

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONLARI
VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALARI**



DOKTORA TEZİ

Eda KONAKYERİ ARICI

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

EYLÜL 2022

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONLARI
VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALARI**

DOKTORA TEZİ

**Eda KONAKYERİ ARICI
(504102300)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali YAPAR

EYLÜL 2022

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 504102300 numaralı Doktora Öğrencisi Eda Konakyeri Arıcı, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONLARI VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALARI” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ali YAPAR**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Ali YAPAR**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Sedef KENT PINAR
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Mehmet ÇAYÖREN
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Tanju YELKENÇİ
Marmara Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Egemen BİLGİN
MEF Üniversitesi

Teslim Tarihi : 22 Haziran 2022
Savunma Tarihi : 14 Eylül 2022



ÖNSÖZ

Öğrencilik hayatım boyunca deneyimini ve bilgisini benle paylaştığı, her konuda destek verdiği ve danışmandan öte arkadaşça yaklaşımı için Sayın Prof. Dr. Ali YAPAR'a sonsuz teşekkür ederim. Tez çalışması boyunca verdikleri destek ve önerileri için Sayın Prof. Dr. Sedef KENT PINAR ve Sayın Doç. Dr. Tanju YELKENCI'ye teşekkür ederim. Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) maddi desteklerinden dolayı teşekkür ederim. Son olarak, yıllardır her konuda yanımda olan canım annem Sevim KONAKYERİ ve canım babam Mehmet KONAKYERİ'ne, bu çalışmada olduğu gibi her konuda beni destekleyen ve hayatımı kolaylaştıran sevgili eşim Müh. Tuğrul ARICI'ya, varlıkları bana en büyük destek olan canım kızlarım Ela ve Ece ARICI'ya, desteklerini esirgemeyen biricik ablam Müh. Seda KONAKYERİ ÖZDEMİR'e ve en az ailem kadar arkamda olduğunu hissettiğim Türkan ORHAN'a en içten sevgilerimle teşekkür ederim.

Haziran 2022

Eda KONAKYERİ ARICI
(Telekomünikasyon Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
2. GREEN FONKSİYONLARINA GENEL BAKIŞ	9
2.1 Green Fonksiyonlarına Giriş	9
2.2 Skaler Dalga Denklemi için Green Fonksiyonları	11
2.2.1 Kartezyen koordinatlarda bir boyutlu skaler Green fonksiyonu	11
2.2.2 Silindirik koordinatlarda iki boyutlu skaler Green fonksiyonu	12
2.2.3 Küresel koordinatlarda üç boyutlu skaler Green fonksiyonu.....	15
2.3 Tabakalı Ortamlarda Green Fonksiyonu	17
2.3.1 Düzlemsel tabakalı ortamlar	17
2.3.2 Silindirik tabakalı ortamlar	22
3. İKİ BOYUTLU UZAYDA HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONU	27
3.1 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun İntegral Denklem Gösterilimi.....	28
3.2 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun Sayısal Olarak Hesaplanmasını Sağlayan Momentler Yöntemi Tabanlı Çözüm	32
3.2.1 Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonundaki tekillik problemi için önerilen sayısal çözüm.....	35
3.3 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun Saçılma Problemlerinde Uygulanması	37
4. SAYISAL UYGULAMALAR.....	41
4.1 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonu Uygulamaları	41
4.2 Mikrodalga Beyin Kanaması Görüntülemesi İçin Homojen Olmayan Green Fonksiyonuna Dayanan Ters Problem Yaklaşımı	55
4.3 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonu ile Ters Zaman Göçü Yaklaşımı Uygulamaları	64
5. SONUÇLAR	71
KAYNAKLAR	75
ÖZGEÇMİŞ.....	81



KISALTMALAR

DBIM	: Distorted Born Iterative Method (Bozulmuş Born Yinelemeli Yöntemi)
CMoM	: Classical Method of Moments (Klasik Momentler Yöntemi)
RTM	: Reverse Time Migration (Ters Zaman Göçü)
TZG	: Ters Zaman Göçü



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Silindirik Green fonksiyonu için koordinat sistemi.	13
Şekil 2.2 : Küresel koordinatlarda üç boyutlu skaler Green fonksiyonu için koordinat sistemi.	16
Şekil 2.3 : Silindirik yarım uzay konfigürasyonu.	18
Şekil 2.4 : Silindirik katmanlı yapı.	25
Şekil 3.1 : Probleme ilişkin geometri.	28
Şekil 4.1 : İki boyutlu tabakalı dairesel silindirik bölgenin Green fonksiyonunun sanal kısmı (a) Sayısal sonuç, (b) Analitik sonuç (Kaynağın yeri * ile işaretlenmiştir.)	43
Şekil 4.2 : Tabakalı dairesel silindirik bölgeden saçılan alanın genlik ve fazının gözlem açısına göre değişimi.	44
Şekil 4.3 : Sayısal sonuçlarda kullanılan toplam hücre sayısına göre bağıl hatanın değişimi.	46
Şekil 4.4 : Kol modeli [42] için normalize edilmiş uzak alan saçılma genişliği.	47
Şekil 4.5 : Kafa kesitinin elektromanyetik modeli [19] (a) ϵ_r 'nin gerçel kısmı, (b) ϵ_r 'nin sanal kısmı.	48
Şekil 4.6 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesitinden saçılan alan genlikleri.	49
Şekil 4.7 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesiti içerisindeki toplam alan genlikleri.	50
Şekil 4.8 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesitinden saçılan alan genlikleri.	51
Şekil 4.9 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesiti içerisindeki toplam alan genlikleri.	52
Şekil 4.10 : Farklı arka plan uzaylarında kafa kesiti içerisindeki toplam alan değişimi (a) $\epsilon_{br} = 1$, (b) $\epsilon_{br} = 20$	53
Şekil 4.11 : Farklı kaynaklar için $G_s(x; y)$ 'nin kafa kesiti içerisindeki genlik değişimi (a) Kaynak $(y_{1s}, y_{2s}) = (-0.068, 0.014)$ noktasında, (b) Kaynak $(y_{1s}, y_{2s}) = (0.033, -0.043)$ noktasında.	54
Şekil 4.12 : İki boyutlu kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin değişimi (a) Gerçel kısmı, (b) Sanal kısmı.	58
Şekil 4.13 : (a) İki boyutlu kanamalı kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, $(y_{1s}, y_{2s}) = (-0.2, 0)$ noktasına yerleştirilmiş kaynak için (b) Arka plan uzayı boş uzay iken, (c) Uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının gerçel kısmı, $(y_{1s}, y_{2s}) = (0, 0.2)$ noktasına yerleştirilmiş kaynak için (d) Arka plan uzayı boş uzay iken, (e) Uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının gerçel kısmı.	60
Şekil 4.14 : Çoklu aydınlatma için (a) Arka plan uzayı boş uzay iken, (b) $\epsilon_{br} = 10$ uygunlaştırıcı ortamda, (c) $\epsilon_{br} = 20$ uygunlaştırıcı ortamda, (d) $\epsilon_{br} = 30$ uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının (δv) gerçel kısmı.	61
Şekil 4.15 : (a) İki boyutlu sağlıklı yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.	62

Şekil 4.16 : (a) İki boyutlu sağlıksız yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.	62
Şekil 4.17 : (a) İki boyutlu sağlıksız yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.	63
Şekil 4.18 : (a) Dairesel silindir kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) İçerisine cisimler yerleştirilmiş dairese silindir kesitin bağıl dielektrik sabiti, (c) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (d) Homojen olmayan Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.....	66
Şekil 4.19 : (a) İçerisine cisimler yerleştirilmiş kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (c) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.	67
Şekil 4.20 : (a) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (b) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.	68
Şekil 4.21 : (a) İçerisine cisimler yerleştirilmiş kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (c) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.	69
Şekil 4.22 : (a) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (b) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.	70
Şekil 4.23 : (a) 1.2GHz için klasik Green fonksiyonu ile, (b) 1.2GHz için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile, (c) Ortalama frekans için klasik Green fonksiyonu ile, (d) Ortalama frekans için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.	70

HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONLARI VE ÇEŞİTLİ UYGULAMALARI

ÖZET

Elektromanyetik teoride homojen olmayan ortamlara veya homojen olmayan ortamların içerisinde yer alan saçıcı cisimlere ilişkin düz ve ters saçılma problemleri üzerine yapılan araştırmalar literatürde çok önemli bir yer tutmaktadır. Gerçekte pratik hayattaki tüm elektromanyetik uygulamalarda karşılaşılan ortamlar doğrudan bu türden homojen olmayan yapılardır. Bu kapsamda gerek düz saçılma gerekse ters saçılma olsun herhangi bir elektromanyetik problemde ortam ve saçıcıların herhangi bir yaklaşıklık yapılmadan olduğu gibi gerçek profillerinin göz önüne alınması yüksek doğruluk ve hassas analizler için oldukça önemlidir. Saçılma problemleri genel olarak diferansiyel denklemler içerir. Bilindiği üzere bu denklemlerin çözümünde Green fonksiyonları hayati öneme sahiptir. Temel olarak Green fonksiyonları, saçılma problemlerinde karşılaşılan diferansiyel denklemleri veya denklem sistemlerini yüzey veya hacim integral denklemlerine dönüştürmek için kullanılır. Green fonksiyonu, verilmiş bir diferansiyel denklem için sağ tarafın normalize edilmiş noktasal kaynak (iki boyutta çizgisel kaynak), başka bir deyişle Dirac delta genelleştirilmiş fonksiyonu olması halindeki çözüm olup sistemin birim dürtü (impuls response) cevabı olarak düşünülebilir. Klasik saçılma problemlerinde saçıcının içerisinde yer aldığı arka plan uzayı çoğu zaman homojen basit bir ortam, bazı özel problemlerde de tabakalı ortamlar olarak düşünülür. İlk halde Green fonksiyonlarının doğrudan analitik ifadeleri mevcuttur. İkinci durumda (tabakalı ortamlar) ise Fourier teorisine dayanan integral gösterimler veya sonsuz seri ifadeler yardımıyla Green fonksiyonları kolaylıkla hesap edilebilir. Oysa saçıcıyı barındıran arka plan uzayı homojen değilse ya da doğrudan saçıcının kendisi ve arka plan uzayının bir arada homojen olmayan bir ortam olarak modellenmesi durumunda Green fonksiyonu doğrudan analitik olarak ifade edilemez. Gerçekte böyle bir problemin kendisi de normalize bir noktasal (iki boyutta çizgisel) kaynakla aydınlatılmış homojen olmayan bir cisme ilişkin bir düz elektromanyetik saçılma problemine karşı düşer. Böyle genel bir konfigürasyona diğer bir deyişle homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonlarının hesabı ancak sayısal yöntemlerle gerçekleştirilebilir. Sözü edilen bu problemin bilinmeyişi Green fonksiyonu olduğundan kaynak noktası uzayın herhangi keyfi bir noktası olabilmelidir. Tüm uzay, arka planı homojen bir ortamın içerisindeki homojen olmayan bir yapı olarak düşünüldüğünde, kaynağın homojen olmayan bölge dışarısında olduğu durum için Green fonksiyonu bilinen yöntemlerle elde edilebilir. Burada klasik düz saçılma problemi noktasal kaynak halinde sayısal olarak çözülür ve doğrudan sonuca gidilebilir. Ancak kaynak noktası (Dirac delta kaynağın yerleştirildiği nokta) homojen olmayan bölgenin içinde kaldığında kaynak ve gözlem noktalarının üst üste gelmesi halinden (çakışmasından) dolayı yüksek dereceden tekillikler meydana gelir ve problem klasik yaklaşımlarla çözülemez. Bu tez çalışmasında bu tekilliğin çözümüne ilişkin momentler yöntemine dayanan orijinal bir sayısal yöntem önerilmiştir. Böylelikle kaynak noktasının konumuna bağımlı

olmaksızın herhangi bir kaynak-gözlem konfigürasyonu için herhangi bir homojen olmayan ortama ilişkin Green fonksiyonunun sayısal olarak hesaplanabileceği gösterilmiştir. Uygulanan yöntemin ana yaklaşımı ilgili Green fonksiyonunu tekil ve tekil olmayan iki ayrı fonksiyonun toplamı olarak ifade etmeye dayanmaktadır. Bu dekompozisyon öncelikle ilgili noktadaki tekilliği başarılı bir şekilde yansıtmakta daha sonra da tekil olmayan kısmın uygun bir integral denklem yardımıyla sayısal olarak çözülmesini sağlamaktadır. Önerilen bu yeni yaklaşımda ilgili homojen olmayan bölge dikdörtgen formda küçük alt bölgelere (hücrelere) ayrılarak her bir hücre için analitik hesaplar yapmaya elverişli eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı kullanılmıştır. Bu hücrelerin boyutlarının yeteri kadar küçük seçilmesi halinde, hücre içerisinde ortama ilişkin ilgili parametrelerin yaklaşık olarak sabit olduğu kabul edilerek çözüme gidilmiştir. Bu nedenle yeteri kadar hücre sayısı olması önemlidir. Green fonksiyonunun tekil olmayan bu parçası ile ilgili sayısal çözümü elde etmek için kurulan integral denklem, yüksek dereceden tekillikler içerir. Bu aşırı-tekil (hyper-singular) integral denklemde eşdeğer hücreler üzerindeki integraller analitik olarak hesaplanarak oldukça basit ve güvenilir bir çözüm elde edilmiştir. Hücre integralleri analitik olarak hesaplanabildiğinden eşdeğer hücre ve hücre içinde elektromanyetik parametrelerin sabit kabul edilmesi dışında fazladan bir yaklaşıklık yapılmamıştır. Bu nedenle oldukça yüksek doğrulukta sonuçlara erişilmiştir. Sonuç olarak homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kaynağın konumundan bağımsız olarak önerilen yöntem ile elde edilmiştir. Bu sonuç düz ve ters saçılma problemi araştırmaları için oldukça önemlidir.

Daha önce belirtildiği üzere, yukarıda özetlenen yöntem ile bulunan homojen olmayan ortam Green fonksiyonlarının doğrudan uygulama alanı bulabileceği temel alan elektromanyetik saçılma problemleridir. Bu kapsamda bu tez çalışmasında öncelikle düz saçılma problemlerine ilişkin uygulamalar yapılmış ve elde edilen sonuçlar analitik sonuçlarla kıyaslanarak yöntem ve yaklaşımların doğruluğu ispatlanmıştır. Ayrıca literatürde yer alan bir çalışma ile kıyaslama yapılarak yöntemin etkinliği ve doğruluğu bağımsız bir örnekle de desteklenmiştir. Devamında gerçek homojen olmayan ortamlarda yöntemin işlerliğini görmek adına insan beynine ilişkin bir kesit ele alınmış ve kaynak hem kesit içerisine hem de kesit dışarısına ayrı ayrı yerleştirilerek Green fonksiyonu ve alan dağılımı incelenmiştir. Bu tip yüksek kontrasta sahip ortamlarda yapılan analizlerde gelen dalganın ortam içerisine yeteri kadar nüfuz etmesi için uygun bir arka plan uzayı gereksinimine dikkat çekilmiş ve bununla ilgili sonuçlar paylaşılmıştır. Ayrıca önerilen yöntemle elde edilen Green fonksiyonu kullanılarak bir saçılan alan ifadesi verilmiştir. Bu saçılan alan hesabının, klasik olarak bilinen ve toplam alanı içeren saçılan alan ifadesine göre hesaplama yükü açısından daha verimli olduğu söylenebilir. Bu durum, literatürde yer alan birçok yinelemeli yöntem açısından önemlidir. Düz saçılma problemi analizinde elde edilen etkili sonuçlar ve yapılan analizler bu yöntemin etkinliğini açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonlarının bir diğer uygulama alanı olan ters saçılma problemlerinde öncelikle düz saçılma problemi çözümünden sağlanacak verinin yüksek derecede doğru olması kritiktir. Bu tez çalışmasında düz saçılma problemleri için yapılan kıyaslamalı uygulamalar yöntemin ters saçılma problemlerinde güvenilir bir şekilde kullanılabileceğine bir kanıttır. Yöntemin ters saçılma problemlerinde etkinliğini görmek adına ise iki farklı ters saçılma problemi analizi yapılmıştır. Bunlardan ilki mikrodalga beyin görüntüleme uygulaması olup kanamalı bir beyindeki kanamanın yer tespiti çalışmasıdır. Sağlıklı ve sağlıklı olmayan beyinlerden saçılan alanların farkından yola çıkarak elde edilen kontrast

fonksiyonunun hesaplanması ile sağlıklı beyinde yer alan kanamalı bölgenin yer tespiti yapılmıştır. Burada sağlıklı ve sağlıklı beyin Green fonksiyonlarının birbirlerine çok benzer olması sebebiyle fark saçılan alan ifadesinde sağlıklı beyin Green fonksiyonu kullanılmıştır. Problem kötü oluşturulmuş bir sistem olduğundan Tikhonov regülarizasyon yöntemine başvurulmuştur. Bu özel görüntüleme probleminde daha iyi sonuç elde etmek amacıyla çoklu aydınlatma kullanılmıştır. Ayrıca özellikle dalgaların beyin içine nüfuz edebilmesi için uygun arka plan uzayı seçimi bu problemin çözümü için önemlidir. Önerilen yöntem ile farklı büyüklük, adet ve elektromanyetik özelliklerdeki kanamalı bölgelerin tespiti yapılmıştır. Kanamalı bölge ile beyin elektromanyetik özellikleri arasındaki fark arttıkça görüntülemeye netlik bir miktar azalmaktadır. Bu durumda kanamalı bölge için arka plan uzayı beyin kendisi olduğundan bu beklenen bir sonuçtur. Bu yöntemin kullanılabilmesi açısından en kritik konu, görüntülenecek beyin kanama olmadan önceki saçılan alan analizinin biliniyor olmasıdır.

Bir diğer ters saçılma problemi uygulaması olarak mevcutta uygulamaları olan Ters Zaman Göçü yöntemi incelenmiştir. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu bu yöntemde kullanılmış ve klasik Green fonksiyonu ile elde edilen sonuçlarla kıyaslama yapılmıştır. Yapılan incelemeler sonucunda önerilen yöntemin bu ters saçılma problemi uygulamasında da etkili olduğu görülmüştür. Klasik Green fonksiyonu ile elde edilen sonuçlar kıyaslandığında önerilen yöntemin birçok uygulamada görece daha net sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu yöntemde uygulamalar basit kanonik yapılar üzerinde yapılmış, daha yüksek kontrasta sahip yapılara ilişkin yapılan analizler sonraki çalışmalarda incelenmek üzere plana alınmıştır.

Sonuç olarak önerilen yöntemle elde edilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu hem düz hem de ters saçılma problemlerinde etkin sonuçlar vermektedir. Özellikle düz saçılma problemleri için yapılan kıyaslamalı uygulamalar yöntemin doğruluğunu net bir şekilde ortaya koymaktadır. İlgili yöntem saçılan alanın hesaplama verimliliği açısından mevcuttaki yinelemeli yöntemlere göre avantajlıdır. Yöntem uygulanırken ilgili ortamın hücre sayısının yeteri düzeyde belirlenmesi önemlidir. Mikrodalga beyin görüntüleme alanında önerilen ters saçılma problemi yaklaşımı bu tip problemlere basit ve etkili bir yöntem sunmaktadır. Bu problemde uygun arka plan uzayı seçimi son derece önemlidir. Ayrıca mevcutta kullanılan bir ters saçılma problemi ile yapılan kıyaslama sonucunda da önerilen yöntemin etkinliği incelenmiş ve basit kanonik yapılarda uygulanabilir olduğu görülmüştür. Bu yöntemle ilişkin daha geniş incelemeler yapılabilir. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun moment tabanlı sayısal bir yöntem ile elde edilmesi sonucunda literatüre özgün bir çalışma kazandırılmış, bu alandaki düz ve ters saçılma problemlerine katkılar sağlanmıştır.



INHOMOGENEOUS MEDIA GREEN'S FUNCTION AND SOME APPLICATIONS

SUMMARY

In electromagnetic theory, studies on direct and inverse scattering problems related to inhomogeneous media or scatterers in inhomogeneous media have a very important place in the literature. In fact, media in practical life is commonly inhomogeneous. In this context, the real profiles of media and scatterers needs to be considered without any approximation for high accuracy and sensitive analyzes in direct and inverse scattering electromagnetic problems. Scattering problems generally involve differential equations. As it is known, Green's functions are very important in the solution of these equations. Basically, Green's functions are used to transform differential equations or systems of equations in scattering problems into surface or volume integral equations. Green's function is the solution for a given differential equation when the right-hand side is a normalized point source (linear source in two dimensions), in other words generalized Dirac delta function, and can be considered as the unit impulse response of the system. In classical scattering problems, the background space in which the scatterer is located is often considered as a simple homogeneous media, and in some special problems, it is considered as a layered media. In the first case, there are analytical expressions of Green's functions. In the second case (layered media), Green's functions can be easily calculated with integral representations based on Fourier theory or infinite series expansion. However, the Green's function cannot be expressed analytically directly if the background space containing the scatterer is inhomogeneous or if both the scatterer and the background space are inhomogeneous. Such a problem corresponds to a direct electromagnetic scattering problem for an inhomogeneous object illuminated by a normalized point source (line source in two dimensions). The calculation of Green's functions for such a general configuration, in other words, for inhomogeneous media, can only be performed by numerical methods. Since the unknown is Green's function in this problem, the source point must be any arbitrary point in space. When the whole space is considered as an inhomogeneous structure in a homogeneous background, the Green's function can be calculated by known methods for the case where the source is outside the inhomogeneous region. In this case, the classical flat scattering problem is solved numerically as a point source. Thus, the result can be obtained directly. However, when the source point (the point where the Dirac delta source is located) is within the inhomogeneous region, high-order singularities occur due to the overlapping of the source and observation points. In this case, the problem cannot be solved with classical approaches. In this thesis, an original numerical method based on the method of moments for the solution of this singularity is proposed. Thus, it is shown that the Green's function for any inhomogeneous media can be calculated numerically for any source-observation configuration, regardless of the location of the source point. The main approach in the applied method is based on giving the Green's function as the sum of two separate functions, singular and non-singular. First of all,

this decomposition successfully shows the singularity at the relevant point. Then, it provides the numerical solution of the non-singular part with an integral equation. In this new approach, the inhomogeneous region is divided into small sub-regions (cells) in rectangular form and the equivalent circular cell approach is used, which enables analytical calculations for each cell. As a result of choosing the size of these cells small enough, it is assumed that the relevant parameters of the media in the cell are approximately constant. Therefore, it is important to have a sufficient number of cells. The integral equation to obtain the numerical solution for this non-singular part of Green's function contains higher order singularities. In this hyper-singular integral equation, the integrals on the equivalent cells are calculated analytically and a very simple and reliable solution is obtained. Since integrals on the cell can be calculated analytically, the only approximation is that the electromagnetic parameters are constant in the equivalent cell, and there is no other approximation. Therefore, results were obtained with very high accuracy. As a result, the Green's function for inhomogeneous media was obtained with the proposed method regardless of the location of the source. This result is very important for research on the direct and inverse scattering problem.

As mentioned earlier, the most basic application area of Green's functions for inhomogeneous media calculated by the proposed method is electromagnetic scattering problems. First of all, in this thesis, applications for direct scattering problems are given and the results are compared with analytical results and the accuracy of the methods and approaches is proven. For this purpose, as a first application, simple canonical structures are considered and the Green's function of the structure and the scattering field from the structure are examined. The results obtained with the proposed method are compared with both classical method of moments and analytical results and the same results are obtained for all of them. It is a proof for the accuracy of this method. Afterwards, the effectiveness of the method is examined in an application similar to real applications. Therefore, the results obtained with the proposed method are compared with a study in the literature, and the efficiency and accuracy of the method are supported by an independent sample. As mentioned before, in this method, the relevant region is divided into small sub-regions and it is important that the number of sub-regions are sufficient in terms of the accuracy of the solution. In order to show the importance of this issue, the variation of the relative error according to the number of sub-regions is examined and it is observed that the relative error decreased sufficiently after a certain number of sub-regions. Afterwards, a cross-section of the human brain is discussed to examine the usability of the method in real inhomogeneous medium. The Green's function and field distribution are examined by placing the source separately inside and outside the section. In the analysis in high-contrast medium, the incident wave must penetrate into the medium sufficiently. It is possible by using a suitable background space. Analyses using background space are given in the results related to the human brain. In this application, the proposed method is used when choosing the background space, and the scattering field from the object and the total field in the object are examined for different background spaces. As a result of this examination, the background space is chosen for applications that provide less scattering field from the object and more total field penetrating into the object. In addition, an equation of scattering field is given using the Green's function obtained by the proposed method. It can be said that the given equation of scattering field is more efficient in terms of computational load than the classically scattering field expression that includes the total area. This result is important in terms of iterative methods in the literature. The effective results and analyzes obtained in the analysis of

the direct scattering problem clearly demonstrate the effectiveness of the proposed method.

In the inverse scattering problems, which is another application area of inhomogeneous media Green's function, it is important that the data obtained from the solution of the direct scattering problem are highly accurate. Comparative applications for direct scattering problems in this thesis are proof that the method can be used reliably in inverse scattering problems. In order to examine the effectiveness of the method in inverse scattering problems, two different analyses of inverse scattering problems are performed. The first analysis is the application of microwave brain imaging, which is the study of locating a bleeding in the human brain. In this study, structures called bleeding which are different from the brain as the electromagnetic properties are placed in the healthy brain and this brain is called the unhealthy brain. The location of the bleeding in the unhealthy brain is determined by calculating the contrast function obtained from the difference of the scattering fields from healthy and unhealthy brains. In this study, since the Green's functions of healthy and unhealthy brains are very similar to each other, the Green function of the healthy brain is used in the difference function of scattering fields. Since the problem is an ill-posed system, Tikhonov regularization method is applied. In this type of imaging studies, effective results are generally not obtained as a result of illumination with a single source. In this imaging problem, multiple illumination is used to achieve better results. In addition, the selection of the appropriate background space is important for the solution of this problem, especially for the penetration of the incident wave into the brain. In determining the background space, the brain is placed in different background spaces and the results are analyzed. As a result, the background space that gives the best results in this inverse scattering problem is selected. Bleeding areas in the brain with different attributes (sizes, numbers and electromagnetic properties) were detected with the proposed method. As the difference in the electromagnetic properties of the bleeding area in the brain and the brain increases, the ability to obtain clear images in electromagnetic imaging decreases slightly. In this case, it is an expected result since the background space for the bleeding area is the brain itself. The most critical issue for the use of this method by researchers is the availability of scattering field from the healthy brain.

As another application of inverse scattering problem, the Reverse Time Migration (RTM) method, which has applications in the literature, has been examined. In this method, abnormal structures placed in a particular object are detected by calculated cross-correlation. For this application, the difference of scattering fields is obtained as mentioned in the previous application of inverse scattering problem. The location of an abnormal structure in an object is determined by using the difference of scattered fields in the cross-correlation. In the current studies using this method, the results obtained with the classical Green's function are generally examined. In this thesis, unlike the existing studies, the inhomogeneous media Green's function is used in this method. In order to determine the effectiveness of the Green's function in this method, the results are compared with the results obtained with the classical Green's function. As a result of the applications, it is seen that the proposed method is effective in the RTM application. When the results obtained with the classical Green's function are compared, it is seen that the proposed method gives relatively clearer results in many applications. In this method, applications are examined for simple canonical structures. These structures do not have high contrast. Analysis of complex structures with higher contrast is planned for further study.

As a result, the Green's function for inhomogeneous media obtained by the proposed method provides effective results for both direct and inverse scattering problems. Comparative applications, especially for direct scattering problems, clearly demonstrate the accuracy of the method. The method has an advantage over existing iterative methods in terms of computational efficiency of the scattering field. In applications, it is important to determine the number of dividing cells of the media sufficiently. Otherwise, the efficiency and accuracy of the results will decrease. The reason is that the parameters examined in each cell are assumed to be constant. The solution of the inverse scattering problem for microwave brain imaging proposed in this thesis presents a simple and effective method for such problems. Although the brain is a structure that is difficult to analyze in terms of electromagnetic parameters, abnormal structures with different attributes are determined with accuracy. This study gives successful results for researchers working in this field. In this problem, it is extremely important to determine the appropriate background space for the structure to be imaged. In addition, as a result of the comparison with RTM, which is an inverse scattering problem that has applications in the literature, the efficiency of the inhomogeneous media Green's function was examined and it was seen that it could be applied in simple canonical structures. It can be examined for more complex and high contrast structures for RTM applications, which is the inverse scattering problem approach at the end of the thesis. Since the main subject of this thesis is the examination of the inhomogeneous media Green's function, different and detailed RTM applications are not included. As a result of the calculation of the Green's function for inhomogeneous media with a moment-based numerical method, a unique study was included in the literature. This method will be especially beneficial for researchers who study the electromagnetic scattering problem.

1. GİRİŞ

Homojen olmayan dielektrik cisimlerle ilgili düz ve ters saçılma problemleri elektromanyetik teori içerisinde oldukça önemli bir yer tutar. Elektromanyetik teorinin bu alt başlığı kapsamında özellikle uzaktan algılama, jeofizik araştırmalar, mikrodalga görüntüleme, biyomedikal mühendisliği vb. alanlarda birçok pratik uygulama mevcuttur [1-12]. Bu tip klasik elektromanyetik saçılma problemleri genel olarak diferansiyel denklemler içerir ve bu denklemlerin çözümü için yaygın olarak uygulanan bir yaklaşım, ilgili diferansiyel denklemlerin integral denklemlere dönüştürülerek çözüm aranmasıdır. Bu dönüştürme işleminde en önemli rol, Green fonksiyonlarıdır. Genel olarak elektromanyetik teorideki Green fonksiyonları, saçılma problemlerinin diferansiyel denklemlerini yüzey veya hacim integral denklemlerine dönüştürmek için kullanılır. Burada temel prensip, uyarılmış bir dalgaya cismin tepkisini gösteren ve saçılan alan olarak adlandırılan büyüklüğün Green fonksiyonu aracılığıyla bir konvolüsyon integrali şeklinde ifade edilmesidir [13]. Green fonksiyonları, matematiksel olarak böyle bir amaca hizmet etmenin yanı sıra, dalga madde etkileşim teorisine de kapsamlı bir bakış açısı sağlamaktadır. Bir elektromanyetik saçılma probleminde saçıcı cisim, doğal olarak genellikle arka plan (background) olarak da adlandırabileceğimiz bir ortamın içinde yer alır. Bu ortamlar ele alınan probleme ya da kurgulanan konfigürasyona göre, sonsuz genişlikte tek bir ortam olabildiği gibi tabakalı bir yapıda da olabilmektedir. Ortamın sonsuz geniş ve homojen olması durumunda Green fonksiyonlarının açık ifadesi genellikle analitik olarak (kapalı formda) elde edilebilmektedir. Öte yandan genel halde homojen olmayan ortamların belki de en basit örneği olarak düşünülebilecek tabakalı ortamlarda bile Green fonksiyonu doğrudan kapalı formda basit fonksiyonlarla ifade edilemez ve problem oldukça karmaşık bir hal alabilir. Örneğin, düzlemsel tabakalı ortamlarda Green fonksiyonları uzaysal Fourier dönüşümleri kullanılarak spektral integraller cinsinden ifade edilebilir. Bu integraller hem içerebilecekleri muhtemel tekillikler hem de özellikle yüksek frekans ve yakın alan bölgelerinde yakınsama problemleri nedeniyle oldukça iyi analiz edilmeleri gereken güç ifadelerdir [13]. Bu tür spektral integrallerin hesabı için etkin teknikler önerilmiştir [14-18]. Tabakalı

ortamlara ilişkin diğerkanonik geometriler ise doğal olarak dairesel silindirik ve küresel tabakalı ortamlardır. Bu türden ortamlarda ise problem genellikle silindirik ve küresel harmonikleri içeren sonsuz seriler yardımıyla formüle edilir. Yukardaki düzlemsel tabakalı ortamlardakine benzer şekilde burada da serilerin geç yakınsama problemleri mevcut olabilmektedir [13].

Yukarıda verilen genel bilgiler dahilinde Green fonksiyonlarının ancak çok özel ve kısıtlı geometrik konfigürasyonlar için analitik ve/veya yarı-analitik olarak ifade edilebildiğı görölmektedir [13]. Oysa bunun dışında kalan ve gerek ortamın sınırlarının düzgün olmamasından gerekse ortamın elektromanyetik parametrelerinin uzay koordinatları ile değışiyor olmasından kaynaklanabilen homojen olmayan durumlarla gerçek hayatta çok sık karşılaşılabilmektedir. Pratikte çok önemli olmalarının yanında homojen olmayan ortamlar elektromanyetik saçılma problemlerinin çözümü açısından oldukça zorlayıcı ortamlardır. Bunun ana sebebi, bu ortamların elektromanyetik profillerinin uzaysal olarak değışebilen bir yapıda olmasıdır. Bu nedenle bu ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanması oldukça zor bir problemdir. Bu tip problemlere özellikle ters saçılma problemi analizlerinde sık rastlanır ve bu ortamlar ters saçılma problemlerinin hesaplama zorluğunu arttırmaktadır. İlâveten ortam içerisinde ortamdank farklı bir cisim yer aldığında problem daha da karmaşık hale gelebilir. Çünkü homojen olmayan yapının saçıcı özelliklerinin belirlenmesi gereksinimi yanında, yapı içerisinde yer alan farklı cisimler de saçıcı özelliğe sahip olabileceğinden bu tip durumlar problemi zorlaştırabilir. Buna en güzel örnek son zamanlarda literatürde birçok örneğı olan insan vücudu içerisindeki beyin ve meme gibi yapılarda yer alan kanserli hücre, tümör, kanama gibi oluşumların tespit edilmesine olanak sağlayan mikrodalga tomografi uygulamalarıdır [19-26]. Bu tip uygulamalarda farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden biri, her bir yineleme adımında homojen olmayan arka plan ortamına ilişkin Green fonksiyonun yeniden hesaplandığı oldukça etkili bir yöntem olan bozulmuş Born yinelemeli yöntemidir (Distorted Born Iterative Method: DBIM) [22,27-32]. Yöntem, kendi alanında etkili olmasına rağmen bir dezavantaj olarak hesaplama yükü yüksektir. Ayrıca, implant anten uygulamaları, biyomedikal mühendisliğinde kullanılan bazı sensörler gibi birçok alanda homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanmasına ihtiyaç vardır. Bu tip uygulamalarda kaynak homojen olmayan bölge içerisinde yer alarak problemi daha da

zorlaştırmaktadır [33-38]. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun uzayın herhangi bir yerine konumlandırılmış kaynağa göre hesaplanabilir olması, tüm uzaya ilişkin toplam alan analizinin yapılabilmesi için gereklidir. Ancak bunun için kaynağın ve gözlem noktalarının konumuna göre farklı incelemeler yapmak gerekmektedir.

Bunlardan ilki birçok düz ve ters saçılma probleminde karşılaşıldığı üzere kaynağın homojen olmayan ortamın dışarısında konumlandığı durumdur. Bu durumda problem basit bir saçılma problemi olup mevcut sayısal yöntemlerle çözümü mümkündür. Bunun için problem iki aşamada ele alınır. İlk olarak gözlem noktalarının homojen olmayan bölge içinde olduğu durum incelenir. Bu durumda, homojen olmayan bölge içinde bir tekillik söz konusu değildir. Böylelikle ilgili bölge içindeki alan dağılımı elde edilir. Homojen olmayan bölge dışındaki alan dağılımını elde etmek için gözlem noktaları ilgili bölge dışında konumlandırılır. Bu durumda toplam alan, gelen alan ve bir uzaysal konvolüsyon integralinden oluşan saçılan alanın toplamından oluşur ve oluşacak tekillik, gelen alan ile temsil edilir. Kaynak ve gözlem noktalarının çakışmadığı bu durum için homojen olmayan ortama ilişkin Green fonksiyonunun momentler yöntemi ile hesaplandığı ve DBIM uygulamalarında kullanıldığı çalışmalar mevcuttur [29,39,40].

Diğer durumda kaynak homojen olmayan bölge içerisindedir. Gözlem noktalarının homojen olmayan bölge içerisinde yer aldığı durumda kaynak ve gözlem noktalarının çakışması söz konusu olacaktır. Bu çakışma yüksek dereceden tekilliğe sebebiyet verir. Bu durumda, ilk durumda olduğu gibi klasik yöntemlerle problemin formüle edilmesi mümkün değildir. Detaylı ve karmaşık bir çözüm ihtiyacı doğmaktadır. Bu tez çalışmasının ana konusu öncelikle bu son derece karmaşık problemin çözümü için gerekli sayısal çözümü elde etmek ve böylece mümkün tüm kaynak-gözlem konfigürasyonlarında homojen olmayan ortamların Green fonksiyonlarının hesabı için etkin yöntemler ortaya koymaktır.

İki boyutlu homojen olmayan yapılara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanmasına adına literatürde farklı çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan [41] ve [42]'de bu fonksiyon yinelemeli algoritmalar ile kullanılmıştır. Bu çalışmaların asıl amacı tekillik problemine vurgu yapıp çözüm üretilmesi olmasa bile, bu çalışmalar homojen olmayan ortamlara ilişkin etkili sayısal uygulamalar vermektedir. Özellikle homojen olmayan yapılara en iyi örneğin insan vücuduna ilişkin araştırmalar olacağından yola

çıkılarak [42]'de sembolik bir kol modeli ele alınmış ve bu modele ilişkin inceleme yapılmıştır. Belirli bölgelerde parçalı halde, sabit, karmaşık dielektrik sabitine sahip bir ortamda diyadik Green fonksiyonunun boş uzaydaki diyadik Green fonksiyonu ile aynı tekillik davranışına sahip olacağını varsayan bir analiz [43]'te yapılmıştır. Literatürdeki bazı çalışmalarda bir takım özel durumlar için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu hesaplanmış ve kullanılmıştır [22,27-32,39-42]. Ancak yapılan literatür taramasına göre yukarıda bahsedildiği gibi her bir kaynak ve gözlem çiftinin konumuna göre homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun detaylı şekilde incelendiği ve tekillik analizinin de detaylıca yapıldığı çalışmalar mevcut değildir. Bu çalışmada ilk olarak tüm uzayda homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonun tekillik davranışı incelenmiş ve bu fonksiyonun çözümü integral denklem yaklaşımı ile sayısal olarak elde edilebilmiştir. Bunun için Green fonksiyonu iki parçalı olarak yazılır. Bu parçalardan biri, boş uzaya ilişkin Green fonksiyonundan oluşan temel çözümü ifade ederken diğeri, iyi oluşturulmuş (well-posed) bir integral denklemin çözümü ile elde edilen parçadır. Böylelikle, homojen olmayan ortamlara ilişkin toplam Green fonksiyonunun tekilliği temel çözüm olan ilk parça ile temsil edilir. Bu gösterim, [43]'te verilen homojen ortamlardaki parçalı diyadik Green fonksiyonu ile uyumlu olmakla birlikte tekillik açısından da [43]'teki fikri desteklemektedir. Burada elde edilen çözümle herhangi bir gelen dalga ile aydınlatılan homojen olmayan bölgelerden saçılan alan hesaplanabileceğinden tüm uzaya ilişkin toplam alan davranışı da elde edilebilir.

Homojen olmayan ortamlarda tüm uzaya ilişkin Green fonksiyonunu elde etmek düz saçılma problemlerinde olduğu kadar ters saçılma problemleri için de oldukça önemlidir. Ters saçılma problemlerindeki temel prensip, gelen dalga kaynakları tarafından görüntülenmek istenen yapının aydınlatılması sonucu bu yapılardan saçılan alanın analiz edilerek ilgili bölge ya da bölge içerisine yerleştirilmiş yapıların tespit edilmesidir. Daha önce de belirtildiği gibi son yıllarda özellikle biyomedikal mühendisliği alanında beyin ve meme gibi yapılardaki anormal oluşumların yerlerini tespit etmek üzerine birçok çalışma yapılmıştır [12,23-26]. Bu yapılar homojen olmayan yapılara güzel birer örnek olmanın yanı sıra elektromanyetik özellikleri açısından analiz edilmesi oldukça zor olan yapılardır [11,12]. Bunun sebeplerinden biri bu yapıların analiz edildikleri arka plan uzayından oldukça farklı elektromanyetik özelliklere sahip olmasıdır. Bu tip yapılar boş uzaya yerleştirildiğinde yüksek

kontrastlı ve kayıplı olmaları sebebiyle gelen alanın yapı içerisine nüfuz etme sorunu oluşacağından alanın büyük bir kısmı geri yansıyacaktır. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için uygun parametrelere sahip arka plan uzayı kullanılması gerekmektedir. Uygun arka plan uzayı kullanımı sonucu incelenen homojen olmayan yapı ile bu yapının yerleştirildiği ortam arasındaki kontrast farkı azaltılırsa gelen alanın ortama nüfuz etmesi ve görüntülenecek yapılarla etkileşime girmesi mümkün olacaktır. Bu tip arka plan uzaylarına uygunlaştırıcı ortam (matching medium) adı verilir. Bu tip ortamların kullanımının faydalı olduğu [23,44-47] çalışmalarında da gösterilmektedir. Uygun bir uygunlaştırıcı ortam ile gelen alanın incelenen yapı içerisine nüfuz edebilme sorunu bir dereceye kadar azaltılabilir. Ancak beyin içindeki anormal yapıların konumu, boyutu ve elektromanyetik özellikleri gibi parametreler çözümü önemli ölçüde etkileyebilecek diğer faktörlerdir. Problemin doğası gereği yaşanan zorluklar matematiksel olarak çözümü de zorlaştırmakta ve bu soruna çözüm için bazı yaklaşımlar önerilmektedir.

Bu çalışmanın bir kısmında, homojen olmayan bir ortam olarak insan beyni ele alınmış ve buradaki anormal bir yapının tespiti ve görüntülenmesi için iki boyutlu bir ters saçılma problemi yaklaşımı önerilmiştir. İnsan beyninin modellenmesi, Zubal'ın kafa kesiti [19] yardımıyla sağlanmıştır. Bu amaçla, iki boyutlu kafa kesiti homojen olmayan bir ortam olarak ele alınmış, kesitten saçılan alan yukarıda bahsi geçen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ve gelen alanın konvolüsyonu ile elde edilen saçılan alan integral ifadesi ile hesaplanmıştır. Kafa kesiti içerisinde yer alan anormal yapıların tespiti için normal bir kafa kesitinden ve içerisinde anormal bir yapının yer aldığı kesitten saçılan alan integral denklemlerinin farkı alınmış ve bilinmeyen kontrast farkı fonksiyonu olan birinci tür bir Fredholm integral denklem elde edilmiştir. Kontrast farkı, her iki kesit arasındaki cisim fonksiyonları farkını ifade etmektedir. İlgili integral denklem, kötü oluşturulmuş (ill-posed) bir denklem olduğundan çözümü için Tikhonov regülarizasyon yöntemi [48] kullanılmıştır.

Bunun yanında ters saçılma problemlerinde kullanılan birçok farklı yöntem vardır. Bu çalışmada ikinci bir ters saçılma problemi analizi olarak son zamanlarda literatürde örnekleri görülen, elektromanyetik saçılma problemleri dışında radar görüntüleme, sismik araştırmalar gibi alanlarda da yaygın olarak kullanılan ve ters saçılma problemlerine basit bir yaklaşım sunan Ters Zaman Göçü (TZG) yöntemi [49-53] kullanılmıştır. Bu yöntemde cismin fiziksel özellikleri gibi bir ön bilgiye ihtiyaç

olmadan görüntüleme yapılmaktadır [49]. Bu çalışmada [49]'da verilen matematiksel yaklaşımdan faydalanılmıştır. Buna göre TZG yöntemi geri yayılma ve çapraz korelasyon olmak üzere iki adımdan oluşmaktadır. Önerilen yöntemde yer belirleme işlemi bu adımlardan elde edilen korelasyon fonksiyonunun başka bir deyişle indikatör fonksiyonunun hesaplanması ile yapılır. Bu korelasyon fonksiyonunun sanal kısmı pozitif fonksiyon olup gerçel kısmına göre daha kararlı bir yapıya sahiptir. Bu sebeple analizlerde sanal kısım incelenmektedir [49]. Genel olarak literatürde bu yöntemde kullanılan Green fonksiyonu, klasik Green fonksiyonudur. Bu çalışmanın literatürdeki diğer çalışmalardan farkı, TZG yönteminde yukarıda önerilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun kullanılmış olmasıdır. Böylelikle homojen olmayan ortamlarda ilgili bölgenin tüm kaynak koşullarında analiz edilebilir halde olması sebebiyle ters saçılma problemlerinde gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilebilmesi hedeflenmiştir. Belirlenen yapılar içerisindeki anormal oluşumların yerleri bahsi geçen TZG yöntemindeki korelasyon fonksiyonunun hesaplanması ile tespit edilmiştir.

Bu tez çalışmasında öncelikli olarak Bölüm 2'de Green fonksiyonları ile ilgili genel bilgiler verilmiştir. Bunun için skaler dalga denklemi için farklı koordinat sistemlerinde Green fonksiyonları ve özellikle ters saçılma problemi analizlerinde sıkça karşılaşılan tabakalı ortamlar için Green fonksiyonları incelenmiştir. Bölüm 3'te homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanması için ana formüller verilmiş ve önerilen moment tabanlı sayısal çözüm yöntemi detaylandırılmıştır. Devamında saçılma problemlerinde kullanılmak üzere saçılan alanın farklı integral gösterimlerine yer verilmiştir. Bölüm 4'te önerilen yöntemin doğruluğunu göstermek adına bazı sayısal uygulamalar incelenmiştir. İlk olarak, basit kanonik yapılara ilişkin uygulamalarla yöntemin doğruluğu gösterilmiştir. Devamında, daha önce de bahsedildiği gibi bu Green fonksiyonunun en yaygın kullanım alanlarından biri olan biyomedikal uygulamalardaki etkinliğinin belirlenmesi için insan beynine ait bir kesit üzerinde incelenen sayısal uygulamalar verilmiştir. Bu uygulamalarda gelen alanın kesit içerisine yeteri kadar nüfuz etmesini sağlayan uygunlaştırıcı ortamların belirlenmesinin önemine dikkat çekilmiştir. Devamında insan beyni içerisindeki kanama, tümör gibi anormal yapıların yerlerinin tespit edilebilmesi için önerilen yöntemle elde edilen Green fonksiyonu kullanılarak sağlıklı ve sağlıklı beyinden saçılan alanların farkları alınmış ve bu fark denkleminin

bilinmeyen olan kontrast farkının hesaplanmasına dayanan bir ters saçılma problemi yaklaşımına ilişkin sayısal uygulamalar verilmiştir. Son uygulama olarak da önerilen yöntem TZG yaklaşımında kullanılmış ve bununla ilgili bir takım sayısal uygulamalar incelenmiştir. Tezin en sonunda elde edilen sonuçların değerlendirildiği bir sonuç bölümü verilmiştir.

Çalışma boyunca zaman bağımlılığı $e^{-i\omega t}$ olarak kabul edilmiştir.





2. GREEN FONKSİYONLARINA GENEL BAKIŞ

Bu tez çalışmasının amacı, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunu sayısal bir yöntem ile hesaplayabilmektir. Bu Green fonksiyonunu elde edebilmek için öncelikle Green fonksiyonları ile ilgili temel bilgilere ihtiyaç vardır. Önerilen yöntemin detayları verilmeden önce Green fonksiyonları genel olarak tanımlanmış, sonrasında skaler dalga denklemi için üç farklı koordinat sisteminde Green fonksiyonları elde edilmiştir. Son olarak da genel olarak pratik uygulamalarda da oldukça geniş yer bulan tabakalı ortamlara ilişkin Green fonksiyonu hem düzlemsel hem de silindirik tabakalı ortamlar için incelenmiştir.

2.1 Green Fonksiyonlarına Giriş

Elektromanyetik teoride problemlerin çözümü çoğu zaman oldukça karmaşıktır. Özellikle birçok problem ikinci dereceden kısmi diferansiyel denklemlerin çözümüne dayanır. Uygun sınır koşullarının uygulanması sonucunda problemlerin çözümü mümkündür. Green fonksiyonları genel anlamda bu diferansiyel denklemleri integral denklemlere dönüştürmek için kullanılır.

Green fonksiyonu, bir diferansiyel denklem ile tanımlanan sistemin dürtü yanıtıdır. Matematikte Green fonksiyonu, belirlenen başlangıç ya da sınır koşulları ile belirli bir alan üzerine tanımlanmış homojen olmayan bir diferansiyel denklemin birim dürtü yanıtıdır. Verilen bir diferansiyel denklemin Green fonksiyonu, ilgili denklemi sağ tarafında birim dürtü olacak şekilde sağlar. Başka bir deyişle denklemin sağ yanı hemen hemen homojen olup sadece birim dürtünün etkin olduğu noktada sıfırdan farklıdır. Bu noktadaki etki özel olarak Green fonksiyonunun sağlaması gereken ek koşullarla ifade edilir. Herhangi bir lineer diferansiyel denklemi Green fonksiyonları aracılığıyla çözmek için öncelikle sistemin birim dürtü yanıtına karşılık gelen Green fonksiyonu hesaplanır. Daha sonra bir konvolüsyon integrali, sisteme ilişkin tam çözümü verir. Elektromanyetik teori problemlerinde eğer problem zamandan bağımsız düşünülüyorsa dürtü yanıtı zaman değil, uzaysal dürtüdür. Problem statik alanlara ilişkin bir problem ya da zamanda harmonik kabul edilip fazör ifadelerle ifade edilmiş

bir problem ise kaynağın yerleştirildiği noktayı belirten uzaysal bir Dirac delta fonksiyonu birim dürtü olarak alınır. Aşağıda herhangi bir lineer diferansiyel operatöre ilişkin “Green fonksiyonu” kavramsal olarak tanıtılacaktır.

Bilinmeyen bir u fonksiyonuna etkiyen bir $\mathcal{L}$ lineer diferansiyel operatörü ele alınsın.

$$\mathcal{L}u = f \quad (2.1)$$

f , bu operatörün oluşturduğu sistem için kaynak, u ise sistemin yanıtıdır. (2.1)’de verilen sisteme ilişkin $\mathcal{L}$ operatörünün bir tersinin olduğu varsayımı ile

$$\mathcal{L}^{-1} \{\mathcal{L}u\} = \mathcal{L}^{-1} f \quad (2.2)$$

$$u = \mathcal{L}^{-1} f \quad (2.3)$$

elde edilir. $\mathcal{L}$ bir diferansiyel operatör olduğundan bunun tersi genel halde bir integral operatör olarak düşünülebilir. Genel olarak integral operatörlerinde ilgili fonksiyon bir çekirdek (kernel) fonksiyonu ile çarpılır, sonra fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta integrali alınır. Bu integral ifadenin genel hali,

$$u = \int g(x, \xi) f(\xi) d\xi \quad (2.4)$$

olarak yazılabilir. (2.4)’te $g(x, \xi)$ integral operatörünün çekirdeğidir. (2.4) denkleminde her iki taraf $\mathcal{L}$ operatörü ile işlem gördüğünde

$$\int \mathcal{L}[g(x, \xi)] f(\xi) d\xi = f(x) \quad (2.5)$$

elde edilir. $g(x, \xi)$ çekirdek fonksiyonunun $\mathcal{L}$ operatörü ile işlemi sonucunda dürtü fonksiyonu $\delta(x - \xi)$ elde edilir. $\delta(x - \xi)$ bu sisteme ilişkin Dirac delta fonksiyonudur. Başka bir deyişle $g(x, \xi)$, $\mathcal{L}g = \delta(x - \xi)$ eşitliğini sağlar ve $\mathcal{L}$ operatörünün Green fonksiyonudur. Bu durumda,

$$\int \delta(x - \xi) f(\xi) d\xi = f(x) \quad (2.6)$$

eşitliğini yazmak mümkündür. $g(x, \xi)$ hesaplandığında $\mathcal{L}u = f$ ’nin çözümü (2.4)’teki gibi verilebilir.

2.2 Skaler Dalga Denklemi için Green Fonksiyonları

Elektromanyetik teori problemleri ihtiyaca göre farklı boyutlarda incelenmekte ve bunun sonucunda Green fonksiyonunun farklı koordinatlarda hesaplanması gerekmektedir. Hesaplama yöntemi aynı olmakla birlikte her bir koordinat sistemi için koordinat dönüşümü gerekmektedir. Bu bölümde kartezyen, silindirik ve küresel koordinatlarda skaler halde Green fonksiyonları incelenmiştir. Bir başka deyişle skaler dalga denkleminin elektrik tipi Green fonksiyonunun bir, iki ve üç boyutlu halde ifadeleri temel koordinat sistemlerinde doğrudan dalga denkleminin çözümü ile elde edilmiştir. Tezin ilerleyen bölümlerinde burada elde edilen Green fonksiyonlarından faydalanılmıştır.

2.2.1 Kartezyen koordinatlarda bir boyutlu skaler Green fonksiyonu

Bir boyutlu uzayda elektromanyetik saçılma problemleri genellikle kartezyen koordinatlarda incelenir. Bunun için bu koordinatlarda Green fonksiyonunun bilinmesi önemlidir.

Bir boyutlu uzayda $z \in (-\infty, \infty)$ için bir alan fonksiyonunu; örneğin, $u = u(z)$ ele alınsın. Alan fonksiyonu için dalga denklemi uygulandığında

$$\Delta u(z) + k^2 u(z) = -f(z) \quad (2.7)$$

eşitliği yazılabilir. k^2 dalga sayısının karesidir ve sabittir. $f(z)$ kaynağı ifade etmektedir. $g = g(z, z')$, sisteme ilişkin Green fonksiyonu olması durumunda,

$$\Delta g + k^2 g = -\delta(z - z') \quad (2.8)$$

denklemi yazılabilir. $\delta(z - z')$ Dirac delta fonksiyonudur. Buradaki Green fonksiyonu,

$$\frac{d^2 g}{dz^2} + k^2 g = 0, z \neq z' \quad (2.9)$$

$$g(z \rightarrow z' + 0) - g(z \rightarrow z' - 0) = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial g}{\partial z}(z \rightarrow z' + 0) - \frac{\partial g}{\partial z}(z \rightarrow z' - 0) = -1 \quad (2.11)$$

eşitliklerini sağlar. Bu durumda, kartezyen koordinatlarda ilgili fonksiyonun çözümü,

$$g(z, z') = \begin{cases} Ae^{ikz} + Be^{-ikz} ; z > z' \\ Ce^{ikz} + De^{-ikz} ; z < z' \end{cases} \quad (2.12)$$

olarak verilebilir. (2.12)'de A , B , C ve D bilinmeyen katsayılarıdır. Radyasyon koşulları dahilinde $e^{-i\omega t}$ zaman bağımlılığı olması durumunda (2.12) giden dalgayı ifade edecek şekilde

$$g(z, z') = \begin{cases} Ae^{ikz} ; z > z' \\ De^{-ikz} ; z < z' \end{cases} \quad (2.13)$$

gibi yazılabilir. (2.13)'te verilen Green fonksiyonu (2.10) ve (2.11)'e uygulanıp birlikte çözüldüğünde

$$A = \frac{-1}{2ik} e^{-ikz'} \quad (2.14)$$

$$D = \frac{-1}{2ik} e^{+ikz'} \quad (2.15)$$

katsayıları elde edilir. Bunun sonucu (2.13)'teki Green fonksiyonu,

$$g(z, z') = \frac{-1}{2ik} e^{ik|z-z'|} \quad (2.16)$$

olarak yazılır. Bu durumda orijinal diferansiyel denklemin çözümü Green fonksiyonu cinsinden aşağıdaki konvolüsyon integrali ile verilir.

$$u(z) = \int g(z, z') f(z') dz' \quad (2.17)$$

(2.16)'da verilen Green fonksiyonu (2.7) ile verilen lineer sistemin Green fonksiyonunu ifade eder. Böylelikle bilinmeyen $u(z)$ alan fonksiyonu (2.17)'deki konvolüsyon ile kolayca elde edilir.

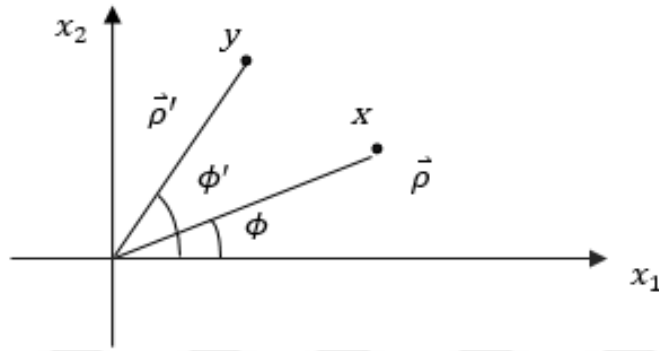
2.2.2 Silindirik koordinatlarda iki boyutlu skaler Green fonksiyonu

Elektromanyetik saçılma teorisinde iki boyutlu formüle edilen (sonsuz uzun silindirik yapılarda kesit geometrisi) yapılara ilişkin düz ve ters saçılma problemleri oldukça yaygın bir şekilde incelenmektedir. Bu durum silindirik koordinatlarda Green fonksiyonunun hesaplanmasının önemini arttırmakta ve kartezyen koordinatlardan

silindirik koordinatlara geçişi gerektirmektedir. İki boyutlu uzayda $x = (x_1, x_2)$ kaynak noktası, $y = (y_1, y_2)$ gözlem noktası olmak üzere uzaya ilişkin Green fonksiyonu $G(x; y) = G(x_1, x_2; y_1, y_2)$ olarak ifade edilir. Bilindiği üzere Green fonksiyonu,

$$\Delta G + k^2 G = -\delta(x - y) \quad (2.18)$$

denklemini sağlar. Şekil 2.1'den yola çıkarak Kartezyen koordinatlardan silindirik koordinatlara geçiş $(x_1, x_2) = (\rho \cos \phi, \rho \sin \phi)$, $(y_1, y_2) = (\rho' \cos \phi', \rho' \sin \phi')$ ve $G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = G(\rho, \phi; \rho', \phi')$ olarak düzenlenir.



Şekil 2.1 : Silindirik Green fonksiyonu için koordinat sistemi.

Kartezyen koordinatlarda yazılan (2.18)'deki denklem silindirik koordinatlarda

$$\Delta G + k^2 G = -\frac{1}{\rho'} \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \quad (2.19)$$

gibi yazılır. $\rho' \rightarrow 0$ durumunda ϕ bağımlılığı ortadan kalkar. Bu durumda, (2.19)'daki denklem,

$$\Delta G(\rho) + k^2 G(\rho) = -\frac{1}{\rho} \delta(\rho) \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial G(\rho)}{\partial \rho} + k^2 G(\rho) = 0, \rho \neq 0 \quad (2.21)$$

olarak düzenlenir. (2.21) denkleminin çözümü, sıfırıncı türden Bessel diferansiyel denkleminin genel çözümü olarak verilebilir. Bu durumda Green fonksiyonu,

$$G(\rho) = C_1 H_0^{(1)}(k\rho) + C_2 H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.22)$$

olarak önerilebilir. $H_0^{(1)}$ ve $H_0^{(2)}$, sıfırıncı dereceden sırasıyla birinci ve ikinci tür Hankel fonksiyonlarıdır. Hankel fonksiyonlarının

$$H_0^{(1)}(k\rho) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}} e^{ik\rho} e^{-i\pi/4} \quad (k\rho \rightarrow \infty) \quad (2.23)$$

$$H_0^{(2)}(k\rho) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}} e^{-ik\rho} e^{i\pi/4} \quad (k\rho \rightarrow \infty) \quad (2.24)$$

olarak bilinen asimptotik davranışı nedeniyle sadece $H_0^{(1)}(k\rho)$ giden dalgayı ifade eder. Böylelikle (2.22)'de önerilen Green fonksiyonu,

$$G(\rho) = C_1 H_0^{(1)}(k\rho) \quad (2.25)$$

gibi yazılabilir. (2.19)'daki denklemin birim silindir boyunca integrali alınıp düzenlendiğinde

$$\int_B (\Delta G + k^2 G) dv = - \int_B \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}') dv = -1 \quad (2.26)$$

$$\int_B (\text{div grad} G + k^2 G) dv = -1 \quad (2.27)$$

$$\int_S \text{grad} G \vec{ds} + k^2 \int_B G dv = -1 \quad (2.28)$$

$$\int_S \frac{\partial G}{\partial \rho} \vec{e}_\rho \cdot \vec{e}_\rho ds + k^2 \int_B G dv = -1 \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} & - \int_0^{2\pi} \int_{z=-1/2}^{1/2} C_1 k H_1^{(1)}(k\rho_0) \rho_0 d\phi dz \\ & + k^2 \int_0^{\rho_0} \int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} C_1 H_0^{(1)}(k\rho) \rho d\rho d\phi dz = -1 \end{aligned} \quad (2.30)$$

elde edilir. $H_1^{(1)}$, birinci dereceden birinci tür Hankel fonksiyonudur. Birinci dereceden n. tür Hankel fonksiyonunun

$$H_n^{(1)}(k\rho) \rightarrow -i \frac{(n-1)!}{\pi} \left(\frac{2}{k\rho}\right)^n, k\rho \rightarrow 0 \quad (2.31)$$

özelliğinden dolayı (2.30)'da verilen iki integral toplamından oluşan eşitlikteki ikinci integral sıfıra yakınsar. (2.30)'daki ilk integral,

$$H_1^{(1)}(k\rho) \rightarrow \frac{-i 0!}{\pi} \left(\frac{2}{k\rho}\right) = \frac{-2i}{\pi k\rho}, k\rho \rightarrow 0 \quad (2.32)$$

kullanılarak hesaplanır ve (2.30)

$$-\int_0^{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} C_1 k \frac{-2i}{\pi k \rho_0} \rho_0 d\phi dz = -1 \quad (2.33)$$

şeklinde düzenlenir. (2.33)'ün çözümü sonucunda

$$C_1 = \frac{-1}{4i} = \frac{i}{4} \quad (2.34)$$

katsayısı elde edilir. Bu durumda, Green fonksiyonu

$$G(\rho) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\rho) \quad (2.35)$$

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \quad (2.36)$$

olarak yazılır. Burada verilen hesaplamalar yapılırken [13]'teki analizlerden faydalanılmıştır.

2.2.3 Küresel koordinatlarda üç boyutlu skaler Green fonksiyonu

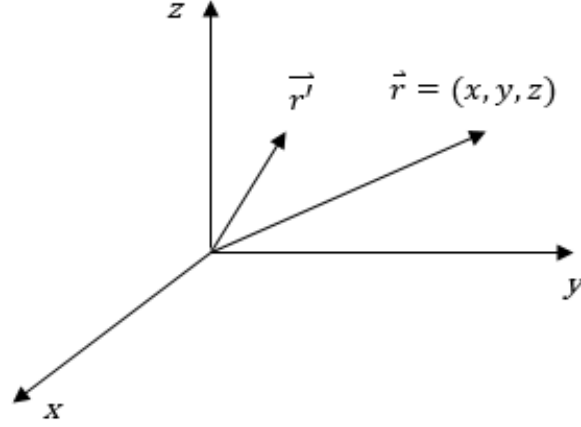
Elektromanyetik saçılma teorisinde gerçeğe en yakın analizler üç boyutlu uzayda yapılan analizlerdir. Üç boyutlu uzay için küresel koordinatlarda Green fonksiyonu

$$\Delta^2 G(\vec{r}, \vec{r}) + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}) = -\delta(\vec{r}, \vec{r}) \quad (2.37)$$

denklemini sağlar. Şekil 2.2'deki kaynak orijine yerleştirildiğinde ($\vec{r}' \rightarrow 0$), $G(r, \theta, \phi; r', \theta', \phi')$ Green fonksiyonu $G(r)$ olacaktır. Bu durumda, (2.37) denklemi

$$\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial G}{\partial r} \right) \right] + k^2 G = 0, r \neq 0 \quad (2.38)$$

gibi yazılır.



Şekil 2.2 : Küresel koordinatlarda üç boyutlu skaler Green fonksiyonu için koordinat sistemi.

(2.38)'de Green fonksiyonu için önerilen çözüm,

$$G(r) = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} + C_2 \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (2.39)$$

olarak verilebilir. C_1 ve C_2 bilinmeyen katsayılardır. Radyasyon koşulları dahilinde $e^{-i\omega t}$ zaman bağımlılığı olması durumunda (2.39),

$$G(r) = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} \quad (2.40)$$

gibi yazılabilir. Küresel koordinatlarda (2.37) eşitliğinin oldukça küçük R_0 yarıçaplı bir küre için integrali alındığında

$$\lim_{R_0 \rightarrow 0} \left[\int_S \Delta G \overline{ds} + k^2 \int_B G dv \right] = -1 \quad (2.41)$$

eşitliğindeki ikinci integral sifıra yakınsayacaktır. Geri kalan kısım ise

$$\lim_{R_0 \rightarrow 0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} C_1 \left(\frac{ikR_0 e^{ikR_0} - e^{ikR_0}}{R_0^2} \right) R_0^2 \sin\theta d\theta d\phi = -1 \quad (2.42)$$

$$-C_1 \lim_{R_0 \rightarrow 0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} e^{ikR_0} \sin\theta d\theta d\phi = -1 \quad (2.43)$$

şeklinde düzenlenir. (2.43) çözümü sonucu,

$$C_1 = \frac{1}{4\pi} \quad (2.44)$$

katsayısı elde edilir. Bunun sonucunda Green fonksiyonu,

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (2.45)$$

olarak yazılır. (2.45), kaynak ve gözlem noktaları arasındaki mesafeye göre verilen Green fonksiyonudur.

2.3 Tabakalı Ortamlarda Green Fonksiyonu

Elektromanyetik teori problemlerinde tabakalı ortamlara ilişkin yapılan analizler oldukça yaygındır. Özellikle ters saçılma problemlerinde gömülü cisimlerin tespiti için bu analizlerden faydalanılmaktadır. Özellikle son yıllarda önemli araştırma konularından biri olan mikrodalga tomografi çalışmaları gibi çalışmalar tabakalı ortamlardan oluşmakta, buradaki analizlerde Green fonksiyonunun doğru hesaplanması önem arz etmektedir. Bu nedenle, tabakalı ortamlarda Green fonksiyonunun açık ifadesinin elde edilmesi oldukça önemlidir. Bu tez çalışmasında düzlemsel ve silindirik tabakalı ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun genel ifadesi elde edilmiştir.

2.3.1 Düzlemsel tabakalı ortamlar

Gömülü cisimlerin elektromanyetik saçılma analizleri yapılırken tabakalı ortamlara ilişkin incelemeler yapılması gerekmektedir. Bu incelemelerde kaynağın hangi ortamda olduğu Green fonksiyonunun çözümünü de etkilemektedir. İlk olarak düzlemsel tabakalı ortamlar için inceleme yapılmıştır.

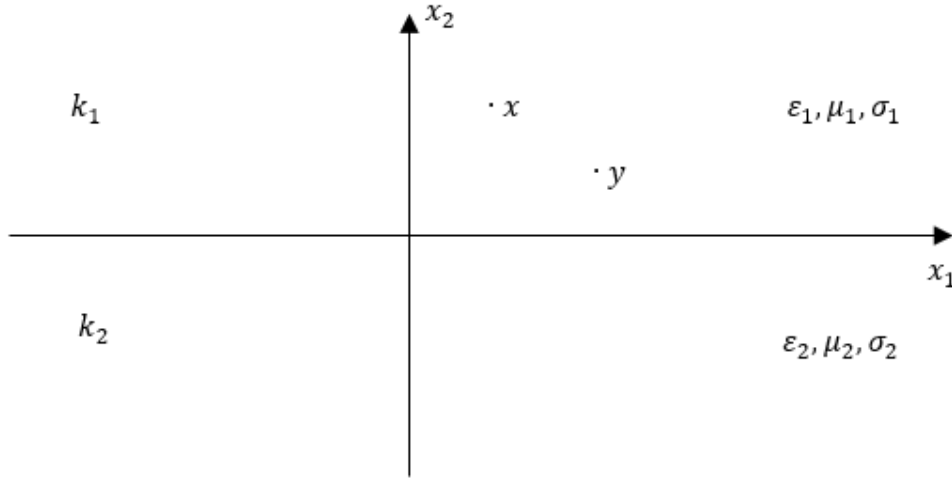
Şekil 2.3'te verilen yarım uzay konfigürasyonu ele alınsın. Bu konfigürasyona ilişkin Green fonksiyonu

$$\Delta^2 G(x; y) + k^2 G(x; y) = -\delta(x - y) \quad (2.46)$$

denklemini sağlar. Burada k^2 , dalga sayısının karesi olmak üzere x_2 yönünde değişim gösterir ve

$$k^2(x_2) = \begin{cases} k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 + i\omega \sigma_1 \mu_1 ; x_2 > 0 \\ k_2^2 = \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2 + i\omega \sigma_2 \mu_2 ; x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

olarak ifade edilir. İki farklı tabaka için k_1^2 ve k_2^2 dalga sayılarının karesini, ω açısal frekansı, ε_1 ve ε_2 dielektrik sabitlerini, μ_1 ve μ_2 manyetik geçirgenlik sabitlerini, σ_1 ve σ_2 iletkenlik sabitlerini ifade etmektedir. $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2)$ ve $\delta(x - y) = \delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2)$ 'dir.



Şekil 2.3 : Silindirik yarım uzay konfigürasyonu.

İlk olarak kaynağın alt yarım uzayda ($y_2 < 0$) olduğu durum ele alınsın. Bu durumda (2.46)'daki denklem x_2 bileşeninin konumuna göre

$$\Delta^2 G + k_1^2 G = 0 ; x_2 > 0 \quad (2.48)$$

$$\Delta^2 G + k_2^2 G = -\delta(x - y) ; x_2 < 0 \quad (2.49)$$

gibi iki farklı şekilde yazılabilir. (2.46)'da verilen eşitliğin açık hali

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x_2^2} + k^2(x_2)G = -\delta(x_1 - y_1)\delta(x_2 - y_2) \quad (2.50)$$

olarak yazılır. G fonksiyonunun x_1 'e göre

$$\hat{G}(v, x_2; y) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x_1, x_2; y) e^{-ivx_1} dx_1 \quad (2.51)$$

şeklinde Fourier dönüşümü alınırsa buna bağlı olarak Green fonksiyonu

$$G(x_1, x_2; y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \hat{G}(v, x_2; y) e^{ivx_1} dv \quad (2.52)$$

olacaktır. Buna göre (2.50)'deki eşitliğin her iki tarafının dönüşümü alındığında

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x_2^2} + k^2 G \right) e^{-ivx_1} dx_1 \\ &= -\delta(x_2 - y_2) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - y_1) e^{-ivx_1} dx_1 \end{aligned} \quad (2.53)$$

yazılır. Bu eşitliğin çözümü için kısmi integral yöntemi kullanılır. Buna göre ilgili integral,

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial G}{\partial x_1} e^{-ivx_1} \right|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} iv e^{-ivx_1} \frac{\partial G}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + k^2 \hat{G} \\ &= -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} & \left(ivG e^{-ivx_1} + \frac{\partial G}{\partial x_1} e^{-ivx_1} \right) \Big|_{-\infty}^{\infty} - v^2 \hat{G} + \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + k^2 \hat{G} \\ &= -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x_1} + ivG \right) e^{-ivx_1} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} - (v^2 - k^2) \hat{G} = -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.56)$$

şeklinde düzenlenir. (2.56)'daki eşitliğin sol tarafının ilk kısmı,

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} |x| \cdot \left(\frac{\partial}{\partial |x|} - ik \right) G(x; y) = 0 \quad (2.57)$$

olarak bilinen Sommerfeld radyasyon koşulları [54] dahilinde sıfır olacaktır. Sonuç olarak (2.56)'daki eşitlik

$$\frac{d^2 \hat{G}}{dx_2^2} - \gamma_j^2 \hat{G} = -e^{-ivy_1} \delta(x_2 - y_2) \quad (2.58)$$

gibi yazılabilir. $\gamma_j = \sqrt{v^2 - k_j^2}$ ($j = 1, 2$) olmak üzere (2.58)'deki eşitlik x_2 'nin konumuna göre

$$\frac{d^2 \hat{G}}{dx_2^2} - \gamma_1^2 \hat{G} = 0, x_2 > 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{d^2 \hat{G}}{dx_2^2} - \gamma_2^2 \hat{G} = -e^{-i\nu y_1} \delta(x_2 - y_2), x_2 < 0 \quad (2.60)$$

olarak iki farklı şekilde yazılır. Bu durumda $\hat{G}$,

$$\hat{G}(\nu, x_2; y) = \begin{cases} A(\nu)e^{-\gamma_1 x_2}; x_2 > 0 \\ B(\nu)e^{-\gamma_2 x_2} + C(\nu)e^{\gamma_2 x_2}; y_2 < x_2 < 0 \\ D(\nu)e^{\gamma_2 x_2}; x_2 < y_2 \end{cases} \quad (2.61)$$

olarak verilebilir. (2.61)'de A, B, C ve D bilinmeyen katsayılarıdır. Bu katsayıların elde edilmesi için

$$\hat{G}(\nu, x_2 + 0; y) - \hat{G}(\nu, x_2 - 0; y) = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}(\nu, x_2 + 0; y) - \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}(\nu, x_2 - 0; y) = 0 \quad (2.63)$$

sınır koşullarından faydalanılır. (2.60)'taki eşitlikten yola çıkarak

$$\hat{G}(\nu, x_2 = y_2 + 0; y) - \hat{G}(\nu, x_2 = y_2 - 0; y) = 0 \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}(\nu, x_2 = y_2 + 0; y) - \frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2}(\nu, x_2 = y_2 - 0; y) = -e^{-i\nu y_1} \quad (2.65)$$

yazılır. $\mu_1 = \mu_2$ olduğu varsayıp eşitlikler düzenlendiğinde,

$$A(\nu) = \frac{2\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{1}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.66)$$

$$B(\nu) = \frac{1}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.67)$$

$$C(\nu) = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{1}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.68)$$

$$D(\nu) = \frac{1}{2\gamma_2} e^{-i\nu y_1} e^{-\gamma_2 y_2} + \frac{1}{2\gamma_2} \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{-i\nu y_1} e^{\gamma_2 y_2} \quad (2.69)$$

elde edilir ve (2.61)'deki $\hat{G}$ 'nin karşılığı

$$\begin{aligned} & \hat{G}(v, x_2; y) \\ = & \begin{cases} \frac{2\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_2} \frac{1}{2\gamma_2} e^{-iv y_1} e^{\gamma_2 y_2} e^{-\gamma_1 x_2}; x_2 > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_2} e^{-iv y_1} e^{\gamma_2 y_2} \left(e^{-\gamma_2 x_2} + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{\gamma_2 x_2} \right); y_2 < x_2 < 0 \\ \frac{1}{2\gamma_2} e^{-iv y_1} e^{\gamma_2 x_2} \left(e^{-\gamma_2 y_2} + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} e^{\gamma_2 x_2} \right); x_2 < y_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.70)$$

olarak yazılabilir. Green fonksiyonunun daha kompakt bir formda yazılabilmesi için silindirik dalgaların düzlem dalga süperpozisyonu için yazılan

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{1}{2\gamma_2} e^{-\gamma_2 |x_2 - y_2|} e^{iv(x_1 - y_1)} dv = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_2 |x - y|) \quad (2.71)$$

eşitliği kullanıldığında

$$\begin{aligned} & G(x, y) \\ = & \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} T_{21}(v) \frac{1}{2\gamma_2} e^{\gamma_2 y_2} e^{-\gamma_1 x_2} e^{iv(x_1 - y_1)} dv; x_2 > 0 \\ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_2 |x - y|) + \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} R_{21}(v) \frac{1}{2\gamma_2} e^{\gamma_2(x_2 + y_2)} e^{iv(x_1 - y_1)} dv; x_2 < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.72)$$

$$T_{21}(v) = \frac{2\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.73)$$

$$R_{21}(v) = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.74)$$

elde edilir.

Kaynağın üst yarım uzayda ($y_2 > 0$) olduğu durum için

$$\begin{aligned} & G(x, y) \\ = & \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1 |x - y|) + \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} R_{12}(v) \frac{1}{2\gamma_1} e^{-\gamma_1 y_2} e^{-\gamma_1 x_2} e^{iv(x_1 - y_1)} dv; x_2 > 0 \\ \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} T_{12}(v) \frac{1}{2\gamma_1} e^{-\gamma_1 y_2} e^{\gamma_2 x_2} e^{iv(x_1 - y_1)} dv; x_2 < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$R_{12} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.76)$$

$$T_{12} = \frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (2.77)$$

olur.

2.3.2 Silindirik tabakalı ortamlar

Elektromanyetik saçılma teorisinde silindirik tabakalı ortamlar hem düz hem de ters saçılma problemleri için geniş bir inceleme alanına sahiptir. İnsan vücudundaki beyin ve göğüs gibi homojen olmayan yapılarda yer alan tümör, kanserli hücre gibi oluşumların tespitinde bu gibi tabakalı ortamlara ilişkin analizler yer almaktadır. Bundan dolayı silindirik tabakalı ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun elde edilmesi gereksinimi doğar. (2.19)'da silindirik koordinatlarda verilen denkleme ilişkin Green fonksiyonunun

$$\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi') = \int_0^{2\pi} G(\rho, \phi; \rho', \phi') e^{-in\phi} d\phi \quad (2.78)$$

ile ifade edilen dönüşümü göz önüne alınsın. Bu durumda Green fonksiyonu

$$G(\rho, \phi; \rho', \phi') = \frac{1}{2\pi} \sum_n \hat{G}(\rho, n; \rho', \phi') e^{in\phi} \quad (2.79)$$

seri toplamı olarak verilir. (2.19)'da verilen denklem (2.78)'de verilen şekilde yazılmak istenirse

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial G}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 G}{\partial \phi^2} + k^2 G \right) e^{-in\phi} d\phi \\ = -\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') e^{-in\phi'} \end{aligned} \quad (2.80)$$

elde edilir. Bu eşitlik, sıfırıncı türden Bessel diferansiyel denklemi formunda $\hat{G}$ cinsinden

$$\frac{d^2 \hat{G}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\hat{G}}{d\rho} + \left(k^2 - \frac{n^2}{\rho^2}\right) \hat{G} = -\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') e^{-in\phi'} \quad (2.81)$$

olarak yazılır. Bu durumda $\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi')$ için çözüm, Bessel ($J_n(k\rho)$) ve Hankel ($H_n^{(1)}(k\rho)$) fonksiyonları cinsinden verilebilir. A_n ve B_n bilinmeyen katsayılar olmak üzere $0 < \rho' < \rho$ için $A_n H_n^{(1)}(k\rho)$ giden dalgayı, $0 < \rho < \rho'$ için $B_n J_n(k\rho)$ duran dalgayı ifade eder. Bu durumda,

$$\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi') = \begin{cases} A_n H_n^{(1)}(k\rho) ; \rho > \rho' \\ B_n J_n(k\rho) ; 0 < \rho < \rho' \end{cases} \quad (2.82)$$

yazılabilir. (2.82) eşitliğinin çözümü için

$$\hat{G}(\rho = \rho' + 0, n; \rho', \phi') - \hat{G}(\rho = \rho' - 0, n; \rho', \phi') = 0 \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial \hat{G}}{\partial \rho}(\rho = \rho' + 0, n; \rho', \phi') - \frac{\partial \hat{G}}{\partial \rho}(\rho = \rho' - 0, n; \rho', \phi') = -\frac{1}{\rho'} e^{-in\phi'} \quad (2.84)$$

sınır koşullarından faydalanılır. (2.82), (2.83) ve (2.84)'e uygulandığında

$$A_n = \frac{\frac{1}{\rho'} J_n(k\rho') e^{-in\phi'}}{J_n'(k\rho') H_n^{(1)}(k\rho') - J_n(k\rho') H_n^{(1)'}(k\rho')} \quad (2.85)$$

$$B_n = \frac{\frac{1}{\rho'} H_n^{(1)}(k\rho') e^{-in\phi'}}{J_n'(k\rho') H_n^{(1)}(k\rho') - J_n(k\rho') H_n^{(1)'}(k\rho')} \quad (2.86)$$

katsayıları elde edilir. $\hat{G}$ 'nin açık ifadesi için

$$J_n'(x) H_n^{(1)}(x) - J_n(x) H_n^{(1)'}(x) = \frac{-2i}{\pi x} \quad (2.87)$$

Wronskian eşitliği kullanılarak

$$\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi') = \begin{cases} \frac{i\pi}{2} J_n(k\rho') H_n^{(1)}(k\rho) e^{-in\phi'} ; \rho > \rho' \\ \frac{i\pi}{2} H_n^{(1)}(k\rho') J_n(k\rho) e^{-in\phi'} ; 0 < \rho < \rho' \end{cases} \quad (2.88)$$

elde edilir. (2.79)'dan yola çıkarak Green fonksiyonu,

$$G(\rho, \phi; \rho', \phi') = \frac{i}{4} \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\rho') H_n^{(1)}(k\rho) e^{in(\phi-\phi')} ; \rho > \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n^{(1)}(k\rho') J_n(k\rho) e^{in(\phi-\phi')} ; 0 < \rho < \rho' \end{cases} \quad (2.89)$$

şeklinde yazılır. Bu son ifade silindirik dalgalarla ilişkin toplama teoremi (addition theorem) olup

$$H_0^{(1)}(k|x-y|) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\rho_{<}) H_n^{(1)}(k\rho_{>}) e^{in(\phi-\phi')} \quad (2.90)$$

yazmak mümkündür [54]. Burada $\rho_{<} = \min(\rho', \rho)$ ve $\rho_{>} = \max(\rho', \rho)$ ifadelerine karşılık gelmektedir.

Şekil 2.4'teki silindirik yapı ele alındığında $\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi')$ 'nin çözümü, Bessel ve Hankel fonksiyonları cinsinden verilebilir. Bu durumda $\rho' > a$ için,

$$\hat{G}(\rho, n; \rho', \phi') = \begin{cases} A_n H_n^{(1)}(k_1 \rho) ; \rho > \rho' \\ B_n H_n^{(1)}(k_1 \rho) + C_n J_n(k_1 \rho) ; a < \rho < \rho' \\ D_n J_n(k_2 \rho) ; \rho < a \end{cases} \quad (2.91)$$

$$G(\rho, \phi; \rho', \phi') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{cases} A_n H_n^{(1)}(k_1 \rho) e^{in(\phi-\phi')} ; \rho > \rho' \\ B_n H_n^{(1)}(k_1 \rho) e^{in(\phi-\phi')} + C_n J_n(k_1 \rho) e^{in(\phi-\phi')} ; a < \rho < \rho' \\ D_n J_n(k_2 \rho) e^{in(\phi-\phi')} ; \rho < a \end{cases} \quad (2.92)$$

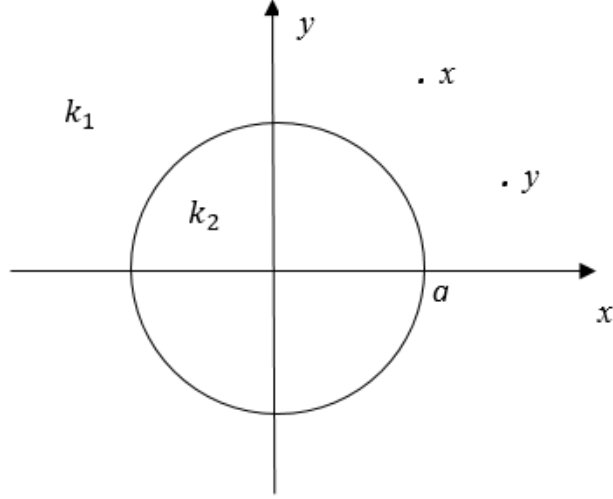
yazılabilir. (2.91) ve (2.92)'de A_n , B_n , C_n ve D_n bilinmeyen katsayılardır. Sınır koşulları yardımı ile

$$A_n H_n^{(1)}(k_1 \rho') - B_n H_n^{(1)}(k_1 \rho') - C_n J_n(k_1 \rho') = 0 \quad (2.93)$$

$$A_n H_n^{(1)'}(k_1 \rho') - B_n H_n^{(1)'}(k_1 \rho') - C_n J_n'(k_1 \rho') = -\frac{1}{\rho'} \quad (2.94)$$

$$B_n H_n^{(1)}(k_1 a) + C_n J_n(k_1 a) - D_n J_n(k_2 a) = 0 \quad (2.95)$$

$$B_n H_n^{(1)'}(k_1 a) + C_n J_n'(k_1 a) - D_n J_n'(k_2 a) = 0 \quad (2.96)$$



Şekil 2.4 : Silindirik katmanlı yapı.

eşitlikleri elde edilir. (2.93), (2.94), (2.95) ve (2.96) birlikte çözüldüğünde

$$C_n = \frac{i\pi}{2} H_n^{(1)}(k_1 \rho') \quad (2.97)$$

$$B_n = \frac{i\pi}{2} H_n^{(1)}(k_1 \rho') \left[\frac{-J_n(k_1 a) J'_n(k_2 a) + J'_n(k_1 a) J_n(k_2 a)}{H_n^{(1)}(k_1 a) J'_n(k_2 a) - H_n^{(1)'}(k_1 a) J_n(k_2 a)} \right] \quad (2.98)$$

$$= C_n R_{12}^n$$

$$A_n = \frac{i\pi}{2} J_n(k_1 \rho') + C_n R_{12}^n \quad (2.99)$$

$$D_n = C_n \left[J_n(k_1 a) + \frac{H_n^{(1)}(k_1 a)}{J_n(k_2 a)} R_{12}^n \right] = T_{12}^n C_n \quad (2.100)$$

katsayıları elde edilir. Sonuç olarak (2.92)'de verilen G fonksiyonu

$$G(\rho, \phi; \rho', \phi') = \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{cases} [J_n(k_1 \rho') H_n^{(1)}(k_1 \rho) + Q_n] e^{in(\phi - \phi')} ; \rho > \rho' \\ [H_n^{(1)}(k_1 \rho') J_n(k_1 \rho) + Q_n] e^{in(\phi - \phi')} ; a < \rho < \rho' \\ H_n^{(1)}(k_1 \rho') T_{12}^n J_n(k_2 \rho) ; \rho < a \end{cases} \quad (2.101)$$

$$Q_n = R_{12}^n H_n^{(1)}(k_1 \rho') H_n^{(1)}(k_1 \rho) \quad (2.102)$$

olarak elde edilir. (2.101)'in düzenlenmesi ve (2.102) yardımıyla

$$G(\rho, \phi; \rho', \phi') = \begin{cases} \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_1|x-y|) + \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{12}^n H_n^{(1)}(k_1\rho') H_n^{(1)}(k_1\rho) ; \rho > a \\ \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_{12}^n H_n^{(1)}(k_1\rho') J_n(k_2\rho) ; \rho < a \end{cases} \quad (2.103)$$

yazılabilir.

3. İKİ BOYUTLU UZAYDA HOMOJEN OLMAYAN ORTAMLARA İLİŞKİN GREEN FONKSİYONU

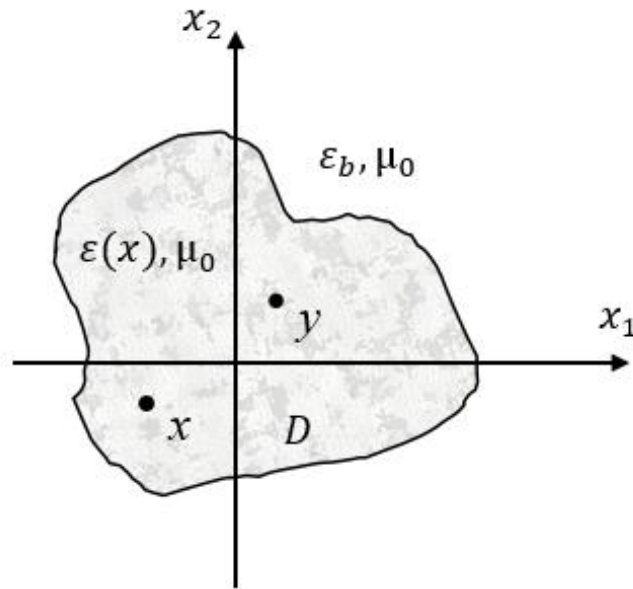
Elektromanyetik düz ve ters saçılma problemlerinde incelemenin yapıldığı ortamın elektromanyetik özellikleri problemin çözümü için oldukça kritiktir. Homojen yapılarda analiz edilen yapı içerisinde ilgili yapının saçıcı özellikleri değişmediğinden genel olarak problem çözümü homojen olmayan yapılara göre daha kolaydır. Homojen olmayan ortamlarda elektromanyetik özellikler değişkenlik gösterdiğinden ilgili yapının saçıcı özellikleri yapı içerisinde farklı noktalarda değişebilmektedir. Bu durum bu yapıların saçılma problemlerinin analizini zorlaştırmaktadır. Bu problemlerde bir diğer önemli konu, kaynağın yeridir. Kaynak, incelenen homojen olmayan yapının dışında kalan bölgede ise genel olarak klasik saçılma problemi çözümleri ile ilerlemek mümkündür. Ancak kaynak, homojen olmayan bölge içerisinde konumlandığında problem karmaşık hale gelebilir. Bu tip problemlerde çözümü zorlaştıran nokta genel olarak tekillik sorunudur. Kaynak ilgili yapı içerisinde iken kaynak ve gözlem noktaları aynı noktada olduğu durumda önemli bir tekillik problemi baş gösterir. Bu soruna ilişkin üretilen çözümler sonucu ilgili bölgenin saçılma profilinin çıkarılması mümkün olur. Önceki bölümde bahsedildiği gibi alan ifadesinin elde edilmesi için Green fonksiyonunun bilinmesi gerekmektedir. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun tüm uzayda elde edilebilmesi için belirtilen tekillik sorununun çözülmesi son derece önemlidir.

Bu bölümde, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun sayısal olarak hesaplanmasını sağlayan moment tabanlı bir çözüme ait detaylı bilgiler verilmiştir. İlk olarak, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun integral denklem gösterilimi elde edilmiştir. Sonrasında, bu integral ifadenin hesaplanmasını zorlaştıran tekillik sorununun çözümü için önerilen moment tabanlı yöntemin detayları verilmiş, yüksek dereceden tekillik problemi için önerilen sayısal çözüm detaylandırılmıştır. Son olarak, elde edilen sayısal çözüm, saçılan alan integral ifadesine uygulanmış ve buradan elde edilen sonuçların kıyaslanması için alternatif saçılan alan ifadesi oluşturulmuştur.

3.1 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun İntegral Denklem Gösterilimi

Elektromanyetik saçılma problemlerinde homojen olmayan ortamlarda yapılan analizler gerçeğe daha yakın uygulamalar olup bunların analizi homojen ortamlara göre oldukça zordur. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun elde edilmesi, bu ortamların saçılma profillerinin çıkarılması açısından son derece önemlidir. Ancak kaynağın incelenen bölge içinde ya da dışında olması durumuna bağlı olarak bu fonksiyonun hesaplanmasında belirli zorluklar ortaya çıkmaktadır. Bu zorlukların en önemlisi de kaynak ve gözlem noktalarının yerlerine göre oluşan tekillik sorunudur. Bu soruna ilişkin çözümün elde edilebilmesi için ilk olarak iki boyutlu homojen olmayan ortamlar için Green fonksiyonunun integral ifadesi incelenmiştir. Burada yapılan analiz ve analiz sonucu elde edilen sonuçlar [10] çalışması ile literatüre dahil edilmiştir.

Şekil 3.1’de görülen iki boyutlu, dielektrik sabiti $\epsilon(x)$ ve manyetik geçirgenlik sabiti μ_0 olan homojen olmayan bir yapı D ele alınmıştır. Yapı, sonlu ve sınırlı olmakla birlikte şekli ve yeri ile ilgili herhangi bir kısıtlama yoktur. $\epsilon(x)$, kayıplı durumlarda karmaşık değerde olurken μ_0 boş uzayın manyetik geçirgenlik sabitidir. $x = (x_1, x_2)$ iki boyutlu uzayda herhangi bir noktayı ifade eder. D bölgesi dışındaki bölge homojen uzay olup dielektrik ve manyetik geçirgenlik sabitleri sırasıyla ϵ_b ve μ_0 olarak verilmektedir.



Şekil 3.1 : Probleme ilişkin geometri.

Şekil 3.1’de verilen yapıya ilişkin elektrik tipi Green fonksiyonu $G(x; y)$ herhangi bir $y \in R^2$ noktasındaki birim (normalize) çizgisel kaynağın elektrik alanına karşı düşer ve

$$\Delta^2 G(x; y) + \bar{k}^2(x)G(x; y) = -\delta(x - y) \quad (3.1)$$

denklemini sağlar. Burada,

$$\bar{k}^2(x) = \begin{cases} k^2(x) = \omega^2 \varepsilon(x) \mu_0 ; x \in D \\ k_b^2 = \omega^2 \varepsilon_b \mu_0 ; \text{diğer} \end{cases} \quad (3.2)$$

tüm uzayda tanımlı dalga sayısının karesini göstermektedir. k_b , D bölgesi dışındaki bölgeye ilişkin dalga sayısıdır. x gözlem, y kaynak noktalarına karşılık gelir. ω açışal frekanstır.

Bölüm 2’de verildiği üzere, $G(x; y)$ Green fonksiyonu (3.1)’deki eşitliği sağlar. Burada Green fonksiyonu hem gözlem (x) hem de kaynak noktalarına (y) bağlıdır. $k(x)$ karmaşık dalga sayısını ifade ederken karesi (3.2)’de verilmiştir. $G(x; y)$ olarak verilen Green fonksiyonunun elde edilmesi için öncelikle bu fonksiyon

$$G(x; y) = G_b(x; y) + G_s(x; y) \quad (3.3)$$

şeklinde iki parça halinde yazılsın. (3.3)’te verilen toplam ifadesindeki $G_b(x; y)$ arka plan uzayının Green fonksiyonunu ifade eder ve Bölüm 2.2.2’de elde edildiği üzere

$$G_b(x; y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_b |x - y|) \quad (3.4)$$

olarak bilinir. (3.4)’te $H_0^{(1)}$ sıfıncı dereceden birinci tür Hankel fonksiyonudur. $G_s(x; y)$ ise homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunda bilinmeyen kısımdır. Bölüm 2.2.2’de verildiği üzere $G_b(x; y)$ (3.1)’deki denklemi sağlar ve

$$\Delta^2 G_b(x; y) + k_b^2 G_b(x; y) = -\delta(x - y) \quad (3.5)$$

yazılabilir. Şimdi, (3.3)’teki toplam ifade (3.1)’de yerine koyulsun ve (3.5)’teki eşitlikten faydalananarak düzenlensin. Sonuçta,

$$\Delta^2 G_s(x; y) + k_b^2 G_s(x; y) = -k_b^2 v(x) G(x; y) \quad (3.6)$$

elde edilir. Buradaki $v(x)$ cisim fonksiyonu olmak üzere açık hali,

$$v(x) = \begin{cases} \frac{k^2(x)}{k_b^2} - 1 ; x \in D \\ 0 ; diğ er \end{cases} \quad (3.7)$$

olarak verilmiştir. (3.5) ve (3.6) için radyasyon koşulları dikkate alındığında bilinmeyen $G_s(x; y)$ 'ye ilişkin integral ifade

$$G_s(x; y) = k_b^2 \int_D G_b(x; z) v(z) G(y; z) ds(z) \quad (3.8)$$

olarak elde edilir. Şimdi (3.8)'deki integral eşitliğin her iki tarafına $G_b(x; y)$ ekleyelim. Bu durumda, (3.8)'deki eşitlik G cinsinden

$$G(x; y) - k_b^2 \int_D G_b(x; z) v(z) G(y; z) ds(z) = G_b(x; y) \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilir. (3.9), bilinmeyişi $G(x; y)$ olan ikinci türden Fredholm integral denklemdir. Burada kaynak noktasının (y) yerine göre incelenmesi gereken farklı durumlar oluşur. Daha önce de belirtildiği gibi kaynak ve gözlem noktalarının yerleri problemin zorluk derecesini etkilemektedir. Çünkü kaynak ve gözlem noktaları birbirleri ile çakıştığında ortaya çıkan tekillik sorunu, çözülmesi zor bir problemidir. Kaynak noktasının yerine göre iki farklı durum oluşur.

- i. $y \in R^2/D$; kaynağın homojen olmayan bölge dışında olduğu durum:

Bu durumda problem, boş uzayda yer alan homojen olmayan bir cisimden saçılma problemi olarak ele alınabilir. $G_b(x; z)$, gelen dalga kaynağına karşılık gelir ve (3.4)'te verildiği üzere Hankel fonksiyonu içerir. Bundan dolayı, bu tip bir problem için tekillik oluşturur. Ancak bu tekillik sorunu yüksek dereceden bir tekillik değildir. Bu durum için verilen integral denklem, klasik elektromanyetik saçılma teorisinde Lippmann-Schwinger integral denklemi [39] olarak bilinir ve sayısal olarak çözülebilir. Ayrıca, bu konvansiyonel bir problemidir. Literatürde yer alan ve sıkça kullanılan [55] bu problem için etkili bir çözüm sunmaktadır.

ii. $y \in D$; kaynağın homojen olmayan bölge içinde olduğu durum:

Bu durumda problem oldukça karmaşık bir hal almaktadır. Bunun nedeni, kaynak ve gözlem noktalarının homojen olmayan bölge içerisinde çakıştığı durumda yüksek dereceden tekillik oluşmasıdır. Bunun sebebi, (3.9)'daki eşitlikte G 'nin integralin hem içinde hem dışında olmasının yanı sıra $G_b(x; y)$ 'nin de tekillik içermesidir. (3.9)'da her bir terimin kendi başına tekilliği mevcuttur. Buradaki tekilliklerle ilgili çözüm için (3.9)'daki eşitlik, $G_s(x; y)$ cinsinden yeniden yazılacaktır. (3.3)'teki toplam ifadesi (3.9)'da yerine yazılıp düzenlendiğinde

$$\begin{aligned} G_s(x; y) - k_b^2 \int_D G_b(x; z) v(z) G_s(y; z) ds(z) \\ = k_b^2 \int_D G_b(x; z) v(z) G_b(y; z) ds(z) \end{aligned} \quad (3.10)$$

elde edilir. Bu denklem, bilinmeyen $G_s(x; y)$ olan ikinci türden Fredholm integral denklemdir. $G(x; y)$ 'nin tekil kısmının $G_b(x; y)$ 'den geldiği düşünülürse $G_s(x; y)$ 'nin tekil olmadığı varsayılabilir. Ayrıca (3.1)'deki tekilliğin Dirac delta fonksiyonundan geldiği, bunun da $G_b(x; y)$ 'den kaynaklı olduğu düşünüldüğünde, (3.6) eşitliğinin sağ tarafının (3.1) ve (3.5)'ten farklı olmasından yola çıkarak $G_s(x; y)$ 'nin tekillik içermeyeceği söylenebilir. (3.10)'un sol tarafı dikkate alındığında y sabit bir kaynak noktası olarak düşünülürse ikinci türden bir integral denklemin klasik özelliklerini gösterir. (3.10)'un sağ tarafında iki adet $G_b(x; y)$ olduğundan $x = y = z$ durumunda yüksek dereceden tekillik oluşur. Bu durum, kaynak ve gözlem noktalarının çakışması anlamına gelir. Bu tekillik probleminin çözümü kaynak noktasının D bölgesi dışında olduğu durumdan daha karmaşıktır. Buradaki amaç bu integral eşitlik için genel bir çözüm sağlayıp her bir kaynak-gözlem noktası çifti $(x; y)$ için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunu elde edebilmektir. Bir sonraki bölümde moment tabanlı bu sayısal çözümün detayları verilecektir.

3.2 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun Sayısal Olarak Hesaplanmasını Sağlayan Momentler Yöntemi Tabanlı Çözüm

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunu sayısal olarak hesaplariken ortamı aydınlatan kaynağın ilgili ortama göre konumu problemin çözümü için önemlidir. Kaynak ilgili ortam dışındaki bölgede iken Green fonksiyonu klasik yöntemlerle hesaplanabilir. Problemi zorlaştıran kısım kaynak noktasının homojen olmayan bölgenin içerisinde olması ($y \in D$) durumudur. Kaynak bu bölge içerisinde iken kaynak ve gözlem noktaları birbirleri ile çakıştığında yüksek dereceden tekillik oluşur ve bu tekilliğin çözümü bilinen yöntemlerle mümkün olmaz. Bu bölümde kaynağın uzayın herhangi bir yerinde olması durumu göz önüne alınarak tüm durumlar için inceleme yapılmış ve moment tabanlı sayısal bir çözüm verilmiştir. Çözüm sonucunda her bir kaynak-gözlem noktası çifti ($x; y$) için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu elde edilmiştir.

İlk olarak kaynak noktasının homojen olmayan bölge dışında olduğu ($y \in R^2/D$) durum ele alınsın. (3.9) ya da (3.10)'daki eşitliklerin $y \in R^2/D$ durumunda çözümü [55]'teki yaklaşımla kolaylıkla elde edilebilir. (3.9)'daki eşitliğin sağ tarafı kapalı formda olduğundan kaynağın bölge dışında olduğu durum için (3.9) eşitliğini kullanmak daha uygun olur. (3.10)'daki eşitlik ile elde edilen çözüm de aynı sonucu verir.

Çözüm için ilgili bölge küçük alt bölgelere ayrılır ve eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı kullanılır [55]. Bunun için D bölgesi M adet küçük kare hücreye ayrılır. Bu hücrelerin içindeki bölgede bilinmeyen fonksiyonların, dielektrik sabiti $\epsilon(x)$ ve cisim fonksiyonu $v(x)$ 'nin sabit olduğu ve hücrenin merkezinde aldığı değer tüm hücre için aynı olduğu kabul edilebilir. Bu yaklaşıklığın doğruluk ve hassasiyeti doğrudan hücre boyutları ile ilişkili olup ortamın dalga boyu cinsinden hücre boyutları uygun şekilde belirlenmelidir [56]. Bu sebeple ilgili bölgenin uygun sayıda hücreye bölünmüş olması problemin çözümü için oldukça önemlidir. Hücrelere ayrılmış yapı için (3.9)'daki eşitlik

$$G(x^{(n)}; y) - k_b^2 \sum_{m=1}^M v(z^{(m)}) G(y; z^{(m)}) \int_{D_m} G_b(x^{(n)}; z) ds(z) \quad (3.11)$$
$$\cong G_b(x^{(n)}; y); n = 1, 2, \dots, M$$

şeklinde düzenlenir. Burada cisim toplam M adet dikdörtgen küçük hücreye bölünmüştür. (3.11)'de $x^{(n)} = (x_1^{(n)}, x_2^{(n)})$ ve $z^{(m)} = (z_1^{(m)}, z_2^{(m)})$ noktaları n . ve m . hücrelerin merkez noktalarını ifade etmektedir. Kaynak noktasının homojen olmayan bölge dışında olduğu $y \in R^2 \setminus D$ ve gözlem noktalarının homojen olmayan bölge içinde olduğu $x^{(n)} \in D$ durumunda $G(x^{(n)}; y)$ tekillik içermez. Başka bir deyişle, kaynak ve gözlem noktaları çakışmaz. Bu durumun literatürde bilinen bir çözümü mevcuttur. $G_b(x^{(n)}; z)$ 'nin D_m hücresi üzerinden integrali [55]'te verilen eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı ile gerçekleştirilebilir.

Sonuç olarak (3.9)'daki eşitlik, sabit bir $y \in R^2 \setminus D$ için bilinmeyişi $G(x^{(n)}; y), n = 1, 2, \dots, M$ olan basit bir lineer sisteme

$$\sum_{m=1}^M A_{nm} G(x^{(m)}; y) = G_b(x^{(n)}; y); n = 1, 2, \dots, M \quad (3.12)$$

olarak indirgenebilir. Burada,

$$A_{nm} = \begin{cases} 1 - \frac{i\pi}{2} \left[k_b a H_1^{(1)}(k_b a) + \frac{2i}{\pi} \right] v(z^{(m)}), n = m \\ -\frac{i\pi k_b a}{2} J_1(k_b a) H_0^{(1)}(k_b |x^{(n)} - z^{(m)}|) v(z^{(m)}), n \neq m \end{cases} \quad (3.13)$$

ve

$$G_b(x^{(n)}; y) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k_b |x^{(n)} - y|); n = 1, 2, \dots, M \quad (3.14)$$

şeklinde yazılır [55]. $G(x^{(m)}; y)$ ise bilinmeyen Green fonksiyonudur ve (3.12)'nin çözümü sonucu elde edilir. (3.13)'te $a = \sqrt{\Delta x \Delta y / \pi}$ belirlenen hücrelerin eşdeğer dairesel hücre yarıçapını ifade eder. Δx ve Δy bahsi geçen dikdörtgensel hücrelerin kenar uzunluklarıdır. Görüldüğü üzere problem bu şekilde indirgendiğinde bilinmeyen $G(x^{(m)}; y)$ fonksiyonu basit bir lineer sistem çözümü sonucu elde edilebilir.

İkinci adımda bu tezin asıl odağı olan kaynak noktası y 'nin D bölgesi içerisinde herhangi bir yerde olması durumuna ilişkin çözüm incelenmiştir. Bu durumda x gözlem noktalarının D bölgesi içerisinde y kaynak noktaları ile çakışması söz konusudur. Bunun sonucunda yüksek dereceden tekillik oluşur ve bunun çözümü bilinen yöntemlerle mümkün olmaz. (3.9) eşitliği ele alındığında kaynak ve gözlem

noktaları çakıştığı ($x = y$) durumda hem $G(x; y)$ hem de $G_b(x; y)$ tekillik içerdiğinden klasik yaklaşımlar ile çözüm üretmek etkin değildir. Çözüm için bilinmeyen $G_s(x; y)$ olan (3.10)'daki integral eşitlik ele alınır. (3.9) ve (3.10)'daki eşitliklerin sol tarafları aynı formda olduğundan problem bir sisteme indirgenirken matris A aynı kalır. Ancak (3.10)'daki eşitliğin sağ tarafı (3.9)'dan farklı olduğundan çözümü kolay değildir. (3.10)'daki eşitliğin sağ tarafı incelendiğinde kaynak ve gözlem noktalarının çakıştığı $x = y$ durumunda z noktası da onlarla çakışırsa Hankel fonksiyonun argümanının sıfır olması durumundan kaynaklı yüksek dereceden tekillik meydana gelir. z noktasının ayrı ayrı kaynak ve gözlem noktaları ile çakışması ($z = x$ ya da $z = y$) durumu ise ayrı bir çözüm gerektirir ve bu çözüm [55] çalışmasından yola çıkılarak elde edilir. Tüm durumları kapsayan sayısal çözüm için D bölgesi merkezleri $z^{(m)}$ olan kare hücelere bölünür. Önceki durumda olduğu gibi her bir hücre içerisinde probleme ilişkin parametreler sabittir. Bu sebeple ilgili bölgenin yeterince küçük hücelere ayrılması problemin en doğru çözümü için önemlidir. Bu kapsamda (3.10)'daki integral denklemin sağ tarafının tüm durumlar için ayrıştırılmış hali,

$$\int_{D_n} G_b(x^{(m)}; z) G_b(y^{(p)}; z) ds(z) = \begin{cases} \frac{-\pi a}{8k_b} J_1(k_b a) H_0^{(1)}(k_b d_{mn}) H_0^{(1)}(k_b d_{pn}), n \neq m \neq p \neq n \\ \frac{-\pi}{8k^2} H_0^{(1)}(k_b d_{pn}) \left[k_b a H_1^{(1)}(k_b a) + \frac{2i}{\pi} \right], n = m \neq p \\ \frac{-\pi}{8k^2} H_0^{(1)}(k_b d_{mn}) \left[k_b a H_1^{(1)}(k_b a) + \frac{2i}{\pi} \right], n = p \neq m \\ \frac{-\pi a^2}{16} \left[H_0^{(1)}(k_b a)^2 + H_1^{(1)}(k_b a)^2 \right] - \frac{1}{4\pi k_b^2}, n = m = p \end{cases} \quad (3.15)$$

olarak verilir. Burada $d_{pn} = |y^{(p)} - z^{(n)}|$ ve $d_{mn} = |x^{(m)} - z^{(n)}|$ ilgili noktalar arasındaki mesafeyi ifade etmektedir. (3.15)'te verilen $n \neq m \neq p \neq n$, $n = m \neq p$ ve $n = p \neq m$ durumları [55]'te verilen eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı ile kolaylıkla elde edilir. $z^{(n)}$ ilgili hücrenin merkez noktası olmak üzere $x = y = z^{(n)}$ olarak verilen son durumda $G_b(x^{(m)}; z)$ ve $G_b(y^{(p)}; z)$ logaritmik tekillik oluşturduğundan yüksek dereceden tekillik meydana gelir. Bu durum için birkaç düzenleme ile eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı kullanılarak çözüm elde etmek mümkündür. Bu çözüm ile

ilgili detaylar bir sonraki alt bölümde ayrıntılı bir şekilde verilmiştir. Sonuç olarak elde edilen sayısal çözüm bir matris sistemine dönüştürüldüğünde

$$[A][G_s] = [f] \quad (3.16)$$

ile gösterilir. $[A]$ matrisi (3.13)'te verilmiştir. $[G_s]$ matrisi her bir $x^{(n)}$ ve $y^{(m)}$ ($n, m = 1, 2, \dots, M$) çifti için ayrıştırılmış $G_s(x; y)$ matrisini, $[f]$ ise (3.10)'daki denklemin (3.15)'te ayrıştırılmış halinin matrisini ifade etmektedir. $[A]$, $[G_s]$ ve $[f]$ matrisleri $M \times M$ boyutundadır. (3.16)'daki sistemin çözümü sonucunda tüm x ve y çiftleri için $G_s(x; y)$ elde edilir. Böylelikle kaynağın farklı bölgelerde olduğu durumlar için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu elde edilmiş olur.

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kaynağın tüm durumları için hesaplanabildiğinden homojen olmayan ortamdaki alan dağılımını her durumda çıkarmak mümkün hale gelmiştir. Elde edilen bu sonuç sayesinde elektromanyetik saçılma problemlerine önemli bir fayda sağlanmıştır.

3.2.1 Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonundaki tekillik problemi için önerilen sayısal çözüm

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun elde edilmesi için kaynağın farklı konumlarda olması durumuna göre incelemeler yapılması birçok elektromanyetik saçılma problemi için gerekliliktir. Kaynağın yeri problemdeki tekillik sorununun derecesini belirlemektedir. Bu sebeple probleme etkisi kritiktir. Kaynak homojen olmayan bölge içerisinde iken problem [55]'te önerilen yöntemle çözülebilmektedir. Kaynak bu bölge dışında iken ise yüksek dereceden tekillik oluşmakta ve yeni bir çözüm önerisi ihtiyacı doğmaktadır. Tüm durumlara ilişkin elde edilen Green fonksiyonu (3.15)'te verilmiştir. Tezin bu bölümünde bu eşitliğin nasıl elde edildiği detaylı bir şekilde aktarılmıştır.

(3.15)'te ilk üç duruma ilişkin çözüm [55]'te verilen yöntemle elde edilmiş ve bu alt bölüme ilişkin ana bölüm olan Bölüm 3.2'de verilmiştir. $x = y = z^{(n)}$ olarak verilen son durumda $G_b(x^{(m)}; z)$ ve $G_b(y^{(p)}; z)$ logaritmik tekillik oluşturduğundan yüksek dereceden tekillik meydana gelmektedir. Buna ilişkin çözümü elde etmek için bir takım matematiksel düzenlemeler yapılmıştır. (3.15)'te iki boyutlu kartezyen koordinatlarda verilen integral silindirik koordinatlar kullanılarak

$$\int_{D_n} G_b(x^{(m)}; z) G_b(y^{(p)}; z) ds(z) = \int_{D_n^{eq}} G_b(z^{(n)}; \rho', \phi')^2 \rho' d\rho' d\phi' \quad (3.17)$$

gibi yazılsın. (ρ', ϕ') silindirik koordinatlarda bir noktayı ifade eder. İlgili bölge yeterince küçük boyuttaki hücrelere bölünmüştür. Bu hücrelerin içinde ilgili parametrelerin değerleri sabittir. D_n^{eq} , yarıçapı a ve hücre merkezi $z^{(n)}$ olan bir eşdeğer dairesel hücreyi ifade etmektedir. (3.4)'te verilen G_b kullanılarak $t = k_b \rho'$ değişken dönüşümü yapılsın. Bunun sonucunda,

$$\int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{1}{16} H_0^{(1)2}(k_b \rho') \rho' d\rho' d\phi' = \frac{-\pi}{8} \frac{1}{k_b^2} \int_0^{k_b a} H_0^{(1)2}(t) t dt \quad (3.18)$$

yazılabilir. (3.18)'deki eşitliğin sağ tarafı

$$I = \frac{1}{k_b^2} \int_0^{k_b a} H_0^{(1)2}(t) t dt \quad (3.19)$$

olarak yazılsın. (3.19)'daki integralin çözümü kısmi integral yöntemi ile mümkündür. Böylelikle ilgili integral,

$$I = \frac{1}{k_b^2} \left\{ \frac{t^2}{2} H_0^{(1)2}(t) \Big|_0^{k_b a} + \int_0^{k_b a} H_0^{(1)}(t) H_1^{(1)}(t) t^2 dt \right\} \quad (3.20)$$

açık haliyle yazılabilir. (3.20)'deki integral kısmı düzenlemek için

$$\frac{d}{dt} [t H_1^{(1)}(t)] = t H_0^{(1)}(t) \quad (3.21)$$

eşitliğinden faydalanıldığında

$$\int_0^{k_b a} [t H_1^{(1)}(t)]' t H_1^{(1)}(t) dt = \frac{t^2}{2} H_1^{(1)2}(t) \Big|_0^{k_b a} \quad (3.22)$$

yazılabilir. Bu sayede (3.20) eşitliği yeniden düzenlenebilir. (3.22) yardımıyla (3.20) düzenlendiğinde

$$I = \frac{1}{k_b^2} \left\{ \frac{(k_b a)^2}{2} [H_0^{(1)2}(k_b a) + H_1^{(1)2}(k_b a)] - \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{2} H_1^{(1)2}(t) \right\} \quad (3.23)$$

yazılır. Burada birinci dereceden birinci tür Hankel fonksiyonunun $H_1^{(1)}(t) \approx \left(-\frac{2i}{\pi t}\right), t \rightarrow 0$ olarak bilinen asimptotik davranışı kullanıldığında

$$I = \frac{a^2}{2} \left[H_0^{(1)^2}(k_b a) + H_1^{(1)^2}(k_b a) \right] + \frac{2}{\pi^2 k_b^2} \quad (3.24)$$

elde edilir. Böylelikle (3.15) eşitliğindeki $x = y = z^{(n)}$ durumu için sonuç

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{-1}{16} H_0^{(1)^2}(k_b \rho') \rho' d\rho' d\phi' \\ &= \frac{-\pi a^2}{16} \left[H_0^{(1)^2}(k_b a) + H_1^{(1)^2}(k_b a) \right] - \frac{1}{4\pi k_b^2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

olarak yazılır. Burada verilen matematiksel çözümle kaynağın homojen olmayan bölge içerisinde olup kaynak ve gözlem noktalarının çakışması durumu için Green fonksiyonu elde edilmiştir. Daha önce de kaynağa göre diğer durumlar için çözüm detaylı olarak verilmişti. Elde edilen bu sonuç ile elektromanyetik saçılma teorisinde kaynağın konumundan bağımsız olarak homojen olmayan ortamlara ilişkin analizler yapmak mümkün olmuştur. Homojen olmayan ortama ilişkin alan dağılımını elde etmek için bu ortama ilişkin Green fonksiyonunun bilinmesi gerekmekte ve bu fonksiyonu da bu çalışma sağlamaktadır.

3.3 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonunun Saçılma Problemlerinde Uygulanması

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanması ile tüm uzaya ilişkin alan dağılımını elde etmek mümkündür. Kaynağın homojen olmayan bölge dışında konumlandığı durumlarda alan hesabı bilinen yöntemlerle yapılabilirken kaynak ilgili bölge içerisindeyken bu dağılımı elde etmek oldukça zor bir problemdir. Green fonksiyonu hesaplandıktan sonra ilgili bölgeden saçılan alan ifadesini elde etmek gerekir.

Bu bölümde homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılarak bir saçılan alan integral denklemi elde edilmiştir. Bu integral denklem ile elde edilen sonuç, boş uzayın Green fonksiyonu ile elde edilen saçılan alan ifadesi ile kıyaslanarak yöntemin doğruluğu test edilebilir.

İlk olarak, homojen olmayan bir yapı $u^i(x)$ gelen dalgası ile aydınlatılsın. Uzayın herhangi bir noktasındaki toplam alan,

$$u(x) = u^i(x) + u^s(x) \quad (3.26)$$

ile gösterilir. (3.26)'da $u^s(x)$ saçılan alanı ifade eder. Bu eşitlik, Lippmann-Schwinger integral denklemi ile

$$u(x) = u^i(x) + k_b^2 \int_D G_b(x; y) v(y) u(y) ds(y), x \in D \quad (3.27)$$

yazılabilir [54]. (3.27)'de $G_b(x; y)$, boş uzayın Green fonksiyonu olmak üzere (3.4)'te verilen çekirdek fonksiyonu ile ifade edilir. (3.27)'deki eşitlik kullanıldığında herhangi bir x noktası için saçılan alan

$$u^s(x) = k_b^2 \int_D G_b(x; y) v(y) u(y) ds(y) \quad (3.28)$$

eşitliğine karşı düşer. (3.28)'de saçılan alan boş uzayın Green fonksiyonu yardımı ile hesaplanmıştır. Burada saçılan alanı elde edebilmek için homojen olmayan bölge D içerisindeki toplam alanı da bilmek gerekmektedir.

Diğer yandan, elde edilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile saçılan alan ifadesini hesaplamak mümkündür. Her iki saçılan alan ifadesinin hesaplanması homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun doğruluğunu göstermek açısından önemlidir. Bunun için öncelikle dalga denklemi toplam alan için

$$\Delta^2 u(x) + \bar{k}^2(x) u(x) = 0 \quad (3.29)$$

şeklinde yazılsın. Gelen alan, (3.29)'daki dalga denklemini sağlar ve

$$\Delta^2 u^i(x) + k_b^2(x) u^i(x) = 0 \quad (3.30)$$

yazılır. Saçılan alan ifadesini elde edebilmek için (3.26), (3.29)'da yerine yazılıp (3.30) eşitliği kullanılarak düzenlendiğinde

$$\Delta^2 u^s(x) + \bar{k}^2(x) u^s(x) = -k_b^2 v(x) u^i(x) \quad (3.31)$$

elde edilir. (3.1) ve (3.31) eşitlikleri ile u^s ve G radyasyon koşulları dikkate alındığında

$$u^s(x) = k_b^2 \int_D G(x; y) v(y) u^i(y) ds(y) \quad (3.32)$$

saçılan alan integrali yazılabilir. Bu ifade sayesinde önceki bölümde sayısal olarak hesaplanan Green fonksiyonu ile herhangi bir gelen alan için saçılan alan hesaplanabilir. Bu sonuç, özellikle elektromanyetik ters saçılma problemleri için faydalıdır. Çünkü DBIM ve Newton tabanlı yinelemeye dayalı ters problemlerde her yinelemede düz problemi tekrar çözmek gerekebilir [8,12,29-32]. Bu tez çalışmasında bir sonraki bölümde sayısal uygulamalar incelenirken (3.28) ve (3.32)'deki saçılan alan ifadeleri kıyaslanarak verilmiştir. Bu iki sonucun kıyaslanması ile homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunu hesaplamaya yönelik önerilen yöntem için doğrulama yapılmış olunur.

Sonuç olarak saçılan alanın (3.28) ve (3.32) ile ayrı ayrı hesaplanabileceği açıktır. (3.28)'deki saçılan alan hesabı için homojen olmayan bölge D içerisindeki toplam alanı $u(y)$ bilmek ve (3.9)'a benzer şekilde ikinci tür integral denklemi çözmek gerekir. Diğer yandan (3.32)'deki saçılan alan hesabı için hesaplama yükü ağır olan Green fonksiyonunu $G(x; y)$ elde etmek gerekmektedir. Önerilen momentler yönteminin kullanımı hesaplama yükü açısından oldukça etkilidir. Bunun yanında ters saçılma problemi uygulamalarında homojen olmayan bölge D içerisindeki toplam alan $u(y)$, gelen alana bağlı olduğundan her bir gelen alan için toplam alanı tekrar hesaplamak gerekmektedir. Bu sebeple, bu tez çalışmasında önerilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunu hesaplamaya yönelik yöntem, bu tür ters saçılma problemi uygulamalarına bir alternatif oluşturabilir.



4. SAYISAL UYGULAMALAR

Tezin bu bölümünde önerilen yöntem ile hesaplanan homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılarak yapılan uygulamalardan elde edilen sayısal sonuçlar verilmiştir. Sonuçlar verilirken öncelikle düz saçılma problemi uygulamaları incelenmiş ve bu uygulamaların başarısı ortaya koyulduktan sonra çeşitli ters saçılma problemi uygulamalarına yer verilmiştir. Düz saçılma problemi uygulamalarında yöntemin doğruluğunu göstermek amacıyla elde edilen sayısal sonuçlar ile analitik sonuçlar kıyaslanmıştır. Sonuçlar verilirken Bölüm 3.3'te anlatılan saçılan alan ifadelerinden faydalanılmıştır. İlk olarak, basit kanonik yapılar üzerinde analizler yapılmış ve elde edilen sonuçlar ile analitik sonuçlar kıyaslanmıştır. Devamında literatürde incelenen bir çalışma ile kıyaslama yapılmış ve böylece önerilen yöntemle elde edilen sonuçlar bağımsız olarak doğrulanmıştır. Sonrasında gerçeğe yakın homojen olmayan ortamlardaki durumu gözlemlemek için literatürde incelenen uygulamalardan olan insan beyni ele alınıp buna ilişkin analizler yapılmıştır.

Düz saçılma problemlerinde yöntemin etkinliği gösterildikten sonra ters saçılma problemleri uygulamaları için iki farklı yöntem incelenmiştir. Bunlardan ilki saçılan alanların farkından oluşan ve kafa kesiti görüntülemeye kullanılan bir ters saçılma problemidir. Bu problemde sağlıklı ve sağlıklı olmayan iki kafa kesiti arasındaki saçılan alanların farkı kullanılarak bir kontrast fonksiyonu elde edilmiştir. Bu fonksiyonun hesaplanması ile sağlıklı olmayan kafa kesiti içerisindeki anormal yapının yeri belirlenmiştir. İkincisi, son yıllarda sıkça kullanılan ve uygulanması mevcuttaki yöntemlere göre genel olarak daha kolay olan TZG yaklaşımı ile analiz edilen ters saçılma problemidir. Bu uygulamada belirli bir yapı içerisindeki tespit edilmek istenen yapıların yerleri, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun TZG yönteminde uygulanması ile belirlenmiştir.

4.1 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonu Uygulamaları

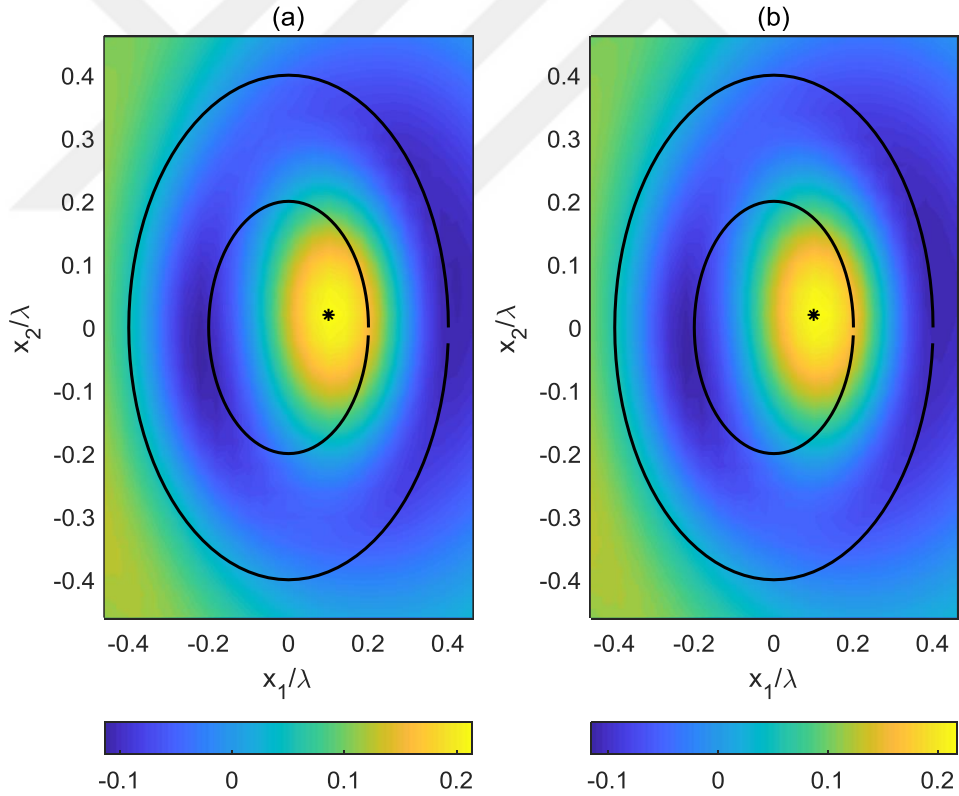
Bu bölümde tez çalışmasında önerilen yöntemin uygulanabilirliği ve etkinliğini göstermek için düz saçılma problemlerine ilişkin birkaç sayısal uygulama sonucu

verilmiştir. İlk olarak basit kanonik bir yapı üzerinde homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu hesaplanmış ve elde edilen sonuç, analitik sonuç ile kıyaslanarak yöntemin doğruluğu incelenmiştir. Sonrasında homojen olmayan Green fonksiyonu ile elde edilen saçılan alan, analitik sonuç ile kıyaslanarak bir kez daha doğrulama yapılmıştır. Analitik sonuçlarla karşılaştırmanın sonrasında literatürde incelenmiş olan [42]'deki bir kol modeli önerilen yöntem ile incelenmiş ve elde edilen sonuç ilgili çalışmadaki sonuç ile kıyaslanmıştır. Son olarak da yöntemin gerçeğe yakın uygulamalardaki etkinliğini görmek amacıyla literatürde farklı çalışmalarda inceleme konusu olan insan beyni ele alınmış ve [19]'da verilen kafa kesiti kullanılarak birkaç sayısal uygulama incelenmiştir. Verilen tüm sayısal sonuçlar için çalışma frekansı $f = 1.2GHz$ belirlenmiştir. Bu frekans değerinin seçilmesinin temel sebeplerinden biri, [42]'de verilen kol modeli ile yapılan uygulamanın önerilen yöntemle analizinin yapıp elde edilen sonuçların kıyaslanmış olmasıdır. Bu çalışma frekansının seçilme sebeplerinden bir diğeri de elektromanyetik dalgaların bu frekans bölgesinde insan dokularına nüfuz edebildiğinin bilinmesidir [57]. Bahsi geçen uygulamalardan insan beynine ilişkin kafa kesiti incelemesi için bu çalışma frekansı uygundur. Tez çalışmasının bu bölümünde elde edilen sonuçların büyük bir kısmı [10] çalışması ile literatüre dahil edilmiştir. Bu çalışmada yer alan uygunlaştırıcı ortam analizine yönelik sonuçlar ise [58] çalışması ile araştırmacıların ilgisine sunulmuştur.

İlk olarak boş uzaya yerleştirilmiş silindirik tabakalı bir yapı ele alınmıştır. Şekil 4.1'de verilen tabakalı yapıda λ_b arka plan uzayının dalga boyu olmak üzere içteki dairenin yarıçapı $0.2\lambda_b$, bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_{r1} = 3$ ve dıştaki dairenin yarıçapı $0.4\lambda_b$, bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_{r2} = 5$ olarak belirlenmiştir. Tezde önerilen yöntemin ana konusunun kaynağın homojen olmayan bölge içerisinde yer aldığı durum olmasından dolayı birim bir kaynak (I akım gücü olmak üzere $i\omega\mu_0 I = 1$) içteki dairenin içinde yer alan $(y_1^s, y_2^s) = (0.025, 0.005)$ noktasına yerleştirilmiştir. Bu yapının kapalı formda bir Green fonksiyonunun olduğu ve silindirik harmoniklerden oluşan bir seri açılımı şeklinde yazılabildiği bilinmektedir [59]. Silindirik tabakalı ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun detayları Bölüm 2.3.2'de verilmiştir.

Öncelikle Bölüm 3'te anlatılan homojen olmayan Green fonksiyonu G_s elde edilmiş ve bu fonksiyon ile (3.3)'te yer alan Green fonksiyonu $G(x; y)$ hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçların kıyaslanabilmesi için Bölüm 2.3.2'de anlatılan sınır koşulları yardımıyla analitik çözüm elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta hem

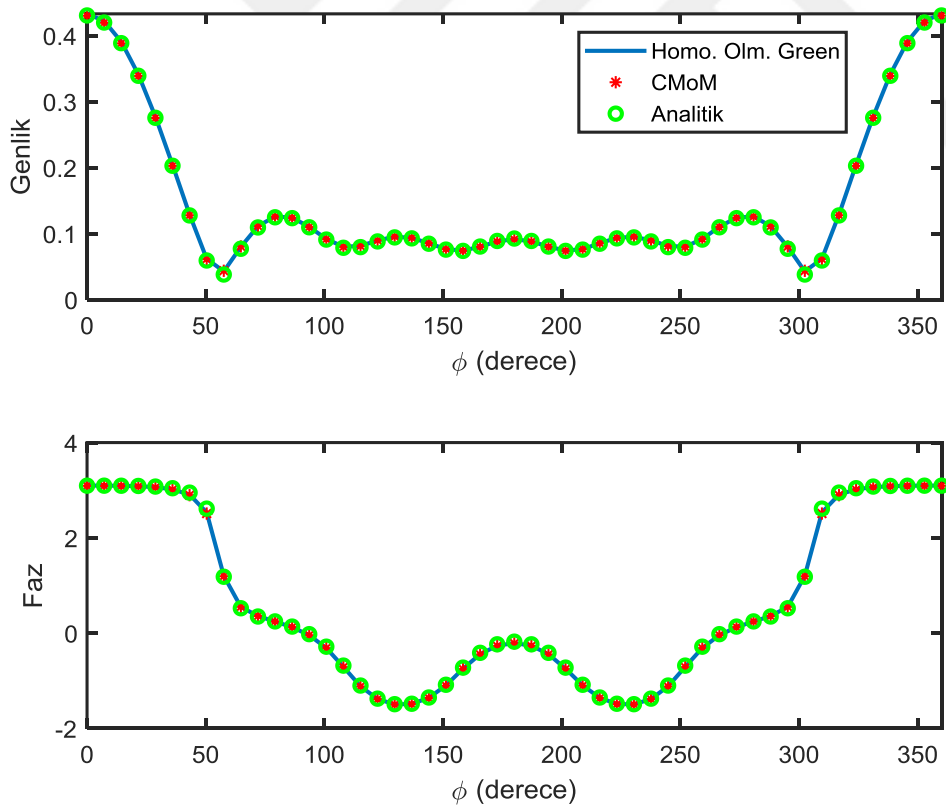
analitik hem de sayısal çözümün kaynak noktasında logaritmik tekilliğe sahip olduğu ve alanın kaynak civarında sonsuz olarak büyüdüğüdür. Her iki durumdaki tekillik Green fonksiyonunun gerçel kısmından kaynaklanır. Çünkü bu kısım sıfır dereceli Neumann fonksiyonu $Y_0 = \text{Im}\{H_0^{(1)}\}$ içerir. Bu sebepten dolayı analiz yapılırken gerçel kısımlar yerine sanal kısımlara ilişkin sonuçlar verilmiştir. Momentler yöntemine dayalı sayısal çözümün elde edilebilmesi için ilgili bölgenin hücrelere bölünmesi gerekmektedir. Bu uygulamada G_s 'nin elde edilmesi için kullanılan integral denklem çözümü sırasında dairesel bölge her biri $\lambda_b/30$ kenar uzunluğuna sahip 448 adet kare hücreye bölünmüştür. Her bir hücre içerisinde bilinmeyen fonksiyonların, dielektrik sabiti $\varepsilon(x)$ ve cisim fonksiyonu $v(x)$ 'in sabit olduğu kabul edilmiştir. Hem analitik hem de sayısal çözüm için Green fonksiyonunun sanal kısmının iki boyutta değişimi Şekil 4.1'de verilmiştir. Görüldüğü üzere her iki sonuç birbirleriyle oldukça uyumludur. Bu sonuç, önerilen yöntemin doğruluğunu açıkça göstermektedir.



Şekil 4.1 : İki boyutlu tabakalı dairesel silindirik bölgenin Green fonksiyonunun sanal kısmı (a) Sayısal sonuç, (b) Analitik sonuç (Kaynağın yeri * ile işaretlenmiştir.).

İkinci bir doğrulama olarak aynı silindirik yapı, elektrik alan vektörü $+x_3$ eksenine paralel olan $+x_1$ yönündeki bir düzlem dalga ile aydınlatılmıştır. Saçılan alanın u^s

genlik ve faz değişimleri, $10\lambda_b$ yarıçapındaki bir daire üzerinde üç farklı yöntem ile hesaplanmış ve 51 adet gözlem noktası için sonuçlar Şekil 4.2’de verilmiştir. Burada verilen çözüm, Bölüm 3’te bahsedilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile elde edilmiştir. Bu çözüm için $G(x; y)$ sayısal olarak hesaplanmış ve (3.32)’de verilen saçılan alan integralinde kullanılmıştır. Diğer sayısal çözüm, klasik momentler yöntemi (Classical Method of Moments: CMoM) ile elde edilmiştir [55]. Burada (3.4)’te de verilen boş uzaya ilişkin Green fonksiyonu kullanılmış ve saçılan alan (3.28) ile hesaplanmıştır. Sayısal çözüm için bölge $\lambda_b/30$ kenar uzunluğuna sahip 448 adet kare hücreye bölünmüştür. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile elde edilen çözüm (Homo. Olm. Green), CMoM ile elde edilen çözüm ve analitik çözüm sonuçları saçılan alanın genlik ve fazının gözlem açısına göre değişimi şeklinde Şekil 4.2’de verilmiştir. Görüldüğü üzere her üç yöntem ile elde edilen sonuçlar birbirleri ile birebir uyumludur. Buradaki kıyaslama sonucu da önerilen yöntemin doğruluğunu göstermektedir.



Şekil 4.2 : Tabakalı dairesel silindirik bölgeden saçılan alanın genlik ve fazının gözlem açısına göre değişimi.

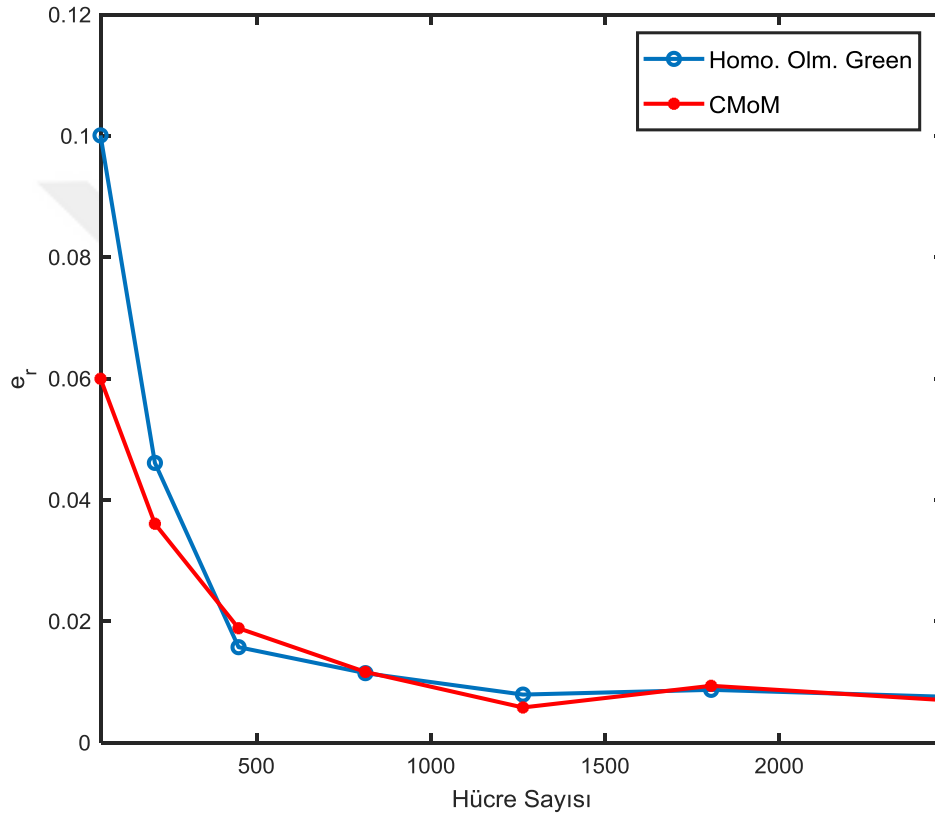
Önerilen yöntemin doğruluğunu farklı bir bakış açısı ile teyit etmek için bir yöntem de bağıl hata hesabının yapılmasıdır. Sayısal sonuçlar verilirken ilgili bölge hücrelere ayrılarak inceleme yapılmıştır. Bu hücreler içerisinde ilgili fonksiyon ve parametrelerin sabit olduğu kabul edilmiştir. Bu sebeple bölgenin uygun sayıda hücrelere bölünmesi sonuçların doğruluğu açısından oldukça önemlidir. Bunun için uygulanan yöntemin hücre sayısına bağlı olarak bağıl hata hesabı (analitik yöntem ile karşılaştırılarak) yapılmış ve klasik momentler yöntemi ile elde edilen sonucun bağıl hatası ile kıyaslanmıştır. Elde edilen sayısal sonuç ile analitik sonuç arasındaki bağıl hata hesabı

$$e_r = \frac{\|u_{analitik}^s - u_{sayisal}^s\|_{l_2}}{\|u_{analitik}^s\|_{l_2}} \quad (4.1)$$

şeklinde verilebilir. (4.1)'de $u_{analitik}^s$ analitik çözüm ile elde edilen saçılan alanı, $u_{sayisal}^s$ sayısal yöntemlerle elde edilen saçılan alanı, $\|\cdot\|_{l_2}$, l_2 normunu ifade etmektedir. Buradaki norm ifadesi v vektörü $1 \times N$ boyutunda bir vektör olmak üzere $\|v\|_{l_2} = \sqrt{\sum_{n=1}^N a_n^2}$ şeklinde verilebilir. a_n vektörün elemanlarını ifade etmektedir. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanan saçılan alan ve CMoM ile hesaplanan saçılan alanın farklı hücre sayılarına göre bağıl hata değişimi Şekil 4.3'te verilmiştir. Görüldüğü üzere her iki sayısal yöntem için hücre sayısı 448'den büyük olduğunda bağıl hata 0.02'den daha küçük olmaktadır. Bu hücre sayısı, ilgili bölgenin $\Delta x = \Delta y = \lambda_b/30$ hücre kenar uzunlukları ile bölünmesine karşılık gelmektedir. Saçılan alanlar farklı yaklaşım ve formüllerle hesaplanmasına rağmen, bağıl hata her iki yöntem için de benzer azalma eğilimindedir.

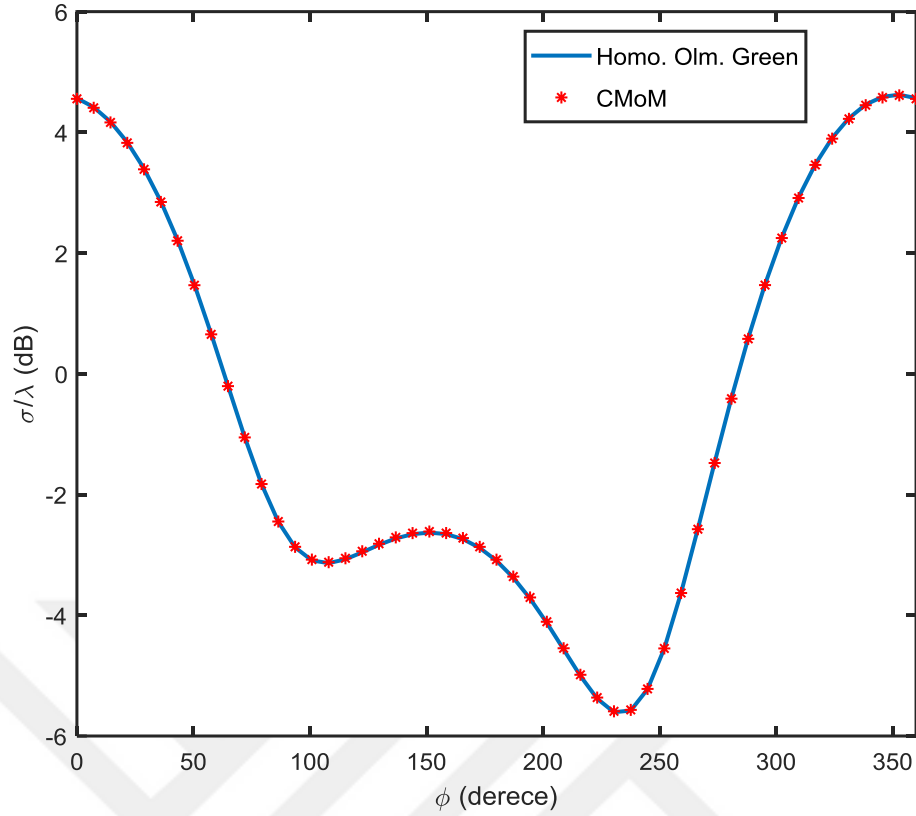
Tez çalışmasında önerilen yöntemin daha karmaşık yapılar için doğruluğunun gösterilmesi adına [42]'de verilen kol modeli ile kıyaslama yapılan yeni bir sayısal uygulama incelenmiştir. Bu uygulamada kol modeli eş merkezli olmayan dairesel silindirlere oluşur. İnsan vücudundaki kas dokusundan yola çıkılarak dıştaki dairesel silindirik bölge için bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 45$ olarak verilmiştir. Bunun sonucunda ilgili bölge içindeki dalga boyu oldukça küçüktür. Kemik yapısını belirtmesi için içteki dairesel silindirlerin bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 8$ olarak belirlenmiştir [42]. Bu uygulamada yapısal farklılığın yanı sıra bağıl dielektrik sabitleri de arka plan uzayına göre oldukça yüksek değerdedir. Sonuçlarda yüksek doğruluk elde etmek için incelenen bölge, kenar uzunlukları $\lambda_b/107$ olan 812 adet

kare hücreye bölünmüştür. Kol modeli içindeki en büyük dalga boyu λ_{max} olmak üzere hücre kenar uzunluğu yaklaşık olarak $\lambda_{max}/16$ 'ya karşılık düşer. Diğer tüm sayısal girdiler [42]'deki ile aynı kalacak şekilde uzak alan değişimi Şekil 4.4'te çizdirilmiştir. Görüldüğü üzere önerilen yöntem ile elde edilen sonuç ve [42]'de verilen sonuç birebir uyum sağlanmaktadır. Böylelikle basit bir yapı olmasına rağmen elektromanyetik parametreler açısından gerçek uygulamalara daha yakın değerlerde yöntemin analizi yapılmış ve başarılı sonuç elde edilmiştir.



Şekil 4.3 : Sayısal sonuçlarda kullanılan toplam hücre sayısına göre bağıl hatanın değişimi.

Önerilen yöntemin doğruluğu görüldükten sonra uygulama açısından gerçeğe daha yakın örnekler incelenmiş ve bu alanda literatürde araştırma konusu olan biyolojik yapılardan biri ele alınmıştır. Homojen olmayan ortamlara ilişkin yapılan çalışmalarda insan vücudundaki beyin ve göğüs gibi biyolojik yapılar sıkça kullanılmaktadır. Özellikle son zamanlarda bu yapılar içerisindeki anormal oluşumların görüntülenmesi üzerine birçok çalışma yapılmıştır [12,23-26]. Bu çalışmaların başarıyla sonuçlanması için homojen olmayan ortamın analizinin doğru yapılması gerekmektedir. Tez çalışmasında elde edilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun bu

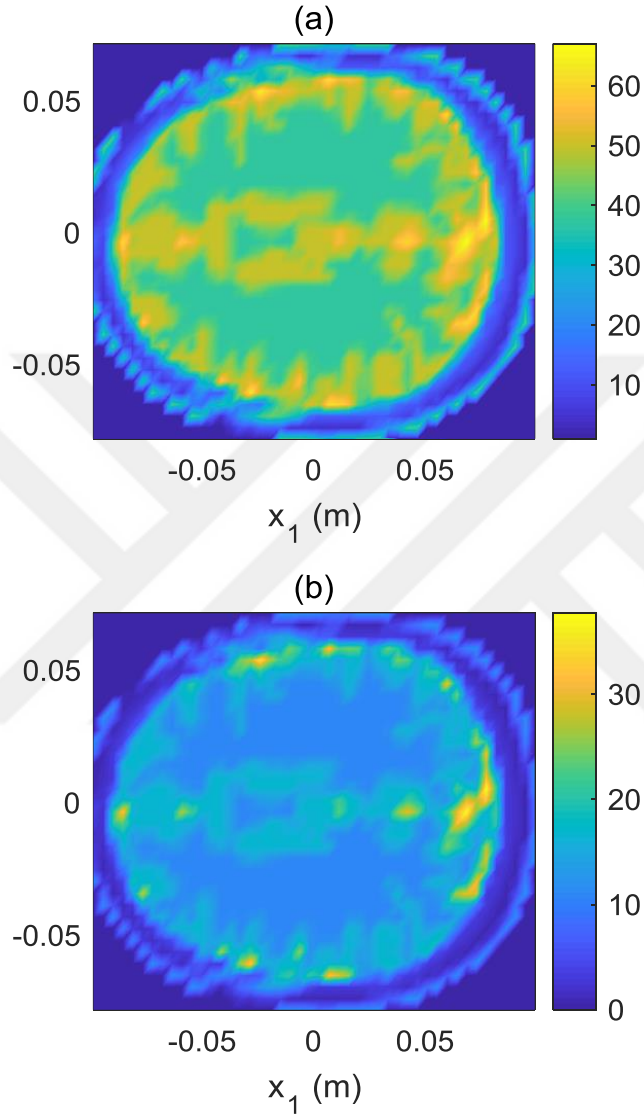


Şekil 4.4 : Kol modeli [42] için normalize edilmiş uzak alan saçılma genişliği.

çalışmalara fayda sağlaması hedeflenmiştir. Elde edilen Green fonksiyonunun bu yapılarıdaki etkinliğini göstermek amacıyla [19]'da verilen insan beynine ilişkin kafa kesiti elektromanyetik modeli kullanılmıştır. Bu model, gerçek kafa kesiti elektromanyetik parametrelerine oldukça yakın bir model olup uygulama açısından homojen olmayan ortamlara iyi bir örnektir. Özellikle güçlü ve kayıplı saçıcılar olan bu gibi biyolojik saçıcılar için dalga saçılmasında arka plan uzayının etkisi oldukça fazladır [20-22]. Literatürdeki çalışmalar, dalgaların beyin ve göğüs gibi biyolojik yapılara ancak uygun arka plan uzayı ile nüfuz edebildiğini göstermektedir [57,60]. Aksi halde gelen alan kesit içerisine yeterince nüfuz edemez ve alanın çok büyük bir kısmı geri saçılır. Bu durum kesit ile ilgili yeterli analizlerin yapılamamasına neden olur. Sıradaki sayısal örneğin temel amacı arka plan uzayının etkisini analiz edebilmek ve kafa kesiti kullanılarak incelenen örnekler için doğru arka plan uzayı seçimi yapabilmektir. Bu tür uygun arka plan uzayları, uygunlaştırıcı ortam olarak adlandırılır.

Bu çalışmada incelenen kafa kesitinin elektromanyetik modeli karmaşık ϵ değerlerinden oluşmaktadır [19]. Hesaplama yükünün efektif olması açısından

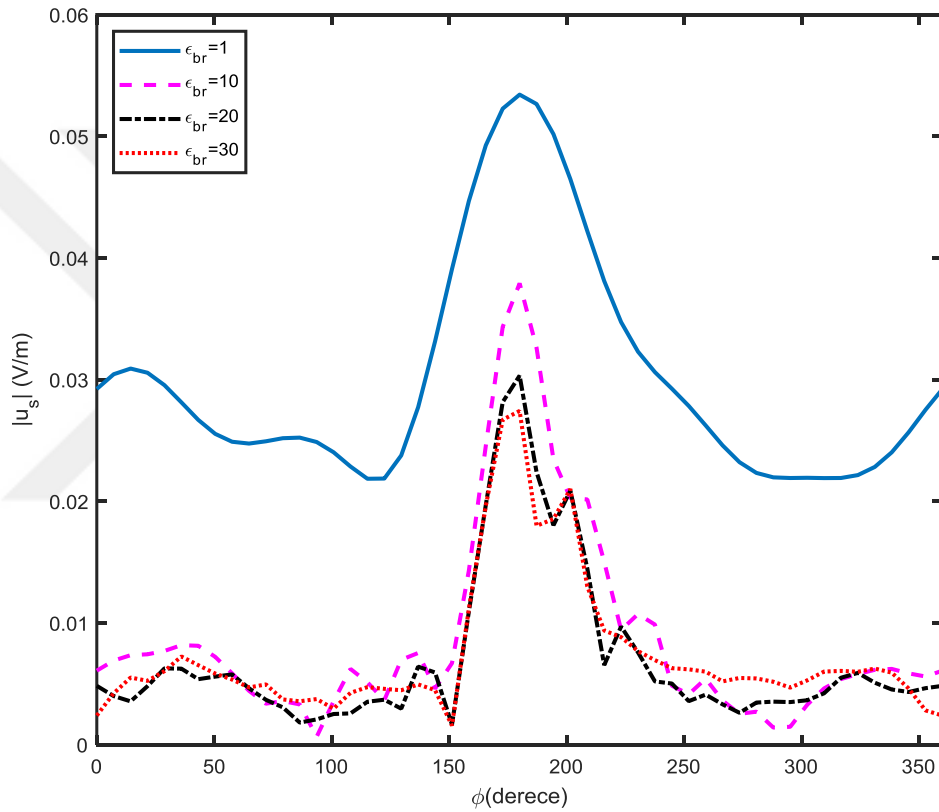
uygulama sırasında [19]'da verilen kesite ilişkin değerlerin dört hücrede bir ortalaması alınarak yeni ortalama hücreler elde edilmiş ve analiz buna göre yapılmıştır. Seçilen kesite ilişkin gerçel ve sanal ϵ_r değişimi şekil 4.5'te verilmiştir. Görüldüğü üzere bağlı dielektrik sabiti kesit içerisinde oldukça yüksek değerlerde olabilmektedir.



şekil 4.5 : Kafa kesitinin elektromanyetik modeli [19] (a) ϵ_r 'nin gerçel kısmı, (b) ϵ_r 'nin sanal kısmı.

İlgili kesit boş uzay ($\epsilon_{br} = 1$) ve üç farklı arka plan uzayına ($\epsilon_{br} = 10; 20; 30$) ayrı ayrı yerleştirilmiş ve $(y_1^s, y_2^s) = (0.4, 0)$ noktasına yerleştirilen bir çizgisel kaynak ile aydınlatılmıştır. Kesitten saçılan alanın genlik değişimi, her bir arka plan uzayı için 0.2m yarıçapındaki bir daire üzerinde hesaplanmış ve şekil 4.6'da verilmiştir. Görüldüğü üzere farklı arka plan uzayları için saçılan alan değişimleri farklılık göstermektedir. Arka plan uzayının dielektrik geçirgenliği arttığında saçılan yakın alan

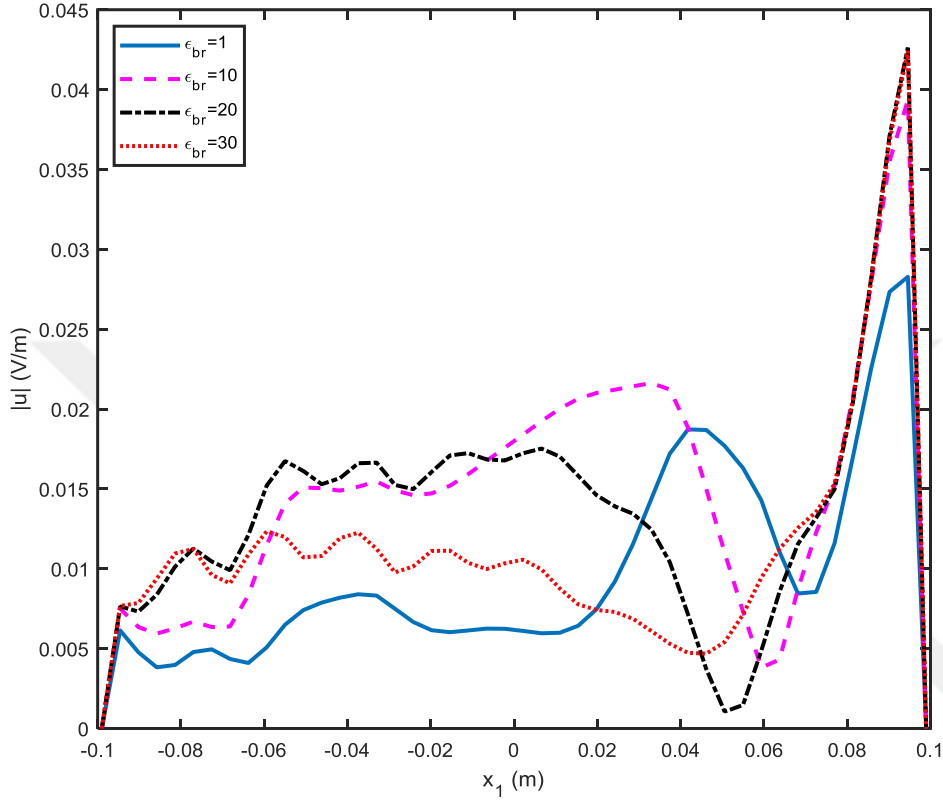
azalmaktadır. Bu durum, enerjinin büyük bir kısmının kafa kesitine nüfuz ettiğini göstermektedir. Bunu toplam alan etkisi açısından gösterebilmek için $x_2 = 0.0275$ noktası boyunca toplam iç alan genliğinin x_1 ile değişimi Şekil 4.7’de verilmiştir. Her bir arka plan uzayı için toplam iç alan genliği farklılık göstermektedir. Görüldüğü üzere uygunlaştırıcı ortam etkisi ile kesit içerisindeki toplam alan artmaktadır. Sonuçlardan görüldüğü üzere, bu kesit için yapılan sayısal uygulamaların verimli olabilmesi için uygun arka plan uzayı seçimi, başka bir deyişle uygunlaştırıcı ortam kullanımı gereklidir.



Şekil 4.6 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesitinden saçılan alan genlikleri.

Gerçek uygulama ortamlarında kayıplı durumlarla karşılaşılabilceğinden farklı bir uygulama olarak uygunlaştırıcı ortamın kayıplı bir ortam olması durumu incelenmiştir. Bunun için bir önceki uygulamada kullanılan arka plan uzaylarının bağıl dielektrik sabitleri karmaşık değerde seçilmiştir. Şekil 4.8’de görüldüğü gibi kayıplı durumda da uygunlaştırıcı ortam etkisinde kesite nüfuz eden alan artmış, başka bir deyişle kesitten saçılan alan azalmıştır. Kayıpsız ve kayıplı ortamda elde edilen sonuçlar kıyaslandığında saçılan alan genliklerinin değiştiği görülmüştür. Şekil 4.9’da önceki uygulama ile aynı x_2 değeri boyunca bir doğru üzerinde toplam iç alan genlikleri

hesaplanmış, kayıplı uygunlaştırıcı ortam varlığında yine kesit içerisine nüfuz eden alanın boş uzay koşullarına göre daha etkin hale geldiği görülmüştür. Kayıpsız durumla kıyaslandığında ise toplam iç alan genliği beklendiği üzere kayıplı duruma göre farklılık göstermiştir.

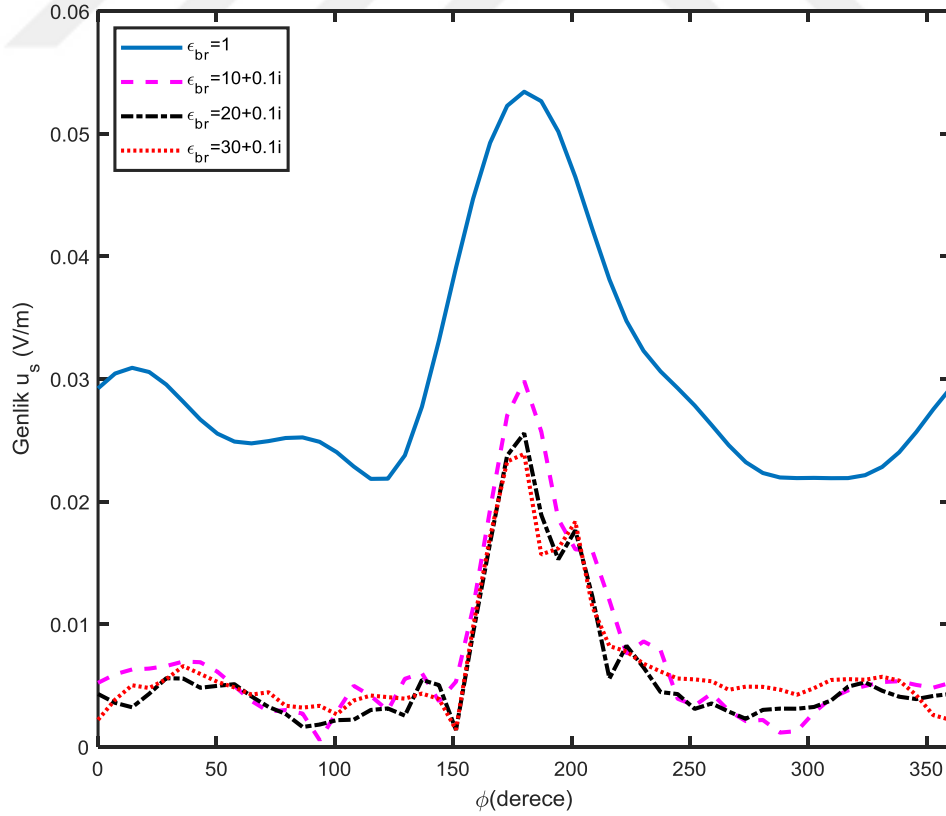


Şekil 4.7 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesiti içerisindeki toplam alan genlikleri.

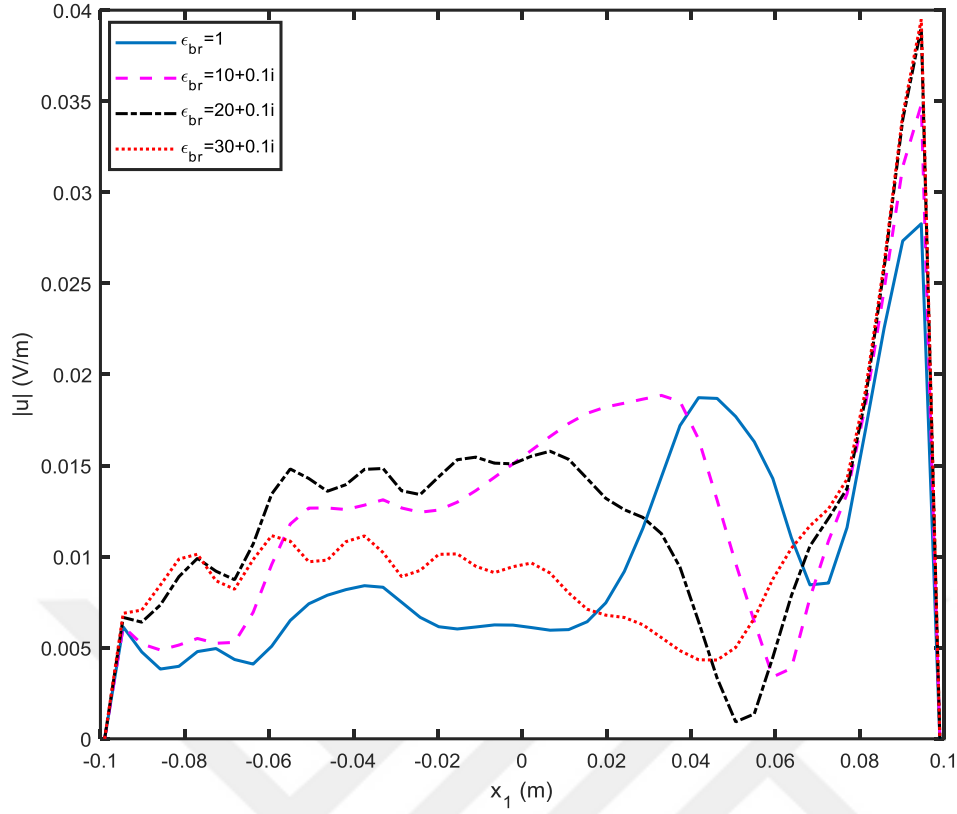
Sayısal sonuçlardan yola çıkılarak, görüntülenmek istenen bölge ile gelen dalganın yeteri kadar etkileşimde olabilmesi için uygunlaştırıcı ortamların kullanımının önemli olduğu söylenebilir. Bu çalışmada ortam parametreleri deneme yoluyla belirlenmiştir. Farklı uygulamalarda farklı arka plan uzayı ihtiyacı olacağından seçilecek ortamlar farklılık gösterebilir. Şekil 4.6, Şekil 4.7, Şekil 4.8, Şekil 4.9'da elde edilen sonuçlar [58] çalışmasında yayınlanmıştır.

Bu uygulamalarda uygunlaştırıcı ortam etkisi kesit içerisindeki bir doğru üzerinde görülmüştür. Bunun amacı arka plan uzayının etkisini kıyaslamalı olarak görebilmektir. Toplam alanın tüm kafa kesiti içerisindeki dağılımını iki boyutlu olarak görmek mümkündür. Uygunlaştırıcı ortam etkisini kesit içerisinde iki boyutlu olarak görebilmek için kafa kesitini kapsayan kare bir bölgede iki farklı arka plan uzayı için

toplam alan hesaplanmıştır. Kesit $(y_1^s, y_2^s) = (0.5, 0)$ noktasına yerleştirilen çizgisel bir kaynak ile aydınlatılmıştır. İki farklı arka plan uzayı için ($\epsilon_{br} = 1$ ve $\epsilon_{br} = 20$) toplam alanın iki boyutlu genlik değişimi Şekil 4.10'da verilmiştir. Her iki durum kıyaslandığında $\epsilon_{br} = 20$ olan arka plan uzayında önemli miktarda alanın kafa bölgesine nüfuz ettiği net bir şekilde görülmüştür. Kafa kesiti boş uzayda aydınlatıldığında ise çok az bir alan kafa kesitine nüfuz ederken alanın önemli bir kısmı geri saçılmıştır. Başka bir deyişle, alan beyin dokuları ile etkileşime girememiştir. Elde edilen bu sonuç son zamanlarda sıkça gündem olan mikrodalga tomografi uygulamaları için son derece önemlidir. Bu uygulamalarda beyin ve göğüs gibi yapılar içerisindeki anormal oluşumların görüntülenmesi yapılmaktadır. Bunu yapabilmek için de ilgili homojen olmayan yapı içerisine yeteri kadar alanın nüfuz edebilmesi gerekmektedir. Buradaki sonuç, uygunlaştırıcı ortamın bu çalışmalarda önemini göstermenin yanında, kesit içerisini görüntüleyebilmenin de önemini vurgulamaktadır. Ayrıca, böylelikle [57] ve [60]'ta elde edilen sonuçlarda olduğu gibi uygunlaştırıcı ortam kullanımının bu tip tıbbi görüntüleme problemlerinde önemli olduğu gösterilmiştir.

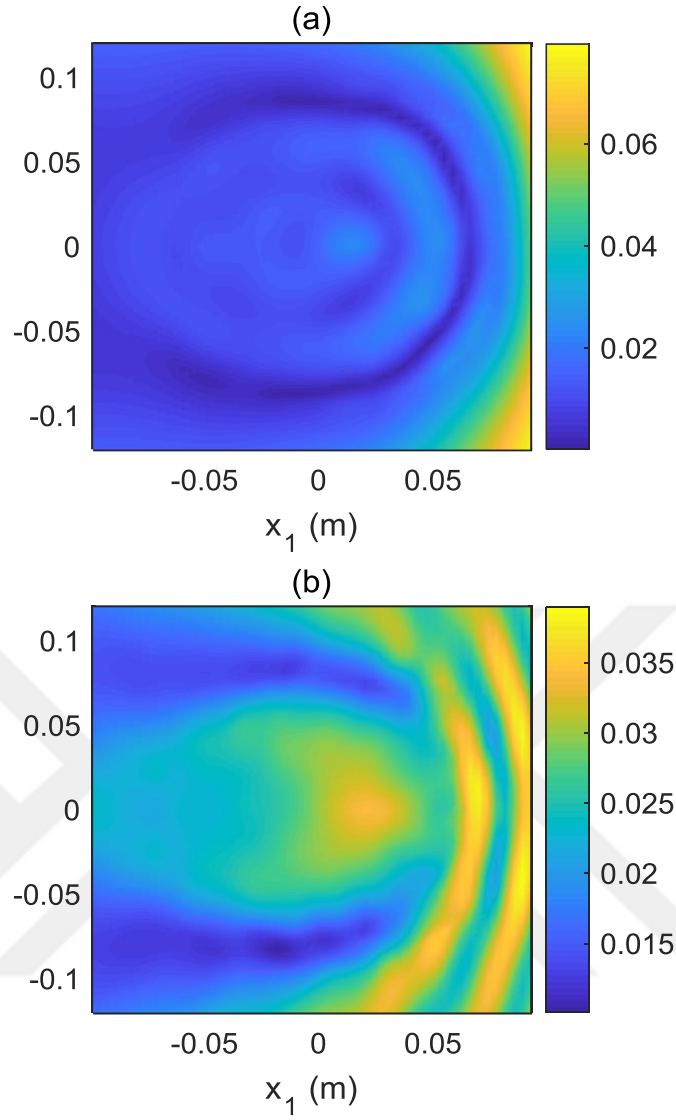


Şekil 4.8 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesitinden saçılan alan genlikleri.



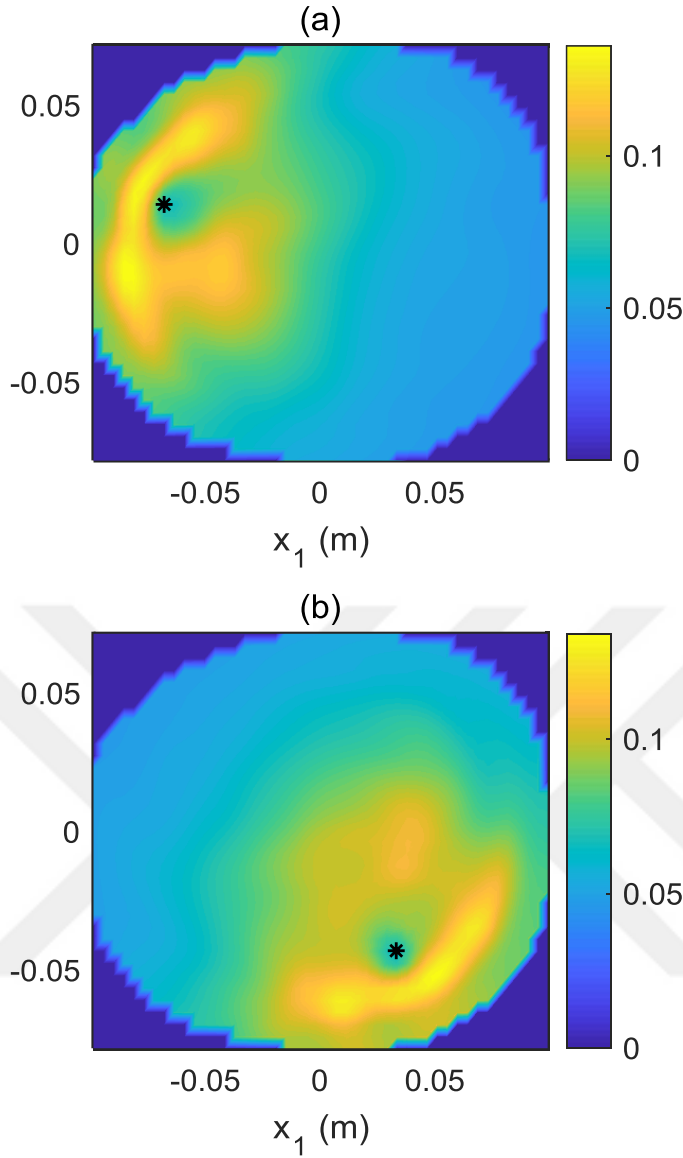
Şekil 4.9 : Farklı arka plan uzayları için kafa kesiti içerisindeki toplam alan genlikleri.

Buraya kadar olan uygulamalarda kaynak kesit dışarısındayken elde edilen sonuçlar incelenmiştir. Elde edilen Green fonksiyonunun en büyük avantajı kaynak kesit içerisinde iken hesaplama yapılabilmesidir. Son olarak aynı kafa kesiti örneği kullanılarak kaynak kesit içerisindeyken alan davranışı incelenmiştir. Diğer tüm parametreler önceki uygulama ile aynı değerlerde kullanılarak sadece kaynağın yeri değiştirilmiştir. Kaynak sırasıyla $(y_1^s, y_2^s) = (-0.068, 0.014)$ ve $(y_1^s, y_2^s) = (0.033, -0.043)$ noktalarına yerleştirilmiştir. Belirgin olması açısından kaynak yerleri Şekil 4.11’de yıldız (*) işaretiyle gösterilmiştir. (3.10)’un çözümü ile elde edilen $G_s(x; y)$ ’nin kafa kesiti içerisindeki iki boyutlu değişimi Şekil 4.11’de verilmiştir. Beklendiği üzere homojen olmayan bölgede kaynak noktasına yakın yerlerde baskınlık mevcuttur. Kaynak noktasına yakın olmayan bölgelerde ise düzgün bir dağılım görülmektedir. Söz konusu uygulama kesit içerisindeki alan dağılımının kaynak kesit içerisindeyken görüntülenebilir olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.10 : Farklı arka plan uzaylarında kafa kesiti içerisindeki toplam alan değişimi
(a) $\epsilon_{br} = 1$, (b) $\epsilon_{br} = 20$.

Bu bölümde verilen sayısal uygulamaların sonucunda yöntemin etkinliği ortaya koyulmuştur. Analitik kıyaslamalar önerilen yöntemin doğruluğunu gösterirken literatürdeki sonuçla yapılan kıyaslama farklı yöntemlerle elde edilen sonuçların bu yöntemle de elde edilebildiğini göstermektedir. Bunun yanında, Zubal'ın kafa kesiti [19] kullanılarak yapılan analizler bu yöntemin gerçeğe yakın uygulamalarda da etkinliğini ortaya koymuştur. Düz saçılma problemlerinde elde edilen başarılı sonuçlar, bu yöntemin ters saçılma problemlerinde de güvenilir bir şekilde kullanılabileceğine bir dayanaktır.



Şekil 4.11 : Farklı kaynaklar için $G_s(x; y)$ 'nin kafa kesiti içerisindeki genlik değişimi (a) Kaynak $(y_1^s, y_2^s) = (-0.068, 0.014)$ noktasında, (b) Kaynak $(y_1^s, y_2^s) = (0.033, -0.043)$ noktasında.

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanması için ikinci türden bir integral denklemin çözülmesi gerekmektedir. İntegral denklemin hesaplandığı alan küçük hücelere bölünen homojen olmayan bölgedir. Problemin doğruluğu açısından buradaki bölme sayısının doğru seçimi oldukça kritiktir. Sayısal uygulamalar arasında bağıl hata ile bölme sayısı ilişkisi verilmiştir. Bu nedenle problemin hesaplama yükü klasik momentler yöntemi ile benzerdir. Benzer olmayan kısım ise integral denklemin sağ tarafının her bir kaynak noktası için ekstra hesaplama yükü getirmesidir. Eşdeğer hücre yaklaşımı bu integralin kapalı formda hesaplanmasını sağlar. Bu da hesaplama verimliliğini önemli ölçüde artırır. Ayrıca,

homojen olmayan yapıya ilişkin Green fonksiyonu hesaplandığında herhangi bir noktadaki gelen alan için saçılan alanı hesaplamak kolaydır. Bu da saçılan alanın kaynağın yerinden bağımsız çözülebilir olması açısından önemli bir avantajdır. Önerilen yöntemin en önemli avantajı, problemdeki tekilliğe ilişkin çözümü basit bir şekilde sunabilmesidir. Yapılan araştırmalara göre mevcuttaki çalışmalar, kaynağın homojen olmayan bölge dışında olduğu durumlardaki tekillik sorununa çözüm getirse de kaynağın ilgili bölge içinde olduğu durumlar için oluşan yüksek dereceden tekillik sorununa çözüm getiren bir çalışma ile karşılaşılmamıştır. Momentler yöntemi uygulaması sayesinde problem, bir matris denkleminin çözümüne indirgiğinden sayısal olarak uygulanması kolaydır. İlaveten, önerilen yöntem, özellikle her bir yineleme adımında arka plan uzayı Green fonksiyonunun hesaplanmasını gerektiren Newton tabanlı yöntemler ve DBIM gibi ters saçılma problemlerinin çözüm algoritmalarında etkili bir şekilde kullanılabilir.

Önerilen yöntemin düz saçılma problemlerinde etkinliği görüldüğünden ters saçılma problemlerinde uygulanabilirliğinin görülmesi için sonraki alt bölümlerde iki farklı yöntemle ters saçılma problemi incelemesi yapılmıştır.

4.2 Mikrodalga Beyin Kanaması Görüntülemesi İçin Homojen Olmayan Green Fonksiyonuna Dayanan Ters Problem Yaklaşımı

Tez çalışmasının bu bölümünde homojen olmayan bir ortamdaki anormal bir yapının tespiti için ters saçılma problemi yaklaşımı incelenmiştir. Özellikle beyin, göğüs gibi homojen olmayan biyolojik yapılardaki kanama, tümör gibi anormal yapıların tespit edilmesi çalışmaları ters saçılma problemi uygulamalarında oldukça yaygın olarak yapılmaktadır [12,25,26]. Bu çalışmalarda homojen olmayan bölgenin iyi şekilde analiz edilmiş olması ve ilgili bölgenin içinde bulunduğu arka plan uzayının doğru seçimi son derece önemlidir. Bu tez çalışmasında önerilen yöntemle elde edilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun etkinliği önceki bölümde gösterildiğinden ters saçılma problemi yaklaşımlarına katkı sağlaması düşünülmektedir. Bu amaçla, bu çalışmada insan beyni homojen olmayan bir ortam olarak ele alınmış, iki boyutlu bir konfigürasyon olarak Zubal'ın kafa kesiti [19] incelenmiştir. Homojen olmayan bir ortam olan kesitten saçılan alan, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılarak elde edilen integral denklem ile ifade edilmiştir. (3.32)'de verildiği üzere bu integral denklem aynı zamanda gelen

alan ile etkileşimlidir. Burada önerilen ters saçılma probleminde sağlıklı olarak adlandırılan normal kesit ve kanamalı olarak adlandırılan içerisine kesitten farklı oluşumlar yerleştirilmiş anormal kesit için saçılan alan ayrı ayrı hesaplanmış ve farkları alınmıştır. Elde edilen fark denklemi, kontrast farkı fonksiyonunu içeren birinci tür bir Fredholm integral denkleminde indirgenmiştir. Buradaki kontrast farkı, sağlıklı ve kanamalı beyinlerin cisim fonksiyonlarının farkını ifade eder. Sonuç olarak elde edilen denklem kötü oluşturulmuş bir denklem olduğundan problemin çözümü için Tikhonov regülarizasyonu [40] kullanılmıştır. Burada elde edilen sonuçlar [11] ve [61] çalışmaları ile literatüre dahil edilmiştir.

Beyin kanaması görüntüleme problemi için Bölüm 4.1’de kullanılan Zubal’ın kafa kesiti [19], homojen olmayan D bölgesi olarak ele alınsın. Bu uygulamada önceki bölümde olduğu gibi hesaplama yükü açısından ilgili kesite ilişkin değerlerin dört hücrede bir ortalaması alınarak yeni bir ortalama kesit elde edilmiş ve uygulamalar bu kesit üzerinde yapılmıştır. Kesit, $y \in R^2 \setminus D$ noktasına yerleştirilmiş bir noktasal kaynak ile aydınlatılsın. İlgili kesit ve kesite yerleştirilen kesit parametrelerinden farklı bir oluşum (kanama) ile oluşturulmuş kanamalı kesitten saçılan alanlar ayrı ayrı (3.32)’de verilen integral denklem kullanılarak

$$u_{sk}^s(x) = k_b^2 \int_D G_{sk}(x; y) v_{sk}(y) u^i(y) dy \quad (4.2)$$

$$u_{kk}^s(x) = k_b^2 \int_D G_{kk}(x; y) v_{kk}(y) u^i(y) dy \quad (4.3)$$

şeklinde yazılır. (4.2)’de u_{sk}^s sağlıklı kesitten saçılan alanı, G_{sk} sağlıklı kesite ilişkin Green fonksiyonunu ve v_{sk} sağlıklı kesitin cisim fonksiyonunu ifade etmektedir. (4.3)’te ise $u_{kk}^s(x)$ kanamalı kesitten saçılan alanı, G_{kk} kanamalı kesite ilişkin Green fonksiyonunu ve v_{kk} kanamalı kesitin cisim fonksiyonunu ifade etmektedir. Şimdi her iki saçılan alan arasındaki fark yazılsın. Bunun için (4.3)’ten (4.2) denklemi çıkarılır ve

$$\delta u^s(x) = k_b^2 \int_D [G_{kk}(x; y) v_{kk}(y) - G_{sk}(x; y) v_{sk}(y)] u^i(y) dy \quad (4.4)$$

elde edilir. $\delta u^s(x)$, kanamalı ve sağlıklı kesitlerden saçılan alan farkını ifade etmektedir. Bu noktada (4.4)'teki denklemin çözümü için bir yaklaşım yapılsın. Elektromanyetik özellikler açısından kanamalı bölgenin sağlıklı bir beynin genel yapısından çok farklı olmadığı varsayımı ile $G_{sk}(x; y) \cong G_{kk}(x; y)$ kabul edilmiştir. Boyut ve kontrast açısından bu iki fonksiyon birbirinden çok farklı değildir. Sayısal olarak incelendiğinde de bu şekilde olduğu görülmüştür. Bu yaklaşım sonucunda,

$$\delta u^s(x) \cong k_b^2 \int_D G_{sk}(x; y) \delta v(y) u^i(y) dy \quad (4.5)$$

yazılabilir ve

$$\delta v(y) = v_{kk}(y) - v_{sk}(y) \quad (4.6)$$

sağlıklı ve kanamalı kesitlerin kontrast farkı fonksiyonunu ifade eder. Başka bir deyişle görüntülemek istenen farklı oluşumun cisim fonksiyonuna da karşılık gelmektedir. Kesit içerisindeki kanamalı bölgeyi tespit edebilmek için (4.6)'da verilen kontrast farkı fonksiyonunun elde edilmesi yeterli olacaktır. Bu amaçla, (4.5)'te verilen integral denklem bir ayrıklaştırma ile

$$[A][\delta v] = [\delta u^s] \quad (4.7)$$

matris sistemine indirgenebilir. (4.7)'de A , (4.5)'teki çekirdeği sağlıklı kesite ilişkin Green fonksiyonu $G_{sk}(x; y)$ ile gösterilen integral operatörün ayrıklaştırılmış matris eşdeğerini ifade etmektedir. $[\delta v]$ ve $[\delta u^s]$ ise sırasıyla δv ve δu^s 'nin ayrıklaştırılmış matris eşdeğerleridir. İlgili integral operatörünün çekirdeğinden dolayı (4.7)'deki sistem kötü oluşturulmuş bir sistemdir. Sistemin çözülebilmesi için regülarizasyon ihtiyacı vardır. Burada Tikhonov regülarizasyonu kullanılmıştır. (4.7) eşitliği,

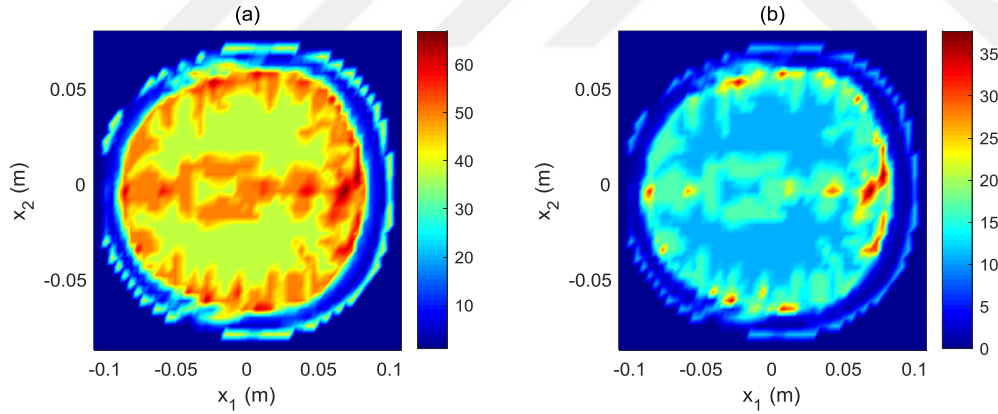
$$[\alpha I + A^* A][\delta v] = [A^*] [\delta u^s] \quad (4.8)$$

olarak regülarize edilebilir. A^* , A matrisinin eşlenik transpoz, I uygun boyutta bir birim matrisi, α ise Tikhonov regülarizasyon sabitidir [48]. (4.8)'deki sistem,

$$[\delta v] = [\alpha I + A^* A]^{-1} [A^*] [\delta u^s] \quad (4.9)$$

şekilde düzenlenebilir. Böylelikle kontrast farkı $[\delta v]$ elde edilir. Sonuç olarak, kontrast farkı matrisinin hesaplanması ile beyin kesiti içerisine yerleştirilen kanamalı bölgelerin yer tespiti mümkündür.

İlgili yöntemin sayısal uygulamalarını gerçekleştirmek için daha önce de bahsedildiği üzere beyindeki tümör ve kanama gibi sağlıklı bölgeleri tespit etmek amacıyla iki boyutlu bir kafa kesiti olan Zubal'ın kafa kesiti [19] kullanılmıştır. Bölüm 4.1'de olduğu gibi kesite ilişkin değerlerin dört hücrede bir ortalaması alınarak yeni ortalama hücreler elde edilmiş ve analiz buna göre yapılmıştır. İlgili kesitin bağıl dielektrik sabitinin gerçel ve sanal kısımları Şekil 4.12'de verilmiştir. Görüldüğü gibi kullanılan kafa kesiti elektromanyetik özellikler açısından yüksek kontrasta sahiptir. Uygulanacak sayısal sonuçlar için çalışma frekansı 1.2GHz olarak belirlenmiştir. Elektromanyetik dalgaların bu frekans bölgesinde insan dokularına nüfuz edebildiği bilinmektedir [57]. Gözlem noktaları merkezden 0.14m uzaklıktadır. Önerilen yöntem ile elde edilen sonuçlar, kontrast farkının $[\delta v]$ gerçel kısmının iki boyutlu grafikleri şeklinde verilmiştir. Tüm sonuçlar her aydınlatma için elde edilen sonuçların aritmetik ortalaması alınarak elde edilmiştir.



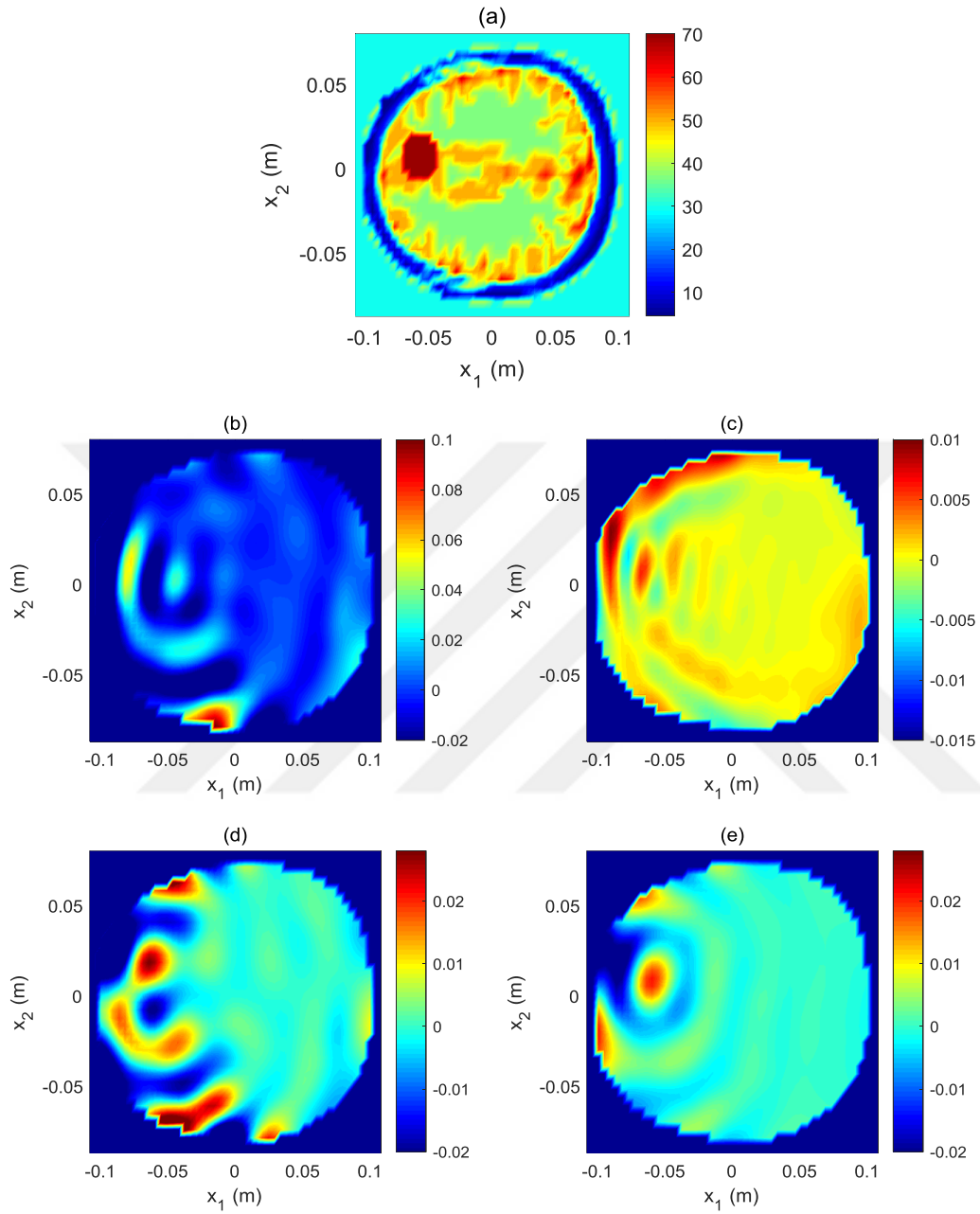
Şekil 4.12 : İki boyutlu kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin değişimi (a) Gerçel kısmı, (b) Sanal kısmı.

Sayısal uygulamalar incelenirken kesit içerisine kesit parametrelerinden farklı yapılar yerleştirilmiş ve böylelikle kanamalı kesit olarak adlandırılan sağlıklı kesitten farklı bir kesit oluşturulmuştur. İlk olarak, kesite yerleştirilen kanamalı bölge için kafa kesitinin elektromanyetik parametrelerinden bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmının yüksek değerlerine yakın bir değerde bir yapı yerleştirilmiştir. Bağıl dielektrik sabiti 70 olan bu yapı kesit içerisine yerleştirilmiş ve kanamalı beyin olarak adlandırılan bir kafa kesiti oluşturulmuştur. Bu kesit Şekil 4.13(a)'da verilmiştir. Kesit arka plan

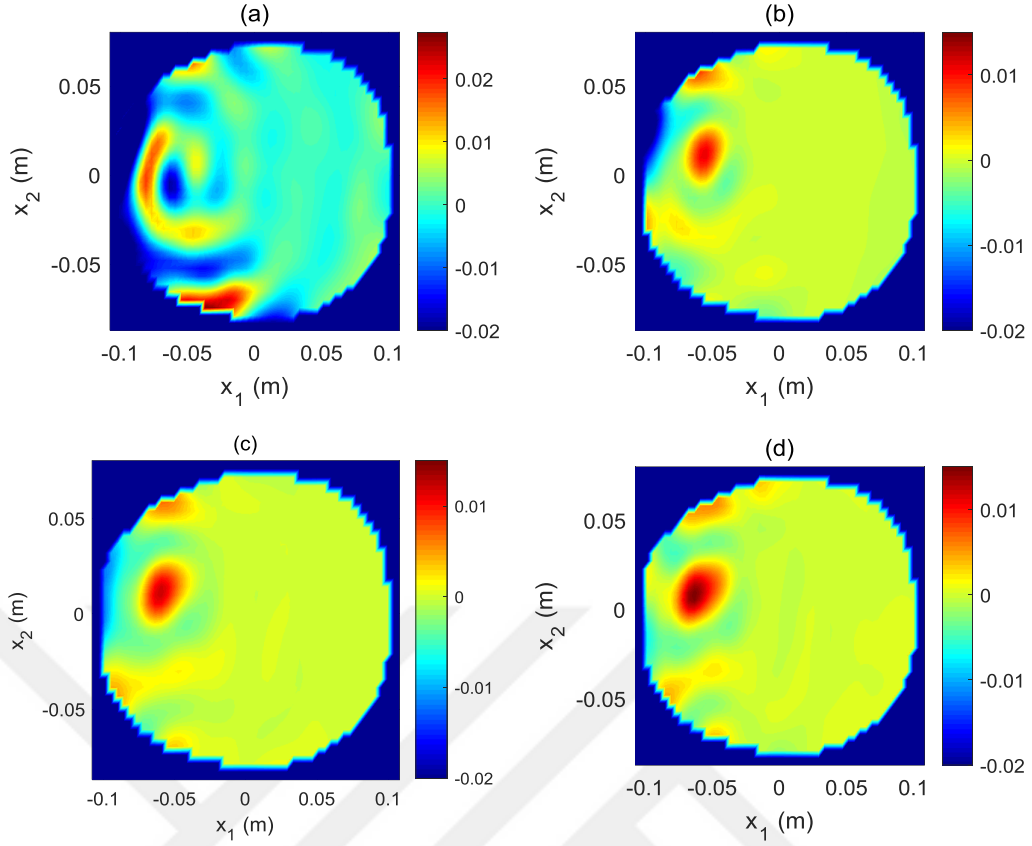
uzayının boş uzay ($\epsilon_{br} = 1$) ve $\epsilon_{br} = 30$ olan uygunlaştırıcı ortam olduğu durumlar için önce $(y_1^s, y_2^s) = (-0.2, 0)$ noktasına, sonra $(y_1^s, y_2^s) = (0, 0.2)$ noktasına yerleştirilen tek bir çizgisel kaynak ile ayrı ayrı aydınlatılmış ve sonuçlar Şekil 4.13'te verilmiştir. Burada uygunlaştırıcı ortam seçimi Bölüm 4.1'de incelenen uygulamalar dikkate alınarak yapılmıştır. Buradaki incelemenin temel amacı aydınlatma sayısına dikkat çekmek olduğundan uygunlaştırıcı ortam seçimi ile ilgili farklı uygulamalar bir sonraki uygulamada verilmiştir. Şekil 4.13'te görüldüğü üzere aydınlatmanın yerine göre kesit içerisindeki kanamalı bölgenin tespitindeki netlik farklılık göstermektedir. Bu durum, bu tip görüntüleme problemlerinde araştırmacılar için efektif değildir. Bu sebeple gelen dalganın konumundan bağımsız analiz yapabilmek için bundan sonraki uygulamalarda çoklu aydınlatma kullanılmıştır.

Çoklu aydınlatma uygulamaları için kesit, $(y_1^s, y_2^s) = (y_{1n}, y_{2n})$ noktalarına yerleştirilmiştir 8 adet ($n = 1, 2, \dots, 8$) çizgisel kaynak ile aydınlatılmıştır. $y_{1n} = (0.2, 0.2, 0.2, -0.2, -0.2, -0.2, 0, 0)$ ve $y_{2n} = (0.2, -0.2, 0, -0.2, 0.2, 0, -0.2, 0.2)$ değerlerinden oluşmaktadır. İlk olarak arka plan uzayı boş uzay olarak belirlenmiş ve Şekil 4.13(a)'da verilen kanamalı kesit aydınlatılmıştır. Şekil 4.14(a)'daki sonuca göre uygunlaştırıcı ortam olmadığı ve çoklu aydınlatma yapıldığı durumda beyin içerisine yerleştirilen sağlıklı bölge yer tespiti net bir şekilde yapılamamıştır. Önceki bölümde açıklandığı gibi sağlıklı sonuçlar elde edebilmek için gelen alanın kesit içerisine yeterince nüfuz etmesi gerekmektedir. Şekil 4.14(a)'daki uygulamada arka plan uzayı ile kesit arasındaki yüksek kontrast farkı sebebiyle gelen alanın beyin içerisine nüfuz etmesi zordur. Kesite nüfuz eden alanı arttırmak amacıyla arka plan uzayı için uygunlaştırıcı ortam olarak adlandırılan ortamlar kullanılır [23,44,45]. Uygunlaştırıcı ortam etkisini görmek için arka plan uzayı $\epsilon_{br} = 10; 20; 30$ olan üç farklı ortam ile değiştirilmiştir. Şekil 4.14(b), (c) ve (d)'de görüldüğü üzere bu durumlarda kanamalı bölge belirgin olarak tespit edilebilmiştir. Uygun uygunlaştırıcı ortamı belirlemek için yapılan testler sonucunda, en uygun arka plan uzayı için bağıl dielektrik sabiti değerinin $\epsilon_{br} = 30$ olduğu ortam seçilmiştir. Bölüm 4.1'de bu kesit için uygunlaştırıcı ortam analizi yapılmış ve $\epsilon_{br} = 30$ iken saçılan alanın azaldığı, kesit içerisindeki toplam iç alanın arttığı görülmüştür. Şekil 4.14(d)'de verilen sonuca göre bu arka plan uzayı için kanamalı bölge tespiti oldukça belirgin bir şekilde yapılabilmektedir. Sonraki uygulamalarda da kanamalı bölgenin görüntülenmesi için bağıl dielektrik sabiti 30 olan uygunlaştırıcı ortam kullanılmıştır. Kesit içerisine yerleştirilen kanamalı bölgenin

yeri, boyutu, adedi ve bağıl dielektrik sabiti değerinin değişiminin yer tespitine etkisini görmek amacıyla farklı uygulamalar yapılmıştır.

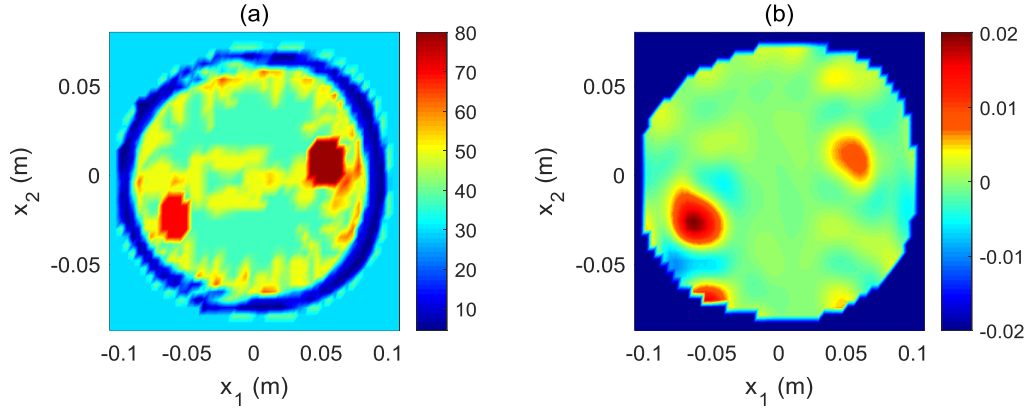


Şekil 4.13 : (a) İki boyutlu kanamalı kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, $(y_1^s, y_2^s) = (-0.2, 0)$ noktasına yerleştirilmiş kaynak için (b) Arka plan uzayı boş uzay iken, (c) Uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının gerçel kısmı, $(y_1^s, y_2^s) = (0, 0.2)$ noktasına yerleştirilmiş kaynak için (d) Arka plan uzayı boş uzay iken, (e) Uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının gerçel kısmı.



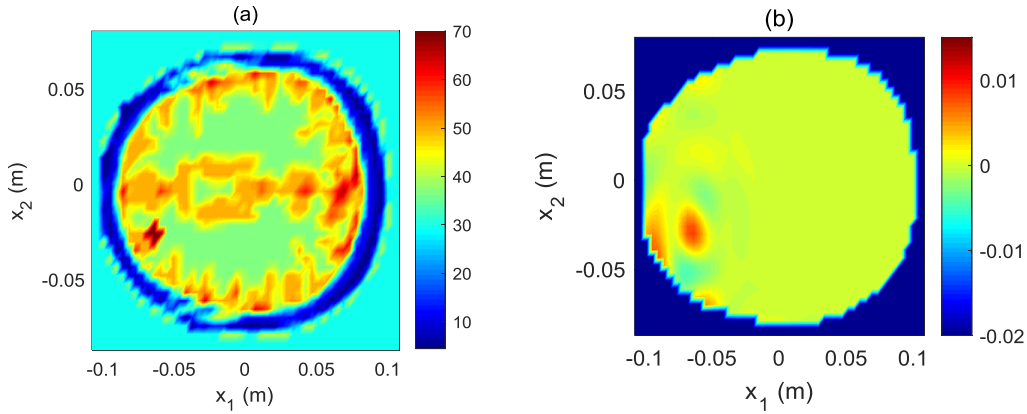
Şekil 4.14 : Çoklu aydınlatma için (a) Arka plan uzayı boş uzay iken, (b) $\epsilon_{br} = 10$ uygunlaştırıcı ortamda, (c) $\epsilon_{br} = 20$ uygunlaştırıcı ortamda, (d) $\epsilon_{br} = 30$ uygunlaştırıcı ortamda kontrast farkının (δv) gerçel kısmı.

İkinci olarak, beyin içerisindeki anormal bölge sayısı ve yapısı önceden bilinmediğinden ilgili yöntemin bu tip bir durum için çalışabilirliğini görmek adına bir uygulama yapılmıştır. Farklı bağıl dielektrik sabitlerine sahip birden fazla kanamalı bölgenin kesit içerisine yerleştirildiği durumda sonuçlar incelenmiştir. Şekil 4.15(a)'da verildiği üzere bağıl dielektrik sabitleri 70 ve 80 olan iki farklı kanamalı bölge, kesit içerisine farklı yerlere yerleştirilmiştir. Şekil 4.15(b)'de kontrast farkı ile elde edilen sonuca göre her iki kanamalı bölge için yer tespiti yapılabilmektedir. Bağıl dielektrik sabiti daha küçük olan bölgenin yer tespiti diğer bölgeye göre daha belirgindir. Kesit ile kesit içerisine yerleştirilen kanamalı bölge arasındaki kontrast farkı arttığında yer tespiti belirginliğinde farklılaşmalar oluşmaktadır. Kanamalı bölgeler için arka plan uzayı kafa kesiti olarak düşünülebilir. Bu durumda bu uygulamada görülen durum, kanamalı bölge ile kesit arasındaki kontrast farkı arttığında bu bölgelerin görüntülenmesinde netlik azalabilir, şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 4.15 : (a) İki boyutlu sağlıklı yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.

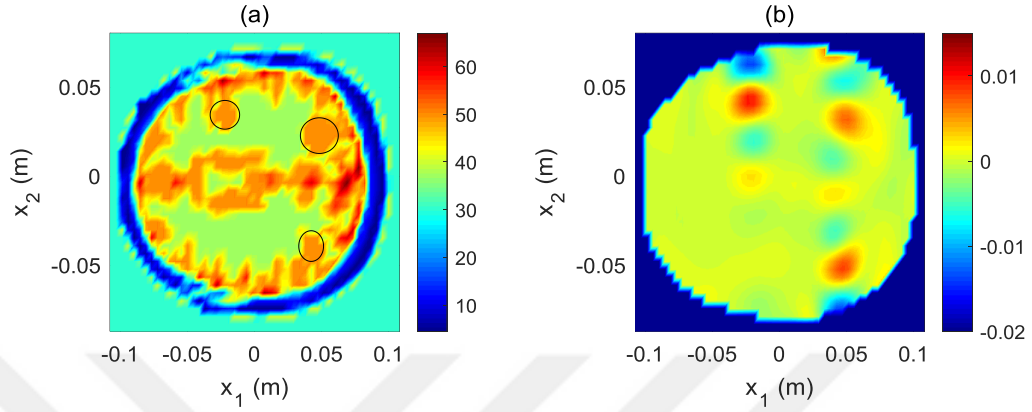
Beyin içerisindeki kanamanın sızıntı gibi küçük boyutta olması durumunda yöntemin işlerliği önemlidir. Kullanılan yöntemde kanamalı bölgenin boyutunun yer tespitine etkisini görebilmek için önceki uygulamalardan farklı boyutta ve oldukça küçük bir kanamalı bölge incelenmiştir. Şekil 4.16(a)'da verilen diğer uygulamalara göre boyut olarak daha küçük ve bağıl dielektrik sabiti 70 olan bir kanamalı bölge kesit içerisine yerleştirilmiştir. Şekil 4.16(b)'de görüldüğü üzere önerilen yöntem ile oldukça küçük olan bu sağlıklı bölgenin saptanabilir olduğu açıktır. Burada elde edilen sonuç, bu ters saçılma problemi analizi için oldukça önemlidir.



Şekil 4.16 : (a) İki boyutlu sağlıklı yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.

Son olarak, kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin ortalama değerine daha yakın bir değer ile kanamalı bölgeler oluşturulmuş ve kafa kesiti içerisinde farklı yerlere yerleştirilmiştir. Böylelikle birden fazla sayıda ve kafa kesiti değerlerine yakın değerlerdeki oluşumların kesit içerisinde tespit edilebilirliği incelenmiştir. İlgili sağlıklı bölgelerin bağıl dielektrik sabiti 50 olarak seçilmiştir. Bu değer, kafa kesiti

bağıl dielektrik sabiti değerlerine yakın olduğundan Şekil 4.17(a)'da görülebilmesi için üç adet siyah daire ile işaretlenmiştir. Şekil 4.17(b)'de verilen sonuç, önerilen yöntemin farklı boyut ve değerdeki birden fazla sağlıklı bölge için uygulanabilir olduğunu göstermektedir. Kanamalı bölgelerin yerleri bu yöntem ile saptanabilmektedir.



Şekil 4.17 : (a) İki boyutlu sağlıklı yapıya sahip kafa kesitinin bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı, (b) Kontrast farkının gerçel kısmı.

Verilen sayısal uygulamalardan elde edilen sonuçlara göre önerilen yöntem, kafa kesiti içerisinde oluşan anormal bölgelerin yer tespitinin yapılabilmesi için etkilidir. Farklı elektromanyetik özelliklere sahip kanamalı bölgelerin adetleri, yerleri ve boyutları değiştirildiğinde yöntem etkili sonuçlar vermiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde elektromanyetik özellikler açısından kafa kesiti ile kanamalı bölge arasındaki fark arttığında yer tespiti netliğinin azalabileceği söylenebilir. Bunun nedeni olarak kanamalı bölge için arka plan uzayının kesitin kendisi olması gösterilebilir. Kanamalı bölge ile kesit arasındaki kontrast farkı arttıkça kanamalı bölgeye göre arka plan uzayının etkisi azaldığından netlik de azalabilmektedir. Genel olarak bu yöntemde dikkat edilmesi gereken, gelen alanın ana kesit içerisine nüfuz edebilmesi için uygun arka plan uzayının başka bir deyişle uygunlaştırıcı ortamın oluşturulmasıdır. Aksi halde, kesit içerisindeki kanamalı bölgeler yeteri kadar alan ile etkileşim kuramayacağından bu yapıların tespiti de mümkün olmayacaktır. Farklı kesitler için uygun uygunlaştırıcı ortamın önceden test edilmesi önemlidir. Burada uygulanan ters saçılma problemi yaklaşımı uygulama açısından kolay bir yaklaşımdır. Bu yöntemin kullanılabilmesi için sağlıklı yapının elektromanyetik özelliklerinin bilinmesi ve buna bağlı olarak homojen olmayan ortamın Green fonksiyonunun hesaplanabilir olması gerekmektedir. Sağlıklı yapıyla ilgili bilgiler elde edildikten sonra bu yapı içerisindeki istenmeyen oluşumların tespiti bu yöntem ile yapılabilir. Önerilen bu ters saçılma

problemi yaklaşımı dışında literatürde yer alan mevcut yaklaşımlar için de homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılabilir. Buna örnek olması açısından bir sonraki alt bölümde bu tip bir sayısal uygulama incelenmiştir.

4.3 Homojen Olmayan Ortamlara İlişkin Green Fonksiyonu ile Ters Zaman Göçü Yaklaşımı Uygulamaları

Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile farklı ters saçılma problemi analizleri yapmak mümkündür. Yeni bir yaklaşımın incelenmesi dışında, mevcutta kullanılan yöntemlerin bu fonksiyon ile analiz edilmesi ilgili fonksiyonunun ters saçılma problemlerindeki etkinliğini göstermek açısından önemlidir. Bu amaçla, bu bölümde literatürde örnekleri olan görüntüleme yöntemlerinden TZG yöntemi kullanılarak belirli bir yapı içerisindeki yeri bilinmeyen oluşumların yer tespiti yapılmıştır. TZG yöntemi ile ters saçılma problemi analizi için literatürde kullanılanlardan farklı olarak tezde önerilen homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun sayısal olarak hesaplanmasını sağlayan momentler yöntemi tabanlı çözüm kullanılmıştır. Önerilen çözüm klasik Green fonksiyonu ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmış ve bu çözümün TZG yöntemindeki etkinliği incelenmiştir. Bu bölümde elde edilen sonuçların bir kısmı [62] çalışmasında yayınlanmıştır.

TZG yöntemi genel olarak sismik araştırmalarda sıkça kullanılmaktadır [52,53]. Bunun yanında birkaç elektromanyetik görüntüleme probleminde de kullanılarak etkinliği gösterilmiştir [49-51]. Bu tez çalışmasında bu elektromanyetik görüntüleme çalışmalarından birinde kullanılan TZG yöntemi ele alınmış ve bu yöntemde homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılmıştır. Burada kullanılan TZG yönteminde temel olarak yer belirleme işlemi çapraz korelasyon ifadesi yardımı ile yapılır. Bu yapıya ilişkin Green fonksiyonu G ile gösterilir ise çapraz korelasyon ifadesi

$$I(z) = -k^2 \cdot \text{Im} \left\{ \frac{|\Gamma_r| |\Gamma_s|}{N_r N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} G(z; x_s) G(z; x_r) \overline{u^s(x_r; x_s)} \right\}, \quad (4.10)$$

$$\forall z \in \Omega$$

olarak yazılır. Burada $s = 1, 2, \dots, N_s$ olmak üzere Γ_s ile belirlenmiş bir yüzeyde x_s kaynak noktalarını, $r = 1, 2, \dots, N_r$ olmak üzere Γ_r ile belirlenmiş bir yüzeyde x_r

gözlem noktalarını, k arka plan uzayına ilişkin dalga sayısını, $u^s(x_r; x_s)$ ilgili yapıdan saçılan alanı, $\overline{u^s(x_r; x_s)}$ saçılan alanın karmaşık eşleniği ifade etmektedir. Saçılan alan hesaplanırken (3.32)'de verilen saçılan alan integrali kullanılmıştır. $Im\{.\}$ ilgili ifadenin sanal kısmını belirtmektedir. $G(z; x)$ cismin içerisinde bulunduğu uzayın Green fonksiyonudur. z noktaları görüntülenmek istenen bölgedeki noktaları ifade etmektedir. $I(z)$ bir tür indiktor fonksiyonudur. Cismin bulunduğu noktalarda değerinin sıfırdan farklı (yüksek), diğer noktalarda ise sıfır (düşük) olması beklenir [49].

Burada temel amaç, bilinen bir yapı içerisine yerleştirilen bilinmeyen yapı ya da yapıların yerlerinin tespit edilmesidir. Bilinen yapı normal cisim, bilinen yapı içerisine farklı yapılar yerleştirilmiş yapının tamamı anormal cisim olarak adlandırılmıştır. Bu amaçla, bu problemde Bölüm 4.2'de olduğu gibi normal ve anormal cisimden saçılan alanlar arasındaki saçılan alanlar farkı kullanılmıştır. Saçılan alanlar farkı,

$$\delta u^s(x) = u_{an}^s(x) - u_n^s(x) \quad (4.11)$$

gibi yazılabilir. (4.11)'de $u_n^s(x)$ (n : normal) bilinen cisimden saçılan alanı, $u_{an}^s(x)$ (an : anormal) içerisine anormal yapılar yerleştirilmiş aynı cisimden saçılan alanı ifade etmektedir. (4.10)'da verilen indikatör fonksiyonunda saçılan alanlar farkı kullanılması halinde

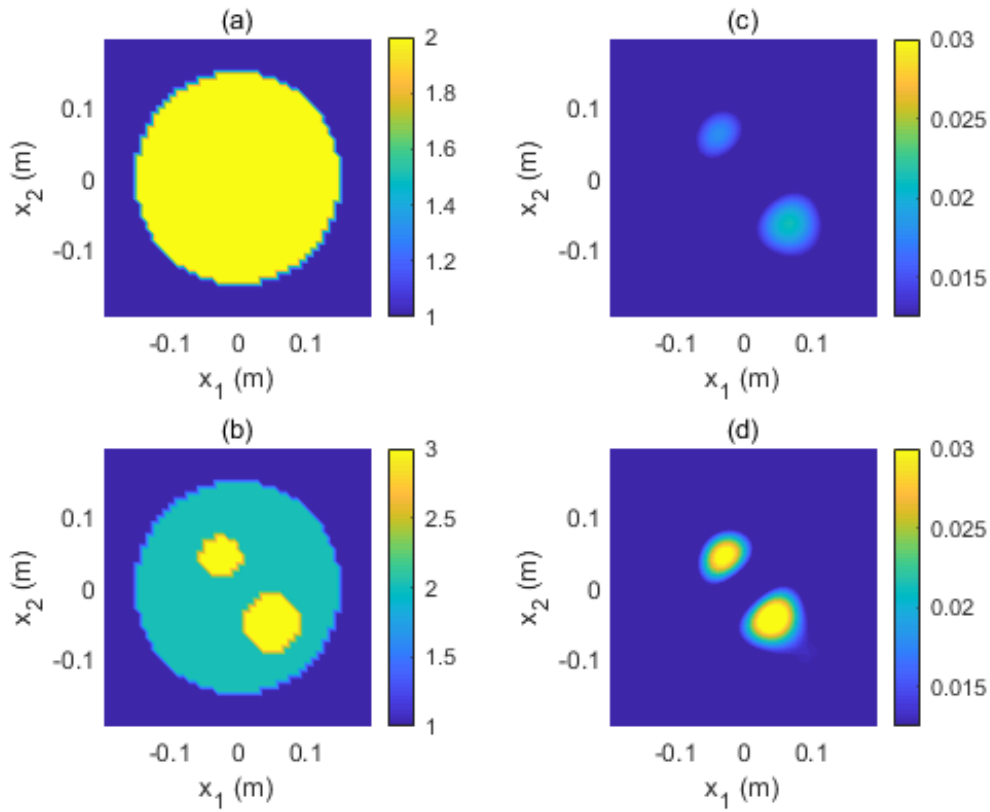
$$I(z) = -k^2 \cdot Im \left\{ \frac{|\Gamma_r| |\Gamma_s|}{N_r N_s} \sum_{s=1}^{N_s} \sum_{r=1}^{N_r} G(z; x_s) G(z; x_r) \overline{\delta u^s(x_r; x_s)} \right\}, \quad (4.12)$$

$$\forall z \in \Omega$$

şeklinde yazılır. (4.12)'de verilen saçılan alanlar farkı kullanılarak elde edilen çapraz korelasyon ifadesi ile belirli yapılar içerisindeki anormal yapıların yer tespiti yapılmıştır. Bu çalışmada ilgili cisimler çizgisel kaynaklar ile aydınlatılmıştır.

İlk olarak, basit kanonik bir yapı içerisine yerleştirilmiş, yapıdan farklı oluşumların yer tespiti incelenmiştir. Bunun için boş uzayda bulunan 0.15m yarıçaplı bir daire Şekil 4.18(a) ve bu daireye yerleştirilmiş 0.04m ve 0.03m yarıçaplarında iki farklı daireden oluşan bir yapı Şekil 4.18(b)'de verilmiştir. Büyük dairenin ve iki küçük dairelerin bağıl dielektrik sabitleri sırasıyla 2 ve 3'tür. Görüntülemenin daha başarılı sonuçlar üretmesi açısından tek bir kaynak yerine birden fazla kaynak kullanılmış ve merkezden

uzaklığı 0.5m'ye yerleştirilmiş kaynak ve gözlem noktalarının sayısı 64 olarak belirlenmiştir. Çalışma frekansı 1.2GHz'dir. Tüm bu veriler doğrultusunda indikatör fonksiyonu hesaplanmış ve sonuçlar Şekil 4.18'de verilmiştir. Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanan indikatör fonksiyonu Şekil 4.18(c)'de, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanan indikatör fonksiyonu Şekil 4.18(d)'de verilmiştir. Her iki sonuç, cisim içerisine yerleştirilen yapıların TZG yöntemi ile tespit edilebildiğini göstermektedir. Kıyaslama yapıldığında homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanıldığında anormal yapıların yerlerinin daha belirgin bir şekilde tespit edildiği söylenebilir.

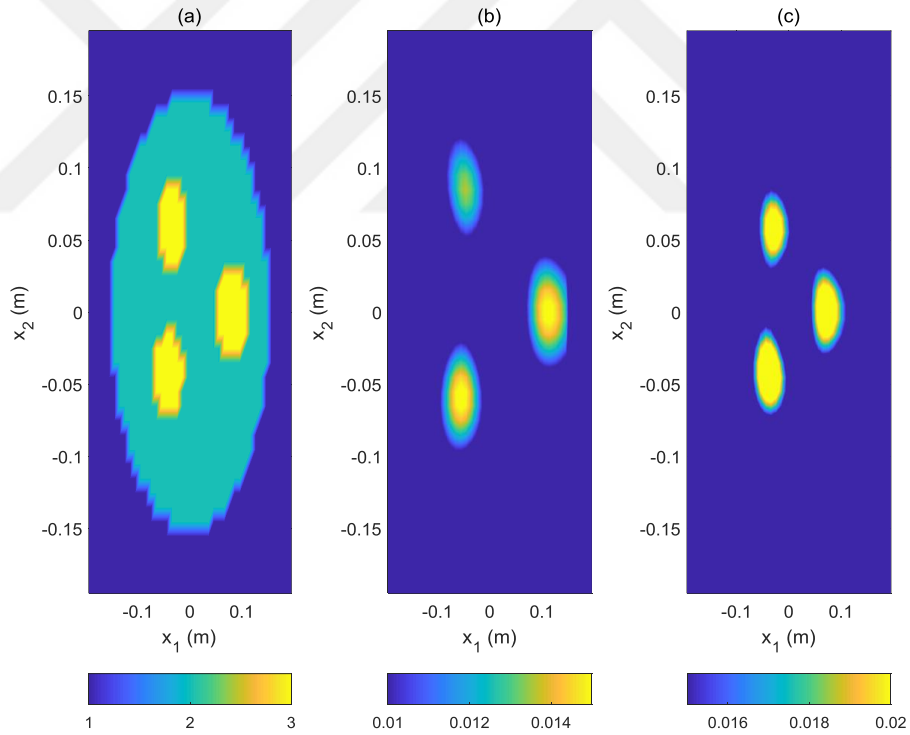


Şekil 4.18 : (a) Dairesel silindir kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) İçerisine cisimler yerleştirilmiş daire silindir kesitin bağıl dielektrik sabiti, (c) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (d) Homojen olmayan Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.

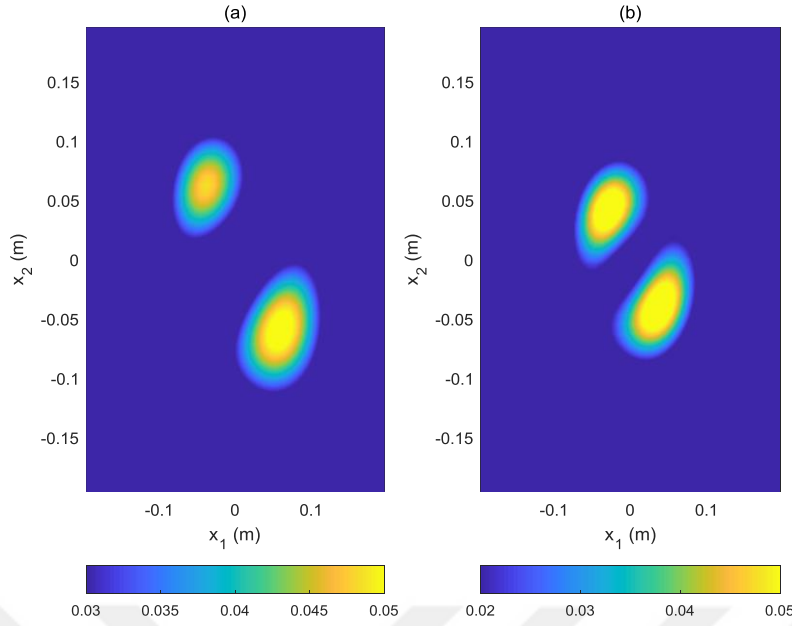
Cisim içerisine yerleştirilen anormal yapıların sayıları arttığında bu durumun yer tespitine olan etkisini görebilmek için Şekil 4.19'da görülen içerisinde üç küçük daire olan yapı incelenmiştir. Büyük daire boyutu önceki uygulama ile aynı kalacak şekilde dairenin içerisine yarıçapları 0.03m ve bağıl dielektrik sabitleri 3 olan üç daire yerleştirilmiştir. Diğer tüm değerler Şekil 4.18'deki uygulama ile aynı kullanılmıştır.

Her iki hesaplama yöntemi için cisim içerisine yerleştirilen yapıların yerleri önceki uygulamada olduğu gibi tespit edilebilmiştir. Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile elde edilen görüntüler klasik Green fonksiyonu ile elde edilen görüntülere göre daha nettir.

Farklı bir uygulama olarak farklı noktalara yerleştirilmiş kaynak ve gözlem noktaları için yapı incelenmiş ve kaynak ve gözlem noktaları 0.4m'ye alınmıştır. Böylelikle bu noktalar cisme biraz daha yaklaştırılmıştır. Bunun dışındaki tüm değerler Şekil 4.18'deki uygulama ile aynıdır. Şekil 4.20'de görüldüğü üzere kaynak ve gözlem noktalarının yerleri değiştirildiğinde cismin içerisine yerleştirilen anormal cisimlerin yerleri tespit edilebilmiştir. Kaynak ve gözlem noktası cisme yaklaştığında klasik Green fonksiyonu ile elde edilen çözümde saçıcı merkezleri daha belirgin hale gelirken homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile yapılan çözümde kıyaslama açısından belirgin bir değişim olmamıştır.



Şekil 4.19 : (a) İçerisine cisimler yerleştirilmiş kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (c) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.

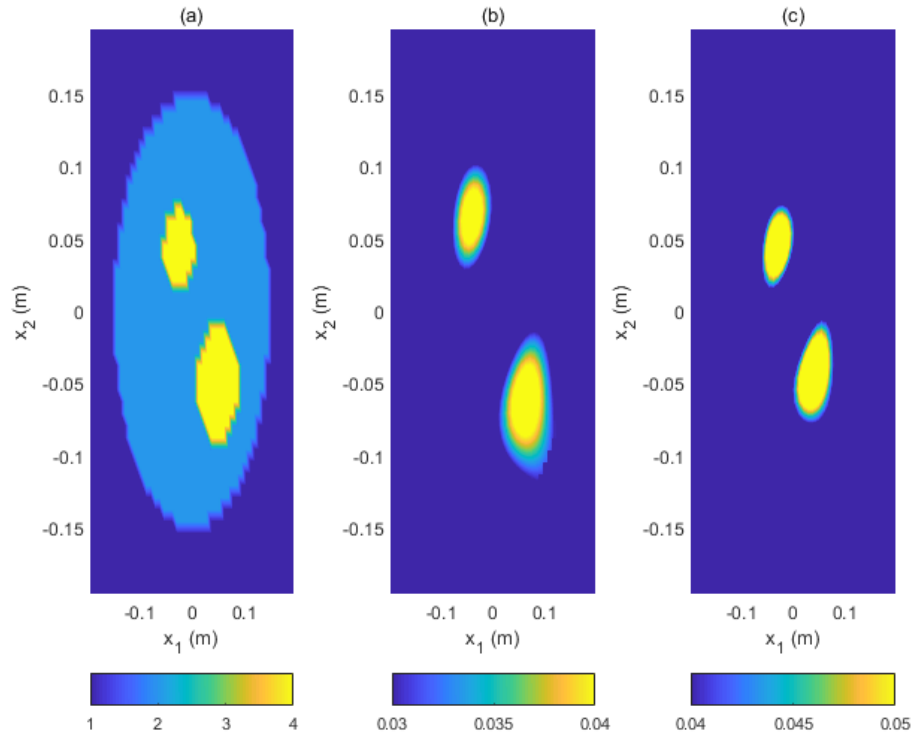


Şekil 4.20 : (a) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (b) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.

Cisim içerisinde bulunan anormal yapıların farklı elektromanyetik özelliklerde olması durumunda tespit edilebilirliğini görmek için Şekil 4.18’deki uygulamadan farklı olarak dairenin içerisine yerleştirilmiş küçük dairelerin bağıl dielektrik sabitleri 4 olarak değiştirilmiştir. Sonuç olarak Şekil 4.21’de görüldüğü üzere her iki durum için de cismin içerisine yerleştirilen anormal cisimler tespit edilebilmiş, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile yapılan analizde saçıcı merkezleri daha belirgin şekilde ortaya çıkmıştır.

Homojen olmayan ortamlarla ilgili yapılan analizlerde genel olarak cismin kayıplı özellikte olması söz konusu olabilir. Bu sebeple buradaki uygulama için kayıplı durumda yöntemin işlerliği incelenmiştir. Şekil 4.18’de verilen uygulama için ortama yerleştirilen tüm yapılara 0.01 değerinde bir dielektrik kayıp eklendiğinde elde edilen sonuçlar Şekil 4.22’de verilmiştir. Kayıplı durumda da cisim içerisine yerleştirilen dairelerin yerleri belirlenebilmiştir.

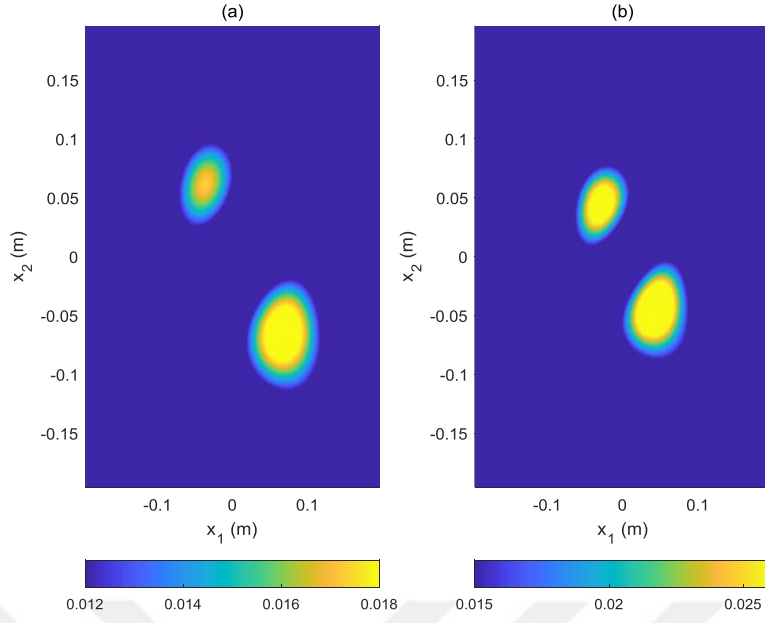
TZG yöntemi ile yapılan analizlerde şimdiye kadar tek bir çalışma frekansı için inceleme yapılmıştır. Belirli bir frekans aralığında ortalama alınarak daha net sonuçlar



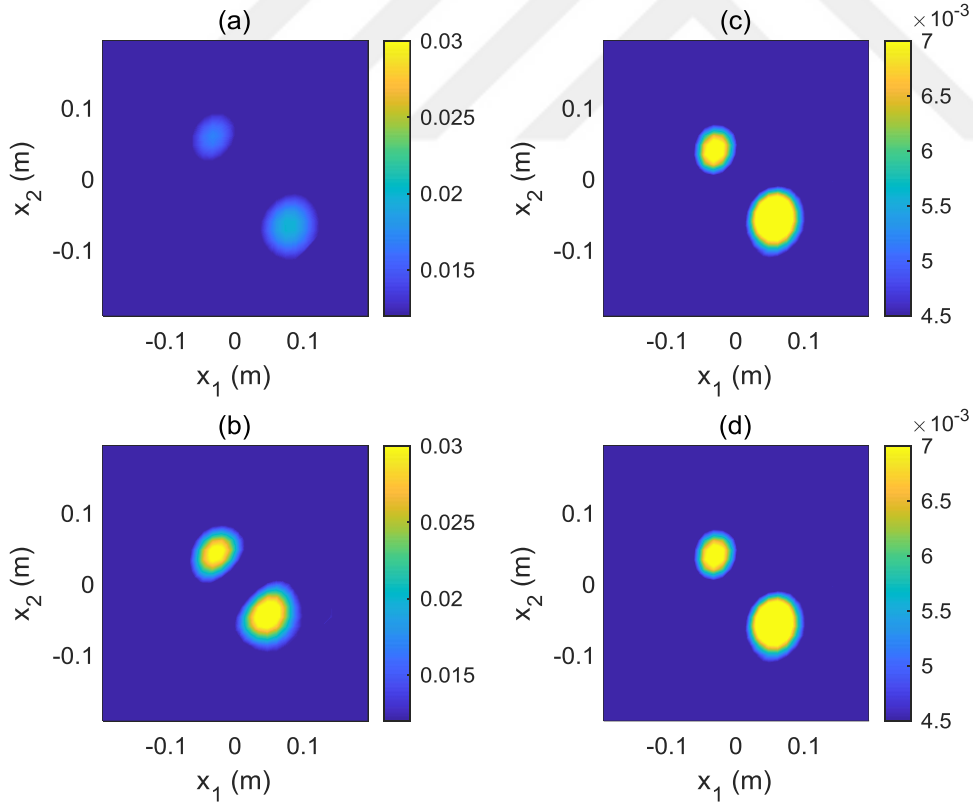
Şekil 4.21 : (a) İçerisine cisimler yerleştirilmiş kesitin bağıl dielektrik sabiti, (b) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (c) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.

elde edilebileceği fikrinden yola çıkılarak Şekil 4.18’de verilen uygulama için 1GHz ile 1.4GHz frekans aralığında çalışma frekans değeri 0.1GHz arttırılarak hesaplama yapılmış ve elde edilen sonuçların ortalaması Şekil 4.23’te verilmiştir. Belli bir frekans aralığında elde edilen ortalama sonuçlar değerlendirildiğinde her iki yöntem için de tek bir frekansta elde edilen sonuçlardan daha net sonuç elde edilmiştir. Bu uygulama için hesaplama verimliliği açısından kaynak ve gözlem sayısı 16 olarak belirlenmiştir.

TZG yöntemi kullanılarak yapılan analizlerde görüldüğü üzere bir cisim içerisine yerleştirilmiş anormal yapıların yerleri tespit edilebilmiştir. Buradaki çalışmada basit kanonik yapılar ele alınmıştır. Bölüm 4.2’de olduğu gibi yüksek kontrasta sahip kafa kesitinde bu yöntem uygulanmış ancak verimli sonuçlar elde edilemediği için bu tez çalışmasında bu sonuçlara yer verilmemiştir. Buradaki ters saçılma problemi analizinin temel amacı, klasik Green fonksiyonu kullanılarak uygulanan TZG yönteminde homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanıldığında etkiyi görebilmektir. Bu çalışma genel olarak homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanıldığında görüntüleme netliğinin arttığını göstermektedir.



Şekil 4.22 : (a) Klasik Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu, (b) Homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.



Şekil 4.23 : (a) 1.2GHz için klasik Green fonksiyonu ile, (b) 1.2GHz için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile, (c) Ortalama frekans için klasik Green fonksiyonu ile, (d) Ortalama frekans için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile hesaplanmış indikatör fonksiyonu.

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında elektromanyetik düz ve ters saçılma problemlerinde kullanılmak üzere kaynağın konumundan bağımsız homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun ilgili ortamda hesaplanabilmesi için sayısal bir yöntem önerilmiştir. Bu tip problemlerde kaynak homojen olmayan ortam dışında iken ilgili ortama ilişkin Green fonksiyonu bilinen yöntemler ile hesaplanabilir. Ancak kaynak homojen olmayan ortam içerisindeyken kaynak ve gözlem noktaları birbirleri ile çakıştığında arka plan uzayının Green fonksiyonundan kaynaklanan yüksek dereceden tekillik olduğu gösterilmiştir. Bu tekilliğin çözümüne ilişkin moment tabanlı sayısal bir yöntem uygulanmış ve çeşitli integral düzenlemeler sonucunda sayısal çözüm elde edilmiştir. Elde edilen Green fonksiyonu kullanılarak herhangi bir gelen alan için hesaplanabilen bir saçılan alan integral eşitliği verilmiştir. Yaygın olarak kullanılan saçılan alan integral eşitliğinde her bir gelen alan için ikinci tür integral denklem çözümü ile elde edilen toplam alan ifadesini yeniden hesaplamak gerekmektedir. Önerilen moment tabanlı bu çözüm ile bilinen saçılan alan integral eşitliklerine göre hesaplama verimliliği daha iyi olan bir çözüm elde edilmiştir. Çünkü yinelemeye dayalı yöntemlerin büyük bir kısmında her yinelemede düz problemi tekrar çözmek gerekmektedir. Önerilen yöntem sayesinde kaynağın yerinden bağımsız homojen olmayan ortamlar için alan analizi yapılabilirken uygulama açısından da araştırmacılara avantajlı bir çözüm sağlanmıştır. En önemli avantajı ise bahsi geçen yüksek dereceden tekilliğe basit bir çözüm sunulmasıdır. Yapılan araştırmalarımıza göre kaynağın homojen olmayan bölge içinde olduğu durumlar için oluşan yüksek dereceden tekillik sorununa çözüm getiren bir çalışma ile mevcutta karşılaşılmamıştır. Bu sebeple bu çalışma literatüre alanında özgün bir sayısal yöntem kazandırmaktadır.

Önerilen yöntemin doğruluğu ve etkinliği verilen sayısal uygulamalar ile gösterilmiştir. İlk olarak basit kanonik bir yapıya ilişkin Green fonksiyonu ve yapıdan saçılan alan önerilen yöntemle hesaplanarak sonuçlar analitik çözüm sonuçları ile kıyaslanmış ve birebir örtüşen analiz sonuçları yöntemin doğruluğu göstermiştir. Bu yöntemde sayısal hesaplama sırasında ilgili bölge küçük alt kare bölgelere ayrılmış ve

eşdeğer dairesel hücre yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımda hesaplamanın doğruluğu açısından ilgili bölgenin yeteri kadar alt bölgeye ayrılıyor olması oldukça kritiktir. Bunun için klasik momentler yöntemi ile kıyaslamalı olarak bağıl hata analizi yapılmış ve belirli bir hücre sayısından sonra her iki yöntemin bağıl hatasının benzer azalma eğiliminde olduğu gösterilmiştir. Devamında yöntemi literatürde elde edilen sonuçlarla kıyaslamak adına bir uygulama yapılmış ve sonuçların birebir örtüştüğü görülmüştür. Önerilen yöntemin doğruluğu ispatlandıktan sonra gerçeğe daha yakın homojen olmayan ortamlar için analiz yapılmıştır. Bu amaçla analizi oldukça zor olan insan beynine ilişkin bir kafa kesiti hem kesit dışarısından hem de kesit içerisinden ayrı ayrı aydınlatılarak kesit içerisindeki toplam alan ile Green fonksiyonu elde edilmiştir. Bu tip yüksek kontrasta sahip homojen olmayan ortamlarda elektromanyetik saçılma problemlerinin incelenmesi oldukça zordur. Burada yapılan analiz öncesi bu zorluğu gidermek için homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılarak saçılan ve toplam alan analizi yapılmış ve uygulama sırasında kullanılan uygunlaştırıcı ortamın etkisi açık bir şekilde gösterilmiştir. Burada elde edilen sayısal sonuçların tamamı yöntemin etkinliğini ortaya koymaktadır. Elektromanyetik düz saçılma problemleri için elde edilen sonuçlar bu yöntemin ters saçılma problemlerinde güvenilir bir şekilde kullanılabilirliğini göstermektedir. Öyle ki ters saçılma problemi analizi yapılırken düz saçılma probleminden elde edilen verinin doğruluğu çok kritiktir. Bu açıdan önerilen yöntemin bu tip problemlerde de güvenilir bir şekilde kullanılabileceği belirgindir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, literatürde kullanılan diğer yöntemlerde olduğu gibi en uygun arka plan uzayının (uygunlaştırıcı ortamın) belirlenmiş olmasıdır. Arka plan uzayı seçimi ayrı bir araştırma konusu olup bu çalışmada kıyaslamalı olarak elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak analiz yapılmıştır.

Düz saçılma problemlerinde gösterilen etkinliğin ters saçılma problemlerine yansımaları görmek adına iki farklı ters saçılma problemi analizi yapılmıştır. Bunların ilkinde insan beyni içerisindeki anormal bir yapının yer tespiti saçılan alan farkları kullanılarak elde edilen kontrast farkı fonksiyonu ile yapılmıştır. Çoklu aydınlatma ve uygunlaştırıcı ortam varlığında farklı sayı, büyüklük ve elektromanyetik özellikteki anormal yapıların yer tespiti başarılı bir şekilde yapılabildiği gösterilmiştir. Burada elde edilen sonuçlar, homojen olmayan ortamlarda uygulanan ters saçılma problemlerinde önerilen yöntemle elde edilen Green fonksiyonunun etkili olduğunu

göstermektedir. Ayrıca bu yöntem uygulama açısından oldukça pratik bir yaklaşımdır. Burada dikkat edilmesi gereken daha önce de ifade edildiği gibi uygun arka plan uzayının belirlenmesidir. Bunun yanında beyin içerisindeki anormal yapı ile beyin arasındaki elektromanyetik özelliklerin farkı arttıkça yer tespitindeki netlik azalabilir. Bunun sebebi olarak anormal yapı için arka plan uzayının beyin olması gösterilebilir. İlâveten, fark saçılan alan ifadesi kullanıldığı için analiz edilecek yapının anormal yapı olmadan önceki haline ilişkin saçılan alan analizinin yapılabilir olması gerekmektedir.

İkinci bir ters saçılma problemi uygulaması olarak son yıllarda araştırmalara konu olan TZG yönteminde homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu kullanılarak basit kanonik yapılar üzerinde analiz yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar klasik Green fonksiyonu ile elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında her iki Green fonksiyonu ile yapılan hesaplamalarda anormal yapıların yerlerinin tespit edilebildiği görülmüştür. Genel olarak homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonu ile elde edilen sonuçlarda saçıcı merkezlerinin konumlarının gerçek konumlara daha yakın olduğu söylenebilir. Belirli bir frekans yerine bir frekans aralığında elde edilen sonuçların ortalaması alınarak analiz yapıldığında klasik Green fonksiyonuyla yapılan uygulamada yer belirlemede netlik artmıştır. Bunun yanında yer tespiti yapılan anormal yapıların merkezlerinin gerçek yerlerine yakınlığı artarken homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunda büyük bir değişim gözlemlenmemiştir. Bu durumda önerilen yöntemle elde edilen Green fonksiyonunun TZG yönteminde çalışma frekansı açısından daha esnek kullanılabileceği söylenebilir. Bunun dışında, insan beyni gibi daha yüksek elektromanyetik özelliklere sahip ortamlar için bu yöntem uygulanmış ancak verimli sonuçlar elde edilememiştir. TZG yönteminde elde edilen Green fonksiyonunun kullanımı açısından uygulama alanının genişletilmesi için çalışmalar yapılabilir.

Sonuç olarak, homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonun moment tabanlı bir sayısal yöntemle kaynağın konumundan bağımsız hesaplanmasını sağlayan sayısal yöntemin düz saçılma problemlerindeki etkinliği net bir şekilde ortaya koyulmuştur. Ters saçılma problemlerinde elde edilen sonuçların büyük bir kısmı yöntemin ters saçılma problemlerinde de uygulanabilir olduğunu göstermektedir. Özellikle kaynağın homojen olmayan bölge içerisinde olduğu durumda hesaplamayı zora sokan yüksek dereceden tekillik sorununa basit bir sayısal çözüm sağlaması bu alanda yapılacak olan çalışmalar için büyük bir fayda sağlamaktadır. Yöntemle elde edilen Green fonksiyonu

ile hesaplanan saçılan alan ifadesi hesaplama verimliliği açısından avantajlı olmakla birlikte diğer yinelemeli tekniklere göre daha iyi performans gösterebilir. Yapılan araştırmalara göre yöntem, alanında yapılan çalışmalar açısından literatüre özgün bir çalışma kazandırmakla birlikte araştırmacıların homojen olmayan ortamlardaki düz ve ters saçılma problemi çalışmalarına fayda sağlayacaktır.

Burada yapılan çalışma iki boyutlu homojen olmayan ortamlara ilişkin Green fonksiyonunun hesaplanması ve bunun sonucunda bazı düz ve ters saçılma problemlerine ilişkin uygulamaları içermektedir. Buradaki uygulama alanları ilerideki çalışmalarda genişletilebilir. Bunun yanında bu çalışmanın üç boyutlu ortamlarda incelenmesi ayrı bir araştırma konusu olup sonraki çalışmalarda ele alınmasında fayda vardır.



KAYNAKLAR

- [1] **Tao, S. ve Chen, R.** (2014). A higher-order solution of volume integral equation for electromagnetic scattering from inhomogeneous objects, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 13, pp. 627–630.
- [2] **Chen, S.-W., Zhou, H.-X., Zheng, K.-L., Kong, W.-B. ve Hong, W.** (2018). VIE-ODDM-FFT method using nested uniform Cartesian grid for the analysis of electrically large inhomogeneous dielectric objects, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 1, pp. 293–303.
- [3] **Cai, Q.-M., Zhang, Z.-P., Zhao, Y.-W., Huang, W.-F., Zheng, Y.-T., Nie, Z.-P. ve Liu, Q. H.** (2017). Nonconformal discretization of electric current volume integral equation with higher order hierarchical vector basis functions, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 8, pp. 4155–4169.
- [4] **Li, D., Yang, C. ve Du, Y.** (2017). Efficient method for scattering from cylindrical components of vegetation and its potential application to the determination of effective permittivity, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 55, no. 11, pp. 6120–6127.
- [5] **Brink, W. M., Remis, R. F. ve Webb, A. G.** (2016). A theoretical approach based on electromagnetic scattering for analysing dielectric shimming in high-field MRI, *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 75, no. 5, pp. 2185–2194.
- [6] **Yu, C., Yuan, M., Zhang, Y., Stang, J., George, R. T., Ybarra, G. A., Joines, W. T. ve Liu, Q. H.** (2010). Microwave imaging in layered media: 3-D image reconstruction from experimental data, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 58, no. 2, pp. 440–448.
- [7] **Joachimowicz, N., Pichot, C. ve Hugonin, J. P.** (1991). Inverse scattering: An iterative numerical method for electromagnetic imaging, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 12, pp. 1742–1752.
- [8] **Bozza, G., Estatico, C., Pastodno, M. ve Randazzo, A.** (2007). Microwave imaging for nondestructive testing of dielectric structures: Numerical simulations using an inexact Newton technique, *Materials Evaluation*, vol. 65, no. 9, pp. 917–922.

- [9] **Kobidze, G. ve Shanker, B.** (2004). Integral Equation Based Analysis of Scattering From 3-D Inhomogeneous Anisotropic Bodies, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 10, pp. 2650-2658.
- [10] **Konakyeri Arıcı, E. ve Yapar, A.** (2019). Numerical Calculation of 2-D Inhomogeneous Media Green's Function and Some Applications in Electromagnetic Scattering Problems, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 67, no. 1, pp. 369-377.
- [11] **Konakyeri Arıcı, E. ve Yapar, A.** (2019). An Inverse Scattering Approach Based on Inhomogeneous Medium Green's Functions for Microwave Imaging of Brain Strokes, *Advanced Electromagnetics*, vol. 8, no. 2, pp. 53-58.
- [12] **Gürbüz, T. U., Aslanyürek, B., Yapar, A., Sahintürk, A. ve Akduman, I.** (2014). A nonlinear microwave breast cancer imaging approach through realistic body-breast modeling, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, no. 5, pp. 2596-2605.
- [13] **Chew, W. C.** (1990). *Wave and Fields in Inhomogeneous Media*. New York: Van Nostrand Reinhold.
- [14] **Dural, G. ve Aksun, M. I.** (1995). Closed-Form Green's Functions for General Sources and Stratified Media, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 7, pp. 1545-1552.
- [15] **Aksun, M. I.** (1996). A Robust Approach for the Derivation of Closed-Form Green's Functions, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, no. 5, pp. 651-658.
- [16] **Gurel, L. ve Aksun, M. I.** (1996). Electromagnetic Scattering Solution of Conducting Strips in Layered Media Using the Fast Multipole Method, *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 277-279.
- [17] **Kinayman, N. ve Aksun, M. I.** (1997). Efficient Use of Closed-Form Green's Functions for the Analysis of Planar Geometries with Vertical Connections, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 5, pp. 593-603.
- [18] **Aksun, M. I., Caliskan, F. ve Gurel, L.** (2002). An efficient method for electromagnetic characterization of 2-D geometries in stratified media, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 50, no. 5, pp. 1264-1274.
- [19] **Zubal, I. G., Harrell, C. R., Smith, E. O., Rattner, Z., Gindi, G. ve Hoffer, P. B.** (1994). Computerized three-dimensional segmented human anatomy, *Medical Physics*, vol. 21, no. 2, pp. 299-302.

- [20] **Hong, R., Li, S., Zhang, J., Zhang, Y., Liu, N., Yu, Z. ve Liu, Q. H.** (2017). 3-D MRI-based electrical properties tomography using the volume integral equation method, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 65, no. 12, pp. 4802–4811.
- [21] **Zhang, Z. Q., Liu, Q. H., Xiao, C., Ward, E., Ybarra, G. ve Joines, W. T.** (2003). Microwave breast imaging: 3-D forward scattering simulation, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 50, no. 10, pp. 1180–1189.
- [22] **Miao, Z. ve Kosmas, P.** (2017). Multiple-frequency DBIM-TwIST algorithm for microwave breast imaging, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 5, pp. 2507–2516.
- [23] **Dilman, İ., Yıldırım, U., Çoşğun, S., Doğu, S., Çayören, M. ve Akduman, İ.** (2016). Feasibility of Brain Stroke Imaging with Microwaves, *2016 IEEE Asia-Pacific Conference on Applied Electromagnetics (APACE)*, Langkawi, Malaysia : December 11-13.
- [24] **Yıldırım, U., Dilman, İ., Bilgin, E., Doğu, S., Çayören, M. ve Akduman, İ.** (2017). Continuous Monitoring of Hemorrhagic Brain Strokes via Contrast Source Inversion, *2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, Paris, France : March 19-24.
- [25] **Fear, E. C., Li, X., Hagness, S. C. ve Stuchly, M. A.** (2002). Confocal microwave imaging for breast cancer detection: Localization of tumors in three dimensions, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 49, no. 8, pp. 812–822.
- [26] **Semenov, S. Y., Bulyshev, A. E., Abubakar, A., Posukh, V. G., Sizov, Y. E., Souvorov, A. E., van den Berg, P. M. ve Williams, T. C.** (2005). Microwave-tomographic imaging of the high dielectric-contrast objects using different image-reconstruction approaches, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, no. 7, pp. 2284–2294.
- [27] **Ye, X. ve Chen, X.** (2017). Subspace-based distorted-Born iterative method for solving inverse scattering problems, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 12, pp. 7224–7232.
- [28] **Lavarello, R. J. ve Oelze, M. L.** (2009). Tomographic reconstruction of three-dimensional volumes using the distorted Born iterative method, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 28, no. 10, pp. 1643–1653.
- [29] **Chew, W. C. ve Wang, Y. M.** (1990). Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted Born iterative method, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 9, no. 2, pp. 218–225.

- [30] **Ma, J., Chew, W. C., Lu, C.-C. ve Song, J.** (2000). Image reconstruction from TE scattering data using equation of strong permittivity fluctuation, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 6, pp. 860–867.
- [31] **Cui, T. J., Chew, W. C., Aydiner, A. A. ve Chen, S.** (2001). Inverse scattering of two-dimensional dielectric objects buried in a lossy earth using the distorted Born iterative method, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 39, no. 2, pp. 339–346.
- [32] **Hesford, A. J. ve Chew, W. C.** (2010). Fast inverse scattering solutions using the distorted Born iterative method and the multilevel fast multipole algorithm, *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 128, no. 2, pp. 679–690.
- [33] **Kim, J. ve Rahmat-Samii, Y.** (2004). Implanted antennas inside a human body: Simulations, designs, and characterizations, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 8, pp. 1934–1943.
- [34] **Li, J., Nie, Z., Liu, Y., Wang, L. ve Hao, Y.** (2017). Characterization of in-body radio channels for wireless implants, *IEEE Sensors Journal*, vol. 17, no. 5, pp. 1528–1537.
- [35] **Fluckiger, M. ve Nelson, B. J.** (2007). Ultrasound emitter localization in heterogeneous media, *29th Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc.*, (pp. 2867–2870). Lyon, France : August 22-26.
- [36] **Mohsin, S. A., Sheikh, N. M. ve Saeed, U.** (2008). MRI-induced heating of deep brain stimulation leads, *Physics in Medicine and Biology*, vol. 53, no. 20, pp. 5745–5756.
- [37] **Piro, G., Bia, P., Boggia, G., Caratelli, D., Grieco, L. A. ve Mescia, L.** (2016). Terahertz electromagnetic field propagation in human tissues: A study on communication capabilities, *Nano Communication Networks*, vol. 10, pp. 51–59.
- [38] **Bosiljevac, M., Sipus, Z. ve Skrivervik, A. K.** (2015). Propagation in finite lossy media: An application to WBAN, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 1546–1549.
- [39] **Giorgi, G., Brignone, M., Aramini, R. ve Piana, M.** (2013). Application of the inhomogeneous Lippmann–Schwinger equation to inverse scattering problems, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 73, no. 1, pp. 212–231.
- [40] **Haddadin, O. S. ve Ebbini, E. S.** (1998). Ultrasonic focusing through inhomogeneous media by application of the inverse scattering problem, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 104, no. 1, pp. 313–325.

- [41] **Jensen, M. A.** (1998). A recursive Green's function technique for acoustic scattering from heterogeneous objects, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, no. 2, pp. 713–720.
- [42] **Jensen, M. A. ve Freeze, J. D.** (1998). A recursive Green's function method for boundary integral analysis of inhomogeneous domains, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 12, pp. 1810–1816.
- [43] **Guérin, C.-A., Gralak, B. ve Tip, A.** (2007). Singularity of the dyadic Greens function for heterogeneous dielectrics, *Physical Review E*, vol. 75, no. 5, pp. 056601-1–056601-5.
- [44] **Meaney, P. M., Fox, C. J., Geimer, S. D. ve Paulsen, K. D.** (2017). Electrical Characterization of Glycerin: Water Mixtures: Implications for Use as a Coupling Medium in Microwave Tomography, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 65, no. 5, pp. 1471-1478.
- [45] **Scapaticci, R., Donato, L. D., Catapano, I. ve Crocco, L.** (2012). A Feasibility study on microwave imaging for brain stroke monitoring, *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 40, pp. 305324.
- [46] **Yilmaz, T., Sahinturk, H., Acar, M. ve Akduman, I.** (2016). Matching Medium Characterization for Microwave Brain Stroke Imaging, *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, (pp. 1485-1486). Fajardo, PR, USA : June 26 - July 01.
- [47] **Lui, H.-S., Fhager, A. ve Persson, M.** (2015). Matching Medium for Biomedical Microwave Imaging, *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)*, Hobart, TAS, Australia : November 9-12.
- [48] **Tikhonov, A. N., Goncharsky, A. V., Stepanov, V. V. ve Yagola, A. G.** (1995). *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*. Moscow, Russia: Springer Science+Business Media.
- [49] **Chen, J., Chen, Z. ve Huang, G.** (2013). Reverse Time Migration for Extended Obstacles: Acoustic Waves, *Inverse Problems*, vol. 29, pp. 1-17.
- [50] **Wang, Z., Ding, H., Lu, G. ve Bi, X.** (2016). Reverse-Time Migration Based Optical Imaging, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 35, no. 1, pp. 273-281.
- [51] **Liu, H., Long, Z., Fang, G. ve Liu, Q. H.** (2018). Frequency-Domain Reverse-Time Migration of Ground Penetrating Radar Based on Layered Medium Green's Functions, *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 11, no. 8, pp. 2957 – 2965.

- [52] **Li, F., Qin, Y. ve Song, W.** (2019). Waveform Inversion-Assisted Distributed Reverse Time Migration for Microseismic Location, *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 12, no. 4, pp. 1327-1332.
- [53] **Qi, Y., Chen, Z., Liu, H., Qi, Y., Tong, H. ve Xie, J.** (2019). Ultrasonic inspection of prefabricated constructions using reverse time migration imaging method, *2019 IEEE International Conference on Signal, Information and Data Processing (ICSIDP)*, Chongqing, China : December 11-13.
- [54] **Colton, D. ve Kress, R.** (1998). *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*. New York: Springer.
- [55] **Richmond, J.** (1965). Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 13, no. 3, pp. 334–341.
- [56] **Harrington, R. F.** (1993). *Field Computation by Moment Methods*. New York: IEEE Press.
- [57] **Scapaticci, R., Donato, L. D., Catapano, I. ve Crocco, L.** (2012). A feasibility study on microwave imaging for brain stroke monitoring, *Progress in Electromagnetics Research B*, vol. 40, pp. 305–324.
- [58] **Konakyeri Arıcı, E. ve Yapar, A.** (2018). Tıbbi Amaçlı Elektromanyetik Görüntüleme Problemleri İçin Uygunlaştırıcı Ortamların Analizi, *URSI-TÜRKİYE'2018 IX. Bilimsel Kongresi*, Konya, Türkiye : Eylül 6-8.
- [59] **Harrington, R. G.** (1961). *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. McGraw-Hill Book Company.
- [60] **Meaney, P. M., Fox, C. J., Geimer, S. D., ve Paulsen, K. D.** (2017). Electrical characterization of glycerin: Water mixtures: Implications for use as a coupling medium in microwave tomography, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 65, no. 5, pp. 1471–1478.
- [61] **Konakyeri Arıcı, E. ve Yapar, A.** (2018). Mikrodalga Beyin Kanaması Görüntülemesi İçin Homojen Olmayan Green Fonksiyonuna Dayanan Bir Ters Problem Yaklaşımı, *URSI-TÜRKİYE'2018 IX. Bilimsel Kongresi*, Konya, Türkiye : Eylül 6-8.
- [62] **Konakyeri Arıcı, E. ve Yapar, A.** (2021). Bir Dielektrik Ortam İçersindeki Farklı Oluşumların Homojen Olmayan Green Fonksiyonu ve Ters Zaman Göçü Yaklaşımıyla Tespiti, *URSI-TÜRKİYE'2021 X. Bilimsel Kongresi*, Gebze, İstanbul, Türkiye : Eylül 7-9.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Eda Konakyeri Arıcı

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans:** İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Telekomünikasyon Mühendisliği (2008)
- **Lisans:** İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği (2008)
- **Lisans:** Anadolu Üniversitesi, İşletme Fakültesi, İşletme (2012)
- **Yüksek Lisans:** İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Telekomünikasyon Mühendisliği (2010)

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

- 2008 yılından beri Turkcell İletişim Hizmetleri A.Ş.'de çalışmakta.
- URSI-Leopold B. Felsen En İyi Üçüncü Öğrenci Bildirisi Ödülü 2018
- URSI-Leopold B. Felsen Mansiyon Ödülü 2021

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

- **Konakyeri Arıcı, E.** ve Yapar, A., “Tıbbi Amaçlı Elektromanyetik Görüntüleme Problemleri İçin Uygunlaştırıcı Ortamların Analizi,” *URSI-TÜRKİYE’2018 IX. Bilimsel Kongresi*, Konya, Türkiye, 2018.
- **Konakyeri Arıcı, E.** ve Yapar, A., “Mikrodalga Beyin Kanaması Görüntülemesi İçin Homojen Olmayan Green Fonksiyonuna Dayanan Bir Ters Problem Yaklaşımı,” *URSI-TÜRKİYE’2018 IX. Bilimsel Kongresi*, Konya, Türkiye, 2018.
- **Konakyeri Arıcı, E.** and Yapar, A., “Numerical Calculation of 2-D Inhomogeneous Media Green’s Function and Some Applications in Electromagnetic Scattering Problems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 67, no. 1, pp. 369-377, Jan. 2019.

- **Konakyeri Arıcı, E.** and Yapar, A., “An Inverse Scattering Approach Based on Inhomogeneous Medium Green’s Functions for Microwave Imaging of Brain Strokes,” *Advanced Electromagnetics*, vol. 8, no. 2, pp. 53-58, Mar. 2019.
- **Konakyeri Arıcı, E.** ve Yapar, A., “Bir Dielektrik Ortam İçersindeki Farklı Oluşumların Homojen Olmayan Green Fonksiyonu ve Ters Zaman Göçü Yaklaşımıyla Tespiti,” *URSI-TÜRKİYE’2021 X. Bilimsel Kongresi*, Gebze, İstanbul, Türkiye, 2021.

DİĞER YAYINLAR/SUNUMLAR

- **Konakyeri, E.,** Paker, S. ve Palamutçuoğulları, O., “GPS Helis Anten Tasarımı,” *ELECO 2008 Elektrik-Elektronik ve Bilgisayar Mühendisliği Sempozyumu*, Bursa, Türkiye, 2008.
- **Konakyeri, E.,** Paker, S. and Palamutçuoğulları, O., “GPS Helix Antenna Design,” *Istanbul University - Journal of Electrical and Electronics Engineering*, vol. 9, no.2, pp. 935-941, Nov. 2009.
- **Konakyeri, E.** ve Yapar, A., “Metamalzeme Kaplı İletken Silindirden Saçılan Alanı En Aza İndiren Parametrik Değerlerin Sayısal Bir Yöntem ile Hesaplanması,” *URSI-TÜRKİYE’2010 V. Bilimsel Kongresi*, Kuzey Kıbrıs, Ağustos 2010.