

**NONLİNEER SİSTEMLER İÇİN KAYAN SEKTÖR İÇEREN
DEĞİŞKEN YAPILI KONTROLÇU TASARIMI**

Sinan ÖZCAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

MAYIS 2012

ANKARA

Sinan ÖZCAN tarafından hazırlanan “NONLİNEER SİSTEMLER İÇİN KAYAN SEKTÖR İÇEREN DEĞİŞKEN YAPILI KONTROL CU TASARIMI” adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

Tez Danışmanı, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, G.Ü.

Prof. Dr. Şefaaddin YÜKSEL

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, G.Ü.

Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, G.Ü.

Doç. Dr. Ömer KELEŞ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, G.Ü.

Doç. Dr. Tayfun ÇİMEN

ROKETSAN Roket Sanayii ve Ticaret A.Ş.

Tarih: 10/5/2012

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Sinan ÖZCAN

NONLİNEER SİSTEMLER İÇİN KAYAN SEKTÖR İÇEREN DEĞİŞKEN YAPILI KONTROLÇU TASARIMI

(Yüksek Lisans Tezi)

Sinan ÖZCAN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Mayıs 2012

ÖZET

Bu çalışmada bir grup doğrusal olmayan sistemin kontrolü için Değişken Yapılı Kontrol yöntemleri incelenmiş, Kayan Kipli Kontrol (KKK) ve Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol (KSDYK) algoritmaları karşılaştırılarak Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) ile KSDYK tasarımı önerilmiştir.

Çalışmada sunulan kontrol yönteminin temelini oluşturan kayan sektör, durum uzayı içerisinde yer alan ve Sistem durumları sektör içerisine girdiği zaman belli normlar kullanarak kontrol çabası olmaksızın sistem durumlarını denge noktasına ulaştıracak kararlı bir bölgedir. Böylelikle önerilen yöntemde, KKK yönteminde sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutmak için gereken yüksek frekanslı kontrol (çıtırtı) hareketine ihtiyaç duyulmadan sistem kontrol edilebilmektedir. Doğrusal sistemler için belirli KSDYK algoritmaları geliştirilmesine rağmen doğrusal olmayan sistemler için genel bir tasarım yöntemi bulunmamaktadır. Tez çalışmasında belli zaman aralıkları temel alınarak “n” tane doğrusal zamanla değişmeyen sistem olarak ifade edilebilen bir grup doğrusal olmayan sistem için DBRD ile doğrusal olmayan zamanla değişen kayan sektörler tasarlanmış ve bu sektörler kullanılarak doğrusal olmayan sistemin kontrolü sağlanmıştır.

Önerilen yöntem örnek bir doğrusal olmayan Ters Sarkaç sisteminde benzetim tabanlı uygulanmış ve belirsizlik altındaki sistemin kontrolü başarı ile gerçekleştirilmiştir. Doğrusal olmayan sistemler için DBRD ile KSDYK yönteminin gürbüzlüğü ve kontrolcünün etkinliği, KKK ve Optimal Durum Geri Beslemeli Kontrol ile yine Ters Sarkaç sistemi üzerinde benzetim tabanlı uygulanarak karşılaştırılmıştır.

Bilim Kodu : 914.1.084
Anahtar Kelimeler : Nonlineer Kontrol, Kayan Sektör, Değişken Yapılı Kontrol, Kayan Kipli Kontrol, Riccati Denklemi
Sayfa Adedi : 150
Tez Yöneticisi : Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

**VARIABLE STRUCTURE CONTROL DESIGN WITH SLIDING SECTOR
FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS**

(M.Sc. Thesis)

Sinan ÖZCAN

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

May 2012

ABSTRACT

In this study, Variable Structure Control Systems are considered and Sliding Sector Variable Structure Control (SSVSC) method is proposed for the control of a class of nonlinear systems together with the comparison of Sliding Mode Control (SMC) and SSVSC algorithms.

The method which is presented in this study based on a stable subset of the state space called sliding sector inside which some norm of the system state decreases without any control action. Thus, relatively smoother control signal is obtained as the system is left free inside the predefined sliding sector. Therefore there is no need to high frequency control signal which occurs when the system trajectories are confined to stay on the sliding surface during the implementation of SMC. Although various SSVSC design algorithms are suggested for Linear Time Invariant (LTI) systems, there is no systematic design method for the control of nonlinear systems. In this thesis, a new approach, which provides nonlinear time varying sliding sector design by the solution of State Dependent Riccati Equation (SDRE), is proposed for the control of a class of nonlinear systems where the nonlinear system is frozen at some certain control intervals to get a set of LTI systems.

The proposed method is illustrated by using nonlinear inverted pendulum model and its control is successfully satisfied under the effect of uncertainties. The robustness and effectiveness of the proposed method for nonlinear systems is simulated by comparing the method with the SMC and LQR State Feedback Control.

Science Code : 914.1.084

**Key Words : Nonlinear Control, Sliding Sector, Variable Structure Control,
Sliding Mode Control, Riccati Equation**

Page Number : 150

Adviser : Assoc. Prof. Dr. Metin U. SALAMCI

TEŞEKKÜR

Çalıőmalarım boyunca maddi, manevi desteğini esirgemeyen, değerli yardım ve katkılarıyla beni her zorluk karőısında güçlendirip yönlendiren, Değerli Hocam Metin U. SALAMCI' ya, sonsuz teőekkürlerimi sunarım. Çok değerli yardımlarından dolayı Nurdan BİLGİN'e, gösterdiği sabır ve desteklerinden dolayı Yener ÇETİN'e teşekkür ederim

Her zaman her koşulda yanımda olan eğitim neferleri annem Selva ÖZCAN'a ve babam Mustafa ÖZCAN'a, sabrından dolayı eőim Zeynep ÖZCAN'a sonsuz teőekkürlerimi sunarım

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xvi
1. GİRİŞ	1
2. KAYAN KIPLİ KONTROL	5
2.1. Doğrusal Sistemler İçin Kayan Kipli Kontrol.....	7
2.1.1. Kayma yüzeyi tasarımı.....	7
2.1.2. Kontrolcü tasarımı.....	10
2.1.3. Gürbüzlük.....	12
2.2. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin Kayan Kipli Kontrol.....	14
2.2.1. Doğrusal olmayan sistemler için Donma Yöntemi “Freezing Technic” yaklaşımı ile Kayan Kipli Kontrol.....	15
2.2.2. Doğrusal olmayan sistemler için Lyapunov yaklaşımı ile doğrudan Kayan Kipli Kontrol tasarımı	20
3. KAYAN SEKTÖR DEĞİŞKEN YAPILI KONTROL (KSDYK)	26
3.1. Doğrusal Sistemler için KSDYK	27
3.1.1. Sektör tasarımı.....	31
3.1.1. Kontrolcü tasarımı.....	34
3.1.2. Gürbüzlük.....	38
3.2. Doğrusal Olmayan Sistemler için KSDYK	40

Sayfa

3.2.1. Doğrusal olmayan sistemler için Durum Bağımlı Diferensiyel Riccati Denklemi (DBDRD) ile KSDYK tasarımı.....	41
3.2.2. Doğrusal olmayan sistemler için önerilen Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) ile KSDYK tasarımı.....	45
3.1.2. Doğrusal olmayan sistemler için iki KSDYK yönteminin Karşılaştırması.....	51
4. UYGULAMA: TERS SARKAÇ SİSTEMİ	57
4.1. Ters Sarkaç Sistemi Durum Denklemleri.....	58
4.2. Ters Sarkaç Sistemine Önerilen DBRD ile KSDYK Uygulanması ve Benzetim Sonuçları.....	60
4.3. Ters Sarkaç Sistemine Önerilen Lyapunov Yaklaşımı ile KKK Uygulanması ve Benzetim Sonuçları.....	82
4.4. Ters Sarkaç Sistemine DBRD ile LQR Uygulanması ve Benzetim Sonuçları	99
5. SONUÇ	107
KAYNAKLAR.....	109
EKLER.....	113
EK-1 Ters Sarkaç sistemi önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı ana program.....	114
EK-2 Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon.....	117
EK-3 Ters Sarkaç sistemi, Sistem matrislerini bulduran fonksiyon.....	119
EK-4 Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu.....	120
EK-5 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı ana program.....	125
EK-6 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon.....	127
EK-7 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu.....	128
EK-8 Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol ana program.....	132
EK-9 Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrolcü bulduran fonksiyon	134
EK-10 Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu	135

Sayfa

EK-11 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDY tasarımı ana program.....	139
EK-12 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduranfonksiyon.....	142
EK-13 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu	145
ÖZGEÇMİŞ	150

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1 İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi	5
Şekil 2.2 İdeal kayma fazı (kayma hareketi).....	6
Şekil 2.3 Gerçek sistemlerde kayma fazı (kayma hareketi).....	11
Şekil 3.1 “ $n_1 = 1, n_2 = 2$ ” olan 3. Dereceden bir sistem için kayan sektör.....	31
Şekil 3.2 ikinci dereceden bir sistem için İç ve Dış sektörler.....	34
Şekil 3.3 Hysteresis+ölü bölge fonksiyonu ” $\sigma(s(x), \delta(x))$ ”	37
Şekil 3.4 DBDRD ile KSDYK sistem durumları.....	53
Şekil 3.5 DBRD ile KSDYK sistem durumları.....	53
Şekil 3.6 DBDRD ile KSDYK kontrol çabası	54
Şekil 3.7 DBRD ile KSDYK kontrol çabası	54
Şekil 3.8 DBDRD ile KSDYK kayan sektör	55
Şekil 3.9 DBRD ile KSDYK kayan sektör	55
Şekil 3.10 DBDRD ile KSDYK kayma yüzeyi ve faz portresi.....	56
Şekil 3.11 DBRD ile KSDYK kayma yüzeyi ve faz portresi	56
Şekil 4.1 Ters Sarkaç sistemi.	57
Şekil 4.2 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)	62
Şekil 4.3 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	62
Şekil 4.4 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	62
Şekil 4.5 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	63
Şekil 4.6 Kontrol çabası ($\theta_0 = 30^\circ$).....	63
Şekil 4.7 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 30^\circ$)	64
Şekil 4.8 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 30^\circ$).....	65

Şekil	Sayfa
Şekil 4.9 Kayan Sektör ($\theta_0 = 30^\circ$)	66
Şekil 4.10 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)	67
Şekil 4.11 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	67
Şekil 4.12 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	67
Şekil 4.13 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	68
Şekil 4.14 Kontrol çabası ($\theta_0 = 60^\circ$).....	68
Şekil 4.15 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	69
Şekil 4.16 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 60^\circ$).....	70
Şekil 4.17 Kayan Sektör ($\theta_0 = 60^\circ$)	71
Şekil 4.18 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)	72
Şekil 4.19 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)	72
Şekil 4.20 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)	72
Şekil 4.21 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	73
Şekil 4.22 Kontrol çabası ($\theta_0 = 165^\circ$).....	73
Şekil 4.23 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	74
Şekil 4.24 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 165^\circ$).....	75
Şekil 4.25 Kayan Sektör ($\theta_0 = 165^\circ$)	76
Şekil 4.26 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)	77
Şekil 4.27 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	77
Şekil 4.28 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	77
Şekil 4.29 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	78
Şekil 4.30 Kontrol çabası ($\theta_0 = 87^\circ$).....	78
Şekil 4.31 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	79

Şekil	Sayfa
Şekil 4.32 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 87^\circ$).....	80
Şekil 4.33 Kayan Sektör ($\theta_0 = 87^\circ$)	81
Şekil 4.34 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	83
Şekil 4.35 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)	83
Şekil 4.36 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)	83
Şekil 4.37 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)	84
Şekil 4.38 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 30^\circ$).....	84
Şekil 4.39 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	85
Şekil 4.40 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 30^\circ$)	86
Şekil 4.41 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	87
Şekil 4.42 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)	87
Şekil 4.43 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)	87
Şekil 4.44 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)	88
Şekil 4.45 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 60^\circ$).....	88
Şekil 4.46 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	89
Şekil 4.47 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 60^\circ$)	90
Şekil 4.48 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	91
Şekil 4.49 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	91
Şekil 4.50 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	91
Şekil 4.51 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)	92
Şekil 4.52 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 165^\circ$)	92
Şekil 4.53 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	93
Şekil 4.54 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 165^\circ$)	94

Şekil	Sayfa
Şekil 4.55 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	95
Şekil 4.56 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	95
Şekil 4.57 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	95
Şekil 4.58 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	96
Şekil 4.59 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 87^\circ$).....	96
Şekil 4.60 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	97
Şekil 4.61 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 87^\circ$).....	98
Şekil 4.62 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	100
Şekil 4.63 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$).....	100
Şekil 4.64 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 30^\circ$).....	100
Şekil 4.65 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	101
Şekil 4.66 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$).....	101
Şekil 4.67 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 60^\circ$).....	101
Şekil 4.68 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	102
Şekil 4.69 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$).....	102
Şekil 4.70 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 165^\circ$).....	102
Şekil 4.71 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	103
Şekil 4.72 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$).....	103
Şekil 4.73 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 87^\circ$).....	103

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
$u(t)$	Kontrol girişi
J	Kuadratik performans indeksi
Q	Simetrik, pozitif tanımlı veya pozitif yarı tanımlı bir matris
P	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
R	Simetrik, pozitif tanımlı bir matris
$s(x)$	Kayma Yüzeyi
z	Dönüştürülmüş koordinatlar
T_r	Koordinat dönüşüm matrisi
\bar{A}	Koordinat dönüşümü yapılmış sistem matrisi
\bar{B}	Koordinat dönüşümü yapılmış kontrol matrisi
M	Kontrol edilebilirlik matrisi
A_{red}	İndirgenmiş sistem matrisi
C	Kayma yüzeyi eğim matrisi
u_{eq}	Eşdeğer Kontrol girişi
η	Pozitif sabit bir katsayı
k	Pozitif sabit bir katsayı
u_d	Sürekli kontrol girişi
$L(t)$	Lyapunov fonksiyonu
\mathcal{S}	Kayan sektör
$\delta(x)$	Kayan Sektör Kuadratik Fonksiyonu
Δ	Pozitif yarı tanımlı simetrik matris
S	Kayma yüzeyi eğim vektörü
\mathcal{S}_i	İç sektör

Simgeler	Açıklama
S_o	Dış sektör
K	Pozitif sabit bir katsayı
α	0 ila 1 arasında Pozitif sabit bir katsayı
l	Sarkaç uzunluğu
b	Sürtünme katsayısı
g	Yerçekimi ivmesi
M	Platformun kütlesi
θ	Sarkaç konum açısı
m	Sarkaç kütlesi
Kısaltmalar	Açıklama
KKK	Kayan Kipli Kontrol
DYK	Değişken Yapılı Kontrol
KSDYK	Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol
DBDRD	Durum Bağımlı Diferansiyel Riccati Denklemi
DBRD	Durum Bağımlı Riccati Denklemi
DYS	Değişken Yapılı Sistem

1. GİRİŞ

Değişken Yapılı Kontrol teorisi 1960'lı yıllarda Sovyetler Birliğinde çalışılmaya başlanmış fakat dünya genelinde öğrenilip yayılması 1980'lerin başında olmuştur. Değişken yapının anlamı, sistemin durum değişkenlerinin geri beslenmesine ek olarak kontrolcü yapısının da kontrol işlemi sırasında değişmesidir [30].

Değişken Yapı teorisi ile birlikte dünyaya sunulan ve teorinin özel bir uygulaması olan Kayan Kipli Kontrol (KKK), diğer kontrol yaklaşımlarından farklı olarak birçok üstünlük ortaya koymaktadır. Bunlardan en önemlisi, KKK'nın gürbüzlük özelliği olarak nitelenen, belirli tipteki parametre değişimlerine ve/veya dış etkilere karşı duyarsız olmasıdır. KKK'nin diğer bir üstünlüğü ise, geçici sistem cevabının daha kolay şekillendirilebilmesi ve hızlı cevap elde edilebilmesidir. Kontrol sinyalinin değişken yapılı olmasına rağmen, parametre değişimlerine karşı duyarsızlık özelliği (Gürbüzlük) nedeniyle özellikle belirsiz ve/veya nonlineer sistemlerin denetimi için KKK üzerinde yoğun olarak araştırmalar yapılmaktadır [2, 32].

Kayan Kipli Kontrolün belirgin özelliği, sistem yörüngelerinin "Kayma Yüzeyi" diye adlandırılan bir hiper-yüzey üzerinde tutulmaya çalışılmasıdır. Bu nedenle, kontrolcü farklı iki kontrol sinyali arasında anahtarlama yapmaktadır. Genel olarak KKK tasarımı iki faza ayrılabilir. Bunlar; yaklaşma fazı ve kayma fazıdır. Yaklaşma fazında; sistemin yörüngesi kayma yüzeyine ulaşmadan önce bir kontrol kuralı ile sistem kayma yüzeyine doğru yöneltilir. Kontrol, sistemin tüm durumlarını kayma yüzeyinde yer almaya zorladığı zaman kayan kip meydana gelir [30-31]. Bir kere sistem kayma yüzeyine ulaştıca sistem dinamikleri, yüzeyi belirleyen dinamik ile tanımlanır. Bu nedenle, kontrolcünün amacı kayma fazında sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutmak olarak tanımlanır ve kontrolcü sistemi yüzey boyunca işaret fonksiyonu ile anahtarlama yaparak tutmaya çabalar. Sistem yüzey üzerinde kayma yüzeyi denklemleri ile tanımlandığı için, belirli türdeki belirsizlikler ve dış bozuculardan etkilenmeden davranması sağlanmış olur.

KKK teorisinin özellikle gürbüzlük konusundaki avantajlarına karşın uygulamalarda karşılaşılan bazı olumsuz yanları da vardır. Bunların başında, sistemin kayma

yüzeyinde anahtarlama yapmasından ötürü kontrol sinyalinde meydana gelen yüksek frekanslı yön değiştirme kontrol girişidir. Bu özellik, literatürde "çıtırtı" (chattering) problemi olarak adlandırılır.

Çıtırtı probleminin giderilmesi yönünde birçok çalışma yapılmıştır. Çalışmaların bazılarında sistem, tasarlanan kayma yüzeyi yerine kayma yüzeyi etrafında tanımlanmış bir sınır katmanı içerisine yönlendirilmektedir. Böylelikle kontrol sinyali katman içerisinde anahtarlama yapmadan (veya daha düşük frekansla anahtarlama yaparak) sistemin kayma yüzeyi etrafında kalması sağlanır. Ancak, sınır katman içerisinde kararlılığın hala sistemin iç dinamiklerine bağlı olması nedeni ile bozucu ve belirsizlik gibi durumlarda kararlılığın sağlanmasında zorluklar yaşanmaktadır [23,35].

Kontrol giriş sinyalindeki çıtırtının giderilmesine yönelik bir başka yaklaşım ise, daha yüksek mertebeli Kayan Kipli Kontrol kullanmaktır. Böylelikle kontrol sinyalindeki yüksek frekanslı değişim, bir nevi entegral alınarak, daha yumuşak hale dönüştürülmektedir. Ancak bu yaklaşımda, kazançların ve diğer kontrol parametrelerinin bu gibi yüksek dereceli kayma yüzeyleri kullanılarak bulunması zorluğu bir dezavantaj olarak çalışmalara yansımıştır [33-36,39].

Bir diğer çalışmada, anahtarlamaı sağlayan ve çıtırtı probleminin ana kaynağı olan işaret fonksiyonu yerine anahtarlamaı neden olmayacak farklı fonksiyonlar önerilmiş ve denenmiştir. Bu çalışmaların dezavantajı, yine sınır katman çalışmalarında olduğu gibi kararlılık olarak yansımıştır [2,14,15].

Kontrol sinyalinde oluşan çıtırtı problemini çözmeye dönük başka bir yaklaşım ise kayma yüzeyi yerine sistemin yörüngelerini kayma yüzeyi etrafında oluşturulan bir sektör içerisinde tutmaktır. Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol (KSDYK) (Sliding Sector Variable Structure Control) olarak adlandırılan bu yaklaşımda, çıtırtı probleminin giderilmesi yanında, KKK'daki gürbüzlük avantajı da korunabilmektedir.

Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol (KSDYK) yöntemi, KKK uygulamasında oluşan çitirtı problemini ortadan kaldırmak amacıyla ortaya atılmış bir Değişken Yapılı Kontrol türüdür. Yapısı itibari ile KKK teorisine benzemesine rağmen ikisi arasındaki temel fark sistemin kontrolünde kayma yüzeyi yerine kayma sektörü ya da bölgesi tanımlanmasıdır. Böylece sistem yörüngeleri tasarlanan kararlı bir bölgenin içerisine doğru yönlendirilmeye çalışılarak kontrolcü genliği ve kontrol sinyalindeki yüksek frekanslı değişim optimize edilebilir. Daha önce de belirtildiği gibi, KKK içerisinde tasarlanan kayma yüzeyi düzlemsel olmasından dolayı sistemin yüzey üzerinde tutulması işaret fonksiyonu ile mümkündür. İşaret fonksiyonunun sebep olduğu yüksek frekanslı çitirtı nedeni ile başka fonksiyon tipleri ile problem giderilebilse dahi bu fonksiyonlar sistemin kararlılığı üzerinde kötü etkiler bırakabilmektedir.

Doğrusal sistemler için farklı KSDYK tasarım yöntemi geliştirilmesine rağmen doğrusal olmayan sistemler için her sisteme uygulanabilecek standart bir KSDYK tasarım yöntemi oluşturulamamıştır. Korondi ve ark. tarafından yapılan çalışmada; doğrusal olmayan sistem belli bir koordinat dönüşümü ile birçok alt doğrusal sisteme bölünmekte ve elde edilen alt sistemler içerisinden bazıları seçilerek bu sistemlere göre Kayan Sektörler tasarlanmaktadır. Kullanılan kayan sektör tasarım yöntemi farklılık göstermekte, kontrol süreci boyunca iki adet kayma yüzeyi tasarlanarak kayan sektör olarak bu iki yüzeyin arası tanımlanmaktadır. Yöntem içerisinde iki büyük dezavantaj mevcuttur. Bunlar; (i) kararlılık ve (ii) doğrusal olmayan sistemin dönüşümüdür. Doğrusal olmayan sistemin derecesi arttıkça dönüşüm yapmak ve kararlı bir sektör tanımlamak gittikçe zorlaşmaktadır [17,19].

Doğrusal olmayan sistemler için Kayan Sektör Kontrol tasarımında yapılan başka bir çalışmada, Furuta ve ark. doğrusal olmayan sistemin kontrolü için sistemi belli zaman aralıklarında doğrusal kabul edip doğrusal tasarım yöntemleri ile kayan sektör tasarımı yapmışlardır. Burada kararlılık problemi yaşanmadan tasarım yapılmakta ve yapılan tasarım için Durum Bağımlı Diferansiyel Riccati Denklemi (DBDRD) kullanılmaktadır [9].

Bu tez çalışmasında doğrusal olmayan sistemler için yeni bir KSDYK tasarım yöntemi önerilmektedir. Çalışmada doğrusal olmayan sistemlerde kayan sektör tasarımı için Durum Bağımlı Diferansiyel Riccati Denklemi yerine Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) kullanılmaktadır. Böylelikle Riccati Denklemlerinin çözümünde daha kolaylık elde edilmekte ve kontrol algoritmasının pratik uygulaması kolaylaşmaktadır. Burada doğrusal olmayan sistem belli zaman aralıklarında durum değişkenlerine bağlı olarak doğrusallaştırılmakta ve Kayan Sektör tasarımı doğrusal sistem için yapılmaktadır. Her bir zaman diliminde elde edilen doğrusal Kayan Sektörler, zaman içerisinde durum değişkenlerinin değişimine bağlı olarak güncellenmektedir. Önerilen yeni kontrol algoritmasının etkinliği uygulama kısmında bir fiziksel sistem ile benzetim tabanlı örneklenmiştir.

Doğrusal sistemlerin Kayan Kipli Kontrolü için gereken koordinat dönüşümünden kurtulmak içinde bazı çalışmalar yapılmış ve kararlılık, dönüşüm yapılmasına gerek duyulmaksızın Lyapunov denklemleri ile kanıtlanmıştır [37]. Bu çalışmanın üzerine Furuta ve ark. tarafından yine KSDYK da olduğu gibi DBDRD kullanılarak yöntem doğrusal olmayan sistemler için uyarlanmıştır [9].

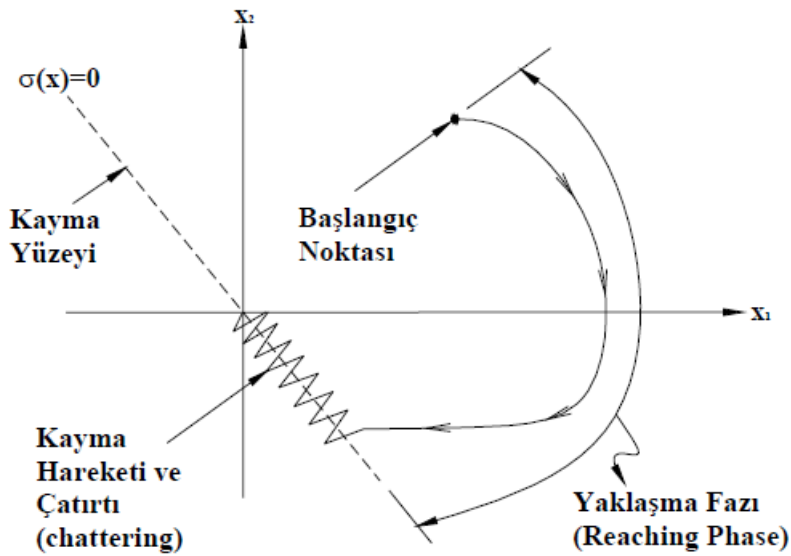
Bu tez çalışmasında ayrıca doğrusal olmayan sistemlerin Kayan Kipli Kontrolünde de DBRD kullanımı ile Lyapunov yaklaşımı önerilmektedir. Kayan Sektörde olduğu gibi tasarımın etkinliği uygulama kısmında fiziksel bir sisteme benzetim tabanlı uygulanarak örneklenmiştir.

Kayan Sektör Kontrol tasarımı, KKK tasarımında kullanılan kayma yüzeyi belirlenmesine dayandığı için, tez çalışmasının 2. Bölümünde Kayan Kipli Kontrol teorisi özetlenmektedir. Çalışmanın 3. Bölümünde, Kayan Sektör Kontrol teorisi irdelenerek, doğrusal olmayan sistemler için yeni bir KSDYK algoritması önerilmekte ve mevcut yöntemlerle kıyaslaması yapılmaktadır. Önerilen yöntemin etkinliğini göstermek üzere, doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerle tanımlanan ters sarkaç mekanizmasına KSDYK algoritması uygulanmakta ve benzetim sonuçları verilmektedir. Çalışmanın son bölümünde ise, sonuç ve değerlendirmeler yer almaktadır.

2. KAYAN KIPLİ KONTROL (KKK)

Kayan Kipli Kontrol, sistemin sahip olduğu belli türdeki belirsizliklerden ve bozucu etkilerinden neredeyse bağımsız olma özelliği nedeniyle güdüm kontrolünden model takibine kadar birçok kontrol uygulamasına konu olmuş ve bazı pratik uygulamaları da gerçekleştirilebilmiştir [3].

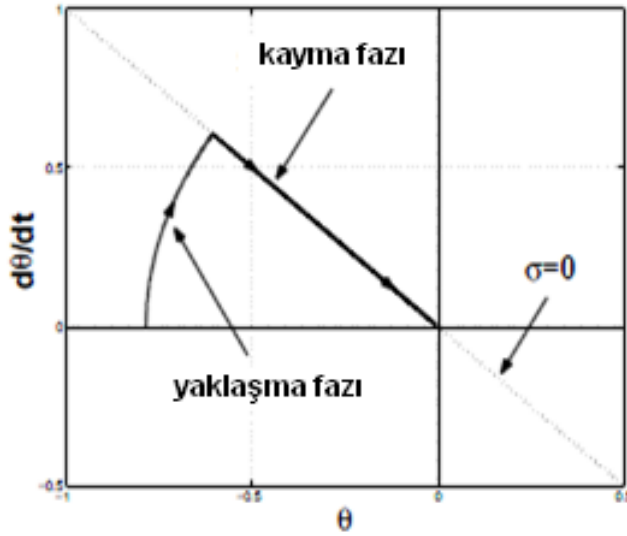
KKK tasarımında kontrol edilmesi amaçlanan sistem, “Kayma Yüzeyi” olarak adlandırılan üzerinde kararlı davranış sergileyeceği bir hiper yüzey üzerinde davranmaya zorlanır. Kontrol girişinin iki bileşeni vardır, bunlardan ilki “eşdeğer kontrolcü” denilen bir kontrolcü, diğeri ise sistemi kayma yüzeyi üzerinde tutmaya çalışan yüksek frekanslı anahtarlama tipi kontrolcüdür. Eşdeğer kontrolcü olarak adlandırılan kontrolcü, sistemi başlangıç koşullarından alıp kayma yüzeyine getirirken, süreksiz kontrol kısmı ise bu noktadan sonra devreye girerek sistemin kayma yüzeyi üzerinden ayrılmamasını sağlar. Böylece Kayan Kipli Kontrol; yaklaşma ve kayma fazı (kayma hareketi) olarak adlandırılan iki ana bölümden oluşur.



Şekil 2.1 İkinci dereceden bir sistem için doğrusal kayma yüzeyi [4]

- Yaklaşma fazı Şekil 2.1’de görüldüğü üzere sistemin belli bir başlangıç koşulundan eşdeğer kontrolcü kullanılarak kayma yüzeyine doğru yönlendirilmeye çalışıldığı fazdır.
- Kayma fazı (kayma hareketi) yine Şekil 2.1’de görüldüğü üzere sistemin süreksiz kontrolcü kullanılarak kayma yüzeyi üzerinde denge noktasına doğru yönlendirilmeye çalışıldığı fazdır.

İdeal sistemlerde, eşdeğer kontrolcü kullanılarak kayma yüzeyi üzerine yönlendirilen sistem pürüzsüz bir şekilde denge noktasına gider. Kayma hareketi esnasında süreksiz kontrol sinyaline gerek yoktur. Kayma fazına girmiş ideal sistem davranışı, kayma yüzeyi kararlılığına bağlı olarak denge noktasına ulaşır.



Şekil 2.2 İdeal kayma fazı (kayma hareketi)

Modellenemeyen bozucu etkileri ve parametre belirsizlikleri nedeniyle uygulamada sistemler teorik sonuçlardan farklı davranış sergilemektedir. Bu yüzden Kayan Kipli Kontrol içerisinde süreksiz kontrol sinyaline ihtiyaç vardır. Sistemlere uygulanan süreksiz kontrolcü sistemin Şekil 2.2’deki gibi bir kontrol hareketi yapmasına olanak vermez ve sistemleri kayma yüzeyi etrafında çitirtı yapmaya zorlar. Şekil 2.1’de çitirtı görülmektedir.

Kayan Kipli Kontrol tasarım süreci iki adımdan oluşur.

- I. Sistemi denge noktasına ulaştıracak kararlı bir kayma yüzeyi tasarımı
- II. Sistemin kayma yüzeyine çekilmesini sağlayan eşdeğer kontrolcü ve sistemin kayma yüzeyinde tutulmasını sağlayan süreksiz kontrolcü tasarımı

Kayan Kipli Kontrol uygulaması sırasında, yüksek mertebeli sistemler, belli bir koordinat dönüşümü uygulanarak kontrol terimi olan ve kontrol terimi olmayan iki alt sisteme indirgenirler. Böylece sistemler daha basit bir kontrol algoritması kullanılarak ve daha gürbüz kontrol edilebilirler. Kayma yüzeyi tasarımı kontrol terimi olmayan alt sistemi kararlı yapacak şekilde tasarlanmalıdır. Doğrusal sistemler için KKK tasarım süreci aşağıdaki altbölümde ele alınmaktadır.

2.1. Doğrusal Sistemler İçin Kayan Kipli Kontrol

Durum uzayında doğrusal sistemin dinamik denklemleri genel olarak Eş. 2.1 ile tanımlanabilir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.1)$$

Eş. 2.1 gibi bir doğrusal sistem için $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $x \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$ ve (A, B) kontrol edilebilir olsun.

2.1.1. Kayma yüzeyi tasarımı

Doğrusal sistem için doğrusal bir kayma yüzeyi;

$$s(x) = Cx \quad (2.2)$$

eşitliği ile tanımlanır. Burada, $C \in \mathcal{R}^{m \times n}$ eğim matrisidir ve kayma yüzeyinin kararlılığı bu eğim matrisinin seçimine bağlıdır. Kayma yüzeyi olarak adlandırılan “ $s(x)$ ” fonksiyonu genelleştirilmiş bir Lyapunov fonksiyonudur[30-31].

Kayma yüzeyi tasarımı ve kontrolcü tasarımı için daha öncede belirtildiği gibi sistem, bir doğrusal koordinat dönüşüm matrisi yardımıyla $(n-m)$ boyutlu ve (m) boyutlu iki alt sisteme bölünür. Koordinat dönüşümü, sistemin alt sistemlerini de kontrol edilebilir yapacak şekilde uygun bir “ T_r ” dönüşüm matrisi seçilmesi ile

başlar. Bu seçimde “QR decomposition” yöntemi kullanılabilir. Fakat seçilen dönüşüm matrisinin tekil olmaması gerekmektedir.

Eş. 2.1 deki “A” ve “B” matrisleri;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}, \quad x \in \mathcal{R}^n, u \in \mathcal{R}^m \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlansın ve “ T_r ” dönüşüm matrisi olsun. Koordinat dönüşümü basitçe;

$$z = T_r x \quad (2.4)$$

gibidir. Burada “ z ” koordinatı durum değişkeni vektörünün türevi alınır, dönüştürülmüş sistem

$$\dot{z} = T_r \dot{x} \quad (2.5)$$

$$\dot{z} = T_r [Ax + Bu] \quad (2.6)$$

$$\dot{z} = T_r [A(T_r^{-1}z) + Bu] \quad (2.7)$$

$$\dot{z} = T_r A T_r^{-1} z + T_r B u \quad (2.8)$$

Eş. 2.8 deki gibi elde edilmiş olur. Eş. 2.1 de yer alan “A” matrisi;

$$\bar{A} = T_r A T_r^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

“ \bar{A} ” olarak yeniden tanımlanır. Burada;

$$\bar{A}_{11} \in \mathcal{R}^{(n-m) \times (n-m)}, \bar{A}_{12} \in \mathcal{R}^{(n-m) \times m}, \bar{A}_{21} \in \mathcal{R}^{m \times (n-m)}, \bar{A}_{22} \in \mathcal{R}^{m \times m}$$

şeklinde tanımlıdır.

Eş. 2.1 de yer alan “B” matrisi ise dönüşümden sonra;

$$\bar{B} = T_r B = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

“ \bar{B} ”, $\bar{B}_2 \in \mathcal{R}^{m \times m}$ olarak yeniden tanımlanır.

Böylece Eş. 2.1’de yer alan doğrusal zamanla değişmeyen sistem, dönüşüm uygulandıktan sonra Eş. 2.11.a ve Eş. 2.11.b deki son şekline getirilmiş olur.

$$\dot{z}_1 = \bar{A}_{11}z_1 + \bar{A}_{12}z_2 \quad (2.11.a)$$

$$\dot{z}_2 = \bar{A}_{21}z_1 + \bar{A}_{22}z_2 + \bar{B}_2u \quad (2.11.b)$$

$$z_1 \in \mathcal{R}^{(n-m)}, z_2 \in \mathcal{R}^m \text{ ve } u \in \mathcal{R}^m$$

Dönüşüm matrisi “ T_r ” Eş. 2.1 de yer alan doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemi, kontrol terimi olmayan Eş. 2.11.a sistemine ve kontrol terimi olan Eş. 2.11.b sistemine dönüştürebilir şekilde seçilmelidir. Ayrıca koordinat dönüşümü ile elde edilecek olan Eş. 2.11.a sistemi kontrol edilebilir olmalıdır. Dönüşüm tamamlandıktan sonra sistem kontrol edilebilir alt sistemlere bölündükten sonra kayma yüzeyi tasarımı bu yeni alt sistemler temel alınarak tasarlanmalıdır.

Eş. 2.2 de yer alan kayma yüzeyi denklemi sisteme koordinat dönüşümü uygulandıktan sonra;

$$s(z) = Cz \quad (2.12)$$

şeklinde yeniden oluşturulur.

$$s(z) = [C_1 \ C_2] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Burada $C_1 \in \mathcal{R}^{1 \times (n-m)}$, $C_2 \in \mathcal{R}^1$ olarak tanımlıdır ve sıfırdan farklıdırlar. Eğer Eş. 2.12 da yer alan kayma yüzeyi sıfıra eşitlenirse;

$$s(z) = [C_1 \ C_2] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.14)$$

$$s(z) = C_1z_1 + C_2z_2 = 0 \quad (2.15)$$

$$z_2 = -C_2^{-1}C_1z_1 \quad (2.16)$$

Eş. 2.16 elde edilir. Eş. 2.16, indirgenmiş sistemin kontrol terimi olmayan alt sisteminin içine, yani Eş. 2.11.a da yerine yazılırsa;

$$\dot{z}_1 = [\bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}C_2^{-1}C_1]z_1 \quad (2.17)$$

ifadesi elde edilir. Burada;

$$A_{red} = [\bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}C_2^{-1}C_1] \quad (2.18)$$

indirgenmiş sistem matrisidir. Eş. 2.17 ile gösterilen sistemin kararlı olması için “ A_{red} ” matrisinin özdeğerlerinin gerçekte kısımları negatif olmak zorundadır.

“ A_{red} ” indirgenmiş sistem matrisinin elde edilmesinden sonra kayma yüzeyi eğim matrisi klasik ve bilinen yöntemlerle elde edilebilir. Kök yerleştirme yöntemi ve Lineer Kuadratik Regülâtör (LQR) en çok kullanılan yöntemlerdendir. Eğim matrisinin bulunması ile doğrusal zamanla değişmeyen sistemin doğrusal zamanla değişmeyen kayma yüzeyi elde edilmiş olur.

2.1.2. Kontrolcü tasarımı

Daha önce de belirtildiği gibi Eş. 2.1 de verilen doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin Kayan Kipli Kontrol ile kontrol edilebilmesi için eşdeğer ve süreksiz olmak üzere iki farklı kontrolcü tanımlanması gerekmektedir.

Sistemi kayma yüzeyi üzerine yönlendirecek olan eşdeğer kontrolcü “ u_{eq} ” ve sistemin kayma yüzeyi üzerinde kalmasını sağlayacak olan aynı zamanda Kayan Kipli Kontrol içerisinde çitirtti hareketine neden olan süreksiz kontrolcü “ u_d ”

Eş. 2.11.a ve 2.11.b de verilen indirgenmiş sistemin, kayma yüzeyi üzerinde ideal kararlı bir kayan kip oluşturabilmesi için sistemin yüzey üzerinde zamana bağlı türevinin sıfır olması gerekmektedir. Buna göre;

$$\dot{s}(z) = 0 \quad (2.19)$$

$$\dot{s}(z) = C_1\dot{z}_1 + C_2\dot{z}_2 = 0 \quad (2.20)$$

$$\dot{s}(z) = C_1(\bar{A}_{11}z_1 + \bar{A}_{12}z_2) + C_2(\bar{A}_{21}z_1 + \bar{A}_{22}z_2 + \bar{B}_2u) = 0 \quad (2.21)$$

Eş. 2.11.a ve Eş. 2.11.b indirgenmiş sistem denklemleri Eş. 2.20 de yerine yazılırsa Eş. 2.21 elde edilir. Eşdeğer kontrolcü bulunabilmesi için Eş. 2.21 içerisinde kontrol terimi “u” nün çekilmesi yeterlidir. Böylece eşdeğer kontrolcü;

$$u_{eq} = (C_2\bar{B}_2)^{-1}[(C_1\bar{A}_{11} + C_2\bar{A}_{21})z_1 + (C_1\bar{A}_{12} + C_2\bar{A}_{22})z_2] \quad (2.22)$$

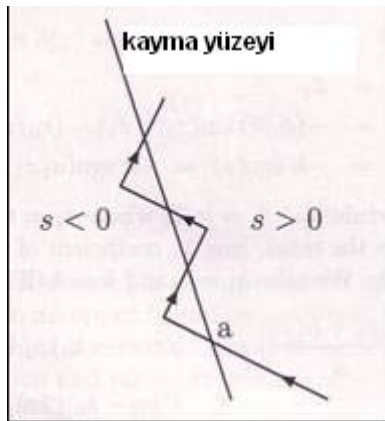
şeklinde elde edilir.

Daha önce de belirtildiği gibi ideal kayan kip hareketinde eşdeğer kontrolcü sistemi kontrol etmek için yeterlidir. Gerçek sistemler ideal sistem davranışı göstermediğinden dolayı Kayan Kipli Kontrol tasarımında süreksiz kontrolcüye ihtiyaç vardır. Kayma hareketinin garanti edilebilmesi için Değişken Yapılı Kontrol Kuralı diye adlandırılan bir Lyapunov aday fonksiyonu kullanılmalıdır[30].

Buna göre kayma yüzeyi;

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x) < 0 \quad (2.23)$$

ifadesini sağlayacak biçimde tasarlanmalıdır.



Şekil 2.3 Gerçek sistemlerde kayma fazı (kayma hareketi)

Eş. 2.23'ü sağlayacak kontrolcü

$$u = u_{eq} - k \text{sign}[s(z, t)] \quad (2.24)$$

şeklinde olmalıdır. İşaret fonksiyonu taşıyan terim;

$$u_d = -k \text{sign}[s(z, t)] \quad (2.25)$$

Sürekli kontrolcü olarak adlandırılır. Burada “ k ” sıfırdan farklı pozitif bir katsayıdır. “ k ” katsayısının seçimi çırtı ve gürbüzlük konusunda büyük önem arz eder. Katsayı ne kadar büyük olursa sistem dış etkenlere karşı bir o kadar duyarsızlaşır. Fakat büyük katsayı çırtı genliğini değeri oranında artırır. Bu yüzden “ k ” sistem gereksinimlerine göre titizce seçilmelidir. Böylece Eş. 2.1 de verilen sistem üzerine etkiyecek toplam kontrol;

$$u_{tot} = u_{eq} + u_d \quad (2.26)$$

şeklinde ifade edilir.

2.1.3. Gürbüzlük

Gerçek fiziksel sistemlerin matematik modellenmesi sırasında birçok veri kaybı yaşanabilir. Bu veri kayıplarının yanı sıra modelleme sırasında yapılan kabuller, çevresel şartlar gibi bozucular ve ayrıca sistem parametrelerinin içersinde yer alan belirsizlikler tasarlanan kontrolcü etkinliğini düşüren ve hatta tamamen etkisiz kılan durumlara yol açabilirler. Sistemlerin kontrolü sırasında bu tür durumların bertaraf edilebilmesi için kontrol tasarımlarının gürbüzlük esas alınarak yapılması gerekmektedir.

Kayan Kipli Kontrol bilinen en gürbüz kontrol metotlarından birisidir. Sistemin kayma yüzeyine çekilmesinden sonra modelin içindeki karmaşıklıktan çok kayma yüzeyinin kararlılığı önem arz eder. Kayma yüzeyi daha önce belirtilen kurallar esas alınarak tasarlandı ise sistem yüzey üzerine geldikten sonra kontrol sistemden bağımsız bir şekilde amaca yönelik çalışmaya başlar. Burada kullanılan bağımsızlık ibaresi Kayan Kipli Kontrol yönteminin gürbüzlük seviyesinin ne kadar yüksek olduğunun bir kanıtıdır.

Doğrusal zamanla değişmeyen ve bozucu içeren basit bir sistem için dinamik denklem,

$$\dot{x} = Ax + B[u + d(x, t)] \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilsin. Burada “ $d(x, t)$ ” fonksiyonu bozucu ve belirsizlik fonksiyonu olup, fonksiyonun vektör normu

$$\|d(x, t)\| \leq F \quad (2.28)$$

Şeklinde bilinen bir sıklalar “ $F(x, t)$ ” fonksiyonu ile sınırlandırılırsa, böyle bir sistem için kayma yüzeyi,

$$s(x) = Cx \quad (2.29)$$

ifadesi ile tanımlanırken, sistemi kayma yüzeyi üzerine yönlendirecek olan eşdeğer kontrolcü ve süreksiz kontrolcü,

$$u_{eq} = (CB)^{-1}CAx \quad (2.30)$$

$$u_d = -k \text{sign}(s(x)) \quad (2.31)$$

şeklinde elde edilir. Buradan toplam kontrol girişi

$$u = u_{eq} + u_d \quad (2.32)$$

olur. Sistemin Eş. 2.23 de verilen Değişken Yapılı Kontrol kuralına uyması için,

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(x) < 0 \quad (2.33)$$

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (2.34)$$

$$s(x)[CAx + CBu + CBd] < 0 \quad (2.35)$$

Şartını sağlaması gerekmektedir. Burada Eş. 2.34 içerisinde kontrol girişi “ u ” yerine yazılırsa Değişken Yapılı Kontrol kuralı,

$$F - k \text{sign}|s(x)| < 0 \quad (2.36)$$

haline gelir. Şartın sağlanabilmesi için sıfırdan büyük pozitif “ k ” sabit katsayısının,

$$k > F||x|| \quad (2.37)$$

Olması gerekir.

Görüldüğü üzere Eş. 2.27 parametre belirsizlikleri ve bozucu etkileri gereksinimlere göre yeterince büyük “ k ” katsayısı seçilmesi ile bertaraf edilebilmektedir.

2.2. Doğrusal Olmayan Sistemler İçin Kayan Kipli Kontrol

Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü doğrusal sistemlere göre oldukça karmaşık ve zordur. Bu zorluğun ana nedeni doğrusal olmayan sistemlerin zamana bağlı tahmin edilebilen bir davranış göstermemeleridir.

Doğrusal sistem çözümleri için birçok yöntem olmasına karşın doğrusal olmayan sistemlerde çözüm yöntemleri oldukça kısıtlıdır. Genelde başvurulan en yaygın çözüm yöntemi doğrusal olmayan sistemin belli denge noktaları etrafında doğrusallaştırılmasıdır. Bu yöntem, sistemin kısıtlı bölgelerde kontrol edilmesine ve denge noktaları etrafından uzaklaştıkça tasarlanan kontrol etkinliğinin yitirilmesine neden olur.

Kayan Kipli Kontrol içerisinde doğrusal olmayan sistemler için geliştirilmiş özel bir kontrol algoritması bulunmamaktadır. Doğrusal olmayan sistemler için yine daha önce belirtilen tasarım yöntemleri uygulansa da kayma yüzeylerinin ve kontrolcülerin tasarımının yapılması oldukça zordur. Tasarlanan kayma yüzeyi denge noktaları etrafında kararlılık gösterirken denge noktaları etrafından uzaklaştıkça yüzey, kararsız davranış gösterebilir. Kayan Kipli Kontrol’ de yapıtaşı sayılan kayma yüzeyi kararlılığı sağlanamaz ise sistemin bu yöntemle kontrolü neredeyse imkânsızdır.

Daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi sistemlerin kayan kip ile kontrolü için, daha basit alt sistemlere indirgenmesi gerekmektedir. Bu bağlamda hesaplanan dönüşüm matrisi ile sistemler indirgenir fakat doğrusal olmayan sistemlerde bahsi edilen dönüşümü gerçekleştirecek dönüşüm matrisi bulmak oldukça zordur. Hatta bazı durumlarda dönüşüm matrisi bulunamayabilir.

Bu şartlar altında bazı farklı yaklaşımlar ve kabuller altında doğrusal olmayan sistemlerin Kayan Kipli Kontrol'ü yapılabilir. 2.2 (2.2.1 ve 2.2.2) altbölümünde doğrusal olmayan sistemlerin Kayan Kipli Kontrolü için kullanılabilecek iki yöntem özetlenmektedir.

2.2.1. Doğrusal olmayan sistemler için Donma Yöntemi yaklaşımı ile Kayan Kipli Kontrol

Donma Yöntemi (“Freezing Technique”) kullanılarak Kayan Kipli Kontrol uygulamasında doğrusal olmayan sistem; tasarımcı tarafından belirlenen her bir kontrol aralığında dondurulur ve durum değişkenlerinin dondurulmuş her zaman aralığındaki değerlerine göre doğrusallaştırılır. Doğrusallaştırma sonucu her zaman aralığı için elde edilen doğrusal sistemlere göre tasarım yapılır. Tasarım yapılırken doğrusal sistemler için var olan tasarım yöntemleri kullanılır. Sonuç olarak doğrusal olmayan sistem “ n ” tane alt doğrusal sisteme çevrilmiş ve kontrol edilmiş olur. Her bir alt sisteme göre tasarlanan kayma yüzeyi toplamda zamanla değişen eğim katsayılarına sahip bir kayma yüzeyi olur. Tasarlanan bütün kayma yüzeyleri kararlı olmak zorundadır. Doğrusal olmayan sistemlerin bu yaklaşım ile kontrol edilebilmesi için sistem üzerinde zamanla oluşacak değişikliklerin küçük değişiklikler olduğu kabulü yapılmaktadır. (Bkz. Slowly Varying Systems [21]).

Aşağıdaki gibi doğrusal olmayan bir sistem düşünülürse,

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)u(t) \quad (2.38)$$

Eş. 2.38 de verilen doğrusal olmayan sistem,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)u(t) \quad (2.39)$$

şeklinde durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem olarak ifade edilebilir. Burada $x(t) \in \mathcal{R}^n$, $u(t) \in \mathcal{R}^m$, $A(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times m}$ olarak tanımlıdır. Durum bağımlı katsayı matrisleri ise, $f(x, t) = A(x, t)x$ ve $g(x, t) = B(x, t)$ eşitliklerinden elde edilebilir. Görüldüğü üzere, durum bağımlı katsayı matris $A(x, t)$ seçimi tek değildir, yani birden fazla seçenek mevcuttur. Birçok seçenek içerisinde durum

bağımlı katsayı matrisinin hangisinin kullanılacağı konusunda en önemli kriter $\{A(x, t), B(x, t)\}$ matris çiftinin noktasal kontrol edilebilir şartını sağlaması gerekliliğidir [38].

Daha öncede belirtildiği gibi Eş. 2.39 da verilen sistemin Kayan Kipli Kontrolü için sistem kontrol terimini içeren ve içermeyen kontrol edilebilir alt sistemlere indirgenmelidir. Bu koordinat dönüşümü, bulunacak dönüşüm matrisi “ T_r ” ile gerçekleştirilecektir. Sistem zamanla değişen bir sistem olduğu için her zaman aralığında farklı bir dönüşüm matrisi kullanılarak yeniden her zaman aralığı için indirgenmelidir. Bu nedenle kullanılacak olan dönüşüm matrisi de zamanla değişen olmalıdır. Eş. 2.39 da yer alan Doğrusal Olmayan ve Zamanla Değişen sistem “ $t = t_0$ ” anında dondurulursa,

$$A(x, t) = A(x_0, t_0) = A_0 \quad (2.40)$$

$$B(x, t) = B(x_0, t_0) = B_0 \quad (2.41)$$

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 u \quad (2.42)$$

Eş. 2.42 deki gibi doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem elde edilir. Bu sistemde kayma yüzeyi tasarımı yapılabilmesi için “ $T_r(t_0)$ ” dönüşüm matrisi kullanılarak sistem,

$$z = T_r(t_0)x \quad (2.43)$$

$$\dot{z} = T_r(t_0)[A_0 x + B_0 u] \quad (2.44)$$

$$\dot{z} = T_r(t_0)[A_0 T_r^{-1}(t_0)z + B_0 u] \quad (2.45)$$

$$\dot{z} = T_r(t_0)A_0 T_r^{-1}(t_0)z + T_r(t_0)B_0 u \quad (2.46)$$

$$\bar{A}_0 = [T_r(t_0)A_0 T_r^{-1}(t_0)] = \begin{bmatrix} \bar{A}_{011} & \bar{A}_{012} \\ \bar{A}_{021} & \bar{A}_{022} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$\bar{B}_0 = T_r(t_0)B_0 u(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_{02}(t) \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\dot{z}_1 = \bar{A}_{011}z_1 + \bar{A}_{012}z_2 \quad (2.49.a)$$

$$\dot{z}_2 = \bar{A}_{021}z_1 + \bar{A}_{022}z_2 + \bar{B}_{02}u \quad (2.49.b)$$

Eş. 2.49 da yer alan indirgenmiş sisteme dönüştürülür. Böylece “ $t = t_0$ ” anında kayma yüzeyi,

$$s_0(z) = C_{02}z_2 + C_{01}z_1 \quad (2.50)$$

şeklinde tanımlanırsa ve sifıra eşitlenirse,

$$s_0(z) = C_{02}z_2 + C_{01}z_1 = 0 \quad (2.51)$$

$$z_2 = -C_{02}^{-1}C_{01}z_1 \quad (2.52)$$

$$\dot{z}_1 = [\bar{A}_{011} - \bar{A}_{012}C_{02}^{-1}C_{01}]z_1 \quad (2.53)$$

ifadesi elde edilir. Burada;

$$A_{0\ red} = [\bar{A}_{011} - \bar{A}_{012}C_{02}^{-1}C_{01}] \quad (2.54)$$

“ $t = t_0$ ” anında indirgenmiş sistem matrisidir. Eş. 2.42 de verilen doğrusal zamanla değişmeyen sistem için tasarlanan kayma yüzeyinin kararlı olması için “ $A_{0\ red}$ ” matrisinin özdeğerlerinin gerçek kısımlarının negatif olması gereklidir. Daha önce de belirtildiği gibi bu noktadan sonra değişik kontrol yöntemleri izlenerek kayma yüzeyi eğimleri bulunabilir. Kayma yüzeyi tasarımı yapıldıktan sonra “ $t = t_0$ ” anında doğrusal zamanla değişmeyen sisteme etkiyecek olan eşdeğer ve süreksiz kontrolcü,

$$u_{0\ eq} = (C_{02}\bar{B}_{02})^{-1}[(C_{01}\bar{A}_{011} + C_{02}\bar{A}_{021})z_1 + (C_{01}\bar{A}_{012} + C_{02}\bar{A}_{022})z_2] \quad (2.55)$$

$$u_{0\ d} = -k_0\ sign[s_0(z)] \quad (2.56)$$

ifadeleri ile Bölüm 2.1.2 de anlatıldığı gibi doğrusal tasarım yöntemleri uygulanarak elde edilirler.

Böylece “ $t = t_0$ ” anında bütün kontrol parametreleri elde edilmiş olmaktadır. Fakat sistem birçok zaman aralığında dondurulacağı için yukarıda anlatılan basamaklar her

aralık için tekrar edilir. Genelleştirilmiş bir formülasyon yapılacak olursa Eş. 2.39 da verilen durum bağımlı zamanla değişen sistemin kontrol terimi içeren ve içermeyen kontrol edilebilir alt sistemlere indirgenebilmesi için zamanla değişen bir “ $T_r(t)$ ” dönüşüm matrisi gereklidir. Bu dönüşüm matrisi ile sistem,

$$z(t) = T_r(t)x(t) \quad (2.57)$$

$$\dot{z}(t) = \dot{T}_r(t)x(t) + T_r(t)\dot{x}(t) \quad (2.58)$$

$$\dot{z}(t) = \dot{T}_r(t)T_r^{-1}(t)z(t) + T_r(t)A(t)T_r^{-1}(t)z(t) + T_r(t)B(t)u(t) \quad (2.59)$$

$$\dot{z}(t) = [\dot{T}_r(t)T_r^{-1}(t) + T_r(t)A(t)T_r^{-1}(t)]z(t) + T_r(t)B(t)u(t) \quad (2.60)$$

Eş. 2.60 daki haline getirilmiş olur. Burada dönüşüm matrisinin türevli ifadesinin denklem içerisinde yer aldığı gözükmektedir. Denkleme bu terimin eklenmesinin nedeni dönüşüm matrisinin zamanla değişen olup her zaman aralığında elde edilecek olan yeni zamanla değişmeyen sistem için yeni bir dönüşüm matrisinin bulunması gerekliliğidir. Dönüşüm matrisinin zamana göre türevi,

$$\dot{T}_r(t) = \frac{T_r(t_i) - T_r(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.61)$$

denklemleri yardımıyla bulunur. Burada “ t_0 ” aralığı için ifadenin değeri sıfırdır.

İndirgenmiş sistemin matrisleri;

$$\bar{A}(t) = [\dot{T}_r(t)T_r^{-1}(t) + T_r(t)A(t)T_r^{-1}(t)] = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11}(t) & \bar{A}_{12}(t) \\ \bar{A}_{21}(t) & \bar{A}_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (2.62.a)$$

$$\bar{B}(t) = T_r(t)B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.62.b)$$

şeklinde elde edilirler. Böylece sistem her zaman aralığında,

$$\dot{z}_1(t) = \bar{A}_{11}(t)z_1(t) + \bar{A}_{12}(t)z_2(t) \quad (2.63.a)$$

$$\dot{z}_2(t) = \bar{A}_{21}(t)z_1(t) + \bar{A}_{22}(t)z_2(t) + \bar{B}_2(t)u(t) \quad (2.63.b)$$

şekilde indirgenmiş olur. Her zaman aralığı için tasarlanan zamanla değişmeyen doğrusal kayma yüzeyi bütün sistem için zamanla değişen eğimlere sahip kayma yüzeyi,

$$s(t, z) = C_2(t)z_2(t) + C_1(t)z_1(t) \quad (2.64)$$

halini alır. Kayma yüzeyi denklemini sıfıra eşitlenirse

$$s(t, z) = C_2(t)z_2(t) + C_1(t)z_1(t) = 0 \quad (2.65)$$

$$z_2(t) = -C_2^{-1}(t)C_1(t)z_1(t) \quad (2.66)$$

Eş. 2.66 elde edilmiş olur. Eş. 2.66, indirgenmiş sistem denklemini (Eş. 2.63.a) içerisinde yerine yazılırsa,

$$\dot{z}_1(t) = \bar{A}_{11}(t)z_1(t) - \bar{A}_{12}(t)C_2^{-1}(t)C_1(t)z_1(t)$$

$$\dot{z}_1(t) = [\bar{A}_{11}(t) - \bar{A}_{12}(t)C_2^{-1}(t)C_1(t)]z_1(t) \quad (2.67)$$

elde edilir. Parantez içerisinde kalan kısım,

$$A_{red}(t) = \bar{A}_{11}(t) - \bar{A}_{12}(t)C_2^{-1}(t)C_1(t) \quad (2.68)$$

şeklinde tanımlanır. Kayma yüzeyinin kararlı olabilmesi için her zaman aralığında indirgenmiş sistem " $A_{red}(t)$ " matrisinin öz değerlerinin gerçekteki kısımları negatif olmak zorundadır. Eşdeğer ve süreksiz kontrolcü,

$$\dot{s}(t, z) = \dot{C}_2(t)z_2(t) + C_2(t)\dot{z}_2(t) + \dot{C}_1(t)z_1(t) + C_1(t)\dot{z}_1(t) = 0 \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \dot{s}(t, z) = & [C_2(t)\bar{A}_{21}(t) + \dot{C}_1(t) + C_1(t)\bar{A}_{11}(t)]z_1(t) \\ & + [\dot{C}_2(t) + C_2(t)\bar{A}_{22}(t) + C_1(t)\bar{A}_{12}(t)]z_2(t) + C_2(t)\bar{B}_2(t)u(t) \end{aligned}$$

$$u_{eq} = -[C_2(t)\bar{B}_2(t)]^{-1} \left\{ [C_2(t)\bar{A}_{21}(t) + \dot{C}_1(t) + C_1(t)\bar{A}_{11}(t)]z_1(t) + \dots \right. \\ \left. \dots + [\dot{C}_2(t) + C_2(t)\bar{A}_{22}(t) + C_1(t)\bar{A}_{12}(t)]z_2(t) \right\} \quad (2.70)$$

şeklinde elde edilir. Burada eşdeğer kontrolcü denkleminde kayma yüzeyi eğimlerinin zamana göre türevli terimlerinin yer aldığı gözükmektedir. Dönüşüm

matrisinde olduğu gibi bunun nedeni eğimlerin her zaman aralığında kayma yüzeyini kararlı yapacak şekilde değişmesidir. Böylece her zaman aralığında tasarlanan doğrusal zamanla değişmeyen kayma yüzeyi genel durumda doğrusal zamanla değişen kayma yüzeyi halini almaktadır. Eğimlerin türevleri,

$$\dot{C}_1(t) = \frac{C_1(t_i) - C_1(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \quad , \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.71)$$

$$\dot{C}_2(t) = \frac{C_2(t_i) - C_2(t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}} \quad , \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.72)$$

ifadeleri ile belirlenir. Değişken Yapılı Kontrol kuralı sağlayacak olan süreksiz kontrolcü,

$$u_d = -k \text{sign}[s(t, z)] \quad (2.73)$$

ifadesi gibidir. Burada “ k ” pozitif katsayısı sistem gereksinimlerine göre her aralıkta değiştirilebilir ya da sabit tutulur. İşlem yoğunluğunu arttırmamak adına yeteri kadar büyük seçilerek sabit alınması önerilmektedir.

2.2.2. Doğrusal olmayan sistemler için Lyapunov yaklaşımı ile doğrudan Kayan Kipli Kontrol tasarımı

Doğrusal olmayan sistemlerde Donma Yöntemi ile yapılan tasarımlarda Kayan Kipli Kontrol başarı ile uygulanabilmektedir. Fakat klasik tasarım yapıldığında her zaman aralığında sistemi alt sistemlere indirgemek ve bu indirgeme işlemi için her zaman aralığı içerisinde farklı koordinat dönüşümü matrisi bulunması gerçek zamanlı uygulamalar için ağır işlemci yükleri getirirken işlem zamanlarını oldukça artırır. Bu da kontrol sistemi tasarımlarında istenmeyen bir durumdur. Ayrıca her doğrusal olmayan fiziksel sistem için zaman aralıklarında sürekli farklı bir dönüşüm matrisi olmayabilir.

Önerilen bu yöntemde kayma yüzeyi kararlılığı başka bir şekilde sağlanırken sisteme, indirgemeye gerek kalmaksızın Donma Yöntemi uygulanabilir.

Eş 2.39 da verilen durum bağımlı zamanla değişen sistem “ $t = t_0$ ” anında yine dondurulmuş olsun,

$$\dot{x} = A_0x + B_0u \quad (2.74)$$

Böylece yine doğrusal zamanla değişmeyen sistem elde edilir.

Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem için sistemin durum değişkenlerinin P-norm’u, “ $\|\cdot\|_p$ ” aşağıdaki şekilde tanımlanır [8].

$$\|x\|_p = \sqrt{x^T P x} \quad (2.75)$$

Burada $x \in \mathcal{R}^n, P \in \mathcal{R}^{n \times n}$ olarak tanımlıdır. “ P ” matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik bir matristir.

P-norm’un karesi,

$$L(t) = \|x\|_p^2 = x^T P x > 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n, x \neq 0 \quad (2.76)$$

Lyapunov fonksiyonu adayı olarak seçilirse,

$$\dot{L}(t) = x^T (A^T P + P A) x < 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (2.77)$$

şartını sağlayan mutlak pozitif tanımlı ve simetrik bir “ P ” matrisi bulunabiliyorsa doğrusal zamanla değişmeyen sistem kuadratik kararlıdır denir[8]. Buradan yola çıkılarak Eş. 2.74 de verilen “ $t = t_0$ ” anındaki doğrusal zamanla değişmeyen sistemin kararlı olabilmesi için,

$$\dot{L}(t) = x^T (A_0^T P_0 + P_0 A_0) x < 0 \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (2.78)$$

şartını “ $t = t_0$ ” aralığında sağlaması gerekmektedir. Lyapunov kararlılığının kullanılabilmesi için Eş. 2.39 da verilen sistem her zaman aralığında kontrol edilebilir olmalıdır. Kararlılık şartını sağlayacak mutlak pozitif tanımlı ve simetrik bir “ P_0 ” matrisi,

$$A_0^T P_0 + P_0 A_0 + P_0 B_0 B_0^T P_0 + Q = 0 \quad (2.79)$$

şekildeki Riccati denkleminin çözülmesiyle elde edilir. Burada “ $Q \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” ağırlık matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik matristir. Ağırlık matrisi sistem gereksinimlerine göre seçilmelidir. Ağırlık matrisi tasarımcının isteğine göre her zaman aralığında değiştirilebilir ya da sabit alınabilir. Önerilen kontrol istenildiği gibi gerçekleşiyorsa işlem zamanını kısaltmak için sabit seçilebilir. Riccati denklemi çözümü ile “ $t = t_0$ ” aralığı için “ P_0 ” matrisinin elde edilmesinin ardından “ $t = t_0$ ” aralığı için kayma yüzeyi,

$$s_0(x) = S_0 x \quad (2.80)$$

şeklinde tasarlanır. Burada “ $S_0 \in \mathcal{R}^{m \times n}$ ” olup “ $t = t_0$ ” aralığındaki eğim matrisidir.

$$S_0 = B_0^T P_0 \quad (2.81)$$

Denklemi ile belirlenir. Böylelikle sistemin dönüm matrisi kullanılarak indirgenmesine gerek kalmadan kayma yüzeyini kararlı yapacak eğimleri, doğrudan Riccati denklemi çözümü ile elde edilmiş olur.

Eşdeğer ve süreksiz kontrolcü “ $t = t_0$ aralığında,

$$u_{0eq} = -(S_0 B_0)^{-1} S_0 A_0 x \quad S_0 \in \mathcal{R}^{m \times n}, A_0 \in \mathcal{R}^{n \times n}, B_0 \in \mathcal{R}^{n \times m}, x \in \mathcal{R}^n \quad (2.82)$$

$$u_{0d} = -k \text{sign}[s_0(x)] \quad (2.83)$$

ifadeleri ile tasarlanır. Yukarıda ifade edilen tasarım adımları her zaman aralığı için tekrarlanır. Daha önce de yapıldığı gibi genelleştirilmiş bir formülasyon yapılacak olursa Eş. 2.39 da verilen durum bağımlı zamanla değişen sistem için kararlı bir kayma yüzeyi tasarımı,

$$\dot{L}(t) = x^T(t)(A^T(x,t)P(x,t) + P(x,t)A(x,t) + \dot{P}(x,t))x(t) < 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (2.84)$$

şartını sağlayan mutlak pozitif tanımlı ve simetrik bir “ $P(x,t)$ ” matrisi bulunabiliyorsa yapılabilir. Burada “ $P(x,t)$ ” matrisi durum bağımlıdır. Her zaman aralığı için farklı “ $P(x,t)$ ” matrisi elde edilmelidir. Bu yüzden Eş. 2.84 içerisinde

“ $P(x, t)$ ” matrisinin türevli ifadesi yer almaktadır. Bulunacak durum bağımlı mutlak pozitif tanımlı simetrik “ $P(x, t)$ ” matrisi,

$$A^T(x, t)P(x, t) + P(x, t)A(x, t) + P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) + \bar{Q}(x, t) = 0 \quad (2.85)$$

ifadesi ile verilen DBRD'nin çözülmesi ile elde edilebilir. Lyapunov fonksiyonunun türevinden, durum bağımlı zamanla değişen sistemin kararlılığı için

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) &= x^T(t) \left(A^T(x, t)P(x, t) + P(x, t)A(x, t) + \dot{P}(x, t) \right) x(t) < 0 \\ &= x^T(t) \left(P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) - Q(x, t) + \dot{P}(x, t) \right) x(t) < 0 \\ &= x^T(t) \left(P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) - \bar{Q}(x, t) \right) x(t) < 0 \end{aligned} \quad (2.86)$$

Ağırlık “ $\bar{Q}(x, t)$ ” matrisinin,

$$\bar{Q}(x, t) = Q(x, t) - \dot{P}(x, t) \quad (2.87)$$

şartını sağlaması gerekir. “ $P(x, t)$ ” matrisi bulunması ile durum bağımlı kayma yüzeyi eğim matrisi

$$S(x, t) = B^T(x, t)P(x, t) \quad (2.88)$$

şeklinde elde edilir. Böylelikle Eş. 2.39 da verilen sistem için durum bağımlı kayma yüzeyi,

$$s(x, t) = S(x, t)x(t) \quad (2.89)$$

ifadesi ile belirlenmiş olur. Kontrolcülerin belirlenebilmesi için kayma yüzeyi türevi sifıra eşitlenirse,

$$\dot{s}(x, t) = S(x, t)\dot{x}(t) + \dot{S}(x, t)x(t) = 0 \quad (2.90)$$

$$\dot{s}(x, t) = S(x, t)(A(x, t)x(t) + B(x, t)u(t)) + \dot{S}(x, t)x(t) = 0 \quad (2.91)$$

$$u_{eq}(t) = -(S(x, t)B(x, t))^{-1}[S(x, t)A(x, t)x(t) + \dot{S}(x, t)x(t)] \quad (2.92)$$

$$u_d(t) = -k(x, t)\text{sign}(s(x, t)) \quad (2.93)$$

şeklinde eşdeğer ve süreksiz kontrolcü terimleri belirlenmiş olur. Bu kontrolcüler için Eş. 2.23 de verilen Değişken Yapılı Kontrol kuralı,

$$s(x, t)\dot{s}(x, t) < 0 \quad (2.94)$$

$$s(x, t)[S(x, t)(A(x, t)x(t) + B(x, t)u(t)) + \dot{S}(x, t)x(t)] < 0 \quad (2.95)$$

Kontrol girişi “ $u(t)$ ” Eş. 2.95 de yerine yazılırsa,

$$-k(x, t)|s(x, t)| < 0 \quad (2.96)$$

“ $k(x, t)$ ” pozitif katsayıları için sağlanmış olur. “ $k(x, t)$ ” katsayısı, belirsizlik ve bozucu etkisindeki sistemlerde her zaman aralığı için Bölüm2.1.3 de anlatıldığı gibi gürbüzlüğü sağlayacak şekilde seçilmelidir. Burada eşdeğer kontrolcü içerisinde yer alan eğim matrisinin zaman bağlı türevi

$$\dot{S}(x, t) = \frac{S(x, t_i) - S(x, t_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.97)$$

ifadesi ile elde edilir. Sonuç olarak Eş. 2.39 da verilmiş doğrusal olmayan bir sistem doğrusal alt sistemlere ayrılarak önerilen Lyapunov yaklaşımı ile koordinat dönüşümüne gerek duyulmaksızın Kayan Kipli Kontrol ile kontrol edilebilir [8][9][37]. Tasarım basamakları maddeler halinde sıralanacak olursa,

- I. Doğrusal olmayan sistem için belirli bir “ t ” anında “ A_t ” ve “ B_t ” matrisi elde edilmesiyle sistem doğrusal hale getirilir. Burada elde edilen matrisler kontrol edilebilir olmalıdır.
- II. Lyapunov teoremine göre sistemi kararlı yapacak bir mutlak pozitif tanımlı simetrik bir “ $\bar{Q}_t \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” ağırlık matrisi belirlenmelidir. Ağırlık matrisi her zaman aralığı için işlem kolaylığı bakımından Eş. 2.87 de verilmiş şartı sağlamak koşulu ile sabit alınabilir
- III. DBRD’nin çözülmesi ile mutlak pozitif tanımlı simetrik bir “ P_t ” matrisi elde edilir. Böylece kayma yüzeyi eğim matrisi bulunmuş olur.
- IV. Eğim matrisinin bulunması ile kararlı kayma yüzeyi tasarımı ve kontrolcü tasarımları tamamlanmış olur.

- V. Yukarıda anlatılan dört madde bitiş zamanına kadar her zaman aralığı için tekrarlanır.

3. KAYAN SEKTÖR DEĞİŞKEN YAPILI KONTROL (KSDYK)

Değişken Yapılı Kontrol, sistem önceden tanımlanmış yüzey üzerinde kayma hareketi yaptığı için belli türdeki parametre belirsizliklerinden ve dış bozucu etkilerinden bağımsız kontrol sağlar [8-12]. Sistem, tanımlanan yüzey üzerine geldiği zaman kendi dinamiklerinden çok yüzey kararlılığına göre davranış gösterir. Bu da değişken yapılı kontrol yöntemini bilinen en gürbüz yöntemlerden biri yapmaktadır.

Yapılan ilk Değişken Yapılı Kontrol çalışmalarında sistem yapısını belli bir yüzey üzerinde anahtarlama için doğrusal olmayan bir kontrol uygulanmış fakat anahtarlama frekansının çok yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Böylece Değişken Yapılı Kontrol içerisinde yüksek anahtarlama frekansından kaynaklanan çırtırtı kuramı ortaya atılmıştır [8].

Çırtırtının, kararlılıktan ödün vermeden önlenmesi için birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan en etkili olanı KSDYK yöntemidir. Yöntem; içerisinde sistem yörüngeleri düzlemsel bir yüzey yerine kararlılığı ispatlanmış bir bölge içerisine yönlendirilmeye çalışılmasına dayanmaktadır [8]. Böylece düzlemin üzerinde kalmak için süreksiz kontrolcüye ihtiyaç duyan sistem, kararlı bölge içerisine girdiği zaman hiçbir kontrol girişi olmaksızın denge noktasına doğru gider. Burada kontrol sadece sistemi kararlı bölge içerisine yönlendirmeye çalıştığı için kontrol çabası KKK ya göre azalır. Bu yüzden bu kontrol tipine bazen “Tembel Kontrol (Lazy Control)” de denilmektedir. Süreksiz kontrolcü içerisinde anahtarlama yapan işaret fonksiyonunun, süreksiz kontrolcüye ihtiyaç duyulmaması ile (kullanılmasına gerek duyulmadığından) çırtırtı problemi de ortadan kalkmaktadır [8-12].

Kayan sektör, sistem sektör içerisinde iken bazı normlar kullanılarak sistem durumlarının hiçbir kontrol çabası kullanılmadan kararlı davranış gösterdiği durum uzayının bir alt kümesidir [8-12]. Bölüm 3.1’de doğrusal sistemler için [8]’de önerilen Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol tasarım yöntemi irdelenmektedir.

3.1. Doğrusal Sistemler için KSDYK

KSDYK, seçilen bir Lyapunov fonksiyonunu durum uzayında sürekli olarak azalan yapacak ve fonksiyonun türevli halini seçilen negatif bir değer altında tutacak şekilde tasarlanmalıdır [8]. Sektör içerisinde Lyapunov fonksiyonu değeri hiçbir kontrolcü etkisi olmadan azalmaya devam etmelidir [8]. Sisteme etkiyecek olan KSDYK kontrolcü ancak sistem sektörün dışında iken etkin olmalıdır [8].

Aşağıdaki gibi tek kontrol girişine sahip doğrusal bir sistem tanımlansın,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

Burada $x \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^1$, $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{1 \times n}$ olarak tanımlansın ve sistem (A, B) matrisleri kontrol edilebilir olsun. Böyle bir doğrusal zamanla değişmeyen sistemin “ $\|\cdot\|_p$ ” P-norm’u

$$\|x\|_p = \sqrt{x^T P x} \quad (3.2)$$

şeklinde elde edilir [8]. Burada $x \in \mathcal{R}^n$, $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$ olarak tanımlıdır. “P” matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik bir matristir.

P-norm’un karesi,

$$L(t) = \|x\|_p^2 = x^T P x > 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n, x \neq 0 \quad (3.3)$$

Aday Lyapunov fonksiyonu olarak seçilirse,

$$\dot{L}(t) = x^T (A^T P + P A) x \leq -x^T R x, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (3.4)$$

Eğer Eş. 3.4’ü sağlayan mutlak pozitif tanımlı ve simetrik bir “P” matrisi ve pozitif yarı tanımlı simetrik bir “R” matrisi bulunabiliyorsa Eş. 3.1 de verilen sistem karesel (kuadratik) kararlıdır denilebilir [8]. Burada “ $R = C^T C$ ” ve $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $R \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $C \in \mathcal{R}^{l \times n}$, $l \geq 1$ ve (C, A) matrisleri gözlenebilir olmalıdır.

Kararsız sistemlerde Eş. 3.4 sağlanamaz bu yüzden durum uzayı Eş. 3.4’ü sağlayan ve sağlamayan iki alt kümeye bölünürse,

$$\dot{L}(t) > -x^T R x \quad (3.5.a)$$

$$\dot{L}(t) \leq -x^T R x \quad (3.5.b)$$

Bazı “ $x \in \mathcal{R}^n$ ” durum değişkenleri için Eş. 3.5.a sağlanırken bazı “ $x \in \mathcal{R}^n$ ” durum değişkenleri için Eş. 3.5.b sağlanır. Eş. 3.5.b'nin sağlandığı durum uzayı alt kümesine kayan sektör adı verilir. Kayan sektör içerisine giren sistemin P-norm'u kontrol çabası olmaksızın azalmalıdır [8].

Böylece kayan sektör durum uzayı “ \mathcal{R}^n ” de bir alt kümedir. Bu küme,

$$\mathcal{S} = \{x | x^T (A^T P + P A) x \leq -x^T R x, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.6)$$

Şeklinde tanımlıdır[8-12]. Burada $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$ matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik matris, $R \in \mathcal{R}^{n \times n}$ matrisi pozitif yarı tanımlı simetrik matris $R = C^T C$ ve $C \in \mathcal{R}^{l \times n}$, $l \geq 1$ ve (C, A) matrisleri gözlenebilir olmalıdır.

$$\Omega = A^T P + P A + R \quad (3.7)$$

gibi bir simetrik “ Ω ” matrisi tanımlansın ve kayan sektör alt kümesi yukarıda tanımlanan “ Ω ” matrisine göre;

$$\mathcal{S} = \{x | x^T \Omega x \leq 0, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.8)$$

şeklinde yeniden düzenlensin ve “ Ω ” matrisi için,

$$U^T \Omega U = \text{diagonal}(r_1, r_2, \dots, r_n) \quad (3.9)$$

eşitliğini sağlayacak reel ortogonal $U \in \mathcal{R}^n$ matrisi var olduğu kabul edilirse; (burada r_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) “ Ω ” matrisinin karakteristik kökleridir. “ Ω ” matrisi simetrik olduğu için kök değerleri hepsi reel sayılardır.)

$$\bar{P}_1 = \text{diagonal} \left(\frac{|r_1| + r_1}{2}, \frac{|r_2| + r_2}{2}, \dots, \frac{|r_n| + r_n}{2} \right) \quad (3.10)$$

$$\bar{P}_2 = \text{diagonal} \left(\frac{|r_1| - r_1}{2}, \frac{|r_2| - r_2}{2}, \dots, \frac{|r_n| - r_n}{2} \right) \quad (3.11)$$

şeklinde, sırasıyla " \bar{P}_1 " matrisi " Ω " matrisinin pozitif reel özdeğerlerinden ve " \bar{P}_2 " matrisi " Ω " matrisinin negatif reel özdeğerlerinden oluşan iki diyagonal matris tanımlanabilir[8]. Tanımlanan bu matrisler kullanılarak, Eş. 3.9,

$$U^T \Omega U = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 \quad (3.12)$$

gibi ifade edilebilir.

Tanımlanan " \bar{P}_1 " ve " \bar{P}_2 " matrisleri,

$$P_i = U \bar{P}_i U^T, (P_i \geq 0, i = 1, 2) \quad (3.13)$$

ifadesi ile yeniden tanımlanırsa; Eş. 3.9,

$$\Omega = P_1 - P_2 \quad (3.14)$$

haline getirilmiş olur. Böylece Eş. 3.6 ile verilen Kayan Sektör ifadesi,

$$\mathcal{S} = \{x | x^T (P_1 - P_2) x \leq 0, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.15)$$

$$\mathcal{S} = \{x | x^T P_1 x - x^T P_2 x \leq 0, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.16)$$

$$\mathcal{S} = \{x | x^T P_1 x \leq x^T P_2 x, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.17)$$

$$s^2(x) = x^T P_1 x \geq 0 \quad (3.18.a)$$

$$\delta^2(x) = x^T P_2 x \geq 0 \quad (3.18.b)$$

tanımlanan kuadratik fonksiyonlar. Eş. 3.18.a ve Eş. 3.18.b, Eş. 3.17 de yerine yazılırsa,

$$\mathcal{S} = \{x | s^2(x) \leq \delta^2(x), x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.19)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Ortogonal matrislerin elde edilmesinde "Schur Decomposition" yöntemi kullanılabilir. Yukarıdaki işlemler ile elde edilen " P_1 " ve " P_2 " matrislerinin rankı,

$$n_i = \text{rank}(P_i), \quad i = 1,2 \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlansın ve,

$$n = n_1 + n_2 + n_3 \quad (3.21)$$

“ Ω ” matrisinin özdeğerlerinin sayısı olsun. Burada “ n_1 ” pozitif özdeğerlerin, “ n_2 ” negatif özdeğerlerin ve “ n_3 ” değeri sıfır olan özdeğerlerin sayısıdır. Bu tanımlama ile Eş. 3.19 da verilen kayan sektör ifadesi kullanılarak bazı özel sektörler elde edilebilir[8]. Bunlar aşağıda maddeler halinde verilmiştir.

- Eğer “ Ω ” matrisinin hiç pozitif özdeğeri yoksa ve sadece negatif özdeğerlere sahipse doğrudan kararlıdır. Bu nedenle kayan sektör durum uzayının bir alt kümesi değil durum uzayının kendisidir [8].
- Eğer “ Ω ” matrisi birer adet pozitif ve negatif özdeğere sahipse yani $n_1 = n_2 = 1$ ise Eş. 3.98 de görüldüğü üzere kuadratik fonksiyonlar ile ifade edilen kayan sektör lineer fonksiyonlar ile,

$$\mathcal{S} = \{x \mid |s(x)| \leq |\delta(x)|, \quad x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.22)$$

şeklinde yeniden tanımlanabilir[8]. Burada lineer fonksiyonlar,

$$s(x) = Sx = [s_1 s_2 \dots \dots \dots s_n]x \quad (3.23)$$

$$\delta(x) = Dx = [d_1 d_2 \dots \dots \dots d_n]x \quad (3.24)$$

gibidir. Burada, görüldüğü üzere “ S ” ve “ D ” vektörleri

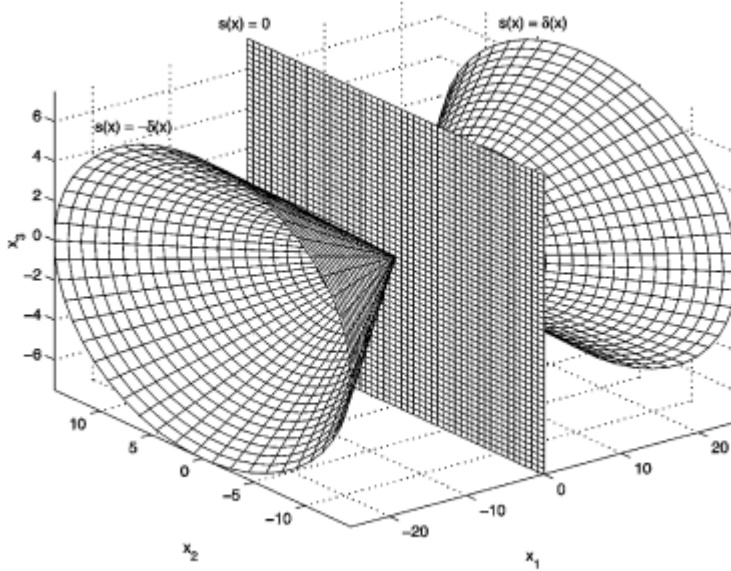
$$P_1 = S^T S \quad (3.25)$$

$$P_2 = D^T D \quad (3.26)$$

eşitliklerini sağlayacak şekilde olmalıdır.

Eş. 3.23 de verilen doğrusal fonksiyon kayma yüzeyi ve “ S ” vektörü kayma yüzeyi eğim vektörüdür. kayma yüzeyi fonksiyonu ve delta fonksiyonunun boyutları ve

sınırladığı bölgeler, eşitliklerle de ifade edildiği üzere kayan sektör boyutlarını belirlemektedir.



Şekil 3.1 “ $n_1 = 1, n_2 = 2$ ” olan 3. Dereceden bir sistem için kayan sektör [8].

Herhangi bir sistem için, Eş. 3.7 ile ifade edilen “ Ω ” matrisinin pozitif özdeğer sayısı “ $n_1 = 1$ ” ise ve negatif özdeğer sayısı “ $n_2 \geq 1$ ” ise elde edilecek olan kayan sektör, Basitleştirilmiş Kayan Sektör (BKS) olarak adlandırılır [8].

Kayan sektör pratik uygulamalarında kullanılan sektör, Basitleştirilmiş Kayan Sektör’dür. Bu sektörün kullanılması tasarımı basitleştirerek kayma yüzeyinin doğrusallığını sağlar[8].

3.1.1. Sektör tasarımı

Basitleştirilmiş Kayan Sektör;

$$S = \{s \mid |s(x)| \leq \delta(x), x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.27)$$

İfadesi ile yeniden tanımlandığında sektör tasarımının yapılabilmesi için,

$$s(x) = Sx, \quad S \in \mathcal{R}^{1 \times n} \quad P_1 = S^T S \quad (3.28)$$

$$\delta(x) = \sqrt{x^T \Delta x}, \quad \Delta \in \mathcal{R}^{n \times n} \text{ ve } \Delta > 0, \quad \Delta = P_2 \quad (3.29)$$

eşitlikleri ile tanımlanmış kayma yüzeyi ve delta kuadratik fonksiyonu içerisinde yer alan “S” Kayma Yüzeyi eğim vektörü ve mutlak pozitif tanımlı simetrik “ Δ ” matrisi belirlenmelidir. Kayan sektörü kararlı yapan ve Eş. 3.4 ü sağlayan “ $P \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” mutlak pozitif tanımlı simetrik matris,

$$A^T P + PA + PBB^T P + Q = 0 \quad (3.30)$$

İfadesi ile tanımlı Riccati denklemi çözümü ile elde edilir. Burada “ $Q \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” ağırlık matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik matristir. Sistem gereksinimlerine göre seçilen “ Q ” ağırlık matrisi ile Eş. 3.30 çözülerek bir mutlak pozitif tanımlı simetrik “ P ” matrisi elde edilmelidir. Riccati denklemi çözümü gerçekleşmiyorsa farklı ağırlık matrisleri seçilerek çözüm aranmalıdır. Önerilen başlangıç ağırlık matrisi sistem boyutu ile uyumlu seçilen birim matristir. Sistem gereksinimlerine göre birkaç iterasyondan sonra daha hassas ağırlık matrisi elde edilebilir. Ağırlık matrisi kontrol algoritmasını tamamıyla değiştireceği için tasarım süreci içerisindeki en önemli parametrelerden biridir [8-12].

Ağırlık matrisinin belirlenmesi ile birlikte Eş. 3.4 de verilen Lyapunov fonksiyonunun türevli ifadesinin sınır değerini belirleyecek pozitif yarı tanımlı “ R ” matrisi elde edilir.

$$R = (1 - r)Q \quad (3.31)$$

Burada “ r ” katsayısı “ $0 < r < 1$ ” aralığında seçilmesi gereken pozitif bir reel sayıdır. Seçilecek katsayı ne kadar büyük olursa sektör o kadar genişler ve sistem daha geniş bir bölge içerisinde tutulur. Katsayı küçülürse sektör daralır ve sistemi tasarlanan sektör içerisinde tutmak için daha çok kontrol sinyali gerekir böylece kontrol çabası artar. “ r ” katsayısı doğrudan performansı etkilediği için seçimi kontrol gereksinimlerine göre yapılmalıdır. Önerilen başlangıç değeri “ $r = 0.5$ ” olarak alınmalıdır [8]. Birkaç iterasyon ile ağırlık matrisinde olduğu gibi daha hassas değerler bulunabilir.

$$\Delta = rQ \quad (3.32)$$

$$S = B^T P \quad (3.33)$$

Eş. 3.34 ve Eş. 3.35 kullanılarak, “S” kayma yüzeyi eğim vektörü ve kuadratik “ $\delta(x)$ ” fonksiyonunu oluşturacak mutlak pozitif tanımlı simetrik “ Δ ” matrisi belirlenir. Kayma yüzeyi eğimleri Eş. 3.33 de görüldüğü üzere Riccati denkleminin çözümü ile elde edilecek olan mutlak pozitif tanımlı simetrik “P” matrisine bağlıdır.

Eş 3.30 da verilen Riccati denklemini çözümü aynı zamanda,

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (3.34)$$

İfadesi ile verilen performans indeksini minimize eder. Burada “ $R = 1$ ” ve “ $N = 0$ ” olarak seçilirse, indeksi minimize eden optimal kazanç,

$$\mathcal{K}_{op} = R^{-1}(B^T P + N^T) \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilir. “R” ve “N” değerleri kazanç ifadesinde yerine yazılırsa optimal kazanç,

$$\mathcal{K}_{op} = B^T P \quad (3.36)$$

haline gelir. Buradan optimal kontrolcü

$$u_{op} = -\mathcal{K}_{op} x \quad (3.37)$$

Gibi elde edilir. Görüldüğü üzere optimal kazanç ile kayma yüzeyi eğim vektörü aynıdır. Bu yüzden KSDYK içerisinde bulunan kayma yüzeyi eğimleri doğrudan optimal eğimlerdir. KSDYK içerisinde kontrol çabalarının klasik Kayan Kipli Kontrol yöntemine göre daha düşük olmasının bir etkeni de budur. Aynı eğimler kullanılarak Kayan Kipli Kontrol, Optimal Durum Geri Beslemeli Kontrol ve KSDYK karşılaştırılabilir.

3.1.2. Kontrolcü tasarımı

Daha öncede belirtildiği gibi sistem sektör içerisine girdiği zaman sistemin P-norm'u herhangi bir kontrol çabasına ihtiyaç duymadan azalmaya başlar. Bu nedenle sistemin sektör içerisinde kontrolcüye ihtiyacı yoktur. Böylece tasarlanması gereken kontrolcü sadece, sistemin kontrol edilmek istenilen durumları sektörün dışında ise bu durumları sektörün içine doğru yönlendirecek olan kontrolcüdür [8-12].

KSDYK tasarımında kontrol iki aşamada gerçekleşir [8].

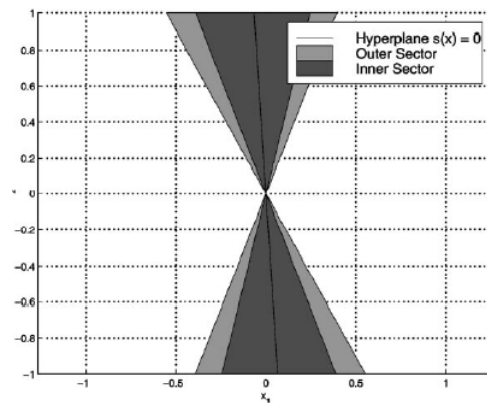
- I. Sistem durumları sektör dışında ise kontrolcü devreye girip durumları sektör içerisine çeker[8].
- II. Riccati denkleminin çözümü ile elde edilen uygun "P" matrisi ile sistemin P-norm'u kararlı bir şekilde sektör içerisinde hiçbir kontrol girişine ihtiyaç duymadan azalmaya başlar[8].

Kontrol edilmek istenilen sistem durumları sektörün sınırındayken oluşabilecek çitirtı problemine karşın kontrolcü tasarımında kayan sektör yeniden iki alt kümeye bölünür[8].

$$\mathcal{S}_i = \{x \mid |s(x)| \leq \alpha\delta(x), x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.38)$$

$$\mathcal{S}_o = \{x \mid \alpha\delta(x) < |s(x)| \leq \delta(x), x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.39)$$

Burada " \mathcal{S}_i " iç sektör ve " \mathcal{S}_o " dış sektör olarak adlandırılır[8].



Şekil 3.2 ikinci dereceden bir sistem için İç ve Dış sektörler [8].

Eş. 3.38 ve Eş. 3.39 da yer alan “ α ” katsayısı $0 < \alpha < 1$ olacak şekilde seçilmesi gereken reel pozitif bir katsayıdır. Daha önce bahsedilen ve sektör boyutlarını değiştiren “ r ” pozitif katsayısı gibi “ α ” da iç ve dış sektör boyutlarında etkindir. Belirlenecek olan “ α ” ya göre sektör alt kümelerinin sınırları değişir. Bu değişim iç sektörde ve dış sektörde uygulanacak kontrolcü farklılığı nedeni ile kontrol çabasını artırır veya azaltır. Büyük “ α ” değerlerinde iç sektör büyür ve kontrol çabası azalır. Bu yüzden daha yavaş bir cevap elde edilir. Tam tersi durumlarda iç sektör daralır. Kontrol çabası artar. Bu yüzden daha hızlı bir cevap elde edilir.

KSDYK tasarımında sistemi sektör içerisine yönlendirecek olan kontrolcü,

$$u = -\sigma(s(x), \delta(x))[(SB)^{-1}(SAx + Ks(x))] \quad (3.40)$$

ifadesi ile elde edilir. Burada yer alan “ K ” katsayısı pozitif bir reel sayı olmakla beraber,

$$K > \left(\frac{SB}{2}, K_0\right)_{max} \quad (3.41)$$

ifadesi ile belirlenir. Burada belirleyici olan parametrelerden biri sistemin sektör dışından iç sektöre yönlendiğini sağlayacak kadar büyük bir “ K_0 ” pozitif katsayısının seçilmesidir. Bu seçim yapılırken, “ K_0 ” katsayısının,

$$2K_0\alpha^2rQ + S^TSA + A^TS^TS > 0 \quad (3.42)$$

şartını sağlaması gerekmektedir. Eş 3.42 ile ifade edilen eşitsizlik, Lyapunov fonksiyonunun kontrol terimi olan,

$$\dot{L}(t) = x^T(A^TP + PA)x + 2x^TPBu \leq -x^TRx, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (3.43)$$

Şeklindeki türevli ifadesi içerisinde kayma yüzeyi ve kontrolcü denklemlerinin açılması ile elde edilmiştir[8]. “ K_0 ” katsayısının kararlılığı sağlayacak minimum değerini belirlemektedir.

Eş. 3.42 de verilen kontrolcü Kayan Kipli Kontrol kurallarına göre tasarlanmaktadır. Şöyle ki, Eş. 3.1 de verilen sistem ve sistemin kayma yüzeyi denklemi Eş 3.28 de verildiği gibi ele alınırsa,

$$\dot{s}(x) = S\dot{x} = 0 \quad (3.44)$$

$$\dot{s}(x) = S\dot{x} = S(Ax + Bu) = 0 \quad (3.45)$$

Eşdeğer kontrolcü,

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}[SAx] \quad (3.46)$$

Şeklinde elde edilir. Hiç bir sistem ideal olmadığından dolayı sistemi yüzey üzerinde tutmak için süreksiz kontrolcü,

$$u_d = Ksign(s(x)) \quad (3.47)$$

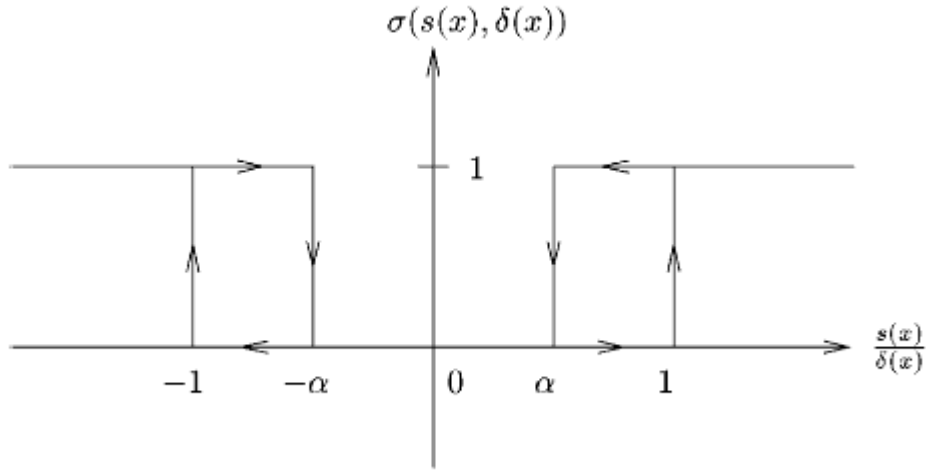
olarak elde edilir. Burada yer alan “ K ” pozitif katsayısı Eş. 3.41 de verilen “ K ” pozitif katsayısı ile aynıdır. KSDYK tasarımında daha öncede belirtildiği gibi işaret fonksiyonu kullanılmadığı ve onun yerine sektör geçişleri Eş. 3.40 da görülen “ $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” fonksiyonu ile kontrol edildiği için, işaret fonksiyonu süreksiz kontrolcü içerisinde çıkarılırsa, toplam kontrol,

$$u = u_{eq} + u_d \quad (3.48)$$

$$u = -(SB)^{-1}(SAx + Ks(x)) \quad (3.49)$$

olur. Eş. 3.49 içerisinde “ $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” eklenirse Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrolcü Eş 3.40 da verildiği gibi elde edilmiş olur. Kontrolcü denkleminde yer alan “ $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” değeri KSDYK için belirleyici bir etkidir. Belirleyici olmasının nedeni sistem durumlarının, sektör içerisinde veya dışarısında olduğuna karar verip bu koşula göre kontrol girişine izin verecek olmasıdır [8]. “ $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” fonksiyonu tasarım içerisinde seçilen “ α ” göz önünde bulundurularak aşağıda verilen grafik yardımıyla bulunur [8]. Daha öncede belirtildiği gibi seçilecek olan “ α ” değerinin rolü kritiktir. Değer büyüdükçe

sektörlerin boyutlarında değişme olacağı için kontrol çabasında da değişimler olacaktır. Bu değer sistem gereksinimlerine göre belirlenmelidir. Önerilen ilk değer “ $\alpha = 0.5$ ” olarak alınmasıdır [8]. İterasyon yapılarak daha hassas değerler elde edilebilir.



Şekil 3.3 Histerisis+ölü bölge fonksiyonu ” $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” [8]

Eş. 3.40 ve Eş. 3.41 kullanılarak,

$$\mathcal{S}_i = \left\{ x \mid \frac{s(x)}{\delta(x)} \leq |\alpha|, x \in \mathcal{R}^n \right\} \quad (3.50)$$

$$\mathcal{S}_o = \left\{ x \mid |\alpha| < \frac{s(x)}{\delta(x)} \leq |\pm 1|, x \in \mathcal{R}^n \right\} \quad (3.51)$$

ifadeleri ile iç ve dış sektörler yeniden yazılırsa, buradan Şekil 3.3’ün ne anlatmak istediği daha açık görülebilir. Daha önce bahsedildiği gibi “ α ” değerinin önemi de matematiksel olarak kanıtlanmaktadır.

Böylece sistem iç ve dış sektörde iken “ $\sigma(s(x), \delta(x))$ ” fonksiyonu değeri,

$$\sigma(s(x), \delta(x)) = \begin{cases} 0 & x \in \mathcal{S}_i \\ \text{değişmez,} & x \in \mathcal{S}_o \\ 1 & x \in \bar{\mathcal{S}} \end{cases} \quad (3.52)$$

ifadesindeki gibi değişir. Eş 3.52 de yer alan değişmez kelimesi, sistem iç sektörden dış sektöre doğru geçiş yaparsa yinede sektör içerisinde kaldığı sürece kontrol girişi uygulama veya sistem sektör dışından dış sektöre giriş yaptıysa kontrol girişini sistem iç sektöre girene kadar uygulamaya devam et anlamı taşımaktadır. Bu algoritma sayesinde i ve dış sektör sınırlarında ıtırıtı önlenmektedir [8].

3.1.3. Gürbüzlük

$$\dot{x} = (A + Bf)x + gBu \quad (3.53)$$

Yukarıdaki ifade ile belirsiz parametrelere ve bozucuya sahip bir sistem tanımlansın[8]. Burada $f \in \mathcal{R}^{1 \times n}$, $g \in \mathcal{R}^1$ olarak tanımlıdır.

Eş. 3.53 de verilen “ f ” vektörünün normu bilinen bir pozitif “ F ” sabiti ile sınırlı olsun ve “ g ” yine bilinen bir pozitif “ g_{min} ” sabiti ile alt sınırlı, “ g_{max} ” pozitif sabiti ile de st sınırlı olsun. Buradan,

$$\|f\| \leq F \quad (3.54)$$

$$0 \leq g_{min} \leq g \leq g_{max} \quad (3.55)$$

ifadeleri elde edilir. Bozucu genliğinin geometrik ortalaması,

$$\dot{g} = \sqrt{g_{min} g_{max}} \quad (3.56)$$

şeklinde olur. Sistemin kazanç payı,

$$\beta = \sqrt{\frac{g_{max}}{g_{min}}} \quad (3.57)$$

şeklinde elde edilir. Burada “ β ” kazanç payı,

$$\beta^{-1} \leq \frac{\dot{g}}{g} \leq \beta \quad (3.58.a)$$

$$\beta^{-1} \leq \frac{g}{\dot{g}} \leq \beta \quad (3.58.b)$$

değerleri arasındadır. Eş. 3.53 ile verilen sistemde sistem matrisleri,

$$\bar{A} = A + Bf \quad (3.59)$$

$$\bar{B} = gB \quad (3.60)$$

şeklinde yeniden düzenlenirse, gürbüz kayan sektör,

$$S_g = \{x | x^T (\bar{A}^T P_g + P_g \bar{A}) x \leq -x^T R_g x, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.61)$$

ifadesi ile yeniden tasarlanmalıdır. Burada yer alan mutlak pozitif tanımlı simetrik “ P_g ” matrisinin elde edilmesinde Eş. 3.30 da verilen Riccati denklemi çözümü aranırken yine Eş. 3.59 ve Eş. 3.60 de yer alan sistem matrisleri kullanılmalıdır. Doğrudan bu matrislerin kullanılması ile yeniden sektör tasarlamak oldukça zordur [8]. Bu yüzden,

$$\gamma^2 Q > \frac{4r}{(1-r)^2} F^2 I_n \quad (3.62)$$

şartını sağlayan bir mutlak pozitif tanımlı simetrik “ Q ” ağırlık matrisi var ise,

$$P_g = P \quad (3.63)$$

$$R_g = (1 - \gamma)R \quad (3.64)$$

olur. Böylece Eş. 3.62 sağlanarak ve burada yer alan $0 < \gamma < 1$ arasında bir “ γ ” pozitif katsayısı kullanılarak belirsizlik içermeyen Eş. 3.1 deki sistem için yapılmış bütün tasarımlar Eş. 3.53 de verilen belirsizlik ve bozucu içeren sistem içinde kullanılabilir [8].

Eş. 3.62 de yer alan “ F ” Eş. 3.54 de verilmiş belirsizlik sınırı ve “ r ” pozitif katsayısı daha önce anlatılan sektör boyutlarını belirleyen katsayıdır. “ I_n ” ise sistem boyutları ile aynı boyuta sahip birim matristir. Eş. 3.62 Lyapunov fonksiyonunun türevli ifadesi kullanılarak elde edilmiştir [8].

Böylece Gürbüz Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrolcü,

$$u = \sigma(s(x), \delta(x))u_o + [1 - \sigma(s(x), \delta(x))]u_i \quad (3.65)$$

ifadesi ile elde edilir. Burada yer alan “ u_o ” ifadesi sistem dış sektörün içindeyken ya da sistem sektör dışında iken uygulanacak kontrolcüyü, “ u_i ” ifadesi sistem iç sektörün içinde iken uygulanacak kontrolcüyü ifade etmektedir.

$$u_o = -\dot{g}^{-1}\{(SB)^{-1}SAx + [(SB)^{-1}K\beta|s(x)| + k_2(x)]\text{sign}(s(x))\} \quad (3.66)$$

$$u_i = -\dot{g}^{-1}k_1(x)\text{sign}(s(x)) \quad (3.67)$$

Burada, “ K ” pozitif katsayı daha önce bahsedilen Eş. 3.41 ve Eş. 3.42 kullanılarak belirlenmelidir. Burada iç sektör ve dış sektör kontrolcüleri içerisinde yer alan pozitif sıklar “ $k_1(x)$ ” ve “ $k_2(x)$ ” fonksiyonlar,

$$k_1(x) > \beta F\|x\| \quad (3.68)$$

$$k_2(x) > \beta F\|x\| + (SB)^{-1}(\beta - 1, 1 - \beta^{-1})_{max}|SAx| \quad (3.69)$$

ifadeleri ile belirlenmelidir. Böylece sistemdeki gürbüzlük yine Kayan Kipli Kontrol de olduğu gibi Eş. 3.68 ve Eş. 3.69 da verilen katsayılar ile sağlanmaktadır. Katsayıların büyümesi gürbüzlüğü arttırırken kontrol çabasını da artırır.

Eş. 3.67 de görüldüğü üzere belirsizlik ve bozucu içeren sistemlerde, sistem iç sektörde iken de kontrol girişi olmaktadır. Eğer gürbüz kontrolcü tasarımında Eş. 3.62 deki ifade ile tasarım yapılırsa iç sektörde sisteme kontrol girişi yapılmasına gerek yoktur [8]. Böylece belirsizlik ve bozucu içermeyen sistemlerde yapılan tasarım gibi işaret fonksiyonu kullanımı bertaraf edilmiş olur.

$$u_i = 0 \quad (3.70)$$

3.2. Doğrusal Olmayan Sistemler için KSDYK

Doğrusal olmayan sistemler için, Kayan Kipli Kontrolde olduğu gibi KSDYK içerisinde de geliştirilmiş özel bir tasarım yöntemi bulunmamakla beraber farklı yaklaşımlar içerisinde çözümler geliştirilmiştir [9,13-15].

KSDYK içerisinde yapılan yaklaşımların temeli daha önce belirtildiği gibi doğrusal olmayan sistemin belli zaman aralıklarında dondurulup durum bağımlı doğrusal

zamanla değişen sistem elde edilmesine ve elde edilen her doğrusal sistem için doğrudan doğrusal tasarım yapılmasına dayanır [9].

Bu çalışmada incelenen yöntemlerde doğrusal olmayan sistem için yapılan tasarımın farklılığı sistemin doğrusal zamanla değişen halinin elde edilmesinden sonra kayma yüzeylerinin ve diğer gerekli parametrelerin belirlenmesinde DBRD ya da DBDRD kullanımından kaynaklanmaktadır [9,13].

3.2.1. Doğrusal olmayan sistemler için DBDRD ile KSDYK tasarımı

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)[u(t) + d(x, t)] \quad (3.71)$$

şeklindeki doğrusal olmayan ve bozucu etkisi altında olan sistem, daha öncede bahsedildiği gibi her zaman aralığı için küçük değişimler gösteriyorsa,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)[u(t) + d(x, t)] \quad (3.72)$$

şeklinde, durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem halinde ifade edilebilir [9]. Burada $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times 1}$, $u \in \mathcal{R}^1$, $x \in \mathcal{R}^n$ şeklinde tanımlıdır. “ $A(x, t)$ ” ve “ $B(x, t)$ ” matrisleri her zaman aralığı için kontrol edilebilir olmalıdır.

Eş. 3.72 de verilen durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem için, kontrol edilmek istenilen durum değişkenleri sektör içerisine girdiği zaman hiçbir kontrol girişi olmaksızın

$$\dot{L}(t) = x^T(t) \begin{bmatrix} \dot{P}(x, t) + A^T(x, t)P(x, t) \\ +P(x, t)A(x, t) \end{bmatrix} x(t) \leq -x^T(t)R(x, t)x(t) \quad (3.73)$$

şartını $\forall x \in \mathcal{S}(t)$ ve $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için sağlayan doğrusal olmayan zamanla değişen (durum bağımlı doğrusal zamanla değişen) kayan sektör,

$$\mathcal{S}(x, t) = \{x | s^2(x, t) \leq \delta^2(x, t), x \in \mathcal{R}^n, t \in \mathcal{R}^+\} \quad (3.74)$$

şeklinde ifade edilir [9]. Burada Eş. 3.73 deki Lyapunov şartını sektör içerisinde sağlayacak “ $P(x, t)$ ” matrisi her zaman aralığı için mutlak pozitif tanımlı simetrik olmalıdır. “ $P(x, t)$ ” matrisi,

$$\begin{aligned} \dot{P}(x, t) = & P(x, t)A(x, t) + A^T(x, t)P(x, t) \\ & - P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) + Q(x, t) \end{aligned} \quad (3.75)$$

ifadesi ile tanımlanan DBDRD çözümü ile elde edilir [9]. Eş. 3.75 de verilen Riccati denklemi adından da anlaşılacağı gibi bir diferansiyel denklem olup analitik bir çözümü yoktur. Bu yüzden “ $t = t_0$ ” başlangıç zaman aralığı için bir “ $P(x(t_0), t_0)$ ” başlangıç koşulu seçilerek sayısal analiz yöntemleri ileri çözüme ulaşılır [9]. Burada “ $P(x(t_0), t_0)$ ” ve “ $P^T(x(t_0), t_0)$ ” matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik olmalıdır. Durum bağımlı zamanla değişen ağırlık matrisi “ $Q(x, t)$ ” her zaman aralığı için mutlak pozitif tanımlı simetrik olmalıdır. Ağırlık matrisi tasarım kolaylığı açısından,

$$Q(x, t) = Q \quad (3.76)$$

bütün zaman aralıkları için sabit olarak seçilebilir. Sistemin performansı büyük oranda ağırlık matrisi seçimi ile ilgili olduğundan tasarım sırasında matris değerleri değiştirilerek birkaç iterasyon ile daha hassas cevaplar elde edilebilir. Eğer,

$$-\bar{Q}(x, t) = 2\dot{P}(x, t) - Q(x, t) \quad (3.77)$$

şartını $\forall x \in \mathcal{R}^n$ ve $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için sağlayan pozitif yarı tanımlı simetrik bir “ $\bar{Q}(x, t)$ ” matrisi bulunabiliyorsa Eş. 3.74 de verilen doğrusal olmayan zamanla değişen (durum bağımlı doğrusal zamanla değişen) kayan sektör,

$$\mathcal{S}(x, t) = \{x \mid |s(x, t)| \leq \delta(x, t), \quad x \in \mathcal{R}^n, t \in \mathcal{R}^+\} \quad (3.78)$$

ifadesi ile yeniden tanımlanabilir [9]. Burada doğrusal olmayan zamanla değişen (durum bağımlı doğrusal zamanla değişen) kayma yüzeyi,

$$s(x, t) = S(x, t)x(t), \quad S(x, t) \in \mathcal{R}^{1 \times n} \quad (3.79)$$

ifadesi ile belirlenir. “ $S(x, t)$ ” doğrusal olmayan zamanla değişen (durum bağımlı doğrusal zamanla değişen) eğim vektörüdür.

$$S(x, t) = B^T(x, t)P(x, t) \quad (3.80)$$

ifadesi ile bulunur. Durum bağımlı zamanla değişen kuadratik “ $\delta(x, t)$ ” fonksiyonu ise,

$$\delta(x, t) = \sqrt{(x^T(t)\Delta(x, t)x(t))} \quad (3.81)$$

şeklinde elde edilir. Eş. 3.81 içerisinde yer alan “ $\Delta(x, t)$ ” matrisi pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris olup,

$$\Delta(x, t) = \bar{Q}(x, t) - R(x, t) \quad (3.82)$$

şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir. Burada “ $R(x, t)$ ” ve “ $\Delta(x, t)$ ” pozitif yarı tanımlı matrisleri seçiminde daha öncede belirtilen,

$$\Delta(x, t) = r\bar{Q}(x, t) \quad (3.83)$$

$$R(x, t) = (1 - r)\bar{Q}(x, t) \quad (3.84)$$

ifadeleri kullanılabilir. “ r ” pozitif katsayısı, Bölüm 3.1.1 de anlatıldığı gibi $0 < r < 1$ aralığında seçilmelidir. “ $R(x, t)$ ” ve “ $\Delta(x, t)$ ” matrisleri durum bağımlı zamanla değişen matrislerdir. Doğrudan ağırlık matrisine bağımlıdır. Bu yüzden ağırlık matrisi Eş. 3.76 da verildiği gibi sabit bir matris olarak seçilirse “ $R(x, t)$ ” ve “ $\Delta(x, t)$ ” matrisleri de aynı şekilde sabit olarak tasarım içerisinde yer alır.

Eş. 3.74 içerisinde yer alan “ $d(x, t)$ ” bozucu ve belirsizlik fonksiyonu olup,

$$|d(x, t)| \leq q(x, t)\|x\| + p(t) \quad , \forall x \in R^n, \forall t \in R^+ \quad (3.85)$$

şeklinde, bilinen “ $q(x, t)$ ” ve “ $p(t)$ ” durum bağımlı pozitif fonksiyonları ile sınırlandırılırsa tasarımı gürbüz yapacak “ $\bar{Q}(x, t)$ ” matrisi,

$$\bar{Q}(x, t) \geq \frac{4r}{(1-r)} q^2(x, t)I^n \quad (3.86)$$

ifadesini de $\forall x \in R^n$ ve $\forall t \in R^+$ için sağlamalıdır [9]. Burada “ I^n ” sistem boyutları ile aynı boyutta olan birim matristir.

Böylece Eş. 3.72 de verilen belirsizlik ve bozucu içeren durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem üzerine, kontrol edilmek istenilen durum değişkenleri sektörün dışında iken etkiyecek kontrolcü,

$$u_{out}(t) = -\beta^{-1}(x, t)[\alpha(x, t) + k_{out}(x, t)sign(s(x, t))] \quad (3.87)$$

şeklinde olurken, kontrol edilmek istenilen durum değişkenleri sektör içerisinde iken sistem üzerine etkiyecek kontrolcü,

$$u_{in}(t) = -k_{in}(x, t)sign(s(x, t)) \quad (3.88)$$

şeklinde olur. Burada “ $\alpha(x, t)$ ” ve “ $\beta(x, t)$ ” durum bağımlı sıklar fonksiyonlar,

$$\alpha(x, t) = x^T(t)P(x, t)\frac{\partial}{\partial t}B(x, t) + \left(B^T(x, t)\dot{P}(x, t) + x^T(t)P(x, t)\frac{\partial B(x, t)}{\partial x}A(x, t) + B^T(x, t)P(x, t)A(x, t) \right) x(t) \quad (3.89)$$

$$\beta(x, t) = x^T(t)P(x, t)\frac{\partial B(x, t)}{\partial x}B(x, t) + B^T(x, t)P(x, t)B(x, t) \quad (3.90)$$

ifadeleri ile elde edilir. Bu denklemler Eş. 2.23 de verilen Değişken Yapılı Kontrol Kuralının Eş. 3.74 de verilen durum bağımlı zamanla değişen sistem üzerinde uygulanması ile elde edilmiştir [9]. Kontrolcülerin içerisinde yer alan “ $k_{out}(x, t)$ ” ve “ $k_{in}(x, t)$ ” durum bağımlı zamanla değişen pozitif katsayıları, Eş. 3.85 de verilen sınırlandırılmış bozucu ve belirsizlik etkilerini bertaraf edecek gürbüzlukte olacak şekilde,

$$k_{out}(x, t) \geq |\beta(x, t)|[q(x, t)||x|| + p(t)] + \varepsilon \quad (3.91)$$

$$k_{in}(x, t) \geq q(x, t)||x|| + p(t) \quad (3.92)$$

ifadelerini $\forall x \in \mathcal{R}^n$ ve $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için sağlamak zorundadır [9]. Burada “ ε ” sabit pozitif katsayısı, durum bağımlı katsayıların değişiminde olabilecek herhangi bir sistem zayıflığı anında, sisteme sektör dışında iken etkiyecek dış kontrolcüyü daha gürbüz kılmak için eklenmiştir. Bu sabitin eklenmesinde, sistemin kararlılığının, sistem sektör dışında iken kendi iç dinamiklerine bağımlılığı önemli rol oynar.

Böylece, Doğrusal olmayan sistemler için DBDRD ile KSDYK tasarımı tamamlanmış olur. Tasarım aşamaları maddeler halinde özetlenecek olursa,

- I. Doğrusal olmayan sistem belirli bir t anında dondurularak o zaman aralığı için doğrusal zamanla değişmeyen bir sistem elde edilmelidir. Bu sistem kontrol edilebilir olmalıdır.
- II. Mutlak pozitif tanımlı simetrik bir ağırlık matrisi “ Q ” ve DBDRD çözümü için bir “ P_0 ” başlangıç koşulu seçilmelidir.
- III. Seçilen ağırlık matrisi ve başlangıç koşulu altında, o zaman aralığı için DBDRD içerisinde çözüm aranmalı çözüm gerçekleşmiyorsa bir önceki adımdaki seçimler çözüm gerçekleşene kadar yeniden yapılmalıdır.
- IV. DBDRD çözülmesi ile mutlak pozitif tanımlı simetrik bir “ P ” matrisi elde edilir. Eş. 3.77 deki şartı ve gürbüzlük için Eş. 3.86 da verilen diğer şartı sağlayan “ \bar{Q} ” matrisi seçimi yapılır.
- V. “ P ” matrisi ve “ \bar{Q} ” matrisi belirlendikten sonra, kayma yüzeyi “ $s(x)$ ” ve kuadratik “ $\delta(x)$ ” fonksiyonu gibi tasarım için gereken bütün parametreler elde edilir. Kontrolcüler hesaplanır.
- VI. Yukarıda anlatılan beş madde bitiş zamanına kadar her zaman aralığı için tekrarlanır.

3.2.2. Doğrusal olmayan sistemler için önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı

Önerilen kontrol yöntemi temeli doğrusal olmayan sistemin belli zaman aralıklarında dondurularak her “ $t = t_z$ ” anında doğrusallaştırılmasına ve elde edilen doğrusal zamanla değişmeyen sistem için bilinen doğrusal tasarım yöntemlerinin kullanılmasına dayanır [4,6,8,9,13].

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + g(x, t)[u(t) + d(x, t)] \quad (3.93)$$

gibi doğrusal olmayan bir sistemde eğer “ $f(x, t)$ ” fonksiyonu $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için türevlenebiliyor ve doğrusal olmayan sistem her zaman aralığı için küçük değişimler gösteriyor ise,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)[u(t) + d(x, t)] \quad (3.94)$$

şeklinde durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem olarak tanımlanabilir[9][6]. Burada “ $f(x, t) = A(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” ve “ $g(x, t) = B(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ ”, “ $u(t) \in \mathcal{R}^1$ ” olarak tanımlanmıştır. “ $d(x, t)$ ” belirsizlik ve bozucu fonksiyonu olup,

$$\|d(x, t)\| \leq F(x, t) \quad (3.95)$$

ifadesi ile, bilinen bir pozitif “ $F(x, t)$ ” sıklalar fonksiyonu ile sınırlandırılmıştır. Eş. 3.94 de verilen durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem için Lyapunov aday fonksiyonu,

$$L(t) = x^T(t)P(x, t)x(t) > 0 \quad (3.96)$$

olarak seçilirse; sistemi, kontrol edilmek istenilen durumları sektör içerisine girdiği zaman hiçbir kontrol çabası olmaksızın,

$$\frac{d}{dt}(L(t)) = \frac{d}{dt}(x^T(t)P(x, t)x(t)) < -x^T(t)R(x, t)x(t) \quad (3.97)$$

ifadesini $\forall x \in \mathcal{R}^n$ ve $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için sağlayarak kararlı yapan doğrusal olmayan zamanla değişen kayan sektör,

$$S(x, t) = \{x \mid |s(x, t)| \leq \delta(x, t), x \in \mathcal{R}^n, t \in \mathcal{R}^+\} \quad (3.98)$$

şeklinde elde edilir[9]. Burada “ $R(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” matrisi pozitif yarı tanımlı simetrik matris olarak tanımlanmıştır. Kararlılığın sağlanabilmesi için,

$$P(x, t)A(x, t) + A^T(x, t)P(x, t) - P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) = -\bar{Q}(x, t) \quad (3.101)$$

İfadesi ile verilen DBRD'nin çözümü ile $\forall x \in \mathcal{R}^n$ ve $\forall t \in \mathcal{R}^+$ için mutlak pozitif tanımlı simetrik “ $P(x, t) \in \mathcal{R}^{n \times n}$ ” matrisi elde edilmelidir. Lyapunov fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) &= x^T(t) \left(A^T(x, t)P(x, t) + P(x, t)A(x, t) + \dot{P}(x, t) \right) x(t) < 0 \\ &= x^T(t) \left(P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) - Q(x, t) + \dot{P}(x, t) \right) x(t) < 0 \\ &= x^T(t) \left(P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) - \bar{Q}(x, t) \right) x(t) < 0 \end{aligned} \quad (3.100)$$

şeklinde türevlenirse kararlılığın sağlanabilmesi için seçilen ağırlık “ $\bar{Q}(x, t)$ ” matrisinin,

$$\bar{Q}(x, t) = Q(x, t) - \dot{P}(x, t) \quad (3.101)$$

şartını sağlaması gerekir. “ $P(x, t)$ ” matrisi bulunması ile durum bağımlı zamanla değişen kayma yüzeyi,

$$s(x, t) = S(x, t)x(t) \quad (3.102)$$

ifadesi ile hesaplanır. Burada zamanla değişen yüzey eğimleri nedeni ile kayma yüzeyi de her zaman aralığında değişmektedir. Durum bağımlı zamanla değişen eğim vektörü “ $S(x, t)$ ” DBRD çözümünden elde edilen “ $P(x, t)$ ” matrisi kullanılarak,

$$S(x, t) = B^T(x, t)P(x, t) \quad (3.103)$$

şeklinde olur. Böylece sistem kayma yüzeyi üzerinde iken “ $s(x, t) = B^T(x, t)P(x, t)x(t) = 0$ ” olacağı için,

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) &= x^T(t) \left(A^T(x, t)P(x, t) + P(x, t)A(x, t) + \dot{P}(x, t) \right) x(t) + 2x^T(t)P(x, t)B(x, t)u(t) \\ &< -x^T(t)R(x, t)x(t) \\ &= x^T(t) \left(P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) - \bar{Q}(x, t) \right) x(t) + 2x^T(t)P(x, t)B(x, t)u(t) < \\ &-x^T(t)R(x, t)x(t) \end{aligned}$$

$B^T(x, t)P(x, t)x(t) = 0$ yerine yazılırsa,

$$\dot{L}(t) = -x^T(t)\bar{Q}(x, t)x(t) < -x^T(t)R(x, t)x(t) \quad (3.104)$$

elde edilir.

$$R(x, t) = (1 - r)\bar{Q}(x, t) \quad (3.105)$$

“ r ” katsayısı “ $0 < r < 1$ ” aralığında seçilmesi ile sistemin kararlılığı sağlanmış olur. Kuadratik “ $\delta(x, t)$ ” fonksiyonu ise,

$$\delta(x, t) = \sqrt{x^T(t)\Delta(x, t)x(t)} \quad (3.106)$$

şeklinde elde edilir. “ $\Delta(x, t)$ ” matrisi pozitif yarı tanımlı simetrik bir matris olup,

$$\Delta(x, t) = r\bar{Q}(x, t) \quad (3.107)$$

gibi bulunur.

Eş. 3.98 de verilen kayan sektör, sektör sınırlarında meydana gelebilecek çitirtı probleminin ortadan kaldırılması amacıyla,

$$\mathcal{S}_i(x, t) = \{x \mid |s(x, t)| \leq \alpha\delta(x, t),, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.108)$$

$$\mathcal{S}_o(x, t) = \{x \mid \alpha\delta(x, t), < |s(x, t)| \leq \delta(x, t),, x \in \mathcal{R}^n\} \quad (3.109)$$

ifadelerindeki gibi iç ve dış olmak üzere iki alt kümeye bölünebilir [8]. Burada yer alan “ α ” katsayısı “ $0 < \alpha < 1$ ” aralığında seçilerek iç ve dış sektör boyutlarını belirler. Kayan sektörün tasarlanması ile sistemi sektör içerisine yönlendirecek olan kontrolcü,

$$u(t) = -\sigma(s(x, t), \delta(x, t))[(S(x, t)B(x, t))^{-1} \begin{pmatrix} S(x, t)A(x, t)x(t) + \\ K(x, t)s(x, t) + \dot{S}(t)x(t) \end{pmatrix}] \quad (3.110)$$

ifadesi ile belirlenir. Burada “ $K(x, t)$ ” pozitif sıklalar fonksiyonu,

$$K(x, t) > \left(\frac{S(x, t)B(x, t)}{2}, K_0(x, t) \right)_{max} \quad (3.111)$$

ifadesi ile belirlenirken “ $K_0(x, t)$ ” pozitif sıklalar fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) = x^T(t) \{ & -\bar{Q}(x, t) + P(x, t)B(x, t)B^T(x, t)P(x, t) \} x(t) \\ & - 2x^T(t)P(x, t)B(x, t)(S(x, t)B(x, t))^{-1}(S(x, t)A(x, t)x(t) \\ & + \dot{S}(x, t)x(t) + K(x, t)s(x, t)) \end{aligned}$$

$s(x, t) = B^T(x, t)P(x, t)x(t)$ ve $s^T(x, t) = x^T(t)P(x, t)B(x, t)$ yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) = s^2(x, t) - x^T(t)\bar{Q}(x, t)x(t) \\ + 2s(x, t) \left[-(S(x, t)B(x, t))^{-1}(S(x, t)A(x, t)x(t) + \dot{S}(x, t)x(t) \right. \\ \left. + K(x, t)s(x, t)) \right] \end{aligned}$$

$\Delta(x, t) = \bar{Q}(x, t) - R(x, t) > 0$ yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\dot{L}(t) &= s^2(x, t) - x^T(t)\Delta(x, t)x(t) - x^T(t)R(x, t)x(t) \\
&\quad - 2s(x, t) \left[(S(x, t)B(x, t))^{-1} (S(x, t)A(x, t)x(t) + \dot{S}(x, t)x(t) \right. \\
&\quad \left. + K(x, t)s(x, t)) \right] \\
&= - \left[2(S(x, t)B(x, t))^{-1}K(x, t) - 1 \right] s^2(x, t) \\
&\quad - 2s(x, t)(S(x, t)B(x, t))^{-1} [S(x, t)A(x, t) + \dot{S}(x, t)]x(t) - \delta^2(x, t) \\
&\quad - x^T(t)R(x, t)x(t) \\
&\leq - \left[2(S(x, t)B(x, t))^{-1}K(x, t) - 1 \right] \alpha^2 \delta^2(x, t) \\
&\quad - 2x^T(t)S^T(x, t)(S(x, t)B(x, t))^{-1} [S(x, t)A(x, t) + \dot{S}(x, t)]x(t) \\
&\quad - \delta^2(x, t) - x^T(t)R(x, t)x(t) \\
&< -2(S(x, t)B(x, t))^{-1}K(x, t)\alpha^2 \delta^2(x, t) \\
&\quad - 2x^T(t)S^T(x, t)(S(x, t)B(x, t))^{-1} [S(x, t)A(x, t) + \dot{S}(x, t)]x(t) \\
&\quad - x^T(t)R(x, t)x(t) \\
&= -(S(x, t)B(x, t))^{-1}x^T(t) [2K(x, t)\alpha^2 r \bar{Q}(x, t) + S^T(x, t)S(x, t)A(x, t) + \\
&S^T(x, t)\dot{S}(x, t) + A^T(x, t)S^T(x, t)S(x, t)]x(t) - x^T(t)R(x, t)x(t) < \\
&-x^T(t)R(x, t)x(t), \quad \forall x \in \mathcal{S}_i \tag{3.112}
\end{aligned}$$

şartını sağlayacak şekilde,

$$\begin{aligned}
2K_0(x, t)\alpha^2 r \bar{Q}(x, t) + S^T(x, t)S(x, t)A(x, t) + \\
S^T(x, t)\dot{S}(x, t) + A^T(x, t)S^T(x, t)S(x, t) > 0 \tag{3.113}
\end{aligned}$$

ifadesi kullanılarak belirlenir. Görüldüğü üzere sistem sektör dışında iken Eş. 3.110 da verilen kontrolcü ile Eş. 3.112 de belirtildiği gibi sektör içerisine doğru yönlendirilebilmektedir.

Tasarlanan kontrolcünün, Eş. 3.94 de verilen sistemde var olan “ $d(x, t)$ ” bozucu ve belirsizlik fonksiyonu etkisine karşı gürbüz olabilmesi için,

$$u(t) = -\sigma(s(x, t), \delta(x, t)) \left\{ (S(x, t)B(x, t))^{-1} [S(x, t)A(x, t)x(t) + \dot{S}(t)x(t)] + \left[(S(x, t)B(x, t))^{-1} K(x, t) |s(x, t)| + k(x, t) \right] \text{sign}(s(x, t)) \right\} \quad (3.114)$$

ifadesi ile sisteme giriş yapması gereklidir. Değişken Yapılı Kontrol kuralını sağlayacak şekilde “ $k(x, t)$ ” pozitif sıklalar fonksiyonu,

$$s(x, t)\dot{s}(x, t) < -\eta|s(x, t)| \quad (3.115)$$

$$s(x, t)[S(x, t)A(x, t)x(t) + \dot{S}(x, t)x(t) + S(x, t)B(x, t)u(t) + S(x, t)B(x, t)d(x, t)] < -\eta|s(x, t)| \quad (3.116)$$

“ $u(t)$ ” yerine yazılırsa,

$$-K(x, t)s^2(x) + F(x, t) - k(x, t)|s(x, t)| < -\eta|s(x, t)| \quad (3.117)$$

buradan,

$$k(x, t) > F(x, t)||x(t)|| + \eta \quad (3.118)$$

şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir.

Tasarım basamakları maddeler halinde verilecek olursa,

- I. Doğrusal olmayan sistem için belirli bir t anında “A” ve “B” matrisi elde edilmesiyle sistem doğrusal hale getirilir. Burada elde edilen matrisler kontrol edilebilir olmalıdır.
- II. Ağırlık matrisi “ \bar{Q} ”, “ r ” katsayısı, “ α ” katsayısı, seçilir. Bu değerler her zaman aralığı için sabit alınabilir fakat kararlılıkla ilgili şartların sağlanması gerekmektedir. Önerilen ilk değerler “ $r = 0,5$ ”, “ $\alpha = 0,5$ ” ve “ \bar{Q} ” matrisinin “A” matrisi ile aynı boyutta birim matris seçilmesidir. Birkaç iterasyon sonunda gereksinimlere göre daha hassas değerler atanabilir.
- III. Eş. 3.101 de verilen Durum Bağımlı Riccati Denkleminin çözülmesi ile mutlak pozitif tanımlı bir “P” matrisi elde edilir.
- IV. Bu matris ile tasarımda kullanılacak bütün parametreler hesaplanır.

V. Yukarıda anlatılan dört madde bitiş zamanına kadar her zaman aralığı için tekrarlanır.

3.2.3. Doğrusal olmayan sistemler için iki KSDYK yönteminin karşılaştırması

Doğrusal olmayan sistemler için DBRD ve DBDRD kullanılarak yapılan KSDYK tasarımları,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \sin^2(x_1) & 1 \\ 0 & 1 + \sin^2(x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u + d(x, t)) \quad (3.119)$$

İfadesi ile verilen durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem üzerinde uygulanarak kontrolcü etkinliği incelenmektedir. Bu sistem için DBDRD ile KSDYK tasarımı Furuta ve ark. tarafından uygulanıp sonuçlar yayımlanmıştır [9]. Burada ise önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı verilen Eş. 3.119 sistemi üzerinde uygulanacak ve sonuçlar karşılaştırılacaktır. Eş. 3.121 içerisinde “ $u(t) \in \mathcal{R}^1$ ” ve “ $x(t) \in \mathcal{R}^2$ ” ile tanımlıdır. Durum bağımlı sistem metrisleri,

$$A(x, t) = \begin{bmatrix} 1 + \sin^2(x_1) & 1 \\ 0 & 1 + \sin^2(x_1) \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

$$B(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

şeklinde verilmiştir. Bozucu ve belirsizlik fonksiyonu “ $d(x, t)$ ”

$$d(x, t) = 0.7 \sin(x_1) - 0.8 \sin(x_2) + 0.5(x_1^2 + x_2^2) + 2 \sin(5t) \quad (3.122)$$

ifadesi ile verilmiştir [9].

DBDRD ile KSDYK tasarım parametreleri

Sistemin zaman aralığı $\tau = 0.001$ saniye olarak alınmış sistem her “ τ ” için dondurularak doğrusal zamanla değişmeyen sistem olarak tasarım yapılmıştır [9]. Durum değişkenlerinin başlangıç koşulları,

$$x(0) = [5 \quad -5]^T \quad (3.123)$$

şeklinde alınmıştır[9]. KSDYK tasarımı yapılırken,

$$Q(x, t) = \text{diag}\{1000, 100\} \quad (3.124)$$

$$\bar{Q}(x, t) = 0.5Q(x, t) \quad (3.125)$$

$$k(x, t) = 100 \quad (3.126)$$

$$r = 0.6 \quad (3.127)$$

değerleri kullanılmıştır [9].

Daha öncede belirtildiği gibi DBRD ya da DBDRD ile KSDYK tasarımlarında kullanılacak olan ağırlık matrisleri durum bağımlı olmasına karşın tasarım basitliği açısından matrisler sabit olarak alınabilir. Burada da aynı şekilde ağırlık matrisi sabit alınmıştır [9].

DBDRD çözümünde kullanılacak ile integrasyon için “ $P(x(t_0), t_0)$ ” matrisi,

$$P(x(t_0), t_0) = 10^2 \times \begin{bmatrix} 8.884403918410641 & 0.664137501847212 \\ 0.664137501847212 & 0.163773561855788 \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

İfadesindeki gibi tanımlanmıştır[9]. “ $P(x(t_0), t_0)$ ” matrisi mutlak pozitif tanımlı simetrik matristir.

Sisteme etkiyecek olan kontrolcü genliği,

$$-100 \leq u(t) \leq 100 \quad (3.129)$$

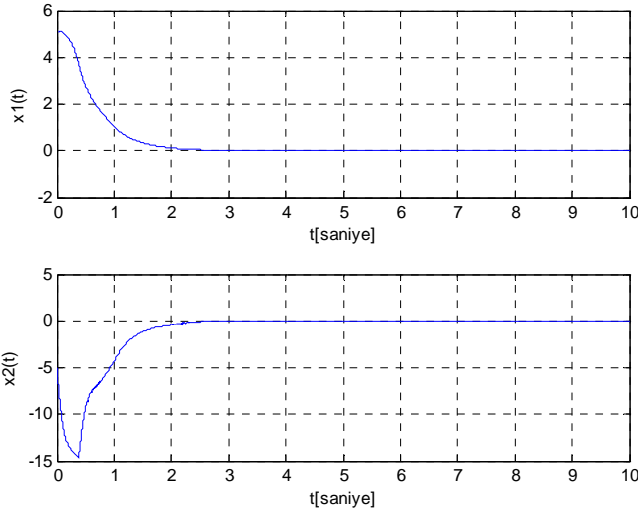
ifadesindeki gibi sınırlandırılmıştır.

DBRD ile KSDYK tasarım parametreleri

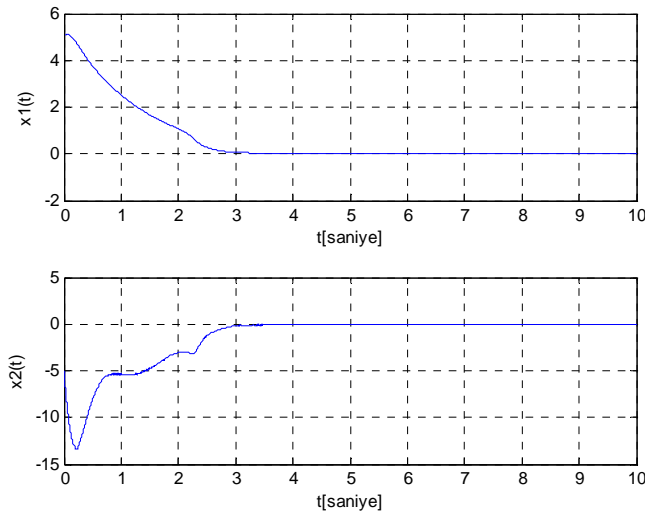
Sistemin zaman aralığı, ağırlık matrisi gibi değerleri aynıdır. Diğer yöntemden farklı olarak, “ $k(x, t)$ ” pozitif sıklık fonksiyonu burada sabit olmayıp gürbüzlüğün artırılması için durum bağımlı olarak bırakılmıştır.

Tasarımlarda başlangıç ve bitiş zamanları sırasıyla “ $t_0 = 0$ ” “ $t_f = 10$ ” alınmıştır. Yapılan KSDYK tasarımlarının benzetim tabanlı sonuçları elde edilmiştir. Şekil 3.4’de Furuta ve ark. tarafından önerilen KSDYK algoritmasının sisteme

uygulanması ile elde edilen sistem cevabı verilmektedir [9]. Şekil 3.5’de ise, bu tez çalışmasında önerilen KSDYK algoritmasının aynı sisteme uygulanması ile elde edilen sistem cevabı verilmektedir. Önerilen yöntemin geçici cevabında farklılık olsa da sistem hemen hemen aynı sürede denge noktasına (kararlı hale) getirilmektedir.



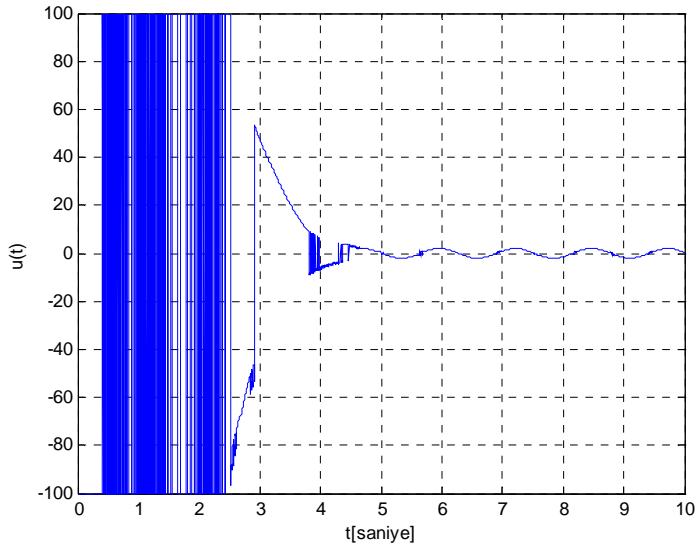
Şekil 3.4 DBDRD ile KSDYK sistem durumları [9]



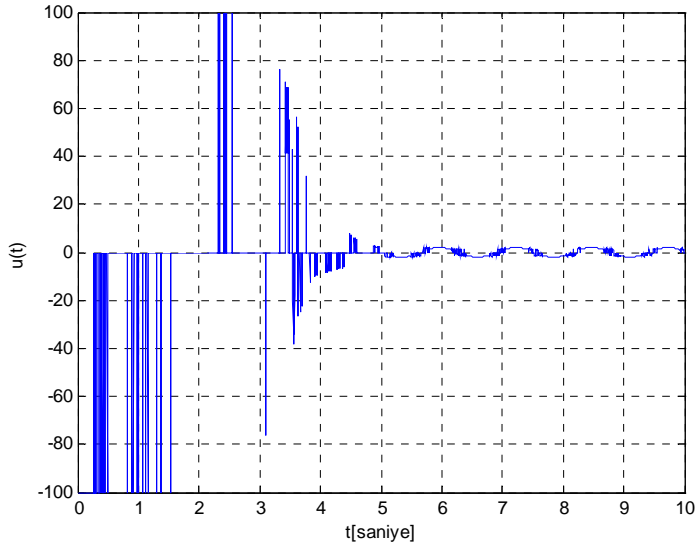
Şekil 3.5 DBRD ile KSDYK sistem durumları

Furuta ve ark. tarafından önerilen KSDYK algoritmasının sisteme uygulanması ile elde edilen kontrol sinyali Şekil 3.6’da verilmektedir [9]. Şekil 3.7’de ise, bu tez çalışmasında önerilen KSDYK algoritmasının aynı sisteme uygulanması ile elde

edilen kontrol sinyali verilmektedir. Görüldüğü üzere, önerilen yöntemin kontrol sinyali diğerine nazaran çok daha az çığırılmıştır ve daha az kontrol girdisi gerektirmektedir.



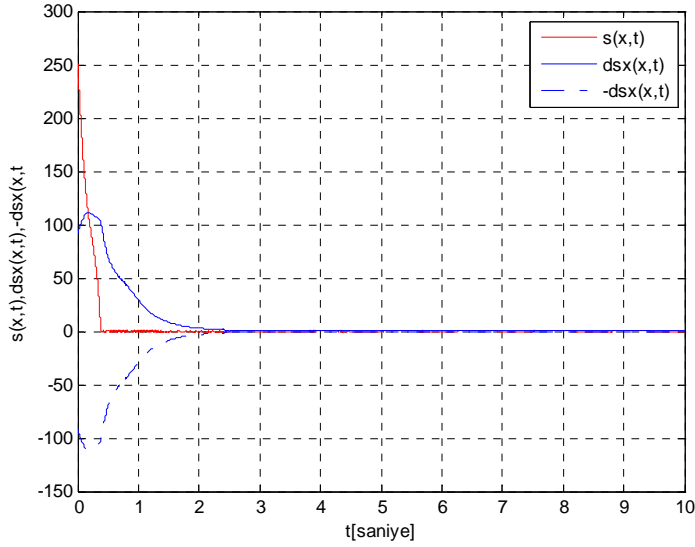
Şekil 3.6 DBDRD ile KSDYK kontrol çabası



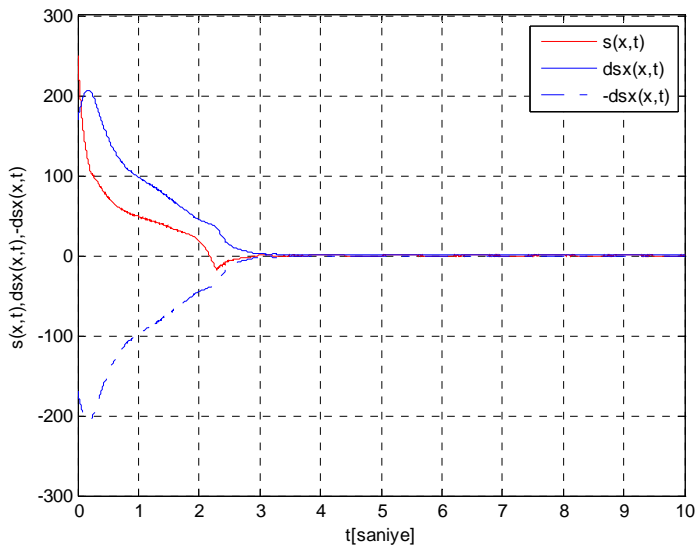
Şekil 3.7 DBRD ile KSDYK kontrol çabası

Furuta ve ark. tarafından önerilen KSDYK algoritmasının sisteme uygulanması ile elde edilen kayma yüzeyi ile kayan sektör fonksiyonlarının zamana bağlı aldığı

değerler Şekil 3.8’de verilmektedir [9]. Şekil 3.9’da ise, bu tez çalışmasında önerilen KSDYK algoritmasının aynı sisteme uygulanması ile elde kayma yüzeyi ile kayan sektör fonksiyonlarının zamana bağlı aldığı değerler verilmektedir. Önerilen yöntemde diğerine nazaran biraz daha uzun sürede denge noktasına erişilmektedir.



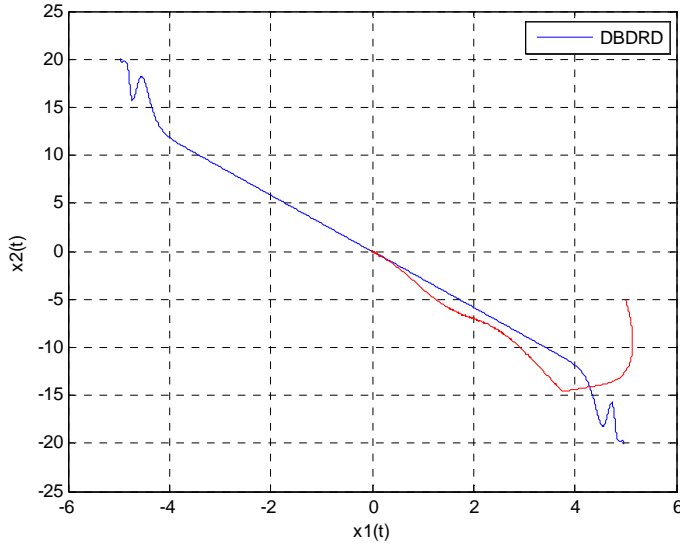
Şekil 3.8 DBDRD ile KSDYK kayan sektör



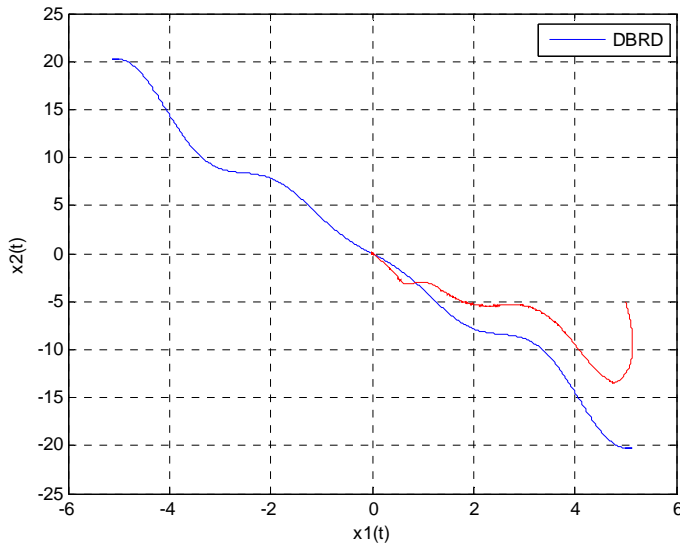
Şekil 3.9 DBRD ile KSDYK kayan sektör

Furuta ve ark. tarafından önerilen KSDYK algoritmasının sisteme uygulanması ile elde edilen kayma yüzeyi (mavi) ve faz yörüngesi (kırmızı) Şekil 3.10’da

verilmektedir[9]. Şekil 3.11’de ise, bu tez çalışmasında önerilen KSDYK algoritmasının aynı sisteme uygulanması ile elde kayma yüzeyi (mavi) ve faz yörüngesi (kırmızı) görülmektedir. Önerilen yöntemde diğerine nazaran doğrusal olmayan sistem için doğrusal olmayan kayma yüzeyi ürettiği görülmektedir.



Şekil 3.10 DBDRD ile KSDYK kayma yüzeyi ve faz portresi



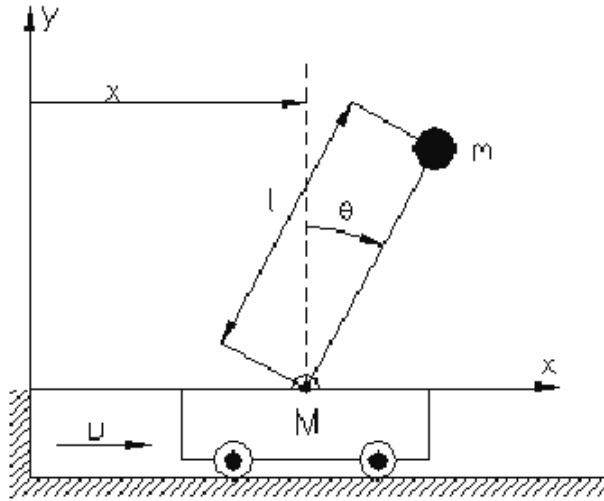
Şekil 3.11 DBRD ile KSDYK kayma yüzeyi ve faz portresi

4. UYGULAMA: TERS SARKAÇ SİSTEMİ

Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol teorisinin etkinliğini göstermek amacıyla doğrusal olmayan ve kontrol teorilerinin denenmesinde çok yaygın bir sistem olan Ters Sarkaç sistemine bir önceki bölümde önerilen DBRD ile KSDYK algoritması uygulanmaktadır. Ayrıca, aynı sisteme Lyapunov tabanlı KKK algoritması da uygulanmıştır. Böylelikle KKK kontrol sinyali ile KSDYK kontrol sinyalinin karşılaştırılması amaç edinilmiştir.

Ters Sarkaç sisteminin hareket denklemleri daha önceki çalışmalarda elde edildiğinden, bu tez çalışmasında hareket denklemleri aynı hali ile kullanılmıştır [4].

Ters Sarkaç sistemi Şekil 4.1’de şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 4.1 Ters Sarkaç sistemi [4]

Sistemin parametreleri ise aşağıdaki gibidir [4];

$$M = 3 \text{ kg} \quad \text{Arabanın kütlesi} \quad (4.1)$$

$$m = 0.5 \text{ kg} \quad \text{Sarkacın kütlesi} \quad (4.2)$$

$$l = 0.5 \text{ m} \quad \text{Sarkaç uzunluğu} \quad (4.3)$$

$$b = 2 \text{ kg/s} \quad \text{Sürtünme sabiti} \quad (4.4)$$

$$g = 9.81 \frac{kgm}{s^2} \quad \text{Yerçekimi ivmesi} \quad (4.5)$$

4.1. Ters Sarkaç Sistemi Durum Denklemleri

Kontrol edilmek istenilen durum değişkenleri,

$$x_1(t) = x(t) \quad \text{Arabanın konumu} \quad (4.6)$$

$$x_2(t) = \dot{x}(t) \quad \text{Arabanın hızı} \quad (4.7)$$

$$x_3(t) = \theta(t) \quad \text{Sarkacın açısal konumu} \quad (4.8)$$

$$x_4(t) = \dot{\theta}(t) \quad \text{Sarkacın açısal hızı} \quad (4.9)$$

şeklindedir. Durum değişkenlerine göre sistemin durum denklemleri,

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{u - bx_2(t) + m\sin(x_3(t))x_4^2(t) - mg\cos(x_3(t))\sin(x_3(t))}{M + m - m\cos^2(x_3(t))}$$

$$\dot{x}_3(t) = x_4(t) \quad (4.10)$$

$$\dot{x}_4(t) = \frac{[bx_2(t) - u - m\sin(x_3(t))x_4^2(t)]\cos(x_3(t)) + (M + m)g\sin(x_3(t))}{l[M + m - m\cos^2(x_3(t))]}$$

olarak elde edilmiştir[4].

Sistemin doğrusal olmayan dinamik denklemi,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)u(t) \quad (4.11)$$

İfadesindeki gibi durum bağımlı doğrusal zamanla değişen olarak yapılmak istenirse Eş. 4.10 den yararlanılarak “ $A(x)$ ” ve “ $B(x)$ ” matrislerinin hesaplanması gerekir. Eş. 4.11 de yer alan kontrol girişi arabaya uygulanacak olan kuvvet (Newton) olarak tanımlanmıştır [4].

“ $A(x, t)$ ” ve “ $B(x, t)$ ” matrisleri,

$$A(x, t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$B(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{21} \\ 0 \\ b_{41} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

şeklinde elde edilir. Burada yer alan matris elemanları,

$$a_{22} = \frac{-b}{M+m-m\cos^2(x_3(t))} \quad (4.14)$$

$$a_{23} = \frac{-mg\cos(x_3(t))\sin(x_3(t))}{[M+m-m\cos^2(x_3(t))]x_3(t)} \quad (4.15)$$

$$a_{24} = \frac{ml\sin(x_3(t))x_4(t)}{M+m-m\cos^2(x_3(t))} \quad (4.16)$$

$$a_{42} = \frac{b\cos(x_3(t))}{[M+m-m\cos^2(x_3(t))]l} \quad (4.17)$$

$$a_{43} = \frac{(M+m)g\sin(x_3(t))}{[M+m-m\cos^2(x_3(t))]lx_3(t)} \quad (4.18)$$

$$a_{44} = \frac{-ml\sin(x_3(t))\cos(x_3(t))x_4(t)}{[M+m-m\cos^2(x_3(t))]l} \quad (4.19)$$

$$b_{21} = \frac{1}{M+m-m\cos^2(x_3(t))} \quad (4.20)$$

$$b_{41} = \frac{-\cos(x_3(t))}{[M+m-m\cos^2(x_3(t))]l} \quad (4.21)$$

İfadeleri ile elde edilmektedirler [4].

Sistemin Eş. 4.11 de verilen hali belirsizlik ve bozucu etkisinde değildir. Eğer sistem üzerine belirsizlik ve bozucu eklenirse Eş. 4.11 de verilen durum bağımlı doğrusal zamanla değişen sistem,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)u(t) + D(x, t) \quad (4.22)$$

İfadesi ile yeniden tanımlanırsa, belirsizlik ve bozucu fonksiyonu “ $D(x, t)$ ”

$$D(x, t) = B(x, t)d(t) \quad (4.23)$$

şeklinde gösterilebilir. Böylece sistem,

$$\dot{x}(t) = A(x, t)x(t) + B(x, t)[u(t) + d(x, t)] \quad (4.24)$$

haline getirilmiş olur. Ters Sarkaç sistemi için uygulama çalışmalarında belirsizlik ve bozucu fonksiyonu,

$$d(t) = -3 \sin(3t) \quad (4.25)$$

olarak kullanılacaktır.

4.2. Ters Sarkaç Sistemine Önerilen DBRD ile KSDYK Uygulanması ve Benzetim Sonuçları

Eş. 4.10 da verilen durum denklemleri kullanılarak belirsizlik ve bozucu etkisi altındaki Ters Sarkaç sisteminin kontrolünü gerçekleştirmek için önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı yapılarak uygulanmış ve benzetim tabanlı grafiksel sonuçlar alınmıştır. Geliştirilen KSDYK algoritmasının amacı Şekil 4.1 de görüleceği üzere sarkacın araba üzerindeki “ θ ” açısının verilen başlangıç koşullarına göre sıfır derecede tutmaktır. Benzetim çalışmalarında daha önce de belirtildiği gibi ağırlık matrisi ve sabit “ α ”, “ r ” katsayıları için önerilen ilk değerler kullanılmıştır.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\alpha = 0.5 \quad (4.27)$$

$$r = 0.5 \quad (4.28)$$

Çalışmalarda benzetim başlangıç zamanı “ $t_0 = 0$ ” ve benzetim bitiş zamanı “ $t_{final} = 25$ ” olarak belirlenmiştir. Zaman basamak artışı değeri “ $\tau = 0.01$ ” saniyedir. Bozucu ve belirsizlik fonksiyonu Eş. 4.25 de verildiği gibi alınmıştır.

Bütün hesaplamalar MATLAB R2009a yazılımı ile yapılmıştır.

Benzetimlerde kullanılan başlangıç koşulları sırasıyla,

$$x_{01} = [0 \ 0 \ 30^\circ \ 0] \quad (4.29)$$

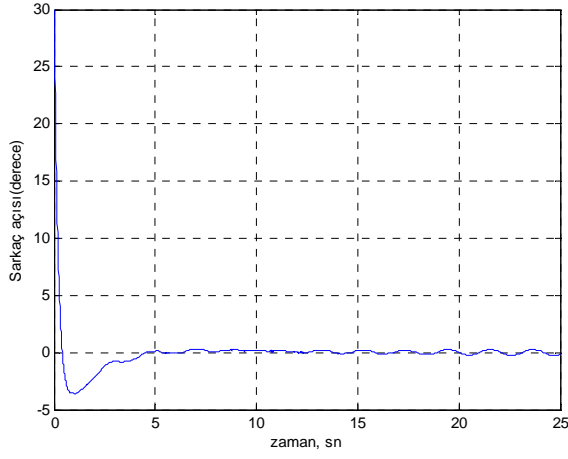
$$x_{02} = [0 \ 0 \ 60^\circ \ 0] \quad (4.30)$$

$$x_{03} = [0 \ 0 \ 165^\circ \ 0] \quad (4.31)$$

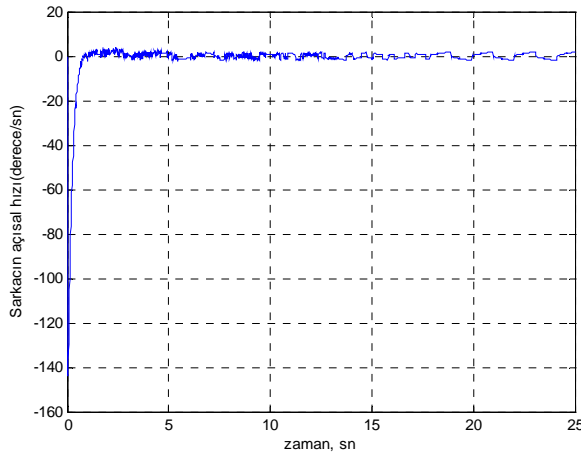
$$x_{04} = [0 \ 0 \ 87^\circ \ 0] \quad (4.32)$$

İfadelerindeki gibidir. Sonuçlar bu sıraya göre verilecektir.

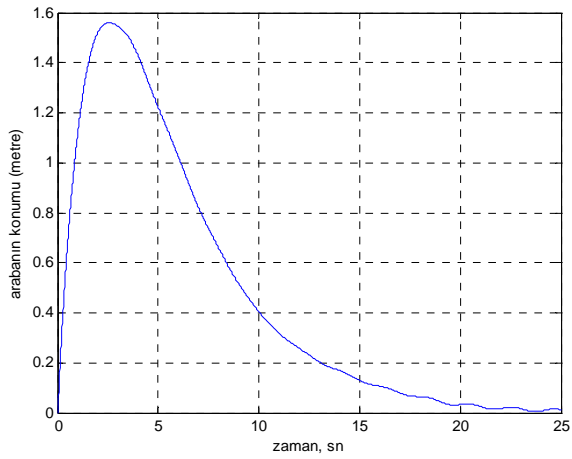
İlk başlangıç koşulu " x_{01} " için sonuçlar:



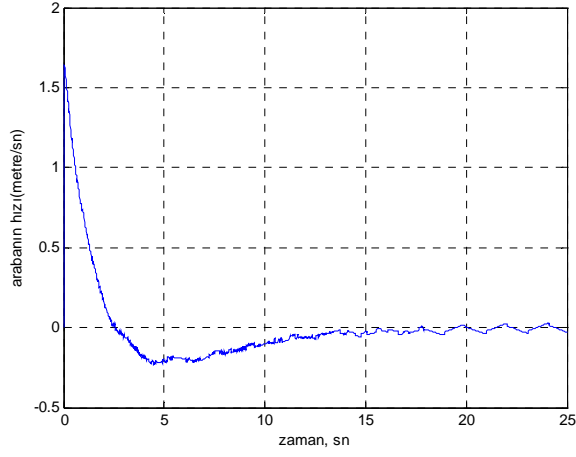
Şekil 4.2 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



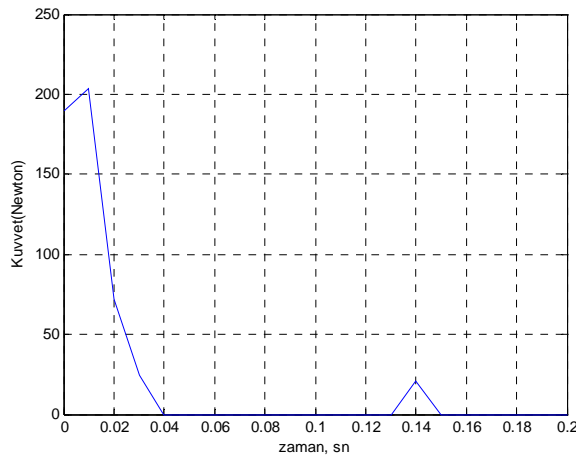
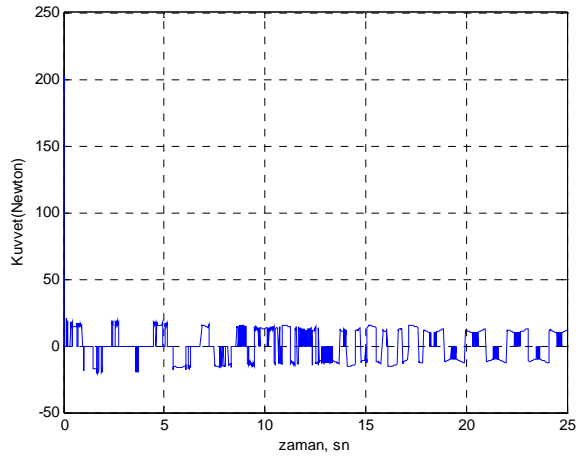
Şekil 4.3 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



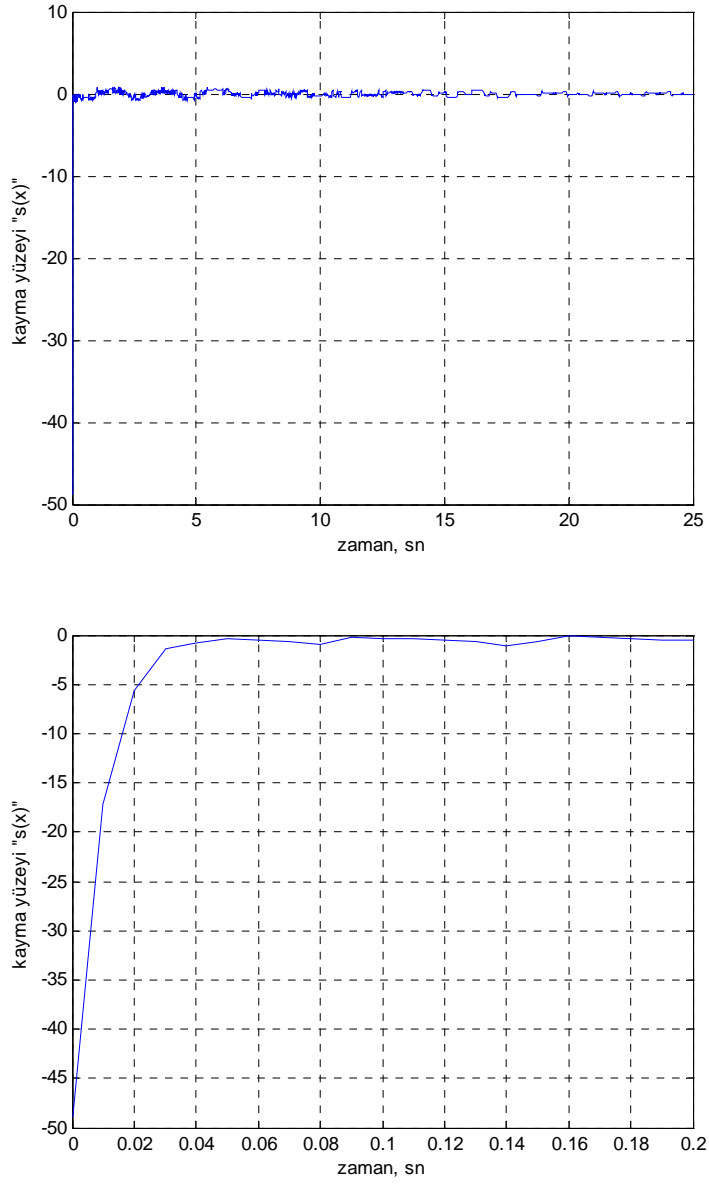
Şekil 4.4 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



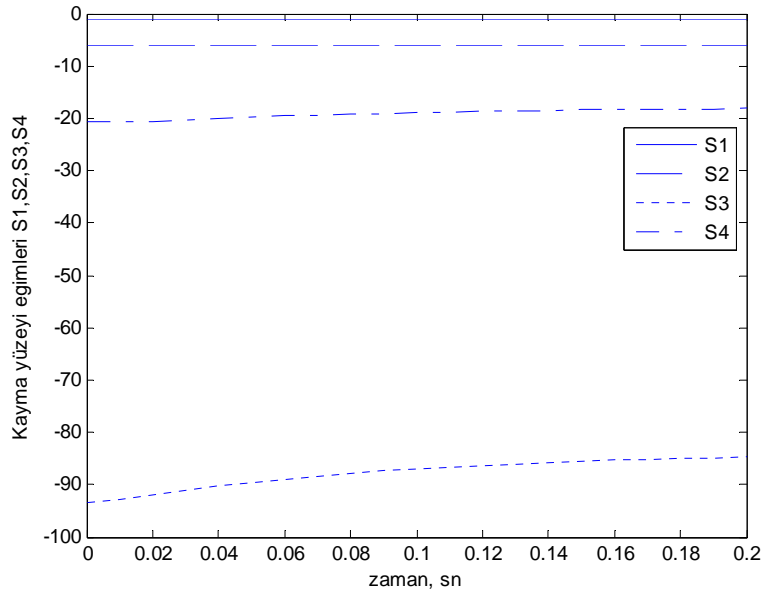
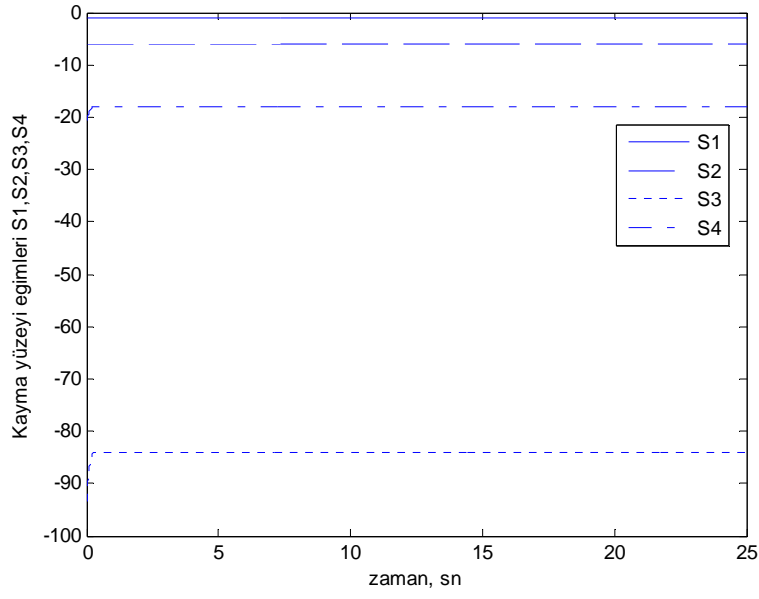
Şekil 4.5 Arabannn hız değışimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



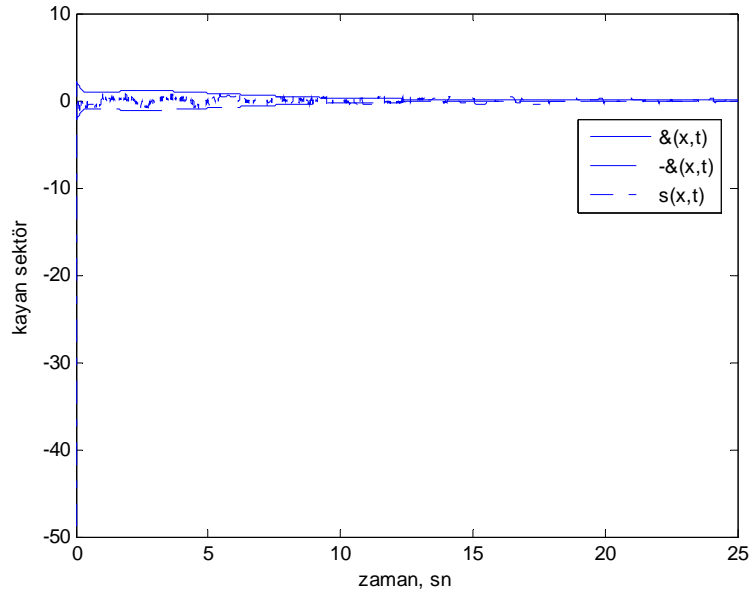
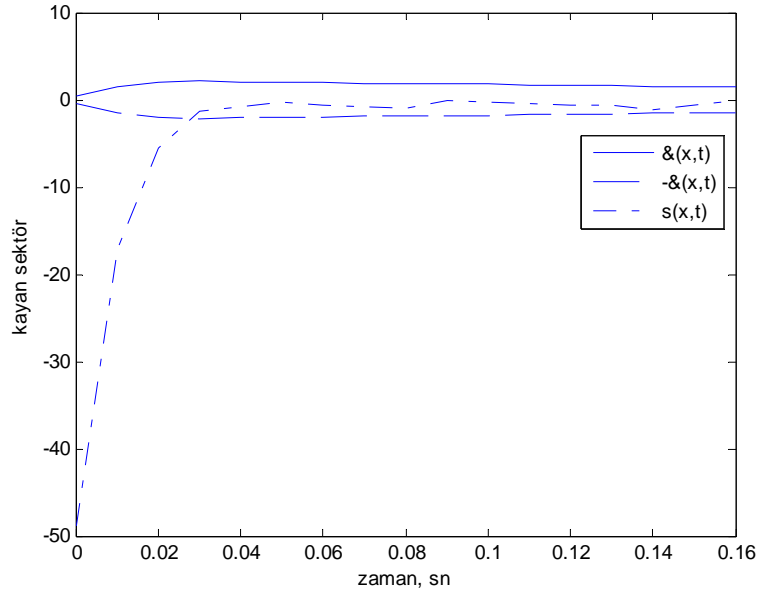
Şekil 4.6 Kontrol çabası ($\theta_0 = 30^\circ$)



Şekil 4.7 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 30^\circ$)

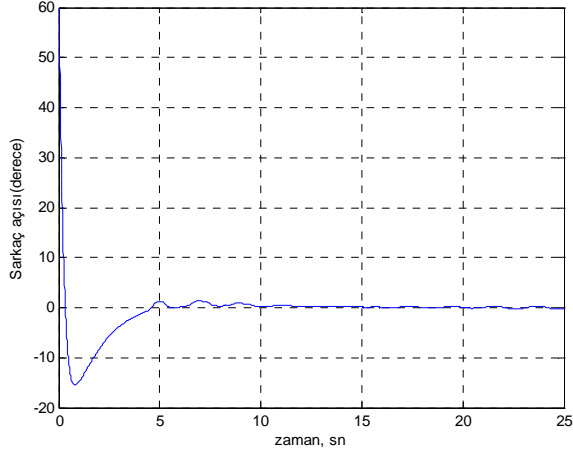


Şekil 4.8 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 30^\circ$)

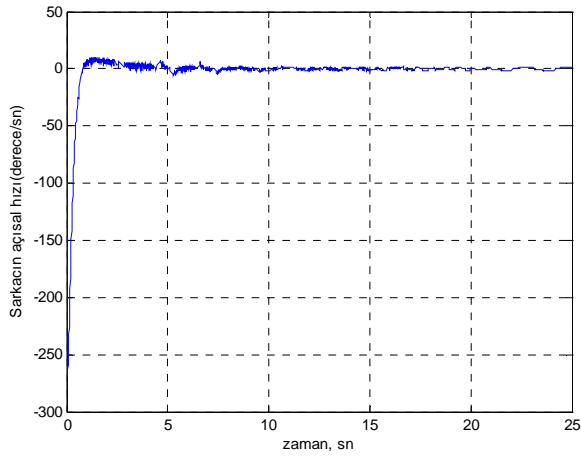


Şekil 4.9 Kayan Sektör ($\theta_0 = 30^\circ$)

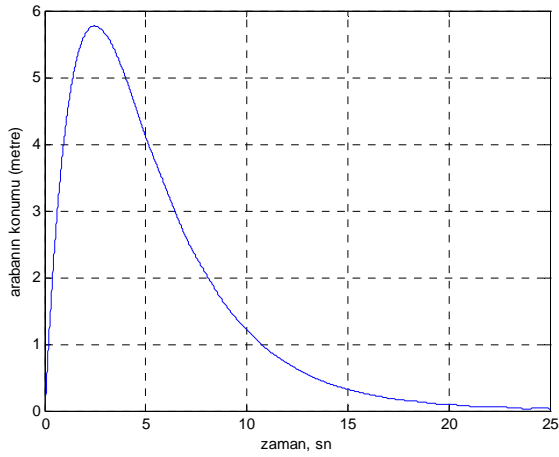
İkinci başlangıç koşulu “ x_{02} ” için sonuçlar:



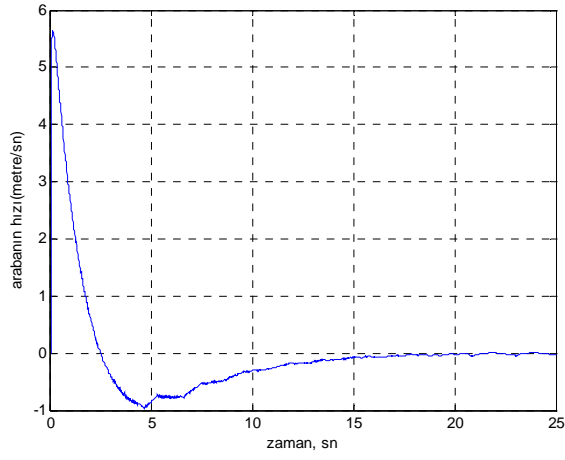
Şekil 4.10 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



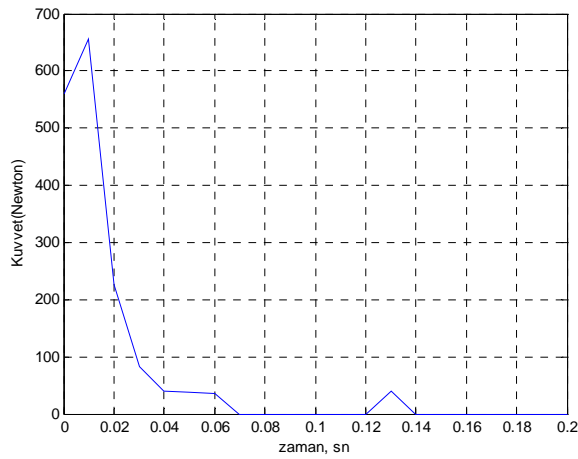
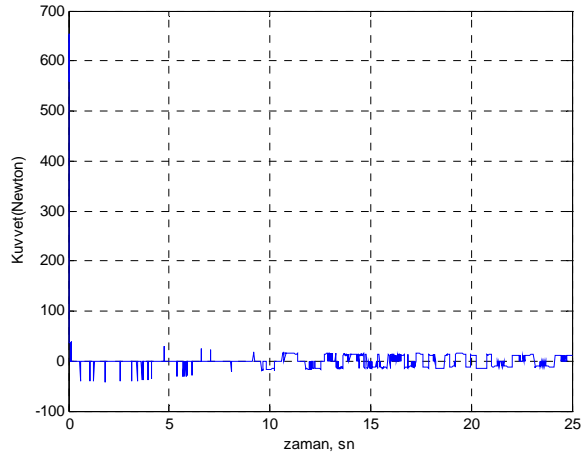
Şekil 4.11 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



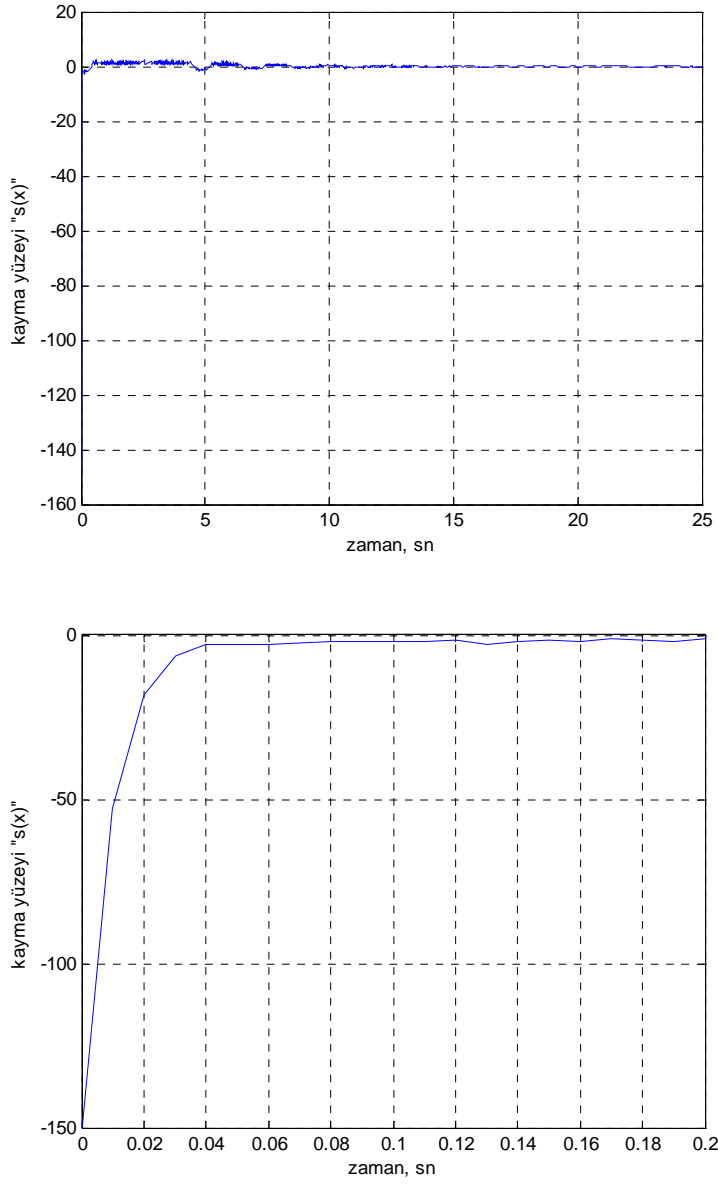
Şekil 4.12 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



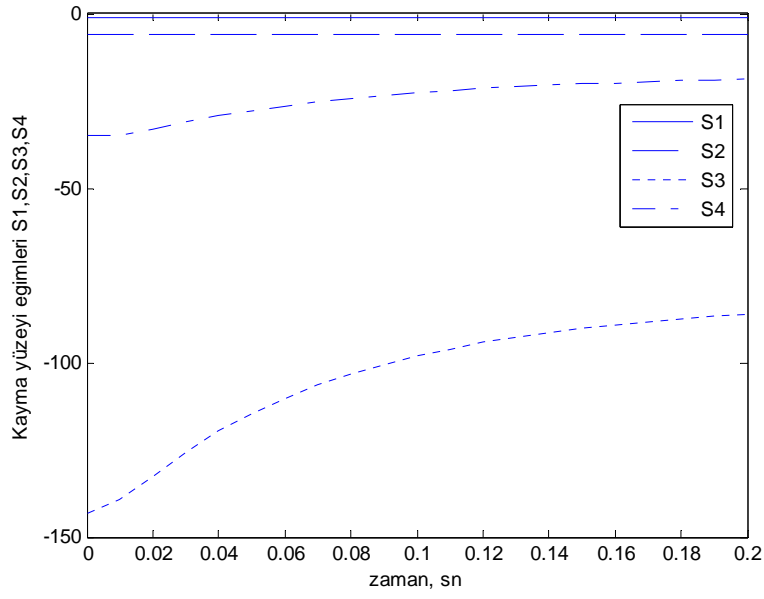
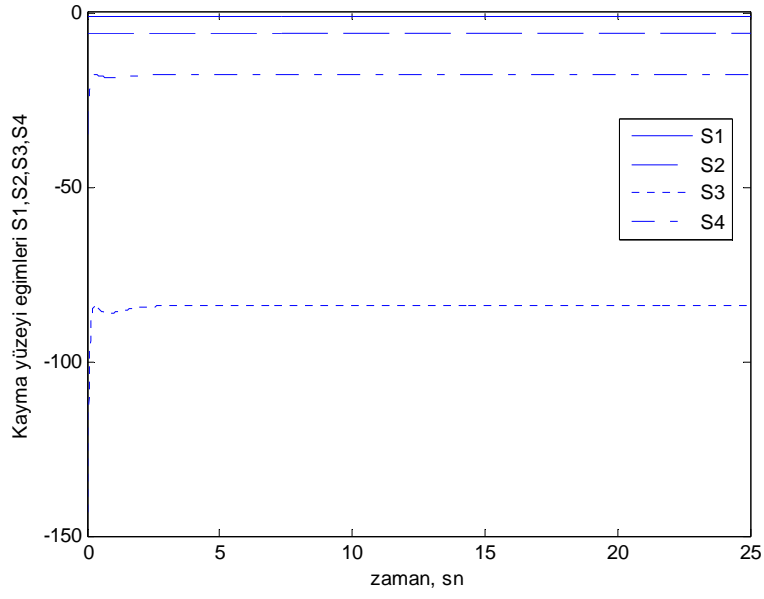
Şekil 4.13 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



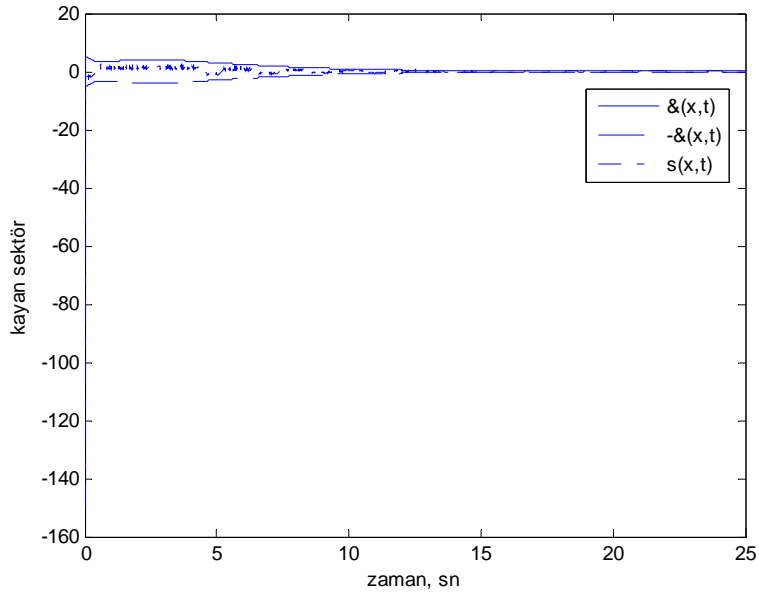
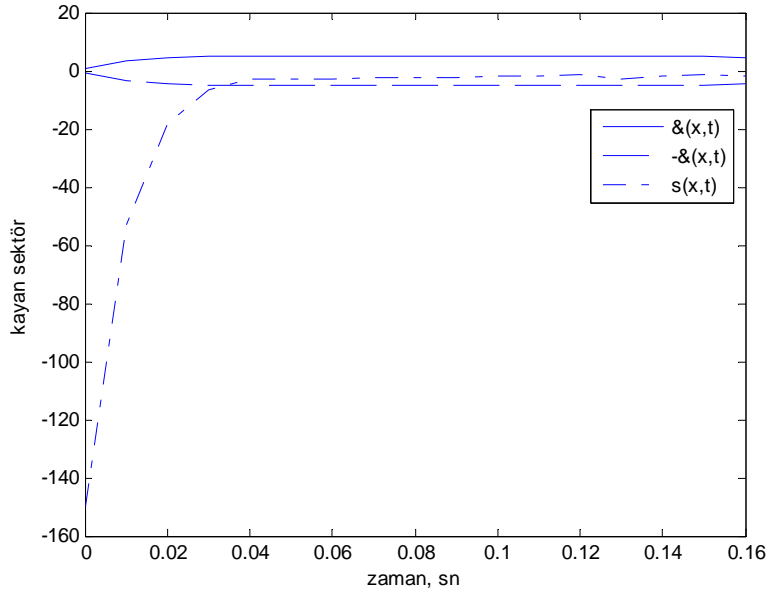
Şekil 4.14 Kontrol çabası ($\theta_0 = 60^\circ$)



Şekil 4.15 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 60^\circ$)

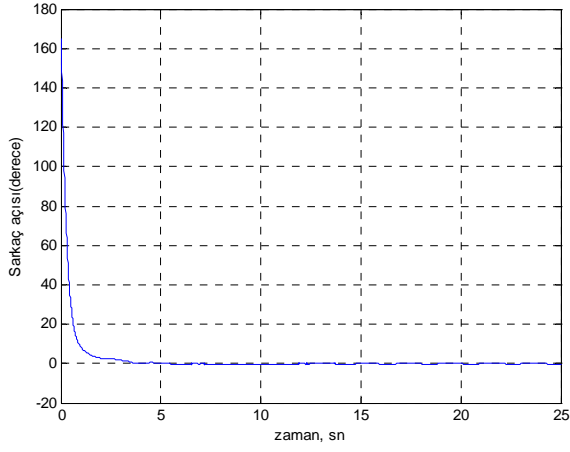


Şekil 4.16 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 60^\circ$)

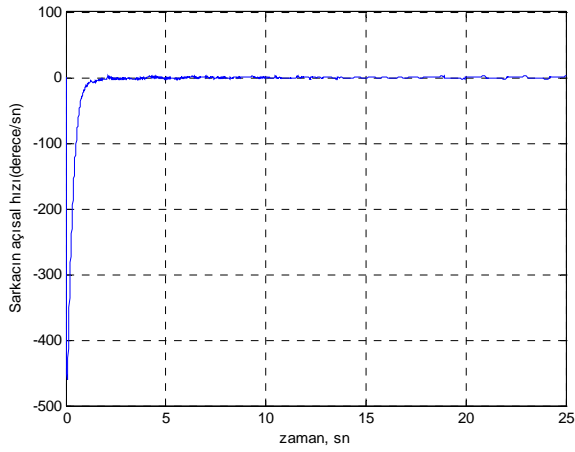


Şekil 4.17 Kayan Sektör ($\theta_0 = 60^\circ$)

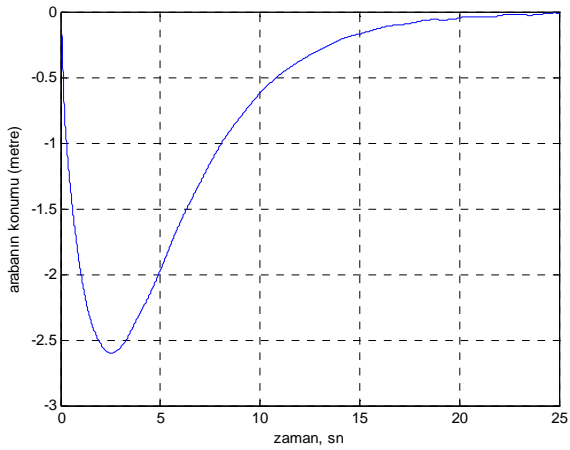
Üçüncü başlangıç koşulu “ x_{03} ” için sonuçlar:



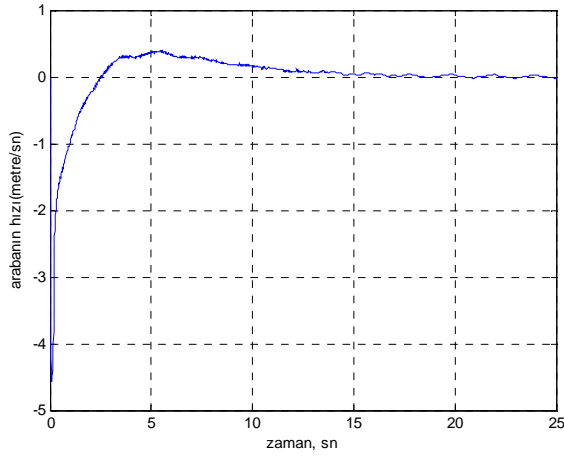
Şekil 4.18 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



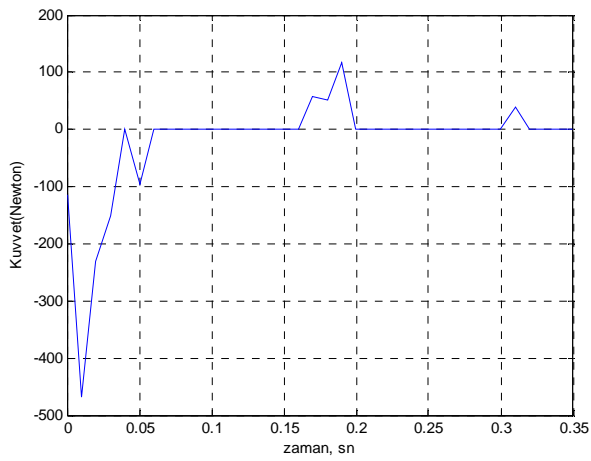
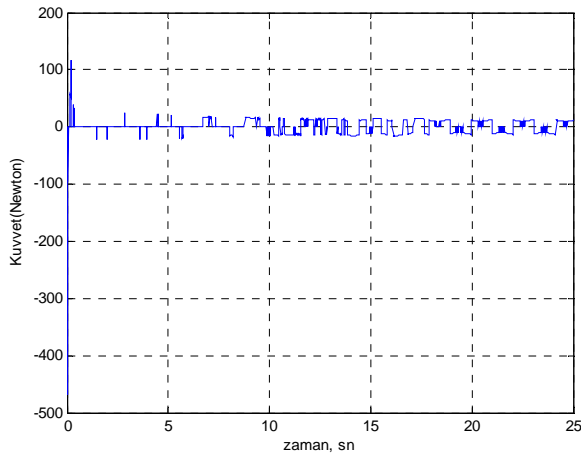
Şekil 4.19 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



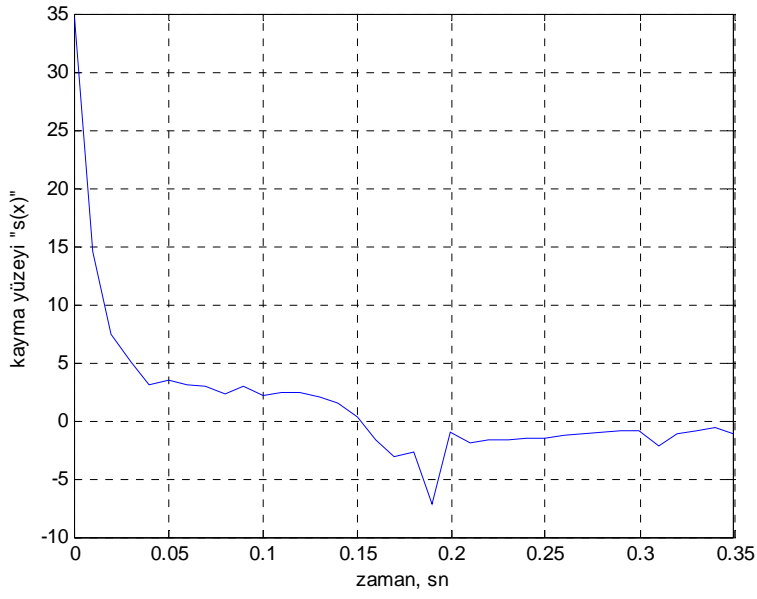
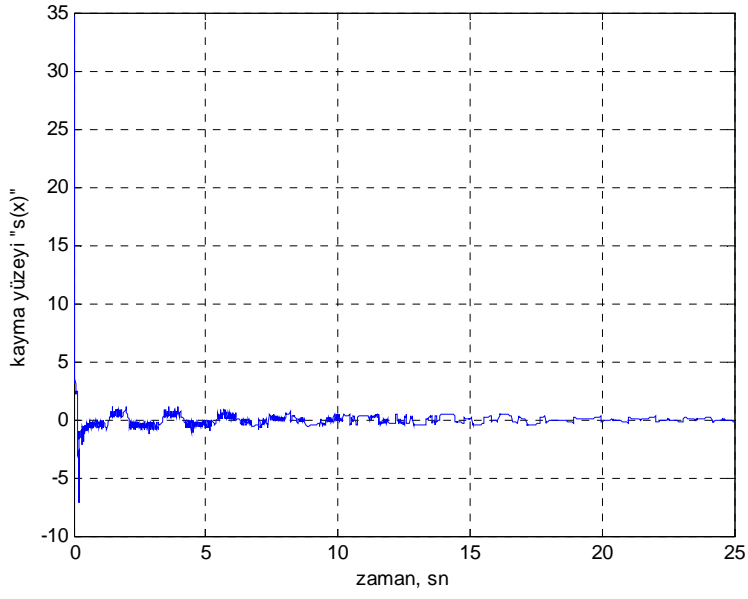
Şekil 4.20 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



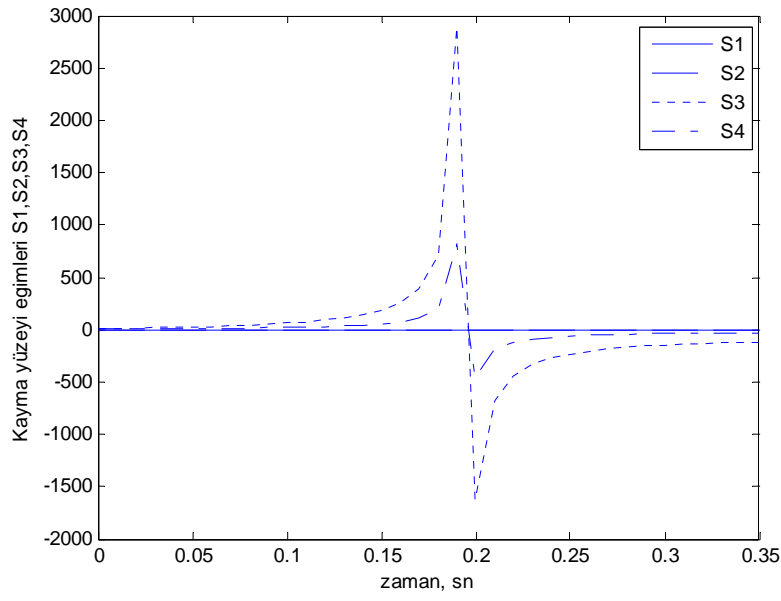
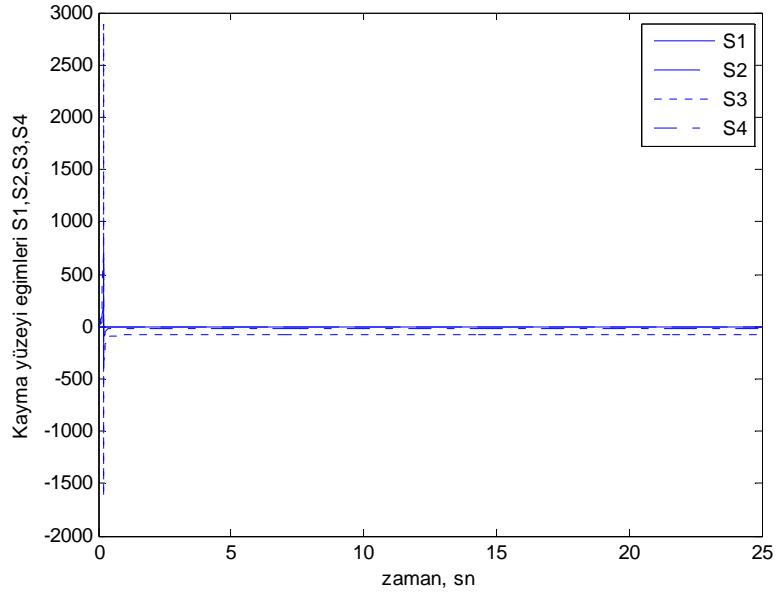
Şekil 4.21 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



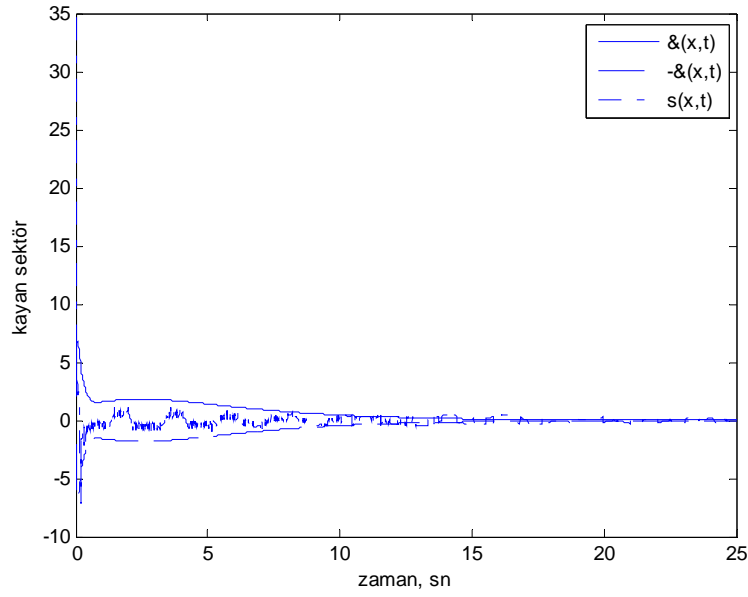
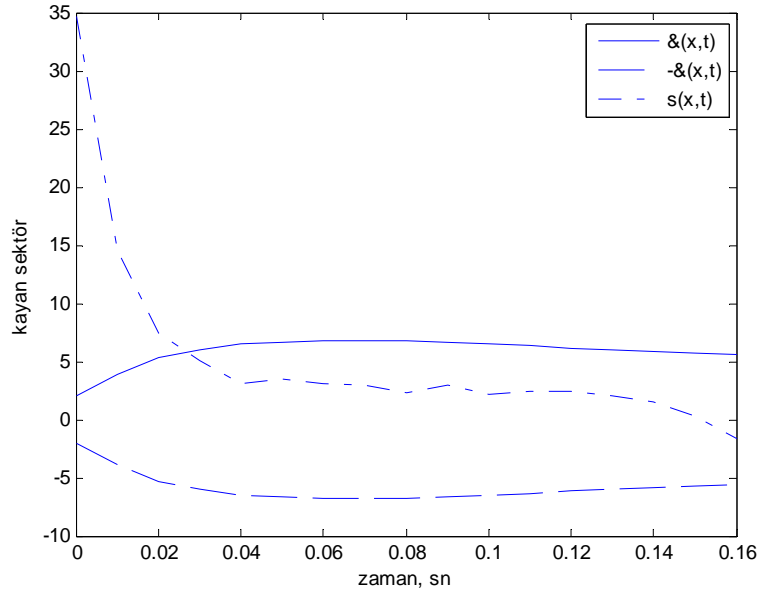
Şekil 4.22 Kontrol çabası ($\theta_0 = 165^\circ$)



Şekil 4.23 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 165^\circ$)

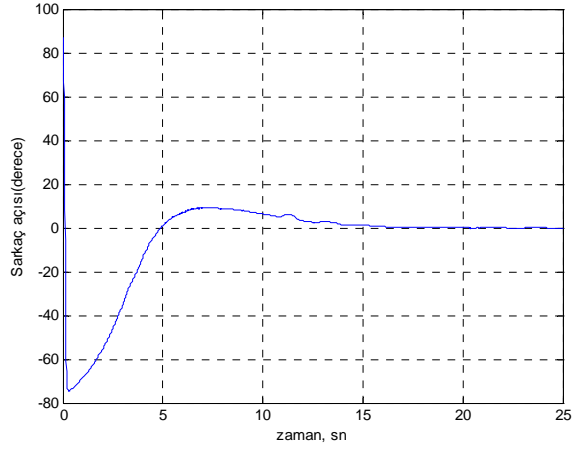


Şekil 4.24 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 165^\circ$)

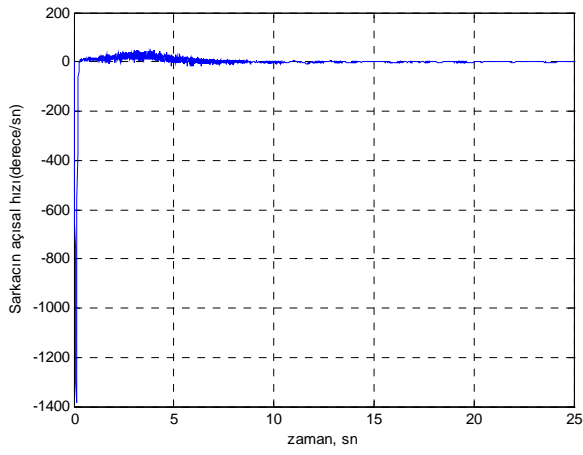


Şekil 4.25 Kayan Sektör ($\theta_0 = 165^\circ$)

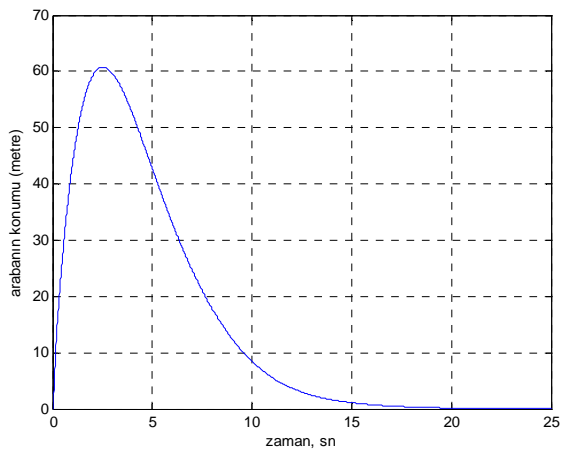
Dördüncü başlangıç koşulu “ x_{04} ” için sonuçlar:



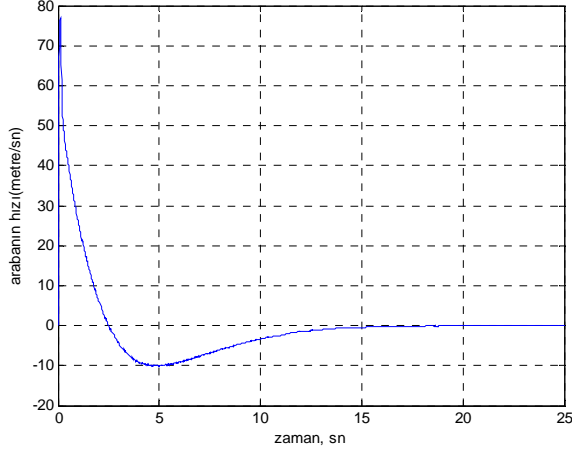
Şekil 4.26 Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



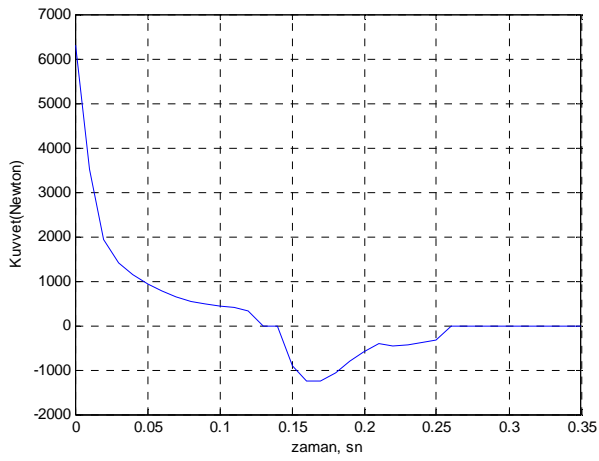
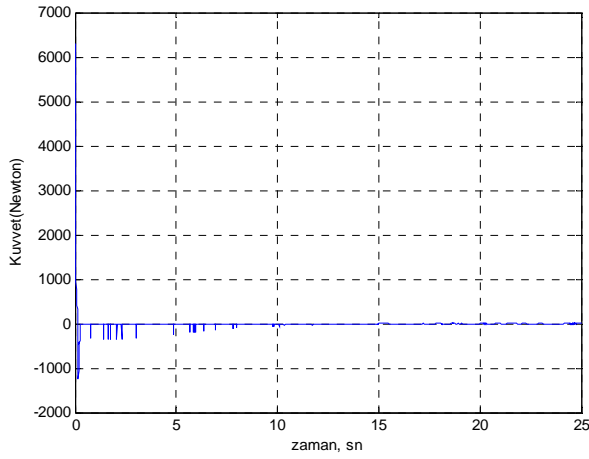
Şekil 4.27 Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



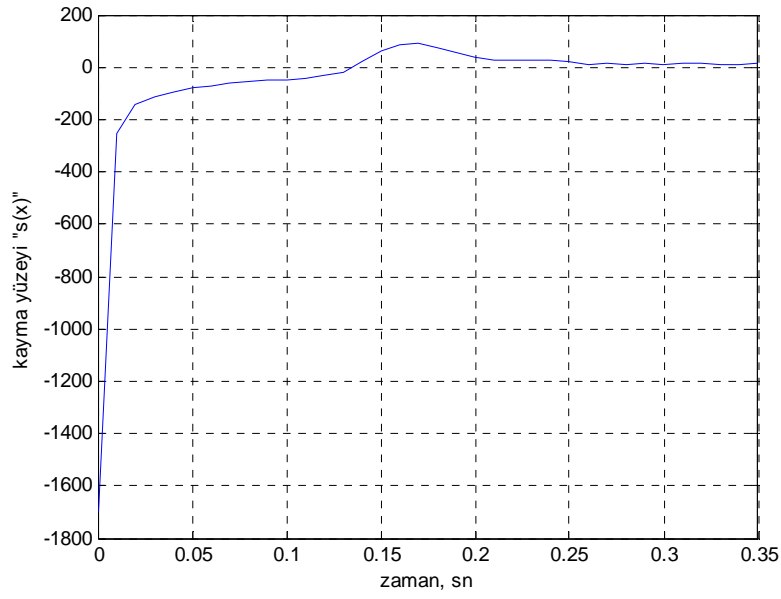
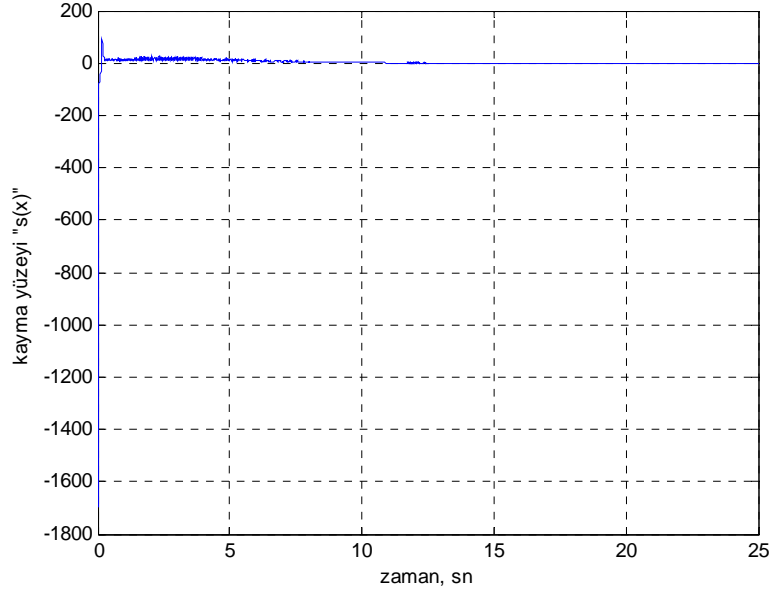
Şekil 4.28 Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



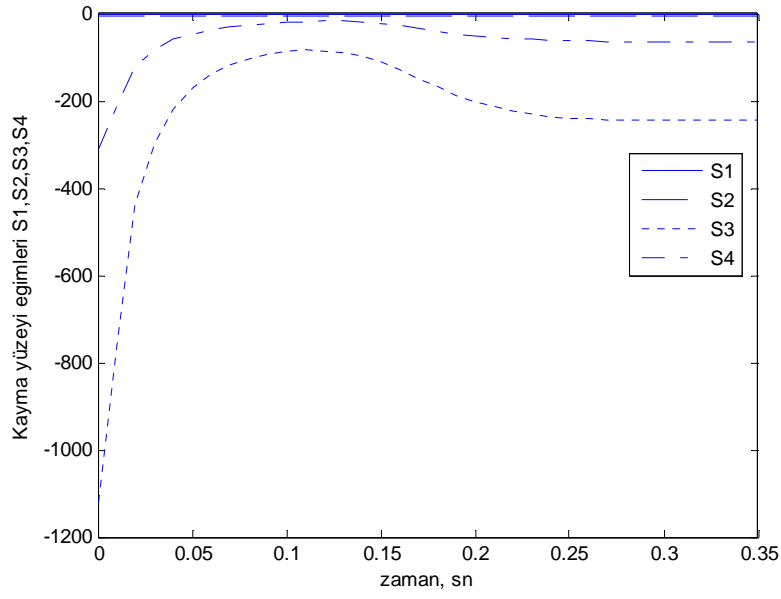
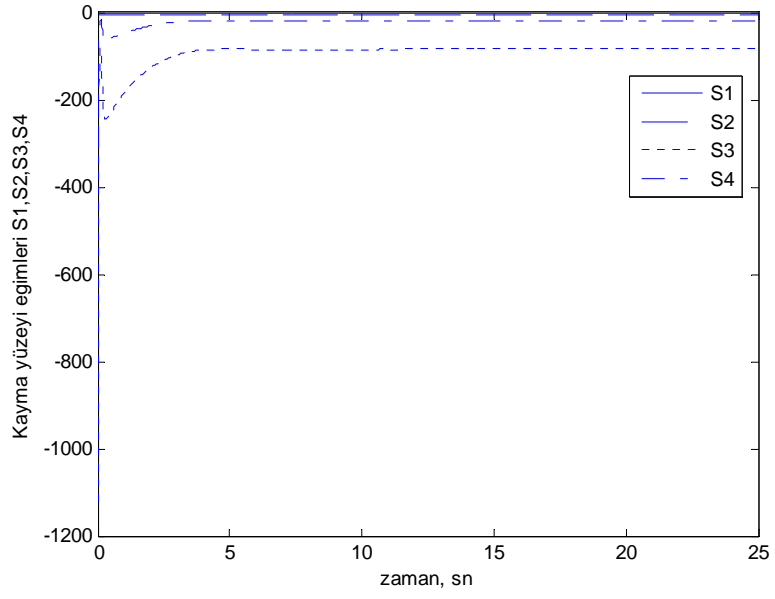
Şekil 4.29 Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



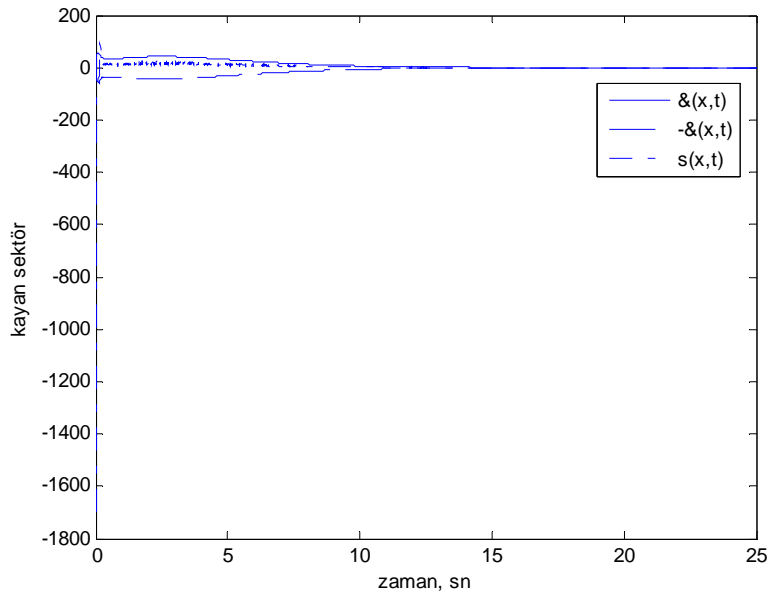
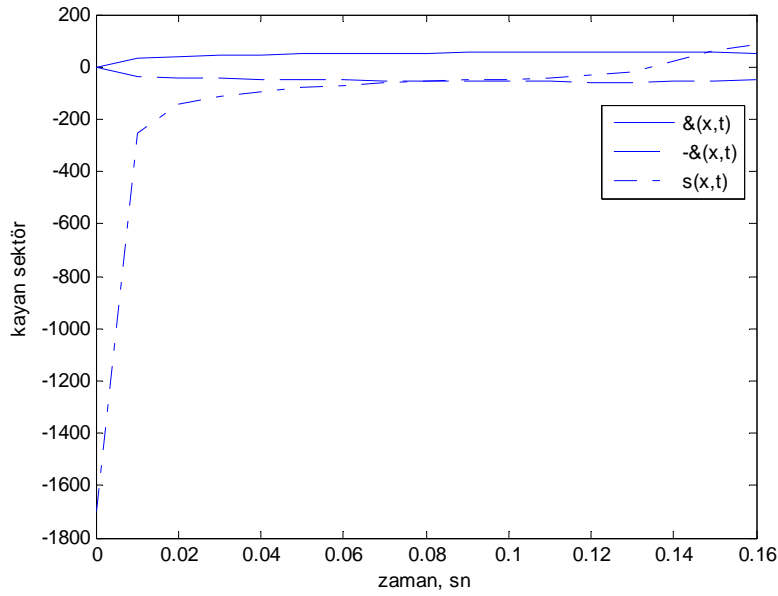
Şekil 4.30 Kontrol çabası ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.31 Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.32 Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.33 Kayan Sektör ($\theta_0 = 87^\circ$)

Şekil 4.2 ile 4.33'de bu tez çalışmasında önerilen KSDYK'nın ters sarkaç mekanizmasına farklı sarkaç açılarında uygulanması ile elde edilen sonuçlar verilmektedir. Tüm sonuçlarda görüldüğü üzere, (1) önerilen yöntem sistemi başarı ile kontrol etmektedir ve (2) kontrol sinyalinde yüksek frekanslı çırtırtı yok denecek kadar azdır.

4.3. Ters Sarkaç Sistemine Önerilen Lyapunov Yaklaşımı ile KKK Uygulaması ve Benzetim Sonuçları

Ters Sarkaç sistemi için, Bölüm 2.2.2. de anlatılan KKK yöntemi uygulanmıştır. Burada Lyapunov yaklaşımı sayesinde sistem alt sistemlere indirgenmeden kararlı bir kayma yüzeyi tasarlanabilmektedir.

KSDYK ve KKK için önerilen iki yöntemde de ortak nokta kararlı bir kayma yüzeyinin aynı DBRD çözülerek elde edilmesidir.

Çözümde yine aynı ağırlık matrisi, aynı zaman aralığı ve aynı başlangıç koşulları alınarak grafiksel sonuçlar elde edilmiştir. Benzetim başlangıç ve bitiş zamanları da aynı değerler alınmıştır. Belirsizlik ve bozucu “ $d(x, t)$ ” fonksiyonuna karşı seçilmesi gereken,

$$k(x, t) > F(x, t)||x(t)|| + \eta \quad (4.33)$$

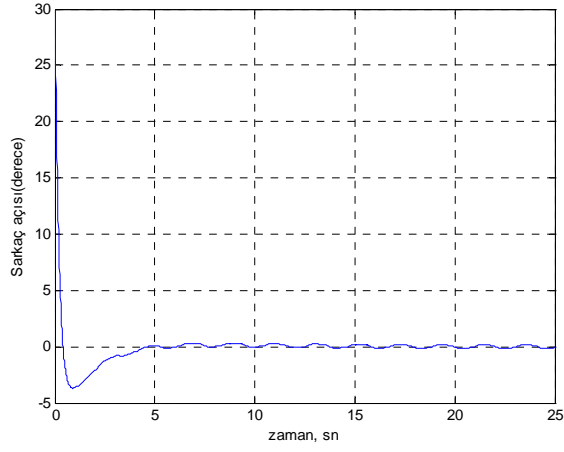
Pozitif sıklar fonksiyon iki yöntemde de yine aynı değerde

$$k(x, t) = 10 \quad (4.34)$$

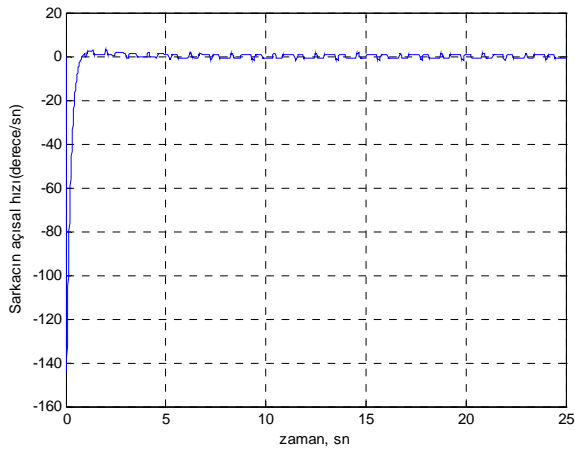
seçilmiştir.

Sonuçlar yine başlangıç koşullarının sırasına göre verilmiştir.

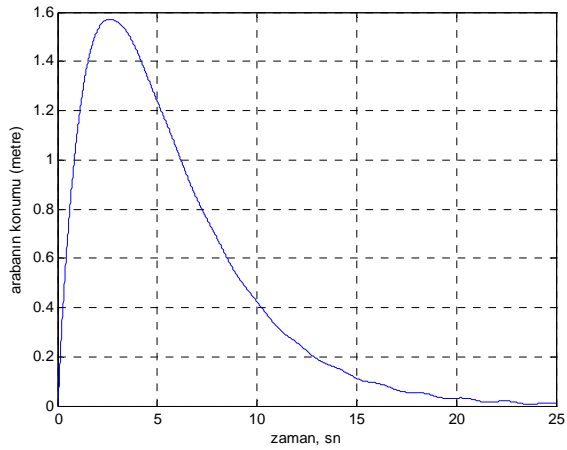
İlk başlangıç koşulu “ x_{01} ” için sonuçlar (Kayan Kipli Kontrol):



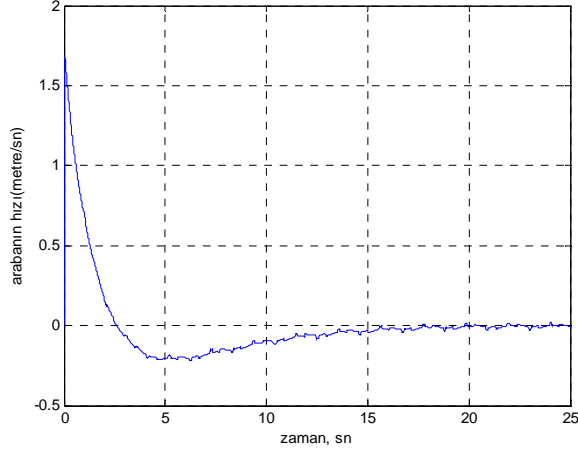
Şekil 4.34 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



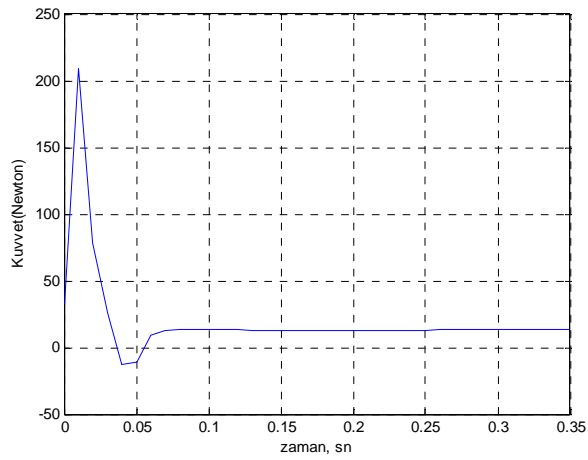
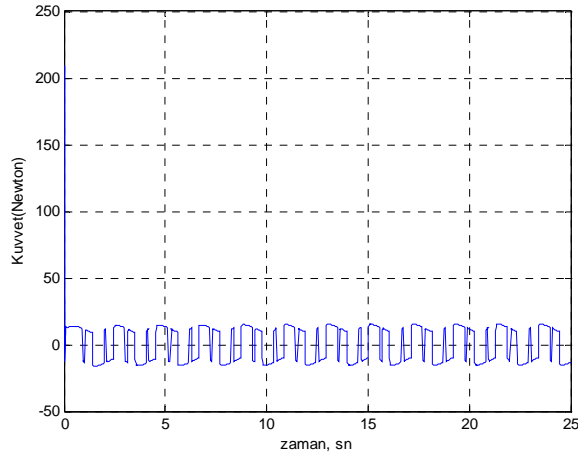
Şekil 4.35 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



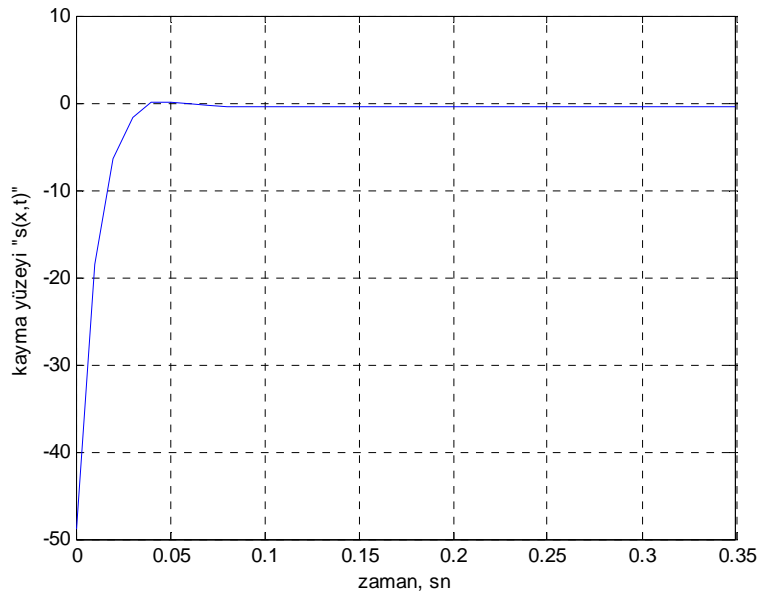
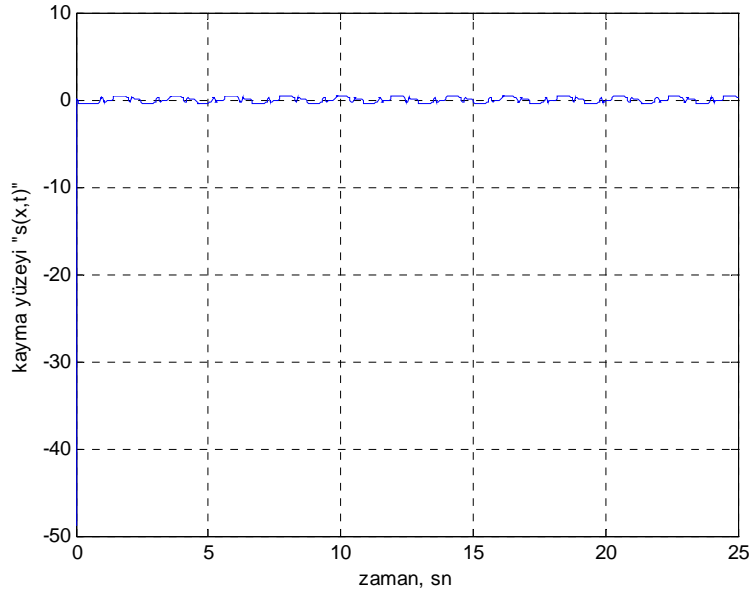
Şekil 4.36 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



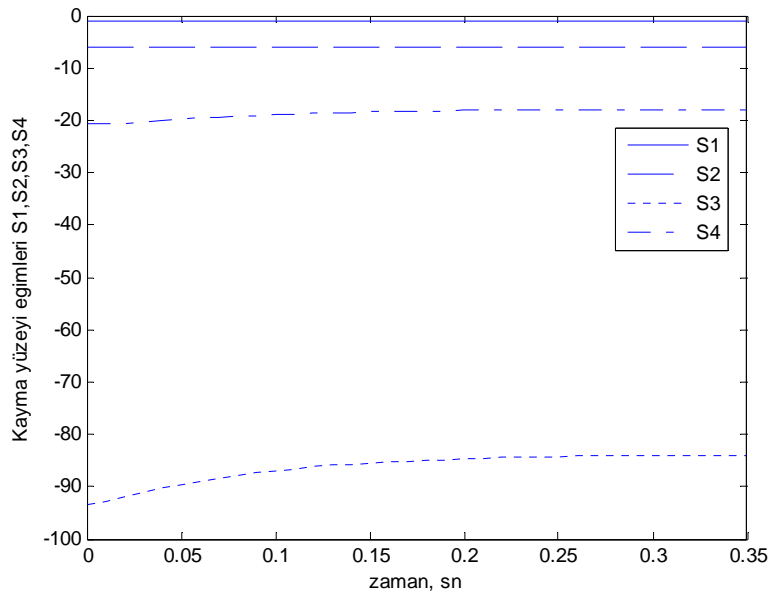
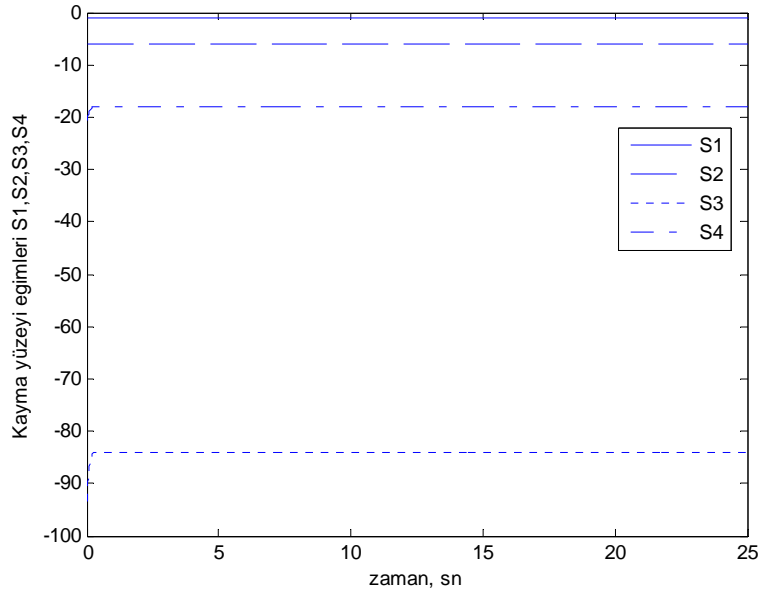
Şekil 4.37 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)



Şekil 4.38 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 30^\circ$)

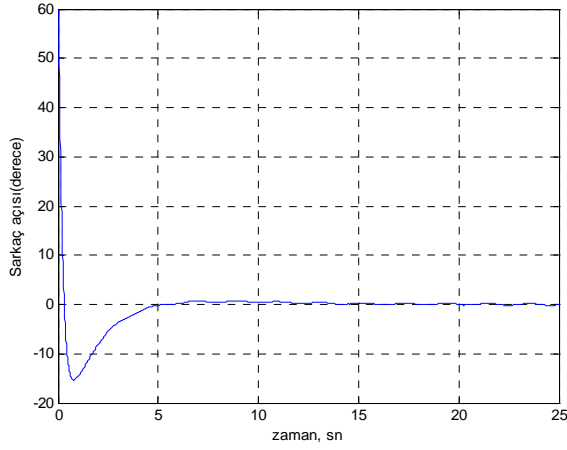


Şekil 4.39 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 30^\circ$)

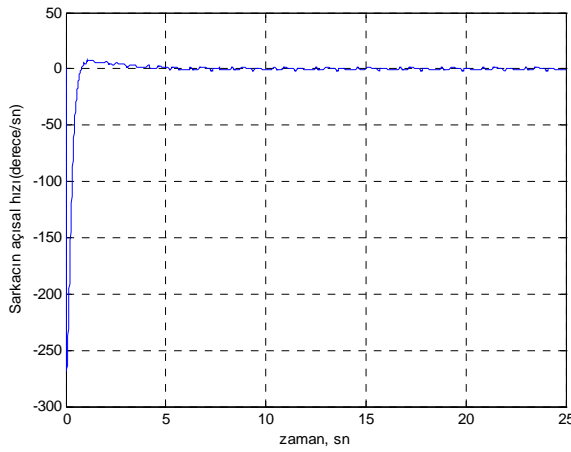


Şekil 4.40 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 30^\circ$)

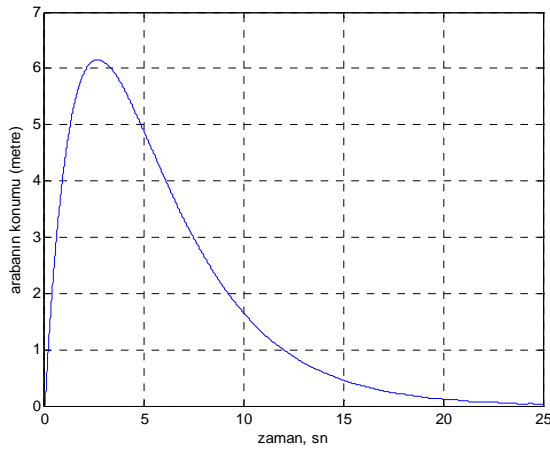
İkinci başlangıç koşulu “ x_{02} ” için sonuçlar (Kayan Kipli Kontrol):



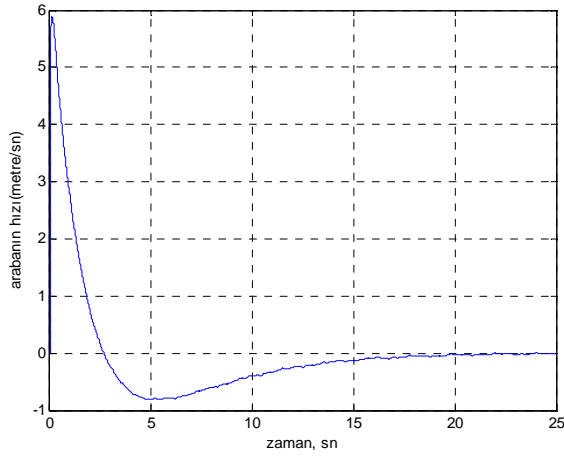
Şekil 4.41 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



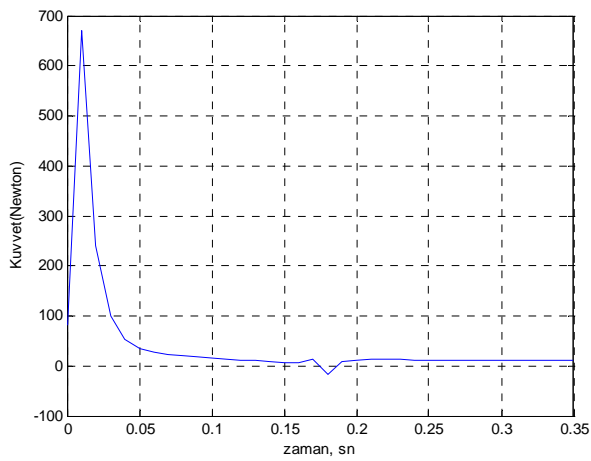
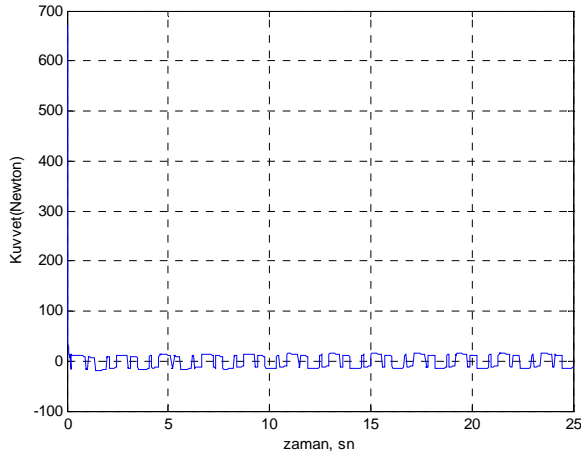
Şekil 4.42 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



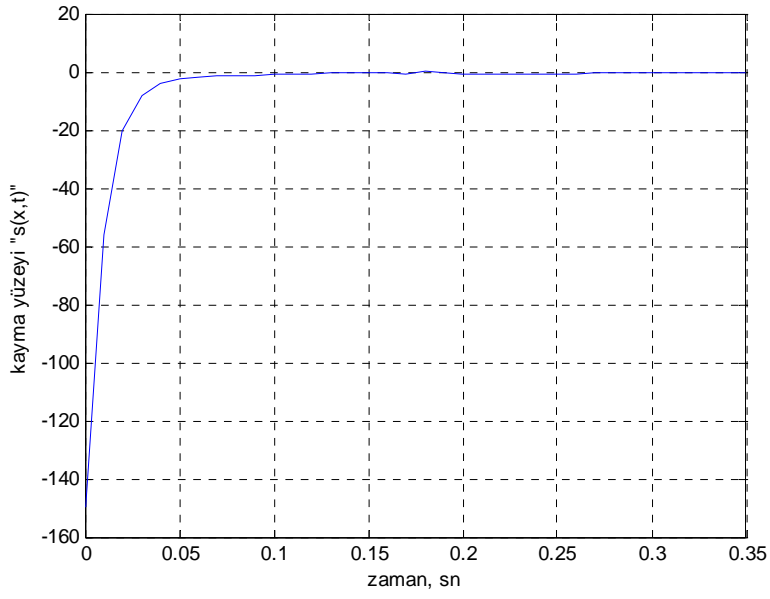
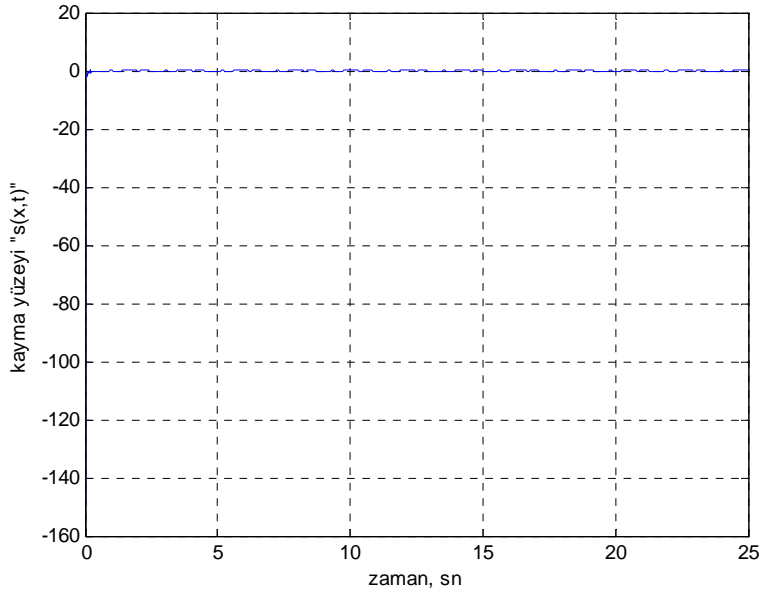
Şekil 4.43 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



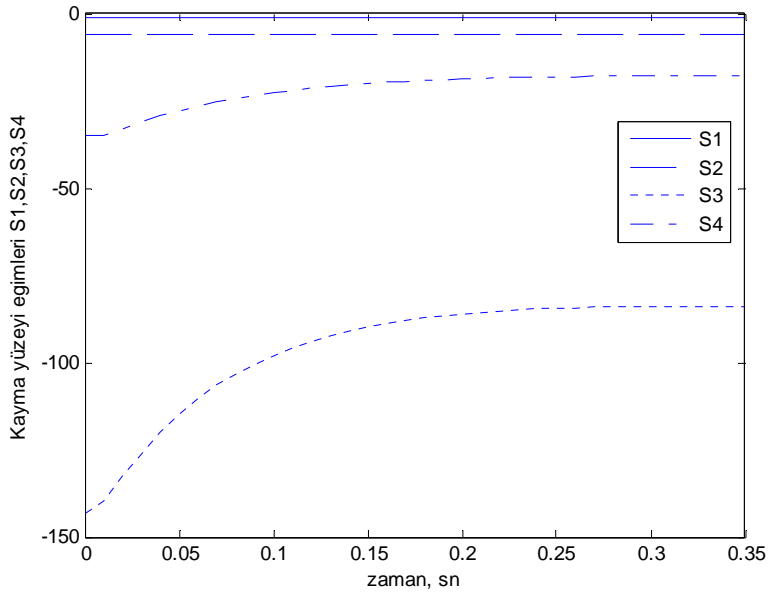
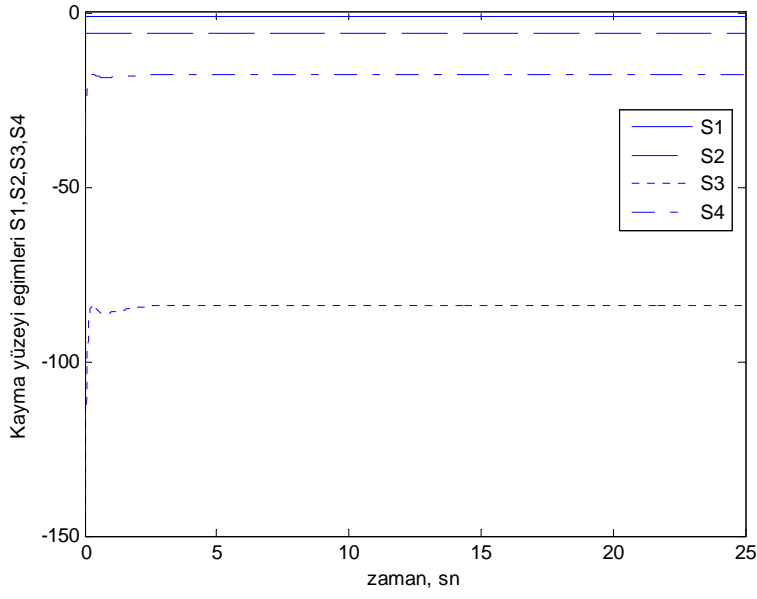
Şekil 4.44 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)



Şekil 4.45 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 60^\circ$)

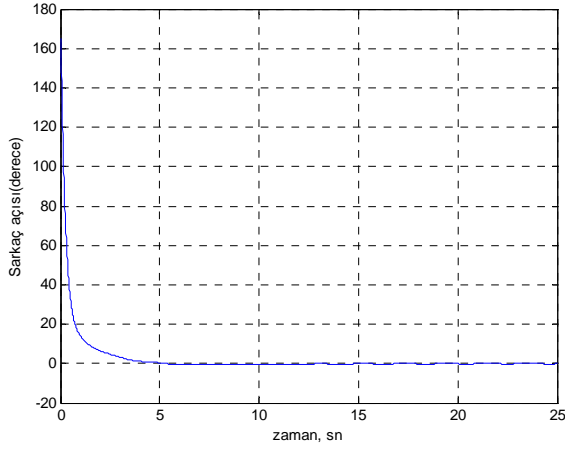


Şekil 4.46 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 60^\circ$)

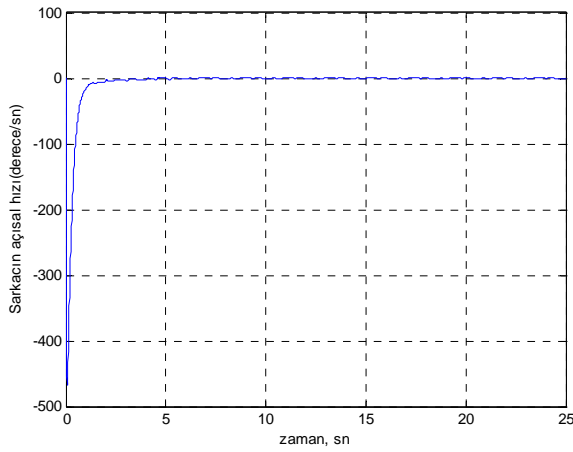


Şekil 4.47 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 60^\circ$)

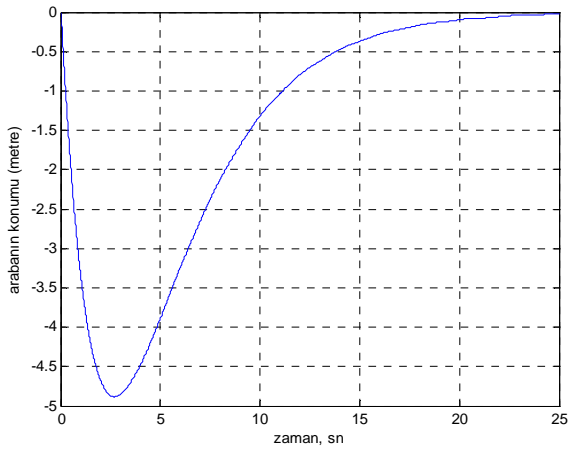
Üçüncü başlangıç koşulu “ x_{03} ” için sonuçlar (Kayan Kipli Kontrol):



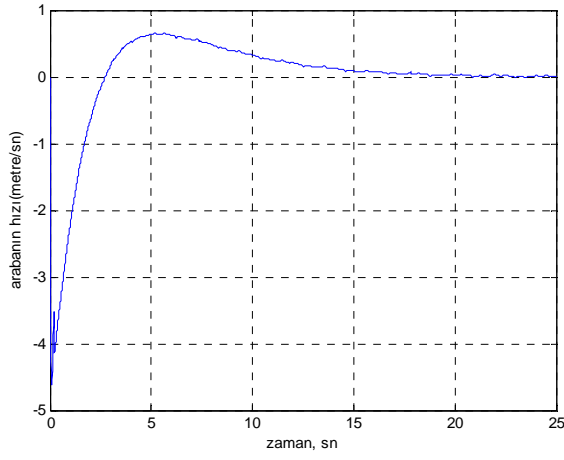
Şekil 4.48 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



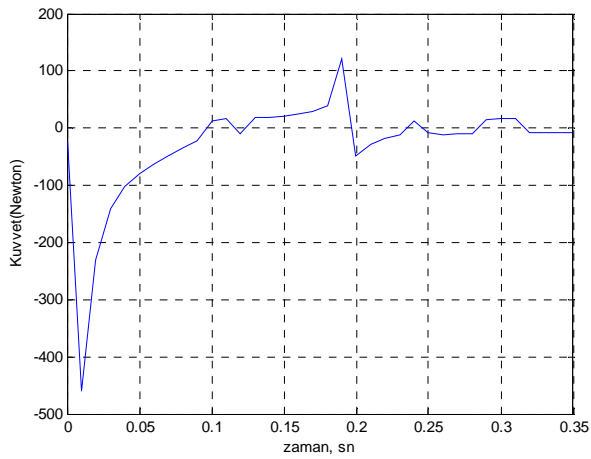
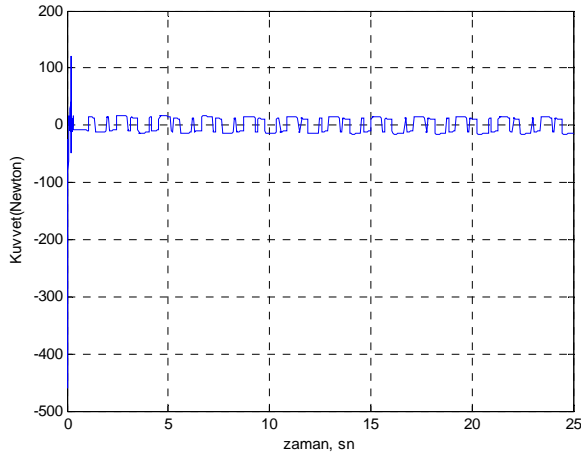
Şekil 4.49 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



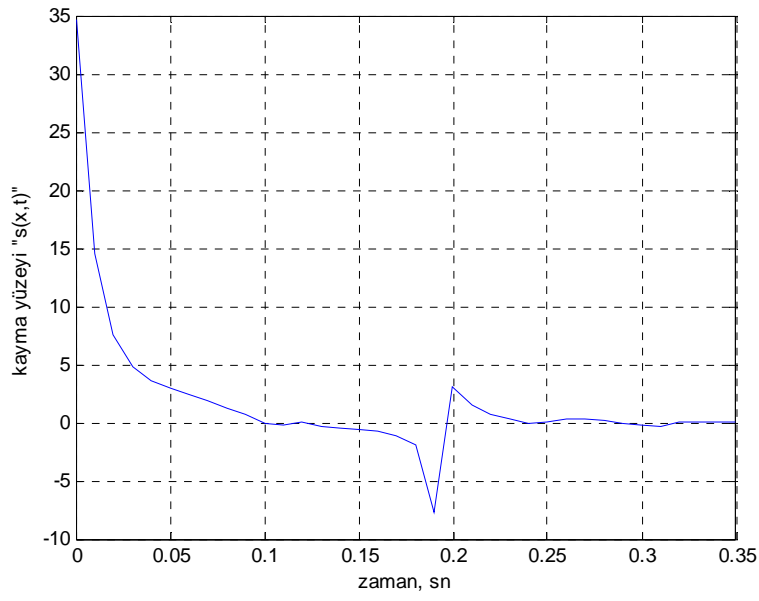
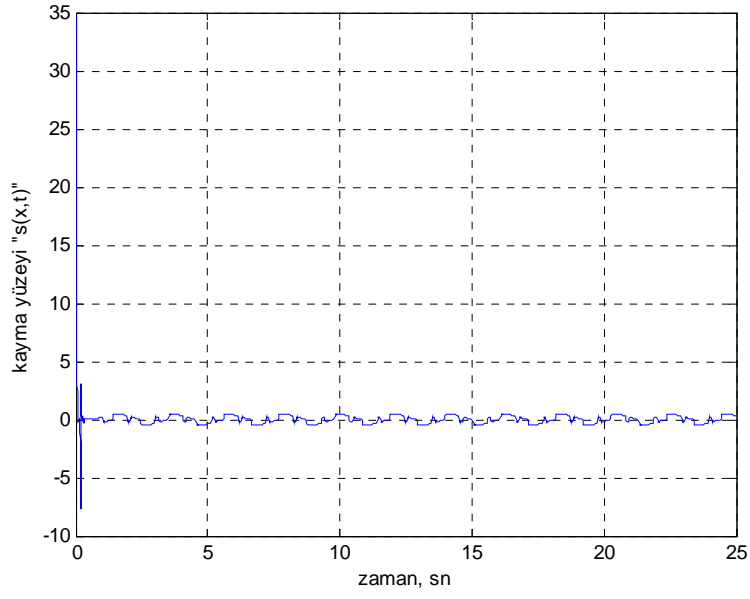
Şekil 4.50 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



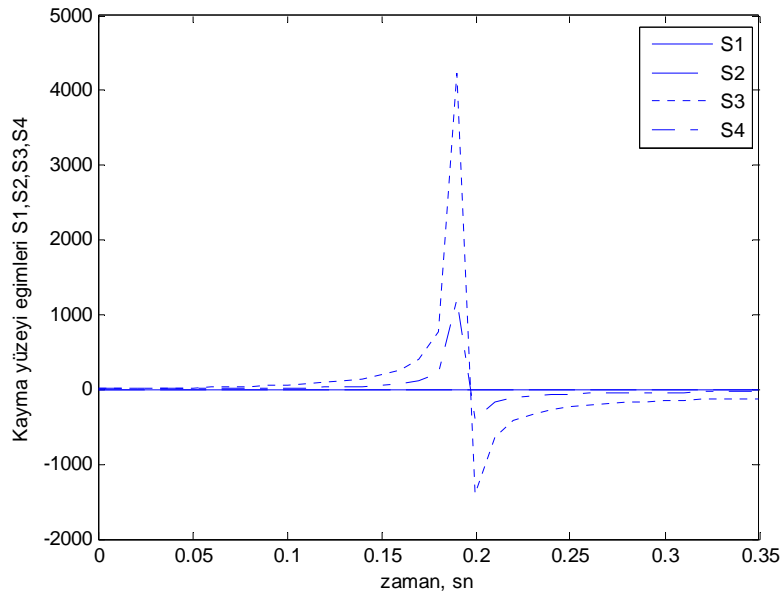
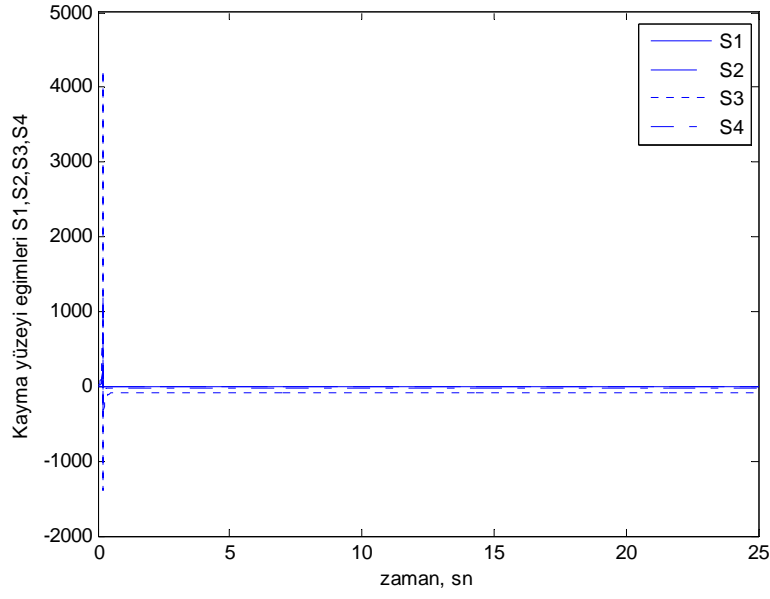
Şekil 4.51 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)



Şekil 4.52 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 165^\circ$)

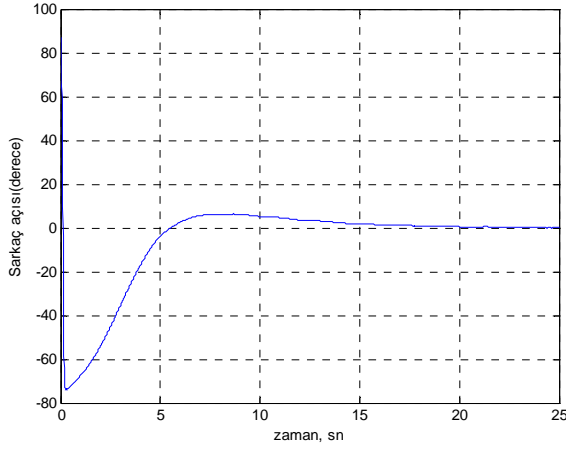


Şekil 4.53 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 165^\circ$)

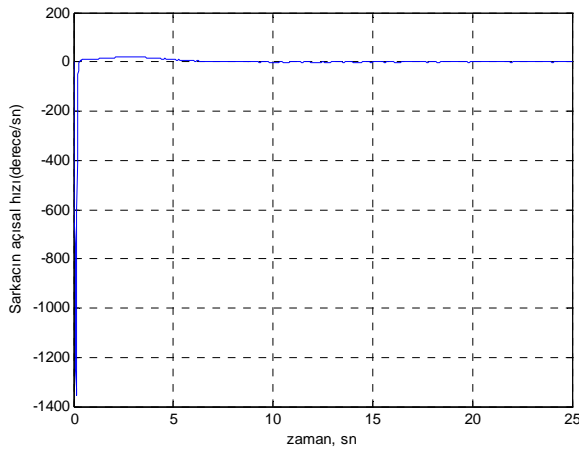


Şekil 4.54 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 165^\circ$)

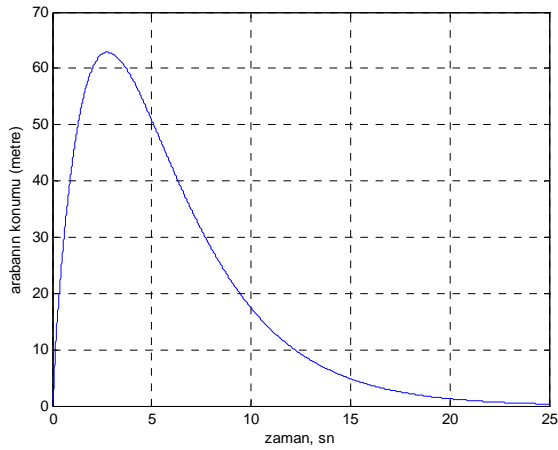
Dördüncü başlangıç koşulu “ x_{04} ” için sonuçlar (Kayan Kipli Kontrol):



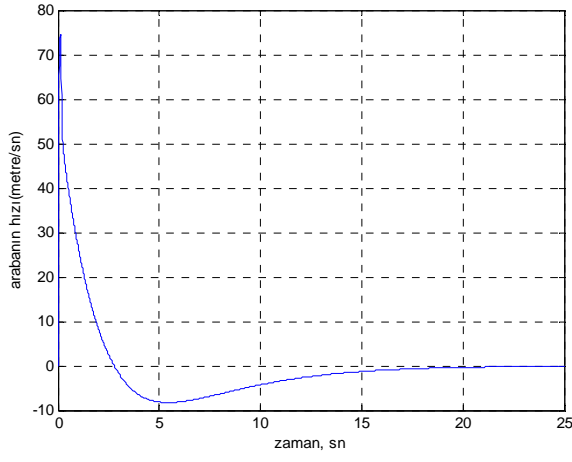
Şekil 4.55 (KKK) Sarkacın açısal konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



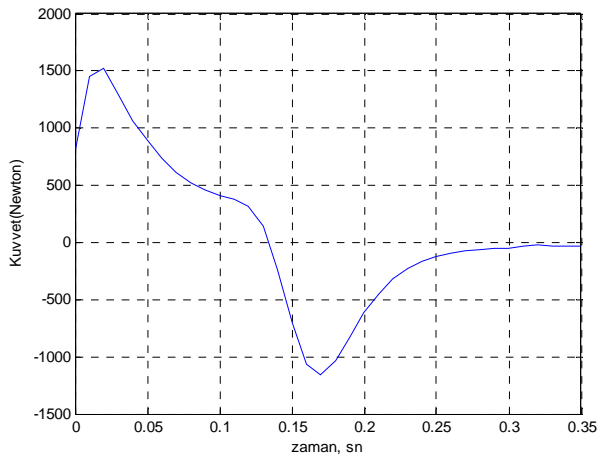
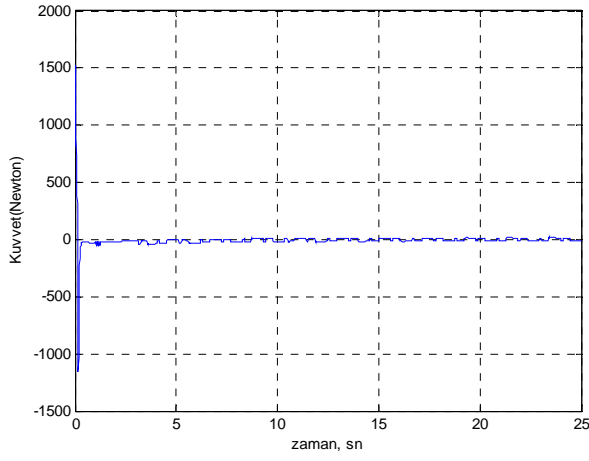
Şekil 4.56 (KKK) Sarkacın açısal hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



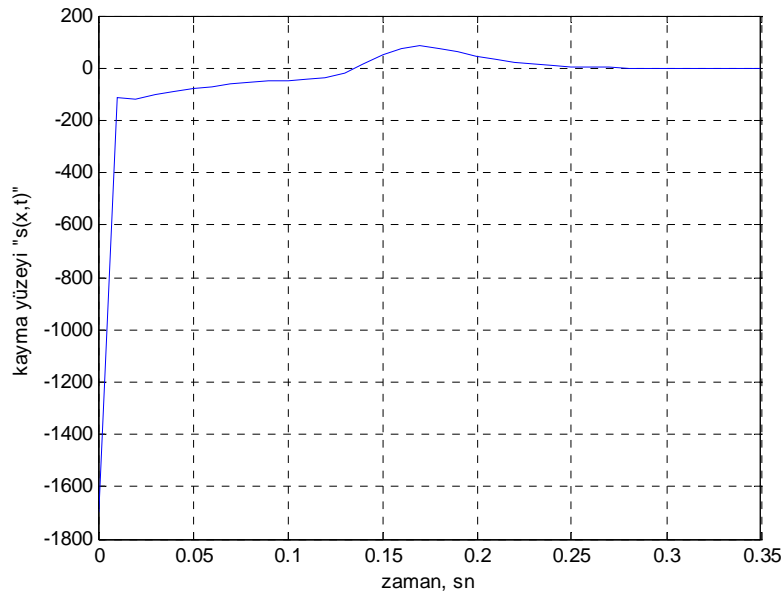
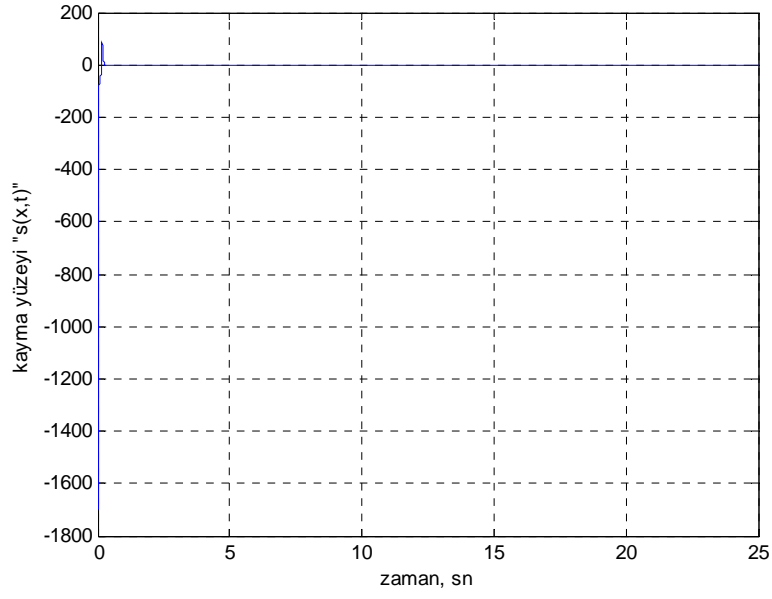
Şekil 4.57 (KKK) Arabanın konum değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



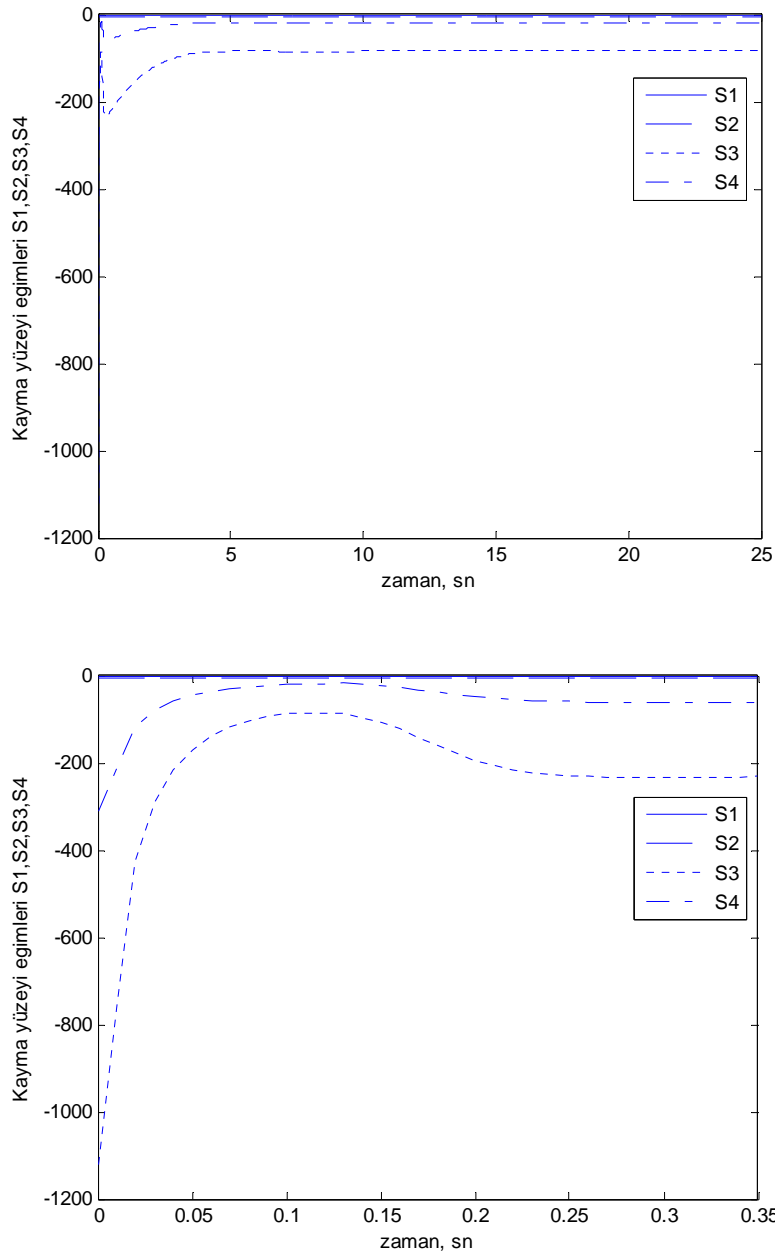
Şekil 4.58 (KKK) Arabanın hız değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.59 (KKK) Kontrol çabası ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.60 (KKK) Kayma yüzeyi ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.61 (KKK) Kayma yüzeyi eğimleri ($\theta_0 = 87^\circ$)

Şekil 4.34 ila 4.61'de Lyapunov tabanlı KKK'nın ters sarkaç mekanizmasına farklı sarkaç açılarında uygulanması ile elde edilen sonuçlar verilmektedir. Tüm sonuçlarda görüldüğü üzere, (1) önerilen yöntem sistemi başarı ile kontrol etmektedir ve (2) kontrol sinyalinde yüksek frekanslı çıtırtı vardır.

4.4. Ters Sarkaç Sistemine DBRD ile LQR Uygulaması ve Benzetim Sonuçları

Eş. 4.24 de verilen belirsizlik ve bozucu etkisi altında olan sistem için daha öncede bahsedildiği gibi DBRD kullanılarak LQR durum geri beslemeli kontrol uygulanabilir.

Eş 3.30 da verilen Riccati denklemi çözümü aynı zamanda,

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt \quad (4.35)$$

İfadesi ile verilen performans indeksini minimize eder. Burada “ $R = 1$ ” ve “ $N = 0$ ” olarak seçilirse, indeksi minimize eden optimal kazanç,

$$\mathcal{K}_{op} = R^{-1}(B^T P + N^T) \quad (4.36)$$

şeklinde elde edilir. “ R ” ve “ N ” değerleri kazanç ifadesinde yerine yazılırsa optimal kazanç,

$$\mathcal{K}_{op} = B^T P \quad (4.37)$$

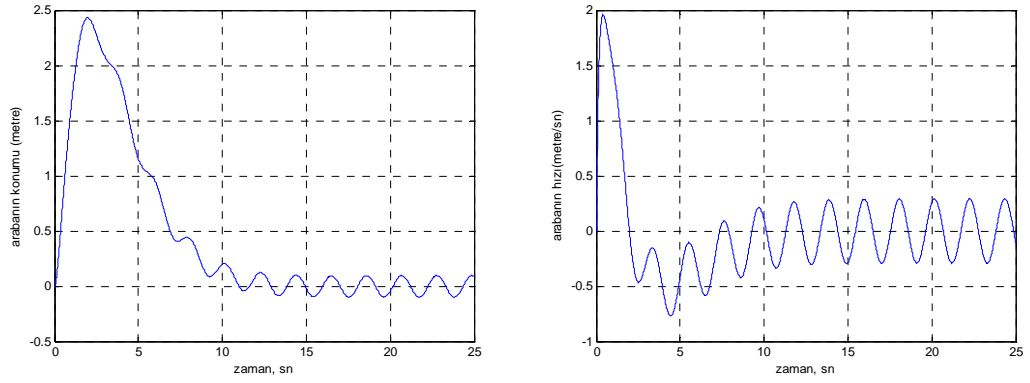
haline gelir. Buradan optimal kontrolcü

$$u_{op} = -\mathcal{K}_{op} x \quad (4.38)$$

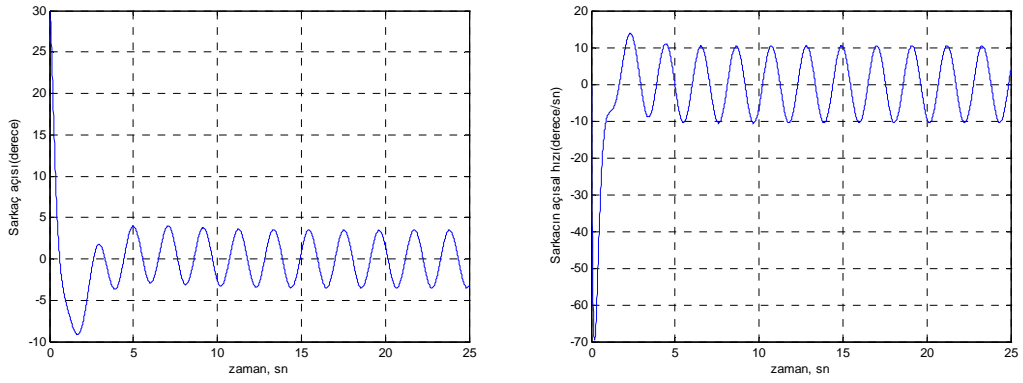
İfadesi ile bulunmuş olur. Sistemin durumları bulunan bu optimal kazançlarla geri beslenir. Optimal kazanç aynı zamanda KKK ve KSDYK içerisinde kullanılan eğim vektörleri ya da matrisleri ile aynıdır.

DBRD kullanımı ile her zaman aralığında tasarım tekrarlanırsa doğrusal olmayan sistemler için önerilen diğer yöntemler gibi bu yöntem de doğrusal olmayan Ters Sarkaç mekanizmasına uygulanabilir. Bu bölümde, bir önceki uygulamalarda kullanılan aynı ağırlık matrisi kullanılarak Ters Sarkaç Mekanizmasına DBRD ile LQR durum geri beslemeli kontrol uygulanmış ve belirsizlik ile bozucu etkisinde olan sistem için benzetim sonuçları elde edilmiştir.

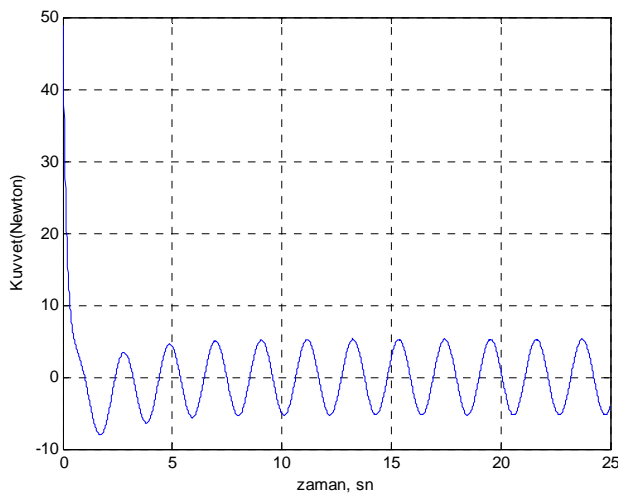
İlk başlangıç koşulu " x_{01} " için sonuçlar (LQR):



Şekil 4.62 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)

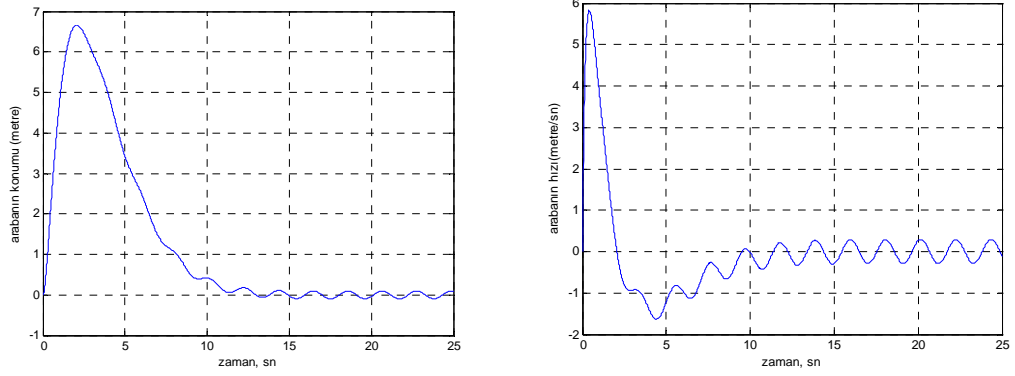


Şekil 4.63 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 30^\circ$)

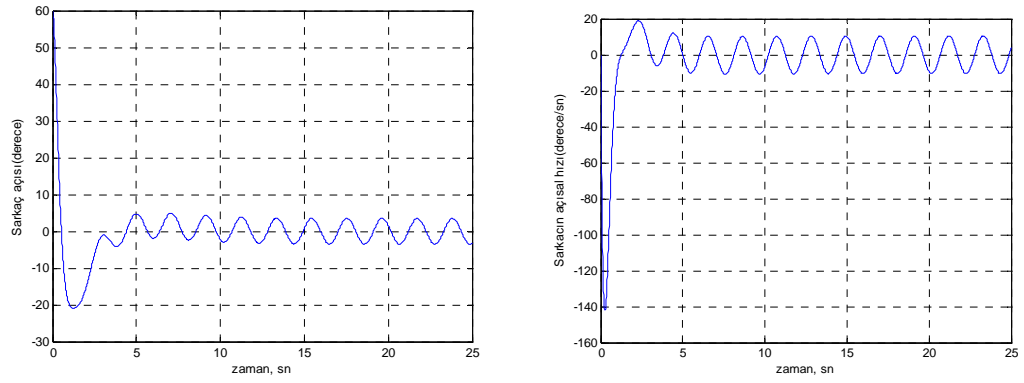


Şekil 4.64 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 30^\circ$)

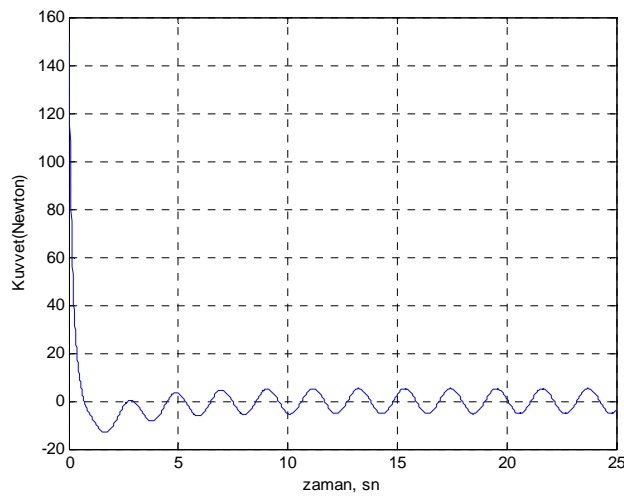
İkinci başlangıç koşulu “ x_{02} ” için sonuçlar (LQR):



Şekil 4.65 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)

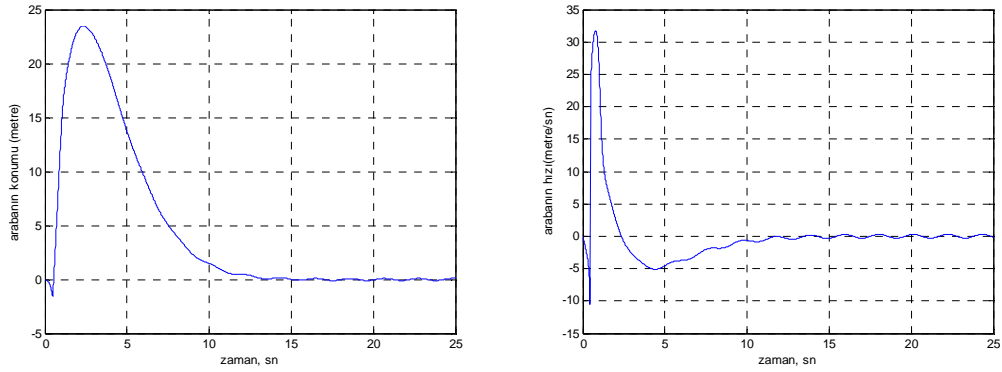


Şekil 4.66 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 60^\circ$)

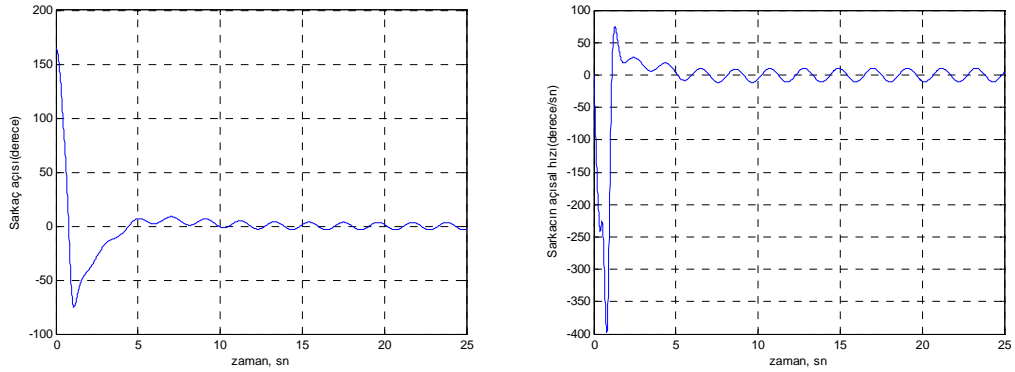


Şekil 4.67 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 60^\circ$)

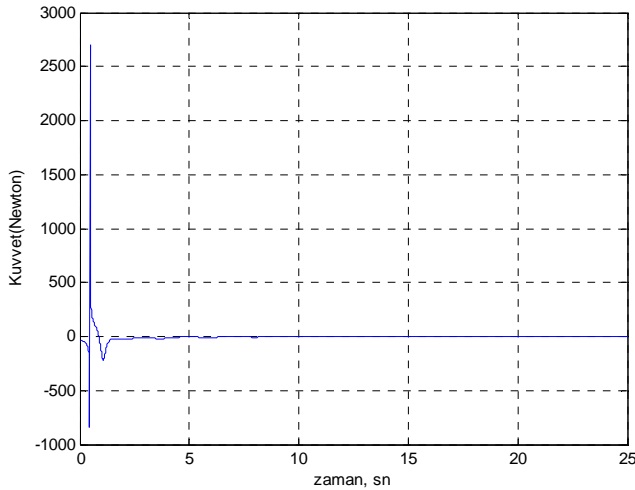
Üçüncü başlangıç koşulu “ x_{03} ” için sonuçlar (LQR):



Şekil 4.68 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)

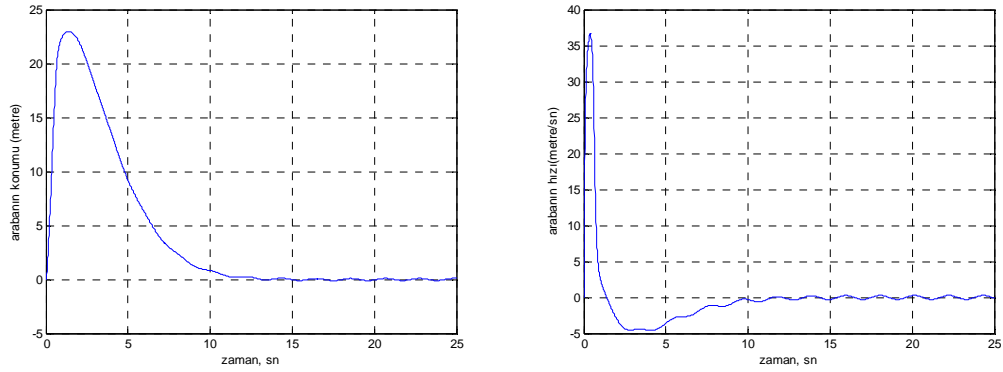


Şekil 4.69 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 165^\circ$)

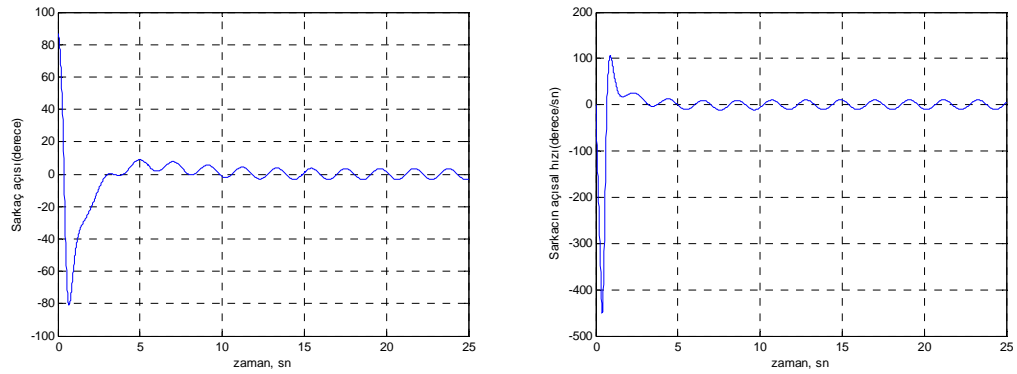


Şekil 4.70 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 165^\circ$)

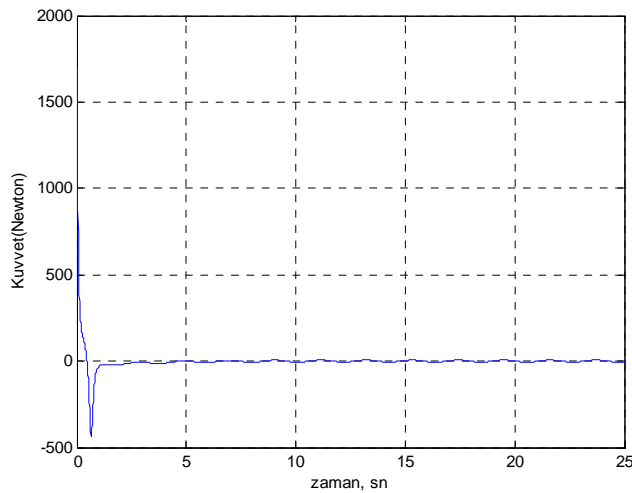
Dördüncü başlangıç koşulu “ x_{04} ” için sonuçlar (LQR):



Şekil 4.71 Arabanın konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.72 Sarkacın açısal konum (sol) ve hız(sağ) değişimi ($\theta_0 = 87^\circ$)



Şekil 4.73 Kontrol çabası (LQR) ($\theta_0 = 87^\circ$)

Yukarıda verilen üç farklı kontrol algoritmasının sonuçları birlikte değerlendirildiğinde;

İlk başlangıç koşulu olan “ $\theta_0 = 30^\circ$ ” açıda sonuçlardan da anlaşılacağı gibi sistem kontrol edilebilmektedir. Sarkacın, açısal dengeye gelmesi, önerilen KSDYK kullanıldığında yaklaşık 4 saniye sürmektedir. Kontrolcünün, sarkacı “ $\theta_0 = 30^\circ$ ” dereceden denge noktasına getirmesi için arabaya yaklaşık 210 N kuvvet uygulaması gerekmektedir. Sistemin durumlarının ilk konumu tasarlanan sektörün dışında olmasına karşın tasarlanan kontrolcü sistemi yaklaşık 0.04 sn sonra sektör içerisine sokar ve kontrol çabası bu noktada sıfırlanır. Bu noktadan sonra kontrol girişi sadece sistem sektör dışına çıkacağı zaman uygulanır. Kontrol çabası grafiğine bakılırsa sistem 0.04 saniyeden sonra 0.13. saniyede sektör dışına çıkmış fakat daha sonra 0.15. saniyede sektör içerisine tekrar dâhil olmuştur. Kontrol çabasının, toplam kontrol süreci sırasında birçok zaman aralığı için sistem sektörün dışına her çıkmak istediğinde belli genlikte değiştiği gözlemlenmiştir. Sektör içerisinde sistemin kararlı olması nedeniyle durumlar sektöre girdiği zaman bir daha çıkmaması gerekmektedir. Burada gözükten sistemin belli aralıklarda sektörü terk ettiği görülmektedir. Bunun en büyük sebebi bozucu ve belirsizlik etkisidir.

Aynı başlangıç koşulu için önerilen KKK uygulaması sırasında ise sarkaç, KSDYK ile yaklaşık aynı süre içerisinde dengeye gelmektedir. Burada eğimlerin aynı DBRD ile elde edilmesi neredeyse aynı değerlere sahip olması büyük rol oynamaktadır. Sonuç olarak aynı kazançlarla sisteme etkiyen kontrolcüler benzer cevaplar verilmesine neden olurlar. Fakat KKK ile KSDYK arasında görülebilen en somut fark kontrol çabası içerisindeki çitirtme hareketidir. Görüldüğü üzere sektör içerisinde sıfırlanan kontrol çabası, süreksiz kontrolcü nedeniyle KKK içerisinde asla sıfırlanamamaktadır.

Kayan sektörün geometrik şekli, Ters Sarkaç sisteminin dördüncü dereceden bir sistem olması nedeni ile resmedilememiştir. Fakat kayma yüzeyinin etrafını saran kararlı bir sektör olduğu ve sistemin bu sektör içerisine belli bir çaba ile dâhil olduğu, sektör sınırlarını belirleyen fonksiyonların zamana bağlı değişimleri temel alınarak elde edilen grafiklerde iki boyutlu gösterilmiştir.

İkinci başlangıç koşulu ise “ $\theta_0 = 60^\circ$ ” olarak alınmıştır. Burada sarkacın dengeye gelmesi KSDYK ile tasarlanmış kontrolcü ile yaklaşık 4,5 saniyeyi bulurken KKK ile tasarlanmış kontrolcü ile 5 saniyede gerçekleşmektedir. Bu başlangıç koşulunda kontrol çabaları “ $\theta_0 = 30^\circ$ ” olan ilk koşula göre bir hayli yükselmiştir. Sarkacı dengeye getirmek için KSDYK ile tasarlanmış kontrolcünün arabaya yaklaşık 650 N kuvvet uygulaması gerekmektedir. Bir önceki koşulda 210 N olan bu kuvvet yaklaşık üç katına çıkmaktadır. Bunun nedeni sarkacın denge konumundan uzaklaşmasıdır. Bu nedenle açı en kritik olan (yatay eksenle paralel) açığa yaklaştıkça sistemin dengelenmesi zorlaşmaktadır. Sistemin dinamik denklemlerinde olan Euler açıları nedeniyle “ $\theta_0 = 90^\circ$ ” için kontrol edilememektedir. Böyle kritik açıların kontrolü isteniyorsa Euler yerine kuaterniyon gösterimi bir alternatif olabilir. İkinci başlangıç koşulunda sistemin tasarlanmış kayan sektör içerisine girmesi yaklaşık 0.07 saniye sürmektedir. İlk başlangıç koşuluna göre bu değer de neredeyse iki katına çıkmıştır. Burada da sarkacın denge noktasından uzaklaşması etkindir.

Üçüncü başlangıç koşulu ise ters yönlü seçilerek “ $\theta_0 = 165^\circ$ ” olarak alınmıştır. Bu koşul, ikinci koşula göre kontrol edilmesi daha zor bir koşul gibi görünmesine rağmen daha az kontrol çabası ile sistem kontrol edilebilmektedir. Sarkacın bu koşul altında dengeye gelmesi KSDYK ile yaklaşık 4 saniye sürerken KKK ile 5 saniyede olmaktadır. Sistemin durumları bu koşul altında yaklaşık 0.04 saniye sonra sektör içerisine girmektedir durumları sektör içerisine sokmak için harcanan kontrol çabası yaklaşık 450 N olmaktadır. Bu değer KKK da yine sistemi yüzey üzerine çekmek için gereken kuvvetle neredeyse aynıdır Ters Sarkaç sistemi ters yönlü açılarda (30-120 gibi) daha rahat dengelenebilmektedir.

Dördüncü başlangıç koşulu kritik sayılabilecek bir açı olan “ $\theta_0 = 87^\circ$ ” olarak alınmıştır. Tasarlanan kontrol sisteminin etkinliğinin test edilebileceği bu başlangıç koşulunda, önerilen iki yöntem de başarı ile sistemi dengelemiştir. Klasik yöntemlerle tasarlanmış kontrol sistemleri böyle kritik açılarda etkinliğini yitirmektedir. Burada ise belirsizlik ve bozucu etkisi olmasına rağmen sistem dengelenir. Durumları sektör içerisine sokacak kontrol çabası burada yaklaşık 7000 N olmaktadır. Açı kritik olduğu için bu koşulda değerler diğer koşullara göre oldukça

yüksektir. Sistemin sektörün içerisine girmesi burada yaklaşık 0.13 saniyeyi bulmaktadır. KKK ile tasarlanan kontrolcüde ise sistem yine aynı sürelerde kayma yüzeyi üzerine gelmektedir. Burada yer alan tepe değerleri çok yüksek olduğu için düşük genlikli etkiler grafiklerde görülememektedir.

Sistem son olarak, DBRD ile LQR durum geri beslemeli kontrol ile dengelenmeye çalışılmıştır. Burada elde edilen sonuçlara göre, tüm başlangıç koşullarında sistem osilasyona girmektedir. Böylece kontrol sistemi başarısız olmaktadır. Bunun bir nedeni bozucu ve belirsizlik etkisidir. Burada bozucu ve belirsizlik yüzünden sistemin kararlı kutupları ve sıfırlarında değişme olacağı için kararlılık bozulmaktadır. Çalışmanın başında belirtildiği gibi kayma yüzeyi üzerine ya da kayan sektör içerisine gelen sistem kararlılığı bu noktadan sonra tasarlanan yüzeyin ya da sektörün kararlılığına bağlıdır. Bu yüzden bozucu ve belirsizlik etkileri önerilen KSDYK ve KKK da sistemin kararlılığını etkilemezken LQR durum geri beslemeli kontrol ile yapılan tasarımda kontrolcü etkisiz hale gelir. Bu da önerilen Değişken Yapılı Kontrol yöntemlerinin ne kadar etkin olduğunun bir kanıtıdır.

Zamanla değişen kayma yüzeylerinin önerilen her iki yöntemle yapılan tasarımda eğimlerinin değişme grafikleri elde edilmiştir. Tüm başlangıç koşullarında eğimler sistem yüzey üzerine ya da sektör içerisine gelene kadar değişim gösterirken daha sonra neredeyse sabit kalır. Bunun nedeni sistemin yüzey üzerine ya da sektör içine geldiği andan itibaren kararlı davranış göstermesidir.

5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında, doğrusal ve doğrusal olmayan sistemler için Değişken Yapılı Kontrol yöntemlerinden Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol ve Kayan Kipli Kontrol teorileri incelenmiş, yöntemlerin gürbüzlükleri tartışılmış ve doğrusal olmayan sistemler için yeni bir Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol tasarım yöntemi önerilmiştir. Önerilen kontrol yöntemleri, kontrol sistemlerinde yaygın olarak kullanılan örnek bir Ters Sarkaç sistemine benzetim tabanlı uygulanarak farklı başlangıç koşulları için sonuçlar alınmıştır. Ters sarkaç sisteminde kontrolün amacı, sarkacın araba üstündeki açısının " $\theta = 0^\circ$ " da tutulmasıdır. Bu yüzden tasarlanan kontrolcülerin etkinliği farklı başlangıç açılarına göre test edilmiştir.

Kayan Sektör Değişken Yapılı Kontrol yöntemi içerisinde, yapılan uygulama çalışmasından da anlaşılacağı gibi stabilizasyon amaçlı kontrol algoritmalarında yöntem başarılı sonuçlar vermektedir. Yöntemin içerisinde uygulanan kontrolcü, sistem üzerinde sürekli etkin olmak yerine gerekli olduğu durumlarda (sektör dışına çıkma durumlarında) etkin olmaktadır. Başka bir deyişle sürekli bir kontrol çabası gerekmemektedir. Bu nedenle stabilizasyon amaçlı sistemlerde daha az bir enerji sağlanarak sistem kontrolü sağlanabilir. Gürbüzlük bakımından karşılaştırılan diğer yöntemlere göre önerilen yöntem daha iyi sonuçlar vermiştir. Bunun en büyük nedeni, sistem durumları durum uzayı içerisinde tasarlanan kararlı bölgenin içerisine girdiği zaman kararlılığın parametre belirsizlikleri ve bozucu etkilerinden kurtulup bölgenin karakteristiğine göre hareket etmesidir. Bu da bahsi geçen kontrol çabasının daha makul seviyelerde tutulmasını sağlamaktadır. KKK yönteminde var olan ve KKK uygulanabilirliğini oldukça kısıtlayan yüksek frekanslı çırtının kararlılıktan ve gürbüzlükten ödün verilmeden önlenebildiği yine çalışma içerisinde gösterilmiştir. Burada sistem durumlarının kararlı düzlem yerine kararlı bölge içerisine yönlendirilmesi çırtının yok edilmesindeki en büyük etkidir.

Doğrusal olmayan sistemler için daha önce çalışılmış DBDRD ile KSDYK tasarım yöntemi, bu tez çalışmasında önerilen daha basit DBRD tekniği ile uygulama kolaylığına erişilmiştir. DBDRD kullanımında gereken sayısal çözümlene ve başlangıç değeri belirleme gereksinimi gerçek fiziksel sistemlerdeki kontrol

uygulamalarında oldukça zor ve olasılıkları arttıran bir kısıttır. Daha basit ve analitik çözüm verebilen DBRD ile KSDYK tasarımında ise gerek işlem zamanları gerekse işlem karmaşıklığı belli ölçülerde indirgenebilmektedir.

Çalışma kapsamında ele alınan ve önerilen yöntem tek girişli sistemler için incelenmiştir. Daha sonra yapılabilecek çalışmalarda çok girişli sistemler ve model takip gibi daha çok sürekli kontrol çabası ihtiyacının olduğu sistemler için algoritmalar geliştirilebilir. Yapılan çalışma, KSDYK yönteminin hız ve gürbüzlük bakımından füze ve benzeri yüksek hızda seyreden araçların stabilizasyon çalışmalarında kullanılabilirliğini işaret etmektedir. Daha sonra yapılabilecek çalışmalardan biri de böyle bir füzenin oto pilot sisteminin önerilen yöntem ile geliştirilmesi olabilir. Geliştirilen algoritmalar deney düzenekleri kurularak gerçek fiziksel sistemler üzerinde test edilebilir.

KAYNAKLAR

1. Kuo, B.C., “Automatic Control Systems”, 7th Edition, Çeviri Editörü Prof. Dr. Atilla Bir, *Literatür Yayınları*, İstanbul 237-301 (1999).
2. Edwards, C., Spurgeon, S.K., “Sliding Mode Control, Theory and Applications”, *Taylor&Francis*, London, 1-92 (1998).
3. Perruquetti, W., Barbot, J.P., “Sliding Mode Control in Engineering”, *Marcel Dekker*, New York, 1-27, 131-160 (2002) .
4. Gökbilen, B., “Doğrusal Olmayan Sistemlerin Zamanla Değişen Doğrusal Yüzey Kullanılarak Kayan Kipli Kontrolü ve Uygulamaları”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 6-39, (2006).
5. Durmaz, B., “Sliding Mode Control Of Linearly Actuated Nonlinear Systems”, Yüksek Lisans Tezi, *Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 9-19, (2009).
6. Salamcı, M.U., Özgören, M.K., “Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for Missile Autopilot Design”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 23(4): 719-727 (2000).
7. Ogata, K.,. “Modern Control Engineering”, 3rd Edition, *Prentice-Hall, Inc.*, United States of America, 710-982 (1997).
8. Furuta, K., Pan, Y., “Variable Structure Control With Sliding Sector”, *Automatica*, 36: 211-228 (2000).
9. Pan, Y., Dev Kumar, K., Liu, G., Furuta, K., “Design Of Variable Structure System With Nonlinear Time-Varying Sliding Sector”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(8): 1981-1986 (2009).
10. Pan, Y., Furuta, K., Hatakeyama, S., “Invariant Sliding Sector For Variable Structure Control”, *IEEE Conference on Decision & Control*, Phoenix, Arizona, USA, 5152-5157 (1999).
11. Pan, Y., Furuta, K., Suzuki, S., Hatakeyama, S., “Design Of Variable Structure Controller From Sliding Mode To Sliding Sector”, *IEEE Conference on Decision & Control*, Sydney, Australia, 1685-1690 (2000).
12. Furuta, K., Pan, Y., “A New Approach To Design Sliding Sector For VSS Controller”, *American Control Conference*, Seattle, Washington, 1304-1308 (1995).

13. Suzuki, S., Pan, Y., Furuta, K., Hatakeyama, S., "VS-Control With Time-Varying Sliding Sector Design And Application To Pendulum", *Asian Journal of Control*, 6(3): 307-316 (2004).
14. Xu, J.X., Lee, T.H., He, C., "Modified Sliding Mode Controller for a Class of Nonlinear Multi-Input Systems", *IEEE Workshop on Variable Structure Systems*, California, USA, 55-60 (1996).
15. Xu, H., Mirmirani, M.D., Ioannou, P.A., "Adaptive Sliding Mode Control Design for a Hypersonic Flight Vehicle", *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 27(5): 829-838 (2004).
16. Yeom, H.D., Choi, Y.J., "Switching Control for Second Order Nonlinear Systems Using Singular Hyperplanes", *International Journal of Control, Automation and Systems*, 4(1): 124-135 (2006).
17. Korondi, P., Hashimoto, H., Sziebig, G., "Sliding Sector Design for Nonlinear Systems", *Proc. 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, 3556-3561 (2008).
18. Khan, Q., Bhatti, I.A., Iqbal, S., Iqbal, M., "Dynamic Integral Sliding Mode for MIMO Uncertain Nonlinear Systems", *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(1): 151-160 (2011).
19. Korondi, P., "Tensor Product Model Transformation-based Sliding Surface Design", *Acta Polytechnica Hungarica*, 3(4): 23-35 (2006).
20. Nelson, C.R., "Flight Stability and Automatic Control", Second Edition, *Mc Graw Hill*, USA, 1-434 (1998).
21. Khalil, H.K., "Nonlinear Systems", 2nd Edition, *Prentice Hall*, New Jersey, 97-154 (1996).
22. Choe, G.D., Kim, H.J., "Pitch Autopilot Design Using Model-Following Adaptive Sliding Mode Control", *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(4): 826-829 (2002).
23. Slotine, J.J.E., Li, W., "Applied Nonlinear Control", *Prentice Hall*, New Jersey, 276-307 (1984).

24. Young, K.,D., Utkin, V.I., Özgüner, Ü., “A Control Engineer’s Guide to Sliding Mode Control”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(3): 328-342 (1999).
25. Banks, S.P., Salamcı, M.U., McCaffrey, D., “Non-Local Stabilization of Nonlinear Systems using Switching Manifolds”, *International Journal of Systems Science*, 31(2): 243-254 (2000).
26. Salamcı, M.U., “Two New Switching Surface Design Techniques for Nonlinear Systems with Their Applications to Missile Control”, Doktora Tezi, *ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 11-41, 86-143 (1999).
27. Salamcı, M.U., Tombul, G.s., “Sliding Mode Control Design with Time Varying Sliding Surfaces for A Class of Nonlinear Systems”, *CCA’06, IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, (in press) (2006).
28. İtik, M., Salamcı, M.U., “Kayan Kipli Denetim ile Esnek bir Kirişin Titreşim Kontrolü”, *12. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu*, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 409-414 (2005).
29. Suzuki, S., Pan, Y., Furuta, K., “State-Dependent Sliding-Sector VS Control and Application to Swing Up Control of Pendulum”, *Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, USA, 251-256 (2003).
30. Utkin, V.I., “Variable Structure Systems with Sliding Modes”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2): 212-222 (1977).
31. Utkin, V.I., “Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems”, *Mir Publishers*, Moscow, 1-120 (1978).
32. Utkin, V.I., “Sliding Modes in Control and Optimization”, *Springer Verlag*, Berlin, 46-125 (1992).
33. Bartolini, G., A. Pisano., E. Punta., and E. Usai., “A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems”, *Int. J. Control*, 76(9/10): 875–892 (2003).
34. Elmali, H., Olgaç, N., “Robust output tracking control of nonlinear MIMO systems via sliding mode technic”. *Automatica*, 28: 145-151 (1992).

35. Kachroo, P., Tomizuka, M., “Chattering reduction and error convergence in the Sliding-mode control of a class of nonlinear systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41: 1063-1068 (1996).
36. Levant, A., “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control”, *International Journal of Control*, 58: 1247-1263 (1993).
37. W, C, Su., S, V, Drakunov., U, Ozguner., “Constructing discontinuity surface for variable structure systems a Lyapunov approach”, *Automatica*, 32(6): 925–928 (1996).
38. Cloutier, J., “State-dependent riccati equation techniques: An overview”, *in Proc. American control conference*, Albuquerque, NM, USA, 932–936 (1997).
39. Bartolini, G., A. Pisano., E. Punta., and E. Usai., “Digital second order sliding mode control SISO uncertain nonlinear systems”, *Proc. of the American control conference*, Philadelphia, PA, USA 119-124 (1998).

EKLER

EK-1 Ters Sarkaç sistemi önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı ana program

```

tic
display('running....');
clear all;
clc;
close all;
t0=0;          %Başlangıç zamanı
tf=25;        %Bitiş zamanı
inc=0.01;     %Zaman basamak değeri
tspan=t0:inc:tf; %Zaman dizisi
k=1;         %Döngü sayacı
ii=length(tspan); %Zaman dizisi boyutu
x0=[0 0 87*pi/180 0]; %Ters Sarkaç Başlangıç Koşulları
x=x0;
Q=eye(4);    %Ağırlık Matrisi
r=0.5;
alpha=0.5;
Sold=zeros(1,4);
[A0 B0]=SD_system(x0,0);
contr=ctrb(A0,B0);
rank(contr);

if(rank(contr)~=length(A0))
    error ('System is Uncontrollable !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!');
end
[P] = care(A0,B0,Q);
S=B0'*P;
delta=r*Q;
ss=S*x0';
dd=sqrt(x0*delta*x0');
if (abs(ss)>=dd)

```

EK-1 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı ana program

```

sgm=1;
elseif ((abs(ss)<=alpha*dd))
    sgm=0;
else (alpha*dd<(abs(ss))) && (abs(ss)<=dd);
    if (k==1)
        sgm=1;
    end
end
sgmold=sgm;
[x,Sdot,Snew,U,ss,dd,sgm,sgmold]=
ode5_RobustSector(@Robustcontroller,tspan,x,x0,r,alpha,Q,sgmold,Sold,inc,k);
result.x1=x(:,1);
result.x2=x(:,2);
result.x3=x(:,3)*180/pi;
result.x4=x(:,4)*180/pi;
result.U=U(1,:);
result.ss=ss(1,:);
result.dd=dd(:,1);
result.time=tspan;
tz=0:inc:0.35;
tnn=0:inc:0.16;
figure (1); plot (result.time,result.x1),xlabel('zaman, sn'),ylabel('arabanın konumu
(metre)'); grid on;
figure (2); plot (result.time,result.x2),xlabel('zaman, sn'),ylabel('arabanın
hızı(metre/sn)'); grid on;
figure (3); plot (result.time,result.x3),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Sarkaç
açısı(derece)'); grid on;figure (4); plot (result.time,result.x4),xlabel('zaman,
sn'),ylabel('Sarkacın açısal hızı(derece/sn)'); grid on;

```

EK-1 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı ana program

```

figure(5); plot (result.time,result.U),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Kuvvet(Newton)');
grid on;
figure(6); plot (tz,U(1:length(tz))),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Kuvvet(Newton)');
gridon;
figure(7); plot (result.time,result.ss),xlabel('zaman, sn'),ylabel('kayma yüzeyi
"s(x,t)"); grid on;
figure(8); plot (tz,ss(1:length(tz))),xlabel('zaman, sn'),ylabel('kayma yüzeyi "s(x,t)");
grid on;legend1='&(x,t)';legend2='-&(x,t)';legend3='s(x,t)';
figure (9); plot (tspan,dd,'b',tspan,-1*dd,'b--',tspan,ss,'b-.')
xlabel('zaman, sn'),ylabel('kayan sektör');legend(legend1,legend2,legend3);
figure (10); plot (tnn,dd(1:length(tnn)),'b',tnn,-1*dd(1:length(tnn)),'b--
',tnn,ss(1:length(tnn)),'b-.')
xlabel('zaman,sn'),ylabel('kayansektör');legend(legend1,legend2,legend3);legend4='S
1';legend5='S2';legend6='S3';legend7='S4';
figure(11);plot(tspan,Snew(1,:),'b',tspan,Snew(2,:),'b',tspan,Snew(3,:),'b:',tspan,Snew
(4,:),'b-.'); xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi egimleri
S1,S2,S3,S4');legend(legend4,legend5,legend6,legend7);
figure(12);plot(tz,Snew(1,1:length(tz)),'b',tz,Snew(2,1:length(tz)),'b--
',tz,Snew(3,1:length(tz)),'b:',tz,Snew(4,1:length(tz)),'b-.');
xlabel('zaman,sn');ylabel('Kaymayüzeyieğimleri
S1,S2,S3,S4');legend(legend4,legend5,legend6,legend7);
toc
display('finished.');
```

EK-2 Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```
function[xdot,Sdot,Snew,U,ss,dd,sgm,sgmold]=Robustcontroller(t,x,x0,r,alpha,Q,sg
mold,Sold,inc,k)
[A,B,D]=SD_system(x,t);
[P] = care(A,B,Q);
Snew=B'*P;
contr=ctrb(A,B);
rank(contr);
if(rank(contr)~=length(A))
    error ('System is Uncontrollable !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!');
end
if (t==0)
    Sdot=zeros(1,4);
else
    Sdot=(Snew-Sold)/inc;
end
k0=0;
PD=2*k0*alpha^2*r*Q+Snew'*Snew*A+A'*(Snew')*Snew+Snew'*Sdot;
[Z,pd] = chol(PD);
while (pd~=0);
    PD=2*k0*alpha^2*r*Q+Snew'*Snew*A+A'*(Snew')*Snew+Snew'*Sdot;
    [Z,pd] = chol(PD);
    k0=k0+0.5;
end
kys=max(k0,(Snew*B)/2);
delta=r*Q;
ss=Snew*x;
dd=sqrt(x'*delta*x);
if (abs(ss)>=dd)
    sgm=1;
```

EK-2 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```
elseif ((abs(ss)<=alpha*dd))
    sgm=0;
else (alpha*dd<(abs(ss))) && (abs(ss)<=dd);
    if (t==0)
        sgm=1;
    else
        sgm=sgmold;
    end;
end;
k2=10; % Gürbüzlüğü sağlayacak büyüklükte olmalıdır.
U=sgm*((inv(Snew*B)*((Snew*A*x)+(Sdot*x)))+(sign(ss)*((inv(Snew*B)*kys*abs(ss))+k2)));
xdot = A*x+B*(U+D);
```

EK-3 Ters Sarkaç sistemi, Sistem matrislerini bulduran fonksiyon

```

function [A,B,D]=SD_system(x,t)
M=3; % arabanın kütlesi (kg)
m=0.5; % sarkacın kütlesi (kg)
l=0.5; % sarkaç uzunluğu (meter)
b=2; % sürtünme katsayısı (kg/s)
g=9.81; % yerçekimi ivmesi (kg*meter/s^2)
% Sistem matrisi
A=[ 0 1 0 0;
    0 -b/(M+m-(m*(cos(x(3)))^2)) (-1*m*cos(x(3))*sin(x(3))*g)/((M+m-
(m*(cos(x(3)))^2))*x(3)) (m*l*sin(x(3))*x(4))/(M+m-(m*(cos(x(3)))^2));
    0 0 0 1;
    0 (b*cos(x(3)))/((M+m-(m*(cos(x(3)))^2))*l) ((M+m)*g*sin(x(3)))/((M+m-
(m*(cos(x(3)))^2))*l*x(3)) (-1*m*l*sin(x(3))*cos(x(3))*x(4))/((M+m-
(m*(cos(x(3)))^2))*l)];
% Kontrol Matrisi
B=[0;1/(M+m-(m*(cos(x(3)))^2));0;(-1*cos(x(3)))/((M+m-(m*(cos(x(3)))^2))*l)];
% Belirsizlik ve Bozucu etksi
D=-3*sin(3*t);

```

EK-4 Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
function[xout,Sdotout,Snewout,Uout,ssout,ddout,sgmout,sgmoldout]=ode5_RobustS
ector(odefile,tspan,x0,varargin)
tspan = tspan(:);
ntspan = length(tspan);
h = diff(tspan);
h=h(1);
% -----
% zaman dizisinin vektörel olup olmaması kontrolü
% -----
if ~isnumeric(tspan)
    error('TSPAN düzgün aralıklara sahip bir vektör olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisinin düzgün bir şekilde ilerleyişin sağlanması
% -----
if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
    t0 = tspan(1);
    next = 2;
end
% -----
% Durumların ilk değerlerinin vektör olarak girilip girilmediğinin
% kontrolü
% -----
if ~isnumeric(x0)
    error('x0 ilk değerleri içeren bir vektör olmalıdır.');
```

end

EK-4 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
%-----
% zaman dizisinin ilk terimiyle son terimi aynı olmamalıdır.
% -----
tfinal = tspan(ntspan);
if t0 == tfinal
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.
% -----
tdir = sign(tfinal - t0);
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1))) <= 0
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.');
```

end

```
t = t0;
x = x0(:);
xout = zeros(ntspan,length(x));
k = 1;
inc=h;
xout(k,:) = x.';
[f0,Sdot,Snew,U,ss,dd,sgm,sgmold] = feval(odefile, t, x, varargin{:});
Snewout(k,:)=Snew';
Sdotout(k,:)=Sdot';
ssout(k,:)=ss';
ddout(k,:)=dd';
Uout(k,:)=U';
sgmout(k,:)=sgm';
sgmoldout(k,:)=sgmold';
```

EK-4 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

Sold=Snew;

CC = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];

AA = [1/5, 0, 0, 0, 0
 3/40, 9/40, 0, 0, 0
 44/45 -56/15, 32/9, 0, 0
 19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
 9017/3168, -355/33, 46732/5247, 49/176, -5103/18656];

BB = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];

AA = AA.');

BB = BB(:);

while (t < tfinal) && (t + h > t) && (k<ntspan)

if t + h > tfinal

h = tfinal - t;

end

F1 = feval(odefile,t,x,varargin{:});

F1 = F1(:) ;

F2 = feval(odefile,t+CC(1)*h,x+(F1*h*AA(1,1)),varargin{:});

F2 = F2(:) ;

F3 = feval(odefile,t+CC(2)*h,x+(F1*h*AA(1,2))+(F2*h*AA(2,2)),varargin{:});

F3 = F3(:) ;

F4=feval(odefile,t+CC(3)*h,x+(F1*h*AA(1,3))+(F2*h*AA(2,3))+(F3*h*AA(3,3)),
 varargin{:});

F4 = F4(:) ;

F5=feval(odefile,t+CC(4)*h,x+(F1*h*AA(1,4))+(F2*h*AA(2,4))+(F3*h*AA(3,4))+
 (F4*h*AA(4,4)),varargin{:});

EK-4 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```

F5 = F5(:) ;
F6=feval(odefile,t+CC(5)*h,x+(F1*h*AA(1,5))+(F2*h*AA(2,5))+(F3*h*AA(3,5))+
(F4*h*AA(4,5))+(F5*h*AA(5,5)),varargin{:});
F6 = F6(:) ;
t = t + h;

x=x+F1*h*BB(1)+F2*h*BB(2)+F3*h*BB(3)+F4*h*BB(4)+F5*h*BB(5)+F6*h*BB
(6);
k = k+1;
[sss,Sdot,Snew,U,ss,dd,sgm,sgmold]=feval(odefile,t,x,varargin{:});
sgmold=sgm;
Sdot=(Snew-Sold)/inc;
Sold=Snew;
if k > ntsparn
xout = [xout; zeros(ntsparn,length(x))];
end
xout(k,:) = x.';
Snewout(k,:)=Snew;
Sdotout(k,:)=Sdot;
ssout(k,:)=ss;
ddout(k,:)=dd;
Uout(k,:)=U;
sgmout(k,:)=sgm;
sgmoldout(k,:)=sgmold;
end
xout = xout(1:k,:);
Snewout=Snewout';
Sdotout=Sdotout';

```

EK-4 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen DBRD ile KSDYK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

ssout=ssout';

dd=dd';

Uout=Uout';

sgmout=sgmout';

sgmoldout=sgmoldout';

EK-5 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı ana program

```

tic
display('running....');
clear all;
clc;
close all;
t0=0;          %Başlangıç zamanı
tf=25;        %Bitiş zamanı
inc=0.01;     %Zaman basamak değeri
tspan=t0:inc:tf; %Zaman dizisi
k=1;         %Döngü sayacı
ii=length(tspan); %Zaman dizisi boyutu
x0=[0 0 87*pi/180 0]; %Ters Sarkaç Başlangıç Koşulları
x=x0;
Q=eye(4);    %Ağırlık Matrisi
Sold=zeros(1,4);
[x,Sdot,Snew,U,ss]=ode5_RobustSMC(@RobustSMCcontroller,tspan,x,x0,Q,Sold,in
c,k);
result.x1=x(:,1);
result.x2=x(:,2);
result.x3=x(:,3)*180/pi;
result.x4=x(:,4)*180/pi;
result.U=U(1,:);
result.ss=ss(1,:);
result.time=tspan;
tz=0:inc:0.35;
figure(1); plot (result.time,result.x1),xlabel('zaman, sn'),ylabel('arabanın konumu
(metre)'); grid on;
figure(2);plot(result.time,result.x2),xlabel('zaman,sn'),ylabel('arabanın
hızı(metre/sn)'); grid on;

```

EK-5 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı ana program

```

figure(3);plot(result.time,result.x3),xlabel('zaman,sn'),ylabel('Sarkaçaçısı(derece)');
grid on;
figure(4);plot(result.time,result.x4),xlabel('zaman,sn'),ylabel('Sarkacınaçışalhızı(derece/sn)'); grid on;
figure (5); plot (result.time,result.U),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Kuvvet(Newton)');
grid on;
figure (6); plot (tz,U(1:length(tz))),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Kuvvet(Newton)');
grid on;
figure (7); plot (result.time,result.ss),xlabel('zaman, sn'),ylabel('kayma yüzeyi "s(x,t)"); grid on;
figure (8); plot (tz,ss(1:length(tz))),xlabel('zaman, sn'),ylabel('kayma yüzeyi "s(x,t)"); grid on;legend1='S1';legend2='S2';legend3='S3';legend4='S4';
figure (11); plot(tspan,Snew(1,:),'b',tspan,Snew(2,:),'b--',tspan,Snew(3,:),'b:',tspan,Snew(4,:),'b-');
xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi egimleri S1,S2,S3,S4');legend(legend1,legend2,legend3,legend4);
figure (12); plot(tz,Snew(1,1:length(tz)),'b',tz,Snew(2,1:length(tz)),'b--',tz,Snew(3,1:length(tz)),'b:',tz,Snew(4,1:length(tz)),'b-');
xlabel('zaman, sn'); ylabel('Kayma yüzeyi egimleri S1,S2,S3,S4');legend(legend1,legend2,legend3,legend4);
toc
display('finished.');
```

EK-6 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```
function [xdot,Sdot,Snew,U,ss]=RobustSMCcontroller(t,x,x0,Q,Sold,inc,k)
[A,B,D]=SD_system(x,t);
[P] = care(A,B,Q);
Snew=B'*P;
ss=Snew*x;
contr=ctrb(A,B);
rank(contr);
if(rank(contr)~=length(A))
    error ('System is Uncontrollable !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!');
end
if (t==0)
    Sdot=zeros(1,4);
else
    Sdot=(Snew-Sold)/inc;
end
k2=10; % Gürbüzlüğü sağlayacak büyüklükte olmalıdır.
Ueq=-1*(inv(Snew*B))*((Snew*A*x)+(Sdot*x));
Ud=-k2*sign(ss);
U=Ueq+Ud;
xdot = A*x+B*(U+D);
```

EK-7 Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
function[xout,Sdotout,Snewout,Uout,ssout]=ode5_RobustSMC(odefile,tspan,x0,varargin)
tspan = tspan(:);
ntspan = length(tspan);
h = diff(tspan);
h=h(1);
% -----
% zaman dizisinin vektörel olup olmaması kontrolü
% -----
if ~isnumeric(tspan)
    error('TSPAN düzgün aralıklara sahip bir vektör olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisinin düzgün bir şekilde ilerleyişin sağlanması
% -----
if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
    t0 = tspan(1);
    next = 2;
end
% -----
% durumların ilk değerlerinin vektör olarak girilip girilmediğinin
% kontrolü
% -----
if ~isnumeric(x0)
    error('x0 ilk değerleri içeren bir vektör olmalıdır.');
```

end

EK-7 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
%-----
% zaman dizisinin ilk terimiyle son terimi aynı olmamalıdır.
% -----
tfinal = tspan(ntspan);
if t0 == tfinal
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.
% -----
tdir = sign(tfinal - t0);
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1))) <= 0)
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.');
```

end

```
t = t0;
x = x0(:);
xout = zeros(ntspan,length(x));
k = 1;
inc=h;
xout(k,:) = x.';
[f0,Sdot,Snew,U,ss] = feval(odefile, t, x, varargin{:});
Snewout(k,:)=Snew';
Sdotout(k,:)=Sdot';
ssout(k,:)=ss';
Uout(k,:)=U';
Sold=Snew;
CC = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];
```

EK-7 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
AA = [ 1/5,      0,      0,      0,      0
      3/40,     9/40,     0,      0,      0
      44/45    -56/15,    32/9,     0,      0
      19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
      9017/3168, -355/33,   46732/5247, 49/176, -5103/18656];
```

```
BB = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];
```

```
AA = AA.';
```

```
BB = BB(:);
```

```
while (t < tfinal) && (t + h > t) && (k < ntsparn)
```

```
    if t + h > tfinal
```

```
        h = tfinal - t;
```

```
    end
```

```
    F1 = feval(odefile,t,x,varargin{:});
```

```
    F1 = F1(:) ;
```

```
    F2 = feval(odefile,t+CC(1)*h,x+(F1*h*AA(1,1)),varargin{:});
```

```
    F2 = F2(:) ;
```

```
    F3 = feval(odefile,t+CC(2)*h,x+(F1*h*AA(1,2))+(F2*h*AA(2,2)),varargin{:});
```

```
    F3 = F3(:) ;
```

```
F4=feval(odefile,t+CC(3)*h,x+(F1*h*AA(1,3))+(F2*h*AA(2,3))+(F3*h*AA(3,3)),
varargin{:});
```

```
F4 = F4(:) ;
```

```
F5=feval(odefile,t+CC(4)*h,x+(F1*h*AA(1,4))+(F2*h*AA(2,4))+(F3*h*AA(3,4))+
(F4*h*AA(4,4)),varargin{:});
```

```
F5 = F5(:) ;
```

EK-7 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, önerilen Lyapunov yaklaşımı ile KKK tasarımı için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```

F6=feval(odefile,t+CC(5)*h,x+(F1*h*AA(1,5))+(F2*h*AA(2,5))+(F3*h*AA(3,5))(
F4*h*AA(4,5))+(F5*h*AA(5,5)),varargin{:});
F6 = F6(:) ;
t = t + h;
x = x +
F1*h*BB(1)+F2*h*BB(2)+F3*h*BB(3)+F4*h*BB(4)+F5*h*BB(5)+F6*h*BB(6);
k = k+1;
[sss,Sdot,Snew,U,ss]=feval(odefile,t,x,varargin{:});
Sdot=(Snew-Sold)/inc;
Sold=Snew;
if k > ntspan
xout = [xout; zeros(ntspan,length(x))];
end
xout(k,:) = x.';
Snewout(k,:)=Snew;
Sdotout(k,:)=Sdot;
ssout(k,:)=ss;
Uout(k,:)=U;
end
xout = xout(1:k,:);
Snewout=Snewout';
Sdotout=Sdotout';
ssout=ssout';
Uout=Uout';

```

EK-8 Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol ana program

```

tic
display('running....');
clear all;
clc;
close all;
t0=0;           %Başlangıç zamanı
tf=25;         %Bitiş zamanı
inc=0.01;      %Zaman basamak değeri
tspan=t0:inc:tf; %Zaman dizisi
k=1;          %Döngü sayacı
ii=length(tspan); %Zaman dizisi boyutu
x0=[0 0 87*pi/180 0]; %Ters Sarkaç Başlangıç Koşulları
x=x0;
Q=eye(4);     %Ağırlık Matrisi
R=1;
[x,U,K]=ode5_pendLQR(@pendLQRcontroller,tspan,x,x0,Q,R,k);
result.x1=x(:,1);
result.x2=x(:,2);
result.x3=x(:,3)*180/pi;
result.x4=x(:,4)*180/pi;
result.U=U(1,:);
result.time=tspan;
figure (1); plot (result.time,result.x1),xlabel('zaman, sn'),ylabel('arabanın konumu (metre)'); grid on;
figure (2); plot (result.time,result.x2),xlabel('zaman, sn'),ylabel('arabanın hızı(metre/sn)'); grid on;
figure (3); plot (result.time,result.x3),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Sarkaç açısı(derece)'); grid on;

```

EK-8 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol ana program

```
figure (4); plot (result.time,result.x4),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Sarkacın açısai  
hızı(derece/sn)'); grid on;  
figure (5); plot (result.time,result.U),xlabel('zaman, sn'),ylabel('Kuvvet(Newton)');  
grid on;  
toc  
display('finished.');
```


EK-10 Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
function [xout,Uout,Kout] = ode5_pendLQR(odefile,tspan,x0,varargin)
tspan = tspan(:);
ntspan = length(tspan);
h = diff(tspan);
h=h(1);
% -----
% zaman dizisinin vektörel olup olmaması kontrolü
% -----
if ~isnumeric(tspan)
    error('TSPAN düzgün aralıklara sahip bir vektör olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisinin düzgün bir şekilde ilerleyişin sağlanması
% -----
if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
    t0 = tspan(1);
    next = 2;
end
% -----
% Durumların ilk değerlerinin vektör olarak girilip girilmediğinin
% kontrolü
% -----
if ~isnumeric(x0)
    error('x0 ilk değerleri içeren bir vektör olmalıdır.');
```

end

EK-10 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli
Kontrol için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
%-----
% zaman dizisinin ilk terimiyle son terimi aynı olmamalıdır.
% -----
tfinal = tspan(ntspan);
if t0 == tfinal
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.
% -----
tdir = sign(tfinal - t0);
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1)) <= 0)
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.');
```

end

```
t = t0;
x = x0(:);
xout = zeros(ntspan,length(x));
k = 1;
xout(k,:) = x.';
[f0,U,K] = feval(odefile, t, x, varargin{:});
Uout(k,:)=U';
Kout(k,:)=K';
CC = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];
AA = [ 1/5,      0,      0,      0,      0
       3/40,    9/40,    0,      0,      0
       44/45   -56/15,   32/9,    0,      0
       19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
       9017/3168, -355/33,   46732/5247, 49/176, -5103/18656];
```

EK-10 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli Kontrol için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```

BB = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];
AA = AA.';
BB = BB(:);
while (t < tfinal) && (t + h > t) && (k < ntspan)
    if t + h > tfinal
        h = tfinal - t;
    end
    F1 = feval(odefile,t,x,varargin{:});
    F1 = F1(:) ;
    F2 = feval(odefile,t+CC(1)*h,x+(F1*h*AA(1,1)),varargin{:});
    F2 = F2(:) ;
    F3 = feval(odefile,t+CC(2)*h,x+(F1*h*AA(1,2))+(F2*h*AA(2,2)),varargin{:});
    F3 = F3(:) ;

    F4=feval(odefile,t+CC(3)*h,x+(F1*h*AA(1,3))+(F2*h*AA(2,3))+(F3*h*AA(3,3)),
varargin{:});
    F4 = F4(:) ;

    F5=feval(odefile,t+CC(4)*h,x+(F1*h*AA(1,4))+(F2*h*AA(2,4))+(F3*h*AA(3,4))+
(F4*h*AA(4,4)),varargin{:});
    F5 = F5(:) ;
    F6 =
feval(odefile,t+CC(5)*h,x+(F1*h*AA(1,5))+(F2*h*AA(2,5))+(F3*h*AA(3,5))+(F4
*h*AA(4,5))+(F5*h*AA(5,5)),varargin{:});
    F6 = F6(:) ;
    t = t + h;
    x = x +
F1*h*BB(1)+F2*h*BB(2)+F3*h*BB(3)+F4*h*BB(4)+F5*h*BB(5)+F6*h*BB(6);

```

EK-10 (Devam) Ters Sarkaç sistemi, DBRD ile LQR Durum Geri Beslemeli
Kontrol için değiştirilmiş 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
k = k+1;
[sss,U,K]=feval(odefile,t,x,varargin{:});
if k > ntspan
xout = [xout; zeros(ntsparn,length(x))];
end
xout(k,:) = x.';
Uout(k,:)=U;
Kout(k,:)=K;
end
xout = xout(1:k,:);
Uout=Uout';
Kout=Kout;
```

EK-11 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı ana program,

```

tic
display('running....');
clear all;
clc;
close all;
t0=0;
tf=10;
inc=0.001;
tspan=t0:inc:tf;
k=1;
ii=length(tspan);
x0=[5 -5];
x=x0;
Q=diag([1000 100]);
r=0.6;
alpha=0.5;
Sold=zeros(1,2);
A0=[1+(sin(x0(1)))^2 1;0 1+(cos(x0(1)))^2];
B0=[0;1];
contr=ctrb(A0,B0);
rank(contr);
if(rank(contr)~=length(A0))
    error ('System is Uncontrollable !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!');
end
[P,L,G] = care(A0,B0,Q);
S=B0'*P;
delta=r*Q;
ss=S*x0';
dd=sqrt(x0*delta*x0');

```

EK-11 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı ana program

```

if (abs(ss)>=dd)
    sgm=1;
elseif ((abs(ss)<=alpha*dd))
    sgm=0;
else (alpha*dd<(abs(ss))) && (abs(ss)<=dd);
    if (k==1)
        sgm=1;
    end
end
sgmold=sgm;
[x,Sdot,Snew,U,ss,dd,pnorm,sgm,sgmold]=ode5SDVSC(@SDVSC,tspan,x,x0,r,alpha,Q,sgmold,Sold,inc,k);
result.x1=x(:,1);
result.x2=x(:,2);
result.U=U(1,:);
result.ss=ss(1,:);
result.dd=dd(1,:);
result.pnorm=pnorm(1,:);
result.time=tspan;
result.ss1=abs(ss(1,:));
result.dd1=abs(dd(1,:));
figure (1); plot (result.time,result.x1),xlabel('time(sec)'),ylabel('x1'); grid on;
figure (2); plot (result.time,result.x2),xlabel('time(sec)'),ylabel('x2'); grid on;
figure (3); plot (result.time,result.U),xlabel('time(sec)'),ylabel('u(t)'); grid on;
figure (4); plot (result.time,result.ss),xlabel('time(sec)'),ylabel('Sliding Manifold
"s(x)"); grid on;
figure (5); plot (result.time,result.dd),xlabel('time(sec)'),ylabel('Quadratic Function
"&(x)"); grid on;

```

EK-11 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı ana program

```
figure (6); plot (result.time,result.pnorm),xlabel('time(sec)'),ylabel('P-norm of the  
system " $\|x(t)\|_p$ "'); grid on;
```

```
figure (7); plot (result.x1,result.x2),xlabel('x1'),ylabel('x2'); grid on;
```

```
for i=1:1:ii
```

```
    m(i)=-Snew(1,i)/Snew(2,i);
```

```
    X2phase(i)=m(i)*x(i,1);
```

```
end
```

```
figure (8); plot(x(:,1),X2phase),grid on,hold on,plot(result.x1,result.x2,'r')
```

```
toc
```

```
display('finished.');
```

EK-12 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```
function[xdot,Sdot,Snew,U,ss,dd,pnorm,sgm,sgmold]=SDVSC(t,x,x0,r,alpha,Q,sgmold,Sold,inc,k)
A=[1+(sin(x(1)))^2 1;0 1+(cos(x(1)))^2];
B=[0;1];
x1=x(1,:);
x2=x(2,:);
f1=0.5*x1+(0.7*sin(x1)/x1);
f2=0.5*x2+(0.7*sin(x2)/x2);
f=[f1 f2];
F=0;
while (F<=norm(f))
    F=F+1;
end
[P,L,G] = care(A,B,Q);
Snew=B'*P;
contr=ctrb(A,B);
rank(contr);
if(rank(contr)~=length(A))
    error ('System is Uncontrollable !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!');
end
if (t==0)
    Sdot=zeros(1,2);
else
    Sdot=(Snew-Sold)/inc;
end
k0=0;
```

EK-12 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```

PD=2*k0*alpha^2*r*Q+Snew'*Snew*A+A'*(Snew')*Snew+Snew'*Sdot;
[Z,pd] = chol(PD);
while (pd~=0);
    PD=2*k0*alpha^2*r*Q+Snew'*Snew*A+A'*(Snew')*Snew+Snew'*Sdot;
    [Z,pd] = chol(PD);
    k0=k0+0.5;
end
kys=max(k0,(Snew*B)/2);
delta=r*Q;
ss=Snew*x;
dd=sqrt(x'*delta*x);
if (abs(ss)>=dd)
    sgm=1;
elseif ((abs(ss)<=alpha*dd))
    sgm=0;
else (alpha*dd<(abs(ss))) && (abs(ss)<=dd);
    if (t==0)
        sgm=1;
    else
        sgm=sgmold;
    end;
end;
k2=1;
while k2<F*norm(x);
    k2=k2+0.5;
end
U=sgm*((inv(Snew*B)*((Snew*A*x)+(Sdot*x)))+(sign(ss)*((inv(Snew*B)*kys*abs(ss))+k2)));

```

EK-12 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı kontrolcü bulduran fonksiyon

```
if U>=100;
    U=100;
else if U<=-100
    U=-100;
end
end
% Stability Checking
pnorm=sqrt(x'*P*x);
% Disturbance and Parameter Uncertainties
d=0.7*sin(x1)-0.8*sin(x2)+0.5*((x1)^2+(x2)^2)+2*sin(5*t);
% System equation
xdot = A*x+B*(U+d);
```

EK-13 İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı
5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
function [xout,Sdotout,Snewout,Uout,ssout,ddout,pnormout,sgmout,sgmoldout] =
ode5SDVSC(odefile,tspan,x0,varargin)
tspan = tspan(:);
ntspan = length(tspan);
h = diff(tspan);
h=h(1);
% -----
% zaman dizisinin vektörel olup olmaması kontrolü
% -----
if ~isnumeric(tspan)
    error('TSPAN düzgün aralıklara sahip bir vektör olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisinin düzgün bir şekilde ilerleyişin sağlanması
% -----
if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
    t0 = tspan(1);
    next = 2;
end
% -----
% durumların ilk değerlerinin vektör olarak girilip girilmediğinin
% kontrolü
% -----
if ~isnumeric(x0)
    error('x0 ilk değerleri içeren bir vektör olmalıdır.');
```

end

EK-13 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
%-----
% zaman dizisinin ilk terimiyle son terimi aynı olmamalıdır.
% -----
tfinal = tspan(ntspan);
if t0 == tfinal
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

end

```
% -----
% zaman dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.
% -----
tdir = sign(tfinal - t0);
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1))) <= 0
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.');
```

end

```
t = t0;
x = x0(:);
xout = zeros(ntspan,length(x));
k = 1;
inc=h;
xout(k,:) = x.';
[f0,Sdot,Snew,U,ss,dd,pnorm,sgm,sgmold] = feval(odefile, t, x, varargin{:});
Snewout(k,:)=Snew';
Sdotout(k,:)=Sdot';
ssout(k,:)=ss';
ddout(k,:)=dd';
pnormout(k,:)=pnorm';
Uout(k,:)=U';
sgmout(k,:)=sgm';
```

EK-13 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```

sgmoldout(k,:)=sgmold';
Sold=Snew;
CC = [1/5; 3/10; 4/5; 8/9; 1];
AA = [ 1/5,      0,      0,      0,      0
       3/40,    9/40,    0,      0,      0
       44/45   -56/15,   32/9,    0,      0
       19372/6561, -25360/2187, 64448/6561, -212/729, 0
       9017/3168, -355/33,   46732/5247, 49/176, -5103/18656];
BB = [35/384, 0, 500/1113, 125/192, -2187/6784, 11/84];
AA = AA.';
BB = BB(:);
while (t < tfinal) && (t + h > t) && (k<ntspan)
    if t + h > tfinal
        h = tfinal - t;
    end
    F1 = feval(odefile,t,x,varargin{:});
    F1 = F1(:) ;
    F2 = feval(odefile,t+CC(1)*h,x+(F1*h*AA(1,1)),varargin{:});
    F2 = F2(:) ;
    F3 = feval(odefile,t+CC(2)*h,x+(F1*h*AA(1,2))+(F2*h*AA(2,2)),varargin{:});
    F3 = F3(:) ;
    F4=feval(odefile,t+CC(3)*h,x+(F1*h*AA(1,3))+(F2*h*AA(2,3))+(F3*h*AA(3,3)),
    varargin{:});
    F4 = F4(:) ;
    F5=feval(odefile,t+CC(4)*h,x+(F1*h*AA(1,4))+(F2*h*AA(2,4))+(F3*h*AA(3,4))+
    (F4*h*AA(4,4)),varargin{:});

```

EK-13 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```

F5 = F5(:) ;
F6=feval(odefile,t+CC(5)*h,x+(F1*h*AA(1,5))+(F2*h*AA(2,5))+(F3*h*AA(3,5))+
(F4*h*AA(4,5))+(F5*h*AA(5,5)),varargin{:});
F6 = F6(:) ;
t = t + h;
x = x +
F1*h*BB(1)+F2*h*BB(2)+F3*h*BB(3)+F4*h*BB(4)+F5*h*BB(5)+F6*h*BB(6);
k = k+1;
[sss,Sdot,Snew,U,ss,dd,pnorm,sgm,sgmold]=feval(odefile,t,x,varargin{:});
sgmold=sgm;
Sdot=(Snew-Sold)/inc;
Sold=Snew;
if k > ntspan
xout = [xout; zeros(ntspan,length(x))];
end
xout(k,:) = x.';
Snewout(k,:)=Snew;
Sdotout(k,:)=Sdot;
ssout(k,:)=ss;
ddout(k,:)=dd;
pnormout(k,:)=pnorm;
Uout(k,:)=U;
sgmout(k,:)=sgm;
sgmoldout(k,:)=sgmold;
end
xout = xout(1:k,:);
Snewout=Snewout';
Sdotout=Sdotout';

```

EK-13 (Devam) İkinci dereceden doğrusal olmayan sistem için DBRD ile KSDYK tasarımı 5-dereceden Runge-Kutta fonksiyonu

```
ssout=ssout';  
ddout=ddout';  
pnormout=pnormout';  
Uout=Uout';  
sgmout=sgmout';  
sgmoldout=sgmoldout';
```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÖZCAN, Sinan
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 24.03.1983 Ankara
 Medeni hali : Evli
 e-mail : snan.ozcan@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi/ Makine Müh. Böl.	2012
Lisans	Gazi Üniversitesi/ Makine Müh. Böl.	2007
Lise	Yıldırım Beyazıt Anadolu Lisesi	2001

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2008-	TAI-TUSAŞ Türk Havacılık ve Uzay Sanayi	Yapısal Tas. Müh.

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. Salamci, U, M., Bilgin, N., Ozcan, S., Avan, Y, E., “Sliding Mode Control Design for Nonlinear Systems without Reaching Phase”, *9th European Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD 2011*, Budapest, Hungary (2011)

Hobiler

Kitap, Sinema