

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**STOKASTİK TALEP ALTINDA TELEKOMÜNİKASYON
AĞLARINDAKİ ARACI FİRMALARA YÖNELİK KAR
EN BÜYÜKLEMESİ PROBLEMİ**

DOKTORA TEZİ

Hasan Hüseyin TURAN

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Endüstri Mühendisliği Programı

EYLÜL 2012

**STOKASTİK TALEP ALTINDA TELEKOMÜNİKASYON
AĞLARINDAKİ ARACI FİRMALARA YÖNELİK KAR
EN BÜYÜKLEMESİ PROBLEMİ**

DOKTORA TEZİ

**Hasan Hüseyin TURAN
(507082111)**

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Endüstri Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. M. Nahit SERARSLAN

EYLÜL 2012

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 507082111 numaralı Doktora Öğrencisi **Hasan Hüseyin TURAN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**STOKASTİK TALEP ALTINDA TELEKOMÜNİKASYON AĞLARINDAKİ ARACI FİRMALARA YÖNELİK KAR EN BÜYÜKLEMESİ PROBLEMİ**” başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. M. Nahit SERARSLAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Nihat KASAP
Sabancı Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Cafer Erhan BOZDAĞ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Bora ÇEKYAY
Doğuş Üniversitesi

Teslim Tarihi : **12 Haziran 2012**

Savunma Tarihi : **27 Eylül 2012**

ÖNSÖZ

İnternet kullanımının 90'lı yılların ortalarından başlayarak hızla yaygınlaşmasından itibaren telekomünikasyon ağlarının incelenmesine yönelik akademik çalışmalar önem kazanmıştır. Ülkemizde de son yıllarda servis sağlayıcılarının sayısının artması ve kapasite sağlama görevinin devlet tekelinden çıkması bu tezin hazırlanmasının başlıca nedenlerinden biridir.

Bu tez çalışmasında telekomünikasyon ağlarının önemli aktörlerinden biri olan araçlarının belirsiz bir piyasa ortamında karlarını en büyükleme amacıyla ne şekilde bant genişliği satın alması ve oluşan talepleri nasıl ataması gerektiği problemi, stokastik programlama çerçevesinde farklı fiyatlandırma politikaları altında incelenmiş ve çözüm yolları araştırılmıştır.

Bir çalışmanın tek bir kişi tarafından yapılması mümkün değildir. Bu tezde benim adım yazmasına rağmen, çevremdeki hocalarımın, arkadaşlarımla ve ailemin çalışmada büyük payı vardır. Öncelikle teze doğrudan veya dolaylı katkısı olan burada belirttiğim ve belirtmediğim herkese teşekkür ederim.

Bu çalışma başlangıcında deterministik modeller yerine stokastik modelleme üzerine çalışmamı teşvik eden ve ardından tez sürecinde değerli katkılarını esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. M. Nahit SERARSLAN'a teşekkür ederim. Üç yılı aşkın süredir kendisi tarafından yürütülen TÜBİTAK projelerinde, araştırmacı olarak çalışmamı sağlayan ve tezin telekomünikasyon alanında olmasında büyük pay sahibi olan sayın Doç. Dr. Nihat KASAP'a müteşekkirim. Tez için yaptığımız toplantılarda beni sabırla dinleyip ve önerileri ile tezin gelişmesine ve bu haline gelmesine katkıda bulunan Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN'a destek ve yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

Bu tezde doğrudan payı az olsa da University of Szeged'e yaptığım araştırma ziyareti boyunca yardımcı olan ve gelecek dönemlerde yürütebileceğim çalışmalar hakkında bana yol göstererek tecrübelerini paylaşan Prof. Dr. Janos Csirik'e minnettarım. Belirsizlik altında karar verme ve stokastik modelleme konusunda bilgilerimin temellerini atan Prof. Dr. Xiulu Chao'ya da bana geçen emeklerinden ötürü teşekkür ederim.

Son ve en önemli olarak bana her zaman destek olan ve benim için büyük fedakârlıklar yapan anneme, babama ve kardeşime çok teşekkür ediyorum.

Eylül 2012

Hasan Hüseyin TURAN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
SEMBOL LİSTESİ.....	xix
ÖZET	xxi
SUMMARY	xxv
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problemin Tanımı	8
1.1.1 Fiyatlandırma politikaları	12
1.1.2 Telekomünikasyon hizmet kalitesi (QoS) parametreleri	17
1.2 Telekomünikasyon Ağlarındaki Stokastik Programlama Uygulamaları ...	26
2. FARKLI FİYAT POLİTİKALARI ALTINDA PROBLEMİN ANALİZİ 31	31
2.1 Sabit Fiyat Politikasının İncelenmesi	38
2.1.1 Sabit fiyatlandırma için notasyonlar ve matematik model	39
2.1.2 Ayrıştırma algoritması tasarımı	45
2.1.3 Sayısal analizler ve sonuçlar.....	51
2.2 Kademeli Fiyatlandırma Politikasının İncelenmesi.....	65
2.2.1 Ayrıştırma algoritması tasarımı	68
2.2.1.1 Ayrıştırma algoritmasının iyileştirilmesi	70
2.2.2 Sayısal analizler ve sonuçlar.....	76
2.3 Hacim Bazlı Fiyatlandırma Politikasının İncelenmesi	84
2.3.1 Ayrıştırma algoritması tasarımı ve algoritmanın iyileştirilmesi	87
2.3.2 Sayısal analizler ve sonuçlar.....	93
3. BULANIK HACİM BAZLI FİYATLANDIRMA POLİTİKASI 103	103
3.1 Bulanık Amaç Fonksiyonlu Stokastik Doğrusal Programlama Modeli	105
3.1.1 Zimmermann yaklaşımı.....	106
3.1.1.1 Sayısal analizler	110
3.1.2 Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi.....	119
3.1.2.1 Sayısal analizler	124
3.2 Bulanık Çok Amaçlı Stokastik Doğrusal Programlama Modeli	136
3.2.1 Problemin tanımı ve çok amaçlı programlama.....	137
3.2.2 Matematik model ve çözüm yöntemleri	139
3.2.2.1 Maksimum-minimum yöntemi	141
3.2.2.2 Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi.....	147
3.2.2.3 Ağırlıklı maksimum-minimum yöntemi.....	156

4. SONUÇLAR	165
4.1 Özet ve Öneriler.....	167
4.2 Gelecek İçin Olası Araştırma Problemleri	170
KAYNAKLAR.....	173

KISALTMALAR

EVPI	: Mükemmel Bilginin Beklenen Değeri
VSS	: Stokastik Çözümün Değeri
SP	: Stokastik Programlama
LP	: Doğrusal Programlama
SLP	: Stokastik Doğrusal Programlama
DPT	: Devlet Planlama Teşkilatı
BTK	: Bilgi Teknolojileri ve İletişim Kurumu
IO	: Aracı Telekomünikasyon Operatörü
BP	: Omurga Servis Sağlayıcısı
ISP	: İnternet Servis Sağlayıcısı
QoS	: Hizmet Kalitesi
VoIP	: İnternet Üzerinden Telefon Görüşmesi
FTP	: Dosya Transfer Protokolü
SLA	: Servis Düzeyi Anlaşması
RP	: Düzeltme (Recourse) Problemi
EV	: Beklenen Değer Problemi
EEV	: RP modelinin, EV çözümleri ile modellenmiş hali
WS	: Bekle ve Gör Problemi
ETR	: Beklenen Toplam Kazanç
CLC	: Kapasite Satın Alma Maliyeti
ERC	: Beklenen Toplam Fırsat Maliyeti
ECUP	: Beklenen Kapasite Kullanım Oranı
EDFR	: Beklenen Talep Karşılama Oranı
ENR	: Beklenen Net Kar
NSS	: Kapasite Satın Alınan BP Sayısı
PCBC1	: Fiyat Kırılma Noktasının Altında Satın Alınan % Bant Genişliği
PCBC2	: Fiyat Kırılma Noktasının Üstünde Satın Alınan % Bant Genişliği
MCUP	: Piyasa Kapasite Kullanım Yüzdesi
NFUB	: Tam Olarak Kullanılan BP Sayısı
EUC	: Beklenen Atıl Kapasite
CL	: Kayıp Kapasite Miktarı
TCB	: Toplam Satın Alınan Kapasite Miktarı
TFN	: Bulanık Üçgensel Sayı
FLP	: Bulanık Doğrusal Programlama
MIP	: Karma Tamsayılı Programlama
LB	: Alt Sınır Değer
UB	: Üst Sınır Değer
GAP	: Üst Sınır Değer ile Alt Sınır Değer Arasındaki Fark
PIS	: Pozitif İdeal Çözüm
NIS	: Negatif İdeal Çözüm
NP	: Deterministik Olmayan Polinomial Zamanlı

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1.1 : Bant genişliği sağlayıcılarının Mart 2011 tarihli paket fiyatları..	7
Çizelge 1.2 : Dünyadaki kapasite ticaret noktaları.	11
Çizelge 1.3 : Gecikmenin hizmet kalitesi üzerine etkisi.	19
Çizelge 1.4 : Seğirmenin hizmet kalitesi üzerine etkisi.	20
Çizelge 2.1 : Son kullanıcı parametreleri.	49
Çizelge 2.2 : Omurga parametreleri.	49
Çizelge 2.3 : LB ve UB arasındaki farkın (GAP) değişimi	51
Çizelge 2.4 : Benders ayrıştırma algoritmasının performansı	51
Çizelge 2.5 : Sabit fiyatlandırma için test kümeleri	52
Çizelge 2.6 : Sabit fiyatlandırma için değişen BP sayısının etkisi.	56
Çizelge 2.7 : BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.	57
Çizelge 2.8 : Sabit fiyatlandırma için değişen son kullanıcı sayısının etkisi. ...	58
Çizelge 2.9 : Son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.	58
Çizelge 2.10 : Sabit fiyatlandırma için değişen senaryo sayısının etkisi.	59
Çizelge 2.11 : Senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.	60
Çizelge 2.12 : Sabit fiyatlandırma için değişen talep varyansının etkisi.	61
Çizelge 2.13 : Talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.	61
Çizelge 2.14 : Sabit fiyatlandırma için talep olasılık dağılımlarının etkisi.	63
Çizelge 2.15 : Talep olasılık dağılımlarının performans istatistiklerine etkisi. ..	63
Çizelge 2.16 : Son kullanıcı QoS düzeylerinin etkisi.	64
Çizelge 2.17 : Son kullanıcı QoS seviyelerinin performans istatistiklerine etkisi.	64
Çizelge 2.18 : Kademeli Fiyatlandırma için Model Notasyonları.	66
Çizelge 2.19 : Kademeli fiyatlandırma altında değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi.	73
Çizelge 2.20 : Kademeli fiyatlandırma altında değişen son kullanıcı sayısının algoritma performanslarına etkisi.	73
Çizelge 2.21 : $ \Omega = 25$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.	74
Çizelge 2.22 : $ \Omega = 50$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.	75
Çizelge 2.23 : $ \Omega = 100$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.	76
Çizelge 2.24 : Kademeli fiyatlandırma için test kümeleri.	77
Çizelge 2.25 : BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.	78
Çizelge 2.26 : Son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.	80
Çizelge 2.27 : Senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.	81
Çizelge 2.28 : Talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.	82
Çizelge 2.29 : Talep olasılık dağılımının performans istatistiklerine etkisi.	83
Çizelge 2.30 : Kapasite kayıp oranının performans istatistiklerine etkisi.	84

Çizelge 2.31 : Hacim bazlı fiyatlandırma için model indeks kümeleri.....	85
Çizelge 2.32 : Hacim bazlı fiyatlandırma için model parametreleri.	85
Çizelge 2.33 : Hacim bazlı fiyatlandırma için karar değişkenleri.....	86
Çizelge 2.34 : Hacim fiyatlandırma altında değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi.....	90
Çizelge 2.35 : Hacim fiyatlandırma altında değişen son kullanıcı sayısının algoritmaların performanslarına etkisi.	90
Çizelge 2.36 : Hacim fiyatlandırma altında $ \Omega = 25$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.....	91
Çizelge 2.37 : Hacim fiyatlandırma altında $ \Omega = 50$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.....	92
Çizelge 2.38 : Hacim fiyatlandırma altında $ \Omega = 100$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.	93
Çizelge 2.39 : Hacim fiyatlandırma için test kümeleri.	94
Çizelge 2.40 : Hacim fiyatlandırma altında BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.....	95
Çizelge 2.41 : Hacim fiyatlandırma altında son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.....	96
Çizelge 2.42 : Hacim fiyatlandırma altında senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.	97
Çizelge 2.43 : Hacim fiyatlandırma altında talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.	98
Çizelge 2.44 : Hacim fiyatlandırma altında talep olasılık dağılımının performans istatistiklerine etkisi.....	100
Çizelge 2.45 : Hacim fiyatlandırma altında kapasite kayıp oranlarının performans istatistiklerine etkisi.....	101
Çizelge 2.46 : QoS kısıtları güven olasılıklarının performans istatistiklerine etkisi.....	102
Çizelge 3.1 : Tek amaçlı bulanık programlama modelleri örnekleri.....	106
Çizelge 3.2 : Zimmerman yöntemi için model indeks kümeleri.....	108
Çizelge 3.3 : Zimmerman yöntemi için model parametreleri.	108
Çizelge 3.4 : Zimmerman yöntemi için karar değişkenleri.....	108
Çizelge 3.5 : Zimmermann yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan λ , ENP, ETR, CLC ve ERC değerleri.	111
Çizelge 3.6 : RP, EEV ve WS modelleri için hesaplanan IO tatmin oranı ve net kar değerleri.	114
Çizelge 3.7 : Birim gelir değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda tatmin oranı değişimi.	116
Çizelge 3.8 : Birim gelir değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda net karın değişimi.....	117
Çizelge 3.9 : Birim maliyet değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda tatmin oranı değişimi.	118
Çizelge 3.10 : Birim maliyet değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda net karın değişimi.....	119
Çizelge 3.11 : Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için model notasyonları.	122
Çizelge 3.12 : Zhang ve diğ. yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan ENP, ETR, CLC ve ERC değerleri.	125

Çizelge 3.13: Zhang ve diğ. yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan TCB, CL, ECUP ve NSS değerleri.	127
Çizelge 3.14: RP, EEV ve WS modelleri için hesaplanan bulanık eniyi çözümler.	132
Çizelge 3.15: Herbir problem için hesaplanan $\tilde{\zeta}$ ve $\tilde{\xi}$ değerleri.	133
Çizelge 3.16: Tüm bulanık parametrelerin $\pm\%20$ değişmesinin $\widetilde{VSS}$, $\tilde{\zeta}$, $\widetilde{EVPI}$ ve $\tilde{\xi}$ 'ye etkisi.	134
Çizelge 3.17: Bulanık çok amaçlı hacim fiyatlandırma için model notasyonları.	139
Çizelge 3.18: Pozitif ve negatif ideal çözümler.	143
Çizelge 3.19: Maksimum-minimum algoritması optimal çözümleri.	143
Çizelge 3.20: Maksimum-minimum algoritması RP için performans istatistikleri.	144
Çizelge 3.21: Maksimum-minimum yöntemi için RP, WS ve EEV sonuçlarının kıyaslanması.	147
Çizelge 3.22: Ağırlık eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için değişen amaç ağırlıklarında RP modeli sonuçları.	150
Çizelge 3.23: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için değişen ω 'ya göre RP, WS ve EEV sonuçları.	155
Çizelge 3.24: Ağırlık maksimum-minimum yöntemi için değişen amaç ağırlıklarında RP modeli sonuçları.	158
Çizelge 3.25: Ağırlıklı maksimum-minimum yöntemi için değişen ω 'ya göre RP, WS ve EEV sonuçları.	161

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1 : Telekomünikasyon problemleri topolojisi.	2
Şekil 1.2 : Türkiye'deki geniş bant kullanıcı sayısı.	4
Şekil 1.3 : Türkiye ADSL penetrasyon haritası.	4
Şekil 1.4 : OECD ülkeleri, megabit/saniye başına en düşük fiyat, ABD doları, satın alma gücü paritesine göre.	5
Şekil 1.5 : Toplam geniş bant abonelerinin servis sağlayıcılara göre dağılımı.	6
Şekil 1.6 : Telekomünikasyon piyasa yapısı.	9
Şekil 1.7 : Kademeli fiyatlandırma politikası.	13
Şekil 1.8 : Sabit fiyatlandırma politikası.	14
Şekil 1.9 : Borusan Telekom anlık omurga performans raporu.	21
Şekil 2.1 : Problem topolojisi.	39
Şekil 2.2 : Benders ayrıştırma algoritması.	47
Şekil 2.3 : BP sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.	57
Şekil 2.4 : Son kullanıcı sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.	59
Şekil 2.5 : Senaryo sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.	60
Şekil 2.6 : Talep varyansının EVPI ve VSS'ye etkisi.	62
Şekil 2.7 : Talep olasılık dağılımlarının EVPI ve VSS'ye etkisi.	63
Şekil 2.8 : Son kullanıcı QoS düzeylerinin EVPI ve VSS'ye etkisi.	65
Şekil 2.9 : Değişen amaç fonksiyonu parametrelerinin RP modeline etkisi..	65
Şekil 2.10 : Algoritmaların iterasyon sürelerinin karşılaştırılması.	75
Şekil 2.11 : Algoritmalar için GAP değişimi.	75
Şekil 2.12 : Kademeli fiyatlandırma için BP sayısının RP, EEV ve WS modellerine etkisi.	78
Şekil 2.13 : Kademeli fiyatlandırma için son kullanıcı sayısının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.	79
Şekil 2.14 : Kademeli fiyatlandırma için senaryo sayısının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.	81
Şekil 2.15 : Talep varyansının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.	82
Şekil 2.16 : Talep olasılık dağılımının RP, EEV ve WS modellerine etkisi. ...	83
Şekil 2.17 : Kapasite kayıp oranının VSS ve EVPI değerlerine etkisi.	84
Şekil 2.18 : Benders ve L-Şekli algoritmaları için koşum sürelerinin kıyaslanması.	92
Şekil 2.19 : Benders ve L-Şekli algoritmalarının GAP değişimi.	92
Şekil 2.20 : Hacim fiyatlandırma altında BP sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.	95
Şekil 2.21 : Hacim fiyatlandırma altında son kullanıcı sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.	96

Şekil 2.22	: Hacim fiyatlandırma altında senaryo sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.	97
Şekil 2.23	: Hacim fiyatlandırma altında talep varyansının VSS ve EVPI'ye etkisi.	98
Şekil 2.24	: Hacim fiyatlandırma altında talep olasılık dağılımlarının VSS ve EVPI'ye etkisi.	99
Şekil 2.25	: Hacim fiyatlandırma altında kapasite kayıp oranlarının VSS ve EVPI'ye etkisi.	100
Şekil 2.26	: QoS kısıtları güven olasılıklarının VSS ve EVPI'ye etkisi.	101
Şekil 3.1	: RP modeli için TCB, CL ve EUC değerleri.	112
Şekil 3.2	: Zimmermann yöntemi için EVPI algoritması.	113
Şekil 3.3	: Zimmermann yöntemi için VSS algoritması.	114
Şekil 3.4	: Karar verici tatmin düzeyi için $EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$ ve $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ oranları.	115
Şekil 3.5	: IO'nun karı için $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranları.	116
Şekil 3.6	: Değişen birim gelirin $EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$ ve $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ oranlarına etkisi.	117
Şekil 3.7	: Değişen birim gelirin $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranlarına etkisi.	118
Şekil 3.8	: Değişen birim maliyetlerin $EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$ ve $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ oranlarına etkisi.	119
Şekil 3.9	: Değişen birim maliyetlerin $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranlarına etkisi.	120
Şekil 3.10	: $\widetilde{ENP}$, $\widetilde{ETR}$ ve $\widetilde{CLC}$ üyelik fonksiyonları.	126
Şekil 3.11	: Farklı problem kümelerinde değişen w değerlerinin RP modelinde EDRF'ye etkisi.	127
Şekil 3.12	: Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için $\widetilde{EVPI}$ algoritması.	128
Şekil 3.13	: Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için $\widetilde{VSS}$ algoritması.	130
Şekil 3.14	: Farklı problem kümeleri için hesaplanan ortalama $\widetilde{\zeta}$ üyelik fonksiyonları.	133
Şekil 3.15	: RP, EEV ve WS modelleri için farklı w değerlerinde hesaplanan ortalama ECUP değerleri.	134
Şekil 3.16	: Bulanık birim kazanç $\%10$ artması ve azalmasının $\widetilde{\zeta}$ 'ye etkisi.	135
Şekil 3.17	: Bulanık birim kazanç $\%10$ artması ve azalmasının $\widetilde{\xi}$ 'ye etkisi.	135
Şekil 3.18	: Bulanık birim maliyetlerin $\%10$ artması ve azalmasının $\widetilde{\zeta}$ 'ye etkisi.	136
Şekil 3.19	: Bulanık birim maliyetlerin $\%10$ artması ve azalmasının $\widetilde{\xi}$ 'ye etkisi.	136
Şekil 3.20	: Bulanık sayı olarak amaç fonksiyonları.	142
Şekil 3.21	: Maksimum-minimum yöntemi için EVPI algoritması.	145
Şekil 3.22	: Maksimum-minimum yöntemi için VSS algoritması.	146
Şekil 3.23	: Maksimum-minimum yönteminde amaç fonksiyonlarının $\%VSS/EEV$ ve $\%EVPI/RP$ değerleri.	148
Şekil 3.24	: Maksimum-minimum yönteminde RP, EEV ve WS modelleri için kapasite satın alınan BP sayıları.	148
Şekil 3.25	: RP modeli için değişen ω_1 değerinin ETR ve CLC'ye etkisi.	151

Şekil 3.26	: RP modeli için değişen ω_1 değerinin TCB ve ECUP'ye etkisi. ...	152
Şekil 3.27	: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için EVPI algoritması.....	152
Şekil 3.28	: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için VSS algoritması.....	154
Şekil 3.29	: Değişen ω_1 ve ω_2 değerlerinin Z_1 için VSS/EEV oranına etkisi.	155
Şekil 3.30	: Değişen ω_1 ve ω_2 değerlerinin Z_1 için EVPI/RP oranına etkisi...	156
Şekil 3.31	: Değişen ω_1 değerlerinin RP, EEV ve WS modellerinde ECUP oranına etkisi.	156
Şekil 3.32	: Ağırlıklı eklenebilir ve ağırlıklı maksimum-minimum yöntemlerinin kıyaslanması.	160
Şekil 3.33	: Değişen ω_1 değerinin Z_1 için VSS/EEV ve EVPI/RP oranlarına etkisi.....	161
Şekil 3.34	: Değişen ω_1 değerinin Z_2 için VSS/EEV ve EVPI/RP oranlarına etkisi.....	162
Şekil 3.35	: Değişen ω_1 değerinin TCB ve ECUP'ye etkisi.	163

SEMBOL LİSTESİ

Ω	: Sonlu sayıdaki senaryoların kümesi
I	: Omurga sağlayıcıların kümesi
J	: Son kullanıcıların kümesi
$\mathbb{E}[\cdot]$	: Beklenen değer operatörü
$\mathbb{P}_X\{X = x\}$	: Olasılık kütle fonksiyonu
z^{RP}	: Stokastik programlama modelinin optimal değeri
z^{EEV}	: Beklenen değer modelinin optimal değeri
z^{WS}	: Bekle-ve-Gör modelinin optimal değeri
$Q(\cdot)$	: İkinci evre değer fonksiyonu
$\sim$	: Üzerine konulan ifadenin bulanık sayı veya bulanık küme olduğunu gösterir
$\Pi(\cdot)$	: Bulanık küme veya sayıların üyelik derecesi fonksiyonu
$\mathbb{Z}$	: Tam sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	: Reel sayılar kümesi
$p_{(\cdot)}$	: Senaryo gerçekleşme olasılığı
$\beta_{(\cdot)}$	: Satın alınan bant genişliği miktarı
$O_{(\cdot)}$	: Omurga tedarikçisinin QoS düzeyi
$q_{(\cdot)}$	: Talebin QoS düzeyi isteği
$v_{(\cdot)}^+$	: Talebi karşılamaktan dolayı elde edilen kazanç
$v_{(\cdot)}^-$	: Talebi karşılamamaktan dolayı oluşan fırsat maliyeti
$d_{(\cdot)}$	: Talebin bant genişliği miktarı
$r_{(\cdot)}$	: Talebin karşılanmasından dolayı elde edilen birim kazanç
$v_{(\cdot)}$	: Talebin karşılanmasından dolayı oluşan birim fırsat maliyeti
$\alpha_{(\cdot)}$	: Omurgaya ait kapasite kayıp oranı
$\bar{\beta}_{(\cdot)}$	: Birim bant genişliği maliyeti kırılma noktası
$c_{(\cdot,1)}, c_{(\cdot,2)}$	: Maliyet kırılma noktasının sırasıyla altında ve üstünde birim bant genişliği maliyeti
$U_{(\cdot)}$	: Omurgadan alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı
$\Phi_{(\cdot)}, \Psi_{(\cdot)}$	: Omurga tarafından garanti edilen sırasıyla maksimum gecikme miktarı ve seğirme miktarı
$\delta_{(\cdot)}, \rho_{(\cdot)}$	: Sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme miktarı
π	: Gerekli minimum talep karşılama oranı
$\mu_{(\cdot)}^\delta, \sigma_{(\cdot)}^\delta$	: Gecikme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\mu_{(\cdot)}^\rho, \sigma_{(\cdot)}^\rho$	: Seğirme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\Theta_{(\cdot)}^\delta, \Theta_{(\cdot)}^\rho$	: Talebin belli bir hizmet kalitesinin üzerinden karşılanması için gerekli sırasıyla gecikme ve seğirme değerleri güven olasılıkları
λ	: Karar verici için tatmin düzeyi

ε	: Amaç fonksiyonu değeri için tolerans miktarı
z_0	: Amaç fonksiyonu değeri için en kötümser değer
$\omega_{(\cdot)}$	: Amaç fonksiyonlarının ağırlıkları
$\tilde{\xi}$	: Bulanık sayı olarak VSS'nin EEV' ye oranı
$\tilde{\xi}$	: Bulanık sayı olarak EVPI'nin WS' ye oranı
K	: Amaç fonksiyonları kümesi
T	: Zaman periyodu sayısı
L	: Kontrat periyot süresi
Z_1	: Kar en büyükleme amaç fonksiyonu değeri
Z_2	: Kapasite kayıp en küçükleme amaç fonksiyonu değeri
$\mathbb{P}_X\{X \leq x\}$	: X bir rassal değişken olmak üzere birikmeli olasılık yoğunluk fonksiyonu
$\Gamma_{(\cdot)}$	: Standart normal dağılımın için ters dönüşüm (quantile) fonksiyonu
A	: Teknoloji matrisi
B	: Ana problemde sabitlenen karar değişkenleri için teknoloji matrisi
b	: Sağ taraf sabitleri
c	: Amaç fonksiyonu kat sayıları
u	: Dual problem için sınırsızlık yönü
$\varphi_{(\cdot)}, \xi_{(\cdot)}, \eta_{(\cdot)}, \lambda_{(\cdot)}$	: Dual değişkenler
$T_{(\cdot)}, W_{(\cdot)}$	: L-Şekli algoritması için teknoloji matrisleri
$h_{(\cdot)}$	: L-Şekli algoritması için sağ taraf sabitleri
v	: İterasyon sayısı

STOKASTİK TALEP ALTINDA TELEKOMÜNİKASYON AĞLARINDAKİ ARACI FİRMALARA YÖNELİK KAR EN BÜYÜKLEMESİ PROBLEMİ

ÖZET

Son on yıl içerisinde telekomünikasyon piyasası birçok servisin, servis sağlayıcısının ve satıcının olduğu çok rekabetçi bir ortam halini almıştır. Günümüzde ister büyük ister küçük olsun bütün şirketler varlıklarını sürdürebilmek ve günlük işlerini ya da operasyonlarını tamamlayabilmek için telekomünikasyon ağlarını çeşitli şekillerde ve miktarlarda kullanırlar. Dolayısı ile şirketler, firma içerisinde ya da firmanın müşteri ve tedarikçileri ile ilişkilerinde ve operasyonlarında internet ağlarını kullanan birer varlık haline gelmiştir.

Şirketler yani müşteriler işlerini ve operasyonlarını gerçekleştirebilmek için ihtiyaç duydukları ağ kaynaklarını aracı veya omurga telekomünikasyon firmalarından kiralayabilir veya satın alabilir ve ardından işleri tedarik edilen kaynaklara dağıtarak tamamlayabilirler. Ağ kaynakları kullanılarak gerçekleştirilen birkaç tipik ve önemli örnek: video konferans, VoIP (internet üzerinde telefon görüşmesi), gerçek zamanlı ses/video izleme, gerçek zamanlı işlemsel uygulamalar ve diğer toplu işlem uygulamalarıdır.

Telekomünikasyonda karşılaşılan tasarım ve karar problemlerini en geniş kapsamla üç seviyeye ayırarak analiz etmek mümkündür. Bunlar mikro düzeyden makro düzeye sırasıyla; teknoloji, ağ ve kurumsal seviyede ortaya çıkan problemlerdir. Teknoloji düzeyinde yapılan çalışmalar telekomünikasyondaki router ve switch gibi çeşitli elemanların tasarımıyla ilgili problemleri ele almaktadır. Ağ seviyesindeki problemler ise büyüklük ve içerdikleri teknoloji bakımından farklı olabilecek ağların planlanması ve dizaynı ile alakalıdır. Bu seviyede alınan kararlar doğaları gereği dinamik niteliktedir ve birden çok zaman periyodunu içermektedir. Son olarak kurumsal seviye mümkün olan en yüksek seviye birleştirme olarak düşünülebilir. Bu düzeyden telekomünikasyon firmalarına daha geniş endüstriyel bir çevrenin veya piyasanın elemanı olarak bakılır. Bu piyasa çok sayıda ve yapıda diğer endüstriyel aktörleri ve çok çeşitli müşteri profillerini içermektedir. Bu düzeyde alınan kararlar: firmanın piyasaya süreceği hizmet çeşitliliğinin belirlenmesi, stratejik yatırım kararlarının belirlenmesi ve fiyatlandırma politikalarıdır.

Bu çalışmada incelenen problemler kurumsal düzeydeki karar problemlerine örnek olabilecek niteliktedir. Kurumsal düzeyde üç önemli ve ana oyuncunun var olduğu kabulü yapılmıştır. Bu aktörler sırasıyla yukarıda tanımlanan ağ kaynaklarını işlerini tamamlamak için kullanan müşteriler, omurga ağ sağlayıcıları (BP) ve aracılar (IO) diğer adıyla bant genişliği brokerleridir. BP'lar kendi ağ alt yapısına sahipken, IO'lar kendilerine ait ağ kaynakları bulunmamaktadır. Bu nedenden ötürü, IO'lar servis sağlayabilmek için gerekli ağ kapasitesini BP'lardan ya da diğer

aracılardan satın alırlar. Sonuç olarak, IO ne kadar kapasite satın alacağına karar verirken BP’de aracıya nasıl bir fiyatlandırma uygulayacağına karar vermektedir.

Bu tezde, telekomünikasyon IO’sunun kapasite satın alırken karşılaştığı optimizasyon problemi; çok sayıda omurganın çeşitli şekillerde fiyatlandırma ve hizmet kalitesi sunduğu bir piyasada, stokastik son kullanıcı bant genişliği talebi altında modellenmiş ve çözüm önerileri sunulmuştur. Problem IO’nun bakış açısıyla modellenmiş ve aracı rasyonel karar verici olarak kabul edilmiştir.

Gerçek hayattaki birçok problemde olduğu gibi telekomünikasyon problemlerinde de belirsizlikler söz konusudur. Telekom ağlarındaki belirsizlikler, sistemin kendi içerisinden ve/veya sistemin çevresinden kaynaklanıyor olabilir. Nereden kaynaklanırsa kaynaklansın belirsizliklerin kesin olarak varsayılarak tanımlanması ve modellenmesi kurulan modellerin gerçekçi olmayan sonuçlar üretmesine neden olur.

Bu çalışmada piyasa koşullarından dolayı oluşan belirsizliğin modellenmesinde stokastik programlama (SP) metodolojisi kullanılmıştır. SP’nin temelleri 1954 yılında yöneylem araştırması biliminin de kurucusu olan George B. Dantzig tarafından yayınlanan “Belirsizlik altında Doğrusal Programlama” makalesi ile atılmış, özellikle günümüz bilgisayarlarının hesaplama gücündeki muazzam artış ile birlikte son 20 yıl içerisinde tedarik zinciri yönetiminden, sağlık alanına enerji kapasite planlamasından telekomünikasyona birçok uygulama alanı bulmuştur.

Yürütülen kapsamlı literatür taraması sonucunda, telekomünikasyon ağlarında SP teknikleri çoğunlukla altyapı problemlerinin çözümüne yönelik olarak geliştirilmiş olduğu tespit edilmiş, yönetsel düzeyde yani kurumsal ortamda araçların problemini inceleyen bir çalışmaya rastlanmamış olması tezin özgün değerlerinden biridir. Bu bağlamda tezin ilk kısmında literatürde en çok kullanılan ve internet sağlayıcılarının da uyguladığı sırasıyla üç fiyatlandırma stratejisi: sabit fiyatlandırma, kademeli fiyatlandırma ve hacim fiyatlandırma; oluşturulan üç ayrı iki-evreli SP modeline entegre edilmiştir. Bu modeller sayesinde araçların karar verici mercilerine: hangi omurgadan ne kadar bant genişliğini ne kadar süreyle satın alması; hangi seviyede hizmet kalitesi sunan servis sağlayıcılarının seçmesi; taleplerin realizasyonundan sonra karşılanmasına karar verilen kapasite isteklerinin hizmet kalitesi parametrelerini de göz önüne alarak nasıl satın alınan kapasitelere atanması gerektiği gibi stratejik planlama sorularının çözümleri sunulmaktadır.

Tartışılan modellerde, ikinci evrede oluşabilecek bütün durumlar sonlu sayıdaki belli olasılık değerleri atanmış ayrık senaryolar ile ifade edilmiştir. Bunun neticesinde, küçük ölçekli problemler bile çok sayıdaki senaryodan ötürü, standart ticari doğrusal ve tamsayılı programlama yazılımlarının çözebileceği boyutların ötesine geçmektedir. İlk olarak büyük ölçekli karma tamsayılı programlama problemi olan sabit fiyatlandırma modeli Benders ayrıştırma algoritması ile makul süreler içinde çözülmüştür. Ardından, büyük ölçekli doğrusal programlama problemleri olan kademeli ve hacim fiyatlandırma modelleri yine Benders ayrıştırması ile çözülmeye çalışılmıştır. Modellerin özel yapısı olan, senaryoların bloklara ayrılmasından faydalanılarak geliştirilen L-Şekli algoritması ile alt problemler her bir senaryo için ayrı ayrı çözülmüştür. Böylelikle Benders ayrıştırmasının çözemediği test problemleri optimum olarak çözülmüş ve çözüm sürelerinde iyileşmeler sağlanmıştır.

Çözüm algoritmalarının performansları ve SP metodolojisinin geçerliliğini sınamak amacıyla çok farklı sayıda ve büyüklükte rassal test verileri oluşturulmuş ve algoritmalar bu verilerle koşulmuştur. Testlerin sonuçlarının karşılaştırılması için Stokastik Çözümün Değeri (VSS) ve Mükemmel Bilginin Beklenen Değeri (EVPI) olmak üzere iki performans istatistiği tanımlanmıştır. Elde edilen istatistiklerin ışığında, telekomünikasyon piyasasındaki belirsizliklerin göz önüne alınarak oluşturulup çözülen stokastik modellerin, belirsizliğin hesaba katılmadığı beklenen değer modellerinin sonuçlarına göre her fiyatlandırma modelinde farklı oranda olsa da daha iyi sonuç verdiği yani aracıya daha yüksek bir kar sağladığı gözlenmiştir.

Tezin ikinci kısmının ilk yarısında ise, hacim bazlı fiyatlandırma politikası altındaki stokastik doğrusal programlama (SLP) modeline son kullanıcı bant genişliği taleplerinin belirsizliğine ek olarak; amaç fonksiyonundaki bütün maliyet ve kazanç parametreleri bulanıklaştırılmıştır. Oluşan bulanık amaç fonksiyonlu SLP modeli sayesinde telekomünikasyon ağlarında meydana gelebilecek bütün belirsizlikler düşünülerek çözüm aranmıştır. Çözüm yöntemi olarak literatürde bulunan iki algoritma problemin yapısına uygun olarak değiştirilerek, değişik veri kümelerinde koşulmuştur. Sonuçların tutarlılığı ve yöntemin uygulanabilirliği bulanık parametreler üzerinde yapılan duyarlılık analizleri ile test edilmiş. Ek olarak, VSS ve EVPI değerlerinin yanında beklenen talep karşılama oranı, atıl kapasite ve kapasite satın alınan omurga sayısı gibi ikincil istatistikler de hesaplanarak yöntemin tutarlılığı gösterilmiştir.

Çalışmanın ikinci kısmının son yarısında ise, hacim fiyatlandırma modeli çok amaçlı bulanık SLP yöntemi ile analiz edilmiştir. Amaç fonksiyonlarından birincisi aracının karını en büyükmeye çalışırken; ikincisi ise omurgalardan satın alınan ya da kiralanın kapasitelerde, altyapı sorunlarından dolayı oluşan kayıpları en küçükmeye çalışmaktadır. Böylelikle telekom IO'sunun kayıp kapasiteyi son kullanıcılara satabilme fırsatı bulması durumunda oluşabilecek çözümler incelenmiştir. Çözüm algoritmaları olarak sırasıyla maksimum-minimum, ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum ve ağırlık maksimum-minimum yöntemleri seçilerek; farklı amaç fonksiyonu ağırlıkları altında IO'nun nasıl bir şekilde bant genişliği satın alması gerektiği istatistiksel performans çıktıları ile birlikte hesaplanmış ve algoritmaların verimlilikleri analiz edilmiştir.

PROFIT MAXIMIZATION PROBLEM FOR INTERMEDIARIES IN TELECOMMUNICATION NETWORKS UNDER STOCHASTIC DEMAND

SUMMARY

During the last decade, telecommunications has become a very competitive environment with many vendors, carriers, and services. Nowadays every firm either big or small uses telecommunication networks at different amounts and ways in order to continue their existence and complete their daily tasks and operations. Hence, firms are becoming internet oriented entities that use telecommunications networks to support operations and relationships within the firm, and with their customers and suppliers.

Firms, in other words customers, can lease or buy required amount of network resource from either telecommunication network backbones or telecommunication intermediaries to complete their operations, and afterwards each of these mentioned operations are assigned to one of the acquired resources. Some typical and important applications that are carried out by using network sources are: video conferencing, VoIP (phone call over the Internet), real time audio/video streaming, real time transactional applications and other batch transactional applications.

It is possible to classify optimization problems that are encountered in telecommunication environment into three different levels such as technological, network and enterprise. The technological level deals with design of different elements of telecommunication networks. Network level problems concentrate on design and planning of different kinds of telecom networks which may differ by size and by technology involved. Decisions are often of dynamic nature and include several time periods. The enterprise level is the highest level of aggregation and looks at the telecommunication enterprise as a member of a larger industrial environment which includes other industrial actors and different consumer types. Decisions involve selection of the range of services which the enterprise will provide to the market, strategic investment decisions, pricing policy.

The problem studied in this thesis falls into the enterprise level category. At this level, it is assumed that telecommunications market consists of three important main players, which are previously mentioned: customers who use network capacity to accomplish their tasks, backbone network providers (BP) and intermediaries (IO) or bandwidth brokers. Whereas BPs own the network infrastructure, IOs do not have their own network facilities and in order to provide the service IOs have to lease the necessary network capacity from BPs or other bandwidth brokers. Consequently, IOs have to decide how much capacity to acquire and the BPs decide the price to charge for the network capacity.

In this thesis, an optimization problem that an IO faces when acquiring network capacity from a market in which there exist several BP network providers offering

different pricing and quality of service schemes is modeled and solution approaches are proposed under stochastic bandwidth request of end-users. The problem is modeled from the IO's point of view and assumes intermediary is rational decision maker.

Telecommunication network problems are due to uncertainties like the other real life problems. The sources of the uncertainties in the telecommunications may be environmental or originated from the system itself. In all circumstances, neglected uncertainties in the models may result in inaccurate solutions.

In this study, stochastic programming (SP) methodology is utilized to model the uncertainties arising due to the market conditions. The origin of SP frame work goes back to seminal paper of George B. Dantzing "Linear Programming under Uncertainty" which was published in the year of 1954 by founder of operation research. Along with increasing computational power of computers in last 20 years, SP has been widely used in many diverse areas such as supply chain management, health care, energy capacity planning and telecommunications.

The conducted extensive literature review reveled the fact that SP techniques used in telecommunication networks are developed mostly in order to solve infrastructure problems such as routing of demands in network links. To the best of our knowledge, there is no study related to application of SP at enterprise level which implies one of the uniqueness and contribution of this PhD thesis. In the first part of the thesis, the most commonly used pricing schemes by both internet providers and researchers namely flat rate pricing, tax-band pricing and pay-per-byte pricing are integrated into three separate two-stage SP model. The solutions of these models provide essential strategic planning information to the decision makers of intermediaries such as how much bandwidth for how long should be bought or leased from each backbone, which service providers should be chosen by considering quality of service levels, after realization of customers' demands which customer's bandwidth request should be accepted and which of them should be rejected and finally how accepted bandwidth demands should be allocated into leased capacity by considering quality of service parameters such as delay and jitter.

In the models discussed thus far, all of the possible states for second stage are modeled by a finite number of discrete scenarios with associated realization probability values. As a result, even small problem instances may become really huge due the large number of scenarios. Standard commercial linear and integer programming softwares are not capable of solving even middle size problems with well-known algorithms. Therefore, at first stage, flat rate pricing problem which is large scale mixed integer programming model is solved by using Benders' decomposition algorithm within reasonable time limits. Tax-band and pay-per-byte pricing strategies lead to large scale linear programming models that can be also solved to optimality by Benders' decomposition. In addition, solution times of these models are improved by solving each scenario separately at every iteration for all sub-problems by taking account block separable structure.

In order to test the performance of solution algorithms and to validate the usability of SP methodology, several random test instances with different sizes are generated and solved by proposed algorithms. Two new performance statistics namely Value of Stochastic Solution (VSS) and Expected Value of Perfect Information (EVPI) are defined to compare the results of test runs. The results of collected performance

statistics after test runs proved that when uncertainty at telecommunication market included into mathematical models via SP approach results in a better solution; other words results in more profit for telecom intermediaries. Furthermore, it is observed that under every pricing strategy, SP solutions outperform when compared to deterministic approach solutions in which randomness is ignored.

In the first half of the second part of the thesis, in addition to the randomness of end customers' bandwidth demand at pay-per-byte pricing scheme, unit costs and unit revenues are also assumed as unknown or vague parameters in the market. By introducing mentioned assumption, stochastic linear programming (SLP) model for pay-per-byte policy turned into fuzzy-SLP model with fuzzy objective function coefficients. As solution methods, existing two algorithms in literature are modified to cope with the structure of model and problem. Afterwards, several problem sets are ran by using modified algorithms. Consistency of results and applicability of methods are tested by sensitivity analysis on fuzzy parameters. Besides, secondary performance statistics such as expected demand fulfillment ratio, expected unused capacity and number of selected backbones are calculated in addition to the primary performance measures VSS and EVPI.

In the last half of the second part of the thesis, pay-per-byte pricing scheme is analyzed via fuzzy multi-objective SP method. The first objective function of the model tries to maximize the expected profit of intermediary. On the other hand, second objective function aims to minimize capacity loss occurred during capacity acquisition from backbones. This modeling approach enables selling the lost capacity to end users. The max-min, weighted additive max-min and weighted max-min methods are chosen as solution algorithms. The effectiveness and efficiency of algorithms are investigated by changing weights of each objective and then final performance statistics are reported in order to help IO to solve complex capacity purchasing and demand allocation problem.

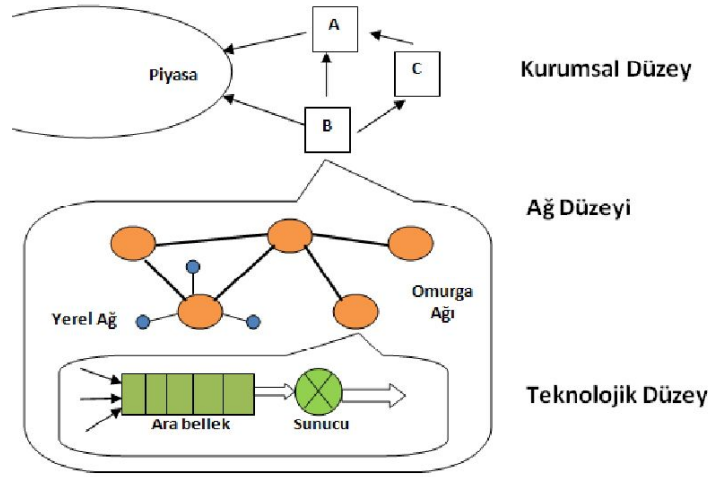
1. GİRİŞ

E-ticaret ve diğer ağ tabanlı uygulamalarındaki gelişmelerden dolayı, gün geçtikçe daha çok firma telekomünikasyon ağlarının önemini günümüzün açmasız piyasa şartlarında sağ kalabilmek için fark etmek zorundadır [1].

Telekomünikasyonda karşılaşılan tasarım ve karar problemlerini en geniş kapsamla üç seviyeye ayırarak analiz etmek mümkündür. Bunlar mikro düzeyden makro düzeye sırasıyla; teknoloji, ağ ve kurumsal seviyede ortaya çıkan problemlerdir [2]. Şekil 1.1’de telekomünikasyon problemlerinin sınıflandırılması sunulmuştur. Belirsizlik bütün söz edilen seviyelerde çeşitli şekillerde ortaya çıkan problemlerin yapısına etki etmektedir.

Teknoloji düzeyinde yapılan çalışmalar telekomünikasyondaki yöneltici (router) ve anahtar (switch) gibi çeşitli elemanların tasarımıyla ilgili problemleri ele almaktadır. Bu düzeyde ortaya çıkan belirsizlikler ağdaki akışlar ve iletişim isteği talebidir. Ayrıca ekipman bozulmaları da belirsizliklerin ortaya çıkmasında önemli bir nedendir. Bu düzeyden alınabilecek anahtar kararlar mühendislik tasarımı ile ilgilidir. Diğer bir değişle ağda görev alan elemanlarının tasarımı ile ilişkilidir. Bu tasarımlar yapılırken dikkat edilmesi gereken parametreler sistemin performansı ve sağlanan hizmetin kalitesidir. Geleneksel olarak, telekomünikasyon elemanlarının ve ekipmanlarının performanslarının ölçülmesi ve değerlendirilmesi kuyruk teorisinin ilgi alanı içerisinde. Bu analiz yönteminin başarılı olması için gereken en büyük girdi: iletişim akışının altında yatan stokastik sürecin olasılık dağılımıdır [2].

Ağ seviyesindeki problemler ise büyüklük ve içerdikleri teknoloji bakımından farklı olabilecek ağların planlanması ve dizaynı ile alakalıdır. Ağlar yerel, sabit veya mobil olabilirler. Bu düzeyde alınan kararlar ise belirli bir teknoloji ve belirli coğrafi şartlar altında değişik ve çeşitlik kullanıcı gruplarından gelen toplu talebi karşılamak amacıyla işlemcilerin yerleştirilmesi ve link (bağlantı)



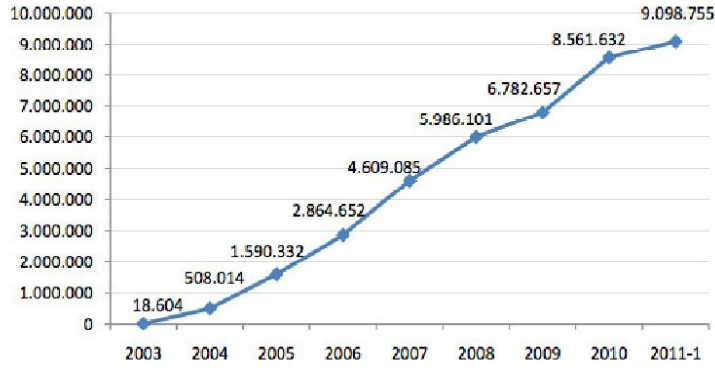
Şekil 1.1: Telekomünikasyon problemleri topolojisi [2].

kapasitelerinin belirlenmesidir. Alınan kararlar doğaları gereği dinamik niteliktedir ve birden çok zaman periyodunu içermektedir [3]. Bu seviyede ortaya çıkan ana belirsizlik telekomünikasyon servisleri için olan taleplerdir. Diğer belirsizlik kaynakları ise ağda meydana gelebilecek çökmeler ve ileriki yıllarda meydana gelebilecek teknolojik gelişmelerdir. Bu düzeyde yapılan birkaç önemli çalışma [4] ve [5] olarak gösterilebilir. Smith ve diğ. [4]'ne göre standart modern optik fiberler eşzamanlı olarak saniyede 2.4Gb (gigabit)'lik bir veri aktarımına olanak sağlamaktadır. Dolayısı ile tek bir optik fiberin zarar görmesi müşteri servisinin büyük ölçüde kayıp olmasına neden olacaktır. Liu [5] elektronik ve optik iletişim ağlarındaki hızlı gelişmelerden ötürü, geleneksel ağ tasarımlarının ve optimizasyon metotlarının artık yeterli olmayacağını düşünmektedir. Ağ içersinde oluşan trafik akışının stokastik etkilerinin irdelenmesi gerektiğini savunmaktadır.

Son olarak kurumsal seviye mümkün olan en yüksek seviye birleştirme olarak düşünülebilir. Bu düzeyden telekomünikasyon firmalarına daha geniş endüstriyel bir çevrenin veya piyasanın elemanı olarak bakılır. Bu piyasa çok sayıda ve yapıda diğer endüstriyel aktörleri ve çok çeşitli müşteri profillerini içermektedir [6]. Bu düzeyde alınan kararlar: firmanın piyasaya süreceği hizmet çeşitliliğinin belirlenmesi, stratejik yatırım kararlarının belirlenmesi ve fiyatlandırma politikalarıdır. Bu düzeyde oluşan belirsizliklerin başlıca kaynağı sırası ile piyasanın yeni teknolojilere ve hizmetlere vereceği tepkilerin bilinmemesi, ürünlerin yaşam sürelerinin azalması ve rekabet ortamında rakip firmaların aldığı kararlardır. Alınan kararlara rakiplerinde etki ettiği varsayımı altında yapılan çalışmalar oyun kuramı

çerçevesinde de analiz edilmektedir. Örneğin, Chen ve diğ. [7] tarafından Çin'deki üçüncü nesil (3G) telekomünikasyon piyasası üçlü oligopol rekabet koşulları altında incelenmiştir. İngiliz iletişim piyasasını oyun teorisi çerçevesinde analiz eden bir çalışma Vulkan ve Jennings [8] tarafından yapılmıştır. French [9], İngiltere ve Almanya'da gerçekleşen devlet 3G ihalelerini belirsizlik altında oyun teorisi ile incelemiştir. Kurumsal seviyedeki telekom çalışmalarına örnek olabilecek oyun teorisi tabanlı ilginç bir çalışma Zubcsek ve Sarvary'ya [10] aittir. Bu makalede telekom ağlarını kullanarak sosyal medya üzerinden yapılabilecek reklam kampanyalarının diğer şirketlerle rekabeti nasıl etkilediği araştırılmıştır. Bu araştırmalarda da görüldüğü gibi, ülke içi iletişim marketinin analiz edildiği çeşitli çalışmalar literatürde bulunmaktadır. Bu doktora tezi kapsamında yapılmış modelleme ve çözüm önerilerinin kurumsal seviyeye yönelik olması, Türkiye gibi telekomünikasyon piyasasının sürekli geliştiği ve yeni aktörlerin katıldığı bir ortamda literatürdeki boşlukları dolduracak niteliktedir.

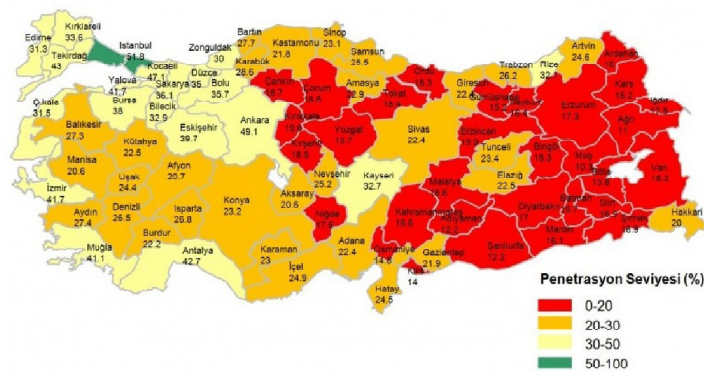
Bu çalışmada bant genişliği ticari emtia olarak düşünüleceğinden yani bant genişliği satan piyasalar modelleneceğinden dolayı, yurdumuzdaki internet piyasasının gelişimine ve günümüzdeki durumuna bakmakta fayda vardır. TÜBİTAK-ODTÜ (TR-NET) işbirliği ile Devlet Planlama Teşkilatı (DPT) projesi çerçevesinde Türkiye'nin ilk kez küresel internet ağına bağlanması 12 Nisan 1993 tarihinde kullanıma açılan 64 kbit/sn hızındaki bir hatla olmuştur. Bu hat ODTÜ'den uzun bir süre ülkenin tek çıkışı olarak hizmet vermiştir [11]. 2003 yılında ADSL hizmetinin başlaması ile Türkiye geniş bant internet ile tanışmıştır. Türkiye'nin ADSL'e kavuştuğu 2003 yılında 11,5 milyar dolar olan bilişim geliri, 2011 yılında 34 milyar dolar civarına ulaşmıştır [11]. Bilgi Teknolojileri ve İletişim Kurumu (BTK)'nın yayınladığı 2011 1.çeyrek raporuna göre toplamda 9 milyondan fazla hanenin geniş bant internet aboneliği bulunmaktadır [12]. Buna göre toplam hane sayısının yüzde 33'ü, bilgisayar olan hanelerin ise yüzde 72.5'i internet bağlantısına sahiptir. Bilgisayarı olmayan 6.5 milyon hanede en az bir internet kullanıcısı bulunmaktadır [12]. Aynı araştırmaya göre Türkiye'de 30 milyon internet kullanıcısı yer almaktadır. Yurdumuzdaki geniş bant kullanıcılarının sayısının yıllara göre izlediği seyir Şekil 1.2 gösterilmiştir [13].



Şekil 1.2: Türkiye’deki geniş bant kullanıcı sayısı [13].

Türkiye’deki tüm internet trafiğinde bantı en çok meşgul eden aktivite video izlemektir. Genel internet trafiğinin %32’sini Youtube hariç video izleme oluştururken, Youtube tek başına %7.86 oranında bir trafik yaratmaktadır. İnternet trafiğinin yüzde % 28.23’ünü internette sörf yapma, % 10.86’sını dosya indirme, 3.7’sini Tivibu, 0.20’sini oyun, 0.82’sini anlık mesajlaşma ve 9.4’ünü diğer faaliyetler oluşturmaktadır [14].

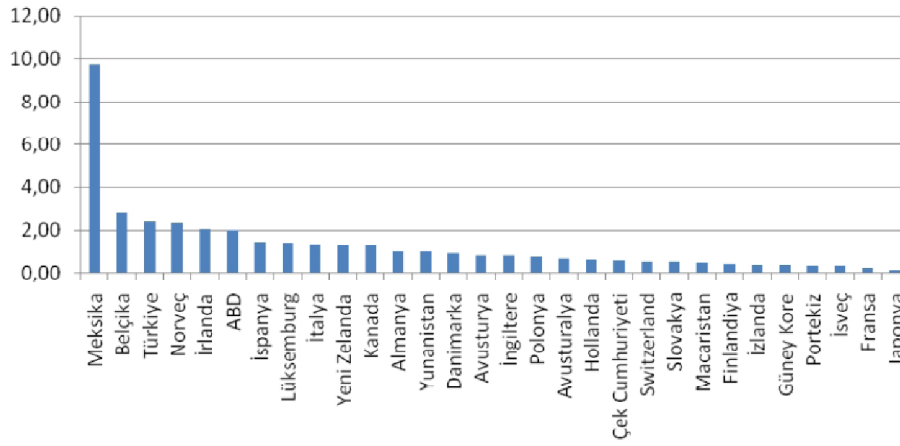
Türkiye ekonomisinin büyük kısmını bünyesinde barındıran İstanbul’da internet kullanım oranı kişi başına %51.8’dir. İstanbul’dan sonra internet ve bilgisayar penetrasyonu en yüksek ilk 4 il Ankara, Kocaeli, Tekirdağ ve Antalya olarak sıralanmaktadır [14]. Şekil 1.3 illere göre geniş bant kullanım oranlarını sunmaktadır.



Şekil 1.3: Türkiye ADSL penetrasyon haritası [14].

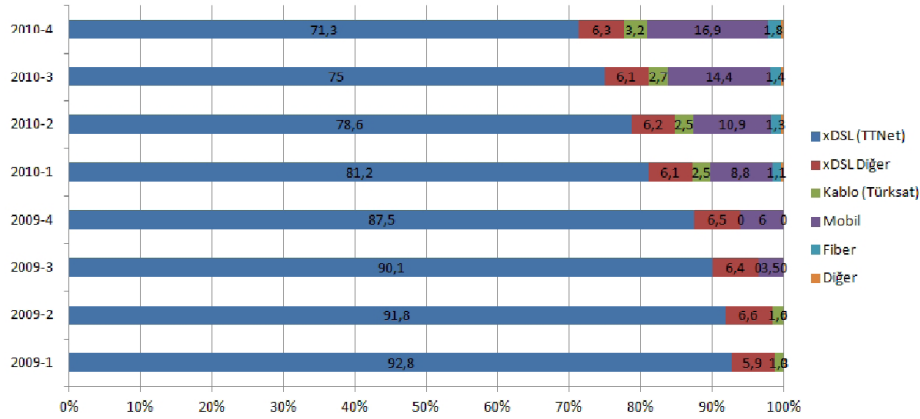
Türkiye’de ki geniş bant internet fiyatlarına ilişkin bir çalışma Urhan ve Kızılca [15] tarafından hazırlanmıştır. Yürütülen araştırmada, OECD ülkeleriyle yapılan kıyaslamada Türkiye’nin pahalılık açısından ilk üçte olduğunu gösterilmiştir.

OECD Geniş bant İstatistikleri'ne göre 2.39 dolarlık en düşük ve 76.11 dolarlık en yüksek Megabit/saniye'lik fiyatlarıyla Türkiye internetin OECD ölçeğinde en pahalı olduğu ülkelerden biri olduğu saptanmıştır. İnternet bağlantı ücretlerine daha yakından bakıldığında farklı bağlantı hızlarına göre Türkiye'nin yine OECD ülkelerinin birçoğundan daha pahalı bir servise sahip olduğunu görülmektedir. Özellikle yüksek hızlarda ortalama bağlantı maliyeti 621 doları bulan Türkiye'nin en yakın takipçisi Lüksemburg'da ise benzer bir bağlantının ortalama fiyatı sadece 112 dolar civarındadır [15]. Şekil 1.4'de satın alma gücü paritesine göre en düşük fiyat (ABD doları) megabit/saniye başına ülke bazında fiyatların sıralaması gösterilmiştir.



Şekil 1.4: OECD ülkeleri, megabit/saniye başına en düşük fiyat, ABD doları, satın alma gücü paritesine göre [15].

Bu yüksek fiyatların oluşmasında ki en büyük nedenlerden biri geniş bant piyasasında yeterli rekabetin henüz oluşmamış olmasıdır. Bu bağlamda, yeni omurgaların ve internet sağlayıcılarının piyasaya girmesiyle sabit hatlarında operatörü olan TTNNet (Türk Telecom)'un pazar payı 2009 yılında 2006 yılına oranla %10.7 azalmıştır [16]. Buna rağmen pazarın büyük bir kısmı TTNNet tarafından domine edilmektedir. Telli [17] tarafından yapılan çalışmada geniş bant internet kullanıcısı abonelerin servis sağlayıcılar arasında 2010 yılı 4.çeyreği itibari ile nasıl dağıldığı belirlenmiştir. Şekil 1.5'de bu çalışmanın sonuçları 2009 yılı 1.çeyreği ile 2010 yılı 4.çeyreği arasında gösterilmiştir. Mobil geniş bant sağlayıcıları, sabit hat geniş banta rakip olarak görünmektedir. Aralık 2008 itibari ile mobil sınıftaki üç operatör Turkcell, Avea ve Vodafone 3G servis sağlamak için devletten yetki almışlardır. Temmuz 2009 tarihinde aktif hale gelen 3G kullanıcısı sayısı



Şekil 1.5: Toplam geniş bant abonelerinin servis sağlayıcılara göre dağılımı [17].

Aralık 2010 itibariyle 1.45 milyon kişidir. Sabit hat piyasasında sınırlı bir rekabet olmasından dolayı gelecekte mobil hatlar üzerinde geniş bant internet kullanımı vaat edici gözükmemektedir. Kablonu internet operatörü Türksat'ın pazar payı iki yıl içinde %1.3'den %3.2'ye çıkmıştır. Fiber bağlantı ise % 1'den 2010 başı itibari ile %1.8'e çıkmıştır. Gelişmiş Asya ve Avrupa ülkeleri ile kıyaslandığında çok daha hızlı ve güvenilir bir bağlantı sağlayan fiberin kullanım oranı yurdumuzda oldukça düşüktür.

Çizelge 1.1 Mart 2011 tarihindeki sunulan geniş bant hizmet seçeneklerini ve ücretlerini yansıtmaktadır. Türkiye geniş bant piyasasının en büyük sorunun aşırı yüksek fiyatlar olduğu açıktır. Türk Telecom farklı hızlarda DSL servisleri sunmaktadır. TTNNet tarafından sunulan servislerden, özellikle hızlı internet seçeneği Avrupa Birliği ülkelerine göre oldukça yüksek fiyattadır. Bağımsız geniş bant sağlayan internet service sağlayıcılarından (ISP) Superonline, DSL ve fiber bağlantı seçenekleri sunmaktadır. Superonline tarafından fiber bağlantı ile 100 Mbps hıza kotasız olarak ulaşmanın fiyatı 125.9 \$ olarak belirlenmiştir. Türkiye'nin en büyük kablolu TV sağlayıcısı Türksat, Uydunet ile farklı bağlantı hızlarında servis sunmaktadır. Düşük hızlarda makul bir ücret talep edilirken yüksek hızlardaki fiyatlandırma ADSL servis sağlayıcılarına göre hayli pahalı olduğu görülmektedir. Son olarak mobil operatörlerin de kotalı geniş bant servis sağladıkları Telli [17] tarafından raporlanmıştır.

Görece yüksek fiyat uygulamalarının yanında, ciddi sıkıntılar yaşanan bir diğer uygulama ise sınırlı-sınırsız olarak dile getirilen kota uygulamalarıdır. İnternet kalitesi bağlamındaki diğer bir önemli sorun da ilan edilen bağlantı hızları ile

Çizelge 1.1: Bant genişliği sağlayıcılarının Mart 2011 tarihli paket fiyatları [17].

Operatör	Teknoloji	Hız (Mbps)	Aylık fiyat (TL)	Aylık fiyat (USD)	Birim başına fiyat	Kota
TTNet	ADSL	1	20.9	13.2	13.2	1 GB
TTNet	ADSL	<=8	29	18.3	2.3	4 GB
TTNet	ADSL	<=8	32	20.2	2.5	6 GB
TTNet	ADSL	8	109	69.0	8.6	Yok
TTNet	ADSL2+	<=16	33	20.9	1.3	5 GB
TTNet	ADSL2+	<=16	59	37.3	2.3	Yok
TTNet	Fiber	<=32	43	27.2	0.9	10 GB
TTNet	Fiber	<=100	149	94.3	0.9	Yok
Superonline	ADSL	1	45.3	28.7	28.7	Yok
Superonline	ADSL	<=8	29	18.3	18.3	4 GB
Superonline	ADSL	<=8	39	24.7	24.7	6 GB
Superonline	Fiber	<=50	59	37.3	0.7	12
Superonline	Fiber	<=100	199	125.9	1.3	Yok
Turksat	Kablo	1	29	18.3	18.3	Yok
Turksat	Kablo	<=10	99	62.6	6.3	Yok
Turksat	Kablo	<=20	199	125.9	6.3	Yok
Turkcell	HSDPA	7.2	29	18.3	2.5	1 GB
Vodafone	HSDPA	7.2	30	19.0	2.6	1 GB
Avea	HSDPA	7.2	29	18.3	2.5	1 GB

kullanılabilen bağlantı hızları arasındaki tutarsızlıklardır. Bugün satışı yapılan birçok bağlantı hızı “erişilebilecek en yüksek bağlantı” hızı olarak sunulmaktadır. Sonuç olarak, verilen ücretin duyurulan bağlantı hızına tekabül etmediği, aslında alınan hizmetin kullanıcı tarafından tam olarak bilinemeyen ortalama bir bağlantı hızı olduğu düşünüldüğünde Türkiye’nin gelişmiş ülkelerle kıyaslamasında ciddi sorunlar ortaya çıkması da muhtemel görünmektedir. Zira karşılaştırmada kullanılan bağlantı hızı / ücret tarifeleri aslında ilan edilen bağlantı hızı / ücret olarak değerlendirilmelidir [15].

Piyanın performansını ve servislerin elde edilebilirliğini değerlendirmede önemli olan bir değişkende geniş bant servislerine uygulanan vergilerdir. Bu oran %18 Katma Değer Vergisi (KDV) ve %5 oranında özel vergi olarak uygulanmaktadır. Son olarak geniş bant internet kullanımının yaygınlaşması için öngörülen fiyat, bireylerin aylık gelirlerinin %3’nü geçmeyecek şekilde olmasıdır; fakat bu oran yurdumuzda %5 civarındadır [17].

Özetle, yurdumuzda sabit geniş bant piyasasındaki rekabetin sınırlı olmasından dolayı fiyatlarda bir düşüş olması beklenmemektedir. Ülkemizde telekomünikasyon piyasası son 5 yılda büyük bir değişim göstermiş, piyasada lider konumundaki servis sağlayıcı yüksek oranda müşteri kaybetmiştir. İleriki yıllarda yeni aktörlerin girmesi mümkün olmakla birlikte, ISPlar tarafında uygulanacak fiyat ve servis kalitesi politikaları kendi firmaların kaderlerini belirleyecektir. Dolayısı ile, bu doğrultuda yapılacak bilimsel nitelikteki çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

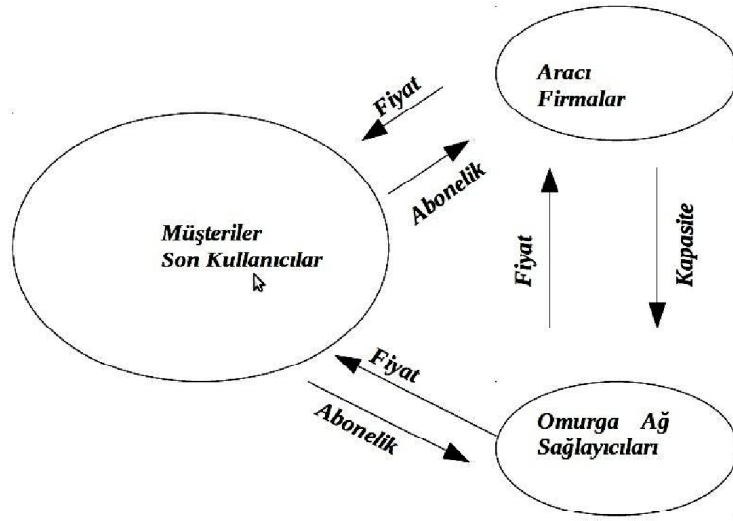
Bu tezde, Türkiye'nin piyasa yapısını da yansıtabilecek bir model kurulmuştur. Farklı fiyatlandırma ve servis kalitelerinin de göz önüne alındığı bu model sayesinde belirsizlik altında karar destek sistemi olarak kullanabilecek bir çalışma hazırlanmıştır.

Giriş bölümünün geri kalanında sırasıyla, öncelikle kurulan modeldeki aktörler ve bunlar arasındaki ilişkiler tanımlanacaktır. Ardından, tezin geri kalanında kullanılacak olan fiyatlandırma modelleri ve literatürde bulunan modeller tanıtılacaktır. Servis sağlayıcısı seçimindeki en önemli faktörlerden biri olan hizmet kalitesi (QoS) kavramı ise bir sonraki alt bölümde irdelenecektir. Giriş kısmı telekomünikasyon alanındaki stokastik programla uygulamalarının kısa bir özetiyle sonlandırılacaktır.

1.1 Problemin Tanımı

Hazırlanan doktora tezi kapsamında yapılan modelleme ve çözüm önerileri kurumsal seviyeye yöneliktir. Bu bağlamda, ilk olarak bu düzeyde rol alan aktörlerin sınıflandırılmasında ve tanımlanmasında fayda vardır. Liberalleşme ve telekomünikasyon geniş bant internet piyasasına girmek için gerekli olan teknolojik bariyerlerin azalmasıyla marketteki oyuncuların çeşitliliği, bu oyuncuların uyguladığı stratejilerden ve şirket modellerinden dolayı günümüzde telekomünikasyon endüstrisi daha da kompleks bir hal almıştır [18].

Çalışma [19]'da telekomünikasyon piyasasında yer alan yedi farklı oyuncu tespit edilmiştir: yerel, uzak mesafe (long distance), mobil, ekipman sağlayıcıları, internet erişim sağlayıcıları, video ve fonksiyonel servisler. Hollanda telekomünikasyon pazarının incelenmesi sonucu ortaya çıkan [20] nolu araştırmada beş farklı aktörün varlığından söz edilmiştir: kamu ağ operatörleri, omurga (backbone) ağ operatörleri, bağlantı ağ operatörleri, servis sağlayıcıları ve aracılardır (intermediaries). Bu çalışmada kullanılacak aktörler ve piyasa yapısı Şekil 1.6'da gösterilmiştir. Bu yapı [2] numaralı çalışmada modellenen yapıya benzemektedir; fakat burada aracı firmalar (IO) sözü edilen çalışmada sanal ağ operatörleri, omurga ağ sağlayıcıları (BP) ise ağ operatörleri olarak tanımlanmaktadır. Böyle bir modellemenin seçilmesinin bir diğer amacı ise Türkiye'deki mevcut piyasanın bu şekilde gerçekçi bir şekilde formülize edilebilecek olmasıdır.



Şekil 1.6: Telekomünikasyon piyasa yapısı.

Piyasada IO ve BP son kullanıcılara hizmet sağlamaktadırlar. Müşteriler yani son kullanıcılar sunulan bu hizmetlere abone olabilir, ağ sağlayıcısını değiştirebilir ya da aboneliğini sonlandırabilir [2]. Servis sağlayıcılar sundukları hizmetin fiyatını belirlerler. BP sağlayıcısı hizmetlerin sağlanması için gerekli olan ağ altyapısının sahibi durumundadır. Türkiye’de bu oyuncuya karşılık olarak Türk Telekom düşünülebilir. IO’lar ağ altyapısına sahip değildir; fakat müşterilere servis sağlamak için gerek duydukları ağ kapasitesini omurgalardan kiralarlar. Yine bu kapsamda aracılara Türkiye’den verilebilecek örnek Superonline, Smile ADSL, Doping ve Biri ADSL olabilir. Sonuç olarak aracı ne kadar kapasite kiralayacağına omurgada bunu nasıl ücretlendireceğine karar verir [6]. Söz edilen ücretlendirme politikaları ileri alt bölümde incelenecektir.

Telekom piyasasında satılan ve alınan servisler ve emtialar üç ana başlıkta toplanıp aşağıdaki gibi açıklanabilir [21]:

- Aktarım teknolojisi optik fiberler: belirlenen iki nokta arasındaki optik fiber kablolar içerisindeki tek tutam şeklindeki lif çiftleridir. Bu ürün içerisinde açık iletişim aktarımları ile satılmamasından dolayı bu kapasite taşıyıcı ürün koyu fiber olarak bilinmektedir. Bu ürün için birim zaman başına kapasite (bant genişliği) omurga tarafından inşa edilen alt yapı teknolojisine bağlıdır.
- Bant genişliği: bant genişliği transferi ya da alımı ile kapasiteyi alan müşteriler var olan ağ yapısına belirlenmiş maksimum ağ genişliğinde ve belirli zaman

aralığında bağlanma hakkını elde ederler. Bu kapasiteyi satın alan araçlar aktarım teknolojisine bağlı olarak çeşitli operasyonları gerçekleştirmek (telefon aramaları, internet trafiği sağlamak) ya da diğer araçlara veya son kullanıcılara satmak için kullanılabilir.

- Telefon dakikaları: Bu servis tedarikçi taşıyıcı tarafından telefon aramalarının iki ağ bağlantısı noktası arasında gerçekleşmesini ihtiva etmektedir. Burada ne tedarikçi ne de bu telefon dakikalarını alan alıcı iki nokta arasında yerel bir ağ işletme durumunda değildir.

Dünya üzerinde yukarıda belirtilen servislerin ve telekomünikasyon kapasitelerinin ticaretinin yapıldığı piyasa sayısı 11 olarak tespit edilmiştir [21]. Bu piyasaların operatörlerinin altı tanesinin merkezi birleşik devletlerde, dört tanesinin batı Avrupa’da ve bir tanesi de Hong Kong’dadır. Bu piyasalarda en çok işlem gören ürün bant genişliği ve telefon dakikasıdır. Çizelge 1.2’de bu piyasalar listelenmiş ve işlem gören ürünler belirtilmiştir.

Literatürde, telekomünikasyon piyasasını son kullanıcı açısından [22–26] ve BP [27–30] bakış açısıyla inceleyen çalışmalar olmasına rağmen IO bakış açısıyla özellikle belirsizlik altında yapılmış sınırlı çalışma bulunmaktadır .

Bu tezde yukarıda belirtilen telekomünikasyon piyasası aktörlerinden biri olan aracı şirketin, çeşitli fiyat ve QoS sunan birçok BP’nin var olduğu bir pazarda hizmet kalitesi kısıtlarını da göze alarak nasıl kapasite satın alması gerektiği problemi incelenecektir. Şirketin tamamlamak ya da karşılamak zorunda olduğu son kullanıcı taleplerini bilmeden kapasite satın alma işlemlerini yapmak zorundadır. Dolayısıyla taleplerin belli olmasından sonra, bazı müşterilerin isteklerinin karşılanamayacağı ve fırsat maliyeti oluşacağı ya da atıl kapasitenin ortaya çıkacağı aşikârdır. Böyle belirsiz bir ortamda aracının karşılaştığı kar en büyükleme problemi çözümü amacıyla stokastik programlama (SP) metodolojisi önerilmiştir. Böylelikle, telekomünikasyon ağlarında talebin deterministik gerçek sayılar olarak ifade edilmesinden dolayı meydana gelen yetersiz ve gerçeğe uygun olmayan çözümlerin önüne geçilecektir.

Çizelge 1.2: Dünyadaki kapasite ticaret noktaları [21].

Sıra	Piyasanın bulunduğu yer ve adı	Ticareti yapılan servisler	Düğüm Noktaları
1	ACE Asia Capacity Exchange (Hong Kong, Çin)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası	Tokyo, Singapur, Sidney
2	AIG Telecom/Greenwich (ABD)	• Bant Genişliği • Telefon dakikası	–
3	Arbinet/New York (ABD)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası	Pekin, Bombay, Hong Kong, Londra, Moskova, Sao Paulo, Sidney, Tel Aviv, Tokyo
4	Band-X/Londra (İngiltere)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası • koyu fiber	Frankfurt, Sidney
5	Enron /Houston (ABD)	• Bant Genişliği	-
6	GTX Global TeleExchange/McLean (ABD)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası • koyu fiber	Londra, New York
7	Hanse-X/Frankfurt (Almanya)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası	Amsterdam, New York, Tokyo, Viyena, Zürih
8	Iber-x/Madrid (İspanya)	• Bant Genişliği • Telefon dakikası	-
9	InterXion/Amsterdam (Hollanda ve Almanya)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası	Düsseldorf, Londra, Paris, Zürih
10	Min-XMinutes Exchange/Melville (ABD)	• Bant Genişliği • IP telefon dakikası	-
11	RateXchange/Los Angeles ve New York (ABD)	• Bant Genişliği • Telefon dakikası	Şikago, Mayami

Bu çalışmada, ağ kapasitesi satın alan ve satan IO şirketin bakış açısı ile modelleme yapıldığı ve rasyonel karar verici, aracı olarak düşünüldüğü için, literatürde önemli bir boşluğu dolduracaktır.

Telekomünikasyon sektöründe stokastik programlama düşünülerek yapılmış rotalama, altyapı ve planlama çalışmaları bulunmasına rağmen, araçların değişik fiyat politikaları altında ağ kapasitesi satın alma ve son kullanıcı taleplerini nasıl atamaları gerektiğine dair bir çalışma bulunmamaktadır.

1.1.1 Fiyatlandırma politikaları

BP'lerin, IO'lere ve son müşterilere uyguladıkları fiyatlandırma politikaları gönderilen veri miktarına, aktarım hızına, bant genişliğine ve hizmet kalitesine göre değişmektedir. Gönderilen veri miktarını x , r aktarım hızını, β bant genişliği ve Q hizmet kalitesini göstermek üzere: en genel anlamda IO için kapasite satın alma maliyeti $C = f(x, r, \beta, Q)$ olarak kapalı fonksiyon halinde ifade edilebilir. Tez çalışmasının bu kısmında literatürde sıklıkla kullanılan dört farklı fiyatlandırma politikası analiz edilecektir. BP'lerin, IO ve müşterilere ve IO'lerin de müşterilere uyguladıkları ücretlendirmelerinde rasyonel oldukları var sayılacaktır. Yani, bütün parametreler aynı olmak üzere daha yüksek bir QoS için daha yüksek bir ücret talep edilecektir. Bu kabulün matematiksel gösterimi denklem (1.1)'de verilmiştir.

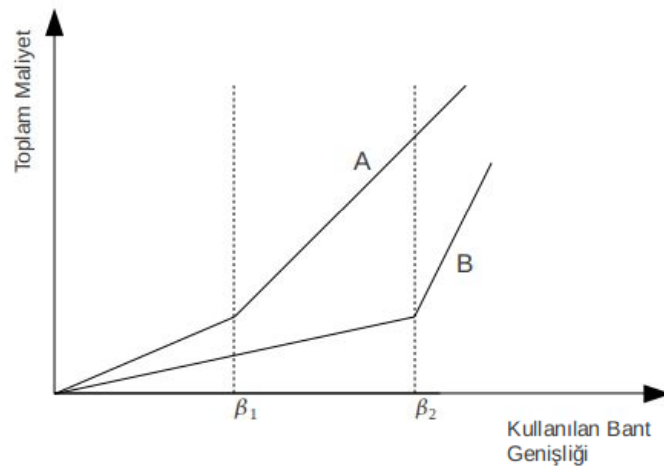
$$f(\bar{x}, \bar{r}, \bar{\beta}, Q_i) < f(\bar{x}, \bar{r}, \bar{\beta}, Q_j) \quad \forall Q_i < Q_j \quad (1.1)$$

I Bit (Hacim) başına fiyatlandırma: Toplam ücret başarıyla gönderilen veri miktarının bir fonksiyonu olarak hesaplanır. Bant genişliği fiyat politikasının bir parçası olmamasından dolayı, BP'nin, IO'nun veya müşterinin talep ettiği kadar bant genişliğini sağlayabileceği kabul edilir. Böyle bir fiyatlandırma politikası, IO'yu ve müşterileri kullanabilecekleri en yüksek seviyede bant genişliği kullanmaya teşvik edecektir. Bu fiyatlandırma altında aracı için maliyet $f(x, Q)$ şeklinde gösterilebilir.

II Hacim ve kullanım zamanına göre fiyatlandırma: Toplam ücret başarıyla gönderilen veri miktarı ve bağlantı süresine bağlıdır. Böyle bir fiyatlandırma politikası kullanıcıları daha az süre bağlı kalarak daha az veri göndermeye iter. Bu fiyatlandırma altında aracı için maliyet fonksiyonu kabaca $f(x, r, Q)$ şeklinde olacaktır.

III Kademeli Fiyatlandırma: Bu fiyatlandırma politikası altında belli bir bant genişliğine β_i kadar birim bant genişliği maliyeti c_i olacaktır. Bu miktarın

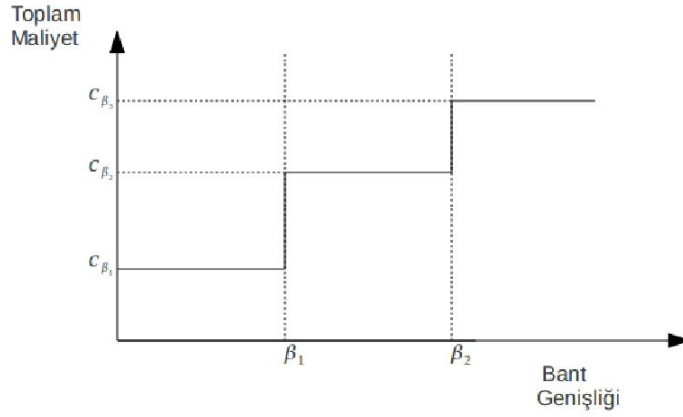
aşılması durumunda ise birim maliyet c_j ise $c_j \geq c_i$ şeklindedir. Böyle bir ücretlendirme altında kullanıcıların gerektiğinde fazla kaynak kullanması teşvik edilmemiş olunur. Şekil 1.7’de iki farklı BP’nin uyguladığı kademeli fiyatlandırma altında aracı için oluşan toplam kapasite satın alma maliyetinin grafiği verilmiştir. Dikkat edilmesi gereken bir nokta ise **B** omurgasının β_2 noktasına kadar uyguladığı birim ücretlendirme **A** omurgasının β_1 noktasına kadar uyguladığı birim ücretlendirmeden daha düşüktür; fakat β_2 noktasından sonraki birim fiyatlandırma ise **A**’nın β_1 noktasından sonraki fiyatlandırmasından daha pahalıdır.



Şekil 1.7: Kademeli fiyatlandırma politikası [24].

IV Sabit fiyatlandırma: Bu politika IO firma sabit bir bant genişliği belli bir süreliğine sabitlenmiş bir fiyattan satın alacak. Ardından bu kapasiteyi faydasını maksimize edecek şekilde kullanacaktır. Şekil 1.8’de toplam satın alma maliyeti ile bant genişliği arasındaki ilişki gösterilmiştir. Buna göre alınan bant genişliğinin altında kullanımlarda bile yine aynı ücret ödenmektedir. Dolayısıyla IO’nun BP’den kapasite satın alırken tam satmayı planladığı kadar alması en ideal satın alma politikasını oluşturacaktır. Şekil 1.8’e göre eğer IO $[0, \beta_1]$ arasında herhangi bir bant genişliği kullanırsa c_{β_1} kadar fiyat ödeyecektir, β_1 sınırı geçildikten sonra β_2 ’den aşağı kalındığı sürece ne kadar bant genişliği kullanılırsa kullanılsın fiyat c_{β_2} ’dir.

Literatür dahilinde pek çok fiyatlandırma modeli incelenmiştir. Bu kısımda bu çalışmalardan bazıları kısaca özetlenmeye çalışılacaktır. Gupta ve diğ. [31], firmaların



Şekil 1.8: Sabit fiyatlandırma politikası [23].

talep ettikleri QoS göz önüne alındığında, fiyatlandırma mekanizmasının değişik trafik gereksinimlerinde farklılaşma sağlayan bir araç olarak kullanılabileceğini savunmaktadırlar. Yazarlar, çoklu-hizmet içeren trafiği destekleyecek uygulanabilir fiyatlandırma mekanizmalarının nitelikleri üzerinde dururlar. Araştırmacılar, (1) uygulamayı kolay ve ucuz kılmak açısından fiyatlandırmanın paket düzeyinde olmaması gerektiğini, (2) fazla tıkanıklık olmadığı dönemlerde fiyatların ağ kullanımını teşvik ederek tıkanıklık kontrolü sağladığını ve (3) farklı QoS düzeylerinde değişik uygulamaları idare edebilmek için çoklu öncelikler gerektiğini savunurlar. Reichl ve diğ. [32] “kümüls fiyatlandırma” modeli adını verdikleri yeni bir model önermişlerdir. Bu model sabit-fiyat planına dayalıdır (buna göre bir dönemde ki genellikle bir aylık bir dönem söz konusudur, bir kez sabit bir ücret belirlenir). Kümülüs fiyatlandırma modelinde beklenen kullanıcı gereksinimlerine göre hizmet türleri belirlenerek her hizmet için sabit bir fiyat saptanır.

Einhorn [33] ve Gupta ve diğ. [34], internet hizmetleri fiyatlandırma planları arasında önceliğe göre fiyatlandırmayı da önermektedirler. Einhorn [33] kullanıcı gereksinimlerinin karmaşıklığı yüzünden, tam olarak hangi hizmet seçeneklerinin (fiyatlandırma modelleri) bir grupta toplanacağını önceden belirlemenin ağ tedarikçileri açısından hayli güç olduğunu öne sürmektedir. Her tedarikçi hizmet menüsünü oluştururken hizmet farklılaştırmasının giderek artmasından kaynaklanan kazançları ve maliyetleri dengelemek durumundadır. Bu makalede, çok kullanıcı bulunan saatler gibi belli süreler dahilinde trafiği kontrol etme gereğinin de üzerinde durulmaktadır. Kullanıcılar belirlenmiş süreler dahilinde bant genişliklerini muhafaza edebilmeli, kısa uygulamalar için anlık ayarlamalar da

mümkün olmalıdır. Sağlanan hizmetler ve fiyatlandırma planı da bant genişliğine, kullanım süresine, gecikme ve kayıp olasılığı toleransına göre değişebilmelidir. Gupta ve diğ. [34] kullanıcı hizmet taleplerinin modellenmesinde önceliğe dayalı fiyatlandırma yaklaşımını rassal değişkenlerin kullanıldığı taklit bir süreç, ağ düğümlerini ise öncelik kuyrukları olarak tanımlamaktadırlar. Bu yaklaşım doğrultusunda, bir kullanıcı talebi muhtelif alternatifler (farklı hizmet sınıfları) ile karşılanabileceği gibi, her alternatifin farklı bir fiyatı ve performans beklentisi (bekleme süresi veya gecikme) olacaktır.

Altmann ve Chu [35] ile MacKie-Mason ve Varian [36] kullanım-bazlı fiyatlandırma konusunda incelemeler yapmışlardır. Yazarlar, kullanıcıların ve tedarikçilerin temel hizmetler için sabit ücret, daha üst düzeyli hizmetler için ise kullanıcı-bazlı ücret uygulanan fiyatlandırma planlarını tercih ettiklerini öne sürmektedirler. Bu fiyatlandırma modelinde, kullanıcılar bir yandan temel hizmetlere sınırsız erişim olanağı bulurken, bir yandan da ihtiyaç duyduklarında kalite düzeyi daha yüksek hizmetlerden faydalanmayı seçebilirler. Kullanım-bazlı fiyatlandırma yapıldığında, daha fazla ödemeyi göze alanlar öncelik kazanacaklarından tıkanan kaynaklar öncelik sırasıyla sunulabilir. MacKie-Mason ve Varian [37] fiyat ile kapasitenin dengede tutulması suretiyle kaynakların bağlantı ücretleri ve kullanım fiyatları karşılığında sağlandığı rekabetçi piyasada net sosyal faydanın en üst düzeye çıkacağını göstermektedirler. Yazarların savına göre, bir kullanıcının ağ kaynaklarını kullanmasının diğer kullanıcılar açısından kullanım değerini azaltması nedeniyle, şirketlerin kaynaklarını verimli bir şekilde kullanabilmeleri için fiyatlandırma kullanımının hem doğrudan hem de dış maliyetini yansıtmalıdır.

Courcoubetis ve diğ. [38] kullanım ücretine temel olarak etkin bant genişliğini alan farklı fiyatlandırma modellerini incelemişlerdir. Courcoubetis ve diğ. [39] modellenmesi güç hücre aktarım süreçlerinin moment yaratma işlevleri nedeniyle etkin bant genişliğinin hesaplanmasında sorun çıkabileceğini savunarak, etkin bant genişliğine göre ücretlendirmenin basit hesaplara dayanarak da tahmin edilebileceğini ortaya koymaktadırlar. Courcoubetis ve diğ. [38] farklı hizmetler için alınan ücretlerin oranının etkin bant genişliği oranına denk olması durumunda hizmet ücretlerinin birbirinin yerine geçebileceğini savunmaktadırlar. Yazarlar, gecikme ve arabellek taşması gibi QoS sıkıntılarını da fiyatlandırma

modellerine dahil etmektedirler. Ağ operatörlerinin QoS'lerinde farklılaşma gösteren servislerden sadece küçük bir kısmını ve gerçek-zamanlı trafiğin ancak bir ya da iki hizmet niteliği düzeyini sunacaklarını ileri süren yazarlar, toplam ücreti bağlantı süresi ve aktarılan toplam paket sayısı ile hesaplamaktadırlar. Değişken oranlı trafik söz konusu olduğunda, vergi-dilimi fiyatlandırma modelinin daha uygun bir plan olduğunu belirtmektedirler, zira daha yoğun bir kaynak bu yaklaşım dahilinde daha çok ücret ödeyecek ve ağ trafiğini düzenlemek için bir seçenek doğacaktır.

Kelly [40] de bir seferde aktarılan hücre sayısı ve süreye bağlı bir fiyatlandırma yapısı oluşturmuştur. Yazar, etkin bant genişliğinin kullanıcının beklenen aktarım hızına bağlı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu fiyatlandırma modeli kullanıcıyı beklenen ortalama aktarım hızını kullanmaya yöneltir. Courcoubetis ve diğ. [41] ATM'lerde Uygun Bit Hızı Hizmetleri için bir fiyatlandırma planı tanımlamaktadırlar. Bu modelde, fiyatlar talebe bağlıdır ve kendiliğinden ayarlanacaktır. Ancak en iyi performans gösterilen hizmetlerde, fiyatlar ortalama hücre oranına bağlıdır. Bu plana göre, bir bağlantının ücretlendirmesi izlediği hat boyunca bütün linklerdeki bant genişliği birim ücretinin toplamına dayanarak hesaplanır. Ayrıca, kullanıcılar bağlantı süreleri boyunca ağ tedarikçisinin duyurmuş olduğu bant genişliği birim fiyatını göz önüne alarak bant genişliği taleplerini ayarlamakta serbesttirler. Yazarlar, optimal sosyal refah şartlarında, tıkanıklık yaşanan bağlantıların fiyatların belirlenmesinde etkili olduğunu savunmaktadırlar.

You ve diğ. [42] ISP'ların bant genişliğini abonelere satarken satış limiti koymazlarsa, gerektiğinden fazla kullanıcının aynı anda çevrim içi olmasında dolayı bağlantı problemleri oluşabileceğini iddia etmişlerdir. Bu doğrultuda, ISP karını en büyükmek için aboneleri sınıflara ayırarak ücretlendirmeye gitmiştir. Her bir sınıf için farklı QoS standartları getirilerek bant genişliği atama problemi, geliştirilen sezgisel algoritma ile çözülmüştür. Yang ve Ng [43] mobil (kablosuz) telekomünikasyon şirketlerinin fiyat iskontoları uygulaması halindeki toplam kar en büyükleme problemini servis sağlayıcısı bakış açısıyla incelenmiştir. Araştırmacılar; bireysel satış, karışık paket ve saf paket satış adını verdikleri üç farklı fiyatlandırma stratejisi altında modellenen karma tamsayılı doğrusal olmayan matematik modeli efektif bir algoritma ile çözmüşlerdir. Makalenin

sonucu olarak karışık paket politikasının diğer fiyatlandırma yaklaşımlarına göre operatöre daha çok kazanç sağladığı bulunmuştur. Böylelikle servis sağlayıcılar, market koşullarına göre fiyatlarını ayarlayarak kar optimizasyonuna gidebileceklerdir. Klundert ve diğ. [44] mobil telefon hattı sağlayıcılarının oluşan maliyetlerini kısmak amacıyla uluslar arası bağlantıları gerçekleştirirken kullandığı ağ operatör (taşıyıcı) seçimi problemi yapılan taşımaların hacmine göre değişen iskonto fiyatlandırma politikası altında analiz edilmiştir. Çözüm yöntemi olarak dal-sınır algoritması içine gömülmüş minimum-maliyet akış rutinini kullanmışlardır. Geliştirilen karar destek sistemi sayesinde operasyonel problemler optimal olarak çözülmüş ve duyarlılık analizleri yapılmıştır. Lundborg ve diğ. [45] telekomünikasyon piyasasındaki fiyat ayrıkçılığı regülasyonlarının kabul edilebilirliğinin etkilerini incelemişlerdir. Yazarlar, fiyat ayrımcılığının NGA (Next Generation Access) ağları yatırımlarında efektif teşvikler yaratacağını beklemektedirler. Öte yanda, bu uygulamaların rekabeti olumsuz yönde etkileyerek refah üzerinde negatif etkilerinin olması korkulan bir risktir.

1.1.2 Telekomünikasyon hizmet kalitesi (QoS) parametreleri

QoS kavramı aşırı anlam yüklenmiş popüler bir tanımlamadır. Bu terime ağ ve uygulama geliştirme alanında çalışanlar tarafından değişik perspektiflerden bakılmaktadır [46]. Ağ kapsamında bu tanım irdelendiğinde, farklı sınıflardaki iletişim trafiğe farklı nitelikte hizmet verebilme yeteneği anlamına gelmektedir. Burada birincil amaç daha yüksek değer taşıyan veya performansa duyarlı isteklere öncelik tanıyarak ağın genel faydasını artırmaktır [46]. Öncelik tanımlamadaki amaç, kayıp olasılığını ve sıkışık ara yüzlerdeki kuyrukları azaltmaktır.

Uygulama geliştiricilerin ve uygulama kullanıcılarının QoS'e bakış açıları daha subjektiftir. Bu topluluk tarafından QoS uygulamanın performansını artıracak bir şey olarak görülmektedir. Fakat QoS bireysel uygulamaların performansını artırabilir veya artıramayabilirde [23].

QoS performans parametreleri çıktıyı, gecikmeyi ve servis ulaşılabilirliğini içermektedir. Daha birçok faktör ağdaki müşteriye sağlanan performans parametrelerini etkilemektedir. Bu çalışmada BP tarafından sağlanan QoS'nın gecikme, seğirme ve kayıp olasılığına bağlı olduğu var sayılacaktır. Bu belirtilen

parametreler her bir fiyatlandırma modelinde probleme değişik şekilde entegre edilerek çözüm algoritmaları geliştirilecektir. IO tarafından BP'den kiralanan ağ kapasitesine, müşterilerin talepleri QoS gereksinimleri de göz önüne alınarak atanacaktır. Aşağıda temel QoS parametreleri ve bunların tanımları verilmiştir.

Çıktı miktarı ve geçlik son kullanıcı yani müşteri olarak nitelenen piyasa aktörü bakış acısından en önemli performans ölçüleridir [23]. Kullanılabilirlik ve hizmet sürekliliği kabul edilebilir bir kalitede kesintisiz bir servis için gerekli gereksinimleri tanımlar. Ağ kullanılabilirliği bir güvenilirlik konusu olduğu için bu tez çalışmasında ağın her zaman kullanıma açık olacağı servis sırasında her hangi bir kopma olmayacağı kabul edilecektir. Ayrıca, servis ve kontrat süreleri boyunca QoS parametrelerinin sabit kalacağıda kabul edilmiştir. QoS bileşenleri modellenirken omurga tedarikçisinin bakış açısından bakılarak formülasyon gerçekteştirilecektir.

- Çıktı: Bant genişliği ağ içerisinde mevcut veri hızını tanımlar. Uygulama ve veri akışı için uçtan-uca ağ bağlantılarındaki mevcut kullanılabilir kapasite oranını belirtmektedir. Çıktı, verilerin ağ üzerinden hangi oranda gönderilebileceklerini bit cinsinden ifade eden bir ölçüdür. Çıktı uygulamanın ağdan aldığı efektif bant genişliğinin payıdır [23]. Bant genişliği ve çıktı değişmeli olarak birbirlerinin yerine kullanılabilmektedir. Aslında, bant genişliği alta yatan donanımın çıktı verme kabiliyeti olarak tanımlanır ve çıktı üzerinde bir üst sınır oluşturur [47]. Çıktı gözlenen kaliteyi ve etkin aktarım hızını dolayısı ile geçliği etkilemektedir. Gerçek zamanlı olmayan trafik en düşük çıktıyı garanti eder ve en iyi eforla kullanılabilir bütün kapasiteden her zaman yararlanır. Öte yandan, gerçek zamanlı trafik garanti edilmiş sabit veri oranı ve gecikme gerektirmektedir.
- Geçlik: Bir uygulamanın tecrübe ettiği uçtan-uca gecikmedir. Kullanıcı memnuniyeti üzerinde direkt etkisi vardır. Geçlik paket kayıp olasılığı, gecikme ve seğirmenin bir fonksiyonu olarak tanımlanabilir.
- Paket Kaybı: Ağ içerisinde düşmüş veya düzeltilemeyecek derecede zarar almış veriye verilen isimdir. Paket kaybı verilerin çarpışmasının ve tampon (buffer) taşmasının tipik sonucudur. Diğer bir değişle ağdaki tıkanıklığın veri üzerindeki etkisidir. Paket kaybı IP veri paketlerinin kaynaktan hedefe doğru ağ üzerindeki

rotalarında bir yerde kaybettikleri veri yüzdesi olarak tanımlanır [23]. Birçok veri uygulaması kayıp paketlere karşı aşırı derecede hassastır. Elektronik kaynak transferi veya gönderilen finansal bir belgede veri eksik olması veya verinin zarar görmüş olması büyük problemlere yol açabilir. Veri ağı içerisinde zarar görmüş veya kaybolmuş bilginin tespit edilmesi, düzeltilmesi ve tekrar gönderilmesi çok önemlidir [1]. Uygulamadan uygulamaya kabul edilebilecek maksimum paket kayıp oranları değişmektedir. Örneğin, ağ üzerinden gerçekleştirilecek telefon görüşmeleri için bu oran %5'i geçmemelidir. Aksi halde ses kalitesinde hissedilir ölçüde azalma olacaktır [22, 48]. Eğer kayıp oranı kullanıcı için hizmet seviyesi anlaşmasında (SLA) belirtilen oranı geçerse, SLA ihlalinde söz edilebilir ve bu durumlarda hizmet sağlayıcıya çeşitli yaptırımların uygulanması mümkündür [49].

- **Gecikme:** Bir veri biriminin ağ içerisinde bir bilgisayardan diğerine (kaynaktan hedefe) kat etmesi için gereken süre olarak tanımlanır. Bu değer ya saniye ya da saniyenin alt katları cinsinden ölçülür [47]. Video aktarımları gecikme ve veri kaybına fazla hassas değildir. Fakat, bu uygulamaların daha çok bant genişliği talep etmeleri büyük bir konudur. Çizelge 1.3'de belli bir kalite için gecikme limit değerleri belirtilmiştir.

Çizelge 1.3: Gecikmenin hizmet kalitesi üzerine etkisi [50].

Tek-yön gecikme	Hissedilen kalite üzerindeki etki
<100-150 ms	Gecikme fark edilemez
150-200 ms	Kabul edilebilir kalite hafif gecikme
200-300 ms üzeri	Kabul edilemez kalite, normal bir şekilde konuşma mümkün değildir

Gecikme bant genişliliği ile yakından ilişkilidir. Bant genişliği belli bir bağlantı (link) üzerindeki maksimum aktarım birimini limitleyerek gecikmeyi etkiler. İnternet üzerinden telefon konuşmaları için en büyük zorluklar gecikme ve seğirme kaynaklıdır. Kişisel görüşler değişse de sesli görüşme esnasında tolere edilebilecek maksimum gecikme miktarı 150 ms civarındadır. Veri ağlarında ise gecikme o kadar kritik değildir [23]. Örnekleme gerekirse, bir web sayfasını yüklerken beklenilecek aynı süre bir telefon görüşmesinin ortasında karşı tarafın sesini duymak için beklenecek süreden daha az rahatsız edicidir.

- **Seğirme (Jitter):** Gecikmede meydana gelen varyasyon olarak tanımlanır. Ağ trafiği yoğunluğundaki varyasyon tıkanıklıklarda ve kuyruk gecikmelerinde varyasyona sebep olarak seğirmenin oluşmasına neden olur. Ses trafiği seğirmeye fazla tolere edemez. Seğirme işitsel verinin hızlanmasına veya yavaşlamasına neden olarak konuşmanın kalitesini olumsuz yönde etkiler. Seğirme kullanıcıya bir kelimenin ortasında beklenmedik duraksamalar şeklinde yansıyabilir. Gerçek zamanlı insan-insana uygulamalarda seğirme sabit bir gecikmeden daha büyük kalite kayıplarına neden olabilir. Trafik önceliklendirilerek seğirme biraz engellenebilmektedir. Seğirme ve kayıp olasılığı kavramları birbirleriyle ilişkilidir [50]. Seğirmedeki ani değişimler kayıplara neden olabilir. Çizelge 1.4’de belli bir kalite için seğirme limit değerleri belirtilmiştir [50].

Çizelge 1.4: Seğirmenin hizmet kalitesi üzerine etkisi [50].

Seğirme	Hissedilen kalite üzerindeki etki
<40 ms	Seğirme fark edilemez
40-75 ms	iyi kalite fakat seyrek gecikmeler
75 ms üzeri	Kabul edilemez kalite, konuşma sırasında çok fazla kopma

Çok çeşitli uygulamaların QoS gereksinimleri geniş bir aralığa yayılmıştır. Örnekleme gerekirse, ses transfer uygulamaları 10–20 kb/s bant genişliği gerektirirken, yüksek kaliteli video uygulamaları 500–1000 kb/s gerektirmektedir. Diğer taraftan, ses ve video konferans trafiği 200ms üstündeki gecikmeye tolere edemezken, dosya transfer protokolü (FTP) gibi internet uygulamaları saniyelik gecikmelere tolere edebilmektedir [51].

Özet olarak, bu tez çalışmasında QoS’ e etki eden faktörler, kayıp olasılığı, gecikme ve seğirme olarak düşünülecektir. Bir sonraki paragraftan başlayan literatür taramasında görüleceği gibi bu değerler çeşitli şekillerde modellenmektedir (kategori, gerçek sayı, bulanık, rassal vb.). İlk incelenecek olan sabit fiyatlandırma modelinde; [22, 25] numaralı çalışmalara benzer şekilde, BP’ler ve son kullanıcılar talep ettikleri ve sağladıkları QoS parametrelerine göre sınıflandırılacak buna göre atama ve kapasite satın alma işlemleri gerçekleştirilecektir. Kademeli fiyatlandırma modelinde ise gecikme ve seğirme parametreleri gerçek sayı olarak iki farklı kısıt

şeklinde modellenecektir. Son olarak hacim bazlı fiyatlandırma modelinde ise QoS parametreleri [26] çalışmaya benzer şekilde rassal sayı kabul edilerek modele şans kısıtları [52] (stokastik kısıt) olarak entegre edilecektir. Her bir fiyatlandırma modelinde QoS parametrelerinin değişik şekilde ifade edilmesi ve bunun teorik ve yönetsel katkılarının incelenerek olması doktora tezinin önemli bir özgün değeri ve katkısıdır. Ayrıca, her bir BP’da birbirinden bağımsız olarak yüksek kaliteli kapasiteye daha yüksek fiyat isteyeceği var sayılmaktadır. Geçek hayattan örnek olması açısından, Şekil 1.9’ de ise Türkiye’de hizmet veren Borusan Telekom omurgası için anlık QoS ölçümleri gösterilmiştir.

Pop İsmi	Paket Kaybı (%)	Jitter (ms)	Gecikme (ms)
KEMALPASA	1	1	23
GEZE	0	2	5
CERKEZKÖY	0	1	8
GEMLİK	0	1	8
KONYA	0	3	48
İZMİR	0	2	25
ADANA	0	1	18
KAYSERİ	0	1	37
SAMSUN	0	0	25
VIYANA	0	3	88
İZMİT	0	1	5
DIYARBAKIR	0	1	37
TRABZON	0	1	27
MANİSA	0	1	11

Şekil 1.9: Borusan Telekom anlık omurga performans raporu.

QoS konusunda mevcut literatür iki grup altında toplanabilir. Bu gruplardan ilki ağ altyapılarının tasarım ve uygulamaları ile hizmet niteliği mevzuları da dahil olmak üzere işletim politikalarını içine alır. Bu araştırma çizgisinde temel olarak bant genişliği tahsisi, arabellek yönetim araçları ve çizelgeleme aracılığıyla söz verilen kalite düzeyinin sağlanması amaçlanmaktadır. Elektrik mühendisliği ve bilgisayar bilimi alanlarında bu konularda yoğun çalışmalar yapılmakta ve bu çalışmalarda muhtelif QoS parametrelerini [49,53,54] içeren uygulamaları destekleyecek hizmet modelleri ve gerekli altyapı (arabellek yönetim araçları ve paket zamanlama algoritmaları da dahil olmak üzere) tanımlanmaktadır. Literatürde yer alan ikinci grup ise işin tedarikçi tarafına ilişkin fiyatlandırma ve hizmet niteliği konularını içine alır [55–59].

Makale [22]’de, QoS parametreleri gecikme ve seğirmenin fonksiyonu olarak kategoriler halinde ifade edilmiştir. Diğer bir QoS parametresi olan paket kaybı

reel sayı cinsinden verilmiştir. Çalışmada son kullanıcıların tamamlamak zorunda olduğu işleri ataması için kaynak seçerken QoS kısıtlarının da göze alınması gerektiğini vurgulamışlardır.

Kasap ve Sivrikaya [24] da modellerinde QoS değerlerini kategoriler halinde modellemeyi seçmişler ve yine son kullanıcının karşılaştığı iş atama ve BP seçme problemini kademeli fiyatlandırma altında analiz etmişlerdir. QoS parametrelerinde istekli olarak yapılacak düşüşlerin etkisinin incelendiği [25] çalışmasında, operasyonlar gecikme ve seğirme gereksinimlerine göre sınıflandırılmış; ardından hangi durumlarda QoS bozulmalarının oluşan maliyeti olumlu yönde etkileyebileceği tasarlanan sezgisel algoritma ile bulunmaya çalışılmıştır.

Bant genişliği sağlayıcıları tarafından (BP veya IO) firmaların operasyonlarını yürütmesi esnasında, QoS düşürmeleri (degradation) uygulayabilirler. Literatürde birçok QoS düşürme politikası kaynak kullanımına ve hizmet sağlayıcıların karına etkisi açısından analiz edilmiştir [51, 60–62]. Bu tezde de bütün fiyatlandırma stratejilerinde, IO'nun müşterilerin talep ettiğinden daha az bant genişliği sağlama imkanı bulunduğu varsayılmış ve böyle durumlarda fırsat maliyeti ya da penaltı maliyetlerinin oluşacağı kabulü yapılmıştır. Bu amaçla QoS düşürmesi ile ilgili literatürde bulunan birkaç çalışmanın özetlenmesinde fayda vardır. Var olan müşterilerin QoS'lerini belli ve makul bir seviyeye düşürerek yeni gelen müşteri taleplerine yer açmak amacıyla çeşitli yaklaşımlar ve algoritmalar hazırlanmıştır.

Chou ve diğ. [63] keyfi olarak yapılacak QoS düşürmelerinin kullanıcılar tarafından kabul edilmeyeceğini savunmaktadır. Çalışmalarında düşürme oranı ve yükseltme/düşürme sıklığı olmak üzere iki yeni QoS metriği tanımlamışlar ve bu metrikleri sistem performansı ile müşteri tarafından hissedilen QoS arasındaki ilişkiyi ortaya koymak için kullanmışlardır.

Das ve diğ. [62] çok-hızlı multi medya trafiği için QoS düşürme modeli çerçevesi sunmuşlardır. Bu doğrultuda, toplam taşınan trafik ve bant genişliği azaltması adına iki adet QoS parametresi tanımlamışlardır. Yazarlara göre bu parametrelerden birindeki değer ancak diğerinin azaltılmasıyla mümkün olmaktadır. Son olarak bu çalışmada sistem tarafından kazanılan net kar miktarı da bant genişliği azaltması ve arama kabul politikaları altında hesaplanmıştır.

Turan ve Kasap [26]'nın çalışmasında gecikme ve seğirmenin normal dağılıma uyduğu kabulü altında ağ tedarikçisi seçimi ve iş ataması problemi olasılık kısıtları altında maliyetin beklenen değerini en küçüklemesi şeklinde modellenmiştir. Yazarlar, oluşan karma doğrusal olmayan şans kısıtlı matematik modelin ilk önce deterministik eş değerini bulup ardından tasarladıkları sezgisel algoritma ile çözmüşlerdir. Diğer stokastik QoS uygulamaları [64, 65] numaralı makalelerde tartışılmıştır.

Telekomünikasyon ağlarında bulanık QoS konusunda hizmet sağlayıcılarının belirli bir hizmet kalitesini yakalamak için belirsiz ağ ortamında nasıl bir rotalama yapması gerektiği ile ilgili olan çalışmalardan bazıları aşağıda özetlenmiştir. Bu çalışmalarda muhtelif hizmet niteliği parametreleri bulanık olarak modellenmektedir.

Chen ve Dong [66], telekomünikasyon ağlarında QoS kısıtlarının deterministik reel sayılarla ifade edilmesinin gerçeği tam yansıtmayacağını ve yetersiz sonuçlar vereceğini belirtmiştir. Yazarlara göre ağ kullanıcısı ve tedarikçileri QoS gereksinimlerini insan yargısının özü gereği tam olarak belirtememektedirler. Bundan dolayı bulanık küme teorisinden faydalanılarak, ağ şebekesindeki bütün linkler arasında bulanık bir gecikmenin olduğu kabul edilmiştir. Bu çalışmada ayrıca bir link üzerinden veri taşımının maliyeti de keza bulanık sayılarla modellenmiştir. QoS parametresi olan gecikme bu çalışmada yamuk bulanık sayı ile tanımlanmıştır. Oluşan matematik model bulanık amaç fonksiyonlu bulanık gecikme kısıtlı bir maliyet en küçüklemesi problemidir. Araştırmacılar çözüm yolu olarak ise amaç fonksiyonunu ve kısıtları bulanıksallıktan çıkarıp Bulanık Genetik Algoritma adını verdikleri sezgisel yöntemle çözmüşlerdir.

Cohen ve diğ. [67], bir ağ alt yapısında verici ile alıcı arasında QoS gereksinimlerini yerine getirebilecek bir bağlantı kurulması için gereken süreyi en küçüklemek amacıyla modellerini kurmuşlardır. Başarılı bir bağlantı kurulması için hesaba katılması gerekli QoS parametreleri bant genişliği, paket kayıp oranı, maksimum gecikme ve seğirme olarak düşünülmüştür. Yine bu çalışmada da alıcı ile verici arasındaki bağlantılarda bazı parametrelerin tam ve güvenilir olarak bilinmesinin mümkün olmamasından dolayı bulanık parametreler kullanılmış, özellikle modelleme yapılırken bir QoS kısıtı olan kayıp oranı üçgensel bulanık sayı

olarak alınmıştır. Sonuç kısmında ise önerilen algoritma, en iyi çözüm ve bilinen bir sezgisel yöntem performans açısından birbirleriyle kıyaslanmıştır.

Çalışma [68]'de ise belirsiz parametrelerin olduğu bir ağ yapısında bant genişliği ve gecikme kısıtları altında hizmet niteliği rotalama problemi incelenmiştir. Bu çalışmanın sonucunda sadece bant genişliği taleplerinde doğru olmayan bilgilerin çözümü fazla etkilemediğine; fakat diğer taraftan, gecikme değerleri ile ilgili yanlış bilgilerin rotalama probleminin karmaşıklığını son derece artırdığı sonucuna varılmıştır. Araştırma [69]'daki amaç analitik olarak ağ üzerinde olurlu bir rota bulurken bağlantı kurulması için gereken toplam süreyi en küçükmektir. Bu çalışmada yine rota seçimi yapılırken var olan bilginin doğru olmadığı varsayılmıştır. Bu çalışmada önerilen çözüm ise her bir link için doğru olduğu bilinen olasılık dağılım fonksiyonlarından yola çıkarak olası tüm rotalar için bileşik olasılık dağılımlarını bularak en iyi tercih sırasını oluşturmak.

Rai ve diğ. [70], yukarıda belirtilen çalışmalardan farklı olarak tek amaç fonksiyonlu değil de çok amaç fonksiyonu kullanarak modelleme yapmışlardır. Bu çalışmada göze alınan QoS parametreleri sırasıyla bant genişliği, gecikme, seğirme, paket kayıp oranı ve blokaj olasılığıdır. Oluşturulan matematik modelde, telekomünikasyon ağında vericiler ve alıcılar arasında olurlu olarak kurulması mümkün olan bağlantılar arasında bant genişliği hariç diğer bütün parametreleri en küçüklenmeye ve bant genişliğini en büyükmeye yönelik bir çok amaçlı model yapısı oluşturulmuştur. Çözüm yöntemi için ise genetik algoritma yaklaşımı kullanılmış, ve bu algoritmaya girdi olarak kullanılan QoS değerlerinin başlangıç değerleri bulanık sigmoid fonksiyon kullanılarak atanmıştır.

Bulanık QoS niteliklerinin göze alındığı ikinci grup çalışmalar ise genel olarak son kullanıcıların ağ tedarikçisi seçerken belirsiz veya tam olmayan veriler altında nasıl sıralama ve seçim yapması gerektiğine yönelik olduğu söylenebilir. Robak ve Pieczynski [71], çalışmalarında e-ticaret işlemlerinde hizmet sağlayıcısı ile hizmeti talep edicisi arasındaki hizmet niteliği kısıtları bulanık metotlar ile modellenmiştir. Çalışmada iki parti arasında imzalanan SLA göz önüne alınan hizmet niteliği değişkenleri modellemede üçgensel veya yarı trapozideal sayılar olarak seçilmiştir. Yazarlar performans, hazır bulunma (avalibility), ulaşılabilirlik (accesibilty), standart performans, dürüstlük (integrity),

ölçeklendirilebilirlik, güvenilebilirlik, gizlilik, işlemsel davranış gibi hizmet niteliği parametrelerinin servis sağlayıcısı seçerken dikkat edilmesi gereken noktalar olduğunu belirtmişlerdir. Bu parametrelerin ancak sözel ifadelerle belirlenmesinden dolayı, en iyi modelleme yönteminin bulanık üyelik fonksiyonlarının tanımlanması olduğunu vurgulamışlardır. Örneğin, hazır bulunma ve ulaşılabilirlik değerleri üçgensel bulanık sayılarla “yüksek”, “orta” ve “düşük” şeklindeki ifadeleri sayısal değerlere dönüştürmüşlerdir. Uzman sistemler yardımıyla servis sağlayıcısı seçimi yapılmıştır.

Wang [72], çok amaçlı karar verme metodlarını kullanarak pazarda bulunan ağ servislerini birbirleriyle kıyaslamıştır. Bu kıyaslama yapılırken bir takım hizmet QoS kriterleri ve bu kriterlerin alt kriterleri belirlenmiş ardından her bir kriterin ne kadar ağırlığının olduğu hesaplanmıştır. Yine bu çalışmada da hizmet niteliğini belirtmek için kullanılan dilsel ifadeler, “önemli”, “çok önemli” gibi bulanık sayı teorisi kullanılarak sayısal verilere dönüştürülüp hizmet sağlayıcı alternatifleri sıralanmıştır.

Son olarak, [73]’de ağ servis seçim problemini incelemişlerdir. QoS kısıtlarının her zaman çok açık bir şekilde belirtilmemesinden dolayı bulanık değerler kullanılması önerildiği çalışmada çok amaçlı programlama teknikleri kullanılmıştır.

Turan ve diğ. [74] çalışmasında BP’lerin sunduğu gecikme ve seğirme değerleri ile birlikte operasyonları kesintisiz tamamlanması için gerekli minimum QoS gereksinimleri bulanık üçgensel sayı olarak ifade edilmiştir. İki farklı dönüştürme tekniği kullanılarak bulanık kısıtlar normal kısıtlara çevrilerek son kullanıcın karşılaştığı BP seçimi ve operasyon ataması problemi sezgisel yöntemlerle çözülmüştür.

Özetlemek gerekirse, literatürde QoS parametrelerinin bulanık olduğu çalışmalar ikiye ayrılabilir: (a) söz verilen QoS düzeyini sağlamak ve en düşük maliyeti elde etmek için ağdaki linklerdeki bulanıklığın telekomünikasyon ağ tedarikçisi tarafından incelendiği çalışmalar; (b) ağ servisi alıcılarının, tedarikçiler arasında seçim yaparken eksik veya sözel şekilde belirtilen hizmet niteliği kısıtları altında bulanık teknikleri kullanarak nasıl seçim yaptıklarını inceleyen araştırmalardır.

1.2 Telekomünikasyon Ağlarındaki Stokastik Programlama Uygulamaları

Stokastik programlama (SP) metotları 90'lı yıllarının sonunda başlayarak telekomünikasyon ağları optimizasyon problemlerine sıklıkla uygulanmaktadır. Araştırmaların çoğu, veri trafiğinin veya altyapının güvenilirliğinin önceden tahmin edilememesinden dolayı oluşan problemlerin çözülerek ağ yapısının tasarlanması ile alakalıdır.

Liu [5] trafik akışlarının stokastik etkisinin ağ modellerine entegre edilmesi gerektiğinin önemini belirtmektedir. Yazar stokastik trafiği karakterize etmek için SP metodolojisi kullanmıştır. Ardından, şimdi-ve-burada ve senaryo izleme adlı iki SP yaklaşımı kullanarak prototip bir çoklu-emptia ağını analiz etmiştir. Makale [75]'de ise yazarlar SP metodolojisini ağ tasarım prosedürleri ile bütünleştirmiştir. Bir önceki çalışmaya çok benzer olarak, prototip ağ için şimdi-ve-burada ve senaryo izleme adlı SP metotları tanımlanmıştır. Araştırmacılara göre, eğer veri trafiğinin olasılık dağılımları analitik olarak tahmin edilebilirse şimdi-ve-burada yaklaşımı daha cazip olmaktadır; diğer durumda ise senaryo izleme tekniği daha uygundur.

Andrade ve diğ. [76], ağ kapasite tasarım problemini telekomünikasyon servisleri için taleplerin rassal ve ağ bağlantılarının limitli olduğu durumda analiz etmişlerdir. Ağdaki bağlantıların limitli olmasından dolayı, bazı taleplerin karşılanmaması durumunda penaltı maliyetleri oluşmaktadır. Yazarlara göre oluşan taleplerin ret edilmesi durumunun önüne geçmek için var olan ağa daha çok kapasite eklemek gerekmektedir. Bu çalışmada modelleme yaklaşımı olarak iki-evreli karma tamsayı SP modeli önerilmiştir. Kurulan model ise Benders ayrıştırması ve stokastik alt düşüm (subgradient) yöntemleri ile çözülmüştür. Taleplerin Poisson dağılımına uyduğu ve taleplerin bant genişliği isteklerinin normal veya log-normal olasılık dağılımlarına uyduğu durumlar için çözümler sunulmuştur.

Mitra ve diğ. [77, 78] stokastik trafik mühendisliği çerçevesinde, ağlarda bant genişliği ayırma ve güzergah seçimi problemlerini analiz etmişlerdir. Araştırmacılar iki-aşamalı bir piyasa yapısı düşünmüşlerdir. Bu iki piyasada ki taleplerin birim kazançlarında belirsizlikler mevcuttur. Kurulan piyasa modelindeki amaç, taleplerin belirsiz olduğu fakat olasılık dağılımları ile ifade edilebildiği bir ortamda taleplerin karşılamasından dolayı elde edilen kazancı en büyükmektir. Bu

optimizasyon modelinin hangi şartlar altında konveks programlama örneği olacağı gösterilmiştir. Sonrasında, Gaussian dağılımın özel bir durumu altında en iyi çözümün özellikleri analiz edilmiştir. Son olarak, talep varyasyonunun bağlantı kullanımı, yönlendirme, kapasite sağlama ve toplam gelir gibi çeşitli trafik mühendisliği parametrelerine etkileri incelenmiştir.

[77]'deki çalışmadan farklı olarak Mitra ve diğ. [79] numaralı makalede, bant genişliği taleplerinin karşılanmamasından dolayı oluşan ceza maliyeti ve kayıp oranı kısıdı altında bant genişliği atama (tahsis) problemi optimal bant genişliği kapasitesini bulmak amacıyla analiz edilmiştir. Bu çalışmada; iletişim ağı talebi taşınmasından dolayı kazanç elde eden, bant genişliği tahsisi için ödeme yapan bir servis sağlayıcı olarak düşünülmüştür. Nümerik çalışma olarak, kazanç ve maliyet, kayıp oranı kısıdı ve risk almama arasındaki ilişkilerin ağ performansına etkileri irdelenmiştir.

D'Halluin ve diğ. [80]'ne göre internet kullanımındaki artış ile doğru orantılı olarak telekomünikasyon kapasitesine de talepler artmıştır; fakat, bu taleplerin çok geçici olması ağ planlamasını güçleştirmektedir. Bu çalışmada, modern finansal opsiyon fiyatlandırma modelleri, ağ yatırım kararlarının zamanlamasını özellikle yeni kapasite inşası problemini stokastik servis talebi altında çözmek için kullanılmıştır. Riss ve diğ. [27]'de olasılıksal talep altında telekomünikasyon ağları tasarımında ortaya çıkan kapasite artırma problemi analiz edilmiştir. Problem stokastik tam sayılı programlama modeli olarak formüle edilmiş, ardından çözüm yolu olarak iyi bilinen kesen-düzlem prosedürü tabanlı L-şekli algoritması deterministik eşdeğer problemi çözmek için kullanılmıştır. Rassal telekomünikasyon ağı servis talepleri altında kapasite atama problemi uygulaması, stokastik tamsayı programlama yöntemleri ile [30] incelenmiştir.

Riss ve diğ. [28] tarafından telekom ağlarında kapasite artırma problemi gelecekte oluşabilecek belirsiz talep ve ağ elemanlarındaki olası aksaklıkları da göz önüne alarak çalışılmıştır. Problem çok amaçlı stokastik programlama metodolojisi ile incelenmiştir. Amaç fonksiyonlarında biri kapasite artırımından dolayı ortaya çıkacak maliyetleri en küçükleme iken diğer amaç fonksiyonunun görevi, olası ağ bileşenlerinin bozulma ihtimalini minimize etmektir. Yine gelecekteki taleplerin tam olarak bilinmemesinden dolayı oluşabilecek son kullanıcı bant genişliği

isteklerini karşılamamak amacıyla tek telekomünikasyon bağlantısına ekstra kapasite eklenmesi problemi [81] numaralı makalede tartışılmıştır. Bu problem yazarlar tarafından çok periyotlu olarak modellenmiş, çözümünde ise toplam oluşan maliyeti en küçükleyen iki-evreli basit düzeltmeli stokastik programlama metodlarına başvurulmuştur. Araştırmacılar, iki-evreli formülasyon için var olan algoritmanın çözüm süresini geliştirdikleri önışleme kuralları sayesinde büyük ölçüde azatlıklarını raporlamışlardır. Telekom ağlarında belirsiz talep altında kapasite artırma problemi ile ilgili ilk çalışmalardan biri [82] görülebilir.

Yukarıdaki çalışmalardan farklı olarak Audestad ve diğ. [2], karar vericilerin karşılaştığı belirsizliği diğ. bağımsız aktörlerin eylemlerinden kaynaklandığı durumu oyun teorisinden fikirler kullanarak modelleseler de, problem stokastik programlama çerçevesinde çözülmüştür. Modelin uygulaması telekom ağlarında kendi altyapısı olmamasına rağmen faaliyet gösteren servis sağlayıcılar açısından yapılmıştır. Riis ve diğ. [29], mobil telekomünikasyon ağlarında ortaya çıkan tasarım problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar modellerinde kaç tane yeni mobil anahtarlama merkezi (MCS) olacağı, bu yeni kurulan ve var olan merkezlere kaç tane baz istasyon denetleyici (BSC) atanacağı ve MCS'leri bağlayan linklerin kapasitelerinin nasıl artırılacağı sorularına belirsiz kullanıcı talebi altında maliyetleri en küçükleyecek şekilde cevap aramışlardır. Çözüm yöntemi ise iki-evreli karma tamsayı düzeltmeli stokastik programlama yöntemidir. Yöntemde dual ayrıştırma algoritması kullanılmış senaryo alt problemleri dal-kesim algoritması ile çözülmüştür.

Andrade ve diğ. [83] çalışmalarının amaçlarını şu şekilde tanımlamaktadır: belirsizlik altında yüksek hızlı telekomünikasyon ağları tasarımında kullanılan dal-sınır stratejileri ile dal ve kesim ile saf dal-sınır algoritmalarını karşılaştırmak. Yazarlar tarafından kurulan model iki-evreli stokastik programlama modeli olup ilk evre karar değişkenleri yani yatırım kararlarına ait değişkenler kesiklidir. Çözüm yordamı olarak tamsayılı L-şekilli (Benders) ayrıştırması, dal-sınır algoritması ve ayrı kesme düzlemi metodları kullanılmıştır. Alminana ve diğ. [84], iki-evreli karma 0-1 dinamik çoklu emtia modeli ve bu modelin belirsizlik altında telekomünikasyon ağlarında tekrar rotalama (enrouting) protokolünün bulunması için çözüm algoritması geliştirmişleridir. Modelin ana amacı: beklenen kayıp bilgi,

FIFO stratejisinden sapmadan dolayı oluşan ceza ve veri paketi tarafından ziyaret edilen düğüm sayısından oluşan bir amaç fonksiyonunu en küçükmektir.

Olinick ve Rosenberger [85] mobil radyo (CDMA-code division multiple access) ağlar için, stokastik kar optimizasyon modeli geliştirmişlerdir. Bu modelin günümüzde havayolu taşımacılığı endüstrisinde kullanılan ihale fiyatlandırma modellerinden ilham alınarak geliştirildiği söylenmektedir. Model için kullanılan çözüm yolu ise super-gradient algoritmasıdır. Yazarlar talebin olasılık dağılım fonksiyonunun ve varyasyonun çözüm üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Gelecek dönem için ise yapılabilecek çalışmalar arasında iletişim kulelerinin yerlerinin eniyilemesi bulunmaktadır. Terblanche ve diğ. [86] telekomünikasyon ağlarında en verimli tasarımı bulmak için sadece rotalama değil, hangi donanımların yüklenmesi, ne tip aktarım bağlantılarının kullanılması gerektiğinin incelenmesini savunmaktadırlar. Bu doğrultuda veri trafik gereksinimleri tam olarak bilinmediği için stokastik programlama ve gürbüz programlama tekniklerini kullanılarak çözüm aranmıştır.

Riis ve diğ. [87] Danimarka'nın en büyük ağ işleticisi (TDC)nin, internet protokol ağını boyutlandırmak ve tasarlamakla alakalı vaka çalışması yürütmüşlerdir. Problem iki-evreli stokastik programlama modeli kurularak, gelecekte oluşabilecek sonuçların sonlu sayıda senaryosu ile formüle edilmiştir. Model L-Şekli algoritması ile çözülmüş, aktarım linklerinin ağ planlaması amacıyla nasıl boyutlandırılması gerektiği saptanmıştır. Dye ve diğ. [88] stokastik tam sayılı programlama çerçevesinde bir telekomünikasyon servis sağlayıcısının hesaplama-tabanlı servisler sunarken karşılaştığı kar en büyükleme problemi incelemişlerdir. Bu problemin deterministik eşdeğeri için tam polimon zamanlı algoritma bulunmasına rağmen tartışılan problem NP-zor kategorisine girmektedir.

Yürütülen literatür taramasının sonucunda görülmüştür ki, telekom problemlerinin belirsizlik altında özellikle belirsiz talep altında modellenmesi yaygın bir uygulamadır. Fakat, bu modellerin büyük bir çoğunluğu rotalama, baz istasyon merkezi yer seçimi veya linklerin kapasite artırımı gibi alt yapı problemlerinin çözümüne yöneliktir. Daha yüksek yani yönetsel bakış açısıyla piyasa düzeyinde stokastik programlama uygulamaları kısıtlıdır. Bu bağlamda bu tezin bu boşluğu dolduracağı düşünülmektedir.

2. FARKLI FİYAT POLİTİKALARI ALTINDA PROBLEMİN ANALİZİ

Bu tez boyunca incelenecek telekomünikasyon piyasasının, omurga kapasite sağlayıcıları (BP), aracı operatörler (IO) ve son kullanıcı ya da diğer adıyla müşterilerden oluştuğu varsayılacaktır. BP'ler ve IO'lar son kullanıcılara satın alabilecekleri ya da kiralayabilecekleri servisler yani kapasiteler sunmaktadır. Son kullanıcılar ise BP'lerden veya IO'lardan birini veya birkaçını seçerek operasyonlarını bu kaynakları kullanarak tamamlayabilir. Servis sağlayıcılar(ISP) ise (BP ve IO'ların tamamı) servislerini nasıl ve şekilde fiyatlandıracaklarına karar verirler.

BP'ler servis sağlamak için gerekli altyapıya sahiptirler. IO'lar ise sözü geçen altyapıya sahip olmayıp servis sağlayabilmek için gerekli ağ kapasitesini BP'lerden kiralamaları gerekmektedir. Sonuç olarak, IO'nun karar vericisi ne kadar kapasite kiralayacağına karar verirken BP'de bu ağ kapasitesinin nasıl ücretlendireceğine yani hangi fiyat politikasını seçeceğine karar vermektedir.

Giriş bölümünde de tartışıldığı gibi, son kullanıcının ve BP'nin bakış açısıyla kapasite satın alma, operasyon atama ve fiyatlandırma problemlerini gerek deterministik gerek stokastik modellerle incelenmiş çalışmalarda literatürde yer alsa da IO bakış açısıyla yönetsel düzeyde yapılan çalışmalara pek rastlanmamaktadır. Bu boşluğu doldurmak ve özgün bir çalışma ortaya koymak amacıyla modellemeler ve çözüm algoritmaları IO'ya yardımcı olabilecek şekilde geliştirilmiştir. IO'nun amacı kısaca özetlemek gerekirse; hangi BP'den ne kadar kapasite satın alacağına karar vermek, son kullanıcıları nasıl ücretlendireceğine ve bu kullanıcıları satın aldığı hangi kaynaklara atayacağına karar vererek karını en üst düzeye çıkarmaktır. Bütün bu kararların ne yazık ki belirsiz ağ ortamında alınması gerekmektedir.

IO'lar için belirsizliğin ana kaynağını bilinmeyen veya tahmin etmesi güç olan son kullanıcı bant genişliği talepleri oluşturmaktadır. Özetle, IO gelecekteki son kullanıcı taleplerini kesin olarak bilmeden BP'lerden kapasite satın almak

zorundadır. Gelecekteki taleplerin rassal olmasından dolayı, kaçınılmaz olarak IO ya atıl kapasite ile ya da karşılanamayan son kullanıcı talepleri ile karşılaşacaktır. Karşılanamayan taleplerin oluşması durumunda, kar kayıplarının oluşmasının yanında itibar kaybı ya da fırsat maliyeti olarak adlandırılan ve ölçmesi kısmen daha zor olan maliyetler de oluşmaktadır. Bu maliyet son kullanıcının kapasite talebinin bu dönemde karşılanmamasından dolayı müşterinin gelecekte başka tedarikçi IO'lara ve BP'lere kaymasından dolayıdır. Son olarak, bu bölümde tartışılacak tüm modellerin amacı: belirsizlik altında IO'nun hangi BP'den ne kadar kapasite satın alması gerektiğine talepler belli olmadan karar vermesini ve talepler belli olmasından sonra bunların satın alınan kapasitelere atıl kapasiteyi ve karşılanamayan talebi en küçükleyecek şekilde atanmasını sağlamaktır. Bütün bu işlemler yapılırken tabi ki BP'lerin fiyat politikaları, sağladıkları QoS seviyeleri ve son kullanıcıları QoS istekleri göze alınmalıdır.

Taleplerdeki belirsizliğin üstesinden gelmenin bir yolu rassal değişkenlerin yerine bu değişkenlerin beklenen değerlerinin optimizasyon modelinde kullanılması ile ortaya çıkan deterministik modelin stokastik model yerine çözülmesidir. Böyle bir çözüm yol ya optimal olmayan çözümlere daha da kötüsü olurlu olmayan çözümlere yol açabilir [89]. Yapılan literatür araştırmalarının ve bu tezde çalışılan problemin yapısı göz önüne alındığında, belirsizlikle mücadele etmenin en iyi yolu olarak stokastik programla metodolojisi seçilmiştir. Bu tez boyunca analiz edilecek bütün fiyatlandırma modelleri altında oluşan problemler, stokastik programlama modellerinin bir alt kümesi olan düzeltmeli iki-evreli stokastik programlama modelleridir.

Birçok karar problemi matematiksel programlama yöntemleriyle modellenebilmektedir. Bu modellerin amacı karar değişkenlerinden oluşan amaç fonksiyonunu en büyükmek veya en küçükmektir. Amaç fonksiyonunun en iyilenmesi yapılırken karar değişkenlerinin alabileceği değerler ve bu değişkenlerden oluşan kısıtlar probleminin yapısına göre limitlendirilmiş durumdadırlar. Örneğin elde bulunabilecek hammadde miktarı veya en yüksek işgücü miktarı kararımızı alırken bizi kısıtlayacak değerlerdir. Karar değişkenleri modelin yapısına bağlı olarak çok çeşitli değerler alabilir. Negatif olmama, tam sayı olma gibi kısıtlar matematiksel programlamada karar değişkenleri için sıklıkla kullanılan kısıtlardandır. Amaçlar

ve kısıtlar karar değişkenlerinin ve problem verilerinin birer fonksiyonudur. Örnek olması açısından, problem verisi olarak birim üretim maliyeti, üretim kapasiteleri, satış miktarları ve kapasiteler düşünülebilir.

Öncelikli olarak, kararların değişkenlerle $(x_1, x_2, \dots)$ ifade edilebileceğini farz edelim. Mesela x_i , n ürün içinde i . ürün için üretim miktarı olsun. Genel bir matematiksel programlama modeli denklem (2.1)'de gösterilmiştir.

Maksimum veya Minimum $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Kısıtlar:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (2.1)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \in X$$

$$X \subseteq \mathbb{Z} \text{ veya } X \subseteq \mathbb{R}$$

Yukarıdaki modelde X ile ifade edilen küme tamsayılar kümesi, reel sayılar kümesi veya pozitif reel kümesi vb. problemin yapısına uygun olarak tanımlanabilir. Kısıtlar ve amaç fonksiyonu, karar değişkenlerinin doğrusal veya doğrusal olmayan bir fonksiyonu olabilir. En genel olarak yukarıda belirtilen problem doğrusal programlama, doğrusal olmayan programlama veya tam sayılı programlama alanlarından birine ve bunların karışımı bir alana düşecektir [90–92].

Stokastik programlamanın yukarıda değinilen matematiksel modellerden en büyük farkı; kısıtlar ve amaç fonksiyonunda kullanılan verilerin belirsiz olmasıdır. 20.yüzyılın ikinci yarısından itibaren optimizasyon uygulamaları; fiziksel ve kimyasal sistemlerde, üretim planlama ve çizelgelemede, lojistik problemlerinde, finans problemlerindeki kaynak dağıtımında ve mühendislik tasarımında çok geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Optimizasyon tekniklerinin bu modellere uygulanmaya başlandığı tarihten itibaren neredeyse her zaman belirsizlik ortamıyla karşılaşılmıştır [93].

Belirsizlik altında karar verme ya da belirsizlik altında optimizasyon ile ilgili yapılan ilk çalışmalar, Bellman [94], Charnes ve Cooper [95], Dantzig [96] ve Tintner [97] tarafından yapılmıştır. Günümüzde literatürde belirsizlik altında eniyileme problemlerine yaklaşımları sırasıyla belirtilen ana başlıklarda toplamak mümkündür: stokastik Programlama (düzeltme ile (recourse), gürbüz (robust) stokastik programlama ve olasılıksal (probabilistic) modeller), bulanık program-

lama (esnek ve olabilirli programlama) ve stokastik dinamik programlamadır. Önerilen doktora tezinde sıralanan modelleme çözüm yaklaşımlarından problemin yapısına en uygun olduğu düşünülen; stokastik programlama felsefesinin bir alt kolu olan “iki evreli stokastik karma tamsayılı programlama ve stokastik doğrusal programlama ” kullanılacaktır. Aşağıda belli başlı stokastik programlama metotları özetlenmeye çalışılmıştır.

Düzeltilme ile Programlama: Standart iki-evreli stokastik programla paradigması çerçevesinde, belirsizlik altında eniyileme problemlerinde kullanılan karar değişkenleri birbiriyle kesişmeyen iki kümeye ayrılabilir. İlk-evre (first-stage) değişkenleri belirsiz parametre ve verilerin gerçek realizasyonundan önce karar verilmesi gereken değişkenlerdir. Rassal olayların gerçekleşmesinden sonra dizayn ve operasyonel politikalar (veya eylemler) bu çıktılarına göre belirli bir maliyet göze alınarak geliştirilebilir.

Kararların iyileştirilmesine yönelik yapılması mümkün olan değişiklikler ise ikinci-evre (second-stage) veya düzeltme değişkenleri olarak adlandırılır. Geleneksel olarak, ikinci-evre değişkenleri düzeltici önlemler veya belirsizliğin belli bir realizasyonun sonucu meydana gelebilecek olursuz çözümlere karşı yardım kaynağıdır [89]. Belirsizlikten dolayı ikinci-evre maliyeti bir rassal değişkendir. Bu bağlamda amaç ilk-evre öyle bir şekilde seçmektir ki; ilk-evre maliyeti ve ikinci-evre maliyetinin beklenen değerinin toplamı en küçüklensin (tabi ki kar en büyükleme problemlerinde amaç en büyük karı elde edecek şekilde düzenlenebilir). Düzeltme konsepti doğrusal, tamsayılı ve doğrusal olmayan stokastik programlama tekniklerine uygulanmaktadır.

Stokastik Doğrusal Programlama: Standart formdaki iki-evreli stokastik doğrusal programlama modeli [89, 98] aşağıda denklemler (2.2-2.3) ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad & c^t x + \mathbb{E}_{\omega \in \Omega} [Q(x, \omega)] \\ \text{Kısıtlar:} \quad & x \in X \end{aligned} \tag{2.2}$$

ve

$$\begin{aligned} Q(x, \omega) = \quad & \text{Minimum } f(\omega)^t y \\ \text{Kısıtlar:} \quad & D(\omega)y \geq h(\omega) + T(\omega)x \\ & y \in Y \end{aligned} \tag{2.3}$$

Burada $X \subseteq \mathbb{R}^{n_1}$ ve $Y \subseteq \mathbb{R}^{n_2}$ polihedral kümelerdir. $c \in \mathbb{R}^{n_1}$, ω olasılık uzayından $(\Omega, F, \wp)$ $\Omega \subseteq \mathbb{R}^k, f : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^{n_2}, h : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^{m_2}, D : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}, T : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^{m_2 \times n_1}$ ile tanımlanan bir rassal değişkendir. Denklem seti (2.2)'deki karar değişkeni ilk-evre değişkenidir ve belirsiz parametrelerin gerçekleşmesi öncesinde değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Denklem seti (2.3)'teki değişkenler ise ikinci-evre karar değişkenlerine karşılık gelmektedir.

Belirtilen problem denk olan büyük ölçekli doğrusal programlama problemlerine belirsiz parametrelerin kesikli dağıldığı varsayımı altında çevrilebilir. Bu problemler standart doğrusal programlama teknolojisi ve bilgisayar programları ile çözülebilmektedir. Düzeltme fonksiyonunun $Q(\cdot)$ konvekslik özelliği ayrışma tabanlı çözüm stratejileri geliştirmede etkin bir biçimde kullanılmıştır [99, 100]. Belirsiz parametrelerin sürekli olarak dağıldığı durumlarda ise bu özellikler örnekleme tabanlı ayrışma ve yakınsama planlarının [101–104] ve keza gradyen tabanlı çözüm algoritmalarının [105, 106] geliştirilmesinde kullanılmıştır.

İki-evreli model formülasyonu kolaylıkla belirsizliği bir filtre süreci olarak modelleyerek çok evreli modellere genişletmek mümkündür. Kesikli dağılımlar altında, parametre realizasyonları senaryo ağacına indirgenebilir. Zaman evresini ve senaryo uzayını bölen ayrıştırma algoritmaları çok evreli stokastik doğrusal programla modelleri için geliştirilmiştir [107, 108]. Stokastik doğrusal programlama üzerine daha kapsamlı incelemeler, ders kitabı niteliğindeki [89, 98, 109]'da bulunabilir.

Stokastik Tamsayılı Programlama: Stokastik tamsayılı programlamanın adres ettiği problemler (2.2)ve (2.3) belirtilen genel model yapılarından X ve/veya Y 'nin tam sayı sınırlaması içerdiği problem tipleridir. Bu alanda yapılan ilk çalışmaların büyük çoğunluğu, iki-evreli stokastik tam sayılı programlar için sezgisel yöntem geliştirme ve bu yöntemlerin analizidir [110, 111]. Kesin algoritmik yaklaşımlar daha güncel niteliktedir ve stokastik doğrusal programlamada kullanılan ayrışma tekniklerinin uzantılarını da içermektedir [112, 113]. Lagrangian gevşetme [114, 115], cebirsel hesaplama [116], konveksleştirme ve dal-ve-sınır algoritmasıyla birleştirilmiş ayrıştırma [117] metotları da diğer literatürdeki bu konu hakkındaki kesin algoritmalarıdır.

İkinci evrenin basit düzeltme (simple recourse) adıyla bilinen özel bir yapıya sahip olduğu durumlarda, [118] ve [119]'de olduğu gibi ikinci evre amaç fonksiyonundan konveks hull oluşturmaya yönelik çözüm önerileri sunulmuştur. Daha genel düzeltme yapıları için ise [112]'de ilk evre değişkenlerinin sadece 0 veya 1 olduğu stokastik tamsayılı problem durumları için ayrışma tabanlı yaklaşım önerilmiştir. Bu çalışmadaki 0-1 kısıtlaması konveks olmayan ikinci evre değer fonksiyonuna yakınsayan optimalite kesimlerinin (optimality cuts) inşa edilmesine sadece 0-1 birinci evre çözümlerinde izin vermektedir. Yazarlar global optimal çözümü bulmak amacıyla birinci evre değişkenlerinin çözüm uzayına dal-sınır-algoritmasının kullanılmasını, aynı zamanda ikinci evre değer fonksiyonuna yakınsamak içinse optimalite kesimlerinin kullanılmasını önermişlerdir. Algoritmanın sonlu bir iterasyon sayısına sahip olacağı ilk evre değişkenlerinin çözümünün sonlu sayıda olmasından dolayıdır. Bu algoritma başarı bir şekilde iki evreli fabrika yeri seçimi ve rotalama problemlerine uygulanmıştır [120–123]. Ne yazık ki bu algoritma herhangi bir ilk evre değişkeni sürekli olduğu zaman kullanılamamaktadır. Bu algoritmanın daha genelleştirilmiş hali yani karışık-tamsayılı birinci ve ikinci evre değişkenlerinin de kapsayan çözüm yöntemi [113]'de önerilmiştir. Bu metot ilk evre değişkenlerinin uzayında ikinci evre değer fonksiyonuna yakınsamak için doğrusal olmayan tamsayılı dual fonksiyonlarının kullanımına gereksinim duymaktadır. Sonuç olarak oluşan ana (master) problem doğrusal olmayan (büyük bir olasılıkla süreksiz) kesimleri içerir, ve günümüzde bu problemin çözümü için herhangi bir pratik metot bilinmemektedir.

Daha güncel çalışmalarda ise stokastik tam sayılı programlama problemlerinin çözümü için artan oranda konveksleştirme metotları kullanılmaktadır. [124] ve [125]'de önerilen algoritmalar bilinen kaldır ve iz düşür (lift-and-project) [126] fikrini doğrusallaştırma-formülizasyon tekniği [127] ile birleştirerek Benders benzeri ayrıştırma algoritmaları kapsamı içerisinde kullanılmaktadır. Bu algoritmalar henüz formülizasyon aşamasındadır ve uygulamasına rastlanmamıştır. [117], [128] ve [129]'de stokastik tamsayılı programların yapısal özelliklerini kullanarak sonlu bir dal-ve-sınır algoritması bazı tip problemlere çözüm olarak önerilmiştir.

Doğrusal olmayan stokastik programlama: Doğrusal olmayan Stokastik programla başta mühendislik tasarım problemleri olmak üzere planlama ve çizelgeleme

problemlerinin çözümünde sıklıkla başvurulanan bir metodolojidir. Örneğin, iki-evreli doğrusal olmayan stokastik programlamanın genel bir modeli:

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad & f(x) + \mathbb{E}_{\omega \in \Omega} [Q(x, \omega)] \\ \text{Kısıtlar:} \quad & g(x) \leq 0, \\ & \text{ve} \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned} Q(x, \omega) = \quad & \text{Minimum } F(\omega, x, y) \\ \text{Kısıtlar:} \quad & G(\omega, x, y) \leq 0, \\ & y \in Y \end{aligned} \tag{2.5}$$

Burada $X \subseteq \mathbb{R}^{n_1}$, $Y \subseteq \mathbb{R}^{n_2}$, ω olasılık uzayında $(\Omega, F, \mathcal{P})$ $\Omega \subseteq \mathbb{R}^k$ ile rassal bir değişken ve f, g, F, G uygun boyuttaki gerçel fonksiyonlardır.

Stokastik doğrusal programla için geliştirilen algoritmaların çoğu doğrusal olmayan durumlara uygulanabilirler. Bununla beraber, doğrusal olmama konveks olmama ve yerel optimalliklere yol açabilirler. [130]'de bu konu hakkında detaylı bir inceleme sunulmuştur.

Şans kısıtlı programlama: Stokastik programlamaya düzeltme tabanlı (recourse based) yaklaşımlar karar vericinin düzeltme eylemine bir maliyet atayarak ikinci-evre probleminin olurluğunu garanti altına alırlar. Bu yaklaşımında, ikinci evredeki olursuzluklara belli bir penaltı maliyeti ile izin verilmektedir. Dolayısıyla bu çözüm metodu düzeltme maliyetinin beklenen değerinin en küçüklemesine odaklanmaktadır. Öte yandan, olasılık veya şans kısıtlı yaklaşımda ise odaklanılan kısım sistemin güvenilebilirliğidir. Yani, belirsiz ortamda sistemin olurluluğu sağlama yeteneğidir. Bu güvenilirlik, kısıtları sağlamak için gerekli olan en düşük olasılık ile ifade edilir. Klasik bir doğrusal programlama modelini düşünelim:

$$\begin{aligned} \text{Maksimum} \quad & c^T x \\ \text{Kısıtlar:} \quad & Ax \geq b, \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

c ve x , n boyutlu vektörler, b ise m boyutlu bir vektördür. A ise $m \times n$ boyutunda bir matristir. Farz edelim ki, A matrisinde ve sağ taraf değerleri b üzerinde bir belirsizlik olsun, ve sistem kısıtları belli bir olasılıkla $p \in (0, 1)$ sağlamak zorunda

kalsın. Ardından, klasik (deterministik) doğrusal programlamaya karşılık gelen olasılıksal doğrusal programlama aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \text{Maksimum} \quad & c^T x \\ \text{Kısıtlar:} \quad & \mathbb{P}\{Ax \geq b\} \geq p, \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{2.7}$$

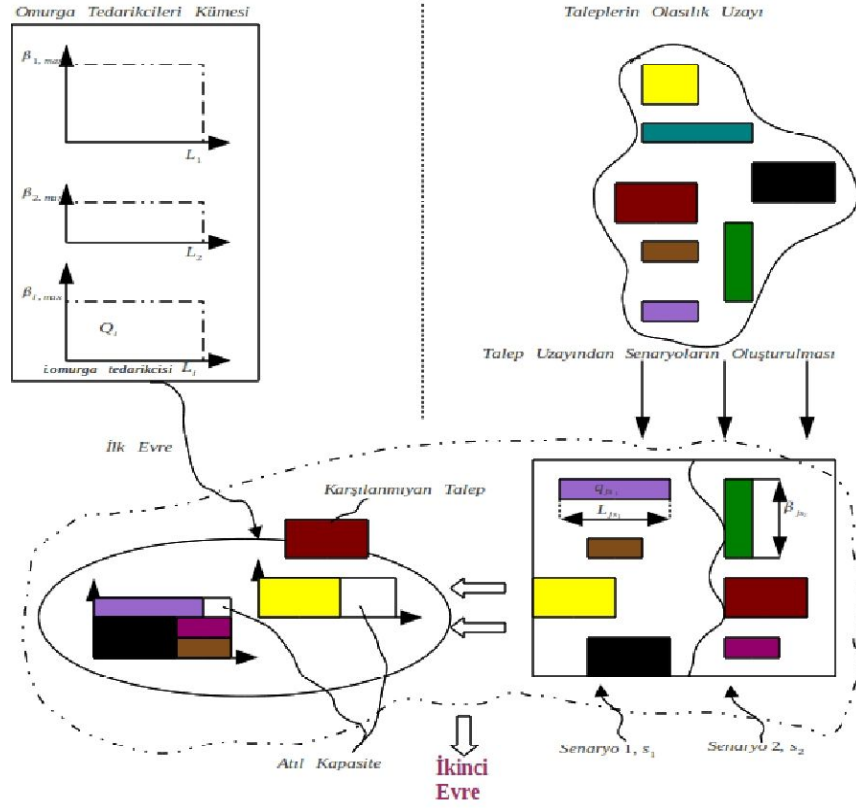
$m = 1$ olduğu yani sadece bir kısıtın olduğu $\mathbb{P}\{a^T x \geq b\} \geq p$ durumu düşünelim. Ek olarak a vektörünün deterministik ve sağ taraf değerinin b , F birikmeli olasılık dağılımına sahip bir rassal değişken olduğunu farz edelim. β öyle seçilsin ki $F(\beta) = p$ yi sağlasın. Bütün bunların ardından, $\mathbb{P}\{a^T x \geq b\} \geq p, F(a^T x) \geq p$ kısıtı veya $a^T x \geq \beta$ şeklinde yazılabilir. Bu basit durumda, olasılıksal program standart doğrusal programa denktir.

A Matrisinin deterministik b sağ taraf değerinin log-konveks çok değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonuna haiz olduğu durumlarda denklem (2.7)'nin olurlu kümesi konvektir [109]. Bununla beraber, denklem (2.7)'nin olurlu çözüm kümesi genelde konveks değildir.

2.1 Sabit Fiyat Politikasının İncelenmesi

Sabit fiyatlandırma ve diğer incelenen tüm modellerde karar verici merci telekomünikasyon IO firmalarıdır. Bu firmalar müşterilerin talepleri gerçekleşmeden önce, omurga telekom firmalarından belirli bir süre ve bant genişliğinde çeşitli QoS seviyelerinde kapasite satın alırlar. Müşteri talepleri gerçekleştikten sonra ise bu taleplerden hangilerini karşılayıp hangilerini karşılamayacaklarına karar vermeleri gerekmektedir; çünkü satın alınan kapasite bütün talepleri karşılamaya yetmeyebilir. Daha sonrasında karşılanacak taleplerin ise hangi satın alınan kapasite üzerinden gerçekleştireceğine karar vermesi gerekmektedir. Şekil 2.1'de problemin topolojisi görsel olarak açıklanmıştır.

Probleme stokastik programlama modeli çerçevesinden bakıldığında ise, IO hangi omurga telekomünikasyon firmasının önerdiği kapasiteyi satın alacağına (BP'lerin fiyatlandırma ve QoS niteliklerini göze alarak) karar vermesi ilk-evre karar değişkenlerini oluşturmaktadır. Müşteri talepleri gerçekleştikten sonra ise hangi taleplerin karşılanacağına ve bunların hangi kaynaklardan karşılanacağına karar



Şekil 2.1: Problem topolojisi.

vermek yine fiyatlandırma politikasını göze alarak ise ikinci-evre karar değişkenlerini oluşturmaktadır. Görüldüğü gibi, omurga firma seçimi şimdi yani talep bilinmeden önce yapılmak zorundadır. Bu tip karar politikalarına şimdi-ve-burada (here-and-now) denmektedir. Bunun zıttı olarak düşünebileceğimiz yani omurga seçiminin talep belli olduktan sonra yapılması ise bekle-ve-gör (wait-and-see) politikasıdır.

2.1.1 Sabit fiyatlandırma için notasyonlar ve matematik model

Tedarikçi BP firmalarının sağlanabilecek yada satın alınabilecek ağ kapasitesinin üç değişken ile tanımlamak mümkündür. Bunlar sırasıyla i . BP'nin satabileceği maksimum bant genişliği β_i , bu bant genişliğinin kullanılabileceği kontrat süresi L_i ve sağlamayı garanti ettikleri QoS düzeyi O_i . Şekil 2.1 üzerinde bu detaylar görülebilir. Satın alınabilecek bu kapasitenin aracıya maliyeti ise bu üç parametrenin bir fonksiyonudur $c_i = f_i(\beta_i, L_i, O_i)$. Sabit fiyatlandırma politikasının detayları bölüm 1.1.1'de bulunabilir.

Ağ kullanıcılarının talepleri d_j ise yine üç parametre ile modellenecektir. Bunlar talebin bant genişliği β_j , ne kadar süreyle bu bant genişliğinin talep edildiği bilgisi L_j ve müşterinin talep ettiği QoS seviyesidir q_j . IO'nun fiyatlandırma planı ise yine daha önce tartışılan hacim fiyatlandırma olacaktır. Bunun anlamı satılan bant genişliği başına talep edilen ücretin sabit kaldığıdır. Fakat, aynı miktarda bant genişliğinde yüksek QoS seviyesine sahip olandan daha fazla ücret talep edilecektir. Talebin karşılanmasından elde edilecek kazanç v_j^4 talep parametrelerine bağlı bir fonksiyon olarak $v_j^+ = g_j^+(\beta_j, L_j, q_j)$ ifade edilecektir. Eğer bu talep karşılanamazsa oluşacak kazanç kaybı-itibar kaybı veya fırsat maliyeti ise $v_j^- = g_j^-(\beta_j, L_j, q_j)$ olacaktır.

Bilinmeyen talep miktarları bir $(\Omega, F, \wp)$ olasılık uzayında ölçülebilir $\mathbf{D} : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^m$ bir rassal değişken olsun. Rassallığı hesaba katabilmek için senaryo tabanlı bir yaklaşım seçilmiştir. Taleplerin olasılık dağılımlarının sonlu sayıda realizasyonun $\Omega = \{1, 2, \dots, S\}$ olduğu ve bu realizasyonlara karşılık gelen olasılıkların sırasıyla $P = \{p_1, p_2, \dots, p_S\}$ olsun, öyle ki $p_s \geq 0$ ve $\sum_{s \in \Omega} p_s = 1$. Olasılık değeri p_s senaryo için karar verici açısından olabirliğini yansıtmaktadır. Her bir senaryo $s \in \Omega$ talep vektörünün belli bir gerçekleşmesine karşılık gelir. Burada d_{js} , s senaryosu altında j talebidir, ve üç rastsal değişken tarafından tanımlanmaktadır. Sırasıyla bant genişliği, kontrat süresi ve hizmet kalitesi gereksinimidir.

$$D(s) = D_s = (d_{1s}, d_{2s}, \dots, d_{ms}) \quad (2.8)$$

$$d_{js} = (\beta_{js}, L_{js}, q_{js}) \quad \forall j \in J_s \quad \forall s \in \Omega \quad (2.9)$$

Bu tez çalışmasında rassal talebin gerçekleşmesinden önce IO, BP tedarikçilerinden kapasite satın alacaktır, yani burada-ve-şimdi politikası uygulanacaktır. Tabi ki müşteri talepleri gerçekleştikten sonra alınan kapasitenin fazla ya da yetersiz olduğu ortaya çıkacaktır. Bu durumda her bir senaryo için $s \in \Omega$ düzeltici veya yardım edici (recourse) kararlar alınır.

Modellemede kullanılacak karar değişkenleri kesişmeyen yani ayrık iki kümeye ayrılabilir.

- $x \in \mathbb{Z}_+^n$ bütün senaryolardan bağımsız ilk-evre karar değişkenleri vektörüdür. Diğer bir değişle, $s \in \Omega$ senaryolara duyarsızdır. Pozitif tam sayılar olarak tanımlansa da, bir omurga tedarikçisinden ya kapasite alınacak ya

da alınmayacaktır (sadece sabit fiyatlandırma modeli için) dolayısı ile bu değişkenler ikilidir $x_i = \{0,1\}$. Burada, x_i , x vektörünün bir bileşenini göstermektedir.

- $y \in \mathbb{R}_+^m$ senaryo bağımlı ikinci-evre karar değişkenleri vektörüdür. Bu değişkenler senaryo gerçekleştikten sonra nihayetinde alınmak zorunda kalınan düzeltme kararlarını ifade etmektedir. Bu tezde iki tip düzeltici karar değişkeni kullanılacaktır. Bunlardan ilki senaryo s gerçekleştikten sonra talebin $j \in J_s$ ne kadarının karşılanıp karşılanmayacağına karar vermek için kullanılacak değişken y_{js} . Diğer ikinci-evre karar değişkeni ise karşılanmasına karar verilen talebin hangi kapasiteden ya da kapasitelerden karşılanacağına y_{ijs} yönelik değişkendir. Görüldüğü gibi bu iki değişken bir biriyle ilişkilidir; $y_{ijs} \leq y_{js}$ yani ancak karşılanmasına karar verilen bir talep belli bir kapasite üzerinden tamamlanabilir.

Yukarıda yapılan tanımlama ve değişkenler ışığında, telekomünikasyon IO'su için oluşan maliyetler sırasıyla ilk evrede belirlenecek omurgalardan kapasite satın alma maliyeti ve senaryolara bağlı oluşacak talep karşılamamaktan kaynaklanan fırsat maliyetidir. Aracının kazancı ise karşılanan taleplerden elde edilen kazançtır. Sonuç olarak en büyüklenmeye çalışılan amaç fonksiyonu senaryolara bağlı olarak beklenen değeri hesaplanmış ikinci-evre kazanç ve maliyetleri artı ilk evrede oluşan kapasite satın alma maliyetidir.

Aşağıda sabit fiyatlandırma modelinin kurulmasında kullanılacak parametreler ve karar değişkenleri listelenmiştir. Modelin sunulup kısıtların tartışılmasından önce ise bu model ve ileride analiz edilecek diğer fiyatlandırma modelleri içinde geçerli olacak önemli kabuller listelenmiştir. Ardından model detayları ile birlikte sunulmuştur.

Problem Parametreleri:

I : Omurga tedarikçilerinin kümesi

Ω : Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi

J_s : $s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi

p_s : s senaryosunun gerçekleşme olasılığı

$\beta_{i,max}$: i .omurga tedarikçisinden alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı

O_i : i .omurga tedarikçisinin QoS düzeyi

q_{js} : j .talebinin s senaryosu altında QoS düzeyi isteği

β_{js} : s senaryosu altında j .talebin bant genişliği miktarı

C_i : i .omurgadan $\beta_{i,max}$ kadar kapasite satın almanın maliyeti

v_{js}^+ : s senaryosu altında j .talebini karşılamaktan dolayı elde edilen kazanç

v_{js}^- : s senaryosu altında j .talebini karşılamamaktan dolayı oluşan fırsat maliyeti

Problem Karar Değişkenleri:

$$x_i = \begin{cases} 1, & i.\text{omurga tedarikçisinden kapasite satın alınırsa} \\ 0, & \text{Diğer durumlarda} \end{cases}$$

y_{js} : s senaryosu altında j .son kullanıcı kapasite talebinin karşılanma oranı

y_{ijs} : s senaryosu altında j . son kullanıcı kapasite talebinin i .omurgadan karşılanma oranı

Modelin kurulması sırasında yapılan önemli varsayımlar aşağıdaki gibidir.

○ Aracı firmanın riskten kaçan veya risk arayan değil de risk nötral bir oyuncudur.

Modelin kurulması sırasında yapılan ikinci varsayım ise kar en büyükleme problemi sadece bir dönem için çözülmüştür, ve son kullanıcı taleplerini her senaryoda bir birine ve periyodun uzunluğuna eşittir $L_{js} = L_i = L \forall i \in I, \forall j \in J_s, \forall s \in \Omega$.

○ Bütün senaryolar $s \in \Omega$ altındaki son kullanıcı sayısı eşittir $|J_s| = |J| \forall s \in \Omega$ ve önceden bilinmektedir. Ayrıca sadece bu fiyatlandırma modelinde geçerli olacak olan son kullanıcıların QoS gereksinimlerinin ve her son kullanıcıdan istenen birim bant genişliği ücretlerinin senaryolardan bağımsız olmasıdır.

○ IO son kullanıcıları hacim bazlı fiyatlandırma ile ücretlendirmektedir. Yani $v_{js}^+ = \beta_{js}u_j^+$, burada u_j^+ birim bant genişliğini j son kullanıcıya satmaktan dolayı elde edilen gelirdir ve bir önceki kabulde belirtildiği gibi senaryolardan bağımsızdır. Ek olarak, talep edilen kadar bant genişliğinin sağlanmamasından dolayı oluşan fırsat maliyeti de v_{js}^- 'de $v_{js}^- = \beta_{js}u_j^-$ şeklinde olduğu yani bant genişliği ile doğru orantılı olduğu kabulüdür. Burada u_j^- , j talebi için oluşan birim fırsat maliyetini göstermekte ve yine senaryolardan bağımsız olduğu kabul edilmektedir. Bu kabuller sayesinde piyasadaki fiyatların önceden bilindiği düşünülmektedir. İleriki modellerde bu kabuller kaldırılıp sonuçlar kıyaslanacaktır. Son olarak $u_j^+ > u_j^-, \forall j \in J_s$ sağlandığına dikkat edilmelidir.

○ Son kullanıcılar talepleri ne oranda karşılanırsa karşılansın, IO'dan kapasite satın almayı kabul etmektedirler.

Stokastik Programlama (RP) için Matematik Model: Modelin amaç fonksiyonu (2.10) kazançlardan ve fırsat maliyetlerinden oluşan bileşenlerin beklenen değerlerinin hesaplanması ve bundan ilk evrede oluşan kapasite satın alma maliyetinin çıkarılması ile elde edilmektedir. IO'nun karar vericisinin herhangi bir son kullanıcı talebinin tamamen karşılamaması durumunda; yani talep edilenden daha az bant genişliği sağlanması halinde “bant genişliği alçaltılması (Bandwidth degraation)” olarak bilinen durum gerçekleşecektir. Bu durum amaç fonksiyonuna fırsat maliyeti olarak yansıtılmıştır. Genelde, son kullanıcılar belli bir alçaltılmanın üstündeki bant genişliği düşüşlerine çok hassas değildir; fakat sunulan formülasyonda ise talep edilen kapasitenin altındaki her durumda maliyet oluşmaktadır, ve doğrusal olarak artmaktadır. Oluşan birim fırsat maliyetlerinin ölçülmesi oldukça güç olduğundan birim kazanç ve birim kapasite maliyetine göre düşük olduğu varsayılp sayısal analizler bu durumdaki senaryolar altında incelenecektir. Bir sonraki bölümde ise maliyetlerin bulanık olması durumu incelenecek olması teze özgün bir değer kazandıracaktır. Satın alınan kapasitenin satılması sonucu oluşan birim kazançlarında doğrusal olarak artması IO'nun son kullanıcıları hacim bazlı fiyatlandırma ile ücretlendirdiği gerçeğini göstermektedir. Son olarak BP'lerin uyguladığı fiyatlandırma sabit fiyatlandırmadır ve ilk evre maliyetini oluşturmaktadır ve geçteki bütün senaryolardan bağımsızdır.

$$\begin{aligned}
 \text{Maksimum : } & \underbrace{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^+ y_{js}}_{\text{beklenen kazanç değeri}} - \underbrace{\sum_{i \in I} x_i C_i}_{\text{kapasite satın alma maliyeti}} - \underbrace{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^- (1 - y_{js})}_{\text{beklenen fırsat maliyeti}} \\
 & \hspace{15em} (2.10)
 \end{aligned}$$

Denklem 2.11' sayesinde bir BP'den kapasite satın alınmış ise son kullanıcı talepleri bu kapasiteye atanabilmektedir. Aynı şekilde, herhangi bir senaryo altında satın alınmış bir kapasiteye atanan toplam taleplerin büyüklüğü her bir omurgadan satın alınan bant genişliğinden büyük olmaması gerektiği yine bu kısıtla garanti altına alınmaktadır. Bu kısıttaki önemli bir varsayım tüm BP'lerin satın alınan kadar kapasiteyi tam olarak sağlamasıdır; yani BP'ler bantgenişliği azaltmasına gitmemekte ya da daha önemlisi hiçbir BP'nin alt yapı sorunlarından dolayı kapasite kayıpları yaşamamasıdır. Bu kabul ileriki fiyatlandırma modellerinde daha gerçekçi hale getirilerek kapasite kayıpları modellemeye entegre edilecektir.

$$\sum_{j \in J} y_{ijs} \beta_{js} \leq x_i \beta_{i,max} \quad \forall s \in \Omega, \quad \forall i \in I \quad (2.11)$$

Kısıt kümesi **2.12**, QoS kısıtlarını göstermektedir. Bu denklemler sayesinde, herhangi bir senaryo altında bir son kullanıcı talebinin bir omurga üzerinden sağlanabilmesi için talebin QoS isteği ile omurganın sağladığı QoS'in uyumu sağlanmaktadır. Uyuşmanın tanımını bir önceki kabulleri de hatırlatarak söyle yapabiliriz: BP'lerin sağladığı QoS O_i ; gecikme σ_i , seğirme δ_i ve paket kayıplarının α_i bir fonksiyonu $O_i = f(\sigma_i, \delta_i, \alpha_i)$ olarak yazılabilir. Aynı şekilde herhangi bir son kullanıcının, bir senaryo altındaki QoS gereksinimi q_{js} ; gecikme σ_{js} , seğirme δ_{js} ve paket kayıplarının α_{js} bir fonksiyonu $q_{js} = f(\sigma_{js}, \delta_{js}, \alpha_{js})$ olarak yazılabilir. Bu fiyatlandırma (sabit fiyatlandırma) altında QoS kısıtları için f fonksiyonu $\mathcal{R}_+^3 \rightarrow \mathcal{Z}^+$ şeklinde tanımlanacaktır, bunun anlamı şudur gecikme, seğirme ve kayıp oranlarının negatif olmayacağı ek olarak, BP'lerin ve son kullanıcıların ayrık ve kesişmeyen QoS sınıflarına ayrılacağıdır. Omurganın daha düşük gecikme, seğirme ve kayıp oranları sağlaması QoS'nin (O_i) daha büyük bir tam sayıyla ifade edilmesini sağlayacaktır, aynı çıkarım son kullanıcı talepleri (q_{js}) için de geçerlidir. BP'lerin ve son kullanıcıları çok sayıda QoS sınıflarına ayrılması mümkün olsa da genellik kaybedilmeden bütün omurgalar ve müşteriler düşük kaliteli ($O_i = q_{js} = 1 \forall i \in I, \forall j \in J_s, \forall s \in \Omega$) ve yüksek kaliteli ($O_i = q_{js} = 2 \forall i \in I, \forall j \in J_s, \forall s \in \Omega$) olmak üzere ikiye ayrılacaktır, ve yüksek kalite isteyen son kullanıcılar sadece yüksek kalite sağlayan BP'lere atanabilmektedir.

$$y_{ijs}(O_i - q_{js}) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.12)$$

Kısıt kümeleri **2.13** ve **2.14** sırasıyla bir senaryo altında atanmasına karar verilen oran kadar son kullanıcı bant genişliği miktarının atanmasını sağlarken, diğer kısıt bu oranın hiçbir zaman biri geçmesini engellemekte yani talep edilenden daha fazlasının karşılanmasını ve atanmasını engellemektedir.

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} - y_{js} = 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.13)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.14)$$

Bu fiyatlandırma politikasında ki stokastik karma tamsayılı programlama modeli için son iki kısıt (**2.15**) ve (**2.16**) sırasıyla ikili değişken olma ve işaret kısıtlarıdır. Denklem **2.15** bir BP'den kapasite alınması veya alınmaması durumunu göstermektedir, dikkat edilmelidir ki BP ile kontrat yapılması durumunda satın alınan bant genişliği tam olarak $\beta_{i,max}$ kadar olmak zorundadır.

$$x_i \in \{0, 1\} \forall i \in I \quad (2.15)$$

$$y_{ijs}, y_{js} \geq 0 \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.16)$$

2.1.2 Ayrıştırma algoritması tasarımı

Optimizasyon problemlerinin dolayısı ile IO için sabit fiyatlandırma modelinin kurulmasında ve çözülmesindeki önemli endişelerden biri gerekli olan hafıza ve hesaplama gereksiniminin karar değişkenleri ve kısıtların artmasıyla çok hızlı bir şekilde büyümesidir. Değişkenlerin ve kısıtların sayısının artmasıyla bütün kararların aynı anda verildiği tek parça optimizasyon problemin çözülmesine dayalı klasik yaklaşım kısa sürede takip edilemez ve çözülemez hal almaktadır. Bu güçlüğü hafifletmek ve gidermek için Benders ayrıştırması gibi çok aşamalı optimizasyon algoritmaları geliştirilmiştir [131]. Geleneksel yaklaşımlardan farklı olarak, bu tür algoritmalar karar verme sürecini birçok aşamaya bölerler. Benders ayrıştırmasında ilk-aşama ana problemi karar değişkenlerinin belirli bir alt kümesi için çözülür, ve geriye kalan değişkenlerin değerleri ise ilk-evre karar değişkenleri verilerek çözülen ikinci-aşama alt problemi aracılığı ile bulunur. Eğer alt problem önerilen ilk-evre kararlarının olursuz olduğunu gösterirse, bir veya birçok kısıt oluşturularak ana probleme eklenir ve ana problem tekrar çözülür. Bu sayede küçük büyüklükteki bir seri problem tek bir büyük ölçekli problem yerine çözülerek büyük problemlerin yarattığı hesaplama karmaşıklıklarından kurtulunabilir.

Stokastik programlama modelleri özellikle stokastik tam sayılı modeller çok küçük problem setleri için bile büyük hesap karmaşıklığına sahiptir. Modeller, çok küçük sayıda senaryolar için bile büyük değişken sayısına ulaşmaktadır. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak karma tamsayılı model olan sabit fiyatlandırma problemini çözmek için yaygın olarak kullanılan Benders ayrıştırması seçilmiş ve büyük boyutlu problem setlerinde test edilmiştir.

Bu bölümün kalanında ilk olarak Benders algoritmasının genel işleyiş prensipleri açıklanacak ardından iki evreli stokastik tamsayılı model olan sabit fiyat modeline nasıl uyarlandığı açıklanacaktır. Örnek bir problemde algoritmanın adımları gösterilerek büyük problem setlerindeki performansı son alt bölümde verilerek bölüm sonlandırılacaktır.

Benders ayrıştırma algoritması stokastik programlama problemleri [132, 133] ve karma tamsayılı doğrusal olmayan programlama [134, 135] modelleri gibi belli sınıf problem tiplerinin çözülmesinde kullanılan popüler bir tekniktir. Sabit fiyatlandırma modeli için kurulmuş iki evreli stokastik matematik formülasyon karma tamsayılı bir modeldir (MIP), [136] ki notasyonlar ve [137]'deki açıklamalar kullanılarak MIP aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} \text{Minimum}_{x, y} \quad & c^T x + f^T y \\ & Ax + By \geq b \\ & y \in Y \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Eğer y olurlu bir tam sayıya ($\bar{y}$) sabitlenirse, çözülmesi gereken model:

$$\begin{aligned} \text{Minimum}_x \quad & c^T x \\ & Ax \geq b - B\bar{y} \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Bütün en küçükleme modeli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{Minimum}_{y \in Y} \left[f^T y + \text{minimum}_{x \geq 0} \{ c^T x | Ax \geq b - By \} \right] \quad (2.17)$$

Denklem (2.17)'deki iç linear problemin duali:

$$\begin{aligned} \text{maksimum}_u \quad & (b - B\bar{y})^T u \\ & A^T u \leq c \\ & u \geq 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Benders ayrıştırma algoritması çerçevesinde iki farklı problem çözülmektedir.

Bunlar sırasıyla, aşağıda belirtilen kısıtlanmış ana problem:

$$\begin{aligned} \text{Minimum}_y \quad & z \\ & z \geq f^T y + (b - By)^T \bar{u}_k, \quad k = 1, \dots, K \\ & (b - By)^T \bar{u}_l \leq 0, \quad l = 1, \dots, L \\ & y \in Y \end{aligned}$$

Burada K köşe noktalarının, L ise sınırsızlık ışınlalarının sayısını göstermektedir. Alt problemler de aşağıda belirtilmiştir:

$$\begin{aligned} \underset{u}{\text{maksimum}} \quad & f^T \bar{y} + (b - B\bar{y})^T u \\ & A^T u \leq c \\ & u \geq 0 \end{aligned}$$

Benders ayrıştırma algoritması aşağıdaki Şekil 2.2'deki gibi kodlanabilir:

```

{başlangıç atamaları}
y := olurlu bir başlangıç tam sayı değeri
LB :=  $-\infty$  {Alt Sınır}
UB :=  $\infty$  {Üst Sınır}
while  $UB - LB \geq \varepsilon$  do
    {alt problemi çöz}
     $\underset{u}{maks} \{f^T \bar{y} + (b - B\bar{y})^T u \mid A^T u \leq c, u \geq 0\}$ 
    if Sınırsız then
        sınırsızlık yönünün  $\bar{u}$  bul
        olurluluk kısıtı  $(b - B\bar{y})^T \bar{u} \leq 0$ 'nı ana probleme ekle
    else
        köşe noktası  $\bar{u}$  bul
        optimallik kısıtı  $z \geq f^T y + (b - B\bar{y})^T \bar{u}$ 'nı ana probleme ekle
         $UB := \min\{UB, f^T y + (b - B\bar{y})^T \bar{u}\}$ 
    end if
    {ana problemi çöz}
     $\underset{y}{min} \{z \mid \text{kısıtlar}, y \in Y\}$ 
     $LB := \bar{z}$ 
end while

```

Şekil 2.2: Benders ayrıştırma algoritması.

Sabit fiyatlandırma problemi için ana ve alt problemler aşağıda sunulacaktır. Modeldeki ilk evre karar değişkenleri sabitlenerek $\bar{x}_i$ alt probleme verilecek. Oluşan alt problemin çözülmesi ile elde edilen dual değişkenlerle optimallik kısıtları elde edilerek ana problem çözülecektir. Önemli bir gözlem alt problemin her zaman (her x değeri için) olurlu olduğudur. Dolayısı ile olurluluk kısıtlarının ana probleme eklenmesine gerek yoktur.

Kolaylık ve notasyonda tutarlılık olması açısından en büyükleme problemi negatif en küçükleme problemi haline getirilerek alt ve ana problemler sabit fiyatlandırma formülasyonu için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Alt problem:

$$t^* = \text{Minimum} : - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^+ y_{js} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^- (1 - y_{js}) \quad (2.19)$$

$$\text{Kısıtlar} : \sum_{j \in J_s} y_{ijs} \beta_{js} \leq \bar{x}_i \beta_{i,max}, \forall i \in I, \forall s \in \Omega \quad (2.20)$$

$$y_{ijs}(O_i - q_{js}) \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.21)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} - y_{js} = 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.22)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.23)$$

$$y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.24)$$

Denklerler (2.19) ile (2.24) arasında sunulan alt problem önceden tartışılan ikinci evre modelini $Q(\cdot)$ oluşturmaktadır. Burada amaç gelirin ve ikinci evre maliyetlerin toplamının beklenen değerinin en küçüklenmesidir. Burada x 'in bir karar değişkeni değil bir sabit olduğuna dikkat edilmeli ve oluşan modelin doğrusal programlama modeli olduğu görülmelidir.

Ana problem:

$$z^* = \text{Minimum:} \sum_{i \in I} x_i C_i + t \quad (2.25)$$

Kısıtlar:

$$t \geq \sum_{i \in I} \sum_{s \in \Omega} \varphi_{is} \beta_{i,max} x_i + \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} \xi_{ijs} \quad (2.26)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \forall i \in I \quad (2.27)$$

Denklem 2.25 ile 2.27 arasında gösterilen ana modelde amaç fonksiyonu ilk evre kapasite maliyeti ile ikinci evre kazancı ve maliyetlerinin beklenen toplamından oluşturmaktadır. Kısıt kümesi (2.26) ile belirtilen optimallik kesimini belirtmektedir. Bu kısıtta belirtilen φ_{is} değişken (2.20) kısıtına karşılık gelen dual değişkendir, ξ_{ijs} ise (2.23) denkleminde karşılık gelen dual değişkenlerdir.

Ayrıştırma algoritmasının çalışma prensiplerini göstermek amacıyla omurga sayısının 2, son kullanıcı sayısının 5 ve senaryo sayısını 2 olduğu bir örnek çözülecektir. Modelin girdileri Çizelge 2.1 ve Çizelge 2.2 gösterilmiştir.

Başlangıç Atamaları: $\mathbf{x} := \{0,0\}$, $t = -\infty$, $\varepsilon = 0.000001$

İterasyon 1:

Alt Problemi $\mathbf{x} := \{0,0\}$ için çöz.

Çizelge 2.1: Son kullanıcı parametreleri.

parametre	Son Kullanıcı İndisi J	Senaryo İndisi S	
		1	2
v_{js}^+	1	78.4505	69.0189
	2	73.7941	80.5553
	3	72.9312	115.156
	4	47.8647	70.0396
	5	86.0264	77.2924
v_{js}^-	1	4.24755	3.73689
	2	2.39319	2.61246
	3	3.89514	6.15032
	4	4.76006	6.96532
	5	1.58016	1.41973
β_{js}	1	6.13216	5.39493
	2	4.23005	4.61762
	3	4.55262	7.18846
	4	3.82364	5.59507
	5	5.91154	5.31136
q_{js}	1	2	2
	2	2	2
	3	2	2
	4	1	1
	5	1	1
p_s	****	0.437267	0.562733

Çizelge 2.2: Omurga parametreleri.

parametre	Omurga İndisi I	
	1	2
C_i	59.5222	312.087
$\beta_{i,max}$	10.7959	13.0128
O_i	2	2

sonuç: $y_{ijs} = 0, y_{js} = 0 \forall i \in I, \forall j \in J, \forall s \in \Omega$ ve $t^* = 19.1318$

$t^* - t \geq \varepsilon$ olduğundan optimallik kısıtı'nı (2.28) Ana modele ekle.

$$t \geq \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^2 \varphi_{is} \beta_{i,max} x_i + \sum_{j=1}^5 \sum_{s=1}^2 \xi_{ijs} \quad (2.28)$$

Ana Modeli (2.28) kısıtı ekleyerek çöz.

sonuç: $\mathbf{x} := \{1, 0\}$ ve $t = -175.313$

İterasyon 2:

Alt Problemi $\mathbf{x} := \{1, 0\}$ için çöz.

sonuç: $y_{121} = 1, y_{131} = 1, y_{151} = 0.340559, y_{122} = 1, y_{132} = 0.859472, y_{21} = 1, y_{31} = 1, y_{51} = 0.340559, y_{22} = 1, y_{32} = 0.859472$, diğer değişkenler 0 ve $t^* = -166.2933286$.

$t^* - t = 9.01933167 \geq \varepsilon$ olduğundan optimallik kısıtı'nı (2.29) ana modele ekle.

$$t \geq \sum_{i=1}^2 \sum_{s=1}^2 \varphi_{is} \beta_{i,max} x_i + \sum_{j=1}^5 \sum_{s=1}^2 \xi_{ijs} \quad (2.29)$$

Ana Modeli (2.28) ve (2.29) kısıtı ekleyerek çöz.

sonuç: $\mathbf{x} := \{1, 0\}$ ve $t = -166.2933286$

İterasyon 3:

Alt Problemi $\mathbf{x} := \{1, 0\}$ için çöz.

sonuç: $y_{121} = 1, y_{131} = 1, y_{151} = 0.340559, y_{122} = 1, y_{132} = 0.859472, y_{21} = 1, y_{22} = 1, y_{31} = 1, y_{32} = 0.859472, y_{51} = 0.340559$ diğer değişkenler 0 ve $t^* = -166.2933286$.

$t^* - t = 0 \leq \varepsilon$ olduğundan algoritma durur. Optimal çözüm yukarıdaki gibidir ve optimal amaç fonksiyonu değeri $z^* = -106.771$ 'dir.

Bir sonraki alt bölümde daha ayrıntılı analizleri sunmadan önce ayrıştırma algoritmasının performansını test etmek amacıyla, rassal olarak oluşturulan 10 tane problem seti Benders ayrıştırması ve dal-sınır ve kesme düzlemi (cutting plane) gibi standart yöntemlerle çözülmeye çalışılacak ve performanslar kıyaslanacaktır. Oluşturulan problemlerin büyüklüğü $|I| = 100$, $|J| = 250$ ve $|\Omega| = 50$ şeklindedir. Bunun anlamı, kısaca 100 adet ikili (binary) birinci evre karar değişkeni ve $100 \times 250 \times 50 = 1250000$ adet sürekli ikinci evre değişkeninin olması demektir. Üretilen bütün problemlerde son kullanıcıların talebi β_{js} normal dağılım kullanılarak oluşturulmuştur.

Çizelge 2.3 bütün problem setleri için alt sınır t (LB) ve üst sınır t^* (UB) arasındaki farkın $t^* - t$ (GAP) her bir iterasyonda nasıl değiştiğini göstermektedir. Az sayıda bir iterasyondan sonra, GAP 0 değerine ulaşmakta ve optimal çözüm yakalanmaktadır.

Benders ayrıştırmasının ve standart yöntemin yani problemin ayrıştırılmadan çözülmeye çalışılmasının performanslarının kıyaslanması Çizelge 2.4'de verilmiştir. Bu analizler sırasında oluşturulan veri setlerinin koşumu Pentium Centrino 2.67 GHz, 2 GB RAM ve Windows işletim sistemi altında CPLEX 11.2.1 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Koşumlar sırasında 10000 saniye beklenmiş eğer optimal çözüme ulaşılmamışsa koşum sonlandırılmıştır. Koşumların optimal çözüm bulunmadan sonlanmasının diğer bir nedenide CPLEX programının "run out of memory" yani bilgisayar hafızasının modeli çözecek kadar yerinin kalmamasıdır. Karşılaşılan bu durum Çizelge 2.4'de ROM olarak belirtilmiştir. Bütün problem setlerinde Benders ayrıştırması makul bir süre içerisinde en iyi çözümü bulurken

Çizelge 2.3: LB ve UB arasındaki farkın (GAP) değişimi

iterasyon #	0.dat	1.dat	2.dat	3.dat	4.dat
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	5199.43	4804.53	5104.58	5059.09	5313.42
3	943.76	341.00	405.02	482.43	658.46
4	137.64	4.25	15.56	14.50	80.05
5	16.63	0.31	1.58	2.40	14.82
6	3.13	0.00	0.30	0.25	2.06
7	0.00	***	0.00	0.00	0.00
iterasyon #	5.dat	6.dat	7.dat	8.dat	9.dat
1	∞	∞	∞	∞	∞
2	5690.56	4835.22	4732.00	5090.24	5060.48
3	855.03	442.36	483.96	653.74	663.60
4	73.94	38.07	25.48	45.03	74.48
5	4.26	5.46	1.28	0.49	18.68
6	0.00	0.53	0.00	0.00	1.57
7	***	0.00	***	***	0.00

standart yöntem hiçbir problemi çözmemiştir. Buda seçilen metodolojinin güvenilirliğini ve doğruluğunu onaylamaktadır.

Çizelge 2.4: Benders ayrıştırma algoritmasının performansı

Problem ismi	Benders algoritması Çözüm (CPU) süresi	standart yöntem Çözüm (CPU) süresi
0.dat	446.30	ROM
1.dat	346.89	ROM
2.dat	426.60	ROM
3.dat	432.87	ROM
4.dat	465.75	>10000
5.dat	341.66	ROM
6.dat	464.33	ROM
7.dat	357.12	ROM
8.dat	400.72	>10000
9.dat	469.62	>10000

2.1.3 Sayısal analizler ve sonuçlar

Bu bölümde bir önceki bölümde tartışılan sabit fiyatlandırma politikası için stokastik programlama modeli (RP) Benders ayrıştırma algoritması kullanılarak çeşitli senaryolar altında çözülecektir. Bu senaryolar oluşturulup çözülürken çeşitli problem parametrelerinin model yapısına ve çözüme etkisi hem teorik olarak (koşum süresi, iterasyon sayısı vb.) hem de yönetsel anlamda (net kar, kapasite kullanım oranı vb.) irdelenmeye çalışılmıştır.

Bu bölümde yürütülecek sayısal analizler için kullanılacak problem listelerinin kümesi Çizelge 2.5’de verilmiştir. Çizelgeyi kısaca açıklamak gerekirse, belirtilen problem kümesinden örneğin bant genişliği olasılık dağılımı test etmek amacıyla

4 seviye seçilmiştir yani son kullanıcıların bant genişliği istekleri normal, düzgün, binom ve kesikli dağılımdan üretilmiştir. Her bir seviye için birbirinden bağımsız 10 adet problem hazırlanmış toplamda $4 \times 10 = 40$ senaryo çözülmüştür. Olasılık dağılımının tipi değiştirilirken problemde yer alan diğer bütün parametreler son kullanıcı, BP sayısı gibi sabit tutulmuştur. Çizelgede belirtilmeyen bir diğer analizde, amaç fonksiyonundaki birim gelir ve giderlerin küçük oranlarda artmasının ve azalmasının problem performansına etkisi de duyarlılık analizleri ile incelenmiştir. IO için kar en büyükleme problem şimdi-ve-burada olarak

Çizelge 2.5: Sabit fiyatlandırma için test kümeleri

Problem kümesi	Seviye sayısı
BP sayısı	4
Son kullanıcı sayısı	3
Senaryo sayısı	4
Varyans düzeyi	5
Bant genişliği olasılık dağılımı	4
QoS dağılımı	3
Toplam	230

adlandırılan yapıya uymaktadır, yani hangi BP'lerden kapasite satın alınacağına son kullanıcı talepleri belli olmadan karar verilmelidir. Bu modelin diğer adıyla RP'nin çözümü optimal değeri z_{RP}^* ile tanımlansın. Tanımlanan RP modelinin Benders ayrıştırmasında da tartışıldığı gibi ikinci evresinin birinci evrede alınan kararlar ne olursa olsun her zaman olurlu olduğu gözlenmektedir. Bu durum basit düzeltme olarak bilinmektedir.

Stokastik programlamada önemli bir konu, ne zaman stokastik programlama modelinin (RP) çözülmesinin ne zaman ve hangi durumlarda ise daha basit modelin çözülmesinin yeterli olduğuna karar verebilmektir [138]. Genellikle çözülmesi daha kolay olan deterministik versiyon çoğunlukla modeldeki tüm rassal değişkenleri beklenen değerleri ile yer değiştirmesi ile elde edilen modeldir. Bazı durumlarda ise bir çok senaryo ayrı ayrı ve bağımsız olarak çözülmektedir. Sonuç olarak, belirtilen daha basit yöntemlerin ne zaman stokastik programlama modellerinde iyi sonuçlar (optimale yakın) verdiğini hesaplamak gerekmektedir [138]. Bu yaklaşımların etkinliği hesaplamak için belirsizliğin etkisini ölçen iki önemli parametre tanımlanmıştır: mükemmel bilginin beklenen değeri (EVPI) ve stokastik çözümün değeri (VSS). Bu istatistikler tezin geri kalanında sıklıkla kullanılacaktır.

Mükemmel bilginin beklenen değeri (EVPI): Bir rassal değişkenin değerinin, kararlarını vermeden önce öğrenmek için karar vericinin ödemek isteyeceği en yüksek değeri göstermektedir [89, 98]. Eğer son kullanıcı talepleri önceden bilinsaydı, IO gerektiği kadar kapasiteyi BP'lerden satın alarak atıl ve karşılanamayan talepleri en optimal düzeye indirgeyecektir. Maksimizasyon problemlerinde, EVPI değeri RP modelinin ve bekle-ve-gör modelinin (WS) sonuçlarının karşılaştırılması ile bulunmaktadır. WS modeli şu şekilde tanımlanmaktadır: her bir senaryo gerçekleşdikten sonra IO'nun karar vermesi sonucu oluşan optimal sonuçların bu senaryoların gerçekleştirme olasılıkları ile çarpılıp toplanması sonucu bulunan optimal değerdir. EVPI'nin hesaplanması için gerekli olana algoritma adımları aşağıda açıklanmıştır.

Adım 1: Her bir senaryo için $s \in \Omega$ bekle-ve-gör modeli çözülür. z_{WS}^s s senaryosu altında optimal çözümü göstermek üzere, IO'nun kararları talepler belli olduktan sonra alması neticesinde elde edilir.

Adım 2: Bekle-ve-gör sonuçlarını kullanmanın optimal değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$z^{WS} = \sum_{s \in \Omega} p_s z_{WS}^s \quad (2.30)$$

Adım 3: EVPI değeri denklem 2.31 kullanılarak hesaplanır. Burada z^{RP} , RP modelinin optimal çözümü göstermektedir.

$$EVPI = z^{WS} - z^{RP} \quad (2.31)$$

EVPI, gelecek hakkında tam bir bilgiye sahip olmak için ne kadar ödenmesinin mantıklı olduğu konusunda bilgi vermektedir. Yüksek değerdeki EVPI, rassal değişken hakkında bilgi almanın gereksiz olduğunu göstermektedir. Bu durumda stokastik modelin çözülmesi tercih edilir [138].

Stokastik çözümün değeri (VSS): VSS karar verirken belirsizliğin göz ardı edilmesinin maliyetini ölçen bir istatistiktir [89]. Telekom IO'su, stokastik modelin daha kolay olan versiyona göre çözülmesinin net karda meydana getireceği olası artışı öğrenmek isteyebilir. Burada daha kolay versiyon olarak adlandırılan model, beklenen değer problemi EV'dir. EV bütün rassal değişkenlerin beklenen değerleri ile değiştirilmesi ile elde edilen modeldir. EV modeli çözülüp optimal çözümlerin (hangi BP'den ne kadar kapasite alınacağı) RP modelinde yerine konulması ile elde

edilen model ise EEV modelidir. VSS , RP ve EEV modellerini karşılaştıran bir ölçüdür [138].

Bu tezde VSS şu şekilde hesaplanmaktadır.

Adım 1: Bütün rassal değişkenlerin beklenen değerleri hesaplanır.

$$\begin{aligned}\beta_j &= \sum_{s \in \Omega} p_s \beta_{js} \quad \forall j \in J_s \\ v_j^+ &= \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}^+ \quad j \in J_s \\ v_j^- &= \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}^- \quad j \in J_s \\ q_j &= \left[\sum_{s \in \Omega} p_s q_{js} \right] \quad j \in J_s\end{aligned}$$

Adım 2: $\beta_{js} \leftarrow \beta_j$, $v_{js}^+ \leftarrow v_j^+$, $v_{js}^- \leftarrow v_j^-$, $q_{js} \leftarrow q_j$, $\forall s \in \Omega$ için WS modelinde sabitlemesi ile elde edilen deterministik model EV modeli olarak adlandırılır.

Adım 3: Adım 2’de oluşturulan EV modeli çözülür. EV modelinin optimal çözümü (x_{EV}) hangi BP’lerden kapasite satın alacağını göstermektedir. IO, bu adımın çözümüne göre son kullanıcı talepleri gerçekleşmeden önce kapasite satın alır.

Adım 4: x_{EV} vektörü RP modelinde denklemler (2.10, 2.11) yerine konularak EEV modeli oluşturulmuş olur. Bu modelin çözülmesi ile elde edilen çözümün optimal değeri z^{EEV} ’dir. Bu adımda, IO hali hazırda satın aldığı kapasiteyi elinden geldiği en etkin şekilde kullanmaya çalışmaktadır.

Adım 5: RP ve EEV modellerinin optimal değerleri arasındaki fark VSS’dir.

$$VSS = z^{RP} - z^{EEV} \quad (2.32)$$

Modeller arasındaki göreceli fark $(z^{RP} - z^{EEV}) / z^{EEV}$ önceden belirlenmiş bir sınır değeri ε ’nin altında ise sadece EV modelini çözmek yeterli olacaktır. Çünkü, EV modeli stokastik programlama modeline (RP) iyi bir şekilde yakınsamaktadır ve RP yerine kullanılabilir.

EVPI, VSS bu tezin tümünde (bütün fiyatlandırma politikaları ve bulanık stokastik programlama bölümünde) kullanılacak birincil performans istatistikleridir. IO için beklenen net kazanç birincil önem arz etse de, kapasite kullanım oranı, bazı taleplerin tam karşılanamamasından dolayı oluşan fırsat maliyeti ve beklenen talep karşılama oranı gibi ikincil istatistiklerinde yaklaşımları karşılaştırmak açısından

hesaplanmasında fayda vardır. Bu doğrultuda sabit fiyatlandırma modeli ve diğer modellerde kullanılabilecek önemli performans çıktılarının matematiksel tanımları aşağıda verilmiştir.

$$\text{Beklenen Toplam Kazanç}(ETR) = \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}^+ y_{js}^* \quad (2.33)$$

$$\text{Kapasite Satın Alma Maliyeti}(CLC) = \sum_{i \in I} x_i^* C_i \quad (2.34)$$

$$\text{Beklenen Toplam Fırsat Maliyeti}(ERC) = \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}^- (1 - y_{js}^*) \quad (2.35)$$

$$\text{Beklenen Kapasite Kullanım Oranı}(ECUP) = \frac{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \beta_{js} y_{js}^*}{\sum_{i \in I} x_i^* \beta_{i,max}} \quad (2.36)$$

$$\text{Beklenen Talep Karşılama Oranı}(EDFR) = \frac{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \beta_{js} y_{js}^*}{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \beta_{js}} \quad (2.37)$$

Yukarıdaki denklemlerde x_i^*, y_{js}^* optimal çözüm değerlerini göstermektedir.

Yapılan analizlerin ana amaçları sırası ile; belirsizliğin etkisini ölçmek için kullanılan değerler (EVPI ve VSS) ile olasılık dağılımı arasındaki ilişkiyi, bant genişliği talebinin standart sapması (σ) arasındaki ilişkiyi, son kullanıcı sayısı ($|J|$) arasındaki ilişkiyi ve senaryo sayısı ($|S|$) arasındaki ilişkiyi irdelemektir. Bu hesaplamalarının yapılmasının ardındaki sebep hangi durumlarda stokastik programlama modelinin(RP) ve hangi durumlarda daha basit model olan beklenen değer modelinin (EEV) çözülmesinin daha çekici olduğunu analiz etmektir. Bütün sayısal analizler sırasında oluşturulan veri setlerinin koşumu Pentium Centrino 2.67 GHz, 2 GB RAM ve Windows işletim sistemi altında CPLEX 11.2.1 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

- Omurga sayısının (BP) sabit fiyatlandırma modeline etkisinin analizi: Değişen BP sayısının ($|I|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 4 ayrı BP sayısı seviyesi (25, 50, 100, 200) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet problem seti oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6 varyansı (σ_{js}^2) 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. BP'lerin kapasiteleri ise sürekli düzgün dağılımdan ($\beta_{i,max} \sim U(50, 70)$) 50-70 arasında ortalaması 60 olacak şekilde senaryolar oluşturulmuştur. Bu testler yapılırken, son kullanıcı sayısı $|J|$ ve senaryo sayısı $|S|$ sırasıyla 200 ve 50 sabitlenmiştir. Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı $[0,1]$ arasındaki sürekli

düzgün dağılımdan üretilmiş, ardından bu olasılıklar normalize edilmiştir. BP'lerin ve son kullanıcıların QoS seviyeleri ise, 0.5 olasılıklar “2” ve 0.5 olasılıkla “1” değeri alacak şekilde rassal olarak oluşturulmuştur.

Çizelge 2.6’de RP, EEV ve WS modelleri için 10 problem kümesinin ortalaması alınarak hesaplanan: beklenen net kar değerleri (ENR diğer bir değişle, z^{RP}, z^{EEV}, z^{WS}) ve ETR, CLC ve ERC değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 2.6: Sabit fiyatlandırma için değişen BP sayısının etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(25, 200, 50)	RP	3842.62	11456.66	7381.24	232.80
	EEV	3842.62	11456.66	7381.24	232.80
	WS	3844.52	11417.33	7336.80	236.00
(50, 200, 50)	RP	6367.75	14923.05	8487.76	67.54
	EEV	6363.73	14974.24	8544.22	66.28
	WS	6381.43	15011.96	8566.91	63.62
(100, 200, 50)	RP	7993.80	16190.07	8185.72	10.55
	EEV	7980.65	16339.72	8354.03	5.04
	WS	8038.22	16276.06	8230.69	7.14
(200, 200, 50)	RP	9191.98	16359.38	7163.04	4.37
	EEV	9186.27	16406.19	7216.70	3.22
	WS	9257.06	16433.97	7174.63	2.29

Artan BP sayısı ile birlikte son kullanıcı sayısı eşit kalmasına rağmen ENR değerleri tüm model tiplerinde artmaktadır. Taleplerin tam olarak karşılanamamasından dolayı oluşan ERC maliyeti ise BP sayısının talep sayısına oranla çok az olduğu durumda oldukça yüksek iken artan BP sayısı ile hızlı bir düşük göstermekte diğer maliyet bileşeni olan CLC’ye göre oldukça düşük seyretmektedir.

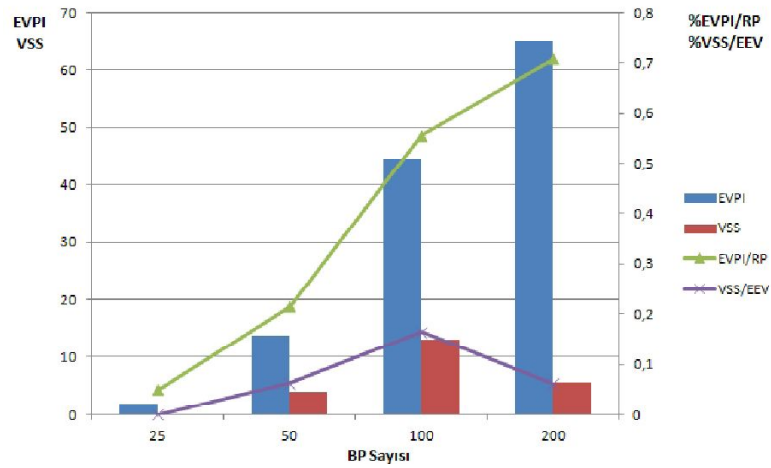
Çizelge 2.7’de CLC değişimi destekleyecek EDFR oranı 0.64’den 0.99 oranına çıkmaktadır. Bütün modellerde satın alınan kapasite %99 olarak çok etkin bir biçimde kullanılmaktadır. Koşum sürelerindeki büyümenin artan BP sayısı ile nasıl hızlı bir şekilde büyüdüğü problemin çözüm zorluğunu göstermektedir.

Şekil 2.3’de EVPI, VSS gibi RP modelinin performansını gösteren ana istatistikler sunulmuştur. Artan BP sayısı EVPI değerinin de artmasına neden olmakta yani, IO çok sayıda bant genişliği tedarikçisinin olduğu bir ortamda geleceği tam olarak tahmin etmek için daha çok değer ödemeyi göze almaktadır.

Çizelge 2.7: BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	EDFR	ECUP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(25, 200, 50)	RP	0.64	1.00	6.10	40.27
	EEV	0.64	1.00	***	4.42
	WS	0.68	1.00	***	0.74
(50, 200, 50)	RP	0.88	1.00	7.30	122.47
	EEV	0.88	1.00	***	4.80
	WS	0.88	1.00	***	0.71
(100, 200, 50)	RP	0.97	1.00	7.20	660.35
	EEV	0.99	0.99	***	7.16
	WS	0.98	1.00	***	2.14
(200, 200, 50)	RP	0.99	0.99	7.50	2912.05
	EEV	0.99	0.99	***	7.29
	WS	0.99	1.00	***	68.41

VSS/EEV oranı ise belirsizliği ihmal edip deterministik modeli çözmek yerine daha zor olan RP modelinin çözülmesinin ENR ne kadar artışa yol açacağını göstermektedir. Artan BP sayısı bu oranı artırmakta daha sonra ise azaltmaktadır.



Şekil 2.3: BP sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.

- Son kullanıcı sayısının etkisinin analizi: Artan son kullanıcı sayısının $|J|$ etkisi sabit fiyatlandırma modelinde ölçmek için 3 farklı seviye seçilmiştir. Son kullanıcı sayısının 100, 200 ve 300 olduğu tüm durumlarda senaryo ve pazardaki BP sayısı 50'ye sabitlenmiştir. Talepler normal dağılımdan üretilmiştir, ardından bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Çizelge 2.8 ve 2.9'de RP, EEV ve WS modelleri için birincil ve ikincil performans istatistikleri ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur. Artan son kullanıcı sayısı ile birlikte IO'nun karımın da arttığı görülmektedir. EDFR değerinin düşmesiyle birlikte ERC değeri artmaktadır. Koşum sürelerinde artış gözlenirse

Çizelge 2.8: Sabit fiyatlandırma için değişen son kullanıcı sayısının etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(50, 100, 50)	RP	3822.80	7888.12	4050.19	15.13
	EEV	3819.25	7939.85	4107.31	13.29
	WS	3841.57	7952.34	4097.83	12.94
(50, 200, 50)	RP	6872.45	15151.34	8213.43	65.46
	EEV	6868.49	15205.06	8273.01	63.57
	WS	6879.25	15250.50	8309.13	62.12
(50, 300, 50)	RP	7137.83	18772.09	11371.47	262.79
	EEV	7137.83	18772.09	11371.47	262.79
	WS	7138.40	18792.95	11392.30	262.26

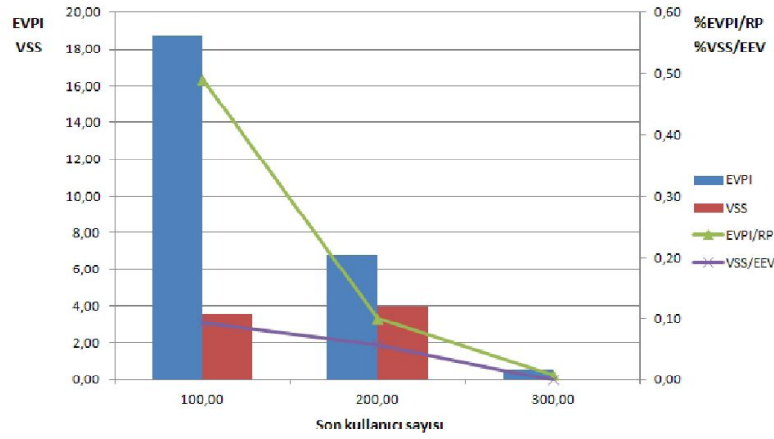
de bu artış BP sayılarındaki artışın etkisine oranla oldukça düşük kalmaktadır. Optimal çözüm bütün son kullanıcı düzeylerinde 7 iterasyon sonucunda bulunmaktadır. EEV ve WS modelleri standart tekniklerle (dal-sınır ve kesme düzlemi) çözüldükleri için iterasyon sayıları bulunmamaktadır bu belirtilen Çizelgelerde * * * ile gösterilmiştir. Değişen son kullanıcı sayısının RP,EEV

Çizelge 2.9: Son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	EDFR	ECUP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(50, 100, 50)	RP	0.94	0.99	6.70	26.63
	EEV	0.95	0.99	* * *	1.47
	WS	0.95	1.00	* * *	0.74
(50, 200, 50)	RP	0.89	1.00	7.20	127.79
	EEV	0.89	1.00	* * *	4.85
	WS	0.89	1.00	* * *	1.06
(50, 300, 50)	RP	0.70	1.00	6.80	288.95
	EEV	0.70	1.00	* * *	9.07
	WS	0.70	1.00	* * *	0.79

ve WS modellerinin kıyaslanmasına etkisi Şekil 2.4’de gösterilmiştir. Artan son kullanıcı sayısı EVPI’nin azalmasına neden olurken VSS ile doğru orantılı bir ilişkisi gözlenmemiştir. Öte yandan, artan son kullanıcı sayısı EVPI/RP ve VSS/EEV oranlarında düşüşe neden olmaktadır. IO’nun karar vericisi bu oranları kullanarak stokastik veya deterministik yaklaşımı seçebilir. Örneğin %0.1 oranını seçen karar verici için EEV modeli her zaman (bütün son kullanıcı sayılarında) RP’ye göre daha cazip olacaktır. Yani, RP modeli karda yeterli artış sağlamadığından tercih edilmeyecektir.

- Senaryo sayısının sabit fiyatlandırma modeline etkisinin analizi: Değişen senaryo sayısının etkisi $|S|$ ’ni sabit fiyatlandırma modelinde ölçmek için 4 farklı seviye seçilmiştir. Senaryo sayısının 10, 25, 50 ve 100 olduğu tüm durumlarda



Şekil 2.4: Son kullanıcı sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.

BP ve son kullanıcı sayısı sırasıyla 50 ve 200 sabitlenmiştir. Talepler normal dağılımdan üretilmiştir, ardından bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Son kullanıcı sayısı ve BP sayılarının sabit olmasından dolayı ENR değerlerinde fazla bir değişimin olmadığı Çizelge 2.10'dan görülebilir. Senaryo sayısının artmasının bir sonucu olarak problemin büyüklüğü artmakta ve koşum süreleri de büyümektedir, bu gözlem Çizelge 2.11'de sunulmuştur.

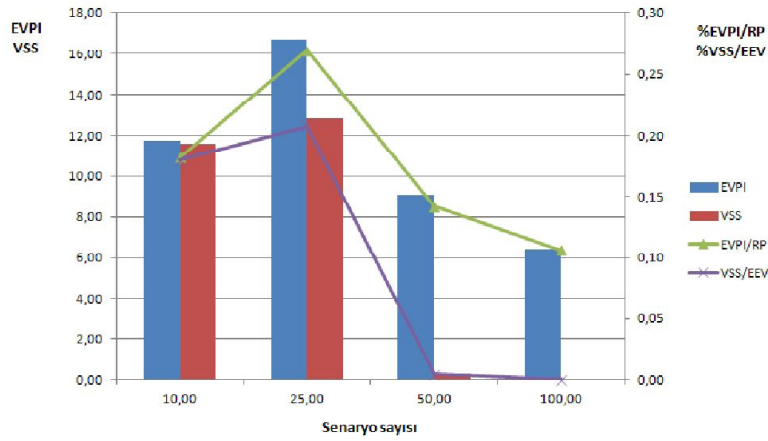
Çizelge 2.10: Sabit fiyatlandırma için değişen senaryo sayısının etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(50, 200, 10)	RP	6450.90	14994.46	8475.37	68.19
	EEV	6439.33	15164.98	8661.24	64.41
	WS	6462.64	15143.38	8616.85	63.90
(50, 200, 25)	RP	6208.18	14496.84	8207.08	81.58
	EEV	6195.33	14706.19	8435.68	75.18
	WS	6224.89	14652.24	8351.12	76.23
(50, 200, 50)	RP	6431.13	15244.13	8763.44	49.56
	EEV	6430.86	15303.36	8824.93	47.56
	WS	6440.25	15315.86	8828.08	47.53
(50, 200, 100)	RP	6053.77	14781.19	8656.45	70.97
	EEV	6053.77	14781.19	8656.45	70.97
	WS	6060.19	14838.22	8708.22	69.80

Şekil 2.5'den de görüldüğü gibi son kullanıcı bant genişliği taleplerindeki belirsizliğin göz önüne alınarak kurulan ve çözülen RP modelinin en çok avantaj sağladığı senaryo sayısı 25 olarak gözükmemektedir. Bütün senaryo düzeylerinde EVPI/RP oranının VSS/EEV oranından daha yüksek olmasından dolayı, RP modelinin çok avantajlı olmadığını görülmektedir.

Çizelge 2.11: Senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Model tipi	EDFR	ECUP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(50, 200, 10)	RP	0.88	1.00	7.80	23.11
	EEV	0.90	1.00	***	1.03
	WS	0.90	1.00	***	0.73
(50, 200, 25)	RP	0.86	1.00	7.10	51.87
	EEV	0.87	1.00	***	0.72
	WS	0.87	1.00	***	0.72
(50, 200, 50)	RP	0.90	1.00	7.60	129.10
	EEV	0.91	1.00	***	5.22
	WS	0.91	1.00	***	0.72
(50, 200, 100)	RP	0.88	1.00	7.40	367.64
	EEV	0.88	1.00	***	11.28
	WS	0.88	1.00	***	0.75



Şekil 2.5: Senaryo sayısının EVPI ve VSS'ye etkisi.

- Bant genişliği taleplerindeki varyansın etkisinin analizi: Son kullanıcı taleplerinin üretilmesi esnasında normal dağılıma uyduğu varsayımı bu analiz esnasında da korunmuş fakat değişen talep varansının etkisi sabit senaryo, BP ve son kullanıcı sayısı altında incelenmeye çalışılmıştır. Değişen varyansa rağmen, her varyans seviyesinde taleplerin ortalama değeri sabit tutulmuştur. Böylelikle BP başına düşen talep sayısı korunmuştur.

Varyans testleri 5 farklı seviyede yapılmıştır. Son kullanıcı talep varyansının 9, 7, 5, 3 ve 1 olduğu tüm durumlarda BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 50, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir. Bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu tüm varyans seviyeleri için oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Çizelge 2.12'de de görüldüğü gibi tüm modeller için en düşük karlar varyansın en küçük yani bir olduğu durumdur. Buna rağmen BP sayısı ve son kullanıcı

sayısının bütün koşumlarda eşit olmasından dolayı bütün varyans seviyelerinde IO'nun karı birbirine yakın olarak gözükmektedir. Çizelge 2.13'de ise koşul süresinin varyans azaldıkça arttığı gözlenmekle birlikte EDFR'nun %90 yakın bir oran sergilemesi pozitif bir gözlemdir.

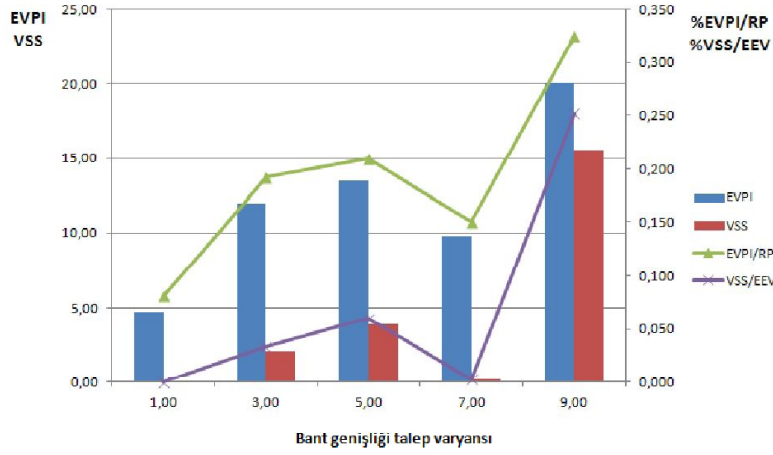
Çizelge 2.12: Sabit fiyatlandırma için değişen talep varyansının etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S , \sigma^2$)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(50, 200, 50, 9)	RP	6171.77	14159.15	7882.73	104.64
	EEV	6156.27	14309.72	8052.82	100.63
	WS	6191.81	14369.93	8081.29	96.83
(50, 200, 50, 7)	RP	6519.34	15225.06	8653.14	52.58
	EEV	6519.17	15292.34	8722.94	50.24
	WS	6529.13	15292.59	8712.55	50.91
(50, 200, 50, 5)	RP	6437.18	15227.82	8735.24	55.40
	EEV	6433.32	15282.58	8795.97	53.29
	WS	6450.64	15265.87	8759.64	55.59
(50, 200, 50, 3)	RP	6238.30	14899.60	8590.94	70.36
	EEV	6236.23	15005.68	8703.48	65.96
	WS	6250.28	15011.40	8696.49	64.63
(50, 200, 50, 1)	RP	5839.35	14368.73	8434.35	95.03
	EEV	5839.35	14368.73	8434.35	95.03
	WS	5844.07	14364.37	8424.93	95.37

Şekil 2.6 görüldüğü üzere en yüksek varyans düzeyi olan 9'da en yüksek EVPI ve VSS (%EVPI/RP, %VSS/EEV) değerleri hesaplanmıştır. Diğer bir taraftan en küçük VSS ve EVPI değerleri de en düşük varyans düzeyi olan birde gözlenmesi varyans yani diğer bir değişle belirsizlik artıkça RP modelinin yani stokastik yaklaşımın seçilmesi akıllıca görülmektedir.

Çizelge 2.13: Talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S , \sigma^2$)	Model tipi	EDFR	ECUP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(50, 200, 50, 9)	RP	0.83	1.00	7.10	77.94
	EEV	0.84	1.00	***	4.17
	WS	0.85	1.00	***	0.79
(50, 200, 50, 7)	RP	0.90	1.00	6.70	84.71
	EEV	0.90	1.00	***	5.08
	WS	0.90	1.00	***	0.75
(50, 200, 50, 5)	RP	0.90	1.00	6.90	98.81
	EEV	0.90	1.00	***	4.97
	WS	0.90	1.00	***	0.70
(50, 200, 50, 3)	RP	0.87	1.00	7.10	102.78
	EEV	0.88	1.00	***	4.92
	WS	0.88	1.00	***	0.66
(50, 200, 50, 1)	RP	0.84	1.00	6.90	142.08
	EEV	0.84	1.00	***	4.52
	WS	0.84	1.00	***	0.71



Şekil 2.6: Talep varyansının EVPI ve VSS'ye etkisi.

- Son kullanıcı bant genişliği taleplerinin olasılık dağılımlarının etkisi: Şimdiye kadar yapılan bütün testlerde son kullanıcı talepleri normal dağılımdan üretilerek koşumlar yapılmış olmasından dolayı olasılık dağılım tipinin değişmesinin sabit fiyatlandırma modelinde nasıl bir etki yarattığını ölçmek için farklı dağılımlar kullanılarak RP, EEV ve WS modelleri çözülmüştür. Testler yapılırken iki sürekli (Normal ve Düzgün) ikide sürekli olmayan (Binom ve Özel Kesikli) dağılımdan üretilmiştir. Dağılımlardan son kullanıcı talepleri oluşturulurken bütün dağılımların eşit varyans ve ortalama değere sahip olması sağlanmıştır. Özetle, bütün dağılımların ortalaması (beklenen değeri) 6 ve varyansları 3 olacak şekilde tasarlanmıştır.

Değişen talep dağılımının etkisini sabit fiyatlandırma modelinde ölçmek için, BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 100, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir ve, ardından her bir olasılık dağılımı için bağımsız ve farklı 10 adet test problemi oluşturulmuş ve çözülmüştür. Çizelge 2.14 ve Çizelge 2.15, bütün test senaryolarının koşum sonuçlarının ortalaması sunulmuştur. Son kullanıcı ve BP sayısının bütün testlerde eşit olmasından dolayı beklenen net karda büyük dalgalanmalar gözlenmemiştir. Sürekli dağılımların koşum sürelerinin, sürekli olmayan (kesikli) dağılımlara oranla daha yüksek olduğu gözlenen diğer bir sonuçtur. Şekil 2.7'de, en yüksek EVPI değerinin Normal dağılımda en yüksek VSS değerinin ise kesikli dağılımda elde edildiği görülmektedir.

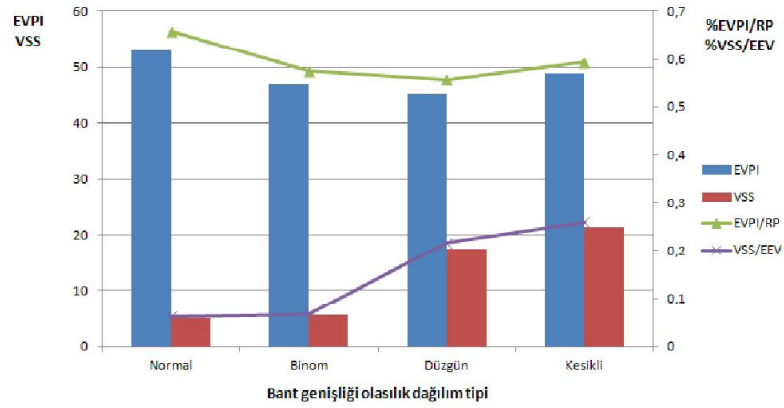
- Son kullanıcı QoS isteklerinin etkisinin analizi: Bu testlerde pazardaki son kullanıcıların QoS gereksinimlerinin değişmesinin model etkisi ölçmek

Çizelge 2.14: Sabit fiyatlandırma için talep olasılık dağılımlarının etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $, Dağılım)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(100, 200, 50, Normal)	RP	8045.69	16229.62	8179.18	4.75
	EEV	8040.68	16216.45	8169.19	6.58
	WS	8098.70	16223.66	8118.87	6.09
(100, 200, 50, Binom)	RP	8205.11	16240.08	8019.75	15.22
	EEV	8199.60	16252.91	8037.85	15.46
	WS	8252.27	16317.72	8052.26	13.19
(100, 200, 50, Düzgün)	RP	8122.10	16088.35	7952.86	13.38
	EEV	8104.59	16285.08	8174.73	5.76
	WS	8167.39	16290.74	8117.54	5.81
(100, 200, 50, Ö. Kesikli)	RP	8227.62	16199.97	7958.87	13.48
	EEV	8206.38	16438.59	8226.88	5.33
	WS	8276.47	16407.92	8124.78	6.68

Çizelge 2.15: Talep olasılık dağılımlarının performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $, Dağılım)	Model tipi	EDFR	ECUP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(100, 200, 50, Normal)	RP	0.99	0.99	8.60	661.02
	EEV	0.98	0.99	***	3.92
	WS	0.98	1.00	***	7.14
(100, 200, 50, Binom)	RP	0.97	1.00	8.00	436.56
	EEV	0.97	1.00	***	3.79
	WS	0.98	1.00	***	5.09
(100, 200, 50, Düzgün)	RP	0.97	1.00	7.60	855.79
	EEV	0.98	0.99	***	4.24
	WS	0.98	1.00	***	6.43
(100, 200, 50, Ö. Kesikli)	RP	0.97	1.00	7.50	473.75
	EEV	0.99	0.99	***	4.30
	WS	0.98	1.00	***	6.74



Şekil 2.7: Talep olasılık dağılımlarının EVPI ve VSS'ye etkisi.

amacıyla düzenlenmiştir. Şu ana kadar yapılan tüm testlerde yüksek kalite $q = 2$ ve düşük kalite $q = 1$ isteyen son kullanıcı sayılarının ortalamada eşit olduğu düşünülerek problem setleri üretilmiştir; burada sunulan analizlerde ise düşük kalite talep eden son kullanıcı sayılarının ilk başta yüksek kalite talep edenlerin

yarısı, sonra her iki müşteri tipi sayısının eşit ve son durumda ise düşük kalite talep edenlerin yüksek kalite talep edenlerin iki katı olduğu problem kümeleri oluşturulmuştur.

Test koşumları yapılırken her bir QoS düzeyinden 10 adet test kümesi üretilmiştir. Son kullanıcı talepleri normal dağılımdan üretilirken, BP kapasiteleri düzgün dağılımdan oluşturulmuştur. Çizelge 2.16 ve 2.17 sonuçlar özetlenmiştir. Pazarda daha çok düşük kalite talep eden kullanıcı olması

Çizelge 2.16: Son kullanıcı QoS düzeylerinin etkisi.

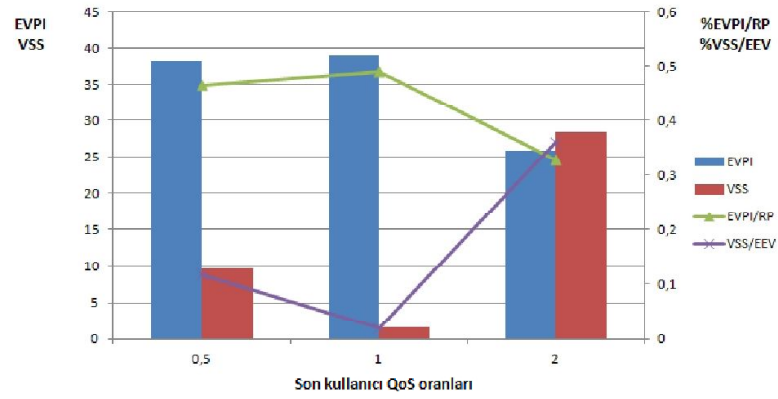
Problem büyüklüğü ($ I , J , S , QoS_1 / QoS_2 $)	Model tipi	ENR	ETR	CLC	ERC
(100, 200, 50, 0.5)	RP	8215.36	16449.45	8206.98	27.11
	EEV	8205.65	16597.22	8370.86	20.71
	WS	8253.63	16569.92	8294.42	21.86
(100, 200, 50, 1)	RP	7966.60	16036.70	8055.14	14.95
	EEV	7965.00	16049.04	8069.49	14.55
	WS	8005.68	16222.22	8207.88	8.66
(100, 200, 50, 2)	RP	7899.65	15689.25	7779.28	10.32
	EEV	7871.30	15850.02	7974.19	4.53
	WS	7925.55	15865.20	7935.12	4.53

durumunda, beklendiği gibi ENR değerleri düşmekte ilginç olarak koşum süreleri uzamaktadır. Şekil 2.8’de görüldüğü gibi, en yüksek VSS değeri ve en düşük EVPI değeri pazarda yüksek kalite talep eden müşterilerin azınlık haline geldiği durumdadır.

Çizelge 2.17: Son kullanıcı QoS seviyelerinin performans istatistiklerine etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S , QoS_1 / QoS_2 $)	Model tipi	ECUP	EDFR	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU)
(100, 200, 50, 0.5)	RP	0.95	0.99	8.40	247.65
	EEV	0.96	0.99	***	320.05
	WS	0.99	1.00	***	4.18
(100, 200, 50, 1)	RP	0.96	1.00	7.30	648.16
	EEV	0.97	1.00	***	349.11
	WS	0.98	1.00	***	3.40
(100, 200, 50, 2)	RP	0.97	1.00	7.00	770.98
	EEV	0.99	0.99	***	521.90
	WS	0.96	1.00	***	2.14

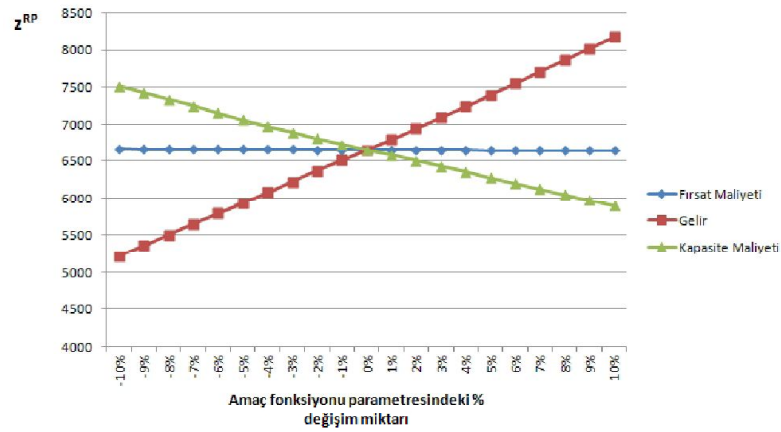
Bu alt bölüm, sabit fiyatlandırma için kurulan RP modelinin amaç fonksiyonundaki parametrelerin (v^+, C, v^-) optimal amaç değerine etkisini belirlemek amacıyla yapılan duyarlılık analizlerinin sonuçları sunmaktadır. Şekil 2.9’de duyarlılık analizlerinin sonuçları gösterilmiştir. Bu testler yapılırken BP sayısının 50, son kullanıcı sayısının 200 ve senaryo sayısının 50 olduğu bir problem kümesi oluşturulmuştur. Yine talepler normal dağılımdan üretilerek, sadece bir amaç



Şekil 2.8: Son kullanıcı QoS düzeylerinin EVPI ve VSS'ye etkisi.

fonksiyonu parametresi $\pm\%10$ arasında $\%1$ 'lik adımlarla değiştirilerek koşumlar yapılmıştır.

Fırsat maliyetindeki v^- değişimler, RP'nin optimal değerinin z^{RP} $\%0.32$ gibi düşük bir oranda değişmesine neden olmaktadır. Fırsat maliyetinin ölçülmesinin güç olmasından dolayı yapılan bu analiz sayesinde RP'nin bu parametreye karşı fazla duyarlı olmadığı gösterilmiştir. Öte yandan, gelir ve fırsat maliyetlerindeki değişimler ise optimal değeri sırasıyla $\%36$ ve $\%27$ 'lik dalgalanmalara neden olmaktadır.



Şekil 2.9: Değişen amaç fonksiyonu parametrelerinin RP modeline etkisi.

2.2 Kademeli Fiyatlandırma Politikasının İncelenmesi

Kademeli fiyatlandırma ile önceki bölümlerde incelenen sabit fiyat modeli arasındaki önemli notasyon farkları şöyledir: BP'lerin QoS düzeyleri ve son kullanıcıların QoS gereksinimleri iki yeni parametre (maksimum gecikme ve seçirme miktarları ve istekleri) ile modellenmiştir; talep karşılama oranını belli

bir seviyenin üstünde tutmak amacıyla yeni bir parametre eklenmiştir; bu ana kadar modellemeye katılmayan ve ağırlık alt yapısından dolayı oluşan kapasite kayıp oranlarını formüle etmek içinde yeni bir parametre daha oluşturulmuştur. Model için tüm parametre ve karar değişkenleri Çizelge 2.18’de gösterilmiştir.

Çizelge 2.18: Kademeli Fiyatlandırma için Model Notasyonları.

İndeks kümeleri	
I	Omurga tedarikçilerinin kümesi
Ω	Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi
J_s	$s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi
Problem parametreleri	
d_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin bant genişliği
r_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı elde edilen birim kazanç
v_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmamasından dolayı oluşan birim fırsat maliyeti
p_s :	s senaryosunun gerçekleşme olasılığı
α_i :	i . omurgaya ait kapasite kayıp oranı ($\alpha_i \in [0, 1]$)
β_i :	i . omurga için birim bant genişliği maliyeti
c_{i1}, c_{i2} :	i . omurga için maliyet kırılma noktasının sırasıyla altında ve üstünde birim bant genişliği maliyeti ($c_{i2} \geq c_{i1}$)
U_i :	i . omurgadan alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı
Φ_i, Ψ_i :	i . omurga tarafından garanti edilen sırasıyla maksimum gecikme miktarı ve seğirme miktarı
δ_{js}, ρ_{js} :	j . son kullanıcı tarafından s senaryosu altında sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme miktarı
π :	Gerekli Minimum talep karşılama oranı
Karar değişkenleri	
β_i :	i .omurgadan satın alınan bant genişliği miktarı
w_i :	i omurgadan alınan kapasitenin toplam maliyeti
y_{ijs} :	j talebinin s senaryosu altında i omurgasından karşılanma oranı
y_{js} :	s senaryosu altında j talebinin karşılanma oranı

Kademeli fiyatlandırma modeli de iki evreli stokastik programlama modelidir. Sabit fiyatlandırma modelinden en büyük farkı ise ilk evre karar değişkenlerinin (hangi omurgadan ne kadar bant genişliği satın alınacağı) tam sayı yerine sürekli olmasıdır. Ayrıca dikkatlice incelenirse talep karşılama oranı kısıtından (denklem 2.45) dolayı artık alt problemler her zaman olurlu olmadığından dolayı optimallik kısıtlarının yanından olurluluk kısıtlarının eklenmesi gerekmektedir. Bu da problemin çözüm algoritmasını değiştirecektir.

Modelin amaç fonksiyonu (2.38) birinci evrede oluşan kapasite satın alma maliyetlerini ve ikinci evrede gerçekleşen beklenen kazanç ve maliyet değerlerinin toplamını, aracının risk nötral olduğu varsayımı altında en büyükmeyi amaçlamaktadır.

$$\text{Maksimum: } \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} r_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} w_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \quad (2.38)$$

(2.39) nolu kısıt seti bir omurgadan satın alınan kapasiteden daha fazlasının son kullanıcılara satılmasını engellemektedir.

Bu kısıt ayrıca aracının satışları ve talep atamalarını yaparken kapasite kayıpları göze almasını sağlamaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \forall i \in I \forall s \in \Omega \quad (2.39)$$

Denklemler (2.40) ve (2.41) ile belirtilen kısıtların görevi taleplerin belli olmasından önce gerçekleşen kapasite satın almalarının kademeli fiyatlandırma politikasına göre ücretlendirmesini sağlamaktır.

$$w_i \geq c_{i1} \beta_i, \forall i \in I \quad (2.40)$$

$$w_i \geq c_{i2} (\beta_i - \bar{\beta}_i) + c_{i1} \bar{\beta}_i, \forall i \in I \quad (2.41)$$

Her omurganın satabileceğinden daha fazla kapasite alınamamasını sağlayan kısıt seti (2.42)'dir.

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (2.42)$$

Son kullanıcıların hizmet kalitesi gereksinimlerini göz önüne alınarak satın alınan kapasitelere atanmasını sağlayan kısıtlar sırasıyla (2.43) ve (2.44)'dir.

$$y_{ijs} (\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.43)$$

$$y_{ijs} (\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.44)$$

Denklem seti (2.45) son kullanıcılarla uzun süreli ilişkiler kurmak açısından gerekli olan servis düzeyinin (talep karşılama oranı) belli bir değerin üzerinde olmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (2.45)$$

Denklem kümesi (2.46) ile (2.47) birlikte, karşılanması karar verilen miktar kadar her son kullanıcı bant genişliği talebinin omurgalara dağıtılması sağlamaktadır.

$$y_{js} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.46)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.47)$$

İşaret kısıtları (2.48) nolu denklemle sağlanmaktadır.

$$y_{ijs}, y_{js}, \beta_i, w_i \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.48)$$

2.2.1 Ayırıştırma algoritması tasarımı

Bir önceki alt bölümde IO için kurulan kademeli fiyatlandırma altından beklenen net karın en büyüklenmesine yönelik modelinin çözülmesinde karşılaşılan önemli sorunlardan biri gerekli olan hafıza ve hesaplama gereksiniminin artan senaryo sayısı ile birlikte büyümesidir. Kademeli fiyatlandırma modelinin, sabit fiyatlandırmadan farklı olarak karma tamsayılı programlama modeli yerine büyük ölçekli iki-evreli stokastik doğrusal programlama (SLP) modeli olduğuna dikkat edilmelidir. Bir önceki bölümde olduğu gibi bu bölümde de Benders ayırıştırma algoritması kademeli fiyatlandırma için oluşturulup değişik senaryolar altında kullanılacaktır.

Kademeli fiyatlandırma problemi için ana ve alt problemler aşağıda sunulacaktır. Modeldeki ilk evre karar değişkenleri yani hangi BP'den ne kadar bant genişliği satın alınması gerektiğini belirten değişken sabitlenerek $\hat{\beta}_i$ alt probleme verilecek. Burada $\hat{\beta}_i$ 'in bir karar değişkeni değil bir sabit olduğuna dikkat edilmeli ve oluşan modelin doğrusal programlama modeli olduğu görülmelidir. Oluşan alt problemin çözülmesi ile elde edilen dual değişkenlerle optimallik ve olurluluk kısıtları elde edilerek ana problem çözülecektir. Önemli bir gözlem alt problemin sabit fiyatlandırmadan farklı olarak her zaman (her $\hat{\beta}_i$ değeri için) olurlu olmadığıdır. Dolayısı ile olurluluk kısıtlarının (2.59), optimallik kısıtları ile birlikte ana probleme eklenmesi gerekmektedir.

Alt problem:

$$t^* = \text{Minimum} : \quad - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} r_{js} y_{js} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \quad (2.49)$$

$$\text{Kısıtlar:} \quad \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \hat{\beta}_i, \forall i \in I, \forall s \in \Omega \quad (2.50)$$

$$y_{ijs} (\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.51)$$

$$y_{ijs} (\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.52)$$

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (2.53)$$

$$y_{js} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.54)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.55)$$

$$y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.56)$$

Denklemler (2.49) ile (2.56) arasında sunulan alt problem önceden tartışılan ikinci evre modelini $Q(\cdot)$ oluşturmaktadır. Burada amaç gelirin ve ikinci evre maliyetlerin toplamının beklenen değerinin en küçüklenmesidir.

Ana problem:

$$\text{Minimum :} \quad \sum_{i \in I} w_i + t \quad (2.57)$$

$$\text{Kısıtlar :} \quad t \geq \sum_{i \in I} \sum_{s \in \Omega} (1 - \alpha_i) \beta_i \xi_{is} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} \eta_{js} + \pi \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} d_{js} \lambda_s \quad (2.58)$$

$$0 \geq \sum_{i \in I} \sum_{s \in \Omega} (1 - \alpha_i) \beta_i \xi_{is} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} \eta_{js} + \pi \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} d_{js} \lambda_s \quad (2.59)$$

$$w_i \geq c_{i1} \beta_i, \forall i \in I \quad (2.60)$$

$$w_i \geq c_{i2}(\beta_i - \bar{\beta}_i) + c_{i1} \bar{\beta}_i, \forall i \in I \quad (2.61)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (2.62)$$

$$\beta_i \geq 0, \forall i \in I \quad (2.63)$$

Denklem (2.57) ile (2.63) arasında gösterilen ana modelde amaç fonksiyonu ilk evre kapasite maliyeti ile ikinci evre kazancı ve maliyetlerinin beklenen toplamından oluşturmaktadır. Kısıt kümesi (2.58) ile belirtilen kısıt optimallik kesimini belirtmektedir. Bu kısıtta belirtilen ξ değişken (2.50) kısıtına karşılık gelen dual değişkendir, η ise (2.54) denkleminin karşılık gelen dual değişkendir. Son olarak değişken λ alt modeldeki (2.53) numaralı kısıta karşılık gelen dual değişkendir. Denklem seti (2.59) ise olurluluk kesimlerini göstermektedir. Alt problemin bazı durumlarda olursuz olmasının sebebi talep karşılama kısıdının (2.45) sağlanamamasından ileri gelmektedir.

Alt modellerin özel yapısı göze alınmadan oluşturulan Benders ayrıştırması algoritmasının istenen performanstan (koşum süresi açısından) uzak kalmasından dolayı yapılan iyileştirme çalışmaları ve iki yaklaşımın (Benders ve L-Şekli algoritması) kıyaslanması bir sonraki bölümde sayısal analizler ile birlikte sunulmuştur.

2.2.1.1 Ayrıştırma algoritmasının iyileştirilmesi

Bir önceki bölümde tartışılan kademeli fiyatlandırma için oluşturulan Benders ayrıştırmasının, çeşitli problem kümelerinde koşulması sonucu optimal sonucun çok uzun iterasyon sayısı ve dolayısı ile koşum süresinden sonra ulaşılması, bazı büyük problem verilerinde ise optimallik şartları sağlanmadan testlerin yapıldığı bilgisayarların hafıza limitlerinin aşılması ayrıştırma algoritmasının iyileştirilmesi zorunluluğunu doğurmuştur.

L-Şekli algoritmanın, Benders ayrıştırmasından en büyük farkı: alt problemin tek bir sefer yerine modeldeki kısıtların özel yapısı göz önüne alınarak senaryoların ayrı ayrı olarak çözülmesi ve bütün senaryolar için optimal alt problem dual değişkenleri bulunduktan sonra optimallik yada olurluluk kısıtlarının eklenmesidir. Bu sayede büyük ölçekli iki-evreli SLP modeli, doğrusal programlama modeli olan daha küçük boyuttaki problemlere indirgene bilmektedir. L-Şekli yapısı ve algoritmanın akışı aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır [139, 140].

$$\text{SLP} \quad \text{Minimum}_x \quad c^T x + \mathbb{E}_\omega [Q(x, \omega)] \quad (2.64)$$

$$Ax = b \quad (2.65)$$

$$x \geq 0 \quad (2.66)$$

Burada

$$Q(x, \omega) = \text{Minimum}_y \quad d_\omega^T y \quad (2.67)$$

$$T_\omega x + W_\omega y = h_\omega \quad (2.68)$$

$$y \geq 0 \quad (2.69)$$

$\mathbb{E}_\omega$ beklenen değeri, ω bir senaryoyu veya olasılık uzayı $(\Omega, F, \mathcal{P})$ 'na göre olası bir çıktıyı göstermektedir. Olasılık dağılımının kesikli olduğu kabulü altında:

$$\mathbb{E}[Q(x, \omega)] = \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) Q(x, \omega) \quad (2.70)$$

Denklem (2.70)'i kullanarak büyük boyutlu deterministik eşdeğer problem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{Minimum} \quad c^T x + \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega) d_{\omega}^T y_{\omega} \quad (2.71)$$

$$Ax = b \quad (2.72)$$

$$T_{\omega}x + W_{\omega}y_{\omega} = h_{\omega} \quad (2.73)$$

$$x \geq 0, y_{\omega} \geq 0 \quad (2.74)$$

Eşitlik $T_{\omega}x + W_{\omega}y_{\omega} = h_{\omega}$ L-şekilli yapıyı oluşturmaktadır. Bu eşitliği açık olarak yazarak bu yapı kolayca görülebilir:

$$\begin{array}{rcl} T_1x + W_1y_1 & & = h_1 \\ T_2x & + W_2y_2 & = h_2 \\ T_3x & & + W_3y_3 = h_3 \\ & & \vdots \\ T_kx & & + W_ky_k = h_k \end{array} \quad (2.75)$$

Algoritmanın adımları sırasıyla:

Adım 1: Başlangıç Atamaları

$v:=1$ {İterasyon sayısı}

$UB:=\infty$ {Üst sınır değer}

$LB:=-\infty$ {Alt sınır değer}

Başlangıç ana problemi çöz:

$$\begin{array}{rcl} \text{Minimum} & c^T x & \\ & Ax = b & \\ & x \geq 0 & \end{array} \quad (2.76)$$

$\bar{x}^v := x^*$ {Optimal çözümler}

Adım 2: Alt problemler

for $\omega \in \Omega$ **do**

Alt problemleri çöz:

$$\begin{array}{rcl} \text{Minimum} & d_{\omega}^T y_{\omega} & \\ & W_{\omega}y_{\omega} = h_{\omega} - T_{\omega}\bar{x}^v & \\ & y_{\omega} \geq 0 & \end{array} \quad (2.77)$$

$$\bar{y}_\omega^v := y_\omega^* \text{ \{Optimal değerler\}}$$

$$\bar{\pi}_\omega^v := \pi_\omega^* \text{ \{Optimal dual değerler\}}$$

end for

$$UB := \text{minimum}\{UB, c^T \bar{x}^v + \sum_{\omega \in \Omega} p_\omega d_\omega^T \bar{y}_\omega^v\}$$

Adım 3: Yakınsama testi

if $(UB - LB) / (1 + LB) \leq TOL$ **then**

Dur:yeterli hassasiyet sağlandı

Return $\bar{x}^v$

end if

Adım 4: Ana problem

Ana problemi çöz:

$$\begin{aligned} \text{minimum} \quad & c^T x + \theta \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & \theta \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_\omega \left(-\bar{\pi}_\omega^l \left[T_\omega x + W_\omega \bar{y}_\omega^l - h_\omega \right] \right), \quad l = 1, \dots, v - 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\bar{x}^v := x^* \text{ \{Optimal değerler\}}$$

$$\bar{\theta}^v := \theta^*$$

$$LB := c^T \bar{x}^v + \bar{\theta}^v$$

go to Adım 2

İki algoritmanın performanslarını karşılaştırmak amacıyla çeşitli BP $|I|$, son kullanıcı $|J|$ ve senaryo $|\Omega|$ sayısındaki problem kümeleri kademeli fiyatlandırma politikası için oluşturulmuş ve Benders ardından L-Şekli algoritmaları ile çözülmüştür. Problem kümelerinin oluşturulması sırasında son kullanıcı taleplerini normal dağılımdan üretilirken $\mathbb{E}[U_i] / \mathbb{E}[d_{js}]$ oranı 10 olarak sabitlenmiştir. Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı $[0,1]$ arasındaki sürekli düzgün dağılımdan üretilmiştir.

Çizelge 2.19’da değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi sunulmuştur. Küçük ölçekli problem kümesinde ($|I| = 25$) Benders ayrıştırmasının L-Şekli ayrıştırmasından üstün olduğu görülmektedir. Fakat artan problem kümesi büyüklüğü Benders algoritmasını olumsuz yönde etkilemektedir. Sırasıyla BP sayısının 50 ve 100 olduğu durumlarda ‘*’ ile belirtildiği gibi optimal çözüm

tolerans değerleri arasında bulunamamıştır. Öte yandan, L-Şekli ayrıştırması tüm durumlarda optimal çözümü bulmayı başarmıştır.

Çizelge 2.19: Kademeli fiyatlandırma altında değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Çözüm Algoritması	GAP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
(25, 100, 50)	Benders	0.00	30	315.54
(50, 100, 50)	Benders*	561.5	12	***
(100, 100, 50)	Benders*	∞	2	***
(25, 100, 50)	L-Şekli	0.00	32	611.50
(50, 100, 50)	L-Şekli	0.00	66	1602.13
(100, 100, 50)	L-Şekli	0.00	77	2326.33

Son kullanıcı sayısındaki $|J|$ artışın algoritma performanslarını nasıl etkilediği Çizelge 2.20’de gösterilmiştir. Benders algoritması bu senaryo altındaki hiçbir problem büyüklüğünde en iyi çözümü bulmayı başaramamıştır. Bunun sebebi belirtilen iterasyon sayılarında koşumların yapıldığı bilgisayarın hafıza limitlerine ulaşılmasından dolayı algoritmanın sonlanmasıdır. Çizelgede görüldüğü gibi büyük boyutlu problemlerde Benders ayrıştırması ancak iki iterasyon gidebilmektedir. Diğer taraftan, test edilen bütün son kullanıcı sayıları altında L-Şekli ayrıştırması tolerans limitleri içerisinde makul sayılabilecek sürelerde optimal çözümü bulmuştur.

Çizelge 2.20: Kademeli fiyatlandırma altında değişen son kullanıcı sayısının algoritma performanslarına etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Çözüm Algoritması	GAP	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
(50, 50, 50)	Benders*	2.11	40	***
(50, 100, 50)	Benders*	514.41	11	***
(50, 200, 50)	Benders*	∞	2	***
(50, 50, 50)	L-Şekli	0.00	64	1255.81
(50, 100, 50)	L-Şekli	0.00	104	2237.61
(50, 200, 50)	L-Şekli	0.00	28	1027.64

L-Şekli algoritmasının alt problemleri senaryolara göre ayrıştırarak ayrı ayrı çözmesinden dolayı, değişen senaryo sayısının etkisi daha ayrıntılı ölçülmek istenmiştir. Bu doğrultuda, her bir senaryo sayısına ait 10 farklı ve bağımsız problem kümesi oluşturulmuş ve çözülmüştür. Hafıza yetersizliğinden dolayı algoritmaların durduğu durumda UB, LB, GAP, iterasyon sayısı ve o ana kadar geçen süre kaydedilerek karşılaştırma yapılabilme olanağı sağlanmıştır. Tolerans

limitleri oluştururken Benders için GAP=0.1 seçilirken L-Şeklin’de GAP=0.00001 seçilerek birazda olsa Benders ayrıştırmasına avantaj sağlanmıştır.

Çizelge 2.21’de $|\Omega| = 25$ için analizler sunulmuştur. Benders ayrıştırması 4. ve 9. problem kümeleri hariç kendisi için belirlenen tolerans değerleri dahilinde optimal çözümü bulurken L-Şekli ayrıştırması tüm problem kümelerini optimal olarak çözmüştür. Koşum süreleri karşılaştırıldığında ise Benders ortalamada 517.95 saniyede sonlanırken, L-Şekli 498.57 saniyede sonlanmaktadır.

Çizelge 2.21: $|\Omega| = 25$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
I50J100S25_0	Benders	35	0.0	419.7
I50J100S25_1	Benders	46	0.0	584.8
I50J100S25_2	Benders	42	0.0	520.3
I50J100S25_3	Benders	48	0.9	618.3
I50J100S25_4	Benders	44	0.0	489.8
I50J100S25_5	Benders	48	0.0	506.9
I50J100S25_6	Benders	26	0.0	415.4
I50J100S25_7	Benders	47	0.0	621.2
I50J100S25_8	Benders	46	1.6	607.3
I50J100S25_9	Benders	30	0.0	370.7
I50J100S25_0	L-Şekli	34	0.0	373.9
I50J100S25_1	L-Şekli	50	0.0	551.1
I50J100S25_2	L-Şekli	38	0.0	422.0
I50J100S25_3	L-Şekli	62	0.0	685.6
I50J100S25_4	L-Şekli	49	0.0	524.0
I50J100S25_5	L-Şekli	50	0.0	541.7
I50J100S25_6	L-Şekli	27	0.0	309.5
I50J100S25_7	L-Şekli	48	0.0	527.7
I50J100S25_8	L-Şekli	66	0.0	720.2
I50J100S25_9	L-Şekli	30	0.0	329.9

Senaryo sayısının 50’ye eşit olduğu durumda yapılan analizlerin sonuçları Çizelge 2.22 özetlenmiştir. Her iki algoritma da kendisi için belirlenen tolerans limitleri dahilinde tüm problem kümelerini çözerken L-Şekli ayrıştırmasının optimal çözüme ulaşma süresi Benders ile kıyaslandığında ortalamada %53 oranında daha az süre almaktadır.

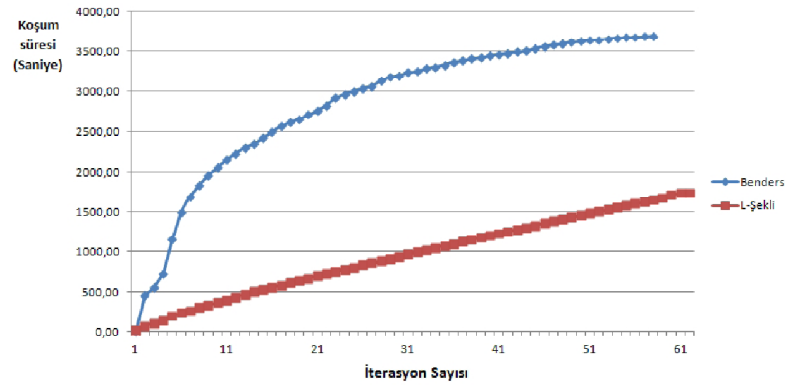
Her bir iterasyonun ne kadar süre aldığını görmek amacıyla seçilen I50J100S50_6 problem kümesinin üzerinde yapılan analizlerin sonuçları Şekil 2.10’de verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi, ilk iterasyonlar Benders algoritmasında çok uzun süreler alırken son iterasyonlar oldukça hızlı sonlandırılmaktadır.

Öte yandan, L-Şeklin’de ise toplam iterasyon süresinin neredeyse doğrusal olarak artması her iterasyonun eşit süre aldığını göstermektedir. Aynı problem kümesi için GAP’ın nasıl azaldığı Şekil 2.11’de gösterilmiştir. İki algoritma aynı hızda

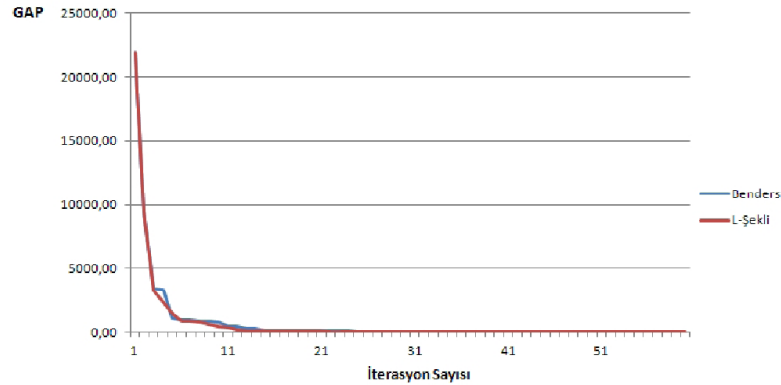
Çizelge 2.22: $|\Omega| = 50$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
150J100S50_0	Benders	64	0.08	4103.75
150J100S50_1	Benders	48	0.05	3059.31
150J100S50_2	Benders	45	0.05	2266.63
150J100S50_3	Benders	44	0.08	2415.80
150J100S50_4	Benders	48	0.08	3600.75
150J100S50_5	Benders	36	0.06	1715.92
150J100S50_6	Benders	58	0.03	3690.98
150J100S50_7	Benders	45	0.10	2691.69
150J100S50_8	Benders	45	0.06	2471.42
150J100S50_9	Benders	21	0.10	1619.73
150J100S50_0	L-Şekli	74	0.00	2209.58
150J100S50_1	L-Şekli	59	0.00	1740.52
150J100S50_2	L-Şekli	57	0.00	1660.95
150J100S50_3	L-Şekli	64	0.00	1809.22
150J100S50_4	L-Şekli	60	0.00	1708.70
150J100S50_5	L-Şekli	37	0.00	1017.16
150J100S50_6	L-Şekli	62	0.00	1739.23
150J100S50_7	L-Şekli	53	0.00	1464.44
150J100S50_8	L-Şekli	58	0.00	1597.47
150J100S50_9	L-Şekli	27	0.00	773.33

optimal değerine yakınsamalarına rağmen Benders için iterasyonların uzun sürmesi L-Şekli için daha üstün bir yaklaşım olarak göstermektedir.



Şekil 2.10: Algoritmaların iterasyon sürelerinin karşılaştırılması.



Şekil 2.11: Algoritmalar için GAP değişimi.

Çizelge 2.23: $|\Omega| = 100$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
I50J100S100_0	Benders	17	64.18	7716.64
I50J100S100_1	Benders	17	91.90	6496.86
I50J100S100_2	Benders	17	4.24	5481.89
I50J100S100_3	Benders	17	97.32	6130.89
I50J100S100_4	Benders	17	16.37	5035.02
I50J100S100_5	Benders	17	256.96	10020.55
I50J100S100_6	Benders	17	108.61	7090.52
I50J100S100_7	Benders	17	62.49	5605.67
I50J100S100_8	Benders	17	114.51	5441.94
I50J100S100_9	Benders	17	282.07	5824.91
I50J100S100_0	L-Şekli	44	0.00	3501.63
I50J100S100_1	L-Şekli	57	0.00	3150.80
I50J100S100_2	L-Şekli	29	0.00	1770.20
I50J100S100_3	L-Şekli	57	0.00	3066.84
I50J100S100_4	L-Şekli	41	0.00	2183.61
I50J100S100_5	L-Şekli	108	0.00	5754.75
I50J100S100_6	L-Şekli	74	0.00	3870.47
I50J100S100_7	L-Şekli	73	0.00	3825.05
I50J100S100_8	L-Şekli	93	0.00	4883.30
I50J100S100_9	L-Şekli	140	0.00	7952.55

Senaryo sayısının 100 olduğu en büyük problem kümeleri için sonuçlar Çizelge 2.23’de tartışılmıştır. Benders algoritması hiçbir problem kümesini optimal olarak çözemezken L-Şekli ise bilgisayarın hafıza limitlerini zorlamadan en iyi çözüme ulaşmıştır. Benders ayrıştırması için LB ile UB arasındaki fark %2.61 ile %0.02 arasında dalgalanmaktadır.

2.2.2 Sayısal analizler ve sonuçlar

Bu bölümde önceki bölümlerde tartışılan kademeli fiyatlandırma için stokastik programlama modeli (RP) L-Şekli ayrıştırma algoritması kullanılarak çeşitli senaryolar altında çözülecektir. Bu senaryolar oluşturulup çözülürken çeşitli problem parametrelerinin model yapısına ve çözüme etkisi hem teorik olarak (koşum süresi, iterasyon sayısı vb.) hem de yönetsel anlamda (net kar, kapasite kullanım oranı vb.) irdelenmeye çalışılmıştır.

Bu bölümde yürütülecek sayısal analizler için kullanılacak problem test kümesinin listesi Çizelge 2.24’de verilmiştir. Çizelgeyi kısaca açıklamak gerekirse, belirtilen problem kümesinden örneğin bant genişliği olasılık dağılımını test etmek amacıyla 4 seviye seçilmiştir yani son kullanıcıların bant genişliği istekleri normal, düzgün, binom ve kesikli dağılımdan üretilmiştir. Her bir seviye için birbirinden bağımsız 10 adet problem hazırlanmış toplamda $4 \times 10 = 40$ senaryo çözülmüştür.

Olasılık dağılımının tipi değiştirilirken problemde yer alan diğer bütün parametreler son kullanıcı, BP sayısı gibi sabit tutulmuştur.

Çizelge 2.24: Kademeli fiyatlandırma için test kümeleri.

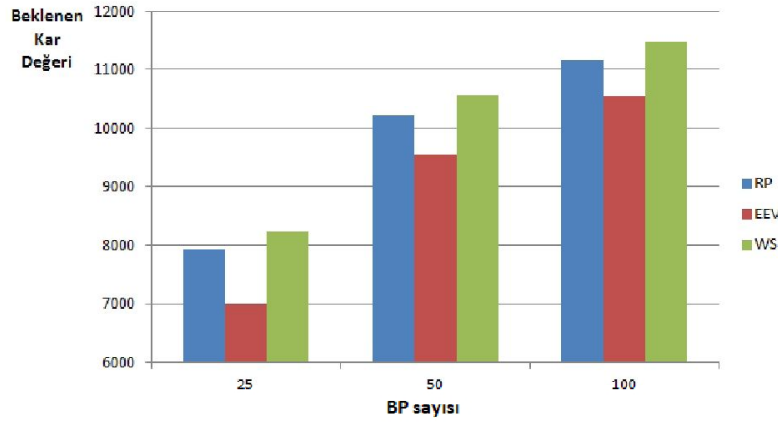
Problem kümesi	Seviye sayısı
BP sayısı	3
Son kullanıcı sayısı	3
Senaryo sayısı	3
Varyans düzeyi	5
Bant genişliği olasılık dağılımı	4
Kapasite kayıp oranı	3
Toplam	210

Yapılan analizlerin ana amaçları sırası ile; belirsizliğin etkisini ölçmek için kullanılan değerler (EVPI ve VSS) ile olasılık dağılımı arasındaki ilişkiyi, bant genişliği talebinin standart sapması (σ) arasındaki ilişkiyi, son kullanıcı sayısı ($|J|$) arasındaki ilişkiyi ve senaryo sayısı ($|S|$) arasındaki ilişkiyi irdelemektir. Bu hesaplamalarının yapılmasının ardındaki sebep hangi durumlarda stokastik programlama modelinin (RP) ve hangi durumlarda daha basit model olan beklenen değer modelinin (EEV) çözülmesinin daha çekici olduğunu analiz etmektir. Bütün sayısal analizler sırasında oluşturulan veri setlerinin koşumu Pentium Centrino 2.67 GHz, 2 GB RAM ve Windows işletim sistemi altında CPLEX 11.2.1 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

- BP sayısının etkisinin analizi: Değişen BP sayısının ($|I|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı BP sayısı seviyesi (25, 50, 100) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6 varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, son kullanıcı sayısı $|J|$ ve senaryo sayısı $|\Omega|$ sırasıyla 100 ve 50'ye sabitlenmiştir.

Şekil 2.12'de RP, EEV ve WS modelleri için 10 problem kümesinin ortalaması alınarak hesaplanan beklenen net kar değerleri (ENR diğer bir değişle, z^{RP}, z^{EEV}, z^{WS}) değerleri gösterilmiştir. Bütün modellerde artan BP sayısı beklenen net karda artışa neden olmaktadır. Fakat, $VSS = z^{RP} - z^{EEV}$ ve $EVPI = z^{WS} - z^{RP}$ eşitlikleri kullanılarak stokastik yaklaşımın IO'nun karar vericisine kazancını ölçtüğümüzde değerler pozitif olmasına rağmen artan

BP sayısı ile azalan bir trend izlemektedir. Örneğin, VSS/z^{EEV} oranı BP sayısı 25 iken 0.13, 50 iken 0.07 ve son olarak BP sayısı 100 iken 0.06'ya düşmektedir ki bunun anlamı belirsizliğin ihmal edilmeyip modellendiği RP yaklaşımının belirsizliğin göze alınmadığı EEV yaklaşımına göre avantajını artan BP sayısı ile kaybettiğidir. Bu sonuçlara rağmen, en kötü durumda bile stokastik programlama metodolojisinin aracıya %6 oranında daha fazla kar sağlaması yaklaşımın üstünlüğünü ortaya koymaktadır. Gerçek hayatta da BP sayısının özellikle Türkiye'de 5-10 arasında kalması yaklaşımın lehine çalışmaktadır. Değişen BP sayısının VSS ve EVPI'den sonra en önemli



Şekil 2.12: Kademeli fiyatlandırma için BP sayısının RP, EEV ve WS modellerine etkisi.

performans istatistiklerine etkisi Çizelge 2.25'de özetlenmiştir. Seçilen yani kapasite satın alınan BP'lerin sayısı NSS ile ifade edilirken, PCBC1 ve PCBC2 değerleri ise sırasıyla satın alınan bant genişliğinin % olarak ne kadarlık miktarının fiyat kırılma noktasının altında ve fiyat kırılma noktasının üstünde alındığını göstermektedir. Piyasada bulunan omurgaların sayısının artması ile

Çizelge 2.25: BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.

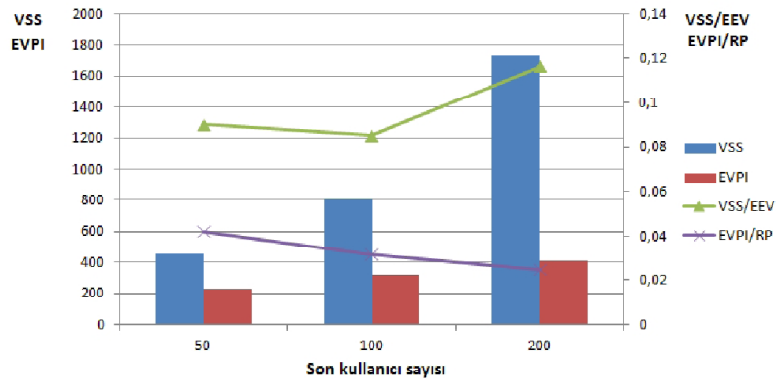
Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(25, 100, 50)	17.40	0.91	0.96	80.59	19.41
(50, 100, 50)	19.80	0.90	0.98	85.75	14.25
(100, 100, 50)	22.30	0.90	0.99	93.07	6.93

birlikte NSS sayısının artmasının sebebi: IO'nun daha düşük fiyata kapasite sağlayan çok sayıda BP ile çalışmayı tercih etmesidir. Bunun doğal sonucu olarak PCBC1 değerleri artmakta, PCBC2 değerleri azalmaktadır. EDFR

değerlerinin de artan BP sayısı ile arttığı gözlenmektedir. Bu durum IO'nun, BP'lerden QoS kısıtları sağlandıkça ve fiyat kırılma noktasının altında kalacak şekilde bant genişliği aldığı ve talepleri karşılamama yoluna gitmemesi gözlemi ile açıklanabilir. Tüm durumlarda oldukça yüksek EDFR ve ECUP değerleri elde edilmiştir. ECUP değerlerinin sabit fiyatlandırmadakilere oranla düşük olmasının sebebi alt yapıdan dolayı oluşabilecek kapasite kayıplarının kademeli fiyatlandırma modelinde göz önüne alınarak çözüm aranmasıdır.

- Son kullanıcı sayısının etkisinin analizi: Değişen son kullanıcı sayısının ($|J|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı son kullanıcı sayısı seviyesi (50, 100, 200) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6 varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, BP sayısı $|I|$ ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 50'ye sabitlenmiştir.

Şekil 2.13'de değişen son kullanıcı sayısının birincil performans istatistiği olarak tanımlanan VSS ve EVPI'ye etkisi gösterilmiştir. Son kullanıcı talepleri belirsiz olduğundan ve artan son kullanıcı sayısı belirsizliği artıracığından VSS değerinde hızlı bir artış gözlenmesi normaldir ve bu durum RP modelinin yani stokastik yaklaşımın üstünlüğünü göstermektedir. EVPI değerlerinde de artan son kullanıcı sayısı ile birlikte bir artma gözlenirse de bu artış VSS'deki artışa kıyasla oldukça düşük kalmaktadır. Özetle, geleceği tam olarak bilmekle IO'nun elde edeceği kazanç en fazla %3 oranında artmakta iken, deterministik yaklaşım yerine stokastik yaklaşımın tercih edilmesi IO'nun karına %12 oranında bir ek katkı yapmaktadır.



Şekil 2.13: Kademeli fiyatlandırma için son kullanıcı sayısının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.

Çizelge 2.26’de ikincil performans çıktıları özetlenmiştir. Artan son kullanıcı talebi, IO’yu daha çok BP ile çalışarak daha fazla kapasite almasına neden olmaktadır. Satın alınan kapasitenin artması ve bütün son kullanıcı sayılarında BP sayısının sabit kalması aynı omurgalardan daha fazla yani fiyat kırılma noktasının üstünde kapasite satın alınmasına neden olmaktadır.

Çizelge 2.26: Son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.

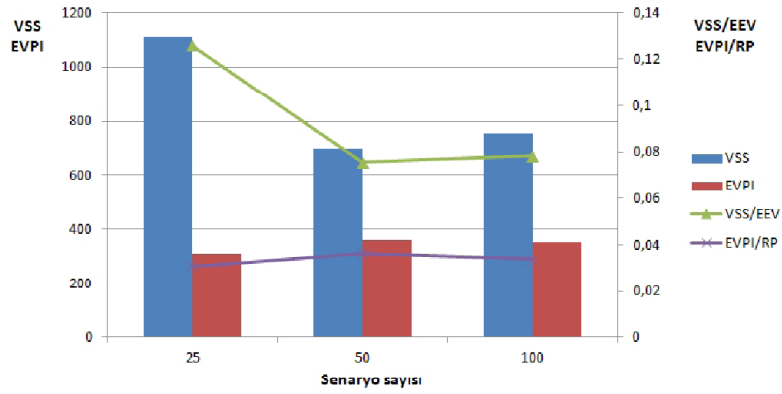
Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(50,50,50)	12.80	0.90	0.98	97.44	2.56
(50,100,50)	19.60	0.91	0.98	88.48	11.52
(50,200,50)	33.60	0.91	0.97	78.50	21.50

- Senaryo sayısının etkisinin analizi: Değişen senaryo sayısının ($|\Omega|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı senaryo sayısı seviyesi (25, 50, 100) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6 varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, BP sayısı $|I|$ ve son kullanıcı sayısı $|J|$ sırasıyla 50 ve 100’e sabitlenmiştir.

Şekil 2.14’de değişen senaryo sayısının kademeli fiyatlandırma modeli üzerindeki etkisi görsel olarak sunulmuştur. Artan senaryo sayısı kademeli fiyatlandırma modelinde, EVPI (ve $EVPI/z^{RP}$) değerlerinde yatay bir seğire yol açmakta iken VSS değerlerinde düşüşe neden olmaktadır. Bütün senaryo sayılarında VSS değerinin EVPI değerinden büyük olması ve en kötü durumda bile RP’ nin EEV’den %8 oranında daha avantajlı olması senaryo sayısından bağımsız olarak stokastik yaklaşımın IO tarafından adapte edilebileceğini göstermektedir.

Çizelge 2.27’de sunulan istatistiklerin genelde son kullanıcı ve BP sayısına bağlı olmasından dolayı değişen senaryo sayısının bu istatistikler üzerinde bir etkisi olmadığı saplanmıştır. EDFR ve ECUP değerlerinin %90 üzerinde olması pozitif bir sonuçtur.

- Son kullanıcı talep varyansının etkisinin analizi: Son kullanıcı taleplerinin üretilmesi esnasında normal dağılıma uyduğu varsayımı, bu analiz esnasında da korunmuş fakat değişen talep varyansının etkisi sabit senaryo, BP ve son



Şekil 2.14: Kademeli fiyatlandırma için senaryo sayısının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.

Çizelge 2.27: Senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.

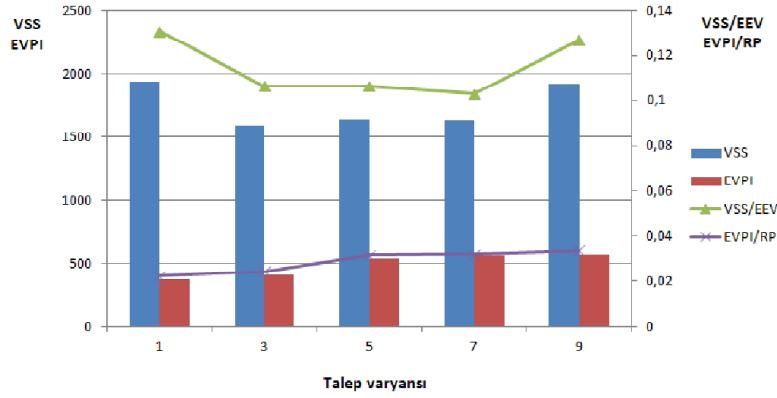
Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(50, 100, 25)	20.00	0.91	0.98	88.04	11.96
(50, 100, 50)	20.10	0.90	0.98	87.14	12.86
(50, 100, 100)	20.60	0.91	0.98	88.70	11.30

kullanıcı sayısı altında incelenmeye çalışılmıştır. Değişen varyansa rağmen, her varyans seviyesinde taleplerin ortalama değeri sabit tutulmuştur. Böylelikle BP başına düşen ortalama talep sayısı korunmuştur.

Varyans testleri 5 farklı seviyede yapılmıştır. Son kullanıcı talep varyansının 9, 7, 5, 3 ve 1 olduğu tüm durumlarda BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 50, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir. Bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu tüm varyans seviyeleri için oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Değişen son kullanıcı talep varyansının kademeli fiyatlandırma altındaki kar enbüyükleme problemine etkisi Şekil 2.15'de gösterilmiştir. Tüm varyans seviyelerinde VSS/z^{EEV} oranının %8'den fazla olması önemli bir sonuç olmasına rağmen VSS ile varyans arasında bir ilişki tespit edilememiştir. Artan varyans EVPI (ve $EVPI/z^{RP}$) değerlerinde az da olsa artmalara neden olmaktadır. Bunun nedeni varyansın artması ile birlikte geleceği tahmin etmenin güçleşmesi ve dolayısı ile bu tahmin için ödenebilecek tutarın da artmasıdır.

Çizelge 2.28'den de anlaşıldığı gibi ikincil performans istatistiklerinin tümü neredeyse değişen varyans değerlerinde yatay bir seğir izlemektedir. Varyans



Şekil 2.15: Talep varyansının EVPI ve VSS değerlerine etkisi.

seviyesi 5 iken en düşük NSS değeri gözlenirken, en yüksek PCBC2 değeri de bu seviyede hesaplanmıştır.

Çizelge 2.28: Talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.

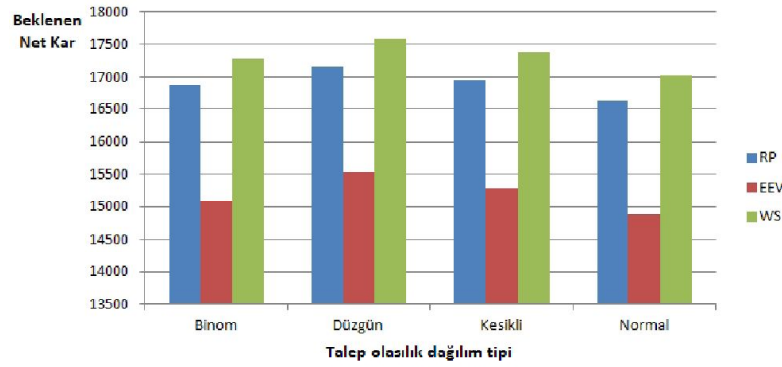
Problem seti ($ I , J , \Omega , \sigma^2$)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(50,200,50,1)	33.30	0.91	0.98	76.90	23.10
(50,200,50,3)	33.30	0.91	0.97	78.07	21.93
(50,200,50,5)	32.20	0.91	0.97	75.91	24.09
(50,200,50,7)	33.10	0.91	0.97	77.46	22.54
(50,200,50,9)	32.70	0.91	0.96	77.45	22.55

- Talep olasılık dağılımının etkisinin analizi: Şimdiye kadar yapılan bütün testlerde son kullanıcı talepleri normal dağılımdan üretilerek koşumlar yapılmış olmasından dolayı olasılık dağılım tipinin değişmesinin kademeli fiyatlandırma modelinde nasıl bir etki yarattığını ölçmek için farklı dağılımlar kullanılarak RP, EEV ve WS modelleri çözülmüştür. Testler yapılırken iki sürekli (Normal ve Düzgün) ikide sürekli olmayan (Binom ve Özel Kesikli) dağılımdan problem kümeleri üretilmiştir. Dağılımlardan son kullanıcı talepleri oluşturulurken bütün dağılımların eşit varyans ve ortalama değere sahip olması sağlanmıştır. Özetle, bütün dağılımların ortalaması (beklenen değeri) 6 ve varyansları 3 olacak şekilde tasarlanmıştır.

Değişen talep dağılımının etkisini kademeli fiyatlandırma modelinde ölçmek için, BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 50, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir ardından her bir olasılık dağılımı için bağımsız ve farklı 10 adet test problem kümesi oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Şekil 2.16’de tüm dağılım tipleri için hesaplanan optimal z^{RP} , z^{EEV} , z^{WS} değerleri gösterilmiştir. En yüksek VSS değeri Binom dağılımda hesaplanırken, en yüksek EVPI değeri Düzgün dağılımda gözlenmiştir. Daha önemli bir çıktı olan VSS/z^{EEV} oranı ise tüm dağılımlar için %10-%11 arasında hesaplanmıştır.

Sonuç olarak talep dağılım tipi IO’nun stokastik programlama yaklaşımının adapte etmesiyle elde edeceği ekstra kar oranını etkilememektedir. $EVPI/z^{RP}$ oranı ise bütün olasılık dağılımlarında %2.4 olarak hesaplanmıştır. Çizelge 2.29’dan de



Şekil 2.16: Talep olasılık dağılımının RP, EEV ve WS modellerine etkisi.

anlaşıldığı gibi ikincil performans istatistiklerinin tümü neredeyse değişen talep olasılık tipleri ile birlikte yatay bir seğir izlemektedir.

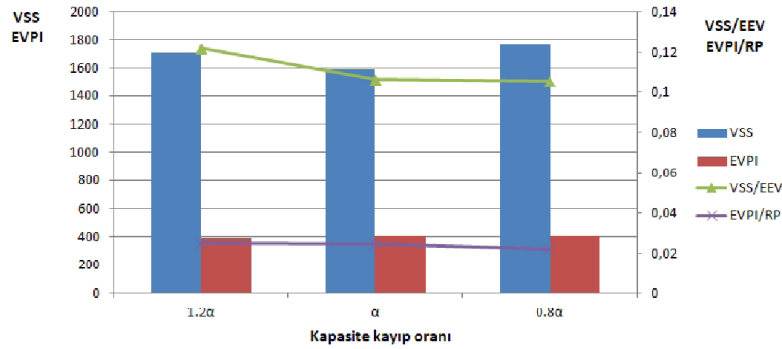
Çizelge 2.29: Talep olasılık dağılımının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega $, Dağılım Tipi)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(50, 200, 50, Binom)	32.50	0.91	0.97	76.24	23.76
(50, 200, 50, Düzgün)	32.50	0.91	0.98	75.94	24.06
(50, 200, 50, Kesikli)	33.30	0.91	0.98	77.11	22.89
(50, 200, 50, Normal)	33.60	0.91	0.97	78.50	21.50

- **Kapasite kayıp oranının etkisi analizi:** Kademeli fiyatlandırma politikası modelinde, sabit fiyatlandırmadan farklı olarak altyapı aksamalarından dolayı meydana gelen kapasite kayıpları matematik modellere entegre edilmiştir. Kapasite kayıp oranlarındaki değişimin problemin sonuçlarını ne şekilde etkilediğini görmek amacıyla, 3 farklı seviyede ve her seviyeden 10 farklı problem kümesi oluşturulmuş ve koşullar yapılmıştır. Problem kümelerinin oluşturulması sırasında, her bir BP’nin kapasite kayıp oranı ortalamada %20 olacak şekilde artırılarak 1.2 α adındaki problem kümeleri oluşturuldu. Aynı

işlem kayıp oranlarının ortalamada %20 şeklinde azaltılması ile 0.8α problem setleri elde edildi.

Şekil 2.17’de değişen kapasite kayıp oranının EVPI ve VSS’ye etkisi gösterilmiştir. EVPI bu değişimden etkilenmezken VSS/z^{EEV} oranı azalan kapasite kayıpları ile birlikte azalmaktadır. Dolayısı ile yüksek kayıpların olduğu telekomünikasyon sistemlerinde RP yaklaşımın seçilmesi IO açısından daha karlı gözükmektedir. Azalan kapasite kayıp oranları ile birlikte ECUP



Şekil 2.17: Kapasite kayıp oranının VSS ve EVPI değerlerine etkisi.

oranında artma görülmesi gayet doğal bir sonuçtur (bkz. Çizelge 2.30). NSS sayısının ise yüksek kayıp oranlarında fazla olması IO’nun karar vericisinin talepleri dağıtarak kayıp riskini düşürdüğü anlamına gelmektedir.

Çizelge 2.30: Kapasite kayıp oranının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega , \alpha$)	NSS	ECUP	EDFR	PCBC1	PCBC2
(50, 200, 50, 1.2α)	33.80	0.87	0.97	74.93	25.07
(50, 200, 50, α)	32.70	0.91	0.96	77.45	22.55
(50, 200, 50, 0.8α)	31.50	0.95	0.98	76.06	23.94

2.3 Hacim Bazlı Fiyatlandırma Politikasının İncelenmesi

Hacim fiyatlandırma ile önceki bölümlerde incelenen kademeli fiyat modeli arasındaki önemli farklılıklar şöyledir: BP’lerin sağladığı gecikme ve seğirme değerleri hacim bazlı fiyatlandırmada kademeliden farklı olarak deterministik sayılar yerine rassal değişkenlerle ifade edilmiştir.

Oluşan matematik model SLP yerine şans (stokastik) kısıtlı iki-evreli SLP modeli halini almıştır. Bir önceki fiyatlandırma modelinde var olan talep karşılama oranını ve ağırlık alt yapısından dolayı oluşan kapasite kayıp oranları kabulleri korunmuştur.

Bu bölümün geri kalanında sırasıyla: hacim bazlı fiyatlandırma politikası altında IO'nun beklenen karını enbüyüklemeye yönelik şans kısıtlı iki-evreli SLP modeli kurulacaktır. Ardından, modeldeki olasılıksal kısıtlar deterministik eşdeğerlerine çevrilmesiyle oluşan büyük ölçekli LP modeli için ayrıştırma algoritmaları tasarlanıp performansları kıyaslanacaktır. Son olarak, problem parametrelerinin değişmesinin performans istatistiklerini nasıl etkilediğine yönelik analizler yapılarak bölüm sonlandırılacaktır.

Çizelge 2.31, 2.32, 2.33'de sırasıyla hacim bazlı şans kısıtlı SLP modelinde kullanılacak indeks kümeleri, parametreler ve karar değişkenleri sunulmuştur.

Çizelge 2.31: Hacim bazlı fiyatlandırma için model indeks kümeleri.

İndeks kümeleri	
I	Omurga tedarikçilerinin kümesi
Ω	Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi
J_s	$s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi

Çizelge 2.32: Hacim bazlı fiyatlandırma için model parametreleri.

Problem parametreleri	
d_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin bant genişliği
ϑ_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı elde edilen birim kazanç
v_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı oluşan birim fırsat maliyeti
p_s :	s senaryosunun gerçekleşme olasılığı
α_i :	i . omurgaya ait kapasite kayıp oranı ($\alpha_i \in [0, 1]$)
c_i :	i . omurgadan birim bant genişliği satın almanın birim maliyeti
U_i :	i . omurgadan alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı
Φ_i, Ψ_i :	i . omurga tarafından garanti edilen sırasıyla gecikme miktarı ve seğirme miktarı için rassal değişkenler
$\mu_i^\delta, \sigma_i^\delta$:	i . omurgası gecikme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\mu_i^\rho, \sigma_i^\rho$:	i . omurgası seğirme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\Theta_{js}^\delta, \Theta_{js}^\rho$:	s . senaryo altında j talebinin belli bir hizmet kalitesinin üzerinden karşılanması için gerekli sırasıyla gecikme ve seğirme değerleri güven olasılıkları
δ_{js}, ρ_{js} :	j . son kullanıcı tarafından s senaryosu altında sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme miktarı
π :	Gerekli minimum talep karşılama oranı

Çizelge 2.33: Hacim bazlı fiyatlandırma için karar değişkenleri.

Karar değişkenleri	
β_i :	i .omurgadan satın alınan bant genişliği miktarı
y_{ijs} :	j talebinin s senaryosu altında i omurgasından karşılanma oranı
y_{js} :	s senaryosu altında j talebinin karşılanma oranı

IO için belirsiz son kullanıcı talebi altında kar en büyüklenmesi probleminin amaç fonksiyonu, karar değişkenleri y_{js} ve β_i 'nin fonksiyonu olarak denklem (2.79)'deki gibi yazılabilir.

$$\text{Maksimum: } \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} \vartheta_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \quad (2.79)$$

Kısıt kümesi (2.80) sayesinde bir omurgadan kapasite satın alınmış ise son kullanıcı talepleri bu kapasiteye atanabilmektedir. Bir omurgaya atanan toplam kapasite, o omurgadan satın alınan bant genişliğinden kapasite kayıpları düşüldükten sonra eşit veya daha küçük olmalıdır.

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \forall i \in I, \forall s \in \Omega \quad (2.80)$$

Kısıt (2.81) bir omurgadan satın alınabilecek maksimum bant genişliği miktarının belirtilen omurga tarafından piyasada satılan miktardan daha fazla olmasını engellemektedir.

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (2.81)$$

Denklem setleri (2.82) ve (2.83) olasılıksal (şans) QoS kısıtlarını göstermektedir. Bu kısıtlar sayesinde son kullanıcı talepleri, bir omurgaya ancak gecikme ve seçirme isteklerini belli bir olasılık değerinin üstünde sağlarsa atanabilmektedir. Bu kısıtların deterministik eşdeğerleri gecikme ve seçirmenin (Φ_i, Ψ_i) normal dağılıma uyduğu varsayımı altında denklemler (2.84) ve (2.85) verilmiştir. Bu kısıtların doğrusal olması sayesinde hacim bazlı fiyatlandırma modeli, SLP modeli halini almaktadır.

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\delta}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.82)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\rho}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (2.83)$$

Burada Γ_{Θ} standart normal dağılımın ters dönüşüm (quantile) fonksiyonunu göstermektedir.

$$y_{ijs} \left(\frac{\delta_{js} - \mu_i^{\delta}}{\sigma_i^{\delta}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\delta}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.84)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\rho_{js} - \mu_i^{\rho}}{\sigma_i^{\rho}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\rho}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.85)$$

(2.86) nolu kısıt seti son kullanıcılarla uzun süreli ilişkiler kurmak açısından gerekli olan servis düzeyinin (talep karşılama oranı) belli bir değerin üzerinde olmasını sağlamaktadır. (2.87) ve (2.88) nolu kısıt setleri birlikte, karşılanması karar verilen miktar kadar her son kullanıcı bant genişliği talebinin omurgalara dağıtılması sağlamaktadır. İşaret kısıtları (2.89) nolu denklemlerle sağlanmaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (2.86)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.87)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.88)$$

$$\beta_i, y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I, \quad (2.89)$$

2.3.1 Ayrıştırma algoritması tasarımı ve algoritmanın iyileştirilmesi

Bir önceki alt bölümde IO için kurulan hacim fiyatlandırma altından beklenen net karın en büyüklenmesine yönelik modelinin çözülmesinde karşılaşılan önemli sorunlardan biri gerekli olan hafıza ve hesaplama gereksiniminin artan senaryo sayısı ile birlikte büyümesidir. Hacim fiyatlandırma modelinin, kademeli fiyatlandırma modeli gibi büyük ölçekli iki-evreli stokastik doğrusal programlama (SLP) modelidir. Bir önceki bölümde olduğu gibi bu bölümde de Benders ve L-Şekli algoritmaları hacim fiyatlandırma için oluşturulup değişik senaryolar altında koşulacaktır.

Hacim fiyatlandırma problemi için ana ve alt problemler aşağıda sunulacaktır. Modeldeki ilk evre karar değişkenleri yani hangi BP'den ne kadar bant genişliği satın alınması gerektiğini belirten değişken sabitlenerek $\hat{\beta}_i$ alt probleme verilecek. Oluşan alt problemin çözülmesi ile elde edilen dual değişkenlerle optimallik ve olurluluk kısıtları elde edilerek ana problem çözülecektir. Önceden de tartışıldığı

gibi Benders ayrıştırmasında alt problem tüm senaryolar için bir kerede çözülmeye çalışılırken, L-Şekli ayrıştırmasında alt problem her bir senaryo için ayrı ayrı çözülmektedir.

Alt problem:

$$t^* = \text{Maksimum : } \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} \vartheta_{js} y_{js} - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \quad (2.90)$$

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \hat{\beta}_i, \forall i \in I, \forall s \in \Omega \quad (2.91)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\delta_{js} - \mu_i^\delta}{\sigma_i^\delta} - \Gamma_{\Theta_{js}^\delta} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.92)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\rho_{js} - \mu_i^\rho}{\sigma_i^\rho} - \Gamma_{\Theta_{js}^\rho} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.93)$$

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (2.94)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.95)$$

$$y_{js} - \sum_{i \in I} y_{ijs} = 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (2.96)$$

$$y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (2.97)$$

Denklerler (2.90) ile (2.97) arasında sunulan alt problem önceden tartışılan ikinci evre modelini $Q(\cdot)$ oluşturmaktadır. Burada amaç gelirin ve ikinci evre maliyetlerin toplamının beklenen değerinin en küçüklenmesidir. Burada $\hat{\beta}_i$ 'in bir karar değişkeni değil bir sabit olduğuna dikkat edilmeli ve oluşan modelin doğrusal programlama modeli olduğu görülmelidir.

Ana problem:

$$\text{Maksimum : } - \sum_{i \in I} c_i \beta_i + t \quad (2.98)$$

$$\text{Kısıtlar : } t \leq \sum_{i \in I} \sum_{s \in \Omega} (1 - \alpha_i) \beta_i \xi_{is} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} \eta_{js} + \pi \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} d_{js} \lambda_s \quad (2.99)$$

$$0 \leq \sum_{i \in I} \sum_{s \in \Omega} (1 - \alpha_i) \beta_i \xi_{is} + \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} \eta_{js} + \pi \sum_{j \in J_s} \sum_{s \in \Omega} d_{js} \lambda_s \quad (2.100)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (2.101)$$

$$\beta_i \geq 0, \forall i \in I \quad (2.102)$$

Denklem (2.98) ile (2.102) arasında gösterilen ana modelde amaç fonksiyonu ilk evre kapasite maliyeti ile ikinci evre kazancı ve maliyetlerinin beklenen toplamından oluşturmaktadır. Kısıt kümesi (2.99) ile belirtilen kısıt optimallik

kesimini belirtmektedir. Bu kısıtta belirtilen ξ değişken (2.91) kısıtına karşılık gelen dual değişkendir, η ise (2.95) denklemine karşılık gelen dual değişkendir. Son olarak değişken λ alt modeldeki (2.94) numaralı kısıta karşılık gelen dual değişkendir. Denklem seti (2.100) ise olurluluk kesimlerini göstermektedir.

Hacim fiyatlandırma için oluşturulan Benders ayrıştırmasının, çeşitli problem kümelerinde koşulması sonucu optimal sonucun çok uzun iterasyon sayısı ve dolayısı ile koşum süresinden sonra ulaşılması, bazı büyük problem verilerinde ise optimallik şartları sağlanmadan testlerin yapıldığı bilgisayarların hafıza limitlerinin aşılması ayrıştırma algoritmasının iyileştirilmesi zorunluluğunu doğurmuştur. Bir önceki bölümlerde de kullanılan L-Şekli algoritması bu probleme çözüm olarak geliştirilmiştir. Bu yaklaşımın Benders ayrıştırmasından en büyük farkı: alt problemin tek bir sefer yerine modeldeki kısıtların özel yapısı göz önüne alınarak senaryoların ayrı ayrı olarak çözülmesi ve bütün senaryolar için optimal alt problem dual değişkenleri bulunduktan sonra optimallik yada olurluluk kısıtlarının eklenmesidir. Bu sayede büyük ölçekli iki-evreli SLP modeli, doğrusal programlama modeli olan daha küçük boyuttaki problemlere indirgene bilmektedir. İki algoritmanın performanslarını karşılaştırmak amacıyla çeşitli BP $|I|$, son kullanıcı $|J|$ ve senaryo $|\Omega|$ sayısındaki problem kümeleri hacim fiyatlandırma politikası için oluşturulmuş ve Benders ardından L-Şekli algoritmaları ile çözülmüştür. Problem kümelerinin oluşturulması sırasında son kullanıcı taleplerini normal dağılımdan üretilmiştir.

Çizelge 2.34'de değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi sunulmuştur. Küçük ölçekli problem kümesinde ($|I| = 25$) Benders ayrıştırmasının çok azda olsa L-Şekli ayrıştırmasından üstün olduğu görülmektedir. Fakat artan problem kümesi büyüklüğü Benders algoritmasını olumsuz yönde etkilemektedir. BP sayısının 100 olduğu durumda '*' ile belirtildiği gibi Benders algoritması iki iterasyon sonrasında bilgisayardaki tüm hafızayı tüketip optimal çözümü bulamamıştır. Öte yandan, L-Şekli ayrıştırması tüm durumlarda optimal çözümü bulmayı başarmıştır.

Son kullanıcı sayısındaki $|J|$ artışın algoritmaların performanslarını nasıl etkilediği Çizelge 2.35'de gösterilmiştir. Benders algoritması bu senaryo altındaki $J=200$ problem büyüklüğün hariç en iyi çözümü bulmayı başarmıştır. Çizelgede görüldüğü

Çizelge 2.34: Hacim fiyatlandırma altında değişen BP sayısının algoritma performanslarına etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Çözüm Algoritması	GAP	LB	UB	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
(25, 100, 50)	Benders	0.00	17730.27	17730.27	11	201.00
(50, 100, 50)	Benders	0.00	17699.23	17699.23	24	756.91
(100, 100, 50)	Benders*	∞	$-\infty$	∞	2	***
(25, 100, 50)	L-Şekli	0.00	17730.27	17730.27	11	224.98
(50, 100, 50)	L-Şekli	0.00	17699.23	17699.23	22	537.59
(100, 100, 50)	L-Şekli	0.00	17792.23	17792.23	78	3011.85

gibi büyük boyutlu problemlerde Benders ayrıştırması ancak iki iterasyon gidebilmektedir. Diğer taraftan, test edilen bütün son kullanıcı sayıları altında L-Şekli ayrıştırması tolerans limitleri içerisinde makul sayılabilecek sürelerde optimal çözümü bulmuştur.

Çizelge 2.35: Hacim fiyatlandırma altında değişen son kullanıcı sayısının algoritmaların performanslarına etkisi.

Problem büyüklüğü ($ I , J , S $)	Çözüm Algoritması	GAP	LB	UB	İterasyon sayısı	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
(50, 50, 50)	Benders	0.00	8791.38	8791.38	43	432.16
(50, 100, 50)	Benders	0.00	17866.94	17866.94	39	1156.06
(50, 200, 50)	Benders*	∞	$-\infty$	∞	2	***
(50, 50, 50)	L-Şekli	0.00	8791.38	8791.38	36	720.87
(50, 100, 50)	L-Şekli	0.00	17866.94	17866.94	40	949.76
(50, 200, 50)	L-Şekli	0.00	35331.99	35331.99	30	1124.23

L-Şekli algoritmasının alt problemleri senaryolara göre ayrıştırarak ayrı ayrı çözmesinden dolayı, değişen senaryo sayısının etkisi daha ayrıntılı ölçülmek istenmiştir. Bu doğrultuda, her bir senaryo sayısına ait 10 farklı ve bağımsız problem kümesi oluşturulmuş ve çözülmüştür. Hafıza yetersizliğinden dolayı algoritmaların durduğu durumda UB, LB, GAP, iterasyon sayısı ve o ana kadar geçen süre kaydedilerek karşılaştırma yapılabilme olanağı sağlanmıştır.

Çizelge 2.36’de $|\Omega| = 25$ için analizler sunulmuştur. Bu analizlerde BP sayısı 50’ye son kullanıcı sayısı 100 sabitlenmiştir. Benders algoritması için ortalama koşum süresi 976.76 saniye iken, L-Şekli algoritması için bu süre sadece 469.46 saniyedir. Bütün problem kümelerinde L-Şekli daha üstün gözükmeye rağmen iki algortmada tüm problemleri optimal olarak çözmeyi başarmıştır. L-Şekli ayrıştırması en kötü durumda Benders’e göre %69 daha hızlı iken bu oran en iyi durumda %173’dür. Senaryo sayısının 50’ye eşit olduğu durumda yapılan analizlerin sonuçları Çizelge 2.37 özetlenmiştir. Her iki algoritma da tüm

Çizelge 2.36: Hacim fiyatlandırma altında $|\Omega| = 25$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	LB	UB	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
I50J100S25_0	Benders	28	0.00	17845.97	17845.97	813.22
I50J100S25_1	Benders	25	0.00	17713.18	17713.18	947.22
I50J100S25_2	Benders	23	0.00	18072.78	18072.78	788.21
I50J100S25_3	Benders	40	0.00	17813.89	17813.89	1327.08
I50J100S25_4	Benders	23	0.00	18022.57	18022.57	765.02
I50J100S25_5	Benders	31	0.00	17884.09	17884.09	1078.39
I50J100S25_6	Benders	31	0.00	17902.74	17902.74	1219.95
I50J100S25_7	Benders	29	0.00	17685.00	17685.00	1262.53
I50J100S25_8	Benders	13	0.00	17826.42	17826.42	685.39
I50J100S25_9	Benders	25	0.00	17746.47	17746.47	880.56
I50J100S25_0	L-Şekli	27	0.00	17845.97	17845.97	479.27
I50J100S25_1	L-Şekli	24	0.00	17713.18	17713.18	442.73
I50J100S25_2	L-Şekli	22	0.00	18072.78	18072.78	389.17
I50J100S25_3	L-Şekli	42	0.00	17813.89	17813.89	728.91
I50J100S25_4	L-Şekli	27	0.00	18022.57	18022.57	452.31
I50J100S25_5	L-Şekli	30	0.00	17884.09	17884.09	503.34
I50J100S25_6	L-Şekli	30	0.00	17902.74	17902.74	507.20
I50J100S25_7	L-Şekli	30	0.00	17685.00	17685.00	498.88
I50J100S25_8	L-Şekli	14	0.00	17826.42	17826.42	250.94
I50J100S25_9	L-Şekli	27	0.00	17746.47	17746.47	441.83

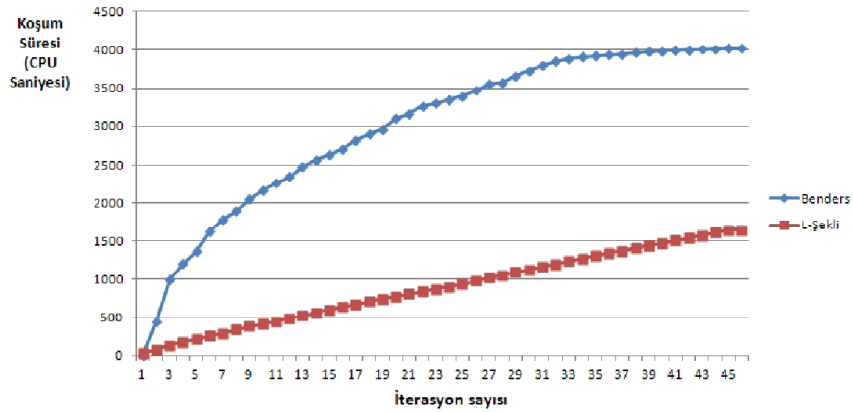
problem kümelerini optimal olarak çözerken L-Şekli ayrıştırmasının optimal çözüme ulaşma süresi Benders ile kıyaslandığında ortalamada %160 oranında daha az süre almaktadır. Her bir iterasyonun ne kadar süre aldığını görmek amacıyla seçilen I50J100S50_0 problem kümesinin üzerinde yapılan analizlerin sonuçları Şekil 2.18’de verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi, ilk iterasyonlar Benders algoritmasında çok uzun süreler alırken son iterasyonlar oldukça hızlı sonlandırılmaktadır. Öte yandan, L-Şeklin’de ise toplam iterasyon süresinin neredeyse doğrusal olarak artması her iterasyonun eşit süre aldığını göstermektedir. Aynı problem kümesi için GAP’ın nasıl azaldığı Şekil 2.19’de gösterilmiştir.

Benders’in optimal değere daha hızlı yakınsamalarına rağmen Benders için iterasyonların uzun sürmesi L-Şeklini daha üstün bir yaklaşım olarak göstermektedir. Senaryo sayısının 100 olduğu en büyük problem kümeleri için sonuçlar Çizelge 2.38’de tartışılmıştır.

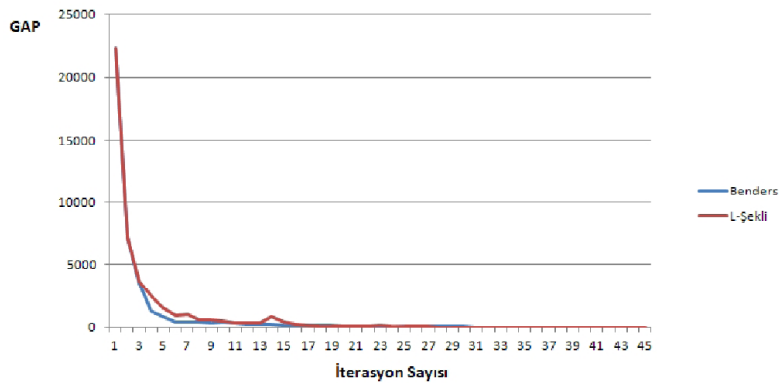
Her iki algoritmada optimal çözüme ulaşmayı başarırken, bir problem kümesi (I50J100S100_4) hariç L-Şeklinin daha çabuk bir şekilde optimal çözüme yakınsadığı görülmektedir.

Çizelge 2.37: Hacim fiyatlandırma altında $|\Omega| = 50$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	LB	UB	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
I50J100S50_0	Benders	45	0.00	17954.58	17954.58	4023.47
I50J100S50_1	Benders	35	0.00	17729.75	17729.75	2159.52
I50J100S50_2	Benders	26	0.00	17783.95	17783.95	1750.03
I50J100S50_3	Benders	60	0.00	17777.14	17777.14	4389.36
I50J100S50_4	Benders	24	0.00	17900.18	17900.18	2057.03
I50J100S50_5	Benders	24	0.00	17541.43	17541.43	2084.75
I50J100S50_6	Benders	29	0.00	17852.15	17852.15	2290.13
I50J100S50_7	Benders	60	0.00	17790.14	17790.14	3846.42
I50J100S50_8	Benders	46	0.00	17752.17	17752.17	4337.72
I50J100S50_9	Benders	67	0.00	17832.65	17832.65	4793.88
I50J100S50_0	L-Şekli	45	0.00	17954.58	17954.58	1639.66
I50J100S50_1	L-Şekli	32	0.00	17729.75	17729.75	1024.61
I50J100S50_2	L-Şekli	22	0.00	17783.95	17783.95	714.70
I50J100S50_3	L-Şekli	54	0.00	17777.14	17777.14	1577.86
I50J100S50_4	L-Şekli	22	0.00	17900.18	17900.18	660.59
I50J100S50_5	L-Şekli	21	0.00	17541.43	17541.43	622.52
I50J100S50_6	L-Şekli	28	0.00	17852.15	17852.15	915.86
I50J100S50_7	L-Şekli	63	0.00	17790.14	17790.14	1842.44
I50J100S50_8	L-Şekli	44	0.00	17752.17	17752.17	1298.94
I50J100S50_9	L-Şekli	65	0.00	17832.65	17832.65	1867.41



Şekil 2.18: Benders ve L-Şekli algoritmaları için koşum sürelerinin kıyaslanması.



Şekil 2.19: Benders ve L-Şekli algoritmalarının GAP değişimi.

Benders ayrıştırması için ortalama çözüm süresi 7613.09 saniye iken, L-Şekli için bu süre 5347.55 saniyedir. Buda L-Şekli'nin ortalamada %42 oranında daha hızlı olduğunu göstermektedir.

Çizelge 2.38: Hacim fiyatlandırma altında $|\Omega| = 100$ için ayrıştırma algoritmalarının karşılaştırılması.

Problem seti	Çözüm Algoritması	İterasyon sayısı	GAP	LB	UB	Koşum süresi (CPU Saniyesi)
I50J100S100_0	Benders	39	0.00	17847.41	17847.41	4658.50
I50J100S100_1	Benders	86	0.00	17853.54	17853.54	19317.56
I50J100S100_2	Benders	57	0.00	17729.92	17729.92	10860.61
I50J100S100_3	Benders	29	0.00	17826.08	17826.08	4173.36
I50J100S100_4	Benders	28	0.00	17722.99	17722.99	3516.11
I50J100S100_5	Benders	63	0.00	17706.46	17706.46	8755.27
I50J100S100_6	Benders	28	0.00	17720.12	17720.12	4819.97
I50J100S100_7	Benders	81	0.00	17593.44	17593.44	11015.08
I50J100S100_8	Benders	50	0.00	17727.89	17727.89	5507.13
I50J100S100_9	Benders	16	0.00	17743.53	17743.53	3507.33
I50J100S100_0	L-Şekli	37	0.00	17847.41	17847.41	3853.03
I50J100S100_1	L-Şekli	99	0.00	17853.54	17853.54	13845.08
I50J100S100_2	L-Şekli	54	0.00	17729.92	17729.92	8054.53
I50J100S100_3	L-Şekli	24	0.00	17826.08	17826.08	3847.25
I50J100S100_4	L-Şekli	32	0.00	17722.99	17722.99	5032.13
I50J100S100_5	L-Şekli	67	0.00	17706.46	17706.46	7076.23
I50J100S100_6	L-Şekli	32	0.00	17720.12	17720.12	2085.48
I50J100S100_7	L-Şekli	80	0.00	17593.44	17593.44	5215.34
I50J100S100_8	L-Şekli	54	0.00	17727.89	17727.89	3432.42
I50J100S100_9	L-Şekli	14	0.00	17743.53	17743.53	1034.02

2.3.2 Sayısal analizler ve sonuçlar

Bu bölümde önceki bölümlerde tartışılan hacim fiyatlandırma için stokastik programlama modeli (RP) L-Şekli ayrıştırma algoritması kullanılarak çeşitli senaryolar altında çözülecektir. Bu senaryolar oluşturulup çözülürken çeşitli problem parametrelerinin model yapısına ve çözüme etkisi hem teorik olarak (koşum süresi, iterasyon sayısı vb.) hem de yönetimsel anlamda (net kar, kapasite kullanım oranı vb.) irdelenmeye çalışılmıştır.

Bu bölümde yürütülecek sayısal analizler için kullanılacak problem listelerinin kümesi Çizelge 2.39'de verilmiştir. Yapılan analizlerin ana amaçları sırası ile; belirsizliğin etkisini ölçmek için kullanılan değerler (EVPI ve VSS) ile olasılık dağılımı arasındaki ilişkiyi, bant genişliği talebinin standart sapması (σ) arasındaki ilişkiyi, son kullanıcı sayısı ($|J|$) arasındaki ilişkiyi ve senaryo sayısı ($|\Omega|$) arasındaki ilişkiyi irdelemektir. Bu hesaplamalarının yapılmasının ardındaki sebep hangi durumlarda stokastik programlama modelinin(RP) ve hangi durumlarda daha basit model olan beklenen değer modelinin (EEV) çözülmesinin daha çekici

olduğunu analiz etmektir. Bütün sayısal analizler sırasında oluşturulan veri setlerinin koşumu Pentium Centrino 2.67 GHz, 2 GB RAM ve Windows işletim sistemi altında CPLEX 11.2.1 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

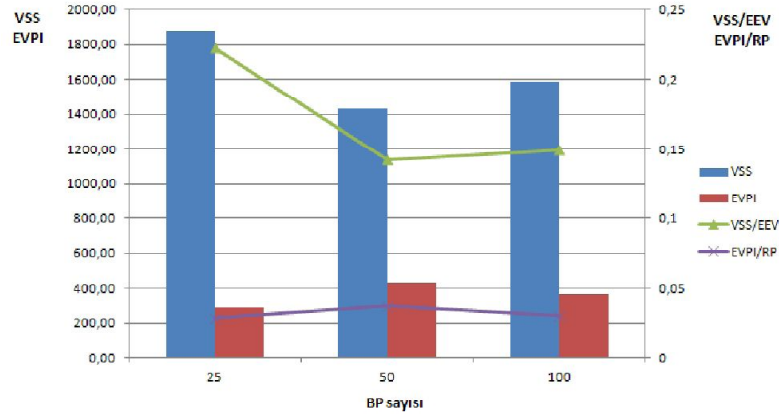
Çizelge 2.39: Hacim fiyatlandırma için test kümeleri.

Problem kümesi	Seviye sayısı
BP sayısı	3
Son kullanıcı sayısı	3
Senaryo sayısı	3
Varyans düzeyi	5
Bant genişliği olasılık dağılımı	4
Kapasite kayıp oranı	3
Güven seviyesi olasılığı	3
Toplam	240

- BP sayısının etkisinin analizi: Değişen BP sayısının ($|I|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı BP sayısı seviyesi (25, 50, 100) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6 varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, son kullanıcı sayısı $|J|$ ve senaryo sayısı $|\Omega|$ sırasıyla 100 ve 50'ye sabitlenmiştir.

Şekil 2.20'de değişen BP sayısının probleme etkisini sunmaktadır. Son kullanıcı taleplerindeki belirsizliği düşünülerek modelleme ve çözüm yapılması yani RP modelinin tercih edilmesi EEV yaklaşımına göre ortalamada %20 oranında büyük bir atış sağlamaktadır. BP sayısının en az olduğu durumda ise VSS/EEV oranı en yüksek seviyede iken EVPI/RP oranı en düşük düzeydedir. VSS (VSS/EEV) oranının en düşük sayıdaki BP sayısında en yüksek değerde olması kademeli fiyatlandırma çözümü ile paralellik göstermektedir. Diğer bir gözlem ise VSS ve EVPI değerlerinin ters bir trend islemesidir yani VSS'nin en düşük olduğu problem kümesinde EVPI en yüksek, VSS en yüksek olduğu problem setlerinde ise EVPI en düşük değerini almaktadır.

Hacim fiyatlandırma modeli için ikincil performans istatistikleri hesaplanırken iki yeni istatistik tanımlanmıştır bunlar: tam olarak kullanılan BP sayısı NFUB ve toplamda piyasada var olan kapasitenin yüzde kaçının IO tarafından satın alındığını gösteren MCUP değerleridir. Değişen BP sayısının VSS ve EVPI'den sonra en önemli performans istatistiklerine etkisi Çizelge 2.40'de özetlenmiştir.



Şekil 2.20: Hacim fiyatlandırma altında BP sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.

Piyasada bulunan omurgaların sayısının artması ile birlikte NSS artmasının sebebi IO'nun daha düşük fiyata kapasite sağlayan çok sayıda BP ile çalışmayı tercih etmesidir. EDFR değerlerinin de artan BP sayısı ile arttığı gözlenmektedir. Tüm durumlarda oldukça yüksek EDFR ve ECUP değerleri elde edilmiştir. MCUP ve NFUB değerleri artan BP sayısı ile azalma göstermektedir ki MCUP değeri 4 kat artan BP sayısında %400 oranında azalması tutarlı bir sonuçtur.

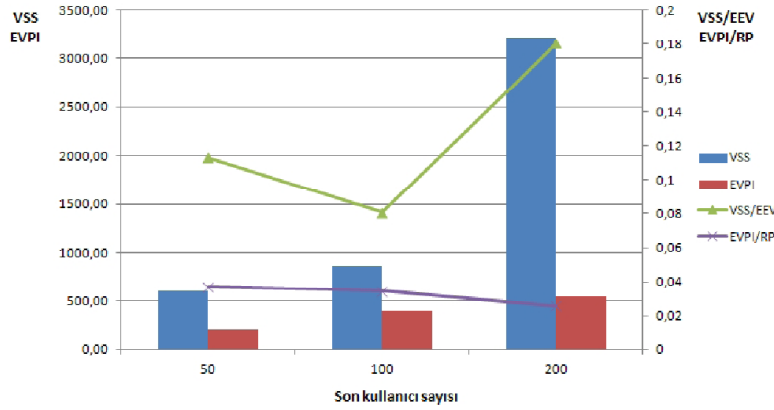
Çizelge 2.40: Hacim fiyatlandırma altında BP sayısının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(25, 100, 50)	12.00	0.91	0.98	9.70	43.62
(50, 100, 50)	12.40	0.89	0.99	9.60	21.93
(100, 100, 50)	13.30	0.89	0.99	9.50	11.04

- Son kullanıcı sayısının etkisinin analizi: Değişen son kullanıcı sayısının ($|J|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı son kullanıcı sayısı seviyesi (50, 100, 200) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6, varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, BP sayısı $|I|$ ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 50'ye sabitlenmiştir.

Şekil 2.21'de değişen son kullanıcı sayısının hacim bazlı fiyatlandırmada birincil performans istatistiği olarak tanımlanan VSS ve EVPI'ye etkisi gösterilmiştir. Son kullanıcı talepleri belirsiz olduğundan ve artan son kullanıcı sayısı belirsizliği artıracığından VSS değerinde hızlı bir artış gözlemesi normaldir ve bu durum RP modelinin yani stokastik yaklaşımın üstünlüğünü göstermektedir.

EVPI değerlerinde de artan son kullanıcı sayısı ile birlikte bir artma gözlenirse de bu artış VSS'deki artışa kıyasla oldukça düşük kalmaktadır. Özetle, geleceği tam olarak bilmekle IO'nun elde edeceği kazanç en fazla en iyi durumda %4'den az iken, deterministik yaklaşım yerine stokastik yaklaşımın tercih edilmesi IO'nun karına en kötü durumda bile %8 oranında bir ek katkı yapmaktadır.



Şekil 2.21: Hacim fiyatlandırma altında son kullanıcı sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.

Çizelge 2.41 ikincil performans çıktıları özetlenmiştir. Artan son kullanıcı talebi, IO'yu daha çok BP ile çalışarak daha fazla kapasite almasına neden olmaktadır öyle ki piyasadaki satışa sunulan kapasitenin %43'lük tutarı aracı tarafından tüketilmektedir. Satın alınan kapasitenin artması ve bütün son kullanıcı sayılarında BP sayısının sabit kalması NFUB sayısının artmasına neden olmaktadır.

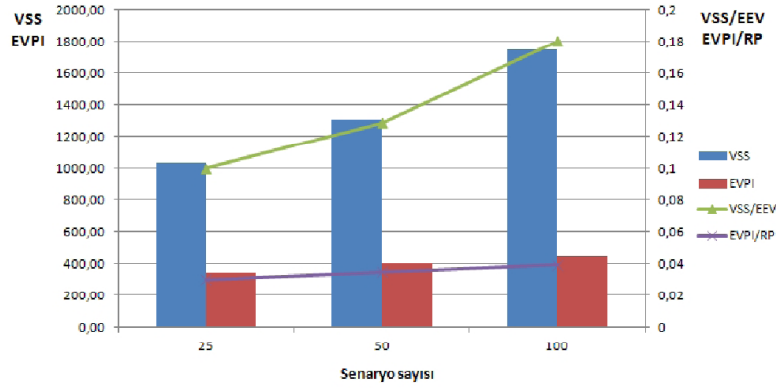
Çizelge 2.41: Hacim fiyatlandırma altında son kullanıcı sayısının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 50, 50)	7.30	0.89	0.99	3.80	11.04
(50, 100, 50)	12.70	0.90	0.99	9.70	21.93
(50, 200, 50)	23.40	0.91	0.99	20.30	43.31

- Senaryo sayısının etkisinin analizi: Değişen senaryo sayısının ($|\Omega|$) etkisini analiz etmek amacı ile, 3 ayrı senaryo sayısı seviyesi (25, 50, 100) için birbirinden bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür. Bu analiz sırasında son kullanıcı talepleri ortalaması (μ_{js}) 6

varyansı σ_{js}^2 3 olan normal dağılım kullanılarak üretilmiştir. Bu testler yapılırken, BP sayısı $|I|$ ve son kullanıcı sayısı $|J|$ sırasıyla 50 ve 100'e sabitlenmiştir.

Şekil 2.22'de değişen senaryo sayısının hacim fiyatlandırma modeli üzerindeki etkisi görsel olarak sunulmuştur. Artan senaryo sayısı hacim fiyatlandırma modelinde, EVPI ve VSS (ek olarak $EVPI/z^{RP}$, VSS/z^{EEV}) değerlerinde bir artışa neden olmaktadır. Bütün senaryo sayılarında VSS değerinin EVPI değerinden büyük olması ve en kötü durumda bile RP' nin EEV'den %10 oranında daha avantajlı olması senaryo sayısından bağımsız olarak stokastik yaklaşımın IO tarafından adapte edilebileceğini göstermektedir.



Şekil 2.22: Hacim fiyatlandırma altında senaryo sayısının VSS ve EVPI'ye etkisi.

Çizelge 2.42'de sunulan istatistiklerin genelde son kullanıcı ve BP sayısına bağlı olmasından dolayı değişen senaryo sayısının bu istatistikler üzerinde bir etkisi olmadığı saplanmıştır. EDFR ve ECUP değerlerinin %90 üzerinde olması pozitif bir sonuçtur.

Çizelge 2.42: Hacim fiyatlandırma altında senaryo sayısının performans istatistiklerine etkisi.

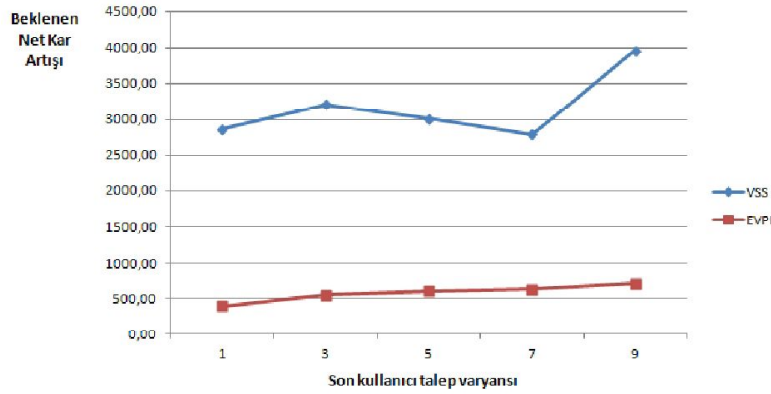
Problem seti ($ I , J , \Omega $)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 100, 25)	12.70	0.90	0.99	9.80	21.92
(50, 100, 50)	13.00	0.90	0.99	9.40	21.85
(50, 100, 100)	13.30	0.90	0.99	9.40	21.90

- Talep varyansının etkisinin analizi: Son kullanıcı taleplerinin üretilmesi esnasında normal dağılıma uyduğu varsayımı bu analiz esnasında da korunmuş fakat değişen talep varyansının etkisi sabit senaryo, BP ve son kullanıcı sayısı altında incelenmeye çalışılmıştır. Değişen varyansa rağmen, her varyans

seviyesinde taleplerin ortalama değeri sabit tutulmuştur. Böylelikle BP başına düşen ortalama talep sayısı korunmuştur.

Varyans testleri 5 farklı seviyede yapılmıştır. Son kullanıcı talep varyansının 9, 7, 5, 3 ve 1 olduğu tüm durumlarda BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 50, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir. Bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu tüm varyans seviyeleri için oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Değişen son kullanıcı talep varyansının hacim fiyatlandırma altındaki kar enbüyükleme problemi etkisi Şekil 2.23'de gösterilmiştir. Tüm varyans seviyelerinde VSS değerinin EVPI'den fazla olması önemli bir sonuç olmasına rağmen VSS ile varyans arasında bir ilişki tespit edilememiştir. Artan varyans EVPI değerlerinde az da olsa artmalara neden olmaktadır. Bunun nedeni varyansın artması ile birlikte geleceği tahmin etmenin güçleşmesi ve dolayısı ile bu tahmin için ödenebilecek tutarın da artmasıdır. Çizelge 2.43'den de



Şekil 2.23: Hacim fiyatlandırma altında talep varyansının VSS ve EVPI'ye etkisi.

anlaşıldığı gibi ikincil performans istatistiklerinin tümü neredeyse değişen varyans değerlerinde yatay bir seğir izlemektedir. Varyans seviyesi 5 iken en düşük NSS değeri gözlenmiştir.

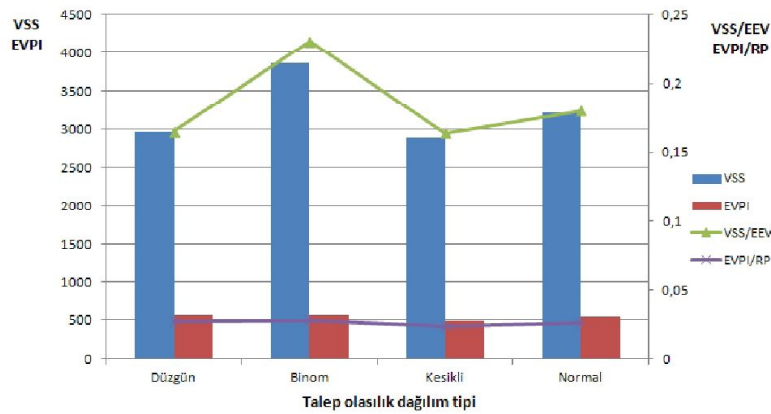
Çizelge 2.43: Hacim fiyatlandırma altında talep varyansının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega , \sigma^2$)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 200, 50, 1)	23.20	0.91	0.99	20.80	43.41
(50, 200, 50, 3)	23.40	0.91	0.99	20.30	43.31
(50, 200, 50, 5)	22.60	0.91	0.98	20.20	43.27
(50, 200, 50, 7)	23.20	0.91	0.98	20.60	43.55
(50, 200, 50, 9)	23.00	0.90	0.98	20.40	43.16

- Talep olasılık dağılımlarının etkisinin analizi: Şimdiye kadar yapılan bütün testlerde son kullanıcı talepleri normal dağılımdan üretilerek koşumlar yapılmış olmasından dolayı olasılık dağılım tipinin değişmesinin hacim fiyatlandırma modelinde nasıl bir etki yarattığını ölçmek için farklı dağılımlar kullanılarak RP, EEV ve WS modelleri çözülmüştür. Test problem kümeleri, iki sürekli (Normal ve Düzgün) ikide sürekli olmayan (Binom ve Kesikli) dağılımdan üretilmiştir. Dağılımlardan son kullanıcı talepleri oluşturulurken bütün dağılımların eşit varyans ve ortalama değere sahip olması sağlanmıştır. Özetle, bütün dağılımların ortalaması (beklenen değeri) 6 ve varyansları 3 olacak şekilde tasarlanmıştır.

Değişen talep dağılımının etkisini hacim fiyatlandırma modelinde ölçmek için, BP, son kullanıcı ve senaryo sayısı sırasıyla 50, 200 ve 50'ye sabitlenmiştir ve, ardından her bir olasılık dağılımı için bağımsız ve farklı 10 adet test senaryosu oluşturulmuş ve çözülmüştür.

Şekil 2.24'de tüm dağılım tipleri için hesaplanan VSS, EVPI, VSS/EEV ve EVPI/RP değerleri gösterilmiştir. En yüksek VSS ve EVPI değeri Binom dağılımda hesaplanmıştır. Daha önemli bir çıktı olan VSS/z^{EEV} oranı ise tüm dağılımlar için %16.5-%23 arasında hesaplanmıştır ki talep hangi dağılıma uyarsa uysun stokastik model beklenen net karda önemli bir artışa neden olmaktadır. $EVPI/z^{RP}$ oranı ise bütün olasılık dağılımlarında %2.4 ile %2.7 arasında kalmaktadır. Çizelge 2.44'den de anlaşıldığı gibi ikincil performans



Şekil 2.24: Hacim fiyatlandırma altında talep olasılık dağılımlarının VSS ve EVPI'ye etkisi.

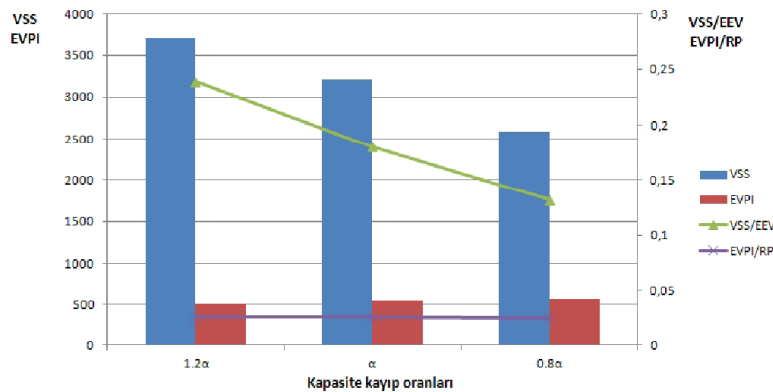
istatistiklerinin tümü neredeyse değişen talep olasılık tipleri ile birlikte yatay bir seğir izlemektedir.

Çizelge 2.44: Hacim fiyatlandırma altında talep olasılık dağılımının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega $, Olasılık dağılımı)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 200, 50, Düzgün)	23.30	0.91	0.99	20.60	43.57
(50, 200, 50, Binom)	23.00	0.91	0.99	20.50	43.31
(50, 200, 50, Kesikli)	23.40	0.91	0.99	20.20	43.47
(50, 200, 50, Normal)	23.40	0.91	0.99	20.30	43.31

- **Kapasite kayıp oranlarının etkisinin analizi:** Hacim fiyatlandırma politikası modelinde, kademeli fiyatlandırma modelinde olduğu gibi altyapı aksamalarından dolayı meydana gelen kapasite kayıplarının matematik modellere entegre edilmesinden dolayı kapasite kayıp oranlarındaki değişimin problemin sonuçlarını ne şekilde etkilediğini görmek amacıyla 3 farklı seviyede ve her bir seviyeden 10 farklı problem kümesinde koşumlar yapılmıştır. Problem kümelerinin oluşturulması sırasında, her bir BP'nin kapasite kayıp oranı ortalamada %20 olacak şekilde artırılarak 1.2α adındaki problem kümeleri oluşturuldu. Aynı şekilde kayıp oranlarının ortalamada %20 şeklinde azaltılması ile 0.8α problem setleri elde edildi.

Şekil 2.25'de değişen kapasite kayıp oranının EVPI ve VSS'ye etkisi gösterilmiştir. EVPI bu değişimden etkilenmezken VSS/z^{EEV} oranı azalan kapasite kayıpları ile birlikte azalmaktadır. Dolayısı ile yüksek kayıpların olduğu telekomünikasyon sistemlerinde RP yaklaşımın seçilmesi IO açısından daha karlı gözükmektedir.



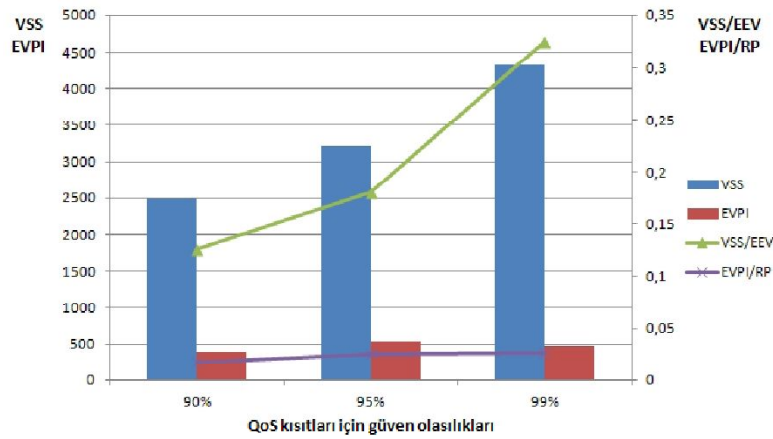
Şekil 2.25: Hacim fiyatlandırma altında kapasite kayıp oranlarının VSS ve EVPI'ye etkisi.

Azalan kapasite kayıp oranları ile birlikte ECUP oranında artma görülmesi gayet doğal bir sonuçtur (bkz. Çizelge 2.45). NSS sayısının ise yüksek kayıp oranlarında fazla olması IO'nun karar vericisinin talepleri dağıtarak kayıp riskini düşürdüğü anlamına gelmektedir. Azalan kayıplarla birlikte NFUB sayısı da azalmaktadır. MCUP'nin azalmasının sebebi, kayıpların azalmasından dolayı IO'nun daha az bant genişliğini BP'ler den satın almasıdır.

Çizelge 2.45: Hacim fiyatlandırma altında kapasite kayıp oranlarının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega , \text{Kayıp oranı}$)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 200, 50, 1.2α)	23.90	0.86	0.98	21.60	45.42
(50, 200, 50, α)	23.40	0.91	0.99	20.30	43.31
(50, 200, 50, 0.8α)	22.50	0.95	0.99	19.40	41.55

- Güven seviyesi olasılığının etkisinin analizi: Hacim fiyatlandırma modelinde yer alan stokastik kısıtlarda her bir talep için belirlenen güven olasılıklarının Θ^p , Θ^d değerlerinin değişmesinin etkisini incelemek amacıyla 3 farklı güven olasılı seviyesi seçilmiştir. Bütün güven seviyelerinde analizde kolaylık olması açısından bütün taleplerin bütün senaryolar altında aynı güven olasılığını istediği kabul edilmiştir. Bu amaçla her bir güven düzeyinde 10 farklı problem kümesi oluşturulmuştur. Koşumların ortalamalarının alınması ile elde edilen istatistikler Şekil 2.26'de sunulmuştur. Artan güven olasılıkları ile birlikte yani son



Şekil 2.26: QoS kısıtları güven olasılıklarının VSS ve EVPI'ye etkisi.

kullanıcıların daha yüksek kalite talep etmesiyle VSS (VSS/EEV) değeri hızlı bir şekilde artmaktadır. Bu son kullanıcıları kaliteye duyarlı olduğu durumlarda RP yaklaşımının beklenen değer yaklaşımından (EEV) çok daha üstün olduğu

anlamına gelmektedir. EVPI değeri ise bütün seviyeler de yatay bir seyir seyretmektedir.

Çizelge 2.46’de güven olasılıklarının RP için ikincil performans istatistiklerine etkisi özetlenmiştir. En düşük EDFR değeri güven olasılığının en yüksek olduğu %99 seviyede gözlenirken, en yüksek NSS değeri de bu seviyede hesaplanmıştır. Bunun nedeni IO’nun QoS kısıtlarını sağlamak için çok sayıda BP ile çalışmaya zorlanmasıdır.

Çizelge 2.46: QoS kısıtları güven olasılıklarının performans istatistiklerine etkisi.

Problem seti ($ I , J , \Omega $, Güven olasılığı)	NSS	ECUP	EDFR	NFUB	MCUP
(50, 200, 50, %90)	22.60	0.95	0.99	19.50	41.73
(50, 200, 50, %95)	23.40	0.91	0.99	20.30	43.31
(50, 200, 50, %99)	23.50	0.95	0.97	17.90	40.61

3. BULANIK HACİM BAZLI FİYATLANDIRMA POLİTİKASI

Gerçek hayat problemleri içinde barındırdıkları belirsizliklerden dolayı oldukça karmaşıktır. Belirsizliğin az olduğu problemler şimdiye kadar oluşturulan klasik modellerle iyi ifade edilmiş ve çözümler sayısal yöntemlerle üretilmiştir [141]. Diğer taraftan, karmaşık bir sistemin muhakeme edilmesinde sırasında karar verici (insan) problemi genel olarak inceleyip konuya ilişkin yaklaşık bir düşünce sahibi olur. Fakat bazen bu genel görüş çok karmaşık veya çok geniş sistemleri incelemeye yetmez. Bu yüzden karmaşık, belirsiz ve büyük ölçekli sistemleri insan mantığı kullanarak modellemek gerekebilir. 1965'te Lotfi Zadeh tarafından önerilen "Bulanık Mantık" bahsedilen modelleme için geliştirilmiştir [142].

Zadeh sistemlerin karmaşıklıkları ve bu sistemlerin ifade edilmelerindeki anlamlılık ve kesinlik arasındaki ilişkiyi şöyle izah etmiştir: "Bir sistemin karmaşıklığı arttıkça onun davranışıyla ilgili kesin ve anlamlı ifadeler kurma yeteneğimiz bir eşikçe ulaşınca kadar düşer. Bu eşikten sonra; kesinlik ve anlamlılık neredeyse birbirinden bağımsız özellik taşırlar" [141, 142].

Olasılık istatistiksel deneyler ve olayların oluşma sıklığı gibi fiziksel gerçekler ile öznel yargıları ifade etmek için kullanılabilir. Olabilir ve gerekli niteleyicilerinin ise fiziksel ve insani gibi iki yönü vardır [141]. Kesin olmamayı ifade etmek için kesin, bulanık, dilsel belirsizlik gibi terimler mevcuttur. Bir bilgi ögesinin değeri ile ilgili alt küme tekrar bölünemiyorsa kesin olarak ifade edilir. Bulanıklık ise eğer bir nesneye atanan değer kümelerinin sınırları tam bilinemiyorsa söz konusu olur. Dilsel belirsizlik konuşma dilinde aynı sözcüklerin farklı referans kümeleri veya farklı konular ile ilgili olmasından kaynaklanabilir [141, 143].

Kesinliğin belli olduğu durumlarda, problemin en iyi şekilde çözülmesinde bulanık sistemler kesin algoritmalarından daha az etkindir. Diğer bir deyişle, bulanık sistemler kesin olmayan ve belirsiz bilginin bulunduğu problemlerin modellenmesine ve çözülmesinde [141].

Belirsizliğin var olduğu sistemlerde, stokastik programlama verilerin kodlanması, aktarımı ve kullanılması için çok etkin bir yöntem olmuştur. Fakat kesin olmayan bilginin taşınması ile değil anlamıyla ilgili problemlerde yetersiz kalmaktadır. Bilginin anlamıyla ilgilenen en önemli yaklaşımlardan birisi olabilirlik teorisidir [144].

Hacim bazlı fiyatlandırma problemine bulanık mantık çerçevesinden bakıldığında ise, son kullanıcı taleplerinin olasılık dağılımları ile ifade edilerek bir önceki bölümde yapılan kabuller korunacaktır. Fakat, piyasaların doğası gereği oluşabilecek değişimlerden dolayı oluşabilecek gelirlerin ve maliyetlerin dalgalanmalarının bulanık mantık kullanılarak modellenmesi daha gerçekçi olacağı düşünülmüştür. Bu yaklaşımla IO'nun karar vericisinin kişisel tecrübelerini de matematik modellere aktarabilmesi sağlanmış olmaktadır.

Bir önceki bölümde kullanılan iki-evreli stokastik programlama modelinin bulanıklaştırılmış hali genel anlamda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\text{Minimum: } \tilde{Z} = c_1^t x + E_{s \in \Omega} [Q(x, s, c_2)] \quad \text{Kısıtlar } x \in X, \quad (3.1)$$

ve

$$Q(x, s, c_2) = \begin{aligned} &\text{Minimum: } f(s, c_2)^t y \\ &\text{Kısıtlar: } D(s)y \geq h(s) + T(s)x, y \in Y \end{aligned} \quad (3.2)$$

Burada $X \subseteq R^{n_1}$ ve $Y \subseteq R^{n_2}$ polyhedral kümelerdir ve $c_1 \in R^{n_1}$ ve $c_2 \in R^{n_2}$ olarak tanımlanmış maliyet ve gelir parametreleridir. Bu parametreler bulanık sayı olarak ifade edilebilirler. s ise $(\Omega, F, \wp)$ olasılık uzayında bir rassal değişkeni göstermektedir. Denklem (3.1)'de $\tilde{Z}$ optimal bulanık amaç fonksiyonu değerini göstermektedir. Takip eden alt bölümde tartışılacağı gibi, amaç fonksiyonundaki birinci ve ikinci evre katsayıları $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2$ 'nin bulanık olması problem yapısını ve çözümünü etkileyecektir. Son olarak modelde x birinci evre karar değişkenlerini gösterirken y ikinci evre karar değişkenlerini ifade etmektedir. Hacim bazlı fiyatlandırma için birinci ve ikinci evre değişkenlerinin sürekli olduğu hatırlanmalıdır.

Bu bölümde tartışılacak modeller ve yaklaşımlar sırasıyla: ilk olarak bulanık tek amaçlı SLP modeli kurulup çözümlenecektir. Ardından modelin amaç fonksiyonu

parametrelerinin bulanık olması durumunda çözüm algoritmaları aranacak ve sonuçlar IO bakış açısından incelenecektir. Bölüm ikinci kısmında ise çok amaçlı bulanık SLP modeli hacim fiyatlandırma için kurulacak ve değişik metotlarla çözümün getirdiği avantajlar sunulacaktır.

3.1 Bulanık Amaç Fonksiyonlu Stokastik Doğrusal Programlama Modeli

Doğrusal programlama modellerinde olduğu gibi SLP problemlerinde de oransallık, toplanabilirlik, bölünebilirlik ve kesinlik gibi dört temel varsayım söz konusudur [145]. Oransallık, her karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısı karar değişkeninin değeri ile orantılı olmasıdır. Her karar değişkeninin kısıtların sol tarafına katkısı, karar değişkeninin değeri ile orantılıdır. Toplanabilirlik herhangi bir karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısının diğer karar değişkenlerinin değerlerinden bağımsız olmasıdır [141]. Bölünebilirlik, karar değişkenlerinin tam sayı olmayan değerler alabilmesidir. Kesinlik ise her parametrenin kesin olarak bilinmesini gerektirir. Modelde yer alan katsayılar kesin olarak biliniyor olmalı ve karar değişkeni değerlerinin kesin olarak elde edilebilmelidir [141].

Stokastik doğrusal programlama modellerinin varsayımlarından bir tanesi her senaryo altında ve ilk evrede parameterelerin kesin olduğu varsayımdır malesef bu varsayım her zaman geçerli olmayabilir. Gerçek hayat problemlerinde katsayılar kesin olarak belirlenemeyebilir veya katsayılarda belirsizlik olabilir. Bu durum telekomünikasyon piyasasında oldukça fazla karşılaşılan bir durumdur ve bu nedenle bu çalışmada bulanık SLP modelleri geliştirilmiştir.

Bir önceki bölümde tartışıldığı gibi, eğer gelecekte oluşabilecek bütün durumlar sonlu sayıda ayrık senaryo ile modellenmesi durumunda hacim bazlı model büyük ölçekli doğrusal programlama(LP) modeli halini almaktadır. Dolayısıyla, bulanık doğrusal programlama modellerini çözmek için geliştirilmiş yaklaşımlar bu bölümde tartışılacak olan bulanık SLP modellerini de çözmede kullanılabilirler. Bu doğrultu Kabak [141] tarafından özetlenen bulanık LP modellerinin çözümünde kullanılan yaklaşımlar Çizelge 3.1’de gösterilmiştir. Yaklaşımların daha ayrıntılı analizi belirtilen referanslarda bulunabilir.

Çizelge 3.1: Tek amaçlı bulanık programlama modelleri örnekleri.

Bulanıklık içeren parametre	Çalışmalar
Kaynak katsayıları	Verdegay [146], Werner [147], Tang-Wang-Fung [148] yaklaşımları
Kaynak katsayıları ve amaç fonksiyonu	Zimmermann [149], Chanas yaklaşımları [150]
Amaç fonksiyonu katsayıları	Verdegay [146], Lai ve Hwang [151], Maeda [152], Zhang Wu Remias Lu [153] yaklaşımları
Kaynak ve teknoloji katsayıları	Ramık ve Rimenek [150], Dubois [150], Leon ve Vercher [154] yaklaşımları
Amaç fonksiyonu ve teknoloji katsayıları	Lai ve Hwang [151] yaklaşımı
Tüm katsayılar	Carlsson ve Kohen [150], Lai ve Hwang [150], Buckley [150], Negi [150], Maleki-Tata-Mashichi [155] yaklaşımları
Karar değişkenleri	Tanaka Guo Zimmermann [156], Buckley ve Feuring [157], Maleki-Tata-Mashichi [155] yaklaşımları

3.1.1 Zimmermann yaklaşımı

Amaç fonksiyonu bulanık olarak tanımlanmış bir doğrusal programlama modelinin aşağıda verilen matematik modelle tanımlanması mümkündür:

$$\begin{aligned}
 \text{Maksimum } \tilde{Z} : \quad & c^T x \\
 \text{Kısıtlar:} \quad & Ax \leq b \\
 & x \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Burada $c^T = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, A matrisinin elemanları a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$ $j = 1, 2, \dots, m$) ve sağ taraf sabitleri $b^T = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ uygun boyuttaki crisp sayılardır. Zimmerman [149] yaklaşımında amaç değeri (z_0) ve amaç değeri ile ilgili tolerans (p_0) değerinin baştan verildiği varsayılmaktadır.

Çözüm aşamasında bulanık amaç $[z_0, z_0 + p_0]$ aralığında değişerek hesaba katılır. Buna göre denklem (3.3)'de verilen model aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 \text{Bul:} \quad & x \\
 \text{Kısıtlar:} \quad & c^T x \geq z_0
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Bulanık küme teorisinde bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık amaçlar (çok amaçlı programlama problemlerinde) üyelik fonksiyonları ile ifade edilirler. Bulanık amaç Π_{z_0} için azalmayan sürekli doğrusal üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\Pi_{z_0} = \begin{cases} 1, & c^T x < z_0 \\ 1 - \frac{z_0 - c^T x}{p_0}, & z_0 \leq c^T x \leq z_0 + p_0 \\ 0, & c^T x > z_0 + p_0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Zimmermann, (3.4)'de verilen modeli çözebilmek için Bellman ve Zadeh [158]'in maksimum-minimum operatörünü kullanarak en iyi çözümü bulmak için aşağıdaki eşdeğer doğrusal programlama modelini kurmuştur:

$$\begin{aligned} \text{Maksimum} \quad & \lambda \\ \text{Kısıtlar:} \quad & \Pi_{z_0}(x) = 1 - (z_0 - c^T x)/p_0 \geq \lambda \\ & Ax \leq b \\ & \Pi_{z_0}(x) \text{ ve } \lambda \in [0, 1] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Denklem (3.6)'de gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki model elde edilir.

$$\begin{aligned} \text{Maksimum} \quad & \lambda \\ \text{Kısıtlar:} \quad & c^T x \geq z_0 - (1 - \lambda)p_0 \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \text{ ve } \lambda \in [0, 1] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Modelde c , A , z_0 , p_0 başlangıçta verilmiş sabitler olduğuna dikkat edilmelidir. Bu bölümün geri kalanında Zimmerman yaklaşımı kullanarak hacim bazlı stokastik programlama problemi (RP modeli) modellenecek, ardından bir sonraki alt bölümde ise üretilen problem kümelerinde bu model test edilecektir. Ayrıca bu alt bölümde EEV ve WS modelleri için algoritmalar tasarlanıp, test koşulları yapılacaktır. Bu koşulların sonuçları RP yaklaşımının avantajlı olup olmadığını gösterecektir.

Çizelge 3.2,3.3, 3.4'de sırasıyla hacim bazlı bulanık stokastik modelin Zimmerman yaklaşımı ile çözülürken kullanılacak indeks kümeleri, parametreler ve karar değişkenleri sunulmuştur.

Çizelge 3.2: Zimmerman yöntemi için model indeks kümeleri.

İndeks kümeleri	
I	Omurga tedarikçilerinin kümesi
Ω	Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi
J_s	$s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi

Çizelge 3.3: Zimmerman yöntemi için model parametreleri.

Problem parametreleri	
d_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin bant genişliği
ϑ_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı elde edilen birim kazanç
v_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı oluşan birim fırsat maliyeti
p_s :	s senaryosunun gerçekleşme olasılığı
α_i :	i . omurgaya ait kapasite kayıp oranı ($\alpha_i \in [0, 1]$)
c_i :	i . omurgadan birim bant genişliği satın almanın birim maliyeti
U_i :	i . omurgadan alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı
Φ_i, Ψ_i :	i . omurga tarafından garanti edilen sırasıyla gecikme miktarı ve seğirme miktarı için rassal değişkenler
$\mu_i^\delta, \sigma_i^\delta$:	i . omurgası gecikme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\mu_i^\rho, \sigma_i^\rho$:	i . omurgası seğirme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\Theta_{js}^\delta, \Theta_{js}^\rho$:	s . senaryo altında j talebinin belli bir hizmet kalitesinin üzerinden karşılanması için gerekli sırasıyla gecikme ve seğirme değerleri güven olasılıkları
δ_{js}, ρ_{js} :	j . son kullanıcı tarafından s senaryosu altında sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme miktarı
π :	Gerekli minimum talep karşılama oranı
λ :	Karar verici için tatmin düzeyi
Π_z :	Amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu
ε :	Amaç fonksiyonu değeri için tolerans miktarı
z_0 :	Amaç fonksiyonu değeri için en kötümser değer

Çizelge 3.4: Zimmerman yöntemi için karar değişkenleri.

Karar değişkenleri	
β_i :	i .omurgadan satın alınan bant genişliği miktarı
y_{ijs} :	j talebinin s senaryosu altında i omurgasından karşılanma oranı
y_{js} :	s senaryosu altında j talebinin karşılanma oranı

IO için belirsiz son kullanıcı talebi altında kar en büyüklenmesi probleminin amaç fonksiyonu karar değişkenleri y_{js} ve β_i fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Z(\beta_i, y_{js}) = \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} \vartheta_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \quad (3.8)$$

Çizelgelerde verilen notasyonları ve model (3.7)'i kullanarak hacim bazlı bulanık amaçlı stokastik doğrusal programlama modeli, denklemler (3.9-3.20) arasındaki gibi matematiksel olarak gösterilebilir.

$$\text{Maksimum: } \lambda \quad (3.9)$$

Denklem (3.9) modelin amaç fonksiyonunu göstermekte ve çözümünden karar vericinin en yüksek tatmini almasını sağlamayı amaçlamaktadır.

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s d_{js} v_{js} (1 - y_{js}) \geq z_0 - (1 - \lambda) \epsilon \quad (3.10)$$

Denklem (3.10), IO'nun beklenen net karının belli bir değerin üzerinde olması sağlamaktadır. Bu denklem model (3.7)'deki kısıta uygun olarak düzenlenmiştir.

Denklemler (3.11-3.20) arasında modelin geri kalan kısıtları belirtilmiştir. Kısıt kümesi (3.11) sayesinde bir omurgadan kapasite satın alınmış ise son kullanıcı talepleri bu kapasiteye atanabilmektedir. Bir omurgaya atanan toplam kapasite o omurgadan satın alınan kapasiteden (bant genişliğinden) kapasite kayıplarında düşüldükten sonra eşit veya daha küçük olmalıdır. Kısıt (3.12) bir omurgadan satın alınabilecek maksimum bant genişliği miktarının belirtilen omurga tarafından piyasada satılan miktardan daha fazla olmasını engellemektedir.

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \forall i \in I \forall s \in \Omega \quad (3.11)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (3.12)$$

Denklem setleri (3.13) ve (3.14) olasılıksal (şans) QoS kısıtlarını göstermektedir. Bu kısıtlar sayesinde son kullanıcı talepleri, bir omurgaya ancak gecikme ve seçirme isteklerini belli bir olasılık değerinin üstünde sağlarsa atanabilmektedir. Bu kısıtların deterministik eşdeğerleri gecikme ve seçirmenin (Φ_i, Ψ_i) normal dağılıma uyduğu varsayımı altında denklemler (3.15) ve (3.16) verilmiştir. Bu kısıtların doğrusal olması sayesinde hacim bazlı fiyatlandırma modeli, bulanık amaç fonksiyonu parametrelili stokastik doğrusal programlama modeli halini almaktadır.

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\delta}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.13)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\rho}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.14)$$

Burada Γ_{Θ} standart normal dağılımın quantile fonksiyonunu göstermektedir.

$$y_{ijs} \left(\frac{\delta_{js} - \mu_i^{\delta}}{\sigma_i^{\delta}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\delta}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.15)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\rho_{js} - \mu_i^{\rho}}{\sigma_i^{\rho}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\rho}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.16)$$

(3.17) nolu kısıt seti son kullanıcılarla uzun süreli ilişkiler kurmak açısından gerekli olan servis düzeyinin (talep karşılama oranı) belli bir değerin üzerinde olmasını sağlamaktadır. (3.18) ve (3.19) nolu kısıt setleri birlikte, karşılanması karar verilen miktar kadar her son kullanıcı bant genişliği talebinin omurgalara dağıtılması sağlamaktadır. İşaret kısıtları (3.20) nolu denklemlerle sağlanmaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (3.17)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.18)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.19)$$

$$\beta_i, y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I, \text{ ve } \lambda \in [0, 1] \quad (3.20)$$

3.1.1.1 Sayısal analizler

Zimmerman yaklaşımını test etmek ve stokastik yaklaşımın(RP) beklenen değer modelinden(EEV) üstün olduğunu göstermek amacıyla: son kullanıcı sayısı $|J|$ 50, BP sayısı $|I|$ 15 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 10 olan birbirinden bağımsız 5 farklı problem, son kullanıcı sayısı $|J|$ 100, BP sayısı $|I|$ 30 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 50 olan birbirinden bağımsız 5 problem ve son kullanıcı sayısı $|J|$ 100, BP sayısı $|I|$ 50 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 100 olan birbirinden bağımsız 5 farklı problem oluşturulup optimal olarak çözülmüştür.

Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı p_s $[0,1]$ arasında düzgün dağılımdan rassal sayılar üretilerek atanmıştır. Son kullanıcı bant genişliği taleplerinin boyutları ise kırpılmış normal dağılımdan üretilmiştir. Son olarak veri setlerinin karşılaştırılmasında kolaylık olması amacıyla , bütün seçirme ve gecikme güven aralığı olasılıkları $(\Theta_{js}^{\delta}, \Theta_{js}^{\rho})$ %95 güven seviyesine yani $\Gamma = 1.96$ 'ya sabitlenmiştir.

Bu alt bölümde RP, EEV ve WS modellerini kıyaslamak amacıyla kullanılan birincil istatistikler olan VSS ve EVPI değerlerinin hesaplanması için algoritmalar sunulmuş ve sonuçlar tartışılmıştır. Son olarak, amaç fonksiyonunda yer alan

parametrelerde olabilecek değişikliklerini çözümün yapısını etkilediğini görmek amacıyla; maliyet ve kazanç bileşenlerine ait parametrelerin belli oranda azalması ve artması durumdaki çözümler duyarlılık analizleri ile incelenmiştir.

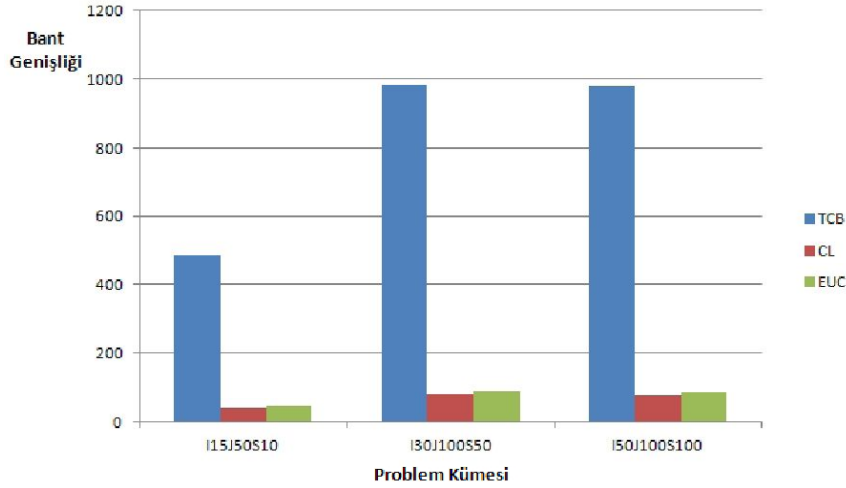
Çizelge 3.5’de denklemler (3.9)-(3.20) arasında Zimmerman yaklaşımı ile bulanıklığın ve rassallığın düşünülerek modellenmesi sonucu oluşan RP modelinin tüm problem kümeleri için optimal çözümleri verilmiştir. IO’nun karar vericisinin, çözülen SLP modelinin sonucunda yaklaşık olarak %50 oranında tatmin olmaktadır, ve bu değer problem büyüklüğüne göre değişmemektedir. Büyüyen problem büyüklüğü özellikle artan son kullanıcı sayısı beklenen net karı (ENP) olumlu yönde etkileyerek artmasına neden olmaktadır. Maliyet bileşenleri kendi aralarında kıyaslandığında ise son kullanıcı taleplerinin yüksek oranda karşılanmasından dolayı ERC çok düşük düzeylerde kalmaktadır.

Çizelge 3.5: Zimmermann yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan λ , ENP, ETR, CLC ve ERC değerleri.

Problem Kümesi	λ	ENP	ETR	CLC	ERC
I15J50S10_0	0.4982	7881.12	13451.16	5557.61	12.43
I15J50S10_1	0.4979	7458.98	13213.03	5711.19	42.85
I15J50S10_2	0.4980	7865.12	13622.59	5752.83	4.63
I15J50S10_3	0.4966	7746.32	13320.89	5506.74	67.83
I15J50S10_4	0.4983	7574.87	13568.39	5985.09	8.43
Ortalama	0.4978	7705.28	13435.21	5702.69	27.24
Problem Kümesi	λ	ENP	ETR	CLC	ERC
I30J100S50_0	0.4992	17846.43	27018.52	9139.17	32.91
I30J100S50_1	0.4998	15809.05	26887.67	11059.49	19.13
I30J100S50_2	0.4978	15773.85	26789.29	10963.99	51.45
I30J100S50_3	0.4977	14826.85	26610.38	11710.37	73.16
I30J100S50_4	0.4999	15965.43	26728.91	10724.29	39.19
Ortalama	0.4988	16044.32	26806.95	10719.46	43.17
Problem Kümesi	λ	ENP	ETR	CLC	ERC
I50J100S100_0	0.4837	16055.17	26932.05	10854.32	22.55
I50J100S100_1	0.4984	17033.20	26805.05	9728.56	43.28
I50J100S100_2	0.4985	17390.76	26669.68	9221.92	57.00
I50J100S100_3	0.4996	17822.46	26955.88	9113.16	20.27
I50J100S100_4	0.4995	17830.22	26952.26	9102.18	19.86
Ortalama	0.4959	17226.36	26862.98	9604.03	32.59

Şekil 3.1’de, Çizelge 3.5’deki birincil çıktılarına ek olarak karar vericiye yardım edebilecek ikincil performans çıktıları hazırlanmıştır. Artan son kullanıcı sayısı daha yüksek miktarda bant genişliğinin BP’ler den alınması sonucu doğurmaktadır. Satın alınan toplam kapasitenin %10 daha az bir kısmı (EUC) kullanılmamaktadır.

Satın alınan kapasitenin atıl kalmasının en büyük nedeni CL'dur. CL, BP'lerin alt yapı problemlerinden dolayı oluştuğundan IO'nun bu değer üzerinde etkisi yoktur; fakat, EUC-CL arasındaki farkın oldukça düşük olması son kullanıcı taleplerinin satın alınan kapasitelere atanırken oldukça iyi bir atama işleminin yapıldığı ve çok az kapasitenin israf edildiğini kanıtlamaktadır.



Şekil 3.1: RP modeli için TCB, CL ve EUC değerleri.

RP modelinin tek başına çözümü karar vericiye fazla bilgi sağlamamaktadır. Diğer bir değişle rassallığın modellenmesinin, getirisinin ne olduğunun hesaplanması zorunludur. Ardından, IO'nun karar vericisine hangi durumda RP modelini hangi durumda EV modelini çözmesinin daha akıllıca olduğunun belirtilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, Zimmermann yaklaşımı ile kurulan bulanık amaçlı SLP modelinin performansı iki ana (EVPI ve VSS) performans çıktısı ile ölçülecektir. Buraya kadar olan bütün modellerden farklı olarak, her bir çıktı için iki farklı metrik (VSS_{λ} , VSS_Z , $EVPI_{\lambda}$, $EVPI_Z$) hesaplanacak olmasıdır.

EVPI değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.2'de verilmiştir. RP modelinin her bir senaryo için ayrı ayrı çözülmesi ve senaryoların optimal çözümlerinin beklenen değeri hesaplanmasıyla WS problemi çözülmüş olur. WS ile RP optimal değerleri arasındaki fark EVPI'dir. VSS değeri, RP'nin performansı için daha gerçekçi bir ölçüttür. VSS değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.3'de verilmiştir. İlk adım olarak, modeldeki bütün rassal değişkenlerin beklenen değerlerinin bulunması gerekmektedir. Bunun adımıla, gelecekte oluşabilecek farklı talep senaryolarının ihmal edilerek sadece tek bir senaryonun çözülmesi amaçlanmaktadır. Daha sonra

for	$s = 1, \dots, \Omega $ Çöz Denklem (3.9-3.20) Kaydet λ_s^*, Z_s^* *optimal çözüm değerlerinin gösterir \\Z _s , s senaryosu için Denklem (3.8) gösterildiği gibi hesaplanır
end for	
Hesapla ve Ata	$\lambda^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{ \Omega } p_s \lambda_s^*$ $Z^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{ \Omega } p_s Z_s^*$ \\WS bekle-ve-gör probleminin optimal çözümünü ifade eder
Hesapla ve Ata	$EVPI_\lambda \leftarrow \lambda^{WS} - \lambda^{RP}$ $EVPI_Z \leftarrow Z^{WS} - Z^{RP}$

Şekil 3.2: Zimmermann yöntemi için EVPI algoritması.

bulunan bu değerler EV modeli adı verilen deterministik modelde, denklemler (3.21-3.30)'de yerine konularak çözüm bulunur. Bu model karar verici için çözmesi daha kolay bir problemidir. Bu problemin optimal sonucunun IO tarafından adapte edilirse elde edilecek optimal çözümü bulmak için RP problemi, EV'nin optimal değerleri ile çözülür. Son olarak çözülen model EEV modeli adını alır. EEV ile RP arasındaki fark VSS'dir.

$$\text{Maksimum: } \lambda \quad (3.21)$$

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{j \in J} \vartheta_j d_j y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{j \in J} d_j v_j (1 - y_j) \geq z_0 - (1 - \lambda) \varepsilon \quad (3.22)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} d_j \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \forall i \in I \quad (3.23)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (3.24)$$

$$y_{ij} \left(\frac{\delta_j - \mu_i^\delta}{\sigma_i^\delta} - \Gamma_{\Theta_j^\delta} \right) \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.25)$$

$$y_{ij} \left(\frac{\rho_j - \mu_i^\rho}{\sigma_i^\rho} - \Gamma_{\Theta_j^\rho} \right) \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.26)$$

$$\sum_{j \in J} y_j d_j - \pi \sum_{j \in J} d_j \geq 0, \quad (3.27)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ij} \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (3.28)$$

$$y_j = \sum_{i \in I} y_{ij}, \quad \forall j \in J_s \quad (3.29)$$

$$\beta_i, y_{ij}, y_j \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \text{ ve } \lambda \in [0, 1] \quad (3.30)$$

EVPI ve VSS algoritmalarının RP, EEV ve WS modelleri kullanılarak bütün test problem kümelerinde koşulması sonucunda bulunan en iyi çözüm değerleri (tatmin düzeyi ve net kar) ortalamaları Çizelge 3.6'de gösterilmiştir. Teorik

for	$j = 1, \dots, J $
	Hesapla ve Ata
	$\vartheta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \vartheta_{js}$
	$v_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}$
	$d_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s d_{js}$
	$\delta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \delta_{js}$
	$\rho_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \rho_{js}$
	$\Theta_j^\delta \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\delta$
	$\Theta_j^\rho \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\rho$
end for	
Çöz	Denklemler (3.21-3.30)
Kaydet	β_i^{EV} \ Beklenen değer probleminin optimal çözümüdür
Ata ve Sabitle	(3.10,3.11,3.12,3.20) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_i^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.9-3.20)
	Optimal çözümler λ^{EEV}, Z^{EEV}
Hesapla ve Ata	$VSS_\lambda \leftarrow \lambda^{RP} - \lambda^{EEV}$
	$VSS_Z \leftarrow Z^{RP} - Z^{EEV}$

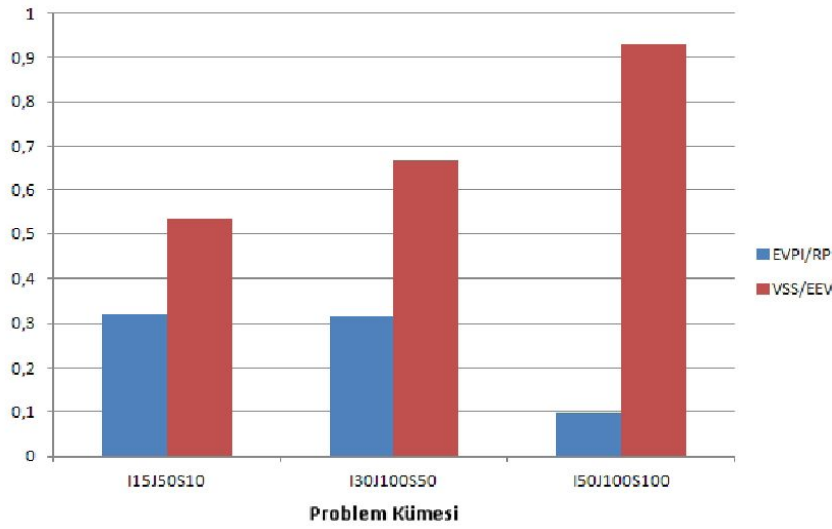
Şekil 3.3: Zimmermann yöntemi için VSS algoritması.

olarak beklendiği gibi $\lambda^{EEV} < \lambda^{RP} < \lambda^{WS}$ ve $Z^{EEV} < Z^{RP} < Z^{WS}$ sıralamaları elde edilmiştir. $Z^{RP,EEV,WS}$ değerleri problem kümeleri büyüdükçe artmaktadır. Daha önemli bir gözlem ise stokastik modelin, beklenen değer modeli yerine çözülmesinin IO'ya ne kadar ek kazanç sağlayacağını gösteren VSS_Z değerinin de problem büyüklüğü arttıkça artmasıdır. Buda gerçek hayattaki büyük ölçekli hacim bazlı fiyatlandırma modellerinde belirsizliğin ihmal edilmemesi gerektiğini kanıtlamaktadır. Diğer bir sonuç ise, beklenen net kar için $VSS_Z > EVPI_Z$ şeklinde bulunmasıdır.

Çizelge 3.6: RP, EEV ve WS modelleri için hesaplanan IO tatmin oranı ve net kar değerleri.

Problem Kümesi	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	$EVPI_\lambda$	VSS_λ
I15J50S10	0.4978	0.3241	0.6569	0.1591	0.1737
I30J100S50	0.4989	0.2995	0.6565	0.1577	0.1993
I50J100S100	0.4959	0.2570	0.5434	0.0475	0.2390
Ortalama	0.4975	0.2935	0.6190	0.1214	0.2040
Problem Kümesi	Z^{RP}	Z^{EEV}	Z^{WS}	$EVPI_Z$	VSS_Z
I15J50S10	7705.28	6801.52	7948.08	242.80	903.76
I30J100S50	16044.32	14076.76	16554.97	510.65	1967.56
I50J100S100	17226.36	14967.76	17675.24	448.87	2258.60
Ortalama	13658.66	11948.68	14059.43	400.77	1709.98

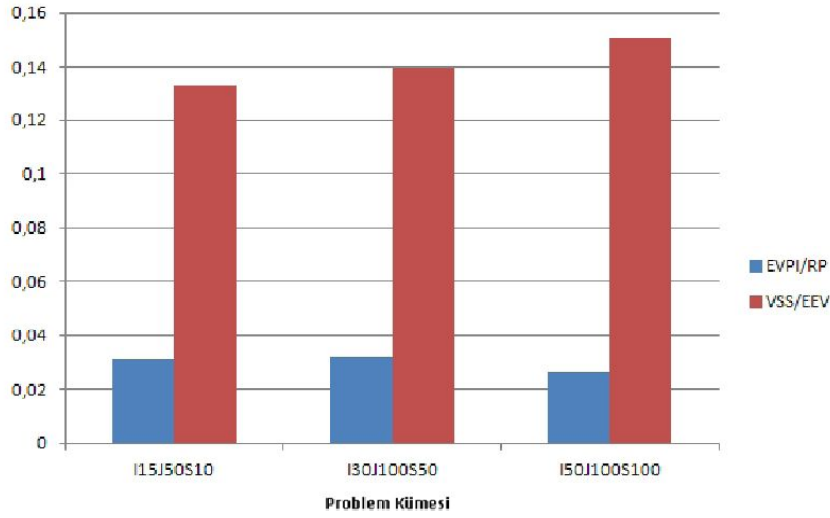
Şekil 3.4 ve 3.5’de EEV yerine RP modelini çözmesiyle oransal olarak IO’nun sırasıyla tatmin oranında ve net karında ne kadar değişim olacağını göstermek için hesaplanan $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} değerleri gösterilmiştir. Geleceği tam olarak bilmenin ne kadar oranda tatmin ($EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$) ve kar artışına ($EVPI_Z/Z^{RP}$) yol açacağı da bu şekillerde gösterilmiştir. Problem kümeleri büyüdükçe RP’nin EEV’ye göre tatmin oranında sağladığı artış %90’ı geçmektedir ve bu oran problem büyüklüğü artıkça artan bir eğilim göstermektedir. Gelecekte ki belirsizliklerin kalkması yani son kullanıcı taleplerinin tam olarak bilinmesi durumunda ise tatmin oranındaki artış RP modeline göre %30 civarındadır ve problemin büyüklüğü artıkça azalmaktadır.



Şekil 3.4: Karar verici tatmin düzeyi için $EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$ ve $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ oranları.

Beklenen net kar açısından RP, EEV ve WS modelleri incelendiğinde ise; RP yaklaşımın %14 oranında net kar artışına yol açtığı görülmektedir ki bu oran IO’nun karar vericisi tarafından belirlenen belirli bir eşik değerinin üstünde kalması halinde RP modeli her zaman çözüm yolu olarak tercih edilecektir. VSS_Z/Z^{EEV} yine problem büyüklüğü ile doğru orantılı bir trend seyrederken $EVPI_Z/Z^{RP}$ oranı yatay bir seğir izlemektedir ve RP’nin net karda sağladığı artış oranına göre oldukça düşüktür.

Zimmermann yöntemi için sayısal analizler amaç fonksiyonu parametrelerindeki değişikliklerin problemin çözümünü nasıl etkilediği araştırılarak sonlandırılacaktır. Bu doğrultuda, sadece en büyük problem kümesi olan I50J100S100 değişen gelir ve maliyet parametreleri ile test edilmiştir. Bu analizlerin amacı değişiklikler



Şekil 3.5: IO'nun karı için $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranları.

yapıldıktan sonra RP, EEV ve WS modellerinin birbirleri ile kıyaslandığında ne gibi farkların oluştuğunu gözlemektir. Dolayısı ile her bir senaryonun test edilmesinden sonra önemli istatistikler hesaplanıp, sonuçlar tartışılmıştır.

- Gelir parametresinin (ϑ_{js}) %10 oranında artırılması ve azaltılması: Çizelge 3.7 ve Çizelge 3.8'de sırasıyla birim gelir değerindeki %10'luk artışın ve azalışın IO'nun tahmin oranına ve beklenen net kara etkisi bütün problem kümeleri için ayrı ayrı sunulmuştur. Her bir senaryo için RP, EEV ve WS modelleri optimal çözümleri ve algoritmaların önemli çıktıları (EVPI ve VSS) da bu tablolarda yer almaktadır.

Çizelge 3.7: Birim gelir değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda tatmin oranı değişimi.

Problem Kümesi (+%10)	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	$EVPI_{\lambda}$	VSS_{λ}
I50J100S100_0	0.4975	0.2923	0.5399	0.0424	0.2052
I50J100S100_1	0.4986	0.2171	0.5564	0.0578	0.2815
I50J100S100_2	0.5126	0.2724	0.5785	0.0659	0.2402
I50J100S100_3	0.4996	0.3464	0.5409	0.0413	0.1532
I50J100S100_4	0.4995	0.2449	0.5265	0.0270	0.2546
Ortalama	0.5016	0.2746	0.5484	0.0469	0.2269
Problem Kümesi (-%10)	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	$EVPI_{\lambda}$	VSS_{λ}
I50J100S100_0	0.4965	0.2652	0.5416	0.0451	0.2313
I50J100S100_1	0.4982	0.1772	0.5587	0.0605	0.3210
I50J100S100_2	0.4987	0.2300	0.5651	0.0664	0.2687
I50J100S100_3	0.4994	0.3254	0.5436	0.0442	0.1740
I50J100S100_4	0.4994	0.2108	0.5273	0.0279	0.2886
Ortalama	0.4984	0.2417	0.5473	0.0488	0.2567

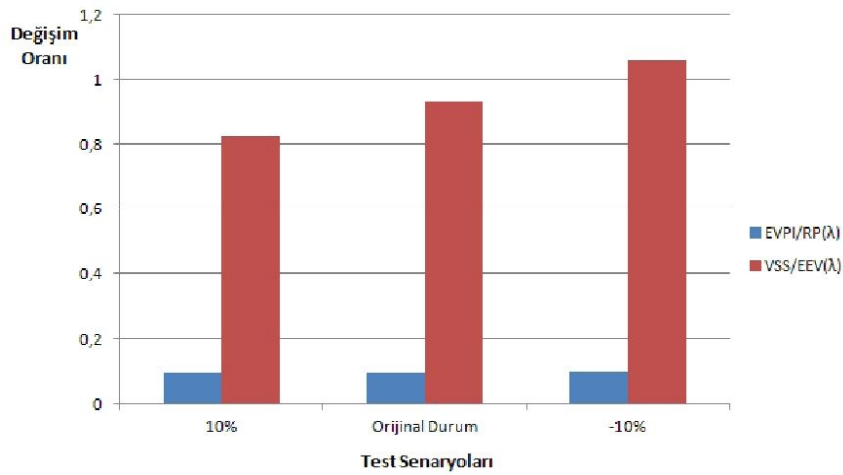
Tüm model tiplerinde RP, EEV ve WS birim gelir azaldıkça tatmin oranları azalmaktadır. Bu azalma RP ve WS modellerinde göreceli olarak EEV modeline

göre düşük görülmektedir. Beklenen net karda da aynı yapı gözlenmektedir. Azalan birim gelirle bütün modellerin en iyi çözümleri azalmaktadır. Fakat ortamla VSS değerinde artış gözlenmesi ilginçtir.

Şekil 3.6 ve 3.7 incelendiğinde ise azalan birim gelirler IO'yu RP modelini seçmeye zorlamaktadır. Bunun sebebi RP'nin EEV'ye kıyaslandığında düşük gelir seviyelerinde çok daha fazla oranda tatmine ve net kara yol açmasıdır. Birim gelir değerleri azaldıkça geleceği bilmenin sağlayacağı fayda oranı da hem tatmin düzeyi hem beklenen net kar için artış gösterse de bu oranlar VSS_Z/Z^{RP} ve VSS_λ/λ^{RP} oranına göre oldukça küçüktür.

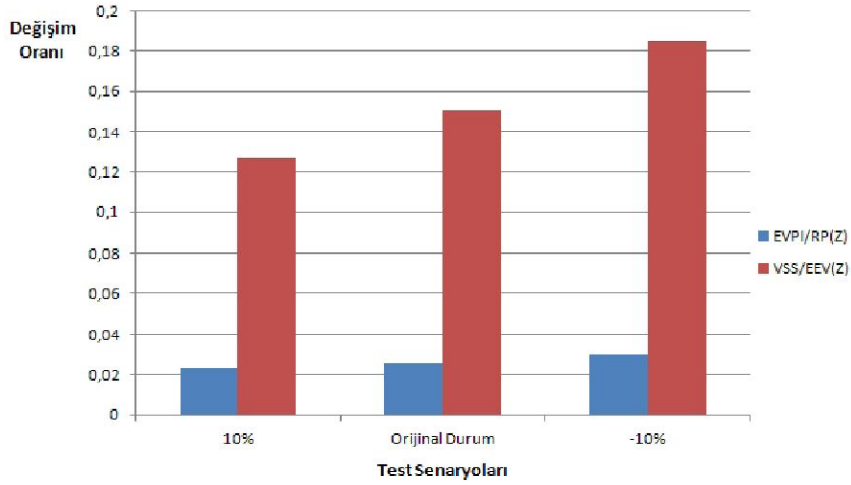
Çizelge 3.8: Birim gelir değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda net karın değişimi.

Problem Kümesi (+%10)	Z^{RP}	Z^{EEV}	Z^{WS}	$EVPI_Z$	VSS_Z
I50J100S100_0	18750.36	16604.31	19193.25	442.89	2146.05
I50J100S100_1	19714.11	16895.84	20293.44	579.33	2818.28
I50J100S100_2	20058.48	17772.33	20686.01	627.53	2286.15
I50J100S100_3	20518.89	19018.57	20923.45	404.56	1500.31
I50J100S100_4	20526.03	18034.83	20789.90	263.87	2491.20
Ortalama	19913.57	17665.18	20377.21	463.64	2248.40
Problem Kümesi (-%10)	Z^{RP}	Z^{EEV}	Z^{WS}	$EVPI_Z$	VSS_Z
I50J100S100_0	13363.20	11204.62	13784.87	421.67	2158.58
I50J100S100_1	14354.23	11502.26	14891.08	536.85	2851.97
I50J100S100_2	14725.28	12396.00	15301.05	575.77	2329.28
I50J100S100_3	15127.46	13616.70	15511.59	384.13	1510.76
I50J100S100_4	15135.80	12632.33	15377.73	241.93	2503.47
Ortalama	14541.19	12270.38	14973.26	432.07	2270.81



Şekil 3.6: Değişen birim gelirin $EVPI_\lambda/\lambda^{RP}$ ve $VSS_\lambda/\lambda^{EEV}$ oranlarına etkisi.

- Maliyet parametrelerinin (v_{js}, c_i) %10 oranında artırılması ve azaltılması: Çizelge 3.9 ve Çizelge 3.10'de sırasıyla birim maliyet değerindeki (aynı anda)



Şekil 3.7: Değişen birim gelirin $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranlarına etkisi.

Çizelge 3.9: Birim maliyet değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda tatmin oranı değişimi.

Problem Kümesi (+%10)	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	$EVPI_\lambda$	VSS_λ
I50J100S100_0	0.4965	0.2666	0.5416	0.0451	0.2299
I50J100S100_1	0.4982	0.1792	0.5586	0.0604	0.3190
I50J100S100_2	0.4987	0.2318	0.5650	0.0663	0.2669
I50J100S100_3	0.4994	0.3265	0.5435	0.0441	0.1729
I50J100S100_4	0.5240	0.2231	0.5532	0.0292	0.3009
Ortalama	0.5034	0.2454	0.5524	0.0490	0.2579
Problem Kümesi (-%10)	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	$EVPI_\lambda$	VSS_λ
I50J100S100_0	0.4976	0.2936	0.5398	0.0422	0.2040
I50J100S100_1	0.4986	0.2190	0.5563	0.0577	0.2796
I50J100S100_2	0.4984	0.2665	0.5624	0.0640	0.2319
I50J100S100_3	0.4996	0.3474	0.5408	0.0412	0.1522
I50J100S100_4	0.4995	0.2466	0.5264	0.0269	0.2529
Ortalama	0.4987	0.2746	0.5451	0.0464	0.2241

%10'luk artışın ve azalışın IO'nun tahmin oranına ve beklenen net kara etkisi bütün problem kümeleri için ayrı ayrı sunulmuştur. Her bir senaryo için RP, EEV ve WS modelleri optimal çözümleri ve algoritmaların önemli çıktıları (EVPI ve VSS) da bu tablolarda yer almaktadır.

Çizelge 3.9 incelendiğinde tatmin oranlarının ve VSS, EVPI değerlerinin azalan birim maliyetlerle azaldığı fakat EEV modeli için ise arttığı gözlenmiştir. Bu durum birim karın azalmasının etkisinin tam tersi gibi gözükmektedir.

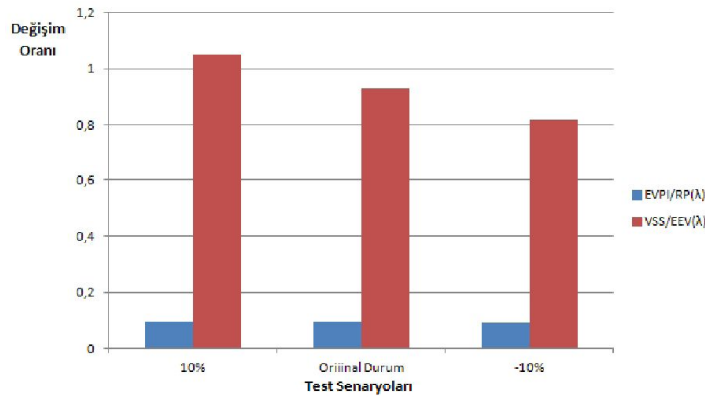
Duyarlılık analizine beklenen net kar açısından bakıldığında ise azalan maliyetler beklendiği gibi RP, EEV ve WS modellerinin optimal çözümlerinin

Çizelge 3.10: Birim maliyet değerlerinin $\pm\%10$ değiştirilmesi durumunda net karın değişimi.

Problem Kümesi (+%10)	Z^{RP}	Z^{EEV}	Z^{WS}	$EVPI_Z$	VSS_Z
I50J100S100_0	14968.64	12595.06	15433.77	465.13	2373.59
I50J100S100_1	16057.36	12922.16	16650.31	592.95	3135.20
I50J100S100_2	16464.20	13904.42	17100.40	636.21	2559.78
I50J100S100_3	16909.69	15248.47	17333.34	423.65	1661.23
I50J100S100_4	16918.77	14165.69	17186.11	267.35	2753.08
Ortalama	16263.73	13767.16	16740.79	477.06	2496.57
Problem Kümesi (-%10)	Z^{RP}	Z^{EEV}	Z^{WS}	$EVPI_Z$	VSS_Z
I50J100S100_0	17144.86	15213.85	17544.35	399.48	1931.01
I50J100S100_1	18010.93	15475.94	18534.22	523.28	2534.99
I50J100S100_2	18319.47	16263.92	18886.66	567.19	2055.56
I50J100S100_3	18736.66	17386.81	19101.69	365.03	1349.85
I50J100S100_4	18743.05	16501.47	18981.52	238.47	2241.58
Ortalama	18191.00	16168.40	18609.69	418.69	2022.60

artmasına neden olurken; ortalama VSS ve EVPI değerlerinde azalmaya yol açmaktadır.

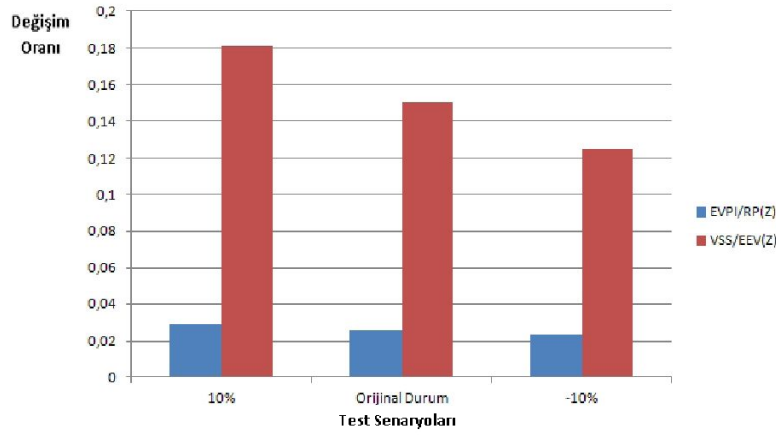
Son olarak Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'den de anlaşılacağı gibi birim maliyetlerin artmasının RP'nin çok daha cazip bir çözüm yöntemi haline gelmesine neden olmaktadır. Öte yandan, geleceği bilmenin sağlayacağı avantaj tatmin oranlarında ve beklenen net karda her maliyet düzeyinde neredeyse aynı kalmaktadır.



Şekil 3.8: Değişen birim maliyetlerin $EVPI_{\lambda}/\lambda^{RP}$ ve $VSS_{\lambda}/\lambda^{EEV}$ oranlarına etkisi.

3.1.2 Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi

Bu alt bölümde, bir önceki bölümden farklı olarak amaç fonksiyonundaki tüm parametreleri bulanık olduğu varsayılacaktır. Böylelikle model bulanık amaç parametrelili SLP modeli haline almaktadır. Çözüm için kullanacak yöntem ise Zhang ve diğ. [153] tarafından önerilen yaklaşımdır. Bölümün geri kalanında öncelikle yöntem hakkında kısa bir bilgi verilecektir. Daha sonra bu yöntem ile kurulan hacim



Şekil 3.9: Değişen birim maliyetlerin $EVPI_Z/Z^{RP}$ ve VSS_Z/Z^{EEV} oranlarına etkisi.

bazlı bulanık SLP modeli tartışılacaktır. Bölüm, RP, EEV, WS algoritmalarının sonucunda elde edilen en iyi çözümlerin kıyaslanarak stokastik yaklaşımın üstünlüğün gösterilmesi ve duyarlılık analizleriyle bulanık parametrelerdeki değişimlerin çözüm kalitesi üzerin etkisinin analizi ile sonlandırılacaktır.

Gerçek dünyadaki sistemler optimize edilmeye çalışılırken elde edilen modelleri çoğunlukla ya doğrusal yada doğrusal olmayan programlama modellerine dönüşmektedir. Bir çok durumda amaç fonksiyonundaki ve/veya kısıtlardaki sabitler doğaları gereği kesin olmayabilirler ve gerçek hayattaki durumu yansıtmak için bulanık sayı olarak ifade edilmesi gerekebilir [159]. Bulanık sayılar kullanılarak kurulan modeller bulanık matematiksel programlama modeli adını almaktadır [160]. Bu modellerin önemli bir alt kümesi bulanık doğrusal programlama (FLP) modelleridir. Son yıllarda, FLP modellerin çözüme yönelik teorik ve hesaplamalı bir çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları [152, 161, 162] numaralı referanslarda bulunabilir. Bu tez çalışmasında Zhang ve diğ. [153] tarafında FLP çözmek için önerilen yaklaşım geliştirilerek, stokastik FLP modellerini çözebilecek hale getirilmiştir. Bu yaklaşımda FLP modeli çok amaçlı (dört-amaçlı) doğrusal programlama modeli haline getirilip çözüm aranmıştır.

Zhang ve diğ. tanımları ve notasyonları kullanarak bir FLP modeli denklem (3.31)'deki gibi modellenenir.

$$\text{Maksimum: } < \tilde{c}, x >_F = \sum_{i=1}^n \tilde{c}_i x_i,$$

$$\text{Kısıtlar: } Ax \leq b, x \geq 0, \quad (3.31)$$

Burda $\langle \rangle$ verkörlerin skaler çarpımını gösteren operatördür. $\tilde{c} = (\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \dots, \tilde{c}_n)$ olmak üzere bulanık sayıları ifade etmektedir. A ise $m \times n$ boyutlarında elamanları a_{ij} olarak tanımlanan bir matris ve $b \in R^m$ şeklinde bir vektördür.

Bundan sonra kullanılacak her bulanık sayının üçgensel olduğu (TFN) varsayılacaktır. Bu bağlamda $\tilde{c}_i = (c_i^L, c_i^M, c_i^U)$ şeklinde tanımlandıktan sonra yukarıdaki modelin çok amaçlı doğrusal programlama eşdeğeri denklem (3.32)'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Maksimum:} \quad & (\langle c^L, x \rangle, \langle c^M, x \rangle, \langle c^U, x \rangle)^T, \\ \text{Kısıtlar:} \quad & Ax \leq b, x \geq 0, \end{aligned} \quad (3.32)$$

Yukarıdaki modelin tek amaçlı eşdeğeri:

$$\begin{aligned} \text{Maksimum:} \quad & \langle w, \tilde{c}, x \rangle = (w_1 \langle c^L, x \rangle + w_2 \langle c^M, x \rangle + w_3 \langle c^U, x \rangle), \\ \text{Kısıtlar:} \quad & Ax \leq b, x \geq 0, \end{aligned} \quad (3.33)$$

Denklem (3.33) ile belirtilen model de, $w = (w_1, w_2, w_3) \geq 0$ şeklindedir. Burada $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ şeklinde seçilip $w_3 - w_1 = \varepsilon$ sabitlenip ve ardından ε , -1 ile 1 arasında değiştirilirse model parametrik doğrusal programlama modeli haline gelmektedir [153]. Hacim bazlı fiyatlandırma için bulanık parametrelili amaç fonksiyonu denklem (3.34)'de gösterilmiştir. Bulanık kazanç ve bulanık fırsat maliyeti senaryolara göre değişeceğinden, bu bileşenlerin beklenen değerinin hesaplanması gerekmektedir. Her senaryonun gerçekleşme olasılığı p_s ile değerlerin çarpılarak toplanması sonucunda bulanık beklenen değerler bulunmaktadır. Bu değişikliklerden sonra IO'nun hacim fiyatlandırma altında kar en büyükleme yönelik model, bulanık beklenen karın en büyükleme halini almaktadır. Yeni oluşan model bulanık amaç fonksiyonu parametrelili stokastik doğrusal programlama (bulanık SLP) modelidir.

$$\begin{aligned} \text{Maksimum} \quad & \underbrace{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \tilde{v}_{js} y_{js}}_{\text{beklenen bulanık kazanç}} - \underbrace{\sum_{i \in I} \beta_i \tilde{c}_i}_{\text{bulanık kapasite maliyeti}} - \underbrace{\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \tilde{v}_{js} (1 - y_{js})}_{\text{beklenen bulanık fırsat maliyeti}} \\ & (3.34) \end{aligned}$$

Zhang ve diğ. [153] tarafından önerilen metodolojinin denklem (3.34)'de belirtilen amaç fonksiyonu üzerinde uygulanmasından sonra elde edilen doğrusal amaç fonksiyonu denklem (3.35)'de gösterilmiştir. Burada birim kazançların

Çizelge 3.11: Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için model notasyonları.

İndeks kümeleri	
I	Omurga tedarikçilerinin kümesi
Ω	Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi
J_s	$s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi
Problem parametreleri	
d_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin bant genişliği
ϑ_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı elde edilen bulanık kazanç
$\tilde{v}_{js}$:	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı oluşan bulanık fırsat maliyeti
p_s :	s senaryosunun gerçekleşme olasılığı
α_i :	i . omurgaya ait kapasite kayıp oranı ($\alpha_i \in [0, 1]$)
$\tilde{c}_i$:	i . omurgadan birim bant genişliği satın almanın bulanık maliyeti
U_i :	i . omurgadan alınabilecek maksimum bant genişliği miktarı
Φ_i, Ψ_i :	i . omurga tarafından garanti edilen sırasıyla gecikme miktarı ve seğirme miktarı için rassal değişkenler
$\mu_i^\delta, \sigma_i^\delta$:	i . omurgası gecikme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\mu_i^\rho, \sigma_i^\rho$:	i . omurgası seğirme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\Theta_{js}^\delta, \Theta_{js}^\rho$:	s . senaryo altında j talebinin belli bir hizmet kalitesinin üzerinden karşılanması için gerekli sırasıyla gecikme ve seğirme değerleri güven olasılıkları
δ_{js}, ρ_{js} :	j . son kullanıcı tarafından s senaryosu altında sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme miktarı
π :	Gerekli Minimum talep karşılama oranı
$\Pi_{\vartheta_{js}}, \Pi_{v_{js}}, \Pi_{c_i}$:	Sırasıyla bulanık kazanç, fırsat ve satın alma maliyeti parametreleri için üyelik fonksiyonları
Karar değişkenleri	
β_i :	i .omurgadan satın alınan bant genişliği miktarı
y_{ijs} :	j talebinin s senaryosu altında i omurgasından karşılanma oranı
y_{js} :	s senaryosu altında j talebinin karşılanma oranı

$(\tilde{\vartheta}_{js} = (\vartheta_{js}^L, \vartheta_{js}^M, \vartheta_{js}^U))$ ve maliyetlerin $(\tilde{v}_{js} = (v_{js}^L, v_{js}^M, v_{js}^U))$ ve $\tilde{c}_i = (c_i^L, c_i^M, c_i^U)$ üçgensel bulanık sayı (TFN) olarak ifade edilebileceği varsayılmıştır. Sayısal analizlerde de değinileceği gibi değişen w değerlerinde modelin koşullamasıyla IO'nun karar vericisinin kullanabileceği istatistikler ve çıktılar hesaplanmıştır.

$$\text{Maksimum} \begin{cases} w_1 \left(\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \vartheta_{js}^L y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^L - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^L (1 - y_{js}) \right) + \\ w_2 \left(\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \vartheta_{js}^M y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^M - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^M (1 - y_{js}) \right) + \\ w_3 \left(\sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \vartheta_{js}^U y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^U - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js}^U (1 - y_{js}) \right) \end{cases} \quad (3.35)$$

Denklemler (3.36-3.45) arasında modelin kısıtları belirtilmiştir. Kısıt kümesi (3.36) sayesinde bir omurgadan kapasite satın alınmış ise son kullanıcı talepleri bu kapasiteye atanabilmektedir. Bir omurgaya atanan toplam kapasite o omurgadan satın alınan kapasiteden (bant genişliğinden) kapasite kayıplarında düşüldükten sonra eşit veya daha küçük olmalıdır. Kısıt (3.37) bir omurgadan satın alınabilecek maksimum bant genişliği miktarının belirtilen omurga tarafından piyasada satılan miktardan daha fazla olmasını engellemektedir.

$$\text{Kısıtlar: } \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \forall i \in I \forall s \in \Omega \quad (3.36)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (3.37)$$

Denklemler (3.38) ve (3.39) olasılıksal (şans) QoS kısıtlarını göstermektedir. Bu kısıtlar sayesinde son kullanıcı talepleri, bir omurgaya ancak gecikme ve seğirme isteklerini belli bir olasılık değerinin üstünde sağlarsa atanabilmektedir. Bu kısıtların deterministik eşdeğerleri gecikme ve seğirmenin (Φ_i, Ψ_i) normal dağılıma uyduğu varsayımı altında denklemler (3.40) ve (3.41) verilmiştir. Bu kısıtların doğrusal olması sayesinde hacim bazlı fiyatlandırma modeli, bulanık amaç fonksiyonu parametrelili stokastik doğrusal programlama modeli halini almaktadır.

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\delta}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.38)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\rho}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.39)$$

Burada Γ_{Θ} standart normal dağılımın quantile fonksiyonunu göstermektedir.

$$y_{ijs} \left(\frac{\delta_{js} - \mu_i^{\delta}}{\sigma_i^{\delta}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\delta}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.40)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\rho_{js} - \mu_i^{\rho}}{\sigma_i^{\rho}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\rho}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.41)$$

(3.42) nolu kısıt seti son kullanıcılarla uzun süreli ilişkiler kurmak açısından gerekli olan servis düzeyinin (talep karşılama oranı) belli bir değerin üzerinde olmasını sağlamaktadır. (3.43) ve (3.44) nolu kısıt setleri birlikte, karşılanması karar verilen miktar kadar her son kullanıcı bant genişliği talebinin omurgalara dağıtılması sağlamaktadır. İşaret kısıtları (3.45) nolu denklemlerle sağlanmaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (3.42)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.43)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.44)$$

$$\beta_i, y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.45)$$

3.1.2.1 Sayısal analizler

Çözüm yöntemini uygulanabilirliğini test etmek ve stokastik yaklaşımın(RP) beklenen değer modelinden(EEV) üstün olduğunu göstermek amacıyla küçük boyutlu problem kümesinden büyük boyutlu problem kümesine: son kullanıcı sayısı $|J|$ 50, BP sayısı $|I|$ 15 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 10 olan birbirinden bağımsız 5 farklı problem, son kullanıcı sayısı $|J|$ 100, BP sayısı $|I|$ 30 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 50 olan birbirinden bağımsız 5 problem ve son kullanıcı sayısı $|J|$ 100, BP sayısı $|I|$ 50 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 100 olan birbirinden bağımsız 5 farklı problem oluşturulup optimal olarak çözülmüştür.

Oluşturulan bütün problem kümeleri değişik w_1, w_2, w_3 değerleri kullanılarak test edilmiştir. Değişken değerler $(w_1, w_2, w_3) = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ kümesinden seçilerek test yapılmasıyla olası en kötümser, en beklenen ve en iyimser kar değerlerinin bulunması amaçlanmıştır.

Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı p_s $[0,1]$ arasında düzgün dağılımdan rassal sayılar üretilerek atanmıştır. Son kullanıcı bant genişliği taleplerinin boyutları ise kırpılmış normal dağılımdan üretilmiştir. Son olarak veri setlerinin karşılaştırılmasında kolaylık olması amacıyla , bütün seçirme ve gecikme güven aralığı olasılıkları $(\Theta_{js}^{\delta}, \Theta_{js}^{\rho})$ %95 güven seviyesine yani $\Gamma = 1.96$ 'ya sabitlenmiştir.

RP, EEV ve WS modellerini kıyaslamak amacıyla kullanılan birincil istatistikler olan VSS ve EVPI değerleri de artık bulanık sayılar halini aldığından, bu değerlerin hesaplanması için algoritmalar sunulmuş ve sonuçlar tartışılmıştır. Son olarak bu alt bölümde, bulanık parametrelerde olabilecek değişikliklerini çözümün yapısını etkilediğini görmek amacıyla; maliyet ve kazanç bileşenlerine ait parametrelerin belli oranda azalması durumundaki çözümler duyarlılık analizleri ile incelenmiştir.

Yukarıda denklemler (3.35-3.45) arasında belirtilen RP modeli değişken w değerleri ile çözülmesi ile elde edilen maliyet ve kazanç bileşenleri için optimal çözümlerin ortalamaları Çizelge 3.12'de sunulmuştur.

Çizelge 3.12’den de anlaşıldığı gibi piyasadaki son kullanıcı sayısının artması ($|J|$ ’nin 50’den 100’e çıkması) ENP değerinde gözle görülür bir artışa yol açmaktadır. Bunun sebebi çok sayıdaki bant genişliği talebinin karşılanmasından dolayı ETR’nin artmasıdır. Ayrıca hesaplanan değerlerin $w_1 = 1$ ’den $w_3 = 1$ doğru gidildikçe artmaktadır. Bunun anlamı karın w_1 için en kötümser değerini ve $w_3 = 1$ için en iyimser değerini almasıdır. ENP, ETR, CLC ve ERC değerleri $w_2 = 1$ için en olası değerlerini almaktadırlar. Son kullanıcı sayısının aynı kaldığı fakat senaryo sayısının ve BP sayısının arttığı iki problem kümesi karşılaştırıldığında ise kullanıcı sayısı değişmediğinden dolayı ENP ve ETR değerlerinde çok az bir yükselme olurken, CLC ve ERC değerlerinde azalmalar olmuştur. Fırsat veya penaltı maliyeti olarak adlandırdığımız ERC değerinin ise diğer maliyet olan CLC’ye göre oldukça düşük kalması da beklenen bir sonuçtur.

Çizelgede belirtilen bütün çıktıların w ile değişmesinin anlamı yukarıda da belirtildiği gibi optimistlik veya pesimistlik değerleri belirtmektedir. Dolayısı ile bu sonuçların tek bir reel sayı yerine bulanık sayılar ile ifade edilmesi daha doğrudur. Bütün bulanık parametrelerin TFN olmasından dolayı ENP, ETR, CLC ve diğer bütün çıktılar üçgen üyelik fonksiyonuna sahiptirler. Beklenen net kar değeri I50J100S100 problem kümesi için, bulanık TFN olarak şöyle ifade edilebilir: $\widetilde{ENP} = (16473.62, 17226.41, 17987.00)$.

Çizelge 3.12: Zhang ve diğ. yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan ENP, ETR, CLC ve ERC değerleri.

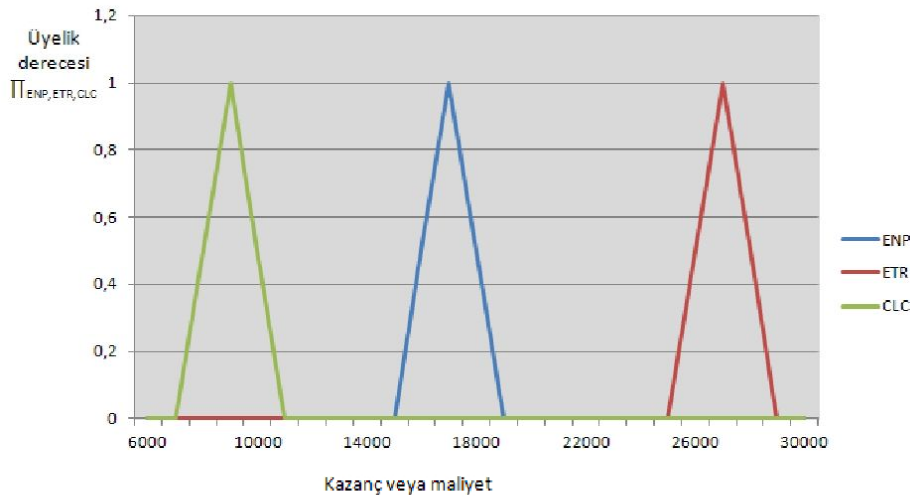
Problem Kümesi	ENP			ETR		
	(w_1, w_2, w_3) (1,0,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,1,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,0,1)	(w_1, w_2, w_3) (1,0,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,1,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,0,1)
I15J50S10	7513.08	7705.28	7911.53	12070.14	13435.21	14772.72
I30J100S50	15517.57	16044.32	16569.62	24108.80	26806.95	29491.57
I50J100S100	16473.62	17226.41	17987.00	24154.19	26863.02	29566.19
Problem Kümesi	CLC			ERC		
	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
I15J50S10	4533.05	5702.69	6825.55	24.00	27.23	35.63
I30J100S50	8558.61	10719.46	12865.38	32.61	43.16	56.55
I50J100S100	7656.27	9604.02	11537.30	24.29	32.57	41.88

Şekil 3.10’de bulanık ENP, ETR ve CLC değerleri için üyelik fonksiyonları gösterilmiştir. Bu değerler arasındaki bağıntı $\widetilde{ENP} = \widetilde{ETR} \ominus \widetilde{CLC} \ominus \widetilde{ERC}$ şeklindedir.

Burada $\ominus$ bulanık sayılarda çıkarma işleminin farklı olarak tanımlanmış olduğuna dikkat edilmelidir. Eğer $\widetilde{ENP} = (ENP^L, ENP^M, ENP^U)$ ifadesi ile tanımlanırsa denklem 3.46 sağlanmak zorundadır.

$$\begin{aligned} ENP^L &= ETR^L - CLC^L - ERC^L \\ ENP^M &= ETR^M - CLC^M - ERC^M \\ ENP^U &= ETR^U - CLC^U - ERC^U \end{aligned} \quad (3.46)$$

Çizelge 3.13’de RP modelinin problem kümelerinde koşulması sonucu olarak elde edilen ve ikincil istatistik adını verilen TCB, CL, ECUP ve NSS değerleri gösterilmiştir. Problemlerin büyümesi yani son kullanıcı sayısının artması doğal olarak daha çok bant genişliğinin BP’lerden satın alınmasına bunun sonucunda da daha çok kapasite kayıplarının oluşmasına neden olmaktadır. Bütün problem tiplerinde satın alınan kapasite yaklaşık %90 oranında verimlilikte kullanılmıştır. Bu veriler bir önceki Çizelgedeki veriler kıyaslandığında ise değişen w değerleri arasında herhangi bir ilişki yoktur. Örneğin, TCB verilerinde $w_1 = 1$ ’den $w_3 = 1$ ’e giderken bir azalama olurken CL, NSS ve ECUP değerlerinde bir trend saplanamamıştır. RP modeli için önemli bir çıktıda son kullanıcıları talep ettikleri



Şekil 3.10: $\widetilde{ENP}$, $\widetilde{ETR}$ ve $\widetilde{CLC}$ üyelik fonksiyonları.

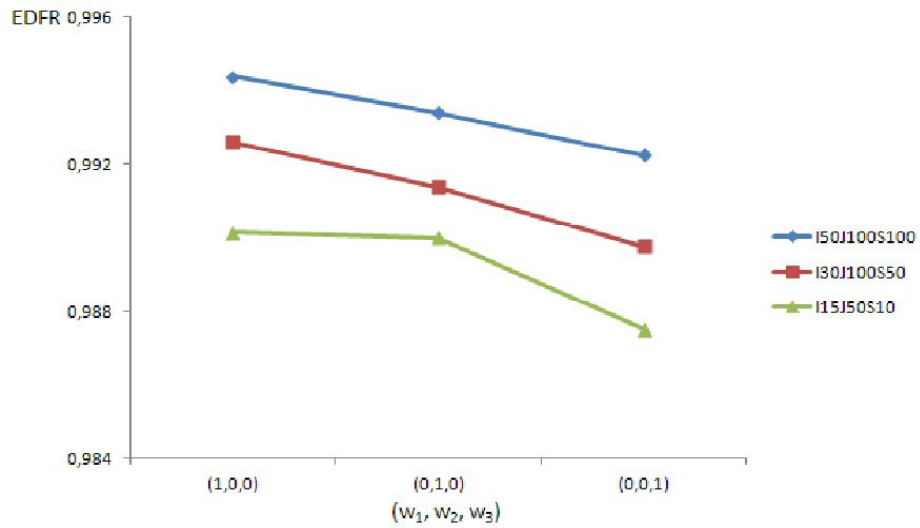
bant genişliğinin ortalamada ne kadar karşılanabildiğini gösteren EDFR’dur. Bu istatistik son kullanıcılar ile uzun süreli ilişkiler kurulması açısından önemlidir. Düşük EDFR değerleri ileriki dönemlerde taleplerin azalmasına dolayısıyla ENP azalmasına neden olacaktır. Şekil 3.11’de problem kümeleri için değişen w

Çizelge 3.13: Zhang ve diğ. yaklaşımı ile RP problemi için hesaplanan TCB, CL, ECUP ve NSS değerleri.

Problem Kümesi	TCB			CL		
	(w_1, w_2, w_3) (1,0,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,1,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,0,1)	(w_1, w_2, w_3) (1,0,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,1,0)	(w_1, w_2, w_3) (0,0,1)
I15J50S10	489.90	489.86	487.87	39.44	39.48	39.30
I30J100S50	982.48	981.71	980.63	82.18	82.26	82.29
I50J100S100	981.47	980.87	979.76	80.22	80.34	80.34

Problem Kümesi	ECUP			NSS		
	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)	(1,0,0)	(0,1,0)	(0,0,1)
I15J50S10	91.11	91.11	91.24	6.8	6.8	6.8
I30J100S50	90.93	90.89	90.85	13.4	13.2	13.4
I50J100S100	91.17	91.13	91.13	12.8	13	13

değerlerinde EDFR değerleri sunulmuştur. Oranlar %98.6 ile %99.5 arasında değişmekte ve $w_1 = 1$ 'den $w_3 = 1$ 'e doğru gidildikçe azalmaktadır. Talep miktarının fazla olduğu problem kümelerinde EDFR'nun da yüksek olduğu sonucu diğer bir çıkarımdır.



Şekil 3.11: Farklı problem kümelerinde değişen w değerlerinin RP modelinde EDFR'ye etkisi.

Bulanık amaç fonksiyonu parametrelili SLP modeli olarak kurulan ve Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi ile yukarıda çözülen RP probleminin uygulanabilirliğini test etmek amacıyla EEV ve WS modellerinin kurulup çözülmesi gerekmektedir. WS modeli kısaca son kullanıcı talepleri ve birim kazanç ve maliyetler kesin olarak bilinseydi elde edilebilecek en yüksek karı göstermektedir. Birim kazanç ve maliyetleri kesin olarak bilinmesi demek üyelik fonksiyonları bilinen bulanık sayılar haline gelmesi demektir. WS modelinin her bir

senaryo için ayrı ayrı çözülüp optimal çözümün beklenen değerinin hesaplanması ile $\tilde{z}^{WS}$ değeri bulunur. RP modeli için hesaplanan optimal bulanık çözüm $\tilde{z}^{RP}$ ise iki sayı arasındaki fark:

$$\widetilde{EVPI} = \tilde{z}^{WS} \ominus \tilde{z}^{RP} \quad (3.47)$$

mükemmel bilginin beklenen değeridir ki bu da bir bulanık sayıdır. Fakat burada bulanık sayı çıkarması yapılmadığına dikkat edilmelidir. Çünkü karar vericinin WS ve RP modellerini çözerken aynı w değerini sececeği kabul edilmesinin daha mantıklı olduğu düşünülmüştür. Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için $\widetilde{EVPI}$ hesaplamakta kullanılacak algoritma pseudo kodu Şekil 3.12’de sunulmuştur. Bilindiği üzere sadece RP ve WS modellerinin çözümleri karar vericiye fazla

```

for  $s = 1, \dots, |\Omega|$ 
    Sabitle  $(w_1, w_2, w_3) = (1, 0, 0)$ 
    Çöz Denklem (3.35-3.45)
    Kaydet  $z_s^L$ 
    Sabitle  $(w_1, w_2, w_3) = (0, 1, 0)$ 
    Çöz Denklem (3.35-3.45)
    Kaydet  $z_s^M$ 
    Sabitle  $(w_1, w_2, w_3) = (0, 0, 1)$ 
    Çöz Denklem (3.35-3.45)
    Kaydet  $z_s^U$ 
end for
Hesapla ve Ata  $z_L^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s z_s^L$ 
 $z_M^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s z_s^M$ 
 $z_U^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s z_s^U$ 
    \WS bekle-ve-gör probleminin optimal çözümünü ifade eder
     $\tilde{z}^{WS} = (z_L^{WS}, z_M^{WS}, z_U^{WS})$ 

Hesapla ve Ata  $EVPI^L \leftarrow z_L^{WS} - z_L^{RP}$ 
 $EVPI^M \leftarrow z_M^{WS} - z_M^{RP}$ 
 $EVPI^U \leftarrow z_U^{WS} - z_U^{RP}$ 

```

Şekil 3.12: Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için $\widetilde{EVPI}$ algoritması.

bilgi sağlamamaktadır. IO’nun karar vericisinin hangi durumda RP modelini hangi durumda EV modelini çözmesinin daha akıllıca olduğunun gösterilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, bulanık SLP modeli için VSS’nin ölçülmesi gerekmektedir. Bu değer RP’nin performansı için daha gerçekçi bir ölçüttür. VSS değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.13’de verilmiştir.

$$\text{Maksimum} \begin{cases} w_1 \left(\sum_{j \in J} \vartheta_j^L y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^L - \sum_{j \in J} v_j^L (1 - y_j) \right) + \\ w_2 \left(\sum_{j \in J} \vartheta_j^M y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^M - \sum_{j \in J} v_j^M (1 - y_j) \right) + \\ w_3 \left(\sum_{j \in J} \vartheta_j^U y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i^U - \sum_{j \in J} v_j^U (1 - y_j) \right) \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\text{Kısıtlar:} \quad \sum_{j \in J} y_{ij} d_j \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \quad \forall i \in I \quad (3.49)$$

$$\beta_i \leq U_i, \quad \forall i \in I \quad (3.50)$$

$$y_{ij} \left(\frac{\delta_j - \mu_i^\delta}{\sigma_i^\delta} - \Gamma_{\Theta_j^\delta} \right) \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.51)$$

$$y_{ij} \left(\frac{\rho_j - \mu_i^\rho}{\sigma_i^\rho} - \Gamma_{\Theta_j^\rho} \right) \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.52)$$

$$\sum_{j \in J} y_j d_j - \pi \sum_{j \in J} d_j \geq 0, \quad (3.53)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ij} \leq 1, \quad \forall j \in J \quad (3.54)$$

$$y_j = \sum_{i \in I} y_{ij}, \quad \forall j \in J \quad (3.55)$$

$$\beta_i, y_{ij}, y_j \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.56)$$

Öncelikli olarak bütün rassal değişkenlerin beklenen değerlerinin bulunması gerekmektedir. Daha sonra bulunan bu değerler EV modeli adı verilen deterministik modelde, denklemler (3.48-3.56)'de yerine konularak çözüm bulunur. Bu model karar verici için çözmesi daha kolay bir problemidir. Bu problemin optimal sonucunun IO tarafından adapte edilirse elde edilecek optimal çözümü bulmak için RP problemi, EV'nin optimal değerleri ile çözülür. Son olarak çözülen model EEV modeli adını alır. EEV ile RP arasındaki fark VSS'dir. Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi ile hacim bazlı bulanık SLP çözülmesinden sonra değişik w değerleri için değişen EV optimal değerleri elde edilecektir. Dolayısı ile EEV ve VSS değerleri tek bir reel sayı değil TFN şeklidirler. $\tilde{z}^{EEV}$ ve $\tilde{z}^{RP}$ sırasıyla EEV ve RP modellerinin bulanık optimal çözümleri olmak üzere, stokastik çözümün bulanık değeri $\widetilde{VSS}$ aşağıdaki gibidir:

$$\widetilde{VSS} = \tilde{z}^{RP} \ominus \tilde{z}^{EEV} \quad (3.57)$$

$$(VSS^L, VSS^M, VSS^U) = (\tilde{z}_L^{RP} - \tilde{z}_L^{EEV}, \tilde{z}_M^{RP} - \tilde{z}_M^{EEV}, \tilde{z}_U^{RP} - \tilde{z}_U^{EEV}) \quad (3.58)$$

Oluşturulan bütün problem kümelerinde RP, EEV ve WS modellerinin koşılması ve ardından $\widetilde{VSS}$ ve $\widetilde{EVPI}$ algoritmalarının çalıştırılması ile elde edilen sonuçlar Çizelge 3.14'de detayları ile sunulmuştur. Bütün sonuçlar önceden de belirtildiği

for	$j = 1, \dots, J $
	Hesapla ve Ata
	$\tilde{\vartheta}_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega}^{\oplus} p_s \otimes \tilde{\vartheta}_{js}$
	$\tilde{v}_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega}^{\oplus} p_s \otimes \tilde{v}_{js}$
	$d_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s d_{js}$
	$\delta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \delta_{js}$
	$\rho_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \rho_{js}$
	$\Theta_j^{\delta} \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^{\delta}$
	$\Theta_j^{\rho} \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^{\rho}$
end for	
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (1, 0, 0)$ denklem (3.48)'de
Çöz	Denklem (3.48-3.56)
Kaydet	$\beta_{i,L}^{EV}$ \ Beklenen değer probleminin (1,0,0) için optimal çözümü
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (1, 0, 0)$ denklem (3.35)'de
Ata ve Sabitle	(3.36,3.37,3.45) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_{i,L}^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.35-3.45)
	Optimal çözüm z_L^{EEV}
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (0, 1, 0)$ denklem (3.48)'de
Çöz	Denklem (3.48-3.56)
Kaydet	$\beta_{i,M}^{EV}$ \ Beklenen değer probleminin (0,1,0) için optimal çözümü
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (0, 1, 0)$ denklem (3.35)'de
Ata ve Sabitle	(3.36,3.37,3.45) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_{i,M}^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.35-3.45)
	Optimal çözüm z_M^{EEV}
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (0, 0, 1)$ denklem (3.48)'de
Çöz	Denklem (3.48-3.56)
Kaydet	$\beta_{i,U}^{EV}$ \ Beklenen değer probleminin (0,0,1) için optimal çözümü
Sabitle	$(w_1, w_2, w_3) = (0, 0, 1)$ denklem (3.35)'de
Ata ve Sabitle	(3.36,3.37,3.45) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_{i,U}^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.35-3.45)
	Optimal çözüm z_U^{EEV}
Hesapla ve Ata	$VSS^L \leftarrow z_L^{RP} - z_L^{EEV}$
	$VSS^M \leftarrow z_M^{RP} - z_M^{EEV}$
	$VSS^U \leftarrow z_U^{RP} - z_U^{EEV}$

Şekil 3.13: Zhang-Wu-Remias-Lu yöntemi için $\widetilde{VSS}$ algoritması.

gibi TFN şeklindedir. Problem setleri büyüdükçe yani son kullanıcı sayısı ve senaryo sayısı artıkça bütün optimal çözümlerin değeri de artmaktadır. Bunu sebebi daha çok talebin oluşup bunların karşılanması dolayısıdır.

Hesaplanan $\widetilde{VSS}$ değerinin pozitif olması ($\succ 0$), RP modelinin EEV modeline göre bulanık anlamada daha fazla kara yol açığının dolayısı ile daha üstün olduğunun göstergesidir. $\widetilde{EVPI}$ ile $\widetilde{VSS}$ karşılaştırıldığında ise $\widetilde{VSS} \succ \widetilde{EVPI}$ bulanık eşitsizliğin sağlandığı görülmektedir.

Çizelge 3.14'deki veriler kullanılarak, RP modelin EEV modeline göre oran olarak ne kadar iyileşme(gelişme) sağladığı hesaplanabilir. Aynı şekilde gelecekteki talepleri tahmin etmenin oran olarak RP'nin optimal çözümünü ne kadar artıracacağı da bu çizelgedeki verilerle bulunabilir. Böylelikle IO önceki tecrübelerine dayanarak belli bir alt limit seçip, eğer oran bu alt limitin üstünde ise RP'yi çözmeyi tercih edebilir. Bu doğrultuda yardımcı olacak iki yeni $\tilde{\zeta}, \tilde{\xi}$ önemli istatistik tanımlanmıştır. Bu istatistiklerin matematiksel gösterimleri denklemler (3.59,3.60)'deki gibidir.

$$\tilde{\zeta} = \widetilde{VSS} \odot \tilde{z}^{EEV} = \left(\frac{VSS^L}{z_L^{EEV}}, \frac{VSS^M}{z_M^{EEV}}, \frac{VSS^U}{z_U^{EEV}} \right) \quad (3.59)$$

$$\tilde{\xi} = \widetilde{EVPI} \odot \tilde{z}^{RP} = \left(\frac{EVPI^L}{z_L^{RP}}, \frac{EVPI^M}{z_M^{RP}}, \frac{EVPI^U}{z_U^{RP}} \right) \quad (3.60)$$

Buradaki işlemlerin üçgensel bulanık sayılardaki bölme işleminden farklı olduğuna dikkat edilmelidir. Bunu sebebi IO'nu karar vericisinin w değerlerini seçtikten sonra bütün modelleri (RP, EEV ve WS) bu değerlerle çözmesinin daha mantıklı olmasından kaynaklanmaktadır.

Çizelge 3.15'de bütün problem setleri için hesaplanan $\tilde{\zeta}$ ve $\tilde{\xi}$ değerleri sunulmuştur. Burada (****) problemin olurlu olmadığını göstermektedir. En önemli sonuçlardan biri $\tilde{\zeta}$ değerlerinin her zaman pozitif ve $\tilde{\xi}$ değerlerinden yüksek olmasıdır. Buda RP yaklaşımının (bulanık SLP'nın) tekrar EEV yaklaşımından üstün olduğunu göstermektedir. Dikkat edileceği gibi $\tilde{\zeta}$ 'nin ortalamalarında en küçük değer bile 0,10'den büyük olmasıdır ki bu da kabaca karda EEV modeline göre %10 artış demektir. Şekil 3.14 ve Şekil 3.15'de sırasıyla bütün problem kümelerinin ortalamaları için hesaplanan $\tilde{\zeta}$ için üyelik fonksiyonları ve bütün problemlerin ortalama sonuçlarının alınması sonucu değişik modellerde değişen w göre hesaplanan ECUP değerleri sunulmuştur. En düşük kapasite kullanım oranı EEV'de ilen en yüksek oran WS'dir ve bu oranlar w değerinden etkilenmemektedir. RP modelinin ise değişen w değerinden çok az oranda etkilendiği görülmüştür. Bütün modellerde %90 üzerinde bir kapasite kullanımı sağlanmaktadır.

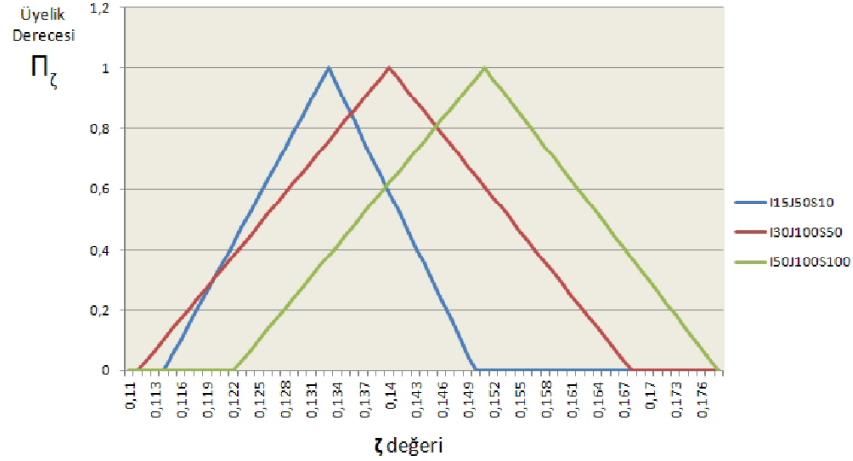
Bu alt bölümün bundan sonraki kısmında, bulanık parametrelerdeki değişikliklerin problemin çözümünü nasıl etkilediği araştırılacaktır. Bu bağlamada, sadece en büyük problem kümesi olan I50J100S100 değişen bulanık parametrelerle test edilmiştir.

Çizelge 3.14: RP, EEV ve WS modelleri için hesaplanan bulanık eniyi çözümler.

Problem Kümesi	$\hat{z}^{RP}$	$\hat{z}^{EEV}$	$\hat{z}^{WS}$	$\widehat{VSS}$	$\widehat{EVPI}$
I15I50S10_0	(7654.23, 7881.11, 8116.25)	(7519.85, 7712.72, 7907.90)	(7709.96, 7940.73, 8179.57)	(134.37, 168.39, 208.35)	(55.72, 59.61, 63.32)
I15I50S10_1	(7296.96, 7458.98, 7639.37)	(6784.08, 6795.12, 6824.73)	(7461.44, 7633.89, 7826.04)	(512.87, 663.86, 814.63)	(164.48, 174.91, 186.66)
I15I50S10_2	(7667.60, 7865.12, 8081.81)	(6715.93, 6796.86, 6898.29)	(7768.54, 7983.52, 8220.87)	(951.67, 1068.25, 1183.52)	(100.94, 118.40, 139.06)
I15I50S10_3	(7522.70, 7746.32, 7988.34)	(*** ***)	(8043.23, 8353.98, 8680.39)	(*** ***)	(520.52, 607.66, 692.04)
I15I50S10_4	(7423.90, 7574.87, 7731.89)	(5924.59, 5901.36, 5881.28)	(7631.09, 7828.25, 8026.73)	(1499.31, 1673.50, 1850.60)	(207.18, 253.38, 294.84)
Ortalama	(7513.08, 7705.28, 7911.53)	(6736.11, 6801.51, 6878.05)	(7722.85, 7948.07, 8186.72)	(776.96, 903.76, 1033.48)	(209.77, 242.79, 275.18)
Problem Kümesi	$\hat{z}^{RP}$	$\hat{z}^{EEV}$	$\hat{z}^{WS}$	$\widehat{VSS}$	$\widehat{EVPI}$
I30I100S50_0	(16979.81, 17846.44, 18711.23)	(15585.30, 16090.94, 16594.60)	(17255.94, 18174.41, 19082.67)	(1394.51, 1755.50, 2116.63)	(276.13, 327.98, 371.44)
I30I100S50_1	(15337.38, 15809.06, 16271.13)	(14116.03, 14266.81, 14416.56)	(15584.46, 16104.09, 16615.82)	(1221.35, 1542.25, 1854.57)	(247.08, 295.03, 344.69)
I30I100S50_2	(15295.90, 15773.85, 16260.28)	(14368.49, 14583.33, 14807.58)	(15715.98, 16266.66, 16817.23)	(927.40, 1190.52, 1452.70)	(420.09, 492.81, 556.95)
I30I100S50_3	(14526.79, 14826.85, 15132.49)	(12095.76, 11774.98, 11441.61)	(15173.46, 15590.13, 16005.44)	(2431.03, 3051.87, 3690.88)	(646.67, 763.28, 872.95)
I30I100S50_4	(15447.99, 15965.44, 16472.98)	(13620.90, 13667.78, 13695.46)	(16008.95, 16639.56, 17259.40)	(1827.09, 2297.66, 2777.53)	(560.96, 674.12, 786.42)
Ortalama	(15517.57, 16044.33, 16569.62)	(13957.30, 14076.77, 14191.16)	(15947.76, 16554.97, 17156.11)	(1560.28, 1967.56, 2378.46)	(430.19, 510.64, 586.49)
Problem Kümesi	$\hat{z}^{RP}$	$\hat{z}^{EEV}$	$\hat{z}^{WS}$	$\widehat{VSS}$	$\widehat{EVPI}$
I50I100S100_0	(15551.95, 16055.41, 16598.78)	(13823.50, 13904.60, 13999.75)	(15909.83, 16489.06, 17104.85)	(1728.44, 2150.82, 2599.03)	(357.88, 433.65, 506.07)
I50I100S100_1	(16308.56, 17033.20, 17757.05)	(14064.92, 14199.14, 14335.12)	(16778.00, 17592.26, 18400.25)	(2243.64, 2834.07, 3421.93)	(469.44, 559.06, 643.20)
I50I100S100_2	(16580.61, 17390.76, 18200.93)	(14763.11, 15084.18, 15410.55)	(17089.94, 17993.53, 18895.11)	(1817.50, 2306.58, 2790.38)	(509.34, 602.77, 694.18)
I50I100S100_3	(16961.07, 17822.46, 18683.83)	(15770.24, 16317.64, 16883.92)	(17286.87, 18217.52, 19144.61)	(1190.82, 1504.82, 1799.91)	(325.80, 395.06, 460.78)
I50I100S100_4	(16965.94, 17830.22, 18694.43)	(14969.38, 15333.57, 15696.63)	(17183.04, 18083.81, 18987.69)	(1996.56, 2496.65, 2997.80)	(217.10, 253.60, 293.26)
Ortalama	(16473.62, 17226.41, 17987.00)	(14678.23, 14967.83, 15265.19)	(16849.54, 17675.24, 18506.50)	(1795.39, 2258.59, 2721.81)	(375.91, 448.83, 519.50)

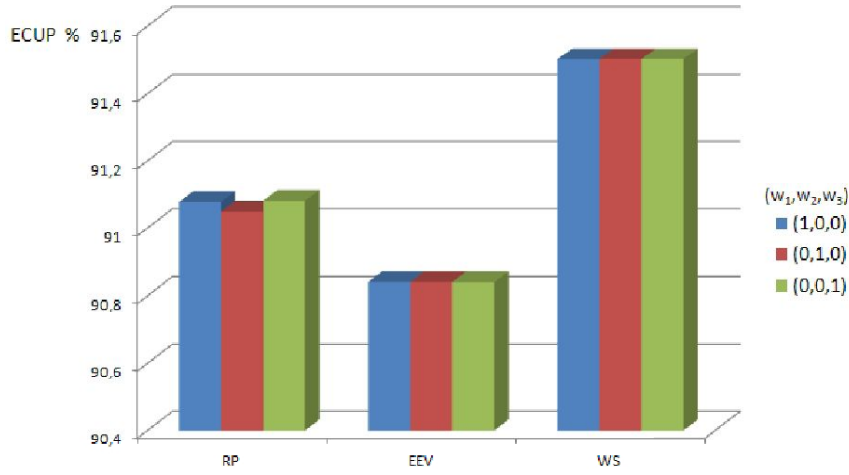
Çizelge 3.15: Herbir problem için hesaplanan $\tilde{\zeta}$ ve $\tilde{\xi}$ değerleri.

Problem Kümesi	$\tilde{\zeta}$	$\tilde{\xi}$
I15J50S10_0	(0.018, 0.022, 0.026)	(0.007, 0.008, 0.008)
I15J50S10_1	(0.076, 0.098, 0.119)	(0.023, 0.023, 0.024)
I15J50S10_2	(0.142, 0.157, 0.172)	(0.013, 0.015, 0.017)
I15J50S10_3	(****, ****, ****)	(0.069, 0.078, 0.087)
I15J50S10_4	(0.253, 0.284, 0.315)	(0.028, 0.033, 0.038)
Ortalama	(0.115, 0.133, 0.150)	(0.028, 0.032, 0.035)
Problem Kümesi	$\tilde{\zeta}$	$\tilde{\xi}$
I30J100S50_0	(0.089, 0.109, 0.128)	(0.016, 0.018, 0.020)
I30J100S50_1	(0.087, 0.108, 0.129)	(0.016, 0.019, 0.021)
I30J100S50_2	(0.065, 0.082, 0.098)	(0.027, 0.031, 0.034)
I30J100S50_3	(0.201, 0.259, 0.323)	(0.045, 0.051, 0.058)
I30J100S50_4	(0.134, 0.168, 0.203)	(0.036, 0.042, 0.048)
Ortalama	(0.112, 0.140, 0.168)	(0.028, 0.032, 0.035)
Problem Kümesi	$\tilde{\zeta}$	$\tilde{\xi}$
I50J100S100_0	(0.125, 0.155, 0.186)	(0.023, 0.027, 0.030)
I50J100S100_1	(0.160, 0.200, 0.239)	(0.029, 0.033, 0.036)
I50J100S100_2	(0.123, 0.153, 0.181)	(0.031, 0.035, 0.038)
I50J100S100_3	(0.076, 0.092, 0.107)	(0.019, 0.022, 0.025)
I50J100S100_4	(0.133, 0.163, 0.191)	(0.013, 0.014, 0.016)
Ortalama	(0.122, 0.151, 0.178)	(0.023, 0.026, 0.029)



Şekil 3.14: Farklı problem kümeleri için hesaplanan ortalama $\tilde{\zeta}$ üyelik fonksiyonları.

Bu analizlerin amacı değişiklikler yapıldıktan sonra RP, EEV ve WS modellerinin birbirleri ile kıyaslandığında ne gibi farkların oluştuğunu gözlemektir. Dolayısı ile her bir senaryonun test edilmesinden sonra en önemli iki istatistik olan $\tilde{\zeta}$, $\tilde{\xi}$ hesaplanmıştır.



Şekil 3.15: RP, EEV ve WS modelleri için farklı w değerlerimde hesaplanan ortalama ECUP değerleri.

- Tüm bulanık parametrelerin %20 oranında artması ve %20 oranında azalması durumu: Tüm bulanık parametrelerin %20 oranında artması ve %20 oranında azalması durumu: Bu senaryo altında amaç fonksiyonunda ki bütün bulanık parametreler ($\tilde{\vartheta}_{js}$, $\tilde{v}_{js}$, $\tilde{c}_i$) orijinal değerlerine göre artırılarak ve azaltılarak RP, EEV ve WS modelleri çözülmüştür. Artırma ve azaltma işlemi aşağıdaki örnekte olduğu gibi diğer bulanık parametreler içinde gerçekleştirilmiştir.

$$\tilde{\vartheta}_{js} \leftarrow (1.2\vartheta_{js}^L, 1.2\vartheta_{js}^M, 1.2\vartheta_{js}^U)$$

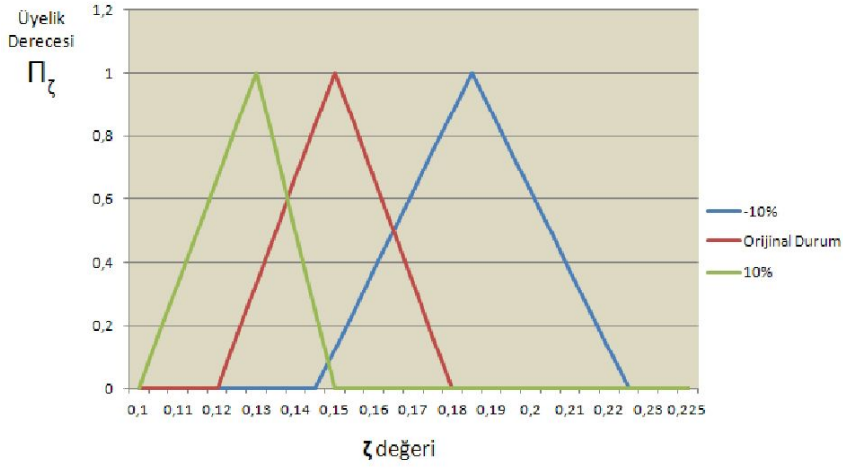
$$\tilde{\vartheta}_{js} \leftarrow (0.8\vartheta_{js}^L, 0.8\vartheta_{js}^M, 0.8\vartheta_{js}^U)$$

Çizelge 3.16’de koşumların sonuçları raporlanmıştır. Özetle, bulanık parametrelerin artması $\widetilde{VSS}$ ve $\widetilde{EVPI}$ değerlerinde artışa neden olurken $\tilde{\zeta}$, $\tilde{\xi}$ değerlerinin tamamen aynı kalmasına neden olmaktadır.

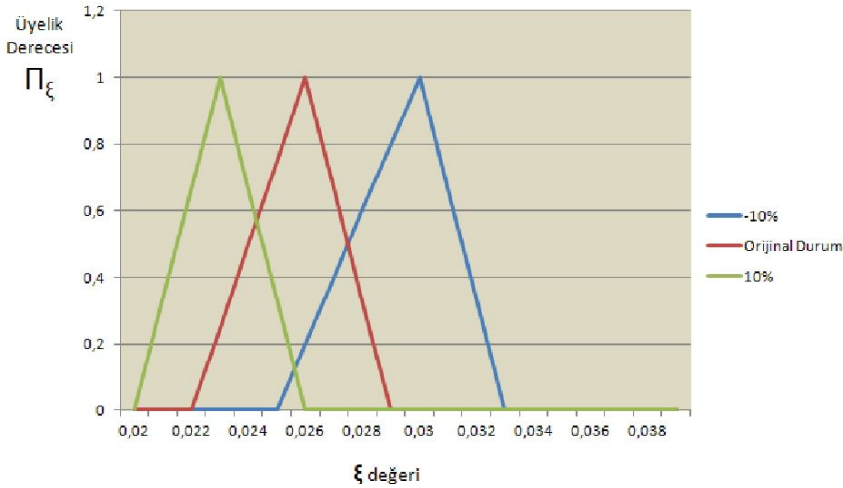
Çizelge 3.16: Tüm bulanık parametrelerin $\pm\%20$ değişmesinin $\widetilde{VSS}$, $\tilde{\zeta}$, $\widetilde{EVPI}$ ve $\tilde{\xi}$ ’ye etkisi.

Test senaryosu	$\widetilde{VSS}$	$\tilde{\zeta}$
%20 oranında artırma	(2154.47, 2710.30, 3266.17)	(0.122, 0.151, 0.178)
Orijinal durum	(1795.39, 2258.59, 2721.81)	(0.122, 0.151, 0.178)
%20 oranında azaltma	(1436.31, 1806.87, 2177.45)	(0.122, 0.151, 0.178)
Test senaryosu	$\widetilde{EVPI}$	$\tilde{\xi}$
%20 oranında artırma	(451.10, 550.00, 623.40)	(0.023, 0.027, 0.029)
Orijinal durum	(375.91, 448.83, 519.50)	(0.023, 0.026, 0.029)
%20 oranında azaltma	(300.73, 359.06, 415.60)	(0.023, 0.026, 0.029)

- Kazanç bulanık parametresinin ($\tilde{\vartheta}_{js}$) $\pm\%10$ oranında arttırılması ve azaltılması durumu: Bu senaryo altında RP, EEV ve WS modellerinin koşulması sonucunda toplanan iki önemli istatistiğin nasıl değiştiği Şekil 3.16 ve Şekil 3.17’de gösterilmiştir. Artan kazancın $\tilde{\xi}$ ’nin azalmasına neden olmaktadır. Telekomünikasyon piyasası gibi rekabet ve kazançların sınırlı olabileceği bir durumda rassallığın dikkate alınması gerektiğini bu senaryonun testi sonucunda görülebilmektedir. Ek olarak geleceği tam olarak tahmin etmenin IO’ya sağlayacağı ekstra kazanç oranı da artan bulanık birim kazançla azalmaktadır.



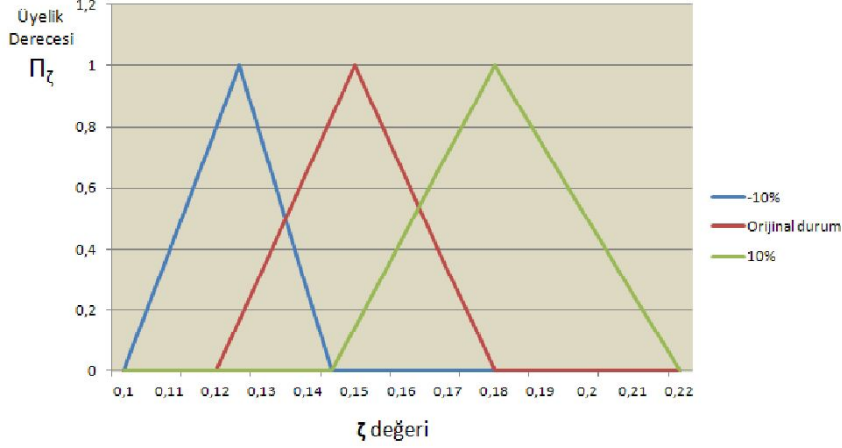
Şekil 3.16: Bulanık birim kazançın %10 artması ve azalmasının $\tilde{\xi}$ ’ye etkisi.



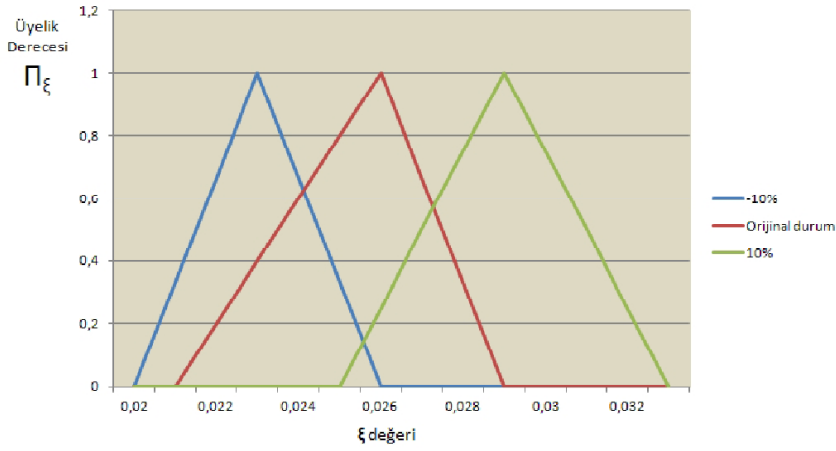
Şekil 3.17: Bulanık birim kazançın %10 artması ve azalmasının $\tilde{\xi}$ ’ye etkisi.

- Maliyet bulanık parametrelerinin ($\tilde{\vartheta}_{js}, \tilde{c}_i$) $\pm\%10$ oranında arttırılması ve azaltılması durumu: RP, EEV ve WS modellerinin koşulması sonucunda toplanan iki önemli istatistiğin nasıl değiştiği Şekil 3.18 ve Şekil 3.19’de

gösterilmiştir. Artan maliyetlerin $\tilde{\zeta}$ 'nin artmasına neden olmaktadır. Bu sonuç ışığında, RP modelinin olumsuz piyasa şartlarında kullanılmasının daha akılcıca bir yaklaşım olduğu kanıtlanmıştır. Son olarak bütün senaryolarda görüldüğü gibi her zaman $\widetilde{VSS} > \widetilde{EVPI}$ eşitsizliği sağlanmaktadır.



Şekil 3.18: Bulanık birim maliyetlerin %10 artması ve azalmasının $\tilde{\zeta}$ 'ye etkisi.



Şekil 3.19: Bulanık birim maliyetlerin %10 artması ve azalmasının $\tilde{\xi}$ 'ye etkisi.

3.2 Bulanık Çok Amaçlı Stokastik Doğrusal Programlama Modeli

Bu alt bölümde, hacim bazlı iki evreli stokastik doğrusal programlama modeli tek amaç fonksiyonu (kar en büyüklenmesi) yerine iki amaç fonksiyonu (kar en büyüklenmesi ve kapasite kayıpları en küçüklenmesi) ile modellenecek ve literatürdeki değişik çözüm yöntemleri ile çözülecektir.

Telekomünikasyon araçlarının kapasite satın alırken ve son kullanıcı taleplerini karşılarken dikkat etmeleri gereken önemli bir unsurda alt yapı sorunlarından dolayı

oluşan kapasite kayıplarını göz önüne almaktır. Bu ana kadar analiz edilen tüm modellerde tek amaç fonksiyonu kullanılmış ve kapasite kayıpları aracının kendisi tarafından yüklenilmiştir.

Bu amaç doğrultusunda, aracı firmanın optimizasyon problemi kullanıcılara yansıtılan bant genişliği kayıplarının en küçüklenmesi ile karının en büyüklenmesi arasında dengelenmesi şeklinde, çok amaçlı bir modelleme çerçevesi ile analiz edilecektir. Bütün tez kapsamında olduğu gibi bu kısımda da son kullanıcı taleplerinin stokastik olduğu varsayımı sürdürülmüştür. Ek olarak, gecikme ve seçirme değerlerinin de olasılıksal bir davranış gösterdiği kabulü de korunmuştur. Amaçları modellenmesinde ve ağırlıklandırılmasın da ise bulanık doğrusal programlama tekniklerinden yararlanılmıştır. Sonuç olarak elde edilen son model bulanık çok amaçlı şans kısıtlı stokastik doğrusal programlama modelidir.

Bu alt bölümün diğer kısımlarında ise sırasıyla: problemin tanımı ve konu ile ilgili literatür taraması alt bölüm 3.2.1’de incelenmiştir. Alt bölüm 3.2.2’de ise düşünülen hacim bazlı bulanık stokastik problemin matematik modellemesi yapılmıştır. Ayrıca bu alt bölümde çözüm yöntemleri ayrıntıları ile tartışılmıştır. Son olarak bu alt bölümüm altında, oluşturulan farklı test verileri bütün test algoritmalarında koşulmuş ve çözüm yöntemlerinin performansları değerlendirilmiş, sonuçlar sunulmuştur.

3.2.1 Problemin tanımı ve çok amaçlı programlama

Genel anlamada çok amaçlı programlama modellerinin denklem (3.62) - (3.63) deki gibi ifade edilmesi mümkündür [163].

$$\text{Minimum} \quad Z_1, Z_2, \dots, Z_k \quad (3.61)$$

$$\text{Maksimum} \quad Z_{k+1}, Z_{k+2}, \dots, Z_p \quad (3.62)$$

$$\text{Kısıtlar: } x \in X_d, X_d = \{x / g_s(x) \leq b_s, s = 1, 2, \dots, m\} \quad (3.63)$$

Burada $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ maliyet, geç teslimat vb. gibi en küçükleme hedefli negatif amaçları veya kriterleri, ve $Z_{k+1}, Z_{k+2}, \dots, Z_p$ ise en büyükleme hedefli kar, kalite, zamanında teslim ve servis kalitesi gibi positif amaçları göstermektedir. Sistem kısıtlarını sağlayan olurlu çözümlerin kümesi ise X_d ile ifade edilmiştir.

Gerçek hayatta, BP seçimi ve son kullanıcı bant genişliği atama probleminde tüm amaçlar aynı anda sistem kısıtları altında başarılamayabilir. Dolayısıyla, karar verici k . bulanık hedef için tolerans limiti ve üyelik fonksiyonu $\Pi(Z_k(x))$ tanımlayabilir [164]. Denklemler (3.62) - (3.63) ile belirtilen doğrusal programlama modeli bulanık amaçlarla şöyle edilebilir: öyle bir vektör $x^T = [x_1, \dots, x_n]$ bulunsun ki, denklem (3.65) - (3.67) sağlasın.

$$\tilde{Z}_k = \sum_{i=1}^n c_{ki}x_i \leq \sim Z_k^0, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.64)$$

$$\tilde{Z}_l = \sum_{i=1}^n c_{li}x_i \geq \sim Z_l^0, \quad l = p, p+1, \dots, q \quad (3.65)$$

$$\text{Kısıtlar: } g_s(x) = a_{si}x_i \leq b_s, \quad s = 1, \dots, m \quad (3.66)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.67)$$

burada c_{ki}, c_{li}, a_{si} ve b_s reel (crisp) değerlerdir. Bu modelde $\sim$ işareti bulanık ortamı belirtmektedir. Kısıt setlerindeki $\leq \sim$ işareti ise $\leq$ bulanıklaştırılmış halidir ve dilsel çevrisi ise "esasen daha küçük veya eşit (essentially smaller than or equal to)" ve $\geq \sim$ işaretinin dilsel ifadesi "esasen daha büyük veya eşit (essentially greater than or equal to)" şeklindedir. Z_k^0 ve Z_l^0 ise karar vericinin ulaşmak istediği istek seviyesini (aspiration level) göstermektedir.

Denklem (3.68) sayesinde aracı omurgaların alt yapısından dolayı oluşan kapasite kayıplarını yüklenerek son kullanıcıların tam olarak satın aldıkları kadar bant genişliği kullanmasını sağlamaktadır. Fakat telekom aracısının karar vericileri bazı durumlarda oluşan kayıpları kendi üstlenmeyerek yani kullanıcıların talep ettiği bant genişliğinden daha azını sağlayarak daha fazla kar etmesi mümkün olmaktadır. Bunun sebebi aracının daha çok müşteriyle kontrat yapmasının önü açılmış olmasıdır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq (1 - \alpha_i) \beta_i, \quad \forall i \in I \quad \forall s \in \Omega \quad (3.68)$$

Denklem (3.68)'un sağ tarafındaki $(1 - \alpha_i)$ terimi silinerek bütün kayıplar kullanıcıya aktarılmış olur. Tabi ki, böyle bir modelleme ve çözüm yaklaşımının negatif tarafı ise; müşterilerin düşük bant genişliklerinden dolayı oluşan internet kullanım hızındaki düşüşten ötürü aracı ile olan kontralarını uzatmamaları ve geleceğe yönelik fırsat ve itibar kayıpların diye adlandırılabilir çeşitli maliyetlerin oluşmasıdır. Literatürde [61–63] buna benzer uygulamalar bant

genişliği düşürülmesi (bandwidth degradation) veya QoS bozunması (QoS degradation) olarak adlandırılmaktadır.

3.2.2 Matematik model ve çözüm yöntemleri

Çizelge 3.17’de bu bölüm boyunca kullanılacak indeks kümeleri, parametreler ve karar değişkenleri gösterilmiştir. Denklemler (3.69) ve (3.70) sırasıyla beklenen

Çizelge 3.17: Bulanık çok amaçlı hacim fiyatlandırma için model notasyonları.

İndeks kümeleri	
I	Omurga tedarikçilerinin kümesi
Ω	Oluşabilecek sonlu sayıda talep senaryoları kümesi
J_s	$s(s \in \Omega)$ senaryosu altında taleplerin kümesi
K	Amaç fonksiyonları kümesi $K = P \cup Q$, (P pozitif amaçların kümesi ve Q negatif amaçların kümesi)
Problem parametreleri	
d_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin bant genişliği
ϑ_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı elde edilen kazanç
v_{js} :	s senaryosu altında j .talebinin karşılanmasından dolayı oluşan fırsat maliyeti
p_s :	s senaryosunun gerçekleşme olasılığı
α_i :	i . omurgaya ait kapasite kayıp oranı ($\alpha_i \in [0, 1]$)
c_i :	i . omurgadan bant genişliği satın almanın maliyeti
U_i :	i . omurgadan alınabilecek maksimum bant miktarı
Φ_i, Ψ_i :	i . omurga tarafından garanti edilen sırasıyla gecikme ve seğirme miktarı için rassal değişkenler
$\mu_i^\delta, \sigma_i^\delta$:	i . omurgası gecikme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\mu_i^\rho, \sigma_i^\rho$:	i . omurgası seğirme rassal değişkeni için sırasıyla ortalama ve standart sapma değerleri
$\Theta_{js}^\delta, \Theta_{js}^\rho$:	s . senaryo altında j talebinin belli bir hizmet kalitesinin üzerinden karşılanması için gerekli sırasıyla gecikme ve seğirme değerleri güven olasılıkları
δ_{js}, ρ_{js} :	j . son kullanıcı tarafından s senaryosu altında sırasıyla tolere edilebilecek maksimum gecikme ve seğirme
π :	Gerekli Minimum talep karşılama oranı
Π_{Z_k} :	$k(k \in K)$ amaç fonksiyonu değeri için üyelik fonksiyonu
Karar değişkenleri	
β_i :	i .omurgadan satın alınan bant genişliği miktarı
y_{ijs} :	j talebinin s senaryosu altında i omurgasından karşılanma oranı
y_{js} :	s senaryosu altında j talebinin karşılanma oranı

karın en büyüklenmesi amacını ve kapasite kayıplarının en küçüklenmesini amacını ifade etmektedir. Birinci amaç fonksiyonlarının bileşenleri kazancın beklenen değeri, birinci evrede oluşan kapasite satın alma maliyeti ve taleplerin karşılanama-

masından veya altında karşılanmasından dolayı oluşan fırsat maliyetinin beklenen değeridir. İkinci amaç fonksiyonu ise sadece birinci evrede verilen karar olan hangi BP'den ne kadar bant genişliği satın alınacağı ile ilgili olan β_i karar değişkenine bağlıdır ve gelecekte oluşacak tüm senaryolardan bağımsızdır.

$$\text{Maksimum} \quad \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js} (1 - y_{js}) \quad (3.69)$$

$$\text{Minimum} \quad \sum_{i \in I} \alpha_i \beta_i \quad (3.70)$$

Denklemler (3.71-3.80) arasında modelin kısıtları belirtilmiştir. Kısıt kümesi (3.71) sayesinde bir omurgadan kapasite satın alınmış ise son kullanıcı talepleri bu kapasiteye atanabilmektedir. Bir omurgaya atanan toplam kapasite o omurgadan satın alınan kapasiteden (bant genişliğinden) eşit veya daha küçük olmalıdır. Bu kısıtta daha önceki modellerde göz önüne alınan kapasite kayıp oranının dahil edilmemesine dikkat edilmelidir. Kısıt (3.72) bir omurgadan satın alınabilecek maksimum bant genişliği miktarının belirtilen omurga tarafından piyasada satılan miktardan daha fazla olmasını engellemektedir.

$$\text{Kısıtlar:} \quad \sum_{j \in J_s} y_{ijs} d_{js} \leq \beta_i, \forall i \in I \forall s \in \Omega \quad (3.71)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (3.72)$$

Denklemler (3.73) ve (3.74) olasılıksal (şans) QoS kısıtlarını göstermektedir. Bu kısıtlar sayesinde son kullanıcı talepleri, bir omurgaya ancak gecikme ve seğirme isteklerini belli bir olasılık değerinin üstünde sağlarsa atanabilmektedir. Bu kısıtların deterministik eşdeğerleri gecikme ve seğirmenin Φ_i ve Ψ_i normal dağılıma uyduğu varsayımı altında denklemler (3.75) ve (3.76) verilmiştir. Bu kısıtların doğrusal olması sayesinde hacim bazlı fiyatlandırma modeli stokastik çok amaçlı bulanık programlama modeli halini almaktadır.

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Phi_i - \delta_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\delta}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.73)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ijs}(\Psi_i - \rho_{js}) \leq 0\} \geq \Theta_{js}^{\rho}, \forall s \in \Omega, \forall i \in I, \forall j \in J_s \quad (3.74)$$

Burada Γ_{Θ} standart normal dağılımın quantile fonksiyonunu göstermektedir.

$$y_{ijs} \left(\frac{\delta_{js} - \mu_i^{\delta}}{\sigma_i^{\delta}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\delta}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.75)$$

$$y_{ijs} \left(\frac{\rho_{js} - \mu_i^{\rho}}{\sigma_i^{\rho}} - \Gamma_{\Theta_{js}^{\rho}} \right) \geq 0 \quad \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.76)$$

(3.77) nolu kısıt seti son kullanıcılarla uzun süreli ilişkiler kurmak açısından gerekli olan servis düzeyinin (talep karşılama oranı) belli bir değerin üzerinde olmasını sağlamaktadır. (3.78) ve (3.79) nolu kısıt setleri birlikte, karşılanması karar verilen miktar kadar her son kullanıcı bant genişliği talebinin omurgalara dağıtılması sağlamaktadır. İşaret kısıtları (3.80) nolu denklemlerle sağlanmaktadır.

$$\sum_{j \in J_s} y_{js} d_{js} - \pi \sum_{j \in J_s} d_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega \quad (3.77)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ijs} \leq 1, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.78)$$

$$y_{js} = \sum_{i \in I} y_{ijs}, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s \quad (3.79)$$

$$\beta_i, y_{ijs}, y_{js} \geq 0, \forall s \in \Omega, \forall j \in J_s, \forall i \in I \quad (3.80)$$

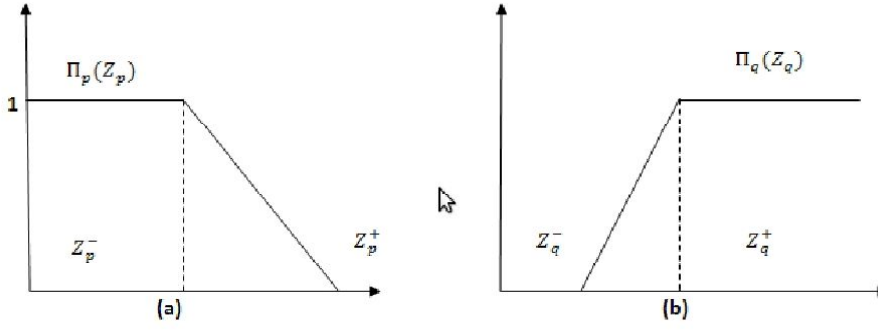
3.2.2.1 Maksimum-minimum yöntemi

Zimmermann [149] kendisine ait bulanık doğrusal programlama yaklaşımını fuzzy çok amaçlı doğrusal programlama modellerini de (3.65) - (3.67) içine alacak şekilde genişletti. Yazar amaç fonksiyonlarını Z_k , $k \in K$, üyelik fonksiyonları 0'dan 1'e doğrusal olarak artan bulanık setler olarak ifade etmiştir. Bu yaklaşımda; amaçların üyelik fonksiyonları, her bir amaç fonksiyonunu kendisinin maksimumu ve minimumu olmak üzere ikiye ayırarak formüle edilebilir. En küçükleme amaçlı hedeflerin doğrusal üyelik fonksiyonu (Z_p) ve en büyükleme amaçların hedeflerin doğrusal üyelik (Z_q) fonksiyonları sırasıyla denklem(3.81) ve denklem (3.82) gösterilmiştir.

$$\Pi_{Z_p}(x) = \begin{cases} 1 & \text{ise } Z_p \leq Z_p^- \\ f_{\Pi_{Z_p}} = (Z_p^+ - Z_p(x)) / (Z_p^+ - Z_p^-) & \text{ise } Z_p^- \leq Z_p(x) \leq Z_p^+ \quad (p \in P) \\ 0 & \text{ise } Z_p \geq Z_p^+ \end{cases} \quad (3.81)$$

$$\Pi_{Z_q}(x) = \begin{cases} 1 & \text{ise } Z_q \leq Z_q^+ \\ f_{\Pi_{Z_q}} = (Z_q(x) - Z_q^-) / (Z_q^+ - Z_q^-) & \text{ise } Z_q^- \leq Z_q(x) \leq Z_q^+ \quad (q \in Q) \\ 0 & \text{ise } Z_q \geq Z_q^- \end{cases} \quad (3.82)$$

Z_p^+ ve Z_p^- değerlerini hesaplamak için, çok amaçlı problem sanki tek amaçlı problemmiş gibi her seferinde bir amaç düşünülerek çözülür. Negatif amaç fonksiyonunun Z_p maksimum değeri (en kötü değeri) Z_p^+ 'dir. Aynı şekilde, pozitif amaç fonksiyonunun Z_q minimum değeri (en kötü değeri) Z_q^- 'dir [144, 165]. Örnek doğrusal üyelik fonksiyonları Π_{Z_k} Şekil 3.20'de gösterilmiştir. Zimmermann'ın



Şekil 3.20: Bulanık sayı olarak amaç fonksiyonları: (a) minimum Z_p ve (b) maksimum Z_q .

[149, 166] yaklaşımı ile yani maksimum-minimumun operatör olarak kullanılması ile yukarıda kurulan (3.69)-(3.80) denklemleri arasındaki bulanık model aşağıdaki deterministik modeli çözmeye eşdeğerdir:

$$\text{Maksimum } \lambda \quad (3.83)$$

$$\text{Kısıtlar: } \lambda \leq \left(\frac{Z_1 - Z_1^-}{Z_1^+ - Z_1^-} \right) \quad (3.84)$$

$$\lambda \leq \left(\frac{Z_2^+ - Z_2}{Z_2^+ - Z_2^-} \right) \quad (3.85)$$

$$\lambda \in [0, 1] \quad (3.86)$$

$$\text{Diğer Kısıtlar: } \text{Denklemler (3.71) – (3.80)} \quad (3.87)$$

Burada kar enbüyüklemesi amacı Z_1 ve kapasite kayıpları en küçüklemesi Z_2 sırasıyla:

$$Z_1 = \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s \vartheta_{js} y_{js} - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_s v_{js} (1 - y_{js}) \quad (3.88)$$

$$Z_2 = \sum_{i \in I} \alpha_i \beta_i \quad (3.89)$$

Çözüm yöntemini test etmek amacıyla son kullanıcı sayısı $|J|$ 100, BP sayısı $|I|$ 30 ve senaryo sayısı $|\Omega|$ 50 olan birbirinden bağımsız 5 farklı test kümesi oluşturuldu. Her bir senaryonun gerçekleşme olasılığı p_s $[0,1]$ arasında düzgün dağılımdan rassal sayılar üretilerek atandı. Son kullanıcı bant genişliği taleplerinin boyutları ise kırılmış normal dağılımdan üretilmiştir. Son olarak veri setlerinin karşılaştırılmasında kolaylık olması amacıyla, bütün seçirme ve gecikme güven aralığı olasılıkları $(\Theta_{js}^\delta, \Theta_{js}^\rho)$ %95 güven seviyesine yani $\Gamma = 1.96$ 'ya sabitlenmiştir.

Çizelge 3.18’de üretilen test problemleri için belirtildiği gibi sadece bir amaç olması durumunda elde edilen amaç fonksiyonları değerleri gösterilmiştir. Karın en büyüklenmesi amaçlı Z_1 için pozitif ideal çözüm (PIS) Z_1^+ kapasite kayıplarının en küçüklenmesi amacı için PIS ise Z_2^+ ’dir. Önemli bir gözlem Z_1^- değerlerinin yani karın negatif olmasıdır. Bu durumun sebebi kısaca Z_1 fonksiyonunun sistem kısıtları altına en küçüklenmesi sırasında, IO’nun piyasadaki bütün var olan kapasiteyi satın alması ardından çok fazla atıl kapasite oluşturmastır. Bu durumun düzeltilmesi mümkün olsa da algoritmanın bütünlüğünü bozmamak amacıyla hesaplanan değerler yeterli ve gerçekçi görülmüştür. Gerekli dönüşümler

Çizelge 3.18: Pozitif ve negatif ideal çözümler.

Problem Kümesi	Z_1^+	Z_1^-	Z_2^+	Z_2^-
I30J100S50_0	18758.13	-21712.75	37.85	213.98
I30J100S50_1	16814.70	-25398.66	37.57	207.25
I30J100S50_2	16853.94	-26578.20	39.27	218.78
I30J100S50_3	15938.23	-29246.24	38.90	223.56
I30J100S50_4	16883.57	-18544.85	41.84	250.18

yapıldıktan sonra denklemler (3.83-3.87) arasında bulanık amaçlı stokastik doğrusal programlama modeli haline gelen hacim fiyatlandırma modelinin test kümelerindeki koşumu sonucu elde edilen optimal çözüm değerleri Çizelge 3.19’de verilmiştir. Çözülen model rassallığın dikkate alındığı düzletme modeli olarak adlandırılan RP’dir. Modelin çözümü karar vericiye ortalama %70 oranında tatmin sağlarken λ^{RP} , beklenen net karın ortalama optimal değeri 4794.06 ve kapasite kayıplarının ortalama optimal değeri 167.90’dır. Maksimum-minimum yöntemi

Çizelge 3.19: Maksimum-minimum algoritması optimal çözümleri.

Problem Kümesi	λ^{RP}	Z_1^{RP}	Z_2^{RP}
I30J100S50_0	0.7122	7104.60	163.26
I30J100S50_1	0.6895	3705.77	154.56
I30J100S50_2	0.7157	4506.47	167.75
I30J100S50_3	0.7250	3512.37	172.78
I30J100S50_4	0.6686	5141.10	181.13
Ortalama	0.7021	4794.06	167.90

için RP modelinin optimal çözümüne ait bazı performans istatistikleri Çizelge 3.20 ‘de gösterilmiştir. Dikkati çeken birkaç önemli nokta: fırsat maliyetinin beklenen değerinin (ERC) oldukça düşük olmasıdır, bunu doğal sonucu olarak %99

üzerinde beklenen talep karşılama (EDFR) oranına ulaşılmaktadır. Ek olarak, satın alınan kapasitenin 1768.90 ve kapasite kayıplarının 167.90 olması yaklaşık %10 bir bant genişliğinin altyapıdan sorunlarından dolayı yok olması demektir. Bilindiği

Çizelge 3.20: Maksimum-minimum algoritması RP için performans istatistikleri.

Problem Kümesi	ETR	CLC	ERC	NSS
I30J100S50_0	27187.45	20082.84	0.00	20
I30J100S50_1	26980.55	23274.38	0.39	20
I30J100S50_2	27031.55	22525.07	0.00	20
I30J100S50_3	26944.34	23430.76	1.20	20
I30J100S50_4	26769.08	21595.74	32.24	22
Ortalama	26982.59	22181.76	6.76	20.4
Problem Kümesi	TCB	EDFR	ENFUB	MCUP
I30J100S50_0	1743.26	1.000	19	64.96
I30J100S50_1	1744.30	0.999	19	64.42
I30J100S50_2	1743.94	1.000	19	65.79
I30J100S50_3	1788.83	0.999	19	66.08
I30J100S50_4	1824.19	0.994	19	69.30
Ortalama	1768.90	0.998	19	66.11

üzere sadece RP modelinin çözümü karar vericiye fazla bilgi sağlamamaktadır. IO'nun karar vericisinin hangi durumda RP modelini hangi durumda EV modelini çözmesinin daha akıllıca olduğunun gösterilmesi gerekmektedir. Bu doğrultuda, çok amaçlı bulanık stokastik doğrusal programlama yaklaşımının performansı iki ana (EVPI ve VSS) metrik ile ölçülecektir. Buraya kadar olan bütün modellerden farklı olarak, her bir metrik için üç farklı metrik (VSS_{λ} , VSS_{Z_1} , VSS_{Z_2} gibi) hesaplanacak olmasıdır.

EVPI değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.21'de verilmiştir. Kısaca açıklamak gerekirse RP modelinin her bir senaryo için ayrı ayrı çözülmesi ve senaryoların optimal çözümlerinin beklenen değeri hesaplanmasıyla WS problemi çözülmüş olur. WS ile RP optimal değerleri arasındaki fark EVPI'dir. VSS değerlerinin hesaplanması biraz daha zahmetlidir. Fakat, bu değer RP'nin performansı için daha gerçekçi bir ölçüttür. VSS değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.22'de verilmiştir. Öncelikli olarak bütün rassal değişkenlerin beklenen değerlerinin bulunması gerekmektedir. Daha sonra bulunan bu değerler EV modeli adı verilen deterministik modelde, denklemler (3.90-3.101)'de yerine konularak çözüm bulunur. Bu model karar verici için çözmesi daha kolay bir problemdir. Bu problemin optimal sonucunun IO tarafından

```

for  $s = 1, \dots, |\Omega|$ 
    Çöz Denklem (3.83-3.87)
    Kaydet  $\lambda_s^*, Z_{1,s}^*, Z_{2,s}^*$ 
    \*optimal çözüm değerlerinin gösterir
end for
Hesapla ve Ata  $\lambda^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s \lambda_s^*$ 
 $Z_1^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s Z_{1,s}^*$ 
 $Z_2^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s Z_{2,s}^*$ 
    \WS bekle-ve-gör probleminin optimal çözümünü ifade eder

Hesapla ve Ata  $EVPI_\lambda \leftarrow \lambda^{WS} - \lambda^{RP}$ 
 $EVPI_{Z_1} \leftarrow Z_1^{WS} - Z_1^{RP}$ 
 $EVPI_{Z_2} \leftarrow Z_2^{RP} - Z_2^{WS}$ 

```

Şekil 3.21: Maksimum-minimum yöntemi için EVPI algoritması.

adapte edilirse elde edilecek optimal çözümü bulmak için RP problemi, EV'nin optimal değerleri ile çözülür. Son olarak çözülen model EEV modeli adını alır. EEV ile RP arasındaki fark VSS'dir. En küçükleme amaçlı Z_2 için VSS hesaplanırken EEV ve RP'nin yerlerinin değiştiğine dikkat edilmelidir.

$$\text{Maksimum } \lambda \quad (3.90)$$

$$\text{Kısıtlar: } \lambda \leq \left(\frac{Z_1^{EV} - Z_1^-}{Z_1^+ - Z_1^-} \right) \quad (3.91)$$

$$\lambda \leq \left(\frac{Z_2^+ - Z_2^{EV}}{Z_2^+ - Z_2^-} \right) \quad (3.92)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ij} d_j \leq \beta_i, \forall i \in I \quad (3.93)$$

$$\beta_i \leq U_i, \forall i \in I \quad (3.94)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ij}(\Phi_i - \delta_j) \leq 0\} \geq \Theta_j^\delta, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3.95)$$

$$\mathbb{P}\{y_{ij}(\Psi_i - \rho_j) \leq 0\} \geq \Theta_j^\rho, \forall i \in I, \forall j \in J \quad (3.96)$$

$$\sum_{j \in J} y_j d_j - \pi \sum_{j \in J} d_j \geq 0, \quad (3.97)$$

$$\sum_{i \in I} y_{ij} \leq 1, \forall j \in J \quad (3.98)$$

$$y_j = \sum_{i \in I} y_{ij}, \forall j \in J \quad (3.99)$$

$$\beta_i, y_{ij}, y_j \geq 0, \forall j \in J, \forall i \in I \quad (3.100)$$

$$\lambda \in [0, 1] \quad (3.101)$$

Burada beklenen değer problemi için kar enbüyüklemesi amaçlı Z_1^{EV} ve kapasite kayıpları en küçükleme Z_2^{EV} sırasıyla:

$$Z_1^{EV} = \sum_{j \in J} \vartheta_j y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{j \in J} v_j (1 - y_j) \quad (3.102)$$

$$Z_2^{EV} = \sum_{i \in I} \alpha_i \beta_i \quad (3.103)$$

Çizelge 3.21’de RR, WS ve EEV modelleri için amaç fonksiyonlarının Z_1 ve Z_2 ve tatmin seviyesinin λ optimal değerleri hesaplanan EVPI ve VSS metrikleri ile birlikte gösterilmiştir. İlk göze çarpan nokta problem kümesi $I30J100S50_4$ ’nin EEV çözümünün olursuz olmasıdır (***) olursuz çözümü göstermektedir) bunun sebebi denklem (3.77) ile belirtilen minimum talep karşılama oranının alınan bant genişlikleri ile karşılamanın imkansız olmasındadır. Bu problem setinin sonuçları istatistiklerin hesaplanması sırasında göze alınmamıştır. Özetle, bu sonuç bile RP yaklaşımının geçerliliğini kanıtlamaktadır. Tatmin oranında ve beklenen net karda EEV modeli çözümüne göre RP’de daha iyi çözümler (daha yüksek) elde edilmesi yöntemin artısıdır. Tabi ki, EEV yerine RP’nin çözülmesine karar

for	$j = 1, \dots, J $
	Hesapla ve Ata
	$\vartheta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \vartheta_{js}$
	$v_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}$
	$d_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s d_{js}$
	$\delta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \delta_{js}$
	$\rho_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \rho_{js}$
	$\Theta_j^\delta \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\delta$
	$\Theta_j^\rho \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\rho$
end for	
Çöz	Denklem (3.90-3.101)
Kaydet	β_i^{EV} \ Beklenen değer probleminin optimal çözümü
Ata	(3.71,3.72,3.84,3.85) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_i^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.83-3.87)
	Optimal çözümler $\lambda^{EEV}, Z_1^{EEV}, Z_2^{EEV}$
Hesapla ve Ata	$VSS_\lambda \leftarrow \lambda^{RP} - \lambda^{EEV}$
	$VSS_{Z_1} \leftarrow Z_1^{RP} - Z_1^{EEV}$
	$VSS_{Z_2} \leftarrow Z_2^{EEV} - Z_2^{RP}$

Şekil 3.22: Maksimum-minimum yöntemi için VSS algoritması.

verecek olan IO’dur; bu amaç doğrultusunda IO’nun karar vericisi bir eşik değer oluşturabilir. Bu değer genelde VSS/RP seklindedir. Örneğin, beklenen net kardaki

Çizelge 3.21: Maksimum-minimum yöntemi için RP, WS ve EEV sonuçlarının kıyaslanması.

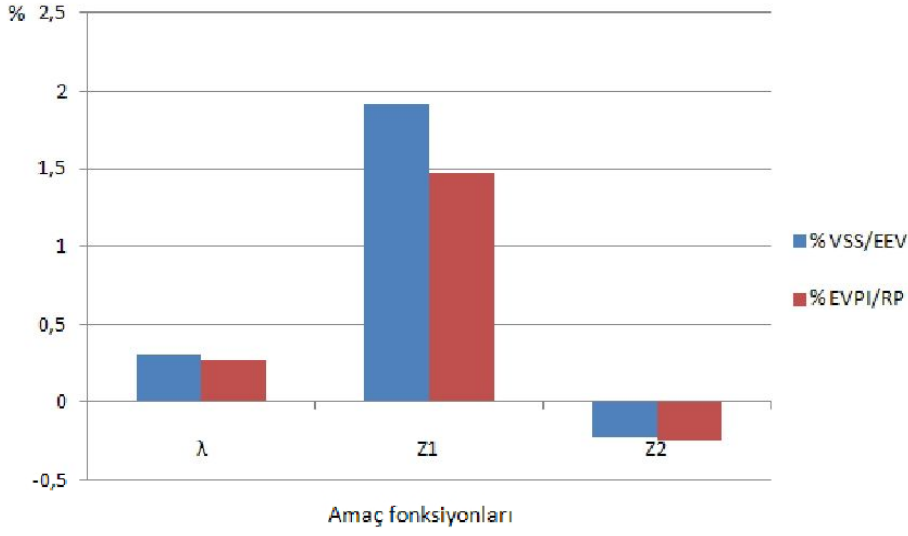
Problem Kümesi	λ^{RP}	λ^{EEV}	λ^{WS}	VSS_{λ}	$EVPI_{\lambda}$
I30J100S50_0	0.7121	0.7035	0.7120	0.0086	-0.0001
I30J100S50_1	0.6895	0.6895	0.6894	0.0000	-0.0001
I30J100S50_2	0.7157	0.7157	0.7157	0.0000	0.0000
I30J100S50_3	0.7250	0.7249	0.7250	0.0001	0.0000
I30J100S50_4	0.6686	***	0.6784	***	0.0098
Ortalama	0.7021	0.7084	0.7041	0.0021	0.0019
Problem Kümesi	Z_1^{RP}	Z_1^{EEV}	Z_1^{WS}	VSS_{Z_1}	$EVPI_{Z_1}$
I30J100S50_0	7104.60	6757.60	7104.54	346.99	-0.06
I30J100S50_1	3705.77	3705.66	3705.53	0.11	-0.24
I30J100S50_2	4506.47	4505.70	4506.47	0.77	0.00
I30J100S50_3	3512.37	3506.68	3515.19	5.68	2.82
I30J100S50_4	5141.10	***	5491.13	***	350.03
Ortalama	4794.06	4618.91	4864.57	88.39	70.50
Problem Kümesi	Z_2^{RP}	Z_2^{EEV}	Z_2^{WS}	VSS_{Z_2}	$EVPI_{Z_2}$
I30J100S50_0	163.26	161.75	163.26	-1.51	0,00
I30J100S50_1	154.56	154.57	154.56	0.00	0,00
I30J100S50_2	167.75	167.75	167.75	0.00	0,00
I30J100S50_3	172.78	172.80	172.79	0.01	-0.01
I30J100S50_4	181.13	***	183.19	***	-2.05
Ortalama	167.90	164.22	168.31	-0.37	-0.41

yüzde artış değerinin ($\%VSS_{Z_1}/Z_1^{RP}$) %2 koyan bir IO'nun RP'yi çözmesinde fayda vardır. Bütün amaç fonksiyonları ve tatmin seviyesi için eşik değer belirlemeye yardımcı olabilecek veriler Şekil 3.23'de görselleştirilmiştir. Kapasite kayıplarının en küçükleyen amaç için Z_2 bu değerlerin negatif çıkmasının sebebi bu amacın herhangi bir belirsizlik içermeyen ilk evrede verilen kararlar ile alakalı olmasıdır. Yani RP modelinde yapılan düzeltme eylemlerinin mümkün olmamasıdır.

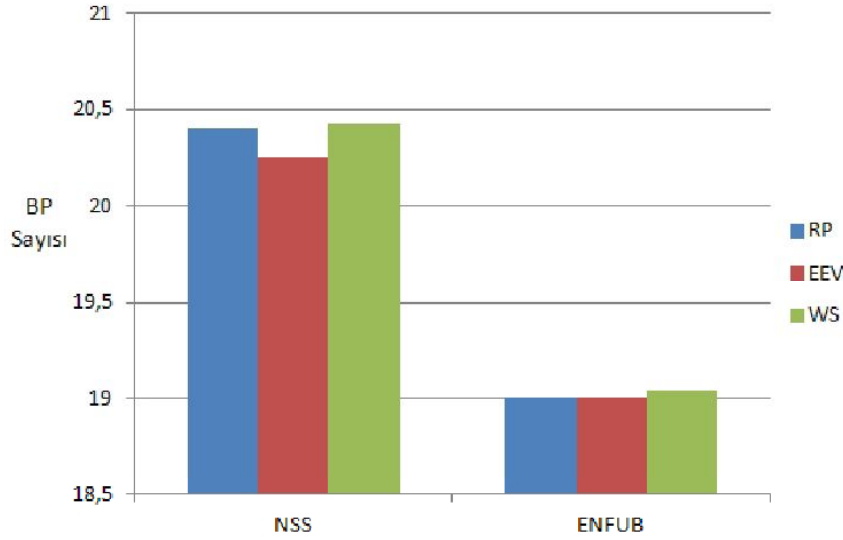
Şekil 3.24 'de ise IO tarafında seçilen yani bant genişliği satın alınan BP'lerin sayısı her bir model için ayrı ayrı verilmiştir. En az BP seçildiği model EEV olarak görülmektedir. Tedarikçilerle uzun süreli ilişkiler kurulabilmesi için kapasite satın alınan omurgaların sayısında fazla dalgalanma olmaması istenen bir durumdur.

3.2.2.2 Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi

Maksimum-minimum yönteminde amaç fonksiyonlarının birbirlerine göre göreceli önemleri düşünülmemektedir. Bu yaklaşımda her amacın eşit önemi olduğu var sayılır. Tiwari ve diğ. [167] tarafından sunulan eklenebilir model amaçların ağırlıklarını çözüm yönteminde dikkate almaktadır. Bu yaklaşım genel anlamda



Şekil 3.23: Maksimum-minimum yönteminde amaç fonksiyonlarının %VSS/EEV ve %EVPI/RP değerleri.



Şekil 3.24: Maksimum-minimum yönteminde RP, EEV ve WS modelleri için kapasite satın alınan BP sayıları.

aşağıdaki gibi modellenenabilir:

$$\text{Maksimum} \quad \sum_{k \in K} \omega_k \Pi_{Z_k}(x) \quad (3.104)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \text{sistem kısıtları} \quad (3.105)$$

ve

$$\sum_{k \in K} \omega_k = 1, \omega_k \geq 0, \forall k \in K \quad (3.106)$$

Burada ω_k bulanık hedefleri göreceli önemini belirten ağırlık katsayılarıdır. Denklem (3.104-3.105) ile belirtilen bulanık modelin eşdeğer tek amaçlı bulanık

olmayan (crisp) eşiti model denklemler (3.107-3.110) sunulmuştur:

$$\text{Maksimum} \quad \sum_{k \in K} \omega_k \lambda_k \quad (3.107)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \lambda_k \leq f_{\Pi_{Z_k}}(x), \forall k \in K \quad (3.108)$$

$$\text{sistem kısıtları} \quad (3.109)$$

ve

$$\sum_{k \in K} \omega_k = 1, \omega_k \geq 0, \lambda_k \in [0, 1], \forall k \in K \quad (3.110)$$

Bu tanımlar doğrultusunda ve bölüm 3.2.2.1’de yapılan açıklamaları da kullanarak çok amaçlı stokastik bulanık hacim fiyatlandırma modeli, ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımı ile aşağıdaki gibi formülize edilebilir.

$$\text{Maksimum} \quad \lambda_1 \omega_1 + \lambda_2 \omega_2 \quad (3.111)$$

$$\text{Kısıtlar:} \quad \lambda_1 \leq \left(\frac{Z_1 - Z_1^-}{Z_1^+ - Z_1^-} \right) \quad (3.112)$$

$$\lambda_2 \leq \left(\frac{Z_2^+ - Z_2}{Z_2^+ - Z_2^-} \right) \quad (3.113)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1 \quad (3.114)$$

$$\lambda_1, \lambda_2 \in [0, 1] \text{ ve } \omega_1, \omega_2 \geq 0 \quad (3.115)$$

$$\text{Diğer Kısıtlar:} \quad \text{Denklemler (3.71) – (3.80)} \quad (3.116)$$

Modeldeki Z_1 ve Z_2 ifadelerinin tanımları sırasıyla denklem (3.88) ve (3.89)’deki gibidir. Yaklaşımın test edilmesi amacıyla oluşturulan veri setleri bir önceki yaklaşım olan maksimum-minimum yönteminde kullanılan veri kümeleriyle tamamen aynıdır, böylelikle yaklaşımların birbirleri içerisinde kıyaslanma olanağı bulunacaktır. Test problem kümelerinin aynı olmasından dolayı Çizelge 3.18’de verilen amaçlara ait PIS ve NIS değerlerinin de aynen korunarak denklemler (3.112) ve (3.113) de yerlerine yazılması yeterlidir.

Bu yaklaşımda amaçların ağırlıklarının (ω_k) karar verici tarafından belirlenmesi gerekmektedir. Bu ağırlıkların belirlenmesinde literatürde genellikle AHP yöntemi kullanılmaktadır. Örneğin, Ghodssypour ve Q’Brien [168] doğrusal programlama ile bütünleşik AHP uygulayarak nitel ve nicel kriterleri göze alarak bir satın alma stratejisi oluşturmuşlardır. Hacim bazlı fiyatlandırma modelinde satın alınan emtia bant genişliği olmasından dolayı literatürdeki çalışmalara paralellik göstermektedir. Fakat, bu çalışmada sadece bir tek ağırlık seçimi yerine RP, EEV ve WS

modellerinin performansı değişen amaç ağırlıklarında test edilecek ve birbirleri ile kıyaslanarak bir nevi duyarlılık analizi yapılacaktır.

Yukarıda denklemler (3.111-3.116) ile modellenen problem ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımı için RP problemidir. Modelin test problem kümeleri ile koşulması sonucunda elde edilen amaç fonksiyonları optimal değerleri Z_1^{RP}, Z_2^{RP} ve amaçlar için tatmin düzeyleri $\lambda_1^{RP}, \lambda_2^{RP}$ Çizelge 3.22’de gösterilmiştir. Çizelgedeki her bir hücredeki değer bütün koşumların ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Koşumlar $\omega_1 = 1$ ’den başlayarak ve 0.1’lik adımlarla azaltılarak sürdürülmüştür, ta ki $\omega_1 = 0.4$ değerinden sonra Z_1^{RP} negatif optimal değer elde edilene kadar. Bunun anlamı IO’nun negatif bir kar elde etmeye razı olması demektir. Böyle bir durum gerçekçi bulunmadığından, $\omega_1 \leq 0.4$ için koşumlar yapılmamıştır.

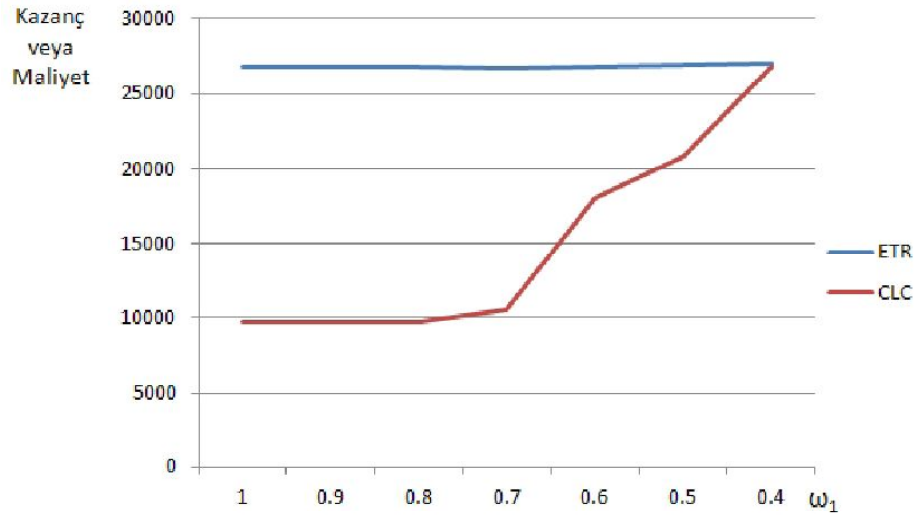
Çizelge 3.22’den görüldüğü gibi azalan kar en büyükleme amacı ağırlığı ω_1 , beklenene net karın Z_1^{RP} ve birinci amaç tatmin λ_1^{RP} düzeyinin azalmasına; öte yandan ikinci amaç tatmin düzeyinin artmasına neden olmaktadır. Neredeyse yataya yakın bir azalma ve artma gösteren bu değerler $\omega_1 = 0.7$ değerinden sonra kırıma göstermektedir. İlginç ve üzerinde düşünülmesi gereken bir sonuç ise

Çizelge 3.22: Ağırlık eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için değişen amaç ağırlıklarında RP modeli sonuçları.

(ω_1, ω_2)	λ_1^{RP}	λ_2^{RP}	Z_1^{RP}	Z_2^{RP}
(1.0,0.0)	1.0000	0.0000	17049.68	75.11
(0.9,0.1)	0.9998	0.2008	17041.03	75.84
(0.8,0.2)	0.9989	0.2054	17005.78	76.70
(0.7,0.3)	0.9783	0.2620	16118.81	87.04
(0.6,0.4)	0.8022	0.5841	8783.22	145.48
(0.5,0.5)	0.7437	0.6839	6124.72	159.91
(0.4,0.6)	0.6265	0.7714	1177.46	175.22

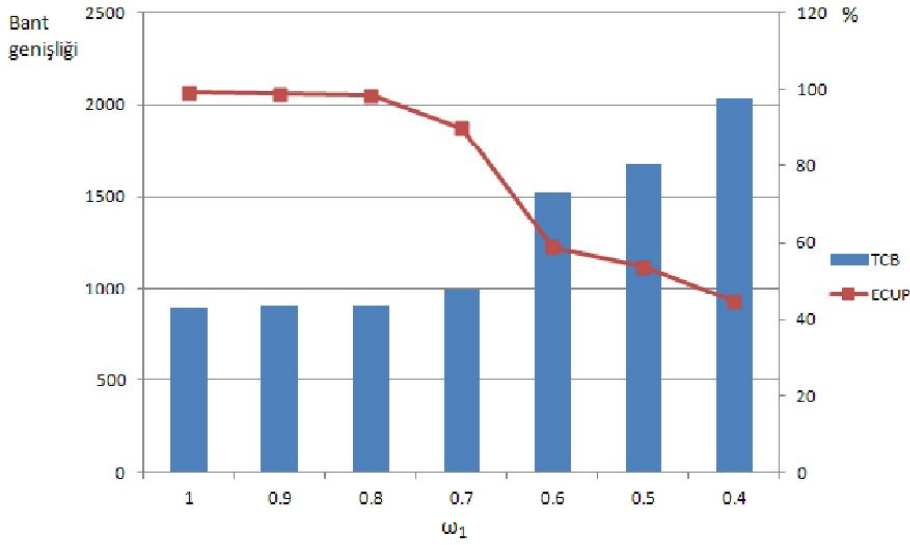
artan ikinci amaç tatmin oranına karşı, optimal kapasite kayıplarının da Z_2^{RP} da artmasıdır. Beklenen durum bunun tam tersi yönünde olmasıydı. Bu durumu açıklamak için toplanan ETR, CLC, TCB ve ECPU gibi ikincil istatistiklerin analizi sonucunda su kaniya varılmıştır: IO ikinci amaç tatmin düzeyini artırmak için daha çok kapasite satın almaktadır bu da ETR sabit kalırken kapasite satın alma maliyetinin artmasına (CLC) neden olmaktadır. Artan satın alınan kapasite ile

birlikte kapasite kayıpları ve kullanılmayan (atıl) kapasitede de artmaktadır. Şekil



Şekil 3.25: RP modeli için değişen ω_1 değerinin ETR ve CLC'ye etkisi.

3.25'de görüldüğü gibi azalan birinci amaç fonksiyonu ağırlığı (artan ikinci amaç fonksiyonu ağırlığı) CLC belli bir noktadan nokta hızla doğrusal olarak artmasına neden olmaktadır. Artan CLC, IO tarafından daha fazla kapasitenin satın alındığının göstergesidir. Bu gözlem de Şekil 3.26'da sunulmuştur. İlk durumda 1000 birimin altında satın alınan kapasite son durumda 2000 birim bant genişliğini geçmektedir. Bütün ağırlıklarda son kullanıcı taleplerinin toplamın sabit kalmasından dolayı alınan kapasitenin çoğu atıl kalmaktadır. Yine, Şekil 3.26 da görüldüğü gibi beklenen kapasite kullanım oranı (ECUP) %100 yakın iken artan kapasite alımıyla birlikte %40 civarına düşmektedir. Bu doktora çalışmasının temel amacı stokastik programlama yaklaşımın (RP modeli), belirsizliğin dikkate alınmaması durumuna göre ne kadar avantaj sağladığını veya sağlamadığını göstermektir. Bu doğrultuda, maksimum-minimum yaklaşımındaki benzer şekilde ana performans istatistiklerinin tanımlanması ve ölçülmesi gerekmektedir. İlk olarak geleceğin tam olarak bilinmesi durumunda elde edilebilecek optimal çözümleri bulmak amacıyla WS modeli çözülmelidir. Bekle-ve-gör olarak bilinen bu modelde, gelecekteki bütün belirsizlikler belli olduktan sonra IO'nun kararlarını vermesi yani ne kadar ve hangi BP'den bant genişliği satın alacağını bulmasına olanak verilmektedir. Bu model her bir senaryon için problemin ayrı ayrı çözülmesi demektir. WS modelinin çözümüyle bulunacak en iyi çözüm değerleri $\lambda_1^{WS}, \lambda_2^{WS}, Z_1^{WS}, Z_2^{WS}$ ile RP modelinin en iyi çözüm değerleri arasındaki fark EVPI olacaktır. Özetle, Şekil 3.27 ağırlıklı



Şekil 3.26: RP modeli için değişen ω_1 değerinin TCB ve ECUP'ye etkisi.

eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımı için EVPI algoritmasını sunmaktadır. RP'nin performansının kıyaslanması için daha gerçekçi bir ölçüt VSS'dir. Ağırlıklı

```

for  $s = 1, \dots, |\Omega|$ 
    Çöz Denklem (3.111-3.116)
    Kaydet  $\lambda_{1,s}^*, \lambda_{2,s}^*, Z_{1,s}^*, Z_{2,s}^*$ 
    \*optimal çözüm değerlerinin gösterir
end for

Hesapla ve Ata  $\lambda_1^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s \lambda_{1,s}^*$ 
 $\lambda_2^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s \lambda_{2,s}^*$ 
 $Z_1^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s Z_{1,s}^*$ 
 $Z_2^{WS} \leftarrow \sum_{s=1}^{|\Omega|} p_s Z_{2,s}^*$ 
    \WS bekle-ve-gör probleminin optimal çözümünü ifade eder

Hesapla ve Ata  $EVPI_{\lambda_1} \leftarrow \lambda_1^{WS} - \lambda_1^{RP}$ 
 $EVPI_{\lambda_2} \leftarrow \lambda_2^{WS} - \lambda_2^{RP}$ 
 $EVPI_{Z_1} \leftarrow Z_1^{WS} - Z_1^{RP}$ 
 $EVPI_{Z_2} \leftarrow Z_2^{WS} - Z_2^{RP}$ 

```

Şekil 3.27: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için EVPI algoritması.

eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımının VSS değerlerinin hesaplanmasına ilişkin algoritmanın pseudo kodu Şekil 3.28'de verilmiştir. Öncelikli olarak bütün rassal değişkenlerin beklenen değerlerinin bulunması gerekmektedir. Daha sonra bulunan bu değerler EV modeli adı verilen deterministik modelde, denklemler (3.117-3.122)'de yerine konularak çözüm bulunur.

Bu model karar verici için çözmesi daha kolay bir problemidir. Bu problemin optimal sonucunun IO tarafından adapte edilirse elde edilecek optimal çözümü bulmak için RP problemi, EV'nin optimal değerleri ile çözülür. Son olarak çözülen model EEV modeli adını alır. EEV ile RP arasındaki fark VSS'dir. Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için EV modeli aşağıda verilmiştir.●

$$\text{Maksimum} \quad \lambda_1 \omega_1 + \lambda_2 \omega_2 \quad (3.117)$$

$$\text{Kısıtlar:} \quad \lambda_1 \leq \left(\frac{Z_1^{EV} - Z_1^-}{Z_1^+ - Z_1^-} \right) \quad (3.118)$$

$$\lambda_2 \leq \left(\frac{Z_2^+ - Z_2^{EV}}{Z_2^+ - Z_2^-} \right) \quad (3.119)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1 \quad (3.120)$$

$$\lambda_1, \lambda_2 \in [0, 1] \text{ ve } \omega_1, \omega_2 \geq 0 \quad (3.121)$$

$$\text{Diğer Kısıtlar:} \quad \text{Denklemler (3.93) – (3.100)} \quad (3.122)$$

Burada beklenen değer problemi için kar enbüyüklemesi amacı Z_1^{EV} ve kapasite kayıpları en küçüklemesi Z_2^{EV} sırasıyla:

$$Z_1^{EV} = \sum_{j \in J} \vartheta_j y_j - \sum_{i \in I} \beta_i c_i - \sum_{j \in J} v_j (1 - y_j) \quad (3.123)$$

$$Z_2^{EV} = \sum_{i \in I} \alpha_i \beta_i \quad (3.124)$$

Yukarıda belirtilen problem kümeleri kullanılarak yapılan koşumların sonuçlarının değişen (ω_1, ω_2) değerlerine göre ortalamaları Çizelge 3.23 verilmiştir. Azalan ω_1 değerinin birinci amaç tatmin değerinde azalmaya ve de dolayısıyla Z_1^{RP} , Z_1^{EEV} ve Z_1^{WS} düşümlere yol açmaktadır. Diğer taraftan artan ω_2 ise kapasite kayıplarının en küçüklenmesine yönelik amacın RP, EEV ve WS modellerindeki optimal değerlerinde artan bir trende yol açmaktadır.

Önemli bir gözlem her test edilen ω düzeyinde VSS_{Z_1} pozitif olması yani RP modelinin EEV modeli yerine kullanmasında beklenen net karın daha büyük olacağının gözlenmesi yaklaşımın tutarlılığını göstermektedir. Öte yandan, diğer amaç fonksiyonun olan Z_2 'nin RP ve EEV modellerinin değişen ω 'ya göre performanslarının kıyaslanmasında tutarlı bir sonuç elde edilememiştir. Bunun nedeni bu amacın her hangi bir rassallık içeren veri bulundurmamamsıdır. Yani bu amacın en iyilenmesine yönelik kararlar verilirken gelecekte olacak olayların (son kullanıcı bant genişliği talepleri, birim maliyet ve kazançlar vb...) bu

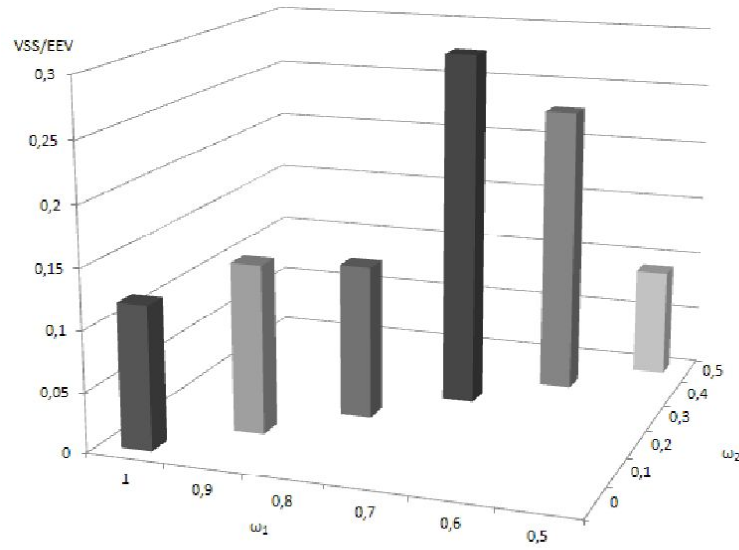
for	$j = 1, \dots, J $
	Hesapla ve Ata
	$\vartheta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \vartheta_{js}$
	$v_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s v_{js}$
	$d_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s d_{js}$
	$\delta_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \delta_{js}$
	$\rho_j \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \rho_{js}$
	$\Theta_j^\delta \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\delta$
	$\Theta_j^\rho \leftarrow \sum_{s \in \Omega} p_s \Theta_{js}^\rho$
end for	
Çöz	Denklem (3.117-3.122)
Kaydet	β_i^{EV} \ Beklenen değer probleminin optimal çözümü
Ata	(3.71,3.72,3.84,3.85) numaralı denklemlerde $\beta_i \leftarrow \beta_i^{EV}$
Çöz	RP problemini denklem (3.111-3.116)
	Optimal çözümler $\lambda_1^{EEV}, \lambda_2^{EEV}, Z_1^{EEV}, Z_2^{EEV}$
Hesapla ve Ata	$VSS_{\lambda_1} \leftarrow \lambda_1^{RP} - \lambda_1^{EEV}$
	$VSS_{\lambda_2} \leftarrow \lambda_2^{RP} - \lambda_2^{EEV}$
	$VSS_{Z_1} \leftarrow Z_1^{RP} - Z_1^{EEV}$
	$VSS_{Z_2} \leftarrow Z_2^{RP} - Z_2^{EEV}$

Şekil 3.28: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için VSS algoritması.

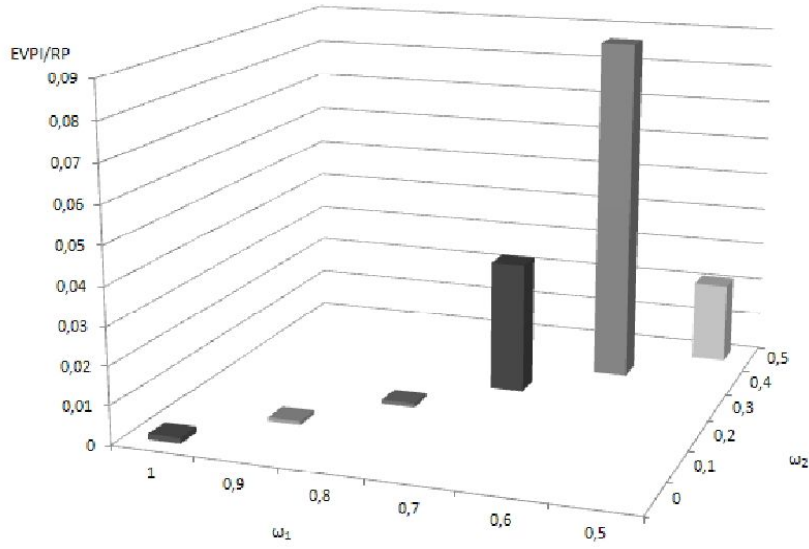
durumu etkilemeyecek olmasıdır. Olası gelecek dönem çalışma konularından biride kayıp kapasiteye etki eden kapasite kayıp oranı değerinin de stokastik bir şekilde modellenerek çözüm aranması olabilir. Yukarıda sunulan bilgiler ışığında IO'nun karar verici merci problemi RP veya EEV modeli kullanarak ya da tek malcı veya çok amaçlı bir modelle çözüp çözmeyeceğine karar vermek isteyebilir. VSS/EEV ve EVPI/RP bu doğrultuda bir önceki bölümlerde olduğu gibi tanımlanan iki istatistiktir. Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yönteminde Z_1 amacı için hesaplanan VSS/EEV performans çıktısı Şekil 3.29'de gösterilmiştir. Bu oran %9 ile %25.9 arasında her (ω_1, ω_2) çifti için değişiklik gösterse de beklenen net karda ortalamada %16.9'luk bir artış oldukça iyi gözükmemektedir. Diğer performans istatistiği EVPI/RP ise bir önceki istatistiğe kıyasla oldukça düşük kalmaktadır. Bu oran %0.1 ile %8.9 arasında değişmekte, ortalamada %2.4'de kalmakta ve her ω düzeyinde VSS/EEV istatistiğinin altında kalmaktadır. Sonuçlar Şekil 3.30 görülebilir. Önemli ikincil istatistiklerden biri olan ECUP'nun ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımındaki değişik modellerdeki değeri Şekil 3.31'de gösterilmiştir. Bu oranın azalan ω_1 değeri ile bütün modellerde azalma gösterdiği görülmektedir. WS modeli için ECUP oranı yüksek ω_1 değerlerinde

Çizelge 3.23: Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemi için değişen ω 'ya göre RP, WS ve EEV sonuçları.

(ω_1, ω_2)	λ_1^{RP}	λ_1^{EEV}	λ_1^{WS}	VSS_{λ_1}	$EVPI_{\lambda_1}$
(1,0)	1.0000	0.9557	0.9994	0.0442	-0.0005
(0.9,0.1)	0.9997	0.9476	0.9993	0.0521	-0.0003
(0.8,0.2)	0.9989	0.9532	0.9993	0.0456	0.0004
(0.7,0.3)	0.9783	0.8924	0.9912	0.0858	0.0129
(0.6,0.4)	0.8022	0.7655	0.8216	0.0367	0.0193
(0.5,0.5)	0.7437	0.7309	0.7345	0.0128	-0.0091
(0.4,0.6)	0.6265	0.5807	0.8216	0.0457	0.1950
(ω_1, ω_2)	λ_2^{RP}	λ_2^{EEV}	λ_2^{WS}	VSS_{λ_2}	$EVPI_{\lambda_2}$
(1,0)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
(0.9,0.1)	0.200	0.193	0.246	-0.007	0.045
(0.8,0.2)	0.205	0.221	0.246	0.016	0.040
(0.7,0.3)	0.262	0.411	0.266	0.149	0.004
(0.6,0.4)	0.584	0.642	0.573	0.058	-0.010
(0.5,0.5)	0.683	0.691	0.684	0.007	0.000
(0.4,0.6)	0.771	0.771	0.573	0	-0.197
(ω_1, ω_2)	Z_1^{RP}	Z_1^{EEV}	Z_1^{WS}	VSS_{Z_1}	$EVPI_{Z_1}$
(1,0)	17049.68	15225.46	17025.17	1824.22	24.51
(0.9,0.1)	17041.03	14935.23	17024.64	2105.80	16.39
(0.8,0.2)	17005.78	15071.57	17024.18	1934.20	18.40
(0.7,0.3)	16118.81	12442.66	16668.45	3676.15	549.64
(0.6,0.4)	8783.22	7083.53	9570.37	1699.68	787.15
(0.5,0.5)	6124.72	5615.56	6254.68	509.15	129.96
(ω_1, ω_2)	Z_2^{RP}	Z_2^{EEV}	Z_2^{WS}	VSS_{Z_2}	$EVPI_{Z_2}$
(1,0)	75.11	73.72	76.73	1.38	1.62
(0.9,0.1)	75.84	74.64	84.29	1.20	8.44
(0.8,0.2)	76.70	77.83	84.30	-1.12	7.59
(0.7,0.3)	87.04	111.94	88.00	-24.89	0.95
(0.6,0.4)	145.48	152.63	143.62	-7.14	-1.86
(0.5,0.5)	159.91	161.20	165.28	-1.29	5.37

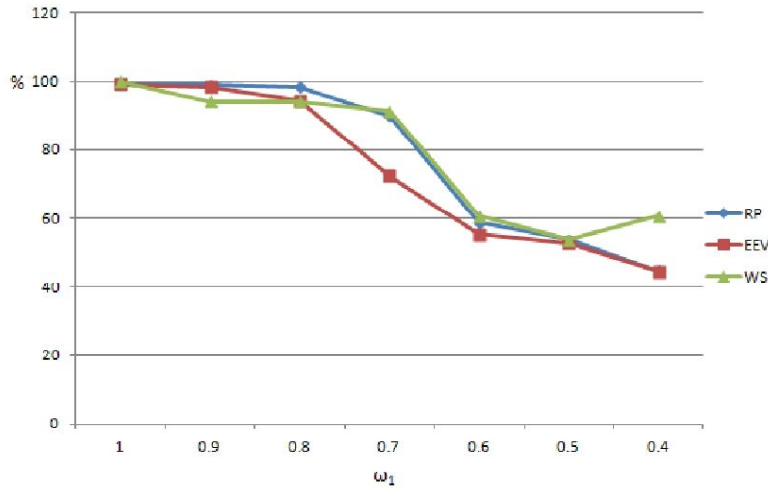


Şekil 3.29: Değişen ω_1 ve ω_2 değerlerinin Z_1 için VSS/EEV oranına etkisi.



Şekil 3.30: Değişen ω_1 ve ω_2 değerlerinin Z_1 için EVPI/RP oranına etkisi.

diğer modellere göre daha düşük olsa da düşük ω_2 değerlerinde bu durum tersine dönmektedir.



Şekil 3.31: Değişen ω_1 değerlerinin RP, EEV ve WS modellerinde ECUP oranına etkisi.

3.2.2.3 Ağırlıklı maksimum-minimum yöntemi

IO'nun karar vericisi amaç fonksiyonlarının ağırlıklarını belirttiği zaman, üyelik fonksiyonlarının tatmin düzeylerinin oranı belirtilen bu orana amaçların göreceli önemini yansıtmaları açısından mümkün olduğu kadar yakın olması istenir. Fakat ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yönteminde amaçların tatmin düzeylerinin oranı, karar verici tarafından belirlenen ağırlıklara yakın olmayabilir.

Amaç fonksiyonunun tatmin düzeylerinin mümkün olduğu kadar amaçların ağırlıklarına veya önemlerine yakın olması için, Lin [169] ağırlıklı maksimum-minimum yöntemini önermiştir. Bu yöntem aşağıdaki gibi modellenenabilir:

$$\text{Maksimum} \quad \lambda \quad (3.125)$$

$$\text{Kısıtlar} \quad \omega_k \lambda \leq f_{\Pi_{Z_k}}(x), \forall k \in K \quad (3.126)$$

$$\text{sistem kısıtları} \quad (3.127)$$

ve

$$\sum_{k \in K} \omega_k = 1, \omega_k \geq 0, \lambda_k \in [0, 1] \forall k \in K \quad (3.128)$$

Bu model yeni üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanmış, (3.62-3.63) denklemleri arasındaki modeli çözmeye eşdeğerdir.

$$\Pi'_{Z_p}(x) = \begin{cases} 1/\omega_k & \text{ise } Z_p \leq Z_p^- \\ f_{\Pi_{Z_p}}(x)/\omega_k & \text{ise } Z_p^- \leq Z_p(x) \leq Z_p^+ (\forall p \in P) \\ 0 & \text{ise } Z_p \geq Z_p^+ \end{cases} \quad (3.129)$$

$$\Pi'_{Z_q}(x) = \begin{cases} 1/\omega_k & \text{ise } Z_q \leq Z_q^- \\ f_{\Pi_{Z_q}}(x)/\omega_k & \text{ise } Z_q^- \leq Z_q(x) \leq Z_q^+ (\forall q \in Q) \\ 0 & \text{ise } Z_q \geq Z_q^+ \end{cases} \quad (3.130)$$

Yeni üyelik fonksiyonu değerleri ve optimal tatmin düzeyleri ($\lambda^{RP,EEV,WS}$) değerleri $\omega_k < 1$ olmasından dolayı biri geçebilir. Bununla beraber, her bir amaç için geçek tatmin düzeyi asla biri geçmeyebilir [164]. Bu yaklaşım olurlu çözümler içerisinde, tatmin düzeyleri oranlarının mümkün olduğu kadar amaç ağırlıkları oranına yakın optimal çözümleri bulur [169].

Bu yaklaşımda ilk ve en önemli adımlardan biri amaçların ağırlıklarının (ω_k) karar verici tarafından belirlenmesidir. Bu ağırlıkların belirlenmesinde literatürde genellikle AHP yöntemi kullanılmaktadır. Bu tezde sadece bir tek ağırlık seçimi yerine RP, EEV ve WS modellerinin performansı değişen amaç ağırlıklarında test edilecek ve birbirleri ile kıyaslanarak bir analizi yapılacaktır.

Bölüm 3.2.2.1'de yapılan açıklamaları da kullanarak çok amaçlı stokastik bulanık hacim fiyatlandırma modeli, ağırlıklı maksimum-minimum yaklaşımı ile aşağıdaki gibi formülize edilebilir.

$$\text{Maksimum } \lambda \quad (3.131)$$

$$\text{Kısıtlar: } \lambda \omega_1 \leq \left(\frac{Z_1 - Z_1^-}{Z_1^+ - Z_1^-} \right) \quad (3.132)$$

$$\lambda \omega_2 \leq \left(\frac{Z_2^+ - Z_2}{Z_2^+ - Z_2^-} \right) \quad (3.133)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1 \quad (3.134)$$

$$\lambda \in [0, 1] \text{ ve } \omega_1, \omega_2 \geq 0 \quad (3.135)$$

$$\text{Diğer Kısıtlar: } \text{Denklemler (3.71) – (3.80)} \quad (3.136)$$

Modeldeki Z_1 ve Z_2 ifadelerinin tanımları sırasıyla denklem (3.88) ve (3.89)'deki gibidir. Yaklaşımın test edilmesi amacıyla oluşturulan veri setleri bir önceki yaklaşımlar olan maksimum-minimum ve ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yönteminde kullanılan veri kümeleriyle tamamen aynıdır, böylelikle yaklaşımların birbirleri içerisinde kıyaslanma olanağı bulunacaktır. Test problem kümelerinin aynı olmasından dolayı Çizelge 3.18'de verilen amaçlara ait PIS ve NIS değerlerinin de aynen korunarak denklemler (3.132) ve (3.133) de yerlerine yazılması yeterlidir.

Yukarıda denklemler (3.131-3.136) ile modellenen problem ağırlıklı maksimum-minimum yaklaşımı için RP problemidir. Modelin test problem kümeleri ile koşulması sonucunda elde edilen amaç fonksiyonları optimal değerleri Z_1^{RP}, Z_2^{RP} ve amaçlar için tatmin düzeyleri Π'_{Z_1}, Π'_{Z_2} Çizelge 3.24'de gösterilmiştir. Çizelgedeki her bir hücredeki değer bütün koşumların ortalaması alınarak hesaplanmıştır. Koşumlar $\omega_1 = 1$ 'den başlayarak ve 0.1'lik adımlarla

Çizelge 3.24: Ağırlık maksimum-minimum yöntemi için değişen amaç ağırlıklarında RP modeli sonuçları.

(ω_1, ω_2)	$\Pi'_{Z_1}^{RP}$	$\Pi'_{Z_2}^{RP}$	Z_2^{RP}	Z_1^{RP}
(1.0,0.0)	1.0000	0.0000	75.11	17049.68
(0.9,0.1)	1.0000	0.1111	75.11	17049.67
(0.8,0.2)	0.9831	0.2457	84.22	16374.58
(0.7,0.3)	0.9140	0.3914	110.99	13538.06
(0.6,0.4)	0.8221	0.5481	139.65	9754.89
(0.5,0.5)	0.7021	0.7021	167.90	4794.26

azaltılarak sürdürülmüştür, ta ki $\omega_1 = 0.5$ değerinden sonra Z_1^{RP} negatif optimal değer elde edilene kadar. Bunun anlamı IO'nun negatif bir kar elde etmeye razı

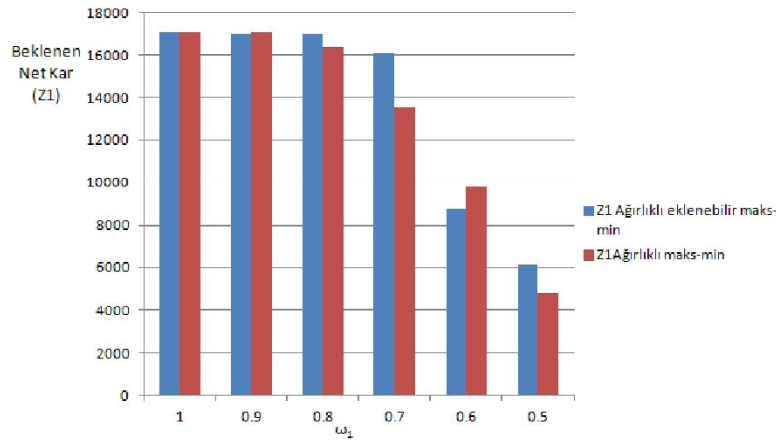
olması demektir. Böyle bir durum gerçekçi bulunmadığından, $\omega_1 < 0.5$ için koşullar yapılmamıştır. Ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemiyle kıyaslandığında, negatif beklenen karların elde edilmesi bu metotda daha yüksek ω_1 değerinde başlamıştır.

Azalan ω_1 (artan ω_2) değerleri beklenen net karın değerinin azalmasına dolayısı ile bu amaç için tatmin düzeyinin 0.7'ye kadar düşmesine neden olmaktadır. Bununla beraber artan ω_2 sayesinde ikinci amaç fonksiyonunun tatmin oranı artmaktadır. Amaç ağırlıklarının eşil olduğu ($\omega_1 = 0.5, \omega_2 = 0.5$) durumda bu yöntemin sonuçları maksimum-minimum yönteminin sonuçları ile tamamen aynıdır.

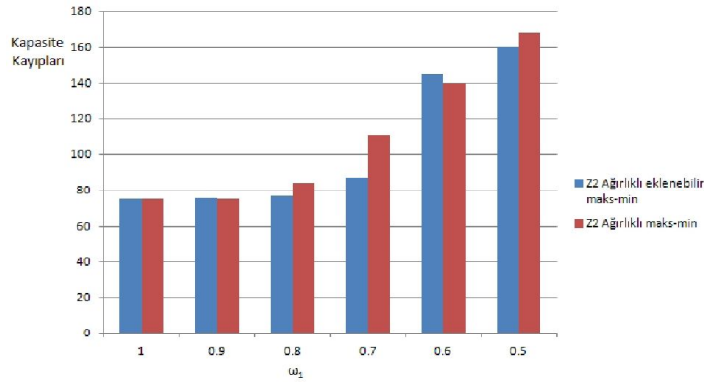
Şekil 3.32'de değişen amaç ağırlıklarında optimal değerlerin Z_1 ve Z_2 için nasıl değiştiğini göstermektedir. Beklenen net kar açısından bakıldığında $\omega_1 = 0.6$ değeri hariç, ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yönteminin daha iyi sonuç verdiği söylenebilir. Öte yandan kapasite kayıpları açısından durum incelendiğinde yine $\omega_1 = 0.6$ değeri hariç ağırlıklı eklenebilir yöntemin daha iyi olduğu görülebilir. Bekle-ve-gör ve beklenen değer modelleri için algoritmalar, ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımına çok benzer olduğundan bu alt bölümde tanımlanma ihtiyacı duyulmamıştır. Bilindiği üzere, WS ve EEV modellerinin optimal sonuçları ile RP modelinin sonuçlarının karşılaştırılması sonucu VSS ve EVPI değerleri bulunmaktadır. Bu değerler IO'nun kararlarını vermesine yardım etmektedir, yani EEV veya RP'den hangisini çözülmesinin ne kadar fayda sağlayacağına bu istatistiklere bakarak kadar verilmektedir.

Bütün test verilerinin EVPI ve VSS algoritmaları kullanılarak değişen amaç ağırlıklarında koşulları sonucu elde edilen değerler Çizelge 3.25'de gösterilmiştir. Bu değerler 5 tane problem kümesinin ortalamasının alınması sonucunda bulunmuştur, EEV modeli için $\omega_1 = 0.5$ değerinde I30J100S50_4 problem kümesi olurlu çözüm vermediğinden bu problem seti istatistiklere katılmamıştır.

Çizelge 3.25'de görüldüğü gibi artan ω_2 değerleri VSS_{Z_1} ve $EVPI_{Z_1}$ değerlerinde azalmaya neden olmaktadır. Bu durumun anlamı beklenen karın en büyüklenmesine yönelik amacın ağırlığı azaldıkça stokastik problem yerine beklenen değer probleminin çözülmesi IO açısından daha faydalı olabilir. Fakat, yinede hesaplanan değerleri pozitif olması stokastik yaklaşımın daha üstün olduğunun kanıtıdır.



(a)



(b)

Şekil 3.32: (a) RP için ω 'nın Z_1 'e etkisi. (b) RP için ω 'nın Z_2 'ye etkisi.

Çizelge 3.25, amaçların tatmin seviyelerindeki değişimler göz önüne alınarak incelendiğinde ise VSS ve EVPI değerlerinde Z_1 için bir durum hariç ($\omega_1 = 0.5, \omega_2 = 0.5$) pozitif değerler hesaplanması, stokastik modelin kullanılmasının IO'nun tatmin düzeyini pozitif yönde etkilediği kanısını güçlendirmektedir. Çizelgenin 5 ve 6.sütunları incelendiğinde ve bu sonuçlar bir önceki yöntem olan ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yöntemle kıyaslandığında daha tutarlıdır. Bunun nedeni hesaplanan değerlerin (VSS_{Z_1} , VSS_{Z_2} , $EVPI_{Z_1}$ ve $EVPI_{Z_2}$) hepsinin ya pozitif yada negatif olmasından dolayıdır.

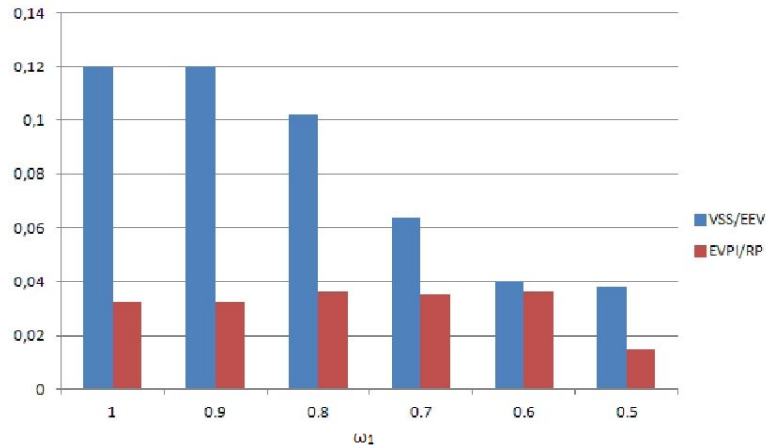
Yukarıda sunulan bilgiler ışığında IO'nun karar verici merci problemi RP veya EEV modeli kullanarak ya da tek amaçlı veya çok amaçlı bir modelle çözüp çözmeyeceğine karar vermek isteyebilir. VSS/EEV ve EVPI/RP bu doğrultuda bir önceki bölümler de olduğu gibi tanımlanan iki istatistiktir. Ağırlıklı

Çizelge 3.25: Ağırlıklı maksimum-minimum yöntemi için değişen ω 'ya göre RP, WS ve EEV sonuçları.

(ω_1, ω_2)	$\Pi_{Z_1}^{RP}$	$\Pi_{Z_1}^{EEV}$	$\Pi_{Z_1}^{WS}$	$VSS_{\Pi_{Z_1}}$	$EVPI_{\Pi_{Z_1}}$
(1.0,0.0)	1.0000	0.9557	1.0133	0.0442	0.0133
(0.9,0.1)	1.0000	0.9557	1.0133	0.0442	0.0133
(0.8,0.2)	0.9831	0.9479	0.9974	0.0351	0.0143
(0.7,0.3)	0.9140	0.8978	0.9257	0.0161	0.0117
(0.6,0.4)	0.8221	0.8195	0.8308	0.0026	0.0086
(0.5,0.5)	0.7021	0.7084	0.7041	-0.0062	0.0019
(ω_1, ω_2)	$\Pi_{Z_2}^{RP}$	$\Pi_{Z_2}^{EEV}$	$\Pi_{Z_2}^{WS}$	$VSS_{\Pi_{Z_2}}$	$EVPI_{\Pi_{Z_2}}$
(1.0,0.0)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000
(0.9,0.1)	0.1111	0.1062	0.1125	-0.0049	-0.0014
(0.8,0.2)	0.2457	0.2370	0.2493	-0.0087	-0.0035
(0.7,0.3)	0.3917	0.3848	0.3967	-0.0069	-0.0049
(0.6,0.4)	0.5481	0.5463	0.5538	-0.0017	-0.0057
(0.5,0.5)	0.7021	0.7084	0.7041	0.0062	-0.0019
(ω_1, ω_2)	Z_1^{RP}	Z_1^{EEV}	Z_1^{WS}	VSS_{Z_1}	$EVPI_{Z_1}$
(1.0,0.0)	17049.68	15225.46	17595.59	1824.22	545.90
(0.9,0.1)	17049.67	15225.46	17595.59	1824.21	545.91
(0.8,0.2)	16374.58	14863.05	16961.92	1511.53	587.33
(0.7,0.3)	13538.06	12725.98	14015.12	812.07	477.05
(0.6,0.4)	9754.89	9380.45	10106.47	374.43	351.58
(0.5,0.5)	4794.26	4618.91	4864.57	175.34	70.31
(ω_1, ω_2)	Z_2^{RP}	Z_2^{EEV}	Z_2^{WS}	VSS_{Z_2}	$EVPI_{Z_2}$
(1.0,0.0)	75.11	73.72	77.57	-1.38	-2.46
(0.9,0.1)	75.11	73.72	77.57	-1.38	-2.46
(0.8,0.2)	84.22	80.74	84.89	-3.47	-0.67
(0.7,0.3)	110.99	107.18	111.93	-3.80	-0.93
(0.6,0.4)	139.65	136.15	140.72	-3.49	-1.07
(0.5,0.5)	167.90	164.22	168.31	-3.68	-0.41

maksimum-minimum yönteminde Z_1 amacı için hesaplanan VSS/EEV performans çıktısı Şekil 3.33'de gösterilmiştir.

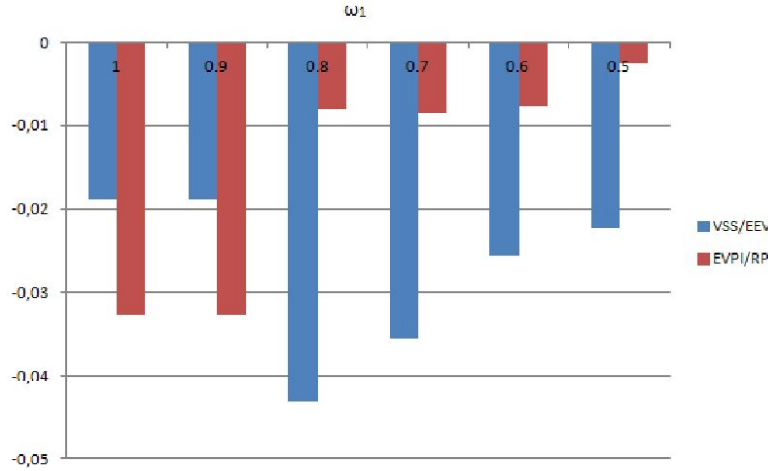
VSS/EEV oranı %3.7 ile %11.9 arasında her (ω_1, ω_2) çifti için değişiklik gösterse de beklenen net karda ortalamada %8.05'lik bir artış RP modelinin çözümüyle sağlanmaktadır. Azalan ω_1 değeriyle Z_1 için RP'ni çözmek daha az cazip hale geldiği görülmektedir. Diğer performans istatistiği EVPI/RP ise bir önceki istatistiğe kıyasla düşük kalmaktadır. Bu oran %1.4 ile %3.5 arasında değişmekte her ω düzeyinde VSS/EEV istatistiğinin altında kalmaktadır.



Şekil 3.33: Değişen ω_1 değerinin Z_1 için VSS/EEV ve EVPI/RP oranlarına etkisi.

Şekil 3.33'deki VSS/EEV değerleri ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum metodundaki değerler ile kıyaslanırsa (bkz. Şekil3.29) daha düşük olduğu görülecektir. Fakat, EVPI/RP değerleri ise ortalama ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum metodundaki değerlerden yüksektir (bkz. Şekil3.30).

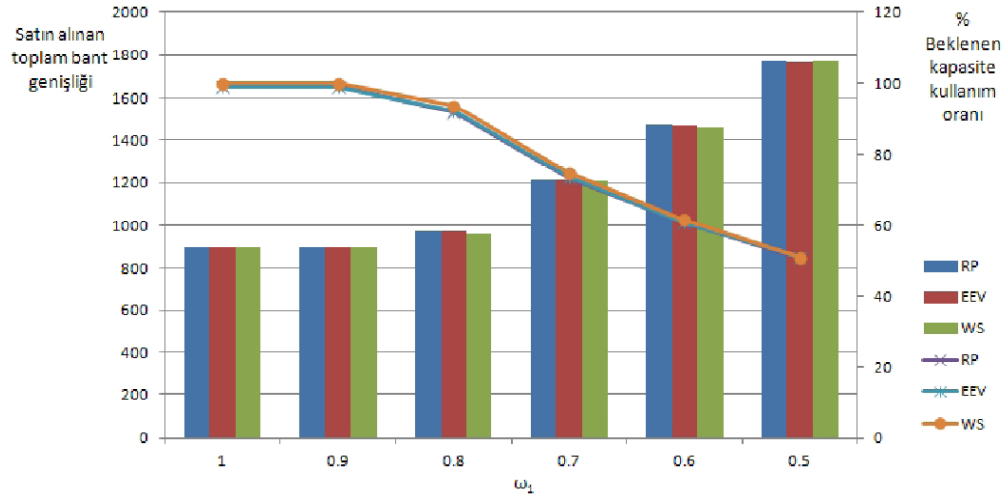
Şekil 3.34'de kapasite kayıplarının en küçüklenmesi ile ilgili Z_2 amaç fonksiyonunun değişen ω_1 için hesaplanmış VSS/EEV ve EVPI/RP oranları sunulmuştur. Yüksek ω_1 değerleri için VSS/EEV oranı EVPI/RP oranından yüksekken bu kıyas düşen ω_1 değerlerinde tersine dönmektedir. Bütün hesaplanan oranların negatif olması üzerine düşünülmesi gereken bir sonuçtur. Bir önceki bölümde açıklandığı gibi bunun nedeni bu amaç fonksiyonunun rassallık içermemesidir. IO tarafından bu oranların yerine Z_1 için hesaplanan oranların kullanılması daha akılcı olabilir. Şekil



Şekil 3.34: Değişen ω_1 değerinin Z_2 için VSS/EEV ve EVPI/RP oranlarına etkisi.

3.35'de azalan ω_1 değerinin yani ikinci amaç fonksiyonunun ağırlığının artmasının TCB ve ECUP nasıl etkilediği üç farklı modelde (RP, EEV, WS) gösterilmiştir. Her üç modelde de bir birine yakın miktarda bant genişliği satın alınmakta, bu miktar azalan ω_1 ile artmakta dolayısıyla oluşan atıl kapasiteden dolayı ECUP %50 kadar düşmektedir.

Bu alt bölümde yapılan çalışmalar sonucunda IO'nun hacim bazlı fiyatlandırma politikası altında stokastik son kullanıcı bant genişliği taleplerini ve bulanık amaçlı göze alarak ne şekilde BP'lerden kapasite satın alması ve talepleri ataması gerektiği sorularına cevaplar bulunmuştur. Bu soruların cevapları belirsizliğin göze



Şekil 3.35: Değişen ω_1 değerinin TCB ve ECUP'ye etkisi.

alınmadan cevaplanması durumunda ise IO'ya neler kaybettireceği yapılan analizler ile birlikte tartışılmıştır.

Değişik metotların problem kümelerinde koşulları sonucunda elde edilen istatistiklerin ışığında, aşağıdaki önemli gözlemler aracılara yol gösterecek niteliktedir.

- Değişen amaç ağırlıklarına imkan tanınması açısından ağırlıklı eklenebilir ve ağırlıklı maksimum-minimum yöntemleri, maksimum-minimum yönteminden üstün gözükmetedir.
- Beklenen karı en büyüklenmesi yönelik amaç fonksiyonunun Z_1 incelendiğinde, her üç yaklaşımda da RP çözümünün yani belirsizliğin modellemeye katıldığı yöntemin taleplerin belirsizliğini ihmal edildiği EEV'ye göre daha fazla net kar kazandırdığı saplanmıştır. Net kardaki artış oranları (VSS/EEV) sırasıyla küçükten büyüğe ortalama olarak: maksimum-minimum yönteminde %1.9, ağırlıklı maksimum-minimum yönteminde %8.05 ve ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımında %16.9'dur. Bütün yaklaşımlarda VSS/EEV'nin EVPI/RP'den büyük olduğu saplanmıştır.
- Bazı problem kümelerinde EEV yaklaşımın olurlu çözüm vermemesi, RP'yi tercih etmek için başka bir nedendir.

- Kapasite kayıplarının minimizasyonuna ilişkin amaç fonksiyonu Z_2 için hesaplanan VSS ve EVPI değerleri, bu amacın rassallık içermemesinde dolayı çok anlamlı olmadığı sonucuna varılmıştır.
- Amaçların ağırlıkları ile tatmin düzeyi arasında doğru orantı olduğu tespit edilmiştir. Z_1 için tatmin düzeyi artıkça beklenen net kar artarken, Z_2 için de kapasite kayıpları artan tatminle birlikte artmaktadır.

4. SONUÇLAR

İnternet kullanımının 90'lı yılların ortalarından başlayarak hızla yaygınlaşmasından itibaren telekomünikasyon ağlarının incelenmesine yönelik akademik çalışmalar önem kazanmıştır. Ülkemizde telekomünikasyon piyasası son 5 yılda büyük bir değişim göstermiştir. İleriki yıllarda yeni aktörlerin piyasaya girmesi mümkün olmakla birlikte, ISPlar tarafında uygulanacak fiyat ve servis kalitesi politikaları firmaların kaderlerini belirleyecektir. Bu tezde, Türkiye'nin piyasa yapısını da yansıtabilecek bir model kurulmuştur. Farklı fiyatlandırma ve servis kalitelerinin de göz önüne alındığı bu model sayesinde belirsizlik altında karar destek sistemi olarak kullanabilecek bir çalışma hazırlanmıştır.

Bu çalışmada telekomünikasyon ağlarının önemli aktörlerinden biri olan araçlarının belirsiz bir piyasa ortamında karlarını en büyükleme amacıyla ne şekilde bant genişliği satın alması ve oluşan talepleri nasıl ataması gerektiği problemi stokastik programlama çerçevesinde farklı fiyatlandırma politikaları altında incelenmiş ve çözüm yolları araştırılmıştır.

Günümüzde ister büyük ister küçük olsun bütün şirketler, varlıklarını sürdürebilmek ve günlük işlerini ya da operasyonlarını tamamlayabilmek için telekomünikasyon ağlarını çeşitli şekillerde ve miktarlarda kullanırlar. Şirketler yani müşteriler işlerini ve operasyonlarını gerçekleştirebilmek için ihtiyaç duydukları ağ kaynaklarını aracı veya omurga telekomünikasyon firmalarından kiralayabilir veya satın alabilir ve ardından işleri tedarik edilen kaynaklara dağıtarak tamamlayabilirler.

Çalışma boyunca incelenen piyasada üç aktörün BP, IO ve son kullanıcıların bulunduğu varsayımı yapılarak matematik modeller geliştirilmiştir. Tezin tamamında, telekomünikasyon IO'sunun kapasite satın alırken karşılaştığı optimizasyon problemi; çok sayıda omurganın çeşitli şekillerde fiyatlandırma ve hizmet kalitesi sunduğu bir piyasada, stokastik son kullanıcı bant genişliği talebi altında

modellemiş ve çözüm önerileri sunulmuştur. Problem IO'nun bakış açısıyla modellenmiş ve aracı rasyonel karar verici olarak kabul edilmiştir.

Telekom ağlarında gerek altyapıdan gerek piyasa koşullarından dolayı meydana gelen belirsizlikler Stokastik Programlama (SP) metodolojisi ile modellenerek çözüm yolları aranmıştır. Tez boyunca incelenen bütün modellerde belirsizliğin göz önüne alınmayarak yapılan modelleme ve çözümlerin SP yaklaşımına göre daha zayıf çözümler verdiğini gösterilerek tezin amacı doğrulanmıştır.

Tartışılan modellerde, ikinci evrede oluşabilecek bütün durumlar sonlu sayıdaki belli olasılık değerleri atanmış ayrık senaryolar ile ifade edilmiş, bunun neticesinde küçük ölçekli problemler bile çok sayıdaki senaryodan ötürü, standart ticari doğrusal ve tamsayılı programlama yazılımlarının çözebileceği boyutların ötesine geçmektedir. İlk olarak büyük ölçekli karma tamsayılı programlama problemi olan sabit fiyatlandırma modeli Benders ayrıştırma algoritması ile makul süreler içinde çözülmüştür. Ardından, büyük ölçekli doğrusal programla problemleri olan kademeli ve hacim fiyatlandırma modelleri optimum olarak yine Benders ayrıştırması ile çözülmüş; fakat ardından modellerin özel yapısı olan senaryoların bloklara ayrılabilir olmasından faydalanılarak, alt problemler her bir senaryo için ayrı ayrı çözülmüş böylelikle çözüm sürelerinde iyileşmeler sağlanmıştır.

Son olarak çalışmada sadece olasılık dağılımları ile ifade edilebilen belirsizliğin yanında, verilerin tam ve doğru olmaması veya insan algısından dolayı oluşan belirsizlikler bulanık küme teorisinden faydalanarak modellenmiş ve değişik çözüm algoritmaları ile çözülmüştür. Çözüm algoritmaları, hacim bazlı fiyatlandırma modelinde test edilerek; iki belirsizlik türünün de matematiksel olarak modellenmesinin IO'ya daha fazla kar getirebileceği gösterilmiştir.

Kapanış bölümünün geri kalanında sırasıyla ilk olarak her bir bölüm ve alt bölümde kurulan ve çözülen SP modellerinin teorik ve yönetsel sonuçları listelenerek, bu sonuçları iyileştirmek için yapılabilecek geliştirmeler tartışılacaktır. Ardından, ileride yapılacak çalışmalara temel olması açısından, tezde yapılan varsayımların kaldırılması veya değiştirilmesi sonucunda oluşabilecek yeni modeller ve çözüm yöntemleri özetlenmeye çalışılacaktır.

4.1 Özet ve Öneriler

SP yaklaşımının üstünlüğünün, fiyatlandırma politikalarına göre değişim gösterdiği önemli bir sonuçtur. Özetle, hesaplanan VSS ve VSS/z^{RP} değerleri göz önüne alındığında iki-evreli SP modelleri en çok hacim bazlı fiyatlandırmada ekstra kar artışı sağlarken, en az kar artışı sabit fiyatlandırma modelinde sağlamıştır. Hesaplama zorluğu (koşum süreleri) açısından, fiyatlandırma modelleri için uygulanan algoritmalar kıyaslandığında ise MIP model olan sabit fiyatlandırma modeli kısa sürelerde ve düşük iterasyon sayısında optimal olarak çözülmüştür. Çözüm algoritmalarının en zorlandığı problem tipi ise kademeli fiyatlandırma olarak görülmektedir.

Tezin sonuçları, bulanık SP modelleri açısından incelendiğinde ise, kullanılan çözüm yaklaşımı ne olursa olsun tek amaçlı bulanık SLP modellerinin tümünde $VSS > EVPI$ eşitsizliği sağlanmıştır. Bunun anlamı kabaca geleceği tam olarak bilmekle sağlanacak ek gelir miktarının, rassal değişkenlerin ortalamalarının değil de SP'nin kullanılmasıyla elde edilen ek gelirden düşük olduğudur. Bulanık modellerde beklenen karın en büyüklenmesinin yanında güdülen diğer bir amaç IO'nun karar vericisinin bulunan çözümden dolayı elde ettiği tatmin düzeyinin maksimizasyonudur. RP ve EEV yaklaşımları hem beklenen net kar değişimi hem de IO'nun tatmin düzeyi açısından incelendiğinde, RP'nin (yani stokastik yaklaşımın) artan problem büyüklüğü ile birlikte EEV'ye göre bu iki çıktı açısından çok daha avantajlı olduğu görülmektedir.

Çok amaçlı bulanık SLP yaklaşımı geliştirilerek kapasite kayıplarının IO yerine son kullanıcı tarafından üstlenilmesi durumunda olabilecek durumların analizi yapılmıştır. Elde edilen en önemli iki sonuç: (i) beklenen karın en büyüklenmesi yönelik amaç fonksiyonu incelendiğinde, seçilen çözüm yöntemine göre değişse de, RP çözümünün yani belirsizliğin modellemeye katıldığı yöntemin taleplerin belirsizliğini ihmal edildiği EEV'ye göre daha fazla net kar kazandırdığı saplanmıştır. Net kardaki artış oranları (VSS/EEV) %1.9 ile %16.9 arasında dalgalanmaktadır. (ii) Kapasite kayıplarının minimizasyonuna ilişkin amaç fonksiyonu için hesaplanan VSS ve EVPI değerleri incelendiğinde, bu amacın rassallık içermemesinden dolayı çok anlamlı olmadığı sonucuna varılmıştır.

Aşağıda bütün fiyatlandır modelleri için koşulan tüm problem setlerinin ortalaması alınarak elde edilen önemli istatistikler tartışılarak sunulmuştur.

- Sabit fiyatlandırma altında yapılan tüm koşumların ortalamasının alınması sonucu elde edilen istatistikler şu şekildedir: ortalama VSS değeri 7.20, ortalama EVPI değeri 24.03, $\%VSS/z^{EEV}$ oranı %0.10 ve son olarak $\%EVPI/z^{RP}$ ise %0.33 olarak hesaplanmıştır. Bu oranların diğer fiyatlandırma modelleri ile kıyaslandığında düşük olmasının temel nedeni son kullanıcı taleplerinde sadece bant genişliğinin belirsiz olarak düşünülmesi, bant genişliği ile müşterilerin isteyebileceği QoS seviyelerinin önceden bilindiği varsayımdır. Ayrıca her bir senaryo altında birim gelir ve maliyetlerin önceden bilindiği varsayımı da SP yaklaşımının avantajlarını azaltmaktadır. Ayrıca gecikme ve seğirme gibi QoS parametrelerinin sadece kesikli bir değere indirilerek modelleme yapılması, kapasite kayıp oranlarının modele entegre edilmemesi RP'nin EEV'den çok üstün bir performans sergilemesini engellemektedir. Öte yandan, uygulanan ayrıştırma algoritmasının geleneksel yöntemlerden üstün olması ve ortalamada 7.29 iterasyon ve 406.54 saniyede optimal çözüme standart bir bilgisayarda ulaşması önemli bir başarıdır.
- Kademeli fiyatlandırma için en önemli istatistiklerin genel ortalaması hesaplandığında, ortalama VSS değeri 1350.6, EVPI değerinin ortalaması 393.3 olarak hesaplanmıştır. Stokastik yaklaşım deterministik yaklaşım ile kıyaslandığında ise $(\%VSS/z^{EEV})$ ise RP modelinin EEV modelinden %10.42 oranında daha fazla beklenen net kar sağladığı görülmüştür. Geleceği tam olarak bilmenin yol açacağı ilave kar artış oranı $(\%EVPI/z^{RP})$ ise sadece ortalamada %2.91'de kalmıştır. Sabit fiyatlandırma modeli ile kıyaslandığında stokastik yaklaşımın daha avantajlı olmasının sebebi artık son kullanıcı taleplerindeki gecikme ve seğirme isteklerinin de senaryo bağımlı hale getirilmesi yani önceden bilinmemesi ve QoS kısıtlarının ikiye ayrılarak kategori yaklaşımından vazgeçilerek bu değerleri sürekli reel sayılarla ifade edilmesidir. Ayrıştırma algoritmalarının performansı açısından bu fiyatlandırma modeli incelendiğinde ise RP yaklaşımının LP modeli olmasına rağmen Benders ayrıştırmasının çözümde zorlandığı görülmüştür. Benders ayrıştırması ile problem setlerinin %65 optimal olarak çözülürken ($GAP \leq 0.1$) ortalama iterasyon sayısı 43.3 ve

ortalama koşum süresi 1531.55 saniye hesaplanmıştır. Her alt problemdeki senaryoların ayrı ayrı çözen L-şekli algoritması bütün problem setlerini optimal olarak çözmüş ve ortalamada 50.25 iterasyonda sonlanmıştır ve koşum süreleri ortalaması 1012.72 saniye bulunmuştur. Bu sonuçlar L-şekli ayrıştırmasının %34 oranında Benders'den hızlı olduğunu göstermektedir.

- Hacim fiyatlandırma için en önemli istatistiklerin genel ortalaması hesaplandığında, ortalama VSS değeri 2583.25, EVPI değerinin ortalaması 476.94 olarak hesaplanmıştır. Stokastik yaklaşım deterministik yaklaşım ile kıyaslandığında ise $(\%VSS/z^{EEV})$ ise RP modelinin EEV modelinden %17.23 oranında daha fazla beklenen net kar sağladığı görölmüşür. Geleceği tam olarak bilmenin yol açacağı ilave kar artış oranı $(\%EVPI/z^{RP})$ ise sadece ortalamada %2.86'de kalmıştır. Sabit ve kademeli fiyatlandırma modelleri ile kıyaslandığında hacim bazlı politikada stokastik yaklaşımın daha avantajlı olmasının sebebi son kullanıcı taleplerindeki gecikme ve seğirme isteklerinin de stokastik kısıtlarla ifade edilerek belirsizliğin bir nevi daha da artırılmasıdır. Tezin en önemli sonucu şu şekilde özetlenebilir: problemde daha çok parametre belirsiz hale geldikçe SP yaklaşımı deterministik yaklaşımdan daha da üstün hale gelmektedir.

Ayrıştırma algoritmalarının performansı açısından bu fiyatlandırma modeli incelendiğinde ise kademeli fiyatlandırmadan farklı olarak Benders ayrıştırması ve L-şekli algoritmalarının tüm problem kümelerini optimal olarak çözmesidir. Problem setlerinde Benders ayrıştırmasının performansı 38.70 iterasyon ve 3921.03 saniye koşum süresi iken, bu değerler L-şekli için sırasıyla 38.73 ve 2344.49'dur. Bu sonuçlar L-şekli ayrıştırmasının %40 oranında Benders'den hızlı olduğunu göstermektedir.

- Bulanık çok amaçlı SLP modeli için, beklenen karın en büyükleme yönelik amaç fonksiyonu incelendiğinde, her üç yaklaşımda da RP çözümünün yani belirsizliğin modellemeye katıldığı yöntemin taleplerin belirsizliğini ihmal edildiği EEV'ye göre daha fazla net kar kazandırdığı saplanmıştır. Net kardaki artış oranları (VSS/EEV) sırasıyla küçükten büyüğe ortalama olarak: maksimum-minimum yönteminde %1.9, ağırlıklı maksimum-minimum

yönteminde %8.05 ve ağırlıklı eklenebilir maksimum-minimum yaklaşımında %16.9'dur. Bütün yaklaşımlarda VSS/EEV'nin EVPI/RP'den büyük olduğu saplanmıştır.

4.2 Gelecek İçin Olası Araştırma Problemleri

Tez boyunca analiz edilen modellerin, varsayımlardan dolayı gerçekçiliğini kaybetmesinden dolayı bazı kabullerin gevşetilerek yeni araştırma konularının oluşturulması mümkündür. Bu doğrultuda, problemi gerek teorik olarak gerekse sağlayacağı yönetimsel sonuçlar açısından geliştirebilecek birkaç önemli araştırma konusu aşağıda tartışılmıştır.

- Problem için çok dönemli stokastik programlama modeli önerisi: Tez çalışması boyunca incelen tüm fiyatlandırma modelleri iki-evreli SP çerçevesinde modellenmiş ve çözüm algoritmaları üretilmiştir. Bu şekilde bir modelleme anlayışı tek periyotlu bir modelin çözümü sağlamaktadır. Fakat, IO'nun uzun dönemli planlar yapması gerektiğinde iki-evreli modeli kolaylıkla çok-evreli SP modeline çevirmek mümkün olacaktır. Örneğin, sabit fiyatlandırma politikası altında $t = 1, 2, \dots, T$ IO'nun araçlardan bant genişliği satın alabileceği dönemleri göstermek üzere beklenen net karın enbüyüklenmesine yönelik amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\text{Maks.} \underbrace{\sum_{t=1}^T \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_{st} v_{jst}^+ y_{jst}}_{\text{beklenen kazanç değeri}} - \underbrace{\sum_{t=1}^T \sum_{i \in I} x_{it} C_{it}}_{\text{kapasite satın alma maliyeti}} - \underbrace{\sum_{t=1}^T \sum_{s \in \Omega} \sum_{j \in J_s} p_{st} v_{jst}^- (1 - y_{jst})}_{\text{beklenen fırsat maliyeti}}$$

İki-evreli modelde yer alan kısıtlarda uygun şekilde düzenlendikten sonra literatürde var olan çok-evreli SP modellerini çözmeye yönelik algoritmalar ile modellerin çözülmesi önemli bir yönetimsel katkı oluşturacaktır.

- Sabit fiyat modeli için sezgisel algoritma tasarlanması önerisi: Sabit fiyatlandırma ve diğer fiyatlandırma modellerinde de yapılan önemli bir varsayım, oluşan son kullanıcı taleplerini BP'ler arasında bölerek dağıtma olanağının olmasıydı. Yani ikinci evre karar değişkenleri y_{ijs} değerleri sürekli değerler alması telekomünikasyon altyapısı açısından pek de mümkün gözükmemektedir. Bu varsayımın kaldırılması ile problem tüm karar değişkenlerinin tam

sayı olduğu bir $\mathcal{NP}$ -zor yapısı almaktadır ki; tezde tartışılan ayrıştırma algoritmalarının bu problemi çözme imkanı bulunmamaktadır. Fakat yine ayrıştırma mantığından faydalanılarak modelin ana ve alt problemlerine akılcı bir şekilde ayrılması sonucunda alt problemlerin her bir senaryo için çoklu sırt çantası problemi olduğu görülebilir. Literatürde çok sık çalışılan bu problemi çözecek efektif özel sezgisel algoritmalar bulunmaktadır. Bu algoritmalarla faydalanarak ya da yeni geliştirilecek bir sezgisel yöntemle alt problemler çok hızlı bir şekilde çözülebilmesi amaçlanmaktadır. Alt problemlerin çözülmesinden sonra ise ana problemlerin çözülmesi ile hangi BP'lerin seçileceğine karar verilecektir.

- Problemin son kullanıcı veya omurga bakış açısıyla analizi önerisi: Tezde belirtildiği gibi yapılan çalışmada karar verici merci IO'dur; fakat IO yerine son kullanıcı rasyonel karar verici olarak seçilmesi problemin yapısını tamamen değiştirecektir. Örneğin, son kullanıcının amacı operasyonlarını tamamlayabilmek için ağ kaynaklarını (bant genişliğini) kullanmaktır. Dolayısı ile, son kullanıcının problemi maliyet en küçüklemesi niteliğinde olacaktır, yani en az maliyetle sayısı ve niteliği önceden bilinmeyen operasyonları tamamlamak amacı güdülecektir.
- Dinamik kutu-paketleme yaklaşımı ile modelleme ve çözüm önerisi: Bütün fiyatlandırma modellerinde iki-evreli SP yaklaşımının bir sonucu olarak bütün müşteri taleplerinin aynı anda olduğu ve bütün son kullanıcıların aynı süre kullanmak üzere bant genişliği talep ettiği varsayımı yapılmıştır. Bu varsayım problemin modellenmesini ve çözümünü oldukça kolaylaştırmaktadır. Fakat, gerçek hayatta son kullanıcılar farklı zamanlarda ve farklı sürelerde kapasite kullanımı talep etmektedirler. Eğer j .son kullanıcısının s senaryosu altında geliş zamanını a_{js} ile ifade edersek A_{js} kesikli rassal değişken olmak üzere $\mathbb{P}\{A_{js} = a_{js}\} = p_{a_{js}}$ bir olasılık değeri atanabilir. Aynı şekilde j .son kullanıcının s senaryosu altında kapasite kullanma süresi l_{js} ile ifade edilir ve L_{js} rassal değişken olarak tanımlanırsa IO ile son kullanıcı arasındaki kontrat süreleri $\mathbb{P}\{L_{js} = l_{js}\} = p_{l_{js}}$ şeklinde bir olasılık değeri atanabilir. Verilen bilgiler kullanılarak son kullanıcıların kaynak kullanımını s senaryosu altında bırakma zamanı D_{js} rassal değişkeni ile tanımlanırsa (kapasite kullanma süresi ile geliş

zamanının bir birinden bağımsız olduğu kabulü altında) $\mathbb{P}\{D_{js} = A_{js} + L_{js}\} = p_{a_{js}}p_{l_{js}}$ ile ifade edilmesinin ardından model senaryolara ayrıştırılarak iki-evreli SP modeli kurulabilir. Bu problemin yapısı bazı özel şartlar altında (her BP'nin aynı miktarda bant genişliği satması ve birim fiyatların eşit olması) dinamik kutu paketleme problemine benzemektedir. Bu problemler de ne yazık ki $\mathcal{NP}$ -zor yapıdadır. Bu modelin çözümü için geliştirilecek bir algoritma büyük bir teorik ve yönetimsel başarı olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Pan, W., Wang, X., Zhong, Y., Yu, L., Jie, C., Ran, L., Qiao, H., Wang, S. ve Xu, X.** (2012). A fuzzy multi-objective model for capacity allocation and pricing policy of provider in data communication service with different QoS levels, *International Journal of Systems Science*, **43**(6), 1054–1063.
- [2] **Audestad, J.A., Gaivoronski, A.A. ve Werner, A.** (2006). Extending the stochastic programming framework for the modeling of several decision makers: pricing and competition in the telecommunication sector, *Annals of Operational Research*, **142**, 19–39.
- [3] **Fantauzzi, F., Gaivoronski, A.A. ve Messina, E.** (1997). Decomposition methods for network optimization problems in the presence of uncertainty, In P. Pardalos, D. Hearn ve W. Hager (Eds.), *Network Optimization (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems)* (s.234–248). Berlin: Springer.
- [4] **Smith, J.C., Schaefer, A.J. ve Yen, J.W.** (2004). A stochastic integer programming approach to solving a synchronous optical network ring design problem, *Networks*, **44**(1), 12–26.
- [5] **Liu, X.** (2005). The role of stochastic programming in communication network design, *Computers and Operations Research*, **32**, 2329–2349.
- [6] **Url-1** <<http://www.iot.ntnu.no/users/alexeig/4135/Material/Planning.pdf>>, alındığı tarih: 18.04.2012.
- [7] **Chen, F., Xiao, J.H.M. ve Chen, Q.** (2009). The study of dynamic process of the triopoly games in chinese 3G telecommunication market, *Chaos, Solitons and Fractals*, **42**, 1542–1551.
- [8] **Vulkan, N. ve Jennings, N.R.** (2000). Efficient mechanisms for the supply of services in multi-agent environments, *Decision Support Systems*, **28**, 5–19.
- [9] **French, R.D.** (2009). Governance and game theory: When do franchise auctions induce firms to overbid?, *Telecommunications Policy*, **33**, 164–175.
- [10] **Zubcsek, P.P. ve Sarvary, M.** (2011). Advertising to a social network, *Quantitative Marketing and Economics*, **9**, 71–107.
- [11] **Url-2** <<http://blog.ttnet.com.tr/internette-19-yilda-kaydettigimiz-surec-sadece-bir-baslangic/>>, alındığı tarih: 19.04.2012.

- [12] **Url-3** <<http://www.webrazzi.com/2011/06/24/ttnet-internet/-kullanım-istatistik-leri/>>, alındığı tarih: 19.04.2012.
- [13] **Url-4** <<http://www.webrazzi.com/2011/05/19/btk-2011-1-ceyrek-turkiye-internet-raporu/>>, alındığı tarih: 19.04.2012.
- [14] **Url-5** <<http://blog.ttnet.com.tr/turkiye'nin-internetvebilgisayarfotoğrafini-ceken-arastirma/>>, alındığı tarih: 19.04.2012.
- [15] **Urhan, U. ve Kizilca, I.** (2011), Türkiye’de Kişilerin İnternet Kullanımları Ne Şekilde Değişiyor? İnternet Kullanıcıları Üzerine bir Değerlendirme, *TEPAV Değerlendirme Notu*.
- [16] **Republic of Turkey Prime Ministry**, (2010), Turkish Information and Communication Technologies Industry, *Investment Support and Promotion Agency of Turkey Report*.
- [17] **Telli, C.** (2011). *Broadband in Turkey: Compare To What?*, HinfoDev / World Bank, Washington, D.C.
- [18] **Li, F. ve Whalley, J.** (2002). Deconstruction of the telecommunications industry: from value chains to value networks, *Telecommunications Policy*, **26**, 451–472.
- [19] **Fertig, D., Prince, C. ve Walrod, D.** (2002), What kind of telco is the fairest of them all?, *McKinsey Quarterly*, **4**.
- [20] **Ballon, P.J.P., Munck, s.G.E., Poel, M. ve Pas, P.M.C.** (2001), The Dutch telecommunications market: A strategic and empirical analysis, *TNO report STB-01-03, 2001, TNO Strategy, Technology, Policy, Delft, The Netherlands*.
- [21] **Gerportt, T.J. ve Massengeil, S.W.** (2001). Electronic markets for telecommunications transport capacities, *Telecommunications Policy*, **25**, 587–610.
- [22] **Kasap, N., Aytuğ, H. ve Erengüç, S.S.** (2007). Provider Selection and Task Allocation Issues in Networks with Different QoS Levels and All You Can Send Pricing, *Decision Support Systems*, **43**(2), 375–389.
- [23] **Kasap, N.** (2004). *Network Capacity Acquisition and Task Allocation Strategies Subject to Quality of Service Requirements with Different Pricing Schemes* (Doktora Tezi), University of Florida.
- [24] **Kasap, N. ve Tektaş Sivrikaya, B.** (2010). Telekom ağlarında kademeli fiyatlandırmayla kapasite kiralınması ve iş dağılımı, *İTÜ Dergisi*, **9**(5), 3–14.
- [25] **Turan, H.H., Kasap, N. ve Sivrikaya, B.T.** (2010). The Effects of Quality of Service Level reductions and penalty cost on Provider Selection and Task Allocation Model in Telecommunication Networks, *The International Journal of Social Sciences and Humanity Studies*, **2**(1), 45–53.

- [26] **Turan, H.H. ve Kasap, N.** (2012). A Heuristic Approach for Provider Selection and Task Allocation Model in Telecommunication Networks under Stochastic Qos Guaranties, *Proceedings of the the 10th International FLINS Conference on Uncertainty Modeling in Knowledge Engineering and Decision Making*, İstanbul, Türkiye.
- [27] **Riis, M. ve Andersen, K.A.** (2002). Capacitated network design with uncertain demand, *Inform Journal of Computing*, **14**(3), 247–260.
- [28] **Riis, M. ve Lodahl, J.** (2002). A bicriteria stochastic programming model for capacity expansion in telecommunications, *Mathematical Methods of Operations Research*, **56**, 83–100.
- [29] **Riis, M., Skriver, A.J. ve Lodahl, J.** (2004). Deployment of Mobile Switching Centers in a Telecommunications Network: A Stochastic Programming Approach, *Telecommunication Systems*, **26**(1), 93–109.
- [30] **Tomasgard, A., Audestad, J.A., Dye, S., Stougie, L., van der Vlerk, M. ve Wallace, S.W.** (1998). Modelling aspects of distributed processing in telecommunication networks, *Annals of Operations Research*, **82**, 161–84.
- [31] **Gupta, A., Stahl, D.O. ve Whinston, A.B.** (1999). The Economics of Network Management, *Communications of the ACM*, **42**(9), 57–63.
- [32] **Reichl, P., Hausheer, D. ve Stiller, B.** (2003). The Cumulus Pricing Model as an Adaptive Framework for Feasible, Efficient, and User-Friendly Tariffing of Internet Services, *Computer Networks*, **43**, 57–63.
- [33] **Einhorn, M.A.** (1994). Pricing and Competition Policies for the Internet Public Access to the Internet, Prentice Hall, Eaglewood Cliffs, NJ, s.338–349.
- [34] **Gupta, A., Stahl, D.O. ve Whinston, A.B.** (1997). Priority Pricing of the Integrated Services Networks, **In L.W. McKnight ve J.P. Bailey,** (düzenleyenler), *Internet Economics* (s.323–352). Cambridge, MA: The MIT Press.
- [35] **Altmann, J. ve Chu, K.** (2001). How to charge for Network Services: Flat-Rate or Usage-Based, *Computer Networks*, **36**, 519–531.
- [36] **Mackie-Mason, J.K. ve Varian, H.** (1995). Some FAQs About Usage-Based Pricing, *Computer Networks and ISDN Systems*, **28**, 257–265.
- [37] **Mackie-Mason, J.K. ve Varian, H.** (1995). Pricing Congestible Network Resources, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **37**(7), 1141–1149.
- [38] **Courcoubetis, C., Kelly, F. ve Weber, R.** (2000). Measurement-Based Usage Charges in Communication Networks, *Operations Research*, **48**(4), 535–548.

- [39] **Courcoubetis, C., Kelly, F. ve Weber, R.** (1997). Measurement-Based Usage Charges in Communication Networks, **Teknik Rapor 19**, Statistical Laboratory, University of Cambridge, Cambridge, UK.
- [40] **Kelly, F.P.** (1994). On Tariffs, Policing and Admission Control for Multi-Service Networks, *Operations Research Letters*, **15**, 1–9.
- [41] **Courcoubetis, C., Siris, V.A. ve Stamoulis, G.D.** (1996). Integration of Pricing and Flow Control for Available Bit Rate Services in ATM Networks, *Proceedings IEEE Globeco*, London, UK, s.644–648.
- [42] **You, P.S., Hsieh, Y.C. ve Ikuta, S.** (2011). A heuristic to bandwidth allocation and sales limit setting for Internet service providers, *International Journal of Systems Science*, adres: <http://dx.doi.org/10.1080/00207721.2011.565132>.
- [43] **Yang, B. ve Ng, C.** (2010). Pricing problem in wireless telecommunication product and service bundling, *European Journal of Operational Research*, **207**, 473–480.
- [44] **Van de Klundert, J., Kuipers, J., Spijksma, F.C.R. ve Winkels, M.** (2005). Selecting Telecommunication Carriers to Obtain Volume Discounts, *Interfaces*, **35**(2), 124–132.
- [45] **Martin, L., Ruhle, E.O. ve Bahr, C.** (2010). Discounts and Price Discrimination in the Telecommunications Regulation Of NGA Networks, *21.European Regional ITS Conference*, Copenhagen, Denmark.
- [46] **Miras, D.A.** (2002). A Survey of Network QoS Needs of Advanced Internet Application, internet2 QoS Working Group: University College, London. Adres: <http://qos.internet2.edu/wg/apps/fellowship/Docs/Internet2AppsQoSNeeds.pdf>.
- [47] **Comer, D.** (2001). *Computer Networks and Internets with Internet Applications*. New Jersey: Prentice Hall.
- [48] **Transition Networks**, (2003), *Quality of Service (QoS) in High-Priority Applications*, white paper, adres: <http://www.transition.com/transition-networks/learning/whitepaper/qos.aspx>.
- [49] **Habib, A., Fahmy, S., Avasarala, S., Prabhakar, V. ve Bhargava, B.** (2003). On detecting service violations and bandwidth theft in QoS network domains, *Computer Communications*, **26**, 861–871.
- [50] **Teitelbaum, B. ve Sadagic, A.** (2002). Internet2 QoS & Video: Sharing Responsibility to Overcome Congestion-Related Performance Problems, in *SURA/ViDe 4th Annual Digital Video Workshop*, University of Alabama, Birmingham.
- [51] **Das, S.K., Sen, S.K., Basu, K. ve Lin, H.** (2003). A Framework for Bandwidth Degradation and Call Admission Control Schemes for Multiclass Traffic in Next-Generation Wireless Networks,, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **21**(10), 1790–1802.

- [52] **Charnes, A. ve Cooper, W.W.** (1959). Chance-constrained programming, *Management Science*, **6**, 73–79.
- [53] **Li, B., Hamdi, M., Jiang, D., Cao, X.R. ve Hou, Y.T.** (2000). QoS-Enabled Voice Support in the Next- Generation Internet: Issues, Existing Approaches and Challenges, *IEEE Communications Magazine*, **38**(4), 54–61.
- [54] **Yuang, M. ve Haung, Y.** (1998). Bandwidth assignment paradigms for broadband integrated voice/data networks, *Computer Communications*, **21**, 243–253.
- [55] **Gupta, A., Stahl, D. ve Whinston, A.** (1999). The economics of network management, *Communications of the ACM*, **42**(9), 57–63.
- [56] **Reichl, P., Hausheer, D. ve Stiller, B.** (2003). The cumulus pricing model as an adaptive framework for feasible, efficient, and user-friendly tariffing of internet services, *Computer Networks*, **43**, 3–24.
- [57] **Fulp, E.W. ve Reeves, D.S.** (2004). Bandwidth provisioning and pricing for networks with multiple classes of service, *Computer Networks*, **46**, 41–52.
- [58] **Parameswaran, M., Stallaert, J. ve Whinston, A.** (2001). A market-based allocation mechanism for DiffServ framework, *Decision Support Systems*, **31**, 351–361.
- [59] **Jukic, B., Simon, R. ve Chang, W.** (2004). Congestion based resource sharing in multi-service networks, *Decision Support Systems*, **37**, 397–413.
- [60] **Kouba, A. ve Song, Y.** (2005). Graceful degradation of loss-tolerant QoS using (m,k)-firm constraints in guaranteed rate networks, *Computer Communications*, **28**, 1393–1409.
- [61] **Xiao, Y., Chen, C. ve Wang, B.** (2002). Bandwidth degradation QoS provisioning for adaptive multimedia in wireless/mobile networks, *Computer Communications*, **25**, 1153–1161.
- [62] **Das, S.K., Sen, S.K., Agrawal, P. ve Basu, K.** (1997). Modeling QoS Degradation in Multimedia Wireless Networks, *IEEE ICPWC'97*, s.484–488.
- [63] **Chou, C. ve Shin, K.G.** (2004). Analysis of Adaptive Bandwidth Allocation in Wireless Networks with Multilevel Degradable Quality of Service, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, **3**(1), 5–17.
- [64] **Hwang, S., Wang, H., Tang, J. ve Srivastava, J.** (2007). A probabilistic approach to modeling and estimating the QoS of web-services-based workflows, *Information Sciences*, **177**(23), 5484–5503.
- [65] **Liu, Y. and Tham, C.K. ve Jiang, Y.** (2007). A calculus for stochastic QoS analysis, *Performance Evaluation*, **64**(6), 547–572.

- [66] **Chen, P. ve Dong, T.** (2003). A fuzzy genetic algorithm for QoS multicast routing, *Computer Communications*, **26**, 506–512.
- [67] **Cohen, A., Korach, E., Last, M. ve Ohayan, R.** (2005). A fuzzy-based path ordering algorithm for QoS routing in non-deterministic communication networks, *Fuzzy Sets and Systems*, **150**, 401–417.
- [68] **Guerin, R. ve Orda, A.** (1999). QoS-based routing in networks with inaccurate information: theory and algorithms, *IEEE/ACM Trans. Networking*, **7**(3), 350–364.
- [69] **Lorenz, D. ve Orda, A.** (1998). QoS-based routing in networks with uncertain parameters, *IEEE/ACM Trans. Networking*, **6**(6), 768–778.
- [70] **Rai, S.C., Misra, B.B., Nayak, A.K., Mall, R. ve Pradhan, S.K.** (2010). A Multi-Objective QoS optimization with fuzzy based parameter setting for real-time multicasting, *Int. J. Communications, Network and System Sciences*, **3**, 530–539.
- [71] **Robak, S. ve Pieczynski, A.** (2008). Fuzzy modeling of QoS for e-business transactions realized by web services, *Journal of Applied Computer Science*, **16**(1), 69–79.
- [72] **Wang, P.** (2009). QoS-aware web services selection with intuitionistic fuzzy set under consumer's vague perception, *Expert Systems with Applications*, **36**, 4460–4466.
- [73] **Zhuang, L., YuanFei, H., J.B.Z. ve He-Qing, G.** (2007). Solving Fuzzy QoS Constraint Satisfaction technique for Web Service Selection, *International Conference on Computational Intelligence and Security Workshops*, s.35–38.
- [74] **Turan, H.H., Kasap, N. ve Savran, H.** (2011). Provider Selection and Task Allocation Problems under Fuzzy Quality of Service Constraints and Volume Discount Pricing Policy for Telecommunication Networks, *2nd International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE 2011)*, Kuşadası, Turkey.
- [75] **Liu, X., Chan, Y. ve Xu, W.** (2006). Stochastic programming methods applied to network optimization, *Performance Evaluation*, **63**, 1005–1015.
- [76] **Andrade, R., Lisser, A., Maculan, N. ve Plateau, G.** (2004). Telecommunication Network Capacity Design for Uncertain Demand, *Computational Optimization and Applications*, **29**, 127–146.
- [77] **Mitra, D. ve Wang, Q.** (2005). Stochastic traffic engineering for demand uncertainty and risk-aware network revenue management, *IEEE Transactions on Network*, **13**(2), 221–233.
- [78] **Mitra, D. ve Wang, Q.** (2001). Stochastic traffic engineering, with applications to network revenue management, *Proceedings of IEEE INFOCOM*, s.1300–1309.

- [79] **Wu, J., Yue, W. ve Wang, S.** (2006). Stochastic model and analysis for capacity optimization in communication networks, *Computer Communications*, **29**, 2377–2385.
- [80] **D’Halluin, Y., Forsyth, P.A. ve Vetzal, K.R.** (2002). Managing Capacity for Telecommunications Networks under Uncertainty, *IEEE Transactions on Network*, **10**(4), 579–588.
- [81] **Riis, M. ve Andersen, K.A.** (2004). Multiperiod capacity expansion of a telecommunications connection with uncertain demand, *Computers and Operations Research*, **31**, 1427–1436.
- [82] **Laguna, M.** (1998). Applying robust optimization to capacity expansion of one location in telecommunications with demand uncertainty, *Management Science*, **44**(11), 101–110.
- [83] **Andrade, R., Lisser, A., Maculan, N. ve Plateau, G.** (2005). B & B Frameworks for the Capacity Expansion of High Speed Telecommunication Networks Under Uncertainty, *Annals of Operations Research*, **140**, 49–65.
- [84] **Alminana, M., Escudero, L.F., Monge, J.F. ve Sanchez-Soriano, J.** (2007). On the enrouting protocol problem under uncertainty, *European Journal of Operational Research*, **181**, 887–902.
- [85] **Olinick, E.V. ve Rosenberger, J.M.** (2008). Optimizing revenue in CDMA networks under demand uncertainty, *European Journal of Operational Research*, **186**, 812–825.
- [86] **Terblanche, S., Wessäly, R. ve Hattingh, J.** (2011). Survivable network design with demand uncertainty, *European Journal of Operational Research*, **210**, 10–26.
- [87] **Riis, M., Skriver, A. ve Moller, S.F.** (2005). Internet protocol network design with uncertain demand, *Journal of the Operational Research Society*, **56**, 1184–1195.
- [88] **Dye, S., Stougie, L. ve Tomasgard, A.** (2003). The stochastic single resource service-provision problem, *Naval Research Logistics*, **50**(8), 869–887.
- [89] **Birge, R. ve Louveaux, F.** (1997). *Introduction to Stochastic Programming*. New York: Springer-Verlag.
- [90] **Bertsekas, D.** (2008). *Nonlinear Programming*. Belmont, MA: Athena Scientific.
- [91] **Nemhauser, G., L. ve Wolsey, L.A.** (1999). *Integer and Combinatorial Optimization*. Wiley and Sons.
- [92] **Dantzing, G.** (1998). *Linear Programming and Extensions*. Princeton, PA: Princeton University Press.
- [93] **Sahinidis, N., V.** (2004). Optimization under uncertainty: state-of-art and opportunities, *Computers and Chemical Engineering*, **109**, 971–983.

- [94] **Bellman, R., E.** (1957). *Dynamic Programming*. Princeton, PA: Princeton University Press.
- [95] **Charnes, A. ve Cooper, W.W.** (1959). Chance-constrained programming, *Management Science*, **6**, 73–79.
- [96] **Dantzing, G., B.** (1955). Linear Programming under uncertainty, *Management Science*, **1**, 197–206.
- [97] **Tintner, G.** (1955). Stochastic linear programming with applications to agricultural economics, *Proceedings of the Second Symposium in Linear Programming*, 197–228.
- [98] **Kall, P. ve Wallace, S.W.** (1994). *Stochastic programming*. New York, NY: Wiley.
- [99] **Birge, J.R. ve Louveaux, F.V.** (1998). A multicut algorithm for two-stage stochastic linear programs, *European Journal of Operational Research*, **34**(3), 384–392.
- [100] **Van Slyke, R. ve Wets, R.** (1969). L-Shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic programming, *SIAM Journal of Applied Mathematics*, **17**, 638–663.
- [101] **Infagner, G.** (1994). *Planning under uncertainty: Solving large scale stochastic linear programs*. Danvers, MA: Boyd and Fraser Publishing.
- [102] **Shapiro, A. ve Homem-de Mello, T.** (1998). A simulated-based approach to two-stage stochastic linear programming with recourse, *Mathematical Programming*, **81**, 301–325.
- [103] **Ruszczynski, A.** (1986). A regularized decomposition method for minimizing a sum of polyhedral functions, *Mathematical Programming*, **35**, 309–333.
- [104] **Higle, J.L. ve Sen, S.** (1991). Stochastic decomposition: An algorithm for two stage stochastic linear problem with recourse, *Mathematics of Operations Research*, **16**, 650–669.
- [105] **Ermoliev, Y.** (1983). Stochastic quasigradient methods and their applications to systems optimization, *Stochastics*, **9**, 1–36.
- [106] **Shapiro, A. ve Wardi, Y.** (1983). Convergence analysis of gradient decent stochastic algorithm, *Journal of Optimization Theory and Applications*, **91**, 439–454.
- [107] **Birge, J.R.** (1985). Decomposition and Partitioning methods for multistage stochastic linear programs, *Operations Research*, **33**, 989–1007.
- [108] **Rockafellar, R.T. ve Wets, R.J.B.** (1991). Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty, *Mathematics of Operations Research*, **16**(1), 119–147.

- [109] **Prekopa, A.** (1995). *Stochastic Programming*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- [110] **Dempster, M.A.H., Fisher, M.L., Jansen, L., Lageweg, B. J. and Lenstra, J.K. ve Rinnooy Kan, H.G.** (1981). Analytical evaluation of hierarchical planning systems, *Operations Research*, **29**, 707–716.
- [111] **Spaccamela, A.M., Rinnooy Kan, A.H.G. ve Stougie, L.** (1984). Hierarchical vehicle routing problems, *Networks*, **14**, 571–586.
- [112] **Laporte, G. ve Louveaux, F.V.** (1993). The integer L-shaped method for stochastic integer programming with complete recourse, *Operations Research Letters*, **13**, 133–142.
- [113] **Caroe, C.C. ve Tind, J.** (1998). L-shaped decomposition of two-stage stochastic programs with integer recourse, *Mathematical Programming*, **83**, 451–464.
- [114] **Takriti, S., Birge, J.R. ve Long, E.** (1996). A stochastic model of the unit commitment problem, *IEEE Transactions on Power Systems*, **11**, 1497–1508.
- [115] **Caroe, C.C. ve Schultz, R.** (1999). Dual decomposition in stochastic integer programming, *Operations Research Letters*, **24**, 37–45.
- [116] **Schultz, R., Stougie, L. ve Van der Vlerk, M.H.** (1998). Solving stochastic programs with integer recourse by enumeration: A framework using Gröbner basis reductions, *Mathematical Programming*, **83**, 229–252.
- [117] **Ahmed, S., Tawarmalani, M. ve Sahinidis, N.V.** (2003). A finite branch and bound algorithm for two-stage-stochastic integer programs, *Mathematical Programming*, **100**, 355–377.
- [118] **Klein-Haneveld, W.K., Stougie, L. ve van der Vlerk, M.H.** (1995). On the convex hull of the simple integer recourse objective function, *Annals of Operational Research*, **55**, 209–224.
- [119] **Klein-Haneveld, W.K., Stougie, L. ve van der Vlerk, M.H.** (1996). An algorithm for the construction of convex hulls in simple integer recourse programming, *Annals of Operational Research*, **64**, 67–81.
- [120] **Laporte, G. and Louveaux, F.V. ve Mercure, H.** (1989). Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems, *European Journal of Operational Research*, **39**, 71–78.
- [121] **Laporte, G. and Louveaux, F.V. ve Mercure, H.** (1992). The vehicle routing problem with stochastic travel times, *Transportation Science*, **26**, 161–170.
- [122] **Laporte, G. and Louveaux, F.V. ve Mercure, H.** (1994). A priori optimization of the probabilistic traveling salesman problem, *Operations Research*, **42**, 543–549.

- [123] **Laporte, G. and Louveaux, F.V. ve Mercure, H.** (1994). Exact solutions of a stochastic location problem by an integer L-shaped algorithm, *Transportation Science*, **26**(2), 95–103.
- [124] **Sherali, H.D. ve Fraticelli, B.** (2002). A modified Benders' partitioning approach for discrete subproblems: An approach for stochastic programs with integer recourse, *Journal of Global Optimization*, **22**, 319–342.
- [125] **Hingle, J.L. ve Sen, S.** (2000). The C^3 theorem and a D^2 algorithm for large scale stochastic linear programs with recourse, *Mathematics of Operations Research*, **16**, 650–669.
- [126] **Balas, E., Ceria, S. ve Cornuejols, G.** (1993). A lift and project cutting plane algorithm for mixed 0-1 programs, *Mathematical Programming*, **58**, 295–324.
- [127] **Adams, W.P. ve Shearali, H.D.** (1990). Linearization strategies for a class of zero-one mixed integer programming problems, *Operations Research*, **38**, 217–226.
- [128] **Ahmed, S., King, A. ve Parija, G.A.** (2003). A multi-stage stochastic integer programming approach for capacity expansion under uncertainty, *Journal of Global Optimization*, **26**, 3–24.
- [129] **Ahmed, S. ve Sahinidis, N.V.** (2003). An approximation scheme for stochastic integer programs arising in capacity expansion, *Operations Research*, **51**, 461–471.
- [130] **Bastin, F.** (2001). *Nonlinear stochastic programming* (Doktora Tezi), Department de Mathematique, Faculte des Sciences, Facultes Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgium.
- [131] **Benders, J.F.** (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems, *Numerische Mathematik*, **4**(1), 238–252.
- [132] **Infanger, G.** (1994). *Planning Under Uncertainty -Solving Large-Scale Stochastic Linear Programs*. Danvers, MA: Boyd & Fraser.
- [133] **Nielsen, S.S. ve Zenios, S.** (1997). Scalable Parallel Benders Decomposition for Stochastic Linear Programming, *Parallel Computing*, **23**, 1069–1088.
- [134] **Geoffrion, A.M.** (1972). Generalized Benders Decomposition, *Journal of Optimization Theory and Applications*, **10**(4), 237–260.
- [135] **Floudas, C.A., Aggarwal, A. ve Ciric, A.R.** (1989). Global Optimum Search for Nonconvex NLP and MINLP Problems, *Computers and Chemical Engineering*, **13**(10), 1117–1132.
- [136] **Martin, R.K.** (1999). *Large Scale Linear and Integer Optimization; A Unified Approach*. Boston: Kluwer.

- [137] **Kalvelagen, E.**, Benders Decomposition with GAMS. Alındığı tarih: 20.04.2012, adres: <http://www.amsterdamoptimization.com/pdf/benders.pdf>.
- [138] **Alem, D.J., Munari, R.A., Arenales, M.N. ve Ferreira, P.A.V.** (2010). On the cutting stock problem under stochastic demand, *Annals of Operations Research*, **179**, 169–186.
- [139] **Kalvelagen, E.**, Benders Decomposition for Stochastic Programming with GAMS. Alındığı tarih: 20.04.2012, adres: <http://www.amsterdamoptimization.com/pdf/stochbenders.pdf>.
- [140] **Kalvelagen, E.**, Two Stage Stochastic Linear Programming with GAMS. Alındığı tarih: 20.04.2012, adres: <http://www.amsterdamoptimization.com/pdf/twostage.pdf>.
- [141] **Kabak, O.** (2008). *Olabilirsel Doğrusal Programlama ile Tedarik Zinciri Ağ Yapısının Modellenmesi ve Bir Uygulama* (Doktora Tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi.
- [142] **Ross, T.** (1995). *Fuzzy logic with engineering applications*. USA: McGraw-Hill.
- [143] **Dubois, D. ve Prade, H.** (1998). *Possibility theory: an approach to computerized processing of uncertainty*. New York, USA: Plenum Press.
- [144] **Lai, Y. ve Hwang, C.** (1994). *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making, Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- [145] **Bertsimas, D. ve Tsitsiklis, J.** (1997). *Introduction to Linear Optimization*. Belmont, Massachusetts: Athena Scientific.
- [146] **Verdegay, J.** (1984). A dual approach to solve the fuzzy linear programming problem, *Fuzzy Sets and Systems*, **14**, 131–141.
- [147] **Werner, B.** (1987). Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints, *European Journal of Operations Research*, **31**, 342–349.
- [148] **Tang, J., Wang, D. ve Fung, R.** (2001). Formulation of general possibilistic linear programming problems for complex industrial systems, *Fuzzy Sets and Systems*, **119**, 41–48.
- [149] **Zimmermann, H.** (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, *Fuzzy sets and systems*, **1**, 45–55.
- [150] **Lai, Y. ve Hwang, C.** (1992). *Fuzzy mathematical programming: methods and applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- [151] **Lai, Y. ve Hwang, C.** (1992). A new approach to some possibilistic linear programming problem, *Fuzzy Sets and Systems*, **49**(2), 121–133.

- [152] **Maedea, T.** (2001). Fuzzy linear programming problems as bi-criteria optimization problems, *Applied Mathematics and Computation*, **120**, 109–121.
- [153] **Zhang, G., Wu, Y.H., Remias, M. ve Lu, J.** (2003). Formulation of fuzzy linear programming problems as four-objective constrained optimization problems, *Applied Mathematics and Computation*, **139**, 383–399.
- [154] **Leon, T. ve Vercher, E.** (2004). Solving a class of fuzzy linear programs by using semi-infinite programming techniques, *Fuzzy Sets and Systems*, **146**, 235–252.
- [155] **Maleki, H., Tata, M. ve Mashinchi, M.** (2000). Linear programming with fuzzy variables, *Fuzzy Sets and Systems*, **109**, 21–33.
- [156] **Tanaka, H., Guo, P. ve Zimmermann, H.J.** (2000). Possibility distribution of fuzzy decision variables obtained from possibilistic linear programming problems, *Fuzzy Sets and Systems*, **113**, 323–332.
- [157] **Buckley, J. ve Feuring, T.** (2000). Evolutionary algorithm solution to fuzzy problems: fuzzy linear programming, *Fuzzy Sets and Systems*, **109**, 35–53.
- [158] **Bellman, R.E. ve Zadeh, L.A.** (1970). Decision-Making in a Fuzzy Environment, *Management Science*, **17**(4), 141–164.
- [159] **Campose, L. ve Verdegay, J.** (1989). Linear programming problems and ranking of fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, **32**(1), 1–11.
- [160] **Sakawa, M. ve Yano, H.** (1991). Feasibility and Pareto optimality for multi-objective programming problems with fuzzy parameters, *Fuzzy Sets and Systems*, **43**(1), 1–15.
- [161] **Luhandjura, M.** (1987). Linear programming with a possibilistic objective functions, *European Journal of Operational Research*, **13**, 137–145.
- [162] **Tanaka, H., Ichihashi, H. ve Asai, K.** (1991). A formulation of fuzzy linear programming problems based on comparison of fuzzy numbers, *Control and Cybernetics*, **3**(3), 185–194.
- [163] **Weber, C. ve Current, J.** (1993). A multiobjective approach to vendor selection, *European Journal of Operational Research*, **68**, 173–184.
- [164] **Amid, A., Ghodsypour, S. ve O'Brien, C.** (2011). A weighted max-min model for fuzzy multi-objective supplier selection in a supply chain, *International Journal of Production Economics*, **131**(1), 139–145.
- [165] **Hwang, C. ve Yoon, K.** (1981). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Heidelberg: Springer-Verlag.
- [166] **Zimmermann, H.** (1994). *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Boston: Kluwer Academic Publisher.

- [167] **Tiwari, R., Dharmahr, S. ve Rao, J.** (1987). Fuzzy goal programming- an additive model, *Fuzzy sets and systems*, **24**, 27–34.
- [168] **Ghodsypour, S. ve O’Brien, C.** (1998). A decision support system for supplier selection using and integrated analytical hierarchy process and linear programming, *International Journal of Production Economics*, **56**, 199–212.
- [169] **Lin, C.** (2004). A weighted max-min model for fuzzy goal programming, *Fuzzy Sets and Systems*, **142**(3), 407–420.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Hasan Hüseyin Turan

Doğum Yeri ve Tarihi: İstanbul, 23/10/1980

Adres: Yalova Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Yalova Merkez, 77100

E-Posta: hasan.turan@yalova.edu.tr

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi

Y. Lisans: North Carolina State University

Mesleki Deneyim ve Ödüller: Yüksek Öğretim Kurumu Yurtdışı Doktora Bursu
Macaristan Milli Eğitim Bakanlığı Araştırma
Bursu

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

- **Turan H.H.**, Kasap N., Serarslan M.N., 2012: Single Period Profit Maximization Problem for Intermediaries in Telecommunication Networks under Stochastic Bandwidth Demand. *Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, Basılmak üzere kabul edildi.
- **Turan H.H.**, Serarslan M.N., Kasap N., 2012: A fuzzy stochastic model for telecommunication bandwidth brokers under probabilistic QoS measures. *Applied Mathematical Modelling*, Değerlendirme aşamasında.
- **Turan H.H.**, Serarslan M.N., Kasap N., 2011: Profit Maximization for Intermediaries in Telecommunication Networks Considering Quality of Service (QoS) and Capacity Constraints under Stochastic Demand. *International Conference on Operations Research (OR 2011)*, Ağustos 30- Eylül 2, Zürih, İsviçre.

