



T.C
SİVAS CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL
MUHAKEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

Tuğçe ÇINARGİL

Yüksek Lisans Tezi

DANIŞMAN
Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU

SİVAS-2022

ÜSTÜN YETENEKLİ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL MUHAKEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Tuğçe ÇINARGİL

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin Matematik ve Fen Bilimleri
Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

Tez Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU

SİVAS
Eylül-2022

ETİK SÖZÜ

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- ✓ Bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- ✓ Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- ✓ Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere, bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu ve atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- ✓ Bütün bilgilerin doğru ve tam olduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ✓ Tezin herhangi bir bölümünü, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi veya bir başka üniversitede, bir başka tez çalışması olarak sunmadığımı; beyan ederim.

.../.../2022

Tuğçe ÇINARGİL

ÖZET

ÇINARGİL, Tuğçe Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Becerilerinin İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Sivas, 2022.

Bu araştırmanın amacı, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini incelemektir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden, ölçüt örnekleme tekniği kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları bu teknikle belirlenen ve katılmaya gönüllü olan üstün yetenekli 24 yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilerle yapılan görüşmeler boyunca verilen problemleri kendi cümleleriyle açıklamaları istenmiş, çözüm süreçleri tek tek sorulmuştur. Bazı öğrenciler problemi kendi cümleleriyle özetlerken bazı öğrenciler problemde yer alan bilgileri problem üzerinden ifade etme yoluna gitmiştir. Bu araştırmanın sonucunda, üstün yetenekli öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri rutin olmayan problemlerin çoğunda yaratıcı muhakemeler sergilediği görülmüştür. Öğrencilerin bazılarının ise matematiksel işlem becerilerinin yüksek olmasına rağmen rutin olmayan problemlerin çözümlerini yaparken zorlandıkları ve algoritmik muhakemeye başvurdukları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Muhakeme, Durum Çalışması, Öğrenci Gurubu Üstün Yetenekli Öğrenci

ABSTRACT

ÇINARGİL, Tuğçe Investigation of Mathematical Reasoning Skills of Gifted Students, Master Thesis, Sivas, 2022.

The purpose of this research is to examine the mathematical reasoning skills of gifted students. The case study design, which is one of the qualitative research methods, was used in the research. While determining the participants, criterion sampling technique, one of the purposeful sampling methods, was used. The participants of the study consist of 24 gifted seventh grade students who were determined by this technique and volunteered to participate. During the interviews with the students, they were asked to explain the problems given in their own words, and the solution processes were asked one by one. While some students summarized the problem in their own words, some students chose to express the information in the problem through the problem. As a result of this research, it was seen that gifted students displayed creative reasoning in most of the non-routine problems they solved individually. It was observed that although some of the students had high mathematical processing skills, they had difficulties in solving non-routine problems and resorted to algorithmic reasoning.

Keywords: Mathematical Reasoning, Case Study, Student Group Gifted Student

ÖNSÖZ

Öncelikle tez çalışmam süresince bilgi ve deneyimlerini benimle paylaşan, yol gösteren, motive eden ve rehberliğini çalışma süreci boyunca esirgemeyen, kendisi ile çalışmaktan büyük onur duyduğum değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Handan DEMİRCİOĞLU'na,

Çalışmam sırasında desteklerini eksik etmeyen Sivas Bilim ve Sanat Merkezi müdürü Adem Uzun'a ve görev yapan matematik öğretmenlerine teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

ETİK SÖZÜ.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
KISALTMALAR	xi

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Problem Durumu	2
1.2. Problem cümlesi ve alt problemler	3
1.3. Araştırmanın Amacı	4
1.4. Araştırmanın Önemi.....	4
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları	5

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Matematiksel Muhakeme	6
2.2. Matematiksel Muhakeme Yaklaşımları	8
2.2.1. Taklitsel Muhakeme (IR)	11
2.2.2. Yaratıcı Muhakeme (Creative reasoning CMR)	12
2.3. Üstün Yetenekli Öğrenci.....	15
2.4. İlgili Araştırmalar.....	16
2.4.1. Matematiksel muhakeme ile ilgili yapılmış olan çalışmalar	16
2.4.2. Üstün yetenekli öğrenciler ile ilgili yapılmış olan çalışmalar	25

BÖLÜM III

YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli	27
3.2. Çalışma Grubu	27
3.3. Veri Toplama Araçları	28
3.3.1. Problem Çözme Etkinlikleri.....	29
3.3.2. Görüşme Soruları	31

3.4. Verilerin Toplanması	32
3.5. Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği	33
3.6. Verilerin Analizi.....	34

BÖLÜM IV

BULGULAR

4.1. Not kâğıtları (pin cards) probleminden elde edilen bulgular	43
4.1.1. Serra (Ö2) ‘dan Elde Edilen Bulgular	44
4.1.2. Efe (Ö1) ‘Den Elde Edilen Bulgular	45
4.2. İkinci Problemden Elde Edilen Bulgular	49
4.2.1. Serra (Ö2) ‘Dan Elde Edilen Bulgular	50
4.2.2. Efe (Ö1) ‘Den Elde Edilen Bulgular	52
4.3. Üçüncü Problemden Elde Edilen Bulgular	53
4.3.1. Serra (Ö2)’dan elde edilen bulgular	54
4.3.2. Efe (Ö1)’den elde edilen bulgular	54
4.3.3. Nisa (Ö24)’dan elde edilen bulgular	55
4.4. Dördüncü Problemden Elde Edilen Bulgular.....	56
4.4.1. Serra (Ö2)’den elde edilen bulgular	57
4.4.2. Efe (Ö1)’den elde edilen bulgular	58
4.4.3. Nisa (Ö24)’den elde edilen bulgular	59
4.5. Beşinci Problemden Elde Edilen Bulgular.....	60
4.5.1. Serra (Ö2)’dan elde edilen bulgular	61
4.5.2. Efe (Ö1)’den elde edilen bulgular	62
4.5.3. Nisa (Ö24)’dan elde edilen bulgular	63

BÖLÜM V

SONUÇ TARTIŞMA VE ÖNERİLER

KAYNAKÇA.....	69
EKLER	75
Ek 1. Matematiksel Muhakeme Becerisi Ölçme Ölçeği	75
Ek 2. Görüşme Soruları.....	77

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. TIMSS (2019) değerlendirme çerçevesindeki muhakeme Boyutları	8
Tablo 2.2. Herbert ve ark. (2015) göre ilkökul öğretmenlerinin matematiksel muhakeme algıları.....	9
Tablo 2.3. Lithner'in (2008) Muhakeme Çerçevesi.....	14
Tablo 3.1. Veri toplama araçlarının geliştirilme sürecindeki aşamalar	32
Tablo 3.2. Lithner'in (2008) Dört Aşamalı Muhakeme Yapısı	34
Tablo 3.3. Lithner'in (2008) Matematiksel Muhakeme Türleri.....	35
Tablo 3.4. Öğrencilerin verdiği cevaplara göre analiz örneği.....	37
Tablo 4.1. Çalışmaya katılan üstün yetenekli öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar	39
Tablo 4.2. Öğrencilerin Çözümlerine Göre Baskın Muhakeme Türleri	42
Tablo 4.3. Pin kart sorusundan elde edilen bulgular	43
Tablo 4.4. İkinci problemde elde edilen bulgular	50
Tablo 4.5. Üçüncü problemde elde edilen bulgular	54
Tablo 4.6. Dördüncü problemde elde edilen bulgular.....	56
Tablo 4.7. Öğrencilerin beşinci Probleme verdikleri cevaplar tabloda gösterilmiştir.	60

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Muhakemede bulunarak grafikte yol olarak problem (görev) çözme süreci..	10
Şekil 2.2. Muhakemede bulunarak grafikte yol olarak problem (görev) çözme süreci..	14
Şekil 2.3. Renzuli'nin 3'lü Çember Modeli	16
Şekil 4.1. Ö19 not kağıtları problemi için verdiği yanıt	40
Şekil 4.2. Ö1 'in. 2. Probleme verdiği cevap.....	41
Şekil 4.3. Ö2'nin 4. Probleme verdiği cevap.....	41
Şekil 4.4. Ö2'nin 1. Probleme verdiği cevap.....	44
Şekil 4.5. Ö1'in 1. Probleme verdiği cevap.....	46
Şekil 4.6. Ö24'ün 1. Probleme verdiği cevap	48
Şekil 4.7. Ö2'nin ikinci probleme verdiği cevap.....	51
Şekil 4.8. Ö1'in ikinci probleme verdiği cevap	52
Şekil 4.9. Ö24'ün üçüncü probleme verdiği cevap	55
Şekil 4.10. Ö2'nin dördüncü probleme verdiği cevap.....	57
Şekil 4.11. Ö1'in dördüncü probleme verdiği cevap.....	58
Şekil 4.12. Ö2'nin beşinci probleme verdiği cevap.....	61
Şekil 4.13. Ö1'in beşinci probleme verdiği cevap.....	62
Şekil 4.14. Ö24'ün beşinci probleme verdiği cevap.....	63

KISALTMALAR

ark	: Arkadaşları
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
TIMMS	: Trends in International Mathematics and Science Study
vb	: ve benzeri



BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik, doğadaki olayları anlamak için insan zihninde var olan sistematik bir olgudur. Değişen dünyamızda, matematik bilenler, anlayanlar, ilişkileri sorgulayanlar, yaratıcı düşünenler, geleceklerini inşa etmede diğer insanlar göre daha fazla seçeneğe sahip olacaklardır. Matematikle uğraşmak daha geniş düşünmeyi gerektirdiği için olabilecek tüm durumları göz önünde bulundurarak karar vermemizi sağlamaktadır. Matematik alışageldiği gibi sadece sayılar, işlemler ve hesaplamalardan ibaret değildir. Matematik yapabilmek matematiksel düşünebilme, matematiksel problemleri çözebilme ve muhakeme yapabilme gibi beceriler kazandırmaktadır (TIMSS, 2019). Günlük yaşantıda karşılaşılan sorunlar matematiksel düşünme ile çözülebilmektedir.

Matematik yapmak için muhakeme becerisi önemlidir (Umay ve Kaf 2005). Matematiğin temeli epistemolojik olarak muhakemedir (Steen, 1999). Muhakeme, mevcut bilgilerden hareketle sayılar, semboller, tanımlar, ilişkiler yardımıyla tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme gibi düşünme tekniklerini kullanarak yeni bilgiler oluşturma süreci olarak tanımlanmaktadır (MEB, 2013). Ayrıca matematiksel tartışmalar yapma ve matematiksel bilgileri sunma becerilerini içermektedir (NCTM, 1989). Matematiksel muhakeme karşılaşılan durumlara matematiksel bakış açısıyla birlikte sebeplerini ve sonuçlarını araştırıp durumu anlamlandırma, matematiksel kavramları ve sembollerini kullanıp mantıklı bir sonuca ulaşmaya yardımcı olmaktadır (Brodie, 2010). Mansi'ye (2003) göre tutarlı ve mantıklı düşünme, matematiksel gerçeklerden çıkarımlar veya sonuçlar çıkarmadır. Bu tanımlardan hareketle muhakeme matematiğin aksiyomlar, tanımsız kavramlar ve teoremlerden oluşan aksiyomatik sistem yapısıdır. Yani bilinenlerden veya varsayılanlardan anlamlar ya da sonuçlar çıkarma olarak ifade edilebilir. Matematikteki sonuçlara deney ya da gözlemle değil, muhakeme yaparak ulaşılmaktadır. Ev Çimen'e (2008) göre matematiksel muhakeme yapabilmek için öncelikle, matematiği anlamak gereklidir. Matematiği anlayan bireyler matematiksel yeterliliğe ulaşmayı sağlayacak olan gerekçelendirme, genelleme, sembollerle açıklama gibi becerileri de rahatlıkla kullanabilir (Ball ve Bass, 2003; Brodie, 2010). Olaylar ve kavramlar arasındaki ilişkileri açıklama becerisini gerektiren matematiksel muhakeme, bunlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları da mantıklı şekilde düşünmeyi sağlamaktadır (Çoban, 2010).

Matematik eğitiminde hem temel matematiksel kavramları anlayabilme hem de matematiksel düşünebilme için problem çözebilme, mantıklı çıkarımlarda bulunabilme, muhakemede bulunabilme, etkili kararlar verebilme ve günlük hayata uyarlama gibi beceriler kazandırılmalıdır (MEB, 2009). Bireylerin düşünme mekanizmalarını, muhakeme ve problem çözme becerilerini geliştirmek matematik eğitiminin öncelikli amaçlarındandır (NCTM, 2000). Umay' a (2003) göre matematik eğitimi; sayıları ve işlemleri öğretmekten, günlük hayatta kullanılan matematiksel hesaplamaları kazandırmaktan daha ötedir. İnsanların yaşam boyunca kullandığı düşünebilme, olaylar arasında ilişki kurabilme, problem çözebilme ve muhakeme yapabilme gibi önemli destekler sağlamaktadır. Matematik öğretiminde öğrencilere neden, nasıl ve niçin sorularını sordurmak ve sorulara karşılık olarak mantıklı cevaplar elde etmek. Yani muhakemenin gelişimini sağlamak en önemli hedeflerdendir (Altıparmak ve Öziş 2005). Son yıllarda yapılan matematik eğitimi ile ilgili çalışmalarda öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ve matematiği anlamlı kılmaları üzerine vurgu yapılmaktadır (NCTM, 2000).

Matematiksel muhakemenin geliştirilmesi amacıyla yetiştirilen insan kaynaklarından birisi de üstün yetenekli (özel yetenekli) öğrencilerdir. Bilim ve Teknoloji Yüksek Kurulu 25. Toplantısı'nda üstün yetenekli öğrencilerin eğitime gerektiği kadar önem verilmediğine ve yürütülecek çalışmalara geç kalındığına değinilmiştir (MEB, 2014). Toplumda sayılarının az olduğu için eğitimciler tarafından gerektiği kadar dikkate alınmayan üstün zekâlı ve üstün yetenekli bireylerin performanslarını artırabilecek zenginleştirilmiş içerikli eğitim programlarına ihtiyaç olduğu düşünülmektedir (Emir ve Yaman, 2017). Milli Eğitim Bakanlığı bünyesindeki bilim ve sanat merkezleri ile destek odaları, bu öğrencilere hizmet sunmaktadır. Ayrıca mevcut olan eğitim programında uyarlamalar ve küçük değişimlerle üstün yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçları karşılanmaktadır. Üstün yetenekli öğrencilerin en çok ilgi duydukları alanlardan birisi de matematiktir.

1.1. Problem Durumu

Matematiksel muhakeme becerisinin gelişmesi öğrencilerin matematikteki ve diğer branşlardaki başarısını etkilemektedir. Matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden birisi olayların nedenini göz önünde bulundurarak muhakemenin gelişimini sağlamaya çalışmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bu nedenle son zamanlarda

yapılan çalışmalarda ve matematik öğretiminde matematiksel muhakeme becerisinin geliştirilmesi için uygun ortamlar hazırlanmasının gerekliliği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Öğretim programları ve uluslararası alanlarda yapılan çalışmalar matematiksel problem çözebilme, düşünebilme ve muhakeme edebilme yeteneklerini geliştirmeyi, buna bağlı olarak da öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları gerçek problemleri çözme becerilerini geliştirmeyi önemsemektedir (NCTM, 2000).

Üstün yetenekli öğrenciler zekâ, yaratıcılık ve özel akademik alanlarda akranlarına oranla daha yüksek düzeyde performans sergileyen bireydir (MEB, 2013). Bilim ve Teknoloji Yüksek Kurulu 25. Toplantısı'nda üstün yetenekli öğrencilerin eğitime gereken önemin verilmediği bu alanda yapılacak çalışmalara geç kalındığı üzerinde durulmuştur (MEB, 2014). Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bilim ve sanat merkezleri ve destek odaları, üstün yetenekli öğrencilerin eğitim ihtiyaçları karşılanmaktadır. Üstün yetenekli öğrenciler tarafından ilgi duyulan derslerden birisi de matematiktir. Üstün yetenekli bireylerde matematiksel muhakeme becerisi gelişmiş bireylerin olabileceği ön görülmektedir (Yılmaz, 2019).

Alanyazında yapılan araştırmalar incelendiğinde ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini ve süreçlerini nitel olarak inceleyen araştırma sayısının az olduğu dikkat çekmektedir. Yurt içinde yapılan matematiksel muhakemeyle ilgili araştırmaların matematik eğitime ve öğretmenlere yararlı olduğu bilinmesine rağmen çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Az sayıdaki bu çalışmalarda da matematiksel muhakeme ve üstün yetenekli öğrencilerle ilgili sınırlı sayıda ve ayrı ayrı çalışmalar yapıldığı görülmüştür. Bu nedenle bu çalışmada üstün yetenekli öğrencilerinin matematiksel muhakeme süreçlerini incelemek amaçlanmaktadır.

1.2. Problem cümlesi ve alt problemler

Bu çalışmanın problem cümlesi “üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri nasıldır?” şeklindedir. Bu probleme cevap verebilmek için oluşturulan alt problemlerde aşağıdaki gibidir.

1. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme süreçleri nasıldır?
2. Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri problem durumuna göre değişmekte midir?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı; üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme beceri süreçlerini incelemektir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Matematiksel muhakeme, matematiğin bir konusu değil, matematiksel bir süreçtir (Umay, 2005). Öğrencilerin muhakeme yapma becerilerinin gelişmişliği matematik öğrenilmesini kolaylaştırdığı için (Fischbein ve Schnarch 1997) bu becerilerin kazandırılması önemlidir.

Matematik eğitimi alanındaki çalışmalarda matematiksel muhakemeyi konu alan çalışmaların dikkat çekici olmasının nedeni; matematiksel muhakemenin, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin bir parçası olmasıdır. Var olan çalışmalara bakıldığında, genellikle matematiksel muhakeme becerisi ve çeşitli değişkenler arasındaki ilişkinin incelendiği nicel çalışmalar oldukları görülmektedir. Ek olarak alanyazındaki araştırmalarda ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini inceleyen nitel araştırma sayısı çok azdır. Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini ve süreçlerini ayrıntılarıyla betimleyen nitel araştırmaların yapılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Ek olarak matematik alanında üstün yetenekli öğrenciler, matematiksel problemlerin çözümünü yaparken yaratıcılıklarını ortaya koyan bireylerdir. Yani, üstün yetenekli öğrenciler matematiksel anlamda yaratıcı bireylerdir (Kim ve Cho, 2003). Gallagher (1975) ve Renzulli (1978) yaptığı çalışmada üstün yetenekli bir öğrencinin akranı olan üstün yetenekli olmayan bir öğrenci ile karşılaştırıldığında üstün yetenekli öğrencinin daha iyi matematiksel muhakeme becerisine sahip olduğunu belirtmektedir. Buna rağmen üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin süreçlerini konu edinen araştırmaların azlığı dikkat çekmektedir.

Bu nedenlere bağlı olarak yapılan bu çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulguların literatüre önemli katkı sağlayacağı ve matematik eğitimi ve öğretimine faydalı olacağı düşünülmektedir. Bu çalışma, üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini belirlemek ve bu süreçte sergiledikleri matematiksel muhakeme becerilerini ortaya koymak açısından önemli görülmektedir. Ayrıca yapılan çalışmalara bakıldığında bu şekilde bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu da çalışmanın önemini ortaya koymaktadır.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma 2020-2021 ğretim yılı ile Sivas Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim gören 24 üstün yetenekli ğrenci ve veri toplama aracında yer alan problemlerle sınırlıdır.



BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde matematiksel muhakemenin tanımı ve farklı muhakeme boyutları açıklanacaktır.

2.1. Matematiksel Muhakeme

Muhakeme, genel olarak yüksek çıkarımsal ve mantıksal beceriler olarak ifade edilmektedir (Jäder, Sidenvall ve Sumpter, 2016). MEB (2013) muhakemeyi, akıl yürütme olarak ele almaktadır; verilenlerden hareketle matematiksel semboller, tanımlar ve ilişkiler yardımıyla tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma ve genelleme gibi düşünme tekniklerini kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci olarak tanımlanmaktadır. Muhakeme yargılardan, gerçeklerden veya önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları temele oturtmak ve bunlardan emin olmaktır (Altıparmak ve Öziş, 2005, s.27). Usa vurma, akıl yürütme ya da muhakeme tüm etmenleri göz önüne alındığında düşünerek akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir (Umay, 2003, s.235).

Muhakeme, iddiaları üretilip sonuçlara varmak amacıyla yapılan bir düşünce yapısıdır. Mutlaka kanıtlanmış bir mantık yapısına bağlı kalmak zorunda değildir. Bundan ötürü ispatlamayla sınırlı değildir ve bazı geçerli nedenlerle desteklediği süreçte basit, yanlış veya yüzeysel olabilir (Lithner, 2008, s.257). Reid ve Knipping (2010) göre muhakeme bir nesne veya olayın matematiksel yönlerine odaklanmayı, bu nesne veya olay hakkında tahminde bulunmayı ve ardından bu yönler arasındaki ilişkilere dayalı çıkarımlar yapmayı içermektedir. Muhakeme hedefi matematikte ise doğruları bulma, bilgileri açıklama, sistematikleştirme, iletişim kurma, teori inşa etme ve keşfetme gibi birçok fonksiyona sahip olabilir (Yackel ve Hanna 2003). Muhakeme hedefi zorludur ve matematikte bildirileri anlamlandırma ve içselleştirme için önemli bir konudur (Stylianides, 2010, s.44).

Bu tanımlardan anlaşılacağı üzere muhakeme becerisi, verilen bilgileri anlamlandırmanın ve nedenlerini ifade etmenin ön koşulu olarak açıklanabilir. Herhangi bir konuda muhakeme yapabilmek için, o konuyla ilgili yeterli düzeyde bilgi sahibi olmak gerekmektedir. Muhakeme yapabilen insanlar yeni karşılaşılan durumları tüm boyutlarıyla inceleyip keşfeder, geçerli tahminlerde bulunur, düşüncelerini

gerekçelendirir, mantıklı sonuçlara ulaşır, ulaştığı sonucu sebepleriyle açıklayabilir ve doğruluğunu savunabilir (Umay, 2003, s.235).

Muhakeme yapma, matematiksel düşünmenin bir çeşididir ve farklı düşünme tarzlarını içermektedir. Eleştirel ve yaratıcı düşünme yapılmadan muhakeme yapılamaz. Başka bir ifadeyle muhakeme, sadece düşünmenin ileri aşamalarında ortaya çıkan bir beceridir. Bu bakımdan muhakeme mantıksal yollarla düşünme süreci olarak tanımlanabilir, görüşler veya düşünceler mantıksal düşünmeye bağlıdır (Umay, 2003). Matematik yaparken sonuçlara fen bilimlerinde olduğu gibi deneylerle ya da gözlemlerle değil, matematikte kullanılan kuralların ve işlemlerin temelindeki muhakemeye ulaşılır (Umay ve Kaf, 2005, s.188). Matematiksel muhakeme yapmak öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiği anlamasını ve matematiksel düşünceleri aktif olarak anlamlandırmasını sağlamaktadır (Brodie, 2010; Stylianides, 2010).

Yankelewitz, Mueller ve Maher (2010) muhakemenin gelişmesi için öğrencilerin birbirleriyle etkileşimde olduğu, fikirlerini beyan ettiği bir ideal ortam olduğunu vurgulamışlardır. Matematiksel muhakemenin gelişmesi için öğretmenler, muhakemeyi yapılacak problemler kullanması, öğrencilerin fikirlerinin sebeplerini açıklayabilmesi için onlara zaman vermesi ve onları teşvik etmesi, birbirleriyle etkileşimde kalarak çalışmalarına imkan sağlayacak uygun öğrenme ortamlarını temin etmesi gerekmektedir (Francisco ve Maher, 2005). Ek olarak öğrencilere matematiksel problemlere kendi çözümlerini oluşturma imkanları vermek de önemlidir (Lithner, 2008). İlköğretimde muhakemenin gelişmesi, bilgileri kavrama ve matematiksel ifadeleri birbiriyle ilişkilendirme becerisinin gelişmesinde çok önemlidir. Matematiği muhakeme yaparak kendi işlem önceliğini benimseyerek, problemleri sorgulayarak ve neyi niçin yaptığını anlayarak oluşturmak kalıcı öğrenmeyi sağlamaktadır (Umay ve Kaf 2005). Akıl yürütme yani muhakeme, matematik öğrenme ve öğretme sürecinin vazgeçilmez bir bileşenidir (Duarte vd. 2005).

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) (2003)'e göre bir bilişsel beceri olarak matematiksel muhakeme yapabilmek için analiz, sentez, genellemeler yapma, çeşitli bağlantılar oluşturma, sonuçlara karar verme ve doğruluğundan emin olmak için sağlama yapma becerilerini içermektedir. Matematiksel muhakeme; tahmin edebilme, matematiksel tartışmalar geliştirebilme ve değerlendirebilme, matematiksel bilgileri çeşitli şekillerde sunabilme becerilerini kapsamaktadır (NCTM 1989). Bunlarla beraber NCTM (2000), ilköğretim öğrencilerinin

sahip olması gereken matematiksel muhakeme becerilerini belirlemiştir. Buna göre öğrenciler;

- Muhakeme yapma ve ispat etmenin matematiğin temelinde olduğunu anlaması,
- Matematiksel çıkarımlar yapabilmesi ve matematikle ilgili konuları araştırabilmesi,
- Matematiksel tartışmalar ve ispatlar geliştirebilmesi ve değerlendirebilmesi,
- İspatın çeşitli yöntemlerini seçebilmesi ve kullanabilmesi gereklidir.

2.2. Matematiksel Muhakeme Yaklaşımları

Matematiksel muhakeme ile ilgili farklı çalışmalarda (Herbert, Valeb, Braggb, Loongb ve Widjaja, 2015; TIMSS, 2019) farklı boyutlar önerilmiştir. TIMSS (2019) değerlendirme çerçevesinde matematiğin bilişsel alanları bilme, uygulama ve muhakeme olarak ifade edilmiştir. Bu değerlendirme çerçevesinde matematiksel muhakemenin boyutları ise Tablo 2.1’ deki gibi verilmiştir.

Tablo 2.1. TIMSS (2019) değerlendirme çerçevesindeki muhakeme Boyutları

Analiz	Sayılar, ifadeler, nicelikler ve şekiller arasındaki ilişkileri belirleme, açıklama veya kullanma.
Birleştirme/Sentez	Problemleri çözmek için bilginin unsurlarını, ilgili temsillerini ve süreçlerini ilişkilendirme.
Değerlendirme	Alternatif problem çözme stratejilerini ve çözüm yollarını değerlendirme.
Sonuç çıkarma	Bilgi ve kanıt temelinde geçerli çıkarımlar yapma.
Genelleme	İlişkileri daha genel ve daha yaygın olarak geçerli terimlerle ifade etme.
Doğrulama	Bir strateji veya çözümü desteklemek için matematiksel argümanlar sunma.

Tablo 2.1’ de görüldüğü gibi TIMSS (2019) değerlendirme çerçevesine göre verilen muhakeme boyutları analiz yapma, sentez yapma, değerlendirme, sonuç çıkarma, genelleme ve doğrulama gibi alt başlıklardan oluşmaktadır. Herbert, Valeb, Braggb, Loongb ve Widjaja (2015) ilkokulda görev yapan öğretmenlerin matematiksel muhakeme algılarını belirleyebilmek için bir çerçeve önermişlerdir. Bu çerçeve yedi kategoriden oluşmaktadır. Bu kategoriler Tablo 2.2’ de açıklanmıştır.

Tablo 2.2. Herbert ve ark. (2015) göre ilkokul öğretmenlerinin matematiksel muhakeme algıları

Kategori	Matematiksel muhakeme algısı
Kategori A	Muhakeme, düşünmek olarak algılanır.
Kategori B	Muhakeme, düşünceyi iletmek olarak algılanır.
Kategori C	Muhakeme, problem çözmek olarak algılanır
Kategori D	Muhakeme, düşünceyi doğrulamak olarak algılanır
Kategori E	Muhakeme, varsayımlar formüle etme olarak algılanır
Kategori F	Muhakeme, varsayımları doğrulamak için mantıksal argümanlar kullanmak olarak algılanır
Kategori G	Muhakeme, matematik bakış açısı ile bağlantı kurma olarak algılanır

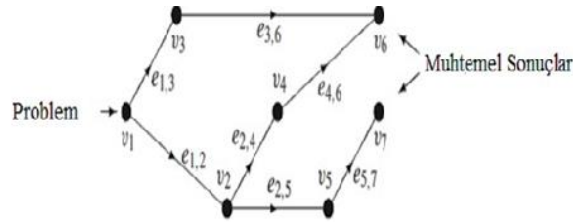
Kategori A’da öğretmenler, matematiksel muhakeme algılarını tanımlamak için genel olarak düşünmeye vurgu yapmışlar ve bağımsız olarak yürütülen çok özel bir eylem olarak görmüşlerdir. Kategori B’de öğretmenler, matematiksel akıl yürütme algılarını tanımlarken, çocukların düşüncelerinin akranları veya öğretmenleri gibi diğer insanlarla paylaşılması olarak ifade etmişlerdir. Kategori C’de, öğretmenler problem çözmeyi akıl yürütme ile eş anlamlı olarak adlandırmışlardır. Kategori D’de öğretmenler, çocukların düşüncelerini açıklamalarını gerekçelendirmenin önemine değinmişlerdir. Kategori E’de öğretmenler, matematiksel akıl yürütme algılarına ilişkin açıklamalarında varsayımlarda bulunan çocuklarla muhakemeyi ilişkilendirmişlerdir. Kategori F’de varsayımları doğrulamak için mantıksal argümanlar kullanmak olarak algılamışlardır. Ve son olarak Kategori G’de öğretmenler matematiksel muhakemeye, çocukların problem çözmek ve matematiği anlamlandırmak için önceki matematik bilgilerinin farklı yönlerini bir araya getirdikleri örnekler olarak ifade etmişlerdir. Bu çerçeveden görüldüğü öğretmenlerin muhakeme algılarının kategorileri ayrı bir yöne vurgu yapmaktadır.

Lithner’e (2008) matematiksel muhakemenin rutin olmayan problemlerin çözümünün tüm zorluk seviyelerinde kullanılabileceğini ve bir görevi (problemi) çözmenin aşağıdaki dört adımı gerçekleştirmek olarak görülebileceğini ifade etmektedir.

- 1) Bir (alt) görevi yerine getirilir, nasıl devam edileceği açık değilse *sorunlu durum* olarak adlandırılır.
- 2) Seçme, hatırlama, inşa etme, keşfetme, tahmin etme gibi *bir strateji seçimi* yapılır. Burada 'strateji' yerel prosedürlerden genel yaklaşımlara kadar uzanır ve 'seçim' geniş bir anlamda görülür. Strateji görevi (problemi) neden çözecek? gibi *tahmini argümanlarla* desteklenebilir.

- 3) Strateji görevi neden çözdü? gibi doğrulayıcı argümanlarla desteklenebilen strateji uygulanır.
- 4) Bir sonuç elde edilir.

Lithner (2008) muhakeme dizisini, yönlendirilmiş bir grafikte bir yol olarak Şekil 2.1. deki gibi ifade etmiştir.



Şekil 2.1. Muhakemede bulunarak grafikte yol olarak problem (görev) çözme süreci

Şekil 2.1’de v_n , hem bilginin hem de problemin (alt problemin- görevin) anlık durumunu; $e_{n,m}$ geçiş kenarı ise stratejinin uygulanmasını temsil etmektedir. Muhakemede bulunan kişi v_n den başlayarak diğer yolların arasında bir strateji seçer. Burada v_n ’de hazır olan ve erişilmeyen bilgi geri çağrılır veya yapılandırılır. Ayrıca v_m ’deki yeni bilgiyi oluşturmaya hazırlanır. Burada problem kısmen çözülür dolayısıyla da yeni bir problem formüle edilir (Lithner, 2008). Burada doğru muhakeme yaparak ve uygun strateji belirleyerek ulaşılan bir bilgi veya sonucun, yeni bir probleme dönüşebileceği ve bu yeni problemi tekrar muhakeme yapmayı ve yeni stratejiler seçmeyi gerektirebileceği belirtilmektedir. Ancak, doğru sonucu elde etmek için farklı stratejiler kullanılabilirlikle birlikte, bu tekrar eden muhakeme yapma ve strateji seçme süreciyle birlikte farklı sonuçlara ulaşma ihtimalinin de olduğu unutulmamalıdır. Dolayısıyla, bu süreç gerçekleşirken doğru sonuçlar elde etmek için doğru muhakeme yapabilmek ve uygun stratejiler seçebilmek çok önemlidir (Erdem, 2015). Bu çalışmada, Lithner (2008) tarafından ifade edilen matematiksel muhakeme çerçevesi kullanılmıştır. Çerçeve, öğrencilerin yaptıkları muhakemelerin analizinde kullanılmakta ve farklı muhakeme çeşitlerini içermektedir. Bunlar; Taklitsel Muhakeme (*Imitative Reasoning*) ve Yaratıcı Muhakeme (*Creative Reasoning*)’dır.

2.2.1. Taklitsel Muhakeme (IR)

Genellikle rutin görevlerde ortaya çıkan taklitsel muhakemedir. Ezberci muhakeme (MR) ve algoritmik muhakeme (AR) olmak üzere iki tür taklitsel muhakeme tanımlanmıştır.

Ezberci (ezberlenmiş) muhakemede (*Memorised Reasoning-MR*) problemi çözme hatırlamaya dayanır ancak bir strateji olarak yalnızca bilgilerin ("Bir litre kaç cm^3 ?"), ve tanımların ("Polinom nedir?") sorulduğu veya ispatlama (analizin temel teoremini ispatlayın) gibi birkaç görev türünde yararlıdır. Ezberlenmiş muhakeme aşağıdaki koşulları yerine getirir.

1. Strateji seçimi, tam bir cevabı hatırlamaya dayanır.
2. Strateji uygulaması sadece onu yazmaktan ibarettir.

Algoritmik muhakemede (*Algorithmic Reasoning-AR*) strateji seçimi bir algoritmayı hatırlama ve hatırlanan bu algoritma prosedürünü takip etmektir. Burada ne yaptıklarına dair hiçbir kavramsal öngörüler yoktur sadece ezberlenen kurallar takip edilir. Üstelik bu kuralların neden geçerli olduğunu ifade edilemez. Stratejiyi uygularken geri kalan mantıksal adımların muhakeme açısından bir değeri yoktur, sadece dikkatsizlikten dolayı yapılan hatalar cevabın doğru olmasını engelleyebilir.

Algoritma, "belirli bir problem sınıfı için kesin bir sonuç bulmaya izin veren sonlu bir çalıştırılabilir talimatlar dizisi" (Brousseau 1997, s. 129) olarak tanımlanmaktadır. Önemi ise önceden belirlenebilir olmasıdır ve yeni bir bilgi, herhangi bir yeni karar, herhangi bir yorum bulma ve dolayısıyla bunlara atfedilebilecek herhangi bir anlam bulmak üzerine değildir (Lithner, 2008). Lithner (2008) tarafından önerilen çerçevede "algoritma" önceden belirlenmiş yalnızca hesaplamaları değil tüm prosedürleri içermektedir ve algoritmik akıl yürütme (AR) aşağıdaki iki koşulu yerine getirir.

1. Strateji seçimi, bir çözüm algoritmasını geri çağırmaaktır. Tahmine dayalı argümantasyon farklı türlerde olabilir (örnekler için aşağıya bakın), ancak yeni bir çözüm oluşturmaya gerek yoktur.
2. Strateji uygulamasının geri kalan muhakeme kısımları, muhakeme yapan için önemsizdir, yalnızca dikkatsiz bir hata bir yanıtı ulaşılmasını engelleyebilir.

Algoritmaların doğru kullanılması tek başına matematiksel kavramların anlaşıldığına dair bir gösterge değildir ve hatta kavramsal öğrenmeyi geliştirmediği ve

retkenliği düşürdüğü bilinir (Hiebert, 2003). Öğrenmenin çoğu algoritmalar yani rutinler kullanılarak oluşturulursa, problemlerin kendine özgü özelliklerine değil, algoritmanın yzeyssel özelliklerine dayanan algoritmik muhakemeye aynı zamanda ezberci öğrenmeye de yol açabilir (Lithner, 2003).

Bilinen Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme (Familiar Algorithmic Reasoning (FAR)): Ortaya konulan matematiksel akıl yürütmenin bu sınıflandırmaya ait olabilmesi için aşağıdaki iki şartı sağlaması gerekmektedir:

- ✓ Strateji seçiminde, soruda yer alan benzer bir noktadan hareket edilerek bilinen bir algoritma seçilir.
- ✓ Seçilen algoritma uygulanır.

İfade edilen benzerlik, problemde geçen bir kelime, grafiksel ya da sembolik bir ifadedir. Örneğin, ğrenci problemde yer alan “en fazla” ifadesi ile “bu soruda maksimum minimum problemlerinde yapılan işlemler kullanılacak” şeklinde bir düşünce ile strateji seçimini yapar ve gerekli algoritmayı uygular (Lithner, 2006).

Sınırlandırılmış Algoritmaya Dayalı Matematiksel Akıl Yürütme (Delimiting Algorithmic Reasoning (DAR)): Ortaya konulan matematiksel akıl yürütmenin bu sınıflandırmaya ait olabilmesi için aşağıdaki iki şartı sağlaması gerekmektedir:

- ✓ Strateji seçiminde kullanılan algoritma, yzeyssel özellikler dikkate alınarak oluşturulmuş bir algoritma kümesinin içerisinden seçilir.
- ✓ Stratejinin uygulanmasında, seçilen algoritma ile doğru sonuca ulaşılamazsa; algoritma kümesi içerisindeki bir başka algoritma ile yola devam edilir (Lithner, 2006).

2.2.2. Yaratıcı Muhakeme (Creative reasoning CMR)

Genelde rutin olmayan problemlerde kullanılmaktadır. Yaratıcı muhakemede birey, verilen bir görevi çözebilmek için kendine özgü bir yöntem oluşturur. Yaratıcı muhakeme üç koşul ile tanımlanır. Bunlar;

- 1) **Yaratıcılık:** Birey daha önceden deneyimlemediği bir muhakeme süreci oluşturur veya unutulmuş olan süreci yeniden yapılandırır. Burada sözü geçen yaratıcılık, “dahi” ya da “istisnai yenilik” anlamına gelmemektedir. Bireylere zgn olan matematiksel çözümlerin yaratılması anlamındadır. zmler

karmaşık değil mütevazı olabilir. Okullarda genellikle teşvik edilen özgün çözüm yöntemlerinin oluşturulması anlamındadır (Lithner, 2008).

2) Akla yatkınlık: Seçilen stratejinin uygulanması ve sonuçların niçin doğru ya da mantıklı olduğunu savunan argümanlardır. Bu argümanlar sadece önceden öğrendiği bilgiyi açıklamakla sınırlı değildir. Aynı zamanda strateji seçim ve uygulamalarını dolayısıyla yeni bilgiyle sonuçlanan muhakeme yapısını da yönlendirir ve açıklar.

3) Matematiksel Temel: Oluşturulan argümanlar matematiksel kurallarla oluşturulur, muhakeme yaparken kullanılan bileşenlerin matematiksel özelliklerine dayanarak geçerliliği sağlanır. Bireyin uyguladığı muhakeme matematiksel ifadeler ve kurallarla tutarlı olmalıdır.

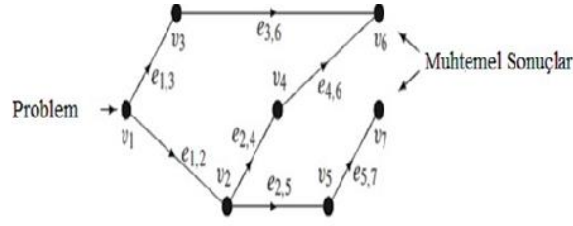
Lithner'e (2008) göre; taklitsel muhakeme yaparken yaratıcı muhakeme kullanılmaz fakat yaratıcı muhakeme yaparken taklitsel muhakemenin bazı bölümleri kullanılabilir. Hem taklitsel hem yaratıcı muhakemenin beraber kullanıldığı durumları açıklayabilmek için iki alt grup tanımlanmıştır. Bunlar; Küresel Yaratıcı Muhakeme (Global CMR) ve Yerel Yaratıcı Muhakeme (Local CMR)'dir.

Küresel Yaratıcı Muhakeme: Esas olarak yaratıcı muhakemenin ancak az da olsa taklitsel muhakemenin bulunduğu muhakeme biçimidir.

Yerel Yaratıcı Muhakeme: Esas olarak taklitsel muhakemenin ancak az da olsa mantıksal nedenler ve yaratıcı muhakemenin bulunduğu muhakeme biçimidir.

Yaratıcı matematiksel temelli akıl yürütme (*Creative mathematically founded reasoning* (CMR) aşağıdaki kriterlerin tümünü karşılar.

CMR, problem çözme olarak bir meydan okuma olmak zorunda değildir. Tanım ayrıca temel akıl yürütmeyi de içerir. Yine de çoğu çalışmada CMR nadirdir ve AR baskındır. Şimdiye kadarki tek istisna, değerlendirmede muhakeme gereklilikleri üzerine iki çalışmadır. Resmi ulusal sınavlarda, CMR gerektirdiğine karar verilen görevlerin büyük bir kısmı bulunurken, öğretmen yapımı sınavlarda bu tür görevler kıt (Palm ve diğerleri, 2005). CMR, basit CMR gerektiren görevlerde kapsamlı ve başarılı bir şekilde kullanıldı, ancak zor CMR görevlerinde AR'yi sınırlandırmanın başarısız olması daha yaygındı (Boesen ve ark. 2005).



Şekil 2.2. Muhakemede bulunarak grafikte yol olarak problem (görev) çözme süreci

Şekil 2.2'ye geri dönerek özetlemek gerekirse, CMR'deki geçiş yaratılır. AR'de bilinen bir yolu takip eder ve MR'da hatırlama yoluyla anında gerçekleşir. Ayrıca, CMR'de epistemik değer, muhakemenin akla yatkınlığı ve mantıksal değerinde yatar, MR ve AR'de ise taklit edilen bilginin kaynağının otoritesi tarafından belirlenir.

Lithner'in (2008) tanımladığı muhakeme yapısı Tablo 2.3' de özetlenmiştir.

Tablo 2.3. Lithner'in (2008) Muhakeme Çerçevesi

Muhakeme Türleri	Alt bileşenleri	Göstergeler
Taklitsel Muhakeme (IR) (Rutin problemlerde ortaya çıkan muhakemedir)	Ezberci Muhakeme (MR)	- Strateji seçimi, cevabı hatırlamak üzerine kuruludur. - Strateji uygulaması sadece yazmayı içerir
	Algoritmik Muhakeme (AR)	- Strateji seçimi bir çözüm algoritması hatırlamaktır. - Ezberlenmiş bir prosedür takip edilir. - Kuralların neden geçerli olduğunu içeren argümantasyon belirtisi yoktur.
Yaratıcı Muhakeme (CMR) (Rutin olmayan problemlerde ortaya çıkan muhakemedir.)		Yaratıcılık: Daha önceden karşılaşmadığı ya da unutulan bir muhakeme süreci gerçekleştirir. Akla yatkınlık: Sonuçların niçin doğru ya da mantıklı olduğunu açıklayabilir. Matematiksel temel: Açıklamalarında kullandığı matematiksel ifadeler ve kavramları doğru ve mantıklı şekilde kullanabilir.
Taklitsel Yaratıcı Muhakeme (Taklitsel yaratıcı muhakemenin birlikte kullanıldığı muhakemedir.)	ve Küresel Yaratıcı Muhakeme (Global CMR)	Temelde yaratıcı muhakemeye dayanır fakat içerisinde az da olsa taklitsel muhakeme bulunur.
	ve Yerel Yaratıcı Muhakeme (Local CMR)	Temelde taklitsel muhakemeye dayanır fakat içerisinde az da olsa mantıksal nedenler ve yaratıcı muhakemenin küçük bir takım unsurları vardır.

Yapılan araştırmalarda yaratıcı muhakeme yaklaşımının, hafızada tutabilme ve yeni bilgiler oluşturabilme açısından algoritmik muhakeme yaklaşımından daha etkili olduğu belirtilmiştir. Bu nedenle öğrencilere, yaratıcı muhakeme becerilerini

geliştirebilecek ve uygulayabilecek rutin olmayan problemler ve görevler sunulmalıdır (Lithner, 2008).

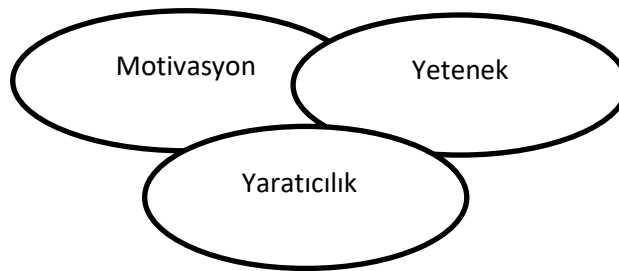
2.3. Üstün Yetenekli Öğrenci

Üstün yetenekli öğrencilerin geçmişte tanımları tam anlamıyla yapılamadığı için okuldaki eğitim-öğretim hayatına adapte olamamışlardır. Birçok üstün yetenekli öğrencinin okuldaki eğitim-öğretim hayatları kısa sürmüştür. Daha sonraları üstün yetenekli olmak ile bazı derslerde başarılı olmak arasında bir çizginin olduğu fark edilince yapılan çalışmalar neticesinde bu kişiler daha uzun süre okul ortamından faydalanabilmişlerdir.

20. yüzyıl başlarında “üstün zekâlı çocuk” kavramını ilk kez kullanan kişi Lewis Terman olmuştur (Conklin ve Frei, 2015). Terman’a (1926) göre, üstün yetenekli öğrenciler yapılan zekâ ölçümünde puanları en üst seviyede bulunanlardır (Mendaglio, 2016). Üstün yetenekli öğrenciler zekâ, yaratıcılık, sanat, liderlik kapasitesi veya özel akademik alanlarda akranlarına göre daha yüksek düzeyde potansiyelinin olduğu uzmanlar tarafından belirlenen öğrencileri ifade eder (Bilsem Yönerge 2007: madde4). Her yüz çocuktan en az ikisinin üstün yeteneklere ve hünere sahip olduğu bilinmektedir. Eflatun bu çocukları “Altın Çocuklar” diye adlandırır (Çamurlu 2001: 4).

Ulusal Üstün Zekâlı Çocuklar Birliği (National Association of Gifted Children (NAGC) de üstün yetenekli öğrencilerin bir ya da birden çok alanda öğrenme veya performans sergileme konusunda akranlarına göre daha yüksek performans gösterdiğini söylemektedir (Fonseca, 2014).

Renzuli’nin 3’lü Çember Modeli’nde zekâ testlerinin puanları ile değil, bu üç kümenin kesişimi ile ifade etmektedir. Şekil 2.3.de gösterilmiştir.



Şekil 2.3. Renzuli'nin 3'lü Çember Modeli

Modele göre üstün yetenekli öğrencilerin, normal zekâ gelişimi gösteren bireylerden daha üstün bir yeteneğe sahip olmalıdır. Üstün yetenekliliğin statik değil dinamik olduğunu iddia eden Renzulli (2014)'ye göre öğrenci, karşılaştığı problemlere farklı açılardan bakarak yaratıcı çözümler getirmeli ve üstlendikleri sorumlulukları sonuna kadar götürebilecek yüksek motivasyona sahip olmalıdır.

Üstün yetenekli öğrenciler matematik dersinde verilen problemleri çözerken yaratıcı fikirler oluşturan bireylerdir. Diğer bir deyişle, bu öğrenciler matematiksel yaratıcılığa sahiptirler (Kim ve Cho, 2003). Gallagher (1975) ve Renzulli (1978), akran olan üstün yetenekli olmayan bir öğrenci ile üstün yetenekli bir öğrenci karşılaştırılınca matematiksel muhakeme becerisinde üstün yetenekli öğrencinin daha iyi olduğu görülmektedir. Ek olarak üstün yetenekli öğrencilerin matematik dersindeki sayılar, kavramlar ve matematiksel bilgiler ile ilgili olağandışı merakları vardır. Ayrıca üstün yetenekli öğrenciler diğer öğrencilere zor ve karmaşık gelebilecek problemleri çözerken analitik düşünme, eleştirel düşünme, tümevarım ve tümdengelim gibi farklı stratejileri kullanırlar (Holton ve Gaffney, 1994)

2.4. İlgili Araştırmalar

Bu kısımda matematiksel muhakeme ve üstün yetenekli öğrenciler ile yapılmış olan çalışmalar sunulmuştur.

2.4.1. Matematiksel muhakeme ile ilgili yapılmış olan çalışmalar

Erdem ve Soylu (2019) farklı öğretim yollarıyla zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve matematik tutumuna etkisini araştırmışlardır. Kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi; eğitsel oyunlar, somut materyaller, karikatürler ve bilgisayar destekli uygulamalar kullanılarak, günlük yaşamla ilişkilendirilerek ve işbirlikli heterojen gruplarla tartışılarak sekiz hafta süresiyle çalışma devam etmiştir. Araştırmanın verileri, öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Testi'ne ve Matematik Tutum Ölçeği'ne ön test ve son testte verdikleri tüm cevaplardan elde edilerek sonuçlanmıştır. Yapılan analizler; öğrenme ortamında yapılan müdahalenin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini anlamlı düzeyde geliştirdiğini ve öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiğini ayrıca işbirlikli gruplarda açık uçlu problemlerin öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirdiğini göstermiştir.

Ayrıca derslerde açık uçlu problemlerin kullanılmasının öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmelerinde çok önemli olduğu vurgulanmıştır.

Norqvist et al. (2019) amaç olarak algoritmik çözüm şablonları verilen problemleri, öğrencilerin çözüm oluşturmalarını gerektiren problemlerle mukayese etmiş ve bunu öğrencilerin öğrenme süreçleri ve sonuçlarıyla ilişkilendirerek incelemiştir. Bu çalışma, yaş ortalaması 23 olan 48 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin problem çözme stratejileri hakkındaki bilgilerini, sonraki test performansları ve kornea göz takibi ile toplamışlardır. Sonuçlar, yaratıcı problemlerle pratik yapan öğrencilerin algoritmik problemlerle pratik yapan öğrencilere göre daha iyi performans gösterdiğini, verilen algoritmalara maruz kalan öğrencilerin çözüm yönteminin anlaşılmasını destekleyen problemin unsurlarını dikkate almadıklarını, çözüm şablonu olmayan görevlerin şablonları olan görevlerle mukayese edildiğinde öğrenmeyi geliştirdiğini gösterir.

Tum (2019) farklı öğretim yöntemleriyle tasarlanarak zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel akıl yürütme becerisine ve problem çözme başarısına yönelik tutuma etkisini belirlemek ve süreci katılımcıların açısından değerlendirmek için çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda zenginleştirilmiş öğrenme ortamının yedinci sınıf öğrencilerinin her öğrenme stilli grubu için matematiksel akıl yürütme becerilerini geliştirdiğini tespit etmiştir. Öğrenme ortamının katılımcıların matematik problemi çözmeye yönelik yaklaşımının olumlu yönde artırdığı ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bakış açısına göre zenginleştirilen öğrenme ortamının öğrencilerin derse katılımını arttırdığı, etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, matematiksel muhakeme becerisini kullanmayı teşvik ettiği ve bu beceriyi geliştirdiği yönünde görüş beyan etikleri tespit edilmiştir.

Çalışkan (2019), yaptığı çalışmada matematik dersinde başarılı olan öğrencilerin rutin olmayan matematik problemlerini çözerken kullandıkları matematiksel akıl yürütme yeteneklerini incelemiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin genellikle yaratıcı akıl yürütme kullandıkları, yaratıcı akıl yürütmeyle birlikte taklitsel akıl yürütmeyi kullandıkları ve bazen de taklitsel akıl yürütmeyi kullandıkları araştırmanın sonucunda görülmüştür. Öğrencilerin rutin problemlerde rutin olmayan problemlere göre daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çoban ve Ersözlü (2019), çalışmayı öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleriyle biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanmaları arasında ilişkiyi belirleme amacıyla

yapmıştır. Çalışmanın bulguları incelendiğinde, katılımcıların biliş ötesi öğrenme stratejileri ile matematiksel akıl yürütmeleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuş, katılımcıların biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma seviyeleri arttıkça matematiksel akıl yürütmelerinin de arttığı görülmüştür.

Ayrıca Çoban (2019), farklılaştırılmış öğretim tasarımının öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerine, biliş ötesi öğrenme yöntemlerini kullanmalarına ve problemleri çözebilmesine etkisini ve öğrencilerin bu konudaki görüşlerini incelemek için çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonuçları incelendiğinde farklılaştırılmış öğretimin, öğrencilerin biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerini olumlu etkilediği görülmüştür. Ek olarak bu çalışmada farklılaştırılmış öğretim tasarımının matematiksel akıl yürütme becerisini olumlu olarak etkilediği görülmüştür. Ayrıca çalışmaya katılan öğrencilerin farklılaştırılmış öğretim tasarımıyla ilgili fikirlerinin olumlu olduğu görülmüştür.

İlhan ve Arslaner (2018) bu çalışmayı matematik öğretmeni adaylarının geometrik şekillerde akıl yürütmelerini üniversitelere ve sınıf düzeylerine göre farklılaşp farklılaşmadığını incelemek amacıyla yapmışlardır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde; katılımcıların geometrik şekillerde akıl yürütmelerinin orta düzeyde olduğu, sınıflar arasında anlamlı farklar olduğu gözlemlenmiştir. Ek olarak üniversitelere göre farklı sonuçlar ortaya koyulduğu belirlenmiştir. Akıl yürütme becerilerini geliştirmeye yönelik eğitim yöntemlerinin uygulanması önerilmiştir.

Yöndemli (2018), sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin zekâ oyunları ile gelişen yeteneklerinin matematiksel akıl yürütmeye ve matematik dersindeki çabalarına olan etkisini araştırmıştır. Çalışma sonucuna bakıldığında zekâ oyunlarının matematiksel akıl yürütme yeteneklerini ve gayretlerini olumlu yönde etkilediği görülmüştür.

Öz ve Işık (2018) bu çalışmada matematik eğitimi bölümünde öğrenim gören öğrencilerin matematiksel akıl yürütme düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin orta düzeyde olduğu görülmektedir. Matematiksel akıl yürütme puanlarına bakıldığında ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının ilköğretim öğretmen adaylarına göre daha başarılı olmuşlardır. Ek olarak kullanılan ölçeğin boyutlarına göre, kullanılan çözüm yönteminin ve sonucun doğruluğundan emin olma, problemlerin

özmleri için mantıklı tartışma ortamı kurabilme, problemleri doğru çözebilme boyutlarında ğretmen adaylarının doğru cevaplamalarının azaldığı görülmektedir.

Lithner (2017) araştırmasında taklitsel ve yaratıcı muhakeme ile öğrenen tasarım araştırma programını, yaratıcı akıl yürütmeye yönelik eğitimin, taklitsel akıl yürütmeye yönelik öğretme tasarımlarından daha etkili ğrenmeyeolup olmadığını araştırmıştır. Yapılan bu çalışmada bu konularda yapılan araştırmaları betimlemiştir: temel kavramlar ve ğretim, matematiksel görevler, ğrenci etkinlikleri ve öğrenme arasındaki ilişkiler için bir kavramsal çerçeve; Görev / ğretim tasarımı ve öğrenme ıktıları; taklitsel ve yaratıcı muhakeme ile ilgili görev tasarım ilkeleri şimdiye kadar yapılan araştırmalardır.

Kaya, Keşan vd. (2016), yedinci sınıf ğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeylerini belirlemek için bir çalışma yapmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre; öğrencilerin cebirsel ifadeleri tanıma ve kullanma becerileri dışında aynı ifadenin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme, cebirsel ifadelere yönelik çıkarımda bulunma, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme ile rutin olmayan problemleri çözme becerilerine ait test puanlarının düşük veya orta düzeyde olduğu görülmüştür. Alt problemler incelendiğinde kız ve erkek öğrencilerin cebirsel muhakeme becerileri arasında anlamlı bir ilişkiyle karşı karşıya kalınmamıştır.

Erdem (2016) yaptığı çalışmada sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematiksel muhakeme ve okuduğunu anlama becerileri arasındaki ilişkiyi belirlemeyi planlamıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre sekizinci sınıftaki öğrencilerin okuduğunu anlamaları ve matematiksel akıl yürütmeleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki vardır. Bu iki yeteneğin anlamlı olmasından yola çıkarak, özellikle Türkçe ve matematik derslerinde matematiksel akıl yürütme ve okuduğunu anlama yeteneğinin daha etkili kullanılması ve geliştirilmesi için çalışmalar yapılması gerektiği söylenebilir.

İncebacak ve Ersoy (2016) yedinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematik dersindeki akıl yürütme becerilerini belirlemek için yaptıkları çalışma, bir devlet okulunda öğrenim gören toplam 94 ğrenci ile gerçekleştirilmiş ve araştırmada doktora tezinden geliştirmiş iki problem kullanılmıştır. Problemler TIMSS'in (2003) matematiksel akıl yürütme aşamalarına göre analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin problemleri çözerken istenilen ve yazılanları belirterek akıl yürütme becerilerini ortaya koydukları belirlenmiştir. Bazı ğrencilerin problemlerin çözümünde

tablo yaptıkları bazı öğrencilerin ise problemi anlayamadığı ve doğru cevaba ulaşamadığı görülmüştür.

Jader vd. (2016), öğrencilerinin rutin olmayan matematiksel problemleri çözerken inançlarını ve akıl yürütmelerini araştırmışlardır. Verilen problemler, hatırlanan ve bilinen algoritmaların kullanılmasından daha fazlasını kullanmaları için tasarlanmış olmasına rağmen, öğrenciler taklit yöntemi kullanmış ve problemi çözememişlerdir. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, öğrencilerin matematiksel problemleri algoritmik muhakeme ile çözmeyi tercih etme eğiliminde olduğu görülmektedir.

Erdem ve Gürbüz (2015), yedinci sınıf öğrencileri üzerine yaptığı araştırmada matematiksel muhakeme düzeylerini belirlemeyi amaçlamıştır. Yapılan analizler, öğrencilerin yaklaşık yarısının (%45) orta; %27.5'inin ise düşük matematiksel muhakeme seviyesinde olduğunu göstermiştir. Çalışmanın sonucunda verilen kararda, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmek için rutin problemlerin dışında muhakeme gerektiren üst düzey problemlerle uğraşmalarının önemi vurgulanmıştır.

Kabael ve Akın (2015) çalışmayı 7. Sınıfta öğrenim gören öğrencilerin cebirsel hikâye problemini çözerken kullandıkları problem çözme stratejilerinin ve niceliksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi amacıyla yapmıştır. Çalışmanın bulguları öğrencilerin problem çözmede hem aritmetiksel hem cebirsel stratejilerin etkili kullanabilmesinde niceliksel akıl yürütme becerisinin önemli bir rolü olduğu göstermektedir. Araştırmanın sonucuna bakıldığında, aritmetikten cebire geçişte ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel stratejileri problem çözüm sürecinde kullanma yerine genel olarak aritmetiksel çözüme odaklandıklarını ortak koymuştur.

Herbert ve ark. (2015), ilkokul öğretmenlerinin matematiksel akıl yürütme algılarını araştırma amacıyla bir çalışma yapmıştır. 24 öğretmene Muhakeme Mesleki Öğrenme Programı uygulanmıştır. Daha sonra öğretmenlerle görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerde öğretmenlerin sahip olduğu muhakeme becerilerindeki çeşitlilik incelenmiştir. Matematiksel akıl yürütme yedi kategoride açıklanmıştır. Bu algılar dört ve yedi kategori halinde sunulmuştur. Görüşmelerden alınan veriler ışığında öğretmenlerin akıl yürütme becerileri bu kategorilerle belirlenmiştir. Bu araştırma sonucunda ilkokul öğretmenlerinin matematiksel muhakeme becerilerinin çeşitlendiği belirlenmiştir.

Erdem (2015) farklı öğretim yöntemleriyle zenginleştirilen öğrenme ortamının matematiksel akıl yürütmeye ve tutumuna etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Öğrenme ortamında kesirler ve tamsayılar konularının öğretimi; eğitsel oyunlar, somut materyaller, karikatürler ve bilgisayar destekli uygulamalar kullanılmış olup günlük yaşamla ilişkilendirilerek ve işbirlikli heterojen gruplarla gerçekleştirilmiştir.. çalışmanın bulguları incelendiğinde; öğrenme ortamındaki öğretimin öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini anlamlı düzeyde geliştirdiği, etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, derse katılımı arttırdığı ve öğrencilerin matematiğe ilişkin tutumlarını anlamlı düzeyde iyileştirdiği görülmüştür. Ek olarak, gerçekleştirilen öğretimin sınıf yönetimi açısından gürültü, sınıf hâkimiyeti, not kaygısı taşımama gibi bazı sıkıntıların olduğu gerçeği de ortaya çıkmıştır.

Jonssona vd. (2014), öğrencilerin bilgiyi kendilerinin inşa etmesine dayanan, yaratıcı matematiksel akıl yürütme olarak adlandırılan muhakeme türünü açıklamıştır. Bu muhakeme türünü hatırlama ile doğrudan ilişkili olan ve okullarda daha yaygın kullanılan algoritmik muhakeme ile kıyaslamaktadır. Bu araştırma, 16 ve 17 yaşlarındaki toplam 91 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler algoritmik muhakeme ve yaratıcı muhakeme grubu olarak gruplara ayrılmıştır. Öğrencilere 14 problem ve alt problemler sunulmuştur. Algoritmik muhakeme grubundaki öğrencilere problemlerin çözümünün yöntemleri ve cebirsel formül biçiminde nasıl uygulanacağına dair bir örnek ile sunulmuştur. Yaratıcı muhakeme problemlerin nasıl çözüleceğine dair hiçbir rehberlik verilmemiştir. Araştırmanın sonucunda bu çalışmada yaratıcı muhakeme yaklaşımının, hafızada tutma ve bilgi oluşturma açısından algoritmik muhakeme yaklaşımından daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Tıraşoğlu (2013) ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğretmen adaylarının matematiksel akıl yürütmeye matematik zihin alışkanlıklarının, sorularda Polya'nın (1957) problem çözme basamaklarından faydalanarak işlenen ders kapsamında nicel ve nitel olarak değerlendirilmesi yapılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğretmen adaylarının akademik başarıları dersler sonunda arttığı görülmüştür. Ek olarak, öğrenciler problem çözme adımlarında kendilerini geliştirdiklerini ve öğrendiklerini kullanacaklarını belirtmişlerdir.

Erdem (2011) yaptığı araştırmanın amacı, ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerini düzeylerini belirlemek ve

aralarındaki ilişkiyi saptamaktır. Bunun için İlişkisel tarama modellerinden korelasyonel model kullanılmıştır. Çalışma üç farklı okulda 7. sınıf okuyan 167 ilköğretim öğrencisiyle yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak, “Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” ve “Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları çalışmaya katılan öğrencilerin çoğu matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerilerinin orta düzeyde olduğu ve bu iki beceri arasında pozitif yönde yüksek bir ilişkinin olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Yankelewitz, Mueller ve Maher (2010) dördüncü ve altıncı sınıfta öğrenim gören bireylerin kullandıkları akıl yürütme türlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaca uygun olarak öğrencilerin açık uçlu ve rutin olmayan problemlerle karşılaştıklarında kullandıkları akıl yürütme biçimlerini tanımlayıp, kategorize etmişlerdir. Öğrencilerin problemler üzerinde iki, üç ya da dört kişilik gruplar halinde çalışmaları sağlanmıştır. Verdikleri cevaplar video kaydına alınmıştır. Çalışmanın verileri incelendiğinde, öğrencilerin sundukları gerekçelere göre çeşitli akıl yürütme türleri belirlenmiştir. Tüm sınıf seviyesindeki öğrencilerin de benzer akıl yürütmelerde bulundukları sonucuna ulaşılmıştır. Akıl yürütme biçimleri; doğrudan, çelişkiyle, davalara göre, üst ve alt sınırlar kullanarak ve genel akıl yürütme olarak kategorilere ayrılmıştır. Problemlerin bir çoğunda öğrenciler tarafından yaygın olarak doğrudan akıl yürütme olduğu kullanıldığı görülmüştür. Ek olarak çalışmada verilen problemlerin, öğrencinin problem çözme işlemine katılmasını kolaylaştırmak ve matematiksel akıl yürütmesini teşvik etmek açısından çok önemli olduğu vurgulanmıştır.

Boesen, Lithner ve Palm (2010) ulusal sınavlarda matematiksel problemleri çözen öğrencilerin görevler ve matematiksel muhakemeleri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin ders kitaplarına benzeyen problemlerle karşılaştıklarında, belli algoritmaları hatırlayarak çözüm aradığına ulaşılmıştır. Buna benzeyen test görevleri kavramsal düşünme gerektirmediği için taklit etme yoluna başvurulduğu ve ders kitaplarında olmayan problemlerde genellikle yaratıcı matematiksel muhakemeyi kullanmaları gerektiği fakat kullanamadıkları yönünde olmuştur.

Bahtiyari (2010) 8. sınıf öğrencilerinin mevcut matematik eğitimi ve matematik eğitiminde ispatın önemi hakkındaki görüşlerini belirlemeye çalışmış, bu amaçla bir anket uygulanmak istenmiştir. Çalışmanın sonuçlarında, okulların teknik imkânlar ve

fiziki olanaklar bakımından yetersiz olduğunu veya bu imkânların etkili bir şekilde kullanılmadığı görülmüştür. Ek olarak öğrencilerin çoğunun ispatın tanımından, neden gerekli olduğundan, matematiksel olarak gelişimi etkilediğinden emin olmadıkları, ispat ve akıl yürütme açısından yeterli deneyimlere sahip olmadıkları görülmüştür.

Çoban (2010) öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri ile biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasında ilişkiyi belirlemek için çalışma yapmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin biliş ötesi öğrenme stratejileri ile matematiksel akıl yürütme becerileri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğuna, öğrencilerin biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arttıkça matematiksel muhakeme becerilerinin de arttığına ulaşılmıştır. Biliş ötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeylerinin cinsiyete, öğrenim görülen bölüme göre farklılaştığı ancak ÖSS puan türüne göre farklılaşmadığı, matematiksel muhakeme becerilerinin cinsiyete, öğrenim görülen bölüme ve ÖSS puan türüne göre farklılaştığına ulaşılmıştır.

Piltin (2008), beşinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin matematik dersinde problem çözerken kullandıkları sürecin üst biliş stratejilerine ve öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerine etkisini incelemek amacıyla bir araştırma yapmıştır. Araştırmada toplam 66 öğrenci ve birbirlerine denk olan iki sınıf ile yürütülmüştür. Bu sınıflar; deney ve kontrol grubu olarak ayrılmıştır. Matematik dersinde problem çözmede üst biliş stratejilerinin kullanıldığı grup deney grubu ve eskiden var olan sürecin uygulanmaya devam ettirildiği kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Çalışmada öğrencilere, matematiksel muhakeme ölçeği ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Çalışma sonucuna bakıldığında, deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre uygun akıl yürütmeyi belirleme ve süreci etkin kullanarak matematiksel tartışmalar, genellemeler yapmada daha başarılı oldukları görülmüştür.

Arslan (2007) ortaokul öğrencilerinin ispat etme ve akıl yürütme becerilerinin gelişimlerini incelemiştir. Çalışmanın öğrencilerin zihinsel gelişim basamaklarına uygun düşen ispat düzeylerinin belirlenmesi kısmı nicel, yargılarının arkasında yatan sebeplerin incelenmesi kısmı ise nitel olarak yapılmıştır. Araştırma sonucuna göre, ilköğretim öğrencilerinin muhakemede bulunma düzeylerinin düşük olduğu ve kullanmaları gereken stratejileri yeterli olarak kullanmadıkları, , verilen ifadenin doğruluğunu göstermede tercih ettikleri ispat türünün sınıf seviyesi ile birlikte belli oranda değiştiği (görsellik ve örneklerle doğrulamadan cebirsel ispata yönelme) görülmüştür. Özellikle sekizinci sınıf

öğrencileri ile altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ispatı tercih etme düzeyleri arasında anlamlı farklılık olduğu gözlenmiştir.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) sekizinci sınıftan mezun olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve muhakeme süreçlerini incelemek için bir çalışma yapmıştır. Araştırma sonuçlarına göre sekizinci sınıftan yeni mezun olan öğrencilerin problem çözme, matematiksel bilgilerle ilişkilendirme ve mantıksal muhakemede sorunlar yaşadığı görülmektedir. Bunun nedenleri öğrencilerin verilenlerden hareket ederek değil kişisel görüşlerine göre muhakeme yapmaları, düşüncelerinin gerekçelerini sunamamaları ve verilenler arasında bir ilişki kuramamaları olarak ifade edilmiştir.

Umay ve Kaf (2005) çalışmalarında amaçları 6, 7. Ve 8. Sınıfta öğrenim gören öğrencilerin ne gibi kusurlu muhakemeler yaptıklarını belirlemektir. Bu amaçla ilköğretim ikinci kademedeki öğrencilere dört adet problem sunulmuştur. Kusurlu muhakemelerde karşılaşılan durum, öğrencilerin muhakeme sürecini henüz tamamlamadan sona erdirmeleri ya da kavramsal eksikliklerinden dolayı, alıştıkları kalıplaşmış çözümlere yönelmeleri biçiminde olmuştur. Özetle öğrencilerin düşük muhakeme yüzdelerinin daha yüksek olduğu, bunu kusurlu muhakeme yüzdesinin izlediği; doğru muhakeme yüzdesinin ise en düşük seviyede kaldığı ve farklı sınıf seviyelerindeki öğrenciler arasında anlamlı bir ayrım olmadığı tespit edilmiştir.

Altıparmak ve Öziş (2005) çalışmasında farklı yaş seviyelerindeki öğrencilerin matematiksel ispat ve muhakeme becerilerinin gelişimini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaca yönelik olarak araştırmada NCTM standartları doğrultusunda tüm kademelerdeki öğrencilere matematiksel ispat kavramı hakkında açıklamalar ve örnekler verilmiş; tüm kademelerde muhakemenin gelişimi incelenmiştir. Birbirinden farklı yaşlardaki öğrencilerin akıl yürütme kavramlarını, okul öncesi dönemdeki öğrencilerde; sınıflama, eşleştirme, karşılaştırma, sıralama; ilköğretim öğrencilerinin birinci kademesindekilerde, parça bütün ilişkileri, tümevarım; ikinci kademedekilerde ise ispat, genellemeler hakkında varsayım oluşturma ve varsayımları değerlendirme ve lise yıllarında tümdengelim ve tümevarım olarak belirtmiştir. Bu doğrultuda ispat çeşitleri incelenerek, örnekler verilmiştir.

Umay (2003) matematiksel muhakeme ile ilgili “Muhakeme yeteneği doğuştan mı gelir yoksa sonradan edinilebilir mi?, Herkeste muhakeme potansiyeli aynı mıdır?, Geliştirilebilir mi?, Ne kadar geliştirilebilir?, Matematiksel muhakeme yaklaşımları

nelerdir?, Bireylerin matematiksel muhakeme yaklaşımları neye göre değişmektedir?, Kültür farklılıkları muhakeme biçiminin değişmesinde etken midir?, Kişilerin belli bir muhakeme stili var mıdır, yoksa hangi muhakeme yaklaşımını kullanacağı duruma göre mi değişmektedir?, Herkes kendine en uygun muhakeme tarzını nasıl bulabilir?” sorularının üzerinde durmuştur.

Steen (1999), “Matematiksel muhakeme kullanışlı mıdır?”, “Matematiksel muhakeme okul matematiği için uygun bir araç mıdır?”, “Matematik öğretmenleri matematiksel muhakemeyi öğretebilirler mi?”, “Matematiksel muhakeme öğretilir mi?”, “İspatları öğrenme matematiksel muhakemeyi artırır mı?”, “Matematik kaygısı matematiksel muhakemeyi engeller mi?”, “Hesap makineleri ve bilgisayarlar matematiksel muhakemeyi artırabilir mi?” gibi yirmi soru ile matematiği, matematiksel düşünmeyi ve matematiksel muhakemeyi açıklamıştır.

Duatepe, Akkuş, Çıkla ve Kayhan (2005) ilköğretim ikinci kademe de öğrenim gören öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyi gerektiren sorularda kullandıkları çözüm yöntemlerini ve bu yöntemlerin soru türlerine göre nasıl değiştiğini incelemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla altı, yedi, ve sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilere on adet açık uçlu sorudan oluşan orantısal akıl yürütme testi sunulmuştur. Araştırmanın sonucuna bakıldığında, öğrencilerin değişik soru türleri verildiğinde değişik çözüm stratejilerine başvurdıkları belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için ilköğretimde matematik ders kitaplarında ve ders esnasında değişik çözüm yöntemlerinin kullanımını sağlayacak problemlerin öğrencilere daha fazla sunulması gerektiğine ulaşılmıştır.

2.4.2. Üstün yetenekli öğrenciler ile ilgili yapılmış olan çalışmalar

Yılmaz (2019), üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerine göre Problem Kurma Süreçlerini araştırmak amacıyla bir çalışma yapmıştır. Karma yöntemin kullanıldığı araştırmada Matematiksel Düşünme Ölçeği’nden düşük ve orta düzeyde puan alan öğrencilerin kurdukları problemlerin nitelikleri yüksek düzeyde puan alandan öğretim programındaki kazanım ve açıklamalarına göre daha düşük seviyede olduğu belirlenmiştir. Ayrıca sınıf düzeyinin öğrencilerin matematiksel 34 düşünceleri üzerindeki etkileri incelendiğinde 5. sınıf ile 9. sınıf arasında 5. sınıfta öğrenim görenlerin lehine bulguya ulaşılmıştır.

Batdal Karaduman (2010) çalışmasında üstün yetenekli ve zekâlı öğrencilere uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programı çalışmalarını incelemiştir. Üstün yetenekli ve zekâlı öğrencilere verilen matematik eğitimin gerekliliği ve önemi yapılan çalışmaların incelenmesiyle ortaya koyulmuştur.

Altıntaş'ın (2009) yaptığı çalışmasında üstün yetenekli öğrencilerin eğitiminde kullanılan üç aşamalı Purdue modelini tanıtmıştır. Üstün yetenekli öğrencilerin zihinsel olarak matematikte 7.sınıflardaki Bilinçli Tüketim Aritmetiği konusu ile ilgili örnek etkinlik tasarlayarak eleştirel düşünme becerilerine, matematik başarısına ve problemi çözme tutumlarına etkisini araştırmıştır.

Öztürk, Akkan ve Kaplan (2014) yaptıkları çalışmada üstün yetenekli öğrencilerin matematik kavramına ilişkin sahip oldukları zihinsel imgeleri ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları 16 farklı metafora sahip olduğu görülmüştür. Bunların içinden en sık kullanılanı kâinat metaforudur. Öğrencilerin ürettikleri metaforların arkasında yatan gerekçeler incelendiğinde matematiğin insana etkileri, doğanın matematiğe etkileri ve matematiğin doğasından kaynaklı gerekçelerle öğrencilerin matematiği algıladıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sınıf düzeylerine göre matematik algılarının incelenmesi sonucu öğrencilerin sınıf düzeyleri yükseldikçe matematik kavramını daha çok matematiğin doğasıyla ilişkilendirdiklerini, küçük sınıf düzeylerinde ise matematik kavramını insan ihtiyaçlarına bağlı durumlarla ilişkilendirmektedirler.

Özetle matematiksel muhakeme ve üstün yetenekli öğrencilerle ilgili öğrencilerle ilgili çalışmaların dikkat çekici olduğu görülmektedir. Matematiksel muhakeme becerilerini incelemek amacıyla çoğunlukla nicel çalışmalar yapılmıştır. Üstün yetenekli öğrencilerle ilgili araştırmalarda matematiksel muhakeme ile ilgili bir araştırmaya rastlanmamıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcıları, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve verilerin analizi açıklanmıştır.

3.1. Araştırma Modeli

Çalışmada nitel araştırma modeli benimsenmiştir. “Durum çalışması” yaklaşımı kullanılmıştır. Creswell’e (2007) göre durum çalışması; araştırmacının belirli bir zaman içerisindeki durumları veri toplama araçları ile derinlemesine incelediği, durumların ve temaların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımıdır. Durum çalışması; tek bir durum ya da olayın verilerin sistematik bir şekilde toplandığı ve gerçek ortamda neler olduğuna bakıldığı bir yöntemdir (Subaşı ve Okumuş, 2017). Araştırmada üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Elde edilen veriler derinlemesine incelenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Çalışma grubu, *amaçlı örnekleme yöntemi* ile seçilmiştir. Amaçlı örnekleme; derinlemesine araştırma yapabilmek için çalışmanın amacına uygun bilgi açısından zengin durumların seçilmesidir (Baltacı, 2018). Yapılan çalışmanın amacına uygun olarak üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin süreçlerini incelemek olduğundan çalışma grubunun üstün yetenekli olan öğrenciler olduğuna karar verilmiştir. Patton’a (2015) göre nitel araştırmalarda örneklem sayısı ne öğrenilmek istendiğine, araştırmanın amacına, neyin kullanışlı ve güvenilir olduğuna ve araştırmanın süresine bağlı olarak değişmektedir. Görüşmelerin yapılacağı *öğrenci sayısı araştırmanın amacına ve verilerin yeterliliğine ve gönüllük ilkesine* göre belirlenmiştir. Çalışmanın ilk kısmı İç Anadolu Bölgesi’ndeki bir Bilim ve Sanat Merkezi’nde öğrenim gören üstün yetenekli yedinci sınıftaki 24 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin problemlere verdikleri cevaplar incelenmiş, derslerine giren iki öğretmenden daha iyi veri alınabilecek, düşüncelerini iyi ifade edebileceği düşünülen öğrencilerle ilgili görüşleri alınmıştır. Bu doğrultuda çalışmanın ilk aşamasına katılan öğrencilerin arasından derinlemesine inceleme yapmak amacıyla gönüllü olan üç öğrenci belirlenmiştir. Çalışmanın ikinci aşaması bu üç öğrenci ile yürütülmüştür. Bu üç öğrencinin birisi erkek

ikisi kızdır. Birbirinden farklı okullarda öğrenim gören yedinci sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı geliştirilmeden önce ilgili alanyazın incelenerek matematiksel muhakeme becerilerinin nasıl ölçüldüğü incelenmiştir. Bu çalışmalarda (Akay, Soybaş ve Ergün, 2006; Erdem, 2015; Mandacı-Şahin 2007; NAEP, 2002; Pilten, 2008; TIMSS, 2003) öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini incelemek amacıyla geliştirilen-kullanılan ölçekler ve testler çoktan seçmeli, kısa cevaplı ve açık uçlu maddelerden oluşmaktadır. Örneğin Pilten (2008), Çoban (2010), NAEP (2002) ve TIMSS (2003) de aynı şekilde muhakeme becerilerini değerlendirirken çoktan seçmeli ve açık uçlu soruları kullanılmıştır. Erdem (2015) muhakeme becerilerini ölçmek amacıyla 24 açık uçlu madde ile ölçme aracı geliştirmiştir. Erdem (2016) yaptığı bir başka araştırmasında ise 33 çoktan seçmeli sorudan oluşan muhakeme ölçeğini geliştirmiştir.

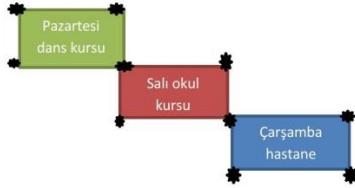
Bu çalışmada da Erdem'in (2015) çalışmasına benzer olarak açık uçlu sorular kullanılmıştır. Veri toplama aracı geliştirilirken öğrencilerin muhakeme becerilerini açığa çıkaracak problemlerden oluşan bir havuz oluşturulmuştur. Problemlerin seçiminde öğrenci seviyesine uygunluğu, rahatlıkla anlaşılır olup olmadığı, birden fazla şekilde çözülebilmesi gibi ölçütlere göre bir matematik öğretmenci ve iki matematik öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşleri doğrultusunda yedi problem seçilmiştir. Problemlerin seçiminden sonra öğrencilerin süreç boyunca düşünme süreçlerini, muhakeme becerilerini ortaya çıkarmak amacıyla cevaplarırken kullandıkları yöntemleri de açıkça belirtmeleri için problemlerin sonuna yönergeler eklenmiştir. Ardından bir Türkçe öğretmenine danışılarak problemler anlatım, noktalama ve imla kuralları açısından düzenlenerek son halini almıştır.

Veri toplama aracı geliştirildikten sonra iki pilot çalışma yapılmıştır. İlk olarak veri toplama aracı 2020-2021 bahar döneminde ikinci ve üçüncü sınıfta öğrenimlerine devam eden matematik öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Pandemi nedeni ile öğretmen adaylarına sorular yazılı olarak gönderilmiş ve çözümlerini e-posta ile göndermeleri istenmiştir. Verdikleri cevaplar incelenmiş ve Teams programı üzerinden (uzaktan eğitim sürecinde) bir saat boyunca problemleri nasıl çözdüklerini anlatmaları istenmiştir. Bu aşamada bir sorunun anlaşılmadığı tespit edilmiştir. İkinci pilot çalışma da ise veri toplama aracı çalışma grubundan farklı 7. sınıfta öğrenimlerine devam eden dört

öğrenciye daha uygulanmıştır. Bu öğrencilerin verdikleri cevaplar da incelenmiş ve iki problemin anlaşılamadığı tespit edilmiştir. Bu iki pilot çalışmadan sonra veri toplama aracı beş probleme düşürülmüştür. Bu problemler aşağıda verilmiştir.

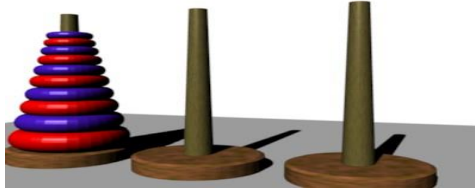
3.3.1. Problem Çözme Etkinlikleri

1. Ayşe randevularını hatırlamak için odasına kartlar asmıştır. Resimde gösterildiği gibi kartları desteklemek için köşelerine gelecek şekilde raptiye kullanmıştır.



Tahtasına bu şekilde kart asmaya devam ederse;

- a) Eğer 35 kart asmak isterse kaç raptiyeye ihtiyacı olur?
- b) 600 kart asmak isterse kaç raptiyeye ihtiyacı olur?
- c) Ayşe üçgen kart kullanmaya karar vermiştir. Üçgenin her köşesine bir raptiye yapıştırdığına ve ardışık üçgenlerin ortak bir raptiyesi olduğuna göre 35 kart için kaç raptiye kullanılır? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.



2. Yukarıdaki şekil bir oyuna aittir. Oyunun amacı solda dizili tekerleri en sağdaki direğe aynı sıra ile dizmektir. Oyunun kuralları;

- Her hamlede tek teker oynatılabilir.
- Her teker kendinden büyük bir tekerin üstüne gelebilir. Yani bir teker kendinden küçük bir tekerin üstüne gelemez.

Bu kurallara uyarak oyun en az kaç hamlede tamamlanabilir?

Bunu n için genellebilir misiniz? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

3. Bir yarışmada arka arkaya sıralanmış gözü bağlı iki kişinin sırtlarına ikisi siyah biri beyaz 3 mendilin renklerini söylemeleri isteniyor. Arkadaki kişi “Ben söyleyemem.” diyor. Bunu duyan öndeki kişi “Ben söyleyebilirim.” Diyor ve

sırtındaki rengi doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve bu kişi nasıl karar vermiştir? Düşüncenizi açıklayınız. Üçü siyah ikisi beyaz 5 mendilden rastgele üçü gözleri bağlı üç kişinin sırtına bağlanıyor. Sonra gözleri açılıyor. Sırtlarındaki mendillerin renkleri doğru olarak söylemeleri isteniyor. En arkadaki önündekilerin sırtlarına bağlı mendilleri görünce “Söyleyemem.” diyor. Bunu duyan ve önündekinin sırtındakini gören ortadaki, “Ben de söyleyemem” diyor. Her ikisinin açıklamasını duyan en öndeki kişi ise sırtındaki mendilin rengini doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve nasıl karar vermiştir. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

4. Anne baba ve çocuk olmak üzere 3 kişi köprüden karşıya geçeceklerdir. Elllerinde bir fener vardır ve bu fener ancak iki kişinin yolunu aydınlatabilmektedir. Bu üç kişiden çocuk 10 dakikada, baba 1 dakikada, anne 5 dakikada geçebiliyor. Bu köprü'nün diğer tarafına en az kaç dakikada geçebilirler? Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.

5.



İleri ve geri bükülebilen tek parça bir ip hayal ediniz. Şekildeki ip 3 “katmana-kata” sahiptir. Fakat hala tek parça iptir. Şimdi bir makas aldığınızı ve noktalı doğru ile gösterildiği gibi bükülmüş ipi kestiğinizi hayal edin. Sonuç gösterildiği gibi 4 parça ip olacaktır. Bükülmüş ipi birden fazla kesebilirsiniz veya bükülmüş daha fazla kat ile başlayabilirsiniz. Resimde 4 kat ve 3 kesim vardır. Bundan toplam 13 parça elde edilir. Farklı sayıda katların ve farklı sayıda kesimlerin sayısını araştırınız. Eğer birisi size X katman sayısını ve Y kesimlerin sayısını verirse P parçaların sayısını nasıl hesaplanabileceğini açıklayınız. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

3.3.2. Görüşme Soruları

Öğrenciler problemleri çözdükten sonra muhakeme becerilerini daha iyi anlayabilmek için altı adet görüşme sorusu hazırlanmıştır. Bu görüşme soruları matematik öğretmen adaylarıyla yapılan ilk pilot çalışmadaki online görüşmeler sırasında (problemleri nasıl çözdüklerini ifade ederken) kullanılan ifadeler doğrultusunda ve Lithner'in matematiksel muhakeme çerçevesine uygun olarak hazırlanmıştır. Daha sonra bu görüşme soruları ikinci pilot çalışmaya katılan gönüllü bir 7. sınıf öğrencisine sorulmuştur. Öğrenci ilk olarak problemleri çözmüş, daha sonra görüşme sorularını cevaplamıştır. Verilen cevaplar ses kaydı ile kaydedilmiştir. Görüşme soruları problem çözme sürecindeki düşünme süreçlerini açığa çıkardığı görülmüştür. Özetle pilot uygulamalar sonucunda altı sorudan oluşan görüşme formu son halini almıştır.

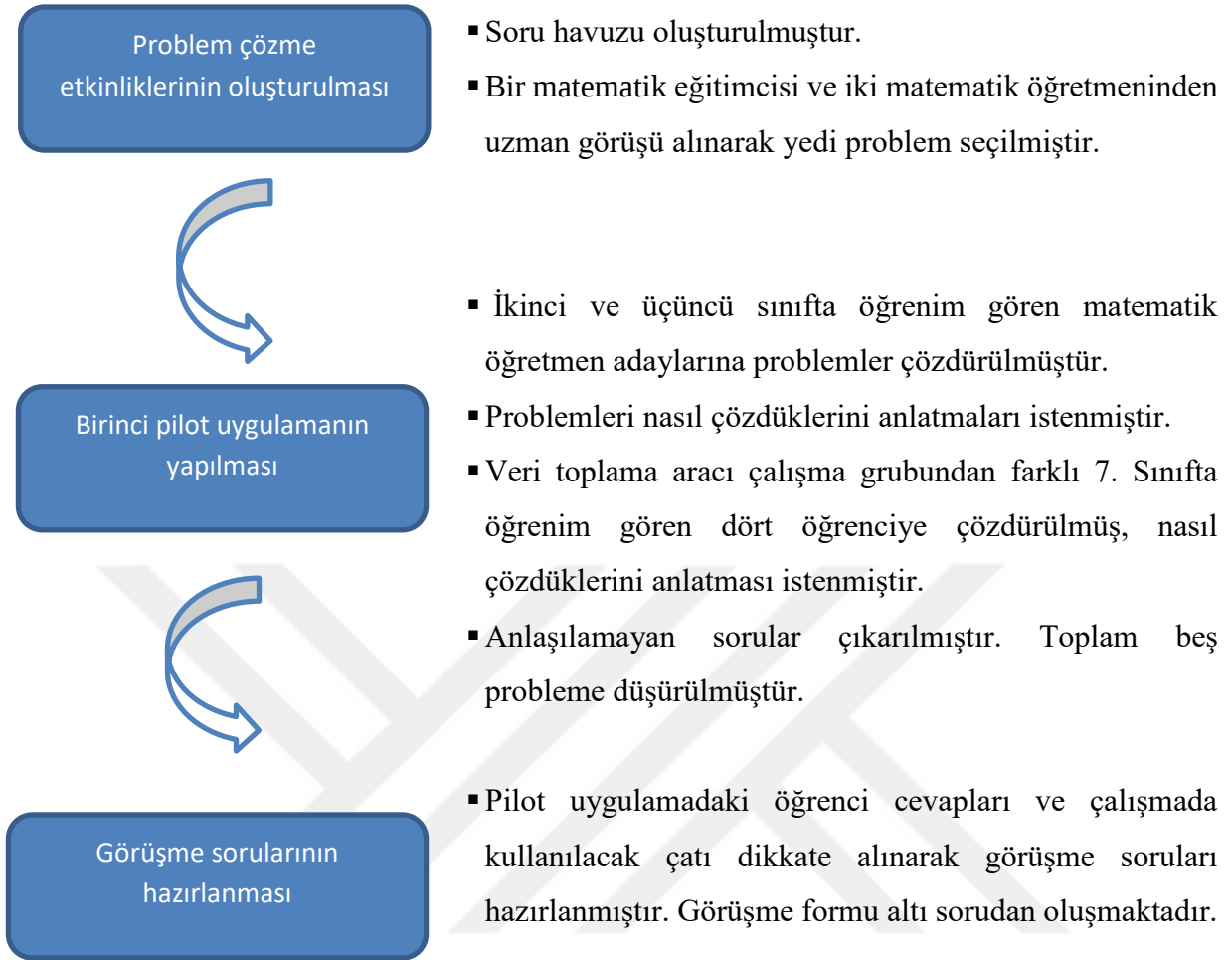
Birinci görüşme sorusu “*Daha önce buna benzer bir problemle karşılaş mıydın? Karşılaştıysan benzer yönlerini açıklar mısın?*” şeklindedir. Bu soruya verdiği cevap doğrultusunda daha önce deneyimlediği ya da gördüğü bir çözüm algoritmasını hatırlayıp uyguladıysa algoritmik muhakeme, daha önce karşılaşmamış ise yaratıcı muhakeme kullanmıştır şeklinde yorumlanmıştır. İkinci görüşme sorusu “*Problemın çözümünde ilerlediğin süreç nasıldı?*” şeklindedir. Öğrenci süreci anlatırken kendine özgü çözüm yolları kullanıp akla yatkın açıklamalar yapabiliyorsa, çözümde kullandığı stratejiyi matematiksel temellere dayandırabiliyorsa yaratıcı muhakeme, ezberlenmiş bir prosedürü takip ettiyse ve kullandığı kuralların neden geçerli olduğunu açıklayamıyorsa algoritmik muhakeme kullanmıştır. Üçüncü görüşme sorusu “*Problemın çözümü için kullanabileceğin başka bir yol var mıdır? Varsa belirtir misin?*” şeklindedir. Yeni ve akla yatkın başka çözüm yolları bulabiliyorsa yaratıcı muhakeme kullanmıştır. Dördüncü görüşme sorusu “*Problemi çözmek için kullandığın yolu ve kullanma nedenini belirtir misin?*” şeklindedir. Akla yatkın matematiksel temellere dayanan açıklamalar yapıyorsa yaratıcı, başka bir soruda gördüm öğretmenim böyle gösterdi gibi açıklamalar yapıyorsa taklitsel muhakeme kullanmıştır. Beşinci görüşme sorusu “*Problemın çözümü için kullanacağın yöntemi nasıl seçtin?*” şeklindedir. Kullandığı yöntemi önceden görmüşse veya kullanmışsa taklitsel, yeni bir yöntem kullanıyorsa yaratıcı muhakeme yapmıştır. Altıncı görüşme sorusu “*Çözümünün doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?*” şeklindedir. Bu soruyla öğrencinin verdiği cevabın akla yatkın olup olmadığı araştırılacaktır. Mantıklı açıklamalarla ve matematiksel ifadelerle cevap verebiliyorsa yaratıcı muhakeme kullanmıştır.

3.4. Verilerin Toplanması

Araştırma Bilsem’de gerçekleştirildiği için veri toplama sürecinin öncesinde Cumhuriyet Eğitim Bilimleri Enstitüsü aracılığıyla gerekli izin alınmıştır. Ayrıca çalışmaya katılmaya gönüllü olan öğrencilerin velisine Veli Onay Mektubu gönderilmiş, velilere çalışma hakkında bilgilendirme yapılmış ve velilerden öğrencilerin katılması için gerekli izin alınmıştır. Uygulama yapmadan önce öğrenciler süreç hakkında bilgilendirilmiş, elde edilecek sonuçların sadece araştırmacı ve danışmanı tarafından izleneceği bildirilmiştir. Öğrencilere problem çözme etkinliklerinin herhangi bir notla değerlendirilmeyeceği, sadece problem çözüm sürecinde yaptıkları, söyledikleri, düşündüklerinin dikkate alınacağı ve bunların bir araştırma için kullanılacağı ile ilgili gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır.

Araştırmanın uygulama süreci 2020-2021 eğitim-öğretim yılı Kasım ayının ikinci haftası başlamış ve iki hafta sürmüştür. Araştırma sürecinin ilk haftası 24 öğrenciye veri toplama aracı olarak seçilen problem çözme etkinlikleri bireysel olarak ders öğretmenleri tarafından ders esnasında verilerek çözmeleri istenmiştir. ikinci haftasında görüşmeler bireysel olarak üç öğrenciyle araştırmacı tarafından yapılmıştır. Görüşmelerin ses kaydı alınmıştır. Her öğrenciyle ayrı ayrı yaklaşık 25 dk görüşme yapılmıştır. Yapılan birebir görüşmeler esnasında sessiz bir ortam seçilmiştir. Araştırmacı görüşme sorularını yöneltmiş ve öğrencilerin cevapları ses kaydına alınmıştır. Verilerin elde edilmesin kullanılan aşamalar aşağıdaki Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo 3.1. Veri toplama araçlarının geliştirilme sürecindeki aşamalar



3.5. Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği

Veri toplama kâğıdının (açık uçlu sorular) geliştirilmesi ve iç geçerliliğin sağlanması amacıyla dört aşama izlenmiştir.

- Literatür taraması
- Soru havuzunun oluşturulması
- Pilot çalışmalar ile soru havuzundan seçme ve test etme
- Uzman görüşlerinin değerlendirilmesine yer verilmiştir.

Çalışmanın dış geçerliliğinin sağlanması amacıyla ise,

- Veri toplama aracı ve sürecinin açıklanması
- Veri analiz sürecinin açıklanması
- Çalışma grubunun özelliklerinin açıklanması
- Çalışma grubunun seçim şeklinin belirtilmesi
- Çalışmanın uygulama sürecinin betimlenmesi

- Kullanılan yöntemin seçim gerekçesinin açıklanması detaylı olarak yapılmıştır.

Güvenirlik de ise; yapılmış olan bir çalışmanın başka bir araştırmacı tarafından aynı biçimde tekrar edildiğinde, aynı veya benzer sonuçları vermesi ile ilgilidir (Demircioğlu, 2008). Bu çalışmada güvenilirliği arttırmak için, araştırmacı takip ettiği süreçleri açık bir biçimde tanımlamış ve ilgili dokümanlar (Mason, vd., 2010) ile desteklemiştir. Ayrıca güvenilirliğin sağlanması için aşağıdaki önlemler alınmıştır;

- İç güvenilirliğin sağlanması için Araştırmanın yöntemi, aşamaları, veri toplama ve analiz yöntemleri ile bulguları yorumlama ve sonuçlara ulaşma konusunda neler yapıldığı detaylı olarak açıklanmıştır. Gözlem, görüşme ve dokümanlar yoluyla elde edilen veriler, doğrudan alıntılarla açıklanmıştır.
- Dış güvenilirliğin sağlanması için verilerin sonuç kısmında uygun şekilde tartışılmıştır.

3.6. Verilerin Analizi

Problem çözme etkinliğine katılan 24 öğrenciye Ö1, Ö2,...,Ö24 şeklinde kodlar verilmiştir. Bu öğrencilerden yazılı olarak toplanan dokümanlar bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Elde edilen bu verilerin analizinde betimsel analiz yaklaşımı kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek'e (2005, s.224) göre betimsel analiz yaklaşımında elde edilen veriler daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Veriler araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre düzenlenebileceği gibi, görüşme süreçlerinde kullanılan sorular ya da boyutlar dikkate alınarak da sunulabilir. Betimsel analiz dört aşamadan oluşmaktadır.

Bu dört aşama kapsamında yapılanlar şu şekilde belirtilmiştir:

i. Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturulması: Öğrencilerin süreç boyunca nasıl muhakeme yapabildiklerini incelemek için Lithner'in (2008), dört aşamalı muhakeme yapısı, muhakeme tanımları ile oluşturulmuş kuramsal çerçeve ve görüşme sorularında yer alan boyutlar doğrultusunda aşağıdaki çerçeve oluşturulmuştur. Muhakeme yapısının aşamalarına ait göstergeler Tablo 3.2'de örneklendirilmiştir.

Tablo 3.2. Lithner'in (2008) Dört Aşamalı Muhakeme Yapısı

Muhakeme Yapısının Aşamaları	Örnekler
------------------------------	----------

1. Problemin Alt Yerine Görevini Getirme	<i>“Burada örnek olarak 8 halka aldım. 2 üzeri 8 eksi 1 256-1 255 oldu.”</i>
2. Strateji Seçme	<i>“Birkaç tanesini deneyip doğru olduğunu gördüm.”</i>
3. Stratejiyi Uygulama	<i>“Düşündüm ki 3 tane halka olsa 7, 4 tane halka olsa 17 hamlede yapıyorum. Bunlar arasında ilişki bulmaya çalıştım. Mesela 17 yle arasında bir ilişki yok ama 1 çıkardığımda 4 le arasında ilişki var sonrakinde de işe yaradığını gördüm.”</i>
4. Sonuç Elde Etme	<i>“Hepsinde sağladığı için genellemesini yazdım. 2^n-1 oldu.”</i>

Tablo 3.2’de görüldüğü gibi öğrenci muhakeme yapabilmek için dört aşama kullanır. Bu çalışmada veri analizi için oluşturulan çerçevede muhakeme türleri Lithner’in dört aşamalı muhakeme yapısıyla belirlenmiştir. Muhakeme türlerine ait göstergeler aşağıdaki Tablo 3.3.’te örneklendirilmiştir.

Tablo 3.3. Lithner’in (2008) Matematiksel Muhakeme Türleri

Muhakeme Türleri	Göstergeler
Algoritmik Muhakeme (AR)	Daha önce deneyimlediği bir çözüm algoritması hatırlar. Ezberlenmiş bir prosedürü takip eder. Kuralların neden geçerli olduğunu ifade edemez.
Yaratıcı Muhakeme (CMR)	Daha önce deneyimlemediği kendine özgü bir çözüm yöntemi oluşturur. Sonuçların neden doğru veya makul olduğunu açıklar. Çözümü temel matematiksel prensiplerle tutarlıdır.
Yerel Yaratıcı Muhakeme (Local CMR)	Esas olarak taklitsel muhakemeye dayanır ancak içerisinde az da olsa mantıksal nedenler bulunur.
Küresel Yaratıcı Muhakeme (Global CMR)	Esas olarak yaratıcı muhakemeye dayanır ancak içerisinde az da olsa taklitsel muhakeme bulunur.

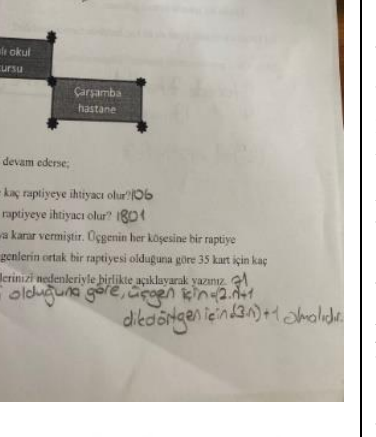
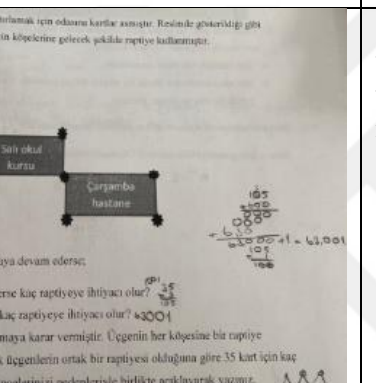
- ii. **Verilerin işlenmesi:** Bu aşamada, bir önceki aşamada oluşturulan çerçeveye bağlı olarak veriler kodlanmıştır. Bulgular verilirken doğrudan alıntılar yapılmıştır. Daha sonra Lithner’in (2008) dört aşamalı muhakeme yapısına göre verilerin hangi aşamalara sahip olduğu tespit edilmiştir.

- iii. **Bulguların elde edilmesi:** Bu aşamada tespit edilen göstergeler sınıflandırılmış, sınıflandırılan veriler tasniflenmiştir. Doğrudan alıntılara yer verilerek yapılan betimlemeler yapılmıştır.
- iv. **Bulguların yorumlanması:** Bu aşamada tanımlanan bulguların açıklanması, birbirleriyle ilişkilendirilmesi yapılmıştır.
- v. **Sonuçların elde edilmesi alt problemlere yanıt:** Bu aşamada sonuçlar incelenmiş, çalışmanın problemine yanıt aranmıştır.

Verilerin analizi kodlama örneği

Verilerin analizinin nasıl yapıldığını açıklamak adına Ö2 ve Ö7 'nin veri toplama kağıdının birinci sorusuna verdiği cevabın analiz örneği aşağıdaki gibi ve Tablo 3.4.'de verilmiştir.

Tablo 3.4. Öğrencilerin verdiği cevaplara göre analiz örneği

Yaratıcı muhakeme yaptığı belirtilen öğrenci		Ö1 kodlu öğrenci soruda verilenleri doğru olarak anlamış, daha önce deneyimlemediği kendine özgü bir çözüm yöntemi oluşturmuş ve yaptığı çözümleri temel matematiksel prensiplerle tutarlı bir şekilde yapabirmiştir. Ayrıca öğrenci genelleme yapabirmiş ve yaptığı genellemeyi gerekçeleriyle birlikte açıklayabirmiş, diğer alt problemlerde de aynı cevapları verebirmiş, sorular değiştirilince aynı çözüm yollarını uygulayabirmiştir.
Taklitsel muhakeme yaptığı belirtilen öğrenci		Ö7 kodlu öğrenci soruda verilenleri doğru anlayamamış, yaptığı işlemleri temel matematiksel işlemlerle tutarlı şekilde ifade edememiştir. Soruyu yanlış çözmüş, genelleme yapamamıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırma kapsamında elde edilen verilere ait bulgulara yer verilmiştir. Bulgular sunulurken, öncelikle tüm öğrencilerin yazılı olarak verdikleri cevaplar incelenmiş ve yorumlanmış daha sonra görüşme yapılan öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri cevaplar yorumlanmıştır. Yazılı cevaplar ve yapılan görüşmelerden doğrudan alıntılar yapılarak aktarılmıştır. Öğrencilere uygun oldukları zaman diliminde bireysel olarak çözmeleri için beş problem yöneltilmiş ve cevapları yazılı olarak toplanmıştır. İlk aşamadaki oturuma katılan yirmi dört üstün yetenekli öğrencinin cevapları tam sonuca ulaşana “doğru cevap”, tam sonuca ulaşamayana “yanlış cevap” olarak kodlama yapılmıştır ve bulgular Tablo 4.1.’de özetlenmiştir.

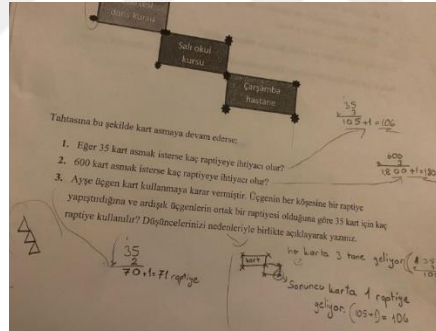
Tablo 4.1. Çalışmaya katılan üstün yetenekli öğrencilerin problemlere verdiği cevaplar

Öğrenci	Problemler								Toplam		
	1			2	3		4.	5.	Doğru	Yanlış	boş
	a	b	c		a	b					
Ö1	D	Y	D	D	B	B	D	D	5	1	2
Ö2	D	D	D	D	B	B	D	D	6	0	2
Ö3	D	Y	D	D	B	B	D	D	5	1	2
Ö4	D	D	D	B	D	D	Y	B	5	1	2
Ö5	Y	D	D	Y	D	B	D	D	5	2	1
Ö6	D	D	D	B	B	B	D	B	4	0	4
Ö7	D	Y	B	Y	D	B	Y	B	2	3	3
Ö8	D	Y	D	D	B	B	Y	B	3	2	3
Ö9	Y	Y	Y	D	D	D	Y	B	3	4	1
Ö10	D	D	D	B	D	D	D	D	7	0	1
Ö11	Y	Y	Y	D	D	D	Y	B	3	4	1
Ö12	D	Y	D	D	D	B	Y	B	4	2	2
Ö13	D	D	D	Y	B	B	B	B	3	1	4
Ö14	D	D	D	B	B	B	Y	B	3	1	4
Ö15	D	D	D	Y	B	B	Y	B	3	2	3
Ö16	Y	Y	Y	B	D	D	D	Y	3	4	1
Ö17	Y	Y	Y	B	B	B	B	B	0	3	5
Ö18	D	D	D	B	B	B	Y	B	3	1	4
Ö19	D	D	D	B	B	B	Y	B	3	1	4
Ö20	D	Y	D	B	B	B	D	B	3	1	4
Ö21	D	D	D	B	D	Y	D	Y	5	2	1
Ö22	Y	Y	Y	B	B	B	Y	Y	0	5	3
Ö23	D	D	D	B	D	D	D	B	6	0	2
Ö24	Y	Y	Y	B	D	B	B	B	1	3	4

Tablo 4.1’ den görüldüğü gibi tüm sorulara doğru cevap veren yani beş problemi de doğru yanıtlayan öğrenci bulunmamaktadır. En çok doğru cevabı Ö10 kodlu öğrenci vermiştir. Ö17 ve Ö122 kodlu öğrenciler hiç doğru cevap verememiştir. Tüm öğrencilerin verdikleri cevaplar detaylı olarak incelenmiştir.

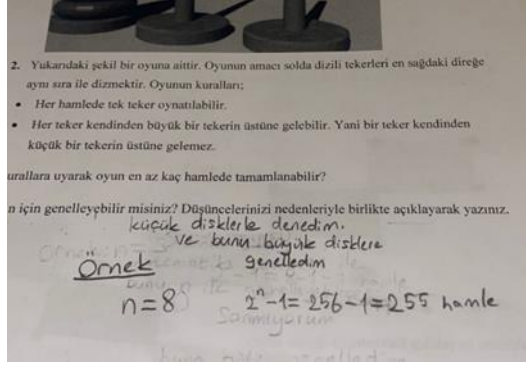
Öğrencilerin yaptığı muhakeme becerilerine karar verilirken görüşme yapılan öğrencilerin verdiği cevaplarla diğerleri kıyaslanmış, benzerliklerine göre muhakeme becerileri kategorize edilmiştir. Görüşme yapılan öğrencilere görüşme soruları yöneltilmiştir. Eğer öğrenci daha önce deneyimlemediği kendine özgü bir çözüm yöntemi oluşturmuş ve yaptığı çözümleri temel matematiksel prensiplerle tutarlı bir şekilde yapabilmiş ise yaratıcı muhakeme kullanmış olarak yorumlanmıştır. Ayrıca öğrenciler genelleme yapabilmiş ve yaptığı genellemeyi gerekçeleriyle birlikte açıklayabilmiş, diğer alt problemlerde de aynı cevapları verebilmiş, sorular değiştirilince aynı çözüm yollarını uygulayabilmişse yaratıcı muhakeme yaptığı söylenebilir. Ek olarak görüşme yapılan öğrencilerle de öğrenciler soruyu kendi cümleleriyle açıklayabilmiş, mantıklı cevaplarla genellemelerinin nedenlerini ve gerekçelerini belirtebiliyorsa yaratıcı muhakeme yaptığı söylenebilir.

Muhakeme yapma sürecinin detaylı olarak açıklanması amacıyla problem çözme etkinliklerine katılan öğrencilerin çözümleri daha anlaşılabilir olan cevaplar aşağıda örneklendirilmiştir.



Şekil 4.1. Ö19 not kağıtları problemi için verdiği yanıt

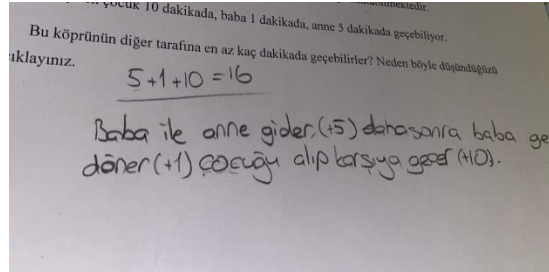
Şekil 4.1.'de görüldüğü gibi Ö19 verdiği cevapta problemi açıklamış, kendine özgü bir çözüm yöntemi oluşturmuş tüm alt problemleri doğru çözmüştür. Bu nedenle yaratıcı muhakeme yaptığı düşünülmektedir.



Şekil 4.2. Ö1 ‘in. 2. Probleme verdiği cevap

Şekil 4.2.’de verilen Ö1 ‘in 2. Probleme verdiği cevap incelendiğinde öğrencinin küçük disklerle genelleyip büyük diskler için genelleme yaptığı, tümevarım kurallarını uyguladığı görülmektedir. Bu neden öğrencinin matematiksel ifadeleri de kullanarak tümevarım yaptığı için yaratıcı muhakeme yaptığı düşünülmektedir.

Öğrenci daha önce deneyimlediği bir çözüm algoritması hatırlayıp önceden belirlenmiş bir prosedürü takip ediyorsa ve kuralların neden geçerli olduğunu ifade edemiyorsa taklitsel muhakeme kullanmıştır. Çözdüğü problem sorulduğunda kendi cümleleriyle ifade edemiyorsa, önceden öğrendiği algoritmayı uygularken eksik çözümler yapıyorsa taklitsel muhakeme kullanmıştır.



Şekil 4.3. Ö2’nin 4. Probleme verdiği cevap

Şekil 4.3.’de Ö2’nin 4. Probleme verdiği cevap görülmektedir. Yapılan görüşmelere göre öğrenci daha önce böyle bir problemle daha önce karşılaşmıştır. Bu neden problemin çözümünde daha önce kullandığı bir çözüm algoritmasından yararlandığı düşünülmektedir. Öğrencinin bu problemin çözümünde taklitsel muhakeme yaptığı düşünülmektedir.

Bazı çözümlerde alt problemlerin hepsini doğru cevaplayamamış ya da gerekçelerini açık ve net bir şekilde ortaya koyamamışsa küresel veya yerel muhakeme yaptığı söylenebilir. Bu bilgiler ışığında tablo 4.2. oluşturulmuştur. Öğrencilerin bireysel

olarak cevapladığı 5 tane problemde sergiledikleri baskın muhakeme türleri aşağıdaki Tablo 4.2. 'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2. Öğrencilerin Çözümlerine Göre Baskın Muhakeme Türleri

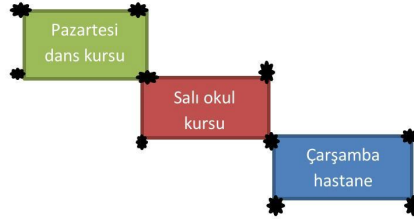
Öğrenciler	Taklitsel muhakeme	Yaratıcı muhakeme	Boş cevap
Ö1	2	2	1
Ö2	2	2	1
Ö3	2	2	1
Ö4	1	3	1
Ö5	3	2	-
Ö6	1	1	3
Ö7	1	3	1
Ö8	1	3	1
Ö9	2	2	1
Ö10	1	3	1
Ö11	1	2	2
Ö12	1	2	2
Ö13	-	2	3
Ö14	1	2	2
Ö15	1	2	2
Ö16	3	1	1
Ö17	2	-	3
Ö18	1	1	3
Ö19	1	1	3
Ö20	1	1	3
Ö21	2	1	2
Ö22	3	-	2
Ö23	1	2	2
Ö24	4	-	1
Toplam	38	41	42

Tablo 4.2. incelendiğinde üstün yetenekli öğrencilere ayrı ayrı bakılırsa rutin olmayan problemlerde genellikle yaratıcı muhakeme kullandığı söylenebilir. Öğrenciler baskın olarak yaratıcı muhakeme kullanmıştır. ”Şans, bilmiyorum, çözemedim” gibi cevaplar da boş kategorisine alınmıştır. Tablo oluşturulurken görüşme yapılan öğrencilerin verdikleri cevaplarla benzerlikleri göz önüne alınmıştır. Görüşme sorularıyla hangi muhakemeyi baskın olarak kullandıkları daha net bir şekilde anlaşılmaktadır. Görüşme yapılan öğrencilerin kullandıkları baskın muhakemeler aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

4.1. Not kâğıtları (pin cards) probleminden elde edilen bulgular

Çalışmaya katılan öğrencilere yöneltilen ilk problem olan not kâğıtları problemi aşağıda verilmiştir.

Ayşe randevularını hatırlamak için odasına kartlar asmıştır. Resimde gösterildiği gibi kartları desteklemek için köşelerine gelecek şekilde raptiye kullanmıştır.



Tahtasına bu şekilde kart asmaya devam ederse;

- Eğer 35 kart asmak isterse kaç raptiye ihtiyacı olur?
- 600 kart asmak isterse kaç raptiye ihtiyacı olur?
- Ayşe üçgen kart kullanmaya karar vermiştir. Üçgenin her köşesine bir raptiye yapıştırdığına ve ardışık üçgenlerin ortak bir raptiyesi olduğuna göre 35 kart için kaç raptiye kullanılır? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

Öğrencilerin pin kart probleminin şıklarına göre verdikleri yanıtlar tablo 4.3.'te gösterilmiştir.

Tablo 4.3. Pin kart sorusundan elde edilen bulgular

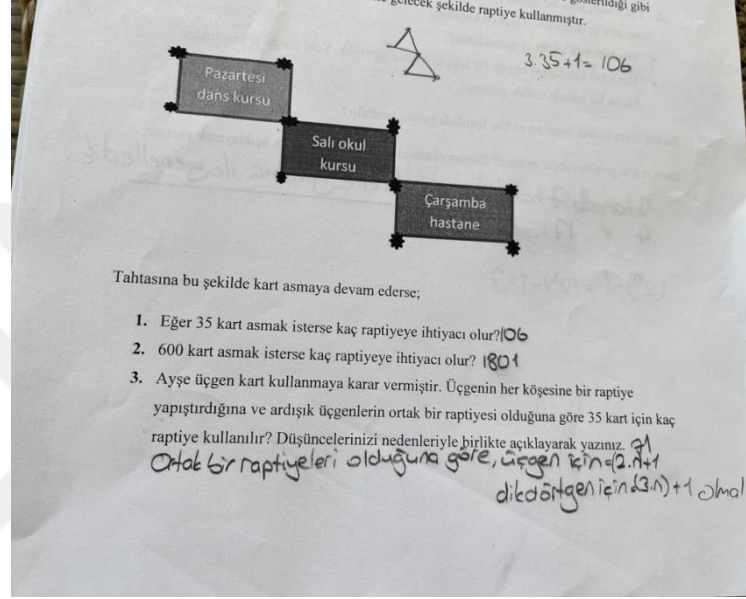
	Doğru yapan	Yanlış/eksik yapan	Boş
a şıkkı	20	4	-
b şıkkı	19	5	-
c şıkkı	20	4	-

Tablo 4.3.' de görüldüğü gibi a şıkkına 18 öğrenci(%75) doğru olan 106 cevabını vermiştir. Bunun dışında bir öğrenci 109(%4,166), bir öğrenci 210(%4,166) ve üç öğrenci (%12,5) de 105 yanıtını vermiştir. b şıkkına ise 12 öğrenci(%50) doğru olan 1801 cevabını vermiştir. Bunun dışında bir öğrenci 606, bir öğrenci 210 ve üç öğrenci de 105 yanıtını vermiştir. c şıkkına ise 12 öğrenci(%50) doğru olan 1801 cevabını vermiştir. Bunun dışında bir öğrenci 606, bir öğrenci 210 ve üç öğrenci de 105 yanıtını vermiştir.

Görüşme yapılan Ö1, Ö2 ve Ö24'ün cevapları incelendiğinde a şıkkına Ö1 ve Ö2 106 cevabını verirken Ö24 ise 73 cevabını vermiştir. b şıkkına Ö1 606, Ö2 1801 ve Ö24 1798 cevabını vermiştir. c şıkkına ise Ö1 ve Ö2 71 cevabını ve Ö24 69 cevabını vermiştir.

4.1.1. Serra (Ö2) 'dan Elde Edilen Bulgular

Serra (Ö2) not kağıtları sorusunun tüm şıklarını doğru cevaplamıştır. Serra'nın cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.4. Ö2'nin 1. Probleme verdiği cevap

Serra (Ö2) ile yapılan görüşme aşağıdaki verilmiştir.

Araştırmacı: İlk Sorudan Başlayalım, Daha önce böyle bir problem ile karşılaşmış mıydın?

Serra: Daha önce böyle bir problem ile karşılaşmışımı hatırlamıyorum.

Araştırmacı: Nasıl bir süreç ile ilerlediğini anlatabilir misin?

Serra: Düşündüm ki her birinde ortak bir köşe vardır, en baştakini çıkardım sonra 35 kartta 3 tane olduğu için 3 ile çarptım. 105 oldu en baştaki bir tanesini de ekledim 106 buldum.

Araştırmacı: 600 kartta hangi işlemi yaptın?

Serra: Aynı işlemi burada da yaptım, 600 ile 3 ü çarpıp 1 ekledim sonuç olarak 1801 buldum.

Araştırmacı : Dörtgen değil üçgen olsa idi nasıl yapardık ?

Serra : Üçgen olduğunda yine ortak bir köşesi olur kart sayısını 2 ile çarpıp 1 ekledim bu şekilde genel formülünü buldum, ilkinin formülü $3n+1$ iken, sonuncusunun formülü $2n+1$ oldu.

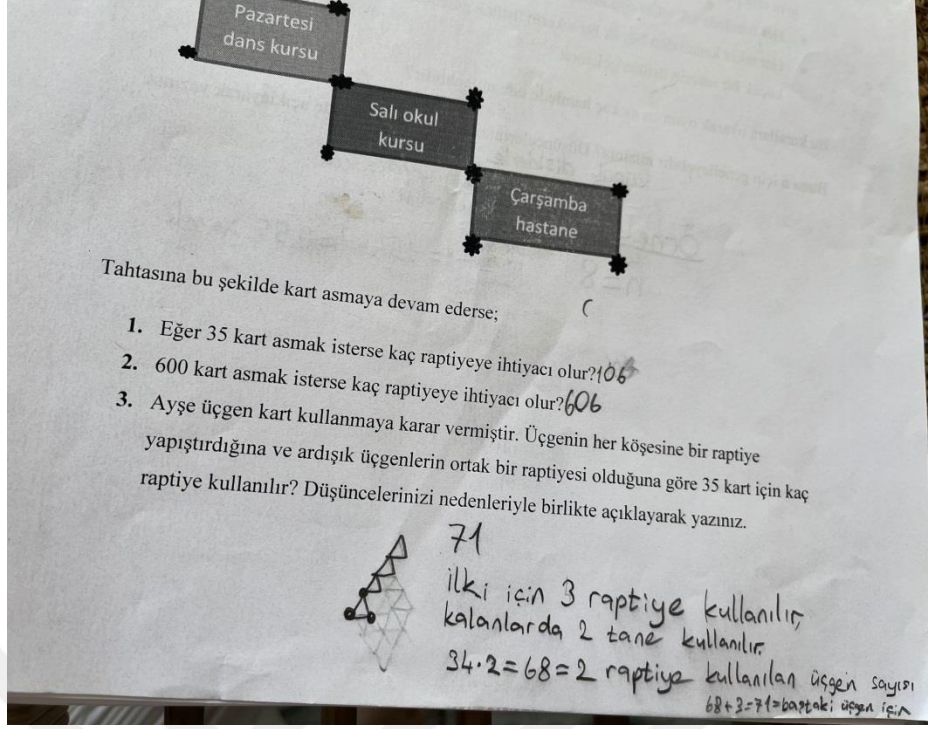
Araştırmacı : Peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Serra : Evet doğruluğundan şekil çizerek yada deneyerek emin olabilirim.

Öğrenci daha önce böyle bir problemle karşılaşmadığını belirtmiştir. Burada problemin alt görevini yerine getirmiş, strateji seçimini yapmıştır ve stratejiyi uygulamıştır. Yapılan görüşmede serra problemi çözerken ilk başta ortak olan köşeleri çıkarıp, sonra toplam kart sayısı ile kalan raptiyelerin sayısını çarptığını belirtmiştir. Daha sonra en baştaki raptiyeyi de ekleyerek sonuca ulaşmıştır. Dört aşamalı akıl yürütme yapısının tüm aşamalarını gerçekleştirmiştir. Diğer şıklarda da aynı işlemleri uygulayabilmiş, genelleme yapabilmıştır. Sorunun çözümünün farklı şekiller içinde geçerli olabileceğini açıklayabilmıştır. Farklı çözüm yolunun olup olmadığı sorulduğunda ilk aklına gelen yolun bu olduğunu şekil çizerek de bulunabileceğini söylemiştir. Çözümün doğruluğundan deneyerek ya da şekil çizerek emin olabileceğini ifade etmiştir. Özetle yapılan görüşmeler ve Serra' nın problemlerin çözümü incelendiğinde ilk kez karşılaştığı bir problemi çözmesi, kendi stratejisini kurabilmesi, tüm şıklarda aynı işlemi yapabilmesi, genelleme yapabilmesi yaratıcı muhakeme yaptığını göstermektedir.

4.1.2. Efe (Ö1)' Den Elde Edilen Bulgular

Görüşme yapılan ikinci öğrenci olan efe ilk sorunun tüm alt problemlerine cevap vermiş, 2. Alt problemin çözümünde işlem hatası yaptığından dolayı yanlış cevap vermiş, diğer alt problemleri doğru çözmüştür. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir. Efe'nin cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.5. Ö1'in 1. Probleme verdiği cevap

Efe (Ö1) ile yapılan görüşme aşağıdaki verilmiştir.

Efe: şimdi burada ilk olanı çıkardım 34 tane kalıyor. Kalanların hepsinde 3 tane kullanılıyor. 34 ile 3 ü çarptım. 102 çıktı. İlkinde de 4 tane vardı onu ekledim 106 buldum. 600 kart için sorduğunda yine birini çıkardım 599 oldu. 3 ile çarptım. Aa işlem hatası yapmışım.

Araştırmacı: sorun değil çözüm yolun aynıydı zaten. Peki üçgen olduğunda nasıl yaparız.

Efe: onda da yine aynı şeydi. İlkinde 3 tane kullanılıyor. Kalanlarda 2 tane kullanılıyor. 2 ile çarptım 3 ekledim.

Araştırmacı: peki daha önce böyle bir soruyla karşılaşmış mıydın?

Efe: sanırım karşılaşmamıştım.

Araştırmacı: başka bir yol var mıdır sence?

Efe: belki buradan değil sondan başlayabiliriz.

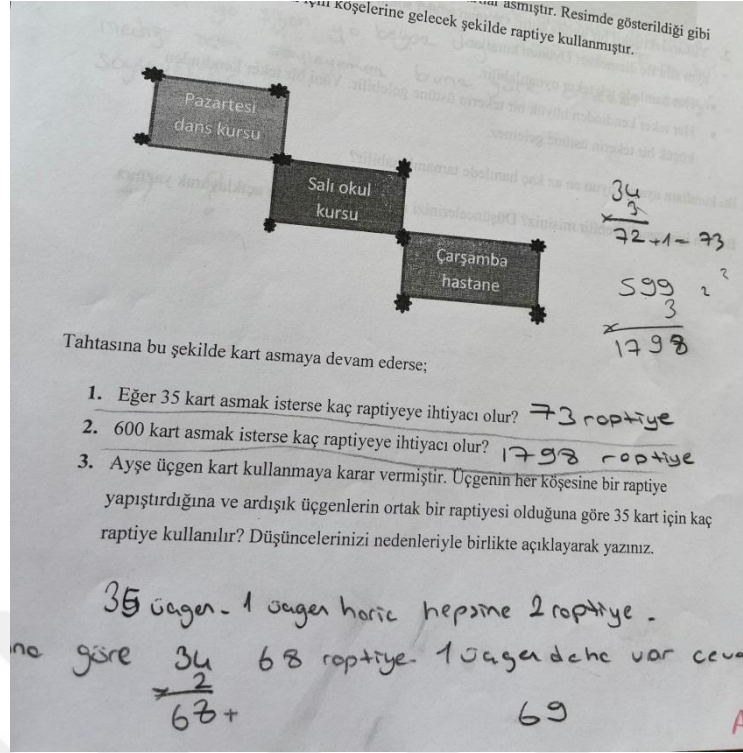
Araştırmacı: çözümün doğruluğundan emin olabilir misin?

Efe: sağlamasını yapmadım.

Efe ilk olarak problemi okumak yerine kendi cümleleriyle özetleyebilmiştir. Bu soruyu anladığını göstermektedir. Öğrenci daha önce böyle bir problemle karşılaşmadığını belirtmiştir. Problemi çözerken kullandığı adımları açıkça belirtmiştir. Efe problemi çözerken baştaki kartı çıkardığını geri kalan kartları raptiye sayısı ile çarpıp sonra başta çıkardığı kartın üzerindeki dört raptiye eklediğini söylemiştir. Burada problemin alt görevini yerine getirmiş, strateji seçimini yapmıştır ve stratejiyi uygulamıştır. Çözümü anlatırken problemin b şikkında yaptığı işlem hatasını kendisi fark edebilmiştir. Dört aşamalı akıl yürütme yapısının tüm aşamalarını gerçekleştirmiştir. Sorunun çözümünün farklı şekiller içinde geçerli olabileceğini açıklayabilmiştir. Farklı bir çözüm yolu sorulduğunda başladığı yeri değiştirdiğinde de aynı sonucun çıkacağını söylemiştir. Çözümün doğruluğundan emin olmak için sağlama yapmadığını belirtmiştir. Özetle yapılan görüşmeler ve Efe'nin cevap kağıdı incelendiğinde problemle ilk kez karşılaştığı, problemi anlayabildiği ve kendi cümleleriyle ifade edebildiği, strateji seçimini yaptığı ve seçtiği stratejiyi uygulayabildiği görülmüştür. Yaptığı işlem hatasını fark etmesi problemi özümseyebildiğini göstermektedir. C şikkındaki gibi farklı bir şekil verildiğinde aynı stratejiyle problemi çözebildiği görülmüştür. Bunlardan hareketle Efe'nin yaratıcı muhakeme yaptığı sonucuna ulaşılmıştır.

Görüşme yapılan üçüncü öğrenci olan Nisa ilk sorunun tüm alt problemlerine yanlış cevap vermiştir.

Nisa (Ö24)'nın cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.6. Ö24'ün 1. Probleme verdiği cevap

Nisa (Ö24) ile yapılan görüşme aşağıdaki verilmiştir.

Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: daha önce böyle bir problemle karşılaşmış mıydın?

Nisa: hayır.

Araştırmacı: peki nasıl çözdün?

Nisa: 4 köşesi olduğu için 3 taneye ihtiyacı olur. Bununla diğeri kesiştiği için alttaki çıkışanları almadım. 3 ile çarpıp fazla gelen 1 köşeyi ekledim.

Araştırmacı: 600 kart için ne yaptın?

Nisa: aynı işlemleri yaptım.

Araştırmacı: üçgen olsa nasıl olurdu peki?

Nisa: onda da yine ortak olan birini çıkarırım 2 ile çarpıp sonra 1 tane eklerim.

Araştırmacı: peki başka bir yol var mıdır?

Nisa: bilmiyorum ben bu şekilde çözdüm.

Araştırmacı: peki neden bu yöntemi kullandın?

Nisa: kesişen yerleri eklememem gerektiğini düşündüm hem onda hem onda saymamam gerektiği için.

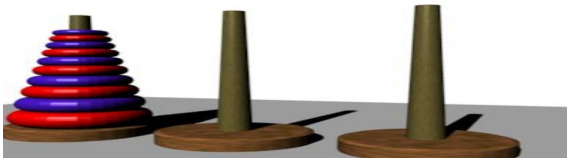
Araştırmacı: peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Nisa: kontrol etmedim ama doğru olduğundan eminim.

Öğrenciyle yapılan görüşmelerde daha önce böyle bir problemle karşılaşmadığını söylemiştir. Ortak olan köşeyi fark edip diğerlerinde kart sayısını 3 ile çarptığını sonra ortak olanı eklediğini belirtmiştir. Öğrenci tek tek saymaması gerektiğini söyleyerek örüntünün kuralını bulmaya çalışmıştır. Aynı işlemi farklı sayıdaki kartlar için ve farklı şekiller için de olabileceğini ifade etmiştir. Farklı bir yol sorulduğunda ise farklı yol bilmediğini söylemiş, kullandığı yöntemi açıklamıştır. Doğru olduğundan emin olduğunu ifade etmiştir. Özetle nisa ile yapılan görüşmeler ve cevap kağıdı incelendiğinde problemle ilk kez karşılaştığı, problemi tam olarak kendi cümleleriyle ifade edemediği, yanlış yaptığını görüşmede fark edemediği görülmüştür. Belli bir strateji seçmiş bununla tüm şıklara cevap vermiştir. Bu nedenle Nisa'nın algoritmik muhakeme yaptığı sonucuna ulaşılmıştır.

4.2. İkinci Problemden Elde Edilen Bulgular

Çalışmaya katılan öğrencilere yöneltilen ikinci problem aşağıda verilmiştir.



1. Yukarıdaki şekil bir oyuna aittir. Oyunun amacı solda dizili tekerleri en sağdaki direğe aynı sıra ile dizmektir. Oyunun kuralları;

- Her hamlede tek teker oynatılabilir.
- Her teker kendinden büyük bir tekerin üstüne gelebilir. Yani bir teker kendinden küçük bir tekerin üstüne gelemez.

Bu kurallara uyarak oyun en az kaç hamlede tamamlanabilir?

Bunu n için genelleleyebilir misiniz? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

Öğrencilerin ikinci probleme verdikleri yanıtlar Tablo 4.4.'te gösterilmiştir.

Tablo 4.4. İkinci problemten elde edilen bulgular

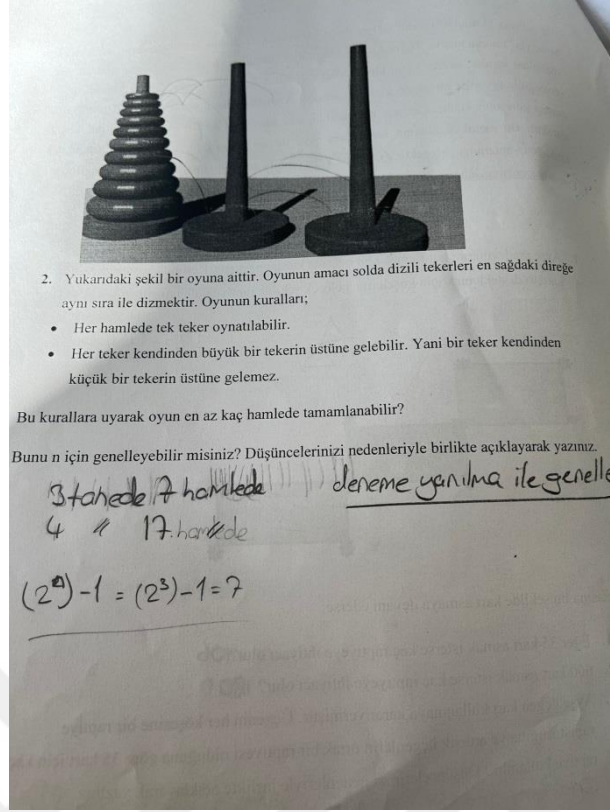
	Doğru yapan	Yanlış/eksik yapan	Boş yapan
2. problem	7	4	13

Tablo incelendiğinde öğrencilerin %29,16'sı 2ⁿ-1 doğru cevabını verdiği , %16,6'sının yanlış veya eksik cevapladığı, %51,16'sının ise boş bıraktığı görülmüştür. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde yanlış cevap veren bazı öğrencilerin 2ⁿ yerine 2 çarpı n yaptığı görülmektedir. Görüşme yapılan birinci öğrenci olan Serra ikinci problemi doğru çözmüştür. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Görüşme yapılan Ö1, Ö2, ve Ö24 'ün cevapları incelendiğinde Ö1 ve Ö2 kodlu öğrencilerin doğru cevap verdiği, Ö24 kodlu öğrencinin boş bıraktığı görülmektedir. Ö24 kodlu öğrenci ile yapılan görüşmede bu soru ile ilgili hiçbir fikrinin olmadığını belirtmiştir.

4.2.1. Serra (Ö2) 'Dan Elde Edilen Bulgular

Serra ikinci problemi doğru cevaplamıştır. Serra'nın yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.7. Ö2'nin ikinci probleme verdiği cevap

Serra(Ö2) ile yapılan görüşme aşağıda verilmiştir.

Araştırmacı: Şimdi 2. Soru daha önce böyle bir soru ile karşılaşmış mıydın?

Serra: böyle soruları daha önce soru olarak değil ama oyun olarak görmüştüm.

Araştırmacı: deneme yanılma ile genellediğini yazmışsın peki nasıl genelledin?

Serra: düşündüm ki 3 tane halka olsa 7, 4 tane halka olsa 17 hamlede yapıyorum. Bunlar arasında ilişki bulmaya çalıştım. Mesela 17 yle arasında bir ilişki yok ama 1 çıkardığımda 4 le arasında ilişki var sonrakinde de işe yaradığını gördüm. Yani Daha küçük sayılar yazarak başladım hepsinde sağladığı için genellemesini yazdım.

Araştırmacı: başka bir çözümü var mıdır sence?

Serra: başka çözümü aklıma gelmedi.

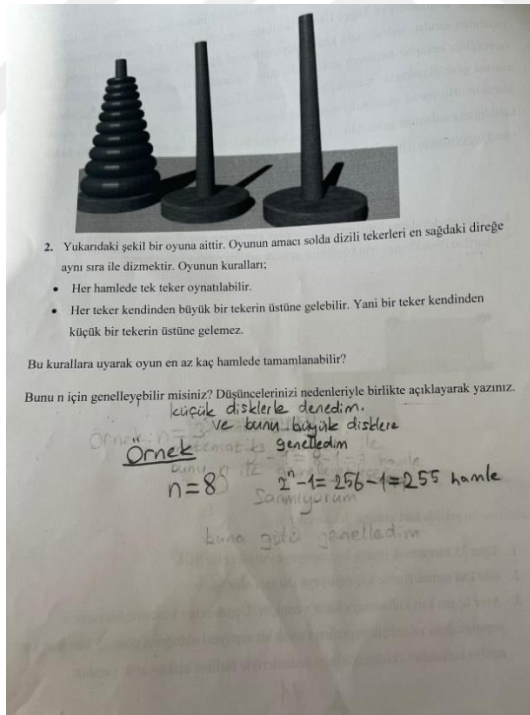
Araştırmacı: peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Serra: birkaç tanesini deneyip doğru olduğunu gördüm ama yine de doğruluğundan emin değilim.

Yapılan görüşmede öğrenci daha önce şekildeki oyunu oynadığını fakat soru olarak ilk kez gördüğünü ifade etmiştir. Soruyu tekrar okumadan soruyu ve çözümünü açıkça ifade edebilmiştir. Küçük halkalar için kaç tane olacağını düşünmüştür. Verdiği halka sayısı ve hamle sayısı arasında bir ilişki düşünüp genelleme yapabilmiştir. Başka çözümünün aklına gelmediğini, deneyerek bulduğunda doğru sonuca ulaştığını fakat yine de emin olmadığını belirtmiştir. “Mesela 17 yle arasında bir ilişki yok ama 1 çıkardığımda 4 le arasında ilişki var sonrakinde de işe yaradığını gördüm” cevabında olduğu gibi yaptığı işlemler birbiriyle bağdaşmamaktadır. Adımlardaki halka sayılarını yanlış hesaplamıştır. Serra genellemeyi doğru bulmuş, fakat adımları doğru ilerletememiştir. Çözümde belli bir algoritmayı kullanmaya çalışmış fakat ezberden doğru sonuca ulaşmıştır. Özetle Serra’nın verdiği yanıtlara göre ezbere dayalı muhakeme yaptığı görülmektedir.

4.2.2. Efe (Ö1) ‘Den Elde Edilen Bulgular

Efe ikinci problemi doğru cevaplamıştır. Efe’nin yanıtı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.8. Ö1’in ikinci probleme verdiği cevap

Görüşme yapılan ikinci öğrenci olan Efe ikinci problemi doğru çözmüştür. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı : Daha önce böyle bir problemle karşılaşmış mıydın?

Efe: daha önce bunun oyununu oynadım ama sorusunu ilk kez gördüm.

Araştırmacı: peki nasıl çözdün?

Efe: ilk önce daha küçük disklerle denedim. Hafif analiz ettim ve büyük diskler için genellediğimde doğru olduğunu gördüm. Burada örnek olarak 8 halka aldım. 2 üzeri 8 eksi 1 256-1 255 oldu.

Araştırmacı: başka bir çözüm yolu var mıdır sence?

Efe: bildiklerimle başka bir çözüm bulabileceğimi sanmıyorum.

Araştırmacı: peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Efe: aslında deneyerek bir sürü sayı için emin olmuş oldum.

Yapılan görüşmede öğrenci daha önce sorunun içindeki oyunu daha önce gördüğünü fakat böyle bir problemle daha önce karşılaşmadığını belirtmiştir. Soruyu çözerken küçük disklerle genelleyip daha büyük diskler için neler olacağını analiz ettiğini ifade etmiştir. Başka bir çözüm yolu olmadığını söylemiş, deneyerek yaptığını için doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir. Efe hamle sayılarını doğru hesaplamıştır. Cevap kağıdında hamleleri tek tek deneyip kontrol ettiği görülmektedir. Bu şekilde adımları düşünüp doğru genellemeyi yapabilmıştır. Matematiksel ifadeleri doğru kullanmıştır. tartışma ortamı oluşturmamış, direkt aklındaki bilgileri ve yaptığı adımları ifade etmiştir. Belli bir algoritmayı takip edip onu açıklamıştır. Özetle Efe'nin bu problemde algoritmik muhakeme becerisi kullandığı düşünülmektedir.

4.3. Üçüncü Problemden Elde Edilen Bulgular

Çalışmaya katılan öğrencilere yöneltilen üçüncü problem aşağıda verilmiştir.

Bir yarışmada arka arkaya sıralanmış gözü bağlı iki kişinin sırtlarına ikisi siyah biri beyaz 3 mendilin renklerini söylemeleri isteniyor. Arkadaki kişi “Ben söyleyemem.” diyor. Bunu duyan öndeki kişi “Ben söyleyebilirim.” Diyor ve sırtındaki rengi doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve bu kişi nasıl karar vermiştir? Düşüncenizi açıklayınız. Üçü siyah ikisi beyaz 5 mendilden rastgele üçü gözleri bağlı üç kişinin sırtına bağlanıyor. Sonra gözleri açılıyor. Sırtlarındaki mendillerin renkleri doğru olarak söylemeleri isteniyor. En arkadaki önündekilerin sırtlarına bağlı mendilleri

görünce “Söyleyemem.” diyor. Bunu duyan ve önündekinin sırtındakini gören ortadaki, “Ben de söyleyemem” diyor. Her ikisinin açıklamasını duyan en öndeki kişi ise sırtındaki mendilin rengini doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve nasıl karar vermiştir. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız. Öğrencilerin 3. Probleme verdikleri cevaplar Tablo 4.4.’te gösterilmiştir.

Tablo 4.5. Üçüncü problemde elde edilen bulgular

	Doğru	Yanlış	Boş
A şıkkı	11	0	13
B şıkkı	6	1	17

Tabloda görüldüğü gibi öğrencilerin %45,83’ü a şıkkına siyah yanıtını vererek doğru cevaplamıştır. Öğrencilerin %25 ise b şıkkına siyah yanıtını vererek doğru cevaplamıştır. 2 öğrenci öndeki siyah yerine, ortadaki ve arkadaki beyaz diyerek cevaplamış, bu da doğru olarak kabul edilmiştir.

Görüşme yapılan öğrencilerden Ö1 ve Ö2 bu problemin şans oyunu olduğunu düşündüğü için boş bıraktığını ifade etmiştir. Ö24 ise a şıkkına doğru cevap vermiş, b şıkkını boş bırakmıştır.

4.3.1. Serra (Ö2)’den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan ilk öğrenci olan Serra üçüncü problemi boş bırakmıştır. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: üçüncü soru gibi bir problemle karşılaşmış mıydın? Şans oyunu olduğunu yazmışsın.

Serra: aslında daha önce benzer bir şeyler görmüştüm ama nasıl çözüldüğünü bilmiyorum. Onun için yapamadım.

Öğrencinin cevaplarına bakıldığında böyle bir problemle ilk kez karşılaştığı ve sonucu bulamadığı görülmektedir.

4.3.2. Efe (Ö1)’den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan ikinci öğrenci olan Efe üçüncü problemi boş bırakmıştır. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

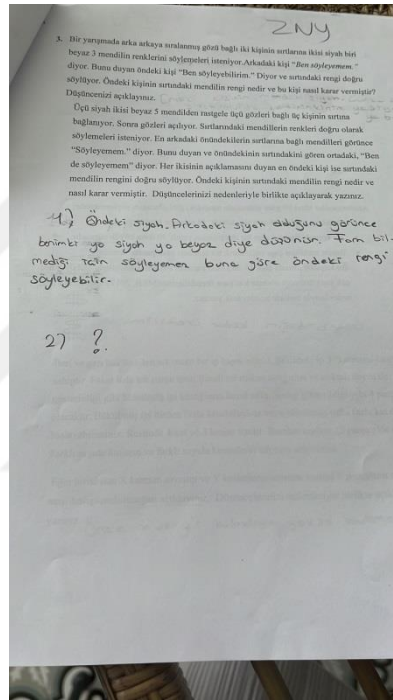
Araştırmacı: peki 3. Problemlerle daha önce karşılaşmış mıydın?

Efe: soruyla ilk kez karşılaştım. Baya düşündüm ama bulamadım.

Öğrencinin cevaplarına bakıldığında böyle bir problemle ilk kez karşılaştığı ve sonucu bulamadığı görülmektedir.

4.3.3. Nisa (Ö24)'dan elde edilen bulgular

Görüşme yapılan üçüncü öğrenci olan Nisa, üçüncü problemin a şıkkını doğru çözmüş, b şıkkını boş bırakmıştır. Nisa (24)'ün cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.9. Ö24'ün üçüncü probleme verdiği cevap

Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Nisa: şimdi burada gözleri bağlıydı. Büyük ihtimal şans eseri diye düşündüm. Çizdim nasıl olduğunu da

Araştırmacı: daha önce karşılaşmış mıydın?

Nisa: hayır.

Araştırmacı: başka şekilde bulabilir miydin?

Nisa: uygulama yapsak daha iyi görebilirdik.

Araştırmacı: nasıl çözdüğünü anlatabilir misin?

Nisa: arkadaki siyah olduğunu görünce benimki siyah ya da beyaz diye düşünür. Tam bilmediği için söyleyemez. Öndeki de siyah olduğunu söyler. Bilmiyorum ben böyle düşündüm.

Araştırmacı: Diğer şık ile ilgili ne düşündün aslında aynısı değil mi?

Nisa: çok karmaşık geldi mendil çok olduğu için.

Öğrencinin cevaplarına bakıldığında böyle bir problemle ilk kez karşılaştığı görülmektedir. Görüşmede verdiği cevaplara bakıldığında Nisa'nın kafasının karıştığı cevabından emin olmadığı görülmektedir. Doğru cevabı bulsa da şans olduğunu düşündüğü görülmektedir. Problemi çözerken çizim yaptığını, uygulama yaparak daha iyi görebileceğini ifade etmiştir. Problemi çözerken gözünde canlandırmaya çalışmış fakat daha da kafası karışmıştır. Verdiği cevaba göre emin olmadan yazmış mantıklı bir açıklama getirememiştir. B şikkına cevap verememiş, farklı şekillerde aynı problem yöneltildiğinde sonuca ulaşamamıştır. Yüzeysel cevaplar vermiş, sağlam temellere dayandıramamıştır. Özetle Nisa'nın bu problemde ezbere muhakeme yaptığı görülmektedir.

4.4. Dördüncü Problemden Elde Edilen Bulgular

Çalışmaya katılan öğrencilere yöneltilen dördüncü problem aşağıda verilmiştir.

Anne baba ve çocuk olmak üzere 3 kişi köprüden karşıya geçeceklerdir. Ellerinde bir fener vardır ve bu fener ancak iki kişinin yolunu aydınlayabilmektedir. Bu üç kişiden çocuk 10 dakikada, baba 1 dakikada, anne 5 dakikada geçebiliyor. Bu köprü'nün diğer tarafına en az kaç dakikada geçebilirler? Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.

Öğrencilerin 4. Probleme verdikleri cevaplar tabloda gösterilmiştir.

Tablo 4.6. Dördüncü problemde elde edilen bulgular

Doğru	yanlış	boş
10	11	3

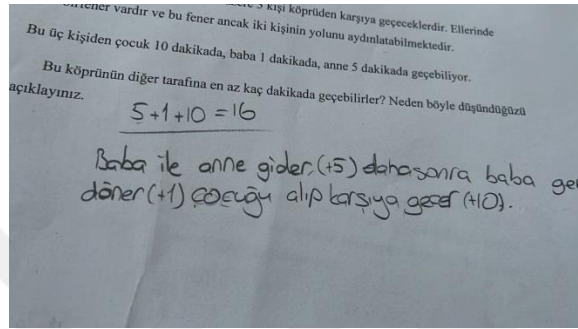
Tablo incelendiğinde öğrencilerin %41,6'sının 16 yanıtını vererek problemi doğru çözdüğü görülmüştür. Cevaplar detaylı incelendiğinde yanlış yapan öğrencilerin fenerin 2 kişiyi aydınlayacağı göz önünde bulundurmamış oldukları görülmüştür. Yanlış yapan

öğrencilerin birçoğu babanın anne ve çocuğu kucağına alabilecekleri cevap olarak yazılmıştır. Ve sonucu 1 olarak bulmuşlardır.

Görüşme yapılan öğrencilerden Ö1 ve Ö2 16 cevabını vererek doğru cevaplarken Ö24 boş bırakmıştır.

4.4.1. Serra (Ö2)'den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan ilk öğrenci olan Serra dördüncü problemi doğru çözmüştür. Serra'nın cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.10. Ö2'nin dördüncü probleme verdiği cevap

Serra ile yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: bu problem gibi bir problemle karşılaşmış mıydın?

Serra: küçükken oyun oynarken böyle bir oyun vardı. Çoban kurt koyun gibi bir oyun vardı. Aynısı değildi ama ondan yola çıkarak çözmeye çalıştım.

Araştırmacı: peki nasıl çözdün?

Serra: çözümü yazarak açıkladım. Baba ile anne birlikte gittiği zaman baba daha hızlı gidiyor ama anneyi beklemek zorunda yani ikisi 5 dk da giderler. Sonra baba feneri geri götürür. 1 dk sürer. Sonra baba çocukla beraber 10 dk da gider toplam 16 dk oldu. Çocuğun süresinin içine dahil oluyor aslında.

Araştırmacı: başka bir çözüm yöntemi var mıdır?

Serra: bu kolay bir soruydu ilk gördüğümde aklıma bu yöntem geldi.

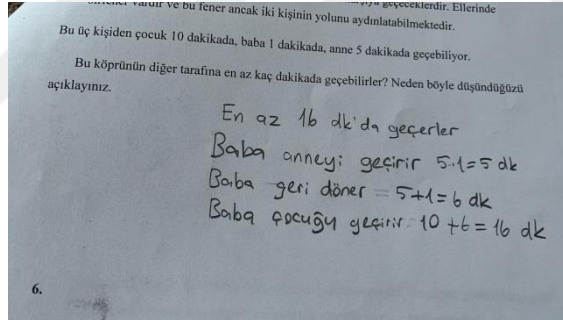
Araştırmacı: doğruluğundan emin olabilir misin?

Serra: *emin olmak için arkadaşlarımla cevaplarıyla kıyaslarım tabi onların da kesin doğru değildir ama tartışarak bulabiliriz doğruyu. Çoğunluğun yaptığına göre anlarız.*

Öğrencinin cevapları incelendiğinde daha önce oynadığı bir oyuna benzediği için kolay geldiği görülmektedir. Soruyu okumadan kendi cümleleriyle ifade edebilmiştir. Yazdığı cevabı kısaca anlatmış neden ve nasıl çözdüğünü gerekçeleriyle birlikte ifade edebilmiştir. Başka bir çözüm yolu sorulduğunda kolay bir soru olduğunu bunun için düşünmediğini söylemiştir. Doğruluğundan emin olabilmek için arkadaşlarıyla kıyaslamanın bir yöntem olacağını ifade etmiştir. Özetle Serra problemi daha önceden bildiğini ifade etmiş, daha önceden uyguladığı adımları uygulamıştır. Ezbere muhakeme yaptığını göstermektedir.

4.4.2. Efe (Ö1)'den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan Efe dördüncü problemi doğru çözmüştür. Efe'nin cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.11. Ö1'in dördüncü probleme verdiği cevap

Görüşme yapılan ikinci öğrenci olan Efe dördüncü problemi doğru çözmüştür. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: *bu soruyla daha önce karşılaşmış mıydın?*

Efe: *bu oldukça basitti. Daha önce çiftçi kurt koyun gibi bir oyun vardı.*

Araştırmacı: *peki çözümünü anlatır mısın?*

Efe: *ilk önce burdaki verilenlere baktım. Anne 5 baba 1 çocuk 10 dkda geçiyor. İlk önce baba anneyi geçirir 5 oldu baba geri döner 1 dk çocuğu geçirir 10 dk toplam 16 dk oldu.*

Araştırmacı: başka çözüm yolu var mıdır?

Efe: baba önce çocukla sonra anneyle geçse de aynısı olur.

Araştırmacı: peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Efe: hıhı. Daha önce yaptım zaten.

Görüşme incelendiğinde öğrenci soruyu kendi cümleleriyle ifade edebilmiş, cevapları gerekçeleriyle beraber açıklayabilmiştir. Daha önce oynadığı bir oyuna benzediğini bunun için kolay olduğunu söylemiştir. Babanın önce çocukla sonra anneyle ya da önce anne sonra çocukla geçtiğinde de aynı sonucun çıkacağını söylemiştir. Daha önce de çözdüğü için doğruluğundan emin olduğunu ifade etmiştir. Özetle Efe problemi daha önceden bildiğini ifade etmiş, daha önceden uyguladığı adımları uygulamıştır. Ezbere muhakeme yaptığını göstermektedir.

4.4.3. Nisa (Ö24)’den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan Nisa dördüncü probleme bilmiyorum kafam karıştı yazmıştır. Bu nedenle boş kategorisine alınmıştır.

Araştırmacı: peki diğer soru. Daha önce karşılaşmış mıydın?

Nisa: hatırlamıyorum ama karşılaştım galiba.

Araştırmacı: peki nasıl çözdük anlatır mısın?

Nisa: eğer baba anneyle çocuğu kucağına alırsa 1 dk da geçebilirler diye düşündüm.

Araştırmacı: peki soruda iki kişiyi aydınlatıyor diyor?

Nisa: kucağına alınca bir kişi geçiyor.

Araştırmacı: bu yöntemi nasıl seçtin?

Nisa: aslında emin değilim doğru olduğundan şimdi düşününce 2 kişi dediği için. O zaman baba biriyle gidip geri dönecek kısa sürede gittiği için değil mi? Ben öyle düşünmemiştim. Şimdi anladım.

Görüşme incelendiğinde öğrencinin problemle önceden karşılaşp karşılaşmadığını tam olarak hatırlamadığı görülmektedir. Yanlış yapan öğrencilerin bir

çocuğu gibi bu öğrenci de babanın anneye çocuğu kucağına alabileceğı görölmektedir. Öğretmen görüşme esnasında fenerin iki kişiyi aydınlattığı tekrar hatırlatılınca öğrencinin şaşırdığı görölmüştür. Bu nedenle de verdiği cevaptan emin değildir. Doğru sonuca daha araştırmacının verdiği dönütlerle ulaşabilmiştir. Özetle Nisa bu problemi çözerken baskın olarak ezbere muhakeme yapmıştır.

4.5. Beşinci Problemden Elde Edilen Bulgular

Çalışmaya katılan öğrencilere yöneltilen beşinci problem aşağıda verilmiştir.



İleri ve geri bükülebilir tek parça bir ip hayal ediniz. Şekildeki ip 3 “katmana-kata” sahiptir. Fakat hala tek parça iptir. Şimdi bir makas aldığınızı ve noktalı doğru ile gösterildiği gibi bükülmüş ipi kestiğinizi hayal edin. Sonuç gösterildiği gibi 4 parça ip olacaktır. Bükülmüş ipi birden fazla kesebilirsiniz veya bükülmüş daha fazla kat ile başlayabilirsiniz. Resimde 4 kat ve 3 kesim vardır. Bundan toplam 13 parça elde edilir. Farklı sayıda katların ve farklı sayıda kesimlerin sayısını araştırınız.

Eğer birisi size X katman sayısını ve Y kesimlerin sayısını verirse P parçaların sayısını nasıl hesaplanabileceğini açıklayınız. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

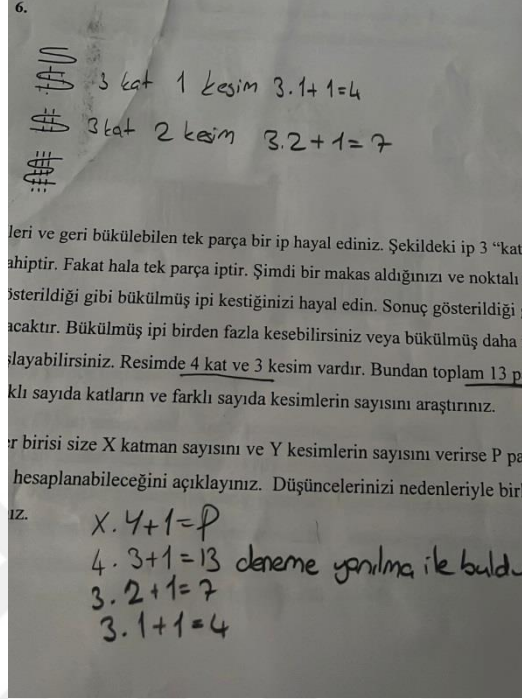
Tablo 4.7. Öğrencilerin beşinci Probleme verdikleri cevaplar tabloda gösterilmiştir.

	Doğru yapan	Yanlış- eksik yapan	Boş bırakan
	5	3	16

Tablo incelendiğinde öğrencilerin % 20,83’ünün doğru cevapladığı görölmüştür. Pilot görüşme ve yapılan görüşmelerde sorunun zor geldiğini öğrenciler belirtmektedir.

4.5.1. Serra (Ö2)'dan elde edilen bulgular

Görüşme yapılan Serra beşinci problemi doğru çözmüştür. Serra'nın cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.12. Ö2'nin beşinci probleme verdiği cevap

Görüşme yapılan ilk öğrenci olan Serra beşinci problemi doğru çözmüş, genelleme yapabilmıştır. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: son problemle daha önce karşılaşmış mıydın?

Serra: daha önce hiç görmemiştim.

Araştırmacı: peki nasıl çözdün anlatabilir misin?

Serra: aslında burada söylüyor. Kesim sayısı katman sayısı diye. 4 ve 3 ü 13 e tamamlamam gerektiği için 4 ile 3 ü çarpıp 1 ekledim. Sonuç çıktı. Sonra şekildekilere bakıp saydım. Onlar da doğru oldu.

3 kat 1 kesim olsa

3 kat 2 kesim olsa diye buraya yazdım. Şekilleri onların da parça sayısını sağladı. O zaman $X \cdot Y + 1 = P$ oluyor.

Araştırmacı: peki başka çözümü var mıdır?

Serra: *aslında başka çizseydim bir sürü daha yine görebilirdim.*

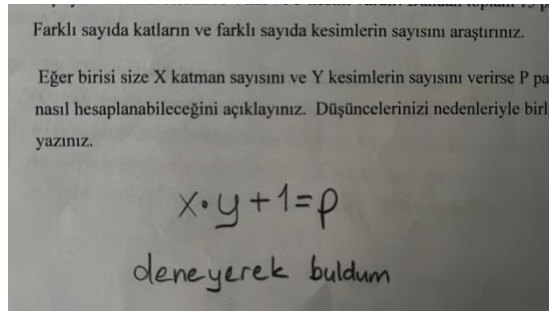
Araştırmacı: *doğruluğundan emin olabilir miyiz?*

Serra: *hiçbir fikrim yok. Ama şekle bakarsak hepsinde doğru çıktı.*

Öğrenciyle yapılan görüşme incelendiğinde sorunun tamamını anlatmadan sadece nerden bulunduğunu anlatmıştır. Kendi cümleleriyle soruyu anlatabilmiştir. Şekilde verilenlere bakarak daha iyi anladığını bu şekilde çözümün daha kolay olabileceğini ifade etmiştir. Kesim sayısı ve katman sayısı verildiği için parça sayısını bulmak için yaptığı işlem den yola çıkarak sonuca ulaştığını belirtmiştir. Genelleme yapabilmiş, doğru sonuca ulaşmıştır. Doğruluğundan emin olamadığını fakat şekilden yola çıkarak doğru olduğunu düşündüğünü ifade etmiştir. Serra bu problemle ilk kez karşılaşmıştır. Çözüm yaparken belli bir strateji seçmiş ve uygulamıştır. Genelleme yapabilmiştir. Özetle problemin çözümünde baskın olarak yaratıcı muhakeme kullanmıştır.

4.5.2. Efe (Ö1)'den elde edilen bulgular

Görüşme yapılan Efe beşinci problemi doğru çözmüştür. Efe'nin cevabı aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.13. Ö1'in beşinci probleme verdiği cevap

Görüşme yapılan ikinci öğrenci olan Efe beşinci problemi doğru çözmüş, genelleme yapabilmiştir. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: *öncelikle benzer bir problemle karşılaşmış mıydın?*

Efe: *hayır.*

Araştırmacı: *peki nasıl çözdüğünü anlatır mısın?*

Efe: birazcık yardım aldım aslında kalan işlemleri de zihinden yaptım. Doğruluğundan emin oldum. Arkadaşlarım birazcık anlattı. Önce soruyu okudum. Burada da özellikle 4 kat 3 kesim dediği yere dikkat ettim ne yaparsam 13 bulurum diye. Çarpıp 1 eklesem doğru olur deyip genelleme yaptım.

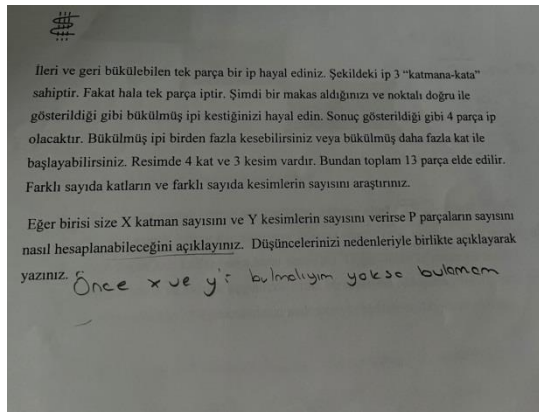
Araştırmacı: doğruluğundan emin olabilir misin?

Efe: sağlama yapabilir miyim bilmiyorum. İpleri kessem gerçekte de görürüm. Matematiksel işlem aklıma gelmiyor.

Öğrencinin görüşmedeki cevapları incelendiğinde çözümü için arkadaşlarıyla tartıştığı, sonucunu bulabilmek için şekle bakmadığı, verilen kat ve kesim sayısına göre parça sayısını bulabilmek için zihinden işlem yaparak sonuca ulaştığı görülmektedir. Gerçekte de ipleri keserek doğru olup olmadığını görebileceğini ifade etmiştir. Efe problemin çözümünde tartışma ortamı yaratmıştır. Belli bir strateji seçmiş ve doğru olarak uygulamıştır. Baskın olarak yaratıcı muhakeme kullanmıştır.

4.5.3. Nisa (Ö24)'dan elde edilen bulgular

Görüşme yapılan Nisa beşinci problemi boş bırakmıştır. Önce x ve y ' yi bulmalıyım yoksa bulamam diyerek cevap vermiştir. Nisa'nın probleme verdiği cevap aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.14. Ö24'ün beşinci probleme verdiği cevap

Görüşme yapılan üçüncü öğrenci olan Nisa beşinci problemi doğru çözmüş, genelleme yapabilmıştır. Yapılan görüşme doğrudan alıntılarla aşağıdaki gibi verilmiştir.

Araştırmacı: peki son soruyla karşılaşmış mıydın?

Nisa: hayır.

Araştırmacı: peki nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

Nisa: Herhangi bir kat verdim kendim. Bu şekilde yapınca sonuca varılıyordu. Verdiklerine göre katla kesimi çarpıp 1 ekledim.

Araştırmacı: başka bir çözümü var mıdır?

Nisa: bence yok

Araştırmacı: peki doğruluğundan emin olabilir misin?

Nisa: denediğimde doğru çıktığı için emin oldum. Şekilde de doğru zaten.

Öğrencinin görüşmedeki cevapları incelendiğinde daha önce karşılaşmadığı görülmüştür. Soruyu kendi cümleleriyle ifade edebilmiştir. Şekle bakarak kontrol ettiğini sonucu bulmak için kat ve kesim arasında bir işlem düşünüp ona göre sonucu bulduğunu ifade etmiştir. Verilen işlemi doğru bulabilmiş, genelleme olarak cümleyle ifade etmiş matematiksel dile dökememiştir. Cevap kağıdında sonucu yazamamıştır. Nisa'nın bu problemde algoritmik muhakeme yaptığı düşünülmektedir.

BÖLÜM V

SONUÇ TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde elde edilen bulguların analiz edilmesiyle ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Üstün yetenekli olan öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin incelenmesi amaçlanan bu araştırmada, üstün yetenekli öğrencilerin bireysel olarak çözdükleri rutin olmayan problemlerin çoğunda yaratıcı muhakeme becerisini kullandıkları görülmüş, muhakeme yapmakta zorlandıkları ya da yapamadıkları durumların da olduğu bazen de algoritmik muhakemeye başvurdukları sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmaya katılan üstün yetenekli öğrenciler derinlemesine düşünüp, problemdeki kavramlar ve ilişkiler arasında bağlar kurarak muhakeme yapmışlardır. Sorgulama, tartışma, araştırma gibi üstbiliş stratejilerinin kullanıldığı eğitim programlarında matematiksel muhakeme becerilerinin olumlu olarak etkilendiğini belirten Pilten (2008)'in çalışması da bu durumu desteklemektedir. Eğitimde tartışma ortamlarının olduğu, öğrencilerin fikirlerini çekinmeden ifade edebileceği ortamlar tasarlamak muhakeme yapısını geliştirmede önemli adımlardır konuyla ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında (Yankelewitz, 2009; Başaran, 2011; Tıraşoğlu, 2013; Erdem, 2015) iletişim ve tartışma ortamlarının öğrencilerdeki matematiksel muhakeme becerisini geliştirmede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin genel olarak oluşturulan problemlere benzer problemler ile karşılaşmadığı görülmüştür. Rutin olmayan problemlerin çözümü yaratıcı muhakeme gerektirse de bazı öğrenciler ezbere muhakeme veya algoritmik muhakeme kullanarak çözüme ulaşmaya çalışmışlar ancak başarılı olamamışlardır. Öğrencilerin benzer problemlerle daha önceden karşılaşmaları problemlerin sonuçlarına daha kolay ulaşmalarını ve daha başarılı olmalarını sağladığını göstermiştir.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerde öğrencilerin verilen problemlerde istenenleri ve problemi çözerken uyguladıkları süreçleri kendi cümleleriyle ifade etmesi istenmiştir. Öğrencilerin bazıları problemi kendi cümleleriyle özetlerken bazıları problemde istenenleri verilen problem kâğıdı üzerinden okuma yoluna gitmiştir. Problemlerde istenenleri ve çözümünü yaparken uyguladıkları süreci kendi ifadeleriyle özetleyen

öğrencilerin problemi daha iyi kavrayıp, problemin çözümünde kullanacakları yöntemi geliştirmede daha başarılı oldukları ve yaratıcı muhakeme kullandıkları gözlenmiştir. Problemi direkt okuma yoluna giden öğrencilerin ise problemi tam olarak anlayamadığı haliyle uygun yöntemi seçip problemi yanlış ya da eksik çözdüğü ve algoritmik muhakemeye başvurdukları görülmüştür.

Öğrencilerden birkaçı matematiksel işlemleri kullanmada iyi oldukları halde rutin olmayan problemleri çözmeden zorlandıkları, yaratıcı çözümler oluşturamadıkları ve algoritmik muhakeme yapmaktan ileri geçemedikleri görülmüştür.

Araştırma üstün yetenekli öğrencilerden oluşan homojen bir grupta yürütülmüş olsa da öğrencilerin tümü yaratıcı muhakeme sergileyememiştir. Bazı öğrenciler baskın olarak algoritmik muhakeme ile çözüm yoluna gitmiştir.

Öğrenciler problemlerin çözümü için bazen ikinci bir çözüm yöntemi sunabilmişlerdir. Fakat problemlerin çoğunda ise ikinci bir yöntem geliştirememişlerdir. Problemlere farklı çözüm yolları getiren öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri yüksek olan ve genellikle yaratıcı muhakeme sergileyen öğrenciler olduğu görülmüştür.

Bu bölümde elde edilen bulgulardan yararlanılarak yapılan değerlendirmelere yer verilmiştir. Üstün yetenekli olan öğrenciler üzerinde yapılan bu çalışma sonucunda öğrencilerin tamamının yaratıcı muhakeme sergilemediği bazılarının baskın olarak algoritmik muhakeme sergilediği görülmüştür. Çalışmaya katılan öğrencilerden bazıları rutin olmayan problemlerle karşılaştıklarında problemi anlayıp uygun stratejiyi bulmak yerine direkt matematiksel işlemlere odaklanmışlardır. Bildikleri algoritmalarla problemleri çözmeye çalışmışlardır. Dolayısıyla algoritmik muhakeme yapmaktan öteye geçememişlerdir. Jäder vd. (2016), çalışmasına katılan öğrencilerin problemleri çözmeye çalışırken bildikleri algoritmalara odaklanma eğiliminde olduğu, rutin olmayan problemlerin iyi tasarlanması yaratıcı muhakeme kullanımını desteklediği ve öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken yaratıcı muhakeme ve taklitsel muhakemeye başvurdukları sonuçlarına ulaşmışlardır. Araştırma sonucunda ulaşılan bulgular yapılan bu çalışmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. Öğrencilerden çözmesi beklenen rutin olmayan problemler yaratıcı muhakeme yapmaları için tasarlanmıştır. fakat buna rağmen bazı öğrenciler taklitsel muhakeme yaparak problemleri çözmeye devam etmektedir. İncebacak ve Ersoy (2016), öğrencilerin kitaplarında genelde işlem becerilerini geliştirmeye yönelik problemler verildiği için öğrencilerin bir strateji belirlemeden veya

problemi tam anlamıyla anlamadan dört işlem becerisini kullanarak sadece problemi çözmeye odaklandıklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin yaratıcı muhakeme becerisini tam olarak kullanamayıp, taklitsel muhakeme becerisiyle sınırlı kalmasının en önemli nedeni öğretmenlerin rutin problemleri temel alarak ders programı hazırlaması olmaktadır. Ders kitapları ve testlerin de öğrencilerin belli algoritmalarla çözebilecekleri rutin problemlerden oluşması ve yaratıcı muhakeme becerisini kullanmaları için öğrencilere fırsat tanınmaması diğer sebepler arasındadır. Umay ve Kaf (2005), öğrencilerin değişik problemlerle çok fazla karşılaşmadıklarını bu sebeple muhakeme becerilerini geliştiremediklerini veya çeşitlendiremediklerini ifade etmiştir. Öğrencilerin matematiksel açıdan yeterli olmaları ve öğrencileri yaratıcı muhakeme kullanmaya teşvik etmek için öğretmenler derslerde rutin olmayan problemler kullanmalıdır. Ders esnasında öğrencileri düşünmeye daha fazla yönelten problemler kullanarak onların sorgulama becerileri geliştirmeleri için onlara fırsat tanınmalıdır.

Üstün yetenekli öğrencilerin bazılarının uygulama sürecinde problemlerin çözümü için ikinci bir yol geliştirememiş oldukları görülmüştür. Bunun en büyük nedenlerinden birisi öğretmenlerin ders esnasında farklı çözüm yollarının öğrencilere gösterilmemesi ve onları farklı yollara başvurmaları için teşvik etmemiş olmalarıdır. Genellikle öğretmenler, öğrencilerine yardımcı olmak için problemin en iyi çözümü yöntemlerini göstermektedirler. Ancak bunun aksine, öğretmenler ders esnasında öğrencilerin daha önceden karşılaşmadığı iyi tasarlanmış problemler sunarak, çözüm yöntemini öğrencilerin kendilerinin oluşturması ve muhakeme yapması için onlara fırsat vererek öğrencilerin matematiksel düşünme, muhakeme yapma ve problem çözme becerisi geliştirmelerine yardımcı olabilir (Lithner, 2017).

Bu araştırmada, öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken zorlandıkları görülmüştür. Bu nedenle öğretmenler ders kitaplarındaki, öğrencileri taklitsel ve algoritmik öğrenmeye teşvik edecek rutin problemler ile yetinmeyip buna ek olarak onların yaratıcı muhakeme yapmalarına fırsat tanıyacak rutin olmayan problemler tasarlayabilir ve derslerinde rutin olmayan problem çözme etkinlikleri ile öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmelerinde onlara yardımcı olabilir.

Problem çözme etkinlikleri sonuç odaklı olmamalıdır. Bunun yerine sürece ağırlık vererek öğrenciden problemi kendi cümleleriyle ifade etmesi, problemde verilen ve istenenleri söylemesi, çözüm için uygun bir strateji belirlemesi, çözümünü izah etmesi ve

nedenselleştirmesi istenebilir. Ayrıca çözümlün doğruluğundan emin olmak için öğrencilerden problemi farklı bir yolla çözmesi istenebilir.

Ayrıca Bu araştırma matematik başarısı yüksek öğrencilerden oluşan homojen bir çalışma grubu ile yapılmıştır. Heterojen gruplarda öğrenciler arası bilişsel yeterlilik değışkenliği daha belirgin olduğundan dolayı öğrenciler arasındaki bu değışkenliği görmek için heterojen gruplar ile benzer bir çalışma yapmak faydalı olabilir.

Rutin olmayan matematik problemlerini çözmeye yönelik matematiksel muhakeme becerilerinin gelişimini inceleyen boylamsal ve kesitsel çalışmalar yapılabilir.



KAYNAKÇA

- Altıparmak, K. ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Altıntaş, E. (2009). *Purdue modeline dayalı matematik etkinliği ile öğretimin üstün yetenekli öğrencilerin başarılarına ve eleştirel düşünme becerilerine etkisi* (Doctoral dissertation, Marmara Üniversitesi (Turkey)).
- Altun, M. (1995). *İlkokul 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin problem çözme davranışları üzerine bir çalışma*. Yayımlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19 (1), 1-21.
- Altun, M. ve Memnun, D. S. (2008). Mathematics teacher trainees' skills and opinions on solving non-routine mathematical problems. *Journal Of Theory And Practice In Education*, 4(2), 213-238.
- Altunışık, R., Coşkun, R., Bayraktaroğlu, S. ve Yıldırım, E. (2010). Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri SPSS Uygulamalı (6. Baskı). Sakarya, Sakarya Yayıncılık.
- Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi*. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bursa.
- Arslan, Ç. ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online*, 6(1).
- Aydemir, H. ve Kubanç, Y. (2014). Problem çözme sürecinde üstbilişsel davranışların incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 9(2).
- Bahtiyari, Ö. A. (2010). *8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Balcı, G. (2007). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini çözme düzeylerine göre bilişsel farkındalık becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

- Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Educational Studies In Mathematics*, 75, 89–105.
- Brodie, K. (2010). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. New York, Dordrecht, Heidelberg.
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: the struggle for meaning. *Journal For Research In Mathematics Education*, 15(1), 35-49.
- Çoban, H. (2010). *Öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme becerileri ile bilişötesi öğrenme stratejilerini kullanma düzeyleri arasındaki ilişki*.
- Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Tokat.
- Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi*. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Erdem, E. ve Gürbüz, R. (2015). Yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakemelerinin bir analizi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45, 123-142.
- Erdem, E. ve Soylu, Y. (2019). Farklı öğretim yolları kullanılarak tasarlanan bir öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve matematik tutumuna etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(3), 1273-1290.
- Francisco, J. M. & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: insights from a longitudinal study. *Journal Of Mathematical Behavior*, 24, 361–372.

- Gürbüz, R. ve Erdem, E. (2014). Matematiksel ve olasılıksal muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesi: 7. Sınıf Örneği. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 16, 205-230.
- Herbert, S., Valeb, C., Braggb, L., Loongb, E. & Widjaja, W. (2015). A framework for primary teachers' perceptions of mathematical reasoning. *International Journal Of Educational Research*, 74, 26-37.
- Hiebert, J. 2003. What Research Says About The NCTM Standards. In J. Kilpatrick, G. Martin and D. Schifter (Eds.), A research companion to principles and standards for school mathematics (pp. 5–23). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- İncebacak, B. ve Ersoy, E. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin tıms's'e göre analizi. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9, 46.
- Jäder, J., Sidenvall, J. & Sumpter, L. (2016). Students' mathematical reasoning and beliefs in non-routine task solving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 759–776.
- Jonssona, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y. & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *Journal Of Mathematical Behavior*, 36, 20–32.
- Karabey, B. (2010). *İlköğretimdeki üstün yetenekli öğrencilerin yaratıcı problem çözmeye yönelik erişim düzeylerinin ve kritik düşünme becerilerinin belirlenmesi* (Doctoral dissertation, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Karaduman, G. B. (2010). Üstün yetenekli öğrenciler için uygulanan farklılaştırılmış matematik eğitim programları. *HAYEF Journal of Education*, 7(1), 1-12.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163, 1-10.
- Karataş, Z. (2015). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62-80.
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies In Mathematics*, 41, 165- 190.

- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies In Mathematics*, 67, 255-276.
- Lithner, J. (2012) Learning Mathematics By Creative Or Imitative Reasoning
- Lithner, J. (2017) Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM Mathematics Education*, 49, 937–949.
- Mandacı-Şahin, S. (2007). *8. sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi*. Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Mansi, K. E. (2003). Reasoning And Geometric Proof In Mathematics Education A Review Of The Literature A thesis submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University in partial fulfillment of the Degree of Master of Science.
- Mayer, R. E. (1998). Cognitive metacognitive and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49–51.
- MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MEB (2013). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MEB (2015). İlkokul Matematik Dersi (1, 2, 3 ve 4. Sınıflar) Öğretim Programı. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- MEB (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul Ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles And Standards For School Mathematics. Reston, VA: The Council.
- Norqvista, M., Jonssonc, B., Lithner, J., Qwillbaird T. & Holm L. (2019). Investigating algorithmic and creative reasoning strategies by eye tracking. *Journal Of Mathematical Behavior*.
- OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing.

- Oğraş, A. (2011). *İlköğretim öğretmenlerinin matematiksel problem çözme aşamalarını ve üstbilişsel düşünme becerilerini uygulama süreçlerinin değerlendirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Gaziantep.
- ÖZTÜRK, M., AKKAN, Y., & KAPLAN, A. (2014). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik kavramına yönelik algılarının incelenmesi. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 2(2), 49-57.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Pusmaz, A. (2008). *Matematik öğretmenlerinin problem çözme sürecinin belirlenmesi ve bu sürecin geliştirilmesinde web tabanlı mesleki gelişim çalışmasının değerlendirilmesi*. Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Reid, D. A., & Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Steen, L. A. (1999). Twenty questions about mathematical reasoning, developing mathematical reasoning in grades K-12. (Lee V. Stiff, 1999 yearbook editor), National Council of Teachers of Mathematics, Reston: Virginia.
- Stylinides, G. J. (2010). Engaging secondary students in reasoning and proving. *Mathematics Teaching*, 219.
- Subaşı, M. ve Okumuş, K. (2017). bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- TIMSS (2003). International Study Lynch School Of Education. Boston: College.
- TIMSS (2015). International Study Lynch School Of Education. Boston: College.
- TIMSS (2019). International Study Lynch School Of Education. Boston: College.
- Tıraşoğlu, N. B. (2013). *Matematik öğretmen adaylarının matematiksel muhakeme bağlamında matematik zihin alışkanlıklarının belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

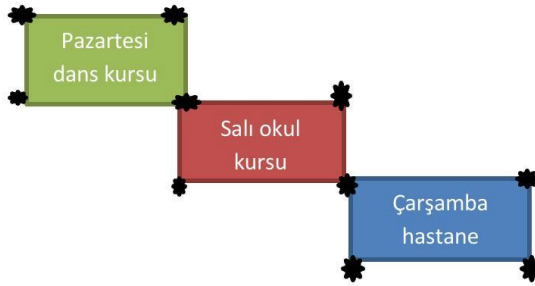
- Umay, A., Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003). Reasoning And Proof. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (Pp. 227–236). Reston: National Council Of Teachers Of Mathematics.
- Yankelewitz, D., Mueller, M. & Maher, C. (2010). A task that elicits reasoning: a dual analysis. *The Journal Of Mathematical Behavior*, 29(1), 76-85.
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40, 181-213.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (5. Baskı). Ankara, Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme* (3. Basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yılmaz, K. (2019). Üstün Yetenekli Öğrencilerin Matematiksel Düşünme Becerilerine Göre Problem Kurma Süreçlerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.

EKLER

Ek 1. Matematiksel Muhakeme Becerisi Ölçme Ölçeği

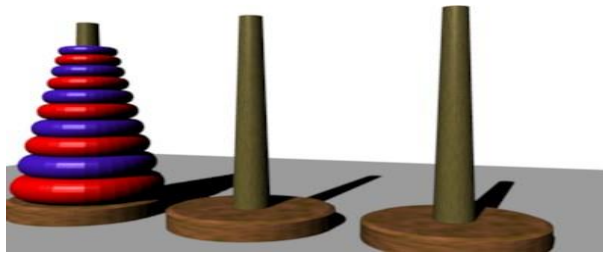
Bu çalışma “Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini belirlemek amacıyla” tasarlanmış ve Tuğçe Uzman tarafından yürütülmektedir. Çalışma kapsamında size yöneltilen sorular, sadece sizin kişisel düşüncelerinizi öğrenmek amacıyla hazırlanmıştır ve vereceğiniz cevaplar tamamen gizli tutulacaktır. Çalışmaya katılımınız tamamen gönüllülük esasına göre olmaktadır. Çalışma kapsamında size sorulacak sorular ortalama 40 dakikanızı alacaktır. Bu metni okuduktan sonra çalışmaya devam etmeniz, çalışmaya gönüllü olarak katıldığınız anlamına gelecektir.

1. Ayşe randevularını hatırlamak için odasına kartlar asmıştır. Resimde gösterildiği gibi kartları desteklemek için köşelerine gelecek şekilde raptiye kullanmıştır.



Tahtasına bu şekilde kart asmaya devam ederse;

- a) Eğer 35 kart asmak isterse kaç raptiyeye ihtiyacı olur?
- b) 600 kart asmak isterse kaç raptiyeye ihtiyacı olur?
- c) Ayşe üçgen kart kullanmaya karar vermiştir. Üçgenin her köşesine bir raptiye yapıştırdığına ve ardışık üçgenlerin ortak bir raptiyesi olduğuna göre 35 kart için kaç raptiye kullanılır? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.



2. Yukarıdaki şekil bir oyuna aittir. Oyunun amacı solda dizili tekerleri en sağdaki direğe aynı sıra ile dizmektir. Oyunun kuralları;
- Her hamlede tek teker oynatılabilir.
 - Her teker kendinden büyük bir tekerin üstüne gelebilir. Yani bir teker kendinden küçük bir tekerin üstüne gelemmez.

Bu kurallara uyarak oyun en az kaç hamlede tamamlanabilir?

Bunu n için genelleyebilir misiniz? Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

3. Bir yarışmada arka arkaya sıralanmış gözü bağlı iki kişinin sırtlarına ikisi siyah biri beyaz 3 mendilin renklerini söylemeleri isteniyor. Arkadaki kişi “*Ben söyleyemem.*” diyor. Bunu duyan öndeki kişi “Ben söyleyebilirim.” Diyor ve sırtındaki rengi doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve bu kişi nasıl karar vermiştir? Düşüncenizi açıklayınız.

Üçü siyah ikisi beyaz 5 mendilden rastgele üçü gözleri bağlı üç kişinin sırtına bağlanıyor. Sonra gözleri açılıyor. Sırtlarındaki mendillerin renkleri doğru olarak söylemeleri isteniyor. En arkadaki önündekilerin sırtlarına bağlı mendilleri görünce “Söyleyemem.” diyor. Bunu duyan ve önündekinin sırtındakini gören ortadaki, “Ben de söyleyemem” diyor. Her ikisinin açıklamasını duyan en öndeki kişi ise sırtındaki mendilin rengini doğru söylüyor. Öndeki kişinin sırtındaki mendilin rengi nedir ve nasıl karar vermiştir. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

4. Anne baba ve çocuk olmak üzere 3 kişi köprüden karşıya geçeceklerdir. Ellerinde bir fener vardır ve bu fener ancak iki kişinin yolunu aydınlatabilmektedir.

Bu üç kişiden çocuk 10 dakikada, baba 1 dakikada, anne 5 dakikada geçebiliyor.

Bu köprünün diğer tarafına en az kaç dakikada geçebilirler? Neden böyle düşündüğünüzü açıklayınız.

5.



İleri ve geri bükülebilen tek parça bir ip hayal ediniz. Şekildeki ip 3 “katmana-kata” sahiptir. Fakat hala tek parça iptir. Şimdi bir makas aldığınızı ve noktalı doğru ile gösterildiği gibi bükülmüş ipi kestiğinizi hayal edin. Sonuç gösterildiği gibi 4 parça ip olacaktır. Bükülmüş ipi birden fazla kesebilirsiniz veya bükülmüş daha fazla kat ile başlayabilirsiniz. Resimde 4 kat ve 3 kesim vardır. Bundan toplam 13 parça elde edilir. Farklı sayıda katların ve farklı sayıda kesimlerin sayısını araştırınız.

Eğer birisi size X katman sayısını ve Y kesimlerin sayısını verirse P parçaların sayısını nasıl hesaplanabileceğini açıklayınız. Düşüncelerinizi nedenleriyle birlikte açıklayarak yazınız.

Ek 2. Görüşme Soruları

1. Daha önce buna benzer bir problemle karşılaş mıydın? Karşılaştıysan benzer yönlerini açıklar mısın?

Daha önce deneyimlediği ya da gördüğü bir çözüm algoritması hatırlayıp uyguladıysa algoritmik muhakeme, daha önce deneyimlemediği bir problemle karşılaşmış ise yaratıcı muhakeme kullanmıştır.

2. Problemin çözümünde ilerlediğin süreç nasıldı?

Öğrenci süreci anlatırken kendine özgü çözüm yolları kullanıp akla yatkın açıklamalar yapabiliyorsa, çözümde kullandığı stratejiyi matematiksel temellere dayandırabiliyorsa yaratıcı muhakeme, ezberlenmiş bir prosedürü takip ettiyse ve kullandığı kuralların neden geçerli olduğunu açıklayamıyorsa algoritmik muhakeme kullanmıştır.

3. Problemin çözümü için kullanabileceğin başka bir yol var mıdır? Varsa belirtir misin?

Yeni ve akla yatkın başka çözüm yolları bulabiliyorsa yaratıcı muhakeme kullanmıştır.

4. Problemi çözmek için kullandığın yolu ve kullanma nedenini belirtir misin?

Akla yatkın matematiksel temellere dayanan açıklamalar yapıyorsa yaratıcı, başka bir soruda gördüm öğretmenim böyle gösterdi gibi açıklamalar yapıyorsa taklitsel muhakeme kullanmıştır.

5. Problemin çözümü için kullanacağın yöntemi nasıl seçtin?

Kullandığı yöntemi önceden görmüşse veya kullanmışsa taklitsel, yeni bir yöntem kullanıyorsa yaratıcı muhakeme yapmıştır.

6. Çözümünün doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

Bu soruyla öğrencinin verdiği cevabın akla yatkın olup olmadığı araştırılacaktır. Mantıklı açıklamalarla ve matematiksel ifadelerle cevap verebiliyorsa yaratıcı muhakeme kullanmıştır.