

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**YAŞAM-STRES MODELLERİNDE VE HIZLANDIRILMIŞ BAŞARISIZLIK
SÜRESİ MODELİNDE ÇARPIK DAĞILIMLARA DAYALI DAYANIKLI
PARAMETRE TAHMİNİ**

İklim GEDİK BALAY

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

**ANKARA
2014**

Her hakkı saklıdır

TEZ ONAYI

İklim GEDİK BALAY tarafından hazırlanan “Yaşam-Stres Modellerinde ve Hızlandırılmış Başarısızlık Süresi Modelinde Çarpık Dağılımlara Dayalı Dayanıklı Parametre Tahmini” adlı tez çalışması 10/10/2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU

Jüri Üyeleri:

Başkan: Prof. Dr. Durdu KARASOY
Hacettepe Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU
Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Üye : Prof. Dr. Olcay ARSLAN
Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Üye : Doç. Dr. Meral ÇETİN
Hacettepe Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Üye : Yrd. Doç. Dr. İhsan KARABULUT
Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. İbrahim DEMİR
Enstitü Müdürü

ETİK

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez içindeki bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, bilgilerin üretilmesi aşamasında bilimsel etiğe uygun davrandığımı, yararlandığım bütün kaynakları atıf yaparak belirttiğimi beyan ederim.

10.10.2014

İklim GEDİK BALAY

ÖZET

Doktora Tezi

YAŞAM-STRES MODELLERİNDE VE HIZLANDIRILMIŞ BAŞARISIZLIK SÜRESİ MODELİNDE ÇARPIK DAĞILIMLARA DAYALI DAYANIKLI PARAMETRE TAHMİNİ

İklim GEDİK BALAY

Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU

Günümüzde birçok ürün, normal kullanım şartları altında yüksek güvenilirlikle üretilmektedir. Bu durumda ürünler üzerinde zamana bağlı analizler yapmak neredeyse imkansız bir hal almaktadır. Bu problemin üstesinden gelebilmek ve ürünlerin ortalama sürelerini daha aşağı çekebilmek için, ürünlere normal şartlarda uygulanandan daha yüksek seviyede stres (sıcaklık, voltaj, basınç, nem, titreşim... v.b.) uygulanır. Literatürde, yaşam süresi ve stres arasındaki fiziksel ilişkiden doğan modellerden sıklıkla bahsedilir. Bu modellere çeşitli dönüşümler uygulanarak yaşam stres ilişkisini gösteren doğrusal regresyon modeli elde edilir. Bununla birlikte, özellikle mühendislik alanında yaygın olarak kullanılan, yaşam süresi ve stres arasındaki ilişkiyi belirlemek için kullanılan bir diğer model de AFT (Hızlandırılmış başarısızlık süresi) modelidir. AFT modelin temelini regresyon modeli oluşturmaktadır. Yaşam süresi verileri sansürlü veriler olduğu durumda AFT model daha çok tercih edilen bir modeldir. Bununla beraber, normal dağılıma uygun olmayan yaşam süresi verilerinin modellenmesinde de AFT model sıklıkla kullanılmaktadır.

Yaşam stres modelleri ve AFT model parametrelerinin tahmini, hata terimleri normal dağılıma sahip olduğunda en küçük kareler (Least square, LS) ve en çok olabilirlik yöntemleriyle yapılmaktadır. Normallik varsayımı altında, LS tahmin edicileri en etkin tahmin edicilerdir. Ancak normallik varsayımı sağlanamazsa, model parametrelerinin LS tahmin edicileri etkinliğini yitirmektedir. Uygulamada normal olmayan dağılımlar, normal dağılıma göre daha yaygındır. Bu çalışmada, ilk olarak yaşam stres modellerinde hata terimlerinin çarpık normal ve çarpık- t dağılımına sahip olduğu durumlar incelenmiştir. Bu dağılımlar, çarpıklık parametreleri sayesinde uygulamacıya esneklik sağlayan dağılımlardır. Bu çalışmada, parametre tahmini en çok olabilirlik (maximum likelihood, ML) ve onun uyarlanmış versiyonu olan uyarlanmış en çok olabilirlik (Modified maximum likelihood-MML) yöntemleri kullanılarak yapılmıştır. Ayrıca, AFT modelde II. tip sansürlenmiş veriler için hata terimlerinin dağılımının çarpık normal ve çarpık- t olması durumunda benzer şekilde model parametreleri tahmin edilmiş bununla birlikte bu tahmin edicilere dayanan güven aralıkları geliştirilmiştir.

Ekim 2014, 191 sayfa

Anahtar Kelimeler: Regresyon, AFT model, Çarpık normal, Çarpık t , Sansürleme

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

ROBUST PARAMETER ESTIMATION FOR THE LIFE-STRESS MODELS AND THE ACCELERATED FAILURE TIME MODEL UNDER SKEW DISTRIBUTIONS

İklim GEDİK BALAY

Ankara Univesity

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU

Nowadays, many products are manufactured with high reliability under normal operating conditions. In this case, making the time-dependent analysis on the products is becoming almost impossible. To overcome this problem, and the average time of the products to be inferior to the products at a higher level than that in normal conditions of stress (temperature, voltage, pressure, humidity, vibration, etc.) are applied. In the literature, arising from the physical relationship between life expectancy and stress of the models is often mentioned. By applying this model various transformations linear regression model showing the relationship of life-stress is obtained. Furthermore, another model is Accelerated failure time (AFT) model widely used in the field of the engineering and used to determine the relationship between survival time and stress. Linear regression model forms the basis of the AFT model. AFT models are more preferred in the case that survival data are censored. Also, AFT models are often used in modeling when the survival data are not normally distributed.

The estimators of the model parameters are obtained by using the least square (LS) and maximum likelihood (ML) estimation method when the error terms have normal distribution. LS estimators of model parameters are the most efficient under the normality assumption. However, when the normality assumption is not satisfied, LS estimators of the parameters and the confidence interval based on them lose their efficiency. In applications nonnormal distributions are more prevelant than the normal distribution. In this study, firstly, simple and multiple regression models with the error terms having skew normal and skew t distributions are investigated. These distributions are flexible for modeling nonnormal data because their skewwnness parameter. In this work, the estimators of the model parameters are obtained with maximum likelihood (ML) estimation methodology and the modified version (MML) of it in simple and multiple linear regression models. Also, type II censoring in AFT model is investigated and the estimators of the model parameters and confidence interval based on them are obtained, when the error terms have skew normal and skew t distributions.

October 2014, 191 pages

Key Words: Regression, AFT model, Skew Normal, Skew t , Skewness, Censoring

TEŞEKKÜR

Çalışmalarında, attığım her adımda bana destek olan ve beni cesaretlendiren, değerli zamanını ayırıp, büyük bir titizlikle tezimi başından sonuna kadar takip eden tez danışmanım, değerli hocam Prof. Dr. Birdal ŞENOĞLU'na (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı) en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Doktora tez çalışmam süresince beni destekleyen, bilgi ve deneyimi ile yol gösteren Sayın hocam Prof. Dr. Olcay ARSLAN'a (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı) değerli katkılarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Sevecen kişiliğiyle ve güven veren tavrıyla TIK toplantılarımdaki yardımları ve doktora tez çalışmama değerli katkılarından dolayı Sayın hocam Doç. Dr. Meral ÇETİN'e (Hacettepe Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı) sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Değerli hocalarım Prof. Dr. Durdu KARASOY'a (Hacettepe Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı) ve Yrd. Doç. Dr. İhsan KARABULUT'a (Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı) tez çalışmama değerli katkılarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Manevi desteklerinin yanı sıra bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım arkadaşlarım Arş. Gör. Gül OLGUN KARACAN ve Yrd. Doç. Dr. Nuri ÇELİK'e sonsuz teşekkür ederim.

Tez çalışmamın zorlu günlerinde benden desteğini esirgemeyen sevgili dostum İlke ATİK TAŞKIRAN'a ve Yıldırım Beyazıt Üniversitesi İşletme Fakültesi'nde araştırma görevlisi olarak çalışmakta olan sevgili çalışma arkadaşlarıma sevgi ve arkadaşlıkları için sonsuz teşekkür ederim.

Eğitimim ve tez çalışmalarım süresince varlıklarıyla, maddi, manevi destekleriyle bugünlere gelmemde büyük emek harcayan, sabırla her zaman yanımda olan annem Nilüfer GEDİK, babam Cem GEDİK ve teyzem Nilgün SEZER AKMAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Her zaman olduğu gibi tez çalışmamda da beni destekleyerek heyecanımı ve sıkıntılarımı paylaşan, bana moral kaynağı olan, en sıkıntılı anlarımda yüzümü güldüren ve eşi olduğum için kendimi çok şanslı saydığım sevgili eşim Kaan BALAY'a en derin duygularıyla teşekkür ederim.

İklim GEDİK BALAY
Ankara, Ekim 2014

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI SAYFASI

ETİK.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
KISALTMALAR DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	ix
1. GİRİŞ	1
1.1 Yaşam-Stres İlişkisi.....	3
1.1.1 Arrhenius Modeli	4
1.1.2 Eyring Modeli	6
1.1.3 Inverse Power Law-IPL Modeli.....	7
1.1.4 Karma Yaşam-Stres Modeli.....	8
1.2 Parametre Tahmin Yöntemleri.....	11
1.2.1 En çok olabilirlik yöntemi	12
1.2.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi	13
2. YAŞAM-STRES MODELLERİNDE PARAMETRE TAHMİNİ	16
2.1 Yaşam-stres modelleri ve Normal Teori	17
2.2 Yaşam-stres modelleri ve Normal Olmayan Teori	18
2.2.1 Yaşam-stres modellerinde hata terimlerinin dağılımının <i>çarpık normal</i> dağılım olduğu durum	18
2.2.1.1 Çarpık normal dağılım.....	18
2.2.1.2 Parametre tahmini	23
2.2.1.2.1 En küçük kareler yöntemi	23
2.2.1.2.2 En çok olabilirlik yöntemi	24
2.2.1.2.3 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi	27
2.2.1.3 Monte Carlo simülasyon çalışması	31
2.2.2 Yaşam-stres ilişkisi modellerinde hata terimlerinin dağılımının <i>çarpık</i> <i>t</i> dağılım olduğu durumda model parametrelerinin tahmini	36
2.2.2.1 Çarpık <i>t</i> dağılımı	36
2.2.2.2 Parametre tahmini	39

2.2.2.2.1 En küçük kareler yöntemi	40
2.2.2.2.2 En çok olabilirlik yöntemi	41
2.2.2.2.3 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi	44
2.2.2.3 Monte Carlo simülasyon çalışması.....	49
3. AFT MODEL.....	59
3.1 Hata Terimlerinin Çarpık Normal Dağılması Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler için AFT Model	60
3.1.1 Parametre tahmini	61
3.1.1.1 En çok olabilirlik yöntemi	63
3.1.1.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi	65
3.1.3 Monte Carlo simülasyon çalışması	70
3.2 Hata Terimlerinin Çarpık- t Dağılması Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler için AFT Model	77
3.2.1 Parametre tahmini	78
3.2.2.1 En çok olabilirlik yöntemi	79
3.2.2.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi	82
3.2.3 Monte Carlo simülasyon çalışması	87
4. GÜVEN ARALIKLARI	107
4.1 Hata Terimlerinin Çarpık Normal dağılması durumunda II. Tip Sansürlü Veriler İçin AFT Model Parametrelerinin ML ve MML Tahmin edicilerine dayalı Güven Aralıkları	107
4.1.1 Monte Carlo simülasyon çalışması	113
4.2 Hata Terimlerinin Çarpık- t Dağılması Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler İçin AFT Model Parametrelerinin ML ve MML Tahmin Edicilerine Dayalı Güven Aralıkları	120
4.2.1 Monte Carlo simülasyon çalışması	126
5. UYGULAMA.....	141
5.1 Uygulama 1	141
5.2 Uygulama 2	146
6. SONUÇ.....	151
KAYNAKLAR	154
EKLER.....	158
EK 1 Basit regresyon modeli için Matlab programı kodları.....	159
EK 2 Çoklu regresyon modeli için Matlab programı kodları.....	168
EK 3 II. Tip sansürlenmiş AFT modeli için Matlab programı kodları	180
ÖZGEÇMİŞ.....	191

KISALTMALAR DİZİNİ

MSE	Hata Kareler Ortalaması
LS	En Küçük Kareler
ML	En Çok Olabilirlik
MML	Uyarlanmış En Çok Olabilirlik
IRA	İteratif Yeniden Ağırlıklandırılmış Algoritma
RE	Görelî Etkinlik
L	Olabilirlik Fonksiyonu
L^*	Uyarlanmış Olabilirlik Fonksiyonu

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Sabit stres testi.....	2
Şekil 1.2 Arrhenius yaşam-stres ilişkisi.....	5
Şekil 2.1 λ 'nın farklı değerleri için çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları.....	20
Şekil 2.2 λ 'nın farklı değerleri için çarpık t dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları.....	38
Şekil 3.1 Farklı stres seviyelerinde II.tip sansürlenmiş veriler.....	62
Şekil 5.1 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği.....	143
Şekil 5.2 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği.....	143
Şekil 5.3 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği	144
Şekil 5.4 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği	144
Şekil 5.5 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği.....	147
Şekil 5.6 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği.....	148
Şekil 5.7 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği	148

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Çarpık normal dağılımının çarpıklık (γ_1) ve basıklık (γ_2) değerleri.....	23
Çizelge 2.2 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	33
Çizelge 2.3 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	33
Çizelge 2.4 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	34
Çizelge 2.5 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	34
Çizelge 2.6 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	35
Çizelge 2.7 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_2 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	35
Çizelge 2.8 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	36
Çizelge 2.9 Çarpık t dağılımının çarpıklık (γ_1) ve basıklık (γ_2) değerleri.....	39
Çizelge 2.10 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	50
Çizelge 2.11 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	51
Çizelge 2.12 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	52
Çizelge 2.13 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri.....	54

Çizelge 2.14 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri	55
Çizelge 2.15 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılım olduğunda θ_2 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri.....	56
Çizelge 2.16 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri.....	57
Çizelge 3.1 Sansür sayıları.....	70
Çizelge 3.2 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	71
Çizelge 3.3 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	72
Çizelge 3.4 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	74
Çizelge 3.5 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	75
Çizelge 3.6 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	88
Çizelge 3.7 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	89
Çizelge 3.8 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	91
Çizelge 3.9 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	92
Çizelge 3.10 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	94
Çizelge 3.11 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	95
Çizelge 3.12 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	97
Çizelge 3.13 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	98
Çizelge 3.14 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	100

Çizelge 3.15 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	101
Çizelge 3.16 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	103
Çizelge 3.17 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri.....	104
Çizelge 4.1 z_1 ve z_2 test istatistiklerinin I. Tip hataları.....	108
Çizelge 4.2 z_3 ve z_4 test istatistiklerinin I. Tip hataları.....	108
Çizelge 4.3 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0$)	114
Çizelge 4.4 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4$)	115
Çizelge 4.5 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7$)	116
Çizelge 4.6 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 1$)	118
Çizelge 4.7 z_1 ve z_2 test istatistiklerinin I. Tip hataları.....	121
Çizelge 4.8 z_3 ve z_4 test istatistiklerinin I. Tip hataları.....	121
Çizelge 4.9 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0; v = 7$)	128
Çizelge 4.10 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4; v = 7$)	129
Çizelge 4.11 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7; v = 7$)	130
Çizelge 4.12 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 1; v = 7$)	131

Çizelge 4.13 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0; v = 10$)	132
Çizelge 4.14 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4; v = 10$)	133
Çizelge 4.15 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7; v = 10$)	134
Çizelge 4.16 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 1; v = 10$)	135
Çizelge 4.17 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0; v = 30$)	136
Çizelge 4.18 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4; v = 30$)	137
Çizelge 4.19 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7; v = 30$)	138
Çizelge 4.20 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 1; v = 30$)	139
Çizelge 5.1 Dört farklı stres düzeyi için simülasyonla elde edilmiş bozulma süreleri	141
Çizelge 5.2 Uygulama 1’de farklı sansür değerleri için θ_0 , θ_1 ve σ ’nın ML ve MML tahmin edicileri	145
Çizelge 5.3 Uygulama 1’de elde edilen ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven aralığı genişlikleri	146
Çizelge 5.4 Üç farklı stres düzeyi için simülasyonla elde edilmiş bozulma süreleri	147
Çizelge 5.5 Uygulama 2’de farklı sansür değerleri için θ_0 , θ_1 ve σ ’nın ML ve MML tahmin edicileri	149
Çizelge 5.6 Uygulama 2’de elde edilen ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven aralığı genişlikleri	150

1. GİRİŞ

Yaşam analizi, literatürde birçok alanda sıklıkla kullanılmaktadır. Yaşam analizinde en önemli faktör, ilgilenilen olayın oluş zamanı ya da başka bir deyişle bireyin veya ürünün olay içerisindeki sağ kalım süresidir. Bu nedenle yaşam analizi başta “tıp, sosyal bilimler, mühendislik” olmak üzere birçok alanda uygulanan “olay zamanı analizi (time to event analysis)” olarak da geçmektedir (Klembaum 1996).

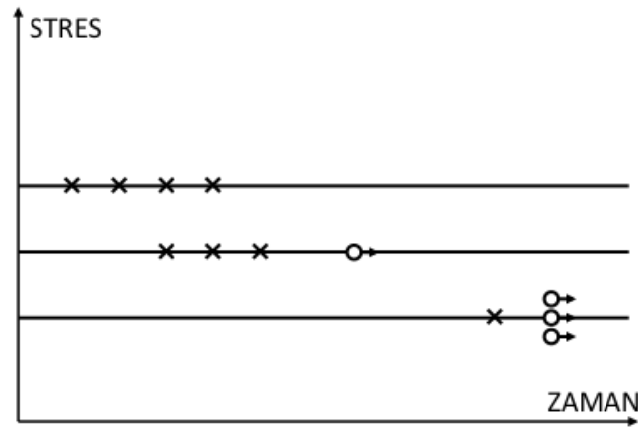
Yaşam analizi, literatürde kullanıldığı alana göre farklı şekillerde adlandırılmaktadır. Örneğin, sosyal bilimlerde olay, “evlilik, iş değiştirme, çocuk doğumu...” gibi birçok şekilde alınabilirken, yaşam analizinin sosyal bilimlerdeki adı “olay tarihi analizi (Event history analysis)”dır. Bununla birlikte, ekonomi alanında yaşam analizi, “süreç (duration) analizi ya da geçiş (transition) analizi” adını alırken, bono, hisse senedi ve borsa üzerine yapılan çalışmalarda sıklıkla kullanılır. Mühendislik alanında, yaşam analizi daha çok “başarısızlık zamanı analizleri (failure time analysis)” adı altında çalışılır. Başarısızlık zamanı analizinde temel konular, makinelerin ve elektronik aletlerin yaşam süresinin modellenmesi ve yaşam süresini etkileyen faktörlerdir (Lawless 1982).

Günümüzde birçok ürün, normal kullanım şartları altında yüksek güvenilirlikle üretilmektedir. Örneğin, bazı ürünlerin ortalama bozulma süresi yaklaşık 100.000 saat ($\approx 11,5$ yıl) ya da daha fazla olabilmektedir. Bu durumda ürünler üzerinde zamana bağlı yaşam analizi yapmak ve sonuçlandırmak neredeyse imkânsız bir hal almaktadır. Normal şartlar altında, Uygulamacı için, birçok ürün içerisinde en iyi tasarlanmış olanı seçmek, ürünlerin hepsi işlevsiz duruma gelinceye kadar elde edilen verilerle yaşam süresi dağılımını veya güvenilirlik çözümlemesi yapmak sınırlı araştırma süresi nedeniyle büyük problem haline gelir (Rausand ve Hoyland 2004).

Bu problemin üstesinden gelebilmek için gözlem yapılacak ürünlere normal şartlarda uygulanandan daha yüksek seviyede stres (sıcaklık, voltaj, basınç, nem, titreşim v.b.) uygulanarak ürünlerin bozulması için geçen süre hızlandırılır.

Özellikle mühendisliklik alanında bu uygulama sıkça görülmektedir, (Cox 1972). Örneğin, otomotiv endüstrisinde geliştirilen motorun güvenilirliği hayati önem taşımaktadır. 10 yıl (≈ 160.000 km) ömrü olan motorun üzerinde yaşam süresine bağlı bir analiz yapmak hem zaman bakımından, hem de test süresince kullanılan maddi kaynaklar bakımından oldukça güçtür. Bu nedenle motora normal kullanım koşullarının üzerinde stres (örn: voltaj) uygulanır. Bu sayede, test süresi kısılır ve analiz sonuçlarına daha kısa sürede ulaşılmış olur (Nelson 1990). Ayrıca, deney süresinin kısılması nedeniyle maddi ve iş gücü anlamında tasarruf edilir (Nelson ve Hahn 1973).

Aşağıdaki grafikte, dört ürünün üç farklı seviyede sabit stres testine tabi tutulduğu görülmektedir. Grafikte, strese maruz bırakılan dört ürün “x” ile test sonucunda yaşam süresi dolmayan ürünler ise “ok” işareti ile gösterilmektedir.



Şekil 1.1 Sabit stres testi (Nelson 1990)

Şekil 3.1’de sunulan grafikte,

- Teste tabi tutulan tüm ürünlerin en yüksek stres seviyesinde bozulduğu,
- Orta stres seviyesinde yalnızca bir ürünün çalışmaya devam ettiği,
- En düşük seviyedeki strese tabi tutulan dört üründen ise hiçbirinin bozulmadığı görülmektedir (Nelson 1990).

Test süreci, araştırmacının kararına göre;

- Ürünlerin tamamı bozuluncaya kadar sürdürülebilir.
- Belirlenen zamanda durdurulabilir. (I. Tip sansürleme)
- Belirlenen miktarda ürün bozulunca durdurulabilir. (II. Tip Sansürleme)

Yapılan çalışmalarda yaşam süresi ve stres arasındaki ilişkiyi belirlemek büyük önem arz etmektedir.

Literatüde, yaşam süresi ve stres arasındaki fiziksel ilişkiden doğan modellerden sıklıkla bahsedilir. Bu modeller,

- Arrhenius Modeli
 - Eyring Modeli
 - Inverse Power Law –IPL Modeli
- şeklinde sıralanabilir.

Bu çalışmada ilk olarak, bahsedilen modellerde stres değişkenine çeşitli dönüşümler uygulanarak elde edilen, yaşam süresi ve stres arasındaki ilişkiyi ifade eden “regresyon modeli” ele alınacaktır. Daha sonra, yaşam süresi-stres ilişkisini modellemede mühendislik alanında yaygın olarak kullanılmakla birlikte diğer alanlarda da kabul gören, temelini regresyon modelinin oluşturduğu “Hızlandırılmış Başarısızlık Süresi (Accelerated Failure Time-AFT)” modeli ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

AFT modelin, literatürde yaşam süresi verilerinin normal dağılıma uygun olmadığı ve ve sansürlü olduğunda kullanıldığı görülmektedir (Lawless 1982, Wei 1992, Meeker ve Escobar 1998, Bonate 2011).

1.1 Yaşam-Stres İlişkisi

Yaşam analizinde uygulanan stresin türü, uygulanan ürünü etkileyen bileşene ve araştırmacının kararına göre değişmektedir. Bazı ürünler sıcaklıktan etkilenirken, başka

bir ürün basınçtan veya nemden etkilenebilir. Bununla birlikte, araştırmacı ürünü değerlendirmek istediği şartlarda stresin türünü belirlemektedir. Örneğin, bir araştırmada, motorun neme dayanaklılığı test edilmek isteniyorsa bu durumda stres, “nem” olarak alınır. Başka bir araştırma da, motorun sıcaklığa duyarlılığı test edilmek isteniyor olabilir.

Motor normal kullanım koşullarından daha yüksek sıcaklık uygulanarak normal şartlardan daha hızlı veri elde edilebilir. Dolayısıyla, böyle bir araştırmada hızlandırma faktörü “sıcaklık” tır.

Yaşam analizinde yaşam-stres modellerinin deterministik yapısı aşağıdaki gibidir (Nelson 1990).

$$\ln(\alpha_k) = \mu(x) = \theta_0 + \theta_1 x_k, \quad k = 1, 2, \dots, a \quad (1.1)$$

Burada,

α_k : Stres k -nci seviyede iken yaşam süresi değişkeni,

θ_0, θ_1 : Bilinmeyen model parametrelerini,

x_k : k -nci stres düzeyinde uygulanan stresi göstermektedir.

Çalışmanın bir sonraki bölümünde yaşam süresi ve uygulanan stresin fiziksel ilişkisinden doğan modellerden ve stres değişkenine uygulanan çeşitli dönüşümlerden ayrıntılı olarak bahsedilecektir.

1.1.1 Arrhenius Modeli

Arrhenius yaşam-stres modeli hızlandırılmış yaşam analizinde sık rastlanılan modeldir. Bu model, hızlandırma (acceleration) değişkeninin sıcaklık olduğu durumlarda kullanılır. Model (Arrhenius 1887)’de ifade edilen Arrhenius Reaction Rate, eşitliğinden türetilmiştir. Arrhenius yaşam-stres modeli, yaşam süresinin reaksiyonla ters orantılı olduğu varsayılarak kurulmuştur.

Bu varsayım altında, Arrhenius modeli,

$$\tau = A \exp[-E/(kT)] \quad (1.2)$$

şeklindedir (Kececioglu ve Jacks 1984). Burada,

τ : Yaşam süresi değişkenini,

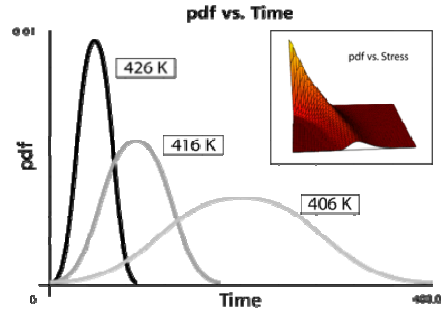
T : Stres düzeyini (Kelvin cinsinden mutlak sıcaklık),

A : Model parametresini ($A > 0$),

E : Reaksiyonun aktivasyon enerjisini (Genellikle electron-volt kaynaklı),

k : Boltzman sabitini, her °C için 8.6171×10^{-5} elektron-volt

göstermektedir.



Şekil 1.2 Arrhenius yaşam-stres ilişkisi

(http://reliawiki.com/index.php/Arrhenius_Relationship#Acceleration_Factor)

Şekil 1.2’de görüldüğü gibi sıcaklık ve yaşam süresi ters orantılıdır. Başka bir deyişle, sıcaklık arttıkça ölçek parametresi (yaşam süresi karakteristiği) küçülmektedir.

Arrhenius yaşam-sıcaklık ilişkisi, literatürde genellikle eşitlik (1.1)’de ifade edilen log-lineer formda kullanılmıştır. k -nci stres düzeyinde uygulanan stres, “ x_k ”,

$$x_k = 1/T_k$$

alınarak, Arhenius ilişkisi deterministik modeli,

$$\tau = A \exp\left(-\frac{E}{k} x_k\right)$$

$$\log(\tau) = \underbrace{\log(A)}_{\theta_0} - \underbrace{\frac{E}{k}}_{\theta_1} x_k \quad (1.3)$$

şeklinde yazılır. Bu durumda,

$$\hat{A} = e^{\theta_0}$$

$$\frac{\hat{E}}{k} = \theta_1$$

olmaktadır.

Bu durumda Arrhenius modeli, eşitlik (1.1)'de ifade edilen, işlemsel açıdan kolaylık sağlayan log-lineer forma dönüştürülür (Nelson 1990).

1.1.2 Eyring Modeli

Hızlandırma faktörü “sıcaklık” olduğu durumda kullanılan diğer bir yaşam-stres modeli de Eyring modelidir. Bu model, kuantum mekaniği prensipleri temel alınarak türetilmiştir. Ancak, literatürde çok sık rastlanılan bir model değildir (Keçecioglu ve Jacks 1984).

Eyring Modeli,

$$m = \frac{1}{T} \exp\{-[C - (B/kT)]\} \quad (1.4)$$

şeklindedir (Keçecioglu ve Jacks 1984).

Burada,

m : Yaşam süresi karakteristiğini,

T : Stres düzeyini, (Kelvin cinsinden mutlak sıcaklık)

C : Model parametresini,

B : Model parametresini,

k : Boltzman sabitini, her °C için 8.6171×10^{-5} elektron-volt göstermektedir.

Eyring modeli, Arrhenius modeli ile benzerdir. Bu benzerlik aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$m = \frac{1}{T} e^{-\left(C - \frac{B}{kT}\right)} = \frac{e^{-C}}{T} e^{\frac{B}{kT}}$$

eşitliği,

$$m = \frac{1}{T} e^{-\left(C - \frac{B}{kT}\right)} = \frac{1}{T} (\text{sabit}) e^{\frac{B}{kT}}$$

şeklinde yazıldığında, Arrhenius eşitliği,

$$\frac{m}{\tau} = \frac{1}{T} \underbrace{(\text{sabit})}_A e^{\frac{B}{kT}}$$

elde edilir.

Bu durumda, Eyring modeli, eşitlik (1.1)'de ifade edilen log-lineer forma, bölüm dönüştürülür.

Eyring modelinin, Arrhenius modeline benzerliğinden dolayı, hızlandırma faktörü sıcaklık olduğu araştırmalarda, " $\frac{1}{T} \text{sabit}$ " ifadesi "sabit" olarak alınır ve yaşam-stres modeli olarak Arrhenius modeli kullanılır (Nelson 1980).

1.1.3 Inverse Power Law-IPL Modeli

IPL yaşam süresi stres ilişkisi, genellikle hızlandırma faktörü sıcaklık dışında bir faktör (voltaj, basınç, titreşim vb.) olduğunda kullanılır. IPL, literatürde en sık rastlanılan diğer bir yaşam-stres modelidir (Kececioglu ve Jacks 1984).

IPL modeli,

$$\tau = A/V^m \quad (1.5)$$

şeklindedir. Burada,

A ve m : Test edilen ürünün bazı özelliklerine ait parametreleri,
 V : Stres düzeyini göstermektedir.

IPL yaşam-stres modeli, Arrhenius modelinde olduğu gibi literatürde genellikle eşitlik (1.1)'de ifade edilen log-lineer formda kullanılmıştır. i -nci stres düzeyi, “ x_i ”,

$$x_i = -\ln(V)$$

alınarak, IPL modeli,

$$\tau = A/V^m$$
$$\log(\tau) = \underbrace{\log(A)}_{\theta_0} - \underbrace{m}_{\theta_1} \log(V) \quad (1.6)$$

şeklinde yazılarak, eşitlik (1.1)'de ifade edilen, log-lineer forma dönüştürülür (Nelson 1990).

1.1.4 Karma Yaşam-Stres Modeli

Çalışmanın önceki bölümlerinde hızlandırma değişkeni olarak tek bir stres faktörünün kullanıldığı durumlardan bahsedilmektedir. Bölüm (1.1.4)'te birden fazla hızlandırma faktörü olduğu durumda yaşam-stres ilişkisinden bahsedilecektir. Literatürde yer alan karma yaşam-stres modellerini tanıtmadan önce ilk olarak eşitlik (1.1)'de ifade edilen yaşam-stres modelinin log-lineer fonksiyonunun, karma yaşam-stres modelleri için genelleştirilmiş biçiminden bahsedilmesi gerekmektedir.

Hızlandırılmış yaşam analizinde, “ n ” tane hızlandırma faktörü olduğu durumlarda yaşam-stres modelinin deterministik fonksiyonu,

$$\ln(\alpha_k) = \theta_0 + \theta_1 x_{1k} + \theta_2 x_{2k} + \dots + \theta_k x_{nk}, \quad k = 1, 2, \dots, a \quad (1.7)$$

şeklindedir. Burada,

$\theta_0, \theta_1 \dots \theta_k$: Bilinmeyen model parametrelerini,

$x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}$: “ n ” adet farklı hızlandırma faktörünün k -nci stres düzeyinde uygulanan stresi göstermektedir.

Yaşam analizinde birden fazla hızlandırma faktörü olduğu durumlarda kullanılan bazı özel karma stres ilişkileri vardır. İstatistiksel sonuç çıkarımlar sırasında işlemsel kolaylık sağlaması sebebiyle, literatürde, karma yaşam-stres modellerinde eşitlik (1.7)’de ifade edilen log-lineer fonksiyon kullanılır (Nelson 1990). Bahsedilen karma yaşam-stres modellerine örnek olabilecek birkaç özel durum ve log-lineer fonksiyon dönüşümleri aşağıda verilmektedir:

a) Atomların ayrışması: Alüminyum, yüksek sıcaklık ve yüksek akım yoğunluğuna maruz kaldığı durumda alüminyum atomlarının hareketi hızlanmaktadır. Bu hız sonucunda alüminyumun yapısı bozulmaktadır. Böyle bir durumda, Alüminyumun yaşam süresine bağlı sonuç elde etmek için yapılan uygulamada,

- Sıcaklık
- Akım yoğunluğu

olmak üzere iki farklı hızlandırma faktörü bulunmalıdır. Böyle bir durumda genelleştirilmiş yaşam-stres ilişkisi olarak, bölüm (1.1.2)’de bahsedilen Eyring modelinin genelleştirilmiş hali kullanılmaktadır. Genelleştirilmiş Eyring modelinde, hızlandırma faktörlerinden biri sıcaklık iken diğeri araştırmada kullanılan ürünün özelliğine bağlı olarak farklı bir faktördür. Genelleştirilmiş Eyring ilişkisi,

$$\tau = AJ^{-n} \exp[E/kT] \quad (1.8)$$

şeklindedir. Burada,

τ : Yaşam süresi karakteristiği,

A : Model parametresi,

k : Boltzman sabiti, (her $^{\circ}C$ için 8.6171×10^{-5} elektron-volt),

T : Sıcaklık seviyesi,

J : Akım yoğunluğu seviyesi,

olarak ifade edilmektedir. Genelleştirilmiş Eyring İlişkisinde,

$$x_{k1} = -\ln J_k \text{ ve } x_{k2} = \frac{1}{T_k}$$

olarak alındığında,

$$\log(\tau_k) = \underbrace{\log(A)}_{\theta_0} - \underbrace{n}_{\theta_1} x_{k1} + \underbrace{\frac{E}{k}}_{\theta_2} x_{k2}$$

şeklinde eşitlik (1.7)'de ifade edilen log-lineer fonksiyon elde edilir.

b) Sıcaklık-Nem Testi: Epoksi uygulaması için, ortam ve beton yüzey sıcaklığının ve nem oranının belirli bir seviyede olması gerekmektedir. Bu durumda, epoksi için yapılan uygulamada, “sıcaklık” ve “nem” olmak üzere iki farklı hızlandırma faktörü bulunmaktadır.

Böyle bir çalışmada kullanılan yaşam-stres modeli bir önceki örnekte bahsedilen “Genelleştirilmiş Eyring modeli” ne göre,

$$\tau = A(RH)^{-n} \exp[E/kT]$$

şeklinde türetilmektedir.

Burada, “RH”, görelî nem oranını ifade etmektedir. Genelleştirilmiş Eyring modelinde,

$$x_{k1} = -\ln RH \text{ ve } x_{k2} = \frac{1}{T}$$

olarak alındığında,

$$\log(\tau) = \underbrace{\log(A)}_{\theta_0} - \underbrace{n}_{\theta_1} x_{k1} + \underbrace{\frac{E}{k}}_{\theta_2} x_{k2}$$

şeklinde eşitlik (1.7)’de ifade edilen log-lineer fonksiyon elde edilir.

Yaşam-stres ilişkini ifade eden deterministik ilişkilerin, regresyon modelleri ile modelleneceği açıkça görülmektedir.

1.2 Parametre Tahmin Yöntemleri

Klasik regresyonda normallik varsayımı altında parametre tahmini en küçük kareler (Least square-LS) yöntemi veya en çok olabilirlik (Maximum Likelihood-ML) yöntemi kullanılarak yapılır. Normallik varsayımı sağlandığı durumda bu tahmin ediciler en etkin tahmin edicilerdir. Ancak, pratikte yaşam süresi verilerinin çoğunlukla normal dağılmadığı görülmektedir. Normallik varsayımı sağlanmadığı durumda, LS tahmin edicilerinin etkinlikleri düşer. ML yönteminde ise, olabilirlik denklemlerinin açık çözümleri her zaman bulunamamaktadır. Bu durumda iteratif yöntemlere başvurulmaktadır. Ancak iterasyonlar sonucunda, birden fazla kök olması, yanlış değere yakınsama veya yakınsayamama gibi sorunlar ortaya çıkabilmektedir. Bahsedilen sorunların üstesinden gelebilmek amacıyla, iterasyon kullanmadan doğrudan açık çözüme ulaşmayı sağlayan uyarlanmış en çok olabilirlik (Modified maximum likelihood- MML) yöntemi (Tiku 1967) tarafından öne sürülmüştür. MML yöntemiyle elde edilen tahmin ediciler, birçok dağılım altında etkin tahmin edicilerdir.

1.2.1 En çok olabilirlik yöntemi

Bahsedildiği gibi normallik varsayımı altında model parametrelerinin LS tahmin edicileri en etkin tahmin edicilerdir. Ancak gerçek verilerle yapılan uygulamalarda, görülmektedir ki normallik varsayımını sağlamak oldukça güçtür. Özellikle yaşam süresi verileriyle yapılan çalışmalarda, normal olmayan dağılımlar çok daha yaygındır (Pearson 1932, Huber 1981, Tiku vd.1986). Normallik varsayımı sağlanmadığı koşulda, yaşam-stres modeli parametrelerinin LS tahmin edicilerinin etkinliği hızla düşmektedir. Bununla birlikte yaşam süresi verileri ile yapılan çalışmalarda genellikle çeşitli sansürleme yöntemlerinin kullanılması da AFT modelde LS tahmin edicilerinin etkinliğini düşürmektedir. Bu durumda model parametrelerinin tahmin edicilerini elde etmek için ML en sık kullanılan yöntemdir (Lawless 1982, Meeker ve Escobar 1998).

En çok olabilirlik tahmin edicileri, olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan değerlerdir. $X_1, X_2, \dots, X_n$ örnekleme olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x|\theta)$ olan kitleden bir örneklem olmak üzere, θ 'nın olabilirlik fonksiyonu (likelihood function),

$$L(\theta|X_1, X_2, \dots, X_n) = f(X_1, X_2, \dots, X_n|\theta) = \prod_{i=1}^n f(X_i|\theta) \quad (1.8)$$

dır. θ 'nın en çok olabilirlik tahmin edicisi,

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Theta} L(\theta|X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.9)$$

şeklinde elde edilir. Ancak, işlemsel kolaylık sağlaması nedeniyle olabilirlik fonksiyonunun logaritması maksimize edilir (Casella ve Berger 2002).

ML tahmin edicilerinin özellikleri:

- Asimptotik olarak tam etkin tahmin edicilerdir. Yani yansızdırlar ve varyansları MVB sınırına eşittir.
- Asimptotik olarak normal dağılıma sahiptirler.

- Değişmezlik özelliğine sahiptirler.
- Düzgünlük koşulları altında tutarlıdırlar (Casella ve Berger 2002).

ML tahmin edicileri, aranan birçok özelliğe sahip olmasına rağmen olabilirlik denklemlerinin ilgili parametreye göre türevi alındığında, elde edilen olabilirlik denklemlerinin açık çözümleri her zaman bulunamamaktadır. Bu nedenle, olabilirlik denklemleri iteratif yöntemler kullanılarak çözülmektedir. Ancak, iteratif yöntemler sırasında,

- i) Birden fazla köke yakınsama,
- ii) İterasyonların yakınsayamaması,
- iii) İterasyonların yanlış değerlere yakınsaması

gibi problemler ortaya çıkabilir (Barnett 1966, Puthenpura ve Sinha 1986).

Bu tip problemlerin üstesinden gelebilmek amacıyla (Tiku 1967,1968) tarafından uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi (modified maximum likelihood - MML) öne sürülmüştür.

1.2.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi

MML yöntemi, (Tiku 1967,1968) tarafından önerilen ve (Tiku ve Suresh 1992) tarafından geliştirilen bir yöntemdir. ML yönteminde olabilirlik denklemlerinin açık çözümleri bulunamadığında, çözüme ulaşmak için iteratif yollara başvurulur. İteratif yollarda ortaya çıkabilecek problemlerden bir önceki bölümde bahsedilmişti. MML yöntemi kullanılarak iterasyona başvurmaya gerek kalmadan açık çözüme ulaşılabilmektedir.

MML tahmin edicileri LS tahmin edicilerinden (özellikle örneklem büyükse) çok daha etkin, yansız ve en küçük varyanslı tahmin edicileridir. Bununla birlikte MML tahmin edicileri dayanıklı tahmin edicileridir (Smith vd. 1973, Tan 1985 Vaughan 1992, Şenoğlu ve Tiku 2001 2002).

Literatürde MML yönteminin kullanıldığı birçok çalışma mevcuttur. Bunlardan bazıları şöyledir:

İslam vd. (2001), doğrusal regresyon modelinde, hata terimleri Weibull ve Genelleştirilmiş lojistik (Generalized Logistic-GL) dağıldığında parametrelerin MML tahmin edicilerini elde etmiştir ve bu tahmin edicilerin etkin olduklarını göstermiştir. MML parametrelerinin etkinliklerini LS tahmin edicilerinin etkinlikleri ile karşılaştırmıştır ve test istatistiği geliştirmiştir.

Tiku vd. (2001), doğrusal regresyon modelinde hata terimlerinin dağılımı kısa kuyruklu simetrik dağılım (Short-tailed symmetric distribution-STS) ve uzun kuyruklu simetrik dağılım (Long-tailed symmetric distribution-LTS) olduğu durumda model parametrelerini tahmin edip etkin olduklarını göstermiştir.

Vaughan ve Tiku (2000), doğrusal regresyon modelinde bağımsız değişkenin stokastik olduğu durumu incelenmişlerdir. Parametrelerin MML tahmin edicileri elde edilmiş ve test istatistiği geliştirilmiştir. MML tahmin edicilerinin etkin oldukları gösterilmiştir.

Sazak vd. (2006), basit doğrusal regresyon modelinde bağımsız değişkenin stokastik, hata terimlerinin GL dağılımına sahip olduğu durum için MML yöntemi ile parametre tahmini yapılmıştır ve test istatistikleri geliştirilmiştir. LS tahmin edicileri ile MML tahmin edicileri karşılaştırılarak MML tahmin edicilerinin daha etkin olduğu ve MML tahmin edicilerine dayalı test istatistiklerinin daha dayanıklı olduğu gösterilmiştir.

İslam ve Tiku (2010), bağımsız değişkenlerin ve hata terimlerinin stokastik olduğu birden fazla bağımsız değişkene sahip doğrusal regresyon modelinde hata terimlerinin LTS, bağımsız değişkenlerin ise GL dağılımlarına sahip olduğu durum ele almıştır. Burada parametre tahmini ve hipotez testi yapılmıştır. MML tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerinden daha etkin olduğu gösterilmiştir.

MML tahmin edicileri aşağıdaki adımlar izlenerek elde edilmektedirler.

- i) Olabilirlik denklemleri sıra istatistikler kullanılarak yeniden yazılır,
- ii) ML yönteminin açık çözümünün bulunamamasına neden olan olabilirlik denklemlerindeki doğrusal olmayan ifadeler Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal hale getirilir.
- iii) Elde edilen doğrusal ifadeler, sıra istatistikleri kullanarak elde edilen olabilirlik denklemlerinde yerine koyulur.
- iv) Bu durumda, denklemler çözülebilir ve MML tahmin edicileri analitik olarak elde edilir.

2. YAŞAM-STRES MODELLERİNDE PARAMETRE TAHMİNİ

Yaşam-stres modellerinin, strese uygulanan bazı dönüşümler sonucunda işlemsel açıdan kolaylık sağlayan doğrusal regresyon modellerine dönüştüğünden bir önceki bölümde bahsedilmişti. Doğrusal regresyon modelleri, Arrhenius modeli için eşitlik (1.3)'te, Eyring modeli için eşitlik (1.4)'te, IPL modeli için ise eşitlik (1.6)'da ifade edildiği gibi elde edilir. Karma yaşam-stres modelinde, eşitlik (1.7)'de ifade edildiği gibi çoklu doğrusal regresyon modeline dönüştürülür. Doğrusal regresyon analizinde geleneksel olarak hata terimlerinin normal dağılıma sahip olduğu varsayılır. Ancak pratikte, özellikle de yaşam-stres modellerinin kullanıldığı güvenilirlik (reliability) ve mühendislik alanlarında bu varsayımın sağlaması oldukça zordur.

Bu bölümde, ilk olarak hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı altında en etkin tahmin edici elde etme yöntemi olan LS yöntemi kullanılarak yaşam-stres modelleri için parameter tahmini yapılacaktır.

Daha sonra yaşam-stres ilişkisi modellerinde hata terimlerinin birçok açıdan uygulayıcıya esneklik sağlayan çarpık normal ve çarpık t dağılıma sahip olduğu durumlar için model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicileri elde edilmiştir.

Eşitlik (1.7)'de ifade edilen karma yaşam-stres modeli için matematiksel model,

$$\underline{y} = X\underline{\theta} + \underline{e} \quad (2.1)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada,

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}, \quad \underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_k \end{bmatrix}, \quad \underline{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterilir.

Burada,

y_i , bağımlı değişken değerlerini,

x_i , bağımsız (açıklayıcı) değişkenleri,

$\theta_0, \dots, \theta_k$, model sabitlerini,

e_i , hata terimlerini,

göstermektedir.

Karma yaşam-stres modelinde $k = 1$ olduğunda, stresin türüne göre değişen, tek stress faktörü içeren,

- Arrhenius Model
- Eyring Model
- Inverse power law Model

elde edilir.

2.1 Yaşam-Stres Modelleri ve Normal Teori

Bir parametrenin LS tahmin edicisi, modeldeki hata terimlerinin kareleri toplamını ilgili parametreye göre minimum yapan değerdir. Eşitlik (1.7)'de ifade edilen modelin eşitlik (2.1)'deki ifadesi için hata kareler toplamı,

$$Q = \sum_{i=1}^n e_i^2 = (\underline{y} - X\underline{\theta})'(\underline{y} - X\underline{\theta}) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \underline{\theta}} = X'(\underline{y} - X\underline{\theta})$$

dır. Buna göre, model parametreleri,

$$\hat{\underline{\theta}} = (X'X)^{-1}(X'\underline{y}) \quad (2.3)$$

ve modelin varyans tahmin edicisi,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\underline{y} - \hat{y})(\underline{y} - \hat{y})}{n - k - 1} \quad (2.4)$$

olarak elde edilir.

2.2 Yaşam-Stres Modelleri ve Normal Olmayan Teori

Bu bölümde, yaşam-stres modellerinde hata terimlerinin dağılımı çarpık normal ve çarpık t olduğu durumda parametre tahmini yapılmıştır.

2.2.1 Yaşam-stres modellerinde hata terimlerinin dağılımının *çarpık normal* dağılım olduğu durum

Bu bölümde ilk olarak (Azzalini 1985) tarafından tanımlanan çarpık normal dağılım gözden geçirilmiştir. Dağılımın bazı özellikleri ve dağılımın momentleri verilmiştir. Daha sonra yaşam-stres modellerinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal olması durumunda model parametrelerinin, LS, ML ve MML tahmin edicileri elde edilmiştir.

2.2.1.1 Çarpık normal dağılım

İstatistiksel sonuç çıkarım çalışmalarında veriye uyumlu dağılım kullanılmalıdır. Bu doğrultuda normal dağılım literatürde en çok kullanılan dağılımdır. Normal dağılım, çalışmalarda sağladığı analitik kolaylık, merkezi limit teoremi ile bağlantısı, toplanabilirlik özelliği ve diğer avantaj sağlayan birçok özelliklerinden dolayı da tercih edilen bir dağılımdır.

Ancak, pratikte normal dağılım varsayımının sağlanmadığı birçok durum mevcuttur. Veriler normal dağılım altında modellenemediğinde kullanılmak üzere alternatif dağılımlar önerilmiştir (Prentice 1975, Azzalini 1985, Mudholkar ve Hutson 2000).

Simetrik bir dağılım olması nedeniyle normal dağılımın kullanım alanı kısıtlı hale gelmektedir. Bu nedenle, söz konusu dağılımlardan bazılarında normal dağılımda simetriden sapma sorunu çözülmeye çalışılmıştır. Bu tür dağılımlardan biri de çarpık normal dağılımdır (Azzalini 1985).

Simetrik bir dağılım olan normal dağılımın yalnızca bir konum ve bir ölçek parametresi belirleyebiliyorken, çarpık normal dağılımda bu parametrelere ek olarak bir de “şekil” parametresi vardır. Bu parametreye “çarpıklık” parametresi de denir. Adından da anlaşılacağı üzere çarpıklık parametresi dağılımın çarpıklığını tanımlayan bir parametredir.

Pratikte, bu özellik sebebiyle çarpık normal dağılım çok kullanışlı bir dağılımdır. Çünkü, çarpıklık neredeyse tüm gerçek verilerde mevcuttur. Bununla birlikte, çarpık normal dağılım, normal dağılımda bulunan birçok özelliği barındırmaktadır.

Çarpık normal dağılımın matematiksel çıkarımları ve karakteristik özellikleri (Azzalini 1985, 1986)’nın yanısıra (Chiogna 1998) ve (Henze 1986) tarafından da araştırılmıştır. (Genton 2004, Arellano-Vale ve Azzalini 2006 ve Pourahmadi 2007) çok değişkenli normal dağılımı incelemişlerdir.

Çarpık Normal dağılım ve özellikleri

Tanım 2.1 Z , λ çarpıklık parametrelili normal dağılımlı bir rasgele değişken olmak üzere, Z ’nin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

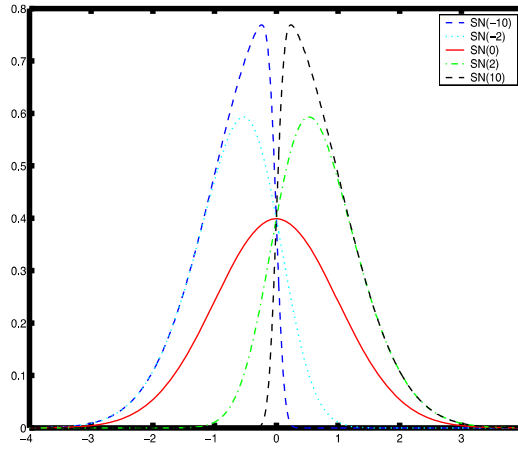
$$f(z; \lambda) = 2\phi(z)\Phi(\lambda z), \quad -\infty < z < \infty \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$\varphi(\cdot)$, standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunu,

$\Phi(\cdot)$, standart normal dağılımın dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir.

Şekil 2.1’de λ ’nın, 0 , ± 2 ve ± 10 değerleri için çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları görülmektedir.



Şekil 2.1 λ ’nın farklı değerleri için çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları (Waeber 2008)

Şekil 2.1’de çarpık normal dağılımın, çarpıklık parametresine göre değiştiği açıkça görülmektedir. Çarpıklık katsayısının negatif değerleri için, dağılım, sola çarpık, pozitif değerlerinde ise sağa çarpıktır. Aynı zamanda, çarpıklık katsayısı sıfır olduğunda, dağılım, standart normal dağılıma dönüşmektedir. Ayrıca, $|\lambda|$ arttıkça, olasılık yoğunluk fonksiyonunun çarpıklığı artmaktadır.

Pratikte, çarpık normal dağılım üzerinden yapılan çıkarımların daha kolay yapılabilmesi için, $Y = \mu + \sigma Z$ dönüşümü yapılmıştır. Bu dönüşüm yapıldıktan sonra, çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(y; \mu, \sigma, \lambda) = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) \Phi\left(\lambda \frac{y - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.6)$$

şeklindedir ve $Y \sim SN(\mu, \sigma, \lambda)$ olarak gösterilir.

Çarpık normal dağılım aşağıdaki özelliklere sahiptir:

- i) $\lambda = 1$ ise çarpık normal dağılım, standart normal dağılıma dönüşmektedir.
- ii) $\lambda \rightarrow \infty$ iken çarpık normal dağılım yarı-normal (half-normal) dağılıma yakınsamaktadır.
- iii) $Z \sim SN(\lambda)$ ise $-Z \sim SN(-\lambda)$ dır (Azzalini 1985, Genton 2004).
- iv) Çarpık normal dağılım tek tepe değerli bir dağılımdır,
- v) Z , standart çarpık normal dağılımlı bir rasgele değişken olmak üzere, $Z^2 \sim X_1^2$ dır.

Tanım 2.2 Çarpık normal dağılımın dağılım fonksiyonu,

$$F(z; \lambda) = \int_{-\infty}^z \int_{-\infty}^{\lambda s} \phi(s) \phi(t) dt ds \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilir (Azzalini 1985).

$$T(z; \lambda) = \int_z^{\infty} \int_0^{\lambda s} \phi(s) \phi(t) dt ds \quad (2.8)$$

olarak ifade edilen Owen fonksiyonunu kullanarak, çarpık normal dağılımın dağılım fonksiyonunu,

$$F(z; \lambda) = \Phi(z) - 2T(z; \lambda) \quad (2.9)$$

biçiminde tanımlamıştır.

$Z \sim SN(\lambda)$ rasgele değişkeninin moment çıkaran fonksiyonu,

$$M_Z(t) = E[e^{tz}] = 2e^{t^2/2} \Phi(\delta t) \quad (2.10)$$

dır. Burada,

$$\delta(\lambda) = \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}} \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir.

Moment çıkaran fonksiyonu kullanarak, çarpık normal dağılımın beklenen değeri ve varyansı sırasıyla,

$$E(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta \quad (2.12)$$

$$Var(z) = 1 - \frac{2}{\pi} \delta^2 \quad (2.13)$$

şeklinde elde edilir. Bununla beraber, çarpık normal dağılımın çarpıklık ve basıklık değerleri sırasıyla,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{1}{2} (4 - \pi) \text{sign}(\lambda) \left(\frac{\lambda^2}{\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \lambda^2} \right)^{\frac{3}{2}} \\ \gamma_2 &= 2 \left(\pi - 3 \right) \left(\frac{\lambda^2}{\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \lambda^2} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

ifadelerini kullanarak elde edilir.

Çeşitli çarpıklık parametreleri için elde edilen basıklık ve çarpıklık değerleri çizelge 2.1’de sunulmaktadır.

Çizelge 2.1 Çarpık normal dağılımının çarpıklık (γ_1) ve basıklık (γ_2) değerleri (Çelik 2012)

λ	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	10.0	20.0	∞
γ_1	0.00	0.14	0.45	0.67	0.78	0.85	0.96	0.99	0.995
γ_2	3.00	3.06	3.31	3.51	3.63	3.71	3.82	3.86	3.87

Çarpık normal dağılım, barındırdığı özellikler bakımından ve çarpıklık parametresi (λ) sıfır olduğu durumda normal dağılıma dönüşmesi sebebiyle, birçok dağılımı modelleyebilmektedir. Bu durum araştırmacıya kolaylık sağlamaktadır.

2.2.1.2 Parametre tahmini

Bu bölümde, eşitlik (2.1)'de ifade edilen yaşam-stres modeli için parametre tahminleri, hata terimlerinin çarpık normal dağılımı durumunda LS, ML ve MML yöntemleriyle elde edilmiştir.

2.2.1.2.1 En küçük kareler yöntemi

Eşitlik (2.1) modelinde hata terimlerinin dağılımı çarpık normal dağılım olması durumunda, LS tahmin edicileri, bölüm (2.1)'de ifade edildiği gibi,

$$\underline{\hat{\theta}} = (X'X)^{-1}(X'\underline{y}) \quad (2.15)$$

ve hata terimlerine ilişkin varyansın tahmin edicisi,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\underline{y} - \underline{\hat{y}})(\underline{y} - \underline{\hat{y}})}{n - k - 1}$$

dir. Hata terimlerinin çarpık normal olması durumunda $\hat{\theta}_0$ ve $\hat{\sigma}$ 'nın LS tahmin edicilerinin yan düzeltmeleri yapılması gerekmektedir.

Bu durumda hata terimlerinin çarpık normal olması durumunda $\hat{\theta}_{0,LS}$ ve $\hat{\sigma}_{LS}$ için LS tahmin edicileri gerekli yan düzeltmesi yapıldığında sırasıyla,

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_{0,LS} &= \bar{y} - \hat{\theta}_{1,LS} \bar{x}_1 - \hat{\theta}_{2,LS} \bar{x}_2 - \dots - \hat{\theta}_{k,LS} \bar{x}_k - \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta \right) \hat{\sigma} \\ \hat{\sigma}_{LS} &= \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi} \delta^2}}\end{aligned}\tag{2.16}$$

olarak elde edilir, Tiku ve Akkaya (2004).

Tek stresli yaşam-stres modelinde ($k=1$ olduğu durumda) MML tahmin edicileri,

$$\hat{\theta}_{0,LS} = \bar{y} - \hat{\theta}_{1,LS} \bar{x} - \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \delta \right) \hat{\sigma}\tag{2.17}$$

Burada,

$$\hat{\theta}_{1,LS} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\tag{2.18}$$

$$\hat{\sigma}_{LS} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{1 - \frac{2}{\pi} \delta^2}}\tag{2.19}$$

şeklinde elde edilir.

2.2.1.2.2 En çok olabilirlik yöntemi

Yaşam-stres modeli için hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olması durumunda, olabilirlik fonksiyonu,

$$L = \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{y - \underline{\theta}X}{\sigma}\right) \Phi\left(\lambda \frac{y - \underline{\theta}X}{\sigma}\right) \quad (2.20)$$

biçimindedir. Eşitlik (2.20)'de matris ve vektörler kullanılarak ifade edilen olabilirlik fonksiyonu,

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{2}{\sigma} \phi\left(\frac{y_i - \theta_0 - \theta_1 x_{1i} - \theta_2 x_{2i} - \dots - \theta_k x_{ki}}{\sigma}\right) \Phi\left(\lambda \frac{y_i - \theta_0 - \theta_1 x_{1i} - \theta_2 x_{2i} - \dots - \theta_k x_{ki}}{\sigma}\right)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak elde edilen log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$\ln L = n \ln(2) - n \ln(\sigma) - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \left(\frac{y - \underline{\theta}X}{\sigma} \right)^2 + \ln \left(\Phi \left(\lambda \frac{y - \underline{\theta}X}{\sigma} \right) \right)$$

şeklindedir. Burada, model parametrelerinin En çok olabilirlik (ML) tahmin edicileri, log-olabilirlik fonksiyonunun parametrelere göre türevleri alınıp, sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmektedir. Elde edilen eşitlikler,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \underline{\theta}} &= \frac{1}{\sigma} X' \underline{z} - \frac{\lambda}{\sigma} X' \frac{\phi(\lambda \underline{z})}{\Phi(\lambda \underline{z})} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \underline{z} \underline{z}' + \frac{\lambda}{\sigma} \underline{z} \frac{\phi(\lambda \underline{z})}{\Phi(\lambda \underline{z})} = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

şeklindedir. Eşitliklerin düzenlenmesi sonucu elde edilen ML tahmin edicileri, iteratif yeniden ağırlıklandırılmış algoritma (IRA) kullanılarak elde edilmektedir. (2.21) denklemlerinin yeniden düzenlenmesiyle **ML tahmin edicilerini elde etmek için kullanılan algoritma aşağıdaki gibidir:**

i) θ_0 , θ_1 ve σ için başlangıç değerleri, $\theta_0^{(0)}$, $\theta_1^{(0)}$ ve $\sigma^{(0)}$, parametrelerin LS tahmin edicileri olarak belirlenir.

ii) İlk adımda belirlenen başlangıç değerleri kullanılarak,

$$\underline{g}^{(m)} = \frac{\varphi(\lambda \underline{z})}{\Phi(\lambda \underline{z})}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

değerleri belirlenir. Burada,

$$\underline{z}^{(m)} = \frac{\underline{y} - \underline{\theta}^{(m)} \underline{X}}{\sigma^{(m)}} \text{ dır.}$$

iii) İkinci adımda hesaplanan terimler yardımıyla ML tahmin edicileri,

$$\hat{\theta}^{(m)} = (X'X)^{-1} (X' \underline{y} - \sigma \lambda X' \underline{g})$$

$$\hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{A}{n \left(1 - \lambda^2 \frac{B}{n} \right)}}$$

olarak hesaplanır. Burada,

$$A = (\underline{y} - X(X'X)^{-1} X' \underline{y}) (\underline{y} - X(X'X)^{-1} X' \underline{y})$$

$$B = (X(X'X)^{-1} X' \underline{g}) (X(X'X)^{-1} X' \underline{g})$$

şeklindedir ve düzeltme yapıldığında,

$$\hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{A}{(n-k-1) \left(1 - \lambda^2 \frac{B}{n} \right)}}$$

olarak elde edilir.

Tek stresli yaşam-stres modelinde ($k = 1$ olduğunda), (iii) adımının açık ifadesi

aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_0^{(m)} = \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} - \hat{\sigma} \lambda \bar{g}, \quad \hat{\theta}_1^{(m)} = \psi_1 - \lambda \hat{\sigma} \psi_2, \quad \hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} - \psi_1 (x_i - \bar{x}))^2}{(n-2)(1-s)}}$$

Burada,

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \bar{g} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n}$$

$$\psi_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})(y_{(i)} - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2}, \quad \psi_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})(g_{(i)} - \bar{g})}{\sum_{i=1}^n (x_{(i)} - \bar{x})^2}, \quad s = \frac{\lambda^2 \sum_{i=1}^n (\psi_2 (x_i - \bar{x}) + \bar{g})}{n}$$

dır.

$$\text{iv) } \left\| \begin{matrix} \theta_0^{(m+1)} - \theta_0^{(m)} \\ \theta_1^{(m+1)} - \theta_1^{(m)} \\ \sigma^{(m+1)} - \sigma^{(m)} \end{matrix} \right\| < \varepsilon \quad \text{koşulu sağlandığında iterasyon durdurulur. Burada “ } m \text{ ”}$$

iterasyon sayısını, $\left\| \right\|$ ise vektörün normunu gösterir.

2.2.1.2.3 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi

Önceki bölümlerde anlatıldığı gibi MML yöntemi sıra istatistiklerine dayalı bir yöntemdir. MML tahmin edicilerini elde etmek için ilk olarak, $\hat{\theta}_1$ ve $\hat{\theta}_2$ 'nin bilindiği varsayılarak,

$$e_i = y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}$$

değerleri,

$$e_{(1)} \leq e_{(2)} \leq \dots \leq e_{(n)}$$

olarak sıralanır. Dolayısıyla,

$$z_{(i)} = e_{(i)} / \sigma$$

şeklinde elde edilir.

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \theta_k \end{bmatrix} \text{ olmak üzere,}$$

$\mathbf{z}_{(i)}$ 'lerin matris olarak gösterimi,

$$\underline{z} = \frac{Y - 1\theta_0 - X\underline{\theta}}{\sigma}$$

olmak üzere olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n g(z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_i} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)} z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)} g(z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= \frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)}^2 + \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)} g(z_{(i)}) = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

şeklinde elde edilir, İslam ve Tiku (2004). Burada,

$$g(z_{(i)}) = \frac{\varphi(\lambda z_{(i)})}{\Phi(\lambda z_{(i)})} \quad (2.23)$$

dir.

$g(\underline{z})$ doğrusal olmayan fonksiyonları nedeniyle eşitlik (2.22)'de ifade edilen denklemlerin açık çözümü bulunmamaktadır. Bu nedenle doğrusallaştırma işlemi yapılır. Bunun için, $g(\underline{z})$ fonksiyonu, $\underline{t} = E(\underline{z})$ etrafında Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal olmayan fonksiyonlar doğrusal hale getirilir.

$t_{(i)} = E(z_{(i)})$ değeri i -nci sıra istatistiğinin beklenen değeridir. Büyük örneklem genişliği için,

$$\int_{-\infty}^{t_{(i)}} f(z) dz = \frac{i}{n+1}$$

integralinin çözümüdür. Çarpık normal dağılım için integralin çözümü oldukça zor olduğundan çalışmada yukarıda ifade edilen integralde $f(z)$ yerine çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu yazılarak simülasyon yoluyla bulunmuştur.

Doğrusallaştırma işlemi yapıldığında fonksiyon,

$$g(z_{(i)}) = g(t_{(i)}) + (z_{(i)} - t_{(i)}) \left[\frac{\partial g(z_{(i)})}{\partial z_{(i)}} \right]_{z_{(i)}=t_{(i)}} \quad (2.24)$$

olmak üzere,

$$g(z_{(i)}) = \alpha_i - \beta_i z_{(i)} \quad (2.25)$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$\beta_i = \frac{\lambda^2 t_{(i)} \varphi(\lambda t_{(i)}) \Phi(\lambda t_{(i)}) - \lambda \varphi(\lambda t_{(i)})^2}{\Phi(\lambda t_{(i)})^2}, \alpha_i = \frac{\varphi(\lambda t_{(i)})}{\Phi(\lambda t_{(i)})} + t_{(i)} \beta_i \quad (2.26)$$

biçimindedir.

Buna göre, $g(z_{(i)})$, eşitlik (2.22)'de verilen denklemlerde yerine yazıldığında uyarlanmış en çok olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \beta_i z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_i} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)} z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)} (\alpha_i - \beta_i z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= \frac{n}{\sigma} - \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)}^2 + \frac{\lambda}{\sigma} \sum_{i=1}^n z_{(i)} (\alpha_i - \beta_i z_{(i)}) = 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıda ifade edilen denklem sistemi çözüldüğünde, MML

tahmin edicileri,

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_0 &= \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x}_{1(\cdot)} - \hat{\theta}_2 \bar{x}_{2(\cdot)} - \dots - \hat{\theta}_k \bar{x}_{k(\cdot)} - (\Delta / m) \hat{\sigma} \\
\hat{\underline{\theta}} &= \{x' \Gamma_\gamma x\}^{-1} \{x' \Gamma_\gamma Y - \hat{\alpha} x' \Delta 1\} \\
\hat{\sigma} &= \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2\sqrt{n(n-k-1)}}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\Delta_i = \lambda \alpha_{(i)}, \quad \Delta = \sum_{i=1}^n \Delta_i, \quad \gamma_{(i)} = 1 + \lambda \beta_{(i)}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} x_{(i)}}{m}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} y_{(i)}}{m}, \quad m = \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)}$$

$$Q_j = \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}) y_{(i)}, \quad K_j = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}_{j(\cdot)}) y_{(i)}}{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}_{j(\cdot)})^2}$$

iken,

$$Y_{(i)} = y_{(i)} - \bar{y} \text{ ve } X_{1(i)} = x_{1(\cdot)} - \bar{x}_{1(\cdot)}, \dots, X_{k(i)} = x_{k(\cdot)} - \bar{x}_{k(\cdot)}$$

ve

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{(1)} \\ Y_{(2)} \\ \dots \\ Y_{(n)} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_{1(1)} & X_{2(1)} & \dots & X_{k(1)} \\ X_{1(2)} & X_{2(2)} & \dots & X_{k(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1(n)} & X_{2(n)} & \dots & X_{k(n)} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_n \end{bmatrix}, \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Delta_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \Delta_n \end{bmatrix}$$

olmak üzere,

$$B = \sum_{i=1}^n \Delta_i \{Y_{(i)} - K_1 X_{1(i)} - \dots - K_k X_{k(i)}\},$$

$$C = \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_{(i)}^2 - K_1 Q_1 - \dots - K_k Q_k$$

olarak ifade edilir. Tek stresli yaşam-stres modelinde ($k=1$ olduğu durumda) MML tahmin edicileri,

$$\begin{aligned}\hat{\theta}_0 &= \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} - (\Delta / m) \hat{\sigma} \\ \hat{\theta}_1 &= K - D \hat{\sigma} \\ \hat{\sigma} &= \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2\sqrt{n(n-2)}}\end{aligned}\tag{2.29}$$

şeklindedir. Burada,

$$\begin{aligned}m &= \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)}, \quad K = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x}) y_{(i)}}{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})^2}, \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})^2} \\ B &= \sum_{i=1}^n \Delta_{(i)} (y_{(i)} - \bar{y} - K(x_{(i)} - \bar{x})), \quad C = \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (y_{(i)} - \bar{y} - K(x_{(i)} - \bar{x}))^2\end{aligned}\tag{2.30}$$

biçimindedir.

2.2.1.3 Monte Carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde, *karma yaşam-stres* modelinde ve *tek stresli yaşam-stres* modelinde hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin tahmin edicilerinin etkinlikleri incelenmektedir.

Simülasyon çalışmasında, θ_k ve σ parametrelerinin LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalamaları, varyansları ve hata kareler ortalamaları (Mean square error-MSE) bulunmuştur. ML ve MML tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre göreceli etkinlikleri (Relative efficiency - RE),

$$\begin{aligned}
RE_{ML} &= \frac{MSE_{ML}}{MSE_{LS}} \times 100 \\
RE_{MML} &= \frac{MSE_{MML}}{MSE_{LS}} \times 100
\end{aligned}
\tag{2.31}$$

olarak hesaplanmaktadır.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n = 5, 10, 15$ ve 20 alınarak, $\lambda = 0.4, 0.7$ ve 1 olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri kullanılarak yapılmıştır. Herbir örneklem genişliği ve λ için $\theta_0 = 0$, $\theta_k = 1$ ve $\sigma = 1$ alınarak, 10.000 iterasyonda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda yapılmaktadır. $k = 1$ ve $k = 2$ için simülasyon sonuçları çizelge 2.2-2.8’de sunulmaktadır.

Çizelge 2.2 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$
$\lambda=0$											
5	0,0229	0,0229	0,0229	1,5912	1,5912	1,5912	1,5901	1,5901	1,5901	100	100
10	-0,0101	-0,0101	-0,0101	0,5282	0,5282	0,5282	0,5278	0,5278	0,5278	100	100
15	0,0057	0,0057	0,0057	0,3019	0,3019	0,3019	0,3019	0,3019	0,3019	100	100
20	-0,0027	-0,0027	-0,0027	0,2182	0,2182	0,2182	0,2181	0,2181	0,2181	100	100
$\lambda=0.4$											
5	0,0436	0,0462	0,0482	1,3733	1,3727	1,3727	1,3751	1,3747	1,3749	100	100
10	0,0314	0,0341	0,0362	1,3293	1,3289	1,3287	1,3401	1,3300	1,3299	99	99
15	0,0074	0,0084	0,0104	0,2748	0,2748	0,2747	0,2798	0,2748	0,2748	98	98
20	0,0136	0,0142	0,0162	0,2020	0,2020	0,2019	0,2116	0,2022	0,2022	96	96
$\lambda=0.7$											
5	0,0394	0,0516	0,0605	1,2019	1,1994	1,1980	1,2083	1,2019	1,2015	99	99
10	0,0201	0,0262	0,0359	0,3913	0,3908	0,3901	0,3956	0,3914	0,3914	99	99
15	0,0092	0,0135	0,0230	0,2477	0,2473	0,2469	0,2528	0,2475	0,2474	98	98
20	0,0045	0,0077	0,0172	0,1782	0,1779	0,1777	0,1893	0,1780	0,1780	94	94
$\lambda=1$											
5	0,0363	0,0656	0,0892	1,0143	1,0060	0,9992	1,0146	1,0093	1,0062	99	99
10	0,0153	0,0294	0,0539	0,3550	0,3524	0,3509	0,3592	0,3533	0,3538	98	98
15	0,0133	0,0231	0,0474	0,2162	0,2145	0,2137	0,2264	0,2150	0,2159	95	95
20	0,0068	0,0139	0,0376	0,1583	0,1575	0,1569	0,1684	0,1576	0,1583	94	94

Çizelge 2.3 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$
$\lambda=0$											
5	1,0248	1,0248	1,0248	5,5986	5,5986	5,5986	6,6432	6,6432	6,6432	100	100
10	1,0322	1,0322	1,0322	1,4981	1,4981	1,4981	2,5620	2,5620	2,5620	100	100
15	0,9927	0,9927	0,9927	0,9330	0,9330	0,9330	1,9184	1,9184	1,9184	100	100
20	0,9997	0,9997	0,9997	0,6620	0,6620	0,6620	1,6613	1,6613	1,6613	100	100
$\lambda=0.4$											
5	1,0011	1,0010	1,0009	4,2612	4,2615	4,2620	5,2929	5,2031	5,2035	98	98
10	0,0314	0,0341	0,0362	1,3293	1,3289	1,3287	1,3391	1,3010	1,3009	97	97
15	1,0009	1,0008	1,0008	0,8271	0,8271	0,8271	1,8387	1,7687	1,7686	96	96
20	0,9797	0,9797	0,9797	0,6000	0,5999	0,5999	1,5698	1,5098	1,5097	96	96
$\lambda=0.7$											
5	0,9911	0,9918	0,9918	3,7081	3,7071	3,7063	4,6990	4,6005	4,6097	98	98
10	0,9973	0,9979	0,9978	1,1579	1,1575	1,1577	2,1723	2,0532	2,0533	95	95
15	1,0024	1,0020	1,0020	0,7351	0,7343	0,7341	1,7598	1,6383	1,6379	93	93
20	1,0073	1,0073	1,0072	0,5328	0,5317	0,5318	1,5673	1,4462	1,4462	92	92
$\lambda=1$											
5	0,9940	0,9929	0,9932	3,2028	3,1779	3,1717	4,1876	4,0605	4,0549	97	97
10	1,0098	1,0110	1,0107	1,0239	1,0185	1,0191	2,0635	2,0105	2,0104	97	97
15	1,0023	1,0020	1,0017	0,6307	0,6257	0,6262	1,6453	1,6007	1,6005	97	97
20	1,0033	1,0034	1,0034	0,3945	0,4193	0,4155	1,4192	1,3672	1,3709	96	97

Çizelge 2.4 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{ML}	σ_{MML}
$\lambda=0$											
5	0,9116	0,9116	0,9116	0,1441	0,1441	0,1441	0,9750	0,9750	0,9750	100	100
10	0,9676	0,9676	0,9676	0,0634	0,0634	0,0634	0,9995	0,9995	0,9995	100	100
15	0,9819	0,9819	0,9819	0,0381	0,0381	0,0381	1,0022	1,0022	1,0022	100	100
20	0,9857	0,9857	0,9857	0,0279	0,0279	0,0279	0,9995	0,9995	0,9995	100	100
$\lambda=0,4$											
5	0,9212	0,9204	0,9204	0,1511	0,1509	0,1509	0,9997	0,9701	0,9780	97	98
10	0,9207	0,9199	0,9199	0,1493	0,1490	0,1490	0,9969	0,9653	0,9752	97	98
15	0,9807	0,9804	0,9805	0,0379	0,0379	0,0379	0,9997	0,9602	0,9692	96	97
20	0,9865	0,9863	0,9864	0,0274	0,0274	0,0274	1,0006	0,9502	0,9503	95	95
$\lambda=0,7$											
5	0,9567	0,9418	0,9567	0,0916	0,0922	0,0986	0,9928	0,9643	0,9665	97	97
10	0,9685	0,9658	0,9673	0,0612	0,0609	0,0610	0,9993	0,9737	0,9766	97	98
15	0,9783	0,9765	0,9777	0,0379	0,0378	0,0379	0,9950	0,9614	0,9638	97	97
20	0,9857	0,9844	0,9854	0,0273	0,0272	0,0272	0,9989	0,9662	0,9682	97	97
$\lambda=1$											
5	0,9053	0,8905	0,8969	0,1449	0,1403	0,1421	0,9743	0,9332	0,9363	96	96
10	0,9625	0,9549	0,9592	0,0610	0,0601	0,0603	0,9874	0,9719	0,9704	98	98
15	0,9789	0,9739	0,9769	0,0388	0,0384	0,0383	0,9971	0,9768	0,9726	98	98
20	0,9882	0,9844	0,9871	0,0285	0,0283	0,0283	1,0051	0,9774	0,9827	97	98

Çizelge 2.5 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	θ_0,LS	θ_0,ML	θ_0,MML	θ_0,LS	θ_0,ML	θ_0,MML	θ_0,LS	θ_0,ML	θ_0,MML	θ_0,ML	θ_0,MML
$\lambda=0$											
5	0,0041	0,0041	0,0041	5,0929	5,0929	5,0929	5,0924	5,0024	5,0024	98	98
10	0,0140	0,0140	0,0140	1,0212	1,0212	1,0212	1,0213	0,9813	0,9813	96	96
15	-0,0019	-0,0019	-0,0019	0,5790	0,5790	0,5790	0,5790	0,5590	0,5590	97	97
20	0,0082	0,0082	0,0082	0,4162	0,4162	0,4162	0,4163	0,4103	0,4103	99	99
$\lambda=0,4$											
5	0,0040	-0,0042	0,0034	5,2281	5,2301	5,2287	5,2276	5,0296	5,0282	96	96
10	0,0319	0,0210	0,0289	0,9759	0,9762	0,9760	0,9768	0,9366	0,9367	96	96
15	0,0227	0,0110	0,0187	0,5221	0,5224	0,5222	0,5225	0,5024	0,5025	96	96
20	0,0253	0,0133	0,0209	0,3760	0,3763	0,3761	0,3766	0,3664	0,3665	97	97
$\lambda=0,7$											
5	0,0893	0,0633	0,1014	5,1994	5,1961	5,1903	5,2968	5,1996	5,2000	98	98
10	0,0571	0,0186	0,0579	0,7985	0,8006	0,7989	0,8217	0,8008	0,8021	97	98
15	0,0609	0,0182	0,0567	0,4705	0,4714	0,4701	0,4891	0,4717	0,4733	96	97
20	0,0592	0,0143	0,0524	0,3324	0,3328	0,3317	0,3559	0,3330	0,3344	94	94
$\lambda=1$											
5	0,1869	0,1426	0,2517	3,6616	3,6617	3,6550	3,7462	3,6816	3,7180	98	99
10	0,1186	0,0460	0,1504	0,7204	0,7247	0,7207	0,7544	0,7268	0,7433	96	99
15	0,1121	0,0306	0,1314	0,3960	0,3971	0,3943	0,4185	0,4080	0,4115	97	98
20	0,1103	0,0245	0,1240	0,2867	0,2877	0,2856	0,2989	0,2883	0,2909	96	97

Çizelge 2.6 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$
$\lambda=0$											
5	0,9713	0,9713	0,9713	9,0937	9,0937	9,0937	10,1062	10,0362	10,0362	99	99
10	0,9971	0,9971	0,9971	1,7594	1,7594	1,7594	2,8534	2,7534	2,7534	96	96
15	0,9864	0,9864	0,9864	0,9999	0,9999	0,9999	1,9997	1,9527	1,9527	98	98
20	0,9842	0,9842	0,9842	0,6976	0,6976	0,6976	1,7662	1,6662	1,6662	94	94
$\lambda=0,4$											
5	1,0499	1,0498	1,0498	9,2255	9,2294	9,2269	10,7268	10,3305	10,3281	96	96
10	0,9990	0,9990	0,9990	1,6554	1,6552	1,6553	2,7531	2,6531	2,6532	96	96
15	0,9892	0,9892	0,9892	0,9005	0,9006	0,9007	1,9589	1,8791	1,8792	96	96
20	0,9968	0,9968	0,9969	0,6414	0,6415	0,6415	1,6999	1,6350	1,6352	96	96
$\lambda=0,7$											
5	1,0120	1,0118	1,0117	7,9719	7,9776	7,9739	9,0953	9,0005	8,9966	99	99
10	1,0159	1,0157	1,0158	1,3724	1,3715	1,3711	2,4743	2,4031	2,4028	97	97
15	0,9999	0,9995	0,9996	0,8001	0,7990	0,7987	1,8498	1,7980	1,7979	97	97
20	0,9985	0,9983	0,9984	0,5714	0,5702	0,5705	1,5995	1,5508	1,5502	97	97
$\lambda=1$											
5	0,9739	0,9735	0,9729	6,6214	6,6167	6,6382	7,7992	7,6636	7,5841	98	99
10	0,9915	0,9906	0,9899	1,2638	1,2596	1,2618	2,2667	2,2408	2,2417	99	99
15	0,9942	0,9931	0,9929	0,6724	0,6685	0,6706	1,6907	1,6546	1,6564	98	98
20	0,9896	0,9891	0,9887	0,4797	0,4767	0,4781	1,4990	1,4550	1,4556	97	97

Çizelge 2.7 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğu durum için θ_2 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$
$\lambda=0$											
5	1,0406	1,0406	1,0406	8,6712	8,6712	8,6712	9,8531	9,7531	9,7531	99	99
10	0,9775	0,9775	0,9775	1,7638	1,7638	1,7638	2,7991	2,7191	2,7191	97	97
15	1,0018	1,0018	1,0018	1,0196	1,0196	1,0196	2,0932	2,0232	2,0232	97	97
20	0,9963	0,9963	0,9963	0,7124	0,7124	0,7124	1,7849	1,7049	1,7049	96	96
$\lambda=0,4$											
5	1,0219	1,0220	1,0222	8,2932	8,2931	8,2938	9,3967	9,3367	9,3378	99	99
10	0,9946	0,9945	0,9946	1,6930	1,6930	1,6930	2,6991	2,6819	2,6820	99	99
15	1,0052	1,0052	1,0052	0,9094	0,9093	0,9093	1,9997	1,9196	1,9196	96	96
20	0,9859	0,9859	0,9859	0,6441	0,6442	0,6442	1,6961	1,6161	1,6161	95	95
$\lambda=0,7$											
5	0,9900	0,9899	0,9902	8,3283	8,3202	8,3511	9,3976	9,2994	9,3307	99	99
10	1,0021	1,0016	1,0012	1,3437	1,3428	1,3439	2,3978	2,3458	2,3462	98	98
15	0,9922	0,9926	0,9925	0,7978	0,7973	0,7980	1,8192	1,7824	1,7829	98	98
20	0,9774	0,9749	0,9745	0,0409	0,0407	0,0406	1,0262	0,9911	0,9904	97	97
$\lambda=1$											
5	0,9690	0,9692	0,9703	6,2638	6,2460	6,2547	7,2922	7,1847	7,1955	99	99
10	1,0060	1,0066	1,0074	1,2026	1,1995	1,2036	2,2646	2,2126	2,2183	98	98
15	0,9911	0,9913	0,9915	0,6722	0,6686	0,6716	1,6845	1,6513	1,6545	98	98
20	1,0055	1,0055	1,0057	0,4829	0,4800	0,4814	1,5199	1,4910	1,4928	98	98

Çizelge 2.8 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{LS}	σ_{ML}	σ_{MML}	σ_{ML}	σ_{MML}
$\lambda=0$											
5	0,8974	0,8974	0,8974	0,2188	0,2188	0,2188	1,0341	1,0241	1,0241	99	99
10	0,9614	0,9614	0,9614	0,0678	0,0678	0,0678	0,9992	0,9922	0,9922	99	99
15	0,9809	0,9809	0,9809	0,0400	0,0400	0,0400	1,0822	1,0022	1,0022	93	93
20	0,9863	0,9863	0,9863	0,0293	0,0293	0,0293	1,0721	1,0021	1,0021	93	93
$\lambda=0,4$											
5	0,8862	0,8851	0,8836	0,2153	0,2148	0,2140	1,0205	0,9941	0,9947	97	97
10	0,9684	0,9678	0,9674	0,0682	0,0681	0,0680	1,0361	1,0048	1,0038	97	97
15	0,9766	0,9762	0,9760	0,0411	0,0411	0,0411	1,0349	0,9941	0,9937	96	96
20	0,9853	0,9850	0,9850	0,0291	0,0291	0,0291	1,0500	0,9993	0,9993	95	95
$\lambda=0,4$											
5	0,8819	0,8740	0,8694	0,2161	0,2125	0,2099	0,9938	0,9663	0,9658	97	97
10	0,9649	0,9609	0,9597	0,0701	0,0696	0,0693	1,0011	0,9828	0,9804	98	98
15	0,9774	0,9749	0,9745	0,0409	0,0407	0,0406	0,9962	0,9711	0,9704	97	97
20	0,9852	0,9834	0,9836	0,0292	0,0291	0,0291	0,9997	0,9661	0,9666	97	97
$\lambda=1$											
5	0,8867	0,8645	0,8519	0,2118	0,2013	0,1953	0,9981	0,9486	0,9510	95	95
10	0,9622	0,9508	0,9444	0,0713	0,0696	0,0683	0,9991	0,9436	0,9502	94	95
15	0,9792	0,9716	0,9668	0,0412	0,0406	0,0400	0,9999	0,9405	0,9548	94	95
20	0,9806	0,9750	0,9708	0,0291	0,0288	0,0283	0,9907	0,9319	0,9451	94	95

Çizelge 2.2-2.8’de görüldüğü gibi çarpıklık parametresi arttıkça ML ve MML yöntemiyle bulunan θ_0 , θ_1 , θ_2 ve σ parametrelerinin etkinlikleri LS yöntemiyle bulunan tahmin edicilerin etkinliklerine göre artış göstermektedir. Ayrıca, gözlem sayısı arttıkça parametre tahmin edicilerinin etkinliklerinin artışı gözlenmektedir.

2.2.2 Yaşam-stres ilişkisi modellerinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılım olduğu durumda model parametrelerinin tahmini

Çalışmanın bu bölümünde dağılımın bazı özellikleri ve dağılımın momentleri tanıtılmıştır. Ayrıca yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımı çarpık- t olması durumunda model parametrelerinin, LS, ML ve MML tahmin edicileri elde edilmiştir.

2.2.2.1 Çarpık t dağılımı

Literatürde birçok çalışmada kullanılan çarpık- t dağılımı (Azzalini 1985) tarafından önerilmiştir (Azzalini ve Capitanio 1999). Çarpık- t dağılımını daha geniş bir şekilde ele almışlardır. (Lin, Lee ve Hsieh 2007a, Lin, Lee ve Yen 2007b, Azzalini ve

Genton 2008, Arslan 2011) çarpık- t dağılımı üzerine çalışmalar yapmışlardır. Bununla birlikte, çok değişkenli çarpık- t dağılımı (Gupta 2003, Arellano-Valle ve Genton 2010, Lee ve McLachlan 2013) tarafından ele alınmıştır.

Çarpık- t dağılımının özellikleri

Y , standart çarpık normal dağılıma ve V , ν serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahip olsun. Y ve V birbirinden bağımsız olmak üzere, $X = \frac{Y}{\sqrt{V/\nu}}$ rasgele

değişkeni çarpık- t dağılımına sahiptir. Çarpık- t dağılımına sahip X rasgele değişkeni $X \sim St_\nu(\lambda)$ olarak gösterilmektedir. X rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

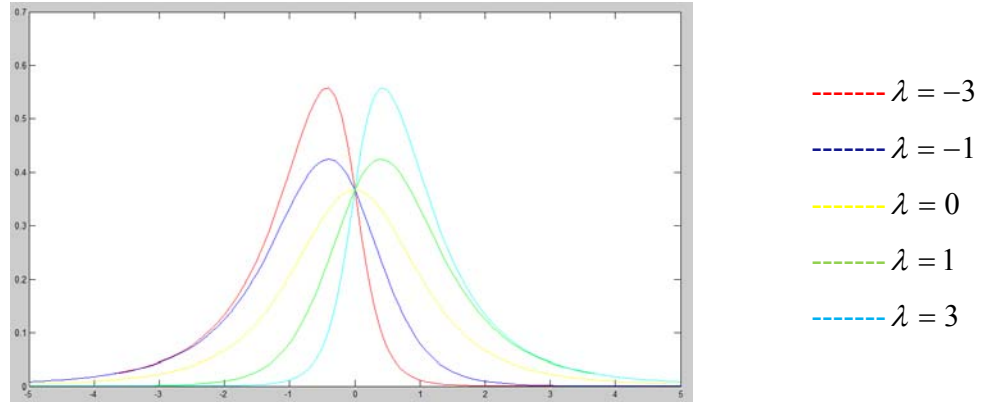
$$f_{st}(x; \lambda) = 2t_\nu(x)T_{\nu+1}\left(\lambda x \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu+x^2}}\right) \quad (2.32)$$

şeklindedir. Burada, t_ν , ν serbestlik dereceli Student's t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $T_{\nu+1}$, $\nu+1$ serbestlik dereceli Student's t dağılımının dağılım fonksiyonunu, λ dağılımın çarpıklık parametresini göstermektedir. μ konum, σ ölçek parametresi olmak üzere, bu parametreler ile elde edilen çarpık t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_{st}(u; \lambda) = 2t_\nu\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)T_{\nu+1}\left(\lambda \frac{u-\mu}{\sigma} \sqrt{\frac{\nu+1}{\nu+\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2}}\right) \quad (2.33)$$

olarak ifade edilir ve $U \sim St_\nu(\mu, \sigma, \lambda)$ şeklinde gösterilmektedir.

Çarpık- t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu,



Şekil 2.2 λ 'nın farklı değerleri için çarpık t dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonları (Celik 2012)

Çarpık- t dağılımının beklenen değeri ve varyansı sırasıyla,

$$E(X) = \sqrt{\frac{v}{\pi}} \frac{\lambda \Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right)}{\sqrt{\lambda^2 + 1} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}, v > 1 \quad (2.34)$$

$$V(X) = \frac{v}{v-2} - \frac{v}{\pi} \frac{\lambda^2}{(1+\lambda^2)} \left(\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right) / \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \right)^2, v > 2 \quad (2.35)$$

şeklindedir.

Dağılımın çarpıklık ve basıklık katsayıları sırasıyla,

$$\gamma_1 = \mu \left[\frac{v(3-\delta^2)}{v-3} - \frac{3v}{v-2} + 2\mu^2 \right] \left[\frac{v}{v-2} - \mu^2 \right]^{-3/2}, v > 3$$

$$\gamma_2 = \mu \left[\frac{3v^2}{(v-2)(v-4)} - \frac{4\mu^2 v(3-\delta^2)}{v-3} + \frac{6\mu^2 v}{v-2} - 3\mu^4 \right] \left[\frac{v}{v-2} - \mu^2 \right]^{-2} - 3, v > 4$$

olarak hesaplanmaktadır (Gupta 2003).

Çizelge 2.9’da çarpık- t dağılımının çeşitli şekil parametreleri ile elde edilen çarpıklık ve basıklık değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.9 Çarpık- t dağılımının çarpıklık (γ_1) ve basıklık (γ_2) değerleri (Çelik 2012)

λ	0		1		2		5		10		20	
ν	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2	γ_1	γ_2
4	0.0	–	1,93	–	2,99	–	3,77	–	3,94	–	3,98	–
5	0.0	9,00	1,07	11,92	1,79	16,52	2,37	21,45	2,50	22,66	2,53	22,99
6	0.0	6,00	0,78	7,16	1,37	9,29	1,89	11,79	2,00	12,43	2,04	12,61
8	0.0	4,50	0,54	4,97	1,02	6,03	1,49	7,43	1,60	7,49	1,63	7,91
10	0.0	4,00	0,42	4,29	0,86	5,04	1,31	6,08	1,42	6,37	1,45	6,45
∞	0.0	3,00	0,15	3,13	0,48	3,40	0,88	3,83	0,99	3,96	0,98	3,87

Çarpık- t dağılımında, çarpıklık parametresi sıfır iken dağılım Student t dağılımına dönüşmektedir. Çarpıklık parametresi sonsuz olduğu durumda ise dağılım yarı- t (half- t) olmaktadır. Ayrıca çizelgede görüldüğü gibi, dağılımın serbestlik derecesi arttıkça basıklık ve çarpıklığı düşmektedir.

Çarpık- t dağılımı normal dağılıma iyi bir alternatiftir. Çarpık- t dağılımı, normal dağılım, çarpık normal dağılım ve Student’s t dağılımını kapsayan bir dağılımdır. Ayrıca, kalın kuyruklu olması ve çarpıklık özelliği olduğundan dolayı aykırı değerleri de modellemektedir.

2.2.2.2 Parametre tahmini

Çalışmanın bu bölümünde yaşam-stres modeli için parametre tahminleri, hata terimlerinin çarpık- t dağılması durumunda LS, ML ve MML yöntemleriyle elde edilmiştir.

2.2.2.2.1 En küçük kareler yöntemi

Eşitlik (2.1) modelinde hata terimlerinin dağılımı çarpık- t dağılım olması durumunda LS tahmin edicileri, bölüm (2.1)'de ifade edildiği gibi elde edilmektedir. Hata terimlerinin çarpık- t olması durumunda $\hat{\theta}_0$ ve $\hat{\sigma}$ 'nın LS tahmin edicilerinin yan düzeltmeleri yapılması gerekmektedir. Bu durumda, gerekli yan düzeltmesi yapıldığında, düzeltilmiş $\hat{\theta}_0$ ve $\hat{\sigma}$ için LS tahmin edicileri sırasıyla,

$$\hat{\theta}_{0,LS} = \bar{y} - \hat{\theta}_{1,LS} \bar{x}_1 - \hat{\theta}_{2,LS} \bar{x}_2 - \dots - \hat{\theta}_{k,LS} \bar{x}_k - \sqrt{\frac{v}{\pi}} \frac{\lambda \Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right)}{\sqrt{\lambda^2 + 1} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \hat{\sigma}$$

$$\hat{\sigma}_{LS} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\frac{v}{v-2} - \frac{v}{\pi} \frac{\lambda^2}{(1+\lambda^2)} \left(\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right) / (v/2)\right)^2}} \quad (2.36)$$

olarak elde edilir. Tek stress faktörlü yaşam-stres modelinde ($k = 1$ olduğunda) ise parametrelerin tahmin edicileri,

$$\hat{\theta}_{0,LS} = \bar{y} - \hat{\theta}_{1,LS} \bar{x} - a \hat{\sigma}$$

$$\hat{\theta}_{1,LS} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.37)$$

$$\hat{\sigma}_{LS} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\frac{v}{v-2} - \frac{v}{\pi} \frac{\lambda^2}{(1+\lambda^2)} \left(\Gamma\left(\frac{v-1}{2}\right) / (v/2)\right)^2}}$$

şeklinde elde edilir.

2.2.2.2.2 En çok olabilirlik yöntemi

Yaşam-stres modeli için hata terimlerinin çarpık- t dağılıma sahip olması durumunda, olabilirlik fonksiyonu,

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{2}{\sigma} t_v \left(\frac{y_i - \theta_0}{\sigma} \right) T_{v+1} \left(\lambda \frac{y_i - \theta_0}{\sigma} \sqrt{\frac{v+1}{v + \frac{y_i - \theta_0}{\sigma}}} \right) \quad (2.38)$$

biçimindedir. Eşitlik (2.38)'de matris ve vektör notasyonu kullanılarak ifade edilen olabilirlik fonksiyonu,

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{2}{\sigma} t_v \left(\frac{y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}}{\sigma} \right) T_{v+1} \left(\lambda \frac{y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}}{\sigma} \sqrt{\frac{v+1}{v + \frac{y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}}{\sigma}}} \right)$$

şeklinde de ifade edilebilir. Log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$z_i = \frac{y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}}{\sigma}$$

olmak üzere,

$$\ln L = n \ln(2) - n \ln(\sigma) + \sum_{i=1}^n \left[\ln(s(v)) - \frac{v+1}{2} \ln(v + z_i^2) + \ln \left(T_{v+1} \left(\lambda z_i \sqrt{\frac{v+1}{v + z_i^2}} \right) \right) \right]$$

şeklindedir. Burada, model parametrelerinin en çok olabilirlik (ML) tahmin edicileri, log-olabilirlik fonksiyonunun parametrelere göre türevleri alınıp, sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmektedir.

Elde edilen eşitlikler,

$$\underline{w} = \frac{v+1}{v + \underline{z}'\underline{z}}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \underline{\theta}} &= \frac{1}{\sigma} X' \underline{z} \underline{w} - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} X' \left(\frac{t_{v+1}(\lambda \underline{z} \sqrt{\underline{w}})}{T_{v+1}(\lambda \underline{z}_i \sqrt{w_i})} \right) \underline{w}^{3/2} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \underline{w} \underline{z}' \underline{z} - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \left(\frac{t_{v+1}(\lambda \underline{z} \sqrt{\underline{w}})}{T_{v+1}(\lambda \underline{z}_i \sqrt{w_i})} \right) \underline{w}^{3/2} \underline{z} = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

şeklindedir. Eşitliklerin düzenlenmesi sonucu elde edilen ML tahmin edicileri, önceki bölümlerde olduğu gibi iteratif yeniden ağırlıklandırılmış algoritma (IRA) kullanılarak elde edilmiştir. Eşitlik (2.39) denklemlerinin yeniden düzenlenmesiyle **ML tahmin edicilerini elde etmek için kullanılan algoritma aşağıdaki gibidir:**

θ_0 , θ_1 ve σ için başlangıç değerleri, $\theta_0^{(0)}$, $\theta_1^{(0)}$ ve $\sigma^{(0)}$ belirlenir.

İlk adımda belirlenen başlangıç değerleri kullanılarak,

$$\underline{g}^{(m)} = \left(\frac{t_{v+1}(\lambda \underline{z} \sqrt{\underline{w}})}{T_{v+1}(\lambda \underline{z}_i \sqrt{w_i})} \right) \underline{w}^{3/2} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

değerleri belirlenir. Burada,

$$\underline{z}^{(m)} = \frac{y - \underline{\theta}^{(m)} \underline{X}}{\sigma^{(m)}} \quad \text{ve}$$

şeklinde ifade edilir.

İkinci adımda hesaplanan terimler yardımıyla,

$$\hat{\underline{\theta}}^{(m)} = (X' X)^{-1} \left(X' y - \sigma \lambda \frac{v}{v+1} X' \underline{g} \right)$$

$$\hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{A}{n(1 - \left(\frac{\lambda v}{v+1}\right)^2 \frac{B}{n})}}$$

ve düzeltme yapıldığında,

$$\hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{A}{(n-k-1)(1 - \left(\frac{\lambda v}{v+1}\right)^2 \frac{B}{n})}}$$

olarak elde edilir. Burada,

$$A = (\underline{w}(\underline{y} - X(X'X)^{-1}X'\underline{y}))'(\underline{w}(\underline{y} - X(X'X)^{-1}X'\underline{y}))$$

$$B = (\underline{w}X(X'X)^{-1}X'\underline{g})(\underline{w}X(X'X)^{-1}X'\underline{g})$$

biçimindedir.

Tek stresli yaşam-stres modelinde, ($k=1$ olduğunda), adım (iii)'ün açık ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\theta}_0^{(m)} = \bar{y} - \hat{\theta}_1^{(m)} - \hat{\sigma}^{(m)} \frac{\lambda v}{v+1} \bar{g}$$

$$\hat{\theta}_1^{(m)} = \psi_1 - \hat{\sigma}^{(m)} \psi_2$$

$$\psi_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i w_i (x_i - \bar{x})}$$

olarak elde edilir. Burada,

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n, \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n,$$

$$\psi_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i w_i (x_i - \bar{x})}, \quad \psi_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (g_i - \bar{g} w_i)}{\sum_{i=1}^n x_i w_i (x_i - \bar{x})}$$

$$s = \frac{\left(\frac{\lambda v}{v+1} \right)^2 \sum_{i=1}^n w_i (\psi_2 (x_i - \bar{x}) + \bar{g})}{n}$$

dir. Düzeltme yapıldığında,

$$\hat{\sigma}^{(m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n w_i (y_i - \bar{y} - \psi_1 (x_i - \bar{x}))^2}{(n-2)(1-s)}}$$

şeklinde elde edilir.

$$\text{iv) } \left\| \begin{matrix} \theta_0^{(m+1)} - \theta_0^{(m)} \\ \theta_1^{(m+1)} - \theta_1^{(m)} \\ \sigma^{(m+1)} - \sigma^{(m)} \end{matrix} \right\| < \varepsilon \quad \text{koşulu sağlandığında iterasyon durdurulur. Burada “ } m \text{ ”}$$

iterasyon sayısını, $\| \cdot \|$ ise vektörün normunu gösterir.

2.2.2.2.3 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi

Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi, MML tahmin edicilerini elde etmek için ilk olarak, θ_j , $j = 1, 2, \dots, n$ yerine θ_0 ve θ_j parametrelerinin LS tahmin edicileri kullanılarak,

$$e_i = y_i - \theta_0 - \sum_{j=1}^k \theta_j x_{ij}$$

değerleri,

$$e_{(1)} \leq e_{(2)} \leq \dots \leq e_{(n)}$$

olarak sıralanır. Dolayısıyla,

$$z_{(i)} = \frac{e_{(i)}}{\sigma}$$

şeklinde elde edilir. $z_{(i)}$ 'lerin matris olarak gösterimi,

$$\underline{z} = \frac{Y - 1\theta_0 - X\theta}{\sigma}$$

olmak üzere olabirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n g_1(z_{(i)}) - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n g_2(z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)j} g_1(z_{(i)}) - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n x_{(i)j} g_2(z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n g_1(z_{(i)}) z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n g_2(z_{(i)}) z_{(i)} = 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} g_1(z_{(i)}) &= w_{(i)} z_{(i)} = \frac{v+1}{v+z_{(i)}^2} z_{(i)} \\ g_2(z_{(i)}) &= \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{(i)} \sqrt{\frac{v+1}{v+z_{(i)}^2}} \right)}{T \left(\lambda z_{(i)} \sqrt{\frac{v+1}{v+z_{(i)}^2}} \right)} \left(\frac{v+1}{v+z_{(i)}^2} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad (2.41)$$

dir.

$g_1(z_{(i)})$ ve $g_2(z_{(i)})$ fonksiyonu, $t_i = E(z_{(i)})$ etrafında Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal olmayan fonksiyonlar doğrusal hale getirilir. Doğrusallaştırma işlemi yapıldığında fonksiyon,

$$\begin{aligned} g_1(z_{(i)}) &= g_1(t_{(i)}) + (z_{(i)} - t_{(i)}) \left[\frac{\partial g_1(z_{(i)})}{\partial z_{(i)}} \right]_{z_{(i)}=t_{(i)}} \\ g_2(z_{(i)}) &= g_2(t_{(i)}) + (z_{(i)} - t_{(i)}) \left[\frac{\partial g_2(z_{(i)})}{\partial z_{(i)}} \right]_{z_{(i)}=t_{(i)}} \end{aligned} \quad (2.42)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} g_1(z_{(i)}) &= \alpha_{1(i)} + \beta_{1i} z_{(i)} \\ g_2(z_{(i)}) &= \alpha_{2(i)} - \beta_{2i} z_{(i)} \end{aligned} \quad (2.43)$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$\beta_{1i} = \frac{(v+1)(v-t^2)}{(v+t^2)^2}, \quad \alpha_{1i} = \frac{(v+1)t}{(v+t^2)} - t\beta_{1i} \quad \text{ve} \quad q = \lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}} \quad (2.44)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \beta_{2i} &= \left[\frac{\frac{t_{v+1}(q)T_{v+1}(q)\lambda^2 t(v+2)v}{(v+(1+\lambda)t^2)(v+t^2)} + \frac{v\sqrt{v+1}(t_{v+1}(q))^2}{(v+t^2)^{3/2}}}{(T_{v+1}(q))^2} \right] \left(\frac{v+1}{v+t^2} \right)^{3/2} + 3 \frac{t_{v+1}(q)(v+1)^{3/2}t}{T_{v+1}(q)(v+t^2)^{5/2}}, \\ \alpha_{2i} &= \frac{t_{v+1} \left(\lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}} \right)} \end{aligned}$$

dır.

Buna göre, $g_1(z_{(i)})$ ve $g_2(z_{(i)})$, eşitlik (2.40)'da verilen denklemlerde yerine yazıldığında uyarlanmış en çok olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(1i)} + \beta_{(1i)} z_{(i)}) - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(2i)} - \beta_{(2i)} z_{(i)}) = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_j} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)j} (\alpha_{(1i)} + \beta_{(1i)} z_{(i)}) - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n x_{(i)j} (\alpha_{(2i)} - \beta_{(2i)} z_{(i)}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(1i)} + \beta_{(1i)} z_{(i)}) z_{(i)} - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(2i)} - \beta_{(2i)} z_{(i)}) z_{(i)} = 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre,

$$\alpha_{(1i)} - \lambda \frac{v}{v+1} \alpha_{(2i)} = \alpha_{(i)}$$

$$\beta_{(1i)} + \lambda \frac{v}{v+1} \beta_{(2i)} = \beta_{(i)}$$

olur ve eşitlik (2.45) denklemleri düzenlendiğinde,

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(i)} + \beta_{(i)} \mathbf{z}_{(i)}) = 0$$

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_j} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n x_{(i)j} (\alpha_{(i)} + \beta_{(i)} \mathbf{z}_{(i)}) = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n (\alpha_{(i)} + \beta_{(i)} \mathbf{z}_{(i)}) \mathbf{z}_{(i)} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

denklem sistemleri elde edilir. Yukarıda ifade edilen denklem sistemi çözüldüğünde, MML tahmin edicileri,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{0,MML} &= \bar{y} - \hat{\theta}_{1,MML} \bar{x}_{1(\cdot)} - \hat{\theta}_{2,MML} \bar{x}_{2(\cdot)} - \dots - \hat{\theta}_{k,MML} \bar{x}_{k(\cdot)} - (\Delta / m) \hat{\sigma}_{MML} \\ \hat{\theta}_{MML} &= \{x' \Gamma_{\beta} x\}^{-1} \{x' \Gamma_{\gamma} Y - \hat{\sigma}_{MML} x' \Delta \mathbf{1}\} \\ \hat{\sigma}_{MML} &= \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2\sqrt{n(n-k-1)}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

şeklindedir. Burada,

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_{(i)} y_{(i)}}{m}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_{(i)} x_{(i)}}{m}, \quad m = \sum_{i=1}^n \beta_{(i)}$$

$$Q_j = \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}) y_{(i)}, \quad K_j = \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}_{j(\cdot)}) y_{(i)} \bigg/ \sum_{i=1}^n \gamma_{(i)} (x_{j(i)} - \bar{x}_{j(\cdot)})^2$$

iken,

$$Y_{(i)} = y_{(i)} - \bar{y} \text{ ve } X_{1(i)} = x_{1(i)} - \bar{x}_{1(i)}, \dots, X_{k(i)} = x_{k(i)} - \bar{x}_{k(i)}$$

ve

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_{(1)} \\ Y_{(2)} \\ \dots \\ Y_{(n)} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} X_{1(1)} & X_{2(1)} & \dots & X_{k(1)} \\ X_{1(2)} & X_{2(2)} & \dots & X_{k(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1(n)} & X_{2(n)} & \dots & X_{k(n)} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_n \end{bmatrix}, \quad \Delta = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \alpha_n \end{bmatrix}$$

olmak üzere

$$B = \sum_{i=1}^n \alpha_i \left\{ Y_{(i)} - K_1 X_{1(i)} - \dots - K_k X_{k(i)} \right\},$$

$$C = \sum_{i=1}^n \beta_i Y_{(i)}^2 - K_1 Q_1 - \dots - K_k Q_k$$

olarak ifade edilir. Tek stresli yaşam-stres modeli ($k = 1$ olduğunda) parametrelerinin tahmin edicileri,

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_0 &= \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} - (\Delta / m) \hat{\sigma} \\ \hat{\theta}_1 &= K - D \hat{\sigma} \\ \hat{\sigma} &= \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4nC}}{2\sqrt{n(n-2)}} \end{aligned} \tag{2.48}$$

şeklinde tanımlanır. Burada,

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x}) y_{(i)}}{\sum_{i=1}^n \beta_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})^2}, \quad \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n \beta_{(i)} (x_{(i)} - \bar{x})^2}$$

$$B = \sum_{i=1}^n \alpha_{(i)} \left(y_{(i)} - \bar{y} - K \left(x_{(i)} - \bar{x} \right) \right), \quad C = \sum_{i=1}^n \beta_{(i)} \left(y_{(i)} - \bar{y} - K \left(x_{(i)} - \bar{x} \right) \right)^2$$

dır.

2.2.2.3 Monte Carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde, yaşam-stres modelinde hata terimlerinin çarpık- t dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin tahmini ve tahmin edicilerin etkinlikleri incelenmektedir.

Simülasyon çalışmasında, θ_0 , θ_1 ve σ parametrelerinin LS, ML ve MML tahminlerinin ortalamaları, varyans ve hata kareler ortalaması (Mean square error-MSE) tahminleri bulunmuştur. ML ve MML tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre göreceli etkinlikleri (Relative efficiency - RE) hesaplanmıştır.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n=5,10,15$ ve 20 alınarak, $\lambda=0, 0.4, 0.7, 1$ ve $\nu=5, 7, 10$ olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri ve serbestlik dereceleri kullanılarak yapılmıştır.

Simülasyon, tek stresli ve karma stres yaşam-stres modelleri olmak üzere iki model için $\theta_0=0$, $\theta_1=1$, $\theta_2=1$ ve $\sigma=1$ alınarak, her durumda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda 10.000 tekrar yapılmıştır.

$k=1$ ve $k=2$ için simülasyon sonuçları çizelge 2.10-2.16'de sunulmaktadır.

Çizelge 2.10 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$
$v=7$											
$\lambda=0$											
5	-0,0136	0,0286	0,0361	2,2561	2,2132	2,2522	2,2560	2,2504	2,2533	100	100
10	0,0171	0,0146	0,0150	0,8426	0,7493	0,7559	0,8281	0,7494	0,7560	90	91
15	-0,0014	-0,0040	-0,0042	0,5119	0,4375	0,4401	0,5119	0,4374	0,4400	85	86
20	0,0047	0,0027	0,0026	0,3792	0,3138	0,3146	0,3792	0,3138	0,3146	83	83
$\lambda=0.4$											
5	-0,0125	-0,0122	-0,0120	2,2261	2,2122	2,2134	2,2260	2,2121	2,2133	99	99
10	-0,0586	0,0016	0,0079	0,7663	0,6702	0,7027	0,7696	0,6701	0,7027	87	91
15	-0,0711	-0,0063	0,0007	0,4733	0,3998	0,4164	0,4783	0,3998	0,4163	84	87
20	-0,0772	-0,0052	-0,0018	0,3368	0,2757	0,2887	0,3427	0,2757	0,2887	80	84
$\lambda=0.7$											
5	0,0239	0,0536	0,0396	2,0743	2,0222	2,0556	2,0747	2,0249	2,0570	98	99
10	-0,0559	-0,0009	-0,0007	0,6912	0,5968	0,6430	0,6943	0,5968	0,6289	86	91
15	-0,0621	0,0036	0,0048	0,4242	0,3507	0,3793	0,4280	0,3506	0,3793	82	89
20	-0,1043	-0,0200	-0,0271	0,3144	0,2415	0,2664	0,3249	0,2416	0,2669	74	82
$\lambda=1$											
5	-0,0280	0,0157	0,0174	2,2282	2,1286	2,1848	2,2288	2,1287	2,1849	96	98
10	-0,0119	0,0189	0,0143	0,6067	0,5187	0,5494	0,6068	0,5190	0,5496	86	91
15	-0,0312	0,0123	0,0068	0,3638	0,3094	0,3416	0,3644	0,3093	0,3413	85	94
20	-0,0223	0,0187	0,0119	0,2768	0,2155	0,2403	0,2770	0,2157	0,2402	78	87
$v=10$											
$\lambda=0$											
5	-0,0099	-0,0093	-0,0086	2,5415	2,4549	2,4567	2,4594	2,4548	2,4565	100	100
10	0,0078	0,0073	0,0075	0,6896	0,6613	0,6618	0,6695	0,6613	0,6618	99	99
15	0,0006	-0,0005	-0,0006	0,4235	0,3967	0,3978	0,4234	0,3967	0,4177	94	99
20	-0,0053	-0,0058	-0,0061	0,3040	0,2812	0,2815	0,3040	0,2812	0,3001	92	99
$\lambda=0.4$											
5	-0,0176	0,0085	-0,0007	1,9958	1,9634	1,9892	1,9959	1,9632	1,9890	98	100
10	-0,0314	-0,0006	-0,0005	0,6547	0,6162	0,6414	0,6557	0,6162	0,6514	94	99
15	-0,0315	0,0018	0,0014	0,3932	0,3635	0,3804	0,3942	0,3635	0,3904	92	99
20	-0,0393	-0,0008	-0,0007	0,2756	0,2527	0,2624	0,2772	0,2527	0,2724	91	98
$\lambda=0.7$											
5	0,0098	0,0248	-0,0039	1,7222	1,6803	1,7247	1,7221	1,6807	1,7245	98	100
10	-0,0053	0,0093	0,0071	0,5781	0,5406	0,5725	0,5781	0,5406	0,5725	94	99
15	-0,0126	0,0100	0,0031	0,3478	0,3202	0,3405	0,3479	0,3203	0,3405	92	98
20	-0,0282	-0,0011	-0,0069	0,2588	0,2350	0,2517	0,2595	0,2350	0,2517	91	97
$\lambda=1$											
5	0,0622	0,0589	0,0206	1,5574	1,5163	1,5637	1,5611	1,5196	1,5640	97	100
10	0,0328	0,0210	0,0068	0,4881	0,4540	0,4876	0,4891	0,4544	0,4776	93	98
15	0,0223	0,0140	0,0041	0,3022	0,2687	0,2935	0,3027	0,2689	0,2935	89	97
20	0,0174	0,0095	0,0019	0,2287	0,1993	0,2180	0,2290	0,1994	0,2180	87	95
$v=30$											
$\lambda=0$											
5	0,0112	0,0246	0,0039	1,6616	1,6532	1,7010	1,6615	1,6536	1,6606	100	100
10	0,0015	0,0022	0,0020	0,6162	0,6016	0,6020	0,6161	0,6016	0,6019	98	98
15	-0,0051	-0,0061	-0,0062	0,3768	0,3627	0,3631	0,3768	0,3627	0,3703	96	98
20	0,0014	0,0018	0,0018	0,2787	0,2672	0,2676	0,2787	0,2672	0,2675	96	96
$\lambda=0.4$											
5	0,0097	0,0092	0,0093	1,9688	1,9586	1,9588	1,9687	1,9585	1,9587	99	99
10	-0,0090	0,0049	0,0014	0,5732	0,5584	0,5798	0,5732	0,5583	0,5598	97	98
15	-0,0200	-0,0029	-0,0024	0,3441	0,3319	0,3447	0,3444	0,3318	0,3347	96	97
20	-0,0140	0,0059	0,0069	0,2501	0,2394	0,2487	0,2503	0,2374	0,2387	95	95
$\lambda=0.7$											
5	0,0417	0,0396	-0,0022	1,4558	1,4515	1,4979	1,4977	1,4529	1,4674	97	98
10	0,0210	0,0175	0,0059	0,5027	0,4890	0,5108	0,5131	0,4892	0,4907	95	96
15	0,0111	0,0077	0,0033	0,3088	0,2966	0,3136	0,3089	0,2966	0,2996	96	97
20	0,0100	0,0059	0,0049	0,2265	0,2168	0,2297	0,2266	0,2107	0,2101	93	93
$\lambda=1$											
5	0,0967	0,0675	0,0139	1,3461	1,3290	1,3766	1,3766	1,3335	1,3553	97	98
10	0,0584	0,0189	-0,0034	0,4360	0,4226	0,4501	0,4501	0,4230	0,4294	94	95
15	0,0556	0,0137	0,0048	0,2652	0,2529	0,2739	0,2739	0,2531	0,2683	92	98
20	0,0535	0,0104	0,0067	0,1951	0,1841	0,1994	0,1994	0,1842	0,1849	92	93

Çizelge 2.11 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$
$v=7$											
$\lambda=0$											
5	-0,0201	-0,0200	-0,0283	6,8584	6,7331	6,8812	6,8581	6,7328	6,8813	98	100
10	-0,0263	-0,0218	-0,0217	2,5294	2,2791	2,3059	2,5298	2,2794	2,3062	90	91
15	0,0088	0,0113	0,0121	1,5580	1,3320	1,3415	1,5580	1,3320	1,3416	85	86
20	-0,0082	-0,0088	-0,0092	1,1349	0,9512	0,9546	1,1348	0,9512	0,9846	84	87
$\lambda=0.4$											
5	0,0249	0,0258	0,0248	7,9997	7,7822	7,7737	7,9995	7,7821	7,7736	97	97
10	-0,0086	-0,0161	-0,0111	2,2773	2,0240	2,1222	2,2772	2,0241	2,0622	89	91
15	-0,0017	-0,0067	-0,0061	1,4055	1,1939	1,2496	1,4054	1,1939	1,2495	85	89
20	0,0032	-0,0004	0,0017	1,0190	0,8396	0,8853	1,0189	0,8395	0,8852	82	87
$\lambda=0.7$											
5	0,0145	0,0149	0,0098	6,8329	6,5179	6,7001	6,8324	6,5175	6,5996	95	97
10	0,0148	0,0158	0,0198	2,1111	1,8031	1,9456	2,1111	1,8032	1,8858	85	89
15	-0,0071	-0,0069	-0,0082	1,2879	1,0543	1,1550	1,2878	1,0542	1,1050	82	86
20	0,0628	0,0473	0,0618	0,8968	0,7102	0,7761	0,8998	0,7117	0,7791	79	87
$\lambda=1$											
5	0,0117	0,0070	0,0070	6,0529	5,8511	5,9295	6,0524	5,7080	5,7289	94	95
10	-0,0100	-0,0064	-0,0089	1,8477	1,5643	1,6523	1,8476	1,5642	1,6522	85	89
15	-0,0055	-0,0094	-0,0059	1,1242	0,9481	1,0277	1,1231	0,9247	0,9267	82	83
20	-0,0195	-0,0079	-0,0147	0,8833	0,6488	0,7232	0,8828	0,6482	0,7226	73	82
$v=10$											
$\lambda=0$											
5	0,0175	0,0169	0,0167	6,8953	6,8629	6,8641	6,8949	6,8625	6,8637	100	100
10	-0,0124	-0,0091	-0,0090	2,1136	2,0377	2,0393	2,1136	2,0375	2,0892	96	99
15	-0,0033	-0,0008	-0,0009	1,3058	1,2204	1,2245	1,3056	1,2203	1,2244	93	94
20	0,0021	0,0042	0,0047	0,9352	0,8692	0,8703	0,9351	0,8691	0,8703	93	93
$\lambda=0.4$											
5	0,0319	0,0295	0,0277	6,4214	6,2916	6,4270	6,4218	6,2918	6,4271	98	100
10	0,0092	0,0095	0,0084	1,9697	1,8571	1,9461	1,9695	1,8570	1,9459	94	99
15	-0,0011	-0,0007	0,0009	1,1809	1,0958	1,1552	1,1808	1,0957	1,1051	93	94
20	0,0077	0,0059	0,0050	0,8299	0,7620	0,7977	0,8299	0,7620	0,7676	92	92
$\lambda=0.7$											
5	0,0195	0,0228	0,0174	5,3983	5,2686	5,4032	5,3982	5,2686	5,4029	98	100
10	0,0011	0,0063	-0,0014	1,7608	1,6442	1,7436	1,7606	1,6441	1,7434	93	99
15	-0,0054	-0,0059	-0,0017	1,0551	0,9683	1,0352	1,0551	0,9682	0,9851	92	93
20	0,0185	0,0142	0,0168	0,7757	0,6994	0,7532	0,7759	0,6995	0,7034	90	91
$\lambda=1$											
5	0,0050	0,0020	0,0012	4,8663	4,6934	4,8164	4,8658	4,6929	4,8159	96	99
10	-0,0043	-0,0041	-0,0044	1,4919	1,3598	1,4689	1,4917	1,3597	1,4688	91	98
15	-0,0069	-0,0092	-0,0085	0,8857	0,7795	0,8514	0,8856	0,7795	0,8014	88	90
20	-0,0053	-0,0055	-0,0050	0,6876	0,5906	0,6488	0,6876	0,5906	0,6088	86	89
$v=30$											
$\lambda=0$											
5	-0,0111	-0,0102	-0,0103	6,2198	6,1958	6,1931	6,2193	6,1953	6,1926	100	100
10	-0,0152	-0,0172	-0,0170	1,8891	1,8553	1,8557	1,8892	1,8554	1,8558	98	98
15	0,0127	0,0163	0,0163	1,1506	1,1056	1,1070	1,1507	1,1057	1,1071	96	96
20	0,0006	-0,0002	0,0000	0,8375	0,8023	0,8033	0,8374	0,8022	0,8032	96	96
$\lambda=0.4$											
5	-0,0086	-0,0092	-0,0123	5,2957	5,2751	5,4351	5,4347	5,3747	5,3953	99	99
10	0,0015	0,0040	0,0016	1,7649	1,7247	1,7975	1,7973	1,7456	1,7648	97	98
15	0,0060	0,0068	0,0044	1,0341	0,9947	1,0453	1,0040	0,9447	0,9452	94	94
20	-0,0136	-0,0156	-0,0149	0,7645	0,7342	0,7654	0,7646	0,7344	0,7455	96	98
$\lambda=0.7$											
5	0,0013	0,0024	0,0013	4,6286	4,6108	4,7835	4,6581	4,6104	4,6230	99	99
10	-0,0094	-0,0109	-0,0081	1,5008	1,4517	1,5346	1,5007	1,4517	1,4845	97	99
15	-0,0048	-0,0049	-0,0041	0,9196	0,8827	0,9398	0,9195	0,8586	0,8598	93	94
20	-0,0067	-0,0045	-0,0069	0,6704	0,6378	0,6804	0,6704	0,6378	0,6504	95	97
$\lambda=1$											
5	0,0067	0,0124	0,0091	4,2854	4,2186	4,3501	4,2850	4,2184	4,2498	98	99
10	0,0033	0,0044	0,0089	1,3110	1,2536	1,3296	1,3109	1,2535	1,2896	96	98
15	-0,0105	-0,0093	-0,0088	0,7934	0,7435	0,8146	0,7935	0,7344	0,7346	93	93
20	-0,0127	-0,0083	-0,0121	0,5881	0,5482	0,5941	0,5882	0,5482	0,5494	93	93

Çizelge 2.12 Tek stresli yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık- t dağılım olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	OLS	OML	OMML	OLS	OML	OMML	OLS	OML	OMML	OML	OMML
$v=7$											
$\lambda=0$											
5	0,8915	1,1150	1,0735	0,2295	0,3489	0,3257	1,0244	1,5921	1,4781	155	144
10	0,9482	1,0643	1,0563	0,1134	0,1131	0,1181	1,0125	1,2458	1,2337	123	122
15	0,9612	1,0403	1,0388	0,0807	0,0684	0,0706	1,0045	1,1507	1,1596	115	115
20	0,9688	1,0291	1,0284	0,0599	0,0470	0,0473	0,9986	1,1061	1,1049	111	111
$\lambda=0.4$											
5	0,8676	1,0805	1,1157	0,2068	0,3097	0,3335	0,9594	1,4772	1,5784	154	165
10	0,9445	1,0639	1,1003	0,1097	0,1156	0,1339	1,0017	1,2473	1,3445	125	134
15	0,9597	1,0394	1,0732	0,0763	0,0664	0,0786	0,9974	1,1466	1,2304	115	123
20	0,9664	1,0251	1,0559	0,0622	0,0458	0,0535	0,9962	1,0966	1,1685	110	117
$\lambda=0.7$											
5	0,8846	1,0902	1,1278	0,2349	0,3363	0,3618	1,0173	1,5247	1,6336	150	161
10	0,9378	1,0505	1,0996	0,1160	0,1107	0,1433	0,9955	1,2144	1,3524	122	136
15	0,9546	1,0323	1,0780	0,0839	0,0676	0,0861	0,9951	1,1332	1,2483	114	125
20	0,9720	1,0328	1,0738	0,0599	0,0494	0,0662	1,0047	1,1160	1,2192	111	121
$\lambda=1$											
5	0,8681	1,0628	1,0955	0,2113	0,2990	0,3184	0,9648	1,4286	1,5186	148	157
10	0,9384	1,0490	1,0960	0,1247	0,1146	0,1393	1,0053	1,2151	1,3405	121	133
15	0,9527	1,0308	1,0800	0,0849	0,0672	0,0860	0,9924	1,1297	1,2524	114	126
20	0,9584	1,0175	1,0607	0,0600	0,0461	0,0604	0,9785	1,0812	1,1854	111	121
$v=10$											
$\lambda=0$											
5	0,9042	1,0492	1,0269	0,1908	0,2534	0,2436	1,0084	1,3542	1,2981	134	129
10	0,9504	1,0313	1,0274	0,0880	0,0949	0,0967	0,9912	1,1585	1,1622	117	117
15	0,9666	1,0225	1,0237	0,0576	0,0563	0,0582	0,9919	1,1019	1,1061	111	112
20	0,9774	1,0179	1,0211	0,0446	0,0412	0,0423	1,0000	1,0772	1,0849	108	108
$\lambda=0.4$											
5	0,9021	1,0423	1,1085	0,1917	0,2527	0,2878	1,0055	1,3390	1,5167	133	151
10	0,9557	1,0332	1,0830	0,0921	0,0961	0,1131	1,0055	1,1636	1,2859	116	128
15	0,9670	1,0200	1,0612	0,0578	0,0559	0,0649	0,9929	1,0964	1,1909	110	120
20	0,9740	1,0132	1,0499	0,0456	0,0413	0,0479	0,9944	1,0678	1,1501	107	116
$\lambda=0.7$											
5	0,8969	1,0281	1,1034	0,1890	0,2439	0,2839	0,9935	1,3010	1,5014	131	151
10	0,9543	1,0302	1,0904	0,0908	0,0944	0,1147	1,0014	1,1556	1,3036	115	130
15	0,9668	1,0175	1,0696	0,0597	0,0555	0,0706	0,9944	1,0907	1,2146	110	122
20	0,9743	1,0125	1,0582	0,0462	0,0406	0,0514	0,9954	1,0658	1,1711	107	118
$\lambda=1$											
5	0,8927	1,0135	1,0823	0,1937	0,2424	0,2781	0,9906	1,2696	1,4494	128	146
10	0,9544	1,0253	1,0860	0,0924	0,0934	0,1153	1,0032	1,1446	1,2948	114	129
15	0,9662	1,0148	1,0692	0,0651	0,0577	0,0745	0,9987	1,0875	1,2177	109	122
20	0,9736	1,0109	1,0581	0,0490	0,0410	0,0529	0,9969	1,0629	1,1726	107	118
$v=30$											
$\lambda=0$											
5	0,9093	1,0042	0,9917	0,1761	0,2145	0,2091	1,0029	1,2228	1,1925	122	119
10	0,9599	1,0145	1,0118	0,0759	0,0819	0,0820	0,9974	1,1110	1,1057	111	111
15	0,9773	1,0142	1,0156	0,0503	0,0504	0,0514	1,0055	1,0790	1,0828	107	108
20	0,9809	1,0080	1,0111	0,0369	0,0357	0,0365	0,9990	1,0519	1,0589	105	106
$\lambda=0.4$											
5	0,9033	0,9940	1,0930	0,1702	0,2051	0,2508	0,9861	1,1931	1,4455	121	147
10	0,9630	1,0151	1,0771	0,0778	0,0827	0,0974	1,0051	1,1130	1,2576	111	125
15	0,9729	1,0075	1,0577	0,0501	0,0496	0,0586	0,9966	1,0645	1,1773	107	118
20	0,9828	1,0096	1,0495	0,0369	0,0361	0,0415	1,0029	1,0554	1,1429	105	114
$\lambda=0.7$											
5	0,9061	0,9894	1,0952	0,1747	0,2063	0,2556	0,9957	1,1851	1,4551	119	146
10	0,9640	1,0134	1,0862	0,0819	0,0855	0,1053	1,0112	1,1124	1,2850	110	127
15	0,9745	1,0086	1,0668	0,0525	0,0517	0,0657	1,0022	1,0689	1,2038	107	120
20	0,9786	1,0055	1,0543	0,0372	0,0359	0,0456	0,9949	1,0469	1,1571	105	116
$\lambda=1$											
5	0,9041	0,9778	1,0753	0,1779	0,2053	0,2510	0,9952	1,1613	1,4072	117	141
10	0,9617	1,0070	1,0809	0,0823	0,0849	0,1074	1,0072	1,0990	1,2758	109	127
15	0,9786	1,0103	1,0692	0,0526	0,0505	0,0638	1,0102	1,0713	1,2071	106	119
20	0,9833	1,0071	1,0580	0,0404	0,0378	0,0485	1,0072	1,0521	1,1679	104	116

Çizelge 2.10-2.11’de görüldüğü gibi tüm çarpıklık değerleri ve serbestlik dereceleri için θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicisine göre yüksektir. Serbestlik dereceleri arttıkça etkinlikler arası farkın azaldığı görülmektedir. Serbestlik derecesi $\nu = 5$ iken θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre etkinlikleri oldukça yüksektir. Serbestlik derecesi $\nu = 10$ olduğunda ise LS tahmin edicilerinin etkinlikleri ML ve MML tahmin edicilerinin etkinlikleri arasında fark azalmış olmasına rağmen yine de ML ve MML tahmin edicileri LS tahmin edicilerine göre daha etkin tahmin edicilerdir denilebilir.

Çizelge 2.12’de σ parametresinin LS, ML ve MML tahmin edicilerinin etkinliklerine bakıldığında LS tahmin edicisinin σ parametresi için etkinliği ML ve MML tahmin edicilerine göre daha yüksektir.

Gözlem sayısı arttıkça ML ve MML tahmin edicilerinin etkinliklerinin arttığı görülmektedir.

Çizelge 2.13 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılımı olduğunda θ_0 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,LS}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$	$\theta_{0,ML}$	$\theta_{0,MML}$
$\nu=7$											
$\lambda=0$											
5	-0,0098	-0,0094	-0,0088	8,5391	8,5173	8,5099	8,5383	8,5166	8,5091	100	100
10	0,0007	0,0075	0,0084	1,7224	1,6197	1,6223	1,7222	1,6196	1,6222	94	94
15	0,0006	0,0061	0,0060	0,9974	0,8568	0,8612	0,9973	0,8568	0,8612	86	86
20	0,0104	0,0127	0,0129	0,6696	0,5756	0,5770	0,6696	0,5757	0,5771	86	86
$\lambda=0.4$											
5	-0,0336	0,0339	0,0041	9,1716	9,1216	9,2533	9,1718	9,1218	9,1524	99	100
10	-0,0464	0,0380	0,0123	1,5919	1,4427	1,5033	1,5939	1,4440	1,5033	91	94
15	-0,0642	0,0284	0,0000	0,9084	0,7789	0,8154	0,9125	0,7797	0,7815	85	86
20	-0,0631	0,0424	0,0122	0,6134	0,5310	0,5432	0,6173	0,5327	0,5334	86	86
$\lambda=0.7$											
5	-0,0164	0,0711	0,0189	6,8631	6,7483	6,7499	6,8627	6,7527	6,7496	98	98
10	-0,0459	0,0556	0,0136	1,4009	1,2649	1,3169	1,4029	1,2679	1,3170	90	94
15	-0,0575	0,0472	0,0058	0,8168	0,6798	0,7344	0,8201	0,6819	0,7024	83	86
20	-0,0613	0,0470	0,0098	0,6256	0,5236	0,5484	0,6288	0,5253	0,5379	84	86
$\lambda=1$											
5	0,0388	0,1276	0,0759	6,0905	5,9201	6,0007	6,0914	5,9357	5,9959	97	98
10	-0,0189	0,0605	0,0171	1,2512	1,0778	1,1308	1,2514	1,0814	1,1310	86	90
15	-0,0332	0,0412	-0,0056	0,6318	0,5194	0,5655	0,6322	0,5206	0,5365	82	85
20	-0,0413	0,0429	-0,0023	0,4915	0,4008	0,4310	0,4932	0,4026	0,4210	82	85
$\nu=10$											
$\lambda=0$											
5	-0,0189	-0,0168	-0,0170	7,4090	7,4029	7,4041	7,4087	7,4025	7,4037	100	100
10	-0,0115	-0,0093	-0,0103	1,4362	1,3937	1,3938	1,4362	1,3937	1,3938	97	97
15	-0,0079	-0,0079	-0,0074	0,8003	0,7503	0,7532	0,8003	0,7503	0,7532	94	94
20	-0,0014	-0,0021	-0,0018	0,5907	0,5475	0,5485	0,5907	0,5475	0,5484	93	93
$\lambda=0.4$											
5	0,0023	0,0406	0,0035	6,7865	6,7884	6,9075	6,7859	6,7894	6,7968	100	100
10	-0,0320	0,0154	-0,0032	1,3158	1,2665	1,3087	1,3166	1,2666	1,2806	96	97
15	-0,0292	0,0271	0,0034	0,7569	0,7102	0,7344	0,7577	0,7109	0,7144	94	94
20	-0,0268	0,0333	0,0097	0,5328	0,4935	0,5118	0,5335	0,4946	0,4982	93	93
$\lambda=0.7$											
5	0,0519	0,0935	0,0314	5,9378	5,9068	5,9271	5,9399	5,9150	5,9275	100	100
10	-0,0191	0,0289	-0,0119	1,1622	1,0851	1,1525	1,1624	1,1086	1,1153	95	96
15	-0,0182	0,0333	0,0000	0,6747	0,6239	0,6601	0,6750	0,6249	0,6301	93	93
20	-0,0182	0,0353	0,0011	0,4724	0,4269	0,4590	0,4727	0,4281	0,4390	91	93
$\lambda=1$											
5	0,0751	0,0967	0,0353	5,1317	5,0923	5,1350	5,1368	5,1011	5,1358	99	100
10	0,0230	0,0397	-0,0039	1,0196	0,9630	0,9961	1,0200	0,9645	0,9760	95	96
15	0,0353	0,0474	0,0141	0,6026	0,5500	0,5829	0,6037	0,5522	0,5630	91	93
20	0,0257	0,0423	0,0074	0,4127	0,3715	0,3977	0,4133	0,3732	0,3778	90	91
$\nu=30$											
$\lambda=0$											
5	0,0175	0,0374	-0,0125	5,7472	5,7338	5,8036	5,7469	5,7346	5,7532	100	100
10	-0,0030	0,0224	0,0012	1,1822	1,1623	1,1992	1,1821	1,1627	1,1791	98	100
15	-0,0125	0,0171	0,0004	0,6747	0,6514	0,6779	0,6748	0,6516	0,6778	97	100
20	-0,0196	0,0148	-0,0019	0,4628	0,4464	0,4630	0,4631	0,4466	0,4629	96	100
$\lambda=0.4$											
5	0,0863	0,0962	0,0243	5,1769	5,1748	5,3081	5,1838	5,1835	5,1882	100	100
10	0,0207	0,0318	0,0001	1,0717	1,0462	1,0899	1,0821	1,0471	1,0798	97	100
15	0,0096	0,0231	0,0030	0,5850	0,5662	0,6000	0,5851	0,5667	0,5799	97	99
20	0,0078	0,0241	-0,0023	0,4065	0,3857	0,4095	0,4065	0,3863	0,3995	95	98
$\lambda=0.7$											
5	0,0744	0,0693	-0,0087	4,7219	4,7372	4,7996	4,7269	4,7415	4,7492	100	100
10	0,0645	0,0429	0,0005	0,9094	0,8698	0,9077	0,9135	0,8715	0,9076	95	99
15	0,0536	0,0331	0,0025	0,4978	0,4761	0,4981	0,5007	0,4772	0,4980	95	99
20	0,0516	0,0306	0,0007	0,3663	0,3457	0,3702	0,3689	0,3466	0,3502	94	95
$\lambda=1$											
5	0,0864	0,1105	0,0540	4,4895	4,4154	4,4766	4,4965	4,4772	4,4791	100	100
10	0,0429	0,0534	0,0141	1,0353	0,9818	1,0184	1,0370	0,9846	1,0185	95	98
15	0,0162	0,0301	-0,0076	0,5819	0,5189	0,5586	0,5821	0,5198	0,5586	89	96
20	0,0057	0,0060	0,0058	0,5139	0,4945	0,4958	0,5139	0,4446	0,4858	87	95

Çizelge 2.14 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılımı olduğunda θ_1 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,LS}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$	$\theta_{1,ML}$	$\theta_{1,MML}$
$\nu=7$											
$\lambda=0$											
5	0,0133	0,0117	0,0109	14,1930	14,1574	14,1714	14,1918	14,1562	14,1701	100	100
10	-0,0286	-0,0405	-0,0407	3,0623	2,8674	2,8853	3,0628	2,8687	2,9367	94	96
15	0,0038	-0,0012	-0,0015	1,6900	1,4698	1,4816	1,6898	1,4697	1,4814	87	88
20	0,0067	-0,0038	-0,0028	1,1678	0,9947	0,9975	1,1677	0,9946	0,9974	85	85
$\lambda=0.4$											
5	0,0167	0,0169	0,0132	14,8173	14,7574	14,9425	14,9161	14,7562	14,8412	99	99
10	-0,0039	-0,0106	-0,0067	2,4412	2,2369	2,3189	2,4410	2,2368	2,3187	92	95
15	0,0170	0,0232	0,0201	1,5551	1,3146	1,3891	1,5552	1,3150	1,3593	85	87
20	-0,0023	-0,0066	-0,0036	1,0403	0,8940	0,9230	1,0402	0,8739	0,8890	84	85
$\lambda=0.7$											
5	0,0432	0,0388	0,0393	11,2823	11,0943	11,1860	11,2830	11,0947	11,1864	98	99
10	-0,0132	-0,0117	-0,0147	2,8050	2,5419	2,6484	2,8049	2,5418	2,6484	91	94
15	-0,0097	-0,0083	-0,0082	1,4150	1,1749	1,2651	1,4150	1,1749	1,2240	83	87
20	-0,0331	-0,0334	-0,0314	0,9992	0,8048	0,8659	0,9993	0,8051	0,8460	81	85
$\lambda=1$											
5	0,0297	0,0290	0,0288	11,5535	11,5254	11,8937	11,9532	11,5251	11,8934	96	99
10	0,0096	0,0103	0,0114	2,2249	1,9103	1,9847	2,2248	1,9102	1,9846	86	89
15	0,0127	0,0095	0,0147	1,1561	0,9705	1,0322	1,1551	0,9596	0,9931	83	86
20	-0,0079	-0,0003	-0,0055	0,8469	0,6930	0,7416	0,8469	0,6901	0,7142	81	84
$\nu=10$											
$\lambda=0$											
5	0,0371	0,0357	0,0355	13,7318	13,7433	13,7419	13,7318	13,7432	13,7418	100	100
10	0,0068	0,0072	0,0074	2,2712	2,1959	2,2806	2,2710	2,1957	2,2804	97	100
15	0,0148	0,0190	0,0181	1,3857	1,3006	1,3035	1,3858	1,3008	1,3037	94	94
20	-0,0116	-0,0146	-0,0148	0,9819	0,9230	0,9238	0,9820	0,9231	0,9239	94	94
$\lambda=0.4$											
5	0,0054	0,0047	0,0106	12,6444	12,6823	12,7599	12,6432	12,6810	12,6787	100	100
10	-0,0026	-0,0033	-0,0030	2,5118	2,4346	2,4400	2,5115	2,4344	2,4398	97	97
15	-0,0120	-0,0109	-0,0109	1,2769	1,2047	1,2493	1,2769	1,2047	1,2003	94	94
20	0,0013	-0,0028	-0,0004	0,9082	0,8394	0,8760	0,9081	0,8393	0,8493	92	94
$\lambda=0.7$											
5	-0,0016	-0,0034	-0,0074	10,4881	10,4496	10,5638	10,4870	10,4486	10,4628	100	100
10	0,0177	0,0124	0,0175	1,9560	1,8379	1,9431	1,9561	1,8378	1,9032	94	97
15	0,0004	0,0025	0,0027	1,1441	1,0578	1,1229	1,1440	1,0577	1,0723	92	94
20	-0,0061	-0,0076	-0,0071	0,7914	0,7238	0,7679	0,7914	0,7238	0,7379	91	93
$\lambda=1$											
5	-0,0196	-0,0163	-0,0183	8,9291	8,8406	8,9432	8,9286	8,8399	8,9427	99	100
10	0,0162	0,0141	0,0158	1,7127	1,5993	1,6546	1,7128	1,5994	1,6547	93	97
15	-0,0077	-0,0016	-0,0070	1,0386	0,9335	0,9956	1,0385	0,9334	0,9555	90	92
20	-0,0027	0,0012	-0,0021	0,7249	0,6554	0,6987	0,7248	0,6553	0,6586	90	91
$\nu=30$											
$\lambda=0$											
5	-0,0053	-0,0107	-0,0128	7,9359	7,8468	7,9222	7,9351	7,8462	7,9216	99	100
10	0,0069	0,0076	0,0066	2,0118	1,9845	2,0457	2,0116	1,9844	2,0155	99	100
15	-0,0108	-0,0074	-0,0089	1,5369	1,4880	1,5380	1,5368	1,4879	1,5080	97	98
20	-0,0066	-0,0073	-0,0074	0,8808	0,8462	0,8483	0,8808	0,8462	0,8582	96	97
$\lambda=0.4$											
5	0,0183	0,0195	0,0212	8,9705	8,8755	8,9965	8,9700	8,8750	8,9060	99	99
10	-0,0128	-0,0071	-0,0086	1,7606	1,6439	1,7150	1,7606	1,7038	1,7249	97	98
15	-0,0095	-0,0117	-0,0077	1,1514	1,1175	1,1675	1,1514	1,1575	1,1674	97	98
20	0,0050	0,0055	0,0040	0,8006	0,7716	0,8022	0,8005	0,7715	0,7721	96	96
$\lambda=0.7$											
5	-0,0012	-0,0003	0,0017	11,4626	11,6370	11,8833	11,8615	11,6358	11,6822	98	98
10	0,0026	0,0030	-0,0016	1,8029	1,7577	1,8273	1,8027	1,7575	1,7713	97	98
15	-0,0128	-0,0129	-0,0132	1,0284	0,9921	1,0493	1,0284	0,9922	1,0094	96	98
20	0,0049	0,0049	0,0068	0,7029	0,6716	0,7132	0,7029	0,6716	0,6732	96	96
$\lambda=1$											
5	0,0092	0,0079	0,0100	10,5587	10,5531	10,6194	10,9578	10,5521	10,5584	96	96
10	0,0185	0,0176	0,0199	1,0091	0,8918	0,9588	1,0093	0,9489	0,9591	94	95
15	-0,0014	-0,0012	-0,0020	0,8632	0,8120	0,8617	0,8632	0,8120	0,8217	94	95
20	-0,0051	-0,0052	-0,0082	0,6124	0,5746	0,6157	0,6124	0,5746	0,5837	94	95

Çizelge 2.15 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılımı olduğunda θ_2 parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,LS}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$	$\theta_{2,ML}$	$\theta_{2,MML}$
$v=7$											
$\lambda=0$											
5	0,0134	0,0132	0,0134	15,3681	15,3984	15,3989	15,3667	15,3970	15,3975	100	100
10	0,0220	0,0183	0,0166	2,9253	2,7261	2,7429	2,9255	2,7261	2,7929	93	95
15	0,0005	-0,0020	-0,0019	1,6880	1,4943	1,5073	1,6878	1,4941	1,5071	89	89
20	-0,0167	-0,0093	-0,0107	1,1543	1,0030	1,0094	1,1545	1,0030	1,0094	87	87
$\lambda=0,4$											
5	0,0115	0,0129	0,0142	16,3557	16,3259	16,0572	16,3542	16,3245	16,3558	100	100
10	0,0028	0,0065	0,0072	2,6703	2,4485	2,5392	2,6701	2,4483	2,5390	92	95
15	-0,0121	-0,0094	-0,0100	1,5234	1,3458	1,3872	1,5234	1,3458	1,3872	88	91
20	-0,0159	-0,0229	-0,0205	1,0749	0,9204	0,9528	1,0751	0,9209	0,9312	86	87
$\lambda=0,7$											
5	0,0010	0,0021	0,0031	12,4495	12,2758	12,4466	12,4483	12,2745	12,4454	99	100
10	0,0092	0,0101	0,0094	2,4853	2,2114	2,3154	2,4851	2,2113	2,3152	89	93
15	-0,0041	0,0028	0,0001	1,3470	1,1365	1,2171	1,3469	1,1664	1,2170	87	90
20	0,0151	0,0273	0,0076	1,0382	0,8540	0,9014	1,0374	0,8539	0,9006	82	87
$\lambda=1$											
5	-0,0402	-0,0408	-0,0415	10,8552	10,5668	10,7075	10,8557	10,5674	10,7082	97	99
10	-0,0178	-0,0152	-0,0204	2,2195	1,8819	1,9875	2,2195	1,8819	1,9877	85	90
15	-0,0162	-0,0031	-0,0026	1,1015	0,9339	0,9891	1,1006	0,9330	0,9881	85	90
20	0,0068	0,0124	0,0109	0,8572	0,6782	0,7413	0,8571	0,6783	0,7414	79	86
$v=10$											
$\lambda=0$											
5	0,0111	0,0090	0,0093	15,5247	15,5464	15,5494	15,5232	15,5450	15,5480	100	100
10	0,0182	0,0155	0,0166	2,5089	2,4338	2,4363	2,5090	2,4338	2,4363	97	97
15	0,0006	-0,0025	-0,0030	1,3817	1,2954	1,3000	1,3816	1,2952	1,2998	94	94
20	0,0089	0,0133	0,0130	0,9951	0,9269	0,9280	0,9950	0,9270	0,9280	93	93
$\lambda=0,4$											
5	-0,0237	-0,0244	-0,0289	12,7448	12,7614	12,9658	12,7441	12,7607	12,7654	100	100
10	-0,0046	-0,0038	-0,0018	2,2318	2,1476	2,2185	2,2316	2,1474	2,1628	96	97
15	0,0082	0,0044	0,0088	1,2708	1,1884	1,2380	1,2708	1,1883	1,2380	94	97
20	-0,0132	-0,0116	-0,0139	0,8939	0,8304	0,8621	0,8939	0,8304	0,8622	93	96
$\lambda=0,7$											
5	0,0030	0,0031	0,0014	10,6546	10,6595	10,6990	10,6535	10,6584	10,6980	100	100
10	0,0098	0,0082	0,0123	1,9794	1,8874	1,9750	1,9793	1,8873	1,9205	95	97
15	0,0047	0,0003	0,0003	1,1519	1,0568	1,1249	1,1518	1,0767	1,0948	93	95
20	0,0141	0,0116	0,0107	0,8122	0,7243	0,7924	0,8123	0,7244	0,7524	89	93
$\lambda=1$											
5	0,0068	0,0043	0,0024	9,2262	9,1554	9,1944	9,2253	9,1545	9,1935	99	100
10	0,0051	0,0008	0,0054	1,7967	1,6806	1,7449	1,7965	1,6805	1,7448	94	97
15	-0,0187	-0,0158	-0,0160	1,0405	0,9462	1,0057	1,0407	0,9463	0,9586	91	92
20	-0,0121	-0,0124	-0,0113	0,7079	0,6337	0,6763	0,7079	0,6338	0,6360	90	90
$v=30$											
$\lambda=0$											
5	0,0014	0,0004	0,0081	11,7381	11,7062	11,8008	11,7369	11,7051	11,7197	100	100
10	-0,0086	-0,0068	-0,0067	2,0595	2,0286	2,0990	2,0594	2,0288	2,0288	99	99
15	0,0061	0,0109	0,0087	1,1666	1,1322	1,1788	1,1665	1,1322	1,1387	97	98
20	0,0056	0,0050	0,0053	0,8112	0,7808	0,8159	0,8111	0,7808	0,7918	96	98
$\lambda=0,4$											
5	-0,0296	-0,0303	-0,0294	10,3064	10,2939	10,4143	10,3062	10,2938	10,3141	100	100
10	0,0437	0,0421	0,0422	9,4629	9,3819	9,4882	9,4639	9,3827	9,3891	99	99
15	0,0141	0,0120	0,0121	1,5459	1,4868	1,5509	1,5460	1,5168	1,5209	98	98
20	-0,0070	-0,0062	-0,0023	1,8499	1,8069	1,8891	1,8498	1,8068	1,8189	98	98
$\lambda=0,7$											
5	0,0170	0,0167	0,0122	8,1902	8,0794	8,1069	8,1897	8,0789	8,1062	99	99
10	-0,0057	-0,0068	-0,0077	1,7829	1,6881	1,7380	1,7828	1,7080	1,7378	96	97
15	0,0056	0,0079	0,0050	0,9691	0,9365	0,9945	0,9690	0,9265	0,9404	96	97
20	0,0047	0,0060	0,0039	0,7028	0,6710	0,7127	0,7097	0,6709	0,6826	95	96
$\lambda=1$											
5	0,0030	0,0093	0,0041	0,9772	0,8821	0,9389	0,9771	0,9621	0,9484	98	97
10	0,0055	0,0038	0,0044	0,8859	0,8569	0,8577	0,8858	0,8369	0,8576	94	97
15	-0,0004	-0,0020	-0,0049	0,8656	0,8213	0,8623	0,8655	0,8212	0,8423	95	97
20	0,0056	0,0082	0,0075	0,6322	0,5908	0,6339	0,6321	0,5908	0,6039	93	96

Çizelge 2.16 Karma yaşam-stres modelinde hata terimlerinin dağılımının çarpık t dağılımı olduğunda σ parametresi için LS, ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans ve MSE ve RE değerleri

n	Ortalama			Varyans			MSE			RE	
	$\hat{\sigma}_{LS}$	$\hat{\sigma}_{ML}$	$\hat{\sigma}_{MML}$	$\hat{\sigma}_{LS}$	$\hat{\sigma}_{ML}$	$\hat{\sigma}_{MML}$	$\hat{\sigma}_{LS}$	$\hat{\sigma}_{ML}$	$\hat{\sigma}_{MML}$	$\hat{\sigma}_{ML}$	$\hat{\sigma}_{MML}$
$\nu=7$											
$\lambda=0$											
5	0,8493	1,0462	1,0618	0,2740	0,4143	0,4270	0,9954	1,5089	1,5545	152	156
10	0,9349	0,9460	1,0528	0,1119	0,0999	0,1271	0,9859	0,9948	1,2355	101	125
15	0,9647	0,9186	1,0458	0,0823	0,0578	0,0756	1,0130	0,9016	1,1694	89	115
20	0,9655	0,8926	1,0256	0,0605	0,0372	0,0487	0,9927	0,8340	1,1006	84	111
$\lambda=0.4$											
5	0,8393	1,0203	1,1376	0,2829	0,4132	0,5143	0,9873	1,4542	1,8083	147	183
10	0,9330	0,9477	1,1094	0,1189	0,1037	0,1528	0,9895	1,0019	1,3836	101	140
15	0,9567	0,9124	1,0833	0,0811	0,0568	0,0855	0,9964	0,8893	1,2591	89	126
20	0,9669	0,8982	1,0661	0,0632	0,0386	0,0581	0,9981	0,8454	1,1947	85	120
$\lambda=0.7$											
5	0,8474	1,0165	1,1272	0,2761	0,3904	0,4819	0,9942	1,4236	1,7523	143	176
10	0,9332	0,9537	1,1174	0,1213	0,1046	0,1527	0,9921	1,0142	1,4013	102	141
15	0,9532	0,9183	1,0908	0,0911	0,0590	0,0938	0,9996	0,9023	1,2835	90	128
20	0,9561	0,8966	1,0683	0,0624	0,0387	0,0584	0,9764	0,8427	1,1997	86	123
$\lambda=1$											
5	0,8465	1,0071	1,0876	0,2917	0,4053	0,4737	1,0082	1,4196	1,6564	141	164
10	0,9353	0,9607	1,1064	0,1368	0,1085	0,1542	1,0116	1,0315	1,3784	102	136
15	0,9370	0,9150	1,0758	0,0772	0,0577	0,0905	0,9552	0,8949	1,2477	94	131
20	0,9609	0,9131	1,0766	0,0674	0,0402	0,0676	0,9906	0,8740	1,2266	88	124
$\nu=10$											
$\lambda=0$											
5	0,8669	1,0152	1,0103	0,2537	0,3471	0,3440	1,0052	1,3778	1,3647	137	136
10	0,9515	0,9704	1,0341	0,0964	0,0939	0,1088	1,0019	1,0356	1,1782	103	118
15	0,9671	0,9416	1,0265	0,0603	0,0523	0,0629	0,9956	0,9390	1,1167	94	112
20	0,9772	0,9281	1,0221	0,0472	0,0364	0,0450	1,0022	0,8977	1,0897	90	109
$\lambda=0.4$											
5	0,8714	1,0108	1,1296	0,2572	0,3457	0,4321	1,0166	1,3675	1,7081	135	168
10	0,9520	0,9701	1,0996	0,0993	0,0944	0,1273	1,0055	1,0356	1,3364	103	133
15	0,9662	0,9415	1,0741	0,0662	0,0549	0,0771	0,9998	0,9413	1,2308	94	123
20	0,9757	0,9299	1,0620	0,0467	0,0363	0,0515	0,9987	0,9011	1,1793	90	118
$\lambda=0.7$											
5	0,8621	0,9864	1,1087	0,2514	0,3276	0,4155	0,9947	1,3005	1,6446	131	165
10	0,9490	0,9725	1,1056	0,0967	0,0948	0,1288	0,9973	1,0406	1,3511	104	135
15	0,9668	0,9484	1,0842	0,0628	0,0525	0,0770	0,9975	0,9519	1,2525	95	126
20	0,9720	0,9333	1,0678	0,0464	0,0359	0,0531	0,9913	0,9069	1,1933	91	120
$\lambda=1$											
5	0,8612	0,9976	1,0744	0,2574	0,3383	0,3930	0,9991	1,3334	1,5474	133	155
10	0,9455	0,9828	1,0935	0,1034	0,0981	0,1273	0,9973	1,0639	1,3229	107	133
15	0,9649	0,9619	1,0818	0,0643	0,0542	0,0764	0,9954	0,9794	1,2468	98	125
20	0,9711	0,9468	1,0679	0,0501	0,0382	0,0556	0,9931	0,9346	1,1959	94	120
$\nu=30$											
$\lambda=0$											
5	0,8635	1,0001	1,0752	0,2580	0,3411	0,3967	1,0035	1,3412	1,5526	134	155
10	0,9414	0,9795	1,0900	0,0971	0,0953	0,1254	0,9832	1,0548	1,3134	107	134
15	0,9669	0,9618	1,0824	0,0679	0,0555	0,0779	1,0029	0,9805	1,2494	98	125
20	0,9818	0,9491	1,0137	0,0388	0,0339	0,0391	1,0027	0,9347	1,0668	93	106
$\lambda=0.4$											
5	0,8708	0,9738	1,1168	0,2316	0,2888	0,3809	0,9898	1,2370	1,6281	125	164
10	0,9546	0,9752	1,0923	0,0822	0,0831	0,1073	0,9934	1,0342	1,3004	104	131
15	0,9741	0,9627	1,0736	0,0524	0,0486	0,0635	1,0012	0,9755	1,2161	97	121
20	0,9804	0,9510	1,0590	0,0387	0,0341	0,0449	0,9999	0,9384	1,1664	94	117
$\lambda=0.7$											
5	0,8670	0,9642	1,1035	0,2334	0,2872	0,3797	0,9850	1,2169	1,5975	124	162
10	0,9617	0,9863	1,1055	0,0862	0,0878	0,1170	1,0110	1,0605	1,3391	105	132
15	0,9750	0,9693	1,0816	0,0541	0,0498	0,0681	1,0048	0,9893	1,2380	98	123
20	0,9791	0,9557	1,0658	0,0393	0,0342	0,0473	0,9979	0,9475	1,1834	95	119
$\lambda=1$											
5	0,8708	0,9601	1,0722	0,2354	0,2848	0,3592	0,9937	1,2066	1,5088	121	152
10	0,9543	0,9824	1,0904	0,0876	0,0883	0,1150	0,9984	1,0535	1,3039	106	131
15	0,9722	0,9710	1,0779	0,0557	0,0507	0,0693	1,0009	0,9935	1,2311	99	123
20	0,9752	0,9589	1,0635	0,0405	0,0349	0,0492	0,9915	0,9544	1,1801	96	119

Çizelge 2.13-2.15'te görüldüğü gibi tüm çarpıklık değerleri ve serbestlik dereceleri için θ_0, θ_1 ve θ_2 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicisine göre yüksektir. Serbestlik dereceleri arttıkça etkinlikler arası farkın azaldığı görülmektedir. Serbestlik derecesi $\nu = 5$ iken θ_0, θ_1 ve θ_2 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre etkinlikleri oldukça yüksektir. Serbestlik derecesi $\nu = 10$ olduğunda ise LS tahmin edicilerinin etkinlikleri ML ve MML tahmin edicilerinin etkinlikleri arasında fark azalmış olmasına rağmen yine de ML ve MML tahmin edicileri LS tahmin edicilerine göre daha etkin tahmin edicilerdir.

Çizelge 2.16'da σ parametresinin LS, ML ve MML tahmin edicilerinin etkinliklerine bakıldığında LS tahmin edicisinin σ parametresi için etkinliği ML ve MML tahmin edicilerine göre daha yüksektir.

Gözlem sayısı arttıkça ML ve MML tahmin edicilerinin etkinliklerinin arttığı görülmektedir.

3. AFT MODEL

AFT model, yaşam süresi verileri sansürlü olduğunda, başta mühendislik olmak üzere sağlık ve ekonomi gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Literatürde, AFT model kullanılarak yapılan çalışmalarda genellikle hata terimlerinin dağılımının normal, lojistik, üstel ve uç değer dağılımları olduğu görülmektedir (Lawless 1982, Odell vd. 1992, Meeker ve Escobar 1998, Kalbfleisch ve Prentice 2002).

Chan vd. (2008), II. Tip sansürlenmiş veriler için uç değer regresyon modelinde nokta ve aralık tahmini yapmıştır. Bu bölümde (Chan vd. 2008) tarafından yapılan çalışma çarpık normal ve çarpık- t dağılımlarına genelleştirilerek parametreler için nokta ve aralık tahminleri elde edilmiştir.

AFT model, üzerinde çalışılan alana bağlı olarak, ürünlerin ya da canlıların maruz kaldıkları faktörler (sıcaklık, basınç, voltaj...) ile yaşam (sağ kalım, bozulma...) sürelerinin logaritması arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemekte kullanılır. Amaç, ürünü ya da canlıyı etkileyen faktörlerin etkisinin belirlenmesidir.

AFT model,

n_k : k -ıncı stres düzeyine maruz bırakılan ürün sayısını,

$T_{i:n_k}$: k -ıncı stres düzeyine maruz bırakılan ürünün yaşam süresini,

x_k : k -ıncı stres düzeyine ilişkin bağımsız değişkenin aldığı değeri,

θ_0 ve θ_1 : Model parametrelerini,

$\varepsilon_{i:n_k}$: Standartlaştırılmış hata terimini,

göstermek üzere,

$$y_{i:n_k} = \ln(T_{i:n_k}), \quad i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, a$$

şeklinde ifade edilir.

Burada,

$$y_{i:n_k} = \mu(x_k) + \sigma \varepsilon_{i:n_k} \quad (3.1)$$

biçimindedir, Chan vd. (2008).

Eşitlik (3.1)'de ifade edilen AFT modelinde $\mu(x)$ 'in basit formu,

$$\mu(x_k) = \theta_0 + \theta_1 x_k \quad (3.2)$$

şeklindedir.

Örneğin, yaşam değişkeni τ ve stres seviyesi S olsun. Bölüm (1.1.1)'de anlatılan Arrhenius yaşam-stres ilişkisi,

$$\tau = A \exp(-E/kT)$$

düşünüldüğünde, i -nci stres düzeyi, “ x_i ”,

$$\mu(x) = \ln(\tau) \text{ ve } x_i = \frac{1}{S_i}$$

alınarak, Arrhenius ilişkisi,

$$\log(\tau) = \log(A) - \frac{E}{k} x_i$$

şeklinde yazılır. Burada, $\theta_0 = \log(A)$ ve $\theta_1 = \frac{E}{k}$ dır.

3.1 Hata Terimlerinin Çarpık Normal Dağılıması Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler için AFT Model

Bu bölümde AFT modelde bulunan hata terimlerinin çarpık normal dağılıması durumunda parametre tahmin edicileri, ML ve MML yöntemleriyle yapılmıştır. Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak ML ve MML tahmin edicilerin etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Eşitlik (3.1)'de ifade edilen AFT modelinde başarısızlık süresinin logaritması “ $y_{i:n_k}$ ”nın dağılımı çarpık normal olduğunda, standartlaştırılmış hata

terimlerinin dağılımı,

$$\sigma \mathbf{e}_{i:n_k} \sim SN(0, \sigma, \lambda)$$

başka bir deyişle,

$$e_{i:n_k} \sim SN(0, 1, \lambda)$$

şeklinde olacaktır.

3.1.1 Parametre Tahmini

Bu bölümde AFT modeli için parametre tahminleri, hata terimlerinin çarpık normal dağılması ve verilerin II. Tip sansürlü olması durumunda ML ve MML yöntemleriyle elde edilmiştir.

Yaşam süresi ile ilgili araştırmalarda gözlemlerin bir takım nedenlerle tam olarak gözlenemediğinden, çalışmaların genellikle sansürlü verilerle yapıldığından önceki bölümlerde bahsedilmişti.

AFT modeli için, k -ıncı strese veya stres seviyesine maruz bırakılan birimler arasında en büyük " s_k " gözlem söz konusu nedenlerden dolayı gözlenemeyebilir. Bu sebeple k -ıncı gruptaki gözlenemeyen en büyük " s_k " veri sansürlenir. Sansürleme sonucunda her bir grupta $n_k - s_k$ gözlem kalacaktır.

Bu durumda veriler,

$$y_{1:n_k} \leq y_{2:n_k} \leq \dots \leq y_{n_k - s_k, n_k}$$

şeklinde sıralanır. Burada,

$y_{i:n_k}$: k -ıncı stres seviyesine maruz bırakılan i -nci sıralı ürünün yaşam süresini,

x_k : k -ıncı stres seviyesini,

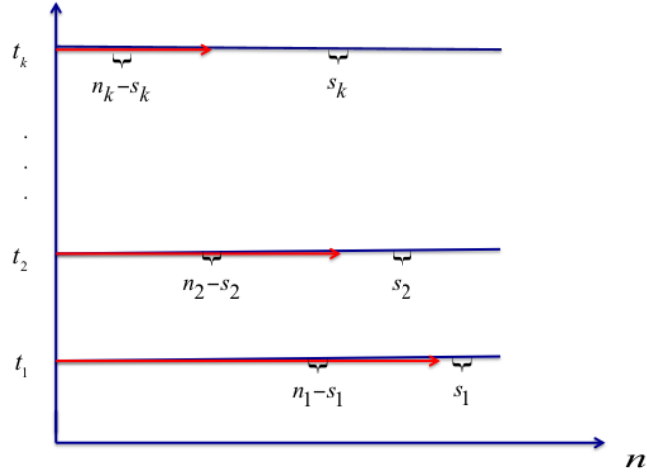
s_k : k -ıncı stres seviyesindeki sağdan sansürlenmiş ürün sayısını,

n_k : k -ıncı stres seviyesine maruz bırakılan ürün sayısını,

$r_k = n_k - s_k$: k -ıncı stres seviyesinde sansürlenmemiş ürün sayısını,

$$n = \sum_{k=1}^a r_k, \quad k = 1, 2, \dots, a$$

göstermektedir.



Şekil 3.1 Farklı stres seviyelerinde II.tip sansürlenmiş veriler

II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modeli için hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olması durumunda, olabilirlik fonksiyonu,

$$y_{1:n_k} \leq y_{2:n_k} \leq \dots \leq y_{n_k - s_k} \text{ olmak üzere,}$$

$$L = \prod_{k=1}^a \left[\left[1 - F \left(\frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right]^{s_k} \left[\prod_{i=1}^{n_k - s_k} \frac{2}{\sigma} \phi \left(\frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \Phi \left(\lambda \frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right] \right] \quad (3.3)$$

biçimindedir. Burada $F(\cdot)$, çarpık normal dağılımın dağılım fonksiyonudur. Eşitlik (3.3)'de ifade edilen olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak elde edilen log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$\ln L = \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \ln \left[1 - F \left(\frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \ln(2) - \ln(\sigma) - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \left(\frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right)^2 + \ln \left(\Phi \left(\lambda \frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right) \right\}$$

şeklinde dir.

3.1.1.1 En çok olabilirlik yöntemi

Model parametrelerinin En çok olabilirlik (ML) tahmin edicileri, log-olabilirlik fonksiyonunun θ_0 , θ_1 ve σ 'ya göre türevlerinin alınıp, sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmektedir.

Elde edilen eşitlikler,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \frac{\phi(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-(z_{i:n_k}) + \lambda \left(\frac{\phi(\lambda z_{i:n_k})}{\Phi(\lambda z_{i:n_k})} \right) \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \frac{\phi(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-(z_{i:n_k}) + \lambda \left(\frac{\phi(\lambda z_{i:n_k})}{\Phi(\lambda z_{i:n_k})} \right) \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ n - s_k z_{n_k - s_k : n_k} \frac{\phi(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-(z_{i:n_k})^2 + \lambda z_{i:n_k} \left(\frac{\phi(\lambda z_{i:n_k})}{\Phi(\lambda z_{i:n_k})} \right) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

şeklinde dir.

Burada,

$$z_{i:n_k} = \frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma}$$

$$z_{n_k - s_k : n_k} = \frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma}$$

olarak tanımlanmaktadır.

Parametrelerin ML tahmin edicileri, (3.4)'teki eşitliklerin analitik olarak çözümü olmadığından dolayı iteratif yöntemler kullanılarak çözülmektedir. Bu çalışmada ML tahmin edicileri iteratif yeniden ağırlıklandırılmış algoritma (IRA) kullanılarak elde edilmiştir.

Çalışmada kullanılan algoritma aşağıdaki gibidir:

- i) θ_0 , θ_1 ve σ için başlangıç değerleri, $\theta_0^{(0)}$, $\theta_1^{(0)}$ ve $\sigma^{(0)}$, parametrelerin LS tahmin edicileri olarak belirlenir.
- ii) İlk adımda belirlenen başlangıç değerleri kullanılarak,

$$w_{i:n_k}^{(m)} = \frac{\phi(\lambda z_{i:n_k}^{(m)})}{\Phi(\lambda z_{i:n_k}^{(m)})} \text{ ve } g_{n_k - s_k : n_k}^{(m)} = \frac{f(z_{n_k - s_k : n_k}^{(m)})}{1 - F(z_{n_k - s_k : n_k}^{(m)})} \quad m=0,1,2,\dots$$

değerleri hesaplanır. Burada,

$$z_{i:n_k}^{(m)} = \frac{y_{i:n_k} - \theta_0^{(m)} - \theta_1^{(m)} x_k}{\sigma^{(m)}} \text{ ve } z_{n_k - s_k : n_k}^{(m)} = \frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0^{(m)} - \theta_1^{(m)} x_k}{\sigma^{(m)}}$$

şeklinde ifade edilir.

- iii) İkinci adımda hesaplanan terimler yardımıyla,

$$\theta_0^{(m)} = \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} - \hat{\sigma}^- \gamma$$

$$\theta_1^{(m)} = \frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\underbrace{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k^2 - n \bar{x}^2}_K} + \hat{\sigma} \frac{\sum_{k=1}^a x_k \gamma_k - n \bar{x} \bar{\gamma}}{\underbrace{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k^2 - n \bar{x}^2}_D} \quad (3.5)$$

$$\sigma^{(m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} - K(x_i - \bar{x}))^2}{n(1-s)}}$$

yan düzeltmesi yapıldığında,

$$\sigma^{(m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} - K(x_i - \bar{x}))^2}{(n-2)(1-s)}}$$

şeklinde bulunur. Burada

$$s = \frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} (D(x_k - \bar{x}) - \bar{\gamma}) - \sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} (D(x_k - \bar{x}) - \bar{\gamma})^2}{n}$$

$$\gamma_k = s_k g(z_k) - \lambda \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w(z_{i:n_k})$$

$$\gamma = \sum_{k=1}^a \left(s_k g(z_k) - \lambda \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w(z_{i:n_k}) \right)$$

dır.

$$\text{iv) } \left\| \begin{array}{l} \theta_0^{(m+1)} - \theta_0^{(m)} \\ \theta_1^{(m+1)} - \theta_1^{(m)} \\ \sigma^{(m+1)} - \sigma^{(m)} \end{array} \right\| < \varepsilon \quad \text{koşulu sağlandığında iterasyon durdurulur. Burada, “ } m \text{ ”}$$

iterasyon sayısını, $\| \cdot \|$ vektörün normunu göstermektedir.

3.1.1.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi

(Tiku 1967) tarafından önerilen MML yönteminde ilk olarak olabilirlik denklemleri önceki bölümlerde ifade edildiği gibi sıralı istatistikler cinsinden yazılır.

Söz konusu denklemlerde, $f(\cdot)$, çarpık normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere,

$$g_1(z_{i:n_k}) = \frac{\phi(\lambda z_{i:n_k})}{\Phi(\lambda z_{i:n_k})} \text{ ve } g_2(z_{n_k-s_k:n_k}) = \frac{f(z_{n_k-s_k:n_k})}{[1-F(z_{n_k-s_k:n_k})]} \quad (3.6)$$

olarak ifade edildiğinde, olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k g_2(z_{n_k-s_k:n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k s_k} \left[-(z_{i:n_k}) + \lambda g_1(z_{i:n_k}) \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k g_2(z_{n_k-s_k:n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k s_k} \left[-(z_{i:n_k}) + \lambda g_1(z_{i:n_k}) \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ n - s_k z_{n_k-s_k} g_2(z_{n_k-s_k:n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \left[-(z_{i:n_k})^2 + \lambda g_1(z_{i:n_k}) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

olarak yazılabilir.

$g_1(z_{i:n_k})$ ve $g_2(z_{n_k-s_k:n_k})$ doğrusal olmayan fonksiyonları nedeniyle eşitlik (3.7)'de ifade edilen denklemlerin açık çözümü bulunmamaktadır. Bu nedenle doğrusallaştırma işlemi yapılır. Bunun için, $g_1(z_{i:n_k})$ fonksiyonu, $t_{i:n_k} = E(z_{i:n_k})$ etrafında, $g_2(z_{n_k-s_k:n_k})$ fonksiyonu ise, $t_{n_k-s_k:n_k} = E(z_{n_k-s_k:n_k})$ etrafında Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal olmayan fonksiyonlar doğrusal hale getirilir. Doğrusallaştırma işlemi yapıldığında fonksiyonlar,

$$\begin{aligned} g_1(z_{i:n_k}) &= g_1(t_{i:n_k}) + (z_{i:n_k} - t_{i:n_k}) \left[\frac{\partial g_1(z_{i:n_k})}{\partial z_{i:n_k}} \right]_{z_{i:n_k} = t_{i:n_k}} \\ g_2(z_{n_k-s_k:n_k}) &= g_2(t_{n_k-s_k:n_k}) + (z_{n_k-s_k:n_k} - t_{n_k-s_k:n_k}) \left[\frac{\partial g_2(z_{n_k-s_k:n_k})}{\partial z_{n_k-s_k:n_k}} \right]_{z_{n_k-s_k:n_k} = t_{n_k-s_k:n_k}} \end{aligned}$$

olmak üzere,

$$g_1(\mathbf{z}_{i:n_k}) = \alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} \mathbf{z}_{i:n_k}$$

$$g_2(\mathbf{z}_{n_k-s_k:n_k}) = \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \beta_{n_k-s_k:n_k} \mathbf{z}_{n_k-s_k:n_k}$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$\beta_{i:n_k} = \frac{\lambda^2 t_{i:n_k} \phi(\lambda t_{i:n_k}) \Phi(\lambda t_{i:n_k}) - \lambda \phi(\lambda t_{i:n_k})^2}{\Phi(\lambda t_{i:n_k})^2} \quad (3.8)$$

$$\alpha_{i:n_k} = \frac{\phi(\lambda t_{i:n_k})}{\Phi(\lambda t_{i:n_k})} + t_{i:n_k} \beta_{i:n_k}$$

biçimindedir. Bununla beraber, $q_k = 1 - \frac{n_k - s_k}{n+1}$ olmak üzere,

$$\beta_{n_k-s_k:n_k} = \frac{f'(t_{n_k-s_k:n_k})}{q_k} + \frac{f(t_{n_k-s_k:n_k})^2}{q_k^2} \quad (3.9)$$

$$\alpha_{i:n_k} = \frac{f(t_{n_k-s_k:n_k})}{q_k} - t_{n_k-s_k:n_k} \beta_{n_k-s_k:n_k}$$

şeklindedir. “ t ” değerleri, (Tiku ve Kumra 1985)’de bulunmaktadır.

Ancak büyük örneklem genişlikleri için “ t ” değerleri,

$$\int_{-\infty}^{t_{i:n_k}} f(\mathbf{z}_{i:n_k}) d\mathbf{z} = \frac{i}{n+1} \quad (3.10)$$

$$\int_{-\infty}^{t_{n_k-s_k:n_k}} f(\mathbf{z}_{n_k-s_k:n_k}) d\mathbf{z} = \frac{n_k - s_k}{n+1}$$

eşitlikleri kullanılarak elde edilir.

Buna göre, $g_1(z_{i:n_k})$ ve $g_2(z_{n_k-s_k:n_k})$, eşitlik (3.7)'de verilen denklemlerde yerine yazıldığında uyarlanmış en çok olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_0} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \left(\alpha_{n_k-s_k:n_k} + \beta_{n_k-s_k:n_k} z_{n_k-s_k:n_k} \right) + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} -\left(z_{i:n_k} \right) + \lambda \left(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k} \right) \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \theta_1} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \left(\alpha_{n_k-s_k:n_k} + \beta_{n_k-s_k:n_k} z_{n_k-s_k:n_k} \right) + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} -\left(z_{i:n_k} \right) + \lambda \left(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k} \right) \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L^*}{\partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ n - s_k z_{n_k-s_k:n_k} \left(\alpha_{n_k-s_k:n_k} + \beta_{n_k-s_k:n_k} z_{n_k-s_k:n_k} \right) + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} -\left(z_{i:n_k} \right)^2 + \lambda z_{i:n_k} \left(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k} \right) \right\} = 0\end{aligned}\quad (3.11)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıda ifade edilen denklem sistemi çözüldüğünde, MML tahmin edicileri,

$$\hat{\theta}_0 = a\hat{\sigma} + b, \quad \hat{\theta}_1 = c\hat{\sigma} + d \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (3.12)$$

olarak elde edilir.

Burada,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta}, \quad d = \frac{\Delta_d}{\Delta}$$

olmak üzere,

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left[s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] & \sum_{k=1}^a \left[x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \\ \sum_{k=1}^a \left(x_k \left[s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] \right) & \sum_{k=1}^a \left[x_k^2 \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \end{vmatrix},$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left[s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} - \lambda \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right] & \sum_{k=1}^a \left[x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \\ \sum_{k=1}^a \left(x_k \left[s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} - \lambda \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right] \right) & \sum_{k=1}^a \left[x_k^2 \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \end{vmatrix},$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) y_{i:n_k} \right] & \sum_{k=1}^a \left[x_k \left(\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \\ \sum_{k=1}^a \left(x_k \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) y_{i:n_k} \right] \right) & \sum_{k=1}^a \left[x_k^2 \left(\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right) \right] \end{vmatrix}$$

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] & \sum_{k=1}^a \left[\mathbf{s}_k \alpha_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} - \lambda \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} \alpha_{i:n_k} \right] \\ \sum_{k=1}^a \left(x_k \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] \right) & \sum_{k=1}^a \left[x_k \left(\mathbf{s}_k \alpha_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} - \lambda \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} \alpha_{i:n_k} \right) \right] \end{vmatrix},$$

$$\Delta_d = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] & \sum_{k=1}^a \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) y_{i:n_k} \right] \\ \sum_{k=1}^a \left(x_k \left[\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \right] \right) & \sum_{k=1}^a \left[x_k \left(\mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) y_{i:n_k} \right) \right] \end{vmatrix}$$

$$A = \sum_{k=1}^a (n_k - \mathbf{s}_k)$$

$$B = \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \left[y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} - (b + dx_k) \right] \left[\alpha_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} - \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} (a + cx_k) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} \left[y_{i:n_k} - (b + dx_k) \right] \left[\lambda \alpha_{i:n_k} + (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) (a + cx_k) \right] \right\}$$

$$C = - \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} \left[y_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} - (b + dx_k) \right]^2 + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} (1 + \lambda \beta_{i:n_k}) \left[y_{i:n_k} - (b + dx_k) \right]^2 \right\}$$

şeklinde ifade edilir. Burada, $|D|$ ifadesi D matrisinin determinantını ifade etmektedir.

3.1.3 Monte Carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin tahmin edicilerinin etkinlikleri incelenmektedir.

Simülasyon çalışmasında, θ_0 , θ_1 ve σ parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin ortalamaları, varyansları ve hata kareler ortalamaları (Mean square error-MSE) bulunmuştur. ML ve MML tahmin edicilerinin etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Simülasyon çalışmasında göreceli etkinlikler,

$$RE(\hat{\theta}_0) = \frac{MSE(\hat{\theta}_{0,ML})}{MSE(\hat{\theta}_{0,MML})}$$
$$RE(\hat{\theta}_1) = \frac{MSE(\hat{\theta}_{1,ML})}{MSE(\hat{\theta}_{1,MML})}$$
$$RE(\hat{\sigma}) = \frac{MSE(\hat{\sigma}_{ML})}{MSE(\hat{\sigma}_{MML})}$$

olarak hesaplanır.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n=10,15$ ve 20 alınarak iki düzeyli stres olan durumlar için farklı sansür sayıları dikkate alınarak, $\lambda=0.4,0.7$ ve 1 olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri kullanılarak yapılmıştır. Simülasyonda kullanılan sansür sayıları çizelge 3.1’de verilmektedir. Simülasyon değerleri (Chan vd. 2008)’de kullanıldığı gibidir.

Çizelge 3.1 Sansür sayıları

s_1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s_2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3

Simülasyonda, $\theta_0 = 0$, $\theta_1 = 1$ ve $\sigma = 1$ alınarak, 10.000 iterasyonda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda yapılmaktadır. Simülasyon sonuçları çizelge 3.2-3.5’de sunulmaktadır.

Çizelge 3.2 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0$; $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$) (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s1	s2	n1=n2=10												
0	0	ML	-0,0092	0,051	0,0508	100	0,9993	0,0493	1,0479	100	0,9757	0,0265	0,9785	100
		MML	-0,0092	0,051	0,0508		0,9993	0,0493	1,0479		0,9757	0,0265	0,9785	
1	0	ML	-0,0645	0,049	0,0532	100	1,0784	0,0499	1,2128	100	0,9146	0,0269	0,8634	98
		MML	-0,0638	0,049	0,0532		1,0778	0,0498	1,2113		0,9258	0,0277	0,8847	
1	1	ML	-0,1511	0,053	0,0759	99	0,9940	0,0554	1,0434	100	0,8570	0,0272	0,7616	95
		MML	-0,1532	0,053	0,0766		0,9940	0,0554	1,0434		0,8776	0,0288	0,7990	
2	0	ML	-0,1249	0,05	0,0653	98	1,1295	0,0557	1,3315	99	0,8847	0,0277	0,8103	93
		MML	-0,1288	0,05	0,0663		1,1335	0,0558	1,3415		0,9155	0,0302	0,8682	
2	1	ML	-0,2175	0,055	0,1019	97	1,0438	0,0563	1,1458	99	0,8039	0,0228	0,6690	91
		MML	-0,2237	0,055	0,1047		1,0469	0,0564	1,1523		0,8417	0,0254	0,7339	
2	2	ML	-0,2597	0,055	0,1229	95	0,9962	0,0538	1,0461	100	0,7480	0,0237	0,5832	87
		MML	-0,2715	0,056	0,1292		0,9962	0,0539	1,0462		0,8019	0,0280	0,6710	
3	0	ML	-0,1332	0,056	0,0741	95	1,1409	0,0554	1,3570	98	0,8590	0,0283	0,7661	86
		MML	-0,1453	0,057	0,0777		1,1530	0,0554	1,3848		0,9235	0,0334	0,8863	
3	1	ML	-0,2295	0,051	0,1037	93	1,0831	0,0533	1,2263	98	0,7679	0,0249	0,6145	84
		MML	-0,2454	0,051	0,1114		1,0940	0,0535	1,2503		0,8364	0,0303	0,7298	
3	2	ML	-0,2930	0,055	0,1405	90	1,0164	0,0602	1,0932	99	0,7109	0,0248	0,5301	80
		MML	-0,3171	0,055	0,1553		1,0244	0,0606	1,1099		0,7954	0,0321	0,6647	
3	3	ML	-0,3427	0,057	0,1744	85	1,0000	0,0557	1,0556	100	0,6672	0,0219	0,4670	73
		MML	-0,3839	0,057	0,2045		0,9998	0,0564	1,0560		0,7798	0,0311	0,6392	
s1	s2	n1=n2=15												
0	0	ML	-0,0032	0,0340	0,0340	100	1,0013	0,0333	1,0358	100	0,9930	0,0173	1,0033	100
		MML	-0,0032	0,0340	0,0340		1,0013	0,0333	1,0358		0,9930	0,0173	1,0033	
1	0	ML	-0,0511	0,0338	0,0364	100	1,0637	0,0350	1,1664	100	0,9422	0,0174	0,9052	99
		MML	-0,0508	0,0338	0,0364		1,0634	0,0350	1,1658		0,9485	0,0177	0,9174	
1	1	ML	-0,1203	0,0354	0,0498	100	1,0128	0,0338	1,0594	100	0,8877	0,0151	0,8030	98
		MML	-0,1196	0,0354	0,0496		1,0127	0,0338	1,0593		0,8988	0,0155	0,8234	
2	0	ML	-0,0959	0,0356	0,0448	99	1,0984	0,0343	1,2408	100	0,9169	0,0184	0,8591	97
		MML	-0,0972	0,0357	0,0451		1,0969	0,0343	1,2375		0,9331	0,0193	0,8899	
2	1	ML	-0,1594	0,0363	0,0617	99	1,0315	0,0375	1,1015	100	0,8496	0,0170	0,7387	95
		MML	-0,1618	0,0363	0,0624		1,0303	0,0375	1,0990		0,8697	0,0180	0,7744	
2	2	ML	-0,1918	0,0336	0,0704	98	1,0002	0,0336	1,0340	100	0,8036	0,0158	0,6616	93
		MML	-0,1960	0,0336	0,0720		1,0002	0,0336	1,0340		0,8313	0,0172	0,7083	
3	0	ML	-0,1251	0,0352	0,0508	98	1,1263	0,0357	1,3043	99	0,8953	0,0179	0,8195	93
		MML	-0,1293	0,0353	0,0519		1,1307	0,0357	1,3141		0,9263	0,0195	0,8776	
3	1	ML	-0,1940	0,034	0,0713	97	1,0744	0,0359	1,1902	99	0,8274	0,0163	0,7008	92
		MML	-0,1994	0,034	0,0735		1,0783	0,0359	1,1987		0,8609	0,0179	0,7590	
3	2	ML	-0,2421	0,036	0,0941	96	1,0321	0,0378	1,1030	100	0,7795	0,0140	0,6216	90
		MML	-0,2499	0,036	0,0979		1,0296	0,0377	1,0978		0,8192	0,0159	0,6869	
3	3	ML	-0,2729	0,035	0,1090	94	0,9934	0,0353	1,0220	100	0,7521	0,0151	0,5808	87
		MML	-0,2854	0,035	0,1161		0,9934	0,0352	1,0220		0,8045	0,0178	0,6649	

Çizelge 3.2 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0$; $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	-0,0058	0,0247	0,0247	100	1,0057	0,0266	1,0379	100	0,9940	0,0140	1,0021	100
		MML	-0,0058	0,0247	0,0247		1,0057	0,0266	1,0379		0,9940	0,0140	1,0021	
1	0	ML	-0,0458	0,0241	0,0262	100	1,0456	0,0263	1,1196	100	0,9484	0,0132	0,9127	99
		MML	-0,0457	0,0241	0,0262		1,0455	0,0263	1,1194		0,9524	0,0133	0,9203	
1	1	ML	-0,0902	0,0256	0,0337	100	0,9939	0,0252	1,0131	100	0,9051	0,0115	0,8308	98
		MML	-0,0898	0,0256	0,0337		0,9940	0,0252	1,0131		0,9124	0,0118	0,8443	
2	0	ML	-0,0741	0,0252	0,0307	100	1,0804	0,0245	1,1917	100	0,9237	0,0137	0,8670	98
		MML	-0,0733	0,0252	0,0306		1,0796	0,0245	1,1899		0,9340	0,0141	0,8865	
2	1	ML	-0,1295	0,0246	0,0414	99	1,0380	0,0246	1,1021	100	0,8760	0,0121	0,7795	97
		MML	-0,1307	0,0246	0,0417		1,0373	0,0246	1,1007		0,8890	0,0126	0,8029	
2	2	ML	-0,1609	0,0258	0,0516	99	1,0025	0,0253	1,0303	100	0,8421	0,0117	0,7208	96
		MML	-0,1630	0,0258	0,0523		1,0025	0,0253	1,0304		0,8600	0,0124	0,7519	
3	0	ML	-0,1210	0,0242	0,0389	99	1,1153	0,0247	1,2685	100	0,9094	0,0134	0,8404	96
		MML	-0,1231	0,0243	0,0394		1,1130	0,0246	1,2635		0,9284	0,0141	0,8761	
3	1	ML	-0,1556	0,027	0,0511	98	1,0613	0,0287	1,1549	100	0,8517	0,0115	0,7369	95
		MML	-0,1582	0,027	0,0519		1,0593	0,0287	1,1508		0,8724	0,0121	0,7733	
3	2	ML	-0,1893	0,026	0,0619	98	1,0293	0,0262	1,0857	100	0,8242	0,0122	0,6916	94
		MML	-0,1932	0,026	0,0634		1,0280	0,0262	1,0830		0,8499	0,0132	0,7355	
3	3	ML	-0,2296	0,025	0,0778	97	0,9912	0,0284	1,0109	100	0,7942	0,0113	0,6420	92
		MML	-0,2356	0,025	0,0806		0,9912	0,0284	1,0109		0,8260	0,0126	0,6949	

Çizelge 3.3 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s1	s2	n1=n2=10												
0	0	ML	0,0183	0,0470	0,0473	100	1,0018	0,0442	1,0477	100	0,9360	0,0246	0,9007	99
		MML	0,0092	0,0471	0,0472		1,0018	0,0442	1,0477		0,9891	0,0265	0,9058	
1	0	ML	0,0016	0,0471	0,0471	99	1,0284	0,0460	1,1037	98	0,9135	0,0258	0,8603	98
		MML	-0,0182	0,0474	0,0477		1,0418	0,0460	1,1313		0,9579	0,0264	0,8761	
1	1	ML	-0,0184	0,0484	0,0508	99	1,0036	0,0470	1,0543	100	0,8933	0,0266	0,8446	98
		MML	-0,0486	0,0490	0,0513		1,0036	0,0470	1,0543		0,9273	0,0287	0,8586	
2	0	ML	-0,0138	0,0488	0,0490	97	1,0382	0,0469	1,1246	97	0,9109	0,0276	0,8574	99
		MML	-0,0360	0,0491	0,0504		1,0528	0,0468	1,1553		0,9586	0,0306	0,8695	
2	1	ML	-0,0350	0,0488	0,0521	97	1,0170	0,0480	1,0822	100	0,8794	0,0313	0,8026	100
		MML	-0,0671	0,0494	0,0539		1,0187	0,0479	1,0857		0,9154	0,0318	0,8020	
2	2	ML	-0,0455	0,0487	0,0538	97	1,0001	0,0475	1,0477	100	0,8697	0,0308	0,7872	96
		MML	-0,0794	0,0492	0,0555		1,0001	0,0475	1,0477		0,9082	0,0331	0,8184	
3	0	ML	-0,0212	0,0499	0,0503	99	1,0471	0,0484	1,1448	100	0,9031	0,0285	0,8440	99
		MML	-0,0331	0,0500	0,0511		1,0488	0,0483	1,1483		0,9601	0,0288	0,8541	
3	1	ML	-0,0403	0,0498	0,0514	95	1,0261	0,0493	1,1022	99	0,8760	0,0295	0,7970	99
		MML	-0,0626	0,0500	0,0540		1,0158	0,0493	1,1111		0,9217	0,0295	0,8022	
3	2	ML	-0,0554	0,0505	0,0556	97	1,0090	0,0490	1,0671	100	0,8630	0,0325	0,7772	99
		MML	-0,0789	0,0508	0,0571		0,9972	0,0489	1,0664		0,9120	0,0344	0,7860	
3	3	ML	-0,0640	0,0501	0,0542	97	0,9992	0,0499	1,0483	100	0,8543	0,0354	0,7652	98
		MML	-0,0761	0,0502	0,0560		0,9992	0,0497	1,0480		0,9156	0,0360	0,7790	

Çizelge 3.3 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=15												
0	0	ML	0,0114	0,0313	0,0314	100	1,0016	0,0299	1,0331	100	0,9579	0,0161	0,9336	99
		MML	0,0072	0,0314	0,0314		1,0016	0,0299	1,0331		0,9940	0,0170	0,9453	
1	0	ML	-0,0033	0,0318	0,0318	99	1,0173	0,0308	1,0658	98	0,9394	0,0172	0,8997	100
		MML	-0,0156	0,0319	0,0321		1,0282	0,0308	1,0879		0,9671	0,0173	0,9006	
1	1	ML	-0,0163	0,0328	0,0342	98	0,9991	0,0306	1,0289	100	0,9226	0,0171	0,8683	100
		MML	-0,0367	0,0330	0,0348		0,9991	0,0306	1,0288		0,9406	0,0174	0,8726	
2	0	ML	-0,0130	0,0314	0,0316	97	1,0311	0,0306	1,0938	97	0,9338	0,0175	0,8896	99
		MML	-0,0301	0,0316	0,0325		1,0472	0,0306	1,1273		0,9601	0,0177	0,9003	
2	1	ML	-0,0294	0,0321	0,0350	99	1,0153	0,0315	1,0624	99	0,9145	0,0182	0,8545	98
		MML	-0,0545	0,0324	0,0353		1,0207	0,0315	1,0733		0,9303	0,0185	0,8745	
2	2	ML	-0,0355	0,0324	0,0356	97	1,0007	0,0317	1,0330	100	0,9025	0,0187	0,8333	99
		MML	-0,0651	0,0327	0,0369		1,0007	0,0317	1,0330		0,9159	0,0189	0,8433	
3	0	ML	-0,0184	0,0322	0,0326	97	1,0409	0,0313	1,1348	99	0,9311	0,0184	0,8854	98
		MML	-0,0358	0,0324	0,0337		1,0564	0,0312	1,1471		0,9601	0,0188	0,9004	
3	1	ML	-0,0373	0,0324	0,0358	98	1,0182	0,0316	1,0683	99	0,9114	0,0186	0,8493	98
		MML	-0,0626	0,0326	0,0366		1,0232	0,0316	1,0785		0,9214	0,0216	0,8693	
3	2	ML	-0,0494	0,0325	0,0379	97	1,0083	0,0314	1,0482	100	0,8979	0,0193	0,8252	99
		MML	-0,0791	0,0327	0,0390		1,0080	0,0314	1,0476		0,9079	0,0200	0,8352	
3	3	ML	-0,0527	0,034	0,0398	97	0,9980	0,0318	1,0277	100	0,8965	0,0202	0,8239	99
		MML	-0,0826	0,0343	0,0411		0,9980	0,0318	1,0277		0,8995	0,0212	0,8289	
s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0122	0,0236	0,0237	100	0,9996	0,0228	1,0220	100	0,9666	0,0122	0,9465	98
		MML	0,0105	0,0236	0,0237		0,9996	0,0228	1,0221		0,9766	0,0125	0,9665	
1	0	ML	-0,0027	0,0238	0,0238	99	1,0180	0,0230	1,0594	98	0,9548	0,0130	0,9246	98
		MML	-0,0109	0,0239	0,0240		1,0271	0,0230	1,0778		0,9648	0,0134	0,9446	
1	1	ML	-0,0147	0,0237	0,0240	97	1,0002	0,0230	1,0234	100	0,9389	0,0126	0,8941	99
		MML	-0,0295	0,0239	0,0247		1,0002	0,0230	1,0234		0,9484	0,0128	0,9051	
2	0	ML	-0,0137	0,0238	0,0240	97	1,0259	0,0230	1,0754	97	0,9502	0,0129	0,9159	98
		MML	-0,0267	0,0239	0,0246		1,0405	0,0230	1,1057		0,9602	0,0131	0,9359	
2	1	ML	-0,0237	0,0240	0,0255	98	1,0123	0,0237	1,0485	99	0,9314	0,0128	0,8803	99
		MML	-0,0432	0,0241	0,0260		1,0180	0,0237	1,0600		0,9416	0,0130	0,8890	
2	2	ML	-0,0345	0,0245	0,0277	98	1,0005	0,0237	1,0246	100	0,9256	0,0138	0,8705	99
		MML	-0,0587	0,0247	0,0281		1,0005	0,0237	1,0246		0,9336	0,0140	0,8804	
3	0	ML	-0,0182	0,0238	0,0241	96	1,0334	0,0230	1,0909	97	0,9440	0,0136	0,9148	99
		MML	-0,0336	0,0239	0,0250		1,0504	0,0230	1,1264		0,9616	0,0137	0,9250	
3	1	ML	-0,0305	0,0245	0,0266	97	1,0170	0,0234	1,0578	98	0,9254	0,0133	0,8709	100
		MML	-0,0524	0,0246	0,0274		1,0252	0,0234	1,0744		0,9309	0,0128	0,8697	
3	2	ML	-0,0387	0,0239	0,0274	97	1,0069	0,0240	1,0377	100	0,9190	0,0137	0,8583	100
		MML	-0,0652	0,0241	0,0283		1,0094	0,0240	1,0429		0,9210	0,0132	0,8602	
3	3	ML	-0,0489	0,0248	0,0300	97	0,9991	0,0234	1,0216	100	0,9123	0,0145	0,8469	100
		MML	-0,0777	0,025	0,0311		0,9991	0,0234	1,0216		0,9147	0,0147	0,8488	

Çizelge 3.4 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE tahmin değerleri ($\lambda=0.7$; $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
$s1$	$s2$	$n1=n2=10$												
0	0	ML	0,0316	0,0432	0,0442	100	1,0030	0,0391	1,0452	100	0,9267	0,0294	0,9078	99
		MML	0,0323	0,0432	0,0442	100	1,0030	0,0392	1,0451	100	0,9417	0,0302	0,9167	99
1	0	ML	0,0070	0,0434	0,0434	100	1,0291	0,0406	1,0996	100	0,8991	0,0199	0,8280	99
		MML	0,0068	0,0434	0,0434	100	1,0315	0,0406	1,1047	100	0,9147	0,0207	0,8372	99
1	1	ML	-0,0099	0,0444	0,0445	100	0,9990	0,0405	1,0386	100	0,8609	0,0280	0,7189	99
		MML	-0,0111	0,0445	0,0446	100	0,9991	0,0404	1,0386	100	0,8371	0,0267	0,7272	99
2	0	ML	-0,0046	0,0447	0,0447	100	1,0424	0,0401	1,1267	99	0,8812	0,0299	0,8061	99
		MML	0,0014	0,0445	0,0445	100	1,0493	0,0401	1,1412	99	0,8876	0,0299	0,8174	99
2	1	ML	-0,0262	0,0456	0,0458	100	1,0120	0,0409	1,0650	98	0,8642	0,0241	0,7707	98
		MML	-0,0211	0,0455	0,0459	100	1,0209	0,0410	1,0833	98	0,9315	0,0214	0,7890	98
2	2	ML	-0,0414	0,0459	0,0465	99	1,0017	0,0411	1,0445	100	0,8529	0,0217	0,7723	100
		MML	-0,0297	0,0455	0,0470	99	1,0015	0,0414	1,0444	100	0,8642	0,0241	0,7717	100
3	0	ML	-0,0690	0,0451	0,0498	94	1,1039	0,0398	1,2585	97	0,8952	0,0304	0,8317	94
		MML	-0,0841	0,0460	0,0530	94	1,1237	0,0408	1,3035	97	0,9262	0,0317	0,8894	94
3	1	ML	-0,0396	0,0456	0,0454	98	1,0068	0,0419	1,0555	99	0,7976	0,0257	0,7616	98
		MML	-0,0173	0,0451	0,0464	98	1,0371	0,0420	1,0676	99	0,8644	0,0277	0,7745	98
3	2	ML	-0,0569	0,0473	0,0473	96	0,9948	0,0424	1,0321	99	0,7272	0,0266	0,6882	98
		MML	-0,0277	0,0465	0,0493	96	1,0161	0,0428	1,0453	99	0,8194	0,0332	0,7043	98
3	3	ML	-0,0670	0,0460	0,0492	98	1,0050	0,0428	1,0528	100	0,8091	0,0288	0,7314	100
		MML	-0,0202	0,0448	0,0505	98	1,0049	0,0423	1,0520	100	0,8338	0,0378	0,7325	100
$s1$	$s2$	$n1=n2=15$												
0	0	ML	0,0161	0,0288	0,0291	100	1,0020	0,0258	1,0298	100	0,9605	0,0168	0,9693	100
		MML	0,0248	0,0287	0,0291	100	1,0020	0,0258	1,0298	100	0,9763	0,0173	0,9703	100
1	0	ML	0,0058	0,0294	0,0294	100	1,0243	0,0267	1,0760	99	0,9378	0,0170	0,8965	98
		MML	0,0129	0,0293	0,0294	100	1,0276	0,0267	1,0827	99	0,9562	0,0168	0,9114	98
1	1	ML	-0,0092	0,0292	0,0293	100	0,9994	0,0262	1,0251	100	0,8770	0,0114	0,8105	98
		MML	-0,0036	0,0291	0,0291	100	0,9993	0,0261	1,0248	100	0,9041	0,0119	0,8292	98
2	0	ML	-0,0060	0,0291	0,0292	100	1,0416	0,0268	1,1118	100	0,9158	0,0138	0,8523	98
		MML	0,0027	0,0290	0,0291	100	1,0426	0,0268	1,1137	100	0,9264	0,0133	0,8713	98
2	1	ML	-0,0206	0,0290	0,0291	99	1,0188	0,0264	1,0643	100	0,8989	0,0172	0,8252	100
		MML	-0,0134	0,0289	0,0293	99	1,0166	0,0263	1,0597	100	0,8968	0,0176	0,8217	100
2	2	ML	-0,0357	0,0301	0,0310	98	1,0007	0,0270	1,0284	100	0,8847	0,0158	0,7803	100
		MML	-0,0269	0,0300	0,0316	98	1,0006	0,0270	1,0282	100	0,8745	0,0156	0,7802	100
3	0	ML	-0,0034	0,0297	0,0299	99	1,0442	0,0266	1,1168	99	0,9223	0,0179	0,8386	100
		MML	-0,0178	0,0300	0,0300	99	1,0512	0,0266	1,1316	99	0,9065	0,0191	0,8406	100
3	1	ML	-0,021777	0,0297	0,0301	97	1,0202	0,027	1,068	98	0,894	0,018	0,818	100
		MML	-0,034696	0,0299	0,0311	97	1,0302	0,027	1,088	98	0,893	0,021	0,819	100
3	2	ML	-0,03074	0,0303	0,0313	96	1,0061	0,027	1,04	99	0,867	0,017	0,768	99
		MML	-0,045354	0,0306	0,0327	96	1,0137	0,027	1,055	99	0,88	0,019	0,774	99
3	3	ML	-0,033652	0,0296	0,0307	94	0,9993	0,027	1,026	100	0,885	0,019	0,802	97
		MML	-0,053997	0,0299	0,0329	94	0,9993	0,028	1,026	100	0,869	0,019	0,824	97

Çizelge 3.4 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE tahmin değerleri ($\lambda=0.7$; $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$ (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0164	0,0222	0,0225	100	1,0004	0,0200	1,0208	100	0,9683	0,0126	0,9502	99
		MML	0,0290	0,0221	0,0225		1,0005	0,0200	1,0210		0,9723	0,0125	0,9577	
1	0	ML	0,0024	0,0221	0,0221	100	1,0202	0,0200	1,0608	99	0,9510	0,0125	0,9061	99
		MML	0,0135	0,0220	0,0221		1,0233	0,0200	1,0672		0,9472	0,0089	0,9160	
1	1	ML	0,0018	0,0219	0,0219	99	0,9998	0,0204	1,0201	100	0,9310	0,0123	0,8790	96
		MML	-0,0078	0,0220	0,0220		0,9997	0,0203	1,0198		0,9511	0,0127	0,9171	
2	0	ML	0,0049	0,0218	0,0218	99	1,0324	0,0201	1,0860	99	0,9426	0,0131	0,9017	98
		MML	-0,0064	0,0219	0,0220		1,0353	0,0201	1,0919		0,9502	0,0129	0,9155	
2	1	ML	-0,0078	0,0223	0,0224	98	1,0139	0,0197	1,0876	100	0,9165	0,0097	0,8325	99
		MML	-0,0176	0,0224	0,0227		1,0353	0,0196	1,0919		0,9085	0,0096	0,8449	
2	2	ML	-0,0179	0,0225	0,0229	98	0,9983	0,0203	1,0169	100	0,9071	0,0049	0,8157	100
		MML	-0,0280	0,0227	0,0234		0,9983	0,0203	1,0169		0,8943	0,0097	0,8194	
3	0	ML	-0,0014	0,0216	0,0216	98	1,0427	0,0204	1,1077	100	0,9355	0,0131	0,8882	99
		MML	-0,0150	0,0218	0,0220		1,0422	0,0204	1,1067		0,9394	0,0118	0,8943	
3	1	ML	-0,0160	0,0223	0,0226	97	1,0252	0,02	1,071	101	0,912	0,013	0,836	100
		MML	-0,0281	0,0225	0,0233		1,0216	0,02	1,064		0,91	0,01	0,838	
3	2	ML	-0,0255	0,0222	0,0228	96	1,0106	0,021	1,042	101	0,902	0,013	0,846	99
		MML	-0,0380	0,0223	0,0238		1,0072	0,021	1,035		0,919	0,012	0,857	
3	3	ML	-0,0323	0,0226	0,0247	99	1,0017	0,021	1,024	100	0,894	0,014	0,813	99
		MML	-0,0472	0,0228	0,0250		1,0017	0,021	1,024		0,891	0,016	0,819	

Çizelge 3.5 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE tahmin değerleri ($\lambda=1$; $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$ (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

s1	s2	n1=n2=10	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0363	0,0395	0,0408	99	1,0011	0,0341	1,0363	100	0,9348	0,0249	0,9888	99
		MML	0,0568	0,0390	0,0411		1,0008	0,0344	1,0360		0,9852	0,0280	0,9986	
1	0	ML	0,0210	0,0395	0,0400	98	1,0311	0,0338	1,0995	100	0,9083	0,0260	0,8710	99
		MML	0,0425	0,0390	0,0408		1,0325	0,0339	1,0999		0,9244	0,0275	0,8820	
1	1	ML	0,0000	0,0394	0,0394	100	0,9976	0,0346	1,0298	100	0,8757	0,0256	0,7925	98
		MML	0,0228	0,0388	0,0393		0,9977	0,0346	1,0301		0,8496	0,0242	0,8061	
2	0	ML	0,0052	0,0403	0,0403	99	1,0506	0,0347	1,1384	100	0,8902	0,0268	0,8192	100
		MML	0,0344	0,0395	0,0407		1,0409	0,0347	1,1382		0,8901	0,0278	0,8202	
2	1	ML	-0,0098	0,0415	0,0415	100	1,0226	0,0348	1,0505	99	0,8519	0,0270	0,7527	98
		MML	0,0204	0,0406	0,0414		1,0116	0,0346	1,0579		0,8037	0,0246	0,7705	
2	2	ML	-0,0273	0,0420	0,0428	100	0,9995	0,0350	1,0339	100	0,8318	0,0281	0,7200	98
		MML	0,0102	0,0409	0,0430		0,9993	0,0347	1,0333		0,7562	0,0239	0,7358	
3	0	ML	-0,0097	0,0395	0,0396	100	1,0631	0,0352	1,1653	100	0,8834	0,0263	0,8068	98
		MML	0,0379	0,0382	0,0396		1,0279	0,0351	1,1656		0,8731	0,0275	0,8197	
3	1	ML	-0,0191	0,0407	0,0410	100	1,0383	0,0339	1,0418	100	0,8476	0,0283	0,7467	99
		MML	0,0289	0,0393	0,0411		1,0032	0,0336	1,0400		0,7845	0,0256	0,7510	
3	2	ML	-0,0409	0,0415	0,0432	100	1,0180	0,0357	1,0720	100	0,8203	0,0297	0,7026	99
		MML	0,0141	0,0399	0,0431		0,9945	0,0353	1,0742		0,7263	0,0243	0,7118	
3	3	ML	-0,0534	0,0424	0,0452	99	1,0024	0,0373	1,0414	100	0,8051	0,0311	0,6793	99
		MML	0,0193	0,0403	0,0457		1,0022	0,0370	1,0421		0,6892	0,0240	0,6890	

Çizelge 3.5 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE tahmin değerleri ($\lambda = 1$; $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$ (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=15												
0	0	ML	0,0226	0,0263	0,0268	100	1,0011	0,0232	1,0254	100	0,9582	0,0173	0,9614	98
		MML	0,0529	0,0258	0,0268		1,0009	0,0235	1,0253		1,0470	0,0209	0,9814	
1	0	ML	0,0094	0,0273	0,0277	98	1,0212	0,0232	1,0660	99	0,9347	0,0170	0,8906	100
		MML	0,0397	0,0268	0,0284		1,0243	0,0232	1,0725		1,0191	0,0203	0,8949	
1	1	ML	0,0045	0,0263	0,0263	97	0,9999	0,0229	1,0226	100	0,9077	0,0167	0,8407	98
		MML	0,0349	0,0258	0,0270		0,9998	0,0230	1,0226		0,8795	0,0157	0,8553	
2	0	ML	0,0024	0,0262	0,0262	97	1,0407	0,0227	1,1058	100	0,9105	0,0177	0,8467	98
		MML	0,0352	0,0256	0,0269		1,0401	0,0226	1,1045		0,9214	0,0175	0,8664	
2	1	ML	-0,0097	0,0263	0,0264	100	1,0132	0,0226	1,0490	99	0,8927	0,0172	0,8141	98
		MML	0,0234	0,0258	0,0263		1,0167	0,0226	1,0563		0,8452	0,0156	0,8300	
2	2	ML	0,0149	0,0261	0,0263	97	0,9992	0,0223	1,0207	100	0,8771	0,0172	0,7864	99
		MML	-0,0207	0,0267	0,0272		0,9994	0,0224	1,0212		0,8079	0,0185	0,7977	
3	0	ML	-0,0129	0,0259	0,0260	100	1,0448	0,0228	1,1145	98	0,8941	0,0179	0,8373	98
		MML	0,0267	0,0252	0,0259		1,0551	0,0229	1,1361		0,9157	0,0179	0,8564	
3	1	ML	0,0207	0,0263	0,0267	98	1,0211	0,0235	1,0661	98	0,8251	0,0160	0,7967	99
		MML	-0,0188	0,0270	0,0274		1,0336	0,0237	1,0920		0,8860	0,0178	0,8029	
3	2	ML	0,0263	0,0256	0,0263	95	1,0084	0,0228	1,0397	98	0,8671	0,0185	0,7703	98
		MML	-0,0312	0,0266	0,0276		1,0166	0,0230	1,0565		0,7822	0,0155	0,7873	
3	3	ML	-0,0243	0,0300	0,0306	91	1,0027	0,0277	1,0332	100	0,8690	0,0190	0,7741	98
		MML	-0,0566	0,0305	0,0337			1,0027	0,0275		1,0328		0,7639	
s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0178	0,0198	0,0201	99	0,9990	0,0173	1,0153	100	0,9664	0,0127	0,9466	99
		MML	0,0656	0,0193	0,0203		0,9989	0,0175	1,0152		1,0205	0,0143	0,9556	
1	0	ML	0,0066	0,0196	0,0197	99	1,0189	0,0169	1,0552	99	0,9490	0,0127	0,9133	100
		MML	0,0541	0,0191	0,0199		1,0225	0,0170	1,0626		0,9984	0,0142	0,9140	
1	1	ML	0,0020	0,0196	0,0196	99	0,9995	0,0166	1,0155	100	0,9251	0,0123	0,8681	98
		MML	0,0491	0,0190	0,0199		0,9994	0,0166	1,0155		0,8979	0,0117	0,8878	
2	0	ML	0,0023	0,0200	0,0200	99	1,0317	0,0169	1,0814	99	0,9371	0,0130	0,8911	99
		MML	0,0508	0,0194	0,0202		1,0345	0,0170	1,0871		0,9864	0,0144	0,8974	
2	1	ML	-0,0104	0,0199	0,0200	99	1,0160	0,0171	1,0493	100	0,9140	0,0126	0,8480	98
		MML	0,0376	0,0192	0,0202		1,0154	0,0171	1,0482		0,8699	0,0116	0,8684	
2	2	ML	-0,0181	0,0201	0,0204	100	1,0000	0,0169	1,0169	100	0,9019	0,0129	0,8964	99
		MML	0,0310	0,0195	0,0205		1,0000	0,0169	1,0170		0,9454	0,0141	0,9079	
3	0	ML	-0,0083	0,0195	0,0195	99	1,0440	0,0172	1,1070	100	0,9060	0,0127	0,8635	98
		MML	0,0432	0,0189	0,0197		1,0423	0,0171	1,1084		0,9307	0,0128	0,8790	
3	1	ML	-0,0148	0,0197	0,0199	98	1,0261	0,0172	1,0700	100	0,8514	0,0120	0,8368	100
		MML	0,0363	0,0190	0,0203		1,0214	0,0172	1,0724		0,9079	0,0133	0,8375	
3	2	ML	-0,0259	0,0201	0,0206	100	1,0113	0,0171	1,0399	100	0,8163	0,0116	0,7780	96
		MML	0,0260	0,0194	0,0206		1,0077	0,0170	1,0400		0,8922	0,0135	0,8095	
3	3	ML	-0,0350	0,0205	0,0217	100	0,9994	0,0172	1,0160	100	0,7908	0,0111	0,8065	99
		MML	0,0196	0,0198	0,0218		0,9995	0,0172	1,0161		0,8821	0,0133	0,8114	

Bu bölümde AFT modelde hataların dağılımının çarpık normal dağılım olduğu durumda AFT model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin ortalamaları, varyansları ve hata kareler ortalamalarını elde etmek amacıyla Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması farklı çarpıklık değerleri ve farklı sansür sayılarına göre yapılmıştır.

Çizelge 3.2 -3.5'e bakıldığında, AFT modelde hata terimleri çarpık normal dağıldığı koşulda farklı çarpıklık değerleri ve sansür sayıları için θ_0 , θ_1 ve σ parametrelerinin ML tahmin edicilerinin etkinlikleri, MML tahmin edicilerinin etkinliklerine göre yüksek olduğu görülmektedir.

Ancak MML tahmin edicilerinin açık çözümü vardır ve hesaplanması daha kolaydır. Bununla beraber, MML tahmin edicileri iterasyona gerek kalmadan direk olarak bulunmaktadır ve ML tahmin edicilerinin özelliklerini taşımaktadır.

3.2 Hata Terimlerinin Çarpık- t dağılması durumunda II. Tip Sansürlü Veriler İçin AFT Model

Bu bölümde AFT modelde bulunan hata terimlerinin çarpık- t dağılması durumunda parametre tahmin edicileri, ML ve MML yöntemleriyle elde edilmiştir. Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak tahmin edicilerin etkinlikleri karşılaştırılmıştır. Eşitlik (3.1)'de ifade edilen AFT modelinde başarısızlık süresinin logaritması “ $y_{i:n_k}$ ”nın dağılımı çarpık t olduğunda, standartlaştırılmış hata terimlerinin dağılımı,

$$\sigma \varepsilon_{i:n_k} \sim St_v(0, \sigma, \lambda) \quad (3.15)$$

başka bir deyişle,

$$\varepsilon_{i:n_k} \sim St_v(0, 1, \lambda) \quad (3.16)$$

şeklinde olacaktır.

3.2.1 Parametre tahmini

Bu bölümde AFT modeli için parametre tahminleri, hata terimlerinin çarpık t dağılımı ve verilerin II. Tip sansürlü olması durumunda ML ve MML yöntemleriyle elde edilmiştir. Önceki bölümde bahsedildiği gibi, AFT modeli için, k -ıncı faktöre (strese veya stres seviyesine) maruz bırakılan birimler arasından en büyük " s_k " gözlem söz konusu nedenlerden dolayı gözlenemeyebilir. Bu sebeple k -ıncı gruptaki gözlenemeyen en büyük " s_k " veri sansürlenir. Sansürleme sonucunda her bir grupta $n_k - s_k$ gözlem kalacaktır. Bu durumda veriler,

$$y_{1:n_k} \leq y_{2:n_k} \leq \dots \leq y_{n_k - s_k:n_k}$$

şeklinde sıralanır. Burada,

$y_{i:n_k}$: k -ıncı stres seviyesine maruz bırakılan i -nci ürünün yaşam süresini,

x_k : k -ıncı stres seviyesini,

s_k : k -ıncı stres seviyesindeki sağdan sansürlenmiş ürün sayısını,

n_k : k -ıncı stres seviyesine maruz bırakılan ürün sayısını,

$r_k = n_k - s_k$: k -ıncı stres seviyesinde sansürlenmemiş ürün sayısını,

$$n = \sum_{k=1}^a r_k, \quad k=1,2,\dots,a$$

göstermektedir.

II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modeli için hata terimlerinin çarpık t dağılıma sahip olması durumunda, olabilirlik fonksiyonu, $y_{1:n_k} \leq y_{2:n_k} \leq \dots \leq y_{n_k - s_k}$ olmak üzere,

$$L = \prod_{k=1}^a \left\{ \left[1 - F \left(\frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right]^{s_k} \left[\prod_{i=1}^{n_k} \frac{2}{\sigma} t_v \left(\frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) T_{v+1} \left(\lambda \frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right) \right] \right\} \quad (3.17)$$

biçimindedir. Burada, $F(\cdot)$, çarpık t dağılımının dağılım fonksiyonunu ifade etmektedir. (3.15)'de ifade edilen olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak elde edilen log-olabilirlik fonksiyonu ise,

$$\begin{aligned} \ln L = & \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \ln \left[1 - F \left(\frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \ln(2) - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \ln(\sigma) - \frac{1}{2} \left(\frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma} \right)^2 + \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} s(v) - \frac{v+1}{2} \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \ln(v + z_{i:n_k}^2) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \ln \left(T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

şeklindedir.

3.2.2.1 En çok olabilirlik yöntemi

Model parametrelerinin En çok olabilirlik (ML) tahmin edicileri, log-olabilirlik fonksiyonunun θ_0 , θ_1 ve σ 'ya göre türevlerinin alınıp, sıfıra eşitlenmesiyle elde edilmektedir. Burada, $f(\cdot)$, çarpık t dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir. Elde edilen eşitlikler,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} = & \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \frac{f(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[(w_{i:n_k} z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)} w_{i:n_k}^{3/2} \right] \right\} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = & \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ s_k \frac{f(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[(w_{i:n_k} z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)} w_{i:n_k}^{3/2} \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

$$(3.18) \quad \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ -n + s_k z_{n_k - s_k : n_k} \frac{f(z_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(z_{n_k - s_k : n_k})]} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[w_{i:n_k} (z_{i:n_k})^2 - \lambda \frac{v}{v+1} \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)} w_{i:n_k}^{3/2} \right] \right\} = 0$$

şeklindedir.

Burada,

$$z_{i:n_k} = \frac{y_{i:n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma}$$

$$z_{n_k - s_k : n_k} = \frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \theta_0 - \theta_1 x_k}{\sigma}$$

olarak tanımlanmaktadır. Parametrelerin ML tahmin edicileri, eşitlik (3.16)'daki eşitliklerin analitik olarak çözümü olmadığından dolayı iteratif yöntemler kullanılarak çözülmektedir. Bu çalışmada ML tahmin edicileri iteratif yeniden ağırlıklandırılmış algoritma (IRA) kullanılarak elde edilmiştir.

Çalışmada kullanılan algoritma aşağıdaki gibidir:

- i) θ_0 , θ_1 ve σ için başlangıç değerleri, $\theta_0^{(0)}$, $\theta_1^{(0)}$ ve $\sigma^{(0)}$, parametrelerin LS tahmin edicileri olarak belirlenir.
- ii) İlk adımda belirlenen başlangıç değerleri kullanılarak,

$$g_1^{(m)}(z_{n_k - s_k : n_k}) = \frac{f(z_{n_k - s_k : n_k}^{(m)})}{1 - F(z_{n_k - s_k : n_k}^{(m)})} \text{ ve } g_2^{(m)}(z_{i:n_k}) = \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k}^{(m)} \sqrt{\frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2}} \right)} w_{i:n_k}^{3/2} \quad m=0,1,2,\dots$$

değerleri bulunur. Burada,

$$z_{i:n_k}^{(m)} = \frac{y_{i:n_k} - \theta_0^{(m)} - \theta_1^{(m)} x_k}{\sigma^{(m)}}, \quad z_{n_k - s_k + 1:n_k}^{(m)} = \frac{y_{n_k - s_k + 1:n_k} - \theta_0^{(m)} - \theta_1^{(m)} x_k}{\sigma^{(m)}} \text{ ve } w_{i:n_k} = \frac{v+1}{v + z_{i:n_k}^2} \text{ şeklinde}$$

ifade edilir.

iii) İkinci adımda hesaplanan terimler yardımıyla,

$$\begin{aligned} \theta_0^{(m)} &= \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} - \hat{\sigma} \bar{\gamma} \\ \theta_1^{(m)} &= \frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k w_{i:n_k} (y_{i:n_k} - \bar{y})}{\underbrace{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k w_{i:n_k} (x_k - \bar{x})}_K} - \hat{\sigma} \frac{\sum_{k=1}^a x_k (\gamma_k - \bar{\gamma})}{\underbrace{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} x_k w_{i:n_k} (x_k - \bar{x})}_D} \\ \sigma^{(m)} &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w_{i:n_k} (y_{i:n_k} - \bar{y} - K(x_k - \bar{x}))^2}{n(1-s)}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

yan düzeltmesi yapıldığında,

$$\sigma^{(m)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y} - K(x_i - \bar{x}))^2}{(n-2)(1-s)}}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada

$$S = \frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} (s_k g_1(z_{n_k - s_k}) D(x_k - \bar{x}) - \bar{\gamma}) - \sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} (D(x_k - \bar{x}) - \bar{\gamma})^2}{n}$$

$$\gamma_k = \lambda \frac{v}{v+1} \sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} g_2(z_{i:n_k}) - \sum_{k=1}^a s_k g_1(z_{n_k - s_k})$$

$$\gamma = \sum_{k=1}^a \gamma_k, \quad \bar{\gamma} = \frac{\sum_{k=1}^a \gamma_k}{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w_{i:n_k}}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^a x_k}{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w_{i:n_k}}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} y_{i:n_k}}{\sum_{k=1}^a \sum_{i=1}^{n_k - s_k} w_{i:n_k}}$$

dır.

$$\text{iv) } \left\| \begin{array}{l} \theta_0^{(m+1)} - \theta_0^{(m)} \\ \theta_1^{(m+1)} - \theta_1^{(m)} \\ \sigma^{(m+1)} - \sigma^{(m)} \end{array} \right\| < \varepsilon \quad \text{koşulu sağlandığında iterasyon durdurulur. Burada, “ } m \text{ ”}$$

iterasyon sayısını, $\| \cdot \|$ vektörün normunu göstermektedir.

3.2.2.2 Uyarlanmış en çok olabilirlik yöntemi

(Tiku 1967) tarafından önerilen MML yönteminde ilk olarak olabilirlik denklemleri önceki bölümlerde ifade edildiği gibi sıralı istatistikler cinsinden yazılır.

Söz konusu denklemlerde,

$$\begin{aligned} g_1(z_{i:n_k}) &= w_{i:n_k} z_{i:n_k} \\ g_2(z_{i:n_k}) &= \frac{t_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v+z_{i:n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda z_{i:n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v+z_{i:n_k}^2}} \right)} w_{i:n_k}^{3/2} \\ g_3(z_{n_k-s_k:n_k}) &= \frac{f(z_{n_k-s_k:n_k})}{1-F(z_{n_k-s_k:n_k})} \end{aligned}$$

olarak ifade edildiğinde, olabilirlik denklemleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ [s_k g_3(z_{n_k-s_k:n_k})] + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \left[g_1(z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} g_2(z_{i:n_k}) \right] \right\} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} &= \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ [s_k g_3(z_{n_k-s_k:n_k})] + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \left[g_1(z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} g_2(z_{i:n_k}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ [-r_k + s_k g_3(z_{n_k-s_k:n_k})] z_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \left[g_1(z_{i:n_k}) z_{i:n_k} - \lambda \frac{v}{v+1} g_2(z_{i:n_k}) z_{i:n_k} \right] \right\}$$

olarak yazılabilir.

$g_1(z_{i:n_k})$, $g_2(z_{i:n_k})$ ve $g_3(z_{n_k-s_k:n_k})$ doğrusal olmayan fonksiyonları nedeniyle eşitlik (3.20)'de ifade edilen denklemlerin açık çözümü bulunmamaktadır. Bu nedenle doğrusallaştırma işlemi yapılır. Bunun için, $g(z_{i:n_k})$ fonksiyonu, $t_{i:n_k} = E(z_{i:n_k})$ etrafında, $g(z_{n_k-s_k:n_k})$ fonksiyonu ise, $t_{n_k-s_k:n_k} = E(z_{n_k-s_k:n_k})$ etrafında Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal olmayan fonksiyonlar doğrusal hale getirilir. Doğrusallaştırma işlemi yapıldığında fonksiyonlar,

$$g_1(z_{i:n_k}) = g_1(t_{i:n_k}) + (z_{i:n_k} - t_{i:n_k}) \left[\frac{\partial g_1(z_{i:n_k})}{\partial z_{i:n_k}} \right]_{z_{i:n_k}=t_{i:n_k}}$$

$$g_2(z_{i:n_k}) = g_2(t_{i:n_k}) + (z_{i:n_k} - t_{i:n_k}) \left[\frac{\partial g_2(z_{i:n_k})}{\partial z_{i:n_k}} \right]_{z_{i:n_k}=t_{i:n_k}}$$

$$g_3(z_{n_k-s_k:n_k}) = g_3(t_{n_k-s_k:n_k}) + (z_{n_k-s_k:n_k} - t_{n_k-s_k:n_k}) \left[\frac{\partial g_3(z_{n_k-s_k:n_k})}{\partial z_{n_k-s_k:n_k}} \right]_{z_{n_k-s_k:n_k}=t_{n_k-s_k:n_k}}$$

olmak üzere,

$$g_1(z_{i:n_k}) = \alpha_{1i:n_k} + \beta_{1i:n_k} z_{i:n_k}$$

$$g_2(z_{i:n_k}) = \alpha_{2i:n_k} - \beta_{2i:n_k} z_{i:n_k}$$

ve

$$g_3(z_{n_k-s_k:n_k}) = \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \beta_{n_k-s_k:n_k} z_{n_k-s_k:n_k}$$

olarak ifade edilir. Burada,

$$\beta_{1i:n_k} = \frac{(v+1)(v-t^2)}{(v+t^2)^2}, \quad \alpha_{1i:n_k} = \frac{(v+1)t}{(v+t^2)} - t\beta_{1i:n_k} \text{ ve } q = \lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}}$$

olmak üzere

$$\beta_{2i} = \left[\frac{\frac{t_{v+1}(q)T_{v+1}(q)\lambda^2 t(v+2)v}{(v+(1+\lambda)t^2)(v+t^2)} + \frac{v\sqrt{v+1}(t_{v+1}(q))^2}{(v+t^2)^{3/2}}}{(T_{v+1}(q))^2} \right] \left(\frac{v+1}{v+t^2} \right)^{3/2} + 3 \frac{t_{v+1}(q)(v+1)^{3/2}t}{T_{v+1}(q)(v+t^2)^{5/2}},$$

$$\alpha_{2i} = \frac{t_{v+1} \left(\lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda t \sqrt{\frac{v+1}{v+t^2}} \right)}$$

biçimindedir. Bununla beraber, $q_k = 1 - \frac{n_k - s_k}{n+1}$ olmak üzere,

$$\beta_{n_k - s_k : n_k} = \frac{f'(t_{n_k - s_k : n_k})}{q_k} + \frac{f(t_{n_k - s_k : n_k})^2}{q_k^2},$$

$$\alpha_{i:n_k} = \frac{f(t_{n_k - s_k : n_k})}{q_k} - t_{n_k - s_k : n_k} \beta_{n_k - s_k : n_k}$$

dır.

Buna göre, $g_1(z_{i:n_k})$, $g_2(z_{i:n_k})$ ve $g_3(z_{n_k - s_k : n_k})$, (3.20)'de verilen denklemlerde yerine yazıldığında uyarlanmış en çok olabilirlik denklemleri,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ \left[s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[(\alpha_{1i:n_k} + \beta_{1i:n_k} z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} (\alpha_{2i:n_k} - \beta_{2i:n_k} z_{i:n_k}) \right] \right\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ \left[s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[(\alpha_{1i:n_k} + \beta_{1i:n_k} z_{i:n_k}) - \lambda \frac{v}{v+1} (\alpha_{2i:n_k} - \beta_{2i:n_k} z_{i:n_k}) \right] \right\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ \left[-r_k + s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) z_{n_k - s_k : n_k} \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[(\alpha_{1i:n_k} + \beta_{1i:n_k} z_{i:n_k}) z_{i:n_k} - \lambda \frac{v}{v+1} (\alpha_{2i:n_k} - \beta_{2i:n_k} z_{i:n_k}) z_{i:n_k} \right] \right\}$$

(3.21)

şeklinde elde edilir.

Buna göre,

$$\alpha_{(1i)} - \lambda \frac{v}{v+1} \alpha_{(2i)} = \alpha_{(i)}$$

$$- \left(\beta_{(1i)} + \lambda \frac{v}{v+1} \beta_{(2i)} \right) = \beta_{(i)}$$

olur ve eşitlik (3.20) denklemleri düzenlendiğinde,

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_0} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ \left[s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k})] \right\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ \left[s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k})] \right\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^a \left\{ [-(n_k - s_k) + s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} z_{n_k - s_k : n_k}) z_{n_k - s_k : n_k}] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [(\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} z_{i:n_k}) z_{i:n_k}] \right\}$$

şeklinde elde edilir.

Yukarıda ifade edilen denklem sistemi çözüldüğünde, MML tahmin edicileri,

$$\hat{\theta}_0 = a\hat{\sigma} + b, \quad \hat{\theta}_1 = c\hat{\sigma} + d \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma} = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \quad (3.22)$$

olarak elde edilir.

Burada,

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}, \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta}, \quad d = \frac{\Delta_d}{\Delta}$$

olmak üzere,

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left(s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right) \\ \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k^2 \left(s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right) \end{vmatrix},$$

$$\begin{aligned}
\Delta_a &= \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left(s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right) \\ \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k^2 \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) \end{vmatrix} \\
\Delta_b &= \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} y_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} y_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} y_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} y_{i:n_k} \right) \\ \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a x_k^2 \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) \end{vmatrix} \\
\Delta_c &= \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a \left(s_k \alpha_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} \right) \\ \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) \end{vmatrix} \\
\Delta_d &= \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} y_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} y_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} y_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} y_{i:n_k} \right) \\ \sum_{k=1}^a x_k \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) & \sum_{k=1}^a \left(s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \right) \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Burada, $|D|$ ifadesi D matrisinin determinantını ifade etmektedir.

Ayrıca, $A = n_k - s_k$,

$$\begin{aligned}
B &= \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \left[y_{n_k-s_k:n_k} - (b + dx_k) \right] \left[\alpha_{n_k-s_k:n_k} - 2\beta_{n_k-s_k:n_k} (a + cx_k) \right] \right. \\
&\quad \left. - \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \left[y_{i:n_k} - (b + dx_k) \right] \left[\sum_{i=1}^{n_k-s_k} \alpha_{i:n_k} + 2 \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} (a + cx_k) \right] \right\} \\
C &= \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \beta_{n_k-s_k:n_k} \left[y_{n_k-s_k:n_k} - (b + dx_k) \right]^2 + \sum_{i=1}^{n_k-s_k} \beta_{i:n_k} \left[y_{i:n_k} - (b + dx_k) \right]^2 \right\}
\end{aligned}$$

biçimindedir.

3.2.3 Monte carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık- t dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin tahmin edicilerinin etkinlikleri incelenmektedir.

Simülasyon çalışmasında, θ_0 , θ_1 ve σ parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin ortalamaları, varyansları ve hata kareler ortalamaları (Mean square error-MSE) bulunmuştur. Parametrelerin ML ve MML tahmin edicilerinin göreceli etkinlikleri,

$$RE(\hat{\theta}_{0,ML}) = \frac{MSE(\hat{\theta}_{0,ML})}{MSE(\hat{\theta}_{0,MML})}$$
$$RE(\hat{\theta}_{1,ML}) = \frac{MSE(\hat{\theta}_{1,ML})}{MSE(\hat{\theta}_{1,MML})}$$
$$RE(\hat{\sigma}_{ML}) = \frac{MSE(\hat{\sigma}_{ML})}{MSE(\hat{\sigma}_{MML})}$$

şeklinde hesaplanır.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n = 10, 15, 20$ alınarak iki aşaması stres (faktör) olan durumlar için farklı sansür sayıları dikkate alınarak, $\lambda=0, 0.4, 0.7, 1$ ve $\nu=7, 10, 30$ olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri ve farklı serbestlik dereceleri kullanılarak yapılmıştır. Simülasyonda kullanılan sansür sayıları çizelge 3.1’de verilmektedir.

Simülasyonda, $\theta_0=0$, $\theta_1=1$ ve $\sigma=1$ alınarak, 10.000 iterasyonda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda yapılmaktadır. Simülasyon sonuçları çizelge 3.6-3.17’de sunulmaktadır.

Çizelge 3.6 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda = 0$; $v = 7$, $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
$s1$	$s2$	$n1=n2=10$												
0	0	ML	0,0169	0,0691	0,0693	94	1,0075	0,0724	1,0875	100	0,9922	0,0425	1,0270	85
		MML	0,0142	0,0740	0,0741		1,0080	0,0670	1,0829		1,0716	0,0563	1,2046	
1	0	ML	-0,0929	0,0702	0,0788	93	1,0602	0,0791	1,2031	96	0,9568	0,0384	0,9539	91
		MML	-0,1311	0,0674	0,0845		1,0836	0,0741	1,2482		0,9975	0,0482	1,0432	
1	1	ML	-0,2087	0,0690	0,1125	99	1,0095	0,0754	1,0945	99	0,9150	0,0346	0,8717	100
		MML	-0,2161	0,0665	0,1132		1,0116	0,0778	1,1011		0,9116	0,0417	0,8726	
2	0	ML	-0,1812	0,0753	0,1080	94	1,1351	0,0667	1,3550	91	0,9496	0,0437	0,9454	92
		MML	-0,2083	0,0712	0,1145		1,1915	0,0684	1,4880		0,9863	0,0595	1,0322	
2	1	ML	-0,2942	0,0683	0,1548	99	1,0378	0,0728	1,1497	95	0,8785	0,0447	0,8164	97
		MML	-0,2927	0,0705	0,1560		1,0671	0,0733	1,2120		0,8983	0,0383	0,8452	
2	2	ML	-0,3419	0,0689	0,1857	90	0,9895	0,0740	1,0530	100	0,8351	0,0459	0,7433	93
		MML	-0,3665	0,0712	0,2055		0,9898	0,0723	1,0519		0,8737	0,0387	0,8020	
3	0	ML	-0,2249	0,0684	0,1189	84	1,1380	0,0684	1,3635	82	0,9289	0,0405	0,9033	92
		MML	-0,2617	0,0732	0,1416		1,2642	0,0720	1,6701		0,9655	0,0508	0,9829	
3	1	ML	-0,3033	0,0692	0,1611	80	1,0576	0,0729	1,1915	86	0,8491	0,0432	0,7641	96
		MML	-0,3606	0,0726	0,2026		1,1445	0,0746	1,3844		0,8723	0,0385	0,7995	
3	2	ML	-0,3634	0,0676	0,1996	72	1,0243	0,0731	1,1222	90	0,8021	0,0476	0,6910	93
		MML	-0,4548	0,0721	0,2788		1,0811	0,0779	1,2466		0,8362	0,0411	0,7403	
3	3	ML	-0,3769	0,0673	0,2093	63	0,9904	0,0722	1,0530	100	0,7847	0,0441	0,6599	94
		MML	-0,5132	0,0715	0,3347		0,9879	0,0778	1,0536		0,8169	0,0381	0,7054	
$s1$	$s2$	$n1=n2=15$												
0	0	ML	-0,0073	0,0459	0,0459	94	0,9965	0,0460	1,0390	99	1,0081	0,0254	1,0416	86
		MML	-0,0042	0,0486	0,0486		0,9985	0,0516	1,0486		1,0838	0,0355	1,2101	
1	0	ML	-0,0809	0,0445	0,0510	94	1,0477	0,0438	1,1415	96	0,9713	0,0256	0,9691	90
		MML	-0,1120	0,0420	0,0545		1,0702	0,0446	1,1900		1,0192	0,0335	1,0723	
1	1	ML	-0,1447	0,0426	0,0635	99	1,0014	0,0438	1,0465	99	0,9312	0,0260	0,8932	98
		MML	-0,1518	0,0411	0,0641		1,0055	0,0424	1,0534		0,9364	0,0340	0,9109	
2	0	ML	-0,1285	0,0484	0,0649	90	1,0988	0,0451	1,2525	94	0,9604	0,0259	0,9481	94
		MML	-0,1679	0,0441	0,0723		1,1366	0,0444	1,3361		0,9862	0,0363	1,0089	
2	1	ML	-0,1994	0,0442	0,0839	91	1,0493	0,0478	1,1488	98	0,9119	0,0295	0,8612	97
		MML	-0,2203	0,0436	0,0921		1,0582	0,0467	1,1665		0,9272	0,0255	0,8851	
2	2	ML	-0,2651	0,0445	0,1148	99	0,9998	0,0495	1,0491	100	0,8785	0,0310	0,8028	93
		MML	-0,2694	0,0434	0,1159		1,0015	0,0479	1,0509		0,9141	0,0239	0,8596	
3	0	ML	-0,2050	0,0496	0,0916	87	1,1171	0,0451	1,2930	90	0,9598	0,0294	0,9505	94
		MML	-0,2415	0,0469	0,1051		1,1770	0,0447	1,4301		0,9857	0,0416	1,0132	
3	1	ML	-0,2775	0,0492	0,1261	99	1,0818	0,0450	1,2152	94	0,9001	0,0329	0,8431	97
		MML	-0,2835	0,0471	0,1275		1,1193	0,0460	1,2988		0,9187	0,0257	0,8696	
3	2	ML	-0,3349	0,0469	0,1591	98	1,0426	0,0479	1,1348	97	0,8591	0,0336	0,7716	92
		MML	-0,3388	0,0482	0,1629		1,0620	0,0474	1,1752		0,9029	0,0278	0,8430	
3	3	ML	-0,3655	0,0477	0,1813	90	1,0006	0,0469	1,0480	100	0,8373	0,0327	0,7337	89
		MML	-0,3894	0,0487	0,2003		1,0022	0,0484	1,0528		0,8904	0,0277	0,8206	

Çizelge 3.6 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda = 0$; $v = 7$, $X_1 = -1.0$, $X_2 = +1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	-0,0147	0,0310	0,0312	94	0,9918	0,0352	1,0189	99	1,0157	0,0189	1,0505	86
		MML	-0,0089	0,0332	0,0332		0,9923	0,0411	1,0258		1,0930	0,0266	1,2212	
1	0	ML	-0,0573	0,0321	0,0354	96	1,0417	0,0376	1,1228	96	0,9691	0,0181	0,9571	90
		MML	-0,0822	0,0301	0,0368		1,0623	0,0359	1,1644		1,0186	0,0248	1,0624	
1	1	ML	-0,1156	0,0337	0,0470	99	0,9992	0,0355	1,0338	100	0,9544	0,0174	0,9283	96
		MML	-0,1228	0,0326	0,0477		1,0021	0,0338	1,0380		0,9719	0,0213	0,9658	
2	0	ML	-0,1047	0,0349	0,0459	84	1,0919	0,0346	1,2268	95	0,9614	0,0192	0,9434	93
		MML	-0,1449	0,0334	0,0543		1,1228	0,0340	1,2946		0,9945	0,0271	1,0160	
2	1	ML	-0,1783	0,0336	0,0653	89	1,0270	0,0390	1,0936	98	0,9361	0,0162	0,924	100
		MML	-0,2021	0,0323	0,0731		1,0388	0,0379	1,1170		0,9318	0,0199	0,8881	
2	2	ML	-0,2169	0,0345	0,0815	96	1,0016	0,0330	1,0361	99	0,9048	0,0203	0,8390	96
		MML	-0,2272	0,0336	0,0852		1,0040	0,0352	1,0431		0,9269	0,0173	0,8764	
3	0	ML	-0,1600	0,0335	0,0591	81	1,1114	0,0350	1,2703	93	0,9664	0,0204	0,9542	94
		MML	-0,2024	0,0321	0,0730		1,1539	0,0338	1,3653		0,9925	0,0289	1,0139	
3	1	ML	-0,2175	0,036	0,0833	90	1,0737	0,0330	1,1857	96	0,9234	0,0223	0,8750	98
		MML	-0,2394	0,0353	0,0926		1,0941	0,0348	1,2318		0,9352	0,0172	0,8917	
3	2	ML	-0,2664	0,0349	0,1058	94	1,0235	0,0324	1,0800	99	0,8831	0,0231	0,8029	93
		MML	-0,2817	0,0337	0,1130		1,0286	0,0320	1,0899		0,9180	0,0176	0,8603	
3	3	ML	-0,3007	0,0309	0,1213	99	0,9887	0,0352	1,0127	100	0,8670	0,0253	0,7770	90
		MML	-0,3000	0,032	0,1220		0,9905	0,0352	1,0163		0,9170	0,0194	0,8603	

Çizelge 3.7 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda = 0.4$; $v = 7$, $X_1 = -1.0$, $X_2 = 1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s1	s2	n1=n2=10												
0	0	ML	-0,0330	0,0676	0,0686	87	0,9859	0,0672	1,0391	99	1,0808	0,0506	1,2186	84
		MML	0,1217	0,0640	0,0787		0,9903	0,0642	1,0448		1,1819	0,0559	1,4529	
1	0	ML	0,0097	0,0626	0,0626	76	1,0604	0,0650	1,1893	94	1,0056	0,0469	1,0579	89
		MML	-0,1243	0,0674	0,0828		1,0978	0,0607	1,2658		1,0688	0,0529	1,1951	
1	1	ML	-0,0092	0,0612	0,0612	63	0,9936	0,0646	1,0517	100	0,8968	0,0394	0,8436	84
		MML	-0,1729	0,0673	0,0971		0,9928	0,0610	1,0466		0,9775	0,0520	1,0074	
2	0	ML	-0,0362	0,0621	0,0634	62	1,1082	0,0612	1,2893	87	0,9684	0,0505	0,9882	95
		MML	-0,1844	0,0691	0,1030		1,1887	0,0615	1,4744		0,9912	0,0542	1,0367	
2	1	ML	-0,0587	0,0660	0,0694	51	1,0454	0,0608	1,1535	93	0,8609	0,0400	0,7810	91
		MML	-0,2446	0,0752	0,1350		1,0849	0,0596	1,2365		0,8973	0,0505	0,8556	
2	2	ML	-0,0622	0,0628	0,0666	42	1,0042	0,0643	1,0726	100	0,8080	0,0431	0,6959	88
		MML	-0,2927	0,0737	0,1593		1,0058	0,0613	1,0728		0,8593	0,0541	0,7924	
3	0	ML	-0,0510	0,0663	0,0688	50	1,1185	0,0661	1,3170	82	0,9642	0,0565	0,9862	99
		MML	-0,2483	0,0757	0,1372		1,2432	0,0661	1,6115		0,9700	0,0594	1,0002	
3	1	ML	-0,0758	0,0654	0,0711	40	1,0741	0,0632	1,2168	86	0,8349	0,0387	0,7357	96
		MML	-0,3169	0,0762	0,1766		1,1626	0,0603	1,4118		0,8468	0,0468	0,7638	
3	2	ML	-0,0870	0,0596	0,0671	32	1,0184	0,0701	1,1073	91	0,7788	0,0427	0,6492	93
		MML	-0,3653	0,0731	0,2064		1,0678	0,0713	1,2115		0,8013	0,0560	0,6980	
3	3	ML	-0,0909	0,0641	0,0723	26	1,0021	0,0658	1,0699	99	0,7511	0,0477	0,6118	91
		MML	-0,4356	0,0850	0,2747		1,0059	0,0690	1,0807		0,7818	0,0597	0,6708	

Çizelge 3.7 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $v=7$, $X_1=-1.0$, $X_2=1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

$s1$	$s2$	$n1=n2=15$												
0	0	ML	-0,0489	0,0438	0,0461	88	0,9904	0,0419	1,0228	99	1,088	0,0368	1,2205	84
		MML	0,1063	0,0411	0,0523		0,9957	0,0450	1,0364		1,1911	0,0397	1,4583	
1	0	ML	0,0372	0,0416	0,0429	78	1,0528	0,0418	1,1501	95	1,0222	0,0364	1,0812	87
		MML	-0,0965	0,046077	0,0553		1,0788	0,0405	1,2043		1,0979	0,0400	1,2453	
1	1	ML	0,0177	0,041393	0,0417	77	0,9989	0,0412	1,0389	100	0,9373	0,0286	0,9070	83
		MML	-0,1366	0,045448	0,0541		0,9981	0,0381	1,0342		1,0282	0,0366	1,0938	
2	0	ML	-0,0105	0,0430	0,0430	76	1,0764	0,0404	1,1991	92	0,9847	0,0355	1,0050	90
		MML	-0,1403	0,0466	0,0563		1,1211	0,0412	1,2980		1,0401	0,0386	1,1204	
2	1	ML	-0,0284	0,0424	0,0432	70	1,0311	0,0436	1,1066	96	0,9057	0,0248	0,8451	87
		MML	-0,1890	0,0463	0,0620		1,0542	0,0422	1,1535		0,9712	0,0315	0,9747	
2	2	ML	-0,0434	0,0394	0,0412	73	1,0014	0,0393	1,0421	100	0,8625	0,0241	0,7679	85
		MML	-0,2297	0,0438	0,0565		1,0008	0,0383	1,0398		0,9350	0,0314	0,9056	
3	0	ML	-0,0306	0,0418	0,0427	74	1,1161	0,0412	1,2868	88	0,9801	0,0342	0,9948	96
		MML	-0,1780	0,0458	0,0574		1,1932	0,0409	1,4646		1,0001	0,0361	1,0363	
3	1	ML	-0,06321	0,038219	0,0422	82	1,0711	0,043	1,1906	92	0,8832	0,0277	0,8077	92
		MML	-0,23976	0,043916	0,0514		1,1189	0,041	1,2933		0,9209	0,0345	0,8825	
3	2	ML	-0,06228	0,043779	0,0476	80	1,0384	0,043	1,1211	96	0,8336	0,0266	0,7214	90
		MML	-0,26365	0,049863	0,0593		1,0628	0,042	1,1713		0,8781	0,0332	0,8043	
3	3	ML	-0,08231	0,043371	0,0501	72	0,999	0,044	1,0419	100	0,8209	0,0318	0,7057	88
		MML	-0,32807	0,051993	0,0696		0,9983	0,043	1,0397		0,8728	0,0404	0,8021	
$s1$	$s2$	$n1=n2=20$												
0	0	ML	-0,0447	0,0340	0,0360	80	0,9901	0,0324	1,0126	99	1,0978	0,0276	1,2328	84
		MML	0,1162	0,0315	0,0450		0,9933	0,0318	1,0184		1,2021	0,0279	1,4729	
1	0	ML	0,0461	0,0313	0,0334	79	1,032	0,0311	1,0961	95	1,0312	0,0267	1,0900	86
		MML	-0,08824	0,034379	0,0421		1,0595	0,0314	1,1539		1,1153	0,0279	1,2718	
1	1	ML	0,0359	0,0298	0,0311	76	1,0041	0,0307	1,0389	99	0,9676	0,0227	0,9590	83
		MML	-0,1141	0,0328	0,0408		1,0067	0,0311	1,0445		1,0605	0,0274	1,1519	
2	0	ML	0,0070	0,0330	0,0330	80	1,0667	0,0333	1,1711	93	1,0092	0,0285	1,0470	89
		MML	-0,1129	0,0363	0,0410		1,1104	0,0326	1,2655		1,0725	0,0276	1,1778	
2	1	ML	-0,0108	0,0329	0,0329	78	1,0262	0,0335	1,0866	96	0,9318	0,0195	0,8877	86
		MML	-0,1591	0,0362	0,0425		1,0466	0,0325	1,1277		1,0057	0,0239	1,0352	
2	2	ML	-0,0136	0,0328	0,0330	79	1,0081	0,0313	1,0475	100	0,8940	0,0195	0,8187	84
		MML	-0,1770	0,0365	0,0418		1,0071	0,0295	1,0437		0,9752	0,0254	0,9763	
3	0	ML	-0,0211	0,0317	0,0321	76	1,0948	0,0341	1,2327	91	0,9798	0,0256	0,9857	92
		MML	-0,1523	0,0348	0,0420		1,1509	0,0341	1,3587		1,0238	0,0279	1,0760	
3	1	ML	-0,03501	0,030779	0,0320	79	1,0452	0,031	1,1233	94	0,917	0,02	0,8607	88
		MML	-0,1835	0,033712	0,0404		1,082	0,029	1,2001		0,9777	0,0251	0,9809	
3	2	ML	-0,0479	0,034193	0,0365	74	1,0248	0,03	1,0803	96	0,8741	0,0197	0,7837	87
		MML	-0,22505	0,038764	0,0494		1,0458	0,03	1,1234		0,9356	0,0241	0,8994	
3	3	ML	-0,05653	0,032403	0,0356	83	0,9906	0,031	1,0121	100	0,8475	0,021	0,7392	85
		MML	-0,25508	0,037582	0,0426		0,9911	0,03	1,0121		0,918	0,0261	0,8687	

Çizelge 3.8 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=7$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s_1	s_2	$n_1=n_2=10$												
0	0	ML	-0,0296	0,0578	0,0586	99	0,9852	0,0639	1,0345	100	1,0954	0,0588	1,5586	97
		MML	0,1908	0,0570	0,0594		0,9930	0,0538	1,0397		1,2376	0,0679	1,5995	
1	0	ML	-0,0652	0,0558	0,0600	96	1,0577	0,0608	1,1795	94	1,0105	0,0517	1,0727	88
		MML	0,1013	0,0525	0,0627		1,0939	0,0562	1,2528		1,0733	0,0661	1,2181	
1	1	ML	0,0689	0,0662	0,0809	89	0,9926	0,0530	1,0382	99	0,9107	0,0391	0,8685	86
		MML	-0,1359	0,0727	0,0911		0,9943	0,0640	1,0525		0,9734	0,0642	1,0116	
2	0	ML	0,0382	0,0580	0,0794	89	1,0860	0,0673	1,2466	89	0,9892	0,0583	1,0368	96
		MML	-0,1509	0,0662	0,0889		1,1599	0,0581	1,4033		1,0033	0,0788	1,0854	
2	1	ML	0,0403	0,0591	0,0806	87	1,0338	0,0641	1,1327	93	0,8590	0,0390	0,7769	99
		MML	-0,1666	0,0655	0,0932		1,0749	0,0565	1,2119		0,8525	0,0598	0,7865	
2	2	ML	0,0360	0,0599	0,0911	83	0,9947	0,0634	1,0527	100	0,7963	0,0383	0,6724	96
		MML	-0,2030	0,0684	0,1095		0,9978	0,0562	1,0518		0,8002	0,0593	0,6995	
3	0	ML	0,0259	0,0585	0,0892	88	1,1182	0,0626	1,3128	81	0,9434	0,0643	0,9543	96
		MML	-0,1896	0,0660	0,1019		1,2481	0,0578	1,6155		0,9660	0,0644	0,9976	
3	1	ML	0,0224	0,0642	0,0947	78	1,0494	0,0613	1,1624	86	0,8042	0,0696	0,7162	96
		MML	-0,2166	0,0750	0,1218		1,1388	0,0537	1,3504		0,8349	0,0460	0,7431	
3	2	ML	0,0065	0,0588	0,1188	78	1,0123	0,0588	1,0835	92	0,7531	0,0698	0,6369	97
		MML	-0,2843	0,0710	0,1518		1,0604	0,0533	1,1777		0,7835	0,0410	0,6548	
3	3	ML	0,0186	0,0573	0,1276	73	0,9856	0,0499	1,0212	99	0,7183	0,0664	0,5822	100
		MML	-0,3210	0,0718	0,1747		0,9917	0,0530	1,0365		0,7366	0,0394	0,5819	
s_1	s_2	$n_1=n_2=15$												
0	0	ML	-0,0180	0,0385	0,0688	94	1,0044	0,0362	1,0450	98	1,1002	0,0386	1,2490	80
		MML	0,1914	0,0367	0,0732		1,0159	0,0396	1,0717		1,2337	0,0453	1,5672	
1	0	ML	-0,0519	0,0416	0,0443	83	1,0499	0,0439	1,1462	95	1,0336	0,0352	1,1034	84
		MML	0,1242	0,0379	0,0533		1,0786	0,0385	1,2019		1,1226	0,0461	1,3062	
1	1	ML	0,0996	0,0368	0,0466	98	1,0004	0,0431	1,0439	99	0,9401	0,0271	0,9108	83
		MML	-0,0870	0,0399	0,0475		1,0090	0,0378	1,0558		1,0235	0,0460	1,0936	
2	0	ML	0,0741	0,0355	0,0410	86	1,0796	0,0408	1,2063	92	0,9958	0,0344	1,0259	91
		MML	-0,0956	0,0388	0,0479		1,1306	0,0355	1,3138		1,0406	0,0443	1,1272	
2	1	ML	0,0613	0,0392	0,0429	75	1,0375	0,0402	1,1166	95	0,9034	0,0240	0,8401	91
		MML	-0,1232	0,0424	0,0575		1,0663	0,0342	1,1712		0,9413	0,0404	0,9264	
2	2	ML	0,0511	0,0400	0,0426	84	1,0002	0,0379	1,0382	100	0,8530	0,0230	0,7507	90
		MML	-0,1627	0,0442	0,0506		1,0017	0,0334	1,0367		0,8937	0,0375	0,8361	
3	0	ML	0,0382	0,0407	0,0421	74	1,0952	0,0413	1,2406	88	0,9727	0,0363	0,9825	94
		MML	-0,1451	0,0459	0,0569		1,1726	0,0369	1,4119		0,9966	0,0502	1,0434	
3	1	ML	0,0343	0,0403	0,0414	80	1,0592	0,0387	1,1606	91	0,8802	0,0262	0,8010	98
		MML	-0,1651	0,0448	0,0520		1,1115	0,0349	1,2704		0,8773	0,0440	0,8137	
3	2	ML	0,0289	0,0398	0,0406	71	1,0076	0,0404	1,0557	95	0,8378	0,0278	0,7297	96
		MML	-0,2020	0,0466	0,0573		1,0373	0,0343	1,1103		0,8427	0,0469	0,7569	
3	3	ML	0,0305	0,0395	0,0404	76	0,9935	0,0362	1,0232	99	0,7966	0,0231	0,6577	96
		MML	-0,2199	0,0448	0,0531		0,9941	0,0414	1,0296		0,8032	0,0405	0,6855	

Çizelge 3.8 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=7$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

$s1$	$s2$	$n1=n2=20$												
0	0	ML	0,1938	0,0289	0,0295	92	0,9988	0,0332	1,0308	99	1,1103	0,0314	1,2642	79
		MML	-0,0231	0,0316	0,0321		0,9956	0,0275	1,0388		1,2503	0,0353	1,5985	
1	0	ML	0,1329	0,0283	0,0296	89	1,0330	0,0299	1,0969	96	1,0371	0,0255	1,1011	82
		MML	-0,0550	0,0303	0,0333		1,0594	0,0253	1,1477		1,1460	0,0312	1,3445	
1	1	ML	0,1202	0,0277	0,0421	91	1,0046	0,0299	1,0392	100	0,9705	0,0198	0,9617	82
		MML	-0,0803	0,0298	0,0462		1,0003	0,0261	1,0368		1,0666	0,0303	1,1678	
2	0	ML	0,0934	0,0288	0,0375	96	1,0720	0,0310	1,1801	93	1,0198	0,0280	1,0680	88
		MML	-0,0844	0,0320	0,0391		1,1120	0,0273	1,2639		1,0835	0,0368	1,2107	
2	1	ML	0,0823	0,0280	0,0348	86	1,0244	0,0318	1,0811	97	0,9290	0,0190	0,8820	86
		MML	-0,0996	0,0304	0,0403		1,0453	0,0274	1,1200		0,9947	0,0314	1,0207	
2	2	ML	0,0727	0,0277	0,0330	81	1,0043	0,0325	1,0410	100	0,8871	0,0178	0,8049	87
		MML	-0,1251	0,0306	0,0406		1,0073	0,0278	1,0424		0,9466	0,0304	0,9265	
3	0	ML	0,0619	0,0299	0,0337	77	1,0896	0,0330	1,2203	91	0,9917	0,0271	1,0105	93
		MML	-0,1105	0,0335	0,0436		1,1481	0,0273	1,3454		1,0279	0,0329	1,0895	
3	1	ML	0,0559	0,0275	0,0306	76	1,0462	0,0300	1,1245	94	0,9044	0,0186	0,8365	91
		MML	-0,1275	0,0302	0,0404		1,0837	0,0256	1,1999		0,9411	0,0312	0,9170	
3	2	ML	0,0486	0,0302	0,0325	71	1,0231	0,0290	1,0757	96	0,8608	0,0180	0,7590	93
		MML	-0,1490	0,0335	0,0457		1,0457	0,0252	1,1186		0,8869	0,0319	0,8185	
3	3	ML	0,0377	0,0295	0,0309	70	1,0020	0,0259	1,0300	100	0,8520	0,0203	0,7462	93
		MML	-0,2006	0,0338	0,0440		1,0026	0,0233	1,0284		0,8758	0,0336	0,8006	

Çizelge 3.9 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $v=7$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

$s1$	$s2$	$n1=n2=10$	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0082	0,0518	0,0918	97	1,0040	0,0512	1,0592	99	1,1229	0,0739	1,3348	82
		MML	0,2153	0,0486	0,0949		1,0036	0,0579	1,0650		1,2480	0,0684	1,6258	
1	0	ML	-0,0156	0,0543	0,0645	89	1,0474	0,0561	1,1532	95	1,0148	0,0549	1,0847	94
		MML	0,1393	0,0527	0,0721		1,0842	0,0431	1,2186		1,0400	0,0705	1,1520	
1	1	ML	-0,0503	0,0536	0,0560	83	1,0066	0,0423	1,0555	99	0,8980	0,0391	0,8455	99
		MML	0,1297	0,0510	0,0677		1,0043	0,0529	1,0616		0,8907	0,0644	0,8577	
2	0	ML	-0,0758	0,0578	0,0635	99	1,0778	0,0582	1,2198	87	0,9470	0,0762	0,9729	93
		MML	0,0925	0,0559	0,0644		1,1603	0,0486	1,3949		0,9897	0,0619	1,0414	
2	1	ML	0,0975	0,0545	0,0640	95	1,0180	0,0526	1,0889	93	0,7852	0,0640	0,6805	88
		MML	-0,1031	0,0568	0,0673		1,0621	0,0434	1,1714		0,8596	0,0350	0,7738	
2	2	ML	0,1020	0,0557	0,0660	82	0,9956	0,0538	1,0450	100	0,7125	0,0673	0,5748	85
		MML	-0,1442	0,0595	0,0802		0,9981	0,0458	1,0420		0,8004	0,0349	0,6756	
3	0	ML	0,0749	0,0496	0,0552	82	1,0975	0,0523	1,2566	82	0,9096	0,0652	0,8925	90
		MML	-0,1167	0,0539	0,0674		1,2224	0,0456	1,5397		0,9692	0,0557	0,9950	
3	1	ML	0,0840	0,0543	0,0614	79	1,0340	0,0487	1,1178	85	0,7093	0,0625	0,5656	80
		MML	-0,1422	0,0578	0,0779		1,1256	0,0422	1,3092		0,8206	0,0366	0,7101	
3	2	ML	0,0957	0,0547	0,0738	79	1,0162	0,0500	1,0825	92	0,6427	0,0686	0,4816	76
		MML	-0,1734	0,0631	0,0931		1,0675	0,0435	1,1830		0,7697	0,0384	0,6307	
3	3	ML	0,0887	0,0516	0,0994	88	1,0010	0,0453	1,0472	99	0,6440	0,0608	0,4754	85
		MML	-0,2288	0,0610	0,1133		1,0010	0,0513	1,0533		0,7267	0,0342	0,5623	

Çizelge 3.9 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $v=7$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$ (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

s1	s2	n1=n2=15												
0	0	ML	0,2242	0,0329	0,0832	98	0,9972	0,0333	1,0276	99	1,1159	0,0403	1,2855	80
		MML	0,0178	0,0345	0,0848		1,0009	0,0415	1,0432		1,2489	0,0466	1,6063	
1	0	ML	0,1577	0,0350	0,0598	91	1,0431	0,0386	1,1266	96	1,0393	0,0344	1,1145	88
		MML	-0,0140	0,0358	0,0659		1,0719	0,0295	1,1785		1,1044	0,0476	1,2674	
1	1	ML	0,1539	0,0366	0,0602	86	0,9920	0,0390	1,0230	100	0,9521	0,0277	0,9342	90
		MML	-0,0351	0,0386	0,0698		0,9941	0,0334	1,0215		0,9908	0,0508	1,0325	
2	0	ML	0,1225	0,0363	0,0513	86	1,0565	0,0351	1,1513	90	1,0120	0,0364	1,0604	98
		MML	-0,0454	0,0378	0,0598		1,1195	0,0305	1,2838		1,0164	0,0538	1,0867	
2	1	ML	0,1135	0,0341	0,0420	85	1,0284	0,0385	1,0961	95	0,8821	0,0483	0,8264	99
		MML	-0,0584	0,0359	0,0492		1,0605	0,0303	1,1550		0,9010	0,0267	0,8385	
2	2	ML	0,1225	0,0340	0,0490	82	0,9999	0,0298	1,0295	99	0,8195	0,0427	0,7142	95
		MML	-0,0767	0,0348	0,0596		0,9991	0,0370	1,0351		0,8520	0,0222	0,7480	
3	0	ML	0,0917	0,0349	0,0433	82	1,0916	0,0366	1,2282	87	0,9414	0,0494	0,9356	93
		MML	-0,0757	0,0372	0,0529		1,1727	0,0304	1,4055		0,9834	0,0367	1,0037	
3	1	ML	0,0986	0,0356	0,0453	100	1,0361	0,0370	1,1105	90	0,8224	0,0476	0,7240	89
		MML	-0,0937	0,0366	0,0453		1,0972	0,0304	1,2342		0,8867	0,0241	0,8104	
3	2	ML	0,1016	0,0371	0,0474	91	1,0224	0,0362	1,0814	96	0,7479	0,0473	0,6065	86
		MML	-0,1116	0,0395	0,0519		1,0472	0,0291	1,1257		0,8258	0,0241	0,7060	
3	3	ML	0,0986	0,0378	0,0475	76	0,9977	0,0281	1,0235	99	0,7252	0,0492	0,5752	87
		MML	-0,1497	0,0398	0,0622		0,9999	0,0354	1,0351		0,7964	0,0242	0,6584	
s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0050	0,0269	0,0769	99	0,9903	0,0241	1,0047	99	1,1236	0,0354	1,5979	96
		MML	0,2286	0,0257	0,0779		0,9944	0,0296	1,0184		1,2720	0,0410	1,6590	
1	0	ML	-0,0159	0,0268	0,0480	86	1,0227	0,0284	1,0744	95	1,0544	0,0255	1,1373	84
		MML	0,1729	0,0262	0,0561		1,0511	0,0232	1,1280		1,1457	0,0342	1,3466	
1	1	ML	-0,0146	0,0264	0,0466	87	0,9997	0,0235	1,0228	99	0,9728	0,0207	0,9669	85
		MML	0,1682	0,0254	0,0537		0,9998	0,0308	1,0305		1,0480	0,0355	1,1337	
2	0	ML	-0,0269	0,0273	0,0410	88	1,0558	0,0290	1,1436	92	1,0239	0,0287	1,0771	92
		MML	0,1424	0,0261	0,0463		1,1019	0,0227	1,2368		1,0661	0,0391	1,1757	
2	1	ML	-0,0437	0,0253	0,0352	84	1,0182	0,0272	1,0639	96	0,9296	0,0186	0,8827	95
		MML	0,1307	0,0246	0,0416		1,0426	0,0212	1,1082		0,9481	0,0317	0,9305	
2	2	ML	-0,0575	0,0253	0,0336	82	1,0078	0,0302	1,0459	100	0,8894	0,0175	0,8086	98
		MML	0,1288	0,0245	0,0411		1,0100	0,0247	1,0449		0,8908	0,0350	0,8284	
3	0	ML	-0,0546	0,0257	0,0297	80	1,0697	0,0271	1,1713	90	0,9964	0,0276	1,0204	99
		MML	0,1131	0,0243	0,0370		1,1322	0,0226	1,3046		0,9944	0,0436	1,0323	
3	1	ML	-0,0597	0,0281	0,0317	80	1,0318	0,0279	1,0924	92	0,8851	0,0377	0,8210	97
		MML	0,1154	0,0265	0,0398		1,0806	0,0220	1,1896		0,9081	0,0211	0,8458	
3	2	ML	-0,0737	0,0276	0,0330	83	1,0210	0,0272	1,0695	97	0,8233	0,0371	0,7150	94
		MML	0,1164	0,0260	0,0395		1,0407	0,0230	1,1060		0,8637	0,0180	0,7640	
3	3	ML	-0,0941	0,0297	0,0385	95	0,9996	0,0285	1,0278	100	0,7811	0,0364	0,6465	93
		MML	0,1118	0,0282	0,0407		1,0039	0,0227	1,0305		0,8217	0,0176	0,6929	

Çizelge 3.10 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda = 0$; $v = 10$, $X_1 = -1.0$, $X_2 = 1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>n1=n2=10</i>												
0	0	ML	0,0044	0,0617	0,0617	98	1,0030	0,0636	1,0695	100	0,9678	0,0352	0,9717	88
		MML	0,0040	0,0631	0,0631		1,0046	0,0614	1,0706		1,0321	0,0415	1,1067	
1	0	ML	-0,0937	0,0593	0,0680	95	1,0824	0,0603	1,2319	97	0,9498	0,0342	0,9362	93
		MML	-0,1162	0,058	0,0715		1,1007	0,0605	1,2720		0,9853	0,0395	1,0104	
1	1	ML	-0,1926	0,0644	0,1014	99	1,0028	0,0647	1,0702	100	0,8968	0,0373	0,8416	99
		MML	-0,1965	0,064	0,1026		1,0009	0,0635	1,0652		0,9047	0,0340	0,8524	
2	0	ML	-0,1665	0,0628	0,0905	99	1,1238	0,0557	1,3186	92	0,9342	0,0353	0,9081	95
		MML	-0,1736	0,0617	0,0918		1,1718	0,0573	1,4304		0,9576	0,0410	0,9580	
2	1	ML	-0,2704	0,059	0,1320	95	1,0514	0,0670	1,1724	95	0,8564	0,0371	0,7705	96
		MML	-0,2834	0,0594	0,1396		1,0780	0,0671	1,2290		0,8776	0,0358	0,8059	
2	2	ML	-0,3178	0,066	0,1669	86	0,9917	0,0639	1,0473	100	0,8109	0,0338	0,6913	91
		MML	-0,3559	0,0664	0,1930		0,9910	0,0636	1,0456		0,8520	0,0334	0,7593	
3	0	ML	-0,1922	0,0635	0,1083	84	1,1394	0,0597	1,3579	83	0,9070	0,0413	0,8638	93
		MML	-0,2499	0,0664	0,1287		1,2538	0,0630	1,6349		0,9366	0,0488	0,9260	
3	1	ML	-0,2677	0,0645	0,1562	86	1,0590	0,0636	1,1851	86	0,8357	0,0368	0,7351	96
		MML	-0,3399	0,0665	0,1819		1,1429	0,0651	1,3713		0,8565	0,0337	0,7673	
3	2	ML	-0,3264	0,0592	0,1957	81	1,0134	0,0629	1,0898	90	0,7881	0,0386	0,6597	92
		MML	-0,4236	0,0612	0,2406		1,0710	0,0667	1,2136		0,8257	0,0368	0,7185	
3	3	ML	-0,3547	0,0675	0,2933	90	0,9952	0,0610	1,0515	100	0,7496	0,0394	0,6013	93
		MML	-0,5048	0,0713	0,3261		0,9924	0,0639	1,0486		0,7799	0,0367	0,6450	
<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>n1=n2=15</i>												
0	0	ML	0,0030	0,0389	0,0388	97	1,0059	0,0412	1,0530	101	0,9912	0,0235	1,0060	89
		MML	0,0041	0,04	0,0399		1,0033	0,0399	1,0465		1,0491	0,0290	1,1295	
1	0	ML	-0,0977	0,0385	0,0480	107	1,0501	0,0413	1,1439	97	0,9547	0,0213	0,9327	94
		MML	-0,0741	0,0393	0,0447		1,0653	0,0411	1,1758		0,9850	0,0248	0,9949	
1	1	ML	-0,1454	0,0419	0,0630	102	1,0027	0,0448	1,0502	100	0,9230	0,0219	0,8738	99
		MML	-0,1397	0,0423	0,0617		1,0023	0,0429	1,0474		0,9264	0,0202	0,8784	
2	0	ML	-0,1469	0,0429	0,0644	109	1,1066	0,0418	1,2664	95	0,9471	0,0239	0,9209	97
		MML	-0,1236	0,044	0,0592		1,1350	0,0408	1,3290		0,9623	0,0275	0,9535	
2	1	ML	-0,2103	0,0399	0,0841	106	1,0482	0,0457	1,1444	98	0,9069	0,0240	0,8465	96
		MML	-0,1984	0,0399	0,0792		1,0582	0,0445	1,1643		0,9249	0,0217	0,8772	
2	2	ML	-0,2566	0,0384	0,1042	98	1,0054	0,0412	1,0520	99	0,8611	0,0242	0,7658	92
		MML	-0,2607	0,0387	0,1067		1,0098	0,0406	1,0602		0,9002	0,0234	0,8337	
3	0	ML	-0,1901	0,0403	0,0764	104	1,1316	0,0430	1,3235	92	0,9414	0,0251	0,9114	98
		MML	-0,1799	0,0415	0,0738		1,1832	0,0430	1,4430		0,9510	0,0301	0,9343	
3	1	ML	-0,2510	0,04	0,1030	98	1,0906	0,0391	1,2285	95	0,8840	0,0267	0,8082	95
		MML	-0,2540	0,0408	0,1053		1,1224	0,0398	1,2995		0,9100	0,0246	0,8527	
3	2	ML	-0,2959	0,041	0,1285	92	1,0289	0,0471	1,1057	96	0,8346	0,0229	0,7195	90
		MML	-0,3129	0,0412	0,1391		1,0511	0,0477	1,1525		0,8837	0,0214	0,8023	
3	3	ML	-0,3183	0,0391	0,1403	85	1,0020	0,0424	1,0462	100	0,8022	0,0231	0,6665	86
		MML	-0,3528	0,0402	0,1646		1,0014	0,0420	1,0448		0,8655	0,0215	0,7706	

Çizelge 3.10 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0051	0,0314	0,0314	97	0,9980	0,0320	1,0279	100	1,0048	0,0180	1,0276	90
		MML	0,0038	0,0324	0,0324		1,0001	0,0296	1,0298		1,0599	0,0216	1,1449	
1	0	ML	-0,0525	0,0332	0,0359	95	1,0446	0,0310	1,1222	98	0,9688	0,0160	0,9546	93
		MML	-0,0753	0,0322	0,0379		1,0574	0,0297	1,1478		1,0024	0,0187	1,0234	
1	1	ML	-0,1100	0,0301	0,0422	97	1,0073	0,0309	1,0456	100	0,9401	0,0175	0,9013	99
		MML	-0,1175	0,0297	0,0435		1,0077	0,0312	1,0466		0,9448	0,0189	0,9115	
2	0	ML	-0,0939	0,0304	0,0392	89	1,0838	0,0315	1,2062	96	0,9505	0,0161	0,9196	97
		MML	-0,1199	0,0297	0,0441		1,1043	0,0311	1,2506		0,9651	0,0190	0,9504	
2	1	ML	-0,1557	0,0294	0,0536	93	1,0376	0,0287	1,1054	99	0,9234	0,0192	0,8718	98
		MML	-0,1693	0,0293	0,0579		1,0445	0,0284	1,1195		0,9349	0,0171	0,8911	
2	2	ML	-0,1993	0,0332	0,0729	99	1,0095	0,0317	1,0507	100	0,8860	0,0173	0,8023	94
		MML	-0,2032	0,0326	0,0739		1,0077	0,0301	1,0456		0,9167	0,0159	0,8563	
3	0	ML	-0,1421	0,0304	0,0505	87	1,1101	0,0336	1,2658	95	0,9524	0,0161	0,9232	99
		MML	-0,1673	0,0299	0,0579		1,1406	0,0330	1,3340		0,9582	0,0190	0,9371	
3	1	ML	-0,2007	0,0288	0,0690	93	1,0572	0,0320	1,1497	97	0,8970	0,0200	0,8245	95
		MML	-0,2144	0,0285	0,0744		1,0759	0,0311	1,1887		0,9210	0,0177	0,8659	
3	2	ML	-0,2440	0,0314	0,0909	99	1,0322	0,0320	1,0975	98	0,8679	0,0204	0,7737	91
		MML	-0,2455	0,0313	0,0916		1,0438	0,0315	1,1209		0,9110	0,0189	0,8488	
3	3	ML	-0,2855	0,0302	0,1117	96	1,0119	0,0313	1,0552	100	0,8412	0,0185	0,7262	88
		MML	-0,2937	0,0305	0,1168		1,0136	0,0309	1,0583		0,8982	0,0179	0,8247	

Çizelge 3.11 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s1	s2	n1=n2=10												
0	0	ML	0,1114	0,0591	0,0714	96	1,0162	0,0659	1,0984	100	1,0779	0,0588	1,2206	86
		MML	-0,0396	0,0628	0,0743		1,0147	0,0643	1,0939		1,1691	0,0598	1,4265	
1	0	ML	0,0247	0,0666	0,0671	82	1,0540	0,0639	1,1747	94	0,9943	0,0424	1,0309	88
		MML	-0,0961	0,0723	0,0814		1,0916	0,0610	1,2524		1,0587	0,0489	1,1698	
1	1	ML	-0,0183	0,0616	0,0919	89	0,9893	0,0697	1,0484	100	0,9069	0,0394	0,8619	84
		MML	-0,1885	0,0678	0,1033		0,9922	0,0631	1,0474		0,9889	0,0499	1,0277	
2	0	ML	-0,0311	0,0653	0,0962	93	1,1200	0,0655	1,3198	88	0,9713	0,0521	0,9954	96
		MML	-0,1793	0,0717	0,1037		1,1948	0,0656	1,4930		0,9888	0,0548	1,0324	
2	1	ML	-0,0582	0,0612	0,1145	91	1,0508	0,0659	1,1701	94	0,8557	0,0378	0,7700	90
		MML	-0,2406	0,0685	0,1263		1,0850	0,0635	1,2407		0,8976	0,0485	0,8541	
2	2	ML	-0,0647	0,0618	0,1159	72	0,9900	0,0613	1,0413	100	0,8171	0,0381	0,7058	87
		MML	-0,3002	0,0720	0,1621		0,9909	0,0602	1,0419		0,8705	0,0493	0,8070	
3	0	ML	-0,0483	0,0631	0,1254	95	1,1327	0,0647	1,3475	82	0,9614	0,0522	0,9765	100
		MML	-0,2450	0,0718	0,1318		1,2574	0,0624	1,6434		0,9604	0,0542	0,9766	
3	1	ML	-0,0758	0,0653	0,1410	80	1,0689	0,0652	1,2076	86	0,8472	0,0449	0,7625	96
		MML	-0,3126	0,0780	0,1756		1,1597	0,0644	1,4091		0,8595	0,0540	0,7926	
3	2	ML	-0,0788	0,0636	0,1697	84	1,0149	0,0670	1,0970	93	0,7879	0,0451	0,6658	93
		MML	-0,3557	0,0762	0,2027		1,0563	0,0653	1,1810		0,8097	0,0578	0,7134	
3	3	ML	-0,0747	0,0688	0,1943	78	1,0009	0,0634	1,0650	99	0,7416	0,0422	0,5921	91
		MML	-0,4030	0,0858	0,2481		1,0042	0,0659	1,0742		0,7722	0,0527	0,6489	

Çizelge 3.11 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

$s1$	$s2$	$n1=n2=15$												
0	0	ML	0,1330	0,0373	0,0550	93	0,9943	0,0397	1,0283	99	1,0568	0,0283	1,1452	76
		MML	-0,0081	0,0390	0,0590		0,9984	0,0427	1,0395		1,2154	0,0371	1,5143	
1	0	ML	0,0541	0,0371	0,0400	92	1,0526	0,0401	1,1480	96	0,9909	0,0258	1,0077	79
		MML	-0,0725	0,0384	0,0436		1,0751	0,0347	1,1904		1,1159	0,0343	1,2795	
1	1	ML	0,0342	0,0385	0,0396	70	0,9931	0,0374	1,0237	99	0,9247	0,0218	0,8769	76
		MML	-0,1250	0,0412	0,0567		0,9953	0,0429	1,0335		1,0627	0,0320	1,1613	
2	0	ML	0,0201	0,0352	0,0356	73	1,0764	0,0430	1,2015	93	0,9657	0,0269	0,9595	82
		MML	-0,1088	0,0373	0,0491		1,1178	0,0386	1,2881		1,0670	0,0347	1,1733	
2	1	ML	-0,0029	0,0432	0,0631	89	1,0356	0,0418	1,1142	97	0,8838	0,0235	0,8045	79
		MML	-0,1557	0,0468	0,0710		1,0552	0,0361	1,1495		0,9903	0,0342	1,0149	
2	2	ML	-0,0121	0,0396	0,0697	86	0,9944	0,0421	1,0310	100	0,8463	0,0223	0,7384	77
		MML	-0,1944	0,0433	0,0810		0,9972	0,0373	1,0316		0,9623	0,0341	0,9600	
3	0	ML	-0,0098	0,0379	0,0580	87	1,1043	0,0456	1,2651	89	0,9536	0,0295	0,9388	85
		MML	-0,1590	0,0412	0,0664		1,1748	0,0415	1,4216		1,0314	0,0380	1,1017	
3	1	ML	-0,031	0,037753	0,0686	84	1,0649	0,041	1,1749	93	0,8630	0,0212	0,7659	83
		MML	-0,202	0,040732	0,0814		1,1066	0,036	1,2607		0,9423	0,0313	0,9191	
3	2	ML	-0,045	0,040983	0,0829	77	1,0371	0,04	1,1151	97	0,8240	0,0223	0,7012	81
		MML	-0,247	0,045881	0,1071		1,0559	0,037	1,1517		0,9088	0,0348	0,8607	
3	3	ML	-0,055	0,038799	0,1118	85	0,9955	0,039	1,0298	99	0,7945	0,0229	0,6540	79
		MML	-0,295	0,044985	0,1318		0,9959	0,043	1,035		0,8914	0,0362	0,8308	
$s1$	$s2$	$n1=n2=20$												
0	0	ML	-0,0195	0,0283	0,0386	88	0,9931	0,0327	1,0189	100	1,0590	0,0211	1,1425	75
		MML	0,1294	0,0272	0,0439		0,9955	0,0289	1,0200		1,2227	0,0272	1,5221	
1	0	ML	0,0685	0,0272	0,0319	99	1,0334	0,0364	1,1042	97	1,0088	0,0199	1,0375	77
		MML	-0,0621	0,0285	0,0323		1,0529	0,0318	1,1404		1,1468	0,0261	1,3412	
1	1	ML	0,0486	0,0286	0,0309	75	0,9936	0,0262	1,0135	99	0,9468	0,0160	0,9124	75
		MML	-0,1049	0,0302	0,0412		0,9962	0,0303	1,0228		1,0890	0,0238	1,2096	
2	0	ML	0,0277	0,0289	0,0297	72	1,0701	0,0317	1,1767	94	0,9782	0,0217	0,9786	80
		MML	-0,1019	0,0308	0,0411		1,1029	0,0293	1,2456		1,0900	0,0287	1,2168	
2	1	ML	0,0191	0,0275	0,0378	84	1,0381	0,0299	1,1075	98	0,9121	0,0159	0,8477	78
		MML	-0,1255	0,0292	0,0450		1,0511	0,0255	1,1303		1,0317	0,0237	1,0881	
2	2	ML	0,0066	0,0301	0,0501	87	0,9995	0,0284	1,0273	99	0,8800	0,0154	0,7898	76
		MML	-0,1594	0,0323	0,0577		1,0023	0,0324	1,0369		1,0052	0,0239	1,0344	
3	0	ML	0,0035	0,0296	0,0395	81	1,0966	0,0311	1,2336	92	0,9523	0,0196	0,9264	83
		MML	-0,1310	0,0317	0,0488		1,1436	0,0282	1,3361		1,0474	0,0244	1,1214	
3	1	ML	-0,011	0,028389	0,0485	83	1,0461	0,031	1,1254	94	0,9022	0,0170	0,8310	81
		MML	-0,166	0,030794	0,0584		1,0814	0,028	1,1974		1,0032	0,0241	1,0305	
3	2	ML	-0,019	0,027836	0,0282	41	1,0183	0,031	1,0679	98	0,8590	0,0173	0,7552	79
		MML	-0,194	0,030276	0,0679		1,0334	0,027	1,0946		0,9663	0,0261	0,9598	
3	3	ML	-0,03	0,031393	0,0323	36	1,002	0,03	1,0343	100	0,8287	0,0148	0,7016	77
		MML	-0,232	0,035022	0,0889		1,0017	0,027	1,0304		0,9400	0,0226	0,9061	

Çizelge 3.12 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
s1	s2	nI=n2=10												
0	0	ML	-0,0071	0,0516	0,0816	94	0,9954	0,0514	1,0422	98	1,0602	0,0478	1,1718	69
		MML	0,1908	0,0501	0,0864		0,9990	0,0679	1,0658		1,2751	0,0734	1,6992	
1	0	ML	-0,0354	0,0575	0,0587	85	1,0512	0,0650	1,1700	95	0,9817	0,0420	1,0057	78
		MML	0,1155	0,0561	0,0693		1,0856	0,0484	1,2268		1,1084	0,0663	1,2947	
1	1	ML	0,0919	0,0503	0,0586	96	0,9940	0,0492	1,0373	98	0,8836	0,0318	0,8125	79
		MML	-0,0850	0,0538	0,0610		0,9970	0,0681	1,0620		0,9873	0,0579	1,0326	
2	0	ML	0,0645	0,0493	0,0534	86	1,0890	0,0655	1,2514	90	0,9451	0,0411	0,9344	85
		MML	-0,0972	0,0528	0,0622		1,1589	0,0514	1,3944		1,0188	0,0602	1,0981	
2	1	ML	0,0473	0,0501	0,0623	83	1,0321	0,0655	1,1306	95	0,8396	0,0306	0,7356	86
		MML	-0,1441	0,0543	0,0750		1,0671	0,0519	1,1905		0,8915	0,0605	0,8552	
2	2	ML	0,0418	0,0530	0,0547	82	1,0053	0,0481	1,0587	99	0,7899	0,0320	0,6559	86
		MML	-0,1929	0,0593	0,0665		1,0031	0,0607	1,0669		0,8367	0,0589	0,7590	
3	0	ML	0,0363	0,0502	0,0515	73	1,1265	0,0647	1,3336	85	0,9382	0,0529	0,9330	91
		MML	-0,1710	0,0566	0,0708		1,2317	0,0530	1,5699		0,9731	0,0754	1,0223	
3	1	ML	0,0200	0,0515	0,0519	77	1,0607	0,0586	1,1836	87	0,8353	0,0364	0,7341	98
		MML	-0,2175	0,0595	0,0675		1,1450	0,0504	1,3615		0,8301	0,0618	0,7508	
3	2	ML	0,0179	0,0539	0,0541	88	1,0274	0,0567	1,1123	94	0,7593	0,0337	0,6102	96
		MML	-0,2494	0,0640	0,0612		1,0657	0,0482	1,1839		0,7602	0,0601	0,6380	
3	3	ML	0,0180	0,0554	0,0557	81	0,9933	0,0492	1,0359	98	0,7284	0,0337	0,5642	90
		MML	-0,3018	0,0678	0,0687		0,9977	0,0568	1,0522		0,7499	0,0628	0,6250	
s1	s2	nI=n2=15												
0	0	ML	-0,0018	0,0355	0,0655	90	1,0036	0,0350	1,0422	99	1,0619	0,0307	1,1582	69
		MML	0,1977	0,0336	0,0727		1,0033	0,0502	1,0568		1,2785	0,0489	1,6833	
1	0	ML	-0,0378	0,0364	0,0478	90	1,0436	0,0454	1,1345	96	1,0027	0,0269	1,0322	74
		MML	0,1352	0,0348	0,0530		1,0703	0,0328	1,1782		1,1601	0,0443	1,3902	
1	1	ML	-0,0730	0,0387	0,0440	90	0,9898	0,0441	1,0238	100	0,9209	0,0230	0,8711	74
		MML	0,1162	0,0354	0,0489		0,9963	0,0312	1,0238		1,0654	0,0420	1,1770	
2	0	ML	-0,0683	0,0380	0,0426	97	1,0723	0,0457	1,1954	94	0,9601	0,0274	0,9493	79
		MML	0,0930	0,0355	0,0441		1,1155	0,0337	1,2780		1,0768	0,0458	1,2052	
2	1	ML	0,0788	0,0352	0,0414	87	1,0355	0,0432	1,1155	97	0,8896	0,0206	0,8119	80
		MML	-0,1025	0,0370	0,0475		1,0549	0,0322	1,1449		0,9883	0,0404	1,0172	
2	2	ML	0,0678	0,0363	0,0408	70	1,0018	0,0339	1,0375	99	0,8390	0,0192	0,7232	79
		MML	-0,1376	0,0393	0,0581		1,0009	0,0445	1,0462		0,9350	0,0380	0,9121	
3	0	ML	0,0647	0,0364	0,0405	78	1,0987	0,0407	1,2477	90	0,9541	0,0291	0,9395	84
		MML	-0,1106	0,0395	0,0517		1,1637	0,0307	1,3849		1,0313	0,0512	1,1147	
3	1	ML	0,0542	0,0372	0,0401	70	1,0367	0,0413	1,1160	92	0,8661	0,0224	0,7726	86
		MML	-0,1331	0,0400	0,0577		1,0889	0,0322	1,2180		0,9265	0,0422	0,9006	
3	2	ML	0,0461	0,0345	0,0466	71	1,0253	0,0378	1,0891	97	0,8122	0,0205	0,6801	87
		MML	-0,1640	0,0387	0,0656		1,0447	0,0301	1,1214		0,8629	0,0404	0,7850	
3	3	ML	0,0418	0,0360	0,0677	87	1,0049	0,0393	1,0492	100	0,7826	0,0213	0,6337	86
		MML	-0,1932	0,0410	0,0782		1,0081	0,0325	1,0486		0,8293	0,0458	0,7334	

Çizelge 3.12 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$ (devam)

s1	s2	n1=n2=20											
0	0	ML	0,0065	0,0258	0,0658	96	1,0015	0,0248	1,0278	99	1,0714	0,0227	1,3707
		MML	0,2095	0,0246	0,0684		1,0033	0,0350	1,0415		1,2870	0,0353	1,6915
1	0	ML	-0,0237	0,0260	0,0397	83	1,0465	0,0347	1,1299	99	1,0137	0,0209	1,0485
		MML	0,1525	0,0243	0,0475		1,0587	0,0249	1,1457		1,1874	0,0341	1,4440
1	1	ML	-0,0454	0,0273	0,0394	85	0,9858	0,0338	1,0056	100	0,9444	0,0175	0,9095
		MML	0,1431	0,0260	0,0464		0,9884	0,0255	1,0024		1,1122	0,0316	1,2686
2	0	ML	-0,0532	0,0273	0,0302	77	1,0565	0,0356	1,1517	95	0,9782	0,0202	0,9771
		MML	0,1151	0,0259	0,0391		1,0916	0,0260	1,2175		1,1190	0,0325	1,2845
2	1	ML	-0,0736	0,0249	0,0303	91	1,0162	0,0320	1,0646	96	0,9084	0,0164	0,8415
		MML	0,1012	0,0231	0,0333		1,0390	0,0238	1,1032		1,0372	0,0325	1,1083
2	2	ML	0,0948	0,0262	0,0352	94	0,9940	0,0322	1,0202	100	0,8736	0,0148	0,7780
		MML	-0,0986	0,0278	0,0375		0,9997	0,0233	1,0226		0,9934	0,0295	1,0163
3	0	ML	0,0874	0,0279	0,0355	98	1,0916	0,0349	1,2264	93	0,9638	0,0191	0,9479
		MML	-0,0808	0,0297	0,0362		1,1397	0,0256	1,3245		1,0714	0,0315	1,1794
3	1	ML	0,0768	0,0258	0,0317	84	1,0450	0,0323	1,1243	94	0,8930	0,0162	0,8136
		MML	-0,1009	0,0277	0,0378		1,0829	0,0252	1,1978		0,9826	0,0299	0,9953
3	2	ML	0,0676	0,0262	0,0408	89	1,0187	0,0312	1,0689	97	0,8510	0,0150	0,7392
		MML	-0,1305	0,0287	0,0457		1,0365	0,0245	1,0987		0,9420	0,0311	0,9184
3	3	ML	0,0572	0,0262	0,0394	71	0,9961	0,0338	1,0260	100	0,8275	0,0149	0,6996
		MML	-0,1649	0,0286	0,0557		0,9999	0,0255	1,0253		0,9119	0,0328	0,8643

Çizelge 3.13 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $v=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

s1	s2	n1=n2=10	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0430	0,0447	0,0765	85	0,9966	0,0448	1,0380	98	1,0730	0,0447	1,1960	70
		MML	0,2180	0,0424	0,0899		0,9981	0,0628	1,0589		1,2785	0,0688	1,7034	
1	0	ML	0,0028	0,0466	0,0465	70	1,0483	0,0649	1,1638	95	0,9898	0,0393	1,0190	81
		MML	0,1440	0,0461	0,0668		1,0848	0,0452	1,2219		1,0913	0,0647	1,2556	
1	1	ML	-0,0333	0,0463	0,0474	77	0,9932	0,0387	1,0250	98	0,8742	0,0335	0,7977	85
		MML	0,1306	0,0449	0,0619		0,9935	0,0587	1,0457		0,9329	0,0650	0,9353	
2	0	ML	-0,0544	0,0496	0,0525	92	1,0786	0,0608	1,2241	89	0,9554	0,0484	0,9611	91
		MML	0,0971	0,0474	0,0568		1,1519	0,0447	1,3715		0,9872	0,0764	1,0509	
2	1	ML	-0,0638	0,0462	0,0502	90	1,0413	0,0576	1,1419	95	0,8090	0,0650	0,7194	97
		MML	0,1024	0,0452	0,0557		1,0783	0,0418	1,2044		0,8427	0,0317	0,7419	
2	2	ML	0,1028	0,0507	0,0612	94	1,0049	0,0400	1,0499	98	0,7425	0,0650	0,6163	97
		MML	-0,1031	0,0547	0,0653		1,0074	0,0535	1,0683		0,7780	0,0313	0,6365	
3	0	ML	0,0738	0,0463	0,0517	88	1,0958	0,0512	1,2520	83	0,9276	0,0427	0,9031	96
		MML	-0,1019	0,0487	0,0590		1,2079	0,0412	1,5002		0,9349	0,0687	0,9427	
3	1	ML	0,0768	0,0468	0,0527	78	1,0425	0,0540	1,1407	87	0,7513	0,0711	0,6356	90
		MML	-0,1296	0,0509	0,0676		1,1271	0,0393	1,3095		0,8187	0,0350	0,7053	
3	2	ML	0,0918	0,0542	0,0625	77	1,0140	0,0528	1,0811	93	0,6570	0,0592	0,4908	84
		MML	-0,1444	0,0601	0,0809		1,0573	0,0434	1,1612		0,7441	0,0290	0,5828	
3	3	ML	0,0903	0,0540	0,0821	84	1,0050	0,0439	1,0539	99	0,6626	0,0679	0,5068	92
		MML	-0,1893	0,0616	0,0974		1,0041	0,0521	1,0604		0,7189	0,0342	0,5510	

Çizelge 3.13 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $\nu=10$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) **RE**(σ)(devam)

s1	s2	$n1=n2=15$											
0	0	ML	0,0390	0,0293	0,0808	95	0,9979	0,0283	1,0242	98	1,0861	0,0323	1,6119
		MML	0,2362	0,0290	0,0848		1,0024	0,0437	1,0485		1,3074	0,0475	1,7566
1	0	ML	0,0211	0,0313	0,0517	85	1,0305	0,0469	1,1088	96	0,9978	0,0255	1,2211
		MML	0,1734	0,0308	0,0608		1,0610	0,0298	1,1556		1,1474	0,0443	1,3607
1	1	ML	-0,0044	0,0306	0,0506	89	0,9996	0,0311	1,0302	99	0,9275	0,0217	0,9820
		MML	0,1642	0,0302	0,0571		0,9970	0,0450	1,0390		1,0347	0,0435	1,1141
2	0	ML	-0,0163	0,0315	0,0417	87	1,0697	0,0430	1,1874	93	0,9772	0,0307	0,9857
		MML	0,1336	0,0302	0,0480		1,1170	0,0286	1,2762		1,0635	0,0514	1,1824
2	1	ML	-0,0301	0,0343	0,0452	88	1,0293	0,0378	1,0972	97	0,8898	0,0214	0,8131
		MML	0,1307	0,0340	0,0511		1,0535	0,0258	1,1356		0,9314	0,0499	0,9173
2	2	ML	-0,0569	0,0353	0,0385	77	0,9939	0,0253	1,0131	98	0,8399	0,0203	0,7258
		MML	0,1258	0,0344	0,0502		1,0003	0,0386	1,0391		0,8757	0,0493	0,8161
3	0	ML	-0,0541	0,0318	0,0347	87	1,0868	0,0422	1,2232	90	0,9509	0,0306	0,9348
		MML	0,1039	0,0292	0,0399		1,1551	0,0284	1,3626		0,9967	0,0556	1,0491
3	1	ML	-0,0677	0,0312	0,0358	88	1,0367	0,0400	1,1146	93	0,8572	0,0205	0,7553
		MML	0,1042	0,0299	0,0407		1,0842	0,0284	1,2038		0,8587	0,0477	0,7850
3	2	ML	-0,0883	0,0324	0,0401	94	1,0179	0,0390	1,0750	96	0,7951	0,0429	0,6751
		MML	0,1048	0,0317	0,0427		1,0435	0,0281	1,1169		0,8112	0,0185	0,6765
3	3	ML	0,1024	0,0311	0,0416	88	1,0022	0,0269	1,0313	99	0,7605	0,0500	0,6282
		MML	-0,1164	0,0336	0,0471		1,0019	0,0364	1,0401		0,7773	0,0209	0,6251
s1	s2	$n1=n2=20$											
0	0	ML	0,0432	0,0228	0,0747	91	1,0006	0,0197	1,0208	99	1,0823	0,0231	1,5943
		MML	0,2465	0,0217	0,0825		0,9979	0,0337	1,0294		1,3179	0,0385	1,7753
1	0	ML	0,0302	0,0233	0,0542	89	1,0275	0,0335	1,0893	97	1,0136	0,0204	1,3078
		MML	0,1960	0,0224	0,0608		1,0483	0,0207	1,1196		1,1804	0,0364	1,4297
1	1	ML	0,0090	0,0241	0,0504	87	0,9943	0,0316	1,0203	99	0,9519	0,0168	1,0229
		MML	0,1831	0,0242	0,0577		1,0028	0,0220	1,0275		1,0915	0,0332	1,2245
2	0	ML	0,0051	0,0227	0,0397	84	1,0624	0,0336	1,1622	95	0,9838	0,0198	0,9876
		MML	0,1573	0,0223	0,0471		1,0960	0,0237	1,2248		1,0963	0,0357	1,2376
2	1	ML	-0,0164	0,0254	0,0456	95	1,0156	0,0316	1,0630	98	0,9140	0,0165	0,8518
		MML	0,1515	0,0249	0,0478		1,0307	0,0198	1,0821		1,0062	0,0382	1,0506
2	2	ML	-0,0235	0,0253	0,0396	86	1,0039	0,0214	1,0292	99	0,8702	0,0150	0,7723
		MML	0,1457	0,0249	0,0461		1,0064	0,0321	1,0448		0,9357	0,0372	0,9127
3	0	ML	-0,0230	0,0241	0,0375	93	1,0811	0,0301	1,1988	92	0,9675	0,0211	0,9571
		MML	0,1304	0,0235	0,0405		1,1299	0,0202	1,2967		1,0419	0,0378	1,1232
3	1	ML	-0,0317	0,0237	0,0347	91	1,0472	0,0294	1,1261	94	0,8824	0,0161	0,7947
		MML	0,1228	0,0230	0,0380		1,0831	0,0200	1,1930		0,9246	0,0335	0,8883
3	2	ML	-0,0487	0,0269	0,0392	95	1,0107	0,0318	1,0533	97	0,8490	0,0164	0,7372
		MML	0,1253	0,0256	0,0412		1,0343	0,0210	1,0907		0,8773	0,0395	0,8090
3	3	ML	-0,0693	0,0245	0,0349	90	0,9960	0,0202	1,0122	98	0,8162	0,0142	0,6803
		MML	0,1227	0,0238	0,0388		1,0005	0,0302	1,0311		0,8374	0,0372	0,7385

Çizelge 3.14 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0$; $\nu=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\sigma)$

			(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>n1=n2=10</i>												
0	0	ML	-0,0088	0,0495	0,0495	100	1,0036	0,0558	1,0630	100	0,9474	0,0273	0,9248	90
		MML	-0,0075	0,0496	0,0496		1,0032	0,0558	1,0622		1,0006	0,0305	1,0316	
1	0	ML	-0,0939	0,0542	0,0630	100	1,0787	0,0542	1,2177	98	0,9137	0,0294	0,8642	94
		MML	-0,0931	0,0543	0,0629		1,0906	0,0545	1,2439		0,9400	0,0319	0,9154	
1	1	ML	-0,1568	0,0521	0,0767	95	0,9990	0,0556	1,0536	100	0,8718	0,0280	0,7880	98
		MML	-0,1683	0,0521	0,0804		0,9999	0,0551	1,0548		0,8789	0,0278	0,8002	
2	0	ML	-0,1488	0,0496	0,0717	90	1,1142	0,0554	1,2968	93	0,8934	0,0286	0,8268	96
		MML	-0,1734	0,0496	0,0796		1,1544	0,0552	1,3878		0,9104	0,0308	0,8596	
2	1	ML	-0,2143	0,0557	0,1016	86	1,0491	0,0561	1,1566	95	0,8256	0,0278	0,7093	96
		MML	-0,2495	0,0559	0,1181		1,0754	0,0559	1,2124		0,8446	0,0277	0,7409	
2	2	ML	-0,2743	0,0622	0,1574	90	1,0055	0,0536	1,0645	100	0,7910	0,0290	0,6546	92
		MML	-0,3338	0,0627	0,1740		1,0057	0,0538	1,0652		0,8256	0,0303	0,7118	
3	0	ML	-0,1408	0,0593	0,0991	89	1,1272	0,0540	1,3244	85	0,8660	0,0305	0,7805	95
		MML	-0,2255	0,0603	0,1111		1,2273	0,0540	1,5602		0,8896	0,0336	0,8250	
3	1	ML	-0,2195	0,0562	0,1443	93	1,0687	0,0542	1,1962	86	0,8032	0,0296	0,6747	97
		MML	-0,3134	0,0577	0,1559		1,1540	0,0543	1,3859		0,8178	0,0292	0,6979	
3	2	ML	-0,2733	0,0572	0,1818	87	1,0205	0,0577	1,0990	90	0,7616	0,0291	0,6092	92
		MML	-0,3888	0,0588	0,2099		1,0799	0,0582	1,2244		0,7940	0,0302	0,6606	
3	3	ML	-0,3043	0,0543	0,2468	89	1,0035	0,0577	1,0646	100	0,7330	0,0300	0,5673	93
		MML	-0,4708	0,0572	0,2788		1,0042	0,0593	1,0676		0,7613	0,0306	0,6102	
<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>n1=n2=15</i>												
0	0	ML	0,0051	0,0359	0,0359	100	0,9950	0,0355	1,0256	100	0,9646	0,0171	0,9474	92
		MML	0,0056	0,036	0,0360		0,9956	0,0353	1,0266		1,0037	0,0187	1,0261	
1	0	ML	-0,0647	0,0346	0,0387	98	1,0614	0,0362	1,1628	99	0,9382	0,0173	0,8974	96
		MML	-0,0699	0,0345	0,0393		1,0687	0,0366	1,1786		0,9561	0,0184	0,9325	
1	1	ML	-0,1262	0,035	0,0509	99	0,9970	0,0362	1,0302	100	0,8986	0,0175	0,8250	98
		MML	-0,1290	0,035	0,0516		0,9968	0,0360	1,0296		0,9064	0,0175	0,8391	
2	0	ML	-0,1126	0,0368	0,0494	99	1,1027	0,0346	1,2505	97	0,9295	0,0178	0,8818	99
		MML	-0,1151	0,0369	0,0501		1,1226	0,0342	1,2944		0,9343	0,0186	0,8915	
2	1	ML	-0,1758	0,0377	0,0686	95	1,0574	0,0375	1,1555	98	0,8751	0,0182	0,7841	95
		MML	-0,1854	0,0376	0,0719		1,0679	0,0370	1,1775		0,8985	0,0183	0,8256	
2	2	ML	-0,2218	0,0383	0,0875	91	0,9903	0,0352	1,0158	100	0,8436	0,0182	0,7298	90
		MML	-0,2399	0,0383	0,0958		0,9896	0,0348	1,0141		0,8878	0,0193	0,8074	
3	0	ML	-0,1523	0,0344	0,0576	88	1,1309	0,0358	1,3147	93	0,9149	0,0191	0,8562	100
		MML	-0,1750	0,0346	0,0652		1,1717	0,0357	1,4085		0,9150	0,0200	0,8572	
3	1	ML	-0,2061	0,037	0,0794	87	1,0763	0,0399	1,1982	95	0,8578	0,0192	0,7549	93
		MML	-0,2334	0,0369	0,0913		1,1072	0,0399	1,2657		0,8883	0,0195	0,8085	
3	2	ML	-0,2499	0,0338	0,0963	83	1,0334	0,0371	1,1051	96	0,8044	0,0194	0,6664	88
		MML	-0,2875	0,034	0,1166		1,0532	0,0369	1,1460		0,8572	0,0207	0,7554	
3	3	ML	-0,2840	0,0387	0,1393	90	1,0029	0,0379	1,0437	100	0,7791	0,0182	0,6252	86
		MML	-0,3411	0,0388	0,1551		1,0035	0,0381	1,0452		0,8400	0,0199	0,7254	

Çizelge 3.14 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) **RE**($\hat{\sigma}$)(devam)

s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0045	0,0249	0,0248	99	0,9976	0,0260	1,0211	100	0,9783	0,0129	0,9700	94
		MML	0,0038	0,0250	0,0250		0,9963	0,0258	1,0185		1,0105	0,0140	1,0350	
1	0	ML	-0,0529	0,0263	0,0291	102	1,0388	0,0257	1,1048	99	0,9505	0,0140	0,9174	97
		MML	-0,0469	0,0264	0,0286		1,0448	0,0256	1,1172		0,9655	0,0147	0,9470	
1	1	ML	-0,1053	0,0281	0,0391	100	1,0107	0,0270	1,0485	100	0,9204	0,0144	0,8615	99
		MML	-0,1054	0,0281	0,0392		1,0108	0,0267	1,0485		0,9249	0,0143	0,8697	
2	0	ML	-0,0890	0,0259	0,0338	102	1,0772	0,0272	1,1875	98	0,9456	0,0135	0,9076	100
		MML	-0,0855	0,0259	0,0332		1,0898	0,0274	1,2151		0,9472	0,0141	0,9113	
2	1	ML	-0,1462	0,0279	0,0493	99	1,0402	0,0272	1,1092	99	0,8915	0,0140	0,8087	96
		MML	-0,1478	0,0279	0,0497		1,0470	0,0270	1,1231		0,9115	0,0142	0,8451	
2	2	ML	-0,1748	0,0264	0,0570	96	0,9973	0,0267	1,0212	100	0,8651	0,0131	0,7616	92
		MML	-0,1826	0,0263	0,0596		0,9976	0,0265	1,0218		0,9029	0,0136	0,8287	
3	0	ML	-0,1360	0,0258	0,0442	98	1,1156	0,0280	1,2726	96	0,9295	0,0158	0,8798	98
		MML	-0,1397	0,0258	0,0453		1,1386	0,0280	1,3243		0,9370	0,0154	0,8934	
3	1	ML	-0,1800	0,0287	0,0611	95	1,0628	0,0288	1,1583	97	0,8712	0,0134	0,7724	93
		MML	-0,1890	0,0286	0,0643		1,0794	0,0285	1,1935		0,9019	0,0136	0,8270	
3	2	ML	-0,2035	0,028	0,0694	91	1,0256	0,0264	1,0783	98	0,8411	0,0125	0,7199	89
		MML	-0,2186	0,0281	0,0759		1,0350	0,0261	1,0973		0,8900	0,0132	0,8054	
3	3	ML	-0,2454	0,0281	0,0882	88	1,0091	0,0266	1,0449	100	0,8189	0,0134	0,6841	86
		MML	-0,2700	0,028	0,1009		1,0086	0,0263	1,0436		0,8814	0,0144	0,7912	

Çizelge 3.15 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) **RE**($\hat{\sigma}$)

s1	s2	n1=n2=10	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0038	0,0508	0,0608	84	0,9885	0,0475	1,0245	99	1,0031	0,0331	1,8392	99
		MML	0,1519	0,0498	0,0728		0,9808	0,0739	1,0358		1,3365	0,0655	1,8515	
1	0	ML	-0,0670	0,0529	0,0574	99	1,0691	0,0786	1,2216	98	0,9405	0,0312	1,3157	87
		MML	0,0837	0,0511	0,0580		1,0953	0,0503	1,2499		1,2041	0,0585	1,5083	
1	1	ML	0,0749	0,0590	0,0646	81	0,9925	0,0481	1,0332	98	0,8673	0,0267	1,2789	89
		MML	-0,1312	0,0624	0,0795		0,9936	0,0725	1,0596		1,1733	0,0595	1,4361	
2	0	ML	0,0512	0,0525	0,0551	79	1,1173	0,0751	1,3234	94	0,9174	0,0320	1,2735	95
		MML	-0,1186	0,0554	0,0694		1,1654	0,0476	1,4058		1,1330	0,0610	1,3446	
2	1	ML	0,0340	0,0495	0,0806	88	1,0352	0,0750	1,1466	97	0,8342	0,0295	1,1537	94
		MML	-0,1964	0,0533	0,0918		1,0645	0,0499	1,1830		1,0805	0,0636	1,2310	
2	2	ML	0,0302	0,0511	0,0920	82	0,9862	0,0512	1,0237	97	0,7793	0,0265	1,1034	94
		MML	-0,2359	0,0566	0,1122		0,9905	0,0746	1,0555		1,0552	0,0601	1,1734	
3	0	ML	0,0207	0,0518	0,0722	82	1,1464	0,0682	1,3824	89	0,8923	0,0326	1,1286	97
		MML	-0,1800	0,0552	0,0875		1,2252	0,0507	1,5516		1,0507	0,0572	1,1611	
3	1	ML	0,0048	0,0555	0,1055	83	1,0771	0,0685	1,2285	92	0,8098	0,0297	0,9854	93
		MML	-0,2552	0,0613	0,1264		1,1343	0,0496	1,3362		0,9992	0,0595	1,0578	
3	2	ML	-0,0025	0,0524	0,1223	84	1,0275	0,0720	1,1277	97	0,7488	0,0276	0,8828	90
		MML	-0,2960	0,0588	0,1464		1,0546	0,0537	1,1659		0,9585	0,0605	0,9793	
3	3	ML	-0,0096	0,0520	0,1620	81	1,0017	0,0531	1,0563	99	0,7186	0,0307	0,8471	89
		MML	-0,3718	0,0611	0,1993		1,0037	0,0648	1,0721		0,9391	0,0710	0,9529	

Çizelge 3.15 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.4$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s_1	s_2	$n_1=n_2=15$												
0	0	ML	0,0117	0,0350	0,0552	88	0,9976	0,0329	1,0281	99	1,0087	0,0204	1,6379	89
		MML	0,1682	0,0347	0,0630		0,9947	0,0531	1,0424		1,3438	0,0399	1,8457	
		ML	-0,0272	0,0353	0,0460		1,0522	0,0545	1,1616		0,9599	0,0214	1,3943	
1	0	MML	0,1195	0,0340	0,0482	95	1,0691	0,035	1,1776	99	1,2527	0,0440	1,6131	86
		ML	-0,0839	0,03242	0,0394		1,0001	0,034	1,0342		0,9026	0,0171	1,2317	
		MML	0,1056	0,03092	0,0420		1,0011	0,052	1,0541		1,2080	0,0380	1,4972	
1	1	ML	0,0864	0,03329	0,0407	94	1,0765	0,051	1,2102	98	0,9306	0,0217	1,3877	82
		MML	-0,0841	0,03453	0,0416		1,1099	0,034	1,2659		1,1896	0,0429	1,4580	
		ML	0,0689	0,0356	0,0493		1,0376	0,049	1,1252		0,8697	0,0177	1,1774	
2	0	MML	-0,1353	0,03733	0,0556	89	1,0562	0,032	1,1476	98	1,1372	0,0401	1,3332	88
		ML	0,0690	0,03344	0,0582		0,9854	0,0346	1,0056		0,8299	0,0185	1,1707	
		MML	-0,1678	0,03687	0,0650		0,9866	0,0535	1,0268		1,1345	0,0436	1,3306	
2	2	ML	0,0614	0,0335	0,0427	90	1,1021	0,0511	1,2657	98	0,9137	0,0208	1,2856	88
		MML	-0,1241	0,0347	0,0500		1,1572	0,0355	1,3746		1,1433	0,0419	1,3488	
		ML	0,0472	0,03395	0,0561		1,0544	0,05	1,1612		0,8469	0,0189	1,1736	
3	0	MML	-0,17	0,03649	0,0654	86	1,0905	0,033	1,2224	95	1,0931	0,0410	1,2358	95
		ML	0,0357	0,03387	0,0751		1,0315	0,053	1,1171		0,8067	0,0177	1,0668	
		MML	-0,2114	0,03684	0,0815		1,0471	0,037	1,1331		1,0632	0,0421	1,1725	
3	2	ML	0,0312	0,03206	0,0830	92	1,0011	0,033	1,0352	99	0,7780	0,0190	1,0624	91
		MML	-0,259	0,03535	0,1024		0,9955	0,051	1,0418		1,0544	0,0447	1,1564	
		ML	0,0153	0,0268	0,0470		1,0132	0,0240	1,0507		1,0069	0,0137	1,7275	
0	0	MML	0,1736	0,0263	0,0564	83	1,0132	0,0397	1,0663	99	1,3375	0,0284	1,8173	95
		ML	-0,0268	0,0255	0,0396		1,0216	0,0405	1,0842		0,9638	0,0143	1,3433	
		MML	0,1378	0,0246	0,0436		1,0395	0,024	1,1044		1,2754	0,0294	1,6560	
1	0	ML	-0,0627	0,02677	0,0367	91	1,0031	0,025	1,0309	98	0,9169	0,0133	1,4854	81
		MML	0,1212	0,0261	0,0407		1,0011	0,041	1,0436		1,2311	0,0289	1,5445	
		ML	-0,0645	0,02614	0,0303		1,0669	0,0389	1,1771		0,9398	0,0137	1,3897	
1	1	MML	0,1043	0,02536	0,0362	84	1,0945	0,0253	1,2233	96	1,2154	0,0286	1,5059	92
		ML	0,0912	0,02476	0,0331		1,0344	0,0405	1,1104		0,8871	0,0135	1,3801	
		MML	-0,0967	0,02601	0,0353		1,0452	0,0262	1,1186		1,1720	0,0292	1,4027	
2	0	ML	0,0877	0,02506	0,0427	94	0,9965	0,0252	1,0182	99	0,8647	0,0120	1,1760	98
		MML	-0,1389	0,02657	0,0458		0,9990	0,0409	1,0389		1,1687	0,0275	1,3934	
		ML	0,0802	0,02743	0,0338		1,0916	0,0390	1,2306		0,9229	0,0153	1,2867	
2	2	MML	-0,0939	0,02886	0,0377	90	1,1299	0,0239	1,3005	95	1,1718	0,0287	1,4018	92
		ML	0,0686	0,02526	0,0399		1,0587	0,038	1,1585		0,8705	0,0142	1,2772	
		MML	-0,1366	0,02701	0,0456		1,0803	0,026	1,1932		1,1312	0,0295	1,3091	
3	0	ML	0,0661	0,02421	0,0439	88	1,0236	0,04	1,0876	97	0,8442	0,0132	1,2726	98
		MML	-0,1644	0,02631	0,0533		1,0375	0,026	1,1022		1,1236	0,031	1,2934	
		ML	0,0654	0,02606	0,0530		0,9878	0,024	0,9997		0,8171	0,0128	1,268	
3	2	MML	-0,1886	0,02823	0,0638	83	0,9916	0,038	1,0212	98	1,115	0,0312	1,2744	99
		ML	0,0153	0,0268	0,0470		1,0132	0,0240	1,0507		1,0069	0,0137	1,7275	
		MML	0,1736	0,0263	0,0564		1,0132	0,0397	1,0663		1,3375	0,0284	1,8173	
1	0	ML	-0,0268	0,0255	0,0396	91	1,0216	0,0405	1,0842	98	0,9638	0,0143	1,3433	81
		MML	0,1378	0,0246	0,0436		1,0395	0,024	1,1044		1,2754	0,0294	1,6560	
		ML	-0,0627	0,02677	0,0367		1,0031	0,025	1,0309		0,9169	0,0133	1,4854	
1	1	MML	0,1212	0,0261	0,0407	90	1,0011	0,041	1,0436	99	1,2311	0,0289	1,5445	96
		ML	-0,0645	0,02614	0,0303		1,0669	0,0389	1,1771		0,9398	0,0137	1,3897	
		MML	0,1043	0,02536	0,0362		1,0945	0,0253	1,2233		1,2154	0,0286	1,5059	
2	0	ML	0,0912	0,02476	0,0331	84	1,0344	0,0405	1,1104	96	0,8871	0,0135	1,3801	92
		MML	-0,0967	0,02601	0,0353		1,0452	0,0262	1,1186		1,1720	0,0292	1,4027	
		ML	0,0877	0,02506	0,0427		0,9965	0,0252	1,0182		0,8647	0,0120	1,1760	
2	2	MML	-0,1389	0,02657	0,0458	93	0,9990	0,0409	1,0389	98	1,1687	0,0275	1,3934	84
		ML	0,0802	0,02743	0,0338		1,0916	0,0390	1,2306		0,9229	0,0153	1,2867	
		MML	-0,0939	0,02886	0,0377		1,1299	0,0239	1,3005		1,1718	0,0287	1,4018	
3	0	ML	0,0686	0,02526	0,0399	90	1,0587	0,038	1,1585	95	0,8705	0,0142	1,2772	92
		MML	-0,1366	0,02701	0,0456		1,0803	0,026	1,1932		1,1312	0,0295	1,3091	
		ML	0,0661	0,02421	0,0439		1,0236	0,04	1,0876		0,8442	0,0132	1,2726	
3	1	MML	-0,1644	0,02631	0,0533	88	1,0375	0,026	1,1022	97	1,1236	0,031	1,2934	98
		ML	0,0654	0,02606	0,0530		0,9878	0,024	0,9997		0,8171	0,0128	1,268	
		MML	-0,1886	0,02823	0,0638		0,9916	0,038	1,0212		1,115	0,0312	1,2744	

Çizelge 3.16 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

$s1$	$s2$	$n1=n2=10$	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0434	0,0448	0,0896	94	1,0048	0,0422	1,0518	98	1,0067	0,0329	1,9462	89
		MML	0,2296	0,0430	0,0956		0,9893	0,0893	1,0679		1,4470	0,0863	2,1800	
1	0	ML	-0,0016	0,0478	0,0677	94	1,0754	0,0418	1,1982	99	0,9410	0,0297	1,5152	88
		MML	0,1622	0,0456	0,0719		1,0601	0,0820	1,2058		1,2797	0,0778	1,7154	
1	1	ML	-0,0607	0,0510	0,0600	87	1,0044	0,0436	1,0525	96	0,8627	0,0284	1,4726	96
		MML	0,1421	0,0490	0,0692		1,0068	0,0823	1,0960		1,2042	0,0858	1,5358	
2	0	ML	-0,0689	0,0498	0,0545	92	1,1089	0,0755	1,3051	95	0,9166	0,0309	1,3871	96
		MML	0,1067	0,0480	0,0593		1,1517	0,0441	1,3705		1,1707	0,0776	1,4481	
2	1	ML	0,0953	0,0442	0,0532	91	1,0406	0,0797	1,1626	97	0,8288	0,0284	1,0715	86
		MML	-0,0967	0,0489	0,0582		1,0725	0,0462	1,1965		1,0741	0,0864	1,2401	
2	2	ML	0,0878	0,0503	0,0780	94	1,0100	0,0450	1,0650	97	0,7847	0,0264	1,1442	97
		MML	-0,1679	0,0548	0,0829		1,0124	0,0768	1,1017		1,0510	0,0757	1,1801	
3	0	ML	0,0707	0,0508	0,0657	93	1,1662	0,0719	1,4318	92	0,9017	0,0343	1,0847	85
		MML	-0,1301	0,0541	0,0709		1,2286	0,0445	1,5540		1,0934	0,0769	1,2723	
3	1	ML	0,0580	0,0459	0,0692	94	1,0824	0,0740	1,2455	94	0,8007	0,0274	1,0007	97
		MML	-0,1521	0,0507	0,0738		1,1323	0,0477	1,3298		0,9771	0,0757	1,0304	
3	2	ML	0,0506	0,0460	0,0785	82	1,0413	0,0687	1,1528	98	0,7476	0,0273	0,7861	83
		MML	-0,2082	0,0529	0,0962		1,0639	0,0460	1,1778		0,9310	0,0755	0,9422	
3	3	ML	0,0554	0,0504	0,1053	84	0,9925	0,0470	1,0320	97	0,7139	0,0288	0,8384	86
		MML	-0,2563	0,0594	0,1250		0,9938	0,0719	1,0594		0,9388	0,0905	0,9718	
$s1$	$s2$	$n1=n2=15$												
0	0	ML	0,0433	0,0288	0,0907	86	1,0031	0,0277	1,0338	99	1,0212	0,0203	2,0630	91
		MML	0,2756	0,0290	0,1050		0,9900	0,0640	1,0441		1,4823	0,0578	2,2548	
1	0	ML	0,0046	0,0298	0,0597	83	1,0413	0,0597	1,1439	99	0,9600	0,0196	1,6941	91
		MML	0,2086	0,0286	0,0721		1,0626	0,0287	1,1578		1,3418	0,0568	1,8573	
1	1	ML	-0,0265	0,0323	0,0530	82	1,0007	0,0281	1,0295	96	0,8910	0,0189	1,5813	94
		MML	0,1870	0,0296	0,0645		1,0090	0,0596	1,0777		1,2730	0,0572	1,6776	
2	0	ML	-0,0403	0,0325	0,0540	94	1,0749	0,0579	1,2133	97	0,9312	0,0192	1,3886	84
		MML	0,1660	0,0298	0,0574		1,1060	0,0256	1,2489		1,2629	0,0574	1,6522	
2	1	ML	-0,0601	0,0303	0,0439	83	1,0240	0,0576	1,1062	99	0,8649	0,0179	1,3766	93
		MML	0,1536	0,0290	0,0526		1,0420	0,0273	1,1130		1,1917	0,0553	1,4753	
2	2	ML	-0,0946	0,0334	0,0423	81	0,9940	0,0290	1,0171	98	0,8232	0,0173	1,2695	91
		MML	0,1445	0,0312	0,0521		0,9898	0,0531	1,0327		1,1588	0,0534	1,3961	
3	0	ML	-0,0844	0,0327	0,0398	82	1,1108	0,0574	1,2912	95	0,9235	0,0209	1,2874	85
		MML	0,1350	0,0301	0,0483		1,1548	0,0297	1,3632		1,2070	0,0583	1,5153	
3	1	ML	-0,0947	0,0297	0,0387	91	1,0546	0,0563	1,1685	97	0,8398	0,0178	1,2723	97
		MML	0,1199	0,0281	0,0424		1,0867	0,0294	1,2103		1,1193	0,0526	1,3053	
3	2	ML	0,1052	0,0302	0,0493	93	1,0225	0,0530	1,0984	98	0,8007	0,0175	1,1659	97
		MML	-0,1391	0,0338	0,0531		1,0450	0,0297	1,1218		1,0720	0,0536	1,2026	
3	3	ML	0,1025	0,0311	0,0566	87	1,0080	0,0307	1,0468	96	0,7828	0,0169	1,1263	97
		MML	-0,1717	0,0359	0,0653		1,0178	0,0539	1,0897		1,0535	0,0542	1,1640	

Çizelge 3.16 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=0.7$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

$s1$	$s2$	$n1=n2=20$											
0	0	ML	0,0444	0,0250	0,0970	91	0,9990	0,0208	1,0188	98	1,0146	0,0144	2,0439
		MML	0,2873	0,0245	0,1071		0,9957	0,0521	1,0433		1,4805	0,0398	2,2316
1	0	ML	0,0067	0,0232	0,0732	90	1,0419	0,0201	1,1056	98	0,9702	0,0148	1,8561
		MML	0,2431	0,0224	0,0814		1,0361	0,0498	1,1232		1,3875	0,0441	1,9692
1	1	ML	-0,0094	0,0237	0,0598	86	1,0007	0,0197	1,0211	98	0,9117	0,0121	1,5843
		MML	0,2158	0,0229	0,0694		1,0019	0,0424	1,0461		1,3090	0,0396	1,7532
2	0	ML	-0,0214	0,0244	0,0595	90	1,0605	0,0462	1,1708	99	0,9484	0,0149	1,6914
		MML	0,2067	0,0231	0,0658		1,0797	0,0219	1,1877		1,3219	0,0439	1,7912
2	1	ML	-0,0385	0,0241	0,0555	97	1,0298	0,0418	1,1021	100	0,8921	0,0141	1,3810
		MML	0,1860	0,0224	0,0570		1,0417	0,0210	1,1062		1,2438	0,0430	1,5901
2	2	ML	-0,0602	0,0242	0,0478	90	1,0009	0,0205	1,0221	98	0,8532	0,0130	1,3741
		MML	0,1742	0,0228	0,0531		0,9981	0,0416	1,0378		1,2122	0,0450	1,5144
3	0	ML	-0,0573	0,0246	0,0478	94	1,0907	0,0461	1,2357	96	0,9255	0,0140	1,4871
		MML	0,1643	0,0236	0,0506		1,1265	0,0208	1,2898		1,2408	0,0387	1,5783
3	1	ML	-0,0665	0,0240	0,0384	82	1,0446	0,0410	1,1322	97	0,8652	0,01364	1,07623
		MML	0,1567	0,0225	0,0471		1,0689	0,0211	1,1637		1,189	0,04509	1,45866
3	2	ML	-0,0890	0,0231	0,0370	87	1,0145	0,0440	1,0732	99	0,8258	0,01289	1,06949
		MML	0,1425	0,0222	0,0424		1,0323	0,0218	1,0875		1,1451	0,04275	1,35405
3	3	ML	-0,1185	0,0226	0,0366	90	0,9995	0,0208	1,0198	98	0,8122	0,01305	1,06727
		MML	0,1421	0,0204	0,0406		0,9975	0,0412	1,0362		1,1307	0,04258	1,32098

Çizelge 3.17 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$

$s1$	$s2$	$n1=n2=10$	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)	(vii)	(viii)	(ix)	(x)	(xi)	(xii)
0	0	ML	0,0864	0,0432	0,0907	84	1,0036	0,0381	1,0454	96	1,0100	0,0338	2,0539	89
		MML	0,2525	0,0441	0,1078		0,9998	0,0888	1,0882		1,4890	0,0956	2,3126	
1	0	ML	0,0447	0,0385	0,0604	86	1,0763	0,0374	1,1958	99	0,9351	0,0281	1,3902	80
		MML	0,1770	0,0391	0,0704		1,0560	0,0895	1,2046		1,2853	0,0931	1,7450	
1	1	ML	0,0188	0,0415	0,0599	88	0,9959	0,0347	1,0265	98	0,8492	0,0259	1,2747	88
		MML	0,1667	0,0407	0,0684		0,9850	0,0756	1,0457		1,1622	0,0994	1,4499	
2	0	ML	0,0016	0,0413	0,0413	73	1,1070	0,0760	1,3013	97	0,9118	0,0322	1,2864	88
		MML	0,1292	0,0402	0,0569		1,1423	0,0374	1,3422		1,1661	0,1053	1,4650	
2	1	ML	-0,0337	0,0439	0,0450	81	1,0435	0,0667	1,1556	100	0,8111	0,0265	1,0684	92
		MML	0,1231	0,0404	0,0555		1,0601	0,0361	1,1598		1,0345	0,0950	1,1652	
2	2	ML	-0,0666	0,0467	0,0511	87	0,9888	0,0366	1,0142	95	0,7665	0,0254	1,0613	98
		MML	0,1238	0,0432	0,0585		0,9983	0,0720	1,0686		0,9959	0,0938	1,0854	
3	0	ML	-0,0619	0,0412	0,0450	92	1,1359	0,0704	1,3607	92	0,9029	0,0324	1,2758	84
		MML	0,1006	0,0387	0,0488		1,2028	0,0381	1,4848		1,1031	0,1013	1,5181	
3	1	ML	0,0876	0,0425	0,0501	98	1,0677	0,0578	1,1976	92	0,7847	0,0292	0,8449	92
		MML	-0,0719	0,0462	0,0514		1,1238	0,0334	1,2963		0,9055	0,0965	0,9164	
3	2	ML	0,0853	0,0417	0,0489	83	1,0365	0,0645	1,1388	98	0,7311	0,0268	0,6613	80
		MML	-0,1066	0,0473	0,0586		1,0613	0,0386	1,1649		0,8524	0,0954	0,8219	
3	3	ML	0,0942	0,0407	0,0496	77	0,9944	0,0380	1,0268	97	0,6946	0,0262	0,6586	83
		MML	-0,1325	0,0469	0,0644		1,0015	0,0596	1,0625		0,8339	0,0963	0,7916	

Çizelge 3.17 θ_0 , θ_1 ve σ parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin ortalama, varyans, MSE ve RE değerleri ($\lambda=1$; $v=30$, $X_1=-1.0$, $X_2=+1.0$): (i) $Ort(\hat{\theta}_0)$, (ii) $Var(\hat{\theta}_0)$, (iii) $MSE(\hat{\theta}_0)$, (iv) $RE(\hat{\theta}_0)$, (v) $Ort(\hat{\theta}_1)$, (vi) $Var(\hat{\theta}_1)$, (vii) $MSE(\hat{\theta}_1)$, (viii) $RE(\hat{\theta}_1)$, (ix) $Ort(\hat{\sigma})$, (x) $Var(\hat{\sigma})$, (xi) $MSE(\hat{\sigma})$, (xii) $RE(\hat{\sigma})$ (devam)

s1	s2	n1=n2=15												
0	0	ML	0,0877	0,0252	0,0989	90	1,0074	0,0228	1,0377	97	1,0141	0,0215	2,1499	91
		MML	0,2895	0,0260	0,1098		1,0074	0,0601	1,0749		1,5182	0,0642	2,3691	
1	0	ML	0,0589	0,0274	0,0709	86	1,0414	0,0626	1,1471	100	0,9516	0,0203	1,8258	94
		MML	0,2352	0,0273	0,0826		1,0597	0,0250	1,1480		1,3660	0,0669	1,9329	
1	1	ML	0,0396	0,0279	0,0694	92	0,9987	0,0242	1,0215	96	0,8906	0,0184	1,4812	88
		MML	0,2191	0,0275	0,0755		0,9992	0,0639	1,0623		1,2711	0,0654	1,6811	
2	0	ML	0,0214	0,0295	0,0600	88	1,0661	0,0620	1,1985	98	0,9300	0,0200	1,4885	87
		MML	0,2006	0,0282	0,0684		1,0960	0,0233	1,2245		1,2815	0,0669	1,7090	
2	1	ML	0,0079	0,0272	0,0473	87	1,0417	0,0504	1,1354	100	0,8498	0,0166	1,2739	94
		MML	0,1681	0,0261	0,0544		1,0524	0,0241	1,1317		1,1378	0,0613	1,3558	
2	2	ML	-0,0225	0,0288	0,0492	83	0,9947	0,0242	1,0135	95	0,8280	0,0165	1,2702	94
		MML	0,1765	0,0279	0,0590		1,0029	0,0575	1,0631		1,1295	0,0687	1,3444	
3	0	ML	-0,0155	0,0270	0,0472	91	1,0900	0,0579	1,2460	94	0,9151	0,0206	1,3858	93
		MML	0,1599	0,0261	0,0517		1,1407	0,0255	1,3267		1,1944	0,0674	1,4938	
3	1	ML	-0,0320	0,0282	0,0392	82	1,0667	0,0533	1,1911	98	0,8415	0,0178	1,1726	95
		MML	0,1445	0,0270	0,0479		1,0937	0,0242	1,2203		1,0763	0,0722	1,2306	
3	2	ML	-0,0534	0,0280	0,0399	92	1,0350	0,0456	1,1168	100	0,7889	0,0154	0,9638	90
		MML	0,1317	0,0258	0,0431		1,0475	0,0241	1,1213		1,0056	0,0577	1,0688	
3	3	ML	-0,0757	0,0300	0,0397	88	1,0002	0,0258	1,0262	98	0,7573	0,0164	0,9590	92
		MML	0,1324	0,0276	0,0451		1,0010	0,0460	1,0478		0,9895	0,0684	1,0475	
s1	s2	n1=n2=20												
0	0	ML	0,0916	0,0204	0,1187	94	1,0018	0,0184	1,0220	98	1,0149	0,0155	2,0455	84
		MML	0,3246	0,0205	0,1258		0,9959	0,0542	1,0460		1,5457	0,0503	2,4394	
1	0	ML	0,0736	0,0202	0,0856	95	1,0354	0,0460	1,1180	100	0,9634	0,0139	1,9420	96
		MML	0,2654	0,0197	0,0901		1,0490	0,0184	1,1187		1,4031	0,0513	2,0198	
1	1	ML	0,0637	0,0203	0,0743	89	0,9993	0,0171	1,0156	97	0,9138	0,0135	1,4848	83
		MML	0,2526	0,0199	0,0837		0,9973	0,0476	1,0421		1,3199	0,0494	1,7916	
2	0	ML	0,0419	0,0194	0,0611	85	1,0600	0,0414	1,1649	98	0,9403	0,0143	1,4898	83
		MML	0,2300	0,0187	0,0716		1,0816	0,0170	1,1867		1,3215	0,0517	1,7980	
2	1	ML	0,0283	0,0208	0,0616	86	1,0322	0,0186	1,0839	99	0,8866	0,0135	1,2800	79
		MML	0,2274	0,0197	0,0714		1,0255	0,0419	1,0935		1,2535	0,0535	1,6246	
2	2	ML	0,0116	0,0224	0,0525	83	1,0079	0,0174	1,0332	99	0,8501	0,0119	1,3462	92
		MML	0,2064	0,0211	0,0636		1,0034	0,0420	1,0488		1,1907	0,0528	1,4704	
3	0	ML	0,0169	0,0191	0,0494	86	1,0835	0,0454	1,2193	96	0,9217	0,0150	0,8645	84
		MML	0,1975	0,0186	0,0576		1,1170	0,0192	1,2668		1,2555	0,0555	1,0318	
3	1	ML	0,0053	0,0201	0,0501	92	1,0340	0,0396	1,1088	96	0,8583	0,0132	1,2498	89
		MML	0,1879	0,0193	0,0546		1,0663	0,0175	1,1544		1,1632	0,0524	1,4055	
3	2	ML	-0,0141	0,0216	0,0417	80	1,0135	0,0430	1,0702	99	0,8241	0,0128	1,1692	90
		MML	0,1777	0,0209	0,0524		1,0318	0,0168	1,0814		1,1158	0,0557	1,3007	
3	3	ML	-0,0296	0,0209	0,0418	84	0,9963	0,0185	1,0112	99	0,7949	0,0112	1,0643	87
		MML	0,1727	0,0197	0,0495		0,9921	0,0421	1,0263		1,0838	0,0483	1,2228	

Bu bölümde AFT modelde hataların dağılımının çarpık- t dağılım olduğu durumda AFT model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerinin ortalamaları, varyansları ve hata kareler ortalamalarını elde etmek amacıyla Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması farklı çarpıklık değerleri ve farklı sansür sayılarına göre yapılmıştır.

Çizelge 3.6-3.17'ye bakıldığında, AFT modelde hata terimleri çarpık t dağıldığı koşulda farklı çarpıklık değerleri ve sansür sayıları için θ_0 , θ_1 ve σ parametrelerinin ML tahmin edicilerinin etkinlikleri, MML tahmin edicilerinin etkinliklerine göre yüksek olduğu görülmektedir.

Ancak MML tahmin edicilerinin açık çözümü vardır ve hesaplanması daha kolaydır. MML tahmin edicileri iterasyona gerek kalmadan direk olarak bulunmaktadır ve ML tahmin edicilerinin özelliklerini taşımaktadır.

4. GÜVEN ARALIKLARI

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık normal ve çarpık t dağılıma sahip olduğu durum için AFT model parametreleri θ_0 ve θ_1 için ML ve MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları geliştirilmektedir.

4.1 Hata Terimlerinin Çarpık Normal Dağılımı Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler İçin AFT Model Parametrelerinin ML ve MML Tahmin Edicilerine Dayalı Güven Aralıkları

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olduğu durum için AFT model parametreleri θ_0 ve θ_1 için ML ve MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları geliştirilmektedir. Bu nedenle öncelikle ML ve MML tahmin edicileri için Fisher bilgi matrisinden faydalanılarak varyans kovaryans matrisi elde edilmektedir.

Bununla birlikte, çeşitli örneklem genişliklerinde $\lambda = 0.7$ için simülasyon yoluyla elde edilen ML ve MML tahmin edicilerinin I. tip hataları çizelge 4.1.a-4.1.b’de verilmiştir. I. Tip hataları bulurken gerçek değer 0.050 olarak alınmıştır. I.tip hatalar,

$P\{z_1 > 1.96\}$, $P\{z_2 > 1.96\}$, $P\{z_3 > 1.96\}$ ve $P\{z_4 > 1.96\}$ olasılıkları yardımıyla hesaplanmıştır. Burada,

$$z_1 = \left| \frac{\hat{\theta}_{0,ML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{0,ML})}} \right|, z_2 = \left| \frac{\hat{\theta}_{1,ML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{1,ML})}} \right|, z_3 = \left| \frac{\hat{\theta}_{0,MML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{0,MML})}} \right| \text{ ve } z_4 = \left| \frac{\hat{\theta}_{1,MML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{1,MML})}} \right| \quad (4.1)$$

şeklindedir.

Çizelge 4.1 z_1 ve z_2 test istatistiklerinin I. tip hataları

teta0; lamda=0.7; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,053	0,049	0,048	0,051	0,051	0,055	0,050	0,050	0,051	0,052
sample inf. ML	0,055	0,046	0,045	0,046	0,055	0,054	0,051	0,051	0,051	0,051
sim MML	0,054	0,058	0,050	0,055	0,053	0,052	0,052	0,051	0,052	0,051
sample inf. MML	0,053	0,060	0,059	0,052	0,055	0,056	0,055	0,052	0,051	0,051
teta0; lamda=0.7; n1=n2=15										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,059	0,056	0,060	0,057	0,051	0,051	0,059	0,059	0,055	0,059
sample inf. ML	0,056	0,056	0,050	0,051	0,051	0,055	0,055	0,058	0,056	0,059
sim MML	0,054	0,056	0,051	0,055	0,054	0,053	0,052	0,058	0,057	0,057
sample inf. MML	0,052	0,058	0,050	0,054	0,054	0,053	0,054	0,059	0,058	0,057
teta0; lamda=0.7; n1=n2=20										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,057	0,057	0,058	0,058	0,050	0,053	0,058	0,059	0,051	0,051
sample inf. ML	0,058	0,059	0,051	0,054	0,054	0,051	0,054	0,054	0,055	0,051
sim MML	0,055	0,059	0,059	0,058	0,057	0,055	0,059	0,059	0,056	0,053
sample inf. MML	0,055	0,059	0,059	0,059	0,058	0,054	0,058	0,059	0,058	0,058

Çizelge 4.2 z_3 ve z_4 test istatistiklerinin I. tip hataları

Teta1; lamda=0.7; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,050	0,054	0,047	0,051	0,051	0,051	0,055	0,056	0,055	0,051
sample inf. ML	0,053	0,050	0,058	0,046	0,039	0,042	0,051	0,049	0,047	0,045
sim MML	0,051	0,051	0,052	0,056	0,049	0,050	0,055	0,056	0,052	0,052
sample inf. MML	0,053	0,057	0,055	0,056	0,054	0,060	0,058	0,053	0,057	0,051
Teta1; lamda=0.7; n1=n2=15										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,045	0,055	0,051	0,057	0,053	0,050	0,056	0,055	0,057	0,059
sample inf. ML	0,055	0,055	0,052	0,058	0,051	0,052	0,057	0,059	0,056	0,051
sim MML	0,049	0,054	0,051	0,055	0,051	0,050	0,058	0,055	0,051	0,060
sample inf. MML	0,053	0,057	0,054	0,060	0,051	0,052	0,057	0,059	0,059	0,059
Teta1; lamda=0.7; n1=n2=20										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,045	0,05	0,051	0,059	0,05	0,041	0,055	0,059	0,055	0,05
sample inf. ML	0,05	0,0579	0,0582	0,057	0,0582	0,0527	0,054	0,051	0,0582	0,05
sim MML	0,05	0,05	0,058	0,057	0,055	0,0544	0,051	0,053	0,05	0,05
sample inf. MML	0,059	0,0588	0,0584	0,0591	0,0572	0,0562	0,058	0,0535	0,059	0,052

Çizelge 4.1-4.2’de görüldüğü gibi, I. tip hatalar 0.05’e çok yakın değerler almaktadırlar. Bu durumda, parametrelerin ML ve MML tahmin edicilerinin normal dağıldığı söylenebilir.

Çalışmamızda Fisher bilgi matrisi aşağıdaki yollarla elde edilmektedir.

1. Yol: Monte Carlo Simülasyon Yöntemi

Fisher bilgi matrisini Monte Carlo simülasyonu yoluyla elde edilmektedir.

Bu durumda, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$, ML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$ 'e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,ML})}, \hat{\theta}_{0,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,ML})} \right] \\ CI^1_{ML}(\hat{\theta}_{1,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,ML})}, \hat{\theta}_{1,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,ML})} \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

şeklinde hesaplanır.

Benzer şekilde $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$, MML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$ 'e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,MML})}, \hat{\theta}_{0,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,MML})} \right] \\ CI^1(\hat{\theta}_{1,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,MML})}, \hat{\theta}_{1,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,MML})} \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

olarak elde edilir.

2. Yol: Örnek Bilgi Matrisi (Sample Information Matrix-SIM)

Fisher bilgi matrisi parametreler yerine anlamlı tahmin ediciler kullanılarak hesaplandığında elde edilen bu matrise *Örnek bilgi matrisi (Sample Information matrix)* denmektedir.

$$z_{i:n_k} = \frac{y_{i:n_k} - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 x_k}{\hat{\sigma}} \quad \text{ve} \quad z_{n_k - s_k : n_k} = \frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 x_k}{\hat{\sigma}} \quad \text{tahminleri olabilirlik fonksiyonu}$$

L 'nin ve uyarlanmış olabilirlik fonksiyonu L^* 'nin parametrelere göre ikinci

türevlerinde $\left(-\partial^2 \ln L / \partial \theta_0^2\right), \left(-\partial^2 \ln L^* / \partial \theta_0^2\right)$ yerlerine konularak Fisher bilgi matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

ML tahmin edicilerine dayalı örnek bilgi matrisi,

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \log L}{\partial^2 \theta_0} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial^2 \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \end{bmatrix}$$

$$I^{-1} = \begin{bmatrix} Var(\hat{\theta}_0) & Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) \\ Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Var(\hat{\theta}_1) & Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) \\ Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) & Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) & Var(\hat{\sigma}) \end{bmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada,

$$\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ \left[-s_k \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]^2} \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-1 + \lambda^2 \left(\frac{-\lambda \hat{z}_{i, n_k} \phi(\lambda \hat{z}_{i, n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i, n_k}) - \Phi^2(\lambda \hat{z}_{i, n_k})}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i, n_k})} \right) \right] \right\}$$

$$\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k^2 \left\{ \left[-s_k \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]^2} \right] + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-1 + \lambda^2 \left(\frac{-\lambda \hat{z}_{i, n_k} \phi(\lambda \hat{z}_{i, n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i, n_k}) - \Phi^2(\lambda \hat{z}_{i, n_k})}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i, n_k})} \right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial^2 \log L}{\partial \sigma^2} \right|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \hat{z}_{n_k - s_k : n_k} \frac{f(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]} + r_k + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left[-\hat{z}_{i:n_k}^2 + \lambda \hat{z}_{i:n_k}^2 \frac{\phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k})}{\Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} \right] \right\} \\
&+ \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \hat{z}_{n_k - s_k : n_k} \left[\frac{f(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})}{1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})} + \hat{z}_{n_k - s_k : n_k} \left(\frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})] + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]} \right) \right] \right\} \\
&+ \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left\{ \hat{z}_{i:n_k} \left[-2\hat{z}_{i:n_k} + \lambda \left(\frac{\phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k})}{\Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} + \left[\frac{-\lambda \hat{z}_{i:n_k}^2 \phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) - \phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) \hat{z}_{i:n_k}}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} \right] \right) \right] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \right|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]^2} \right\} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left\{ -1 + \lambda^2 \left(\frac{-\lambda \hat{z}_{i:n_k} \phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) - \Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} \right) \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \right|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \hat{z}_{n_k - s_k : n_k} \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]^2} \right\} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left\{ -1 + \lambda^2 \left(\frac{-\lambda \hat{z}_{i:n_k} \phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) - \Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} \right) \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \right|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \hat{z}_{n_k - s_k : n_k} \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k : n_k})]^2} \right\} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \left\{ -1 + \lambda^2 \left(\frac{-\lambda \hat{z}_{i:n_k} \phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) \Phi(\lambda \hat{z}_{i:n_k}) - \Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})}{\Phi^2(\lambda \hat{z}_{i:n_k})} \right) \right\}
\end{aligned}$$

biçimindedir.

MML tahmin edicilerine dayalı örnek bilgi matrisi ise aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{bmatrix} I_{11}^* & I_{12}^* & I_{13}^* \\ I_{12}^* & I_{22}^* & I_{23}^* \\ I_{13}^* & I_{23}^* & I_{33}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial^2 \theta_0} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial^2 \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \end{bmatrix}$$

$$(I^*)^{-1} = \begin{bmatrix} Var^*(\hat{\theta}_0) & Cov^*(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Cov^*(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) \\ Cov^*(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Var^*(\hat{\theta}_1) & Cov^*(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) \\ Cov^*(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) & Cov^*(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) & Var^*(\hat{\sigma}) \end{bmatrix}$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0^2} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [1 + \lambda \beta_{i:n_k}] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1^2} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k^2 \left\{ -s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [1 + \lambda \beta_{i:n_k}] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \sigma^2} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ r_k - s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [-\tilde{z}_{i:n_k}^2 + \lambda \tilde{z}_{i:n_k} (\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\
&\quad + \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + 2\beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [-2\tilde{z}_{i:n_k}^2 + \lambda (\alpha_{i:n_k} - 2\beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [1 + \lambda \beta_{i:n_k}] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [\tilde{z}_{i:n_k} - \lambda (\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\
&\quad - \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} \beta_{n_k - s_k : n_k} - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \tilde{z}_{i:n_k} [1 + \lambda \beta_{i:n_k}] \right\} \\
\left. \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \right|_{(\tilde{\theta}_0, \tilde{\theta}_1, \tilde{\sigma})} &= \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [\tilde{z}_{i:n_k} - \lambda (\alpha_{i:n_k} - \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\
&\quad - \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ -s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} \beta_{n_k - s_k : n_k} - \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \tilde{z}_{i:n_k} [1 + \lambda \beta_{i:n_k}] \right\}
\end{aligned}$$

şeklindedir.

Bu durumda, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$, ML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$ ’e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned}
CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,ML})}, \hat{\theta}_{0,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,ML})} \right] \\
CI^2(\hat{\theta}_{1,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,ML})}, \hat{\theta}_{1,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,ML})} \right]
\end{aligned} \tag{4.4}$$

şeklinde hesaplanır.

Benzer şekilde, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$, MML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$ 'e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^2(\hat{\theta}_{0,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,MML})}, \hat{\theta}_{0,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,MML})} \right] \\ CI^2(\hat{\theta}_{1,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,MML})}, \hat{\theta}_{1,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,MML})} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

olarak elde edilir.

4.1.1 Monte Carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık normal dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları elde edilmiştir. Güven aralıkları genişlikleri ve kapsama olasılıkları (coverage probabilities-CP) çizelge 4.3 - 4.6' da sunulmaktadır.

Çizelgelerde,

CI^1 : Monte Carlo simülasyon yöntemiyle elde edilen Fisher bilgi matrisi kullanılarak elde edilen güven aralığı genişliğini,

CI^2 : Örnek bilgi matrisi kullanılarak elde edilen güven aralığı genişliğini,

CP : Kapsama olasılığını,
göstermektedir.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n=10, 15, 20$ alınarak iki aşaması stres (faktör) olan durumlar için farklı sansür sayıları dikkate alınarak, $\lambda=0, 0.4, 0.7, 1$ olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri kullanılarak yapılmıştır. Simülasyonda kullanılan sansür sayıları çizelge 3.1'de verilmektedir.

Simülasyonda, $\theta_0 = 0$, $\theta_1 = 1$ ve $\sigma = 1$ alınarak, 10.000 iterasyonda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda yapılmaktadır.

Güven aralığı genişliği herbir iterasyon için bulunan aralığın alt sınır ve üst sınır farkları toplamının ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Güven aralıkları % 95 güven düzeyi için elde edilmiştir.

Çizelge 4.3 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0$): (i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

λ=0; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8545	0,9440	0,8636	0,9440	0,8984	0,9590	0,8636	0,9360
		MML	0,8743	0,9480	0,8636	0,9480	0,8986	0,9600	0,9200	0,9440
1	0	ML	0,8659	0,9190	0,8458	0,9190	0,8757	0,8710	0,8458	0,8810
		MML	0,8945	0,9290	0,8526	0,9290	0,8949	0,9300	0,9140	0,9000
1	1	ML	0,8921	0,8960	0,7999	0,8960	0,8930	0,9503	0,7995	0,8408
		MML	0,9004	0,9004	0,8124	0,9004	0,8940	0,9505	0,8740	0,9246
2	0	ML	0,8491	0,9130	0,8504	0,8940	0,8876	0,9150	0,9732	0,8725
		MML	0,8833	0,9270	0,8788	0,9060	0,9061	0,9707	0,9850	0,8940
2	1	ML	0,8913	0,8670	0,7890	0,7920	0,8907	0,9430	0,8788	0,8570
		MML	0,9048	0,8700	0,8180	0,8100	0,9110	0,9889	0,8985	0,8792
2	2	ML	0,9159	0,7970	0,7760	0,8687	0,8981	0,9550	0,8774	0,9200
		MML	0,9392	0,8010	0,8211	0,8720	0,9094	0,9570	0,8996	0,9687
3	0	ML	0,9038	0,8820	0,8709	0,8390	0,9117	0,8446	0,9870	0,8390
		MML	0,9250	0,8820	0,9566	0,8610	0,9537	0,8880	1,0623	0,8499
3	1	ML	0,9065	0,8020	0,8764	0,7200	0,8918	0,9300	0,9765	0,7080
		MML	0,9125	0,8030	0,8793	0,7750	0,9191	0,9696	0,9791	0,7200
3	2	ML	0,9314	0,7230	0,8543	0,6210	0,9193	0,9470	0,9428	0,6210
		MML	0,9452	0,7600	0,8765	0,6990	0,9296	0,9894	0,9762	0,6856
3	3	ML	0,8921	0,6430	0,8767	0,6536	0,9476	0,9490	0,9716	0,8954
		MML	0,9097	0,6980	0,8947	0,6770	0,9668	0,9540	0,9757	0,9100

λ=0; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7423	0,9480	0,7102	0,9480	0,6973	0,9500	0,7102	0,9320
		MML	0,7429	0,9500	0,7102	0,9500	0,7058	0,9520	0,7335	0,9480
1	0	ML	0,7463	0,9440	0,6877	0,9160	0,6962	0,9350	0,6877	0,9160
		MML	0,7365	0,9430	0,6902	0,9160	0,6976	0,9180	0,7187	0,9170
1	1	ML	0,7051	0,8970	0,6615	0,8660	0,7366	0,9520	0,6614	0,8660
		MML	0,7121	0,9000	0,6664	0,8690	0,7113	0,9460	0,6912	0,9340
2	0	ML	0,7131	0,9080	0,6851	0,8860	0,7674	0,9180	0,6851	0,8860
		MML	0,7372	0,9200	0,6935	0,8890	0,7573	0,8110	0,7253	0,7760
2	1	ML	0,7445	0,8590	0,6589	0,7990	0,7356	0,9400	0,6586	0,7990
		MML	0,7504	0,8670	0,6691	0,8100	0,7404	0,9180	0,6964	0,8970
2	2	ML	0,7254	0,7710	0,6433	0,7050	0,7188	0,9510	0,6426	0,7050
		MML	0,7273	0,7730	0,6587	0,7300	0,7390	0,9550	0,6847	0,9170
3	0	ML	0,7411	0,8970	0,6966	0,8620	0,7294	0,8950	0,6965	0,8620
		MML	0,7461	0,8990	0,7166	0,8700	0,7364	0,9110	0,7579	0,9350
3	1	ML	0,7114	0,7980	0,6549	0,7520	0,7697	0,9460	0,6544	0,7520
		MML	0,7424	0,8260	0,6754	0,7720	0,7792	0,9814	0,7101	0,7920
3	2	ML	0,7668	0,7560	0,6475	0,6600	0,7450	0,9440	0,6464	0,6600
		MML	0,7743	0,7580	0,6730	0,6870	0,7483	0,9550	0,7056	0,8680
3	3	ML	0,7021	0,6320	0,6303	0,5660	0,7537	0,9470	0,6286	0,5660
		MML	0,7464	0,6970	0,6645	0,6310	0,7605	0,9520	0,6928	0,9200

Çizelge 4.3 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0$) : (i)

$$CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (iii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (devam)}$$

$\lambda=0; n1=n2=20$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5842	0,9330	0,6158	0,9420	0,6132	0,9440	0,6158	0,9420
		MML	0,6094	0,9500	0,6158	0,9420	0,6204	0,9500	0,6294	0,9480
1	0	ML	0,6156	0,9340	0,5996	0,9300	0,6231	0,9410	0,5996	0,9300
		MML	0,6233	0,9360	0,6009	0,9300	0,6240	0,9550	0,6163	0,9450
1	1	ML	0,5937	0,9320	0,6007	0,9330	0,5916	0,9300	0,6007	0,9330
		MML	0,6227	0,9440	0,6019	0,9330	0,5970	0,9310	0,6173	0,9410
2	0	ML	0,6023	0,9120	0,5842	0,8920	0,6013	0,9420	0,5842	0,8920
		MML	0,6154	0,9190	0,5866	0,8930	0,6225	0,9480	0,6017	0,9350
2	1	ML	0,6288	0,8680	0,5734	0,8160	0,5989	0,9100	0,5732	0,8160
		MML	0,6373	0,8770	0,5785	0,8220	0,6085	0,9490	0,5946	0,9010
2	2	ML	0,6126	0,8000	0,5643	0,7570	0,6435	0,9520	0,5641	0,7570
		MML	0,6230	0,8110	0,5720	0,7650	0,6699	0,9650	0,5875	0,9170
3	0	ML	0,6151	0,8650	0,5980	0,8540	0,6267	0,6630	0,5979	0,6570
		MML	0,6226	0,8740	0,6065	0,8600	0,6419	0,8840	0,6261	0,8540
3	1	ML	0,6283	0,8260	0,5735	0,7620	0,6328	0,8160	0,5733	0,7620
		MML	0,6360	0,8280	0,5830	0,7740	0,6358	0,9330	0,6028	0,7680
3	2	ML	0,6470	0,7740	0,5590	0,6760	0,6430	0,9410	0,5586	0,6760
		MML	0,6513	0,7780	0,5710	0,6980	0,6454	0,9530	0,5870	0,8800
3	3	ML	0,6382	0,7050	0,5556	0,6000	0,6183	0,9400	0,5548	0,6000
		MML	0,6428	0,7110	0,5716	0,6340	0,6370	0,9480	0,5897	0,9210

Çizelge 4.4 θ_0 ,ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4$) : (i)

$$CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (iii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$$

$\lambda=0.4; n1=n2=10$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8789	0,9440	0,8531	0,9280	0,7820	0,9430	0,8317	0,9280
		MML	0,9024	0,9480	0,7551	0,8960	0,8006	0,9460	0,7625	0,9240
1	0	ML	0,8136	0,9410	0,8152	0,9300	0,9157	0,9600	0,7988	0,9300
		MML	0,8412	0,9470	0,7252	0,8910	0,8852	0,9070	0,7466	0,8200
1	1	ML	0,9017	0,9280	0,7734	0,8710	0,9171	0,9510	0,7158	0,8620
		MML	0,9115	0,9340	0,7970	0,8920	0,9256	0,9570	0,7593	0,8710
2	0	ML	0,8605	0,9280	0,7276	0,8600	0,8351	0,7390	0,7625	0,6700
		MML	0,8900	0,9370	0,8135	0,8990	0,8399	0,9200	0,8039	0,8990
2	1	ML	0,8928	0,9110	0,6941	0,7970	0,8434	0,9160	0,7299	0,8410
		MML	0,8990	0,9110	0,7615	0,8400	0,8620	0,9490	0,7516	0,8400
2	2	ML	0,9304	0,8840	0,6913	0,7540	0,8812	0,9510	0,7240	0,7760
		MML	0,9452	0,8880	0,7414	0,7760	0,8895	0,9530	0,7331	0,8710
3	0	ML	0,8778	0,9200	0,8320	0,8960	0,8715	0,9280	0,8310	0,8960
		MML	0,8952	0,9190	0,7564	0,8550	0,8779	0,9660	0,8414	0,4970
3	1	ML	0,8787	0,8760	0,7122	0,7920	0,9002	0,8160	0,7617	0,7060
		MML	0,8806	0,8890	0,7662	0,8250	0,9316	0,9480	0,7796	0,8250
3	2	ML	0,8923	0,8460	0,7025	0,7430	0,8555	0,9000	0,7263	0,7440
		MML	0,8961	0,8690	0,7320	0,7440	0,8683	0,9460	0,7537	0,8420
3	3	ML	0,9195	0,8070	0,7050	0,6330	0,8934	0,9540	0,6995	0,6330
		MML	0,9478	0,8340	0,7083	0,6860	0,9617	0,9640	0,7666	0,8950
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6621	0,9420	0,6123	0,9030	0,6760	0,9520	0,6086	0,9110
		MML	0,6875	0,9500	0,6932	0,9430	0,6878	0,9520	0,6767	0,9430
1	0	ML	0,6996	0,9410	0,5958	0,8930	0,6561	0,9210	0,5960	0,8700
		MML	0,7042	0,9470	0,6723	0,9310	0,6879	0,9300	0,6582	0,9310
1	1	ML	0,7284	0,9310	0,5766	0,8380	0,7010	0,9550	0,5773	0,8790
		MML	0,7479	0,9330	0,6463	0,8870	0,7054	0,9560	0,6337	0,8870
2	0	ML	0,7297	0,9390	0,5959	0,8660	0,6624	0,8290	0,6031	0,7430
		MML	0,7334	0,9410	0,6704	0,9100	0,6877	0,9080	0,6593	0,9100
2	1	ML	0,6816	0,8950	0,5680	0,8280	0,7026	0,9280	0,5741	0,8420
		MML	0,7146	0,9150	0,6330	0,8740	0,7231	0,9520	0,6226	0,8740
2	2	ML	0,7146	0,8670	0,5604	0,7710	0,6916	0,9430	0,5666	0,8060
		MML	0,7147	0,8770	0,6182	0,8060	0,7139	0,9490	0,6091	0,8650
3	0	ML	0,7213	0,9120	0,5940	0,8560	0,6619	0,6630	0,6113	0,5710
		MML	0,7293	0,9180	0,6653	0,8900	0,6887	0,9010	0,6582	0,8900
3	1	ML	0,7088	0,8700	0,5689	0,7770	0,6955	0,8480	0,5811	0,7440
		MML	0,7197	0,8790	0,6298	0,8270	0,7167	0,9320	0,6224	0,8270
3	2	ML	0,7305	0,8470	0,5586	0,7260	0,6960	0,9190	0,5714	0,7540
		MML	0,7470	0,8650	0,6099	0,7540	0,7234	0,9620	0,6027	0,8260
3	3	ML	0,7895	0,8200	0,5619	0,6550	0,7165	0,9470	0,5984	0,6710
		MML	0,7969	0,8360	0,6045	0,6710	0,7221	0,9520	0,6032	0,8560

Çizelge 4.4 θ_0 , ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4$) : (i)

$$CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (iii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (devam)}$$

$\lambda=0.4; n1=n2=20$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6087	0,9510	0,5991	0,9490	0,6077	0,9440	0,5852	0,9490
		MML	0,6088	0,9510	0,6087	0,9530	0,6084	0,9460	0,5909	0,9670
1	0	ML	0,6340	0,9460	0,5222	0,8830	0,6135	0,9280	0,5173	0,8650
		MML	0,6345	0,9530	0,6102	0,9460	0,6274	0,9530	0,5777	0,9260
1	1	ML	0,6021	0,9330	0,5006	0,8720	0,5932	0,9490	0,4947	0,8870
		MML	0,6143	0,9430	0,5636	0,9120	0,5960	0,9480	0,5522	0,9120
2	0	ML	0,6153	0,9360	0,5111	0,8770	0,5877	0,8600	0,5094	0,7750
		MML	0,6318	0,9450	0,5763	0,9170	0,5905	0,9250	0,5656	0,9170
2	1	ML	0,5956	0,8970	0,5563	0,8750	0,6204	0,9410	0,5463	0,8750
		MML	0,6147	0,9160	0,4961	0,8300	0,6152	0,9160	0,4932	0,8450
2	2	ML	0,5829	0,8630	0,4892	0,7980	0,5888	0,9460	0,5360	0,8480
		MML	0,5966	0,8820	0,5451	0,8480	0,5984	0,9530	0,5870	0,8910
3	0	ML	0,6059	0,9190	0,5142	0,8570	0,5774	0,7290	0,5164	0,6220
		MML	0,6157	0,9260	0,5783	0,9010	0,6025	0,9000	0,5698	0,9010
3	1	ML	0,6009	0,8760	0,4945	0,7930	0,6102	0,9290	0,4958	0,7260
		MML	0,6122	0,8850	0,5523	0,8430	0,6134	0,9420	0,5440	0,8430
3	2	ML	0,6278	0,8540	0,4858	0,7250	0,6031	0,9200	0,4855	0,7620
		MML	0,6285	0,8580	0,5382	0,7620	0,6129	0,9390	0,5304	0,8460
3	3	ML	0,5954	0,8030	0,4823	0,7030	0,6378	0,9550	0,5230	0,7560
		MML	0,6180	0,8360	0,5299	0,7560	0,6555	0,9570	0,5824	0,8530

Çizelge 4.5 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7$) : (i)

$$CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (iii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$$

$\lambda=0.7; n1=n2=20$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5823	0,9350	0,4848	0,8770	0,5655	0,9550	0,4542	0,8770
		MML	0,5868	0,9380	0,5718	0,9250	0,5661	0,9550	0,5417	0,9250
1	0	ML	0,5927	0,9510	0,5585	0,9350	0,5348	0,9390	0,5308	0,9350
		MML	0,5940	0,9540	0,5756	0,9800	0,5447	0,9460	0,5460	0,9470
1	1	ML	0,5739	0,9280	0,4608	0,8720	0,5329	0,9380	0,4319	0,8600
		MML	0,5843	0,9360	0,5374	0,9170	0,5599	0,9460	0,5117	0,9170
2	0	ML	0,5867	0,9400	0,4705	0,8740	0,5523	0,8360	0,4443	0,7290
		MML	0,5993	0,9430	0,5503	0,9220	0,5564	0,9350	0,5253	0,9220
2	1	ML	0,6030	0,9310	0,4558	0,8360	0,5572	0,9280	0,4291	0,8290
		MML	0,6044	0,9390	0,5289	0,8850	0,5693	0,9520	0,5052	0,8850
2	2	ML	0,6077	0,9290	0,4461	0,8160	0,5539	0,9370	0,4204	0,8600
		MML	0,6082	0,9340	0,5134	0,8610	0,5812	0,9520	0,4915	0,8610
3	0	ML	0,6100	0,9360	0,4722	0,8620	0,5659	0,7480	0,4490	0,5860
		MML	0,6174	0,9370	0,5509	0,9090	0,5741	0,9040	0,5289	0,9090
3	1	ML	0,5859	0,9190	0,4536	0,8380	0,5753	0,8820	0,4302	0,7410
		MML	0,5893	0,9300	0,5237	0,8870	0,5939	0,9470	0,5028	0,8870
3	2	ML	0,5765	0,8920	0,4454	0,7860	0,5685	0,9280	0,4229	0,8170
		MML	0,5963	0,9120	0,5088	0,8340	0,5686	0,9440	0,4890	0,8340
3	3	ML	0,5844	0,8610	0,5009	0,8030	0,5647	0,9410	0,4826	0,8030
		MML	0,5880	0,8890	0,5431	0,8450	0,5787	0,9480	0,5213	0,8430

Çizelge 4.5 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7$):(i)

$$CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (iii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) \text{ (ii) } CI^2(\hat{\theta}_{0,MML}) \text{ (devam)}$$

$\lambda=0.7; n1=n2=10$										
S1	S2		$CI^1(\hat{\theta}_{0,})$	CP	$CI^2(\hat{\theta}_{0,})$	CP	$CI^1(\hat{\theta}_{1,})$	CP	$CI^2(\hat{\theta}_{1,})$	CP
0	0	ML	0,7893	0,9430	0,6947	0,8930	0,7709	0,9450	0,6598	0,8910
		MML	0,8072	0,9550	0,8137	0,9410	0,7909	0,9530	0,7673	0,9410
1	0	ML	0,8243	0,9460	0,6713	0,8890	0,7568	0,9320	0,6507	0,8310
		MML	0,8502	0,9510	0,7782	0,9240	0,7739	0,9950	0,7396	0,9240
1	1	ML	0,8128	0,9330	0,6451	0,8600	0,7539	0,9500	0,6203	0,8680
		MML	0,8222	0,9340	0,7363	0,8980	0,7693	0,9500	0,7024	0,8980
2	0	ML	0,8394	0,9430	0,6707	0,8600	0,7968	0,7720	0,6671	0,6630
		MML	0,8597	0,9490	0,7742	0,9270	0,8115	0,9370	0,7458	0,9270
2	1	ML	0,8784	0,9240	0,6448	0,8030	0,7800	0,9500	0,6392	0,8160
		MML	0,8852	0,9340	0,7241	0,8520	0,7817	0,9530	0,6967	0,8520
2	2	ML	0,8624	0,9100	0,6388	0,7960	0,8169	0,9540	0,6338	0,8230
		MML	0,8631	0,9130	0,6985	0,8230	0,8281	0,9550	0,6747	0,8440
3	0	ML	0,8558	0,9520	0,6887	0,8690	0,7806	0,6220	0,7160	0,5080
		MML	0,8609	0,9550	0,7920	0,9130	0,8351	0,9100	0,7768	0,9130
3	1	ML	0,8229	0,9020	0,7267	0,8670	0,8192	0,8400	0,6689	0,7040
		MML	0,8282	0,9090	0,7545	0,8770	0,8501	0,9410	0,7076	0,8670
3	2	ML	0,8701	0,8860	0,6927	0,7980	0,8365	0,9510	0,6737	0,7980
		MML	0,8704	0,9020	0,6988	0,7990	0,8448	0,9630	0,6813	0,8360
3	3	ML	0,8504	0,8500	0,6598	0,7390	0,8515	0,9420	0,6427	0,7390
		MML	0,8583	0,8840	0,6664	0,7670	0,8695	0,9570	0,6683	0,8550

$\lambda=0.7; n1=n2=15$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8504	0,8500	0,6598	0,7390	0,8395	0,9370	0,6427	0,7390
		MML	0,8583	0,8840	0,6664	0,7670	0,8515	0,9420	0,6683	0,8550
1	0	ML	0,6910	0,9470	0,5483	0,8830	0,6183	0,9340	0,5175	0,8290
		MML	0,6944	0,9490	0,6416	0,9220	0,6403	0,9380	0,6097	0,9220
1	1	ML	0,6892	0,9460	0,5291	0,8580	0,5985	0,9480	0,5835	0,8990
		MML	0,7046	0,9490	0,6125	0,8990	0,6029	0,9510	0,5905	0,8990
2	0	ML	0,7110	0,9390	0,5503	0,8570	0,6273	0,8230	0,5269	0,7160
		MML	0,7196	0,9390	0,6411	0,9140	0,6436	0,9270	0,6135	0,9140
2	1	ML	0,6768	0,9160	0,5268	0,8430	0,6323	0,9320	0,5042	0,8290
		MML	0,6978	0,9260	0,6053	0,8980	0,6306	0,9450	0,5796	0,8980
2	2	ML	0,7215	0,9090	0,5161	0,7940	0,6551	0,9430	0,4925	0,8380
		MML	0,7227	0,9200	0,5856	0,8380	0,6621	0,9470	0,5624	0,8480
3	0	ML	0,6928	0,9390	0,5479	0,8660	0,6181	0,6890	0,5329	0,5740
		MML	0,6993	0,9440	0,6359	0,9150	0,6367	0,9120	0,6145	0,9150
3	1	ML	0,7050	0,9080	0,5278	0,8090	0,6201	0,8360	0,5108	0,7050
		MML	0,7062	0,9110	0,6019	0,8640	0,6414	0,9250	0,5808	0,8640
3	2	ML	0,7412	0,9050	0,5736	0,8010	0,6489	0,9330	0,5537	0,8010
		MML	0,7423	0,9070	0,5812	0,8530	0,6580	0,9380	0,5926	0,8050
3	3	ML	0,6823	0,8660	0,5655	0,7610	0,7017	0,9530	0,5477	0,7610
		MML	0,6888	0,8850	0,5730	0,7650	0,7133	0,9570	0,5963	0,8270

Çizelge 4.6 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=1$)

(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

λ=1; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7757	0,9450	0,6325	0,8470	0,7016	0,9410	0,5719	0,8560
		MML	0,7761	0,9510	0,7682	0,9240	0,7323	0,9460	0,7060	0,9240
1	0	ML	0,8064	0,9520	0,6170	0,8560	0,7203	0,9070	0,5638	0,7810
		MML	0,8701	0,9620	0,7355	0,9150	0,7473	0,9380	0,6824	0,9150
1	1	ML	0,7760	0,9470	0,6849	0,9070	0,7389	0,9470	0,5384	0,8110
		MML	0,7899	0,9500	0,6971	0,9550	0,7526	0,9500	0,6381	0,9070
2	0	ML	0,7722	0,9400	0,6187	0,8670	0,6946	0,7770	0,5825	0,6200
		MML	0,7940	0,9470	0,7296	0,9140	0,7420	0,9300	0,6879	0,9140
2	1	ML	0,8329	0,9350	0,5866	0,8110	0,7458	0,9090	0,5447	0,7620
		MML	0,8383	0,9390	0,6693	0,8630	0,7582	0,9560	0,6303	0,8630
2	2	ML	0,8118	0,9210	0,5860	0,8090	0,7256	0,9270	0,5455	0,8230
		MML	0,8301	0,9320	0,6498	0,8350	0,7638	0,9460	0,6146	0,8350
3	0	ML	0,8020	0,9380	0,6248	0,8580	0,7514	0,6170	0,6084	0,4750
		MML	0,8040	0,9430	0,7374	0,9100	0,7541	0,9420	0,7089	0,9100
3	1	ML	0,8284	0,9240	0,5944	0,8240	0,7345	0,8370	0,5726	0,6840
		MML	0,8379	0,9250	0,6677	0,8630	0,7519	0,9420	0,6380	0,8630
3	2	ML	0,8165	0,9240	0,5797	0,8230	0,7673	0,9300	0,5544	0,7730
		MML	0,8215	0,9340	0,6247	0,8390	0,7804	0,9450	0,5961	0,8390
3	3	ML	0,8211	0,9120	0,6029	0,7940	0,7543	0,9430	0,5769	0,7940
		MML	0,8300	0,9320	0,6586	0,7970	0,7662	0,9460	0,5782	0,8360

λ=1; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6446	0,9530	0,5167	0,8640	0,6194	0,9520	0,4648	0,8530
		MML	0,6534	0,9350	0,6331	0,9370	0,6259	0,9590	0,5844	0,9370
1	0	ML	0,6473	0,9440	0,5045	0,8630	0,5941	0,9230	0,4545	0,8080
		MML	0,6475	0,9440	0,6105	0,9260	0,5992	0,9540	0,5665	0,9260
1	1	ML	0,6295	0,9360	0,4840	0,8480	0,5934	0,9450	0,4350	0,8430
		MML	0,6475	0,9530	0,5764	0,9080	0,5977	0,9510	0,5369	0,9080
2	0	ML	0,6505	0,9470	0,5004	0,8680	0,5987	0,8330	0,4555	0,6650
		MML	0,6588	0,9480	0,5998	0,9280	0,6188	0,9390	0,5614	0,9280
2	1	ML	0,6495	0,9400	0,4792	0,8590	0,6284	0,9270	0,4338	0,7660
		MML	0,6594	0,9420	0,5644	0,9080	0,6310	0,9560	0,5287	0,9080
2	2	ML	0,6840	0,9340	0,4755	0,8090	0,5854	0,9520	0,4305	0,8310
		MML	0,6904	0,9380	0,5528	0,8610	0,5894	0,9520	0,5194	0,8610
3	0	ML	0,6296	0,9220	0,4959	0,8490	0,5802	0,6970	0,4575	0,5250
		MML	0,6575	0,9370	0,5916	0,9080	0,5919	0,9280	0,5603	0,9080
3	1	ML	0,6473	0,9400	0,4743	0,8260	0,6252	0,8760	0,4358	0,6870
		MML	0,6579	0,9470	0,5524	0,8960	0,6260	0,9410	0,5227	0,8960
3	2	ML	0,6639	0,9190	0,4696	0,7870	0,6281	0,9340	0,4307	0,7760
		MML	0,6708	0,9400	0,5370	0,8320	0,6313	0,9470	0,5080	0,8320
3	3	ML	0,6488	0,8940	0,5266	0,8220	0,6228	0,9460	0,5002	0,8220
		MML	0,6522	0,9160	0,6470	0,8791	0,6297	0,9490	0,5320	0,8360

Çizelge 4.6 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=1$)
(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$ (devam)

$\lambda=1; n1=n2=20$										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5428	0,9470	0,5456	0,9400	0,5262	0,9580	0,5047	0,9400
		MML	0,5334	0,9340	0,4435	0,8560	0,5296	0,9460	0,3983	0,8610
1	0	ML	0,5451	0,9460	0,5294	0,9380	0,4911	0,9370	0,4914	0,9380
		MML	0,5523	0,9520	0,4352	0,8620	0,5070	0,9150	0,3909	0,8180
1	1	ML	0,5521	0,9360	0,4230	0,8550	0,4995	0,9500	0,3795	0,8380
		MML	0,5616	0,9420	0,5094	0,9110	0,5146	0,9530	0,4743	0,9110
2	0	ML	0,5536	0,9490	0,4294	0,8540	0,5262	0,8610	0,3866	0,6990
		MML	0,5780	0,9530	0,5185	0,9210	0,5383	0,9350	0,4840	0,9210
2	1	ML	0,5623	0,9430	0,4127	0,8510	0,5047	0,9340	0,3704	0,8010
		MML	0,5865	0,9460	0,4926	0,9130	0,5131	0,9340	0,4603	0,9130
2	2	ML	0,5588	0,9330	0,4061	0,8410	0,5383	0,9440	0,3653	0,8320
		MML	0,5643	0,9530	0,4797	0,8930	0,5418	0,9520	0,4495	0,8930
3	0	ML	0,5371	0,9380	0,4289	0,8750	0,5102	0,7700	0,3884	0,5820
		MML	0,5481	0,9540	0,5151	0,9290	0,5274	0,9240	0,4845	0,9290
3	1	ML	0,5418	0,9240	0,4127	0,8460	0,5387	0,8700	0,3728	0,6930
		MML	0,5451	0,9360	0,4879	0,9050	0,5437	0,9550	0,4591	0,9050
3	2	ML	0,5813	0,9210	0,4047	0,8040	0,5192	0,9500	0,3652	0,7840
		MML	0,5879	0,9370	0,4733	0,8500	0,5272	0,9600	0,4455	0,8500
3	3	ML	0,5684	0,9030	0,4023	0,8040	0,4915	0,9480	0,3641	0,8380
		MML	0,5641	0,9220	0,4652	0,8380	0,5038	0,9500	0,4391	0,8310

Bu bölümde AFT modelde hataların dağılımının çarpık normal dağılım olduğu durumda AFT model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı % 95 güven düzeyi için güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları Monte Carlo simülasyon çalışması ile elde edilmiştir. Simülasyon çalışması farklı çarpıklık değerleri ve farklı sansür sayılarına göre yapılmıştır.

Çizelge 4.3-4.6'ya bakıldığında, AFT modelde hata terimleri çarpık normal dağıldığı koşulda farklı çarpıklık değerleri ve sansür sayıları için θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerinin, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerine göre daha kısa olduğu görülmektedir.

Bununla birlikte, simülasyon sonuçlarından, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarının, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarından daha yüksek olduğu görülmektedir.

Ancak, MML tahmin edicileri, ML tahmin edicilerinin özelliklerini taşımakla beraber, hesaplanması da ML tahmin edicilerine göre daha kolaydır. ML tahmin edicileri hesaplanırken iteratif yöntemler kullanılırken, MML tahmin edicileri iterasyona gerek kalmadan direkt olarak hesaplanmaktadır.

4.2 Hata Terimlerinin Çarpık- t Dağılımı Durumunda II. Tip Sansürlü Veriler için AFT Model Parametrelerinin ML ve MML Tahmin Edicilerine Dayalı Güven Aralıkları

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık- t dağılıma sahip olduğu durum için AFT model parametreleri θ_0 ve θ_1 için ML ve MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları geliştirilmektedir. Bu nedenle öncelikle ML ve MML tahmin edicileri için Fisher bilgi matrisinden faydalanılarak varyans kovaryans matrisi elde edilmektedir.

Bununla birlikte, çeşitli örneklem genişliklerinde $\lambda=0.7$, $v=10$ için simülasyon yoluyla elde edilen ML ve MML tahmin edicilerinin I. tip hataları çizelge 4.7-4.8’de verilmiştir. I. tip hataları bulurken gerçek değer 0,050 olarak alınmıştır. I. Tip hataları bulurken gerçek değer 0.050 olarak alınmıştır. I. tip hatalar,

$P\{z_1 > 1.96\}$, $P\{z_2 > 1.96\}$, $P\{z_3 > 1.96\}$ ve $P\{z_4 > 1.96\}$ olasılıkları yardımıyla hesaplanmıştır. Burada,

$$z_1 = \left| \frac{\hat{\theta}_{0,ML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{0,ML})}} \right|, z_2 = \left| \frac{\hat{\theta}_{1,ML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{1,ML})}} \right|, z_3 = \left| \frac{\hat{\theta}_{0,MML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{0,MML})}} \right| \text{ ve } z_4 = \left| \frac{\hat{\theta}_{1,MML}}{\sqrt{Var(\hat{\theta}_{1,MML})}} \right| \quad (4.5)$$

şeklindedir.

Çizelge 4.7 z_1 ve z_2 test istatistiklerinin I. tip hataları

teta0; lamda=0.7;v=10; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0515	0,0593	0,0550	0,0520	0,0510	0,0550	0,0580	0,0550	0,0550	0,0520
sample inf. ML	0,0535	0,0505	0,0550	0,0510	0,0550	0,0510	0,0590	0,0550	0,0510	0,0550
sim MML	0,0591	0,0530	0,0520	0,0580	0,0530	0,0550	0,0590	0,0550	0,0550	0,0580
sample inf. MML	0,0583	0,0502	0,0530	0,0590	0,0551	0,0525	0,0551	0,0555	0,0590	0,0550

teta0; lamda=0.7;v=10;n1=15										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0585	0,0535	0,0538	0,0555	0,0505	0,0508	0,0585	0,0585	0,0553	0,0535
sample inf. ML	0,0558	0,0532	0,0503	0,0509	0,0510	0,0555	0,0550	0,0581	0,0555	0,0585
sim MML	0,0539	0,0575	0,0509	0,0559	0,0550	0,0525	0,0521	0,0555	0,0553	0,0552
sample inf. MML	0,0523	0,0569	0,0503	0,0550	0,0555	0,0530	0,0535	0,0592	0,0585	0,0553

teta0; lamda=0.7;v=10;n1=n2=20										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0555	0,0552	0,0581	0,0555	0,0500	0,0530	0,0583	0,0585	0,0510	0,0512
sample inf. ML	0,0581	0,0591	0,0513	0,0550	0,0551	0,0510	0,0538	0,0535	0,0558	0,0515
sim MML	0,0550	0,0585	0,0588	0,0558	0,0553	0,0552	0,0585	0,0595	0,0558	0,0533
sample inf. MML	0,0553	0,0585	0,0585	0,0590	0,0583	0,0535	0,0582	0,0585	0,0580	0,0580

Çizelge 4.8 z_3 ve z_4 test istatistiklerinin I. tip hataları

Teta1; lamda=0.7;v=10; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0540	0,0524	0,0513	0,0590	0,0532	0,0513	0,0556	0,0525	0,0559	0,0572
sample inf. ML	0,0502	0,0562	0,0553	0,0550	0,0535	0,0516	0,0576	0,0495	0,0501	0,0531
sim MML	0,0523	0,0530	0,0556	0,0526	0,0559	0,0532	0,0572	0,0531	0,0570	0,0506
ample inf. MM	0,0572	0,0502	0,0565	0,0562	0,0520	0,0592	0,0532	0,0571	0,0571	0,0516

Teta1; lamda=0.7;v=10; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0562	0,0551	0,0575	0,0592	0,0576	0,0572	0,0571	0,0559	0,0552	0,0532
sample inf. ML	0,0515	0,0576	0,0501	0,0561	0,0515	0,0515	0,0512	0,0525	0,0593	0,0591
sim MML	0,0520	0,0579	0,0575	0,0595	0,0525	0,0571	0,0520	0,0525	0,0531	0,0571
ample inf. MM	0,0561	0,0579	0,0525	0,0559	0,0563	0,0576	0,0529	0,0556	0,0531	0,0556

Teta1; lamda=0.7;v=10; n1=n2=10										
s1	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3
s2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3
sim ML	0,0590	0,0505	0,0569	0,0550	0,0502	0,0590	0,0516	0,0550	0,0550	0,0551
sample inf. ML	0,0579	0,0511	0,0529	0,0572	0,0516	0,0575	0,0519	0,0519	0,0520	0,0550
sim MML	0,0551	0,0550	0,0537	0,0539	0,0503	0,0520	0,0577	0,0530	0,0560	0,0551
ample inf. MM	0,0592	0,0595	0,0539	0,0535	0,0525	0,0756	0,0531	0,0523	0,0530	0,0520

Çizelge 4.7-4.8’de görüldüğü gibi, I. Tip hatalar 0.05’e çok yakın değerler almaktadırlar. Bu durumda, parametrelerin ML ve MML tahmin edicilerinin normal dağıldığı söylenebilir.

Çalışmamızda Fisher bilgi matrisi aşağıdaki yollarla elde edilmektedir.

1. Yol: Monte Carlo Simülasyon Yöntemi

Fisher bilgi matrisini Monte Carlo simülasyonu yoluyla elde edilmektedir.

Bu durumda, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$, ML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$ 'e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^1(\hat{\theta}_{0,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,ML})}, \hat{\theta}_{0,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,ML})} \right] \\ CI^1_{ML}(\hat{\theta}_{1,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,ML})}, \hat{\theta}_{1,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,ML})} \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

şeklinde hesaplanır.

Benzer şekilde $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$, MML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$ 'e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^1(\hat{\theta}_{0,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,MML})}, \hat{\theta}_{0,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{0,MML})} \right] \\ CI^1(\hat{\theta}_{1,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,MML})}, \hat{\theta}_{1,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta}_{1,MML})} \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

olarak elde edilir.

2. Yol: Örnek Bilgi Matrisi (Sample Information Matrix-SIM)

Fisher bilgi matrisi parametreler yerine anlamlı tahmin ediciler kullanılarak hesaplandığında elde edilen bu matrise *Örnek bilgi matrisi (Sample Information matrix)* denmektedir.

$$z_{i:n_k} = \frac{y_{i:n_k} - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 x_k}{\hat{\sigma}} \quad \text{ve} \quad z_{n_k - s_k : n_k} = \frac{y_{n_k - s_k : n_k} - \hat{\theta}_0 - \hat{\theta}_1 x_k}{\hat{\sigma}} \quad \text{tahminleri olabilirlik fonksiyonu}$$

L 'nin ve uyarlanmış olabilirlik fonksiyonu L^* 'nin parametrelere göre ikinci

türevlerinde $\left(-\partial^2 \ln L / \partial \theta_0^2\right), \left(-\partial^2 \ln L^* / \partial \theta_0^2\right)$ yerlerine konularak Fisher bilgi matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

ML tahmin edicilerine dayalı örnek bilgi matrisi,

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{12} & I_{22} & I_{23} \\ I_{13} & I_{23} & I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \log L}{\partial^2 \theta_0} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L}{\partial^2 \sigma} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \end{bmatrix}$$

$$I^{-1} = \begin{bmatrix} Var(\hat{\theta}_0) & Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) \\ Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1) & Var(\hat{\theta}_1) & Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) \\ Cov(\hat{\theta}_0, \hat{\sigma}) & Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\sigma}) & Var(\hat{\sigma}) \end{bmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Burada,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_0^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ S_k \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]^2} \right\} + \sum_{i=1}^{n_i - s_i} \left[2 \frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \left(-\frac{v}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right) \right] \\ &- \lambda \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^{n_i - s_i} \left(\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right)^{3/2} \left[\frac{t'_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) T_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) - t_{v+1}^2 \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) \left(-\lambda \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \frac{v}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right)}{T_{v+1}^2 \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)} + \frac{t_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)} \frac{z_{i, n_k}}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta_1^2} \Big|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a X_k^2 \left\{ S_k \frac{f'(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) [1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k}) + f^2(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]}{[1 - F(\hat{z}_{n_k - s_k, n_k})]^2} \right\} + \sum_{i=1}^{n_i - s_i} \left[2 \frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \left(-\frac{v}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right) \right] \\ &- \lambda \frac{v}{v+1} \sum_{i=1}^{n_i - s_i} \left(\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right)^{3/2} \left[\frac{t'_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) T_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) - t_{v+1}^2 \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right) \left(-\lambda \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \frac{v}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right)}{T_{v+1}^2 \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)} + \frac{t_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)}{T_{v+1} \left(\lambda \hat{z}_{i, n_k} \sqrt{\frac{v+1}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2}} \right)} \frac{z_{i, n_k}}{v + \hat{z}_{i, n_k}^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I_{11}^* & I_{12}^* & I_{13}^* \\ I_{12}^* & I_{22}^* & I_{23}^* \\ I_{13}^* & I_{23}^* & I_{33}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial^2 \theta_0} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1^2} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \\ -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} & -\frac{\partial^2 \log L^*}{\partial^2 \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} \end{bmatrix}$$

$$(I^*)^{-1} = \begin{bmatrix} \text{Var}^*(\theta_0) & \text{Cov}^*(\theta_0, \theta_1) & \text{Cov}^*(\theta_0, \sigma) \\ \text{Cov}^*(\theta_0, \theta_1) & \text{Var}^*(\theta_1) & \text{Cov}^*(\theta_1, \sigma) \\ \text{Cov}^*(\theta_0, \sigma) & \text{Cov}^*(\theta_1, \sigma) & \text{Var}^*(\sigma) \end{bmatrix}$$

Burada,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0^2} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ \mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} \beta_{i:n_k} \begin{bmatrix} \square \\ \square \end{bmatrix} \right\} \\ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1^2} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k^2 \left\{ \mathbf{s}_k \beta_{n_k - \mathbf{s}_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - \mathbf{s}_k} \beta_{i:n_k} \begin{bmatrix} \square \\ \square \end{bmatrix} \right\} \\ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \sigma^2} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ -r_k + s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [\tilde{z}_{i:n_k} (\alpha_{i:n_k} + \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ s_k \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + 2\beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [\tilde{z}_{i:n_k} (\alpha_{i:n_k} + 2\beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \theta_1} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right\} \\ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_0 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [(\alpha_{i:n_k} + \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a \left\{ \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} \left[s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right] \right\} \\ \frac{\partial^2 \log L^*}{\partial \theta_1 \partial \sigma} \bigg|_{(\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma})} &= -\frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ s_k (\alpha_{n_k - s_k : n_k} + \beta_{n_k - s_k : n_k} \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k}) + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} [(\alpha_{i:n_k} + \beta_{i:n_k} \tilde{z}_{i:n_k})] \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\tilde{\sigma}^2} \sum_{k=1}^a x_k \left\{ \tilde{z}_{n_k - s_k : n_k} \left[s_k \beta_{n_k - s_k : n_k} + \sum_{i=1}^{n_k - s_k} \beta_{i:n_k} \right] \right\} \end{aligned}$$

şeklinde dir.

Bu durumda, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$, ML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,ML}$ ve $\hat{\theta}_{1,ML}$ ’e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^2(\hat{\theta}_{0,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,ML})}, \hat{\theta}_{0,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,ML})} \right] \\ CI^2(\hat{\theta}_{1,ML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,ML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,ML})}, \hat{\theta}_{1,ML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,ML})} \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

şeklinde hesaplanır.

Benzer şekilde, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$, MML tahmin edicileri olmak üzere, $\hat{\theta}_{0,MML}$ ve $\hat{\theta}_{1,MML}$ ’e ait güven aralıkları sırasıyla,

$$\begin{aligned} CI^2(\hat{\theta}_{0,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{0,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,MML})}, \hat{\theta}_{0,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{0,MML})} \right] \\ CI^2(\hat{\theta}_{1,MML}) &= \left[\hat{\theta}_{1,MML} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,MML})}, \hat{\theta}_{1,MML} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var^*(\hat{\theta}_{1,MML})} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

olarak elde edilir.

4.2.1 Monte Carlo simülasyon çalışması

Çalışmanın bu bölümünde II. Tip sansürlenmiş veriler için AFT modelde hata terimlerinin çarpık- t dağılıma sahip olduğu durum için Monte Carlo simülasyon çalışması ile model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları elde edilmiştir. Güven aralıkları genişlikleri ve kapsama olasılıkları (coverage probabilities-CP) çizelge 4.9-4.20’de sunulmaktadır.

Çizelgelerde,

CI^1 : Monte Carlo simülasyon yöntemiyle elde edilen Fisher bilgi matrisi kullanılarak elde edilen güven aralığı genişliğini,

CI^2 : Örnek bilgi matrisi kullanılarak elde edilen güven aralığı genişliğini,

CP : Kapsama olasılığını,

göstermektedir.

Hesaplamalar, örneklem genişliği, $n=10, 15, 20$ alınarak iki aşaması stres (faktör) olan durumlar için farklı sansür sayıları dikkate alınarak, $\lambda=0, 0.4, 0.7, 1$ ve $\nu=7, 10, 30$ olmak üzere farklı çarpıklık parametreleri ve farklı serbestlik dereceleri kullanılarak yapılmıştır. Simülasyonda kullanılan sansür sayıları çizelge 3.1’de verilmektedir.

Simülasyonda, $\theta_0=0$, $\theta_1=1$ ve $\sigma=1$ alınarak, 10.000 iterasyonda MATLAB dili kullanılarak yazılan programda yapılmaktadır.

Güven aralığı genişliği herbir iterasyon için bulunan aralığın alt sınır ve üst sınır farkları toplamının ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Güven aralıkları % 95 güven düzeyi için elde edilmiştir.

Çizelge 4.9 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0$; $v=7$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=7; λ=0; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	1,0330	0,9580	0,9825	0,9540	1,0028	0,9460	1,1063	0,9540
		MML	1,0349	0,9620	1,1055	0,9825	1,0707	0,9490	1,2202	0,9929
1	0	ML	0,9410	0,9010	0,9649	0,8860	0,9885	0,9330	1,0099	0,9080
		MML	0,9798	0,9280	1,0616	0,9460	1,0586	0,9430	1,0615	0,9460
1	1	ML	1,0130	0,8740	0,9292	0,8320	1,0076	0,9490	0,9753	0,8990
		MML	1,0174	0,9190	0,9916	0,8990	1,0239	0,9590	0,9921	0,9170
2	0	ML	0,9978	0,8840	0,9628	0,8500	0,9948	0,9170	1,0139	0,9080
		MML	1,0242	0,9320	1,0564	0,9240	0,9956	0,9230	1,0568	0,9240
2	1	ML	0,9971	0,8000	0,9467	0,7610	1,0164	0,9460	0,9941	0,9085
		MML	0,9995	0,8830	0,9948	0,8530	1,0017	0,9500	0,9953	0,9300
2	2	ML	1,0214	0,8274	0,9421	0,7020	1,0256	0,9500	0,9766	0,8000
		MML	1,0306	0,8340	0,9746	0,8000	1,0536	0,9510	1,0208	0,9150
3	0	ML	1,0456	0,8710	0,9715	0,8900	0,9976	0,9180	1,0236	0,9010
		MML	1,0843	0,9270	1,0962	0,9180	0,9994	0,9220	1,0963	0,9180
3	1	ML	1,0111	0,8400	0,9295	0,8220	1,0390	0,9380	0,9756	0,8220
		MML	1,0183	0,8775	1,0010	0,8724	1,0824	0,9430	1,0028	0,9040
3	2	ML	1,1052	0,7600	0,9382	0,6300	1,0398	0,9370	0,9964	0,8450
		MML	1,1066	0,8150	0,9966	0,7450	1,0497	0,9530	0,9964	0,9130
3	3	ML	1,0864	0,7620	0,9070	0,5890	1,0680	0,9330	0,9904	0,8850
		MML	1,1058	0,7691	0,9919	0,6850	1,0763	0,9450	0,9966	0,8920

v=7; λ=0; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7750	0,9420	0,8959	0,9420	0,8557	0,9460	0,8960	0,9650
		MML	0,8098	0,9470	0,8985	0,9650	0,8777	0,9490	0,8191	0,9310
1	0	ML	0,8297	0,9260	0,7848	0,9000	0,8490	0,9500	0,8058	0,9100
		MML	0,8314	0,9500	0,8657	0,9480	0,8826	0,9470	0,8657	0,9480
1	1	ML	0,8224	0,8830	0,7707	0,8480	0,8249	0,9430	0,7875	0,9170
		MML	0,8273	0,9180	0,8270	0,9170	0,8405	0,9570	0,8272	0,9170
2	0	ML	0,7988	0,8520	0,7956	0,8300	0,7932	0,9060	0,8166	0,8990
		MML	0,8100	0,9180	0,8624	0,9370	0,8495	0,9100	0,8624	0,9370
2	1	ML	0,8446	0,8100	0,7735	0,7410	0,8061	0,9450	0,7922	0,8620
		MML	0,8811	0,8740	0,8112	0,8620	0,8343	0,9480	0,8114	0,9310
2	2	ML	0,7979	0,8410	0,7793	0,7420	0,8166	0,9500	0,7952	0,8460
		MML	0,8027	0,8570	0,8022	0,8460	0,8647	0,9520	0,8026	0,9220
3	0	ML	0,8512	0,9150	0,8596	0,9190	0,8479	0,9090	0,8169	0,8880
		MML	0,8843	0,9805	0,8797	0,9787	0,8772	0,9120	0,8590	0,9190
3	1	ML	0,8354	0,8580	0,8193	0,8430	0,7867	0,9270	0,8201	0,8430
		MML	0,8822	0,8743	0,8789	0,8716	0,8380	0,9430	0,8665	0,9180
3	2	ML	0,8770	0,8400	0,8011	0,7730	0,8711	0,9570	0,8027	0,7730
		MML	0,8841	0,8676	0,8798	0,7963	0,8916	0,9590	0,8049	0,8990
3	3	ML	0,8348	0,7560	0,8049	0,7200	0,8350	0,9510	0,8055	0,9072
		MML	0,8533	0,7629	0,8109	0,7587	0,8593	0,9520	0,8134	0,9190

v=7; λ=0; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7044	0,9520	0,7812	0,9720	0,7166	0,9350	0,7812	0,9720
		MML	0,7151	0,9610	0,7984	0,9943	0,7493	0,9480	0,7961	0,9932
1	0	ML	0,7180	0,9380	0,7563	0,9130	0,7366	0,9440	0,7566	0,9490
		MML	0,7200	0,9618	0,7842	0,9490	0,7680	0,9490	0,7943	0,9700
1	1	ML	0,7112	0,9010	0,7215	0,9280	0,7379	0,9510	0,7216	0,9280
		MML	0,7336	0,9330	0,7667	0,9875	0,7688	0,9530	0,7675	0,9570
2	0	ML	0,6907	0,9370	0,7468	0,9450	0,7211	0,9180	0,7468	0,9450
		MML	0,6911	0,9875	0,7686	0,9877	0,7671	0,9280	0,7695	0,9892
2	1	ML	0,7262	0,9140	0,7069	0,8880	0,6856	0,9410	0,7070	0,8880
		MML	0,7308	0,9300	0,7666	0,8900	0,7339	0,9470	0,7400	0,9130
2	2	ML	0,7106	0,8670	0,7022	0,8540	0,7158	0,9400	0,7024	0,9085
		MML	0,7135	0,8765	0,7460	0,8739	0,7400	0,9420	0,7681	0,9160
3	0	ML	0,6965	0,8160	0,6926	0,9180	0,6937	0,8970	0,7026	0,8810
		MML	0,7141	0,8980	0,7456	0,9789	0,7407	0,9050	0,7455	0,9180
3	1	ML	0,6945	0,8430	0,7152	0,8530	0,6867	0,9300	0,7155	0,8530
		MML	0,7038	0,8714	0,7687	0,8698	0,7303	0,9828	0,7691	0,9090
3	2	ML	0,7355	0,8300	0,6947	0,8050	0,6858	0,9420	0,6950	0,8950
		MML	0,7919	0,8708	0,7168	0,8663	0,7099	0,9440	0,7268	0,9380
3	3	ML	0,6823	0,7450	0,6860	0,7490	0,6729	0,9480	0,6863	0,9075
		MML	0,7118	0,7615	0,6982	0,7591	0,7222	0,9530	0,6929	0,9320

Çizelge 4.10 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0.4$; $v=7$): (i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=7; λ=0.4; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9225	0,9300	0,9470	0,9360	0,9439	0,9450	0,9348	0,9360
		MML	0,9796	0,9327	0,9809	0,9480	1,0150	0,9530	0,9830	0,9878
1	0	ML	0,9933	0,9330	0,8977	0,9110	0,9724	0,9360	0,8862	0,9110
		MML	1,0125	0,9460	0,9112	0,9320	1,0276	0,9340	0,7403	0,8200
1	1	ML	1,0447	0,9290	0,8444	0,8700	0,9458	0,9440	0,8339	0,8700
		MML	1,0983	0,9460	0,8663	0,8802	1,0130	0,9460	0,8692	0,8807
2	0	ML	0,9180	0,9280	0,8932	0,9170	0,9662	0,9120	0,8839	0,9170
		MML	0,9186	0,9520	0,9259	0,9824	0,9969	0,9230	0,8969	0,9757
2	1	ML	0,9590	0,9040	0,8316	0,8530	0,9173	0,9470	0,8224	0,8530
		MML	0,9780	0,9480	0,8619	0,8773	0,9652	0,9520	0,8644	0,8773
2	2	ML	0,9722	0,9440	0,8108	0,7340	0,9850	0,9560	0,8027	0,7710
		MML	0,9764	0,9866	0,8588	0,7950	1,0055	0,9610	0,8157	0,7950
3	0	ML	0,9605	0,9300	0,9083	0,8980	0,9990	0,9110	0,9031	0,8980
		MML	0,9966	0,9450	0,9648	0,9181	1,0174	0,9150	0,9675	0,9260
3	1	ML	0,9845	0,9897	0,8243	0,8120	0,9898	0,9340	0,8179	0,8120
		MML	0,9983	0,9370	0,8574	0,8280	1,0133	0,9420	0,8595	0,8710
3	2	ML	1,0008	0,9340	0,8058	0,7320	0,9911	0,9370	0,7991	0,7320
		MML	1,0070	0,9360	0,8441	0,7674	0,9926	0,9450	0,8157	0,7430
3	3	ML	1,0419	0,9286	0,7771	0,6990	1,0176	0,9500	0,7704	0,6990
		MML	1,0611	0,9470	0,7847	0,7270	1,0612	0,9780	0,7854	0,7240
v=7; λ=0.4; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7331	0,9180	0,7665	0,9510	0,8177	0,9510	0,7714	0,9510
		MML	0,7643	0,9330	0,7824	0,9853	0,8656	0,9520	0,7845	0,9885
1	0	ML	0,7948	0,9380	0,7505	0,9360	0,7625	0,9340	0,7403	0,9360
		MML	0,8114	0,9540	0,7609	0,9851	0,8019	0,9490	0,7622	0,9852
1	1	ML	0,8026	0,9200	0,7082	0,8790	0,7737	0,9520	0,6993	0,8790
		MML	0,8156	0,9510	0,7572	0,8916	0,8077	0,9550	0,7159	0,8927
2	0	ML	0,8026	0,9200	0,7082	0,8790	0,7737	0,9520	0,6993	0,8790
		MML	0,8156	0,9510	0,7715	0,8916	0,8077	0,9550	0,7059	0,8927
2	1	ML	0,8000	0,8950	0,7014	0,8470	0,7633	0,9390	0,6915	0,8470
		MML	0,8205	0,9420	0,7541	0,8779	0,8000	0,9460	0,7055	0,8519
2	2	ML	0,7897	0,9887	0,6736	0,8140	0,7492	0,9300	0,6660	0,7940
		MML	0,7985	0,9470	0,6952	0,8785	0,8241	0,9440	0,6953	0,8140
3	0	ML	0,7992	0,9080	0,7392	0,8050	0,7769	0,9060	0,7321	0,7510
		MML	0,8108	0,9490	0,7555	0,8760	0,8017	0,9190	0,7567	0,8760
3	1	ML	0,8051	0,8670	0,6920	0,7650	0,7505	0,9280	0,6837	0,7690
		MML	0,8093	0,9320	0,7118	0,8210	0,7817	0,9330	0,7230	0,8210
3	2	ML	0,7869	0,9184	0,6737	0,7450	0,8215	0,9450	0,6663	0,7410
		MML	0,7901	0,9420	0,6910	0,7630	0,8272	0,9490	0,6850	0,7630
3	3	ML	0,7928	0,9190	0,6577	0,7270	0,8088	0,9500	0,6508	0,7270
		MML	0,8079	0,9320	0,6754	0,7414	0,8103	0,9530	0,6851	0,7510
v=7; λ=0.4; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6825	0,9030	0,6826	0,9290	0,6712	0,9420	0,6739	0,9290
		MML	0,6860	0,9220	0,6841	0,9370	0,6942	0,9480	0,6827	0,9886
1	0	ML	0,6665	0,9250	0,6512	0,9240	0,6710	0,9480	0,6429	0,9240
		MML	0,6915	0,9480	0,6537	0,9585	0,6845	0,9543	0,6544	0,9387
1	1	ML	0,6546	0,9190	0,6241	0,9030	0,6623	0,9550	0,6164	0,8390
		MML	0,6967	0,9470	0,6510	0,9290	0,7018	0,9570	0,6517	0,9030
2	0	ML	0,6546	0,9190	0,6241	0,9030	0,6623	0,9550	0,6164	0,8390
		MML	0,6967	0,9470	0,6510	0,9283	0,7018	0,9570	0,6517	0,9030
2	1	ML	0,7096	0,9120	0,6098	0,8120	0,7212	0,9410	0,5949	0,8000
		MML	0,7217	0,9460	0,6481	0,8660	0,7218	0,9530	0,6022	0,8660
2	2	ML	0,7048	0,8890	0,5988	0,8420	0,6727	0,9510	0,5916	0,8360
		MML	0,7073	0,9530	0,6047	0,8502	0,6819	0,9510	0,6048	0,8420
3	0	ML	0,6959	0,9250	0,6446	0,9000	0,6806	0,9140	0,5841	0,8776
		MML	0,7159	0,9420	0,6966	0,9400	0,7022	0,9160	0,6371	0,9000
3	1	ML	0,6877	0,9030	0,6028	0,8170	0,6563	0,9230	0,5961	0,8040
		MML	0,6890	0,9450	0,6464	0,8410	0,6833	0,9390	0,6047	0,8410
3	2	ML	0,6927	0,8340	0,5871	0,7740	0,6936	0,9460	0,5454	0,7660
		MML	0,6956	0,9330	0,6045	0,7760	0,7111	0,9550	0,5805	0,7760
3	3	ML	0,7184	0,8410	0,5802	0,7320	0,6559	0,9430	0,5736	0,7320
		MML	0,7374	0,9370	0,6395	0,7370	0,7061	0,9530	0,6045	0,7890

Çizelge 4.11 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.7$; $\nu = 7$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=7; λ=0.7; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9192	0,9360	0,8555	0,9220	0,8609	0,9600	0,8359	0,8620
		MML	0,9362	0,9893	0,8783	0,9790	0,9417	0,9620	0,8770	0,9220
1	0	ML	0,9535	0,9300	0,7421	0,7610	0,8701	0,9360	0,7891	0,8710
		MML	0,9604	0,9410	0,8042	0,8710	0,9703	0,9400	0,7661	0,8110
1	1	ML	0,9548	0,9340	0,7351	0,8590	0,9869	0,9410	0,7253	0,8590
		MML	0,9670	0,9470	0,7564	0,8720	0,9938	0,9550	0,7585	0,8733
2	0	ML	0,9269	0,9290	0,7845	0,8750	0,9079	0,9220	0,7759	0,8750
		MML	0,9545	0,9500	0,7958	0,8872	1,0092	0,9310	0,7960	0,8871
2	1	ML	0,9215	0,9070	0,7127	0,8190	0,9021	0,9470	0,7037	0,8190
		MML	0,9593	0,9480	0,7492	0,8661	0,9760	0,9542	0,7514	0,8672
2	2	ML	0,9131	0,8970	0,6863	0,7710	0,9210	0,9500	0,6789	0,7710
		MML	0,9451	0,9510	0,6465	0,7864	0,9897	0,9550	0,6949	0,7863
3	0	ML	0,9205	0,9150	0,7859	0,8500	0,8656	0,8940	0,7764	0,8500
		MML	0,9343	0,9500	0,8054	0,8721	0,9737	0,9180	0,7856	0,8681
3	1	ML	0,9920	0,9220	0,6975	0,7750	0,9189	0,9310	0,6906	0,7750
		MML	1,0076	0,9480	0,7045	0,7863	0,9739	0,9480	0,7470	0,7863
3	2	ML	0,9480	0,8900	0,6603	0,7450	0,9142	0,9440	0,6533	0,7450
		MML	0,9661	0,9380	0,6737	0,7590	0,9657	0,9540	0,6643	0,7581
3	3	ML	0,9416	0,9388	0,6533	0,6990	0,8774	0,9490	0,6474	0,6990
		MML	0,9496	0,9580	0,7000	0,7057	0,9130	0,9560	0,6542	0,7090

v=7; λ=0.7; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7764	0,9540	0,7015	0,9120	0,7666	0,9380	0,6866	0,9120
		MML	0,7775	0,9837	0,7658	0,9310	0,7975	0,9520	0,6961	0,9587
1	0	ML	0,7437	0,9000	0,6553	0,9050	0,8161	0,9370	0,6477	0,8793
		MML	0,7463	0,9430	0,6598	0,9758	0,8743	0,9460	0,6553	0,9050
1	1	ML	0,7644	0,9370	0,6208	0,8840	0,7720	0,9410	0,6112	0,8840
		MML	0,7831	0,9527	0,6505	0,8972	0,8037	0,9530	0,6510	0,8979
2	0	ML	0,8132	0,9300	0,6513	0,8757	0,7269	0,9400	0,6419	0,8870
		MML	0,8773	0,9440	0,6532	0,8870	0,7866	0,9490	0,6520	0,8977
2	1	ML	0,7781	0,9260	0,5975	0,8410	0,7579	0,9440	0,5889	0,8410
		MML	0,7819	0,9350	0,6449	0,8703	0,8227	0,9460	0,6457	0,8701
2	2	ML	0,7813	0,9240	0,5785	0,8090	0,7082	0,9420	0,5709	0,8090
		MML	0,7858	0,9420	0,6249	0,8400	0,7750	0,9510	0,6435	0,8150
3	0	ML	0,7413	0,9210	0,6475	0,8740	0,7035	0,9060	0,6365	0,8740
		MML	0,7461	0,9360	0,6751	0,8781	0,7684	0,9290	0,6484	0,8872
3	1	ML	0,7318	0,9110	0,5914	0,8190	0,7154	0,9280	0,5832	0,8190
		MML	0,7379	0,9470	0,6418	0,8712	0,7956	0,9390	0,6274	0,8692
3	2	ML	0,7493	0,9080	0,5684	0,7880	0,7189	0,9540	0,5616	0,7880
		MML	0,7642	0,9440	0,6391	0,8066	0,7804	0,9540	0,6401	0,8067
3	3	ML	0,7949	0,8980	0,5664	0,7420	0,7201	0,9470	0,5605	0,7420
		MML	0,8871	0,9410	0,6379	0,7641	0,7688	0,9500	0,6388	0,7669

v=7; λ=0.7; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6646	0,9440	0,6064	0,9150	0,6376	0,9540	0,5937	0,9150
		MML	0,6776	0,9803	0,6567	0,9688	0,7220	0,9550	0,6153	0,9284
1	0	ML	0,6514	0,8670	0,4920	0,7320	0,6287	0,9430	0,4830	0,8090
		MML	0,6527	0,9370	0,5745	0,8880	0,6805	0,9510	0,5638	0,8880
1	1	ML	0,6699	0,8940	0,5462	0,8708	0,6409	0,9570	0,5417	0,8050
		MML	0,6905	0,9470	0,5506	0,8830	0,6848	0,9641	0,5458	0,8830
2	0	ML	0,6459	0,9260	0,5682	0,8790	0,6205	0,9260	0,5585	0,8790
		MML	0,6555	0,9300	0,5846	0,8976	0,6818	0,9280	0,5920	0,9077
2	1	ML	0,6289	0,9190	0,4234	0,8290	0,6472	0,9360	0,5252	0,8840
		MML	0,6415	0,9380	0,5334	0,8840	0,7071	0,9490	0,5425	0,8975
2	2	ML	0,6669	0,9130	0,5179	0,8160	0,6235	0,9570	0,5108	0,8160
		MML	0,6824	0,9240	0,5398	0,8709	0,6861	0,9660	0,5401	0,8732
3	0	ML	0,6625	0,9100	0,5642	0,8590	0,6512	0,9150	0,5529	0,8590
		MML	0,6670	0,9410	0,5843	0,8758	0,7342	0,9340	0,6344	0,8715
3	1	ML	0,6752	0,9080	0,5270	0,7210	0,6031	0,9270	0,5188	0,7910
		MML	0,6770	0,9370	0,5392	0,7910	0,6693	0,9480	0,5397	0,8174
3	2	ML	0,6772	0,9140	0,5064	0,7890	0,6000	0,9500	0,4999	0,7890
		MML	0,6873	0,9400	0,5370	0,7969	0,6448	0,9500	0,5037	0,8073
3	3	ML	0,6677	0,8780	0,5015	0,7760	0,6250	0,9580	0,4952	0,7760
		MML	0,6714	0,9440	0,5361	0,7969	0,6887	0,9849	0,5366	0,7969

Çizelge 4.12 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=1$; $v=7$): (i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=7; λ=1; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9066	0,9390	0,7704	0,8700	0,9791	0,9560	0,7501	0,8700
		MML	0,8974	0,8410	0,7588	0,8220	0,9452	0,9430	0,7243	0,8670
1	0	ML	0,8871	0,9090	0,7170	0,8810	0,8813	0,9460	0,7016	0,8810
		MML	0,8878	0,9390	0,7585	0,8980	0,9747	0,9510	0,7599	0,8975
1	1	ML	0,9118	0,9120	0,6473	0,8170	0,9283	0,9450	0,6411	0,8170
		MML	0,9377	0,9470	0,6493	0,8622	0,9425	0,9494	0,6510	0,8697
2	0	ML	0,8720	0,9240	0,7031	0,8450	0,9384	0,9310	0,6927	0,8450
		MML	0,8946	0,9330	0,7518	0,8695	0,9455	0,9480	0,7541	0,8700
2	1	ML	0,9121	0,9260	0,6131	0,7860	0,9352	0,9400	0,6094	0,7860
		MML	0,9345	0,9540	0,6405	0,8056	0,9468	0,9490	0,6422	0,7990
2	2	ML	0,8617	0,9200	0,5377	0,7547	0,8052	0,9490	0,5826	0,7680
		MML	0,8889	0,9410	0,5847	0,7680	0,8889	0,9590	0,5935	0,7930
3	0	ML	0,8905	0,9290	0,6837	0,8390	0,8113	0,8930	0,6778	0,8390
		MML	0,8996	0,9410	0,7148	0,8654	0,9050	0,9270	0,7051	0,8677
3	1	ML	0,9293	0,9380	0,6056	0,7890	0,8578	0,9320	0,6027	0,7890
		MML	0,9320	0,9470	0,6377	0,8054	0,8713	0,9490	0,6394	0,7920
3	2	ML	0,9162	0,9280	0,5767	0,7530	0,8309	0,9380	0,5750	0,7530
		MML	0,9194	0,9380	0,5834	0,7949	0,9011	0,9480	0,6354	0,7654
3	3	ML	0,9375	0,9310	0,5403	0,6840	0,8364	0,9390	0,5392	0,6840
		MML	0,9420	0,9329	0,5532	0,7047	0,8878	0,9470	0,5533	0,6952

v=7; λ=1; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7236	0,9360	0,6333	0,9030	0,6652	0,9500	0,6181	0,9030
		MML	0,7616	0,9775	0,6444	0,9680	0,7660	0,9520	0,6589	0,9866
1	0	ML	0,7308	0,9380	0,5979	0,8710	0,6340	0,9340	0,5839	0,8710
		MML	0,7514	0,9874	0,6154	0,9070	0,7892	0,9510	0,5902	0,8786
1	1	ML	0,7018	0,9380	0,5459	0,8620	0,6826	0,9470	0,5388	0,8620
		MML	0,7371	0,9882	0,6046	0,8690	0,7885	0,9530	0,5453	0,8729
2	0	ML	0,7447	0,9070	0,5458	0,8660	0,7658	0,9150	0,5695	0,8660
		MML	0,7892	0,9450	0,5789	0,8767	0,8028	0,9460	0,5746	0,8706
2	1	ML	0,6926	0,9120	0,5207	0,8360	0,7655	0,9410	0,5156	0,8360
		MML	0,7316	0,9230	0,5391	0,8599	0,7701	0,9480	0,5397	0,8673
2	2	ML	0,6997	0,9060	0,5042	0,8280	0,7678	0,9470	0,5006	0,8280
		MML	0,7271	0,9340	0,5362	0,8560	0,7860	0,9480	0,5369	0,8632
3	0	ML	0,7233	0,9210	0,4240	0,8620	0,6333	0,9050	0,5688	0,8620
		MML	0,7570	0,9270	0,5804	0,8671	0,7385	0,9230	0,5843	0,8695
3	1	ML	0,7607	0,9310	0,5198	0,8070	0,7481	0,9430	0,5160	0,8070
		MML	0,7720	0,9420	0,5362	0,8557	0,7519	0,9510	0,5370	0,8648
3	2	ML	0,7351	0,9110	0,4325	0,7546	0,7210	0,9490	0,4333	0,7618
		MML	0,7421	0,9410	0,4918	0,7850	0,7667	0,9490	0,4891	0,7850
3	3	ML	0,7181	0,9180	0,4751	0,7690	0,6809	0,9480	0,4729	0,7690
		MML	0,7600	0,9250	0,4931	0,7848	0,7326	0,9510	0,5032	0,7760

v=7; λ=1; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6104	0,9240	0,5540	0,9010	0,5783	0,9540	0,5404	0,9010
		MML	0,6156	0,9685	0,5695	0,9362	0,6760	0,9560	0,5511	0,9867
1	0	ML	0,6345	0,9390	0,5221	0,8870	0,6563	0,9400	0,5121	0,8870
		MML	0,6626	0,9817	0,5474	0,9064	0,6977	0,9460	0,5452	0,9079
1	1	ML	0,6305	0,9410	0,4830	0,8700	0,5524	0,9380	0,4762	0,8700
		MML	0,6343	0,9829	0,5042	0,8955	0,6746	0,9630	0,4909	0,8754
2	0	ML	0,6387	0,9220	0,5133	0,8710	0,5879	0,9270	0,5042	0,8710
		MML	0,6629	0,9876	0,5425	0,8964	0,6925	0,9440	0,5418	0,8732
2	1	ML	0,5915	0,9250	0,4675	0,8490	0,6126	0,9420	0,4369	0,8490
		MML	0,6181	0,9863	0,4937	0,8581	0,6622	0,9590	0,4626	0,8710
2	2	ML	0,6769	0,9420	0,4481	0,7960	0,5551	0,9400	0,4348	0,7210
		MML	0,6681	0,9887	0,4635	0,8056	0,6428	0,9450	0,4438	0,7960
3	0	ML	0,6330	0,8910	0,3898	0,8380	0,5656	0,9150	0,4898	0,8380
		MML	0,6351	0,9330	0,4971	0,8637	0,6630	0,9310	0,5390	0,8706
3	1	ML	0,6284	0,9020	0,4342	0,8160	0,5583	0,9310	0,4569	0,8160
		MML	0,6507	0,9220	0,4611	0,8568	0,6392	0,9390	0,5034	0,8682
3	2	ML	0,6415	0,9050	0,4317	0,7537	0,6018	0,9540	0,4381	0,7930
		MML	0,6508	0,9270	0,4415	0,7930	0,6682	0,9480	0,4532	0,8064
3	3	ML	0,6337	0,9220	0,4286	0,7680	0,5907	0,9620	0,4257	0,7680
		MML	0,6557	0,9896	0,4300	0,7752	0,6461	0,9949	0,4303	0,7764

Çizelge 4.13 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0$; $v=10$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=10; λ=0; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9456	0,9520	0,9187	0,9310	0,9003	0,9350	0,9639	0,9290
		MML	0,9496	0,9530	1,0204	0,9520	0,9677	0,9500	1,0204	0,9520
1	0	ML	0,9548	0,9330	0,9018	0,9370	0,9697	0,9430	0,9918	0,9370
		MML	0,9884	0,9420	0,9117	0,9600	0,9790	0,9480	0,9963	0,9490
1	1	ML	0,9631	0,8890	0,8920	0,8320	0,9478	0,9520	0,9401	0,8820
		MML	0,9856	0,9060	0,9398	0,8820	0,9643	0,9630	0,9406	0,9280
2	0	ML	0,9882	0,8860	0,9257	0,8480	0,9980	0,9260	0,9775	0,8920
		MML	1,0068	0,9320	1,0006	0,9130	0,9983	0,9270	1,0007	0,9130
2	1	ML	0,9579	0,8400	0,8898	0,7340	1,0276	0,9430	0,9297	0,8150
		MML	1,0051	0,8500	0,9293	0,8150	1,0471	0,9450	0,9459	0,8960
2	2	ML	0,9595	0,7330	0,8872	0,6600	1,0079	0,9460	0,9132	0,7420
		MML	0,9711	0,7990	0,9130	0,7420	1,0118	0,9500	0,9504	0,9160
3	0	ML	0,9934	0,8760	0,9319	0,8300	0,9890	0,9120	0,9748	0,8920
		MML	1,0214	0,9140	1,0308	0,8920	0,9938	0,9130	1,0310	0,8950
3	1	ML	0,9724	0,8170	0,8738	0,7150	0,9606	0,9270	0,9361	0,7900
		MML	1,0256	0,8250	0,9352	0,7900	0,9632	0,9410	0,9416	0,9050
3	2	ML	0,9891	0,7460	0,8730	0,6730	0,9802	0,9570	0,9202	0,7040
		MML	0,9911	0,7840	0,9202	0,7040	1,0105	0,9590	0,9277	0,9120
3	3	ML	0,9873	0,7470	0,8484	0,6380	1,0225	0,9530	0,9165	0,6730
		MML	1,0490	0,7900	0,9187	0,6730	1,0626	0,9570	0,9212	0,8950
v=10; λ=0; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7931	0,9500	0,8448	0,9540	0,8075	0,9520	0,8449	0,9540
		MML	0,7944	0,9560	0,8710	0,9610	0,8403	0,9600	0,8919	0,9640
1	0	ML	0,7769	0,9450	0,8075	0,9470	0,7801	0,9430	0,7720	0,9330
		MML	0,7822	0,9540	0,8479	0,9800	0,8002	0,9540	0,8075	0,9470
1	1	ML	0,7760	0,8840	0,7398	0,8550	0,7377	0,9400	0,7608	0,9010
		MML	0,7956	0,9000	0,7786	0,9010	0,7576	0,9510	0,7787	0,9460
2	0	ML	0,8063	0,8840	0,7552	0,8580	0,7890	0,9200	0,7787	0,9140
		MML	0,8161	0,9300	0,8041	0,9200	0,8068	0,9300	0,8041	0,9200
2	1	ML	0,7825	0,8050	0,7394	0,7820	0,7648	0,9420	0,7606	0,8490
		MML	0,7841	0,8730	0,7657	0,8490	0,7701	0,9550	0,7659	0,9300
2	2	ML	0,8053	0,7810	0,7428	0,7190	0,7680	0,9390	0,7558	0,8050
		MML	0,8087	0,8370	0,7555	0,8050	0,7947	0,9540	0,7668	0,9320
3	0	ML	0,7830	0,8430	0,7674	0,8240	0,7737	0,8750	0,7932	0,8740
		MML	0,7844	0,9050	0,8140	0,8950	0,8255	0,8900	0,8140	0,8950
3	1	ML	0,7655	0,7750	0,7493	0,7540	0,7795	0,9280	0,7693	0,9100
		MML	0,7859	0,8520	0,7690	0,8310	0,7923	0,9350	0,7750	0,8310
3	2	ML	0,7855	0,7210	0,7420	0,6770	0,8071	0,9440	0,7468	0,7610
		MML	0,7940	0,7970	0,7465	0,7610	0,8127	0,9500	0,7682	0,9200
3	3	ML	0,7897	0,7000	0,7553	0,6670	0,8353	0,9470	0,7555	0,6670
		MML	0,7899	0,7060	0,7592	0,6860	0,8465	0,9490	0,7886	0,9310
v=10; λ=0; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6580	0,9470	0,7295	0,9640	0,6806	0,9530	0,7295	0,9640
		MML	0,6835	0,9550	0,7675	0,9460	0,6896	0,9530	0,7785	0,9720
1	0	ML	0,6868	0,9200	0,6619	0,9080	0,6949	0,9440	0,6750	0,9150
		MML	0,6894	0,9420	0,7128	0,9440	0,7276	0,9460	0,7128	0,9440
1	1	ML	0,6863	0,8790	0,6423	0,8400	0,6583	0,9470	0,6526	0,9160
		MML	0,6872	0,9180	0,6787	0,9160	0,6809	0,9480	0,6787	0,9270
2	0	ML	0,6688	0,8870	0,6563	0,8820	0,6829	0,9180	0,6691	0,9140
		MML	0,6715	0,9340	0,6988	0,9400	0,6866	0,9310	0,6988	0,9400
2	1	ML	0,6506	0,8100	0,6429	0,8040	0,6592	0,9490	0,6546	0,8840
		MML	0,6672	0,8740	0,6701	0,8840	0,6769	0,9500	0,6701	0,9280
2	2	ML	0,6772	0,8360	0,6589	0,7210	0,6841	0,9510	0,6571	0,8250
		MML	0,6949	0,8640	0,6745	0,8250	0,7031	0,9540	0,6591	0,9260
3	0	ML	0,6824	0,8330	0,6667	0,8230	0,6669	0,9000	0,6815	0,8930
		MML	0,6934	0,9100	0,7035	0,9140	0,6883	0,9010	0,7035	0,9140
3	1	ML	0,7177	0,7910	0,6524	0,7290	0,7031	0,9300	0,6654	0,8550
		MML	0,7242	0,8750	0,6713	0,8550	0,7150	0,9350	0,6714	0,9030
3	2	ML	0,6595	0,6780	0,6519	0,6730	0,6931	0,9580	0,6580	0,7890
		MML	0,6826	0,8160	0,6578	0,7890	0,7020	0,9500	0,6637	0,9310
3	3	ML	0,7364	0,7780	0,6460	0,6920	0,7032	0,9520	0,6462	0,7920
		MML	0,7422	0,7970	0,6508	0,7170	0,7171	0,9540	0,6625	0,9160

Çizelge 4.14 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0.4$; $\nu = 10$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=10; λ=0.4; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9652	0,9310	0,7571	0,8100	0,9057	0,9450	0,7694	0,8630
		MML	1,0199	0,9640	0,8879	0,9260	0,9838	0,9560	0,8776	0,9260
1	0	ML	0,8975	0,9430	0,6556	0,8370	0,8864	0,9270	0,6802	0,8160
		MML	0,9010	0,9460	0,8403	0,9120	0,9472	0,9350	0,8318	0,9120
1	1	ML	0,9211	0,9100	0,6260	0,7950	0,8634	0,9390	0,6541	0,8020
		MML	0,9407	0,9470	0,8060	0,8600	0,9800	0,9510	0,7978	0,8600
2	0	ML	0,9451	0,9260	0,6290	0,7990	0,9459	0,9290	0,6532	0,7650
		MML	0,9587	0,9550	0,8477	0,8970	1,0138	0,9390	0,8407	0,8970
2	1	ML	0,9410	0,9050	0,6943	0,7330	0,9158	0,9390	0,6850	0,7510
		MML	0,9462	0,9490	0,7726	0,8090	0,9627	0,9480	0,7661	0,8090
2	2	ML	0,9889	0,8970	0,7524	0,7830	0,9140	0,9410	0,7463	0,7830
		MML	0,9974	0,9430	0,7686	0,8320	0,9698	0,9470	0,7749	0,8140
3	0	ML	0,9703	0,9150	0,6059	0,7670	0,9134	0,9040	0,6310	0,7130
		MML	0,9787	0,9490	0,8555	0,8610	0,9661	0,9260	0,8513	0,8610
3	1	ML	0,9503	0,9000	0,5354	0,6980	0,9590	0,9380	0,5586	0,6920
		MML	1,0216	0,9490	0,7788	0,7810	1,0064	0,9470	0,7740	0,7810
3	2	ML	0,9406	0,8670	0,5056	0,6780	0,9428	0,9500	0,5275	0,6860
		MML	1,0142	0,9330	0,7451	0,7060	0,9505	0,9510	0,7400	0,7060
3	3	ML	0,9871	0,8280	0,7364	0,6750	0,9771	0,9400	0,7315	0,6750
		MML	0,9955	0,9360	0,7919	0,6950	1,0016	0,9460	0,8170	0,6790
v=10; λ=0.4; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7388	0,9410	0,6245	0,8010	0,8028	0,9490	0,6241	0,8390
		MML	0,7627	0,9520	0,7304	0,9380	0,8829	0,9550	0,7220	0,9380
1	0	ML	0,7953	0,9420	0,6643	0,8160	0,7435	0,9360	0,5737	0,8140
		MML	0,8067	0,9450	0,7034	0,9060	0,7891	0,9410	0,6955	0,9060
1	1	ML	0,7635	0,9200	0,5346	0,8150	0,7834	0,9440	0,5448	0,8090
		MML	0,7666	0,9400	0,6693	0,8760	0,8198	0,9590	0,6621	0,8760
2	0	ML	0,7772	0,9300	0,5350	0,8170	0,7632	0,9190	0,5475	0,7700
		MML	0,7795	0,9530	0,6949	0,8940	0,8103	0,9290	0,6881	0,8940
2	1	ML	0,7870	0,9240	0,5004	0,7870	0,7357	0,9400	0,5122	0,7690
		MML	0,8202	0,9440	0,6561	0,8330	0,7966	0,9440	0,6496	0,8330
2	2	ML	0,7581	0,8820	0,4876	0,7830	0,7454	0,9490	0,4996	0,7580
		MML	0,7824	0,9550	0,6377	0,8110	0,8233	0,9500	0,6315	0,8110
3	0	ML	0,7332	0,8920	0,5161	0,8120	0,7362	0,9110	0,5275	0,7320
		MML	0,7489	0,9590	0,6951	0,8770	0,7926	0,9210	0,6894	0,8770
3	1	ML	0,7743	0,8900	0,4760	0,7630	0,7522	0,9370	0,4876	0,7170
		MML	0,7990	0,9490	0,6490	0,8040	0,8087	0,9400	0,6435	0,8040
3	2	ML	0,8245	0,8680	0,6328	0,7510	0,7361	0,9460	0,6273	0,7510
		MML	0,8805	0,9380	0,6627	0,7820	0,8068	0,9590	0,6753	0,7520
3	3	ML	0,7491	0,7900	0,6250	0,7090	0,7955	0,9580	0,6200	0,7090
		MML	0,7645	0,8280	0,6511	0,7340	0,8119	0,9690	0,6631	0,7340
v=10; λ=0.4; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6618	0,8760	0,5476	0,7830	0,6518	0,9420	0,5387	0,8580
		MML	0,6768	0,9500	0,6385	0,9310	0,7038	0,9470	0,6316	0,9310
1	0	ML	0,6926	0,9400	0,4984	0,7980	0,6393	0,9360	0,5013	0,8060
		MML	0,7165	0,9420	0,6116	0,8890	0,7220	0,9450	0,6050	0,8890
1	1	ML	0,6496	0,9380	0,4810	0,8260	0,6543	0,9490	0,4844	0,8180
		MML	0,6698	0,9400	0,5886	0,9030	0,7021	0,9500	0,5824	0,9030
2	0	ML	0,6644	0,9230	0,4772	0,8110	0,6673	0,9320	0,4827	0,7870
		MML	0,6665	0,9540	0,6051	0,8960	0,6984	0,9390	0,5989	0,8960
2	1	ML	0,6629	0,9240	0,5758	0,8580	0,6159	0,9350	0,5700	0,8580
		MML	0,6776	0,9470	0,5931	0,8800	0,6907	0,9470	0,5896	0,8900
2	2	ML	0,6879	0,9070	0,5637	0,8240	0,6409	0,9450	0,5580	0,8240
		MML	0,6933	0,9540	0,6417	0,8799	0,7003	0,9500	0,6483	0,8690
3	0	ML	0,6702	0,9100	0,5996	0,8800	0,6267	0,9030	0,5939	0,8800
		MML	0,6711	0,9510	0,6109	0,8926	0,6802	0,9200	0,6468	0,9200
3	1	ML	0,6870	0,8940	0,5701	0,8110	0,6462	0,9240	0,5647	0,8110
		MML	0,6945	0,9510	0,6311	0,8779	0,6912	0,9380	0,6374	0,8460
3	2	ML	0,6796	0,8890	0,5572	0,7990	0,6344	0,9480	0,5520	0,7990
		MML	0,6925	0,9430	0,6232	0,8277	0,6986	0,9600	0,5983	0,8266
3	3	ML	0,6845	0,8410	0,5451	0,7300	0,6764	0,9450	0,5400	0,7300
		MML	0,6978	0,9400	0,6113	0,7640	0,6969	0,9460	0,6178	0,7560

Çizelge 4.15 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0.7$; $\nu=10$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=10; λ=0.7; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8599	0,8660	0,7399	0,7710	0,8746	0,9410	0,7135	0,8110
		MML	0,8749	0,9360	0,8026	0,9060	1,0500	0,9600	0,7882	0,9060
1	0	ML	0,8921	0,9270	0,6039	0,7410	0,8406	0,9440	0,7437	0,7560
		MML	0,9019	0,9330	0,7552	0,8850	0,9648	0,9440	0,7610	0,8850
1	1	ML	0,9206	0,9300	0,5371	0,7160	0,8893	0,9480	0,5527	0,7699
		MML	0,9228	0,9400	0,6957	0,8410	1,0386	0,9500	0,6874	0,8410
2	0	ML	0,9257	0,9310	0,6394	0,7200	0,8142	0,9110	0,5574	0,6890
		MML	0,9312	0,9400	0,7370	0,8600	0,9838	0,9310	0,7286	0,8600
2	1	ML	0,9004	0,9090	0,5736	0,6580	0,8358	0,9410	0,4942	0,6300
		MML	0,9142	0,9420	0,6781	0,7900	1,0078	0,9510	0,6718	0,7900
2	2	ML	0,9876	0,9240	0,5457	0,6260	0,8487	0,9430	0,5466	0,6420
		MML	0,9957	0,9470	0,6544	0,7570	0,9750	0,9460	0,6492	0,7570
3	0	ML	0,9045	0,9210	0,5065	0,7060	0,9119	0,9100	0,7297	0,8450
		MML	0,9164	0,9380	0,7449	0,8450	0,9907	0,9110	0,7385	0,8636
3	1	ML	0,9095	0,9180	0,5426	0,6340	0,9121	0,9330	0,4458	0,6100
		MML	0,9331	0,9480	0,6632	0,7850	0,9511	0,9440	0,6585	0,7850
3	2	ML	0,9447	0,9090	0,5383	0,5610	0,9013	0,9490	0,5401	0,5630
		MML	0,9851	0,9470	0,6269	0,7090	0,9471	0,9550	0,6222	0,7090
3	3	ML	0,9475	0,8740	0,6201	0,7110	0,9296	0,9580	0,6159	0,7110
		MML	0,9893	0,8952	0,6853	0,7588	0,9592	0,9700	0,6406	0,7568

v=10; λ=0.7; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7547	0,9580	0,6550	0,9060	0,6890	0,9490	0,5766	0,8150
		MML	0,7797	0,9800	0,6930	0,9271	0,8463	0,9530	0,6436	0,9060
1	0	ML	0,7571	0,9520	0,6263	0,8910	0,7836	0,9380	0,6152	0,7560
		MML	0,7953	0,9882	0,6530	0,9280	0,8213	0,9530	0,6515	0,8910
1	1	ML	0,7243	0,9030	0,4790	0,6800	0,6833	0,9440	0,4731	0,7540
		MML	0,7517	0,9400	0,5857	0,8690	0,7886	0,9510	0,5781	0,8690
2	0	ML	0,6977	0,9090	0,5481	0,7650	0,7878	0,9100	0,6041	0,7120
		MML	0,7143	0,9280	0,6125	0,8690	0,8407	0,9330	0,6480	0,8690
2	1	ML	0,7498	0,9280	0,4322	0,6840	0,7183	0,9500	0,4354	0,6860
		MML	0,7688	0,9340	0,5722	0,8250	0,8199	0,9540	0,5652	0,8250
2	2	ML	0,7269	0,9100	0,4072	0,6850	0,6955	0,9460	0,4112	0,6750
		MML	0,7719	0,9300	0,5529	0,8050	0,7980	0,9580	0,5474	0,8050
3	0	ML	0,7347	0,9310	0,4452	0,7360	0,7066	0,9110	0,4505	0,6780
		MML	0,7508	0,9380	0,6060	0,8590	0,8012	0,9270	0,5990	0,8590
3	1	ML	0,7834	0,9110	0,4985	0,6850	0,7069	0,9300	0,4047	0,6640
		MML	0,7924	0,9490	0,5678	0,7840	0,7879	0,9340	0,5621	0,7840
3	2	ML	0,7200	0,9030	0,5412	0,6650	0,6837	0,9300	0,4380	0,6330
		MML	0,7597	0,9410	0,6373	0,7820	0,8152	0,9440	0,5363	0,7820
3	3	ML	0,7381	0,9010	0,5342	0,7310	0,7031	0,9490	0,5299	0,7310
		MML	0,7828	0,9430	0,6090	0,7627	0,7797	0,9520	0,6870	0,7651

v=10; λ=0.7; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6177	0,9410	0,5677	0,9240	0,5962	0,9530	0,5581	0,9240
		MML	0,6224	0,9735	0,5942	0,9600	0,7245	0,9800	0,5911	0,9810
1	0	ML	0,6449	0,8660	0,4359	0,6640	0,5746	0,9340	0,4221	0,7390
		MML	0,6869	0,9430	0,5150	0,8660	0,7332	0,9500	0,5076	0,8660
1	1	ML	0,6273	0,8620	0,4440	0,6550	0,6052	0,9470	0,4268	0,7450
		MML	0,6276	0,9340	0,5191	0,8810	0,7322	0,9490	0,5120	0,8810
2	0	ML	0,6326	0,8970	0,4390	0,7090	0,5847	0,9180	0,4272	0,7170
		MML	0,6450	0,9240	0,5365	0,8740	0,7205	0,9410	0,5286	0,8740
2	1	ML	0,6358	0,9330	0,4000	0,6750	0,6298	0,9400	0,3945	0,7240
		MML	0,6385	0,9899	0,5013	0,8560	0,7036	0,9520	0,4949	0,8560
2	2	ML	0,6458	0,9180	0,3781	0,6580	0,6328	0,9540	0,3739	0,6810
		MML	0,6652	0,9260	0,4886	0,8080	0,7094	0,9560	0,4829	0,8080
3	0	ML	0,6309	0,9210	0,4093	0,7320	0,6157	0,9030	0,4067	0,6630
		MML	0,6418	0,9210	0,5320	0,8590	0,7154	0,9120	0,5251	0,8590
3	1	ML	0,6214	0,9170	0,3718	0,7010	0,6190	0,9430	0,3704	0,7140
		MML	0,6428	0,9260	0,4958	0,8280	0,6746	0,9490	0,4901	0,8280
3	2	ML	0,6589	0,9080	0,3551	0,6660	0,5873	0,9470	0,3555	0,6930
		MML	0,6720	0,9240	0,4796	0,7880	0,6774	0,9570	0,4743	0,7880
3	3	ML	0,6520	0,9060	0,3443	0,6410	0,5881	0,9460	0,3456	0,6630
		MML	0,6858	0,9320	0,4736	0,7560	0,6837	0,9580	0,4690	0,7560

Çizelge 4.16 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=1$; $v=10$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=10; λ=1; n1=n2=10										
s1	s2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8386	0,8240	0,7146	0,8930	0,7761	0,9490	0,6730	0,7880
		MML	0,8456	0,9490	0,7318	0,9240	1,0137	0,9510	0,7015	0,8930
1	0	ML	0,8357	0,8960	0,5624	0,6860	0,7926	0,9430	0,5621	0,6870
		MML	0,8542	0,9410	0,6711	0,8560	1,0402	0,9510	0,6620	0,8560
1	1	ML	0,8614	0,9110	0,4598	0,6910	0,7648	0,9550	0,4697	0,6520
		MML	0,8715	0,9450	0,5985	0,8220	0,9321	0,9560	0,5944	0,8220
2	0	ML	0,7927	0,9290	0,6553	0,8640	0,8044	0,9220	0,5071	0,6540
		MML	0,8026	0,9540	0,6899	0,8800	0,9623	0,9360	0,6487	0,8640
2	1	ML	0,8271	0,9290	0,3986	0,6579	0,8358	0,9540	0,4105	0,6700
		MML	0,8537	0,9400	0,5866	0,8100	0,9701	0,9650	0,5841	0,8100
2	2	ML	0,8764	0,9270	0,3604	0,5230	0,7832	0,9460	0,4774	0,6555
		MML	0,8864	0,9340	0,5492	0,7560	0,9105	0,9460	0,5484	0,7560
3	0	ML	0,8781	0,9320	0,6235	0,8160	0,8556	0,9250	0,6382	0,8160
		MML	0,8814	0,9440	0,6422	0,7490	0,9378	0,9320	0,6781	0,8618
3	1	ML	0,8607	0,9400	0,3529	0,5550	0,7634	0,9090	0,3716	0,5680
		MML	0,8967	0,9420	0,5636	0,7680	0,8864	0,9520	0,5628	0,7680
3	2	ML	0,8330	0,9190	0,3119	0,5910	0,7986	0,9430	0,5395	0,7600
		MML	0,8442	0,9290	0,5392	0,7600	0,8969	0,9480	0,6326	0,7900
3	3	ML	0,8499	0,9120	0,5011	0,6920	0,8600	0,9540	0,8018	0,6920
		MML	0,8848	0,9370	0,5302	0,7455	0,8953	0,9800	0,8320	0,7240
v=10; λ=1; n1=n2=15										
s1	s2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6936	0,9190	0,6050	0,8990	0,6190	0,9470	0,5802	0,8080
		MML	0,7376	0,9600	0,6206	0,9340	0,8141	0,9550	0,5951	0,8990
1	0	ML	0,6903	0,8050	0,5087	0,6410	0,6526	0,9360	0,4774	0,7380
		MML	0,7044	0,9510	0,5616	0,8800	0,8377	0,9430	0,5536	0,8800
1	1	ML	0,6927	0,8440	0,4384	0,5710	0,6260	0,9460	0,4250	0,7010
		MML	0,7103	0,9490	0,5146	0,8450	0,7724	0,9500	0,5097	0,8450
2	0	ML	0,6976	0,8850	0,4368	0,6220	0,6419	0,9220	0,4317	0,6950
		MML	0,7079	0,9520	0,5444	0,8680	0,7890	0,9290	0,5384	0,8680
2	1	ML	0,7005	0,8950	0,3791	0,7562	0,6468	0,9490	0,3775	0,7637
		MML	0,7027	0,9320	0,4987	0,8280	0,7900	0,9500	0,4953	0,8280
2	2	ML	0,7202	0,8870	0,3545	0,5480	0,6433	0,9430	0,3554	0,6310
		MML	0,7321	0,9420	0,4807	0,7870	0,7629	0,9460	0,4782	0,7870
3	0	ML	0,7157	0,9190	0,4002	0,7618	0,6676	0,9180	0,4009	0,7620
		MML	0,7357	0,9400	0,5360	0,8360	0,8053	0,9360	0,5310	0,8360
3	1	ML	0,7193	0,9150	0,3449	0,7200	0,6418	0,9290	0,3483	0,6220
		MML	0,7271	0,9350	0,4905	0,7900	0,7651	0,9320	0,4881	0,7900
3	2	ML	0,6894	0,9100	0,4309	0,7255	0,6977	0,9470	0,4313	0,7570
		MML	0,6936	0,9160	0,4705	0,7740	0,7870	0,9500	0,4688	0,7740
3	3	ML	0,7320	0,9200	0,4549	0,7130	0,6909	0,9440	0,4539	0,7130
		MML	0,7824	0,9600	0,4299	0,7511	0,7459	0,9520	0,4830	0,7555
v=10; λ=1; n1=n2=20										
s1	s2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5901	0,9330	0,5102	0,8920	0,7228	0,9560	0,5007	0,7810
		MML	0,6274	0,9630	0,5471	0,9357	0,7355	0,9700	0,5466	0,8920
1	0	ML	0,5895	0,9430	0,4636	0,8587	0,7020	0,9420	0,4216	0,8590
		MML	0,5980	0,9520	0,4912	0,8790	0,7385	0,9480	0,4841	0,8790
1	1	ML	0,5748	0,9278	0,4008	0,8555	0,7100	0,9520	0,4494	0,8590
		MML	0,5937	0,9480	0,4540	0,8590	0,7586	0,9600	0,5377	0,8710
2	0	ML	0,5937	0,8110	0,4137	0,8359	0,7099	0,9200	0,3914	0,8279
		MML	0,6102	0,9380	0,4795	0,8600	0,7277	0,9410	0,4736	0,8600
2	1	ML	0,5837	0,9430	0,4358	0,8350	0,5433	0,9460	0,4390	0,8350
		MML	0,5988	0,9840	0,4428	0,8563	0,6847	0,9530	0,4593	0,8673
2	2	ML	0,6013	0,9300	0,4270	0,8260	0,6530	0,9460	0,4241	0,8260
		MML	0,6593	0,9470	0,4339	0,8512	0,6743	0,9520	0,4331	0,8641
3	0	ML	0,6148	0,9430	0,4699	0,8470	0,7483	0,9030	0,4649	0,8470
		MML	0,6965	0,9856	0,4372	0,8607	0,7706	0,9230	0,4650	0,8636
3	1	ML	0,6007	0,8900	0,3278	0,8154	0,5659	0,9400	0,3236	0,8210
		MML	0,6120	0,9310	0,4364	0,8210	0,6835	0,9430	0,4333	0,8615
3	2	ML	0,5974	0,8690	0,3073	0,8000	0,7049	0,9470	0,4175	0,8000
		MML	0,6013	0,9330	0,4198	0,8547	0,7636	0,9480	0,4305	0,8582
3	3	ML	0,5915	0,9160	0,4080	0,7710	0,5247	0,9440	0,4062	0,7410
		MML	0,6198	0,9389	0,4287	0,7517	0,6481	0,9460	0,4286	0,7612

Çizelge 4.17 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda = 0$; $v=30$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=30; λ=0; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,9116	0,9380	0,8474	0,9150	0,8997	0,9490	0,9009	0,9310
		MML	0,9336	0,9440	0,9124	0,9320	0,9077	0,9510	0,9124	0,9320
1	0	ML	0,8959	0,9250	0,8441	0,8980	0,9141	0,9440	0,8882	0,9140
		MML	0,9109	0,9300	0,8882	0,9140	0,9266	0,9480	0,8993	0,9180
1	1	ML	0,9462	0,8960	0,8268	0,8300	0,9203	0,9450	0,8428	0,8460
		MML	0,9563	0,9020	0,8429	0,8460	0,9351	0,9450	0,8809	0,9210
2	0	ML	0,9206	0,9050	0,8459	0,8540	0,8967	0,9210	0,8864	0,8770
		MML	0,9342	0,9150	0,8863	0,8770	0,9133	0,9220	0,8993	0,9020
2	1	ML	0,8923	0,8430	0,8324	0,8050	0,9513	0,9450	0,8399	0,8140
		MML	0,8950	0,8510	0,8402	0,8140	0,9587	0,9480	0,8944	0,9090
2	2	ML	0,9060	0,7630	0,8250	0,7000	0,8688	0,9340	0,8241	0,8700
		MML	0,9205	0,7780	0,8279	0,7060	0,9149	0,9450	0,9036	0,9130
3	0	ML	0,9222	0,8970	0,8688	0,8670	0,9638	0,9050	0,9220	0,8770
		MML	0,9355	0,9080	0,9286	0,8770	0,9719	0,9180	0,9286	0,8770
3	1	ML	0,9385	0,8260	0,8227	0,7670	0,9434	0,9380	0,8504	0,8768
		MML	0,9506	0,8330	0,8510	0,7680	0,9962	0,9420	0,8686	0,9030
3	2	ML	0,9335	0,7350	0,8092	0,6670	0,9274	0,9380	0,8212	0,8667
		MML	0,9530	0,7850	0,8231	0,7060	0,9357	0,9490	0,8650	0,9070
3	3	ML	0,9372	0,7320	0,7956	0,5970	0,9586	0,9530	0,8278	0,8597
		MML	0,9969	0,7540	0,8314	0,6510	1,0416	0,9560	0,8533	0,8790
v=30; λ=0; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7038	0,9340	0,7080	0,9300	0,7290	0,9580	0,7301	0,9340
		MML	0,7237	0,9390	0,7498	0,9420	0,7427	0,9610	0,7498	0,9420
1	0	ML	0,7320	0,9320	0,7063	0,9150	0,7237	0,9440	0,7340	0,9290
		MML	0,7352	0,9440	0,7340	0,9290	0,7499	0,9510	0,7433	0,9330
1	1	ML	0,7267	0,8970	0,6941	0,8790	0,7325	0,9430	0,7050	0,8930
		MML	0,7312	0,9070	0,7050	0,8930	0,7379	0,9510	0,7196	0,9350
2	0	ML	0,7491	0,9090	0,7106	0,8690	0,7835	0,9260	0,7290	0,8930
		MML	0,7615	0,9290	0,7290	0,8930	0,7989	0,9280	0,7370	0,9040
2	1	ML	0,7265	0,8540	0,6976	0,8080	0,7672	0,9400	0,6976	0,8210
		MML	0,7481	0,8739	0,6994	0,8210	0,7733	0,9410	0,7275	0,9150
2	2	ML	0,7571	0,8020	0,6803	0,7660	0,7795	0,9430	0,6802	0,8768
		MML	0,7604	0,8230	0,6958	0,7680	0,8018	0,9530	0,7238	0,9110
3	0	ML	0,7405	0,8700	0,7178	0,8390	0,7507	0,8870	0,7353	0,8620
		MML	0,7617	0,8710	0,7352	0,8620	0,7536	0,8930	0,7443	0,8800
3	1	ML	0,7598	0,8200	0,6889	0,7650	0,7456	0,9280	0,6888	0,8765
		MML	0,7612	0,8310	0,6948	0,7764	0,7698	0,9350	0,7267	0,9020
3	2	ML	0,7662	0,7620	0,6734	0,6790	0,7664	0,9480	0,6731	0,8682
		MML	0,7785	0,7858	0,6932	0,6820	0,7895	0,9490	0,7231	0,9190
3	3	ML	0,7713	0,7000	0,6804	0,6240	0,7560	0,9450	0,6797	0,8624
		MML	0,7804	0,7060	0,7071	0,6420	0,7677	0,9500	0,7435	0,9260
v=30; λ=0; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6470	0,9460	0,6237	0,9320	0,6325	0,9510	0,6372	0,9350
		MML	0,6547	0,9480	0,6551	0,9470	0,6483	0,9560	0,6551	0,9470
1	0	ML	0,6066	0,9430	0,6160	0,9300	0,6484	0,9430	0,6312	0,9300
		MML	0,6342	0,9460	0,6383	0,9450	0,6528	0,9470	0,6383	0,9450
1	1	ML	0,6436	0,9080	0,6026	0,8780	0,6131	0,9360	0,6133	0,8920
		MML	0,6501	0,9190	0,6133	0,8920	0,6298	0,9490	0,6193	0,9300
2	0	ML	0,6524	0,9180	0,6131	0,8930	0,6411	0,9230	0,6267	0,9080
		MML	0,6587	0,9270	0,6267	0,9080	0,6480	0,9240	0,6303	0,9080
2	1	ML	0,6304	0,8560	0,6075	0,8240	0,6540	0,9400	0,6079	0,8470
		MML	0,6443	0,8660	0,6079	0,8470	0,6558	0,9450	0,6242	0,9370
2	2	ML	0,6176	0,7860	0,5920	0,7620	0,6326	0,9530	0,5919	0,9400
		MML	0,6307	0,7980	0,6018	0,7710	0,6629	0,9640	0,6182	0,9771
3	0	ML	0,6490	0,8810	0,6272	0,8670	0,6174	0,8830	0,6356	0,8930
		MML	0,6562	0,9140	0,6355	0,8930	0,6360	0,8920	0,6452	0,8960
3	1	ML	0,6496	0,8190	0,6047	0,8110	0,6038	0,9120	0,6047	0,9081
		MML	0,6634	0,8500	0,6109	0,8479	0,6343	0,9310	0,6298	0,9210
3	2	ML	0,6380	0,7730	0,5915	0,7110	0,6515	0,9510	0,5914	0,8721
		MML	0,6401	0,7940	0,6101	0,7210	0,6557	0,9570	0,6295	0,9360
3	3	ML	0,6518	0,7100	0,5817	0,6430	0,6824	0,9470	0,5815	0,8643
		MML	0,6553	0,7697	0,6091	0,6460	0,6915	0,9520	0,6278	0,9180

Çizelge 4.18 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0.4$; $v=30$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=30; λ=0.4; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8500	0,9470	0,8013	0,9200	0,8232	0,9410	0,7931	0,9200
		MML	0,8511	0,9603	0,8265	0,9770	1,1029	0,9520	0,8263	0,9725
1	0	ML	0,9123	0,9300	0,7583	0,8746	0,8445	0,9340	0,7675	0,8850
		MML	0,9882	0,9520	0,7744	0,8850	1,0643	0,9550	0,7901	0,9067
1	1	ML	0,8721	0,9310	0,7341	0,8500	0,8201	0,9360	0,7284	0,8500
		MML	0,8954	0,9310	0,7569	0,8763	1,0747	0,9500	0,7564	0,8682
2	0	ML	0,8899	0,9200	0,7528	0,7086	0,9070	0,9230	0,7585	0,8600
		MML	0,8918	0,9490	0,7634	0,7350	1,0370	0,9290	0,7754	0,8365
2	1	ML	0,8952	0,8900	0,7155	0,8060	0,8700	0,9410	0,7113	0,8060
		MML	0,8953	0,9430	0,7513	0,8472	1,0708	0,9450	0,7519	0,8628
2	2	ML	0,8907	0,8760	0,6908	0,7340	0,9287	0,9480	0,6874	0,7065
		MML	0,9215	0,9460	0,7078	0,7625	1,0519	0,9510	0,7100	0,7340
3	0	ML	0,8933	0,9180	0,7589	0,8360	0,8983	0,8970	0,7564	0,8360
		MML	0,9278	0,9390	0,7995	0,8719	1,0328	0,9210	0,7751	0,8573
3	1	ML	0,8881	0,8810	0,7096	0,7760	0,8649	0,9210	0,7069	0,7760
		MML	0,9013	0,9470	0,7471	0,7969	0,9905	0,9360	0,7481	0,7962
3	2	ML	0,9093	0,8935	0,6766	0,6730	0,9181	0,9470	0,6469	0,6330
		MML	0,9313	0,9400	0,6946	0,6870	1,0273	0,9544	0,6740	0,6730
3	3	ML	0,8855	0,9282	0,6570	0,6070	0,8890	0,9390	0,6545	0,5900
		MML	0,9288	0,9530	0,6846	0,6560	1,0209	0,9520	0,6746	0,6070
v=30; λ=0.4; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8855	0,9282	0,6570	0,6070	0,8890	0,9390	0,6545	0,5900
		MML	0,9288	0,9530	0,6846	0,6560	1,0209	0,9520	0,6746	0,6070
1	0	ML	0,6888	0,9410	0,6377	0,9060	0,8678	0,9330	0,6318	0,9060
		MML	0,7105	0,9899	0,6496	0,9733	0,8744	0,9330	0,6476	0,9699
1	1	ML	0,6878	0,9190	0,6098	0,8680	0,8335	0,9530	0,6046	0,8680
		MML	0,6934	0,9315	0,6485	0,8747	0,8722	0,9540	0,6459	0,8696
2	0	ML	0,7057	0,9190	0,6329	0,8729	0,8705	0,9140	0,6279	0,8900
		MML	0,7144	0,9320	0,6464	0,8900	0,8821	0,9320	0,6452	0,9164
2	1	ML	0,7307	0,9130	0,5981	0,8120	0,8730	0,9520	0,5937	0,8120
		MML	0,7516	0,9330	0,6145	0,8719	0,8993	0,9530	0,6436	0,8630
2	2	ML	0,7138	0,8710	0,5847	0,7440	0,8602	0,9530	0,5430	0,6957
		MML	0,7382	0,9300	0,6045	0,7490	0,8718	0,9560	0,5808	0,7490
3	0	ML	0,7267	0,9110	0,6300	0,8460	0,8732	0,9010	0,6263	0,8460
		MML	0,7436	0,9430	0,6444	0,8735	0,9114	0,9300	0,6434	0,8596
3	1	ML	0,7280	0,8770	0,5922	0,7880	0,8733	0,9210	0,5886	0,7880
		MML	0,7504	0,9500	0,6042	0,7923	0,8991	0,9520	0,6133	0,8060
3	2	ML	0,7320	0,8937	0,5747	0,7060	0,8141	0,9470	0,5717	0,6520
		MML	0,7481	0,9500	0,6042	0,7140	0,8532	0,9530	0,6066	0,7060
3	3	ML	0,7099	0,9330	0,5417	0,6820	0,7274	0,9480	0,5593	0,6170
		MML	0,7623	0,9420	0,5618	0,7360	0,8612	0,9580	0,5740	0,6820
v=30; λ=0.4; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5887	0,8110	0,4737	0,9190	0,7582	0,9430	0,5614	0,9190
		MML	0,6108	0,9340	0,5669	0,9655	0,7716	0,9430	0,6143	0,9725
1	0	ML	0,5989	0,8530	0,4404	0,9250	0,7605	0,9460	0,5474	0,9250
		MML	0,6270	0,9570	0,5525	0,9687	0,7971	0,9530	0,5741	0,9670
1	1	ML	0,6122	0,9330	0,5327	0,8870	0,7160	0,9550	0,5281	0,8870
		MML	0,6195	0,9869	0,5430	0,8960	0,7560	0,9591	0,5401	0,9068
2	0	ML	0,6026	0,8950	0,4176	0,8709	0,7628	0,9180	0,5443	0,8940
		MML	0,6220	0,9290	0,5489	0,8940	0,7998	0,9390	0,5640	0,9263
2	1	ML	0,6191	0,9070	0,5245	0,8300	0,7624	0,9490	0,5203	0,8300
		MML	0,6208	0,9110	0,5405	0,8713	0,7814	0,9570	0,5383	0,8649
2	2	ML	0,6563	0,8950	0,5152	0,7693	0,7615	0,9410	0,5113	0,7920
		MML	0,6666	0,9220	0,5404	0,7920	0,8072	0,9440	0,5381	0,8163
3	0	ML	0,6066	0,9070	0,5389	0,8690	0,7362	0,8910	0,5350	0,8690
		MML	0,6095	0,9160	0,5393	0,8739	0,7519	0,9160	0,5379	0,8762
3	1	ML	0,6300	0,9100	0,5177	0,7160	0,7629	0,9400	0,5141	0,7634
		MML	0,6663	0,9300	0,5387	0,7880	0,7832	0,9460	0,5370	0,7880
3	2	ML	0,6249	0,8350	0,5086	0,7210	0,7659	0,9400	0,5052	0,7450
		MML	0,6225	0,9350	0,5377	0,7450	0,7917	0,9420	0,5363	0,7634
3	3	ML	0,6236	0,9330	0,5005	0,6810	0,7639	0,9570	0,4366	0,6310
		MML	0,6495	0,9824	0,5385	0,7320	0,7768	0,9600	0,4976	0,6810

Çizelge 4.19 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=0.7$; $v=30$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=30; λ=0.7; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,8367	0,9480	0,7084	0,8732	0,9755	0,9500	0,6977	0,8643
		MML	0,8431	0,9825	0,7630	0,8840	1,1602	0,9620	0,7258	0,8840
1	0	ML	0,8480	0,9570	0,6760	0,8666	0,9776	0,9220	0,6680	0,8710
		MML	0,8732	0,9888	0,6835	0,8710	1,1065	0,9470	0,6751	0,8961
1	1	ML	0,8206	0,8950	0,5361	0,8250	0,9815	0,9440	0,6315	0,8250
		MML	0,8335	0,9190	0,6372	0,8676	1,1233	0,9580	0,6485	0,8573
2	0	ML	0,8359	0,9230	0,6480	0,8420	0,9801	0,9040	0,6466	0,8420
		MML	0,8675	0,9290	0,6665	0,8671	1,0858	0,9380	0,6605	0,8532
2	1	ML	0,8276	0,9260	0,6219	0,8040	0,9854	0,9460	0,6179	0,8040
		MML	0,8725	0,9340	0,6450	0,8645	1,0923	0,9490	0,6438	0,8558
2	2	ML	0,8744	0,9190	0,5894	0,7180	0,8413	0,9490	0,5868	0,7180
		MML	0,9280	0,9390	0,6181	0,7600	1,0597	0,9500	0,6117	0,7551
3	0	ML	0,9428	0,9420	0,6637	0,8070	0,9800	0,9000	0,6601	0,8070
		MML	0,9875	0,9430	0,6905	0,8637	1,0656	0,9200	0,7044	0,8513
3	1	ML	0,8765	0,9200	0,6047	0,7510	0,9861	0,9270	0,6021	0,7510
		MML	0,9006	0,9420	0,6389	0,7586	1,0667	0,9320	0,6394	0,7511
3	2	ML	0,9319	0,9150	0,5367	0,6563	0,8212	0,9460	0,5373	0,6507
		MML	0,9876	0,9440	0,5743	0,6850	1,0108	0,9510	0,5726	0,6850
3	3	ML	0,8588	0,8850	0,5963	0,6510	0,9824	0,9440	0,5369	0,6498
		MML	0,9126	0,9510	0,6367	0,6560	1,0205	0,9500	0,5622	0,6510

v=30; λ=0.7; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7023	0,9530	0,7059	0,8950	0,9618	0,9400	0,5821	0,8654
		MML	0,7679	0,9666	0,7476	0,9069	0,9775	0,9460	0,5835	0,8950
1	0	ML	0,7299	0,9510	0,5653	0,8670	0,9650	0,9380	0,5583	0,8670
		MML	0,7684	0,9750	0,5782	0,8693	1,0119	0,9580	0,6044	0,8990
1	1	ML	0,6779	0,9380	0,5112	0,8440	0,9636	0,9400	0,5297	0,8440
		MML	0,6910	0,9815	0,5352	0,8616	0,9660	0,9520	0,5415	0,8573
2	0	ML	0,7062	0,9420	0,5584	0,8613	0,9561	0,9220	0,5409	0,8575
		MML	0,7681	0,9836	0,6049	0,8650	0,9653	0,9310	0,5526	0,8650
2	1	ML	0,6651	0,9230	0,5240	0,8400	0,8640	0,9380	0,5196	0,8400
		MML	0,6815	0,9870	0,5427	0,8623	0,9079	0,9510	0,5378	0,8572
2	2	ML	0,6612	0,8710	0,5050	0,7750	0,9195	0,9440	0,5015	0,7572
		MML	0,6913	0,9030	0,5412	0,7863	0,9262	0,9660	0,5366	0,7750
3	0	ML	0,6870	0,8770	0,4914	0,8570	0,8654	0,8720	0,5454	0,8523
		MML	0,7044	0,9410	0,5500	0,8627	0,9101	0,9170	0,5809	0,8570
3	1	ML	0,6877	0,8910	0,5178	0,7631	0,9330	0,9350	0,5144	0,7478
		MML	0,7285	0,9230	0,5378	0,7830	0,9711	0,9470	0,5351	0,7830
3	2	ML	0,6642	0,8710	0,4372	0,7400	0,8689	0,9530	0,4344	0,7400
		MML	0,6928	0,9030	0,4978	0,7603	0,9238	0,9570	0,4952	0,7511
3	3	ML	0,7105	0,8910	0,4358	0,5980	0,8687	0,9550	0,4333	0,6495
		MML	0,7660	0,9200	0,4827	0,6630	0,8750	0,9570	0,4806	0,6630

v=30; λ=0.7; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6016	0,9400	0,7080	0,8616	0,8789	0,9600	0,5010	0,8615
		MML	0,6581	0,9518	0,7207	0,8970	0,8590	0,9610	0,5413	0,8970
1	0	ML	0,5889	0,9430	0,4961	0,8543	0,8573	0,9450	0,4900	0,8830
		MML	0,5932	0,9632	0,5231	0,8830	0,8758	0,9500	0,5379	0,8990
1	1	ML	0,5935	0,9360	0,4653	0,8580	0,8584	0,9540	0,4357	0,8562
		MML	0,5937	0,9714	0,4707	0,8538	0,8594	0,9580	0,4656	0,8580
2	0	ML	0,5969	0,9320	0,4489	0,8556	0,8315	0,9130	0,4355	0,8569
		MML	0,5991	0,9737	0,4847	0,8640	0,8546	0,9430	0,4794	0,8640
2	1	ML	0,5938	0,9460	0,4103	0,8260	0,8109	0,9380	0,4337	0,8260
		MML	0,6022	0,9780	0,4585	0,8542	0,8488	0,9510	0,4541	0,8531
2	2	ML	0,6228	0,9180	0,4512	0,8000	0,8273	0,9520	0,4333	0,8000
		MML	0,6374	0,9801	0,4644	0,8536	0,8575	0,9620	0,4475	0,8547
3	0	ML	0,5887	0,9340	0,4035	0,8550	0,8598	0,9120	0,4343	0,8514
		MML	0,6046	0,9802	0,4813	0,8571	0,8727	0,9310	0,4767	0,8550
3	1	ML	0,5913	0,9240	0,4374	0,7558	0,8123	0,9360	0,4322	0,7526
		MML	0,6217	0,9583	0,4551	0,7940	0,8568	0,9480	0,4514	0,7940
3	2	ML	0,5915	0,9060	0,4451	0,7660	0,7580	0,9460	0,4314	0,7577
		MML	0,6160	0,9420	0,4610	0,7740	0,7806	0,9460	0,4419	0,7660
3	3	ML	0,5966	0,8430	0,4346	0,7240	0,7573	0,9420	0,4308	0,7240
		MML	0,6222	0,8840	0,4355	0,7553	0,7913	0,9560	0,4320	0,7536

Çizelge 4.20 θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için elde edilen güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları ($\lambda=1$; $v=30$):(i) $CI^1(\hat{\theta}_{0,ML})$ (ii) $CI^1(\hat{\theta}_{0,MML})$ (iii) $CI^2(\hat{\theta}_{0,ML})$ (iv) $CI^2(\hat{\theta}_{0,MML})$

v=30; λ=1; n1=n2=10										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,7857	0,9430	0,8650	0,8710	0,9709	0,9450	0,6401	0,8740
		MML	0,7929	0,9747	0,8845	0,8740	1,0104	0,9580	0,6576	0,8980
1	0	ML	0,7762	0,9480	0,6145	0,8550	0,9707	0,9370	0,6079	0,8550
		MML	0,7780	0,9833	0,6590	0,8655	1,0973	0,9540	0,6488	0,8653
1	1	ML	0,8529	0,9550	0,5660	0,8050	0,9719	0,9350	0,5630	0,8050
		MML	0,8793	0,9863	0,5986	0,8611	1,0514	0,9540	0,5943	0,8558
2	0	ML	0,7916	0,9450	0,5479	0,8460	0,9976	0,9280	0,5443	0,8460
		MML	0,7983	0,9886	0,5896	0,8638	1,0769	0,9420	0,5857	0,8530
2	1	ML	0,7908	0,9130	0,5380	0,7540	0,9783	0,9540	0,5369	0,7500
		MML	0,8079	0,9350	0,5388	0,7577	1,0079	0,9550	0,5376	0,7540
2	2	ML	0,8358	0,9220	0,5070	0,7070	0,9754	0,9410	0,5075	0,7070
		MML	0,8514	0,9230	0,5360	0,7534	1,0128	0,9500	0,5354	0,7471
3	0	ML	0,7941	0,9190	0,5413	0,8360	0,9748	0,9180	0,5406	0,8360
		MML	0,8292	0,9400	0,5799	0,8619	1,0016	0,9280	0,5783	0,8499
3	1	ML	0,8159	0,9340	0,5217	0,7505	0,9786	0,9280	0,5220	0,7449
		MML	0,8483	0,9420	0,5340	0,7530	1,0320	0,9420	0,5341	0,7530
3	2	ML	0,8111	0,9310	0,4311	0,7010	0,9079	0,9530	0,4317	0,7010
		MML	0,8811	0,9450	0,4892	0,7499	0,9382	0,9550	0,4907	0,7457
3	3	ML	0,7920	0,8960	0,4652	0,6640	0,9406	0,9470	0,4302	0,6464
		MML	0,8249	0,9280	0,4297	0,6920	0,9796	0,9540	0,4675	0,6640
v=30; λ=1; n1=n2=15										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,6673	0,9400	0,8531	0,8643	0,9826	0,9520	0,5231	0,8670
		MML	0,6809	0,9577	0,8584	0,8670	1,0209	0,9630	0,5459	0,8857
1	0	ML	0,6603	0,9390	0,5505	0,8770	0,9591	0,9470	0,4993	0,8770
		MML	0,6659	0,9716	0,6071	0,8962	0,9712	0,9480	0,5046	0,8956
1	1	ML	0,6512	0,9450	0,5474	0,8270	0,9612	0,9470	0,4704	0,8270
		MML	0,6782	0,9733	0,5733	0,8550	0,9995	0,9610	0,4946	0,8484
2	0	ML	0,6589	0,9360	0,4789	0,8280	0,9332	0,9190	0,4768	0,8280
		MML	0,6670	0,9792	0,4951	0,8575	0,9606	0,9370	0,4912	0,8524
2	1	ML	0,6300	0,9210	0,4410	0,7533	0,5911	0,9460	0,4340	0,7510
		MML	0,6360	0,9809	0,4574	0,7920	0,6077	0,9550	0,4553	0,7920
2	2	ML	0,6216	0,9410	0,4376	0,8000	0,8590	0,9440	0,4400	0,8000
		MML	0,6730	0,9819	0,4409	0,8523	0,8986	0,9500	0,4432	0,8504
3	0	ML	0,6504	0,9400	0,4830	0,8160	0,8650	0,9140	0,4347	0,8160
		MML	0,6808	0,9828	0,4969	0,8574	0,8998	0,9290	0,4803	0,8500
3	1	ML	0,6659	0,9390	0,4536	0,7770	0,8606	0,9340	0,4523	0,7770
		MML	0,6896	0,9863	0,4595	0,7952	0,8760	0,9470	0,4731	0,7970
3	2	ML	0,6548	0,8630	0,4326	0,7340	0,8650	0,9490	0,4297	0,7340
		MML	0,6684	0,9270	0,4327	0,7523	0,8850	0,9550	0,4325	0,7470
3	3	ML	0,6217	0,8630	0,4207	0,7180	0,8650	0,9520	0,4211	0,7180
		MML	0,6448	0,9070	0,4314	0,7521	0,8901	0,9530	0,4288	0,7470
v=30; λ=1; n1=n2=20										
S1	S2		(i)	CP	(ii)	CP	(iii)	CP	(iv)	CP
0	0	ML	0,5496	0,9378	0,8216	0,8572	0,9122	0,9510	0,4012	0,8541
		MML	0,5655	0,9540	0,8461	0,8830	0,9531	0,9610	0,4551	0,8830
1	0	ML	0,5604	0,9340	0,5442	0,8512	0,8523	0,9370	0,4375	0,8529
		MML	0,5631	0,9529	0,5962	0,8610	0,8883	0,9540	0,4589	0,8610
1	1	ML	0,5394	0,9490	0,5422	0,8570	0,8537	0,9500	0,4184	0,8570
		MML	0,5497	0,9525	0,5422	0,8651	0,8623	0,9520	0,4344	0,8753
2	0	ML	0,5597	0,9480	0,4326	0,8570	0,8557	0,9310	0,4287	0,8570
		MML	0,5658	0,9627	0,4610	0,8505	0,8657	0,9410	0,4332	0,8950
2	1	ML	0,5633	0,9280	0,4111	0,8240	0,8030	0,9430	0,4085	0,8240
		MML	0,5658	0,9657	0,4501	0,8460	0,8531	0,9520	0,4315	0,8552
2	2	ML	0,5505	0,9350	0,4390	0,7462	0,8164	0,9450	0,4394	0,7490
		MML	0,5542	0,9677	0,4395	0,7970	0,8539	0,9590	0,4430	0,7970
3	0	ML	0,5433	0,9410	0,4011	0,8490	0,8250	0,8900	0,4244	0,8490
		MML	0,5566	0,9697	0,4273	0,8500	0,8511	0,9320	0,4312	0,8494
3	1	ML	0,5427	0,9480	0,4016	0,8110	0,7527	0,9340	0,3997	0,8110
		MML	0,5676	0,9729	0,4352	0,8471	0,7754	0,9480	0,4288	0,8507
3	2	ML	0,5610	0,9290	0,4338	0,7466	0,7517	0,9540	0,4280	0,7472
		MML	0,5754	0,9761	0,4386	0,7760	0,7803	0,9560	0,4385	0,7760
3	3	ML	0,6131	0,9400	0,4315	0,7442	0,7320	0,9440	0,4372	0,7529
		MML	0,6545	0,9767	0,4373	0,7620	0,7502	0,9480	0,4680	0,7620

Bu bölümde AFT modelde hataların dağılımının çarpık- t dağılım olduğu durumda AFT model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı % 95 güven düzeyi için güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları Monte Carlo simülasyon çalışması ile elde edilmiştir. Simülasyon çalışması farklı çarpıklık değerleri, serbestlik dereceleri ve farklı sansür sayılarına göre yapılmıştır.

Çizelge 4.9-4.20'ye bakıldığında, AFT modelde hata terimleri çarpık- t dağıldığı koşulda farklı çarpıklık değerleri, serbestlik dereceleri ve sansür sayıları için θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerinin, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerine göre daha kısa olduğu görülmektedir.

Bununla birlikte, simülasyon sonuçlarından, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarının, ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarından daha yüksek olduğu görülmektedir.

Ancak, MML tahmin edicileri, ML tahmin edicilerinin özelliklerini taşımakla beraber, hesaplanması da ML tahmin edicilerine göre daha kolaydır. ML tahmin edicileri hesaplanırken iteratif yöntemler kullanılırken, MML tahmin edicileri iterasyona gerek kalmadan direk olarak hesaplanmaktadır.

5. UYGULAMA

Bu bölümde, simülasyonla elde edilen veriler kullanılarak önceki bölümlerde AFT model için geliştirilen teorinin uygulamaları yapılmıştır.

5.1 Uygulama 1

Çizelge 5.1’de dört farklı stres düzeyi için bozulma süresini ifade eden ve simülasyon yolu ile ayrı ayrı elde edilmiş veriler sunulmuştur. Her bir stres düzeyi için $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 15$ veri bulunmaktadır. Söz konusu veri seti dört stres düzeyli AFT modele örnektir.

Çizelge 5.1 Dört farklı stres düzeyi için simülasyonla elde edilmiş bozulma süreleri

Stres				Bozulma süreleri											
0,1041	0,1689	0,1992	0,2803	0,3612	0,4127	0,5544	0,7294	1,7498	1,8265	2,2881	2,8341	3,6814	4,4965	9,5362	10,8085
0,3093	0,2289	0,3808	0,4894	0,6482	0,8339	1,0512	1,3715	1,597	1,7148	2,0738	2,1898	2,6485	4,0233	4,6875	7,9486
1,7736	0,1602	0,3638	0,4098	0,4441	0,6247	0,843	0,9346	1,1766	1,3503	1,3883	2,0436	2,3347	2,6894	4,1066	4,4009
1,8616	0,1907	0,4939	0,6353	0,6748	0,7057	0,9864	1,3975	1,477	1,595	1,7232	1,8923	2,4303	2,7685	3,9059	4,0825

Öncelikle hata terimlerinin dağılımını belirlemek için kullanılan görsel bir teknik olan Q-Q grafiği tekniği kullanılmıştır. Q-Q grafiği tekniği aşağıdaki adımlar izlenerek yapılmıştır.

i. AFT model, bölüm 3’te ifade edildiği gibi, $T_{i:n_k}$, k -ıncı stres düzeyine (sıcaklık, voltaj...) maruz bırakılan (k -ıncı grup) ürünün yaşam süresi ve,

$$y_{i:n_k} = \ln(T_{i:n_k}), \quad i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, a$$

olmak üzere,

$$y_{i:n_k} = \theta_0 + \theta_1 x_k + \sigma \varepsilon_{i:n_k}$$

şeklindedir (Chan vd. 2008).

Bu durumda, her sıcaklık derecesi için elde edilen bozulma süresi verileri öncelikle küçükten büyüğe doğru sıralanır: $T_{1:n_k} < T_{2:n_k} < \dots < T_{n_k:n_k}$

Daha sonra sıralanan verilerin logaritması alınır. Böylece yukarıdaki eşitlikte ifade edilen

$$y_{1:n_k} < y_{2:n_k} < \dots < y_{n_k:n_k}$$

değerleri elde edilir.

ii. $z_{(i)} = \frac{y_{(i)} - \mu}{\sigma}$ olmak üzere, $t_{(i)} = E(z_{(i)})$ değerleri yaklaşık olarak hesaplanır.

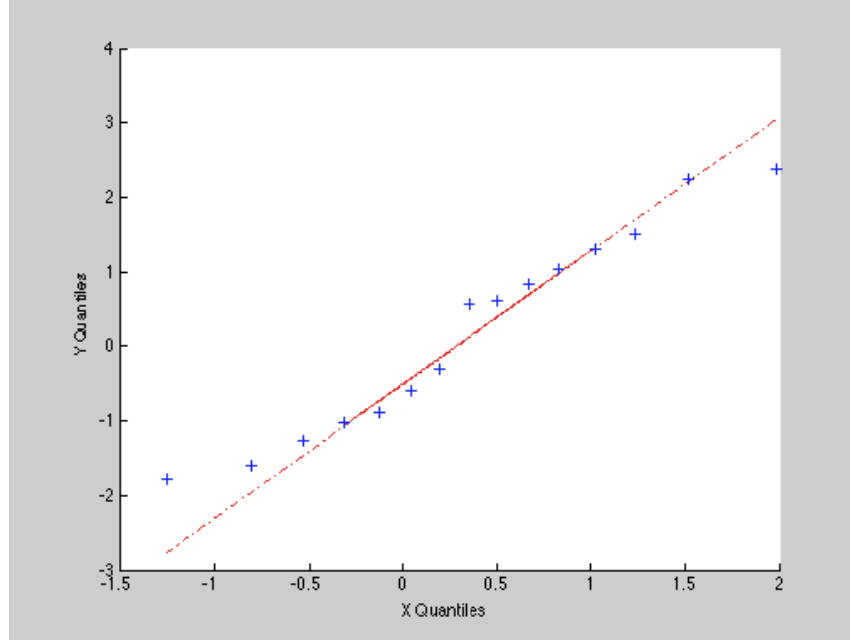
$t_{(i)}$ değerleri, “ F ”, “ y ” rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonu olmak üzere,

$$F(t_{(i)}) = \int_{-\infty}^{t_{(i)}} f(z) dz = \frac{i}{n+1}$$

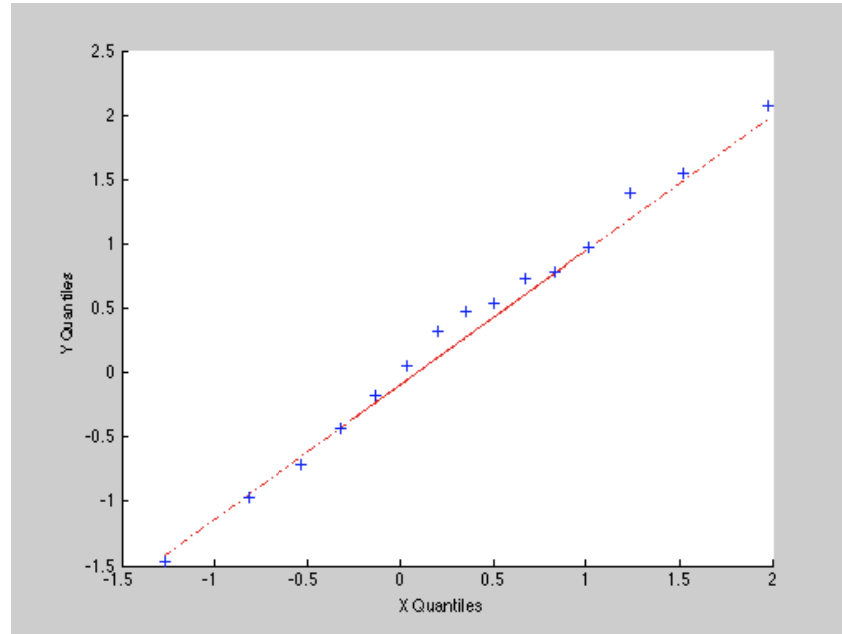
eşitliği kullanılarak, $t_{(i)} = F^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right)$ şeklinde hesaplanır (Tiku ve Akkaya 2004).

iii. (i) ve (ii)’de ifade edilen işlemler yapıldıktan sonra her bir sıcaklık derecesi için Q-Q grafikleri, $y_{(i:n_k)}$ değerleri, y eksenine; $t_{(i)}$ değerleri x eksenine, gelecek şekilde grafiğe yerleştirilerek çizilir. Veriler düz bir doğru üzerinde yayılım gösteriyorsa, veriler belirtilen dağılıma uygundur denir.

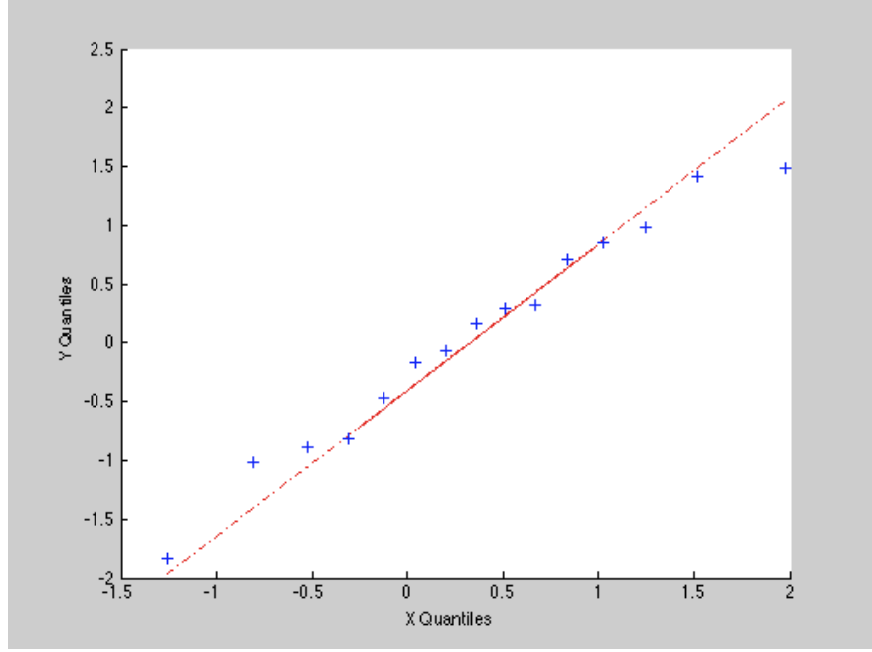
Farklı çarpıklık değerleri (λ) için, her bir sıcaklık derecesi için elde edilmiş bozulma süresi verilerine ait Q-Q grafikleri elde edilmiştir. Bu grafikler arasında, çarpıklık parametresi ($\lambda = 0.5$) olan Çarpık Normal dağılımının hata terimlerinin dağılımına en iyi uyum gösterdiği belirlenmiştir. (Şekil 5.1-5.4)



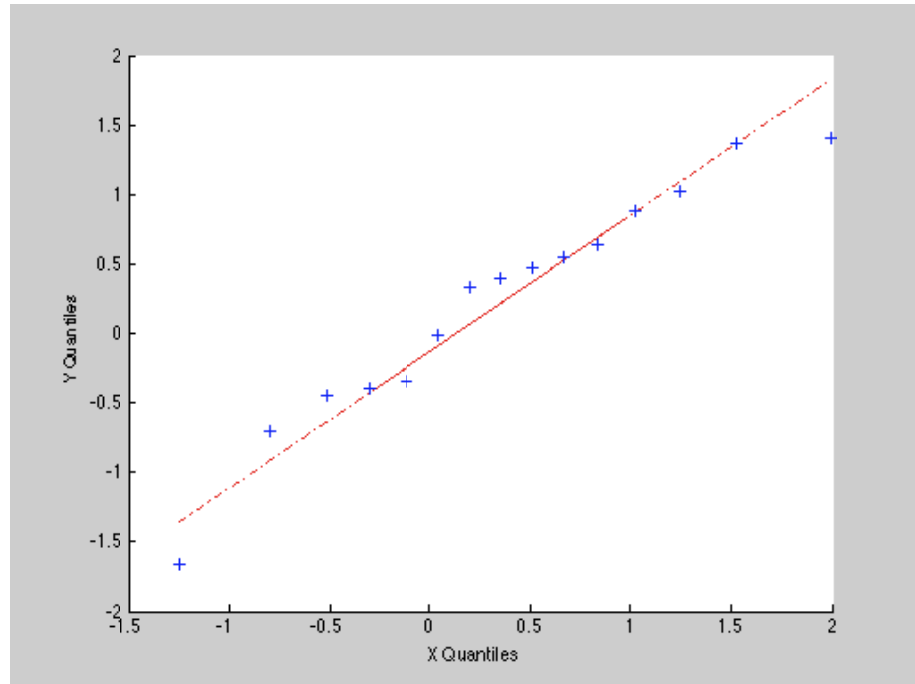
Şekil 5.1 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(1. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.5$



Şekil 5.2 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(2. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.5$



Şekil 5.3 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(3. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.5$



Şekil 5.4 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(4. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.5$

Dört farklı stress düzeyi için elde edilen bozulma süresi verilerinin kullanıldığı AFT model parametreleri, farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu tahmin değerleri çizelge 5.2’de verilmektedir.

Çizelge 5.2 Uygulama 1’de farklı sansür değerleri için θ_0 , θ_1 ve σ ’nın ML ve MML tahmin edicileri

s1	s2	s3	s4	teta0ml	teta0mml	teta1ml	teta1mml	sigmamml	sigmamml
0	0	0	0	-0,1778	-0,3279	0,5421	0,9825	1,0985	1,4593
0	0	0	2	-0,2086	-0,3534	0,7652	1,0137	1,1065	1,4683
0	0	0	4	-0,2145	-0,3546	0,8306	1,0288	1,1135	1,5104
0	0	2	0	-0,2099	-0,3356	0,7953	0,9895	1,1033	1,5129
0	0	2	2	-0,2459	-0,3873	0,6920	0,9927	1,0900	1,4795
0	0	2	4	-0,2562	-0,3951	0,7192	1,0487	1,0940	1,4711
0	0	4	0	-0,2167	-0,3565	0,7095	1,0119	1,0871	1,5066
0	0	4	2	-0,2569	-0,3949	0,6243	1,0287	1,0952	1,5190
0	0	4	4	-0,2694	-0,4042	0,8814	1,0233	1,1145	1,5469

Dört farklı stress düzeyi için elde edilen bozulma süresi verilerinin kullanıldığı AFT model parametrelerinin, farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin edicilere dayalı %95 güven aralıkları elde edilmiştir. Güven aralığı genişlikleri çizelge 5.3’te sunulmaktadır.

Çizelge 5.3 Uygulama 1’de elde edilen ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven aralığı genişlikleri

	teta0ml	teta0mml	teta1ml	teta1mml
s 1=0, s 2=0, s 3=0, s 4=0	0,5550	0,7058	0,3701	0,4412
s 1=0, s 2=0, s 3=0, s 4=2	0,5643	0,6894	0,3759	0,4373
s 1=0, s 2=0, s 3=0, s 4=4	0,5784	0,6864	0,3857	0,4431
s 1=0, s 2=0, s 3=2, s 4=0	0,5625	0,6945	0,3743	0,4413
s 1=0, s 2=0, s 3=2, s 4=2	0,5712	0,6866	0,3798	0,4453
s 1=0, s 2=0, s 3=2, s 4=4	0,5867	0,6767	0,3904	0,4402
s 1=0, s 2=0, s 3=4, s 4=0	0,5780	0,6807	0,3846	0,4393
s 1=0, s 2=0, s 3=4, s 4=2	0,5885	0,6742	0,3911	0,4384
s 1=0, s 2=0, s 3=4, s 4=4	0,6067	0,6826	0,4035	0,4459

Uygulama 1’de, çizelge 5.1’de sunulan veriler simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Bu veriler kullanılarak dört farklı stres düzeyi için oluşturulan AFT model parametreleri, θ_0 ve θ_1 farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemleri kullanılarak tahmin edilmiştir ve bu tahmin edicilere dayalı güven aralıkları genişlikleri elde edilmiştir.

Çizelge 5.2’de ML ve MML tahmin edicilerinin birbirine yakın değerler olduğu görülmektedir.

Çizelge 5.3’te ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için güven aralıklarının genişlikleri sunulmaktadır. Çizelge 5.3’e göre MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları, ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarına göre daha geniştir.

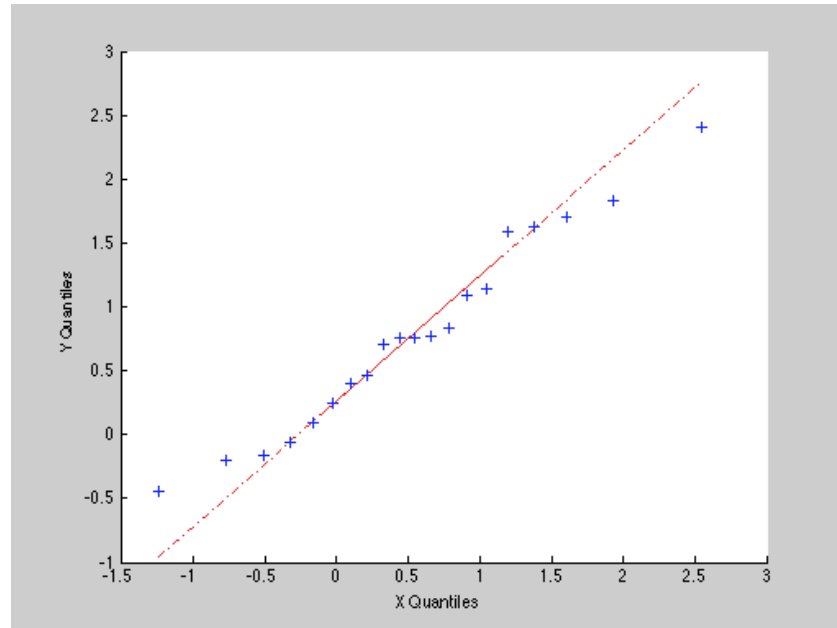
5.2 Uygulama 2

Çizelge 5.4’de üç farklı stres düzeyi için bozulma süresini ifade eden ve simülasyon yolu ile ayrı ayrı elde edilmiş veriler sunulmuştur. Herbir stres düzeyi için $n_1 = n_2 = n_3 = 20$ veri bulunmaktadır. Söz konusu veri seti üç stres düzeyli AFT modele örnektir.

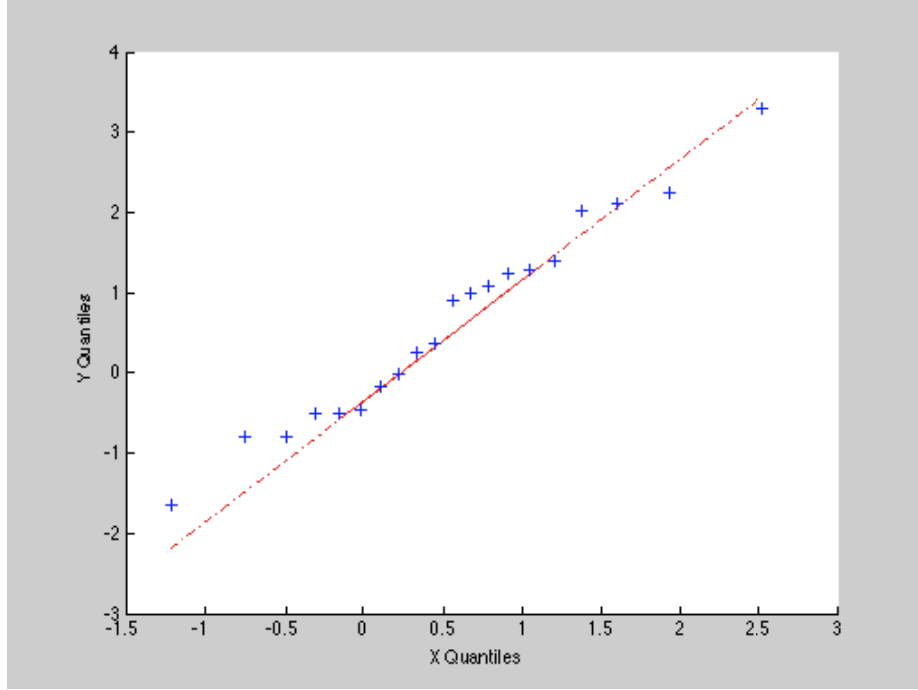
Çizelge 5.4 Üç farklı stres düzeyi için simülasyonla elde edilmiş bozulma süreleri

Stres	Bozulma süreleri																			
0,4563	0,1916	0,4500	0,4507	0,6053	0,6079	0,6241	0,8465	0,9920	1,2898	1,4460	2,4542	2,6837	2,9364	3,4719	3,6339	4,0589	7,6034	8,2581	9,3746	18,0041
0,9390	0,6408	0,8187	0,8548	0,9418	1,1023	1,2749	1,4896	1,5798	2,0182	2,1219	2,1236	2,1507	2,3023	2,9805	3,1484	4,8652	5,1054	5,4882	6,2370	11,0696
1,0263	0,6499	0,7111	0,7160	0,7351	1,0290	1,3102	1,5903	1,6248	1,6504	1,6862	2,0358	2,0832	2,2938	2,6101	2,9612	3,5559	4,1297	4,4772	4,6307	7,1385

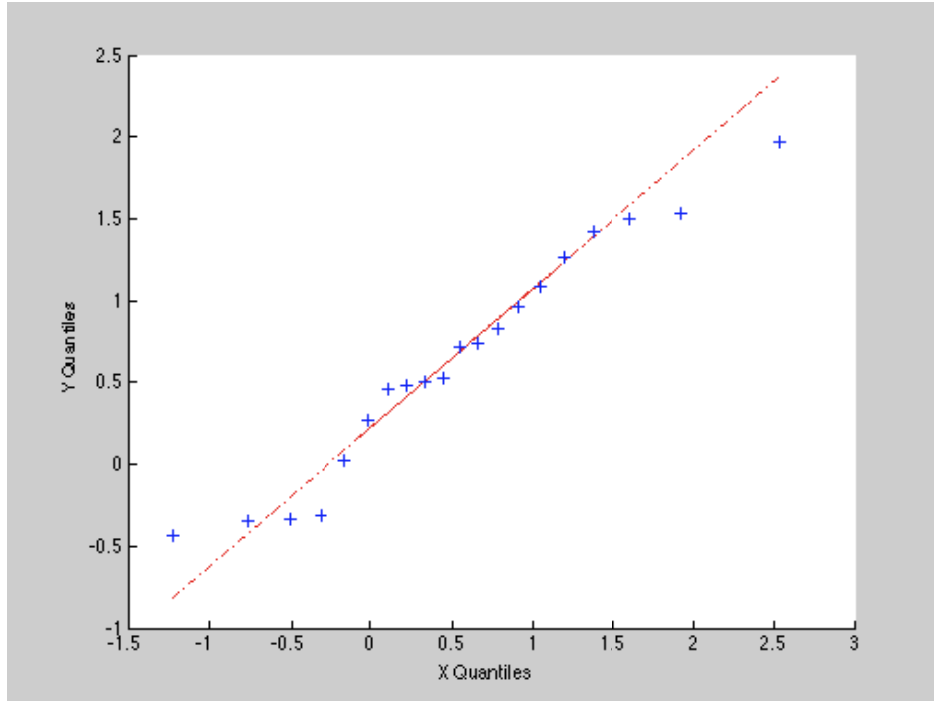
Öncelikle hata terimlerinin dağılımı, Q-Q grafikleri çizilerek belirlenmiştir. Farklı çarpıklık değerleri (λ) ve serbestlik dereceleri (ν) için, her bir sıcaklık derecesi için elde edilmiş bozulma süresi verilerine ait Q-Q grafikleri elde edilmiştir. Bu grafikler arasında, çarpıklık parametresi ($\lambda = 0.8$), serbestlik derecesi ($\nu = 10$) olan Çarpık-t dağılımının hata terimlerinin dağılımına en iyi uyum gösterdiği belirlenmiştir. (Şekil 5.5-5.7)



Şekil 5.5 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(1. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.8$; $\nu = 10$



Şekil 5.6 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(2. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.8$; $v = 10$



Şekil 5.7 Simülasyonla elde edilen bozulma süresi verisi için Q-Q grafiği
(3. derece stress düzeyi), $\lambda = 0.8$; $v = 10$

Üç farklı stress düzeyi için elde edilen bozulma süresi verilerinin kullanıldığı AFT model parametreleri, farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir. Bu tahmin değerleri çizelge 5.5’de verilmektedir.

Çizelge 5.5 Uygulama 2’de farklı sansür değerleri için θ_0 , θ_1 ve σ ’nın ML ve MML tahmin edicileri

s1	s2	s3	teta0ml	teta0mml	teta1ml	teta1mml	sigmamml	sigmamml
0	0	0	0,1879	0,2405	1,1786	1,1821	0,9650	1,0527
0	0	1	0,1898	0,2678	1,1622	1,1757	0,9721	1,0729
0	1	1	0,1902	0,2759	1,1944	1,1992	0,9899	1,2377
0	0	2	0,1930	0,2781	1,1690	1,1895	0,9940	1,2860
0	1	2	0,2023	0,2862	1,1748	1,1984	1,0090	1,2907
0	0	3	0,2184	0,2949	1,1793	1,1847	1,0144	1,3427
0	1	3	0,2271	0,3063	1,1938	1,1977	1,0183	1,3482
0	2	4	0,2467	0,3342	1,2656	1,2768	1,0344	1,3530
0	0	4	0,2306	0,3048	1,2031	1,2113	1,0213	1,3433

Üç farklı stress düzeyi için elde edilen bozulma süresi verilerinin kullanıldığı AFT model parametrelerinin, farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemi kullanılarak elde edilen tahmin edicilere dayalı %95 güven aralıkları elde edilmiştir. Güven aralığı genişlikleri çizelge 5.6’da sunulmaktadır.

Çizelge 5.6 Uygulama 2’de elde edilen ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven aralıklarının beklenen genişlikleri

	teta0ml	teta0mml	teta1ml	teta1mml
s1=0, s2=0, s3=0	0,1879	0,2423	1,2286	1,2799
s1=0, s2=0, s3=1	0,1698	0,2692	1,1944	1,2071
s1=0, s2=1, s3=1	0,1502	0,2256	1,1622	1,1920
s1=0, s2=0, s3=2	0,1530	0,2398	1,1690	1,1860
s1=0, s2=1, s3=2	0,1323	0,2281	1,1348	1,1965
s1=0, s2=0, s3=3	0,1384	0,3921	1,1463	1,2484
s1=0, s2=1, s3=3	0,1173	0,2410	1,1111	1,1720
s1=0, s2=2, s3=4	0,0867	0,1356	1,0656	1,1261
s1=0, s2=0, s3=4	0,1306	0,1770	1,1331	1,1606

Uygulama 2’de, çizelge 5.4’te sunulan veriler simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Bu veriler kullanılarak üç farklı stres düzeyinde elde edilen bozulma süresi verileri için oluşturulan AFT model parametreleri, θ_0 , θ_1 ve σ farklı sansür sayıları için ML ve MML yöntemleri kullanılarak tahmin edilmiştir. θ_0 ve θ_1 parametrelerinin tahmin edicilere dayalı güven aralıkları genişlikleri elde edilmiştir.

Çizelge 5.5’ te, ML ve MML tahmin edicileri birbirine çok uzak değerlerde olmadığı görülmektedir.

Çizelge 5.6’da ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için güven aralıklarının genişlikleri sunulmaktadır. Çizelge 5.6’da MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıkları, ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarına göre daha geniş olduğu görülmektedir.

6. SONUÇ

AFT model, yaşam süresi ve stres arasındaki ilişkiyi ifade eden matematiksel bir modeldir. Yaşam süresi ve stres arasındaki fiziksel ilişkiden doğan modellerde stres değişkenine çeşitli dönüşümler uygulanır. Bu sayede, yaşam süresi ve stres arasındaki ilişki doğrusal regresyon modeliyle gösterimiş olur.

Yaşam-stres modellerinde parametre tahminleri geleneksel olarak LS yöntemi kullanılarak yapılmaktadır. Hata terimlerinin normal dağılıma sahip olması durumunda en etkin yöntem LS yöntemidir. Ancak gerçek hayat problemlerinde normal dağılım varsayımını sağlamak oldukça zordur. Bu varsayım sağlanamadığı durumda ise LS tahmin edicilerinin etkinlikleri düşmektedir. Bu durumda parametrelerin ML tahmin edicileri elde edilmektedir. Fakat çoğunlukla, en çok olabilirlik denklemleri lineer olmayan ifadeler sebebiyle çözülememektedir. Bu sebeple, ML tahmin edicileri iteratif yöntemlerle elde edilmektedir. Bu durumda hata terimlerinin dağılımının normal dağılım olmadığı durum için açık tahmin ediciler elde edilebilecek yöntemler kullanılabilir.

Bu çalışmada ilk olarak, güvenilirlik ve mühendislik alanlarında çok kullanılan yaşam-stres arasındaki fiziksel ilişkiden doğan modeller olan yaşam-stres modellerinden bahsedilmiştir. Daha sonra, bu modellerin genelleştirilmiş hali regresyon modelleri ele alınmıştır. Sonrasında ise, öncelikle mühendislik olmak üzere sağlık, ekonomi gibi birçok alanda kullanılan AFT modelinden bahsedilmiştir. Çalışmada, yaşam-stres modelleri ve AFT modelde hata terimlerinin dağılımının çarpık normal ve çarpık- t olduğu durumlar incelenmiştir. Parametre tahminleri, IRA ile elde edilen ML ve iterasyona gerek kalmadan analitik olarak elde edilen MML yöntemleri kullanılarak yapılmıştır. Bu tahmin edicilerin etkinlikleri MSE'ye göre karşılaştırılmıştır.

Yaşam-stres modelinde hata terimlerinin çarpık normal dağılması durumunda farklı değerlerde çarpıklık parametreleri ve farklı örneklem büyüklükleri için ML ve MML

tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre daha etkin olduğu Monte Carlo simülasyon yöntemiyle saptanmıştır.

Benzer şekilde, yaşam-stres modelinde hata terimlerinin çarpık- t dağılması durumunda ise, θ_0 ve θ_1 parametreleri için ML ve MML tahmin edicilerinin etkinliklerinin LS tahmin edicisine göre oldukça yüksek olduğu farklı serbestlik dereceleri ve çarpıklık değerleri için yapılan Monte Carlo simülasyon çalışmasında görülmüştür. Ancak, σ parametresi için bazı durumlarda LS tahmin edicilerinin etkinliklerinin ML ve MML tahmin edicilerine göre daha yüksek çıktığı görülmektedir.

Çalışmamızda, II. tip sansürlenmiş verilerde AFT model ve hata terimlerinin çarpık normal ve çarpık t dağılması durumları incelenmiştir. Hata terimlerinin dağılımı çarpık normal olduğunda, parametrelerin ML tahmin edicilerinin etkinliklerinin beklenildiği gibi MML tahmin edicilerinin etkinliklerinden az da olsa daha yüksek olduğu çeşitli çarpıklık parametreleri ve farklı sansür değerleri için Monte Carlo simülasyon çalışması yapılarak saptanmıştır.

Çalışmamızda, AFT modelde hataların dağılımının çarpık normal ve çarpık t dağılım olduğu durumda AFT model parametrelerinin ML ve MML tahmin edicilerine dayalı %95 güven düzeyi için güven aralıklarının beklenen genişlikleri ve kapsama olasılıkları Monte Carlo simülasyon çalışması yapılarak elde edilmiştir.

θ_0 ve θ_1 parametrelerinin ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerinin, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının beklenen genişliklerine göre daha kısa olduğu görülmektedir. Ancak, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarının ML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarından daha fazla olduğu belirlenmiştir.

Sonuç olarak, bu çalışmada *tek stres ve karma stres yaşam-stres* modelleri ile AFT model için hata terimlerinin çarpık normal ve çarpık- t dağıldığı durumda model

parametrelerinin ML ve MML tahmin edicileri karşılaştırılmıştır. ML tahmin edicilerinin beklenildiği üzere, az da olsa MML tahmin edicilerine göre daha etkin olduğu görülmüştür.

Ayrıca, yine beklenildiği üzere, ML tahmin edicilerine dayanan güven aralıklarının beklenen genişliklerinin MML tahmin edicilerine göre daha kısa olduğu, MML tahmin edicilerine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılıklarının ise ML tahmin edicilerine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Ancak, ML tahmin edicilerinin analitik çözümü bulunamamakta ve iteratif yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. MML tahmin edicileri ise iterasyona gerek kalmadan bulunmaktadır. Dolayısıyla, MML tahmin edicilerinin hesaplanması daha kolaydır. Bununla beraber, MML tahmin edicileri, ML tahmin edicilerinin özelliklerini taşımakla birlikte, MML tahmin edicileri ML tahmin edicilerine yakın sonuçlar vermektedir.

Bu çalışmada, tek stres ve karma stres yaşam-stres modelleri ile AFT modeli için hata terimlerinin dağılımının normal olmadığı varsayımları altında kullanılabilecek etkin tahmin ediciler elde edilmiştir ve bu tahmin edicilere dayalı güven aralıkları oluşturulmuştur.

KAYNAKLAR

- Anonymous. Web Sitesi:http://reliawiki.com/index.php/Arrhenius_Relationship#Acceleration_Factor, Erişim Tarihi: 12/02/2014
- Arellano-Vale, R. B. and Azzalini, A. 2006. On the unification of families of skew normal distributions. *Scandinavian Journal of Statistics* , Vol. 33, 561-574.
- Arellano-Valle, R. B. and Genton, M. G. 2010. Multivariate extended skew-t distributions and related families. *Metron* , Vol. 68, 201-234.
- Arslan, O. 2011. A review on the univariate skew t-distributions. *Far East Journal of theoretical statistics*, Vol. 34-1, 17-34.
- Azzalini, A. 1985. A class of distributions which includes the normal ones. *Scand. Journal of Statistics* , Vol. 12, 171-178.
- Azzalini, A. 1986. Further results on a class of distributions which includes the normal ones. *Statistica* , Vol. 46, 199-208.
- Azzalini, A. and Capitanio, A. 1999. Statistical applications of the multivariate skew normal distributions. *J. R. Stat. Soc.* , Vol. B61, 579-602.
- Azzalini, A. and Genton, M. G. 2008. Robust likelihood methods on the skew t and related distributions. *International Statistical Review* , Vol. 76, 106-129.
- Barnett, V. D. 1966. Evaluation of the maximum likelihood estimator where the likelihood equation has multiple roots. *Biometrika* , Vol. 52, 151-165.
- Bonate, P. L. 2011. *Pharmacokinetic-Pharmacodynamic Modelling and Simulation*. New York: Springer. 618 p. USA.
- Casella, G. and Berger, R. L. 2002. *Statistical Inference*. Duxbury Press, Belmont, CA. 660 p. USA.
- Chan, P. S., Ng, H. T., Balakrishnan, N. and Zhou, Q. 2008. Point and interval estimation for extreme-value regression model under Type-II censoring. *Computational Statistics and Data Analysis* , Vol. 52, 4040-4058.
- Chiogna, M. 1998. Some results on the scalar skew-normal distributions. *J. Ital. Statist. Soc.* , Vol. 1, 1-13.
- Cox, D. R. 1972. Regression models and life-tables. *Journal of the Royal Statistical Society* , Vol. 34, 187-220.

- Çelik, N. 2012. *ANOVA Modellerinde Çarpık Dağılımlar Kullanılarak Dayanıklı İstatistiksel Sonuç Çıkarımı ve Uygulamaları*. Ankara: Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.
- Genton, M. G. 2004. *Skew-elliptical distributions and their applications: a journey beyond normality*. Boca, Raton: Chapman & Hall. 416 p. FL.
- Gupta, A. K. 2003. Multivariate skew t-distribution. *Statistics* , Vol. 37 , 359-363.
- Gupta, A. K., and Huang, W. J. 2002. Quadratic forms in skew normal variates. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* , Vol. 273, 558-564.
- Henze, N. 1986. A probabilistic representation of the "skew normal" distribution. *Scand. J. Statistics* , Vol.13, 271-275.
- Huber, P. J. 1981. *Robust Statistics*. New York: John Wiley and Sons Inc. 380 p. USA.
- Islam, M. Q. and Tiku, M. L. 2004. Multiple linear regression model under nonnormality. *Communications in Statistics Theory and Methods* , Vol. 33, 2443-2467.
- Islam, M. Q., Tiku, M. L., and Yıldırım, F. 2001. Nonnormal regression I. skew distribution. *Communication in Statistics-Theory and Methods* , Vol. 30, 993-1010.
- Islam, M. Q. and Tiku, M. L. 2010. Multiple linear regression model with stochastic design variables. *Journal of Applied Statistics* , Vol. 37, 923-943.
- Kalbfleisch, J. D. and Prentice, R. L. 2002. *The Statistical Analysis of Failure Time Data*. New York: John Wiley & Sons. 462 p. USA.
- Kececioglu, D. and Jacks, J. A. 1984. The Arrhenius, Eyring, inverse power law and combination models in accelerated life testing. *Reliability Engineering* , Vol. 8, 1-9.
- Klembaum, D.G. 1996. *Survival Analysis: A Self learning text*. New York: Springer. 700 p. USA.
- Lawless, J.F. 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data Analysis*. New York: Wiley. 664 p. USA.
- Lee, S.X. and McLachlan GJ, G.J. 2013. Finite mixtures of multivariate skew t-distributions: some recent and new results. *Statistics and Computing* , Vol. DOI 10.1007, 11222-012-9362-4.
- Lin, T.I., Lee J.C, J.C. and Hsieh, W.J. 2007a. Robust mixture modeling using the skew-t distribution. *Statistics and Computing* , Vol. 17, 81-92.

- Lin, T.I., Lee, J.C. and Yen, S.Y. 2007b. Finite mixture modelling using the skew normal distribution. *Statistica Sinica* , Vol. 17, 81-92.
- Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. 1998. *Statistical Methods for Reliability Data*. New York: John Wiley and Sons.
- Mudholkar, G.S. and Hutson, A.D. 2000. The epsilon-skew-normal distribution for analysing near-normal data. *Journal of Statistical Planning and Inference* , Vol. 83, 291-309.
- Nelson, W. 1980. Accelerated life testing step stress model and data analysis. *IEEE Transaction on reliability* , Vol. 29, 103-108.
- Nelson, W. 1990. *Accelerated Testing: Statistical Models; Testing Plans and Data Analysis*. New York: John Wiley & Sons Inc. 624 p. USA.
- Nelson, W. and Hahn, G.S. 1973. Linear estimation of a regression relationship from censored data. Part II-BLUE and theory. *Technometrics* , Vol. 15, 133-150.
- Odell, P.M., Anderson, K.M. and D'Agostino, R.B. 1992. Maximum likelihood estimation for interval-censored data using a Weibull-Based accelerated failure time model. *Biometrics* , Vol. 48, 951-959.
- Pearson, E.S. 1932. The analysis of variance in cases of nonnormal variation. *Biometrika*, Vol. 23, 114-133.
- Pourahmadi, M. 2007. Construction of skew-normal random variables: Are they linear combinations of normal and half normal? *Journal of Statistical Theory and Application* , Vol. 3, 314-328.
- Prentice, R.L. 1975. Discriminant among some parametric models. *Biometrika* , Vol. 62, 607-614.
- Puthenpura, S. and Sinha, N.K. 1986. Modified maximum likelihood method for the robust estimation on system parameters from very noisy data. *Automatica* , Vol. 22, 231-235.
- Rousand, M. and Hoyland, A. 2004. *System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications*. New York: John Willey and Sons Inc. 664 p. USA.
- Sazak, H.S., Tiku, M.L. and İslam, M.Q. 2006. Regression analysis with a stochastic design variable. *International Statistical Review* , Vol. 74, 77-78.
- Şenoğlu, B. and Tiku, M.L. 2001. Analysis of variance in experimental design with nonnormal error distributions. *Communication in Statistics, Theory and Methods* , Vol. 30, 1335-1352.

- Şenoğlu, B. and Tiku, M.L. 2002. Linear contrasts in experimental design with nonidentical error distributions. *Biometrical Journal* , Vol. 44, 359-374.
- Şenoğlu, B., and Tiku, M.L. 2004. Censored and truncated samples in experimental design under non-normality. *Statistical Methods* , Vol. 6, 173-199.
- Smith, W.B., Zeiss, C.D. and Syler, G.W. 1973. Three parameter lognormal estimation from censored data. *J. Indian Statist. Assoc.*, Vol.1, 15-31.
- Tan, W.Y. 1985. On Tiku's robust procedure- a Bayesian insight. *J. Stat. Plan. Inf.*, Vol. 11, 329-340.
- Tiku, M.L. 1967. Estimating the mean and standard deviation from a censored samples. *Biometrika* , Vol. 54, 155-165.
- Tiku, M.L. 1968. Estimating the parameters of normal and logistic distributions from censored samples. *Aust. J. Stat* , Vol. 10, 64-74.
- Tiku, M.L. and Akkaya, A.D. 2004. *Robust Estimation and Hypothesis Testing*. New Age International (P) Limited, Publishers. 372 p. New Delhi.
- Tiku, M.L. and Kumra, S. 1985. Expected values and variances and covariances of ordered statistics for Students t distribution with two degrees of freedom. *J. Stat. Comput. Simul.* , Vol. 21, 391-404.
- Tiku, M.L. and Suresh, R.P. 1992. A new method of estimation for location and scale parameters. *j. Stat. Plann. Inf.* , Vol. 30, 281-292.
- Tiku, M.L., İslam, M.Q. and Selçuk, A.S. 2001. Nonnormal regression II. symmetric distributions . *Communication in Statistics-Theory and Methods* , Vol. 30, 1021-1045.
- Tiku, M.L., Tan, W.Y. and Balakrishnan, N. 1986. *Robust Inference*. New York: Marcel Dekker. 321 p. USA.
- Vaughan, D.C. and Tiku, M.L. 2000. Estimation and hypothesis testing for a nonnormal bivariate distribution with applications. *J. Mathematica and Computer Modelling* , Vol. 32, 53-67.
- Waeber, R. 2008. *Multivariate Skew-Normal Distributions and their Extremal Properties*. Zurich: Swiss Federal Institute of Technology, Master Thesis.
- Wei, L.J. 1992. The accelerated failure time model: a useful alternative to the Cox regression model in survival analysis. *Statistics in Medicine* , Vol. 11, 1871-1879.

EKLER

EK 1 Basit regresyon modeli için Matlab programı kodları.....	159
EK 2 Çoklu regresyon modeli için Matlab programı kodları.....	168
EK 3 II. Tip sansürlenmiş AFT modeli için Matlab programı kodları.....	180

EK 1 Basit Regresyon Modeli için Matlab Programı Kodları

Hata terimlerinin çarpık normal dağılması durumunda basit regresyon için bilgisayar programı

```
clc
clear all; close all;
say=0;
n=20;
lamda=1;

delta1=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
sabit1=sqrt(2/pi);
ortalama=delta1*sabit1;
variance=1-delta1^2*(2/pi);

son=10000;

for i=1:son;

u(:,i)=transpose(rsn(n,0,1,lamda));
uson(:,i)=sort(u(:,i));
x(:,i)=rand(n,1);
y(:,i)=x(:,i)+u(:,i);

% LS tahmin edicileri

teta1lsicin1(:,i)=sum(x(:,i).*(y(:,i)))-
(sum(x(:,i)*sum(y(:,i))))./n;
teta1lsicin2(:,i)=sum(x(:,i).^2)-((sum(x(:,i)))^2)/n;
teta1ls(:,i)=teta1lsicin1(:,i)/teta1lsicin2(:,i);
teta0ls(:,i)=mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*mean(x(:,i));
yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);
sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)/(n-2));
sigmals1(:,i)=sqrt(sum((y(:,i)-mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*(x(:,i)-
mean(x(:,i))))).^2)/(n-2));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilda(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmatilda(:,i));
W=[els(:,i) y(:,i) x(:,i)];
Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
xc(:,i)=Word(:,3);
end

% MML Tahmin edicileri
```

```

for k=1:n
toplamin(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin(k,:)=toplamin(k,:)+yc(k,i);
end
end

tmml=toplamin/son;
betailk1=lamda^2.*tmml.*normpdf(lamda.*tmml,0,1).*normcdf(lamda.*tmml,
0,1)+lamda.*normpdf(lamda.*tmml,0,1).*normpdf(lamda.*tmml,0,1);

betailk2=normcdf(lamda.*tmml,0,1).*normcdf(lamda.*tmml,0,1);
beta1=betailk1./betailk2;
beta=1+lamda.*beta1;
alfaicin1=normpdf(lamda.*tmml,0,1)./normcdf(lamda.*tmml,0,1);
alfaicin2=tmml.*beta1;
alfa=(alfaicin1+alfaicin2);
delta=lamda*alfa;
delta1=sum(lamda.*alfa);
m=sum(beta);

for i=1:son

yort(:,i)=sum(beta.*yc(:,i))./m;
xort(:,i)=sum(beta.*xc(:,i))./m;

K1(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).*yc(:,i));
K2(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).^2);
K(:,i)=K1(:,i)/K2(:,i);

D1(:,i)=sum(delta.*(xc(:,i)-xort(:,i))));
D2(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).^2);
D(:,i)=D1(:,i)/D2(:,i);

B(:,i)=sum(delta.*(yc(:,i)-yort(:,i)-K(:,i).*(xc(:,i)-xort(:,i))));
C(:,i)=sum(beta.*(yc(:,i)-yort(:,i)-K(:,i).*(xc(:,i)-xort(:,i))).^2);
sigmamml(:,i)=(-B(:,i)+sqrt((B(:,i).^2)+4*n*C(:,i)))/(2*sqrt(n*(n-2)));
teta1mml(:,i)=K(:,i)-D(:,i).*sigmamml(:,i);
teta0mml(:,i)=yort(:,i)-teta1mml(:,i).*xort(:,i)-((delta1/m).*sigmamml(:,i));

end

% ML Tahmin edicileri

%Section I

```

for i=1:son

```
yor(:,i)=sum(y(:,i))./n;
xor(:,i)=sum(x(:,i))./n;
zc(:,i)=(y(:,i)-teta0tilda(:,i)-teta1ls(:,i).*x(:,i))./sigmatilda(:,i);
g(:,i)=normpdf(lamda.*zc(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc(:,i),0,1);
gor(:,i)=sum(g(:,i))./n;
P1(:,i)=sum(x(:,i).*y(:,i))-(n.*xor(:,i).*yor(:,i));
P2(:,i)=sum(x(:,i).^2)-n.*xor(:,i).^2;
R1(:,i)=sum(x(:,i).*g(:,i))-(n.*xor(:,i).*gor(:,i));
P(:,i)=P1(:,i)/P2(:,i);
R(:,i)=R1(:,i)/P2(:,i);
sigmailk1(:,i)=sum((y(:,i)-yor(:,i)-P(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i))).^2);
s1(:,i)=(lamda.^2)*sum(((R(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i)))+gor(:,i)).^2);
s(:,i)=s1(:,i)/n;
sigmailkml1(:,i)=sigmailk1(:,i)/((n-2)*(1-s(:,i)));
sigmailk(:,i)=sqrt(sigmailkml1(:,i));
teta1ilk(:,i)=P(:,i)-sigmatilda(:,i).*lamda.*R(:,i);
teta0ilk(:,i)=yor(:,i)-teta1ls(:,i).*xor(:,i)-sigmatilda(:,i).*lamda.*gor(:,i);
```

%Section II

```
yor(:,i)=sum(y(:,i))./n;
xor(:,i)=sum(x(:,i))./n;
zc2(:,i)=(y(:,i)-teta0ilk(:,i)-teta1ilk(:,i).*x(:,i))./sigmailk(:,i);
g2(:,i)=normpdf(lamda.*zc2(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc2(:,i),0,1);
g2or(:,i)=sum(g2(:,i))./n;
P12(:,i)=sum(x(:,i).*y(:,i))-(n.*xor(:,i).*yor(:,i));
P22(:,i)=sum(x(:,i).^2)-n.*xor(:,i).^2;
R12(:,i)=sum(x(:,i).*g2(:,i))-(n.*xor(:,i).*g2or(:,i));
P2(:,i)=P12(:,i)/P22(:,i);
R2(:,i)=R12(:,i)/P22(:,i);
sigmason1(:,i)=sum((y(:,i)-yor(:,i)-P2(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i))).^2);
s2(:,i)=(lamda.^2)*sum(((R2(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i)))+g2or(:,i)).^2);
sson(:,i)=s2(:,i)/n;
sigmasonml1(:,i)=sigmason1(:,i)/((n-2)*(1-sson(:,i)));
sigmason(:,i)=sqrt(sigmasonml1(:,i));
teta1son(:,i)=P2(:,i)-sigmailk(:,i).*lamda.*R2(:,i);
teta0son(:,i)=yor(:,i)-teta1ilk(:,i).*xor(:,i)-sigmailk(:,i).*lamda.*g2or(:,i);
```

% Section-3

```
fark1(:,i)=abs(teta0son(:,i)-teta0ilk(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1son(:,i)-teta1ilk(:,i));
fark3(:,i)=abs(sigmason(:,i)-sigmailk(:,i));
```

```
fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i)];
V(:,i)=norm(fark(:,i));
```

```
while V(:,i)>0.01
```

```
yest3(:,i)=y(:,i)-teta0son(:,i)-teta1son(:,i).*x(:,i);
zc3(:,i)=(y(:,i)-teta0son(:,i)-teta1son(:,i).*x(:,i))./sigmason(:,i);
g3(:,i)=normpdf(lamda.*zc3(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc3(:,i),0,1);
g3or(:,i)=sum(g3(:,i))/n;
P13(:,i)=sum(x(:,i).*y(:,i))-(n.*xor(:,i).*yor(:,i));
P23(:,i)=sum(x(:,i).^2)-n.*xor(:,i).^2;
R13(:,i)=sum(x(:,i).*g3(:,i))-(n.*xor(:,i).*g3or(:,i));
P3(:,i)=P13(:,i)/P23(:,i);
R3(:,i)=R13(:,i)/P23(:,i);
sigmaest1(:,i)=sum((y(:,i)-yor(:,i)-P3(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i))).^2);
s3(:,i)=(lamda.^2)*sum(((R3(:,i).*(x(:,i)-xor(:,i)))+g3or(:,i)).^2);
sson3(:,i)=s3(:,i)/n;
sigmaestml1(:,i)=sigmaest1(:,i)/((n-2)*(1-sson3(:,i)));
sigmaest(:,i)=sqrt(sigmaestml1(:,i));
teta1est(:,i)=P3(:,i)-sigmason(:,i).*lamda.*R3(:,i);
teta0est(:,i)=yor(:,i)-teta1son(:,i).*xor(:,i)-sigmason(:,i).*lamda.*g3or(:,i);
```

```
fark1(:,i)=abs(teta0est(:,i)-teta0son(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1est(:,i)-teta1son(:,i));
fark3(:,i)=abs(sigmaest(:,i)-sigmason(:,i));
```

```
fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i)];
```

```
V(:,i)=norm(fark(:,i));
```

```
sigmason(:,i)=sigmaest(:,i);
teta0son(:,i)=teta0est(:,i);
teta1son(:,i)=teta1est(:,i);
```

```
end
end
```

Hata terimlerinin çarpık-t dağılımı durumunda basit regresyon için bilgisayar programı

```
clear
clc
n=5;
son=10000;

lamda=1;
duzeltme=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
nu=5;
ortalama=(sqrt(nu/pi))*(gamma((nu-1)/2)/gamma(nu/2))*duzeltme;
variance=(nu/(nu-2))-ortalama^2;

sabit=nu/(nu+1);

for i=1:son

k1(:,i)=transpose(rsn(n,0,1,lamda));
v1(:,i)=chi2rnd(nu,[n 1]);
u1(:,i)=sqrt(nu).*k1(:,i)/sqrt(v1(:,i));

x(:,i)=rand(n,1);
y(:,i)=u1(:,i);

% LS tahmin edicileri
yo(:,i)=sum(y(:,i))./n;
xo(:,i)=sum(x(:,i))./n;
teta1lsicin1(:,i)=(sum(x(:,i).*(y(:,i)))-(sum(x(:,i))*sum(y(:,i))))./n;
teta1lsicin2(:,i)=(sum(x(:,i).^2)-((sum(x(:,i)))^2)/n)/n;
teta1ls(:,i)=teta1lsicin1(:,i)/teta1lsicin2(:,i);
teta0ls(:,i)=mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*mean(x(:,i));
yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);
sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)/(n-2));
sigmals1(:,i)=sqrt(sum((y(:,i)-mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*(x(:,i)-mean(x(:,i))))).^2)/(n-2));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilda(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmals(:,i));
W=[els(:,i) y(:,i) x(:,i)];
Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
xc(:,i)=Word(:,3);
end

%MML için

for k=1:n
toplamin(k,:)=0;
```

```

for i=1:son
    toplamin(k,:)=toplamin(k,:)+yc(k,i);
end
end

tmml=toplamin/son;

beta1=((nu-tmml.^2).*(nu+1))./((nu+tmml.^2).^2);
alfa1=((nu+1).*tmml)./(nu+tmml.^2)-tmml.*beta1;

sabit1=(nu*(nu+2)*lamda.^2.*tmml)./((nu+tmml.^2).*(nu+tmml.^2*(1+lamda)));
sabit2=nu.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2).^(3/2));

tol=tpdf(lamda.*tmml.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2)),nu+1);
tda=tcdf(lamda.*tmml.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2)),nu+1);

beta2=((sabit1.*tol.*tda+sabit2.*tol.*tol)./(tda.*tda)).*(((nu+1)./(nu+tmml.^2)).^(3/2))+
(3*((nu+1).^(3/2)).*tmml.*tol)./(((nu+tmml.^2).^(5/2)).*tda);
alfa2=(tol./tda).*(((nu+1)./(nu+tmml.^2)).^(3/2))+tmml.*beta2;

alfa=(alfa1-lamda*sabit.*alfa2);
beta=(beta1+lamda*sabit.*beta2);

delta1=sum(alfa);
m=sum(beta);

for i=1:son

yort(:,i)=sum(beta.*yc(:,i))./m;
xort(:,i)=sum(beta.*xc(:,i))./m;

K1(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).*yc(:,i));
K2(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).^2);
K(:,i)=K1(:,i)/K2(:,i);

D1(:,i)=sum(alfa.*(xc(:,i)-xort(:,i))));
D2(:,i)=sum(beta.*(xc(:,i)-xort(:,i)).^2);
D(:,i)=D1(:,i)/D2(:,i);

B(:,i)=-sum(alfa.*(yc(:,i)-yort(:,i)-K(:,i).*(xc(:,i)-xort(:,i))));
C(:,i)=sum(beta.*(yc(:,i)-yort(:,i)-K(:,i).*(xc(:,i)-xort(:,i))).^2);

sigmamml(:,i)=(-B(:,i)+sqrt((B(:,i).^2+4*n*C(:,i))))/(2*sqrt(n*(n-2)));
teta1mml(:,i)=K(:,i)+D(:,i).*sigmamml(:,i);

```

```

teta0mml(:,i)=yort(:,i)-teta1mml(:,i).*xort(:,i)+((delta1/m).*sigmamml(:,i));

end

% ML Tahmin edicileri

%Section I

for i=1:son

zc1(:,i)=(y(:,i)-teta0tilda(:,i)-teta1ls(:,i).*x(:,i))./sigmatilda(:,i);
w1(:,i)=(nu+1)./(nu+(zc1(:,i).^2));
w1top(:,i)=sum(w1(:,i));

g1(:,i)=(tpdf((lamda.*zc1(:,i).*sqrt(w1(:,i))),nu+1)./tcdf((lamda.*zc1(:,i).*sqrt(w1(:,i))),
nu+1)).*(w1(:,i).^(3/2));
g1or(:,i)=sum(g1(:,i))./w1top(:,i);

y1or(:,i)=sum(w1(:,i).*y(:,i))./w1top(:,i);
x1or(:,i)=sum(w1(:,i).*x(:,i))./w1top(:,i);

teta1ilkicin1(:,i)=sum(x(:,i).*w1(:,i).*(y(:,i)-y1or(:,i)))./sum(x(:,i).*w1(:,i).*(x(:,i)-
x1or(:,i)));
teta1ilkicin2(:,i)=sum(x(:,i).*(g1(:,i)-g1or(:,i).*w1(:,i)))./sum(x(:,i).*w1(:,i).*(x(:,i)-
x1or(:,i)));

sigmailkicin1(:,i)=(((sabit.*lamda).^2).*sum(w1(:,i).*(teta1ilkicin2(:,i).*(x(:,i)-
x1or(:,i))+g1or(:,i)).^2))./n;
sigmailkicin2(:,i)=sum(w1(:,i).*(y(:,i)-y1or(:,i)-teta1ilkicin1(:,i).*(x(:,i)-x1or(:,i))).^2);
sigmailk(:,i)=sqrt(sigmailkicin2(:,i)./((n-2).*(1-sigmailkicin1(:,i))));

teta1ilk(:,i)=teta1ilkicin1(:,i)-sigmailk(:,i).*lamda.*sabit.*teta1ilkicin2(:,i);

teta0ilk(:,i)=y1or(:,i)-teta1ilk(:,i).*x1or(:,i)-sigmailk(:,i).*lamda.*sabit.*g1or(:,i);

%Section II

zc2(:,i)=(y(:,i)-teta0ilk(:,i)-teta1ilk(:,i).*x(:,i))./sigmailk(:,i);
w2(:,i)=(nu+1)./(nu+(zc2(:,i).^2));
w2top(:,i)=sum(w2(:,i));

g2(:,i)=(tpdf((lamda.*zc2(:,i).*sqrt(w2(:,i))),nu+1)./tcdf((lamda.*zc2(:,i).*sqrt(w2(:,i))),
nu+1)).*(w2(:,i).^(3/2));
g2or(:,i)=sum(g2(:,i))./w2top(:,i);
y2or(:,i)=sum(w2(:,i).*y(:,i))./w2top(:,i);
x2or(:,i)=sum(w2(:,i).*x(:,i))./w2top(:,i);

```

```
teta1sonicin1(:,i)=sum(x(:,i).*w2(:,i).*(y(:,i)-y2or(:,i)))/sum(x(:,i).*w2(:,i).*(x(:,i)-x2or(:,i)));
teta1sonicin2(:,i)=sum(x(:,i).*(g2(:,i)-g2or(:,i).*w2(:,i)))/sum(x(:,i).*w2(:,i).*(x(:,i)-x2or(:,i)));
```

```
sigmasonicin1(:,i)=(((sabit.*lamda).^2).*sum(w2(:,i).*(teta1sonicin2(:,i).*(x(:,i)-x2or(:,i))+g2or(:,i)).^2))./n;
sigmasonicin2(:,i)=sum(w2(:,i).*(y(:,i)-y2or(:,i)-teta1sonicin1(:,i).*(x(:,i)-x2or(:,i))).^2);
sigmason(:,i)=sqrt(sigmasonicin2(:,i)/((n-2).*(1-sigmasonicin1(:,i))));
```

```
teta1son(:,i)=teta1sonicin1(:,i)-sigmason(:,i).*lamda.*sabit.*teta1sonicin2(:,i);
```

```
teta0son(:,i)=y2or(:,i)-teta1son(:,i).*x2or(:,i)-sigmason(:,i).*lamda.*sabit.*g2or(:,i);
```

% Section-3

```
fark1(:,i)=abs(teta0son(:,i)-teta0ilk(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1son(:,i)-teta1ilk(:,i));
fark3(:,i)=abs(sigmason(:,i)-sigmailk(:,i));
```

```
fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i)];
```

```
V(:,i)=norm(fark(:,i));
```

```
while V(:,i)>0.01
```

```
zc3(:,i)=(y(:,i)-teta0son(:,i)-teta1son(:,i).*x(:,i))/sigmason(:,i);
w3(:,i)=(nu+1)/(nu+(zc3(:,i).^2));
w3top(:,i)=sum(w3(:,i));
```

```
g3(:,i)=(tpdf((lamda.*zc3(:,i).*sqrt(w3(:,i))),nu+1)/tcdf((lamda.*zc3(:,i).*sqrt(w3(:,i))),nu+1)).*(w3(:,i).^(3/2));
g3or(:,i)=sum(g3(:,i))/w3top(:,i);
```

```
y3or(:,i)=sum(w3(:,i).*y(:,i))/w3top(:,i);
x3or(:,i)=sum(w3(:,i).*x(:,i))/w3top(:,i);
```

```
teta1esticin1(:,i)=sum(x(:,i).*w3(:,i).*(y(:,i)-y3or(:,i)))/sum(x(:,i).*w3(:,i).*(x(:,i)-x3or(:,i)));
teta1esticin2(:,i)=sum(x(:,i).*(g3(:,i)-g3or(:,i).*w3(:,i)))/sum(x(:,i).*w3(:,i).*(x(:,i)-x3or(:,i)));
```

```
sigmaesticin1(:,i)=(((sabit.*lamda).^2).*sum(w3(:,i).*(teta1esticin2(:,i).*(x(:,i)-x3or(:,i))+g3or(:,i)).^2))./n;
sigmaesticin2(:,i)=sum(w3(:,i).*(y(:,i)-y3or(:,i)-teta1esticin1(:,i).*(x(:,i)-x3or(:,i))).^2);
sigmaest(:,i)=sqrt(sigmaesticin2(:,i)/((n-2).*(1-sigmaesticin1(:,i))));
```

```

teta1est(:,i)=teta1esticin1(:,i)-sigmaest(:,i).*lamda.*sabit.*teta1esticin2(:,i);

teta0est(:,i)=y2or(:,i)-teta1est(:,i).*x2or(:,i)-sigmaest(:,i).*lamda.*sabit.*g3or(:,i);

fark1(:,i)=abs(teta0son(:,i)-teta0est(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1son(:,i)-teta1est(:,i));
fark3(:,i)=abs(sigmason(:,i)-sigmaest(:,i));

fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i)];

V(:,i)=norm(fark(:,i));

teta0son(:,i)=teta0est(:,i);
teta1son(:,i)=teta1est(:,i);
sigmason(:,i)=sigmaest(:,i);

    end
end

```

EK 2 Çoklu Regresyon Modeli için Matlab Programı Kodları

Hata terimlerinin çarpık normal dağılması durumunda çoklu regresyon için bilgisayar programı

```
clc
clear all; close all;
say=0;

n=20;
lamda=0.7;

delta1ls=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
sabit1=sqrt(2/pi);
ortalama=delta1ls*sabit1;
variance=1-delta1ls^2*(2/pi);

son=10000;

for i=1:son;

u(:,i)=transpose(rsn(n,0,1,lamda));
uson(:,i)=sort(u(:,i));
x1(:,i)=rand(n,1);
x2(:,i)=rand(n,1);
y(:,i)=x1(:,i)+x2(:,i)+u(:,i);

% LS tahmin edicileri

onek=ones(size(y));

xls(:,i)=[onek(:,i) x1(:,i) x2(:,i)];
xlst(:,i)=transpose(xls(:,i));

tetals(:,i)=inv(xlst(:,i)*xls(:,i))*(xlst(:,i)*y(:,i));
teta0ls(:,i)=tetals(1,i);
teta1ls(:,i)=tetals(2,i);
teta2ls(:,i)=tetals(3,i);
yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x1(:,i)+teta2ls(:,i).*x2(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);
sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)/(n-3));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilde(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmals(:,i));
W=[els(:,i) y(:,i) x1(:,i) x2(:,i)];
Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
```

```
x1c(:,i)=Word(:,3);
x2c(:,i)=Word(:,4);
```

```
end
```

```
% ML Tahmin edicileri
```

```
%Section I
```

```
for i=1:son
```

```
one(:,i)=ones(size(y(:,i)));
x(:,i)=[one(:,i) x1(:,i) x2(:,i)];
yor(:,i)=sum(y(:,i))./n;
x1or(:,i)=sum(x1(:,i))./n;
x2or(:,i)=sum(x2(:,i))./n;
```

```
zc(:,i)=(y(:,i)-teta0tilda(:,i)-teta1ls(:,i).*x1(:,i)-teta2ls(:,i).*x2(:,i))./sigmatilda(:,i);
g(:,i)=normpdf(lamda.*zc(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc(:,i),0,1);
gor(:,i)=sum(g(:,i))./n;
```

```
xt(:,i)=transpose(x(:,i));
P1(:,i)=inv(xt(:,i)*x(:,i));
P2(:,i)=xt(:,i)*y(:,i);
P(:,i)=P1(:,i)*P2(:,i);
```

```
R1(:,i)=xt(:,i)*g(:,i);
```

```
R(:,i)=P1(:,i)*R1(:,i);
```

```
tetailk(:,i)=inv(xt(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*y(:,i))-sigmatilda(:,i).*lamda*xt(:,i)*g(:,i));
teta0ilk(:,i)=tetailk(1,i);
teta1ilk(:,i)=tetailk(2,i);
teta2ilk(:,i)=tetailk(3,i);
```

```
A1(:,i)=y(:,i)-(x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
A(:,i)=transpose(A1(:,i))*A1(:,i);
D1(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R1(:,i));
D(:,i)=n-((lamda.^2).*transpose(D1(:,i))*D1(:,i));
F(:,i)=transpose(D1(:,i))*D1(:,i);
T(:,i)=1-(((lamda.^2).*F(:,i))./n);
```

```
sigmailk1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*T(:,i));
sigmailk(:,i)=sqrt(sigmailk1(:,i));
```

```
%Section II
```

```

zc1(:,i)=(y(:,i)-teta0ilk(:,i)-teta1ilk(:,i).*x1(:,i)-teta2ilk(:,i).*x2(:,i))./sigmailk(:,i);
g1(:,i)=normpdf(lamda.*zc1(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc1(:,i),0,1);
g1or(:,i)=sum(g1(:,i))/n;

```

```

xt(:,i)=transpose(x(:,i));
P1(:,i)=inv(xt(:,i)*x(:,i));
P2(:,i)=xt(:,i)*y(:,i);
P(:,i)=P1(:,i)*P2(:,i);

```

```

R11(:,i)=xt(:,i)*g1(:,i);

```

```

Rson(:,i)=P1(:,i)*R11(:,i);

```

```

tetason(:,i)=inv(xt(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*y(:,i))-
sigmatilda(:,i).*lamda*xt(:,i)*g1(:,i));
teta0son(:,i)=tetason(1,i);
teta1son(:,i)=tetason(2,i);
teta2son(:,i)=tetason(3,i);

```

```

A11(:,i)=y(:,i)-(x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
Ason(:,i)=transpose(A11(:,i))*A11(:,i);
D11(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R11(:,i));
Dson(:,i)=n-((lamda.^2).*transpose(D11(:,i))*D11(:,i));
Fson(:,i)=transpose(D11(:,i))*D11(:,i);
Tson(:,i)=1-(((lamda.^2).*Fson(:,i))./n);

```

```

sigmason1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*Tson(:,i));
sigmason(:,i)=sqrt(sigmason1(:,i));

```

% Section-3

```

fark1(:,i)=abs(teta0son(:,i)-teta0ilk(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1son(:,i)-teta1ilk(:,i));
fark3(:,i)=abs(teta2son(:,i)-teta2ilk(:,i));
fark4(:,i)=abs(sigmason(:,i)-sigmatilda(:,i));

```

```

fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i);fark4(:,i)];
V(:,i)=norm(fark(:,i));

```

```

while V(:,i)>0.01

```

```

zc2(:,i)=(y(:,i)-teta0son(:,i)-teta1son(:,i).*x1(:,i)-teta2son(:,i).*x2(:,i))./sigmason(:,i);
g2(:,i)=normpdf(lamda.*zc2(:,i),0,1)./normcdf(lamda.*zc2(:,i),0,1);
g2or(:,i)=sum(g2(:,i))/n;

```

```

R111(:,i)=xt(:,i)*g2(:,i);
Rest(:,i)=P1(:,i)*R111(:,i);

```

```

tetaest(:,i)=inv(xt(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*y(:,i))-
sigmason(:,i).*lamda*xt(:,i)*g2(:,i));
teta0est(:,i)=tetaest(1,i);
teta1est(:,i)=tetaest(2,i);
teta2est(:,i)=tetaest(3,i);

A111(:,i)=y(:,i)-(x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
Aest(:,i)=transpose(A111(:,i))*A111(:,i);
D111(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R111(:,i));
Dest(:,i)=n-((lamda.^2).*transpose(D111(:,i))*D111(:,i));
Fest(:,i)=transpose(D111(:,i))*D111(:,i);
Test(:,i)=1-(((lamda.^2).*Fest(:,i))./n);

sigmaest1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*Test(:,i));
sigmaest(:,i)=sqrt(sigmaest1(:,i));

fark1(:,i)=abs(teta0est(:,i)-teta0son(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1est(:,i)-teta1son(:,i));
fark3(:,i)=abs(teta2est(:,i)-teta2son(:,i));
fark4(:,i)=abs(sigmaest(:,i)-sigmason(:,i));

fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i); fark4(:,i)];

V(:,i)=norm(fark(:,i));

sigmason(:,i)=sigmaest(:,i);
teta0son(:,i)=teta0est(:,i);
teta1son(:,i)=teta1est(:,i);
teta2son(:,i)=teta2est(:,i);

end
end

% MML Tahmin edicileri

for k=1:n
toplamin(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin(k,:)=toplamin(k,:)+yc(k,i);
end
end

tmml=toplamin/son;
betailk1=lamda.^2.*tmml.*normpdf(lamda.*tmml,0,1).*normcdf(lamda.*tmml,
0,1)+lamda.*normpdf(lamda.*tmml,0,1).*normpdf(lamda.*tmml,0,1);

betailk2=normcdf(lamda.*tmml,0,1).*normcdf(lamda.*tmml,0,1);

```

```

beta1=betailk1./betailk2;
beta=1+lamda.*beta1;
alfaicin1=normpdf(lamda.*tmml,0,1)./normcdf(lamda.*tmml,0,1);
alfaicin2=tmml.*beta1;
alfa=(alfaicin1+alfaicin2);
delta1=lamda.*alfa;
delta2=sum(lamda.*alfa);
m=sum(beta);
gamma=diag(beta);
delta=diag(delta1);
one=ones(size(delta1));

for i=1:son

yort(:,i)=sum(beta.*yc(:,i))./m;
x1ort(:,i)=sum(beta.*x1c(:,i))./m;
x2ort(:,i)=sum(beta.*x2c(:,i))./m;

x1cc(:,i)=x1c(:,i)-x1ort(:,i);
x2cc(:,i)=x2c(:,i)-x2ort(:,i);
xc(:,i)=[x1cc(:,i) x2cc(:,i)];
ycc(:,i)=yc(:,i)-yort(:,i);

xtt(:,i)=transpose(xc(:,i));

K1(:,i)=inv(xtt(:,i)*gamma*xc(:,i));
K2(:,i)=xtt(:,i)*gamma*ycc(:,i);
K(:,i)=K1(:,i)*K2(:,i);

E1(:,i)=xtt(:,i)*delta;
E(:,i)=K1(:,i).*E1(:,i);

k1(:,i)=K(1,i);
k2(:,i)=K(2,i);

B(:,i)=sum(delta1.*(ycc(:,i)-(k1(:,i).*x1cc(:,i)+k2(:,i).*x2cc(:,i))));
C(:,i)=sum(beta.*(ycc(:,i)-(k1(:,i).*x1cc(:,i)+k2(:,i).*x2cc(:,i))).^2);

sigmamml1(:,i)=(-B(:,i)+sqrt((B(:,i).^2)+4*n*C(:,i)));
sigmamml2(:,i)=(2*sqrt(n*(n-2-1)));
sigmamml(:,i)=sigmamml1(:,i)/sigmamml2(:,i);
tetamml(:,i)=inv(xtt(:,i)*gamma*xc(:,i))*((xtt(:,i)*gamma*ycc(:,i))-
sigmamml(:,i).*xtt(:,i)*delta*one);
teta1mml(:,i)=(tetamml(1,i));
teta2mml(:,i)=(tetamml(2,i));
teta0mml(:,i)=yort(:,i)-teta1mml(:,i).*x1ort(:,i)-teta2mml(:,i).*x2ort(:,i)-
(delta2/m).*sigmamml(:,i);
end

```

Hata terimlerinin çarpık-t dağılması durumunda çoklu regresyon için bilgisayar programı

```
clear
clc
n=5;
son=10000;
lamda=1;
duzeltme=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
nu=7;
ortalama=(sqrt(nu/pi))*(gamma((nu-1)/2)/gamma(nu/2))*duzeltme;
variance=(nu/(nu-2))-ortalama^2;
sabit=nu/(nu+1);

for i=1:son

f(:,i)=transpose(rsn(n,0,1,lamda));

v1(:,i)=chi2rnd(nu,[n 1]);

u1(:,i)=sqrt(nu).*f(:,i)./sqrt(v1(:,i));

x1(:,i)=rand(n,1);
x2(:,i)=rand(n,1);
y(:,i)=u1(:,i);

% LS tahmin edicileri

onek=ones(size(y));

xls(:,i)=[onek(:,i) x1(:,i) x2(:,i)];
xlst(:,i)=transpose(xls(:,i));

tetals(:,i)=inv(xlst(:,i)*xls(:,i))*(xlst(:,i)*y(:,i));
teta0ls(:,i)=tetals(1,i);
teta1ls(:,i)=tetals(2,i);
teta2ls(:,i)=tetals(3,i);
yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x1(:,i)+teta2ls(:,i).*x2(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);
sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)/(n-3));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilda(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmals(:,i));
W=[els(:,i) y(:,i) x1(:,i) x2(:,i)];
Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
x1c(:,i)=Word(:,3);
```

```
x2c(:,i)=Word(:,4);
end
```

```
%MML iÁin
```

```
for k=1:n
toplamin(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin(k,:)=toplamin(k,:)+yc(k,i);
end
end
```

```
tmml=toplamin/son;
```

```
beta1=((nu-tmml.^2).*(nu+1))./((nu+tmml.^2).^2);
alfa1=((nu+1).*tmml)./(nu+tmml.^2)-tmml.*beta1;
```

```
sabit1=(nu*(nu+2)*lamda^2.*tmml)./((nu+tmml.^2).*(nu+tmml.^2*(1+lamda)));
sabit2=nu.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2)).^(3/2));
```

```
tol=tpdf(lamda.*tmml.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2)),nu+1);
tda=tcdf(lamda.*tmml.*sqrt((nu+1)./(nu+tmml.^2)),nu+1);
```

```
beta2=((sabit1.*tol.*tda+sabit2.*tol.*tol)./(tda.*tda)).*(((nu+1)./(nu+tmml.^2)).^(3/2))+
(3*((nu+1).^(3/2)).*tmml.*tol)./(((nu+tmml.^2).^(5/2)).*tda);
alfa2=(tol./tda).*(((nu+1)./(nu+tmml.^2)).^(3/2))+tmml.*beta2;
```

```
alfa=(alfa1-lamda*sabit.*alfa2);
beta=(beta1+lamda*sabit.*beta2);
```

```
delta1=sum(alfa);
m=sum(beta);
gamma=diag(beta);
delta=diag(alfa);
one=ones(size(alfa));
```

```
for i=1:son
```

```
yort(:,i)=sum(beta.*yc(:,i))./m;
x1ort(:,i)=sum(beta.*x1c(:,i))./m;
x2ort(:,i)=sum(beta.*x2c(:,i))./m;
```

```
x1cc(:,i)=x1c(:,i)-x1ort(:,i);
x2cc(:,i)=x2c(:,i)-x2ort(:,i);
```

```

xc(:, :, i) = [x1cc(:, i) x2cc(:, i)];
ycc(:, i) = yc(:, i) - yort(:, i);

xtt(:, :, i) = transpose(xc(:, :, i));
K1(:, :, i) = inv(xtt(:, :, i) * gamma * xc(:, :, i));
K2(:, i) = xtt(:, :, i) * gamma * ycc(:, i);
K(:, i) = K1(:, :, i) * K2(:, i);

E1(:, :, i) = xtt(:, :, i) * delta;
E(:, i) = K1(:, i) * E1(:, i);

k1(:, i) = K(1, i);
k2(:, i) = K(2, i);

B(:, i) = -sum(alfa * (ycc(:, i) - (k1(:, i) * x1cc(:, i) + k2(:, i) * x2cc(:, i))));

C(:, i) = sum(beta * (ycc(:, i) - (k1(:, i) * x1cc(:, i) + k2(:, i) * x2cc(:, i)))^2);

sigmamml1(:, i) = (-B(:, i) + sqrt((B(:, i)^2 + 4 * n * C(:, i))));
sigmamml2(:, i) = (2 * sqrt(n * (n - 2 - 1)));
sigmamml(:, i) = sigmamml1(:, i) / sigmamml2(:, i);

tetamml(:, i) = inv(xtt(:, :, i) * gamma * xc(:, :, i)) * ((xtt(:, :, i) * gamma * ycc(:, i)) + sigmamml(:, i) * xtt(:, :, i) * delta * one);
teta1mml(:, i) = (tetamml(1, i));
teta2mml(:, i) = (tetamml(2, i));

teta0mml(:, i) = yort(:, i) - teta1mml(:, i) * x1ort(:, i) -
teta2mml(:, i) * x2ort(:, i) + (delta1/m) * sigmamml(:, i);

end

% ML Tahmin edicileri

%Section I

for i=1:son

one(:, i) = ones(size(y(:, i)));
x(:, :, i) = [one(:, i) x1(:, i) x2(:, i)];
yor(:, i) = sum(y(:, i)) / n;
zc1(:, i) = (y(:, i) - teta0tilda(:, i) - teta1ls(:, i) * x1(:, i) - teta2ls(:, i) * x2(:, i)) / sigmatilda(:, i);
w1(:, i) = (nu + 1) / (nu + (zc1(:, i)^2));
w1top(:, i) = sum(w1(:, i));
wilk(:, :, i) = diag(w1(:, i));

```

```

g1(:,i)=(tpdf((lamda.*zc1(:,i).*sqrt(w1(:,i))),nu+1)./tcdf((lamda.*zc1(:,i).*sqrt(w1(:,i))),
nu+1)).*(w1(:,i).^(3/2));
g1or(:,i)=sum(g1(:,i))./w1top(:,i);

```

```

y1or(:,i)=sum(w1(:,i).*y(:,i))./w1top(:,i);
x1or(:,i)=sum(w1(:,i).*x1(:,i))./w1top(:,i);
x2or(:,i)=sum(w1(:,i).*x2(:,i))./w1top(:,i);

```

```

xt(:,i)=transpose(x(:,i));
P1(:,i)=inv(xt(:,i)*wilk(:,i)*x(:,i));
P2(:,i)=xt(:,i)*wilk(:,i)*y(:,i);
P(:,i)=P1(:,i)*P2(:,i);

```

```

R1(:,i)=xt(:,i)*g1(:,i);

```

```

R(:,i)=P1(:,i)*R1(:,i);

```

```

tetailk(:,i)=inv(xt(:,i)*wilk(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*wilk(:,i)*y(:,i))-
sigmatilda(:,i).*lamda*sabit*xt(:,i)*g1(:,i));
teta0ilk(:,i)=tetailk(1,i);
teta1ilk(:,i)=tetailk(2,i);
teta2ilk(:,i)=tetailk(3,i);

```

```

A1(:,i)=w1(:,i).*y(:,i)-(wilk(:,i)*x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
A(:,i)=transpose(A1(:,i))*A1(:,i);
D1(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R1(:,i));
D(:,i)=n-(((lamda*sabit).^2).*transpose(D1(:,i))*D1(:,i));
F(:,i)=transpose(D1(:,i))*D1(:,i);
T(:,i)=1-(((lamda*sabit).^2).*F(:,i))./n);

```

```

sigmailk1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*T(:,i));
sigmailk(:,i)=sqrt(sigmailk1(:,i));

```

%Section II

```

zc2(:,i)=(y(:,i)-teta0ilk(:,i)-teta1ilk(:,i).*x1(:,i)-teta2ilk(:,i).*x2(:,i))./sigmailk(:,i);

```

```

w2(:,i)=(nu+1)./(nu+(zc2(:,i).^2));
w2top(:,i)=sum(w2(:,i));
wson(:,i)=diag(w2(:,i));

```

```

g2(:,i)=(tpdf((lamda.*zc2(:,i).*sqrt(w2(:,i))),nu+1)./tcdf((lamda.*zc2(:,i).*sqrt(w2(:,i))),
nu+1)).*(w2(:,i).^(3/2));
g2or(:,i)=sum(g2(:,i))./w2top(:,i);

```

```

y1orson(:,i)=sum(w2(:,i).*y(:,i))./w2top(:,i);
x1orson(:,i)=sum(w2(:,i).*x1(:,i))./w2top(:,i);

```

```
x2orson(:,i)=sum(w2(:,i).*x2(:,i))./w2top(:,i);
```

```
P1son(:,i)=inv(xt(:,i)*wson(:,i)*x(:,i));
P2son(:,i)=xt(:,i)*wson(:,i)*y(:,i);
Pson(:,i)=P1son(:,i)*P2son(:,i);
```

```
R1son(:,i)=xt(:,i)*g2(:,i);
```

```
Rson(:,i)=P1son(:,i)*R1son(:,i);
```

```
tetason(:,i)=inv(xt(:,i)*wson(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*wson(:,i)*y(:,i))-
sigmailk(:,i).*lamda*sabit*xt(:,i)*g2(:,i));
teta0son(:,i)=tetason(1,i);
teta1son(:,i)=tetason(2,i);
teta2son(:,i)=tetason(3,i);
```

```
A11(:,i)=w2(:,i).*y(:,i)-(wson(:,i)*x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
Ason(:,i)=transpose(A11(:,i))*A11(:,i);
D11(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R1son(:,i));
Dson(:,i)=n-(((lamda.*sabit).^2).*transpose(D11(:,i))*D11(:,i));
Fson(:,i)=transpose(D11(:,i))*D11(:,i);
Tson(:,i)=1-(((lamda.*sabit)^2).*Fson(:,i))./n);
```

```
sigmason1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*Tson(:,i));
sigmason(:,i)=sqrt(sigmason1(:,i));
```

% Section-3

```
fark1(:,i)=abs(teta0son(:,i)-teta0ilk(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1son(:,i)-teta1ilk(:,i));
fark3(:,i)=abs(teta2son(:,i)-teta2ilk(:,i));
fark4(:,i)=abs(sigmason(:,i)-sigmatilda(:,i));
```

```
fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i);fark4(:,i)];
V(:,i)=norm(fark(:,i));
```

```
while V(:,i)>0.01
```

```
zc3(:,i)=(y(:,i)-teta0son(:,i)-teta1son(:,i).*x1(:,i)-teta2son(:,i).*x2(:,i))./sigmason(:,i);
```

```
w3(:,i)=(nu+1)./(nu+(zc3(:,i).^2));
w3top(:,i)=sum(w3(:,i));
west(:,i)=diag(w3(:,i));
```

```

3(:,i)=(tpdf((lamda.*zc3(:,i).*sqrt(w3(:,i))),nu+1)./tcdf((lamda.*zc3(:,i).*sqrt(w3(:,i))),n
u+1)).*(w3(:,i).^(3/2));
g3or(:,i)=sum(g3(:,i))./w3top(:,i);

```

```

y1orest(:,i)=sum(w3(:,i).*y(:,i))./w3top(:,i);
x1orest(:,i)=sum(w3(:,i).*x1(:,i))./w3top(:,i);
x2orest(:,i)=sum(w3(:,i).*x2(:,i))./w3top(:,i);

```

```

P1est(:,i)=inv(xt(:,i)*west(:,i)*x(:,i));
P2est(:,i)=xt(:,i)*west(:,i)*y(:,i);
Pest(:,i)=P1est(:,i)*P2est(:,i);

```

```

R1est(:,i)=xt(:,i)*g3(:,i);

```

```

Rest(:,i)=P1est(:,i)*R1est(:,i);

```

```

tetaest(:,i)=inv(xt(:,i)*west(:,i)*x(:,i))*((xt(:,i)*west(:,i)*y(:,i))-
sigmason(:,i).*lamda.*sabit.*xt(:,i)*g3(:,i));
teta0est(:,i)=tetaest(1,i);
teta1est(:,i)=tetaest(2,i);
teta2est(:,i)=tetaest(3,i);

```

```

A111(:,i)=w3(:,i).*y(:,i)-(west(:,i)*x(:,i)*P1(:,i)*P2(:,i));
Aest(:,i)=transpose(A111(:,i))*A111(:,i);
D111(:,i)=(x(:,i)*P1(:,i)*R1est(:,i));
Dest(:,i)=n-(((lamda.*sabit).^2).*transpose(D111(:,i))*D111(:,i));

```

```

%sigmaest1(:,i)=Aest(:,i)./Dest(:,i);

```

```

Fest(:,i)=transpose(D111(:,i))*D111(:,i);
Test(:,i)=1-(((lamda.*sabit).^2).*Fest(:,i))./n);

```

```

sigmaest1(:,i)=A(:,i)/((n-3).*Test(:,i));
sigmaest(:,i)=sqrt(sigmaest1(:,i));

```

```

fark1(:,i)=abs(teta0est(:,i)-teta0son(:,i));
fark2(:,i)=abs(teta1est(:,i)-teta1son(:,i));
fark3(:,i)=abs(teta2est(:,i)-teta2son(:,i));
fark4(:,i)=abs(sigmaest(:,i)-sigmason(:,i));

```

```

fark(:,i)=[fark1(:,i);fark2(:,i);fark3(:,i); fark4(:,i)];

```

```

V(:,i)=norm(fark(:,i));

```

```
sigmason(:,i)=sigmaest(:,i);  
teta0son(:,i)=teta0est(:,i);  
teta1son(:,i)=teta1est(:,i);  
teta2son(:,i)=teta2est(:,i);
```

```
end  
end
```

EK 3 II. Tip Sansürlenmiş AFT Modeli için Matlab Programı Kodları

Hata terimlerinin çarpık normal dağılması durumunda II. Tip sansürlenmiş AFT modeli için bilgisayar programı

```
clc
clear all; close all;
say=0;

n1=15;
n2=15;
N=n1+n2;
lamda=1;
s1=3;
s2=1;
sk=[s1;s2];

r1=n1-s1;
r2=n2-s2;
n=r1+r2;

delta1=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
sbt1=sqrt(2/pi);
ortalama=delta1*sbt1;
variance=1-delta1^2*(2/pi);
son=10000;

for i=1:son;

u1(:,i)=transpose(rsn(n1,0,1,lamda));
u2(:,i)=transpose(rsn(n2,0,1,lamda));

u1son(:,i)=sort(u1(:,i));
u2son(:,i)=sort(u2(:,i));

x1(:,i)=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
x2(:,i)=[1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1];

y1order(:,i)=x1(:,i)+u1(:,i);
y2order(:,i)=x2(:,i)+u2(:,i);

y1(:,i)=sort(y1order(:,i));
y2(:,i)=sort(y2order(:,i));

for k=1:r1
y1son(k,i)=y1(k,i);
```

```

end
for k=1:r2
y2son(k,i)=y2(k,i);
end
for k=1:r1
x1son(k,i)=x1(k,i);
end

for k=1:r2
x2son(k,i)=x2(k,i);
end

y(:,i)=[y1son(:,i);y2son(:,i)];
x(:,i)=[x1son(:,i);x2son(:,i)];

for k=1:n1
yk1(:,i)=y1son(r1,i);
end
for k=1:n2
yk2(:,i)=y2son(r2,i);
end

for k=1:n1
xk1(:,i)=x1son(r1,i);
end
for k=1:n2
xk2(:,i)=x2son(r2,i);
end

yk(:,i)=[yk1(:,i);yk2(:,i)];
xk(:,i)=[xk1(:,i);xk2(:,i)];
rk(:,i)=[(n1-s1);(n2-s2)];

% LS tahmin edicileri

teta1lsicin1(:,i)=sum(x(:,i).*(y(:,i)))-(sum(x(:,i))*sum(y(:,i)))/n;
teta1lsicin2(:,i)=sum(x(:,i).^2)-((sum(x(:,i)))^2)/n;
teta1ls(:,i)=teta1lsicin1(:,i)/teta1lsicin2(:,i);
teta0ls(:,i)=mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*mean(x(:,i));

yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);
sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)/(n-2));
sigmals1(:,i)=sqrt(sum((y(:,i)-mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*(x(:,i)-mean(x(:,i))))).^2)/(n-2));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilda(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmals(:,i));

W=[els(:,i) y(:,i) x(:,i)];

```

```

Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
xc(:,i)=Word(:,3);
end

```

% MML Tahmin edicileri

```

for k=1:n1
toplamin1(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin1(k,:)=toplamin1(k,:)+u1son(k,i);
end
end
t1=toplamin1/son;
for k=1:n2
toplamin2(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin2(k,:)=toplamin2(k,:)+u2son(k,i);
end
end
t2=toplamin2/son;

betailk1=lamda^2.*t1.*normpdf(lamda.*t1,0,1).*normcdf(lamda.*t1,
0,1)+lamda.*normpdf(lamda.*t1,0,1).*normpdf(lamda.*t1,0,1);

betailk2=normcdf(lamda.*t1,0,1).*normcdf(lamda.*t1,0,1);
betailk=betailk1./betailk2;
beta1=1+lamda.*betailk;

betaikinci1=lamda^2.*t2.*normpdf(lamda.*t2,0,1).*normcdf(lamda.*t2,
0,1)+lamda.*normpdf(lamda.*t2,0,1).*normpdf(lamda.*t2,0,1);

betaikinci2=normcdf(lamda.*t2,0,1).*normcdf(lamda.*t2,0,1);
betaikinci=betaikinci1./betaikinci2;
beta2=1+lamda.*betaikinci;

alfa1icin1=normpdf(lamda.*t1,0,1)./normcdf(lamda.*t1,0,1);
alfa1icin2=t1.*betailk;
alfa1=(alfa1icin1+alfa1icin2);

alfa2icin1=normpdf(lamda.*t2,0,1)./normcdf(lamda.*t2,0,1);
alfa2icin2=t2.*betaikinci;
alfa2=(alfa2icin1+alfa2icin2);

for j=1:r1
beta1son(j,:)=beta1(j,:);
alfa1son(j,:)=alfa1(j,:);
end

```

```

for j=1:r2
beta2son(j,:)=beta2(j,:);
alfa2son(j,:)=alfa2(j,:);
end

```

```

q1=1-(s1/(n1+1));
q2=1-(s2/(n2+1));

```

%sansurlu betalar alfalar ilk

```

t21=t1(n1-s1)
filk1=2*normpdf(t21,0,1).*normcdf(lamda.*t21,0,1);
filk2=-
2*normpdf(t21,0,1).*normcdf(lamda.*t21,0,1)+2*lamda.*normpdf(lamda.*t21,0,1).*no
rmpdf(lamda.*t21,0,1);

betas1=(filk2./q1)+((filk1.^2)./q1.^2);

alfas1=(filk1./q1)-t21.*betas1;

```

%sansurlu betalar alfalar ikinci

```

t22=t2(n2-s2);

fikinci1=2*normpdf(t22,0,1).*normcdf(lamda.*t22,0,1);
fikinci2=-
2*normpdf(t22,0,1).*normcdf(lamda.*t22,0,1)+2*lamda.*normpdf(lamda.*t22,0,1).*no
rmpdf(lamda.*t22,0,1);

betas2=(fikinci2./q2)+((fikinci1.^2)./q2.^2);

alfas2=(fikinci1./q2)-t22.*betas2;

beta1ik=[beta1son;beta2son];
beta2ik=[betas1;betas2];

alfa1ik=[alfa1son;alfa2son];
alfa2ik=[alfas1;alfas2];

```

```

for i=1:son

```

```

delta1=sum(sk.*beta2ik)+sum(beta1ik);
delta2(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*beta2ik)+sum(xc(:,i).*beta1ik);
delta3(:,i)=delta2(:,i);
delta4(:,i)=sum((xk(:,i).^2).*sk.*beta2ik)+sum((xc(:,i).^2).*beta1ik);
delta(:,i)=delta1.*delta4(:,i)-delta2(:,i).*delta3(:,i);

```

```

deltaa1=sum(sk.*alfa2ik)-lamda*sum(alfa1ik);
deltaa2(:,i)=delta2(:,i);
deltaa3(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*alfa2ik)-lamda.*sum(xc(:,i).*alfa1ik);
deltaa4(:,i)=delta4(:,i);
deltaa(:,i)=deltaa1.*deltaa4(:,i)-deltaa2(:,i).*deltaa3(:,i);

deltab1(:,i)=sum(sk.*beta2ik.*yk(:,i))+sum(beta1ik.*yc(:,i));
deltab2(:,i)=deltaa2(:,i);
deltab3(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*beta2ik.*yk(:,i))+sum(xc(:,i).*beta1ik.*yc(:,i));
deltab4(:,i)=deltaa4(:,i);
deltab(:,i)=deltab1(:,i).*deltab4(:,i)-deltab2(:,i).*deltab3(:,i);

deltac1=delta1;
deltac2=deltaa1;
deltac3(:,i)=delta3(:,i);
deltac4(:,i)=deltaa3(:,i);
deltac(:,i)=deltac1.*deltac4(:,i)-deltac2.*deltac3(:,i);

deltad1=delta1;
deltad2(:,i)=deltab1(:,i);
deltad3(:,i)=delta3(:,i);
deltad4(:,i)=deltab3(:,i);
deltad(:,i)=deltad1.*deltad4(:,i)-deltad2(:,i).*deltad3(:,i);

a(:,i)=deltaa(:,i)./delta(:,i);
b(:,i)=deltab(:,i)./delta(:,i);
c(:,i)=deltac(:,i)./delta(:,i);
d(:,i)=deltad(:,i)./delta(:,i);

A=(r1+r2);
B1(:,i)=sum(sk.*(yk(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xk(:,i))).*(alfa2ik-
2*beta2ik.*(a(:,i)+c(:,i).*xk(:,i))));
B2(:,i)=sum((yc(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xc(:,i))).*((alfa1ik)-
2*beta1ik.*(a(:,i)+c(:,i).*xc(:,i))));
B(:,i)=(B1(:,i)+B2(:,i));

C1(:,i)=sum(-sk.*beta2ik.*(yk(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xk(:,i))).^2);
C2(:,i)=sum(beta1ik.*(yc(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xc(:,i))).^2);
C(:,i)=(C1(:,i)+C2(:,i));

sigmamml(:,i)=(-B(:,i)+sqrt((B(:,i).^2)+4*A*C(:,i)))/(2*A);
teta0mml(:,i)=a(:,i).*sigmamml(:,i)+b(:,i);
teta1mml(:,i)=c(:,i).*sigmamml(:,i)+d(:,i);
end

```

Hata terimlerinin çarpık- t dağılımı durumunda II. Tip sansürlenmiş AFT modeli için bilgisayar programı

```
clc
clear all; close all;
say=0;
n1=20;
n2=20;
N=n1+n2;
lamda=0;

s1=0;
s2=0;
sk=[s1;s2];

r1=n1-s1;
r2=n2-s2;
n=r1+r2;

duzeltme=lamda/(sqrt(1+lamda^2));
nu=5;
ortalama=(sqrt(nu/pi))*(gamma((nu-1)/2)/gamma(nu/2))*duzeltme;
variance=(nu/(nu-1))-ortalama^2;

sabit=nu/(nu+1);

son=10000;

for i=1:son;

o1(:,i)=transpose(rsn(n1,0,1,lamda));
o2(:,i)=transpose(rsn(n2,0,1,lamda));

v1(:,i)=chi2rnd(nu,[n1 1]);
v2(:,i)=chi2rnd(nu,[n2 1]);

u1(:,i)=sqrt(nu).*o1(:,i)./sqrt(v1(:,i));
u2(:,i)=sqrt(nu).*o2(:,i)./sqrt(v2(:,i));

u1son(:,i)=sort(u1(:,i));
u2son(:,i)=sort(u2(:,i));

x1(:,i)=[-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1;-1];
x2(:,i)=[1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1];

y1order(:,i)=x1(:,i)+u1son(:,i);
y2order(:,i)=x2(:,i)+u2son(:,i);
```

```

y1(:,i)=sort(y1order(:,i));
y2(:,i)=sort(y2order(:,i));

for k=1:r1
y1son(k,i)=y1(k,i);
end
for k=1:r2
y2son(k,i)=y2(k,i);
end

for k=1:r1
x1son(k,i)=x1(k,i);
end

for k=1:r2
x2son(k,i)=x2(k,i);
end

y(:,i)=[y1son(:,i);y2son(:,i)];
x(:,i)=[x1son(:,i);x2son(:,i)];

for k=1:n1
yk1(:,i)=y1son(r1,i);
end
for k=1:n2
yk2(:,i)=y2son(r2,i);
end

for k=1:n1
xk1(:,i)=x1son(r1,i);
end
for k=1:n2
xk2(:,i)=x2son(r2,i);
end

yk(:,i)=[yk1(:,i);yk2(:,i)];
xk(:,i)=[xk1(:,i);xk2(:,i)];
rk(:,i)=[(n1-s1);(n2-s2)];

% LS tahmin edicileri

teta1lsicin1(:,i)=sum(x(:,i).*(y(:,i)))-(sum(x(:,i))*sum(y(:,i)))/n;
teta1lsicin2(:,i)=sum(x(:,i).^2)-((sum(x(:,i)))^2)/n;
teta1ls(:,i)=teta1lsicin1(:,i)/teta1lsicin2(:,i);
teta0ls(:,i)=mean(y(:,i))-teta1ls(:,i).*mean(x(:,i));

yy(:,i)=teta0ls(:,i)+teta1ls(:,i).*x(:,i);
els(:,i)=y(:,i)-yy(:,i);

```

```

sigmals(:,i)=sqrt(sum(els(:,i).^2)./(n-2));
sigmatilda(:,i)=sqrt((sigmals(:,i).^2)/variance);
teta0tilda(:,i)=teta0ls(:,i)-(ortalama*sigmals(:,i));

```

```

W=[els(:,i) y(:,i) x(:,i)];
Word=sortrows(W);
yc(:,i)=Word(:,2);
xc(:,i)=Word(:,3);

```

```

end

```

```

% MML Tahmin edicileri

```

```

for k=1:n1
toplamin1(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin1(k,:)=toplamin1(k,:)+u1son(k,i);
end
end
t1=toplamin1/son;

```

```

for k=1:n2
toplamin2(k,:)=0;
for i=1:son
toplamin2(k,:)=toplamin2(k,:)+u2son(k,i);
end
end

```

```

t2=toplamin2/son;

```

```

% ilk betalar alfalar

```

```

betailk1=((nu-t1.^2).*(nu+1))./((nu+t1.^2).^2);
alfailk1=((nu+1).*t1)./(nu+t1.^2)-t1.*betailk1;

```

```

sabitilk1=(nu*(nu+2)*lamda^2.*t1)./((nu+t1.^2).*(nu+t1.^2*(1+lamda)));
sabitilk2=nu.*sqrt((nu+1)./(nu+t1.^2).^(3/2));

```

```

tolilk=tpdf(lamda.*t1.*sqrt((nu+1)./(nu+t1.^2)),nu+1);
tdailk=tcdf(lamda.*t1.*sqrt((nu+1)./(nu+t1.^2)),nu+1);

```

```

betailk2=((sabitilk1.*tolilk.*tdailk+sabitilk2.*tolilk.*tolilk)./(tdailk.*tdailk)).*(((nu+1)./
(nu+t1.^2)).^(3/2))+3*((nu+1).^(3/2)).*t1.*tolilk)./(((nu+t1.^2).^(5/2)).*tdailk);
alfailk2=(tolilk./tdailk).*(((nu+1)./(nu+t1.^2)).^(3/2))+t1.*betailk2;

```

```
alfailk=(alfailk1-lamda*sabit.*alfailk2);
betailk=(betailk1+lamda*sabit.*betailk2);
```

```
% ikinci betalar alfalar
```

```
betaikinci1=((nu-t2.^2).*(nu+1))./(nu+t2.^2).^2);
alfaikinci1=((nu+1).*t2)./(nu+t2.^2)-t2.*betaikinci1;
```

```
sabitikinci1=(nu*(nu+2)*lamda^2.*t2)./(nu+t2.^2).*(nu+t2.^2*(1+lamda)));
sabitikinci2=nu.*sqrt((nu+1)./(nu+t2.^2)).^(3/2));
```

```
tolikinci=tpdf(lamda.*t2.*sqrt((nu+1)./(nu+t2.^2)),nu+1);
tdaikinci=tcdf(lamda.*t2.*sqrt((nu+1)./(nu+t2.^2)),nu+1);
```

```
betaikinci2=((sabitikinci1.*tolikinci.*tdaikinci+sabitikinci2.*tolikinci.*tolikinci)./(tdaikinci.*tdaikinci)).*(((nu+1)./(nu+t2.^2)).^(3/2))+3*((nu+1).^(3/2)).*t2.*tolikinci)./(((nu+t2.^2).^(5/2)).*tdaikinci);
alfaikinci2=(tolikinci./tdaikinci).*(((nu+1)./(nu+t2.^2)).^(3/2))+t2.*betaikinci2;
```

```
alfaikinci=(alfaikinci1-lamda*sabit.*alfaikinci2);
betaikinci=(betaikinci1+lamda*sabit.*betaikinci2);
```

```
for j=1:r1
    beta1son(j,:)=betailk(j,:);
    alfa1son(j,:)=alfailk(j,:);
end
for j=1:r2
    beta2son(j,:)=betaikinci(j,:);
    alfa2son(j,:)=alfaikinci(j,:);
end
```

```
q1=1-(s1/(n1+1));
q2=1-(s2/(n2+1));
```

```
% sansurlu betalar alfalar ilk
```

```
t21=t1(n1-s1);
```

```
filk1=2*tpdf(t21,nu).*tcdf(lamda.*t21.*sqrt((nu+1)./(nu+t21.^2)),nu+1);
filk2=-
2*t21.*((nu+1)./(nu+t21.^2)).*tpdf(t21,nu).*tcdf(lamda.*t21.*sqrt((nu+1)./(nu+t21.^2)),nu+1)+2*lamda.*sabit.*((nu+1)./(nu+t21.^2)).^(3/2);
```

```
betas1=(filk2./q1)+((filk1.^2)./q1.^2);
```

```
alfas1=(filk1./q1)-t21.*betas1;
```

```
% sansurlu betalar alfalar ikinci
```

```
t22=t2(n2-s2);
```

```
fikinci1=2*tpdf(t22,nu).*tcdf(lamda.*t22.*sqrt((nu+1)./(nu+t22.^2)),nu+1);
```

```
fikinci2=-
```

```
2*t22.*((nu+1)./(nu+t22.^2)).*tpdf(t22,nu).*tcdf(lamda.*t22.*sqrt((nu+1)./(nu+t22.^2)),nu+1)+2*lamda.*sabit.*((nu+1)./(nu+t22.^2)).^(3/2);
```

```
betas2=(fikinci2./q2)+((fikinci1.^2)./q2.^2);
```

```
alfas2=(fikinci1./q2)-t22.*betas2;
```

```
beta1ik=[beta1son;beta2son];
```

```
beta2ik=[betas1;betas2];
```

```
alfa1ik=[alfa1son;alfa2son];
```

```
alfa2ik=[alfas1;alfas2];
```

```
for i=1:son
```

```
delta1=sum(sk.*beta2ik)+sum(beta1ik);
```

```
delta2(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*beta2ik)+sum(xc(:,i).*beta1ik);
```

```
delta3(:,i)=delta2(:,i);
```

```
delta4(:,i)=sum((xk(:,i).^2).*sk.*beta2ik)+sum((xc(:,i).^2).*beta1ik);
```

```
delta(:,i)=delta1.*delta4(:,i)-delta2(:,i).*delta2(:,i);
```

```
deltaa1=sum(sk.*alfa2ik)+sum(alfa1ik);
```

```
deltaa2(:,i)=delta2(:,i);
```

```
deltaa3(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*alfa2ik)+sum(xc(:,i).*alfa1ik);
```

```
deltaa4(:,i)=delta4(:,i);
```

```
deltaa(:,i)=deltaa1.*deltaa4(:,i)-deltaa2(:,i).*deltaa3(:,i);
```

```
deltab1(:,i)=sum(sk.*beta2ik.*yk(:,i))+sum(beta1ik.*yc(:,i));
```

```
deltab2(:,i)=deltaa2(:,i);
```

```
deltab3(:,i)=sum(xk(:,i).*sk.*beta2ik.*yk(:,i))+sum(xc(:,i).*beta1ik.*yc(:,i));
```

```
deltab4(:,i)=deltab1(:,i);
```

```
deltab(:,i)=deltab1(:,i).*deltab4(:,i)-deltab2(:,i).*deltab3(:,i);
```

```
deltac1=delta1;
```

```
deltac2=deltaa1;
```

```
deltac3(:,i)=delta3(:,i);
```

```
deltac4(:,i)=deltaa3(:,i);
```

```
deltac(:,i)=deltac1.*deltac4(:,i)-deltac2.*deltac3(:,i);
```

```

deltad1=delta1;
deltad2(:,i)=deltab1(:,i);
deltad3(:,i)=delta3(:,i);
deltad4(:,i)=deltab3(:,i);
deltad(:,i)=deltad1.*deltad4(:,i)-deltad2(:,i).*deltad3(:,i);

a(:,i)=deltaa(:,i)./delta(:,i);
b(:,i)=deltab(:,i)./delta(:,i);
c(:,i)=deltac(:,i)./delta(:,i);
d(:,i)=deltad(:,i)./delta(:,i);

A=(r1+r2);
B1(:,i)=sum(sk.*(yk(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xk(:,i))).*(alfa2ik-
2*beta2ik.*(a(:,i)+c(:,i).*xk(:,i))));
B2(:,i)=sum((yc(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xc(:,i))).*((alfa1ik)-
2*beta1ik.*(a(:,i)+c(:,i).*xc(:,i))));
B(:,i)=-(B1(:,i)+B2(:,i));

C1(:,i)=sum(-sk.*beta2ik.*(yk(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xk(:,i))).^2);
C2(:,i)=sum(beta1ik.*(yc(:,i)-(b(:,i)+d(:,i).*xc(:,i))).^2);
C(:,i)=(C1(:,i)+C2(:,i));

sigmamml(:,i)=(-B(:,i)+sqrt((B(:,i).^2)+4*A*C(:,i)))/(2*A);
teta0mml(:,i)=a(:,i).*sigmamml(:,i)+b(:,i);
teta1mml(:,i)=c(:,i).*sigmamml(:,i)+d(:,i);

end

```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : İklim GEDİK BALAY

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Tarihi : 06.10.1982

Medeni Hali : Evli

Yabancı Dili :İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Ayrancı Yabancı Dil Ağırlıklı Lise (İngilizce) (2000)

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü (2004)

Yüksek Lisans : University of Essex, Statistics and Data Analysis (2008)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü (2010)

Çalıştığı Kurum ve Yıl:

Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü (2009-2010)

Türkiye Petrolleri Anonim Ortaklığı (2010-2011)

Yıldırım Beyazıt Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Bankacılık ve Finans Bölümü 2011-

Hakemli Dergiler

Köseoğlu, M.A., Akdeve, E., **Gedik, I.**, Bertsch, A. (2014), A bibliometric analysis of strategic management articles in healthcare management literature: Past, present and future, International journal of Healthcare Management, Vol: 7.

Barca, M., Akdeve, E. ve **Balay, G. İ.** (2013), Türkiye Sağlık Turizm Sektörünün Analizi ve Strateji Önerileri, İşletme Araştırmaları Dergisi, Vol: 5/3, 64-92.

Uluslararası Kongre Sunum

Gedik, İ., Şenoğlu, B. (2012), Nested Design: Long Tailed Symmetric Error Terms, ICORS 2012, Burlington, USA, p. 18.