

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ

SONLU SİSTEM DENKLEMLERİ TEORİSİ ÜZERİNE

Yalçın ŞİMŞİR

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih:15/01/2013

Tez Danışmanı:

Prof. Dr. Yakup HACI

ÇANAKKALE

YÜKSEK LİSANS TEZİ SINAV SONUÇ FORMU

YALÇIN ŞİMŞİR tarafından **PROF. DR. YAKUP HACI** yönetiminde hazırlanan “**SONLU SİSTEM DENKLEMLERİ TEORİSİ ÜZERİNE**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Yakup HACI

Danışman

Yrd. Doç.Dr. İsmail DEMİR

Jüri Üyesi

Yrd.Doç.Dr. Burcu MESTAV

Jüri Üyesi

Sıra No :

Tez Savunma Tarihi: 15/01/2013

Prof. Dr. İsmet KAYA

Müdür

Fen Bilimleri Enstitüsü

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Yalçın ŞİMŞİR

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleŐtirilmesinde, çalıŐmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen saygı değer danışman hocam Prof. Dr. Yakup HACI 'ya, çalıŐma sÜresince tüm zorlukları benimle göğüsleyen ve her zaman bana destek olan değerli eŐime ve çocuklarıma, yazım aŐamasındaki yardımlarından dolayı ArŐ.Gör.Muhammet CANDAN'a sonsuz teŐekkürlerimi sunarım.

Yalçın ŞİMŞİR

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simge	Açıklaması
\neq	Eşit değil
\equiv	Denk
\leq	Küçük eşit
\geq	Büyük eşit
\Leftrightarrow	Gerek yeter koşul
\Rightarrow	İse
Σ	Toplam sembolü
X	Giriş değerleri kümesi
Y	Çıkış değerleri kümesi
S	Durum değerleri kümesi
f_z	Çıkış fonksiyonu
f	Durum fonksiyonu
$M \sigma$	σ durumundaki M sistemi
ξ	t_v zamanında sistemin çıkış dizisi
ε	t_v zamanında sistemin giriş dizisi

ÖZET

SONLU SİSTEM DENKLEMLERİ TEORİSİ ÜZERİNE

Yalçın ŞİMŞİR

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Yakup HACI

15/01/2013, 61

Bilim ve mühendislikteki bazı uygulamalı problemler sonlu sistem denklemleri yardımıyla çözülebilir. Sonlu sistem denklemleri, elektronik bilgisayarların tasarımında, farklı dillerin sentez analizinde, tıpın bir çok alanında önemli rol oynadığından bu problemlerin daha derinden araştırılması gerekir.

Tez konusunun amacı sonlu sistem denklemleri üzerine bazı çalışmalar yapmaktır. İlk olarak sonlu sistemin temel modeli incelenmiştir. Sonlu sistem deneylerinde temel kavramlar açıklanmıştır. Daha sonra durum teşhis deneylerinin tasnifi yapılarak bu konuda önemli algoritmalar araştırılmıştır. Son olarak son durum ağacının önemli özellikleri incelenmiş ve bu ağaç yardımıyla teşhis deneylerinde uygulama amaçlı sonuçların bulunması yönünde çalışmalar yapılmıştır.

Anahtar sözcükler: Sonlu sistem, Teşhis deneyleri, Son durum ağacı

ABSTRACT

ON FINITE SYSTEM EQUATIONS THEORY

Yalçın ŞİMŞİR

Çanakkale Onsekiz Mart University

Graduate School

Mathematics Thesis, Master of Science

Advisor : Prof. Dr. Yakup HACI

15/01/2013, 61

Most applied problems encountered in scientific and engineering investigations can be solved with the help of finite state equations. Since finite state equations played an important role in many areas such as, design of electronic computers, analysis of language syntax, medical science, these problems require deep investigations.

The aim of this thesis is to study on finite state equations. Firstly some properties of basic model were investigated. Basic concepts of the state experiments were given. Also algorithms concerning classification of the state identification experiments have been constituted. Finally some properties of the homing tree and state identification have been carried out for application of results with the help of the homing tree.

Keywords: Finite system, Identification experiments, Homing tree

İÇERİK

TEZ SINAVI SONUÇ FORMU	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
BÖLÜM 1 – GİRİŞ	1
1.1. Çok terminalli kara kutu.....	2
1.2. Zaman Ayıraç	3
1.3. Sayılabilir Alfabe	3
1.4. Durumlar	6
1.5. Temel Modelin Tanımı	7
1.6. Sonlu sistem denklemleri için örnekler.....	8
BÖLÜM 2 – SONLU DİNAMİK SİSTEMLERDE DENEYLER.....	10
2.1. Deneylerin Sınıflandırılması.....	10
2.2. Teşhis ve Son Durum Deneyleri.....	11
2.3. İki Durum İçin Teşhis Deneyleri.....	12
2.4. Deneyler Teorisinde Graf Uygulamaları.....	17
2.5. Teşhis Ağacı.....	19
BÖLÜM 3 – DURUM TEŞHİS DENEYLERİ.....	25
3.1. Sade koşulsuz Teşhis Deneyleri.....	25

3.2. Sade Koşullu Teşhis Deneyi.....	27
3.3. Tekrarlı Koşulsuz Teşhis Deneyleri.....	33
3.4. Tekrarlı Koşullu Teşhis Deneyleri.....	40
BÖLÜM 4 – SON DURUM AĞACI.....	45
4.1. Son Durum Ağacı	45
4.2. Sade Koşulsuz Son Durum Deneyleri	47
4.3. Sade Koşullu Son Durum Deneyleri	48
4.4. Tekrarlı Koşulsuz Son Durum Deneyleri	51
4.5. Tekrarlı Koşullu Son Durum Deneyleri	53
4.6. Durum Belirleme Deneyleri İle İlgili Sonuçlar	59
KAYNAKLAR	62
Şekiller	63
Çizelgeler	64
Özgeçmiş	65

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bilim ve mühendislikteki bazı uygulamalı problemler sonlu sistem denklemleri yardımıyla çözülebilir. Sonlu sistem denklemleri, elektronik bilgisayarların tasarımında, farklı dillerin sentez analizinde, tıpın bir çok alanında önemli rol oynadığından bu problemlerin daha derinden araştırılması gerekir.

Tez konusunun amacı sonlu sistem denklemleri üzerine bazı çalışmalar yapmaktır. 4 bölümden oluşan ve ilk bölümü giriş olan bu tezde ilk olarak sonlu sistemin temel modeli incelenerek,

$$z_v = f_z(x_v, s_v)$$

$$s_{v+1} = f_s(x_v, s_v)$$

karakteristik fonksiyonları yazılmış ve sonlu sistem denklemleri için bazı örnekler verilmiştir.

2. bölümde bazı temel kavramlar açıklanmış, sonlu dinamik sistemlerde deneyler tanımlanarak başlangıç durumunu bulmaya yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bunun için de, teşhis problemi ile sonlu dinamik sistemin hangi durumda olduğu belirlenmiş; son durum problemi ile de sonlu sistemi, bu duruma götüren deneyler incelenmiştir.

3. bölümde durum teşhis deneyleri incelenmiştir. Durum teşhis deneylerinin tasnifi yapılarak 4 alt başlıkta toplanmıştır. Sade koşullu teşhis deneyleri, sade koşulsuz teşhis deneyleri, tekrarlı koşulsuz teşhis deneyleri ve tekrarlı koşullu teşhis deneyleri önemli algoritmalar verilerek incelenmiştir.

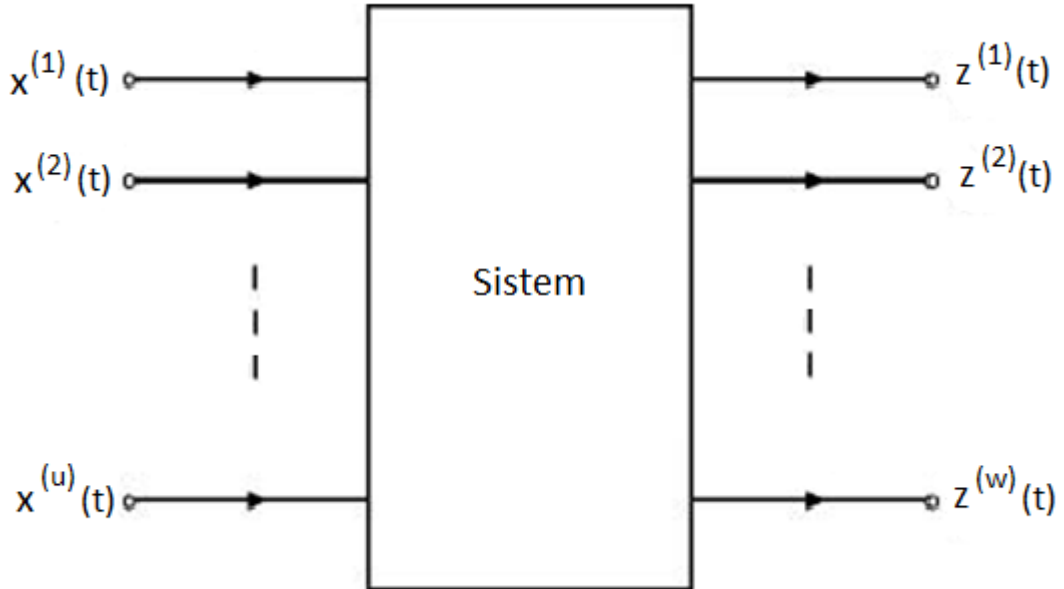
4. bölümde son durum ağacının önemli özellikleri araştırılmış ve bu ağaç yardımıyla teşhis deneylerinde uygulama amaçlı sonuçların bulunması yönünde çalışmalar yapılmıştır. Son durum deneylerinin de tasnifi yapılarak; sade koşulsuz son durum deneyi, sade koşullu son durum deneyi, tekrarlı koşulsuz son durum deneyleri ve tekrarlı koşullu son durum deneyleri alt başlıkları ile araştırılmıştır. Dördüncü bölümün son kısmında durum belirleme deneyleri ile ilgili sonuçlar incelenmiştir.

1.1. Çok Terminalli Kara Kutu

Fen bilimleri ve mühendislikte çoğu problemler analiz ve sentez diye adlandırılır. Analiz problemler özel bir sistemin öngörüsü, sentez problemleri de özel bir sistemin üzerine bir şeyler bina edilmiştir. İncelemelerimizde daha çok analiz problemlere değineceğiz. Bu iki probleme göre değişkenleri üçe ayırabiliriz.

- 1- Hareket değişkenleri : Sistem görüşünü belirtir.
- 2- Tepki değişkenleri : Araştırmacının sistem hakkındaki görüşlerini sunar.
- 3- Orta değişkenler : Bu ikisi de olmayan

Bir sistem “kara kutu” yöntemi ile sonlu terminallerle ifade edilebilir. Girdi terminaller; kutuya doğru yönelen oklarla ifade edilen hareketli değişkenleri, çıktı terminaller; kutudan uzaklaşan oklarla gösterilen tepkili değişkenleri belirtirken orta değişkenlerin de kutunun içinde gömülü olduğu varsayılır.



Şekil 1.1. Sistemin Kara kutu gösterimi

Sistemin kara kutu gösterimi şekil 1.1. ile gösterilmiştir. Burada u girdi değişkenleri ve w çıktı değişkenlerinin zamana bağlı olduğu sistemi gösterir. $x^{(i)}(t)$, $i = 1,2,3,\dots,u$

olmak üzere girdi değişkenleri ve $z^{(j)}(t)$, $j = 1, 2, 3, \dots, w$ olmak üzere çıktı değişkenleri gösterir.

1.2. Zaman Ayıraç

Sonlu sistem modeli ile gösterilen her sistemin bağımsız eş zamanlı kaynaklarla kontrol edildiği kabul edilir. Sistem değişkenleri devamlı bir şekilde ölçülmez, her olayın belirli bir anında gösterilir ve “eş zamanlı sinyal” olarak adlandırılır. Bu anlar seçme zamanlar diye de adlandırılır ve ν 'inci seçme zaman t_ν ($\nu = 1, 2, \dots$) şeklinde gösterilir. Bir başka görüşle de her hangi bir t_ν zamanı t_ν ve $t_{\nu-1}$ zaman aralığında bağımsızdır. $\nu(t)$ sistem değişkeni ν 'inci seçme zamanındaki ν değerini gösterir. ν 'inci seçme zamanındaki değişkenlerin değerleri ν sayısına bağlıdır, t_ν değerine bağlı değildir.

Yukarıdaki zaman ayıraç tezine uyum sağlayan sistemler senkronize diye adlandırılırlar. Bu teze uymayanlar ise eş zamanlı olmayan şeklinde ifade edilirler. Doğal olarak eş zamanlı olmayan sistemler bazı amaçlar için eş zamanlı varsayılır. Mesela ampulün açma kapama düğmesi için, girdi değişken düğmenin açık veya kapalı hali, çıktı değişken de ampulün yanıp yanmamasıdır. Eş zamanlı kaynak açma düğmesi, eş zamanlı sinyal de açma kapama hareketidir. ν 'inci seçme zamanında her değişkenin değeri seçme zamanlardan bağımsızdır. Bu sistem eş zamanlı sanılır. Ama kesinlikle bu sistem eş zamanlı değildir, çünkü ampulün açma kapama işlemleri açma kapama işlemlerine bağlıdır.

1.3. Sayılabilir Alfabe

Temel sonlu sistem denklemleri için öne sürülen bir görüşte her değişken sonlu sayılı ayırık değerlerle kabul edilir. ν değişkeninin kabul edildiği değişkenler kümesi “ ν alfabe” diye adlandırılır ve V ile gösterilir.

Her V elemanına ν sembolü denir. $K^{(1)}, K^{(2)}, \dots, K^{(m)}$, $K_i^{(1)}, K_i^{(2)}, \dots, K_i^{(m)}$ ile gösterilen sonlu kümeler olsun. Ve sırasıyla $K^{(1)} \otimes K^{(2)} \otimes \dots \otimes K^{(m)}$ sıralı m çarpanlıları da $(K_i^{(1)}, K_i^{(2)}, \dots, K_i^{(m)})$ ile gösterebiliriz. Eğer verilen sistemin hareketli değerleri $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(u)}$ ise bu sistemin “girdi alfabeti” X ile gösterilir.

$$X = X^{(1)} \otimes X^{(2)} \otimes \dots \otimes X^{(u)} \quad (1.1)$$

şeklinde gösterilir ki , $X^{(i)}, i = 1, 2, \dots, u$ $x^{(i)}$ alfabetesini belirtir. Aynı şekilde tepkili değişkenler $z^{(1)}, z^{(2)}, \dots, z^{(w)}$ ise çıktı alfabelerde Z ile gösterilir.

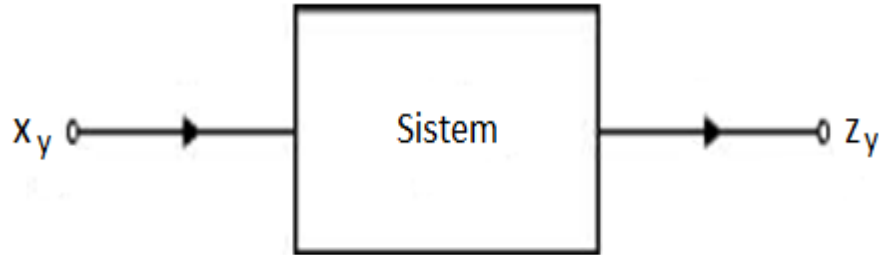
$$Z = Z^{(1)} \otimes Z^{(2)} \otimes \dots \otimes Z^{(w)} \quad (1.2)$$

ile tanımlanır ki $Z^{(j)}, j = 1, 2, \dots, w$ de $Z^{(j)}$ alfabetesini belirtir. $X^{(i)}$ p_i 'nin boyutu ve $z^{(j)}$ 'de q_j 'nin boyutu ise sonlu olan p ve q şöyle verilir.

$$p = \prod_{i=1}^u p_i \quad (1.3)$$

$$q = \prod_{j=1}^w q_j \quad (1.4)$$

X 'in tanımlanması sade bir girdi sembolünün herhangi bir t_v zamanındaki tüm " u girdi değişkenlerinin" tanımlanmasını sağlar. Aynı şekilde Z 'nin tanımlanması sade bir çıktı sembolünün herhangi bir t_v zamanındaki tüm w çıktı değişkenlerinin tanımlanmasını



sağlar.

Şekil 1.2. Sonlu sistem denkleminin kara kutu gösterimi.

Sonuçta $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(u)}$ girdi değişkenleri alfabeti, X 'in (1.1)'de tanımlanan sade x girdi değişkenleriyle yer değiştirebilir. $z^{(1)}, z^{(2)}, \dots, z^{(w)}$ çıktı değişkenleri alfabeti Z 'nin (1.2) de tanımlanan sade z çıktı değişkenleriyle yer değiştirebilir. Ayrıca u girdi terminalleri bir girdi terminalle ve w çıktı terminalleri bir çıktı terminalle yer değiştirebilir. İşte bu sonlu sistem modelinin temelini standart gösterimidir. Gösterim olarak $x^{(1)}$ ve $z^{(2)}$ girdi doğrusuna sahip hesaplama cihazı düşünelim ve $x^{(1)}$ doğrusu,

0 ve 1 rakamları ile $z^{(2)}$ doğrusu da 1,2,3 rakamlarından oluşsun. t_v seçilmiş zamanlarında cihaz şu değerleri üretir.

$$z_v^{(1)} = x_v^{(1)} x_v^{(2)} + x_{v-1}^{(1)} x_{v-1}^{(2)} \text{ ve } z_v^{(2)} = \left| x_v^{(1)} x_v^{(2)} - x_{v-1}^{(1)} x_{v-1}^{(2)} \right| \text{ böylece elimizde,}$$

$$X^{(1)} = \{0,1\} \quad X^{(2)} = \{1,2,3\} \quad Z^{(1)} = \{0,1,2,3,4,5,6\} \quad Z^{(2)} = \{0,1,2,3\} \text{ olur.}$$

Sonuç olarak;

$$X = \{(0,1), (0,2), (0,3), (1,1), (1,2), (1,3)\}$$

$$Z = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,0), (2,1), (2,2), (2,3), (3,0), (3,1), (3,2), (3,3), (4,0), (4,1), (4,2), (4,3), (5,0), (5,1), (5,2), (5,3), (6,0), (6,1), (6,2), (6,3)\}$$

şeklinde olur.

1.4. Durumlar

Hareketli ve tepkili değişkenler gözlenip ölçülürken, orta değişkenler de genellikle belirsizdirler ve değerleri de çoğunlukla ölçülemez. Orta değişkenlerin önemi onların kendilerine özgü davranışlarına dayanmıyor, aksine girdi ve çıktı değişkenleri ile yaptığı etkiye dayanıyor. Bu birleşik etki zaman ayrılığı ve sonlu alfabe konudur. Bu etkiye t_v zamanında sistemin durumu denir ve s_v ile gösterilir. Bu kümeye ise durum kümesi denir ve S ile gösterilir. Durumun esas noktası, temel sonlu sistem modelle rol oynamasıyla doğru bir şekilde tanımlanabilir. Bu rol iki şekilde söylenebilir:

- (1) Seçme zamandaki çıktı sembol, seçme zamandaki girdi sembolle gerçekleşir.
- (2) Bir sonraki seçme zamandaki durum seçme zamandaki girdi sembolle gerçekleşir.

Böylece sonlu sistem denkleminin herhangi bir seçme zamandaki durumunun girdi sembolü, seçme zamandaki ve bir sonraki seçme zamandaki çıktı sembolü öngören değişkendir. Mesela havaya para atılmasını ele alalım. Her atışta yazı gelenler içinde ilk yazı için sayı yazılsın ve tura gelen durumlarda ilk iki tura hariç her tura için sayı yazılsın. Böylece oyunumuz bir sistemdir. Eş zamanlı kaynak; oyuncu, eş zamanlı sinyal; parayı havaya atma işlemi. Girdi değişken paranın yüzü, çıktı değişkende her atıştaki sayıdır. Girdi alfabe (yazı , tura), çıktı alfabe de (sayı , sayı yok) şeklindedir. Durum kümesini ise

o şart altındaki bilgi gerektirirken, paranın yüzü de o anki sayıyı ve diğer şartı gerektirir. Oyunun tanımından şu söylenebilir, sayıyı tahmin etmek için o anki ve paranın iki önceki yüzü bilinmesi gerekir. {Ali ilk tura, Ali iki tura, Ali yazı} kümesini düşünün ki burada eğer yazıyı tura takip ederse “Ali ilk tura” sistemin durumu, eğer tura turayı takip ederse “Ali iki tura” ve eğer yazı veya turayı takip ederse “Ali yazı” sistemin durumu olur. Sistem “Ali iki tura” durumunda ve girdi yazı olduğunda veya sistem Ali yazı ve girdi de yazı ise sayı yazılır. O anki durum “Ali ilk tura” veya “Ali iki tura” ise bir sonraki durum girdi tura ise “Ali tura” , girdi yazı ise “Ali yazı” olur. Buradan şunu söyleyebiliriz o anki durumu ve girdiyi bilirse o anki çıktı ve bir sonraki durumu tahmin edebiliriz ve böylece seçilen durum kümesi tüm şartlarla çakışır.

Bir problemde verilen durumun seçimi ne tek ne de sade olmak zorundadır. Çünkü bu seçim için genel kurallar uygun değildir buna üçlü ve hatalı yaklaşım denir. Seçilen sistemin hızı o anki idrake, görüşe, boyuta ve o anki bilgiye de bağlıdır.

1.5. Temel Modelin Tanımı

Sonlu sistem denklemleri diye adlandıracağımız sistemlere bir tanım getireceğiz. Bu tür sistemlere kısa olsun diye sistem denklemi diyeceğiz.

Tanım 1.1. M sonlu sistem denklemi, sonlu $X = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p\}$ girdi alfabesi ile sonlu $Z = \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_q\}$ çıktı alfabesi ve sonlu $S = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ durumu ile bir eş zamanlı sistemdir ve f_z ve f_s “karakteristik fonksiyonları”

$$z_v = f_z(x_v, s_v) \quad (1.5)$$

$$s_{v+1} = f_s(x_v, s_v) \quad (1.6)$$

şeklindedir.

Burada x_v , z_v ve s_v sırasıyla; girdi sembol, çıktı sembol ve $t_v (v = 1, 2, \dots)$ zamanındaki M ' nin durumudur.

Karakteristik fonksiyonlar kesin olmayan bir duruma konu değildir. Ayrıca M 'yi sınırsız farz ettiğimizde, örneğin her hangi bir girdi sembolü her hangi bir t_v zamanında M 'ye uygulanabilir.

$$f_z(x_v, s_v) = f_z(x_v) \quad (1.7)$$

olduğu zaman sonlu sistem denkleminin özel bir durumu da ortaya çıkar. Bu sistem denkleminde sade sistem denklemi diyebiliriz. Sade sistem denkleminin orta değerler girdi çıktı ilişkisi üzerine bir etkisi yoktur ve bu durumun esas noktası oldukça karışıktır. Eğer

$$f_z(x_v, s_v) \neq f_z(x_v) \quad (1.8)$$

ise sistem denklemi sade olmayandır.

1.6. Sonlu Sistem Denklemleri İçin Örnekler

Temel sonlu sistem modelleri için birkaç örnek sunacağız. Girdi alfabe için X , çıktı alfabe için Z ve durum için S kullanılacaktır.

Örnek 1. Verilen: uyarıcı tarafından “pozitif” ve “negatif” şeklinde etkilenen bir organizma. Organizmada negatif uyarıcı hiç bir reaksiyon göstermezken pozitif uyarıcı reaksiyon gösteriyor.

$$X = \{ \text{pozitif uyarıcı, negatif uyarıcı} \}$$

$$Z = \{ \text{reaksiyon, reaksiyon yok} \}$$

$$S = \{ \text{en son pozitif uyarıcıya reaksiyon, en son pozitif uyarıcıya reaksiyon yok} \}$$

Eğer o anki durum “en son pozitif uyarıcıya reaksiyon” ve girdi de pozitif uyarıcı ise, çıktı “reaksiyon yok” ve bir sonraki durumda “en son uyarıcıya reaksiyon yok” olur. Eğer o anki durum “en son pozitif uyarıcıya reaksiyon yok” ve girdi de “pozitif uyarıcı” ise çıktı reaksiyon ve bir sonraki durumda “en son pozitif uyarıcıya reaksiyon” olur.

Girdinin “negatif uyarıcı” olduğu durumda çıktı her zaman “reaksiyon yok” olur ve bir sonraki durumda uyarıcı gibi olur.

Örnek 2. Verilen: 26 harften oluşan İngilizce bir metin ve aralıklar “un” ile başlayan “d” ile biten kelimeleri saymak için metin taranıyor. Sadece aralıklar π ile gösterilecek, diğer harflerde d, n, ve u da λ ile gösterilecek.

$$X = \{ d, n, u, \pi, \lambda \}$$

$$Z = \{ \text{sayı, sayı yok} \}$$

$S = \{ \text{yeni kelime, yeni kelime için bekle, Ali u, Ali u-n, Ali u-n-d} \}$

Girdi “ π ” ise bir sonraki durum her zaman “yeni kelime” olur. Eğer o anki durum “Ali u-n-d” ve girdi de π ise çıktı “sayı” dır diğer tüm şartlarda çıktı “sayı yoktur”. Eğer o anki durum “yeni kelime” ve girdi de “u” ise bir sonraki durum “Ali u”, eğer girdi “d”, “n” veya “ λ ” ise bir sonraki durum “yeni kelime için bekle” olur. Eğer o anki durum “Ali u” ve girdi de “n” ise bir sonraki durum “Ali u-n” olur. Eğer girdi “d”, “u” veya “ λ ” ise bir sonraki durum “yeni kelime için bekle” olur. Eğer o anki durum “Ali u-n” veya “Ali u-n-d” ve girdi de “d” ise bir sonraki durum “Ali u-n-d” olur. Eğer girdi “n”, “u” veya “ λ ” ise bir sonraki durum “Ali u-n” olur. Eğer durum “yeni kelime için bekle” ve girdi de “ π ” ise durum değişmez.

Örnek 3. Verilen: yönü iki pozisyonlu düğme tarafından kontrol edilen motor tekerleği. Sağ ve sol pozisyonlar sırasıyla tekerin saat yönü ve saat yönünün tersine dönmesine yol açıyor. Tekerin yönünü değiştirdiği an gösterge yanıyor.

$$X = \{ \text{sağ, sol} \}$$

$$Z = \{ \text{lamba açık, lamba kapalı} \}$$

$$S = \{ \text{saat yönü, saat yönünün tersi} \}$$

Eğer o anki durum “saat yönü” ve girdi “sağ” veya o anki durum “saat yönünün tersi” ve girdi “sol” ise durum değişmez ve çıktı “lamba kapalı” dır. Eğer o anki durum “saat yönü” ve girdi “sol” ya da o anki durum “saat yönünün tersi” ve girdi “sağ” ise durum değişir ve çıktı da “lamba açık” olur.

Yukarıdaki örnekler gösterilirken sonlu sistem denklemlerinin bazen bir oyun, bazen bir algoritma, bazen bir dil, bazen bir organizma, bazen bir makine olduğunu söyleyebiliriz.

Teorem 1.1. Açık olmayan M sonlu otomatası verilmiş olsun. Eğer sonlu otomatanın f_z ve f_s karakteristik fonksiyonları belirli ise istenilen giriş dizisine uygun çıkış dizisi tek değerli olarak belirlenemez.

Eğer karakteristik fonksiyonların dışında σ_{i_0} başlangıç durumu da verilmiş ise istenilen giriş dizisine uygun çıkış dizisi tek değerli olarak belirlenebilir.

BÖLÜM 2

SONLU DİNAMİK SİSTEMLERDE DENEYLER

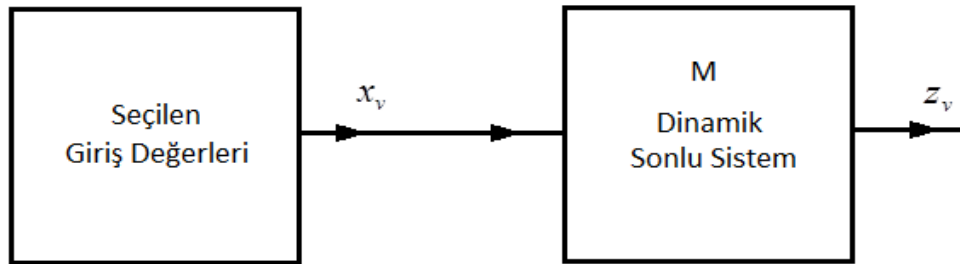
2.1. Deneylerin Sınıflandırılması

Sonlu dinamik sisteme giriş dizisinin uygulanması, buna uygun çıkış dizisinin gözlenmesi ve bu gözlemlere dayanarak sonuca varılması aşamalarının tümüne deney denir. Deneyler aşağıdaki tanımlarla sınıflandırılır.

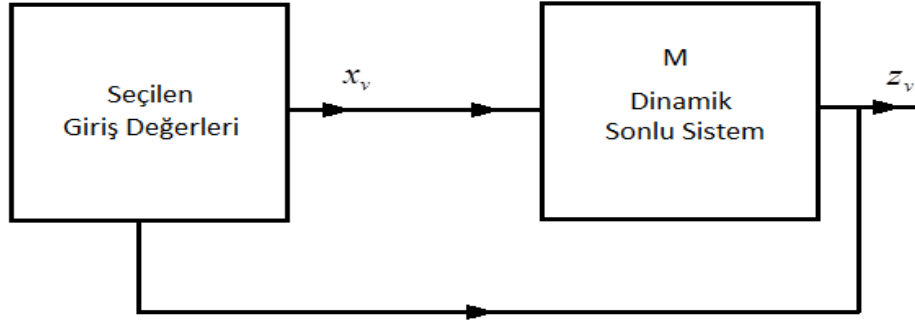
Tanım 2.1. Sonlu dinamik sisteme uygulanan giriş dizisi önceden tamamı ile belirlenmiş ise bu deneye şartsız deney denir.

Tanım 2.2. Sonlu dinamik sisteme uygulanan giriş dizisi bir sonraki alt dizinin verdiği tepkiye uygun biçimde belirlenen iki veya daha çok alt diziden oluşmuş ise böyle deneye şartlı deney denir.

Genellikle şartsız deneylerin yapılması şartlı deneylerin yapılmasına göre daha sade ve sadedir. Şartlı deneyler durumunda bazı ara sonuçların ayrı ayrı incelenmesi gerektiğinden daha zordur.



Şekil 2.1. Şartsız Deney



Şekil 2.2. Şartlı Deney

Geçiş çizelgeleri aynı olan sonlu dinamik sistemler deneylerin başladığı zaman aynı durumda bulunuyorsa bu sistemlerden biri diğerinin kopyasıdır.

Deneyler gerekli sonlu dinamik sistemlerin kopya sayılarına göre aşağıdaki gibi ifade edilir.

Tanım 2.3. Sonlu dinamik sistemin sadece bir kopyasına ihtiyaç duyan deneylere sade deneyler denir.

Tanım 2.4. Sonlu dinamik sistemin birden fazla kopyasına ihtiyaç duyan deneylere de tekrarlı deneyler adı verilir.

Uygulamada incelenen sonlu dinamik sistemlerin genellikle bir kopyası olduğundan sonlu sistemler teorisinde sade deneylerin daha avantajlı olduğu kabul edilir. Deney yapıldığı zaman uygulanan giriş dizisini oluşturan sembollerin sayısına deneyin uzunluğu, alt dizilerin sayısına deneyin derecesi, sonlu sistemlerin sayısına ise deneyin tekrarlılık derecesi denir. O halde şartsız deneyler birinci derecen, şartlı deneyler ise ikinci veya daha fazla dereceden deneylerdir. Sade deneyin tekrarlılık derecesi 1 dir. Tekrarlı deneylerin derecesi ise 2 veya ikiden çoktur. Uzunluk, derece ve tekrarlılık dereceleri gibi kavramlar sonlu sistem teorisinde deneylerin ölçüleri olarak ifade edilir.

2.2. Teşhis Ve Son Durum Deneyleri

Tanım 2.5. Geçiş çizelgesi ile verilmiş olan M sonlu dinamik sistemi $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}$ durumlarından birindedir. Bu durumun bulunması için gerekli probleme Teşhis problemi denir.

Tanım 2.6. Geçiş çizelgesi ile verilmiş olan M sonlu dinamik sistemi $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}$ durumlarından birindedir. M sonlu dinamik sistemi bu duruma götürülmelidir. Yapılan bu işleme son durum problemi denir.

Teşhis problemi M sonlu dinamik sisteminin başlangıç durumunu, son durum problemi ise M sonlu dinamik sisteminin son durumunun belirlenmesi için gerçekleştirilen problemlerdir.

Teşhis problemi ile yapılan deneye teşhis deneyi, son durum problemi ile yapılan deneye son durum deneyi denir. Bu durumda her bir teşhis deneyine aynı zamanda son durum deneyi diyebiliriz. M Sonlu dinamik sisteminin başlangıç durumunu bilerek ve giriş dizisine uygulayarak son durumu belirlenebileceğinden dolayı teşhis deneyi aynı zamanda son durum deneyidir. Ancak bunun tersi her zaman için doğru değildir.

Uygulama yaparken incelenen M Sonlu dinamik sisteminin minimal olduğu düşünülür. Eğer M Sonlu dinamik sistemi minimal olmazsa o zaman bilinen minimal yapma tekniklerinden birisi uygulanarak sistem minimalleştirilir. $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$, M Sonlu dinamik sisteminin her hangi şartlı durumlar kümesi olsun. Eğer bu kümenin elemanlarından biri M sisteminin başlangıç durumu ise bu kümeye başlangıç durumlar kümesi denir ve $A(M)$ ile gösterilir. Bu nedenden dolayı $A(M)$ kümesinin durumları da mümkün durumlar olarak adlandırılır. Eğer $A(M)$ tek elemanlı bir küme ise yani $m = 1$ hem teşhis hem de son durum problemleri doğrudan çözülür. Bu yüzden $m \geq 2$ durumları incelenmektedir.

2.3. İki Durum İçin Teşhis Deneyleri

$m = 2$ durumu için incelenen teşhis problemi iki durum için teşhis problemi olarak adlandırılır. n durumlu bir M Sonlu dinamik sistemi düşünelim. $A(M) = \{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ olsun. M yukarıda belirttiğimiz gibi minimal Sonlu dinamik sistem olduğundan σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumları farklı, yani $(n - 1)$ farklı durumlardır. Bu nedenle $M|\sigma_{i_0}$ ve $M|\sigma_{j_0}$ için uygulandığında farklı çıkış dizileri oluşturan, uzunluğu $n - 1$ veya daha küçük olan giriş dizileri bulunabilir. Böyle giriş dizisi $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ için teşhis dizisi olarak ifade edilir.

Verilen M Sonlu dinamik sistemi için $A(M) = \{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ şeklinde iki duruma göre teşhis deneyi aşağıdaki gibidir.

- a) M Sonlu dinamik sistemine $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ durumu için teşhis dizisi uygulanır.
- b) Bu uygulamaya göre çıkış dizisi gözlenir
- c) Alınan tepkiye göre başlangıç durumu belirlenir.

Kabul edelim ki l için σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumları l farklı, $l-1$ e denk durumlar olsun. O zaman $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ için en kısa teşhis dizisinin uzunluğu l olur. Uzunluğu bu özelliğe sahip ve l olan, $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ ye göre istenen teşhis dizisi $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ için minimal teşhis dizisi olarak isimlendirilir. Bu minimal teşhis dizisi $\varepsilon(\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0})$ şeklinde gösterilir. Eğer σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumları l farklı, $l-1$ e denk durumda iseler o zaman bu durumlar P_e de bölünmüş, P_{e-1} de komşu durumlardır. Buna göre yukarıda bahsedilen l aşğıdaki gibi bulunabilir.

M Sonlu dinamik sisteminin bilinen yöntemle k-denkbölünmüşleri oluşturularak σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumlarının P_k da iki farklı sınıfta olduğu en küçük k belirlenir. Bu k değeri l olarak alınır.

Bu durumda $M|\sigma_{i_0}$ ve $M|\sigma_{j_0}$ 'a göre $\varepsilon(\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0})$ uygulandığında çıkış dizileri yalnız sonuncu sembol ile yani l nci sembol ile farklılık gösterir. İlk $l-1$ sayıda olan sembolleri aynı olacaktır. Bu nedenle her $0 \leq k \leq l-1$ için σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumlarının $\varepsilon(\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0})$ 'a göre k ncı geçişleri $l-k$ farklı ve $(l-k-1)$ denk olacaktır.

Algoritma 2.1. σ_{i_0} ve σ_{j_0} , M sonlu dinamik sisteminin iki durumu olsun. $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ için minimal teşhis dizisinin belirlenmesinde aşğıdaki adımlar kullanılır.

- (1) M için P_k çizelgeleri oluşturulur. σ_{i_0} ve σ_{j_0} durumlarının P_{e-1} komşu, P_e de bölünmüş durumu olan l bulunur. $k = 1$ alınır.
- (2) (a) Şayet $l-k > 0$ ise (3) adımına geçiş yapılır.

- (b) Şayet $l-k = 0$ ise ε_{u_k} , $\sigma_{i_{k-1}}$ ve $\sigma_{j_{k-1}}$ satırlarının farklı olduğu sütuna uygun herhangi bir z_v alt çizelgesine karşılık gelir. Bu durumda $\varepsilon_{u_1}, \varepsilon_{u_2}, \dots, \varepsilon_{u_l}$, $\{\sigma_{i_0}, \sigma_{j_0}\}$ ' e göre minimal teşhis dizisidir.
- (3) ε_{u_k} , P_{l-k} çizelgesinde $\sigma_{i_{k-1}}$ ve $\sigma_{j_{k-1}}$ satırlarının öyle sütununa uygundur ki, bu sütunda σ_{i_k} ve σ_{j_k} alt indisleri farklı olan σ_{i_k} ve σ_{j_k} hücrelerine sahiptirler. Bu durumda $k, 1$ arttırılır ve (2)'ye dönlür.

Çizelge 2.1. A1 Sonlu dinamik sistemi için çizelge

		z_v		s_{v+1}	
		α	β	α	β
x_v	s_v				
1	1	0	1	1	4
2	2	0	1	1	5
3	3	0	1	5	1
4	4	1	1	3	1
5	5	1	1	2	5

Çizelge 2.2. A1 için P_1 çizelgesi

		s_{v+1}	
Σ	x_v s_v	α	β
a	1	1a	4b
	2	1a	5b
	3	5b	1a
b	4	3a	4b
	5	2a	5b

Çizelge 2.3. A1 için P_2 çizelgesi

		s_{v+1}	
Σ	x_v s_v	α	β
a	1	1a	4c
	2	1a	5c
b	3	5c	1a
c	4	3b	4c
	5	2a	5c

Çizelge 2.4. A1 için P_3 çizelgesi

		s_{v+1}	
Σ	$\begin{matrix} x_v \\ s_v \end{matrix}$	α	β
a	1	1_a	4_c
	2	1_a	5_d
b	3	5_d	1_a
c	4	3_b	4_c
d	5	2_a	5_d

Çizelge 2.5. A1 için P_4 çizelgesi

		s_{v+1}	
Σ	$\begin{matrix} x_v \\ s_v \end{matrix}$	α	β
a	1	1_a	4_d
b	2	1_a	5_e
c	3	5_e	1_a
d	4	3_c	4_d
e	5	2_b	5_e

Çizelge 2.6. A1 Sonlu dinamik sisteminin durum çiftleri için minimum teşhis dizisi

α_{i_0}	α_{j_0}	$\varepsilon(\alpha_{i_0}, \alpha_{j_0})$	$\xi^{(i)}_{v_i}$	$\xi^{(j)}_{v_k}$
1	2	$\beta\alpha\alpha\alpha$	1	0
1	3	$\alpha\alpha$	0	1
1	4	α	0	1
1	5	α	0	1
2	3	$\alpha\alpha$	0	1
2	4	α	0	1
2	5	α	0	1
3	4	α	0	1
3	5	α	0	1
4	5	$\alpha\alpha\alpha$	1	0

2.4. Deneyler Teorisinde Graf Uygulamaları

M sonlu dinamik sistemi için verilen durumlar kümesinin istenilen sonlu alt kümesi σ – küme olarak isimlendirilir. Bir elemandan oluşan σ – kümesine sade σ – kümesi denir. İki veya daha fazla aynı elemana sahip olan σ – kümesi tekrarlı σ – kümesi olup, bütün elemanları aynı olan σ – kümesi ise homojen σ – küme olarak ifade edilir.

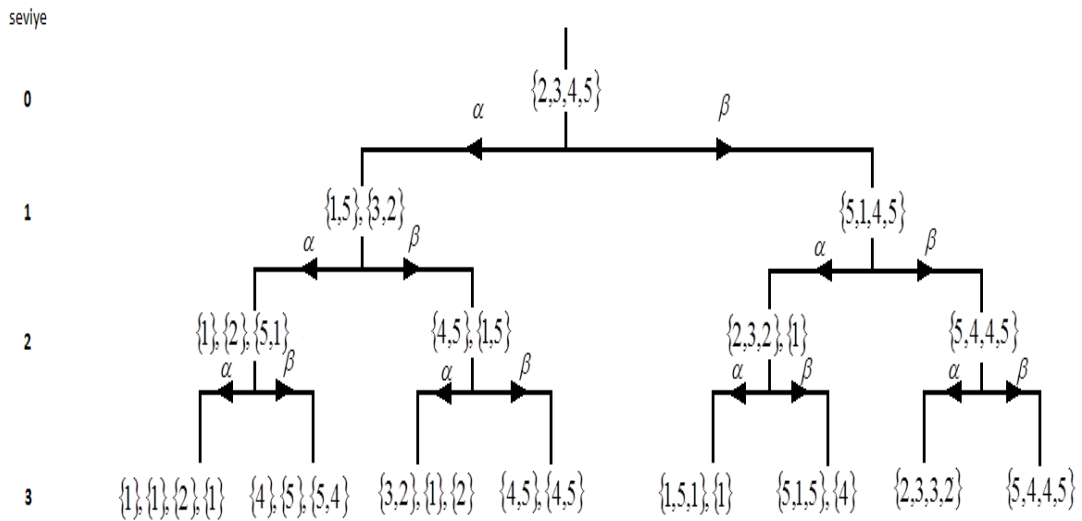
Başlangıç durum kümesinin elemanlarının sayısı m olan Sonlu dinamik sistemi göz önüne aldığımızda oluşan Sonlu dinamik sistemin bütün elemanlarının sayısı m olan σ – kümelerinin kümesine A-grup denir. A-gruptaki σ – kümelerinin sayısına ise grubun çözümü denir. Bu durumda A-grubun çözümü m den büyük olmayacaktır. A-grubunu oluşturan σ – kümelerinin hepsi sade ise A-grubu da sade, σ – kümelerinin hepsi homojen ise A-grubu da homojendir.

Kabul edelim ki G, g_1, g_2, \dots, g_r ve σ – kümelerini de içine alan A-grup olsun. G nin $\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_l}$ geçişi aşağıda verilen şekilde kurulan başka bir A-grup ile de isim alabilir.

- (1) g_i kümesini $\varepsilon_{i_1}, \varepsilon_{i_2}, \dots, \varepsilon_{i_l}$ giriş dizisine uygun aynı çıkışlara sahip iki durumu aynı kümede olan alt kümelere böl. Her alt kümeye σ – kümesi gibi bak ve bütün böyle σ – kümelerinin oluşturduğu A-grubu G' ile gösterilir.
- (2) G' kümesindeki her bir durumu onun $\varepsilon_{i_1}, \varepsilon_{i_2}, \dots, \varepsilon_{i_l}$ geçişi ise değiştirilir.

Bu işlemler sonucunda elde edilen A-gruba G-nin ε_{i_k} geçişi denir.

Buradan görülüyor ki, k'nci düzey p^k sayıda dalı içine alır. k'nci dalı k'nci düzeyde ($k = 1, 2, \dots, l$) olan ve her bir ($k + 1$) nci dalını k'nci dala ayıran l sayıda dallar dizisi ağaçta yol olarak adlanır. l ye yolun uzunluğu denir. Bu yolda k'nci dal ε_{i_k} ise o zaman bu yol $\varepsilon_{i_1}, \varepsilon_{i_2}, \dots, \varepsilon_{i_l}$ dizisini oluşturur. Bu adımlar izlenerek oluşturulan ağaca geçiş ağacı denir. M ve A(M) için oluşturulan her bir geçiş ağacı A-grup ile bağlantılıdır. Başlangıç dalın bağlı olduğu A-grup A(M) dir. Eğer b dalı olan G, A-grup ile bağlantılı ise o zaman b dalının doğurduğu ε_i dalı G nin geçişi ile bağlı olacaktır. Böylece k'nci ($k \geq 1$) düzeyin dallarının bağlı olduğu A-grup, ($k - 1$) nci düzeyin bağlı olduğu A- grup ile belirlenebilir. Eğer yolun sonuncu dalı G ile bağlı ise o zaman ağaçtaki uygun olan yol G, A grubuna yönelir.



Şekil 2.3. A1 için geçişler ağacı ve $\{2,3,4,5\}$ geçerli kümesi

Yukarıda incelenen kuralları dikkate aldığımızda M ve $A(M)$ ye göre yapılan geçişler ağacı için aşağıdaki sonuçların doğru bir şekilde ortaya çıktığı görülür.

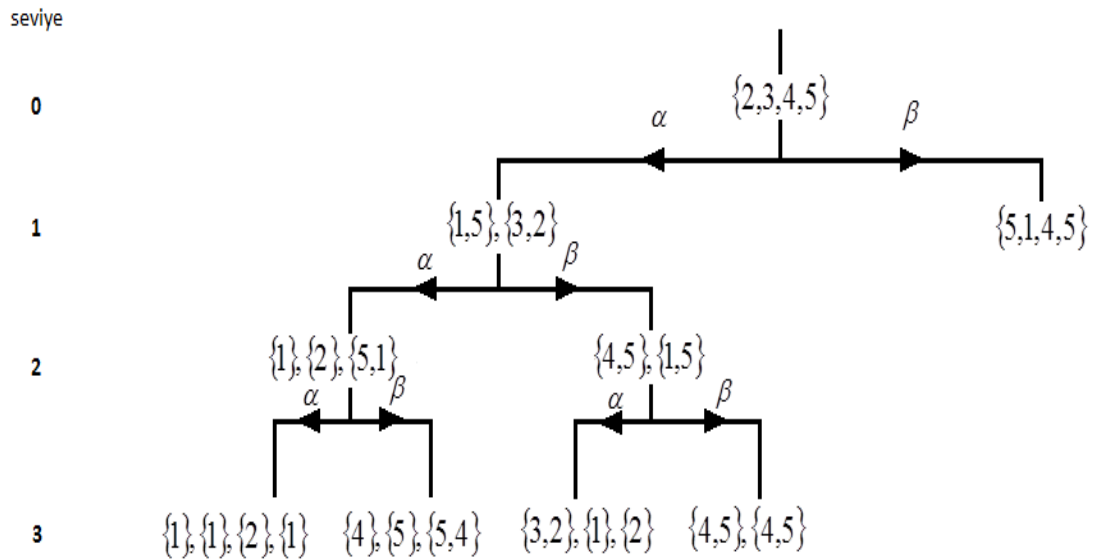
- (1) Farz edelim ki, $A(M)$ ile G_0 , A grubu ile işaret edilmiş olsun ve G_k ağaçtaki yolun k ncı dalına bağlantılı olan A -grup olsun.
 - (a) G_k nin çözümü ya G_{k-1} in çözümüne eşittir veyahut ta G_{k-1} in çözümünden büyüktür.
 - (b) Eğer G_{k-1} tekrarlı σ – kümesini içeriyorsa o zaman G_k da tekrarlı σ – kümesini içine alır.
- (2) $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ ve G ağaçta ε giriş dizisinin belirttiği yolun gittiği A -grup olsun ve yine varsayalım ki σ_{i_k}' , ε' 'ye göre σ_{i_k} nin geçişi olsun. O halde,
 - (a) $\sigma_{i_1}', \sigma_{i_2}', \dots, \sigma_{i_m}'$ ler G 'nin σ – kümelerini içeren m sayıda durumlardır.
 - (b) σ_{i_k}' ve σ_{i_e}' lerin G nin farklı σ – kümelerini içermesi için gerek ve yeter koşul σ_{i_k}' ve σ_{i_e}' lerin ε giriş dizisine uygun olan farklı çıkış dizilerine sahip olmasıdır.
- (3) b_1 ve b_2 , A grubuna bağlı aynı iki dallar olsun. O zaman G, A grubuna bağlı dalın b_1 dalından l sayıda daldan sonra ulaşmak için gerek ve yeter şart G, A grubuna bağlı dalın b_2 dalından l sayıda daldan sonra ulaşılmasının mümkün olmasıdır.

2.5. Teşhis Ağacı

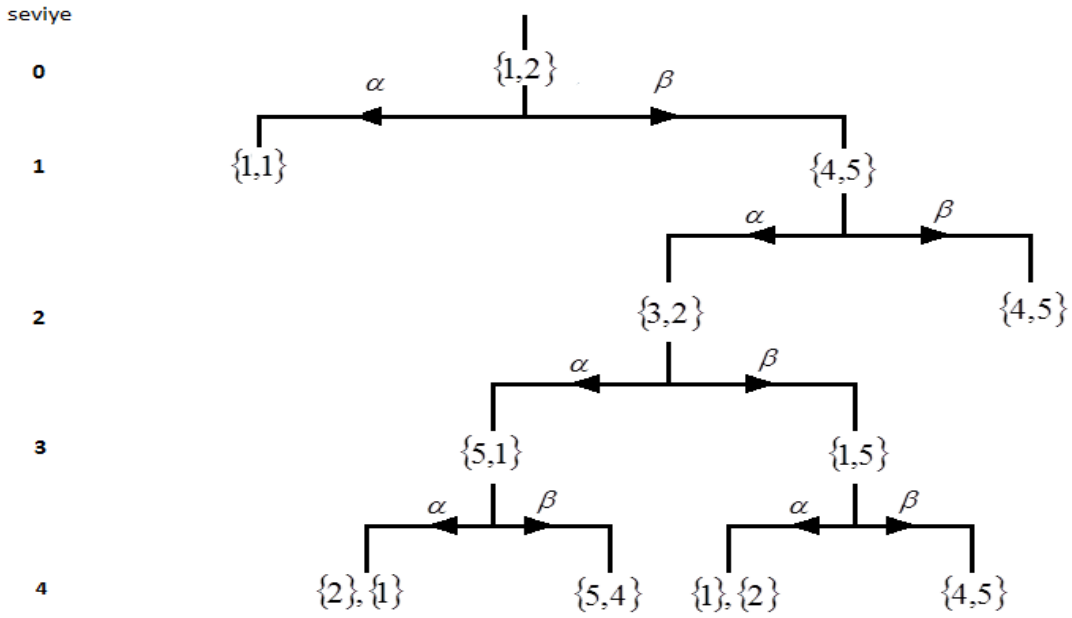
Geçişler ağacı sonsuza kadar devam ettirilebilir. Bu yüzden deneyler teorisinde her zaman uygulanması ve her zaman tercih edilmesi mümkün olmaz. Bu eksikliği gidermek için geçişler ağacının kesilmiş ağacı olan yeni bir kavramın ortaya çıkarılması gerekir. Bunun için geçişler ağacında dallar dizisinin sonuçlanmasını sağlayan kurallardan yararlanabiliriz. bu şekildeki ağaçlardan birisi aşağıda tanımını verdiğimiz teşhis ağacıdır.

Tanım 2.7. Aşağıda belirtilen şartların biri sağlandığında k ncı düzeyin b dalının sonucu olduğu hesaplanan geçişteki ağaca teşhis ağacı denir.

- (1) b ile bağlantılı olan A grubu tekrarlı σ – kümesini içerir.
- (2) b ile bağlı olan A grubu k dan önce gelen seviye de her hangi bir dal ile bağlantılıdır.
- (3) k seviyesinin sade A grubu ile bağlantılı bir dalı bulunsun.(bu b dalının kendisi de olabilir)



Şekil 2.4. A_1 için teşhis ağacı ve geçerli kümesi $\{2,3,4,5\}$



Şekil 2.5. A1 için Teşhis ağacı ve geçerli kümesi $\{1,2\}$

Şekil 2.4 e bakıldığında 0 ncı seviye başlangıç dalı geçerli başlangıç durumlar kümesi olan $\{2,3,4,5\}$ ile başlamaktadır. Durumlar kümesine $\alpha\beta$ teşhis dizisi uygulanarak sonraki dallar elde edilmiştir. $\{2,3,4,5\}$ kümesine β uygulandığında 1. seviyede (1) kuralının uygulanması ile sonlanan $\{5,1,4,5\}$, A grubu ile bağlıdır. $\{2,3,4,5\}$ kümesine α uygulandığında ise bu 3 kuraldan herhangi birine uygun A grup olmadığından dal sonlanmamıştır. 1. seviyedeki $\{1,5\}, \{3,2\}$ A grubuna α ve β uygulandığında yine bu üç kurala uyan A grup bulunmadığından 2. seviyede de dallar sonlanmamıştır. 3. seviyede ise (3) kuralı kullanılarak buna uyan bir dal A grup ile sonlanmıştır.

Şekil 2.5 teki teşhis ağacı 0 ncı seviyede başlangıç dalı geçerli kümesi $\{1,2\}$ olan başlangıç durumlar kümesi ile başlamıştır. $\alpha\beta$ teşhis dizisi uygulanarak sonraki dallar belirlenmiştir. $\{1,2\}$ kümesine α uygulandığında birinci seviyede (1) kuralına uyan $\{1,1\}$ A grup ile sonlanmıştır. $\{1,2\}$ kümesine β uygulandığında $\{4,5\}$ bulunur. Bu A grup her hangi bir kurala uymadığından bu dal sonlanmamıştır. $\{4,5\}$ kümesine β uygulandığında ikinci

seviyede (2) kuralı devreye sokularak sonlanan $\{4,5\}$ A grubu ile bağlıdır. α uygulandığında ise bulunan $\{3,2\}$ A grubu, her hangi bir kurala uymadığından dal sonlanmamıştır. Üçüncü seviyede de (3) kuralına uyan bir A grup bulunmadığından dallar sonlanmamıştır. Üçüncü seviyede $\{5,1\}$ A grubuna α ve β uygulandığında dördüncü seviyede (3) kuralına göre sonlanan $\{2\}, \{1\}$ A grup ile bağlıdır. Yine üçüncü seviyede ki $\{1,5\}$ kümesine α ve β uygulandığında dördüncü seviyede (3) kuralına göre sonlanan $\{1\}, \{2\}$ sade A grubu ile bağlıdır.

Teşhisler ağacında sonuncu dalı sade A grubu ile bağlı olan yola teşhis yolu denir.

M ve $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ verilmiş olsun. $M|\sigma_{i_1}, M|\sigma_{i_2}, \dots, M|\sigma_{i_m}$ durumları için m sayıda farklı çıkış dizileri oluşturan giriş dizisine de M ve A(M) için teşhis dizisi denir.

Bahsettiğimiz bu tanımlar ve yukarıdaki yorumlarımız neticesinde aşağıdaki teoremi yazabiliriz.

Teorem 2.1. M ve A(M) için oluşturulan teşhis ağacında teşhis yoluyla elde edilen giriş dizisi M ve A(M) için teşhis dizisidir.

M ve A(M) için oluşturulan teşhis dizilerinin en kısa olanına M ve A(M) için minimal teşhis dizisi denir.

Geçişler ağacında bulunan fakat (1) ve (2) kurallarına göre teşhis ağacında bulunmayan yollara M ve A(M) için oluşturulan teşhis ağacının kesik yolları denir.

Teorem 2.2. M ve A(M) için meydana getirilen teşhis ağacındaki kesik yollar minimal teşhis dizilerini belirleyemezler.

İspat: Eğer karşılaştığımız bu yol (1) kuralına göre kesilmiş bir yol ise o halde bahsedilen yol tekrarlı σ – kümesini kapsayan A gruba bağlı olan b dalı ile sonuçlanır. Bu durumda geçişler ağacında b dalından geçen yol tekrarlı σ – kümesini kapsayan A gruba ulaşır.

Dolayısıyla bu yol sade A gruba ulaşamaz ve bu nedenle teşhis yolu olamaz. (2) yoluyla sonuçlanan kesik yolu göz önüne aldığımızda varsayalım ki bu yol j nci seviyede

G, A grubu ile bağlı olan b_j dalında sonuçlanmış olsun. Bu durumda $i < j$ olan b_j dalı vardır. O halde eğer geçişler ağacında sade A gruba bağlı olan b_j ye l sayıda dallardan sonra ulaşırsa o zaman sade A gruba b_i dalından geçen l sayıda dal yardımıyla ulaşılır. Sonuç olarak geçişler ağacında teşhis yolu b_j dalından geçerse b_i dalından da geçmek zorundadır. $i < j$ olduğundan sonuncu yol önceki yoldan daha kısa olacaktır. Bu yüzden geçişler ağacı b_j dalından geçen teşhis yoluna sahipse bu yol minimal teşhis dizisini belirleyemez.

Teorem 2.3. M sonlu dinamik sistemi ve geçerli başlangıç kümesi $A(M)$ için oluşturulmuş teşhis ağacında teşhis yollarının dizileri kümesi M ve $A(M)$ için bütün minimal teşhis dizileri kümesidir.

İspat: Bir önceki teoreme göre teşhis ağacı ile verilen teşhis yolları kümesi M ve $A(M)$ için bütün minimal teşhis dizileri ile elde edilen yolları içine alır. (3) maddesinde belirtilen kurala göre bütün teşhis yollarının uzunlukları aynı olduğundan onların hepsi minimaldir. Eğer teşhis ağacının çözümü esnasında teşhis yollarına rastlanmışsa böyle yolların hepsi (1) ve (2) kuralına göre sonlandırılır. Bu nedenden dolayı bir önceki teoreme göre M ve $A(M)$ için teşhis dizisi yoktur.

Elde edilen bu sonuçlardan faydalanarak m sayıda durum için teşhis probleminin çözümü aşağıda yazdığımız algoritma kullanılarak yapılabilir.

Algoritma 2.2. M ve geçerli başlangıç durumlar kümesi $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ verilsin. M sisteminin başlangıç durumunun bulunması gereklidir. Bunun için aşağıdaki adımlar izlenir.

- (a) M ve $A(M)$ için teşhis ağacı oluştur.
- (b) Bu ağaçla elde edilecek herhangi bir minimal teşhis dizisi bul.
- (c) Bu diziye uygun $M|\sigma_{i_1}, M|\sigma_{i_2}, \dots, M|\sigma_{i_m}$ çıkışlarını gözle.
- (d) M sonlu dinamik sisteminin söz konusu minimal teşhis dizisine uygun çıkış dizisini gözle.

(c) adımında gözlenen tepki ile aynı olan σ_{i_k} durumu M sonlu dinamik sisteminin başlangıç durumudur.

BÖLÜM 3

DURUM TEŞHİS DENEYLERİ

3.1.Sade Koşulsuz Teşhis Deneyleri

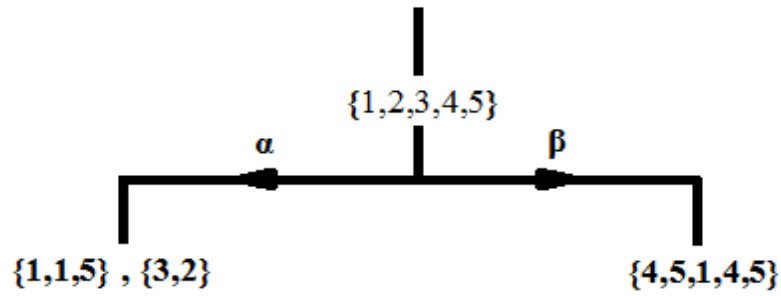
Sade koşulsuz m sayıda duruma uygun teşhis probleminin çözümü için aşağıdaki algoritma verilmiştir.

Algoritma 3.1. M sonlu dinamik sistemi ve onun geçerli $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ kümesi verilsin. En kısa sade koşulsuz deney ile M'nin başlangıç durumunu bulmak için;

1. M ve A(M) için teşhis ağacı kurulur.
2. Ağaç ile tanımlanan herhangi bir $\varepsilon(A)$ teşhis dizisi seçilir. Eğer bu tanımlanmazsa kurulan sade denklem için çözüm yoktur.
3. $M | \sigma_{i_1}, M | \sigma_{i_2}, M | \sigma_{i_3}, \dots, M | \sigma_{i_m}$ tepkileri listelenir.
4. $\varepsilon(A)$, M ye uygulanarak tepkiler gözlenir.

Başlangıç durumu ile (3) içinde σ_{i_k} için listelenen tepkiler, gözlenen tepkilere eşittir. Algoritma 3.1 sayesinde geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ olan A2 sonlu dinamik sistemi gösterilebilir.

Bu durumda teşhis ağacı, minimal teşhis dizisi $\alpha\alpha\alpha$ 'yı ortaya koymaktadır. Beklendiği gibi bu tepkiler özel tanımlı kümeler üzerine uygulandığı zaman A2'nin başlangıç durumu için farklı bir kriterdir. Başka bir örnek ise A2 ve onun geçerli kümesi için $\beta\alpha\alpha\alpha$ ve $\beta\alpha\beta\alpha$ minimal teşhis dizileri ortaya çıkmaktadır.



Şekil 3.1. A2 için teşhis ağacı ve geçerli $\{1,2,3,4,5\}$ kümesi

$m = 2$ için m sayıda teşhis problemi ikili teşhis problemine indirgenir. Algoritma 3.1 ile de sade kurulan deney için daima bir çözümü vardır. Bu durumda minimal teşhis dizisi ikinci bölümde tanımlanan P_k çizelgeleri ile uygun bir şekilde tanımlanabilir.

$m > 2$ için A2 nin teşhis ağacında kurulan sade deney ile daima bir çözümü olmayabilir.

İLK DURUM	$\alpha\alpha\alpha$ İÇİN TEPKİ
2	000
3	010
4	101
5	100

Şekil 3.2 $\alpha\alpha\alpha$ için A2'ye göre tepkiler

Teorem 3.1. m sayıda n -durumlu sonlu dinamik sistem için tümü sade deney ile çözülebilen teşhis problemi,

$$l \leq (m-1)n^m \quad (3.1)$$

eşitsizliğini sağlayan l uzunluğundaki sade deney ile çözülebilir. m -sayıda teşhis probleminin çözümü aşağıdaki sistem için doğrudan uygulanabilir. Bilindiği gibi verilen M sonlu dinamik sisteminin m başlangıç durumunu tanımlamak için bu sistem aşağıdaki şekilde verilir.

$A(M_1)$ kümesine ait M_1 sonlu dinamik sistemi veya

$A(M_2)$ kümesine ait M_2 sonlu dinamik sistemi veya

· ·
· ·
· ·
· ·

$A(M_N)$ kümesine ait M_N sonlu dinamik sistemidir.

$M_1, M_2, M_3, \dots, M_N$ nin denklemi ve geçiş çizelgelerinin olduğunu kabul edersek üstteki $A(M_1, M_2, M_3, \dots, M_N)$ ayrık sonlu dinamik sistemi ve onun tanımlı kümesi $A(M_1) \cup A(M_2) \cup A(M_3) \cup \dots \cup A(M_N)$ geçerli kümeleri için m -sayıdaki teşhis problemidir. Bu durumda verilen M sonlu dinamik sistemi minimal olmayı gerektirir ve M_i sonlu dinamik sistemleri içinde de minimal olmayı gerektirir. Fakat $i \neq j$ için M_i ve M_j sonlu dinamik sisteme eşdeğer olma durumu söz konusu değildir.

3.2. Sade Koşullu Teşhis Deneyi

Teşhis ağacında sade bir σ kümesini içeren G nin bir A grubuna yönlendirilmiş M ve $A(M)$ için bir yol düşünelim. Bu yola $\{\sigma_i'\}$ diyelim. (Çünkü G sade olmayan diğer σ durumlarını içerebilir. Gerçekte de G nin kendisi de sade değildir.) Eğer bu yol, giriş dizisi ε yi gösterirse $A(M)'$ ε 'a karşılık gelen sonraki durumu σ_i' olmalı ve σ_i' 'yi içermelidir.

$\{\sigma_i\}$, G nin içinde tek elemanlı olduğu için σ_i nin ε 'a göre tepkisi σ_i dışında $A(M)$ içindeki hiçbir duruma denk olmaz. Bu nedenle eğer σ_i , M 'nin gerçek başlangıç durumu ise teşhis yoluna gerek duyulmadan bu durum bulunabilir.

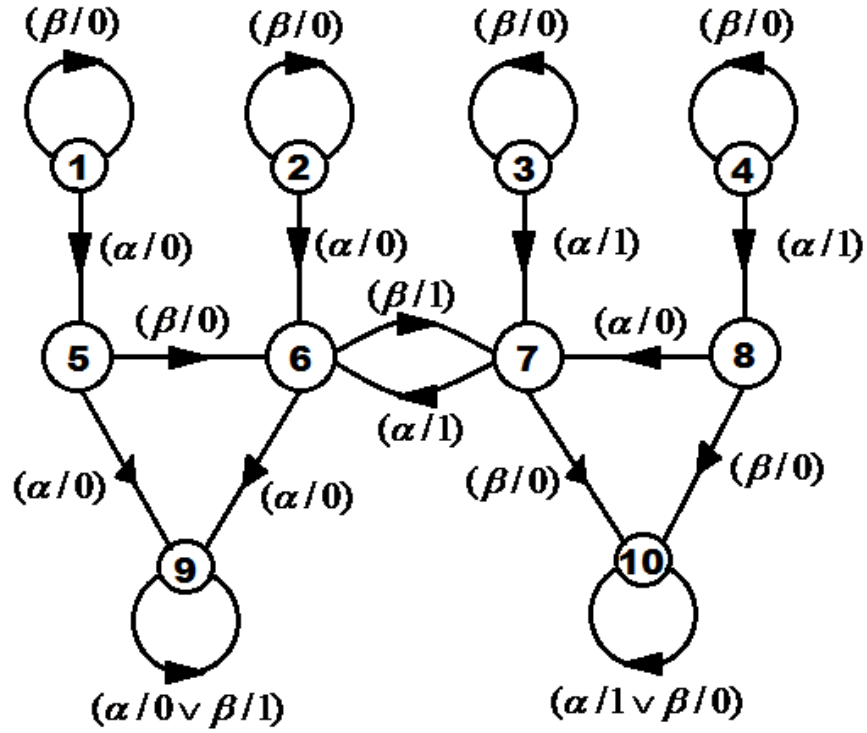
Bu nedenle minimal teşhis dizisini bütünüyle uygulamak yerine parça parça uygulamak daha doğrudur. Bunu da başlangıç durumundaki tüm dizilerin bir bölümünü belirleyerek tahmin edebiliriz. Bu plan sade koşullu deneyle m -sayıda teşhis problemi için bir çözüm oluşturur. Minimal teşhis dizisinin alt dizilere bölünmesi de benzer bir düşünce ile yapılabilir.

ε_k , k . alt dizi ve G_k da A grup olsun. $A(M)$ 'i G_0 ile gösterelim. G_{k-1} den farklı olan en az bir sade G kümesini içeren bir A grubu için G_{k-1} den oluşan alt yol ile ε_k alt dizisi tanımlanır. Çünkü G_0 in yeniden çözümü 1 dir ve ayrıca A grubundaki σ kümelerinin sayıları $A(M)$ 'in terimi olan $m - 1$ i geçemez. Örnek olarak şekil 3.2'nin A_2 sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{2,3,4,5\}$ olsun. Buna göre $G_0 = \{2,3,4,5\}$, $G_1 = \{1\}, \{2\}, \{5,1\}$, $G_2 = \{1\}, \{1\}, \{2\}, \{1\}$ i oluşturur ve böylece $\varepsilon_1 = \alpha\alpha$ ve $\varepsilon_2 = \alpha$ olur. Alt diziler belirlenince koşullu deney aşağıdaki gibi uygulanır.

Algoritma 3.2 : M sonlu dinamik sistem, onun geçerli $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ kümesi ve bölünmüş teşhis dizileri $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r$ verilsin. Buna göre sade koşullu deney ile M nin başlangıç durumunu belirlemek için;

- (1) $M|\sigma_{i_1}, M|\sigma_{i_2}, \dots, M|\sigma_{i_m}$ lerin $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r$ a olan tepkileri listelenir ve her bir tepkisi giriş dizisinin bölümleriyle eşleştirecek şekilde r tane alt diziye bölünür. $k = 1$ yapılır.
- (2) ε_k , M 'ye uygulanır.
- (3) (a) M ' nin $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_k$ ya tepkisi (1) de bahsedilen bir duruma karşılık geliyorsa bu durum M ' nin başlangıç durumudur.

(b) M nin $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_k$ ya tepkisi (1) de bahsedilen iki veya daha fazla duruma karşılık geliyorsa k' yı 1 arttırıp ikinci maddeye geri dönülür.



Şekil 3.3. A3 Sonlu dinamik sistemi

Elde ettiğimiz $\varepsilon_1 = \alpha\alpha$ ve $\varepsilon_2 = \alpha$ için Algoritma 3.2; A2 sonlu dinamik sistem ve onun geçerli kümesi ile gösterilebilir. Birinci adımda belirtilen $\alpha\alpha\alpha$ ya verilen bölünmüş tepkilerin listesi çizelge 3.1 de verilmiştir. Eğer A2 nin ilk durumu 2 olursa $\alpha\alpha'$ ya tepki 00 dır. 00 sadece 2 durumuna atanabilir. Bu durumda teşhis deneyi 2 giriş sembolüne ihtiyaç duyar. Eğer ilk durum 5 ise $\alpha\alpha'$ ya tepki 10 dur. 10 tek başına 5 e atanamaz (Bu tepkilerin temelindeki ilk durum 4 veya 5 olabilir) ve bu yüzden 2. alt dizi deneyi tamamlamak için gereklidir.

Kurulan sade deney ile çözülebilen teşhis probleminin uzunluğu, kurulandan büyük değildir. Buna göre bir deney $m - 1$ 'i geçmeyen sade koşullu deney ile de çözülebileceği görülür. Bu koşullu deneyin sade kurulan deneye göre avantajı erkenden sonuca varılmasıdır. Koşullu deneyin tam uzunluğu tabi ki bilinemez. Çünkü deney tamamlanana

kadar bilinmeyen, gerçek başlangıç duruma bağlı olduğu için deney iptal edilene kadar bilinmeyen olarak kalır.

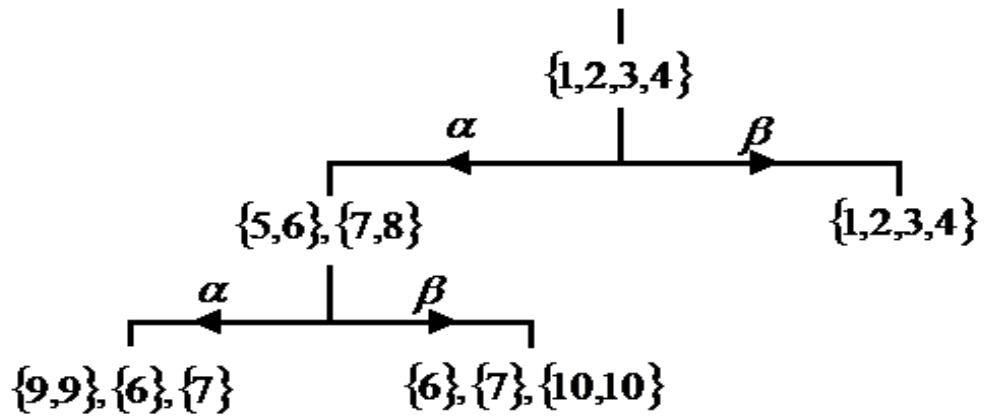
m -sayıda teşhis probleminin sade kurulum deneyi ile çözümü sade koşullu deney ile bir çözüm gerektirmesine rağmen tersi doğru değildir. Sade kurulum deneyiyle ilk durumun açıklanamadığı birçok durum vardır. Fakat bunlar uyarlanabilir deney ile açıklanabilir. Şekil 3.3 ün A3 Sonlu dinamik sistemi ve $\{1,2,3,4\}$ geçerli kümesi buna örnek olarak verilebilir. Açıkça görülüyor ki bu problem için herhangi bir minimal teşhis dizisi α ile başlatılmalıdır. Şimdi eğer A3, 1 veya 2. durumda ise $\alpha\alpha$ ile başlayan herhangi bir dizi benzer tepkiler oluşturur. Eğer A3, 3 veya 4. durumda ise $\alpha\beta$ ile başlayan herhangi bir dizi benzer tepkiler oluşturur. Sonuç olarak 4. durum için tepkileri farklı olan bir dizi yoktur. Buna karşılık α uygulanırsa ve bir tepki gözlenirse ilk durumun $\{1,2\}$ nin içinde mi (tepki 0 olduğunda) yoksa $\{3,4\}$ ün içinde mi (tepki 1 olduğunda) olduğu belirlenebilir. İlk durumun $\{1,2\}$ nin içinde olduğu bulunursa β uygulanabilir. İlk durum 1 ise 0 oluşturur, ilk durum 2 ise 1 oluşturur. İlk durumun $\{3,4\}$ ün içinde olduğu bulunursa α uygulanabilir. Bu durumda ilk durum 3 ise 1 oluşturur, ilk durum 4 ise 0 oluşturur. Böylece ilk durum 2. dereceden ve 2 uzunluğunda uyarlanabilir deney ile gösterilebilir. Özel olarak aşağıdaki çizelgeyi elde ederiz.

Çizelge 3.1 $\alpha\alpha\alpha$ için A2 Sonlu dinamik sistemine göre tepki çizelgesi

İLK DURUM	CEVAPLAR	
	$\alpha\alpha$	α
2	00	0
3	01	0
4	10	1
5	10	0

Teorem 3.2. Uzunluğu l olan sade koşulsuz deney ile çözülen m sayıda teşhis problemi, uzunluğu l ya da daha az ve derecesi $m-1$ veya daha az olan sade koşullu deney ile çözülebilir. Sade koşulsuz deneyle çözülemeyip fakat sade koşullu deney ile çözülebilen m -sayıda teşhis problemleri vardır.

Aslında sonlandırılan olaydaki gözlenen tepkiler algoritma 3.1 de tanımlanan koşullu deney için bir koşulsuz deneydir. Bunun için böylesi koşulsuz deneyin varlığına bağlı olan koşullu deneyler genelde hiçbir şey ifade etmez. En genel koşullu deney her giriş sembolünün uygulanmasından sonra ortaya çıkan geçerli kümelerin tepkilerine dayanan deneydir. Yani sadece bu geçerli kümelerin geçmiş tepkilere atanması düşünülebilir. Ardıl ağaç yardımıyla birden fazla σ kümesini içeren bir A grubunu oluşturan yol, teşhis deneyi tasarlamak için kullanılabilir. Çünkü bu σ kümeleri önceki geçerli durumlardan çıkmış olabilir. Bu durum $A3$ sonlu dinamik sistemi ve $\{1,2,3,4\}$ geçerli kümesi için şekil 3.4 de gösterilmiştir. $\alpha\alpha$ ve $\alpha\beta$ yolları bir çok σ kümelerini içeren A grubunu oluşturuyor olmasına rağmen bu σ (sırasıyla $\{9,9\}$ ve $\{10,10\}$) kümeleri α sembolüne verilen tepkiler baz alınarak elenebilir.



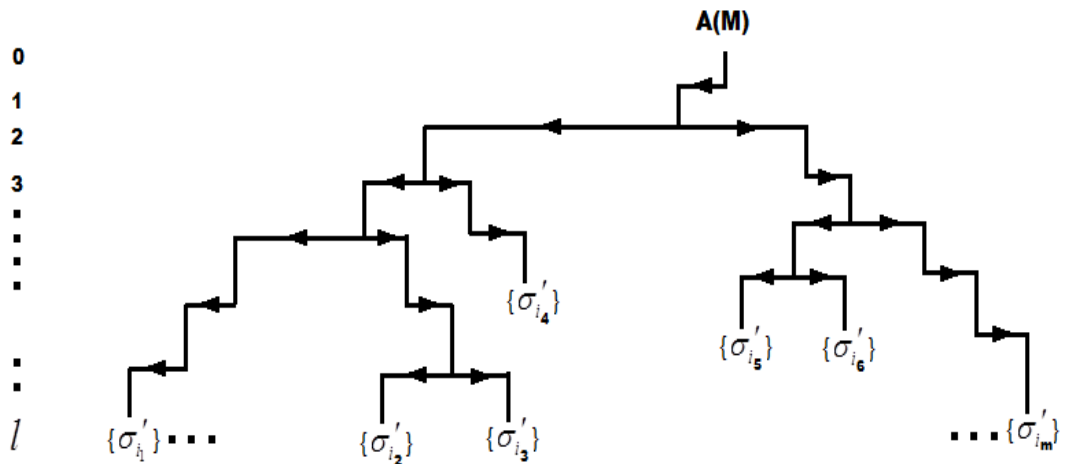
Şekil 3.4. $A3$ için teşhis ağacı ve kabullenilmiş küme

α uygulandıktan sonra ya 1 ve 2. durum geçerli kümeler olarak ($\{9,9\}$ göz ardı edilir) ortaya çıkar ya da 3 ve 4. durum geçerli kümeler olarak ($\{10,10\}$ göz ardı edilir) ortaya çıkar.

Eğer şekil 3.5 de gösterilen ardıl ağaç M ve $A(M)$ için m yol içerirse bu M sonlu dinamik sistemi ve $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_k}\}$ geçerli kümesi için bir uyarlanabilir deney olarak gerçekleşmiş olur. Şekil 3.5 de görüldüğü gibi hiçbir yol üst üste gelmez. Burada $\sigma'_{i_h}, \sigma_{i_h}$ in ardışıdır. Bu yollara ek olarak sade koşullu deney birkaç kurala ihtiyaç duyar. Örneğin;

1. Deneyde ilk giriş sembolü seçiminde bir kural vardır.
2. Deneyde önce k sembolüne verilen tepkilere karşılık $(k + 1)$ giriş sembolünde bir kural vardır.
3. Eğer σ_{i_h} durumu $A(M)$ 'nin doğru tespit edilen bir durumu ise, $\{\sigma'_{i_h}\}: (h = 1, 2, \dots, m)$ içindeki engelleme ile oluşan yollar bir dizi kurallar şeklinde sonuçlandırılmalıdır

$(m-1)n^m$ uzunluğunda veya daha az uzunlukta yollar şekil 3.5 ile incelenen özelliklere sahip değilse bu özelliklere sahip bir uzunlukta yol içeren küme yoktur.



Şekil 3.5. Sade koşullu teşhis deneyi için yollar

Teorem 3.3. m geçerli kümeli, n -durumlu dinamik sistem için teşhis problemleri sade koşullu deneyle çözülebilirse, l uzunluğundaki bir sade koşullu deneyle de çözülebilir. Burada $l \leq (m-1)n^m$ olmalıdır.

Sade koşullu deneyde verilen M ve $A(M)$ için sade koşullu deneyin tutarlı olup olmadığını belirlemek için, ilk olarak geçerli olan yolların kümesinin var olup olmadığı belirlenmelidir. Eğer varsa, giriş dizisini seçmekte kullanılacak olası kuralları listelemek gerekir. Eğer yukarıda geçen 1,2 ve 3 şartlarını yerine getiren kurallar varsa böyle bir deney gerçekleştirilebilir ve bu küme onun uygulanması için kullanılabilir. Eğer bunu yerine getiren şartlar yoksa M ve $A(M)$ için teşhis problemi hiçbir sade koşullu deney için çözülemez.

Teorem 3.2'ye göre problem hiçbir sade koşulsuz veya uyarlanabilir deneyle çözülemez. Herhangi sade koşulsuz ya da koşullu deney ile çözülemeyen teşhis problemlerinin olduğu durumları göstermek için şekil 3.4 deki A3 sonlu dinamik sistemini ve $\{5,7,8,9\}$ geçerli kümesini düşünelim. α ile başlayan herhangi dizi veya alt dizi 5 ve 6 dan 9'a geçince özdeş tepkiler vermesine neden olur. β ile başlayan herhangi bir dizi veya alt dizi 7 ve 8 den 10'a geçince özdeş tepkiler vermesine neden olur. Bundan dolayı ilk girdi sembolü uygulandığında koşulsuz veya koşullu deney 5,6 durumları veya 7,8 durumlarını birbirinden ayırt etmek imkansızdır. Bu yüzden aşağıdaki teoremi elde ederiz.

Teorem 3.4: Sade koşulsuz deneyler veya sade koşullu deneylerle çözülemeyen m -sayıda teşhis problemleri vardır.

3.3. Tekrarlı Koşulsuz Teşhis Deneyleri

Koşulsuz deneyin başlıca kusuru önceden tahrip edici olmasıdır. Yani mevcut sonlu dinamik sistemin sadece bir kopyası mevcut olduğundan genel olarak bir önceki deneyin başarısız olacağını gösterdiği zaman yeni bir deneyi başlatmak için başlangıç durumlarını kurtarmanın (veya tahmin etmenin) hiçbir yolu yoktur.

Bu nedenle sade deneyde, başarısız deney ile iletilen yararlı bilgi gelecek deneme için kullanılamayabilir. Çünkü bilgi hazır olduğunda başlangıç durumu artık tanımlı olmayabilir. Eğer eldeki sonlu dinamik sistem denkleminin yeterli sayıda kopyaları mevcut ise teşhis problemini çözmek için her biri tek başına yeterli olmayan birkaç deney yapmak mümkündür. Böylece ortaklaşa olarak başlangıç durumlarını tanımlamak için gerekli veriler elde edilmiş olur. Örneğin şekil 3.4 deki A3 sonlu dinamik sistemi ve onun geçerli kümesi $\{5,6,7,8\}$ için hiçbir sade deney olmadığı sonucunu çıkartmıştık. Buna karşılık eğer A3 in iki kopyası mevcutsa sonuca şu şekilde varılır;

$\alpha\alpha$, A3 in ilk kopyasına ve β da diğer kopyaya uygulanır. Eğer ilk tepki 01 ise başlangıç durumu 8 dir. Eğer tepki 00 ise başlangıç durumu ya 5 tir veya 6 dır. İkinci durumda başlangıç durumu 5 ise ikinci kopyanın tepkisi 0 dır. Başlangıç durumu 6 ise ikinci kopyanın tepkisi 1 dir. Böylece iki kopyalı ve 3 uzunluğundaki A3 ve onun geçerli kümesi $\{5,6,7,8\}$ için teşhis problemi çözülebilir. Bu durumda şu teorem çok kullanışlıdır.

Teorem 3.5. n-durumlu minimal sonlu dinamik sisteminde herhangi r durumlu ($2 \leq r \leq n$) bir küme en az $(n - r + 1)$ tane ayırt edilebilir küme içerir.

İspat: n-durumlu sonlu dinamik sistem denkleminin her P_k sınıflarının içindeki durumlarının sayısı en fazla $n - k$ kadardır. Bu yüzden P_{n-r+1} in sınıfları içindeki durumları en fazla $n - (n - r + 1) = r - 1$ kadardır. Sonuç olarak r tane durumun içindeki en az iki durum P_{n-r+1} in iki farklı sınıfının içinde olmalıdır ve bu yüzden $(n - r + 1)$ ayırt edilebilirdir.

M sonlu dinamik sistem ve onun m boyutlu geçerli kümesi için G_k , σ nin $g_{k1}, g_{k2}, g_{k3}, \dots, g_{ku}$ kümelerini içeren bir A grubu olsun. G_0 tek bir σ kümesi içerir ki $g_{01} = A(M)$ dir. G_{k+1} , G_k dan aşağıdaki kural ile kurulabilir. Eğer g_{ki} nin boyutu $r \geq 2$ ise o en azından iki durumu içerir. Bunlara $(n - r + 1)$ ayırt edilebilir σ_j ve σ_l diyelim. g_{ki} nin alt küme bölümleri ki onlar sadece $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ ye özdeş tepkiler

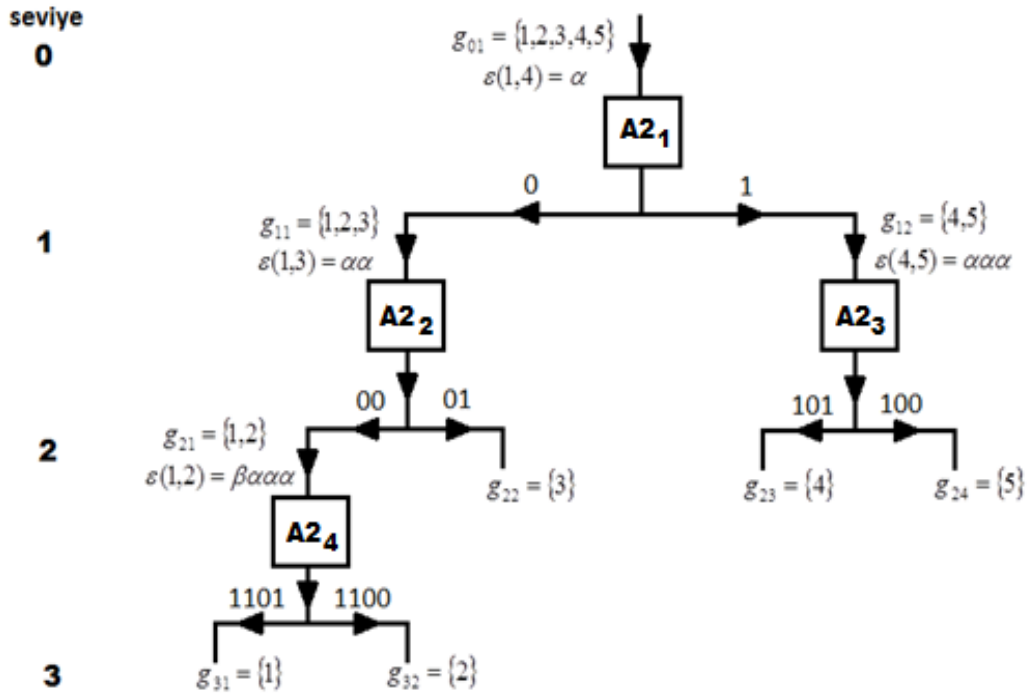
verdiklerinde iki durum aynı alt kümeye aittirler. Verilen alt kümeye ait olan $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ durumlarına tepki, $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ ye göre bu alt kümelerin karakteristik tepkisi olarak adlandırılır.

G_{k+1} in σ kümeleri G_k nın bir elemanlı kümeleridir ve bu gibi elde edilen tüm alt kümeler bir elemanlıdır. Çünkü σ_j ve σ_l nin $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ tepkileri farklıdır. Eğer g_{ki} bir elemanlı ise iki alt kümeye parçalanabilir. Bu yüzden A sade olmadığında, B her zaman A nın uygun bir şekilde elde edilmesidir.

Yukarıda M ve A(M) için tanımlanan süreç, tekrarlı deney ağacı olarak tanımlanır. Bu ağaçtaki her k'ncü seviye dalı, başlangıç dalı g_{01} olan bazı g_{ki} leri temsil eder. Sade g_{ki} yi temsil eden dal terminaldir. Eğer g_{ki} sade değil ve h tane alt kümeye parçalanıyorsa g_{ki} yi temsil eden dal h tane yeni seviyeye parçalanır ki bu h tane alt küme parçalanma süreci sonucu oluşmuştur. Bu kuralları kullanarak bütün ağaç oluşturulabilir. Bu da tamamlanmış $(k-1)$ nci seviye üstüne k nci seviye kurarak yapılır. Çünkü k nci seviyede temsil edilen g_{ki} kümeleri, G_k nın σ kümeleridir. Ayrıca ağacın yüksekliği $(m-1)$ i geçmez. Ek olarak ağaç her bir geçerli kümesi için tam olarak m terminal dalı gösterir.

Görülen nedenlerden dolayı tekrarlı deney ağacındaki terminal dallar hariç bütün dallar verilen sonlu dinamik sisteminin kopyalarını temsil eden iki kutu içinde çizilir. Her dal temsil eden g_{ki} ler olarak etiketlenir. Eğer g_{ki} bir elemanlı değilse, bir sonraki dal ile ilgili olan teşhis dizisine göre g_{ki} nin bölümlenmesinin tepkisi da $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ dizisi ile etiketlenir. Örnek olarak şekil 3.6, şekil 3.3 teki sonlu dinamik sistem A2 ve onun geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için tekrarlı deney ağacını gösterir. Başlangıç dalı $g_{01} = \{1,2,3,4,5\}$ i temsil eder ki, o başlangıçtaki geçerli kümedir. g_{01} in bölümlenmesi için kullanılan $\{\sigma_j, \sigma_l\}$ çifti $\{1,4\}$ tür. Bu durumda durum çifti mümkün olan en kısa $\varepsilon(\sigma_j, \sigma_l)$ sonuçlarından seçilirler. Buna karşılık bu seçim kuralı işlemlerde çok önemli değildir. Bu seçim test edilmiş dizi listesi yardımıyla da yapılabilir. Burada $\varepsilon(1,4)$, α olarak görülür. α A2 ye uygulandığında g_{01} in $\{1,2,3\}$ alt kümesi 0 ile tepki verir, $\{4,5\}$ alt kümesi ise 1

tepkisini verir. Bunlarda A2 nin diyagramından ya da çizelgeden kolayca çıkarılabilir. Bunun için başlangıç dalı $g_{01} = \{1,2,3\}$ in karakteristik tepkisi, $\varepsilon(1,4) = \alpha$ ya göre tepkisi 0 olan ve $g_{12} = \{4,5\}$ in $\varepsilon(1,4) = \alpha$ ya karakteristik tepkisi 1 olan iki dala ayrılır. Durum çifti $\{1,3\}$ g_{11} den ve aynı düşünceyle $\{1,4\}$ ten seçildiler. $\varepsilon(1,3) = \alpha\alpha$ A2 ye uygulandığında g_{11} in $\{1,2\}$ alt kümesi 00 ile tepki verir ve g_{11} in $\{3\}$ alt kümesi 01 ile tepki verir. Bundan dolayı g_{11} i temsil eden dal $\varepsilon(1,3)$ e göre $g_{21} = \{1,2\}$ nin karakteristik tepkisi olan 00 ile etiketlenen ve $\varepsilon(1,3) = \alpha\alpha$ ya $g_{22} = \{3\}$ ün karakteristik tepkisi olan 01 ile etiketlenen iki dala ayrılır.



Şekil 4.6. A2 için birden fazla deney ağacı ve kabullenilmiş kümesi

İkinci bahsedilen dal terminaldir. Çünkü g_{22} bir elemanlıdır. Ağacın kalan kısmı da bu yolla tamamlanır.

M ve A(M) için tekrarlı deney ağacı oluşturulduğunda, tekrarlı deney M nin farklı kopyaları gibi ağaçta bulunan her kutudaki tüm kopyaya teşhis dizisi uygulanması yoluyla yapılabilir. Ağacın inşası için formüle edilen kurallar şöyle devam eder. M nin bütün kopyalarına verilen tepkiler gözlenirse, M nin başlangıç durumu, yolun terminal dalı ile temsil edilir. O zaman başlangıç durumu m farklı yolun tepkileri ile kopyaların vermiş oldukları tepkiler karşılaştırarak kolayca tespit edilebilir.

A2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için 4 kopya oluşturulur. $A2_1$, $A2_2$, $A2_3$ ve $A2_4$ ile simgelenen bu kopyalar sırasıyla $\alpha, \alpha\alpha, \alpha\alpha\alpha$ ve $\beta\alpha\alpha\alpha$ teşhis dizilerine uygulanırlar. Bu da 4.6 da sunulmuştur. Şimdi eğer A2 nin başlangıç durumu 2 olursa, $A2_1$ 0, $A2_2$ 00, $A2_4$ te 1100 olarak çıkmalıdır. Çünkü bu tepkiler $g_{32} = \{2\}$ de kesilen ağacın tepkileri ile eşleşmektedir. Bu durumda durumu 2 olarak belirtilir.

g_{ki} kümesi ile ilgili M nin kopyasının etkisinin bu kümeyi 2 veya daha fazla alt kümeye ayırma olduğu görülür. Çünkü m tane tek eleman içindeki A(M) yi düzeltmek için gerekli bölme işlemlerinin sayısı en çok $m - 1$ tanedir. Tekrarlı deney ağacında bulunan kopyaların sayısı en çok $m-1$ tanedir. Çünkü n -durumlu sonlu dinamik sistemi içindeki durumların çiftleri için kullanılan teşhis dizisinin uzunluğu $n - 1'$ i geçemez. Ağaç içinde bulunan bütün dizilerin uzunluğu $(n - 1)(m - 1)$ 'i geçemez. Bu yüzden aşağıdaki teoremi yazabiliriz.

Teorem 3.6. m geçerli sayıda, n -durumlu sonlu dinamik sistemi için uzunluğu l ve çarpanı c olan teşhis problemi her zaman tekrarlı koşulsuz deney ile çözülebilir. Bu durumda;

$$l \leq (n - 1)(m - 1) \quad (3.2)$$

$$c \leq m - 1 \quad (3.3)$$

dir. (3.3) deki sınır birçok problem içinde karşılaşılan l nin değerlerinden oldukça fazladır ($m = 2$ değer için bulunmasına rağmen). Çünkü teorem 3.6 ile üzerinde çalışılan dizilerin

sadece bir kısmı $n - 1$ uzunluğunda olmalıdır. Buna karşılık (3.3) deki sınır, her $m \leq n$ olmak üzere n sayısı için ulaşılabilir.

Çizelge 3.2 de n -durumlu sonlu dinamik sistemi ile bu durum gösterilmiştir. Çünkü her giriş sembolü ile 1 durumundan bir sonraki bütün 1 durumlarına geçerler.

Çizelge 3.2. A4 Sonlu dinamik sistemi

		Z_v					S_{v+1}						
$s_v \backslash x_v$		ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_{n-2}	ξ_{n-1}	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_{n-2}	ξ_{n-1}
1		1	0	0		0	0	1	1	1		1	1
2		0	1	0		0	0	1	1	1		1	1
3		0	0	1		0	0	1	1	1		1	1
.													
n-2		0	0	0		1	0	1	1	1		1	1
n-1		0	0	0		0	1	1	1	1		1	1
n		0	0	0		0	0	1	1	1		1	1

Bütün teşhis dizileri tek sembolle sınırlıdır. Çünkü her giriş sembolü sadece bir ayırma işlemini yapacak kapasitededir. (bu kümenin büyüklüğü ne olursa olsun) A4 için m-sayıda teşhis deneyi m-1 kopyaya ihtiyaç duyar.

çarpanlarının toplam uzunluğunu minimize etmez. Bir çok durumda deneyin uzunluğu ve çarpanları aşağıdaki gerçekle elde edilebilir. Verilen ε_1 ve $\varepsilon_1\varepsilon_2$ giriş dizileri M sonlu dinamik sisteminin ε_1 'e tepkisi bu sonlu dinamik sistemin $\varepsilon_1\varepsilon_2$ ye verdiği tepkiden çıkarılabilir. Böylece, eğer ε_1 ve $\varepsilon_1\varepsilon_2$ her ikisi de tekrarlı deney içinde geçen teşhis dizileri ise sadece $\varepsilon_1\varepsilon_2$ gerçekte uygulanabilir. Örneğin şekil 3.6 da tanımlanan tekrarlı deneyde $A2_1$ in α ya tepkisi ve $A2_2$ $\alpha\alpha$ ya tepkisi, $A2_3$ 'ün $\alpha\alpha\alpha$ ya tepkisinden çıkarılabilir. Sonuç olarak sadece A2 nin iki kopyası deney için gereklidir. Kolaylıkla görülebileceği gibi A2 ve onun geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için teşhis problemi sade deney ile çözülemez.

3.4. Tekrarlı Koşullu Teşhis Deneyleri

Aynı anda bütün tekrarlı deneyler için gerekli olan teşhis dizilerini uygulamak yerine her seferinde bir tanesini uygulayabiliriz. Her dizi (birincisi hariç) bir önceki gözlenen tepkiler baz alınarak seçilir. Bu tür koşullu deney aşağıdaki adımlar izlenerek yapılır.

Algoritma 3.3. M sonlu dinamik sistem ve onun $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ geçerli kümesi olmak üzere M ile $A(M)$ için tekrarlı deney ağacı verilmiş olsun. Tekrarlı koşullu deney ile M nin başlangıç durumunu bulmak için;

1. M nin ilk kopyasına başlangıçtaki dal için gösterilen giriş dizisini uygula.
2. Son uygulanan çıkış dizisi elde edilen tepki ile çakışan dal ise sıralı çıkış dizisine geçilir.
3. (a) Eğer dal terminal değilse, M nin k ncı kopyasına bu dal için gösterilen giriş dizisi uygulanır sonra k, 1 arttırılır ve (2) ye dönlür.
(b) Eğer dal terminalse, dalın bir elemanlı $\{\sigma_{i_k}\}$ s1, M nin başlangıç durumunu içerir.

Algoritma 3.2; $\{\sigma_{i_k}\}$ da sonlandırılan özel yol boyunca deneyi uygulayan kişiye yol göstermektedir. Burada $\{\sigma_{i_k}\}$ nin M nin başlangıç durumu olduğu doğrudur. Sonuç olarak M nin bu yol boyunca var olan kopyaları elenir. Bu algoritma şekil 3.6 daki tekrarlı deney ağacı ile gösterilebilir. Eğer A2 nin doğru başlangıç değeri 3 ise α nin A2 nin ilk kopyasına uygulanması 0'ı verir. Bu da $\{1,2,3\}$ ile ilgili dalı ortaya çıkarır. Sırasıyla 2. kopyaya uygulanan dizi $\alpha\alpha$ 01 i verir. Bu da 3 ile ilgili dalı ortaya çıkarır. Bu yüzden de A2 nin başlangıç durumu 3 olarak ortaya çıkmış olur.

m geçerli sayıda, n durumlu sonlu dinamik sistemi şeklindeki teşhis problemini çözmek için gerekli maksimum kopya sayısı ilgili tekrarlı deney ağacının en uzun yolu içerisindeki kopyaların sayısı ile belirtilir. Açıkça bu sayı, ağaçtaki toplam kopya sayısını geçemez. Teorem 3.6 ile tekrarlı uyarlanabilir deneyin çarpanları en çok $(m - 1)$ tanedir. Teorem 3.5 ile eğer teşhis dizileri mümkün olan en kısa uzunlukta tasarlanırsa deneyin uzunluğu,

$$\begin{aligned} \sum_{r=2}^m (n - r + 1) &= (n + 1)(m - 1) - \sum_{r=2}^m r \\ &= \frac{1}{2}(2n - m)(m - 1) \end{aligned} \quad (3.6)$$

sonucunu geçemez. Bu nedenle şu teoremi elde ederiz.

Teorem 3.7. m sayıda geçerli kümeli, n durumlu sonlu dinamik sistemi için teşhis problemi l uzunluğunda ve çarpanları c olan tekrarlı koşullu deney ile daima çözümlür. Burada,

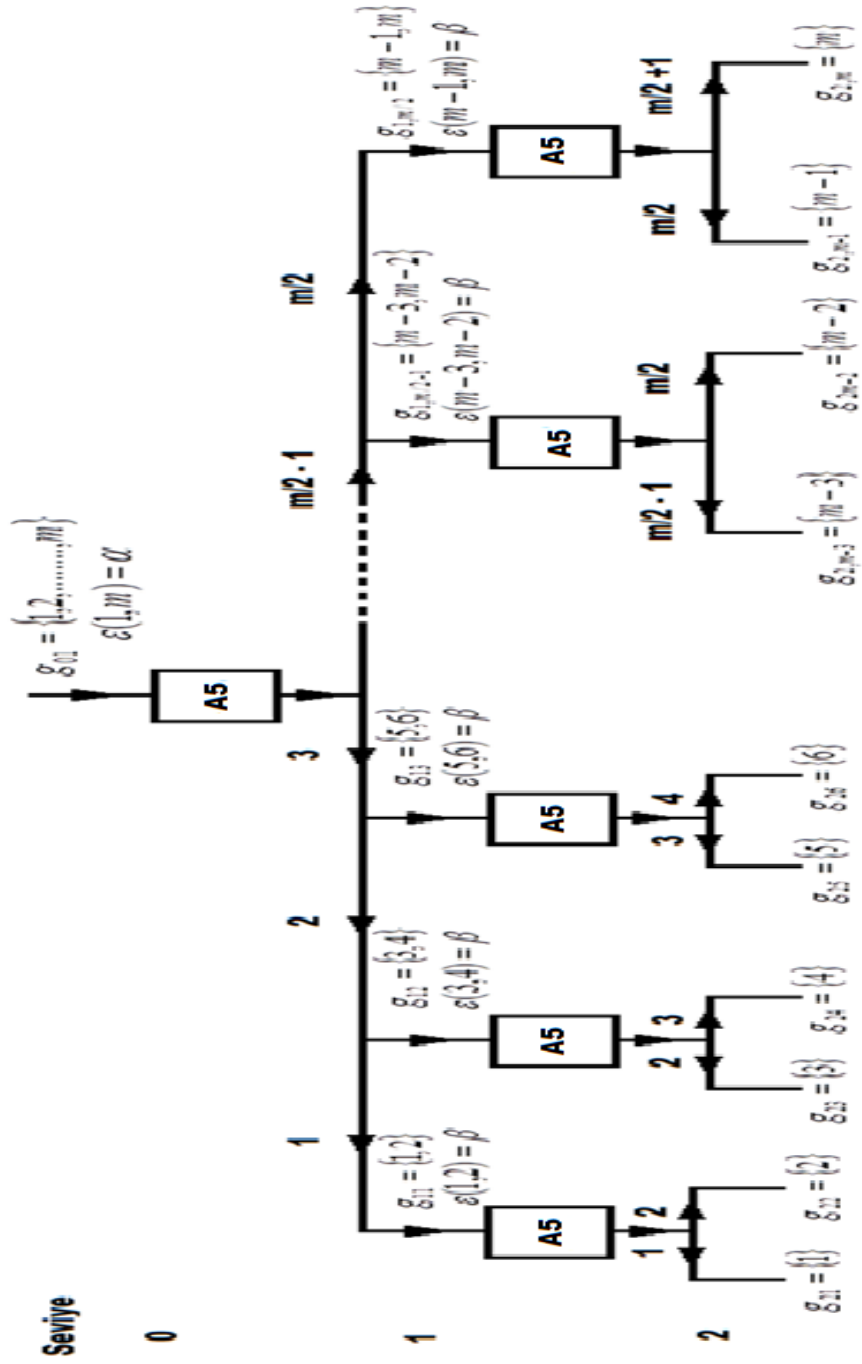
$$l \leq \frac{1}{2}(2n - m)(m - 1) \quad (3.7)$$

$$c \leq (m - 1) \quad (3.8)$$

(3.5) deki sınır $m = 2$ ve herhangi bir $n \geq 2$ için sağlanır. (3.7) deki sınır, herhangi bir n ve $m \leq n$ için sağlanır. Bu çizelge 3.2 deki A4 Sonlu dinamik sistemi ile ve şekil 3.7 nin tekrarlı deney ağacı ile gösterilmiştir.

Eğer A4 ün başlangıç durumu $(m - 1)$ veya m ise, A4 ve geçerli $\{1,2,\dots,m\}$ geçerli kümeli teşhis problemi için tam olarak $(m - 1)$ tane kopya gereklidir.

Tekrarlı koşullu deneyin tekrarlı koşulsuz deney üzerine avantajı tekrarlı deney ağacındaki kopya sayısının ağacın yüksekliğinden fazla olmasıdır. Çizelge 3.3 bu durumu n durumlu A5 sonlu dinamik sistemi üstünde göstermektedir. A5 ve geçerli $\{1,2,\dots,m\}$ kümesi için tekrarlı deney ağacı şekil 3.8 de gösterilmiştir. (Burada m ve n çift olup $2 < m < n - 1$ dir) Görüldüğü gibi tekrarlı deneydeki kopya sayısı $\frac{m}{2} + 1$ ve yüksekliği 2 dir. Böylece A5 in $\frac{m}{2} + 1$ kopyası problemin önceden belirli deneydeki çözümü için gereklidir. Buna karşılık sadece 2 kopyası da koşullu deneylerde çözüm için gereklidir. Şu dikkate alınmalıdır ki tekrarlı koşullu deney ve aynı şekilde tekrarlı koşulsuz deney için verilen şartlar genelde uzunluğu veya çarpanları minimize etmez. Bir çok problemdeki uzunluk ve çarpan 3.3 de tanımlanan teknik ile basitleştirilebilir.



Şekil 3.8. A5 için tekrarlı deney ağacı

Çizelge 3.3. A5 Sonlu dinamik Sistemi

		z_v		s_{v+1}	
		α	β	α	β
x_v	s_v				
1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	1	1
3	2	2	1	1	1
4	2	3	1	1	1
5	3	3	1	1	1
6	3	4	1	1	1
·	·				
·	·				
·	·				
$n-3$	$\frac{n}{2}-1$	$\frac{n}{2}-1$	1	1	1
$n-2$	$\frac{n}{2}-1$	$\frac{n}{2}$	1	1	1
$n-1$	$\frac{n}{2}$	$\frac{n}{2}$	1	1	1
n	$\frac{n}{2}$	1	1	1	1

BÖLÜM 4

SON DURUM AĞACI

4.1. Son Durum Ağacı

Son durum ağacı, teşhis ağacı gibi bir önceki ağacın kurallarını içeren ardıl ağacının kısaltılmış halidir.

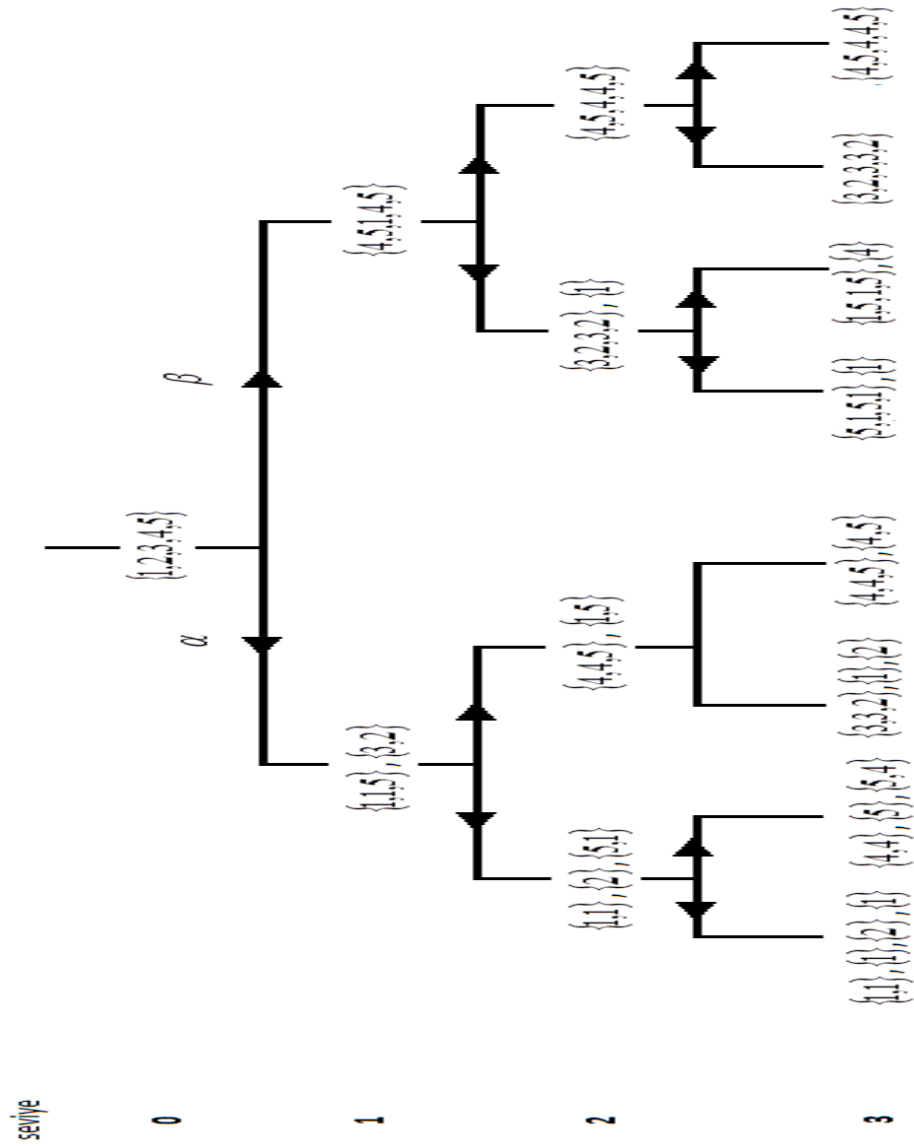
Tanım 4.1. Aşağıdaki kurallardan biri ile karşılaşırsa son durum ağacı, k. seviyede b dalının terminal haline geldiği ardıl ağacıdır.

1. b ye bağlı A grubu k. seviyede birkaç dalla bağlıdır.

2. homojen bir A grubu ile bağlı k. seviye dal vardır. (büyük ihtimalle b nin kendisi)

2.kural; homojen A grubu ile ilgili bir şube içeren ilk seviyenin son durum ağacında aynı zamanda son seviye olduğunu gösterir. Şekil 4.1, A6 sonlu dinamik sistemi ve $\{1,2,3,4,5\}$ geçerli kümesi için nasıl bir son durum ağacı kurulacağını göstermektedir. 3. seviye içinde A grubu $\{1,1\}, \{1\}, \{2\}, \{1\}$ homojen şekilde görülür. Bunun için 2.kural ile 3.seviyedeki tüm dallar terminaldir.

M sonlu dinamik sistemi ve m geçerli kümeleri için son durum ağacı içindeki herhangi bir yolun uzunluğunun $(m-1)n^m$ yi geçemeyeceği gösterilebilir. Son durum ağacının kuruluşu sonlu bir işlemdir.



Şekil 5.1. A_6 ve $\{1,2,3,4,5\}$ geçerli kümesi için son durum ağacı

M ve $A(M)$ için bir son durum dizisi giriş dizisi olsun. Bunlar $M|_{\sigma_i}$ ve $M|_{\sigma_j}$ ye uygulandığında $A(M)$ içerisinde σ_i ve σ_j nin farklı olduğu iki farklı çıkış dizisi elde edilecektir.

Lemma 4.1. M ve $A(M)$ için oluşturulan son durum ağacı içindeki son durum yolu ile tanımlanan giriş dizisi M ve $A(M)$ için bir son durum dizisidir.

M ve $A(M)$ için $\varepsilon'(A)$ ile gösterilen minimal son durum dizisi M ve $A(M)$ için en kısa son durum dizisidir. M ve $A(M)$ için yapılan son durum ağacının kesilmiş yolları, ardıl ağacı içindeki yollarda mevcuttur. Fakat bunlar son durum ağacı içinde yoktur. Bu da kural (1) ile gösterilmiştir.

Lemma 4.2. M ve $A(M)$ için oluşturulan son durum ağacının kesilmiş yolları minimal, son durum dizileri ile tanımlanamaz.

Teorem 4.1: M ve geçerli kümesi $A(M)$ için kurulan son durum ağacı içindeki son durum yolları ile tanımlanan dizilerin kümesi, minimal son durum dizilerinin tamamıdır.

4.2. Sade Koşulsuz Son Durum Deneyleri

Bir önceki bölümde elde edilen sonuçlar kullanılarak m sayıda son durum problemini en kısa sade koşulsuz deneyle çözebilmek için bir metot geliştirilmiştir.

Algoritma 4.1. M ve onun geçerli kümesi $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ için M 'nin son durumlarını en kısa sade koşulsuz deney ile bulmak için,

1. M ve $A(M)$ için son durum ağacı oluşturulur.
2. Ağaç ile tanımlanan her hangi bir son durum dizisi $\varepsilon'(A)$ seçilir.
3. $M | \sigma_{i_1}, M | \sigma_{i_2}, \dots, M | \sigma_{i_m}$ lerin $\varepsilon'(A)$ ya tepkileri listelenir.
4. $\varepsilon'(A)$, M ye uygulanır ve tepkiler gözlenir.

Üçüncü adımda listelenen tepkiler için son durum σ_{i_k} dir. Bu tepkiler gözlenen tepkiler ile aynıdır. Algoritma 4.1, A2 sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için gösterilmiştir. Bu durumda şekil 4.1 den de anlaşılıyor ki son durum ağacı, $\alpha\alpha\alpha$ nın minimal son durum dizisi olduğunu ortaya çıkarır. Çizelge 4.1 de görülüyor ki 1,2,3,4 ve 5, başlangıç durumları $\alpha\alpha\alpha$ için uygulandığındaki son durumlarını ve tepkilerini listeler. Umulduğu gibi ayrı son durumları ayrı tepkilere karşılık gelir. Bu yüzden tepkiler belirlenmiş geçerli kümelere uygulandığında A2 nin son durumunu ayırt etmek için bir

ölçüt olarak hizmet eder. Uygulanan son durum probleminin çözümü şu probleme doğrudan uygulanabilir.

Verilen M Sonlu dinamik sistemi için, M_1 in $A(M_1)$ 'e, M_2 nin $A(M_2)$ 'ye, M_n inde $A(M_n)$ kümesine ait oldukları biliniyor. Bu, sonlu dinamik sistem ve onun son durumunu belirlemek için gereklidir. M_1, \dots, M_n için uygun ve geçiş çizelgelerinin var olduğu kabul edilirse yukarıdaki problem parçalı sonlu dinamik sistemi $\Delta (M_1, M_2, \dots, M_n)$ ve geçerli kümesi $A(M_1) \cup A(M_2) \cup \dots \cup A(M_n)$ için m-sade son durum problemidir. Bu durumda M sonlu dinamik sistemi için minimaldir. Her M_i sonlu dinamik sistemi de aynı varsayımdan hareketle minimal olmayı gerektirir. M_i deki hiçbir durum M_j deki hiçbir durumla eşdeğer değildir. ($i \neq j$)

Çizelge 4.1. A2 nin $\alpha\alpha\alpha$ ya tepkileri

BAŞLANGIÇ DURUMU	$\alpha\alpha\alpha$ İÇİN CEVAPLAR	SON DURUM
1	000	1
2	000	1
3	010	1
4	101	2
5	100	1

4.3. Sade Koşullu Son Durum Deneyleri

M ve A(M) için son durum ağacında bir yol düşünelim. Bu homojen σ durumlarının kümesine $\{\sigma'_1, \dots, \sigma'_j\}$ diyelim. Burada σ'_i nin h kere görüldüğü bir A grup, G yi ortaya çıkarır. (Çünkü G homojen olmayan diğer σ kümelerini içerebilir, G nin homojen olması önemli değildir.) Eğer bu yol giriş dizisi ε 'u tanımlarsa A(M), h sayıda durum içermelidir. ε ' a göre ardışığının σ_{ij} olduğunu söyleyelim. Çünkü $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_h}$

G içinde homojendir. σ_{i_1} veya σ_{i_2} veya σ_{i_h} lerin ε ' na tepkisi olarak σ_{i_1} hariç lemma 4.1 ile bir son duruma atanamaz. Böylece eğer σ_{i_1} veya σ_{i_2} veyaveya σ_{i_h} , M nin gerçek başlangıç durumu ise M nin son durumu, son durum yolu ile tanımlanması önemli olmayan bir giriş dizisi ile tanımlanabilir. Son durum, bütün dizinin sadece belli bölümü ile tanımlanabildiği için, minimal son durum dizilerinde sade koşullu son durum deneyleri dizinin tamamı yerine parça parça uygulanabilir. Bu şema sade koşullu deneyle m-sayıda teşhis problemine bir çözüm oluşturur. Minimal son durum dizisinin alt dizilere ayrılması aşağıdaki gibi yapılmıştır.

ε_k , k. alt dizi olsun. G_k da $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_k$ yolla tanımlanan A grup olsun. $A(M)$ yi G_k ile gösterelim. ε_k alt yol ile G_{k-1} den A ya tanımlanan alt dizidir. A grubu G_{k-1} den en azından bir fazla homojen G kümesi içerir. Çünkü G_0 için yeni çözüm 1 dir ve A grubu içindeki kümelerin sayısı $A(M)$ nin boyutunu aşamaz. Örnek olarak çizelge 5.3 te de görüldüğü gibi A2 sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ alındığında $G_0 = \{1,2,3,4,5\}$, $G_1 = \{1,1\}, \{2\}, \{5,1\}$, $G_2 = \{1,1\}, \{1\}, \{2\}, \{1\}$ olur ve bu yüzden de $\varepsilon_1 = \alpha\alpha$ ve $\varepsilon_2 = \alpha$ yi ortaya çıkarır. Bir kereliğine alt diziler belirlendiğinde koşullu deney şu şekilde devam ettirilir.

Algoritma 4.2. Verilen M sonlu dinamik sistemi ve onun geçerli kümesi $A(M) = \{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_m}\}$ ve bölünmüş son durum dizisi $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_r$ olsun. M nin son durumunu sade koşullu deneyle belirlemek için;

1. $M | \sigma_{i_1}, M | \sigma_{i_2}, \dots, M | \sigma_{i_m}$ lerin $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_r$ için tepkileri listelenir. Her tepkisi r tane alt diziye ayrılır. Bunlarda ayrılmış giriş dizileri ile eşlenir. Her çıkış alt dizisinden sonra bunlara karşılık gelen son durumu listelenir (k = 1)
2. ε_k , M ye uygulanır.
3. (a) M'nin tepkisi $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_k$, (1) içindeki sadece bir son duruma denk gelirse bu son durumdur.
(b) M'nin $\varepsilon_1\varepsilon_2\dots\varepsilon_k$ ya tepkisi 2 veya daha fazla son duruma denk gelirse k 1 arttırılır ve 2 ye dönlür.

Algoritma 4.3. A2 sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ (ki onlar için $\varepsilon_1 = \alpha\alpha$ ve $\varepsilon_2 = \alpha$ dır) için yazılmıştır. $\alpha\alpha\alpha$ ya tepkilerin listesi (bölünmeler birinci adımda belirtilmiştir) ve ilişkili son durumları çizelge 4.2 de verilmiştir. Eğer son durumu 1 veya 2 olursa $\alpha\alpha$ ya tepki 00 dır. Bu da sadece durum 1 e atanabilir. Bu yüzden son durum deneyi sadece 2 giriş sembolüne ihtiyaç duyar. Eğer son durumu 5 ise tepki 10 olur bu da hiçbir son duruma tek olarak atanamaz. (son durumu bu tepkiler altında ya 1 ya da 5 olabilir) ve bu nedenle deneyi tamamlamak için 2. alt dizi gereklidir.

Çizelge 4.2. A2 nin $\alpha\alpha\alpha$ ya bölünmüş tepkileri

BAŞLANGIÇ DURUMU	$\alpha\alpha$ İÇİN CEVAPLAR	FİNAL DURUMU	α İÇİN CEVAPLAR	FİNAL DURUMU
1	00	1	0	1
2	00	1	0	1
3	01	2	0	1
4	10	5	1	2
5	10	1	0	1

sonuç olarak aşağıdaki teoremi çıkartabiliriz.

Teorem 4.2. Her l uzunluğunda sade koşulsuz deney ile çözülebilen son durum problemi l uzunluğunda veya daha uzun, $m - 1$ sayısında ya da daha az sayıda sade koşullu deney ile de çözülebilir.

Böylece koşullu deneyin, koşulsuz deneye göre avantajı deneyin daha kısa sürede sonlandırılabilmesidir. Tabi ki burada tam olarak koşullu deneyin uzunluğu tahmin edilemez. Çünkü bu, doğru başlangıç durumuna bağlıdır ve bu da deney sonuna kadar bilinemez.

4.4. Tekrarlı Koşulsuz Son Durum Deneyleri

Son durum ağacının kurulmasıyla elde edilen son durum deneylerinin minimal uzunluğu geniş geçerli kümeler ile elde edildiğinden daha fazla işlem gerektirir. Eğer minimal olmayacak şekilde son durum deneyi içinde kapsarsa daha kolay işlemler mevcuttur. Minimal uzunluğu garanti etmeyen işlem ile tasarlanan son durum deneyleri düzgün son durum deneyleri olarak adlandırılır.

n durumlu M Sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $A(M)$ için ardıl ağacı düşünelim. b de A grup G ile ilişkili en azından bir tane homojen olmayan σ kümesi olan g_1, g_2, \dots, g_u kümelerini içeren bir dal olsun. Eğer g_h , r durum içerirse, o zaman $(n - r + 1)$ e ayrılabilen en az 2 durum içermelidir. Sonuç olarak b ile başlatılan ve $\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j)$ ile tanımlanan alt yol en azından $(u + 1)$ σ kümeleri içeren bir A grup G' nü ortaya çıkarmalıdır. Bundan dolayı eğer G homojen değilse $(n - r + 1)$ veya daha kısa uzunluktaki G den A ya ve çözümü G nin uzunluğunu geçen bir alt yol bulunabilir. Bu alt yol ile tanımlanan alt dizi G nin düzgün alt dizisi olarak adlandırılır. Böylece verilen herhangi bir ardıl ağacında izlediğimiz son durum yolu ile bir metot elde etmiş oluruz ve bu yüzden herhangi M ve $A(M)$ için bir son durum dizisi kurulur.

Algoritma 4.3. Verilen M ve geçerli kümesi $A(M)$ de son durum dizisini bulmak için,

(1) $A(M) = G_0$ ve $k = 0$ alınır.

(2) (a) Eğer G_k homojen değilse, G_k için ε_k düzenli alt dizisi belirlenir. G_k nin ε_k ardışığı G_{k+1} olsun. k bir artırılır ve (2) ye dönülür.

(b) eğer G_k homojen ise $\varepsilon_0 \varepsilon_1 \dots \varepsilon_{k-1}$ M ve $A(M)$ için bir son durum dizisidir.

$A(M)$ nin yeni çözümü 1 dir ve A grubun yeni çözümü m kabul edilen durum sayısını geçemez. Algoritma 4.3 ile üretilen alt dizilerin sayısı en çok $(m - 1)$ sayıdadır. n -durumlu M sonlu dinamik sistemi için herhangi bir durum çifti minimal teşhis dizisinin uzunluğu $(n - 1)$ i geçemez. Sonuç olarak algoritma 4.3 ile üretilen son durum dizisi içindeki alt dizinin uzunluğu $(n - 1)$ i geçemez. O halde,

Teorem 4.3. m -geçerli sayıda, n -durumlu sonlu dinamik sistemi için son durum problemi l uzunluğundaki sade koşulsuz deney ile çözülebilir.

$$l \leq (n-1)(m-1) \quad (4.1)$$

(4.1) e alternatif olan bir formülde aşağıdadır:

Yardımcı Teorem 4.1. M her durum çifti için L - ayrılabilir bir sonlu dinamik sistem olsun. Son durum problemi l uzunluğunda sade koşulsuz deney ile çözülebilir.

$$l \leq L(m-1) \quad (4.2)$$

Düzenli koşulsuz son durum deneylerinin tasarımı için metot gösteren algoritma 4.3, herhangi bir ağacın oluşturulmasına ihtiyaç duymaz. Bu deneyler son durum yolunu oluşturan alt yollar ile tanımlanmış çeşitli alt dizilerin belirlenmesine gerek duyar ve bu deneyler bu şekilde art arda yapılan deneylerle bulunabilir. Çizelge 4.3 te gösterilen işlem A_2 sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için dizayn edilen düzgün koşulsuz son durum deneyidir.

Çizelge 4.3. A_2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için düzgün koşulsuz deney

k	G_k	σ_i, σ_j	$\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j)$
0	$\{1,2,3,4,5\}$	1, 4	α
1	$\{1,1,5\}, \{3,2\}$	1, 5	α
2	$\{1,1\}, \{2\}, \{5,1\}$	1, 5	α
3	$\{1,1\}, \{1\}, \{2\}, \{1\}$		

$G_0, \{1,2,3,4,5\}$ ve $k \geq 1$ için G_k, G_{k-1} temeli üstüne kuruludur. G_{k-1} daha koşulsuz alt dizi (örneğin: listelenen alt dizideki $k - 1$ satırının son sütunudur) ve geçiş çizelgesi ya da A2'nin diyagramıdır. G_k da herhangi homojen olmayan σ kümesi içindeki durumların herhangi $\{\sigma_i, \sigma_j\}$ çiftidir. $\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j), \{\sigma_i, \sigma_j\}$ nin minimal teşhis dizisidir. Özel alt dizilerin uzunluklarını minimize eden σ_i ve σ_j en kısa $\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j)$ sonucunu vermesi için seçilmiş olabilir. Bu, A2 sonlu dinamik sistemi için çizelge 4.3 yardımıyla yapılabilir. Bu çizelge A2 deki bütün durum çiftleri için minimal teşhis dizilerini listeler. Şu da kolaylıkla görülür ki genel olarak bu seçim kuralı son durum deneyinin uzunluğunu ya da kısalığını garanti etmez (Bizim deneyimiz minimal bir terazi olmasına rağmen). 3 ncü satır çizelgede son satırdır çünkü G_3 homojen bir A gruptur. Son durum dizisi son sütunda görüldüğü sırada $\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j)$ lerin yazılmasıyla oluşturulur. Bunun için A2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için düzenli son durum deneyi uygulanan $\alpha\alpha\alpha$ ve tepkisini içerir. $\alpha\alpha\alpha$ uygulandığında 1,2,3,4 ve 5 durumlarının tepkileri ve bunların son durumları çizelge 4.1 de gösterilmiştir. Teşhis problemi ve son durum problemi arasındaki fark, teşhis problemi genellikle sade deneyleme ile çözülemezken son durum problemi çözülebilir. Bu nedenle şu teoremi yazabiliriz.

Teorem 4.4. Verilen M sonlu dinamik sisteminin tek kopyasında M'nin başlangıç durumu daima belirlenemez buna karşılık onun tanımlanabilir bir duruma geçmesi her zaman mümkündür. Bir kereliğine tanımlanabilir durum elde edildiğinde belirlenmiş uyarılara M'nin vereceği tepkiler tabi ki tahmin edilebilir. Böylece sonlu dinamik sistemi zorlayan bir yol daima mevcuttur. Ve o zaman sistemin geçiş çizelgesi de mevcuttur fakat tersi durumda bunu tahmin edemeyiz.

4.5. Tekrarlı Koşullu Son Durum Deneyleri

(4.4) de tanımlanan düzenli koşulsuz son durum deneyleri her seferinde bir alt dizinin uygulanması ve bir öncekine verilen tepkilere bağlı olarak bir sonraki alt dizinin seçilmesi ile düzenli son durum deneylerine çevrilebilir. İşlem önceden belirli deney için özetlenenle aynıdır sadece gözlenmiş tepkilerin temelindeki G_k nin ($k \geq 1$) σ kümelerinden birinin sonradan elenmesi farklıdır.

Algoritma 4.4. Verilen M sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $A(M)$ için sade koşullu deneyle M nin son durumunu belirlemek için,

(1) $g_0 = A(M)$ ve $k = 0$ olsun.

(2) (a) Eğer g_k homojen değilse g_k nın düzenli alt dizisi ε_k belirlenir. ε_k , M 'ye uygulanır. g_k' , gözlenen cevaba atanabilen g_k nın bir alt kümesi olsun. g_{k+1}, g_k' nin ε_k ardışığı olsun. Bu durumda k , 1 arttırılır ve (2) ye dönülür.

(b) Eğer g_k homojense M 'nin son durumu g_k nın içinde bulunan durumdur.

Eğer algoritma 4.4 deki g_k homojen değilse g_{k+1} in büyüklüğü g_k nın kinden küçük olmalıdır. Sonuç olarak $A(M)$ 'nin büyüklüğü m ise alt dizlerin sayısı en çok $m - 1$ dir.

r büyüklüğündeki her g_k için daima uzunluğu $n - r + 1$ 'i geçmeyen bir düzenli alt dizi vardır. Burada n , M 'nin durumlarının toplam sayısıdır. Bu yüzden son durum deneyinin toplam uzunluğu,

$$\sum_{r=2}^m (n - r + 1) = \frac{1}{2} (2n - m)(m - 1) \quad (4.3)$$

i geçemez.

Teorem 4.5. m sayıda geçerli kümeli n durumlu sonlu dinamik sistemi için son durum problemi, uzunluğu l ve boyutu d olan sade koşullu deney ile daima çözülür.

Burada,

$$l \leq \frac{1}{2} (2n - m)(m - 1) \quad (4.4)$$

$$d \leq m - 1 \quad (4.5)$$

Görüldüğü gibi algoritma 4.4 ile elde edilen düzenli koşullu son durum deneyi, algoritma 4.3 ile dizayn edilen düzenli koşulsuz deneyden daha uzun değildir.

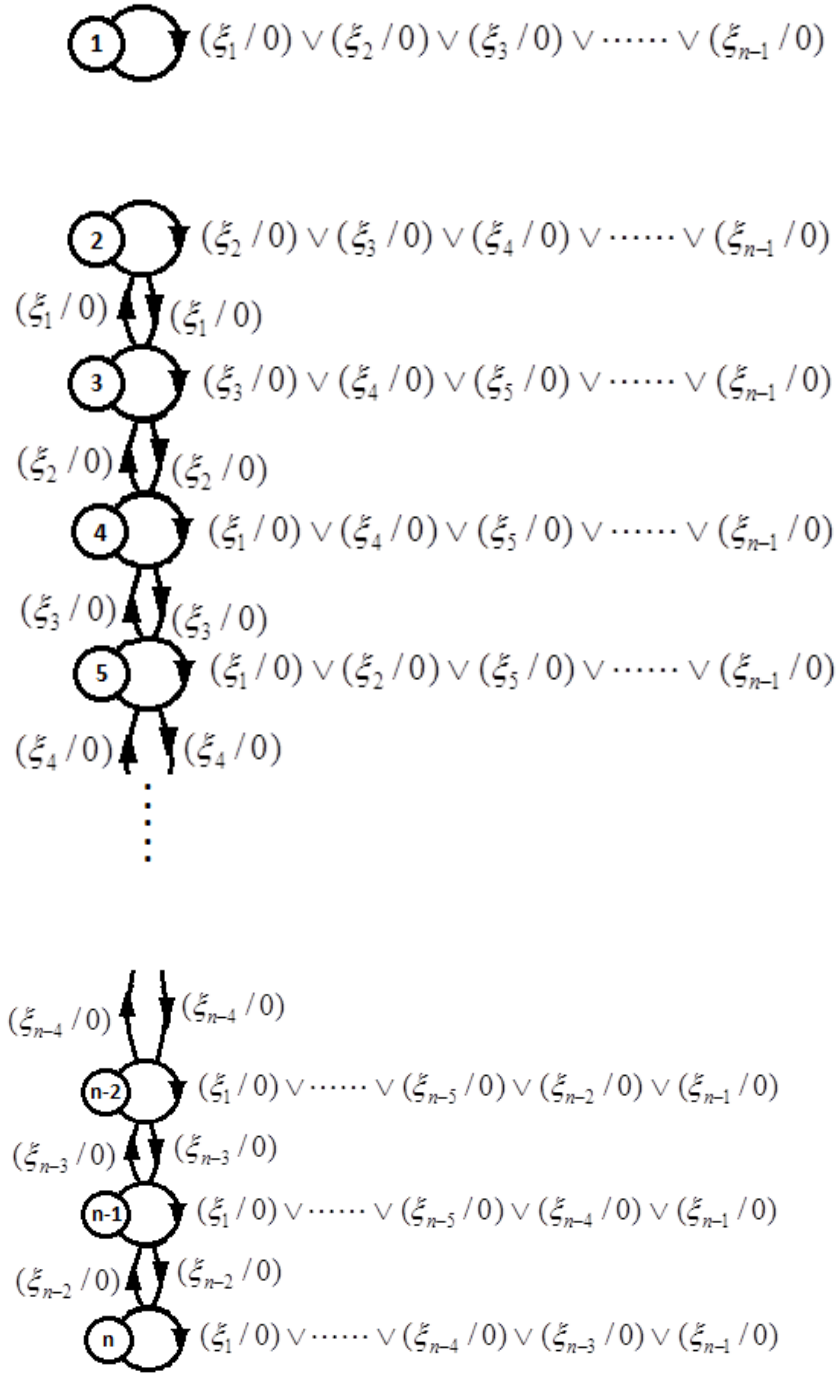
Çizelge 4.4 doğru başlangıç durumu 4 olduğunda A2 ve geçerli kümesi için düzenli koşullu son durum deneyini göstermektedir. Bu örnekte $g_0, \{1,2,3,4,5\}$ ve $\varepsilon_0 = \alpha$ dir. α A2'ye uygulandığında gözlenen tepki 1 dir ki orada $g_0' = \{4,5\}$ olarak elde edilir. Sonra $g_0' = \{3,2\}$ nin α ardışığı g_1 dir. $\varepsilon_1 = \alpha\alpha$ A2'ye uygulanırsa tepki 01 dir ki orada $g_1' = \{3\}$ olarak ortaya çıkar. Sonra $g_2', g_1' = \{2\}$ nin $\alpha\alpha$ ardışığıdır. Çünkü g_2 homojendir. A2'nin son durumu 2 olarak sonuçlandırılır.

Çizelge 4.4. A2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için düzenli koşullu deney

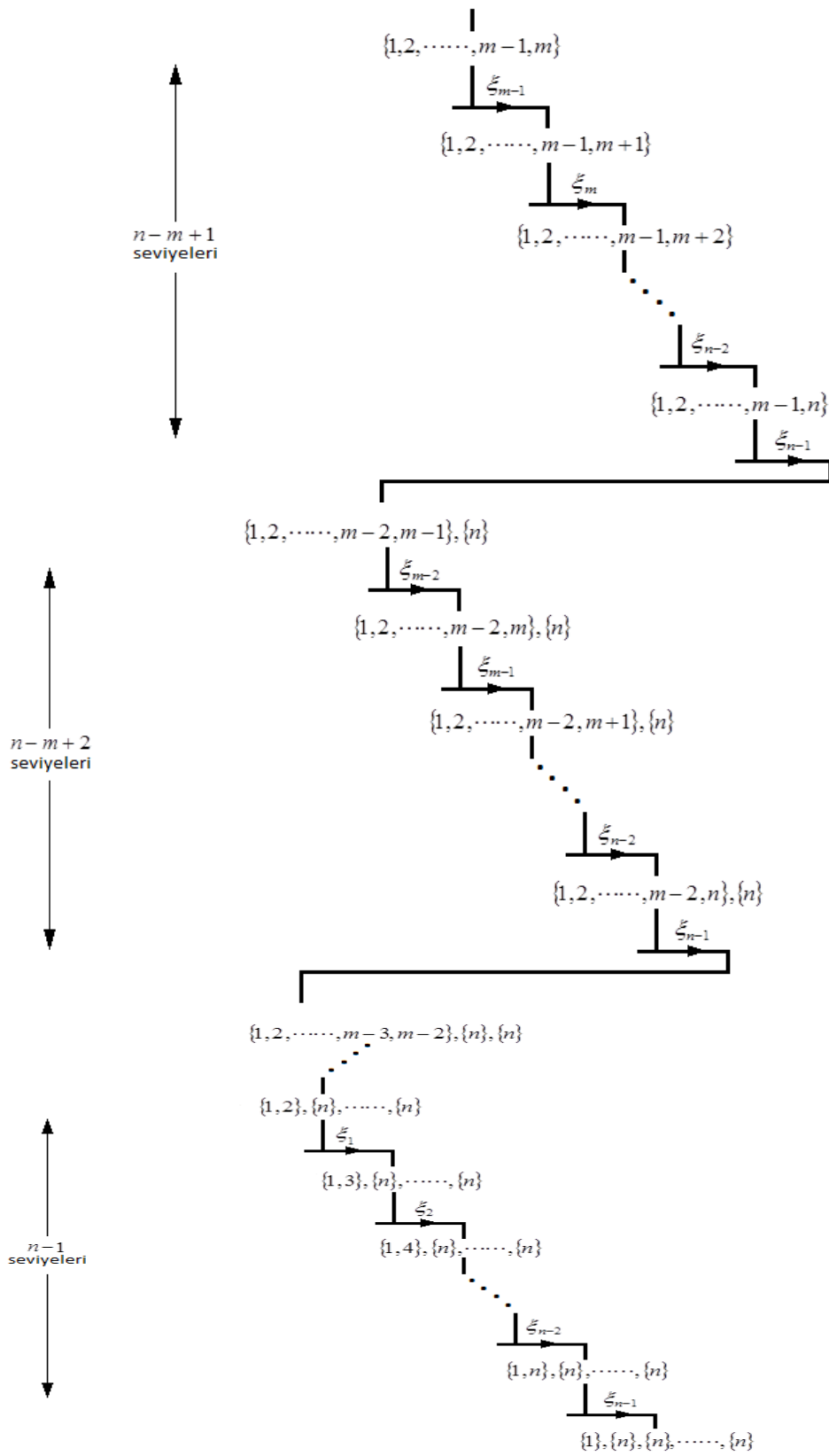
DOĞRU DURUM	k	g_k	σ_i, σ_j	$\varepsilon(\sigma_i, \sigma_j)$	CEVAPLAR
4	0	$\{1,2,3,4,5\}$	1, 4	α	1
3	1	$\{3,2\}$	2, 3	$\alpha\alpha$	01
2	2	$\{2\}$			

Şekil 4.2, M^* olarak etiketlenmiş bir sonlu dinamik sistemi gösterir. Burada teorem 4.2 nin sınırları eşitlik ile sağlanır. Şekilde gösterildiği gibi nin M^* durum kümesi $\{1,2,\dots,n\}$, giriş alfabesi $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-1}\}$ ve çıkış alfabesi $\{0,1\}$ dir. Çıkış sembolü 1, ξ_{n-1} girişi n durumuna uygulandığında üretilir. M^* nin yapısından görülebilir ki eğer $\{1,2,\dots,i,j\} \quad (j>i)$, ξ_{j-1} den farklı bir giriş sembolüne uygulanırsa sonrasında ardışık durumlar sırasıyla ya $\{1,2,\dots,i,j\}$ ya da sırasıyla $\{1,2,\dots,i,j-1\}$ olurlar. M^* nin son durum ağacına ve geçerli kümesi $\{1,2,\dots,m\}$ ye göre $\{1,2,\dots,m\}$ den ortaya çıkan ve A grubunda en az iki σ kümesi içeren en kısa yol giriş dizisi $\{\xi_{m-1}\xi_m \dots \xi_{n-1}\}$ yi tanımlayan yoldur. Bu yolla oluşan A grubu $\{1,2,\dots,m-1\}, \{n\}$ dir. Genelleme ile

$\{1,2,\dots,m\}$ den bir homojen A grubuna ait yol, giriş dizisi $\{\xi_{m-1}\xi_m \dots \xi_{n-1}\}$ (uzunluğu $n - m + 1$) yı tanımlayan ve $\{\xi_{m-2}\xi_{m-1} \dots \xi_{n-1}\}$ (uzunluğu $n - m + 2$) yı tanımlayanve yine $\{\xi_1\xi_2 \dots \xi_{n-1}\}$ (uzunluğu $n - 1$) i takip eden dizidir. Çizelge 4.4 deki özelliklerle bu dizinin uzunluğu $(2n - m)(m - 1)/2$ dir. Yol, m (homojendir) sade σ kümelerini içeren $\{1, \{n\}, \{n\}, \dots, \{n\}\}$ A grubunu meydana getirir. Şekil 4.3, M^* Sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,\dots,m\}$ için son durum ağacını gösterir. Bu şekilde bütün terminal dallar atılmıştır. Gösterilen yol sadece yukarıda tanımlanan son durum dizisini gösteren yoldur. Açıkça eğer M^* nin başlangıç durumu 1 olursa, M^* ve geçerli kümesi $\{1,2,\dots,m\}$ için en kısa koşullu son durum deneyi birleştirilmiş, uzunluğu (4.4)'de verilen üst sınır olan, $m - 1$ diziyi içermelidir. Ayrıca M^* sonlu dinamik sistemi en kısa koşulsuz son durum deneyinin $(2n - m)(m - 1)/2$ sembol uzunluğunda olabileceğini göstermektedir.



Şekil 4.2. M^* Sonlu dinamik sistemi



Şekil 4.3. M^* Sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için Son durum ağacı

Göz önüne alınması gereken (4.5) deki terminal A grubunun sade bir A grup olduğudur. Gösterilen yol bir minimal teşhis dizisini (bu dizi aynı zamanda minimal son durum dizisidir) tanımlar. Bunun için M^* sonlu dinamik sistemi, sade koşulsuz teşhis deneyinin (4.4) deki l nin üst sınır uzunluğu kadar olabileceğini gösterir.

4.6. Durum Belirleme Deneyleri İle İlgili Sonuçlar

M^* sonlu dinamik sistemi için m -sayıda teşhis veya son durum probleminin özel durumu M 'nin toplam durumunun olduğu n sayıda teşhis veya son durum problemidir. Bu problem M için belirlenen hiçbir kabul durumu olmadığında, M nin n durumlarının her hangi birinin başlangıç durumu olarak düşünülebileceğini ortaya koyar. Bu özel durum için önceki bölümlerde elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Yardımcı Sonuç 4.2. M , geçiş çizelgesi olan n durumlu bir sonlu dinamik sistem olsun. M nin başlangıç durumu eğer deneyle belirlenebiliyorsa, sade koşulsuz veya l uzunluğunda olan sade koşullu deneyle de belirlenebilir. Burada,

$$l \leq (n-1)n^n \quad (4.6)$$

yazılır. M nin başlangıç durumu, uzunluğu l olan tekrarlı koşulsuz deney ve çarpanı c ile her zaman belirlenir.

$$l \leq (n-1)^2 \quad (4.7)$$

$$c \leq n-1 \quad (4.8)$$

ve yine uzunluğu l olan tekrarlı koşullu deney ve çarpanı c ile her zaman belirlenir.

$$l \leq \frac{1}{2}n(n-1) \quad (4.9)$$

$$c \leq n-1 \quad (4.10)$$

M'nin son durumu l uzunluğunda sade koşulsuz deney ile belirlenebilir.

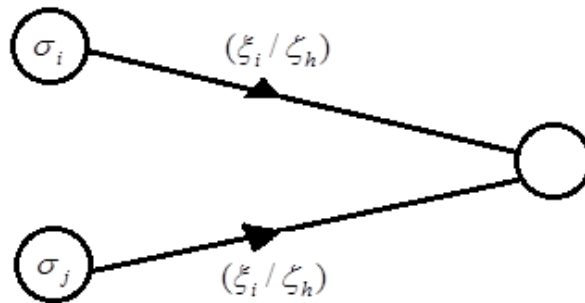
$$l \leq (n-1)^2 \quad (4.11)$$

ve uzunluğu l , derecesi d olan sade koşullu deney ile belirlenebilir.

$$l \leq \frac{1}{2}n(n-1) \quad (4.12)$$

$$d \leq n-1 \quad (4.13)$$

M, giriş alfabetesi $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p\}$ ve durum kümesi $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ olan bir sonlu dinamik sistem olsun. Eğer $M|\sigma_j$ ve $M|\sigma_l$ nin ξ_i lere tepkileri aynı, σ_j ve σ_l, ξ_i ye göre aynı ardışığa sahip ise σ_j ve σ_l ($l \neq j$), ξ_i -birleştirilebilir olarak adlandırılır. ξ_i -birleştirilebilir için durum çifti şekil 4.4 de gösterilmiştir.



Şekil 4.4. ξ_i -birleştirilebilir durumlar çifti

Teorem 4.4. M , giriş alfabeti $X = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p\}$ olan n durumlu sonlu dinamik sistem olsun.

- (a) Eğer M , X 'in içindeki her giriş sembolü ξ_i için ξ_i -birleştirilebilir durumlarının bir çiftini içerirse, n sade teşhis problemi M için sade deneyle hiçbir zaman çözülemez.
- (b) Eğer M , X 'in içindeki her giriş sembolü ξ_i için ξ_i -birleştirilebilir durumlarının bir çiftini içermezse, n sade teşhis problemi M için sade deneyle daima çözülür.

İspat: (a) her hangi giriş sembolü ξ_i nin M 'ye uygulanması aynı tepkili durumların çiftinin aynı tepkili durumların içine geçmesine sebep olur. Bu çiftlere σ_j ve σ_l diyelim. Böylece bu durumların herhangi bir alt dizi giriş sembolleri ile ayırt edilememesine sebep olur.

(b) Teorem 4.2 ile M bilinen bir son durumuna mutlaka geçebilir. Bu amaç için kullanılacak son durum dizisi $\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_r}$ olsun. İlişkili çıktı dizisi de $\zeta_{h_1}, \zeta_{h_2}, \dots, \zeta_{h_r}$ ve ilişkili durumların dizisi de $\sigma_{j_1}, \sigma_{j_2}, \dots, \sigma_{j_r}$ olsun. Şimdi varsayalım ki σ_{j_k}, ξ_{i_k} ve ζ_{h_k} bazı $1 \leq k \leq r$ için bilinsin. Çünkü varsayalım M içindeki hiçbir durum (ki bu durumlar aynı giriş-çıkış çifti $(\xi_{i_k} / \zeta_{h_k}), \sigma_{j_k}$ 2 yakınsak dala sahiptirler) tek olarak belirlenemez. M nin başlangıç durumunu σ_{j_0} ile gösterirsek, M nin son durumunun varlığı ve son durum deneyi içindeki giriş ve çıkış dizilerinin varlığı σ_{j_0} in arka arkaya uygulanmasıyla belirlenebilir.

Verilen Sonlu dinamik sistemin geçiş çizelgesinde teorem 4.4 e göre ya (a) ya da (b) içindeki bir özelliğe sahip olduğu kolayca ortaya çıkar. Bunun için bu problem birçok durumda güvenli bir şekilde sade deneyle verilen sonlu dinamik sisteminin başlangıç durumunun tanımlanabilir olup olmadığını belirlemek için uygulanır. Sonlu dinamik sistem (a) ya veya (b) ye uygun olmadığında sistemin başlangıç durumu sade deneyle tanımlanabilir veya tanımlanamaz.

KAYNAKLAR

- Gill A., 1962. *Introduction to The Theory of Finite-State Machines*. McGraw-Hill Company, London. 103-130p
- Anderson A. J., 2006. *Automata Theory with Modern Applications*. Cambridge University Press.
- Candan M, 2011. *Sonlu Otomataların Matematiksel Modellerinin Analizi*. (Yüksek Lisans Tezi) Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi. Çanakkale
- Çapkın A., 2009. *Sonlu Sistemlerde Deneme Problemleri*. (Yüksek Lisans Tezi) Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi. Çanakkale
- Rosen H. K., 1995. *Discrete Mathematics and Its Applications* (3 rd. Ed). Mc Graw-Hill, 611-622 p.
- Harary F., 1969. *Graf Theory*. University of Michigan. Cambridge, Massachusetts (4th chap.). 32-40.
- Anderson A. J., 2004. *Discrete Mathematics with Combinatorics*. New Jersey. (2 nd ed.). 9-38 .
- Weisstein E. W. (February 12, 2006.) *Dynamical Systems*. Retrived February 13, 2006, from <http://mathworld.wolfram.com/DynamicalSystem.html>.
- Amirali G. ve Duru H., 2002. *Nümerik Analiz*. Ankara, 1-24
- Yablosky S. V., 1989. *Introduction to Discarte Mathematics*. Translated from Russian Mr. Publishers Moscow. 44-49p
- Wilson R. J., 1996. *Introduction to Graph Theory*. Addison Wesley Longman Limited, Fourth Edition

Şekil 1.1. Sistemin Kara kutu gösterimi.....	2
Şekil 1.2. Sonlu sistem denkleminin kara kutu gösterimi.....	5
Şekil 2.1. Şartsız Deney.....	10
Şekil 2.2. Şartlı Deney.....	11
Şekil 2.3. A1 için geçişler ağacı ve $\{2,3,4,5\}$ geçerli kümesi.....	18
Şekil 2.4. A1 için teşhis ağacı ve geçerli kümesi $\{2,3,4,5\}$	20
Şekil 2.5. A1 için Teşhis ağacı ve geçerli kümesi $\{1,2\}$	21
Şekil 3.1. A2 için teşhis ağacı ve geçerli $\{1,2,3,4,5\}$ kümesi.....	26
Şekil 3.2. $\alpha\alpha\alpha$ için A2' ye göre yanıtlar.....	26
Şekil 3.3. A3 Sonlu dinamik sistemi.....	29
Şekil 3.4. A3 için teşhis ağacı ve kabullenilmiş küme.....	31
Şekil 3.5. Sade koşullu teşhis deneyi için yollar.....	32
Şekil 3.6. A2 için birden fazla deney ağacı ve kabullenilmiş kümesi.....	36
Şekil 3.7. A4 için birden fazla deney ağacı ve geçerli kümesi.....	39
Şekil 3.8. A5 için tekrarlı deney ağacı.....	43
Şekil 4.1. A6 ve $\{1,2,3,4,5\}$ geçerli kümesi için Son durum ağacı.....	46
Şekil 4.2. M^* sonlu dinamik sistemi.....	57
Şekil 4.3. M^* sonlu dinamik sistemi ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için son durum ağacı.....	58
Şekil 4.4. ξ_i - birleştirilebilir durum çifti.....	60

Çizelge 1.1. A1 Sonlu dinamik sistemi için çizelge.....	14
Çizelge 1.2. A1 için P_1 çizelgesi.....	15
Çizelge 1.3. A1 için P_2 çizelgesi.....	15
Çizelge 1.4. A1 için P_3 çizelgesi.....	16
Çizelge 1.5. A1 için P_4 çizelgesi.....	16
Çizelge 1.6. A1 sonlu dinamik sisteminin durum çiftleri için minimum teşhis dizisi..	17
Çizelge 2.1. $\alpha\alpha\alpha$ için A2 Sonlu dinamik sistemine göre yanıt çizelgesi.....	30
Çizelge 2.2. A4 sonlu dinamik sistemi.....	38
Çizelge 2.3. A5 sonlu dinamik sistemi.....	44
Çizelge 3.1. A2 nin $\alpha\alpha\alpha$ ya tepkileri.....	48
Çizelge 3.2. A2 nin $\alpha\alpha\alpha$ ya bölünmüş tepkileri.....	50
Çizelge 3.3. A2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için düzgün koşulsuz deney.....	52
Çizelge 3.4. A2 ve geçerli kümesi $\{1,2,3,4,5\}$ için düzenli koşullu deney.....	55

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER:

Adı Soyadı: Yalçın ŞİMŞİR

Doğum Yeri: Beyoğlu-İstanbul

Doğum Tarihi: 30/09/1974

EĞİTİM DURUMU:

Lisans Öğrenimi: Dumlupınar Üniversitesi Fen-Edeb.Fak.Matematik Bölümü.1997

İŞDENEYİMİ:

1997-1998 Mutlu Eğitim Dershanesi- Matematik Öğretmeni

1998-2006 Bilen Eğitim Kurumları -Matematik Öğretmeni

2006-2007 Pi Analitik Dershanesi- Matematik Öğretmeni

2007-2009 Özel Çağdaş Eğitim Kurumları- Matematik Öğretmeni

2009-2011 M.E.V Özel Ankara Fen Lisesi- Matematik Öğretmeni

2011-2012 M.E.B. Kanuni Sultan Süleyman E.M.L- Matematik Öğretmeni

İLETİŞİM:

ysimsir@hotmail.com

