



**MATEMATİK ÖĞRENME GÜÇLÜĞÜNE SAHİP ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN KESİR KAVRAMINA YÖNELİK
OLUŞTURULAN VARSAYIMSAL ÖĞRENME YOL HARİTALARI
ARACILIĞIYLA ÖĞRETMEN ADAYLARININ
FARKINDALIKLARININ BELİRLENMESİ**

Cansu Bakırcı Saymaz

**DOKTORA TEZİ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ŞUBAT, 2023

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren 24 (yirmi dört) Ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : Cansu
Soyadı : Bakırcı Saymaz
Bölümü : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
İmza :
Teslim tarihi :

TEZİN

Türkçe adı : Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Ortaokul Öğrencilerinin Kesir Kavramına Yönelik Oluşturulan Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları Aracılığıyla Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarının Belirlenmesi

İngilizce adı : Determining the Noticing of Pre-service Teachers Through the Hypothetical Learning Trajectory of Secondary School Students with Mathematics Learning Disabilities in Fraction Concept

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölümler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

Yazar Adı Soyadı: Cansu Bakırcı Saymaz

İmza:

JÜRİ ONAY SAYFASI

Cansu Bakırcı Saymaz tarafından hazırlanan “Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Ortaokul Öğrencilerinin Kesir Kavramına Yönelik Oluşturulan Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları Aracılığıyla Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarının Belirlenmesi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Gazi Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Ziya ARGÜN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Başkan: Prof. Dr. Şenol DOST

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Üye: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Üye: Prof. Dr. Yüksel DEDE

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Üye: Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Hacettepe Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 18/01/2023

Bu tezin Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı’nda Doktora tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Şaban ÇETİN

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Doktora eğitimimin her aşamasında rehberlik yapan, sabırla destek olan, her koşulda vaktini ayıran ve araştırmaya getirdiği eleştiri, öneri ve katkılarla hem tez çalışmama hem de akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan değerli danışmanım ve hocam Prof. Dr. Ziya ARGÜN'e tüm kalbimle teşekkür ederim.

Tez izleme sürecimi takip eden, yapıcı eleştirileri ile bu araştırmayı şekillendiren değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Yüksel DEDE ve Sayın Doç. Dr. İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR'e, önemli değerlendirme ve önerileri ile katkıda bulunan jüri üyelerim Sayın Prof. Dr. Şenol DOST ve Sayın Prof. Dr. Ahmet ARIKAN'a teşekkür ederim. Doktora eğitimim boyunca beni her zaman destekleyen, bana yol gösteren sayın hocam Prof. Dr. Devrim ÇAKMAK'a en içten saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Altı yılı aşkın süren doktora öğrenim sürecinde bizim dışımızda gelişen sebepler yüzünden hem doktora öğrenim sürecinde hem de doktora tez sürecinde yaşadığımız tüm zorluklara beraber göğüs gerdiğimiz, birbirimize dayanak olup, birbirimizi motive ettiğimiz canım arkadaşım Birnaz KANBUR TEKEREK'e teşekkür ederim. Ayrıca her zaman yanımda ve manevi desteğim olan canım arkadaşım Tuğba Gülşen HÜR'e teşekkür ederim.

Tez çalışmamı gerçekleştirdiğim özel eğitim merkezi müdürü Dr. Ümit ONAT'a, lisansüstü eğitimim boyunca sağladığı maddi destekten dolayı TÜBİTAK'a çok teşekkür ederim.

Doktora süresince yaşadığım zorluklara karşın hiçbir zaman sitem etmeyerek desteğini benden esirgemeyen, anlayış gösteren, sevgisini her zaman yanımda hissettiğim sevgili eşim Erdi SAYMAZ'a ve koşulsuz sevgisiyle stresimi azaltan dört ayaklı canım kızım Mars'a tüm varlığımla teşekkür ederim.

Tüm yaşamım boyunca her konuda yanımda olan, varlıklarıyla bana güç veren değerli annem, babam, ablama sonsuz sevgilerimi ve teşekkürlerimi sunuyorum. Çocukluğumdan beri engin bilgi ve deneyimiyle hayata bakış açımı geliştiren, aldığım tüm kararlara maddi, manevi destek olan, ilkeli bir bilim insanı olma yolunda en büyük gücü aldığım canım babacığma bu tez çalışmamı ithaf ederim.

**MATEMATİK ÖĞRENME GÜÇLÜĞÜNE SAHİP ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN KESİR KAVRAMINA YÖNELİK
OLUŞTURULAN VARSAYIMSAL ÖĞRENME YOL HARİTALARI
ARACILIĞIYLA ÖĞRETMEN ADAYLARININ
FARKINDALIKLARININ BELİRLENMESİ**

(Doktora Tezi)

**Cansu Bakırcı Saymaz
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Şubat, 2023**

ÖZ

Bu çalışmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına yönelik varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulması ve bu varsayımsal öğrenme yol haritası aracılığıyla öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaca ulaşmak için araştırma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın öğretim deneyi deseninde tasarlanan birinci aşamasında, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak 5 ve 7. sınıf seviyeleri arasında öğrenim gören öğrenme güçlüğüne sahip dört öğrenci katılımcı olarak belirlenmiştir. Araştırmada tasarlanan öğretim dizisi etkinlikleri ve destek eğitim araçlarının uygulandığı öğretim oturumlarından oluşan öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler ile gerçekleştirilen her bir öğretim oturumunun mikro analizi, her bir öğrenme hedefine yönelik yapılan öğretim oturumlarından sonra yapılan makro analizler, öğretim süreci sonrası verilerinin tamamının geriye dönük analizi ile varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretim dizisi etkinlikleri ve destek eğitim araçları revize edilerek nihai halini almıştır. Araştırmanın durum çalışması deseninde tasarlanan ikinci aşamasında ise, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak bir üniversitenin eğitim fakültesinde 4.sınıfta öğrenim görmekte olan üç matematik öğretmeni

adayı katılımcı olarak belirlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasının verilerini öğretmen adaylarının video-durumlar esnasında öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine fark ettiği durumları aktarmalarını sağlayacak tetikleyici soruları içeren yarı-yapılandırılmış görüşme formları, video-durumlar esnasında alınan ses ve video kayıtları ve video kayıtlarının transkriptleri oluşturmuştur. Elde edilen veriler, içerik analizi metoduyla analiz edilmiştir. Elde edilen kodlar doğrultusunda kategoriler belirlenmiştir. Alanyazından yararlanarak kategoriler uygun temalara yerleştirilmiştir. Araştırmanın birinci aşamasında elde edilen bulgulara göre, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sınıf düzeyi fark etmeksizin benzer düşüncelere, kavrayışlara, kavram yanılgılarına ve anlayışlara sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin, birim, birimi tekrar ölçeklendirme gibi ölçme kavramlarındaki eksikliklerinin olduğu, bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde eş parça olup olmadıklarına karar verirken parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olmasından ziyade parçaların fiziki görünüşüne göre karar verdikleri, pay ve paydanın anlamı ile ilgili anlayışlarının sınırlı olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin belirli adımlardan sonra belirli edinimlere sahip oldukları tespit edilmiştir. Öğrenciler kesir kavramını yapılandırırken ölçüm fikri ile başlayarak birim ve daha sonra eş parçalama kavramlarını yapılandırmalarının ardından kesir diline geçiş yaptıkları, daha sonra ise kesir dili ile ifade ettiği parçayı yineleyerek parçalar koleksiyonu elde ettikleri ve son olarak bu parçalar koleksiyonlarını temsil eden kesirlerin sembolik gösterimine geçiş yaptıkları belirlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasında elde edilen bulgulara göre, öğretmen adaylarının odaklarının öğrencinin matematiksel düşünmesi, kavrayışı ve anlaması üzerinde olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun nedeninin, araştırmaya dayalı tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritasının kılavuz olarak kullanılmasının katkısı olduğu düşünülmektedir. Aynı zamanda, öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesir kavramına yönelik düşüncelerini fark edip derinlemesine anlayış geliştirdikçe öğrencilerin bu kavramı öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar üreterek varsayımsal öğrenme yol haritasına katkıda bulundukları saptanmıştır. Öğretmen adaylarının farkındalıklarını fark etme biçimlerinin genel eğilimlerinin değerlendirme kategorisinde yığılma gösterdiği, fark ettikleri durumların ise çoğunlukla öğrencinin güçlük yaşadığı durumlar olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının farkındalıklarının ve fark ettiklerine verdikleri öğretime dair tepkilerin sahip oldukları alan bilgisinden ve öğrenme-öğretme bakış açılarından (felsefi yaklaşım, inançlar, değerler vb.) etkilendiğini gösteren bazı bulgulara da ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler, kesir kavramı, varsayımsal öğrenme yol haritaları, çoklu yöntem araştırma deseni, öğretmen adayı, farkındalık

Sayfa Adedi : 385 + xx

Danışman : Prof. Dr. Ziya Argün

**DETERMINING THE NOTICING OF PRE-SERVICE TEACHERS
THROUGH THE HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY OF
SECONDARY SCHOOL STUDENTS WITH MATHEMATICS
LEARNING DISABILITIES IN FRACTION CONCEPT
(Ph.D Thesis)**

Cansu Bakırcı Saymaz

GAZI UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

February, 2023

ABSTRACT

The current study aims to reveal the hypothetical learning trajectory of the students with mathematics learning disabilities for the fraction concept and examine to pre-service mathematics teachers' noticing of the mathematical thinking, mathematical conception and mathematical understanding of a student with learning disabilities through hypothetical learning trajectory. To achieve this aim, the research was carried out in two stages. The first stage of the research was designed a teaching experiment with students who had learning disabilities. The participants were four students of 5th and 7th grade levels. Participants were appointed by criterion sampling, one of the purposeful sampling strategies. The teaching sessions in which the instructional sequence activities and tools designed by the researcher were applied. Hypothetical learning trajectory, teaching sequence activities and support training tools were revised and taken a final form by conducting micro-analysis of each teaching session conducted with student, macro-analysis after the teaching sessions for each learning goal, retrospective analysis of all the data. The second phase of the research was designed as a case study with three pre-service 4th grade mathematics teachers who were students at Faculty of Education. The participants were determined by criterion sampling, one of the purposeful sampling methods. The data of the second phase of the research consisted of semi-structured interview forms containing trigger questions that will allow the pre-service teachers to reflect on situations they noticed on student thinking, conception and understanding during the video-situations and video-audio and video recordings taken during situations and transcripts of the video recordings. The data were analyzed by content

analysis method. Categories were determined in accordance with the obtained codes from data. Using the literature, the categories were placed in appropriate themes. According to the findings obtained in the first stage of the study, it has been concluded that the students had similar thoughts, insights, misconceptions and understandings regardless of grade level. It was determined that students with mathematics learning disabilities had deficiencies in measurement concepts such as unit, rescaling/reunitizing the unit and their understanding of the meaning of the numerator and denominator was limited. It was also determined that when deciding whether two parts were equal parts when these parts belonging to the same whole, they decided according to the physical appearance of the parts rather than the amount of the quantity of the parts. It was concluded that the students had certain acquisitions after certain steps. It was determined that students have a learning progression in which they start with the idea of measurement while structuring the fractions, and then they make sense of the unit and then the concepts of equi-partitioning, then they switch to the fraction language, and then they obtain a collection of units by iterating the unit they express with the fraction language and eventually they switch to the symbolic representation of the fractions representing these collections of units. According to the findings obtained in the second stage of the research, it was determined that the focus of the pre-service teachers was on the mathematical details in the students' answers, that is, on the student's thinking. The reason for this situation is thought to be that the research-based hypothetical learning trajectory functioned as a guide for pre-service teachers to focus on their attention on the mathematical details in student's answers and a structured framework that provides a specific language to explain student thinking. At the same time, they contributed to the hypothetical learning trajectory by generating assumptions about the learning progress of the students with learning disabilities for fractions as they became aware of the student's thinking about fractions and developed a deeper understanding. It has been found that the general tendencies of pre-service teacher's ways of noticing are stacked in the assessment category, while the situations they noticed are mostly situations in which the student has difficulties. However, it has been also reached some findings which show that the pre-service teachers' noticing and their instructional responses was affected from the subject knowledge they had and their perspectives on learning-teaching (philosophical approach, beliefs, values, etc).

Key Words : Students with mathematics learning disabilities, fractions, hypothetical learning trajectory, multi-method research design, pre-service teachers, noticing

Page Number :385 + xx

Supervisor :Prof. Dr. Ziya ARGÜN

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI VE TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU	i
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI.....	ii
JÜRİ ONAY SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
ÖZ.....	v
ABSTRACT	vii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar LİSTESİ	xv
ŞEKİLLER LİSTESİ	xvii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	xx
BÖLÜM I.....	1
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırma Problemi.....	7
1.3. Araştırmanın Amacı	8
1.4. Araştırmanın Önemi.....	9
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları ve Varsayımları.....	12
1.6. Tanımlar	13
BÖLÜM II	17
KAVRAMSAL ÇERÇEVE	17
2.1. Öğrenme Güçlüğü.....	17
2.1.1. Matematikte Öğrenme Güçlüğü	20

2.1.2. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilere Matematik Öğretimi.....	24
2.2. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası	27
2.3. Kesir Kavramı.....	31
2.3.1. Kesir Kavramının Matematiksel Yapısı	31
2.3.2. Kesir Kavramının Öğrenimi ve Öğretilmesi	38
2.3.3. Ülkemiz İlköğretim ve Ortaokul Matematik Öğretim Programlarında Kesir Kavramı	50
2.4. Matematik Öğretim Döngüsü	54
2.5. Farkındalık	60
BÖLÜM III	71
YÖNTEM.....	71
3.1. Araştırma Deseni	71
3.2. Çalışma Grubu	73
3.2.1. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Belirlenmesinde Yer Alan Katılımcılar.....	74
3.2.2. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünceleri, Kavrayışları ve Anlamalarına Yönelik Farkındalığının İncelenmesinde Yer Alan Katılımcılar	75
3.3. Veri Toplama Araçları	79
3.3.1. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Belirlenmesi için Kullanılan Veri Toplama Araçları	79
3.3.1.1. Ön Görüşme Soruları.....	80
3.3.1.2. Öğretim Dizisi Etkinlikleri	82
3.3.2. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünceleri, Kavrayışları ve Anlamalarına Yönelik Öğretmen Adaylarının Farkındalığının İncelenmesi için Kullanılan Veri Toplama Araçları.....	85
3.3.2.1. Ön Görüşme.....	85
3.3.2.2. Video-durumların Kullanıldığı Görüşmeler.....	86

3.3.2.3. Uygulama Sonrası Görüşme.....	87
3.4. Araştırma Süreci.....	87
3.4.1. Araştırmanın Birinci Aşamasına Yönelik Araştırma Süreci.....	92
3.4.1.1. Ön Görüşme Sorularının Hazırlanması.....	92
3.4.1.2. Ön Görüşme Sorularına Ait Uzman Görüşleri, Pilot Çalışma ve Uygulanması.....	93
3.4.1.3. Öngörülen Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Tasarlanması.....	94
3.4.1.4. Öğretim Dizisi Etkinliklerine Ait Pilot Çalışmalar.....	94
3.4.1.5. Öğretim Deneyi.....	95
3.4.1.6. Öğretim Deneyinde Araştırmacının Rolü.....	96
3.4.2. Araştırmanın İkinci Aşamasına Yönelik Araştırma Süreci.....	97
3.4.2.1. Pilot Çalışma.....	97
3.4.2.2. Ön Görüşmelerin Yapılması.....	98
3.4.2.3. Video-durumların Oluşturulması.....	99
3.4.2.4. Video-durumların Kullanıldığı Görüşmelerin Yapılması.....	99
3.4.2.5. Uygulama Sonrası Görüşmelerin Yapılması.....	100
3.4.2.6. Uygulama Sürecinde Araştırmacının Rolü.....	101
3.5. Veri Analizi.....	101
3.5.1. Araştırmanın Birinci Problemi Verilerinin Analizi.....	101
3.5.1.1. Mikro Analiz.....	101
3.5.1.1.1. Mikro Analiz Örneği.....	102
3.5.1.2. Makro Analiz.....	104
3.5.1.2.1. Makro Analiz Örneği.....	104
3.5.1.3. Geriye Dönük Analiz.....	106
3.5.2. Araştırmanın İkinci Problemi Verilerinin Analizi.....	109
3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	113
BÖLÜM IV.....	117

BULGULAR VE YORUM	117
4.1. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları	117
4.1.1. Öğrenme Hedefi 1: Ölçme ve Birim	119
4.1.1.1. Öğretim Oturumları Öncesi	120
4.1.1.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları	121
4.1.1.2.1. E-1, Ö-1, M-1, Z-1 Oturumları.....	121
4.1.1.2.2. E-2, Ö-2, M-2, Z-1, Z-2 Oturumları	124
4.1.2. Öğrenme Hedefi 2: Eşit Paylaşım	129
4.1.2.1. Öğretim Oturumları Öncesi	130
4.1.2.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları	131
4.1.2.2.1. E-1, Ö-1-2, M-3, Z-3 Oturumları	131
4.1.2.2.2. E-3, Ö-2-3, M-4, Z-4 Oturumları	135
4.1.2.2.3. E-3, Ö-2, M-4, Z-4 Oturumları.....	137
4.1.3. Öğrenme Hedefi 3: Kesir Dili.....	142
4.1.3.1. Öğretim Oturumları Öncesi	143
4.1.3.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları	144
4.1.3.2.1. E-3, Ö-3, M-4, Z-4 Oturumları.....	144
4.1.3.2.2. E-4, Ö-4, M-5, Z-5 Oturumları.....	149
4.1.3.2.3. E-8, Ö-7, M-8, Z-8 Oturumları.....	151
4.1.4. Öğrenme Hedefi 4: Bir Bütünün Eş Parçalarını Sayma	154
4.1.4.1. Öğretim Oturumları Öncesi	155
4.1.4.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları	156
4.1.4.2.1. E-5, Ö-5, M-6, Z-6 Oturumları.....	156
4.1.4.2.2. E-6, Ö-5, M-6, Z-6 Oturumları.....	158
4.1.5. Öğrenme Hedefi 5: Kesir Notasyonu.....	164
4.1.5.1. Öğretim Oturumları Öncesi	165

4.1.5.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları	166
4.1.5.2.1. E-5, Ö-6, M-6, Z-6 Oturumları.....	166
4.1.5.2.2. E-6, 7, Ö-7, M-7, Z-7 Oturumları.....	170
4.1.5.2.3. E-8, Ö-8, M-7, Z-7 Oturumları.....	173
4.1.5.2.4. E-10, Ö-9, M-9, Z-9 Oturumları.....	177
4.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşüncelerine, Kavrayışlarına ve Matematiksel Anlamalarına Yönelik Farkındalıkları.....	185
4.2.1. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri	185
4.2.1.1. Akıl Yürütme.....	187
4.2.1.2. İlişkilendirme.....	198
4.2.1.3. Temsil Kullanma	211
4.2.1.4. Soyutlama	221
4.2.2. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Kavrayışlarına Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri	223
4.2.3. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Anlamalarına Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri	235
4.2.4. Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarına Toplu Bir Bakış.....	245
4.2.5. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları ve Öğretmen Adaylarının Farkındalığı	254
BÖLÜM V	265
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	265
5.1. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritalarının Belirlenmesine Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	265
5.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşüncelerine, Kavrayışlarına	

ve Matematiksel Anlamalarına Dair Farkındalıklarına Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler	282
KAYNAKLAR.....	299
EKLER	339
EK 1. Ön Görüşme Soruları	340
EK 2. Öğretim Dizisi Etkinlikleri	343
EK 3. Görüşme Formları	374
EK 4. Analiz Çerçevesi Açıklamalı Tabloları.....	376
EK 5. Etik Kurul İzni	381
EK 6. MEB Uygulama İzni	383
EK 7. Matematik Güçlüğü Müdahale Programı Sertifikası.....	384

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1. Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlar ve Öncül Kavramların Kazanımına Yönelik Hedefler.....	82
Tablo 2. Uygulama Öncesi Ön Görüşme Formunda Yer Alan Soru Örnekleri.....	86
Tablo 3. Araştırma Süreci Takvimi	90
Tablo 4. Video-durumları Oluştururken Kullanılan Öğretim Oturumlarında Uygulanan Öğretim Dizisine Ait Etkinlikler.....	100
Tablo 5. Bir Öğrencinin Bir Öğretim Oturumuna Ait Tema, Alt Tema, Kategori, Kod ve Alıntılar Örneği.....	107
Tablo 6. Birinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci.	119
Tablo 7. İkinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci	129
Tablo 8. Üçüncü Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci	142
Tablo 9. Dördüncü Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci	154
Tablo 10. Beşinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci.....	164
Tablo 11. MÖG'ye Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları.....	180
Tablo 12. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına Yönelik Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu	186
Tablo 13. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına Yönelik Matematiksel Kavrayışlarına Yönelik Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu	223
Tablo 14. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına Yönelik Matematiksel Anlamalarına İlişkin Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu	236

Tablo 15. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettiklerine Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu.....	245
Tablo 16. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettikleri Durumları Fark Etme Biçimlerine Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu.....	246
Tablo 17. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettiklerine Yönelik Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu	248
Tablo 18. Ahu'nun Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekansları	250
Tablo 19. Hale'nin Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekansları	251
Tablo 20. Tuğçe'nin Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekansları	252
Tablo 21. Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarını İfade Ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Atıfta Bulunduğu Durumlara İlişkin Frekans Tablosu.....	254
Tablo 22. Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarını İfade Ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Ait Unsurlara Atıfta Bulunduğu Durumlara İlişkin Örnek Söylemleri	255
Tablo 23. Öğretmen Adaylarının Fark Ettikleri Durumlar İçin Öğrencilerin Kesirlerin Yapılandırılmasında Yer alan Öncül Kavramları Öğrenme İlerleyişine İlişkin Ürettikleri Varsayımlara Örnek Söylemleri	260

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Simon'ın (1995, 2014, sf.136) tanımladığı Matematik Öğretim Döngüsü.....	55
Şekil 2. Kavramsal çerçeve.....	60
Şekil 3. Öğretim deneyi süreci.....	72
Şekil 4. Öğretim dizisi etkinlikleri süresince kullanılan somut modellerden bir kaçı	83
Şekil 5. Ölçüm ve Birim öncül kavramına yönelik hazırlanan etkinlik örneği	84
Şekil 6. Araştırma süreci.....	91
Şekil 7. Öğrencilerin birim olarak görev yapan nesneyi ölçüm yapılan nesne üzerinde yineleyip nesnenin birim cinsinden uzunluğunu ölçme eylemleri.....	102
Şekil 8. Öğrencilerin birimi yinelediklerinde birimin ölçülen nesneyi aşan kısmını tamamlamak için uzunluğu ölçülen nesneye ekleme yapma eylemleri	103
Şekil 9. Bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumları.....	103
Şekil 10. Genel analiz çerçevesi	110
Şekil 11. Öğretmen adaylarının fark ettikleri	110
Şekil 12. Öğretmen adaylarının fark ettiklerini fark etme biçimleri.....	111
Şekil 13. Öğretmen adaylarının öğretime ait tepkileri	112
Şekil 14. (Z)'nin tahta parçasını ölçme eylemi	122
Şekil 15. Öğrencilerin birimleri yineleme eylemi.....	122
Şekil 16. (Z)'nin tahta parçasını pipet ile ölçme eylemi	123
Şekil 17. (Ö)'nün ve (Z)'nin bütünü temsil etmesi için verilen somut bir nesneyi iki eş parçaya bölme eylemi	124
Şekil 18. (Ö)'nün birimi yineleme eylemi	125
Şekil 19. (Ö)'nün şeridin uzunluğunu farklı birimlerle ifade etme eylemi.....	125
Şekil 20. (Ö)'nün ve (M)'nin uzunluğu ölçülen nesneye birim yineleme eylemi	126
Şekil 21. Zehra'nın A birimi B birim cinsinden büyüklüğünü bulma eylemi	126
Şekil 22. Farklı sayıda eş parçalara ayrılmış 1 birimler.....	127

Şekil 23. Emre'nin ölçme eylemi aşamaları	128
Şekil 24. Öğrencilerin keki temsil eden kare modelleri üç kişiye eş olarak paylaşırma eylemleri	131
Şekil 25. Alan niteliğine sahip farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonları	131
Şekil 26. Sırayla (E)'nin, (M)'nin ve (Z)'nin farklı irilikte iki elmayı iki kişiye eş pay düşecek şekilde paylaşırma eylemleri.....	132
Şekil 27. (Ö)'nün farklı irilikte iki elmayı iki kişiye eş pay düşecek şekilde paylaşırma süreci	133
Şekil 28. Sırayla (E)'nin, (Ö)'nün ve (M)'nin bütünü temsil eden iki daireyi dört ve üç eş parçaya ayırma eylemleri	133
Şekil 29. (Ö)'nün verilen nesneleri verilen kişilere eşit pay düşecek şekilde paylaşırma eylemi.....	136
Şekil 30. (Z)'nin aynı bütünün görünüşleri farklı fakat alan niteliğinin eşit miktarlarına sahip iki parçasını aynı şekle dönüştürme eylemi	139
Şekil 31. Üst yüzeyi farklı alan niteliğine sahip şekillerden oluşan parçalara ayrılmış pastaları temsil eden görseller.....	139
Şekil 32. Öğrencilerin dikdörtgen modelini dikey ve yatay olacak şekilde dörtte birlerine ayırma eylemi.....	140
Şekil 33. Öğrencilerin dörtte bir (üstteki) ve sekizde bir (alttaki) kesirlerini model ile temsil etme eylemleri.....	144
Şekil 34. Öğrencilerin elmayı temsil eden bir modeli istenilen şekilde üç kişiye paylaşırma eylemi.....	147
Şekil 35. (M)'nin dörtte birlik daire dilimini iki eş parçaya ayırma eylemi	150
Şekil 36. (Ö)'nün pizzayı temsil eden iki daire modelini istenilen şekilde parçalara ayırma eylemi.....	151
Şekil 37. (Ö)'nün bütünü temsil eden bir çokluğun dörtte birini gösterme eylemi	152
Şekil 38. (M)'nin bütünü temsil eden bir çokluğun dörtte birini gösterme eylemi	152
Şekil 39. Sırasıyla (Ö)'nün ve (E)'nin bütünü temsil eden birçokluğun dörtte birini gösterme eylemleri	153
Şekil 40. Öğrencilerin uzunluk niteliğine sahip bir modelin üçte ikilik parçasını gösterme eylemi.....	155
Şekil 41. Öğrencinin kısa şerit ile uzun şeridi karşılaştırma eylemi.....	156
Şekil 42. Öğrencinin sekizde beş kesrini model ile temsil etme eylemi.....	156

Şekil 43. Öğrencilerin kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırma eylemleri.....	157
Şekil 44. (M)'nin kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırıp yineleme eylemini kullanarak kurdeleye ait parçalar koleksiyonunu bütünü ile karşılaştırma eylemi	158
Şekil 45. (Ö)'nün tartları dört eş parçaya ayırıp her bir bireyin yediği tart parçalarını işaretleme eylemleri.....	159
Şekil 46. (E)'nin ve (M)'nin model ile temsil edilen kesirlerin sembolik gösterimini yazma eylemleri	165
Şekil 47. (Ö)'nün dairesel kesir takımı ve tahta kesir şeritleri ile $\frac{3}{8}, \frac{2}{6}, \frac{3}{5}$ kesirlerini temsil etme eylemleri	168
Şekil 48.(M)'nin sembolik olarak verilen kesirleri model oluşturarak temsil etme eylemi	168
Şekil 49.(E)'nin , $\frac{3}{2}$ kesrini model oluşturarak temsil etme eylemi.....	169
Şekil 50. Farklı miktardaki daire dilimlerinden oluşan bir bütüne ait model	171
Şekil 51. (E)'nin , $\frac{6}{4}$ kesrini model oluşturarak temsil etme eylemi.....	172
Şekil 52. (M) 'nin $\frac{4}{7}$ kesrinin temsil ettiği sayıyı sayı doğrusunda gösterme eylemi.....	175
Şekil 53. Öğrencilerin miktarları ile ilgili fikir öne sürmesi istenen model örnekleri.....	176
Şekil 54. Benzin deposu göstergesi modeli	177

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

BEP	Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı
IDEA	Disabilities Education Act (Engelliler Eğitim Yasası)
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
MÖG	Matematik Öğrenme Güçlüğü
NAEP	National Assessment of Educational Progress (Ulusal Eğitsel Gelişim Değerlendirmesi)
NCLB	No Child Left Behind Act (Hiç Bir Çocuk Geride Kalmasın Yasası)
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Birliği)
RAM	Rehberlik Araştırma Merkezi

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, amacı, önemi, problem ve alt problemleri, varsayım, sınırlılık ve tanımlar bölümlerine yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Son yirmi yılda, tüm öğrenciler için matematik eğitime verilen önem Hiç Bir Çocuk Geride Kalmasın Yasası (*No Child Left Behind Act*) (NCLB), Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyinin (*National Council of Teachers of Mathematics*) (NCTM) reform çabaları ve Engelli Bireyler Eğitim Yasası (*Individuals with Disabilities Education Act*) (IDEA) ile yüksek farkındalık kazanmıştır (IDEA, 2004; NCLB, 2002). NCLB (2002), öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler de dahil olmak üzere, matematiği tüm öğrencilerin yeterliliğe ulaşması gereken bir alan olarak ele almıştır. NCTM (2000) ise, kişisel özellikleri, geçmiş deneyimleri veya fiziksel zorlukları ne olursa olsun tüm öğrencilerin matematiği öğrenmek için fırsat bulması gerektiğini vurgulamıştır. Ülkemizde de gerek Türk Milli Eğitim Sistemi'nin genel amaçlarında, gerekse bu sistemin temel aldığı ilkeler olan “Genellik ve Eşitlik” prensibinde tüm öğrencilerin arzu edilen seviyede öğrenmeye ve bunu mümkün kılacak bir öğretime dahil olmaları gerektiği vurgulanmıştır (Millî Eğitim Temel Kanunu [MEB], 1973, md. 23/1-2). Sürdürülen genel eğitimden tüm bireylerin eğitime dahil olan değişkenler sebebiyle aynı yollarla ve aynı verimlilikte yararlanabilmesi mümkün olmadığından, bazı bireyler için farklı yöntemler ve uygulamalar seçilmelidir. Bunlardan bazıları da öğrenme güçlüğüne sahip olan bireylerdir. Öğrenme güçlüğü'nün tanımı sürekli gelişen ve değişen bir döngü içindedir. Öğrenme güçlüğü, genellikle yazılı ve sözlü dili

anlama ve kullanmada temel olan bir veya daha fazla bilişsel sürecin etkilenmesiyle ortaya çıkan dinleme, düşünme, konuşma, okuma, yazma ve matematiksel hesaplamalar yapmadaki güçlükler olarak tanımlanmaktadır (Fuchs, Fuchs, Mates & Lipsey, 2000; MEB, 2006, md. 4/bb). Matematik öğrenme güçlüğü (MÖG) ise, genel olarak, bilişsel fonksiyonlarda genel bir güçlük olmaksızın, beynin matematiksel bilişin dâhil olduğu belirli bölümlerinde oluşan bozukluk nedeniyle matematikte yaşanan güçlük olarak tanımlanmaktadır (Kosc, 1974). Matematik öğrenme güçlüğü'nün nedenleri ile ilgili çeşitli hipotezlerin ileri sürülmesi (Butterworth, 2003; Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pleters, 2012; Heine vd., 2010) ve sabit tanılama kriterlerinin ve tanılama yolunun olmaması, matematik öğrenme güçlüğü tanısının konulmasını güçleştirmektedir. Dolayısıyla öğrenmelerine, kavrayışlarına, bilgi ve becerilerine dair net bilgiler ortaya konulamayan bu öğrencilere amaçlanan seviyede öğrenmeyi mümkün kılacak bir öğretim deneyimi sağlamak daha da karmaşık bir süreç haline gelmektedir (Güven Akdeniz, 2018).

Literatür incelendiğinde, genellikle, matematik öğrenme güçlüğü'nün tanımlanması ve sınıflandırılmasına (Mazzocco, 2007; Stuebing, Fletcher, Branum-Martin & Francis, 2012), bu güçlüğü sahip öğrencilerin karakteristik özelliklerinin belirlenmesine (Jordan & Hanich, 2003) ilişkin çalışmaların yoğunlukta olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, bu öğrencilere yönelik erken müdahale sistemlerinin veya programlarının gücüne ve sınırlılığına (Fuchs, Fuchs & Compton, 2012), akranlarıyla ya da düşük başarı gösteren öğrencilerle karşılaştırılmasına (Fuchs vd., 2000) ve bu öğrenciler için öğretim yöntemlerine ve örnek uygulamalara (Marita & Hord, 2016) yönelik çalışmalara da rastlanmaktadır. Ülkemizde ise matematik öğrenme güçlüğü ile ilgili çalışmalar genellikle bu güçlüğü sahip öğrencilerin belirlenmesine yönelik model geliştirilmeye, bilgisayar destekli öğretim materyallerinin, STEM yaklaşımının veya farklı öğretim yöntemlerinin öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin farklı becerileri üzerindeki etkilerine (Biçer, 2019; Değirmenci Kurt, 2022; Mutlu, 2016a) öğrenme güçlüğü olan ve olmayan öğrencilerin farklı değişkenler açısından karşılaştırılmasına (Özkubat, 2019) ve öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının gözlem ve deneyimlerinin incelenmesine yöneliktir (Kaçar, 2018). Gerek yurt dışı ve gerekse yurt içi çalışmalar incelendiğinde matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin düşünmelerini, anlayışlarını, kavrayışlarını ve öğrenme yollarını derinlemesine inceleyen, analiz eden çalışmaların yeterli olmadığını ifade eden bir çok araştırmacı bulunmaktadır (örn., Andersson, 2010; Güven Akdeniz, 2018; Hay, 2015; Lewis, 2014; Munro, 2003). Yapılan çalışmalar okul çağındaki çocukların yaklaşık %5 ila %8'inin matematiksel öğrenme

güçlüğüne sahip olduğunu göstermektedir (Geary, 2004; Murphy, Mazzocco, Hanich & Early, 2007). Tanı koyma kriterleri ve yolları üzerinde bir birliktelik oluşturulamayan ve dolayısıyla öğrenmelerine, kavrayışlarına, bilgi ve becerilerine dair net bilgiler ortaya konulamayan bu öğrencilere, öğrenmeyi mümkün kılacak seviyede bir öğretim deneyimi sunmanın, öğrencilerin öğrenme ilerleyişlerine, muhtemel öğrenme yollarına ve bu yolda ortaya çıkabilecek sorunlara yönelik bilgilerin ortaya konulmasını sağlayacağı düşünülmektedir.

Nelson vd. (2022) tarafından gerçekleştirilen matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik 2000-2020 yılları arasında yapılan 245 araştırmanın ele alındığı meta-sentez çalışmasının sonuçlarına göre, çoğunlukla öğrencilerin dört işlem becerilerini inceleyen çalışmaların yoğunlukta olduğu, cebir, kesirler gibi matematiğin diğer alanları ile ilgili çalışmaların nicelik ve nitelik bakımından ihtiyaca cevap vermekten uzak olduğu görülmüştür. Halbuki Milli Eğitim Bakanlığı tarafından öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik hazırlanan Destek Eğitim Programı'nın matematik modülünde en temel matematik becerilerine ilişkin kazanımların arasında kesirler alt öğrenme alanına ait kazanımlar da yer almaktadır (MEB, 2021a). Öğrenme güçlüğüne sahip bireyler için kesirlere yönelik son 5 yılda yapılan müdahale çalışmaları incelendiğinde ise bu bireylere kesir öğretimine yönelik somut-yarı soyut-soyut öğretim stratejisini (Bouck, Satsangi & Park, 2018), teknoloji tabanlı öğretim stratejilerini (Hughes, 2019), bilişsel stratejileri (Barbieri, Rodrigues, Dyson & Jordan, 2020) ve öz-düzenlemeli öğrenme uygulamalarını (Wang vd., 2019) içeren müdahale çalışmalarına yer verilmiştir Kesirlere yönelik etkili öğretim yöntemleri belirlemede ilk adım öğrencilerin düşünme biçimlerine odaklanmaktır (Widodo & Ikhwanudin, 2019). Bununla birlikte, hem öğrenme güçlüğü'nün karmaşıklığı hem de bu güçlüğü'nün bireyin öğrenme kapasiteleri üzerindeki bilişsel etkilerin belirsizliği, öğrencilerin kesirlere yönelik sahip oldukları anlayışları ortaya çıkarmaya yönelik bir ihtiyacı vurgulamaktadır (Hunt, Silva & Lambert, 2019). Mevcut literatür incelendiğinde, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlerde temsil kullanımına, kesirlerde karşılaştırma ve dört işlem yapmaya ilişkin düşüncelerini ve kavrayışlarını inceleyen çalışmalara rastlanılmaktadır (Ikhwanudin & Suryadi, 2018; Ikhwanudin & Wahyudin, 2019; Lewis, Thompson & Tov, 2021; Widodo & Ikhwanudin, 2019). Bu söz konusu çalışmalar, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin mevcut düşüncelerini, kavrayışlarını, anlayışlarını ortaya çıkarmada ve öğrencilerin bir öğretim sürecinde öğrenmeye ait ilerleyişlerini ve ilerleyiş esnasında çıkabilecek sorunları ortaya koymada

yetersiz kalmaktadır. Kesirlerde öncelikle, kesrin ölçme anlamı, eşit paylaşım, kesir dili, kesir notasyonu, kesrin temsil ettiği büyüklük gibi temel kavramların ele alınmasının, öğrencilerin, sıralama, karşılaştırma ve işlem yapma gibi daha karmaşık kesir kavramlarına ilişkin geliştirdikleri veya geliştirebilecekleri düşünce ve kavrayışlarını anlamamıza veya öngörmemize, öğrencilerin olası öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımlarda bulunmamıza yardımcı olabileceği düşünülmektedir. Bu noktada, öğrenci öğrenmelerindeki gelişimsel ilerlemeyi sağlamak adına belirlenen öğrenme hedeflerini, öğrencilerin öğretim dizisi etkinlikleri bağlamında düşünmelerindeki ve kavrayışlarındaki değişimi ortaya koyan varsayımsal öğrenme yol haritalarının, bu amaç için etkili bir araç olduğu düşünülmektedir (Simon, 1995; Simon, Tzur, Heinz & Kinzel, 2004; Wilson, Mojica & Confrey, 2013). Dolayısıyla bu çalışmada, öğrenme güçlüğüne sahip ortaokul öğrencilerinin kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritalarının ortaya konulması amaçlanmaktadır. Öğrenciler, kendine özgü yollarla öğrenmelerine karşın öğrencilerin öğrenme yollarında öğretilere temel oluşturabilecek ortak yönler vardır (Simon, 2014). Dolayısıyla öğrenci öğrenmeleri hakkında yararlı tahminler yapılabilir. Bununla birlikte, her öğrencinin öğrenme süreçleri üzerine konulan bireysel varsayımsal öğrenme yol haritaları, öğretmenler için yönetilemez derecede büyük bir yol haritası seti yaratacaktır (Doerr, 2006). Dolayısıyla, bu çalışmada öğrenme güçlüğüne sahip ortaokul öğrencilerinin kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait ortak varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulması amaçlanmaktadır. Aynı zamanda, bazı varsayımsal öğrenme yol haritalarının “son derece teknik ve karmaşık olduğu, uygulayıcıların onları kesirlerin öğrenilmesinde ılık tutmada yararlı bulmalarının neredeyse imkânsız olduğu (Baroody, Cibulskis, Lai & Li, 2004)” ile ilgili eleştirileri ortadan kaldırmak adına, asıl uygulayıcı olan öğreticilerin (öğretmen, öğretmen adayları vb.) kolaylıkla uygulayabilmeleri ve kendi öğrencileri için uyarlayabilmeleri için yalın ve anlaşılır bir varsayımsal öğrenme yol haritasının oluşturulması ve öğretim dizisi etkinliklerinin destek eğitim araçlarıyla birlikte sunulması amaçlanmaktadır.

Diğer taraftan, ülkemizdeki ilkokul, ortaokul ve ortaöğretim kurumlarında öğrenim gören matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler kaynaştırma/bütünleştirme uygulamaları kapsamında genel eğitim okullarında eğitimlerine devam etmekle birlikte, okullar bünyesinde kurulan Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı (BEP) Geliştirme Biriminin kararı ile haftalık toplam ders saatinin %40'ına kadar destek eğitim odalarında eğitim alabilmektedirler (MEB, 2021b). Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre BEP, özel

eğitim ihtiyacı olan bireylerin takip ettikleri program ya da önerilen destek eğitim programı esas alınarak gelişim özellikleri, eğitim ihtiyaçları ve performansları doğrultusunda hedeflenen amaçlara ulaşmaya yönelik olarak bireyselleştirilmiş eğitim programı geliştirme birimi tarafından hazırlanan özel eğitim programıdır (MEB, 2006, md. 3/c). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere, Bireysel Eğitim Programları (BEP) çerçevesinde matematik dersleri verilmektedir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik hazırlanan BEP'ler ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, amaç yazımında (Toprak, 2018), ilgili kaynaklara ve materyale ulaşmada (Şahin & Gürler, 2018), seçilen hedef davranışlarda ulaşılan noktayı belirlemede (Özan & Sarıca, 2021) sorunlar olduğu saptanmıştır. Bu şekilde hazırlanan ve uygulanan BEP'lerin matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik eğitimine dair gereksinimleri karşılamada ve bireyin gelişiminde yetersiz kalacağı açıktır. Bu ise öğretmenlerin matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel gelişimini nasıl destekleyebileceği sorusunu beraberinde getirmektedir. Bu halde, öğrencilerin gereksinimlerini karşılayabilecek öğretimin planlanmasında ve uygulanmasında öğretmenlere yardımcı olmak için atılacak öncelikli adımlardan biri, bu öğrencilere yönelik öğretmenlerin kullanabilecekleri veya uyarlayabilecekleri öğretim dizisi etkinliklerinin ve bu etkinlikler bağlamında öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulmasıdır.

Öte yandan; öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin söz konusu kavram ile ilgili varsayımsal öğrenme yol haritalarının hazırlanması kadar öğretmenlerin hazırlanan öğretim dizisi etkinliklerini uygulaması/uyarlaması ve varsayımsal öğrenme yol haritasına ait varsayımları kendi öğrencilerinde test edebilmesi de elzemdir. Bunun için, öğreticilerin söz konusu kavram ile ilgili alan ve pedagojik alan bilgisine sahip olmalarının yanı sıra matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin odak kavram ile ilgili matematiksel düşüncelerinin, kavrayışlarının ve anlamalarının farkında olmaları gerekmektedir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarına yönelik farkındalık

- öğrencilerin cevaplarındaki önemli matematiksel unsurları belirlemek,
- tanımlanan unsurlar ile öğrencilerin matematiksel düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını yorumlamak,
- öğrenci matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dayalı, eksiklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair kararlar almak olarak tanımlanmaktadır (Jacobs, Lamb & Philipp, 2010).

Genel olarak, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler öğretim sürecinde, sınıfta pasif olmakta ve düşüncelerini açık etmemektedirler (Allsopp, Kyger & Lovin, 2007). Dolayısıyla, bu öğrencilerin düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarını ortaya çıkarmak için öğreticiler ya öğrencilerin bir öğretim sürecinde açıkça ifade edebildikleri durumlarıyla birebir karşı karşıya getirilmeli ya da bu durumlar onlara video-durumlar bağlamında sunulmalıdır.

Literatür incelendiğinde, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik fark edilenler (neleri fark ediyor?) ve fark etme biçimine (nasıl fark ediyor?) dair veya mesleki gelişim programı, ders imecesi, video temelli topluluk çalışmaları kapsamında fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik çalışmaların çoğunlukta olduğu (Baş, 2013; Bozkuş, 2020; Erbay, 2018; Güner, 2017; Jacobs vd., 2010; Schack, Fisher & Wilhelm, 2017; Sherin, Russ & Colestock, 2011; Stahnke, Schueler & Roesken-Winter, 2016; Türk, 2020; Türker Biber, 2017), öğrencilerin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dayalı olarak onların eksikliklerine ve ihtiyaçlarına yönelik verdikleri öğretime dair tepkileri inceleyen çalışmaların ihtiyaca cevap verecek yeterlikte olmadığı (Chaar, 2015; Haltiwanger & Simpson, 2014; Jacobs vd., 2010; Jacobs, Lamb, Philipp & Schappelle, 2011; Son & Sinclair, 2010) görülmüştür. Özel eğitim öğretmeni adaylarının, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin problemleri çözerken kullanabilecekleri olası stratejileri öngörme becerilerini inceleyen çalışma, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünmelerini farkındalık açısından inceleyen, literatürde rastlanan tek çalışmadır (Hunt, Martin, Patterson & Khounmeuang, 2021). Bu noktada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin, kavrayışlarının ve anlamalarının farkındalık açısından incelenmesinin değerli olduğu kadar, bu öğrencilerin eksikliklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair hangi tepkileri vereceklerinin de incelenmesi önem arz etmektedir. Diğer taraftan, yapılan çalışmalarda, öğretmen adaylarının veya deneyimsiz öğretmenlerin öğrenci düşünmelerinin ayrıntılarına odaklanmak yerine daha çok öğretmen, sınıf, öğretmenin kullandığı öğretim yöntemleri ya da öğrenci dönütlerindeki hata veya sonuca yönelik ayrıntılar verdikleri görülmüştür (Erdik, 2014; Kosko, Zolfaghari & Heisler, 2022; Şimşek, 2019; Yazıcı Kılıçoğlu, 2019; Yıldız, 2018). Bununla birlikte, çalışmalarda öğretmen adaylarının, öğrencilerin cevaplarının ayrıntılarını belirlemeyi öğrenebilseler de, bu ayrıntıları öğrencilerin matematiksel düşünmelerini yorumlamak için kullanamadıkları veya öğretime dair kararlar/tepkiler verirken öğrenci düşünmelerini dikkate almadıkları belirlenmiştir (Barnhart & van Es,

2015). Bu, öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerinin ayrıntılarına odaklanmalarını sağlayacak bir çerçeve veya kılavuz olmamasına bağlanmıştır (Ivars, Fernandez & Llinares, 2020; Levin, Hammer & Coffey, 2009; Wilson vd., 2013). Bu noktada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için kesirler kavramına yönelik araştırmaya dayalı oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritasının, öğretmen adaylarına, dikkatlerini öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklamaları için bir yol haritası ve öğrenci düşüncelerini açıklamak için belirli bir dil sağlayan yapılandırılmış bir çerçeve işlevi görebileceği düşünülmektedir. Bu dilin, öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel unsurlarını seçmede, sınıflandırmada, yorumlamada ve öğretimle ilgili kararları vermede yardımcı olabilecek bir sistem oluşturmalarına olanak sağlayacağı düşünülmektedir. Aynı zamanda, öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesirlere yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin durumları fark edip derinlemesine anlayış geliştirdikçe öğrencilerin kesir kavramını öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar üreterek varsayımsal öğrenme yol haritasına katkı sağlayacakları düşünülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada, varsayımsal öğrenme yol haritası ve öğretmen farkındalığı, Simon (1995) tarafından tanımlanan matematik öğretim döngüsünden uyarlanarak ele alınacak olan döngüde, birbirini etkileyen ve besleyen iki unsur olarak incelenecektir. Bu bağlamda çalışmanın araştırma problemi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

1.2. Araştırma Problemi

1. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritaları nasıldır?
2. Varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıkları nasıldır?

Bu probleme cevap, aşağıdaki alt problemlere yönelik elde edilen cevaplar aracılığı ile verilecektir:

- Matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri nasıldır?
- Matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel kavrayışlarına yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri nasıldır?
- Matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel anlamalarına yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri nasıldır?
- Varsayımsal öğrenme yol haritasının matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarındaki rolü nasıldır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Araştırmada, öğrenme güçlüğüne sahip dört öğrencinin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar bağlamında öğrenci düşünmelerinin ve kavrayışlarının nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirilecektir. Böylelikle araştırmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritaları oluşturulacaktır. Araştırmada ayrıca, varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında, öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin öğretim oturumlardan kesitlerle oluşturulan video-durumlar bağlamında öğretmen adaylarının bu öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıkları incelenecektir.

Dolayısıyla araştırmanın amacı, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmak ve oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarını incelemektir.

1.4. Araştırmanın Önemi

Her ne kadar tanınması ve güçlüğe sebep olan nedenlerin tespit edilmesi zor olsa da okul çağındaki çocukların yaklaşık % 5 ila % 8'inin matematik öğrenme güçlüğüne sahip olduğu gerçeği göz önüne alındığında (Geary, 2004; Murphy vd., 2007) bu öğrencilere genel eğitimle akranları ile aynı niteliğe sahip öğrenme deneyimleri yaşatmak, bedensel, zihinsel, duygusal ve sosyal gereksinimlerinin karşılanması önem arz etmektedir. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin çoğu, akranları ile aynı sınıf ortamında matematik derslerini takip etmekte, haftalık toplam ders saatinin %40'ını aşmayacak şekilde okullarda kurulan destek eğitim odalarında branş öğretmenleri eşliğinde ders alabilmektedirler (MEB, 2021b). Bununla birlikte, okuldaki haftada en az bir veya iki gün olmak üzere özel eğitim merkezlerinde matematik ve Türkçe gibi dersler için destek eğitim alabilmektedirler. Bu merkezlerde matematik alan bilgisi ve alan eğitimi bilgisinden yoksun özel eğitim öğretmenleri destek eğitimi vermektedirler. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin özellikleri ve gereksinimleri göz önüne alınarak hazırlanması gereken Bireysel Eğitim Programları'nın (BEP) planlanmasında, uygulanmasında ve değerlendirilmesinde yaşanan sorunlar göz önüne alındığında (Özan & Sarıca, 2021; Şahin & Gürler, 2018; Toprak, 2018), branş öğretmenlerinin özel eğitim gerektiren öğrencilerin ihtiyaçlarına yönelik ders tasarlama ve uygulama bilgisi eksik kalmaktadır. Bu şekilde hazırlanan ve uygulanan BEP'lerin matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin eğitsel gereksinimlerini karşılamada ve bireyin gelişiminde yetersiz kalacağı açıktır. Zihinsel yetersizlik veya yetersiz eğitim ile açıklanamayan öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin zihinsel engelli veya düşük başarılı akranlarından farklı özelliklere sahip olmaları dolayısıyla bu öğrencilerin öğrenmelerinin de kendi doğal gelişimine ait bir ilerleme sergileyeceği göz önüne alındığında, öğretmenlerin matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel gelişimini nasıl destekleyebileceği sorusunu beraberinde getirmektedir. Öğrencilerin düşünme ve öğrenmelerine uyum sağlaması adına, hazır, sabit öğretici öğretim dizileri yerine öğretmenlere BEP hazırlamada ve sınıf içi veya destek eğitim odaları uygulamalarında bir referans kaynağı olarak kullanılabilecekleri bir dizi örnek öğretim etkinliği ve etkinlikler bağlamında öğrencilerin öğrenme ilerleyişlerine yönelik araştırmaya dayalı varsayımlar sunmak daha yeterli görünmektedir. O halde bu öğrencilerin gereksinimlerini karşılayabilecek bir öğretimi planlamaları ve uygulamalarında

öğretmenlere yardımcı olmak için atılacak ilk adımlardan biri matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin odak kavrama ait varsayımsal öğrenme yol haritalarının geliştirilmesi olacaktır. Bu bağlamda, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için varsayımsal öğrenme yol haritalarının geliştirilmesi, öğretme ve öğrenme ile ilgili temel varsayımlara dayanan hedefleri, öngörülen öğrenme yollarını ve öğretim etkinliklerini tanımlaması, öğrencilerin ihtiyaçlarına cevap verebilecek bir öğretim ortamı için gerekli argümanların sağlanması adına öğretmenlere bireysel eğitim programları hazırlamada faydalı olacağı düşünülmektedir. Bununla birlikte varsayımsal öğrenme yol haritasının öğretmenlerin kendi öğrencilerinde bu varsayımları test edebilmesi ve varsayımsal öğrenme yol haritasını revize edebilmesi ve kendi öğrencilerine adapte edebilecekleri bir dizi örnek öğretim etkinliği sağlaması adına bir referans çerçevesi işlevi göreceği düşünülmektedir. Bununla birlikte, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere ders veren öğretmenler araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritalarını pedagojik bir araç olarak kullanarak odak kavram ile ilgili öğrenci öğrenme sürecinde ne tür sorunlar çıkabileceğini önceden öngörebilmelerine, öğrenme-öğretme ortamını buna göre düzenlemelerine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Matematik öğrenme güçlüğü ile ilgili literatür incelendiğinde, çoğunlukla öğrencilerin dört işlem becerilerini inceleyen çalışmaların yoğunlukta olduğu (örn. Calhoon & Fuchs, 2003; Cornoldi & Lucangeli, 2004; Ganor-Stern, 2017; Wildmon, Skinner, Watson & Garrett, 2004), matematiğin diğer alanları ile ilgili çalışmaların yetersiz olduğu görülmektedir. Nicel deneysel çalışmalarda öğrenme güçlüğüne sahip bireylere kesirler öğretimine yönelik farklı yöntem-teknikleri içeren müdahalelere yer verilse de (örn. Flores & Kaylor, 2007; Hecht & Vagi, 2010; Mazzocco, Myers, Lewis, Hanich & Murphy, 2013; Test & Ellis, 2005) konuya özgü bir varsayımsal öğrenme yol haritası geliştirme çalışmalarına rastlanılmamıştır. Bu çalışma literatürde yer alan çalışmalardan öğrencilerin kavrayışları ve farklılıkları üzerine şekillenmiş olması, öğrencilerin öğrenme süreçlerine odaklanması, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirleri nasıl anladıklarına dair teorilere katkıda bulunması bakımından farklılık göstermektedir.

Ülkemizde tam zamanlı kaynaştırma öğrencisi olarak değerlendirilen bu öğrencilerin sınıf içerisinde söz istemeyen, pasif, sadece onlara verilen görevi yapan konumda olmaları, sınıf içerisinde belirli öğretim etkinliklerine katılırken yaşadıkları düşünme ve öğrenme sürecinin öğretmenler tarafından fark edilmesini zorlaştırmaktadır. Bu yüzden sınıf içerisinde matematiksel düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını açığa çıkaracak bir ortam sağlanamamakta, öğretmenlerin bu öğrencilerin matematiksel düşünceleri ve kavrayışları

ile ilgili bilgi sahibi olması neredeyse imkânsız hale gelmektedir. Bu şekilde oluşturulan öğrenme ortamında öğretmenin öğrencinin matematiği nasıl kavradığını, anlamlandığını fark etmesinde yetersiz kalacağı açıktır. Bu noktada, bir öğretmenin, bir kavramın öğrenciler tarafından nasıl öğrenildiği, bu kavramı öğrenirken hangi zihinsel süreçlerin gerekli olduğu gibi öğrencilerin düşünme süreçlerine ilişkin bilgisinin ve farkındalıklarının olmaması pedagojik alan bilgisinin yetersiz olduğunun bir göstergesi olarak değerlendirilmektedir (Schorr & Lesh, 2003). Öğretmenlerin, öğrencilerinin kullanabilecekleri olası çözüm yolları, kavram yanlışları, hataları ve düşünme süreçleri hakkında farkındalık kazanması öğretime dair faaliyetlerinin kalitesini artırarak öğrencilerin akademik başarılarını da olumlu yönde değiştirebilmektedir (Hill, Rowan & Ball, 2005). Bu sebeple öğretmenlerin sınıf ortamında düşünmelerini ve öğrenmelerini fark etmelerinin neredeyse imkânsız olduğu öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik öğretmen farkındalığı üzerinde çalışılması gereken bir alandır. Bu çalışmada öğretmenler yerine öğretmen adayları ile çalışmanın öğretmen adaylarının ileride kendi sınıflarındaki matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünme, kavrayış ve anlamalarını fark etme ve bunlara uygun şekilde yanıt verme becerilerini olumlu bir şekilde etkileyeceği düşünülmektedir. Çalışmanın bulgu ve sonuçlarında, öğretmen adaylarının varsayımsal öğrenme yol haritası bağlamında öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dair fark ettiği noktaların belirlenmesi konusunda dönütler alınacak olmasının, alan yazına önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının farkındalığına yönelik Türkiye’de ve Dünya’da yapılan çalışmalarda gerek sınıf ortamında, gerekse video-kulüp temelli bir ortamda farkındalık becerilerinin incelenmesini (Baş, 2013; Bozkuş, 2020; Jacobs vd., 2010; van Es & Sherin, 2008) ve geliştirilmesini (Erbay, 2018; Star, Lynch & Perova, 2011; Türk, 2020; Walkoe & Levin, 2018) amaçlayan araştırmaların olduğu görülmektedir. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bir odak kavram ile ilgili düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin öğretmen farkındalığını inceleyen bir araştırmaya ise rastlanmamıştır. Bu çalışma literatürde yer alan çalışmalardan öğrencilerin matematiksel düşünmeleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine şekillenmiş olması, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirler ile ilgili matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ve öğretmen adaylarının bu öğrencilerin matematiksel düşünmelerini fark etme biçimlerine dair teorilere katkıda bulunması bakımından farklılık göstermektedir.

Öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarına ilişkin çalışmalarda bahsedilen en büyük sorunlardan biri öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesi dışında başka etkenler veya değişkenlere odaklanması olarak ifade edilmiştir (Kosko vd., 2022; Şimşek, 2019; Yazıcı Kılıçoğlu, 2019; Yıldız, 2018). Dolayısıyla varsayımsal öğrenme yol haritalarının öğretmen adaylarının dikkatlerini öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklamak, farkındalıklarını ifade ederken kullanacakları dili sağlamak adına faydalı bir kılavuz olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının farkındalıklarını belirleme sırasında varsayımsal öğrenme yol haritalarının kılavuz olarak kullanılmasına ilişkin bir örnek teşkil etmesi açısından araştırmanın bulgularının alan yazındaki boşluğu kapatacağı düşünülmektedir.

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gerçek bir öğrenme ortamında bir dizi öğretim etkinliklerine katılırken düşüncelerini açıkça ifade edebildikleri video-durumları inceleyerek farkındalıklarını ortaya koyan öğretmen adaylarının, ileride kendi sınıflarındaki öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin neler düşündüğünü, kavramsal anlamalarını ve yaşadıkları zorlukları önceden kestirerek öğretime yönelik faaliyetlerinde düzenleme yapabilecekleri düşünülmektedir. Öğrenci bilgisi/düşüncesinin baştan sona izlenmesi, öğrencinin düşünme ve öğrenmesine ilişkin yeni anlayışlara yol açılmasını ve bunun da, varsayımsal öğrenme yol haritasındaki değişikliklere yol açmasını sağlar (Simon, 2014). Dolayısıyla, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bir dizi öğretim etkinliğine katıldıkları öğretim oturumlarından oluşan video-durumları izledikçe öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri ve öğrenmeleri ile ilgili anlayış geliştirecekleri düşünülmektedir. Bununla birlikte bu yeni anlayışın öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritalarında değişikliğe gidecek yeni fikirler üretmelerine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının farkındalıklarını ortaya koyma sırasında varsayımsal öğrenme yol haritalarına katkıda bulunulmasının, öğretmen farkındalığı ve varsayımsal öğrenme yol haritası arasındaki ilişkiyi ortaya koyan bir çerçeve sunacağı, böylelikle farkındalık ile ilgili teorilere katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları ve Varsayımları

Bu araştırmanın probleminin belirlenmesinde matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmak amaçlanmıştır. Bu noktada literatürde kesir

kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramların ele alındığı araştırmalar (Barnett-Clarke, William, Rick, Sharon & Rose, 2010; Jordan vd., 2013; Lamon, 2007; Simon, Placa, Kara & Avitzur, 2018; Van de Walle, Karp Karen & Bay Wiliams, 2009) incelenerek, araştırmada göz önüne alınacak öncül kesir kavramları belirlenmiştir. Uygulama süreci devam ederken daha önce bilinmeyen yeni bir virüsün (SARS-CoV-2) neden olduğu COVID-19 hastalığı vakalarındaki hızlı artış nedeniyle, ülkemizde 13 Mart 2020’de örgün eğitime ara verilerek uzaktan eğitime geçilmiştir. Çalışmaya devam edilen özel eğitim kurumu da dahil olmak üzere birçok eğitim kurumu da geçici olarak kapatılmıştır. Bu noktada, çalışmada amaçlanan, öğrencilerin kesir kavramını öğrenme yollarını incelemek adına kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları ve ileri kesir kavramlarını içeren geniş kapsamlı bir varsayımsal öğrenme yol haritasının kapsamı sınırlandırılmak zorunda kalınmıştır. Dolayısıyla varsayımsal öğrenme yol haritasının oluşturulmasında yer alan kavramlar 13 Mart 2020’ye kadar yapılan uygulamalarda ele alınan kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar ile sınırlıdır.

Alan yazına bakıldığında, farkındalığın “öğretmen bilgisi” ile ilişkili olduğunu kabul eden araştırmalar ve raporlar mevcuttur (Ernest, 1989; Escudero & Sanchez, 2007; Fennema & Franke, 1992; NCTM, 2000; Shulman, 1986). Bu araştırmalar ve raporlara göre öğretmen bilgisi, sonuçların değerlendirilmesi de dâhil olmak üzere öğrencilerin öğreniminin anlaşılmasına, öğrenme seviyelerinin teşhisine ve bireysel olarak öğrenci düşünmesinin fark edilmesine temel oluşturmaktadır. Çalışmada bu ilişki göz ardı edilmemiş fakat çalışmanın amacı kapsamında olmadığı için detaylı olarak ele alınmamıştır. Farkındalık üzerinde öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgilerinin etkisini en aza indirmek için, öğretmen adaylarından akademik başarı düzeylerinin ve kesirlerin öğretimi ile ilgili aldıkları derslerde aldıkları notların birbirine yakın olanları araştırmaya dâhil edilmiştir (Bkz. Bölüm 3.2.2). Dolayısıyla araştırmada, öğretmen adaylarının farkındalıklarının inceleneceği söz konusu kavram ile ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerinin benzer olduğu varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

- a) Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı: Özel eğitim ihtiyacı olan bireylerin takip ettikleri program ya da önerilen destek eğitim programı esas alınarak gelişim özellikleri, eğitim ihtiyaçları ve performansları doğrultusunda hedeflenen amaçlara

ulaşmaya yönelik olarak bireyselleştirilmiş eğitim programı geliştirme birimi tarafından hazırlanan özel eğitim programıdır (MEB, 2006, md. 3/c).

- b) Farkındalık: Öğreticinin, öğrencilerin cevaplarındaki önemli matematiksel unsurları belirlemesi, tanımlanan unsurlar ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını yorumlaması, öğrenci matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dayalı, eksiklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair kararlar alabilmesidir.
- c) Matematik Öğrenme Güçlüğü: Bilişsel fonksiyonlarda genel bir güçlük olmaksızın, beynin matematiksel bilişin dâhil olduğu belirli bölümlerinde oluşan bozukluk nedeniyle matematikte yaşanan güçlüktür (Kosc, 1974).
- d) Matematiksel Akıl Yürütme: Bir problem durumunda bireyin eldeki bilgilerden hareketle matematiğin kendine özgü düşünme tekniklerini kullanma sürecidir (Lithner, 2008; MEB, 2013; NCTM, 2000; Umay, 2003). Bu düşünme teknikleri belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma, çözüme ulaşmak için fikir ileri sürme, adım adım ileri sürdüğu fikri oluşturan öğeleri açıklama ve ileri sürülen bir fikri test etmek veya irdelemek, yordamak için verileri kullanma vb. dir. Matematiksel akıl yürütme ezbere dayalı matematiksel akıl yürütme, algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütme ve yaratıcılığa dayalı matematiksel akıl yürütme şeklinde üç farklı tür olarak sınıflandırılmıştır (Lithner, 2008).
- e) Matematiksel Anlama: Bir matematiksel kavramı ve kavramın öğelerini anlama, sembollerle ifade etme ve bunun kolaylıklarından yararlanma; matematikteki işlemlerin tekniklerini anlama ve bunları sembollerle ifade etme; metotlar, semboller ve kavramlar arasındaki bağlantıları veya ilişkileri kurmadır (Baykul, 2009). Matematiksel anlama, herhangi bir basit soru listesiyle test edilebilecek bir şey değildir. Matematiksel anlamamanın varlığı çıkarılabilir ancak doğrudan ölçülemez. Matematiksel anlamamanın gerçekleştiğine dair önemli unsurlar, kavramlar arasındaki ilişkilerin farkındalığı, sağlanan verilerde veya dilde veya bağlamdaki değişikliklerle karşılaşıldığında prosedürleri benimseme, kullanılan soyut kavramların iyi genel örneklerine sahip olma, notasyonları/sembollerini kullanma olarak sayılabilir (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2007).
- f) Matematiksel Düşünme: Bir sorun veya problemi çözme aşamasında harekete geçen düşünme eylemini matematiksel düşünme yapan akıl yürütme, ilişkilendirme, temsil

kullanma, soyutlama, ispatlama, genelleme vb. süreçlerdir (Henderson, 2002; Mason, Burton & Stacey, 1982; Yıldırım, 2014).

- g) Matematiksel İlişkilendirme: Bir problem durumunda bireyin, matematiksel kavramlar/fikirler arasında, farklı temsiller arasında, farklı öğrenme alanlarının arasında ve aynı zamanda gerçek hayatla matematik arasında ilişki kurmasıdır (Leikin ve Levav-Waynberg, 2007).
- h) Matematiksel Kavrayış: Bireyin zihninde önceki deneyimler tarafından inşa edilen bir kavrama karşı ortaya çıkan zihinsel yapıların bütünüdür (Sulastri vd., 2021; Thompson, 1992, s.130).
- i) Öğrenme Güçlüğü: Yazılı ve sözlü dili anlama ve kullanmada temel olan bir veya daha fazla bilişsel sürecin etkilenmesiyle ortaya çıkan dinleme, düşünme, konuşma, okuma, yazma ve matematiksel hesaplamalar yapmadaki güçlüklerdir (Fuchs vd., 2000).
- j) Öğretim Deneyi: Araştırmacılara öğrencilerin matematik bilgilerinin ne olduğunu ve tasarlanan öğrenme ortamları içerisinde bu bilgilerin nasıl değişim gösterdiğini yakından inceleme ve yorumlama fırsatı sağlayan öğretim temelli bir araştırma desendir (Simon, 1995; Steffe & Thompson, 2000).
- a) Öğretim Etkinlikleri Dizisi: Belirlenen öğrenme hedeflerine ulaşmak için düzenlenmiş bir öğrenim-öğretim ortamında öğrencilerin aktif katılımını teşvik eden süreçlerden oluşan etkinliklerdir (Dede, Doğan & Aslan Tutak, 2020; Gravemeijer, Bowers & Stephan, 2003; Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004).
- b) Öncül Kavram: Bir kavramın yapılandırılmasında zemin teşkil eden kavramlardır.
- c) Soyutlama: Bir problem durumunda bireyin, bazı durumların veya deneyimlerin, onları diğerlerinden ayıran belirli bir şekilde benzerlikleri olduğunu derin düşünme ile belirleyip bu benzer durumlarda/deneyimlerde çözüm olarak kullanabilecek bir ürün, denklem, algoritma üretmesidir.
- d) Temsil Kullanma: Bir problem durumda bireyin matematiksel kavram, fikir, olgu veya nesnelerin farklı gösterimlerini (cebirsel, grafik, tablo, sözel, nümerik vb.) kullanmasıdır (Goldin & Kaput, 1996; NCTM, 2000).
- e) Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası: Öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişi desteklemek için bilinçli olarak sıralanmış, planlı öğretime yönelik aktivitelerin veya öğretim dizisi etkinliklerinin vasıtasıyla öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişlerin ve öğrencilerin karşılaştığı sıralı matematiksel yapılarındaki ilişkilerin araştırmacı

varsayımına dayalı ve deneysel destekli olarak betimlendiği bir ğretim planlamasıdır. Varsayımsal ğrenme yol haritasında ğretmen  unsuru dikkate alır: ğrenmeye yönelik hedefleri; öğrenme etkinlikleriyle tasarladığı plan; ve öğrencilerin düşünme ve anlamalarının öğrenme etkinlikleri bağlamında nasıl gelişeceğini açıklayan varsayımsal öğrenme süreci (Simon, 1995; 2014).

- f) Video-durumlar: Araştırma ve geliştirme üzerine kurulu, kullanıcıların üzerinde düşünmesine ve tartışmasına olanak tanıyarak farklı bakış açıları sağlamaya yardımcı ve gerçek yaşamdan olgu ve olaylara dayalı videolar yoluyla oluşturulan betimsel anlatılardır (Merseth, 1994)



BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Öğrenme Güçlüğü

Yüzyıllardır bazı bireyler geleneksel yöntemlerle sağlanan eğitimden fayda sağlayamamaktadır. Bu durumda olan bireylerden işitme yetersizliği, görme yetersizliği ya da zihinsel yetersizliği olan bireylerin yanında bazılarının dışarıdan görünebilen belirgin herhangi bir yetersizliği olmamasına ve normal ya da normalüstü zekâ seviyesine sahip olmalarına rağmen öğrenmede zorlandıkları görülebilmektedir. Geleneksel eğitimde öğrenmede zorluk yaşayan bireyler her zaman olmasına rağmen 1960’ların sonlarına doğru bu bireylerin özel eğitim gereksinimlerinin farkına varılarak “öğrenme güçlüğü” terimi ile ilk defa tanımlanmıştır. Ülkemizde ise 1975 yılından bu yana yasal kaynaklarda yer almaktadır. Öğrenme güçlüğü için literatürde ‘öğrenme güçlüğü’, ‘özel öğrenme güçlüğü’, ‘özgül öğrenme güçlüğü’ ve ‘özgül öğrenme bozukluğu’ gibi kavramlar kullanılırken MEB, ‘özel öğrenme güçlüğü’ kavramını kullanmakta ve özel öğrenme güçlüğüne şu şekilde tanımlamaktadır:

Özel öğrenme güçlüğü dili yazılı ya da sözlü anlamak ve kullanabilmek için gerekli olan bilgi alma süreçlerinin birinde veya birkaçında ortaya çıkan ve dinleme, konuşma, okuma, yazma, heceleme, dikkat yoğunlaştırma ya da matematiksel işlemleri yapma güçlüğüdür (MEB, 2006).

Öğrenme güçlüğü, Amerikan Psikiyatri Birliği'nin (APA-American Psychiatric Association)

5. baskısı olan Ruhsal Bozuklukların Tanısal ve İstatistiksel El Kitabı'nda ise diğer akademik öğrenmelerin temeli olan okuma, yazma veya aritmetik gibi belirli akademik becerileri öğrenme veya kullanma becerisini engelleyen bir tür nörogelişimsel bozukluk olarak tanımlanmıştır (APA, 2013). DSM 5'e göre bireyin gelişiminin diğer yönleri iyi görüldüğü için “beklenmedik” olarak nitelendirilen öğrenme güçlüğü ile ilgili

gözlemlenebilir temel ölçütler belirlenmiştir. Bunlardan birincisi ve ana karakteristik olan öğretim ve ek destek sağlanmasına rağmen altı ay süreyle devam eden, hatalı veya yavaş ve zahmetli okuma, netlikten yoksun kötü yazılı ifade, sayıları algılama, sayı olguları veya hesaplamada güçlükler veya hatalı matematiksel akıl yürütmeyi içeren semptomlardan en az birini göstermesidir. İkincisi, bireyin okuma, yazma veya matematik derslerinde akranlarına ait ortalama puan aralığının oldukça altında olması, üçüncüsü öğrenme güçlüğüne okul çağında başlaması ve erken dönemlerde kolaylıkla farkına varılabilesidir. Son ölçüt ise, bireyin yaşadığı zorlukların gelişimsel, nörolojik, duysal (görme veya işitme) veya motor bozukluklar, çevresel, kültürel veya ekonomik yoksunluklar ile açıklanamamasıdır (APA, 2013). Başka bir ifade ile öğrenme güçlüğü, zihinsel gerilik, otizm, işitme veya görme bozukluğu, fiziksel güçlükler, duysal bozukluklar veya normal bir ikinci dili öğrenme süreci ile aynı değildir.

Beynin bilgi alma, işleme, analiz etme veya saklama yeteneğini etkileyen problemleri içeren öğrenme güçlüğü, öğrencinin öğrenme güçlüğünden etkilenmeyen biri kadar hızlı öğrenmesini zorlaştırabilir (Medline Plus, 2011; National Center for Learning Disabilities [NCLD], 2009). Başka bir ifade ile öğrenme güçlüğü, bir kişinin öğrenme ve belli becerileri kullanmada zorluk çekmesine neden olabilir (Pierangelo & Giuliani, 2008). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin temel bir tanımlayıcı özelliği, bir veya daha fazla akademik alanda, beklenen ve gerçek başarı arasında fark olmasıdır (Cortiella, 2009). Lerner (2000) öğrenme güçlüğüne sahip bireylerin sekiz öğrenme ve davranışsal özelliğini tanımlamıştır:

- Dikkat bozuklukları
- Zayıf motor yetenekleri
- Psikolojik süreç açıkları ve bilgi işleme sorunları
- Sözlü dil zorlukları
- Okuma güçlüğü
- Yazılı dil zorlukları
- Kantitatif bozukluklar
- Sosyal beceri eksikliği

Ortak özellikler olsa da öğrenme güçlüğü kişiden kişiye değişmekle birlikte, öğrenme güçlüğüne sahip bir kişi, öğrenme güçlüğüne sahip bir başka kişiyle aynı tür öğrenme problemlerine sahip olmayabilir. Bunun yanı sıra Gargiulo (2004), öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tümünün bu özellikleri göstermediği, bu davranışları gösteren birçok öğrencinin ise sınıfta oldukça başarılı olabileceğini belirtmiştir. Bu nedenle, öğrenme güçlüğüne sahip bir bireyin tek bir profili, bireyler arası farklılıklar nedeniyle doğru olamaz (Friend, 2005). Öğrenme güçlüğü türüne göre okuma (disleksi), yazma (disgrafi) ve matematik (diskalkuli) olmak üzere üç grupta sınıflandırılmaktadır. Okuma güçlüğü olarak açıklanan disleksi

bireyler okuma becerilerini edinmekte ve/veya geliştirmekte, ciddi yazma glğ olarak ifade edilen disgrafi bireyler yazma becerilerini edinmekte ve/veya yazılı ifade becerilerini geliştirmekte, ciddi matematik glğ olarak aıklanan diskalkuli bireyler ise temel matematik becerilerini edinmekte ve/veya matematik işlemlerini gerekleştirmekte zorlanmaktadırlar (MEB, 2021b). Bazı bireyler öğrenme glğnn trlerinden sadece birine sahip olabilirken, bazıları ise birden fazlasına sahip olabilmektedir. Dolayısıyla, bu bireylerin birbirinden farklı özellikler sergileyebilen heterojen bir grup olduğu sylenebilir. Ülkemizde rgn eğitim sistemi içerisinde sadece öğrenme glğ tanısı almış öğrencilerin tm özel eğitime ihtiyaç duyan öğrenciler içindeki oranının yaklaşık %6 gibi kk bir yzde ile ifade edilmesi (MEB, 2021b), öğrenme glğ olan öğrencileri tanılama srecindeki eksiklikleri gzler nne sermektedir. Literatrde ğrenme glğnn nedenlerinin kesin olarak belirlenemeyeceği ifade edilirken, çeşitli muhtemel nedenler ortaya konulmuştur (Hallahan, Llyod, Kauffman, Weiss & Martinez, 2005; Smith & Strick, 2010). Bunlardan biri ve en yaygını nrolojik kaynaklı problemlerdir. Bazı araştırmalar öğrenme glğ olan bazı bireylerin beyin yapısının ve/veya beyinlerinin işleyişinin tipik gelişim gsteren akranlarından farklı olduğunu ortaya koyarken (Pierangelo & Giuliani, 2008), genetik araştırmalar öğrenme glğ olan çocukların yaklaşık %40'ında ailesel kalıtımın etkisini ortaya koymuştur (Smith & Strick, 2010). Bazı araştırmalar ise, çoğu öğrenme glğnn beynin tek bir spesifik alanından değil, beynin çeşitli blgelerinden bilgiyi bir araya getirme glğnden kaynaklandığını gstermektedir (Lerner, 2000; University of Maryland Medical Center, 2004). ğrenme glğnn diğer muhtemel nedenleri ise biyokimyasal anormallikler, beslenme yetersizliği, gebelikte ve doğum anında oluşabilecek olumsuz durumlar, çevresel etmenler ve sağlığa zararlı madde kullanımıdır (MEB, 2021b).

ğrenme glğ olma şphesi ortaya çıkan öğrencilerin yasa ve ynetmelikler çerçevesinde bir çok aşamadan oluşan tıbbi ve eğitsel tanılama srelerinden geçmesi gerekmektedir (Grgn, 2018). Bu tanılama sreci Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) zel Eğitim Hizmetleri Ynetmeliğinde “zel eğitime ihtiyaı olan bireylerin tm gelişim alanlarındaki özellikleri ile yeterli ve yetersiz ynlerinin, bireysel özelliklerinin ve ilgilerinin belirlenmesi amacıyla tıbbi, psikososyal ve eğitim alanlarında yapılan değerlendirme sreci” olarak ifade edilmektedir (MEB, 2006). ğrenme glğ olan öğrencilerin genellikle ilk fark edildikleri yer ilkokul olmakla birlikte ülkemizde öğrenme glğnn tanılanmasına ynelik geliştirilmiş bir test bulunmamaktadır. Okulun ocuk için zor olabilecek şeylere odaklanması ile -örneğin okuma, yazma, matematik, dinleme, konuşma ve muhakeme gibi-

çocuklar okula geldiğinde öğrenme güçlüğü teşhisi konulabilmektedir. Öğrenme güçlüğü teşhisi konulan öğrenciler özel eğitim hizmeti almaktadırlar.

Ülkemizdeki ilkokul, ortaokul ve ortaöğretim kurumlarında öğrenim gören öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler kaynaştırma/bütünleştirme uygulamaları kapsamında genel eğitim okullarında eğitimlerine devam etmekle birlikte, okullar bünyesinde kurulan Bireyselleştirilmiş Eğitim Programı (BEP) Geliştirme Biriminin kararı ile haftalık toplam ders saatinin %40'ına kadar destek eğitim odalarında eğitim alabilmektedirler (MEB, 2021b). Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği'ne göre BEP, özel eğitim ihtiyacı olan bireylerin takip ettikleri program ya da önerilen destek eğitim programı esas alınarak gelişim özellikleri, eğitim ihtiyaçları ve performansları doğrultusunda hedeflenen amaçlara ulaşmaya yönelik olarak bireyselleştirilmiş eğitim programı geliştirme birimi tarafından hazırlanan özel eğitim programıdır (MEB, 2006, md. 3/c). Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere, Bireysel Eğitim Programları (BEP) çerçevesinde ihtiyaç olduğu alanlara yönelik dersler verilmektedir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik hazırlanan Bireysel Eğitim Programları ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, BEP'in hazırlanmasında, amaç yazımında, ilgili kaynaklara ve materyale ulaşmada, seçilen hedef davranışlarda ulaşılan noktayı belirlemede, amaçların değerlendirilmesinde ve öğrencinin sınıfa kabulünde sorun yaşadıkları saptanmıştır (Özan & Sarıca, 2021; Şahin & Gürler, 2018; Toprak, 2018).

2.1.1. Matematikte Öğrenme Güçlüğü

Matematikte özel öğrenme güçlüğü olan öğrenciler diskalkuli olarak adlandırılmaktadır. Diskalkuli (Dyscalculia) ifadesi ülkemizde ilgili literatürde “diskalkuli” veya “matematik öğrenme bozukluğu” ya da “matematik öğrenme güçlüğü” olarak kullanılmaktadır (Sezer & Akın, 2011). Matematik öğrenme güçlüğü bilişsel fonksiyonlarda genel bir güçlük olmaksızın, beynin matematiksel bilişin dâhil olduğu belirli bölümlerinde oluşan bozukluk nedeniyle matematikte yaşanan güçlük olarak tanımlanmaktadır (Kosc, 1974). Buradaki güçlük, öğrencinin tutum ve becerileri ile talep edilen iş, ödev, arasındaki etkileşime bağlıdır. Öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrenci veriyi yavaş alıp ve yavaş işlediğinden öğrencinin sahip olduğu beceri ile kendisinden yapması beklenen iş, ödev arasındaki bu etkileşim öğrencinin güçlük yaşamasına neden olur (Chinn, 2004). Matematik öğrenme güçlüğü zekâ yetersizliği veya yetersiz eğitim ile açıklanamamakla birlikte öğrenme güçlüğüne sahip bireylerin ortalama ya da ortalamanın üzerinde bir zekâyâ sahip oldukları

kabul edilmektedir (Dünya Sağlık Örgütü, 2011; Mutlu, 2016b). Matematik öğrenme güçlüğü, istenilen bir öğretime rağmen matematiksel becerilerin edinimini sağlayan yetiyi etkileyen sürekli bir durumdur (Chinn, 2004). Görüldüğü gibi, matematiksel becerilerde yaşanan güçlükler öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin yaşadığı belirgin özelliklerden biridir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gelişimsel özellikleri arasında sembollerin anlamını tanımlamada, temel aritmetik kombinasyonlara verilen cevapları hatırlamada, çarpım tablosunu ezberlemede, temel hesaplama becerilerinde, söz veya uygulama problemlerini anlamada, dili matematik işlemlerine geçirmede, matematik kavram kurallarını, formüllerini ve işlem sırasını hatırlamada zorluklar yer almaktadır (Bryant, Mastrodomenico & Felmingham, 2008; Learning Disabilities Association, 2005; Newman, 1998). Bunun yanı sıra, bu öğrenciler matematiksel mantıkla ilgili güçlükler de yaşamakta ve matematiksel düşünme konusunda zorlanmaktadırlar (MEB, 2021b).

Matematik öğrenme güçlüğü olan öğrenciler listelenen davranışlardan sadece bir veya ikisini sergilerken, yaygın zorluklar gösterme olasılıkları daha yüksektir (Bryant vd., 2008). Bu nedenle matematik öğrenme güçlüğü kişiden kişiye değişebilir ve hayatın farklı dönemlerinde bireyleri farklı şekillerde etkileyebilir (National Center for Learning Disabilities, 2004). Literatürde çeşitli matematik öğrenme güçlüğü tanı koyma yöntemleri vardır. Bunlar, doğrudan gözlemleyerek tanılama yöntemi, tutarsızlık/tutarlılık yöntemi, müdahaleye yanıt verme, bilgisayar tabanlı tanılama yöntemleridir (Mutlu, 2016b). Bu yöntemler matematik öğrenme güçlüğüne sahip olduğu düşünülen veya matematik öğrenme güçlüğüne sahip olma şüphesi fazla olan bireyler için tanı koymaya yaramaktadır. Mevcut tanılama yöntemlerine rağmen, matematik öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin belirlenmesi, çoğunluğun üzerinde anlaşmaya vardığı bir değerlendirme yönteminin bulunmaması (Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes, 2006; Gifford, 2006; Gifford & Rockliffe, 2012) nedeniyle oldukça güçtür.

Matematik öğrenme güçlüğüne oluşmasının altında yatan nedenleri veya süreçleri tanımlayan birleşik bir teori henüz yoktur (Stock, Desoete & Roeyers, 2006). Son yıllarda ortaya çıkan davranışsal ve beyin görüntüleme alanlarındaki tıbbi gelişmeler, matematik öğrenme güçlüğüne sayısal büyüklüklerin işlendiği bir nörobiyolojik sistem bozukluğundan kaynaklanabileceğini iddia ederken (Mutlu, 2016b), mevcut veriler öğrenme güçlüğüne ailevi-genetik yatkınlığı olan beyin temelli bir bozukluk olabileceğini de göstermektedir (Shalev & Gross-Tsur, 2001).

Matematik öğrenme güçlüklerine ilişkin araştırmalar incelendiğinde, okuma güçlüklerine ilişkin çalışmalara kıyasla önemli ölçüde daha az sayıda olduğu görülmektedir (Brandys & Rourke, 1991; Swanson, Carson & Saches-Lee, 1996). Bunun nedeni olarak tutarlı bir öğrenci havuzunun olmaması gösterilmektedir (Hammill & Bryant, 1998). Genel olarak, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik yapılan çalışmalara katılanlar aynı evren örnekleminde seçilmediğinden ve çalışmadan çalışmaya matematik öğrenme güçlüğünün belirlenmesine yönelik kriterlerde farklılıklar meydana geldiğinden, çalışmaları tekrarlamak ve bulguları genelleştirmek zor olmaktadır (Berch & Mazzocco, 2007; Hammill & Bryant, 1998). Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yapılan çalışmalar incelendiğinde, genellikle, matematik öğrenme güçlüğünün tanımlanması ve sınıflandırılmasına (Mazzocco, 2007; Stuebing vd., 2012), bu güçlüğe sahip öğrencilerin karakteristik özelliklerinin belirlenmesine (Jordan & Hanich, 2003) ilişkin çalışmaların yoğunlukta olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, bu öğrencilere yönelik erken müdahale sistemlerinin veya programlarının gücüne ve sınırlılığına (Fuchs vd., 2012), akranlarıyla ya da düşük başarı gösteren öğrencilerle karşılaştırılmasına (Fuchs vd., 2000) ve bu öğrenciler için öğretim yöntemlerine ve örnek uygulamalara (Marita & Hord, 2016) yönelik çalışmalara da rastlanmaktadır. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin akranlarıyla karşılaştırıldığı çalışmalardan birinde, matematik öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin hem matematiksel hem de bilişsel ölçümlerde matematik öğrenme güçlüğü olmayan yaşı veya sınıf uyumlu öğrencilere kıyasla önemli ölçüde daha düşük performans gösterdiğini ortaya koyulmuş (Shin & Bryant, 2015), bir başka araştırmada ise, matematik öğrenme güçlüğü olan öğrencilere yönelik yapılan uzun süreli boylamsal çalışmaların sistematik incelemesi sonucunda matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik ölçümlerinde büyüme gösterdiğini ancak bu büyümenin matematik öğrenme güçlüğü olmayan öğrencilere göre daha düşük performansa yol açtığı sonucuna ulaşmıştır (Nelson & Powell, 2018). Matematiksel kelime problemlerini çözmeyle ilgili matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile düşük başarı gösteren öğrencileri karşılaştıran çalışmada ise, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere göre, düşük başarı gösteren öğrencilerin daha yüksek matematiksel performansa sahip oldukları fakat bununla birlikte daha fazla hesaplama hatası yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır (Hartman, 2007). Bununla birlikte söz konusu çalışmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin analiz etme, akıl yürütme ve soyut düşünme alanlarında kavramsal zorluklar yaşadıklarını tespit edilmiştir.

Bu güçlüğe sahip öğrencilerin karakteristik özelliklerinin belirlenmesine yönelik farklı matematik performans seviyelerine sahip öğrenciler arasında matematik sınıfı bağlamında davranışsal yürütücü işlevleri araştıran çalışmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin dikkat dağınıklığı, dikkati yönlendirme, dikkati kaydırma, inisiyatif alma, eylem yürütme, planlama ve değerlendirmede öğrenme güçlüğü olmayan düşük başarılı gruba göre daha fazla sorun yaşadıkları belirlenmiştir (Holm vd., 2017). Allsopp vd. (2007) matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin karakteristik özelliklerini sekiz farklı kategoride sınıflandırmıştır: öğrenilmiş çaresizlik, pasif öğrenme, hafıza güçlükleri, dikkat güçlükleri, bilişsel/üstbilişsel düşünme eksiklikleri, bilgiyi işleme sürecindeki eksiklikleri, düşük düzeyde akademik başarı ve matematik kaygısı.

Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin, güçlük yaşadığı matematiksel alanlara ilişkin yapılan çalışmalardan, Bryant, Bryant & Hammill (2000), öğretmenler ile çalışarak bu öğrencilerin en çok problem yaşadığı alanların “kelime problemlerini çözmede güçlük”, “çok basamaklı problemleri çözmede güçlük”, “matematik dilinde güçlük” ve “cevapları doğrulamada güçlük” olarak belirlemişlerdir. Geary (2011) ise çalışmasında, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin sayılar arasındaki uzaklığı; yani 1 ile 2 arasındaki uzaklığın 7 ile 8 arasındaki uzaklıktan daha büyük olduğu ile ilgili anlayışlarının olduğunu ve bu anlayışı ileriki sınıf seviyelerinde de sürdürdüklerini belirlemiştir. Geary (2011), söz konusu güçlüğün nedenini “yaklaşım büyüklüğünü temsil etmek için sistemdeki bir eksiklik veya gecikmeden dolayı” olarak açıklamıştır. Geary (2011), aynı zamanda, çocukların erken yaşlarda ve hatta erken sınıflarda saymak için parmaklarını kullandıkları; ileri sınıflarda da parmak kullanmaya devam ettikleri ve bunun da sayarken daha fazla hata yapmalarına neden olduğunu ifade etmiştir.

Nelson vd. (2022) tarafından gerçekleştirilen matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik 2000-2020 yılları arasında yapılan 245 araştırmanın ele alındığı meta-sentez çalışmasının sonuçlarına göre, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin dört işlem becerilerini inceleyen çalışmaların yoğunlukta olduğu, cebir, kesirler gibi matematiğin diğer alanları ile ilgili yapılan çalışmalara ihtiyaç açıkça belirtilmiştir.

Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için kesirlerle ilgili problemler, güçlüğü olmayan veya matematik güçlüğü için risk altında olduğu düşünülen ancak tanımlanmayan diğer öğrencilere göre daha karmaşıktır (Grobeck, 1999). Mazzocco ve Devlin (2008), matematik öğrenme güçlüğüne sahip olan öğrenciler, düşük performans gösteren öğrenciler ve güçlüğü olmayan öğrenciler olmak üzere üç grup öğrencinin kesir dili, kesirlerin temsil

ettiği sayıları büyüklüğe göre sıralama ve kesirlerin denkliliğini belirleme konusundaki performanslarını araştırmıştır. Çalışmanın sonucu, üç öğrenci grubunun kesirlerde bir dereceye kadar zorluk çekmesine rağmen, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin risk altındaki akranlarından ve tipik akranlarından önemli ölçüde daha düşük performans gösterdiğini göstermiştir.

Öğrenciler çeşitli nedenlerle kesirleri öğrenmede zorluk yaşamakla birlikte bunlardan biri olarak öğrencilerin doğal sayı işlemleri bilgisinin rolü vurgulanmaktadır. Mack (1990), kesirleri öğrenmede doğal sayı bilgisinin rolünü belirlemek için sekiz altıncı sınıf öğrencisi ile bireysel öğretimler yaptığı bir araştırma ile öğrencilerde informal kesir bilgisi oluşturmayı amaçlamıştır. Başlangıçta öğrencilerin informal bilgilerinin sembollerden ve işlemsel bilgiden ayrı olarak anlamlı olduğu, semboller ve işlemsel bilgi gerektiğinde öğrencilerdeki işlemsel bilgi eksikliğinin, bireylerin önceki öğrenmeleri üzerine informal kesir bilgisi oluşturmalarını engellediği sonucunu elde etmiştir. Behr, Wachsmuth, Post ve Lesh (1984), öğrencilerin farklı türde kesir çiftleri (yani aynı pay ve paydalar) kullanarak karşılaştırma yaptıkları görüşmeler yoluyla öğrencilerin rasyonel sayıları, rasyonel sayıların sırasını ve denkliliğini anlamalarını araştırmıştır. Araştırmada, birçok öğrencinin kesir bilgisini kavramada başarılı olmasına rağmen, bazılarının ön bilgilerinin doğal sayı kavramlarıyla ilgili olması nedeniyle kesir kavramını anlamakta zorlandıklarını fakat kesir öğretimi almaya devam ettikçe, kesir kavramını öğrenmede önceki doğal sayı bilgilerinin etkilerinin azaldığını belirlemişlerdir.

Mazzocco vd. (2013) tarafından matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yaptıkları çalışmada, öğrencilerin 3. sınıfta tanıtılan kesir kavramlarını başlangıçta öğrenmekte zorlandıkları ve bu temel kavramları 8. sınıfa kadar öğrenmekte zorluk çekmeye devam ettikleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu çalışmanın bulgularına göre öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler kesirlerin görsel temsilleri ile sembolik temsillerini ilişkilendirememiş, bu görsel temsilleri soyutlaştıramamış ve kesirlerle ilişkilendirememişlerdir.

2.1.2. Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilere Matematik Öğretimi

Ülkemizde matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler tam zamanlı kaynaştırma öğrencisi olarak değerlendirilmekte ve eğitimlerini normal sınıflarda almaktadırlar. Matematik derslerinde ise kaynak oda destek hizmetinden yararlanmaktadırlar. Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin özellikleri ve gereksinimleri göz önüne alınarak

hazırlanan Bireysel Eğitim Programları (BEP) çerçevesinde öğrenciler matematik derslerini, kaynak odada bireysel ya da grup olarak uzman bir eğitimci ile yaparlar (MEB, 2021b). Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere matematik öğretimi, eğitsel tanının konması ve bu eğitsel tanı çerçevesinde konuya özgü taleplerin ve kişiye özgü özelliklerin belirlenerek BEP'lerin hazırlanmasını içerir. Bu öğrenciler için destek eğitim odalarındaki öğretim müdahaleleri ve aynı zamanda matematik eğitimi alanında öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için geliştirilen müdahale çalışmalarındaki matematiksel öğretim müdahaleleri doğrudan öğretim, somut temsil-soyut model, sözel problem odaklı yöntemleri içermektedir (Gersten vd., 2008). Bununla birlikte matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler üzerinde yapılan araştırmaların ve uygulamaların çoğu, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını desteklemek yerine, temel beceriler veya adım adım prosedürler üzerine öğretime odaklanmıştır (Bottge, Rueda, Serlin, Hung & Kwon, 2007; Van Luit & Naglieri, 1999). Yapılan araştırmalar, doğrudan öğretim yönteminin matematik öğrenme güçlüğüne sahip çocuklar için etkili olduğunu gösterse de (Swanson & Hoskyn, 1998; Swanson, 1999), bu yöntemin öğrencinin ilişkilendirme yapmasına uygun olmadığı ve öğrencinin kavrayışında bir takım boşluklar oluşturacağı (Baroody, 2006), boşlukların ise öğrenciyi ezbere öğrenmeye sevk edeceği sıkıntılarını doğurması yönünden eleştirilmektedir. Bununla birlikte doğrudan öğretim yöntemi, öğrencinin pasif öğrenici durumunda olmasında dolayı, uygulandığı sınıflarda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini açıkça yansıtabilecekleri bir ortam sağlayamamaktadır. Literatürde matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin “kendi bilgisini oluşturamama” genel kanısı olmakla birlikte, bu alışlagelmiş kanıyı savunulamaz, mantıksız ve desteksiz olarak atfedenler de vardır (Hunt & Empson, 2015; Lambert, 2018). Bu araştırmacılar öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere stratejiyi adım adım öğretmeye gerek olmadan, öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirebileceklerini ifade etmişlerdir. Bu noktada, bu öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirip, kendi matematik bilgilerini oluşturabilmeleri için öğrenme-öğretme ortamının nasıl düzenleneceği sorusu akıllara gelmektedir. Matematik problemlerine yönelik çözümlerin öğrenciler tarafından sözelleştirilmesinin, yani öğrenme sırasında öğrencilerin problemi çözerken ve/veya çözüme ulaştıktan sonra problem ve çözümü hakkında sözlü olarak konuşabilmesinin matematik performanslarını artırdığı düşünülmektedir (Gersten vd., 2008). Dolayısıyla matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin düşüncelerini açıkça ifade edebileceği, kendi stratejilerini geliştirebilecekleri etkinliklerin hazırlanması önem arz etmektedir (Siegler vd., 2012). MEB Özel Eğitim Kurumları Genel Müdürlüğü'nün

yayınladığı destek eğitim programında (2021a) bu öğrencilere yönelik öğretim planlamasında, anlatım, soru-cevap, tartışma, problem çözme, gezi-gözlem, laboratuvar, örnek olay incelemesi, drama, beyin fırtınası, gösteri, rol oynama, benzetim, bireyselleştirilmiş öğretim, aktif öğretim, bilgisayar destekli öğretim, çoklu duyuya dayalı öğretimden yararlanılabileceği belirtilmektedir. Böylece matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler bu yöntem, teknik, yaklaşımlarla ve uyarlamalarla ve hatta öğretmenin öğrenciyi tanınmasıyla ortaya çıkacak yeni uyarlamalar ile ilgili kazanımları elde edebilir.

Literatürde, giderek artan bir şekilde matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik matematik öğretiminde kullanılmak üzere gerçekleştirilen müdahale çalışmaları, bir öğrenme alanı içinde belirli öğretim stratejilerini kullanan ve sonuçları deneysel olarak değerlendirilen tamamlayıcı programlardır (Moeller, Theiler & Wu, 2012). Öğretim stratejileri üzerinde yürütülen araştırmalar göz önüne alındığında, matematik müdahalelerine yönelik açık ve doğrudan öğretim, strateji öğretimi, görsel temsiller, şema öğretimi, akran destekli öğrenme ve bilgisayar destekli öğretim yaklaşımlarından bahsedilebilir (Nelson vd., 2022). Çalışmalarda müdahalelerin farklı matematik öğrenme alanları üzerine etkisi incelenmekle birlikte, genel olarak problem çözme (Marita & Hord, 2016), genel aritmetik beceriler (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) (Gersten vd., 2009; Jitendra vd., 2018) üzerinde müdahalelerin etkisi incelenmiştir. Matematik öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin desteklenmesi amacıyla geliştirilen farklı öğretime dair müdahalelere rağmen güçlükler devam ettiğinde bir sonraki müdahale adımları açık değildir (Gillum, 2014). Bazı karmaşık öğrenme alanlarını öğrenirken, normal akranlarının bile tek bir öğretim stratejisi ile öğrenemediği düşünüldüğünde, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin yukarıda bahsedilen öğretim stratejilerinden sadece biri ile tüm öğrenme alanını öğrenmesi neredeyse imkânsız görünmektedir. Burada, öğretmenlere düşen görev, ilgili öğrenme alanına yönelik hedefleri belirleyerek, hedeflere ilişkin öğrencinin hangi öğrenme yollarından geçeceğini öngörerek doğru yerde ve doğru zamanda doğru stratejileri kullanmalarıdır. Allsopp vd. (2007), öğretmenlerin bakış açısından, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme yolları hakkındaki bilginin, onların ihtiyaçlarına göre yönergeleri planlamak ve başarılı bir şekilde iletmek için kritik olduğunu vurgulamıştır. Aksi takdirde, öğretmenler kaliteli yönergeler ve çeşitli materyaller kullansalar dahi öğrenciler öğrenmede güçlük yaşamaya devam edecektir. Başka bir deyişle, öğretmenlerin öğrencinin öğrenme yollarını bilmeden hazırlayacakları iyi bir etkinlik dizisi veya destek eğitim araçları öğrencinin bilgiyi yapılandırması için yeterli olmayacaktır.

2.2. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası

Simon (1995) temelini yapılandırmacı yaklaşıma dayandırdığı varsayımsal öğrenme yol haritasını, “öğretmenin öğrenmenin izleyeceği yol hakkındaki tahminleri” şeklinde tanımlamıştır. Varsayımsal öğrenme yol haritasını Simon (1995. s. 136), yönü tanımlayan öğrenme hedefi, öğrenme etkinlikleri ve öğrencilerin düşünme ve anlamalarının öğrenme etkinlikleri bağlamında nasıl gelişeceğine dair tahminleri içeren varsayımsal öğrenme süreci olmak üzere üç ana bileşenden oluşan bir teorik model olarak yapılandırmıştır. "Varsayımsal öğrenme yol haritası" terimini, öğretmenin öğrenmenin ilerleyebileceği yola ilişkin varsayımına atıfta bulunmak için kullanan Simon (1995), gerçek öğrenme yol haritasının önceden bilinemeyeceğini, yol haritasının beklenen bir eğilimi karakterize ettiğini vurgulamıştır.

Clements ve Sarama (2004), Simon'un (1995) varsayımsal öğrenme yol haritası tanımının özel bir durumu olarak program geliştiricilerin belirli bir takım sıralı öğretime yönelik aktivitelerin var olduğunu ifade etmesinden kaynaklanan alternatif bir tanımını yapmışlardır. Clements ve Sarama (2004) öğrenme yol haritalarının, matematiksel amaç doğrultusunda öğrencinin belli bir matematik konusuna özgü gelişimsel ilerlemeleriyle, bu ilerleme sürecinin her aşamasına uygun öğrencinin matematiksel konuyu daha derin anlamasını sağlayan öğretime yönelik aktivitelerinin toplamından oluştuğunu ifade etmişlerdir. Bununla birlikte, belirli bir matematiksel konu alanında öğrencilerin düşüncelerinin ve öğrenmelerinin betimlenmesi olarak ifade etmişlerdir. Odak nokta, öğrencilerin düşünme ve öğrenmeleriyle bağlantılı görevlerin/etkinliklerin geliştirilmesidir. Clements (2007), Müfredat Araştırma Çerçevesinde bunu “öğrenme modeli” aşaması olarak adlandırır. Clements için öğrenme modeli, öğrencilerin 'kavramlar, stratejiler, sezgisel fikirler ve problemleri çözmek için kullanılan bilgi stratejilerini' (s. 44) içeren bilgilerini belirlemek için klinik görüşmelerle başlar. Daha sonra, bu statik model, matematiksel düşünme ve öğrenme modelleri oluşturmak amacıyla öğrencilerin düşünme ve akıl yürütmelerini ortaya çıkaran görevleri veya etkinlikleri ve öğretmen etkileşimlerini inceleyen öğretim deneyleriyle test edilir ve genişletilir (Steffe & Thompson, 2000). Bu çalışma modelleri daha sonra etkinlik dizilerinin temeli olan öğrenme yol haritalarını oluşturur.

Confrey, Maloney, Nguyen, Mojica ve Myers (2009), varsayımsal öğrenme yol haritalarını, “öğretim (yani etkinlikler, görevler, araçlar, etkileşim biçimleri ve değerlendirme

yöntemleri) vasıtasıyla öğrencilerin karşılaştığı sıralı matematiksel yapılarındaki ilişkilerin, araştırmacı varsayımına dayalı ve deneysel destekli olarak betimlenmesidir” şeklinde tanımlamışlardır. Varsayımsal öğrenme yol haritalarının araştırmacılar tarafından yapılandırılan öğrencilerin öğrenme süreçlerindeki doğrusal olmayan olası geçiş yollarının modeli olarak betimleyen Confrey vd. (2009), öğrencilerin çoklu yol haritalarını, sınırları matematiksel aktivitelerle kurulan benzer koridorların içinde olacak şekilde tasnif etmişlerdir. Varsayımsal öğrenme yol haritalarının literatürün basit bir şekilde gözden geçirilmiş sentezine dayalı olmadığını, öğretim aktivitelerinin öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişi desteklemek için bilinçli olarak sıralanmış olması gerektiğini çünkü öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişlerin doğal ilerlemeler değil bilinçli olarak öğretmenin yönlendirmesiyle yapılan ilerlemeler olduğunu vurgulamışlardır. Benzer bir açıklama ile varsayımsal öğrenme yol haritaları, öğrencilerin belirli bir alanda nasıl öğrendikleri ve akıl yürüttükleri üzerine araştırmalara dayanmakla birlikte öğrencilerin doğrudan deneyimledikleri öğretim ile belirli bir öğrenme alanına ilişkin anlayışlarının zaman içinde nasıl geliştiğini açıklamaya yardımcı olmayı amaçlamaktadır (Clements & Sarama, 2007; Smith, Wiser, Anderson & Krajcik, 2006). Corcoran, Mosher ve Rogat (2009) ise, varsayımsal öğrenme yol haritalarını, belirli standartlar belirleyerek, tutarlı bir müfredat düzenleyerek, geçerli değerlendirmeler inşa ederek ve daha verimli sınıf öğretimi üreterek öğrenci öğrenmelerini geliştirme potansiyeli olarak ifade etmişlerdir. Sztajn, Confrey, Wilson ve Edgington (2012) varsayımsal öğrenme yol haritalarının, öğrencilerin takip etmesi yüksek ihtimalli adımları tanımlamak için düzenlenen, deneysel araştırmalar aracılığıyla geliştirilen, düzenli beklenen eğilimler olarak temsil edilebileceğini ve her öğrencinin yolunun kendine özgü olduğunu ifade etmişlerdir.

Literatürde varsayımsal öğrenme yol haritaları ile ilgili yapılan tanımlar göz önüne alındığında, varsayımsal öğrenme yol haritaları ile ilgili ortak karakteristikler ön plana çıkmaktadır. Birincisi, varsayımsal öğrenme yol haritalarının bahsedilen üç bileşeninin olduğudur. İkincisi, varsayımsal öğrenme yol haritasına dayalı yapılacak öğretimin planlı ve seçilen öğretime yönelik aktivitelerin veya öğretim dizisi etkinliklerinin rastgele sırayla değil, öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişi desteklemek için bilinçli olarak sıralanmış olması gerektirir. Üçüncüsü, öğrenci öğrenmelerindeki ilerleyişlere yönelik üretilen varsayımların basit bir literatür araştırmasına değil, bilimsel bir araştırmaya dayandırılması gerektirir. Son olarak ise, öğrencilerin kendilerine özgü yollarla öğrendikleri kabul edilse

de, öğrenme yollarında öğretimin temeli olabilecek ortak yönlerin olduğudur. Bu nedenle, öğrenci öğrenmesi hakkında faydalı tahminler yapılabilir.

Simon (1995), varsayımsal öğrenme yol haritalarını bir yelken gezisine benzetmiştir. Yol haritasının, seyahat edilen yol olduğunu, önceden bilinmediği için varsayımsal bir yol olduğunu ifade etmiştir. Bu gezinin yolculuk planıyla başladığını (öğretmenin öğrencilerin öğrenmesini beklediği hedef) ve bu planının, yol boyunca karşılaşılan tüm durumları kapsaması gerektiğini belirtmiştir. Bu nedenle, öğrencilerin bilgileri hakkında yeni bilgiler muhtemelen sınıf etkileşimlerinden doğacağı için varsayımsal öğrenme yol haritasının sürekli olarak revize edileceğini, öğretmenin, öğrenme sürecine ilişkin güncellenmiş varsayımlarına yanıt olarak yeni öğrenme hedefleri ve görevleri oluşturabileceğini vurgulamıştır. İyi bir öğretim planlaması, açıkça ifade edilmiş kavramsal bir hedefle başlar. Bununla birlikte olası öğrenci öğrenme süreçlerine ilişkin bilinçli varsayımları da içerir. Öğrenme hedefi, diğer bileşenler için bir yön sağlarken, etkinliklerin seçimi ve öğrencinin öğrenme süreciyle ilgili varsayımlar birbirine bağlıdır (Simon & Tzur, 2004). Öğrencilerin öğrenme süreçlerinin varsayımına dayalı olarak öğretim, öğrenmeyi teşvik etmek için tasarlanır. Öğrenme etkinlikleri, öngörülen öğrenme süreçlerine dayalıdır; bununla birlikte öğrenme süreçleri de planlanan öğrenme etkinliklerinin doğasına bağlıdır (Simon, 2014). Başka bir deyişle, etkinlikler, öğrenme süreciyle ilgili hipotezlere dayalı olarak seçilir; öğrenme sürecinin hipotezi, ilgili etkinliklere dayanır (Simon & Tzur, 2004). Clements ve Sarama (2004) bu noktayı “Psikolojik gelişimsel ilerlemeleri veya öğretim dizilerini ayrı ayrı incelemek geçerli araştırma hedefleri olabilir ve her birinin çalışması matematik eğitimini bilgilendirebilir, ancak varsayımsal öğrenme yol haritalarının yapısının gücü ve benzersizliği, bu iki yön arasındaki ayrılmaz bağlantılardan kaynaklanmaktadır.” söylemleriyle doğrulamıştır. Simon ve Tzur (2004), varsayımsal öğrenme yol haritalarının altında yer alan varsayımları şöyle sıralamışlardır:

- a) Bir varsayımsal öğrenme yol haritasının oluşturulması, ilgili öğrencilerin mevcut bilgilerinin anlaşılmasına dayanır.
- b) Varsayımsal öğrenme yol haritası, belirli matematiksel kavramların öğrenilmesini planlamak için bir araçtır.
- c) Matematiksel görevler (öğretime yönelik aktiviteler/öğretim dizisi etkinlikleri), belirli matematiksel kavramların öğrenilmesini teşvik etmek için araçlar sağlar, bu nedenle, öğretim sürecinin önemli bir parçasıdır.

- d) Bu sürecin varsayımsal olması ve doğası gereği belirsiz olması nedeniyle, öğretmen varsayımsal öğrenme yol haritasının her yönünü değiştirme yetkisine sahiptir.

Varsayımsal öğrenme yol haritası tasarlanırken, öncelikle belirli bir matematik öğrenme/alt öğrenme alanında yapılan çalışmaların kapsamlı bir sentezi yapıp, bu çalışmaların öğrencinin o öğrenme/alt öğrenme alanını nasıl öğrendiğinin yol haritası belirlenir. Araştırmacı veya öğretmen bu bilgiler ışığında öğretim etkinliklerini tasarlar. Öğrencilere ait düşüncelerin, anlayışların ve kavrayışların etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirir (Zembat, 2016). Böylelikle ilk varsayımsal öğrenme yol haritasının iskeleti oluşturulur. Daha sonra, araştırmacı öğrencilerle birebir öğretim oturumları gerçekleştirerek öğrencinin zaman içerisindeki öğrenme sürecindeki gelişimsel ilerlemelerini deneye dayalı veriler ile saptar (Franklin, Yılmaz & Confrey, 2010). Bu süreç devamlı bir analizi ve varsayımsal öğrenme yol haritasının revize edilmesini içeren dinamik bir süreçtir (Confrey & Maloney, 2011; Duncan & Hmelo-Silver, 2009). Sztajn ve Confrey'e (2019) göre, bu süreç her öğretmenin kendi sınıfında kullanmasıyla devam eder, Simon'ın yelken gezisine ilişkin açıklamasında olduğu gibi, yol haritaları hala varsayımsaldır ve öğretmenlerin öğretim oturumları sırasında öğrencilerle çalışması için başlangıç noktası işlevi görür. Ancak, öğretmenler bu yol haritalarını tek başlarına veya her seferinde yeniden yaratmaz, bunun yerine öğretime dair kararların uygulanması ve tartışılmasında ortak, araştırmaya dayalı yol haritalarını kullanabilirler. Öğrenci öğreniminin haritasını çıkaran deneysel olarak geliştirilmiş, paylaşılan yol haritaları, müfredat geliştirmeye rehberlik edecek bir araç olarak hizmet edebilir veya öğrenci öğrenmesini teşhis etmek ve izlemek için değerlendirmeler için bir temel sağlayabilir. Öğretmenler için varsayımsal öğrenme yol haritaları, öğrencilerinin düşüncelerini anlamalarına yardımcı olabilir ve bir dersi planlama, uygulama ve yansıtmadaki eylemlerine rehberlik edecek bir çerçeve sağlayabilir (Sztajn & Confrey, 2019).

Simon (2014, s.273), varsayımsal öğrenme yol haritalarının bu bileşenlerini göz önünde bulundurarak bir takım sonuçlar çıkarmıştır. Bu sonuçlardan bazılarını aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

- a) İyi bir pedagoji, açıkça ifade edilmiş kavramsal bir hedefle başlar.

- b) Öğrenciler kendilerine özgü yollarla öğrenseler de, öğrenme yollarında öğretimin temeli olabilecek ortak yönler vardır. Bu nedenle, öğrenci öğrenmesi hakkında faydalı tahminler yapılabilir.
- c) Öğretim planlaması, olası öğrenci öğrenme süreçlerine ilişkin bilinçli tahminleri içerir.
- d) Öğrencilerin öğrenme süreçlerinin varsayımına dayalı olarak öğretim, öğrenmeyi teşvik etmek için tasarlanır.
- e) Öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritası, kullanılan öğretim müdahalesinden bağımsız değildir. Öğrencilerin öğrenmesi, matematik derslerinin yapısı ve içeriği tarafından sağlanan fırsatlar ve kısıtlamalardan önemli ölçüde etkilenir.

Clements ve Sarama'nın (2004) ele aldığı “öğrenme yol haritası” öğrencilerin matematik konularını öğrenirken doğal olarak takip ettikleri ve gitgide seviyesi artan düşünme düzeylerini içerir. Bu araştırmada ise varsayımsal öğrenme yol haritaları, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin düşüncelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirmek amacıyla kullanılmıştır. Dolayısıyla matematik öğretimi için farklı yaklaşımlardan biri olan varsayımsal öğrenme yol haritaları, Simon'ın (1995) alana kazandırdığı biçimde ele alınmıştır. Bu bağlamda, kesir kavramı öğrenciler için öğrenme amacı olarak belirlenmiştir.

2.3. Kesir Kavramı

Bu başlık altında ilk önce kesir kavramının matematiksel yapısı ile birlikte çalışmada ele alınan kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik kavramsal bilgi ilgili alanyazın ile birlikte verilecektir. Daha sonra öncül kavramlar çerçevesinde kesir kavramının öğrenimi ve öğretilmesine ilişkin alanyazın ve öğretim programında kesirlere yönelik öğrenme hedefleri ve kazanımlar özetlenerek sunulacaktır.

2.3.1. Kesir Kavramının Matematiksel Yapısı

Kesirler, çeşitli uzmanlık alanlarındaki ölçmelerde kullanılmasıyla birlikte cebir ve birçok ileri matematik öğrenme alanlarında önem arz ettiğinden, öğrenciler için kritik öneme sahip temel bir alt öğrenme alanıdır (Van de Walle vd., 2009). Kesir kavramı, ilköğretim

matematik programında doğal sayıların gösterilmesinden hemen sonra incelenmektedir. Bunun önemli bir nedeni, günlük hayatta kesirlerin yaygın kullanımıdır. Öğrenciler kavramları önceki bilgileri üzerine inşa ettiğinden, öğrenciler kesirlerin dâhil olduğu durumlarla karşılaştığında problemleri çözmek için doğal sayıları kullanırlar. Araştırmacılar, öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında hazırbulunuşluğu oluşturan temel kavramları tam geliştiremedikleri zaman bazen doğal sayılardan ve tam sayılardan edindikleri birtakım bilgileri kesirlere de yanlış olarak genelleyebildiklerini raporlamışlardır (Stavy & Tirosh, 2000) (ör, kesirlerde toplama işleminde paydaların toplanması, birim kesirleri karşılaştırırken paydası büyük olan kesri büyük olarak düşünme). Bu durum, öğrencide var olan doğal sayılara ait bilgilerin kesirlerde kullanılmasını hem desteklemekte hem de engellemektedir. Bunun nedeni olarak, kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramların (örn. bütünün eşit parçalara ayrılması, birimin tespiti gibi) öğrencilere kavratılmadan sayı ve sembolik gösterim ile işlemlere erken geçiş olarak söylenebilir (Wijaya, 2017). Burada öncül kavramdan kasıt kavramın öğrenilmesine zemin teşkil eden kavramlardır (Mumcu, 2018). Bu noktada kesirleri anlamak için kesirlerin matematiksel yapısında var olan bütün öncül kavramları anlamak gerekir. Bu bağlamda bu çalışmada, öğrencilerin kesir kavramına ilişkin düşünceleri, kavrayışları ve anlayışları kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar çerçevesinde incelenmiştir. Literatür incelendiğinde, Van de Walle vd. (2009), kesir kavramının kavramsal gelişimi için kesrin anlamları, kesrin model ile temsili, eşit paylaşım, kesir dili, kesrin temsil ettiği büyüklükler, kesirsel parçaları yineleme, kesir notasyonu, 1'den büyük sayıları temsil eden kesirler, kesirleri karşılaştırma, kesirleri sıralama ve kesirlerin denkliği kavramlarını ele almıştır. Jordan vd. (2013) öncül kesir kavramlarını kesrin parça bütün anlamı, kesir notasyonu ve kesrin temsil ettiği büyüklük olarak belirtmiştir. Lamon (2007) ise kesir kavramının bileşenleri olarak ölçüm, birim, birimleştirme, paylaşım, karşılaştırma, kesrin bölme, işlemci, parça-bütün ve oran anlamları, kesirlerin sayıları temsil etmesi ve kesirlerin denkliği kavramlarını ele almıştır. Benzer olarak Barnett-Clarke vd. (2010) kesrin öncül kavramları olarak birim, birimleştirme, parçalara ayırma, yineleme ve kesrin denkliği kavramlarını işaret etmiştir. Simon vd. (2018) ise öğrencilerin kesirleri yapılandırırken izledikleri varsayımsal öğrenme yol haritalarına, sırasıyla kesrin ölçüm anlamı, birim, bileşik kesir, kesirleri karşılaştırma, bileşik kesir- tam sayılı kesir arasındaki ilişki, bir küme olarak kesirler (bir çokluğun belirli kesir kadarı), birimi tekrar birimleştirme, kesirlerin denkliği ve toplama-çıkarma-çarpma olmak üzere kesirlerde işlemler kavramlarını dâhil etmiştir. Bu

bağlamda, kesir kavramının yapılandırılması, kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar çerçevesinde gerçekleşmelidir. Bu öncül kavramlardan kesirlerin karşılaştırılması, sıralama, kesirlerin denkliği gibi ileri kesir kavramlarını öğrenmek için önkoşul olanlar; ölçme ve birim, eşit paylaşım, kesir dili, bir bütünün eş parçalarını sayma, kesir notasyonudur.

Ölçme ve Birim. Doğal sayı kavramının sayma eyleminden ve kesir kavramının da ölçme eyleminden doğduğuna dair inanış yaygındır (Argün, Arıkan, Bulut & Halıcıoğlu, 2014). Ölçme, bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip bir başka nesnenin (birim nesnenin) bu niteliğini karşılaştırma eylemidir. (Güven Akdeniz & Argün, 2019; Lehrer, 2003). Bu eylemde ölçüm; ölçülen nesnenin ölçülmekte olan niteliğinin miktarı, birim olarak kullanılan nesnenin aynı niteliğinin miktarı cinsinden ifade edilir ve doğal olarak sayılar kullanılır (Clements & Stephan, 2004). Doğal sayılar ayırık nicelikleri (büyüklükleri) saymada yeterlidir, fakat uzunluk, zaman, hacim gibi sürekli nicelikleri (büyüklükleri) daha doğru, daha hassas ölçüm düşüncesi ve birim ölçüyü daha küçük parçalara ayırma fikri (birimi yeniden ölçeklendirme), kesir kavramının doğmasına sebep olmuştur (Argün vd., 2014). Ölçme ve birim kavramlarına ait öğrenme hedefine ulaşılması için öğrencinin bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip başka bir nesneyi (birim olarak göz önüne alınan) karşılaştırması ve ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirlemesi gerekmektedir.

Literatürde kesirleri ölçüm ve birim bağlamında inceleyen çalışmalar oldukça az sayıdadır (Brousseau, Brousseau & Warfield, 2014; Rabin, 2008; Simon vd., 2018; Steffe, 2002; Steffe & Olive, 2010; Wilkins & Norton, 2018; Wong & Evans, 2008). Simon vd. (2018) araştırma çalışmaları, müfredat ve değerlendirme sonuçlarını içeren çalışmaları incelemiş, en umut verici yönün bir ölçüm bağlamında kesir kavramlarını oluşturmak olduğu sonucuna varmışlardır. Kesirleri ölçüm ve yineleme kavramları üzerine yapılandıran bu çalışmalar, Simon'ın çalışmalarının temelini oluşturmuştur. Kesirler ölçme fikri temel alınarak doğal sayı sisteminin genişletilmesiyle inşa edilebilir (Hart, 1981). Buna dayanarak, Steffe vd. kesirleri, doğal sayı kavramları ve işlemleri, özellikle doğal sayıların gelişimi için temel olan yineleme işlemi üzerine inşa etmişlerdir. Brousseau vd. (2014) ölçüm bağlamında kesirlerin inşası üzerine çalışmışlardır. Wong ve Evans (2008), çalışmalarında, öğrencilerin, ölçüm anlamında kesirleri içeren sorular hakkındaki düşüncelerini ve kavram yanılgılarını incelemişlerdir. Wilkins ve Norton (2018) ise, çalışmalarında, kesirlerin ölçüm anlamı için

öğrencilerin zihinsel eylemlerine odaklanan ve öğretim tasarımı bilgilendiren öğrencilere ait bir öğrenme ilerleyişi önermişlerdir.

Professional Development Service for Teachers'ta (2014) belirtildiği üzere temel olarak kesirlere iki durumda daha sık ihtiyaç duyulmakta, bunlardan birisi, ölçüm yaparken, bir nesnenin uzunluğu, yüksekliği, genişliği, kapasitesi vb. ardışık iki tam sayı arasına düştüğü durumlardır. Kesirli birimler, standart nesne veya ölçü birimi daha küçük eşit parçalara bölündüğünde türetilir. Bütün ölçü birimleriyle birlikte bu kesirli birimler, doğru bir ölçüm aracı sağlar (Skemp, 1986). Bir ölçüm görevi, "bölgeyi kapsayan" tüm birimlerin sayısını sayma ve ardından uygun uyumu sağlamak için bir birimi eşit olarak alt bölümlere ayırma sürecini" gerektirir (Kieren, 1980, s. 236). Kesir, durumların o birime göre (tekrar ölçeklendirme ile) yeniden tanımlandığı bir referans biriminin oluşturulmasından kaynaklanan bir miktarı temsil eder (Lamon, 1993; Olive & Steffe, 2002). Referans birimi, kilogram, metre gibi Uluslararası Birimler Sisteminden (SI) biri veya çikolata veya pizza gibi keyfi birimlerden biri olabilir.

Eşit Paylaşım. Bir bütün için eşit paylaşım, bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına gelir (Empson, 1999). Eşit paylaşım kavramını anlamlandırmak, bütünün temsil eden bir veya belirli bir sayıdaki nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmayı ve eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini fark etmeyi gerektirir. Eşit paylaşım sonucunda öğrenciler birim kesirler üretirler. Üretilen bu birim kesirleri kesir dili ile temsil etmeden önce, öğrencilerin eşit paylaşım kavramını anlamlandırmaları gerekir (Van de Walle vd., 2009). Eşit paylaşım kavramının anlaşılması için öğrencinin verilen bir veya birden fazla bütünü farklı yollarla eş parçalara ayırması beklenmektedir. Sürekli bir bütünü veya bir çokluğu eşit parçalara ayırırken kesir dilinin kullanılması gerekmez.

Çalışmalar, erken aşamalarındaki öğrencilerin, kesirli miktarlar oluşturmak için eş parçalama ve eşit paylaşım anlayışları tarafından tetiklenen resmi olmayan stratejilerin kullanımına başvurduklarını göstermektedir (Confrey vd., 2009; Krause, Empson, Pynes & Jacobs, 2016). Başka bir deyişle, öğrenciler informal olarak bir bütünü eşit parçalara ayırma bilgisine sahiptirler (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck, 1993). Çünkü çocuklar, "eşit paylaşımın" ne demek olduğunu çok erken yaşlarda öğrenirler. İster şeker ister doğum günü pastası olsun, birçok çocuk başarılı bir şekilde eşit büyüklükte gruplar veya bir çokluğun veya bütünün parçalarını oluşturur, ancak daha sonra yedi kişilik bir aile

arasında dört turtayı eşit bir şekilde paylaşmak gibi birden fazla bütünün eşit paylarını oluşturmada zorluk yaşarlar (Wilson, Edgington, Nguyen, Pescosolido & Confrey, 2011). Eşit paylaşımın amacı, her bir paydaşın eşit olarak ne kadar pay alacağını bulmaktır. Başka bir ifade ile eşit paylaşım kavramı, bir bütünün veya bir grup nesnenin eşit parçalara bölünmesi anlamına gelir. Bu nedenle, bir nesneyi veya bir nesne grubunu eşit olarak bölerek/ayırarak/parçalayarak, paylaşılanlar arasında eşit paylar elde ederiz. Elde edilen eşit parçalar, diğerleri arasında hacim, boyut, ağırlık, sayı ve yükseklik gibi ölçümlerde aynı olmalıdır, yani parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerekir.

Eşit paylaşım etkinlikleri, pizza dilimleri veya kek parçaları gibi nesnelerin belirli sayıda kişi/nesne tarafından eşit olarak paylaşıldığı bir görevdir. Eşit paylaşım etkinlikleri, (a) parça/bütün ilişkileri, (b) eş parçalama/bölme/ayırma ve (c) bir alanı aynı kesirli parçalara bölerek kesirleri birleştirme (ortak bir payda bulmaya benzer) dâhil olmak üzere kesir kavramlarını keşfetmeye teşvik etmek için tasarlanır. Araştırmalar, öğrencileri eşit paylaşım etkinliklerine dahil etmenin ve desteklemenin, rasyonel sayı kavrayışlarını güçlendirmek için kullanılabilecek anlamlı bağlamlar geliştirmelerini sağladığını göstermektedir (Wilson vd., 2011).

Eşit pay yorumunda, $\frac{m}{n}$ kesri, m özdeş şey n arasında eşit olarak paylaşıldığında bir pay anlamına gelir. Kesirler arasındaki ilişkilere mantıksal akıl yürütme ile ulaşılır (Streefland, 1993). Örneğin 6 adet kek 5 çocuğa eşit olarak paylaştırıldığında bir çocuğun payı $\frac{6}{5}$ 'tir. Paylaşımın kendisi birden fazla şekilde yapılabilir ve her biri bize kesirler arasında bir ilişki verir (Subramanian & Verma, 2009). Örneğin, 6 adet kek her biri 5 eş parçaya bölünerek her çocuğa 6'şar parça $\frac{1}{5}$ 'lik kek dağıtılabilir. Başka bir şekilde, her bir çocuğa birer bütün kek dağıtılır, daha sonra kalan 1 kek, her çocuk $\frac{1}{5}$ 'lik kek pay alacak şekilde beş eşit parçaya bölünerek dağıtılabilir. Paylaşılan kişilerin sayısı ve paylaşılan nesnelerin sayısı arasında ilişki kuran bir yapı vardır (Lamon, 1993; Streefland, 1991).

Literatür incelendiğinde, Lurkis (2000), çalışmasında, eşit paylaşım görevini içeren matematiksel aktivitelerin öğrencilerin hem matematiksel hem de anlatımsal anlayışlarını incelemiştir. Örneğin, Lewis, Gibbons, Kazemi ve Lind (2015), ABD'li öğrencilerin, eşit paylaşım kavramını ve temsil yollarına ilişkin anlayışlarını ortaya çıkarmışlardır. Ntow (2022) ise, çalışmasında, öğrencilerin kullandıkları temsil türlerinin ve stratejilerinin incelenmesi yoluyla kesirlerde eşit paylaşım kavramı hakkındaki fikirlerini incelemiştir. Wilson vd. (2011) ise, ortaöğretim öğrencilerininin rasyonel sayılarla akıl yürütmelerini

güçlendirmelerine yardımcı olabilecek eşit paylaşım etkinlikleri, öğrenci çalışma örnekleri ve öğretim fikirleri sunmuşlardır. Confrey vd. (2009) ve Suh vd. (2019), öğrencilerle yapılan görüşmelere dayanarak, bir eş parçalama (equipartitioning) öğrenme yol haritası oluşturmuşlardır. Charles ve Nason (2000) ve Driskell (2004) ise öğrencilerin eşit paylaşım etkinliklerinde kullandıkları stratejileri incelemişlerdir.

Kesir Dili. Eşit paylaşım ile üretilen birim kesirler kesir dili ile temsil edilir. Bir bütünün kendisi bütün (tam), bütünü oluşturan parçalar ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade edilir. Sözel olarak ifade edilen bir kesrin alan, uzunluk niteliklerine sahip modellerle ve küme modelleri ile temsil edilmesi beklenir. Kesir dili ile ilgili öğrenciler verilen birim kesirleri, sözel olarak ifade edip ve model ile gösterebilmelidir.

Öğrenciler, paylaşımın sonuçlarını sadece bir sayı olarak değil (ör. 2 tane, 3 tane), aynı zamanda bir parçanın temsil ettiği miktarı bütünü temsil eden miktar ile ilişkilendirecek şekilde kesir dili ile ifade ederler (ör. üçte bir, sekizde bir) (Wilson vd., 2011). Örneğin, 3 arkadaş arasında 15 şeker paylaşmak, “kişi başına 5 şeker”, “şekerin üçte biri” veya “üçte biri” olarak ifade edilebilir. Çoklukları paylaşırken adlandırmaya benzer şekilde, bir bütünü 6 kişi arasında bölüştürdükten sonra bir kişinin payını tanımlamak, öğrencilerin rasyonel sayı kavramlarını, bir oran (kişi başına 1 parça) ve bir operatör (kekin altıda biri) veya miktar olarak (altıda biri) geliştirir. Öğrencilerin paylaşımları kesir dili ile ifade etme biçimleri, kullandıkları stratejilerle ilgilidir; bu ortak dil, öğrencilerin rasyonel sayılar muhakemesinin temel bir konusu olan birimleri iyi anlamaları için zengin fırsatlar sağlar. Öğrencilerin pay, payda, kesirsel parçaları sayma ve kesirlerle işlemleri anlamlandırmaları için kesir dilini iyi yapılandırmaları gerekmektedir (Bingham & Rodriguez, 2019). Bir bütünü parçalara ayırırken, öğrenciler, kesirsel parçaların bir yönünün farkında olmalıdır: parçaların sayısı kesirsel miktarı belirler (ör. dört parçaya ayırmak demek her parça bütünün dörtte biridir demektir), yani bütünü oluşturan parçaların sayısı kesirsel parçaların ya da paylaşım sonucu elde edilen payların adını belirler (Van de Walle vd., 2009).

Literatürde kesirleri oluşturan öncül kavramlardan kesir dilini inceleyen çalışmalardan, Bingham ve Rodriguez (2019), çalışmalarında, kesir dilini öğrenmenin önemini vurgulamış ve kesir kavramlarını okuma ve yazma ile bütünleştiren okuryazarlık etkinlikleri için fikirler sunmuşlardır. Clarke, Roche, Mitchell ve Sukenik (2006), çalışmalarında, öğrencilerden miktarları eşit olmayan parçaları içeren bir bütünde, gösterilen bir parçanın bütüne göre miktarını kesir dilinde ifade etmelerini istemişlerdir. Bu noktada, model ile gösterilen bir

birim kesir, miktarları eşit olmayan parçaları içeren bir bütünün parçası olsa dahi öğrencilerin kesir dilinde ifade etmesi beklenir (Siebert & Gaskin, 2006).

Bütünün Eş Parçalarını Sayma. Bütünü oluşturan parçalardan birini ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir gibi birim kesir şeklinde sözel olarak ifade edilmesinden sonra bütünün diğer eş parçalarını yineleme eylemi ile sayarak elde edilen parçalar koleksiyonu bütün ile karşılaştırılır. Örneğin, dörtte üç gibi bir kesir dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görülür (Post, Wachsmuth, Lesh & Behr, 1985; Siebert & Gaskin, 2006; Tzur, 1999). Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkinin istendiği durumlar, koleksiyon birden az ise basit kesir, bir ise bütün/tam veya birden daha fazla bütün oluşturacak şekilde ise bileşik kesir kavramları ile ilgili ön bilgi oluşturur. Bu durumda öğrenciden yineleme eylemini kullanarak verilen sayıda parçayı bütünüyle karşılaştırması beklenir.

Bütüne ait parçalar koleksiyonunun bütünle karşılaştırılmasını görmek için bütüne ait parçaları sayma, kesrin iki parçası için temel oluşturur. Öğrencilerin bütüne ait parçaları sayma konusunda düşündükleriyle elma ya da diğer nesneleri sayma konusunda düşündükleri hemen hemen aynı olmalıdır (Van de Walle vd., 2009). Bu saymaya veya bir parçayı tekrar etmeye yineleme denir. Sürekli bir bağlamda yineleme, verilen parçanın n katı büyüklüğünde bağlantılı bir bütün oluşturmak için belirli bir uzunluğu veya alanı zihinsel olarak tekrarlamayı içerir (Wilkins & Norton, 2011). Bölme/parçalama/ayırma işlemi, eşit parçaların yaratılmasına hizmet eder ve yineleme işlemi, bu parçalardan birinin uygun sayıda tekrarlandığında bütünü yeniden üretip üretmediğini test etmeye hizmet eder (Steffe, 2004). Bütünü oluşturan parçalardan birim kesri temsil eden parçalardan biri yinelenerek parçalar koleksiyonundan oluşan bir parçanın miktarını temsil eder. Parçalara ayırma gibi bir parçayı yineleme eylemi kesirleri anlama ve kullanmanın önemli bir parçasıdır. Öğrenciler kesir dilini anlıyor gibi görünüyorsa ve birim kesirleri yineleme eyleminin iyi kullanıyorlarsa, o zaman bileşik kesirler kavramı doğal bir şekilde ortaya çıkması beklenir (Clarke, Roche & Mitchell, 2008).

Literatürde kesirleri oluşturan öncül kavramlardan bütünün eş parçalarını sayma kavramını inceleyen çalışmalar genel olarak Steffe (1993) tarafından geliştirilen öğrencilerin kesirleri öğrenme modelinin yapısında yer alan “yineleme” işlemini ele alarak öğrencilerin bütünün eş parçalarını sayma anlayışlarını inceleyen çalışmalardır (McCloskey & Norton, 2009; Norton & Wilkins, 2009; Wilkins & Norton, 2018).

Kesir Notasyonu. Kesir dili kullanılarak parçalar koleksiyonu ile bütün arasındaki ilişkiler ortaya çıkarıldıktan sonra bu ilişkiler “sembolik kesir notasyonu” ile ifade edilir. Bu sembolik gösteriminde yer alan pay ve paydanın ne anlama geldiğinin sözel olarak açıklanması kesirlerde karşılaştırma ve işlem yapılabilmesi için önem taşır. Kesir notasyonu kavramının anlaşılması için öğrencinin sözel veya modelle verilen bir kesri sembolik olarak ifade etmesi, sembolik olarak verilen kesre karşılık model oluşturması beklenir.

Parçalara ayırma ve eş parçaları sayma deneyimlerinden sonra öğrenciler kesirler için sembolik gösterimleri öğrenmeye hazırdırlar (Van de Walle vd., 2009). Kesirler için sembolik gösterim üstte ve altta birer sayı ve aralarından bir çizgiden oluşan gösterimdir. Alttaki sayı, yinelenen parçanın temsil ettiği miktarı ifade eder. Eğer alttaki sayı 4 ise, dörtte birleri yinelediğimiz anlamına gelir. Üstteki sayı ise yinelenen parçanın kaç kez yinlendiğini ifade eder. Yani parçaları veya paylaşımları sayar.

2.3.2. Kesir Kavramının Öğrenimi ve Öğretilmesi

Kesirler, onlarca yıldır öğretmenler, öğrenciler ve matematik eğitimcileri için zorlu bir öğrenme alanı olarak kabul edilmiştir (Cwikla, 2014; Petit, Laird & Marsden, 2010; Siegler, Fazio, Bailey & Zhou, 2013). Ulusal Eğitimsel Gelişim Değerlendirmesi (NAEP), öğrencilerin kesirlerle ilgili sorunları olduğunu göstermiş, Ulusal Matematik Danışma Paneli (2008) ise, ortaokulda kesirlerle ilgili zorluklarla karşılaşan öğrencilerin yüzdesinin %40'lara kadar çıktığını bildirmiştir. Kesirlerin ne olduğu ve nasıl işledikleri konusunda güçlü bir temel olmadan, öğrencilerin %50'si ortaokul ve lise boyunca kesirlerle mücadele etmeye devam etmektedir (NMAP, 2008). Siegler vd. (2013) lise öğrencilerinin düşük matematik başarılarını ve cebir bilgilerindeki eksiklikleri ilköğretim düzeyinde elde edilen zayıf kesir bilgisine bağlamaktadır. Ayrıca Bruce, Chang, Flynn ve Yearley (2013), öğrencilerin kesirlerdeki zayıf temellerinin, mesleki başarılarını engelleyebilecek daha yüksek matematik peşinde koşmalarını etkileyebileceğini vurgulamaktadırlar. Bu örnekler, öğrencilerin ortaokul ve lisede bile kesirlerle ilgili zorluklar yaşadıklarına işaret etmektedir ve bu nedenle ilköğretimin ilk yıllarında kesirlerin kavramsal anlayışının gelişimine gereken önemi vermek daha da önemli hale gelmektedir. Konuya onlarca yıldır yoğun bir şekilde odaklanılmasına rağmen, çocukların kesir bilgisini yapılandırmalarının nasıl destekleneceğini belirlemek, hem öğretmenler hem de araştırmacılar için zorlu bir görev olmaya devam etmektedir. Araştırmacılar, gelişimsel engelleri belirlemek ve bu engelleri

ortadan kaldırmak ve faydalı sınıf etkinlikleri önermek için çeşitli verimli yaklaşımlar sürdürmeye devam etmektedirler (Wilkins & Norton, 2011).

Kesirlerin anlaşılmasındaki zorluklar, yeni bir sayı türünü (rasyonel sayı) içermesinden ve çoğu öğrenci için sayı kavramının, kesirlerle karşılaşana kadar doğal sayılarla sınırlı olmasından kaynaklanır (Simon vd., 2018). Matematik eğitimi araştırmaları, bu zorluğun merkezi bir yönünün kesirlerin öğreniminde parça-bütün kavramlarının sınırlamalarını ele almaktan ibaret olduğunu göstermektedir (Mack, 2001; Pitkethly & Hunting, 1996; Steffe & Olive, 2010; Streefland, 1991). Parça-bütün kavramında, öğrenciler kesirleri bütündeki eşit parçaların sayısı ve bütünden alınan parça sayısını içeren iki sayının karşılaştırması olarak yorumlarlar. Böyle bir kavramın sınırlarını anlamak için $\frac{7}{5}$ gibi bir bileşik kesir göz önüne alınırsa, beş parçadan yedi parça almak imkânsız olduğu için, öğrenciler (ve birçok öğretmen) refleks olarak bu tür kesirleri tam sayılara çevirir (örn. $1\frac{2}{5}$) (Thompson & Saldanha, 2003; Tzur 1999). Bu noktada, öğrencilerin parça-bütün kavramının ötesinde daha karmaşık kesir kavramları geliştirmesi, cebir gibi önemli matematiksel konuların daha sonraki çalışmaları için zemin hazırlar (Hackenberg & Lee, 2015). Dolayısıyla, öğrencilerin parça-bütün kavramlarından ölçüm kavramlarına kadar kesrin tüm anlamları ile kesirleri yeniden kavramsallaştırmalarını desteklemek gerekmektedir (Norton & Boyce, 2013). Lamon (2007), parça-bütün, oran, işlemci, bölme, ölçme olmak üzere kesirleri beş bağlamda incelemiş, ölçme bağlamına dayalı öğretimin, diğer alt yapılarla bağlantı açısından en sağlam kesir kavramlarını desteklediğini bulmuştur. Simon vd. (2018), öğrencilerin kesirleri öğrenmeye başlarken anlamalarının önemli ve birbiriyle ilişkili sınırlılıklarını kendi ve başkalarının çalışmalarından derleyerek şu şekilde sıralamıştır:

- *Kesrin bir miktarı temsil ettiğine ilişkin kavrayış eksikliği.* Öğrenciler genellikle kesrin parça-bütün anlamına sahiptirler (Simon, 2006). Onlara göre $\frac{m}{n}$ ($m < n$), bir bütünün n eş parçayı içerdiği ve bu parçalardan m 'sinin gösterildiği bir ilişkiyi temsil eder. Öğrencinin nicelik, ölçü veya miktar olarak $\frac{1}{n}$ veya $\frac{m}{n}$ hakkında hiçbir bilgisi yoktur. Dolayısıyla $\frac{m}{n}$ bir sayıyı temsil eden bir gösterim yerine, eş parçaları içeren bir ilişkinin gösterimini ifade eder. Böyle bir anlayışta, $\frac{1}{n}$ ve $\frac{m}{n}$, n adet eş parçaya bölünmüş bir bütünün parçaları olarak dâhil edilmediğinde hiçbir anlam ifade etmez (Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Mitchell & Clarke, 2004).

- *Kesri iki ayrı sayı olarak görme.* Öğrenciler, kesri, aralarında belirli bir ilişki olmayan nicelikleri temsil eden bir sayı çifti olarak görürler (Stafylidou & Vosniadou, 2004). Taralı parça sayısı olarak ilk sayıyı ve toplam parça sayısı olarak ikinci sayıyı görebilirler.
- *Sınırlı parça-bütün anlayışı.* Öğrenciler, tarihsel olarak, bütünü oluşturan $\frac{n}{n}$ 'in parçalarından oluşan, tam bir setten türeyen olarak görürler. Bu anlayışın önemli bir etkisi, bileşik kesri kavramsallaştıramamaktır, çünkü bu parçaların kaynağındaki bütüne ait parça sayısından daha fazla parçaya sahip olmak mantıklı değildir. (Stafylidou & Vosniadou, 2004).

Başta ABD ve Singapur olmak üzere birçok ülkenin müfredatında kesirlerin sembolik gösterimi hemen tanıtılmakta, pay ve payda iki sayının (bütüne ait parça sayısı ve alınan parça sayısı) bir temsili olarak öğretilmekte, öğrenciler kareler ve daireleri kullanarak kesirleri bütünün parçaları olarak öğrenmektedirler (Alajmi, 2012; Hong, Mei & Lim, 2009; Watanabe, 2007). Hâlbuki araştırmacılar kesirlerin yalnızca parça-bütün ilişkisi temel alınarak öğretilmesinin sınırlamalarını belgelemiştir (Behr vd., 1992; Mack, 2001; Olive & Vomvoridi, 2006; Thompson & Saldanha, 2003; Tzur, 1999). Parça-bütün kavramı, herhangi bir kesir anlayışının bir parçası olmasına rağmen, yukarıdaki örnekler kesirlere gereksiz yere sınırlı bir giriş yapılmasına neden olmaktadır. Ölçme bağlamında kesir kavramını geliştirmek, Simon vd.'nin yukarıda ele aldığı zorlukların tümünü ele alma potansiyeline sahiptir. Hackenberg, Norton ve Wright (2016), ölçme bağlamında kesir kavramını yapılandıran öğrencilerin kesri “parça-bütün ilişkisinden ziyade ölçüm” olarak düşünebileceklerine işaret etmiştir. Örneğin, yaygın olarak kullanılan Japonca metin dizisi Tokyo Shoseki'de (Fujii & Iitaka, 2012), bir çocuğun diğerinin kolunu ölçtüğü ve bir metreden fazla, ancak iki metreden küçük olduğu bir durum verilerek öğrencilere kesirler tanıtılır. Metin daha sonra öğrenciye birimi eşit parçalara bölerek problemin nasıl çözüleceği konusunda açık yönergeler sağlar ve kesir gösterimi tanıtılır (Alajmi, 2012). Japonca metinler, basit kesirlerin, daha sonra bileşik kesirlere genişletilen birim kesirlerin bir koleksiyonu olduğu fikrini vurgular (Watanabe, 2007). Ölçüm anlamına dayanan başka bir yaklaşım, sayının genel bir kavram olarak geliştirilmesi gerektiği fikrine dayanmaktadır (Davydov, Gorbov, Mukulina, Savelyeva & Tabachnikova, 1999). Öyle ki her yeni sayı türü (örneğin, rasyonel, irrasyonel) temel kavramda bir değişiklik gerektirmemektedir (Morris, 2000). Bu yaklaşım, bir niceliğin bir birim ile ölçülmesinin sonucu olarak sayının

tanıtılmasını içerir. Bu nedenle, ölçüm yalnızca kesirler için değil, aynı zamanda (genel olarak) en başından itibaren sayılar için bir temeldir. Sayıya böyle bir giriş, birinci sınıf ile başlar ve gelecekteki tüm çalışmaların temelidir.

Literatürde, kesrin ölçüm anlamında yapılandırılması gerektiği ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, Simon vd. (2018) çalışmalarında, ABD ilkököl öğretmenleri tarafından ABD ilkököl sınıflarında verilen eğitimin temeli olabilecek ilk kesir kavramlarını ölçmeye dayalı bir yaklaşımla öğretmek için bir varsayımsal öğrenme yol haritası geliştirmeyi amaçlamışlardır. 9-10 yaşında 3 öğrenci ile çalışan araştırmacılar, öğrencilerin sürekli bir birimi tekrar birimleştirme etkinlikleriyle, boyutu birimin ölçülme sayısı (payda) ile belirlenen bir birim kesir kavramı üretmelerini teşvik etmişler ve ölçümün, birim kesrin söz konusu miktarı (pay) kaç kez ölçtüğünün sayısı olduğunu kavramalarını sağlamışlardır. Steffe (2002) ve Steffe ve Olive, (2010) çalışmalarında, öğrencilerden, bir şeker barını 5 kişi arasında eşit olarak paylaşmalarını istemiş, öğrencilerin, barın beşte biri olarak düşündükleri tahmini bir parçayı 5 kez yineleyerek, üretilen bar parçasının orijinal şeker barı ile karşılaştırdıklarını tespit etmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin ürettikleri tahmini parçanın uzunluğunu ayarladıkları ve üretilen çubuk parçasını yinelediklerinde orijinal çubuğun uzunluğuna eşit olana kadar işlemi tekrarladıkları bir strateji geliştirmişlerdir. “Tekrar stratejisi” olarak adlandırılan bu etkinliğin öğrencilerde iki önemli soyutlamaya yol açtığı sonucuna varmışlardır. İlk olarak, aradıkları parça ($\frac{1}{5}$ olarak bilinen), bütünün uzunluğuna göre belirli bir uzunluktadır. Yani bütünü oluşturmak için 5 kez yinelenen uzunluk parçasıdır. İkincisi, bütүн ne kadar çok parçaya bölünürse, parça o kadar küçük olur.

Brousseau vd. (2014), öğrencilerin önceki ölçüm yöntemlerinin uygulanamayacağı kadar ince bir şeyi ölçmek için bir yol icat etmelerini sağlamayı amaçlamışlardır. Öğrencilerden doğrudan normal ölçüm cihazlarıyla ölçemeyecekleri bir kâğıdın kalınlığını bulmalarını istemiş, öğrencilerin "kalınlığı tekrar etmenin" - yani kâğıt yapraklarını istiflemenin - cetvellerinin bir okuma yapması için yeterli kalınlık sağladığını keşfetmişlerdir. Örneğin, üst üste koydukları 10 kâğıdın kalınlığının 1 mm olduğunu bulan öğrenciler, bir kâğıdın kalınlığının onda bir mm olduğunu bulabilmişlerdir.

Ölçüm anlamında kesirlerin yapılandırılmasında öğretime yardımcı olması için sayı doğrularının kullanılması ile ilgili çalışmalar da mevcuttur. Sayı doğrusu, öğrencilerin kesirleri görselleştirmelerine ve bunları karşılaştırmalarına yardımcı olmak için de kullanılır. Kesirlerin ilk geliştirilmesinde alan modelleri yerine uzunluk modeline sahip modelleri veya sayı doğrusunun kullanılması gerektiğini savunan matematik eğitimcileri mevcuttur

(Alajmi, 2012). Sayı doğrusu kullanmanın birçok avantajı vardır. Öğrencilerin doğal sayıların, kesirlerin ve rasyonel sayıların nasıl ilişkili olduğunu görmelerine yardımcı olur. Örneğin, $\frac{5}{3}$ 'ün neden $1\frac{2}{3}$ ile ve $\frac{6}{3}$ 'ün neden 2 ile aynı olduğunu anlamanın bir yolunu sağlar ve öğrencilerin rasyonel sayıların yoğunluğu kavramını anlamalarını kolaylaştırır (yani, herhangi iki farklı kesir veya ondalık sayı arasında sonsuz sayıda kesir ve ondalık sayı vardır) (Clarke vd., 2008). Sayı doğrusu, kesirleri nicelik ve ölçü yorumu olarak örneklemek için kullanılan matematiksel bir model olsa da (Wong & Evans, 2008), ölçü birimi olarak kesirlere odaklanan örnekler, sayı doğrusu modelleriyle sınırlandırılmamalıdır. Ölçme fikri, bölge ve hacim modellerini kullanan bütünün parçası kavramıyla yakından ilişkilidir (Kieren, 1980). Öğrenciler, çeşitli kesir modellerinin temsil ettiği birim kesri, kesrin sembolik gösterimini ve görsel temsillerini aynı anda koordine edebildiklerinde, ölçme bağlamında kesirler hakkında bir anlayış geliştirirler. Kesirleri ölçme bağlamında örneklemek için kullanılan görsel temsillerle vurgulanan farklı kavramsal boyutlar arasında bağlantı kurabilirler (Ball, 1993). Dolayısıyla, kesirlerin kavramsal anlamı için ölçme fikri ile başlanması, birim yinelenmenin zihinsel aktivitesine dayanarak, öğrencilerin doğal sayılar üzerinde çalışma şekillerinin yeniden düzenlenmesi yoluyla kesirlerin inşası için temel sağlar (Simon vd., 2018; Wilkins & Norton, 2018).

Kesir kavramını öğrenebilmek için öğrencilerin ihtiyaç duyduğu temel becerilerden bir diğeri olarak tanımlanan eşit paylaşım kavramı (Ntow, 2022), öğrencilerin gayri resmi olarak edindiği kaynaklardan yararlanan ve bu kaynakları öğretim yoluyla daha gelişmiş matematiksel anlayışa teşvik eden kesirleri anlama için potansiyel olarak zengin bir temel sağlar (Empson, 1999). Eşit paylaşım etkinlikleri, matematik eğitimi alanındaki araştırmacılar tarafından öğrencilerin anlamlandırmalarını desteklemede önemli olarak tanımlanan özellikleri içerir (Ball, 1993; Hiebert vd., 1997; NCTM, 1989). Eşit paylaşım etkinlikleri hem tarihsel olarak hem de günümüzde kesir bilgisine giden önemli bir yol olarak kabul edilmektedir (Streefland, 1997). Bir nesne koleksiyonundan (çokluktan) eşit büyüklükte gruplar oluşturmayı veya bir bütünün eşit miktarda parçalarını oluşturmayı gerektiren bu etkinlikler, genellikle öğretmenler tarafından öğrencilerin birim kesir fikirlerini formüle etmelerini desteklemek için kullanılır (Wilson, Myers, Edgington & Confrey, 2012). Eşit paylaşım etkinlikleri, öğrencilerin tanıdık bir bağlamda anlatılan matematiksel bir durumu, otomatik olarak gerçekleştirilebilecek rutinleştirilmiş prosedürler yerine çözülmesi gereken bir şey olarak yani bir günlük yaşamlarına uygulanabilir bir gerçek hayat problemi olarak düşünmelerini sağlar (Ball, 1993). Aynı zamanda, açık uçlu olduğu

için öğrencileri matematiksel sorgulamalarını geliştirmeye teşvik eder. Böylece, çocuklar problemi çözmek için birden fazla strateji kullanabilir ve problemi temsil etmenin farklı yollarını geliştirebilirler.

Öğrenciler erken yaşta bir şeylerin paylaşıldığı etkinliklere tanık olup katıldıklarından ve "bölmek" veya "yarıya bölmek" gibi ifadeler duyduklarından (Pothier & Sawada, 1983), belirli sayıda pizza, şekerleme veya kekin bir grup insan arasında eşit olarak paylaşılması gerektiğini kolayca kavrayabilirler. Empson (2002), eşit paylaşımlı görevleri içeren problemler kurmanın, öğrencilere kesirlerin birçok önemli yönünü içeren kendi modellerini oluşturma fırsatları sağladığını bulmuştur. Aynı şekilde diğer birçok araştırmacı, öğrencilerin ilk kesir kavramlarını oluşturmalarını desteklemek için, bir grup nesneyi paylaşma veya bölümlere ayırmayı içeren durumlarda öğrencileri meşgul etmenin değerini doğrulamıştır (Behr vd., 1984; Charles & Nason, 2000; Kieren, 1980; Saenz-Ludlow, 1994; Van de Valle vd., 2009). Ancak, eşit paylaşım etkinliklerin sınırlılıkların da olduğunu iddia eden araştırmacılar da azınlıkta değildir (Ball, 1993; Freudenthal, 1973; Hunting, 1983; Lamon, 2005; Mack, 2001; Saxe, Gearhart & Seltzer, 1999; Simon vd., 2018). Öğrencilerin etkinliğin matematiksel bileşenlerini gerçekte ne ölçüde anladıkları belirsizdir. Bu nedenle, olayların anlatı dizisini içeren etkinlikler öğrencilerin izlemesi açısından kolay olabilir, ancak öğrencilerin gerçekte ne anladığı konusunda yanlış bir algı da verebilir. Lamon (2005), " $\frac{1}{2}$ "'in göreceli miktarının, öğrencilerin kesirler hakkında doğal sayıların bilişsel yapılarının ötesinde farklı düşünmelerini gerektiren, dolayısıyla zorluklara ve kafa karışıklıklarına neden olan bütüne bağlı olarak değiştiğini belirtmektedir. Bununla ilgili Kouba, Zawojewski ve Strutchens'in (1997) yaptığı çalışmada, bir bütünün $\frac{1}{2}$ 'inin yendiği bir durum ile başka bir bütünün $\frac{1}{2}$ 'inin yendiği başka bir durumda yenilen miktarların eşit olup olmayacağı ile ilgili soruya öğrencilerin dörtte üçü iki durumda da yenilen miktarların eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Bu noktada, öğrencilere kesirler ile ilgili öğretilmesi gereken anahtar fikir kesrin, bütünün ve parçalarının miktarları hakkında bir şey söylemediği ve kesirlerle temsil edilen miktarın kesrin referans aldığı bütünün miktarına göre değişiklik gösterebileceğidir. Bununla birlikte, öğrencilerin aynı kesirleri somut malzemeler kullanarak değişik büyüklükteki bütünlere referans verebileceğini görmeleri gerekmektedir. Eşit paylaşım etkinlikleri ile ortaya çıkan diğer bir sınırlılık öğrencilerin bir çokluğu veya bir bütünü belirli sayıda kişilere veya nesnelere paylaştırırken payların fiziksel görünüşlerinin hep aynı olmasından kaynaklanır. Bu noktada, eş paylar için, öğrencilerin parçaların aynı

şekle sahip olmasalar bile eşit miktarda olması gerektiği fikrini edinmesi gerekmektedir. Hunting (1983), yaptığı çalışmada, katılımcı öğrencinin sırasıyla dörtte biri dört eş parçadan biri ve sekizde biri sekiz eşit parçadan biri olarak anlamış gibi görünse de, sekizde birin dörtte birden az olduğunu anlamadığını saptamıştır. Mack (2001) de öğrencilerin parça-bütün kavramlarında sınırlamalar bulmuştur. Freudenthal (1973) tarafından, kesir yaklaşımı olarak fark edilen sınırlamalardan biri, genellikle bütünün bölünebilir bir nesne (örneğin, bir şeker çubuğu) olarak tasvir edilmesi ve birim kesirlerin, nesneyi eşit miktarda parçalara ayırmanın sonucu olarak tasvir edilmesidir. Bu durumlarda, öğrenci için kesirler bir nesnenin fiziksel ve geri döndürülemez dönüşümünü zorunlu olarak içeren durumlarla ilişkilendirmekle sınırlandırılmıştır. Bu görüntünün altında, $\frac{2}{5}$ gibi bir kesir, eskiden bir bütün nesne olan şeyin beş parçasından ikisinin varlığını ima eder. Kesirleri nesneleri geri döndürülemez şekilde değiştiren eylemlerle ilişkilendirmek, karşılıklı ilişkileri anlamaya engel olabilir (örneğin, parçalara ayrılmadan önce var olan bütün, $\frac{1}{5}$ 'in beş katıdır) (Saxe vd., 1999). Çocuklardan eşit paylaşımlar yapmaları istendiğinde - örneğin, belirli sayıda insan arasında bir dizi keki eşit olarak bölmeleri - bazı çocuklar, bölümlerinin sonuçlarını bir bütünün kesirli parçaları olarak değil, bir dizi parça olarak ele alacaktır (Ball, 1993). Böylece, dört kişi arasında iki kek paylaşmak için, bir çocuk her keki yarıya bölebilir ve her kişinin bir parça alması gerektiğini gösterebilir (Saxe vd., 1999). Parça-bütün anlayışı ile sınırlı kesir öğretimi, ayrıca, öğrencilerin, kesirlerin sürekli ve sınırsız bölünebilir olduğunu anlamalarını olumsuz yönde etkileyebilir (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983; Hiebert & Tonnessen, 1978). Bu noktada, eşit paylaşım kavramının öğrencilerin bahsedilen sınırlılıklarını göz önüne alarak yukarıda önerilen öğretime yönelik fikirler ışığında öğrencilere öğretilmesi gerekmektedir.

Bir bütün için eşit paylaşım yapan öğrencilerin, paylaşım sonunda elde edilen paylarla yani birim kesir ile temsil edilen parçalarla ilgili kelime dağarcığını tanıtmak iyi zamanlamadır (Van de Walle vd., 2009). Öğrencilerin kesirleri ve kesirlerle işlemleri öğrenirken kavramaları gereken çok sayıda yeni terim ve kavram vardır. Bu tanıdık olmayan terimler, sınıflarda öğretim sırasında bağlam içinde sıklıkla kullanılsa ve bazı öğretmenler kısa bir tanım bile sunsalar da, öğrenciler bu garip ve benzersiz dili anlamakta zorlanırlar. Öğrenciler birkaç terimin tanımını bilseler de bu terimlerin neyi temsil ettiğine dair gerçek bir anlayıştan yoksundurlar (Bingham & Rodriguez, 2019). Örneğin, bir öğrenci payın kesir çizgisinin üzerindeki sayı olduğunu bilebilir, ancak bunun bütüne ait yinelenen birim kesrin sayısını

belirlediğini anlamayabilir. Kelime dağarcığını derinlemesine anlamadan, öğrenciler terimlerin tuhaflığından dolayı kesirleri öğrenmekte zorlanırlar. Bu, özellikle alışılmadık terimler yalnızca bir tanım kullanıldığında ve kesirler bağlamına entegre edilmeden öğretildiğinde geçerlidir. Öğrenciler kesir dilini içselleştirmediklerinde ve kesirler kullanarak hesaplamalar yapmaları beklendiğinde, basitçe bir dizi adımı ezberlemeye veya ne yapmaları gerektiğini keyfi olarak tahmin etmeye başvururlar. Kesirler söz konusu olduğunda, öğrencilere kesir işlemleriyle ilişkili kelimeleri anlamayı ve bu kelimeleri çeşitli bağlamlarda kullanmayı öğretmek, eğitimcilerin öğrenciler için öğretim iskelesi oluşturmaya yardımcı olabilir, böylece kesir işlemlerini gerçekleştirmenin "nasılları" ve "nedenleri", açık hale gelebilir.

Kesirlerin tekrarlı olduğu görüşü, yani $\frac{3}{4}$ gibi bir kesri dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görme, öğrencilerin geliştirmesi gereken önemli bir fikirdir (Post vd., 1985; Siebert & Gaskin, 2006; Tzur, 1999). Dördüncü sınıfın sonunda, öğrencilerden basit kesirleri -hatta bileşik kesirleri bile- bir birim kesrin katları olarak anlaması beklenir (CCSSM, 2010). Örneğin, $\frac{3}{5}$ 'i $\frac{1}{5}$ 'in üç kez yinelenmesiyle oluşturulan bir kesir olarak anlamaları gerekir. Sürekli bir bağlamda yineleme, verilen parçanın n katı büyüklüğünde bağlantılı bir bütün oluşturmak için belirli bir uzunluğu veya alanı zihinsel olarak tekrarlamayı içerir. İki ayrı öğretim deneyinde, Tzur (2004) ve Olive ve Vomvoridi (2006), öğretmenlerin öğrencilerin yineleme işlemlerini ortaya koyarak öğrencilerin kesirleri kavramsallaştırmalarını destekleyebileceklerini göstermiştir. Çocuklar, yineleme işlemlerini doğal sayı dizileriyle (özellikle açıkça iç içe geçmiş bir sayı dizisinin oluşturulması) deneyimlerinden soyutlar ve yinelenen birimlerinden bileşik birimler üretir (Steffe, 2002). Ancak, eşit parçalama/ayırma işleminde olduğu gibi, öğrenciler bu işlemi sürekli bağlamlarda uygulamayı öğrenmelidir. Tzur (2004), dördüncü sınıf öğrencilerinin diğer basit kesirleri üretmek için birim kesir parçalarını yinelemeyi öğrenebileceğini bulmuştur. Yineleme eylemleri ile bileşik kesirlere odaklanmak için fırsatlar erkenden değerlendirilebilir. Öğrenciler kesir dilini anlıyor gibi görünüyorsa ve birim kesirleri yineleme eylemini iyi kullanıyorlarsa, o zaman bileşik kesirler kavramının doğal bir şekilde ortaya çıkması beklenir (Clarke vd., 2008).

Eşit parçalara ayırma ve yineleme deneyimlerinden sonra öğrenciler kesirler için sembolik gösterimleri öğrenmeye hazırdırlar (Van de Walle vd., 2009). Kesirleri üstte ve altta birer sayı ve aralarında bir çizgi ile yazıldığı öğrencilere basitçe söylenebilir. Öğrenciler kesirleri ilk kez anlamlandırmaya çalıştıklarında, öğretmenler tipik olarak kesir notasyonunu şu

şekilde tanımlarlar: Payda size bütünü kaç parçaya ayrıldığını söyler ve pay size bu parçalardan kaç tanesini alıp sayacağınızı ya da taralı alanı söyler. Bu açıklama 0 ile 1 arasındaki sayıları temsil eden kesirler için yani basit kesirler için oldukça iyi çalışır, ancak 1'den büyük sayıları temsil eden kesirler olan bileşik kesirler için geçerli değildir. Bu noktada Clarke vd. (2008), “ $\frac{a}{b}$ kesrinde b, parçanın temsil ettiği miktarı ifade eder, a ise o parçanın sayısını ifade eder” tanımını önermiştir. Örneğin, $\frac{7}{3}$ kesrinde, 3, parçaların temsil ettiği miktarı (üçte bir) ve 7, bize bu üçte birlik parçadan kaç tanesine sahip olduğumuzu söyler. Bu tanımlamanın, öğrencilerin kesirler için daha uygun bir dil kullanmalarına yardımcı olabileceği düşünülmektedir (Clarke vd., 2008). Aynı zamanda çalışmalarında, bazı öğrencilerin dörtte üçten “üç-dört” ve “dört-üç” olarak bahsettiğini fark eden Clarke vd. (2008), kesir dili yerine tam sayı kullanımın, öğrencilerin kesir notasyonunda hangi sayının parça sayısını veya hangi sayının parçaların temsil ettiği miktarı ifade ettiğini henüz anlamadıklarının bir göstergesi olduğunu ifade etmişlerdir.

Kesirlerin öğretilmesinde ve öğrenilmesinde somut temsiller sağlamak, öğrencilere kesirler konusunda daha başarılı olmaları ve kesir kavramlarına ilişkin güçlü bir anlayış geliştirmeleri için bir platform sağlar (Bezuk & Cramer, 1989; Cramer & Wyberg, 2009; NCTM, 2014; Van de Walle vd., 2009). Literatür incelendiğinde yapılan çalışmalarda, kesirler alt öğrenme alanına ilişkin yapılan öğretim deneyleri sırasında kesir çubukları, Cuisenaire çubukları, kâğıt katlama, katmanlı şekiller ve bilgisayar programları gibi bir dizi manipülatif ve diğer araçlar kullanılmıştır (Post vd., 1985; Steencken & Maher, 2003). Genel olarak, eğer öğrenciler farklı temsiller arasında geçiş yapma konusunda esnek olacaklarsa, farklı temsillere (ve manipülatiflere) aşina olmaları gerekir, çünkü her model, araştırılan her bir yapıyı veya kavramı yansıtmaya yeteneğinde farklılık gösterir. Sowder (1988), konu kesirler söz konusu olduğunda, öğrencilerin “model fakiri” olduklarını ve birçoğunun dairesel bir bölgeyi kesrin tek modeli olarak gördüğünü belirtmiştir. Bu noktada, Clarke vd. (2008), öğretmenlerin, öğrencilerin mümkün olduğunca farklı modeller ile kesirleri temsil etmelerini sağlamalarını önermişlerdir.

Hiebert'e (1985) göre, öğrenciler çoğu zaman matematiksel form ile matematiksel anlayışı birleştiremediklerinden kesirler konusunda güçlük yaşarlar. Hiebert matematiksel formları, örneğin semboller, sayılar ve algoritmalar olarak tanımlarken, matematiksel fikirleri gerçek dünya durumlarıyla ilişkilendirebilmek olarak tanımlar. Matematiksel form ve anlayışı birleştirmek için ilk olarak, sembolik temsil gerçek hayattaki durumlara bağlanmalı,

öğrenciler algoritmayı veya prosedürü temel kavramla birleştirmeli ve böylece algoritmanın veya kuralın neden çalıştığını anlamalı ve cevaplarını gerçek yaşam tecrübesi olan bir probleme bağlamalıdır. Bu, sayı duyusu ve tahmin becerilerinin geliştirilmesini gerektirir. Hiebert, çoğu matematik müfredatı ve ders kitaplarının bu alanlarda ilişki kurmak için çok az zaman harcadığını ileri sürerken, öğretmenlerin öğrencilerin kesir kavramlarını görselleştirmelerine yardımcı olmak için diyagramları ve hikâyeleri daha fazla kullanmalarını önermektedir. Benzer şekilde, Streefland (1991), öğretimin çocuklara mevcut bilgi temellerini şekillendirmelerine yardımcı olacak gerçekçi etkinliklerle sağlanması gerektiğini öne sürmektedir.

Tarihsel olarak, kesirler matematik öğrenme güçlüğü olan ve olmayan çocuklar için ustalaşması en zor matematiksel becerilerden biri olmuştur (Behr vd., 1984; Hiebert, 1985; McLeod & Armstrong, 1982; Ni, 2001). Tüm öğrencilerin kesirlerle karşılaştıkları zorluklara ek olarak, öğrenme güçlüğü ile mücadele eden öğrencilerin bazı özellikleri de kesirler ile çalışma zorluklarına katkıda bulunur (Misquitta, 2011). Çünkü öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler, kesirli problemlerde hesaplama ve kelime problemlerini çözme yeteneklerini etkileyen sınırlı çalışma belleği kapasitesine sahiptir (Hecht, Close & Santisi, 2003). Woodward, Baxter ve Robinson (1999), öğrencilerin problem çözme süreçleri konusundaki analizlerinde, öğrenme güçlüğüne sahip çocukların, doğal sayı stratejilerini kesirler için fazlaca genelleştirme eğiliminde olduklarını, payları ve paydaları ayrı tam sayılar olarak topladıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin zorlukları göz önüne alındığında, bu kritik temel beceride performansı hedefleyen müdahalelerin belirlenmesi esastır.

Kesirlerin öğretimi hem öğrenme güçlüğüne sahip olan hem de öğrenme güçlüğüne sahip olmayan öğrenciler için çok önemlidir. Kesirlerin kavramsal zenginliği ve karmaşıklığından dolayı matematik derslerinde öğretimi dikkat ve itina ister. Öğrenciler kavramları önceki bilgileri üzerine inşa ettiğinden, öğrenciler kesirli durumlarla karşılaştığında problemleri çözmek için doğal sayıları kullanırlar. Bu durum doğal sayılar ile ilgili bilgileri kesirlerle çalışmalarını hem destekler hem de engeller. Öğrenciler temel kavramları tam geliştiremedikleri zaman bazen doğal sayılardan ve tam sayılardan edindikleri bir takım bilgileri kesirlere de yanlış olarak genelleyeabilmektedir (Stavy & Tirosh, 2000). Bunun nedeni olarak, kesir öğretiminde kesirlerin önemli kavramsal unsurlarının (örn. Bütünün eşit parçalara ayrılması, birimin tespiti gibi) öğrencilere kavratılmadan rakamsal ve sembolik gösterin ve işlemlere erken geçiş olarak söylenebilir (Bezuk & Bieck, 1993). Bu noktada,

kesirle ilgili ilk olarak öncül kavramların iyi yapılandırılması gerekmektedir. Bununla birlikte kesirlerle ilgili anlayış inşa etmek için kesrin ölçüm, parça-bütün ilişkisinden bölmeye kadar uzanan tüm anlamların öğretilmesi gerekmekte ve alan, uzunluk ve küme modelleriyle kesirleri temsil etmek ve her modele uyan bağlamlara yer vermek gerekmektedir. Uygun modelin kullanımı öğrencilerin kesir anlayışlarını geliştirirken, öğrencilere sembolik biçimde verilen kavramları açıklığa kavuşturmalarında yardımcı olabilir. Bu noktada, Clarke vd. (2008) kesirlerin hayata geçmesi ve anlam ifade etmesi için bazı öğretime dair önerilerde bulunmuşlardır. Bunları, kesirlerin anlamlarına daha fazla vurgu, kesrin pay ve paydasını açıklamak için genellenebilir bir kural geliştirme, kesirlerin miktarları ve sayıları temsil eden birer gösterim biçimi olduğuna vurgu, kesirleri temsil etmek için çeşitli modelleri sunma ve öğrencilerin düşünme stratejilerinin farkında olmak için onlarla birebir öğretim deneyleri yapma olarak ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin kesirleri oluşturan söz konusu kavramlara yönelik düşünme stratejilerini ve öğrenme yollarını belirlemek için onlarla birebir öğretim deneyleri yapmanın bir yolu da öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritalarını çıkarmaktır. Literatürde yer alan araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritaları incelendiğinde, Confrey vd. (2009), öğrencilerin eş parçalara ayırma öncül kavramı ile ilgili varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmuş, sonraki araştırmalar ise Confrey vd.'nin varsayımsal öğrenme yol haritasındaki hipotezlerini doğrulamışlardır. Purnomo Arlini, Nuriadin ve Aziz (2021) 30 dördüncü sınıf öğrencilerinin kesrin beş bağlamına yönelik, Wong, (2010) 3. sınıftan 6. sınıfa kadarki 648 öğrenci ile çalıştığı geniş çaplı çalışma ile ve Adelia, Indra Putri, Zulkardi ve Mulyono (2022) ise 14 öğrenci ile çalışarak öğrencilerin kesirlerin denkliği kavramına yönelik, Nizar, Amin ve Lukito (2017), 25 öğrenci ile çalışarak, öğrencinin kesirlerde bölme işlemine yönelik varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmuşlardır. Bu noktada bahsedilen çalışmaların, kesrin tek kavramına yönelik olduğu görülmektedir. Simon vd. (2018) ise, kesirlerin ölçüm anlamı, bileşik kesir, kesirlerin karşılaştırılması, bileşik kesir ve doğal sayılı kesir arasındaki ilişki, kesrin küme modeli, tekrarlı eş parçalama (birimi tekrar birimleştirme, kesirlerin denkliği, kesirlerde toplama işlemi, kesirlerde çıkarma işlemi, kesirler çarpmanın anlamı ve kesirlerde çarpma algoritmasının yeniden keşfi olmak üzere 11 kesir kavramları ve fikirleri ile ilgili öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmuşlardır. Bu noktada Simon vd., kesrin parça-bütün anlamına hiç odaklanmadan kesrin ölçüm anlamı ile temel kesir kavramlarını yapılandırılabilceğini (birim, eş parçalama, yineleme) daha sonra doğal olarak bileşik kesir ve kesirlerin denkliği gibi ileri

kesir kavramlarının yapılandırılabilceğini varsaymışlardır. Bu noktada bu çalışma, Simon vd.'ne paralel olarak kesrin ölçme bağlamı ile birim, birimi tekrar birimleştirme, birimi yineleme gibi temel kesir kavramlarını yapılandırmayı hedeflese de, öğretim programlarında büyük oranda yer verilen kesrin parça-bütün anlamını ve eşit paylaşım etkinliklerini göz ardı etmemiştir. Bunun nedeni, öğrencilerin kesirlere neden ihtiyaç duyulduğuna dair 'ölçme ve birim' ile birlikte eşit paylaşım etkinlikleri ile fikir yürütebilecekleri, günlük hayatlarında çok sık karşılaştıkları bir bütünü veya çokluğu paylaşırma etkinliği ile kesirleri gerçek hayat ile ilişkilendirebilecekleri düşüncesidir. Yulia, Musdi, Afriadi ve Wahyuni (2019), 25 öğrenci ile çalışarak öğrencilerin kesrin parça-bütün anlamı, aynı değere sahip kesri belirleme (kesirlerin denkliliği), kesirleri karşılaştırma ve kesirler ile işlemler kavramlarına yönelik varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmuşlardır. Burada Yulia vd.'nin kesrin temel kavramlarını kesrin parça-bütün anlamı üzerine yapılandırıldıkları görülmektedir. Bu çalışma öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurmasını bir bütünü eş parçalara ayırma ve parçaları paylaşırma etkinlikleri ile desteklemeyi amaçlamaktadır. Bununla birlikte birim, birimi yineleme, birimi tekrar birimleştirme (ölçeklendirme), birimi yineleyerek parçalar koleksiyonu elde etme ve birimi ve parçalar koleksiyonunu sözel olarak ve notasyon kullanarak ifade etme, pay ve payda kavramlarını tanımlamayı ölçme fikrini temel alarak yapılandırmayı amaçlamaktadır. Eroğlu, Camci ve Tanışlı (2019), öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma öğrenme hedefine yönelik varsayımsal öğrenme yol haritası oluşturmak amacıyla öğrencilere uyguladıkları ilk testte bazı kesir kavramlarındaki güçlükler ve kavram yanlışları tespit etmişlerdir. Böylelikle kesirlerde toplama ve çıkarma öğrenme hedefine ulaşmak amacıyla kesrin anlamı, değeri, eş paylaşırma, birim kesir, eş parçalama, kesir çeşitleri, günlük yaşam bağlamında kesir problemlerini çözme kavramlarına ilişkin hedefleri de kapsayacak şekilde öğrencilerin varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturmuşlardır. Eroğlu vd. (2019) çalışmalarında, ölçüm anlamında birim, birimi tekrar birimleştirme, birimi yineleyerek kesirsel parçalar elde etme, kesir notasyonu gibi öncül kavramlarına yer vermemişlerdir. Bununla birlikte, Eroğlu vd. (2019) öğretim etkinliklerine öğrencilerin kesri anlamlandırmaları için öğrencilere gerçek hayattan kesir örnekleri ve parça-bütün ilişkisi kurma ile başlamışlardır. Bu çalışmada ise öğrencilerin kesri anlamlandırmak için ilk önce kesre neden ihtiyaç duyulduğuna dair fikir sahibi olmaları sağlanmıştır. Bu noktada iki çalışmanın varsayımsal öğrenme yol haritalarını oluşturma amaçlarının ve kesirleri üzerine yapılandırıldıkları temellerin (parça-bütün ve ölçüm) farklı olduğu söylenebilir.

2.3.3. Ülkemiz İlköğretim ve Ortaokul Matematik Öğretim Programlarında Kesir Kavramı

Ülkemiz ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programında, kesirlere yönelik 1 ve 2. sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kesirler ile ilgili farkındalık oluşturmaya yönelik kazanımlar ve bölme (gruplandırma, parçalama) işlemine girişin yapıldığı kazanımlar yer almaktadır. Bunu 3. sınıfta parça-bütün ilişkisi vurgulanarak kesire ait terimlerin (pay, payda, kesir çizgisi, birim kesir) tanıtıldığı kazanımlar takip etmektedir. 4. sınıfta ise basit, bileşik ve tam sayılı kesri tanımlamaları ve uygulamalarını içeren kazanımlar, 5. ve 6. sınıfta ise tekrardan tam sayılı ve bileşik kesirleri anlamlandırmaya, kesirleri sıralama, karşılaştırmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. Dolayısıyla ülkemiz matematik dersi öğretim programına göre kesirlerde sıralama, karşılaştırma ve dört işleme giriş yapılmadan önce öğrencinin 5. sınıfta kesrin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları öğrenmiş olması beklenmektedir.

Kesir kavramı matematik 5-8 öğretim programında da sayılar ve işlemler öğrenme alanının altında fakat farklı alt öğrenmeler ile birlikte konumlandırılmıştır. 5.sınıftaki öğrencilerin tam sayılı ve bileşik kesirleri öğrenmeleri, birbirine dönüştürmeleri, paydaları eşit veya birbirinin katı olan kesirleri sıralamaları, bu kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları gerekmektedir. Bu sınıf seviyesinde 4. sınıf seviyesinde ele alınmaya başlanan kesrin ondalık gösterimi konusuna yer verilerek, öğrencilerin ondalık gösterimleri verilen sayıları sıralamaları, sayı doğrusunda göstermeleri ve bu sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları hedeflenmektedir. Sayılar ve İşlemler öğrenme alanında yüzde kavramına da yer verilmekte, yüzde kavramının kesir ve ondalık gösterimlerle ilişkilendirilmesi yani kesrin oran bağlamı üzerinde durulması gerekmektedir. 6. sınıfta bu kazanımların devamı olarak kesirleri sıralama, karşılaştırma ve kesirlerle dört işlem yapmaya yönelik kazanımlar devam etmektedir.

Öğretim programı kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar bağlamında ele alınırsa;

Ölçme ve birim öncül kavramı bağlamında öğrencilerden bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslaması ve sonucu bir biri cinsinden sayı ile ifade etmesi beklenmektedir. Ayrıca bir biri cinsinden ifade edilen miktarların önce tam sayı olduğu durumlarda daha sonra tam sayı olmadığı durumlarda akıl yürüterek ölçüm sonucunu her iki durumda da ifade etmesi beklenmektedir (Clements & Sarama, 2004; Lehrer, 2006). Ayrıca ölçümde kullanılan nesnenin niteliğinin birim olarak görev yaptığının farkına varmaları beklenmektedir. İlköğretim matematik öğretim programı (MEB, 2018)

incelendiğinde, öğretim programında kesrin sadece parça-bütün anlamına yer verilmekte kesirlerin ölçme bağlamına yönelik kazanımlara doğrudan yer verilmemektedir. Öğrencilerden uzunluk modellerini eş parçalara ayırması ya da uzunluk modeli veya sayı doğrusu üzerinde kesirleri temsil etmesi beklense de kesirlerin gösteriminde, pay ve payda arasındaki ilişkileri açıklamada parça-bütün anlamı üzerine yapılan vurgular (Bknz. M.3.1.6.1.; M.3.1.6.3.) kesrin parça-bütün anlamı üzerine yapılandırılmasının amaçlandığını açıkça göstermektedir. Öğretim programında yer alan “M.3.1.6.1. a) Kesir gösterimlerinin okunmasına parça-bütün ilişkisini vurgulayacak ifadeler kullanılır. Örneğin, $\frac{1}{4}$ kesri “dörtte bir” biçiminde okunur ve bir bütünün 4’e bölünüp bir parçasının alındığı şeklinde açıklanır.” kazanımında belirtilen pay ve payda arasındaki ilişkileri parça-bütün anlamı üzerine kurma, literatürde bahsedilen yanlış olmayan fakat eksik olan bir öğretim şeklidir. Bir çok araştırmacı, paydanın “bütünün kaç parçaya ayrıldığını”, payın ise “alınan parça sayısı” olduğu bir parça-bütün ilişkisi üzerine oluşturulan pay ve payda kavramları için bir bileşik kesir düşünüldüğünde, bütünü oluşturan parçadan daha fazla parça almanın öğrencilere imkânsız görünmesine neden olabileceği görüşündedir (Clarke vd., 2008; Thompson & Saldanha, 2003; Tzur, 1999; Van de Walle vd., 2009). Öğretim programında birim kavramı yine parça-bütün ilişkisi bağlamında ele alınmış “verilen bütünün eş parçalarından bir tanesinin” birim kesir olarak öğrencilere açıklanacağı belirtilmektedir. Bu tür bir anlayış için Freudenthal (1973) tarafından, kesir yaklaşımı olarak fark edilen sınırlamalardan biri, genellikle bütünün bölünebilir bir nesne (örneğin, bir şeker çubuğu) olarak tasvir edilmesi ve birim kesirlerin, nesneyi eşit miktarda parçalara ayırmanın sonucu olarak tasvir edilmesi olmuştur. Bu durumlarda, öğrencilerin kesirleri bir nesnenin fiziksel ve geri döndürülemez dönüşümünü zorunlu olarak içeren durumlarla sınırlandırdıklarını ifade etmiştir. Dolayısıyla,

- Kesirlerin bir ölçü olarak doğal sayı sistemini genişletmek için kullanılabileceği düşüncesi (Davydov vd., 1999; Hart, 1981; Steffe, 1993; Steffe & Olive, 2010),
- Erken yaşlarda kesrin ölçüm anlamında yapılandırılması gerektiği ile ilgili yapılan çalışmalar (Brousseau vd., 2014; Wilkins & Norton, 2018; Wong & Evans, 2008),
- Simon vd.’nin (2018) tasarladığı varsayımsal öğrenme yol haritalarında da kesir kavramını yapılandırırken ilk faydalandığı kavramın ölçüm olması,
- ve öncelikli hedefin kesirlere neden ihtiyaç duyulduğuna dair fikir oluşturmak

olması bu araştırmada öncelikli olarak ele alınan kavramın ‘ölçüm ve birim’ olmasına neden olmuştur.

Eşit paylaşım kavramı bağlamında öğrencilerden eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiğini fark etmesi, bir bütünü veya belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırması beklenmektedir (Empson, 1999). Aynı zamanda eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğinin farkında olması beklenmektedir (Van de Walle vd., 2009). İlköğretim matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde, eşit paylaşım kavramı 1. sınıfta bütünü iki eş parçaya ayırmayı gerektiren yarım kavramına ait kazanımlarla başlamaktadır. Bununla birlikte 2. sınıfta uzunluk, şekil ya da nesnelerin dört eş parçaya ayrıldığı çeyrek kavramına ait kazanımlar ve daha sonra üçüncü sınıfta bir bütünü eş parçalara ayırmayı içeren kazanımlar yer almaktadır. Öğretim programında, eşit paylaşımın veya eş payların ne anlam ifade ettiği ya da kesirlerle temsil edilen miktarın kesrin referans aldığı bütünün miktarına göre değişiklik gösterebileceğine yönelik kazanımlara yer verilmediği direkt olarak parçalara ayırma eylemlerini gerçekleştiren kazanımlara yer verildiği görülmektedir. Aynı zamanda bir bütünü eş parçalara ayırma ile ilgili kazanıma yer verilse de, belirli sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmayı gerektiren kazanıma yer verilmediği görülmektedir. Belirli sayıda verilen nesnelerin verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştırılmasını gerektiren açık uçlu eşit paylaşım etkinliklerinin yoksunluğu, öğrencilerin nesneleri paylaştırma konusunda matematiksel sorgulama, problemi çözmek için birden fazla strateji kullanabilme ve problemi temsil etmenin farklı yollarını geliştirebilme becerilerini geliştirememesine neden olabileceği düşünülmektedir. Öğretim programında, ayrıca, eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiği ile ilgili bir kazanımın olmadığı görülmektedir. Böyle bir kazanımı edinmemiş öğrencilerin, farklı fiziki görünümde olan aynı miktardaki parçaların eş parça olamayacağını düşünmeleri beklenebilir.

Kesir dili bağlamında öğrencilerden bütünün kendisini bütün (tam), bütünü oluşturan parçaları ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde birim kesirleri sözel olarak ifade etmesi beklenmektedir. Ayrıca bu sözel olarak ifade edilen birim kesirleri alan, uzunluk niteliklerini sahip modellerle ve küme modelleri ile temsil etmesi beklenmektedir (Bingham & Rodriguez, 2019; Van de Walle vd., 2009). İlköğretim

matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde, öğretim programında kesir notasyonu gösterilmeden bütün ve yarım kavramları 1. sınıfta, çeyrek kavramı 2. sınıfta gösterilmektedir. Kazanımlar bütün, yarım ve çeyrek kavramlarının karşılıklı ilişkilerine değinse de kesir diline giriş 3. sınıfta “...Örneğin, $\frac{1}{4}$ kesri “dörtte bir” biçiminde okunur ve bir bütünü 4’e bölünüp bir parçasının alındığı şeklinde açıklanır.” kazanımında görüldüğü üzere kesrin sembolik gösterimi ile birlikte verilmektedir. Bununla birlikte, verilen bütünü eş parçalarından birinin birim kesir olduğunun açıklanmasını ve paydası 10 ve 100 olan birim kesirlerin uzunluk alan modellerinin yanı sıra sayı doğrusu üzerinde de gösterilmesinin beklendiği kazanımlar mevcuttur.

Bütünü eş parçalarını sayma kavramı bağlamında öğrencilerden yineleme eylemini (yineleme) kullanarak elde ettiği parçalar koleksiyonunu bütünüyle karşılaştırması (örneğin, dörtte üç gibi bir kesri dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görme), ekleme (yineleme) eylemini uzunluk, alan, hacim gibi niteliklere sahip modelleri kullanarak gerçekleştirmesi beklenmektedir (Post vd., 1985; Siebert & Gaskin, 2006; Tzur, 1999). Ayrıca bir bütünü eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu (koleksiyonun birden az, bir veya birden daha fazla bütün oluşturduğu durumlar) verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklaması beklenmektedir. İlköğretim matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde, bütünü eş parçalarını sayma/yineleme kavramı öğretim programında üçüncü sınıfta “M.3.1.6.6. Payı paydasından küçük kesirler elde eder.” kazanımıyla ele alınmıştır. Kazanımda bu kesirlerin nasıl elde edileceğine yönelik bir bilgi verilmemiştir. Dördüncü sınıfta ise basit, bileşik ve tam sayılı kesirlerin tanıtıldığı ve modellerle gösterilmesinin beklendiği kazanıma yer verilmiştir. Öğrencilerin kesirleri öğrenirken kavramaları gereken çok sayıda yeni terim/kavram sınıfta öğretim sırasında bağlam içinde sıklıkla kullanılsa ve öğrenciler bu terimlerin tanımını bilseler de bu terimlerin neyi temsil ettiğine dair gerçek bir anlayıştan yoksundurlar (Bingham & Rodriguez, 2019). Bu noktada öğrencilerin basit kesirleri ve bileşik kesirleri kesrin karmaşık anlam ifade etmeyen terimleri olarak öğretilmesinden ziyade, öğrencilerin kesir dilini ve birim kesirleri yapılandırdıktan sonra, yineleme eylemini kullanarak doğal bir şekilde ortaya çıkararak keşfetmeleri önerilmektedir.(Clarke vd., 2008).

Öğretim programında, ‘kesrin sembolik gösterimi’ henüz erken denilecek seviyede (2.sınıf), bütün, yarım, çeyrek kavramları ile ilgili kazanımlardan hemen sonra verilmektedir. Öncül kavramların (örn. bütünü eşit parçalara ayrılması, birimin tespiti gibi) öğrencilere kavratılmadan sayı ve sembolik gösterim ile işlemlere erken geçişin öğrencide ileride

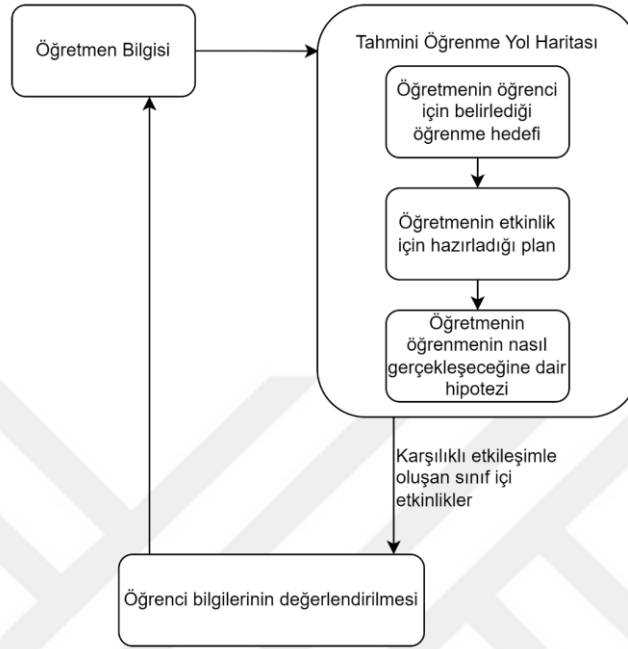
kavram yanılgılarına neden olabileceği düşüncesiyle (Wijaya, 2017), bu çalışmada kesir notasyonuna ilişkin öğrenme hedeflerine yönelik kazanımlara en son sırada yer verilmiştir. Kesir notasyonu kavramı bağlamında öğrencilerden sembolik olarak verilen bir kesirde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözel olarak açıklaması, sözel veya modelle verilen bir kesri sembolik olarak ifade etmesi, sembolik olarak verilen kesre karşılık model oluşturması beklenmektedir (Clarke vd., 2008; Van de Walle vd. 2009). İlköğretim matematik öğretim programı (MEB, 2018) incelendiğinde kesirlerin sembolik gösterimi, pay, payda ve kesir çizgisinin tanıtımına yönelik kazanımın üçüncü sınıfta olduğu görülmektedir. Üçüncü sınıf kazanımlarından biri olan “M.3.1.6.3. Pay ve payda arasındaki ilişkiyi açıklar.” kazanımında ilişkinin parça-bütün ilişkisiyle açıklanması gerektiği belirtilmiştir. Bu açıklama 0 ile 1 arasındaki sayıları temsil eden kesirler için yani basit kesirler için geçerli olsa da, 1'den büyük sayıları temsil eden kesirler olan bileşik kesirler için geçerli olmamaktadır. Bu noktada Clarke vd. (2008), “ $\frac{a}{b}$ kesrinde b, parçanın temsil ettiği miktarı ifade eder, a ise o parçanın sayısını ifade eder” tanımını önermişlerdir. Bununla birlikte, öğretim programında kesirlerin, paydasındaki sayının rakam sayısına göre sınıflandırıldığı görülmektedir (ör. Paydası 10, 20, 100 olan kesirler. Bknz. M.3.1.6.4.; M.4.1.6.2.). Halbuki kesirlerin öğreniminde kavramsal olarak paydadaki rakam sayısından çok kesrin temsil ettiği miktar önemlidir.

Matematik öğretim programında, kesirlerin sembolik gösterimi, pay, payda, basit kesir, bileşik kesir gibi soyut kavramların 3. sınıfta öğretilmeye başlandığı görülmektedir. Ortaokul beşinci sınıf düzeyinde (11-12 yaşlarında) öğrencilerin somuttan soyuta geçiş evresinde oldukları düşünüldüğünde, 3. sınıf gibi erken dönemlerde kesirlerin soyut sembollerine erken geçişin kavram yanılgılarına yol açabileceği düşünülmektedir (Bezuk & Bieck, 1993).

2.4. Matematik Öğretim Döngüsü

Simon (1995), öğretmenin bilgisi, öğrenciler için hedefler, öğrencinin öğrenme beklentisi, planlama ve öğrencilerle etkileşimler arasındaki döngüsel ilişkileri açıklamaya yardımcı olmak için kavramsal bir çerçeve geliştirmiştir (s. 76). Matematik Öğretim Döngüsü olarak tanıttığı bu döngünün birbiriyle ilişkili bileşenlerini, öğretmen bilgisi, varsayımsal öğrenme yol haritası ve öğrenci bilgilerinin değerlendirilmesi oluşturmaktadır. Matematik Öğretim Döngüsünde, öğretmenin bilgisi, öğrencileri için varsayımsal öğrenme yol haritalarının

gelişimini etkilemekte, bu gelişmeler ise sınıfta olan etkileşimleri etkilemektedir. Simon, diyagramını oklar tek yönde olacak şekilde tasarlasa da, okların tüm bağlantıları ve etki yönlerini temsil etmediğini de belirtmiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Simon'ın (1995, 2014, sf.136) tanımladığı Matematik Öğretim Döngüsü

Öğretmenlerin matematik bilgilerinin öğretim uygulamalarını etkilediği matematik eğitimi alanında yaygın olarak kabul edilmektedir (Thompson, 1984). Öğretmenlerin bilgisi, birçok yönü olan geniş bir alandır. Simon (1995), Matematik Öğretim Döngüsünün bir bileşenini öğretmen bilgisi olarak tanımlayarak öğretmenlerin matematik bilgisinin öğretim uygulamaları üzerindeki önemini kabul etmiştir. Simon (1995), öğretmen bilgisinin beş türünü, öğretmenlerin matematik alan bilgisi, matematiksel etkinlikler ve temsiller hakkındaki bilgileri, öğrencilerin bilgi modelleri, matematik öğrenme ve öğretmeye dair teoriler bilgisi ve öğretme bilgisi olarak ele almıştır. Shulman (1986), öğretmenlerin öğretme işini yapabilmeleri için sahip olmaları gereken bilgi türlerine dikkat çekmiş, spesifik olarak, alan bilgisi, müfredat bilgisi ve pedagojik alan bilgisinden bahsetmiştir. Bir yıl sonra ise, bilgi türlerini, içerik bilgisi, genel pedagojik bilgi, pedagojik içerik bilgisi, öğrenenler ve öğrenme bilgisi, müfredat bilgisi, eğitim bağlamları bilgisi ve eğitim felsefeleri, amaçlar ve hedefler bilgisi olarak yedi bilgi alanını içerecek şekilde genişletmiştir (Shulman, 1987). Pedagojik alan bilgisi, konu bilgisinin öğretim işiyle nasıl ilişkili olduğuna dair birçok tartışmaya kapı açarak araştırmacılardan ilgi görmüştür. Shulman, pedagojik alan bilgisinin “belirli konuların öğrenilmesini neyin kolaylaştırdığını veya zorlaştırdığının anlaşılmasını,

farklı yaş ve geçmişlere sahip öğrencilerin en sık öğretilen konu ve dersleri öğrenirken yanlarında getirdikleri kavram ve önyargıları” içerdiğini belirtmiştir (s. 9). Grossman (1990) pedagojik alan bilgisini detaylandırarak dört kategori belirlemiştir. Bunlardan birinde, öğrencilerin anlama, kavrama ve olası yanlış anlamalarına ilişkin bilgilere odaklanmıştır. Matematik eğitimi camiasında, öğretim için gerekli olan matematiksel bilgi üzerine yapılan çalışmalara büyük katkı sağlayan Ball (1997) ise şu söylemlerde bulunmuştur:

Öğretim, esasen öğrenciler ile disiplinin önemli fikirleri arasında, öğrencilerin deneyimleri ile matematiksel düşüncenin sunduğu dünyalar arasında köprüler kurmakla ilgilidir. Bu nedenle, öğrencilerin bilgisi, matematiğin kendisi kadar etkili öğretim için temel bir kaynaktır. Üstelik pratikte ikisi birbirinden ayrı değildir: öğrencilerin bilgisi temel olarak matematik bilgisine bağlıdır. Ve matematiksel bilgi, pedagojik konular bağlamında harekete geçirilmelidir. (s. 732)

Ball ve Cohen (1999), öğretim için gerekli olan matematiğin ayrıntılı bir tanımını yapmıştır. İlk olarak, öğretmenlerin matematiği öğrenci olarak öğrendiklerinden farklı bir şekilde anlamaları gerekir. Örneğin, matematik öğretmenleri “sadece prosedürler ve bilgiler değil, anlamları ve bağlantıları da bilmelidir” (s. 7). İkincisi, öğretmenlerin öğrenciler hakkında bilgi sahibi olmaları gerekir. Bu bilgi, “çocukların neye benzediğini, neleri ilginç bulabileceklerini ve özellikle belirli alanlarda nelerde sorun yaşayacaklarını” anlamayı içerir (s. 8). Üçüncüsü, öğretmenlerin “öğrencileri tanımanın sadece tek tek çocukları tanımakla ilgili olmadığını öğrenmeleri” gerekir. Öğrencilerin bu bilgisi ile, öğretmenlerin öğrencilerin fikirlerini dinlemenin ve yorumlamanın yollarını öğrenmeleri önemlidir. Dördüncüsü, öğretmenlerin pedagojiyi bilmesi gerekir. Ball ve Cohen, sınıflarda meydana gelen karmaşık ve öngörülemeyen etkileşimleri hesaba katmadığı için, tüm bu bilgilerin eğitimciler ve araştırmacılar tarafından teşvik edilen şekillerde öğretim için gerekli ancak yeterli olmadığına inanmaktadır. Öğretmenlerin öğretim anında öğretimi sorgulayabilmeleri ve bu bilgiyi uygulamalarını geliştirmek için kullanabilmeleri gerekir. Son çalışmalarında, Hill, Ball ve Schilling (2008), öğretim için gerekli dört tür matematiksel bilgiyi ayrıntılı olarak açıklamışlardır: ortak alan bilgisi, özel matematik bilgisi, içerik ve öğretim bilgisi ve öğrenci ve içerik bilgisi. İlk ikisi konu bilgisi olarak kabul edilmekle birlikte son ikisi pedagojik içerik bilgisidir. Dördü de öğretmenlerin neyi fark ettikleri ve öğrencilerin matematiksel düşünmeleri üzerinde nasıl hareket ettikleri üzerinde bir etkiye sahiptir, ancak öğrenciler ve içerik bilgisi özellikle önemlidir. Öğrenci ve içerik bilgisi, “öğrencilerin bu belirli içerik hakkında nasıl düşündükleri, bildikleri veya öğrendikleri ile iç içe geçmiş içerik bilgisidir” (Hill vd., 2008). Öğretmenin öğrenciler ve içerik hakkındaki bilgisi, öğretmenlerin öğretim

uygulamalarını etkiler. Bir öğretmen öğrencilerde karşılaşılan yaygın bir hatayı biliyorsa ve bir öğrencinin bu hatayı yaptığını fark ederse, öğretmen hatayı düzeltebilir. Matematik öğretiminde öğretmen, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark edebilmeli ve ona göre hareket edebilmelidir. Öğretmen, öğrencilerin matematiksel düşüncesini ya o anda ya da öğrencilerle daha fazla etkileşim yoluyla yorumlayabilmelidir.

Bir Matematik Öğretim Döngüsü, bir veya iki günlük kısa bir süreden birkaç haftaya kadar sürmekle birlikte öğretmen aynı anda farklı döngülerde farklı noktalarda olabilir. Öğretmenler döngünün hayati bir bileşenidir, çünkü sınıf etkileşimlerinden önce, sırasında ve sonrasında verdikleri öğretime dair kararlar döngünün temelini oluşturur. Bu kararların içinde “öğrencilerin matematiğine yanıt vermek ile öğretmenin öğrencilerin öğrenmesi için hedeflerine dayalı amaçlı pedagoji oluşturmak arasında doğal bir ilişki vardır” (Simon, 1995, s. 76). Öğretmenler, sınıf etkileşimleri sırasında öğrencilerin matematiksel düşünceleri üzerinde ne zaman ve nasıl hareket edeceklerine karar vermelidir. Öğretime dair kararlar almak öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları ile ilgili fark etmeyi gerektirir. Dolayısıyla, Matematiksel Öğretim Döngüsü, öğretmenlerin oluşturduğu varsayımsal öğrenme yol haritalarını ve öğretmenlerin sınıf etkileşimleri içinde öğrencilerin matematiksel düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları hakkında ne fark ettiklerini incelemek için bir yol sağlar. Simon (1995a), “Bir öğretmen olarak, öğrencilerin matematiksel anlayışlarına ilişkin algım, söz konusu matematik anlayışlarıma göre yapılandırılır. Tersine, öğrencilerin matematiksel düşüncelerinde gözlemlediklerim, ilgili matematiksel fikirleri ve bunların birbirleriyle olan bağlantılarını anlamamı etkiler” (s.135) söyleminde ele aldığı haliyle, bir öğretmenin, öğrencilerin matematiksel anlamalarına ilişkin fark ettikleri, öğretmenin kendi matematik anlayışlarına (öğretmen bilgisi) göre yapılandırılır; öğrencilerin matematiksel düşüncelerinde fark ettikleri ise, ilgili matematiksel fikirleri ve bunların ara bağlantıları anlamasını dolayısıyla buna dair öğretmen bilgisini etkiler. Bu durumda öğretmen bilgisi ile öğretmenin öğrenci düşünceleri ve anlamaları ile ilgili fark ettikleri arasında karşılıklı ilişki göz önündedir.

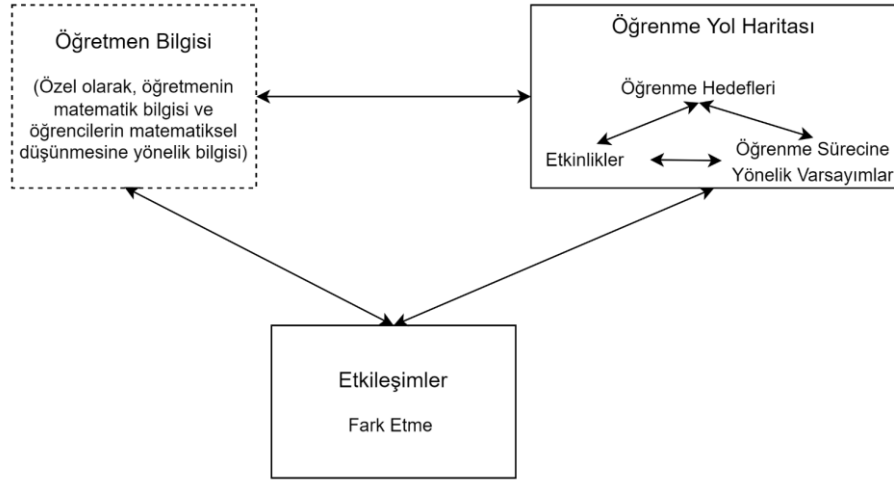
Öğretmenlerin öğretim için matematik bilgisi, varsayımsal öğrenme yol haritalarını ve öğretmenlerin sınıf etkileşimleri sırasında fark ettiklerini konumlandırır. Fark etme ile ilgili olarak, Simon'ın çerçevesi, gerçek sınıf etkileşimi ve etkinlikleri bir kez gerçekleştikten sonra, öğretmenin öğrencilerin bilgisine ilişkin değerlendirmesinin kendi öğretmen bilgisi aracılığıyla filtrelendiğini detaylandırır. Bu değerlendirme de öğretmenin kendi bilgisini etkiler (Simon, 1995). Bu durumda öğretmenin bilgisinin, hem öğretmenin öğrencilerine

yönelik varsayımsal öğrenme yol haritaları hem de sınıf etkileşimleri sırasındaki fark ettiklerini ve fark ettiği durumlara vereceği öğretime dair tepkileri etkilediği söz konusudur. Varsayımsal öğrenme yol haritalarının geliştirilmesi, öğretmenlere öğretim planlaması hakkında düşünmek için bir çerçeve sağlayabilir. Bazı araştırmalar, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin öğrencilerin akıl yürütmelerini yorumlamak için bir varsayımsal öğrenme yol haritası kullandıklarında, öğrenci düşünmelerinin modellerini oluşturabildiklerini (Wilson vd., 2013) veya öğrenciler için dersler tasarlayabildiklerini göstermiştir. (Wilson, Sztajn, Edgington & Myers, 2015). Söz konusu çalışmaların sonuçları, varsayımsal öğrenme yol haritasının, öğretimi tasarlamak ve planlamak için bir çerçeve görevi gördüğünü, öğrenme hedeflerinin tanımlanmasını ve görevlerin seçimini kolaylaştırdığını göstermiştir. Buna ek olarak, varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretmenlerin öğrencilerin yanıtlarını önceden tahmin etmelerine ve önerilen görevlerin öğrencilerin öğrenmelerinde ilerlemelerine yardımcı olmak için uygun olup olmadığını değerlendirmelerine izin verir. Bu sonuçlar, öğrenci düşünmelerini çerçevelemek, teori ve pratiği birbirine bağlamak için varsayımsal öğrenme yol haritasını kullanma fikrini desteklemektedir (Wilson vd., 2015). Bu noktada, varsayımsal öğrenme yol haritalarının, öğretmenlerin sahip olduğu öğrenci bilgisi, öğretme ve öğrenmeye dair teoriler bilgisi, matematiksel etkinlik bilgisi ve öğretme bilgisini dolayısıyla öğretmen bilgisini etkilediğini söyleyebiliriz.

Matematik Öğretim Döngüsü, öğretmenlerin oluşturduğu varsayımsal öğrenme yol haritalarını ve sınıfta neler olduğunu (özellikle, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmeleriyle ilgili olarak neleri fark ettiklerini ve yaptıklarını) birbirine bağlar. Steffe (1990), matematik öğretmenlerinin kendi matematiksel bilgilerini kullanarak öğrencilerinin dilini ve eylemlerini yorumlamaları ve ardından öğrencilerinin öğrenebilecekleri olası matematiksel bilgiler hakkında kararlar vermeleri gerektiğini belirtmektedir. Simon'ın modelinde (1995), öğretmenler, öğrencileri için geliştirdikleri varsayımsal öğrenme yol haritalarına dayalı olarak öğrenciler ile ilgili öğretime dair kararlar alırlar. Aynı zamanda, varsayımsal öğrenme yol haritaları öğretmenleri öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dair kanıtları fark etme çabalarında destekler ve sonuç olarak öğretmenlere derslerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerini kullanmaları için fırsatlar sunar. Dolayısıyla varsayımsal öğrenme yol haritalarının, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmeleri, kavrayışları ve anlamaları ile ilgili fark ettiklerini ve fark ettiği durumlara yönelik aldığı öğretime dair kararları etkilediğini söyleyebiliriz.

Matematiksel Öğretim Döngüsünün bir başka bileşeni (1995) etkileşimlerdir. Varsayımsal öğrenme yol haritasına dayalı olarak bir öğretim müdahalesinin yapıldığı bir ortamda öğretmen gözlemler, sorular sorar ve öğrenci kavrayışı/düşüncesine yönelik farkındalık oluşturur. Dolayısıyla sınıflardaki etkileşim boyunca, öğretmenler öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini, anlamalarını ve kavrayışlarını fark eder, öğretime dair kararlar alırlar. Bu farkındalık, öğrencinin düşünme ve öğrenmesine ilişkin yeni anlayışlara yol açar ve bu da varsayımsal öğrenme yol haritalarında değişikliklere yol açar (Simon, 2014). Böylece, öğretmenler, bilgilerine ve öğrencilerle olan etkileşimlerine dayalı olarak, öğrencileri için varsayımsal öğrenme yol haritalarını değiştirirler. Fark etme, öğretmenlerin sınıf etkileşimleri sırasında neyi tanıdığını ve neyi önemli bulduğunu içerir. Bir öğretmen, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark ettiğinde, ona göre hareket edebilir veya etmeyebilir. Dolayısıyla, öğretmenin öğrencilerle olan etkileşimlerde öğrencilerinin matematiksel düşünceleri, anlamaları ve kavrayışları ile ilgili fark ettikleri, öğretmenin öğrencileri için tasarladığı varsayımsal öğrenme yol haritalarını revize etmesini sağlar.

Yukarıda açıklandığı üzere, Öğretmen Bilgisi, Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları ve sınıf içi etkileşimde öğretmenlerin öğrencileri ile ilgili Fark Ettiği durumlar arasında karşılıklı ilişkiler söz konusudur. Bu ilişkiler, çalışmanın kavramsal çerçevesini oluşturacaktır. Çalışmanın dayandığı kavramsal çerçeveyi özetlemek için, Simon'ın (1995) Matematik Öğretim Döngüsünde var olan yapıların bir alt grubundaki farklı yapılar arasındaki ilişkiler göz önüne alınacaktır. “Öğretmen bilgisi” bileşeni, varsayımsal öğrenme yol haritalarının ve sınıf etkileşimlerinin gelişimini güçlü bir şekilde etkilediği için kavramsal çerçeveye dâhil edilse de çalışmada doğrudan araştırılmadığı için noktalı bir çizgi ile çerçevelendirilmiştir.



Şekil 2. Kavramsal çerçeve

Bu noktada, kavramsal çerçeve göz önüne alındığında, bu çalışmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için kesirler kavramına yönelik araştırmaya dayalı tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritasının, öğretmen adaylarının dikkatlerini öğrenci matematiksel düşünmesine, kavrayışına ve anlamalarına odaklamaları için bir yol haritası ve öğrenci düşüncelerini açıklamak için belirli bir dil sağlayan yapılandırılmış bir çerçeve işlevi görebileceği düşünülmektedir. Bu dilin, öğretmenlerin/öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel unsurlarını seçmede, sınıflandırmada, yorumlamada ve öğretime dair kararları vermede yardımcı olabilecek bir sistem oluşturmalarına olanak sağlayabileceği düşünülmektedir. Aynı zamanda, kavramsal çerçevede belirtilen karşılıklı etkileşimin bir sonucu olarak öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesirlere yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin durumları fark edip derinlemesine anlayış geliştirdikçe öğrencilerin kesir kavramını öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar üreterek varsayımsal öğrenme yol haritasına katkı sağlayacakları düşünülmektedir.

2.5. Farkındalık

Fark etme, birçok şeyin dikkat etmemiz ve anlam vermemiz için yarıştığı genel günlük gözlem yapma sürecini ifade eder. Öğretmen farkındalığı ise, karmaşık bir sınıf ortamında daha bilinçli bir fark etme türüdür (Mason, 2002). Genel anlamda, “öğretmen farkındalığı”, öğretmenin önemli olan kilit göstergeleri tanıma ve bunlara göre hareket etme yeteneğidir (Schack vd., 2013). Buradaki fikir, sınıfta öğretim yaparken veya bir öğretim ortamının

videosunu izlerken aynı anda gerçekleşen birçok olay olduğu ve bir öğretmenin bu uyarıları gözden geçirip dikkatini gerektiren önemli anları belirleyebilmesi gerektiğidir. Öğretmen farkındalığı, öğretmenlerin bir öğretim bölümünde, özellikle öğrenciler ve onların öğrenmeleriyle ilgili olarak neyi önemli bulduklarını açıklayan bir yapıdır. Matematik öğretmenlerinin neyi, nasıl fark ettiklerini anlamlandırma çabası içinde, araştırmacılar bu yapı üzerine çeşitli bakış açıları geliştirmişlerdir. Öğretmen farkındalığı üzerine yapılan araştırmalar son yirmi yılda ilgi konusu olmakla birlikte, araştırmacılar, farkındalığı çok çeşitli şekillerde tanımlamışlardır. Bazıları sadece öğretmen adaylarının ve uygulamacı öğretmenlerin dikkatlerini nereye odakladığını ele alırken (Star vd., 2011; Star & Strickland, 2008), diğerleri öğretmenlerin öğretim stratejileri üzerinde düşünme ve alternatifleri değerlendirme becerileri de dahil olmak üzere gördükleri hakkında nasıl akıl yürüttüklerini de ele almıştır (Santagata & Angelici, 2010; Santagata, Zannoni & Stigler, 2007; Sherin, 2007; Sherin & Han, 2004; van Es & Sherin, 2008). Sherin ve van Es, matematik öğretmenlerinin farkındalığına dikkat çeken önemli çalışmalar yürütmüş (Sherin & van Es, 2005; 2009; van Es & Sherin, 2002; 2006; 2008), öğretmen farkındalığını bir öğretim ortamında belirli olaylara katılmayı ve olayları anlamlandırmayı içeren iki ana süreci içerecek şekilde tanımlamışlardır. Sherin vd.'ne (2011) göre öğretmenler belirli etkinliklere katılırken bilinçli ya da bilinçsiz olarak sınıfın belirli yönlerine odaklanmayı (ve ne kadar süreyle odaklanacağını seçmeyi) ve ayrıca hangi yönlere dikkat etmemeyi seçerler. Bu seçimler, öğretmenin bir sınıf içerisinde fark ettikleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Fark etmenin aksine, olayları anlamlandırma, yorumlamayı, “gözlenen olayları soyut kategorilerle ilişkilendirmeyi ve gördüklerini tanıdık öğretim bölümleri açısından karakterize etmeyi” içerir (Sherin vd., 2011, s.5). Bazı araştırmacılar (Jacobs vd., 2010; Jacobs vd., 2011; Kazemi vd., 2011) öğretmenlerin sadece öğrencilerin yorumlarında, sorularında, notasyonlarında ve eylemlerinde gömülü olan düşüncelerini tespit etmekle kalmaması, aynı zamanda nasıl yanıt vereceklerine karar vermede bu bilgiyi kullanmak için anlamlı şekillerde gözlemlediklerini anlamlandırması gerektiğini savunmaktadırlar. Jacobs vd. (2010) öğrenci cevaplarındaki matematiksel unsurlara (matematiksel düşünme, kavrayış, anlamaları vb.) yönelik “tepki verme” bileşenini de kapsayan farkındalık yapısını daha önceki genel araştırmalara dayanarak (Sherin & van Es, 2005; 2009; van Es & Sherin, 2002; 2006; 2008),

(a) öğrencilerin cevaplarındaki önemli matematiksel unsurları belirleyerek öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark edebilme,

(b) öğrencilerin kullandıkları ifadeler, semboller ve fikirlerine yönelik matematiksel yorumlar, tespitler yapabilme ve

(c) öğrencilerin ihtiyaçları tespit edildikten sonra matematiksel anlamda nasıl tepki vereceğini belirleyebilme, öğrenci matematiksel düşünmelerine dayalı öğretime dair kararlar alabilmeyi içeren birbiriyle ilişkili üç beceri kümesi olarak tanımlamıştır. van Es ve Sherin'in (2002) ve Jacobs vd.'nin (2010) öğretmen farkındalığına yönelik tanımlarının her ikisi de öğretmenlerin katıldığı unsurlar üzerinde akıl yürütülmesini veya yorumlanmasını içermektedir. Bununla birlikte, van Es ve Sherin'in (2002) sınıf etkileşimlerine ve bunların öğretime ve öğrenmeye olan bağlantılarına odaklanmış, Jacobs vd. (2010) ise, öğretmenlerin duruma nasıl tepki vermeye karar verdiğiine odaklanmıştır. Bu farklılıklar çok büyük olmasa da dikkate değerdir. Tepki verme, “tepkinin gerçek uygulamasını değil, amaçlanan tepkiyi yansıtan” bir beceridir (Jacobs vd., 2011, s.99). “Tepki verme” bileşeninin farkındalık çerçevesine dahil edilme tartışması, tepki vermenin kavramsal olarak hem fark etme hem de fark ettiklerini anlamlandırma ile bağlantılı olduğu ve bu nedenle, bu becerileri birbirleriyle bağlantılı olarak araştırmanın gerekliliğini doğurmaktadır (Chaar, 2015).

Mason (2002), her öğretim eyleminin, çocukların ne yaptığını, nasıl tepki verdiklerini fark etmeye, söylenenleri veya yapılanları beklenti ve ölçütlere göre değerlendirmeye ve daha sonra ne olabileceğini veya yapılabileceğini düşünmeye bağlı olduğunu dolayısıyla fark etmeye bağlı olduğunu ifade etmiştir. Matematik sınıfları aniden birçok durumun ortaya çıkabildiği karmaşık ortamlar olduğundan öğretmenin sınıf içerisinde fark ettiği pek çok olgu, söylem, durum olabilir (Türker Biber, 2017). Bu durumlardan biri, öğretmenlerin öğrenci düşünmeleri, kavrayışları ve anlamalarına yönelik farkındalıklarıdır. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve öğrenmelerine göre hareket edebilmek için öğretmenlerin bu düşünceyi fark etmeleri gerekmektedir. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2014) etkili bir öğretmenin, öğrencilerinin mevcut düşünmelerinin kanıtlarını ortaya çıkarması ve öğretime dair kararlar alırken bunu temel olarak kullanması gerektiğine dikkat çekmektedir. Bu noktada, öğretmenlerin, öğrenci düşünmelerine yanıt veren öğretimin göze çarpan yönlerine nasıl odaklandıklarını anlamak için öğretmen farkındalığının incelenmesi önem arz etmektedir.

Araştırmacılar, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını fark etmeye odaklandığında öğretmenlerin mesleki gelişimini raporlamışlardır (Crespo, 2000; Lampert, 2001; Sherin & van Es, 2005; van Es & Sherin, 2002). Yapılan çalışmalarda öğretmenlerin anlık kararlar verebilmelerinin, bir sonraki öğretimi öğrenci

düşünceleri üzerine inşa edebilmelerinin önemi vurgulanmakta, öğretmenin farkına varma konusundaki uzmanlığının verimli anlık karar vermeyle olumlu bir şekilde bağlantılı olduğu düşünülmektedir. (Jessup, 2018). Örneğin, öğretmenler belirli bir konuda öğrencilerin zorluklarını öngördüklerinde, olası bir öğrenci kavram yanılgısını önlemek için öğretimi buna göre düzenleyebilirler (Graeber, 1999). Choppin (2011), öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etmelerinin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin öğretim oturumları sırasında zorlu görevlere uyum sağlamasını nasıl desteklediğini incelemiş, öğrenci düşüncesine tutarlı bir şekilde odaklanmanın, öğretmenlere, öğrencilerinin görevler dahilindeki matematiksel fikirlerle nasıl meşgul olduklarına dair derin bir anlayış geliştirme fırsatları sağladığını sonucuna ulaşmıştır. Aynı zamanda çok boyutlu ve karmaşık ortamın bir parçası olan öğretmen, sınıfta olup bitenlerin şekillenmesinde ve düzenlenmesinde aktif rol oynayabilir. Başka bir deyişle, öğretmen, belirli verilerin üretilmesini ve dolayısıyla fark edilmesini sağlamak için sınıf dinamiklerini etkileyebilir. Öğretmenlerin fark ettikleri, öğrencilerin fark ettiklerini de etkiler. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını fark etmek, öğretmenlerin öğretim uygulamalarında ve inançlarında değişikliklere neden olduğu ve öğrencilerin matematik başarısını geliştirdiği düşünülmektedir (Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema & Empson, 1998). Öğrencilerin matematik başarısını geliştirmesinin nedeni, öğrenci düşüncelerine olan ilginin artmasının öğrencilerin öğrenmesi için fırsatları teşvik ettiğidir (Franke, Carpenter, Levi & Fennema, 2001; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi & Battey, 2007; Schifter, 2001). Özetle, öğretmen farkındalığı, karmaşık öğretim ortamlarında öğrencilerin düşüncelerine duyarlı olma konusunda hem uygulayıcı olan öğretmen ve öğretmen adaylarını hem de öğrencileri desteklediği gösterilen temel bir öğretim uygulamasıdır.

Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini fark etmeleriyle ilgili literatür incelendiğinde, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının veya farklı öğretmenlik deneyimine veya uzmanlığa sahip öğretmenlerin fark etme becerilerinin karşılaştırıldığı çalışmalar (Chaar, 2015; Jacobs vd., 2010; Meschede, Fiebranz, Möller & Steffensky, 2017; Yamamoto & Imai-Matsumura, 2013; Wolff, Jarodzka, Van den Bogert & Boshuizen, 2016), öğrencilerin düşüncelerine yönelik farkındalık ile öğretim kalitesi arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalar (Fennema vd., 1996; Franke & Kazemi, 2001; Kersting, Givvin, Sotelo & Stigler, 2010), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik fark etme becerilerini geliştirmeyi amaçlayan çalışmalar (Barth-Cohen, Little & Abrahamson, 2018; Fisher, Thomas, Jong, Schack & Dueber, 2019; Gaudin & Chaliès,

2015; Gold & Holodinsky, 2017; McDuffie vd., 2014; Mitchell & Marin, 2015; Schack vd., 2013; Star & Strickland, 2008; Walkoe & Levin, 2018), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarını tanımlamayı ve değerlendirmeyi amaçlayan çalışmalar (Haltiwanger & Simpson, 2014; Jacobs vd., 2010; Jacobs vd., 2011; Son & Crespo, 2009; Son & Sinclair, 2010) olmak üzere dört kategoride toplandığı görülmektedir.

Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının veya farklı öğretmenlik deneyimine veya uzmanlığa sahip öğretmenlerin fark etme becerilerinin karşılaştırıldığı çalışmalar incelendiğinde, genel olarak, çalışmaların tümü, "uzmanların" "acemilerden" daha iyi performans gösterdiğine dair deneysel kanıtlar sağlamıştır. Örneğin, Wolff vd. (2016), öğretmen ve öğretmen adaylarının problemleri sınıf sahnelerini algılama biçimlerindeki farklılıkları araştırmışlardır. Çalışma için 35 öğretmen ve 32 öğretmen adayı olmak üzere 67 katılımcının, derslere ait videoları izleyerek derste gördüklerini ve sınıf yönetimiyle ilgili düşüncelerini sözlü olarak ifade ederken göz hareketleri kaydedilmiştir. Göz hareketlerinin analizi, öğretmen adaylarının düşüncelerinin daha dağınık olduğunu, öğretmenlerin ise daha odaklanmış olduğunu göstermiştir. Bununla birlikte, çalışmada, öğretmenlerin dikkatlerini ilgili bilgilerin bulunduğu alanlara odaklarken, öğretmen adaylarının dikkatinin daha çok sınıfa odaklı olduğu saptanmıştır. Genel kanının aksine farklı sonuçlar saptanmış bir çalışmaya örnek olarak ise farklı deneyimlere sahip öğretmenlerin öğrenci davranışlarına ilişkin farkındalıkları, ders kitaplarını kapatmak için öğretmenin talimatına uymayan iki öğrenciyi fark edip etmediklerini belirlemek için karşılaştırılmıştır (Yamamoto & Imai-Matsumura, 2013). Araştırmada, hedef öğrencilerin farkındalığı ile öğretmenlik deneyim yılları arasında bir ilişki bulunamamıştır. Mevcut uzmanlık ve öğretim araştırmalarının aksine, araştırmacılar, öğrenci ipuçlarının fark edilmesinin veya kodlanmasının öğretmenlik deneyimiyle ilgili olmadığını öne sürmüşlerdir.

Öğrencilerin düşüncelerine yönelik farkındalık ile öğretim kalitesi arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalardan, Fennema vd. (1996) ve Franke ve Kazemi (2001) yaptıkları çalışmalar sonucunda, öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerine katıldığı sınıflarda, öğrencilerin daha geniş çeşitlilikte problemleri çözebildiğini ve çözüm için daha geniş bir strateji yelpazesi kullanabildiklerini saptamışlardır. Bununla birlikte öğrencilerin daha yüksek düzeyde kavramsal anlayışa sahip olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Kersting vd. (2010) ise yaptığı çalışmada öğrencilerin düşüncelerine gösterilen ilginin öğrenci öğrenmesi üzerinde olumlu bir etkisi olabileceğini göstermiştir. Literatürde genel olarak fark

etme önemli bir öğretim becerisi olarak kabul edilirken, öğretmenler için zorlukları da ortaya konulmuştur (Bray, 2011; Santagata, 2005; Schleppenbach, Flevares, Sims & Perry, 2007; Stevenson & Stigler, 1992). Bu nedenle, birçok matematik eğitimcisi, mesleki gelişim, yöntem kursları ve araştırma müdahaleleri yoluyla öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmeye çalışmıştır. Driscoll ve Moyer (2001) tarafından gerçekleştirilen proje kapsamında öğretmenler ile gerçekleştirilen hizmet-içi program, öğrenci çalışmalarının incelenmesinin yanı sıra öğrenci çalışmalarının küçük gruplar halinde tartışılmasını ve belirli cebirsel zihin alışkanlıklarına odaklanmalarına yardımcı olarak öğretmenlere verilen cebirsel düşünmeyi analiz etme yönergelerini içermekteydi (Driscoll & Moyer, 2001). Program sonunda öğretmenlerin öğrencilerin cebirsel düşünceleri hakkında daha derin bir anlayış kazandıklarını saptamışlardır. Franke ve Kazemi (2001) de öğrencilerin çalışmaları etrafında odaklanan öğretmen grup tartışmalarını kullanmanın yararlarını gözlemlemiştir. Çalışmada, on iki öğretmenin dört çalışma grubuna yerleştirilerek öğretmenlerin her ay kendi öğrencileri için oluşturdukları bir matematik problemine yönelik öğrenci çalışmalarını tartışma toplantısına getirerek odak grup tartışması yapılmıştır. Crespo (2000) ise, sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bir harf değişim programı aracılığıyla öğrencilerin düşündüklerini anlamlandırma becerilerini geliştirme girişiminde öğrenci çalışmalarını kullanmıştır. Bununla birlikte öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin gelişimine yönelik video-temelli yöntemlerin kullanıldığı araştırmalar da mevcuttur (Barth-Cohen vd., 2018; Fisher vd., 2019; Gaudin & Chaliès, 2015; McDuffie vd., 2014; Mitchell & Marin, 2015; Schack vd., 2013; Walkoe & Levin, 2018). Örneğin, McDuffie vd. (2014), öğretmen adaylarını matematik derslerinden alıntılarını video analizine dahil ederek fark etmelerini desteklemeye çalışmışlardır. Artan fark etme derinliği ile birlikte, öğretmen adaylarının müdahale öncesinde gördüklerine, öğretmen hareketlerine veya öğretmenlerin öğrencilerle etkileşimlerine odaklandıkları, müdahale ile birlikte öğretmen-öğrenci etkileşimlerinin önemine ve etkilerini yorumlamaya doğru bir geçiş yaptıkları gözlemlemiştir. Aynı şekilde, Schack vd. (2013), öğretmen adaylarının öğrenciler ile matematik öğretiminin yapıldığı görüşmelerin video alıntılarını göstererek fark etme becerilerini başarılı bir şekilde geliştirdiğini bildirmiştir.

Literatür incelendiğinde, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin çalışmalarını ve düşüncelerini nasıl anlamlandırdıklarını ve öğrencilere nasıl yanıt vereceklerine karar verme süreçlerini anlamaya yönelik çalışmalardan çok, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının fark etme becerisini geliştirmeyi amaçlayan araştırmaların

sayısının çok daha fazla olduğu görülmektedir. Öğretmenlerin öğrencilerin çalışmalarına ve düşüncelerine nasıl katıldıkları, bunları nasıl yorumladıkları ve bunlara nasıl tepki verdikleri konusunda daha iyi bir anlayışa sahip olmaları, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının fark etme becerilerini geliştirmek için tasarlanan müdahaleleri geliştireceği düşünülmektedir (Chaar, 2015). Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarını tanımlamayı ve değerlendirmeyi amaçlayan çalışmalara örnek olarak, Jacobs vd. (2010; 2011), 131 öğretmen adayı ve öğretmenin katıldığı kesitsel bir çalışma yürütmüşlerdir. Söz konusu çalışmada bir grup katılımcıya sınıfın video-klibi izletilmiş, diğer grup katılımcıya öğrencilere ait yazılı çalışma kâğıtları verilmiş, videoyu veya öğrenci çalışmalarını inceledikten sonra, katılımcılardan çeşitli tetikleyici soruları yanıtlamaları istenmiştir. Bu tetikleyici sorular “(i) Lütfen her çocuğun problem durumuna yanıt olarak ne yaptığını düşündüğünüzü ayrıntılı olarak açıklayınız; (ii) Lütfen bu çocukların kavrayışları/anlamaları hakkında ne öğrendiğinizi açıklayınız ve (iii) Bu çocukların öğretmeni olduğunuzu varsayın. Sırada hangi problem veya problemleri sorarsınız?” şeklindedir. Bu üç tetikleyici soru, yazarların ana hatlarıyla belirttiği üç farkındalık bileşeninin (sırasıyla fark etme, yorumlama ve tepki verme) her birine karşılık gelecek şekilde tasarlanmıştır. Öğrenci çalışmasını inceleyen katılımcılara da benzer fakat farkındalık bileşenlerinden sadece fark etme ve tepki vermeyi içeren tetikleyici sorular “(i) öğrencinin probleme yanıt olarak ne söylediğini ve yaptığını ayrıntılı olarak açıklayınız ve (ii) öğrenciye tepki verebileceğiniz bazı yolları tanımlayınız ve bu yanıtları neden seçtiğinizi açıklayınız.” şeklindedir. Çalışmamda, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarını ortaya çıkarmada yardımcı olacak tetikleyici sorular yukarıda bahsedilen her iki çalışmadaki tetikleyici sorulardan uyarlanmıştır. Çalışmada, katılımcılardan (ilk çalışmada olduğu gibi) daha özel olarak hangi problemleri soracaklarını açıklamalarını istemek yerine (ikinci çalışmada olduğu gibi) öğrencilere nasıl tepki vereceklerini açıklamalarını istenmiştir. Bu noktada, bazı öğretmen adaylarının bir problem oluşturmaya karar vermeyebilecekleri, bunun yerine öğrenciye bir soru sorabilecekleri, öğrenciyle bilgi paylaşabilecekleri düşünülmüştür.

Bahsedilen her iki çalışmada da (Jacobs vd., 2010; Jacobs vd., 2011), Jacobs vd. kategorilerin her birinde yanıtlara puan vermişlerdir. Tetikleyici sorulara verilen yanıtlar, katılımcıların öğrenci düşüncelerine/stratejilerine dikkatlerini kanıt içeren (1) veya kanıt eksikliği olan (0) olarak, yorumlama bileşenini içeren tetikleyici sorulara verilen yanıtlar,

öğrencilerin çalışmasına dayalı olarak öğrencilerin anlayışlarını yorumlayan katılımcıların cevaplarını sağlam kanıt içeren (2), sınırlı kanıt içeren (1) veya kanıt eksikliği olan (0) olarak tanımlamışlardır. Son olarak, nasıl tepki verileceğine karar verme bileşenine yönelik tetikleyici sorulara verilen yanıtların, öğrencilerin anlayışlarına dayanarak nasıl yanıt vereceklerine karar veren katılımcıların sağlam kanıt içeren (2), sınırlı kanıt içeren (1) veya kanıt eksikliği olan (0) olarak tanımlamışlardır. Her iki çalışmada da (Jacobs vd., 2010; Jacobs vd., 2011), öğretmen adaylarının farkındalığın her üç bileşeninde de çocukların düşüncesiyle çok az ilgilendiklerini, ancak öğretmenlerin veya öğrencilerin düşüncelerine dair daha fazla deneyime sahip katılımcıların önemli ölçüde daha fazla katılım gösterdiklerini bulmuşlardır. Jacobs vd., geniş bir veri kümesine bakarak verilere puanlar vermiş ve nicel olarak analiz etmişlerdir. Böylece katılımcıların alt grupları arasındaki farklılıklar hakkında sonuçlara varmışlardır. Çalışmamda ise, Jacobs vd.'nin farkındalık tanımına dayanarak benzer veri toplama teknikleri ve tetikleyici sorular ile benzer bir yapıyı benimsenmiştir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin söz konusu kavrama dair düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarına yönelik farkındalığına ilişkin daha az katılımcı ile daha derinlemesine açıklamalar sağlamak için görüşmelerle toplanan veriler nitel olarak analiz edilmiştir.

Tepki vermeye karar verme konusunda, Jacobs vd. (2010; 2011), puanları atamanın ve karşılaştırmanın yanı sıra, katılımcılarının tepki vermeye karar vermelerinin yapısını da incelemişler, öğretmenlerin verdikleri tepkilerin öğrenci düşüncelerine yönelik olmadığı zamanlarda diğer üç kategoriye girme eğiliminde olduğunu dile getirmişlerdir. İlk olarak, muhakeme konusunda çok az ayrıntı içeren genel tepkileri tanımlamışlar, ikinci olarak, öğrenci düşünmesinden ziyade öğretmenin kendi düşünmesine odaklanan, probleme özgü olan, öğrencinin yerine katılımcının problemi çözme veya problem hakkında düşünme biçimine karşılık geldiği tepkileri tanımlamışlardır. Üçüncü olarak ise, öğrencilerin güvenini artırmaya yönelik öğrenci duyusuna odaklanan tepkileri tanımlamışlardır. Çalışmamda öğretmen adaylarının verdikleri öğretime dair tepkilere yol açan nedenleri Jacobs vd. (2010; 2011) tarafından kategori olarak ele alınan öğrenci düşünmesi ile birlikte öğretmenin kendi matematiksel düşünmesinin kapsamı genişletilerek matematik öğretime dair felsefi yapısı, matematiksel inancı veya matematiksel değerlerini içeren öğretim ve öğrenmeye dair yapısı alt kategorileri oluşturulmuştur.

Jacobs vd.'nin çalışmalarının teorik çerçevesine dayanarak Haltiwanger ve Simpson (2014) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının lise öğrencilerinin bir örüntüyü genişletme

konusundaki matematiksel düşünmelerine yönelik ne fark ettikleri, bunları nasıl yorumladıkları ve bunlara nasıl tepki verdiklerini araştırmıştır. 30 öğretmen adayından üç öğrencinin çalışma örneklerini yanıtlamalarını ve Jacobs vd. (2010) tarafından kullanılan tetikleyici üç soruya yanıt vermelerini istemişlerdir. Analiz için Jacobs vd. tarafından özetlenen ölçeği kullanan Haltiwanger ve Simpson (2014) bununla birlikte daha önce bahsedilen dört kategoriye dayalı olarak katılımcıların tepkilerini araştırmışlardır (genel tepki, öğrencinin etkisi, öğretmenin matematiksel düşünmesi veya öğrencinin matematiksel düşünmesi). Haltiwanger ve Simpson (2014) çalışmalarında, son sınıf katılımcıların üçüncü ya da ikinci sınıf katılımcılardan daha fazla öğrenci düşünmelerine katıldıklarını, katılımcıların genel olarak öğrencilerin anlamadıklarından ziyade anladıklarına odaklanma eğiliminde olduklarını tespit etmişlerdir. Ayrıca katılımcılardan hiç birinin, öğrenci duyularını destekleyecek (yani, güvenlerini, duygusal iyi oluşlarını destekleyecek vb.) tepki vermedikleri, %20'sinin kendi matematiksel düşünmelerine odaklanan yanıtlar verdikleri, çoğunun özgün olmayan genel tepkiler verdiği, verilen tepkilerin sadece %20'sinin öğrenci düşünmelerine odaklandığını saptamışlardır.

Son ve Crespo (2009), fark etme çerçevesini kullanmamalarına rağmen, ilkökul ve ortaokul öğretmen adaylarının bir öğrencinin kesirleri bölme stratejisine yönelik muhakeme ve öğretime dair tepkilerini incelemişlerdir. Araştırmada öğrencinin stratejilerine odaklanan katılımcıların öğretmen odaklı yanıtları (yani anlatma, açıklama veya gösterme) kullanma eğiliminde oldukları, öğrencinin stratejisini daha az odaklanan katılımcıların ise öğrenci odaklı (öğrencilere stratejileri açıklamaları/doğrulamaları veya anlamlandırmaya çalışmaları için fırsatlar sağlama) yanıtları kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varmışlardır. Benzer şekilde, Son ve Sinclair (2010) “göster” veya “anlat” ve “ver” veya “sor” olmak üzere iki farklı tepki biçimi ortaya koymuşlardır. “Göster” veya “anlat” kategorisindeki tepkiler, öğrenciye bir şey söylemeyi, anlatmayı veya göstermeyi, “ver” veya “sor” kategorisindeki tepkiler ise, öğrenciye bir şey vererek bir şeyler yapmasını veya öğrencinin sözlü veya sözsüz bilgi vermesini içermektedir. Son ve Sinclair (2010), tepkilerin 32'sinin “göster” ve “anlat” kategorisine girmesinin öğretmen adaylarının bilgi vermeyi tercih ettiklerinin kanıtı olduğunu bulmuşlardır. Çalışmamda, Son ve Sinclair (2010) tarafından tanımlanan tepki biçimleri, öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik fark ettiği durumlara ilişkin öğretime dair verdikleri tepkilerin çeşidi olarak analiz çerçevesinde uyarlanarak kullanılmıştır.

Literatür incelendiğinde, öğretmenlerin/öğretmen adaylarının, öğrencilerin cevaplarının ayrıntılarını belirlemeyi öğrenebilseler de, bu ayrıntıları öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumlamak için kullanamadıkları veya öğretime dair kararlar verirken öğrenci düşüncelerini dikkate almadıkları belirlenmiştir (Barnhart & van Es, 2015). Bu, öğretmenlerin/öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerinin ayrıntılarına odaklanmalarını sağlayacak bir çerçeve veya kılavuz olmamasına bağlanmıştır (Ivars vd., 2020; Levin vd., 2009; Wilson vd., 2013). Mevcut öğretmen eğitimi programları ile fark etme becerilerinin incelenmesi, öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesinin farkına varmasını destekleyebilecek bir rehber veya çerçeve olmaksızın bir zorluğu temsil etmektedir (Diamond, Kalinec-Craig & Shih, 2018; Stockero, Putnow & Pascoe, 2017; van Es & Sherin 2002; Walkoe, 2015; Wilson vd., 2013). Öğretmenlerin öğrenci düşüncesine yönelik farkındalıklarını incelemek için, bu düşüncelerin ortaya çıkacağı ortamlar oluşturmanın ve öğretmenlerin dikkatlerini öğrenci düşünmesinin ayrıntılarına odaklayacak bir çerçeve veya kılavuzun gerekliliği doğmaktadır. Bu noktada son on yılda, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının farkındalıklarını öğretmenlerin dikkatlerini öğrenci düşünmesinin ayrıntılarına odaklayacak bir çerçeve veya kılavuz bağlamında inceleyen çalışmalara ilgi artmıştır (Fernandez, Llinares & Valls, 2012; Goldsmith & Seago, 2011; Santagata, 2011; Stockero, 2014; Yang & Ricks, 2012; Vondrova & Zalska, 2013). Örneğin, Santagata ve Angelici (2010) ders analiz çerçevesini fark etmenin odak noktasını daraltmanın yolu olarak kullanmışlardır. Levin vd. (2009) öğretmenlerin ne fark ettiklerini belirlemek için bir teorik çerçeve sunmayı amaçlamış ve bir öğretmenin dikkatini ilgili detaylara odaklamak için araçların ve ana esasların kullanımının önemine vurgu yapmışlardır. Bu ana esaslar veya araçlar öğretmenlere daha iyi fark edebilmeleri için yeterli desteği sağlamak üzere belirgin olmak zorundadır (Santagata, 2011). Bu araçlardan biri de, araştırmacılar tarafından kullanılan varsayımsal öğrenme yol haritalarıdır (Edgington, 2014; Edgington, Wilson, Sztajn & Webb, 2016; Fernandez, Llinares & Valls, 2013; Ivars vd., 2020; Wickstrom, 2014; Wilson vd., 2013; Wilson vd., 2015; Yılmaz, 2015). Söz konusu çalışmalarda varsayımsal öğrenme yol haritalarının, öğrencilerin matematiksel anlamalarını yorumlamada ve uygun öğretimle yanıt vermede destek olabileceği, öğretmen adaylarına dikkatlerini öğrencilerin anlamalarına odaklamaları için yapılandırılmış bir çerçeve sağlayabileceği gösterilmiştir. Bu çalışmada da matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için kesirler kavramına yönelik araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretmen adaylarının dikkatlerini öğrenci düşünmesine, kavrayışına ve anlamalarına odaklamaları için bir yol haritası ve

öğrenci düşünmelerini açıklamak için belirli bir dil sağlayan yapılandırılmış bir çerçeve işlevi gören bir araç olarak ele alınacaktır.



BÖLÜM III

YÖNTEM

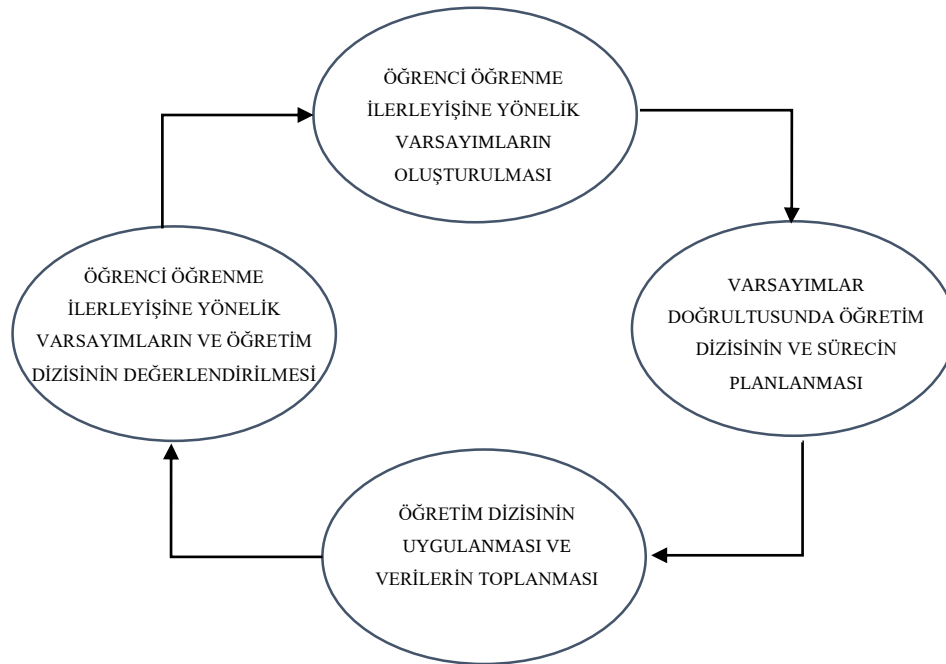
Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırma süreci, veri analizi ve araştırmanın güvenilirliği bölümlerine yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Deseni

Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulmasının ve bu oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritası aracılığıyla matematik öğretmeni adaylarının bu öğrencilerin söz konusu kavramlara ilişkin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarının incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmada çoklu yöntem araştırma deseni kullanılmıştır. Çoklu yöntem araştırma deseni, karma yöntem araştırmasından farklı olarak, nitel ve nicel yöntemlerin birleştirilmesiyle sınırlı olmamakla birlikte, tüm olası yöntem kombinasyonlarına açıktır (Brewer & Hunter, 2015). Bu bağlamda iki nitel desenden (qual+qual) yararlanılmıştır (bkz. HesseBiber, Rodriguez & Frost; 2015, s.11). Çoklu yöntem araştırma deseni, birden fazla araştırma sorusunun sorulduğu, her sorunun farklı bir yöntem (farklı katılımcı, farklı veri toplama aracı) kullanılarak araştırıldığı, kullanılan yöntemlerin hepsinin nitel veya hepsinin nicel olduğu çalışmaları içeren bir desen olması nedeniyle araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir (Aydın-Çakır & Türkeş-Kılıç, 2021; Brewer & Hunter, 1989, 2006, 2015; Silverman, 2020, s.402). İlk aşamada Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritalarının belirlenmesi için öğretim deneyi deseni kullanılmıştır. İkinci aşamada ise varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına

ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarının incelenmesi için durum çalışması deseni kullanılmıştır.

Öğretim deneyi, araştırmacılara öğrencilerin matematik bilgilerinin ne olduğunu ve tasarlanan öğrenme ortamları içerisinde bu bilgilerin nasıl değişim gösterdiğini yakından inceleme ve yorumlama fırsatı sağlayan öğretim temelli bir araştırma desendir (Czarnocha & Maj, 2008; Simon, 1995; Steffe & Thompson, 2000). Bir öğretim deneyi, öğretim dizilerinin geliştirilmesi, sınıf öğretiminde dizilerin test edilmesi ve öğrenmenin analiz edilmesinin tekrarlanan bir sürecini içerir. Analize dayalı olarak dizide revizyonlar yapılır ve süreç yeniden başlar (Gravemeijer vd., 2003). Araştırma, öğrencinin matematiği nasıl öğrendiğinin modellenmesini amaçladığından, öğretim etkinlik dizilerinin süreç içerisinde değişebilir ve yenilenebilir olmasından, döngüsel bir yaklaşım ile ardışık öğretim oturumlarından oluşmasından ve araştırmacının öğretmen rolünde olmasından dolayı bir öğretim deneyidir. Öğretim deneylerinde öğrenci düşüncelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımların oluşturulması hedeflenmektedir. Araştırmanın amacı, eylem planları tasarlayarak yerel boyuttaki sorunlara çözümler geliştirmek yerine, öğrenci öğrenme süreçlerine yönelik genellenebilir teorik modeller üretmeyi amaçladığından (Cobb, Jackson & Danlop, 2017) eylem araştırmasından farklıdır.



Şekil 3. Öğretim deneyi süreci

Bu araştırmada belirlenen varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında üç öğretmen adayının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciye ait video-durumlar bağlamında öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıkları incelenmiştir. Başka bir deyişle sadece üç matematik öğretmeni adayı hakkında olması, sadece kesir kavramına odaklanması, sadece öğretmen adaylarının farkındalıkları ile ilgilenilmesi araştırmanın sınırlı bir sistem üzerinden yürütüldüğünü ortaya koymaktadır. Öğretmen adaylarının öğrenciler hakkında farkındalıklarına ulaşabilmek için uzun süreli gözlem ve görüşmeler yapmak, gerekli verileri toplamak ve derinlemesine analizler yapmak gerekmektedir. Yin'e (2003) göre bu tür amaçlar için en uygun araştırma yaklaşımı durum çalışmalarıdır. Cresswell (2007), durum çalışmasını, araştırmacının sınırlı bir ya da birkaç sistemi, pek çok kaynaktan topladığı (gözlemler, yüz yüze görüşmeler, görsel işitsel malzemeler, doküman ve raporlar) ayrıntılı ve derinlemesine verileri kullanarak zaman içinde keşfettiği ve vakayı betimleyerek vakayla ilgili temaları raporladığı bir yaklaşım olarak tanımlamıştır. Diğer taraftan, durum çalışmasının amaca göre araçsal durum çalışması, çoklu durum çalışması ve içsel durum çalışması olmak üzere üç farklı türü vardır (Stake, 2005). Araçsal durum çalışmasında tek bir konuyu incelemek için sınırlı bir durum seçilir (Stake, 1995). Çoklu durum çalışmasında araştırmacılar bir konuyu incelemek için birden fazla durumu incelerler, içsel durum çalışmasında ise nadir görülen bir durum detaylı bir biçimde incelenir (Creswell, 2013). Bu olay veya konuya dair açıkça görülmeyen olgular, noktalar araştırmacılar tarafından sorgulanarak ortaya bir örüntü veya ilişki konmaya çalışılır. Bu bağlamda şimdiki araştırmada, öğretmen adaylarının farkındalıkları araçsal durum çalışması kullanılmıştır. Çünkü özel bir durum olan öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri, matematiksel kavrayışları ve matematiksel anlamaları hakkında öğretimde açıkça görülmeyen noktalar olarak nitelendirebileceğimiz farkındalıkları ortaya koymaya çalışılmaktadır.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırma iki farklı çalışma grubu ile yürütülmüştür. İlk aşamada kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik Varsayımsal Öğrenme Yol Haritalarının belirlenmesi için matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile ikinci aşamada ise Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları kılavuz olarak kullanıldığında öğrenme

güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarını incelemek için öğretmen adayları ile çalışılmıştır.

3.2.1. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Belirlenmesinde Yer Alan Katılımcılar

Bu çalışmanın birinci aşamasında yer alan katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir ve ölçüt örnekleme yöntemleri birlikte kullanılarak belirlenmiştir (Patton, 2005). Katılımcıların belirlenmesinde göz önüne alınan ölçütler, Rehberlik Araştırma Merkezi tarafından öğrenme güçlüğüne sahip olduğu onaylanmış olmak, öğrenme güçlüğü haricinde duyma, görme ve ortopedik gibi alanlarda eşlik eden başka bir soruna ya da yetersizliğe sahip olmamak, öğretimsel seviyede okuma ve yönergeleri takip etme becerisine sahip olmak ve 5-7. sınıf seviyeleri arasında öğrenim görmek şeklinde belirlenmiştir.

Ülkemiz ilkököl ve ortaokul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde, kesirlere ilişkin 1. ve 2. sınıfta bütün, yarım ve çeyrek kesirler ile ilgili farkındalık oluşturmaya yönelik ve bölme (gruplandırma, parçalama) işlemine girişin yapıldığı kazanımlar yer almaktadır. Bunu 3. sınıfta parça-bütün ilişkisi vurgulanarak kesire ait terimlerin (pay, payda, kesir çizgisi, birim kesir) tanıtıldığı kazanımlar, 4. sınıfta ise basit, bileşik ve tam sayılı kesri tanımlamaları ve uygulamalarını içeren kazanımlar takip etmektedir. 5. ve 6. sınıfta ise tekrardan tam sayılı ve bileşik kesirleri anlamlandırmaya, kesirleri sıralama, karşılaştırmaya yönelik kazanımlar yer almaktadır. Dolayısıyla ülkemiz matematik dersi öğretim programına göre kesirlerde sıralama, karşılaştırma ve dört işleme giriş yapılmadan önce öğrencinin 5. sınıfta kesrin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları öğrenmiş olması beklenmektedir. Bununla birlikte, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin erken sınıflarda tanıtılan kesir kavramlarını ortaokulda son sınıf düzeyine kadar öğrenmede güçlük yaşamaya devam ettikleri (Mazzocco vd., 2013) ve yaşlıklarını 1 veya 2 yıl geriden takip ediyor olma durumları (APA, 2013; Olkun, 2014) göz önünde bulundurulmuştur. Dolayısıyla, katılımcı öğrencilerin seçileceği sınıf düzeyinin 5 ile 7. sınıf aralığı olmasına karar verilmiştir.

Katılımcı öğrencilerin belirlenmesi aşamasında ilk önce Ankara Çankaya'da yer alan bir rehberlik ve araştırma merkezindeki kurum yetkilileriyle görüşmeler yapılmış ve ilçede önkoşul becerileri karşılayan öğrencilerin bulunduğu özel eğitim merkezleri hakkında bilgi alınmıştır. Daha sonra belirlenen özel eğitim merkezlerinde öğrencilerin demografik

bilgilerini, motor becerilerini, iletişim becerilerini, ilgi alanlarını belirlemek, uygulamaya katılım ve değerlendirme izni almak amacıyla velilerle ve kurum yöneticisiyle ve derse giren öğretmenler ile görüşmeler yapılmıştır, RAM tarafından öğrenciler için hazırlanan raporlar ve öğrencilere ait bireyselleştirilmiş eğitim programları incelenmiştir. Yapılan görüşmeler ve doküman incelemeleri sonucunda Emre, Önder, Zehra ve Meryem isimli (isimler değiştirilmiştir) dört öğrenci araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Aynı ölçütleri karşılayan bir öğrenci ise ön görüşme ve öğretim dizisine ait pilot çalışmaların gerçekleştirilmesi amacıyla çalışmaya dâhil edilmiştir.

Öğrencilerden Önder ve Zehra 5.sınıf, Emre ve Meryem ise 7.sınıf öğrencisidir. Öğrenciler akranlarıyla öğrenim gördükleri okullarda aynı sınıfta öğrenim görmelerinin yanında bazen matematik derslerinde dersten alınarak destek eğitim odalarında matematik eğitimi aldıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler okul dışında haftada en az iki gün olmak üzere aynı özel eğitim merkezinde destek eğitim almakta ve öğrencilere aynı öğretmenler matematik dersi vermektedir. Bu merkezde öğrencilere modülde yer alan kazanımlardan sayılar öğrenme alanından sadece doğal sayılar alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlara yönelik destek eğitim verilmektedir. Öğrencilere kesirler alt öğrenme alanı ile daha önce karşılaşp karşılaşmadıkları ve kesirleri öğrenmede karşılaştıkları problemler ile ilgili sorular yöneltildiğinde Emre “*Kesirleri bilmiyorum ki... Okulda görüyorum ama hiç bir şey anlamadım.*” söylemi ile Zehra “*Dört basamaklılara geçtim. (doğal sayılardan bahsediyor)*” söylemi ile Meryem “*Okulda kesirleri gördüm ama zorlanmıştım.*” söylemi ile ve Önder “*Kesirlerde çok eksikliklerim var.*” söylemi ile daha önce kesir kavramları ile okulda ders ortamında karşılaştıklarını fakat anlamada ve öğrenmede güçlük yaşadıklarını ifade etmişlerdir.

3.2.2. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesirler Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünmeleri, Kavrayışları ve Anlamalarına Yönelik Farkındalığının İncelenmesinde Yer Alan Katılımcılar

Bu çalışmanın ikinci aşamasında yer alan katılımcılar, amaçlı örnekleme yöntemlerinden (Patton, 2005), kolay ulaşılabilir ve önceden belirlenmiş bazı ölçütleri karşılayan durumları çalışmayı benimseyen ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir (Patton, 2005).

Katılımcı grubunu belirlerken kullanılan ölçütler, ortalama veya ortalama üstü başarıya sahip olma, kesirlerin öğretimi ile ilgili kesir kavramına ilişkin öğrenci düşüncesini anlama,

yorumlama, öğrenci kavrayışlarını bilme bilgisini dolayısıyla pedagojik alan bilgisini edindikleri “Özel Öğretim Yöntemleri” dersini başarı ile geçmiş olmalıdır. Bu kapsamda, kolay ulaşılabilir bir örneklemden yukarıda belirtilen ölçütleri taşıyan öğretmen adaylarını belirlemek için Ankara’daki bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı son sınıf matematik öğretmeni adaylarından ortalama veya ortalama üstü başarıya sahip, “Özel Öğretim Yöntemleri” derslerini başarı ile tamamlamış öğretmen adayları belirlenmiştir. Bunlardan araştırmaya katılmaya gönüllü olan üç öğretmen adayı Ahu, Hülya ve Tuğçe (isimler değiştirilmiştir) çalışmanın ikinci aşaması için katılımcılar olarak belirlenmiştir. Bir öğretmen adayı ise yarı yapılandırılmış görüşmelere ait pilot çalışmaların gerçekleştirilmesi amacıyla çalışmaya dâhil edilmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi aynı üniversitede öğrenim görmekte ve aynı alan (Genel Matematik, Analiz-1-2-3, Soyut Matematik, Geometri, Lineer Cebir-1-2, İstatistik ve Olasılık-1-2, Cebir, Analitik Geometri), alan eğitimi (Özel Öğretim Yöntemleri-1-2, Ortaokul Matematik Öğretim Programları, Sayıların Öğretimi, Geometri ve Ölçme Öğretimi, Cebir Öğretimi, Olasılık ve İstatistik Öğretimi, Matematik Öğretiminde İlişkilendirme, Matematikte Problem Çözme, Matematik Öğretiminde Kavram Yanılgıları, Mantıksal Akıl Yürütme, Matematik Öğretiminde Modelleme, Öğretim Teknolojileri ve Materyal Tasarımı) ve eğitim bilimleri (Eğitim Bilimine Giriş, Eğitim Psikolojisi, Bilim Tarihi, Öğretim İlke ve Yöntemleri, Eğitimde Bilişim Teknolojileri, Türk Eğitim Tarihi, Bilimsel Araştırma Yöntemleri, Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme, Özel Eğitim, Rehberlik) derslerini almaktadırlar. Katılımcılar araştırma süresince Okul Deneyimi dersine devam etmişler, gerçek sınıf ortamında öğretmen ve öğrencilere yönelik gözlem yapma fırsatı bulmuşlardır. Öğretmen adayları, kesirlerin öğretimi ile ilgili kesir kavramına ilişkin öğrenci düşüncesini anlama, yorumlama, öğrenci zorluklarını, hatalarını, kavram yanılgılarını ve nedenlerini bilme bilgisini dolayısıyla pedagojik alan bilgisini “Özel Öğretim Yöntemleri” dersinde edinmişlerdir. Öğretmen adaylarının hepsi Özel Öğretim Yöntemleri-1-2 derslerinin her ikisini de AA notu ile geçmiştir. Ağırlıklı Genel Not Ortalamaları (AGNO) dikkate alınacak olursa 4’lük not sistemi üzerinden Ahu’nun AGNO’su 3.21, Hale’nin AGNO’su 3.48 ve Tuğçe’nin AGNO’su 3.15 şeklindedir. Bu nedenle öğretmen adaylarının kesirler kavramına yönelik öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarını fark edecek düzeyde alan ve pedagojik alan bilgisine sahip olduğu varsayılmıştır.

Katılımcılardan öğretmen adayı Ahu, İlköğretim Matematik Eğitimi Programı son sınıf öğrencisidir. Ahu ile gerçekleştirilen ön görüşmede matematiği tanımlaması istendiğinde,

matematiğin geniş kapsamlı bir bilim dalı olduğunu ve matematiğin tanımının kişinin matematiğe karşı tutumuna göre değişkenlik gösterebileceğini düşünmektedir. Matematiği kısaca verilerle işlem yapılması olarak tanımlamaktadır. Matematiğin en iyi öğrenme şeklinin olmadığını, her öğrencinin farklı bir öğrenme yolu olduğunu ve bireysel öğretimin öğrenme üzerinde önemli rol oynadığını düşünmektedir. Bununla birlikte her öğrencinin bir kavramı ya da fikri anlama yolları farklı olabilse de sınıf ortamının kalabalık olmasının bireysel öğretime engel teşkil ettiğini, bu yüzden çoğunluğa göre bir yöntem seçilmesi gerektiğini düşünmektedir. Öğrencinin aktif katılım sağlamadığı, öğretmen merkezli doğrudan anlatım yönteminin öğrenci öğrenmeleri üzerinde olumsuz etkisi olduğunu düşünen öğretmen adayı, öğrencilerin aktif katılım sağladığı, birebir iletişimin olduğu, yaparak-yaşayarak öğrenmenin temel alındığı öğrenme ortamlarının öğrenci öğrenmeleri üzerindeki olumlu etkisinin olduğu kanısına sahiptir. Etkili öğretimin, sınıf ortamında öğrenmeye ilgisi az olan öğrencileri de fark ederek onların öğrenmeye ilgisini artıracak eylem planları hazırlanmasıyla sağlanabileceğini düşünmektedir. Ahu, matematiği en iyi alıştırmaya yaparak öğrendiğini belirtmiştir. Öğrenmeyi, pekiştirmek, sürekli soru çözmek, alıştırmaya yapmak, sık ödev yapmak eylemleri ile ilişkilendirmektedir. Bu öğrenme tanımını genele yayarak herkesin bu şekilde öğrendiği görüşündedir. Tam olarak anlayamadığı bir matematiksel bir kavramı öğrencilere anlatmadan önce öğretmen adayı ilk önce kavramı kendisinin öğreneceğini, kendi öğrenme yollarını örnek alarak öğrencilerin de aynı yollar ile öğrenebileceği düşüncesiyle öğretimi tasarlayabileceğini belirtmiştir. Ahu için kesir kavramı kendisinde bütün, bütünü parçalara ayırma, pay ve payda kavramlarını çağrıştırmaktadır. Kesirler kavramının matematiğin öğretiminde önemli olduğunu düşünen öğretmen adayı, kesirlerin matematikte birçok konuyu öğrenmeden önce öğrenilmiş olması gereken, bilmeden matematikteki diğer konuların öğrenilemeyeceği bir alt öğrenme alanı olduğu, küçük yaşlarda temel kesir kavramlarının öğrencide yapılandırılması gerektiği düşüncesindedir. Bir öğretmenin öğrencileri ile ilgili bir kavrama yönelik ön bilgileri ve eksiklikleri hakkında bilgi sahibi olması gerektiğini düşünen öğretmen adayı, bununla birlikte öğretmenin öğrencinin derse karşı tutumu, inancı gibi duygusal etkenleri de göz önüne alması gerektiği kanısındadır. Bir öğretmenin öğrencileri tanıması için sahip olması gereken mesleki yeterliliklerle ilgili ise sağlıklı iletişim kurmayı ve çağın gereksinimlerine ayak uydurarak yenilikçi olmayı vurgulamaktadır.

Katılımcılardan öğretmen adayı Hale, İlköğretim Matematik Eğitimi Programı son sınıf öğrencisidir. Hale ile gerçekleştirilen ön görüşmede matematiği tanımlarken, matematiğin

herkes tarafından öğrenilmesi, yapılandırılması “zor” olan bir alan olarak ifade etmekte fakat karşılaşılan matematiksel problemleri çözebildikçe keyif alınacak bir alan olarak tanımlamaktadır. Matematiğin diğer bilim dallarının temelini oluşturan bir bilim dalı olduğu düşüncesindedir. Matematiğin en iyi gerçek hayat ile ilişkilendirilerek öğrenebileceğini düşünen öğretmen adayı, matematiksel zorlukların, gerçek hayatta karşılaşılan zorluklarda olduğu gibi daha çok uğraşarak, daha çok üstüne düşerek ortadan kaldırılabileceği kanısındadır. Bir matematik kavramını ya da konusunu öğretmede en etkili yolun öğrencilere grup çalışması yaptırmak olduğunu ifade eden öğretmen adayı, kavramların öğrencilerin ilgisini çekecek şekilde hikâyeleştirilebileceğini düşünmektedir. Hale için kesir kavramı kendisinde bütün, parça, pasta dilimi, pizza dilimi, pay, payda ve sayı kavramlarını çağrıştırmaktadır. Kesirler kavramının matematiğin öğretiminde önemli olduğunu düşünen öğretmen adayı, kesirlerin matematiğin diğer öğrenme alanlarını öğrenirken veya problem çözerken gerekli olduğu, küçük yaşlarda kesir kavramlarının öğrencilerin bilişsel düzeylerini de düşünerek somut bir şekilde öğrencilerde yapılandırılabilmesi düşüncesindedir. Bir öğretmenin öğrencileri ile ilgili bir kavrama yönelik hazırbulunuşlukları, öğrencilerle bireysel olarak ilgileri, çoklu zekâ kuramına göre hangi zekâ türüne yatkın oldukları ile ilgili bilgisinin olması gerektiğini düşünmektedir. Bireysel öğrenmenin önemini vurgulasa da, okullarda ders süresinin her zekâ türüne yönelik etkinlikleri uygulamak için yetersiz olduğunu ifade eden öğretmen adayı, farklı derslerde farklı zekâ türüne yönelik etkinliklerin hazırlanabileceği önerisinde bulunmuştur. Bir öğretmenin öğrencileri tanıması için sahip olması gereken mesleki yeterliliklerle ilgili empati kurma, rehber olma, gelişimsel özelliklerin farkında olma, alan bilgisine ve pedagojik alan bilgisine sahip olmayı vurgulamaktadır.

Katılımcılardan öğretmen adayı Tuğçe, İlköğretim Matematik Eğitimi Programı son sınıf öğrencisidir. Tuğçe ile gerçekleştirilen ön görüşmede matematiği tanımlarken, matematiği kelime anlamı olarak bilgiyi bilmek olarak tanımlamakta, kendi tanımı olarak ise sayılarla işlemler yapabilme yetisi, sayılarla uğraşmak ifadelerini kullanarak tanımlamaktadır. Matematiği daha etkili öğrenme yollarından birinin çok soru çözmekten geçtiği düşüncesindedir. Bir matematik kavramı ya da konusunu öğrenirken güçlükle karşılaştığında konuyu tekrar ettiğini, kaçırdığı püf noktaları kontrol ettiğini ve formülleri ezberlediğini ifade etmiştir. Bir matematik konusunu veya kavramını öğretmenin en etkili yolunun matematik kavramını günlük hayat ile ilişkilendirmek olduğunu, matematiğin günlük hayat ile ne kadar ilişkilendirilirse öğrenmenin daha kalıcı olacağını düşünmektedir. Tuğçe için

kesir kavramı kendisinde pastayı, o pastayı parçalara ayırmayı, pay ve payda kavramlarını ve kesirlerle işlemleri çağrıştırmaktadır. Kesirler kavramının matematiğin öğretiminde önemli olduğunu düşünen öğretmen adayı, matematikte bir temel olduğunu, bu temeli oluşturma yollarından bir tanesinin de kesirlerin yapılandırılmasını sağlamak olduğunu düşünmektedir. Kesirlerin öğrenilmesinin öğrencilerin ileriki günlük hayatlarında ve karşılaşacakları matematik konularını öğrenmede yarar sağlayacağı kanısındadır. Matematik dersinde öğretmenin öğrencileri tanıması, öğrencilerin özelliklerini bilmesi, anlama yollarını, bulundukları eylemleri, nasıl öğrendiklerini bilmesi gerektiğini düşünmektedir. Öğrenciyi tanımanın öğrencinin ön bilgilerini, öğrenme düzeyini, ne öğrendiğini veya ne öğrenmediğini bilmek demek olduğunu düşünen öğretmen adayı öğretmenin öğrencileri tanıması için sahip olması gereken mesleki yeterliliklerle ilgili öğrenme kuramları ile ilgili bilgiye sahip olmayı ve öğrenci gelişim özelliklerin farkında olmayı vurgulamıştır.

3.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmada, her bir problemi cevaplamak için farklı veri toplama araçları kullanılmıştır. Her iki araştırma problemini cevaplamak için kullanılan veri toplama araçları da bu bölümde alt başlıklar altında verilmiştir.

3.3.1. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Belirlenmesi için Kullanılan Veri Toplama Araçları

Çalışmanın ilk aşamasında “Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritaları nasıldır?” araştırma problemi cevaplanmaya çalışılmıştır. Veri toplama araçları olarak, öğrencilerin önbilgilerini ortaya koymayı amaçlayan ön görüşmelere ait kamera ve ses kayıtları, öğretim oturumlarına ait kamera ve ses kayıtları, ses ve video kayıtların transkriptleri, araştırmacı tarafından tutulan günlük notlar, öğretim dizisi etkinlikleri, etkinlik materyalleri ve öğrencilerin sınıf içi çalışmaları kullanılmıştır.

Araştırmanın başında kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin mevcut bilgilerini/kavrayışlarını ortaya koymayı amaçlayan ön görüşme sorularını hazırlamak için farklı özel eğitim merkezlerinde öğretmenler ve öğrenciler ile görüşmeler yapılmıştır. Literatür taraması ile birlikte gerçekleştirilen gözlemler ve görüşmelerden elde edilen veriler ışığında öğrencilerin

kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait zihinsel yapıları hakkında bilgi vermesi ve bu bilgileri kullanarak öğrencilerin matematiksel düşünme modellerini oluşturmayı sağlaması açısından görüşmeler yapılmıştır (Clement, 2000; Steffe & Thompson, 2000). EK 1’de yer alan ön görüşme soruları, araştırmacı tarafından öğrencilerin belirli bir matematiksel bağlam üzerinde yeterince düşünüp yanıtlar verecekleri problem durumları olarak hazırlanmıştır. Böylece araştırmacı, öğrencilerin var olan bilgilerine, o anki akıl yürütmelerine, matematiksel düşüncelerine, bir kavrama dair ön bilgilerine, kullandıkları kavramlara, kavramlar üzerindeki eylemlerine, stratejilerine ve sezgisel fikirlerine dair çıkarımlara ulaşabilmeyi amaçlamıştır (Clements & Battista, 2000; Steffe & Thompson, 2000). Bu bağlamda, her bir öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci ile “Ön Görüşme Soruları” kullanılarak bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerden elde edilen bilgiler ışığında yapılan literatür taraması ile kesir kavramı ile ilgili kavramsal analiz yapılarak literatürde var olan araştırma tabanlı varsayımsal öğrenme yol haritaları incelenmiş, öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası tasarlanmıştır. Öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası temel alınarak öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları anlamalarını teşvik etmek için etkili öğretim desteklerini içeren öğretim dizisi etkinlikleri tasarlanmıştır (EK 2).

3.3.1.1. Ön Görüşme Soruları

Yarı yapılandırılmış ön görüşme sorularının oluşturulmasının ilk aşamasında, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin eğitim ihtiyaçlarının değerlendirilmesi, öğretme ve öğrenme etkinlikleri, öğrencilerin performansları ve öğretmenlerin yeterlikleri ile ilgili mevcut durumu belirlemek için alanyazın taraması yapılmış, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin devam ettikleri özel eğitim merkezlerinde matematik dersine giren öğretmenler ile görüşmeler yapılmıştır. Bununla birlikte Rehberlik Araştırma Merkezi (RAM) tarafından öğrenci modüllerinin belirlenmesinde kullanılması için hazırlanan Öğrenme Güçlüğü Matematik Modülü Kaba Değerlendirme Formu, Öğrenme Güçlüğü Olan Bireyler için Performans Belirleme Formu’nda kesirler alt öğrenme alanına ait, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere öncelikli olarak kazandırılması gereken kazanımlar incelenmiştir. Bu kazanımlar “Nesneleri bütün, yarım ve çeyrek olma durumuna göre ayırt eder” ve “Kesirlerle ilgili problem çözer” şeklindedir. Kesirlerle ilgili problem çözme kazanımını edinmeden önce bu öğrencilerin yapılandırmış olması gereken kesirlerin

yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin kazanımlara yer verilmesinin öğrenciler için daha yararlı olacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrenciler için RAM tarafından verilen modüllerden amaç belirleme noktasında yararlanılmamıştır (Araştırmanın yapıldığı 2019 yılında Milli Eğitim Bakanlığı (2021) tarafından öğrenme güçlüğü olan öğrenciler için öğretim programı henüz yayınlanmamıştı). Bunun ardından mevcut ilköğretim matematik öğretim programı ve kavramsal çerçevede bahsedilen literatür göz önüne alınarak ileri kesir kavramlarını (karşılaştırma, sıralama, kesirlerin denkliği, kesirlerle işlemler vb.) anlamak için kesirlerin matematiksel yapısında var olan öncül kavramlar belirlenmiştir (Tablo 1). Bu öncül kavramların her biri bir sonraki kavramın öğrenilebilmesi için ön koşul kavram olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin fiziksel ve zihinsel eylemlerinin gözlenebilmesini sağlayan durumlar oluşturulmuş ve tahta parçası, birim küp, ip, kürdan ve uzunluk niteliğine sahip diğer nesneler, farklı kesirleri temsil eden kartondan yapılmış modeller, fotoğraflar, dairesel kesir takımı ve tahta kesir şeritleri gibi materyaller görüşme sırasında hazır bulundurulmuştur. Bu öncül kavramlardan biri olan ölçme ve birim öncül kavramına ait bir soru örneği aşağıdaki gibidir:

(Elindeki tahta parçasını göstererek) Sence bu tahta parçasının uzunluğunu ne ile ölçebiliriz? (Öğrencinin üzerinde düşünmesi ve fikrini ifade etmesi için yeterli zaman verdikten sonra) (Birim küp, ip, kürdan gibi nesneler öğrencinin önüne konularak) Bunların hangileriyle bu tahta parçasının uzunluğunu ölçebilirsin? Neden ölçebiliriz/ölçemeyiz? (Ölçülebiliriz kararını verdiği uzunluk niteliğine sahip nesnelerden, ölçüm sonucunun birim olarak tam sayı ile ifade edildiği birini vererek) Ölçüm yaparak sonucu paylaşıyor mısın? O zaman bu tahta parçasının uzunluğu için ne diyeceksin? Birimin ne olmuş oldu? (Ölçüm sonucunun birim olarak tam sayı çıkmadığı durumlarda) Bu yaptığın ölçümün sonucunu nasıl ifade edersin?

Eşit paylaşım öncül kavramına ait bir soru örneği aşağıdaki gibidir:

Paylaşmak kelimesinden ne anlıyorsun? Evde veya okulda herhangi bir şeyi başka bir kimseyle paylaşıyor musun? Nasıl paylaşıyorsun? (Öğrenci eşit paylaşım kavramına odaklanmamışsa) Daha önce eşit paylaşımın ne olduğunu duydun mu? (Elindeki kare şeklindeki kâğıdı göstererek) Bu kâğıdı iki eşit parçaya ayırır mısın? Başka yolları var mı? Paylaşıyor mısın? (Elindeki şerit kâğıdı göstererek) Bu şerit şeklindeki kâğıdı beş eşit parçaya ayırırsak parçalardan birini gösterir misin? Bu parçanın eşit olduğunu nereden biliyorsun?

Tablo 1.

Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlar ve Öncül Kavramların Kazanımına Yönelik Hedefler

Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlar	Kavrama Yönelik Hedef Fiziksel ve Zihinsel Eylemler
Ölçme ve Birim	Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği (örneğin; uzunluk) ile aynı niteliğe sahip başka bir nesnenin (birim olarak göz önüne alınan) niteliğini karşılaştırabilmek, Ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirleyerek kesirlere niçin ihtiyaç duyulduğuna dair fikir oluşturmak
Eşit Paylaşım	Eşit paylaşım kavramını anlamlandırarak verilen bir bütünü farklı yollarla eş parçalara ayırabilmek.
Kesir Dili	Verilen birim kesirleri, sözel olarak ifade etmek ve model ile göstermek.
Bütünün Eş Parçalarını Sayma	Bir bütünün eş parçalarını saymak ve bütün ile eş parçaların niteliklerinin miktarları arasındaki ilişkiyi fark etmek.
Kesir Notasyonu	Kesirlerin sembolik gösterimini kullanmak ve anlamlandırmak.

3.3.1.2. Öğretim Dizisi Etkinlikleri

Kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin tasarlanan öğretim dizisi etkinlikleri, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle bireysel olarak gerçekleştirilen öğretim oturumlarını içeren bir öğretim deneyinde uygulanmıştır. Literatür taramasından ve öğrenciler ile yapılan ön görüşmelerden elde edilen veriler ışığında tasarlanan öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası temel alınarak öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları anlamalarını teşvik etmek için etkili öğretim desteklerini içeren öğretim dizisi etkinlikleri tasarlanmıştır. Etkinlikler tasarlanırken şu tasarım ilkeleri göz önüne alınmıştır: (1) etkinliğin hedeflediği kazanımın analizi, (ii) etkinliğin tasarlanma amacı, (iii) öğrencinin (mevcut) bilgisinin değerlendirilmesi, (iv) etkinlikte incelenecek örneklerin seçimi ve yönergelerin yazımı, (v) değerlendirme ve (vi) etkinlik uygulama süreci (Yeşildere-İmre, 2020). Bu noktada ilk önce öğrencilerle yapılan

ön görüşme ile öğrencilerin kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin mevcut kavrayışları ve ön bilgileri belirlenmiştir. Daha sonra her bir bir etkinlik için, hangi matematiksel bilginin ne düzeyde öğretileceği göz önüne alınarak hedeflenen kazanımlar, etkinlikte kullanılabilecek destek eğitim araçları, öğrenciden beklenen fiziksel ve zihinsel eylemler, öğrencinin olası fiziksel/zihinsel eylemlerine karşılık öğretmenden beklenen fiziksel ve zihinsel eylemler ve öğrencinin hangi şartlarda etkinliği tamamladığında başarılı kabul edileceği açıklanmıştır. Öğretim dizisi etkinlikleri tasarlandıktan sonra alan bilgisi, alan eğitimi ve yazım-ımla kontrolü bağlamında uzman görüşü alınmıştır (bkz. Bölüm 3.4.1.4). Kavramları öğretirken, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere uygulamada yardımcı olacak uzunluk niteliğine sahip diğer nesneler, farklı kesirleri temsil eden kartondan yapılmış modeller, fotoğraflar, dairesel kesir takımı ve tahta kesir şeritleri gibi destek eğitim araçları öncül kavramları anlamalarını teşvik etmek için etkinlikler süresince hazır bulundurulmuştur (Şekil 4).



Şekil 4. Öğretim dizisi etkinlikleri süresince kullanılan somut modellerden bir kaçı

Öğretim dizisi kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan beş öncül kavrama yönelik 17 etkinliği içermektedir. Etkinlikler her biri bir sonraki kavramın öğrenilebilmesi için ön koşul kavram olan öncül kavramlara yönelik sırayla olacak şekilde, öğrencinin amaçlanan bir sonraki öncül kavramı öğrenmeyi mümkün kılacak, kolaylaştıracak bir şekilde tasarlanmıştır. Her bir etkinlik, ilgili öncül kavrama yönelik öğrencinin gerçekleştirmesi beklenen fiziksel ve zihinsel eylemleri ve öğrencilerin olası eylemlerine karşılık öğretmenden beklenen eylemleri içermektedir. Ölçüm ve Birim öncül kavramına yönelik hazırlanan etkinlik örneği şu şekildedir:

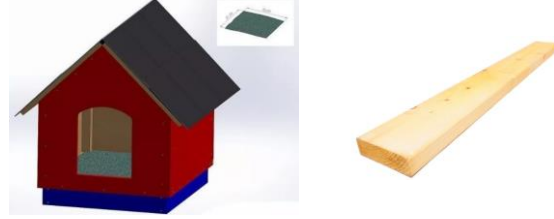
Etkinlik 1. Köpek Kulübesi

Hedef: 1,2.

Destek araçları/materyaller: Tahta parçası, kürdan, pipet, mukavva şerit, mıknatıslı veya birbirine geçmeli birim küpler

Kışları atkılar, bereler, eldivenler, kalınlıkta birbirleriyle yarışan montlar dolabımızda yerini alır. Üşüyüp hasta olmamak için kat kat giyiniriz. Bir yerden başka bir yere ulaşmak için geçirdiğiniz o süre bile, soğuk havalar nedeniyle, yeterince zorlu oluyor. Peki ya, bu mevsimi hep dışarıda geçirmek zorunda olan köpekler?

Mahallemizdeki köpeklerin zorlu kış şartlarından etkilenmemesi için Ahmet evlerinin yan bahçesinde yaşayan köpekler için ev, yani dayanıklı kulübeler yapmaya karar vermiş.



Bunun için internette kulübe yapımı ile ilgili bilgi alıp inşaat malzemelerinin satıldığı bir depoya gitmiş. Eve döndüğünde alt taban için gerekli olan tahta parçalardan bir tanesinin eksik olduğunu görmüş.

Kardeşi Salih'i telefonla arayarak eve gelirken aynı uzunlukta bir tahta parçası almasını istemiş. Kardeşi tahta parçasının uzunluğunu sorunca, evde bir cetvel veya mezura olmadığı için Ahmet tahtanın uzunluğunu nasıl ölçeceğini bilememiş. Ahmet'e evde olan malzemelerle ölçüm yaptırıp kardeşine doğru uzunluğu vermesi için Ahmet'e yardımcı olur musun?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Uzunluk ölçümü için standart olmayan birimleri hatırlar. - Ölçülecek olan nesne ile niteliği aynı olan uygun bir birim ile (ilk başta 10 cm uzunluğunda pipet, daha sonra ise 4 cm uzunluğunda kürdan) ölçüm yapar. Sonucu ölçüm yaptığı birim cinsinden tam sayı ile ifade eder (örn. 2 pipet birim, 5 kürdan birim). Seçtiği diğer birimle (8 cm uzunluğunda kalem) ölçüm yaparak sonucun tam sayı ile ifade edilemediğini fark eder. Ölçüm yaptığı diğer birimi (4 cm uzunluğunda kürdan)	- Evdeki hangi eşyaların uzunluğu ölçmek için birim olarak kullanılabileceğini sorar, öğrenci hatırlamaz ise hatırlatır. - Tahta parçasını ve standart olmayan birimleri öğrenciye temin eder (örneğin, 20 cm uzunluğunda bir tahta parçası, 10 cm uzunluğunda bir pipet, 8 cm uzunluğunda bir kalem, 4 cm uzunluğunda kürdan). - Öğrencinin uygun seçimi yapması beklenip uygun sorularla uygun birimi seçmesi için rehberlik eder.

Şekil 5. Ölçüm ve Birim öncül kavramına yönelik hazırlanan etkinlik örneği

Öğretim dizisi etkinlikleri bireysel olarak gerçekleştirilen görüşmeler yoluyla uygulanıp her bir öğretim oturumunun mikro analizi, birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi ve öğretim deneyleri sonunda gerçekleştirilen geriye dönük analiz sonucunda (Bknz. Verilerin Analizi) sürekli revize edilerek nihai halini almıştır.

3.3.2. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünceleri, Kavrayışları ve Anlamalarına Yönelik Öğretmen Adaylarının Farkındalığının İncelenmesi için Kullanılan Veri Toplama Araçları

Çalışmanın ikinci aşamasında “Varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıkları nasıldır?” araştırma problemi cevaplanmaya çalışılmıştır. Veri toplama araçları olarak, literatür dikkate alınarak araştırmacı tarafından hazırlanan ön görüşme formu (EK. 3), video-durumlar esnasında öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine fark ettiği durumları aktarmalarını sağlayacak tetikleyici soruları içeren yarı-yapılandırılmış görüşme formları (EK. 3), uygulama sonrası görüşme formu (EK. 3), video-durumlar esnasında alınan ses ve video kayıtları ve video kayıtların transkriptleri kullanılmıştır.

3.3.2.1. Ön Görüşme

Öğretmen adaylarının matematiğe ve matematik öğrenimine/öğretimine ilişkin inançlarını, kesirler bağlamında başlangıç bilgilerini, kesir kavramının öğretimi ile ilgili fikirlerini, bir öğretmenin öğrencileri tanınması için gerekli öğretmen yeterliklerine yönelik görüşlerini ve matematik öğrenme güçlüğü ile ilgili var olan bilgilerini incelemek için yarı yapılandırılmış görüşme soruları hazırlanmıştır. Öğretmen adaylarının, matematik öğrenimine ve öğretimine ilişkin inançlarının onların öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarını fark etme durumları ve fark ettikleri durumlara verdikleri öğretime dair tepkiler hakkında fikir vereceği düşünülmüştür. Ön görüşmeyi yapmanın bir diğer amacı ise öğretmen adaylarını araştırma süreci hakkında bilgilendirmek ve araştırmacı öğretmen adayları arasındaki güven ilişkisini kurmaktır. Ön görüşme formunda yer alan soruların bazıları örnek olarak Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2.

Uygulama Öncesi Ön Görüşme Formunda Yer Alan Soru Örnekleri

Matematik ve Matematik Öğrenimi/Öğretimi
Matematiği nasıl tanımlarsınız?
Matematik en iyi nasıl öğrenilir?
Matematik öğretmenin en etkili yolu nedir?
Kesir Kavramı ve Kesirler Öğretimi
Kesirler deyince aklınıza ne geliyor?
Kesir kavramının matematiğin öğretiminde önemli olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?
Kesirlere ait bir kazanım olan “M.6.1.5.1. Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir.” kazanımının matematiksel yapısı ile ilgili düşüncelerin nelerdir? Bu kazanımı öğrencilere kazandırmak için öğrencilerin edinmiş olması gereken kazanımlar/önbilgiler/ön kavrayışlar neler olmalıdır?
“Öğrenciyi Tanımak” ve Öğretmen Yeterlikleri
Size matematik dersinde öğretmenin öğrencileriyle ilgili neler bilmesi gerekir, paylaşır mısınız?
“Öğrencileri tanımak” ifadesinden anladıklarınız nelerdir? Açıklar mısınız?
Bir öğretmenin öğrencileri tanıması için hangi mesleki yeterliliklere sahip olması gerekir?
Matematik Öğrenme Güçlüğü
Matematik öğrenme güçlüğü ile ilgili neler biliyorsunuz?

Hazırlanan ön görüşme formu bir matematik eğitimi alan uzmanı tarafından incelenmiştir. Alan uzmanından gelen dönütler doğrultusunda soru ifadelerinde gerekli düzeltmeler yapılarak form pilot çalışmada öğretmen adayına uygulanmıştır. Pilot çalışmada öğretmen adayının dönütleri dikkate alınarak gerekli düzeltmeler yapılmış, böylelikle form nihai halini almıştır.

3.3.2.2. Video-durumların Kullanıldığı Görüşmeler

İkinci araştırma problemine yönelik verilerin toplanması sürecinde en fazla veri birinci aşamada öğrencilerden biri ile yapılan öğretim oturumlarından kesitlerle oluşturulan video-durumların öğretmen adaylarına gösterilerek öğrenme güçlüğüne sahip bu öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarına yönelik bire bir görüşmelerden elde edilmiştir. Araştırmanın amacına uygun soruların olduğu bir form hazırlanmasıyla birlikte, uygulama sürecinde bu forma sorular ekleyip çıkarılabilme esnekliğine sahip olunmasından dolayı yarı yapılandırılmış görüşme formları kullanılmıştır (Merriam, 2009). Her bir görüşme seansı için ayrı olarak hazırlanan görüşme formları video-durumlar esnasında öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine fark ettiği

durumları aktarmalarını sağlayacak tetikleyici soruları içermektedir. Tetikleyici sorulara örnek sorular “Size göre burada öğrenci ne yapmaya çalışmaktadır?”, “Öğrencinin ilgili matematiksel öğeleri nasıl kullandığını ve bu öğelerle yaşadıkları zorlukları belirleyerek etkinliği nasıl çözdüğünü açıklar mısınız?” şeklindedir. Görüşme formları alan yazın taramalarından elde edilen veriler ve bilgiler ışığında araştırmacı tarafından hazırlanmış olup bir öğretim üyesi, bir dil uzmanına okutularak fikirleri alınmış, bu yönde yeniden düzenlenmiştir.

3.3.2.3. Uygulama Sonrası Görüşme

Uygulama sürecinin tamamlanmasının ardından öğretmen adaylarıyla süreci değerlendirmeye yönelik görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarının öğrenciye ait çalışmaları analiz ederken hangi matematiksel düşünceler ile meşgul oldukları, görüşmeler esnasında öğrencinin çalışmasını analiz etme deneyimlerinin kesir kavramı hakkındaki bilgilerini ve düşüncelerini nasıl etkilediği, deneyim sürecinde yaşadıkları zorluklar ve üniversitede mesleki gelişimleri için aldıkları derslerin bu zorlukların üstesinden gelmelerine nasıl katkıda bulunduğu sorulmuştur.

3.4. Araştırma Süreci

Araştırmanın ilk aşamasında araştırma süreci, ihtiyaç tespiti görüşmeleri, ön görüşmeler, öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasının tasarlanması, öğretim dizisi etkinliklerinin tasarlanması, öğretim deneyimlerinden bireysel olarak gerçekleştirilen görüşmeler (öğretim oturumları) ile öğretim dizisi etkinliklerinin uygulanmasını ve öngörülen varsayımsal yol haritasının ve öğretim dizisi etkinliklerinin revize edilmesini içermektedir. Araştırmanın ilk aşamasında pilot görüşmeler matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin hâlihazırda devam ettiği iki özel eğitim merkezinin bireysel öğretim yapılan sınıflarında gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın esas uygulaması ise bu iki özel eğitim merkezi haricinde başka bir özel eğitim merkezinin bireysel öğretim yapılan sınıflarında gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerden önce öğrencilere ait RAM dosyalarındaki matematik modülleri incelenmiş, bu öğrencileri tanıyan kurum müdürü ve öğretmenlerden öğrencilere dair bilgiler alınmıştır. Araştırmacının öğrencilerle birebir iletişim kurması ve iletişimi güçlendirmesi amacıyla, öğrencilerle tanışma görüşmeleri gerçekleştirilmiş, araştırmacı kendisini öğrencilere tanıtmış, araştırma süreci ile ilgili bundan sonra birlikte kesir kavramı üzerine

çalışacaklarına dair öğrencileri bilgilendirmiştir. Bunun ardından yapılan literatür taraması ile kesir kavramı ilgili kavramsal analiz yapılarak, literatürde var olan araştırma tabanlı varsayımsal öğrenme yol haritaları ve öğrencilerin kesir kavramını anlamalarını teşvik etmek için etkili öğretim destekleri incelenmiştir. Öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler için kesir kavramının öğretiminde onlara yardımcı olacak, amaç belirleme ve varsayımlar üretmede dayanak noktası olacak öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasını formüle etmek için literatür yeterli destek sunmadığından, öğrencilerin odak kavram ile ilgili ön kavrayışlarını araştırmak için yarı yapılandırılmış görüşmeler (Steffe & Thompson, 2000) yapılmıştır. Görüşmelerde öğrencilerin odak kavrama ilişkin zihinlerindeki yapı, yaşadıkları güçlükler, var olan düşünce anlayış ve kavrayışları incelenmiştir. Ön görüşmeler için yarı yapılandırılmış görüşme soruları mevcut ilköğretim matematik öğretim programı ve kavramsal çerçevede bahsedilen literatür göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar ile ilgili hazırlanan 48 soru bir matematik alan eğitimcisi, bir matematik öğretmeni, bir Türkçe öğretmeni olmak üzere üç uzmana gösterilerek görüşleri alınmıştır. Uzman görüşleri çerçevesinde bazı soruların ifadeleri değiştirilmiş, bazı sorular çıkarılmış veya yeni sorular eklenmiş, böylelikle görüşme soruları nihai halini almıştır. Ardından farklı özel eğitim merkezlerindeki beş öğrenci ile ön görüşmelerin pilot uygulaması yapılmış, daha sonra esas uygulamanın yapılacağı merkezde iki veya üç oturumda olmak üzere ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Böylelikle ön görüşmelerden elde edilen veriler, literatürde var olan araştırma tabanlı varsayımsal öğrenme yol haritaları ve matematik dersi öğretimi programı öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasının tasarlanmasında, tasarlanan öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası ise öğretim deneyinde uygulanacak öğretim dizisi etkinliklerinin tasarlanmasında temel alınmıştır. Öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretim deneyinde uygulanan öğretim dizisi etkinlikleri süresince sürekli test edilmiş, her bir öğretim oturumunda uygulanması planlanan öğretim dizisi etkinliklerinin öğretim deneyine ait öğretim oturumlarından önce pilot çalışması yapılmış ve daha sonra öğretim deneyine ait her bir öğretim oturumunun mikro analizi yapılarak bir sonraki öğretim oturumu için uygulanacak öğretim dizisi etkinlikleri yeniden düzenlenmiştir. Dolayısıyla her bir öğretim oturumunun mikro analizi yapılarak, öğretim dizileri, destek eğitim araçları ve varsayımsal öğrenme yol haritaları bir sonraki oturum için gözden geçirilerek revize edilmiştir. Öğretim deneyinin sonunda son analizler yapılmış ve son olarak, araştırmaya dayalı bir varsayımsal öğrenme

yol haritası ve öğretim dizisi, öğrenmenin gerçekleşmesi için etkili destek araçları ile birlikte nihai halini almıştır.

Araştırmanın ikinci aşamasına ait araştırma süreci, öğretmen adayları ile ön görüşmeleri, birinci aşamada matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerden biri ile yapılan öğretim oturumlarından kesitlerle oluşturulan video-durumların öğretmen adaylarına izlettirildiği yarı-yapılandırılmış görüşmeleri ve uygulama sonrası görüşmeleri içermektedir. İkinci aşamada araştırma, bir üniversitede İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören öğretmen adaylarıyla çoklu olarak görüntülü sohbet gerçekleştirilmesini sağlayan bir uygulama ile sanal ortamda gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile görüşmelerin planlanması aşamasında bir İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıf öğrencisi ile pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma ile ön görüşme soruları, uygulama öncesi soruları, uygulama sürecinde sorulacak tetikleyici sorular, uygulama sonrasında sorulacak sorular ve gösterilecek video-durumlar düzenlenmiştir. Araştırmanın ilk aşamasında, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bir dizi öğretim etkinliklerini çözdükleri kamera kaydına alınan öğretim oturumlarından kesitlerle oluşturulmuş video-durumlar 7 hafta boyunca öğretmen adayları tarafından izlenmiştir. Videoların izlenmesi sürecini araştırmacı yönetmiş, öğretmen adaylarının öğretim oturumlarına ait videoları izlerken önemli bulduğu noktalar ile ilgili notlar alması istenmiştir. Videoların izlenmesi sürecinde ve video izlendikten sonra öğretmen adaylarının neler fark ettikleriyle ilgili görüşleri kayıt altına alınmıştır. Uygulama sürecinin tamamlanmasının ardından öğretmen adaylarıyla süreci değerlendirmeye yönelik son görüşmeler yapılmıştır.

Araştırma sürecine ait takvim Tablo 3' te sunulmuştur.

Tablo 3.

Araştırma Süreci Takvimi

Araştırma Süreci	Tarih
Birinci Aşama	
İhtiyaç analizi	25 Ekim 2019 – 15 Aralık 2019
Ön görüşme sorularının, öğretim dizisi etkinliklerinin ve öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritalarının hazırlanması ve uzman görüşleri	25 Ekim 2019 – 4 Ocak 2020
Ön görüşmelere ait pilot çalışmalar	4 – 10 Ocak 2020
Ön görüşme sorularında düzenlemelerin yapılması	10 Ocak 2020 – 7 Şubat 2020
Ön görüşmeler	30 Ocak – 11 Şubat 2020
Ön görüşmelerin analizi	
Öğretim dizisi etkinliklerine ait pilot çalışmalar	24 Ocak – 6 Mart 2020
Öğretim Deneyi	11 Şubat 2020 – 13 Mart 2020
İkinci Aşama	
Öğretmen Adayları ile ön görüşmelere, izlenecek video kesitlere ve yarı-yapılandırılmış görüşmelere ait pilot çalışmalar	17 Kasım 2020 – 20 Ocak 2021
Öğretmen adayları ile ön görüşmeler	16 - 18 Aralık 2020
Öğretmen adayları ile video-durum çalışmaları	18 Aralık 2020 – 25 Şubat 2021
Öğretmen adayları ile uygulama sonrası görüşmeler	25 Şubat – 26 Şubat 2021

Araştırma problemlerini cevaplamak için yürütülen araştırma süreci Şekil 6’da sunulmuştur.

1. Matematik öğrenme
güçlüğüne sahip öğrencilerin
kesirlere ilişkin varsayımsal
öğrenme yol haritaları nasıldır?

2. Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünme, kavrayış ve anlamalarına yönelik farkındalıkları nasıldır?

3.4.1. Araştırmanın Birinci Aşamasına Yönelik Araştırma Süreci

Araştırmanın birinci aşamasında “Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlerin yapılandırmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritaları nasıldır?” problemine cevap aramak için araştırmacının yürüttüğü süreç, ön görüşme sorularının hazırlanması, ön görüşme sorularına ait uzman görüşlerinin alınması, pilot çalışma yapılması ve uygulanması, ön görülen varsayımsal öğrenme yol haritalarının tasarlanması, öğretim dizisi etkinliklerine ait pilot çalışmaların yapılması, öğretim deneyi ve öğretim deneyinde araştırmacının rolü başlıklarını içermektedir.

3.4.1.1. Ön Görüşme Sorularının Hazırlanması

Ön görüşme sorularının ve öğretim dizisi etkinliklerinin kesirleri oluşturan öncül kavramlar çerçevesinde ele alınması amaçlanmıştır. Bu öncül kavramlar, ölçme ve birim, eşit paylaşım, kesir dili, bir bütünün eş parçalarını sayma, kesir notasyonudur. Literatür, öğrenme güçlüğü yaşayan öğrenciler için kesir kavramının öğretiminde onlara yardımcı olacak, amaç belirleme ve varsayımlar üretmede dayanak noktası olması açısından öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasını formüle etmek için yeterli destek sunmamıştır. Bunun için odak kavram ile ilgili yarı yapılandırılmış ön görüşmelerin yapılması amaçlanmıştır. Ön görüşmeler için yarı yapılandırılmış görüşme soruları mevcut ilköğretim matematik öğretim programı ve literatürde var olan araştırma tabanlı varsayımsal öğrenme yol haritaları, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına yönelik düşüncelerine, anlayışlarına ve kavrayışlarına ilişkin çalışmalar ve müdahale çalışmaları göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Öncül kavramlar, mevcut ilköğretim matematik öğretim programında kesirler alt öğrenme alanında farklı sınıf düzeyindeki kazanımlara hitap etmektedir. Ölçüm ve Birim öncül kavramı ile Kesir Notasyonu öncül kavramları 3. sınıfta kesire ait terimlerin (pay, payda, kesir çizgisi, birim kesir) tanıtıldığı kazanımlara, Eşit Paylaşım öncül kavramı bölme (gruplandırma, parçalama) işlemi ile ilgili kazanımlara ve 3. sınıfta parça-bütün ilişkisi ile ilgili kazanımlara, Bir Bütünün Eş Parçalarını Sayma öncül kavramı 4. ve 5. sınıfta basit, bileşik ve tam sayılı kesri tanımlamaları ve uygulamalarını içeren kazanımlara yöneliktir.

3.4.1.2. Ön Görüşme Sorularına ait Uzman Görüşleri, Pilot Çalışma ve Uygulanması

Tasarlanan ön görüşme soruları bir alan ve alan eğitimi uzmanı, bir ilköğretim matematik öğretmeni ve bir Türkçe öğretmeni olmak üzere üç ayrı uzman görüşü ile düzenlenmiştir. Uzmanlardan öncül kavramların uygunluğu, gelişimsel olarak sırasının uygunluğu, soruların söz konusu kesir kavramını ölçüp ölçmediği, sorularının sırasının uygunluğu, soruların anlaşılır olup olmadığı, anlam bütünlüğünü bozan veya öğrencide kavram yanılgısına neden olacak soruların kontrolüne yönelik görüşler alınmıştır. Uzman görüşlerinin alınmasının ardından revize edilen ön görüşme soruları ile öğrenme güçlüğüne sahip 5. 6. 7. ve 8. sınıf dört öğrenciyle pilot görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Uzman görüşleri ve pilot çalışmalar sonucunda ön görüşme soruları nihai halini almıştır (Bkz: Ek 1). Uzman görüşleri ve pilot çalışmalar sonucunda yapılan değişikliklerden birkaç tanesi şu şekildedir:

Öğrenciye bir tahta parçası gösterilerek tahta parçasının uzunluğunu ona temin edilen ip, kürdan, pipet gibi uzunluk niteliğine sahip nesnelerle ölçülmesinin yanında uzman görüşü ile öğrencilerin ölçülen nesne ile birimin nitelikleri bakımından birbiriyle uyumlu olma kavrayışına sahip olup olmadıklarını ölçmek için uzunluk niteliği haricinde farklı nitelikleri olan nesneler de dâhil edilmiştir. Öğrenciye “Bu kâğıdı iki eşit parçaya ayırır mısın? Başka yolları var mı? Paylaşır mısın?” sorusu ile günlük hayatlarında bir nesneyi iki ve dört eş parçaya ayırma ön kavrayışına sahip olduğu düşüncesiyle sorulmuş uzman görüşü ile uzunluk niteliğine sahip bir nesnenin iki ve dört dışında bir sayıda eş parçaya bölünmesini gerektirecek bir soru eklenmesi uygun görülmüştür. Böylelikle “Bu şerit şeklindeki kâğıdı beş eşit parçaya ayırırsak parçalardan birini gösterir misin? Bu parçanın eşit olduğunu nereden biliyorsun?” sorusu ile öğrencilerin bütünü parçalama ve kontrol için parçayı yineleme eylemlerini yapıp yapamadığı ölçülmek istenmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda “Kesirleri de doğal sayılar gibi sayabilir miyiz?” sorusu çıkarılmıştır. Ön görüşme sorularında yer alan “Karar verip, kararını gerekçelendirir misin? Ayrıca cevabını modelleyebilir misin?” sorularında “gerekçe” ve “modelleme” sözcükleri öğrenciler için anlaşılır olmayacağı uzman görüşüyle gerekçe yerine neden-sebep, modelleme yerine çizim yapma sözcükleri kullanılmasına karar verilmiştir. Pilot çalışmada belirli sayıda verilen nesneyi belirli sayıda kişiye/nesneye paylaşırma hedef eylemine yönelik sadece paylaştırılacak nesne paylaşan kişi sayısından fazla olduğu bir durum verildiği fark edilmiş, pilot çalışmadan sonra paylaştırılacak nesne sayısının paylaşan kişi sayısına eşit veya az olduğu durumlar da görüşme sorularına eklenmiştir (Bknz. Ek 1, 9. soru). Yine öğrencilerle

yapılan pilot çalışmalar ışığında 11. ve 15. sorular eklenmiştir. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra katılımcı olarak belirlenen dört öğrenciyle ön görüşmeler gerçekleştirilmiştir.

3.4.1.3. Öngörülen Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının Tasarlanması

Gerçekleştirilen ön görüşmelerden elde edilen veriler, literatürde var olan araştırma tabanlı varsayımsal öğrenme yol haritaları ve ilköğretim/ortaöğretim matematik dersi öğretim programı öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasının tasarlanmasında temel alınmıştır. Bu aşamada, ilköğretim ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programı esas alınarak 1.sınıftan 6. sınıfa kadar kesir kavramı bağlamında öğrencilerin edinmiş olması gereken kazanımlar temelinde, literatürden de destek alınarak belirlenen kesirlerde sıralama, karşılaştırma ve dört işlem gibi kavramların yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlar çerçevesinde yapılan ön görüşmelerden elde edilen veriler ile öncül kavramlara ilişkin keşfedilen öğrencilerin zihinlerindeki yapılar, var olan düşünme, anlayış ve kavrayışları, öğretim deneyi boyunca öğrenci öğrenmelerine, sahip olabilecekleri olası kavram yanılgılarına, bu öğrenmeyi destekleyecek yollara ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik ipuçları sunmuş, böylelikle bu ipuçları varsayımlar ve etkinlikleri şekillendirmiştir. Önce, her etkinlik için etkinlik ile ulaşması gereken öğrenme hedefine yönelik öğrencinin gerçekleştirmesi beklenen fiziksel ve zihinsel eylemler ve öğrencilerin olası eylemlerine karşılık öğretmenden beklenen eylemler belirlenmiş (Bknz. Şekil 5), daha sonra ilgili öncül kavrama ilişkin öğrenme hedefine yönelik öğrencinin öğrenme ilerleyişine ilişkin genel varsayımlar üretilmiş, böylelikle ön görülen varsayımsal öğrenme yol haritası oluşturulmuştur. Araştırmacı, varsayımları üretirken ve öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritasını tasarlarken her aşamada bir alan ve alan eğitimi uzmanından görüş almıştır. Elde edilen öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası daha sonra gerçekleştirilen öğretim deneyi ile sürekli test edilmiş, elde edilen verilere göre revize edilmiştir.

3.4.1.4. Öğretim Dizisi Etkinliklerine Ait Pilot Çalışmalar

Tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritası temel alınarak, her bir öncül kavram için belirlenen öğrenme hedeflerine yönelik toplamda 17 etkinliği içeren öğretim dizisi tasarlanmıştır. Öğretim dizisine ait etkinlikler araştırmacı tarafından hazırlanmış olup geliştirilen öğretim dizisi etkinlikleri ve destek eğitim araçlarının öğrencilerin yatay ve dikey

matematikselleştirme yapmalarını sağlayıp sağlayamayacağı ve birbirleriyle bağlantılı olup olmadığı ile ilgili uzman görüşleri alınmış, geliştirilen öğretim dizilerinin ve destek eğitim araçlarının uygulanabilirliğine yönelik pilot çalışmalar yapılmıştır. Öğretim dizisi etkinliklerinin uygulanmasına yönelik pilot çalışmalar, asıl uygulamanın yapıldığı özel eğitim merkezinden farklı bir merkezde devam eden bir öğrenci ile yapılmıştır. Her bir etkinliğin pilot çalışması asıl uygulamadan bir veya iki hafta önce gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama ile öğrenci tarafından anlaşılır olmayan etkinliklerde düzeltmeye gidilmiş ya da etkinlik tamamen öğretim dizisinden çıkarılmış, ilgili öncül kavramına ilişkin öğrenme hedefine yönelik hazırlanan etkinliklerde eksiklik görülmüş ise ek etkinlikler hazırlanmıştır. Böylelikle öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik düşüncelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik asıl uygulamadan önce araştırmacı-öğretmen deneyim kazanmıştır.

3.4.1.5. Öğretim Deneyi

Uzman görüşleri ve ardından pilot çalışmalar ile gözden geçirilerek revize edilen öğretim dizisi etkinliklerinin ve destek eğitim araçlarının uygulandığı öğretim oturumlarından oluşan öğretim deneyi esas uygulamanın katılımcıları olan öğrencilere uygulanmıştır. Her bir öğretim oturumu öğrencilerle bireysel olarak gerçekleştirilen görüşmeler yoluyla gerçekleştirilmiş ve video ile kayıt altına alınmıştır. Ardışık her bir öğretim oturumu mikro analiz yöntemiyle analiz edilmiş (Bkz: Verilerin Analizi), bir sonraki öğretim oturumu için öğrenme hedefine yönelik kararlar alınmış, öğrencilerin öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımlar gözden geçirilmiş, yeni varsayımlar üretilmiş ve buna bağlı olarak uygulanacak etkinlikler düzenlenmiştir. Öğretim deneyi haftada iki kere, toplamda iki ders saati olmak üzere öğrencilerin devam ettiği bir özel eğitim merkezinde bireysel öğretim yapılan sınıflarda her bir öğrenciyle 10-12 saatlik öğretim oturumları ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı bu süreçte araştırmacı ve öğretim deneylerini gerçekleştiren öğretmen olarak dahil olmuştur.

Öğretim deneyinin temel hedefi, kesirlerin yapılandırılmasında yer alan öncül kavramların uygun sırayla öğrencilere edindirilirken, öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik düşüncelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının

etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirmektedir.

Öğretim dizisi etkinlikleri ve öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası her bir öğretim oturumunun mikro analizi, birbirleriyle ilişkili öğretim amaçlarına hizmet eden öğretim oturumlarının makro analizi ve öğretim deneyleri sonunda gerçekleştirilen geriye dönük analiz sonucunda (Bknz. Verilerin Analizi) sürekli revize edilerek nihai halini almıştır.

3.4.1.6. Öğretim Deneyinde Araştırmacının Rolü

Öğretim deneyi daha iyi bir öğretim yapmak için uygun koşullar oluşturma ve öğreticinin etkisini de göz önüne alarak, öğrencilerde meydana gelebilecek olası değişiklikleri incelemeyi esas alan bir araştırma metodudur (Cobb & Steffe, 1983). Bu nedenle araştırmacı, öğrencilerin daha iyi öğrenmelerini sağlamak için süreç içinde bazı önlemler alma ve öğretim ortamında değişiklikler yapma imkânına sahiptir. Bu değişikliklerin öğrencilerin gelişimine etkisini incelerken, araştırmacının rolünü dikkate alması gerekmektedir (Steffe, 1991). Araştırmada matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik düşünmelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirilecektir. Bunun için tasarlanan bir dizi etkinliklerin geliştirilmesi, uygulanması ve revize edilmesi sürecinde bireysel görüşmelerde araştırmacı, hem öğretici hem de araştırmacı olarak yer almaktadır. Öğretim deneyleri öncesi, araştırmacı, öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin zihinlerindeki yapıyı keşfetmek, var olan düşünme, anlayış ve kavrayışlarını belirlemeye yönelik ön görüşmeler gerçekleştirmiştir. Araştırmanın veri toplama araçlarını tasarlamadan önce, araştırmacı Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilere Matematik Öğretimi adlı sertifika programına katılmıştır. Disleksi Derneği kurucusu ve üç ayrı Özel Eğitim Merkezleri'ndeki öğretmenler ile matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için matematik uygulamalarına ilişkin görüşmeler gerçekleştirmiştir. Gravemeijer (2004) matematiksel fikirlerin ve öğrenme varsayımlarının öğrenme veya öğretme sürecine uyarlanmasına odaklanan öğretim deneyini, öğretim süresince günlük öğretim etkinliklerinin uygulanması, gözden geçirilmesi ve tasarlanması olarak tanımlamaktadır. Bu

araştırmada yazar, öğretim oturumlarındaki öğretmen rolünün yanında, görüşmeler sürecinde hedeflere ulaşıp ulaşılmadığını kontrol etmeyi göz önüne alarak araştırmacı rolünü üstlenmiştir.

3.4.2. Araştırmanın İkinci Aşamasına Yönelik Araştırma Süreci

Araştırmanın ikinci aşamasında araştırmacının yürüttüğü süreç, öğretmen adayıyla pilot çalışmaların yürütülmesini ve asıl uygulama sürecinde öğretmen adaylarıyla yapılan ön görüşmeleri, video-durumların oluşturulmasını, video-durumların kullanıldığı görüşmelerin yapılmasını, uygulama sonrası yapılan görüşmeleri ve uygulama sürecinde araştırmanın rolünü içermektedir.

3.4.2.1. Pilot Çalışma

Asıl uygulama için geliştirilen ön görüşme formu, video-durumların seçilmesi, video-durumların sürelerinin ayarlanması, tetikleyici soruların kullanıldığı zaman dilimleri, her bir görüşme seansı için ayrı olarak hazırlanan yarı-yapılandırılmış görüşme formları pilot çalışma sürecinde öğretmenden gelecek dönütler doğrultusunda gözden geçirilerek revize edilmiştir. Pilot çalışma asıl uygulama sürecinde yer almayan bir öğretmen adayı ile 9 hafta boyunca yürütülmüştür. Öğretmen adayı, asıl uygulamadaki öğretmen adayları ile benzer şekilde İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı son sınıf öğrencisidir. Pilot çalışma süresince asıl uygulamada takip edilecek adımlar takip edilerek öğretmen adayı ile ön görüşme, video-durum yöntemi ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler ve uygulama sonrası görüşme yapılmıştır. Pilot çalışmanın ardından öğretmen adayıyla yapılan görüşmeler doğrultusunda ön görüşme formundaki bazı soruların kaldırılmasına, revize edilmesi ya da bazı soruların eklenmesine karar verilmiştir. Örneğin, pilot çalışmada ön görüşmede matematik alanı ve matematiğin öğrenimi/öğretimi ile ilgili sorulara yer verilmezken, pilot çalışma sonrasında öğretmen adaylarının matematiksel inançlarının öğrencilere yönelik farkındalıklarını etkileyebileceği düşüncesiyle ve öğretmen adaylarının profillerinin detaylı bir şekilde okuyucuya sunulması hedefiyle matematik alanı ve matematik öğrenme/öğretmeye yönelik inançlarına ilişkin sorular eklenmiştir. Pilot çalışmada, pilot çalışmaya katılan öğretmen adayının öğrenci düşünceleri, kavrayışı ve anlayışını fark edebileceği video-durumlar ile ilgili ve video-durumlar izlenirken araştırmacı tarafından öğretmen adayına yöneltilecek tetikleyici soruları içeren yarı-yapılandırılmış görüşme

formunda tetikleyici soruların hangi zaman diliminde sorulacağı ile ilgili düzenlemeler yapılmıştır. Böylelikle araştırmacı, varsayımsal öğrenme yol haritasının incelenmesi, tartışılması, video-durumların izlenmesi, öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade etmesi süreçlerinin ne kadar sürede gerçekleştiğine dair deneyim kazanmış ve asıl uygulamada zaman planlaması yaparken bu durumu göz önünde bulundurmıştır. Bununla birlikte, pilot çalışmada, kullanılacak her bir video-durumunda ele alınan öğrenme hedefine ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritası görüşme seanslarından 2-3 gün önce öğretmen adayına incelemesi için temin edilmiştir. Öğretmen adayı, video-durumların kullanıldığı görüşmelerde varsayımsal öğrenme yol haritasını görüşmelerden önce incelemiş olsa da, farkındalıklarını ifade ederken varsayımsal öğrenme yol haritalarına neredeyse hiç atıfta bulunmadığı, dolayısıyla varsayımsal öğrenme yol haritasını hatırlamadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla, asıl uygulamada video-durumların kullanıldığı her görüşme öncesi 10-15 dakikalık zaman diliminin öğretmen adaylarının video-durumda ele alınan öğrenme hedefine ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritasını incelemesi, anlaşılmayan yerlerin araştırmacı tarafından açıklanması ve tartışılmasına ayrılmasına karar verilmiştir. Bununla birlikte, pilot çalışmada, öğretmen adayının, videolar süresince araştırmacı tarafından belirli zaman dilimlerinde video durdurulup tetikleyici soru sorulmadan farkındalıklarını ifade etmediği gözlemlenmiş, asıl uygulamada öğretmen adaylarına “istediği bir anda videoyu durdurarak veya geri-ileri sardırarak üzerinde konuşmak istediklerini, açıklamak istediklerini ifade edebileceği”nin bildirilmesine karar verilmiştir.

3.4.2.2. Ön Görüşmelerin Yapılması

Öğretmen adaylarının matematiğe ve matematik öğrenimine/öğretimine ilişkin inançlarını, kesirler bağlamında başlangıç bilgilerini, kesir kavramının öğretimi ile ilgili fikirlerini, bir öğretmenin öğrencileri tanınması için gerekli öğretmen yeterliklerine yönelik görüşlerini ve matematik öğrenme güçlüğü ile ilgili var olan bilgilerini incelemek için yarı yapılandırılmış görüşme sorularını içeren ön görüşmeler yapılmıştır. Bununla birlikte, ön görüşmede, öğretmen adaylarına varsayımsal öğrenme yol haritalarının tasarlanması, uygulanması, matematik eğitimindeki yeri ve önemi ile ilgili bilgilendirme yapılmış, video-durumları izlerken ihtiyaç duyduklarında onlara temin edilecek varsayımsal öğrenme yol haritalarını kullanabilecekleri bildirilmiştir. Görüşmeler, araştırmanın birinci haftasında, her bir

öğretmen adayı ile 50-60 dakika arasında gerçekleşmiş ve görüşmeler kamera ve ses kayıt aracı ile kayıt altına alınmıştır.

3.4.2.3. Video-durumların Oluşturulması

Video-durumlarda kullanılan ders videoları araştırmanın birinci aşamasında çalışmaya katılan matematik öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencilerden biri ile yapılan öğretim oturumlarına ait video kesitlerini içermektedir. Uygulama sürecinde öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin üzerinde çalıştığı her öğrenme hedefine yönelik ikişer tane olmak üzere 10 etkinliğe ait videolar kullanılmıştır. Seçilen videoların belirli kesitleri alınarak video-durumlarda kullanılan videoların 15-20 dakika arasında olmasına dikkat edilmiştir. Görüşme süresine bağlı olarak, bazı video-durum görüşmelerinde tek etkinliğe ait, bazılarında ise iki etkinliğe ait videolar kullanılmıştır. Video-durumların oluşturulmasında, çalışmanın amacı doğrultusunda, öğretmen adaylarının, öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine gözlem yapıp, farkındalıklarını ifade edebilecekleri, yorumlayabilecekleri ve öğrenci ihtiyaçlarına göz önünde bulundurup öğretime dair tepkide bulunabilecekleri anların olduğu videolar öncelikli olmuştur.

3.4.2.4. Video-durumların Kullanıldığı Görüşmelerin Yapılması

Uygulama sürecinde 7 hafta öğretmen adayları ile matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciye ait video-durumların kullanıldığı görüşmeler yapılmıştır. Video-durumların kullanıldığı her görüşme öncesinde, öğretmen adaylarına ilgili video-durumda ele alınan öğrenme hedefine yönelik tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritası temin edilerek, 10-15 dakikalık zaman diliminde öğretmen adaylarının video-durumda ele alınan öğrenme hedefine ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritalarını incelemiş, anlaşılmayan yerler araştırmacı tarafından açıklanmış ve tartışılmıştır. Öğretmen adaylarına video-durumlar boyunca ihtiyaç duyduklarında varsayımsal öğrenme yol haritalarını kullanabilecekleri bildirilmiştir. Aynı zamanda, araştırmacı tarafından video-durumlar esnasında öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine fark ettiği durumları aktarmalarını sağlayacak tetikleyici soruları içeren yarı-yapılandırılmış görüşme soruları hazırlanmıştır. Bununla birlikte öğretmen adaylarından video-durumlar boyunca “istediği bir anda videoyu durdurarak veya geri-ileri sardırarak üzerinde konuşmak istediklerini, açıklamak istediklerini ifade edebileceği” söylenmiştir. Süreç içerisinde öğretmen

adaylarına müdahale edilmeyerek öğretmen adaylarının video-durumlarda matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciye ait öğretim oturumlarına dair kayda değer bulduğu, önemli saydığı, odaklandığı noktalar belirlenmiştir. Video-durumları oluştururken kullanılan öğretim oturumlarında uygulanan öğretim dizisine ait etkinlikler Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4.

Video-durumları Oluştururken Kullanılan Öğretim Oturumlarında Uygulanan Öğretim Dizisine Ait Etkinlikler

Görüşme	Etkinlikler
1. Görüşme	Kartondan Çerçeve Uzunluğu bilinmeyen bir şerit, uzunluğu bir birim olan şerit, uzunluğu bir birim olan iki, dört ve beş eşit parçaya ayrılacak şekilde işaretlenmiş şeritler vererek uzunluğu bilinmeyen şeridin kaç birim olduğu ile ilgili etkinlik
2. Görüşme	İki Pasta 7 Kişi
3. Görüşme	Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?
4. Görüşme	Bütün-Yarım-Çeyrek
5. Görüşme	Kumbara
6. Görüşme	Kurdeleden Çerçeve Yapma Beş Çayı
7. Görüşme	Kesirler ile İlgili Tarihten Notlar Benzin Deposu

3.4.2.5. Uygulama Sonrası Görüşmelerin Yapılması

Uygulama sonrası yapılan görüşmeler, süreci değerlendirmeye yönelik olarak araştırmanın son haftasında, her bir öğretmenle yazılı olarak yapılmıştır. Böylelikle öğretmen adaylarına, düşüncelerini gözden geçirme ve yüzeysel olmayan cevaplar verme fırsatı verilmiştir (Fritz & Vandermause, 2018).

3.4.2.6. Uygulama Sürecinde Araştırmacının Rolü

Araştırmanın ikinci aşamasında, birinci aşamada belirlenen varsayımsal öğrenme yol haritası rehber olarak kullanıldığında matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarının incelenmesi için durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışmasında, yazar, öğretmen adaylarıyla yapacağı yarı-yapılandırılmış görüşmeler sonucunda öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşüncelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarını derinlemesine inceleyen araştırmacı rolünü üstlenmiştir.

3.5. Veri Analizi

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden öğretim deneyi ve bütüncül çoklu durum çalışması tercih edilmiştir. Verilerin analizi için ilk aşamada mikro, makro ve geriye dönük analiz, ikinci aşamada ise içerik analizi yapılmıştır.

3.5.1. Araştırmanın Birinci Problemi Verilerinin Analizi

Araştırmanın birinci aşamasında matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile bireysel olarak gerçekleştirilen her bir öğretim oturumunun mikro analizi, her bir öğrenme hedefine ait oturumların makro analizi ve öğretim deneyi sonunda tüm verilerin geriye dönük analizi yapılmıştır.

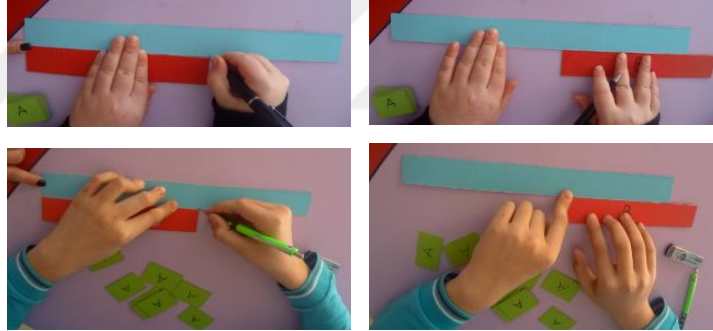
3.5.1.1. Mikro Analiz

Öğrenciler ile gerçekleştirilen her bir öğretim oturumunun mikro analizi yapılarak öğrencilerin öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımlar üretilmiş, çürütülmüş bir sonraki öğretim oturumunun mikro analizi ile test edilmek üzere yeni varsayımlar geliştirilmiştir. Bununla birlikte, mikro analizlerle öğretim dizisi etkinliklerinin ve destek eğitim araçlarının tasarımı veya revizyonu yapılmış ve bazen öğrenme hedefleri değiştirilmiştir. Mikro analizlerde, öğretim dizisi etkinliklerinin analizi ve değerlendirilmesinde sadece gözlemlenebilir davranışlar değil, öğrencilerin zihinsel etkinlikleri de analiz edilir. Mikro analizin amacı, çıkarımı yapılan öğrencilerin zihinsel etkinliklerinin öğretim dizisi

etkinliklerine katılımlarıyla nasıl ilişkili olduğunu anlamaktır (Gravemeijer & van Eerde, 2009). Böylelikle mikro analizlerle, her bir öğretim oturumunda uygulanan etkinlik veya etkinlikler için öğrencilerin fiziksel eylemlerinin yanı sıra zihinsel eylemleri de betimlenmiştir. Mikro analizin adımları sırasıyla, öğrencinin fiziksel/zihinsel eylemlerinin betimlenmesi, varsayımsal öğrenme yol haritaları bağlamında gelişime ait adım olarak ifade edilmesi, bir sonraki öğretim oturumu için öğretim dizisinin ve destek eğitim araçlarının gözden geçirilmesi şeklindedir.

3.5.1.1.1. Mikro Analiz Örneği

Öğrencilerin fiziksel/zihinsel(bilişsel) eylemlerinin betimlenmesi (Yapılandırdığı ve zorluk yaşadığı zihinsel(bilişsel) eylemlerinin betimlenmesi): Öğrenciler bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini (uzunluk) aynı niteliğe sahip (uzunluk) bir nesne ile kıyaslarken birim olarak alınan nesneyi araya parmak koymadan tekrarlayabilmiş bu nedenle kendilerine temin edilen birim ile doğru ölçüm yapabilmişlerdir.



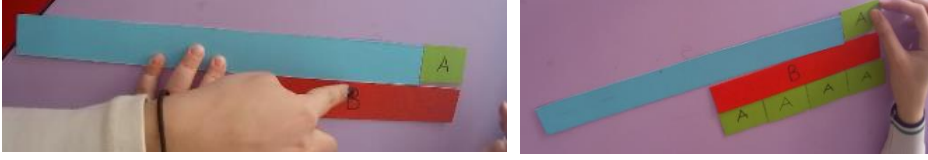
Şekil 7. Öğrencilerin birim olarak görev yapan nesneyi ölçüm yapılan nesne üzerinde yineleyip nesnenin birim cinsinden uzunluğunu ölçme eylemleri

Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucunun tam sayı olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilseler de ölçüm sonucunu ifade ederken birim kullanmadıkları, öğretmenin yönlendirmesiyle birim kullanarak ölçüm sonucunu ifade edebildikleri belirlenmiştir.

Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığı var ise ölçüm sonucunu tam sayı ile ifade edebilecekleri diğer birimleri de kullanmaya meyilli oldukları, bu şekilde ölçüm sonucunu farklı birimleri eş zamanlı kullanarak tam sayı olarak ifade etmeye çalıştıkları belirlenmiştir.

Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilseler de aşan kısmı birimin miktarı ile karşılaştırırken birimi

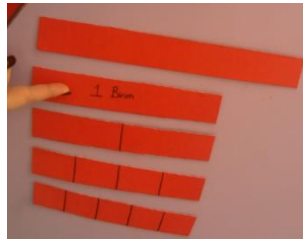
tekrar parçalara ayırmada (tekrar ölçeklendirmede) zorluk yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin aşan kısmı tamamlamak için uzunluğu ölçülen nesneye ekleme yaptıkları gözlemlenmiştir.



Şekil 8. Öğrencilerin birimi yinelediklerinde birimin ölçülen nesneyi aşan kısmını tamamlamak için uzunluğu ölçülen nesneye ekleme yapma eylemleri

Ölçüm yaparken yinelemede oluşan fazlalığın miktarını birimin miktarı ile karşılaştırırken miktarı ifade etmede zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Bütün veya yarımdan küçük miktarları çeyrek olarak ifade ettikleri gözlemlenmiştir. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığını birimin miktarı ile karşılaştırmada öğretmenin yönlendirmesiyle başka birim aracılığıyla birimi tekrar birimleştirerek ölçüm fazlalılığın miktarını ve uzunluğu ölçülen nesnenin miktarını ifade edebilmişlerdir.

Bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumlarında kaç parçaya ayrıldıysa o kadar sayıda yeni birim oluştuğuna dair ön kavramalarının olduğu belirlenmiştir. Örneğin bir birim beş eş parça olacak şekilde ayrılıp işaretlendi ise oluşan birimin beş birim olduğunu düşünmüşlerdir. Öğrenciler bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken onlara temin edilen farklı sayıda eş parçaya ayrılmış eş birimlerden hangisinin ölçüm sonucunu ifade edebilmek için kullanılacağına karar verebilmişlerdir. Ölçüm için kullanmaya karar verdikleri birimi göz önüne alarak ölçüm sonucunu kesir dili kullanmadan (ör: bir B birim ve B birimin dört parçasından biri) doğru ifade edebilmişlerdir. Ölçüm sonucunu ifade ederken kesir dilini kullanmaya çalıştıklarında zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir.



Şekil 9. Bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumları

Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları bağlamında gelişime ait adım olarak ifade edilmesi: Öğrenciler ölçüm yaparken yinelemede oluşan fazlalığın miktarının yarımdan daha az veya fazla olduğuna karar verebilseler de fazlalığın miktarını birimi tekrar eş parçalara ayırarak birim cinsinden belirlemeyi düşünememektedirler. Ancak eş parçalara ayrılmış olarak

verilen birimi kullanarak doğru ölçüm yapabilmektedirler. Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken bu iki nesneden birinin birim olarak alındığını fark edip, birim cinsinden diğerinin uzunluğunun miktarını ifade etmektedirler. Bu miktarı ifade ederken kesir dili kullanmadan kendi ifadeleri ile (dört parçadan biri, üç parçadan ikisi vb.) ölçüm miktarını belirleyebilmekte, kesir dilini (dörtte üç, beşte bir vb.) kullanmada ise zorluk yaşamaktadırlar.

3.5.1.2. Makro Analiz

Araştırmacının öğrenci öğrenmelerinin ilerleyişine yönelik ileriye dönük düşünce deneylerini, öğretim etkinliklerinin ve destek eğitim araçlarının tasarımını veya revizyonunu ve bazen öğrenme hedeflerinin değiştirilmesini gerektiren, öğrenci oturumlarının sürekli analiz sürecini içeren mikro analizler (Gravemeijer & Cobb, 2006) varsayımsal öğrenme yol haritasını elde etmek için gerçekleştirilen makro analizlere hizmet etmiştir. Makro analizler her bir öğrenme hedefine yönelik yapılan öğretim oturumlarından sonra yapılmıştır. Örneğin, beş haftalık bir öğretim döngüsü boyunca, mikro analizler, bir öğretim deneyi olarak adlandırılan bir öğretim dizisi sırasında yaklaşık on kez meydana gelirken, mikro döngüler, uzun vadeli makro döngüleri içerir ve örneğin haftalık tamamlanan bir öğretim dizisi, bir makro döngüdür; bunu ise ikinci bir makro döngü izler (Crompton, 2013). İkinci makro döngü, varsayımsal öğrenme yol haritasındaki revizyonlara dayanarak revize edilmiş öğretim dizisi etkinliklerinin uygulanmasından oluşur. Makro analizin adımları sırasıyla, öğretim öncesine ve sonrasına ait öğrencinin fiziksel/zihinsel eylemlerinin betimlenmesi, varsayımsal öğrenme yol haritaları bağlamında gelişime ait durumun belirlenmesi, destek eğitim araçlarının ve uygulamalarının analizi şeklindedir.

3.5.1.2.1. Makro Analiz Örneği

Öğretim deneyleri öncesinde, öğrenciler, ölçmede kullanılan birim nesnenin niteliği ile ölçülen nesnelerin niteliği bakımından birbirleriyle uyumlu olmaları kavrayışına sahip olsalar da, öğrencilerin birim, eş birim, standart birim gibi ön kavramlarında eksiklik olduğu belirlenmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin ölçümde birimi yinelerken yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeden ölçmeye çalıştıklarını ve birimi yinelerken her bir yineleme arasına parmak koydukları gözlemlenmiştir. Parmak koymayan öğrencilerin ise, karışları ile ölçüm yaparken ölçümün miktarının tam sayı olmadığı durumlarda tam sayıya

yuvarlamak için karışlarının uzunluğunu sabit tutmadıkları gözlemlenmiştir. Bu öğrencilere eş birimler verilerek ölçmesi istendiğinde bu sefer de birimi yinelerken, yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeden ölçmeye çalışarak, ölçüm sonucunu yine tam sayıya yuvarlamışlardır. Ayrıca, hangi birim kullanılırsa kullanılsın ölçüm sonucunu metre veya santimetre cinsinden ifade ettikleri gözlemlenmiştir. Eş birim verilerek bir nesnenin uzunluğunu ölçmesi istenen öğrencilerden birimi doğru bir şekilde yineleyenler bu sefer de ölçüm fazlalığını yarıma veya çeyreğe yuvarlamışlardır. Birim olarak kullanılan tahta çubuğun aşan kısmının öğrencilerin tahmin ettiği gibi yarım birim olup olmadığını kontrol etmeleri için birimi tekrar eş parçalara ayırmayı (birimi tekrar ölçeklendirmeyi) kolaylaştıracak başka birimler temin edilse de öğrencilerin verilen diğer birimler aracılığı ile kullandığı birimi tekrar ölçeklendirerek ölçüm sonucunu bulmaya çalışmadıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin farklı birimler kullanarak ölçtükleri aynı nesneye ait ölçüm sonucunun farklı olmasının, birim olarak göz önüne alınan nesnelerin niteliklerinin miktarının farklı olmasından kaynaklandığının farkında oldukları gözlemlenmiştir.

Öğretim deneyleri sırasında, öğrenciler bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucunun tam sayı olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Ölçüm yaparken birim olarak verilen nesneyi yinelerken birimin ölçülen nesneyi aşan kısmının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilmişler fakat ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı durumlardan sadece buçuklu olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde sayısal olarak ifade edebilmişlerdir. Ölçüm sonucunu sayı ile (örneğin; iki buçuk) ifade edebilseler de ölçüm sonucunu ifade ederken birim kullanmamışlardır. Öğrencilerin bir nesnenin uzunluğunu aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken rehber yardımı ile bu iki nesneden birinin birim olarak kullanıldığı ile ilgili farkındalık kazansalar da tekrar sorulduğunda birimi ifade edemedikleri belirlenmiştir. Bu sebeple, bir sonraki öğretim oturumunda birim kavramındaki öğrenmenin gelişimi için farklı eş birimleri temsil eden araçlar ile birimleri tekrar birimleştirmeyi ve ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı farklı durumları içeren etkinliğin hazırlanmasına karar verilmiştir.

Öğretim deneyleri sonrasında, öğrenciler ölçüm yaparken yinelemede oluşan fazlalığın miktarının yarımdan daha az veya fazla olduğuna karar verebilseler de fazlalığın miktarını birimi tekrar eş parçalara ayırarak verilen birim cinsinden belirlemeyi düşünememektedirler. Ancak eş parçalara ayrılmış olarak verilen eş birimleri kullanarak doğru ölçüm yapabilmektedirler. Bir nesnenin uzunluğunu aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken bu

iki nesneden birinin birim olarak alındığını fark edip, birim cinsinden diğerinin uzunluğunun miktarını ifade etmektedirler. Bu miktarı ifade ederken kesir dili kullanmadan kendi ifadeleri ile (dört parçadan biri, üç paçadan ikisi vb.) ölçüm miktarını belirleyebilmekte, kesir dilini (dörtte üç, beşte bir vb.) kullanmada ise zorluk yaşamaktadırlar. Ölçüm sonucunu ifade ederken dikkatleri dağılmakta ve karar vermede acele ettikleri durumlarda birimi kullanmamaktadırlar.

3.5.1.3. Geriye Dönük Analiz

Öğretim deneyi ile hedeflenen öğretimsel müdahalelerin yansımalarını analiz etmek amacıyla (Gravemeijer vd., 2003; Simon, 2000; Simon & Tzur, 2004; Steffe & Thompson, 2000) öğretim süreci sonrasında verilerin tamamının geriye dönük analizi yapılarak tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretim dizisi etkinlikleri ve destek eğitim araçları revize edilmiştir. Bu aşamada öğretim deneyleri sırasında toplanan tüm veriler (her görüşmedeki öğrenci çalışmaları, araştırmacı notları, video kayıtları ve video kayıtlarına ait transkriptler) analiz edilmiştir. Geriye dönük analiz ile öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik düşüncelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik test edilmiş varsayımlar geliştirilmiştir. Bu analiz, öğretim deneyinin tüm oturumlarından elde edilen verilerin tamamının dikkatli biçimde incelenmesini gerektirmektedir. Bu analizin amacı, öğrencilerin matematiksel gelişimlerini gösteren açıklayıcı bir model geliştirmektir (Simon, 2000). Bu süreçte araştırmacı, gerçekleştirdiği analizler sonucunda öğrencilerle gerçekleştirilen her bir görüşmede öğrencilerin gösterdikleri “fiziksel/zihinsel eylemlere” ilişkin tema, alt tema ve kodları belirlemiştir (Bkz. Tablo 5). Her bir öğrenme hedefine yönelik öğrencilerin “öğretim deneyleri öncesi ve sırasında yaşadıkları güçlükler” ve “yaşanan güçlüklerle karşı araştırmacı tarafından alınan kararlar ve gerçekleştirilen uygulamalar” ve öğretim deneyleri sırasında ve sonrasında yapılandığı gözlenen kavram ve fikirler” temalarını ve bu temalara ilişkin alt tema ve kodları belirlemiştir (Bkz. Tablo 6). Yapılan tüm analizler sonucunda en son olarak matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirleri oluşturan öncül kavramlara ilişkin araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritaları ortaya çıkarılmıştır. (Bkz. Tablo 11)

Tablo 5.

Bir Öğrencinin Bir Öğretim Oturumuna Ait Tema, Alt Tema, Kategori, Kod Ve Alıntılar Örneği

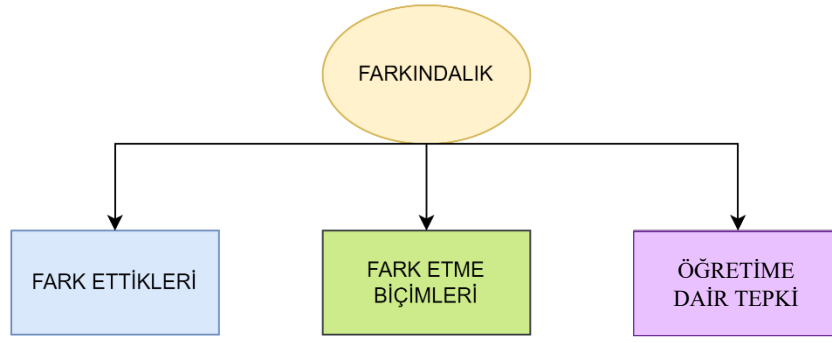
Temalar	Alt Temalar	Kategoriler	Kodlar	Alıntılar
Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip başka bir nesneyi karşılaştırabilme ve ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirleme	Fiziksel Eylemler	Zorluk Yaşadıkları Fiziksel Eylemler	-	-
			Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini (uzunluk) aynı niteliğe sahip (uzunluk) bir nesne ile kıyaslarken birim olarak alınan nesneyi araya parmak koymadan yineleme	 
	Zihinsel Eylemler	Yapılandırdıkları Fiziksel Eylemler	Bütünü temsil etmesi için verilen somut bir nesneyi iki eş parçaya bölme	A: Cetvel olmadan kâğıdın yarısını bulamaz mıyız? E: Buluruz. A: Nasıl? E: (Kâğıdın iki kısa kenarını üst üste getirerek) Şunu şöyle katlarsak buluruz.
		Zorluk Yaşadıkları Zihinsel Eylemler	Ölçmede birim olarak standart eş birim kullanmama	A: Peki evde mezura ve cetvel yoksa evdeki malzeme/aletlerle tahta parçasının uzunluğunu anlatmak için ve Salih'in de doğru uzunlukta bir parçayı alması için evdekilerle nasıl ölçüm yapmalı? E: Karışla bence. Bana göre karış.
			Ölçmede eş birim olarak sadece metreyi veya santimetreyi kullanma	A: Nasıl ölçeceksin o zaman? E: Bilmiyorum ki... Eee metre lazım işte.
			Kesir ile ilgili kavramları anlamının dışında kullanma	E: (A4 kâğıdının uzun kenarını kullanarak tahta parçasının uzunluğunu ölçmeye çalışır.) Bir tane buradan...(İkinci yinelemeyi kastederek) Bir tane de buradan...(Üçüncü yinelemeyi kastederek) Bu da çeyrek.
			Tam/bütün/yarım olmayan tüm parçaları çeyreğe yuvarlama	A: Çeyrek olduğunu nereden biliyorsun? E: Olmasa tam olması lazımdı. Bu çeyrek. (Tekrar göstererek) Bakın çeyrek..

		A: Çeyrek nedir? Yarısının...
		E: Azı.
	Birim kavramını anlamadaki zorluk	A: Burada bu tahta parçasının ölçüm sonucunu ifade ederken kullandığım birim ne?
		E: ...(Bilemiyor.)
Yapılandırıkları Zihinsel Eylemler	Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçümün miktarının buçuklu olduğu durumlarda (birim kullanmadan) sayı ile ifade etme	A: O zaman bu tahta parçasının uzunluğunu ölçtüğün birim cinsinden nasıl ifade edersin?
		E: İki buçuk.

3.5.2. Araştırmanın İkinci Problemi Verilerinin Analizi

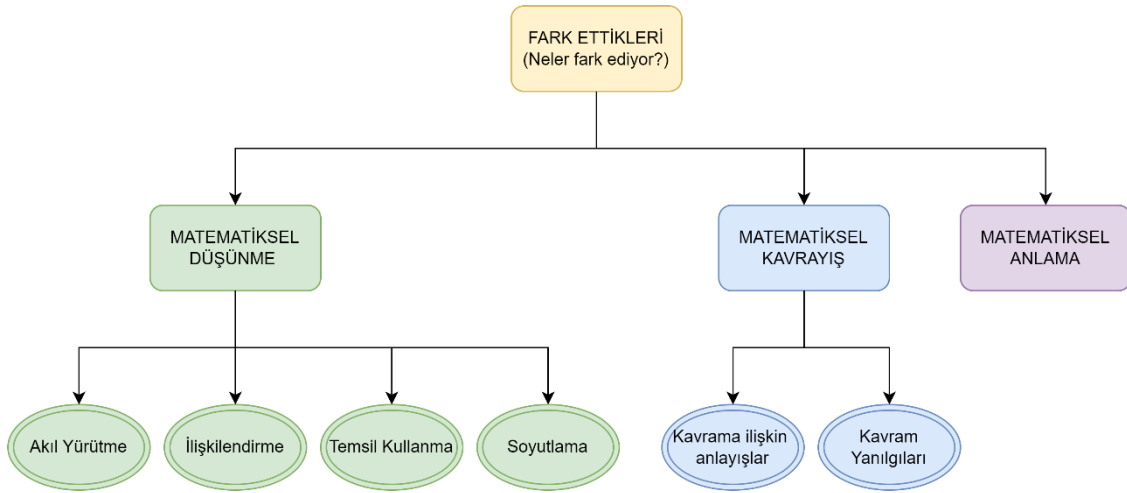
Araştırmanın birinci problemi olan “Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünme, kavrayış ve anlamalarına yönelik farkındalıkları nelerdir?” problemine yönelik, ilköğretim matematik öğretmenliği programı son sınıf öğrencisi dört öğretmen adayına ait görüşmeler yoluyla toplanan verilerin anlamsal içerik analizi yapılmıştır. İçerik analizi, araştırmacının elde ettiği bilgileri inceleyerek, anlamlı bölümlere ayırmaya ve her bölümün kavramsal olarak ne ifade ettiğini anlamaya çalıştığı, veriden kodlara ait kategorilerin ve temaların çıkarıldığı (Yıldırım & Şimşek, 2011) analiz yöntemidir. Anlamsal içerik analizi ise analiz edilen verinin içeriğindeki asıl konu alanlarını ve bu alanlara giren özel alt alanları ortaya çıkarmak için kullanılan bir kategori oluşturma işlemidir (Tavşancıl & Aslan, 2001). İçerik analizinde, verilerin analizinden önce genel bir kavramsal yapı oluşturmak mümkündür. Yani önceden belirlenmiş kod ve tema listesi genel çerçeveyi oluşturmakla birlikte, içerik analizi ile bu listenin değiştirilmesi ve geliştirilmesi söz konusudur (Strauss & Corbin, 1998). Bu kavramsal yapıya göre kodlama yapılır. Ancak ortaya çıkan yeni kodlar da listeye dahil edilir. Yıldırım ve Şimşek’e (2011) göre nitel araştırmada içerik analizi dört aşamada gerçekleşir. Bunlar: (a) verilerin kodlanması, (b) kategorilerin bulunması, (c) kodların ve kategorilerin düzenlenmesi ve (d) bulguların tanımlanması ve yorumlanmasıdır. Bu amaçla öncelikle, birbirine benzeyen veriler belirli kavramlar ve kategoriler çerçevesinde bir araya getirilerek düzenlenmiştir. Buradan hareketle öğretmen adaylarının öğrencinin kesirlere ilişkin öğretim oturumlarına ait video-durumlara yönelik farkındalıklarını belirten temalara ulaşılmıştır.

Jacobs vd.’nin (2010) çerçevesi temel alınarak, öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlere ilişkin matematiksel düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine fark ettiği noktalar, bu noktaları fark etme biçimleri ve öğrenci ihtiyaçlarına yönelik verdikleri öğretime dair tepkilere ilişkin genel bir analiz çerçevesi oluşturulmuştur (Şekil 10).



Şekil 10. Genel analiz çerçevesi

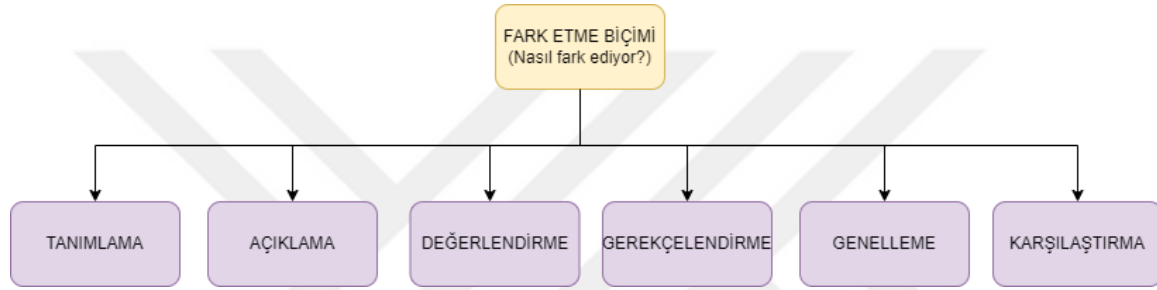
Şekil 10’da görüldüğü üzere, ana analiz çerçevesi üç temel başlıktan oluşmaktadır. Şekilde belirtilen “Fark ettikleri” başlığı ile öğretmen adaylarının öğrencileri hakkındaki farkındalıkları, odaklandıkları noktalar ifade edilmiştir. Bu kısımda öğretmen adaylarının öğrencinin kesirleri oluşturun öncül kavramlar bağlamında gerçekleştirilen öğretim oturumlarına ait video-durumlara dair fark ettikleri belirlenerek uygun kategoriler altında detaylandırılmıştır. Bu kategoriler (matematiksel düşünme, matematiksel kavrayış, matematiksel anlama), verilerden elde edilen temalar dâhilinde alt kategorilere ayrılmaktadır. Matematiksel düşünme kategorisi kendi içinde akıl yürütme, ilişkilendirme, temsil kullanma ve soyutlama olmak üzere dört alt kategoriye ayrılmıştır. Matematiksel kavrayış kategorisi kavrama ilişkin anlayış ve kavram yanılığı şeklinde alt kategorilere ayrılmıştır (Şekil 11).



Şekil 11. Öğretmen adaylarının fark ettikleri

Öğretmen adaylarının öğrencilerin öğretim oturumlarına ait video-durumlara ilişkin fark ettiği noktaları nasıl fark ettiği ise “Fark Etme Biçimi” başlığının altında toplanmaktadır (Şekil 12). Başlık altında belirlenen temalar ve kategoriler öğretmen adaylarının

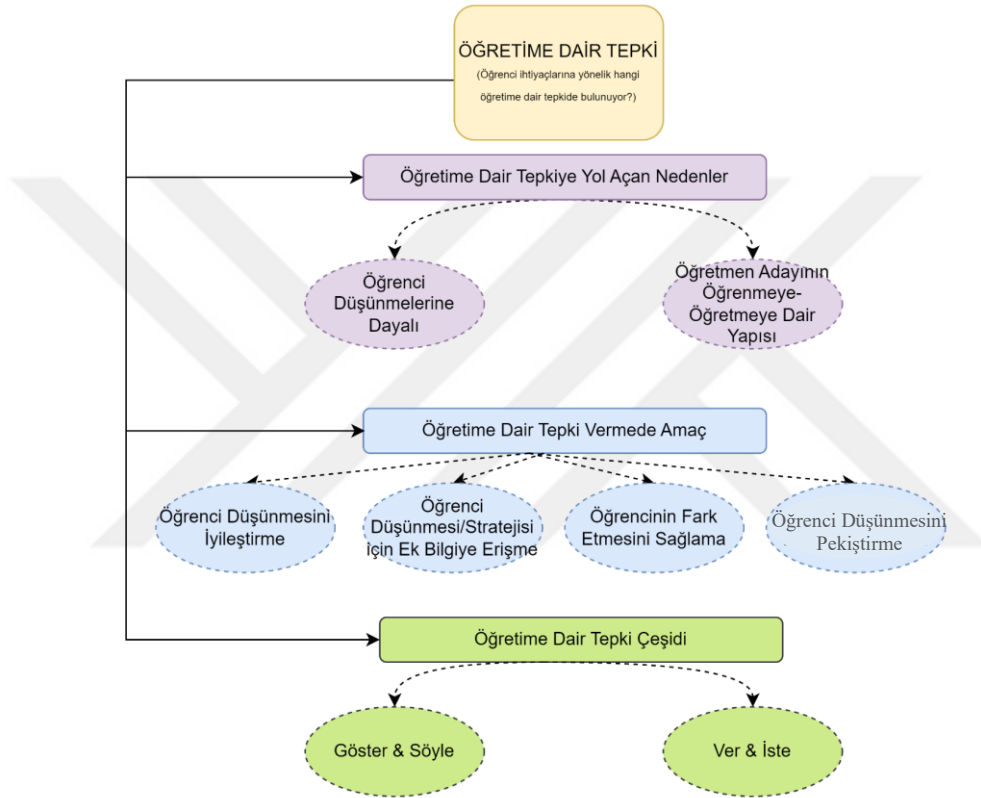
farkındalıklarından yola çıkarak araştırmacı tarafından tanımlanmakla birlikte hazırlanan analiz çerçevesi literatür ile de desteklenmiştir. Colestock ve Sherin (2009) öğretmenlerin/öğretmen adaylarının fark etme stratejilerini beş kategoride toplamışlar ve bunları “karşılaştırma yaparak, genelleme yaparak, bakış açısı belirleyerek, yansıtıcı düşünerek ve problem çözerek” şeklinde adlandırmışlardır. Wallach ve Even (2005), fark etme biçimlerini dört kategoride toplamış ve bunları “tanımlama”, “açıklama”, “değerlendirme” ve değerlendirmelerini “gerekçeleştirme” şeklinde kategorilendirmiştir. Bu çalışmalardan destek alarak araştırmanın analiz çerçevesinin “Fark Etme Biçimleri” temasına ait kategoriler oluşturulmuş, analizler yapılırken bu kategoriler dikkate alınmıştır.



Şekil 12. Öğretmen adaylarının fark ettiklerini fark etme biçimleri

Öğretmen adaylarının öğrencilerin öğretim oturumlarına ait video-durumlara ilişkin fark ettiği durumlara ilişkin öğrenci ihtiyaçlarına yönelik verdikleri öğretime dair tepkiler “Öğretime Dair Tepki” başlığının altında toplanmaktadır (Şekil 13). Başlık altında belirlenen temalar ve kategoriler öğretmen adaylarının verdikleri öğretime dair tepkilerden yola çıkarak araştırmacı tarafından tanımlanmakla birlikte hazırlanan analiz çerçevesi literatür ile de desteklenmiştir. Son ve Sinclair (2010), öğretmenlerin/öğretmen adaylarının öğrencilerin cevaplarına verdikleri öğretime dair tepkileri ver & iste, göster & söyle olarak iki türe ayırmış, verilen tepkilerden pedagojik eylemleri içerenleri ise tekrardan anlatma/açıklama, bilişsel çatışkı önerme, öğrenci düşünmesini araştırma vb. olarak ele almıştır. Chaar (2015) ise öğretmenlerin/öğretmen adaylarının öğrencilerin cevaplarına verdikleri öğretime dair tepkileri nasıl tepki vereceğine karar verme, öğretime dair tepki çeşitleri ve öğretime dair tepkilerin amaçları olmak üzere üç aşamada ele almıştır. “Nasıl tepki vereceğine karar verme” aşamasını öğrenci düşünmesine odaklanma, etkileme (öğrencinin güvenliğini desteklemek veya geliştirmek için yanıt vermeye karar vermek) ve genel hareket (soruna veya öğrenciye özgü olmayan tepki vermeye karar vermek) olarak üç tepki üzerinde incelemiştir. Bununla birlikte “öğretime dair tepki çeşidini” ise ver & iste ve göster & söyle olarak iki tepki üzerinde incelemiş, son olarak “öğretime dair tepkilerin amaçları” aşamasını

ise ek bilgiye ulaşmak, öğrencinin fark etmesini sağlamak olarak iki tepki üzerinde incelemiştir. Bu çalışmalardan destek alarak araştırmanın analiz çerçevesinin “Öğretme Dair Tepki” temasına ait kategoriler oluşturulmuş, öğretmen adaylarının üç aşamada öğretime dair tepki verdiklerine ulaşılmıştır. Birinci aşama, öğretime dair tepkiye yol açan nedenler, ikinci aşama öğretime dair tepki vermede amaç ve son aşama ise öğretime dair tepki çeşidi olarak şekillenmiştir. Bu başlıklar verilerden elde edilen kategoriler dahilinde alt başlıklara ayrılmaktadır (Şekil 13).



Şekil 13. Öğretmen adaylarının öğretime ait tepkileri

Analiz yapılırken öğretmen adaylarının farkındalıkları ile ilgili temalar, fark etme biçimleri ve öğretime ait tepkileri ile birlikte ele alınarak, her bir tema için ayrı ayrı incelenmiştir. Örnek olarak, öğretmen adaylarının fark ettiği öğrencinin matematiksel düşünme kategorisinin bir alt kategorisi olan akıl yürütmeye ilişkin fark ettikleri belirlendikten sonra nasıl fark ettiği ve öğretime ait tepkileri ile ilgili kodlamalar yapılmış, veriler birlikte ele alınmıştır. EK 4'te analizlerin yapılması sırasında hazırlanan analiz çerçevesine ait tablolarda detaylı bir şekilde sunulmuştur.

3.6. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Araştırmanın birinci aşamasında, araştırmanın inandırıcılığı (iç geçerlik) için araştırmacı, uygulamadan önce katılımcılarla 35-40 dakikalık birebir tanışma görüşmeleri yapmış, bu görüşmelerde kendini tanıtarak çalışma hakkında bilgiler vermiştir. Öğretim deneyine ait görüşmeler birebir olduğu için katılımcı ile araştırmacı arasında öğrenci-öğretmen ilişkisi kurulmuş gerçek bir öğrenme-öğretme ortamı kurulmuştur. Aynı katılımcı ile 10-12 saat süren birebir görüşmeler, gerçeği yansıtması bakımından araştırmayı güçlü kılmaktadır.

Araştırma sonuçlarının başka ortamlara aktarılabilirliği (dış geçerlik) ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme ile sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun için katılımcılar önkoşul becerilere sahip olmayı gerektiren ölçüt örneklem ile belirlenmiş ve ön koşul beceriler açıklanmıştır. Bununla birlikte, katılımcılara, araştırmanın yapıldığı öğretim ortamına, araştırma sürecine ve araştırmacının rolüne dair ayrıntılı betimlemeler yapılmış ve aslına uygun olarak öğrenci söylemleri değiştirilmeden sunulmuştur. Araştırmaya ait tasarımlar olan öngörülen varsayımsal öğrenme yol haritası ve öğretim etkinlik dizilerinin tasarlama sürecinin ve ön görüşme sorularını geliştirme sürecinin detaylı sunulması ve bulguların verilerin yeniden analizini mümkün kılacak açıklık ve tamlıkta sunulması yoluyla sağlanmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte öğretim deneyi ile eş zamanlı olarak bir uzman ile öğretim oturumları üzerine görüşmeler gerçekleştirilmiş ve araştırmacı tarafından bir sonraki öğretim oturumunda uygulanmak üzere alınan öğretime ait kararlar tartışılmıştır. Kararların nasıl alındığı öğretim sürecinin ayrıntılı betimlendiği Bulgular ve Yorumlar başlığı altında incelenebilir (Bkz. sayfa 124).

Veri analizinin güvenilirliği için veri toplama araçlarından ön görüşme soruları için 3 uzmandan görüş alınması ve pilot çalışmaların yapılması, öğretim dizisi etkinlikleri için 1 uzmandan görüşlerin alınması, aynı uzman ile mikro ve makro analizlerin gerçekleştirilmesi ve pilot çalışmaların yapılması araştırmanın güvenilirliğini sağladığı düşünülmektedir. Nitekim alınan uzman görüşleri ve yapılan pilot çalışmalar sonucunda ön görüşme sorularında, öğretim dizisi etkinliklerinde ve öğrenci öğrenme ilerleyişine yönelik üretilen varsayımlarda düzenlemeler yapılmıştır. Öğrencilerle yapılan tüm görüşmelerin çözümlemesi yapılmış ve öğrencilerin fiziksel ve zihinsel eylemleri kodlanmıştır. Verilerin çözümlemeleri araştırmanın farklı süreçlerinde tekrar kontrol edilerek hatalardan arındırılmaya çalışılmıştır. Bununla birlikte, rastgele belirlenen bir katılımcının verilerinin yaklaşık %10'u bir matematik eğitimcisi uzmana temin edilerek, ikinci kodlayıcı olarak kodlaması sağlanmıştır. İkinci kodlayıcı araştırmanın amaçları, kesir kavramının

yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara dair amaçlar ve verilerin analizi konusunda bilgilendirilmiştir. Araştırmacı ve uzman kodlamaları bağımsız olarak gerçekleştirmiş, ardından bir araya gelerek gerçekleştirdikleri kodlamaları ve gerekçelerini karşılıklı olarak sunup fikir birliğine varmışlardır. Bu sayede iç tutarlığın sağlanması amaçlanmıştır. İkinci kodlayıcı ile araştırmacının yaptığı benzer bir kodlamaya örnek verilecek olursa, kodlanan verinin bir kısmı;

Öğrenciye bir tahta parçası verilerek, tahta parçasının uzunluğunu ne ile ölçebileceği sorulur:

E: Cetvelim olsa cetvelle ölçerim.

A: Cetvelimiz yok, mezuramız da yok.

E: (Karış ile ölçmeyi kastederek) Parmak gibi geliyor bana.

A: Nasıl? Yap bir bakalım?

E: (Karış ile ölçme yaparak) Bir, iki, üç, dört. Dört karış.

A: Peki ben karış ile ölçsem? Benim karışım ile senin karışının uzunluğu aynı mı?

E: Değil.

şeklindedir. İkinci kodlayıcı bu diyalogu “standart olmayan bir birimle ölçmenin doğru olmadığına farkında olma” şeklinde, araştırmacının yaptığı kodlama ile “standart olmayan birimlerin farklı miktarda olabileceğinin farkında olma” uyumlu bir şekilde kodlamıştır. Araştırmacı ile ikinci kodlayıcı arasındaki farklı kodlamaya dair bir örnek ise;

A: (Ölçüm yapılacak olan çubukla aynı nitelikte ama uzunluğu daha kısa bir çubuk vererek) Peki ben sana bir birimlik bir çubuk versem, (uzun çubuğu kastederek) bu kaç birimdir? Nasıl ölçersin? (*Uzun çubuk, kısa çubuğun bir buçuk katı uzunluğundadır*)

E: Bu bir buçuk birimdir hatta bir çeyrek birimdir.

A: Nereden biliyorsun bir buçuk birim olduğunu?

E: (Kısa çubuğu kastederek) Siz çünkü bu bir birim dediniz, (kısa çubuğu yineleyerek) burası tam bu da işte buçuk.

A: Burasının kısa çubuğun yarısı olduğunu nereden biliyorsun?

E: Arttı çünkü.

A: Buçuktan daha fazla veya daha az olamaz mı? Artarsa sadece buçuk mu olur?

E: Bence olur, evet.

şeklindedir. Araştırmacı bu diyalogu “Ölçüm yaparken ölçüm sonucu tam sayı ile ifade edilemiyorsa tam/bütün/yarım olmayan tüm parçaları çeyreğe yuvarlama” şeklinde kodlarken, ikinci kodlayıcı “verilen birimi kullanarak nesnenin niteliğinin miktarını belirleyebilme” şeklinde kodlamıştır. Daha sonra araştırmacı ve ikinci kodlayıcı bir araya

gelerek öğrencinin birimi yineleyerek nesnenin niteliğinin miktarını bulmaya çalıştığını fakat miktarı belirlerken tam/bütün/yarım olmayan tüm parçaları çeyreğe yuvarladığına ilişkin fikir birliğine varmışlardır.

Araştırmanın ikinci aşamasında, araştırmanın inanılabilirliği (iç geçerlik) için araştırmacı, uygulamadan önce öğretmen adayları ile 15-20 dakikalık birebir tanışma görüşmeleri yapmış, bu görüşmelerde kendini tanıtarak çalışma hakkında bilgiler vermiştir. Bu doğrultuda bir dokuz hafta boyunca odak katılımcılarla yapılan görüşmeler sırasında etkileşim kurulmuştur. Araştırmacı, bir matematik eğitimi uzmanı ile birlikte araştırmanın desenini, veri toplama araçlarını, verilerin analizini ve elde edilen bulguları, sürekli birbirleriyle karşılaştırarak yorumlamışlardır.

Araştırma sonuçlarının başka ortamlara aktarılabilirliği (dış geçerlik) ayrıntılı betimleme ve amaçlı örneklem ile sağlanmaya çalışılmıştır. Bunun için katılımcılar ölçüt örneklem yöntemi ile belirlenmiş ve ön koşul ölçütler açıklanmıştır. Bununla birlikte, katılımcılara, görüşmelerin yapıldığı ortama, araştırma sürecine ve araştırmacının rolüne dair ayrıntılı betimlemeler yapılmış ve aslına uygun olarak öğretmen adaylarının cevaplarına ait alıntılar değiştirilmeden sunulmuştur. Ayrıca ön görüşme sorularının, uygulama sonrası görüşme sorularının ve kullanılan video-durumların tanıtılmasının ve açıklanmasının da araştırmanın aktarılabilirliğini arttırdığı düşünülmektedir.

Veri analizinin güvenilirliği için veri toplama araçlarından ön görüşme ve uygulama sonrası görüşme soruları için bir uzmandan görüş alınması ve pilot çalışmaların yapılması araştırmanın güvenilirliğini sağladığı düşünülmektedir. Nitekim alınan uzman görüşü ve yapılan pilot çalışmalar sonucunda ön görüşme sorularında, video-durumların seçilmesinde, video-durumların sürelerinin ayarlanmasında, tetikleyici soruların kullanıldığı zaman dilimlerinin ayarlanmasında, her bir görüşme seansı için ayrı olarak hazırlanan yarı-yapılandırılmış görüşme sorularında düzenlemeler yapılmıştır. Öğretmen adayları ile yapılan tüm görüşmelerin çözümlemeleri araştırmanın farklı süreçlerinde tekrar kontrol edilerek hatalardan arındırılmaya çalışılmıştır. Ayrıca veri analizinde elde edilen kategoriler ve bu kategorilerin tanımlarında değişikliklerin olmaması adına veriler, kodlar ve kategoriler sürekli karşılaştırılmıştır. Bununla birlikte, rastgele belirlenen bir katılımcının verilerinin yaklaşık %10'u bir matematik eğitimcisi uzmana temin edilerek, ikinci kodlayıcı olarak kodlaması sağlanmıştır. İkinci kodlayıcı araştırmanın amaçları, kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara dair amaçlar ve verilerin analizi konusunda bilgilendirilmiştir. Araştırmacı ve uzman kodlamaları bağımsız olarak gerçekleştirmiş,

ardından bir araya gelerek gerçekleştirdikleri kodlamaları ve gerekçelerini karşılıklı olarak sunup fikir birliğine varmışlardır. Bu sayede iç tutarlığın sağlanması amaçlanmıştır. İkinci kodlayıcı ile araştırmacının yaptığı benzer bir kodlamaya örnek verilecek olursa, kodlanılan verinin bir kısmı;

A: “... Yani bu kalıplaşmış bir şey aslında. Yani küçük bir parçası buçuktur. Üç bölü beşini ya da iki de şeyini bilmiyor çocuk.”

şeklindedir. İkinci kodlayıcı bu diyalogu “matematiksel kavrayış-değerlendirme” şeklinde araştırmacı ile uyumlu bir şekilde kodlamıştır. Araştırmacı ile ikinci kodlayıcı arasındaki farklı kodlamaya dair bir örnek ise;

A: “... Bahsettiğimiz kavramları çok fazla bilmiyor. Onun dörtte üçünün olduğunu veya dörtte biri olduğunu söyleyemiyor mesela.”

şeklindedir. Araştırmacı bu diyalogu “temsil kullanmada zorluk-tanımlama, değerlendirme” şeklinde, ikinci kodlayıcı ise “matematiksel kavrayış-açıklama, değerlendirme” şeklinde kodlamıştır. Daha sonra araştırmacı ve ikinci kodlayıcı bir araya gelerek öğretmen adayının “kavramları bilmiyor” ifadesinden kastının öğrencinin miktarları kesir dilinde ifade etmede zorluk yaşaması olduğu fikir birliğine varılarak “temsil kullanmada zorluk” şeklinde kodlanması kararlaştırılmıştır. Benzer şekilde, öğretmen adayı ifadesinde öğrencinin ifadelerini doğrudan kullanmadığı, öğrencinin gerçekleştiremediği eylemi ifade ettiği için “açıklama” kodu üzerinde fikir birliğine varılmıştır.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde araştırma verilerinin analizi sonucunda elde edilen bulgular araştırma problemi de göz önüne alınarak iki başlık altında verilmiştir. İlk başlıkta matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin araştırmaya dayalı varsayımsal öğrenme yol haritalarına, ikinci başlıkta matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarına yer verilmiştir.

4.1. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları

Araştırmanın birinci aşamasında “matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritalarına ilişkin elde edilen bulgular, öğrenciler ile bireysel olarak gerçekleştirilen her bir öğretim oturumunun mikro analizi, her bir öğrenme hedefine ait oturumların makro analizi ve öğretim deneyleri sonunda gerçekleştirilen geriye dönük analiz sonucunda elde edilmiştir. Öğretim deneyleri öncesi yapılan ön görüşmeler öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin zihinlerindeki yapıyı keşfetmek, var olan düşünme, anlayış ve kavrayışlarını belirlemeye yönelik gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneylerini oluşturan öğretim oturumlarında ise öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara yönelik düşünmelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve

bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirmek amaçlanmıştır. Bu başlık altında her bir öğrenme hedefi için alt başlıklar tanımlanarak, öğretim oturumları öncesi ve sırasında yaşanan güçlükler, öğretim oturumları sonrasında bir sonraki öğretim oturumunda uygulanmak üzere alınan kararlar, öğretim oturumları sırasında ve sonrasında öğrencilerin yapılandığı gözlenen matematiksel kavram/fikir/yapılar ve öğretim oturumları sonrasında devam eden güçlükler tablo ile sunulmuştur. Daha sonra ise bulgular tablo bağlamında “Öğretim Öncesi” alt başlığı ve öğretim sürecini yansıtan “Öğretim Deneyleri” ve “Öğrenme Hedefi” alt başlıkları altında sunulmuştur. Bu başlıklarda öğrenme hedefi için hazırlanan öğretim etkinlikleri dizilerine ait her bir etkinliğin amacı, nasıl gerçekleştirildiğinin yanı sıra öğrencilerin öğretim oturumları öncesi ve sonrası anlayışları, kavrayışları ve düşüncelerinin nasıl değiştiğine ait varsayımları içeren bulgulara yer verilmiştir. Öğretim etkinlikleri dizisi öğrencilerin gerekli bilgi ve becerileri öğrenmelerine başka bir deyişle yatay ve dikey matematikselleştirme yapmalarına yardımcı olmak amacıyla tasarlanmıştır. Her bir öğrencinin aynı öğrenme hedefine ulaşmaları farklı zamanlarda ve dolayısıyla farklı öğretim oturumlarında gerçekleştiğinden, söz konusu öğrenme hedefine ilişkin yapılan öğretim deneylerine ait öğretim oturumları her öğrenci için farklılık göstermektedir. Bu nedenle “Öğretim Deneyleri” alt başlığının altında öğrencilerin ilgili öğretim deneyine ilişkin oturum bilgilerine ait kısaltmaları içeren alt başlıklar tanımlanmıştır (Örneğin (1-E (Emre Birinci Oturum), 3-Ö (Önder Üçüncü Oturum)).

4.1.1. Öğrenme Hedefi 1: Ölçme ve Birim

Tablo 6.

Birinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci.

Öğretim Oturumları Öncesi Yaşanılan Güçlükler	Öğrenme Hedefi	Öğretim Oturumları Sırasında Yaşanılan Güçlükler	Öğretim Oturumları Arasında Ahnan Kararlar	Öğretim Oturumları Sırasında ve Sonrasında Yapılandığı Gözlenen Kavram/Fikir/Yapılar	Öğretim Oturumları Sonrasında Devam Eden Güçlükler
1. Ölçme ön kavramlarında eksiklik (ör: birim, eş birim kavramlarının eksikliği, eş birim olarak sadece metreyi veya santimetreyi kullanma, ölçümde birimi yinelerken yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeme, birimi yinelerken her bir yineleme arasına parmak koyma) 2. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçümün miktarının tam sayı olmadığı durumlarda tam sayıya yuvarlama 3. Tam/bütün olmayan tüm parçaların miktarını yarıma veya çeyreğe yuvarlama	Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği (örneğin; uzunluk) ile aynı niteliğe sahip başka bir nesnenin (birim olarak göz önüne alınan) niteliğini karşılaştırmak, Ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirleyerek kesirlere niçin ihtiyaç duyulduğuna dair fikir oluşturmak (Ölçüm yaparken, bir nesnenin uzunluğu, yüksekliği, genişliği, kapasitesi vb. ardışık iki tam sayı arasına düşebilir. Kesirlere ihtiyaç bu noktada başlar. Bu durumda ölçümde kullanılan birim başka birimler aracılığıyla tekrar ölçeklendirilerek ölçüm sonucu birim cinsinden sayı ile ve dolayısıyla bu sayıyı temsil eden kesirle ifade edilir.)	1. Ölçme ile ilgili ön kavramlarda eksiklik (Birim kavramını anlamadaki zorluk, ölçümde birim olarak eş birim kullanmama) 2. Kesir ile ilgili kavramları (yarım, çeyrek) anlamının dışında kullanma 4. Ölçüm sonucunu farklı birimleri eş zamanlı kullanarak ifade etme (ör: ölçüm sonucunu iki A birim ve bir B birim olarak ifade etme) 5. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip başka bir nesneyi karşılaştırırken kesir dilini kullanamama (örneğin, ölçüm sonucunu beşte iki B birim olarak ifade edememe) 6. Birimi tekrar ölçeklendiremem (tekrar birimleştiremem) (birimin eş parçalara ayrıldığı durumlarda yeni oluşan birimi eş parça sayısı kadar sayı ile ifade etme, örneğin bir birim tekrar 4 eş parçaya ayrılmışsa, onu 4 birim olarak algılamak)	1. Birim kavramındaki öğrenmenin gelişimi için farklı eş birimleri temsil eden araçlar ile birimleri tekrar ölçeklendirmeyi ve ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı farklı durumlarda ölçüm sonucunu ifade etmeyi sağlamak 2. Kesir dilini henüz kavrayamamış öğrencilerin ölçüm yapıp uzunluğu ölçülen nesnenin miktarını ifade ederken kesir dilini kullanmak yerine basit terimlerle ifade etmelerini sağlamak (örneğin, beşte iki B birim yerine, B birimin beş parçasından ikisi)	1. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini (uzunluk) aynı niteliğe sahip (uzunluk) bir nesne ile kıyaslarken birim olarak alınan nesneyi araya parmak koymadan tekrarlayabilme 2. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucunun tam sayı olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilme 3. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilme 4. Ölçümde kullanılan nesnenin niteliğinin birim olarak görev yaptığının farkına varma 5. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucu tam sayı olsun veya olmasın ölçümün miktarını birbiri cinsinden ifade etme	1. Dikkatinin dağıldığı veya karar vermede acele ettiği durumlarda bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucu tam sayı olsun veya olmasın ölçümün miktarını ifade ederken birim kullanmama 2. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığını bulurken birim eş parçalara ayrılmış bir şekilde değil ise birimi eş parçalara ayırıp fazlalığın miktarını birim cinsinden belirleyememe, fazlalık bütün veya yarımdan küçük ise fazlalığın miktarını çeyrek olarak ifade etme 3. Ölçüm sonucunu ifade ederken kesir dilini kullanamama

4.1.1.1. Öğretim Oturumları Öncesi

Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğinin miktarını belirlerken aynı niteliğe sahip başka bir nesne (birim olarak göz önüne alınan) kullanıldığında niteliklerin miktarları karşılaştırılırken ölçülen nesnenin niteliğinin miktarı birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden sayılar kullanılarak ifade edilir. Bu karşılaştırmada sonuç her zaman tam sayılarla ifade edilemez. Bu durumlarda kesirlerle temsil edilen rasyonel sayılara ihtiyaç duyulmaktadır. Dolayısıyla bu karşılaştırma eylemlerinde sık sık kesirlerin kullanımıyla karşı karşıya gelinmektedir.

Öğretim deneyleri öncesi öğrencilerle yapılan ön görüşmelerde, öğrenciler, ölçmede kullanılan birim nesnenin niteliği ile ölçülen nesnelerin niteliği bakımından birbirleriyle uyumlu olmaları kavrayışına sahip olsalar da Tablo 6’da görüldüğü üzere, öğrencilerin birim, eş birim, standart birim gibi ön kavramlarında eksiklik olduğu belirlenmiştir. Örneğin; (E)’nin *“Sonuç üç. (Brimi kastederek) Üç ama şeyinin ne olduğunu bilmiyorum.”* ve *“Bununki ne onu bilmiyorum. Karış herhalde. Ne ki bu?”* söylemlerinde birim kavramı eksikliği; (Z)’nin araştırmacının yönelttiği tahtanın uzunluğunu cetvel ile ölçerek ve ölçüm sonucu 75 cm’dir dediğinde, kendisinin de elindeki cetvelle ölçüp aynı ölçüm sonucunu elde edip edemeyeceği sorulduğunda *“Elde edemeyebilirim. Çünkü büyük cetvel var küçük cetvel var.”* söylemi ile standart birim kavramı eksikliği açıkça ortaya koyulmaktadır. Görüşmelerde öğrencilerin ölçümde birimi yinelerken yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeden ölçmeye çalıştıklarını ve birimi yinelerken her bir yineleme arasına parmak koydukları gözlemlenmiştir. Parmak koymayan öğrencilerin ise, karışları ile ölçüm yaparken ölçümün miktarının tam sayı olmadığı durumlarda tam sayıya yuvarlamak için karışlarının uzunluğunu sabit tutmadıkları gözlemlenmiştir. Bu öğrencilere eş birimler verilerek ölçmesi istendiğinde bu sefer de birimi yinelerken, yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeden ölçmeye çalıştıkları, ölçüm sonucunu yine tam sayıya yuvarlamışlardır. Ayrıca, hangi birim kullanılırsa kullanılsın ölçüm sonucunu metre veya santimetre cinsinden ifade ettikleri gözlemlenmiştir.

Eş birim verilerek bir nesnenin uzunluğunu ölçmesi istenen öğrencilerden birimi doğru bir şekilde yineleyenler bu sefer de ölçüm fazlalığını yarıma veya çeyreğe yuvarlamışlardır. Örneğin, ölçüm yapılacak olan çubuğun uzunluğundan daha kısa bir çubuk verilerek ölçüm sonucunu ifade etmesi istendiğinde (E), ölçüm sonucunu *“Bu bir buçuk birimdir hatta bir çeyrek birimdir.”* ve *“Bu bir birim, (kısa çubuğu yineleyerek) burası tam bu da işte buçuk.”*

söylemleriyle ifade etmiştir. Ölçüm sonucunu buçuk veya çeyrek ile nasıl ifade edebildiği sorulduğunda “*Arttı çünkü.*” ifadesiyle ölçüm fazlalığını yarıma veya çeyreğe yuvarlama eğilimini açıkça göstermiştir. Birim olarak kullanılan tahta çubuğun aşan kısmının öğrencilerin tahmin ettiği gibi yarım birim olup olmadığını kontrol etmeleri için birimi tekrar eş parçalara ayırmayı (birimi tekrar birimleştirmeyi) kolaylaştıracak başka birimler temin edilse de öğrencilerin verilen diğer birimler aracılığı ile kullandığı birimi tekrar birimleştirerek ölçüm sonucunu bulmaya çalışmadıkları gözlemlenmiştir. Bu durumda, öğrencilerin ölçüm yaparken, ölçüm sonucunu tam sayı ile ifade edemediklerinde kesirlere ihtiyaç duymadıkları söylenebilir.

Öğrencilerin farklı birimler kullanarak ölçtükleri aynı nesneye ait ölçüm sonucunun farklı olmasının, birim olarak göz önüne alınan nesnelerin niteliklerinin miktarının farklı olmasından kaynaklandığının farkında oldukları gözlemlenmiştir.

4.1.1.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları

4.1.1.2.1. E-1, Ö-1, M-1, Z-1 Oturumları

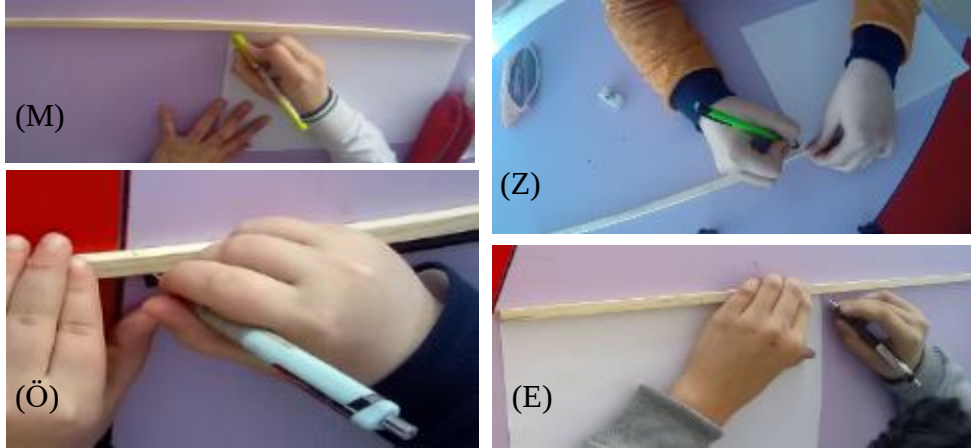
Bu öğretim oturumunda *Köpek Kulübesi* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip başka bir nesne ile kıyaslaması ve sonucu bir biri cinsinden sayı ile ifade etmesi amaçlanmıştır. Bununla birlikte, bir biri cinsinden ifade edilen miktarların önce tam sayı olduğu durumlarda daha sonra tam sayı olmadığı durumlarda deneyim kazanması ve ölçüm sonucunu her iki durumda da ifade etmesi, ayrıca ölçümde kullanılan nesnenin niteliğinin birim olarak görev yaptığının farkına varması amaçlanmıştır. Etkinlikte, köpek kulübesi yapan Ahmet, kulübenin yapımı için gerekli olan tahta parçalardan bir tanesinin eksik olduğunu görüp kardeşi Salih’i arayarak diğer tahta parçalarıyla aynı uzunlukta bir tahta parçası almasını ister. Kardeşi tahta parçasının uzunluğunu sorunca evde mezura, cetvel gibi standart ölçüm araçları olmadığını gören Ahmet’e bu tahta parçasını evde olan başka malzemelerle ölçüm yaptırıp kardeşine doğru ölçüme ulaşması için Ahmet’e yardımcı olmaları istenir. Etkinlik için tahta parçası, kürdan, pipet, ip, A4 kâğıdı gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, ilk önce öğrencinin uzunluk ölçümü için standart birimleri hatırlanması sağlanmıştır. Uzunluğu ölçülen nesneyi eş birim kullanarak ölçüm yapmaları istenmiştir. Birim olarak sadece standart uzunluk birimlerinden metre veya santimetreyi göz önüne alan öğrencilerden (E)’ye verilen tahta

parçasını nasıl ölçeceği sorulduğunda “*Bilmiyorum ki... Metre lazım.*” söylemi ve (Ö)’nün tahta parçasını, birimi santimetre olmamasına rağmen ölçüm sonucunu “*İki buçuk santimetre*” olarak ifade etmesi öğrencilerin eş birimi metre ve santimetreye aşırı özelleştirdiklerini göstermektedir. Verilen birimler içinde santimetre ve metre bulunmadığı halde bir öğrencinin tahta parçasının üstüne eşit olmayan aralıklarla çizgiler çizerek ölçüm yapmaya çalıştığı ve birim olarak cm kullandığı gözlemlenmiştir (Şekil 14).



Şekil 14. (Z)’nin tahta parçasını ölçme eylemi

Öğrenciler uzunluk niteliğine sahip bir nesneyi aynı niteliğe sahip bir birim ile kıyaslarken birim olarak alınan nesneyi araya parmak koymadan tekrarlayabilmiş bu nedenle kendilerine temin edilen birim ile doğru ölçüm yapabilmişlerdir.



Şekil 15. Öğrencilerin birimleri yineleme eylemi

Öğrenciler, ölçüm sonucunun tam sayısı olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilseler de bu sonucu ifade ederken birim kullanmadıkları, yaptıkları ölçümde birim olarak neyin kullanıldığının (ölçümde birimin rolünün göz ardı edilmesi) farkında olmadıkları görülmüştür. Örneğin; ölçüm sonucunu nasıl ifade edeceği sorulan öğrencilerden (M)’nin “*A4 Kâğıdın uzun tarafı ile iki ve yarısı.*” söylemi, (Ö)’nin “*Kâğıt*

alacak iki ve buçuk sayacak.” söylemleriyle birim kullanarak ölçüm sonucunu ifade etmişler fakat ölçümün birimi sorulduğunda, araştırmacı ile (Ö) arasında

A: Yani ne diyeceğiz? “Salih şu kadar uzunlukta bir tahta parçası al” iki buçuk?

Ö: Metre.

A: (Kâğıdı göstererek) Bu metre mi ama?

Ö: Yok.

A: Bilmiyoruz ki bunun kaç metre kaç santimetre olduğunu değil mi?

Ö: Evet.

A: Yani iki buçuk?

Ö: İki buçuk... Santimetre.

diyalogu gerçekleşmiştir: Aynı şekilde bir pipet verilerek ölçüm yapması ve ölçüm sonucunu ifade etmesi istenen öğrencilerden (Z)’nin “*Üç santimetre oldu.*” söylemi öğrencilerin birimi metreye ve santimetreye aşırı özelleştirdikleri için ölçüm sonucunu ifade ederken birimi kullansalar da yaptıkları ölçümde biriminin ne olduğunu farkında olmadıklarını göstermektedir.



Şekil 16. (Z)’nin tahta parçasını pipet ile ölçme eylemi

Bir nesnenin uzunluğunu ölçerken ölçüm fazlalığının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilseler de öğrencilerin aşan kısım için yarım kavramını anlamının dışında kullanarak, ölçüm fazlalığını yarıma aşırı genelledikleri gözlemlenmiştir. Bu durum (Ö)’nün “*Üç olmuyor. İki buçuk olmaz mı?*” söyleminde (Z)’nin “*Çünkü hep yarım denir. Küçük parça kaldıysa iki buçuk ya da üç buçuk derim.*” söyleminde açıkça görülmektedir. Bununla birlikte somut bir nesne olan A4 kâğıdını iki eş parçaya ayırmaları ve gerçekten de söyledikleri gibi yarım olup olmadığını kontrol etmeleri istendiğinde, bunu istenilen biçimde gerçekleştirebilmişlerdir. Bu yüzden ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı durumlardan sadece buçuklu olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir.



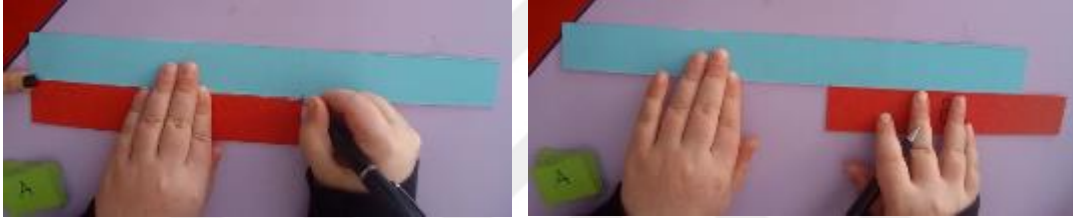
Şekil 17. (Ö)'nün ve (Z)'nin bütünü temsil etmesi için verilen somut bir nesneyi iki eş parçaya bölme eylemi

Özetlersek, öğrenme hedefine ilişkin ilk etkinlikte, öğrenciler bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken ölçüm sonucunun tam sayı olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilmişlerdir. Ölçüm yaparken birim olarak verilen nesneyi yinelerken birimin ölçülen nesneyi aşan kısmının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilmişler fakat ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı durumlardan sadece buçuklu olduğu durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde sayısal olarak ifade edebilmişlerdir. Ölçüm sonucunu sayı ile (örneğin; iki buçuk) ifade edebilseler de ölçüm sonucunu ifade ederken birim kullanmamışlardır. Öğrencilerin bir nesnenin uzunluğunu aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken rehber yardımı ile bu iki nesneden birinin birim olarak kullanıldığı ile ilgili farkındalık kazansalar da tekrar sorulduğunda birimi ifade edemedikleri belirlenmiştir. Bu sebeple, bir sonraki öğretim oturumunda birim kavramındaki öğrenmenin gelişimi için farklı eş birimleri temsil eden araçlar ile birimleri tekrar birimleştirmeyi ve ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı farklı durumları içeren etkinliğin hazırlanmasına karar verilmiştir.

4.1.1.2.2. E-2, Ö-2, M-2, Z-1, Z-2 Oturumları

Öğrenme hedefine ilişkin ikinci etkinlik olan *Kartondan Çerçeve* ile bir nesnenin ölçülebilen bir niteliğini aynı niteliğe sahip birim olarak görev yapan bir nesne ile ölçerken birimi (bileşik birim) başka bir birim (kısmi birim) ile tekrar birimleştirilmesi ve bir nesnenin niteliğinin miktarının ölçülmesi amaçlanmıştır. Bu etkinlikte çerçevenin uzun kenarını temsil eden bir karton şerit ve aynı niteliklere sahip yedi adet A ve bir adet B birim olarak nitelendirilen farklı uzunlukta karton şeritler araç olarak verilmiştir. İlk olarak çerçevenin uzun kenarını temsil eden bir karton şerit ve A ve B birimler öğrenciye verilmiş ve öğrencilerden, çerçevenin uzun kenarını temsil eden karton şeridin uzunluğunu B birim ile ölçüp, ölçüm sonucunu sayı ile ifade etmesi istenmiştir. Öğrenciler B birim ile çerçevenin

bir kenarını temsil eden karton şeridin uzunluğu ölçmeye çalışmış, B birimi ikinci kez yinelediklerinde uzunluğu ölçülen karton şeridi aştığını ayrıca aşan kısmın birimin uzunluğunun yarısından az olduğunu fark etmişlerdir. Fakat öğrenciler karton şeridin uzunluğunu ölçerken aşan kısmı birimin miktarı ile karşılaştırırken birimi başka bir birim kullanarak tekrar parçalara ayırmayı (tekrar birimleştirme) düşünmedikleri görülmüştür. Örneğin bu durumla ilgili (Ö), B birim ile mavi karton şeridin uzunluğunu ölçmeye çalışırken birinci yinelemede, “*Burası bir... (İkinci yinelemeyi kastederek) Fazla geliyor.*” ifadesiyle aşan kısmı işaret etmiştir (Şekil 18). Aşan kısmın birimin miktarının yarısından fazla ya da az olup olmadığı ile ilgili soru için “az” yanıtını vererek, aşan kısmın birimin uzunluğunun yarısından az olduğunu fark ettiği fakat ölçüm sonucunu bulmak için B birimi tekrar eş parçalara ayırmayı düşünmediği görülmüştür.



Şekil 18. (Ö)'nün birimi yineleme eylemi

Karton şeridi ölçerken ölçüm sonucunun sadece B birim cinsinden ifade edilmesi istenmesine rağmen ölçüm sonucunu (M)'nin “*Bir B birim kadar bir de A birimin...*” ve (Ö)'nün “*Bir B birim, üç A birim...*” ile ifade ettikleri görülmüştür. Bu durum, ölçüm fazlalığı var ise ölçüm sonucunu tam sayı ile ifade edebilmelerini sağlayacak aynı niteliğe sahip farklı uzunluktaki birimleri de kullanmaya meyilli olduklarını ve bu şekilde ölçüm sonucunu farklı birimleri eş zamanlı kullanarak tam sayı olarak ifade ettiklerini göstermektedir (Şekil 19).



Şekil 19. (Ö)'nün şeridin uzunluğunu farklı birimlerle ifade etme eylemi

Ayrıca, öğrencilerden bazılarının ise aşan kısmı tamamlamak için uzunluğu ölçülen nesneye ekleme yaptıkları gözlemlenmiştir (Şekil 20).



Şekil 20. (Ö)'nün ve (M)'nin uzunluğu ölçülen nesneye birim yineleme eylemi

A birimleri B birimin altına dizmeleri istendiğinde, öğrenciler, A birimin B birimin dört eş parçasından birini temsil ettiğini fark etseler de ölçüm yaparken karton şeridin altında kalan B birime ait parçanın miktarını A birimi ile karşılaştırarak bu miktarı ifade etmede zorluk yaşamışlardır. Bütün veya yarımdan küçük miktarları çeyrek olarak ifade ettikleri veya kesir dilini bilinçsiz olarak kullandıkları gözlemlenmiştir. Bu durum ile ilgili (Ö)'ye karton şeridin altında kalan B birime ait parçanın miktarı sorulduğunda *“Dörtte biri... Aaa yok dörtte dört mü?”* cevaplarını vermiş, dörtte dördün ne olduğu sorulduğunda cevap verememiştir. Karton şeridin altında kalan B birime ait parçanın miktarı (Z)'ye sorulduğunda ise *“Şöyle çizgiler koyarsak (B birimi çizgiler çizerek parçalara ayırmayı kastederek - Şekil 21) 4 A, 4 B derim. İki de beşi olabilir.”* cevabı ile kesir dilini bilinçsizce kullandığı görülmüştür.

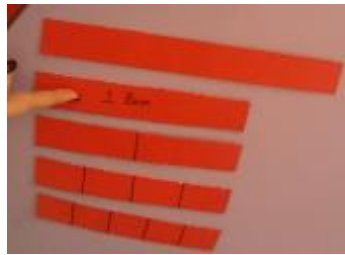


Şekil 21. Zehra'nın A birimi B birim cinsinden büyüklüğünü bulma eylemi

Karton şeridin uzunluğunun A birimin yedi kez yinelenmesiyle tespit edilebileceğinin farkında olan öğrencilerden A birimin miktarını karton şeridin niteliğinin miktarı ile karşılaştırması istendiğinde (E)'nin *“Birde dördü.”*, *“Hayır, dört bölü bir.”* cevapları ve (Ö)'nün *“Çeyrek olabilir mi?”* cevabıyla ölçüm sonucunu ifade etmede zorluk yaşadıkları görülmektedir. Çeyrek kavramını kullanan (Ö)'ye çeyreğin ne demek olduğu sorulduğunda *“Böyle küçük yani... Yarımdan daha küçük.”* cevabını vermiştir. Görüldüğü üzere öğrenciler ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı durumlarda ölçüm miktarını ifade ederken çeyrek, yarım ve bütün kavramlarını kullansalar da bu kavramların ne olduğunun farkında değillerdir.

Kesir dilini henüz geliştirememiş öğrencilerin ölçüm yaparken ölçülen nesnenin uzunluğunun miktarını ifade ederken, kesir dilini kullanmak yerine basit terimlerle ifade edebilmektedirler (örneğin; dörtte üç demek yerine dört eş parçadan üçü; bir tam dörtte üç B birim yerine bir B birim ve B birimin dört parçasından üçü gibi).

Özetle, öğrenciler ölçüm yaparken ölçüm fazlalığını birimin miktarı ile karşılaştırmada, birim eş parçalara ayrılmamış ise birimi tekrar birimleştirerek (eş parçalara ayırarak) ölçüm fazlalığının miktarını ve dolayısı ile uzunluğu ölçülen nesnenin uzunluğunun miktarını kesir dili ile ifade etmede zorluk yaşamışlardır. Bu yüzden öğrencilere bir sonraki öğretim oturumunda bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumlarının yer aldığı etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumlarında bir birim kaç parçaya ayrıldı ise o kadar sayıda yeni birim oluştuğuna dair anlayışlarının var olduğu belirlenmiştir. Örneğin bir birim beş eş parça olacak şekilde ayrılıp işaretlendi ise oluşan birimin beş birim olduğunu düşünmüşlerdir. Örneğin; bu durum ile ilgili (Ö) “*(Bir birimlik ölçüm yapar, daha sonra bir birimi yinelemeden bir birimin iki eş parçaya ayrılıp işaretlenmiş olanını kullanmak ister.) Bu iki birimi kullansam olmaz mı?*” söylemi ile iki eş parçaya ayrılan bir birimi “iki birim” olarak düşünmüş, bir birimi ve iki eş parçaya ayrılmış bir birim için ikisinin de aynı uzunlukta olup birinin bir, diğerinin nasıl iki birim olduğu sorulduğunda ise (Ö) “*Ama iki tane*” cevabını vermiştir. Benzer şekilde (E)’ye bir birim ve beş eş parçaya ayrılmış bir birim gösterilerek biri bir birim ise beş eş parçaya ayrılmış birimin kaç birim olduğu sorulduğunda “*Beş*” cevabını ve (M)’ye bir birimin beş eş parçasından ikisi gösterilerek parça koleksiyonunun kaç birim olduğu sorulduğunda “*İki*” cevabını vermiştir.



Şekil 22. Farklı sayıda eş parçalara ayrılmış 1 birimler

Öğrencilerin, ölçüm yaparken onlara temin edilen farklı sayıda eş parçaya ayrılmış eş birimlerden hangisinin ölçüm sonucunu ifade etmek için kullanılacağına karar verebildikleri gözlemlenmiştir. Ölçüm için kullanmaya karar verdikleri birimi göz önüne alarak ölçüm sonucunu kesir dili kullanmadan (ör: bir B birim ve B birimin dörtte biri veya dört

parçasından biri) doğru ifade edebilmişlerdir. Ölçüm sonucunu ifade ederken kesir dilini kullanmaya çalışırken zorluk yaşadıkları

A: Bu bütün parça bir birim. Bu bir birim ise (uzunluğu ölçülmesi istenen karton şeridi göstererek) bunu tamamlamak için şu parça kaç birimdir?

Z: İki birim olabilir.

A: Kaç eşit parçaya böldüm?

Z: Beş.

A: Kaçını alacağım?

Z: İkisini alacağım.

A: Orası bir birimin kaçta kaçıdır?

Z: İki birim olabilir.

...

A: Bu bütün parça bir birim. Bu bir birim ise (uzunluğu ölçülmesi istenen karton şeridi göstererek) bunu tamamlamak için şu parça kaç birimdir?

E: ...bir bölü iki.

A: İki nereden çıktı?

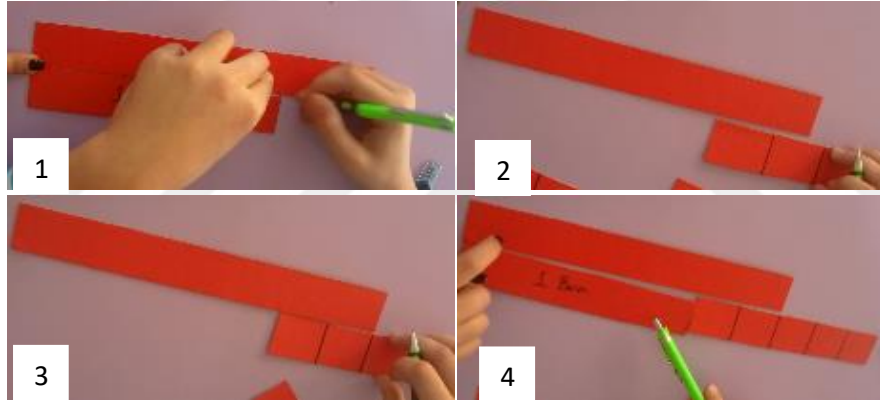
E: (Karton şeridin uzunluğunu tamamlamak için bir birimin beş parçasından iki parçasını göstererek) Şurada iki yok mu?

A: Kaç parçaya bölünmüş bir birim?

E: Beş.

A: O zaman her bir parça bir birimin kaçta kaçıdır?

E: Bir de beşi...



Şekil 23. Emre'nin ölçme eylemi aşamaları

diyalogunda açık bir şekilde görülmektedir. Öğretim deneyleri sonrasında, öğrenciler ölçüm yaparken yinelemeye oluşan fazlalığın miktarının yarımından daha az veya fazla olduğuna karar verebilseler de fazlalığın miktarını birimi tekrar eş parçalara ayırarak verilen birim cinsinden belirlemeyi düşünememektedirler. Ancak eş parçalara ayrılmış olarak verilen eş birimleri kullanarak doğru ölçüm yapabilmektedirler. Bir nesnenin uzunluğunu aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken bu iki nesneden birinin birim olarak alındığını fark edip, birim cinsinden diğerinin uzunluğunun miktarını ifade etmektedirler. Bu miktarı ifade ederken kesir dili kullanmadan kendi ifadeleri ile (dört parçadan biri, üç parçadan ikisi vb.) ölçüm miktarını belirleyebilmekte, kesir dilini (dörtte üç, beşte bir vb.) kullanmada ise zorluk yaşamaktadırlar. Ölçüm sonucunu ifade ederken dikkatleri dağılmakta ve karar vermede acele ettikleri durumlarda birimi kullanmamaktadırlar.

4.1.2. Öğrenme Hedefi 2: Eşit Paylaşım

Tablo 7.

İkinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Oturumları Öncesi Yaşanılan Güçlükler	Öğrenme Hedefi	Öğretim Oturumları Sırasında Yaşanılan Güçlükler	Öğretim Oturumları Arasında Alınan Kararlar	Öğretim Oturumları Sırasında ve Sonrasında Yapılandığı Gözlenen Kavram/Fikir/Yapılar	Öğretim Oturumları Sonrasında Yaşanılan Güçlükler
1. Belirli sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayıramama 2. Bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde eş parça olup olmadıklarına karar verirken parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olmasından ziyade parçaların şekline (fiziki görünüm) göre karar verme 3. Bir bütünü temsil eden modelleri 3, 5 gibi tek sayıda eş parçaya ayıramama	Eşit paylaşım kavramını anlamlandırarak verilen bir bütünü farklı yollarla eş parçalara ayırabilmek.	1. Bir bütünü temsil eden daire modelini 5, 7 gibi tek sayıda eş parçaya ayıramama 2. Belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştıramama 3. Bir bütünün farklı şekillere sahip aynı miktardaki parçaların eş parça olmadığı anlayışı 4. Ölçme ile ilgili ön kavramlarda eksiklik (Alan, hacim nitelikleri)	1. İlk önce bir bütünü (pasta, pizza, elma vs) istenilen sayıda eş parçaya ayırmalarını ve daha sonra belirli bir sayıda verilen bütünü verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmalarını sağlamak 2. Farklı sayıda verilen nesneleri farklı sayıda nesneye veya kişiye paylaştırma etkinlikleri ile eşit paylaşım yapmak için farklı çözüm yollarını keşfetmelerini sağlamak 2. Farklı şekillerde (fiziki görünüm) aynı miktarı temsil eden aynı bütünün parçalarının eş parça olduğunu fark etmelerini sağlamak	1. Eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiğini fark etme 2. Bütünü temsil eden bir model çizerek istenilen sayıda eş parçaya ayırabilme 3. Daire modelini merkezden başlayıp eş dilimler oluşturarak tek sayıda (5, 7, 9 gibi) parçalara ayırabilme 4. Belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştırabilme 5. Aslında eş ama fiziksel görünüm olarak eş görünmeyen parçaların niteliğinin miktarlarının neden eşit olduğunu açıklama	1. Daire modeli ile temsil edilen bütünü ilk başta çap çizip iki eş parçaya ayırdıktan sonra 3, 5, 7 gibi tek sayılı eş parçalar oluşturmaya çalıştığında güçlük yaşama 2. Dikkatinin dağıldığı durumlarda aslında eş ama fiziksel görünüm olarak eş görünmeyen aynı bütüne ait parçaların niteliğinin miktarlarının eşit olduğunu reddetme

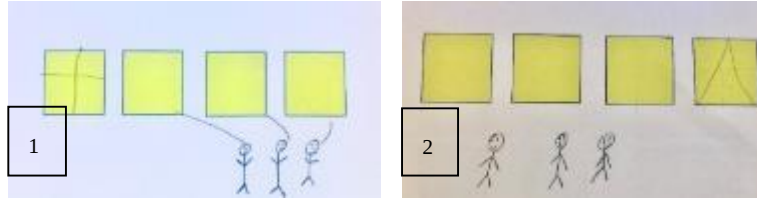
4.1.2.1. Öğretim Oturumları Öncesi

Bir bütün için eşit paylaşım, bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına gelir. Eşit paylaşım kavramını anlamlandırmak, bütünü temsil eden bir veya belirli bir sayıdaki nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmayı ve eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini fark etmeyi gerektirir. Eşit paylaşım sonucunda öğrenciler birim kesirler üretirler. Üretilen bu birim kesirleri kesir dili ile temsil etmeden önce, öğrencilerin eşit paylaşım kavramını anlamlandırmaları gerekir.

Öğrencilerle öğretim deneyleri öncesi yapılan ön görüşmelerde, öğrencilerin, eşit paylaşımın (bir bütün için) bütünün eş parçaya bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiğinin farkında olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum (M)'nin *“Böyle, her birini eşit bir şekilde bölmek, kesmek, ya da çizmek.”* söylemi, (E)'nin *“Ortadan ikiye keserek veya bölerek.”* söylemi ve (Z)'nin *“O zaman 4 kişiyse 4'e bölmemiz gerekiyor.”* söyleminde açıkça görülmektedir.

Öğrencilere ip verilerek iki ve dört eş parçaya ayırmaları istendiğinde ise üç öğrencinin ipin iki ucunu birleştirerek iki, daha sonra iki eş parçanın tekrar uçlarını birleştirerek dört eş parçaya ayırabildiği fakat diğerlerinin ipin yarısı veya dörtte biri olarak tahmin ettikleri bir noktadan ipi eş olmayan parçalara ayırdıkları gözlemlenmiştir. Uzunluk niteliğine sahip başka bir somut nesneyi iki ve katlarından farklı sayıda (örneğin; beş) eş parçaya ayırmaları istendiğinde öğrenciler, birim parçanın uzunluğunu göz kararıyla karar verdikleri ve birimi yineleyerek karar verilen birimin uygun olup olmadığını doğrulamaya çalıştıkları gözlemlenmiştir. Bu durum öğrencilerin bütünü parçalama ve kontrol için parçayı yineleme eylemlerini yapabildiğini göstermektedir.

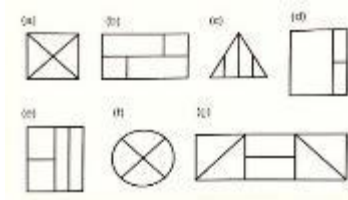
Öğrencilerin, belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Dört tane kare şeklinde keki temsil eden modelin üç arkadaş arasında eşit bir şekilde paylaştırılması istenen bir soruda, öğrencilerin keki temsil eden kare modelleri kişi sayısı yerine dört eş parçaya bölme eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir (Şekil 10.1). Öğrencilerden biri keki temsil eden kare modelini üç parçaya bölmeye çalışsa da eş parça oluşturamadığı görülmüştür (Şekil 24).



Şekil 24. Öğrencilerin keki temsil eden kare modelleri üç kişiye eş olarak paylaşma eylemleri

Kare modelleri dört parçaya bölen öğrencilere üç kişiye paylaştırdıktan sonra kalan parçayı ne yapacakları sorulduğunda (E) “*Yok, yine de bir tane kalıyor.*” ve (Z) “*Eşit bir şekilde paylaştırılmaz bence.*” söylemleriyle belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayıramayacaklarını ifade etmişlerdir.

Öğrencilere alan niteliğine sahip farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonu gösterilerek bütünlere hangisinin eş parçalara ayrıldığını belirlemeleri istenmiştir. Öğrenciler Şekil 11’deki bütünlere ait parçalar koleksiyonlarından sadece (a) ve (f) bütünlüğünün eş parçalara ayrıldığını belirtmişlerdir. (e) ve (g) bütünlüğünün eş parçalara ayrılmadığını ifade eden öğrencilerin bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde eş parça olup olmadıklarına karar verirken parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olmasından ziyade parçaların şekline (fiziki görünüm) göre karar verdikleri belirlenmiştir.



Şekil 25. Alan niteliğine sahip farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonları

4.1.2.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları

4.1.2.2.1. E-1, Ö-1-2, M-3, Z-3 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Hangi Elma* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte, öğrencilerin, eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün veya yığının eş parçalara bölünerek paylaşılması anlamına geldiğini fark etmeleri amaçlanmıştır. Etkinlik için farklı irilikte iki elma, elmayı kesmek için gerekli araç, elmaların görsel temsilleri gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, farklı irilikteki iki elmanın iki kardeş arasında paylaşımını içeren etkinlikte

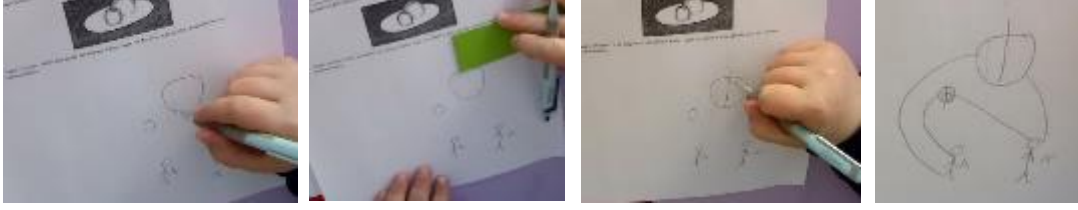
öğrencilerden ilk önce bir elmanın bir kardeşe diğer elmanın diğer kardeşe verilmesinin eşit paylaşım olup olmadığı sorulmuş, öğrencilerin hepsi eşit paylaşım olmayacağını çünkü elmaların birinin diğerine göre daha büyük olduğunu ifade etmişlerdir. Bundan yola çıkarak eşit paylaşımın ne olduğu sorulduğunda ise örneğin (Ö)'nün “Aynı miktarda yemek.” söylemi öğrencilerin eşit paylaşımın aynı sayıdan ziyade aynı miktarda elma yemek demek olduğunun farkında olduklarını göstermektedir. Öğrencilere iki elmayı iki kardeşe eşit bir şekilde nasıl paylaşacakları sorulduğunda ise öğrencilerden (Ö) haricinde diğerlerinin elmaları iki veya dört eş parçaya ayırarak elmaların eş olan birer veya ikişer parçalarını iki kardeşe paylaştırdıkları görülmüştür (Şekil 26).



Şekil 26. Sırayla (E)'nin, (M)'nin ve (Z)'nin farklı irilikte iki elmayı iki kişiye eş pay düşecek şekilde paylaşma eylemleri

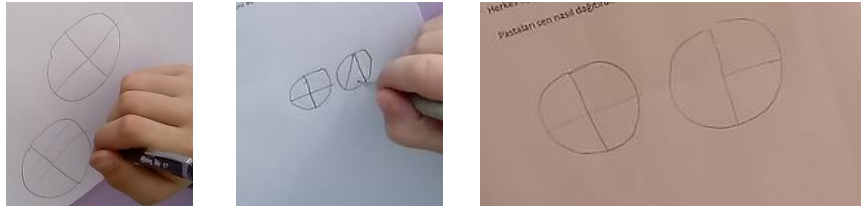
(Ö) eşit paylaşımın aynı sayıdan ziyade aynı miktarda elma yemek demek olduğunun farkında olsa da iki elmayı iki kardeşe eşit bir şekilde paylaştırmada güçlük yaşamıştır. Verilen aynı nitelikte, farklı büyüklükteki iki nesneyi iki kişi eş pay alacak şekilde paylaştırmayı yapılandığı süreçte aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

- A: Bu elmaları ikisi de eş pay alacak şekilde paylaşacaksınız. Nasıl?
Ö: İuu... Şöyle... (Çizdiği büyük elmayı göstererek) Şunu bir yerden kesip verebilirim.
A: Nereden keseceksin?
Ö: Tam... Böyle... Metreyle... Yani küçük bir şeyle de olabilir de...
A: (Çizdiği küçük elmayı göstererek) Bunu kime vereceksin? Yani ben anlamadım. Bir tanesini birisine diğerini de birisine mi veririm diyorsun?
Ö: (Küçük çizdiği elmayı göstererek) Bunu birini veririm. (Büyük çizdiği elmayı göstererek) Bunu da buradan keserim, (Şekil 6a) onu da veririm. Geri kalanını da diğerine veririm.
A: O zaman ikisi de eşit pay alacak şekilde paylaşmış olur musun? Emin olabilir miyiz? Gösterdiğin yerden değil de çok az sağından veya solundan kesseydin belki de eşit pay olacaktı? Nasıl emin olabiliriz? Beni ikna etmen gerekiyor.
Ö: Şöyle emin olabilirim belki...(Karton şeridi göstererek) Şunu alabilir miyim?
A: Tabi alabilirsin.
Ö: (Uzunluğu bilinmeyen karton şerit ile ölçüm yaparak elmanın yarısını bulmaya çalışır (Şekil 6b) İşte böyle ölçebiliriz.
A: Elmayı genelde ölçerek mi paylaşıyoruz?
Ö: Aslında çekirdek olan yerden ikiye ayırabiliriz.
A: Evet, onu naptın şimdi? İki eş parçaya mı böldün?
Ö: Evet. (Küçük çizdiği elmayı göstererek) Aslında şuna gerek yok.
A: O var ama.
Ö: (İki eş parçaya kesmeyi kastederek) Bunu da keseriz. İkisini ona, ikisini diğerine. (Her iki elmayı iki eşit parçaya bölerek, her bir kardeşe iki elmanın birer parçasını vererek paylaştırır.)



Şekil 27. (Ö)'nün farklı irilikte iki elmayı iki kişiye eş pay düşecek şekilde paylaşırma süreci

Aynı ölçülebilir niteliğe, fakat bu niteliğin farklı miktarlarına sahip bu iki elmayı iki kişiye eşit pay düşecek şekilde paylaştırdıktan sonra öğrencilere farklı sayıdaki kişilere aynı iki elmanın eşit olarak nasıl paylaştırılacağını sorulduğunda istenilen sayıda kişiye farklı boyutta verilen iki elmayı eşit bir şekilde paylaştıramadıkları görülmüştür. Bu sebeple öğrencilere ilk önce bir bütünü (pasta, pizza, elma vs) istenilen sayıda eş parçaya ayırmayı gerektirecek ve daha sonra belirli bir sayıda verilen bütünü temsil eden nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmalarını gerektirecek “İki Pasta Yedi Kişi” etkinliğinin yapılmasına karar verilmiştir. Bu etkinlikte, doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane alan 7 kişiden oluşan bir grup arkadaş, pastalardan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek toplam 7 dilim pasta elde eder ve herkes bir dilim pasta yer. Herkesin eşit miktarda pasta yiyip yemediklerinin araştırılması istenir. Öncelikle, öğrenciler iki eş pastayı temsil eden iki daire çizmişlerdir. Bir daireyi dört eş parçaya kolaylıkla ayırabilen öğrenciler diğer daireyi üç eş parçaya ayırmada zorluk yaşamışlardır (Şekil 28).



Şekil 28. Sırayla (E)'nin, (Ö)'nün ve (M)'nin bütünü temsil eden iki daireyi dört ve üç eş parçaya ayırma eylemleri

Öğrenciler araştırmacının rehberliğinde eş parça oluşturmayı günlük hayatta eş pizza dilimi/eş pasta dilimi oluşturma eylemi ile ilişkilendirerek dairenin merkezinden başlayıp üç eş daire dilimi oluşturabilmişlerdir. Öğrenciler iki eş pastayı temsil eden daire modellerini üç ve dört eş parçaya ayırdıktan sonra 7 kişinin birer dilim yediği hatırlatılarak herkesin eşit miktarda pasta yiyip yemediği sorulmuş, öğrencilerden biri hariç hepsi 7 kişinin eşit miktarda pasta yediğini ifade etmiştir. Bu 7 kişinin eşit miktarda pasta yemediğini ifade eden (M) bu durumu “Çünkü bunda (üç eş parçaya ayırdığı pastanın bir parçasını kasteder) daha çok.” söylemi ile ifade etmiştir. Bu 7 kişinin eşit miktarda pasta yediğini ifade eden

öğrencilerden (Ö)'nün “*Çünkü dilim sayısı aynı.*” söylemi öğrencilerin eşit paylaşım kavramında paylaşılan parçaların miktarlarından ziyade sayılarının eş olması gerektiği anlayışına sahip olduklarını göstermektedir. Bu öğrencilere üç ve dört eş parçaya bölünmüş pastaları temsil eden modeller gösterilerek bir pastanın bir dilimi ile diğer pastanın bir diliminin aynı miktarda olup olmadığı sorulmuştur. Öğrenciler bu dilimlerin aynı miktarda olmadığını, üç eş parçaya bölünen pastanın bir diliminin miktarının dört eş parçaya bölünen pastanın bir diliminin miktarından daha fazla olduğunu ifade etmiş, eşit paylaşım (bir bütün için), parça sayısından ziyade miktarların eşit olması gerektiğini fark etmişlerdir. Daha sonra öğrencilere iki eş pastayı yedi kişiye eşit pay düşecek şekilde nasıl paylaştıracakları sorulduğunda öğrenciler verilen iki nesneyi istenilen sayıdaki kişiye eş pay düşecek şekilde ayırmada güçlük yaşamışlardır. Bu güçlük (E)'nin “*(Birini göstererek) Şunu dört parçaya bölerim. Niye eşit olması gerekiyor ki?*” söyleminde, (M)'nin “*Ya (dört eş parçaya ayırdığı pastayı kastederek) bunu da üç dilim yapardım, ya da (üç eş parçaya ayırdığı pastayı kastederek) bunu da dört dilim yapardım. (Üç eş parçaya ayırdığı pastayı kastederek) bunu da dört dilim yapardım ama bundan bir dilim kalıyor. O bir taneyi de yedi kişiye bölüştürmeye çalışırdım.*” söylemlerinde ve (Ö)'nün “*Aslında bir pasta daha büyük olsa daha çok işime yarar. (İki tane daire şeklinde eş pasta çizer, üç ve dört eşit parçaya ayrılmış iki daire şeklindeki pastayı göstererek) Ama bundan başka hiç yapamam ki.*” söyleminde açıkça görülmektedir. Öğrencilerde bir bütünü istenilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştırmayı yapılandırma süreci benzer olduğu

A: İki pasta değil de sadece bir pasta olsaydı... Bir pastayı yedi kişiye eşit bir şekilde nasıl paylaştırırdın?

E: Küçük parçalar yaparak.

A: Kaç eşit parçaya ayırırdın?

E: Yedi tane.

diyalogundan da anlaşılmaktadır.

Bir bütünü istenilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştırmayı yapılandıran öğrencilere bu sefer iki bütünü istenilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde nasıl paylaştıracakları sorulmuştur. Öğrencilerden biri hariç diğerleri bütün sayısı iki ve daha fazlaya çıkınca iki pastayı yedi kişiye paylaştırmada zorluk yaşamışlardır. Bu zorluğu (E) “*Dört dört daha sekiz oluyor ama bir tane fazla oluyor. (Her iki pastayı da dört eş parçaya böldüğünü düşünür.) Birini dört birini üç eş parça yaparım da o zaman eşit miktar olmuyor.*” söylemleri ile (Ö) ise “*İki tane pastam var. Yedi kişiye nasıl dağıtılır ki? Bilmiyorum.*” söylemi ile ifade etmişlerdir. Bu öğrencilere tek bir pasta olduğunda 7 kişiye

nasıl eş olarak paylaştırdıkları hatırlatılarak pasta sayısı iki olursa ikinci pastayı kaç eş parçaya bölmeleri gerektiği sorulmuş, (Ö) ile gerçekleşen

A: ...kaç eşit parçaya ayırman gerektiğini soruyorum.

Ö: İkinci olmasa daha rahat olurdu.

A: Niye? Aynı şey değil mi? Birinciye yedi eşit parçaya böldüm. İkinciye ne yaparım?

Ö: Haa tamam anladım. İkisini de yedi eşit parçaya bölerim.

A: Evet, o zaman herkes ne olur?

Ö: Eşit yemiş olur.

diyalogda da görüldüğü gibi, öğrenciler ikinci pastayı da yedi eş parçaya bölmeleri gerektiğini fark etmişlerdir.

Öğrencilerin pastayı temsil eden daire dilimlerini 7 eş parçaya ayırabildikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilere iki bütünü bu sefer 9 kişiye daha sonra 10 kişiye herkes eş pay alacak şekilde nasıl paylaştıracakları sorulduğunda öğrencilerin hepsi iki bütünü de kişi sayısı kadar eş parçaya ayıracaklarını ifade etmiş, paylaştırılacak kişi sayısına göre verilen iki bütünü nasıl paylaştıracığına dair ilişkiyi kurabilmişlerdir. Bir sonraki oturumda farklı sayıda verilen nesneleri farklı sayıda nesneye ve kişiye paylaştırma etkinlikleri ile bütünü temsil eden nesne sayısı ve paylaştırılacak kişi veya nesne sayısı verilerek eşit paylaşımı yapmak için farklı çözüm yollarını keşfetmelerini sağlamak amaçlanmıştır.

4.1.2.2.2. E-3, Ö-2-3, M-4, Z-4 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Ev Arkadaşı* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin, eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiği ön bilgisi ile belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştırmaları amaçlanmıştır. Bütünü temsil eden nesne sayısı bazı nesnelerin bütün olarak dağıtılmasına olanak sağlıyorsa, bazı öğrencilerin önce bütün nesneleri paylaştırıp sonra kalanları parçalara ayırmaları, bazı öğrencilerin ise her bir nesneyi parçalara ayırarak parçaları dağıtmaları beklenmektedir. Aynı zamanda, etkinlik, öğrencilerin bir daire modelini üç eş parçaya bölmelerini gerektirmektedir. Bu etkinlik için lahmacunların görsel temsilleri, mukavva, dairesel kesir takımı gibi nesnelerden öğretim materyali olarak yararlanılmaya çalışılmıştır. Etkinlikte üç ev arkadaşın eve beş adet lahmacun sipariş ederek aralarında bu lahmacunları eşit bir şekilde paylaşma eyleminin gerekliliği söz konusudur. Öğrencilerden biri hariç, diğerlerinin verilen sayıdaki lahmacunu verilen sayıdaki kişiye eşit bir şekilde nasıl paylaştıracaklarına karar verebildikleri görülmüştür. Zorluk yaşayan öğrencinin belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda

kişiyne/nesneye eş pay düşecek şekilde paylaştrmak için nesneleri kaç eş parçaya ayıracağına karar verme sürecine ait diyalog;

A: Nasıl paylaştracaksın şimdi?

E: (Birinci çocuğu göstererek) Şuna üç verirsek... Şuna da... Aaa... Birisinin illa ki iki tane yemesi lazım.

A: Kaç tane lahmacun istemişler?

E: 5 tane lahmacun istemişler.

A: Kaç kişiler?

E: Üç.

A: Tamam, beş tane lahmacun çiz istiyorsan.

E: (Daire şeklinde beş tane lahmacun ve üç tane çöp adam çizer.)

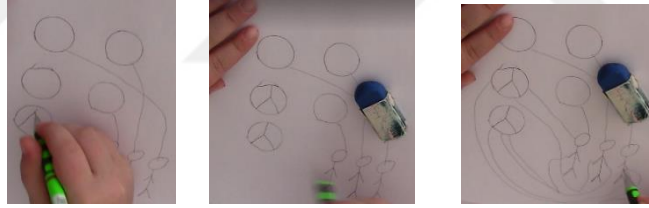
A: Şimdi ne yapacaksın?

E: Şimdi bunları 3 kişi olduklarına göre 3 parçaya böleceğim.

A: Kaç kişi varsa o kadar mı eşit parçaya bölersin?

E: Evet.

şeklinde gerçekleşmiştir. Görüldüğü üzere (E)'nin verilen kişi sayısına göre verilen nesneleri kaç eşit parçaya bölmeye gerektiğini akıl yürüterek üstesinden gelebilmiştir. Öğrencilerden (E), (M) ve (Z) lahmacunları paylaştrırken, beş lahmacunun her birini üç eş parçaya ayırarak, her bir parçayı üç arkadaşına eşit bir şekilde paylaştrmışlardır. (Ö) ise lahmacunları paylaştrırken üç lahmacunu üç arkadaşına birer bütün olacak şekilde, kalan lahmacunları ise üç eş parçaya ayırarak, her bir parçayı üç arkadaşına eşit düşecek şekilde bölüştürmeye çalışmıştır (Şekil 29).



Şekil 29. (Ö)'nün verilen nesneleri verilen kişilere eşit pay düşecek şekilde paylaştrma eylemi

Öğrencilerin bütünü temsil eden daire modellerini üç eş parçaya ayırırken bir önceki oturumda olduğu gibi zorlandıkları görülmüştür. Bu zorluk (E)'nin “(Her bir daire şeklindeki lahmacunları üç eşit parçaya ayırmaya çalışır. Dairenin merkezinden başlayarak eşit parçalar oluşturmak ister; fakat ilk dilimi küçük oluşturduğu için sonraki iki dilim büyük kalır.) Yine eşit olmayacak. Geçen nasıl çizmiştik (düşünür).” söyleminde, (M)'nin “(Bir lahmacunu 3 eş parçaya ayırmaya çalışır ama eş olmayan 3 parçaya ayırır.) Böyle dört oluyor. Ama unuttum” söyleminde açıkça görülmektedir.

Öğrencilere farklı şekillerdeki modeller ile temsil edilen nesneleri verilen farklı sayıda kişiyne paylaştrmaları istendiğinde, verilen nesne sayısı arttıkça eş pay düşecek şekilde nasıl bölüştüreceğini karar vermede iki öğrenci ilk başta zorluk yaşamışlardır. Bu zorluk (E)'nin “Herkes yarım yarım versem olmaz mı? (Zihninden börekleri iki eşit parçaya bölüp, herkes

eşit pay alacak şekilde dağıtmaya çalışır.) Nasıl olacak? (Son dört böreği iki eşit parçaya ayırıp herkes eşit pay alacak şekilde dağıtmaya çalışır.) Yine kalıyor, olmuyor.” Söylemlerinde ve (Ö)’nün “*Şuraya 10 tane börek çizeyim. 6 tane arkadaş... Şimdi altısını veririm.(Her bir arkadaş bir tane bütün börek alacak şekilde 6 böreği paylaştırır.) Ondan sonra, böyle...(Kalan börekleri iki eş parçaya ayırır. 6 arkadaş yarımşar börek paylaştırır. Bir bütün börek artar.) Bir tane fazla geldi.”* söyleminde açıkça görülmektedir. Bu öğrencilere bir önceki etkinlikte nasıl akıl yürüttükleri ve çözüm yoluna nasıl ulaştıkları sorulduğunda, öğrenciler verilen nesne sayısı ve verilen kişilere eş pay düşecek şekilde bölüştürmek için nesneleri temsil eden her bir bütünü kaç eş parçaya ayırmaları gerektiği arasında bir bağ kurabilmişlerdir. Daha sonra öğrencilere bütünü temsil eden nesne sayısı daha da artırılarak aynı soru yöneltilmiş, öğrenciler nesneleri öğrencilere eşit bir şekilde birer birer paylaştırdıktan sonra geri kalan nesneleri kişi sayısı kadar eş parçalara bölecekleri soyutlamasını yapmışlardır.

Öğrenciler eş parçaların şekillerinin de eş olması gerektiği algısına sahip oldukları için bir bütünün farklı şekillere sahip aynı miktardaki parçaların eş parça olmadıkları fikrini ileri sürdükleri görülmüştür. Bu sebepten dolayı bir sonraki oturumda öğrencilere farklı şekillere sahip aynı miktarı temsil eden aynı bütünün parçalarını içeren etkinlikler yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.2.2.3. E-3, Ö-2, M-4, Z-4 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin, eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini açıklayabilmeleri amaçlanmıştır. Bu amaçla, üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisinin kenarı boyunca, diğerinin köşegen boyunca iki eş parçaya ayrıldığı etkinlikte öğrencilere iki kare pastanın parçalarının eş parça olup olmadığı sorulmuştur. Öğrencilerin hepsi ilk başta iki pastaya ait parçaların eş olmadığını; (E)’nin “*(Üçgen şeklinde kesilmiş pastayı göstererek) bu daha büyük. Çünkü burası (Üçgen şeklinde kesilmiş pastayı göstererek) kocaman (dikdörtgen şeklinde kesilmiş pastayı göstererek) burası küçük...*” söyleminde, (M)’nin “*(Üçgen dilimli pastayı göstererek) Bu daha büyük.*” söyleminde görülmektedir. Yani öğrenciler, kenarları ve köşegenleri boyunca iki eş parçaya bölünmüş kare pastalardan yüzeyi üçgen şeklindeki parçasının daha büyük olduğunu ileri sürmüşlerdir. Bir öğrencinin

her iki parçanın da aynı bütünün yarısı olduğunu bilmesine rağmen fiziki görünüşlerinden dolayı bunların eş parça olduklarını reddettiğini

A: Şekilleri farklı ise eş parça olabilirler mi?

Ö: Hayır, çünkü bunlar değişik. Ama ikisi de aynı yarım.

A: Şimdi sen bir yarımı yesen ben de diğer pastanın yarısını yesem aynı miktarda yemiş olmaz mıyız?

Ö: Evet. Çünkü ikisi de yarım.

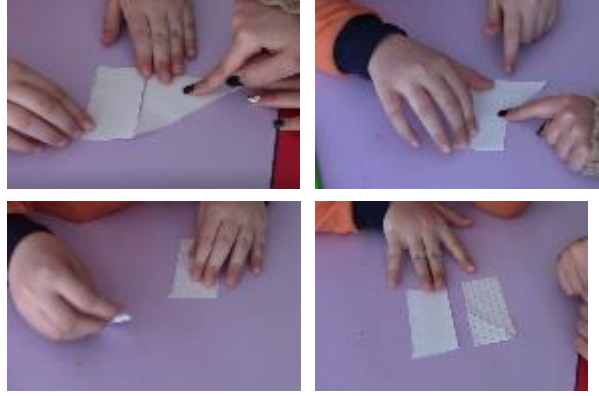
A: O zaman bununla bu eşit miktarda mı?

Ö: Evet.

A: Ama şekilleri farklı?

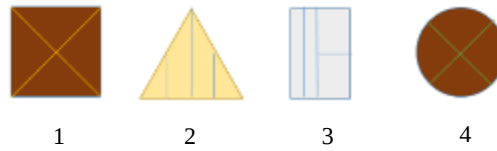
Ö: ...

diyalogunda dile getirmiştir. Görüldüğü üzere (Ö) şekilleri farklı iki parçanın da aynı bütünün yarısı olduğunu bilmesine rağmen sadece fiziki görünüşlerinden dolayı ikisinin eş parça olmadığını ileri sürmektedir. Bu durum öğrencilere bütünü ve bütüne ait parçalar koleksiyonunu temsil eden modeller gösterildiğinde genellikle aynı şekle ve büyüklüğe sahip şekiller gördüklerinden eşit paylaşımların aynı şekle sahip olması gerektiğini düşünmelerinden kaynaklanabilir. Aynı bütünü farklı stratejiler ile eş parçalara ayırabilmeleri için öğrencilere kare şeklinde bir kâğıt temin edilmiştir. Öğrencilerden ilk önce kare şeklindeki kâğıdı kenarı boyunca iki eş parçaya ayırması, daha sonra ise aynı kâğıdı köşegeni boyunca iki eş parçaya ayırması istenmiştir. Öğrencilerden her iki durumda da oluşan parçaların aynı bütünün ne kadarlık parçası olduğunu ifade etmesi istenmiştir. Öğrenciler her iki kâğıdın da aynı bütünün ikide biri yani yarısı olduğunu fark etseler de yine de eş parça olduklarına ikna olmamışlardır. Bundan dolayı öğrencilere aynı kare kâğıdın ikide birlik parçalarının biçimleri farklı olsa bile, alanlarının eşit olduğunu yani eş parça olduklarını görmeleri için şekilleri farklı olan parçaları aslında şekil olarak da birbirinin aynısı olacak hale getirilebileceğini fark etmesi sağlanmıştır. Bu süreçte öğrenciler biri üçgen diğeri dikdörtgen şeklinde olan iki parçadan herhangi birisini alarak parçalardan bir parça ayırmadan ya da bir parça eklemekten diğer şekildeki kâğıt ile aynı şekle dönüştürmüşlerdir (Şekil 30). Böylelikle farklı görünümde aynı bütünün aynı kesir gösterimine karşılık gelen şekilleri farklı parçaların eş parçalar olduğunu anlayabildikleri gözlenmiştir.



Şekil 30. (Z)’nin aynı bütünün görünüşleri farklı fakat alan niteliğinin eşit miktarlarına sahip iki parçasını aynı şekle dönüştürme eylemi

Öğrenciler bu etkinlikle yüzeyi kare olan bir nesnenin ikide biri olan farklı şekillerdeki parçaların alan niteliğinin eşit miktarlarına sahip olduğunu anlasalar da farklı bir zamanda farklı şekillerde fakat aynı miktara sahip parçalar ile karşılaştıklarında yine eş parça olduklarını reddedebilecekleri düşünülmüştür. Dolayısıyla farklı şekiller üzerinde eş parça kavramına dair *Kermes* etkinliğinin yapılmasına karar verilmiştir. Etkinlikte farklı görüntüye sahip parçalara ayrılmış pastalar verilmiştir. Öğrencilerden her bir pastaya ait parçalar koleksiyonundaki her bir parçanın eş parça olup olmadığı fikrini ileri sürmeleri istenmiştir. Bu etkinlikteki şekiller için öğretim öncesi yapılan ön görüşmelerde sorulan sorudaki şekillerden faydalanılmıştır (Şekil 31).



Şekil 31. Üst yüzeyi farklı alan niteliğine sahip şekillerden oluşan parçalara ayrılmış pastaları temsil eden görseller

Öğrenciler beklenildiği şekilde birinci ve dördüncü şekillerin eş parçalara ayrıldığı fakat ikinci ve üçüncü şeklin eş parçalara ayrılmadığı fikrini ileri sürmüşlerdir. Üçüncü şekilde parçaların neden eş olmadığı sorulduğunda, öğrenciler uzunluğu daha fazla olan dikdörtgen parçasının, uzunluğu az ama genişliği fazla olan dikdörtgen parçasından daha büyük olduğu yanıtını vermişlerdir. Öğrencilerin büyüklük kavramını uzunluğa aşırı özelledikleri söylenebilir. Bununla birlikte, öğrencilerin alan, hacim gibi ölçme kavramlarındaki eksikliklerin aynı bütünü farklı stratejiler ile eş parçalara ayırabilmede zorluk yaşamalarına sebep olduğu söylenebilir.

Öğrencilerdeki “fiziki görünümleri farklı ise eşit parçalar değildir” anlayışını ortadan kaldırmak için öğrencilerden bir dikdörtgen modeli çizmeleri istenmiş, ilk önce bu dikdörtgen modelini dikey olarak iki eş parçaya ayırmaları istenmiştir. Daha sonra dikdörtgenin bu iki eş parçasından birini dikey olarak, diğerini ise yatay olarak iki eş parçaya ayırmaları istenmiştir (Şekil 32). Daha sonra

A: Şimdi, ilk başta iki eş parçaya ayırmıştım öyle değil mi?

E: Evet.

A: Sonra eş parçalardan birini enine iki eş parçaya ayırdım, eş parçalardan diğerini dikine iki eş parçaya ayırdım. O zaman ne olmuş oldu bu parçalar?

E: Aynı.

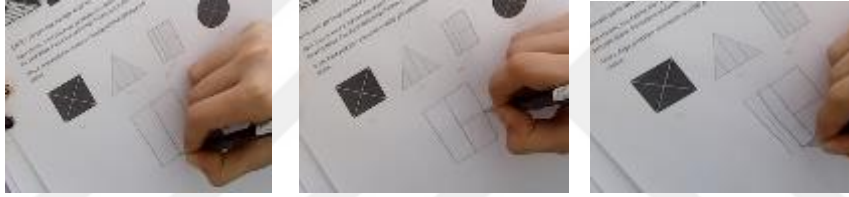
A: O zaman ne diyebiliriz? Şekiller farklı olsa da...

E: Eşitlikler aynı.

A: Neyleri aynı?

E: Boyutları aynı.

diyalogunda da görüldüğü üzere öğrenci terimleri tam olarak doğru kullanamasa da aynı bütüne ait parçaların görünümleri farklı olsa da miktarlarının aynı olabileceğini fark etmiştir.



Şekil 32. Öğrencilerin dikdörtgen modelini dikey ve yatay olacak şekilde dörtte birlerine ayırma eylemi

Öğretim deneyleri sonrasında, öğrenciler, aynı ölçülebilen niteliğe, fakat bu niteliğin farklı miktarlarına sahip iki nesneyi iki kişiye paylaştırırken bir nesneyi birine diğer nesneyi ise diğerine vermenin eşit paylaşım olmadığını farkındadırlar. Bu durum öğrencilerin, paylaşılan parçaların niteliğinin miktarının eşit olması gerektiğini kavradıklarını göstermektedir. Günlük hayatlarında bir bütünü veya çokluğu paylaşırma eyleminde iki ya da dört eş parçaya ayırma bilgisine sahip olabilseler de bütünün daire modeli ile temsil edilmesinde 3, 5, 7 eş parçaya ayırmada güçlük yaşayabilmektedirler. Öğrenciler verilen nesneleri istenilen sayıda kişiye/nesneye paylaştırırken,

- paylaştırılan nesne sayısı paylaştırılacak nesne/kişi sayısından az ise her bir nesneyi aralarında paylaştırılacak nesne/kişi sayısı kadar eş parçaya ayırıp parçaları paylaşırma;
- paylaştırılan nesne sayısı aralarında paylaştırılacak nesne/kişi sayısından çok ise nesneleri kişilere/nesnelere eşit bir şekilde birer birer paylaştırdıktan sonra geri kalan nesneleri kişi/nesne sayısı kadar eş parçalara ayırıp paylaşırma soyutlamasını yapmaktadırlar.

Bütünü temsil eden bir modeli istenilen sayıda eş parçalara bölebilse/parçalayabilse/ayırabilse de, aslında eş ama fiziksel görünüş olarak eş görünmeyen parçaların nitelik miktarlarının eşit olduğunu fark etmede güçlük yaşama ihtimalleri olabileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte ileride karşılaşılabilecekleri benzer durumlarda şekilleri farklı olan parçaların eş parça olamayacağı anlayışından sıyrılıp eş parça olup olmadıkları ile ilgili üzerinde düşünecekleri varsayılmaktadır.



4.1.3. Öğrenme Hedefi 3: Kesir Dili

Tablo 8.

Üçüncü Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci

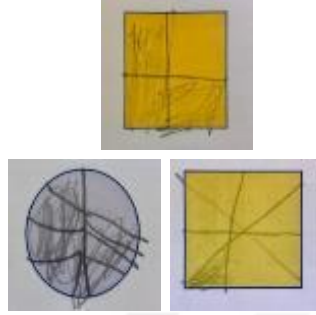
Öğretim Oturumları Öncesi Yaşanılan Güçlükler	Öğrenme Hedefi	Öğretim Oturumları Sırasında Yaşanılan Güçlükler	Öğretim Oturumları Arasında Alınan Kararlar	Öğretim Oturumları Sırasında ve Sonrasında Yapılandığı Gözlenen Kavram/Fikir/Yapılar	Öğretim Oturumları Sonrasında Yaşanılan Güçlükler
1. Bütün, yarım, çeyrek kavramlarını günlük hayat ile sınırlı ilişkilendirme 2. Bir bütünün ölçülebilir niteliğinin çeyreğinin yarımından az fakat birden fazla büyüklükte olduğu yanılışına sahip olma 3. Bir bütünün çeyreğini kesir dili ile ifade edememe 4. Kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 5. Sözel olarak ifade edilen kesri alan ve küme modeli ile gösterememe 4. Kesir notasyonunu (sembolik gösterim) hatalı kullanma	Verilen birim kesirleri, sözel olarak ifade etmek ve model ile göstermek.	1. Çeyrek kavramını günlük hayat ile sınırlı ilişkilendirme 2. Bir bütünün ölçülebilir niteliğinin yarımından az her miktarının çeyrek olduğunu düşünme 3. Kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 4. Kesir notasyonunu (sembolik gösterim) hatalı kullanma 5. Bir bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde koleksiyondaki tüm parçalar eş değil ise gösterilen parçanın miktarını kesir dili ile ifade edememe 6. Daire modelini eş parçaya ayırabilse de eş parçalardan birini tekrar istenilen kadar eş parçaya ayıramama 7. Sözel olarak ifade edilen bir kesri küme modelini kullanarak temsil edememe	1. Bir bütün farklı miktarlara sahip olan parçalara bölünüp bu parçalardan biri birim olarak alındığında, birimin miktarını kesir dilinde ifade etmelerini sağlamak 2. Sözel olarak ifade edilen bir kesri küme modelini kullanarak temsil edebilmelerini sağlamak 3. Bu öğrenme hedefi seviyesinde “bir bütünü parçalarken bütünün parçalarının (bütünü oluşturan) sayısının kesri belirlediğini -ör. dörtte bir, beşte bir...-, fark etmelerini sağlamak	1. Bir bütünün kendisini bütün (tam), bütünü oluşturan parçaları ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade edebilme 2. Bir bütünün çeyreğinin miktarının tek büyüklükte olduğunu ve o bütünün dörtte birlik parçasının miktarına eş olduğunu anlama 3. Yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb sözel olarak ifade edilen bir kesri alan, uzunluk niteliklerine sahip modellerle ve küme modelleri ile temsil edebilme 4. Bir bütün farklı miktarlara sahip olan parçalara bölünüp bu parçalardan biri birim olarak alındığında, birimin miktarını kesir dilinde ifade edebilme	1. Dikkatinin dağıldığı durumlarda çeyreğin bir bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu model oluşturmadan sözel olarak söyleyememe 2. Dikkatinin dağıldığı durumlarda kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 3. Kesir dilini sözel olarak kullanabilmelerine rağmen kesrin sembolik gösterimini, diğer bir ifade ile kesir notasyonunu kullanamama (ikide bir kesirini $\frac{2}{1}$ olarak yazma vb.)

4.1.3.1. Öğretim Oturumları Öncesi

Eşit paylaşmak amacıyla üretilen eş parçalar birim kesirleri oluşturmaktadır. Bir bütünün kendisi bütün (tam), bütünü oluşturan parçalar ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade edilir. Sözel olarak ifade edilen bir kesrin alan, uzunluk niteliklerine sahip nesne ve nesne modelleri ve küme modelleri ile temsil edilmesi beklenir.

Öğretim deneyi öncesi öğrenciler ile yapılan ön görüşmelerde kesir kavramının onlarda çağrıştırdığı ilk şey sorulduğunda öğrencilerden (E) “*Şöyle iki ve altı geliyor aklıma (2/6 kesrini sembolik olarak yazar)*” ve (Ö) “*Şöyle bunlar aklıma geliyor ($\frac{13}{7}$ kesrini sembolik olarak yazar)*” söylemleri ile kesrin sembolik gösterimini, (M) “*Eşit şekilde bölmek... Parçalara ayırmak, bölme işlemi.*” söylemi ile hem parçalara ayırma işlemi hem de eşit paylaşım kavramını, (Z) ise “*Mesela üç bölü beşini yemiş. Beşe böleceğim parçayı bölerim, üç taneymiş ya üçünü boyarım.*” söylemi ile parça-bütün ilişkisini kesir ile ilişkilendirmişlerdir. Öğrencilere bütün, yarım, çeyrek kavramları ile günlük hayatlarında nerelerde karşılaştıkları sorulduğunda, öğrencilerin kesir ile günlük hayat ilişkisine kısıtlı örnekler verdiği belirlenmiştir. Bu örneklerden biri olarak (E) “*10’u çeyrek geçer derler.*” söylemi ile kesirlerin saatlerde kullanımını göstermiş, (Ö) ise “*Mesela bir pastanın yarımı...*” söylemi ile bütünü temsil eden bir pastanın yarısını işaret etmiştir. Günlük hayatlarında yarım, bütün kavramları ile ilgili sezgisel bilgiye sahip olsalar da, öğrencilerden bazılarının, bir bütünün ölçülebilen niteliğinin çeyreğinin yarımından az fakat birden fazla büyüklükte olduğu yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bu kavram yanılgısı, (E)’nin “*Bir yarımın küçük bir şeyi çeyrek oluyor.*” söyleminde, (M)’nin “*Yarımın daha şeyi... Böyle kısası...*” söyleminde, (Ö)’nün “*Çeyrek böyle az olan yani çok fazla bölünmüş.*” söyleminde ve (Z)’nin “*(Daire şeklinde bir model çizer, sekiz eş parçaya ayırır.) İkiye boyarsan, üçe boyarsan çeyrek olur.*” söyleminde açıkça görülmektedir. Yarımı sezgisel olarak bir bütünün “ikide biri” olarak sözlü ifade edebilen öğrencilerden geneli, bir bütünün çeyreğini kesir dili ile sözel olarak ifade edememişlerdir. Öğrencilere kesirleri temsil eden modeller gösterildiğinde; genel olarak öğrenciler modelin temsil ettiği kesri sözel olarak dörtte bir, beşte bir, sekizde bir vs. şekilde birim kesir olarak ifade edebilseler de pay ve payda kavramlarını anlamlandırmadıklarından, bazılarının örneğin beşte bir yerine beş bölü bir olarak hatalı kesir dilini kullandıkları görülmüştür. Sözel olarak ifade edilen bir kesri uzunluk ve alan niteliklerine sahip nesnelerle, modellerle veya küme modelleri ile temsil

etmeleri istendiğinde ise öğrencilerden bazılarının model oluştururken eş parçalar oluşturamadığı veya eş parça oluşturanların ise yanlış sayıda eş parçayı gösterdiği gözlemlenmiştir (Şekil 33). Öğrencilerinden hiç biri sözel olarak ifade edilen kesri küme modeli ile gösterememiştir.



Şekil 33. Öğrencilerin dörtte bir (üstteki) ve sekizde bir (alttaki) kesirlerini model ile temsil etme eylemleri

Öğrencilere uzunluk niteliğine sahip bütünü temsil eden bir model ve bütüne ait parçalar koleksiyonundan bir parça verilerek bütünün niteliği ile parçanın niteliğini karşılaştırıp sonucu kesir dili ile ifade etmesi istenmiştir. Öğrenciler sezgisel olarak parçanın bütünün dörtte biri olduğunu ifade edebilseler de öğrencilerden sadece biri görüşme sırasında hazır bulunan aynı niteliğe sahip başka araçları kullanarak bilfiil eylemle gösterilen parçanın niteliğinin, bütünün niteliğinin dörtte biri olduğunu gösterebilmiştir.

4.1.3.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları

4.1.3.2.1. E-3, Ö-3, M-4, Z-4 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Yarım-Çeyrek-Bütün* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin, bir bütünün kendisini bütün (tam) veya birde bir, bütünü oluşturan parçaları ise yarım veya ikide bir, çeyrek veya dörtte bir şeklinde sözel olarak ifade etmesi amaçlanmıştır. Etkinlik için mukavva ve cetvel gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, bütün, yarım ve çeyrek kavramlarının kullanıldığı bir gerçek yaşam senaryosu öğrencilere verilerek öğrencilerin günlük hayatında bütün/tam, yarım ve çeyrek kavramlarını kullandığı durumlarda, neden kullandığını ve kendisi için ne anlam ifade ettiğini anlamak için sorular yöneltilmiştir. Öğrencilerin bütün ve yarım kavramlarına günlük hayatlarından aşina olduklarından sezgisel bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bütün ve yarım kavramlarını (E)

“Zilin çalmasına yarım saat kaldı.” söylemi ve (M) “Zilin çalmasına kaç dakika var diye sorduğumuzda yarım saat falan var diyoruz.” söylemi ile günlük hayatta kullandığı saat ile (E) “Poğaçanın yarısı, pastanın yarısı...” söylemi ile ve (Ö) “Bütün... Bir tane ekmek demek.” söylemi ile kesrin parça-bütün anlamı ile, (Ö) “Çoğunlukla babaannemle pazara gittiğimde babaannem oradan yarım kilo domates, salatalık ver diyor.” söylemi ile kesrin ölçme anlamı ile “Bütün... Bir tane ekmek demek.” söylemi ile kesrin parça-bütün anlamı ile ilişkilendirme yapmıştır. Öğrenciler bütünü birde bir, yarımı ise ikide bir olarak öğretim deneyleri öncesinde olduğu gibi doğru ifade edebilmişlerdir. Günlük hayatında yarım, bütün kavramları ile ilgili sezgisel bilgiye sahip olsalar da, çeyrek kavramını daha önce yapılandırmadıklarından öğrencilerin, bir bütünün ölçülebilen niteliğinin çeyreğinin birden fazla büyüklükte olduğu yanlışlığına sahip oldukları gözlemlenmiştir. Bu durum, öğrencilere bir bütünün çeyreğinin ne ifade ettiği sorulduğunda öğrencilerden (Ö) ’nün “Çeyrek... O da... Yarımdan küçük diyeceğim de... Yani... Yarımdan her türlü küçük olur. Mesela kalemi üçe böldüm üçü de çeyrek olur.” söylemi ile (E) ’nin “(Bir daire çizer, iki eş parçaya ayırır. Yarımdan daha az olan bir parçayı tarar.) Şu yarım sa bu da çeyreğidir.” söyleminde açıkça görülmektedir. Öğrencilerin bir bütün üzerinde çeyrek olarak gösterdikleri parçadan daha az miktara sahip bir parça gösterilip o parçanın çeyrek olup olmadığı sorulduğunda ise öğrenciler “Evet” cevabını vermiştir. Bu öğrenciler bir bütünün çeyreğinin birden fazla büyüklükte olduğu anlayışına sahiptirler. Öğrencilerden biri ise çeyreği yarımın yarısı olarak doğru bir şekilde ifade etse de bir bütünün kaçta kaçının çeyrek olduğu sorulduğunda çeyreği kesir dili ile ifade etmede yaşadığı zorluğu

A: Peki çeyrek ne demek sence?

M: (Daire modeli çizer. Daireyi iki eş parçaya ayırır. İki eş parçanın birini tekrar iki eş parçaya ayırır. Parçayı göstererek) Burası mı?

A: Kaçta kaç yani?

M: Üçte biri.

A: Peki üç eş parça mı yaptın?

M: Hayır.

A: O zaman?

M: İuu... İkide... Çeyreği mi?

A: Çeyrek ne demek, çeyrek bir bütünün kaçta kaçıdır?

M: İuu...

A: Bütünü kaç eş parçaya bölersem ...

M: Üç

A: Yani bütünün üç eş parçasından biri çeyreği mi oluyor?

M: Evet.

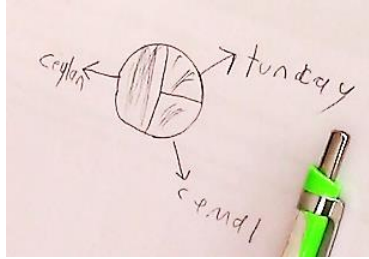
diyalogunda açıkça dile getirmiştir. Görüldüğü üzere öğrenci çeyreğin bir bütünün dört parçasından biri olduğunu model ile gösterebilmesine rağmen o parçayı kesir dili kullanarak “dörtte bir” olarak ifade etmede zorluk yaşamaktadır.

Bir bütünün çeyreğinin birden fazla miktarda olduğu anlayışına sahip olan üç öğrenci için bir bütünün çeyreğinin o bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu yapılandırmadan önce bir bütünün çeyreğinin tek miktarda olduğunu öğrencilere fark ettirmek amaçlanmıştır. Bu amaçla öğrencilere saatte “çeyrek geçe” kavramının ne olduğu sorulmuş, bir bütünün çeyreğinin birden fazla miktarda olduğu anlayışına sahip öğrenciler beklenen şekilde “15 geçe, 20 geçe ve 25 geçe” kavramlarının hepsinin “çeyrek geçe” olduğunu ifade etmişlerdir. Bu durumda öğrencilere doktora gittiklerinde muayene için randevu alıp almadıkları sorulmuştur. Randevu aldıklarını belirten öğrencilere eğer muayene için randevu saatleri “biri çeyrek geçe” ise “biri 15 geçe, 20 geçe veya 25 geçe” olacak şekilde istedikleri saatte gidip gidemeyecekleri sorulmuş, öğrenciler “*Hayır, tek saatte gidilmeli*” yanıtını vermiştir. Bu durumda bir saatlik zaman diliminin çeyreğinin sadece tek bir sayı ile ifade edildiğini fark ettikleri görülmüştür. Bu öğrencilerden biri olan (E)’nin, bir saatin çeyreğinin “15 dakika” olduğunu bilgisine sahip olduğu görülmüştür. Öğrenciye “15 dakika” ya neden çeyrek saat denildiği sorulduğunda ilk başta “Biri böyle söylemiş işte.” yanıtını vermiştir. Ardından öğrenciye bir saatin kaç dakika olduğu sorulmuş öğrenci “60 dakika” yanıtını vermiştir. Çeyrek olan 15 dakikanın bir saat olan 60 dakikanın kaçta kaç olduğu sorulduğunda ise dörtte biri olduğunu fark eden öğrenci bir bütünün çeyreğinin o bütünün dörtte birine eş olduğunu yapılandırmıştır. Bu öğrenciye - yani (E)’ye - altıncı öğretim oturumunda (iki hafta sonra) bir bütünün çeyreğinin ne ifade ettiği sorulmuş, bir daire modelini dört eş parçaya bölüp bir parçasını göstermiştir. Diğer iki öğrenci çeyrek saatin veya bir saatin kaç dakika olduğu ile ilgiyi bilgiye sahip olmadığı için öğrenciler bir bütünün çeyreğinin tek büyüklükte olduğunu fark etseler de çeyrek kavramını farklı şekilde ifade edememişlerdir. Öğrencilere çeyreği içeren farklı örnekler üzerinde, bütünün dört eşit parçaya bölündüğü, bütün parçaların eşit büyüklükte olduğu durumlarda parçalardan her birinin çeyrek ya da dörtte birler olarak ifade edildiği belirtilmiştir. Daha sonra öğrencilerden bütünü temsil eden farklı nesneler (çikolata, pasta, pizza vb.) için çeyreği model oluşturarak kesir dilinde ifade etmesini istenmiştir. Öğrenciler bütünü temsil eden farklı nesnelerin çeyreği olan dörtte birlik parçaları model oluşturarak gösterebilmişlerdir. Bununla birlikte öğrencilere bütünü temsil eden farklı nesnelerin (çikolata, pasta, pizza vb.) beş, yedi, sekiz vb. parçaya bölündüğü ve bütün parçaların eşit olduğu durumlarda bir parçayı temsil eden kesri kesir dilinde ifade etmesi istenmiştir. Genel olarak öğrenciler gösterilen modellerin temsil ettiği kesri sözel olarak dörtte bir, beşte bir, sekizde bir vs. şekilde birim kesir olarak doğru ifade edebilseler de pay ve payda kavramlarını henüz anlamlandırmadıklarından

dolayı öğrencilerin bazılarının dikkatlerinin dağıldığı durumlarda örneğin beşte bir yerine beş bölü bir olarak ifade edebildikleri görülmüştür. Bu öğrenme hedefi seviyesinde öğrencilerin bir bütünü parçalarken bütünün parçalarının (bütünü oluşturan) sayısının kesri belirlediğini -ör. dörtte bir, beşte bir...-, fark etmeleri yeterli görülmüştür. Bununla birlikte sözel olarak ifade ettikleri kesri, öğrencilerden bazılarının onlardan istenmemesine rağmen, kesrin sembolik gösterimini kullanarak yazmaya çalıştıkları fakat bu gösterimde pay yerine paydayı, payda yerine de payı yazarak hata yaptıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler kesir notasyonunu yapılandırmadığından öğrencilerin hatalı sembolik gösterimlerine müdahale edilmemiştir.

Öğrencilerin, sözel olarak ifade edilen bir kesri uzunluk ve alan niteliklerine sahip modellerle temsil edebildikleri gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin, bütün-yarım, yarım-çeyrek ve bütün-çeyrek kavramları arasında ilişki kurmalarını değerlendirmek için, öğrencilere, bir elmanın üç kişi tarafından paylaştırıldığı, birinin elmanın yarısını yediği, diğer ikisinin de elmanın diğer yarısını eşit olarak paylaştıkları bir durumda bu üç kişinin her birinin yediği elma miktarları sorulmuştur. Öğrenciler elmayı temsil eden bir model çizerek ilk önce elmayı iki eş parçaya ayırmış, daha sonra iki eş parçasından birini tekrar iki eş parçaya ayırarak parçaları paylaştırabilmişlerdir (Şekil 34).



Şekil 34. Öğrencilerin elmayı temsil eden bir modeli istenilen şekilde üç kişiye paylaştırma eylemi

Öğrenciler verilen bir bütünü istenilen sayıda kişiye istenilen miktarda paylaştırmak için model oluşturup parçaları paylaştırabilse de iki öğrencinin her bir kişiye paylaştırılan miktarı kesir dilinde ifade etmede zorluk yaşadıkları (Ö) ve (M) ile yapılan

M: Yarısını.

A: Yani kaçta kaçını?

M: Dörtte biri.

A: Yarısı dörtte bir mi yapıyor?

M: İnu Dörtte... Kaçtı?

A: Sen bir tane elma çiz.

M: (Daire şeklini çizer.) Yarısını ayırır.

A: Yarısını kim yemiş?

M: Ceylan yemiş.
A: Kaçta kaçını yemiş?
M: İkide birini.
...
A: Yedikleri elma miktarlarını sözel olarak söyler misin o zaman?
Ö: Ceylan üçte birini yemiş.
A: Üç parça olduğu için mi üçte birini yemiş diyorsun?
Ö: İuu... Yok... Yarısını yemiş.
A: Yani elmanın kaçta kaçını yemiş?
Ö: Bir tamın yarısını yemiş.
A: Bir tamın yarısını yemiş ise kaçta kaçını yemiş oldu bir elmanın?
Ö: Birde... Kafam karıştı ya...
A: Bir tane daha elma çiz.
Ö: (Bir tane daha elma modeli çizer.)
A: Ceylanın yediğini tara.
Ö: (İki eş parçaya bölerek parçalardan birini tarar.) Haaa ikide biri.

diyalogda görölmüştür.

Öğrenciler ile gerçekleştirilen diyaloglardan da göröldüğü üzere öğrencilerin bir bütüne ait parçalar koleksiyonu farklı miktarda yarım ve çeyrek parçalardan oluştuğunda öğrenciler model üzerinde bütünün ikide birlik parçası olan bir parçasını kesir dilinde ifade edememişlerdir. Öğrenciler ya her bir parçayı zihinlerinden dört eş parçaya ayırarak (gösterilen bir parça olduğu için) dörtte bir olarak ifade etmiş, ya da toplam parça sayısı üç olduğu için (üç parçanın farklı miktarlarda olduğunu göz ardı ederek) üçte bir şeklinde hatalı ifade etmişlerdir. Öğrenciler ancak yeni bir model oluşturarak bütünün yarısını paylaştırdığı kişinin aldığı parçanın miktarını “ikide bir” olarak ifade edebilmişlerdir.

Paylaştırılan parçaların miktarlarını kesir dilinde doğru bir şekilde ifade eden öğrencilerden biri olan (E) bütünün yarısını temsil eden parçanın miktarını “dörtte iki” olarak doğru ifade edebilmiştir. Burada, öğrencinin zihninden yarım parçayı iki eş parçaya ayırıp dört eş parça elde ettiğı ve yarımı temsil eden parçanın da iki tane olduğunu düşünerek dörtte iki olarak doğru ifade ettiğı görölmektedir. Bu durumda öğrenci “ikide bir” kesrine denk olan “dörtte iki” kesrini kullanarak bütünün yarım parçasını kesir dili kullanarak ifade edebilmiştir. Böylelikle kesirlerin denkliğı kavramını öğrenmeden önce öğrenci bir bütünün yarısını temsil eden “ikide bir” kesrine denk bir kesrin varlığını fark etmiştir.

Öğrencilerin bir bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde koleksiyondaki tüm parçalar eş ise bir parçanın miktarını kesir dilinde ifade etmede zorluk yaşamadıkları fakat tüm parçalar eş değil ise gösterilen parçanın miktarını kesir dilinde ifade etmede zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Bundan dolayı bir sonraki oturumda bu zorluğu ortadan kaldırmaya yönelik bir etkinliğin yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.3.2.2. E-4, Ö-4, M-5, Z-5 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Pizza Gecesi* etkinliği tasarlanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin, bir bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde koleksiyondaki tüm parçalar eş değil ise gösterilen parçanın nitelik miktarını kesir dili ile ifade edebilmesi amaçlanmıştır. Etkinlik için mukavva ve dairesel kesir takımı gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, “anne, baba, erkek ve kız çocuktan oluşan dört kişilik bir ailenin akşam yemeği için iki tane pizzayı paylaştığı” problem durumundaki verileri kullanarak her bir aile bireyinin yediği pizza miktarını kesir dilinde ifade etmeleri istenmiştir. Etkinliğe başlamadan önce öğrencilere yarım ve çeyrek kavramlarının ne ifade ettiği tekrar sorulmuştur. Öğrencilerin hepsi bir bütünün yarısının bütünün ikide birlik parçasına eş olduğunu ifade edebilseler de öğrencilerden birinin çeyrek kavramını bütün ve yarım ile ilişkilendirmede zorluk yaşamaya devam ettiği görülmüştür. Çeyreğin ne ifade ettiği sorulduğunda (E)’nin “*Yarısından biraz daha az.*” söylemi ve bir bütünün çeyreğini model çizerek göstermesi istendiğinde bir daire çizerek küçük bir parçasını göstermesi öğrencinin hala çeyreğin yarımından küçük birden büyük olduğu anlayışına sahip olduğunu göstermektedir. Bu öğrenciye bir bütünün çeyreğinin o bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunun fark ettirilmesine yönelik gerçekleştirilen diyalog

A: Peki saatlerde hatırlıyor musun, örnek göstermiştik.

E: 15 geçe veya 30 geç oluyordu. Çeyrek diyorduk 15 geçe olunca.

A: 15 geçeye neden çeyrek geçe diyoruz?

E: Biraz daha az olduğu için.

A: 30 dakika geçince ne diyoruz?

E: Buçuk.

A: Neden buçuk diyoruz?

E: Çünkü yarısı.

A: Neyin yarısı?

E: Bir saatin.

A: Bir saat kaç dakika?

E: 60 dakika.

A: 30 dakika 60 dakikanın yarısı olduğu için mi buçuk diyoruz?

E: Evet.

A: Peki, çeyrek neden diyoruz? 15 dakika 60'ın kaçta kaçıdır?

E: Dörtte biri.

A: Dörtte biri olunca mı çeyrek diyormuşuz?

E: Evet.

A: Peki 20 dk geçince çeyrek geçe diyor muyum?

E: Hayır.

A: Peki 25 dk geçince çeyrek geçe diyor muyum?

E: Hayır.

A: Sadece 15 dk geçince mi çeyrek geçe diyorum?

E: Evet.

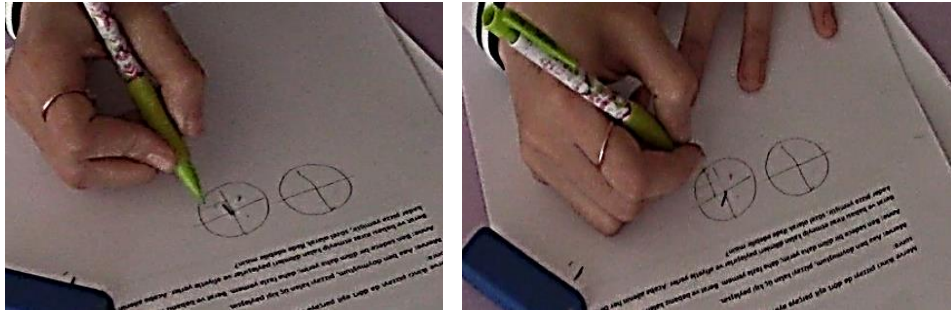
A: O zaman çeyrek tek bir sayı ile mi temsil edilir?

E: Evet.

A: O da kaçta kaçymış?

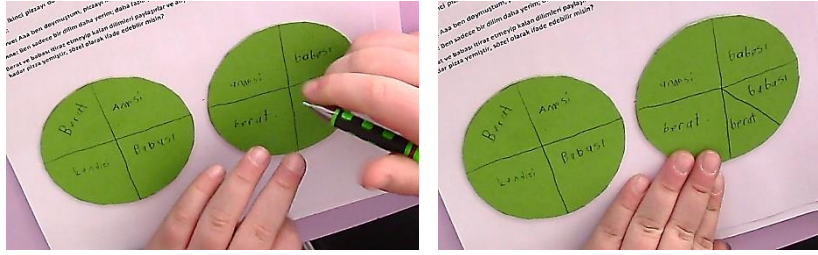
E: Dörtte biri.

şeklinde. Öğrencilere yarım ve çeyrek kavramlarının kesir dili ifade edilme durumları hatırlatıldıktan sonra *Pizza Gecesi* etkinliğine giriş yapılmıştır. Etkinlikte iki pizza dört kişilik bir aile için dörder eş parçaya ayrılmış, aile bireyleri ilk pizzadan birer dörtte birlik parça aldıktan sonra kız çocuğu doyduğu için ikinci pizzadan yiyememiştir. Anne ikinci pizzadan dörtte birlik bir parça daha yer ve geri kalan pizza baba ve oğlu arasında eşit bir şekilde paylaşılır. Her aile bireyinin yediği pizza miktarını kesir dilinde ifade etmek için tüm öğrenciler iki tane pizzayı temsil eden daire modeli oluşturmuşlar, her bir daire modelini dört eş parçaya ayırmışlardır. Dört eş parçaya ayrılan birinci daire modelini dört kişi dörtte birlik parçalar alacak şekilde paylaşmışlar, ikinci daire modelinin bir dörtte birlik parçasını anneye, geri kalan üç dörtte birlik parçadan ikisini baba ve oğluna paylaşmışlardır. Geri kalan dörtte birlik parçayı baba ve oğlun eş bir şekilde paylaşması gerektiğini fark eden öğrencilerden biri, dörtte birlik parçayı tekrar iki eş parçaya ayırmada zorluk yaşamıştır. Bu öğrenci ilk önce dörtte birlik parçayı iki eş parçaya bölmek için daire dilimine yatay ve dikey doğru parçaları ile ayırmaya çalışmıştır (Şekil 35). Öğrenciye “*Diyelim ki bir tane pasta dilimin var. Senle ben paylaşacağız, eşit bir şekilde nasıl paylaştırırsın?*” diye sorulduğunda öğrenci yaptığı ayırmanın eş olmadığını fark ederek dörtte birlik daire dilimini tekrar iki eş parçaya ayırabilmiştir.



Şekil 35. (M)'nin dörtte birlik daire dilimini iki eş parçaya ayırma eylemi

Diğer öğrenciler pizzayı temsil eden iki daire modelini istenilen şekilde parçalara ayırabilmiştir (Şekil 36). Öğrenciler kız çocuğunun yediği parçayı “dörtte bir” olarak kesir dili ile doğru ifade edebilmişlerdir. Henüz eş parçaları sayma eylemini yapılandıramadıklarından annenin yediği birinci pizzadan dörtte biri ve ikinci pizzadan da dörtte biri ayrı ayrı ifade etmişlerdir. İkinci pizzayı oluşturan parçaların hepsi eş olmadığı için babanın ve oğlunun dörtte birlik parçayı iki eş parçaya ayırarak oluşturulan yeni parçanın miktarını kesir dili ile ifade etmede beklenen şekilde zorluk yaşamışlardır.



Şekil 36. (Ö)'nün pizzayı temsil eden iki daire modelini istenilen şekilde parçalara ayırma işlemi

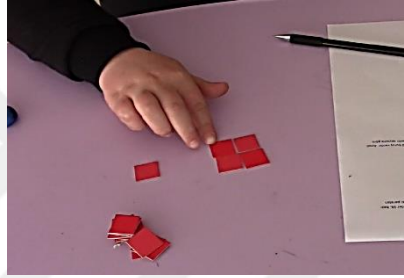
Öğrencilere dörtte birlik parçayı iki eş parçaya ayırarak oluşturulan yeni parçanın miktarı sorulduğunda (E) “Dörtte çeyreği...”, (M) “Hmmm dörtte... Yine dörtte biri mi?”, (Ö) “Dörtte... İkisi. Dört... Yok. Dörtte biri.” cevaplarını vermişlerdir. Öğrenciler ilk başta bütünü dört eş parçaya böldüğü için daha sonra eş parçalardan biri iki eş parçaya bölünse de o dörtte birlik parçadan daha küçük olan parçayı “dörtte bir” ile ifade etmeye meyilli oldukları söylenebilir. Öğrencilere dörtte birlik parçayı iki eş parçaya ayırarak oluşturulan yeni parçadan (Sekizde birlik pizza parçasını kastederek) oluşturmak istense, toplamda kaç eş parça olacağı” sorulduğunda öğrenciler bütünün sekiz eş parçadan oluşacağını dolayısıyla o parçanın bütünün sekizde birlik parçası olduğunu fark edebilmişlerdir. Böylelikle öğrenciler bir bütüne ait eş olmayan parçalar koleksiyonu verildiğinde gösterilen bir parçanın miktarını kesir dili ile ifade edebilmişlerdir.

Öğrenciler öğretim oturumları öncesinde ve öğretim oturumları boyunca sözel olarak ifade edilen bir kesri alan, uzunluk gibi niteliklere sahip modellerle temsil edebilseler de kesirleri temsil etmek için küme modelini hiç kullanma eğilimlerinin olmadığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin, öğretim oturumları öncesinde verilen çokluğun sözel olarak ifade edilen kesir kadarını küme modelinde göstermede zorluk yaşadıkları da göz önüne alınarak, öğrencilere sonraki oturumlarda sözel olarak ifade edilen bir kesri küme modeliyle temsil edebilmesini sağlayacak etkinlik yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.3.2.3. E-8, Ö-7, M-8, Z-8 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Kumbara* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte, öğrencilerin, sözel olarak ifade edilen bir kesri küme modelini kullanarak temsil edebilmesi amaçlanmıştır. Etkinlik için farklı renklerde ve farklı sayıda karton pullardan yararlanılmış ve bütünü temsil eden farklı sayıdaki çoklukların (bozuk paralar, pullar) dörtte birlerini, altıda birlerini vb. gibi sözel olarak temsil edilen kesirleri küme modeliyle göstermesi istenmiştir. Yirmi adet

puldan oluşan bütünün dörtte birini göstermeleri istendiğinde, öğrencilerin hepsi de dört adet pulu yan yana getirip bir pulun dörtte biri temsil ettiğini ifade etmiştir (Şekil 37). Öğrencilerden bütünü temsil eden bir model çizip dörtte birlerini göstermeleri istendiğinde tüm öğrenciler kâğıda bir daire çizerek dört eş parçaya ayırıp bir parçasını taramış ve o parçanın dörtte bir olduğunu ifade etmişlerdir. Kesirler ile ilgili yapılan etkinliklerde öğrenciler genel olarak sürekli bir bütünün istenilen kesir kadarını göstermede alan veya uzunluk modelini kullandıklarından dolayı sürekli olmayan bir bütünün istenilen kesir kadarını göstermede zorluk yaşadıkları söylenebilir. Bu durum, aynı zamanda, öğrencilerin bütünün parçalarının her birinde birden fazla nesne olamayacağı anlayışına sahip olmalarından kaynaklanıyor olabilir.



Şekil 37. (Ö)'nün bütünü temsil eden bir çokluğun dörtte birini gösterme eylemi

Öğrencilere bütün pulların bir bütünü temsil ettiği ve kâğıda çizdiği bütünde dörtte biri nasıl gösterdiyseler bunu da aynı şekilde gösterebilecekleri hatırlatılmıştır. Öğrencilerden (M)'nin bir bütünü temsil eden çokluğun istenilen kesir kadarını gösterme süreci

A: Şimdi eğer ben sana bir bütün verseydim, onu dörtte birlerine nasıl ayırırdın?

M: Dört eşit parçaya ayırarak.

A: (Pulları bir araya getirerek) Bunu da şu şekilde bir bütün olarak düşünürsen... Mesela bunların hepsi bir bütün. Dört eşit parçaya nasıl ayırırsın?

M: Hu, 20'yi dörde böleceğim... 5 kere. (Beşerli 4 grup oluşturur. (Şekil 38))



Şekil 38. (M)'nin bütünü temsil eden bir çokluğun dörtte birini gösterme eylemi

diyalogunda ortaya konulmaya çalışılmıştır. Diyalogdan da görüldüğü üzere (M) doğal sayılar bilgisini kullanarak dörtte birini göstereceği çokluğun her bir parçasında kaç tane pul olacağını hesaplamış ve çokluğu dörtte birlerine ayırabilmiştir. Diğer öğrenciler ise zorluk

yaşamaya devam etmişlerdir. Bütün pulların bir araya getirilerek bütünü oluşturduğu ve bu bütünün dörtte birini göstermek için dört eş parçaya bölünmesi gerektiği hatırlatılmış, pullar öğrencilere örnek olması için rastgele dört parçaya bölünmüştür. Öğrencilere rastgele ayrılan parçalardaki pul sayısının ne olması gerektiği sorulduğunda öğrencilerin hepsi pul sayısının her bir parça için eşit olması gerektiğini fark etmiştir. Ardından bütün öğrenciler birer pul ile dört grup yaparak kalan pulları her bir gruba eşit olarak paylaşmış, böylelikle bütünü temsil eden çokluğun istenilen kesir kadarını gösterebilmişlerdir (Şekil 39).



Şekil 39. Sırasıyla (Ö)'nün ve (E)'nin bütünü temsil eden birçokluğun dörtte birini gösterme eylemleri

Etkinliğin ilerleyen aşamalarında öğrencilere bütünü temsil eden farklı sayıda pulların farklı kesir kadarını göstermeleri istenmiş, öğrencilerin hepsi küme modelini kullanarak gösterebilmişlerdir.

Öğretim oturumları sonrasında, öğrenciler bir bütünün kendisini bütün (tam), bütünü oluşturan parçaları ise ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade edebilmektedirler. Bir bütünün çeyreğinin tek miktarda olduğunu ve o bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu anlasalar da dikkatlerinin dağıldığı durumlarda çeyreğin bir bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu model oluşturmadan sözel olarak söylemede zorluk yaşamaktadırlar.

Öğrenciler bütünü oluşturan parçaları sözel olarak dörtte bir, beşte bir, sekizde bir vs. şekilde birim kesir olarak ifade edebilseler de öğrencilerin bazıları beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak hatalı kesir dilini kullanmaktadırlar. Aynı hatalı kullanımı kesrin sembolik gösteriminde, diğer bir ifade ile kesir notasyonunu kullanırken de (ikide bir kesrini $\frac{2}{1}$ olarak yazma vb.) yapmaktadırlar. Bu durum öğrencilerin pay ve payda kavramlarını henüz anlamlandırmadıklarından kaynaklanabilir.

Sözel olarak verilen bir kesri alan, uzunluk niteliklerini sahip modellerle ve küme modelleri ile temsil edebilmektedirler. Bir bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde koleksiyondaki tüm parçalar eş değil ise gösterilen parçanın miktarını ifade ederken doğru bir şekilde kesir dilini kullanabilmektedirler.

4.1.4. Öğrenme Hedefi 4: Bir Bütünün Eş Parçalarını Sayma

Tablo 9.

Dördüncü Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Oturumları Öncesi Yaşanılan Güçlükler	Öğrenme Hedefi	Öğretim Oturumları Sırasında Yaşanılan Güçlükler	Öğretim Oturumları Arasında Alınan Kararlar	Öğretim Oturumları Sırasında ve Sonrasında Yapılandığı Gözlenen Kavram/Fikir/Yapılar	Öğretim Oturumları Sonrasında Yaşanılan Güçlükler
1.Eş fakat farklı bütünleri ait parçaları yineleyerek sayarken bütünlerdeki toplam eş parça sayısını payda olarak alma 2.Uzunluk niteliğine sahip bir bütün ve o bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde koleksiyonu bütün ile karşılaştırmama 3. Kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 4. Kesir notasyonunu (sembolik gösterim) hatalı kullanma	Bir bütünün eş parçalarını (birimi) saymak ve bütün ile eş parçaların niteliklerinin miktarları arasındaki ilişkiyi fark etmek.	1. Verilen uzunluk niteliğine sahip somut bir nesnenin istenilen kesir kadarını gösterememe 2. Eş fakat farklı bütünleri ait parçaları yineleyerek sayarken bütünlerdeki toplam eş parça sayısını payda olarak alma 3. Kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 4. Kesir notasyonunu (sembolik gösterim) hatalı kullanma 5. Yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) olarak ifade etme 6. Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu sözel olarak verildiğinde parçalar koleksiyonunun bütün ile ilişkisini açıklayamama 7. Niteliğinin miktarı bir bütünden fazla olan, o bütüne ait eş parçalar koleksiyonunu bileşik kesir ile sözel olarak ifade edememe	1. Eş ama farklı bütünleri ait parçalar koleksiyonlarını yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırmalarını sağlamak 2. Birden büyük sayıları temsil eden kesirleri birim kesri yineleyerek elde etmelerini ve kesir dili ile ifade etmelerini sağlamak	1. Bütünü temsil eden uzunluk niteliğine sahip bir nesne verildiğinde o bütüne ait parçayı yineleyerek parça ile bütünü karşılaştırabilme 2. Verilen uzunluk niteliğine sahip somut bir nesnenin istenilen kesir kadarını gösterebilme 3. Bir bütünün eş parçalarından oluşan basit kesir ile temsil edilen parçalar koleksiyonunun model oluşturularak gösterilmesi istendiğinde (ör: dörtte üç), model üzerinde birim kesri temsil eden parçayı (dörtte bir) tekrarlayarak gösterebilme 4. Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu model olarak verildiğinde parçalar koleksiyonunun bütün ile ilişkisini açıklayabilme 5. Niteliğinin miktarı bir bütünden fazla olan, o bütüne ait eş parçalar koleksiyonunu model olarak verildiğinde bileşik kesir ile sözel olarak ifade edebilme 6. Eş fakat farklı bütünleri ait parçaları yineleyerek sayarken bütünlerdeki toplam eş parça sayısının paydayı oluşturmadığını fark etme 7. Verilen bir nesne çokluğunun istenilen basit kesir kadarını belirleyip, miktarını sözel olarak ifade edebilme	1. Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu sözel olarak verildiğinde parçalar koleksiyonunun bütün ile ilişkisini açıklamada zorluk yaşama 2. Bir bütüne ait parçalar koleksiyonunu temsil eden bir model verilip koleksiyonun miktarı sorulduğunda, dikkatinin dağıldığı durumlarda, yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3.. olarak (parça, dilim sayısı vb.) olarak ifade etme 2. Dikkatinin dağıldığı durumlarda kesir dilini hatalı kullanma (ör: beşte bir veya sekizde bir yerine beş bölü bir veya sekiz bölü bir olarak ifade etme) 3. Kesir dilini sözel olarak kullanabilmelerine rağmen kesrin sembolik gösterimini, diğer bir ifade ile kesir notasyonunu kullanamama (ikide bir kesirini $\frac{2}{1}$ olarak yazma vb.)

4.1.4.1. Öğretim Oturumları Öncesi

Bütünü oluşturan parçalardan birini ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir gibi birim kesir şeklinde sözel olarak ifade edilmesinden sonra bütünün diğer eş parçalarını yineleme eylemi ile sayarken elde edilen parçalar koleksiyonu bütün ile karşılaştırılır. Örneğin, dörtte üç gibi bir kesir dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görülür. Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkinin kurulması istendiği durumlar, koleksiyon birden az ise basit kesir, bir ise bütün veya birden daha fazla bütün oluşturacak şekilde ise bileşik kesir kavramları ile ilgili ön bilgi oluşturur. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde model ile temsil edilen bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu gösterilip ekleme yaparak parçalar koleksiyonunu bütün ile karşılaştırması istendiğinde, genel olarak öğrenciler parçalar koleksiyonun miktarını ekleme yaparak kesir dili ile ifade edebilmişlerdir. Bununla birlikte; bütünün ne olduğu belirtilmeden bütüne ait parçalar koleksiyonundan dörtte birlik parçalardan üç tanesi ve daha sonra on tanesi gösterilerek öğrencilerin ekleme yaparak parçalar koleksiyonunu bütün ile karşılaştırması beklendiğinde öğrenciler parçalar koleksiyonunun miktarını ifade edememişlerdir. Uzunluk niteliğine sahip bir bütün model verilip üçte ikilik parçasının gösterilmesini istendiğinde öğrenciler kolaylıkla bütünün istenilen miktardaki parçasını verilen model üzerinde gösterebilmişlerdir (Şekil 40).



Şekil 40. Öğrencilerin uzunluk niteliğine sahip bir modelin üçte ikilik parçasını gösterme eylemi

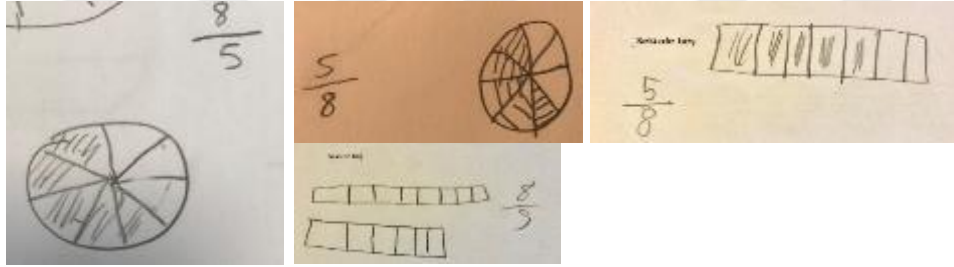
Öğrencilere kısa olan, uzun olanın (bütün olarak ele alınan) dörtte üçü uzunluğunda olacak şekilde iki farklı şerit gösterilerek bütün olarak ele alınan uzun şeridin uzunluğu ile kısa şeridin uzunluğunun karşılaştırıp sonucu ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin, miktarları birbirinin tam sayı katı olmayan bu iki şeridin uzunluğunu birbirine göre karşılaştırmada ve sonucu birbiri cinsinden sayı ile ifade etmede zorluk yaşadıkları görülmüştür. (E)'nin yaşadığı bu zorluk “(Her iki şeridi de rastgele eş olmayan parçalara ayırarak) Bu bundan iki tane fazla herhalde. (Üstteki şeridi 8 parça, alttaki şeridi 5 parçaya ayırdığı için) Sekizde beş (Sekizi paya, beşi paydaya yazar). (Şekil 41)” söyleminde açıkça görülmektedir. Diğer öğrencilerin bu soru üzerinde bir fikir ileri süremedikleri gözlemlenmiştir.



Şekil 41. Öğrencinin kısa şerit ile uzun şeridi karşılaştırma eylemi

Öğrencilere, bir çikolata şeridinin beşte dördü gösterilerek bütün çikolatanın ne kadar uzunlukta olduğunu model ile temsil etmesi istenmiştir. Öğrencilerden hiçbiri model oluşturamamıştır. Yani, bir bütüne ait bir nesne tarafından temsil edilen parçalar koleksiyonu verildiğinde, bütünü temsil eden bir model oluşturmada zorluk yaşamışlardır.

Öğrencilerden sekizde beş kesrini temsil eden bir model oluşturmaları istendiğinde ise, bir öğrenci dışında tüm öğrenciler bu kesri temsil eden bir model oluşturabilmişlerdir (Şekil 42). Sözel olarak verilen kesri model ile temsil edemeyen öğrenci ise “sekizde beş” kesri için birini sekiz diğerini beş parçaya bölerek modeli iki tane dikdörtgen vasıtasıyla göstermiştir. Bununla birlikte, onlardan istenmemesine rağmen, bazılarının “sekizde beş” kesrin sembolik gösterimini yazdıkları fakat bu gösterimde pay yerine paydayı, payda yerine de payı yazarak hata ettikleri gözlemlenmiştir.



Şekil 42. Öğrencinin sekizde beş kesrini model ile temsil etme eylemi

4.1.4.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları

4.1.4.2.1. E-5, Ö-5, M-6, Z-6 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Kurdeleden Çerçeve Yapma* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte, öğrencilerin, yineleme eylemini kullanarak verilen sayıda parçayı bütünüyle karşılaştırması -örneğin; dörtte üç kesrinin dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görmesi- ve yineleme eylemini uzunluk niteliğine sahip modelleri kullanarak gerçekleştirmesi amaçlanmıştır. Etkinlik için kurdele, karton çerçeve, makas gibi nesnelerden yararlanılmış

ve etkinlikte öğrencilere dört adet aynı uzunlukta kurdele temin edilerek, bu kurdeleyi verilen talimatlar ile belirli uzunlukta kesilip çerçevenin kenarlarının süslenmesi istenmiştir. Verilen talimatlardan birincisi, çerçevenin iki uzun kenarının süslenmesi için, iki kurdelenin sekizde beşinin kesilmesidir. Öğrenciler kurdelenin sekizde beşini ayırmak için ilk önce kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırmaları gerektiğinin farkındadır. Kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırmak için öğrencilerden (E) bir kalem olarak tahmini aralıklarla sekiz eş parça yapmaya çalışmış, sonra bunun işe yaramayacağını düşünerek vazgeçmiştir. Daha sonra bir uç kutusu olarak kurdele boyunca uç kutusunu yenilemeye çalışmış ancak “*Sekiz olmayacak...*” diyerek yinelemekten vazgeçmiştir (Şekil 43(a)). Öğrencilerden (M) kurdelenin tahmini bir parçasını eliyle işaretleyip, kurdele boyunca yineleyerek sekiz eş parça oluştursa da “*Şurası uzun geldi.*” ifadesiyle kurdelede artan parça kaldığını fark etmiştir (Şekil 43(b)). Öğrencilerden (Ö) ise iki işaret parmağını belli bir uzaklıkta tutarak iki parmak arasındaki uzunluk kadar kurdeleyi yinelemeye çalışmış (Şekil 43(c)), “*Ya olmuyor işte kafam karıştı. Ne ile yapacağım ki?*” söylemi ile bunun işe yaramayacağını düşünerek vazgeçmiştir.



Şekil 43. Öğrencilerin kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırma eylemleri

Öğrencilerin genel olarak, verilen kesirleri temsil etmek için model oluşturup tahmini eş parçalar oluşturması, verilen uzunluk niteliğine sahip bir nesneyi de tahmini eş parçalara ayırabileceklerini düşünmelerine neden olmuş olabilir.

Bir kâğıdı nasıl iki eş parçaya ayırabilecekleri sorulduğunda öğrencilerin hepsi kâğıdın iki ucunu birleştirip ikiye katlayarak iki eşit parça yapabileceğini ifade etmiştir. Kurdelede de aynı yöntemi kullanıp kullanamayacakları sorulduğunda öğrenciler kurdelenin iki ucunu birleştirerek iki eş parça elde edebileceklerini fark etmişlerdir. Daha sonra kurdelenin dörtte birinin nasıl inşa edileceği sorulduğunda, öğrencilerin hepsi kurdeleyi tekrar iki ucunu birleştirip ikiye katlayarak dört eş parçaya bölünebileceğini ifade etmiştir. Sekizde birinin

nasıl inşa edileceği sorulduğunda ise aynı işlemleri tekrar edip kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırabilmişlerdir (Şekil 44).



Şekil 44. (M)'nin kurdeleyi sekiz eş parçaya ayırıp yineleme eylemini kullanarak kurdeleye ait parçalar koleksiyonunu bütünü ile karşılaştırma eylemi

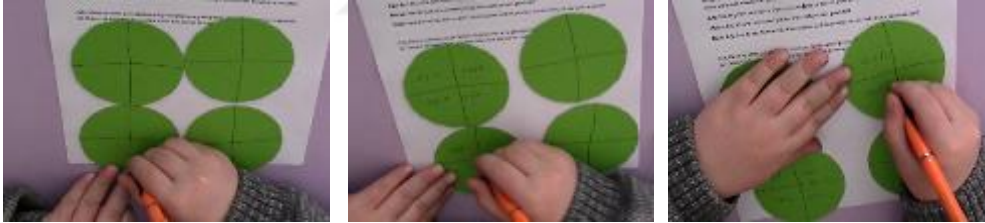
Öğrenciler sekiz eş parçaya ayırdığı kurdelenin sekizde beşlik parçasını sekizde birlik parçayı beş kez tekrarlayarak gösterebilmişlerdir. Etkinlikte çerçevenin kısa kenarı için kurdelenin dörtte ikilik parçasını ayırmaları istenmiş, öğrenciler kurdeleyi dört eşit parçaya ayırarak dörtte birlik parçasını iki kere yineledikten sonra dörtte ikilik parçayı gösterebilmişlerdir. Dolayısıyla, öğrenciler, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu göstermesi istendiğinde birim kesri temsil eden parçayı yineleyerek gösterebilmişlerdir.

Öğrencilere bütünü ve bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonunu temsil eden model verildiğinde, parçalar koleksiyonunun miktarını kesir dilinde ifade edebilmişlerdir. Öğrencilere bir sonraki oturumda eş ama farklı bütünlere elde edilen parçalar koleksiyonlarını yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırabilmelerini amaçlayan etkinlik yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.4.2.2. E-6, Ö-5, M-6, Z-6 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Beş Çayı* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte, bir bütünün eş parçalarından oluşan koleksiyonun birden az, bir veya birden daha fazla bütün oluşturacak şekilde durumlar verildiğinde, öğrencilerin, bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklayabilmeleri amaçlanmıştır. Bununla birlikte eş ama farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonlarını yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırabilmeleri de amaçlanmıştır. Etkinlik için tartı temsil eden karton modeller, dairesel kesir takımı gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Öğrencilere, dört tane tartı temsil eden kartondan daire modelleri temin edilerek beş çayında iki arkadaşını davet eden bir kişinin tartıların her birini dört eş parçaya ayırarak kendisi ve iki arkadaşı arasında farklı miktarlarda paylaştırdığı tartıdan her birinin ne kadar yediği sorulmuştur. Öğrenciler ilk başta tartıları temsil eden daire

modellerin her birini dört eş parçaya ayırmış, her bir kişinin yediği parçaları işaretlemişlerdir (Şekil 45). Problem durumundaki üç farklı durum için istenilen parçayı göstermeleri ve ifade etmeleri istenmiştir. Bir kişinin her biri dört eş parçaya ayrılmış tartlardan beş parça yediği ve bir tarttan fazla mı az mı yediği sorulan birinci durumda, öğrenciler beş tane dörtte birlik parçayı işaretlemiş ve bütün öğrenciler birinci durumda bir bütün tarttan fazla yenildiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla öğrenciler, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonuna ait model verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklayabilmiştir. İkinci durumda ise, daha önce beş tane dörtte birlik parçası yenmiş tartlardan toplam iki bütün tart yenmesi için ne kadar daha tart yenmesi gerektiği sorulmuş, öğrencilerin hepsi iki bütün tart yenmesi için gerekli tart miktarını kesir dilinde ifade etmek yerine yenmesi gereken dilim sayısını ifade etmişlerdir. Bu durumda, öğrencilerin, yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) olarak ifade etmeye meyilli oldukları söylenebilir. Daha sonra, öğrencilere yineleme eylemini kullanarak saydığı parçanın sayısı yerine parçanın miktarını temsil eden kesri söylemesi gerektiği hatırlatılmıştır. Öğrenciler iki bütün elde edilmesi için gerekli parçanın miktarını bütün ile karşılaştırıp ifade edebilmişlerdir.



Şekil 45. (Ö)'nün tartları dört eş parçaya ayırıp her bir bireyin yediği tart parçalarını işaretleme eylemleri

Üçüncü durumda, öğrencilere, birden fazla bütün oluşturacak şekilde on adet dörtte birlik parçanın ne kadar tart ettiği sorulmuştur. Öğrencilerden (M)'nin “İki tane, bir de dörtte iki.” söylemi ve (Ö)'nün “İki bütün bir de dörtte ikisini.” söylemi ve (E)'nin “İki tam dörtte bir... Yok, dörtte iki.” söylemi ile öğrencilerin bir bütünden fazla, o bütüne ait eş parçalar koleksiyonunu bileşik kesirden ziyade tam sayılı kesir ile ifade ettikleri görülmüştür. Öğrencilere beş tane dörtte birlik parçanın bir bütünden fazla mı yoksa az mı olduğu sorulduğunda öğrenciler ile

A: (Ayla'nın yediği beş dilimi göstererek) Bu kaçta kaç?

Ö: Beşi.

A: Dörtte...

Ö: Beşi.

A: O zaman Ayla toplamda dörtte beş parça tart yemiş öyle değil mi?

Ö: Evet.

A: Peki, dörtte beş bir bütünden az mı fazla mı?

Ö: Fazla.

A: Neden?

Ö: Çünkü, bir bütün diyoruz ya işte o dört ise beş fazla..

A: Bir bütün dörtte dört ise... Dörtte beş...

Ö: Fazla.

diyalogu yaşanmıştır. Diyalogdan da görüldüğü üzere (Ö) dörtte dördün bir bütünü temsil ettiğini dörtte beşin ise dörtte dörtten bir fazla eş parçayı temsil ettiği için daha fazla miktarı temsil ettiğini ifade edebilmiştir. Öğrenciler eş parçaları sayarken dörtte birlik parçayı yinelemeleri istendiğinde öğrencilerin hepsi bir bütünden az, bir bütüne eşit veya bir bütünden fazla olacak şekilde eş parçayı yenileyebildikleri ve istenen parçalar koleksiyonunu kesir dilinde ifade edebildikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin daha sonra karşılaşacakları birden fazla bütün oluşturacak şekilde verilen parçalar koleksiyonunu ifade etmeleri istendiğinde ise bileşik kesir yerine tam sayılı kesri kullanmaya meyilli olabilecekleri görülmüştür. Nitekim bu etkinlikten sonra öğrencilere farklı bütünler ve bu bütünlerle ait parçalar koleksiyonun modelleri gösterildiğinde öğrencilerin hepsi koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklayabilmiş ve koleksiyon birden fazla bütün oluşturacak şekildeyse bu ilişkiyi tam sayılı kesir ile ifade etmişlerdir. Fakat önceki etkinlikte olduğu gibi öğrencilerden bazıları, ilk başta, kesir dili ile ifade edilmesi istenen miktarını kesir dili ile ifade etmek yerine, yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) olarak ifade etmişlerdir. Bu durumda, tekrar, öğrencilere parça/dilim sayısı yerine parçanın/dilimin miktarını temsil eden kesri ifade etmesi gerektiği hatırlatılmıştır. Öğrencilerin hepsi sözel olarak verilen basit kesri temsil eden modeller oluşturabilmiştir.

Daha önce yapılan *Pizza Gecesi* etkinliğinde her bir aile bireyinin yediği pizza miktarını kesir dili ile ifade etmeleri istenmişti. Öğrenciler problem durumunda annenin yediği pizza miktarını “bir pizzanın dörtte biri ve diğer pizzanın dörtte biri” olarak ayrı ayrı kesir dili ile ifade etmişlerdi. Eş parçaları sayma öğrenme hedefinde ekle eylemini kullanarak verilen sayıda eş parçanın miktarını ifade edebilen öğrencilere, *Pizza Gecesi* etkinliğinde annenin yediği toplam pizza miktarını yineleme eylemini kullanarak ifade etmesi istenmiş, öğrencilerden (Ö) “sekizde iki” cevabını vermiştir. Neden sekizde iki olduğu sorulduğunda ise “(Birinci pizzayı kastederek) Çünkü burada da dörtte biri... (İkinci pizzayı kastederek) Burada da... Sekizde iki” cevabını vermiştir. (Ö)’nün dörtte birlik parçalardan iki tanesi için “sekizde iki” söylemi, bir bütünü oluşturan eş parçaların sayısından ziyade koleksiyondaki her bir parçanın ait olduğu farklı bütünlerdeki toplam eş parça sayısını payda olarak aldığını

göstermektedir. Bu durumun ileride (Ö)'de kesirlerde toplama işleminde paydaları toplama kavram yanılgısı oluşmasına yol açabileceği düşünülmüştür. Öğrenciye daha önce gösterilen dokuz eş parçaya ayrılmış bir pasta modeli tekrar gösterilerek dokuzda birlik parçadan üç tane yiyen birisinin ne kadar pasta yediği sorulmuş öğrenci “*dokuzda üç*” cevabını vermiştir. Daha sonra öğrenciye iki eş bütünün birinden dörtte bir, diğerinden de dörtte bir yediyse kaç tane dörtte bir yemiş olur diye sorulduğunda “*iki*” cevabını veren öğrenciye, bu durumda iki tane dörtte birlik parça yiyen birisi ne kadar yemiş olur diye sorulmuş ve öğrenci “*dörtte iki*” doğru cevabını verebilmiştir. Sonuç olarak, parçalara ayırma ve yineleme eylemlerinin, öğrencilerin kesirlerin anlamını, özellikle pay ve paydayı anlama yollarını da etkilediği söylenebilir.

Sonraki oturumlarda öğrencilerin yineleme eylemini kullanarak verilen sayıda parçayı bütünüyle karşılaştırmasını, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklamasını veya yineleme eylemini uzunluk, alan, hacim gibi niteliklere sahip modelleri kullanarak gerçekleştirmesini gerektiren durumlarda öğrencilerin hepsinin ilgili eylemleri doğru bir şekilde gerçekleştirdikleri görülmüştür. Örneğin, (E) 7. Öğretim Oturumunda daire takımında gösterilen parçalar koleksiyonunu yineleme eylemini kullanarak saymış ve koleksiyonun bütün ile ilişkisini

A: *Aynen öyle. (Sekizde birlik daire dilimlerinden 3 tanesini göstererek) Buna kaç demiştin sen?*

E: *Sekizde üç.*

A: *Sekizde bir, sekizde iki, sekizde üç. Değil mi?*

E: *Evet.*

A: *Güzel, (bir tane daha sekizde birlik dilimi koyar) şöyle yaparsam?*

E: *Sekizde dört.*

A: *(bir tane daha sekizde birlik dilimi koyar) şöyle yaparsam?*

E: *Birer birer arttığı için zaten sekize kadar gidecek. (Sayar). Sekizde beş.*

şekilde açıklamıştır. (Ö)'ye ise 8. Öğretim Oturumunda dünyanın dörtte üçünün sularla kaplı olduğu bilgisi verilerek bunu model oluşturarak göstermesi istenmiş, (Ö) bir daire modeli çizerek dört eş parçaya ayırmış ve üç parçasını tarayarak “*dörtte üç*” kesrini temsil eden model oluşturabilmiştir.

Kesir Dili öğrenme hedefinde *Kumbara* etkinliği uygulanmış, etkinlikle, öğrencilerin, sözel olarak ifade edilen bir birim kesri küme modelini kullanarak temsil edebilmesi amaçlanmıştır. Öğrenciler, bütünü temsil eden farklı sayıdaki çoklukların (bozuk paralar) dörtte birlerini, altıda birlerini vb. gibi sözel olarak temsil edilen kesirleri pullar ile küme modeli oluşturarak göstermişlerdi. Bununla birlikte, öğrencilerin etkinlikte çokluğun istenilen birim kesri temsil eden miktarında kaç tane nesne olduğunun farkında oldukları görülmüştü. Bu sefer öğrencilere aynı etkinlik üzerinde çokluğu temsil eden pulların istenilen basit kesir kadarında

kaç tane pul olduğu sorulmuş, öğrenciler verilen çokluğun model üzerinde istenilen basit kesir kadarını ifade edebilmiştir. Örneğin; öğrenciler yirmi adet pulun dörtte ikisinde kaç tane pul olduğunu bulurken ilk önce pulları dört eş parçaya ayırmış, dörtte birinde kaç tane pul olduğunu belirleyip yineleme eylemiyle dörtte ikisinde on tane pul olduğunu görebilmişlerdir.

Öğretim deneyleri sonrasında, öğrenciler, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonun model oluşturularak gösterilmesi istenildiğinde (ör: dörtte üç), model üzerinde birim kesri temsil eden parçayı (dörtte bir) tekrarlayarak gösterebilmektedirler. Birden fazla bütün oluşturacak şekilde parçalar koleksiyonu model olarak verildiğinde öğrenciler yineleme eylemiyle parçalar koleksiyonunun miktarını kesir dili ile ifade edebilmekte ve bütün ile ilişkisini açıklayabilmektedirler. Birden fazla bütün oluşturacak şekilde parçalar koleksiyonunun miktarını kesir dili ile ifade ederken bileşik kesir yerine tam sayılı kesir ile ifade etmeye meyilli olabilmekte, parçalar koleksiyonunu yineleme eylemiyle sayması istendiğinde bir zorluk yaşamadan parçalar koleksiyonunun miktarını bileşik kesir ile de ifade edebilmektedirler. Birden büyük sayıları temsil eden bileşik kesir kavramını bilmeden yineleme eylemiyle verilen parçalar koleksiyonunu temsil eden kesri sözel olarak bileşik kesir ile ifade ederek, öğrenciler, bu kavramı öğrenmeden önce kavram ile ilgili ön bilgi oluşturmakta ve hazırbulunuşluk düzeylerini arttırabilmektedirler. Bununla birlikte, öğrenciler, birden fazla bütün oluşturacak şekilde parçalar koleksiyonu sözel olarak verilip bu parçalar koleksiyonunu temsil eden modeli oluşturmaları istendiğinde öğrenciler model oluşturmamakta ve bütün ile ilişkisini açıklayamamaktadırlar. Birden fazla bütün oluşturacak şekilde parçalar koleksiyonunu model oluşturarak gösterme eylemini yani birden büyük sayıları temsil eden kesirleri model oluşturarak gösterme eylemini ancak bir kesirde pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini yapılandırıldığında yapabilecekleri düşünülmektedir.

Parçalar koleksiyonuna ait bir model verilip koleksiyonun miktarı sorulduğunda, öğrenciler yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) olarak ifade etmeye meyilli olabilmektedirler. Bu durumda öğrencilere koleksiyonun miktarını kesir dile ile ifade etmesi için her defasında “kaç tane” değil “ne kadar” sorusu sorulduğunda öğrenci kendisinden istenilen şeyin parça veya dilim sayısı olmadığını anlayıp parçalar koleksiyonun miktarını bütün ile karşılaştırıp kesir dili ile ifade edebilmektedir.

Birden fazla aynı sayıda eş parçalara ayrılmış eş bütünlere (örneğin iki bütün de 4 eş parçaya bölünmüş olsun), temsil eden model verildiğinde; öğrenciler, parçalar koleksiyonunu kesir dili ile ifade ederken iki bütündeki toplam eş parça sayısını payda olarak (iki bütündeki toplam eş parça sayısı 8) alabilmektedirler. Örneğin iki eş bütün ve iki bütünün de dörtte birlerden oluşan parçalar koleksiyonuna ait modelleri verildiğinde, bütünlere ait birer parçanın toplam miktarını dörtte iki olarak ifade etmek yerine iki bütüne ait modeldeki toplam eş parça sayısı sekiz olduğundan sekizde iki olarak ifade edebilmektedirler. Bu durumda öğrenciler, bir bütüne ait parçalar koleksiyonundaki yineleme işlemi ile eş bütünlere ait eş parçaya bölünmüş parçalar koleksiyonlarındaki yineleme işleminin aynı olduğunu fark ettiklerinde bu kavram yanlışlığını ortadan kaldırmaktadırlar.



4.1.5. Öğrenme Hedefi 5: Kesir Notasyonu

Tablo 10.

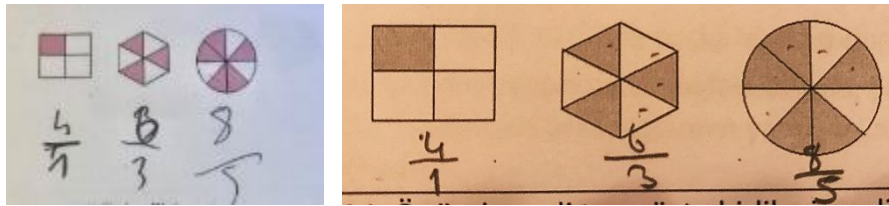
Beşinci Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Süreci

Öğretim Oturumları Öncesi Yaşanılan Güçlükler	Öğrenme Hedefi	Öğretim Oturumları Sırasında Yaşanılan Güçlükler	Öğretim Oturumları Arasında Alınan Kararlar	Öğretim Oturumları Sırasında ve Sonrasında Yapılandırdığı Gözlenen Kavram/Fikir/Yapılar	Öğretim Oturumları Sonrasında Yaşanılan Güçlükler
1.Kesirleri pay ve paydayı yer değiştirerek yazma veya okuma 2.Kesir notasyonunda pay ve paydanın ne anlama geldiğini açıklayamama/ hatalı açıklama 3.Kesirlerde paydanın parça sayısını payın ise taralı alanı ifade ettiği anlayışına sahip olma	Kesirlerin sembolik gösterimini kullanmak ve anlamlandırmak.	1. Kesirleri pay ve paydayı yer değiştirerek yazma veya okuma 2. Sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklayamama 3. Kesirlerde paydanın parça sayısını payın ise taralı alanı ifade ettiği anlayışına sahip olma 4. Payın paydadan daha fazla olamayacağı anlayışına sahip olma 5. Birden büyük sayıları temsil eden kesirleri sembolik olarak yazamama ve bu kesirleri temsil eden modeller oluşturamama 6. Birden büyük sayıları temsil eden kesirlerde birim kesri belirleyememe 7. Sayı doğrusunda 0 ile 1 arasının kaç eş parçaya ayrıldığını bulmak için aralık yerine çeltikleri/çizgileri sayma	1. Sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden zihinsel imgeler kullanarak kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklamalarını sağlamak 2.Birden büyük kesirleri temsil eden modelleri oluşturmalarını sağlamak 3. Sözel veya sembolik verilen kesirleri sayı doğrusunu kullanarak temsil etmelerini sağlamak 4. Kesirlerin temsilleri arasında geçiş yapmalarını sağlamak	1. Sözel olarak verilen bir kesri notasyon kullanarak ifade etme ve sembolik olarak verilen kesirde pay ve paydayı gösterme 2. Bir kesri model ile temsil ederken paydanın ifade ettiği birim kesri pay kadar tekrarlayarak elde edeceklerinin farkında olma 3. Sembolik olarak verilen kesirler basit kesir ise verilen somut modeller ile ya da kâğıda çizerek kesirleri temsil eden modeller oluşturabilme 4. Sözel veya sembolik olarak verilen kesirlerde pay ve paydanın ne ifade ettiğini açıklayabilme 5. Birden büyük sayıları temsil eden kesirlerde birim kesri belirleme 6. Birden büyük sayıları temsil eden kesirleri sembolik olarak yazma ve bu kesirleri temsil eden modeller oluşturabilme 7. Dairesel kesir takımı ve kesir şeritleri kullanarak birim kesirlerin temsil ettiği miktarları karşılaştırabilme 8. Dairesel kesir takımı ve kesir şeritleri kullanarak birde bir, ikide bir ve dörtte bir dışında tam/bütün, yarım ve çeyreği temsil eden kesirleri keşfetme 9. Sembolik veya sözel olarak verilen kesri temsil eden sayıyı sayı doğrusu üzerinde gösterebilme, model ile temsil edilen kesri temsil eden sayıyı sayı doğrusu üzerinde gösterebilme	1.Dikkatinin dağıldığı durumlar da kesirleri pay ve paydayı yer değiştirerek yazma veya okuma 2.Dikkatinin dağıldığı durumlar da yarım ve çeyrek kavramlarını kesir notasyonu kullanarak ifade edememe 3. Sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden zihinsel imgeler kullanarak kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklamada güçlük yaşama 4. Payın “alınan parça sayısı” olduğu, paydanın ise “bir bütün yapmak için kaç parça gerektiğini ya da bütünün kaç parçaya ayrıldığını” ifade ettiği anlayışına sahip olma 4. “Bir Bütünün Eş parçalarını Sayma” öğrenme hedefine ulaşamayanlar için, bir kesrin sembolik gösterimi verildiğinde, o kesri temsil eden bütüne ait göz önüne alınan birim kesrin yinelenmesiyle oluşan parçalar koleksiyonu olduğunu ifade edememe

4.1.5.1. Öğretim Oturumları Öncesi

Kesir dili kullanılarak parçalar koleksiyonu ile bütün arasındaki ilişkiler ortaya çıkarıldıktan sonra bu ilişkiler “sembolik kesir notasyonu” ile ifade edilir. Bu sembolik gösteriminde yer alan pay ve paydanın ne anlama geldiğinin sözel olarak açıklanması kesirlerde karşılaştırma ve işlem yapılabilmesi için önem taşır.

Öğrenciler ile yapılan görüşmelerde öğrencilere kesirlerin sembolik gösterimini hatırlayıp hatırlamadıkları sorulmuş öğrenciler birer kesir örneğini sembolik olarak yazmışlardır. Kesirleri pay ve paydayı yer değiştirerek yazdıkları veya okudukları gözlemlenmiştir. Bununla ilgili (Z)’nin “*Altıda üç, üçte altı. Fark etmiyor.*” söylemi ve (E)’nin, (M)’nin, ise model ile temsil eden kesirleri yazarken payı ve paydayı yer değiştirerek yazması (Şekil 46) öğrencilerin kesir notasyonu ile ilgili kavram yanlışlarına sahip olduğunu göstermektedir. Kesir notasyonunda pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini (E) “*(Paydayı kastederek) Büyük olduğunu... (Payı kastederek) Bu da küçük olduğunu ifade eder.*” söylemi ile paydanın hep paydan büyük sayıları temsil ettiği anlayışına sahip olduğu belirlenmiştir. (M)’nin “*(Payda için) Taranmış kısım. (Pay için) Bunun bütünü.*” söylemi ile kesrin sadece parça-bütün anlamına odaklandığı fakat pay ve paydayı yer değiştirerek yazdığı için pay ve paydanın anlamlarını da karıştırdığı gözlemlenmiştir. (Ö)’nün ise “*($\frac{7}{9}$ kesrini örnek vererek) Yani mesela bunun gibi, (parça sayısını kastederek) bu dokuz olacak, yedi tanesini karalayacağım.*” söylemi ile kesrin parça-bütün anlamına odaklandığı, böylelikle kesirlerde paydanın parça sayısını payın ise taralı alanı ifade ettiği anlayışına sahip olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 46. (E)’nin ve (M)’nin model ile temsil edilen kesirlerin sembolik gösterimini yazma eylemleri

Öğrenciler model ile temsil edilen kesirleri sembolik olarak yazarken bazı öğrencilerin pay ve paydayı yer değiştirerek yazmaları dışında kesirleri sembolik olarak doğru yazdıkları görülmüştür.

4.1.5.2. Öğrenme Hedefine Yönelik Öğretim Oturumları

4.1.5.2.1. E-5, Ö-6, M-6, Z-6 Oturumları

Önceki öğrenme hedeflerine yönelik yapılan öğretim oturumlarında öğrencilerin kendilerinden istenmemesine rağmen kesrin sembolik gösterimini yani kesir notasyonunu kullandıkları fakat hatalı kullanım yaptıkları gözlemlenmişti. Öğrencilerin en sık yaptığı hatalı sembolik gösterim kullanımı pay ve paydayı yer değiştirerek yazmaları idi. Öğrenciler hatalı notasyon kullansalar dahi öğrencilere müdahale edilmemiş, kesrin sembolik gösterimine geçmeden önce, öğrencilerin kesir dilini kullanarak parçalar koleksiyonu ile bütün arasındaki ilişkileri ortaya çıkarabilmeleri amaçlanmıştı. “Kesir Notasyonu” öğrenme hedefine geçilmesiyle yapılan ilköğretim oturumunda *Kesirler ile İlgili Tarihten Notlar* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikte, öğrencilerin, kesrin sembolik gösteriminin gelişimi ile ilgili tarihten notlar ile birlikte öğrencinin daha önce yapılan etkinliklerde bulduğu çözümlerin farklı gösterimlerinin olduğunu bunun da kesirlerde bir gelenek olduğunu anlaması, kesir gösteriminde payın ve paydanın en anlama geldiğinin anlaşılması amaçlanmıştır. Aynı zamanda, bir bütünün eş parçalarından bir tanesinin birim kesir olduğunu açıklayarak, bir kesirde paydanın birim kesrin büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını söylediğini açıklamaları hedeflenmiştir. Etkinlik için dairesel kesir takımları, tahta kesir şeritleri, şeffaf kesir kartları gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, etkinlikte öğrencilere kesirlerin şu anki gösteriminin tarihsel gelişimi ile ilgili ön bilgi verilerek üstte pay, altta payda ve ortada kesir çizgisi kullanılarak yapılan gösteriminin bir gelenek olduğu açıklanmıştır. Daha sonra öğrenciden “Kesir Dili” öğrenme hedefine yönelik gerçekleştirilen *Pizza Gecesi* etkinliğinde sözel olarak ifade ettikleri her bir aile ferdinin yediği pizza miktarını notasyon kullanarak ifade etmesi istenmiştir. Öğrencilerden ikisi her bir aile ferdinin yediği pizza miktarını notasyonu doğru kullanarak ifade edebilmiş, diğer ikisi ise pay ve paydayı yer değiştirerek kesir notasyonunu kullanmışlardır. Aynı öğrencilere sembolik gösterim ile ifade edilen kesri sözel olarak ifade etmeleri istenmiş öğrenciler örneğin, $\frac{1}{8}$ kesrini “bir bölü sekiz veya birde sekiz” olarak ifade etmişlerdir. Bu öğrencilere kesirleri sözel olarak ifade ederken paydan paydaya doğru ve paydadan paya doğru iki şekilde ifade edilebileceği açıklanmıştır. Daha sonra öğrencilere kesir gösteriminde payın ve paydanın en anlama geldiği sorulmuş, öğrencilerden (M) payda için “*O şeklin kaç bölündüğü*” söylemi ve pay için “*O yediği, taranmış olduğu yer*” söylemi ile kesrin sadece

parça-bütün anlayışına sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerden (E) ise payda için “*Pasta veya bir şeyin kaç dilim olduğunu söylüyor.*” söylemi ve pay için “*Bir tane pizza gibi bir şey*” söylemi ile kaç tane bütün olduğunu ifade ettiğini belirtmiştir. Burada (E)’nin payın bütün sayısını paydanın ise bütünün kaç parçadan/dilimden oluştuğu anlayışına sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerden (Ö) ise pay ve paydanın ne ifade ettiği ile ilgili bir açıklamada bulunamamıştır. Öğrencilere sembolik olarak örneğin, $\frac{3}{8}$ kesrinin ne anlam ifade ettiği sorulmuş öğrenciler dairesel kesir takımları kullanarak üç tane sekizde birlik daire dilim ile sekizde üç kesrini temsil edebilmişlerdir. Öğrencilere sekizde birlik parçadan kaç tane alarak sekizde üçü oluşturdukları sorulduğunda ise hepsi üç tane sekizde birlik parça ile sekizde üçü oluşturabildiğini ifade etmişlerdir (Şekil 47(a)). Öğrenciler $\frac{3}{8}$ kesrini model ile temsil ederken birim kesir kadarı olan sekizde birlik parçasını üç defa tekrarlayarak elde edeceklerinin farkında olmasına rağmen pay ve paydanın ne ifade ettiğini sözel olarak açıklamada zorluk yaşamışlardır. Bu durumda öğrencilere bir bütünün eş parçalarından bir tanesinin birim kesir olduğu, bir kesirde paydanın birim kesrin büyüklüğünü, pay ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını söylediği açıklanmış, sembolik olarak verilen kesirleri birim kesrin tekrarıyla elde edebileceği keşfettirilmeye çalışılmıştır. Örneğin, başka bir kesir örneğinde (Ö)’nün pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini keşfetmesi ile ilgili diyalog

A: Burada iki tane parça var. Bu kesir iki parçadan oluşuyor. Hangi parçalar bunlar, büyüklükleri ne?

Ö: İki tane.

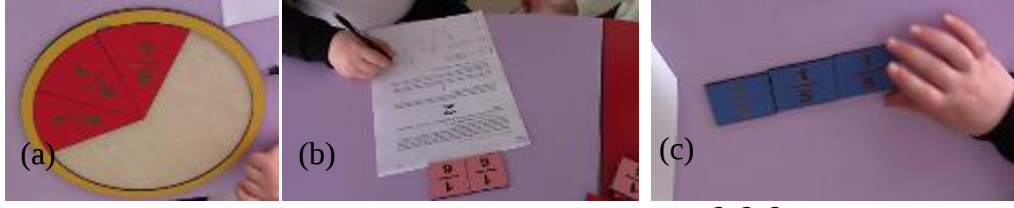
A: Bu parçaların büyüklükleri ne?

Ö: Altıda bir.

A: Yani altıda birlik parçalardan kaç tane olduğunu hangisi gösterir?

Ö: Pay (Şekil 47(b)).

şeklinde gerçekleşmiştir. Öğrenciye daha sonra $\frac{3}{5}$ kesrini tahta kesir şeritlerini kullanarak temsil etmesi istenmiştir (Şekil. 47(c)). Öğrenciye modeli nasıl oluşturulduğu sorulduğunda (Ö)’nün “*Üç tane beşte bir aldım.*” söylemi öğrencinin birim kesrin büyüklüğü olarak paydayı aldığını ve bu birim kesri pay kadar yani üç kere tekrarlayarak kesri temsil eden model oluşturduğunu ifade edebilmiştir. Bununla birlikte öğrenciler sözel veya sembolik olarak verilen kesri somut modeller ile temsil ederek payın ve paydanın ne ifade ettiğini sözel olarak açıklayabilseler de, sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden zihinsel imgeler kullanarak kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklamada zorluk yaşamışlardır.



Şekil 47. (Ö)'nün dairesel kesir takımı ve tahta kesir şeritleri ile $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{5}$ kesirlerini temsil etme eylemleri

Genel olarak öğrenciler sembolik olarak verilen kesirler basit kesir ise verilen somut modeller (Şekil 47) ile ya da kâğıda çizerek (Şekil 48) kesirleri temsil eden modeller oluşturabilmişlerdir. Bununla ilgili yapılan “*Pasta Tarifi*” etkinliğinde öğrencilerin bir pasta tarifindeki malzemelerin sembolik olarak verilen kesir kadarki miktarını temsil eden modeller oluşturmaları istenmiş, öğrencilerin hepsi modelleri oluşturabilmiştir.



Şekil 48. (M)'nin sembolik olarak verilen kesirleri model oluşturarak temsil etme eylemi

Öğrencilere kesir notasyonunda pay ve paydanın ne anlam ifade ettiği sorulduğunda genel olarak öğrencilerin sahip olduğu, payın “alınan parça sayısı” olduğu, paydanın ise “bir bütün yapmak için kaç parça gerektiğini ya da bütünün kaç parçaya ayrıldığını” ifade ettiği anlayışı her zaman yanlış değildir. Bununla birlikte; örneğin, bütün bir kekten $\frac{1}{6}$ 'lık bir parça kesilirken, geri kalan $\frac{5}{6}$ 'lık parçasında herhangi bir dilimleme yapılmadığında kekin $\frac{1}{6}$ 'lık parçası bütün kekin kaç parçaya ayrıldığını söylemez. Bütün kekin sadece iki parçadan oluşması ise alınan parçanın bütünün $\frac{1}{6}$ 'lık parçası olduğunu değiştirmez. Başka bir deyişle, bir bütün ve bütüne ait farklı miktardaki parçalar koleksiyonundan bir parçanın miktarını ifade eden kesirde payda her zaman o bütünün paydadaki sayı kadar eş parçaya bölündüğünü ifade etmez. Pay ve payda ile ilgili bu anlayışın diğer bir eksikliği ise $\frac{7}{5}$ gibi bir bileşik kesir düşünüldüğünde, bütünü oluşturan beş parçadan yedi parça almak onlara imkânsız gibi görünmektedir. Bu durum öğrencilerin genel olarak kesirlerin parça-bütün anlamına odaklandığından kaynaklanabilir. Çünkü parça-bütün kesir kavramına sahip öğrenciler için, birim kesirler bir bütünün parçalarıdır, bir bütünü oluşturan parça sayısı ise sonludur (ör; $\frac{7}{5}$ kesrinde bütünü oluşturan parça sayısı 5'tir). Bu nedenle, bu öğrenciler için, bileşik kesir

diğer bir deyişle birden büyük sayıları temsil eden kesir bir anlam ifade etmez. Nitekim sözel olarak birden büyük kesri temsil eden parçalar koleksiyonu veya birden büyük kesrin sembolik gösterimi verildiğinde öğrenciler bileşik kesri ifade etmede ve model ile göstermede zorluk yaşamışlardır. Bu durum ile ilgili (M) ile

A: Peki sence $\frac{5}{4}$ kesrini nasıl gösterebilirim model olarak?

M: Iuu...

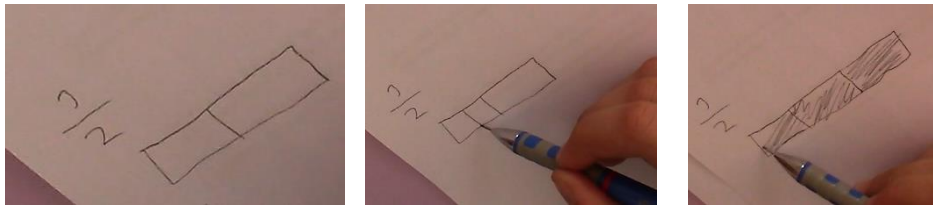
A: Şimdi bir tane bütün çizdim. Şimdi bu bütünümlü oluşturan eş parçaların büyüklüğü ne?

M: 5 olması gerekmiyor mu?

A: Neden?

M: Çünkü dörde bölüp beşe tarayamayız.

diyalogu yaşanmıştır. Benzer şekilde öğrencilerden (E)'ye sembolik olarak verilen $\frac{5}{4}$ kesri için payın paydadan büyük olup olamayacağı sorulduğunda "...Yok... Olamaz." cevabını vermiş, aynı öğretim oturumunda $\frac{3}{2}$ kesrini model ile temsil etmesi istendiğinde "Iuu... Bir dakika... Şunun... Bir dakika... Olmaz ki bu nasıl bir şey?" cevabını vermiştir. Görüldüğü üzere öğrenciler sadece parça-bütün anlamına odaklandığı için bütünü oluşturan dört parçadan beş parça almak onlara imkânsız gibi görünmüştür. Bu durum öğrencilerin birden büyük sayıları temsil eden kesri yani bileşik kesri anlamlandıramamasına yol açmıştır. Öğrencilerden (E) $\frac{3}{2}$ kesrinin ikide bir birim kesrin üç kere tekrarlanmasıyla oluştuğunu daha sonra ifade edebilse de kesri model ile göstermede zorluk yaşamıştır. İlk önce dikdörtgen şeklinde bir model oluşturup iki eş parçaya ayıran öğrenci daha sonra ikide birlik parçasından üç tane olması için bir parçayı tekrar ikiye bölerek üç parça oluşturmaya çalışmıştır (Şekil 49).



Şekil 49. (E)'nin $\frac{3}{2}$ kesrini model oluşturarak temsil etme eylemi

Öğrencilerin sembolik veya sözel olarak verilen basit kesirleri temsil eden modelleri oluşturmada zorluk yaşamadığı fakat birden büyük sayıları temsil eden modeller oluştururken, model ile temsil ettiği bütünü kaç eş parçaya ayıracağına, bir başka deyişle kesrin birim kesrinin ne olduğuna karar vermede dahi zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu durum, $\frac{6}{4}$ kesrini temsil eden bir model oluşturması istendiğinde (E)'nin "9 tane şey

çizeceğiz... *İuu o zaman altı tane şey yapacağız.*” söyleminde çizeceği bütünü temsil eden modeli kaç eş parçaya ayırmadaki kararsızlığında açıkça görülmektedir.

Genel olarak, öğrenciler, birden büyük sayıları temsil eden kesirlerde paydanın birim kesrin büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını ifade ettiğini fark etseler de bu kesirleri temsil eden modelleri oluşturmada, özellikle model oluştururken model ile temsil ettikleri bütünü kaç eş parçaya ayıracağına karar vermede zorluk yaşamışlardır. Bir sonraki öğretim oturumunda öğrencilerin sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden zihinsel imgeler kullanarak kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklamalarını sağlayan ve birden büyük kesirleri temsil eden modelleri oluşturmalarını amaçlayan etkinliklerin yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.5.2.2. E-6, 7, Ö-7, M-7, Z-7 Oturumları

“Kesir Notasyonu” öğrenme hedefine ilişkin gerçekleştirilen her öğretim oturumuna öğrencilere sözel veya sembolik olarak verilen bir kesirde payın ve paydanın ne ifade ettiği sorularak başlanmıştır. Öğrenciler verilen kesirde payın ve paydanın anlamını kendi sözleriyle açıkladıktan sonra hedeflenen diğer etkinliklere geçilmiştir. Öğrencilerden (E), her öğretim oturumu sonunda bir kesirde paydanın birim kesrin büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını söylediğini açıklayabilse de bir sonraki öğretim oturumunda paydanın bütünün kaç eş parçaya bölündüğünü payın ise taralı parça sayısını ifade ettiği anlayışını ısrarla dile getirmektedir. Bu öğrenciye paydanın bir bütünün kaç eşit parçaya böldüğünü ifade ettiği anlayışının her zaman doğru olmadığını fark etmesi için dairesel kesir takımını kullanarak bir bütünün farklı miktarlardaki parçalardan oluşabileceği fark ettirilmeye çalışılmıştır. Bu süreçle ilgili (E) ile aşağıdaki gibi bir diyalog gerçekleşmiştir:

A: (Daire modelini eş parça olmayan parçaları koyarak (Şekil 50)) Bunların tamamı bütün mü?

E: Evet.

A: Hangi parçalardan oluşmuş bütün?

E: Dört. Ama eşit değil.

A: Bütünü oluşturan bu parçaların büyüklüklerini bana söyler misin?

E: ($\frac{1}{2}$ 'i göstererek) Bu yarım, ($\frac{1}{8}$ için) sekizde biri, ($\frac{1}{4}$ için) dörtte biri.

A: ...Sekizde bir kesrindeki sekiz bana neyi söylüyor?

E: ...Bir tane pasta varmış, sekize bölünmüş.

A: Ee bunun bir pasta olduğunu düşün. Bu sekize bölünmemiş ki.

E: Evet. (Yarımı ve dörtte birleri göstererek) Şunları çıkartıp kırmızı parçaları koyarsak (sekizde birleri kastederek) sekiz tane parça olur.

A: (Sekizde birlik daire dilimini alarak) Bu parça bu bütünün sekizde birlik parçasıdır. Bunu bana kim söylüyor? Payda.

E: (Payı kastederek) O zaman bu pasta (paydayı kastederek) bu da şeyi bölünme şeyi...

A: Hayır, pay da paydanın bize söylediği sekizde birlik parçalardan kaç tane olduğunu söylüyor. Bu ne?

E: Sekizde iki.

A: Güzel. Sekizde iki demek bir bütünün sekizde birlik parçasından iki tane var demek. (Dörtte birlik daire dilimini göstererek) Peki bu ne demek?

E: Dörtte biri.

A: $\frac{1}{4}$ deki 4 bize bu parçanın bütünün dörtte birlik parçalarından oluştuğunu söyler. Kaç tane var?

E: Bir.

diyalogu gerçekleşmiştir.



Şekil 50. Farklı miktardaki daire dilimlerinden oluşan bir bütüne ait model

Diyalogdan da görüldüğü üzere öğrenci oturum başında farklı miktardaki parçalar koleksiyonundan oluşan bütüne ait bir parça gösterildiğinde o parçanın miktarını temsil eden kesirdeki paydanın hala bütünün kaç eş parçaya bölündüğünü ifade ettiğini dile getirmiştir. Öğrenci farklı miktardaki parçalardan oluşan parçalar koleksiyonunun bir bütün ifade edebileceğinin farkında olmasına rağmen kesrin “parça-bütün” anlamı ile sınırlı var olan anlayışını değiştirmek kolay olmamıştır. Öğrenci, daha sonra sözel veya sembolik olarak verilen kesirlerde pay ve paydanın ne ifade ettiğini açıklayabilmiştir.

Bu oturumda öğrencilerin birden büyük kesirleri temsil ederken ele alınan bütünün kaç eş parçaya bölüneceğini keşfetmelerini ve bu kesirleri temsil eden modeller oluşturabilmelerini sağlayacak etkinlik yapılmıştır. Etkinlik için dairesel kesir takımları, tahta kesir şeritleri, şeffaf kesir kartları gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Öğrencilere etkinlik kâğıdında sembolik olarak verilen kesirleri temsil eden modeller oluşturmaları istenmiştir. Öğrenciler beklenildiği gibi basit kesirleri temsil eden modelleri kolaylıkla oluşturabilmişlerdir. Birden büyük sayıları temsil eden kesirleri temsil eden modelleri oluşturma süreci aşağıdaki diyalogdaki gibi gerçekleşmiştir:

A: $\frac{4}{3}$ kesrini temsil eden bir model çizer misin?

M: Bunu da 3'e böleceğim değil mi? Yok...

A: Eş parçaların büyüklüğü üçte bir değil mi?

M: Evet.

A: Eş parçaların büyüklüğü üçte bir ise üçte birlik parçalar yapacaksın.

M: (Bir daire modeli çizer, 3 eş parçaya ayırır.)

A: Kaç tane istiyor üçte birlik parçalardan?

M: Dört.

A: Tamam.

M: (Üç eş parçaya böldüğü daire modelinin üç parçasını da tarar.) Yanına da bir tane daha çizeceğim.

A: Güzel.

M: (İlk önce üçte birlik bir parça çizmeye çalışır)

A: Bir bütün çizip onda gösterebilirsin.

M: ...(Bir daire modeli çizer, 3 eş parçaya ayırır. Bir parçasını tarar.)

A: Tamam. Kaç tane üçte bir var?

M: Bir tane tam bir de üçte bir.

A: Evet, yani kaç tane üçte bir var? Say bakalım bunda kaç tane?

M: 3

A: Bunda?

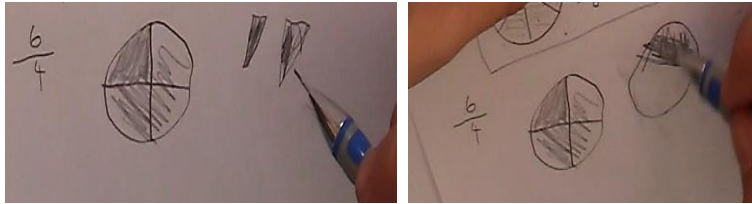
M: Bir.

A: O zaman dört tane mi üçte bir var?

M: Evet.

A: Zaten kesrimiz de $\frac{4}{3}$. Yani dört tane üçte birden oluşuyor.

Diyalogdan da görüldüğü üzere öğrenci ilk başta sembolik olarak verilen kesri temsil eden bir modeli kaç eş parçaya ayıracağına karar verirken tereddüt etmiştir. Paydanın birim kesir büyüklüğünü ifade ettiği ve birim kesir büyüklüğü üçte bir olduğu için üçte birlik parçalar oluşturması gerektiği hatırlatıldığında bir bütünü temsil eden model çizerek üç eş parçaya ayırmıştır. Daha sonra paya dikkat çekip dört tane üçte birlik parçanın gerektiğini fark ederek bir tane daha parçayı temsil eden model çizmesi gerektiğini fark etmiştir. İlk önce bütünü çizmeyip sadece üçte birlik parçayı çizmeye çalışan öğrenciye, ilk çizdiği bütüne eş bir bütün çizerek üçte birlik parçayı göstermesi istendiğinde öğrenci tekrar bütünü temsil eden bir model çizerek üçte birlik parçasını göstermiştir. Aynı süreç öğrencilerden (E) ile de yaşanmış, $\frac{6}{4}$ kesrini temsil etmek için ilk önce oluşturduğu modeli kaç eş parçaya ayıracağına karar verirken tereddüt etmiş, modeli oluşturduktan sonra paya dikkat çekerek daha fazla dörtte birlik parçanın oluşturulması gerektiğini fark etmiştir. İlk başta bütünü çizmeyip sadece iki tane dörtte birlik parçayı çizmeye çalışmış fakat daha sonra eş bir bütün daha çizerek iki tane dörtte birlik parçayı temsil edebilmiştir (Şekil 51).



Şekil 51. (E)'nin $\frac{6}{4}$ kesrini model oluşturarak temsil etme eylemi

Öğrencilere sözel veya sembolik olarak verilen her kesirde ilk önce kesirdeki pay ve paydanın ne anlama geldiğini açıklaması istenmiş daha sonra model oluşturması istenmiştir. Öğrencinin açıklamada zorluk yaşadığı anlarda somut modellerden yararlanılmıştır. Bu anlardan birinde öğrencilerden (E) dairesel kesir takımında $\frac{1}{6}$ 'lık ve $\frac{1}{8}$ 'lik daire dilimlerinin miktarını karşılaştırarak $\frac{1}{8}$ 'lik daire diliminin miktarının neden daha büyük olmadığını

E: (Altıda birlik daire dilimini göstererek sekizde birlik parçanın daha büyük olması gerektiğini kastederek) Şurada altı birlik yazıyor ya sekizin daha büyük olması gerekmiyor mu?

A: Peki bir pastayı sekize mi bölssem parçalar daha büyük olur yoksa altıya mı bölssem parçalar daha büyük olur?

E: Altıya.

A: O zaman altıda birlik daha büyük işte.

E: Bir anda sekiz daha büyük ya o yüzden şey ettim.

diyalogundaki gibi sorgulamıştır. Diyalogdan da görüldüğü üzere (E)'nin birim kesirlerde paydası büyük olan kesrin daha büyük olduğuna dair sahip olduğu kavram yanılgısı dairesel dilimlerin miktarlarını gördüğünde bilişsel çatışmaya uğramıştır. Bu durumda eşit paylaşım öğrenme hedefi ile birlikte kesir notasyonuna geçildiğinde aynı bütüne ait birim kesirlerin temsil ettikleri miktarların somut olarak karşılaştırabilmesini sağlamanın, ileride kesirlerin temsil ettikleri miktarların karşılaştırılmasında karşılaşılabilecek olası kavram yanılgılarının oluşmasını engelleyebileceği varsayılabilir.

Öğrencilerin bu öğretim oturumunda dairesel kesir takımını kullanarak pay ve paydanın ne ifade ettiğini anlamaya çalışmaları sırasında birde bir, ikide bir ve dörtte bir dışında tam/bütün, yarım ve çeyreği temsil eden kesirleri keşfettikleri gözlemlenmiştir. Örneğin bu durum ile ilgili (Ö)'nün ve (M)'nin “Yedide yedi” kesrinin bütün olduğunu ifade etmesi, (M)'nin dörtte iki kesrini “Yarım” olarak ifade etmesi, (E)'nin “Sekizde sekiz” kesrini bütün/tam olarak ifade ettikten sonra “Bu altıda altı, yedide yedi de olur mu?” söylemi ile bütünü temsil eden diğer kesirleri fark etmesi ve altıda altı kesrinin bir bütünü temsil ettiğini ifade ettikten sonra yarım olması için “altıda üç” olması gerektiğini de fark ederek “Çünkü altının yarısı üç” söylemi ve iki tane sekizde biri yineleyerek bütün ile karşılaştırılması istendiğinde “Çeyrek...Sekizde iki.” söyleminden de görüldüğü üzere öğrencilerin kesirlerin denkliliği kavramını öğrenmeden önce kavram ile ilgili ön bilgi oluşturmalarına ve hazırbulunuşluk düzeylerini arttırabilmelerine olanak sağlayabilmektedir.

Öğrencilerin sembolik veya sözel olarak verilen kesirleri model ile temsil ederken genellikle daire modelini kullandıkları görülmüştür. Bir sonraki öğretim oturumunda öğrencilerin sözel veya sembolik verilen kesirleri özellikle sayı doğrusunu kullanarak da temsil etmelerini sağlayacak etkinlik yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.5.2.3. E-8, Ö-8, M-7, Z-7 Oturumları

Tüm öğrenme hedeflerine yönelik yapılan etkinlikler göz önüne alındığında, öğrencilerin genel olarak kesirleri temsil ederken alan niteliğine sahip modelleri (daire, kare ve dikdörtgen) kullandığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin kesirlerin temsil ettiği sayıları sayı doğrusunda gösterebilmesi ileride kesirlerin temsil ettikleri sayıları karşılaştırmak için önem

teşkil etmektedir. Bu duruma istinaden bu öğretim oturumunda, öğrencilerin sözel veya sembolik olarak verilen kesirlerin temsil ettiği sayıları sayı doğrusunda göstermeleri amaçlanmıştır. Bu amaçla, öncelikle, verilen kesri temsil eden model oluştururken öğrencilere kesrin temsil ettiği sayıyı sayı doğrusunda gösterip gösteremeyeceği sorulmuştur. Genel olarak, öğrencilerin kesirlerin temsil ettikleri sayıların sayı doğrusunda gösterimi ile ilgili bir ön kavrayışa sahip olmadığı belirlenmiştir. Öğrencilere sayı doğrusunun üzerinde sayıların yer aldığı yönlü bir doğru olduğu, kesirlerin temsil ettikleri sayıların da sayı doğrusunda gösterebileceği açıklanmıştır. Öğrencilere sözel olarak bir kesir verilerek temsil ettiği sayıyı sayı doğrusunda göstermeleri istenmiştir. Örneğin; $\frac{4}{7}$ kesrinin temsil ettiği sayının sayı doğrusunda gösterilmesi istendiğinde öğrencilerden (M) bir sayı doğrusu çizip 1'den 7'ye kadar olan tam sayıları sayı doğrusunda işaretlemiş ve sayı doğrusunda 4 tam sayısını işaretlediği yeri göstererek $\frac{4}{7}$ kesrinin temsil ettiği sayının o nokta olduğunu ifade etmiştir (Şekil 52). Diğer öğrenciler gösteremeyeceğini ifade etmiştir. (M)'ye $\frac{4}{7}$ kesrinin bir tam/bütünden az mı yoksa çok mu olduğu sorulmuş, (M) “küçük” olduğu yanıtını vermiştir. Bu durumda temsil ettiği sayının sayı doğrusunda sıfır ile bir arasında olup olmayacağı sorulmuş, (M) sıfır ile bir arasında bir yeri göstererek “O zaman burada bir yerde” cevabını vermiştir. (M)'nin bundan sonraki süreci

A: Peki burada yolun tamamını oluşturan eş parçaların büyüklüğü ne?

M: Yedide bir.

A: O zaman ben sıfırdan sonra yedide bir yedide bir yineleyerek gitsem olur mu?

M: (Sıfırdan sonra sayı doğrusuna bir çeltik atarak $\frac{1}{7}$ yazar)

A: Sonra ne olur ikincisi?

M: Yedide iki.

A: Güzel.

M: (Daha sonra $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$... kesirlerin temsil ettiği sayıları yazar. 1'den önce $\frac{7}{7}$ yazar)

A: Yedide yedi nedir?

M: Bir tam.

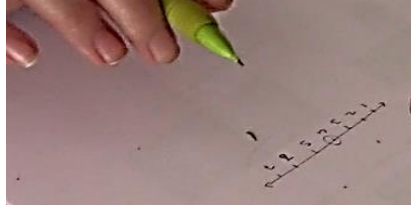
A: O zaman onu 1'in yerine yazmalıydın. Yani $\frac{7}{7}$ veya 1 yazabiliriz değil mi?

M: Evet.

A: O zaman yedide dört neredeymiş?

M: (Sayı doğrusunda yerini göstererek) Burada.

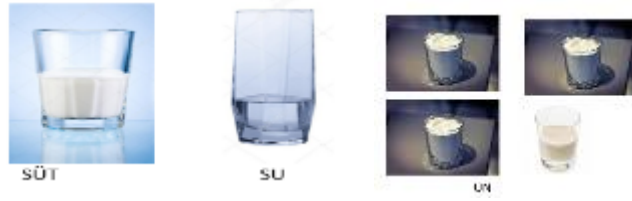
diyalogundaki gibi yaşanmıştır.



Şekil 52. (M) 'nin $\frac{4}{7}$ kesrinin temsil ettiği sayıyı sayı doğrusunda gösterme eylemi

Diğer öğrencilerin de (M)'de olduğu gibi örnek bir kesrin temsil ettiği sayının, sayı doğrusunda rehber yardımı ile göstermeleri sağlanmıştır. Bu örnek gösterim sırasında öğrencilerden bazılarının sayı doğrusunda 0 ile 1 arasının kaç eş parçaya ayrıldığını bulmak için aralık yerine çeltikleri saydığını, sayı doğrusunda sayıları yerleştirirken “1” tam sayısından başladıkları tespit edilmiştir. Öğrenciler sözel olarak verilen kesirlerin temsil ettikleri sayıları sayı doğrusunda gösterdikten sonra kesirlerin temsil ettiği birden büyük sayıları sayı doğrusunda göstermeleri istenmiştir. Öğrenciler birden büyük sayıları temsil eden modellerden alan niteliğine sahip modelleri oluştururken zorlanabilseler de birden büyük sayıları temsil eden sayıları sayı doğrusunda ilk defa gösterirken bile birim kesri yineleyerek kolaylıkla istenen birden büyük sayıyı temsil eden kesri gösterebilmişlerdir. Öğrenciler sayı doğrusu üzerinde birim kesri yineleyerek yerini buldukları kesir birden büyük sayıyı temsil ediyorsa “bir bütünden çok”, ikiden büyük sayıyı temsil ediyorsa “iki bütünden çok” olduğunu fark edebilmişlerdir.

Bu öğretim oturumunda “*Kendi Tarifini Yaz*” etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, bir bütün ve bütüne ait bir parçanın yer aldığı gerçek hayat modelleri gösterilerek modellerde verilen nesnelerin miktarlarını temsil eden kesrin ne olduğu ile ilgili fikir öne sürmeleri ve kesir notasyonu kullanarak ifade etmeleri amaçlanmıştır. Gerçek hayat modellerinde, kitaplardaki gibi bir bütün ve bütünün eş parçalara ayrılmış halinden taranmış ya da ayrılmış bir parça veya parça koleksiyonu olmayabilir. Bazen bir bardaktaki su miktarının bardağın tümü dolu olduğundaki miktarla zihinsel olarak karşılaştırıp yaklaşık miktarı kesir dili ile ifade etmek gerekebilir. Bu duruma yönelik gerçek hayat modellerine ait fotoğraflar verilen öğrencilerin modellerdeki bütüne ait parçanın miktarını, bütünüyle karşılaştırıp parçanın miktarı ile ilgili fikir öne sürmeleri ve bunu kesir notasyonu kullanarak ifade etmeleri istenmiştir (Şekil 53).



Şekil 53. Öğrencilerin miktarları ile ilgili fikir öne sürmesi istenen model örnekleri

Öğrenciler gerçek yaşam durumlarına ait modeller gösterildiğinde modellerdeki bütüne ait parçanın miktarını, bütünüyle karşılaştırıp parçanın miktarı ile ilgili fikir öne sürebilmişlerdir. Örneğin (M) Şekil 53'teki süt modeli için bardağın içindeki süt miktarını “*ikide biri*” olarak ifade etmiş su miktarını ise “*çeyreği*” olarak ifade etmiştir. Un miktarını ifade edebilmek için (M) “*Üç tam... Dörtte üçü oluyor değil mi? Dörtte üç... Yok.*” söylemi ile ilk başta güçlük yaşamış daha sonra “*üç tam ikide bir*” olarak ifade etmiştir. Öğrencilerden (Ö) süt modeli için bardağın içindeki süt miktarını “*yarısı*” olarak ifade etmiş su miktarını ise “*çeyreği*” olarak ifade etmiştir. Bir başka örnek olarak (E) ise Şekil 53'teki süt modeli için bardağın içindeki süt miktarını “*dörtte iki*” olarak ifade etmiş su miktarını ise bardak dolana kadar tekrarlayarak bütün ile karşılaştırıp “*beşte biri*” olarak ifade etmiştir. Un miktarını ifade edebilmek için ilk başta zorlanan (E)'ye kaç bardak un gördüğünü ve hepsinin dolu olup olmadığı sorulduğunda unun miktarını “*üç tam dörtte iki*” olarak ifade edebilmiştir. (E)'nin yarım için ikide bir yerine dörtte iki kesrini kullanması dikkat çekmiş, un miktarını başka nasıl ifade edebileceği sorulmuştur. Öğrenci ile aşağıdaki gibi bir diyalog gerçekleşmiştir:

A: Yarım bir bütünün kaçta kaçdır?

E: Dörtte ikisi.

A: Mesela bir ekmeğin yarısını sana vermem için bir ekmeği illa dörde mi bölmem gerekiyor?

E: Yooo ortadan ikiye bölersiz.

A: O zaman iki parçadan kaçını veriyorum sana?

E: Haa tamam o zaman üç tam iki bölü bir.

A: İki bölü bir mi? Yoksa? Yazabilir miyiz?

E: (3 tam $\frac{1}{2}$ yazar, iki bölü bir olarak okur)

A: İkide bir.

E: Hu tamam.

Bu diyalogdan da görüldüğü üzere öğrenci dikkatinin dağıldığı durumlarda yarım olarak ilk önce öğrendiği ikide bir kesrinin bir bütünün yarısına eş olduğunu unutmuş, ardından doğru notasyon kullanarak ifade ettiği kesri sözel olarak ifade ederken pay ve paydayı yer değiştirerek okumuştur. Bu durum öğretim deneyleri boyunca diğer öğrencilerde de yaşanmıştır. Örneğin; öğrencilerden (M) ve (Ö) sırasıyla etkinlikteki nesnelerin miktarını ifade ederken kullandıkları “çeyrek” ve “yarım” kavramları için kesir notasyonu kullanarak

nasıl yazabilecekleri sorulduğunda bütünün dörtte bir ve ikide birlik parçalarına eş olduğunu hatırlamada güçlük yaşamışlardır.

Öğretim oturumunda, öğrenciler, sembolik veya sözel olarak verilen kesirleri sayı doğrusunda gösterebilmiş, bir sonraki öğretim oturumu için, model ile temsil edilen kesri sayı doğrusunda gösterebilmelerini sağlayacak, başka bir deyişle kesirlerin temsilleri arasında geçiş yapmalarını sağlayacak etkinlik yapılmasına karar verilmiştir.

4.1.5.2.4. E-10, Ö-9, M-9, Z-9 Oturumları

Bu öğretim oturumunda *Benzin Deposu* etkinliği uygulanmıştır. Bu etkinlikle, öğrencilerin, model ile temsil edilen kesri sayı doğrusunda gösterebilmeleri, kesirlerin temsilleri arasında geçiş yapabilmeleri amaçlanmıştır. Etkinlikte kartondan sayı doğrusu modeli, benzin deposunun fotoğraf temsili (Şekil 54), kesir şeritleri gibi nesnelerden yararlanılmıştır. Bu amaçla, öğrencilere çeyrek daire modeline sahip bir benzin deposu fotoğrafı gösterilmiş, benzin ibresinden kalan benzinin miktarı ile ilgili fikir öne sürerek, miktarı temsil eden kesri sayı doğrusunda göstererek problem durumundaki kişinin benzin almasına gerek olup olmadığına karar vermesi istenmiştir.



Şekil 54. Benzin deposu göstergesi modeli

Öğrenciler ilk başta benzin deposu göstergesi modelini sayı doğrusuna transfer etmek için göstergedeki aralıkları saymaya başlamış, fakat öğrencilerin hepsi aralık yerine çizgileri saydıkları görülmüştür. Rehber yardımı ile çizgi yerine aralıkları sayması gerektiğini fark eden öğrenciler bir sayı doğrusu çizerek sayı doğrusunda yer alan 0 ve 1 tam sayıları arasını sekiz eş parçaya bölerek kesirlerin temsil ettiği sayıları yerleştirmiştir. Öğrencilerden bazılarının benzin ibresinin olduğu yerde kalan benzin miktarını temsil eden benzin miktarını sıfır noktasını dahil ederek ibrenin üçüncü çizgide olduğu düşüncesiyle “sekizde üç” olarak ifade ettiği görülmüştür. Kalan benzin miktarını “sekizde iki” olarak ifade eden öğrenciler sayı doğrusunda kalan miktarı temsil eden “sekizde iki” kesrini işaretlemiştir. Öğrencilere problem durumundaki kişinin benzin alması gerekli mi yoksa gerek yok mu diye sorulduğunda öğrencilerin hepsi kişinin benzin alması gerektiğini çünkü kalan benzinin

miktarının sıfıra yakın olduğunu sayı doğrusunda sıfıra yakınlığına göre karar verebilmişlerdir.

Öğretim deneyleri sonrasında, öğrenciler, kesir notasyonuna geçişte, daha önce okuldaki öğrenme ortamlarında, kesirleri daha çok “bir bölü dört” olarak ifade ettikleri için dikkatlerinin dağıldığı zamanlarda “dörtte bir” ile ifade edilen kesirlerin sembolik gösteriminde $\frac{4}{1}$ notasyonunu kullanabilmektedirler. Bununla birlikte sembolik olarak verilen $\frac{1}{4}$ kesrini sözel olarak ifade ederken “birde dört” olarak hatalı ifade edebilmektedirler. Kesir notasyonunda paydanın dilim/parça sayısını, payın ise bütün sayısını ifade ettiği yanlışlığına sahip olabilmektedirler. Ayrıca, payın “alınan parça sayısı” olduğu, paydanın ise “bir bütün yapmak için kaç parça gerektiği ya da bütünü kaç parçaya ayrıldığı” anlayışı, öğrencilerin birden büyük sayıları anlamlandırmada güçlük yaşamalarına neden olabilmektedir. Sembolik veya sözel olarak verilen kesirlerde pay ve paydanın ne ifade ettiğini doğrudan açıklamada güçlük yaşayabilen öğrenciler, bir bütünü eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonunu temsil eden kesir notasyonunu (ör: $\frac{3}{4}$) anlamlandırmada daire dilimlerinden oluşan somut materyaller kullanmaya ihtiyaç duyabilmektedirler. Bununla birlikte “*Bir Bütünün Eş parçalarını Sayma*” öğrenme hedefine ulaşamayan öğrenciler, bir kesrin sembolik gösterimi verildiğinde, o kesri temsil eden bütüne ait göz önüne alınan birim kesrin yinelenmesiyle oluşan parçalar koleksiyonu olduğunu ifade edememektedirler.

Bir basit kesri temsil eden bir model verildiğinde modelin temsil ettiği kesri sembolik olarak ifade edebilmekte ve sembolik gösterimi verilen basit kesri temsil eden modeller oluşturabilmektedirler. Bir kesrin sembolik gösterimi verildiğinde, o kesirde görünen birim kesrin yinelenmesiyle oluşan parçalar koleksiyonu olduğunu ifade edebilen öğrenciler, bileşik kesirleri öğrenmeden birden büyük bir kesri temsil eden parçalar koleksiyonunun sembolik gösterimi verildiğinde, bu kesri model (sayı doğrusu, alan niteliğine sahip modeller) oluşturarak gösterebilmektedirler.

Dairesel kesir takımı, şeffaf kesir şeritleri, kesir çubukları gibi nesnelerin kullanımı öğrencilerde var olan bazı kavram yanlışlarına gidermede ve ileri kesir kavramları için ön bilgi oluşturmada yardımcı olmaktadır. Örneğin, öğrencilerden birinden var olan birim kesirlerde paydası büyük olan kesrin daha büyük olduğuna dair sahip olduğu kavram yanlışlığı dairesel dilimlerin miktarlarını gördüğünde bilişsel çatışmaya uğramış ve günlük hayat ile ilişkilendirerek giderilmiştir. Bu durumun ileride kesirlerin temsil etikleri miktarların karşılaştırılmasında karşılaşılabilecek olası kavram yanlışlarının oluşmasını

engelleyebileceği varsayılmaktadır. Başka bir örnek olarak, bu nesneleri kullanırken öğrencilerin birde bir, ikide bir ve dörtte bir dışında tam/bütün, yarım ve çeyreği temsil eden kesirleri keşfedebilmektedirler.

Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası'na ait elde edilen bulgular ışığında oluşturulan tablo aşağıda verilmiştir.



Tablo 11.

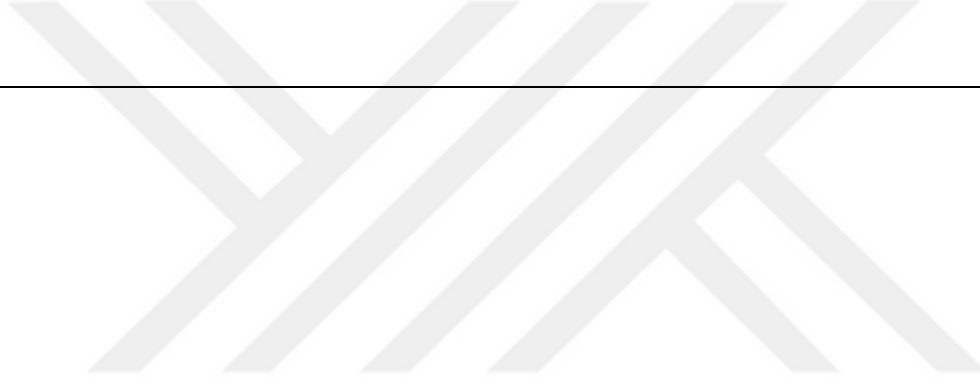
MÖG'ye Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası

Aşama	Öncül Kavram	Öğrenme Hedefi	Hedef Üzerinde Beklenen Eylemler	Etkinlikler	Öğrencilerin Öğrenme İlerleyişine Yönelik Araştırmaya Dayalı Varsayımlar
1	Ölçme ve Birim	Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği (örneğin; uzunluk) ile aynı niteliğe sahip başka bir nesnenin (birim olarak göz önüne alınan) niteliğini karşılaştırabilmek, Ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirleyerek kesirlere niçin ihtiyaç duyulduğuna dair fikir oluşturmak	Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesnenin niteliği ile kıyaslar ve sonucu bir biri cinsinden sayı ile ifade eder. Bir biri cinsinden ifade edilen miktarlar önce tam sayı olduğunda daha sonra tam sayı olmadığında akıl yürütür. Ölçüm sonucunu her iki durumda da ifade eder. Ayrıca ölçümde kullanılan nesnenin niteliğinin birim olarak görev yaptığının farkına varır.	Köpek Kulübesi Kartondan Çerçeve Uzunluğu bilinmeyen bir şerit, uzunluğu bir birim olarak kabul edilen şerit, uzunluğu bir birim olarak kabul edilen fakat iki, dört ve beş eşit parçaya ayrılacak şekilde işaretlenmiş şeritler vererek uzunluğu bilinmeyen şeri din kaç birim olduğu ile ilgili etkinlik	Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir başka nesne ile ölçerken, ölçüm sonucunun tam sayı olduğu durumlarda fikir ileri sürebilirler. Ölçüm yaparken birim olarak göz önüne alınan nesneyi yinelerken, son yinelemde birimin eksik kalan ya da aşan kısmının birimin miktarının yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilirler. Ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı ve “yarım” ile ifade edildiği durumlarda ölçüm sonucunu doğru bir şekilde ifade edebilirler (örneğin; iki buçuk). Ölçüm sonucunu sayı ile söyleseler de de birimi ifade etmeyi unutabilirler veya birim ne olursa olsun ölçüm sonucunu cm/m ile ifade edebilirler. Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesnenin niteliği (birim olarak göz önüne alınan) ile kıyaslarken ölçüm sonucunun tam sayıya karşılık gelmediği durumlarda birimi tekrar eş parçalara ayırarak kullanmayı düşünemeyebilirler. Ancak, eş parçalara ayrılmış birimi kullanarak doğru ölçüm yapabilirler. Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip başka bir nesnenin niteliği (birim olarak göz önüne alınan) ile kıyaslayıp ölçüm sonucunu ifade ederken kesir dili kullanmadan, dört parçadan biri, üç parçadan ikisi vb. şeklinde ölçüm miktarını belirleyebilir, kesir dilini (dörtte üç, beşte bir vb.) kullanmada ise zorluk yaşayabilirler. Kesirlerle ilgili terimleri bilmediklerinden kesir dili ile ifade etmede hata yapabilirler (örneğin; dörtte biri, birde dört olarak ifade etme). Yarım, çeyrek kavramlarını henüz tam olarak anlamlandıramadıkları için ölçüm sonucunu ifade ederken, bu kavramları bilinçli olmadan kullanmaya meyilli olabilirler.

2	Eşit Paylaşım	Eşit paylaşım kavramını anlamlandırarak verilen bir bütünü farklı yollarla eş parçalara ayırabilmek.	Eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiğini fark eder. Bir bütünü (pasta, pizza, elma vs) istenilen sayıda eş parçaya ayırır. Belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırır. Eş parçaları oluştururken parçaların şekinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini açıklar.	Hangi Elma İki Pasta Yedi Kişi Omlet Akşamı Hangi Pasta Daha Büyük? Kermes Ev Arkadaşı	Günlük hayatında bir bütünü veya çokluğu paylaştırmada iki ya da dört eş parçaya ayırma bilgisine sahip olabilirler. Paylaşılan parçaların eş olması için her bir parçanın niteliğinin miktarının eş olması gerektiğini fark edebilirler. Bütünü temsil eden bir modeli istenilen sayıda eş parçalara bölebilir/parçalayabilir/ayırabilirler. Bütünü temsil eden daire modelini 3, 5, 7 eş parçaya ayırmada güçlükle yaşayabilirler. Modelin merkezinden başlayarak eş parça oluşturmaya çalışırlarsa deneyerek daire modelini tek sayıda eş parçaya ayırabilirler. Nesne sayısı ile kişi/nesne başına düşen payın miktarı arasında ilişkiyi kurabilirler. Nesne sayısı, paylaştırılacak kişi/nesne sayısından • az ise, her bir nesneyi paylaştırılacak nesne/kişi sayısı kadar eş parçaya ayırıp parçaları paylaşırma; • eşit ise ise nesneleri nesne/kişilere eşit bir şekilde birer birer paylaşırma; • çok ise nesneleri nesne/kişilere eşit bir şekilde birer birer paylaştırdıktan sonra geri kalan nesneleri kişi sayısı kadar eş parçalara ayırıp paylaşırma soyutlamasını yapabilirler. Somut modeller kullanılırken, parçaların fiziki görünümeleri farklı olsa bile parçaların eş olması için göz önüne alınan niteliğinin miktarının eşit olması gerektiği fikrini oluşturabilirler. Ancak, farklı bir zamanda farklı bir durum karşısına çıktığında bu fikri kullanmada güçlük yaşayabilirler.
3	Kesir Dili	Verilen birim kesirleri, sözel olarak ifade etmek ve model ile göstermek.	Bir bütünün kendisini bütün (tam), bütünü oluşturan parçaları ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade eder. Yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb sözel olarak ifade edilen bir kesri alan, uzunluk niteliklerini sahip	Yarım-Çeyrek-Bütün Pizza Gecesi Kumbara	Günlük hayatında yarım, bütün kavramları ile ilgili sezgisel bir anlayışa sahip olsalar da çeyrek kavramını daha önce yapılandırmadıklarından, yarımdan az her miktarın çeyrek olduğu anlayışına sahip olabilirler. Yarımı sezgisel olarak “ikide bir” şeklinde sözel olarak ifade edebilirler. Bütün ve çeyreği sözel olarak ifade edemeyebilirler. Ancak bunları temsil edildikleri modeller yardımı ile kesir dilinde ifade edebilirler. Bir bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde, bu koleksiyondaki parçaların nitelikçe tümü eş olsun veya olmasın gösterilen bir parçanın niteliğinin miktarını kesir dilinde sözel olarak ifade edebilirler (sekizde bir, beşte bir vb.).

			modellerle ve küme modelleri ile temsil eder.			Sözel olarak ifade edilen bir kesri uzunluk, alan niteliğine sahip modeller ile temsil edebilirken, küme modeli ile temsil etmede güçlük yaşayabilirler. Somut modeller kullanarak bütünü temsil eden bir çokluğun istenilen birim kesir kadarını temsil eden parçayı model üzerinde belirleyebilirler (örneğin; 20 adet pulun dörtte birini gösterme). Pay ve payda kavramlarını henüz anlamlandırmadıklarından, kesrin sembolik gösteriminde (kesir notasyonunun kullanımında) güçlük yaşayabilirler (ikide bir kesrini $\frac{2}{1}$ olarak yazmak vb.).
4	Bir bütünün Eş Parçalarını-Birimi Sayma	Bir bütünün eş parçalarını saymak ve bütün ile eş parçaların niteliklerinin miktarları arasındaki ilişkiyi fark etmek.	Yineleme yoluyla verilen sayıda parçayı bütünüyle nitelikçe karşılaştırır (örneğin, dörtte üç gibi bir kesri dörtte bir denilen birim kesrin üç defa sayılması olarak görür). Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklar (koleksiyon birden fazla bütün oluşturacak şekilde durumlar verilecektir).	Kurdeleden Yapma Beş Çayı	Çerçeve	Birim kesri yineleyerek, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonunu nitelikçe bütünle karşılaştırabilir. Yinelemeyi kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) ifade etmeye meyilli olabilirler. Bu durumda koleksiyonun miktarını kesir dili ile ifade etmeleri için her defasında “kaç tane” değil “ne kadar” sorusu sorulduğunda kendilerinden istenilen şeyin parça veya dilim sayısı olmadığını anlayarak parçalar koleksiyonun miktarını bütün ile karşılaştırıp kesir dili ile ifade edebilirler. Somut modeller kullanarak bütünü temsil eden bir çokluğun istenilen kesir kadarını model üzerinde belirleyebilirler (örneğin; 20 adet pulun dörtte üçünü gösterme). Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonunu temsil eden model verildiğinde, parçalar koleksiyonunun niteliğinin miktarını kesir dili ile ifade edebilirler. Ancak bu koleksiyon sözle verildiğinde, bunu kesir dili ile ifade etmede (örneğin; 5 tane yedide bir pizzanın miktarını sözel olarak ifade etme) güçlük yaşayabilirler. Bir bütünün eş parçalarından oluşan bütünden fazla parçalar koleksiyonunun niteliğinin miktarını bileşik kesirden ziyade tam sayılı kesir ile ifade etmeye daha meyilli olabilirler. İstenildiğinde birim kesri temsil eden parçayı tekrarlayarak bileşik kesir olarak ifade edebilirler. Bir bütünün eş parçalarından oluşan bütünden fazla parçalar koleksiyonunun niteliğinin miktarı verildiğinde bu parçalar koleksiyonunu temsil eden modeli oluşturamayabilirler (örneğin; üçte beş kesrini temsil eden model oluşturma). Aynı sayıda eş parçalara ayrılmış birden fazla sayıda eş bütünleri (örneğin iki bütün de 4 eş parçaya bölünmüş olsun) temsil eden modeller verildiğinde, istenilen parça koleksiyonunun niteliğinin miktarını kesir dili ile ifade ederken parçaların tamamının sayısını payda olarak alabilirler

						(örneğin, iki bütün ve aynı bütünün dörtte birlerinden oluşan parçalar koleksiyonuna ait model verildiğinde 5 eş parçanın niteliğinin miktarını dörtte beş olarak ifade etmek yerine modeldeki toplam eş parça sayısı 8 olduğu için sekizde beş olarak ifade etme). Birim kesri yineleme eylemini aynı sayıda eş parçaya ayrılmış birbirinin kopyası olan bütünlere aynı anda uygulabildikleri takdirde bu anlayış ortadan kaldırılabilir.
5	Kesir Notasyonu	Kesirlerin gösterimini kullanmak ve anlamlandırmak.	Sembollerle verilen bir kesirde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklar. Sözel veya modelle verilen bir kesri sembol lerle ifade eder. Sembollerle verilen kesir için model oluşturur.	Kesirler ile Tarihten Notlar Pasta Tarifi Kendi Tarifini Yaz Benzin Deposu	İlgili	Kesirlerin sembolik gösterimine geçişte kesirleri daha çok “bir bölü dört” şeklinde ifade ettikleri için öğretim oturumları sırasında “dörtte bir” ile ifade edilen kesirlerin sembolik gösteriminde $\frac{4}{1}$’i kullanabilirler veya sembolik olarak verilen $\frac{1}{4}$ kesrini “birde dört” şeklinde sözel olarak hatalı ifade edebilirler. Sembolik veya sözel olarak verilen kesirleri model ile temsil ederken, genellikle alan niteliğine sahip modelleri, özellikle de daire modelini kullanmaya meyilli olabilirler. Öğrenciler genel olarak kesirleri temsil eden modelleri oluştururken alan niteliğine sahip modeller oluşturduklarından, kesirlerin sembolik gösteriminde paydanın bir bütüne ait parça sayısını, payın ise bütüne ait istenen taralı alanı temsil ettiği anlayışına sahip olabilirler. Bu anlayışa sahip olanlar, sembolik gösterimi verilen payı paydasından büyük kesirleri temsil eden kesri anlamlandırmada ve modelini oluşturmada güçlük yaşayabilirler. Sembolik veya sözel olarak verilen kesirlerde pay ve paydanın ne anlama geldiğini doğrudan açıklamada güçlük yaşayabilirler. Bir kesrin (ör: $\frac{3}{4}$) sembolik gösterimi anlamlandırmada dairesel kesir takımı, şeffaf kesir şeritleri, kesir çubukları gibi somut modeller kullanmaya ihtiyaç duyabilirler. Bir kesrin sembolik gösterimi verildiğinde, o kesri temsil eden bütüne ait göz önüne alınan bütünün birim kesri temsil eden parçanın yinelenmesi ile ifade edilebileceğini zihinlerinde yapılandıramayabilirler. Bileşik kesri temsil eden modeller oluştururken bütünü paydaki sayı kadar eş parçaya ayırmaya meyilli olabilirler.



Bir modelde basit kesri temsil eden bir parça koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyonun niteliğinin miktarını sembolik olarak ifade edebilirler. Sembolle verilen bir basit kesri temsil eden modeller oluşturabilirler.

Kesir sembolle verildiğinde bu kesri temsil eden parçalar koleksiyonunun, o kesirdeki birim kesrin yinelenmesiyle oluştuğunu ifade edebilenler, birden büyük bir kesri temsil eden parçalar koleksiyonunun sembolik gösterimi verildiğinde, bu kesri modelle (sayı doğrusu, alan niteliğine sahip modeller) gösterebilir.

Dairesel kesir takımı, şeffaf kesir şeritleri, kesir çubukları gibi nesneleri kullanırken bir bütünün farklı birim kesir kadarını karşılaştırmasıyla, ileride kesirlerin temsil etikleri miktarları karşılaştırırken birim kesirlerde paydası büyük olan kesrin temsil ettiği miktarın daha büyük olduğu anlayışına sahip olmalarını engelleyebilirler.

Dairesel kesir takımını kullanırken birde bir, ikide bir ve dörtte bir dışında tam/bütün, yarım ve çeyreği temsil eden kesirleri keşfedebilirler.

4.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünmelerine, Kavrayışlarına ve Matematiksel Anlamalarına Yönelik Farkındalıkları

Araştırmanın ikinci aşamasında, birinci aşamada öğrencilerle yapılan öğretim oturumlarına ait video-kayıtlar aracılığıyla öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla, kullanılması kararlaştırılan video kayıtları üç matematik öğretmen adayına izletilmiş ve bu kesime ait bulgular bireysel olarak gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmeler ve görüşmeler yoluyla toplanan video kayıtları ve ses kayıtlarının çözümlenmesi ve ardından içerik analizi ile elde edilmiştir. Bu başlık altında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmeleri, matematiksel kavrayışları ve matematiksel anlamalarının her birine yönelik öğretmen adaylarının neleri fark ettiği, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri başlık olarak tanımlanmıştır.

4.2.1. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşünmelerine Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri

Öğretmen adayları tüm uygulamalar süresince matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünmelerine ilişkin fark ettikleri durumlarla ilgili sık sık söylemlerde bulunmuşlardır. Aşağıda; öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel düşünmelerine yönelik fark ettiklerine, fark etme biçimlerine ve verdikleri öğretime dair tepkilere ilişkin frekans tablosu matematiksel düşünme bileşenleri bağlamında verilmiştir.

Tablo 12.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına Yönelik Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu

Temalar	Kategoriler	Alt Kategoriler	Ahu	Hale	Tuğçe
Ne Fark Ettiler?	Öğrencilerin Matematiksel Düşünceleri	Akıl Yürütme	42	33	23
		İlişkilendirme	31	43	50
		Temsil Kullanma	39	27	35
		Soyutlama	2	1	2
		Toplam	114	104	110
Nasıl Fark Ettiler?	Fark Etme Biçimleri	Tanımlama	20	14	8
		Açıklama	36	45	25
		Değerlendirme	92	89	99
		Gerekçeleştirme	48	52	45
		Karşılaştırma	6	8	4
		Genelleme	2	2	0
Öğretime dair Tepki	Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler (f)	Öğrenci düşüncelerine dayalı	11	10	11
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı	5	0	0
	Öğretime dair Tepki Vermede Amaç (f)	Öğrenci düşüncesi/stratejisi için ek bilgiye erişme	3	1	2
		Öğrenci düşüncesini iyileştirme	7	6	7
		Öğrencinin fark etmesini sağlama	7	3	2
		Öğrenci düşüncesini pekiştirme	1	0	0
	Öğretime dair Tepki Çeşidi (f)	Göster & Söyle	2	6	9
		Ver & İste	14	6	3
	Toplamda Verdiği Öğretime dair Tepki (f)		16	10	11

Tablo 12 incelendiğinde, tüm uygulamalar sonunda öğrencinin matematiksel düşünme süreciyle ilgili olarak öğretmen adaylarından Ahu 114 kez, Hale 104 kez ve Tuğçe ise 110 kez söylemde bulunmuştur. Öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel düşünme ilgili olarak fark ettikleri durumlara dair söylemlerde en fazla Ahu bulunsa da, söylem sayılarının

birbirine yakın olduğu söylenebilir. Farklılık ise, öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel düşünmesi ile ilgili en çok fark ettiğı bileşenlerde görölmektedir. Öğretmen adaylarından Ahu öğrencinin etkinlikler boyunca matematiksel problemlerle uğraşırken en çok nasıl akıl yürüttüğü ile ilgili durumları, Hale ve Tuğçe ise en çok nasıl ilişkilendirme yaptığı ile ilgili durumları veya ilişkilendirme yapmada güçlük yaşadığı durumları fark etmişlerdir. Öğrencinin matematiksel düşünmelerine yönelik fark ettiklerini fark etme biçimlerine ilişkin öğretmen adaylarının, fark ettikleri bir durumu açıklarken çoğunlukla birden fazla fark etme biçimi kullandıkları gözlemlenmiştir. Genel olarak öğretmen adaylarının, öğrencinin matematiksel düşünmelerine yönelik farkındalıklarını gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunarak taraflı duyular üzerinden değerlendirme yaparak ifade ettikleri söylenebilir. Öğretmen adaylarının öğrenci matematiksel düşünmelerine yönelik fark ettikleri durumlardan yola çıkarak verdikleri öğretime dair tepkilere genel olarak öğrenci düşünmelerinin yol açtığı söylenebilir. Bununla birlikte öğretmen adaylarının tepki vermelerindeki amacın ise çoğunlukla öğrenci düşünmelerini iyileştirme amaçlı olduğı ve verdikleri tepkilerin genellikle öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemesini içerdiği söylenebilir.

Tablo 12’de verilen sayısal bilgiler ışığında, tüm katılımcı öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel düşünmelerine ilişkin her bir bileşene yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri detaylı bir şekilde incelenerek ayrı başlıklar altında sunulmuştur. Bu başlıklarda öğretmen adaylarının öğrenciye ait matematiksel düşünmelerine yönelik farkındalıklarının hangi durumlarda açığa çıktığı ayrıca detaylandırılacaktır.

4.2.1.1. Akıl Yürütme

Öğrenci etkinlikler boyunca matematiksel problemlerle uğraşırken öğretmen adayları onların nasıl akıl yürüttüğü ile ilgili fark ettikleri durumlara değindikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının öğrenci matematiksel düşünmelerine ilişkin fark ettiğı durumlar arasından, öğrencinin etkinlikler sırasında, belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunduğı durumlar, çözüme ulaşmak için ileri sürdüğü fikirler, adım adım ileri sürdüğü fikri oluşturan öğeleri açıkladığı ve ileri sürülen bir fikri test etmek veya irdelemek, yordamak için verileri kullandığı durumlar akıl yürütme bileşenine dâhil

olmuştur. Bunun yanı sıra, yine öğretmen adaylarının fark ettiği, öğrencinin deneme yanılma yoluyla çözüme ulaştığı, sadece hatırladığı veya öğrenme ortamında gördüğü aritmetik işlemlere bağlı kaldığı, aklına gelen işlemleri anlamını bilmeden ne yaptığının farkında olmadan sürdürdüğü ve akıl yürüten kişinin strateji seçimine müdahalesi olmadan rehber kişi tarafından bir strateji seçildiği durumlar akıl yürütme bileşenine dâhil edilmiştir. Öğretmen adayları öğrencinin akıl yürütmesine ilişkin toplamda 98 durumu fark etmiştir. Fark ettiği durum sayısına bakıldığında öğrencinin akıl yürütmesine en çok odaklanan öğretmen adayı Ahu olmuştur ve bu fark ettiği durumlarda gözlenen akıl yürütme çeşitliliği (farklı bileşen sayısı) yine en çok bu adaya aittir.

Öğretmen adaylarının fark ettiği durumlardan akıl yürütme bileşenine örnek olarak, öğrenciden bir karton şeridin uzunluğunu birim karton şerit ile ölçmesi ve ölçümü sayı ile ifade etmesinin istendiği “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde, öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin birimi tekrarladığında ölçülen karton şeridin kalan kısmının miktarının yarım olmadığını kavradıktan sonra, yarım birimden küçük olabileceği çıkarımını yaparak akıl yürüttüğünü fark etmiştir. Ahu’nun fark ettiği duruma paralel olarak Tuğçe ise, öğrencinin birimi, ölçülen nesne boyunca yinelediğinde nesneyi aşan kısım için “yarımdan az veya fazla” olabileceği ile ilgili fikir öne sürerek akıl yürüttüğünü öğrencinin kendi ifadeleriyle betimlemiştir. Bu betimlemeyi “*B’yi (birim olarak görev yapan nesne) ikiye böldüm diyor kendi kafasından. Ama yine de parça (birimin ölçüm yapılan nesneyi boyunca yinelenmediğinde aşan parçası) fazla veya eksik gelecek diyor...*” söylemi ile ifade etmiştir. Hale ise, öğrencinin karton şeridin uzunluğunu ölçerken birimi yinelediğinde karton şeridin uzunluğunun iki birimden fazla olduğu ile ilgili çıkarım yaparak akıl yürüttüğünü “*Ama şey yani en azından fazla olduğunun farkında. (B birimin iki kere tekrarlanınca karton şeridi aştığı) İlk başta iki dedi direkt. Ama ondan sonra koyunca daha fazla olduğunu fark etti...*” söylemi ile açıklamıştır. Bu noktada, öğretmen adaylarından Ahu ve Tuğçe öğrencinin yinelediği birimin karton şeridi aşan kısmı ile ilgili, Hale ise karton şeridin uzunluğu ile ilgili öğrencinin yaptığı çıkarımı fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Ahu ve Hale, öğrencinin birimi yinelediğinde birimin nesnenin uzunluğunu aşmayan parçasının miktarını bulmak için birimi tekrar parçalara bölmesi gerektiği ile ilgili fikir öne sürebildiği değerlendirmesini yapmışlardır. Bununla birlikte Ahu, karton şeridin uzunluğunu ölçerken, öğrencinin birimi başka bir birim kullanarak tekrar birimleştirme (ölçeklendirme) eylemini seçerek, adım adım ileri sürdüğü fikri oluşturan öğeleri açıkladığını belirtmiştir. Bununla

ilgili fark ettikleri durumları öğrenci ifadelerini doğrudan alıntılanarak ve öğrenci eylemlerini açıklayarak şöyle ifade etmiştir:

“Aslında öğrenci yarım birimden daha küçük olacağını yani o parçadan daha küçük bir parça olabileceğini de kurguluyor (Birimi tekrarladığında ölçülen karton şeridin kalan kısmının yarım birimden küçük olabileceğini kurguluyor.) Yani mantık açısından çocuk güzel akıl yürütüyor. Veya elindeki eş parçalara ayrılmış birimin kalan parça için fazla veya az olacağına karar veriyor. Karton şeridi ayırması gerektiğini ya da parçalara ayırması gerektiğini biliyor. Çünkü dedi ya B birimini ikiye bölersem mavi karton şeridin uzunluğunu ölçebilirim diye. Bunu şu kadara bölerim diye kendisi söylemeye başlıyor aslında daha sonrasında... A birimleri B birimin altına koyup ölçmeye çalıştı.”

Hale, Ahu'nun fark ettiği duruma benzer olarak öğrencinin çözüme ulaşmak için ileri sürdüğü fikirleri ve adım adım kullandığı yolları, stratejileri *“Kendisi genel olarak uğraştı ama çözmeye çalışıyor, (birimleri) üst üste koyuyor. Kendi kendine yöntemler buluyor. Öğretmenin yardımıyla tek tek ilerletiyor A birimleri.”* biçiminde açıklamış, Ahu'dan farklı olarak rehber kişinin desteğini vurgulamıştır. Öğretmen adaylarından Tuğçe ise, diğer iki öğretmen adayından farklı olarak öğrenci eylemini salt rehberine dayandırarak, öğrencinin birimi başka bir birimi kullanarak tekrar ölçeklendirme (birimi eş parçalara ayırma) eylemini öğretmenin rehberliği olmadan hiç seçemediğini belirtmiştir. Tuğçe, öğrencinin A birimi kullanarak B birimi eş parçalara ayırma stratejisini ancak rehber kişi olan öğretmenin yönlendirmesiyle kullanabildiğini dolayısıyla rehber algoritmaya dayalı akıl yürüttüğünü *“B'yi A ile ifade edemedi birbiriyle ilişkilendiremedi önce. Öğretmenin desteği ile A ile B'nin arasındaki ilişkiyi gördü.”* söylemleri ile değerlendirmiştir.

Öğrencinin belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunduğu durumu Ahu, *“5 sonucunda tahmini bir şey yaptı yani eliyle şu kadardır dedi beş tane.”* söylemi ile Hale ise *“5 sonucuna da, eliyle ölçmeye çalıştı. O aslında direkt düşünerek beş dememiş de olabilir. Kendine göre bir birim seçti eliyle. Onu böyle böyle ilerletti ve sonucunda da beş çıktı.”* söylemi ile öğrenci ifadeleri ve eylemleri ile açıklayarak değerlendirmişlerdir. Fark ettikleri bu durum için, Hale, ölçüm sonucu ile ilgili tahmin yürüten öğrenciye, cetvel kullanarak ölçüm sonucunu ifade etmesini isteyeceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Diğer öğretmen adayları fark ettikleri bu durum ile ilgili herhangi bir öğretime dair tepkide bulunmamışlardır. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin, birimi yinelediğinde birimin nesnenin uzunluğunu aşmayan parçasının miktarının bir tam/bütünden az olduğu akıl yürütmesini yapabildiğini fakat öğrencinin sadece hatırladığı veya öğrenme ortamında gördüğü yarım kavramını anlamını bilmeden ölçüm sonucunu ifade etmek için kullandığını dolayısıyla ezbere dayalı akıl yürüttüğünü fark etmişlerdir. Bu duruma yönelik Ahu *“Daha önce duymuş olduğu bir ifadeyi büyük ihtimalle söylüyor öğrenci”* söylemi ile değerlendirerek ifade etmiş, Tuğçe ise *“Buçuk değil aslında. Bir önceki etkinlikle aynı şeyi*

yapmaya çalışıyor. Bilinçsizce diğer parçaları kullanmadan direkt onunla ölçmeye çalışıyor.” söylemi ile öğrencinin önceki etkinlikteki zihinsel eylemi ile karşılaştırarak deneme yanılma yoluyla verilen birimleri bilinçsizce kullanarak sonuca ulaşmaya çalıştığı değerlendirilmesinde bulunmuştur.

Bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumları temin edilip, bu birimlerle verilen karton şeridin uzunluğunun ölçülmesi istenen aynı etkinlikte, öğrencinin eş parçalara ayrılmamış bir birimi yinelemesi sonucu birimin uzunluğunun ölçülen nesneyi aşan parçasını buçuk olarak ifade etmesini öğretmen adaylarından Ahu, “...tam etmiyorsa buçuğudur diye düşünüyor.” söylemi ile değerlendirmiştir. Öğretmen adayı Ahu burada öğrencinin yuvarlama stratejisini kullanarak ölçüm sonucuna dair tahminde bulunduğunu belirtmiştir. Etkinliğin sonunda ise Hale, öğrencinin deneme yanılma yoluyla ve rehber kişi tarafından bir strateji belirlenip öğrencinin o stratejiye göre akıl yürüterek doğru sonuca ulaştığını

“Teker teker denedi. İşte, iki parçayı beş parçayı denedi. Sonra olması gereken parçayı buldu. Sürekli böyle sordukça, öğretmenin de müdahalesiyle o şekilde öğrendi. Çünkü ona kalsa buçuktu. Sonra öğretmen buçuk olmadığını fark ettirdi. Ondan sonra diğer birimlerin parçalarını yönlendirdi. O yüzden böyle deneye deneye artık iyice kavramış oldu.”

biçiminde ifade etmiştir. Doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane alan 7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın, pastalardan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek toplam 7 dilim pasta elde edildiği ve herkesin bir dilim pasta yediği “Doğum Günü Pastası” etkinliğinde, öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin bir pastayı üç eş parçaya, diğerinin dört eş parçaya bölünmesi ve pastaların her birinin kendi arasında eş parçalara ayrılmış olmasının öğrencinin iki bütünü ayrı ayrı düşünerek her bir kişinin eşit miktarda pasta aldığı şeklinde akıl yürüttüğünü “...Bence öğrenci şu şekilde düşünüyor olabilir. Benden istenilen şekilde ben böldüm. Bir pastayı dörde böldüm evet onlar eşit, 4 kişi onları yiyor. Diğer pastayı da üçe böldüm. Onları da herkes eşit yedi. Yani bir pastadaki bütün dilimler eşit olduğu için bence iki pastanın dilimlerinin de birbirine eşit olduğunu düşünüyordur bence.” söylemleri ile değerlendirmiştir. Öğretmen adaylarından Tuğçe ise, öğrencinin, iki eş pastanın birisinin üç, diğerinin dört eş parçaya ayrıldığı durumda pastaların birer parçasının miktarlarını karşılaştırırken, 3 ve 4 sayılarının hangisinin daha büyük olduğunu bulmak için çıkarma işlemi ile sayıları sıralama stratejisini seçtiğini fark etmiştir. Fark ettiği öğrencinin bu akıl yürütmesini “Büyük olan sayıdan küçüğü çıkartmaya çalışıyor. Çıkartma işlemi ile büyük olan sayıyı bulabileceğini düşünüyor. Hangisi hangisinden çıkarsa o daha küçük. Hangisi çıkmazsa o daha büyük. Onu bulmaya çalışıyor galiba...” söylemi ile değerlendirmiştir. Bu etkinlikte de öğretmen adayları öğrencinin daha önceki

öğrenme ortamlarında gördüğü-hatırladığı kavramları anlamını bilmeden kullandığı, aklına ilk gelen strateji ile çözüme ulaşmaya çalıştığı dolayısıyla ezbere dayalı akıl yürüttüğü değerlendirmesini yapmışlardır. Bu değerlendirmeler Ahu'nun *"Aslında daha sonradan söyleyebiliyor ama... ezberden dolayı mı yoksa yine aklına ilk geleni mi söylüyor..."* ifadesi ve *"...önceki öğrendiği bilgilerden bir şeyler yapmaya çalıştı..."* ifadesinde açıkça görülmektedir. Öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin 7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın iki pastayı da 7 eş parçaya ayırması gerektiği çıkarımında bulunabildiğini ifade etse de, öğrencinin pastayı tekrar 7 yerine 8 eş parçaya ayırmasından sonra kalan parçanın ne olacağı ile ilgili farklı fikirler öne sürebildiğini vurgulamıştır. Tuğçe ise bu durum ile ilgili öğrencinin "eşit paylaşım" yapmak için seçtiği stratejiye odaklanarak, öğrencinin iki pastayı da 7 eş parçaya ayırmaktan başka bir strateji seçtiği ile ilgili fark ettiği durumu *"Eşit dağıtmaktan kastı şu öğrencinin: Bir şeyi bölüyor ya mesela onu 8'e bölüp ikişer paylaştırınca diğer pastada diğerlerine daha fazla verip ikisini eşitleyecek aldığını."* söylemleriyle ifade etmiştir. Hale ise benzer bir durum olan öğrencinin bir pastayı 7 kişi arasından eşit paylaşmak için önce 8 eş parçaya daha sonra 10 eş parçaya ayırıp paylaştırmaya çalışmasına odaklanarak öğrencinin deneme yanılma yoluyla akıl yürüttüğü değerlendirmesini yapmıştır. Hale bu durumu *"Bir de herkese ikişer ikişer veriyor. Önce birer birer vermeyi deneyebilirdi. 8 parça yine fazla gelecekti hani 7 den çok olacaktı ama ikişer ikişer veriyor hep. Yani yapmaya çalıştığı şey yine bence çizerek böyle deneye deneye sonuca ulaşmak..."* şeklinde dile getirmiştir. Böylelikle öğrencinin bir pastayı 7 kişi arasından eşit paylaşmak için kişi sayısından fazla eş parçaya ayırması durumu ile ilgili öğretmen adaylarından biri parçaları paylaştıktan sonra kalan parça ile ilgili fikir öne sürmesine, diğeri eşit paylaşmak için seçtiği stratejiye bir diğeri ise deneme yanılma yoluyla cevaba ulaşmaya çalışmasına odaklanmıştır. Aynı etkinlikte, öğrenciden iki adet çikolatayı aynı şekilde eş parçalara ayırarak birer parçalarının miktarlarını karşılaştırması istenir. Öğretmen adaylarından Hale, öğrencinin çözüm için modeller arasında seçim yaptığı akıl yürütmeye odaklanarak, öğrencinin çikolatayı eş parçalara ayırırken "dikdörtgen modeli" seçtiğini fark etmiştir. Tuğçe ise öğrencinin çözüm için modeller arasında seçim yaptığı durumu öğrencinin deneme-yanılma yöntemini kullanması olarak ele alarak, bu farkındalığını *"Deniyor galiba. Deneme yanılma yapıyor olabilir. Birinciye denedi mesela o olmadı, bir de kareyi deneyeyim dedi, olmadı..."* söylemi ile değerlendirmiştir. Böylelikle öğrencinin aynı eylemi için öğretmen adaylarından biri öğrencinin farklı bağlamlar için farklı modeller seçmesine odaklanırken, diğeri ise farklı modeller seçmesini çözüm için

deneme-yanılma yöntemini kullanmasına bağlamıştır. Etkinliğin sonunda öğretmen adayı Ahu, öğrencinin rehber kişi olan öğretmen tarafından bir strateji belirlenirse öğrencinin akıl yürütebildiği ve doğru sonuca ulaşabildiği değerlendirmesini yaparak daha önceki etkinliklerdeki öğrenci düşünceleri ile karşılaştırma yaptığı gözlemlenmiştir. Bu durumu *“Çünkü öğretmen yönlendirdiği zaman ona anlattığı zaman aslında kendisi çok güzel ifade edebiliyor. Yani yönlendirme olduğu zaman aynı şekilde diğer etkinlikte de geçerli.”* söylemleri ile ifade etmiştir.

Üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisini iki oğlundan birine kenarı boyunca, diğerini diğer oğluna köşegen boyunca iki eş parçaya ayırıp veren annenin yer aldığı *“Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?”* etkinliğinde, anne, pasta dilimlerinin eşit miktarda olmadığını söyleyen oğullarını parçaların eşit miktarda olduğuna ikna etmeye çalışır. Öğrenciye, annenin mi yoksa oğullarının mı haklı olduğu sorulduğunda ise öğrenci annenin haklı olduğunu söyler. Öğretmen adayı Ahu, ilk başta, öğrencinin *“Annesi ikna etmiştir, anne haklı”* söyleminde öğrencinin günlük hayatta yaşadığı öğrenme deneyimine göre akıl yürüttüğünü *“Tamamen belki daha önce yaşadığı bir olaydan dolayı ya da gördüğünden dolayı böyle söylüyor olabilir.”* gerekçesi ile değerlendirmiştir. Daha sonra Ahu, üçgen dilimin daha büyük olduğunu ifade eden öğrencinin sadece fiziksel görünüşünden dolayı üçgen dilimin daha büyük olduğu çıkarımında bulunduğu değerlendirmesini yapmıştır. Son olarak, öğrencinin ileri sürdüğü bir fikri test etmek için verileri kullanarak akıl yürüttüğünü *“Bir şeyler biliyor ve bunları kullana da biliyor.”* ifadesi ile belirtmiştir. Öğretmen adayı Hale ise, öğrencinin ilk başta şekilleri farklı olan parçaların eş olamayacağı fikrini öne sürerek parçaların eş olmadığı iddiasında bulunsa da, daha sonra iki parça da aynı bütünün ikide birlik parçası ise iki parçanın da eş olduğu mantıklı çıkarımında bulunarak akıl yürüttüğü fark etmiştir. Etkinliğin sonunda ise öğretmen adaylarından Hale ve Tuğçe, öğrencinin, rehber kişi olan öğretmen tarafından bir strateji (somut modeller yardımı ile şekilleri farklı eş parçaların şekillerini eş yapma) belirlenirse akıl yürütebildiği ve iki parçanın da eş olduğunu keşfedebildiği değerlendirmesini yapmıştır. Bu değerlendirmeler Tuğçe’nin *“O parçaları ayırıp tekrar bütünleştirdiğinde aynı şey olacağını biraz hani öğretmen kestikten sonra anladı. Yani onu kesip onun üstüne koyduktan sonra fark etti.”* söyleminde açıkça görülmektedir. Bununla birlikte öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin başka bir bağlamda benzer bir problem ile karşılaştığında aynı bütüne ait fiziki görünüşleri farklı parçaların da eş olabileceği ile ilgili akıl yürütebileceğini *“Yani bundan sonra da herhalde*

düşünür yani. Hani şöyle düşünür “ acaba bunu nereden kessem nereye koysam eşit olur mu” gibi bir düşünceye sahip olmuştur bence.” ifadeleriyle değerlendirmiştir.

Yarım ve çeyrek kavramının öğrenci için ne anlam ifade ettiğini anlamak için sorular yöneltilen “Yarım-Çeyrek-Bütün” etkinliğinde, öğrencinin çeyrek ve yarım kavramlarını temsil eden model oluştururken ilk başta daire modeli çizip daha sonra silip dikdörtgen modeli çizmeyi tercih etmesinin altında yatan akıl yürütmesini öğretmen adayı Ahu “*Bence gösteremeyeceğini düşünüyor olabilir. Yanlış olacağından korkmuş olabilir. Daireyle yanlış çizebilirim belki diye düşünüp dikdörtgen daha çok güven vermiş olabilir belki...*” gerekçeleri ile açıklamıştır. Öğretmen adaylarından Ahu ve Hale, öğrencinin çeyrek kavramı ile ilgili verdiği cevaplardan ve yarımın ne ifade ettiği sorusuna öğrencinin bir daire modeli oluşturup dört eş parçaya bölmesinden yola çıkarak öğrencinin biraz önce öğrendiği bilgiyi ezbere tekrarladığını veya sadece hatırladığını veya öğrenme ortamında gördüğü eylemi tekrarlayarak ezbere dayalı akıl yürüttüğü değerlendirmesini yapmışlardır. Bu değerlendirmeler Ahu’nun “*...5 dakika önce öğrendiği bilgiden dolayı söylüyor gibi geldi.*” söyleminde ve Hale’nin “*Acaba alışkın olduğu için direkt böyle daireyi çizip dörde bölmeye alışkın olduğu için mi yaptı?*” söyleminde açıkça görülmektedir. Öğretmen adayı Tuğçe ise, diğer öğretmen adaylarının aksine öğrencinin yarımın veya çeyreğin ne ifade ettiği ile ilgili ezbere dayalı akıl yürütmediği ile ilgili değerlendirmeler yapmıştır. Bu değerlendirmelerde, öğrenciden bir bütünün çeyreğini model ile temsil etmesi istendiğinde, öğrencinin çizdiği modeli dört eş parçaya ayırarak bir parçasını “dörtte bir” olarak ifade etmesini işaret etmiştir. Ayrıca yarımı temsil etmesi istendiğinde dört eş parçaya ayırdığı aynı bütün üzerinde yarımı göstermeye çalışırken “*dörtte ...*” diyerek duraksamasını fark ederek öğrencinin yarımın “dörtte bir” olmadığını bildiğine dolayısıyla dörtte birin çeyrek olduğu çıkarımında bulunabildiğine odaklanmıştı. Bu farkındalığını “*Dörtte biri olmayacağını biliyor bir kere. Çünkü ona çeyrek dedik.*” söylemi ile dile getirmiştir.

Öğrencinin bir bütünü temsil eden çokluğun birim kesrin temsil ettiği kadarını göstermesini amaçlayan etkinlikte paraları temsil eden kartondan pulları dörtte birlerine ayırması istenir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin pulları dörtte birlerine ayırmak yerine dörderli grup oluşturmasını “*Dörtte birlere ayrıldığı zaman bir grubun 4 adetten oluşması gerektiğini düşünmüş olabilir.*” söyleminde görüldüğü üzere öğrencinin böyle bir çıkarımda bulunma nedenini olasılıklar dahilinde değerlendirmiştir. Tuğçe ise aynı durumu fark ederek öğrencinin aklına gelen çözüme dair adımları anlamını bilmeden ezbere akıl yürüterek sürdürdüğü değerlendirmesini yapmıştır. Daha sonra, öğrenciye, beşte birlerine ayırdığı

bütünü temsil eden çokluğun bir grubunun fazla olduğu söylendiğinde öğrenci gruptaki pulları diğer gruplara dağıtarak toplamda dört grup oluşturur ve pulları dörtte birlerine ayırır. Bu durum ile ilgili, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin sonuca bilinçsizce rastgele bir strateji kullanarak ulaştığını dolayısıyla ezbere dayalı akıl yürüttüğünü “...Bence, matematiksel olarak bilinçli yaptığını düşünmüyorum. Pulları sadece bir oyun mantığında kalanları bunları da dağıtayım şeklinde düşündü. Matematikte 20’yi 4’e böldüğümde 5 parça oluyor şeklinde düşündüğünü düşünmüyorum.” sözleri ile değerlendirmiştir. Öğretmen adayı Hale ve Tuğçe ise, öğrencinin pulları bir araya getirerek sürekli bir bütün oluşturmaya çalışmasını öğrencinin cevaba ulaşmak için kullandığı bir strateji olarak fark etmiş ve bu farkındalıklarını sırayla “Sanırım hepsini bir birleştirip bütünü göreceğiz ilk önce. Çünkü bütünü görünce ayırmak daha kolay olacak onun için. Yani şu an bir bütün elde etmeye çalışıyor.” söylemi ve “Tekrar birleştirdi hepsini galiba. Birleştirip bu sefer dörde ayırmayı düşünebilir. Sanki dörde ayıracak gibi geldi.” söylemleriyle ifade etmişlerdir. Etkinliğin sonunda, öğretmen adayları Ahu ve Tuğçe öğrencinin rehber kişi olan öğretmen tarafından bir strateji belirlenirse akıl yürütebildiği ve doğru sonuca ulaşabildiği değerlendirmesini yapmışlardır. Fark ettiği bu duruma yönelik öğretmen adayı Ahu “...Bundan sonra tekrardan dördü sorabilirdim belki anlayıp anlamadığını görmek için...” söylemi ile öğrencinin ezbere dayalı akıl yürütüp doğru sonuca ulaşp ulaşmadığı ile ilgili ek bilgiye ulaşmak için öğrenciden tekrardan çokluğu dörtte birlerine ayırmasını isteyebileceği öğretime dair tepkide bulunmuştur.

Öğrenciden, verilen nesneyi sekiz eş parçaya ayırması istenen “Kurdeleden Çerçeve” etkinliğinde, öğrenci verilen kurdeleyi ilk önce iki eş daha sonra dört eş parçaya ayırmaya çalışır. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin kurdelenin iki ucunu birleştirip katlayarak iki eş parça elde etme stratejisini kullanmak yerine, kurdelenin orta noktası veya dörtte birlik parçası olduğunu düşündüğü yere parmağını koyarak yarım ve çeyrek parçaların miktarlarını bulmak için belirli bir referans noktasına göre tahminde bulunduğunu fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Tuğçe, bu farkındalığını “Göz kararı olarak bakıyor. Yani dörde böl deseniz de yine dört parçayı göz kararı parçalayacak. Hani tahmini bir şeyle yapıyor” değerlendirmesi ile ifade etmiştir. Öğrencinin daha sonra kurdelenin iki ucunu birleştirerek iki eş parçaya, daha sonra aynı eylemleri tekrarlayarak dört ve sekiz eş parçaya ayırmasında, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin sadece hatırladığı veya az önce gördüğü eylemi taklit ederek ezbere dayalı akıl yürüttüğünü “...bence ikinci kere yaptığımızda kurdeleyi çok bilinçli olarak yaptığını düşünmüyorum. Bence biraz ezberden dolayı yani “az önce evet

ikiye katladık tekrar ikiye katladık, aynı şeyi yapacağım” mantığı ile hareket ettiğini düşünüyorum ben açıkçası.” söylemi ile değerlendirmiştir. Hale ise Ahu’nun aksine aynı durumda öğrencinin eylemi sadece taklit ederek değil rehber kişi olan öğretmen tarafından belirlenen strateji ile akıl yürüterek ayırabildiği değerlendirmesini yapmıştır. Bu değerlendirmesini *“Öğretmen ipucu verdikten sonra kendisi de dörtte birini deneyip gördükten sonra sekizde birini hatta kendisi buldu hani bunu akıl edebildi, düşünebildi.”* şeklinde ifade etmiştir. Öğrencinin kurdelenin sekizde beşini temsil eden parçasını kolaylıkla gösterebildiğini ifade eden Ahu, öğrencinin sekizde beşlik parçayı bulmak için bütün kurdelenin sekizde birlik kesrin temsil ettiği miktar kadarını beş kez yineleme stratejisini seçmek yerine “sekizde beş” kesrindeki beş sayısını duyarak kurdelede ayırdığı parçalardan beş tanesini sayarak, altında yatan mantığı bilmeden ezbere dayalı akıl yürüterek çözüme ulaştığı değerlendirmesini yapmıştır. Ahu bu değerlendirmeyi ve değerlendirmesinin gerekçelerini öğrencinin eylemlerine dayanarak

“Acaba beş bölü sekiz desek bir şey fark eder miydi bunu merak ettim. Veya farklı bir şekilde... Onu da şey diye düşünmüş olabilir belki. “Beş tanesini keseceğim” derken sekizde beşi olduğu için değil de veya kesir olarak değil de 5 kelimesini duyduğu için “5 tanesini herhalde kesmem gerekli” diye düşünmüş olabilir diye düşünüyorum. Aynı şekilde diğerinde de direkt iki deyince iki tanesini kesit yani düşünmedi tamam çok düşünmesine gerek yok ama duraksamadı, sadece iki tanesini kesti. O yüzden bunu bilinçli olarak yaptığını düşünmüyorum.”

şeklinde açıklamıştır.

Öğrenciden, sözel olarak verilen veya model ile temsil edilen kesirleri notasyon kullanarak ifade etmesi istenen etkinlikte, öğrenci, dokuz eş parçaya ayrılmış bir bütünün bir parçasını dörtte bir olarak ifade eder. Bunu fark eden öğretmen adayları Ahu ve Hale, öğrencinin, daha önce yapılan alıştırmalarda veya okulda kesirleri öğrenirken gördüğü, bir bütünün sürekli olarak dört eş parçaya bölündüğü etkinlikleri gerekçe göstererek, bu durumun, öğrencinin sadece hatırladığı veya önceki öğrenme ortamlarında gördüğüne göre akıl yürüterek aklına gelen ilk kesri söylemesine neden olduğu değerlendirmesinde bulunmuşlardır. Bu değerlendirmeler Ahu’nun *“Bence öğrenciler çok fazla ezberden söylüyor. Yani dört acaba kafalarında yerleşmiş bir şey mi? Çünkü biz de sürekli bir pasta dilimini dörde bölüyoruz. Acaba onu düşünerek mi söyledi. Dörtte bir...”* söylemlerinde ve Hale’nin *“Bir önceki örnekte dörtte bir sözü geçtiği için düşünmeden yanıt veriyor orada... Büyük ihtimalle bir önceki örnekte hemen dörtte bir dendi işte. Öğretmen bana bunu gösteriyorsa demek ki bu dörtte birdir, dörtte ikidir demek istiyor.”* söyleminde açıkça görülmektedir. Bununla birlikte öğretmen adaylarından Ahu, sembolik olarak verilen bir kesirde payın ve paydanın ne ifade ettiğini öğrenciye temin edilen farklı modeller üzerinde gösterip, kendi cümleleri

ile ifade etmesi istendiğinde öğrencinin kullanılacak modelleri seçerek akıl yürüttüğünü ifade etmiştir.

“Beş Çayı” etkinliğinde, öğretmen adaylarından Tuğçe, öğrencinin dört eş dairenin dörder eş parçalarından on tanesini kesir dilinde ifade ederken zihinsel imgeler kullanarak direkt ‘dörtte/ on’ olarak ifade edemediğini, ancak “birim kesri istenilen sayıda yineleme” stratejisini kullandığını fark etmiştir. Bununla birlikte, bir benzin deposu fotoğrafının gösterilip öğrenciden, benzin ibresine bakarak kalan benzinin miktarını temsil eden kesri sayı doğrusunda gösterip kalan benzin miktarına göre benzin alınıp alınmayacağına karar vermesi istenen “Benzin Deposu” etkinliğinde, öğretmen adaylarından Tuğçe, öğrencinin benzin deposundaki benzin miktarının temsili olarak sayı doğrusunda $\frac{2}{8}$ ’yi işaretledikten sonra “sıfıra yakınlığına göre” benzin alınmalı çıkarımında bulunduğunu fark etmiştir. “Beş Çayı” ve “Benzin Deposu” etkinliği boyunca öğretmen adaylarından Ahu’nun ve Hale’nin öğrencinin akıl yürütmesine ilişkin fark ettikleri bir durum olmamıştır.

Genel olarak, öğretmen adaylarından Ahu, etkinlikler boyunca öğrencinin akıl yürütme durumlarına yönelik en çok öğrencinin önceki öğrenme ortamlarında gördüğü hatırladığı kavramları anlamını bilmeden kullandığı, aklına ilk gelen strateji ile çözüme ulaşmaya çalıştığı, kısa bir süre önce öğrendiği algoritmayı aynen tekrarladığı dolayısıyla ezbere dayalı akıl yürüttüğü durumlara ve rehber kişi olan öğretmen tarafından bir strateji belirlendiğinde ancak öğrencinin akıl yürütebildiği durumlara odaklanmıştır. Bu odaklanmanın nedeni olarak matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gelişimsel özellikleri göz önüne alındığında daha çok taklit ve ezbere dayalı akıl yürüttüklerinden kaynaklandığı söylenebilir. Öğretmen adaylarından Hale ise etkinlikler boyunca, öğrencinin akıl yürütme durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin çıkarım yaptığı, tahmin yaptığı, çözüm için strateji seçtiği akıl yürütme durumları ile birlikte öğrencinin deneme yanılma yöntemi ile sonuca ulaştığı, ezbere dayalı veya rehber kişi tarafından belirlenen strateji ile akıl yürüttüğü durumlara neredeyse eşit odaklanmıştır. Dolayısıyla öğrenci akıl yürütmeleri ile ilgili neredeyse tüm bileşenlere ait farkındalıklarını ifade etmiştir. Son olarak öğretmen adayı Tuğçe, etkinlikler boyunca, öğrencinin akıl yürütme durumlarına yönelik öğrencinin çıkarım yaptığı, tahmin yaptığı, fikir ileri sürdüğü akıl yürütme durumları ile birlikte öğrencinin deneme yanılma yöntemi ile sonuca ulaştığı, ezbere dayalı veya rehber kişi tarafından belirlenen strateji ile akıl yürüttüğü durumlara neredeyse eşit olarak odaklanmıştır. Bununla birlikte en çok ise öğrencinin çözüm için strateji, yöntem seçimine

yönelik durumlara odaklanmıştır. Öğretmen adayları genel olarak öğrenciye ait ortak bir eyleme odaklansa da, o eylemin altındaki öğrenci akıl yürütmelerini farklı yorumladıkları durumlar olmuştur. Bununla birlikte öğrenciye ait aynı eylemin farklı bileşenlerine odaklandıkları durumlar da olmuştur.

Öğretmen adaylarının öğrencinin akıl yürütme durumlarını fark etme biçimleri incelendiğinde genellikle, öğrencinin matematiksel düşünme bileşenlerinden akıl yürütme ile ilgili farkındalıklarını değerlendirme yaparak ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrenci akıl yürütmelerinin doğrudan öğrenci ifadeleri veya eylemleri ile gözlemlenmesi bazı durumlarda güç olduğundan öğretmen adaylarının öğrenci akıl yürütmelerine yönelik gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunarak fark ettikleri durumları ifade ettikleri söylenebilir. Öğretmen adayları değerlendirmelerde bulunurken değerlendirmelerinin yaklaşık yarısına bir kanıt veya gerekçe göstermemişlerdir. Değerlendirmelerine gerekçe gösterdikleri durumlarda ise, gerekçelerini öğrencinin eylemlerine veya sözlerine dayandırmakla birlikte, tahminlerinden yola çıkarak anlatımlar yaptıkları gözlemlenmiştir. Öğrencinin akıl yürütmelerine ilişkin farkındalıklarını öğrenci eylemlerini açıklayarak ve nadir de olsa öğrenci ifadelerini doğrudan kullanarak tanımladıkları durumlara da rastlanmıştır. Tüm öğretmen adayları öğrencinin bir akıl yürütme durumunu önceki etkinliklerle karşılaştırdıkları bir durumda farkındalıklarını karşılaştırma yaparak ifade etmiştir. Buna ek olarak Hale ise öğrencinin bulunduğu bir çıkarımı daha önce de yaptığını ifade ederek öğrenci akıl yürütmesini daha önceki akıl yürütmeleriyle karşılaştırdığı bir durumda daha farkındalığını karşılaştırma yaparak ifade ettiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının, öğrenci akıl yürütmesi ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken fark etme biçimlerinden genelleme yapmadıkları gözlemlenmiştir.

Öğretmen adayları, fark ettikleri akıl yürütme durumlarına karşı iki kez öğretime dair tepkide bulunmuşlardır. Bunlardan birincisi öğretmen adaylarından Ahu'nun, öğrencinin düşünmesine veya etkisine dayalı olarak bir problem durumunda ezbere dayalı akıl yürütme yapıp yapmadığı ile ilgili ek bilgiye ulaşma amaçlı öğrenciden başka bir bağlamda aynı öğrenme hedefi ile ilgili alıştırmayı çözmesini ve nasıl çözdüğünü açıklamasını isteyeceği türde verdiği bir öğretime dair tepki olmuştur. Diğeri ise, öğretmen adaylarından Hale'nin verdiği öğrencinin akıl yürütmesine dayalı olarak öğrenciyi, kullanacağı modelleri, stratejileri, araçları seçmek için yönlendirmeyi içeren bir öğretime dair tepki olmuştur. Öğretmen adaylarından Tuğçe ise fark ettiği akıl yürütme durumlarına karşı herhangi bir

öğretime dair tepkide bulunmamıştır. Öğretmen adaylarının genel olarak öğrencinin güçlük yaşadığı, eksik veya yanlış bir kavrayışa sahip olduğu durumlarda öğretime dair tepki verme eğiliminde olmaları, etkinlikler boyunca fark ettikleri öğrenciye ait akıl yürütmelere dair neredeyse hiç tepki vermemelerine neden olmuş olabilir.

4.2.1.2. İlişkilendirme

Öğrenci etkinlikler boyunca matematiksel problemlerle uğraşırken, öğretmen adayları onun nasıl ilişkilendirme yaptığı ile ilgili veya ilişkilendirmede güçlük yaşadığı durumlar ile ilgili fark ettiği bazı durumlara değindikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettiği, öğrencinin, kavramlar arası, fikirler arası, kavram ve fikir arası kurduğu ilişkiler, bir kavramı bir bağlam içerisinde ele alarak veya kavram ile ilgili gerçek hayattan sözel örnek vererek günlük hayat ile kurduğu ilişkiler, kavramların farklı gösterimleri arasında kurduğu ilişkiler ilişkilendirme bileşenine dâhil edilmiştir. Bununla birlikte, öğretmen adayının fark ettiği, öğrencinin ilişki kurmada güçlük yaşadığı tüm durumlar ilişkilendirme bileşenini oluşturmuştur. Öğretmen adayları öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin matematiksel ilişkilendirme yapmasına ilişkin toplamda 124 durum fark etmişlerdir. Tablo 12’ye bakıldığında öğrencinin ilişkilendirme yapmasına en çok odaklanan öğretmen adayı Tuğçe olmuştur ve bu fark ettiği durumlarda gözlenen ilişkilendirme çeşitliliği (farklı bileşen sayısı) yine en çok bu adaya aittir.

Öğretmen adaylarının fark ettiği durumlardan ilişkilendirme bileşenine örnek olarak, bir karton şeridin uzunluğunu aynı niteliğe sahip birim karton şerit ile ölçmesi ve sayı ile ifade etmesinin istendiği “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde, öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin, birim olarak verilen iki karton şerit (A ve B birim) arasında oran ilişkisi kurduğunu fark etmiştir. Farkındalığını “...mavi karton şerit beş tane B birimden oluşuyor diye düşündü. Yani mavi karton şeridin B birim şeridin tekrarlanmasıyla oluştuğunu aslında kavrayabiliyor.” şeklinde öğrenci eylemleri ile açıklayarak ifade etmiştir. Tuğçe ise “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde, öğrenciden, karton şeridin uzunluğunu verilen birim (B birim) ile ölçmesi istendiğinde ölçüm sonucunun tam sayı ile ifade edilemediği durumda, öğrencinin birimi başka bir birim (A birim) kullanarak tekrar birimleştirme fikirleri arasında ilişki kurmadığını fark etmiştir. Benzer durumu fark eden Hale, öğrencinin söz konusu ilişkiyi kurmada güçlük yaşamasının sebebi olarak öğrencinin parça-bütün kavramlarını ilişkilendirememesini işaret etmiş, bu durumu “Bütün ve parçasını kavrayamamış,

ilişkilendiremiyor...” söylemi ile değerlendirmiştir. Bununla birlikte Hale’nin öğrencinin parça-bütün ilişkisini kurmada yaşadığı güçlüğü daha önce okuduğu bir araştırmanın bulguları ile karşılaştırdığı gözlemlenmiştir. Bu noktada, aynı öğrenci eylemi için bir öğretmen adayı öğrencinin ölçüm sonucunun tam sayı ile ifade edilebildiği durumlarda birim nesne ile ölçülen nesne arasında ilişki kurabildiğine odaklanırken diğer öğretmen adayı öğrencinin mevcut birim ile ölçüm yaptığında ölçüm sonucunun tam sayı ile ifade edilemediği durumlarda birimi başka bir birim kullanarak yeniden ölçeklendirme fikri ile ilişki kuramadığına odaklanmıştır. Öğrencinin ilişkilendirmede güçlük yaşadığı bu duruma odaklanan öğretmen adaylarından Tuğçe, bu öğrenci düşünmesini iyileştirmek için, birimi (B birim) başka bir birim (A birim) kullanarak tekrar birimleştirip (ölçeklendirip) ölçüm sonucunu verilen birim cinsinden ifade edildiğini öğrenciye gösterebileceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Bu öğretime dair tepkiyi *“A cinsinden ölçerdim B’yi. Onu gösterirdim. Daha sonra da B’yi A cinsinden ifade ederdim. A’yı kullanırdım birim olarak B’yi ölçmek için. Daha sonra da B ile o mavi şeridi ölçerdim...”* söylemi ile ifade etmiştir. Öğrencinin ilişkilendirmede güçlük yaşadığı duruma odaklanan öğretmen adaylarından bir diğeri olan Hale ise, öğrencinin parça-bütün ilişkilendirmesini yapabilmesi için öğrenciye somut modeller temin ederek bütünden parçalar oluşturmasını veya parçalardan bütün oluşturmasını isteyeceği öğretime dair tepkisini *“Ben öğretmen olsaydım, yine aynı şekilde kâğıtlarla ve somut objelerle önce parçalardan bütün oluşturup sonra bütünden parçalar elde ettirirdim...”* söylemleri ile ifade etmiştir. Etkinliğin ilerleyen aşamalarında, öğretmen adaylarından Tuğçe ve Hale etkinliğin başında fark ettikleri öğrenciye ait söz konusu güçlüğü aşıldığına dikkat çekerek, öğrencinin B birim ile A birim arasında parça-bütün ilişkisini kurabildiğini sırasıyla *“Öğrenci bunun bir parça bütün ilişkisi olduğunu anladı.”* söylemi ve bu farkındalığını *“A birimlerin B birimi oluşturduğunu görüyor... Aslında gördüğünde anlıyor 4 A birimin 1 B birim ettiğini.”* söylemleri ile değerlendirmişlerdir. Öğretmen adaylarından Hale, öğrencinin, karton şeridin uzunluğunu sayı ile ifade ederken daha önce öğrendiği yarım ve bölme kavramları ile ilişki kurduğunu *“...Bildiği kavramlardan yola çıkmış. İkiye bölmeyi biliyor, yarısını biliyor.”* söylemi ile değerlendirmiştir. Tuğçe ise Hale’nin aksine öğrencinin, karton şeridin uzunluğunu sayı ile ifade ederken yarım, çeyrek gibi kavramları kullandığını fakat bu kavramları matematik ile ilişkilendirmeden kullandığını *“Öğrenci yarım çeyrek gibi kavramları bilmiyor. Bildiğini zann ediyor ama bilmiyor.”* söylemi ile değerlendirmiştir. Bu noktada aynı öğrenci eylemini bir öğretmen adayı öğrencinin söz konusu kavramları kullanırken önceki öğrenmeleri ile

ilişki kurabildiği değerlendirmesinde bulunurken bir diğeri ise önceki öğrenmeleri ile ilişki kuramadığı değerlendirmesinde bulunmuştur.

7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın, iki eş pastadan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek elde ettikleri toplam 7 dilim pastadan herkesin bir dilim pasta yediği “Doğum Günü Pastası” etkinliğinde, öğrenci herkesin eşit miktarda pasta yediği cevabını verir. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin bütünü temsil eden daire modeli üzerinde kişi sayısı-eş parça büyüklüğü arasındaki ilişkiyi kuramadığını fark etmiştir. Öğrencinin bu ilişkiyi kuramamasının iki gerekçesini sunmuştur. Bunlardan biri pastanın daire modelinde olması ve daire dilimlerinin büyüklüğünün karşılaştırılmasını zor olabileceği diğeri ise öğrencinin, büyüklük, küçüklük, temel sayma gibi daha önce öğrendiği kavramlar ile kişi sayısı-eş parça büyüklüğü kavramı arasında ilişki kuramamasını görmüştür. Bu durumu “... Temel kavramlarda problemi var. Büyüklük küçüklük en başta... Bir sayının bir sayıdan büyük olduğunu sorduğumuz zaman söyleyemedi ilk anda... Bence başta temel saymada bir problemi var. Rakamların ilerleyişi, büyüklüğü küçüklüğünde en başta problemi var.” söylemi ile açıklamıştır. Öğretmen adayı Hale de aynı güçlüğün nedeni olarak hem Ahu gibi öğrencinin, büyüklük, küçüklük, temel sayma gibi daha önce öğrendiği kavramlar ile ilişki kuramamasını hem de öğrencinin parça-bütün arasındaki ilişkiyi kuramamış olmasını ileri sürmüştür. Bu değerlendirmesini “Bu öğrencinin kesirlerde parça ve bütünde sorunları vardı. O yüzden bu kavramlar oturmamış. Parça-bütün kavramı oturmamış. Sadece şeye odaklanıyor: bir dilim” söyleminde bahsettiği gerekçeler ile ifade etmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe ise aynı güçlüğün nedeni olarak, öğrencinin, parçaların eş olma durumunu sadece pastaların kendi içlerinde değerlendirdiğini, iki pastayı ve pastalara ait parçaları birbiri ile ilişkilendirmede güçlük yaşadığını “Bir de ilişki kurarken iki pastayı birbirleriyle ilişkilendirmiyor. Her zaman bir pastayı kendi içinde düşünüyor. Diğer pastayı da kendi içinde düşünür.” söylemi ile değerlendirmiştir. Öğrencinin yaşadığı bu güçlüğe yönelik Ahu, güçlüğü iyileştirmeye yönelik “Acaba daha somut materyaller mi elimize almalıyız? Çünkü eldeyken dörtte biri ve üçte birinde daha farklı görüntüler elde edebiliriz. Yani kâğıt üzerinden belki daha somut eliyle kendisi evet görsel olarak bile bunu fark edebilir. Veya dörtte bir parçayı ve üçte bir parçayı üst üste koyup evet bunlar birbirinden farklı diyebilir, karşılaştırabilir.” söylemleri ile öğrenciye somut modeller temin ederek bütünü temsil eden bir daire modelinin farklı birim kesir kadarki parçalarının miktarlarını karşılaştırmasını isteyeceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Hale ise, “İmkânım varsa hemen bir kantine gidip ufak iki tane pop kek falan alıp onun üzerinde gösterebilirdim yani. Bir tanesini

3'e, bir tanesini 4'e bölerdim. Ona gösterirdim yani en azından somut şeyleri sevdiği için. Daha iyi anlar, bakar ve der ki evet biri gerçekten daha büyük der.” söylemlerinde de görüldüğü üzere, öğrencinin somut modeller üzerinde eş parça sayısı-parça büyüklüğü ilişkisini kurabilmesini sağlayacağı bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Son olarak Tuğçe ise, somut modeller kullanarak iki bütüne ait farklı miktardaki parçaların arasındaki ilişkiyi anlatabileceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Bu noktada, üç öğretmen adayının da öğrencinin yaşadığı aynı ilişki kurma güçlüğüne fark ettikleri fakat bu öğrenme güçlüğüne farklı nedenlere bağladıkları söylenebilir. Öğrenciye “bir pastayı iki kişi eşit bir şekilde paylaşırsa mı her bir kişi daha fazla miktarda pasta yer, yoksa dört kişi eşit bir şekilde paylaşırsa mı her bir kişi daha fazla miktarda pasta yer?” sorusu yöneltildiğinde öğrenci doğru cevabı vermekte güçlük yaşar. Daha sonra aynı soru çikolata örneği üzerinden yöneltildiğinde öğrenci bütünün iki eş parçaya ayrıldığı durumda her bir kişinin daha fazla miktarda çikolata yiyeceği cevabını verir. Bunun sebebi olarak, öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin günlük hayatında çikolatayı paylaşırma eylemi ile daha çok karşılaştığı ve böylelikle günlük hayat ile matematiği kolaylıkla ilişkilendirebildiğini ileri sürmüştür. Bu durum “Acaba çikolata her zaman göz önünde bulunan bir şey ya. Bunu daha önce gerçek hayatta yaşamıştır. Ama pasta her zaman yenilen bir şey değil. Daha az gerçek hayatla ilişkilendirmiştir.” söylemlerinde açıkça görülmektedir. Öğretmen adaylarından Ahu ve Hale, öğrencinin, problem durumunda bahsedilen pastanın daire şeklinde olduğu ile ilgili herhangi bir bilgi olmamasına rağmen ısrarla daire modeli çizmesini öğrencinin problem durumunu günlük hayat ile ilişkilendirmesi olarak değerlendirmiştir. Buna ek olarak, Ahu “Bu zamana kadar, biz de öyle öğrendik. Pasta denilince hep daire şeklinde çizerdik. Hiçbir zaman kare veya dikdörtgen şeklinde çizilmedi. İşte günlük hayatla bağdaştırmak için böyle çizilir ama işte böyle de sıkıntılar ortaya çıkabiliyormuş demek ki.” ifadeleriyle problem durumundaki matematiksel bilgileri günlük hayat ile ilişkilendirmenin her zaman problemin çözümünde kolaylık sağlamayabileceği değerlendirmesinde bulunmuştur. Etkinliğin başında öğrencinin kişi sayısı-eş parça büyüklüğü ilişkisini kuramadığını fark eden üç öğretmen adayı da, etkinliğin sonlarında öğrencinin artık bir bütüne ait eş parça sayısı-parçanın miktarı ilişkilendirmesini ve verilen sayıda eş bütünü verilen sayıda kişiye paylaşmak için kişi sayısı-eş parça büyüklüğü ilişkilendirmesini yapabildiğini fark etmişlerdir.

Üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisini iki oğlundan birine kenarı boyunca, diğerini diğer oğluna köşegen boyunca iki eş parçaya ayırıp veren annenin yer aldığı “Hangi Pasta

Dilimi Daha Büyük?” etkinliğinde öğrenciye iki kare pastanın parçalarının eş parça olup olmadığı sorulur. Problem durumunda, anne, pasta dilimlerinin eşit miktarda olmadığını söyleyen oğullarını parçaların eşit miktarda olduğuna ikna etmeye çalışır. Öğretmen adayı Ahu, ilk başta, öğrencinin “Annesi ikna etmiştir, anne haklı” söyleminde öğrencinin günlük hayatta yaşadığı öğrenme deneyimini matematik ile ilişkilendirmede güçlük yaşadığını *“Burada öğrenci matematiksel olarak değerlendirmiyor. Annesi ikna etmiştir diyor, sadece günlük yaşamı düşünüyor. Matematiksel olarak düşündüğünü düşünmüyorum. Yani matematiksel olarak iki parçanın eşit, büyük, küçük olarak yorumlamıyor bence...”* ifadeleri kullanmıştır. Burada, öğretmen adayı, öğrencinin kendi ifadelerini gerekçe göstererek, öğrencinin matematiksel düşünmediği ve problem verilerini matematik ile ilişkilendirmediği değerlendirmesini yapmıştır. Öğretmen adaylarının hepsi, üçgen dilimin daha büyük olduğunu ifade eden öğrencinin sadece fiziksel görünüşünden dolayı üçgen dilimin daha büyük olduğu çıkarımında bulunduğu değerlendirmesini yapmışlardır. Fark ettikleri bu durum için öğretmen adayları Ahu ve Tuğçe, öğrencinin daha önceden edindiği alan, hacim gibi ölçme kavramlarını eşit paylaşım kavramı ile ilişkilendirememesini gerekçe göstermişlerdir. Bu durum ile ilgili Ahu, *“Yine bir kâğıdı kesip belki bir şeyler yapılabilirdi. Onun eşit olduğunu görebilmesi açısından...”* söylemi ile öğrencinin iki parçanın da eş olduğunu fark etmesine yönelik öğretime dair tepkide bulunmuştur. Tuğçe ise aynı duruma yönelik öğrenciye sorular sorarak köşegen boyunca iki eş parçaya ayrılmış pastanın bir parçasının bir kenarı boyunca iki eş parçaya ayrılmış pastanın bir parçasından daha fazla miktarda olduğunu ifade etmesinin altında yatan öğrenci düşüncelerini açığa çıkarmaya yönelik *“Şu an sormaya devam ederdim. İyice fikirlerin ortaya çıkmasını sağlayıp, anlardım.”* söylemleri ile öğretime dair tepkide bulunmuş, ardından *“Karelerden bahsederdim hani, mesela bu kare prizma karenin tüm kenar uzunluklarının eşit olduğunu söylerdim. Köşegenleri anlatırdım belki... Neresinden bölersen böl karenin tüm kenarları eşit olduğu için hani onları anlayabilecek düzeyde olduğu için onları anlatırdım.”* söylemleri ile öğrenciye kavramlar ile ilişki kurması için doğrudan anlatım yapacağı öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Öğretmen adaylarında Hale ve Tuğçe, öğrencinin iki pasta parçasının temsil ettiği kesir aynı bütünün ikide biri ise parçaların eşit olması fikirleri arasında ilişki kurabildiğini fark etmiş, Tuğçe öğrencinin bu ilişkiyi kurabilmesini parça-bütün ilişkisi ve yarım-çeyrek kavramları ile ilişki kurmasına bağlamıştır. Bu durum ile ilgili öğretmen adayı Hale, öğrencinin kurduğu bu ilişkiye yönelik öğrencinin kurduğu ilişkiyi onaylayacağını, fakat önceki *“şekiller farklı ise eş parça olamaz”* yanlış ilişkisini giderip

gidermediği ile ilgili ek bilgiye ulaşmak için öğrenciden yaptığı çıkarımın doğruluğunu ve gerçekliğini savunmasını isteyeceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur.

Öğrenciye, bütün/tam, yarım ve çeyrek kavramlarını günlük hayatında kullandığı durumları ve matematiksel olarak ne ifade ettiği sorulan “Yarım-Çeyrek-Bütün” etkinliğinde, öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin, matematik ile günlük hayatı ilişkilendirmede güçlük yaşadığını bunun da çeyrek kavramını oluşturmada engel teşkil ettiğini fark etmişlerdir. Bu farkındalık Ahu’nun “...Günlük hayatımızda kullandığımız konuştuğumuz şeyleri kalıplaşmış yargı olarak mı düşünüyorlar... Bilmiyorum bunu matematikle birleştiremiyorlar ve bence bu büyük bir sorun. Şu an onu düşündüm. Aslında saatin çeyreğini bile aslında belki gösterebilir veya saati gördüğü zaman ikiye çeyrek geçiyor diyebilir. Ama gösteremiyor, 30 dakika geçer diyor.” söyleminde, Hale’nin “Günlük hayatında çeyreği duysa bile çok düşünmemiş üzerinde. Hani dörtte biri olduğunu düşünmemiş.” söyleminde ve Tuğçe’nin “Çeyrek kavramını falan kullanıyor günlük hayatta ama nasıl ve ne amaçla kullandığını bilmiyor. Yani çeyreği dediğim zaman dörtte biri olduğunu bilmiyor kesinlikle.” söyleminde açıkça görülmektedir. Ahu bu güçlüğü tüm öğrencilere genelleyerek matematik ile günlük hayatı ilişkilendirememenin genel olarak öğrencilerde gözlenen bir güçlük olduğunu ifade etmiştir. Tuğçe fark ettiği bu güçlüğü yönelik, öğrencinin çeyrek kavramını günlük hayatı ile ilişkilendirip matematik dilinde dolayısıyla kesir dilinde ifade edebilmesi için farklı örnekler ve modeller ile öğrencide var olan çeyrek kavramını ortaya çıkarabileceği bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Bu öğretime dair tepkiyi “Çeyrek kavramının öğrencinin içinde var olduğunu düşünürüm. Çıkartmaya uğraşırım. Farklı bir sürü örnekler veririm. Farklı modellerden yararlanırım. Eninde sonunda elbet anlayacaktır.” söylemleri ile ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettiği bu güçlüğü neden olan söz konusu etmene ek olarak Hale, öğrencinin bütün, yarım ve çeyrek kavramlarını ifade etmede, model ile temsil etmede güçlük yaşamasının nedeni olarak önceki etkinliklerde de dile getirdiği gibi öğrencinin parça-bütün ilişkisini kurmada güçlük yaşamasını ileri sürmüştür. Öğrencinin bir bütünün çeyreğinin o bütünün dörtte birine eş olduğunu günlük hayattan örneklerle keşfedecek bilişsel düzeyde olmadığı değerlendirmesini yapan öğretmen adayı Ahu, öğretmenin rehberliğine ihtiyaç olduğuna değinmiştir. Etkinliğin ilerleyen aşamalarında, öğrenciye bir bütünün yarısının bütünün kaçta kaçına eş olduğu sorulmuş, öğrenci cevaplamakta güçlük yaşamıştır. Bunun gerekçesi olarak, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin yarım ile çeyrek kavramları arasında ilişki kuramamasını göstermiştir. Etkinlik sonunda da, çeyrek kavramının bütün ve yarım ile

ilişisini kurmada, model ile temsil edilmesinde ve kesir dili ile ifade edilmesinde öğrencinin devam eden bir güçlüğünün olduğu değerlendirmesini yapan öğretmen adayı Ahu, bu durumda *“Ben öğretmen olsaydım şu pembe daireleri dörde bölüp şey yapabilirdim. Hani bir tanesi çeyrek oluyor, birleştirince bütün oluyor. İkisini birleştirince yarım oluyor şeklinde göstermesini isteyebilirdim. Belki öyle görebilir, belki öyle anlayabilir. En azından dört tane parçayı birleştirdiğinde bir bütün olduğunu belki öyle görebilir diye düşünüyorum.”* söylemi ile öğrenciye bütün-yarım-çeyrek kavramları arasında ilişki kurmasını sağlayacak somut modelleri kullanabileceği böylelikle öğrenci düşünmesini iyileştirebileceği düşüncesine sahiptir. Ahu’nun aksine Hale ve Tuğçe öğrencinin bütün-çeyrek-yarım kavramları arasında ilişki kurabildiğini ifade etmişlerdir. Bu durumu Hale, öğrencinin çeyreğin bir bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu fark ettikten sonra çeyreği temsil eden model üzerinde yarımı temsil etmeye çalışarak çeyrek-yarım kavramları arasında ilişki kurmaya çalıştığını *“Çünkü çeyreğe dörtte bir dedi. Yarıma da dörtten gidecek aynı şekil olduğu için. Yani onun düşüncesinde böyle...”* söylemleri ile değerlendirmiş, Tuğçe ise öğrencinin bütün-yarım-çeyrek kavramları arasında ilişki kurabildiğine yönelik farkındalığını *“Yarım ve çeyrek kavramlarını her zaman bir bütünün dörde bölüp de ilişkilendirebileceğini biliyor çocuk.”* söylemi ile değerlendirmiştir. Dolayısıyla iki öğretmen adayı aynı kavramlar arasında öğrencinin kurduğu ilişkiyi fark ederken diğer öğretmen adayının ise öğrencinin ilişkiyi kurmakta güçlük yaşadığını fark ettiği söylenebilir.

Öğrencinin bir bütünü temsil eden çokluğun birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını göstermesini amaçlayan etkinlikte paraları temsil eden kartondan pulların problem durumuna göre istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını ayırması istenir. Öğretmen adaylarından Ahu ve Tuğçe, öğrencinin bir çokluğu dörtte birlere ayırmada güçlük yaşamasının sebebi olarak öğrencinin zihnindeki sürekli bir bütünü eş parçaya ayırma fikrini bir çokluğu eş parçaya ayırma kavramı ile ilişkilendirmede güçlük yaşamasını göstermiştir. Bu durum ile ilgili öğretmen adayı Ahu öğretime dair, *“Şu an öğrenci dörtlü grup yapıp dört yerine beş gruba ayırdı. “Kalanlar ne olacak?” diye sorardım. Orada 4 tane benim pulum kaldı sonuçta “onları nasıl paylaştırabiliriz” veya “onları ne yapacağız?” diye sorardım.”* tepkisi ile öğrencinin yanlış ilişki kurduğunu fark etmesini sağlayacağını ifade etmiştir. Tuğçe ise Ahu’dan farklı olarak bu güçlüğe yönelik öğrenciye sürekli bir bütünü dörtte birlerine ayırma eylemini tekrar gösterebileceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Öğrencinin söz konusu güçlüğü devam ettiğini fark eden öğretmen adayı Ahu, başka bir

öğretime dair tepkide bulunmuş, öğrencinin pulları sürekli bir bütünmüş gibi görmesi için birleştirebileceğini ve birleştirilen bütün pulların istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını tekrar sorabileceğini ifade etmiştir. Öğretmen adaylarından Hale ve Tuğçe ise, öğrencinin yaşadığı bu güçlüğü neden olarak öğrencinin parça-bütün ilişkisini kurmada problem yaşamasını öne sürmüşlerdir. Bununla birlikte, öğretmen adayı Hale ve Tuğçe, 12 adet pulun altında birlerine ayırlamayacağını ifade eden öğrencinin bu güçlüğü daha önce öğrendiği “bölme” kavramı ile ilişki kurmada güçlük yaşamasından kaynaklandığını sırasıyla “6’ya bölünmez diyorsa demek ki 12 sayısının 6’ya bölünemeyeceğini söylemiş oluyor.” söylemi ve ““Bir de bölme işleminde demek ki öğrenci tam kavrayamamış. Daha önceki öğrenmelerinde eksiklikler var. Çünkü hani diyoruz 12’yi altında birlerine ayır, dediğimiz zaman onu şekil olarak ayıramasa bile 12’yi 6 eş parçaya böldüğünde kaç tane oluşur? Hani iki tane her birinde demeli ki diyemiyor.” söylemi ile değerlendirmişlerdir. Bu durumda, öğretmen adayı Hale, öğrencinin bölme kavramı ile bir çokluğun istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını bulma fikri arasında ilişki kurmasını sağlayacak “*Sence, 12 sayısı 6’ya bölünmüyor mu, bir düşün, derdim. O da bir düşünürdü. 12, 6’nın bir katı sonuçta. Sonra bölünüyor derse... Dediğim gibi aslında o büyük dikdörtgeni oluştursa aslında ikili ikili yan yana koyarak... Yani o şekilde buldurabilirdim.*” öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Tuğçe ise “*Mesela elimde 12 tane para var. Bunu 6 parçaya mı ayıracağım ben, önce 6 tane koyarım. Kendisinin mantığı ile yani, bir bir koyuyor ya. Birer tane koyarım. Daha sonra aynı şekilde birer tane daha dönerim. O zaman kendisi de hani görebilirdi kendi mantığıyla.*” söylemleriyle öğrenciye, çokluğun birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını bulması için birim kesrin paydası kadar grup yaparak kalan nesneleri gruplara birer dağıtmak stratejisini gösterebileceğini ifade ettiği bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Burada her bir öğretmen adayı öğrencinin güçlük yaşadığı aynı duruma odaklansa da öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin bir çokluğun istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını göstermede güçlük yaşamasının nedeni olarak öğrencinin zihnindeki sürekli bir bütünü eş parçaya ayırma fikrini bir çokluğu eş parçaya ayırma kavramı ile ilişkilendirememesini, Hale parça-bütün ilişkisini kuramamasını ve doğal sayılarda kullandığı “bölme işlemi” kavramı ile ilişki kuramamasını ileri sürmüş, Tuğçe ise hem Ahu’nun hem de Hale’nin öne sürdüğü bu üç nedeni de ileri sürmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının fark ettikleri bu güçlüğe sebep olabilecek durumlar öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesine yönelik verdikleri öğretime dair tepkileri etkilemekle birlikte öğretmen adaylarının fark ettikleri bu güçlüğe sebep olabilecek durumlar aynı olsa

bile verdikleri öğretime dair tepkilerin farklılaşabildiği söylenebilir. Nitekim öğrencinin sahip olduğu bu güçlüğe yönelik bir öğretmen adayı sürekli bir bütünün istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını tekrar göstermesini isteyeceği ya da çokluğun birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını belirlemesi için birim kesrin paydası kadar grup yaparak kalan nesneleri gruplara birer dağıtmak stratejisini gösterebileceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Diğer bir öğretmen adayı ise süresiz bütün olan çokluğu birleştirerek öğrencinin sahip olduğu sürekli bütünü eş parçalara ayırma kavrayışını kullanmasını sağlayacağı, diğer öğretmen adayı ise söz konusu yapıyı öğrencinin doğal sayılar bilgisi üzerine kurabileceği bir öğretime dair tepkide bulunmuştur.

Öğrencinin, ilk önce verilen nesneyi eş parçalara ayırıp, birim parçayı yineleme eylemini kullanıp yineleyerek verilen sayıda parçayı bütünüyle karşılaştırmasının istendiği “Kurdeleden Çerçeve” etkinliğinde, öğrenci verilen kurdeleyi problem durumundaki talimatlara bakarak sekiz eş parçaya ayırmaya çalışır. Öğrenci bunu yaparken, kâğıda kurdelenin uzunluğundan daha kısa uzunluk niteliğine sahip bir model çizerek modeli rastgele sekiz parçaya ayırmaya çalışır. Öğretmen adayı Ahu öğrencinin bu eylemini, öğrencinin bir bütünün istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını bulması istendiğinde parçalara ayırırken parçaların eş olması gerektiği ilişkilendirmesini yapamadığını diğer öğrencilere de genelleyerek “*Öğrenciler bir bütünü parçalara ayırdığı zaman, parçalarının eş olabileceğini tam olarak kavrayamıyorlar...*” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmen adayı Hale ise öğrencinin bu eylemini, somut bir model olan kurdelenin kâğıt üzerinde modelini oluşturup görsel temsile dönüştürerek temsiller arası geçiş yapması, dolayısıyla temsilleri ilişkilendirmeye çalışması olarak değerlendirmiştir. Hale, öğrencinin bir bütünü ayırırken Ahu’nun aksine parçaların eş olması gerektiği ilişkilendirmesini yapabildiğini fakat öğrencinin gerçek hayatta yarım ve çeyrek kavramlarını kullanırken çoğunlukla belli bir referans noktasına göre tahmini parçalar oluşturma durumunu matematik ile ilişkilendirmede güçlük yaşadığı değerlendirmesini yapmıştır. Tuğçe ise Ahu ve Hale’den farklı bir duruma odaklanmış, öğrencinin kurdeleyi 8 eş parçaya ayırmak için “iki ucu birleştirerek iki eş parçaya ayırma” eylemini kurdele ile ilişkilendiremediği değerlendirmesini yapmıştır. Bu değerlendirmesini “*İkisini (kurdelenin iki ucunu) üst üste getirebileceğini düşünemedi yani ikisini katlayacağını...*” söylemi ile daha sonra ise “*Bir de ben bunu iki eş parçaya ayırmak için ne yaptım?. İki ucunu üst üste aldım katladım. Dört eş parçaya ayırırken ne yapacağım? Tekrar katlarım.*” bunu düşünemiyor yani.” söylemleri ile ifade etmiştir. Daha sonra ise, öğretmen adayı Tuğçe öğrencinin daha önceki etkinliklerde

yapılandırdığı kavramlar ile ilişkilendirerek kurdeleyi dört ve ardından sekiz eş parçaya ayırabildiği değerlendirmesini yapmıştır. Bu değerlendirmeyi *“Ama daha sonra kâğıt modeli üzerinde örnek verdiğimizde yani daha önce kendisinin yaptığı şeyler üzerinde eski öğrenmelerini kullanarak yola çıktığımızda hani bunu kurdele üzerinden yapabildi.”* şeklinde ifade etmiştir. Etkinliğin ilerleyen aşamalarında, öğrenciye kurdelenin sekizde beşlik parçasını nasıl gösterdiği sorulduğunda sekiz eş parçaya ayırdığı kurdelenin sekizde birlik parçasını beş kez tekrarlayarak sekizde beşlik parçasını gösterdiğini açıklayabilse de; “sekizde beş” kesri sembolik veya sözel olarak verilip paydadaki sekizin ve paydaki beşin ne anlam ifade ettiği sorulduğunda öğrenci açıklamakta güçlük yaşar. Öğretmen adayı Ahu bu duruma dikkat çekerek, öğrencinin “sekizde beş” kesrini model üzerinde sekizde birlik kesrinin temsil ettiği miktar kadar olan parçasını beş kez yineleyerek kolaylıkla gösterebildiğini fakat sözel veya sembolik olarak verilen kesirde pay ve paydanın öğrenci için soyut kavramlar olduğu ve önceki kesir bilgileri ile ilişkilendirmede güçlük yaşadığını ifade etmiştir. Bu güçlük ile ilgili değerlendirmesini, gerekçeleri ile birlikte *“Kurdeleyi söyleyebiliyor ama bu şekilde sorduğumuzda daha farklı düşünüp zor bir şekilde zor olduğunu mu düşünüyor acaba ifade etmesi? Çünkü söyleyebiliyor. Veya gördüğü bir şeyi tabi ki söylemesi daha kolay ifade etmesi sonuçta gözüyle somut bir şeyi görebiliyor. Ama kesir olarak çok mu havada kalıyor? Soyut mu geliyor onlara bilemiyorum.”* şeklinde ifade etmiştir.

Öğretmen adayı Hale, “dokuzda bir” kesrini temsil eden bir model gösterildiğinde öğrencinin modelin temsil ettiği kesri “dörtte bir” veya “dörtte iki” ile ifade etmesinin nedenlerinden biri olarak model gösteriminden sembolik gösterime geçişte yani temsiller arasında ilişki kurup aynı kesri temsil eden bir temsilden diğerine geçiş yapmada güçlük yaşadığını *“Sembolik gösterime daha yeni geçtiği için belki ondan tam böyle anlamlandıramamış olabilir paydanın ne demek olduğunu...”* söylemleri ile gerekçelendirerek ifade etmiştir. Bu duruma neden olan öğretmen adayı Hale’nin fark ettiği diğer bir güçlük ise öğrencinin sahip olduğu parça-bütün kavramı ile pay-payda kavramları arasında ilişki kurmada yaşadığı güçlük olmuştur. Hale bu güçlüğü *“Bir de parça bütün ilişkisinde emin olmamış da olabilir. İşte paydanın ne demek olduğunu bilmiyor çünkü hani orada. Neyi ifade ettiğinin farkında değil.”* ifadeleriyle değerlendirmiştir. Öğrencinin bu ilişkiyi kurmada güçlük yaşamasının gerekçesi olarak ise *“Öğretmenler genelde hani bize öğretilirken de öyleydi. Böyle nasıl desem... Bahsediliyor. Pay ve payda deniliyor ama biraz daha terim üzerinde duruluyor sadece. Hani ekstra bir açıklama veya modelleme o tarz*

şeyler pek olmuyor...” ifadeleriyle kendi öğrenme ortamında hatırladığı durumlardan yola çıkarak okullardaki öğrenme ortamlarında pay ve payda kavramlarının kavramsallaştırılmadan ve kesrin diğer temel kavramları ile ilişkisini kurmadan sadece sembolik gösterimine yönelik olarak tanımının verilmesini göstermiştir. Öğrencinin temel kesir kavramları ile pay-payda kavramları arasında ilişki kurmasını sağlamak için öğretmen adayı Hale önce somut model kullanarak bir bütüne ait birim kesri göstereceğini, bir bütünün birim kesirlerden oluştuğunu ve birim kesrin miktarının paydayı, tekrarlanan birim kesir sayısının da payı oluşturduğunu öğrenciye gösterebileceğini ifade etmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe ise, öğrencinin kesir notasyonunu kullanarak ifade ettiği kesri pay ve paydayı yer değiştirerek okuduğunu fark etmiş, bu durumu öğrencinin notasyon kullanımı ile pay/payda arasındaki ilişkiyi kuramamasına dayandırmıştır.

Çeyrek daire modeline sahip bir benzin deposu fotoğrafı gösterilerek, öğrenciden, benzin ibresinden kalan benzinin miktarı temsil eden kesri sayı doğrusunda göstermesi istenen “Benzin Deposu” etkinliğinde öğretmen adayı Hale, öğrencinin, benzin deposunun temsil ettiği kesri başka bir temsil olan sayı doğrusunda temsil etmede, dolayısıyla temsiller arası geçiş yapmada güçlük yaşadığı değerlendirmesini yapmıştır. Değerlendirmesine gerekçe olarak benzin deposunu temsil eden modelin çeyrek bir daire olması, dolayısıyla doğrusal olmayan yay şeklinin temsil ettiği kesri doğrusal bir model olan sayı doğrusuna aktarmanın güçlüğü göstermiştir. Etkinliğin sonunda modelin temsil ettiği sekizde iki kesrinin temsil ettiği noktayı sayı doğrusunda gösterebilen öğrenciye benzinin sıfıra mı yoksa yarıma mı daha yakın olduğu sorulduğunda öğrenci sıfıra daha yakın olduğu cevabını verir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin gerçek hayatta benzin ibresinin yarımdan az ise hep sıfıra yaklaşmış olduğu düşüncesine sahip olabileceği değerlendirmesini yaparak öğrencinin matematiği gerçek hayat ile doğru ilişkilendirme güçlük yaşadığını *“Ben bunu da matematiksel olarak düşündüğünü düşünmüyorum. Yani sıfıra daha yakın. Güncel yaşamla bağlantılı olarak söylemiş olabilir bence”* ifadesini paylaşmıştır. Hale ise aynı öğrenci eylemine yönelik öğrencinin yarımı temsil eden “sekizde dört” kesrini yarım ile ilişkilendirmediği için sıfır yanıtını verdiğine odaklanmış, bu durumu *“Sekizde ikinin sekizde dörde ve sıfıra yakınlığı ile ilgili soruda o an yarısının neresi olduğunun farkında değildi büyük ihtimalle.”* söylemi ile değerlendirmiştir.

Özetle, öğretmen adaylarından Ahu, etkinlikler boyunca öğrencinin ilişkilendirme durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin daha önce öğrenmiş olduğu kavramlar/fikirler ile etkinlik süresince karşılaştığı kavramlar/fikirler arasında ilişki kurmada yaşadığı

güçlülere, etkinlik süresince karşılaştığı kavramlar/fikirler arasında ilişki kurmada yaşadığı güçlülere ve günlük hayatında karşılaştığı kesir kavramları ile matematiği ilişkilendirmede yaşadığı güçlülere odaklanmıştır. Öğretmen adayı Hale, etkinlikler boyunca öğrencinin ilişkilendirme durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin önceki öğrenme deneyimlerinden edindiği kavramlar ile etkinlikler süresince karşılaştığı kavramlar arasında ilişki kurduğu ve kuramadığı durumlara eşit odaklansa da, tüm etkinlikler boyunca en çok öğrencinin parça-bütün ilişkisini kurmada yaşadığı güçlülere odaklanmıştır. Öğretmen adayı Tuğçe ise, etkinlikler boyunca, öğrencinin ilişkilendirme durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin daha önce öğrenmiş olduğu kavramlar/fikirler ile etkinlik süresince karşılaştığı kavramlar/fikirler arasında ilişki kurmada yaşadığı güçlülere, etkinlik süresince karşılaştığı kavramlar/fikirler arasında ilişki kurmada yaşadığı güçlülere odaklanmıştır. Öğretmen adayı Tuğçe'nin çoğunlukla her etkinlik sonunda öğrencinin güçlük yaşadığı ilişki kurma durumlarında güçlüğü ortadan kaldırarak istenilen ilişkileri kurabildiğine de odaklandığı söylenebilir. Genel olarak tüm öğretmen adaylarının öğrencinin ilişkilendirme yapabildiği durumlara kıyasla ilişki kurmada güçlük yaşadığı durumlara daha fazla odaklandığı söylenebilir. Nitekim öğretmen adaylarından Ahu'nun, ilişkilendirme bileşenini oluşturan fark ettiği 31 durumdan, 22 tanesi, Hale'nin 43 durumdan 26 tanesi, Tuğçe'nin ise 50 durumdan 32 tanesi öğrencinin kavramlar arası, fikirler arası, kavram ve fikir arası, kavram ve gerçek hayat arası ve kavramların farklı gösterimleri arasında ilişki kurmada güçlük yaşadığı durumlardan oluşmaktadır. Öğretmen adayları bazı durumlarda öğrenciye ait aynı eylem için öğrencinin ilişkilendirme yapabildiği veya yapmakta güçlük yaşadığı ile ilgili farklı farkındalıklara sahip oldukları görülmüştür. Öğrencinin ilişkilendirme yapma durumlarını çoğunlukla dolaylı yoldan gözlemleyebildikleri ve gözlemlerine kendi varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunmaları öğrenci düşünmesine yönelik fark ettiği durumlara ilişkin farklılıklara yol açmış olabilir.

Öğretmen adaylarının öğrencinin ilişkilendirme yapma durumlarını fark etme biçimleri incelendiğinde, farkındalıklarını çoğunlukla değerlendirme yaparak ifade ettikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları genel olarak öğrencinin ilişkilendirmede zorluk yaşadığı benzer durumlara odaklansalar da öğrencinin yaşadığı bu güçlüğü çoğunlukla farklı sebeplere dayandırmışlardır. Bunun nedeni olarak öğretmen adaylarının bu benzer durumu fark etme biçimlerinde genel olarak varsayım, tahmin benzeri ifadeler kullandıklarından aynı durumu farklı şekilde yorumlamaları olarak ileri sürülebilir. Genel olarak, öğretmen adayları yaptıkları değerlendirmelere gerekçe sunmaya gerek görmemektedirler. Bu durum da

öğretmen adaylarının kanıta dayalı olmayan değerlendirmeleri ve dolayısıyla öğretmen adayları arasındaki yorumlama farklılıklarını artırmaktadır. Öğretmen adaylarından Ahu ve Tuğçe fark ettiklerini nadir de olsa doğrudan öğrenci ifadelerini ve eylemlerinden yola çıkarak tanımlamışlardır. Öğretmen adayları arasından fark ettiklerini öğrenci ifadelerini ve eylemlerinden yola çıkarak en çok ifade eden öğretmen adayı Hale olmuştur. Bu noktada Hale'nin yapılan değerlendirmelere oran olarak en çok gerekçe sunan öğretmen adayı olması dikkat çekilmesi gereken bir noktadır. Öğretmen adayı Ahu ve Tuğçe, öğrencinin bir ilişkilendirme durumunu önceki etkinliklerle karşılaştırdığı bir durumda farkındalıklarını karşılaştırma yaparak ifade etmiştir. Öğretmen adayı Hale ise, öğrencinin ilişkilendirmede yaşadığı güçlüğü daha önce incelediği makaledeki bulgularla karşılaştırdığı ve öğrencinin daha önce oluşturduğu kavramlarla yeni karşılaştığı kavramı ilişkilendirmeye çalıştığı durumu önceki etkinliklerde de yaptığı bir zihinsel eylem olarak karşılaştırdığı iki durumda farkındalığını karşılaştırma yaparak ifade etmiştir. Ahu'nun, matematik ile günlük hayatı ilişkilendirememeyi ve bütünün istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını bulunması istendiğinde parçalara ayırırken parçaların eş olması gerektiği ilişkilendirmesini yapamamayı diğer tüm öğrencilere genellediği iki durumda öğrenci ilişkilendirmesi ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken fark etme biçimlerinden genelleme yaptığı gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları, fark ettiği ilişkilendirme durumlarına yönelik 24 kez öğretime dair tepkide bulunmuşlardır. Bununla birlikte, ilişkilendirme, öğretmen adaylarının öğrenciye ait fark ettikleri matematiksel düşünme bileşenleri içerisinde en çok tepki verdikleri bileşen olmuştur. Bunun nedeni olarak, öğretmen adaylarının, çoğunlukla öğrencinin güçlük yaşadığı durumlarda öğretime dair tepki verme eğiliminde olmaları ve ilişkilendirme bileşenine yönelik olarak da öğretmen adaylarının öğrencinin ilişkilendirme yapabildiği durumlara kıyasla ilişki kurmada güçlük yaşadığı durumlara daha fazla odaklanmaları ileri sürülebilir. Nitekim öğretmen adaylarının, verdiği öğretime dair tepkilerden ikisi hariç hepsi öğrenciye ait fark ettiği ilişkilendirme güçlüklerine yöneliktir. Öğretmen adaylarının verdiği öğretime dair tepkiler incelendiğinde, genel olarak tepkiye yol açan nedenlerin hepsinin öğrenci düşüncelerine ve tepkilerine dayalı olduğu gözlemlenmiştir. Genel olarak, öğretmen adayları öğrenci düşüncelerini iyileştirme amaçlı öğretime dair tepkilerde bulunmuş olmakla birlikte öğretime dair tepki vermedeki amaçlarından 14 tanesi öğrenci düşüncelerini iyileştirme, 8 tanesi öğrencinin fark etmesini sağlama, 3 tanesi ise öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye ulaşmaya yöneliktir. Öğretime dair tepki çeşidi olarak ise Tuğçe'nin verdiği öğretime dair tepkiler öğrenciye bir şey söyleme veya gösterme

durumlarını içermektedir. Bununla birlikte Ahu'nun verdiği öğretime dair tepkiler öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemeyi içermekte, Hale'nin verdiği öğretime dair tepkiler ise eşit olarak her iki öğretime dair tepki çeşidini de içermektedir. Öğretmen adayının, verdiği öğretime dair tepkilerin biri hariç hepsi öğrenciye ait fark ettiği ilişkilendirme güçlüklerine yöneliktir. Biri ise öğrencinin yaptığı ilişkilendirme durumu için öğretmen adayının ek bilgiye ulaşmayı amaçladığı durumdur.

4.2.1.3. Temsil Kullanma

Öğrenci etkinlikler boyunca problemlerle uğraşırken, öğretmen adayları onun temsil kullanımları ile ilgili fark ettiği durumlara değindikleri gözlemlenmiştir. Öğrenci matematiksel düşüncelerine ilişkin, öğretmen adaylarının fark ettiği, öğrencinin, kesir kavramları ile ilgili sözel ifadeleri, kullandığı somut modeller (kesir çubukları, gerçek modeller...), oluşturduğu modeller (sayı doğrusu, alan modeli vb.), yazılı semboller veya notasyon kullanımı ve tüm bu alt bileşenlere yönelik yaşadığı güçlükler temsil kullanma bileşenini oluşturmuştur. Öğretmen adayları öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin temsil kullanmasına ilişkin toplamda 101 durum fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarından öğrencinin temsil kullanımına en çok odaklanan öğretmen adayı Ahu olmuştur.

Öğretmen adaylarının fark ettiği durumlardan temsil kullanma bileşenine örnek olarak, öğrenciden bir karton şeridin uzunluğunu temin edilen birim karton şerit ile ölçmesinin istendiği “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde, öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin birimi tekrarladığında ölçülen karton şeridin kalan kısmının miktarı ile ilgili fikir ileri sürse de kesir dilinde ifade etmede güçlük yaşadığını fark etmişlerdir. Bu farkındalıklarını Ahu “...bunu kesirle ifade etmesini bilmiyor bence.” söylemi ile değerlendirerek, Hale ise “Üçte dört diyor dörtte üç diyor, karıştırıyor.” söyleminde görüldüğü üzere öğrenci ifadelerini kullanarak ifade etmiştir. Bu duruma yönelik öğretmen adayı Ahu “B birimin yarısını alsak tamamlayamaz mıyız şeklinde sorular yöneltirdim. B birimde kaç tane A birim olduğunu söylemesini isterdim. Yani B birim kaç tane A birimden oluşuyor bir de onu ölçelim, derdim.” öğretime dair tepkileri ile B birimi, A birimi kullanarak tekrar parçalara ayırma fikrini öğrenciye fark ettirmeye çalıştırarak öğrencinin B birim ile yapılan ölçümü matematiksel dil ile ifade etmesini sağlayacağını ifade etmiştir. Tuğçe ise aynı duruma yönelik “Bak bu bütün işte bir tane, bunu biz dört parçaya böldüğümüzü farz et, derdim.

İşte dört parçadan bir tanesi... İki tane A'yı (birimi) alırım. Bu da dört parçadan iki tanesi... Yani dörtte ikisi. Bu şekilde anlatırdım." öğretme dair tepkisinde bulunmuştur. Bununla birlikte, öğrencinin ölçüm sonucunu kesir dilinde ifade etmede güçlük yaşaması durumunu, öğrenme güçlüğüne sahip olmayan akranlarının da aynı güçlüğü yaşayabildiğini ifade ederek karşılaştıran öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin yaşadığı bu güçlüğü olağan olarak değerlendirmiştir. Ahu ise öğrencinin yaşadığı bu güçlüğü ilişkin gözlemlerini *"Aslında bence çocuk kesir kavramını (matematiksel dil olarak) bilmiyor yani karton şeridi ayırması gerektiğini ya da parçalara ayırması gerektiğini biliyor ama onun dörtte üçü olduğunu veya dörtte biri olduğunu söyleyemiyor mesela. Ama bunu biliyor. Fakat ifade edemiyor. Kesre dökme açısından bir sıkıntı var. Hala çünkü iki bölü beş diyor ama onu ifade edemiyor bir türlü. Dile dökemiyor."* ifadeleri ile aktarmıştır. Ahu, gözlemlerinde ifade ettiği üzere, öğrencinin bir bütünü parçalara ayırması gerektiğini bildiğini ancak istenilen parçanın, bütünün kaçta kaç olduğunu matematiksel olarak ifade etmede güçlük yaşadığını, örneğin bütünü dört eş parçaya bölüp iki eş parçasını alsa da bunu matematiksel olarak ifade edemediğini öğrenci eylemleri ile açıklamıştır. Öğrencinin ikide bir yerine birde iki demesini yani pay ve paydanın yerini değiştirerek okumasını *"Bu problem çoğu öğrencide var, mesela bir bölü iki diyor ama ikide bir diyemiyor"* söylemi ile çoğu öğrencide karşılaşılan bir güçlük olarak genelleyen öğretmen adayı Ahu, bu güçlüğü gerekçesi olarak öğrencilerin pay ve payda kavramlarını bilmemelerini göstermiştir. Bununla birlikte etkinliğin sonlarına doğru, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin öğretmenin rehberliği ile *"Fakat yine bence etkinliğin sonunda söyleyebiliyor evet bu dörtte üçüdür diyebiliyor... Parçaya bölme etkinlikleriyle kendisi çiziyor yapıyor."* sözleriyle bütünün istenilen kadarını hem çizerek hem de kesir dili ile doğru ifade edebildiğini fark etmiştir. Tuğçe ise öğretmenin rehberliğine değil somut model kullanıma vurgu yaparak, öğrencinin somut modeller yardımı ile ölçüm sonucunu kesri dilinde olmasa da basit matematiksel terimler ile ifade edebildiğini belirtmiştir. Bununla birlikte tüm öğretmen adayları, bu öğrenme düzeyinde, öğrencinin kesir dili ile ifade etmesinde ısrarcı olunmaması gerektiğini, kesir dilini kullanmadan da istenilen parçayı doğru bir şekilde ifade edebilmesinin daha önemli olduğunu eklemiştir. Bu durum ile ilgili öğretmen adayı Hale'nin değerlendirmeleri şu şekildedir:

"İsrarcı olmamalıyız bence. Zaten ilk aşama hallolduğunda ikinci aşamaya zamanla geçilecek. Bunları yapa yapa, beş parçadan ikisi diye diye... Sonuçta biz de ilk öğrendiğimizde direkt beşte iki diyemedik hani. Mantiğı zaten beş parçadan ikisi olması. Zorlamak yerine biraz daha üstüne gidilir. Daha sonra kesir diline geçilebilir."

Doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane alan 7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın, pastalardan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek toplam 7 dilim pasta

elde ettikleri ve herkesin bir dilim pasta yediği “Doğum Günü Pastası” etkinliğinde, öğretmen adayı Hale, öğrencinin aynı pastanın 4 eş parçasından biri ile 3 eş parçasından birinin eş parça olduğunu ifade etmesinin iki nedeni olabileceğini düşünmektedir. Bunlardan ilki, temsil olarak kullanılan daire modelinin şeklinden dolayı dilimlerin miktarının karşılaştırılmasının güç olabileceğidir. Hale bu değerlendirmeyi, okuduğu başka bir araştırmanın bulguları ile karşılaştırarak şu şekilde yapmıştır:

“Bence şekillerinin farklı olması olabilir. Birinde dikdörtgen kullandı ve hani daha alışkın olduğu bir şekil. Ama daire olunca bölmesi daha zor oluyor. Parçalar gözüne eşit geliyor olabilir. Şekilden kaynaklanıyor olabilir. Bunu okuduğum bir makalede de görmüştüm. En çok daire modelini bölmede zorlanıyorlarmış eşit bir şekilde.”

İkinci durumda ise, biri 3, diğeri 4 eş parçaya ayrılmış bütünlerin parça sayılarının yakın olmasının daire dilimlerinin miktarlarının karşılaştırılmasını güçleştirebileceğidir. Halbuki bu güçlüğe neden olduğu ileri sürülen, pastanın daire şeklinde olduğu bilgisi problem durumunda yer almamaktadır. Öğrenci, problem durumunda bahsedilen pastanın daire modelinde olduğu ile ilgili herhangi bir bilgi olmamasına rağmen ısrarla daire modeli çizmiştir. Bu durumu fark eden öğretmen adayı Ahu farkındalığını “Bu zamana kadar, biz de öyle öğrendik. Pasta denilince hep daire şeklinde çizerdik. Hiçbir zaman kare veya dikdörtgen şeklinde çizilmedi. İşte günlük hayatla bağdaştırmak için böyle çizilir ama işte böyle de sıkıntılar ortaya çıkabiliyormuş demek ki.” sözleriyle gerekçelendirerek değerlendirmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin, etkinlik boyunca, kolaylıkla sözel olarak cevap verebileceği durumlarda bile model çizerek cevap vermeye çalıştığını fark etmişlerdir. Bu farkındalıklarını Hale “Çizeyim de kesin bir şeyler o zaman söyleyeyim, emin olayım gibi... Emin olmak için çiziyor olabilir. Ama ben daha çok soyut düşünme kısmındayım hani. Somut düşünmeyi daha çok tercih ediyor.” söylemleri ile öğrencinin kavramları temsil ederek somut düşünmeyi tercih ettiğini ifade etmiştir. Bu durumun gerekçesi olarak öğrencinin yaşına bağlı bilişsel düzeyinde soyut düşünme yetisine henüz ulaşmamış olabileceğini ileri sürmüştür. Ahu ise farkındalığını “Acaba böyle mi alıştı yani bu şekilde çözmeye mi alıştı diye düşünüyorum. Yoksa daha mı iyi anlıyor. Bunu bilemiyorum. Çünkü biz öğrencilere sürekli problem çözerken bile bir şeyi modellemelerini istiyorduk. O yüzden buna alışmış da olabilir. Yani bunu kafasında kuramıyor olabilir, sözel olarak göremiyor olabilir sorduğumuz cümleyi. Görerek daha iyi anlıyor da olabilir.” söylemleri ile Hale’nin değerlendirmelerine benzer olarak öğrencinin öğrenmesinde temsil kullanımının önemli rolü olabileceği değerlendirmesinde bulunmuştur. Tuğçe ise aynı durumu “Soyut kavramları anlamıyor olabilir. Her şeyi somutlaştırarak görerek çizerek... Çocukları çizerek onlara isim bile vermiş yani...” söylemleri ile değerlendirmiştir. Bununla

birlikte Tuğçe, öğrencinin soyut kavramları temsil eden görsel modelleri oluştururken fazla ayrıntılı, gerçeğe yakın temsiller oluşturmamasının öğrencinin daha çok zihin karışıklığına neden olabileceğini de eklemiştir. Bu noktada, her üç öğretmen adayı da öğrencinin bilişsel düzeyini göz önüne alarak soyut kavramların temsiller yardımıyla somutlaştırılmasının önemini vurgulamışlardır. Nitekim etkinliğin sonunda öğrencinin doğru sonuca ulaşmasının nedeni olarak Ahu *“Görsel olarak karşılaştırabildi. Somut bir şekilde kendisi gördüğü için bunu söyleyebildi.”* söyleminde görüldüğü üzere öğrencinin temsil kullanımı yardımı ile doğru sonuca ulaşabildiği değerlendirilmesinde bulunmuştur. Bunun da gerekçesini, öğrencinin, öğretmen tarafından temin edilen somut modeller ile farklı büyüklükteki daire dilimlerini üst üste koyarak görsel olarak karşılaştırabilmesi olarak sunmuştur. Bununla birlikte, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin kendisinden istenmemesine rağmen kesir notasyonunu bilinçsizce kullandığını *“Hatta o yüzden kesirlerin sembolik gösterimine geçti. Hâlbuki ona kesirlerin gösterimi ile ilgili bir şey sorulmamıştı. Birde bir dedi, iki de bir diyecek belki de. Bunu kesrin sembolik gösterimine dönüştürmeye çalışıyor.”* söyleminde görüldüğü üzere öğrencinin kendi ifadeleri ile açıklayıp yorumlamıştır. Problem durumundaki pastaları 7 kişiye paylaşırma eylemini model olarak göstermede, öğrenci, verilen daire modelini eşit parçalara ayırmada güçlük yaşar. Bu durum için öğretmen adayı Ahu, genelleme yaparak, öğrencilerin genel olarak daire modelini eş parçalara ayırmada güçlük yaşadıkları değerlendirmesini yapmıştır. Buna bağlı olarak, Ahu, öğrencinin, etkinliğin ilerleyen sürecinde daire modeli yerine pastayı temsilen dikdörtgen çizmeyi tercih ettiğini açıklayarak, dikdörtgen ve kare modellerini daha kolay eşit parçalara ayırdığı değerlendirmesini yapmıştır. Bununda gerekçesi olarak öğrencinin daha önceki eylemlerini karşılaştırarak zorlandığı zaman daire yerine dikdörtgen çizmeyi tercih etmesini göstermiştir. Bununla birlikte, Ahu, öğrencinin daire yerine dikdörtgen ya da kare modellerini seçtiğinde, bu modelleri de 7, 9 gibi tek sayıda eş parçalara ayırmada güçlük yaşadığını fark etmiştir. Öğretmen adayı bunun gerekçesi olarak öğrencilere okulda ders esnasında veya ders kitaplarındaki alıştırmalar ile bütünü temsil eden farklı modeller için büyük sayıda eş parçalar oluşturmayı sağlayacak etkinliklerin eksikliğini göstermiştir. Öğretmen adayı Ahu bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“Fakat şunu gördüm, 7’ye bölmelerini istediğimizde kare, dikdörtgen veya daire olması bir şey fark ettirmedi. Çocuk aynı şekilde dikdörtgen modelini de 7 eş parçaya bölemedi. Genel olarak tek sayılara bölmede bir sıkıntı var... Gösterim açısından zorluk yaşıyor. Bununla alakalı öğrencilere acaba şey mi yaptırıyoruz, onlara imkân mı tanımıyoruz? Büyük parçalara bölmelerini istemiyor muyuz, böyle etkinlikler olmuyor mu?. Çünkü şu an sorduğumuzda bölemedi. Ders kitaplarında da veya soru bankalarında da hep dörde bölünmüş veya yarıya bölünmüş pasta dilimleri. Bence o yüzden ezberci öğretime yöneliyorlar.”

Üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisini iki oğlundan birine kenarı boyunca, diğerini diğer oğluna köşegen boyunca iki eş parçaya ayırıp veren annenin yer aldığı “Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?” etkinliğinde öğrenciye iki kare pastanın parçalarının eş parça olup olmadığı sorulur. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin somut modelleri kullanarak farklı şekilde iki eş parçaya ayrılan pastaların her bir parçasının eşit olduğunu ve eş parça olmaları için sadece eşit parçaya bölünmesinin yeterli olduğunu ifade edebildiği değerlendirmesinde bulunmuştur. Önceki etkinliklerde olduğu gibi, etkinlik süresince öğrencinin kesir dilini hatalı kullandığını öğrencinin kendi ifadeleri ile açıklayan Ahu, öğrencinin kesir dilini bilinçsizce kullandığını “Dörtte ikisi demişti mesela onu neden o şekilde kullandı onu düşündüm. Çünkü 4 parça bile yok. Orada sadece iki parça var. Aslında bir bölü iki ediyor doğru ama onu da bilinçli olarak söylediğini düşünmüyorum. Dörtte ikisi... Bunu da bir kesir söylemek için söylemiş olabilir bence.” söylemi ile gerekçe göstererek değerlendirmiştir.

“Yarım-Çeyrek-Bütün” etkinliğinde öğrencinin günlük hayatında bütün/tam, yarım ve çeyrek kavramlarını kullandığı durumlarda, neden kullandığını ve kendisi için ne anlam ifade ettiğini anlamak için sorular yöneltilir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin çeyrek kavramını model ile temsil etmek için çizdiği daire modelini dört eş parçaya bölüp bir parçasını gösterdiğini fakat yarımı temsil eden bir model oluşturamadığını ifade etmiştir. Nitekim öğrencinin yarımı temsil eden kesri birde bir olarak ifade ettiğini fark eden öğretmen adaylarından Ahu ve Hale, öğrencinin yarımın bir bütünün iki eş parçasından biri olduğunu bilmesine rağmen kesir dili ile ifade etmede güçlük yaşadığını ifade etmişlerdir. Öğrencinin yaşadığı bu güçlüğü yönelik Hale, öğrenciye ilk başta “birde bir” kesrinin bir bütünü temsil ettiğini fark ettireceği bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Bu öğretime dair tepkiyi ““Birde bir” deyince bir daha sorardım. Bütünün kaç parçadan oluştuğunu sorardım. O da hani “iki” olduğunu söylerdi. “Kaç parçasını boyadın” diye sorardım. O da hani “bir” derdi. O şekilde gidebilirdim. Ya da bunu söyledikten sonra aynı şekilde aynı boyutta bir daire çizip hepsini boyardım. Sence bu kaçta kaçdır diye sorardım. Bu hani “birde biridir” demeye çalışırdım.” söylemlerinde açıklamıştır. Bununla birlikte öğrencinin çeyreği temsil etmek için model oluşturarak dört parçasından birini gösterebildiğini fakat gösterdiği parçanın miktarını kesir dilinde ifade edememesinin olası nedenlerini öğretmen adayı Tuğçe “Sadece model olarak gösterebiliyor. Görebildiği için yani soyutlayıp da söyleyemiyor onu. Sadece somut olarak gösterebiliyor.” söylemleri ile değerlendirerek ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi öğrencinin çeyrek ve yarım kavramlarını temsil eden model oluştururken ilk başta daire modeli çizip daha sonra silip dikdörtgen modeli çizdiğini

fark etmişlerdir. Öğrencinin bu tercihinin olası nedenlerini Ahu *“Bence gösteremeyeceğini düşünüyor olabilir. Yanlış olacağından korkmuş olabilir. Daireyle yanlış çizebilirim belki diye düşünüp dikdörtgen daha çok güven vermiş olabilir belki.”* söylemleri ile açıklamıştır. Hale ise, bunun sebebi olarak *“Dairede zorlandığı için olabilir. Daire daha zor zaten böyle kare ve dikdörtgen şekillerine göre. Büyük ihtimalle zorlandığı için ya da hani o an aklına daha önce de zaten yarısı deyince çeyreği deyince aklına ilk dikdörtgen geliyordu.”* söylemlerinde de görüldüğü üzere önceki etkinliklerdeki eylemleri ile karşılaştırarak daire modelini eş parçaya ayırmada yaşadığı genel güçlüğü işaret etmiştir. Tuğçe ise *“Biraz kolay kaçıyor galiba. Kareyi dört parçaya ayırsa bir parçasını almak daha ona göre kesin gibi geliyor ama daireyi dörde böldüğünde tam ayıramıyor gibi düşünüyor. Eşit olmadığını düşünüyor olabilir.”* söylemi ile bu tercihin olası nedenlerini değerlendirmiştir. Bu noktada, öğrencinin kesri temsil eden temsilleri seçme nedeni olarak tüm öğretmen adayları öğrencinin daire modelini eş parçaya ayırmada yaşadığı güçlüğü işaret etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin önceki etkinliklerde bir bütünün parçalarını beşte bir, yedide bir gibi kesir dili ile sözel olarak ifade edemediğini fakat bu etkinlikle birlikte ifade etmede sorun yaşamadığını *“Bir bütünü ilk etkinliklerde yaptığımız gibi şeyi söyleyemiyordu. Beşte birini filan ifade edemiyordu. Ama şu an onları ifade etmede bir sıkıntı yaşamıyor”* söylemi ile ifade ederek daha önceki etkinliklerdeki öğrenci düşünceleri ile karşılaştırma yaptığı gözlemlenmiştir. Fakat öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin henüz bir bütünün parçalarını kesir dili ile ifade edemediğini *“Bir de kesir dili ile ifade etmeyi bilmiyor. Mesela dörtte biri ile birde dördü onun için aynı şey aslında. Kesir dilini kullanmayı bilmiyor ama.”* söylemi ile değerlendirmiştir. Dolayısıyla, etkinliğin sonunda, bir öğretmen adayı öğrencinin kesir dilini kullanmada öğrencinin artık güçlük yaşamadığı ile ilgili farkındalığını ifade ederken bir diğeri güçlüğüne devam ettiği ile ilgili farkındalığını ifade etmiştir.

Öğrencinin verilen bir çokluğun istenilen birim kadarını göstermesinin istendiği etkinlikte, öğretmen adayı Hale, öğrencinin verilen çokluğun (renkli pullar) istenilen birim kadarını modeller ile temsil etmede güçlük yaşadığını ifade etmiştir. Bunun nedeni olarak küme modellerinde çokluğun bir bütünü ve bütünün belli bir birim kesrin temsil ettiği miktar kadarının yine çokluk belirtmesinin öğrencideki sürekli bütünlere ait parça-bütün kavramına ters düşmesinden kaynaklandığını eklemiştir. Öğretmen adayı Tuğçe ise öğrencinin odağının daha çok verilen somut modeller (çokluğu temsil eden renkli pullar) olduğunu fark ederek, bu durumun öğrencinin soruya ilişkin akıl yürütmesini ve ilişki kurmasını engellediğini

“Ben bir de şöyle düşünüyorum, öğretmen ilk soruyu sorduğunda oradakilerin (verilen somut modellerin) ne olduğuna odaklanıyor biraz da. Öğretmeni dinlerken anlayamamış olabilir orayı ilk birleştirdiği için. Acaba bunları ne yapacağım şimdi diye o şeyler ilgisini çekmiş olabilir kartonlar.” söylemleri ile değerlendirmiştir.

Öğrencinin, ilk önce verilen nesneyi eş parçalara ayırmasının istendiği “Kurdeleden Çerçeve” etkinliğinde, öğrenci verilen kurdeleyi problem durumundaki talimatlara bakarak sekiz eş parçaya ayırmaya çalışır. Öğrenci bunu yaparken, kâğıda kurdelenin uzunluğundan daha kısa uzunluk niteliğine sahip bir model çizerek modeli rastgele sekiz parçaya ayırmaya çalışır. Bunu fark eden öğretmen adayı Ahu *“(Kâğıda çizdiği modeli kastederek) Sanki 8 parçaya ayırmak istedi ama sol tarafa baya fazla kaldı. Yani yanlış bir gösterim yapmış oldu.”* değerlendirmesinde bulunarak gerekçe olarak öğrencinin bir bütünü eş parçalara ayırdığı zaman, parçaların eş olabileceğini tam olarak kavrayamadığını göstermiştir. Aynı durumu fark eden öğretmen adayı Tuğçe ise, öğrencinin kurdelenin uzunluğu ile çizdiği şeridin uzunluğunun aynı olmasına dikkat etmediğini *“Üstüne koyup mesela kurdele kâğıtta ne kadar yer kaplıyorsa kurdeleyi de ona denk getirip kesecek ama ikisinin aynı uzunlukta olmadığını göz ardı ediyor burada. Kurdele daha uzun mesela, kâğıtta çizdiği şey daha kısa.”* söylemleri ile ifade etmiştir. Bu noktada her iki öğretmen adayı da kurdeleyi temsil eden bir model çizdiğini fark etse de, biri öğrencinin çizdiği modeli eş parçalara ayıramadığına diğeri ise çizdiği modelin uzunluğunun kurdelenin gerçek uzunluğundan kısa olmasına odaklandığı söylenebilir. Öğrenci, etkinlikte verilen kurdeleyi 2 ve 4 eş parçaya ayırsa da 8 eş parçaya ayırmada güçlük yaşar. Öğretmen adayı Hale, bu güçlüğü öğrencinin önceki etkinliklerdeki eylemleri ile karşılaştırarak *“Geçen seferki etkinlikte de böyle olmuştu. Bir daire çizdiğimizde yarısını çabuk bulabilmişti, dörtte birinde de başta zorlanmıştı ama bulabilmişti. Sekizde bir, yedide bir, beşte bir... Böyle şeylerde zorlanıyor.”* söylemleri ile öğrencinin genel olarak bütünü temsil eden tüm modellerde dörtten fazla sayıda eş parçaya ayırmada güçlük yaşadığını ifade etmiştir. Tuğçe ise öğrencinin yaşadığı bu güçlüğün nedenini öğrencinin daha önceki eş parçalara ayırma deneyimlerinin hepsinin kendisinin model oluşturduğu durumlarda gerçekleştirmiş olmasına dayandırmıştır.

Öğrencinin verilen dört bütünü istenilen kişiye problem durumundaki talimatlara göre eş parçalara ayırması ve eş parçaları yineleme eylemini kullanıp bütün ile karşılaştırarak kesir dilinde ifade etmesinin istendiği “Beş Çayı” etkinliğinde, öğretmen adayı Ahu, öğrencinin önceki etkinliklere göre bir bütünün istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını temsil eden modeli kolaylıkla oluşturarak gösterebildiğini fark etmiştir. Fark ettiği bu

durumu “Öğrenci artık bütünün dörtte birini daha önceki etkinliklere göre çok rahat gösterebiliyor veya kesirlerin üçte birini vs. artık onları çok rahat bir şekilde söyleyebiliyor.” söylemi ile karşılaştırma yaparak değerlendirmiştir. Ahu’nun ifade ettiği gibi öğretmen adayı Tuğçe de öğrencinin bu etkinlikte beraber artık birim kesirleri model ile temsil etmede ve kesir dili ile ifade etmede zorluk yaşamadığını kabul etse de, öğrencinin bütününü temsil eden dört eş somut daire modeli üzerinde istenilen sayıda parçanın miktarını kesir dili ile ifade etmede bazı durumlarda güçlük yaşadığını fark etmiştir. Bu güçlüğe sebep olarak öğrencinin birim kesri yinelemek yerine (dörtte üç, dörtte dört, dörtte beş...) parça sayısını (5 parça) yinelemesini ileri sürmüştür. Böylelikle öğrencinin, parçalar koleksiyonun birden büyük sayıları temsil eden kesirler ile ifade edildiği durumlarda koleksiyonun miktarını kesir dilinde ifade ederken paydayı belirlemede güçlük yaşadığını dile getirmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe’nin bu durum ile ilgili farkındalığı “Çünkü bir bütünün geçtiği için paydayı hesaplayamadı, bulamadı. Acaba payda kaç olacaktı diye kararsız kaldı. Çünkü dört tane bütün var orada. Bir bütünden parça alacak aslında. Beş tane diyemedi.” söylemlerinde açıkça görülmektedir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarından Ahu ve Hale öğrencinin birim kesri temsil eden parçaların miktarını ifade etmede yineleme eylemini verilen somut model üzerinde yapmasının önemini vurgulamışlardır. Bu durumla ilgili farkındalıklarını Ahu “...bunu kâğıt üzerinde yapmış olsaydı belki de öğrenci bu kadar etkili olmazdı. Kâğıt üzerinde derken şu kâğıda yazdığımızı düşünün. O zaman çok etkili olacağını düşünmüyorum. Onu görebildi, çizebildi.” ifadeleri ile dile getirmiştir. Hale ise öğrencinin bütününü temsil eden somut daire modelleri üzerinde birim kesri tekrarlayarak elde ettikleri parçalar koleksiyonunu kesir dilinde tam sayılı kesir ve bileşik kesir olarak ifade etmesinin daha önce yapılandırmadığı bu soyut kavramların iyi temsillerine sahip olmasını sağladığını “Öğrenci somut bir şekilde gördüğü için üç tane tam görüyor çünkü ve üç tam diyor. Dörtte iki hani... Daha önce görmediği bir kavram aslında ama yani kendi hislerine sezgilerine güvenerek söylüyor bunu. Çünkü gördüğü somut bir şey var karşısında. Bu aslında bir yönden de iyi oluyor. Daha kavramı görmeden önce öğrenmesi... En azından somut bir şekilde bunu deneyimlemesi...” söylemleri ile ifade etmiştir.

Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin pay ve payda kavramlarının ne ifade ettiğini açıklamada güçlük yaşamasının sembolik olarak verilen kesirleri sözel olarak ifade ederken pay ve paydayı yer değiştirerek hatalı ifade etmesine neden olduğu değerlendirmesini yapmıştır. Öğretime dair tepki olarak öğrencinin pay ve payda kavramlarının gösteriminde, sözel olarak ifade etmede yaşadığı art arda güçlüklerden ve söylediği doğru ifadeleri tekrar sorulduğunda

bu sefer yanlış ifade etmesinden sonra öğrenciye daha fazla bu kavramların ne ifade ettiği ile ilgili sorular yöneltmenin verimli olmayacağını ifade etmiştir. Bununla birlikte daha sonraki bir zamanda somut modelleri kullanarak öğrencinin bu kavramların gösterimini yapmasını ve sözel olarak ifade etmesini sağlayabileceğini ifade etmiştir. Bununla birlikte Ahu *“Özellikle kesirleri okuma konusunda ifade etme konusunda hala çünkü altı bölü üç dedi. En temelde orada bir sıkıntısı olduğunu düşünüyorum. Şeyde de bir sıkıntı var belki. Tam kavramı için tam nedir? Altıda altının bir tam olduğunu belki de bilemiyor olabilir. Onu bir ölçmek adına bir şeyler yapabilirdim. Sorular sorabilirdim.”* söylemi ile kesirleri kesir dilinde sözel olarak ifade etme bilgisine yönelik ek bilgiye ulaşmak için öğrenciden cevaplamasını isteyeceği sorular sorabileceği öğretime dair tepkisinde bulunmuştur.

Çeyrek daire modeline sahip bir benzin deposu fotoğrafı gösterilerek, öğrenciden, benzin ibresinden kalan benzinin miktarını temsil eden kesri sayı doğrusunda göstermesi istenen “Benzin Deposu” etkinliğinde, öğrencinin, verilen modelin temsil ettiği kesri sayı doğrusunda göstermek için benzin deposu modelindeki aralıklar yerine çizgileri saydığını fark eden öğretmen adayı Ahu, öğrencinin, modelin temsil ettiği kesri sayı doğrusunda gösterirken de aralık yerine sayı doğrusundaki çeltikleri sayabileceği böylelikle hatalı gösterim yapabileceği değerlendirmesinde bulunmuştur. Öğrencinin benzin ibresinde başlangıçtaki çizgiyi “bir” olarak göz önüne alıp “sıfır”dan başlamadığını fark eden Ahu, öğrencinin bundan dolayı model ile verilen kesri sayı doğrusunda göstermede güçlük yaşadığını belirtmiştir. Etkinliğin sonunda verilen kesri sayı doğrusu ile temsil edebildiğini ifade etmiştir.

Özetle, öğretmen adaylarından Ahu, etkinlikler boyunca öğrencinin temsil kullanma durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin kesir dilini kullanmada dolayısıyla matematiksel dili kullanmada güçlük yaşadığı durumlara ve öğrencinin somut model veya kendisinin temsil etmek için oluşturduğu modelleri kullanmasının kesirleri öğrenmesi üzerindeki önemine odaklanmıştır. Öğretmen adayları Hale, etkinlikler boyunca öğrencinin temsil kullanma durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin kesir dilini kullanmada yaşadığı güçlüklerle odaklansa da, bu güçlüklerin ardında yatan nedenleri öğrencinin gelişimsel özellikleri göz önüne alındığında makul gerekçeler sunarak açıklamış ve öneriler sunmuştur. Öğretmen adayları Tuğçe ise, etkinlikler boyunca öğrencinin temsil kullanma durumlarına yönelik genel olarak öğrencinin kesir dilini kullanmada yaşadığı güçlüklerle ve öğrencinin soyut düşünme becerisi olmadığı düşüncesiyle kesirleri somut model kullanarak veya kendi modelini oluşturarak temsil etmesine odaklanmıştır. Genel olarak tüm öğretmen

adaylarının öğrencinin temsil kullanabildiği durumlara göre temsil kullanmada güçlük yaşadığı durumlara daha fazla odaklandığı söylenebilir. Nitekim öğretmen adaylarından Ahu'nun, temsil kullanma bileşenini oluşturan fark ettiği 39 durumdan, 22 tanesi, Hale'nin 27 durumdan 15 tanesi, Tuğçe'nin ise 35 durumdan 19 tanesi öğrencinin temsil kullanmada güçlük yaşadığı durumlardan oluşmaktadır.

Öğretmen adaylarının öğrencinin temsil kullanma durumlarını fark etme biçimleri incelendiğinde, öğrencinin matematiksel düşünme bileşenlerinden temsil kullanma ile ilgili farkındalıklarını çoğu zaman çıkarımlarda bulunup kendi yorumu ile değerlendirerek tanımlamışlardır. Öğretmen adaylarından Ahu ve Tuğçe değerlendirmelerde bulunurken değerlendirmelerinin yaklaşık yarısına bir kanıt veya gerekçe göstermemişlerdir. Hale ise öğrencinin temsil kullanmasına yönelik fark ettiklerini değerlendirme yaparak ifade ettiği durumlara en çok kanıt veya gerekçe gösteren öğretmen adayı olmuştur. Öğretmen adaylarından Ahu ve Hale'nin, öğrencinin temsil kullanma ile ilgili farkındalıklarını tanımlarken öğrenci ifadelerini doğrudan kullanarak veya öğrenci eylemlerini açıklayarak ifade ettikleri de görülmüştür. Fakat öğretmen adayı Tuğçe, etkinlikler boyunca farkındalıklarını ifade ederken neredeyse Ahu ve Hale'nin üçte biri kadar öğrenci ifadelerini ve eylemlerini kullandığı görülmüştür. Bu noktada Tuğçe'nin öğrencinin temsil kullanma eylemlerini ifade ederken değerlendirmelerine gösterdiği gerekçeleri öğrenci ifadelerine ve eylemlerine çok az dayandığı ve genel olarak farazi gerekçeleri öne sürdüğü söylenebilir. Öğretmen adaylarının, öğrencinin temsil kullanma durumu ile ilgili farkındalıklarını tanımlarken 8 kez öğrencinin matematiksel düşüncelerini veya eylemlerini karşılaştırma yaparak ifade ettikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin temsil kullanma durumu ile ilgili farkındalıklarını karşılaştırma yaparak ifade ettiği 3 durumda da öğrencinin matematiksel düşüncelerini veya eylemlerini önceki etkinliklerle karşılaştırarak ifade etmiştir. Öğretmen adayı Hale'nin öğrencinin temsil kullanma durumu ile ilgili farkındalıklarını karşılaştırma yaparak ifade ettiği 4 durumdan 3'ünü öğrencinin temsil kullanımını veya temsil kullanımında yaşadığı güçlüğü önceki etkinliklerle karşılaştırma yaparak ifade ettiği, bir diğerini ise öğrencinin temsil kullanma durumunu bir makalenin bulgularıyla karşılaştırma yaparak ifade ettiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe'nin öğrencinin temsil kullanma durumu ile ilgili farkındalıklarını karşılaştırma yaparak ifade ettiği iki durumdan biri öğrencinin temsil kullanımında yaşadığı güçlüğü matematik öğrenme güçlüğüne sahip olmayan akranları ile karşılaştırma yaparak ifade ettiği, bir diğerini ise öğrencinin temsil kullanma durumunu önceki etkinliklerden birinde fark ettiği

öğrenciye ait temsil kullanma durumu ile karşılaştırma yaparak ifade ettiği durum olmuştur. Öğretmen adaylarının, fark etme biçimlerinden genelleme yaptığı iki durumdan ikisinde de Ahu ve Hale, öğrencinin daire modelini eş parçalara ayırıp istenilen birim kesri temsil etmede güçlük yaşamasını diğer öğrencilerde de karşılaşılan bir güçlük olduğunu ifade ederek genelleme yapmışlardır. Burada her iki öğretmen adayı da, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin güçlük yaşadığı bir durumu güçlük yaşamayan akranları dâhil ederek genellemişlerdir.

Öğretmen adaylarının, fark ettiği temsil kullanma durumlarına karşı verdiği 10 öğretime dair tepki incelendiğinde, öğretime dair tepkiye yol açan nedenlerin yedisinin öğrenci düşüncelerine ve tepkilerine dayalı olduğu, diğer üçünün ise öğretmen adayının öğrenmeye-öğretmeye dair yapısına/yaklaşımına dayalı olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adayının öğrenmeye-öğretmeye dair yapısına/yaklaşımına dayalı olan tepkilerin hepsini Ahu vermiştir. Öğretmen adayının öğretime dair tepki vermedeki amaçları incelendiğinde 4 tanesi öğrenci düşüncelerini iyileştirme, 4 tanesi ise öğrencinin fark etmesini sağlama, 2 tanesi öğrenci düşünmesi/stratejisi ile ilgili ek bilgiye erişme, 1 tanesi ise öğrenci düşüncelerini pekiştirmeye yöneliktir. Öğretmen adayları, öğretime dair tepki çeşidi olarak ise 8 kez öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını isteme, 2 kez ise öğrenciye bir şey söyleme veya gösterme durumlarını içermektedir. Öğretmen adaylarının, verdiği öğretime dair tepkilerin hepsi öğrenciye ait fark ettiği temsil kullanma güçlüklerine yöneliktir.

4.2.1.4. Soyutlama

Öğrenci matematiksel düşüncelerine ilişkin, öğretmen adaylarının fark ettiği, öğrencinin, bazı durumların veya deneyimlerin, onları diğerlerinden ayıran belirli bir şekilde benzerlikleri olduğunu derin düşünme ile belirleyip bu benzer durumlarda/deneyimlerde çözüm olarak kullanabilecek bir ürün, denklem, algoritma ürettiği durumlar soyutlama bileşenine dâhil edilmiştir. Soyutlama bileşeni tüm etkinlikler boyunca, her bir öğretmen adayı tarafından, sadece bir veya iki kez fark edilse de öğrencilerin mevcut güçlükleri göz önüne alındığında bir fark etme bileşeni olarak alınmaya değer görülmüştür.

Öğretmen adayları öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin soyutlama yapmasına ilişkin toplam 4 durumu fark etmişlerdir. Örneğin; öğretmen adayı Ahu ve Tuğçe'nin, öğrencilerin etkinliklerin sonunda soyutlama yapmaları ile ilgili fark ettiği ortak bir durumda, iki tane eş

pastanın 7 kişiye herkes eş pay alacak şekilde paylaştırılması istenen “Doğum Günü Pastası” etkinliğinin sonunda, öğrencinin birden fazla bütünü farklı sayıda kişilere eşit bir şekilde paylaştırırken her bir bütün için kişi sayısı kadar eş parça oluşturma soyutlamasını yaptığını fark etmişlerdir. Bu farkındalığını Ahu “9 kişi için 9 eş parçaya, 10 kişi için 10 eş parçaya ayırmasını ifade etmesinde gelişme kaydettiğini düşünüyorum.” söylemi ile Tuğçe ise ““Sorulduğunda 9 kişi olursa 9’a bölerim, 7 kişi olduğunda 7’ye bölerim. Bunları anlamış oldu böylelikle.” söylemi ile ifade etmiştir.

Ahu’nun diğer fark ettiği durumda ise, öğrencinin bir bütünü temsil eden bir çokluğun birim kesrin temsil ettiği miktarı göstermesini amaçlayan etkinliğin sonunda öğretmen adayı, öğrencinin verilen çokluğa ait nesne sayısına göre istenilen birim kesrin temsil ettiği miktarı bulmak için benzer durumlarda kullanılacak bir çözüm yolu (istenilen birim kesrin paydası kadar grup yapıp kalan nesneleri her bir gruba paylaştırma) keşfi ile soyutlama yaptığı değerlendirmesinde bulunmuştur.

Öğretmen adayı Hale’nin, öğrencilerin etkinliklerin sonunda soyutlama yapmaları ile ilgili fark ettiği bir duruma değindiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı, öğrencinin eş parçaları oluştururken niteliğinin miktarları eşit olan parçaların miktarları değişmeden şekilleri bozulduğunda yine eş kaldıkları soyutlamasını yaptığını “Ve hatta kendisi ekleme yaptı işte o fazladan parça şuraya şuraya yani farklı yerlere koysak da yine aynı olurdu diye. Hani şey, düzgün bir şekil olmasına gerek yok, o parçanın eklenmesi içinde olması yeterli. Onu kendisi ekledi en sonunda, bu güzel bir ilerleme bence. Konuyu sadece buna özel olarak çözmedi, aynı şekilde benzer durumlar için genelledi.” söylemleri ile ifade etmiştir.

Öğretmen adaylarının öğrencinin soyutlama durumlarını fark etme biçimleri incelendiğinde, öğrencinin matematiksel düşünme bileşenlerinden soyutlama ile ilgili farkındalıklarını iki kez gerekçe göstererek iki kez gerekçe göstermeden gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunup değerlendirme yaparak, üç kez de direkt öğrenci ifadelerinden ve öğrenci eylemlerinden yola çıkarak tanımlamışlardır.

Öğretmen adaylarının, fark ettikleri öğrenci soyutlamalarına karşılık bir öğretime dair tepki vermediği gözlemlenmiştir.

4.2.2. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Kavrayışlarına Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri

Öğretmen adalarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel kavrayışlarına yönelik fark ettikleri durumlara, fark ettikleri durumları fark etme biçimlerine ve fark ettikleri durumlara yönelik verdikleri öğretime dair tepkilere ait frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 13.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına Yönelik Matematiksel Kavrayışlarına İlişkin Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu

Temalar	Kategoriler	Alt Kategoriler	Ahu	Hale	Tuğçe
Ne Fark Ettiler	Öğrencilerin Matematiksel Kavrayışları	Bir kavrama yönelik anlayışları	10	7	6
		Kavram yanlışları	12	16	16
		Toplam	22	23	22
Nasıl Fark Ettiler?	Fark Etme Biçimleri	Tanımlama	3	4	1
		Açıklama	7	3	3
		Değerlendirme	22	22	22
		Gerekçeleştirme	17	16	18
		Karşılaştırma	1	0	1
		Genelleme	0	0	0
Öğretime dair Tepki	Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler (f)	Öğrenci düşüncelerine /etkilerine dayalı (f)	7	9	6
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı (f)	0	0	0
	Öğretime dair Tepki Vermede Amaç (f)	Öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye erişme (f)	3	1	0
		Öğrenci düşünmesini iyileştirme (f)	2	7	3
		Öğrencinin fark etmesini sağlama (f)	2	2	3
		Öğrenci düşünmesini pekiştirme (f)	0	0	0
		Öğretime dair Tepki Çeşidi (f)	Göster & Söyle (f)	1	7
		Ver & İste (f)	7	3	4
	Toplamda Verdiği Öğretime dair Tepki (f)			7	9

Tablo 13 incelendiğinde, tüm uygulamalar sonunda öğrencinin matematiksel kavrayışı ile ilgili olarak öğretmen adaylarından Ahu 22 kez, Hale 23 kez ve Tuğçe ise 22 kez söylemde bulunmuştur. Öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel kavrayışlarıyla ilgili olarak fark ettikleri durumlara dair söylem sayılarının neredeyse eşit olduğu söylenebilir. Farklılık ise, öğretmen adaylarının öğrencinin kavrayışı ile ilgili en çok odaklandığı kavrayış durumlarında görülmektedir. Öğretmen adaylarından Hale ve Tuğçe öğrencinin etkinlikler boyunca matematiksel problemlerle uğraşırken en çok sahip olduğu kavram yanlışları ile ilgili durumlara odaklanmış, Ahu ise öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına ve kavramlara yönelik sahip olduğu anlayışlara neredeyse eşit oranda odaklanmıştır. Öğrencinin matematiksel kavrayışlarına yönelik fark ettiklerini fark etme biçimlerine ilişkin öğretmen adaylarının, fark ettikleri bir durumu açıklarken çoğunlukla birden fazla fark etme biçimi kullandıkları gözlemlenmiştir. Genel olarak öğretmen adaylarının, öğrencinin matematiksel kavrayışlarına yönelik farkındalıklarını gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunarak taraflı duyular üzerinden değerlendirme yaparak ifade ettikleri söylenebilir. Öğretmen adayları, öğrenci matematiksel kavrayışlarına yönelik fark ettikleri durumlardan yola çıkarak verdikleri öğretime dair tepkilerin hepsine öğrenci düşüncelerinin yol açtığı, tepki vermelerindeki amacın çoğunlukla öğrenci düşünmesini iyileştirme amaçlı olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının verdikleri tepkilerde öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemesini içeren öğretime dair tepkiler ve öğrenciye bir şey söyleme veya göstermeyi içeren öğretime dair tepkilerin sayısının neredeyse eşit olduğu gözlemlenmiştir. Tablo 13’te verilen sayısal bilgiler ışığında, tüm katılımcı öğretmen adaylarına ait bulgular matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematiksel kavrayışlarına yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri bu başlık altında detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Öğrenci matematiksel kavrayışlarına ilişkin, öğretmen adayının fark ettiği durumlar arasından, öğrencinin bir kavrama yönelik anlayışa sahip olduğu veya sistematik bir şekilde hata üreten öğrenci kavrayışlarının olduğu durumlar başka bir deyişle öğrencinin kavram yanlışlığına sahip olduğu durumlar öğrenci matematiksel kavrayışına dâhil edilmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettiği durumlardan öğrenciye ait matematiksel kavrayışlara örnek olarak, “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde öğrenciden bir karton şeridin uzunluğunu aynı niteliğe sahip birimler ile ölçmesi ve sayı ile ifade etmesi istenir. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin karton şeridin uzunluğunu ölçerken, birimi yinelediğinde yineleme

sonucundaki fazlalık ne olursa olsun öğrencinin ölçüm sonucunu “buçuk” olarak aşırı genellediğini fark etmişlerdir. Öğretmen adayları, öğrencinin farklı bağlamlarda bir nesneyi bir birim ile ölçerken birimi yinelediğinde birimin ölçülen nesneyi aşan parçası ne olursa olsun ölçüm sonucunu buçuk ile ifade etmesi nedeniyle öğrencide bunun kavram yanılgısı olduğu değerlendirmesini yapmışlardır. Öğrenciye aynı etkinlikte bir birimin eş parçalara ayrılmış farklı durumlarının olduğu etkinlikler yapılır. Etkinlikte öğrenciye bir karton şerit ve bu şeritten daha kısa olacak şekilde aynı boyutlara sahip farklı sayıda parçalara ayrılmış 1'er birim uzunluğunda 4 adet karton şerit verilir. Öğrenciden farklı sayıda parçalara ayrılmış 1 birimlik karton şeritleri kullanarak en üstteki karton şeridin uzunluğunu ölçmesi istenir. Örneğin, beş eş parçaya ayrılmış 1 birimle ölçüldüğünde ölçüm sonucunu “1 birim ve 1 birimin beş parçasından ikisi” olarak ifade etmesi beklenir. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin, bir birimin tekrar birimleştirilerek eş parçalara ayrılamayacağına, birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumlarında bir birim kaç parçaya ayrıldı ise o kadar sayıda yeni birim oluşacağına dair kavrayışının olduğunu fark etmişlerdir. Bu farkındalıklarını öğretmen adaylarından Ahu *“Yani parçalara ayrılmış olan 1 birimleri farklı bir şey olarak düşünüyor, şu an ölçtüğü birimi. Birimin dört parçaya ayrılabilceğini, beş parçaya ayrılabilceğini düşünmüyor”* değerlendirmesi ile Hale *“Birim algısı sanırım oturmamış. Onun için bir birim var ve sadece onunla ölçebiliyoruz, parçalarına inemiyor hani parçalarının olduğunu parçalardan oluşabilceğini düşünemiyor.”* değerlendirmesi ile Tuğçe ise *“Bu birimlerin birbirine eşit olduğunu kavrayamadı önce. Hepsinin bir birim olduğunu kavrayamadı.”* değerlendirmesi ile ifade etmiştir. Öğrencinin bu kavrayışına yönelik öğretmen adaylarından Ahu *“Ben olsaydım, parçalara ayrılmış olan tüm birimler için hepsinin aynı ve bir birim olduğunu, sadece parçalara ayrılmış halleri olduğunu göstermesini isterdim. Ben kendisinin de bunu fark edebileceğini ben düşünüyorum.”* söylemi ile öğrencinin gösterilen birimlerin eş olduğunu fark etmesini sağlayacak bir öğretime dair tepki vermiştir. Diğer öğretmen adayları fark ettikleri öğrenciye ait bu kavrayışa yönelik bir öğretime dair tepkide bulunmamışlardır.

Doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane alan 7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın, pastalardan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek toplam 7 dilim pasta elde ettikleri ve herkesin bir dilim pasta yediği *“Doğum Günü Pastası”* etkinliğinde, öğrenciden, herkesin eşit miktarda pasta yiyip yemediğini tartışması istenir. Öğretmen adaylarının hepsi problem durumunda bahsedilen 7 kişinin eşit miktarda pasta yediğini ifade eden öğrencinin, *“birer dilim pasta yemek, eşit miktarda pasta yemektir”* kavrayışına sahip

olduğunu fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Ahu ve Hale bu kavrayışı sırasıyla *“Herkes bir dilim yedi zaten diye düşünüyor olabilir. Herkes bir dilim yedi, o dilimleri eşit olarak düşünüyor olabilir bence. İstenilen neydi benden? Herkesin bir dilim yemesi. Evet, herkes bir dilim yedi. Yani bu parçaların eşit mi değil mi olup olmadığına bakmıyor. Bir dilim yediler mi, evet yediler.”* ifadesiyle ve *“Çünkü ikisi de pastanın bir dilimine eşit olduğu için o da bir dilimi... Yani sonuçta bir dilim ikisi için de bir dilim diye düşünüp kaç bölündüğünü hesaba katmamış.”* ifadesiyle ile gerekçelendirerek değerlendirmişlerdir. Bununla birlikte Tuğçe, fark ettikleri olası öğrenci kavrayışına ek olarak, öğrencinin bütünleri kendi içlerinde değerlendirmiş olabileceğini, yani, bir bütünün tüm parçalarının kendi içinde eş, diğer bütünün de tüm parçalarının kendi içinde eş olduğu düşüncesiyle parçaların eş olduğu kavrayışına sahip olabileceği ile ilgili değerlendirmede bulunmuştur. Bu değerlendirme *“İkisi de bir tane olduğu için eş parça olduğunu düşünüyor olabilir. Ya da bir pastayı üç eşit parçaya böldüm, diğer pastayı da dört eşit parçaya böldüm. İkisi de eşit olduğunu düşündüğü için olabilir. Öğrenci eş parçayı sadece sayı olarak düşünmüş.”* söylemlerinde açıkça görülmektedir. Öğrenci, bir bütünü temsil eden pastanın belirli bir sayıda kişiye eşit bir şekilde paylaştırılması için kaç eş parçaya bölünmesi gerektiği sorusuna küçük sayılar için sözel olarak doğru cevap verir ama 7-10 kişi için sorulduğunda sözel olarak cevap vermekte güçlük yaşar. Bu durumu fark eden öğretmen adayı Ahu, kişi sayısı 7 ve üzeri ise öğrencinin verilen daire modelini eşit parçalara ayırmada güçlük yaşamasının olası sebebi olarak iki farklı değerlendirme yapmıştır. Bunlardan birincisi *“... Hep daha fazla kişi olduğunda 8’e böldük ya, o da onu düşünebilir. Çok fazla kişi var, ben de 8’e böleyim... Çok fazla kişi olduğundan biz buna bölüyoruz diye düşünüp 8’e bölmüş olabilir.”* ifadeleriyle öğrencinin, büyük sayıda kişiye eş paylaştırılması gereken bütünün hep 8 eş parçaya bölünmesi gerektiği kavrayışına sahip olabileceği değerlendirmesini, ikinci olarak *“...bir dairenin sadece çift sayılara bölünebildiğini düşündüğü için bence bu şekilde bölemiyor”* ifadeleriyle öğrencinin, bütünü temsil eden bir daire modelini sadece 2, 4, 8 gibi çift sayılara bölebildiği için dairenin sadece çift sayılara bölünebileceği kavram yanılgısına sahip olabileceği değerlendirmesini yapmıştır. Ahu’nun ikinci olarak ileri sürdüğü olası sebebe ilişkin söylemine paralel olarak Hale ve Tuğçe de farkındalıklarını sırasıyla *“Nedense onlara hep böyle geliyor. İki parçaya bölünür, dört parçaya bölünür. Aradakileri çok kavrayamıyorlar sanırım. Ama şimdi bence şeklini çizemediği için gerçekte de böyle bir şey olamayacağını düşünüyor.”* söylemi ve *“Çizim üzerinde düşünüyor. Sadece gördüğü kadar var. Yani ne çiziyorsam o, daha fazlası olamaz diye düşünüyor olabilir.”* söylemi ile

değerlendirmişlerdir. Dolayısıyla, öğretmen adayları, öğrencinin, bütünü temsil eden bir daire modelini sadece 2, 4, 8 gibi çift sayılara bölebildiği için dairenin sadece çift sayılara bölünebileceği kavram yanılgısına sahip olabileceğini fark etmiştir. Bu kavram yanılgısının da 7 eş parçaya ayıramadığı bütünü temsil eden modelin 7, 9 gibi tek sayıda kişiye eşit bir şekilde paylaştırılamayacağı kavrayışına neden olmuş olabileceği değerlendirmesinde bulunmuşlardır.

Üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisini iki oğlundan birine kenarı boyunca, diğerini köşegen boyunca iki eş parçaya ayıran annenin yer aldığı “Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?” etkinliğinde öğrenciye iki kare pastanın parçalarının eş parça olup olmadığı sorulur. Öğrenci kenarı boyunca iki eş parçaya ayrılan parçaların eş; fakat köşegen boyunca iki eş parçaya ayrılan parçaların eş olmadığını ifade eder. Öğretmen adayı Ahu “*Bence öğrenci kafasında bir şema oluşturmuş ve bu şekilde iki eş parçaya ayrıldığını söylüyor.*” söylemi ile öğrencinin bir kare modelinin sadece kenarı boyunca iki eş parçaya ayrılabilceği kavrayışına sahip olduğu değerlendirmesini yapmıştır. Bunun gerekçesi olarak da “eşit paylaşım” kavramındaki eksikliklerini göstermiştir. Tuğçe ve Hale ise aynı durum için sırasıyla “*Eş parça kavramını sadece görünüş olarak anlamlandırmış. Yani büyüklük olarak düşünmüyor. Şekil aynıysa o eşittir. Bu şekilde düşünüyor.*” söylemi ve “*Yani ikisinin eşit parça olduğunun farkında değil. Diğerinin daha büyük olduğunu düşünüyor. Üçgen yukarı doğru ve yana doğru sivrileştiği için onun daha büyük olduğunu düşünüyordur... Kavram yanılgısı denir mi tam olarak bilmiyorum ama. Şekiller farklı olduğu için eşit değil dedi.*” söylemi ile öğrencinin fiziksel görünüşleri eş olmayan fakat niteliklerinin miktarları eş olan parçaların eş parça olamayacağı kavram yanılgısına sahip olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen adayı Hale bu yanılgıya yönelik somut modellerden yararlanarak adım adım aynı bütünün yarısının şekiller farklı olsa da eş olabileceğini fark etmesini sağlayacak bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Bu öğretime dair tepkiyi “*Dikdörtgen ve üçgen şeklinde iki eş parça kesilir. Dikdörtgen üçgenin üstüne konulur. Orada fazladan üçgensel bir bölge kalıyor. Onu kesip üçgenin diğer boş tarafına koyduğumuzda diğer dikdörtgeni elde ederiz. Yani o şekilde yine somut bir şekilde gösterilebilir.*” söylemleri ile ifade etmiştir.

“Yarım-Çeyrek-Bütün” etkinliğinde öğrenciye bir bütünün çeyreğinin o bütünün kaçta kaçına eş olduğu sorulur. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin yaptığı eylemlerden yola çıkarak çeyrek kavramı ile ilgili öğrencinin bir bütünün küçük bir parçasının çeyrek olduğu kavrayışına ve çeyreğin birden fazla büyüklükte olduğu kavram yanılgısına sahip olduğunu fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarından Ahı bu farkındalığını “*Öğrencinin dörtte birin*

çeyreği ifade ettiğini bildiğini düşünmüyorum. Öğrencide çeyrek küçük parça olarak konumlanmış olabilir. Yani bir bütünün içerisindeki küçük parçalar çeyrektir gibi düşünüyor olabilir. Çünkü ilk başta çizdiği küçücük bir kareye çeyrek dedi ilk. Küçük parçanın çeyrek olduğunu düşünüyor olabilir.” değerlendirmesiyle açıklamıştır. Hale “*Öğrenci bence çeyrek kavramını zihninde küçük bir parça diye konumlandırmış. Mesela dört bir parçaya bölüyor. O parçanın bir tanesinden de küçük bir parça... Boyalı yere (dörtte birlere) çeyrek demiyor. Onların içindeki küçük parçalara çeyrek diyor. Büyük ihtimalle çeyrek onun için küçük bir şeyi ifade ediyor. Dörtte birinden de küçük bir şey...*” söyleminde görüleceği üzere Ahu ile benzer biçimde öğrenci ifadeleri ve eylemleri ile destekleyerek değerlendirme yapmıştır. Tuğçe ise diğer öğretmen adaylarına paralel olarak “*Bir bütünün dörtte bir parçasının herhangi bir kısmı olarak anlamlandırmış çeyreği. Bir bütün değil de dörtte birinin küçük bir kısmı da olabilir, hepsi olabilir, diye düşünmüş olabilir.*” söylemleri ile öğrencinin sahip olabileceği aynı kavram yanlışına işaret etmiştir. Bu durum ile ilgili, öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin dikdörtgen modeli yerine bir daire modeli oluşturup tekrar çeyreğini göstermesini isteyerek öğrenci düşünmesi ile ilgili ek bilgiye erişebileceği öğretime dair tepkide bulunmuştur. Hale, öğrencinin sahip olduğu bu kavram yanlışını gidermek için öğrencide bilişsel çatışkı yaratmanın bu durumda verimli olmayacağını bu yüzden çeyreğin bir bütünün dörtte birlik parçasına eş olduğunu öğrenciye doğrudan söyleyebileceği öğretime dair tepkide bulunmuştur. Tuğçe ise, bu kavram yanlışına yönelik öğrencinin yarım-çeyrek ilişkilendirmesini yapmasını sağlayarak çeyreğin tek büyüklükte olduğunu göstereceği ve “*Yarımın yarısını gösterirdim. Bir çeyreğin birden fazla büyüklüğünün olmayacağını gösteririm. Dörtte biri ise onun az bir eksiğinin çeyrek olamayacağını anlatırdım.*” söylemleri ile ifade ettiği öğretime dair tepkide bulunmuştur.

Bir bütünün yarımını temsil etmesi istendiğinde, öğrencinin, daha önce dört eş parçaya ayırdığı bir bütün üzerinde yarımı göstermeye çalışırken “dörtte ...” diyerek duraksadığını fark eden öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin dört parçadan ikisinin yarımı ifade ettiğini düşünmediğini çünkü öğrencinin “bir bütüne ait yalnız iki eş parçadan birisi yarım” kavrayışına sahip olduğu değerlendirmesinde bulunmuştur. Bununla birlikte, Tuğçe “*Son modellemede hani sekize böldü ya daireyi, çocuk onu sekize bölerken şöyle düşünüyor. Önce ikiye bölüyor mesela, sonra dörde bölüyor. Sadece bu şekilde modellenebileceğini düşünüyor olabilir.*” söylemleri ile öğrencinin, bir daire modelinde 8 eş parça elde etmek için tek yolun bir çap çizerek ikiye, daha sonra dörde ve sonra sekiz parçaya ayırması gerektiği kavrayışına sahip olduğunu fark etmiştir. Bununla birlikte bu kavrayışın,

öğrencinin 7, 9 gibi tek sayılı eş parçalar oluşturmada güçlük yaşamasına neden olabileceğini ifade etmiştir. Nitekim Tuğçe, önceki etkinliklerde de, öğrencinin daire modelini eş parçalara ayırırken önce çap çizerek ikiye, sonra dörde ayırmasının öğrencinin daire modelini 7 eş parçaya ayırmasını güçleştirdiği dolayısıyla öğrencide bir bütünün 7 eş parçaya ayırlamayacağı dolayısıyla 7 kişiye eş olarak paylaştırılamayacağı kavram yanılığısına sebep olduğunu “7 eş parçaya ayırırken de yok bölünmez demişti ya hani... Direkt ikiye sonra dörde ayırma üzerinden düşünüyor. Farklı bir şekilde sayıda parçalara ayırlamayacağını düşünüyor modellerin.” söylemleri ile ifade etmiştir.

Öğrencinin bir bütünü temsil eden çokluğun birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını göstermesini amaçlayan etkinlikte paraları temsil eden kartondan pulların problem durumuna göre istenen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını ayırması istenir. Öğretmen adayları öğrencinin bir çokluğu dörtte birlere ve genel olarak istenilen birim kesirlere ayırmada güçlük yaşamasının sebebi olarak öğrencinin sahip olabileceği olası iki kavram yanılığısından söz etmişlerdir. Bunlardan biri, öğrencinin bir çokluğu dörtte birlere ayırmanın dörtlü gruplar yapmak demek olduğu kavram yanılığısına sahip olabileceğidir. Ahu, bu fark ettiği bu kavram yanılığını “Yani dörtte biri dörtlü grup olarak düşündüğünü düşünüyorum. Bir de “dörtte biri” “dörtlü grup” olarak düşünüyor. Mesela beşte biri dediğimizde beş tane mi koyacak.” söylemi ile Hale “Dörtte bir deyince aklına direkt dört parça geldi öğrencinin. Kavram yanılığı denir mi buna bilmiyorum...” söylemi ile Tuğçe ise “Toplamı dört parçaya bölmüyor. Dörderli grup yapmaya çalışıyor. Dört tane olduğu zaman dört eşit parça yani kelime anlamı olarak düşünüyor. Dört tane var, dördü de eşit parça. O zaman dört eşit parçaya bölündü gibi düşünüyor olabilir.” söylemi ve “Bir çokluktan oluşan bütünü eş parçaya ayır dediğimizde kaç grup oluşacak veya grupta kaç tane parça olmalı. Bunları birbirine karıştırıyor bir kere. Bu yanılığa sahip öğrenci.” söylemleri ile ifade etmiştir. Öğretmen adayı Hale ise, öğrencinin bu kavram yanılığısına yönelik verdiği öğretime dair tepkide, öğrencinin mevcut kavram yanılığısına göre dörtlü gruplar yaparak beş parça elde etmesinden sonra öğrenciye dörtte birlerine ayırması gerekirken neden beşte birlerine ayırdığını sorarak öğrencide bilişsel çatışkı oluşturacağını ifade etmiştir. Böylelikle öğrencinin sahip olduğu kavram yanılığını fark etmesini sağlayacağını daha sonra öğrencinin akıl yürütmesi için strateji belirleyeceğini şu şekilde ifade etmiştir:

“Şu an engel olmazdım. Dörtlü gruplar şeklinde beş tane olacak hani yirmi tane pul olduğu için. Ona derdim ki bak bütün o paraları beş gruba ayırdın sen, dört gruba ayırmadın derdim hani. Ondan sonra o da düşünürdü hani neden beş grup oldu, dört gruba ayırmam gerekiyordu diye. Ondan sonra bir grubu kenara çekerdim. Her birine bir tane dağıtırdım. Çünkü bir tanesinde

dört tane var. Diğer gruplara da birer tane olacak şekilde dağıttım. Yani öyle bir şeyler yapabilirdim diye düşünüyorum.”

Öğretmen adaylarının öğrencinin bir çokluğu dörtte birlere ve genel olarak istenilen birim kesirlere ayırmada güçlük yaşamasının sebebi olarak varsaydıkları öğrencinin sahip olabileceği diğer bir kavram yanlışlığı ise, sürekli bir bütünün dörtte birlerinin bir parçadan oluştuğunu göz önüne alarak, öğrencinin bütünü temsil eden çokluklarda da bütünün dört parça dörtte birlerin ise bir parça olması gerektiği kavram yanlışlığına sahip olabileceğidir. Bu durumu Ahu *“Hani pastayı bölebilirdi, böldü de zaten ama böyle şeylerle uğraşınca. Küçük parçaların bir parçadan oluştuğunu mu düşündü acaba? Dörtte birlere ayrıldığı zaman bir grubun 4 adetten oluşması gerektiğini düşünmüş olabilir.”* söylemi ile Tuğçe ise *“Eğer mesela 4 eş parçaya ayırdıysa her birinde birer tane olmalı diyor hani. Yani 20 taneyi dörde ayırdığında her bir parçasında 5 tane olabileceğine imkân vermiyor. Orada bir tane var o zaman diye düşünüyor.”* söylemi ile değerlendirmiştir. Hale, Ahu ve Tuğçe’nin söylemlerine benzer olarak öğrencinin bütünü temsil eden çokluklarda bütünün dört parça dörtte birlerin ise bir parça olması gerektiği kavram yanlışlığına sahip olabileceği değerlendirmesinde bulunmuştur. Gerekçe olarak ise öğrencinin daha önce hep sürekli bir bütünün birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını gördüğü/gösterdiği için sürekli bütünün bir parçadan, parçalarının ise birim kesrin paydası kadar parçadan oluşmasına alışkın olmasını göstermiştir. Öğretmen adayı Hale, öğrencinin sahip olabileceği bu kavram yanlışlığına karşın verdiği öğretime dair tepkide, öğrencinin sürekli bütünlerin istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını göstermeye aşına olduğu için ilk önce pulları bir araya getirerek sürekli bir bütünmüş gibi gösterebileceğini, daha sonra ise istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını sürekli bir bütünü ayırdığı gibi ayırıp gösterebileceğini ifade etmiştir. Ahu ise *“20 tane pulun dörtte birini ilk başta sözel olarak ifade etmesini isterdim “dörtte biri kaç tanedir?” şeklinde. Daha sonra da verdiği cevaba göre yönlendirme yapardım tekrardan “bir daha gruplandıralım” vs. şeklinde. Yine pullar üzerinde devam ederdim.”* söylemi ile ilk başta yirmi doğal sayısının dörtte birini öğrencinin doğal sayılarda bölme işlemi bilgisinden yola çıkarak sözel olarak ifade etmesini sağlayacağını daha sonra bütünü temsil eden çokluk modellerini kullanabileceğini belirtmiştir.

“Kurdeleden Çerçeve” etkinliğinde, verilen kurdeleyi problem durumundaki talimatlara bakarak sekiz eş parçaya ayırması istendiğinde güçlük yaşayan öğrenciye, ilk önce kurdeleyi nasıl iki eş parçaya ayıracağı sorulur. Öğrenci, kurdeleyi, kâğıtta olduğu gibi uçlarından birleştirerek iki eş parçaya ayıramayacağını ifade eder. Bu durumu Hale *“Öğrenci hep bütünü kâğıt üzerinde gördüğü için olabilir. Ya da dikdörtgen, kare, daire... Bütünü hep bu*

şekilde gördüğü için karşısına ince uzun, upuzun bir kurdele ya da böyle somut objelerle görmedi. Sanırım o yüzden aklına gelmedi. Hani hep kâğıtta gördüğü için kâğıdı katlayabilirim ama bunu katlayamam diyor.” söylemleriyle değerlendirmiş, gerekçe olarak öğrencinin önceki öğrenme ortamlarında uzunluk niteliğine sahip bir bütünü temsil eden model ile nadir karşılaşmış olabileceğini göstermiştir. Öğretmen adayı Ahu, Hale ile aynı değerlendirmeyi “...Bence bu katlama işlemini sadece kâğıt üzerinde düşünüyor olabilir. Başka herhangi bir nesneyi katladığında iki eş parça elde edemeyeceğini düşünüyor olabilir. Çünkü biz sürekli kâğıt katladık öğrencilerin yanında.” söylemleriyle yapmıştır. Ahu, bu kavrayışın doğru olmadığını fark ettirmek için öğrenciye ilk başta kâğıt vererek iki eş parçaya ayırmasını isteyeceğini, daha sonra ise kurdeleyi iki eş parçaya nasıl ayırabileceğini düşünmesini isteyeceği öğretime dair tepkisinde bulunmuş, öğrencinin, böylelikle, kâğıt için yaptığı eylemi kurdele için de yapabileceğini fark etmesini sağlayabileceğini ifade etmiştir. Hale ise aynı duruma yönelik verdiği öğretime dair tepkide, “Önce neden öyle düşündüğünü sorardım. Neden kurdeleyi katlayamayız? diye sorardım.” söylemi ile öğrencinin bu kavrayışına yönelik ek bilgiye erişme amaçlı soru soracağını daha sonra ise öğrenciye kurdele verip iki ucunu birleştirmesini isteyeceğini ve öğrencinin kendisinin kurdeleyi uçlarından birleştirerek 2, 4 ve 8 parçaya ayırabilmeyi fark edeceğini ifade etmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe ise Ahu ve Hale’den farklı olarak öğrencinin kurdelenin kâğıtta olduğu gibi uçlarından birleştirerek iki eş parçaya ayırlamayacağını düşünmesini başka bir nedene bağlamıştır. Tuğçe, kâğıdın katlanabilir ve parçalanabilir olma özelliğinden dolayı öğrencinin böyle bir kavram yanılgısına sahip olabileceğini “Bir de kâğıt bölünüyor ya hani direkt belki o yüzden bunu bölemem o yüzden de yapamam diye düşünmüş olabilir.” söylemi ile ifade etmiştir. Tuğçe, öğrencinin sahip olduğu bu yanılgıya yönelik, öğrenciye ilk önce kâğıt temin edip iki eş parçaya ayırmasını, daha sonra ise kurdele üzerinde aynı eylemi tekrar etmesini isteyeceği bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Söz konusu öğretime dair tepki ile ilgili şu ifadeleri kullanmıştır:

“Şu an bir tane kâğıt verirdim. Yine aynı şekilde ilk önce kâğıt üzerinde ikiye ayırırdım. Daha sonra da kurdelede de aynı şekilde olur mu sorusunu yöneltirdim hani. “Mesela kâğıdı nasıl katlıyorsak kurdeleyi de o şekilde katlayamaz mıyız? Veya iki parça üst üste geldiğinde hani aynı boy ve endelerse bunlar eşit olurlarsa bunu kurdele üzerinde de yapamaz mıyız?” diye bir soru yöneltirdim. Hani onun bulmasını sağlamaya çalışırdım.”

Öğrenciden, daha önceki etkinliklerde sözel olarak ifade ettiği her bir aile ferdinin yediği pizza miktarını notasyon kullanarak ifade etmesi istenen etkinlikte öğrenci dört eş parçaya ayrılmış iki eş bütünün birer parçasının toplamını temsil eden kesri “sekizde iki” olarak ifade eder. Öğretmen adaylarının hepsi, öğrencinin, birden fazla ve aynı sayıda eş parçalara

ayrılmış olarak verilen eş bütünler için, parçalar koleksiyonunu kesir dili ile ifade ederken bir bütünü oluşturan eş parçaların sayısından ziyade iki bütündeki toplam eş parça sayısını payda olarak alma kavram yanılıgısına sahip olabileceğini fark etmişlerdir. Öğretmen adaylarının bu farkındalıkları, Ahu'nun "...bence çocuk dört taneyi bir bütün olarak düşünüp onları da topluyor. Bütün kavramı çok fazla yok. Dört dört daha sekiz... Yani çocuğun demek istediği şey toplam bir bütünün parça sayısı sekiz olmalı. İkisini topluyor." söylemi ve Hale'nin "Çünkü direkt payları kendi aralarında paydaları kendi aralarında topladı. O yüzden dörtte bir dörtte bir sekizde ikidir dedi." söylemi ve Tuğçe'nin "Direkt paydaları toplamış. Normal şeylerdeki toplama gibi düşünmüş olabilir. Mesela tam sayılardaki gibi toplama yapıyorsak... Pay ve payda gibi ayrı düşünmemiş mesela. İkisini mesela bir sayı olarak düşünmemiş. Mesela $\frac{1}{4}$ bir sayı değil de 1 ayrı sayı 4 ayrı sayı olarak düşünmüş olabilir. O yüzden toplamış olabilir." söyleminde açıkça görülmektedir. Fark ettikleri bu duruma yönelik öğretmen adaylarından Ahu, öğrencinin kavram yanılıgısına sahip olup olmadığı ile ilgili ek bir bilgiye ulaşmak için öğrenciden parçalar koleksiyonunun miktarını "sekizde iki" olarak neden ifade ettiğini kendi ifadeleriyle açıklamasını isteyeceği, Tuğçe ise başka bir günlük hayat bağlamında soruyu tekrarlayacağı öğretime dair tepkisinde bulunmuştur. Etkinliğin devam eden aşamalarında, öğrenci, dokuz eş parçaya ayrılmış bir bütünün bir parçasını dörtte bir olarak ifade eder. Bunu fark eden öğretmen adayı Ahu, öğrencinin, bir bütünün sadece dört eş parçaya bölünebileceği kavrayışına sahip olabileceği değerlendirmesinde bulunmuştur. Hale ise öğrencinin bu yanlış kavrayışını iyileştirebileceği öğretime dair tepkisini "...Belki şey yaparım yine, modelleme yaparım. Bir tane işte daire falan çizerim. Dörde bölerim. Dörtte biri göstermesini isterim. Bir tane daha dörtte biri boyamasını isterim. İki tane olur bu sefer. Sonra boyadığımız bölümün dörtte kaç olduğunu artık kendisinin bulmasını isterdim. Bu tarz modelle o şekilde yaptırabilirim." söylemleriyle ifade etmiştir.

Öğrenciye sembolik veya sözel olarak verilen bir kesirde payın ve paydanın ne anlam ifade ettiği sorulur. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin, paydanın bir bütüne ait parça sayısını, payın ise bütüne ait taralı alanı temsil ettiği kavrayışına sahip olduğunu fark ederek öğrencideki bu kavrayışın geliştirilmesinin güç olduğunu aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

"Bence öğrenmiş olduğu bilgiyi değiştiremiyor şu an. Çünkü eminim böyle öğrenmemiştir ilk başta ilk öğrendiği zaman kesirleri veya paydayı. Yani onu değiştiremiyor. Çünkü kurdeleyle bir örnek yaptık gösterdik. Tekrardan bir materyal kullanıldı gösterildi ama önünde de duruyor. Fakat söyleyemiyor tekrardan. Anlamadı mı diyeceğim fakat anlamasını çok fazla gerektirecek bir şey de yok aslında. Bilemiyorum. Bence öğrenci bu şekilde öğrenmedi ve şu an bu ona daha

da zor gelebiliyor olabilir de aslında. Bunu ifade etmek daha zor geliyor olabilir. O yüzden söyleyemedi.”

Öğretmen adayı Tuğçe ise, Ahu ile benzer şekilde öğrencinin sahip olduğu bu anlayışın önceki öğrenme ortamlarında bu şekilde öğrenmiş olmasına dayandırarak *“Bu kavramlar ilk öğretilirken öğrenciye, ezbere olarak öğretilmiş olabilir. Üstteki her zaman paydır, alttaki her zaman paydadır denmiştir. Daha sonra bir örnek üzerinde sadece paydanın kaç eşit parçaya ayırdığını toplam kaç parça olduğunu söyleyerek hani üstünkörü geçilmiş olabilir. Bundan söyleyemiyor olabilir.”* ifadelerini kullanmıştır. Öğretmen adaylarının ifadelerinden de görüldüğü üzere, öğrencinin daha önceki öğrenme ortamlarında edindiği kendi öğrenme deneyimlerinin bir ürünü olan sadece bazı durumlarda geçerli olan bu kavrayışını geliştirmek güç olmaktadır. Öğrencinin sahip olduğu bu eksik kavrayışa yönelik öğretmen adayı Tuğçe, öğrenciye önceki etkinliklerden *“Kurdeleden Çerçeve”* etkinliğinde, eş parçalara ayırdığı kurdelenin bir parçasını birim kesir olarak alıp yinelemesini isteyeceği, böylelikle öğrencinin paydanın birim kesrin büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını ifade ettiğini fark etmesini sağlayacağı bir öğretime dair tepkide bulunmuştur. Bu öğretime dair tepkiyi *“Bir de burada öğrenciye şey diyebilirdik hani o kurdeleyi verirken hani sekizde biri söyledi sekizde üçü söyledi. Hani sekizde sekize kadar kaç tane olduğunu söyletebilirdik. Belki öğrenci şunu diyebilirdi: “Aa burada sekiz parça olduğu için sekizde diyoruz” diye. Hani üçe kadar söyleyebildi. Onu sekize kadar bir bütüne kadar tamamlatıp şey yaptırabilirdik.”* şeklinde ifade etmiştir.

Özetle, öğretmen adayları genel olarak öğrenciye ait ortak kavrayışları ve kavram yanlışlarını fark etmişler, öğrenci kavrayışları altında yatan ve kavram yanlışlarına yol açan öğrenci düşüncelerini açıklarken benzer söylemleri kullanmışlardır. Bununla birlikte öğretmen adaylarından Tuğçe’nin diğer öğretmen adaylarının fark etmediği öğrenci kavrayışlarını fark etmesi dikkat çekmiştir. Öğretmen adaylarının tüm uygulamalar sonunda öğrencinin matematiksel kavrayışları ile ilgili olarak çoğunlukla öğrencinin sahip olabileceği kavram yanlışlarına odaklandıkları söylenebilir. Öğretmen adaylarının fark ettikleri öğrencinin sahip olabileceği kavram yanlışlarına örnek olarak, bir nesneyi bir birim ile ölçerken birimi yinelediğinde birimin ölçülen nesneyi aşan parçası ne olursa olsun ölçüm sonucunu buçuk olarak aşırı genelleme, dairenin sadece çift sayılara bölünebileceği, fiziksel görünüşleri eş olmayan fakat niteliklerinin miktarları eş olan parçaların eş parça olamayacağı, çeyreğin birden fazla büyüklükte olduğu, bir çokluğu dörtte birlere ayırmanın dörtlü gruplar yapmak demek olduğu, sürekli bir bütünün dörtte birlerinin bir parçadan oluştuğunu göz önüne alarak bütünü temsil eden çokluklarda da bütünün dört parça dörtte

birlerin ise bir parça olması gerektiği, aynı sayıda eş parçalara ayrılmış olarak verilen eş bütünler için, parçalar koleksiyonunu kesir dili ile ifade ederken bir bütünü oluşturan eş parçaların sayısından ziyade iki bütündeki toplam eş parça sayısını payda olarak alma verilebilir.

Öğretmen adaylarının öğrencinin kavrayışlarını fark etme biçimleri incelendiğinde, tüm öğretmen adaylarının öğrencinin kavram ve fikirleri kavrayışları ile ilgili farkındalıklarının hepsini değerlendirerek ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğretmen adayları değerlendirmelerde bulunurken çoğunlukla değerlendirmelerine bir kanıt veya gerekçe göstermişlerdir. Matematiksel kavrayışa ait farkındalıkları değerlendirerek ifade ederken matematiksel düşünme bileşenlerinden daha fazla gerekçe gösterme sebebi olarak, öğretmen adaylarının, öğrencinin sahip olduğu kavrayışın altında yatan öğrenci düşüncelerini açıklama gereği görmesinden kaynaklanabilir. Öğretmen adayları, öğrenci kavrayışları ile ilgili farkındalıklarını tanımlarken bazen öğrenci ifadelerini doğrudan kullanarak veya öğrenci eylemlerini açıklayarak ifade ettiği de görülmüştür. Öğrenci kavrayışı ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken 2 kez karşılaştırma yapmışlardır. Birincisinde Ahu, öğrencinin matematiksel düşüncelerini veya eylemlerini öğretmenin kendisinin kesirleri öğrendiği yaştaki yaşadığı deneyim ile karşılaştırma yaparak farkındalığını ifade etmiştir. İkincisinde ise Tuğçe, öğrenci kavrayışı ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken bir durumda önceki etkinlerden birinde fark ettiği bir öğrenci kavrayışı ile karşılaştırma yapmıştır. Öğretmen adaylarının, öğrenci kavrayışı ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken fark etme biçimlerinden genelleme yapmadığı gözlemlenmiştir.

Öğretmen adaylarının, fark ettiği öğrenciye ait matematiksel kavrayışlara yönelik 22 kez öğretime dair tepkide bulundukları, bu öğretime dair tepkilerden 12'sinin öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına yönelik, diğer 7'sinin ise öğrencinin bir kavrama veya fikre yönelik sahip olduğu anlayışlara ait farkındalıklarına ilişkin olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına ait farkındalığını 44 durumda ifade etse de sadece 12 kez kavram yanlışlarına yönelik öğretime dair tepkide bulunmalarının öğretmen adaylarının öğrenciye ait kavram yanlışlarını gidermede sahip olduğu bilgi ve deneyim eksikliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Öğretmen adaylarının verdiği öğretime dair tepkilerin nedenlerinin hepsi öğrenci düşüncelerine, kavrayışına dayalı olduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adayları öğrencinin sahip olduğu kavramlara ilişkin aynı anlayışları veya aynı kavram yanlışlarını fark etse de fark ettikleri bu kavrayışlara yönelik farklı tepkilerde bulundukları gözlemlenmiştir. Bu durum, bazı

öğretmen adayları öğrencinin söz konusu anlayışa veya kavram yanlışlığına sahip olup olmadığı ile ilgili ek bilgiye ihtiyaç duyarken bazılarının kavram yanlışlığının iyileştirilmesine yönelik adımlar atmaya ihtiyaç duyduğundan kaynaklanabilir. Nitekim öğretmen adaylarının öğretime dair tepki vermedeki amaçlarından 12 tanesi öğrenci kavrayışını iyileştirme, 7 tanesi ise öğrencinin fark etmesini sağlama, 4 tanesi öğrencinin sahip olduğunu düşündüğü kavrayışın veya kavram yanlışlığının öğrencinin gerçekten de sahip olup olmadığı ile ilgili ek bilgiye erişmeye yöneliktir. Örneğin, Ahu öğrencinin söz konusu anlayışa veya kavram yanlışlığına sahip olup olmadığı ile ilgili ek bilgiye sık sık ihtiyaç duyarak buna yönelik öğretime dair tepkiler vermiştir. Tuğçe ise ek bilgiye hiç ihtiyaç duymadan direkt olarak öğrencinin sahip olduğunu düşündüğü söz konusu anlayışı ve kavram yanlışlıklarını iyileştirmeye veya öğrenciye fark ettirmeye yönelik tepkiler vermiştir. Öğretime dair tepki çeşidi olarak ise öğretmen adaylarından Ahu tüm durumlarda, öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını isteme durumlarını içeren tepkilerde bulunmuştur. Tuğçe öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını isteme ve öğrenciye bir şey söyleme veya göstermeyi içeren öğretime dair tepkilerde eşit oranda bulunmuştur. Hale ise çoğunlukla öğrenciye bir şey söyleme veya göstermeyi içeren öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Bu noktada, Hale'nin öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlıklarına neden olan öğrenciye ait eylemleri öğrenciye doğrudan söylemesi, genel olarak öğrencide bilişsel çatışkı oluşturarak kavram yanlışlığını gidermeyi düşünmediğini gösterebilir.

4.2.3. Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Anlamalarına Yönelik Fark Ettikleri, Fark Etme Biçimleri ve Öğretime Dair Tepkileri

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel anlamalarına yönelik fark ettikleri durumlara, fark ettikleri durumları fark etme biçimlerine ve fark ettikleri durumlara yönelik verdikleri öğretime dair tepkilere ait frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 14.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Anlamalarına Yönelik Fark Ettiklerine, Fark Etme Biçimlerine ve Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere İlişkin Frekans Tablosu

Temalar	Kategoriler	Alt Kategoriler	Ahu	Hale	Tuğçe
Ne Fark Ettiler?	Öğrencilerin Matematiksel Anlamaları	-	12	7	7
Nasıl Fark Ettiler?	Fark Etme Biçimleri	Tanımlama	2	2	2
		Açıklama	4	6	4
		Değerlendirme	11	7	7
		Gerekçelendirme	10	6	6
		Karşılaştırma	0	0	0
		Genelleme	0	0	0

Tablo 14 incelendiğinde, tüm uygulamalar sonunda öğrencinin matematiksel anlamaları ile ilgili olarak öğretmen adaylarından Ahu 12 kez, Hale 7 kez ve Tuğçe ise 7 kez söylemde bulunmuştur. Fark ettiği durum sayısına bakıldığında öğrencinin matematiksel anlamalarına en çok odaklanan öğretmen adayı Ahu olmuştur. Öğrencinin matematiksel anlamalarına yönelik fark ettiklerini fark etme biçimlerine ilişkin öğretmen adaylarının, fark ettikleri bir durumu açıklarken çoğunlukla birden fazla fark etme biçimi kullandıkları gözlemlenmiştir. Genel olarak öğretmen adaylarının, öğrencinin matematiksel anlamasına yönelik farkındalıklarını gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunarak taraflı duyumlar üzerinden değerlendirme yaparak ifade ettikleri ve neredeyse her değerlendirmelerine bir kanıt veya gerekçe gösterdikleri görülmüştür. Öğretmen adayları, öğrenci matematiksel anlamalarına yönelik fark ettikleri durumlardan yola çıkarak herhangi bir öğretime dair tepki vermese de bazı etkinlikler sonunda, genel olarak öğrencide gerçekten de matematiksel anlamının gerçekleşip gerçekleşmediği ile ilgili ek bilgiye erişmek için ya da anlamının pekiştirilmesine yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulundukları gözlemlenmiştir.

Tablo 14'te verilen sayısal bilgiler ışığında, tüm katılımcı öğretmen adaylarına ait bulgular matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin matematiksel anlamalarına yönelik fark ettikleri, fark etme biçimleri ve öğretime dair tepkileri bu başlık altında detaylı bir şekilde sunulmuştur.

Öğrenci matematiksel anlamalarına ilişkin, öğretmen adayının fark ettiği durumlar arasından, öğrencinin ilgili kavram veya fikir ile birden fazla kavram ve fikir arasında ilişki kurduğu, sağlanan verilerde veya dilde veya bağlamdaki değişikliklerle karşılaşıldığında prosedürleri benimsediği, kavrama ilişkin notasyonları/sembolleri kullanabildiği, kullanılan soyut kavramların iyi genel örneklerine sahip olduğu durumların hepsi bir bütün olarak öğrenci matematiksel anlamasına dâhil edilmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettikleri, öğrencide matematiksel anlamının gerektirdiği bir bileşenin yoksunluğundan kaynaklı matematiksel anlamının gerçekleşmediği ile ilgili farkındalıklar da bu kategoriye dâhil edilmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettiği durumlardan öğrencinin matematiksel anlamasına örnek olarak, “Kartondan Çerçeve” etkinliğinde öğrenciden bir karton şeridin uzunluğunu aynı niteliğe sahip birim karton şerit ile ölçerken birimi (bileşik birim) başka bir birim (kısmi birim) ile tekrar birimleştirmesi, karton şeridin uzunluğunu ölçmesi ve sayı ile ifade etmesi istenir. Öğrenci etkinliğin sonunda verilen A birimi (kısmi birim) kullanarak, A birimi B birim ile karşılaştırıp B birimi tekrar birimleştirmiş, böylelikle B birim cinsinden karton şeridin uzunluğunu sayı ile ifade edebilmiştir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin A birimleri kullanma fikrini ileri sürerek mavi karton şerit ile B birim arasındaki matematiksel ilişkiyi kurabildiğini, tekrardan bağlam değiştirilip sorulduğunda öğrencinin adımları doğru bir şekilde atıp kesir dili ile ve görsel temsilleri kullanarak ifade edebildiğini ve dolayısı ile matematiksel anlamının gerçekleştiğini belirtmiştir. Bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“...etkinlik devam ettiği zaman bunları bir orana dökmeye başarabiliyor (mavi karton şeridin kaç B birimden oluştuğu oranı) diye düşünüyorum. Bence kesinlikle gelişme kaydetti... Kendisi tek tek A'ları koydu. Evet, bu böyleymiş dedi yani bir şeyler yaparak keşfettiğini düşünüyorum... Çünkü tekrardan sorduğumuzda etkinliğin sonlarına doğru, kendisi zaten dörtte üçü olduğunu mantıklı bir şekilde anlatıyor. Dört tane parçaya ayrılmış, üç tanesini alıyoruz dörtte üçü oluyor diyor. Yani öğrenmiş olduğunu ben düşünüyorum. Bunu da parçaya bölme etkinlikleriyle kendisi çiziyor yapıyor, bir şeyler yapıyor, evet artmıştır diyor. Veya elindeki eş parçalara ayrılmış birimin kalan parça için fazla veya az olacağına karar veriyor.”

Öğretmen adayı Tuğçe ise Ahu'ya paralel olarak öğrencinin bir nesnenin uzunluğunu bir birim ile ölçerken ölçüm sonucunun tam sayı olmadığı durumlarda birimi başka bir birim ile tekrar birimleştirme fikrini ilişkilendirebildiğini, ölçülen nesne-birim ve birim-kısmi birim parça-ilişkilendirmelerini kurabildiğini, başka bir bağlamda aynı durum karşısına çıktığında güçlük yaşamayacağını, somut modelleri ve görsel temsilleri kullanabildiğini ifade ederek birim, parça-bütün kavramlarına yönelik matematiksel anlamının gerçekleştiğini belirtmiştir. Bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“Öğrenci bunun bir parça bütün ilişkisi olduğunu anladı. Birimin de ne olduğunu anlamıştır bence... Materyaller sayesinde... Sonra B birimi A birim cinsinden ifade etti. Dört parça olduğunu doğru bir şekilde ifade edebildi. Genel olarak anladı... Nesneleri birbiri ile

ilişkilendirmeyi de öğrendiğini düşünüyorum parça bütün ilişkisinde. Bundan sonra zorluk yaşamaz herhalde.”

Doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane alan 7 kişiden oluşan bir grup arkadaşın, pastalardan birini 4 eş parçaya, diğerini 3 eş parçaya bölerek toplam 7 dilim pasta elde ettikleri ve herkesin bir dilim pasta yediği “*Doğum Günü Pastası*” etkinliğinde, öğrenciden, 7 kişinin eşit miktarda pasta yiyip yemediğini tartışması istenir. Öğretmen adayı Ahu, etkinliğin sonunda, öğrencinin kişi sayısı-parça sayısı ve kişi sayısı-parça büyüklüğü ilişkilendirmelerini yapsa da sağlanan verilerde veya dilde değişikliklerle karşılaştığında bütünü temsil eden modeli istenen sayıda eş parçaya ayırmada güçlük yaşadığını bu yüzden matematiksel anlamının gerçekleşmediğini “*Aslında bunu çok fazla kazandığını düşünmüyorum açıkçası. Çünkü tekrar istediğimizde yediye bölemedi. Bir bütünü yedi eş parçaya bölmek zor, ben bölemem anında direkt. Ama dediğim gibi çocuğun bunun zaten mantığını anlaması önemli olan... Ve bunun o şekilde ifade edilebileceğini söyleyemiyor*” ifadeleriyle açıklamıştır. Ahu’nun aksine öğretmen adayları Hale ve Tuğçe ise, etkinliğin sonunda, öğrencinin eş parça sayısı-parça miktarı arasında ve bütün sayısı-paylaştırılacak kişi/nesne sayısı- eş parça sayısı arasında ilişki kurabildiğini, birden fazla bütünü farklı sayıda kişilere eşit bir şekilde paylaştırırken her bir bütün için kişi sayısı kadar eş parça oluşturma soyutlamasını ve eş paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı olduğu soyutlamalarının iyi örneklerine sahip olduğunu, farklı bağlamlarda eşit paylaşım eylemini doğru bir şekilde yapabildiğini ve bu eylemi temsilleri kullanarak ifade edebildiğini belirterek matematiksel anlamının gerçekleştiğini belirtmişlerdir. Bu noktada, öğretmen adaylarından biri öğrencinin sağlanan verilerde değişiklik yapıldığında istenilen ilişkiyi kuramadığını, diğer ikisinin ise öğrencinin ilgili ilişkiyi kurduğunu fark etmeleri, öğretmen adaylarının matematiksel anlamının gerçekleşmesi konusunda iki ayrı değerlendirme yapmalarına neden olmuş olabilir.

Üst yüzeyleri kare olan iki pastadan birisini iki oğlundan birine kenarı boyunca, diğerini köşegen boyunca iki eş parçaya ayıran annenin yer aldığı ve iki kare pastanın parçalarının eş parça olup olmadığının sorulduğu “*Hangi Pasta Dilimi Daha Büyük?*” etkinliğinde öğretmen adayları Ahu, öğrencinin eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini fark ettiğini, somut modeller yardımı ile eş bütünlerin ikide birlik parçalarının da eş olduğu ilişkilendirmesini yapabildiğini, etkinlik sonunda da somut modeller kullanarak şekilleri farklı aynı miktarda iki parçalardan herhangi birinden bir parça ayırmadan ya da bir parça eklemekten diğer parça ile aynı şekle ve miktara dönüştürebildiğini dolayısı ile matematiksel

anlamanın gerçekleştiğini belirtmiştir. Bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“...kâğıtlarla bir işlem yaptığında kendisi bir şeyler çabaladığında aslında ifade de edebildi. Aynı iki bütünü iki eşit parçaya böldüğümüzde onlar aynı olur dedi. Baktığımızda aynı olmaz yani görünüşte aynı olmaz şeklinde söyledi. Etkinlik sonunda da aslında yine (oluşturduğu modeller) üst üste koyarak bunu görebildi.”

Öğretmen adayı Hale ise Ahu ile benzer gerekçeler ile benzer değerlendirmelerde bulunarak öğrencide matematiksel anlamanın gerçekleştiğini fark etmiştir. Bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“Bütünleri ikiye böldü, (her iki parçanın da bütünü) ikide biri olduğunu keşfetti. Önce sayılar olarak kesir olarak ikisinin de aynı olduğunu fark etti ve eşit dedi. Ama sonra şekle yine birazcık daha takıldı. Ama sonra böyle somut bir şekilde kesip üstüne koyup ikisinin de aynı olduğunu iyice gösterince tamamen oturdu. Ve hatta kendisi ekleme yaptı işte o fazladan parça şuraya şuraya yani farklı yerlere koysak da yine aynı olurdu diye. Hani şey, düzgün bir şekil olmasına gerek yok, o parçanın eklenmesi içinde olması yeterli. Onu kendisi ekledi en sonunda.”

“Yarım-Çeyrek-Bütün” etkinliğinde öğrenci bir bütünün yarısını göstermek için bir bütünü temsil eden modeli iki eş parçaya ayırıp bir parçasını gösterir. Etkinliğin ilerleyen aşamalarında başka bir bağlamda değişiklik yapıp tekrar sorulduğunda öğrencinin bir bütünün çeyreğinin o bütünün kaçta kaçına eş olduğunu ifade etmede ve model ile temsil etmede güçlük yaşadığını fark eden öğretmen adayı Ahu, öğrencide matematiksel anlamanın gerçekleşmediğini şöyle ifade etmiştir:

“Bence tam oturtamıyor kafasında. Ne söylenirse onu o an alıyor evet, ama genele vurduğumuzda söyleyemiyor. Tam öğrenmemiş mi oluyor, tam kavrayamamış mı oluyor o zaman bilmiyorum ama. Çünkü ilk başta yarımı söyleyebildi. Yarımın ne demek olduğunu biliyordu. Fakat biz ona yeni bir bilgi verdiğimizde çeyreği öğrettiğimizde bu sefer yarımı unuttu. Ben hala tam olarak bunu (yarım ve çeyrek kavramlarını) oturttuğunu düşünmüyorum açıkçası. Yani bunu 5 dakika önce öğrendiği bilgiden dolayı söylüyor gibi geldi. Yani bunu günlük hayatına hemen entegre edebileceğini düşünmüyorum. O yüzden hala tam öğrenme yaşadığını diyemem öğrenci için.”

Öğretmen adayı Tuğçe, öğrencinin, çeyreğin bir bütünün dörtte birlik parçası olduğu ilişkilendirmesini, yarımın ise bir bütünün ikide birlik parçası olduğu ilişkilendirmesini yaptığını ifade etse de öğrencinin 8, 12 gibi farklı sayıda eş parçaya ayrılmış bir bütünün çeyreğinin veya yarımının o bütünün ne kadarlık parçasına eş olduğu ile ilgili soyutlama yapamadığını ve notasyonu doğru kullanamadığı (dörtte bir yerine birde dört demesi) düşünerek matematiksel anlamanın gerçekleşmediğini şu söylemler ile ifade etmiştir:

“Hatta sekiz parçadan çeyreğini göster dediğimiz zaman, bilmiyorum gösterebilir miydi ama. En azından şunu öğrenmişti. Çeyrek dendiği zaman bir parçanın dörtte biri ya da yarım dendiği zaman bir parçanın ikide bir diyebilir artık... Bir de kesir dili ile ifade etmeyi bilmiyor. Mesela dörtte biri ile birde dördü onun için aynı şey aslında. Kesir dilini kullanmayı bilmiyor...”

Hale ise Ahu ve Tuğçe’nin aksine, öğrencinin yarım ve çeyrek kavramlarını günlük hayat ile ilişkilendirdiğini, kavramları temsil eden kesri sözel olarak ifade edebildiğini ve kavramı temsil eden modeli oluşturabildiğini, bununla birlikte, farklı bağlamlarda farklı modellerde temsil edilen kesirleri kesir dilinde ifade edebildiğini dolayısı ile matematiksel anlamanın

gerçekleştirdiğini belirtmiştir. Bu noktada öğretmen adaylarının etkinlik ile hedeflenen gelişimsel ilerlemeye yönelik öğrenciden bekledikleri eylemlerin farklılıkları öğrencide matematiksel anlamının gerçekleşip gerçekleşmediği ile ilgili farkındalıklarını etkilediği söylenebilir.

Öğrencinin bir bütünü temsil eden çokluğu temsil eden kartondan pulların problem durumuna göre istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını ayırmasının istendiği bir etkinlikte öğretmen adayı Ahu “...daha sonra onun mantığını anladı ve grubun mantığını ve kaç parçaya ayırması gerektiğini veya bir grubun içerisinde kaç tane olması gerektiğini son etkinlikle anladığını düşünüyorum ben. Çünkü hiçbir şekilde yönlendirme yapmadan en sonunda kendisi sekiz tane parçaya ayırdı ve geri kalanları tek tek dağıttı.” söylemi ile öğrencinin sürekli bir bütünü eş parçaya ayırma yapısını bir çokluğu eş parçaya ayırma ile ilişkilendirebildiğini, doğal sayılarda bölme işlemi bilgisini kullanarak her bir grupta çokluğa ait kaç tane nesne olması gerektiği ile ilgili akıl yürütebildiğini, sağlanan verilerde değişiklik yapıldığında öğrencinin zorlanmadan prosedürleri uyguladığını dolayısıyla matematiksel anlamının gerçekleştiğini ifade etmiştir. Ahu’nun aksine Hale ise “En sonuncu örnekte tam oturdu gibi... Ama yine de etkinliğin sonuna doğru en azından kendisi eşit gruplara ayırabildi. Şu an çünkü tam anlayamadım da yani öğrenci tam anladı diyemiyorum. Karşısına direkt öyle bir örnek çıksa zorlanabilir hani problem çözme şeklinde. Direkt 30 kalemin 6’da birini sorsa problem hani zorlanabilir.” söylemi ile öğrencinin sürekli bir bütünü eş parçaya ayırma yapısını bir çokluğu eş parçaya ayırma ile ilişkilendirebildiğini, verilerde değişiklik yapıldığında öğrencinin zorlanmadan prosedürleri uyguladığını fakat soyut olarak verilen çokluğun birim kesir kadarında kaç tane nesne olduğunu “bölme” kavramı ile ilişkilendirmedi sıkıntı yaşayabileceği dolayısıyla kavrama ait soyutlamalarının iyi örneklerine sahip olmadığı sebebiyle matematiksel anlamının gerçekleşmediğini ifade etmiştir. Tuğçe de Hale ile benzer değerlendirmeleri benzer gerekçelere dayandırarak matematiksel anlamının gerçekleşmediğini şu söylemler ile ifade etmiştir:

“En azından bir bir ayırmayı öğrenci burada. “Örneğin, altıda birlerine ayırdığımızda 6 grup oluşur” fikrini öğrendi en azından... Kartlarla aslında bir nevi bölme işlemi yapıyor. Ama o bunun bölme işlemi olduğunun farkında değil. Model olmadığı zaman da zannetmiyorum yani. Altıda birlerine ayırdığında bir grupta kaç parça oluşur diye sorulduğu zaman direkt cevabı verebileceğini düşünmüyorum ben hani.”

Üç öğretmen adayı da öğrencinin kavram ile birden fazla ilişki kurabildiğini, verilerde değişiklik yapıldığında öğrencinin zorlanmadan gerekli işlemleri uyguladığını fark etse de, öğrencide matematiksel anlamının gerçekleşme durumundaki farklılık, Hale’nin ve

Tuğçe'nin öğrencinin “çokluğun eş parçalara ayrılması” soyut kavramının iyi genel örneklerine sahip olmadığını fark etmelerinden kaynaklandığı söylenebilir.

Öğrencinin, ilk önce verilen nesneyi problem durumundaki talimatlara göre dört ve sekiz eş parçaya ayırıp, birim kesri temsil eden parçayı yineleme eylemini kullanıp yineleyerek bütün ile karşılaştırmasının istendiği “Kurdeleden Çerçeve” etkinliğinde, öğrenci verilen kurdeleyi problem durumundaki talimatlara bakarak ilk önce iki eş parçaya ayırır. İki eş parçaya ayırdığı kurdeleyi dört ve sekiz eş parçaya ayırmada güçlük yaşayan öğrenci etkinliğin ilerleyen aşamalarında öğretmenin rehberliğinde kurdeleyi dört ve sekiz eş parçaya ayırıp, bütün kurdelenin istenilen kadarını gösterir. Öğretmen adayı Ahu, öğrencinin “kurdelenin sekizde beşi”ni gösterebildikten sonra bağlamda değişiklik yapıp “kurdelenin dörtte ikisi”ni de gösterirken prosedürleri benimsediğini ve tereddüt etmeden gösterebildiğini, kesir dilini kullanabildiğini ve söylenilen kesri model üzerinde temsil edebildiğini ifade etse de öğrencinin yaptığı eylemi ezberden yaptığı ve birim kesri yineleyerek parçaları sayma fikri ile ilişkilendirmediğini dolayısıyla matematiksel anlamanın gerçekleşmediğini belirtmiştir. Fark ettiği bu durumun doğruluğunu kanıtlamak için öğrenciye yaptığı eylemleri kendi ifadeleri ile tekrar açıklamasını isteyeceğini “*Ne yaptığımızı özetlemesini isteyebilirdim. “Biz burada nasıl bir yol izledik? Sekiz parçaya ayırabilmek için ne yaptık?” şeklinde yaptığımız etkinlikleri onun ağzından duymak isterdim. Belki de ne yapmış olduğunu gerçekten anladı ve bunları bilinçli olarak yaptı... Verdiği cevaplara göre belki aynı şekilde bir kurdele alıp belki aynı şekilde bunu tekrarlamasını isteyebilirdim... Özellikle “sekizde beşini alırken neden bunu bu şekilde ifade ettin”... Sekizde biri 5 kez yineleme eylemini gerçekleştirdiğini söylemesini beklerdim.*” söylemleri ile ifade etmiştir. Hale ise Ahu ile benzer şekilde öğrencinin “birim kesri yineleme” anlayışı ile değil “sekizde beş kesrinde beş sayısını duyduğu için beş parça sayma” anlayışı ile eylemi gerçekleştirdiğini dolayısı ile matematiksel anlamanın gerçekleşmediğini şu şekilde ifade etmiştir:

“Daha sonra öğretmen beş tane sekizde biri keser misin dediğinde onu da kesebildi gayet saydı bir iki üç dört beş diye... Orada şeyi düşünüyorum beş taneyi duyunca beşe kadar sayayım keseyim diye mi düşündü acaba yoksa beş tane sekizde birin o kadar olduğunu biliyor mu hani? Farkında mı? Ondan emin değilim bilmiyorum hani çünkü 5 denildiğinde direkt 5'e kadar saymış da olabilir.”

Öğretmen adayı Tuğçe ise, öğrencinin kurdeleyi dört ve sekiz eş parçaya ayırmayı iki eş parçaya ayırma fikri ile ilişkilendirdiğini, birim kesri temsil eden parçayı yineleme yoluyla istenilen büyüklükteki parçayı gösterebildiğini ifade etse de, öğrencinin kurdeleyi daha büyük sayıda parçaya ayırmada (örneğin, 16 eş parçaya) veya kesir farklı şekilde sözel olarak verildiğinde (sekizde beş yerine, beş bölü sekiz) nesnenin istenilen büyüklükteki parçasını

gösterebilmeyeceği düşüncesiyle matematiksel anlamanın gerçekleşmediğine yönelik farkındalıklarının şu şekilde ifade etmiştir:

“Evet bütünün eş parçalarını saymaydı öğrenme hedefi. İki tane dörtte biri sayıp göstermesi bütünün eş parçalarını sayabildiğini gösteriyor. Ve ikinci sefer dörde böldüğü kurdelede bu sefer eş parçalarla bütün arasındaki ilişkiyi fark edebildi o zaman. Hani ben bunu nasıl dört eş parçaya ayırabilir. Önemli olan orada eşit ayırabilmektir yani... Ama mesela öğrenciye deseydik hani beş tane sekizde bir değil de hani bunun beş bölü sekizini gösterebilir misin? Deseydik de hani gösterebilir miydi acaba bilemedim şu an. Ya da belki bu az diye gösterebilirdi. Ama bir de şöyle bir şey var. Acaba 16'ya bölseydik mesela... Onu bir kez daha (sekizde birlere bölünmüş kurdeleyi) ikiye bölünmesi gerektiğini düşünebilir miydi acaba? Hani sayı büyükçe bu bilgilerin birbirleriyle ilişkilendirerek genelledebileceğini düşünebilir miydi bilemiyorum. Belki yine hataya düşebilirdi sayı büyük olduğu için.”

Bu, öğretmen adaylarının ilgili öğrenme hedefine yönelik öğrencide matematiksel anlamanın gerçekleşmediğine yönelik farkındalıklarını ifade ettikleri ortak tek durum olmuştur.

Bir bütünün eş parçalarından oluşan koleksiyonun birden az, bir veya birden daha fazla bütün oluşturacak şekilde durumlar verildiğinde, öğrencinin, bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklayabilmelerinin ve eş ama farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonlarını yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırabilmelerinin amaçlandığı “Beş Çayı” etkinliğinde öğrenci birim kesri temsil eden eş parçaları, parçalar farklı bütünlere ait olsalar dahi yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırır ve parçalar koleksiyonunu temsil eden kesri kesir dilinde ifade eder. Öğretmen adayı Ahu, etkinliğin sonunda öğrencinin eş ama farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonlarını bütün ile karşılaştırma sonucunu kesir dilinde tam sayılı ve bileşik kesirleri kullanarak ifade edebildiğini, birde bir kesrine denk dörtte dört gibi kesrin tam/bütünü temsil ettiği fikrini ilişkilendirdiğini, farklı eş bütünlere ait farklı parçaları yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırılması istendiği her durumda yineleme eylemini kullanmayı benimsediğini ifade ederek öğrencide “Bir bütünün eş parçalarını saymak ve bütün ile eş parçalar arasındaki ilişkiyi fark etmek” öğrenme hedefine yönelik matematiksel anlamanın gerçekleştiğini belirtmiştir. Öğrencinin “tam sayılı kesir” ve “bileşik kesir” kavramlarını bilmeden birim kesri yineleme eylemini kullanıp tekrarlayarak elde ettiği parçalar koleksiyonunu bütün ile karşılaştırıp kesir dilinde bileşik kesir ve tam sayılı kesir şeklinde ifade edebilmesinin ileride bu kavramlar bilgisini edindiğinde, daha önce edinmiş olduğu bu matematik bilgisiyle ilişkilendirebileceği dolayısıyla matematiksel anlamanın gerçekleştirilmesini kolaylaştıracağını ifade etmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe, Ahu ile benzer değerlendirmeler yapıp değerlendirmelerini benzer gerekçelere dayandırarak matematiksel anlamanın gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bu farkındalığı ile ilgili “Dörtte bir dörtte iki dörtte üç olarak

sayarak bulabildi... Tam ve parçayı kolaylıkla ayırabildi... Hani iki tam dörtte iki yedi dedi. Bunu kolaylıkla dedi. Yani burada zorlanmadı çok fazla öğrenci. Bu etkinlik zaten daha önceki öğrenmelerinin çoğunu kapsıyor yani. Hem model çizebilme hem parçalara ayırabilme çoğu şey var burada. Demek ki bu da yol kat edebildiğini gösteriyor.” ifadelerini kullanmıştır. Öğretmen adayı Hale ise diğer öğretmen adaylarının aksine, öğrencinin, bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklayabildiğini ve eş ama farklı bütünlere ait parçalar koleksiyonlarını yineleme eylemini kullanarak bütün ile karşılaştırabildiğini, yineleme eylemi ile elde ettiği parçalar koleksiyonunu kesir dilinde bileşik kesir ve tam sayılı kesir ile ifade ederek bu soyut kavramların iyi genel örneklerine sahip olduğunu ifade etse de öğrencide “Bir bütünün eş parçalarını saymak ve bütün ile eş parçalar arasındaki ilişkiyi fark etmek” öğrenme hedefine yönelik matematiksel anlamının tam olarak gerçekleşmediğine dair bir değerlendirmede bulunmuştur:

“Hani dörtte bir dörtte iki dörtte üç diye kendi kendine sayabildi. Gayet yapabildi. Öğretmenin sorduğu soruların çoğuna doğru cevap verdi... Baştan sona baktığımda iyi ilerlediğini düşünüyorum. Düşündüğümde daha az sıkıntı çekti. Hani şey yapmadı en azından... Paydaları toplama kısmını yapmadı. Dörtte bir dörtte iki dörtte üç diye sayabildi... Yani tam olarak öğrendi denemez hemen.”

Öğretmen adayı Hale’nin yaptığı bu değerlendirmeye gerekçe sunmadığı görülmüştür.

Sembolik olarak verilen bir kesirde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklanması istenen etkinliğin sonunda öğretmen adayı Ahu, öğrencinin pay ve payda kavramları arasında ilişki kurabildiğini, paydanın bir kesrin birim kesrin büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını söylediğini “eş parçaları sayma” fikri ile ilişkilendirerek kendi ifadeleri ile açıklayabildiğini, temsilleri kullanabildiğini, sözel veya sembolik olarak verilen kesirleri temsil eden modeller oluşturabildiği ya da model olarak verilen bir kesri sembolik olarak ifade edebildiği dolayısıyla notasyonları/sembolleri kullanmada akıcılığa sahip olduğunu gerekçe göstererek matematiksel anlamının gerçekleştiği değerlendirmesinde bulunmuştur. Bununla ilgili fark ettiği durumları şöyle ifade etmiştir:

“Bence anladığını gösteriyor. Zaten ben dediğim gibi anladığını düşünüyordum ama sözel olarak ifade etmekte zorluk yaşıyordu ama materyaller yardımı ile gayet güzel bir şekilde bence yapabildi. Konuyu en azından neyi anlatmak istediğimizi anladığını düşünüyorum. Bu tane kavramını (eş parçaları sayma) gerçekten anlamış. Çünkü hiç zorlanmadan kendisi oradan aldı. Ve şeyi de bence gayet anlamış. Paydanın da ne ifade ettiğini de... Oradan çünkü seçebildi. Hepsini doğru yaptı. Hiçbir şekilde zorlanmadı. Etkinliğin başından sonuna kadar ben gelişim kaydettiğini düşünüyorum. Ve gerçekten anladığını düşünüyorum. Öğrencinin o tane kavramını, paydanın ne anlama geldiğini... Bence anladı.”

Öğretmen adayı Hale ise Ahu ile benzer şekilde, pay-payda kavramları ile ilgili yapılan etkinliğin sonunda öğrencinin pay ve payda kavramlarını birim kesir ve birim kesri yineleme kavramları ile ilişkilendirdiğini, bir kesirde pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini kendi

cümleleri ile açıklayabildiğini, kesrin farklı temsillerine (somut model, görsel model, notasyon, kesir dili) hakim olduğunu ifade ederek pay ve payda kavramlarına ilişkin matematiksel anlamının gerçekleştiği değerlendirmesinde bulunmuştur. Bu değerlendirmesini şu söylemleri ile ifade etmiştir:

“Sonuna doğru iyice kavradığını fark ettim. Artık kendi cümlelerini kuruyor... İşte altıda birlik parçalardan iki tane var diyor mesela. Hani artık etkinlik sonuna doğru iyice farkına vardı bence... Kendini iyi ifade etti. Gayet iyi modelledi.”

Çeyrek daire modeline sahip bir benzin deposu fotoğrafı gösterilerek, öğrenciden, miktarı temsil eden kesri sayı doğrusunda göstermesi istenen “Benzin Deposu” etkinliğinde, öğrenci etkinlik boyunca güçlükler yaşasa da etkinliğin sonunda istenilen hedefi gerçekleştirir. Buna rağmen öğretmen adayı Ahu, öğrencinin sağlanan verilerde veya dilde veya bağlamdaki değişikliklerle karşılaşıldığında öğrencinin sayı doğrusunda “aralıkları sayma” fikrini, bütünü temsil eden nesnelerde “eş parçaları sayma” fikri ile ilişkilendiremediği değerlendirilmesinde bulunarak matematiksel anlamının tam olarak gerçekleşmediğini “Yüzde yüz öğrenme gerçekleşmiş diyemiyorum şu an. O aralıkları tekrardan doğru mu yerleştirecek yanlış mı yerleştirecek bunu ölçmek isterdim. Çünkü o konuda sıkıntı yaşadı. Öğretmenin tekrardan uyarmasına rağmen söylemesine rağmen iki üç defada söyleyemedi bunu.” söylemleri ile ifade etmiştir.

Özetle, öğretmen adayları genel olarak öğrenci matematiksel anlamaları ile ilgili ortak bir farkındalığa sahip değildir. Öğrencide matematiksel anlamının gerçekleşmesi için öğrencinin birden fazla ilişki kurması (ilişkilendirme yapması), farklı bağlamlarda prosedürleri benimsemesi (akıl yürütme), notasyonları ve sembolleri kullanması (temsil kullanması), kullanılan soyut kavramların iyi genel örneklerine sahip olması gibi bir çok fiziksel/zihinsel eylemi gerçekleştirmiş olması gerektirmesi ve öğretmen adaylarının da öğrenci matematiksel düşüncelerini fark etmelerine yönelik bulgular göz önüne alındığında öğrencilerin söz konusu bu eylemlerine yönelik farklı farkındalıklara sahip olmaları öğrenci matematiksel anlamaları ile ilgili ortak bir farkındalığa sahip olmamalarına neden olmuş olabilir.

Öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel anlamalarını fark etme biçimleri incelendiğinde, öğrencinin matematiksel düşünme bileşenlerinden matematiksel anlama ile ilgili farkındalıkları ile ilgili değerlendirmelerde bulunurken, beklendik şekilde, neredeyse tüm değerlendirmelerine bir kanıt veya gerekçe gösterdikleri belirlenmiştir. Bunun nedeni ise öğrenciye ait matematiksel anlama farkındalıklarını ifade etmek için öğrencinin kurduğu ilişkileri, notasyon ve algoritma kullanma becerilerini de gerekçe gösterme gerekliliğidir.

Öğretmen adaylarının, öğrencinin matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıklarını öğrenci ifadelerini doğrudan kullanarak veya öğrenci eylemlerini açıklayarak da destekledikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının, öğrenci matematiksel anlamaları ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken fark etme biçimlerinden karşılaştırma ve genelleme yapmadığı gözlemlenmiştir.

Öğretmen adayının, fark ettiği öğrenci matematiksel anlamalarına karşılık bir öğretime dair tepki vermediği gözlemlenmiştir. Bununla birlikte, bazı etkinlikler sonunda, genel olarak öğretmen adayları öğrencide matematiksel anlamının gerçekleştiğini fark etmelerine rağmen bu farkındalıklarının doğruluğu ile ilgili ek bilgiye erişmek için ya da anlamının pekiştirilmesine yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulunduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, öğretmen adayları öğrencide matematiksel anlamının gerçekleşmediğini düşündükleri durumlarda öğrencide matematiksel anlamının gerçekleştirilmesini sağlamaya yönelik öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır.

4.2.4. Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarına Toplu Bir Bakış

Önceki başlıklarda öğretmen adaylarının araştırma süresince matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dair farkındalıkları neyi fark ettikleri, nasıl fark ettikleri ve fark ettikleri duruma yönelik verdikleri öğretime dair tepkiler bağlamında ayrı ayrı incelenmişti. Öğretmen adaylarının tespit edilen bu farkındalıklarının karşılaştırmalı frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 15.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettiklerine Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu

Temalar	Kategoriler	Alt Kategoriler	Ahu	Hale	Tuğçe
Ne Fark Ettiler?	Öğrencilerin Matematiksel Düşünmeleri	Akıl Yürütme	42	33	23
		İlişkilendirme	31	43	50
		Temsil Kullanma	39	27	35
		Soyutlama	2	1	2
	Öğrencilerin Matematiksel Kavrayışları		22	23	22
	Öğrencilerin Matematiksel Anlamaları		12	7	7

Tablo 15 incelendiğinde, öğretmen adaylarının en çok öğrenciye ait matematiksel düşünmelere odaklandığı açıktır. Öğrenci matematiksel düşünmelerine yönelik Hale ve Tuğçe en çok öğrencinin ilişkilendirme yaptığı/güçlük yaşadığı durumlara, Ahu ise en çok öğrencinin akıl yürütmelerine odaklanmıştır. Öğretmen adaylarının fark ettikleri durumlara göre karşılaştırma yapılırsa,

- Öğrencinin akıl yürütmesine en çok odaklanan Ahu, en az odaklanan Tuğçe,
- Öğrencinin ilişkilendirme yaptığı durumlara en çok odaklanan Tuğçe, en az odaklanan Ahu,
- Öğrencinin temsil kullanma durumlarına en çok odaklanan Ahu, en az odaklanan Hale,
- Öğrencinin soyutlama yapma durumuna en çok odaklanan Ahu ve Tuğçe, en az odaklanan Hale,
- Öğrenci kavrayışlarına en çok odaklanan Hale, en az odaklanan Ahu ve Tuğçe,
- Öğrenci matematiksel anlamalarına en çok odaklanan Ahu, en az odaklanan Hale ve Tuğçe olmuştur.

Öğretmen adaylarının ne fark ettiklerine dair genel eğilimleri öğrenci matematiksel düşünmelerinden akıl yürütme, ilişkilendirme ve temsil kullanma alt kategorilerinde yığılma göstermektedir.

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin fark ettikleri durumları fark etme biçimlerine ait karşılaştırmalı frekans tablosu ise aşağıda gibi oluşmuştur.

Tablo 16.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettikleri Durumları Fark Etme Biçimlerine Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu

Temalar	Kategoriler	Alt Kategoriler	Ahu	Hale	Tuğçe
Nasıl Fark Ettiler?	Fark Etme Biçimleri	Tanımlama	24	20	11
		Açıklama	44	54	32
		Değerlendirme	125	118	128
		Gerekçeleştirme	75	74	69
		Karşılaştırma	7	8	5
		Genelleme	2	2	0

Tablo 16 incelendiğinde, öğretmen adaylarının farkındalıklarını fark etme biçimlerinin genel eğilimleri diğerlerine göre açık arayla değerlendirme kategorisinde yığılma göstermektedir. Bununla birlikte yüzdelik olarak bakıldığında %63 ile Hale, değerlendirmelerine en fazla kanıt veya gerekçe gösteren öğretmen adayı olmuştur.

Öğretmen adaylarının fark ettikleri durumları fark etme biçimlerine göre karşılaştırma yapılırsa,

- Farkındalıklarını tanımlayarak en çok ifade eden Ahu, en az ifade eden Tuğçe,
- Farkındalıklarını açıklayarak en çok ifade eden Hale, en az ifade eden Tuğçe,
- Farkındalıklarını değerlendirerek en çok ifade eden Tuğçe, en az ifade eden Hale,
- Farkındalıklarını gerekçelendirerek en çok ifade eden Ahu, en az ifade eden Tuğçe,
- Farkındalıklarını karşılaştırarak en çok ifade eden Hale, en az ifade eden Tuğçe,
- Farkındalıklarını genelleyerek en çok ifade eden Ahu ve Hale, en az ifade eden Tuğçe olmuştur.

Öğretmen adaylarının fark ettiği durumları fark etme biçimleri incelendiğinde Tuğçe'nin en çok değerlendirme yapan fakat diğer fark etme biçimlerini en az kullanan öğretmen adayı olması dikkat çekicidir.

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin fark ettiklerine yönelik verdikleri öğretime dair tepkilere ait karşılaştırmalı frekans tablosu

Tablo 17.

Öğretmen Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Ettiklerine Yönelik Verdikleri Öğretime Dair Tepkilere Ait Karşılaştırmalı Frekans Tablosu

Tema	Kategori	Alt Kategori	Ahu	Hale	Tuğçe
Öğretime dair Tepki	Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler (f)	Öğrenci düşünmelerine /etkilerine dayalı (f)	21	20	20
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı (f)	13	5	6
	Öğretime dair Tepki Vermede Amaç (f)	Öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye erişme (f)	10	3	3
		Öğrenci düşünmesini iyileştirme (f)	10	15	11
		Öğrencinin fark etmesini sağlama (f)	9	5	6
		Öğrenci düşünmesini pekiştirme (f)	7	3	4
	Öğretime dair Tepki Çeşidi (f)	Göster & Söyle (f)	4	16	14
		Ver & İste (f)	30	13	12
	Toplamda Verdiği Öğretime dair Tepki (f)		33	25	24

şeklinde. Bu tablo incelendiğinde, fark ettikleri durumlara yönelik en çok öğretime dair tepkide bulunan öğretmen adayı Ahu olmuştur. Öğretmen adaylarının genel olarak en çok öğrenci düşünmelerine dayalı, öğrenci düşünmesini iyileştirme amaçlı ve öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını isteme türünü içeren öğretime dair tepkiler verdikleri görülmektedir. Ahu'nun neredeyse tüm öğretime dair tepkilerinin öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemesini içerdiği, Hale'nin ve Tuğçe'nin ise verdikleri öğretime dair tepkilerin her iki öğretime dair tepki çeşidini neredeyse eşit içerdiği görülmektedir.

Öğretmen adaylarının fark ettikleri durumlara yönelik verdikleri öğretime dair tepkilere göre karşılaştırma yapılırsa,

- Öğretime dair tepkiye yol açan nedenlerden öğrenci düşünmelerine/etkilerine dayalı tepkiyi üç öğretmen adayının da birbirine yakın olmakla birlikte en çok veren Ahu, en az veren Hale,

- Öğretime dair tepkiye yol açan nedenlerden öğretmen adayının öğretme-öğrenmeye dair yapısına dayalı tepkiyi en çok veren Ahu, en az tepki veren Hale,
- Öğretime dair tepki vermedeki amaçlardan öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye erişme amacıyla en çok tepki veren Ahu, en az tepki veren Hale ve Tuğçe,
- Öğretime dair tepki vermedeki amaçlardan öğrenci düşünmesini iyileştirme amacıyla en çok tepki veren Hale, en az tepki veren Ahu,
- Öğretime dair tepki vermedeki amaçlardan öğrencinin fark etmesini sağlama amacıyla en çok tepki veren Ahu, en az tepki veren Hale,
- Öğretime dair tepki vermedeki amaçlardan öğrenci düşünmesini pekiştirme amacıyla en çok tepki veren Ahu, en az tepki veren Hale,
- Öğretime dair tepki çeşidi olarak öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemeyi içeren tepkileri en çok veren Ahu, en az veren Tuğçe,
- Öğretime dair tepki çeşidi olarak öğrenciye bir şey söyleme veya göstermeyi içeren tepkileri en çok veren Hale, en az veren Ahu olmuştur.

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin ilişkin fark etme biçimlerinin ve öğretime dair tepkilerinin fark ettikleri durumlara göre frekanslarına ait tablolar aşağıda ayrı ayrı verilmiştir.

Tablo 18.

Ahu'nun Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekansları

Kategori		Alt Kategori	Ne Fark Etti?						Toplam Frekans
			Matematiksel Düşünme				Matematiksel Kavrayış	Matematiksel Anlama	
			Akıl Yürütme	İlişkilendirme	Temsil Kullanma	Soyutlama			
Fark Etme Biçimleri	Tanımlama (<i>f</i>)		13	2	5	0	3	2	25
	Açıklama (<i>f</i>)		12	8	15	1	7	4	47
	Değerlendirme (<i>f</i>)		34	26	30	2	22	11	125
	Gerekçeleştirme (<i>f</i>)		18	15	14	1	17	10	75
	Karşılaştırma (<i>f</i>)		1	3	2	0	1	0	7
	Genelleme (<i>f</i>)		0	1	1	0	0	0	2
Öğretime dair Tepki	Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler	Öğrenci düşüncelerine /etkilerine dayalı (<i>f</i>)	1	7	3	0	7	0	18
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı (<i>f</i>)	1	1	3	0	0	0	5
		Öğrenci düşüncesi/stratejisi için ek bilgiye erişme (<i>f</i>)	1	0	2	0	3	0	6
	Öğretime dair Tepki Vermede Öğretmenin Amacı	Öğrenci düşüncesini iyileştirme (<i>f</i>)	1	4	2	0	2	0	9
		Öğrencinin fark etmesini sağlama (<i>f</i>)	0	5	2	0	2	0	9
		Öğrenci düşüncesini pekiştirme (<i>f</i>)	0	0	1	0	0	0	1
		Öğretime dair Tepki Çeşidi	Göster & Söyle (<i>f</i>)	0	1	1	0	1	0
		Ver & İste (<i>f</i>)	2	7	5	0	7	0	21

Tablo 19.

Hale'nin Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekansları

Kategori		Alt Kategori	Ne Fark Etti?						Toplam Frekans
			Matematiksel Düşünme				Matematiksel Kavrayış	Matematiksel Anlama	
			Akıl Yürütme	İlişkilendirme	Temsil Kullanma	Soyutlama			
Fark Etme Biçimleri	Tanımlama (<i>f</i>)		6	4	3	1	4	2	20
	Açıklama (<i>f</i>)		14	17	14	0	3	6	54
	Değerlendirme (<i>f</i>)		29	36	23	1	22	7	118
	Gerekçeleştirme (<i>f</i>)		19	21	12	0	16	6	74
	Karşılaştırma (<i>f</i>)		2	2	4	0	0	0	8
	Genelleme (<i>f</i>)		0	1	1	0	0	0	2
Öğretime dair Tepki	Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler	Öğrenci düşüncelerine /etkilerine dayalı (<i>f</i>)	1	7	2	0	9	0	19
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı (<i>f</i>)	0	0	0	0	0	0	0
		Öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye erişme (<i>f</i>)	0	1	0	0	1	0	2
	Öğretime dair Tepki Vermede Öğretmenin Amacı	Öğrenci düşünmesini iyileştirme (<i>f</i>)	1	4	1	0	7	0	13
		Öğrencinin fark etmesini sağlama (<i>f</i>)	0	2	1	0	2	0	5
		Öğrenci düşünmesini pekiştirme (<i>f</i>)	0	0	0	0	0	0	0
		Öğretime dair Tepki Çeşidi	Göster & Söyle (<i>f</i>)	1	5	0	0	7	0
		Ver & İste (<i>f</i>)	0	4	2	0	3	0	9

Tablo 20.

Tuğçe'nin Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencinin Kesir Kavramına İlişkin Fark Etme Biçimlerinin ve Öğretime Dair Tepkilerinin Fark Ettikleri Durumlara Göre Frekanslar

Tema			Kategori	Ne Fark Etti?					Toplam Frekans	
				Matematiksel Düşünme				Matematiksel Kavrayış		Matematiksel Anlama
				Akıl Yürütme	İlişkilendirme	Temsil Kullanma	Soyutlama			
Fark Biçimleri	Etme	Tanımlama (<i>f</i>)	3	2	2	1	1	2	11	
		Açıklama (<i>f</i>)	10	7	7	1	3	4	32	
		Değerlendirme (<i>f</i>)	18	48	31	2	22	7	128	
		Gerekçeleştirme (<i>f</i>)	7	21	15	2	18	6	68	
		Karşılaştırma (<i>f</i>)	1	1	2	0	1	0	5	
		Genelleme (<i>f</i>)	0	0	0	0	0	0	0	
Öğretime Tepki	dair	Öğrenci düşünmelerine /etkilerine dayalı (<i>f</i>)	0	9	2	0	6	0	17	
		Öğretime dair Tepkiye Yol Açan Nedenler								
		Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı (<i>f</i>)	0	0	0	0	0	0	0	
	Öğretime dair Tepki Vermede Amaç	Öğrenci düşünmesi/stratejisi için ek bilgiye erişme (<i>f</i>)	0	2	0	0	0	0	2	
		Öğrenci düşünmesini iyileştirme (<i>f</i>)	0	6	1	0	3	0	10	
		Öğrencinin fark etmesini sağlama (<i>f</i>)	0	1	1	0	3	0	5	
		Öğrenci düşünmesini pekiştirme (<i>f</i>)	0	0	0	0	0	0	0	
		Öğretime dair Tepki Çeşidi								
		Göster & Söyle (<i>f</i>)	0	8	1	0	3	0	12	
	Ver & İste (<i>f</i>)	0	2	1	0	4	0	7		

Tablo 18, Tablo 19 ve Tablo 20 incelendiğinde öğretmen adaylarının fark ettikleri durumlardan en çok öğretime dair tepki verdikleri durumlar, öğrenci matematiksel düşünmelerinden öğrencinin ilişkilendirme yaptığı veya ilişkilendirmede güçlük yaşadığını fark ettikleri durumlar ve öğrenci matematiksel kavrayışlarına (bir kavrama yönelik anlayışı, yanlış/eksik kavrayışı, kavram yanılgıları) yönelik fark ettikleri durumlar olduğu söylenebilir.

Tablolar incelendiğinde, öğretmen adaylarının, öğrenciye ait fark ettiği tüm matematiksel düşünmeleri, matematiksel kavrayışları ve matematiksel anlamaları fark etme biçimleri göz önüne alındığında öğretmen adayının farkındalıklarını ifade etme biçimi değerlendirme kategorisinde yığılma göstermiştir. Öğretmen adaylarından Ahu'nun yaptığı değerlendirmelerin yaklaşık %40'ına, Hale'nin yaklaşık %37'sine, Tuğçe'nin ise yaklaşık %46'sına herhangi bir gerekçe göstermedikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının, fark ettiği öğrenci matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına karşılık verdiği öğretime dair tepkiler incelendiğinde ise öğretmen adaylarının tümünün öğretime dair tepki verme nedeninin en çok öğrencinin düşünme ve etkisi olduğu, öğretime dair tepki verme amacının en çok öğrenci düşünmesini iyileştirmeye yönelik olduğu belirlenmiştir. Öğretime dair tepki çeşidinin ise Ahu'nun en çok öğrenciden doğrudan bir şey yapmasını isteme veya öğrenciye bir şey vererek onunla birlikte bir şey yapmasını istemesine yönelik olduğu, Hale'nin ve Tuğçe'ni ise en çok öğrenciye doğrudan söyleme veya göstermeye yönelik olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, bazı etkinlikler sonunda, öğretmen adaylarından Ahu'nun 10 kez öğrencinin etkinlik sonunda öğrencinin gerçekten de ilgili öğrenme hedefine ulaşmış olup olmadığı ile ilgili ek bilgiye erişmek için ya da öğrenci düşünmesini pekiştirmeye yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulunduğu gözlemlenmiştir. Ahu, bu öğretime dair tepkileri yapmasına neden olarak ise öğrenmenin ancak bu şekilde gerçekleşebileceğini ileri sürmüştür. Öğretmen adaylarından Hale'nin 6 kez öğrencinin etkinlik sonunda öğrencinin gerçekten de ilgili öğrenme hedefine ulaşmış olup olmadığı ile ilgili ek bilgiye erişmek için, öğrenme hedefine ulaşmadığını düşündüğü durumlarda öğrenci düşünmelerini iyileştirmek için ya da öğrencinin öğrenme hedefine ulaşmasına rağmen öğrenci düşünmesini pekiştirmeye yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulunduğu gözlemlenmiştir. Öğretmen adayı Tuğçe'nin ise etkinlik sonlarında verdiği 7 öğretime dair tepkilerden 4'ü öğrenci düşünmesini pekiştirmeye yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerden oluşmak üzere diğerleri öğrencinin gerçekten de ilgili öğrenme hedefine ulaşmış

ulaşmadığı ile ilgili ek bilgiye erişmek ve öğrenme hedefine ulaşmadığını düşündüğü durumlarda öğrenci düşüncelerini iyileştirmeye yöneliktir. Öğretmen adaylarının, öğrencinin öğrenme hedefine ulaşmasına rağmen neredeyse her etkinliğin sonunda öğrenci düşünmesini pekiştirmeye yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulunmalarının öğretmen adayının öğrenme-öğretmeye dair felsefi yaklaşımından kaynaklandığı söylenebilir.

4.2.5. Varsayımsal Öğrenme Yol Haritaları ve Öğretmen Adaylarının Farkındalığı

Araştırmanın birinci aşamasında, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için kesirler kavramına yönelik oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretmen adaylarına, dikkatlerini öğrencinin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklamaları için bir yol haritası ve öğrenci düşüncelerini açıklamak için belirli bir dil sağlayan yapılandırılmış bir çerçeve işlevi görmesi amacıyla temin edilmiştir. Bu başlık altında, varsayımsal öğrenme yol haritası bağlamında öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade ederken varsayımsal öğrenme yol haritasına atıfta bulunduğu durumlar, öğretmen adaylarının, matematiksel düşüncelerini, matematiksel kavrayışlarını ve matematiksel anlamalarını yorumlamak için varsayımsal öğrenme yol haritasını bir araç olarak nasıl kullandıklarına ilişkin bulgular verilecektir.

Öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade ederken varsayımsal öğrenme yol haritasına atıfta bulunduğu durumlara ilişkin frekans tablosu aşağıda verilmiştir.

Tablo 21.

Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarını İfade Ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Atıfta Bulunduğu Durumlara İlişkin Frekans Tablosu

Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Ait Unsurlar (Öğrenme Hedefi, Etkinlik, Öğrenmeye İlişkin Varsayımlar)	Ahu (f)	Hale (f)	Tuğçe (f)
Öğrenme hedefine yönelik eylemler	9	5	6
Öğrenmeye ilişkin varsayımlar	8	15	15
Etkinlikler	7	5	7
Toplam	24	25	28

Tablo 21 incelendiğinde, farkındalıklarını ifade ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına öğretmen adayları yakın sayıda atıfta bulunsalar da en çok atıfta bulunan öğretmen adayı Tuğçe olmuştur.

Öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına atıfta bulunduğu durumlara ilişkin örnek söylemleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Tabloda yer verilen Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına yönelik unsurlardan öğrenme hedefine yönelik beklenen eylemleri içeren unsurlara (ÖH), öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımları içeren unsurlara (V), ve etkinlikleri içeren unsurlara ise (E) kodları verilmiştir. Öğretmen adayının varsayımsal öğrenme yol haritası atıfta bulunduğu durumlara ilişkin söylemlerinden fark ettikleri durumlara ilişkin olanlara (F), fark ettikleri durumlara verdikleri öğretime dair tepkilere ilişkin olanlara ise (ÖT) kodu verilmiştir.

Tablo 22.

Öğretmen Adaylarının Farkındalıklarını İfade Ederken Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Ait Unsurlara Atıfta Bulunduğu Durumlara İlişkin Örnek Söylemleri

Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasına Ait Unsurlar (Öğrenme Hedefi, Etkinlik, Öğrenme İlerleyişine ilişkin Varsayımlar)	Öğretmen Adaylarına Ait Söylemler
Kesirlerle ilgili terimleri bilmediklerinden kesir dili ile ifade etmede hata yapabilirler (örneğin; dörtte biri, birde dört olarak ifade etme). (V)	Tuğçe: “Aslında normal öğrenci bile kesirleri öğrendiği zaman okuma olarak (dörtte üçü üçte dört olarak gibi) karıştırıyorlar. Ki öğrenme güçlüğü olan bir çocuğun karıştırması çok normal.” (F)
Yarım, çeyrek kavramlarını henüz tam olarak anlamlandıramadıkları için ölçüm sonucunu ifade ederken, bu kavramları bilinçli olmadan kullanmaya meyilli olabilirler. (V)	Ahu: “Tam etmiyorsa yarısidir diye düşünüyor. Aslında yarısi da etmiyor tam olarak. Onu da aynı şekilde yarısidir diye bilinçsiz bir şekilde söylüyor.” (F) Hale: “Yine ilk seferde de yarısi demişti. Ya bildiklerinden gidiyor hani tam düşünmüyor. Ama tam değil onu biliyor. Aklına direkt buçuk geliyor.” (F) Tuğçe: “Buçuğun tam kelime anlamını bilmiyor çünkü. Kavram yanılgısına düşmüş, genelleme olarak düşünüyor.” (F)
Yarımı sezgisel olarak “ikide bir” şeklinde sözel olarak ifade edebilirler. Bütün ve çeyreği sözel olarak ifade edemeyebilirler. Ancak bunları temsil edildikleri modeller	Tuğçe: “(Çeyreğin bir bütünün dörtte birine eş olduğunu) sadece model olarak gösterebiliyor. Görebildiği için yani soyutlayıp da söyleyemiyor onu. Sadece somut olarak gösterebiliyor.” (F)

yardımları ile kesir dilinde ifade edebilirler.
(V)

Somut modeller kullanılırken, parçaların fiziki görünüşleri farklı olsa bile parçaların eş olması için göz önüne alınan niteliğinin miktarının eşit olması gerektiği fikrini oluşturabilirler. Ancak, farklı bir zamanda farklı bir durum karşısına çıktığında bu fikri kullanmada güçlük yaşayabilirler. (V)

Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesnenin niteliği ile kıyaslar ve sonucu bir biri cinsinden sayı ile ifade eder. (ÖH)

Bir bütünü (pasta, pizza, elma vs) istenilen sayıda eş parçaya ayırır. (ÖH)

Kartondan Çerçeve (E)

Kurdeleden Çerçeve Yapma (E)

Bütün-Yarım- Çeyrek (E)

Ahu: “Çünkü bence üçgen fiziksel olarak daha büyük gözüküyor. Bu yüzden onu söylemiştir. Şekillere baktığımızda üçgen sanki daha büyükmüş gibi gözüküyor. Ondan dolayı bence üçgen parçanın daha büyük olduğunu söyledi. Tamamen fiziksel açıdan, görünüşten kaynaklı...”(F)

Hale: “Bence ölçülebilen bir nesneyi aynı niteliğe sahip bir nesne ile ölçüp bir biri cinsinde ifade etmeyi biraz daha anladım.” (F)

Ahu: “Bir bütünü eşit parçalara bölme davranışını kazandığımı düşünüyorum.” (F)

Ahu: “Bu tarz etkinlikleri arttırmayı düşünebilirdim. Çünkü öğrencinin gelişim kaydettiğini gördüm. Görüyorum yani, öğrenci öğreniyor bir gelişme kaydediyor. Bu etkinlikleri arttırabilirdim.” (ÖT)

Hale: “Yine aynı şekilde kâğıtlarla ve somut objelerle önce parçalardan bütün oluşturup sonra bütünden parçalar elde ettirirdim.” (ÖT)

Hale: “Hemen bu etkinliğin ardından aynı örnekten de gidebilirdim. Şey diye sorardım bu sefer sence sekizde biri ne oluyor? Onu keserdim önce. Hatta sekiz eşit parçaya bölmüştük. Hepsini keserdik sekiz tane küçük parça olurdu. Sonra bunların beş tanesini saymasını ya da işte üç tane sekizde biri ya da iki tane sekizde biri diye... yani öyle buna benzer yine bu tür etkinlikler yaptım. Otururdu büyük ihtimalle çünkü çok hızlı bir şekilde anladı bu sefer.” (ÖT)

Tuğçe: “Buna benzer problemler çözülebilir. Ne kadar çok örnek yaparsak bu konuda, çünkü çok örnek verilebilir bununla ilgili günlük yaşamımızda. O kadar çabuk kavrarlar.” (ÖT)

Bütünü temsil eden daire modelini 3, 5, 7 eş parçaya ayırmada güçlük yaşayabilirler. Modelin merkezinden başlayarak eş parça oluşturmaya çalışırlarsa deneyerek daire modelini tek sayıda eş parçaya ayırabilirler. (V)

Eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini açıklar. (ÖH)

Günlük hayatlarında yarım, bütün kavramları ile ilgili sezgisel bir anlayışa sahip olsalar da çeyrek kavramını daha önce yapılandırmadıklarından, yarımdan az her miktarın çeyrek olduğu anlayışına sahip olabilirler. (V)

Ahu: “Kesinlikle ilk yapacağım şey, şu anda ben onu görmüş oldum bunu ilerde yapacağım. 5, 7, 9... Bunlara da bölünebildiğini ve bunlarında her birinin eşit parçalar olabildiğini göstermek...” (ÖT)

Hale: “Bence alışık olmadığı için. Dediğim gibi 2 parçaya alışık, 4 parçaya alışık. Hep çift sayılara aşınalar ama burada tek bir sayı var: 7 dilim.” (F)

Ahu: “Eş parçaların görünümünden ziyade parçaların göz önünü alınan niteliğinin eşit olması gerektiği hakkında çalışmalar yapabilirdim.” (ÖT)

Hale: “Öğrencimiz düşündüğümüz hedefe yönelik davranmamış. Yani ikisinin eşit parça olduğunun farkında değil. Diğerinin daha büyük olduğunu düşünüyor. Üçgen yukarı doğru ve yana doğru sivrileştiği için onun daha büyük olduğunu düşünüyordur.” (F)

Tuğçe: “Eş parça kavramını sadece görünüş olarak anlamlandırmış. Yani büyüklük olarak düşünmüyor. Şekil aynıysa o eşittir. Bu şekilde düşünüyor.” (F)

Ahu: “Öğrencinin dörtte birin çeyreği ifade ettiğini bildiğini düşünmüyorum. Öğrencide çeyrek küçük parça olarak konumlanmış olabilir. Yani bir bütünün içerisindeki küçük parçalar çeyrektir gibi düşünüyor olabilir.” (F)

Hale: “Öğrenci bence çeyrek kavramını zihninde küçük bir parça diye konumlandırmış. Mesela dört bir parçaya bölüyor. O parçanın bir tanesinden de küçük bir parça. Kafasında böyle konumlandırmış. Çünkü o küçük bir parçanın içinden çıkmıyor mesela sadece onun içinde oluyor. Boyalı yere (dörtte birlere) çeyrek demiyor. Onların içindeki küçük parçalara çeyrek diyor. Büyük ihtimalle çeyrek onun için küçük bir şeyi ifade ediyor. Dörtte birinden de küçük bir şey...” (F)

Aynı sayıda eş parçalara ayrılmış birden fazla sayıda eş bütünleri temsil eden modeller verildiğinde, istenilen parça koleksiyonun niteliğinin miktarını kesir dili ile ifade ederken parçaların tamamının sayısını payda olarak alabilirler. (V)

Birim kesri yineleyerek, bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonunu nitelikçe bütünle karşılaştırabilir. (V)

Sembolik veya sözel olarak verilen kesirlerde pay ve paydanın ne anlama geldiğini doğrudan açıklamada güçlük yaşayabilirler. Bir kesrin (ör: $\frac{3}{4}$) sembolik gösterimi anlamlandırmada dairesel kesir takımı, şeffaf kesir şeritleri, kesir çubukları

Tuğçe: “Bir bütünün dörtte bir parçasının herhangi bir kısmı olarak anlamlandırmış çeyreği. Bir bütün değil de dörtte birinin küçük bir kısmı da olabilir, hepsi olabilir, yarısı olabilir, diye düşünmüş olabilir.” (F)

Ahu: “Gösterilen şeyde de (varsayımsal öğrenme yol haritası), tahminlerde de behsedilirdiği gibi bence çocuk sekiz taneyi bir bütün olarak düşünüp onları da topluyor. Bütün kavramı çok fazla yok. Dört dört sekiz... Yani çocuğun demek istediği şey toplam bir bütünün parça sayısı sekiz olmalı. İkisini topluyor.” (F)

Hale: “Aslında (varsayımsal) öğrenme yol haritasında da böyle bir sorun olacağını görmüştük. Çünkü parçayı biliyorlar ama sekiz tane parça olunca dörtte bir yerine sekizde bir diyebiliyor. Ama aslında bir bütün dört eş parçaya bölünmüş. Kafaları karışıyor yani burada. Bir de sözel ifade edince daha çok karıştı tabi... Direkt payları kendi aralarında paydaları kendi aralarında topladı. O yüzden dörtte bir dörtte bir sekizde ikidir dedi. Yani şey... Hani bahsettiğimiz şeyin bilincinde değil henüz. İki tane dörtte birin birleşip dörtte iki olacağının farkında değil. Onun yerine paydayı çoğaltıyor sekiz yapıyor. Sekiz parçada iki yapıyor.” (F)

Hale: “Daha sonra öğretmen beş tane sekizde biri keser misin dediğinde onu da kesebildi gayet saydı bir iki üç dört beş diye.”, “Hani dörtte bir dörtte iki dörtte üç diye kendi kendine sayabildi. Gayet yapabildi.” (F)

Tuğçe: “Evet bütünün eş parçalarını saymaydı öğrenme hedefi. İki tane dörtte biri sayıp göstermesi bütünün eş parçalarını sayabildiğini gösteriyor.” (F)

Hale: “Öğrenci başta baya bir zorlanıyordu. Başta ifade etmede güçlük çekti, pay ve paydanın ne olduğunda güçlük çekti. Hatta yerlerinde bile güçlük çekti, hangisi paydı hangisi paydaydı. Ama etkinlik sonuna doğru özellikle sürekli örnek çözünce gösterince

gibi somut modeller kullanmaya ihtiyaç duyabilirler. (V)

modellerle, modellerin olması çok iyi olmuş bu etkinlikte zaten. Sonuna doğru iyice kavradığını fark ettim.” (F)

Bir kesrin sembolik gösterimi verildiğinde, o kesri temsil eden bütüne ait göz önüne alınan bütünün birim kesri temsil eden parçanın yinelenmesi ile ifade edilebileceğini zihinlerinde yapılandıramayabilirler. (V)

Tuğçe: “Ve pay ve paydanın yerini de çok iyi biliyor hani neresi pay neresi payda karıştırmıyor. Özellikle payı çok iyi öğrendi. Bir önceki şeyi öğrenmiş ki varsayımsal öğrenme yol haritasında eş parçaları kolaylıkla sayabildi söyleyebildi. Onu iyi öğrendiği için hani demek ki onu öğrenemeseymiş burada daha çok zorlanacaktı.” (F)

Sembollerle verilen bir kesirde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklar. (ÖH)

Hale: “Nasıl desem... Zaten çok böyle pay payda hakkında çok şeyi yok. Bilgisi var ama çok böyle açıklayamıyordu. Nereden geldiğini çok bilmiyor.” (F)

Tablo 22 incelendiğinde, Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası’na ait unsurlardan öğrenme hedeflerinin, etkinliklerin ve öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımların, hem öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarına ilişkin fark ettikleri durumları hem de fark ettikleri durumlara yönelik verdikleri öğretime dair tepkileri etkilediği söylenebilir. Örneğin, öğretmen adayları, öğrenme hedeflerini göz önüne alarak öğrencinin hedefe yönelik eylemde bulunup bulunmadığını fark etmiş, öğrenme hedefindeki beklendik eylemleri gerçekleştirebilmesini sağlamak için öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Benzer şekilde, öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımları göz önüne alarak, öğrenci düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik öğrenci söylemleri ve eylemlerine dayanan gerekçeler sunarak değerlendirmeler yapmışlar, öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımları göz önüne alıp öğrencinin olası eylemini önceden ön görerek öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Diğer bir yandan ise, Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının diğer bir unsuru olarak görüşmeler boyunca öğretmen adaylarına sunulan etkinlikleri göz önüne alarak öğretmen adaylarının etkinliklerin öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerindeki etkilerini fark ederek, bu farkındalıklarına istinaden öğretime dair tepkilerde bulundukları gözlemlenmiştir.

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesirlere yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin farkındalıklarına ait veriler incelendiğinde, öğretmen adaylarının ilk görüşmelerde öğrencilere ait ilişki kurmada ve temsil kullanmada yaşanan güçlükleri, kavram yanılgılarını genel olarak öğrencinin

sahip olduğu matematik öğrenme güçlüğüne dayandırdıkları görülmüştür. Örneğin, öğretmen adayı Tuğçe'nin ilk görüşmede öğrenci ile ilgili *"Aslında normal öğrenci bile kesirleri öğrendiği zaman okuma olarak (dörtte üçü üçte dört olarak gibi) karıştırıyorlar. Ki öğrenme güçlüğü olan bir çocuğun karıştırması çok normal."* söylemi, "... Genel olarak anladı ama kendini ifade edemedi yani kavramlarda öğrenme güçlüğünden dolayı yanıldı." söylemi ve *"Normal bir öğrenciden biraz daha güç öğrendi. Normal bir öğrenciye bunu öğretsek biz mesela o da yine yaparken zorluk çekecektir kaldı ki bu öğrenme güçlüğü olan bir öğrenci."* söyleminde ve öğretmen adayı Hale'nin *"Şu an için emin değilim. Okurken çok yavaş ve takılı takıla okudu. O da muhtemelen öğrenme güçlüğünden dolayı."* söyleminde öğrencinin matematiksel düşünme güçlüklerini öğrencinin sahip olduğu öğrenme güçlüğüne dayandırdıkları açıkça görülmektedir. Bu durumda öğretmen adaylarının öğrenciye ait bu matematiksel düşünme güçlüklerinin altında yatan öğrenci düşüncelerini ilk görüşmede göz ardı ettikleri söylenebilir. İlerleyen görüşmelerde ise öğrencinin bu özel durumuna neredeyse hiç değinmeyip, sadece öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine odaklandıkları, farkındalıklarının altında yatan öğrenci düşüncelerine gerekçeler sundukları gözlemlenmiştir. Bu durum üzerinde Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasının kılavuzluğunun etkisinin olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesirlere yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin farkındalıklarına ait veriler incelendiğinde, öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade ettikçe, Varsayımsal Öğrenme Yol Haritasında yer almayan fakat fark ettikleri durumlar için öğrencilerin kesir kavramına yönelik öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar da ürettikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının fark ettikleri durumlar için öğrencilerin kesir kavramını öğrenme ilerleyişine ilişkin ürettikleri varsayımlara örnek söylemleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 23.

Öğretmen Adaylarının Fark Ettikleri Durumlar İçin Öğrencilerin Kesir Kavramını Öğrenme İlerleyişine İlişkin Ürettikleri Varsayımlara Örnek Söylemleri

Öğretmen Adaylarına Ait Söylemler	Öğrenci Öğrenme İlerleyişine Yönelik Ürettikleri Varsayımlar
Ahu: "Öğrenci somut bir şekilde gördüğü için... Daha önce görmediği bir kavram aslında ama yani kendi hislerine sezgilerine güvenerek söylüyor bunu. Çünkü gördüğü somut bir şey var karşısında. Bu aslında bir	Öğrencilerin mevcut gelişim düzeylerine uygun, öğrenimlerini destekleyecek materyallerin kullanılabileceği etkinliklerin kesir kavramını öğrenmede olumlu yönde bir etkisi olabilir.

yönden de iyi oluyor. Daha kavramı görmeden önce öğrenmesi, en azından somut bir şekilde bunu deneyimlemesi... Gördüğünde de ben bunu biliyorum görmüştüm zaten deyip daha oturacak büyük ihtimalle bu konu.”

Tuğçe: “Çoğu öğrenciler bunu böyle yapabilir. Soyut olduğu zaman yaşları itibari ile de daha çok somutlaştırarak öğrendiklerini hissediyorlar.”

Tuğçe: “Kesirler zaten başlı başına soyut bir konu olduğu için ne kadar çok somut örnek verirsem o kadar çok anlayacaktır. Ve kendisi ne kadar çok yaparsa eğer ne kadar keserse biçerse yaparak yaşayarak öğrenirse daha çok öğreneceği için daha çok ona yaptırmaya çalışırdım ne yaptırıcaksam.”

Hale: Yine somut bir şeyler gerekiyor bence. Olmadı kâğıt keserdik birlikte. Kâğıda pasta çizerdik. İki eş pasta... Birisini dörde diğerini üçe böler keserdim, sonra birer parçasını üst üste koyardık hatta. Daha iyi anlar çünkü çocuk onu. Üst üste koyunca büyük mü küçük mü?

Hale: “İlk aşama hallolduğunda ikinci aşamaya zamanla geçilecek. Bunları yapı yapı, beş parçadan ikisi diye diye... Sonuçta biz de ilk öğrendiğimizde direkt beşte iki diyemedik hani. Mantığı zaten beş parçadan ikisi olması. Zorlamak yerine biraz daha üstüne gidilir. Daha sonra kesir diline geçilebilir.”

Hale: “Hala kesir problemlerini çözmeye hazır değil. Çünkü hala parça-bütün ilişkisinde zorlanacak. Pay ve paydanın ne olduğu konusunda zorlanacak. Okunuşlar da... Zaten okunuşlar çok farklı bir boyut hani çocuklar birden soyut bir şeye geçiyor. Ezber de yapılmıyor. Anlayamıyor, çabalıyorlar ilk başta. Çok normal aslında bunlar.”

Tuğçe: “Aslında öğretmen şöyle sorabilirdi. Kaçta kaç değil de, kaç taneden kaç tanesi deseydi... Belki o biraz kesir diline girmiş ya hani çocuk o yüzden zorlanıyor. Ama kaç taneden kaç tanesi deyince belki cevap

Öğrencinin kesirleri öğrenme aşamasında bu seviyede (ölçme ve birim seviyesi) bütünün istenilen sayıdaki parçasını kesir dile ile tam ifade edemeyebilir, bunun yerine ilk başta sadece doğru olarak (beş parçadan ikisi gibi) ifade edebilir daha sonra kesir dilinde ifade edebilir.

Öğrenci parça- bütün ilişkisini kurmadan, pay ve paydanın ne ifade ettiğini bilmeden, kesir dilini kullanmadan kesirler ile işlemler öğrenme hedefine ulaşacak hazırbulunuşlukta olmayabilir.

Öğrenci kesir dilini öğrenmeden önce verilen bir bütünün parçasının miktarını bütün cinsinden ifade etmesi istendiğinde “bu parça bütünün kaçta kaçıdır?” sorusu yerine “bu parça bütünün kaç parçasından kaçıdır?” sorusu öğrencinin kesir diline

verebilirdi o zaman. Belki o zaman daha kolay anlayabilirdi.”

Tuğçe: “Her şeyi somutlaştırarak görerek çizerek... Çocukları çizerek onlara isim bile vermiş yani. Bu sefer aslında daha çok kafası karışacak sanki. Biraz da zorlaştırıyor kendi kendine. Ama somutlaştırmak için yapıyor.”

Tuğçe: “Çünkü hani diyoruz 12’yi altıda birlerine ayır dediğimiz zaman onu şekil olarak ayıramasa bile 12’yi 6 eş parçaya böldüğünde kaç tane oluşur hani iki tane her birinde demeli ki diyemiyor. Bunu diyebilmesi için biraz da bölme işlemine hakim olması gerekir. Hani onda da biraz eksiklik olduğu için olabilir.”

Tuğçe: “Model olmadığı zaman da zannetmiyorum yani. Altıda birlerine ayırdığında bir grupta kaç parça oluşur diye sorulduğu zaman direkt cevabı verebileceğini düşünmüyorum ben hani.”

Ahu: “Acaba pasta diliminin yuvarlak olmasından kaynaklanıyor olabilir mi? Dikdörtgen gibi düz bir şekilde olsa acaba bunu fark edebilir mi yani dört parçaya böldüğünde eşit olmadığını veya üç parçaya böldüğünde eşit olmadığını belki karşılaştırabilir. Şekil mi acaba kafasını karıştırıyor çocuğun? Çünkü dikdörtgen modelinde gayet karşılaştırabildi ve kendisi bunu ifade etti... Bence şekilden kaynaklanıyor olabilir.”

Hale: “Bence şekillerinin farklı olması olabilir. Birinde dikdörtgen kullandı ve hani daha alışkın olduğu bir şekil. Ama daire olunca bölmesi daha zor oluyor. Parçalar gözüne eşit geliyor olabilir. Şekilden kaynaklanıyor olabilir.”

Ahu: Biz her zaman bir modeli eş parçalara bölerken 2’ye 4’e 8’e böldük. Ben hatırlamıyorum açıkçası bir öğretmenimin gelip bir şeyi 3 parçaya bölünmüştür mutlaka ama 5 parçaya veya 7 parçaya bölündüğünü hiçbir zaman hatırlamıyorum. 7’ye bölmesini istediğimizde kare, dikdörtgen veya daire olması bir şey fark ettirmedi. Çocuk aynı şekilde dikdörtgen

yaklaşarak doğru cevap vermesine yardımcı olabilir.

Öğrencinin her şeyi temsilen model çizmesi, öğrenme hedefinin bağlamından kopup beklenen eylemleri (fiziksel, zihinsel) göstermesine dolayısıyla ilgili kavramın oluşmasına engel olabilir.

Öğrencinin bir çokluğun istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını göstermesi için doğal sayılarda “bölme” işlemi ile ilişkilendirmeyen öğrenci beklenen eylemleri gerçekleştirmede güçlük yaşayabilir.

Öğrenci bir çokluğun istenilen birim kesrin temsil ettiği miktar kadarını somut model kullanarak gösterebilir.

Öğrenci farklı sayıda eş parçalara ayrılmış daire modellerinin parçalarının miktarlarını görsel olarak karşılaştırırken daire dilimlerinin şeklinden dolayı karşılaştırması güç olabilir. Daire modeli yerine kare ve dikdörtgen modellerinin eş parçalarının miktarlarını görsel olarak karşılaştırmak öğrenci için daha kolay olabilir.

Önceki öğrenme ortamlarında bir modeli parçalara ayırırken her zaman çift sayılı parçalara ayırma etkinlikleri yapılmasından kaynaklı öğrenci bir bütünü istenen tek sayıda eş parçalara ayırmada güçlük yaşayabilir.

modelini de 7 eş parçaya bölemedi. Genel olarak tek sayılara bölmede bir sıkıntı var.

Hale: “Bence bu da alıştığı için. Hani ikiye bölüyorlar, dörde bölüyorlar, sekize bölüyorlar... Hep böyle ikinin katları... Yani bildiklerinden yola çıkıyor büyük ihtimalle. Nedense onlara hep böyle geliyor. İki parçaya bölünür, dört parçaya bölünür. Aradıkları çok kavrayamıyorlar sanırım.”

Ahu: “Acaba daha somut materyaller mi elimize almalıyız? Çünkü eldeyken dörtte biriyle üçte birinde daha farklı görüntüler elde edebiliriz. Yani kâğıt üzerinden belki daha somut eliyle kendisi evet görsel olarak bile bunu fark edebilir. Veya üst üste koyup evet bunlar birbirinden farklı diyebilir, karşılaştırabilir. O yüzden bu etkinlikte de önceki etkinliklerdeki gibi somut materyaller kullanabiliriz. Çünkü kâğıt üzerinde olduğu zaman daha düşünsel yaklaşıyor olaya yani onu tam olarak kavrayamıyor bence. Fakat elinde gördüğü zaman somut bir örnekle ikisini karşılaştırdığında zaten ikisini üst üste koyduğunda baktığında bile mutlaka görebiliyorlar onun ondan daha büyük olduğunu.”

Ahu: “Biz de öyle öğrendik. Pasta denilince hep daire şeklinde çizdik. Hiçbir zaman kare veya dikdörtgen şeklinde çizilmedi. İşte günlük hayatla bağdaştırmak için böyle çizilir ama işte böyle de sıkıntılar ortaya çıkabiliyormuş demek ki...”

Öğrencinin, bilişsel düzeyi göz önüne alındığında, kesirlerde eş paylaşım öğrenme hedefine yönelik farklı bütünlere ait eş parçaların miktarlarını karşılaştırmasında öğrenciden kâğıt üzerinde model çizip eş parçaları karşılaştırmasını istemek yerine somut materyallerin kullanılması öğrencinin doğru karşılaştırma yapabilmesine yardımcı olabilir.

Öğrencinin pastayı her zaman “daire” ile ilişkilendirmesinden dolayı daire modelini eş parçalara ayırmada özellikle tek sayıda parçalara ayırmada güçlük yaşaması örneğinde olduğu gibi etkinlikteki verileri her zaman günlük hayat ile ilişkilendirip ona göre çözüm yolları üretmesi her zaman en kolay yol olmayabilir.

Tablo 23 incelendiğinde, özetle, öğretmen adaylarının, öğrencinin kesir kavramına yönelik öğrenme ilerleyişlerine ilişkin,

- Kesir kavramına yönelik kullanılan materyallerin öğrencilerin kesirleri öğrenmesinde olabilecek olumlu/olumsuz etkilerine dair,
- Öğrencinin bilişsel düzeyini göz önüne alarak öğrenci öğrenmesinin ilerleyebileceği varsayımsal yola dair,
- Öğrencinin ilgili öğrenme hedefine ulaşması için yapılandırmış olması gereken veya ilişkilendirmesi gereken ön-kavramlara dair,

- Öğrencinin belirli şartlar altında yapabileceği veya yapmada güçlük yaşayacağı fiziksel/zihinsel eylemlere dair birçok varsayımda bulundukları gözlemlenmiştir.

Bu durumun olası sebebi olarak, öğretmen adaylarının, kesir kavramına yönelik basitten karmaşığa doğru sıralanan öğrenme hedeflerine yönelik bir dizi öğretim oturumuna ait video-klipleri izleyerek, görüşmeleri süresince öğrencilerin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına, anlamlarına ve bunların altında yatan öğrenci düşüncelerine odaklanmaları söylenebilir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının, onlara temin edilen varsayımsal öğrenme yol haritası ile dikkatlerini öğrencinin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklamaları ile varsayımsal öğrenme yol haritasında olmayan öğrenci öğrenme ilerleyişi ile ilgili varsayımlar üreterek matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına yönelik varsayımsal öğrenme yol haritalarına katkıda bulunmaları dikkat çekicidir.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışma matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramlarına ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritalarının ortaya konulması ve varsayımsal öğrenme yol haritaları kılavuz olarak kullanıldığında matematik öğretmeni adaylarının bu öğrencilerin kesir kavramına yönelik matematiksel düşünmelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarını incelemek amacıyla tasarlanmıştır. Bu amaca ulaşabilmek için araştırma problemi iki alt probleme ayrılmıştır. Bu nedenle bu bölüm önce “Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ait varsayımsal öğrenme yol haritaları nasıldır?” birinci alt problemiyle ilgili ve daha sonra da “Matematik öğretmeni adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramına ilişkin matematiksel düşünmelerine, matematiksel kavrayışlarına ve matematiksel anlamalarına yönelik farkındalıkları nasıldır?” ikinci alt problemiyle ilgili sonuç ve tartışmalara ayrılmıştır. Nihai olarak, bu kesim içinde yeri geldiğinde, çalışmanın sınırlılıkları, bulguları ve sonuçları çerçevesinde, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik matematik eğitimi araştırmalarına, bu kategorideki öğrencilerin matematik öğretimine ve öğretmen yetiştirmeye ilişkin öneriler sunulacaktır.

5.1. Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Varsayımsal Öğrenme Yol Haritalarının Belirlenmesine Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Hem öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin karmaşıklığı hem de bu güçlüğün bireyin öğrenme kapasiteleri üzerindeki bilişsel etkilerin belirsizliği nedeniyle kesirleri öğretmede etkili öğretim yöntemlerine ve stratejilere yönelik temel bir ilk adım olarak öğrenme güçlüğüne sahip

öğrencilerin düşünme biçimlerine, sahip oldukları anlayışlara, kavrayışlara ve öğrenme yollarına odaklanmanın ihtiyacı literatürde tespit edilmiştir (Hunt vd., 2019; Widodo & Ikhwanudin, 2019). Bu noktada, öğrenci öğrenmelerindeki gelişimsel ilerlemeyi sağlamak adına belirlenen öğrenme hedeflerini, öğrencilerin öğretim dizisi etkinlikleri bağlamında düşünmelerindeki ve kavrayışlarındaki değişimi ortaya koyan varsayımsal öğrenme yol haritalarının, bu ihtiyaç için etkili bir araç olduğu düşünülmüştür (Simon, 1995; Simon vd., 2004; Wilson vd., 2013). Dolayısıyla, söz konusu ihtiyaç ve bu ihtiyaca yönelik literatürün sunduğu araçlar göz önüne alınarak bu çalışmada matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirleri oluşturan öncül kavramlardan “ölçüm ve birim, eşit paylaşım, kesir dili, bütünün eş parçalarını sayma, kesir notasyonu” gibi kavramlara ilişkin öğrenme hedeflerine yönelik varsayımsal öğrenme yol haritası oluşturulmuştur. Varsayımsal öğrenme yol haritasının oluşturulmasında kesirlerin farklı bağlamlarda kullanımları da dikkate alınmıştır. Etkinlikler, ölçme, parça-bütün, bölüm ve işlemci bağlamlarının her birini içermektedir (Behr vd., 1983; Kieren, 1980; Ohlsson, 1988). Bu bağlamların her biri öğretimde açıkça sunulmamakla birlikte, bazıları öğrencilerin tamamladıkları etkinliklerde örtük olarak yer almıştır. Öğretim etkinliklerinin hazırlanmasında ayrıca kesir kavramının öğrenimini desteklediği vurgulanan bütün temsil çeşitlerinin (alan, uzunluk, küme) (Ball, 1993; Behr vd., 1983; Fennell & Karp, 2017) kullanımına da önem verilmiştir. Varsayımsal öğrenme yol haritası ile öğrencilerin kesir kavramının matematiksel yapısında yer alan öncül kavramlara yönelik düşünmelerinin, anlayışlarının ve kavrayışlarının etkinlikler bağlamında nasıl değişeceğine yönelik, öğrenci öğrenmelerine ve bu öğrenmeyi destekleyecek yollara yönelik ve bu esnada ne tür sorunlar çıkabileceğine yönelik varsayımlar geliştirmek amaçlanmıştır. Araştırmada, genel olarak, Newton, Jansen ve Puleo’nun (2022) çalışmalarında da belirttiği üzere öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin az tahmin edilebilir bir model izleyen hatalar yapabildikleri görülmüştür. Örneğin, öğrencilerden biri iki eş bütünden birisinin üç eş parçasından birisi ve diğerinin dört eş parçasından birisinin miktarını karşılaştırırken üç doğal sayısının dört doğal sayısından büyük olduğunu iddia etmiş, bunu doğrulamak için üçten dördü çıkarmaya çalışmıştır. Başka bir örnekte ise öğrenciler sık sık kesirlerin sözel olarak ifade edilmesinde ve kesir notasyonuna geçişte “dörtte bir” ile ifade edilen kesirleri “birde dört” olarak ifade etmişler, sembolik gösteriminde $\frac{1}{4}$ yerine $\frac{4}{1}$ olarak hatalı gösterim yapmışlardır. Bununla birlikte dikkatlerinin sık dağılmasından kaynaklanan hatalar yaptıkları görülmüştür. Bu az tahmin edilebilir bir model izleyen hatalar matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin

matematik dilini kullanmada güçlük, sıralama güçlükleri, bellek güçlükleri gibi gelişimsel özelliklerinden kaynaklandığı söylenebilir. Dahası, bu araştırma 5 ve 7. sınıf öğrencileri ile yapılmış olmasına rağmen öğrencilerin sınıf düzeyi fark etmeksizin benzer düşünmelere, kavrayışlara, kavram yanılgılarına ve anlayışlara sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum, Mazzocco vd. (2013) tarafından matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yapılan, öğrencilerin 3. sınıfta tanıtılan kesir kavramlarını başlangıçta öğrenmekte zorlandıkları ve bu zorlanmaların 8. sınıfa kadar devam ettiği sonucuna ulaştığı çalışması ile paralellik göstermektedir. Bu noktada bu çalışma, öğrenme güçlüğüne sahip ilkökul ve ortaokul öğrencilerinin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları öğrenmede hangi öğrenme hedeflerine ulaşılması gerektiğini ortaya koymakta ve bu öğrenciler için öğrenme hedefi belirleme ve bu hedeflere ulaşma noktasında somut deliller sunmaktadır.

Ölçüm yaparken, bir nesnenin uzunluğu, yüksekliği, genişliği, kapasitesi vb. ardışık iki doğal sayı arasına düşebilir. Bu durumda ölçümde kullanılan birim başka birim aracılığı ile tekrar ölçeklendirilerek ölçüm sonucu birim cinsinden sayı ile ve dolayısıyla bu sayıyı temsil eden kesirle ifade edilir. Bu çalışmada, öğrencilerde, öğretim oturumları öncesinde, birim, eş birim gibi ölçme ön kavramlarında eksiklikler, ölçümde birimi yinelerken yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat etmeme, bilinçsiz olarak birimi yinelerken her bir yineleme arasına parmak koyma gibi güçlükler saptanmıştır. Öğrencilerin birimleri yinelerken her bir yineleme arasına parmaklarını koydukları literatürde de görülmüştür (Szilágyi, Clements & Sarama, 2013). Öğretim oturumları sırasında, öğrenciler uzunluk niteliğine sahip bir nesneyi aynı niteliğe sahip bir birim ile kıyaslarken birim olarak alınan nesneyi yinelemenin başlangıç ve bitiş noktasına dikkat ederek ve araya parmak koymadan tekrarlayabilmiş bu nedenle kendilerine temin edilen birim ile doğru ölçüm yapabilmişlerdir. Öğretim oturumları öncesinde öğrencilerin, ölçmede kullanılan birim nesnenin niteliği ile ölçülen nesnelerin niteliği bakımından birbirleriyle uyumlu olması gerektiğinin farkında oldukları fakat standart olmayan birimleri yineleyerek ölçüm yapmaya çalışsalar da, farklı uzunluktaki ölçü birimlerini birlikte kullanarak ölçüm yapamadıkları ortaya konulmuştur. Başka bir ifade ile literatürde de belirtildiği gibi, diğer birimler ile mevcut birimi tekrar ölçeklendirerek ölçüm yapamamışlardır (Mills, 2016; Simon vd., 2018). Bu durum, Hunt vd. (2019)'nin matematik öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrenci ile yaptıkları çalışmada, öğrenciden uzunluk niteliğine sahip bir nesneyi, aynı niteliğe sahip birim nesne ile ölçmesi istendiğinde öğrencinin ona temin edilen başka birimleri kullanarak birimi tekrar

ölçeklendirmeyi düşünemediği ve dolayısıyla ölçüm sonucunu birim cinsinden ifade edemediği sonucu ile uyum göstermektedir. Bu da, öğrencilerin, ölçme kavramına ait karakteristiklerden birim kavramı ile ilgili hedef davranışlara sahip olmadıklarını göstermektedir. Literatürde de belirtildiği gibi, öğrencilerin birim, birimleştirme gibi ölçme kavramlarındaki eksiklikleri, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde kesrin ölçme bağlamında yapılandırılması için engel teşkil etmektedir (Hacker, Kiuahara & Levin, 2019). Bu bağlamda öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik kesir kavramlarına ilişkin öğretim yapılması planlanırken, öncesinde öğrencilerin uzunluk, birim, birimi yineleme ve benzeri ölçme kavramlarının yapılandırılmasının sağlanması önerilebilir. Öğretim oturumları sırasında, öğrencilerin bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip başka bir nesneyi karşılaştırılması sağlanmış ve ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirlemeleri istenerek ölçüm sonuçları tartışılmıştır. Öğrenciler ölçüm yaparken birim nesneyi yineleyerek birimin ölçülen nesneyi aşan kısmının birimin yarısından fazla veya az olduğuna karar verebilmişler fakat aşan kısım için yarım kavramını anlamının dışında kullanarak, ölçüm fazlalığını yarıma aşırı genellemişlerdir. Burada, öğrencilerin ölçüm sonucunun doğal sayı ile ifade edilemediği durumlarda birim nesneyi tekrar eş parçalayarak yeniden ölçeklendirme eylemini sadece günlük yaşamlarında edindikleri “küçük bir parça aşmışsa yarımdır” kavrayışı ile sınırlı olduğu söylenebilir. Bu noktada, Brizuela (2006)’nın da ifade ettiğine paralel olarak öğrencilerin, günlük konuşma dilinde kesirlerin kullanıldığı bir dünyada yaşamaları, kesirlerin kendileri için göze çarpan yönlerini kavramalarına ve sonuç olarak, kesirlerle ilgili anlayışlara sahip olmalarına neden olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler, ölçüm sonucunun doğal sayı olmadığı durumlardan ölçüm sonucunun yarım olduğu durumlarda ölçüm sonucunu sayı ile (örneğin; iki buçuk) ifade edebilmişlerdir. Öğrencilerin öğretim oturumları öncesinde ölçüm sonucunu birim cinsinden ifade ederken, birim ne olursa olsun santimetre veya metreye aşırı özellemleri, öğretim oturumları sırasında da öğrencilerde iyileştirilmesi zor olmuş ve öğretim boyunca dikkatsizlik durumlarında öğrencilerin bu kavramları kullandıkları görülmüştür. Benzer şekilde, Güven Akdeniz (2018) çalışmasında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerde, yaptıkları her ölçüm sonucunu cm ile ifade etme veya ölçüm sonucunu birim kullanmadan ifade etme eğilimine sahip olduklarını saptamıştır. Bunun altında yatan sebep olarak ise, birimin ne anlama geldiğini arzu edilen biçimde kavrayamamış olmaları olarak ifade edilmiştir. Dolayısıyla, öğrencilerin bir nesnenin uzunluğunu aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslarken, rehber yardımı ile bu iki nesneden birinin birim olarak kullanıldığı ile ilgili

farkındalıkları artsa da farklı bir bağlamda ölçümün birimini ifade edemedikleri durumlar olmuş, birim kelimesinin ne anlama geldiğini kavrayamamış olabilecekleri düşünülmüştür. Bu durum araştırmacının bir sonraki öğretim oturumunda öğrencilerin birim kavramına dair anlayışlarının gelişimi için farklı eş birimleri temsil eden araçlar ile birimlerin tekrar ölçeklendirilmesi ve ölçüm sonucunun doğal sayı olmadığı farklı durumlarda bu sonucun ifade edilmesine yönelik ek etkinlik tasarlamasına neden olmuştur. Sonraki öğretim oturumlarında, öğrencilerin verilen nesnenin uzunluğunu ölçerken ölçüm sonucunun sadece istenilen birim cinsinden ifade edilmesi istenmesine rağmen, bu sonucu, farklı miktarları temsil eden birimleri aynı anda kullanarak ifade etmeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Uzunluk ölçümünde birimleri karışık kullanma literatürde de görülen öğrencilerin üstesinden gelmede güçlük yaşadığı durumlardan biridir (Clements & Sarama, 2009; Lehrer, 2003; Şişman & Aksu, 2012). Ancak gerçekleştirilen öğretim oturumları sonucunda öğrenciler eş birim kullanımı gerekliliğini idrak edebilmiştir. Öğretim oturumları sırasında, öğrencilerin bir nesnenin bir niteliğini ölçerken ölçüm fazlalığını bulmada birim eş parçalara ayrılmamış ise başka birimleri kullanarak esas birimi eş parçalara ayırmayı düşünmemişlerdir. Benzer şekilde, Simon vd. çalışmalarında (2018) benzer bir etkinlik ile öğrencilere biri esas birim (ölçüm sonucunun ifade edilmesinde göz önüne alınması gereken birim) olmak üzere uzunlukları farklı iki birim vererek ölçülen nesnenin uzunluğunu esas birim ile ölçmesini istemiş, fakat araştırmacı onlara ‘diğer birimi kullanarak esas birimi tekrar parçalara ayırmaları gerektiğini söylemeden’ öğrenciler eyleme geçmemişlerdir. Bu çalışmada da öğrencilere, onlara temin edilen diğer birimi kullanarak esas birimi parçalara ayırabilecekleri söylendiğinde diğer birimi kullanarak esas birimi tekrar eş parçalara ayırabilmiş fakat esas birimin yinelenildiğinde uzunluğu ölçülen nesnenin altında kalan kısmının birimin kaçta kaç olduğunu (örneğin iki tam dörtte üçü gibi) kesir dilinde ifade etmede güçlük yaşamışlardır. Öğrencilerin belirli adımlardan sonra belirli edinimlere sahip olduğu göz önüne alındığında, birim ve eş parçalama kavramlarının yapılandırılmasının ardından kesir diline geçiş yapılması gerekir (Van de Walle vd., 2009). Gerçekten, bu öğrenme seviyesinde, öğrenciler ölçüm sonucunu ifade ederken, kesir dilini kullanmadan kendi ifadeleri ile (dört parçadan biri, üç parçadan ikisi vb.) ölçüm miktarını ifade edebilmişlerdir. Bu hedefe öğrenciler öğretim oturumları sonrasında ulaşabilmişlerdir. Bununla birlikte, öğrencilere uzunluğu ölçülmesi istenen nesne ve bir birimin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış durumları verildiğinde, öğrencilerin, ilk başta bir birim kaç parçaya ayrıldı ise o kadar sayıda yeni birim oluştuğuna dair anlayışlara sahip oldukları görülmüştür. Farklı uzunlukta parçalara ayrılmış

bir birimin kopyalarına ait parça uzunluklarının karşılaştırılması istendiğinde hepsinin miktarının eşit olduğunu, dolayısıyla hepsinin eş birim olduğunu, parçalara ayrılmasının niteliğin miktarını değiştirmediğini fark etmişlerdir. Ölçüm yaparken öğrencilere farklı sayıda eş parçaya ayrılmış eş birimler verilmesi, hangisinin ölçüm sonucunu ifade etmek için kullanılacağına karar verirken öğrencilere kolaylık sağlamıştır. Nihai olarak, kesirlerin kavramsal anlamı için ölçüm fikri ile başlanmasının dolayısıyla birim yinelemenin zihinsel aktivitesine dayanarak öğrencilerin doğal sayılar üzerinde çalışma biçimlerinin yeniden gözden geçirilmesinin kesirlerin inşası için bir temel sağlayacağı düşünülmektedir (Simon vd., 2018; Wilkins & Norton, 2018). Bu çalışmada, literatüre paralel olarak (Fuchs vd., 2013), ölçme fikrinin temel alındığı kesir öğretiminin, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesrin daha karmaşık kavramlarını (kesirlerde karşılaştırma, sıralama vb.) anlamalarını desteklediği düşünülmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerde kesir kavramlarının uygun inşa edilebilmesi için ‘ölçüm ve birim’ kavramlarının temel alınması önerilebilir.

Öğretim oturumları öncesinde, literatüre paralel olarak (Carpenter vd., 1993; Confrey vd., 2009; Krause vd., 2016) günlük hayatlarında bir bütünü veya çokluğu paylaşırma eyleminde bulunduklarından, öğrencilerin eşit paylaşım kavramına aşina oldukları saptanmıştır. Öğretim oturumları sırasında da, öğrenciler; aynı ölçülebilen niteliğin farklı miktarlarına sahip iki nesneyi iki kişiye paylaştırırken bir nesneyi birine, diğer nesneyi ise diğerine vermenin eşit paylaşım olmadığını fark etmiş ve dolayısıyla öğrenciler eşit paylaşımın aynı sayıda parçadan ziyade nitelikçe eşit miktara sahip parçaların paylaşılması anlamına geldiğini idrak edebilmişlerdir. Fakat aynı iki nesneyi iki kişiden farklı sayıda kişiye eş olarak paylaşması istendiğinde öğrenciler güçlük yaşamış, bunun nedeni olarak öğrencilerin verilen nesne sayısı-kişi sayısı-bütünün eş parça sayısı arasında ilişki kuramaması olarak düşünülmüştür. Çünkü paylaşılan kişilerin sayısı ile paylaşılan nesnelerin sayısı arasında ilişki vardır (Lamon, 1993; Streefland, 1991). Bu nedenle öğrencilere farklı sayıda nesnenin farklı sayıda kişiye/nesneye paylaştırılacağı etkinliklerin hazırlanmasına karar verilmiştir. Öğretim oturumları öncesinde, öğrencilerin, belirli bir sayıda verilen nesneleri, verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Örneğin, öğrencilere 4 kekin 3 arkadaş arasında eşit olarak paylaştırılması istenmiş, bütün öğrenciler birer keki 3 öğrenciye paylaştırdıktan sonra katılımcılardan biri hariç diğerleri kalan keki dört eş parçaya bölmüş, birer parça paylaştırdıktan sonra kalan bir parçayı tekrar dört eş parçaya bölerek birer parçayı paylaştırmaya devam etmiştir. Öğrenci, bu işlemi tekrar tekrar yapacağını ifade ederek,

kalan bir parçayı sürekli dört eş parçaya ayırarak devam edeceği düşüncesini paylaşmıştır. Benzer şekilde Hunt vd. (2019) tarafından yapılan çalışmada, matematik öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrenciden 7 çikolata barını 6 kişiye eşit olarak paylaşılması istenmiş, öğrenci şekerleri altı eş parçaya ayırmak yerine sekiz eş parçaya ayırarak kalan parçalar oluşturmuş, eşit paylaşım yapamamıştır. Gerçekten öğretim oturumları sırasında da, öğrenciler belirli sayıda verilen nesneleri belirli sayıda kişiye/nesneye paylaştırırken nesneleri kaç eş parçaya ayıracağına karar vermede güçlük yaşamışlardır. Öğrenciler bir bütünü 7 kişiye eş olacak şekilde paylaştırırken genel olarak bütünü sekiz eş parçaya böldükleri ve eş parçaları paylaştırmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Bu durum öğrencilerin “bir bütünü paylaştırılacak kişi sayısı fazla ise 8 eş parçaya bölerim” stratejisi ile akıl yürüttüğünü göstermektedir. Dahası, öğrenciler bir bütünü belli sayıda kişiye/nesneye paylaştırırken bütünü nesne/kişi sayısı kadar eş parçaya bölmesi gerektiği ilişkisini kurabilse de bütün sayısı birden fazla olduğunda, bütünleri kaç eş parçaya ayıracağına ilişkin karar vermede güçlük yaşadıkları görülmüştür. Bu durum öğrencilerin verilen nesne sayısı ve verilen kişilere eş pay düşecek şekilde bölmek için nesneleri temsil eden her bir bütünü kaç eş parçaya ayırmaları gerektiği arasında bir ilişki kuramadıkları sonucuna götürmüştür. Öğretim ile öğrencilerin hepsi verilen bütünleri kişi/nesne sayısı kadar eş parçaya ayıracıklarını keşfederek, paylaştırılacak kişi sayısına göre verilen bütünleri nasıl paylaştıracağına dair ilişkiyi kurabilmişlerdir. Fakat öğrenciler, iki eş bütünün farklı sayıda eş parçaya ayrıldığı durumlarında her bir bütünün birer parçasının sayı olarak bir parça/dilim olması nedeniyle eş olduğunu ifade etmişlerdir. Hâlbuki daha önceki bir bağlamda aynı ölçülebilen niteliğe, bu niteliğin farklı miktarlarına sahip iki nesneyi iki kişiye eşit pay düşecek şekilde paylaştırabilen öğrencilerin, eşit paylaşımın aynı sayıdan ziyade eşit miktara sahip payların paylaşılması anlamına geldiği ilişkisini kurabildikleri görülmüştü. Bu durum öğrencilerin; sağlanan verilerde, kullanılan dilde veya bağlamdaki değişikliklerle karşılaştıklarında söz konusu ilişkiyi kurmada istikrarlı olamadıkları ve dolayısıyla onlarda anlamının gerçekleşmediği sonucuna götürmüştür. Öğrenciler ancak farklı sayıda eş parçaya bölünmüş bütünleri temsil eden somut modeller gösterildiğinde bütünleri ait birer eş parçayı üst üste gelecek şekilde yerleştirerek miktarlarını karşılaştırabilmiş, bu dilimlerin eşit miktarda olmadığını, eşit paylaşımında (bir bütün için) parça sayısından ziyade miktarların eşit olması gerektiğini fark etmişlerdir. Öğretim oturumları öncesinde, öğrenciler bir bütünü iki ya da dört eş parçaya ayırma bilgisine sahip olsalar da bütünü temsil eden daire modelini 3, 5 gibi farklı sayıda eş parçaya ayırmada güçlük yaşamışlardır. Bu güçlük, öğrencilerin daire modeli

ile temsil edilen bütünü ilk başta çap çizip iki eş parçaya ayırdıktan sonra 3, 5, 7 gibi tek sayılı eş parçalar oluşturmaya çalıştığında ortaya çıkmaktadır. Lewis (2014) tarafından matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile yapılan çalışmanın sonuçlarıyla benzer olarak, öğrencilerin bütünü temsil eden bir daire modelini tek sayıda parçaya bölmenin imkânsız olduğu sonucuna varmasına neden olmuştur. Öğretim oturumları sırasında, öğrencilerin bir bütünü temsil eden daire modelini tek sayıda eş parçaya ayırırken oluşturduğu daire modelinin merkezinden başlayarak istenilen sayıda eş payları oluşturabilecekleri fark ettirilmiştir. Öğrencilerin sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmesi istendiğinde, bütünü parçalara ayırırken oluşturulan parçaların eş olup olmadığına dikkat etmelerine özellikle özen göstermeleri sağlanmıştır. Bir kesri temsil eden bir model için bütün parçaların eşit olması beklense de bu fikir öğrencilerde kendiliğinden gelişmediğinden öğretimde özellikle bu hususa odaklanılması ve takip edilmesi gerekmektedir (Haser & Ubuz, 2002). Genel olarak öğrencilerin sembolik veya sözel olarak verilen kesirleri model ile temsil ederken daire modelini kullandıkları görülmüştür. Bu “model fakirliği” literatürde diğer çalışmalarda da rastlanmıştır (Clarke vd., 2008; Sowder, 1988).

Bir bütüne ait parçalar koleksiyonu verildiğinde, öğrencilerin, aslında eşit miktara sahip ama fiziksel görünüş olarak eş görünmeyen parçaların eş parça olmadığı anlayışına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu durum, öğrencilere bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonunu temsil eden modeller gösterildiğinde genellikle aynı şekle ve büyüklüğe sahip şekiller görmelerinden kaynaklanan eşit paylaşımların eş görünüme sahip olması gerektiği anlayışının neden olduğu düşünülmektedir (Van de Walle vd., 2009). Öğretim oturumları sırasında, öğrencilere, eş parçaların fiziki görünüşleri farklı olsa bile, niteliklerinin miktarının eşit olduğunu görmeleri için öğrencilerin somut modelleri manipüle ederek parçaları görünüş olarak birbirine eş hale getirilebileceğini fark etmeleri sağlanmıştır. Bu süreçte öğrenciler, bütünü temsil eden bir kare kâğıdın farklı görünümdeki (üçgen ve dikdörtgen) iki eş parçasından herhangi birisini alarak (parçalardan bir parça ayırmadan ya da bir parça eklemeyen) diğer şekildeki kâğıt ile eş şekle dönüştürmüş, böylelikle niteliğinin miktarları eşit olan fakat fiziki görünüşleri farklı olan parçaların eş parçalar olduğu ile ilgili ilişki kurabilmişlerdir. Fakat farklı bir soruda, niteliğinin miktarları eşit fakat farklı fiziki görünüme sahip parçaların eş parça olmadığı iddiasını tekrarlayan öğrenciler daha önce kurdukları ilişkiyi farklı bir bağlamda sürdürememişlerdir. Eroğlu vd. (2019) çalışmalarında öğrencilerin öğretim sonrasında eş paylaştırmada bir bütünü oluşturan aynı miktarda olan

ancak farklı fiziki görünümdeki parçaların eş olduğunu anlamadaki güçlüklerinin devam ettiğini tespit etmişlerdir. Dolayısıyla, öğretim ile geline seviyede, öğrenciler aslında eş ama fiziksel görünüş olarak eş görünmeyen parçaların niteliklerinin miktarlarının eşit olduğunu fark etmede güçlük yaşama ihtimalleri olsa da, ileride karşılaşılabilecekleri benzer durumlarda şekilleri farklı olan parçaların eş parça olamayacağı anlayışından vazgeçip eş parça olup olmadıkları ile ilgili üzerinde düşünecekleri varsayılmaktadır. Bu noktada, eş parçalar oluşturulurken parçaların fiziki görünümünden ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması fikrinin öğrencilere keşfettirilmesi önerilebilir.

Öğretim oturumları öncesinde, öğrenciler günlük hayatlarında yarım, bütün kavramları ile ilgili sezgisel anlayışa sahip olsalar da öğrencilerden bazılarının, literatürde öğrenme güçlüğüne sahip olmayan öğrencilerde de rastlanan (Empson, 1999), bir bütünde yarımdan az olan her miktarın o bütünün çeyreği olduğuna ilişkin bir kavrayışa sahip oldukları saptanmıştır. Bu öğrenciler ilk başta çeyrek kavramını günlük hayat ile ilişkilendirerek çeyreğin tek büyüklükte olduğunu fark edebilmişlerdir. Öğretim oturumları öncesinde, öğrenciler genel olarak model ile temsil edilmiş kesirleri kesir dilinde sözel olarak ifade etmede ve sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmede zorluk yaşamışlardır. Bu güçlük, Ikhwanudin ve Wahyudin (2019) tarafından matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle gerçekleştirilen çalışmada öğrencilerin kesirleri temsil etmede güçlük yaşadığı tespiti ile paralellik göstermektedir. Bununla birlikte, öğrencilerden biri ile yapılan görüşmede, bir daire modelini dört eşit parçaya ayırıp bir parçasını tarayan öğrenciye parçalardan birinin bütünün kaçta kaç olduğu sorulduğunda dörtte üçü olduğunu ifade etmiş ve nedeni olarak taralı parçayı göstererek “çünkü biri çıktı, üçü kaldı” cevabını vermiştir. Bu yanlış, Lewis vd. (2021) tarafından matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle yapılan çalışmada da gözlemlenmiş, yanlışın nedeni olarak, öğrencilerin dörtte bir kesrini temsil eden modeli oluştururken, modeli dört eş parçaya ayırarak üçünü tarayıp “üçü alındı, biri kaldı” şeklinde ifade etmesi ile taralı parçayı “alındı” veya “gitti” olarak ve taralı olmayan parçaya “kalan” parça olarak atıfta bulunma anlayışına sahip olmalarından kaynaklandığı belirtilmiştir. Bu güçlüğün aynı zamanda, kesrin parça-bütün fikri üzerine temellendirilmesinin sınırlılıklarından kaynaklandığı düşünülmektedir (Clarke vd., 2008). Bununla birlikte, bir bütün farklı miktarlara sahip olan parçalara bölünüp bu parçalardan biri birim olarak alındığında, birimin miktarını kesir dilinde ifade edilmesi beklenir (Siebert & Gaskin, 2006). Fakat Clarke vd. (2006) çalışmalarında tespit ettikleri sonuca paralel olarak, bu çalışmada da öğrenciler, bütüne ait tüm parçaların eş olmadığı bir durumla ilk kez

karşılaştıklarında, gösterilen parçanın miktarını kesir dilinde ifade etmede zorluk yaşamışlardır. Öğrenciler aynı niteliğin farklı miktarlarına sahip parçalardan oluşan bir bütünde gösterilen parçanın niteliğinin miktarını bulmak için, bir parçayı tekrarlayarak/yineleyerek bütün elde etmiş ve böylelikle bütünü elde ederken yaptığı tekrar/yineleme sayısının parçanın niteliğinin miktarını belirlediğini keşfetmişlerdir. Örneğin, bir parçayı yinelediklerinde bütün elde ederken yaptığı yineleme sayısı 7 ise parçanın miktarı $\frac{1}{7}$ kesri ile temsil edildiğini, dolayısıyla yineleme sayısının kesrin paydasını belirlediğini idrak edebilmişlerdir. Dolayısıyla bütün oluşturmak için parçaları yineleme sayısı ile parçanın niteliğinin miktarını temsil eden kesir arasındaki ilişkiyi keşfetmek ileriki öğrenmelerine ilişkin payda kavramını anlamlandırmada oldukça önem arz etmektedir. Nitekim öğrencilerin pay, payda, eş parçaları sayma ve kesirlerle işlemleri anlamlandırmaları için kesir dilini iyi yapılandırmaları gerekmektedir (Bingham & Rodriguez, 2019). Öğrenciler bütünü oluşturan eş parçaların niteliğinin miktarını sözel olarak dörtte bir, beşte bir vs. şeklinde birim kesir olarak doğru ifade edebilseler de öğrencilerden bazılarının beşte bir yerine beş bölü bir olarak hatalı kesir dilini kullanabildikleri görülmüştür. Aynı hatayı kesrin sembolik gösteriminde de (ikide bir kesrini $\frac{2}{1}$ olarak yazma vb.) devam ettirdikleri saptanmıştır. Bu durumun bu öğrenme seviyesinde öğrencilerin pay ve payda kavramlarını henüz anlamlandıramamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrenciler öğretim oturumları öncesinde ve öğretim oturumları boyunca sözel olarak ifade edilen bir kesri alan, uzunluk gibi niteliklere sahip modellerle temsil edebilseler de kesirleri temsil etmek için küme modelini hiç kullanma eğilimlerinin olmadığı gözlemlenmiştir. Gerçekten öğrenciler somut nesnelerden oluşan bir çokluğun (koleksiyon) birim kesri temsil eden miktarını (alt koleksiyon) küme modeli ile gösterirken “birim kesrin paydasındaki sayı kadar grup yaparak çokluğa ait kalan parçaları birer paylaşırma” stratejisini kullanarak doğru temsil edebilmişlerdir. Öğretim ile gelinen seviyede, öğrencilerin somut model kullanmadan, sadece zihinsel imgeleri kullanarak bir çokluğun (koleksiyon) birim kesri temsil eden miktarını (alt koleksiyon) gösteremeyecekleri öngörülmektedir. Bu sonuç, Eroğlu vd. (2019)’nin öğrenme güçlüğüne sahip olmayan öğrencilerde dahi öğretim oturumları sırasında ve sonrasında küme modeli kullanmaktan kaynaklı ortaya çıkan yanılgılar tespit etmeleriyle uyumludur.

Kesirlerin tekrarlı olduğu görüşü, yani $\frac{3}{4}$ gibi bir kesri miktarı dörtte bir olan üç parçanın sayılması olarak görme, öğrencilerin geliştirmesi gereken önemli bir fikirdir (Common Core

State Standards Initiative, 2010; Post vd., 1985; Siebert & Gaskin, 2006; Tzur 1999). Öğretim oturumları öncesinde, model ile temsil edilen bütün ve bütüne ait parçalar koleksiyonu gösterilip, öğrencilerden yinleme eylemini kullanarak parçalar koleksiyonunu bütün ile karşılaştırmaları istendiğinde, genel olarak öğrencilerin parçalar koleksiyonun miktarı birden büyük değil ise yinleme eylemini kullanarak parçalar koleksiyonun niteliğinin miktarını kesir dili ile ifade edebildikleri saptanmıştır. Bununla birlikte bütün gösterilmeden sadece bütüne ait parçalar koleksiyonundan bir veya birkaç parça model olarak verildiğinde (ör. 4 tane beşte biri bütün ile karşılaştırma) koleksiyonu bütün ile karşılaştırıp sonucu ifade etmede zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Lewis'e (2016) göre eş parçalara ayırma ve yinleme eylemi kesirlerin temsil ettiği nesnelerin niteliklerinin miktarını anlamının temelini oluşturmakla birlikte matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler bu gelişim modelini takip etmekte güçlük yaşayabilmektedirler. Lewis (2016)'in aksine öğretim oturumları sırasında, öğrenciler önceki öğrenme hedeflerine yönelik edindiği eş parçalama ve yinleme bilgilerini kullanarak miktarı istenen parça birden büyük dahi olsa kolaylıkla kesir dilinde ifade edebilmişlerdir. Bu durumun, sadece parça-bütün ilişkisine odaklanmak ve birim kesri bir bütünün eş parçalarından biri olarak kavramak yerine öğrencilerin öğretim etkinlikleri boyunca birim kesrin bir miktarı temsil ettiği kavrayışına sahip olabilmelerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Böylelikle bir miktarı temsil eden birim kesri yineleyerek, birden küçük veya büyük, istenilen büyüklükte bir parçanın miktarını ifade edebileceklerdir. Saxe vd. (1999) çalışmasında da tespit ettikleri sonuca paralel olarak bu çalışmada da, öğrencilerin birim kesirleri yinelerken bazen bütüne ait parçaları doğal sayılardaki gibi 1, 2, 3... şeklinde (parça, dilim sayısı vb.) ifade etmeye meyilli oldukları saptanmıştır. Bu durumun, öğrencilerin önceki öğrenme ortamlarındaki deneyimlerinde istikrarlı bir şekilde yöneltilen “ne kadar pizza (bütünü temsil eden bir nesne)” sorusundan ziyade “kaç tane parça/dilim” sorusundan kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu noktada öğretim esnasında kullanılan dile ve kelimelere dikkat edilmesi, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bunlardan kaynaklanabilecek yanlışlarının önceden tahmin edilmesi ve önüne geçilmesini mümkün kılabilir. Öğretim oturumları sırasında saptanan öğrenci düşünceleri ileri kesir kavramlarına yönelik sahip olabilecekleri olası kavram yanlışlarını öngörmede önem arz etmektedir. Örneğin iki eş bütün ve iki bütünün de dörtte birlerden oluşan parçalar koleksiyonuna ait modelleri verildiğinde, bütünlere ait birer parçanın niteliğinin toplam miktarını dörtte iki olarak ifade etmek yerine iki bütüne ait modeldeki toplam eş parça sayısı sekiz olduğundan, sekizde iki olarak ifade

eden öğrencinin parçalara ayırma ve parçaları yineleme kavramlarını oluşturamadığını göstermektedir. Bu istenmeyen kavrayış düzeltilmez ise, ileride öğrencilerde kesirlerde toplama işleminde paydaları toplama kavram yanılgısı oluşmasına yol açabileceği düşünülmektedir. Bu yüzden parçalara ayırma ve yineleme eylemleri, öğrencilerin kesirlerin anlamını, özellikle pay ve paydayı anlama yollarını da etkilemektedir (Van de Walle vd., 2009).

Öğretim oturumları öncesinde, öğrencilerin kesirleri pay ve paydanın yerini değiştirerek yanlış ifade ettiği saptanmıştır. Bu durumun iki nedeni olabileceği düşünülmektedir. Birincisi, öğrencilerin önceki öğrenme ortamlarında kesrin sözel olarak örneğin ikide bir veya bir bölü iki olarak iki farklı ifade edilmiş biçimini öğrenmeleri olabilir. İkincisi ise Clarke vd. (2008)'nin ifade ettiğine paralel olarak, öğrencilerin kesir notasyonunda hangi sayının parça sayısını veya hangi sayının parçaların temsil ettiği miktarı ifade ettiğini henüz anlamadıklarının bir göstergesi olabilir. Öğretim oturumları öncesinde öğrencilere kesrin sembolik gösteriminde pay ve paydanın ne anlam ifade ettiği sorulduğunda genel olarak öğrenciler, payın “alınan parça sayısını” ifade ettiğini, paydanın ise “bir bütün yapmak için kaç parça gerektiğini ya da bütünün kaç parçaya ayrıldığını” ifade ettiğini söylemişlerdir. Öğretim oturumları sırasında da öğrencilerin bu kavrayışını düzeltmek kolay olmamıştır. Çünkü hem derslerde hem ders kitaplarında tanıtılan pay ve payda kavramlarının tanımlarının öğrencilerin söz konusu kavramları bu şekilde kavramalarına neden olduğu düşünülmektedir. Van de Walle vd.'ne (2009) göre bu kavrayış her zaman yanlış olmamakla birlikte örneğin, bütün bir kekten $\frac{1}{6}$ 'lık bir parça kesilirken, geri kalan $\frac{5}{6}$ 'lık parçasında herhangi bir dilimleme yapılmadığında bütün kek $\frac{1}{6}$ 'lık ve $\frac{5}{6}$ 'lık parça olmak üzere iki parçadan oluşur. Dolayısıyla kekin $\frac{1}{6}$ 'lık parçası bütün kekin kaç parçaya ayrıldığını söylemez. Bütün kekin sadece iki parçadan oluşması ise alınan parçanın bütünün $\frac{1}{6}$ 'lık parçası olduğunu değiştirmez. Başka bir deyişle, bir bütün ve bütüne ait farklı miktardaki parçaların olduğu bir durumda bir parçanın miktarını ifade eden kesirde payda her zaman o bütünün paydadaki sayı kadar eş parçaya bölündüğünü ifade etmez. Pay ve payda ile ilgili bu anlayışın diğer bir eksikliği ise $\frac{7}{5}$ gibi bir bileşik kesir düşünüldüğünde, bütünü oluşturan beş parçadan yedi parça almak onlara imkânsız gibi görünmektedir (Thompson & Saldanha, 2003; Tzur, 1999). Bu durumun, öğrencilerin genel olarak kesirlerin parça-bütün ilişkisine odaklandığından kaynaklandığı düşünülmektedir. Çünkü parça-bütün kesir kavramına sahip

öğrenciler için, birim kesirler bir bütünü parçalarıdır, bir bütünü oluşturan parça sayısı ise sonludur (ör; $\frac{7}{5}$ kesrinde bütünü oluşturan parça sayısı 5'tir). Bu nedenle, bu öğrenciler için, bileşik kesir diğer bir deyişle birden büyük sayıları temsil eden kesir bir anlam ifade etmez. Bu durumda, söz konusu eksik kavrayışa sebep olmamak adına öğrencilere bir kesirde paydanın birim kesrin temsil ettiği miktarın büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını ifade ettiği açıklanmış, sembolik olarak verilen kesirleri birim kesrin yinelenmesiyle elde edebilecekleri fikri keşfettirilmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda kesirlerin öğretiminde pay ve payda kavramlarının parça-bütün ilişkisinden ziyade birim kesrin temsil ettiği miktar ve birim kesrin yinelenmesi kavramları üzerine yapılandırılması önerilebilir. Öğretim oturumları sırasında, ilk adım olarak, öğrenciler sözel veya sembolik olarak verilen kesri somut modeller ile temsil ederek payın ve paydanın ne ifade ettiğini sözel olarak açıklayabilmişlerdir. Daha sonra ise sözel olarak verilen kesri model ile temsil etmeden zihinsel imgeler kullanarak kesirdeki pay ve paydanın ne anlam ifade ettiğini açıklayabilmişlerdir. Öğretim etkinlikleri boyunca, öğrencilerin dairesel kesir takımını ve kesir şeritlerini kullanarak pay ve paydanın ne ifade ettiğini anlamaya çalışmaları sırasında birde bir, ikide bir ve dörtte bir dışında tam/bütün, yarım ve çeyreği temsil eden kesirleri keşfettikleri saptanmıştır (ör. üçte üç, dörtte iki, sekizde iki vb.). Bu durumun, öğrencilerin kesirlerin denkliği kavramını öğrenmeden önce kavram ile ilgili ön bilgi oluşturmalarına ve hazırbulunuşluk düzeylerini arttırabilmelerine olanak sağlayabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin kesirleri öğrenirken zorlandıkları, öğretim oturumları sırasında bağlam içinde sıklıkla kullanılan çok sayıda yeni terim ve kavram vardır. Bu terim veya kavramlardan biri basit, biri de bileşik kesirdir. Bu kavramlar genel olarak öğrenme ortamlarında “paydaki sayı paydadaki sayıdan küçük” veya “paydaki sayı paydadaki sayıdan büyük” kesirler olarak tanımlanmaktadır. Öğrenciler bu kavramların tanımını bilseler de bu kavramların neyi temsil ettiğine dair gerçek bir anlayıştan yoksun olmaktadır (Bingham & Rodriguez, 2019). Öğrenciler kesir dilini anlıyor gibi görünüyorsa ve birim kesirleri yineleme eylemini gerektiği gibi gerçekleştirebiliyorlarsa, o zaman basit ve bileşik kesir kavramlarının doğal bir şekilde ortaya çıkması beklenir (Clarke vd., 2008; Steffe, 2002). Bu noktada öğrencilerde henüz bileşik kesir kavramı ile ilgili hiçbir oluşum yokken yineleme eylemini kullanarak bileşik kesir kavramını keşfetmelerinin sağlanması önerilebilir. Böylece daha sonra bu kavramlar tanıtıldığında, öğrencilerin önceden bu kavramların neyi temsil ettiğine dair gerçek bir anlayışa sahip olabilecekleri düşünülmektedir. CCSSM (2010), dördüncü sınıfın sonunda, öğrencilerin basit kesirleri -hatta bileşik kesirleri bile- bir birim kesrin katları

olarak anlamaları gerektiğini vurgulamıştır. Bu çalışmada da bir kesirde paydanın birim kesrin temsil ettiği miktarın büyüklüğünü, payın ise bu birim kesrin kaç kere yinelendiğini ifade edebilen öğrencilerin birden büyük sayıları temsil eden kesirleri temsil eden modeller oluşturabildikleri saptanmıştır. Çünkü bu öğrencilere göre artık $\frac{a}{b}$ kesrinde b birim kesrin $\frac{1}{b}$ büyüklüğünde olduğunu, a ise birim kesrin kaç defa yineleneneğini ifade etmektedir ve bu nedenle a'nın b'den büyük olduğu durumlar artık anlamlıdır. Öğrenciler bir bütün çizerek $\frac{1}{b}$ lik miktarda parçalar elde etmiş, daha sonra miktarı $\frac{1}{b}$ 'lik olan parçayı yineleyerek bir bütünün sahip olduğu miktardan daha fazla miktara sahip bir parçanın istendiğini fark etmişlerdir. Daha sonra (a-b) tane daha $\frac{1}{b}$ gerektiğini fark ederek, bir bütün daha çizip (a-b) tane daha $\frac{1}{b}$ 'lik parçayı gösterebilmişlerdir. Hâlbuki öğrencilerin daha uzun bir parçayı (örneğin, birim olmayan fakat bir bütünden az miktarı, bütünü, bir bütünden fazla miktarı) ölçmek için bir birim kesri kullanabileceği yineleme eylemi, parça-bütün kavramında yer almayan önemli bir zihinsel eylemdir (Wilkins & Norton, 2018). Bu noktada kesir kavramının neden ölçme fikri üzerine temellendirilmesi gerektiği bir kez daha anlam kazanmaktadır. Çünkü yinelemeyi içeren eylemlerin bu koordinasyonu, yani bir birim kesrin yinelemeleriyle birim olmayan bir bütünden az miktarı, bütünü, bir bütünden fazla miktarı oluşturma zihinsel eylemi ölçüm bağlamında (Kieren, 1980) yapılandırılabilir.

Hunting (1983) yaptığı çalışmada, katılımcı öğrencinin sırasıyla dörtte biri dört eş parçadan biri ve sekizde biri sekiz eşit parçadan biri olarak anlamış gibi görünse de, sekizde birin dörtte birden az olduğunu anlamadığını saptamıştır. Hunting'in söz konusu çalışmasına paralel olarak, bu çalışmada bir öğrenci sözel olarak ifade edilen altıda bir ve sekizde bir kesirlerini model ile temsil edebilse de veya model ile temsil edilmiş bu kesirleri sözel olarak ifade edebilse de sembolik gösterim ile ifade edilen $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{8}$ kesirleri arasında $\frac{1}{8}$ kesrinin daha büyük olduğu kavrayışına sahip olduğu saptanmıştır. Hiebert'e (1985) göre bu kavrayış öğrencilerin matematiksel form (örneğin semboller, sayılar ve algoritmalar) ile matematiksel anlayışı (matematiksel fikirleri gerçek dünya durumlarıyla ilişkilendirebilmek) birleştiremediklerinden kaynaklanabilir. Gerçekten bu çalışmada da, öğrencinin birim kesirlerde paydası büyük olan kesrin daha çok miktarı temsil ettiği fikrine sahip olduğu kavram yanılgısı, söz konusu kesirlerin gerçek dünyadan nesnelere ait temsil ettiği miktarları gördüğünde bilişsel çatışmaya uğramıştır. Böylelikle sembolik gösterimdeki pay ve paydadaki doğal sayılar ile gerçek dünya durumları ilişkilendirilerek güçlük ortadan

kaldırılmıştır. Bu durumda eşit paylaşım öğrenme hedefi ile birlikte kesrin sembolik gösterimine geçildiğinde aynı bütüne ait birim kesirlerin temsil ettikleri miktarları somut olarak karşılaştırabilmeyi sağlamanın, daha sonra kesirlerin temsil ettikleri miktarların karşılaştırılmasında rastlanabilecek olası kavram yanlışlarının oluşmasını engelleyebileceği düşünülmektedir. Bununla birlikte, literatürde öğrencinin sahip olduğu bu yanlış kavrayışa neden olabileceği düşünülen diğer olası bir etmenin doğal sayılardan kesirlere yanlış bir genelleme olduğu tartışılmaktadır. Bu tartışma, öğrencinin $\frac{1}{6}$ ve $\frac{1}{8}$ kesirleri arasında $\frac{1}{8}$ kesrinin daha büyük olması gerektiğini düşünmesinin onun doğal sayı olarak 8' in 6' dan büyük olması gerçeğini buraya uygulanmasından kaynaklanabileceği yönündedir (Behr vd., 1984; Mack, 1990; Ni & Zhou, 2005; Stavy & Tirosh, 2000; Woodward vd., 1999). Ancak bu çalışmanın bulgularının bir yorumlaması olarak, yanlış uygulamanın öğrencinin doğal sayı bilgisini yanlış genellemesinden değil, kesrin parça-bütün ilişkisinin odak olduğu kesirler öğretiminin sonucu olarak öğrencilerin pay ve paydayı birer bağımsız sayı olarak görmesinden kaynaklandığı (NMAP, 2008), pay ve paydanın kesrin temsil ettiği miktar ile ilişkisini kurabilen bir öğrencide bu tür bir yanlışın olmayacağı düşünülmektedir. Dahası, Siegler, Thompson ve Schneider (2011) tarafından ifade edilene paralel olarak doğal sayı bilgisinin kesir öğreniminde engel teşkil etmediği, aksine kesir öğrenimini desteklediği düşünülmektedir. Yapılan çalışmalar ile beynin nicel çokluklarla uğraşırken aktif olan bölümü, öğrenme güçlüğü olmayan bireyler ile karşılaştırıldığında, matematik öğrenme güçlüğüne sahip olanlarda zayıflamış bir aktivasyon seviyesi gösterdiği saptanmıştır (Price, Holloway, Räsänen, Vesterinen & Ansari, 2007). Bu nörolojik kanıtlar ile matematiği öğrenmede önemli bir etkisinin olduğu saptanan miktarların büyüklüğü kavrayışı, hem doğal sayıları hem de kesirleri birleştirdiği için, öğrencilerin kesirlerin doğal sayılar gibi kendilerinin olmasa da temsil ettiği miktarların büyüklüğe sahip olduğu, sıralanabileceği, karşılaştırılabileceği ve sayı doğrusuna yerleştirilebileceği kavrayışına sahip olmalarının kesirleri yapılandırmada daha da önem arz ettiği düşünülmektedir. Aksi bir yapılandırma ile öğrencilerin, kesirleri sadece bütünü temsil eden bir nesnenin sonlu sayıdaki parçalarından biri veya bir kaçı olduğu anlayışına sahip olmalarının kaçınılmaz olacağı düşünülmektedir. Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlerin temsil ettiği miktarların (büyükten küçüğe, küçükten büyüğe) sıralanabileceği ve karşılaştırılabileceği kavrayışına sahip olmalarında ilgili literatüre (Fuchs, Malone, Schumacher, Namkung & Wang, 2017; Jordan, Resnick, Rodrigues, Hansen & Dyson, 2017; Siegler vd., 2012) paralel olarak sayı doğrusunun rolünün önem arz ettiği düşünülmektedir. Gerçekten bu çalışmada da öğrencilerin kesirlerin

temsil ettiği sayıları sayı doğrusunda göstermeleri sağlanmış, alan modeli ile temsil edilmiş kesri sayı doğrusunda göstermeleri sağlanarak temsiller arası geçiş yapmalarına fırsat verilmiştir. Kesirlerin sayı doğrusu aracılığıyla ölçüm anlamında yorumlanmasına dayalı öğretim, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin tam sayıları ve kesirleri birleştirmelerine ve sayılar hakkındaki bilgilerini genişleterek sayıların hiyerarşik yapısını kavramsallaştırmalarına yardımcı olabilir (Namkung & Fuchs, 2019).

Sonuç olarak yapılan bu çalışma ile matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramlara ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritaları oluşturulmaya çalışılmıştır (Bkz. Tablo 6). Matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin ölçme, birim, eşit paylaşım, kesir dili, bütünün eş parçalarını sayma, kesir notasyonu gibi söz konusu kesir kavramlarına ilişkin varsayımsal öğrenme yol haritalarının incelendiği çalışmalara (ulaşılabilir) literatürde rastlanılmamıştır. Bu nedenle bu çalışmanın sonuçları öğrenme güçlüğü olmayan öğrenciler için tasarlanan varsayımsal öğrenme yol haritalarından elde edilen sonuçlar (Adelia vd., 2022; Confrey vd., 2009; Eroğlu vd., 2019; Nizar vd., 2017; Purnomo vd., 2021; Simon vd., 2018; Wong, 2010; Yulia vd., 2019) ile öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlerle ilgili kavrayışlarına yönelik yapılan az sayıda çalışmaların sonuçları ile tartışılmıştır. Dolayısıyla, bu çalışmada göz önüne alınan kesir kavramlarından birinin öğretimini gerçekleştirmek isteyen bir öğretmen, bu çalışmada belirlenen varsayımsal öğrenme yol haritasını inceleyerek, söz konusu kavramın öğrenilmesine zemin teşkil eden kavramları ve o kavramlara yönelik öğrenme hedeflerine ilişkin beklenen zihinsel ve fiziksel eylemleri belirleyebilir. Ayrıca, çalışmada oluşturulan bu yol haritası öğrencilerin kesir kavramının yapılandırılmasında yer alan öncül kavramları öğrenirken kullanılabilecek öğretim tasarımına yönelik bir model oluşturmaktadır. Öğretmenler çalışmada oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritasına dayanarak tasarlayacağı öğretim doğrultusunda olası sorunları öngörerek öğrenme-öğretme ortamını düzenleyebilir. Bu nedenle, varsayımsal öğrenme yol haritalarının öğretimlerde pedagojik bir araç olarak kullanılabileceğine ilişkin matematik öğretmenlerine hizmet içi eğitimler verilebilir. Ayrıca, çalışmada sunulan öğretim dizisi etkinliklerinin, her etkinlik sonunda öğretmenler için hazırlanan yönergeler doğrultusunda uygulayan öğretmenlerin, bu çalışmada oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritalarının revize edilmesine katkı sağlayacakları düşünülmektedir.

Bu çalışmanın sonucunda ortaya konulan varsayımsal öğrenme yol haritası ve ele alınan kesir kavramlarına yönelik tasarlanan etkinlikler, öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler için

bireyselleştirilmiş eğitim programlarını tasarlamada, destek eğitim araçları geliştirmede kullanılmasını önermekteyiz. Bununla birlikte destek eğitim odalarında ve özel eğitim merkezlerindeki matematik öğretmenleri tarafından kesir kavramlarına yönelik öğrenci düşüncelerini ve öğrenme ilerleyişlerini takip etmede rehber olarak kullanılmasını önermekteyiz. Yine, bu etkinlikler daha geniş yelpazedeki öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci grubunda geçerliliği sağlanarak kesir kavramlarına yönelik değerlendirme araçları (Battista, 2004; Confrey & Maloney, 2011) ve öğrenmeye dair standartlar geliştirmede (Sarama & Clements, 2009; Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004) kullanılabilir. Dahası, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öncelikli olarak öğrenmesi gereken diğer temel matematiksel kavramlara yönelik tasarlanacak diğer varsayımsal öğrenme yol haritaları ile birlikte öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik müfredat geliştirmede (Barrett vd., 2012; Clements, 2007) kullanılabilir.

Varsayımsal öğrenme yol haritaları öğrencilerin öğrenmelerindeki gelişmeyi sağlamak adına belirlenen öğrenme hedeflerini, öğrencilerin öğretim dizisi etkinlikleri bağlamında düşüncelerindeki ve kavrayışlarındaki değişimi ortaya koymak için kullanılan araştırmaya dayalı araçlardan biridir. Dolayısıyla söz konusu araştırmanın bulguları olan varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulması öğretime bağlı olduğundan, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğrenme ilerleyişi için en uygun veya tek yararlı rota olduğu iddia edilmemektedir. Bu noktada çalışmada varsayımsal öğrenme yol haritasının oluşturulmasında kullanılan etkinliklerin ve destek eğitim araçlarının daha geniş çaplı öğrenme güçlüğüne sahip öğrenci grubunda uygulanarak öğrencilerin öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımların test edilmesine ve gerektiğinde revize edilmesine ihtiyaç vardır.

Çalışmada uygulama öncesi öğrencilerle yapılan ön görüşmelerde öğrencilerin sahip oldukları güçlükten dolayı kesirleri öğrenemeyeceklerine ve sayılar/sayılarla işlemler haricinde başka bir şey öğrenmelerine gerek olmadığına dair bir inanca sahip oldukları görülmüştü. Öğrencinin gerek öğrenmede güçlüğe sahip olmasının farkında olması gerekse okul ve özel eğitim merkezi gibi öğrenme ortamlarında sadece sayılar ve işlemler alt öğrenme alanına ilişkin çalışmaların yapılmasının diğer temel matematiksel kavramları öğrenmesi gerekmediği düşüncesine neden olmuş olabilir. Bu noktada öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin matematik öğrenimine dair inançlarının, değerlerinin, motivasyonlarının ve bunlara neden olan etmenlerin incelendiği çalışmalar yapılabilir.

5.2. Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Öğrencilerin Kesir Kavramına İlişkin Matematiksel Düşüncelerine, Kavrayışlarına ve Matematiksel Anlamalarına Dair Farkındalıklarına Yönelik Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesir kavramı ile ilgili varsayımsal öğrenme yol haritalarının oluşturulmasının yanı sıra asıl uygulayıcı olan öğretmenlerin (öğretmen-öğretmen adayı) hazırlanan öğretim dizisi etkinliklerini uygulayacak/uyarlayabilecek ve varsayımsal öğrenme yol haritasına ait varsayımları kendi öğrencilerinde test edebilecek yeterliliklerinin incelenmesine ihtiyaç tespit edilmiştir. Bunun için, öğretmenlerin söz konusu kavram ile ilgili alan ve pedagojik alan bilgisine sahip olmalarının yanı sıra matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin öğretim sürecinde, sınıfta pasif oldukları ve düşüncelerini açık etmedikleri (Allsopp vd., 2007) göz önüne alındığında, bu öğrencilerin öğrenilecek kavram ile ilgili matematiksel düşüncelerinin, kavrayışlarının ve anlamalarının farkında olmalarının elzem olduğu düşünülmüştür. Dolayısıyla söz konusu ihtiyaca yönelik literatür göz önüne alınarak bu çalışmada öğretmen adaylarının varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanıldığında öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin kesir kavramına ilişkin farkındalıkları incelenmiştir. Bu araştırma bir durum çalışması olup, öğretmen adaylarının fark etme becerilerini geliştirmeye yönelik herhangi bir eğitim verilme durumu olmasa da, literatürdeki pek çok çalışmanın tespit ettiği öğretmen adaylarının odak noktalarının öğrenci cevaplarındaki matematiksel unsurlar dışında (sınıf iklimi, öğretmen vb.) olduğu sonucu göz önüne alınarak (Jacobs vd., 2010; Sherin & van Es, 2009; van Es & Sherin, 2008) öğretmen adaylarının dikkatlerini öğrencilerin cevaplarındaki matematiksel unsurlara yani öğrenci düşüncelerine odaklamada, öğrencilerin matematiksel anlamalarını yorumlamada ve uygun öğretimle yanıt vermelerine destek olmada yapılandırılmış bir çerçeve sağlayabileceği düşüncesiyle, araştırmada oluşturulan varsayımsal öğrenme yol haritası kılavuz olarak kullanılmıştır. Araştırma verilerinin analizleri sonucunda üç öğretmen adayının öğrenciye ait fark ettikleri durumlar belirlenmiş; (a) matematiksel düşünme, (b) matematiksel kavrayış ve (c) matematiksel anlama şeklinde üç kategori ortaya çıkmıştır.

Öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel düşüncelerine ilişkin bir takım farkındalıkları olduğu ve yapılan analizlerde bu düşüncelere (akıl yürütme, ilişkilendirme, temsil kullanma, soyutlama) yönelik kodlar elde edildiği görülmüştür (Şekil 9.).

Akıl yürütme: Bu ilk bileşene ilişkin öğretmen adaylarının, etkinlikler boyunca öğrencinin fikir ileri sürdüğü, çıkarım ve tahmin yaptığı, çözüm için strateji seçtiği durumlara

odaklandığı, fakat en çok öğrencinin önceki öğrenme ortamlarında gördüğü hatırladığı kavramları anlamını bilmeden kullandığı, aklına ilk gelen strateji ile çözüme ulaşmaya çalıştığı, kısa bir süre önce öğrendiği algoritmayı aynen tekrarladığı dolayısıyla ezbere dayalı akıl yürüttüğü durumlara ve rehber kişi olan öğretmen tarafından bir strateji belirlendiğinde ancak öğrencinin akıl yürütebildiği durumlara odaklandıkları tespit edilmiştir. Bu odaklanmanın olası iki nedeni olduğu düşünülmektedir. Birinci olarak, matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin gelişimsel özellikleri göz önüne alındığında daha çok taklit ve ezbere dayalı akıl yürüttüklerinden kaynaklandığı söylenebilir (Yılmaz, 2016). İkinci olarak ise literatürdeki çalışmaların sonucuna paralel olarak, öğretmen adaylarının öğrencinin problem çözme sürecinde kullandıkları stratejilerin altında yatan akıl yürütmeleri ile ilgili ayrıntılı açıklamalar yapamamaları olarak düşünülebilir (Baş, Erbaş, Çetinkaya, Alacaci & Çakıroğlu, 2021; Doerr & English, 2006; Jacobs & Philipp, 2011; Sherin vd., 2011). Dolayısıyla öğretmen adayları, öğrenci akıl yürütmeleri ile ilgili ayrıntılı açıklamalar yapamadıkları durumlarda sıklıkla onlara daha kolay gelen öğrencinin ezbere dayalı akıl yürüttüğü veya rehber yardımıyla akıl yürüttüğüne ilişkin farkındalıklarını ifade etmiş olabilecekleri düşünülmektedir. Öğretmen adayları öğrencinin akıl yürütme durumlarına ilişkin genel olarak öğrenciye ait ortak bir eyleme odaklansalar da, o eylemin altındaki öğrenci akıl yürütmelerini farklı yorumladıkları durumlar ya da öğrenciye ait aynı akıl yürütme eyleminin farklı bileşenlerine (fikir ileri sürme, tahmin yapma, ezbere akıl yürütme vb.) odaklandıkları durumlar da olduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde, Colestock ve Sherin (2009) çalışmalarında öğretmenlerin, izledikleri video kliplerde neler olup bittiğine dair genellikle farklı görüşler geliştirdiklerini belirlemişlerdir. Literatürde, öğretmen farkındalığını inceleyen araştırmacıların çalıştıkları öğreticilerin (öğretmen adayı-öğretmen) öğrencilerin akıl yürütme durumlarına yönelik farkındalıklarını ifade etmesi nadir karşılaşılmaktadır. Örneğin, Türker Biber (2017), bir matematik öğretmeniyle yaptığı çalışmada, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri ile uğraşırken öğretmenin, öğrencilerin çözüm yolunun belirlenmesi sürecine ve çözüm yolunu belirlerken öğrencilerin ileri sürdükleri fikirlere ilişkin farkındalıklarını belirttiğini tespit etmiştir. Ancak araştırmasında, öğretmenin çözüm sürecinde öğrencinin yöntem, model, strateji seçiminden ziyade çözüm yolunun niteliğine (doğru/yanlış) odaklandığını tespit etmiştir. Taylan (2017) ise benzer olarak, bir matematik öğretmeniyle yaptığı çalışmada, öğretmenin fark ettikleri durumlardan öğrencinin çözüm için belirlediği stratejileri içeren durumları “öğrenci stratejileri” kategorisinde toplamıştır.

İlişkilendirme: Bu bileşene yönelik öğretmen adaylarının genel olarak öğrencinin daha önce öğrenmiş olduğu kavramlar/fikirler ile etkinlik süresince karşılaştığı kavramlar/fikirler arasında kurduğu ilişkilere veya ilişki kurmada yaşadığı güçlüklerle ve günlük hayatında karşılaştığı kesir kavramları ile matematiği ilişkilendirmelerine veya ilişkilendirmede yaşadığı güçlüklerle odaklandıkları tespit edilmiştir. Özel olarak öğretmen adaylarından birinin öğrencinin parça-bütün ilişkisini kurmada güçlük yaşama durumlarına sıklıkla değindiği saptanmıştır. Saptanan bu farkındalığın öğretmen adayı ile yapılan ön görüşmede kesir kavramını tanımlarken parça-bütün kavramını ön plana almasından, öğrencinin kesirleri temsil eden sayıları karşılaştırması için öğrencinin daha önce edinmiş olması gereken kazanımın/önbilginin parça-bütün ilişkisi olduğunu ifade etmesinden ve dolayısıyla sahip olduğu alan bilgisinden kaynaklandığı söylenebilir. Dolayısıyla literatürde yapılan bir çok çalışmaya paralel olarak öğretmen adayının sahip olduğu alan bilgisinin öğretmen adayının öğrenci ile ilgili farkındalıklarını etkilediği söylenebilir (Ball, 1990; Chaar, 2015; Fernandez vd., 2013; Thomas, Jong, Fisher & Schack, 2017). Çünkü öğretmenler/öğretmen adayları bir problem çözme sürecinde öğrencilerin zihinsel eylemlerini alan bilgileri çerçevesinde geliştirdiği anlayışlarını kullanarak yorumlarlar (Crespo, 2000).

Genel olarak tüm öğretmen adaylarının öğrencinin ilişkilendirme yapabildiği durumlara kıyasla ilişki kurmada güçlük yaşadığı durumlara daha fazla odaklandığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının bazı durumlarda öğrenciye ait aynı eylem için öğrencinin ilişkilendirme yapabildiği veya yapmakta güçlük yaşadığı ile ilgili farklı görüşe sahip oldukları görülmüştür. Bu farklılığa, öğrencinin ilişkilendirme yapma durumlarını çoğunlukla dolaylı yoldan gözlemleyebildikleri ve gözlemlerine kendi varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunmaları yol açmış olabilir. Öğreticilerin farkındalıklarını araştıran araştırmalarda izlenen video kliplerde neler olup bittiğine dair genellikle farklı görüşler geliştirdikleri literatürde rastlanan bir sonuçtur (Colestock & Sherin, 2009). Öğretmen farkındalığını inceleyen araştırmacıların çalıştıkları öğreticilerin (öğretmen adayı-öğretmen) öğrencilerin ilişkilendirme yapmalarına yönelik farkındalıklarına nadir rastlanmıştır. Örneğin, yukarıda sözü geçen Türker Biber'in çalışmasında, öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri ile uğraşırken gerçek hayat ile matematiği ilişkilendirmede güçlük yaşamalarına ilişkin öğretmenin farkındalıklarını ifade ettiğini tespit edilmiştir. Burada bu farkındalığın ortaya çıkmasının sebebi, matematiksel modelleme etkinliklerinin matematiği gerçek yaşamla bağlayan güçlü bir ilişki kurmayı gerektirmesidir. Dolayısıyla öğrencilerin etkinlikler ile uğraşırken kavramlar, fikirler veya temsiller arası ilişki kurmalarına dair bir

farkındalığı içermemektedir. Taylan (2017), çalışmasında video-klipleri kullanarak öğretmenin öğrencinin iki kavram veya iki problem arasında ilişki kurmasına yönelik farkındalığa sahip olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada ise öğretmen adaylarının öğrencinin kavramlar, fikirler veya temsiller arası ilişki kurmalarına veya kurmada güçlük yaşamalarına yönelik farkındalıkları söz konusudur. Bu durumun öğretmen adaylarının izledikleri öğretim oturumlarının birbirini izleyen öğrenme hedeflerine ait olması ve dolayısıyla öğrencinin önceki öğretim oturumlarda edindikleri kavram ve fikirleri bir sonraki oturumda edindiği kavram ve fikirler ile ilişkilendirdiği veya ilişkilendirmede güçlük yaşadığı durumları gözlemleyebilmesi avantajından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Temsil Kullanma: Bu bileşene yönelik öğretmen adayları etkinlikler boyunca genel olarak öğrencinin kesir dilini kullanmada dolayısıyla matematiksel dili kullanmada güçlük yaşadığı durumlara ve öğrencinin somut model veya kendisinin oluşturduğu modelleri kullanmasının kesirleri öğrenmesi üzerindeki önemine odaklanmışlardır. Genel olarak tüm öğretmen adaylarının öğrencinin temsil kullanabildiği durumlara nazaran temsil kullanmada güçlük yaşadığı durumlara daha fazla odaklandığı söylenebilir. Öğreticilerin (öğretmen adayları-öğretmen) temsil kullanımına yönelik farkındalıkları literatürde yer alan diğer araştırmalarda da tespit edilmiştir. Örneğin, Taylan (2015), iki matematik öğretmeniyle yaptığı çalışmada, öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel dil kullanımına ilişkin farkındalıklarını belirttiklerini tespit etmiştir. Luna, Russ ve Colestock (2009) ise, bir fen bilgisi öğretmenin öğrencilerinin sınıf içi söylemlerine ve kullandıkları dile dikkat ettiğini ancak öğrencilerin zorluklar yaşamalarının nedenleri üzerine farkındalıklarını ifade etmediğini belirlemişlerdir. Bu çalışmada ise öğretmen adayları öğrencilerin temsil kullanmada yaşadığı güçlüklerin nedenleri üzerindeki farkındalıklarını daha sık ifade etmişlerdir. Örneğin öğretmen adayları, bu güçlüklerin ardında yatan nedenleri öğrencinin gelişimsel özelliklerine, soyut düşünme becerisinin gelişmemesine, temsil olarak kullandığı modellerin özelliklerine, gerçeğe yakın temsiller oluşturulmasının daha çok zihin karışıklığına neden olmasına, önceki öğretim ortamlarında görülen temsillerin sınırlılığına gibi birçok makul olası nedene dayandırmışlardır. Bu noktada, öğrencinin birebir bir öğrenme ortamında matematiksel düşünce ve fikirlerini ifade edebilecek gerçek hayat etkinlikleriyle uğraşması, öğretmen adaylarının öğrencinin matematik dilini kullanma, model oluşturma gibi temsil kullanma durumlarını ayrıntılı inceleyebileceği bir ortam sağlamış olabilir. Öyle ki, Özdemir ve Uzel (2013) gerçekçi matematik yaklaşımının benimsendiği etkinlikler ile öğrencilerin derse katılımlarının artmış olduğunu tespit etmişlerdir.

Soyutlama: Bu bileşen tüm etkinlikler boyunca, her bir öğretmen adayı tarafından, sadece bir veya iki kez fark edilse de öğrencilerin mevcut güçlükleri göz önüne alındığında soyutlama bileşeni bir fark etme bileşeni olarak alınmaya değer görülmüştür. Öğrencinin, her etkinlikte, durumların veya deneyimlerin, onları diğerlerinden ayıran belirli bir şekilde benzerlikleri olduğunu belirleyip, bu benzer durumlarda/deneyimlerde çözüm olarak kullanabilecek bir ürün, denklem, algoritma ürettiği durumlar olmamıştır. Dolayısıyla her etkinlikte soyutlama yapma durumunun olmamasının, öğretmen adaylarının öğrencinin soyutlama yapmasına yönelik farkındalıklarının da nadir olmasına sebep olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adayları etkinlikler boyunca, öğrencinin, birden fazla bütün farklı sayıda kişilere eşit bir şekilde paylaştırırken, her bir bütün için kişi sayısı kadar eş parça oluşturma soyutlamasını yaptığını, öğrencinin verilen çokluğa ait nesne sayısına göre istenilen birim kesrin temsil ettiği miktarı belirlemek için benzer durumlarda kullanılacak bir çözüm yolu (istenilen birim kesrin paydası kadar grup yapıp kalan nesneleri her bir gruba paylaştırma) keşfi ile soyutlama yaptığını ve öğrencinin eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini fiziki görünüm olarak eş parçaların miktarları değişmeden görünümünü değiştirdiğinde yine eş kaldıkları soyutlamasını yaptığını fark etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının öğrencinin matematiksel kavrayışlarına ilişkin bir takım farkındalıkları olduğu ve yapılan analizlerde bu kavrayışlara (bir kavrama ilişkin anlayış, kavram imajı, kavram yanılgısı vb.) yönelik kodlar elde edildiği görülmüştür (Şekil 9). Öğretmen adayları genel olarak öğrenciye ait ortak kavrayışları ve kavram yanılgılarını fark etmişler, öğrenci kavrayışları altında yatan ve kavram yanılgılarına yol açan öğrenci düşüncelerini açıklarken benzer söylemleri kullanmışlardır. Öğrencilerin kavrayışlarındaki eksikler veya yanılgıların birtakım güçlükler yaşamalarına sebep olduğu bilinmektedir (Delice & Sevimli, 2010). Öğretmen adayları öğrencilerin kavrayışlarındaki eksiklikleri fark edebilmişlerdir. Öğretmen adaylarının öğrencinin kavrayışları ile ilgili çoğunlukla öğrencinin sahip olabileceği kavram yanılgılarına odaklandıkları söylenebilir. Öğretmen adaylarının fark ettikleri öğrencinin sahip olabileceği kavram yanılgıları: bir nesneyi bir birim ile ölçerken birimi yinelediğinde birimin ölçülen nesneyi aşan parçası ne olursa olsun ölçüm sonucunu buçuk olarak aşırı genelleme, dairenin sadece çift sayılara bölünebileceği, fiziksel görünüşleri eş olmayan fakat niteliklerinin miktarları eş olan parçaların eş parça olamayacağı, çeyreğin birden fazla büyüklükte olduğu, bir çokluğu dörtte birlere ayırmanın dörtlü gruplar yapmak demek olduğu, sürekli bir bütünün dörtte birlerinin bir parçadan

oluşturduğunu göz önüne alarak bütünü temsil eden çokluklarda da bütünün dört parça dörtte birlerin ise bir parça olması gerektiği, aynı sayıda eş parçalara ayrılmış olarak verilen eş bütünlükler için, parçalar koleksiyonunu kesir dili ile ifade ederken bir bütünü oluşturan eş parçaların sayısından ziyade iki bütündeki toplam eş parça sayısını kesrin paydasındaki doğal sayı olarak göz önüne alma olarak saptanmıştır. Literatürde öğreticilerin (öğretmen-öğretmen adayları) öğrenci çözümlerinin doğruluğu ve yanlışlığı konusunda farkındalıklarının olduğuna ilişkin çalışmalar bulunmaktadır (Crespo, 2000; Kazemi & Franke, 2004; Nicol & Crespo, 2003; Wallach & Even, 2005; Yetkin-Özdemir & Kayhan, 2016). Bu çalışmada ise literatürden farklı olarak öğretmen adaylarının öğrenci çözümlerinin doğruluğuna veya yanlışlığına değil, öğrenci hatalarının, yanlışlarının veya eksikliklerinin altından yatan kavrayışa, anlayışa odaklandıkları tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının literatüre paralel olarak (Taylan, 2017; Türk, 2020) öğrencinin matematiksel anlamalarına ilişkin bir takım farkındalıkları olduğu ve yapılan analizlerde bu anlamalara yönelik kodlar elde edildiği görülmüştür (Şekil 9). Öğretmen adayları genel olarak öğrenci matematiksel anlamaları ile ilgili ortak bir görüşe sahip değillerdir. Öğretmen adaylarının, öğrencinin matematiksel anlamaları ile ilgili fark ettikleri neredeyse tüm durumlarda öğrencinin aynı eylemlerini göz önüne alarak matematiksel anlamının gerçekleştiğine veya gerçekleşmediğine yönelik farklı farkındalıkları olduğu tespit edilmiştir. Öğrencide matematiksel anlamının gerçekleşmesi için öğrencinin birden fazla ilişki kurması (ilişkilendirme yapması), farklı bağlamlarda prosedürleri benimsemesi (akıl yürütme), notasyonları ve sembolleri kullanması (temsili kullanması), kullanılan soyut kavramların kendisine uygun model olabilecek örneklerine sahip olması gibi birçok fiziksel/zihinsel eylemi gerçekleştirmiş olması ve öğretmen adaylarının da öğrenci matematiksel düşüncelerini fark etmelerine yönelik bulgular göz önüne alındığında öğrencilerin söz konusu bu eylemlerine yönelik farklı farkındalıklara sahip olmaları öğrencilerin matematiksel anlamaları ile ilgili ortak bir farkındalığa sahip olmamalarına neden olmuş olabilir.

Öğretmen adaylarının farkındalıkları kabaca göz önüne alındığında öğretmen adaylarının odaklarının öğrencinin matematiksel düşüncelerinde, kavrayışlarında ve anlamalarında olduğu açıkça görülmektedir. Öğretmen adaylarının hepsi video-durumlarda öğrenciye ait aynı eylemi izlerken öğrenci düşüncelerine odaklansalar da o eylemin altındaki öğrenci düşüncelerini farklı yorumladıkları durumlar ya da öğrenciye ait aynı düşünmenin farklı bileşenlerine odaklandıkları durumlar da olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, iki öğretmen

adayı, öğrenciye ait aynı eylem için, öğrencinin çözüm için bir strateji seçerek, adım adım ileri sürdüğü fikri oluşturan öğeleri açıklayarak akıl yürüttüğü ile ilgili farkındalıklarını ifade ederken, diğer öğretmen adayı ise öğrencinin rehber algoritmaya dayalı akıl yürüttüğü ile ilgili farkındalığını ifade etmiştir. Diğer bir örnekte ise, öğrencinin bir bütünü belirli sayıda kişiye eşit paylaşmak için nesnenin bütününi kişi sayısından fazla eş parçaya ayırması durumu ile ilgili öğretmen adaylarından biri parçaları paylaştıktan sonra kalan parça ile ilgili fikir öne sürmesine, diğeri eşit paylaşmak için seçtiği stratejiye bir diğeri ise deneme yanılma yoluyla cevaba ulaşmaya çalışmasına odaklanmıştır. Burada öğretmen adayları öğrencinin aynı eylemi gerçekleştirirken akıl yürütmenin farklı bileşenlerine (fikir ileri sürme, strateji seçimi, deneme-yanılma yöntemi seçimi) odaklanmışlardır. Dahası öğretmen adaylarının bazı durumlarda öğrenciye ait aynı eylem için öğrencinin beklenen zihinsel eylemi gerçekleştirip gerçekleştiremediği ile ilgili farklı görüşlere sahip oldukları tespit edilmiştir. Örneğin, bir öğretmen adayı aynı öğrenci eylemini öğrencinin söz konusu kavramları kullanırken önceki öğrenmeleri ile ilişki kurabildiği değerlendirmesinde bulunurken bir diğeri ise, önceki öğrenmeleri ile ilişki kuramadığı değerlendirmesinde bulunmuştur. Öğreticilerin (öğretmen-öğretmen adayı) farkındalıklarını araştıran araştırmalarda izlenen video kliplerde neler olup bittiğine dair genellikle farklı görüşler geliştirdikleri literatürde de rastlanan bir sonuçtur (Colestock & Sherin, 2009). Yapılan araştırmalar bu görüş farklılıklarının nedenini iki olası sebebe dayandırmışlardır (Colestock & Sherin, 2009). Birinci olası sebep, klipte sunulan bilgilerin, bir bakış açısını diğerrinin aksine destekleyecek çok güçlü bir kanıt temsil etmemesidir. Bu noktada, durumun belirsizliği, birden çok yorumu kabul edilebilir kılar. Böyle bir durumda, öğretici kendi merceğinden durumun çoklu yorumları arasından seçim yapabilir. Bu görüş farklılıklarına yönelik literatürde bahsedilen ikinci olası sebep ise, öğreticilerin kendilerine ait eğitim-öğretim ile ilgili belirli kavramları, zihinsel modelleri veya felsefi yapıları olması ve gördüklerini anlamlandırmak için belirli türden bilgiler aramalarıdır. Gerçekten, bu çalışmada da, bu iki olası sebebe paralel olarak, öğretmen adaylarının görüş farklılıklarının, öğrenciye ait akıl yürütme, ilişkilendirme gibi bazı düşünme eylemlerinin çoğunlukla tek bir görüşü destekleyecek kesin bir kanıt sağlamadığından, dolaylı yoldan gözlemlenebilmelerinden ve öğretmen adaylarının gözlemlerine kendi eğitim-öğretime dair yapısına yönelik varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının etkinlikler boyunca farkındalıklarındaki gelişimi sadece öğrenci ile gerçekleştirilen öğretim oturumlarından oluşan izledikleri video-durumlar ve varsayımsal

öğrenme yol haritalarını öğrencinin matematiksel düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını fark etmek için kullandıkları süreç doğrultusunda şekillenmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının, genel olarak tüm görüşmeler boyunca sadece öğrenci düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklanmalarında, literatüre paralel olarak, bir öğrenme ortamına ait video-durumların izlenmesinin (Baş, 2013; Colestock & Sherin, 2009; Jacobs vd., 2010; Taylan, 2015; Ulusoy & Çakıroğlu, 2018; Walkoe, 2014) ve varsayımsal öğrenme yol haritasının kılavuz olarak kullanılmasının (Edgington, 2014; Edgington vd., 2016; Fernandez vd., 2013; Ivars, Fernández, Llinares & Choy, 2018; Wickstrom, 2014; Wilson vd., 2013; Wilson, Sztajn, Edgington, Webb & Myers, 2017) katkı sağladığı düşünülmektedir. Gerçekten, öğretmen adayları öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere ait öğretim oturumlarından oluşan video-durumları izlerken başka türlü kendilerine açıkça ifade edemeyecekleri öğretime dair anlayışlarını (öğretim teorilerini, modellerini vb.) ve öğretim uygulamalarını ifade edebilmişlerdir. Bununla birlikte, varsayımsal öğrenme yol haritasına ait unsurların (öğrenme hedefleri, etkinlikler ve öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar) etkisi, hem öğretmen adaylarının öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarına ilişkin fark ettikleri durumlarda hem de fark ettikleri durumlara yönelik verdikleri öğretime dair tepkilerinde açıkça görülmüştür. Örneğin, öğretmen adayları, varsayımsal öğrenme yol haritasında yer alan öğrenme hedeflerini göz önüne alarak öğrencinin hedefe yönelik eylemde bulunup bulunmadığını fark etmiş, öğrenme hedefindeki beklendik eylemleri gerçekleştirebilmesini sağlamak için öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Benzer şekilde, varsayımsal öğrenme yol haritasında yer alan öğrenme ilerleyişine yönelik varsayımları göz önüne alarak, öğrenci düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik öğrenci söylemleri ve eylemlerine dayanan gerekçeler sunarak değerlendirmeler yapmışlar, öğrencinin olası eylemini önceden ön görerek öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Diğer bir yandan ise, varsayımsal öğrenme yol haritasının diğer bir unsuru olarak görüşmeler boyunca sunulan etkinlikleri göz önüne alarak öğretmen adaylarının etkinliklerin öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerindeki etkilerini fark ederek, bu farkındalıklarına istinaden öğretime dair tepkilerde bulunmuşlardır. Ayrıca varsayımsal öğrenme yol haritası, öğretmen adaylarına öğrenci düşüncelerini açıklamak için belirli bir dil sağlayan yapılandırılmış bir çerçeve işlevi görmüştür. Bu durum, öğretmen farkındalıklarını inceleyen çalışmalarda kullanılan kılavuz veya çerçevelerin onlara öğrenci düşüncelerini ifade edebilecekleri ve yorumlayacakları bir dil sağlamış olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir (Walkoe, 2015; Wilson vd., 2011). Çalışmada ayrıca kavramsal

çerçevede belirtildiği üzere karşılıklı etkileşimin bir sonucu olarak öğretmen adaylarının matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin kesirler kavramına yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına ilişkin durumları fark edip derinlemesine anlayış geliştirdikçe, öğrencilerin kesir kavramını öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar üretirek varsayımsal öğrenme yol haritasına katkı sağlayacakları düşünülmektedir. Gerçekten, öğretmen adaylarının farkındalıklarını ifade ettikçe literatüre paralel olarak öğrencilerin nasıl düşündüğüne ve öğrenci düşüncesinin nasıl geliştiğine dair bir anlayış geliştirdikleri (Bozkuş, 2020; Fennema vd., 1996; Wilson vd., 2013), varsayımsal öğrenme yol haritasında yer almayan fakat fark ettikleri durumlar için öğrencilerin kesir kavramını öğrenme ilerleyişine ilişkin varsayımlar ürettikleri tespit edilmiştir. Örneğin, öğretmen adayları, öğrencinin kesir kavramına yönelik öğrenme ilerleyişlerine ilişkin kullanılan materyallerin öğrencilerin kesirleri öğrenmesinde olabilecek olumlu/olumsuz etkilerine dair veya öğrencinin belirli şartlar altında öğrenme ilerleyişlerinde yapabileceği veya yapmada güçlük yaşayacağı fiziksel/zihinsel eylemlere dair birçok varsayımda bulundukları gözlemlenmiştir. Dolayısıyla varsayımsal öğrenme yol haritasının ve farkındalığın aynı döngünün içerisinde birbiri ile etkileşimde olan iki bileşen olduğu söylenebilir (Bkz. Şekil 2).

Öğrencinin matematik öğrenme güçlüğüne sahip olması çalışmada öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerinin altında yatan nedenleri öğrencinin söz konusu bu güçlüğüne ilişkilendirecekleri düşünülmüştü. Fakat çalışmada beklenenin aksine, öğretmen adaylarının, ilk görüşmede fark ettikleri öğrenciye ait bazı matematiksel düşünme güçlüklerini öğrencinin sahip olduğu öğrenme güçlüğüne dayandırsalar da ilerleyen görüşmelerde öğrencinin bu özel durumuna neredeyse hiç değinmeyip, sadece öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine odaklandıkları ve farkındalıklarının altında yatan öğrenci düşüncelerine gerekçeler sundukları tespit edilmiştir. Bu durum üzerinde iki olası durumun etkisinin olduğu düşünülmektedir. Birinci olarak, varsayımsal öğrenme yol haritasının kılavuzluğunun etkisi ile öğretmen adaylarının matematiği öğrenme, öğretme, öğrenci düşüncesine yönelik algılarının değişmesinin farkındalıklarına yansıdığı düşünülmektedir. İkinci olarak ise, öğretmen adaylarının daha önce öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile hiç karşılaşmaması dolayısıyla öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile karşılaşan öğretmenlerin sahip olduğu önyargıya sahip olmamalarının farkındalıklarını daha nesnel yorumlamalarını sağladığı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının odaklandıkları noktalar üzerinden yaptıkları yorumları ifade etme biçimleri, öğretmen adaylarının öğrencide gözlemlediklerini nasıl fark ettiklerine dair veriler sunmaktadır. Araştırmada, öğretmen adaylarının görüşmeler sırasında fark ettiklerini nasıl fark ettiklerine ilişkin veriler tespit edilmiş ve analizler literatür ile desteklenerek yorumlanmıştır. Yapılan analizlerde, öğretmen adaylarının fark etme biçimleri (a) tanımlama, (b) açıklama, (c) değerlendirme, (d) gerekçelendirme, (e) karşılaştırma, (f) genelleme şeklinde beş başlık altında incelenmiştir. Öğretmen adaylarının farkındalıklarını fark etme biçimlerinin genel eğilimleri diğerlerine göre açık arayla değerlendirme kategorisinde yığılma göstermiştir (Bkz. Tablo.11). Bu literatür ile paralellik gösteren bir sonuçtur (Baş, 2013; Chamberlin, 2005; Goldsmith & Seago, 2011; Kazemi & Franke, 2004; Türker Biber, 2017). Öğrenci düşüncelerinin, kavrayışlarının ve anlamalarının doğrudan öğrenci ifadeleri veya eylemleri ile gözlemlenmesi bazı durumlarda güç olduğundan, öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik gözlemlerine varsayımlarını da ekleyip çıkarımlarda bulunarak fark ettikleri durumları ifade ettikleri düşünülmektedir. Bununla birlikte Chaar (2015) araştırmasında ifade ettiği gibi, öğretmenlik deneyimi olmayan öğretmen adaylarının öğrenciye yönelik fark ettiği durumlarda kesin ifadelerden kaçındıkları, daha çok tahmin ve varsayıma dayalı yorumlamalar yaptıkları da söylenebilir. Windschitl (2004) öğretmen adaylarının değerlendirmelerini desteklemede güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. Bu çalışmada ise öğretmen adaylarının değerlendirmelerine gerekçe sunma yüzdelerinin %60-65 aralığında olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adayları fark ettikleri durumlara ilişkin gerekçelerini öğrencinin sözlü ifadelerini ve eylemlerini kanıt göstererek veya kendi varsayımlarına dayandırdığı tahminler yoluyla sunmuşlardır. Öğretmen adaylarının değerlendirme yaparak ifade ettikleri farkındalıklarında, değerlendirmelerine bir kanıt veya gerekçe gösterme durumlarının fark ettikleri durumlara göre farklılık gösterdiği, en çok öğrencinin matematiksel anlamalarına yönelik yaptıkları değerlendirmelere kanıt veya gerekçe gösterdikleri saptanmıştır. Bunun nedeni öğrenciye ait matematiksel anlama farkındalıklarını ifade etmek için öğrencinin kurduğu ilişkileri, notasyon ve algoritma kullanma becerilerini de gerekçe gösterme gerekliliği hissetmeleri olabilir. Öğretmen adaylarının nadir de olsa bazı farkındalıklarını karşılaştırma veya genelleme yaparak da ifade ettikleri saptanmıştır. Örneğin, öğretmen adayları fark ettikleri öğrenciye ait bir eylemi daha önceki öğretim oturumlarında öğrenciye ait başka bir eylem ile karşılaştırdıkları durumlar veya öğrenci düşünmesini diğer tüm öğrencilere genellediği durumlar olmuştur. Litatürde deneyimsiz öğretmenlerin ve öğretmen

adaylarının farkındalıklarını ifade ederken öğrenci ifadelerini ve eylemlerini doğrudan kullandıkları belirtilmektedir (Baş, 2013; Güner, 2017; Sherin & Han, 2004; Sherin & van Es, 2009; van Es, 2011; van Es & Sherin, 2008). Burada mesleki deneyime sahip olmayan veya az düzeyde sahip olan öğretmen adaylarının öğrenci ifadelerini ve eylemlerini doğrudan kullanma eğilimlerinin olduğu sonucu çıkartılabilir. Bu çalışmada ise, literatürün aksine, öğretmen adayları fark ettiklerini nadiren doğrudan öğrenci ifadelerine ve eylemlerine dayandırmışlardır. Bu noktada, çalışmanın sonuçları Blythe, Allen ve Powell (1999) ve Rodgers'ın (2002) genel olarak kabul gören kanının aksine ileri sürdükleri spesifik, ayrıntılı, dikkatli betimleme (öğrenci ifadelerini tanımlama ve eylemlerini açıklama) yapmanın yorum ve/veya değerlendirme yapmaktan çok daha zor olduğu iddiasıyla paralellik göstermektedir. Gerçekten, bu çalışmada öğretmen adayları arasından fark ettiklerini öğrenci ifadelerini ve eylemlerini kullanarak en çok ifade eden öğretmen adayının değerlendirmelere oran olarak en çok gerekçe sunan öğretmen adayı olduğu tespit edilmiştir. Benzer olarak fark ettiklerini öğrenci ifadelerini ve eylemlerini en az kullanarak ifade eden öğretmen adayının değerlendirmelere oran olarak en az gerekçe sunan öğretmen adayı olduğu tespit edilmiştir. Bu iki durum fark ettiklerini öğrenci ifadelerini ve eylemlerini kullanarak ifade eden öğretmen adaylarının yaptığı değerlendirmelere daha fazla kanıt veya gerekçe gösterme eğiliminde olduğunu göstermektedir.

Öğretmen adayları genel olarak öğrencinin güçlük yaşadığı benzer durumlara odaklansalar da öğrencinin yaşadığı söz konusu güçlüğü çoğunlukla farklı sebeplere dayandırmışlardır. Bunun nedeni olarak öğretmen adaylarının bu benzer durumu fark etme biçimlerinde genel olarak varsayım, tahmin benzeri ifadeler kullandıklarından aynı durumu farklı şekilde yorumlamaları olarak ileri sürülebilir. Genel olarak, öğretmen adayları yaptıkları değerlendirmelere gerekçe sunmaya gerek görmemektedirler. Dolayısıyla öğretmen adaylarının kanıta dayalı olmayan değerlendirmeleri öğretmen adayları arasındaki yorumlama farklılıklarını artırmaktadır. Bu durumun da öğretmen adaylarının fark ettiği durumlara yönelik öğretime dair farklı tepkilerde bulunmalarına neden olduğu düşünülmektedir. Özellikle, öğrenci düşünceleri hakkında kanıt göstermeden kesin değerlendirmelerde bulunan öğretmen adaylarının, öğrenciye yönelik değerlendirmelerini test etmek için ek bilgiye ihtiyaç duymadan çoğunlukla öğrencinin eksiklerini veya yaşadığı güçlüğü gidermek adına 'doğru olanı söyleme veya göstermeyi' içeren tepkiler verdikleri tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının genel olarak, verdikleri öğretime dair tepkilere yol açan nedenin öğrenci düşünmesi olduğu tespit edilmiştir. Bu durum literatür ile farklılık göstermektedir. Çünkü Haltiwanger ve Simpson (2014), yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının öğretime dair tepkilerinin sadece %20'sinin öğrenci düşüncelerine yönelik olduğunu saptamışlardır. Bu çalışmada, öğretmen adaylarının farkındalıklarının odağının öğrenci düşünceleri olmasının, öğrenciye verdikleri öğretime dair tepkilerin de aynı şekilde öğrenci düşüncelerine yönelik olmasına sebep olduğu söylenebilir. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının öğretime dair tepkilerde bulundukları durumlar çoğunlukla öğrencinin güçlük yaşadığı durumlar olmuştur. Dolayısıyla öğretmen adaylarının verdikleri öğretime dair tepkilerin, genel olarak öğrencinin ilişkilendirmede, temsil kullanmada güçlük yaşadığı ve yanlış/eksik bir kavrayışa sahip olduğu durumlarda açığa çıktığı saptanmıştır. Öğretmen adayları, fark ettikleri durumlardan öğrencinin güçlük yaşadığı durumlara yönelik olmayan, öğretmen adaylarının öğrencinin sahip olduğunu düşündükleri ama emin olamadıkları düşünme ve kavrayışlara yönelik ek bilgiye ulaşmayı amaçladığı nadir sayıda tepkilerde de bulunmuşlardır. Öğretmen adaylarının, öğrencinin öğrenme hedefine ulaşmasına rağmen neredeyse her etkinliğin sonunda öğrenci düşünmesini pekiştirmeye yönelik etkinlikler yapılmasına ilişkin öğretime dair tepkilerde bulundukları tespit edilmiştir. Bu durumun öğretmen adaylarının öğrenme-öğretmeye dair bakış açısından (felsefi yaklaşım, inanç, değerler vb.) kaynaklandığı düşünülmektedir. Gerçekten, öğretmen adayları ile yapılan ilk görüşmelerde öğretmen adayları öğrenmeyi, pekiştirmek, sürekli soru çözmek, alıştırmak yapmak, sık ödev yapmak eylemleri ile ilişkilendirmişlerdir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik verdikleri öğretime dair tepkilerin öğrenme-öğretmeye dair bakış açısından etkilendiği elde edilen bulgular doğrultusunda söylenebilir. Araştırmalar deneyimli öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri “fark etme” ve “yanıtlama” konusunda deneyimsiz öğretmenlere göre daha başarılı olduklarını tespit etmişlerdir (Berliner, 1994; Erbay; 2018; Sherin, 2007). Literatürün aksine bu çalışmada “fark etme” ve “yanıtlama” konuları üzerinde ayrı sonuçlar elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının görüşmeler boyunca sadece öğrencinin matematiksel düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarına odaklanmaları göz önüne alınırsa, öğretmen adaylarının öğretmenlik deneyimine sahip olmama durumlarının fark etme becerileri üzerinde olumsuz etkisinin olmadığı söylenebilir. Lee ve Choi (2017) çalışmalarında, öğretmen adaylarına odak noktalarını tanıtarak öğretmenlik deneyimleri olmamasına rağmen, fark etme becerilerinin gelişimine katkıda bulunulabileceğini tespit etmişlerdir. Burada ‘odak nokta’dan kasıt

öğrencilerin cevaplarındaki matematiksel unsurlardır. Gerçekten, bu çalışmada da öğretmen adaylarının onlara temin edilen varsayımsal öğrenme yol haritası sayesinde dikkatlerini öğrencinin matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına odaklamaları, öğretmen adayları için odak noktaları tanıtan bir kılavuzun gerekliliğinin önemini bir kez daha göstermektedir. Diğer taraftan “yanıtlama” konusunda öğretmen adaylarının genel olarak aynı öğrenme hedefine yönelik öğretime dair yüzeysel tepkiler (benzer problemi farklı bir zamanda tekrar sorma vb.) verdikleri saptanmıştır. Bununla birlikte, örneğin, öğretim oturumlarına ait video-durumlarda kullanılan bir materyale veya temsile dikkat çekerek daha etkili olabilecek başka bir anlatım şekli veya model nadiren önermişlerdir. Özellikle öğrencinin kavram yanlışlarına yönelik öğretime dair tepkiler vererek söz konusu yanlışları öğrenme fırsatına çevirmede öğretmen adaylarının zayıf kaldığı söylenebilir. Benzer olarak literatürde yer alan çalışmalarda da (Berg & Brouwer, 1991; Türk, 2020; Tümlüklü & Yeşildere, 2007) öğretmen ve öğretmen adaylarının fark ettikleri öğrencilere ait yanlış kavrayışlara ve kavram yanlışlarına yönelik çözüm önerileri getirmede güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Gerçekten, bu çalışmada da öğretmen adayları öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına ait fark ettiği durumların sadece üçte birine yönelik öğretime dair tepkide bulunmuşlardır. Tanımlanan bu güçlüğü üç öğretmen adayının da yaşadığı gözlene de, iki öğretmen adayının öğrencilerde fark ettikleri kavram yanlışlarına yönelik öğrencinin ne düşündüğünü anlama, öğrencinin yanlışlarını fark etmesini sağlama, öğrencide bilişsel çatışma yaratma gibi öğretime dair tepkiler verdikleri durumlar da olmuştur. Bir öğretmen adayının ise öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına yönelik verdiği tüm tepkilerin öğrenciye bir şey söyleme veya göstermeyi içerdiği tespit edilmiştir. Bu noktada, bu öğretmen adayının öğrencinin sahip olduğu kavram yanlışlarına neden olan öğrenciye ait eylemleri öğrenciye doğrudan söylemesi, genel olarak öğrencide bilişsel çatışkı oluşturarak kavram yanlışını gidermeyi düşünmediğini göstermektedir. Bu durum Didiş vd. (2016) çalışmalarında öğretmen adaylarından bazılarının öğrencilerin kavram yanlışlarını gidermede genel eğilimlerinin ‘doğruyu gösterme veya yanlış söyleme’ olduğunu ortaya koyduğu çalışma ile tutarlıdır. Bu durumun öğretmen adaylarının öğrenciye ait kavram yanlışlarını gidermede sahip olduğu bilgi ve deneyim eksikliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Bu sebeple öğretmen adayının kendisi için kolay bir yöntem olan öğrencinin hatasını düzeltme veya öğrencinin hatasını gösterme yaklaşımı içinde olduğu düşünülmektedir (Didiş vd., 2016). Bu anlamda çalışmaya katılan öğretmen adaylarının mesleki deneyime sahip olmamalarının öğrenci eksikliklerine ve ihtiyaçlarına yönelik

öğretime dair kararlar almada güçlük yaşamalarına neden olan etmenlerden biri olduğu düşünülmektedir. Bu durumda mesleki deneyime sahip olmanın öğrenci eksikliklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair kararlar alma gelişimine olumlu katkısı olabileceği söylenebilir. Ancak bununla birlikte Dreher ve Kuntze (2015) tarafından ifade edildiği üzere öğretmenlik deneyiminin her zaman öğretmen uygulamaları ile uyumlu olmadığı, öğretmenlik deneyimi ile fark etme becerisi arasındaki ilişkinin karmaşık olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla öğretmenlik deneyimi ile fark etme becerisinin ilişkili olduğu söylenemeyebilir fakat öğretmenlik deneyimi ile fark ettiklerine “tepki verme” veya “yanıtlama” becerisinin ilişkili olduğu söylenebilir. Chaar (2015) çalışmasında, öğretmen adaylarının deneyimli öğretmenlere göre öğrenci düşüncelerine verdikleri tepkilerde ek bilgi ihtiyacı hissetme sıklığının daha fazla olduğunu tespit etmiştir. Bunun nedeni olarak, deneyime sahip öğretmenlerin daha fazla pedagojik alan bilgisi sağladığını dolayısıyla öğrencilerinin ne düşündüğünü tahmin etme olasılıklarının daha fazla olduğunu ileri sürmüştür. Bu çalışmada ise öğretmen adayları mesleki deneyime sahip olmasalar da verdikleri öğretime dair tepkilerin öğrenci düşünmesine ilişkin ek bilgi elde etme amaçlı olmasından ziyade çoğunlukla öğrencinin kendi eksik/hatalı düşünmesini fark etme ve iyileştirme amaçlı olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla mesleki deneyimin öğreticilerin öğrenci düşüncelerine tepki/yanıt verme konusunda olumlu etkilerinin olduğunu kabul etmekle birlikte, öğretime dair tepki amaçlarının veya türlerinin üzerinde etkisi olan tek etmen olmadığı, diğer etmenlerin de (felsefi yaklaşım, inanç, değerler vb.) söz konusu olduğu düşünülmektedir. Çünkü deneyimli öğretmenlerin de sınıf ortamında öğrencilerin düşüncelerini iyileştirecek yönlendirmeler yapmakta zorlandıklarını gösteren çalışmalar mevcuttur (Steinberg, Empson & Carpenter, 2004; Türnüklü & Yeşildere, 2007). Bu çalışmanın amacı kapsamında olmadığı için bu faktörler çalışmada detaylı olarak ele alınmamıştır. Fakat öğrencilerin pedagojik ihtiyaçlarına ve gelişimlerine doğru cevaplar verebilmek için, öğretmen adaylarının müdahale yöntemlerine yönelik ortaya çıkan farklılıklara sebep olabilecek faktörlerin (felsefi yaklaşım, inanç, değerler vb.) yapılacak yeni çalışmalarda detaylı olarak araştırılması önerilebilir.

Sonuç olarak yapılan bu çalışma ile matematik öğretmeni adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin kesirlere yönelik matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına yönelik farkındalıklarına dair bir resim sunmaya çalışılmıştır. Bu resmin hem teorik hem de pratik sonuçları vardır. Bu çalışma, kesir kavramları ile ilgili öğrenci düşüncelerini, kavrayışlarını ve anlamalarını fark etmek için bir çerçeve sunmaktadır. Ek

olarak, bu çalışma, varsayımsal öğrenme yol haritaları kullanılarak öğrenme güçlüğüne sahip bir öğrencinin öğretim oturumlarına ait video-durumlar bağlamında öğretmen adaylarının farkındalıklarını incelemeye çalışırken, bu farkındalıkların varsayımsal öğrenme yol haritasının gelişimine nasıl yansıdığı takip edilmiştir. Dolayısıyla çalışmadan elde edilen bulguların, bu yönüyle alana bir bakış açısı sunduğu ve katkıda bulunduğu düşünülmektedir. Bu çalışma genelleştirilebilir bulgular sunmasa da, varsayımsal öğrenme yol haritalarının aslında öğretmenlerin uygulamalarını ve öğrencilerle erken dönem deneyimlerini iyileştirebileceğine dair kanıtlar sunmaktadır (Wilson vd., 2013). Fark etme becerisinin gelişiminin, zor ve zaman gerektiren bir süreç olduğu (Little, 1993; van Es & Sherin, 2008) göz önüne alındığında, varsayımsal öğrenme yol haritalarının kullanıldığı bir mesleki gelişim programının uygulanacağı daha uzun vadede yapılacak bir çalışmanın öğretmen adaylarının fark etme becerisinin gelişimine ilişkin sonuçlar verebileceği düşünülmektedir. Dahası literatürde de bahsedildiği üzere öğretmen adaylarını, sınıf ortamında öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin bir öğretim videosunun tanımlayıcı, kanıta dayalı analizine yönlendirmenin, onların birden çok bakış açısı üretmelerini desteklediği düşünülmektedir (Baecher & Connor, 2010). Öğretmenler, öğrencilerin belirli bir konudaki zorluklarını tahmin ettiklerinde, olası bir öğrenci yanılışına hitap edecek şekilde öğretimi planlayabilirler (Graeber, 1999). Öğretmen adaylarının da çalışmada edindikleri farkındalık deneyimi ile öğretmenlik mesleğini icra etmeye başladıklarında sınıflarındaki matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencinin olası düşüncelerini ve yaşayabileceği olası güçlükleri göz önüne alarak öğretimi şekillendirebilecekleri ve bu öğrencilerin cevaplarındaki matematiksel düşüncelere, kavrayışlara ve anlamalara odaklanarak öğretime dair uygun tepkilerde bulunabilecekleri düşünülmektedir.

Öğretmen adayları uygulama sonrası yapılan görüşmelerde öğrencinin çalışmalarını ve düşüncelerini analiz ederken yaşadıkları en büyük zorlukları farkındalıklarını açıklarken dil kullanmada güçlük yaşama ile bazı noktalarda matematiksel düşünme becerilerinin zayıf kalması olarak nitelendirmişlerdir. Sherin ve van Es (2005) tarafından ifade edildiği gibi öğretmen yetiştirme programlarında, farkındalık becerilerine yer verilmesinde ve öğretmen adaylarının bu becerileri geliştirebilecek uygulamalar yapmalarına fırsat verilmesinde yarar olduğunu ifade edebiliriz. Bu bağlamda öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel iletişim, matematiksel akıl yürütme, matematiksel ilişkilendirme gibi öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerini geliştirebilecek derslerle birlikte öğrencilerin nasıl

öğrendiği ve matematiksel anlamalarının nasıl geliştiğine dair derslerin olması bir öneri olarak sunulabilir.

Bu çalışmada katılımcı olarak yer alan öğretmen adayları matematik öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin etkinlikler boyunca problemlerle uğraşırken düşünceleri, kavrayışları ve anlamalarına yönelik bir farkındalığa sahip olma fırsatını bulsalar da, bu fırsata sahip olmayan diğer tüm öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun herhangi bir öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciyle karşılaşmadan öğretmenlik mesleğine başlayacakları açıktır. Daha önce hiç öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerle karşılaşmamış olan öğretmen adaylarından bu öğrencileri kalabalık sınıf ortamında fark etmeleri ve öğrencilerin belli etmedikleri düşünceleri ve kavrayışlarına yönelik onlara uygun tepkiler vermelerini beklemek doğal olarak mümkün görünmemektedir. Bu bağlamda sınıf öğretmenleri başta olmak üzere tüm branş öğretmenlerinin üniversite öğrenimleri boyunca bu öğrencilerle bir araya gelmelerini sağlayarak bu öğrencilerin nasıl düşündükleri, nasıl anlayış ve kavrayış geliştirdikleri ve nasıl öğrendikleri üzerine farkındalık geliştirmeleri gerekmektedir. Bu noktada bu çalışma ile benzer uygulamalar öğretmenlik uygulaması gibi öğretmen adaylarının mesleki gelişimlerine yönelik derslere entegre edilerek bu kapsamda öğretmen adaylarının öğrenme güçlüğüne sahip öğrenciler ile bir araya getirilip öğretmen eşliğinde tutorluk yapmaları sağlanabilir.

Çalışmada mesleki deneyime sahip olmanın öğrenci eksikliklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair kararlar alma gelişimine olumlu katkısı olabileceği tartışılmıştır. Bu bağlamda farkındalığın üçüncü bileşeni olan “öğrenci matematiksel düşüncelerine, kavrayışlarına ve anlamalarına dayalı, eksiklerine ve ihtiyaçlarına yönelik öğretime dair kararlar alma” bileşenini inceleyen çalışmaların yeterli düzeyde olmadığı göz önüne alınırsa, özellikle öğretmenlik deneyimine sahip katılımcıların öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik öğretime ait hangi kararları aldıklarını inceleyen çalışmalara ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

Ülkemizde farkındalığa ilişkin araştırma oldukça az sayıda olmakla birlikte, öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilere yönelik farkındalığa yönelik çalışma ulaşılabilir literatürde yoktur. Bu çalışmada kesir kavramı bağlamında öğretmen adaylarının öğrenci matematiksel düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine farkındalıkları incelenmiştir. Bu nedenle bu öğrencilere yönelik diğer temel matematiksel kavramlara ilişkin öğreticilerin (öğretmen/öğretmen adayı) öğrenci düşünceleri, kavrayışları ve anlamaları üzerine

farkındalıklarının incelenmesinin öğretmen eğitimcileri ve öğretmen yetiştirme programı hazırlayan eğitimcilere ışık tutacağı düşünülmektedir.



KAYNAKLAR

- Adelia, V., Indra Putri, R. I., Zulkardi, Z., & Mulyono, B. (2022). Learning trajectory for equivalent fraction learning: An insight. *Journal of Honai Math*, 5(1), 47-60.
- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 239–261.
- Allsopp, D. H., Kyger, M. M., & Lovin, L. H. (2007). *Teaching meaningfully: Solutions for reaching struggling learners*. Baltimore: Brookes.
- American Psychiatric Association (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders: DSM-5*. Washington, D.C: American Psychiatric Association.
- Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 102(1), 115–134.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi.
- Aydın-Çakır, A., & Türkeş-Kılıç, S. (2021). Bilimsel çalışmalarda karma yöntem nasıl kullanılır? *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 42(1), 1-15.
- Baeher L., & Connor D. (2010). “What do you see?” Using video analysis of classroom practice in a preparation program for teachers of students with learning disabilities. *Insights on Learning Disabilities*, 7(2), 5–18.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *Elementary School Journal*, 90, 449-466.

- Ball, D. L. (1993). Halves, pieces, and twoths: Constructing and using representational contexts in teaching fractions. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 157–195). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ball, D. L. (1997). From the general to the particular: Knowing our students as learners of mathematics. *Mathematics Teacher*, 90(9), 732–737.
- Ball, D., & Cohen, D. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Eds.), *Teaching as the learning profession* (pp. 3–32). San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Barbieri, C. A., Rodrigues, J., Dyson, N., & Jordan, N. C. (2020). Improving fraction understanding in sixth graders with mathematics difficulties: Effects of a number line approach combined with cognitive learning strategies. *Journal of Educational Psychology*, 112(3), 628–648.
- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding? *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 2*, 41–48.
- Barnett-Clarke, C., William, F., Rick, M., Sharon, R., & Rose, M. Z. (2010). *Developing essential understanding of rational numbers: Grades 3–5*. New York: Reston.
- Barnhart, T., & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83–93.
- Baroody, A. J. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number combinations and how to help them? *Teaching Children Mathematics*, 13(1), 22–31.
- Baroody, A. J., Cibulskis, M., Lai, M., & Li, X. (2004). Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 227–260.
- Barrett, J. E., Sarama, J., Clements, D. H., Cullen, C., McCool, J., Witkowski-Rumsey, C., & Klanderma, D. (2012). Evaluating and improving a learning trajectory for linear

- measurement in elementary grades 2 and 3: A longitudinal study. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(1), 28-54.
- Barth-Cohen, L. A., Little, A. J., & Abrahamson, D. (2018). Building reflective practices in a pre-service math and science teacher education course that focuses on qualitative video analysis. *Journal of Science Teacher Education*, 29(2), 83–101.
- Baş, S. (2013). *Bir mesleki gelişim programı çerçevesinde öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini fark etme becerilerinin incelenmesi*. Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Baş-Ader, S., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacaci, C., & Çakıroğlu, E. (2021). Secondary mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking through modeling-based teacher investigations. *Mathematics Education Research Journal*. Retrieved from <https://link.springer.com/article/10.1007/s13394-021-00389-4>
- Battista, M. T. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185-204.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi (1.-5. sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio and proportion. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296-333). NY: Macmillan.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational-number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-126). New York, NY: Academic.
- Behr, M., Wachsmuth, I., Post T., & Lesh R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Berch, D. B. & Mazzocco, M. M. (2007). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*. Baltimore: Brookes.

- Berg, T., & Brouwer, W. (1991). Teacher awareness of student alternate conceptions about rotational motion and gravity. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 3-18.
- Berliner, D. C. (1994). Expertise: The wonders of exemplary performance. In J. N. Mangieri & C. C. Block (Eds.), *Creating powerful thinking in teachers and students* (pp. 141-186). New York: Holt, Rinehart & Winston.
- Bezuk, N. S., & Bieck, M. (1993). Current research on rational numbers and common fractions: summary and implications for teachers. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom middle grades mathematics* (pp. 118 - 136). New York: MacMillan.
- Bezuk, N., & Cramer, K. A. (1989). Teaching about fractions: What, when, and how? 1989 yearbook. In P. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics: 1989 yearbook* (pp. 156-167). National Council of Teachers of Mathematics.
- Biçer, A. (2019). *STEM yaklaşımına dayalı elektrik devre elemanları konusu öğretiminin 5. sınıf özel öğrenme güçlüğü olan öğrencilerin akademik başarılarına ve kalıcılığına etkisi*. Yüksek lisans tezi, Aksaray Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Aksaray.
- Bingham, T., & Rodriguez, R. C. (2019). Understanding fractions begins with literacy. *Texas Association for Literacy Education Yearbook*, 6, 9-18.
- Blythe, T., Allen, D., & Powell, B. S. (1999). *Looking together at student work: A companion guide to Assessing student learning*. New York: Teachers College.
- Bottge, B. A., Rueda E., Laroque, P. T., Serlin, R. C., & Kwon, J. (2007). Integrating reform-oriented math instruction in special education settings. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22, 96-109.
- Bouck, E. C., Satsangi, R., & Park, J. (2018). The concrete–representational–abstract approach for students with learning disabilities: An evidence-based practice synthesis. *Remedial and Special Education*, 39(4), 211–228.
- Bozkuş, F. (2020). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin incelenmesi*. Doktora tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

- Brandys, C.F., & Rourke, B.P. (1991). Differential memory capacities in reading- and arithmetic-disabled children. In B.P. Rourke (Ed.), *Neuropsychological validation of learning disability subtypes* (pp. 73–96). New York: Guilford.
- Bray, M. (2011). *The challenge of shadow education: Private tutoring and its implications for policy makers in the European Union*. Brussels: European Commission.
- Brewer, J., & Hunter, A. (1989). *Multimethod research: A synthesis of styles*. Newbury Park, CA: Sage.
- Brewer, J.D., & Hunter, A. (2006). *Foundations of multimethod research: Synthesizing styles*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Brewer, J., & Hunter, A. (2015). Conundrums of multimethod research. In S. Hesse-Biber, & B. Johnson (Eds), *The Oxford Handbook of Mixed and Multimethod Research* (pp. 616-636). New York: Oxford University.
- Brizuela, B. M. (2006). Young children's notations for fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 281–305.
- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, G. (2014). *Teaching fractions through situations: A fundamental experiment*. Dordrecht, Heidelberg, New-York, London: Springer.
- Bruce, C., Chang, D., Flynn, T., & Yearley, S. (2013). *Foundations to learning and teaching fractions: Addition and subtraction*. Curriculum and Assessment Branch: Ontario Ministry of Education.
- Bryant D. P., Bryant, R. B., & Hammill D. D. (2000). Characteristic behaviors of students with LD who have teacher-identified math weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 168-199.
- Bryant RA., Mastrodomenico J., & Felmingham KL. (2008). Treatment of acute stress disorder: A randomized controlled trial. *Archives of General Psychiatry*, 65, 659-667.
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia screener*. London: NferNelson.
- Calhoon, M., & Fuchs, L. S. (2003). The effects of peer-assisted learning strategies and curriculum-based measurement on the mathematics performance of secondary students with disabilities. *Remedial and Special Education*, 24(4), 235-245.

- Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E., & Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 428-441.
- Carpenter, T. P., Franke, M. M. L., Jacobs, A. V. R., Fennema, M. E., & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 3-20.
- Chaar, M. (2015). *Secondary preservice, in-service, and student teachers' noticing of mathematical work and thinking in trigonometry*. Doctoral Dissertation. University of New Hampshire Institute of Educational Sciences, Durham, NH.
- Chamberlin, M. T. (2005). Teachers "discussions of students" thinking: Meeting the challenge of attending to students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 141-170.
- Charles, K., & Nason, R. (2000). Young children's partitioning strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 43(2), 191-221.
- Chinn, S. (2004). *The trouble with maths*. London and New York: Routledge Falmer.
- Choppin, J. (2011). The impact of professional noticing on teachers' adaptations of challenging tasks. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 175-197.
- Clarke, M. D., Roche, A. & Mitchell, A. (2008). Ten practical tips for making fractions come alive and make sense. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 372-380.
- Clarke, D. M., Roche, A., Mitchell, A., & Sukenik, M. (2006). Assessing student understanding of fractions using task-based interviews. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education*, 337-344.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interview: Foundations and model viability. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H. (2007). Curriculum research: toward a framework for "research-based curricula". *Journal for Research in Mathematics Education*, 35-70.

- Clements, D. H., & Battista, M. T. (2000). Designing effective software. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research in mathematics and science education* (pp. 761-776). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Association.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, (pp. 461-555). New York: Information Age Eds.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in preK-2 mathematics. In D. Clements, J. Sarama & A. M. Di-Biase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 299- 321). Lawrence Erlbaum.
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83–94.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2017). Design research: An analysis and critique. In L. D. English & D. Kirshner (Eds), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New York: Routledge.
- Colestock, A., & Sherin, M. G. (2009). Teachers' sense-making strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, 17, 7-29.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)*. Retrieved from [http:// www.corestandards.org/assets/CCSSI_MathStandards.pdf](http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_MathStandards.pdf)
- Confrey, J., & Maloney, A. P. (2011). A next generation of mathematics assessments based on learning trajectories: Diagnostic learning profiles. In J. Confrey, A. P. Maloney & K. H. Nguyen (Eds.), *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education*, Information Age.

- Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., & Myers, M. (2009). *Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories*. Paper presented at the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece.
- Corcoran, T., Mosher, F.A., & Rogat, A. (2009). *Learning progressions in science: An evidence-based approach to reform*. New York: Center on Continuous Instructional Improvement Teachers College–Columbia University.
- Cornoldi C., & Lucangeli D. (2004). Arithmetic education and learning disabilities in Italy. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 42-49.
- Cortiella, C. (2009). *The state of learning disabilities*. New York, NY: National Center for Learning Disabilities.
- Cramer, K., & Wyberg, T. (2009). Efficacy of different concrete models for teaching the part-whole construct for fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 226–257.
- Crespo, S. (2000). Seeing more than right and wrong answers: Prospective teachers' interpretations of students' mathematical work. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 155-181.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (2nd ed.). New York: Sage.
- Creswell, J. W. (2013). *Araştırma deseni: Nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları*. (S. B. Demir, Çev. Ed.). Ankara: Eğiten.
- Crompton, H. (2013). The benefits and challenges of mobile learning. *Learning and Leading with Technology*, 41, 38-39.
- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* (pp. 47–58). Poland: University of Reszów.
- Cwikla, J. (2014). Can kindergartners do fractions? *Teaching Children Mathematics*, 20, 354-364.
- Davydov, V. V., Gorbov, S., Mukulina, T., Savelyeva, M., & Tabachnikova, N. (1999). *Mathematics*. Moscow: Moscow.

- Dede, Y., Doğan, M. F., & Aslan Tutak, F. (Ed.) (2020). *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamaları*. Ankara: Pegem Akademi.
- Değirmenci Kurt, (2022). *Sanal gerçeklik uygulamalarının öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin matematik başarılarına etkisi*. Doktora tezi, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Bilimleri Üniversitesi, Burdur.
- Delice, A. & Sevimli, E. (2010). Mathematics teacher candidates' multiple representation and conceptual-procedural knowledge level in definite integral. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 9(3) , 581-605.
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F. & Pleters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from Longitudinal Study. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 64–81.
- Diamond, J. M., Kalinec-Craig, C. A., & Shih, J. C. (2018). The problem of Sunny's pennies: A multi-institutional study about the development of elementary preservice teachers' professional noticing. *Mathematics Teacher Education and Development*, 20(2), 114–132.
- Didiş, M. G., Erbaş, A. K., & Çetinkaya, B. (2016). Matematik öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yönelik pedagojik yaklaşımlarının matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında incelenmesi. *Elementary Education Online*, 15(4), 1367-1384.
- Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*. 62(1), 3-24.
- Doerr, H. & English, L. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 5-32.
- Dreher, A., & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89-114.
- Driscoll, M., & Moyer, J. (2001). Using students' work as a lens on algebraic thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(5), 282-287.

- Driskell, S. (2004). *Students' Problem-Solving Strategies with Fractions*. University of Dayton Research Council Seed Grant.
- Duncan, R.G., & Hmelo-Silver, C.E. (2009). Learning progressions: Aligning curriculum, instruction, and assessment. *Journal of Research in Science Teaching*, 46, 606–609.
- Dünya Sağlık Örgütü (2011). *World report on disability*. Retrieved from http://www.who.int/disabilities/world_report/2011/report.pdf?ua=1
- Edgington, C. (2014). Teachers' use of a learning trajectory as a tool for mathematics lesson planning. In J. J. Lo, K. Leatham & L. Van Zoest (Eds.), *Research trends in mathematics teacher education*, (pp.261-284). London: Springer.
- Edgington, C., Wilson, P. H., Sztajn, P., & Webb, J. (2016). Translating learning trajectories into useable tools for teachers. *Mathematics Teacher Educator*, 5(1), 65-80.
- Empson, S. B. (1999). Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first-grade classroom. *Cognition and Instruction*, 17(3), 283–342.
- Empson, S. B. (2002). Organizing diversity in early fraction thinking. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios and proportions: 2002 Yearbook* (pp. 29-40). Reston, VA: NCTM.
- Erbay, H. N. (2018). *Matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerinin video-kulüp uygulamalarıyla gelişim sürecinin incelenmesi*. Doktora tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Erdik, E. (2014). *Deneyimli ve deneyimsiz matematik öğretmenlerinin fark etme becerilerinin karşılaştırılması*. Yüksek lisans tezi, Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model. *Journal of Education for Teaching: International Research and Pedagogy*, 15(1):13-33.
- Eroğlu, D., Camci, F., & Tanışlı, D. (2019). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler ve kesirlerdeki toplama-karma konusundaki bilgilerinin yapılandırılmasına ilişkin tahmini öğrenme yol haritası. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45, 116-143.

- Escudero, I., & Sanchez V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 312-327.
- Fennell, F., & Karp, K. (2017). Fraction Sense: Foundational Understandings. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 648-650.
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). Mathematics instruction and teachers' beliefs: A longitudinal study of using children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 403-434.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 147-164). Macmillan.
- Fernandez, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.
- Fisher, M. H., Thomas, J., Jong, C., Schack, E. O., & Dueber, D. (2019). Comparing preservice teachers' professional noticing skills in elementary mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, 119(3), 142-149.
- Fritz, R. L., & Vandermause, R. (2018). Data collection via in-depth email interviewing: Lessons from the field. *Qualitative Health Research*, 28, 1640-1649.
- Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., & Barnes, M. A. (2006). *Learning disabilities: From identification to intervention*. New York: Guilford.
- Flores, M. M., & Kaylor, M. (2007). The effects of a direct instruction program on the fraction performance of middle school students at-risk for failure in mathematics. *Journal of Instructional Psychology*, 34(2), 84.
- Franke, M. L., Carpenter, T.P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: a follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689.

- Franke, M. L., & Kazemi, E. (2001). Teaching as learning within community of practice: Characterizing generative growth. In T. Wood, B. S. Nelson & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 47-74). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Franklin, A., Yilmaz, Z., & Confrey, J. (2010). *Reconciling student thinking and theory: The delta learning trajectory and the case of transitivity*. Paper presented at the Thirty-Second Annual Conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Friend, M. (2005). *Special education: Contemporary perspectives for school professionals*. Boston: Allyn & Bacon.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Compton, D. L. (2012). The early prevention of mathematics difficulty: Its power and limitations. *Journal of Learning Disabilities*, 45(3), 257–269.
- Fuchs, D., Fuchs, L.S., Mathes, P. & Lipsey, M. (2000). Reading differences between low achieving students with and without learning disabilities: A meta-analysis. In R. Gersten ve S. Vaughn (Eds.), *Contemporary special education research: Syntheses of the knowledge base on critical instructional issues* (pp. 81–104). Hillsdale, USA: Erlbaum.
- Fuchs, L. S., Malone, A. S., Schumacher, R. F., Namkung J., & Wang, A. (2017). Fraction intervention for students with mathematics difficulties: Lessons learned from five randomized control trials. *Journal of Learning Disabilities*, 50 (6), 631–639.
- Fuchs, L. S., Schumacher, R. F., Long, J., Namkung, J., Hamlett, C.L., & Cirino, P.T. (2013). Improving at-risk learners' understanding of fractions. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 683–700.
- Fujii, T., & Iitaka, S. (2012). *Mathematics international grade 4* (A. Takahashi, T. Watanabe, M., Yoshida, B. Jackson, & R. Tieff, Trans.). Tokyo, Japan: Tokyo Shoseki.
- Ganor-Stern, D. (2015). Can dyscalculics estimate the results of arithmetic problems? *Journal of Learning Disabilities*, 50(1), 23–33.

- Gargiulo, R. M. (2004). *Special education in contemporary society: An introduction to exceptionality*. Belmont, CA: Thompson-Wadsworth.
- Gaudin, C., & Chaliès, S. (2015) Video viewing in teacher education and professional development: A literature review. *Educational Research Review*, 16, 41-67.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4–15.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, 32(3), 250-63.
- Gersten R. M., Compton D, Connor CM, Dimino J, Santoro L, Linan-Thompson S, Tilly WD. (2008). *Assisting students struggling with reading: Response to intervention and multi-tier intervention for reading in the primary grades. A practice guide (NCEE 2009–4045)* U.S. Department of Education, National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences; Washington, DC.
- Gersten R. M., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242.
- Gifford, S. (2006). Dyscalculia: Myths and models. *Research in Mathematics Education*, 8(1), 35-51.
- Gifford, S., & Rockliffe, F. (2012). Mathematics difficulties: Does one approach fit all? *Research in Mathematics Education*, 14(1), 1-15.
- Gillum, J. (2014). Assessment with children who experience difficulty in mathematics. *Support for Learning*, 29(3), 275–291.
- Gold, B., & Holodyski, M. (2017). Using digital video to measure the professional vision of elementary classroom management: Test validation and methodological challenges. *Computers & Education*, 107, 13–30.
- Goldin, G.A., & Kaput, J.J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin ve

- B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Goldsmith, L. T., & Seago, N. (2011). Using classroom artifacts to focus teachers' noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 169-187). New York: Routledge.
- Görgün, B. (2018). Özel öğrenme güçlüğünün tanılanması. M.A. Melekoğlu ve U. Sak (Ed.) *Öğrenme Güçlüğü ve Özel Yetenek içinde* (s.s. 2-21).(2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 189–208.
- Gravemeijer, K. (2004). Learning trajectories and local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics. *Mathematical Thinking and Learning* 6(2), 105-128.
- Gravemeijer, K., Bowers, J., & Stephan, M. (2003). A hypothetical learning trajectory on measurement and flexible arithmetic. In M. Stephan, J. Bowers, P. Cobb & K. Gravemeijer (Eds.), *Supporting students' development of measuring conceptions: Analyzing students' learning in social context* (pp. 51–66). Reston: NCTM.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from the learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17-51). London: Routledge.
- Gravemeijer, K., & van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510–524.
- Grobecker, B. (1999). The evolution of proportional structures in children with and without learning differences. *Learning Disability Quarterly*, 22(3), 192-211.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College.
- Güner, P. (2017). *Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerinin ders imecesi kapsamında incelenmesi*. Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

- Güven Akdeniz, D. (2018). *Öğrenme güçlüğüne sahip öğrencilerin uzunluk kavramına ilişkin öğrenme yol haritaları: öğretim deneyi*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Güven Akdeniz, D., & Argün, Z. (2019). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin uzunluk kavrayışlarına dair bir durum çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 807-836.
- Hackenberg, A. J., & Lee, M. Y. (2015). Relationships between students' fractional knowledge and equation writing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(2), 196–243.
- Hackenberg, A. J., Norton, A., & Wright R. J. (2016). *Developing fractions knowledge*. London: Sage.
- Hacker, D., Kihara, S. A., & Levin, J. R. (2019). A metacognitive intervention for teaching fractions to students with or at-risk for learning disabilities in mathematics. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education*, 51, 601–612.
- Hallahan, D.P., Llyod, J. W., Kauffman, J. M., Weiss, M. P., & Martinez, E. A. (2005). *Learning disabilities: Foundations, characteristics, and effective teaching (3rd edition)*. NewYork, NY: Pearson.
- Haltiwanger, L. & Simpson, A. (2014). Secondary mathematics preservice teachers' noticing of students' mathematical thinking. *Proceedings of the 41st annual meeting of the Research Council on Mathematics Learning*, 49-56.
- Hammill, D. D., & Bryant, B. R. (1998). *Learning disabilities diagnostic inventory*. Austin, TX: PRO-ED.
- Hart, K. M. (1981). Fractions. In K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (66-81). London: John Murray.
- Hartman, P. A. (2007). *Comparing students with mathematics learning disabilities and students with low mathematics achievement in solving mathematics word problems*. Doctoral Dissertation, The University of Texas at Austin, Texas, TX.
- Haser, Ç., & Ubuz, B. (2002). Kesirlerde kavramsal ve işlemsel performans. *Eğitim ve Bilim*, 27,(126), 53-61.

- Hay, D. (2015). *Beyond mathematics interventions: a look at the perceptions and thought processes of secondary students with learning disabilities or at risk for mathematics difficulties*. Doctoral Dissertation, George Mason University Virginia Polytechnic Institute, Virginia, VA.
- Hecht, S. A., Close, L., & Santisi, M. (2003). Sources of individual differences in fraction skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86(4), 277–302.
- Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology*, 102(4), 843.
- Heine, A., Thaler, V., Tamm, S., Hawelka, S., Schneider, M., Torbeyns, J., ... Jacobs, A. M. (2010). What the eyes already ‘know’: Using eye movement measurement to tap into children’s implicit numerical magnitude representations. *Infant and Child Development*, 19, 175-186.
- Henderson, P. (2002). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185-190.
- Hesse-Biber, S., Rodriguez, D., & Frost, N.A. (2015). A qualitatively driven approach to multimethod and mixed methods research. In S. Hesse-Biber & R. B. Johnson (Eds.), *The Oxford handbook of multimethod and mixed methods research inquiry* (pp. 3-20). New York: Oxford University.
- Hiebert, J. (1985) Children’s knowledge of common and decimal fractions. *Education and Urban Society*, 17, 427-437.
- Hiebert, J., Thomas, P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., H., Olivier, A., & Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hiebert J., & Tonnessen, L., (1978). Development of the fraction concept in two physical contexts: An exploratory investigation. *Journal for Research Mathematics Education* 9(5), 374-378.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers’ topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.

- Hill, C. H., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42, 2, 371-406.
- Holm, M. E., Aunio, P., Björn, P., Klenberg, B., Korhonen, J., & Hannula, M. S. (2017). Behavioral executive functions among adolescents with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 51(6), 1-31.
- Hong, K. T., Mei, Y. S., & Lim, J. (2009). *The Singapore model method for learning mathematics*. Singapore: Ministry of Education.
- Hughes, E. (2019). Point of view video modeling to teach simplifying fractions to middle school students with mathematical learning disabilities. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 17, 41–57.
- Hunt, J. H., & Empson, S. B. (2015). Exploratory study of informal strategies for equal sharing problems of students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 38(4), 208-220.
- Hunt, J. H., Silva, J., & Lambert, R. (2019). Empowering students with specific learning disabilities: Jim's concept of unit fraction. *Journal of Mathematical Behaviour*, 56(2), 100738.
- Hunt, J. H., Martin, K., Patterson, B., & Khounmeuang, A. (2021). Special educators' knowledge of student mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 581–598.
- Hunting, R. (1983). Alan: A case study of knowledge of units and performance with fraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 182–197.
- Ikhwanudin, T., & Suryadi, D. (2018). How students with mathematics learning disabilities understands fraction: A case from the indonesian inclusive school. *International Journal of Instruction*, 11(3), 309-326.
- Ikhwanudin, T., & Wahyudin, S. P. (2019). The error pattern of students with mathematics learning disabilities in the inclusive school on fractions learning. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(3), 75-95.
- Individuals With Disabilities Educational Act (IDEA) (2004). *Engelli bireyler eğitim yasası*. <https://sites.ed.gov/idea/> sayfasından erişilmiştir.

- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S. & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599.
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers' noticing of students' mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529–548.
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battery, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal For Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., Philipp, R. A., & Schappelle, B. P. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. G. Sherin, V. R., Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.
- Jacobs, V. R., & Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Association of Mathematics Teacher Educators.
- Jessup, N. A. (2018). *Understanding teachers' noticing of children's mathematical thinking in written work from different sources*. Doctoral Dissertation, The University of North Carolina at Greensboro, Nort Carolina.
- Jitendra A. K., Lein A. E., Im S. H., Alghamdi A. A., Hefte S. B., & Mouanoutoua J. (2018). Mathematical interventions for secondary students with learning disabilities and mathematics difficulties: A meta-analysis. *Exceptional Children*, 84, 177–196.
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 213–221.

- Jordan, N. C., Hansen, N., Fuchs, L. S., Siegler, R. S., Gersten, R., & Micklos, D. (2013). Developmental predictors of fraction concepts and procedures. *Journal of Experimental Child Psychology*, 116(1), 45-58.
- Jordan, N. C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N., & Dyson, N. (2017). Delaware longitudinal study of fraction learning: Implications for helping children with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 50, 621– 630.
- Kaçar H. (2018). *İlkokul öğrencilerinin matematik öğrenme güçlüğüünün sınıf öğretmenlerinin gözlem ve deneyimlerine göre incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Kazemi, E., & Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 203–235.
- Kazemi, E., Elliot, R., Mumme, J., Carroll, C., Lesseig, K., & Kelly-Petersen, M. (2011). Noticing leaders' thinking about video cases of teachers engaged in mathematics tasks in professional development. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 188-203). New York: Routledge.
- Kersting, N. B., Givvin, K., Sotelo, F., & Stigler, J. W. (2010). Teacher's analysis of classroom video predicts student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61, 172–181.
- Kieren, T. E. (1980). The rational number construct—its elements and mechanisms. In T. E. Kieren (Eds.), *Recent Research on Number Learning* (pp. 125-150), ERIC/SMEAC, Columbus.
- Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities*, 7(3), 165–177.
- Kosko, K. W., Zolfaghari, M., & Heisler, J. L. (2022). Professional noticing as student-centered: Pre-service teachers' attending to students' mathematics in 360 video. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(9), em2145.

- Kouba, V., Zawojewski, J., & Strutchens, M. (1997). What do students know about numbers and operations? In P. A. Kenney & E. A. Silver (Eds.), *Results from the sixth mathematics assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 87-140). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Krause, G., Empson, S., Pynes, D. & Jacobs, V. (2016). *Teachers' knowledge of children's strategies for equal sharing fraction problems*. Paper presented at the Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Tucson, Arizona.
- Lambert, R. (2018). "Indefensible, illogical, and unsupported": Countering deficit mythologies about the potential of students with learning disabilities in mathematics. *Education Sciences*, 8, 72-84.
- Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 41–61.
- Lamon, S. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding* (2 nd Ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Towards a theoretical framework for research. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Information Age.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT: Yale University.
- Lee, J. & Choi, H. (2017). What affects learner's higher-order thinking in technology-enhanced learning environments? The effects of learner factors. *Computers & Education*, 115(1), 143-152.
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W.G. Martin, & D. Schifer (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179-192). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lehrer, R. (2006). Learning progressions and assessment. In M. Wilson (Chair), *Systems for state science assessment* (overview of NRC report). American Educational Research Association, San Francisco, CA.

- Learning Disabilities Association (2005). *Types of learning disabilities*. Retrieved from www.ldaamerica.us/aboutld/parents/ld_basics/types.asp
- Leikin, R. & Levav-Waynberg, A., (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to - explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349-371.
- Lerner, J. W. (2000). *Learning disabilities: Theories, diagnosis and teaching strategies (8th ed.)*. Boston: Houghton-Mifflin.
- Levin, D. M., Hammer, D., & Coffey, J. E. (2009). Novice teachers' attention to student thinking. *Journal of Teacher Education*, 60, 142-154.
- Lewis, K. E. (2014). Difference not deficit: Reconceptualizing mathematical learning disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(3), 351-396.
- Lewis, K. E. (2016). Understanding mathematical learning disabilities as developmental difference: A fine-grained analysis of one student's partitioning strategies for fractions. *Infancia y Aprendizaje*, 39(4), 812-857.
- Lewis, R. M., Gibbons, L. K., Kazemi, E., & Lind, T. (2015). Unwrapping students' ideas about fractions. *Teaching Children Mathematics*, 22(3), 158-68.
- Lewis, K. E., Thompson, G. M., & Tov, S. A. (2021). Screening for characteristics of dyscalculia: Identifying unconventional fraction understandings. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 14(3), 243-267.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.
- Little, J. W. (1993). Teachers' professional development in a climate of education reform. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 15, 129-151.
- Luna, M., Russ, R., & Colestock, A. (2009). *Teacher noticing in the moment of instruction: The case of one high school teacher*. Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching (NARST), Garden Grove, California.
- Lurkis, L. S. (2000). *Students' sense-making in the domain of fractions during teacher-led instruction*. Doctoral Dissertation, University of California, California.

- Mack, N. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 16-32.
- Mack, N. K. (2001). Building on informal knowledge through instruction in a complex content domain: Partitioning, units, and understanding multiplication of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 267– 295.
- Marita, S., & Hord, C. (2016). Review of mathematics interventions for secondary students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 40(1), 29-40.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Addison Wesley, London.
- Mazzocco, M. M. M. (2007). Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (pp. 29–47). Maryland: Paul H. Brookes.
- Mazzocco, M. M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and “holes”: Gaps in rational number sense in children with vs. without mathematical learning disability. *Developmental Science*, 11(5), 681–691.
- Mazzocco, M. M. M., Myers, G. F., Lewis, K. E., Hanich, L. B., & Murphy, M. M. (2013). Limited knowledge of fraction representations differentiates middle school students with mathematics learning disability (dyscalculia) versus low mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 371–387.
- McCloskey, A. V., & Norton, A. H. (2009). Using Steffe's advanced fraction schemes. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(1), 44-50.
- McDuffie, A. R., Foote, M. Q., Drake, C., Turner, E., Aguirre, J., Gau Bartell, T., & Bolson, C. (2014). Use of video analysis to support prospective K–8 teachers’ noticing of equitable practices. *Mathematics Teacher Educator*, 2(2), 108–140.
- McLeod, T. M., & Armstrong, S. W. (1982). Learning disabilities in mathematics: Skill deficits and remedial approaches at the inter-mediate and secondary level. *Learning Disability Quarterly*, 5, 305–310.

- Medline Plus (2011). *Addison's disease*. Retrieved from web: <http://www.nlm.gov/medlineplus/ency/article/000378.htm>
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Merseth, K. K. (1994). *Cases, case methods, and the professional development of educators*. Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED401272.pdf>
- Meschede, N., Fiebranz, A., Möller, K., & Steffensky, M. (2017). Teachers' professional vision, pedagogical content knowledge and beliefs: on its relation and differences between pre-service and in-service teachers. *Teaching and Teacher Education*, 66(9), 158–170.
- Milli Eğitim Bakanlığı (1973). *Milli eğitim temel kanunu*. <https://www.mevzuat.gov.tr/MevzuatMetin/1.5.1739.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2006). *Özel eğitim hizmetleri yönetmeliği*. https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2006_10/10111226_ozel_egitim_hizmetleri_yonetmeliği_son.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%99ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf> sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2021a). *Öğrenme güçlüğü olan bireyler için öğretim programı*. https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2021_05/21130110_Ogrenme_Guclugu.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2021b). *Özel öğrenme güçlüğü olan bireyler: Aileler için rehber kitapçık*. https://orgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2021_02/04102620_OYRENME_GUCLUYU_OLAN_BYREYLER__TR.pdf sayfasından erişilmiştir.
- Mills, J. (2016). *Developing conceptual understanding of fractions with year five and six students*. Paper presented at the Mathematics Education Research Group of

Australasia, Paper presented at the Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Adelaide, South Australia.

- Misquitta, R. (2011). A review of the literature: fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26 (2), 109–119.
- Mitchell, A. & Clarke, D. M. (2004). *When is three quarters not three quarters? Listening for conceptual understanding in children's explanations in a fractions interview*. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds), Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville, MERGA. Retrieved from https://acuresearchbank.acu.edu.au/download/f6575031358fb0e215be41dc0915e6b4d0061634e04721cea61a788c00e00f26/156082/Mitchell_2004_When_is_three_quarters_three_quarters.pdf
- Mitchell, R. N., & Marin, K. A. (2015). Examining the use of a structured analysis framework to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 551–575.
- Moeller, A.J., Theiler, J.M. & Wu, C. (2012) Goal setting and student achievement: A longitudinal study. *The Modern Language Journal*, 96(2), 153-169.
- Morris, A. K. (2000). A teaching experiment: Introducing fourth graders to fractions from the viewpoint of measuring quantities using Davydov's mathematics curriculum. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 22(2), 33–84.
- Mumcu, H. Y. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 211-248.
- Munro, J. (2003). Dyscalculia: A unifying concept in understanding mathematics learning disabilities. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 8(4), 25-32.
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40, 458–478.

- Mutlu, Y. (2016a). *Bilgisayar destekli öğretim materyallerinin matematik öğrenme güçlüğü yaşayan öğrencilerin sayı algılama becerileri üzerindeki etkilerinin incelenmesi*. Doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Mutlu, Y. (2016b). Matematik öğrenme güçlüğü (gelişimsel diskalkuli). E. Bingölbalı, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 881-899) . Ankara: Pegem Akademi.
- Namkung, J., & Fuchs, L. (2019). Remediating difficulty with fractions for students with mathematics learning difficulties. *Learning Disabilities: A Multidisciplinary Journal*, 24(2), 36-48.
- National Center for Learning Disabilities (NCLB) (2004). *LD fast facts*. Retrieved from www.schwablearning.org/articles.aspx?g=1&r=627
- National Center for Learning Disabilities (NCLD) (2009). *LD at a glance*. Retrieved from <http://www.nclld.org/ld-basics/ld-explained/basic-facts/learning-disabilitiesat-a-glance>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston, VA: Author.
- National Mathematics Advisory Panel (NMAP) (2008). *Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington DC: U.S. Department of Education.
- Nelson, G., Crawford, A., Hunt, J., Park, S., Leckie, E., Duarte, A., ... Zarate, K. (2022). A systematic review of research syntheses on students with mathematics learning disabilities and difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice*, 37(1), 18–36.
- Nelson, G., & Powell, S. R. (2018). A systematic review of longitudinal studies of mathematics difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 51(6), 523-539.

- Newman, R. M. (1998). *Gifted & math learning disabled: The dyscalculia syndrome*. Retrieved from www.dyscalculia.org/Edu561.html
- Newton, K. J., Jansen, A., & Puleo, P. (2022). Elements of instruction that motivate students with learning disabilities to learn fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 24(4), 1-20.
- Ni, Y. (2001). Semantic domains of rational numbers and the acquisition of fraction equivalence. *Contemporary Educational Psychology*, 26, 400–417.
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27-52.
- Nicol, C., & Crespo, S. (2003). *Learning in and from practice: Pre-service teachers investigate their mathematics teaching*. Paper presented at the International Group for the Psychology of Mathematics Education 27, Honolulu, Hawaii.
- Nizar, A., Amin, S. M., & Lukito, A. (2017). A learning trajectory of Indonesian 12-years old students understanding of division of fractions. *Southeast Asian Mathematics Education Journal*, 7(2), 41-52.
- No Child Left Behind Act of 2001, P.L. 107-110, 20 U.S.C. § 6319 (2002).
- Norton A., & Boyce, S. (2013). A cognitive core for common state standards. *Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 266-279.
- Norton, A., & Wilkins, J. L. (2009). A quantitative analysis of children's splitting operations and fraction schemes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(2-3), 150–161.
- Ntow, F. D. (2022). Uncovering basic four learners' ideas about the concept of equal sharing in fractions. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 18(1), 15-29.
- Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades*, (pp. 53-92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Olive, J. & Steffe, L. P. (2002). The construction of an iterative fractional scheme: The case of Joe. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 413-437.

- Olive, J., & Vomvoridi, E. (2006). Making sense of instruction on fractions when a student lacks necessary fractional schemes: The case of Tim. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(1), 18–45.
- Olkun, S. (2014). Öğrenme güçlüğü yaşayan çocukların gelişim özellikleri. S. Yıldırım-Doğru (Ed). *Matematik öğrenme güçlükleri/diskalkuli* (s.211-225). Ankara: Eğiten Kitap.
- Özan, S., & Sarıca, A. D. (2021). Bireyselleştirilmiş eğitim programı: Sınıf ve rehberlik öğretmenlerinin deneyimleri. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 22(1), 147-174.
- Özdemir, E., & Uzel, D. (2013). Gerçekçi matematik eğitime dayalı geometri öğretiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretimin değerlendirilmesi: Temel ilkeler açısından. *E-Journal of New World Sciences Academy*, 8(1), 115-132.
- Özkubat, U. (2019). *Öğrenme güçlüğü olan öğrenciler ile düşük ve ortalama başarılı olan öğrencilerin matematik problemi çözerken kullandıkları bilişsel stratejiler ile üstbilişsel işlevler arasındaki ilişkilerin incelenmesi*. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Patton, M. Q. (2005). *Qualitative Research*. New York: John Wiley & Sons, Ltd.
- Petit, M. M., Laird, R. E, & Marsden E. L. (2010). *A focus on fractions: Bringing research to the classroom*. New York: Routledge-Taylor Francis Group.
- Pierangelo, R., & Giuliani, G. (2008). *Frequently asked questions about response to intervention*. Thousand Oaks. CA: Corwin.
- Pitkethly, A., & Hunting, R. (1996). A review of recent research in the area of initial fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 5-38.
- Post, T. R., Wachsmuth, I., Lesh, R., & Behr, M. J. (1985). Order and equivalence of rational number: A cognitive analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 18-36.
- Pothier, Y., & Sawada, D. (1983). Partitioning: The emergence of rational number ideas in young children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(5), 307–317.

- Price, G.R., Holloway, I.D., Räsänen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Current Biology*, 17, 1042–1043.
- Professional Development Service for Teachers (2014). *Fractions's teachers handbook*. Retrieved from <https://pdst.ie/sites/default/files/Fractions%20Teacher%20Handbook%20FINAL.pdf>
- Purnomo, Y. W., Arlini, N., Nuriadin, I., & Aziz, T. A. (2021). Learning trajectory based on fractional sub-constructs: Using fractions as quotients to introduce fractions. *Mathematics Teaching Research Journal*, 13(3), 183-207.
- Rabin, J. M. (2008). *An approach to fractions via measurement*. Retrieved from <https://mathweb.ucsd.edu/~jrabin/publications/FractionsPaper.pdf>
- Rodgers, C. (2002). Defining reflection: Another look at John Dewey and reflective thinking. *Teachers College Record*, 104, 842-866.
- Saenz-Ludlow, A. (1994). Michael's fraction schemes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 50–85.
- Santagata, R. (2005). Practices and beliefs in mistake-handling activities: A video study of Italian and U.S. mathematics lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.
- Santagata, R. (2011). From teacher noticing to a framework for analyzing and improving classroom lessons. In Sherin, M. G., Jacobs, V. R. & Philipp, R. A. (Eds.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing through Teachers' Eyes* (p. 152-168). New York: Routledge.
- Santagata, R., & Angelici, G. (2010). Studying the impact of the lesson analysis framework on preservice teachers' abilities to reflect on videos of classroom teaching. *Journal of Teacher Education*, 61(4), 339-349
- Santagata, R., Zannoni, C, & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 123-140.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. London: Routledge.

- Saxe, G. B., Gearhart, M., & Seltzer, M. (1999). Relations between classroom practices and student learning in the domain of fractions. *Cognition and Instruction*, 17(1), 1-24.
- Schack, E., Fisher, M. H., Thomas, J., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 379–397.
- Schack, E., Fisher, M., & Wilhelm, J. (Eds.). (2017). *Teacher noticing: Bridging and broadening perspective contexts, and frameworks*. Cham, Switzerland: Springer International.
- Schifter, D. (2001). Learning to see the invisible: What skills and knowledge are needed to engage with students' mathematical ideas? In T. Wood, B. S. Nelson & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 11-22). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Schleppenbach, M., Flevares, L. M., Sims, L., & Perry, M. (2007). Teacher responses to student mistakes in Chinese and U.S. mathematics classrooms. *Elementary School Journal*, 108, 131-147.
- Schorr, R. Y., & Lesh, R. (2003). A modeling approach for providing teacher development. In R. Lesh, & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 159–174). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Sezer, S., & Akın, A. (2011). 6-14 yaş arası öğrencilerde görülen matematik öğrenme bozukluğuna ilişkin öğretmen görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(2), 757-775.
- Shalev, R., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatr Neurol*, 24(5), 337-342.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. J. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383-395). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Sherin, M. G., & Han, S. Y. (2004). Teacher learning in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 20, 163-183.
- Sherin, M. G., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2011). Accessing mathematics teachers' in-the-moment noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.),

- Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 79-94). New York: Routledge.
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2005). Using video to support teachers' ability to notice classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13, 475-491.
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60, 20-37.
- Shin, M., & Bryant, D. P. (2015). A synthesis of mathematical and cognitive performances of students with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 48(1) 96–112.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Siebert, D., & Gaskin, N. (2006). Creating, naming and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics*, 12, 394-400.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., ... Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691-697.
- Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, 17(1), 13–19.
- Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, 62, 273–296.
- Silverman, D. (2020). *Interpreting Qualitative Data* (6th ed.). London: Sage.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 114-145.
- Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teachers: the teacher development experiment. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp.335-359). London: Lawrence Erlbaum Associates.

- Simon, M. A. (2006). Key developmental understandings in mathematics: A direction for investigating and establishing learning goals. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 359–371.
- Simon, M. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 272-275). Springer Netherlands.
- Simon, M. A., Placa, N., Kara, M., & Avitzur, A. (2018). Empirically-based hypothetical learning trajectories for fraction concepts: Products of the Learning Through Activity research program. *Journal of Mathematical Behavior*, 52, 188-200.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91–104.
- Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 305-329.
- Skemp, R. E. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. UK: Penguin Books.
- Smith, C., & Strick, L. (2010). *Learning disabilities: A to Z: A complete guide to learning disabilities from preschool to adulthood*. New York: Free.
- Smith, C. L., Wiser, M., Anderson, C. W., & Krajcik, J. (2006). Implications of research on children's learning for standards and assessment: A proposed learning progression for matter and the atomic-molecular theory. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, 4(1-2), 1–98.
- Son, J., & Crespo, S. (2009). Prospective teachers' reasoning about students' non-traditional strategies when dividing fractions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(4), 236–261.
- Son, J., & Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors. *School Science and Mathematics*, 110(1), 31-46.
- Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 7(3), 227–238.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14, 503–518.

- Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016) Teachers' perception, interpretation, and decision-making: A systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 48(1), 1–27.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 443–466). Sage.
- Star, J., Lynch, K., & Perova, N. (2011). Using video to improve preservice mathematics teachers' abilities to attend to classroom features. In M. Sherin, V. Jacobs & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 117e133). New York, NY: Routledge.
- Star, J., & Strickland, S. (2008). Learning to observe: Using video to improve pre-service mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 107-125.
- Stevenson, H. W., & Stigler, J. W. (1992). *The learning gap*. New York: Summit Books.
- Sztajn, P., & Confrey, J. (2019). Learning trajectories and professional development. In P. Sztajn & J. Confrey (Eds), *Learning trajectories for teachers: designing effective professional development for math instruction* (pp. 1-14). New York: Teachers College.
- Sztajn, P., Confrey, J., Wilson, P.H., & Edgington, C. (2012). Learning trajectory based instruction toward a theory of teaching. *Educational Researcher*, 41(5), 147-156.
- Stavy, R., & Tirosh, D., (2000). *How students (mis)understand science and mathematics: Intuitive rules*. Columbia University, New York: Teachers College.
- Steencken, E.P., & Maher, A. C. (2003). Tracing fourth graders' learning of fractions: Early episodes from a year-long teaching experiment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 113-132.
- Steffe, L. P. (1990). *Transforming children's mathematics education: International perspectives*. New York: Routledge.
- Steffe, L. P. (1991). The constructivist teaching experiment: Illustrations and implications. In E. vonGlaserfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 177-194). Boston, MA: Kluwer Academic.

- Steffe, L. P. (1993). *Learning an Iterative Fraction Scheme*, Paper presented at the International Study Group on the Rational Numbers of Arithmetic, University of Georgia, Athens, GA, January 2010.
- Steffe, L. P. (2002). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 267–307.
- Steffe, L. P. (2004). On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurate fractions. *Mathematical Thinking and Learning*, 6, 129–162.
- Steffe L. P. & Olive J. (2010) *Children's fractional knowledge*. Springer, New York.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Steinberg, R., Empson, S., & Carpenter, T. P. (2004). Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 237-267.
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2006). Focussing on mathematical disabilities: a search for definition, classification and assessment. In *Learning Disabilities. New Research*, 29–62.
- Stockero S. (2014). Transitions in prospective mathematics teacher noticing. In J. J. Lo, K. Leatham, L. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education. Research in Mathematics Education* (pp. 239-359). Springer, Cham.
- Stockero, S. L., Putnow, R. L., & Pascoe, A. E. (2017). Learning to notice important student mathematical thinking in complex classroom interactions. *Teaching and Teacher Education*, 63, 384-395.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. California: Sage.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education. A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic.

- Streefland, L. (1993). Fractions: A realistic approach. In T.P. Carpenter, E. Fennema & T.A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 289-325). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Streefland, L. (1997). Charming Fractions or Fractions being Charmed. In P. Bryant & T. Nunes (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics* (pp. 347-372). East Sussex: Psychology.
- Stuebing, K. K., Fletcher, J.M., Branum-Martin, L., & Francis, D. J. (2012). Evaluation of the technical adequacy of three methods for identifying specific learning disabilities based on cognitive discrepancies. *School Psychology Review*, 41, 3-22.
- Subramanian, J., & Verma, B. (2009). Introducing fractions using share and measure interpretations: A report from classroom trials. *International Conference to Review Research in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Education epiSTEME-3*, 139-145.
- Suh, J., Birkhead, S., Farmer, R. R., Galanti, T., Nietert, A., Bauer, T., & Seshaiyer, P. (2019). Split it! Unpacking the equipartitioning learning trajectory. *Teaching Children Mathematics*, 25(6), 363-368.
- Sulastri, R., Suryadi, D., Prabawanto, S., Cahya, E., Siagian, M. D., & Tamur, M. (2021). Prospective mathematics teachers' concept image on the limit of a function. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882. Retrieved from <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1882/1/012068/pdf>
- Swanson, H. L. (1999). Reading research for students with LD: A meta-analysis of intervention outcomes. *Journal of Learning Disabilities*, 32, 504-532.
- Swanson, H. L., Carson, C., & Saches-Lee, C. M. (1996). A selective synthesis of intervention research for students with learning disabilities. *School Psychology Review*, 25(3), 370-391.
- Swanson, H. L., & Hoskyn, M. (1998). A synthesis of experimental intervention literature for students with learning disabilities: A meta-analysis of treatment outcomes. *Review of Educational Research*, 68, 271-321.

- Szilágyi, J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.
- Şahin, A., & Gürl r, B. (2018). Destek eğitim odasında ve kaynaştırma ortamlarında çalışan öğretmenlerin bireyselleştirilmiş eğitim programı hazırlama sürecinde yaşadıkları güçlüklerin belirlenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 29, 594-625.
- Şimşek, M. G. (2019). *Matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin kavram yanılgıları ve öğrenci zorlukları esas alınarak oluşturulan limit dersi videoları kullanılarak incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Şişman, G. T. Ş., & Aksu, M. (2012). Sixth grade students' performance on length, area, and volume measurement. *Eğitim ve Bilim*, 37(166), 141-154.
- Tavşancıl, E. ve Aslan, E. (2001). *Sözel, yazılı ve diğer materyaller için içerik analizi ve uygulama örnekleri*. İstanbul: Epsilon.
- Taylan, R. D. (2015). Yeni öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine gösterdiği dikkat. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1495-1510.
- Taylan, R. D. (2017). Characterizing a highly accomplished teacher's noticing of third-grade students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(3), 259-280.
- Test, D. W., & Ellis, M. F. (2005). The effects of LAP fractions on addition and subtraction of fractions with students with mild disabilities. *Education and Treatment of Children*, 28(1), 11-24.
- Thomas, J., Jong, C., Fisher, M. H., & Schack, E. O. (2017). Noticing and knowledge: Exploring theoretical connections between professional noticing and mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Educator*, 26(2), 3-25.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational studies in mathematics*, 15, 105-112.

- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 127–146). Macmillan.
- Thompson, P. W., & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. In J. Kilpatrick, G. W. Martin & D. Schifter (Eds.) *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 95-113). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Toprak, Ö. F. (2018). *Bireyselleştirilmiş eğitim programı hazırlama sürecine ilişkin ekip üyelerinin deneyimleri: bir ortaokul örneği*. Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Türk, Y. (2020). *Ders imcesinin öğretmen adaylarının öğrencinin öğrenmelerine yönelik farkındalık becerilerine etkisi*. Doktora tezi, Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- Türker Biber, B. (2017). *İstatistikle ilgili modelleme etkinlikleri bağlamında öğretmen farkındalığı: Bir durum çalışması*. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2007). The pedagogical content knowledge in mathematics preservice primary mathematics teachers perspectives in Turkey. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 1, 1-13.
- Tzur, R. (1999). An integrated study of children's construction of improper fractions and the teacher's role in promoting that learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 390–416.
- Tzur, R. (2004). An integrated research on children's construction of meaningful, symbolic, partitioning related conceptions and the teachers' role in fostering that learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 123-147.
- Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2018). Using video cases and small-scale research projects to explore prospective mathematics teachers' noticing of student thinking. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1571.

- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2003(24), 234-243.
- University of Maryland Medical Center (2004). *Learning disabilities: Causes*. Retrieved from www.umm.edu/mentalhealth/ldcause.htm
- Van De Walle, J. A., Karp-Karen, S., & Bay-Williams, J.M. (2009). *Elementary an middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Ed). Pearson Education.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 571-596.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2006). How different video club designs support teachers in "learning to notice." *Journal of Computing in Teacher Education*, 22, 125-135.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276.
- Van Luit, J.E.H., & Naglieri, J.A., (1999). Effectiveness of the MASTER Program for Teaching Special Children Multiplication and Division. *Journal of Learning Disabilities*, 32(2), 98-107.
- Vondrová, N., & Žalská, J. (2013). *Mathematics for teaching and pre-service mathematics teachers' ability to notice*. Paper presented at the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Kiel, Germany.
- Walkoe, J. (2014). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 1–28.
- Walkoe, J. (2015). *Investigating teacher noticing of student algebraic thinking*. Doctoral Dissertation, Northwestern University, Illinois.
- Walkoe, J., & Levin, D. (2018). Using technology in representing practice to support preservice teachers' quality questioning: The roles of noticing in improving practice. *Journal of Technology and Teacher Education*, 26(1), 127-147.
- Wallach, T., & Even, R. (2005). Hearing students: The complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 393–417.

- Wang, A. Y., Fuchs, L. S., Fuchs, D., Gilbert, J. K., Krowka, S., & Abramson, R. (2019). Embedding self-regulation instruction within fractions intervention for third graders with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 52(4), 337-348.
- Watanabe, T. (2007). Initial treatment of fractions in Japanese textbooks. *Focus on the Learning Problems in Mathematics*, 29(2), 41–60.
- Wickstrom, M. H. (2014). *An examination of teachers' perceptions and implementation of learning trajectory based professional development*. Doctoral Thesis, Illinois State University, Illinois.
- Widodo, S., & Ikhwanudin, T. (2019). Students with mathematics learning disabilities and their ways of thinking in fraction learning. In S. Misciagna (Ed.), *Learning Disabilities - Neurological Bases, Clinical Features and Strategies of Intervention* (pp. 1-13). Retrieved from <https://www.intechopen.com/books/9451>
- Wijaya, A. (2017). The relationships between Indonesian fourth graders' difficulties in fractions and the opportunity to learn fractions: A snapshot of TIMSS results. *International Journal of Instruction*, 10(4), 221-236.
- Wildmon M.E., Skinner C.H., Watson S.T., & Garrett S.L. (2004). Enhancing assignment perceptions in students with mathematics learning disabilities by including more work. *School Psychology Quarterly*, 19, 106–120.
- Wilkins, J. L. M., & Norton, A. (2011). The splitting loope. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42, 386–416.
- Wilkins, J. L. M., & Norton, A. (2018). Learning progression toward a measurement concept of fractions. *International Journal of STEM Education*, 5(27), 1-11.
- Wilson P. H., Edgington, C. P., Nguyen, K. H., Pescosolido, R. C., & Confrey, J. (2011). Fractions: How to share fair. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 17(4), 230-236.
- Wilson, P. H., Myers, M., Edgington, C., & Confrey, J. (2012). Fair shares, matey, or walk the plank. *Teaching Children Mathematics*, 18(8), 482-489.
- Wilson, P. H., Mojica, G. F., & Confrey, J. (2013). Learning trajectories in teacher education: Supporting teachers' understandings of students' mathematical thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 103–121.

- Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., & Myers, M. (2015). Teachers' uses of a learning trajectory in student-centered instructional practices. *Journal of Teacher Education*, 66(3), 227–244.
- Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., Webb, J., & Myers, M. (2017). Change in teachers' discourse about students in a professional development on learning trajectories. *American Educational Research Journal*, 54(3), 568–604.
- Windschitl, M. (2004). Folk theories of “inquiry”: How preservice teachers reproduce the discourse and practices of an atheoretical scientific method. *Journal of Research in Science Teaching*, 41(5), 481–512.
- Wolff, C.E., Jarodzka, H., Van den Bogert, N., & Boshuizen H.P. (2016). Teacher vision: Expert and novice teachers' perception of problematic classroom management scenes. *Instructional Science*, 44(3), 243–265.
- Wong, M. (2010). *Equivalent fractions: developing a pathway of students' acquisition of knowledge and understanding*. Paper presented at Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Australia.
- Wong, M., & Evans, D. (2008). *Fractions as a measure*. Paper presented at Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Australia.
- Woodward, J., Baxter, J., & Robinson, R. (1999). Rules and reasons: Decimal instruction for academically low-achieving students. *Learning Disabilities Research and Practice*, 14, 15–24.
- Yamamoto, T., & Imai-Matsumura, K. (2013). Teachers' gaze and awareness of students' behavior: Using an eye tracker. *Comprehensive Psychology*, 2(6), 1–7.
- Yang, Y., & Ricks, T. E. (2012). How crucial incidents analysis support Chinese lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(1), 41–48.
- Yazıcı Kılıçoğlu, B. (2019). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin gerçek sınıf ortamı ders videoları kullanılarak incelenmesi*. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

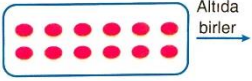
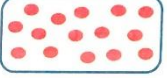
- Yeşildere İmre, S. (2020). Matematiksel etkinliklerin tasarım ilkeleri. Y. Dede, M. F. Doğan & F. Aslan Tutak, *Matematik eğitiminde etkinlikler ve uygulamaları* içinde (s. 165-185). Ankara: Pegem Akademi.
- Yetkin Özdemir, İ. E., & Kayhan Altay, M. (2016). Sınıf öğretmeni adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkarma ve yorumlama becerileri. *İlköğretim Online*, 15(1) , 23-39.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8th ed.). Ankara: Seçkin.
- Yıldırım, C. (2014). *Matematiksel düşünme* (10. basım). İstanbul: Remzi.
- Yıldız, B. (2018). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının bir matematik sınıfına yönelik farkındalıkları*. Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Yılmaz, Z. (2015). *Öğrenme rotaları temelli öğretimin sınıf öğretmen adaylarının matematiksel alan ve öğrenci bilgilerini yeniden yapılandırılmasında kullanımı*. Doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Yılmaz, M. (2016). Matematik öğrenme güçlüğü (gelişimsel diskalkuli). E. Bingölbalı, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (s. 881-899). Ankara: Pegem Akademi.
- Yin, R. (2003). *Case study research: Design and methods* (3. Baskı). California: Sage.
- Yulia, Y., Musdi, E., Afriadi J., & Wahyuni, I. (2019). *Developing a hypothetical learning trajectory of fraction based on RME for junior high school*. Paper presented at the *The 7th South East Asia Design Research International Conference (SEADRIC 2019)*, Yogyakarta, Indonesia.
- Zembat, I. (2016). Matematik öğretim döngüsü ve tahmini öğrenme yol haritaları. E. Bingölbalı, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (509-518). Pegem Akademi: Ankara.

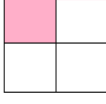
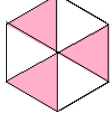
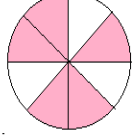
EKLER



EK 1. Ön Görüşme Soruları

Kesir Kavramının Yapılandırılmasında Yer Alan Öncül Kavramlara İlişkin Öğrencilerin Ön Kavrayışlarının İncelenmesi	
Kesirlere İlişkin Temel Nitelikler	Soru/Etkinlik
Ölçme ve Birim	1. (Elindeki tahta parçasını göstererek) Sence bu tahta parçasının uzunluğunu ne ile ölçebiliriz? (Öğrencinin üzerinde düşünmesi ve fikrini ifade etmesi için yeterli zaman verdikten sonra) (Birim küp, ip, kürdan gibi nesneler öğrencinin önüne konularak) Bunların hangileriyle bu tahta parçasının uzunluğunu ölçebilirsin? Neden ölçebiliriz/ölçemeyiz? (Ölçülebiliriz kararını verdiği uzunluk niteliğine sahip nesnelerden, ölçüm sonucunun birim olarak tam sayı ile ifade edildiği birini vererek) Ölçüm yaparak sonucu paylaşırs mısın? O zaman bu tahta parçasının uzunluğu için ne diyeceksin? Birimin ne olmuş oldu? (Önceki nesnenin iki katı uzunluğunda ölçüm sonucunun tam sayı olarak ifade edilemediği bir nesne verilerek) Bu çubukla bu tahta parçasının uzunluğunu ölçüp, sonucu ifade eder misin?
Eşit Paylaşım	2. Paylaşmak kelimesinden ne anlıyorsun? Evde veya okulda herhangi bir şeyi başka bir kimseyle paylaşıyor musun? Nasıl paylaşıyorsun? 3. (Öğrenci eşit paylaşım kavramına odaklanmamışsa) Daha önce eşit paylaşımın ne olduğunu duydun mu? 4. (Elindeki kare şeklindeki kağıdı göstererek) Bu kağıdı iki eşit parçaya ayırır mısın? Başka yolları var mı? Paylaşırs mısın? 5. (Elindeki şerit kağıdı göstererek) Bu şerit şeklindeki kağıdı beş eşit parçaya ayırırsak parçalardan birini gösterir misin? Bu parçanın eşit olduğunu nereden biliyorsun? 6. (Kağıda çizilmiş dört adet kare kek modelini göstererek) Her bir çocuğun aynı miktarı alması koşuluyla üç çocuk arasında bu dört kare şeklindeki keki nasıl paylaştırırsın? 7. Aşağıdaki şekillerden hangisi/hangileri doğru olarak eş parçalara bölünmüş olabilir? (a) (b) (c) (d) (e) (f) (g)
Kesir Dili	8. Kesir kelimesinin ne anlama geldiğini biliyor musun? Kesir deyince hangi kavramlar aklına gelmektedir? Kesir kavramına günlük hayatta nerede ve ne yaparken ihtiyaç duyarız? Örneğin, bir markete gittin... 9. “Bütün”, “yarım”, “çeyrek” kelimelerinden ne anlıyorsun? Günlük yaşantından bu kavramların her birine örnek verebilir misin? Bunları farklı bir şekilde ifade edebilir miyiz? 10. Bir pizzayı dört eş parçaya ayırdığımızda, bir parça bir bütün pizzanın ne kadarıdır?

	11. Eğer üstteki çubuk bir bütün ise alttaki çubuk ne kadardır?  12. (Üzerine kapalı bölgeler ör: kare, dikdörtgen, daire vb. taralı şekiller çizilmiş noktalı kağıt vererek) Verilen şekillerin yarımalarını, dörtte birlerini ve sekizde birlerini bulabilir misin? 13. Aşağıdaki resimde verilen küme modelinin temsil ettiği bütünü "altıda birler"'e ayırır mısın? 
Bir Bütünün Eş Parçalarını Sayma	14. Aşağıda verilen modeldeki "dörtte bir"lerin sayısını kesirle sözel olarak ifade edebilir misin?  (İfade ettiği kesri kastederek) Cevabını çizerek gösterir misin? Bir bütün olması için kaç tane daha "dörtte birler"'e ihtiyaç vardır? 15. (Şeker görselini göstererek) Bu şekerin üçte ikisini gösterir misin?  16. Aşağıdaki soruları yanıtlayalım.  Bu dikdörtgen bir bütünü temsil ediyorsa, - dörtte birini, - üçte ikisini, - beşte üçünü şekil üzerinde modelleyiniz.   Eğer 8 sayma nesnesi bir bütün küme ise, 17. Eğer üstteki çubuk bir bütün ise alttaki çubuk ne kadardır? 

	18. Aşağıdaki çikolata bir bütün çikolatanın beşte dördü ise, bütün çikolatayı çizer misin? 
Kesir Notasyonu	19. Kesirlerin sembolik olarak gösterimiyle hiç karşılaştın mı? Karşılaştıysan kesirlerin nasıl gösterildiğini paylaşır mısın? 20. Bir kesirde alttaki sayı bize neyi söyler? 21. Bir kesirde üstteki sayı bize neyi söyler? 22. “Sekizde beş”i temsil eden kesri sembolik olarak yazabilir misin? Durumu şekil çizerek gösterebilir misin? 23. Aşağıda modelle verilen miktarları temsil eden kesirleri sembolik olarak yazar mısın?   

EK 2. Öğretim Dizisi Etkinlikleri

ÖLÇÜM VE BİRİM

Amaç 1. Bir nesnenin ölçülebilen bir niteliği ile aynı niteliğe sahip başka bir nesneyi (birim olarak göz önüne alınan) karşılaştırabilmek ve ölçülen nesnenin niteliğinin miktarını birim olarak kullanılan nesnenin niteliğinin miktarı cinsinden belirleyerek kesirlere niçin ihtiyaç duyulduğuna dair fikir oluşturmak.

Hedef 1.1. Bir nesnenin ölçülebilir bir niteliğini aynı niteliğe sahip bir nesne ile kıyaslar ve sonucu bir biri cinsinden sayı ile ifade eder.

Hedef 1.2. Bir biri cinsinden ifade edilen miktarların önce tam sayı olduğu durumlarda daha sonra tam sayı olmadığı durumlarda akıl yürütür. Ölçüm sonucunu her iki durumda da ifade eder. Ayrıca ölçümde kullanılan nesnenin niteliğinin birim olarak görev yaptığının farkına varır.

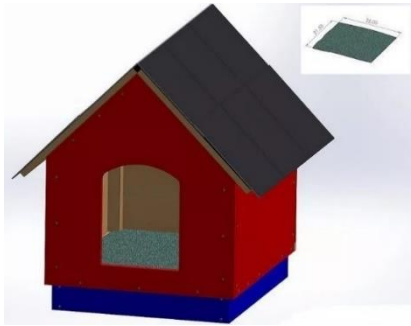
Etkinlik 1. Köpek Kulübesi

Hedef: 1.1, 1.2.

Destek araçları/materyaller: Tahta parçası, kürdan, pipet, mukavva şerit, mıknatıslı veya birbirine geçmeli birim küpler

Kışları atkılar, bereler, eldivenler, kalınlıkta birbirleriyle yarışan montlar dolabımızda yerini alır. Üşüyüp hasta olmamak için kat kat giyiniriz. Bir yerden başka bir yere ulaşmak için geçirdiğiniz o süre bile, soğuk havalar nedeniyle, yeterince zorlu oluyor. Peki ya, bu mevsimi hep dışarıda geçirmek zorunda olan köpekler?

Mahallemizdeki köpeklerin zorlu kış şartlarından etkilenmemesi için Ahmet evlerinin yan bahçesinde yaşayan köpekler için ev, yani dayanıklı kulübeler yapmaya karar vermiş.



Bunun için internette kulübe yapımı ile ilgili bilgi alıp inşaat malzemelerinin satıldığı bir depoya gitmiş. Eve döndüğünde alt taban için gerekli olan tahta parçalardan bir tanesinin eksik olduğunu görmüş.

Kardeşi Salih'i telefonla arayarak eve gelirken aynı uzunlukta bir tahta parçası almasını istemiş. Kardeşi tahta parçasının uzunluğunu sorunca, evde bir cetvel veya mezura olmadığı için Ahmet tahtanın uzunluğunu nasıl ölçeceğini bilememiş. Ahmet'e evde olan malzemelerle ölçüm yaptırıp kardeşine doğru uzunluğu vermesi için Ahmet'e yardımcı olur musun?

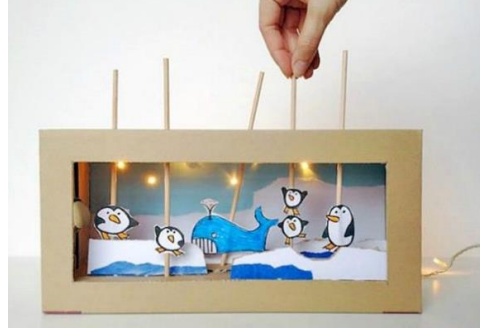
Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Uzunluk ölçümü için standart olmayan birimleri hatırlar. • Ölçülecek olan nesne ile niteliği aynı olan uygun bir birim ile (ilk başta 10 cm uzunluğunda pipet, daha sonra ise 4 cm uzunluğunda kürdan) ölçüm yapar. Sonucu ölçüm yaptığı birim cinsinden tam sayı ile ifade eder (örn. 2 pipet birim, 5 kürdan birim). Seçtiği diğer birimle (8 cm uzunluğunda kalem) ölçüm yaparak sonucun tam sayı ile ifade edilemediğini fark eder. Ölçüm yaptığı diğer birimi (4 cm uzunluğunda kürdan) kullanarak birimi tekrar ölçeklendirir ve ölçümü yapar. Ölçüm sonucunu seçtiği birim cinsinden ifade eder (2 kalem birim ve bir kalemin iki parçasından birisi veya yarısı vs gibi informal ifade).	• Evdeki hangi eşyaların uzunluğu ölçmek için birim olarak kullanılabileceğini sorar, öğrenci hatırlamaz ise hatırlatır. • Tahta parçasını ve standart olmayan birimleri öğrenciye temin eder (örneğin, 20 cm uzunluğunda bir tahta parçası, 10 cm uzunluğunda bir pipet, 8 cm uzunluğunda bir kalem, 4 cm uzunluğunda kürdan). • Öğrencinin uygun seçimi yapması beklenip uygun sorularla uygun birimi seçmesi için rehberlik eder. • Ölçümün tam sayı ile ifade edilemediği durumda öğrencinin kullanılan birimi (örn. uzunluğu 8 cm olan kalem) uygun seçmesinde öğrenciyi yönlendirir. • Öğrenciye ölçümün sonucunu sorar ve sonucun birim olarak tam sayı çıkmadığı durumlarda bu sonucu nasıl ifade edeceği hakkında birkaç deneme yaptırılarak öğrenciye deneyim kazandırılır. • Öğrenci benzer durumların çözümünde kullanabileceği genellik kazanan bir model (zihin modeli veya görsel model) geliştirdiğinde dersi sonlandırır.

Etkinlik 2. Kartondan Çerçeve

Hedef: 1.1, 1.2.

Destek araçları/materyaller: Uzunluğu ölçülmesi istenen kartondan şeritler, birbirinin tam sayı katı uzunlukta kartondan birimler, farklı sayıda eş parçaya ayrılmış 1 birimi temsil eden kartondan şeritler



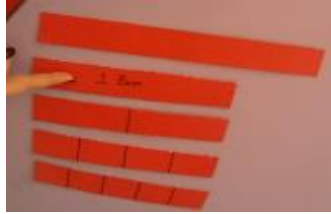
Canan resimdeki gibi kartondan ışıklı bir tablo yapmak ister. Tablonun çerçevesi için, evde iki eş uzunlukta kısa şerit karton bir tane de uzun şerit karton vardır. Bir tane daha uzun karton şeride ihtiyacı olacaktır. Elindeki karton şeridi de alarak kırtasiyeye gider. Kırtasiyeciden elindeki karton şerit ile aynı uzunlukta bir karton şerit almak istediğini söyler. Kırtasiyeci ise A birim ve B birim olmak üzere iki ayrı uzunlukta karton şeritleri vererek:

Kırtasiyeci: Bunlarla ölçüm yapıp bana B birim cinsinden istediğin karton şeridin ne kadar uzunlukta olduğunu söylemelisin. Çünkü ücret hesaplamasını sadece B birim cinsinden yapıyoruz.

Canan'a B birim karton şerit cinsinden istediği karton şeridin uzunluğunu hesaplamada yardım eder misin?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- B birimi karton şerit üzerinde yineleyerek ölçüm yapar. Ölçüm sonucunun tam sayı olarak ifade edilemediğini fark eder. - A birimleri kullanarak B birim ile A birimi karşılaştırır. Bir A birimin bir B birimin 4 eş parçasından biri olduğunu fark eder. - A birimleri kullanarak B birimin karton şeridin altında kalan parçasını sözel olarak basit terimler ifade eder. Ör: B birimin dört eş parçasından üç parçası gibi. - Daha sonra karton şeridin uzunluğunu B birim cinsinden basit terimler ile ifade eder. Ör: iki tane B birim, bir de B birimin dört parçasından üçü gibi.	- Öğrenciye biri ölçmeye esas alınacak birim olmak üzere iki farklı birim temin eder. (Esas birim diğer birimin miktarının tam sayı katı olmalıdır.) - B birim ile karton şeridin uzunluğunu ölçmesi için öğrenciyi yönlendirir. - Öğrenci B birimi yinelediğinde karton şeridi aştığını görünce, B birimin karton şeridin altında kalan parçasının miktarı hakkında öğrencinin muhakeme etmesi için öğrenciye fırsat tanır. - Öğrenci A birim ile B birimin miktarlarını karşılaştırmayı düşünemez ise öğrenciyi yönlendirir.

	• A birimleri kullanarak B birimin karton şeridin altında kalan parçasını ve daha sonra karton şeridin uzunluğunu sözel olarak ifade etmesini ister. Öğrenciden basit terimler ile (örneğin, iki tane B birim, bir de B birimin dört parçasından üçü) ifade etmesini bekler, kesir dilinde (iki tam dörtte üç) ifade etmesinde ısrarcı olunmaz. • Esas birim diğerinin tam sayı katı olacak şekilde farklı iki birimler verildiği durumlarda durumlarda ölçüm sonucunu nasıl ifade edeceği hakkında birkaç deneme yaptırılarak öğrenciye deneyim kazandırılır. • Eğer öğrenci, esas birimi diğer birimleri kullanarak ölçeklendirmede güçlük yaşıyorsa ilk önce öğrenciye hazır bir şekilde farklı sayıda eş parçaya ayrılmış (Şekil 1.) bir birimleri temin ederek, uzunluk niteliğine sahip farklı nesnelerin miktarını ölçmesi istenir. Öğrencinin farklı sayıda eş parçalara ayrılmış bir birimlerin aynı birimin farklı ölçeklendirilmiş durumları olduğunu fark etmesi sağlanır. Daha sonra birimi farklı birimler ile ölçeklendirme çalışmaları yapılır. Şekil 1.  • Öğrenci benzer durumların çözümünde kullanabileceği genellik kazanan bir model (zihin modeli veya görsel model) geliştirdiğinde dersi sonlandırır.
--	---

EŞİT PAYLAŞIM

Amaç 2. Eşit paylaşım kavramını anlamlandırarak verilen bir bütünü farklı yollarla eş parçalara ayırabilmek.

Hedef 2.1. Eşit paylaşımın (bir bütün için), bütünün eş parçalara bölünüp parçaların paylaşımı anlamına geldiğini fark eder.

Hedef 2.2. Bir bütünü (pasta, pizza, elma vs) istenilen sayıda eş parçaya ayırır.

Hedef 2.3. Belirli bir sayıda verilen nesneleri verilen sayıda kişiye/nesneye eş pay düşecek şekilde ayırır.

Hedef 2.4. Eş parçaları oluştururken parçaların şeklinden (fiziki görünüm) ziyade parçaların göz önüne alınan niteliğinin miktarlarının eşit olması gerektiğini açıklar.

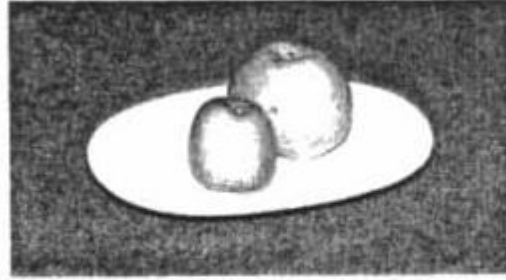
Etkinlik 3. Hangi elma?

Hedef: 2.1., 2.3.

Destek araçları/materyaller: Elma, elmayı kesmek için gerekli araç, elmaların görsel temsilleri

Ünlü bir dansçı çocukluğu ile ilgili aşağıdaki hikâye anlatır:

“O zamanlar ben bütün tatlı yiyecekler arasından en çok meyveyi severdim. Ama tıpkı şekerlemeler ve kurabiyeler gibi elma yemek de ailemiz için bir lükstü. Annem çoğu zaman bir veya iki elmayı sekiz çocuğu arasında paylaşırdı ve sadece aramızda yaşı büyük olanlara bir bütün elma verirdi. Zaman ve imkânlar değişti. Büyüdüm ve benim de çocuklarım oldu, Ayla ve Melis. Ayla ve Melis eve geldiklerinde her biri bir bütün elma yeme fırsatına sahipti. Yine bir gün kızlarım okuldan çıkıp eve geldiklerinde elma yemek istediler. Evde sadece aşağıdaki gibi iki tane elma kalmıştı. Ama ben farklı boyuttaki iki elmayı kızlarıma eşit bir şekilde nasıl paylaşacağımı bilemedim.”



Haydi, anneye farklı boyuttaki iki elmayı kızları Ayla ve Melis’e eşit şekilde paylaşmasına yardım edelim.

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Büyük kardeşlere bütün elma, diğerlerine ise parça elma verilmesinin eşit paylaşım olmadığını açıklar. - İki elmanın büyüklüğü aynı olmadığını için kardeşlerden birinin bir elmayı diğerinin diğer elmayı almasının eşit paylaşım olmayacağını belirtir. Başka	- Öğrenciye dansçının annesinin elmaları paylaşımının eşit paylaşım olup olmadığını sorar. - İki elmayı birer birer paylaşımının neden “eşit paylaşım” olmayacağı gibi öğrencinin “eşit paylaşım” kavramını öğrenmesini destekleyecek şekilde müdahaleci sorular yönlendirir.

bir deyişle, eşit paylaşımın ne anlama geldiğini bilir. • Elmayı paylaşmak için kendine göre detaylı çizimler yapar (Örn. Elmalar için yaprak, sap vs çizer). Durum üzerinde daha da çok çalışıkça ayrıntılı çizimlerden uzaklaşarak, elmayı temsil etmek için daireler kullanır, zihinsel bir modele dönüştürür (model oluşturamazsa öğrenci elma veya elmayı temsil eden model üzerinde çalışır). • Çözüm olarak, örneğin, her iki elmayı iki eşit parçaya bölerek, her bir kardeşe iki elmanın birer parçasını vererek paylaşır (farklı çözüm yolları da bulabilir: iki elmayı birlikte tartarak yarısını paylaşırma vb. gibi) . • İstenilen sayıda kişiye farklı boyutta verilen iki elmayı eşit bir şekilde paylaşır.	• “Küçük elmanın yarısı, büyük elmanın yarısı kadar mıdır? Neden ikisine de yarım denir?” sorularını sorarak, öğrenci ile “birim” hakkında konuşmak için fırsat yaratır. • Öğrencileri, elmaları nasıl paylaşacaklarına ilişkin model oluşturmalarını teşvik eder (gerekirse farklı boyutta iki elmayı öğrenciye temin eder). • Öğrenciye, Ayla, Melis, annesi ve babasına (veya farklı sayıdaki kişilere) aynı iki elmanın eşit olarak nasıl paylaşılacağını sorar. • Öğrenci paylaşılacak kişi sayısına göre elmaları nasıl paylaşacağına dair bir örüntü bulduğunda etkinliği sonlandırır.
---	--

Etkinlik 4. İki Pasta Yedi Kişi

Hedef: 2.1., 2.2., 2.3.

Destek araçları/materyaller: Pastaları temsil eden manipüle edilebilir (katlanabilir, kesilebilir) modeller

7 kişiden oluşan bir grup arkadaş, doğum günü kutlaması için aynı pasta türünden iki tane almıştır. Pastalardan biri 4 eş parçaya, diğeri 3 eş parçaya bölünerek toplam 7 dilim pasta elde edilmiş ve herkes bir dilim pasta yemiştir.

Herkes eşit miktarda pasta yemiştir midir? Kararımızın gerekçesini açıklayalım.

Pastaları sen nasıl dağıtırdın, paylaşır mısın?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Pastalardan birinin 4 eş parçaya, diğeri 3 eş parçaya bölünerek elde edildiği 7 dilim pastadaki her bir dilimin eşit miktarda olmadığını, dolayısıyla herkesin eşit miktarda pasta yemediğini sözel olarak veya model oluşturarak açıklar. - İki pastayı 7 kişiye herkes eş pay alacak şekilde paylaşmak için her iki pastayı da temsil eden bir model çizer ve her iki modeli 7 eş parçaya ayırır. 7 eş parçaya ayırdığı her iki pastanın parçalarını 7 kişiye her biri iki parça alacak şekilde eşit bir şekilde paylaşır.	- Öğrenciye problem durumunda yer alan söz konusu 7 kişinin eşit miktarda pasta yiyip yemediklerini sorar. Öğrenciye cevabı için gerekçesini sorar. Eğer öğrenci her bir kişinin “bir dilim” pasta yemesinden dolayı eşit miktarda pasta yediklerini iddia ediyor ise, öğrencinin pastaları temsil edecek model çizmesi ve model üzerinde her iki pastanın da dilimlerinin miktarlarını karşılaştırması için rehberlik eder. - Öğrenci pasta dilimlerini karşılaştırmak için pastaları temsilen daire modeli çizmiş ise dörtte birlik ve üçte birlik daire modelinin miktarlarını karşılaştırmada (miktarlar birbirine yakın olduğu için) güçlük yaşayabileceğinden, farklı modeller ile (kare, dikdörtgen) temsil etmesi için öğrenciyi yönlendirir. - Öğrenci pastaları temsil eden modeller üzerinde dilimlerin miktarları ile ilgili akıl yürütemez ise somut modeller kullanarak üçte birlik ve dörtte birlik parçaların miktarlarının eş olmadığını fark etmesi sağlanır. - Öğrenciye, eş iki pastanın 7 kişiye eşit olarak nasıl paylaşılacağını sorar. - Öğrenci her iki pastayı da 7 eş parçaya ayırması gerektiğini ifade ettiğinde pastayı temsil eden model çizmesi ve 7 eş parçaya ayırması için öğrenciyi teşvik eder. Eğer öğrenci pastayı temsil olarak daire modeli çizmiş ve tek sayıda eş parça oluşturmada güçlük yaşıyor ise pasta dilimi oluşturmak için

	pastayı nereden kesmesi gerektiği ile ilgili günlük hayat ile ilişkilendirerek dairenin merkezinden başlayarak daire dilimlerini oluşturacağını fark ettirir. • Farklı modelleri farklı sayıda eş parçalara ayırma etkinlikleri yaptırır. • Farklı sayıda verilen nesneleri farklı sayıda nesneye ve kişiye paylaştırma etkinlikleri ile öğrenciye deneyim kazandırır. • Öğrenci bütünü temsil eden nesne sayısı ve paylaştırılacak kişi veya nesne sayısı arasında ilişki kurup, eşit paylaşımı yapmak için farklı çözüm yolları keşfettiğinde etkinlik sonlandırılır.
--	--

Etkinlik 5. Omlet Akşamı

Hedef: 2.1, 2.2.

Destek araçları/materyaller: Dairesel kesir takımları.

Eşinin akşam eve gelmediği bir gün, Ayşe Hanım, kendisine ve üç çocuğuna akşam yemeği için patatesli-peynirli omlet yaptı. Omleti yaptıktan sonra bir bütün ekmeği dilimleyerek herkesin tabağına ikişer dilim koydu. Her bir dilim üzerine eşit miktarda omlet koyulabilmesi için Ayşe Hanım'ın omleti kaç eş parçaya ayırması gerekir? Gel, yardımcı olalım.



Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Omleti kaç parçaya ayırması gerektiğini belirler. • Omlet ögesini temsil etmek için daire (veya dairesel kesir takımları), ekmeğin dilimleri için ise elips şeklinde modeller kullanır. • Omleti belirlediği sayıda eş parçalara ayırır.	• Öğrenciye omleti kaç parçaya ayırması gerektiğini sorar. • Öğrenciyi, omleti ve ekmeğin dilimlerini modellemesi için teşvik eder (öğrenci model oluşturmada zorlanırsa dairesel kesir takımları öğrenciye temin edilebilir). • Farklı sayıdaki kişiye veya her bir kişiye eşit miktarda verilecek farklı sayıda dilim ekmeğe kaç parça omlet dağıtılacağını sorarak öğrenciye deneyim kazandırır, öğrenci uygun cevapları verdiğinde etkinliği sonlandırır. • Öğrenci uygun cevaplar vermezse, benzer eylemlerle istenilen cevapları vermesi sağlanmaya çalışılır.

Etkinlik 6. Ev Arkadaşı

Hedef: 2.1, 2.2, 2.3.

Destek araçları/materyaller: Lahmacunların görsel temsilleri, mukavva, dairesel kesir takımı.

Ali, Emre ve Berk üniversitede okuyan ve aynı evi paylaşan üç arkadaşdır. Akşam olduğunda karınları acıkır ve evlerinin iki sokak aşağısındaki lokantadan yemek olarak lahmacun siparişi verirler. Toplam 5 tane lahmacun sipariş ederler. Yarım saat sonra kapı çalar, lahmacunlar gelir. Haydi, lahmacunları eşit olarak Ali, Emre ve Berk'e paylaştıralım.



Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Eşit paylaşımın aynı bütünden aynı miktarı almak anlamına geldiğini hatırlar. - İlk başta üç kişiye birer lahmacun, daha sonra kalan iki lahmacunun her ikisini de üç eşit parçaya ayırıp ikişer parça dağıtır (kendi modeli üzerinde veya model oluşturamıyorsa dairesel kesir takımı yardımı ile). - Kişi sayısından daha fazla bütünün verildiği durumlarda, bütünlere dağıtıldıktan sonra, kişi sayısından daha az sayıda olan kalan parçaları ne kadar kişi varsa o kadar parçaya böler.	- Öğrenci lahmacunları paylaştırırken ne gibi düşüncelere sahip olduğunu öğrenmek için sorular sorar. - Öğrenci lahmacunları modelleyemezse, dairesel kesir takımlarını model olarak öğrenciye temin eder. “Verilen lahmacun ve kişi sayısına göre lahmacunların nasıl parçalara ayrıldığına dair bir ilişki görebiliyor musun?” diye sorarak öğrencinin ilişkiyi fark edip 3 kişi varsa kalan lahmacunların 3 eşit parçaya bölünmesi veya 5 kişi varsa kalan lahmacunların 5 eşit parçaya bölünmesi gerektiğini fark etmesine yardımcı olur. - Öğrenci verilen nesneleri istenilen sayıda kişiye/nesneye paylaştırırken, paylaştırılan nesne sayısı paylaştırılacak nesne/kişi sayısından, (i) az ise, her bir nesneyi paylaştırılacak nesne/kişi sayısı kadar eş parçaya ayırıp parçaları paylaştırma; (ii) eşit ise nesneleri nesne/kişilere eşit bir şekilde birer birer paylaştırma; (iii) çok ise nesneleri nesne/kişilere eşit bir şekilde birer birer paylaştırdıktan sonra geri kalan nesneleri kişi sayısı kadar eş parçalara ayırıp paylaştırma soyutlamasını yapabildiğinde etkinliği sonlandırır.

Etkinlik 7. Hangi pasta dilimi daha büyük?

Hedef. 2.1, 2.4.

Destek Araçları/Materyaller: Pastayı temsil eden manipüle edilebilir (katlanabilir, kesilebilir) modeller, pasta dilimlerinin görsel temsilleri.

Bir gün, Ali ile Emre okuldan geldiklerinde annesinin yaptığı nefis pasta kokusunu almışlar ve pasta yiyecekleri için çok sevinmişlerdir.

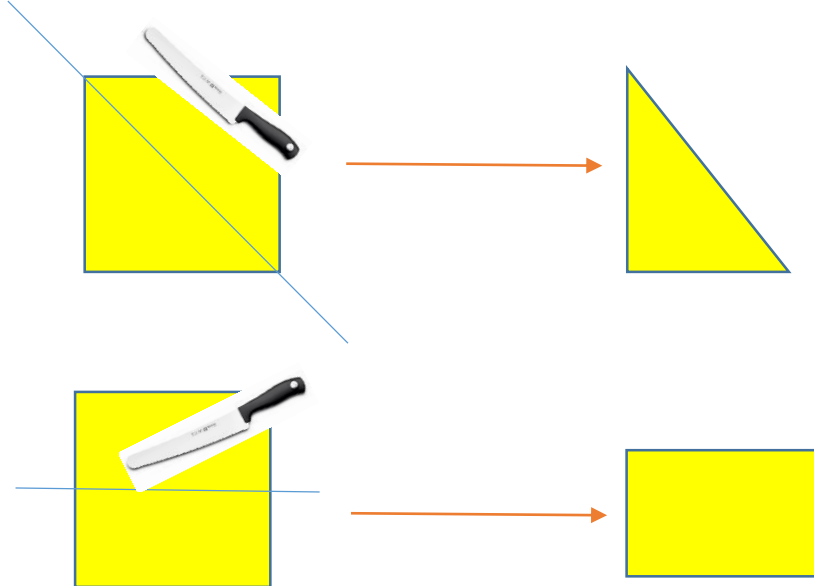


Annesi ile çocukları arasında şöyle bir konuşma geçer:

Anne: Sizin için ikinize de kare pasta (burada bahsedilen kare prizma) yaptım. Üstünüzü değiştirip ellerinizi yıkadıktan sonra mutfağa gelip pastalarınızı alabilirsiniz. Ama bugün pastanın yarısını yiyebileceksiniz. Diğer yarısını yarına ayırdım.

Ali ve Emre: Tamam anne.

Ali ve Emre üstlerini değiştirip ellerini yıkadıktan sonra mutfağa geldiklerinde masada iki tabak ve içinde üstten görünüşleri aşağıdaki gibi olan farklı şekillerde kesilmiş iki pasta ile karşılaşırlar.



Ali üçgen şeklindeki pasta dilimini, Emre ise dörtgen şeklindeki pasta dilimini alır. Ama Emre, Ali'nin daha büyük pasta dilimini aldığını söyleyerek bu paylaşımaya itiraz eder. Anneleri ise Emre'yi her iki pasta diliminin de eşit büyüklükte olduğuna ikna etmeye çalışır.

Ancak Emre ikna olmaz. Sana göre Emre mi yoksa annesi mi haklıdır? Gel, birlikte yardımcı olalım.

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
İki pastanın eşit olduğuna karar verir ve gerekçesini açıklar (Örneğin gerekçesini, “dilimlerin ikisinin de aynı pastanın yarısı olduğunu ve bu yüzden eşit büyüklükte olması gerekir” ifadesi ile açıklar).	- Öğrenci hangi dilimin daha büyük olduğunu seçerken ne gibi düşüncelere sahip olduğunu öğrenmek için sorular sorar. - Her iki pasta diliminin eşit olması için neyin gerekli olduğunu sorar; eğer öğrenci kendisi karar veremezse, daha basit örnekler vererek (örneğin, aynı büyüklükte iki kâğıt parçasını farklı şekillerde ikiye bölünmesiyle elde edilen parçalar) görünüm olarak aynı şekle sahip olmayan parçaların eşit büyüklükte olmasının eşit paylaşım olduğunu öğrencinin algılamasını sağlar. - Öğrenciden aynı bütünden elde edilen farklı şekillerde fakat aynı büyüklükte parçalara örnek vermesini ister; böylelikle “eşit paylaşım” fikri için öğrenciye deneyim kazandırır; öğrenci uygun örnekler verdiğiğinde dersi sonlandırır.

Etkinlik 8. Kermes

Hedef: 2.1, 2.4.

Destek araçları/materyaller: Cetvel, pastaların köpük levhadan yapılmış somut temsilleri veya pastaların manipüle edilebilir (katlanabilir, kesilebilir) iki boyutlu somut temsilleri, pastaların görsel temsilleri.

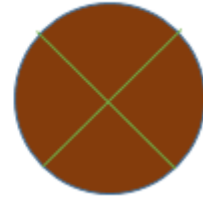
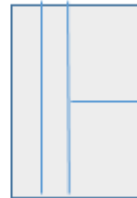
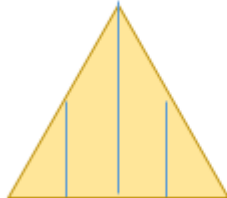
Ayşe Hanım kızı Fatma'nın okulundaki kermes için çeşit çeşit pastalar yapar. Birer tane üstleri kare şeklinde çikolatalı pasta, üçgen şeklinde mozaik kek, dikdörtgen şeklinde çilekli pasta ve daire şeklinde fıstıklı yaş pasta yapar.



Çok lezzetli görünüyorlar öyle değil mi?

Ayşe Hanım, kızı Fatma'dan pastaların her birini dört eşit parçaya bölmesini ister. Fatma pastaları dört parçaya böler. Pastaların bölünmüş halinin yukarıdan görünüşü aşağıdaki şekillerdeki gibidir.

Sence Ayşe pastaları annesinin istediği gibi bölebilmiş midir? Yanlış giden bir şeyler varsa, gel yardımcı olalım.



Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Eşit paylaşımın aynı bütünden aynı miktarı almak anlamına geldiğini hatırlar. - Pastaların eşit olarak parçalanıp parçalanmadığını anlamak için verilen uygun modelleri kullanır (örneğin, köpükten levhalarla yapılmış pasta modelleri). Sonuçta pastaların eşit olarak parçalanıp parçalanmadığına dair kararını verir ve kararını kendi	- Öğrencinin pastaların eşit büyüklükte parçalara ayrılıp ayrılmadığı ile ilgili muhakeme yapmasına fırsat tanır. - Öğrenciye pastaları doğru bir şekilde eşit paylaşımını istemez; onun yerine eşit paylaşım fikrini kavramsal olarak anlayıp anlamadığını öğrenmek için yönlendirici sorular sorar. Gerektiğinde katlanabilen (ör: kâğıt) somut modeller temin ederek öğrencinin aynı şekle sahip olmayan eş

ifadeleri (sözel, görsel veya yazılı) ile savunur. Parçalar aynı şekle sahip olmasalar bile parçaların niteliklerinin miktarlarının eşit büyüklükte olması ile ilgili soyutlama yapar.	parçaları aynı şekle getirmesine rehberlik ederek parçalar aynı şekle sahip olmasalar bile parçaların niteliklerinin miktarlarının eşit büyüklükte olduğunu fark etmesini sağlar. Öğrenci “aynı bütünün aynı kesirsel gösterimi ile temsil edilen parçaları fiziksel olarak farklı olsalar dahi eş parçalardır” soyutlamasını yaptığında etkinliği sonlandırır.
---	--



KESİR DİLİ

Amaç 3. Verilen birim kesirleri okumak, sözel olarak ifade etmek.

Hedef 3.1. Bir bütünün kendisini bütün (tam), bütünü oluşturan parçaları ise yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb. şeklinde sözel olarak ifade eder.

Hedef 3.2. Yarım, çeyrek, ikide bir, üçte bir, dörtte bir, beşte bir vb sözel olarak ifade edilen bir kesri alan, uzunluk niteliklerini sahip modellerle ve küme modelleri ile temsil eder.

Etkinlik 9. Yarım-Çeyrek-Bütün

Hedef: 3.1., 3.2

Destek araçları/materyaller: Mukavva, cetvel.

Şeyma öğretmen bir gün sınıfa girer ve öğrencilere günaydın dedikten sonra derse aşağıdaki gibi bir giriş yapar:

“Günlük hayatımızda bütün, tam, yarım ve çeyrek kelimelerini sıklıkla duyarız. Markete gittiğimizde yarım kilo et alır, köfteciye gittiğimizde çeyrek ekmek köfte yeriz. Misafirimiz gelir, yaş pastanın bütününe yeriz. Saatler bazen 12’yi çeyrek geçer; bazen ise zilin çalmasına yarım saat vardır. Peki, çocuklar, günlük hayatınızda bu kelimeleri kullandığınız durumlara örnek verebilir misiniz? Bu tür durumlarda yarım, çeyrek, bütün gibi kelimeler ne anlam ifade eder?”

Öğrenciler günlük hayatlarında, Şeyma öğretmenin bahsettiği gibi bütün, tam, çeyrek, yarım gibi kelimeleri kullandıklarını hatırlasalar da neden kullandıklarını, onlar için bu kelimelerin ne anlam ifade ettiğini açıklamakta zorluk çektiklerine Şeyma öğretmen şahit olmuştur. Gel birlikte bu kelimelerin nerelerde, nasıl kullanıldığını ve neyi ifade ettiklerini birlikte paylaşalım.

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Öğrenci günlük hayatında bütün/tam, yarım, çeyrek gibi kavramları kullandığı durumları hatırlar ve paylaşır. - Bu kelimeleri kullandıklarında kullanma gerekçelerini görsel veya sözel olarak ifade eder.	Öğrencinin günlük hayatında bütün/tam, yarım ve çeyrek kavramlarını kullandığı durumlarda, neden kullandığını ve kendisi için ne anlam ifade ettiğini anlamak için sorular yöneltir.

• Bütün, yarım ve çeyrek kavramları arasında ilişki kurar. • Üçte birleri, dörtte birleri, beşte birleri vb. farklı örnekler üzerinde tarif eder.	• Öğrencinin bütün/tam, yarım ve çeyrek kavramlarının aynı zamanda kesir dili ile farklı şekilde nasıl ifade edileceği üzerinde düşünmesine olanak sağlar (Örneğin, öğrencinin bir bütünün yarımını veya çeyreğini temsil eden görselini çizmesini istenebilir). • Öğrenci bütün, çeyrek ve yarım kavramlarını farklı şekilde ifade edemezse, öğrenciye çeyreği içeren farklı örnekler üzerinde, bütünün dört eşit parçaya bölündüğü, bütün parçaların eşit büyüklükte olduğu durumlarda parçalardan her biri çeyrek ya da dörtte birler olarak ifade edildiği belirtilir (aynı şekilde yarım da- iki de birler olarak). Daha sonra öğrenciye farklı durumlar (çikolata, pasta, pizza vb.) için -örneğin bütünün beş parçaya bölündüğü ve bütün parçaların eşit olduğu durumlarda- kesir dili ile ifade etmesini ister (gerekirse somut modelleri –ör: kesir şeritleri, dairesel kesir takımı vb.- öğrenciye temin eder). • Öğrencinin bütün-yarım ve çeyrek arasında ilişki kurması için aynı bütün içerisinde çeyrek ve yarım parçaların olduğu etkinlikler ile öğrenciye bu kavramlar ve kavramlar arasındaki ilişkileri kurmasını sağlar. (Örnek etkinlik: Ceylan, elindeki elmanın yarısını yedi. Kalan yarısını da kardeşleri Tuncay ve Cemal'e eşit şekilde paylaştırdı. Bu durumda Ceylan, Tuncay ve Cemal'in yediği elma miktarlarını sözel olarak ifade eder misin? gibi...) • Bir bütünün parçalarken öğrencilerin bütünün parçalarının (kesirsel parçaların) iki yönünün farkında olmalarını sağlar: (1) Bütünün parçalarının (bütünü oluşturan) sayısı kesri belirler-ör. dörtte bir, beşte bir... (2) Parçalar aynı şekle sahip olmasalar bile, eşit büyüklükte olmalıdır.
--	---

Etkinlik 10. Çeyrek Elmalar

Hedef: 3.1, 3.2.

Destek araçları/materyaller: Elmayı temsil eden somut model, makas.

Berat ve Melis'in dedesine ait bahçede elma ağaçları vardır. Berat ağaca tırmanarak elma toplamayı çok sevdiğinden elmaları toplama işini Berat, toplanan elmaları çeyrek elmalar olacak şekilde dilimleme işini ise Melis üstlenmiştir. Dedeleri ise Melis'ten dilimlediği çeyrek elmaları misafirlere dağıtmasını ister.



Berat iki elma topladığında dilim sayısı kaç olur?

Berat altı elma topladığında dilim sayısı kaç olur?

16 misafir varsa, Berat'ın kaç tane elma toplaması gerekir?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Çeyrek elmanın bir bütün elmanın "dörtte bir"i olduğunu hatırlar. • Bir elma dilimlendiğinde kaç çeyrek elma yaptığını model kullanarak karar verir. • Daha sonra 6 elma dilimlendiğinde kaç çeyrek elma yaptığını karar verir. • Verilen bütün elma sayısına bağlı olarak içerdiği çeyrek elma sayısı ile arasında bir ilişki kurar. • Verilen çeyrek elma sayısına bağlı olarak oluşturduğu bütün elma sayısı ile arasında bir ilişki kurar. • Verilen bütün/yarım/çeyrek nesne içinde kaç tane bütün/yarım/çeyrek nesne olduğuna karar verir.	• Öğrencinin verilen sayıdaki elmada kaç çeyrek elma olduğunu ve verilen sayıda kişi için kaç elma toplanması gerektiğine karar vermede öğrenciye rehberlik eder. • Verilen bütün/yarım/çeyrek nesne içinde kaç tane bütün/yarım/çeyrek nesne olduğu ile ilgili etkinlikler ile öğrenciye deneyim kazandırır. • Öğrenci verilen sayıda kişi için toplanması gereken elma sayısını ve toplanan elmaların kaç çeyrek elma yaptığını dair ilişki geliştirince etkinliği sonlandırır.

Etkinlik 11. Kumbara

Hedef: 3.1, 3.2.

Destek araçları/materyaller: Sayma pulları veya paraların kartondan somut temsilleri.

Aysel, annesinin doğum gününde aldığı kumbaraya her gün madeni para atar. Bazı günler 1₺, bazı günler 50 kuruş, bazı günler ise 25 veya 10 kuruş atar. İki ayın sonunda kumbarasındaki paraları düzenlemek ister ve kumbarasını açar.



Kumbarasında toplam 20 tane 1₺, 12 tane 50 kuruş, 10 tane 25 kuruş ve 8 tane 10 kuruş vardır. Aysel paralarını gruplandırıp jelatin kâğıtlara sararak düzenlemek ister. Elindeki jelatinlerin sayısına göre madeni paraları aşağıdaki adımlara uyarak düzenlemelidir:

- 1₺'leri dörtte birlere ayır.
- 50 kuruşları altıda birlere ayır.
- 25 kuruşları ikide birlere ayır.
- 10 kuruşları dörtte birlere ayır.

Aysel'e madeni paraları düzenlemesi için yardım eder misin?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Öğrenci 20 pulu dörtte birlere ayırmak için üç farklı stratejiden birini (veya başka bir stratejiyi) seçebilir: - Birer pul ile dört ayrı grup yapar. Geri kalan pulları gruplara birer dağıtarak paylaşır. - Doğal sayılar bilgisini kullanarak 20 pulu dörtte birlerine ayırmanın 4'e bölmek anlamına geldiğini fark eder. Bölme işlemini yaparak her bir grupta 5 pul olacağını bulur. 5'er pul ile 4 grup yapar. - Bütün pulları bir araya getirerek kare ve dikdörtgen gibi düzgün çokgen elde eder. Sürekli bir bütün	- Öğrencinin pulların oluşturduğu koleksiyonun istenilen eş alt koleksiyonunu nasıl oluşturacağı ile ilgili muhakeme yapmasına fırsat tanır. - Öğrencinin koleksiyonun alt koleksiyonlarını oluşturmak için strateji seçiminde rehberlik eder. - Diğer stratejileri de keşfetmesi için öğrenciye fırsat tanır. Gerektiğinde yönlendirir. - Öğrenciye farklı koleksiyonların dörtte birinde, altıda birinde vb. istenilen birim kesir kadarında koleksiyona ait kaç tane nesne olduğunu sorar.

gibi düşünerek dört eş parçaya ayırır. • Diğerlerinde de benzer stratejileri uygulur.	• Öğrenci kendi stratejisini seçip farklı koleksiyonların istenilen şekilde alt koleksiyonlarını oluşturup, alt koleksiyondaki nesne sayısını sözel olarak ifade edebildiğinde etkinliği sonlandırır.
--	---



BÜTÜNÜN EŞ PARÇALARINI SAYMA

Amaç 4. Bir bütünün eş parçalarını saymak ve bütün ile eş parçalar arasındaki ilişkiyi fark etmek.

Süre: 4 saat

Hedef 4.1. Yineleme eylemini kullanarak verilen sayıda parçayı bütünüyle karşılaştırır. Örneğin, dörtte üç gibi bir kesri dörtte bir denilen üç parçanın sayılması olarak görür.

Hedef 4.2. Yineleme eylemini uzunluk, alan, hacim gibi niteliklere sahip modelleri kullanarak gerçekleştirir.

Hedef 4.3. Bir bütünün eş parçalarından oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi açıklar (koleksiyon birden az, bir veya birden daha fazla bütün oluşturacak şekildeki durumlar verilecektir).

Etkinlik 12. Pizza Gecesi

Hedef: 4.1, 4.2.

Destek araçları/materyaller: Dairesel kesir takımı, mukavva.

Anne, baba, Merve ve Berat'tan oluşan çekirdek aile, yılbaşı günü evde pizza yapmaya karar verirler. Birinci pizzayı yaptıktan sonra ikinci pizzayı pişmesi için fırına verirler. Merve birinci pizzayı dört eşit parçaya böler ve ailenin her bir ferdi bir dilim pizza alır. Herkes ilk dilimlerini bitirip parmaklarını yalarken ikinci pizza hazırdır!



Merve ikinci pizzayı da dört eşit parçaya ayırır. Fakat o da ne? Merve pizzayı dört parçaya ayırdıktan sonra:

Merve: Aaa ben doymuştum, pizzayı kalan üç kişi paylaşsın.

Anne: Ben sadece bir dilim daha yerim; daha fazla yemem. Berat ve babanız kalan dilimleri paylaşabilir.

Berat ve babası itiraz etmeyip kalan dilimleri paylaşırlar ve afiyetle yerler. Acaba ailenin her bir ferdi ne kadar pizza yemiştir, sözel olarak ifade edebilir misin?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Pizza ögesini temsil etmek için daireler kullanır ve doğru bir şekilde parçalarına ayırır (gerekirse model olarak dairesel kesir takımı kullanır). • Bütünün her bir parçasını ilk başta çeyrek daha sonra “dörtte bir” olarak ifade eder (edemezse öğretmen tarafından yönlendirilir). • Ailenin her bir ferdine düşen pizza parçasını “yarım”, “çeyrek”, “dörtte bir”, “sekizde üç”, “on altıda beş” olarak ifade eder. (veya “çeyrek + sekizde üç olarak)	• Öğrenci pizzayı dilimlere ayırıp, dilimleri paylaştırırken ne gibi düşüncelere sahip olduğunu öğrenmek için sorular sorar, öğrenci pizzayı temsil eden modeli oluşturamazsa, dairesel kesir takımını öğrenciye model olarak temin eder. • Öğrenci parçaya ayırdığı bütünün her bir parçasını sözel olarak ifade edemezse, “bir nesne eşit 4 paya ayrılırsa, basitçe bunlara dörtte bir diyoruz, bütün dört parçaya bölünmüştür; bütün parçalar eşit büyüklüktedir” şeklinde öğrenciye belirtir. • Belirlediği miktarı nasıl seçtiğini sorgular. • Ailenin her bir ferdine düşen pizza parçalarının farklı ifadelerine ilişkin durumları sorgulamalarını sağlar (örneğin; beş tane dörtte bir pizzanın bir bütün pizza ve dörtte bir pizza olarak ifade edilmesi). • Öğrenci, yenilen farklı miktarlarda pizza örnekleri verildiğinde pizza miktarlarını sözel olarak ifade etme deneyimini edindiğinde dersi sonlandırır.

Etkinlik 13. Kurdeleden Çerçeve Yapma

Hedef: 4.1, 4.2.

Destek araçları/materyaller: Kurdele, karton çerçeve, makas.

Canan, ailesi ile birlikte gittiği yaz tatilinde çekildikleri fotoğrafları saklamak için çerçeveler yapmaya karar verir. Çeşitli şekillerde mukavvaları keserek fotoğrafları içine yerleştirecektir.



Mukavvanın çevresini ise kurdele şeritlerle şekildeki gibi süsleyecektir. Bunun için renk renk kurdeleler alır. Her bir kurdele aynı uzunluktadır. Canan'ın annesi çerçeveyi süslemesi için iki sarı ve iki mavi kurdeleleri vererek nasıl kullanması gerektiğine ilişkin Canan'a not yazar:

1. Kurdelelerden bir tanesini 8 eş parçaya ayıracak şekilde işaretle. Beş tane sekizde bir kadar say, oradan kurdeleyi kes.
2. Diğer bir kurdeleyi 4 parça olacak şekilde işaretle. İki tane dörtte bir kadar say, oradan kurdeleyi kes.
3. Bir renk kurdele çerçevenin kısa kenarları için, diğer renk kurdele ise çerçevenin uzun kenarı için.
4. Aynı adımları diğer uzun ve kısa kenar için tekrarla.

Canan dörtte bir ve sekizde bir parçayı nasıl elde edeceğini bilemez. Çerçeveyi tamamlaması için ona yardımcı olur musun?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Kurdelelerden seçtiğini ilk başta 2, sonra 4 ve daha sonra 8 eş parçaya ayırıp işaretler ve sekizde biri yineleyerek beş tane sekizde bir kadar uzunluğu bulur ve oradan kurdeleyi keser. • Diğer kurdeleyi de 4 eş parçaya ayırıp işaretler ve dörtte biri yineleyerek iki tane dörtte bir kadar uzunluğu bulur ve oradan kurdeleyi keser.	• Öğrenciye 4 ve 8 eş parçaya ayırması için ilk önce aynı uzunlukta iki adet kurdele temin eder. Öğrenci kurdeleleri 4 ve 8 eş parçaya ayırmada güçlük yaşar ise, kurdeleyi ilk başta 2 eşit parçaya ayırmasını ister. Daha sonra kurdeleyi 4 ve 8 eş parçaya nasıl ayıracağı ile ilgili muhakeme yapması için öğrenciye fırsat tanır.

- Hangi kurdelenin uzun, hangisinin kısa kenar için kullanılacağına karar verir.
- Aynı adımları çerçevenin diğer uzun ve kısa kenarları için tekrarlar.

- Öğrenci kurdeleyi eş parçalara ayırıp, parçaları sayarken ne gibi düşüncelere sahip olduğunu öğrenmek için sorular sorar. Yineleme eylemini kullanırken bütüne ait parçaları tam sayılardaki gibi 1, 2, 3... olarak (parça, dilim sayısı vb.) değil, “dörtte bir parçayı” yineleyerek dörtte bir, dörtte iki, dörtte üç... olarak yinelediğinden emin olur. Bunu sağlamak için koleksiyonun miktarını kesir dille ifade etmeleri için her defasında “kaç tane” değil “ne kadar” sorusunu öğrenciye yöneltir. Kesirlerin tekrarlı olduğu fikrini, yani $\frac{3}{4}$ gibi bir kesri miktarı dörtte bir olan üç parçanın sayılması olarak görme fikrini öğrencinin geliştirmesi için rehberlik eder.
- Öğrenciye bütünü temsil eden bir model verilerek veya kendisinin oluşturacağı başka bir model üzerinde bütüne ait parçaları yineleyerek/tekrarlayarak elde ettiği parçalar koleksiyonunu kesir dilinde ifade etmesini sağlar. Öğrenciye bütünü temsil eden bir model üzerinde bütüne ait parçaları yineleme eylemini gerektirecek örnek etkinlik şu şekildedir:

Örnek etkinlik: Umut, Bahar ve Bihter aşağıdaki pastayı yemişlerdir.



Her birinin yediği pasta dilimleri aşağıdaki gibidir.



Umut, Ulaş ve Esin’in yediği pasta miktarlarını paylaşır mısın?

Etkinlik 14. Beş Çayı

Hedef: 4.1, 4.2, 4.3.

Destek araçları/materyaller: Tartı temsil eden köpük model, dairesel kesir takımı.

Melis arkadaşlarını evine davet eder. Arkadaşları ise Melis'ten çok sevdikleri peynirli tarttan yapmasını isterler. Melis de toplam dört tane peynirli tart yapar.



Her bir tartı dört eş parçaya böler bölmez kapı zili çalar ve Melis onları içeriye alır. Melis dilimlediği tartları arkadaşlarına servis yapar ve hep birlikte afiyetle yerler. Peynirli tartların hepsini bitirirler. Daha sonra aralarında konuşmalar geçer:

Ayla: Ben beş dilim tart yedim. İnanmıyorum, caba bir tarttan daha mı fazla yedim?

Merve: Peki iki tane tart yemen için kaç dilim daha yemen gerekirdi?

Melis: Ayla, ben de beş dilim yedim. İkimiz toplam 10 dilim yemiştiz. Vay be! Peki, bu kaç tane tart eder?

...

Ayla, Merve ve Melis çok yediklerini düşünüyorlar ama gördüğümüz gibi akıllarında bazı soru işaretleri var. Onların akıllarındaki bu sorulara onları ikna edecek bir cevap verebilir misin?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Kendisinin oluşturduğu tartı (tartı temsil eden modeli) dört eşit parçaya ayırır. - Tart modelinden elde edilen her bir parçayı “dörtte bir” olarak ifade eder. - Beş dilim tartı, dörtte bir parçaları eklemeyi yineleyerek “5 tane dörtte bir” olarak ifade eder. - Beş tane dörtte bir tartın bir bütünden fazla, az veya eşit olup olmadığını ilk tahmin eder, daha sonra tart modelinden yararlanarak gösterir. - İki bütün tartta kaç tane dörtte bir tart parçası olduğuna karar verir.	- Öğrenciyi tartı temsil eden model oluşturmaya teşvik eder. Gerekliğinde yararlanması için tartı temsil eden somut modelleri öğrenciye temin eder. - Her bir parçayı ve parçaları yineleyerek/tekrarlayarak elde ettiği parçalar koleksiyonunu sözel olarak ifade etmesi için öğrenciyi yönlendirir. - Öğrencinin yineleme eylemini kullanarak bileşik kesir (birden büyük sayıları temsil eden kesir) kavramını doğal olarak keşfetmesini sağlar. Bileşik kesrin tanımı verilmez.

• İki bütün tart için 5 tane dörtte bir tart parçasına ne kadar tart parçası gerektiğini gerekçesi ile açıklar. • İstenilen sayıda dörtte bir tart parçasının kaç bütün tart yaptığını (ya da kaç bütün ve kaç dörtte bir) model kullanarak karar verir.	• Öğrencinin kavramsal anlamaya ulaşması için farklı çokluktaki dörtte birlerin kaç bütün yaptığı (veya kaç bütün + kaç dörtte bir) ile ilgili ve dörtte birlerden oluşan parçalar koleksiyonu verildiğinde bu koleksiyon ile bütün arasındaki ilişkiyi (bütünden az, bütüne eşit, bir bütünden fazla gibi) açıklamasını içeren ilave sorular sorar. Bu soruları farklı bütünlerde farklı miktardaki birim kesirler için yöneltir. Öğrenci uygun cevaplar verdiğinde etkinliği sonlandırır. • Uygun cevaplar veremezse, benzer eylemlerle ve somut modelleri kullanarak öğrencinin kavramsal anlamaya ulaşmasına rehberlik eder.
---	---

KESİR NOTASYONU

Amaç 5. Kesirlerin sembolik gösterimini kullanmak ve anlamlandırmak.

Hedef 5.1. Sembolik olarak verilen bir kesirde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklar.

Hedef 5.2. Sözel veya modelle verilen bir kesri sembolik olarak ifade eder.

Hedef 5.3. Sembolik olarak verilen kesre karşılık model oluşturur.

Etkinlik 15. Kesirler ile ilgili tarihten notlar

Hedef: 5.1, 5.2.

Kesirlerin bilinen ilk kullanımı eski Mısırlılara kadar dayanmaktadır. Kesir kavramının gelişimine yönelik en erken delile Mısır matematiğinde rastlanabilmiş ve delil olarak M.Ö. 1650 yılları civarında oluşturulduğu düşünülen “Rhind papirüsü” gösterilmiştir. Rhind papirüsü üzerinde bulunan problemin çoğu “bir ekmeğin dilimlenerek belli sayıdaki kişilere bölüştürülmesini içeren basit hesaplamaları” içeriyordu. Papirüsteki problemlerden biri şöyledir:

“3 ekmeğin 5 kişiye en eşit şekilde nasıl dağıtılır?”

Mısırlılar kesirleri birim kesir ile ifade ederlerdi. Aşağıdaki şekilde “yedide bir” kesrinin gösterimi verilmiştir.



Kesirlerin şu anki gösterimine en yakın gösterim Hintliler tarafından kesir çizgisi olmadan kullanılmaya başlanmış, daha sonra Araplar'ın bu gösterim şekline kesir çizgisini eklemesiyle bugünkü gösterim şeklini almıştır. Bu gösterim aşağıdaki gibidir:

$$\frac{1}{7}$$

Buradan hareketle, kesirleri üstte ve altta birer sayı ve aralarında bir çizgi ile yazmak âdet olmuştur. Kesir çizgisinin üstündeki kesrin payını ve kesir çizgisinin altındaki kesrin paydasını temsil etmektedir.

Peki, Etkinlik 6.'da sözel olarak ifade ettiğin ailenin her bir ferdinin yediği pizza miktarını, sayıları kullanarak yukarıdaki gibi olarak da ifade edebilir misin? İfade ettiğin kesirlerde pay ve paydadaki sayılar neyi ifade etmektedir?

İpucu: Etkinlik 6.'ya dön ve soruyu nasıl cevapladığını hatırla.

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Öğrenci Etkinlik 6.'daki pizza sorusunu ve çözümünü hatırlar. • Sözel olarak ifade ettiği kesirleri sembolik olarak ifade eder. • Sembolik olarak verilen farklı kesirlerde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklar.	• Öğrencinin Etkinlik 9.'daki çözümü hatırlaması için onu yönlendirir ve daha önce yaptığı çözümlerin farklı gösterimlerinin olduğunu bunun da kesirlerde bir gelenek olduğunu anlamasını sağlar. • Öğrencilerin kesir gösteriminde payın ve paydanın en anlama geldiğinin anlaşılmasında rehberlik eder. • Bir bütünün eş parçalarından bir tanesinin birim kesir olduğunu açıklar. Bir kesirde paydanın birim kesrin miktarının büyüklüğünü, pay ise bu birim kesrin kaç kere tekrarlandığını söylediğini açıklar. • Sembolik olarak verilen farklı kesirlerde pay ve paydanın ne anlama geldiğini sözlü olarak açıklaması için öğrenciyi teşvik eder. Gerektiğinde dairesel kesir takımı ve kesir şeritlerinden yararlanması için öğrenciye rehberlik eder. Öğrenci pay ve paydanın anlamını hedeflenen şekilde sözel olarak ifade ettiğinde etkinliği sonlandırır.

Etkinlik 16. Pasta Tarifi

Hedef: 5.3.

Destek araçları/materyaller: Kek malzemelerinin görsel temsilleri, karton, cetvel.

Melis ve Berk anneleri Meral Hanım'dan kek yapmasını ister. Annesi ise daha önce hiç kek yapmadığı için internetten kek tariflerine bakar ve aklına uyan bir tarifi uygulamaya karar verir. Kek tarifi aşağıdaki gibidir:

Malzemeler:

- 3 adet yumurta
- Bir paket tereyağının $\frac{1}{4}$ 'i
- Bir paket bitter çikolatanın $\frac{7}{10}$ 'i
- $\frac{3}{4}$ su bardağı toz şeker
- $\frac{1}{2}$ su bardağı un
- 1 bütün ve ona ilave olarak bir bütün muzun
- 1 paket kabartma tozu
- 2 çorba kaşığı kakao



Ancak Meral Hanım tarifteki kesir gösterimlerinin ne anlama geldiğini bilmemektedir. Bu yüzden keki tarife göre doğru bir şekilde yapmak için senden yardım istiyor. Sembolik olarak verilen kesirleri modelleyerek kek malzemelerinin hazırlanmasında Meral Hanım'a yardımcı olur musun?

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
• Sembolik olarak verilen kesre karşılık uygun modeli seçer/oluşturur ve kullanır.	• Öğrenciyi verilen kesre uygun modeli oluşturması ve kullanması için rehberlik eder (Öğrenci model oluştururken kullanılacağı düşünülen malzemeler temin edilir ör: benzer hazır somut modeller, karton, kâğıt vb.). • Sembolik olarak verilen farklı kesirlere karşılık model oluşturmasını ister. Sadece daire modeli ile değil, diğer alan niteliğine sahip modeller ile (kare, dikdörtgen vb.) ve sayı doğrusunda temsil etmesi için öğrenciyi teşvik eder. Öğrencinin birden büyük sayıları temsil eden kesirleri

	(bileşik kesir) de model ile temsil etmesine fırsat tanır. • Öğrenci sembolik olarak verilen kesri farklı modeller ile temsil edebildiğinde etkinliği sonlandırır.
--	---



Etkinlik 17. Kendi Tarifini Yaz

Hedef: 5.2.

Destek araçları/materyaller: Kek malzemelerinin fotoğraf temsilleri.

Bu sefer de Melis ve Berk kendi tariflerini yazmaya karar verirler. Anneleri poğaça yaparken kullandığı malzemelerin neler olduğunu görüp her bir malzemenin fotoğrafını çekerler. Aşağıdaki fotoğraflar poğaçanın içine koyulan malzemelerin fotoğraflarıdır. Kesirlerin sembolik gösterimini kullanarak, Melis ve Berk'in tarifin içindekileri Etkinlik 12.'deki gibi liste halinde yazmalarına yardım eder misin?

Annenin poğaçanın içine koyduğu malzemelerin fotoğrafları:



SÜT



SU



MARGARİN (Bir kalıp margarinin kesilen iki parçası)



UN



PEYNİR

(Parçalara ayrılmış bir kalıp peynirin üç parçası)

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Gerçek yaşam modellerine karşılık gelen kesri sembolik olarak ifade eder. - Gerçek yaşamında karşılaştığı kesir modelleri üzerinde fikir yürütür.	- Öğrenciye, modellere karşılık gelen kesrin sembolik gösteriminde rehberlik eder. - Öğrenciye, alan niteliğine sahip modeller ve sayı doğrusu ile temsil edilen farklı gösterimde kesirleri (birden büyük sayıları temsil eden kesirler dahil) sembolik olarak ifade etmesi için fırsatlar tanır.

Etkinlik 18. Benzin deposu

Hedef: 5.2, 5.3.

Destek araçları/materyaller: Benzin deposunun fotoğrafı temsili, kesir şeritleri.

Melis arabaya benzin almak için benzin istasyonuna gittiğinde 200 liralık benzin alır. Daha sonra arabayla işe gider, işten tekrar eve döner. Ertesi gün işe gitmek için arabayı çalıştırdığında arabada benzin göstergesinin ibresinin aşağıda verilen fotoğraftaki gibi olduğunu görür. Ne kadar benzin kaldığını merak etmektedir.

Melis'e benzin deposunun yaklaşık ne kadarının dolu, ne kadarının boş olduğuna dair kesir gösterimlerini kullanarak bilgi verir misin? Sence Melis'in tekrar benzin almasına gerek var mıdır?



F (1): Tam doluya karşılık getirelim.

E (0): Boşa karşılık getirelim.

Gerçekleştirilmesi Beklenen Eylemler:

Öğrenci Eylemi	Öğretmen Eylemi
- Öğrenci, çeyrek devir şeklindeki modelin 8 eşit parçaya ayrıldığını fark eder. - Başlangıçta gerçek modeline benzer şekilde model üzerinde çalışırken daha sonra sayı doğrusu üzerinde çalışarak 0-1 arasını 8 eşit parçaya böler. - Her bir çizgiyi isimlendirerek benzin deposunun ne kadarının dolu, ne kadarının boş olduğunu kesrin sembolik gösterimini kullanarak ifade eder. - Melis'in tekrar benzin alıp almaması gerektiği ile ilgili gerekçesini açıklar.	- Öğrencilerin ilk önce model üzerinde daha sonra sayı doğrusu üzerinde çalışmalarını için rehberlik eder (eğer öğrenci sayı doğrusunun modelini oluşturamazsa öğrenciye kesir şeritleri temin eder). Kesir temsilleri arasında geçiş yapmaları için teşvik eder. - Öğrencinin sayı doğrusunda işaretlediği $\frac{2}{8}$ kesrinin temsil ettiği sayının sıfıra mı yoksa yarıya mı daha yakın olduğu ile ilgili muhakeme yapması için öğrenciyi teşvik eder. Böylece kesirlerin temsil ettiği sayıların büyüklüklerini karşılaştırırken belli bir referans noktasına göre iki kesri karşılaştırmalarını sağlamak için fırsatları erken yakalar.

EK 3. Görüşme Formları

Yarı-Yapılandırılmış Görüşme Soruları

Ön Görüşme Soruları

1. Matematiği nasıl tanımlarsınız?
2. Matematik en iyi nasıl öğrenilir?
3. Bir öğrenci olarak matematiği en iyi nasıl öğrendiğinizi düşünüyorsunuz?
4. Bir matematik kavramı ya da konusunu öğrenirken güçlüklerle karşılaştığınızda ne yaparsınız?
5. Bir öğretmen olarak bir kavramı veya konuyu tam olarak anlayamadınız ve o konuyu anlatacaksınız. Peki, o matematik konusunun öğretimiyle karşı karşıya kaldığınızda neler yaparsınız?
6. Kesirler deyince aklınıza ne geliyor?
7. Kesirler kavramının matematiğin öğretiminde önemli olduğunu düşünüyor musunuz? Neden?
8. İlkokul ve ortaokul seviyesindeki öğrencilerin kesirleri bilmesi ve anlaması neden gereklidir? Açıklayınız.
9. Kesirlere ait bir kazanım olan “M.6.1.5.1. Kesirleri karşılaştırır, sıralar ve sayı doğrusunda gösterir.” kazanımının matematiksel yapısı ile ilgili düşünceleriniz nelerdir? Bu kazanımı öğrencilere kazandırmak için önce öğrencilerin edinmiş olması gereken kazanımlar/önbilgiler/önkavrayışlar neler olmalıdır?
10. Peki diyelim ki siz bir öğretmensiniz ve bu kazanımı edindirme için bir ders tasarladığınız varsayıldığında, bu tasarıma göre derse nasıl başlardınız, hangi sorulara/problemlere yer verirdiniz?)
11. Matematik dersinde öğretmenin öğrencileriyle ilgili neler bilmesi gerekir, paylaşır mısınız?
12. “Öğrencileri tanımak” ifadesinden anladıklarınız nelerdir? Açıklar mısınız?
13. Bir öğretmenin öğrencileri tanıması için hangi mesleki yeterliliklere sahip olması gerekir?
14. (Daha sonra Varsayımsal Öğrenme Yok Haritası’nın tanımını yaparak, bileşenlerini açıklar. Matematik öğretiminde ve öğrenimindeki yeri hakkında bilgiler verir. Bir tane örnek

Varsayımsal Öğrenme Yol Haritası üzerinden tanıtım yapar. Araştırmada nasıl kullanılacağı ile ilgili öğretmen adayını bilgilendirir.)

Uygulama Sürecindeki Tetikleyici Sorular

1. Varsayımsal öğrenme yol haritasını dikkate alarak bu etkinlik, öğrencinin kesir kavramı ile ilgili hangi ön kavram, ön bilgi ve becerilerini geliştirme veya ortaya çıkarma konusunda yardımcı olabilir?
2. (Öğretim oturumuna ait videoyu izlerken kayda değer bulduğu noktalarda videoyu durdurulmasını isteyip önemli bulunun nokta ile ilgili notlar alınması istenecek.) Öğrenci bu etkinlikte ne yapmaya çalışmıştır, bu sonuca nasıl ulaşmıştır? Bu etkinlikteki dikkatini çeken matematiksel fikir nedir?
3. Öğrencinin, ilgili matematiksel öğeleri (fikirler/kavramlar/ilişkiler/yapılar/algoritma) nasıl kullandıklarını ve bu öğelerle yaşadıkları zorlukları belirleyerek etkinliği nasıl çözdüklerini açıklayabilir misiniz? Bu etkinlikte dikkatini çeken öğrenciye ait düşünceler nelerdir?
4. Öğrenci ilgili hedef davranışa yönelik hazırlanan bu etkinlikte gelişim kaydetmiş midir? (Cevap hayır ise) Öğrencinin ilgili hedef davranışa yönelik hazırlanan bu etkinlikte gelişim kaydedememesinin nedeni nedir?
5. Öğrencinin matematiksel düşüncelerindeki gelişimine yardımcı olabilmek için neler yapardınız, ne gibi kararlar alırdınız?

Uygulama Sonundaki Sorular

1. Görüşmeler sırasında öğrencilerin çalışmalarını analiz ederken hangi matematiksel düşüncelerle ve problem çözme süreçleriyle meşgul olduğunuzu hissettiniz? Lütfen açıklayın ve spesifik örnekler verin.
2. Bu görüşmeler sırasında öğrencinin çalışmasını analiz etme deneyiminiz, kesir kavramı hakkındaki bilginizi ve / veya düşüncenizi nasıl etkiledi? Varsa, görüşmelerin hangi kısımları ve nasıl? Lütfen belirli örnekler verin.
3. Öğrencilerin çalışmalarını ve düşüncelerini analiz ederken sizin için en büyük zorluklar nelerdi? Sizce, üniversitede mesleki gelişiminiz için aldığınız dersler bu zorlukların üstesinden gelmenize nasıl yardımcı olabilir?
4. Özellikle bu yaşadığınız deneyim veya mülakat hakkında eklemek istediğiniz başka yorum veya düşünceleriniz var mı?

EK 4. Analiz Çerçevesi Açıklamalı Tabloları

Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Ne Fark Ettiklerine İlişkin Kodların Açıklaması				
Kategori	Alt Kategori	Açıklama	Örnek Anahtar Kelimeler/Deyimler	Örnekler
Matematiksel Düşünme	Akıl Yürütme	Belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma, çözüme ulaşmak için fikir ileri sürme, adım adım ileri sürdüğü fikri oluşturan öğeleri açıklama ve ileri sürülen bir fikri test etmek veya irdelemek, yordamak için verileri kullanma, çözüm için model, strateji, yöntem (deneme yanılma yöntemi gibi) seçme, sadece hatırladığı veya öğrenme ortamında gördüğü aritmetik işlemlere bağlı kalma, aklına gelen işlemleri anlamını bilmeden ne yaptığının farkında olmadan sürdürme (ezbere dayalı akıl yürütme) ve akıl yürüten kişinin strateji seçimine müdahalesi olmadan rehber kişi tarafından bir strateji seçilmesi (rehbere dayalı akıl yürütme)	Tahmin; ispat; ezber; mantık; deneme; strateji; fikir	G1-T: B'yi ikiye böldüm diyor kendi kafasından. Ama yine de parça fazla veya eksik gelecek diyor. G1-A: Bundan yarım birimden daha küçük olmalı yani o parçadan daha küçük bir parça olabileceğini de kurguluyor. G2-A: 8 eş parçaya bölünce kalan bir dilim için farklı çözüm yolları bile üretiyor.
	İlişkilendirme	Matematiksel fikirlerin ilişkili olduğunu görme; bir problemin çözümünü diğer problemlerin çözümü ile ilişkilendirme; kesirlerdeki matematiksel fikirleri ve kavramları diğer kavramlarla ve gerçek hayat ile ilişkili olduğunu görme; aşına olduğu fikirleri yeni kavramlarla ilişkilendirme; temsiller arası geçişi yapma ve tümünde yaşanan güçlükler	İlişki; bildiği (aşına) kavramlar; diğer problem; temsiller arası geçiş	G1-T: Nesneleri birbiri ile ilişkilendirmeyi de öğrendiğini düşünüyorum parça bütün ilişkisinde. G2-A: Önceden dağıttığı gibi yine herkese dağıtmaya çalıştı ama önceki öğrendiği bilgilerden bir şeyler yapmaya çalıştı.
	Temsil Kullanma	Sözel ifadeler, kullandığı somut modeller (kesir çubukları, gerçek modeller...), oluşturduğu modeller (sayı doğrusu, alan	Çizmek; modellemek; görsel; Kesir dili; kesir notasyonu; kesrin sembolik gösterimi;	G2-A: Kesirlerin sembolik gösterimine geçti.

		modeli vb.), yazılı semboller veya notasyon kullanımı ve tümünde yaşanan güçlükler	somut modeller; araçlar	G2-H: Belli ki öğrencini somut şeyler çok seviyor. Kendi de mesela çizerek parçaları eşleştirdi.
	Soyutlama	Bir nesneyi içeren düşünceden aynı nesneyi içeren düşünceler dizisine geçiş yapma; bir problemin çözüm yolunun benzer durumlarda da kullanılabileceğinin anlaşılması	-	G2-A: Şu an aynı şekilde düşünüyorum bu etkinlikten sonra da. 9 kişi için 9 eş parçaya, 10 kişi için 10 eş parçaya ayırmasını ifade etmesinde gelişme kaydettiğini düşünüyorum.
Matematiksel Kavrayış		Öğrencinin bir kavrama yönelik anlayışı, kavram imajı, kavram yanılgıları	-	G-H: Yani ikisinin eşit parça olduğunun farkında değil. Diğerinin daha büyük olduğunu düşünüyor. Üçgen yukarı doğru ve yana doğru sivrileştiği için onun daha büyük olduğunu düşünüyordur... Kavram yanılgısı denir mi tam olarak bilmiyorum ama. Şekiller farklı olduğu için eşit değil dedi.
Matematiksel Anlama		Öğrencinin ilgili kavram veya fikir ile birden fazla kavram ve fikir arasında ilişki kurduğu, sağlanan verilerde veya dilde veya bağlamdaki değişikliklerle karşılaştığında prosedürleri benimsediği, kavrama ilişkin notasyonları/sembolleri kullanabildiği, kullanılan soyut kavramların iyi genel örneklerine sahip olduğu durumların hepsi bir bütün olarak sağlanacak ya da öğrencide matematiksel anlamının gerektirdiği bir bileşenin yoksunluğundan kaynaklı matematiksel anlamının gerçekleşmemesi	-	G-H: Bütünleri ikiye böldü, (her iki parçanın da bütünün) ikide biri olduğunu keşfetti. Önce sayılar olarak kesir olarak ikisinin de aynı olduğunu fark etti ve eşit dedi. Ama sonra şekle yine birazcık daha takıldı. Ama sonra böyle somut bir şekilde kesip üstüne koyup ikisinin de aynı olduğunu iyice gösterince tamamen oturdu. Ve hatta kendisi ekleme yaptı işte o fazladan parça şuraya şuraya yani farklı yerlere koysak da yine aynı olurdu diye. Hani şey, düzgün bir şekil olmasına gerek yok, o parçanın eklenmesi içinde olması yeterli. Onu kendisi ekledi en sonunda.

Öğretmen Adaylarının Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Fark Etme Biçimlerine İlişkin Kodların Açıklaması			
Kategori		Açıklama	Örnekler
Betimleme	Tanımlama	Öğretmen öğrencilerin konuşmalarını, paylaştığı düşüncelerini doğrudan alıntılarla ya da tasvir yoluyla farkında olduğu (duyduğu) durumu tanımlar.	G1-A: Çünkü tekrardan sorduğumuzda etkinliğin sonlarına doğru, kendisi zaten dörtte üçü olduğunu anlatıyor. Dört tane parçaya ayrılmış, üç tanesini alıyoruz dörtte üçü oluyor diyor. G1-T: B birimi ikiye böldüm diyor ama yine de parça fazla veya eksik gelecek diyor.
	Açıklama	Öğretmen fark ettiği öğrenci düşüncelerini, (bilgileri, akıl yürütmeleri, varsayımlarını veya eylemlerini açıklar.	G2-H: Dikdörtgene geçti pastada. Farklı şekillere de geçti. Ama sürekli çiziyor yani.
Karşılaştırma		Öğrenci düşüncelerini başka bir yerde fark ettiği bir veya daha fazla düşünceler ile karşılaştırır.	G1-H: Çünkü bazıları tek tek yavaş yavaş okuyor ve anlıyor yani aynı şekilde. Bazıları da kendilerini vermediği için anlayamıyor. G1-T: Aslında normal öğrenci bile kesirleri öğrendiği zaman okuma olarak (dörtte üçü üçte dört olarak gibi) karıştırıyorlar. Ki öğrenme gücü olan bir çocuğun karıştırması çok normal.
Değerlendirme		Öğretmen öğrencilerin ilgili eylemlerini değerlendirir. Öğretmen kendi yorumlarını yansıtır.	G2-A: Acaba ikisinin farklı olduğunu mu düşünüyor acaba yani ikisinin aynı pasta olmadığını mı düşünüyor. Farklı büyüklükte mi... ikisinin farklı şeylerden oluştuğunu mu düşünüyor? G1-H: Parça-Bütünü anlayamamış belli ki.
Gerekçeleştirme		Öğretmen öğrenciler ile ilgili yaptığı değerlendirmeler hakkında gerekçeler sunar.	G2-H: Pastalar hep daire olduğu için, sorularda falan da görüyor çocuklar pasta şekilleri hep öyle oluyor. O yüzden daireyi seçmiş olabilir.
Genelleme		Birden çok ortamda gerçekleşen bir davranış/ düşünmeyi genele yayar.	G1-H: Ama onun dışında çoğu öğrenci de bu sorunu yaşıyor. Sadece ona has bir şey değil.

Öğretmen Adaylarının Öğretime Dair Tepkilerine Yönelik Kodların Açıklaması			
Öğretime Dair Tepkiye Yol Açan Nedenler			
Kategori	Açıklama	Örnek Anahtar Kelimeler/Deyimler	Örnekler
Öğrenci düşüncelerine /etkilerine Dayalı	Öğrenci düşünmesine ilişkin tepki verme		G4-H: (Öğrenciye verilen modelin çeyreği göstermesi istendiğinde, modeli dörtte birlere ayırır, dörtte birinden daha az bir kısmını çeyrek olarak belirtir.) Öğretmen Adayı: Ben olsaydım, doğru cevabı doğrudan söylerdim.
Öğretmen Adayının Öğretme-Öğrenmeye Dair Yapısı	Matematik öğretimine dair felsefi yapısı; matematiksel inancı; matematiksel değerleri vb.		G1-A: (Öğrenciden daire modelindeki bir pastayı 7 kişiye eşit bir şekilde paylaşmasını istenir. Öğrenci her defasında pastayı 8 eş parçaya böler.) Öğretmen Adayı: Onda daha fazla düşüncesinin değişeceğini sanmıyorum. G1-T: Tamam, öğrendi ama tekrar unutulabilir veya karıştırılabilir.
Öğretime Dair Tepki Vermede Öğretmenin Amacı			
Kategori	Açıklama	Örnek Anahtar Kelimeler/Deyimler	Örnekler
Öğrenci Düşünmesi/stratejisi için Ek Bilgiye Ulaşma	Öğrenci düşünmesi hakkında bilgilerini iletme; öğrenci düşünmesi ile ilgili bir hipotezi test etme	Tehsis etme; test etme	G2-T: Bir önceki çizdiği pastayı göstererek burada ne yaptık derdim. Orada ne yaptığını öğrenirdim. G3-H: Ben olsaydım yaptığının doğru olduğunu söylerdim ama ilk seferde üçgenin büyük olduğunu düşünüyordu sonuçta. Emin olmak için başka türlü kanıtlamasını isterdim. G3-T: Ben olsaydım, şu an sormaya devam ederdim. İyice fikirlerin ortaya çıkmasını sağlayıp, öğrencinin durumunu anlardım.
Öğrencinin fark etmesini sağlama	Öğrencilerin düşüncelerinin bir yönünün yanlış veya eksik olduğunu (açıkça söylemeden) fark etmesini sağlama veya öğrencinin bazı yeni fikirleri fark etmesini/keşfetmesini sağlama	Fark ettirme; dikkat çekme	G3-A: Hani ilk etkinlikte bir tamı daha küçük parçalar haline getirmiştik ya. Aynı bunda da böyle bir şey yapabilirdim belki. Onun eşit olduğunu görebilmesi açısından. G4-T: Bütünün iki parça olduğunun farkında değil şu an. Ben olsaydım, “birde bir” deyince bir daha sorardım. Bütünün kaç parçadan oluştuğunu sorardım.
Öğrenci Düşünmesini İyileştirmeye Dayalı	Eksik, yanlış kavrayışa sahip öğrenci düşüncelerini iyileştirme	Tedavi etme; düzeltme; eksik tamamlama; eksik giderme	G2-A: Ben yine bir pasta dilimi daha çizmesini isteyebilirdim. Bunu da 7 kişiye paylaşırdım derdim. Çünkü mevcut pastayı 8’e böldü. G4-A: Yani hala bence çeyrek kavramını öğrenemedi diye düşünüyorum. Çeyreğin ne demek olduğunu, dörtte bir olduğunu. Ben olsaydım şu pembe

			daireleri dörde bölüp şey yapabiliyordim. Hani bir tanesi çeyrek oluyor, birleştirtince bütün oluyor. İkisini birleştirtince yarım oluyor şeklinde göstermesini isteyebilirdim. Belki öyle görebilir, belki öyle anlayabilir.
Öğrenci Düşünmesini Pekiştirmeye Dayalı	Öğrencide istendik matematiksel düşünmelerin kalıcılığını sağlama	Pekiştirme	G1-H: (Öğrenci etkinliğin sonunda verilen modelde istenilen kesiri doğru bir şekilde ifade eder.) <i>Öğretmen adayı:</i> Şimdi güzel bir gelişim kaydetti, en son tek başına bulabildi ama aynı şekilde daha önce de dediğim gibi yine böyle bir etkinlik tasarlarım. G1-T: Bunu iyice pekiştirmesi lazım. O yüzden bunun gibi birçok örnek yapmasını isterim. İyice onun kafasına yerleşmesi yönünde çalışmalar yaparım.
Öğretime Dair Tepki Çeşidi			
Kategori	Açıklama	Örnek Anahtar Kelimeler/Deyimler	Örnekler
Göster & Söyle	Öğrenciye sözlü veya sözlü olmayan bilgi verme; ör. bir işlemi açıklama, bir gerçeği söyleme, bir resim veya örnek gösterme	Göstermek; söylemek	G1-H: Diyelim ki burada kaçta kaç olduğunu söyleyemiyor. İki türlü okunuşu var, iki türlü okunuşunu da söyledim. G1-H: Ölçülemediğini söylediğinde aslında o bir birim olarak kabul ettiğimiz şeyin beş tane ufak parçadan oluştuğunu söyledim. G1-T: Ben olsaydım, A cinsinden ölçerdim B'yi. Onu gösterirdim.
Ver & İste	Öğrenciye verilen manipülatif, resim, örnek veya soru ile bir şeyler yapması için öğrenciden sözlü veya sözlü olmayan bilgi isteme	İstemek; elde ettirmek	G1-A: Ben şey yapmasını isterdim. A birimi, B birimi üzerinde kaç tane A birim olduğunu söylemesini isterdim. G1-H: Ben olsaydım, yine aynı şekilde kâğıtlarla ve somut objelerle önce parçalardan bütün oluşturtup sonra bütünden parçalar elde ettirirdim. G2-A: Belki bir tane daha pasta çizip onu da farklı sayıya 5'e bölmesini isteyebilirdim veya 2'ye bölmesini isteyebilirdim.

EK 5. Etik Kurul İzni

(SARS-CoV-2) virüsünün neden olduğu Covid19 hastalığının yayılması sonucu tüm dünyada ve ülkemizde pandemi ilan edilmesiyle birlikte tez çalışmasına ait gerçekleştirilmesi planlanan uygulamalarda aksaklıklar yaşanmasından dolayı tez konusunda değişiklik yapılmıştır. Buna istinaden Etik Kurul izin belgesi tekrar alınmıştır. Sırasıyla birinci ve ikinci etik kurul izin belgeleri aşağıda verilmiştir.

Etik Kurul İzin Belgesi-1

Evrak Tarih ve Sayısı: 06.02.2020-E.19398



T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Ölçme Değerlendirme Etik Alt Çalışma Grubu



Sayı : 91610558-302.08.01-
Konu : Bilimsel ve Eğitim Amaçlı

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 31.12.2019 tarihli ve E.166903 sayılı yazı.

İlgi yazınız ile göndermiş olduğunuz, Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı **Doktora Öğrencisi Cansu BAKIRCI SAYMAZ**'ın, Prof.Dr.Ziya ARGÜN'ün danışmanlığında yürüttüğü "*Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Ortaokul Öğrencileri İçin Kesir Kavramına ve Özelliklerine İlişkin Bir Yerel Öğretim Teorisi Örneği*" adlı tez çalışması ile ilgili konu Kurulumuzun 04.02.2020 tarih ve 02 sayılı toplantısında görüşülmüş olup,

İlgilinin çalışmasının, yapılması planlanan yerlerden izin alınması koşuluyla yapılmasında etik açıdan bir sakınca bulunmadığına oybirliği ile karar verilmiş ve karara ilişkin imza listesi ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

e-imzalıdır
Prof. Dr. İsmail KARAKAYA
Kurul Başkanı

Araştırma Kod No: 2020-069

Ek: 1 Liste

Etik Kurul İzin Belgesi-2

Evrak Tarih ve Sayısı: 08.02.2021-E.22666



T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
Etik Komisyonu

Sayı : E-77082166-302.08.01-22666
Konu : Bilimsel ve Eğitim Amaçlı

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 21.12.2020 tarihli ve 80287700-302.08.01- 136772 sayılı yazı.

İlgi yazınız ile göndermiş olduğunuz, Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı **Doktora Öğrencisi Cansu BAKIRCI SAYMAZ'ın, Prof.Dr.Ziya ARGÜN'ün** danışmanlığında yürüttüğü "*Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Ortaokul Öğrencilerinin Kesir Kavramına ve Özelliklerine İlişkin Matematiksel Düşünmelerine Yönelik Öğretmen Adaylarının Farkındalığı*" adlı tez çalışması ile ilgili konu Komisyonumuzun **12.01.2021** tarih ve **01** sayılı toplantısında görüşülmüş olup,

İlgilinin çalışmasının, yapılması planlanan yerlerden izin alınması koşuluyla yapılmasında etik açıdan bir sakınca bulunmadığına oybirliği ile karar verilmiş ve karara ilişkin imza listesi ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Araştırma Kod No: 2021-129

Prof. Dr. İsmail KARAKAYA
Komisyon Başkanı

Ek:1 Liste

E

EK 6. MEB Uygulama İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 26.02.2020-E.9354



T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 14588481-605.99-E.4007369
Konu : Araştırma İzni

24.02.2020

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)

İlgi : a)MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2020/2 nolu Genelgesi.
b)10.02.2020 tarihli ve 4924 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, İlköğretim Matematik Bilim Dalı Doktora Öğrencisi Cansu BAKIRCI SAYMAZ'ın "Matematik Öğrenme Güçlüğüne Sahip Ortaokul Öğrencileri için Kesir Kavramına ve Özelliklerine İlişkin Bir Yerel Öğretim Teorisi Örneği" konulu çalışması kapsamında İlimiz Çankaya ve Yenimahalle ilçelerinde ekli listede belirtilen okullarda, uygulama talebi ilgi (a) Genelge çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda, söz konusu araştırmanın Müdürlüğümüzde muhafaza edilen ölçme araçlarının; Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin genel amaçlarına uygun olarak, ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek, eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmayacak şekilde okul ve kurum yöneticilerinin sorumluluğunda gönüllülük esasına göre uygulanması Müdürlüğümüzce uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Turan AKPINAR
Vali a.
Milli Eğitim Müdürü

Dağıtım:
Gereği:
Gazi Üniversitesi

Bilgi:
Çankaya, Yenimahalle İlçe MEM

EK 7. Matematik Güçlüğü Müdahale Programı Sertifikası





GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR..