



**MATEMATİK OKURYAZARLIĞININ PROBLEM  
ÇÖZMEDE SİSTEMATİK ÇEŞİTLEME İLE  
DESTEKLENMESİNİN ÖĞRETİM DENEYİ YOLUYLA  
İNCELENMESİ**

**Doktora Tezi**

**Fatma KIZILTOPRAK**

**Eskişehir, 2017**

**MATEMATİK OKURYAZARLIĞININ PROBLEM ÇÖZMEDE SİSTEMATİK  
ÇEŞİTLEME İLE DESTEKLENMESİNİN ÖĞRETİM DENEYİ YOLUYLA  
İNCELENMESİ**

**Fatma KIZILTOPRAK**

**DOKTORA TEZİ**

**Matematik Eğitimi Doktora Programı**

**Matematik Eğitimi Anabilim Dalı**

**Danışman: Doç. Dr. Tangül KABAEL**

**Eskişehir**

**Anadolu Üniversitesi**

**Eğitim Bilimleri Enstitüsü**

**Mart, 2017**

*Bu Tez Çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen 1406E303 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.*

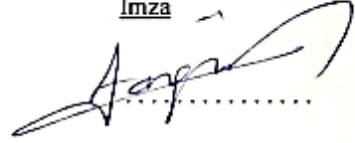
## JÜRI VE ENSTİTÜ ONAYI

Fatma KIZILTOPRAK'ın "Matematik Okuryazarlığının Problem Çözmede Sistemik Çeşitleme ile Desteklenmesinin Öğretim Deneyi Yoluyla İncelenmesi" başlıklı tezi 13.03.2017 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri üyeleri tarafından Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Programında, Doktora tezi olarak değerlendirilerek kabul edilmiştir.

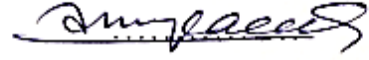
Unvanı-Adı Soyadı

İmza

Üye (Tez Danışmanı) : Doç.Dr. Tangül KABAEK



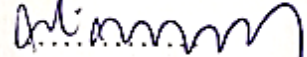
Üye : Prof.Dr. Ahmet KAÇAR



Üye : Prof.Dr. Kürşat YENİLMEZ



Üye : Doç.Dr. Ali ERSOY



Üye : Yard.Doç.Dr. Emre EV ÇİMEN



  
Prof.Dr. Handan DEVECİ  
Anadolu Üniversitesi  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü  
Müdürü

## ÖZET

### MATEMATİK OKURYAZARLIĞININ PROBLEM ÇÖZMEDE SİSTEMATİK ÇEŞİTLEME İLE DESTEKLENMESİNİN ÖĞRETİM DENEYİ YOLUYLA İNCELENMESİ

Fatma KIZILTOPRAK

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mart, 2017

Danışman: Doç. Dr. Tangül KABAEL

Bu araştırmada çeşitlemelerle problem çözme etkinliklerini içeren bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin “problem çözme” ve “muhakeme ve argüman” yeterliliklerinin desteklenmesi yoluyla “matematik okuryazarlığı” becerilerinin ve problem çözme sürecindeki düşünme yollarının incelenmesi ve desteklenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi yürütülmüştür. Araştırmanın katılımcılarının çalışma öncesindeki bilgi ve yeterliliklerini saptamak amacıyla 237 öğrenciye açık uçlu bir veri toplama aracı uygulanmıştır. Açık uçlu veri toplama aracıyla toplanan verilerin nitel betimsel analizi sonucunda muhakeme ve argüman yeterlilikleri açısından farklı düzeylerde oldukları düşünülen yedi öğrenciyle öğretim deneyi yürütülmüştür. Araştırma sonuçları öğrencilerin üst düzey muhakeme becerilerini yansıtmakta zorlandığını ve kendi muhakemelerine güvenmediklerini ortaya koymuştur. Bununla birlikte öğrencilerin problem çözmedeki düşünme yollarının en az istendik olandan daha istendik olana doğru gelişim ve değişim gösterdiği ve matematik okuryazarlığı performanslarının geliştiği görülmüştür. Araştırma sonucunda en zayıf öğrencinin dahi ikinci düzeydeki matematik okuryazarlığı maddelerini yanıtlayabildiği görülmüştür. Entelektüel ihtiyaç, matematiksel bilgiler, matematiğe ilişkin inançlar ve tutum gibi faktörlerin öğrencilerin düşünme yollarını ve matematik okuryazarlığı performanslarını etkilediği görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Sistematiik çeşitleme, DNR çerçevesi, Düşünme yolları, Matematik okuryazarlığı, PISA.

## **ABSTRACT**

### **INVESTIGATION OF SUPPORTING MATHEMATICAL LITERACY THROUGH SYSTEMATIC VARIATION PROBLEMS VIA TEACHING EXPERIMENT**

**Fatma KIZILTOPRAK**

**Department of Mathematics Education**

**Anadolu University, Institute of Educational Sciences, March, 2017**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Tangül KABAEL**

In this research, it was aimed to examine and support the ways of thinking in the process of problem solving and the "mathematical literacy" skills through the support of "problem solving" and "reasoning and argument" competencies of eighth grade students in a learning environment involving variation problems. For this purpose, teaching experiments were carried out from qualitative research methods. An open-ended data collection tool was implemented to 237 student to identify the participants' knowledge and competencies prior to the study. As a result of qualitative descriptive analysis of data collected through open-ended data collection, teaching experiments were conducted with seven students who were thought to be at different levels in terms of reasoning and argument competence. The results of the research show that students have difficulty in reflecting the high level of reasoning skills and do not trust their own reasoning. Nevertheless, it has been seen that students' ways of thinking in problem solving showed the development and change towards the more demanding ones, and math literacy performances improved. As a result of the research, even the weakest student was able to respond to mathematical literacy materials at the second level. Factors such as intellectual needs, mathematical knowledge, math beliefs and attitudes were found to influence students' ways of thinking and mathematical literacy performances.

**Keywords:** Systematic variation, DNR framework, Ways of thinking, Mathematical literacy, PISA.

## ÖNSÖZ

Günümüzde 21. yüzyıl becerileri kapsamında ifade edilen en önemli becerilerden biri matematik okuryazarlığıdır. Çağa ayak uyduran, gelişmiş ülkelerin hedefledikleri toplumlarda yer alan bireylerde bulunması istendik becerilerden olan matematik okuryazarlığı bireylerin matematiği gerçek yaşam bağlamlarında kullanabilme kapasitesi ile ilgilidir. Bu çalışmada matematik okuryazarlığı kadar önemli ve değerli görülen problem çözme ve muhakeme yeterliliklerinin desteklenmesinin matematik okuryazarlığını nasıl desteklediği ve öğrencilerin matematik okuryazarlığı becerilerinin gelişimini incelenmiştir.

Bu çalışmanın yürütülmesinde ve sonuçlandırılmasında pek çok kişinin desteği ve katkısı olmuştur. Bu kişilerin başında gelen, tez çalışmam ve akademik çalışmalarım süresince sınırsız desteği ile her zaman yanımda olan, bilgisini, deneyimini ve kaynaklarını paylaşan değerli danışmanım sayın Doç. Dr. Tangül KABAEL'e tez çalışmalarım süresince yol gösterdiği, rehberlik ettiği, emek ve katkı sağladığı için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Doktora tez çalışmalarım sürecinde tanıdığım, akademik tecrübelerini ve manevi desteğini hiç bir zaman esirgemeyen, samimiyeti ve değerli görüşleri ile bana yol gösteren değerli hocam sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a tezime olan katkıları için çok teşekkür ederim.

Doktora eğitimim ve tez çalışmalarım süresince önerileri ve görüşleri ile çalışmamın zenginleşmesine, fikirlerimin netleşmesine değerli görüşleri veengin bilgisi ile katkı sağlayan değerli hocam sayın Doç. Dr. Ali ERSOY'a tezime olan katkıları için teşekkürü bir borç bilirim.

Lisans öğrenimimden bu yana tanıdığım, derslerini zevkle takip ettiğim, tez savunma sürecimde yer alan ve değerli görüşleri ile tezime katkı sağlayan çok değerli hocam sayın Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tezimi savunma sürecinde yer alan ilgisi, nezaketi, yapıcı eleştirileri ve değerli görüşleri ile tezimin daha açık ve anlaşılır bir hale gelmesinde katkı sağlayan sayın Yrd. Doç. Dr. Emre Ev ÇİMEN'e çok teşekkür ederim.

Tez çalışmamın uygulama aşamasının hayata geçirilmesine ve yürütülmesine olanak sağlayan Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğüne, ortaokullarda görev yapan idareciler ile öğretmenlere ve yine bu okullarda öğrenim gören öğrenciler ile ailelerine çalışmama olan katkıları için teşekkürlerimi sunarım.

Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonuna tezimin proje kapsamında desteklenmesinden ve sağladıkları teknik destekten ötürü teşekkür ederim.

Doktora eğitimim süresince bilgileri ve öğretme istekleri ile bugünlere gelmemde emekleri olan Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalında görev yapan çok değerli hocalarıma saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Doktora eğitimim süresince dayanışma ve işbirliği ile çalıştığım, sıkıntılarımı paylaştığım doktora ve yüksek lisans yapan tüm arkadaşlarıma, zorlandığımda yanımda oldukları ve yardımlarını esirgemedikleri için sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

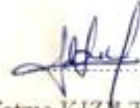
Maddi manevi olarak her koşulda yanımda olan ve beni destekleyen sevgili eşim Ayhan KIZILTOPRAK başta olmak üzere beni benden çok düşünen tüm sevdiklerime ve aileme çok teşekkür ederim.

Eskişehir, 2017

Fatma KIZILTOPRAK

### ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı” yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

  
Fatma KIZILTOPRAK



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

|                                                                |                                  |
|----------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| BAŞLIK SAYFASI .....                                           | i                                |
| JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI .....                                    | Hata! Yer işareti tanımlanmamış. |
| ÖZET .....                                                     | iii                              |
| ABSTRACT .....                                                 | iv                               |
| ÖNSÖZ .....                                                    | v                                |
| ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....               | Hata! Yer işareti tanımlanmamış. |
| İÇİNDEKİLER.....                                               | viii                             |
| TABLolar DİZİNİ.....                                           | xiii                             |
| ŞEKİLLER DİZİNİ.....                                           | xiv                              |
| GÖRSELLER DİZİNİ .....                                         | xv                               |
| KISALTMALAR DİZİNİ .....                                       | xx                               |
| 1. GİRİŞ .....                                                 | 1                                |
| 1.1. Matematik Okuryazarlığı.....                              | 1                                |
| 1.1.1. Matematik okuryazarlığı nedir? .....                    | 2                                |
| 1.1.2. PISA- Uluslararası öğrenci değerlendirme programı ..... | 6                                |
| 1.1.2.1. PISA 2003 matematik okuryazarlığı çerçevesi.....      | 7                                |
| 1.1.2.2. PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesi.....      | 10                               |
| 1.2. Problem ve Problem Çözme .....                            | 15                               |
| 1.2.1. Problem çözmenin önemi .....                            | 16                               |
| 1.2.2. Problem çözmenin amaçları .....                         | 17                               |
| 1.2.3. Problem çözmenin rolü .....                             | 17                               |
| 1.2.3.1. Problem çözme için öğretim.....                       | 18                               |
| 1.2.3.2. Problem çözmeye ilişkin öğretim.....                  | 18                               |
| 1.2.3.3. Problem çözme yoluyla öğretim .....                   | 18                               |

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.2.4. Problem çözme modelleri.....                                          | 19 |
| 1.2.4.1. Polya'nın problem çözme modeli .....                                | 19 |
| 1.2.4.2. Schoenfeld (1985) problem çözme süreci.....                         | 21 |
| 1.2.4.3. Schoenfeld'in (1985) problem çözme çerçevesi .....                  | 22 |
| 1.2.5. Problem çözme stratejileri.....                                       | 23 |
| 1.3. Muhakeme Yoluyla Matematik Okuryazarlığının Desteklenmesi .....         | 24 |
| 1.4. Çeşitlemelerle Öğretim .....                                            | 28 |
| 1.5. DNR Çerçevesi.....                                                      | 31 |
| 1.6. Araştırmanın Amacı .....                                                | 42 |
| 1.7. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç .....                                     | 42 |
| 1.8. Araştırmanın Sınırlılıkları .....                                       | 45 |
| 1.9. Araştırmanı Sayıtları.....                                              | 45 |
| 2. YÖNTEM.....                                                               | 47 |
| 2.1. Araştırma Modeli .....                                                  | 47 |
| 2.1.1. Nitel araştırma yaklaşımı.....                                        | 47 |
| 2.1.1.1. Öğretim deneyi.....                                                 | 49 |
| 2.2 Katılımcılar .....                                                       | 50 |
| 2.2.1. Ön uygulama aşamasının katılımcıları.....                             | 50 |
| 2.2.2. Esas uygulama katılımcılarının seçimi .....                           | 51 |
| 2.2.3. Araştırmacı-öğretmen .....                                            | 54 |
| 2.2.4. Gözlemci .....                                                        | 55 |
| 2.3. Verilerin Toplanması.....                                               | 55 |
| 2.3.1. Ön uygulama aşamasının analizi.....                                   | 57 |
| 2.3.2. Ön uygulama aşamasından elde edilen bulgular .....                    | 57 |
| 2.3.3. Ön uygulama aşamasının sonuçları .....                                | 60 |
| 2.3.4. Esas uygulama aşaması .....                                           | 60 |
| 2.4. Çeşitlemelerle Problem Çözme Etkinliklerini İçeren Öğretim Bölümleri .. | 61 |

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 2.4.1. Problemlerin özellikleri.....                            | 62  |
| 2.4.2. Öğrenci rolü .....                                       | 63  |
| 2.4.3. Öğretmen rolü.....                                       | 63  |
| 2.4.4. Öğretim bölümlerinin planlanması.....                    | 64  |
| 2.5. Veri Toplama Araçları .....                                | 66  |
| 2.5.1. AUVTA [Açık uçlu veri toplama aracı].....                | 66  |
| 2.5.1.1. AUVTA problemlerinin analizleri.....                   | 69  |
| 2.5.2. SGVTA [Son görüşme veri toplama aracı] .....             | 74  |
| 2.5.3. Klinik görüşmeler .....                                  | 77  |
| 2.5.4. Değerlendirme görüşmeleri .....                          | 78  |
| 2.5.5. Çalışma kâğıtları.....                                   | 78  |
| 2.5.6. Öğrenci günlüğü .....                                    | 79  |
| 2.5.7. Araştırmacı günlüğü.....                                 | 79  |
| 2.5.8. Gözlem .....                                             | 80  |
| 2.6. Verilerin Analizi.....                                     | 80  |
| 3. BULGULAR VE YORUMLAR.....                                    | 82  |
| 3.1. Doğu'nun Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular ..... | 82  |
| 3.1.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 82  |
| 3.1.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 98  |
| 3.1.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 109 |
| 3.1.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 116 |
| 3.2. Barış'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular ..... | 118 |
| 3.2.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 118 |
| 3.2.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 129 |
| 3.2.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 140 |
| 3.2.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 148 |
| 3.3. Gül'ün Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular .....   | 150 |

|                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 150 |
| 3.3.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 157 |
| 3.3.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 168 |
| 3.3.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 175 |
| 3.4. Hazal'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular ..... | 177 |
| 3.4.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 177 |
| 3.4.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 183 |
| 3.4.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 194 |
| 3.4.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 202 |
| 3.5. Zülal'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular ..... | 204 |
| 3.5.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 204 |
| 3.5.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 210 |
| 3.5.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 221 |
| 3.5.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 229 |
| 3.6. İrem' in Problem Çözme Sürecine İlişkin Bulgular .....     | 231 |
| 3.6.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 231 |
| 3.6.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 247 |
| 3.6.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 256 |
| 3.6.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 263 |
| 3.7. Fuat'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular .....  | 265 |
| 3.7.1. Ön klinik görüşme bulguları .....                        | 265 |
| 3.7.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular .....               | 285 |
| 3.7.3. Son klinik görüşme bulguları .....                       | 294 |
| 3.7.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları.....                   | 300 |
| 4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER .....                            | 302 |
| 4.1. Sonuçlar .....                                             | 302 |
| 4.1.1. Muhakeme ve argüman yeterliliğine ilişkin sonuçlar ..... | 304 |

|                                                         |     |
|---------------------------------------------------------|-----|
| 4.1.2. Düşünme yollarına ilişkin sonuçlar.....          | 304 |
| 4.1.3. Matematik okuryazarlığına ilişkin sonuçlar ..... | 306 |
| 4.2. Tartışma .....                                     | 307 |
| 4.3. Öneriler .....                                     | 309 |
| 4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler.....                 | 309 |
| 4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler .....   | 310 |
| KAYNAKÇA.....                                           | 312 |

## **EKLER**

## **ÖZGEÇMİŞ**

## TABLÖLAR DİZİNİ

### Sayfa

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tablo 1.1.</b> PISA 2003 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi .....                           | 8  |
| <b>Tablo 1.2.</b> PISA 2003 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesindeki Yetenek Kümeleri .....     | 9  |
| <b>Tablo 1.3.</b> Matematiksel Süreçler ve Bu Süreçlerin İçerdiği Bir Takım Etkinlikler ..... | 13 |
| <b>Tablo 2.1.</b> Katılımcıların Gruplara Göre Dağılımı.....                                  | 52 |
| <b>Tablo 2.2.</b> Araştırma Verisi Toplama Takvimi .....                                      | 55 |
| <b>Tablo 2.3.</b> Ön Uygulama Sonucunda Okullardaki Öğrencilerin Gruplara Göre Dağılımı ..... | 58 |
| <b>Tablo 2.4.</b> AUVTA’da Yer Verilen Problemlerin Düzeyleri.....                            | 69 |
| <b>Tablo 2.5.</b> Son görüşmelerde kullanılan problemlerin beceri düzeyleri .....             | 74 |
| <b>Tablo 2.6.</b> Katılımcı öğrenciler ile yapılan görüşmelerin süreleri .....                | 78 |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

|                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 1.1. Matematik Okuryazarlığı Modeli .....                                                                      | 3   |
| Şekil 1.2. Uzmanlığın İç İç Geçmiş Bileşenleri.....                                                                  | 4   |
| Şekil 1.3. KOM Projesi “Yeterlilik Çiçeği” .....                                                                     | 5   |
| Şekil 1.4. Pratikte Matematik Okuryazarlığı .....                                                                    | 8   |
| Şekil 1.5. PISA 2012 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi Genel Özellikleri .....                                       | 11  |
| Şekil 1.6. Araştırmanın kavramsal çerçevesi.....                                                                     | 44  |
| Şekil 2.1. Veri Toplama Süreci .....                                                                                 | 56  |
| Şekil 2.2. PISA matematik okuryazarlığı ölçeği ve problemlerin güçlük düzeyleri .....                                | 67  |
| Şekil 2.3. PISA 2003 problem çözme okuryazarlığı ölçeği ve problemlerin güçlük düzeyleri.....                        | 68  |
| Şekil 2.4. PISA matematik okuryazarlığı ölçeği ve problemlerin güçlük düzeyleri .....                                | 75  |
| Şekil 4.1. Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığı Problemlerini Çözmede Başvurdukları Düşünme Yolları ..... | 306 |

## GÖRSELLER DİZİNİ

### Sayfa

|                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.1.</b> Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü .....          | 82  |
| <b>Görsel 3.2.</b> Kaykay 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü.....                     | 83  |
| <b>Görsel 3.3.</b> Kaykay 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü.....                     | 86  |
| <b>Görsel 3.4.</b> Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü.....                     | 87  |
| <b>Görsel 3.5.</b> Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun ikinci çözümü .....             | 89  |
| <b>Görsel 3.6.</b> Kitaplık problemine ilişkin Doğu'nun çözümü .....                    | 90  |
| <b>Görsel 3.7.</b> Derin Dondurucu birinci alt problemine ilişkin Doğu'nun çözümü ..... | 92  |
| <b>Görsel 3.8.</b> Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü .....           | 94  |
| <b>Görsel 3.9.</b> Kitaplık Sistemi ikinci alt problemine ilişkin Doğu'nun çözümü ..... | 96  |
| <b>Görsel 3.10.</b> Doğu'nun Boy problemine ilişkin yanıtı .....                        | 100 |
| <b>Görsel 3.11.</b> Doğu'nun günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri .....     | 100 |
| <b>Görsel 3.12.</b> Doğu'nun ikinci öğretimde görev 6 ya ilişkin çözümü .....           | 102 |
| <b>Görsel 3.13.</b> Doğu'nun Bisikletler problemine ilişkin yanıtı .....                | 103 |
| <b>Görsel 3.14.</b> Doğu'nun günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri .....      | 103 |
| <b>Görsel 3.15.</b> Doğu'nun Soygunlar problemine ilişkin yanıtı .....                  | 106 |
| <b>Görsel 3.16.</b> Doğu'nun günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....      | 106 |
| <b>Görsel 3.17.</b> Doğu'nun Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı.....           | 108 |
| <b>Görsel 3.18.</b> Doğu'nun günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 109 |
| <b>Görsel 3.19.</b> Doğu'nun araba gezintisi problemine ilişkin yanıtı .....            | 110 |
| <b>Görsel 3.20.</b> Doğu'nun En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....             | 112 |
| <b>Görsel 3.21.</b> Doğu'nun Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı.....    | 113 |
| <b>Görsel 3.22.</b> Doğu'nun En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı .....             | 115 |
| <b>Görsel 3.23.</b> Doğu'nun Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı.....    | 116 |
| <b>Görsel 3.24.</b> Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....         | 119 |
| <b>Görsel 3.25.</b> Kaykay 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....                   | 119 |
| <b>Görsel 3.26.</b> Kaykay 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....                   | 120 |
| <b>Görsel 3.27.</b> Kaykay 3 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....                   | 122 |
| <b>Görsel 3.28.</b> Kitaplık problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....                   | 124 |
| <b>Görsel 3.29.</b> Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....          | 125 |
| <b>Görsel 3.30.</b> Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....          | 126 |



|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.31.</b> Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü .....       | 127 |
| <b>Görsel 3.32.</b> Barış'ın Boy problemine ilişkin yanıtı .....                      | 131 |
| <b>Görsel 3.33.</b> Barış'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri .....   | 131 |
| <b>Görsel 3.34.</b> Barış'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri.....     | 134 |
| <b>Görsel 3.35.</b> Barış'ın Görev 6'ya ilişkin çözümü.....                           | 136 |
| <b>Görsel 3.36.</b> Barış'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı .....                | 137 |
| <b>Görsel 3.37.</b> Barış'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 137 |
| <b>Görsel 3.38.</b> Barış'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri.....   | 140 |
| <b>Görsel 3.39.</b> Barış'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemine ilişkin yanıtı ..... | 143 |
| <b>Görsel 3.40.</b> Barış'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....           | 144 |
| <b>Görsel 3.41.</b> Barış'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı.....    | 145 |
| <b>Görsel 3.42.</b> Barış'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı .....           | 146 |
| <b>Görsel 3.43.</b> Barış'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı ..... | 148 |
| <b>Görsel 3.44.</b> Gül'ün Kaykay 1 problemine ilişkin çözümü .....                   | 151 |
| <b>Görsel 3.45.</b> Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü .....                   | 152 |
| <b>Görsel 3.46.</b> Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin ikinci çözümü .....            | 152 |
| <b>Görsel 3.47.</b> Gül'ün Kaykay 3 problemine ilişkin çözümleri .....                | 153 |
| <b>Görsel 3.48.</b> Gül'ün Kitaplık problemine ilişkin çözümü.....                    | 155 |
| <b>Görsel 3.49.</b> Gül'ün Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü.....           | 155 |
| <b>Görsel 3.50.</b> Gül'ün Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü.....          | 156 |
| <b>Görsel 3.51.</b> Gül'ün birinci öğretimin dördüncü görevine ilişkin çözümü .....   | 157 |
| <b>Görsel 3.52.</b> Gül'ün Boy problemine ilişkin yanıtı.....                         | 158 |
| <b>Görsel 3.53.</b> Gül'ün günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri.....      | 159 |
| <b>Görsel 3.54.</b> Gül'ün Bisikletler problemine ilişkin yanıtı.....                 | 161 |
| <b>Görsel 3.55.</b> Gül'ün günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri .....      | 161 |
| <b>Görsel 3.56.</b> Gül'ün Soygunlar problemine ilişkin yanıtı .....                  | 164 |
| <b>Görsel 3.57.</b> Gül'ün günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri.....       | 165 |
| <b>Görsel 3.58.</b> Gül'ün Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı .....          | 167 |
| <b>Görsel 3.59.</b> Gül'ün günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 168 |
| <b>Görsel 3.60.</b> Gül'ün En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı.....              | 170 |
| <b>Görsel 3.61.</b> Barış'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı.....    | 172 |
| <b>Görsel 3.62.</b> Gül'ün En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı.....              | 173 |
| <b>Görsel 3.63.</b> Gül'ün Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı.....    | 175 |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.64.</b> Hazal'ın Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü .....                 | 178 |
| <b>Görsel 3.65.</b> Hazal'ın Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü .....                 | 179 |
| <b>Görsel 3.66.</b> Hazal'ın Kitaplık problemine ilişkin çözümü .....                 | 180 |
| <b>Görsel 3.67.</b> Hazal'ın Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü .....        | 181 |
| <b>Görsel 3.68.</b> Hazal'ın Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin çözümü .....        | 182 |
| <b>Görsel 3.69.</b> Hazal'ın Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü .....       | 183 |
| <b>Görsel 3.70.</b> Hazal'ın Boy problemine ilişkin yanıtı .....                      | 185 |
| <b>Görsel 3.71.</b> Hazal'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri .....   | 186 |
| <b>Görsel 3.72.</b> Hazal'ın Bisikletler problemine ilişkin yanıtı .....              | 188 |
| <b>Görsel 3.73.</b> Hazal'ın günlüğünden İkinci öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 189 |
| <b>Görsel 3.74.</b> Hazal'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı.....                 | 191 |
| <b>Görsel 3.75.</b> Hazal'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 192 |
| <b>Görsel 3.76.</b> Hazal'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı .....        | 194 |
| <b>Görsel 3.77.</b> Hazal'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri.....   | 194 |
| <b>Görsel 3.78.</b> Hazal'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....           | 196 |
| <b>Görsel 3.79.</b> Hazal'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı.....    | 197 |
| <b>Görsel 3.80.</b> Hazal'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı .....           | 199 |
| <b>Görsel 3.81.</b> Hazal'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı .....           | 201 |
| <b>Görsel 3.82.</b> Hazal'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı ..... | 202 |
| <b>Görsel 3.83.</b> Zülal'ın Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü .....                 | 205 |
| <b>Görsel 3.84.</b> Zülal'ın Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü .....                 | 206 |
| <b>Görsel 3.85.</b> Zülal'ın Kitaplık problemine ilişkin çözümü .....                 | 207 |
| <b>Görsel 3.86.</b> Zülal'ın Derin dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü .....        | 207 |
| <b>Görsel 3.87.</b> Zülal'ın Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin çözümü .....        | 208 |
| <b>Görsel 3.88.</b> Zülal'ın Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü .....       | 209 |
| <b>Görsel 3.89.</b> Zülal'ın Boy problemine ilişkin yanıtı .....                      | 211 |
| <b>Görsel 3.90.</b> Zülal'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri .....   | 212 |
| <b>Görsel 3.91.</b> Zülal'ın ikinci öğretim görev 4'e ilişkin yanıtı .....            | 214 |
| <b>Görsel 3.92.</b> Zülal'ın Bisikletler problemine ilişkin yanıtı .....              | 214 |
| <b>Görsel 3.93.</b> Zülal'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri.....     | 215 |
| <b>Görsel 3.94.</b> Zülal'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı.....                 | 217 |
| <b>Görsel 3.95.</b> Zülal'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 218 |
| <b>Görsel 3.96.</b> Zülal'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı .....        | 220 |

|                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.97.</b> Zülal'in günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri.....                           | 220 |
| <b>Görsel 3.98.</b> Zülal'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....                                   | 222 |
| <b>Görsel 3.99.</b> Zülal'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....                                   | 223 |
| <b>Görsel 3.100.</b> Zülal'in Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı.....                           | 225 |
| <b>Görsel 3.101.</b> Zülal'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı .....                                  | 227 |
| <b>Görsel 3.102.</b> Zülal'in Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı .....                        | 228 |
| <b>Görsel 3.103.</b> İrem'in Kaykay 1 Problemine İlişkin Çözümü.....                                          | 232 |
| <b>Görsel 3.104.</b> İrem'in Kaykayın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Çözümü.....                               | 234 |
| <b>Görsel 3.105.</b> İrem'in Kitaplık Problemine İlişkin Çözümü .....                                         | 236 |
| <b>Görsel 3.106.</b> İrem'in Kitaplık Sisteminin İkinci Problemine İlişkin Çözümü .....                       | 241 |
| <b>Görsel 3.107.</b> İrem'in Ön Görüşme Sonrası Yazdığı Günlüğünde Matematiğe İlişkin Tutum ve İnançları..... | 243 |
| <b>Görsel 3.108.</b> İrem'in Ön Görüşme Sonrası Yazdığı Günlüğünde Problemlere İlişkin Düşünceleri .....      | 244 |
| <b>Görsel 3.109.</b> İrem' in Boy problemine ilişkin yanıtı .....                                             | 248 |
| <b>Görsel 3.110.</b> İrem'in günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri .....                           | 249 |
| <b>Görsel 3.111.</b> İrem'in Bisikletler problemine ilişkin yanıtı .....                                      | 251 |
| <b>Görsel 3.112.</b> İrem'in günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri .....                            | 251 |
| <b>Görsel 3.113.</b> İrem'in Soygunlar problemine ilişkin yanıtı .....                                        | 253 |
| <b>Görsel 3.114.</b> İrem'in günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....                            | 254 |
| <b>Görsel 3.115.</b> İrem'in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı .....                                | 256 |
| <b>Görsel 3.116.</b> İrem'in günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri.....                           | 256 |
| <b>Görsel 3.117.</b> İrem'in Hangi Araba problemine ilişkin yanıtı .....                                      | 257 |
| <b>Görsel 3.118.</b> İrem'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı .....                                   | 258 |
| <b>Görsel 3.119.</b> İrem'in Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı .....                           | 259 |
| <b>Görsel 3.120.</b> İrem'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin ilk yanıtı .....                               | 261 |
| <b>Görsel 3.121.</b> İrem'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtının devamı .....                         | 262 |
| <b>Görsel 3.122.</b> İrem'in Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı .....                         | 263 |
| <b>Görsel 3.123.</b> Fuat'ın Kaykayın Birinci Alt Problemine İlişkin Çözümü.....                              | 265 |
| <b>Görsel 3.124.</b> Fuat'ın Kaykayın İkinci Alt Problemine İlişkin Çözümü .....                              | 267 |
| <b>Görsel 3.125.</b> Fuat'ın Kaykayın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Çözümü .....                              | 269 |
| <b>Görsel 3.126.</b> Fuat'ın Kitaplık Problemine İlişkin Çözümü .....                                         | 271 |
| <b>Görsel 3.127.</b> Fuat'ın Derin Dondurucunun Birinci Alt Problemine İlişkin Çözümü .                       | 273 |

|                      |                                                                  |     |
|----------------------|------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Görsel 3.128.</b> | Fuat'ın Derin Dondurucunun 2 Problemine İlişkin Çözümü .....     | 277 |
| <b>Görsel 3.129.</b> | Fuat'ın Kitaplık Sistemi 1 Problemine İlişkin Çözümü .....       | 280 |
| <b>Görsel 3.130.</b> | Fuat'ın Boy problemine ilişkin yanıtı.....                       | 287 |
| <b>Görsel 3.131.</b> | Fuat'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri.....    | 287 |
| <b>Görsel 3.132.</b> | Fuat'ın Bisikletler problemine ilişkin yanıtı.....               | 289 |
| <b>Görsel 3.133.</b> | Fuat'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 290 |
| <b>Görsel 3.134.</b> | Fuat'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı.....                 | 291 |
| <b>Görsel 3.135.</b> | Fuat'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....    | 292 |
| <b>Görsel 3.136.</b> | Fuat'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı .....        | 294 |
| <b>Görsel 3.137.</b> | Fuat'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri .....  | 294 |
| <b>Görsel 3.138.</b> | Fuat'ın Hangi Araba problemine ilişkin yanıtı.....               | 295 |
| <b>Görsel 3.139.</b> | Fuat'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı.....            | 296 |
| <b>Görsel 3.140.</b> | Fuat'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı.....            | 298 |
| <b>Görsel 3.141.</b> | Fuat'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı ..... | 299 |

## KISALTMALAR DİZİNİ

|              |                                                                                                    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>AUVTA</b> | : Açık Uçlu Veri Toplama Aracı                                                                     |
| <b>CCSSM</b> | : Common Core State Standards for Mathematics                                                      |
| <b>DNR</b>   | : Duality, Necessity and Repeated Reasoning                                                        |
| <b>MEB</b>   | : Milli Eğitim Bakanlığı                                                                           |
| <b>NCTM</b>  | : National Council Teacher of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)                  |
| <b>OECD</b>  | : Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü)   |
| <b>PISA</b>  | : The Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) |
| <b>SGVTA</b> | : Son Görüşme Veri Toplama Aracı                                                                   |
| <b>TEOG</b>  | : Temel Öğretimden Orta Öğretime Geçiş                                                             |

## 1. GİRİŞ

Bu bölümde bu araştırma kapsamıyla ilgili olan matematik okuryazarlığı, muhakeme, DNR (Duality, Necessity and Repeated Reasoning) çerçevesi, çeşitlemelerle öğretim, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi ve ihtiyaç, araştırmanın sınırlılıkları, araştırmanın sayıltıları ve ilgili araştırmalara yönelik açıklamalar yer almaktadır.

### 1.1. Matematik Okuryazarlığı

Teknolojinin ve bilimin sürekli olarak gelişip genişlediği günümüz dünyası, bireylerin giderek karmaşıklaşan günlük yaşantılarla baş edebilmek için çeşitli temel becerilere sahip olmasını gerektirmektedir. Bu temel beceriler arasında kuşkusuz en önemli ve temel olan becerilerden biri de okuryazarlık becerisidir. Okuryazarlık terimi son yıllarda farklı alanlarda sıklıkla kullanılmakta ve bilimsel okuryazarlık, matematik okuryazarlığı, teknoloji okuryazarlığı, finansal okuryazarlık, dijital okuryazarlık, görsel okuryazarlık... vb. gibi çağın gereksinimlerine uygun olarak çok çeşitli okuryazarlık türlerinden bahsedilmektedir. Okuryazarlığın ölçülmesi ve değerlendirmesine yönelik olarak Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (Organization for Economic Co-operation and Development [OECD]) tarafından yürütülen Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA], yapılan en geniş ölçekli ve güvenilir tarama araştırmalarından biri olarak kabul edilmektedir.

PISA değerlendirmelerinde okuryazarlık terimi, bireylerin temel derslerde kazandıkları bilgi ve becerileri gerekli oldukları yerde ve zamanda kullanabilme, çeşitli bağlamlardaki problemleri analiz ve muhakeme edebilme, elde ettiği sonuçları etkili biçimde aktarabilme şeklinde ele alınmaktadır (Akyüz ve Satıcı, 2013, s. 504). PISA uygulamaları ile değerlendirilen okuryazarlık alanları okuma becerileri okuryazarlığı, bilimsel (fen) okuryazarlık ve matematik okuryazarlığıdır. OECD (2003, s. 27-28), karmaşık ve hızla değişen toplumlara ve çağa ayak uyduran ulusların tekrarlayan fiziksel işgücü yerine matematiksel düşünebilen vatandaşlara diğer bir deyişle matematik okuryazar bir ulusa ihtiyacı olduğunu vurgulamaktadır.

Matematik okuryazarlığı bireylere matematiğin dünyada oynadığı rolü fark etme ve yapıcı, ilgili ve yansıtıcı vatandaşlar olarak iyi temellendirilmiş yargılarda bulunmada ve gerekli kararları vermede yardımcı olmaktadır (OECD, 2010a, s. 4; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011, s. 13). OECD her ülkenin, karmaşık ve hızla değişen toplumlara ayak uydurabilmek için matematik okuryazar bir ulusa ihtiyacı olduğunu

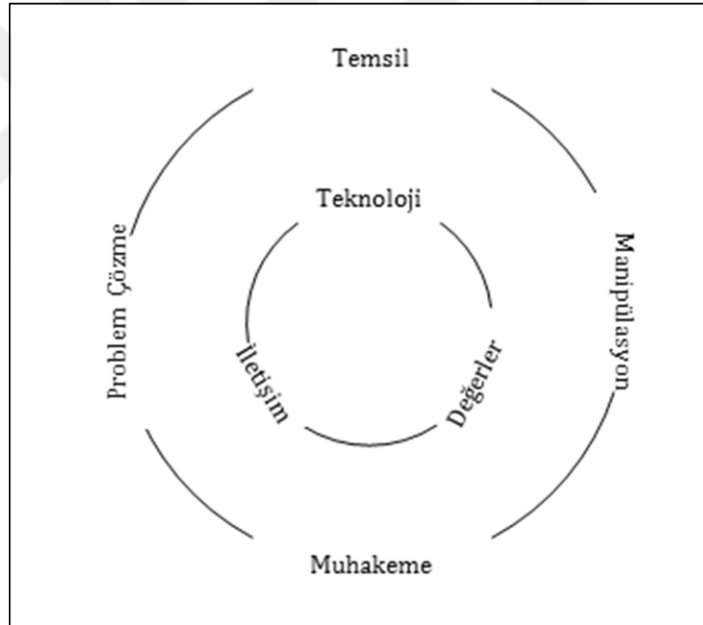
vurgulamaktadır (OECD, 2003, s. 27). OECD’ ye göre çağa ayak uyduran ulusların tekrarlayan fiziksel işgücü yerine matematiksel düşünebilen vatandaşlara ihtiyaçları vardır. Özgen ve Bindak (2008, s. 519) matematik okuryazarlığının öneminin kişinin temel bilgi ve becerileri kazanmasının yanında matematik ile ilgili düşünmesinin, problem çözmesinin, matematiğe karşı olumlu tutum içinde olmasının ve matematiğin gerçek yaşamdaki önemini takdir etmesinin hedeflenmesinden kaynaklandığını belirtmiştir.

### **1.1.1. Matematik okuryazarlığı nedir?**

Matematik eğitimi alanında matematik okuryazarlığı terimi ile ilişkili, benzer ya da eş anlamlı olarak kullanılan “sayısal yetenek (numeracy)” “niceliksel okuryazarlık (quantitative literacy)” “matematiksel uzmanlık (mathematical proficiency)” gibi farklı terimlerin olduğu görülmektedir. Bazı araştırmacılar bu terimleri eş anlamlı olarak kullanırken bazıları bu terimler arasında ayırım yapmaktadır (Niss & Jablonka, 2014, s. 392 ). Örneğin matematik okuryazarlığı ile eş anlamlı olarak Avusturalya’da ve İngiltere’ de “sayısal yetenek (numeracy)”, Amerika’da ise “niceliksel okuryazarlık (quantitative literacy)” terimlerinin kullanıldığı belirtilmektedir (Gatabi, Stacey & Gooya, 2012; Turner, 2012; Niss & Jablonka, 2014). Ülkemizde ise bu terimlerin içerdiği anlamların matematik okuryazarlığı çatısı altında toplandığı söylenebilir.

Matematik okuryazarlığı terimi ilk olarak okulların matematik okuryazarlığını tüm öğrenciler için sağlaması gerektiğini belirten Amerika Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi’nin (National Council Teacher of Mathematics [NCTM]) (1944) “Savaş Sonrası Planı’nda yer bulmuş ve ilerleyen yıllardaki raporlarında da kullanılmış ancak bunların hiçbirinde açıkça tanımlanmamıştır (Niss& Jablonka, 2014, s. 391). Diğer yandan Pugalee (1999, s. 19) NCTM’in (1989) matematik okuryazarlığını niceliksel anlamlandırmalar gerektiren matematiksel ve teknolojik etkilerin artışından kaynaklanan toplumsal bir ihtiyaç olarak tanımladığını belirtmiştir. Bununla birlikte NCTM (1989) standartlarında tüm öğrenciler için matematik okuryazarlığını geliştirmeye hizmet edecek, öğrencilerin bilgilerini edindikleri ve kullandıkları beş süreç belirlenmiştir (Pugalee, 1999, s. 19; Niss& Jablonka, 2014, s. 391). Bunlar sırasıyla, matematiğe değer verme, matematik yapmadaki yeteneklerine güvenme, matematiksel problemleri çözme, matematiksel olarak iletişim kurma ve matematiksel muhakeme yapma şeklindedir.

Pugalee (1999, s. 19), NCTM (1989)'un süreçlerinin gömülü olduğu, matematik okuryazarlığının gelişiminde zorunlu olan çeşitli süreçler arasındaki iç ilişkileri gösteren ve bu beş sürecin gelişimini kolaylaştıran kolaylaştırıcıların tanımlandığı bir matematik okuryazarlığı modeli geliştirmiştir. Şekil 1.1' de gösterilen bu modelde birbiri içinde iki halka sunulmuş olup, dış halkada matematik yapmada önemli olan süreçler olarak temsil etme, manipüle etme, muhakeme yapma ve problem çözmeye yer verilirken iç halkada matematik yapmanın kolaylaştırıcıları olarak sunulan iletişim, teknoloji ve değerlere yer verilmiştir. Model matematik okuryazarlığının gelişimindeki süreçler ve kolaylaştırıcıların birbiriyle bağlantılı olduğunu göstermektedir. Matematik okuryazarlığı bu süreçlerin kompleks bir etkileşimidir. Okuryazarlığın farklı düzeyleri olsa da modeldeki her bir sürecin gelişimi zorunludur.



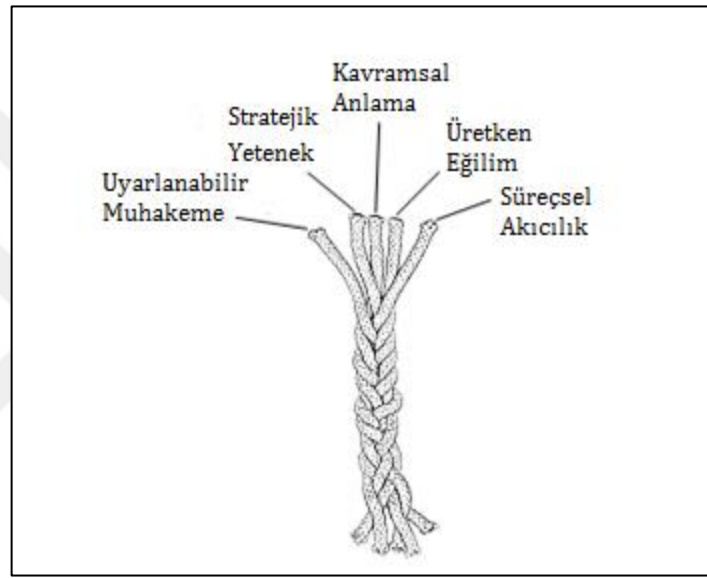
**Şekil 1.1.** *Matematik Okuryazarlığı Modeli*

**Kaynak:** Pugalee, 1999, s. 20.

Matematik okuryazarlığı ile ilişkili olarak ele alınan terimlerden bir diğeri Kilpatrick, Swafford ve Findell (2001, s. 115) tarafından ileri sürülen ve matematiği başarılı bir şekilde öğrenmek için gerekli olan beş bileşenden oluşan matematiksel uzmanlık terimidir. Matematiksel uzmanlığın kavramsal anlama bileşeni matematiksel kavramların, işlemlerin ve ilişkilerin kavranmasını içermektedir. Süreçsel akıcılık



prosedürlerin esnek, geçerli, etkili ve uygun bir şekilde yürütülme becerisi olarak tanımlanırken stratejik yetenek matematiksel problemleri çözme temsil etme ve formüle etme yeteneği olarak ele alınmıştır. Uyarlanabilir muhakeme ile mantıksal düşünme, yansıtma, açıklama ve doğrulama kapasitesi işaret edilmiş, üretken eğilim matematiği akla uygun, kullanışlı ve kayda değer görme eğilimi olarak ifade edilmiştir. Bu bileşenler iç içe geçmiştir ve matematiksel uzmanlığın gelişiminde birbirine bağımlıdır. Matematiksel uzmanlığın bileşenleri Şekil 1.2’ de gösterilmiştir.

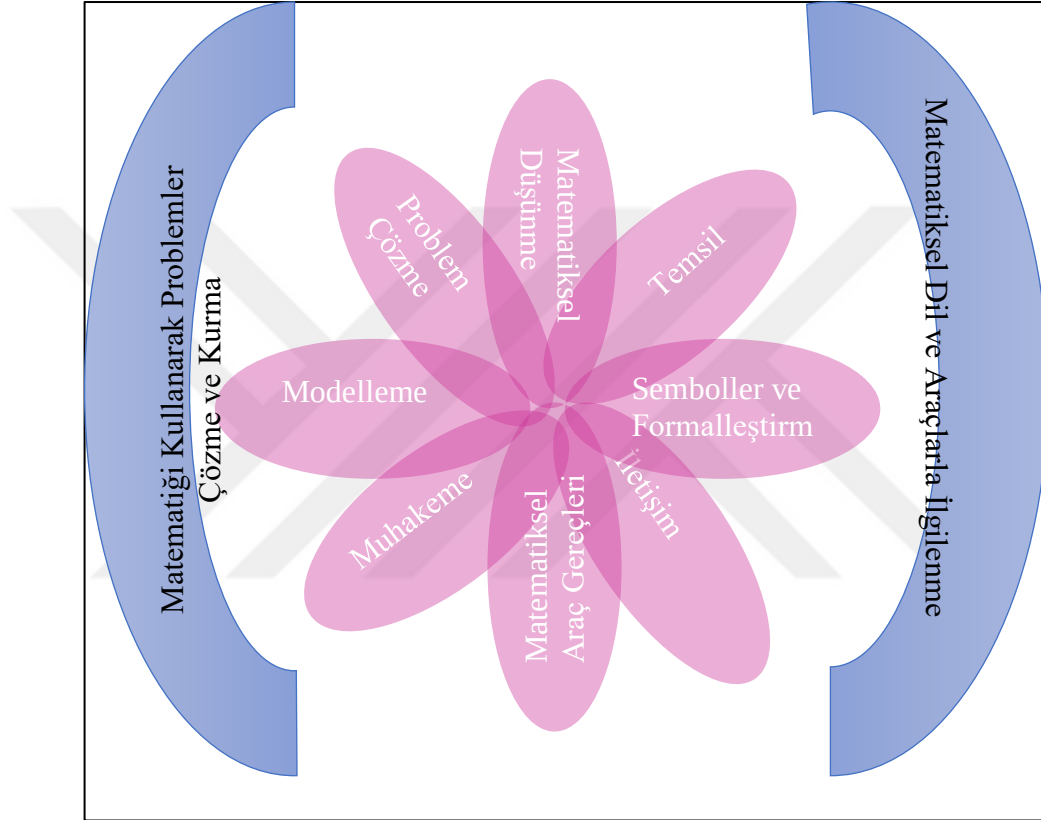


**Şekil 1.2.** *Uzmanlığın İç İçe Geçmiş Bileşenleri*

**Kaynak:** Kilpatrick vd., 2001, s. 117.

Matematik okuryazarlığı ile ilişkili olarak ele alınan terimlerden bir diğeri ise 1990’ların sonunda Danimarka KOM Projesi ile Niss (1999) tarafından geliştirilmiş matematiksel yeterlilik terimidir. Matematiksel yeterlilik matematiğin bir rolü olduğu ya da olabileceği matematik içi ya da dışı bağlam ve durumlarda matematiği anlama, değerlendirme, kullanma ve matematik yapma anlamında ele alınmıştır (Niss, 2003, s. 7. Ayrıca bu bağlam ya da durumlarda bir bireyin bilgiyi temel alan bir tutumla uygun bir şekilde davranma kapasitesi ve hazırbulunuşludur (Niss & Jablonka, 2014, s. 393). Matematiksel yeterliliğin yapı taşları olan ve matematiksel yeterlilikler olarak adlandırılan bileşenleri en önemli özelliklerdir. Bu yeterlilikler; matematiksel düşünme, problem çözme, modelleme, muhakeme, matematiksel araç gereçleri kullanma, iletişim,

semboller ve formalleştirme ve temsil olmak üzere sekiz kategoride toplanmaktadır. Matematiksel yeterlilikler ne öğrenenlerin matematiğine ne de öğretilecek matematiğe özellikle odaklanmamakta ve bu bağlamda kapasite, eğilim, tutum gibi kişisel özellikler de vurgulanmamaktadır (Niss & Jablonka, 2014, s. 393). KOM projesindeki matematiksel yeterlilik modeli Şekil 1.3’ te görülmektedir.



**Şekil 1.3.** KOM Projesi “Yeterlilik Çiçeği”

**Kaynak:** Niss ve Højgaard, 2011, s. 1.

Matematik okuryazarlığı ile ilişkili olmakla birlikte matematiksel uzmanlık ve matematiksel yetenekler matematik okuryazarlığından daha kapsamlı olarak görülmektedir. Matematik okuryazarlığı matematiksel olmayan problemleri çözmede matematiğin bir araç olarak kullanılmasına odaklanırken, matematiksel yetenek (mathematical competence) ve matematiksel uzmanlık (mathematical proficiency), matematiksel ve matematiksel olmayan problemleri çözme kapasitesini içeren matematikte uzmanlaşmanın ne anlama geldiğine daha geniş bir perspektiften bakmaktadır (Niss & Jablonka, 2014, s. 392).

Matematik okuryazarlığı teriminin tanımlarının geniş bir aralığa yayıldığı görülmektedir. Bazı tanımlarda matematik okuryazarlığı bir durumu anlamak ya da verilen bir problemi çözmek için matematiksel seçimler yapma ihtiyacı olarak ele alınırken, bazılarında durumlar belli matematiksel içerik ve süreçlerin kullanıldığı araçlar olarak görülmektedir (Jablonka, 2003, s. 78- 79). Edge (2003, s. 1) matematik okuryazarlığını bireyin günlük hayatındaki ve iş hayatındaki çeşitli olgu, beceri, süreç ve temel uygulamaları içeren, özellikle kültürel ve sosyal düzeylerdeki bazı yeteneklerini belirten matematiksel işlevlerinin kapasitesi olarak tanımlamıştır. MEB (2005, s. 7) ise matematik okuryazarlığını, matematiğin gerçek yaşamda nasıl kullanılabileceğini görme ve gereksinimlerini karşılamak için matematikten yararlanma gücü olarak ele almıştır. Martin (2007, s. 28) tarafından yapılan bir başka tanım bireyin hayatın içindeki problemleri düşünmesi, analiz etmesi, formülleştirerek açık ve kesin ifade etmesi ve çözmesi şeklindedir. Matematik okuryazarlığının alan yazında kullanılabilecek ortak tanımının yapılmasına yönelik çalışmalar matematik okuryazarlığının farklı yönlerini vurgulamaktadır. Bununla birlikte matematik okuryazarlığını açık bir şekilde tanımlamaya yönelik ilk girişimin ilk PISA çerçevesinde OECD (1999) tarafından yapıldığı belirtilmektedir (Niss& Jablonka, 2014; Turner, 2012).

OECD (2003, s. 24), matematik okuryazarlığını, bireyin dünyada matematiğin oynadığı rolü anlama ve belirleme, iyi temellendirilmiş yargılarda bulunma, yapıcı, ilgili ve düşünceli birer vatandaş olarak şimdiki ve gelecekteki hayatındaki ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde matematikle meşgul olma kapasitesi olarak tanımlamıştır. Bu tanımda ilişkin gelen eleştiriler (örneğin; Goldenberg, 2014) doğrultusunda PISA 2012’ de matematik okuryazarlığı yeniden düzenlenerek, çeşitli bağlamlarda bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlanmıştır. Bu kapasite matematiksel olarak akıl yürütmeyi, bir olguyu açıklamak ve tahmin edebilmek için matematiksel kavramları, işlemleri ve araçları kullanmayı içermektedir (MEB, 2011, s. 13).

### **1.1.2. PISA- Uluslararası öğrenci değerlendirme programı**

OECD tarafından yürütülen PISA öğrencilerin başarı düzeylerini artırmak, eğitim politikalarının öğrenci üzerindeki etkisini görmek, eğitim sistemini daha işlevsel hale getirebilmek, eğitim kalitesini yükseltmek amacıyla, 15 yaş grubu öğrencilerinin okuma, matematik, problem çözme ve fen alanlarındaki okuryazarlık düzeylerinin

değerlendirilmesi için yapılan bir tarama araştırmasıdır (OECD, 2004a, s.20). İlk PISA uygulaması 2000 yılında uygulamaya konulmuş ve okuma alanındaki okuryazarlık becerileri geniş kapsamlı olarak değerlendirilmiştir. Her üç yılda bir tekrarlanan PISA uygulamalarında daha sonraki yıllarda sırasıyla matematik okuryazarlığı ve problem çözme okuryazarlığı (2003) ve fen okuryazarlığı (2006) alanlarına ağırlık verilmiştir ve bu döngü devam etmektedir. Şimdiye kadar yapılan uygulamalar arasından PISA 2003 ve PISA 2012 uygulamalarında matematik okuryazarlığı ve problem çözme okuryazarlığı alanlarına ağırlık verilmiştir.

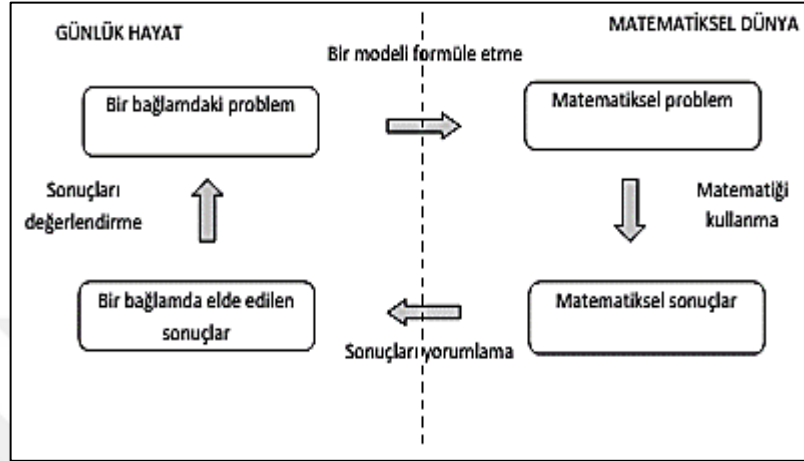
PISA çalışmalarının bir sonucu olarak matematik okuryazarlığına verilen önem artmaktadır. Jones (2005, s. 71), PISA 2003 uygulamasının matematik eğitimi topluluğunda aniden değil dikkat çekmeden etkili olduğunu ileri sürmüştür. Buna paralel olarak PISA uygulamalarına katılan ülke sayısı da giderek artmaktadır. 2000 yılında yapılan ilk PISA uygulamasına katılan 32 ülkeden 28'i OECD üyesidir. En son yapılan PISA 2012 uygulamasına ise 34'ü OECD üyesi olmak üzere toplam 65 ülkenin katıldığı bilinmektedir. Türkiye OECD üyesi bir ülke olarak PISA 2003 uygulamasından bu yana bu uygulamalara katılmaktadır. Türkiye'nin matematik okuryazarlığını ölçmeyi amaçlayan PISA sınavlarında almış olduğu sonuçlar öğrencilerin ortalamasının altında bir performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır (OECD, 2004a; 2007; 2010b).

2003'ten beri katıldığımız dört PISA sınavının (2003, 2006, 2009, 2012) da sonuçlarına göre Türkiye son sıralarda yer almaktadır. Öğrencilerimizin performanslarındaki az miktarda artış olsa da ülkemiz son on ülke arasında yer almıştır. 2003'ten bu yana ülkemizin matematikte düzey 1 ve altı öğrenci oranı azalmış olmasına rağmen bu oranın hâlâ OECD ülkelerinin ortalamasındaki düzey 1 ve altı öğrenci oranının neredeyse iki katı olduğu görülmektedir (MEB, 2013, s. 28). Berberoğlu (2007, s. 11 ) matematik okuryazarlığında en üst düzeydeki öğrenci oranları açısından birçok ülkeden farklı olmayan ya da daha iyi durumda olan ülkemizin en büyük sorununun en alt yeterlik düzeyinin de altındaki öğrenci sayılarının fazlalığı olduğunu ileri sürmüştür.

#### **1.1.2.1. PISA 2003 matematik okuryazarlığı çerçevesi**

PISA öğrencilerin analiz etme, muhakeme yapma ve matematiksel fikirlerle etkili bir şekilde iletişim kurma kapasiteleri kadar çeşitli durumlardaki matematiksel problemleri yorumlama, çözme, formüle etme ve kurmalarını da incelemektedir (OECD, 2004a, s. 37). Böyle bir problem çözme yaklaşımı öğrencilerin okul ve yaşam deneyimleri

ile kazanmış oldukları yetenek ve becerileri kullanmalarını gerektirmektedir. Bununla birlikte tüm PISA uygulamalarının matematik okuryazarlığı çerçevelerinin merkezinde matematikleştirme süreci yer almaktadır (OECD, 2004a; 2010a; 2014; Turner, 2012).



**Şekil 1.4.** *Pratikte Matematik Okuryazarlığı*

**Kaynak:** MEB, 2011, s. 13.

PISA 2003 matematik okuryazarlığı çerçevesi üç önemli bileşenden oluşmaktadır ve bu bileşenler Tablo 1.1’de verilmiştir (OECD, 2003, s.30). Bunlardan ilki problemlerin oluşturulduğu durumlar ya da bağlamlardır. İkinci bileşen problemleri çözmek için gerekli olan, belirli kapsamlı fikirler üzerine düzenlenmiş matematiksel içeriktir. Üçüncü ve en önemli bileşen ise matematik ile problemlerin oluşturulduğu gerçek yaşam arasında ilişki kurmak ve böylece problemleri çözmek için etkinleştirilmesi gerekli olan yeteneklerdir.

**Tablo 1.1.** *PISA 2003 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi*

| Durumlar/ Bağlamlar  | Matematiksel İçerik  | Yetenek Kümeleri |
|----------------------|----------------------|------------------|
| Kişisel              | Cebir                | Yeniden Üretme   |
| Eğitimsel ve mesleki | Uzay ve şekil        | İlişkilendirme   |
| Yerel ya da küresel  | Değişim ve ilişkiler | Yansıtma         |
| Bilimsel             | Olasılık             |                  |

**Kaynak:** OECD, 2003, s. 30.

Bu yeteneklerin tanımlanması ve incelenmesinde Niss (1999) tarafından ortaya koyulan matematiksel yeterlilikler çerçevesi kullanılmıştır (OECD, 2003, s.40). Yetenek

kümelerinin her biri bu matematiksel yeterlilikler çerçevesinde ayrı ayrı ele alınmıştır. Bu şekilde yetenek kümeleri oluşturulmasının farklı problemlerin gerektirdiği farklı düzeylerdeki ve türdeki bilişsel gereksinimlerin tartışılmasında uygun temel sağladığı belirtilmektedir (OECD, 2004a, s.40). Ayrıca matematik okuryazarlığı alanındaki her bir problem bu yetenek kümelerinden biriyle ilişkilendirilmiştir. Yetenek kümeleri arasındaki farklılıklar Tablo 1.2’ de sunulmuştur.

**Tablo 1.2. PISA 2003 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesindeki Yetenek Kümeleri**

| Yeniden Üretme                                                                                | İlişkilendirme                                                                                              | Yansıtma                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Standart temsil ve tanımlar<br>Rutin hesaplamalar<br>Rutin prosedürler<br>Rutin problem çözme | Modelleme<br>Standart problem çözmeye<br>dönüştürme ve yorumlama<br>Çok sayıda iyi tanımlanmış<br>yöntemler | Kompleks problem çözme ve<br>kurma<br>Yansıtma ve sezgi<br>Orijinal matematiksel yaklaşım<br>Çok sayıda kompleks yöntem<br>Genelleme |

**Kaynak:** OECD, 2003 s. 49.

Yeniden üretme yetenek kümesindeki yetenekler alıştırma yapılan bilgilerin yeniden üretilmesini içermektedir. Bu yetenekler; matematiksel gerçeklerin ve genel problem temsillerinin bilgisi, eşitliklerin tanınması, alışıldık matematiksel nesne ve özelliklerin bir araya getirilmesi, rutin prosedürlerin gerçekleştirilmesi, standart algoritmaların ve teknik becerilerin uygulanması, sembol içeren ifadelerin ve standart formdaki formüllerin manipüle edilmesi ve hesaplamaların yapılmasıdır (OECD, 2003, s. 42; 2004a, s.41). Öğrencilerden istenilen en basit görevlerde bu tür beceriler gerekli olabilmektedir (MEB, 2005, s. 7). Bu yetenek kümesi ile sınıflandırılan problemler; alıştırma yapılan bilgilerin yeniden üretilmesi ve rutin işlemlerin yapılması gibi anahtar kelimelerle tanımlanabilir (OECD, 2003, s. 43).

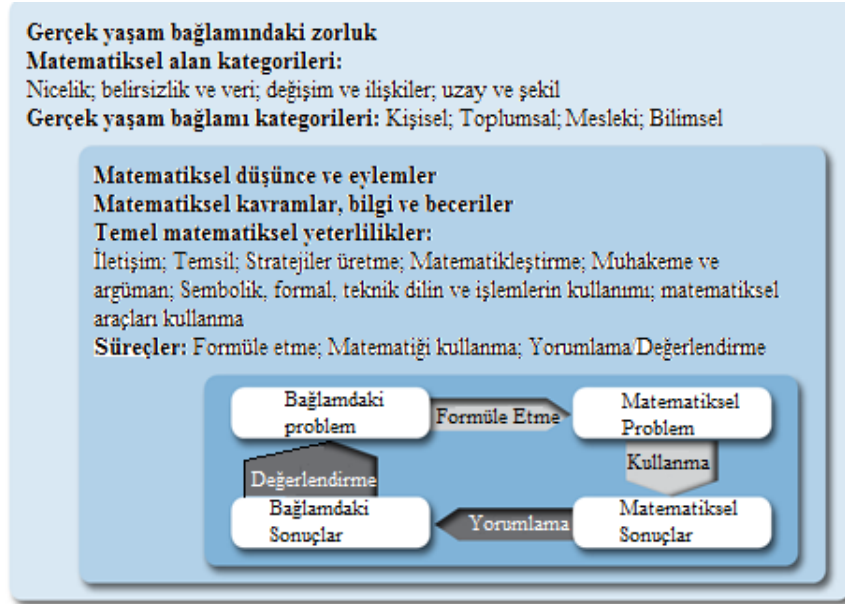
İlişkilendirme kümesindeki yetenekler, yeniden üretme kümesindeki yeteneklere göre daha karmaşıkken yansıtma kümesindeki yeteneklere göre daha alt düzeydedir. Tamamen rutin olmayan ama yine de alışıldık uyarlamaların olduğu durumlardaki problemlerin çözülmesinde bu yetenekler yeniden üretme kümesindeki yeteneklerin üzerine inşa edilmiştir (OECD, 2004a, s.41). Rutin problemlerin dışına çıkma, farklı durumları yorumlama ve bunlar arasında ilişki kurmayı gerektiren becerilerdir ve genellikle orta güçlükte problemlerde kullanılır (MEB, 2005, s. 7). Bu problemler;

düzenleme, ilişkilendirme ve alıştırma yapılan bilgilerin kısmen genişletilmesi gibi anahtar kelimelerle tanımlanabilir (OECD, 2003, s. 44).

Yansıtma kümesindeki yetenekler ilişkilendirme kümesindeki yeteneklerin ötesindedir. Öğrenciden bir takım yansıtma ve iç görü sergilemesini gerektiren, aynı zamanda ilişkili olduğu matematiksel kavramların belirlenmesinde ve ilgili bilgilerin ilişkilendirilmesinde yaratıcılık gerektiren görevler bu yetenekleri gerektirmektedir (OECD, 2004a, s. 41). Bu yetenekler bir problemi çözmek için kullanılan ya da gerekli olan süreçler hakkında öğrencinin yansıtıcılığını içermektedir ve daha fazla bileşen içeren problem durumlarında öğrencilerin çözüm stratejileri planlama ve uygulama yetenekleri ile ilişkilidir (OECD, 2003, s. 46). Problemdeki matematiksel öğelerin belirlenmesi ve ilişkilendirilmesinde öğrencinin yaratıcılık göstermesi istenmektedir ve bu yetenek kümesi ile sınıflandırılan problemler genellikle en zor problemlerdir (MEB, 2005, s. 7). Bu problemler; üst düzey muhakeme (advanced reasoning), argümantasyon, soyutlama, genelleme, yeni bağlamlarda yapılan modelleme gibi anahtar kelimelerle tanımlanabilir (OECD, 2003, s. 47).

#### **1.1.2.2. PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesi**

PISA 2012' de yeniden düzenlenen ve Şekil 1.5' te sunulan matematik okuryazarlığı çerçevesinde yer alan temel yapılar biri diğerinin içinde yer alan üç kutu ile modellenmiştir (OECD, 2014; s. 37). Bu modelde yer alan en büyük kutu matematik okuryazarlığının gerçek yaşamda ortaya çıkan bir problem ya da zorluk bağlamında değerlendirildiğini göstermektedir. Ortadaki kutu problemi çözmek için kullanılabilecek matematiksel düşünme ve eylemlerin doğasına ışık tutmakta ve en küçük kutu ise problem çözen bireyin bir çözüm oluşturmak için kullandığı süreçleri tanımlamaktadır. PISA 2012 matematik okuryazarlığı çerçevesinde yapılan değerlendirme üç farklı açıdan ele alınmaktadır. Bunlar, kullanılan matematiksel içerik, matematiksel süreçler ve bağlamlardır (MEB, 2011, s. 13).



**Şekil 1.5.** *PISA 2012 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesi Genel Özellikleri*

**Kaynak:** OECD, 2014; s. 37.

PISA 2012 de kullanılan matematiksel içerik alanları; değişim ve ilişkiler, uzay ve şekil, nicelik ve belirsizlik ve veri konularıdır. PISA 2003 matematik okuryazarlığı çerçevesinde ele alınan içerik alanlarından cebir yerine nicelik, olasılık yerine belirsizlik ve veri alanlarının getirildiği görülmektedir. Matematiksel süreçler; bireyin problemi çözmek için problemin bulunduğu bağlamı matematikle ilişkilendirmesini ve aynı zamanda bu süreçleri oluşturan becerileri ifade etmektedir. Kullanılan bağlamlar ise, değerlendirme maddelerinin problem durumlarının yer aldığı bağlamlardır. PISA 2012 de kullanılan bağlamlar; kişisel, mesleki, toplumsal ve bilimsel olmak üzere dört farklı kategoride ele alınmıştır (MEB, 2011, s. 13).

Matematik okuryazarlığına genel anlamda okul ve sosyal yaşamda kazanılan matematiksel bilginin günlük yaşamda kullanılması olarak bakıldığında, matematik okuryazarlığının değerlendirilmesindeki güçlük ortaya çıkmaktadır. PISA çalışmasında matematik okuryazarlığının değerlendirileceği matematiksel içerik bilgisi için, çeşitli problem durumlarını ortaya çıkaran, matematiksel kavramların ve yöntemlerin gelişimini destekleyen matematiksel olguya dayandırılarak bir yapı oluşturulmuştur. Bu yapıda matematiksel içerik; nicelikler arasındaki ilişkileri ve örüntüleri içeren “nicelik”, uzamsal ve geometrik çalışmaları içeren “uzay ve şekil”; değişkenler arasındaki ilişkileri içeren “değişim ve ilişkiler”, olasılıkları, istatistiksel olayları ve durumları içeren “belirsizlik ve



veri” alanlarını kapsamaktadır. PISA matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesinde de maddelerin odaklandığı içerik alanı belirtiliyor olmasına karşın, aynı soruda birden fazla içerik alanından matematiksel bilgilerin de kapsanabileceğini önemle vurgulanmaktadır. Örneğin “değişim ve ilişkiler” alanından bir sorunun geometrik nesneler arasındaki ilişkileri içerdiği görülebilmektedir. PISA çerçevesinde ele alınan bu dört içerik alanında temel olarak 14 matematik konusunun desteklendiği belirtilmektedir. Bunlar; fonksiyonlar, cebirsel ifadeler, denklem ve eşitsizlikler, koordinat sistemleri, iki ve üç boyutlu geometrik nesneler arasındaki ilişkiler, ölçme, sayı ve birim, aritmetik işlemler, yüzde, oran, orantı, sayma prensipleri, tahmin, veri toplama, temsil etme ve yorumlama, veri çeşitliliği ve tanımlama, örnekler ve örnekleme, olasılık şeklindedir.

PISA 2003’de yetenek kümeleri olarak ele alınan bileşen, PISA 2012’nin matematik okuryazarlığı tanımında bireyin formüle etme, matematiği kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak ele alınan matematiksel süreçler şeklinde düzenlenmiştir. Önceki PISA uygulamalarında yetenek kümeleri altında sınıflandırılan problemlerin PISA 2012 uygulamasıyla birlikte matematiksel süreçler altında sınıflandırıldığı görülmektedir. Bu süreçlerin modelleme döngüsünün (matematikleştirme süreci) aşamaları temel alınarak belirlendiği, problemlerin sınıflandırılmasının ise baskın süreçler ve bu süreçlerde ortaya çıkan sonuçlara göre yapıldığı belirtilmektedir (OECD, 2014, s. 39). Matematiksel süreçler ve bu süreçlerin içerdiği bir takım etkinlikler Tablo 1.3’ te sunulmuştur (OECD, 2013, s. 28-29; MEB, 2011, s. 16-17). Bununla birlikte bu süreçlerde değişen düzeylerde kullanılan matematiksel yetenekler de düzenlenmiştir. Bu yetenekler, iletişim, matematik diline aktarma, temsil ile gösterim, akıl yürütme ve çıkarsama yapma, farklı stratejiler oluşturma ve kullanma, matematiksel dili ve işlemleri kullanma ve matematiksel araçları kullanma biçiminde ifade edilmiştir (OECD, 2013, s. 30). Matematiksel yetenekler hem matematik okuryazarlığı için temel oluşturmakta, hem de matematiksel davranışı ifade etmede önemli bir araç olarak kullanılmaktadır (OECD, 2010a, s. 18; MEB, 2011, s. 17).

**Tablo 1.3. Matematiksel Süreçler ve Bu Süreçlerin İçerdiği Bir Takım Etkinlikler**

| <b>Durumların Matematiksel Olarak Formüle Edilmesi</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Matematiksel Kavramları, Gerçekleri, Prosedürleri Kullanma ve Muhakeme Yapma</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>Matematiksel Çıktıları Yorumlama, Uygulama ve Değerlendirme</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Gerçek yaşam bağlamında oluşturmuş bir problemin matematiksel boyutlarının ve önemli değişkenlerinin belirlenmesi,</li> <li>Problemlerdeki/ durumlardaki matematiksel yapıların belirlenmesi,</li> <li>Bir durumun/ problemin matematiksel analize uygun olabilmesi için sadeleştirilmesi</li> <li>Bağlamdan elde edilen matematiksel modellerin ve sadeleştirilmelerin altındaki varsayımların ve sınırlılıkların belirlenmesi,</li> <li>Uygun değişken, sembol, şekil ve modelleri kullanarak bir durumun matematiksel olarak temsil edilmesi,</li> <li>Bir problemin uygun varsayımlar yapılarak ve matematiksel kavramlara göre düzenlenerek farklı bir yolla temsil edilmesi,</li> <li>Bir problemin bağlama özgü dili ile onu matematiksel olarak temsil etmede gerekli sembolik formal dil arasındaki ilişkilerin açıklanması ve anlaşılması,</li> <li>Bir problemin matematiksel dile ya da bir temsile dönüştürülmesi,</li> <li>Bir problemin bilinen problemlere ya da matematiksel kavram/ gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleme,</li> <li>Bağlam içinde sunulmuş bir problemin özündeki matematiksel ilişkinin ortaya konulmasında teknolojinin kullanılması.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Matematiksel çözümlere ulaşmak için stratejilerin geliştirilmesi ve uygulanması,</li> <li>Yaklaşık ya da kesin sonuçları bulmaya yardımcı olacak teknolojiyi de içeren matematiksel araçların kullanılması,</li> <li>Çözümleri bulmada matematiksel gerçeklerin, kuralların, algoritmaların ve yapıların uygulanması,</li> <li>Sayıların, grafiklerin, istatistiksel verilerin ve bilgilerin, cebirsel ifade ve denklemlerin, geometrik temsillerin manipüle edilmesi,</li> <li>Matematiksel diyagram, grafik ve yapıların oluşturulması ve bunlardan matematiksel bilgilerin çıkarılması,</li> <li>Çözüm bulma sürecinde</li> <li>Matematiksel grafik ve diyagram olufarklı temsillerin kullanılması ve bunlar arasında geçiş yapılması,</li> <li>Çözümleri bulmak için uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genellemeler yapılması,</li> <li>Matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve matematiksel sonuçların açıklanması ve doğrulanması.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Bulunan matematiksel sonucun gerçek yaşam bağlamında yorumlanması,</li> <li>Gerçek yaşam bağlamındaki bir problemin matematiksel çözümün akla yatkinliğinin değerlendirilmesi,</li> <li>Sonuçların nasıl uygulanması gerektiği ile ilgili bağlamsal yargılarda bulunmak için gerçek yaşamın matematiksel bir prosedür ya da modelin hesaplamalarını ve çıktılarını nasıl etkileyeceğinin anlaşılması,</li> <li>Matematiksel bir sonuç ya da çıkarımın problem bağlamında neden anlamlı olduğunu ya da olmadığını açıklanması,</li> <li>Matematiksel kavramların ve çözümlerin kapsamlarını ve sınırlarının anlaşılması</li> <li>Bir problemi çözmede kullanılan modelin sınırlılıklarının belirlenmesi ve eleştirilmesi.</li> </ul> |

Matematik okuryazarlığı tanımındaki formüle etme kapasitesi matematiksel süreçlerden ilki olan durumların matematiksel olarak formüle edilmesine işaret etmektedir (OECD, 2010a, s. 15). Bu süreçte bireyler problemleri analiz etmek ve çözmek için gerekli olan matematiksel bilgiyi belirler, gerçek yaşam bağlamında verilen problemi matematiksel olarak ifade eder, problemle ilgili matematiksel yapıları, temsilleri oluşturur ve problemdeki varsayımlar ve sınırlılıkları anlamlandırarak muhakeme yaparlar (OECD, 2013, s. 28). Tanımda yer alan matematiği kullanma kapasitesi ise, matematiksel kavramları, gerçekleri, prosedürleri kullanma ve muhakeme yapma sürecine işaret etmektedir (OECD, 2010a, s. 16). Bu süreçte bireyler matematiksel bir çözüm bulmak ve sonuç elde etmek için gerekli olan matematiksel prosedürleri gerçekleştirirler (OECD, 2013, s. 28). Okuryazarlık tanımında yer alan matematiği yorumlama kapasitesi matematiksel çıktıları yorumlama, uygulama ve değerlendirme sürecine işaret etmekte olup matematiksel çözüm veya sonuçların değerlendirilmesini ve problem durumları içinde yorumlanmasını içermektedir (OECD, 2010a, s. 17). Bu süreç, matematiksel sonucun gerçek dünyada tekrar yorumlanması ve bu bağlamda uygunluğunun değerlendirilmesi yoluyla matematiksel bir süreç veya modelin çıktılarının gerçek dünyaya etkilerinin anlaşılmasını kapsamaktadır (MEB, 2011, s.17.).

15 yaş grubu öğrencilerin zorunlu eğitim sonunda, günümüz bilgi toplumunda ve gelecekteki yaşamlarında karşılaşılabilecekleri durumlar karşısında ne ölçüde hazırlıklı yetiştirildiklerini belirlemek amacıyla geliştirilmiş olan PISA uygulamalarında değerlendirilen matematik okuryazarlığının önemi yukarıda açıkça ortaya konulmuştur. Soyut matematik öğrenimi bireyi matematiği gerçek yaşam durumlarına uygulayabilecek şekilde hazırladığı için matematiğin uygulamaları üzerine çalışmanın gerekli olmadığı şeklindeki yaygın ancak yanlış kanının değişmeye başladığı görülmektedir (Gatabi, Stacey ve Gooya, 2012, s. 404 ). Bu kanının yerini giderek de Lange'ın (2003, s. 80) ileri sürmüş olduğu gerçek yaşamda matematiği kullanmak için pür matematiğin zorunlu olduğu ancak yeterli olmadığı görüşü almaya başlamıştır. Türkiye'nin PISA uygulamalarında matematik okuryazarlığı alanında almış olduğu sonuçlar öğrencilerinin büyük çoğunluğunun performanslarının genellikle alt düzeylerde kaldığını göstermekte ve bu durum matematik okuryazarlığının desteklenmesi gereğini ortaya çıkarmaktadır. Matematik okuryazarlığının desteklenmesinde rol oynayabilecek pek çok etken (örn; eğitim politikaları, öğretim programları, fiziksel koşullar, teknoloji desteği... vs.) olmakta birlikte bu çalışmada çeşitli matematik okuryazarlığı çerçevelerinde (örn;

Pugalee, 1999; Niss, 1999; Kilpatrick vd. 2001; OECD, 2003; 2010a) önemli bir bileşen olarak yer verilen matematiksel yeterliliklerden muhakeme ve argüman ile problem çözme yeterliliklerinin desteklenmesi amaçlanmaktadır.

## 1.2. Problem ve Problem Çözme

Schoenfeld (1992) problemi, matematikte cevabı verilmesi gereken, kafa karıştırıcı veya çözümü açık seçik kolayca görülemeyen soru olarak nitelendirmiştir. Polya (1957) 'ya göre ise problem, hedefe en makul yoldan ulaşmak için yapılabilecek hamlelerin bilinçli olarak araştırılmasıdır. Baykul (2002, s.39) ise problem niteliği taşıyan bir durumun insan zihnini karıştırmasının (hatta ona meydan okuması) yanı sıra karşılaşılan bu durumun yeni olması (yani bireyin bu durumla daha önce karşılaşmış olmaması) gerektiğini belirtmiştir. Aynı zamanda problem öğrencide bazı etkinliklere neden olan ve böylece problem çözme sürecinde matematiği öğrendiği bir görev olarak da görülebilir (Dindyal, 2009).

Schoenfeld (1985) neyin problem olduğunu tanımlamanın zorluluğunun problemin göreceli olmasından kaynaklandığını belirtmiştir. Bazı öğrencilerin önemli ölçüde çaba harcayacakları bir görev, bazıları için rutin bir alıştırma olarak kalabilir. Bu nedenle problem olma bir matematiksel görevin yapısında var olan bir özellik değildir. Dahası bir öğrenci için bir görevi problem yapan öğrenci ile görev arasındaki özel bir ilişkidir. Bu nedenle problemi onu çözmeye çalışan birey için zorlayıcı bir görev olarak almıştır. Probleme ilişkin tanımlar incelendiğinde bir durumun problem olup olmadığının belirlenmesi öncelikle bu durumla karşılaşan bireye bağlıdır. Çünkü bir birey için problem olan bir durum bir başkası için problem olmayabilir (Baykul, 2002; Altun, 2007). Bir problemin çözümü bir birey için aşikâr ise o artık o birey için bir problem değildir. Bu nedenle görevin kendisinden bahsederken matematiksel problem yerine matematiksel görev teriminin kullanılmasının daha iyi bir fikir olduğuna inanılmaktadır.

Problem çözme bir araç olarak ele alındığında ise problem tanımının önceki tanımlardan farklılaştığı görülmektedir. Problem tanımı, herhangi bir görev ya da etkinlik tanımı olarak kabul edilmektedir. Bu bağlamda problem, öğrencilerde tek bir cevabı olduğu algısı uyandırmayan, öğrencilerin kural ya da yöntemler ezberlemediği herhangi bir görev ya da etkinlik olarak tanımlanmaktadır.

Problem çözme rutin alıştırmalarla yapılan çalışmalardan profesyonel bir şekilde matematik yapmaya kadar çok geniş bir aralıkta farklı anlamlara sahiptir (Schoenfeld, 1992). Altun (2007, s. 298), problem çözme ne yapılacağına bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilme şeklinde tanımlamaktadır. Problem çözme süreci net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapma şeklinde de açıklanabilir.

NCTM (2000) problem çözme tüm sınıf düzeylerindeki matematik programlarında beş süreç standardından biri olarak ele almıştır. Problem çözme ile ilgili NCTM standartları; problem çözme yoluyla yeni matematiksel bilgiyi inşa etme, matematikte ve diğer bağlamlarda ortaya çıkan problemleri çözme, problemleri çözmek için çeşitli uygun stratejileri uygulama, problem çözme sürecini izleme ve değerlendirmedir. Ayrıca standartlara göre öğrenciler, kendi problem çözmelerini değerlendirmek ve bunların nasıl değiştirilebileceğini, ayrıntılandırılabilirliğini, kolaylaştırılabilirliğini ve daha iyi anlaşılmasının sağlanabileceğini gözden geçirmek zorundadırlar.

### **1.2.1. Problem çözmenin önemi**

Problem çözmenin önemi matematik eğitimcileri arasında kabul edilen bir gerçektir. 1945'te Polya'nın problem çözme alanındaki çalışmalarından bu yana üzerinde en yoğun çalışılan becerilerden biri problem çözmektir. English, Lesh ve Fennewald (2008) problem çözme ile ilgili yapılan çalışmaların istenilen sonuçları vermediğini ve problem çözmeye yeni yaklaşımlara ihtiyaç duyulduğunu belirtmişlerdir. NCTM (2000) standartları da problem çözme matematik öğretiminin ayrılmaz bir parçası olarak görmekte ve matematik öğretim programlarında izole edilmiş bir bölüm gibi ele alınmaması gerektiğini vurgulamaktadır. Soylu ve Soylu (2006) ise problem çözmenin önemini açıklarken matematikte de başarılı olmanın yolunun iyi problem çözmeyle doğrudan ilgili olduğundan ve bu anlamda matematik dersinin öğretiminde ve öğrenilmesinde problem çözme sürecinin nasıl işlediğinin oldukça önemli olduğundan bahsetmişlerdir. Bu bağlamda matematiksel bilgiyi anlama ve bu bilgiler arasındaki ilişkiyi oluşturma, problem çözme sürecinde meydana geldiğini vurgulamışlardır. Ayrıca öğrenciler problem çözmenin bir sonucu olarak matematiği öğrenmektedirler (Van de Walle, 2013, s. 32). Matematiksel fikirler, problem çözme eyleminden önce öğretilmesi gereken elemanlar değil, problem çözme deneyiminin ürünleridir.

Altun (2007, s. 298), problem çözüme yetenekleri gelişmiş bireylerin bilgiyi etkin olarak kullanabildiğini ve karşılaştıkları güçlüklerle baş edebildiğini belirtmiştir. Bu bakımdan problem çözüme yetenekleri gelişmiş bir birey ile ve problem çözüme yetenekleri gelişmemiş bir birey arasındaki ayrımı bilgiyi etkili olarak kullanabilen ile bilginin taşıyıcılığını yapan bireyler şeklinde dile getirmiştir. Bu nedenle bireylerin problem çözüme becerilerinin geliştirilmesinde problem çözüme yaklaşımının sadece karşılaşılan problemleri çözmek için değil aynı zamanda öğretime hâkim bir yaklaşım olarak ele alınması ve öğrenci için bir yaşam biçimi haline getirilmesi gereklidir.

### **1.2.2. Problem çözmenin amaçları**

Problem çözmenin amaçlarının problem çözmenin rolü ile paralellik gösterdiği söylenebilir. Altun (2007, s. 299 )’a göre problem çözmenin amaçları genel amaçlar ve özel amaçlar olmak üzere iki sınıfa ayrılmaktadır. Problem çözüme öğretiminin genel amacı problem çözüme yeteneğini geliştirmektir. Burada problem çözüme amaç olarak ele alınmakta ve özel olarak ilgilenilen durumdan daha çok genel düşünme şeklini kazandırmaya odaklanılmaktadır. Problem çözmenin özel amacı ise, işlem becerisini geliştirme, sayı ve şekillerle uğraşmaya alışmaya, veri toplama ve tasnif etme, problem metnine uygun şekil ve şema çizme, matematik dilini kullanma ve matematiksel ifadeleri anlamadır. Burada problem çözmenin bir araç olarak ele alındığı görülmektedir.

### **1.2.3. Problem çözmenin rolü**

NCTM 1980 yılında “Bir Eylem Gündemi: 1980’lerin Okul Matematiği için Öneriler (An Agenda for Action; Recommendations for School Mathematics of the 1980’s)” isimli bir kitapçık yayınlamış ve problem çözmenin 1980’li yıllar için okul matematiğinin odak noktası olması gerektiğini vurgulamıştır (Schoenfeld, 1985). Bu bağlamda NCTM (1980) “ problem çözüme yaklaşımlarının matematiğin esasını ve konularını anlamada kullanılması” standardını getirmiş ve bu standart matematik öğretiminin âdeta yönünü değiştirmiştir (Baykul, 2002, s. 41). NCTM’ in bu standardı problem çözüme sürecinin matematik öğrenmede kullanılmasını gerektirmektedir. Van de Walle (2013, s. 32) de, NCTM standartlarının yayınlandığı 1989 yılından bu yana problem çözmenin öğretimde güçlü ve etkili bir araç olduğunu gösteren kanıtların giderek arttığını belirtmiştir.

Matematik eğitiminde, problem çözmenin daha bütüncül ve önemli/ öncü bir rolünün olduğu modellere doğru bir dönüşüm söz konusudur. Bu bağlamda problem çözmeye ilişkin yaklaşımların problem çözme için öğretim, problem çözmeye ilişkin öğretim ve problem çözme yoluyla öğretim olmak üzere üç başlık altında ele alındığı görülmektedir. Bu yaklaşımlar problemlerin rolünde değişimi gerektirmiştir. Burada ilk iki yaklaşım geçmişten beri uygulanmakta olan yaklaşımlarken, üçüncü yaklaşımın yapılandırmacı yaklaşımın doğası ile daha uyumlu bir anlayışı yansıttığı görülmektedir.

#### **1.2.3.1. Problem çözme için öğretim**

Bu yaklaşımda önce bir beceri öğretilir daha sonra öğrenci problem çözer. Öğrenci önce soyut kavramı öğrenir ve öğrendiği beceriyi uygulamanın bir yolu olarak problem çözmeye yönelir. Bu yaklaşım matematik öğretiminin içine işlemiştir ancak pek çok öğrencinin kavramları anlaması ve hatırlamasında başarılı olamamıştır. Problem çözme için öğretim yaklaşımı öğrencileri problem çözme ve matematik yapmada ilerletmez, geriletir. Bunun başlıca nedenleri; problemi çözebilmek için problemin ilgili olduğu ön bilgilere sahip olma, öğretmenlerin genellikle problemi çözmede kullanılacak tek bir yol sunması, problemi doğal bir şekilde kendi yollarıyla çözmek isteyen öğrencilerin gücünü azaltması, öğrencinin nasıl çözüleceğine ilişkin öğrenim görmediği yeni bir problem durumunda problemi çözmeye girişme olasılığını azaltması olabilir (Van de Walle, 2013).

#### **1.2.3.2. Problem çözmeye ilişkin öğretim**

Bu yaklaşımda öğrenci problem çözmenin aşamalarını ve problem çözme stratejilerini öğrenir. Kısacası nasıl problem çözülür sorusuna ilişkin öğrenim kast edilmektedir. Problem çözme için öğretim, öğretilecek içeriğin içine gömülebilir ancak bu problem çözme süreci ve stratejilerin öğrencilere öğretimi için zaman ayırmayı gerektirir. Van de Walle (2013), problem çözmenin işlemselleştirilmemesi, yani öğrenciye ne yapacağını söyleyerek problem çözmenin problem çözme olmaktan çıkarılmaması gerektiğini savunmaktadır.

#### **1.2.3.3. Problem çözme yoluyla öğretim**

Bu yaklaşım birinci yaklaşımın tersi yönünde bir öğretim önermektedir. Öğrenciler soyut kavramları öğrenmeleri için öncelikle gerçek bağlamlar, durumlar, problemler ve modeller ile karşılaşır ve böylece bu kavramların anlamını oluştururlar. Matematiksel

kavramlar ve işlemler en iyi problem çözme ile öğretilir. Van de Walle (2013)' ye göre bu ifade, NCTM ve matematik eğitimi araştırmacılarının şu anki düşüncelerini yansıtmaktadır. Bu yaklaşım, problem çözmenin matematiğin izole edilmiş bir parçası olarak görülmesinin önüne geçebilir. Bu bağlamda matematik öğrenimi için bir problemde üç önemli özelliğin olması gerektiğini belirtmiştir.

1. Öğrencilerin ön bilgileri ile aynı yerden başlamalıdır.
2. Problemin problematik ya da merak uyandıran yönü öğrencilerin öğreneceği matematiğe dayandırılmalıdır.
3. Problem cevaplar ve yöntemlerle ilgili açıklamaların ve doğrulamaların yapılmasını gerektirmelidir.

#### **1.2.4. Problem çözme modelleri**

Problem çözme ile ilgili alan yazına bakıldığında problem çözme sürecini açıklamaya yönelik çok sayıda model olduğu görülmektedir. Bu modellerden bazıları bilişsel, bazıları üst bilişsel modellerdir. Ayrıca pek çok model problem çözme sürecini hem bilişsel hem de üst bilişsel bileşenleri kullanarak tanımlamaktadır. Bu modellerden ilki ve en çok kabul göreni Polya'nın (1945) ortaya attığı dört basamaklı modeldir (Altun, 2007, s. 300). Bu araştırma kapsamında da araştırmanın teorik çerçevesi ile uyumlu olması nedeniyle Polya'nın dört aşamalı modeli kullanılacağı için bu model ayrıntılı olarak açıklanacak, diğer modellerden kısaca bahsedilecektir.

##### **1.2.4.1. Polya'nın problem çözme modeli**

Polya'nın problem çözme sürecine ilişkin ortaya attığı ve büyük ölçüde benimsenmiş dört aşamalı modele pek çok kaynak kitapta ve ders kitabında yer verilmiştir ve halen yer verilmektedir (Van de Walle, 2013). Polya'nın çalışmaları matematik problemlerinin çözümünde belli başlı aşamaların olduğunu ortaya koymaktadır (Baykul 2002). Bu aşamaların öğrencilere açıkça öğretilmesinin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirebileceği düşünülmektedir. Polya'nın çerçevesinin güzel yanı problemlerin kolaylığına/ zorluğuna bakılmadan sürecin her türlü probleme genellenebilir olmasıdır (Van de Walle, 2013, s. 33). Ancak bu dört aşama izole edilerek öğretilmemeli matematiksel kavramların öğreniminin içine gömülmelidir.

**Problemin Anlaşılması:** Bu aşamada problemlerin açıklanması, özetlenmesi, mümkünse şekil veya şema çizilmesi söz konusudur. Matematik problemleri verilen bazı



bilgiler ile bunlardan faydalanılarak bulunması istenilenleri içerdği için problemin açıklanması verilenler ve istenenlerin açıklanması anlamındadır. Problemin özetlenmesi ise bu içeriğin kısaltmalar ve sınıf seviyesine uygun sembollerle yazılmasını ifade eder (Baykul, 2002, s. 42). Bu aşamanın kritik davranışları:

- a. Problemde verilen ve istenenlerin neler olduğunun yazılması
- b. Problemi öğrencinin kendi cümleleri ile ifade etmesi
- c. Probleme uygun bir şekil çizilmesi
- d. Problemin özet olarak yazılması

Problemin anlaşılması aşamasında cevap bulunması gereken başlıca sorular ise (Altun, 2007, s. 300):

- a. Veriler nelerdir, koşullar nelerdir?
- b. Bilinmeyen nedir?
- c. Problemde eksik ve ya fazla bilgi var mıdır? Varsa bunlar nelerdir?
- d. Problemdeki olaylara ve ilişkilere uygun şekil çiz ve gerekli işaretlemeleri yap
- e. Problemi kısımlara (alt problemlere) ayır, her bir kısmı kendi cümleleriyle ifade et.

Problemin çözümü için bir plan yapılması: bu aşama bireyi çözüme götüren en önemli aşamadır. Problemin anlaşılması bu aşama için gerekli olmakla birlikte problemin çözümü için plan yapma da tek başına yeterli değildir. Bu aşamada öğrencinin ilgili matematiksel kavramlara sahip olması ve verilenler ile istenenler arasında ilişki kurması gerekmektedir (Baykul, 2002). Çözüm ile ilgili stratejinin seçilmesi aşamasında cevap bulunması gereken sorular ise (Altun, 2007, s. 301);

- a. Buna benzer başka bir problem daha önce çözüldü mü?
- b. Çözümde işe yarayacak bir bağlantı biliyor muyum?
- c. Bu problemi çözemiyorsam bile buna benzer daha basit bir problem ifade edip çözebilir miyim?
- d. Tasarladığım çözümde bütün bilgileri kullanmış oluyorum muyum?
- e. Bu problemin cevabını tahmin edebiliyorum muyum?
- f. Problemi kısım kısım çözebilir miyim? Her seferinde çözüme ne kadar yaklaşıyorum?

Çözüm planının uygulanması: planı doğru olarak uygulayabilen bireyler problemin sonucunu yaklaşık olarak tahmin edebilirler (Baykul, 2002, s. 42). Her basamakta yapılan işlemler kontrol edilerek problem seçilen strateji ile çözülmeye çalışılır ancak problem

seçilen strateji ile çözülemezse strateji değiştirilir (Altun, 2007, s. 302). Bu aşamanın kritik davranışları:

- a. İşlem sonuçlarının tahmin edilmesi
- b. İşlemlerin yapılması

Sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi: bu aşamada hem yapılan işlemlerin doğru yapılıp yapılmadığı hem de sonuç ile tahminin uyuşup uyuşmadığı kontrol edilmektedir (Baykul, 2002). Bu aşama sonuçların doğruluğunun kontrolünden çok daha geniş bir anlama sahiptir, süreçle ilgili bir aydınlanma safhasıdır (Altun, 2007). Süreçte neler yapıldı ve neden yapıldı sorularına odaklanılmalıdır. Sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi, hem en önemli hem de en çok zorlanılan aşama olup üçüncü aşamada ulaşılan sonucun birinci aşamada anlaşılan problemi yanıtlayıp yanıtlamadığı belirlenmektedir (Van de Walle, 2013). Bu aşamanın kritik davranışları:

- a. Problemin çözümünde başvuru işlemlerin sağlamanın yapılması
- b. Sonucun tahmin ile karşılaştırılması.

Schoenfeld (1985), Polya (1945)' nın ileri sürdüğü problem çözme modelini ve heuristik stratejileri eleştirmiş, bunların matematik eğitimindeki problem çözme araştırmalarının odağı haline geldiğinden ve problem çözmenin geliştirilmesi üzerine yapılan çalışmalarda temel alındığından bahsetmiştir. Polya' nın ileri sürdüğü heuristik stratejiler, en genel anlamda matematikçilerin bir problemin çözümünde zorlandıklarında problemi anlamak ve çözmek için başvurdukları problem çözme stratejileridir. Zor problemleri anlamlandırmak ve ilerleme kaydetmek için uyulması gereken kurallardır (Schoenfeld, 1985). Schoenfeld' e göre alanyazında yer alan çalışmalar, gösterilen ilginin gereken başarıyı sağlayamadığını ve öğrencilerin heuristikleri kullanmalarını sağlamak amacıyla yapılan öğretim girişimlerinin beklenenden daha az sonuç verdiğini göstermiştir.

Alanyazında Polya'nın (1945) problem çözme sürecinin aşamalarını ve doğasını ortaya çıkarmaya yönelik geliştirilen çeşitli modellerin olduğu görülmektedir. Bu modeller arasında en çok çalışılan ve ilgi gösterilen modelin Schoenfeld'in (1985) üst biliş ile sentezleyerek ileri sürmüş olduğu problem çözme modeli olduğu bilinmektedir.

#### **1.2.4.2. Schoenfeld (1985) problem çözme süreci**

Schoenfeld' e (1985) göre problem çözme sürecinde öğrenci problemin çözümü ile ilgili ne ve neden yaptığını biliyorsa, bu durum öğrencinin süreçle ilgili bilinçlenmesine

yardımcı olacak ve çözümle ilgili sonuca ulaşmasını ve muhakeme yapmasını sağlayacaktır. Kısaca öğrenci burada problem çözme sürecini sorgulayacak ve bu bilinçle kararlarını kontrol edebilecektir. İşte bu süreç üst bilişi oluşturmaktadır. Schoenfeld üst biliş davranışları temel alarak problem çözme sürecini 5 ayrı basamağa ayırmıştır.

**Anlama:** Problemde verilen ve istenenleri tanımlama, problemi kendi anladığı biçimde yeniden ifade etme, problemi şekil ya da şema, vb. çizerek ifade etme, problem ile ilgili önemli bilgileri not etme, daha önce çözdüğü ya da üzerinde çalıştığı benzer problemleri düşünme, verilen ve verilmeyen önemli bilgileri belirleme.

**Analiz:** Uygun bir bakış açısı seçme, problemi matematiksel olarak yeniden formüle etme, verilenler ve istenenler arasındaki ilişkileri belirleme.

**Keşfetme:** Çözüm sürecine götürmeye yardım edecek bilgileri seçip çıkarma, eğer yoksa bu tür bilgileri arama ve bulma, problemi çözebileceğine karar verme, aksi durumda başa dönme ya da vazgeçme.

**Planlama / Uygulama:** Problemin çözümü için gerekli olan uygun stratejiyi belirleme ve seçme. Seçilen planı doğru bir şekilde uygulama ve gerekli işlemleri hatasız yapma.

**Doğrulama:** Matematiksel işlemleri kontrol etme, problemde istenen sonucun elde edilip edilmediğini kontrol etme ve mantıklı olup olmadığını düşünme, çözüm için yapılan işlemleri değerlendirme ve güvenilir bir sonuca ulaşma.

Schoenfeld'in (1985) problem çözme sürecine göre öğrenci 3 soruya yanıt aramaktadır.

- Ne yapıyoruz?
- Neden bunu yapıyoruz?
- Bu yaptığımız süreç ve yöntemin bize yardımı ya da faydası nedir?

#### **1.2.4.3. Schoenfeld'in (1985) problem çözme çerçevesi**

Schoenfeld bireylerin önemli matematiksel içeriğe sahip problemler üzerinde çalışırken ne bildiklerini ve ne yaptıklarını incelemek için bir çerçeve sunmuştur. Burada amaç çözüm sürecinde nelerin yer aldığını mümkün olduğunca geçerli bir şekilde açıklamaktır. Bir matematiksel problemi çözme performansı, bireylerde mevcut olan (ve Schoenfeld'in "kaynaklar" diye adlandırdığı) temel matematiksel bilgilerin üzerine kuruludur.

Schoenfeld (1985) problem çözme davranışını açıklamak isteyenlerin dört çeşit bilgiyi göz önünde tutması gerektiğini belirtmiştir. Bunlar; kaynaklar, heuristikler, kontrol ve inanç sistemidir. Kaynaklar, bireylerin sahip olduğu temel matematiksel bilgileri ifade etmektedir. Heuristikler ile kast edilen öğrencilerin başarılı olabilmek için genel problem çözme tekniklerine aşina olmaya ihtiyaçları olduğudur. Kontrol öğrencilerin etkili olabilmek için sahip oldukları kaynakları nasıl yönetecekleri konusunda yönlendirmeye ihtiyaç duyduklarını ifade eder. Diğer bir deyişle, öğrencilerin sahip oldukları kaynakları nasıl harekete geçirdikleri ve nasıl seçtikleri ile ilgilidir. İnanç sistemleri ise hemen göze çarpmaz. En başarılı öğrencilerin bile temelde matematiksel olmayan anlayışlara sahip olduğu ve bu anlayışların problem çözme davranışlarında olumsuz etkilerinin olduğu görülmektedir.

Problem çözme öğrencilerin üretken davranışları için bir takım yönergeler sağlamak ile eş tutmamak gerekir çünkü hem problem çözmenin öğretimi hem de problem çözme performansının açıklanması çok daha karmaşıktır.

#### **1.2.5. Problem çözme stratejileri**

Problem çözme stratejileri ele alınan konu ya da bağlamdan tamamen bağımsız olarak tanımlanmaktadır. Stratejilere isim vermenin öğrencilerin kendi stratejileri hakkında konuşmalarında ve diğer stratejilerle karşılaştırmalar yapmalarında kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir (Van de Walle, 2013, s. 34). Alan yazındaki çeşitli problem çözme stratejilerinden bazı şunlardır;

- Şekil çizme, canlandırma yapma, model kullanma
- Örüntü arama/ bağıntı bulma
- Tahmin ve kontrol
- Tablo ya da liste yapma
- Daha basit bir problemden /benzer problemlerin çözümünden yararlanma
- Düzenli/ sistematik bir liste oluşturma
- Denklem yazma
- Geriye doğru çalışma
- Akıl yürütme
- Problemi küçük sayılarla ifade etme

Öğretmenler öğrencilerin kendi stratejilerini, çözümlerini uygulayarak öğrenmelerini sağlayacak yüksek nitelikli görevler (problemler) seçmeli ve öğrencilerin kendi çözümlerini ilişkilendirmelerini ve doğrulamalarını sağlayacak iyi tasarlanmış sorular sormalıdır.

### **1.3. Muhakeme Yoluyla Matematik Okuryazarlığının Desteklenmesi**

Jablonka (2015) problem çözmede kullanılan matematiksel süreçlerin/ yeteneklerin ilkelerinin öğrencilere açıkça sunulmasına izin veren matematiksel süreçler/ yetenekler ile ilgili ulaşılabilir bir çerçeve olmadığını belirtmektedir. Bununla birlikte matematiksel yeteneklerin ilkeleri açıkça belirtilmese de matematik okuryazarlığı ile ilişkilendirilen çeşitli çerçevelerde ve matematik öğretim programı standartlarında ele alındığı görülmektedir (Niss, 1999; Pugalee, 1999; NCTM, 2000; Common Core State Standards for Mathematics [CCSSM], 2010; Turner vd., 2012). Bu çerçeveler bazı bileşenler açısından birbirine benzerlik göstermektedir. Bu çerçevelerin hepsinde ortak olan becerilerin, iletişim, problem çözme ve muhakeme olduğu görülmektedir.

Niss ve Højgaard (2011) matematiksel yeteneklerden birinin matematiksel muhakeme olduğunu belirtmiştir. Bu çerçevede matematiksel muhakeme bir matematiksel kanıttaki temel fikirleri anlayabilmeyi içermekte fakat bununla sınırlı tutulmamakta ve sezgiye dayalı informal ve formal argümanlar oluşturulmasını ve uygulanmasını da içermektedir. Muhakeme yeteneği, kanıtlarla ilgili boyutları içermekle birlikte matematiksel iddiaların geçerliliğinin değerlendirilmesi ve kendini ve diğerlerini ikna etme ile de sürekli olarak ilişkilidir. Sorulara görevlere ya da problemlere verilen yanıtların doğru ve yeterli olup olmadığının belirlenmesini, cevapların ve çözümlerin savunulmasını kapsamaması muhakemenin problem çözme ve modelleme yetenekleri ile yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Niss (2003) ve Niss ve Højgaard (2011) tüm sınıf düzeylerinde matematiksel muhakemenin içerdiği bazı becerileri aşağıdaki gibi belirlemişlerdir.

- Diğerlerinin oluşturduğu argüman zincirlerinin kavranması ve değerlendirilmesi
- Matematiksel kanıtın ne olduğunun ve matematiksel muhakemenin diğer türlerinden farkının bilinmesi
- Verilen bir argüman zincirindeki temel fikirlerin ortaya çıkarılması ( ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, teknik ayrıntılarla fikirlerin ayırt edilmesi)

- Formal ve informal argümanların oluşturulması, heuristik argümanların (bir fikrin deneysel olarak doğruluğunu gösteren argümanların) geçerli kanıtlara, kanıt önermelerine dönüştürülmesi.

Bu beceriler sınıf düzeyinden bağımsız olduğu için bazılarının ortaokul öğrencileri için üst düzey kaldığı görülmektedir. Bu noktada NCTM'in (2000) ortaokul öğrencilerinin kanıt ve muhakeme ile ilişkili olarak kazanması gereken standartlara bakılmıştır. Bu standartlar;

- Düzenliliğin belirlenmesi için yapıların ve örüntülerin incelenmesi,
- Gözlenen düzenliliklere ilişkin varsayımların ve genellemelerin formüle edilmesi,
- Varsayımların test edilmesi,
- Matematiksel argümanların test edilmesi ve oluşturulması

NCTM standartlarından farklı olarak Amerika'da CCSSM (2010) standartları belirlenmiştir. Bu standartlar NCTM'in problem çözme, muhakeme ve kanıt, iletişim, temsil süreç standartları ile Kilpatrick ve diğerlerinin (2001) matematiksel uzmanlık çerçevesindeki kavramsal anlama, süreçsel akıcılık, stratejik yetenek, uyarlanabilir muhakeme ve üretken eğilim bileşenlerine dayanmaktadır. Bu standartlar (CCSSM, 2010, s. 6-8);

- Problemleri anlamlandırma ve çözmek için ısrarcı olma
- Niceliksel ve soyut muhakeme yapma
- Uygun argümanlar oluşturma ve diğerlerinin muhakemelerini eleştirme
- Matematik ile model oluşturma
- Uygun araçları stratejik bir şekilde kullanma
- Kesinliğe bakma
- Yapıları araştırma ve kullanma
- Tekrarlı muhakemedeki düzenliliği ifade etme ve araştırma

Muhakeme açısından bakıldığında bu standartlarından; niceliksel ve soyut muhakeme yapma, uygun argümanlar oluşturma ve diğerlerinin muhakemelerini eleştirme, yapıları araştırma ve kullanma ile tekrarlı muhakemedeki düzenliliğin ifade edilmesi ve araştırılması standartlarının Niss (2003) tarafından belirtilen yeteneklerle benzeştiği görülmektedir. Ayrıca Goldenberg (2014) bu standartların ve öğretilecek olan matematiksel içeriğin ilişkilendirilmesinin uygun olduğunu hatta matematik öğretiminde aritmetikten çok muhakemenin temel olması gerektiğini belirtmiştir.

Kilparick vd. (2001) tarafından ortaya atılan matematiksel uzmanlık modelin uyarlanabilir muhakeme bileşeni kavramlar ve durumlar arasındaki ilişkiler üzerine mantıklı bir şekilde düşünebilme kapasitesi olarak görülmektedir. Seçeneklerin dikkatli bir şekilde gözden geçirilmesinden kaynaklanan doğru ve geçerli bir muhakeme olup sonuçların nasıl doğrulanacağını bilmeyi içermektedir. Uyarlanabilir muhakemenin göstergelerinden biri kişinin çalışmasını doğrulayabilmesidir. Burada doğrulama yeterli neden gösterme anlamında ele alınmaktadır. Sınıf içi normlar öğrencilerin matematiksel iddialarını doğrulamalarını ve diğerlerinin anlayabileceği kadar açık bir şekilde ifade etmelerini sağlayacak şekilde düzenlenebilir. Uyarlanabilir muhakeme özellikle problem çözme sürecinde matematiksel uzmanlığın diğer bileşenleri ile etkileşim içindedir.

Ayrıca Pugalee (1999) matematiksel okuryazarlık modelinde muhakeme ve problem çözme matematik yapmada önemli olan süreçler olarak ele almaktadır. İlkokul yıllarında öğrencilerin informal düşünme biçimlerinin bazı deneyimler içermesi gerektiğini belirtilmektedir. Bu deneyimlerden bazıları mantıksal sonuçlar çıkarma; düşünmenin açıklanmasında modellerin, gerçeklerin, özelliklerin ve ilişkilerin kullanılması; cevapların ve çözüm süreçlerinin savunulması ve durumların analiz edilmesinde örüntülerin ve ilişkilerin kullanılması olarak ifade edilebilir. Ortaokulda ise muhakeme ve problem çözmenin kapsamı daha geniş ele alınmakta ve matematiğin tüm dengelimsel yapısına daha çok değer verilmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerden tümevarımsal ve tüm dengelimsel muhakemeyi anlamaları ve kullanmaları; özellikle uzamsal, orantısal ve grafiksel ilişkilere odaklanarak muhakeme sürecini anlamaları uygulamaları; varsayımları ve argümanları oluşturmaları ve test etmeleri; düşüncelerini doğrulamaları beklenmektedir..

Alanyazın taramasında matematiksel muhakemenin geliştirilmesine ilişkin çeşitli çalışmalar (Kramarski, 2003; Francisco ve Maher, 2005; Lithner, 2008) olsa da, Jablonka'nın (2015) de belirttiği gibi bu becerilerle ilgili öğretim ilkelerin ortaya konulduğu hiyerarşik bir modele rastlanmamıştır. Bununla birlikte Turner vd. (2013) tarafından PISA 2012 uygulaması matematik okuryazarlığı maddelerinin matematiksel yeterliliklere dayalı olarak analiz edilebilmesi için geliştirilmiş olan Matematik Uzmanları Grubu (Mathematics Expert Group in PISA[MEG]) madde güçlüğü kodlama çerçevesinde bu becerilerin hiyerarşik bir şekilde dört düzeyde incelendiği görülmektedir. Bu çerçevede Niss (2003) tarafından ileri sürülen düşünme ve muhakeme ile argümantasyon yetenekleri muhakeme ve argüman adı altında birleştirilmiştir. Buna göre

bir problemin gerektirdiği muhakeme ve argüman düzeyi aşağıdaki gibi tanımlanmakta ve dört kategoriden biri ile belirlenmektedir.

Tanım: Bir problemin elemanlarından çıkarımlarda bulunmak ya da verilen bir doğrulamayı kontrol etmek ya da önermeler için bir doğrulama yapmak için bu problemin elemanlarını ilişkilendiren ve araştıran mantıksal düşünme sürecidir.

- Düzey 0: verilen bilgilerden doğrudan çıkarımlar yapma
- Düzey 1: çıkarımlarda bulunmak için bilgileri birleştirme (problemde sunulan farklı bileşenleri bir araya getirme ya da problemin bir boyutunda doğrudan muhakemeyi kullanma)
- Düzey 2: çok adımlı bir argümanı oluşturmak ya da kavramak için bilginin analiz edilmesi (örneğin çeşitli değişkenlerin ilişkilendirilmesi); ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapma
- Düzey 3: çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için muhakeme zincirlerini oluşturma, kullanma, sentez yapma ya da değerlendirme; sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanma ve bu bileşenleri kombine etme

Bu çerçevede problemleri çözmede gerekli olan stratejilerin belirlenmesi, üretilmesi ve uygulanması ile ilgili olan strateji planlama (problem çözme) yeterliliğinin düzeyleri de belirlenmiştir. Bu yetenek problem çözmenin stratejik boyutuna odaklanmakta olup strateji bir problemi çözmek için probleme yaklaşımadaki herhangi bir eylemin seçimi olarak ele alınmaktadır. Bir strateji genellikle birbiriyle ilişkili adımların atıldığı bir ya da daha çok basamaktan oluşmaktadır. Uygun stratejinin belirlenmesindeki orijinallik ve yaratıcılık derecesi, çözüm sürecinin karmaşıklığının artması, stratejinin uygulanma sürecinde gerekli olan üst bilişsel kontrol sürecine olan ihtiyaç problemin gerektirdiği strateji planlama yeteneğinin artışına işaret etmektedir.

Tanım: görevlerden ya da bağlamdan doğan problemleri çözmek için matematiksel bir strateji seçilmesi ya da planlanması ve uygulanmasının kontrol edilmesidir.

- Düzey 0: gerekli stratejinin açıkça belirtildiği ya da aşikâr olduğu durumlarda doğrudan adım atılması
- Düzey 1: bir sonuca ya da çıkarıma ulaşmak için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek doğrudan bir strateji ( genellikle tek aşamalı) bulma



- Düzey 2: Çok aşamalı doğrudan bir strateji planlama ya da belirlenen stratejiyi, stratejinin kullanılmasının sürecin kontrol edilmesini gerektirdiği durumlarda, verilen bilginin dönüştürülmesi için tekrarlı olarak kullanma
- Düzey 3: stratejinin kullanımının bir sonuca ulaşmak için çözüm sürecini üst düzey izleme ve kontrol gerektirdiği durumlarda çok aşamalı bir strateji planlama; stratejileri karşılaştırma ya da değerlendirme.

PISA değerlendirmelerinde matematik okuryazarlığı performansı yüksek ülkelere bakıldığında ilk sıralarda çoğunlukla Uzakdoğu  lkelerinin yer aldığı göze çarpmaktadır. Uzak doğudaki matematik başarısı yüksek olan ülkelerin matematik  ğretim süreci incelendiğinde ülkelerin birbirlerine benzer  ğretim sisteminin olduğu, Konf  y s kültürü ve Uzak doğunun pragmatizm felsefesi çerçevesinde matematik derslerinin gerçekleştiği belirtilmektedir (Park, 2012). Bu derslerde öğretmenin otorite olmasına karşın düşünme ve tartışma  n plandadır ve kavramsal öğrenmeyle birlikte işlemsel öğrenmenin de gerçekleşmesi beklenmektedir. Li, Peng ve Song (2011) Uzak Doğu  lkelerindeki matematik eğitiminin ortak özelliklerinden birinin de çeşitlemelerle  ğretim olduğunu ifade etmişlerdir.

#### 1.4. eşitlemelerle  ğretim

eşitlemelerle  ğretim Çin matematik eğitiminin temel özelliklerinden biridir ve çeşitleme teorisine dayanmaktadır. En basit anlamda sistematik eşitlemede bireyin sahip olduğu önceki bilgiler ile yeni bilgiler arasında sağlam ve özenli bir bağlantı kurularak anlamlı öğrenme sağlanmaktadır (Park, 2006). Marton vd.'ne (2004'ten aktaran Li, Peng ve Song, 2011) göre bu yöntem Çin'de açık ya da örtülü olarak uzun zamandan beri öğretilmektedir ve Çin' deki matematik  ğretmenlerinin öğretimlerinde neredeyse rutin haline gelmiştir.

Çin' de problem çözmeye verilen önem çok eski çağlara dayanmakta ve Çin matematik eğitiminde problem çözme hem öğretimsel amaç, hem de öğretimsel yaklaşım olarak görülmektedir (Cai & Nie, 2007). Çin'de yenilenen matematik programı, öğrenilecek matematiksel ilişkileri karşılayan gerçekçi bir problemle başlayan, problemde ifade edilen niceliksel ilişkileri tanımlamak için bir matematiksel model oluşturmayı gerektiren ve oluşturulacak bu modelin yeni bir probleme genişletilmesini içeren bir öğrenme sürecinin izlenmesini önermektedir (Ni, Li, Li & Zou, 2011).

Cai ve Nie (2007)' ye göre, problem çözme etkinliği denildiğinde Çin'deki matematik öğretmenlerinin pek çoğunun “ bir probleme ilişkin çoklu çözümler”, “bir çözüme ilişkin pek çok problem” ve “bir problemdeki çoklu değişimler” olmak üzere üç yaklaşım akla gelmektedir. Bir probleme ilişkin çoklu çözümler, aynı problemin birkaç farklı çözümünün yapılması anlamındadır. Bir çözüme ilişkin pek çok problem ile bir takım problemleri çözmek için tek çözüm yönteminin kullanılması anlatılmaktadır. Bir problemdeki çoklu değişimler ise asıl problem çözüldükten sonra bu problemin *çeşitlemelerini* çözme etkinliğidir. Bir problemin çeşitlemeleri, asıl problemin bazı boyutlarının değiştirilmesiyle yeniden oluşturulan problemlerdir.

Bu yaklaşımın, Kore'deki matematik öğretiminde de kullanılan türlerinden birisi de sistematik çeşitlemedir. Sistematik çeşitleme bilişsel bilimler ve yapılandırmacılık kuramı temelinde Çin'deki bir dizi öğretim deneyleri sonucunda Gu (1994) tarafından ortaya atılmış olup, temel amacı öğrenmeyi geliştirmek ve genişletmektir (Park, 2012). En basit anlamda sistematik çeşitlemede bireyin sahip olduğu önceki bilgiler ile yeni bilgiler arasında sağlam ve özenli bir bağlantı kurularak anlamlı öğrenme sağlanmaktadır (Park, 2006).

Sistematik çeşitlemede öğrenci problem çözme süreci içerisinde adım adım yeni bilgiyi iyi bir şekilde yapılandırmaktadır (Park, 2012). Park'a göre sistematik çeşitleme ile Dienes (1973) matematiksel değişkenlik prensibinde matematiksel bir kavramın soyutlanması sürecinde ilgili değişkenler sabit tutulurken ilgisiz değişkenlerin değişmesi ile kavram oluşturulması benzerlik göstermektedir. Bu bakımdan sistematik çeşitleme Dienes matematik öğrenme teorisi ile de uyum göstermektedir.

Çeşitleme teorisi tüm konu alanlarına uygulanabilirken yukarıda bahsedilen çoklu yaklaşımları içeren “doğal çeşitleme uygulamaları” matematik eğitimi alanına özgüdür (Sun, 2011a, s.67). Çeşitleme teorisi, görsel materyallerin farklı biçimlerini kullanarak önemli özellikleri resmetmekte ve bazen de önemsiz özellikleri değiştirerek bir kavramın özüne ışık tutmaktadır (Li, Peng ve Song, 2011). Bu yönüyle, bir nesnenin özünü anlamayı ve bilimsel bir kavramı önemsiz özelliklerini göz ardı ederek biçimlendirmeyi amaçlamaktadır. Çeşitlemelerle öğretimde, bir dizi birbiri ile ilişkili matematiksel problemin çözülmesi yoluyla öğrenciler matematiksel fikirler geliştirmekte ve bir beceriyi öğrenmektedirler (Cai ve Nie, 2007).

Huang ve Cai (2011) pedagojik temsilleri araştırdıkları çalışmalarında, gözlemledikleri lineer denklemlerle ilgili derslerde öğretmenin, lineer denklemler ve

lineer denklemlerin grafiği kavramlarını problem çözme yoluyla geliştirmeye çalıştığını belirtmişlerdir. Bu süreçte öğretmen öğrencilerinin ilişkili temsillerini hiyerarşik bir düzende geliştirebilmek için çeşitli problemler tasarlamaktadır. Burada kullanılan temsiller sırasıyla sözel, sayısal, tablo yardımıyla sembolik, grafik ve çoklu temsillerdir. Sunulan problem sözel temsili, problemdeki niceliklerin sayısallaştırılması sayısal temsili, bu sayıların tablolaştırılarak niceliksel ilişkinin sembolle ifade edilmesi, tablo yardımıyla sembolik temsili, lineer denklemin grafik temsili oluşturulurken daha önce kullanılan temsillerden yararlanılması çoklu temsilleri ifade etmektedir.

Benzer şekilde Haggström (2008)'in çalışmasında gözlemlediği bir öğretmen de iki bilinmeyenli denklem sistemleri kavramına, bir bilinmeyenli denklemleri hatırlattıktan sonra, tavuk ve tavşan problemleri olarak bilinen bir problem sunarak geçiş yapmıştır. Burada öğretmen öğrencilerini sırasıyla tahmin ve kontrol, bir bilinmeyenli denklem kurarak çözme, iki bilinmeyenli iki denklem kurarak çözme stratejilerini kullanmaya teşvik etmiştir. Ders süresince öğretmenin yönlendirdiği öğretim etkinlikleri ile bireysel ve grup içi öğrenci çalışmaları arasında bir döngü söz konusudur. Problemin çözümü bu üç farklı strateji ile yapılmış ve çözümler birbiriyle ilişkilendirilmiştir.

Yukarıdaki örnek çalışmalarda da görüldüğü gibi Uzakdoğu'da matematik başarısı yüksek olan ülkeler, problem çözme etkinliklerinde çoklu yaklaşımlara da yer vermektedir. Bu bağlamda Dindyal (2009), öğrencilere çok çeşitli yollarla çözülebilecek problemler yöneltilmesi, hatta bir problemi çözdükten sonra bile, öğrencilerin alternatif çözüm yolları aramaları için cesaretlendirilmeleri gerektiğinden bahsetmiştir. Ayrıca bu Polya'nın modelindeki önemli aşamalardan biridir. Öğrenciler bir problemi farklı yollardan çözerek öğrenirler. Aynı zamanda bu yöntemle öğrenciler bazı çözümlerin diğerlerinden neden çok daha iyi olduğunu anlarlar. Öğretmenler öğrencilerin kendi yöntemlerini denemelerine izin vermeli ve mümkün başka çözüm yollarının olup olmadığını tartışmalı ya da öğrencileri aşağıdaki gibi bir soruyla yönlendirmelidirler; “bu problemi en az iki farklı yoldan çözmenizi istiyorum” bu tür bir yaklaşım öğrencilerin problemin çoklu çözüm yollarına ilgi duymasını sağlayabilir.

Ayrıca Mason' a (1999'dan aktaran Altun, 2007 s. 302) göre, Polya'nın modelinin sonucun doğruluğunun değerlendirilmesi aşamasında aşağıdaki adımlar ve sorular kullanılarak sonuçların doğruluğu ve anlamlılığı kontrol edilir, başka bir çözüm yolu varsa o denenir, çözülen problem değişik durumlarda ifade edilerek her bir durumda

problemin nasıl çözüleceği tartışılır. Bu maddeler incelendiğinde ikinci, üçüncü ve dördüncü maddenin çoklu çözüm yollarına karşılık geldiği görülmektedir.

1. Sonuçların doğruluğunu ve süreçte yürüttüğün mantığı kontrol et.
2. Problemi varsa başka yollardan çöz
3. Problemin değişik şekillerini ifade et ve bu durumda çözümün nasıl olacağını düşün.
4. Bu sonucu ya da yöntemi başka bir problemin çözümünde kullanabilir misin?

Problem çözmenin ders kitaplarında az yer verilen bir diğer boyutu ve çoklu çözüm yollarının diğer bir çeşidi ise problem kurma, bir problemin formüle edilmesidir (Wilson, Fernandez, & Hadaway, 1993). Sınıf içinde öğrencilerden problem kurmaktan çok problem çözmeleri istenmektedir. Bütün öğrencilerin problem kurma yeteneğine sahip olması son derece istenir becerilerden biridir. Problem kurma rutin bir alıştırma değildir. Problem kurma verilen bilgiler ve bu bilgilerin problem üretmek için nasıl kullanılacağı üzerine derin düşünmeyi içermektedir. Bu süreçte öğrencinin üreteceği problemin çözümü ile ilgili bir fikrinin olması gerekmektedir.

Problem kurma sadece bazı bilgilerin verilerek problem üretilmesini içermez (Dindyal, 2009). Verilen problemlerin değiştirilmesi ya da eldeki problemin bazı koşullarının değiştirilerek yeni bir problem üretilmesini de barındırabilir. Örneğin; verilen bir problemi genişletmek problem kurmanın bazı koşulların değiştirilmesi boyutunu içermektedir. İlk yıllarda, öğretmenler öğrencilere problem kurmada yardım etmeli ve problem kurmanın ne anlama geldiğini açıklamalıdır. Bu açıklamanın çoklu çözüm yollarından bir problemdeki çoklu değişimler ile örtüştüğü görülmektedir.

### **1.5. DNR Çerçevesi**

DNR, matematik eğitimi araştırmalarında birlikte ele alınması gereken teori ve felsefeyi içeren ve matematiği bir bütün içinde ele alan Harel (2001) tarafından geliştirilmiş kavramsal bir çerçevedir. Harel (2010), bu çerçeveyi geliştirmekteki temel hedefinin matematiksel içeriği merkeze alan matematik eğitiminin doğasına özgü bir sistem oluşturmak olduğunu ifade etmektedir. DNR temelli matematik öğretiminde öğrencinin matematiği öğrenmedeki zihinsel ihtiyaçları uyandırılır ve bu ihtiyaçlar doğrultusunda ileri düzey anlama ve düşünme yollarının kazandırılmasına yardımcı olacak şekilde hazırlanan öğrenme ortamında, öğrencinin öğrendiği matematiksel bilgiyi özümsemesi ve akılda tutması hedeflenmektedir (Harel & Koichu, 2010). Harel'in

önerdiği DNR sistem, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının geliştirilmesini amaçlayan pedagojik prensipleri ortaya koyan kavramsal bir çerçevedir (Lim, 2006; Harel, 2007;).

DNR çerçevesini kısaca tanıtmak gerekirse, bu çerçeve öncüller, kavramlar ve öğretimsel prensipler olmak üzere üç kategoriye ayrılmış yapıların oluşturduğu bir sistem olarak düşünülebilir (Harel, 2008b). İlk kategori olan öncüller kategorisi modelin altında yatan varsayımlar olup; matematiksel bilgi, öğrenme, öğretme ve ontoloji olmak üzere kendi içinde de dört kategoriye ayrılmaktadır. İkinci kategori bu öncüllere bağlı olarak tasarlanmış ve tanımlanmış düşünme yolları ve anlama yolları olmak üzere ikiye ayrılan kavramlardır. Üçüncü kategori olan öğretimsel prensipler ise DNR öncüllerinin zorunlu kıldığı, deneysel çalışmalarla desteklenmiş ve DNR kavramları arasındaki ilişkileri ifade eden iddialardır. DNR ismini, bu çerçevedeki üç temel öğretimsel prensip olan ikililik (duality), gereklilik (necessity) ve tekrarlı muhakeme (repeated reasoning) prensiplerinin ilk harfleri olan D, N ve R harflerinden almıştır (Harel 2008a).

Öncüller, DNR sistemdeki kavramların ve iddiaların temelini oluşturan varsayımlardır (Harel & Koichu, 2010). DNR sistemin dört temel öncülü bulunmaktadır. Bunlar, matematik bilgisi, bilme, bilme-matematik bilgisi bağlantısı ve öznelilik öncülleridir. Matematik bilgisi öncülü, epistemolojik bakış açısı ile matematik bilgisini değerlendirmektedir. Bilme öncülünde ise Piaget'nin dengeleme kavramı temel alınmıştır. Bireyin bilgiyi oluşturma süreci özümleme ve uyumsama süreçlerinin birbirleriyle etkileşimi sonucu dengeleme ile ortaya çıkmaktadır (Harel, 2008b). Bilme-matematik bilgisi bağlantısı öncülüne göre insanoğlunun oluşturduğu her bir matematiksel bilgi problem temelli çözülerek ortaya çıkmıştır. Yani matematiksel bilginin oluşumu bir problem durumunun meydana gelmesine bağlıdır. Son olarak öznelilik öncülünde anlatılmak istenen görüş her bireyin kendine özgü şemasının var olmasıdır. Bu nedenle bireylerin düşünceleri zihinsel yapılarının çevreye ne anlam yüklediğine bağlı olarak oluşmaktadır.

Anlama ve düşünme yollarından oluşan kavramlar kategorisini anlamak ve analiz edebilmek için öncelikle bu yapıların ilişkili olduğu zihinsel eylemin tanımlanması gerekmektedir (Harel, 2008a). Zihinsel eylem yaşamın farklı yönlerinde yorumlama, problem çözme, açıklama, genelleme, araştırma, kanıtlama, ilişkilendirme ve sınıflama gibi ortak kullanılan becerilerin topluluğudur (Harel, 2007). Kısaca zihinsel eylem, zihnimizde gerçekleşen eylemleri temsil eden terimdir.

DNR sistemin çıkış noktası Harel ve Sowder (1998)'ın kanıtlama zihinsel eylemi ile ilgili çalışmasının sonuçlarına dayanmaktadır. Harel ve Sowder, bu çalışmanın sonucunda kanıtlama, kanıt ve kanıt şemaları kavramlarını içeren bir üçleme ortaya çıkarmışlardır. Bu üçlemede kanıtlama eylemi sonucunda ortaya çıkan bilişsel ürün kanıt, kanıtlama eyleminin taşıdığı bilişsel özellikler ise kanıt şeması olarak isimlendirilmiştir. Daha sonra bu üçleme farklı zihinsel eylemler içinde kullanılabilecek şekilde zihinsel eylem, anlama yolları ve düşünme yolları şeklinde genellenerek DNR çerçevesinin belirleyiciler üçlüsü oluşturulmuştur. Matematik eğitimindeki DNR sistemin öğrencilerin matematiksel anlama ve düşünme yollarını geliştirmek için tasarlanan bir öğretim programı olması DNR belirleyicilerinin programın odak noktası olduğunu göstermektedir (Harel, 2001).

Harel (2008a) “Okullarda öğretilmesi gereken matematik nedir?” sorusundan yola çıkarak matematiği düşünme yolları ve anlama yolları olmak üzere iki kategoriden oluşan matematiksel bilginin birleşimi olarak ele almıştır. Harel, anlama yolları ve düşünme yollarının matematiğin yapı taşını oluşturan unsurlar olduğunu belirtmiştir. Buna göre matematik bu iki kümenin birleşimi olarak ele alınabilir. İlk küme olan anlama yolları; bazı aksiyom, tanım, teorem, kanıt, problem ve çözümleri içeren yapıları kapsar. İkinci küme olan düşünme yolları ise; zihinsel eylemin özellikleri olarak ifade edilen tüm düşünme yollarını kapsar. Harel (2008b)'in modeline göre öğrencilerin açıklamaları ve eylemleri, onun zihinsel eylemlerinin ürünleri olup bireyin anlama yollarını göstermektedir. Verilen bir zihinsel eylemle ilgili anlama yollarının tekrarlı gözlenmesi ise eylemin belirli ve kalıcı özelliklerini ortaya çıkarır ki bu da eylemle ilgili düşünme yollarıdır. Bu yüzden birey tarafından gerçekleştirilen zihinsel eylemin belirli sonucu üründür ve anlama yolu olarak adlandırılır. Buna karşılık zihinsel eylemin birtakım özellikleri ise zihinsel eylemin niteliği ile ilgilidir ve düşünme yolu olarak adlandırılır (Maskiewicz, 2006).

Düşünme yolları ise kendi içinde üç sınıfa ayrılabilir olarak görülmüştür. Bu sınıflar, problem çözme yaklaşımları, kanıt şemaları ve matematikle ilgili inançlardır. Bu üç sınıf tüm matematik düşünme yollarını oluşturmamasına rağmen, onlar matematiksel düşünme yollarının önemli bir bölümünü temsil etmektedir (Harel, 2007). DNR temelli matematik öğretiminde problem çözme, bireyin zihinsel eylemlerini oluşturan becerilerden bir tanesidir. Zihinsel eylemler birbirleri ile bağlantılı olduğu için problem çözme zihinsel eylemi yorumlama, genelleme, yapılandırma ve sembolize etme

becerilerini de içermektedir. Bu nedenle de en temel zihinsel eylem problem çözmedir. Problem çözme sürecinde öğrencilerin anlamaları, çözümleri veya doğrulamaları zihinsel eylemleri ile ilgili ürünler anlama yollarıdır. Buna karşılık problem çözme yaklaşımları zihinsel eylemin özelliğinin örnekleri olup düşünme yollarıdır (Maskiewicz, 2006). Anlama ve düşünme yolları, problem çözme ve kanıtlama ile gelişecektir.

Problem çözme yaklaşımlarında kullanılan sezgi öznellik öncülü ile uyumludur. Çünkü problem çözme yaklaşımı problemi çözenin bakış açısını yansıtmaktadır (Harel, 2007). Ancak okul matematiğinde problem çözmedeki başarı göstergesi problemi doğru yanıtlamak olduğu için problem çözme yaklaşımları dikkate alınmamaktadır.

Günümüzdeki matematik öğretimi genellikle öğrencilerin doğru işlemi yapıp doğru yanıtı vermelerine yardımcı olurken, DNR temelli matematik öğretimi öğrencilerde arzu edilen matematiksel anlama ve düşünme yollarını oluşturmaya amaçlamaktadır (Maskiewicz, 2006). Belirleyiciler üçlüsü araştırmacının öğrencinin açıklamaları ve eylemlerini temel alarak onun belirli bir olaydan ne anladığını (ör: ürün) ve nasıl anladığını (ör: eylemin özelliği) analiz etmesini ve öğrenci hakkında derin bilgiye ulaşmasını sağladığı için önemlidir (Lim, 2006).

Öğretim prensipleri ise ikililik, gereklilik ve tekrarlı muhakeme prensiplerinden oluşmaktadır. İkililik prensibine göre anlama ve düşünme yolları birbirinden karşılıklı olarak etkilenmektedir. Bireyin anlama yolları var olan düşünme yollarına bağlı olarak oluşmaktadır. Benzer şekilde düşünme yolları da ancak anlama yollarının oluşumuyla gelişmektedir. Bu yüzden anlama ve düşünme yollarını birbirinden bağımsız olarak algılanmamalıdır. İkililik prensibinin anlama ve düşünme yolları ile yakından ilişkili olması bireye özgü zihinsel eylemlerin göz önüne alındığı gösterir. Bu nedenle ikililik prensibi öznellik öncülüne dayanmaktadır (Harel, 2007). Öğrencilerin okul ortamında sahip oldukları öğrenme ihtiyaçları okulda bulunuş amaçlarındandır. Gereklilik prensibi ise bireylerin zihinsel ihtiyaçları ile ilgilidir. DNR temelli matematik öğretiminde öğrencilerin arzu edilen şekilde anlama ve düşünme yolları geliştirerek matematiksel bilgiyi özümsemeleri, organize etmeleri ve akılda tutmaları amaçlanmaktadır. Bu ise tekrarlı muhakeme prensibi ile gerçekleşecektir. Tekrarlı muhakeme prensibine göre öğrencilerin anlama ve düşünme yolları ile yukarıdaki üç beceriyi geliştirmeleri için tekrarlı muhakeme uygulamaları yapmaları gerekmektedir (Harel, 2008B).

DNR çerçevesinde yapılmış olan araştırmalarda matematik öğretmenleri veya öğrencilerin anlama, düşünme yolları ya da öğretmenlerin pedagojik bilgileri kesirler,

fonksiyonlar, tamsayılar, cebirsel eşitlikler ve eşitsizlikler kavramlarına dayalı olarak incelenmiştir. Belirleyiciler üçlüsü temel alınarak matematik öğretmenleri ile gerçekleştirilen araştırmalarda Koichu ve Harel (2007), Harel ve Koichu (2010) ve Koichu, Harel ve Manaster (2013), kesirlerde bölme işlemi bağlamında matematik öğretmenlerinin problem kurma zihinsel eylemi araştırılmıştır. Harel ve arkadaşları çalışılan kavramların epistemolojik özelliklerinin ya da problem durumlarının gerektirdiği anlama ve düşünme yollarını arzu edilir anlama ve düşünme yolları olarak isimlendirilmiştir (Koichu & Harel, 2007; Harel & Koichu, 2010; Koichu, Harel, & Manaster, 2013).

Araştırmaya yönelik olarak yapılan alan yazın taramasında bulunan ilgili araştırmalar bu bölümde özetlenmiştir. Cai, Jakabcsin ve Lane (1996, s. 245) çalışmalarında öğrencilere matematiksel düşünme ve muhakemelerini ortaya koymalarını sağlayacak açık uçlu görevler sunarak öğrencilerin matematiksel iletişimlerini değerlendirmişlerdir. Matematiksel iletişimin özellikle yazılı ya da sözlü olarak öğrencilerin muhakeme ve problem çözme süreçlerini açıklayabilmeleri açısından önemli olduğunu belirtmişlerdir. Ayrıca diğerlerinin anlamalarını sağlamak için öğrencilerin iletişiminin yeterince açık ve tam olması gerektiğini ileri sürmüşlerdir. Öğrencilerin matematiksel iletişimini desteklemek için öğretmenlerin öğrencilere muhakemelerini ve çözüm süreçlerini açıklamalarını gerektiren açık uçlu görevler yönlendirmelerini önermişlerdir (s. 246). Ayrıca öğrencilerin düşüncelerini ifade etmek için çoklu temsiller kullanmaları için cesaretlendirilmeleri önerilmiş ve çoklu temsil kullanımının iletişim becerisinin yanı sıra düşünme ve muhakeme becerilerinin gelişimini destekleyeceği iddia edilmiştir.

Pugalee (1999, s.19), NCTM'in (1989) matematik okuryazarlığına ilişkin süreç becerilerinin gömülü olduğu, matematik okuryazarlığının gelişiminde zorunlu olan çeşitli süreçler arasındaki iç ilişkileri gösteren ve bu beş sürecin gelişimini kolaylaştıran kolaylaştırıcıların tanımlandığı bir matematik okuryazarlığı modeli geliştirmiştir. Bu model kapsamında matematik yapmada önemli olan süreçler olarak temsil etme, manipüle etme, muhakeme yapma ve problem çözmeye yer verilirken iç halkada matematik yapmanın kolaylaştırıcıları olarak sunulan iletişim, teknoloji ve değerlere yer verilmiştir. Model matematik okuryazarlığının gelişimindeki süreçler ve kolaylaştırıcıların birbiriyle bağlantılı olduğunu göstermektedir. Matematik okuryazarlığı bu süreçlerin kompleks bir etkileşimi olarak ele alınmaktadır. Okuryazarlığın farklı



düzeyleri olsa da modeldeki her bir sürecin gelişimi zorunludur. Bununla birlikte öğrencilerin matematik okuryazarlığının gelişiminde muhakeme ve kavramsallaştırmanın hayati önemi olduğunu belirtmektedir.

Akyüz ve Pala (2010) yaptıkları araştırmada 2003 PISA sonuçlarına göre problem çözme ile diğer alanlar arasında bir korelasyon olduğunu, özellikle de matematik ile bu korelasyonun daha yüksek olduğunu ifade etmişlerdir. Ülkelerin matematik ve problem çözme performansları arasında genellikle 10 puanın altında farklar görülürken bu fark Türkiye’de matematik okuryazarlığı performansı yönünde 10 puandan fazla çıkmıştır.

Akın (2016) çalışmasında niceliksel muhakeme öğretimi yaklaşımı (NMÖY) temelinde desenlenen öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki niceliksel muhakeme becerilerini, düşünme yollarını ve matematik okuryazarlık performanslarını incelemiştir. Çalışmada öğretim deneyine 19 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Bu çalışmanın bulguları NMÖY’nin sekizinci sınıfta olan katılımcı öğrencilerinin niceliksel muhakemelerini güçlendirdiğini göstermiştir. Bu öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin niceliksel muhakemelerinin desteklenmesi dolaylı olarak matematik okuryazarlıklarını desteklemiştir.

Park (2006) çalışmasında Kore’deki matematik derslerinin özelliklerini belirlemek amacıyla matematik derslerini gözlemlemişlerdir. Araştırma sonucunda öğretimin geleneksel tarzda olduğu görülmüştür. Bu derslerde öğretmenin sunumu ön plandadır, öğrenciler suskundur, anlatım matematiksel süreçlerden çok içeriğe odaklıdır ve kavramlar öğrencilere formal matematik dili kullanılarak direk sunulmaktadır. Diğer yandan çeşitleme teorisi kapsamında yapılan gözlemler sonucunda, kavramlarda süreçlerde ve alıştırmaların uygulamasında zengin bir çeşitlilik vardır. Özellikle sistematik ve süregelen çeşitleme tarzı tanımlanmıştır. Bu çeşitlemeler belirli basit ve temel bir durumla başlamış hedeflenen forma ulaşana kadar durumun bir parçası değiştirilmiştir. Bu sistematik çeşitlemelerin öğrencilerde bir keşif oluşturduğu ileri sürülmektedir. Bu çeşitlemeler öğretmen tarafından öğrencilerin kavramlarla ilgili son durumu da içine alan belirli bir grup özelliğini fark etmelerini sağlayacak şekilde dikkatle tasarlanmıştır.

Sun (2011a, s. 65) çalışmasında “bir probleme ilişkin çoklu çözümler” ve “bir problemdeki çoklu değişimler” yaklaşımı altındaki çeşitleme problemlerinin Çin ders kitaplarındaki kullanımını ve rollerini tartışmıştır. Bu bağlamda kavramlar ve çözümler arasındaki ilişkilerin değişmez özelliklerini fark etmenin ve karşılaştırmanın amaçlandığı

çeşitleme problemlerinin Çin kültüründe köklü bir yere sahip olduğunu belirtmiştir. Çeşitleme problemlerinin bu iki farklı yaklaşım altında örneklerinin sunulduğu bu çalışmada aynı zamanda bu uygulamanın felsefi zeminine ve çeşitleme problemlerinin kullanım amaçlarına da yer verilmiştir.

Sun (2011b, s. 101) Uzakdoğu kültürü ile Batı kültüründeki farklılığa değinerek çeşitlemelerle öğretim uygulamalarının popülerlik kazanmasıyla birlikte bu uygulamanın doğduğu kültürün içinden bir gözle anlatımını amaçlamıştır. Bu bağlamda çeşitleme problemlerini ve bunların Çin öğretim programındaki kültürel zeminini tanıtmıştır. Bu bağlamda “bir probleme ilişkin çoklu çözümler” yaklaşımında çözümlerin; “pek çok probleme ilişkin bir çözüm” yaklaşımında temsillerin ve “bir problemdeki çoklu değişimler” yaklaşımında koşulların ve çıkarımların çeşitlendiğini belirtmiştir (s.102). Uluslararası çalışmaların çoğunun Batı kültüründe yürütüldüğü ve Batılı bir ölçüt altında Batı perspektiften sunulduğu gerekçe gösterilerek çeşitleme uygulamalarının pedagojik ve kültürel zemininin detaylı olarak anlatılması amaçlanmıştır.

Sun (2013a) yaptığı çalışmada çeşitleme problemlerinin yapılarını, amaçlarını ve pedagojilerini Çin ders kitaplarında yer verilen toplama ve çıkarma konusu bağlamında incelemiştir. Çin’in geleneksel çeşitleme uygulamalarını Avrupalı okuyuculara tanıtmayı hedeflemiştir. Bu hedef doğrultusunda Çin’in yerel pedagojik uygulamalarından örnekler göstererek sahip oldukları avantaj ve dezavantajları yansıtmaya çalışmıştır. Ayrıca Çin ve Amerikan ders kitapları arasında bir karşılaştırma yapmış ve bir problemdeki çoklu değişimler ve bir probleme ilişkin çoklu çözümlere ait uygulamaların Amerikan ders kitaplarında pek fazla yer bulmadığını belirtmiştir. Sun, batıda “bağlamsallaştırma” konusuna ağırlık verildiğini ve bu anlamda çeşitleme problemlerinden faydalanılabileceğini ileri sürmüştür. Ancak hedeflenen çoklu kavram ve çözümlerin kullanılması gerektirdiği için çeşitleme problemlerinin bağlamsallaştırma sorunlarıyla karşılaştırıldığında daha fazla öğrenme zorluğuna neden olabilecek iki uçlu kılıç olduğuna dikkat çekmiştir.

Sun (2013b) yaptığı çalışmada matematiksel görevlerin tasarımının altında yatan temel fikirleri ortaya çıkarmaya ve kültür-tarih boyutuna odaklanmıştır. Bu bağlamda Çin’de “yerel” görev tasarımının temel fikrini “çeşitleme problemleri” ve onun altında yatan program çerçevesini felsefi ve tarihsel kökenler bakımından açıklamaya çalışmıştır. Bu araştırma, bilinen tümdengelimsel gelenekten ziyade Çin’deki ilişkisel odaklı tümevarımsal geleneğe dayalı olarak, matematiksel görev tasarımının altındaki yatan ana

fikri anlamamızı sağlamaktadır. Sun, dünya genelinde iki ana matematiksel geleneğin olduğundan söz etmiştir: Bunlar geometriye odaklı Yunan kültüründen doğan tündengelimsel gelenek ve Mısır, Babil, İsrail, Çin ve Hindistan'dan çıkan aritmetik ile cebir odaklı tümevarımsal gelenektir. Bu çalışma ile az tanınan Çin geleneksel matematik eğitimi yansıtılmaya çalışılmıştır. Çin'in tarihine bakıldığında yerel eğitim her zaman "çeşitlemelerle öğretim" olarak tasarlanmıştır. Sun, Çin genelinin dışında az bilinen Çin matematik eğitim sistemini anlamak için, Çin'deki aritmetik gelişimlere bakılarak ders kitapları ve özellikle çeşitleme uygulamalarının incelenmesinin iyi bir ipucu vereceğini ifade etmiştir.

Tzur vd. (2013) çalışmalarında öğrencilerin çarpımsal muhakeme yaparken yapılandırdıkları altı şemayı ve bu şemaları desteklemek için geliştirilen görevleri bir öğretim deneyi kapsamında incelemişlerdir. Bu amaçla her bir şemaya yönelik olarak açıklamalar ve destekleyici görevler sağlanmıştır. Görevler öğrencilerin muhakeme ve öğrenmelerini birbirinden ayırabilen, öğrencilerin mevcut şemalarına dayanan, zincirdeki bir sonraki şemaya teşvik eden, istenilen matematiksel kavramları birbirine bağlayan özelliklerdedir. Araştırmacı sonucunda öğrencilerin çarpımsal muhakemelerinin uyarlamalı (adaptive) öğretimle geliştirilebildiği görülmüştür.

Harel ve Lim (2004) çalışmalarında DNR çerçevesi kapsamında bir matematik öğretmeninin alan ve pedagojik bilgisini fonksiyon kavramı bağlamında incelemiştir. Bu matematik öğretmeni ile yapılan görüşmelerde fonksiyon kavramı ve öğretimi üzerine konuşulmuş ve bu öğretmenden fonksiyon kavramıyla ilgili bilgi temelini gösterecek bir problemi çözmesi istenmiştir. Araştırmanın bulguları katılımcı öğretmenin problemin çözümünde yalnızca prosedürel işlemlere odaklandığını, pedagojik açıdan ise öğrencilerin zihinsel ihtiyaçlarını ve anlama yollarını göz ardı ederek kendi tasarladığı şekilde kavramları öğretmeye çalıştığını göstermiştir. Ayrıca bu öğretmenin öğrencilere sembolik manipulasyon becerisi kazandırmayı amaçladığı ve kavramların modellemesini içeren problemlere öğretimin bir parçası olarak bakmadığı ortaya çıkmıştır. Harel ve Lim matematik öğretmeninin fonksiyonla ilgili anlama ve düşünme yollarının, pedagoji bilgisi ve öğrenci epistemoloji bilgisini yönlendirdiği sonucuna varmışlardır (s. 32).

Harel ve Koichu (2010) bir ilköğretim matematik öğretmeni ile kesirlerde problem kurma üzerine üç kez sesli düşünme görüşmesi yaparak, bu öğretmenin zihinsel düşünme sürecini DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Görüşmelerin hepsinde bu öğretmenden çözümü  $\frac{4}{5}$ 'in  $\frac{2}{3}$ 'e bölünmesi sonucunda hesaplanan bir günlük hayat

problemi oluşturması istenmiştir. Her bir görüşmedeki katılımcı öğretmenin kurduğu problemler ve öğretmenin problem kurmadaki değişim göz önüne alınarak DNR teorik  er evesi temelinde incelenmiştir. Bu  ğretmenin düşünme sürecinde anlama ve düşünme yolları, zihinsel ve psikolojik ihtiyaçları, zihninin karışması, Piaget'in dengelememe- dengelememe durumu derinlemesine analiz edilmiştir. Sonuç olarak bu araştırmada bir öğretmenin problem kurma sürecindeki öğrenmesinin operasyonel (işlevsel) tanımı DNR teorik sisteme dayılı olarak açıklanmıştır (s. 115, s. 122-123).

Koichu ve Harel (2007) ile Koichu ve arkadaşları (2013) 24 matematik  ğretmeni ile gerçekleştirdikleri çalışmalarda bu öğretmenlerden çözümü  $4/5$ 'in  $2/3$ 'e bölünmesi sonucunda hesaplanan bir günlük hayat problemi oluşturmaları istemişlerdir. Katılımcı  ğretmenlerin problem kurma zihinsel eylemlerine ilişkin düşünme yolları DNR  er evesine göre analiz edilmiştir. Bu araştırmanın analiz sonuçlarına göre kesirlerde bölme kapsamındaki problem kurmayla ilgili iki düşünme yolu belirlenmiştir. Bu düşünme yolları niceliksel koordinasyon ve referans noktasından yararlanmadır. Niceliksel koordinasyon düşünme yolu problem çözme ve kurmayla ilgili birçok bağlamda genel bir zihinsel süreç olarak ele alınmaktadır. Bu nedenle niceliksel koordinasyon düşünme yolu aynı zamanda problem çözme eylemi ile de ilişkilidir. Bu araştırmaların bulguları niceliksel koordinasyon ve referans noktasından yararlanma düşünme yollarını kullanan matematik  ğretmenlerinin istenilen problemi senaryosu oluşturabildikleri görülürken niceliksel koordinasyon eksikliği yaşayan matematik öğretmenleri ise uygun ve anlamlı şekilde istenilen problem senaryosu kuramadığı ve problem kurmada g   l k yaşadığı ortaya çıkmıştır (Koichu ve arkadaşları, 2013, s. 694).

Lim (2006) 11 ortaöğretim öğrencisinin cebirsel eşitlik ve eşitsizlikler bağlamında tahmin ve öngörü becerilerini DNR çerçevesinde incelemiştir. Araştırmanın bulguları, öğrencilerin anlama ve düşünme yollarının birbiri ile ilişkili olduğunu, arzu edilen düşünme yoluna sahip öğrencilerin denklemler ve eşitsizliklerle ilgili anlama yollarının çok yönlü ve kapsamlı olduğunu göstermiştir. Daha az arzu edilen düşünme yoluna sahip öğrencilerin denklemler ve eşitsizliklerle ilgili anlama yollarının ( rn.   z mleri ve yorumları) ise sınırlı ve üstünkörü olduğu ortaya çıkmıştır. Kısaca araştırmada düşünme yollarının niteliği ile anlama yollarının niteliği arasında bir ilişki bulunmuştur (s. xv-xvi). Ayrıca Lim (2006) DNR teorik çerçevesindeki belirleyiciler üçlüsünün (zihinsel eylem- anlama yolları ve düşünme yolları)  ğrencilerin zihinsel süreçlerini açıklamak,

betimlemek ve karakterize etmek için çok ince ve hassas bir analiz sağlayacağını savunmuştur (s. 9).

Maskiewicz (2006) ve Ursavaş ve Çimer (2015) öğrencilere biyolojiyi sevdirmek, daha iyi öğretmek, istenilen seviyede ve şekilde bilimsel bir anlayış geliştirebilmek için yeni ve farklı yöntemlerin biyoloji alanına da uygulanması ve etkililiğinin belirlenmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Bu nedenle, bu araştırmacılar DNR temelli matematik öğretimini biyoloji dersi kapsamında sindirim süreci ve insanda sindirim sistemi konusu ile çevre bilimi konusuna uygulanabilirliği göstermeyi amaçlamışlardır. Bu araştırmaların bulguları DNR teorik çerçevesinin matematik alanı dışında fen bilimlerinin öğretiminde kullanılabileceğini göstermiştir. DNR temelli matematik öğretimi fen öğretiminde kullanılacağı gibi bu alanlarda öğrencilerin zihinsel süreçlerini karakterize etmek için de kullanılabilmektedir (Maskiewicz, 2006, s. xiv-xv; Ursavaş ve Çimer 2015, s. 261).

Rabin, Fuller ve Harel (2013) araştırmasında bir sayının negatif üsleri konusunun işlendiği bir dersi DNR teorik sistem çerçevesince analiz etmiş ve DNR analizi ile Sfard'ın tam sayıların çarpımı konusunun işlenen bir derse yönelik yaptığı iletişim-bilişsel (commognitive) analizi karşılaştırılmış ve farklılıkları ortaya koymuştur. Her iki öğrenme ortamında didaktik engeller ortaya çıkmıştır. Sfard'a göre öğrencilerin öğretmenin yaptığı yolları benimsememe durumu iletişim-bilişsel çatışmadır. Harel'e göre ise bu durum öğrencilerin nedensellik ve hesaplama zihinsel ihtiyacından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle Harel DNR temelli öğretim çerçevesinde öğrencilerin gereklilik prensibi bileşenlerinden nedensellik ve hesaplama zihinsel ihtiyaçlarının karşılanması amaçlanmasını vurgulamıştır. Bu araştırma kapsamında incelenen matematik derslerinde öğretmenler deneysel kanıt şemasına başvurdukları gözlenmiştir. Bu nedenle araştırmacılar ortaokul matematiğinde örüntülerin ve keşif etkinliklerinin önemli yeri olduğunu, örüntülerin ayrıca sayı duygusu ve tahmin becerilerini geliştirdiği ancak öğrenme ortamında doğrulama sürecinde örüntü aramanın istenmeyen düşünme yollarına neden olacağını belirtmişlerdir. Araştırmacılara göre sadece sınırlı örneklerden yola çıkarak doğrulama yapmak matematiğin doğası ile uyumlu olmayıp öğrencileri deneysel kanıt şemasına yönlendirmekte ve bu durum da öğrencilerin doğrulama sürecinde örüntü aramaya güvenmelerine yol açmaktadır (s. 649, s. 656-659). Alanyazındaki araştırmalar da öğretmenlerin ve öğrencilerin yaygın olarak deneysel kanıt şemasını kullandığını göstermiştir (Harel, 2008b).

Şengül ve Güner (2013) ortaokul matematik öğretmen adaylarının kanıtlama zihinsel eylemine ilişkin düşünme yollarını yani kullandıkları kanıt şemalarını DNR çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Araştırmanın bulguları bu katılımcıların kanıt şeması türlerinin hepsine (dışsal, deneysel ve tümdengelimsel) başvurduğu ortaya çıkarmıştır. Birinci sınıf matematik öğretmen adaylarının en çok deneysel kanıt şemasına başvurdukları görülürken son sınıf öğretmen adaylarının ise daha çok tümdengelimsel kanıt şemasını başvurdukları görülmüştür (s. 870).

Akın ve Kabael (2014) dokuz yedinci ve yedi sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözme sürecindeki düşünme yollarının DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Bu araştırmanın bulguları cebirsel sözel problemlerin çözme sürecinde yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin aritmetiksel çözüm odaklı olduklarını ve cebirsel düşünme yolunu etkili bir şekilde kullanamadıklarını göstermiştir. Bu çalışmadaki 16 öğrenciden sadece altısının problem çözme sürecinde cebirsel problem çözme yaklaşımları kullandıkları için cebirsel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülmüştür. Aritmetiksel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülen katılımcı öğrencilerin hiçbirisi cebirsel problem çözme yaklaşımlarını kullanmazken; cebirsel düşünme yoluna sahip olduğu düşünülen öğrenciler ise bu problemlerin aynı zamanda aritmetiksel problem çözme yaklaşımlarıyla da çözülebileceğini belirtmişlerdir (s. 1001-1002).

Kabael, Akın, Kızıltoprak ve Toprak (2014) çalışmasında ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme sürecindeki anlama ve düşünme yolları DNR çerçevesinde incelemiş ve bu yapıların aralarındaki ilişki ortaya koymayı amaçlamışlardır. Araştırma bulguları katılımcıların düşünme yollarının iki gruba ayrılacak biçimde farklılaştığını ortaya çıkarmıştır. Bu iki yoldan birincisine sahip olduğu görülen öğretmen adayları, özel örneklerle örüntü arama ya da deneme yanılma yolları ile problemin çözümüne ulaşmaya çalışırken, ikinci düşünme yoluna sahip öğretmen adayları ise çalıştıkları problem durumunun zihinlerinde çağırdığı matematiksel kavramlara ilişkin matematiksel bilgi ile sonuca ulaşmaya çalışmışlardır. Birinci düşünme yoluna sahip öğretmen adayları deneysel kanıt şemasına sahip olduklarını yansıtırken, diğer öğretmen adaylarının ise analitik ya da dışsal kanıt şemasına sahip oldukları görülmüştür. Araştırma bulguları ayrıca, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının anlama yollarına paralel düşünme yollarına sahip olduklarını göstermiştir (s. 327).

Kabael ve Kızıltoprak (2014) cebirsel bir hikâye probleminin çözme sürecinde on altıncı sınıf öğrencilerinin düşünme yollarını DNR teorik çerçevesine göre analiz etmişlerdir. Katılımcı öğrencilerin düşünme yolları kullandıkları problem çözme stratejileri açısından ele alınmıştır. Araştırma kapsamında sorulan problemle ilgili niceliksel muhakeme yapamayan öğrencilerin sadece hesaplamalara ve işlemlere odaklandıkları için aritmetik düşünme yolunu sahip olduğu düşünülmüştür. Öte yandan problem bağlamını niceliksel anlam açısından ele alan öğrencilerin kullandıkları problem çözme yaklaşımları niceliksel düşünme yolunu sahip olduklarını göstermiştir (s. 121).

### **1.6. Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmada çeşitlenmelerle problem çözme etkinliklerini içeren bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin “problem çözme” ve “muhakeme ve argüman” yeterliliklerinin desteklenmesi yoluyla “matematik okuryazarlığı” becerilerinin ve problem çözme sürecindeki düşünme yollarının incelenmesi ve desteklenmesi amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda incelenecek araştırma problemleri şu şekildedir:

1. Çeşitlenmelerle problem çözme etkinliklerini içeren bir öğrenme ortamında sekizinci sınıf öğrencilerinin;
  - 1.1. Problem çözme ile muhakeme ve argüman yeterlilikleri nasıldır?
  - 1.2. Düşünme yolları DNR çerçevesine göre nasıldır?
  - 1.3. Matematik okuryazarlığı becerileri nasıldır?

### **1.7. Araştırmanın Önemi ve İhtiyaç**

Ülkemizin matematik okuryazarlığını ölçmeyi amaçlayan PISA sınavlarında almış olduğu sonuçlar öğrencilerimizin ortalamanın altında bir performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır (OECD, 2004; 2007; 2010a). Bu sonuçlar göz önüne alındığında, öğrencilerin matematik okuryazarlığının geliştirilmesi gereği ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte matematik okuryazarlığının geliştirilmesinde problem çözmenin önemli bir rolü olduğu bilinmektedir.

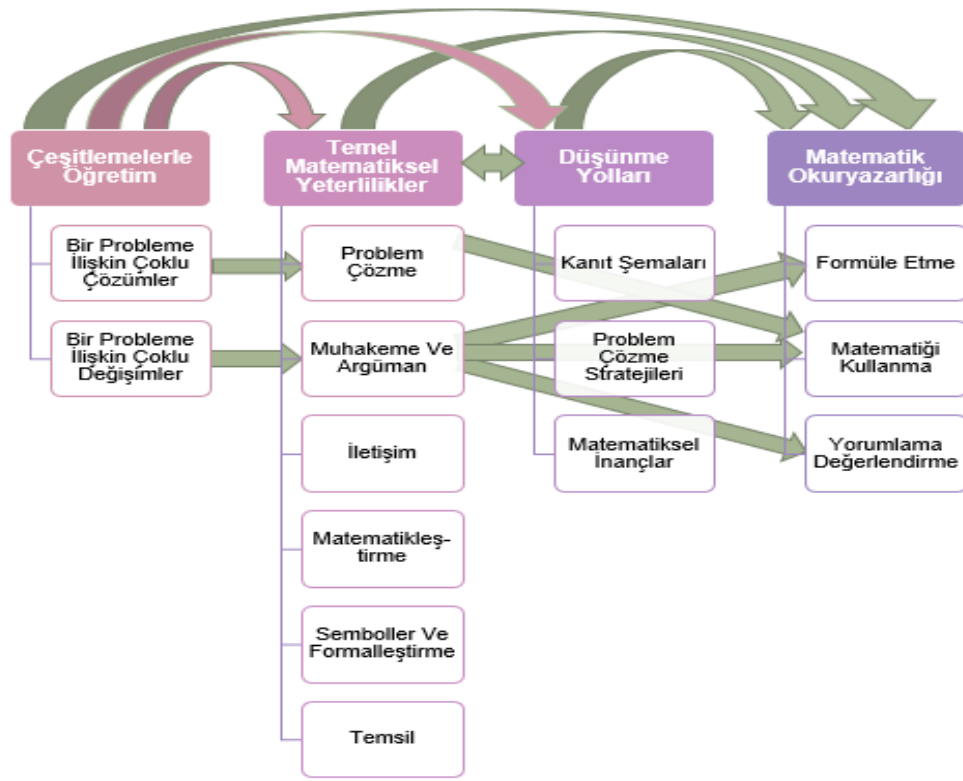
Akyüz ve Pala (2010) yaptıkları araştırmada 2003 PISA sonuçlarına göre problem çözme ile diğer alanlar arasında bir korelasyon olduğunu, özellikle de matematik ile bu korelasyonun daha yüksek olduğunu ifade etmişlerdir. Ülkelerin matematik ve problem çözme performansları arasında genellikle 10 puanın altında farklar görülürken bu fark Türkiye’de matematik okuryazarlığı performansı yönünde 10 puandan fazla çıkmıştır.

Problem çözmeye ilişkin geliştirilen modellerden ise en çok kabul göreni ve matematik okuryazarlığı ile ilişkili olanı Polya'nın geliştirmiş olduğu dört aşamalı modeldir. van de Walle'e (2013) göre Polya'nın fikirleri matematik okuryazarlığının kökenleri içine nüfuz etmiştir. Bu çalışma kapsamında kullanılacak bir başka çerçeve olan DNR temelli matematik öğretimin en önemli amaçlarından biri ise problem çözme yolu ile öğrencilerin kavramsal bilgilerini aşamalı olarak geliştirmektir (Duffy, 2006).

Diğer yandan PISA çalışmalarında yüksek performans gösteren ülkelerin çoğunlukla Uzakdoğu ülkeleri olduğu göze çarpmaktadır. Çin, Singapur, Kore gibi ülkelerin problem çözme öğretimi ile ilgili çalışmalarına bakıldığında ise çeşitlenmeler öğretim yaklaşımını benimsedikleri ve çoklu çözüm yollarına önem verdikleri görülmüştür. Bu nedenlerden dolayı bu çalışmada bahsedilen çerçeveler ele alınacaktır.

Türkiye'nin PISA uygulamalarında matematik okuryazarlığı alanında almış olduğu sonuçlar öğrencilerimizin büyük çoğunluğunun performanslarının genellikle alt düzeylerde kaldığını göstermekte ve bu durum matematik okuryazarlığının desteklenmesi gereğini ortaya çıkarmaktadır. Matematik okuryazarlığının desteklenmesinde rol oynayabilecek pek çok etken (örn; eğitim politikaları, öğretim programları, fiziksel koşullar, teknoloji desteği... vs.) olmakla birlikte bu çalışmada çeşitli matematik okuryazarlığı çerçevelerinde (örn; Pugalee, 1999; Niss, 1999; Kilpatrick vd. 2001; OECD, 2003; 2010a) önemli bir bileşen olarak yer verilen matematiksel yeterliliklerden muhakeme ve argüman ile problem çözme yeterliliklerinin desteklenmesi yoluyla incelenmesi uygun görülmüştür. Bu doğrultuda araştırmanın kavramsal çerçevesi aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi ortaya çıkmıştır.





**Şekil 1.6.** *Araştırmanın kavramsal çerçevesi*

Araştırmanın yenilik ve alana katkı açısından sağlayabileceği bazı katkılar vardır. Öncelikle matematik okuryazarlığı problemlerini çözme sürecinde öğrencilerin bazı düşünme yollarının ortaya çıkarılmasına olanak tanımıştır. Bu durum öğrencilerin düşünme yollarının geliştirilmesine destek sağlayabilir. Araştırmanın bir diğer katkısı matematik okuryazarlığının desteklenmesine ilişkin bir model ortaya konulmuş olmasıdır. Ortaya konulan modelle öğrencilerin matematik okuryazarlığını desteklemede önemli görülen bileşenler ortaya çıkarılmıştır. Bununla birlikte çeşitlemelerle problem çözme etkinliklerinin öğrencilerin muhakeme ve argüman yeterliliklerinin hangi bileşenlerini desteklediğinin belirlenmesinin alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın ayrıca uygulamaya dönük olarak da bazı katkılar sağlayabileceği görülmüştür. Bu çalışma kapsamında geliştirilen öğretim etkinlikleri temel alınarak hazırlanabilecek ders programlarının öğrencilerin matematik okuryazarlığı becerilerini geliştirebileceği görülmektedir. Bu doğrultuda politika yapıcılar ve karar vericiler seçmeli dersler bağlamında bu tür öğretim etkinliklerine yer verilmesini planlayarak araştırma sonuçlarına dayalı uygulamaya dönük kararlar alabilirler. Ayrıca matematik öğretmenleri

öğrencilerinin düşünme yollarını ortaya çıkarmak ve geliştirmek için çeşitlenmelerle öğretim yaklaşımı ile problem çözmeyi derslerine entegre edebilirler. Hatta matematik öğretmenleri tarafından araştırmada uygulanan öğretilere benzer öğretiler tasarlanarak öğrencilerimizin matematik okuryazarlığı performansını geliştirilebilir.

### **1.8. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Araştırmaya ilişkin sınırlılıklar bu bölümde verilmiştir ve bu sınırlılıklar şu şekildedir:

1. Bu araştırma araştırmacı-öğretmenin yedi aylık bir sürede gerçekleştirdiği öğretim deneyinde toplanan verilere dayanmaktadır.
2. Bu araştırma 2014-2015 öğretim yılında Eskişehir iline bağlı ortaokulların 8. sınıflarında öğrenimlerine devam etmekte olan öğrencilerle sınırlıdır.
3. Bu araştırmada açık uçlu problem çözme aracı 237 öğrenciye uygulanmıştır. Öğretim deneyi sürecinde ise ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak bu 237 öğrenciden 7 öğrenci seçilmiştir ve araştırma bu 7 öğrenci ile sınırlıdır.

### **1.9. Araştırmanın Sayıltıları**

Araştırmaya ilişkin sayıltılar bu bölümde verilmiştir ve bu sayıltılar şu şekildedir:

1. Veri toplama ve öğretim deneyi sürecinde tüm öğrenciler bilgi ve becerilerini içtenlikle yansıtmışlardır.

Öğrenciler klinik görüşmelerde ve bilgi edinme görüşmelerinde kendi doğal hallerini sergilemişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler görüşmelerde rahat davranarak bildiklerinin tamamını aktarmışlardır.



## 2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, araştırmanın örneklemini oluşturan katılımcılar, araştırmada kullanılan veri toplama araçları, öğretim sürecinin ayrıntılı anlatımı ve elde edilen verilerin toplanması ve analizine ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

### 2.1.Araştırma Modeli

8. Sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığının desteklenmesi kapsamında problem çözmede çeşitlemeleri nasıl kullandıklarının incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir.

#### 2.1.1. Nitel araştırma yaklaşımı

Nitel araştırma yaklaşımı yükselen paradigma olarak görülen yorumlayıcı paradigmanın bir ürünü olarak son yıllarda diğer sosyal bilimler alanlarında olduğu gibi eğitim alanında da sıklıkla kullanılmaktadır. Nitel araştırma, yorumlayıcı araştırma ve alan araştırması olarak da isimlendirilmektedir. Nitel araştırmanın yirminci yüzyılın başlarında ortaya çıktığı ve ilk örneklerinin antropoloji ve sosyoloji alanında insan yaşamının, toplumun ve kültürün kendi doğal ortamlarında incelendiği alan araştırmaları olduğu bilinmektedir (Yıldırım, 2010). Nitel araştırma yaklaşımı; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya koyulduğu süreçlerin izlendiği araştırma yöntemi olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 39).

Ritchie ve Lewis (2003) nitel araştırma yapmanın herkes tarafından kabul edilen tek bir yolu olmadığını ileri sürmektedir. Bu anlamda araştırmacıların araştırmayı nasıl yürüttüklerinin bir dizi faktöre bağlı olduğunu belirtmişlerdir. Bu faktörler; araştırmacıların sosyal dünyanın doğası ve sosyal dünyanın nasıl öğrenilebileceğine ilişkin inançları (ontoloji), bilginin doğası ve onun nasıl öğrenilebileceğine ilişkin inançları (epistemoloji), araştırmanın amaçları, araştırmanın katılımcılarının özellikleri, araştırmanın hitap edeceği kitle, araştırmanın destekleyicileri (sponsor) ile araştırmacıların çevreleri ve konumlarıdır.

Nitel araştırma yaklaşımının daha iyi anlaşılabilmesi için temel özelliklerinin açıklanması gerekmektedir. Alanyazında nitel araştırmaların bazı temel özelliklerini açıklayan çeşitli çalışmalar vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 288; Bogdan ve Biklen, 2007; Creswell, 2007). Bu çalışmalarda araştırmacılar nitel araştırmanın doğal ortama

duyarlılık, temel veri toplama aracı olarak katılımcı, çoklu veri kaynakları, verilerin tümevarımsal analizi, katılımcıların anlamları, gelişen araştırma deseni, yorumlayıcı araştırma, bütüncül açıklama ve sürece odaklılık olmak üzere dokuz temel özelliğinden bahsetmişlerdir.

Nitel araştırmacılar inceledikleri kişi ya da nesneleri kendi doğal ortamları içerisinde anlamlandırarak ve yorumlayarak araştırmaktadır (Denzin ve Lincoln, 2005). Doğal ortama duyarlılık araştırmanın doğal ortamda yapılması, verilerin doğal ortamda toplanması gerekliliğini vurgulamaktadır. Buradaki temel gerekçe manipüle edilen ortamlardaki insan davranışlarının doğal ortamın etki alanından uzak olması ve bunun bir sonucu olarak gerçekleri yansıtmayabileceğidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s.288).

Temel veri toplama aracının katılımcı olması (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Creswell, 2007 ) demek araştırmacının veri toplayacağı ortamın bir parçası olarak bu ortama dâhil olması ve veri toplama aracı kulansa dahi temel unsurun araştırmacının kendisi olduğu anlamındadır. Araştırmanın merkezinde araştırmacının kendisi vardır ve asıl veri toplama aracı araştırmacının kendisidir. Verilerin analizi tümevarımsal yaklaşımla yapılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Bogdan ve Biklen, 2007; Creswell, 2007). Burada araştırmacı veriler içinde örüntüler, kategoriler, temalar oluşturarak ve aşağıdan yukarıya doğru bilgiyi sadeleştirerek daha soyut birimler elde etmeye çalışır. Ele alınan konuya ilişkin teorik çerçevenin sunduğu temalar önceden belirlenmiş olsa da, bu temalar sürekli değişime açıktır.

Çoklu veri kaynaklarının kullanılması (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Creswell, 2007) nitel araştırmaların geçerliliğini arttıran bir öge olarak karşımıza çıkmakta, ulaşılan sonuçların daha doğru yorumlamasını sağlamaktadır. Bu nedenle araştırmacı, araştırdığı konuya yorumlayıcı ve doğal olarak yaklaşan birden fazla yolla veri toplamalıdır.

Araştırmacı ele aldığı konuyla ilgili kendisinin ya da diğer araştırmacıların görüşlerine değil, katılımcıların sahip olduğu anlamlara katılımcıların bakış açılarına odaklanır (Bogdan ve Biklen, 2007; Creswell, 2007). Gelişen araştırma deseni, araştırma deseninde esnekliği ifade eder. Nitel araştırmalarda araştırma süreci baştan kesin çizgilerle belirlenmez, araştırma sürecinde yapılan analiz sonuçlarına göre gerekli görüldüğü durumlarda desende bazı değişiklikler yapılabilir.

Yorumlayıcı araştırma araştırmacının kendi bakış açısı, deneyimleri ve geçmiş yaşantısının yorumlarından ayrıştırılamayacağını ve elde edilen sonuçların araştırmacının yorumlarına dayalı olduğunu ifade etmektedir (Creswell, 2007). Bütüncül açıklama ile

araştırılan konuya ilişkin verilerin bütüncül bir yaklaşımla toplanması ve yine bütüncül bir yaklaşımla analiz edilmesi kast edilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Sürece odaklılık, nitel araştırmada sonuca değil bu sonucu ortaya çıkaran sürece odaklanıldığını, sonuçlarının nedenlerinin ve nasıllarının araştırıldığını ifade etmektedir (Bogdan ve Biklen, 2007). Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımlarından özellikle fen ve matematik eğitimi alanlarında kullanılan Öğretim Deneyi deseni kullanılacaktır.

#### **2.1.1.1. Öğretim deneyi**

Öğretim deneyinin 1970’lerde Sovyetler Birliği’nde Pedagoji Fakültesi araştırmacıları tarafından kullanılmaya başlandığı bilinmektedir. Bu yöntem daha sonra Amerika’daki küçük bir grup araştırmacı tarafından matematik eğitimi araştırmalarında yeni bir yöntem arayışı ile geliştirilmeye çalışılmıştır. Paradigma savaşlarının ortaya çıkışı ile birlikte matematik öğrenimi ve matematik öğreniminin geliştirilmesi ilgili görüşlerin büyük bir değişim göstermesi yeni bir yöntem ihtiyacı ortaya çıkarmış ve öğretim deneyi bu ihtiyacı karşılamıştır (Steffe ve Thompson, 2000). Öğretim deneyinin yapılandırmacı yaklaşıma paralel bir araştırma yöntemi olarak geliştirildiği söylenebilir.

Öğretim deneyi hem matematik öğretiminin bir aracı, hem de sınıflarda yürütülen matematik araştırmalarında; araştırma sorularının cevaplarını bulmak, matematik öğreniminin doğasını ve öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin gelişimini araştırmak için kullanılan bir yöntemdir (Czarnocha & Maj, 2008). Öğretim deneyi öncelikle öğrencilerin matematiksel etkinliklerinin açıklanması ve keşfedilmesi için tasarlanmıştır (Steffe ve Thompson, 2000). Bu yöntem klinik görüşme yönteminden türetilmiştir ancak öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini geliştirecek yollar tasarlamayı da içerdiği için klinik görüşmeden daha kapsamlıdır (Steffe, Thompson ve Glasersfeld, 2000). Öğretim deneyi yönteminin temel amacı, birinci elden öğrencilerin matematik öğrenmelerini ve muhakeme süreçlerini deneyimlemektir (Steffe ve Thompson, 2000).

Bu yöntem bir dizi öğretim bölümlerinden oluşurken, bir öğretim bölümü ise; bir öğretim temsilcisi, bir ya da birkaç öğrenci, bir şahit(gözlemci) ve veri kayıt yöntemini içermektedir (Steffe & Thompson, 2000; Engelhardt vd. 2003; Czarnocha ve Maj, 2008). Öğretim bölümleri kaydedilir ve analiz edilir. Bu analizler bir sonraki öğretim bölümünün geliştirilmesinde kullanılır. Bu süreç boyunca araştırmacı var olan hipotezlerini test eder, yenilerini geliştirir. Klinik görüşmelerde olduğu gibi ilgi odağı öğrencilerin muhakemeleridir. Bu süreçte öğretim temsilcisi olarak araştırmacı, öğrencilerin

matematiği öğrenme girişimlerinde düşünceleri değiştirmelerini sağlayacak etkileşim yolları ve durumlar yaratmaya çalışmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000; Engelhardt vd., 2003). Öğrencilerin düşüncelerini değiştirmeleri öğretim deneyi için istenen bir sonuçtur. Öğretim deneyi bu yönüyle de klinik görüşmeden ayrılmaktadır. Öğretim deneyinde gözlemcinin rolü ise araştırmacıya/ öğretim temsilcisine öğrencileri anlamada ve bir sonraki öğretim bölümünü belirlemede yardımcı olmaktır (Steffe ve Thompson, 2000; Engelhardt vd., 2003). Veriler video ile kaydedilir ve bu kayıtlar geçmişe yönelik (retrospective) kavramsal analizlerin yapılmasında ve daha sonraki öğretim bölümlerinin hazırlanmasında kullanılmaktadır (Steffe ve Thompson, 2000; Czarnocha ve Maj, 2008;).

## **2.2 Katılımcılar**

Matematik okuryazarlığını ölçen PISA uygulamalarının 15 yaş grubundaki öğrencilere yönelik olduğu bilinmektedir. Ülkemizde ise 15 yaş grubu öğrenciler sekizinci sınıf ya da dokuzuncu sınıf düzeyinde öğrenim görmektedir. Bu çalışmada matematik okuryazarlığının desteklenmesinin amaçlandığı ve veri toplama araçlarında yer verilen problemler PISA uygulamalarında kullanılan problemlerden seçildiği için katılımcıların sekizinci sınıfta öğrenim görmektedir olan öğrenciler arasından seçilmesine karar verilmiştir.

Bu araştırma katılımcı seçimi açısından ön uygulama ve esas uygulama olmak üzere iki temel aşamadan oluşmaktadır. Ön uygulama aşamasında araştırmacı-öğretmen ile gözlemci açık uçlu veri toplama aracını [AUVTA] hazırlamış ve araçta yer alan verilen problemleri analiz etmiştir. Ek 5'te sunulan AUVTA'nın oluşturulmasına ve problemlerin analizine ilişkin bilgilere veri toplama araçları başlığı altında yer verilmiştir. Daha sonra AUVTA belli ölçütlere göre seçilen ortaokullarda uygulanmıştır. Uygulama sonucunda elde edilen öğrenci yanıtları "Yeterlilik Şeması" kullanılarak analiz edilmiş ve analiz sonucuna göre esas uygulama aşamasının yürütüleceği okul ve katılımcılar seçilmiştir. Ayrıca bu araştırma öğretim deneyi desenine bağlı olarak tasarlandığından araştırmacı-öğretmen ve gözlemci de birer katılımcı olarak araştırma sürecinde yer almıştır.

### **2.2.1. Ön uygulama aşamasının katılımcıları**

Araştırmanın ön uygulama aşamasında AUVTA Eskişehir ili merkez ilçelerde yer alan sekiz devlet okulunun birer şubesinde öğrenim görmektedir olan 237 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Bu okulların seçiminde Temel Öğretimden Orta Öğretime

Geçiş [TEOG] sınavlarındaki başarı düzeyleri ölçüt olarak alınmıştır. Okulların başarı düzeyleri ile kast edilen TEOG değerlendirme sonuçlarına göre ilde kaçınıcı olduklarıdır. Merkez ilçelerde yer alan okullardan bu konuda bilgi alınabilen 31 okul araştırmacı-öğretmen ve gözlemci tarafından dört gruba ayrılmıştır. Okulların seçiminde iki merkez ilçeden seçilen okul sayılarının eşit olması ile araştırmacının ulaşım kolaylığı ölçütleri göz önüne alınmıştır. Bu ölçütler doğrultusunda toplamda sekiz ortaokul TEOG başarıları açısından maksimum çeşitlilik örnekleme yolu ile seçilmiştir. Maksimum çeşitlilik örnekleme, incelenen problemle ilgili olarak evrende kendi içinde benzeşik grupları belirleyerek çalışmanın bu durumlar üzerinde yapılması olarak tanımlanmakta ve böylelikle araştırma amacına uygun olarak belirlenen farklı durumlar arasındaki benzerliklerin, farklılıkların ve örüntülerin ortaya çıkarılması ve daha geniş bir çerçevede betimlenmesi sağlanmaktadır (Büyüköztürk vd., 2014, s.90). Bu bağlamda ortaokulların seçiminde TEOG başarıları açısından çeşitliliğin sağlanması alt başarı düzeyinden üst başarı düzeyine kadar tüm kategorilerdeki okullarda uygulama yapılmasına olanak tanımıştır. Benzer şekilde esas uygulama aşamasının katılımcılarının belirlenmesinde de öğrencilerin yeterlilik düzeyleri açısından aynı çeşitliliğin sağlanabilmesi amaçlanmıştır. Uygulamanın yapılacağı şubeler ise bu ortaokullardaki matematik zümre öğretmenlerinden alınan bilgiler doğrultusunda en başarılı sekizinci sınıf şubelerinden biri olarak seçilmiştir. AUVTA'nın uygulaması tamamlandıktan sonra öğrenci yanıtlarının analiz edilmesine ve esas uygulama katılımcılarının seçimine geçilmiştir.

### **2.2.2. Esas uygulama katılımcılarının seçimi**

Araştırmanın esas uygulama aşamasında öğretim deneyine seçilecek katılımcıların maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla belirlenebilmesi amacıyla AUVTA ile elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi, öğretim deneyine her bir yeterlilik düzeyinden öğrenci seçilebilmesi amacıyla kullanılmıştır. Böylelikle farklı yeterlilik düzeyindeki öğrencilerin matematiksel muhakeme, problem çözme ve matematik okuryazarlıklarının incelenebilmesi amaçlanmıştır.

AUVTA ile elde edilen verilerin analizi sonucunda ön uygulama aşamasının katılımcıları muhakeme ve argümantasyon yeterliliği ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından kendi içinde benzeşik dört gruba ayrılmıştır. Her bir gruptan en az bir olmak üzere toplamda altı ile sekiz arasında katılımcıdan oluşacak şekilde odak grup



katılımcılarının seçilmesine karar verilmiştir. Uygulamanın yapıldığı sekiz ortaokuldan her bir grupta en az iki öğrencisi olan bir ortaokulda öğrenim görmekte olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden yedi öğrenci matematik öğretmenlerinin görüşleri de göz önüne alınarak araştırmanın ikinci aşamasının katılımcıları olarak seçilmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasının katılımcıları dört kız üç erkek öğrenciden oluşmaktadır. Bu katılımcıların kod isimleri, AUVTA ile elde edilen verilerin analizi sonucunda yerleştikleri gruplar ve gruplardaki katılımcı nitelikleri Tablo 2.1’de sunulmuştur.

**Tablo 2.1. Katılımcıların Gruplara Göre Dağılımı**

| Gruplar | Katılımcıların kod isimleri | Gruplardaki katılımcıların nitelikleri                                                                                                                                                                                                             | Muhakeme ve argüman düzeyi | Problem çözme düzeyi |
|---------|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|----------------------|
| 1.Grup  | Doğu Barış                  | Uygun stratejinin açıkça görüldüğü durumlarda bile doğrudan adım atmada zorlanan, en fazla doğrudan çıkarım yapabilen öğrenciler                                                                                                                   | 0                          | 0                    |
| 2. Grup | Gül                         | Bilgileri birleştirerek çıkarım yapabilen, çözüm stratejisi belirgin problemlerin çözümü için ilişkili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek uygun bir strateji bulabilen öğrenciler                                                               | 1                          | 1                    |
| 3. Grup | Zülal Hazal                 | Çeşitli değişkenleri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilen çözüm stratejisi belirgin olmayan problemlerin çözümü için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü uygun bir strateji yapılandırabilen öğrenciler | 2                          | 2                    |
| 4. Grup | Fuat İrem                   | Bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak muhakeme zincirlerini oluşturabilen, kullanabilen, genelleme yapabilen ve detaylı stratejiler yapılandırabilen öğrenciler                                                                       | 3                          | 3                    |

Tablo 2.1 incelendiğinde birinci grupta yer alan katılımcılardan Doğu’nun AUVTA’da yer alan hiçbir problemi doğru bir şekilde çözemediği görülmüştür. Doğu, doğrudan çıkarım yaparak çözülebilecek olan Kitaplık Sistemi 1 problemini dahi toplama çıkarma işlemleri kullanarak çözmeye kalkışmıştır. Okuldaki matematik öğretmeninden Doğu’nun matematik başarısı ile ilgili alınan görüşler de göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından en alt düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Birinci grupta yer alan katılımcılardan Barış'ın ise yalnızca doğrudan çıkarım yaparak çözülebilecek olan Kitaplık Sistemi 1 problemini çözebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Barış bu problemin yanıtını problemde istenilen birim olan gün sayısı olarak değil, kendi tercih ettiği birim olan hafta olarak vermiştir. Okuldaki matematik öğretmeninden Barış'ın matematik başarısı ile ilgili alınan görüşler de göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından en alt düzeyde olduğu düşünülmüştür.

İkinci grupta yer alan Gül'ün AUVTA'da yer alan problemlerden yalnızca Kitaplık Sistemi 1 ve Derin Dondurucu 1 problemini doğru olarak yanıtlayabildiği görülmüştür. Kitaplık Sistemi 1 problemi doğrudan çıkarım yaparak çözülebilirken, Derin Dondurucu 1 problemi çeşitli değişkenleri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı ve neden sonuç ilişkisi kurmayı gerektirmektedir. Matematik okuryazarlığı alanından hiçbir problemi çözemediği halde orta düzey güçlükteki problem çözme okuryazarlığı problemini çözebilmesi Gül'ün matematiksel problem çözme yeterliliğinin düşük olabileceğini düşündürmüştür. Okul matematik öğretmenin Gül'ün matematik başarısına ilişkin görüşleri de göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından birinci düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Üçüncü grupta yer alan katılımcılardan Hazal'ın AUVTA'da yer alan doğrudan çıkarım yapmayı ve ilişkili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek uygun bir strateji bulmayı gerektiren problemleri doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Hazal, çeşitli değişkenleri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı, bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırmayı gerektiren Kitaplık ve Kaykay 3 problemlerini de çözebilmiştir. Ancak Derin Dondurucu 1 problemini çözememiştir. Okul matematik öğretmenin Zülal'in matematik başarısına ilişkin görüşleri de göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından ikinci düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Üçüncü grupta yer alan katılımcılardan Zülal'in AUVTA'da yer alan doğrudan çıkarım yapmayı ve ilişkili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek uygun bir strateji bulmayı gerektiren problemleri doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Zülal, çeşitli değişkenleri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı, bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırmayı gerektiren Kitaplık problemini de çözebilmiştir. Ancak Kaykay 3 ile Derin Dondurucu 1

problemlerini çözememiştir. Okul matematik öğretmenin Zülal'ın matematik başarısına ilişkin görüşleri de göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından ikinci düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Dördüncü grupta yer alan katılımcılardan Fuat'ın AUVTA'da yer alan Derin Dondurucu 1 ve 2 problemleri dışındaki diğer problemlerin tamamını doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Okuldaki matematik öğretmeninden Fuat'ın matematik başarısı ile ilgili alınan görüşler ile muhakeme ve argümantasyon yeterliliği açısından her bir düzeydeki problemleri çözebilmesi göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından en üst düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Dördüncü grupta yer alan katılımcılardan İrem'in AUVTA'da yer alan Kitaplık problemi dışındaki diğer problemlerin tamamını doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Kitaplık problemi ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı ve bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırmayı gerektirmektedir. İrem bu problem bağlamında bilgilerin dönüştürüldüğü stratejinin bir bölümünü oluşturabilmiştir. Okuldaki matematik öğretmeninden İrem'in matematik başarısı ile ilgili alınan görüşler ile muhakeme ve argümantasyon yeterliliği açısından her bir düzeydeki problemleri çözebilmesi göz önünde tutularak bu öğrencinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterliliği açısından en üst düzeyde olduğu düşünülmüştür.

Sonuç olarak birinci gruptan dördüncü gruba doğru gidildikçe öğrencilerin muhakeme ve argüman ile problem çözme yeterliliklerinin ve matematik okuryazarlığı performanslarının arttığı görülmektedir.

### **2.2.3. Araştırmacı-öğretmen**

Araştırmacı-öğretmen araştırmanın hem katılımcısı hem de bir veri toplama aracı olarak araştırma sürecinde etkin bir rol oynamıştır. Öğretim bölümleri, kinik görüşmeler ve değerlendirme görüşmeleri araştırmacı-öğretmen tarafından yürütülmüş olup katılımcı öğrencilerle sürekli etkileşimde bulunulmuştur. Araştırmacı-öğretmen lisans eğitimini ilköğretim matematik öğretmenliği üzerine almış ve yedi buçuk yıl MEB'e bağlı ortaokullarda matematik öğretmeni olarak görev yapmıştır. Eğitimde ölçme ve değerlendirme alanında yüksek lisans eğitimini tamamlamış olup şu an matematik eğitimi anabilim dalında doktora öğrencisidir. Araştırmacı-öğretmen eğitimde ölçme ve

değerlendirme alanındaki yüksek lisans tez çalışmasını, PISA matematik eğitimi uzmanları gurubu tarafından ileri sürülen ve bu çalışmada kullanılan “Yeterlilik Şeması” çerçevesinin Türkçe’ye uyarlanması ve elde edilen değerlendirmelerin geçerliği ve güvenilirliği üzerine yapmıştır (Kızıltoprak, 2016). Ayrıca araştırmacı-öğretmen matematik eğitimi alanındaki doktora eğitimi süresince problem çözme, matematik dili, matematiksel kanıt ve DNR çerçevesi üzerine çeşitli dersler almıştır.

#### 2.2.4. Gözlemci

Matematik eğitimi alanında doçent doktor unvanına sahip olan ve matematik öğrenme teorileri üzerine çok sayıda çalışması bulunan gözlemci araştırma ve öğretim sürecinde aktif rol oynamıştır. Gözlemci matematik okuryazarlığı üzerine proje yürütücülüğü yapmıştır. Ayrıca gözlemci, araştırmacı-öğretmenin doktora tez danışmanıdır. Araştırmacı-öğretmen ve gözlemci katılımcı seçimi, açık uçlu problem çözme araçlarının hazırlanması, öğretim bölümlerinin hazırlanması, klinik görüşmeler ve değerlendirme görüşmeleri sorularının hazırlanmasını birlikte gerçekleştirmişlerdir. Gözlemci ve araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi sürecinde öğretim bölümlerinin geriye dönük analizlerini ve makro analizleri birlikte değerlendirmiş ve öğretim sürecini birlikte planlamışlardır.

### 2.3. Verilerin Toplanması

Bu araştırmanın verileri, ön uygulama aşamasında AUVTA ile, esas uygulama aşamasında klinik görüşmeler, öğretim bölümleri, değerlendirme görüşmeleri, bireysel çalışma kağıtları, araştırmacı ve öğrenci günlükleri ile toplanmıştır. Bu araştırmanın verilerinin toplanma süresi yaklaşık yedi ay sürmüştür. Araştırma verilerinin toplanmasına ilişkin takvim aşağıda Tablo 2.2’de sunulmuştur.

**Tablo 2.2. Araştırma Verisi Toplama Takvimi**

| Etkinlik                                                                  | Tarih                         |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Açık uçlu problem çözme aracının uygulanması                              | 01. 12. 2014-<br>15. 01. 2015 |
| Öğretim deneyi süreci için katılımcı öğrencilerin seçilmesi               | 09. 02. 2015- 02.03.2015      |
| Ön klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi                                 | 03.03. 2015-<br>29.03. 2015   |
| Öğretim bölümlerinin gerçekleştirilmesi                                   | 01.05. 2015- 29.05.2015       |
| Son klinik görüşmeler ve son bilgi edinme görüşmelerin gerçekleştirilmesi | 30.05. 2015- 05.06.2015       |

Tablo 2.2’de görüldüğü gibi ön klinik görüşmelerin gerçekleştirilmesi ile öğretim bölümlerinin gerçekleştirilmesi arasında, öğrencilerin TEOG sınavının bitmiş olması ve öğretim bölümlerinin planlanması amacıyla bir süre boşluk bırakılmıştır. Araştırmacı öğretmen veri analizinde kullanmak üzere süreçte toplanan verileri video kamera ve ses kayıt cihazı ile kayıt altına almıştır. Araştırma sürecine ilişkin izlenen genel adımlar aşağıda Şekil 2.1’de sunulmuştur.



**Şekil 2.1. Veri Toplama Süreci**

Şekil 2.1’de de görüldüğü gibi araştırma sürecinde verilerin toplanması ve verilerin analizi iç içe geçmiş ve eş zamanlı olarak yürütülmüştür. Öğrencilerle yapılan değerlendirme görüşmeleri ile veri toplama süreci sona ermiştir. Bu aşamadan sonra verilerin bütünsel olarak analizine ve araştırma bulgularının raporlaştırılması aşamasına geçilmiştir. Veri toplama sürecinin ilk basamaklarında öncelikle uygulama okulları seçilmiş, AUVTA hazırlanmış ve içerdiği problemlerin betimsel analizi yapılmıştır. Bir sonraki adımda araştırmanın ön uygulama aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada AUVTA seçilen şubelerde uygulanmış, öğrencilerden toplanan verilerin betimsel analizi

yapılmıştır. Ön uygulama aşamasından elde edilen sonuçlara göre uygulama okulu ile odak grup öğrencileri seçilmiştir.

### **2.3.1. Ön uygulama aşamasının analizi**

Araştırmanın ilk aşaması olan ön uygulama aşamasında AUVTA Eskişehir ilinde sekiz farklı ortaokulun birer şubesinde öğrenim görmekte olan 237 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. AUVTA ile elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. AUVTA’da yer alan problemler Yeterlilik Şeması çerçevesinde analiz edilmiş olmasına karşın öğrenciler farklı düşünme biçimleri ve problem çözme stratejileri ortaya koyabileceği için bu yaklaşım tercih edilmiştir.

İlk aşamada tüm öğrencilerden toplanan veriler, öğrencilerin problemlere ilişkin çözümleri, üzerinden ilk okuma yapılmıştır. Daha sonra, Yeterlilik Şeması çerçevesinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterlilik kategorileri, problemlerin analizleri, uygulanan problem çözme stratejileri ve muhakeme yolları dikkate alınarak öğrencilerin verdikleri yanıtlara ilk kodlar atanmıştır. Kod listesi kontrol edilmiş, uygun olmayan kodlar atılmış ve uzun kodlar sadeleştirilmiştir. Yeterlilik Şeması çerçevesinin muhakeme ve argümantasyon ile matematiksel problem çözme yeterlilik kategorilerine ilişkin verilen kodlar açısından benzerlik gösteren öğrenciler aynı gruplarda yer alacak şekilde gruplandırılmıştır.

### **2.3.2. Ön uygulama aşamasından elde edilen bulgular**

Kodlama işleminin sonunda problemler yeterlilik gereksinimleri açısından alt düzeyden üst düzeye doğru sıralanmış ve problemlerin analizlerine paralel olacak şekilde öğrenciler dört gruba ayrılmıştır. Dördüncü gruptaki öğrenciler muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliğinin tüm düzeylerindeki problemleri çözebilen öğrencilerdir. Bu öğrenciler bir alt kategorideki öğrencilerin yeterliliklerine ek olarak bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak muhakeme zincirlerini oluşturabilmiş, kullanabilmiş, genelleme yapabilmiş ve detaylı stratejiler yapılandırabilmişlerdir. Üçüncü gruptaki öğrenciler muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliğinin üçüncü düzeylerine karşılık gelen problemleri çözemeyen ancak diğer üç düzeye karşılık gelen problemlerden en az birini çözebilen öğrencilerdir. Bu öğrenciler, bir alt kategorideki öğrencilerin yeterliliklerine ek olarak çeşitli değişkenleri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme

yapabilmiş, çözüm stratejisi belirgin olmayan problemlerin çözümü için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü uygun bir strateji yapılandırabilmişlerdir.

İkinci gruptaki öğrenciler muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliğinin üçüncü ve ikinci düzeylerine karşılık gelen problemleri çözemeyen ancak diğer iki düzeye karşılık gelen problemlerden en az birini çözebilen öğrencilerdir. Bu öğrenciler, bir alt kategorideki öğrencilerin yeterliliklerine ek olarak bilgileri birleştirerek çıkarım yapabilmiş ve çözüm stratejisi belirgin problemlerin çözümü için ilişkili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek uygun bir strateji bulabilmişlerdir. Birinci gruptaki öğrenciler muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin yalnızca sıfırıncı düzeyindeki problemi çözebilen ya da hiçbir problemi çözmeyen öğrencilerdir. Bu öğrencilerin problemleri çözmede ya hiç çıkarım yapamadıkları ya da doğrudan çıkarım yaptıkları görülmüştür. Her bir grupta yer alan öğrenci sayıları ve okullar bazında öğrencilerin gruplara göre dağılımı Tablo 2.3'te verilmiştir.

**Tablo 2.3. Ön Uygulama Sonucunda Okullardaki Öğrencilerin Gruplara Göre Dağılımı**

| Ait olduğu grup | Okul kodu    | Toplam öğrenci sayısı | 4. Grupta yer alan öğrenci sayısı |    | 3. Grupta yer alan öğrenci sayısı |    | 2. Grupta yer alan öğrenci sayısı |    | 1. Grupta yer alan öğrenci sayısı |    |       |
|-----------------|--------------|-----------------------|-----------------------------------|----|-----------------------------------|----|-----------------------------------|----|-----------------------------------|----|-------|
| Biraz başarılı  | Çok başarılı | A                     | 23                                | 1  | %4                                | 3  | %13                               | 19 | %83                               | -  | -     |
|                 | Başarılı     | B                     | 40                                | 11 | %28                               | 12 | %30                               | 12 | %30                               | 5  | %12   |
|                 |              | C                     | 30                                | 2  | %6,7                              | 11 | %36,6                             | 14 | %46,7                             | 3  | %10   |
|                 |              | D                     | 27                                | 3  | %11                               | 8  | %29,6                             | 8  | %29,6                             | 8  | %29,6 |
|                 |              | E                     | 30                                | 3  | %10                               | 6  | %20                               | 9  | %30                               | 12 | %40   |
|                 |              | F                     | 32                                | 3  | %9                                | 7  | %22                               | 9  | %28                               | 13 | %41   |
|                 | Az başarılı  | G                     | 24                                | 1  | %4                                | 3  | %13                               | 8  | %33                               | 12 | %50   |
|                 |              | H                     | 31                                | -  | -                                 | 1  | %3                                | 10 | %32                               | 20 | %65   |
|                 |              | Toplam                | 237                               | 24 | %10                               | 51 | %22                               | 89 | %37                               | 73 | %31   |

Tablo 2.3'e göre 237 öğrencinin 24'ü dördüncü grupta, 51'i üçüncü grupta, 89'u ikinci grupta ve 73'ü birinci grupta yer almaktadır. Öğrencilerin büyük kısmının %37'sinin üçüncü grupta yığıldığı diğer bir deyişle öğrencilerin büyük çoğunluğunun en

fazla bilgileri birleştirerek çıkarım yapabildiği ve çözüm stratejisinin belirgin olduğu durumlarda uygun stratejiyi bulabildikleri görölmüştür.

Örnekleme seçildikleri ölçütler bazında incelendiğinde çok başarılı ölçütünü karşılayan A okulunda dördüncü gruptaki öğrenci oranı %4 ile düşük olmasına karşın birinci grupta hiç öğrencisi olmadığı görölmektedir. A okulu dördüncü gruptaki öğrenci oranı açısından %0 ile sekiz okul arasında en düşük orana sahiptir. B okulunda ise dördüncü gruptaki öğrenci oranı %12 olduğu halde birinci gruptaki öğrenci oranının %11 ile tüm okullar arasında en yüksek değere sahip olduğu görölmüştür. Bu durum çok başarılı okulların en üst düzey yeterlilikteki öğrenci oranlarının çok yüksek veya en alt düzey yeterlilikteki öğrenci oranlarının çok düşük olduğu ortaya koymaktadır.

Başarılı ölçütünü karşılayan C okulunda dördüncü gruptaki öğrenci oranı yaklaşık %7, birinci gruptaki öğrenci oranı %10 dur. Bu durum bu okuldaki öğrencilerin büyük çoğunluğunun yaklaşık %83'ünün A okulunda olduğu gibi orta düzey yeterlilikte olduğu göstermektedir. D okulu ise dördüncü gruptaki öğrenci oranı açısından %11 ile ikinci sırada, birinci gruptaki öğrenci oranı açısından yaklaşık %30 ile en düşük oran açısından dördüncü sırada yer almıştır. C ve D okullarındaki sonuçların A ve B okullarındaki sonuçlarla benzerlik gösterdiği görölmektedir. A ve C okullarında en düşük ve en yüksek yeterlilik düzeyindeki öğrenci oranları düşük olup öğrencilerin büyük çoğunluğu orta düzey yeterliliğe sahipken, B ve D okullarında en yüksek yeterlilik düzeyindeki öğrenci sayılarının diğer okullara göre yüksek olduğu görölmektedir. Bu durum çok başarılı okullar gibi başarılı okulların da en üst düzey yeterlilikteki öğrenci oranlarının yüksek veya en alt düzey yeterlilikteki öğrenci oranlarının düşük olduğu, öğrencilerin en az %60'ının orta düzey yeterlilikte olduğu ortaya koymaktadır.

Biraz başarılı ölçütünü karşılayan E ve F okullarındaki öğrenci oranlarının her bir grup için birbirine çok yakın olduğu görölmektedir. Bu okullarda dördüncü gruptaki öğrenci oranları %10 ve %9 ile başarılı okulların %7 ve %11 oranına yakın olduğu halde birinci gruptaki öğrenci oranlarının %40 ve %41 ile başarılı okullara göre çok daha yüksek olduğu görölmüştür. Her iki okulda da orta düzey yeterlilikteki öğrenci oranının %50 olduğu görölmektedir.

Az başarılı ölçütünü karşılayan G okulunda dördüncü gruptaki öğrenci oranı %4 ile en başarılı ölçütüne göre seçilen A okulundaki öğrenci oranı ile aynı olmasına karşın birinci gruptaki öğrenci oranının %50 olduğu görölmektedir. Bu durum bu okuldaki öğrencilerin yarısının en alt düzey yeterlilikte olduğu göstermektedir. Birinci ve ikinci



gruptaki toplam öğrenci oranının ise %83 olduğu görülmektedir. H okulunda ise dördüncü grupta yer alan öğrenci yokken, birinci gruptaki öğrenci oranı %65, birinci ve ikinci gruplardaki toplam öğrenci oranı ise %97'dir. Bu durum H okulundaki öğrencilerin yarısından fazlasının en alt yeterlilik düzeyinde yer aldığını göstermektedir.

### **2.3.3. Ön uygulama aşamasının sonuçları**

Ön uygulama aşamasında toplanan verilerin analizi sonucunda ölçüt olarak alınan başarı düzeyi düştükçe en alt yeterlilik düzeyindeki öğrenci oranlarının %0'dan %65'e kadar arttığı, orta düzeylerdeki öğrenci oranlarının %96'dan %35'e kadar azaldığı görülmektedir. Okulların en üst düzey yeterlilik düzeyindeki öğrenci oranlarında ise %0 ile %28 arasında daha az değişkenlik gösterdiği görülmüştür. Hatta çok başarılı A Okulu ile az başarılı G Okulu'nun en üst düzey yeterlilikteki öğrenci oranlarının birbirine eşit olduğu görülmüştür. Bu durum ülkemizin PISA matematik okuryazarlığı açısından alt sıralarda yer almasının nedenlerinden biri olarak Berberoğlu'nun (2007) da belirttiği alt düzeylerdeki öğrenci oranının diğer ülkelerden daha yüksek olmasından kaynaklandığı sonucunu desteklemektedir.

Katılımcıların %31'i en çok doğrudan çıkarım yapabilmekteyken, %69'u en çok bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmekte ve çözümün belirgin olduğu problemlerde uygun stratejiyi bulabilmektedir. Katılımcıların %32'si bilgilerin dönüştürüldüğü stratejiler yapılandırabilir ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilirken sadece %10'u muhakeme zincirleri oluşturma, kullanma, genelleme yapma ve ayrıntılı kapsamlı bir strateji geliştirebilme de başarılı olmuşlardır. Çok başarılı okulların öne çıkan en önemli özelliği ya en üst düzey yeterliliğe sahip öğrenci oranlarının çok yüksek ya da en alt düzey yeterliliğe sahip öğrenci oranlarının çok düşük olmasıdır.

### **2.3.4. Esas uygulama aşaması**

Araştırmanın esas uygulama aşamasının katılımcıları olan odak grup öğrencileri belirlendikten sonra ilk olarak bu katılımcı öğrencilerle ön klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler kapsamında öğrencilerin AUVTA'nda yer alan problemlere ön uygulama aşamasında vermiş oldukları yanıtları açıklamaları, ne düşündüklerini, problemleri nasıl anladıklarını, strateji seçimini nasıl yaptıklarını belirtmeleri için sorular yöneltilmiştir. Ayrıca ön klinik görüşmelerde öğrencilerin problemlere ilişkin görüşlerini belirlemeye yönelik sorulara da yer verilmiştir. Ön klinik görüşmelerin ardından öğretim deneyi

deseni kapsamında öğretim bölümlerinin yürütülmesi aşamasına geçilmiştir. Öğrencilerle dört öğretim bölümü gerçekleştirilmiştir. Öğretim bölümlerinin hazırlanması amaçları ve kapsamı aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Öğretim bölümlerini aşamasının tamamlanmasının ardından öğrencilerin, muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliklerinin ve matematik okuryazarlığı becerilerinin yeniden belirlenmesi amacıyla son klinik görüşmeler yürütülmüştür. Bu bölümle ilgili bilgiler son görüşme veri toplama aracı [SGVTA] başlığı altında ayrıntılı olarak sunulmuştur. Son görüşmelerin gerçekleştirilmesinin ardından öğrencilerin araştırma sürecine, matematiğe, problem çözmeye ve öğretimlerin etkililiğine ilişkin görüşlerini almak amacıyla değerlendirme görüşmeleri yürütülmüştür. Bu aşamanın verilerinin toplanmasında Veri toplama süreci bu şekilde sona ermiştir.

#### **2.4. Çeşitlemelerle Problem Çözme Etkinliklerini İçeren Öğretim Bölümleri**

Öğretim deneyi kapsamında yürütülen öğrenme bölümlerinde araştırmacı-öğretmen problem çözmede çeşitlemelerle öğretim yaklaşımını kullanmıştır. Yeterlilik Şeması çerçevesinde dört düzeyde ele alınan yeterlilik düzeylerine paralel olarak öğretim bölümlerinin tasarlanmasına karar verilmiştir. Bu bağlamda birinci öğretimde temel olarak öğrencilerin verilen bir problem durumunda doğrudan çıkarım yapabilmelerini ve çözüm için doğrudan adım atmalarını geliştirmek amaçlanmıştır. Birinci öğretim muhakeme yeterliliğinin desteklenmesine yönelik problemlerin özellikleri, öğrenci ve öğretmen rolleri ve öğrenme iklimi göz önünde tutularak araştırmacı-öğretmen ve gözlemci tarafından hazırlanmıştır. Daha sonraki öğretim bölümlerinin tasarlanmasında ise öğretim deneyi deseninin bir parçası olan bazı adımlar izlenmiştir. İlk olarak araştırmacı-öğretmen ve gözlemci bir önceki öğretim bölümü ile ilgili araştırmacı-öğretmenin günlüğü, gözlem notları ve kamera kayıtları üzerine öğrencilerin eylemleri hakkında tartışmıştır. Öğrencilerin bir önceki öğretimdeki eylemleri, söylemleri, performansları ve günlüklerindeki bilgiler göz önünde tutularak bir sonraki öğretim bölümü tasarlanmıştır.

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığının matematiksel muhakeme ve problem çözme yeterliliklerinin desteklenerek geliştirilmesi kapsamında öğretim bölümleri süresince yalnızca beceri gelişimine odaklanılmıştır. Bu bağlamda öğrencilere herhangi bir kavramsal ya da işlemsel bilginin öğretilmesi amaç edinilmemiştir. Bununla birlikte hazırlanan gerçek yaşam problemlerinin çözülebilmesi

için dayandığı matematiksel kavramlara ve işlemlere ilişkin bilgilerin öğrenciler tarafından etkinleştirilmesi gereği göz ardı edilmemelidir. Ayrıca matematik okuryazarlığı becerisinin ve muhakeme yeterliliğinin desteklenmesinde öğretim etkinliklerinde yer verilen problemlerin, öğretmen ve öğrenci rollerinin ve öğrenme ortamının önemli bir rolü olduğu bilinmektedir.

#### **2.4.1. Problemlerin özellikleri**

Tüm öğretimlerde yaratıcı muhakemenin (Lithner, 2008) ve matematik okuryazarlığının (Gatabi, Stacey ve Gooya, 2012) desteklenmesini sağlayacak türden gerçek yaşam bağlamında türetilen problemlerin (extra mathematical problems) kullanılması amaçlanmıştır. Bu bağlamda internet üzerinden Galler hükümeti (Welsh Government [WG] tarafından öğretmen destek materyali olarak yayınlanan sınıfta muhakeme (reasoning in the classroom) etkinliklerine ulaşılmıştır. Ulaşılan bu problem durumları araştırmacı-öğretmen tarafından incelenmiştir. Bu problem durumlarının uyarlanmasıyla ve “bir problemdeki çoklu değişimler” yaklaşımı ile öğretim bölümlerinin amaçlarına uygun düzeyde yeterlilik gereksinimi olan problemler türetilmiştir.

Matematiksel muhakemenin ve problem çözmenin geliştirilmesinde öğretimlerde yer verilen görevlerin önemli bir rolü vardır. Görevlerin tasarımı öğrencilerin muhakemelerinin desteklenmesinde merkezi bir role sahiptir (Francisco & Maher, 2005; Doerr & English, 2006; Maher & Mueller, ve Palius, 2010; Mueller, Yankelewitz ve Maher, 2010). Öğrencilerin problem çözmede devamlı uğraşı göstermesi ve matematiksel muhakemenin anlamlandırma ile desteklenmesi için görevlerin tasarımı önemlidir (Francisco ve Maher, 2005, s.365). Bu bağlamda görevi anlamdan yoksun kıldığı ve problemten ayırdığı için bir görevin basitleştirilmiş alt görevlere bölünerek öğrencilere sunulması önerilmemektedir. Ancak birbiriyle ilişkili aynı köke bağlı görevler kümesi çözümlerin yeniden gözden geçirilmesi ve genellemelerin üretilmesine fırsat vermektedir (Maher, Mueller, ve Palius, 2010, s.2). Bunun yanı sıra özellikle çoklu temsillerin ya da çoklu çözüm yollarının ortaya çıktığı durumlarda, iyi tanımlanmış açık uçlu görevlerin öğrencilerin fikirlerini açıklamalarını destekleyebildiği görülmektedir (Francisco & Maher, 2005). Bu açıdan bakıldığında, çeşitleme problemlerinin muhakemenin gelişimini destekleyeceği ön görülmüştür. Bununla birlikte alışılmışın dışında ve çözümü için hali hazırda bir prosedürün bulunmadığı görevler, yaratıcı muhakemenin desteklenmesine (Lithner, 2008) yardımcı olabilmektedir.

#### 2.4.2. Öğrenci rolü

Klinik görüşmeler ve öğretim bölümleri süresince tüm öğrenciler problem çözme sürecinin çeşitli basamaklarında düşüncelerini açıklama, fikirlerini savunma, varsayımlar üretme ve test etme, diğerlerinin fikirlerini çürütme / doğrulama, hangi stratejiyi neden seçtiğini savunma, seçilen stratejinin etkililiğini tartışma, diğerlerinin stratejilerini anlama, stratejiyi uygulama, çözümü doğrulama, savunma ve gerekçelendirme yapımları için yönlendirilmiştir. Öğrencilerden problemlere ikna edici çözümler sunmalarının istenmesi, öğrencilerde muhakemenin kanıt benzeri türlerini ve genelleme türündeki argümanları harekete geçirebilir (Maher, 2002).

Mueller (2007) problem çözme ortamlarının, matematiksel öğrenme ve birlikte yapılandırılan muhakemenin gelişiminde önemli bir rol oynadığını belirtmiştir (s.26). Bu bağlamda bir problem çözme ortamında sosyal etkileşim ve fikirlerin birlikte yapılandırılmasını destekleyecek bir topluluk ya da mikro kültür oluştuğunu ileri sürmüştür. Fikirlerin bu topluluk ile paylaşıldıkça diğerlerinin fikirlerini de etkilediğinden bahsetmiştir. Öğrencilerin birbirleriyle etkileşime geçtikleri, matematiksel fikirlerini rahatlıkla paylaşabildikleri bir ortam matematiksel muhakemenin gelişimi için ideal ortamdır (Yankelewitz, Mueller ve Maher, 2010).

#### 2.4.3. Öğretmen rolü

Araştırmacı-öğretmen klinik görüşmeler ve öğretim bölümleri süresince öğrencilerin problemleri çözme sürecinde minimum müdahalede bulunmuştur. Bu müdahaleler, öğrencilerin fikirlerini açıklayabilmeleri için öğrencilere yöneltilen sorular şeklindedir. Öğrencilerin problem durumlarının ilişkili olduğu matematiği kendilerinin belirlemesi önemli olduğundan araştırmacı-öğretmen yalnızca yönlendirici bir rol üstlenmiştir.

Francisco ve Maher (2005, s. 371), öğrencileri kendi matematiksel aktivitelerine sahiplik etmeleri yönünde cesaretlendirmenin, ilgili problemlerin yer aldığı kompleks uygulamaları kullanmanın, öğrencilerin işbirlikli çalışmalarına imkan tanımanın ve onların fikirlerini gerekçelendirmelerini beklemenin matematiksel muhakemenin gelişmesine yardımcı olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca Maher, Mueller, ve Palius (2010), belirli öğretmen müdahaleleri ile öğrencilerin muhakeme ve doğrulamalarının gelişimi arasında bir ilişki olduğunu ortaya sürmüştür. Bu müdahaleler, birbirini dinleme,

fikirleri ve stratejileri formüle etme ve bu stratejileri savunma / doğrulamalar üretme şeklindedir.

Maher (1998'den aktaran Mueller, 2007, s.7) öğrencilerinin birbirleriyle etkileşime girmelerini cesaretlendirerek problem çözme ve muhakemelerini destekleyen öğretmenlerin / araştırmacıların bazı özelliklerini belirlemiştir. Bu özellikler aşağıda belirtilenleri içermekte olup sadece bunlarla sınırlı değildir.

- Matematiksel fikirlerin temsillerinin inşa etmeleri için öğrencilerine deneyimler sunma,
- Öğrencileri modellerini inşa ederken gözlemlene ve açıklamalarını dinleme,
- Öğrencileri doğrulama yapmaları için cesaretlendirme,
- Öğrenci tartışmalarını destekleyecek bir sınıf iklimi oluşturma,
- Fikirlerini paylaşmaları için esneklik ve zaman verme
- Öğrencileri temsillerini arkadaşları ve öğretmenleri ile planlamak için cesaretlendirmek,
- Öğrencileri genellemeler yapmaları için cesaretlendirme
- Fikirlerini yeniden gözden geçirmek ve bunları yeni fikirler ile bağdaştırmak için öğrencilere fırsat verme

Maher Maher, Mueller, ve Palus (2010), öğretmen müdahalelerinin, bir fikrin desteklenmesini ya da gelişimini ısrarla sorgulayan, öğrencileri daha fazlasını keşfetmeleri ve argümanlarının genellenebilir olup olmadığını gözden geçirmeleri için cesaretlendiren iç içe geçmiş sorulardan oluşabileceğini belirtmektedir. Bu araştırma sonucuna göre öğrenme ortamının, görev kümelerinin ve müdahalelerin kombinasyonu öğrencilerin muhakemelerinin gelişimini desteklemekte ve teşvik etmektedir. Öğretime ilişkin olarak öğretmenlerin matematiksel muhakemeyi teşvik etmek için minimum müdahalede bulunarak öğrencilere kendi stratejilerini ve çözümlerini savunma fırsatı sağlamaları önerilmiştir.

#### **2.4.4. Öğretim bölümlerinin planlanması**

Bütün öğretim bölümlerinde belirtilen amaçların gerçekleştirilmesi için çeşitleme teorisi kapsamında ve doğal çeşitleme uygulamaları bağlamında ele alınan prosedürel çeşitleme yaklaşımı kullanılmıştır. Prosedürel çeşitleme yaklaşımı Uzakdoğu ülkelerinde

matematiksel becerilerin gelişimi için kullanılan bir yaklaşım olup, öğretimlerde kullanılan problemlerin ve çözümlerinin çeşitlenmesini içermektedir (Cai, 2007; Fang ve Gopinathan, 2009; Sun, 2011a; Lai ve Murray, 2012). Prosedürel çeşitleme “bir probleme ilişkin çoklu çözümler”, “bir çözüme ilişkin pek çok problem” ve “bir problemdeki çoklu değişimler” olmak üzere üç şekilde yapılabilmektedir. Bu araştırma kapsamındaki tüm öğretimlerde “bir probleme ilişkin çoklu çözümler” ve “bir problemdeki çoklu değişimler” yoluyla sistematik bir şekilde prosedürel çeşitleme yapılmıştır. Bu bağlamda bir gerçek yaşam probleminin çeşitlemeleri sistematik olarak oluşturulmuş olup öğrencilerin bu problemleri farklı yollarla çözmeleri istenmiştir.

Tüm öğretim bölümlerinde temel olarak geliştirilmesi amaçlanan bazı matematiksel muhakeme ve problem çözme davranışları belirlenmiştir. Bunlar; öğrencilerin fikirlerini açıklaması, savunması, bir problemi farklı yollardan çözmesi, diğerlerinin fikirlerini anlaması ve doğrulaması/çürütmesi, problemi çözmek için uygun stratejiye karar vermesi, hangi strateji neden seçtiğini savunması, uygulanan stratejilerin etkililiğini tartışması, çözümlerini doğrulaması, kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışmasıdır (Pugalee, 1999; Maher, 2002; Francisco ve Maher, 2005; Kramarski, 2003; Muller, 2007; Niss ve Højgaard, 2011; Niss, 2015;). Bunun yanı sıra her bir öğretimin amacı muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliğinin farklı düzeylerine karşılık gelecek şekilde öğretim bölümleri planlanmıştır. Bu planlama sürecinde Yeterlilik Şeması çerçevesi temel alınarak öğretim bölümlerinin amaçları belirlenmiştir (Turner, 2012; Turner vd., 2013).

Birinci öğretim bölümü kapsamında özel olarak öğrencilerin verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yapabilmeleri ve çözümü için gerekli olan stratejinin belirgin olduğu problem durumlarında gerekli adımları atabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Bu öğretim bölümünün bir diğer amacı da öğrencilerin problem çözme süreci ve problem çözme stratejileri ile ilgili farkındalık kazanmasıdır.

İkinci öğretim bölümü kapsamında muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapabilmesi ve tek adımlı argümanlar oluşturabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise bir sonuca ya da çıkarıma ulaşmak için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek uygun stratejiye (genellikle tek aşamalı olan) karar verebilme becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

Üçüncü öğretim bölümü kapsamında muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin verilen bilgileri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise çok adımlı argümanlar oluşturmak için bilgiyi analiz etme, çok aşamalı doğrudan bir strateji planlama ya da belirlenen stratejiyi (stratejinin kullanılma sürecinin kontrol edilmesi gereken durumlarda) verilen bilginin dönüştürülmesi için tekrarlı olarak kullanma ve bir sonuca ulaşmak için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırma becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

Dördüncü öğretim bölümü kapsamında ise muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için karmaşık muhakeme zincirini oluşturma, kullanma, değerlendirme ya da sentezleme davranışlarını desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanma ve bu bileşenleri kombine etme ve genellenmiş bir sonuca ya da ayrıntılı bir çözüme ulaşmak için detaylandırılmış bir stratejinin yapılandırılması becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

## **2.5. Veri Toplama Araçları**

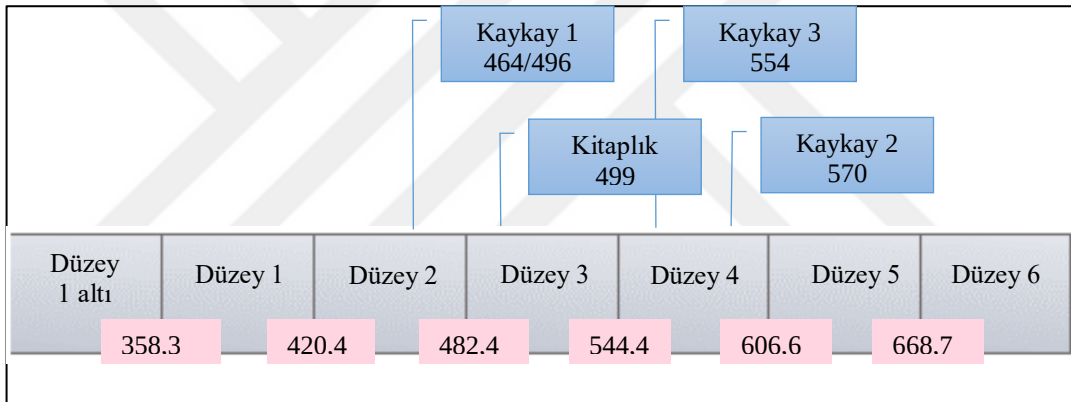
Bu araştırmanın tasarlandığı öğretim deneyi desenine bağlı olarak araştırma sürecinde çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır. Bu araçlar; AUVTA, SGVTA, klinik görüşmeler, değerlendirme görüşmeleri, öğretim bölümlerinde ve klinik görüşmelerde öğrencilerin problemlere ilişkin yanıtlarının yer aldığı bireysel çalışma kâğıtları, öğrenci günlükleri, araştırmacı günlüğü ve gözlem notlarıdır. Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçlarına ilişkin açıklamalar aşağıda ayrıntılı olarak verilmiştir.

### **2.5.1. AUVTA [Açık uçlu veri toplama aracı]**

Araştırmanın ön uygulama aşamasındaki verilerin toplanmasında AUVTA (Bkz. Ek-5) kullanılmıştır. AUVTA'nın oluşturulmasında ilk olarak PISA uygulamalarında kullanılan matematik okuryazarlığı ve problem çözme okuryazarlığı alanındaki yayınlanmış problemler araştırmacı tarafından taranmıştır. AUVTA, PISA 2003 uygulamasında yer alan dört matematik okuryazarlığı problemi ile dört problem çözme okuryazarlığı problemi olmak üzere toplam sekiz problemin bir araya getirilmesi ile oluşturulmuştur. Çoktan seçmeli ve doğru yanlış türündeki maddeler öğrencilerin

muhakemelerinin ve problem çözme stratejilerinin daha iyi açıklanabilmesi amacıyla açık uçlu madde biçimine dönüştürülerek kullanılmıştır.

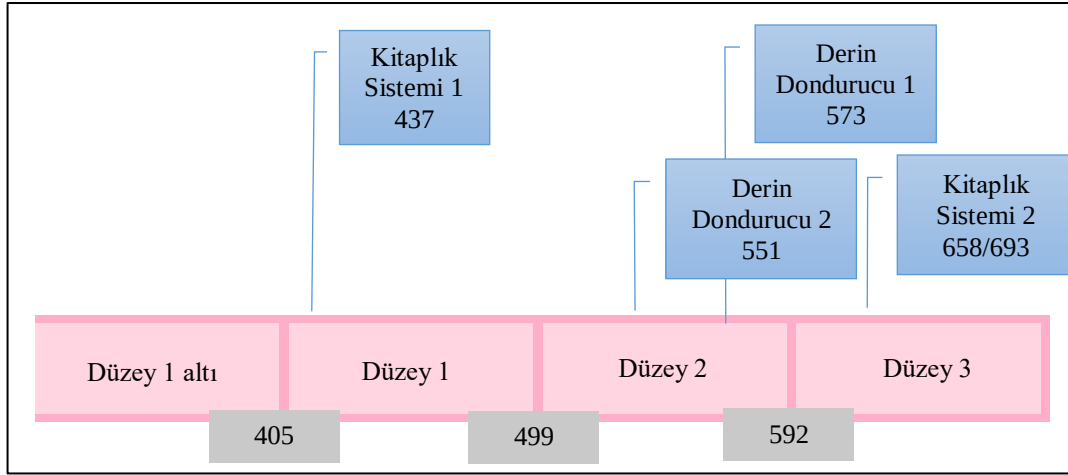
Bu problemlerin seçiminde problemlerin zorluk düzeyleri esas alınmış ve matematik okuryazarlığı ve problem çözme alanından eşit miktarda probleme yer verilmesi göz önünde tutulmuştur. Dahası problemlerin seçiminde Yeterlilik Şeması kapsamında muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterlilikleri bakımından çeşitliliğin sağlanması amaçlanmıştır. Ayrıca bu araştırma çeşitlemelerle problem çözme etkinliklerini içeren bir öğrenme ortamında yürütülmek istenildiğinden öğrencilerin farklı düşünme yollarını açığa çıkarabilecek türden problemlerin seçilmesine gayret gösterilmiştir. Bu problemlerin güçlük düzeyleri ve okuryazarlık ölçekleri (OECD, 2004a, s.48; 2004b, s.31) aşağıda Şekil 2.2 ve Şekil 2.3'te verilmiştir.



**Şekil 2.2.** PISA matematik okuryazarlığı ölçeği ve problemlerin güçlük düzeyleri

AUVTA'da yer alan ilk iki ana problem matematik okuryazarlığı alanından seçilmiştir. PISA değerlendirme programında matematik okuryazarlığı alanında yer alan soruların tamamının gerçek yaşam durumlarında problem çözme içermesine karşın bu soruların bazıları problem çözme döngüsünün tamamını kapsarken bazıları problem çözme döngüsünün bir kısmının kullanımı gerektirmektedir (OECD, 2009, s.160). Bu bağlamda açık uçlu problem çözme aracına problem çözme döngüsünün tamamını kapsayan Kaykay ve Kitaplık problemleri seçilmiştir. Kitaplık problemi matematiksel problem çözmenin daha basit düzeyde olduğu, Kaykay probleminin son maddesi ise matematiksel problem çözmenin daha zor olduğu durumlara örnek gösterilmiştir (OECD, 2004a, s. 48). AUVTA'da yer alan son iki ana problem ise, problem çözme okuryazarlığı alanından seçilen Kitaplık Sistemi ve Derin Dondurucu problemleridir.





**Şekil 2.3.** PISA 2003 problem çözme okuryazarlığı  l eği ve problemlerin g   l k düzeyleri

Bu problemlerden Kitaplık Sistemi problemleri, belli bir durum ile ilgili sistemleri analiz etme ve böyle sistemler tasarlama ile ilgilidir. Kitaplık Sistemi problemlerinden birinin g   l k düzeyi kolay iken diğerinin zordur (OECD, 2004b, s.76). Derin Dondurucu problemleri ise “i lemeyen bir aracı ya da çalışmayan bir sistemi düzeltmek amacıyla, elde edilen bir grup belirtiden yararlanılarak  oneriler getirme ve sorun çözme” ile ilgilidir. Bu problemlerin g   l ğ  öğrencilerin derin dondurucudaki sorunun ne olduğunu analiz etmelerini gerektiren orta ve yüksek zorluk dereceleri arasındadır (MEB, 2011, s.58). AUVTA’ da yer verilen problemler ve bu problemlerin “*muhakeme ve argümantasyon*” ile “*problem çözme*” düzeyleri, zorluk puanları ve okuryazarlık düzeyleri aşağıda Tablo 2.2’de verilmiştir. Problemlerin yeterlilik gereksinimleri belirlenirken yeterlilik düzeylerine ilişkin puanların güvenirliği ve geçerliği g  z önünde tutulmuştur. Kızıltoprak (2016), PISA matematik okuryazarlığı maddelerinin yeterlilik gereksinim puanlarının en az iki uzman puanlayıcı tarafından puanlamasıyla geçerli ve güvenilir ölçümlerin elde edilebileceğini ileri s r m  tur. Bu bağlamda bu problemlerin yeterlilik gereksinimleri, araştırmacı-  ğretmen ve g  zlemci tarafından ayrı ayrı puanlanmış ve puanlamalar karşılaştırılmıştır. Araştırmacı- ğretmen ile g  zlemcinin puanlamaları arasında tüm problemler için tam uy  ma olduğu g r lm  tur. Problemlerin yeterlilik gereksinimlerine ve g   l k puanlarına ilişkin bilgiler aşağıda Tablo 2.4’te sunulmaktadır.

**Tablo 2.4. AUVTA’da Yer Verilen Problemlerin Düzeyleri**

| Madde              | Okuryazarlık alanı | Problem çözme düzeyi | Muhakeme ve argüman düzeyi | Zorluk puanı  | Okuryazarlık düzeyi |
|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------------|---------------|---------------------|
| Kaykay 1           | Matematik          | 1                    | 1                          | 464/496       | 2/3                 |
| Kaykay 2           | Matematik          | 1                    | 1                          | 570           | 4                   |
| Kaykay 3           | Matematik          | 2                    | 2                          | 554           | 4                   |
| Kitaplık           | Matematik          | 2                    | 2                          | 499           | 3                   |
| Derin Dondurucu 1  | Problem Çözme      | -                    | 3                          | 573           | 2                   |
| Derin Dondurucu 2  | Problem Çözme      | -                    | 2                          | 551           | 2                   |
| Kitaplık Sistemi 1 | Problem Çözme      | -                    | 0                          | 437           | 1                   |
| Kitaplık Sistemi 2 | Problem Çözme      | -                    | 3                          | 658/ 677/ 693 | 3                   |

Tablo 2.4’e bakıldığında matematik okuryazarlığı alanından seçilmiş olan problemlerin orta düzey güçlükte maddeler olduğu ve okuryazarlık düzeylerinin iki ile dört arasında değiştiği görülmektedir. Ayrıca bu problemlerin “muhakeme ve argümantasyon” ile “problem çözme” yeterlilik düzeyleri açısından ise birinci ve ikinci düzeylerde olduğu düşünülmüştür. Bu durum matematik okuryazarlığı alanında “muhakeme ve argümantasyon” ile “problem çözme” yeterliliğinin en düşük ve en yüksek düzeylerine karşılık gelen problemlerin yer almadığını göstermektedir. Problem çözme okuryazarlığı alanından seçilen problemlerin okuryazarlık düzeylerinin tüm güçlük düzeylerine yayıldığı ve “muhakeme ve argümantasyon” yeterliliğinin farklı düzeylerine karşılık geldiği görülmektedir. Yeterlilik Şeması çerçevesinde ele alınan problem çözme yeterliliğinin matematiksel problem çözmenin stratejik yönüne vurgu yaptığı belirtildiğinden, bu problemler “problem çözme” yeterliliği açısından değerlendirilmemiştir.

#### **2.5.1.1. AUVTA problemlerinin analizleri**

Kaykay 1 problemi tam / kısmi puan alınmasına bağlı olarak 464 / 496 zorluk puanları ile ikinci / üçüncü okuryazarlık düzeyinde ve orta düzey güçlükte olup, problemin bağlamı kişisel, içerik alanı nicelik, yetenek kümesi yeniden üretmedir (OECD, 2009, s.67). Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için öncelikle kaykay yapımında kullanmaları gereken malzemeleri belirlemeleri, bu malzemelere ilişkin en düşük ve en yüksek fiyatları bir araya getirerek uygun strateji olan toplama işlemini kullanmaları gerekecektir. Bu bağlamda bu problem, tablodaki ve bağlamdaki sözel

bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı gerektirdiğinden muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin birinci düzeyine karşılık gelmektedir. Bununla birlikte problemin çözümü için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek tek aşamalı uygun stratejiye karar verilmesi gerektiğinden bu problemin matematiksel problem çözüme yeterliliği açısından birinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

570 zorluk puanı ile dördüncü okuryazarlık düzeyinde ve orta düzey güçlükte olan Kaykay 2 probleminin bağlamı kişisel, içerik alanı nicelik, yetenek kümesi yeniden üretmedir (OECD, 2009, s.68). Ancak bu maddenin orijinalinin çoktan seçmeli madde formunda olduğu, AUVTA'da ise açık uçlu madde olarak sunulmasının şans başarısını ortadan kaldırdığı göz önüne alındığında güçlük düzeyinin artmış olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için öncelikle kaykay yapımında kullanmaları gereken malzemeleri belirlemeleri, bu malzemeler ile malzeme çeşitleri arasında ilişki kurabilmeleri ve uygun stratejiyi (sayma algoritması, liste yapma, ağaç diyagramı) kullanmaları gerekecektir. Bu bağlamda bu problem, tablodaki ve bağlamdaki sözel bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı gerektirdiğinden muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin birinci düzeyine karşılık gelmektedir. Bununla birlikte problemin çözümü için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek tek aşamalı uygun stratejiye karar verilmesi gerektiğinden bu problemin matematiksel problem çözüme yeterliliği açısından birinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

554 zorluk puanı ile dördüncü okuryazarlık düzeyinde ve orta düzey güçlükte olan Kaykay 3 probleminin bağlamı kişisel, içerik alanı nicelik, yetenek kümesi ilişkilendirmedir (OECD, 2009, s.69). Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için problem bağlamında verilen sınırlılıkları göz önüne alarak verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırılmaları gerekmektedir. Burada öğrenciler öncelikle satın alınabilecek en yüksek ya da en düşük kaykay fiyatını belirlemeli daha sonra bu sınırlılıklara uymak adına parça fiyatları arasındaki farklar ile kaykay fiyatı arasında oluşacak farkları belirlemelidir. Diğer bir deyişle bilgileri dönüştürerek parça fiyatları yerine parça fiyatları arasındaki farkları göz önüne alıp bunlar üzerinden muhakeme yapabilmelidir. Bununla birlikte öğrenciler problemi çözerken parça fiyatlarını göz önüne aldıklarında deneme yanılma yoluna gitmek durumunda kalırlar. Bu bağlamda bu problemin, çok adımlı bir argüman oluşturmak ya da kavramak için bilginin analiz edilmesi (çeşitli değişkenlerin

ilişkilendirilmesi) ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı gerektirdiğinden muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin ikinci düzeyine karşılık gelmektedir. Bununla birlikte maddenin çözümü için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırılması gerektiğinden bu maddenin matematiksel problem çözme yeterliliği açısından ikinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

499 zorluk puanı ile üçüncü okuryazarlık düzeyinde ve orta düzey güçlükte olan Kitaplık probleminin bağlamı eğitimsel ve mesleki, içerik alanı nicelik, yetenek sınıfı bağlantılardır (OECD, 2009 s.71). Öğrenciler bu problemi çözebilmek için ilk olarak problem bağlamında verilen iki tür bilgiyi karşılıklı olarak ilişkilendirmelidirler. Daha sonra öğrencilerin bu bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapmaları ve ilişkilendirmiş oldukları bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmaları gerekmektedir. Bu bağlamda bu problem, çok adımlı bir argüman oluşturmak ya da kavramak için bilginin analiz edilmesi (çeşitli değişkenlerin ilişkilendirilmesi) ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı içermektedir. Bu açıdan bakıldığında problemin gerektirdiği muhakeme ve argümantasyon yeterliliği ikinci düzeye karşılık gelmektedir. Bununla birlikte maddenin çözümü için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırılması gerektiğinden bu maddenin matematiksel problem çözme yeterliliği açısından ikinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

573 zorluk puanı ile ikinci okuryazarlık düzeyinde ve üst düzey güçlükte olan Derin Dondurucu 1 problemi sorun çözme (işlemeyen bir aracı ya da çalışmayan bir sistemi düzeltmek amacıyla elde edilen bir grup belirtiden yararlanarak öneriler getirme) türünde bir problemdir (OECD, 2004b, s.99). Ancak bu problemin orijinalinin doğru yanlış formunda olduğu, AUVTA'da ise çalışmanın amacı gereği öğrencilerin gerekçelendirme yapmaları beklendiğinden açık uçlu madde olarak sunulmasının şans başarısını ortadan kaldırdığı göz önüne alındığında güçlük düzeyinin artmış olabileceği düşünülmektedir. Öğrenciler bu problemi çözebilmek için, verilen senaryoda uyarı lambasının hangi durumlarda yanıp hangi durumlarda söneceğini kısaca uyarı lambasının çalışma prensibini tespit etmelidir. Öğrencilerin daha sonra verilen etkinlik ve gözleme dayanarak uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını teşhis etmeleri gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilerin göstermesi gereken temel becerilerin mekanizmanın işleyişini çıkarsama, muhakeme ve neden sonuç ilişkisi kurma olduğu görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin verilen etkinlik ve gözlemlerden genel bir sonuç çıkarmaları gerektiği için tümevarımsal muhakeme yapmaya ihtiyaçları vardır. Öğrenciler bu problemi çözebilmek için, karmaşık

problem bağlamındaki ilişkili bilgileri belirlemeli ve bu bilgiler ile etkinlik ve gözlemi ilişkilendirmelidirler. Bu bağlamda problem genelleme yapmak için sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak ve bu bileşenleri kombine ederek muhakeme zincirleri oluşturmayı gerektirmektedir. Bu açıdan bakıldığında problem muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin üçüncü düzeyine karşılık gelmektedir.

551 zorluk puanı ile ikinci okuryazarlık düzeyinde ve orta düzey güçlükte olan Derin Dondurucu 2 problemi de sorun çözme türünde bir problemidir. Ancak bu problemin orijinalinin doğru yanlış formunda olduğu, AUVTA’da ise çalışmanın amacı gereği öğrencilerin gerekçelendirme yapmaları beklendiğinden açık uçlu madde olarak sunulmasının şans başarısını ortadan kaldırdığı göz önüne alındığında güçlük düzeyinin artmış olabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için öncelikle topraklı prizın ne olduğu, havalandırma ızgarasının ne olduğu gibi mekanizmaya ilişkin temel bilgilere sahip olmaları ve verilen uyarıları anlamaları gerekmektedir. Daha sonra verilen uyarıların ne ile ilgili olduğunu belirlemeleri ve belirlemiş oldukları bu durum ile uyarı lambasının sönmesindeki gecikme arasında ilişki olup olmadığını incelemelidirler. Bu nedenle öğrencilerin göstermesi gereken temel becerilerin birbirine bağlı neden sonuç ilişkileri kurma (muhakeme zinciri) ve bu ilişkilerden bir sonuç çıkarma olduğu görülmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin bir mekanizmanın genel ilke ve prensiplerin verildiği bir durumda ulaşılan bir sonuca ilişkin çıkarımda bulunmaları gerektiğinden geri çıkarımsal muhakeme yapmaya ihtiyaçları vardır. Bu problemde öğrencilerin derin dondurucularla ya da benzer eşyalarla ilgili günlük yaşamdaki deneyimlerini kullanarak muhtemel nedenleri ilgisizmiş gibi ele almaları mümkündür (OECD, 2004b, s.100).

Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için problem bağlamında verilen uyarıların ısı düşüşünü etkileyip etkilemediğini belirlemeleri gerekmektedir. Diğer bir deyişle öğrenciler verilen bilgiyi dönüştürmeli ve ilişkilendirilmiş bilgiler üzerinden muhakeme yapmalıdırlar. Örneğin, “derin dondurucunun fişinin topraklı prize takılmaması ısı düşüşünü etkilemez. Isı düşüşü etkilenmediği için uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratmaz”. Bu bağlamda bu problemin muhakeme ve argümantasyon yeterliliği gereksinimi açısından ikinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

437 zorluk puanı ile birinci okuryazarlık düzeyinde ve alt düzey güçlükte olan Kitaplık Sistemi 1 problemi sistem analizi ve tasarımı (belirli bir durum ile ilgili sistemleri analiz etme ve böyle sistemler tasarlama) türünde bir problemidir. Öğrencilerin

bu problemi çözebilmek için senaryoda verilen kuralları anlaması, hangi kuralın uygulanacağını belirlemesi ve daha sonrada da ödünç verme süresini belirlemesi gerekmektedir(OECD, 2004b, s.77). Verilen sistemde birbirleriyle ilişki olan dört farklı değişken söz konusudur. Öğrencilerin soruda belirtilen ölçütlere uygun bir yayının ödünç verme süresini belirlemek için sistemi analiz etmeleri gerekmektedir. Bu nedenle öğrencilerin göstermesi gereken temel beceriler birbiriyle ilişkili kurallar arasından soru ile ilişkili olan kuralı belirleme ve uygulamadır. Ancak senaryoda problemde yer alan sistemin çok daha basit bir formu olan başka bir sistem ve bu sisteme ilişkin işleyiş şeması örnek olarak verilmiştir. Karmaşık problem bağlamındaki ilgili bilgileri belirleyemeyen öğrencilerin örnek olarak verilen sistemdeki kuralı referans almaları, görevin yüzeysel özelliklerindeki benzerliklere odaklanarak muhakeme yapmaları mümkündür. Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için karmaşık problem bağlamındaki ilgili bilgileri belirlemeleri gerekmektedir. Bu bağlamda bu problem doğrudan çıkarım yapmayı gerektirdiğinden, muhakeme ve argümantasyon yeterlilik gereksiniminin birinci düzeye uygun olduğu düşünülmüştür.

Tam / kısmi puan alınmasına bağlı olarak 658, 677 ve 693 zorluk puanları ile üçüncü okuryazarlık düzeyinde ve üst düzey güçlükte olan Kitaplık Sistemi 2 problemi sistem analizi ve tasarımı türündedir (OECD, 2004b, s.78). Bu problem öğrencilerin verilen bir takım kuralların uygulandığı bir işleyiş şeması geliştirmesini içermektedir. Problemde işleyiş şemasının özelliklerine ilişkin çeşitli sınırlılıklar verilmiş olup, öğrenciler tasarlamayı düşündükleri işleyiş şemasının bu ölçütlere uygun olup olmadığını değerlendirmelidirler. Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için karmaşık problem bağlamındaki ilişkili bilgileri belirlemeleri ve daha sonra tümdengelimsel muhakeme yaparak genelden özele doğru ölçütleri sıralayabilmeleri gereklidir. Bu bağlamda problem çıkarımları doğrulamak için sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak ve bu bileşenleri kombine ederek muhakeme zincirleri oluşturmayı gerektirmektedir. Bu açıdan bakıldığında problemin muhakeme ve argümantasyon yeterliliği gereksinimi açısından üçüncü düzeye uygun olduğu düşünülmüştür. AUVTA' na seçilen problemler PISA değerlendirmeleri kapsamında hazırlanmış ve kullanılmış olduğundan bu aracın geçerliliği ve inandırıcılığına yönelik herhangi bir çalışma yapılmamıştır. Daha önceden de belirtildiği gibi problemlerin yeterlilik gereksinimlerine verilen puanlar bazında araştırmacı-öğretmen ve gözlemci arasında tam uyuma olduğu görülmüştür. Bununla birlikte doktora tez izleme komitesi

üyeleri arasında aracın sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanabilir olduğu konusunda görüş birliği sağlanmıştır

### 2.5.2. SGVTA [Son görüşme veri toplama aracı]

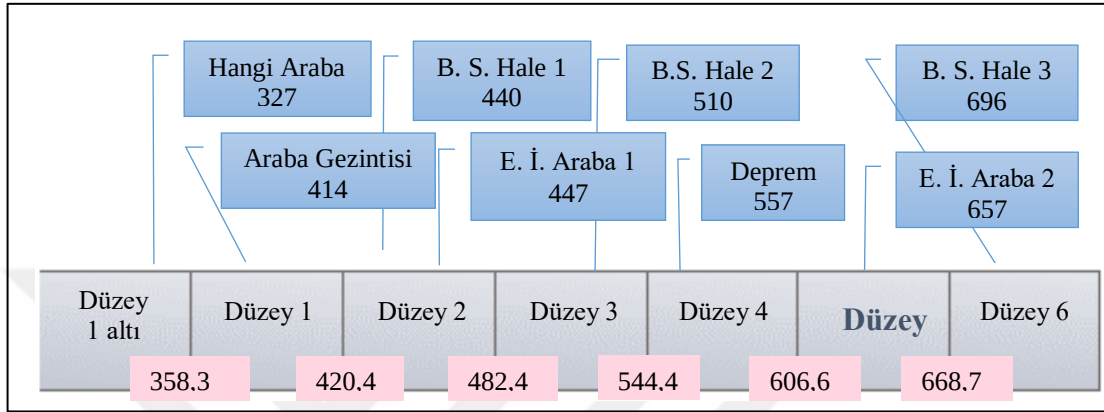
Araştırmada öğretim bölümleri sonunda öğrencilerin beceri ve yeterlilik düzeylerinin belirlenmesi amacıyla son görüşmelerde SGVTA (Bkz. Ek-5) kullanılmıştır. SGVTA'nın oluşturulmasında AUVTA'nın oluşturulma sürecine benzer bir yaklaşım izlenmiştir. Bu bağlamda araca seçilecek problemlerin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterlilik gereksinimleri araştırmacı-öğretmen ve gözlemci tarafından değerlendirilmiştir. Araştırmacı-öğretmen ve gözlemcinin problemlerin yeterlilik gereksinimlerine verdikleri puanlar arasında tam uyuma olduğu görülmüştür. Buradaki problemlerin tamamı gelişimin daha açık görülebilmesi amacıyla matematik okuryazarlığı alanından seçilmiş olup, matematik okuryazarlığı becerisi ile muhakeme ve argümantasyon yeterliliğinin her bir düzeyinden probleme yer verilmesi esas alınmıştır. Bu bağlamda ilk olarak daha önce araştırmacı-öğretmen tarafından taranmış olan yayınlanmış PISA matematik okuryazarlığı maddeleri belirtilen ölçütler doğrultusunda yeniden incelenmiştir. Bu ölçütleri karşılayan problemlerden sekiz problem seçilerek SGVTA oluşturulmuştur. SGVTA'nda yer verilen problemlerin yeterlilik ve güçlük düzeyleri Tablo 2.5'te sunulmaktadır.

**Tablo 2.5** Son görüşmelerde kullanılan problemlerin beceri düzeyleri

| Problem                  | Muhakeme ve argüman düzeyi | Problem çözme düzeyi | Zorluk puanı | Okuryazarlık düzeyi |
|--------------------------|----------------------------|----------------------|--------------|---------------------|
| Hangi Araba              | 0                          | 0                    | 327          | 0                   |
| Araba Gezintisi          | 1                          | 1                    | 414          | 1                   |
| Deprem                   | 2                          | 1                    | 557          | 4                   |
| En İyi Araba 1           | 1                          | 1                    | 447          | 2                   |
| En İyi Araba 2           | 3                          | 3                    | 657          | 5                   |
| Bisiklet Sürücüsü Hale 1 | 2                          | 1                    | 440          | 2                   |
| Bisiklet Sürücüsü Hale 2 | 2                          | 2                    | 510          | 3                   |
| Bisiklet Sürücüsü Hale 3 | 3                          | 2                    | 696          | 6                   |

SGVTA, PISA 2003, 2006, 2012 uygulamalarında yer verilen sekiz matematik okuryazarlığı probleminin bir araya getirilmesi ile oluşturulmuştur. Ancak SGVTA'nda yer verilen problemlerden çoktan seçmeli ve doğru yanlış türündeki maddeler AUVTA'nda yapıldığı gibi açık uçlu madde biçimine dönüştürülmemiştir. Bunun nedeni

son görüşmelerde sesli düşünme protokolünün uygulanacak olması ve öğrencilerin seçenekleri birer argüman olarak nasıl değerlendirdiklerinin ortaya çıkarılmasının amaçlanmasıdır. Bu problemlerin güçlük düzeyleri ve okuryazarlık ölçekleri aşağıda Şekil 2.4’te verilmiştir.



**Şekil 2.4.** PISA matematik okuryazarlığı ölçeği ve problemlerin güçlük düzeyleri

Bu problemlerden PISA 2012 uygulamasında yer alan Hangi Araba problemi 358 puan ile sıfıncı güçlük düzeyindedir. Öğrencilerin bu problemi çözmek için problem durumunda verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yapması ve tek adımlı argüman oluşturması gerekmektedir. Bu bağlamda problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin sıfıncı düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2006 uygulamasında yer alan Hangi Araba problemi 414 puan ile birinci güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler verilen grafiği inceleyerek ani hız düşüşünün yaşandığı zaman noktasını belirlemeli, bu noktaya karşılık gelen zamanı grafikteki 09:04 ve 09:08 aralığının dört eşit parçadan oluşması bilgisinden yararlanarak 09:06 olarak ifade edebilmelidirler. Öğrencilerin bu problemi çözmek için problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapması ve tek adımlı argüman oluşturması gerekmektedir. Bu bağlamda problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin birinci düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2003 uygulamasında yer alan Deprem problemi 557 puan ile dördüncü güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirmeli ve bu seçenekler arasından anlamı en iyi yansıtan seçeneği belirleyebilmelidir. Öğrencilerin bu problemi



çözmek için problem durumunda verilen bilgileri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapmaları ve tek aşamalı bir strateji üretmeleri gerekmektedir. Bu bağlamda problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin sırasıyla ikinci ve birinci düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2003 uygulamasında yer alan En İyi Araba 1 problemi 447 puan ile ikinci güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler Ca arabasının en iyi araba olması için göz önünde tutulması gereken bileşenleri ve toplam puan hesaplamada bu bileşenlerin ağırlıklarını birlikte ele almalıdırlar. Öğrencilerin bu problemi çözmek için problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapması ve tek adımlı argüman oluşturması gerekmektedir. Bu bağlamda problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin birinci düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2003 uygulamasında yer alan En İyi Araba 2 problemi 657 puan ile beşinci güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler bir arabanın en iyi araba olmasını sağlayacak bir genel kural üretmelidirler. Bu genel kuralın üretilmesi için göz önünde tutulması gereken bileşenlerinden yararlanmalı ve bu bileşenler ile bu bileşenlerin ağırlıklarını kombine etmelidirler. Öğrencilerin bu problemi çözmek için sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanması ve bu bileşenleri kombine etmesi ile genelleme yapmak için karmaşık muhakeme zincirini oluşturması gerekmektedir. Bu bakımdan problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin üçüncü düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2012 uygulamasında yer alan Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi 440 puan ile ikinci güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler iki farklı yol ve geçen süreye ilişkin bilgileri ilişkilendirerek elde edebilecekleri ortalama hızlara ilişkin bir çıkarımda bulunmalıdırlar. Öğrencilerin bu problemi çözmek için problem durumunda verilen bilgileri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapmaları ve tek aşamalı bir strateji üretmeleri gerekmektedir. Bu bakımdan problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin sırasıyla ikinci ve birinci düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2012 uygulamasında yer alan Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemi 510 puan ile üçüncü güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler alınan yol ve ortalama hıza ilişkin bilgileri ilişkilendirerek geçen süreye ilişkin bir çıkarımda bulunmalı ve daha sonra dakikadaki hız ile saatteki hız arasında ilişki kurmalıdırlar. Öğrencilerin bu problemi çözmek için problem durumunda verilen bilgileri ilişkilendirerek,

ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapmaları ve bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji üretmeleri gerekmektedir. Bu bakımdan problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin ikinci düzey olduğu düşünülmüştür.

PISA 2012 uygulamasında yer alan Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemi 696 puan ile altıncı güçlük düzeyindedir. Bu problemi çözebilmek için öğrenciler öncelikle alınan yolun toplamını, alınan zamanın toplamını düşünmeli ve bunlar arasındaki ilişkinin ortalama hızı verdiğini fark ederek dakikadaki ortalama hız bilgisine ulaşabilecekleri çıkarımını yapmalı ve daha sonra dakikadaki hız ile saatteki hız arasında ilişki kurmalıdırlar. Öğrencilerin bu problemi çözebilmek için sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak ve bu bileşenleri kombine ederek muhakeme zincirleri oluşturması ve verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji üretmesi gerekmektedir. Bu bakımdan problemin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliği gereksinimlerinin sırasıyla üçüncü ve ikinci düzey olduğu düşünülmüştür.

### **2.5.3. Klinik görüşmeler**

Araştırma süresince katılımcıların her biri ile ön görüşmeler, son görüşmeler ve değerlendirme görüşmeleri gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır. Ön görüşmelerde katılımcı öğrencilerden AUVTA’nda yer alan problemlere verdikleri yanıtlara ilişkin olarak açıklama yapmaları istenmiştir. Böylelikle katılımcı öğrencilerin PISA problemlerini çözmedeki yeterlilik düzeyleri, matematik okuryazarlığı becerileri ve düşünme yollarının ayrıntılı bir şekilde derinlemesine incelenebilmesi amaçlanmıştır. Ön görüşmelerin süresi 75 ile 106 dakika arasında değişmektedir.

Son görüşmelerde ise sesli düşünme protokolü uygulanmış ve öğrencilerin problemleri çözerken eş zamanlı olarak yüksek sesle düşünceleri istenmiştir. Bu yolla öğrencilerin muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterliliklerinin ilk elden test edilmesi ve problem çözmedeki düşünme yollarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Öğrencilerin problemleri yanıtlama sürecini tamamlamalarının ardından araştırmacı-öğretmen gerekli gördüğü noktaları açıklamaları için öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Son görüşmelerin süresi 41 ile 102 dakika arasında değişmektedir. Araştırmacı-öğretmenin katılımcı öğrenciler ile yaptığı görüşmelerin süreleri aşağıda Tablo 2.6’ da sunulmuştur.

**Tablo 2.6.** *Katılımcı öğrenciler ile yapılan görüşmelerin süreleri*

|                           | Fuat | İrem | Zülal | Hazal | Gül | Barış | Doğu | Toplam |
|---------------------------|------|------|-------|-------|-----|-------|------|--------|
| Ön görüşme                | 103  | 75   | 83    | 77    | 101 | 106   | 84   | 629    |
| Son görüşme               | 46   | 54   | 41    | 45    | 49  | 102   | 74   | 411    |
| Değerlendirme görüşmeleri | 32   | 21   | 18    | 21    | 18  | 32    | 16   | 158    |
| Toplam                    | 181  | 150  | 142   | 143   | 168 | 240   | 174  | 1198   |

Araştırmanın esas uygulama aşamasının tamamlanmasının ve son görüşmelerin ardından katılımcı öğrencilerle değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır.

#### **2.5.4. Değerlendirme görüşmeleri**

Değerlendirme görüşmeleri yarı yapılandırılmış görüşme formatında olup, katılımcı öğrencilerin her biri ile son görüşmelerden sonra gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler öncelikle katılımcı öğrencilerin DNR teorik çerçevesi kapsamındaki düşünme yollarının bileşeni olan matematiksel inançları ortaya çıkarmak amacıyla yürütülmüştür. Ayrıca bu süreçte öğrencilerden araştırma sürecini ve öğretimleri değerlendirmeleri istenmiştir. Kısaca katılımcıların matematiksel inançlarını ve yapılan öğretimler ile ilgili görüşlerini ortaya çıkarmak amacıyla değerlendirme görüşmeleri yapılmıştır. Tüm klinik görüşmeler ses ve video kaydına alınmıştır.

#### **2.5.5. Çalışma kâğıtları**

Araştırma süresince öğrencilerden AUVTA, SGVTA ve öğretim bölümlerinde yer verilen problemlere ilişkin yanıtlarının ve çözümlerinin bulunduğu bireysel çalışma kâğıtları toplanmıştır. Kısacası bireysel çalışma kâğıtlarında öğrencilerin problemleri çözme sürecindeki etkinlikleri yer almaktadır. Katılımcıların çalışma yaprakları her öğretimden ve görüşmelerden sonra gözlemci ile birlikte incelenerek değerlendirmelerde bulunulmuştur. Katılımcı öğrencilerin öğretim bölümlerinin sonunda çözdükleri problemler ile ilgili çalışma yaprakları, araştırmacı-öğretmenin hem öğretimini değerlendirmesini hem de katılımcı öğrencilerin problem çözme becerileri ve matematik okuryazarlığı performanslarındaki değişimi ve gelişimi ortaya koyabilmesini sağlamıştır.

### 2.5.6. Öğrenci günlüğü

Araştırmanın esas uygulama aşamasına geçildiğinde bu aşamanın katılımcılarından araştırma sürecine ilişkin duygularını, düşüncelerini ve önemli gördükleri noktaları not etmeleri istenmiştir. Bu bağlamda öğrencilerden klinik görüşmeler ile öğretim bölümlerinin öncesinde ve sonrasında günlük yazmaları istenmiştir. Bu bağlamda öğrencilere yaptıkları problem çözme etkinliği ile ilgili görüşleri de sorulmuştur. Her öğrencinin günlüğüne etkinlik ile ilgili önemli gördüğü noktaları, etkinlikte ilgisinin çeken/ çekmeyen boyutları, problemleri birden fazla yolla çözme ile ilgili görüşlerini, üzerinde değişiklik yapılan problemleri çözmeyle ilgili görüşlerini, problem çözme sürecinde en çok zorlandıkları aşamanın hangisi olduğunu ve nedenini yazmaları istenmiştir. Bu yolla öğrencilerin kendi öğrenmelerini izlemeleri, araştırmacı-öğretmenin ise sonraki öğretimleri planlama / uygulama aşamalarında dikkat etmesi gereken noktaları belirleyebilmesi sağlanmaya çalışılmıştır.

### 2.5.7. Araştırmacı günlüğü

Araştırmacı-öğretmen araştırma sürecinin her aşamasında araştırmacı günlüğü tutmuştur. Ön uygulama aşamasında verilerin toplanması sürecinde okullardaki öğrencilerin durumu, okulların fiziksel durumu, okul idarelerinin yaklaşımı, öğrencilerin AUVTA'nda yer alan problemlere verdikleri tepkiler gibi pek çok konuyu günlüğüne not etmiştir. Araştırmacı-öğretmen öğretim deneyi süreci öncesinde öğrenme ortamının yapısı, derslikler, okul yönetimin tutumu, katılımcı-öğrencilerin özellikleri ile ilgili notları almıştır. Gözlem notları alırken ve öğretim bölümleri süresince yine veri toplama aracı olarak araştırmacı günlüğünden faydalanılmıştır. Her bir katılımcı-öğrenci için araştırmacı-öğretmen bu öğrencilerin matematik öğretmenleri, sınıf rehber öğretmenleri ve okul rehber öğretmenlerinden çeşitli bilgiler almış ve bunları araştırmacı günlüğüne geçirmiştir. Öğretim bölümlerinde gerçekleşen katılımcı öğrencilerin birbirleriyle ve araştırmacı-öğretmenle olan iletişimleri, öğrenme ortamındaki düşünme süreçleri, öğrenme ortamının yapısı ve teknik sorunlar da günlüğe not edilmiştir. Araştırmacı günlüğü özellikle ön uygulama aşaması sonucunda esas uygulamanın yapılacağı okula karar verme, öğrencilerin öğretim bölümlerine ilişkin görüşlerinin ve matematik okuryazarlıklarının gelişiminin incelenmesi konusunda yarar sağlamıştır.

### 2.5.8. Gözlem

Araştırmacı-öğretmen araştırma sürecine başlamadan önce katılımcı okulların ve dersliklerin fiziksel özellikleriyle ilgili gözlem yapmıştır. Bu bağlamda katılımcıları yakından tanımak için öğretim bölümlerine başlamadan önce gözlem yapmış, matematik öğretmenleri ve okul rehber öğretmenlerinden çeşitli bilgiler almıştır. Araştırmada muhakeme ve argüman ile problem çözme yeterlilik düzeyleri farklı olan ve istekli öğrencilerin seçilebilmesine gayret gösterilmiştir. Bu noktada matematik öğretmenleri ile bire bir görüşülmüş ve öğrencilerle çalışma öncesi onları tanımak amacıyla gözlemlerde bulunulmuştur.

### 2.6. Verilerin Analizi

Bu araştırma kapsamındaki toplanan verilerin analizinde nitel veri analizi tekniklerinden yararlanılmıştır.

Katılımcı öğrencilerin seçim süreci ve öğretim deneyi sürecindeki veriler nitel analiz çerçevesinde yapılmıştır. Katılımcı öğrencilerin seçilebilmesi için açık uçlu problem çözme aracı uygulanmıştır. Açık uçlu problem çözme aracındaki problemlerin her biri matematik okuryazarlık düzeyleri göz önüne alınarak çeşitleme problem stratejileri açısından betimsel analiz yaklaşımı ile kategorilendirilmiştir. Betimsel analizde, araştırmacılar verilerinin daha önceden belirlenen kategori ya da temalara göre yorumlar ve çıkarımlar yapmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2006, s. 224). Betimsel analiz sonuçlarına göre bu problemler basitten karmaşığa doğru sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmaya göre 237 öğrencinin her birinin açık uçlu problem çözme aracına ilişkin verileri aynı yaklaşımla analiz edilmiştir. Betimsel analiz yaklaşımına dayalı olarak öğrencilerin açık uçlu problem çözme aracıyla ilgili çözümleri araştırmacıların daha önce belirlediği üç kategoride toplanmıştır. İlk kategoride bulunan katılımcılar problemler üzerinde yorum yapamayarak strateji geliştiremeyen öğrencilerdir. Bu öğrenciler verilen probleme ilk olarak çekinerek yaklaşp farklı çözüm yolları üretmekte zorlanan öğrencilerdir. İkinci kategoride bulunan katılımcılar problemler hakkında yorum yapabilen ancak farklı stratejiler üretmekte zorlanan öğrencilerdir. Bu öğrenciler problem üzerine düşünmekten zevk alan, problemi çözeabilen ancak farklı stratejiler üretmekte zorlanan öğrencilerdir. Üçüncü kategoride bulunan katılımcılar ise çok adımlı ve karmaşık problemleri çözeabilen ancak argüman oluşturmada güçlük yaşayan öğrenciler.

Bu öğrenciler problemleri çözmekle birlikte farklı stratejiler geliştirebilen ancak yine de otoriterden onay beklentisi olan öğrencilerdir.

Bu araştırma kapsamında öğretim deneyi sürecinde toplanan verilerin analizinde açık kodlama, eksen kodlama (Strauss ve Corbin, 1990) ve kavramsal analiz (Thompson, 2000) yaklaşımları kullanılmıştır. Açık kodlamada nitel veriler sistematik olarak tümevarımsal biçimde parçalara ayrılır, bu veri parçaları kendi içerisinde analiz edilir, benzerlikleri, farklılıkları belirlenir, yorumlanır ve en nihayetinde etiketleme işlemi yapılır. Açık kodlama yaparken nitel araştırmacılar belirli kriterlere göre nitel verileri parçalara ayırmalıdır. Daha sonra nitel araştırmacı, belirli kriterlere göre parçalara ayırdığı ve incelediği veri setini (örn. problem çözümleri, yorumlar, cümleler, paragraf) araştırma problemine dayalı olarak “bu veriler ne anlatmak istiyor?”, “burada ne yapılmış?” ve “bu veri seti nasıl isimlendirilebilir?” sorularını kendine sormalıdır. Bu aşamadan sonra nitel araştırmacı bu veri setlerini etiketlendirmelidir. Parçalara ayrılmış veri setiyle ilgili etiketlendirme ya da isimlendirmeler açık kodlamanın yapıldığı göstermektedir (Strauss ve Corbin, 1990, s. 63). Açık kodlamayla ortaya çıkan etiketlerin kendi içerisinde kategoriler oluşturmaktadır. Bu kategoriler arasında ilişki kurulması sonucunda parçalanmış olan veri kümelerinin bir araya getirilmesi gerekmektedir. Bu süreç ise eksen kodlamayı zorunlu kılmaktadır. Eksen kodlamada nitel araştırmacı oluşturduğu kategorileri görsel bir şekilde temsil eder ve birleştirmeye çalışır. Nitel araştırmacı eksen kodlama yaparken veri setindeki ana kategoriler ile alt kategoriler arasında bağlantı kurar ve onları ilişkilendirmeye bütünsel olarak göstermek için uğraşır (Strauss ve Corbin, 1990, s. 13). Öğretim deneyi sürecinde toplanan veriler açık kodlama ve eksen kodlama yapıldıktan sonra oluşturulan kategoriler ve alt kategoriler, alanyazında çeşitleme problem becerisi açısından problem çözme eylemleri ile ilişkilendirilerek ilk analiz çerçevesi oluşturulmuştur.

### 3. BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın bu bölümünde öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden ve öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir. Araştırmacı-öğretmenin her bir öğrenciye ilişkin olarak topladığı verilerin analizinden elde edilen bulgular, öğrencilerin öğretim deneyi sürecindeki değişim ve gelişimlerinin daha açık bir şekilde görülebilmesi açısından her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmuştur.

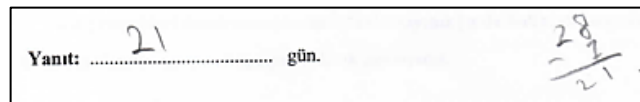
#### 3.1. Doğu'nun Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin Doğu ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. Doğu'nun çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir.

##### 3.1.1. Ön klinik görüşme bulguları

Doğu açık uçlu ölçme aracında yer alan matematik okuryazarlığı ve problem çözme okuryazarlığı maddelerinden hiçbirini doğru olarak çözmemiştir. Problemlerin çözümünü açıklamaya yönlendirildiğinde ve yanıtın doğruluğundan emin olup olmadığı sorgulandığında Doğu problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Doğu açık uçlu veri toplama aracında yer verilen problemlerden muhakeme ve argüman yeterliliğinin en alt düzeyindeki doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini dahi çözmemiştir. Ancak veri toplama aracındaki problemlerin çözümlerine ilişkin açıklamalarında doğrudan çıkarım yapabildiği görülmüştür. Doğu'nun daha üst düzeydeki muhakeme ve argüman yeterliliklerini ise yansıtamadığı ortaya çıkmıştır.

Kitaplık Sistemi 1 probleminde Doğu metinde verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yapmak yerine bir takım anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gitmiştir. Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.1' de sunulmaktadır.



Yanıt: 21 gün.

$\frac{20}{2} = 10$

**Görsel 3.1.** Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Yanıtını açıklaması istendiğinde Doğu'nun günlük yaşam deneyimini ve kişisel tercihlerini referans aldığı görülmüştür. Doğu yanıtının doğruluğunu değerlendirebilmiş ve problemin doğru yanıtını da ancak yönlendirmeyele belirleyebilmiştir. Doğu yanıtın doğruluğunu savunması için sorgulandığında ve problemde verilen bilgileri analiz etmesi için yönlendirildiğinde doğrudan çıkarım yaparak yanıtı ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: peki, birinci soruya bir bak bakalım. Hım, ne demişsin?

Doğu: 21 gün demişim.

Araştırmacı: Hım, nasıl buldun?

Doğu: Çalışanlar ve öğrencileri çıkardım burada. 21.

Araştırmacı: Niye çıkardın?

Doğu: Burada neden çıkardım çünkü... Burada çalışan değil öğrenci değil o yüzden yani bize doğru 21 olarak şey yaptım.

Araştırmacı: Hım, biz bu okulda çalışanda öğrenci de değiliz.

Doğu: Biz.

Araştırmacı: Kendimiz. Peki, ama soruda sana ne diyor, siz nesiniz diyor?

Doğu: hım bir öğrenciyiz pardon. Öğrenciymişiz.

Araştırmacı: Nerede öğrenciyiz biz?

Doğu: Yeşil Orman Lisesinde.

Araştırmacı: O zaman ona göre bir daha bak.

Doğu: okullarda çalışanlar için 28 gün, öğrenciler içinde 14 gün. Ben burada yanlışlık yapmışım. Yedi yerine 14 gündür.

Doğu'nun açık uçlu veri toplama aracındaki problemleri anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden görevlerin yüzeysel özelliklerine odaklanarak çözmeye çalıştığı görülmüştür. Örneğin Kaykay probleminin birinci alt problemine ilişkin çözümünü açıklama ve yeniden çözme sürecinde Doğu'nun problemde geçen en düşük ve en yüksek kelimelerine odaklanarak anahtar kelime arama stratejisi ve doğrudan çıkarım yapma ile minimum ve maksimum fiyatları yanıt olarak ele aldığı görülmüştür. Kaykay 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.2'de sunulmaktadır.

(a) En düşük fiyat : 10.16.16.20... zed.

(b) En yüksek fiyat: 86.82.65.60... zed.

**Görsel 3.2.** Kaykay 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü



Araştırmacı: Senden bu soruları nasıl çözdüğünü bana anlatmanı istiyorum. Neden öyle yaptın? Şimdi unutmuş olabilirsin. İstersen bir oku.

Doğu: (Soruyu okur) Ben burada tabloya bakarak öncelikle en düşük fiyat olduğu için 10'u aldım. Sonra 14'ü, 16'yı ve 20'yi aldım. En yüksek fiyatlarda ise 84, 82, 65 ve 60 zed fiyat aldım.

Araştırmacı: En yüksek dört fiyatı ve en düşük dört fiyatı mı aldım?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Soruda senden ne istiyordu peki?

Doğu: Soruda en düşük ve en yüksek fiyat.

Araştırmacı: Neyin en yüksek fiyatı?

Doğu: Parçaları birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat.

Araştırmacı: Peki parçaları birleştirilerek yapılan kaykayın en düşük fiyatı ne kadar?

Doğu: Birleştirilerek... En düşük fiyat 10 olabilir mi?

Araştırmacı: Parçaları birleştirilerek yapılan bir kaykayın en düşük fiyatı 10 olabilir mi?

Doğu: Hepsini birlikte birleştireceğiz değil mi? Bir bütün olacak.

Araştırmacı: Kaykay yapacağız.

Doğu: O zaman 40 ya da 36 olabilir.

Araştırmacı: o nereden geldi?

Doğu: Tahtası diyor. En önemli malzeme.

Araştırmacı öğretmenin yukarıda görülen sorgulamaları sonucunda Doğu'nun problem durumunu anlamlandırmakta ve verdiği yanıtların problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirlemekte güçlük çektiği görülmüştür. Ayrıca en önemli gördüğü malzemenin fiyatına odaklanması, Doğu'nun temel fikirleri ortaya çıkaramadığını ve problemi çözmek için kullanacağı strateji seçiminde problemin sınırlılıklarına uymayarak kişisel tercihlerini referans alma yoluna gittiğini göstermektedir. Ayrıca, sorgulamalar üzerine verdiği yanıtlar probleme verdiği yanıtın doğruluğunu değerlendirme yoluna gitmediğini ve sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadığını ortaya çıkarmıştır.

Araştırmacı: En ucuz kaç mal edebiliriz?

Doğu: En ucuz... Buradaki şeye göre bence 16 ya da 20.

Araştırmacı: 16' ya kaykay elimizde olur mu?

Doğu: olabilir.

Araştırmacı: Tamam. 16 lira ödediğimizde ne alıyoruz biz?

Doğu: Bir tane ikili tekerlek mili seti.

Araştırmacı: Mesela bunu ödedik çıktık mağazadan... Kaykayımız hazır mı?

Doğu: Hayır.

Araştırmacı: Değil. Ama bizim mağazadan çıktığımızda ne olması gerekiyordu? Kendimize o kaykayı yapacak yeterli malzemeyi almış olmaz lazım. O şekilde düşünürsek ne deriz?

Doğu: Bir tekerlek lazım oluyor, bir birleştirme bir de somun işe yarayabilir. 36, 16 ve 20.

Doğu yönlendirmeler sonucunda problemi analiz edebilmiş ve çözüm için uygun stratejiyi fark edebilmiştir. Buna karşın Doğu'nun halen problem durumunu tam olarak anlamlandıramadığı ürettiği çözüm yolunda görülmüştür. Bu çözüm yolunu varsayım üretme ve test etme fırsatı olarak kullanan Doğu'nun problemin doğru yanıtına ulaşabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: O zaman işte kaç lira tutar en az?

Doğu: ... (Sessizlik) E az... 16, 26...

Araştırmacı: Ne yapıyorsun bana anlat.

Doğu: bunları topluyorum.

Araştırmacı: Toplamam mı gerekiyor o zaman?

Doğu: Evet... Zaten bir şeyi alırsız kaykay tahtasını 60 olabilir. Sonra...

Araştırmacı: Hangisini hesaplıyorsun en yükseği mi en düşüğü mü?

Doğu: En yüksekten başlayıp...

Araştırmacı: Tamam en yükseği hesaplamak için kaykay tahtasını kaç lira seçtin?

Doğu: 60.

Araştırmacı: Neden 60'ı seçtin?

Doğu: Çünkü daha kaliteli olması için yani

Araştırmacı: Başka kaç seçebilirdin?

Doğu: Başka... 40 ya da 65 var zaten.

Araştırmacı: Hım, bunların arasından 60'ı seçtin. Neden 60?

Doğu: Çünkü daha iyi.

Araştırmacı: Daha iyi... Daha da iyisi yok mu?

Doğu: Daha da iyisi 65 var. Onu da seçebilirdim.

Araştırmacı: Ama niye 60'ı seçmek istedin?

Doğu: ... (Sessizlik) 60'ı daha uygun fiyat olduğu için.

Araştırmacı: hım, 60 ile 65 arasında çok büyük fark yok.

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Demek ki kaliteleri arasında da çok fark yok. 60 olanı alayım diye mi düşündün?

Doğu: Evet.

Alıntıda görüldüğü gibi Doğu problemin sınırlılıklarına uymayarak ve kişisel tercihlerini referans alarak ürettiği stratejiyi uygulamıştır. Bu stratejiyi uygulaması sonucunda ulaştığı yanıtın doğruluğunu ve yeterliliğini belirtmesi için sorgulandığında ise Doğu, probleme ilişkin doğru çözüme ve yanıtı ulaşmıştır. Doğu'nun yanıtın doğruluğuna kendini ikna etmiş olduğu gözlenmiştir.

Araştırmacı: şimdi nasıl seçtin bir bakalım. Hangisini hesaplıyoruz?

Doğu: Bu malzemeleri hesaplıyoruz.

Araştırmacı: Tamam bizden istenilen en düşük fiyatı mı en yüksek fiyatı mı hesaplıyoruz?

Doğu: İlk önce en yükseği seçtik. Sonra da en düşüklerini.

Araştırmacı: Niye sonra en düşüklerini seçtin?

Doğu: En düşüklerini niye seçtim... Çünkü mantık olarak düşünürsek dörtlü tekerlek ucuz olabilir... Yani tekerlek küçük bir malzemesi. Burada tek bir fiyat var. Burada da küçük şeyler olduğu için onu seçtim.

Araştırmacı: O malzemeler önemsiz diye mi onları düşük seçtin?

Doğu: Önemli ama... Yani masrafsız olsun diye.

Araştırmacı: 110. 110 liraya mal edebiliyor. Peki, en az kaç liraya mal edebilir?

Doğu: En az fiyatlar arasında 100, 90 ya da 85.

Araştırmacı: hım, onu nasıl hesaplayacaksın?

Doğu: onda ya burada en düşük fiyattan başlayacağız. Hepsini en düşük şeyler yapıp yapacağız. En yüksek olması için en yüksek şeyleri 65, 36 diye seçeceğiz.

Araştırmacı: Tamam anladım hadi o zaman en düşüğünü bir hesaplayım.

Doğu: (cevabı kâğıda yazar) Böyle... En düşükleri var.

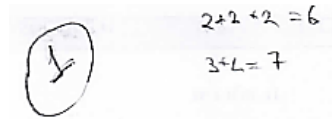
Araştırmacı: ne kadarmış?

Doğu: 80 lira.

Araştırmacı: Peki, en yüksek?

Doğu: En yüksek... En yüksekleri toplarız burada. (cevabı yazar) Bunlar olur... 137.

Doğu, Kaykay 2 problemini ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Bu problemin çözümü için anlamsız matematiksel işlemler yapmıştır. Kaykay 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.3'de sunulmaktadır.


$$\begin{aligned} 2+2+2 &= 6 \\ 3+4 &= 7 \end{aligned}$$

**Görsel 3.3.** Kaykay 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Yukarıdaki çözümde görüldüğü gibi Doğu burada malzemelerdeki seçenek sayısını o malzemedan mağazada bulunan miktar olarak ele almıştır. Doğu, bu problemde de ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edememiş, görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak doğrudan çıkarım yapma yoluyla yanıt üretmiş ve çözümünü açıklayamamıştır. Bu durum yine anahtar kelime arama stratejisini kullandığını göstermektedir.

Araştırmacı: Hı hı, Ne yapmışsın orada?

Doğu: Ben burada fiyatlara bakarak ona göre şey yapmışım ama yanlış yapmışım.

Araştırmacı: Hım, nasıl yapmışsın?

Doğu: Bunları topladım. Burada iki, üç diyor. Topladım. Yediden de altı çıktı bir yaptım.

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun? Bir mi buldun sonucu sonra bire mi karar verdin?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Bire nasıl karar verdin?

Doğu: üç farklı kaykay... Bana göre bence üç bu. Çünkü burada üç farklı kaykay tahtası diyor. Zaten bir tanesi için bir tane kaykay tahtası gerekmiyor mu? O yüzden benim kararım üç bence.

Doğu çözümüne ilişkin açıklamalarını ve fikirlerini savunması için sorgulandığında verdiği yanıtları savunamamış ve fikirlerini açıklamakta güçlük yaşamıştır. Doğu'nun kendini ve karşısındakini ikna edemediği ve doğru yanıtı ulaşmak için zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür. Bununla birlikte Doğu, verdiği yanıtın doğruluğundan emin olduğunu ve yanıtın doğruluğunu başka bir yoldan gösteremeyeceğini belirtmiştir.

Araştırmacı: birinden üç seçenek varmış, bazılarında ikişer seçenek varmış, sonuncusunda da sadece bir seçenek var diyor. O zaman nasıl olması gerekir?

Doğu: Üç farklı kaykay tahtası, iki farklı tekerlek... Bütün bir kaykay oluşturmak için zaten dört tane tekerleğe ihtiyacımız vardı değil mi? o yüzden de ben iki tane diyorum. Çünkü iki farklı diyor. İki tane buraya koyarız iki tane buraya bir olur. Bir de buraya koyarız iki olur. İki tane farklı olur tekerlek seti. İki farklı da birleştirme seti... Zaten sette bir tane var değil mi? Yani iki tane yok tekerlek gibi bir tane olduğu için iki tane oluyor. Toplamda hepsi bir araya gelince iki.

Araştırmacı: iki oluyor diyorsun. Emin misin sonucun doğruluğundan?

Doğu: Evet iki.

Araştırmacı: Bu sonucu peki başka bir yoldan daha doğruluğunu kontrol edebilir misin?

Doğu: ... (Sessizlik) Başka bir yolla daha... Benim aklıma bu geldi. Başka bir şey yapamam.

Araştırmacı: Mesela ikinci bir yolla daha çözebilir miyiz?

Doğu: Yani çözülür ama ben bilmiyorum nasıl çözüleceğini.

Doğu, Kaykay 3 problemini de ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Doğu bu problemin çözümünde de problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamış kişisel tercihlerini referans almıştır. Toplamları 120 olacak şekilde her bir malzemenin fiyatını kendisi belirleme yoluna gittiğini belirtmiştir. Fiyatları belirlerken problemde verilen fiyatlara yakın değerleri tercih etmiştir. Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.4'de sunulmaktadır.

| Parça                        | Miktar (zed) |     |
|------------------------------|--------------|-----|
| Kaykay Tahtası               | 45, 47       | 120 |
| Tekerlekler                  | 22, 24       | 55  |
| Tekerlek Milleri             | 10, 11       | 65  |
| Kaykay Birleştirme Gereçleri | 10, 19       | 75  |

**Görsel 3.4.** Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Araştırmacı gözlemcinin Doğu'yu yanıtının doğruluğunu ya da geçerliliğini değerlendirmesi için yönlendirmesi üzerine Doğu'nun kullandığı ifadeler yanıtın doğruluğunu belirleyeme yönelik zihinsel ihtiyaç ve kendini ikna gereği duymadığını göstermiştir.

Araştırmacı: Tamam, üçe bakalım o zaman.

Doğu: Ercan'ın 120 TL fiyatı varmış zedi. En pahalı kaykayı satın almak istiyormuş. Burada da dört parçanın her birine ne kadar harcayabilir diyor. Yani buradaki malzemelerle ne kadar parayı harcayabilir diyor. Ben de burada kaykay tahtası için bu 120 fiyatına bakarak buna göre şey yaptım.

Araştırmacı: Ne yaptın? Kaykay tahtasını ne kadar seçtin?

Doğu: Mesela burada 40, 60 diyor ya onların arasında bir sayı şey yaptım. Tekerlekler için-

Araştırmacı: Neden direk bu verilen değerleri almadın da aralardan aldın?

Doğu: Çünkü 120 zedi varmış o yüzden.

Araştırmacı: Bunları alsaydın?

Doğu: Fiyatı aşar. Tabi zaten burada 137 lira oluyor.

Araştırmacı: Hım, 137 bulmuştuk ama 137 bizim-

Doğu: en pahalı kaykay.

Araştırmacı: En ucuzu ne kadardı?

Doğu: 80. Onların ortalarında bir sayı oluşturdum. Fiyatların düşüklüğüne baktım. Ona göre aralarında bir sayı yazdım.

Araştırmacı: Tekerleklerle 14 ve 36 ikisinin arasından 22 ile 24 vermişsin. Kaykay tahtasını da 40'tan 65'e seçenekler vardı. 45 ve 47 olarak vermişsin. Sonra 120'den bunları çıkardın mı orada?

Doğu: Hım, burada 120'den tek tek çıkardım herhalde. Sonucu şimdi hatırlamıyorum hani yaptım da.

Yanıtın doğruluğunu değerlendirme sürecinde araştırmacı-gözlemcinin yönlendirmeleri ve sorgulamaları ile Doğu, problemi anlamlandırabilmiş ve deneme yanılma stratejisini kullanmıştır. Problemi yeniden çözme sürecinde Doğu'nun varsayımlar üretmek test edebildiği, yanıtların geçerliğini değerlendirebildiği ve sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür. Bununla birlikte Doğu'nun fiyatlar arasındaki farkları belirleyemediği, işlemsel bilgi eksikliği yaşadığı görülmüştür. Doğu araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile problemin doğru sonucuna ulaşabilmiştir. Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun ikinci çözümü Görsel 3.5'de sunulmaktadır.

Araştırmacı: O zaman şimdi bir düşünelim. Kaykay tahtası için senin vermiş olduğun 45 ve 47 lira var ya... Ercan bu mağazaya gitti 45 liraya bir kaykay tahtası alabiliyor mu? 45 zede?

Doğu: Evet alabiliyor.

Araştırmacı: 45'e alabilir mi? 45 liralık tahta var mı?

Doğu: Burada yok.

Araştırmacı: Bu mağazadan almak istiyor diye düşün. Bu mağazadan en pahalı kaykayı almak istiyorsa nasıl yaparsın?

Doğu: O zamanda fiyatları biraz daha yüksek-

Araştırmacı: bunlar sabit fiyatlar. Bu mağazanın fiyatları bunlar pazarlık filan yapılmıyor.

Doğu: O zaman tamam. Burada orta fiyatlarını şey yapardım üç tane diyor ya... Mesela 60'ı alırdım. Burada 14 ve 36 var (fısıldayarak) 96... 36'yı alırdım. Miller için 16... Bu somunlar için-

Araştırmacı: Şu kâğıtta soru üç de istersen.

Doğu: Burada kaykay tahtası için 60 lirayı alırdım, sabit fiyat olduğu için. Tekerlek seti için 36'yı alırdım. Miller için 16, gereçler içinde 20'yi alırdım. Bunları da toplardım. 132 lira oldu. Burada 120 lira parası varmış.

Araştırmacı: Hı hı. Böyle bir şey alabilir mi?

Doğu: Yani alabilir... Yok, alamaz pardon. Çünkü zedin fiyatı biraz daha alçakta.

Araştırmacı: Evet bunun cebindeki para daha-

Doğu: Yetmiyor.

Araştırmacı: Yetmiyor bunları almaya. Ne yapacağız o zaman?

Doğu: Ne yapacağız, birisinden birisini biraz daha düşüreceğiz. Mesela 36 yerine 14'ü alabilirdik.

...

Araştırmacı: 110 oldu. Daha paramız var mı?

Doğu: 10 zedimiz daha var.

Araştırmacı: şimdi bu 10 zed için daha para harcayabilir miyiz? Değiştirebileceğimiz başka bir şey var mı?

Doğu: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Artık birleştirme seti değişmiyor. Tekerlek mili de zaten-

Doğu: tek fiyat var. En yükseği yaptık. 14 eğer 36'yı koysaydık biraz daha aşardı fiyat.

Araştırmacı: Hı hı, fiyatı geçecek.

Doğu: Evet, kaykay tahtası 60 koyduk, 65 koysaydık 115 olurdu. Yine beş lira-

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 60  | 60  | 65  |
| 14  | 14  | 14  |
| 16  | 16  | 16  |
| +10 | +20 | +20 |
| 100 | 110 | 115 |

**Görsel 3.5.** Kaykay 3 problemine ilişkin Doğu'nun ikinci çözümü

Doğu Kitaplık problemini de anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Doğu bu problemin çözümünde de problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamıştır. Bunun yerine kendi günlük yaşam deneyimlerini ve kişisel tercihlerini referans alma yoluna gitmiştir. Ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edememe ve

görevin yüzeysel özelliklerine odaklanma söz konusudur. Kitaplık problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.6'da sunulmaktadır.

|                                          |               |
|------------------------------------------|---------------|
| Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir? | $26 : 4 = 6$  |
| Yanıt: <u>20</u>                         | $33 : 6 = 5$  |
|                                          | 201           |
|                                          | $20 : 2 = 10$ |

**Görsel 3.6.** *Kitaplık problemine ilişkin Doğu'nun çözümü*

Araştırmacı: Nasıl buldun 20'yi?

Doğu: Burada hepsini teker teker şey yaptım. Bir tahtayı öbür şeyle birleştirebilmek için dört tane vida lazım değil mi? Hepsini ikişer ikişer yaparsak kaykay sorusundaki gibi. 26'yı dörde böldüm altı çıktı.

Araştırmacı: 26'yı niye dörde böldün?

Doğu: Çünkü 26 uzun tahta levha var. Onları vidalarla eşleştirdim.

Araştırmacı: 26 tane uzun tahta levha var. Dört ne peki orada?

Doğu: Vidalar... Mesela buralara koyarsak...

Araştırmacı: Him sonra?

Doğu: sonra 33 kısa tahta levha var. Bunlarda aynı şekilde...

Araştırmacı: Onları niye altıya böldün?

Doğu: altıya böldüm. Neden böldüm... (Sessizlik)

...

Araştırmacı: Marangozun elinde dört tane uzun tahta levha varsa kaç tane kitaplık yapabilir?

Doğu: Dört.

Araştırmacı: Dört tane mi yapabilir?

Doğu: Uzun levha varsa iki tane.

Araştırmacı: Nasıl iki tane yapacak?

Doğu: şey koysa (fotoğrafta göstererek) bir buraya bir buraya koysa...

Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile Doğu problemde verilenleri analiz etmiş ve problem durumunu anlamlandırmaya çalışmıştır. Bu süreçte tüm bileşenlerin oranını hesaplama stratejisini kullanmayı düşünmüştür. Sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamakta ve matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemekte zorlanmıştır. Sonuç olarak Doğu bu problemin çözümü için anlamsız matematiksel işlemler yapmayı önermiştir. Yanıtı nasıl bulduğunu belirleyemediğini ve doğruluğundan emin olmadığını söylediği halde yanıtın doğru olduğunu iddia etmiştir.

Araştırmacı: Mesela 33'ü altıya böldün ya, o neyi veriyor bana? O beş ne, ne demek oluyor?

Doğu: ... (Sessizlik) (fısıldayarak) Başka nasıl olabilirdi?

Araştırmacı: Yok, başka bir yoldan çöz demiyorum. Sadece bölme işlemlerinin sonuçları bize anlatıyor?

Doğu: burada şeyleri veriyor işte bize... Elimizdeki... (Sessizlik)

Araştırmacı: Elimizdeki malzeme sayılarını bir kitaplık için gerekli malzeme sayılarına böldük. Bize neyi vermiş oldu?

Doğu: ... (Sessizlik) Normal şeyler işte...

Araştırmacı: Neyler?

Doğu: Mesela burada 26'yı dörde böldük ya, altı çıktı uzun tahta levhayı verdi bize.

Araştırmacı: Peki bunları böldün, böldün hepsinin sonuçlarını buldun diyelim. Ne yapardın sonra?

Doğu: ne yapardım... Gereksinimleri için bunları bulmaya çalışırdım. Ne kadar varsa o kadar şey yapardım çıkarırdım işte şeyden.

Araştırmacı: Hım, çıkarma işlemi yapardın.

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Neden çıkarma işlemi yapardın?

Doğu: Çünkü ya fazla gelirdi, ya da eksik gelirdi. Yani şu gereksinimlere tamamlayabilmek için... (Sessizlik)

Araştırmacı: Hım. Peki, şimdi bu 20 sence doğru mu?

Doğu: Bana göre doğru ama...

Araştırmacı: Emin misin?

Doğu: Emin değilim. Yanlış da olabilir.

Araştırmacı: Neden emin değilsin?

Doğu: Neden emin değilim... Çünkü burada yanlış düşünüp başka bir şey yapmışımdır ya da bölmemişimdir tahmin yürütüp öyle yazmışımdır öyle yani.

Doğu Derin Dondurucu probleminin senaryosundan ne anladığını açıklaması istendiğinde Doğu'nun problem durumunu analiz edemediği ve anlamlandıramadığı görülmüştür. Ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edememe ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanma, hatalı genelleme, problemin sınırlılıklarına uymama söz konusudur.

Araştırmacı: hım, şimdi senaryoyu anladın mı?

Doğu: Evet. Burada işte demiş dördüncü konuma ayarlayıp dört saat sonra da derin dondurucuya yiyecekleri koydu. Mesela beşinci konum olunca beş saat sonra derin dondurucuya konurdu onun gibi.

...

Araştırmacı: Bu lamba niye yanıyor? Uyarı vermek için mi yanıyor?

Doğu: Düzgün çalışıp çalışmadığı için

Araştırmacı: Hım, onu göstermek için mi yanıyor?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Mesela hatalı bir şey yaptığımız zaman lamba mı yanıyor?



Doğu: Lamba yanıyor evet.

Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile Doğu problemde verilenleri analiz etmiş ve problem durumunu anlamlandırmaya çalışmıştır. Derin Dondurucu birinci alt problemini ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Doğu bu problemin çözümünde de problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamıştır. Problemde istenileni belirlemek yerine kişisel tercihine dayalı bir yanıt oluşturmuştur. Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.7' de sunulmaktadır.

Araştırmacı: peki sorunun senden istediği ne? Senden oraya ne yazman isteniyor?

Doğu: Benden buraya... Beşinci konum...“Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden

Araştırmacı: Hım, bu gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? diye soruyor.

Doğu: Bence gösterir yani...

Araştırmacı: Hım, Neden?

Doğu: Çünkü dördüncü konuma ayarladığı için dört saat sonra derin dondurucuya koymuş. Bunda da beş saat sonra beşinci konumda koyar.

Araştırmacı: Hım, sen yiyecekleri koyduğu süreyi ve konumlarını düşünüyorsun. Dördüncü konuma ayarladıysa dört saat sonra, beşinci konuma ayarladıysa beş saat sonra doldursun.

Doğu: Evet.

Araştırmacı: ama senden yiyeceklerle doldurma süresini mi istiyor?

Doğu: Düzgün çalıştığını... (Sessizlik)

Araştırmacı: hım, düzgün çalıştığını gösterip göstermediğini belirlemeni istiyor. Şimdi ayar düğmesini 5. konuma getirmiş ve ne olmuş?

Doğu: Söner.

Araştırmacı: Beşe getirmiş ve kırmızı ışık söner demiş... (Sessizlik)

Doğu: Ben burada herhalde yiyecek... Hani burada demiş ya yiyeceklerle doldur diye ben de burada beşinci konuma ayarlarsa beş saat sonra yiyecek koyar diye öyle anlamışım.

Araştırmacı: ama aslında neye bakman gerekiyordu?

Doğu: Düzgün çalıştığını gösterip göstermediğine kırmızı ışık söner diyordu.

| Etkinlik ve Gözlem                                                         | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden? |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              | 5. konuma ayarlarsa 5 saat sonra yiyecek koyar                 |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              | kırmızı ışık söner ve cihaz çalışır                            |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder. |                                                                |

**Görsel 3.7.** Derin Dondurucu birinci alt problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Yönlendirme ile problemde istenileni fark ettikten sonra, Doğu karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama yapmada zorlanmış, bunun yerine görevin yüzeysel özelliklerinden bir olan lambanın yanık ya da sönük olmasına odaklanarak problemi doğru olarak yanıtlayamamıştır. Yanıtın doğru olduğunu ve doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Kırmızı ışığın sönmesi ve düzgün çalışması... Tamam, bir de şimdi bak. Beşinci konuma getirmiş, kırmızı ışık sönmüş. Düzgün çalıştığını gösterir mi?

Doğu: Söndüğü için bence gösterir. Yani sönmüş sonuçta kırmızı ışık.

Araştırmacı: Hım, kırmızı ışık sönüyorsa-

Doğu: Evet düzgün çalışıyor.

Araştırmacı: Yanıyorsa?

Doğu: Yanıyorsa... düzgün çalışmıyor.

Araştırmacı: tamam, peki ikiye ne demişiz bakalım.

Doğu: “Banu ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.” Kırmızı ışık söndüğü için cihaz çalışıyor.

...

Doğu: Şey olabilir mi mesela birinci konuma getirdiği için bir saat... Yani saat durumlarına bakarak sönüp sönmediğini anlayabiliriz. Mesela birinci konuma getirir yarım saat bekler yani yanmaya devam eder. Ben öyle düşündüm.

Araştırmacı: Peki ikinci konuma getirirse ne kadar bekler mesela?

Doğu: Mesela iki saat bekler.

Araştırmacı: Bu süre boyunca ışık ne olur?

Doğu: Yanmaya devam eder.

Araştırmacı: Sonra ne olur?

Doğu: söner.

Araştırmacı: hım, ayarladığı konuma göre onunla orantılı bir süre boyunca ışık yanar sonra söner dedin. Anladım. Peki, sence bu sonuncusu düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden?

Doğu: Bence göstermez çünkü soruda dediği gibi ışık yanmaya devam ediyormuş. O yüzden de düzgün çalıştığını göstermiyor.

Araştırmacı: Peki sence bu senin vermiş olduğun yanıtlar sence doğru mu?

Doğu: Bence doğru.

Araştırmacı: Emin misin?

Doğu: Eminim.

Doğu, Derin Dondurucu 2 problemini ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.8' de sunulmaktadır.

| Uyarı   | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden?                                  |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Uyarı 1 | Evet yaratabilir. Çünkü talimatlar cihazın düzgün bir şekilde çalışması için yazılmıştır. Sıcaklık yazılmıştır. |
| Uyarı 2 | Hayır. Eğer 2 derece daha fazla lamba sönmez.                                                                   |

**Görsel 3.8.** Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Araştırmacı öğretmen tarafından yanıtını açıklaması için yönlendirildiğinde Doğu'nun fikirlerini ve yanıtlarını açıklamakta ve gerekçelendirmekte zorlandığı görülmüştür. Doğu, ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edememiş ve uyarıların tamamının sırf uyarı olarak verildiği için gecikme yaratacağını düşünmüştür.

Araştırmacı: Tamam birinci uyarı için ne yazmışız bakalım.

Doğu: Evet yaratabilir. Çünkü talimatlar cihazın düzgün bir şekilde çalışması için yazılmıştır.

Araştırmacı: Bu talimata uymazsa...

Doğu: Evet bu talimata uymazsa kırmızı ışık yanmaya devam eder.

Araştırmacı: gecikme yaratabilir dedin.

Doğu: Evet gecikme yaratabilir.

Araştırmacı: İkincisi için ne dedin?

Doğu: Uyarı 2 de hayır... (fısıldayarak) burada ne demişim ya?

Araştırmacı: Eğer derece düşerse lamba sönmez demişsin. Yani lambanın sönmesinde gecikme yaratmaz mı?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Lamba hiç sönüyor mu?

Doğu: Ya sönüyor da talimatlara uymazsa... (Sessizlik) şey yapar

Araştırmacı: him, o zaman ikinci uyarı da gecikme yaratır mı?

Doğu: yaratır.

Araştırmacı: neye hayır dedin? Hayır deyince yaratmaz gibi anladım da ben o yüzden.

Doğu: ... (Sessizlik) burada 18 derece normaldir. Biraz daha alçağa düşerse ben buradan şey yaptım

Araştırmacı: him, böyle aşağı düşerse ne olur?

Doğu: Sönmez diye düşünüyorum.

Bununla birlikte Doğu problemin sıkıcı ve saçma olduğunu, sıkıldığı için çözmek istemediğini belirtmiştir. Problemi çözmeye yönelik zihinsel ihtiyaç duymamıştır. Kişisel tercihleri/ günlük yaşam deneyimleri ile örtüşmediği için saçma bulmuştur.

Araştırmacı: Bu soruda biraz zorlandın mı? Niye onları boş bıraktın?

Doğu: Bunları neden boş bıraktım çünkü sıkıldım.

Araştırmacı: Sıkıldın mı bu soruda? Sevmedin mi bu soruyu?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: neden sevmedin?

Doğu: Biraz saçma geldi bu bana ya.

Araştırmacı: Neden saçma geldi? Saçma gelen şey ne biraz bahset. Biraz üzerine konuş.

Doğu: Bildiğimiz şeyler ya... Bunları neden şey yapmışlar... Normalde bizde koyarız o kadar şeyleri... Biz de yapabiliriz. O yüzden bana biraz saçma geldi. O yüzden boş bıraktım.

Problemi yeniden çözme sürecinde problem durumunu anlamlandıramamış olmasına karşın havalandırma ızgarası ve kapağın açılması 3.ve 6. uyarılar için mantıksal çıkarımlarda bulunabilmiştir. Kişisel tercihlerinden biri olan lambanın yanlış bir şey yapıldığında uyarı vermek için yanacağını varsayarak problemi yanlış yanıtlamıştır. Yanıtın doğru olduğunu ve doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir. Ancak otoriteye karşı fikirlerini savunamamıştır.

Araştırmacı: birlikte birde üçüncü uyarıyı inceleyelim mi? Ne diyor üçüncü uyarıda?

Doğu: "Havalandırma ızgaraları kapatılmamalıdır. Bu aygıtın dondurma kapasitesini düşürebilir."

Araştırmacı: Ne demek istiyor burada?

Doğu: Yani hava gelen ızgaraları havalandırmayı eğer önüne yiyeceklerle kapatırsak soğukluk gelmez ve yiyecekler bayatlar.

Araştırmacı: Hım, peki bu durumda ne soruyor? Uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Böyle bir durum var gecikme yaratır mı?

Doğu: ... (Sessizlik) bence yaratır çünkü önünü kapatıyoruz. Ve soğukluk gelmiyor hani. Cihaz uyarı verebilir.

Araştırmacı: uyarı verdiği için yanıyor.

Doğu: Evet.

Araştırmacı: Altı?

Doğu: "Derin dondurucunun kapağını çok sık açmayınız" Neden çünkü derin dondurucu... bizim ortam yani bulunduğumuz ortam şeye göre daha az sıcaklığı... derin dondurucu da sıcaklık biraz daha fazla aman soğukluk, soğukluk biraz daha fazla. Eğer kapağını açarsak o soğukluğu ortama yaymış oluruz ve orası sıcak kalır yani soğukluğu düşer.

Araştırmacı: Hım, derin dondurucunun içinin soğukluğu azalır. Tamam, peki-

Doğu: Bu yüzden gecikme yaratır.

Doğu yanıtın doğru olduğu ve doğruluğundan emin olduğu konusunda ısrarcı olsa da süreçte otorite olarak gördüğü araştırmacı öğretmene karşı fikirlerini savunamamıştır.

Araştırmacı: Emin misin bunlardan?

Doğu: Eminim.

Araştırmacı: Çok emin misin?

Doğu: (başıyla onaylıyor) Eminim.

Araştırmacı: Kesin doğru.

Doğu: (başıyla onaylıyor)

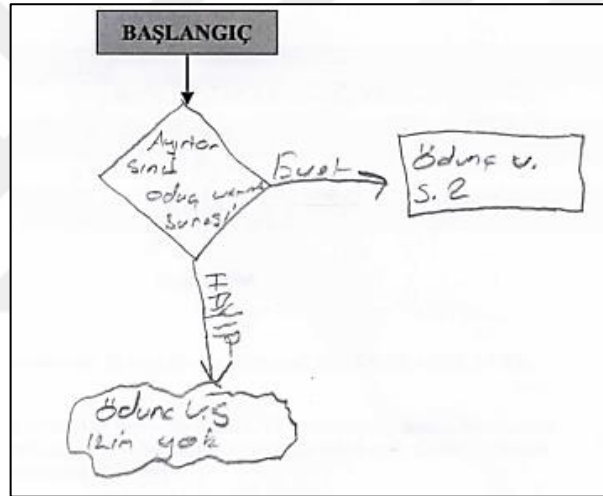
Araştırmacı: İddiaya var mısın?

Doğu: yokum (gülümseyerek)

Araştırmacı: Çok emin olsaydın iddiaya vardın ama. Demek ki çok emin değilsin.

Doğu: Ya eminim de yani yanlış olursa diye. Belki de ben doğru düşünmüşümdür ama size yanlış gelebilir o yüzden.

Doğu Kitaplık Sistemi probleminde ilk olarak verilen bilgileri araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile analiz etmiştir. Kitaplık Sistemi ikinci alt problemini ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Doğu bu problemin çözümünde de problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamıştır. Kitaplık Sistemi ikinci alt problemine ilişkin Doğu'nun çözümü Görsel 3.9.' da sunulmaktadır.



**Görsel 3.9.** Kitaplık Sistemi ikinci alt problemine ilişkin Doğu'nun çözümü

Araştırmacı- öğretmen'in yanıtını açıklamasını istemesi üzerine Doğu'nun örnek sistemdeki şemayı referans aldığı görülmüştür. Bu durumda Doğu'nun taklitçi muhakemeye ve dışsal kanıt şemasına başvurduğu ortaya çıkmıştır. Yönlendirme ile problem durumunda verilenler ve istenenleri analiz edebilmiştir. Yönlendirmeye karşın problemin sınırlılıklarını anlamakta zorlanmış ve örnek şemayı referans almakta ısrar etmiştir. Yanıtın doğru olduğunu ve doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Tamam, güzel, şimdi ikinci soruya geçelim.

Doğu: (Soruyu okur) Örneğin arkadaki şema gibi.

Araştırmacı: Hım, arkadaki şema gibi bir şema çizmemizi mi istiyor?

Doğu: Evet. Başlangıç burası ayrıtan sınıf ödünç verme süresi

Araştırmacı: bir dakika ilk sorun ne?

Doğu: Ayırtan sınıf... ödünç verme süresi- Evet verdim ödünç verme süresi iki gün dedim.  
Hayır, ödünç verme süresi izin yok dedim.

Araştırmacı: ya da bir soruya hayır diyeceksin. Senin sorun ne?

Doğu: Benim sorum burada ayırtan sınıf ödünç verme süreleri.

...

Araştırmacı: Bunlardan en önemli gördüğün hangisi? Hangisiyle başlamak en uygun?

Doğu: ikinci.

Araştırmacı: İkinci mi... Çalışanlarla başlamak daha uygun diyorsun. Neden?

Doğu: Çünkü sabit bir sayı vermiş yani belirtmiş bize.

Araştırmacı: Başka bir özelliği var mı bu ikincinin?

Doğu: çalışanlar ve öğrenciler için dergiler dışında demiş. "Dergiler dışında" yı da alırdım.

Araştırmacı: bu ikinci madde Can Halıcı Lisesinin şemasına da benziyor sanki değil mi?

Doğu: Evet. O yüzden.

Araştırmacı: O yüzden mi önemli geldi?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: öyle mi çizerdin? Çalışan mıdır diye sorup evet derse gününü yazacaksın, hayır derse gününü yazacaksın.

Doğu: 28 gün.

Araştırmacı: Başka bir şey geliyor mu aklına?

Doğu: Başka bir şey gelmiyor. Sadece bu aklıma geldi.

Araştırmacı öğretmen problemlere ilişkin görüşlerini belirtmesini için yönlendirdiğinde Doğu'nun problemleri genellikle zor karmaşık bulduğu ortaya çıkmıştır. En çok Derin Dondurucu problemlerine zorlandığını ve bu problemleri çözmek istemediğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Demek en çok derin dondurucu saçma geldi öyle mi?

Doğu: Evet.

Araştırmacı: onu hiç yapmak istemedin demek?

Doğu: Evet. (Sessizlik) Garip geldi bana. Biraz saçma bir soru geldi. Anlamadım da biraz.

Araştırmacı: Zor aslında.

Doğu: Evet zor. Karıştırıcı.

Kaykay problemlerinde ise çok fazla bilgi ve değişken olduğunu ima etmiştir. En kolay ve en çok ilgi duyduğu problemin örneği verildiği için Kitaplık Sistemi 2 problemi olduğunu ifade etmiştir. Bu durum Doğu'nun kolayca çözüm üretebildiği problemlere karşı olumlu, çözüm üretmekte zorlandığı problemlere karşı olumsuz tutum sergilediğini göstermiştir. İlginç olan en kolay problem olan Kitaplık Sistemi 1 probleminin en zor problem olan Kitaplık Sistemi 2 probleminden daha zor olduğunu düşünmesidir.

Araştırmacı: tamam hadi bakalım. Bir de sorularla ilgili görüşlerini alacağım. Zaten derin dondurucu ile ilgili konuştuk. Diğer sorular, mesela kaykay soruları, kitaplık, kitaplık sistemi soruları bunlar nasıldı? Bu soruları nasıl buldun? En çok hangi soruda zorlandın?

Doğu: Bu kaykay sorusunda fiyatların biraz fazla olması beni zorlandırıdı.

Araştırmacı: Fazla olması derken?

Doğu: Birçok şey vermiş.

Araştırmacı: Birden fazla fiyat olması mı?

Doğu: Evet. Burada kafa karıştırıcı şeyler vermiş. Mesela üç farklı kaykay tahtası demiş. İki farklı tekerlek seti falan demiş. Miktarları şu mesela cebindeki 120 zed parayı bulmak için biraz zorlandım. Derin dondurucu zordu. Kafa karıştıran birçok şeyler vardı işte konumlar, ışık süreleri, zamanlar filan... Onlar biraz zorladı. Kitaplık sorusu biraz zordu, kolaydı birazda. Son soru kitaplık sistemi bana göre biraz kolaydı.

Araştırmacı: kitaplık sisteminin hangi sorusu kolaydı?

Doğu: Soru 2, şema hazırlama daha kolaydı örneğini verdiği için.

Araştırmacı: Birinci sorusu daha mı zordu?

Doğu: Evet çünkü burada biraz daha kafam karıştı.

Araştırmacı: en çok hangi soruyu sevdin?

Doğu: en çok hangi soruyu sevdim... Normal bu kitaplık sistemini...

### 3.1.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

Doğu'nun ön görüşmedeki problem çözme sürecine paralel olarak birinci öğretim süresince doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren problemlerde dahi problemleri anlamadan ve analiz etmeden anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gittiği görülmüştür. Bu bağlamda birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerinden en basiti olan doğrudan çıkarım yaparak ya da ritmik sayma ile çözülebilen ilk problemi dahi çözmede güçlük çekmiştir. Birinci öğretim sürecinde problemlerin gerektirdiği matematiksel işlemleri yapmada zorlanmış olması Doğu'nun işlemsel bilgi eksiğinin olduğunu göstermiştir. Örneğin Doğu dört basamaklı iki sayıyı birbirinden çıkarmada, sonucu ondalık sayı çıkan bölme işlemlerini yapmada zorluk yaşamıştır. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Doğu için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır.

Doğu'nun "Bir probleme ilişkin çoklu çözümler" çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda güçlük çektiği görülmüştür. Görev 1 de öğrencilerin her biri farklı bir çözüm stratejisi açıklamış olmasına karşın görev 2 de ve görev 3 de birden fazla çözüm yolu uygulamakta

zorlanmıştır. Doğu'nun bir problemi farklı yollarla çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür.

Doğu, birbirine yapısal olarak benzer görevlerden ilkinin çözümünde zorlansa da arkadaşlarının çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamlandırarak o göreve yapısal olarak benzer olan diğer görevleri çözebilmiş ve açıklayabilmiştir. Dahası Doğu, bu görevlerin çözümü için uygun stratejiyi ifade etmiş ve gerekçelendirebilmiştir. Bununla birlikte, problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça Doğu orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevi de çözümde, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin, Görev 6 ve Görev 7 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Doğu, Görev 6 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunu değerlendirmesinden sonra Görev 7 öğrencilere sunulmuştur. Ancak Görev 7 için çözüm strateji üretmesi istendiğinde Doğu, anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gitmiştir. Arkadaşlarının çözümlerini açıklaması istendiğinde ise matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirtmediği ve çözüm stratejilerini anlamadığı görülmüştür.

Doğu: 9240'ı 1000'e böleriz. Olmaz mı? Çıkmaz mı?

Araştırmacı: Neden 1000'e böldük?

Doğu: Çünkü bu kar etmek istiyor.

...

Araştırmacı: nasıl yapmış arkadaşlarımız sen açıkla Doğu.

Doğu: Sessizlik... Hocam maliyetten bulduğumuz şeyi çıkarırız. Çıkarttığımız için 1140. 1140'ı da böleriz.

Araştırmacı: Neyi çıkardık 1140 yaptı?

Doğu: Maliyet...

Barış: 1440...

Doğu: 1440 çıktı.

Araştırmacı: Neyi çıkardık bir daha söyle.

Doğu: Sessizlik

Ayrıca, birinci öğretimde Doğu'nun matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme konusunda güçlük çekmiştir. Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006



uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. Doğu'nun yanıtları argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir.

| Anlatım                                                                                                                                                            | Doğru ya da Yanlış    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.                                                                          | Doğru <u>Yanlış</u>   |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.<br><i>Ortalama bir sayı olduğu için</i>                                                                            | Doğru <u>Yanlış</u>   |
| Eğer tüm kızları kıyadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.                                                                         | Doğru <u>Yanlış</u>   |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır.<br><i>Ortalama olması olduğu için yarı yarıya olabilir</i> | <u>Doğru / Yanlış</u> |

*2- ortalama bir sayı olduğu için büyük bölümü değil yarı yarıya olabilir  
3- burada tek bir boy ortalaması var değil için büyükten küçüğe sıralanabiliriz*

**Görsel 3.10.** Doğu'nun Boy problemine ilişkin yanıtı

Doğu'nun birinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, problem çözme sürecinde bakış açısının geliştiğini ve en çok muhakeme yapmada zorlandığını düşündüğü görülmüştür.

Bugün Problemler çözdük bu etkinlikle genel düşünceyi geliştirdim. İlgiyi çeken ya da etkinlikler biraz sıkıcıydı. Problem çözme sürecinde en çok zorlandığım aşama düşünmek idi onu yapacak birini çıkmıyor ama arkadaşlarımla olduğum için eğlendim.

**Görsel 3.11.** Doğu'nun günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

Doğu ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir.

Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Doğu için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak strateji üretmekte, temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Bununla birlikte yapısal olarak bir öncekine benzer olmayan Görev 3 bağlamında strateji üretmesi istendiğinde anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gittiği görülmüştür. Strateji üretme sürecinde problemde verilen sayısal değerlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirlemek yerine o değerler ile yapılabilecek matematiksel işlemlere odaklanmıştır.

Araştırmacı: beraber düşünelim ne yapmayı düşündün söyle.

Doğu: ilk önce 30 ile 10'u çarptım.

Araştırmacı: neden?

Doğu: Çünkü... Sessizlik

Araştırmacı: 30 ne?

Doğu: bir oyun

Doğu'nun problem çözme sürecinde bu öğretimde de işleme dayalı problem çözme yoluna başvurduğu görülmüştür. Grup tartışması ile önerdiği çözüm stratejisinin neden uygun olmadığı tartışılırken ilişkili bilgilere odaklanması ve sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemesi için yönlendirildiğinde Doğu arkadaşları ile birlikte probleme ilişkin çözüm stratejisi üretebilmiştir. Bu öğretim sürecinde Doğu'nun işlemsel ve kombinasyon kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliği olduğu ve bağlamsal bilgileri dikkate almakta zorlandığı görülmüştür.

Doğu'nun "Bir probleme ilişkin çoklu çözümler" çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda güçlük çektiği ve olumsuz tutum sergilediği görülmüştür. Görev 1 de öğrencilerin farklı çözüm stratejileri açıklamış olmasına karşın Doğu, Görev 2 de farklı çözüm yolu uygulamakta zorlanmıştır. Doğu'nun bir problemi farklı yollarla çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür. Doğu, birbirine yapısal olarak benzer görevlerden ilkinin çözmede zorlansa da arkadaşlarının çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamlandırarak o göreve yapısal olarak benzer olan diğer görevleri çözebilmiş ve açıklayabilmiştir. Örneğin Doğu, Görev 1 için çözüm üretememiş olmasına ve kombinasyon kuralını bilmemesine karşın arkadaşlarının çözüm stratejilerini dinleyerek ve anlayarak algoritmik muhakeme ile Görev 2 için uygun çözüm stratejisini belirleyip uygulayabilmiştir. Dahası Doğu, bu görevlerin çözümü için uygun stratejiyi ifade etmiş ve gerekçelendirebilmiştir.

Bununla birlikte, problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça Doğu orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevi de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin, Görev 5 ve Görev 6 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Doğu, Görev 5 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 6 için çözüm strateji üretmesi istendiğinde Doğu, çözüm stratejisini ancak belli bir kısmını üretebilmiştir.

Yarışmaya katılacak takım sayısı 5'dir. Bu yarışma hangi tarihte ve hangi saatte biten?

1 Haziran 2015  
10:00

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 150 \\ \hline 1500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 30 \\ \hline 4500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1500 \\ \times 17.10 \\ \hline 25500 \end{array}$$

**Görsel 3.12.** Doğu'nun ikinci öğretimde görev 6 ya ilişkin çözümü

Doğu ikinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme konusunda güçlük çekmiştir. İkinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini doğru bir şekilde yanıtlıyamadı. Bu problemde oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapılması gerekmektedir. Doğu'nun yanıtları yalnızca iki değişken arasındaki orantısal ilişkiyi fark edebildiğini problemin önemli değişkenlerinin tamamını belirleyemediğini göstermiştir. Doğu'nun, problemde pedal dönüşü ile tekerlek dönüşü arasındaki orantısal ilişkiyi anlamlandırabilse de tekerlek dönüşü ile alınan mesafe arasında ilişki kuramadığı görülmüştür. Doğu bu problemi çözmek için işleme dayalı problem çözme yoluna giderek anlamsız matematiksel işlemler yapmıştır.

6 pedal 5 deniz 480 dönüş  
12 pedal 10 dönüş  
96000  
96000

480  
96000  
96000

96000

**Görsel 3.13.** Doğu'nun Bisikletler problemine ilişkin yanıtı

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Doğu'nun "bir problemin farklı yollarla çözülmesi" ilgisini çekse ve zamandan kazandırdığını (etkili stratejiyi belirlemesine yardımcı olduğunu) düşünse de sıkıcı bulduğu görülmüştür. Bununla birlikte problem çözme sürecinde en çok zorlandığı aşamanın bir probleme ilişkin farklı çözüm stratejileri geliştirme olduğu görülmüştür.

Bu derste Likaşu ve onlarla ilgili bir problem çözdük. Ben biraz zorlandım ama yaptım. Bu etkililikte bir soru başka hangi çözüm yollarıyla çözebiliriz nasıl birden fazla çözüm yollarıyla soruyu çözeriz onu öğrendim. Bana bir soruda tahmin yapıp başka bir çözüm yoluyla çözeceğimi öğrendim. Burada önemli gördüğüm nokta yoktu benim için. Burada ilgilimi çeken sorunun başkasının başkası yollarla uzun veya kısa olarak çözmemiz ilgilimi çekti.

Çok fazla soru olduğu için sorunun birden fazla çözüm yollarıyla uğraşmamızı sıkıcı idi. Konuyu birden fazla çözüm yollarıyla çözmeli sınavlarda yapmamız lazım. Soruyu başka bir çözüm yoluyla çözüp zamandan kazanırdım. Problem çözme sürecinde zorlandığım aşama başka çözüm yollarını bulup 2. bir çözüm yollarını bulamam bunun nedeni birincisinin daha kolay daha az olması diğerinin ise zor ve uzun olması, en çok zorlandığım aşama idi.

**Görsel 3.14.** Doğu'nun günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri

Doğu üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, matematiksel temsillerden matematiksel bilgilerin çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Doğu için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Problem durumunun analizinde Doğu verilen grafiklerden matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Örneğin, aşağıdaki alıntıda birinci grafikte sayfa sayısı ile kelime sayısı arasında ilişki kurabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: o aralarda bir değer, sayfa sayısı 175 e yakın diyorsun. Tamam, peki 80.000 kelimeyse ne olur Doğu?

Doğu:225

Araştırmacı: nereden anladın 225 olduğunu?

Doğu: çünkü 200 ile 250'nin arası yatay oluşturulmuş çizgi... o yüzden de 225...

Doğu, bu öğretimde doğrudan ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmeye başlamış, bir problem ile karşılaştığında hangi işlemin yapılacağına odaklanmak yerine, öncelikle o problemi analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Bununla birlikte ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmada, öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak strateji üretmekte ve temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Doğu'nun daha önceki öğretimlerde ve ön klinik görüşmelerde başvurduğu anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna bu öğretimde başvurmadığı görülmüştür. Ancak yine de görevlerin çözüm sürecinde elde edilen matematiksel sonuçların problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirlemek ve ifade etmekte zorlanmaktadır.

Doğu'nun problem çözme sürecinde diğer öğretimlerden farklı olarak bu öğretimde işleme dayalı problem çözme yoluna başvurmadığı daha çok algoritmik muhakeme yaparak geri çağırmaya dayalı düşünme yoluna başvurduğu görülmüştür. Bu bağlamda Doğu'nun her bir görevin daha önceki görevlere benzer yönlerini belirlemeye çalıştığı görülmüştür. Örneğin; Görev 6 bağlamında önerdiği çözüm stratejisini açıklaması ve sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemesi için yönlendirildiğinde Doğu'nun işlemsel bilgilerinin eksik olduğu ve matematiksel bilgilerin bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemede, matematiksel sonucun bağlamdaki anlamlılığını değerlendirmede ve bağlamsal bilgileri dikkate almakta zorlandığı görülmüştür.

Araştırmacı: hadi 300 bastırsın. Can'ın kitabından 300 adet bastırabilmesi için ne kadar paraya ihtiyacı vardır? Doğu hadi bir yap ta duysun arkadaşların...

Doğu: Can 300 tane kitap bastırmış. Ne kadar paraya ihtiyacı var diyor. 475 bulmuştuk.

Araştırmacı: ne yaptın onu orada bulmak için?

Doğu: 3 ile çarptım

Araştırmacı: peki neyi buldun sen bunu yaparak hangisini buldun?

Doğu: Tasarım ücretini

Araştırmacı: Tasarım ücretini mi buldun baskı ücretini mi?

Doğu: baskı ücretini

Araştırmacı: baskı ücretini ne kadar buldun Doğu?

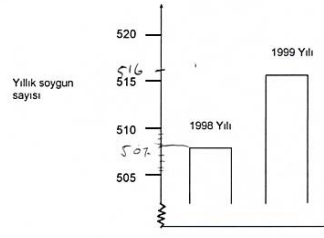
Doğu:4,75 \*3

Araştırmacı: 3 mü? 300 mü? Kaç buldun peki Doğu orada?

Doğu: çarpamadım.

Problemde istenileni bulmak için gerekli işlemsel ve bağlamsal bilgi düzeyi arttıkça ya da genellemeye ulaşması gerektiğinde Doğu orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevleri de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin Doğu, grup çalışması ile Görev 1 için üretilen çözüm stratejisini anlayabilmiş ve uygulayabilmiştir. Görev 1 deki bağlamsal bilgi düzeyi artırılarak türetilen Görev 2 için bireysel olarak çözüm strateji üretmesi istendiğinde ise Doğu, bağlamsal bilgiyi dikkate almadan problemin sınırlılığına uymadan algoritmik muhakeme ile hatalı bir çözüm stratejisi oluşturmuştur. Aynı zamanda Görev 2 ile yapısal olarak benzer olan Görev 6 aynı çözüm stratejisi ile çözülebilecek olmasına karşın, Görev 6 kapsamında gerekli işlemsel bilgi düzeyinin artmış olması, diğer bir deyişle ondalık sayılarla çarpma işlemi yapılmasını gerektirmesi, Doğu'nun çözüm stratejisi üretmesini ve açıklamasını olumsuz olarak etkilemiştir.

Doğu üçüncü öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirme konusunda güçlük çekmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. Doğu'nun yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemin yüzeysel özelliklerine odaklandığını, matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gitmediğini göstermiştir. Bununla birlikte Doğu'nun bu problemi çözmek için işleme dayalı problem çözme yoluna giderek anlamsız matematiksel işlemler yapmak yerine problemin sınırlılıklarına bağlı kalarak doğrudan çıkarım yaptığı görülmüştür.



Muhabirin sözlerinin grafiğin kabul edilebilir bir yorumu olduğunu düşünüyor musunuz?  
Yanıtınızı desteklemek için bir açıklama yapınız.

Bence katılıyorum muhabirin söylediği gibi bir artış göstermiştir. Eğer grafiğe 1998'in yılının çok 1999 yılının grafiğe az düşerdi oraman katılamazdık çünkü yıl artış olduğunu söylediği muhabirin grafiğe göre değerlendirilmeye değerimdir.

**Görsel 3.15.** Doğu'nun Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Doğu'nun ifadeleri, grafiklerle ilgili öğrenme deneyimi yaşadığını, problemleri çözme sürecinde zorlanmadığını ve istekli olduğunu, problemde verilen bilgilerin analiz edilmesinin önemini fark ettiğini göstermiştir.

grafiklerde anlamlı bir gösterim tartışma yapmayı öğrendim bence grafiklerin çizimlerle değişiklikleri yapmamız bence grafiklerle çizimler kazandı. Bu etkinlikte önemli nokta grafiklerin yanlarında verilen sayılarla eşit olmadığını, gördüm ilgimi çeken kolay olmasıydı az tartışma yaptığımız için ilgi çekiciydi.

**Görsel 3.16.** Doğu'nun günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

Doğu dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Doğu için problemi anlama ve analiz etme, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak strateji üretmekte, temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Bununla birlikte

yapısal olarak bir öncekine benzer olan Görev 5 bağlamında strateji üretmediği görülmüştür. Strateji üretme sürecinde probleme ilişkin matematiksel çözümü yapılandırırken problem bağlamını dikkate alamamıştır. Örneğin Görev 4 bağlamında arkadaşları ile birlikte matematiksel çözümü yapılandırırken zarların üst yüzüne gelebilecek sayıları gerçek yaşam bağlamında ele alamamıştır.

Doğu: Bence 1 çıkmış ya hocam 4' ten 3' ü çıkartırsak 1 çıkar.

Araştırmacı: 1 elde etmek için (4, 3) atmış olabilir diyorsun. Başka kaç atmış olabilir?

Barış: (5, 6) atmış olabilir.

Araştırmacı: (5,6) atmış olabilir diyorsun. Başka?

Doğu: (7, 8) atmış olabilir mi?

Araştırmacı: (7, 8) olur mu?

Doğu, bu öğretimde doğrudan ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmiştir. Diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayarak problem durumunu anlamlandırabilmiş ve hatta argüman oluşturup geri çıkarımsal muhakeme yapabilmiştir. Örneğin, Görev 4 bağlamında araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile 8 sayısının atılabilmesi için hangi zarların gelmiş olabileceğini tartışması geri çıkarımsal muhakeme yapabildiğini göstermiştir.

Araştırmacı: (3, 5) olabilir mi Doğu?

Doğu: Hayır.

Araştırmacı: Neden?

Doğu: Çarpınca 15.

Araştırmacı: 15. Var mı çıkartılanlar arasında?

Doğu: Hayır.

Ancak problemlerin giderek karmaşıklaşmasıyla Doğu'nun diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını anlama ve değerlendirmede zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bununla birlikte daha önceki öğretimlerde ve ön görüşmelerde görülen işleme dayalı problem çözme yoluna bu öğretimde başvurmadığı, daha çok geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurduğu görülmüştür. Görev 3 bağlamında Doğu'nun diğerlerinin iddialarının doğruluğunu ya da yanlışlığını değerlendiremediği görülmüştür. Bu bağlamda genelleme üretememiş ve birkaç özel örnek üzerinden iddiaların doğruluğunu kabul etmiştir. Bu noktada Doğu'nun tek ve çift sayı kavramına ve özelliklerine ilişkin bilgi eksiği olduğu ve deneysel kanıt şemasını kullandığı görülmüştür.

Araştırmacı: Yani mesela şöyle düşün. Ben senden daha küçük bir çocuğum. İki çift sayının toplamı her zaman çift mi eder tek mi eder bilmiyorum. Bana bunların her zaman çift olabileceğini gösteren bir yol bulmalısın.

...



Araştırmacı: Öyle gösterdin. Sen nasıl yaptın?

Doğu: 10 ve 6 yı topladım 16. 12 ve 6 yı topladım 18. 4 ve 2yi topladım 6.

Bununla birlikte, problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça Doğu orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevleri de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Doğu, Görev 4 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 5 için Doğu bireysel olarak çözüm strateji üretememiştir.

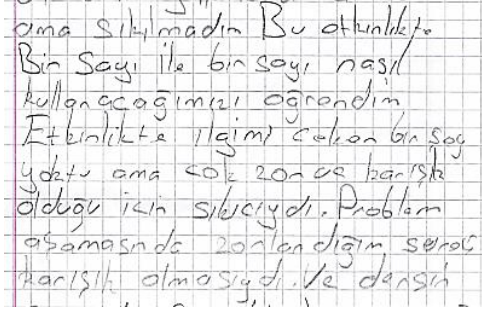
Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Doğu'nun matematik okuryazarlığı bağlamında problemin varsayımlarını ve sınırlılıkları belirleme ve matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama davranışları açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Doğu dördüncü öğretim değerlendirme problemini çözerken problemin önemli değişkenlerini belirleme konusunda güçlük çekmiştir. İkinci öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Doğu bu problemi çözmek için işleme dayalı problem çözme yoluna giderek anlamsız matematiksel işlemler yapmış ve ardından bunun farkında olarak işlemlerin üzerini karalamıştır.



**Görsel 3.17.** Doğu'nun Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Doğu'nun yapılan etkinlikte çok zorlandığı, sıkıldığı ve etkinliği

karmaşık bulduğu ortaya çıkmıştır. Öğretim sürecine ilişkin araştırmacı-öğretmenin görüşleri de Doğu'nun ifadeleri ile örtüşmektedir.



ama sıkılmadın Bu etkinlikte  
Bir Sayı ile bir sayı nasıl  
kullanacağımızı öğrendim  
Etkinlikte ilgimi çeken bir şey  
yoktu ama çok zor ve karışık  
olduğu için sıkıcıydı. Problem  
aşamasında zorlandığım sorular  
karışık olmasıydı. Ve dersin

**Görsel 3.18.** Doğu'nun günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.1.3. Son klinik görüşme bulguları

Doğu açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemten ikinci ve daha alt zorluk düzeyinde yer alan Hangi Araba, Araba Gezintisi ve Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemlerini kolayca çözebilmiş ve doğru yanıtı ulaşabilmiştir. Bu problemlerden sıfırıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür. Doğu'nun problemleri ele alış biçiminin değiştiği, problemi okuduktan sonra doğrudan problemi analiz etmeye ve anlamaya yöneldiği görülmüştür. Bu süreçte sık sık araştırmacı-öğretmenin onayına ihtiyaç duyduğu ve kendi muhakemesine güvenmediği görülmüştür.

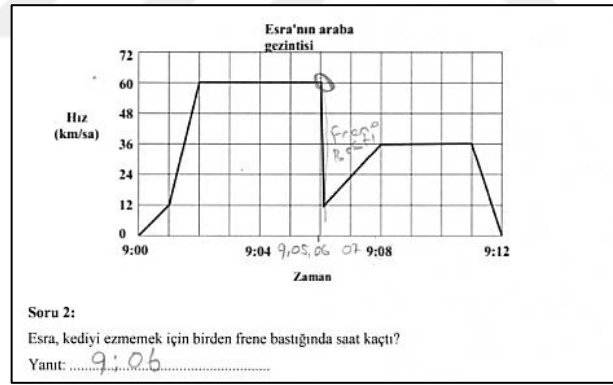
Doğu: Hangi Araba: Ceren ehliyetini yeni almıştır ve ilk arabasını satın almak istemektedir. Aşağıdaki tablo Ceren'in yerel bir araba galerisinde bulunduğu dört arabanın ayrıntılarını göstermektedir. Model, yıl, istenen fiyat, kat ettiği mesafe (km), motor hacmi (lt)... Yıl... Alfa, Beta, Gama, Tetra gibi arabalar var. Yıl; Alfada 2003, Betada 2000, Gama 2001, Tetra 1999... İstenen fiyatları; Alfada 4800, Betada 4450, Gamada 4250, Tetra 3990... Kat ettiği mesafe (km); Alfa 105.000, Betada 115.000, Gamada 128.000, Tetrada 109.000... Motor hacmi (lt) Alfada 1,78, Betada 1,796, Gamada 1,82 Tetrada ise 1,783... Soru 1: Ceren, aşağıdaki tüm şartları karşılayan bir araba istemektedir. Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden daha fazla olmayacak. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. Hangi araba Ceren'in şartlarını karşılamaktadır? ...İlk önce tüm şartlarda kat ettiği mesafe 120... 120 kilometreden fazla olmayacak... O zaman 128 Gama'yı söylebiliriz (araştırmacıya bakarak).

Araştırmacı: Benden dönüt bekleme kendi başına çözüyormuşsun gibi yap. Çok güzel gidiyorsun.

Doğu: 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak. Tetra'yı sileriz çünkü 1999. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak... Zedlere bakarsak Alfa'yı silebiliriz. O zaman sadece Beta kalıyor... Karşılamaktadır... Bence Beta (Araştırmacıya bakar). İstenen fiyatta sadece Alfa gidiyor. Gama ve Tetra da gitti. O yüzden sadece Beta kaldı. Beta'yı karşılamaktadır.

Doğu birinci güçlük düzeyindeki Araba gezintisi probleminin çözümünde de ilk problemde olduğu gibi problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Bu bağlamda Doğu'nun problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Doğu: (problemi okur) Esra, kediye ezmek için birden frene bastığında saat kaçtı? ... Burada hız km/sa cinsinden... Saat dokuzda 0-12-24-36-48-60-72. Zaman olarak saat 9.00- 9.04 - 9.08 ve 9.12 de... (Sessizlik)... Dokuzda Esra... 9.04'ün biraz daha fazlasına kadar 60 km/sa hızla gitmiş. Fren yaptığında biraz yavaşladığına göre... Tekrar devam etmiş... İlk önce gittiğine göre 9.04 ile 9.08'in ortasında... O yüzden de hesaplarız 9.05- 9.06- 9.07 ve 9.08... Esra, kediye ezmek için birden frene bastığında saat kaçtı? Burada hızı yavaşladığı için, birden yavaşladığı için yavaşlayacak. O yüzden de yanıt 9.06...



**Görsel 3.19.** Doğu'nun araba gezintisi problemine ilişkin yanıtı

İkinci güçlük düzeyinde yer alan Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi muhakeme ve argüman yeterliliği açısından yalnızca bilgilerin ilişkilendirilerek çıkarım yapılması ile değil aynı zamanda ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapılarak çözülebilen bir problemidir. Doğu'nun bu problem bağlamında ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür. Yol ve zaman arasında ilişik kurarak Hale'nin hızını belirleyebilmiş ve buradan orantısal muhakeme yaparak hızlarını karşılaştırabilmiştir. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak

ele alındığında Doğu'nun diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır.

Doğu: Bisiklet Sürücüsü Hale: Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gido... gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır. Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir. Soru 6: Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur? Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır. Evet, bence eşit çünkü 10 dakika 4 km... böldüğü-... Onda beş, dörtte de iki bence eşit çünkü. Burada böyle bir şey söyleyemeyiz. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Evet, benim dediğim bu. Bu olabilir. Hale'nin ilk 20 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Fazla ya da az olmadığı için eşit olduğu için bu da yanlış. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir. Burada verilmiş sadece Hale'nin ne mesafe gittiğini ve dakikada gittiğini... O yüzden bana göre B çünkü Hale'nin yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km, sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüş. 10 dakikada 4 km sürdüğüne göre, 5 dakikada 2 km... Bence eşit bunların ikisi de. Bence Hale'nin ilk 10 dakika ve sonraki 5 dakikada ortalama hızları aynı.

Diğer yandan Doğu'nun ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemi bağlamında problemi tekrar okuması problem durumunu anlamakta zorlandığını göstermiştir. Doğu, bu problemde verilen bilgileri analiz etmeden ve verilen kural ile arabanın özelliklerini ilişkilendirme yoluna gitmeden doğrudan çıkarım yaparak problemi yanlış yanıtlamıştır.

Doğu: En İyi Araba: Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir. Arabalar; CA, M2, SP, N1, KK... Emniyet özellikleri CA' da üç, M2' de iki, SP' de üç, N1' de bir, KK' de üçtür. Öncelikle puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır. Üç puan mükemmel, iki puan iyi, bir puan orta... Soruya dönelim. Yakıt verimliliği CA' da bir, M2' de iki, SP' de bir, N1' de üç, KK' de ikidir. Dış görünüş CA' da iki, M2' de iki, SP' de üç, N1 ve KK' de üçtür. İç bağlantıları CA' da üç, M2' de iki, SP' de iki, N1' de üç ve KK' de ikidir. Soru dörtte araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:  $\text{Toplam Puan} = (3 \times E) + Y + D + \dot{I}$ . "Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız. Ca için toplam puan  $3 \times E$ ... araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır: Toplam puan tabloya (bakarak)  $(3 \times E) + Y + D + \dot{I}$ . Üç puan mükemmel, iki puan iyi, bir puan orta... CA arabasının emniyet özellikleri üç, yakıt verimliliği bir, dış görünüş iki, iç bağlantıları üç... Öyleyse  $(3 \times E)$  dediğine göre  $3 + 1 + 2 + 3$ ... burası beş olur, burası dört eşittir dokuz. CA için toplam puan dokuz.

$$\begin{array}{l} 3+1+2+3=9 \quad 3*3=9 \\ 9+1+2+3=15 \end{array}$$

**Görsel 3.20.** Doğu'nun En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü güçlük düzeyindeki bisiklet sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Doğu'nun yine ilk olarak problemi analiz etme yoluna gittiği görülmektedir. Ancak hız kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliği hızı yorumlayamamasına yol açmıştır. Alınan yollar arasında üç katlık bir ilişki olduğunu belirleyebilmiş olmasına karşın zaman birimleri farklı olduğundan aynı ilişkiyi gidilen süreler arasında kuramamıştır. Daha önceden anlamsız matematiksel işlemler yaparak işleme dayalı düşünme yoluna giden Doğu, bu problemde tahmin stratejisini kullanmış, 3 saat süremeyeceği için 30 dakikanın daha akla yatkın olduğunu düşünmüştür. Bu bağlamda Doğu'nun matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme ve akla yatkınlığını değerlendirebildiği görülmüştür.

Doğu: Soru 7: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km hızı (18 km/h)... olduğunu göstermiştir.

Araştırmacı: Şey şurayı (18 km/h) söyleyeyim. 18 kilometre bölü saat aslında o. Oradaki h saat. Saat yerine h koymuşlar burada. Bir daha oku istersen.

Doğu: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km hızı (18 km/h)... olduğunu göstermiştir. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur? İlk önce sorunun bize anlattığını bulalım. Hale teyzesinin evine gitmek istiyormuş. 6 km bisiklet sürmüş. Hızölçer Hale'nin yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu göstermiş... Burada hangisi doğrudur diyor soruda. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür... Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir. Burada Hale teyzesine giderken 6 km 18 saat... kilometre saatte gitti. Söylemek mümkün... Mümkün değil... O zaman son seçeneği siliyorum... İlk önce... Eve gitmek istiyor. 6 km bisiklet sürmüş. Tamamı için Hale'nin ortalama hızı 18 km/sa... Burada 6 km sürdüğüne göre 18 km/sa... Bunları böldüğümüzde üç çıkar. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür... 3... 30 desek... Bu değil. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. Bu olabilir. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür... Bence bu değil neden... Teyzesinin evine gitmesi için 6 km bisiklet sürmüş... Bence 30 dakika çünkü o kadar sürmeyebilir. 6 km bisiklet sürmüş ve 18... Bence B diye düşünüyorum. Son sorumuz.

**Görsel 3.21.** Doğu'nun Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

Doğu dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında da analitik problem çözme yoluna gitmiş ve ilk olarak problemde verilen ve istenenleri analiz etmeye yönelmiştir. Ancak Doğu'nun problemde verilen matematiksel iddiayı anlayamadığı ve yorumlayamadığı görülmüştür.

Doğu: (problemi okur)... İlk önce yerbilimcisinin ne anlattığını bulacağım. Depremler ve depremlerin ne sıklıkla olduğu konusunda bir belgesel yayımlamış. Bu programda depremlerin önceden oluşabileceği... Belirlenebileceği hakkında bir tartışma yapıyorlarmış. Yerbilimci gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığına üçte ikidir demiş. Yerbilimcinin bu sözlerinin anlamını en iyi hangisi yansıtmaktadır aşağıdakilerden? (seçenekleri okur)... Öncelikle yerbilimci 20 yıl içinde olma olasılığını söylemiş. Buna göre D şikkını siliyorum çünkü eğer böyle bir şey söyleseydi, ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir diyemezdi. Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda diyor... (Sessizlik)

Araştırmacı: Dışından düşün.

Doğu: İki bölü üç, bir bölü ikiden daha büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... İki bölü üç çarpı yirmi eşittir on üç virgül üç, öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra... Bence A da değil. Bana göre B... İki bölü üç, bir bölü ikiden daha büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz.

Problemlerini tümünü yanıtladıktan sonra araştırmacı-öğretmen tarafından çöz.

Problemleri çözme sürecini tamamladıktan sonra, Deprem problemini nasıl yanıtladığını açıklaması istendiğinde Doğu'nun görevin yüzeysel özelliklerine odaklandığı anahtar kelime arama stratejisini kullandığı görülmüştür. Aşağıdaki alıntıda yanıtı ilişkin gerekçesi görülmektedir.

Doğu: Deprem sorumuzda depremler ve depremlerin ne sıklıkla olduğu konusunda bir belgesel yayımlamıştı. Bu yerbilimcinin sözü; "Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir" dedi. Bu sorularda A şıkında İki bölü üç çarpı yirmi eşittir on üç virgül üç ( ), öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır diyor. Burada 13 ya da 14 yıl, yerbilimci 20 yıl demiş. Ben bunu sildim. D şıkında ne olacağını söyleyemeyiz demiş çünkü emin olamaz demiş. Burada zaten gelecek 20 yıl içinde demişti. Bunu da sildim. Ben C şıkında gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde bir deprem olasılığı, olma olasılığı olmama olasılığından daha yüksektir

demiş. Burada üçte ikidir demiş. Ben B'yi işaretledim. , 'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz demiş. Ben bunu işaretledim.

Araştırmacı: Tamam, bunu da geçelim. Deprem de A şıkkını burada 13 ya da 14 yıl diyor. Hâlbuki yerbilimci 20 yıl demişti. O yüzden olamaz diye sildin. D şıkkında da ne olacağını söyleyemezsin gibi şeyler söylüyor. Hâlbuki yerbilimci 20 yıl demişti. Onu da o yüzden sildik.

Doğu: Evet.

Problemin çözümünü tartışma sürecinde Doğu'nun kesir ve olasılık kavram bilgisinin zayıf olduğu, okunuşu verilen bir kesir yazamadığı, bir olayın olma ve olmama olasılığı arasındaki ilişkiyi bilmediği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: iki bölü üç... Üçte iki... Şimdi şuraya bir yazar mısın deprem olma olasılığı kaç? Yaz buraya bir.

Doğu: üçte ikidir. (3/2) yazar.

Araştırmacı: bunu oku bakalım bir.

Doğu: Üç bölü iki.

Araştırmacı: Evet, üç bölü iki. Benim istediğim üçte iki olacak.

Doğu: Üçte iki... (yazıyla yazmaya kalkışır) Böyle mi?

Araştırmacı: Hayır kesir olarak

Doğu: Nasıl?

Araştırmacı: Baya şöyle şunun (3/2)'yi göstererek) gibi kesir olarak. Üçte iki...

Doğu: (3/2) yazar.

Doğu beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemi bağlamında da analitik problem çözme yoluna gitmiş ve ilk olarak problemde verilen ve istenenleri analiz etmeye yönelmiştir. Ancak Doğu'nun problem durumun tam olarak anlamlandıramadığı ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edemediği, genel kural oluşturamadığı görülmüştür. Problem durumun genişlemesi ve dikkate alınacak değişken sayısının artması Doğu'nun problemlerin çözümü için strateji üretmesini güçleştirmektedir. Bu bağlamda Doğu, bu problemin çözümünde problemin sınırlılıklarına uymamış, çözümün kapsamını ve sınırlarını belirleyememiş ve kişisel tercihlerini referans alma yoluna giderek genel kural oluşturmak yerine Ca arabasının aldığı puanları mükemmele yükselmiştir.

Doğu: (problemi okur). Toplam puan... İlk önce soru beşte bize verilen CA arabasının üreticisi, toplam puan hesabı için kullanılan kuralın adil olmadığını düşünüyor. Toplam puanı hesaplamak için öyle bir kural yazınız ki ödülü kazanan araba "Ca" olsun. Yani hepsinin puanlarından büyük olsun. Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamalı ve aşağıdaki eşitlikte bırakılan dört boşluğa pozitif sayılar yerleştirerek kuralınızı yazmalısınız. Öncelikle M2, SP, N1 ve KK' nin puanlarını bulmalıyız... (toplam puanları hesaplayarak tabloda yanlarına yazar) 2-4-6-8 N2'nin toplam puanı 8, SP' nin 4-7-9 toplam 9, N1'in 4-6-11 toplam 11 ve KK' nin 5-10 toplam 10. Burada soruda kuralı yazdığımızda ödülü kazanan

araba CA olacakmış. Öncelikle ödülü kazanacağı için ben bunların hepsine üç yazardım çünkü hep ödülü kazanan araba CA olsun diyor. Pozitif sayıları yerleştirerek... Hım, hepsine üç yazalım, 12 olur ve... Kuralı kazanan araba CA olsun... Bence 12... hepsinin sayılarından M2, SP, N1, KK' nin bütün toplam puanlarının hepsinden büyük olduğu için CA kazanır...

| Araba | Emniyet Özellikleri (E) | Yakıt Verimliliği (Y) | Dış Görünüş (D) | İç Bağlantılar (İ) |
|-------|-------------------------|-----------------------|-----------------|--------------------|
| Ca    | 3                       | 1                     | 2               | 3                  |
| M2    | 2                       | 2                     | 2               | 2                  |
| Sp    | 3                       | 1                     | 3               | 2                  |
| N1    | 1                       | 3                     | 3               | 3                  |
| KK    | 3                       | 2                     | 3               | 2                  |

Toplam puan = 3 E + 3 Y + 3 D + 3 İ = 12

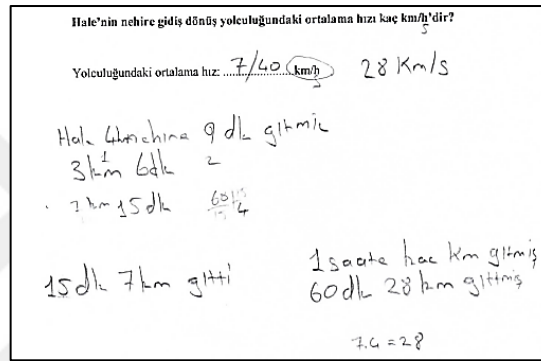
**Görsel 3.22.** Doğu'nun En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Doğu'nun yine ilk olarak problemi analiz etme yoluna gittiği görülmektedir. Ancak hız kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliği hızı yorumlayamamasına yol açmıştır. Ortalama kavramını dikkate alarak toplam yol ve toplam süreyi belirleyip bir birine oranlayabilmiş, problemde istenilen süre birimini dikkate almıştır. Bu durum Doğu'nun problemin önemli değişkenlerini, varsayımlarını, sınırlılıklarını belirlediğini göstermektedir. Doğu burada bulduğu matematiksel sonucun problemin sınırlılıklarına sürenin biriminden kaynaklı olarak uymadığını ve problem bağlamında anlamlı olmadığını fark edebilmiştir. Bu bağlamda Doğu'nun matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ve akla yatkınlığını değerlendirebildiği görülmüştür. Bisiklet Sürücüsü Hale 2 probleminde olduğu gibi kavramsal ve işlemsel bilgi eksikliği nedeniyle dakikayı saate çevirememiş ve problemin doğru yanıtına ulaşamamıştır.

Doğu: (problemi okur) İlk önce soruda verilenleri bir ortaya çıkaralım. Hale evinden 4 km uzaktaki bir nehre bisikletle gidiyormuş. Bu yolculuğu 9 dakika sürmüş. Eve dönerken de kestirme, kısa bir yol bulmuş. Üç kilometrelik bu yolu 6 dakika sürmüş... Bize verilen... İstenen de yolculuğundaki ortalama hız km/sa. Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehre kadar bisikletle gitmiş ve bu yolculuğu 9 dakika sürmüştür. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi sadece 6 dakika sürmüştür... Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehre... Eve dönüş kısa yolunu bulalım. 3 kilometrelik yolu 6 dakikada döndüğünde iki çıkarsak buradan 4... (Sessizlik) Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehre... 4 km... 9 dakika... Gitmiş... Eve gelirken 3 km yolu 6 dakika sürmüş. Hale nehre 9 dakikada



gitmiş. Eve dönerken de 3 km gitmiş ve 6 dakikada dönmüş. O zaman 4 dakika ve 3 dakika bunların arasında 1... 1 km... arasındaki şeyi bulursak... 6 ile 9... 3-6-9 dersek 6-9-12... Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış, 6 dakika sürmüştür. 4 kilometreyi 9 dakikada gitmiş. Ortalama hız... Hepsini toplar mıyız? Toplasak yol 4-5-6-7, yol 7. Bu da 15 dakika. Kilometresi 7, saati de dakikaya çevirirsek ama burada saat dediğine göre 15 saatte gidemez... Dakika diyor. O zaman saati dakikaya çevirsek 60 dakika. 60'ı da 15'e bölersek, böyle yaparsak... Dört defa dersek 4 saatte... Dakika istememiş bizden saat istemiş. Yarım saat olmaz. 40 dakika da olmaz. Saat istediğine göre ortalaması kaç km/sa... Hale'nin nehre gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı... Ortalama hızı diyor. Yolları topladım ortalama, süreyi de topladım 15. Bir saat 60 dakika... Hızın kilometresi 7 topladığımızda dakikası 15... 60'da da 15... 40 desek... 40 dakikada olur, saati nasıl bulacağız? Neyse artık pas (gülümseyerek).



**Görsel 3.23.** Doğu'nun Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Problemleri çözme sürecinin sonunda Doğu'nun verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür. Dahası problemleri çözme sürecinde de çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Doğu, problemlere ilişkin yanıtlarının doğruluğunu değerlendirirken araştırmacının yönlendirmesiyle En İyi araba 1 ve Bisiklet Sürücüsü Hale problemlerini çözebilmiştir.

### 3.1.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde Doğu'nun problem çözmeye ilişkin görüşlerinin ve problem çözme sürecindeki düşünme yollarının anahtar kelime arama, problemin yüzeysel özelliklerine odaklanma ve problemlerdeki temel fikirleri ortaya çıkarmayı düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Peki, biz bu çalışmaya başlamadan önce sen problem çözme ile ilgili ne düşünüyordun? Problem çözme deyince aklına ne geliyordu?

Doğu: Problem çözme... İlk önce soruya bakarak bir plan oluştuyordum. Onunla ilgili bir işlem, dört işlem gibi, toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi, öylelikle soruların cevabını buluyordum.

Araştırmacı: Mesela öğretmeniniz geliyordu sınıfa problem çözeceğiz diyordu. O zaman ilk aklına ne geliyordu?

Doğu: Soru çözümünü geliyordu. Soruları... Bir şey çarpma veya toplama çıkarma gibi şeyler yaparak cevabı bulmak geliyordu.

Araştırmacı: Problemleri nasıl çözüyordun?

Doğu: Verilen sayılarla işlem yapıyordum toplama, çıkarma gibi.

Araştırmacı: Bu işlemleri nasıl yapıyordun? Yani hangi işlemi yapacağına nasıl karar veriyordun açıkçası?

Doğu: Soruda mesela fark olur çıkartırız. Şunla şunu nasıl böleriz. Onun gibi şeyler...

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Doğu'nun problem çözme sürecindeki düşünme yollarının değiştiği göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencinin problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği ve her problemde işlem yapma gerekliliğinin olmadığını fark ettiği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Peki, şimdi çalışmamızı tamamladık. Şimdi problem çözmeyle ilgili ne düşünüyorsun?

Doğu: Şimdi problem çözmeyle ilgili... Alıştım yani problem çözme artık benim için daha kolay gelmeye başladı. Önceki soruları çözdüğümüz için biraz alıştım. Nasıl çözüleceğini anladım. Daha kolay gelmeye başladı... (Sessizlik)

Araştırmacı: Peki, problemleri şimdi nasıl çözüyorsun?

Doğu: Şimdi nasıl çözüyorum. Önceden bir şey anlamıyordum hemen soruya geçiyordum. Çözemiyordum. Şimdi iki üç sefer soruya bakıp, okuyup bakıyorum cevaplara. Mesela sorularda ne verildiğini bir yere yazıp çözüyorum. O bana daha kolay geldi ve daha kolay çözdüm.

Araştırmacı: Hım, artık öyle yapıyorsun. Verilenlere bakıyorsun, istenenlere bakıyorsun. Yani soruyu inceliyorsun.

Doğu: Evet, soruyu inceliyorum.

Araştırmacı: Sonra ne yapıyorsun?

Doğu: Sonra ne yapıyorum... Bakıyorum işlem gerekiyor işlemleri yapıyorum. Yorum gerekiyor yorumları yapıyorum. Öylelikle soruyu işaretliyorum...

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Doğu'nun çalışmadan olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç görü ve farkındalık kazandığı düşünülmektedir.

### 3.2. Barış'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin Barış ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. Barış'ın çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Ön klinik görüşmede Barış daha önce çözmüş olduğu açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden ne anladığını, problemleri nasıl çözdüğünü ve çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya yönlendirilmiştir.

#### 3.2.1. Ön klinik görüşme bulguları

Barış açık uçlu ölçme aracıda yer alan matematik okuryazarlığı ve problem çözme okuryazarlığı maddelerinden hiçbirini doğru olarak çözememiştir. Problemlerin çözümünü açıklamaya yönlendirildiğinde ve yanıtın doğruluğundan emin olup olmadığı sorgulandığında Barış problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Barış açık uçlu veri toplama aracıda yer verilen problemlerden muhakeme ve argüman yeterliliğinin en alt düzeyindeki doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık birinci alt problemini dahi çözememiştir. Ancak veri toplama aracındaki problemlerin çözümlerine ilişkin açıklamalarında doğrudan çıkarım yapabildiği görülmüştür. Barış'ın daha üst düzeydeki muhakeme ve argüman yeterliliklerini ise yansıtamadığı ortaya çıkmıştır.

Barış Kitaplık Sistemi probleminin senaryosunu anlamlandıramamış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkaramamış ve ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edememiştir. Problemden ne anladığını açıklaması istendiğinde Barış'ın günlük yaşam deneyimini ve kişisel tercihlerini referans aldığı görülmüştür.

Araştırmacı: Yani bu sistemden ne anladın? Burada verilen senaryodan ne anladın?

Barış: Burada kitapların çalınmaması için bir sistem yapmışlar.

Araştırmacı: Çalınmaması için mi? Onu nereden anladın?

Barış: Çünkü kitaplar ödünç veriliyor. Ödünç olduğu için de belki hani yalan söylerler gibisinden bir sistem kurmuşlar. Öyle bu sistem üzerinden yapıyorlar.

Kitaplık Sistemi 1 problemde Barış metinde verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yaparak yanıtını gün sayısı olarak vermek yerine problemin sınırlılıklarına uymayarak hafta cinsinden yanıt vermiştir. Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.24' de sunulmaktadır.

**Soru 1:**  
Siz Yeşilorman Lisesinde bir öğrencisiniz ve üzerinizde kitaplığa geri verilmesi gecikmiş hiçbir kitap ya da dergi yoktur. Ayırılan listesinde yer almayan bir kitabı ödünç almak istiyorsunuz. Kitabı kaç günlüğüne ödünç alabilirsiniz?

**Yanıt:** 2 hafta gün.

**Görsel 3.24.** Kitaplık Sistemi 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Barış yanıtının doğruluğunu değerlendirebilmiş ve problemin doğru yanıtını da ancak yönlendirmeyeyle belirleyebilmiştir. Doğru yanıtın doğruluğunu savunması için sorgulandığında ve problemde verilen bilgileri analiz etmesi için yönlendirildiğinde doğrudan çıkarım yaparak yanıtı ulaşabilmiştir. Yanıtını açıklaması için yönlendirildiğinde Barış'ın yanıtını savunduğu görülmüştür.

Araştırmacı: Yani bu sistemden ne anladın? Burada verilen senaryodan ne anladın?

Barış: Burada kitapların çalınmaması için bir sistem yapmışlar.

Araştırmacı: Çalınmaması için mi? Onu nereden anladın?

Barış: Çünkü kitaplar ödünç veriliyor. Ödünç olduğu için de belki hani yalan söylerler gibisinden bir sistem kurmuşlar. Öyle bu sistem üzerinden yapıyorlar.

...

Araştırmacı: Hım, nasıl buldun?

Barış: Burada yazıyor.

Araştırmacı: Ne diyor?

Barış: 14 gün diyor. Ya şimdi 14 gün iki hafta.

Barış'ın açık uçlu veri toplama aracındaki problemleri anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden görevlerin yüzeysel özelliklerine odaklanarak çözmeye çalıştığı görülmüştür. Örneğin Kaykay probleminin birinci alt problemine ilişkin çözümünü açıklama ve yeniden çözmeye sürecinde Barış'ın problemde geçen en düşük ve en yüksek kelimelerine odaklanarak anahtar kelime arama stratejisi ve doğrudan çıkarım yapma ile minimum ve maksimum fiyatları yanıt olarak ele aldığı görülmüştür. Kaykay 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.25'te sunulmaktadır.

**Soru 1:**  
Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?

(a) En düşük fiyat : 10 yed. zed.

(b) En yüksek fiyat : 22 yed. zed.

**Görsel 3.25.** Kaykay 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Barış: Ercan kendi kaykayını kendi yapmak istiyor parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?

Araştırmacı: Ne demişsin?

Barış: en düşük 10 ya da 20, en yüksek 82 ya da 84 zed demişim.

Araştırmacı: Şimdi anlat bakalım ne düşündün niye böyle yaptın? Nasıl buldun? Nerden buldun?

Barış: (fısıldayarak) Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için... Herhalde ben burada en düşük fiyatları yazmışım.

Araştırmacı: Neden en düşük ve en yüksek olanları yazdın?

Barış: Galiba soru tam okumadım herhalde ilk yaptığımda

Araştırmacı: Sence doğru mu bu?

Barış: Hayır.

Araştırmacı: Neden doğru değil?

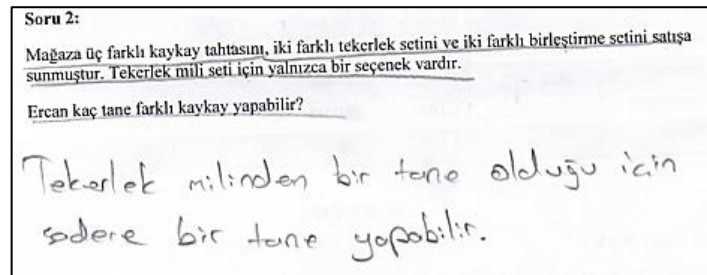
Barış: birleştirerek yapılan diyor çünkü birleştirildiğinde en düşüğünü sormuyor mu?

Araştırmacı: Evet birleştğinde en düşüğü ne olması gerekirdi? Nasıl yapman lazımdı o zaman?

Barış: Şu bütün kaykay hariç diğerlerini birleştireceğiz. Buradan en düşüğünü bulacağız.

Araştırmacı öğretmenin yukarıda görülen sorgulamaları sonucunda Barış'ın probleme verdiği yanıtın doğruluğunu ve yeterliliğini belirleyebildiği ve problemin çözümü için uygun stratejiyi fark edebildiği görülmüştür. Bu bağlamda Barış bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmıştır. Bunula birlikte Barış problemi yeniden çözüm sürecinde matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamakta ve çözümün kapsamını ve sınırlarını anlamakta zorlandığı görülmüştür.

Barış, Kaykay 2 problemini anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Görüşme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesine karşın temel fikirleri ortaya çıkaramamış ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanmıştır.. Kaykay 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.26' da sunulmaktadır.



**Görsel 3.26.** Kaykay 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Yukarıdaki çözümde görüldüğü gibi Barış burada malzemelerdeki seçenek sayısını o malzemedeki mağazada bulunan miktar olarak ele almıştır. Barış, bu problemde de ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edememiş, görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak doğrudan çıkarım yapma yoluyla yanıt üretmiş ve çözümünü açıklayamamıştır. Bu durum yine anahtar kelime arama stratejisini kullandığını göstermektedir.

Araştırmacı: Peki, o zaman şimdi nasıl çözülebilir?

Barış: Şimdi tekerlek milinden kaç tane olduğunu söyleseydi yapılabilirdi. Yani seçenek zaten önemli bir şey değil de... (Sessizlik) Evet iki olsaydı mesela ya da bir olsaydı hepsine... Bir olsaydı bir tane şey yapılabilirdi... Bir tane olurdu tane olurdu ama 2 tane olduğu için... İki tanede de iki tane olurdu.

Araştırmacı: İki tane değil nasıl?

Barış: İki tane tekerlek mili olursa iki tane kaykay olur.

Araştırmacı: Anladım, ondan kaç tane varsa o kadar kaykay olur. Peki, problem senden ne istiyor ona bir bak.

Barış: Toplam kaç tane farklı kaykay yapabilir diyor.

Barış çözümüne ilişkin açıklamalarını ve fikirlerini savunması için sorgulandığında verdiği yanıtları savunamamış ve fikirlerini açıklamakta güçlük yaşamıştır. Barış'ın kendini ve karşısındakini ikna edemediği ve doğru yanıtı ulaşmak için zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür. Bununla birlikte Barış, verdiği yanıtın doğruluğundan emin olmadığını ve problemi yanıtlayamadığını belirtmiştir.

Araştırmacı: (gülerek) Peki aklına çözüm için bir yol geliyor mu?

Barış: Hayır

Araştırmacı: Gelmiyor.

Barış: Ya bence yine bir çeşit kaykay olur.

Araştırmacı: Yine bir çeşit mi olur diyorsun?

Barış: Bence. Doğru mu?

Araştırmacı: Tamam, emin misin? (gülerek) Bana sorduğuna göre...

Barış: Değilim gibi.

Araştırmacı: Tamam o zaman bu verdiğin cevap doğru o zaman ya da yapamadın mı?

Barış: yani evet yapamadım diyelim ya....

Barış, Kaykay 3 problemini de ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Barış'ın bu problemin çözümünde tahmin stratejisini kullandığı görülmüştür. Kaykay 3 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.27'de sunulmaktadır.

**Soru 3:**  
 Ercan'ın harcayabileceği 120 zed'i var ve elindeki parayla alabileceği en pahalı kayakı satın almak istiyor.  
 Ercan, 4 parçanın her birine ne kadar para harcayabilir? Yanıtlarınızı aşağıdaki çizelgeye yazınız.

| Parça                        | Miktar (zed) |
|------------------------------|--------------|
| Kaykay Tahtası               | 40           |
| Tekerlekler                  | 36           |
| Tekerlek Milleri             | 16           |
| Kaykay Birleştirme Gereçleri | 20           |

36  
 + 36  
 + 40  
 + 20  
 132

**Görsel 3.27.** Kaykay 3 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Araştırmacı gözlemcinin Barış'ı çözümünü açıklaması ve yanıtının doğruluğunu /geçerliliğini değerlendirmesi için yönlendirmesi üzerine Barış'ın kullandığı ifadeler minimum kaykay fiyatını referans aldığını, yanıtın doğruluğunu belirleyeme yönelik zihinsel ihtiyaç ve kendini ikna gereği duymadığını göstermiştir. Barış çözümünü açıklama sürecinde nicelikler arasındaki farkı belirleyememiş ve çözümü yeniden üretmede zorlanmıştır.

Araştırmacı: Bunu nasıl yaptın?

Barış: Burada ben parçaların en pahalısını verdim.

Araştırmacı: Mesela kaykay tahtasına?

Barış: 60 dedim... 60 mı? Niye 60 dedim ya... Hım, şey...

Araştırmacı: altı mı o dörde benziyor? Bence şuraya bir bakalım... 36, 36, 72... şu 36 şu da 36, 72 yapmışsın... 40 daha eklemişsin 112 yapar... 40 bu kaykay tahtası.

Barış: evet kaykay tahtasına 40 demişim. Ya ilk yaptığımda ben bunların hepsine düşük değer verdim sonra bunları topladım. Çıkan sonuca göre diğerlerini arttırmaya başladım.

Araştırmacı: Tamam o zaman en başta kaç verdin oraya bir daha yap istersen.

Barış: En başta kaykay tahtasına 40 verdim.

Araştırmacı: Tamam

Barış: (cevabı kâğıda yazar) Kaykay tahtası 40 vermiştim. Tekerlekler 14 verdim. İkili tekerlek mili seti 16 zed bu. Ufff...

Araştırmacı: Ne oldu?

Barış: (gülerek) Sıkıcı.

Barış problemlere verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etme gereği duyup duymadığı konusunda sorgulandığında Barış'ın problemlerin doğru yanıtına ulaşmaya yönelik zihinsel ihtiyaç ve kendini ikna gereği duymadığı ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Sen kendine sormuyor musun bu soruyu? Ben böyle yaptım ama acaba bu kesin doğru mu diye sormuyor musun?

Barış: Ya öyle doğrudur ya... Doğrudur ya diyorum içimden.

Araştırmacı: Hıı emin değilsin yani

Barış: Aynen.

Araştırmacı: Emin olmak için yapabileceğimiz bir şey yok mu?

Barış: Çok deneriz ama o da çok zaman kaybı yapar.

Barış Kitaplık problemini nasıl çözdüğünü açıklaması için sorgulandığında probleme ilişkin çözümünü açıklayamadığı ve problem çözmeye karşı isteksiz olduğu görülmüştür.

Araştırmacı: Ne yapmışsın sen?

Barış: 10 yazmışım en az.

Araştırmacı: Neden?

Barış: Ben bu soruyu kafadan atmıştım.

Araştırmacı: Neden kafadan attın?

Barış: çok uğraştıraçağını düşündüm. Biraz üşendim.

Araştırmacı: Hım, yapmadın.

Barış: Evet.

Problemi yeniden çözmesi için yönlendirildiğinde ise problemi analiz etmeye yönelmediği, doğrudan çözüm stratejisi belirleyip uygulamaya geçtiği ve strateji seçimini gerekçelendiremediği görülmüştür. Bu süreçte Barış'ın matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadığı ve bağlamdaki anlamlılığını açıklayamadığı, bağlamın matematiksel prosedürlere etkisini fark edemediği görülmüştür.

Barış: Evet.

Araştırmacı: Şimdi bak. Ne düşünüyorsan hep yüksek sesle ifade et.

Barış: Burada bir tanesini söylüyor değil mi? Bir tane kitaplık yapmak için bunlar gerekiyor.

Araştırmacı: Öyle mi?

Barış: Evet.

Araştırmacı: Ne diyor?

Barış: Bir kitaplık yapmak... Evet, evet öyle... O zaman... Bölerdik verdiği yani kendisinde olan malzemeleri gereken şeye bölerdik. 26 tane uzun tahta levha diyor onu bölelim. (cevabı kâğıda yazar) 26 bölü dört...

Araştırmacı: Ne oldu?

Barış: 6,5 çıktı.

Araştırmacı: Ne demek bu 6,5?

Barış: (gülerek) Çok güzel bir soru

Araştırmacı: (gülerek) Tamam, devam et sonra ne yapacaktın?

Barış: Hepsini birbirine bölüp toplayacaktım.

...



Araştırmacı: Yapamadığın sorularda, zorlandığın sorularda geçebiliriz. Geçmek mi istiyorsun?

Barış: Evet iyi olur. Baya zorlandım.

Araştırmacı: Geçebilirsin bu soruda niye böyle zorlandın acaba?

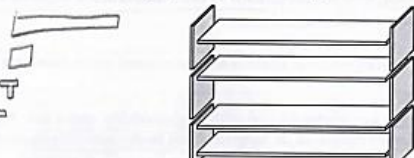
Barış: Ya bilmiyorum ki ben oraya direkt adamın bu kadar malzemesi varsa en az 10 yazdım. Yani mantiken düşünersek bence öyle...

Barış bu problem bağlamında bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapmaa ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmada zorlanmış ve yönlendirmeye karşı problemın doğru yanıtına ulaşamamıştır. Ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edememe ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanma söz konusudur. Kitaplık problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.28'de sunulmaktadır.

**2. KİTAPLIK**

Bir kitaplık yapmak için, bir marangoz aşağıdaki parçalara gereksinim duyar:

- 4 uzun tahta levha,
- 6 kısa tahta levha,
- 12 küçük çivi,
- 2 büyük çivi ve
- 14 vida.



Marangozun deposunda 26 uzun tahta levha, 33 kısa tahta levha, 200 küçük çivi, 20 büyük çivi ve 510 vida vardır.

Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir?

Yanıt: ..... 10 Denar

**Görsel 3.28.** Kitaplık problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Barış'ın Derin Dondurucu probleminin senaryosunu analiz edemediği ve anlamlandıramadığı görülmüştür. Ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edememe ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanma, hatalı genelleme, problemin sınırlılıklarına uymama söz konusudur. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile Barış problemde verilenleri analiz etmeye ve problem durumunu anlamlandırmaya çalışmıştır. Barış Derin Dondurucu 1 problemini anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Barış bu problemin çözümünde problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamıştır. Problemde istenileni belirlemek yerine kişisel tercihinine dayalı bir yanıt oluşturmuştur. Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.29' da sunulmaktadır.

Araştırmacı: Yani orda ne anlatmak istiyorsun anladın mı?

Barış: İlk önce ikinci konumda çalıştırmalıydı. 4 saat sonra direkt 4. konuma ayarlamış ya ilk önce ikinci konumda çalıştırırsa yani böyle 4 saat beklerse konumu yükseltebilir de.

Araştırmacı: O zaman sen bunu herhangi bir soruya cevap yazmadın mı?

Barış: Hayır ben buna...

Araştırmacı: buna ilişkin görüşünü mü yazdın?

Barış: Aynen.

Araştırmacı: Bu ne bir öneri mi?

Barış: Evet.

Araştırmacı: Nasıl bir öneri? Ne diyor ne öneriyor orada?

Barış: Banu ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner demiş. Bende onaylamadım.

Araştırmacı: Onaylamadın mı? Ne dedin? 5. konuma getirirse... Hım... Anladım mesela ikimiz karşılıklı tartışıyoruz. Ben diyorum ki Banu ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner diyorum. Sende benim söylediğimin üzerine benimle bir tartışma olarak düşün sen de diyorsun ki hayır 5. konuma getirirsek de

Barış: Şöyle şöyle olur

Araştırmacı: Şöyle şöyle olur ben 5. konuma getirirsem ışık söner diyorum sende 5. konuma getirirse ışık sönmez ama böyle böyle olur diyorsun iyi soğutmaz diyorsun. Tamam alttakinde?

Barış: Banu ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner. 1. konumda sönmez ilk başta 2. konumda bekletir. Işık söndükten sonra derecesini yükseltmesi gerekir demişim.

| Soru 1:                                                                                                                                                                        |                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Banu, uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını merak etti. Aşağıdaki etkinlik ve gözlemlerden hangisi ya da hangileri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermektedir? |                                                                                                       |
| Çözümün her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız.                                                                                                   |                                                                                                       |
| Etkinlik ve Gözlem                                                                                                                                                             | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden?                                        |
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                                                                                                                  | 5. konuma getirirse notatı doğrudan doğruya gelmeden çalışır ve iyi soğutmaz.                         |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                                                                                                                  | 1. konumda sönmez ilk başta 2. konumda bekletir. Işık söndükten sonra derecesini yükseltmesi gerekir. |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder.                                                                                                     |                                                                                                       |

**Görsel 3.29.** Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Yönlendirme ile problemde istenileni fark ettikten sonra, Barış karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama yapmada zorlanmış, bunun yerine görevin yüzeysel özelliklerinden bir olan lambanın yanık ya da sönük olmasına odaklanarak problemi doğru olarak yanıtlayamamıştır. Yanıtın doğruluğunu savunamadığı ve otoriteye karşı kendi muhakemesine güvenmediği görülmüştür.

Barış, Derin Dondurucu 2 problemini de anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Bu bağlamda problemde istenileni anlayamadığı, temel fikirleri ortaya çıkaramadığı ve problemin sınırlılıklarına uymadığı görülmüştür. Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.30' da sunulmaktadır.

| Uyarı   | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden?                                                                                |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Uyarı 1 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
| Uyarı 2 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
| Uyarı 3 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
| Uyarı 4 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
| Uyarı 5 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
| Uyarı 6 | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |

**Görsel 3.30. Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü**

Araştırmacı öğretmen tarafından yanıtını açıklaması için yönlendirildiğinde Barış'ın fikirlerini ve yanıtlarını açıklamakta ve gerekçelendirmekte zorlandığı görülmüştür. Barış, ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edememiş ve uyarıların tamamının sırf uyarı olarak verildiği için gecikme yaratacağını düşünmüştür. Bununla birlikte Barış problemi yeniden çözmesi için yönlendirildiğinde problemi yeniden çözmek istemediğini ve yanıtın doğru olduğunu düşündüğünü belirtmiştir.

Araştırmacı: Ne soruyor? Soru senden ne istiyor?

Barış: Benden bir şey istediği yok. Burada...

Araştırmacı: Soruda sana ne soruluyor?

Barış: Bir şey sormuyor ya... Şey... Hım evet soru varmış. Aşağıdaki etkinlikte gözlemlerden hangisi ya da hangileri düzgün çalıştığını göstermektedir?

Araştırmacı: Ne soruyor sana?

Barış: Hangisi ya da hangileri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermektedir diyor...(Sessizlik) Hiçbiri... Benim verdiklerim doğru.

Araştırmacı: Senin söylediklerin doğru... Hiçbiri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermez. Senin dediğin gibi yapsaydı çalıştığını gösterirdi diyorsun.

Barış: Evet.

Araştırmacı: Peki sen düzgün çalıştığını gösterir mi göstermez mi cevaplamamışsın.

Barış: Evet.

Araştırmacı öğretmenin uyarıları yorumlamasını istemesi üzerine Barış'ın yaptığı açıklamalar problemin sınırlılıklarını dikkate almak yerine günlük yaşam deneyimini/kişisel tercihlerini referans alarak değerlendirme yaptığını, görevin yüzeysel özelliklerine

odaklandığını, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edemediğini ve bilgileri birleştirerek çıkarım yaptığını geri çıkarımsal muhakeme yapamadığını göstermiştir.

Araştırmacı: Tuzladın ya da baharatladın ne olacak?

Barış: ... (Sessizlik) şey... Tuzlama erisin diye değil miydi?

Araştırmacı: (Bilmem gibi elini açar) Öyle bir şey mi var?

Barış: Ama evet yani yollara döküyorlar hep kışın.

Araştırmacı: Hım. Kışın yollara döktükleri tuz ne işe yarıyor?

Barış: Buzu eritiyor.

Araştırmacı: Banu yiyecekleri tuzlamışsa...

Barış: Direk yiyecekleri eritir. Onların suları... Yani o yiyecekteki buz erir, akar. O da zarar verir dondurucuya.

Araştırmacı: gecikme yaratır mı?

Barış: (gülerek) Ya şu soru... (gülerek)

Araştırmacı: (gülerek) ya niye onu sormuşlar sanki değil mi? Ne var ki kendi bildiğimizi söylesek yani.

Barış: Evet ya... Allah Allah... (gülerek) Şurayı (tablodaki soruyu) silip verilecek cevap yazayım mı?

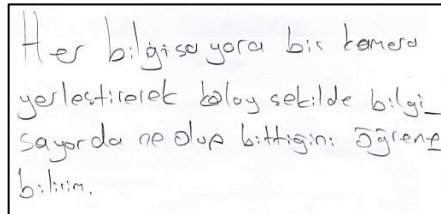
Araştırmacı: Yaratır mı?

Barış: Yaratır gibi sanki... Yaratır ya sonuçta tuzlamayınız diyor.

Araştırmacı: Hım, uyarılarda var diye.

Barış: Evet.

Barış Kitaplık Sistemi probleminde ilk olarak verilen bilgileri araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile analiz etmiştir. Kitaplık Sistemi ikinci alt problemini ilk çözdüğünde problemi anlamadan ve verilen bilgileri analiz etmeden çözmüştür. Barış bu problemin çözümünde de problemin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymamıştır. Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü Görsel 3.31' de sunulmaktadır.



Her bilgisayara bir kamera yerleştirilerek kolay bir şekilde bilgi sayırdaki ne olup bittiğini öğrenebiliriz.

**Görsel 3.31.** Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin Barış'ın çözümü

Araştırmacı: Hım, Sen nasıl yaptın bunu?

Barış: Her bilgisayara (gülerek) bir kamera yerleştirilerek kolay bir şekilde bilgisayarda ne olup bittiğini öğrenebiliriz.

Araştırmacı: Çünkü bunu da ne diye böyle düşündün? Hırsızlıktan dolayı mı böyle düşündün?

Barış: (başıyla onaylıyor)

Araştırmacı: Sen bu sistemi hırsızlık olmasın diye geliştirdiler diye mi düşündün?

Barış: Evet.

Araştırmacı: Bu sistemleri uygulamak yerine kamera yerleştirim mi dedin?

Barış: Evet.

Araştırmacı: Ben öyle anladım çünkü.

Barış: Öyle düşündüm.

Araştırmacı: Doğru bir cevap mı sence?

Barış: Bence doğru. Ama şema olmadı.

Araştırmacı: Ama senden istediği bu mu?

Barış: Hayır, şema olmadı. Ona bir şey diyemem.

Araştırmacı- öğretmeninin yanıtını açıklamasını istemesi üzerine Barış'ın problemin sınırlılıklarına uymayı reddederek kişisel tercihlerine/günlük yaşam deneyimine dayalı olarak çözüm stratejisi üretme yoluna gittiği görülmüştür. Araştırmacı-öğretmenin şemayı çizmesi için yönlendirdiğinde Barış'ın örnek sistemdeki şemayı referans aldığı görülmüştür. Bu durumda Barış'ın taklitçi muhakemeye ve dışsal kanıt şemasına başvurduğu ortaya çıkmıştır. Yönlendirme ile problem durumunda verilenler ve istenenleri analiz edebilmiştir. Yönlendirmeye karşın problemin sınırlılıklarını anlamakta zorlanmış ve örnek şemayı referans almakta ısrar etmiştir. Yanıtın doğru olduğunu ve doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Nasıl başlarsın mesela bu şemayı çizmeye? Başlangıçtan nasıl başlarsın?

Barış: Yine böyle bir soru sorardım.

Araştırmacı: Nasıl bir soru?

Barış: "Ödünç alacak kişi bir çalışan mıdır?" da olduğu gibi. Ona göre şey yapardım işte.

Araştırmacı: Peki hangi soru ile başlardın? Ne sorarak başlardın?

Barış: Ödünç alacak kişi bir çalışan mıdır?

Araştırmacı öğretmen problemlere ilişkin görüşlerini belirtmesini için yönlendirdiğinde Barış'ın problemleri genellikle saçma ve karmaşık bulduğu ortaya çıkmıştır. En çok Kitaplık ve Kitaplık Sistemi problemlerinde zorlandığını ve bu problemleri çözmek istemediğini belirtmiştir.

Barış: bunlar saçma gelmişti bana?

Araştırmacı: hangileri? Bu dört sorudan hangileri saçma geldi?

Barış: ilk önce bu kitaplık sistemi, sonra yok bunlar (derin dondurucu problemleri) saçma değil.

Araştırmacı: bu saçma gelmedi çünkü zaten sorulara göre cevap vermedin (gülümseyerek).

Barış: (gülümseyerek) Bu (kitaplık) çok saçma. Diğerleri iyi ya...

### 3.2.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

Barış'ın ön görüşmedeki problem çözme sürecine paralel olarak birinci öğretimde de problem durumunun derinlemesine analiz edilmesinden, öğrencilerin tek tek çözümlerini açıklayıp tartışılmasından sıkılmıştır. Barış, problemleri çözmede aceleci ve dikkatsiz davranmış problem durumunu analiz etmemekten ve bağlamsal bilgileri dikkate almamaktan kaynaklanan strateji üretme hataları yapmıştır. Örneğin en basit görev olan Görev 1 için Barış, problemi analiz etmediği için ürettiği stratejide kaç sıra koltuk olduğunu hatalı olarak belirlemiş ve yanıtı doğru olarak belirleyememiştir. Birinci öğretim sürecinde problemlerin gerektirdiği matematiksel işlemleri yapmada zorlanmış olması Barış'ın işlemsel bilgi eksiğinin olduğunu göstermiştir. Örneğin; Barış sonucu ondalık sayı çıkan bölme işlemlerini yapmada zorluk yaşamıştır. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Barış için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır.

Barış'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda hem isteksiz olduğu hem de zorluk çektiği görülmüştür. Görev 1 de öğrencilerin her biri farklı bir çözüm stratejisi açıklamış olmasına karşın Görev 2 de ve Görev 3 de farklı çözüm yolu uygulamakta zorlanmıştır. Barış'ın bir problemi farklı yollarla çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür.

Barış, birbirine yapısal olarak benzer görevlerden ilkinin çözümünde zorlansa da arkadaşlarının çözüm stratejilerini ve açıklamalarını dinleyerek o göreve yapısal olarak benzer olan diğer görevleri çözebilmiş ancak çözümleri açıklamakta zorlanmıştır. Bu durum Barış'ın taklitçi muhakemeye yoluna gittiğini ortaya çıkarmıştır. Bununla birlikte, problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça Barış orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevi de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Böyle görevlerde Barış çözüme ulaşsa da strateji seçimini gerekçelendirememiştir. Barış, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, değerlendirme, doğrulama ya da çürütme konusunda isteksiz davranmıştır. Örneğin, Görev 6 ve Görev 7 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm

stratejisi ile çözülebilmektedir. Barış, Görev 6 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunu değerlendirmesinden sonra Görev 7 öğrencilere sunulmuştur. Barış Görev 7 için çözüm stratejisi üretmediği gibi diğerlerinin stratejilerini anlama ve açıklama konusunda da istekli davranmamıştır.

Araştırmacı: Doğu ve Barış siz yapmamıştınız değil mi?

Doğu: Barış: Hayır.

Araştırmacı: O zaman nasıl yapmış arkadaşlarımız bir de sen açıkla Barış.

Barış: Hocam (Gülerek)... Sessizlik

Ancak Görev 7 için çözüm strateji üretmesi istendiğinde Doğu, çözüm stratejisini ancak belli bir yere kadar üretebilmiştir.

Ayrıca, birinci öğretimde Barış'ın matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama konusunda güçlük çekmiştir. Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. Barış'ın yanıtları argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir. Ayrıca Barış verdiği yanıtların doğruluğuna ya da geçerliliğine kendini ikna ve diğerlerini ikna gereği duymadığı görülmüştür. İleri sürdüğü gerekçeler anlamsızdır.

|   | Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış      |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 1 | Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | <del>Doğru</del> Yanlış |
| 2 | Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | <del>Doğru</del> Yanlış |
| 3 | Eğer tüm kızları kısadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.              | Doğru <del>Yanlış</del> |
| 4 | Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | <del>Doğru</del> Yanlış |

1) Bu anlatıma doğru dedim. Çünkü verilen anlatım doğru dur.

2) Bu anlatıma doğru dedim. Çünkü eğer farklı olsaydı, ortadaki farklı olurdu.

3) Bu anlatıma yanlış dedim. Çünkü çok soru sorulmuştu.

4) Bu anlatıma doğru dedim. Çünkü sınıf 130 cm olduğu için verilen cevabıda doğru buldum.

**Görsel 3.32.** Barış'ın Boy problemine ilişkin yanıtı

Barış'ın günlüğündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri problemleri derinlemesine analiz etme ve sorgulamaya ilişkin olumsuz tutuma sahip olduğunu göstermektedir.

Sıkıcı geçmesinin sebebi ise soruların cevapları üzerinde çok durulması. Cevapları bulduktan sonra soruları okuyorlar çok duruyorlar. Ders yapma işi için hemen kaçıyor. (Sıkıldığımız için) Her soru sorulduğunda çok mantıklı sorular soruluyor. Etkinlik bittiikten sonra doğru yanlış cevapları etkinliğe geçiyor. Bu sırada öğretmenler sonra neden doğru neden yanlış cevap verdiğinizi soruyorlar. Geçenimiz %40 eğlenceli %60 sıkıcı geçmişti. Bu gün mantığı farklıyla sorulduğuna düşünüyorum. Etkinlikteki tek sorunumuz cevapların üstünde fazla duramıyız.

**Görsel 3.33.** Barış'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

Barış ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji seçiminin gerekçelendirilmesi gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Barış için diğerlerinin fikirlerini ve



stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için problem durumunun altında yatan kombinasyon kavramına ilişkin bilgi eksikliğinin de bir sonucu olarak Barış, bireysel olarak strateji üretmekte ve ağaç diyagramını anlamlandırmakta zorlanmıştır. Bununla birlikte Barış grup çalışması ile ardışık sayıların toplamlarına ilişkin üretilen kuralı değerlendirip uygulayabilmiş algoritmik muhakeme yapabilmıştır.

Araştırmacı: Peki birden 99'a kadar olan sayıların toplamı olsaydı? Nasıl yapacağız söyle o zaman?

Barış: hocam bir yazacağız... Altına 99 yazacağız. Ondan sonra 2 ile 98... 3 ile 97

Araştırmacı: tamam böyle devam ettiği zaman?

Barış: üstteki arttıkça alttaki azalıyor.

Araştırmacı: tamam güzel şöyle sonucu bulmak istersek?

Barış:  $99 \cdot 100 / 2$

Barış'ın bu öğretimde problemlerin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymaya çalıştığı görülmüştür. Ancak Barış'ın matematiksel problem çözme ve problemlerde verilen istenenleri analiz etme konusunda zihinsel ihtiyaç duymadığı ortaya çıkmıştır. İkinci öğretimde de Barış problem durumunun derinlemesine analiz edilmesinden, öğrencilerin tek tek çözümlerini açıklayıp tartışmasından sıkılmıştır. Barış, problemleri çözmede aceleci ve dikkatsiz davranmış, problem durumundaki nicelikleri ilişkilendirememekten kaynaklanan strateji üretme hataları yapmıştır.

Araştırmacı: Barış burada 40 ile 19u neden çarptın? Bu 40 ve 19 nereden geldi? 760 nedir? Bunlar niye toplandı bunlar nedir?

Barış: Hocam az önce 40 bir maçtan olanın şeysi...19 da...19 da hani daha demkinde 6 takım vardı da 5

Araştırmacı: bu 40 bir maç + bir molanın süresi tamam. Ama 6 takım yoktu. Neydi o 6?

Barış: takımların yaptığı maçların

Araştırmacı: maçların?

İrem: toplamı

Barış: evet toplamı

Araştırmacı: maçların toplamı ne demek?

Zülal: sayısı

Barış: sayısı

Araştırmacı: 19 ne?

Barış: 19 da o işte

Araştırmacı: ne? 30dk oyun 10dk mola doğru mu? Peki, kaç tane maç var?

Barış: 20

Araştırmacı: 20 takım sayısı. Kaç maç var?

Barış: 19

Araştırmacı: 20 takım 19 maç mı yapacak?

Barış: ben onu hesaplamadım

Barış'ın bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı problem çözme yoluna başvurduğu görülmüştür. Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Görev 4 bağlamında önerdiği çözüm stratejisini açıklaması ve savunması istendiğinde problem durumundaki ilişkili bilgilere odaklanmadığı ve strateji üretirken sayısal değerlerin bağlamda neye karşılık geldiğini göz önünde tutmakta zorlandığı ortaya çıkmıştır. Sonuçların ve sayısal değerlerin bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemesi için yönlendirildiğinde Barış, arkadaşları ile birlikte probleme ilişkin çözüm stratejisi üretebilmiştir. Bu öğretim sürecinde Barış'ın kombinasyon kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksiği olduğu ve bağlamsal bilgileri dikkate almakta zorlandığı görülmüştür.

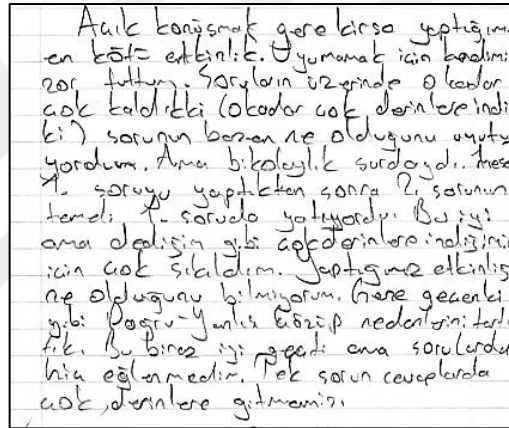
Barış'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda güçlük çektiği ve olumsuz tutum sergilediği görülmüştür. Görev 1 de öğrenciler farklı çözüm stratejileri açıklamış olmasına karşın, Barış Görev 2 de farklı çözüm stratejisi kullanmak istememiştir. Barış'ın bir problemi farklı yollarla çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür.

Barış, birbirine yapısal olarak benzer görevlerden ilkinin çözümünde zorlansa da arkadaşlarının çözüm stratejilerini ve açıklamalarını dinleyerek o göreve yapısal olarak benzer olan diğer görevleri çözebilmiş ancak çözümleri açıklamakta zorlanmıştır. Bu durum Barış'ın algoritmik muhakemeye yoluna gittiğini ortaya çıkarmıştır. Bununla birlikte, Barış problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça (örneğin Görev 5 ve 6 da), hem orijinal görevi hem de onun çeşitlemesi olan diğer görevi çözmeye, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Böyle görevlerde Barış çözüme ulaşsa da strateji seçimini gerekçelendirememiştir. Barış, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, değerlendirme, doğrulama ya da çürütme konusunda isteksiz davranmıştır.

Barış, ikinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında, sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama konusunda güçlük çekmiştir. İkinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük

düzeyinde olan Bisikletler problemi için Barış çözüm stratejisi üretememiştir. Bu problemde oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapılması gerekmektedir. Barış, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleyememiş ve problem durumunu anlamlandıramamıştır.

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Barış'ın "bir problemin farklı yollarla çözülmesi", problemleri derinlemesine analiz etme ve sorgulamaya ilişkin olumsuz tutuma sahip olduğu görülmüştür. Bununla birlikte öğretim sürecinde bir problemdeki çoklu değişimler çeşitlenmesine karşı olumlu tutuma sahip olduğu ortaya çıkmıştır.



Azıcık konuşmak gerekirse yaptığım en kötü etkinlik. Uyumak için kendimi zor tuttum. Soruların üzerinde o kadar çok kaldırdım (okudum çok derinlere indim ki) sorunun benden ne olduğunu uyutuyordum. Ama bir kolelik sudandı. Mesela soruyu yaptıktan sonra 2. sorunun temeli 1. soruda yatıyordu. Bu işi ama dedim ki bu çok derinlere inelim için çok sıkıldım. Yaptığım etkinlik ne olduğunu bilmiyorum. Nereye gecen ki gibi pozitif-yüksek gözüküyor nedenlerini biliyorum. Bu biraz iyi geçti ama sorularda hiç eğlenmedim. Tek sorun cevaplarda çok derinlere gitmemişim.

**Görsel 3.34.** Barış'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri

Barış üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, matematiksel temsillerden matematiksel bilgilerin çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Barış için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Problem durumunun analizinde Barış verilen grafiklerden matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir.

Araştırmacı: Şimdi ne yapacağız? Nereye geçtik? Barış söyle bakalım.

Barış: Hocam şimdi tasarım ücretini de bulduk. Böylelikle bir kitabın baskı ücretini bulacağız.

Araştırmacı: tamam sırada baskı ücreti var. Nasıl bulacağız Barış?

Barış: hocam baskı ücretini yine 275' ten bulacağız.

Araştırmacı: bulalım ne yapacağız?

Barış: 4,67

Araştırmacı: niye 4,67

Barış: çünkü tam değil

Araştırmacı: tamam nereye yakın?

Zülal:5

Fuat: Barış: 5 e yakın

Barış, bu öğretimde doğrudan ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmiş, problemlerin sınırlılıklarına ve varsayımlarına uymaya çalışmıştır. Bununla birlikte ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmada, öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak strateji üretmekte ve temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Barış'ın daha önceki öğretimlerde ve ön klinik görüşmelerde başvurduğu günlük yaşam deneyimlerini ya da kişisel tercihlerini referans alma yoluna bu öğretimde değerlendirme problemi dışındaki diğer problemleri çözme sürecinde başvurmadığı görülmüştür. Ancak görevlerin çözüm sürecinde elde edilen matematiksel sonuçların problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirlemek ve ifade etmekte zorlanmaktadır. Barış bu öğretimde daha önceki öğretimlerden farklı olarak problemlere ve problemlerin çözümlerinin tartışılmasına karşı olumsuz tutum sergilememiştir.

Barış'ın bu öğretimde problem çözme sürecinde geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurduğu görülmüştür. Örneğin, Görev 4 bağlamında öğrencilerden genel bir kural oluşturmaları istendiğinde Barış örüntüler konusunu geri çağırmıştır. Aşağıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Görev 4 bağlamında önerdiği çözüm stratejisini açıklaması ve savunması istendiğinde problem durumundaki ilişkili bilgilere odaklanmadığı ve strateji üretirken sayısal değerlerin bağlamda neye karşılık geldiğini göz önünde tutmakta zorlandığı ortaya çıkmıştır. Bu öğretim sürecinde Barış'ın bağlamsal bilgileri dikkate almakta zorlandığı görülmüştür.

Araştırmacı: Can kitabını yazmış ama satıp satmayacağından emin değil. Firmaya gidiyor bana 100 tane kitap basın satılırsa sonra yeniden bastırmak istiyorum diyor. Can'ın 100 tane kitap bastırmak için ne kadar para ayırması gerekiyor? Özet olarak şunu yazabiliriz. Can'ın kitabından 100 adet bastırabilmesi için ne kadar paraya ihtiyacı vardır? Barış ne yapmamız lazım?

Barış: çarpalım

Araştırmacı: neyi

Barış:644'ü 100 ile

Problemde istenileni bulmak için gerekli işlemsel ve bağlamsal bilgi düzeyi arttıkça ya da genellemeye ulaşması gerektiğinde Barış orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevleri de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin Barış, grup çalışması ile Görev 1 için üretilen çözüm stratejisini anlayabilmiş ve uygulayabilmiştir. Görev 1 deki bağlamsal bilgi düzeyi artırılarak türetilen Görev 2 için bireysel olarak çözüm strateji üretmesi istendiğinde ise Barış, bağlamsal bilgiyi dikkate almadan ve problemin sınırlılığına uymadan geri çağırma dayalı düşünme yolunu kullanarak algoritmik muhakeme ile hatalı bir çözüm stratejisi oluşturmuştur. Aynı zamanda Görev 2 ile yapısal olarak benzer olan Görev 6 aynı çözüm stratejisi ile çözülebilecek olmasına karşın, Görev 6 kapsamında gerekli işlemsel bilgi düzeyinin artmış olması, diğer bir deyişle ondalık sayılarla çarpma işlemi yapılmasını gerektirmesi, Barış'ın Görev 6 için doğru yanıtı ulaşamamasına yol açmıştır.

$$\begin{array}{r} 6.75 \\ \times 3.00 \\ \hline 0.00 \\ 0.00 \\ +16.25 \\ \hline 20.25 \\ +16.25 \\ \hline 36.50 \end{array}$$

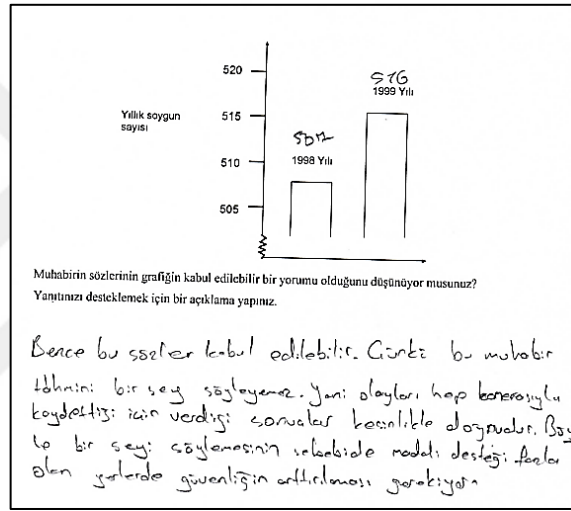
$$\begin{array}{r} 14.25 \\ -12.42 \\ \hline 2.83 \end{array}$$

**Görsel 3.35.** Barış'ın Görev 6'ya ilişkin çözümü

Barış, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, değerlendirme, doğrulama ya da çürütme konusunda istekli davranmıştır. Örneğin, Görev 6 bağlamında Zülal'in grafiği inceleyerek sayfa sayısına ilişkin tahminin doğruluğunu ve akla yatkınlığını değerlendirebilmiştir. Ayrıca, bu görev bağlamında baskı ücretinin yaklaşık olarak tahmini üzerinden bir sonuca ulaşıldığı için matematiksel çözümünün kapsamını ve sınırlılıklarını fark edebilmiştir.

Barış üçüncü öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirme konusunda ilerleme kaydetmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlanamamıştır. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde

çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. Barış'ın bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulaması ya da çürütmesi gerekmektedir. Barış'ın yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemin yüzeysel özelliklerine odaklandığını, matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gitmediğini göstermiştir. Bununla birlikte Barış'ın bu problemi çözmek için problemin sınırlılıklarına uymadığı, günlük yaşam deneyimlerini/kişisel tercihlerini referans alarak argümanları değerlendirme yoluna gittiği görülmüştür.



**Görsel 3.36.** Barış'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Barış'ın ifadeleri, problemleri çözme sürecinde zorlanmadığını ve istekli olduğunu, problemlere karşı olumlu tutuma sahip olduğunu ve problemlerin derinlemesine analiz edilmesine karşı olumsuz tutuma sahip olduğunu göstermiştir.

Bu gün neşten se çok eğlendim. Soru-  
lar çok kolaydı. Soruların süresi istendi  
çok durmadık.

Bu günki ders çok  
çok iyi geçti. Çok da hoştu.

gibi sorular vardı. Sorular oldukça  
kolaydı. Genel kural falan bulduk.

haklarında tartıştık. Genel olarak  
söylenince bugün gayet iyiydi.

**Görsel 3.37.** Barış'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

Barış dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Barış için problemi anlama ve analiz etme, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak problemi analiz etmede, problemin sınırlılıklarını belirlemede ve uymada, strateji üretmekte ve temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Örneğin Görev 1 bağlamında Barış'ın problem durumunu anlamada problemin sınırlılıklarını belirlemede zorlandığı aşağıdaki alıntıda görülmektedir. Hazal ve Doğu'nun kendi çözümlerini açıklamasından sonra Barış stratejisini genişletmiş olsa da matematiksel sonuçları ancak araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle problem bağlamında yorumlayabilmiştir.

Araştırmacı: Ne yaptın? Sen ne yaptın?

Barış: Zar attım.

Araştırmacı: Tamam. (6; 4) attın. Ne yapacaksın şimdi? (6; 4) geldi.

Barış: Bundan bunu (6-4) çıkaracağız.

Araştırmacı: Sonra? Başka? Sadece çıkarma mı yapacaksın?

Barış: Burada sadece çıkarırım.

...

Araştırmacı: Barış 6 ve 4. Ona da bakalım. Evet.

Barış: Topladım 10. Çıkardım 2. Çarptım 24. Böldüm 1.5

Araştırmacı: 1.5 var mı kartların içinde?

Barış: Yok.

Araştırmacı: Kaç tane kart çıkartabiliyorsun? Hangi kartları çıkartabiliyorsun?

Barış: Toplama çıkarma çarpma.

Araştırmacı: Şimdi 10 çıkıyor mu?

Barış: evet

Araştırmacı: 2 çıkıyor mu?

Barış: Evet

Araştırmacı: 24 çıkıyor mu?

Barış: Hayır

Araştırmacı: 1.5 çıkıyor mu?

Barış: Hayır

Araştırmacı: O zaman kaç kart çıkartabiliyoruz?

Barış: 2

Barış, bu öğretimde doğrudan ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabilmıştır. Diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayarak problem durumunu

anlamlandırabilmiş ve hatta argüman oluşturup geri çıkarımsal muhakeme yapabilmektedir. Ancak problemlerin giderek karmaşıklaşmasıyla Barış'ın diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını anlama ve değerlendirmede zorluklar yaşadığı görülmüştür. Bununla birlikte daha önceki öğretimlerde ve ön görüşmelerde görülen günlük yaşam deneyimi/kişisel tercihlerine dayalı problem çözme yoluna bu öğretimde başvurmadağı, daha çok geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurduğu görülmüştür. Görev 3 bağlamında Barış'ın diğerlerinin iddialarının doğruluğunu ya da yanlışlığını değerlendiremediği görülmüştür. Bu bağlamda genelleme üretememiş ve birkaç özel örnek üzerinden iddiaların doğruluğunu kabul etmiştir. Bu noktada Barış'ın tek ve çift sayı kavramına ve özelliklerine ilişkin bilgi eksiğı olduğu ve deneysel kanıt şemasını kullandığı görülmüştür. Bununla birlikte araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle ve yardımcı olmasıyla üretilen tümdengelimsel argüman ile öğrencilerin ürettiğı deneysel argümanın karşılaştırmasına ilişkin Barış'ın ifadeleri aşağıdaki alıntıda verilmiştir.

Araştırmacı: İddianın doğruluğunu hangisiyle göstermek daha doğru sizce? Daha ikna edici daha inandırıcı. Sizce hangisi daha inandırıcı?

Barış: x y olan

Araştırmacı: peki o deneyerek yaptıklarınız inandırıcı mı?

Barış: Onlar inandırıcı da kesin değil.

Araştırmacı: Kesin değil.

Zülal: Mesela çocuğa anlatıyorsak x ve y ile anlatamayız.

Araştırmacı: Tabi canım x ve y ile anlatamayız. Ama ben onun için demiyorum.

Barış: Kanıt olarak o daha mantıklı.

Bununla birlikte, problem durumu genişledikçe ve görevin çözümü ile ilgili bilgi miktarı ve ilişkilendirilmesi gereken değişken sayısı arttıkça Barış orijinal görevi de onun çeşitlemesi olan diğer görevleri de çözmede, diğerlerinin çözüm stratejilerini ve açıklamalarını anlamada güçlük çekmiştir. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Barış, Görev 4 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 5 için Barış bireysel olarak çözüm strateji üretememiştir.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Barış'ın matematik okuryazarlığı bağlamında problemin varsayımlarını ve sınırlılıkları belirleme ve matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama davranışları açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür.



Barış dördüncü öğretim değerlendirme problemini çözerken problemin önemli değişkenlerini belirleme konusunda güçlük çekmiştir. İkinci öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Barış'ın bu problemi anlamakta çok zorlandığı çözüm sürecindeki ifadelerinde de görülmüştür.

Barış: Diğer günlerin acısını bugün mü çıkarıyorsunuz?

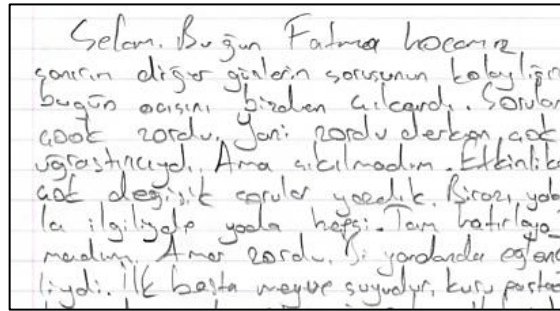
Araştırmacı: Anlamadım?

Barış: diğer günlerin acısını bugün mü çıkarıyorsunuz?

Araştırmacı: Niye acısını çıkartayım Barış?

Barış: Ne biliyim hocam böyle soru mu olur? İnsaf ya.

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Barış'ın yapılan etkinlikte çok zorlandığı, sıkıldığı ve etkinliği karmaşık bulduğu ortaya çıkmıştır. Öğretim sürecine ilişkin araştırmacı-öğretmenin görüşleri de Barış'ın ifadeleri ile örtüşmektedir.



**Görsel 3.38.** Barış'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.2.3. Son klinik görüşme bulguları

Barış açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemten ikinci ve daha alt zorluk düzeyinde yer alan Hangi Araba, Araba Gezintisi ve En İyi araba 1 problemlerini yönlendirmesiz kolayca çözebilmiştir. Bu problemlerden sıfırıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve tahmin stratejisini kullanarak çözmüştür. Barış'ın problemleri ele alış biçiminin değişmediği, problemi anlama ve çözüm üretme aşamalarında hala kişisel

tercihlerini/ günlük yaşam deneyimlerini referans aldığı düşünülmüştür. Ayrıca, Barış'ın bu süreçte sık sık araştırmacı-öğretmenin onayına ihtiyaç duyduğu ve kendi muhakemesine güvenmediği görülmüştür.

Barış: (problemi okur) Kat ettiği mesafe 120 kilometreden fazla olmayacak... 120 kat ettiği mesafe... O zaman Beta bu şeye uyuyor kat ettiği mesafeye. 2000 yılı ve daha sonrasında üretilmiş olacak... 2000 yılında ama tam... Tamam, B olacakmış. İstenen fiyat 4.500 zetten fazla olmayacak. İstenen fiyat 4.500 zet olacak, olmayacakmış... Fiyat... Tamam, Beta. Beta.

Araştırmacı: Anlayamadım Barış nasıl yaptığını bir daha bana gösterir misin?

Barış: Anladım ben. Şimdi bir daha okuyacağım değil mi ben? Birinci soruda hangi araba Ceren'in şartlarını karşılamaktadır diyor. Burada ilk önce kat ettiğim birinci maddede kat ettiğim mesafe 120 kilometreden fazla olmayacak diyor. Burada 120'ye en yakın 115 km var. Ben ilk önce onun bir altını çizdim... Diğer madde de 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak diyor. Zaten 115 km 2000 yılında üretilmiş. İstenen fiyatı 4.500 zedden fazla olmayacak diyor. Betanın istenen fiyatı 4.450 bu yüzden Betayı seçtim. Birinci soruda cevap Bolu.

Barış birinci güçlük düzeyindeki Araba Gezintisi probleminin çözümünde ilk olarak problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Bu bağlamda Barış'ın problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Barış: (problemi okur)Şimdi...

Araştırmacı: Dışından düşün hiç susma.

Barış: Tamam. Saat... Yani hızı saat 9'dan 12'ye yaklaştığında... Yani saat 9 iken hızı 12'ye 12 km saatle yaklaştığı zaman biraz yavaşlamış. Öyle sanırım... Bu neyi anlamadım ki ben bu grafiği. Frene bastığında... Basitleştirilmiş hız kayıtları... Tamam, anladım... Sessizlik

Araştırmacı: Dışından düşünmelisin.

Barış: Evet... Sessizlik

Araştırmacı: Lütfen dışından düşün.

Barış: Şey saat 4...

Araştırmacı: Nasıl anladın onu yap.

Barış: Burada (9:00 ile 9:01 arasındaki doğru parçasını göstererek) ilk hızı 0 iken yükselmiş. Sonra (9:01 ile 9:02 arasındaki doğru parçasını göstererek) aniden hızlanmış. Sonra (9:02 ile 9:06 arasındaki doğru parçasını göstererek) 60 km hızla aynı kalmış. Saat dördü altı geçerken kedi önüne çıkmış. (gülümseyerek) Dokuzu altı geçerken kedi önüne çıkmış ve aniden frene basmış. Bunu yaparken de dokuzu altı geçiyor. Yani tam altıdan biraz fazla. Cevap 9:06 (araştırmacıya bakar) tamam.

İkinci güçlük düzeyinde yer alan Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi muhakeme ve argüman yeterliliği açısından yalnızca bilgilerin ilişkilendirilerek çıkarım yapılması ile

değil aynı zamanda ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapılarak çözülebilen bir problemdir. Barış'ın bu problem bağlamında alınan yol ile geçen süre arasında ilişki kuramadığı görülmüştür. Bununla birlikte Barış, ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edememiş geçen süresi saat olarak ele alması gerektiğini düşünmüştür. Bu noktada Barış'ın geçen süreler arasında çarpımsal ilişkiyi kurabildiği görülmüştür. Barış, problemin çözümüne ulaşmak için mantıksal sonuç çıkarma yoluna gitmemiş daha çok matematiksel işlemler ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bu problem bağlamında Barış'ın matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadığı, yanıtın akla yatkınlığını değerlendirmede görülmüştür. Barış problemi analiz edemediği ve çözüm üretmediği için rastgele bir yanıt vermiştir. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında Barış'ın diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmede, doğrulamada/ çürütmede zorlandığı görülmüştür.

Barış: (problemi okur) İlk 10 dakikada ortalama hızı 4'müş. 5 dakikada ortalama hızı...(Sessizlik)

Araştırmacı: Dışından düşün.

Barış: Şu anda A şıkkını anlamaya çalışıyorum. Ortalama hızı 10 dakikada 4 km gitmiş, 5 dakikada 2. Bu doğru gibi. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Bu... yanlış sanki. Buna yanlış diyelim. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. İlk 10 dakikadaki ortalama hızı sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır... Verilen bilgilerle Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir... (Sessizlik) Kilometre bölü dakika... Burada gittiği hızı bulabiliriz (araştırmacıya bakar). Şeyi, dakikayı saate çeviririz, kilometre saatten (araştırmacıya bakar) aldığı hızı bulabilir miyiz?

Araştırmacı: Hayır müdahale etmeyeceğim. Kendin karar vereceksin.

Barış: Tamam. İlk 10 dakikada şimdi dakikayı saate çevireceğiz hızı bulmak için. 10 dakika on bölü 60'dan bir bölü altı eder. Dört kilometre ile çarparsak, şurada çarpayım dört, bir bölü altı... Bu da dört bölü altı eder. Şimdi biz hızını bulduk (araştırmacıya bakar). Tamam, (gülümseyerek) beş bölü 60. Bunu nasıl yapacağız... (Sessizlik) 10 dakikada 4 gidiyorsa 6,5,2,3... Adana doğru Adana eminim.

$\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 
 $\frac{5}{60}$

**Soru 6:** Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

☒ A. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır.

☐ B. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır.

☐ C. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır.

☐ D. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir.

270 km/h

**Görsel 3.39.** Barış'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemine ilişkin yanıtı

Barış'ın çözümünü açıklaması ve değerlendirmesi istendiğinde, hız kavramına ilişkin bilgi eksikliği olduğu, hız kavramının yorumuna ulaşmak yerine geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak formül olarak hatırlamaya çalıştığı, işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği, problemin çözümüne ulaşma konusunda zihinsel ihtiyaç duymadığı da görülmektedir. Barış problemlerin yanıtlarını değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile problemin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: Daha hızlı olduğunu nereden anladın?

Barış: İşte o zaman yol falan (araştırmacıya bakar)...

Araştırmacı: Nasıl yani anlat işte. Zaman yol falan deme. Anlat açık açık.

Barış: Ya orantı kurdum gibi bir şey.

Araştırmacı: Hızı ne bir onu söyle.

Barış: Bulamadım işte.

Araştırmacı: Hız nedir?

Barış: Hız... (araştırmacıya bakar) Zaman çarpı yol muydu? Zaman bölü yol? Yol bölü zaman?

Diğer yandan Barış'ın ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bu problem bağlamında İrem'in matematiksel ifadede yer verilen değişkenlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ortaya çıkmıştır.

Barış: (problemi okur) Ca arabası için toplam... Üç çarpı üç artı bir artı iki artı üç... Bunları... İlk önce çarpmadan başlıyoruz. Üç kere üç, dokuz eder. Dokuzla altıyı toplarsak 15. Toplam puan 15 (araştırmacıya bakar).

Araştırmacı: nasıl yaptığını açıklar mısın?

Barış: Burada üç çarpı E yazan yer emniyet özellikleri üç. Üçüncü derece olarak sınıflandırılmış. Üç çarpı üç parantez içinde yazdım. Y, D, İ de 1-2-3 olarak yazdım. Burada (tabloda) öyle demiş. Bu da 15 çıkar.

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.  
"Ca" için toplam puan :

$$(3.3) + 1 + 2 + 3 = 15$$

9.

**Görsel 3.40.** Barış'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Barış'ın ilk problemde olduğu gibi geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak hız, geçen süre ve alınan yol arasındaki ilişkiyi veren formülü hatırlamaya çalıştığı görülmüştür. Barış formülü doğru bir şekilde hatırlamış olsa da sonucun kesirli olarak çıkması nedeniyle doğru yanıtı ulaşamamıştır. Bu süreçte Barış'ın işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği, elde ettiği sonucu seçeneklerde bulamadığında birimini değiştirmeyi düşündüğü ve problemin çözümüne ulaşma konusunda zihinsel ihtiyaç duymadığı da görülmektedir. Bu bağlamda Barış'ın matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyemediği ve akla yatkınlığını değerlendiremediği görülmüştür.

Barış: (problemi okur) (fısıldayarak) Hale teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18km hız olduğunu göstermiştir... Hale teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür... Zamanı bulmak için zaman eşittir yol bölü hız... Altı bölü 18 den üç dakika... Şey teyzesinin evine giderken 3 dakikada ulaşmış 18 km hızla ortalama. Buna göre aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur diyor. Hale'nin teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. Ben... Ben niye 3 dakika buldum? Saat bu (18 km/h göstererek) bu saat. Evet, bu da C doğru...

...

Araştırmacı: Birde yedinci soruya bak bakalım. Aynı şekilde bir de bunu düşünelim.

Barış: Bunda yüzde bir milyon eminim.

...

Araştırmacı: nasıl yaptığını açıklar mısın?

Barış: Bu soruyu hesapladım. Zamanı bulmak için altıyı 18'e böldüm. Yani aldığı yolu hızına böldüm üç saat çıktı. C şıkında da Hale'nin teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür diyor. Bu yüzden de C şikkını işaretledim.

Bununla birlikte, Barış problemlerin yanıtlarını değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu problemin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

$zaman = yol : hız \quad \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Soru 7: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/h olduğunu göstermiştir.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.  
B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.  
C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.  
D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

Handwritten calculations:

60 dk 18  
20 dk 18 km/h  
60

1 saatte 18 km  
30 - 6 km  
60 dk 18 km  
30 dk 9  
2 18

**Görsel 3.41.** Barış'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

Barış dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında da günlük yaşam deneyimine/kişisel tercihlerine dayalı problem çözme yoluna gitmiştir. Problem bağlamında verilen bilgileri anlamlandıramadığından problemin sınırlılıklarına uymamış ve verdiği yanıtın akla yatkınlığını değerlendirmemiştir. Aynı zamanda Barış'ın problemde verilen matematiksel iddiayı anlayamadığı ve yorumlayamadığı görülmüştür.

Barış: (problemi okur)A öyleyse günümüzden 13-14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır. (fısıldayarak) Gelecek 20 yıl içinde... Üçte iki diyor. Öyleyse günümüzde 13-14 yıl Zed kentinde deprem olacaktır. Diğerlerine bakalım... 2/3, 1/2'den büyüktür öyleyse gelecek yıl... İyide 2/3, 1/2'den büyük değil (araştırmacıya bakar). Tamam, bu yanlış o zaman (araştırmacıya bakar).

Araştırmacı: Ben yokum, kendin sadece düşün.

Barış: Ya ama bide yanlış çıkarsa diye...Gelecek 20 yıl içinde herhangi zamanda bir deprem olma olasılığı, deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Tartışılır. Ne olacağını söyleyemezsiniz çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... Depremler, depremler (fısıldayarak)...

Araştırmacı: Dışından.

Barış: Bence Denizli

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Barış: Allah'ın işi hocam bu. Hesaplarla hesaplanmaz.

Problemleri çözme sürecini tamamladıktan sonra, Deprem problemini nasıl yanıtladığını açıklaması istendiğinde Doğu'nun görevin yüzeysel özelliklerine odaklandığı ve kişisel tercihlerini referans aldığı görülmüştür. Aşağıdaki alıntıda yanıtla ilişkin gerekçesi görülmektedir.

Barış: Denizli yaptım. Ne olacağını söyleyemezsin çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz dedim. Çünkü hiç kimse bilemez bunu. O yüzden Denizli yaptım bu rakamsal ifadelerle belli olacak bir şey değildir.

Problemin çözümünü tartışma sürecinde Barış'ın kesir ve olasılık kavramlarına ilişkin temel bilgilere sahip olsa da kavramsal bilgi eksikliği olduğu ve kesirleri geri çağırmaya dayalı olarak karşılaştırmaya çalıştığı görülmüştür. Bununla birlikte değerlendirme sürecinin sonunda Barış'ın problemin doğru yanıtına ulaşabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: Neden?

Barış: Daha büyüktür derken şimdi rakamsal olarak büyük de... Bölü araya bölü üç falan girince değişiyor küçük. Şimdi bir tane pasta düşünün bunu... Nasıl desem üçe böldük diyelim bunun birini alırsak iki parça kalır. Ama ikisini alırsak bir tane parça kalır. Burada bir mi daha büyük iki mi? O yüzden iki küçük kalır burada.

Araştırmacı: Yani bunlardan hangisi büyük?

Barış: Bir.

Araştırmacı: Bir bölü üç büyük diyorsun.

Barış: Evet.

Araştırmacı: İki bölü üç daha küçük diyorsun.

Barış: Evet.

Araştırmacı: Deprem olma olasılığı az diyorsun.

Barış: Evet.

Barış beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini okuma ve anlama aşamasındayken dahi problemin sınırlılıklarına uymayı reddetmiş ve kendi kişisel yorumlarını referans alarak problemi ele almaya çalışmıştır. Bunun bir sonucu olarak problemi analiz etmemiş, anlamlandıramamış ve problemin sınırlılıklarına uymayarak anlamsız işlemler içeren bir kural oluşturmuştur.

Toplam puan  $(9 + E) + S + Y + K + D + S + I$

$$3 + 4 + 12 + 6 = 25$$

**Görsel 3.42.** Barış'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Barış: (problemi okur) Şimdi... (fısıldayarak) CA arabası toplam hesabı kullanılan kuralın adil olmadığını düşünüyor. Yanlış düşünüyor adil... Ama burada...(Sessizlik) Burada kurallar adil olmaz ya kurallar adil... Ama neden üçle çarptığını anlayamadım burada...(Sessizlik) Bunu geçiyorum hocam...

Bu soruyu boş bırakmıştım. Şimdi yapmayı düşünüyorum. E üç olduğu için 9 bölü E olsun parantez içinde. Artı 5 eksi Y, artı çarpma olacak D'ye iki dedik iki... Altı çarpı D, artı üç artı İ. (Toplam kurala  $(9:E) + 5-Y + 6.D + 3+İ$  yazarak) Bunun cevabıysa ilk önce bölmeyi yapalım. Dokuz bölü üç, üç eder. 3 artı... Y birdi... Beş eksi Y dört... Artı altı çarpı iki... Bu D ikiye, 12... Artı 3 artı İ de üç... Üçle üçü toplarsak altı eder... 3-4-7... 12-6 daha 18... 7 ile 18'i toplarsak 18 artı 7, 25 eder. Yaptım

Yukarıdaki alıntı ve çözümde de görüldüğü gibi Barış problemde istenilen genel kuralın taşınması gereken özellikleri göz önünde tutmamıştır. Bu bağlamda Barış'ın temel fikirlerle ayrıntıları ayırt edemediği, problemin önemli değişkenlerini belirleyemediği, genel kural oluşturmak için muhakeme zinciri kuramadığı ortaya çıkmıştır. Ayrıca Barış, verdiği yanıtın akla yatkınlığını ve problem durumundaki anlamlılığını değerlendirmemiş ve yanıtın doğruluğuna ikna olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duymamıştır. Probleme verdiği yanıtı açıklaması ve doğrulaması için yönlendirme sürecinde Barış'ın çözüm stratejilerini kişisel tercih/ günlük yaşam deneyimine dayandığı açıkça görülmektedir. Ayrıca Barış yönlendirmeye doğru bir kural oluşturabilmiş ancak değişkenler ve katsayıları aralarındaki ilişkileri anlamlandıramamıştır. Hangi özelliklere nasıl katsayı vermesi gerektiğini belirlemede zorlanmıştır.

Araştırmacı: Şimdi mesela hangisinde daha büyük sayılar, hangisinde daha küçük sayılar vermen lazım? Buna karar vermen lazım. Mesela hangi özelliklerini ön plana çıkaracaksın da CA kazanacak?

Barış: Yakıt verimliliğini yükselteceğiz.

Araştırmacı: Nasıl yükselteceğiz mesela?

Barış: Çünkü bir araçta yakıt verimliliği en önemli şeylerden birisidir. Dış görünüş kabul edilebilir. Zaten emniyet özellikleri iyiymiş, iç bağlantılar çok iyiymiş.

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Barış'ın ilk olarak problemi anlamlandırmaya yöneldiği ancak problemi analiz etme yoluna gitmediği görülmüştür. Bu süreçte Barış yine diğer problemlerde olduğu gibi işleme dayalı ve geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurmuş, hız formülünü kullanarak probleme yanıt üretmeye çalışmıştır. Barış probleme ilişkin bir yanıtı kolayca ulaşamamış ve problemi çözmeye devam etmek istememiştir. Bu bağlamda Barış'ın çözümünü kolayca göremediği problemleri çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı düşünülmüştür. Problemlere verdiği yanıtları açıklama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile hız kavramı üzerinden yorum yaparak doğru yanıtı ulaşabilmiştir.

Barış: (problemi okur) Evet... Evinden 4 km uzaklıktaki nehre bisikletle gitmiş. Yolculuğu 9 dakika sürmüş. Eve dönüşte 3 kilometrelik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi 6 dakika



sürmüş. Şimdi dört kilometreden dokuz dakikada varmış. Yani oradan oraya... Üç kilometreden de altı dakika sürmüş. Bu (metin üzerinde göstererek) kestirme, bu da (metin üzerinde göstererek)şey. Hale'nin nehre gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km'dir? Ama burada... Yol aynı değil ki. Nasıl yapabiliriz? (araştırmacıya bakar) Ama harbiden bunu bilinçli olarak sordum.

Araştırmacı: Kendine sor. Beni bir unutsan öyle güzel konsantre olup çözeceksin ki.

Barış: Tamam... Şimdi dört kilometrelik yolun bir hızını bulalım. Hız eşittir yol bölü zaman... Çarpı olsa burası (gidiş yolu) 36, burası (dönüş yolu) 18... 36 bir dakika. Ben dakikayı saate çevirmedi... Hale'nin nehre gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km saattir diyor. Saat dediği için dakikayı saate çevireceğiz... 9 bölü 60... yok 9 çarpı 60 kaç eder... Üçü yapalım... 3 çarpı 60, 90 bu da bir buçuk saat eder. 3 km bölü 1.50 saat. Yok yanlış yaptım. Altı dakika diyor altı kere altı, 36 elde de 0 var. İki saat 120 eder. 380- 440- 500 geçti... (Sessizlik) Hocam diğerlerini yaptım da bu soruyu yapamadım ya.

Araştırmacı: Bırakmak mı istiyorsun?

Barış: Evet.

Handwritten work by Barış:

$$\frac{4 \text{ km}}{9 \text{ dk}} \quad \frac{3 \text{ km}}{6 \text{ dk}}$$

$$9 \text{ dk} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{3 \text{ km}}{1.50 \text{ sa}}$$

$$\frac{3 \text{ km}}{1.50 \text{ sa}} = 2 \text{ km/sa}$$

$$2 \text{ km/sa} = 2 \text{ km/60 dk} = \frac{2}{60} \text{ km/dk} = \frac{1}{30} \text{ km/dk}$$

$$\frac{1}{30} \text{ km/dk} = \frac{1}{30} \times 60 = 2 \text{ km/h}$$

$$2 \text{ km/h} = 2 \times 14 = 28 \text{ km/h}$$

**Görsel 3.43.** Barış'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Problemleri çözme sürecinin sonunda Barış'ın verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür. Dahası problemleri çözme sürecinde de çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Barış, problemlere ilişkin yanıtlarının doğruluğunu değerlendirirken araştırmacının yönlendirmesiyle tüm problemlerin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

### 3.2.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde Barış'ın problem çözmeye ilişkin olumsuz tutum sergilediği ve entelektüel ihtiyaç duymadığı, aynı zamanda çalışmada yer verilen problemlerin çok uğraştırıcı ve sıkıcı olduğunu düşündüğü görülmüştür. Barış'ın problem çözme sürecinde geri çağırma dayalı düşünme yoluna başvurduğu ve çözüm sürecinin

problemin yüzeysel özelliklerine odaklanma ve problemlerdeki temel fikirleri ortaya çıkarmayı düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Problem çözme deyince aklına ne geliyor? Ne demek problem çözme? Bana problem çözme'yi açıkla.

Barış: problem böyle işte cevabı bizim bulacağımız sorular... Matematiksel...

Araştırmacı: Hım, bunlar geliyor aklına. Tamam, bak güzel. Kendi görüşlerini ifade ediyorsun. Zaten benim istediğim de bu.

Barış: Evet.

Araştırmacı: biz çalışmalara başlamadan önce problem çözme deyince aklına ne geliyordu?

Barış: ...(Sessizlik)

Araştırmacı: Mesela öğretmenin gelip problem çözeceğiz dediğinde aklına ne geliyordu?

Barış: ...(Sessizlik) O zaman aklıma diğer dersten kalan bilgileri hatırlamaya çalışıyordum.

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Barış'ın problem çözme sürecindeki düşünme yollarında büyük bir değişimin olmadığı ve tutumunun çok fazla değişmediği görülmüştür. Buna karşın Barış'ın problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği ve problem çözme sürecine ilişkin farkındalık kazandığı görülmüştür.

Araştırmacı: Mesela biraz önce dedim ya, problem çözmeyle ilgili ne düşünüyorsun?

Barış: yok yine aynı işte. Problem her zamanki gibi...

Araştırmacı: Peki problemleri şimdi nasıl çözüyorsun? Önceden nasıl çözüyordun?

Barış: önceden direk çözüyordum soruya göre hiç kafamda kurgulamadan. Şimdi kurguluyorum önce.

Araştırmacı: Nasıl mesela? Biraz açıkla.

Barış: Mesela problemde ne bileyim... Yaa bir problemde eskiden verilen şeylere göre direk çözüyordum. Şimdi ilk önce verilenleri kafamda kurguluyorum. Onlara göre çözüyorum.

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Barış'ın çalışmadan az da olsa olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç görü ve farkındalık kazandığı ve problemlere daha analitik bir şekilde yaklaşılması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılmıştır.

### 3.3. Gül'ün Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin Gül ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. Gül'ün çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Ön klinik görüşmede Gül daha önce çözmüş olduğu açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden ne anladığını, problemleri nasıl çözdüğünü ve çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya yönlendirilmiştir.

#### 3.3.1. Ön klinik görüşme bulguları

Gül açık uçlu ölçme aracıda yer alan problem çözme okuryazarlığı maddelerinden Kitaplık Sistemi 1 problemini doğru olarak çözebilmiştir. Problemlerin çözümünü açıklamaya yönlendirildiğinde ve yanıtın doğruluğundan emin olup olmadığı sorgulandığında Gül problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Gül açık uçlu veri toplama aracıda yer verilen problemlerden yalnızca muhakeme ve argüman yeterliliğinin en alt düzeyindeki doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini doğru bir şekilde yanıtlayabildiği görülmüştür. Ancak araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle veri toplama aracındaki problemlerin çözümlerine ilişkin açıklamalarında Gül'ün bilgileri birleştirerek çıkarım yapabildiği ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapabildiği görülmüştür. Gül'ün daha üst düzeydeki muhakeme ve argüman yeterliliklerini ise yansıtamadığı ortaya çıkmıştır.

Problem durumunda verilen bilgilerden ilişkili olanları belirleyerek doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini Gül kolayca yanıtlamış ve yanıtını açıklamıştır. Gül'ün aynı zamanda yanıtının doğruluğunu savunabildiği, yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebildiği ve yanıtın doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür.

Gül: (Senaryoyu ve soruyu okur) “Ayrıtılanlar listesinde yer almayan bir kitabı ödünç almak istiyorsunuz.” O zaman 14 gün sonra vermem lazım.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

Gül: (ilgili bölümü göstererek) Çünkü ayrıtılan listesinde yer alamayan kitaplar için diyor.

Araştırmacı: Hım. Soruda isteneni gittin senaryodan buldun

Gül: Öğrencisiniz diyor. Burada çalışanlar için 28, öğrenciler için 14 diyor. O zaman 14 gündür.

Gül tablodaki ve bağlamdaki sözel bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı gerektiren Kaykay 1 ve 2 problemlerini, açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında doğru bir şekilde yanıtlayamamış ancak görüşme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu problemleri doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Gül'ün Kaykay 1 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.44'te sunulmaktadır.

Soru 1:

Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?

(a) En düşük fiyat : ..... zed. 40 65

(b) En yüksek fiyat: ..... zed. 14 36

32 32

+ 10 +20

98 153

**Görsel 3.44.** Gül'ün Kaykay 1 problemine ilişkin çözümü

Gül'ün çözüm stratejisi incelendiğinde bağlamsal bilgiyi anlamlandıramadığı ve tekerlek mili setinden iki adet alması gerektiğini düşündüğünü göstermiştir. Gül'ün çözümlerini açıklaması istendiğinde problem durumunu analiz etmediği, bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ve problemin çözümüne uygun stratejiyi belirleyebildiği görülmüştür. Bu süreçte Gül yanıtın doğruluğunu değerlendirmiş ve problemin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: hım. Nasıl yaptın onu?

Gül: Bir en düşüğünü almışımdır. (gülümseyerek) Almışım daha doğrusu. Burada kaykay tahtası 40, 60, 65 diyor ya, en düşüğü 40. Burada en düşüğünü bulmak için 40'ı almışım.

Araştırmacı: Sana kolaylık olsun diye bir tane boş soru kâğıdı verebilirim sorulara bakman için.

Gül: ondan sonra en düşüğünü bulmak için de bir 14 lira bir de 36 lira var tekerlek seti. 14 lira daha cazip. O yüzden 14'ü seçmişim. İki tane tekerlek mili seti... iki tane lazım bu kaykayın altı için. O yüzden 32 lira yazmışım toplam doğrudan. 16 il 16 'yı toplayıp. Birleştirme setini de 10 lira ekleyip 98 lira en düşük fiyatını bulmuşum. Diğerini de en yüksekleri seçerek yapmışım.

Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde daha önceki öğrenmelerinde geri çağırma çalıştığı algoritmayı kullanarak bir yanıtı ulaştığı görülmüştür. Bu bağlamda Gül'ün problemin çözümü için anahtar kelime stratejisini kullandığı ve geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurduğu düşünülmüştür. Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.45'te sunulmaktadır.

Ercan kaç tane farklı kaykay yapabilir?

3 Kaykay T.  $\frac{2}{4}$   $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{4}$

2 Tekerlek S.

2 Birleştirme S.

1 Tekerlek M.  $\frac{2}{4}$   $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{4}$

Soru 3:

43  $\frac{2}{4}$   $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{4}$

84

**Görsel 3.45.** Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü

Gül'ün çözümlerini açıklaması istendiğinde çözümünü açıklayamadığı ve değerlendiremediği görülmüştür. Bu nedenle öğrenci problemi yeniden çözmesi için yönlendirilmiştir. Problemleri yeniden çözme sürecinde Gül'ün senaryoda ve problemde verilenleri ve istenenleri analiz edebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, problem bağlamında ve tabloda verilen bilgileri ilişkilendirebildiği görülmüştür. Gül bu problemlerin çözümü için sistematik liste yapma stratejisini kullanmış ve fikirlerini açıklayabilmiştir. Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin ikinci çözümü Görsel 3.46'da sunulmaktadır.

Gül: Evet. Şimdi kaç tane seçenek yapabiliriz üç tane mi yazmışım buraya?

Araştırmacı: evet öyle yazmışsın.

Gül: Birincide mesela 40'ı aldım. Bu 40'ın yanına ilk önce 14 gelir mesela. Ondan sonra 16'yı... Bir tane seçenek var. Bunda da 10 vardı sanırım birleştirme şeyinde. Evet. Mesela bunda ilk önce 10 geldi. Ondan sonra 40'ın yanına 36 gelebilir yanına, 16 yine gelebilir. Şimdi 20 gelir. Ondan sonra 60 gelir başa, 60'ın yanına 14 gelir, 16 gelir, 10 gelir. 60'ın yanına 14 gelir... Yok, 36 gelir, 16 gelir ve 20 gelir. Bu şekilde yapmışım sanırım. 65'in yanına tekrar, 14, 16, 10 sonra tekrar 65'in yanına 36, 16, 20. Böyle yapmışım sanırım. Yani şu an böyle yaptım ama o zaman nasıl yaptım...

|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 40 - 14 - 16 - 10 | 40 - 14 - 16 - 20 |
| 40 - 36 - 16 - 20 | 40 - 36 - 16 - 10 |
| 60 - 14 - 16 - 10 | 60 - 14 - 16 - 20 |
| 60 - 36 - 16 - 20 | 60 - 36 - 16 - 10 |
| 65 - 14 - 16 - 10 | 65 - 14 - 16 - 20 |
| 65 - 36 - 16 - 20 | 65 - 36 - 16 - 10 |

**Görsel 3.46.** Gül'ün Kaykay 2 problemine ilişkin ikinci çözümü

Gül'ün bu ikinci çözümünde tek tek tüm seçenekleri listeleyebilmiş olmasına karşın otoriteye karşı kendi muhakemesine güvenmediği ve çözümünü savunamadığı görülmüştür. Bu bağlamda Gül yanıtın doğruluğunu yeterliliğini belirleyememiş ve

çözümü değerlendirme aşamasında aynı işlemlerin sağlamasını yapma yoluna gitmeyi düşünmüştür.

Araştırmacı: Emin misin?

Gül: Değilim o zaman.

Araştırmacı: Ben emin misin diye sorunca hatan olduğu anlamına gelmiyor. Bazı sorularda eminim diyorsun ya hani gerçekten emin misin yoksa içinde bir kuşku var mı, kafana takılan bir yer var mı onu sormak istiyorum. Sence bu doğru mu onu sormak istiyorum. Ben çözümün yanlış diye demedim.

Gül: olabilir şu an aklıma bir şey gelmiyor. Daha fazla ne yapabilirim aklıma gelmedi.

Araştırmacı: Emin değil misin o zaman?

Gül: Ya sınavda falan olsaydı doğrudan bunu yapardım. Kontrol etmezdim herhalde bir daha.

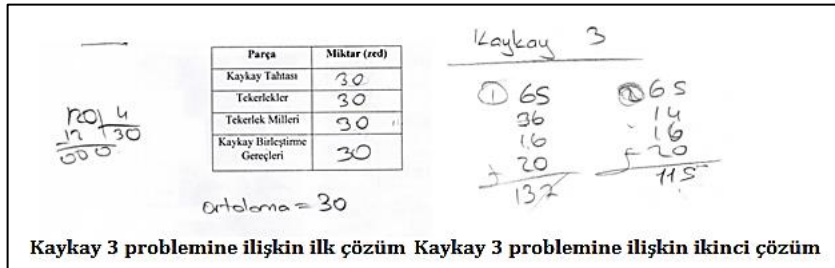
Araştırmacı: emin değil misin o zaman kesin olarak?

Gül: Değilim o zaman.

Araştırmacı: gel iddiaya girelim desem girer misin?

Gül: (gülümseyerek) Yok hayır.

Gül'ün Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde problemin sınırlılıklarına uymayarak, kişisel tercihlerini/günlük yaşam deneyimlerini referans alarak bir çözüm stratejisi üreterek hatalı bir yanıtla ulaştığı görülmüştür. Bu bağlamda Gül'ün problem durumunu analiz etmediği, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkaramadığı düşünülmüştür. Gül'ün Kaykay 3 problemine ilişkin çözümleri Görsel 3.47'de sunulmaktadır.



**Görsel 3.47.** Gül'ün Kaykay 3 problemine ilişkin çözümleri

Gül'ün çözümlerini açıklama sürecinde yanıtının doğru olmadığını belirleyebildiği görülmüştür. Bununla birlikte Gül problemleri çözme sürecinde yanıtlarının doğruluğunu kontrol etme yoluna gitmediğini belirtmiştir. Bu nedenle Gül'ün yanıtın doğruluğunu belirlemeye ilişkin kendini ikna gereksinimi ve zihinsel ihtiyaç duymadığı düşünülmüştür. Ayrıca çözümü değerlendirme sürecinde Gül'ün strateji seçimini

gerekelendirmede kullandığı ifadeler görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak anahtar kelime arama stratejisini kullandığını ortaya çıkarmıştır.

Araştırmacı: Acaba burada neden ortalamayı bulmak istemiş olabilirsin?

Gül: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: hani problem durumundaki bir ifade mi seni yöneltti?

Gül: dört parçanın her birine ne kadar para harcayabilir diyor. Her birine hani en fazla 30, 120 liraya ulaşmak için öyle düşündüm.

Araştırmacı: oradaki dört parçanın her birine ifadesinden dolayı mı?

Gül: Evet.

Problemi yeniden çözme sürecinde Gül'ün senaryoda ve problemde verilenleri ve istenenleri analiz edebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, problem bağlamında ve tabloda verilen bilgileri ilişkilendirebildiği görülmüştür. Gül bu problemin çözümü için problemin sınırlılıklarını belirleyebilmiş, sonucun bağlamdaki anlamlılığını değerlendirebilmiş ve standart olmayan bir strateji üretebilmiştir.

Araştırmacı: Nasıl çözmeyi düşünüyorsun?

Gül: Şimdi en pahalısını almak istiyorsa 65'i kullanabilir önce. 36'yı kullanırım. 16 ve 20 bunları önce bir toplayım. 137 lira. O zaman 17 lira eksiltmem lazım. Dörtlü tekerlek setini 14 lira alabilirim herhalde.

Araştırmacı: Neden onu 14 liralık almak istedin?

Gül: hani diğerlerini azaltmaktansa... Çünkü mesela 40 lira olanı alsam 25 lira azaltacağım o zaman fazla çıkacak.

Araştırmacı: Hım. Çok azaltmış olacaksın.

Gül: Evet. Bunu (tekerlek mili setini) zaten çıkartmam. Bu lazım olan bir şey. Bunu da (birleştirme setini) azaltırsam 10 eksilteceğim. Bir de yedi çıkartmam lazım. Yediyi de arayacağım. Doğrudan bunu çıkarırsam daha mantıklı sanırım. Bu da 22 lira artacakmış. Yani en az bu duruyor şu an. Ya da... O zamanda olmuyor tamam.

Gül'ün Kitaplık problemine ilişkin çözümü incelendiğinde bağlamın matematiksel prosedürlere etkisini anlayabildiği tüm bileşenlerin oranlarını hesaplama yoluna gittiği, sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği, bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ancak ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapamadığı görülmüştür. Gül'ün Kitaplık problemine ilişkin çözümü Görsel 3.48'de sunulmaktadır.

$6+5+16+10+36$   
 $= 67$   
 $67 \div 8 = 8 \text{ } 3$

2. KİTAPLIK

Bir kitaplık yapmak için, bir marangoz aşağıdaki parçalara gereksinim duyar:

4 uzun tahta levha, = 26 tane = 6  
 6 kısa tahta levha, = 33 tane = 5  
 12 küçük çivi, = 200 tane = 16  
 2 büyük çivi ve = 20 tane = 10  
 14 vida, = 510 tane = 36

Marangozun deposunda 26 uzun tahta levha, 33 kısa tahta levha, 200 küçük çivi, 20 büyük çivi ve 510 vida vardır.

Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir?

Yanıt: 8

**Görsel 3.48.** Gül'ün Kitaplık problemine ilişkin çözümü

Derin Dondurucu 1 ve 2 problemlerine ilişkin çözümünü açıklama sürecinde Gül'ün temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği, problemin önemli değişkenlerini belirleyebildiği ve problemin sınırlılıkları belirleyebildiği görülmüştür. Gül bu bağlamda sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmiş, argüman oluşturabilmiştir. Gül'ün bu problemler bağlamında analitik problem çözme yoluna başvurduğu düşünülmüştür. Bununla birlikte Derin Dondurucu 1 problemine verdiği yanıtın problemin sınırlılıklarına uymadığı görülmüştür. Bu nedenle Gül'ün fikirlerini açıklamada zorlandığı düşünülmüştür. Gül'ün Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.49'da sunulmaktadır.

Araştırmacı: ne düşünüyorsun bana bir anlat.

Gül: kırmızı uyarı lambası derin dondurucunun sıcaklığı yeterince düşüne kadar... Yani ayarladığımız sıcaklığa gelince kırmızı uyarı lambası yanmaya devam eder diyor...

Araştırmacı: Ne diyor?

Gül: yani mesela dörde ayarlamış ya -25 dereceye gelince kırmızı ışık sönmeli lazım.

Araştırmacı: -25 dereceye gelince

Gül: kırmızı ışığın sönmeli lazım. Ama sönmemiş. O zaman -32 de olamaz. Çünkü o zaman sönmeli lazım -25'i geçiyor. O zaman -21 de filan olması lazım.

| Üç durumun her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız. |                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Etkinlik ve Gözlem                                                              | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden? |
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                   | Hayır. Çünkü kırmızı ışık 4. dereceye gelince söner.           |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                   | Evet, 4. dereceden düşük bir devir olunca ışık söner.          |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder.      | Hayır, 4. dereceden düşük bir devir olunca ışık söner.         |

**Görsel 3.49.** Gül'ün Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü



Gül'ün Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin açıklamaları uyarı lambasının sönmesini geciktirecek etkenleri doğru bir şekilde belirleyebildiğini ve geri çıkarımsal muhakeme yapabildiğini göstermiştir.

Araştırmacı: Eğer toprak hattı olmasaydı, zaten makine çalışmazdı diye düşündün. Onun ışıkla ilgisi yok dedin. Hangilerinin ışıkla ilgisi var?

Gül: iki, üç, altı.

Araştırmacı: hım. İki mesela nasıl alakalı?

Gül: “Derin dondurucunun ısınısını gereğinden düşük ısılara ayarlamayınız. -18 normaldir” diyor. Banu -25’e ayarlamış. Gereğinden düşük ısılara ayarlamayınız diyor. Belki bununla alakası vardır. Hani -25’e daha gelememiştir. Hani -25’e kadar inmemiştir. O yüzden ışık sönmemiştir. Belli bir şeye gelmesi lazım çünkü istediğimiz ayara. O yüzden ışık sönmemiş olabilir.

Araştırmacı: Hı hı, biz burada neye karar veriyoruz şimdi?

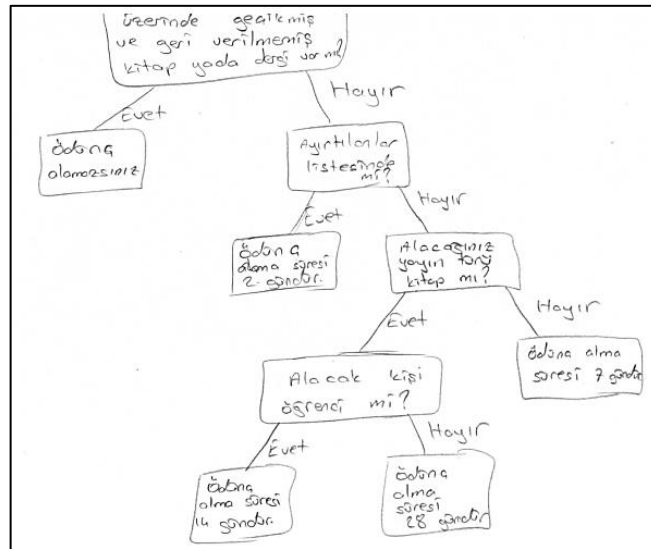
Gül: imm şeyin dörtte olmamasına.

Araştırmacı: hayır hayır, soruda bizden neye karar vermemiz isteniyor?

Gül: “uyarayı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı?” Evet, bu yaratır.

Araştırmacı: hım, iki, üç ve altı yaratır dedin.

Gül'ün açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin bir çözüm üretmediği görülmüş ve görüşme sürecinde problemi çözmesi için yönlendirilmiştir. Araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesiyle Gül, deneme yanılma yoluyla ürettiği çözümlerin doğruluğunu ve yeterliliğini değerlendirerek probleme ilişkin doğru bir yanıt üretebilmiştir. Gül'ün Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.50'de sunulmaktadır.



**Görsel 3.50.** Gül'ün Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü

Gül, birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerine ilişkin çözüm stratejileri üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Gül'ün görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Ancak bazı problemlerin çözümünde Gül'ün işlemsel bilgi eksiği olduğu görülmüştür. Örneğin Gül Görev 4 bağlamında sonucu ondalık sayı çıkan bölme işlemini yapmada zorluk yaşamıştır.

**Görsel 3.51:** *Gül'ün birinci öğretimin dördüncü görevine ilişkin çözümü*

157

Örneğin Görev 7 de araştırmacı öğretmenin yönlendirmesi ile problemin çözümüne ilişkin farklı bir strateji oluşturmuştur.

Gül birinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Gül daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında sıkılmış olsa da Gül bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır.

Birinci öğretimde Gül'ün matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy probleminde yer verilen bazı iddiaları doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. Gül'ün yanıtları aritmetik ortalama kavramına ilişkin argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir. Bu durum Gül'ün aritmetik ortalama kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinin ya da kavram yanılgısının olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca Gül'ün argümanlara ilişkin ileri sürdüğü gerekçeler kendini ve diğerlerini ikna etme gereği duyduğunu göstermiştir.

| Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | <u>Doğru</u> / Yanlış |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru / <u>Yanlış</u> |
| Eğer tüm kızları kısadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.              | <u>Doğru</u> / Yanlış |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | Doğru / <u>Yanlış</u> |

1- Ortalamaları 1,30'dur bu yüzden mantıklıdır.  
2- Büyük bölümü 1,30 olmak zorunda değildir. Çünkü kısa ve uzun boylar olmalı ki ortalamaları alınsın.  
3- Ortada kalan bize ortalamayı verir. Bu yüzden doğrudur.  
4- Yarı yarıya değildir. Sonuç bütün boyların toplanıp kişi sayısına bölünmesiyle bulunur.

**Görsel 3.52.** Gül'ün Boy problemine ilişkin yanıtı

Gül'ün günlüğündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri, problem çözmeye ve problemleri farklı yollarla çözmeye ilişkin olumlu tutuma sahip olduğunu ve problem çözenin değerlendirme aşamasının önemini fark ettiğini göstermektedir.

Bu etkinlikte ilk yaparak öğrenmek mantıklıdır. Çünkü bir soru bir problem sorunun birer tane çözüm yolu olduğunu öğrenirim. Bu etkinlikte çözüm yolunun kontrol edilebilirliğini fark ettim. Soruları çeşitli fakat bazı işlemler yaparak soruları yanıtladım. Bir problem için birer tane çözüm yolu mantıklıdır. Çünkü işlemler doğru olup olmadığını kontrol ederiz. Problemleri değişik öğrenirim.

### Görsel 3.53. Gül'ün günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

Gül ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Gül için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Gül bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Gül'ün görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Gül ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Bu bağlamda Zülal ve Hazal'ın Görev 3 için ürettiği stratejiyi Barış'a açıklayabilmiş, kendini ve diğerlerini ikna edebilmiştir.

Araştırmacı: sizce de doğru mu bu?

Barış: ben şeyi anlamadım hocam. 40 ile 5 i çarptık ya onu anlamadım.

Araştırmacı: Gül söyle bakalım 40 ile 5i neden çarptık? Barış soruyor

Gül: 30 ile 10 u topladık başta 40 yaptı.

Barış: Himm, tamam.

Gül: 6 oyun var ama 6 ile çarptığımızda bir mola fazla sayıyoruz. 5 ile çarpınca da bir maç saymamış oluyoruz. O yüzden 40 ile beşi çarpıp 10 ekleriz.

Gül'ün bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görülmüştür. Kombinasyon formülünün ilk halini hatırlamaya çalışması algoritmik muhakemeye başvurduğunu ortaya çıkarmıştır.

Ayrıca Gül yanıtı savunması istendiğinde ise doğrulama yaparken kurala atıf yaparak dışsal kanıt şemasına başvurmuştur.

Araştırmacı: beşin ikilisi diyelim. Beşin ikili kombinasyonu için işlemi yaptır bana Barış.

Barış: 5.4.3.2... iki faktöriyel... 2.1...

Araştırmacı: doğru mu arkadaşlar?

Gül: ikinin yanında faktöriyel olmayacak mı?

Araştırmacı: İkinin yanında faktöriyel olmayacak mı?

...

Araştırmacı: Nasıl eminsiniz?

Gül: Başka çözüm yok çünkü.

Araştırmacı: Yaptınız mı başka çözüm yoluyla?

Gül: Kural bu.

Gül'ün "Bir probleme ilişkin çoklu çözümler" çeşitlemesi bağlamında, problemleri farklı yollarla çözebildiği ancak bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda isteksiz olduğu görülmüştür. Gül'ün bir problemi farklı yollarla çözmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı aşağıdaki alıntıda da görülmüştür.

Araştırmacı: Gül çok mutsuz gözüküyorsun, sıkılıyor musun?

Gül: biraz

Araştırmacı: neden?

Doğu: Çok soru sormanızdan

Hazal: Bir konu daha da derinlere gidiyor ya, fazla tartışıyoruz ya. Konu konuyu açtıkça konu açılıyor belki o yüzden.

Araştırmacı: Nasıl bir şey isterdin mesela? Daha mı çok problem olsaydı?

Barış: Kısa olsun.

Hazal: Daha az soru olsun.

Gül: Yani problemler sorun değil de şu çözümler... Mesela bir kez örnek yapıyoruz ya ondan sonra beş altı tane daha yapıyoruz.

Barış: 48 tane daha örnek yapıyoruz ondan.

Gül ikinci öğretimde yer verilen görevlerin tümünü doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Gül daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamak durumunda kalmıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında sıkılmış olsa da Gül bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır.

İkinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında, Gül'ün sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama ve problemin önemli değişkenlerini belirleme gibi davranışları gösterebildiği

görülmüştür. Gül'ün ikinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini işlemsel hatası yok sayılarak doğru bir şekilde yanıtlayabildiği kabul edilmiştir. Bu problemde Gül oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapabilmıştır. Ancak santimetre ve metre arasındaki dönüşümde hata yapmış olması yanıtı eksik bulmasına neden olmuştur. Bu durum Gül'ün işlemsel bilgi eksiği olduğunu, problemlere verdiği yanıtların doğruluğunu değerlendirmeye ve yanıtın doğruluğundan emin olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığını göstermiştir.

$$960 \text{ m} = 9600 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 9600 \overline{) 480} \\ \underline{960} \phantom{00} \\ 0000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 6 \\ \hline 120 \end{array}$$

20 tane 5 dönüş

pedal çevirecek

**Görsel 3.54.** Gül'ün Bisikletler problemine ilişkin yanıtı

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Gül'ün bir problemin farklı yollarla çözülmesinin kendisine katkı sağladığını düşündüğü ancak problem çözme sürecinde etkili olamayan diğer arkadaşlarının anlamasını beklemekten sıkıldığı görülmüştür. Zayıf ve güçlü yeterlilik düzeyleri arasında farklılık olan öğrencilerin bir arada olduğu gruplarda, çeşitleme problemlerini çözerken üst yeterliliğe sahip olan öğrencilerin olumsuz tutum geliştirdiği görülmüştür.

Bu derste de problem çözme. Problem aşam çok eğlenceli fakat bazı arkadaşlarımız bizi den yapmıyorlar ve hocamıza bunu anlatmakt durumunda kalıyor. O zamanlar benim çok sıkılı yor. Çözen farklı çözüm yolları arıyoruz o zaman da benim sıkılıyor. Ama farklı çözüm yolları denendiği için bu bana katkı sağlıyor. Hocamıza genellikle duyan ya da Barbaros'a ise hakkı veriyor ve oılar dilemede zaman "Melen!" diye tartışıyoruz o zaman da sıkılıyorum. Ama arkadaşlarımızın anlaması için bizi yapmıyorlar ve onlar bizi den faydalıyor bu yüzden çok sıkılıyor olmuyorum.

**Görsel 3.55.** Gül'ün günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri

Gül üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, matematiksel temsillerden matematiksel bilgilerin çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Gül için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Gül bu öğretimde yer verilen görevler için temel fıkirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Gül'ün görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ve genellemeye ulaşabildiği görülmüştür. Problem durumunun analizinde Gül genellikle verilen grafiklerden matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Ancak değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığı sayfa sayısına göre baskı ücretinin değişimini gösteren üçüncü grafikten matematiksel bilgileri çıkarmakta zorlanmıştır.

Araştırmacı: tamam bitti mi peki? Ne yapacak şimdi?

Gül: Bir tane kitabın baskı ücreti...

Araştırmacı: Bir tane kitabın baskı ücreti var. O zaman onu da bize Gül söyleyin.

Gül: 200 ile 250 nin arasında... 4 ile 5 arasında mı?

Hazal: Bence 4

Barış: Tam 4

Araştırmacı: Herkes 4 diyor. Neden sen 4 ile 5 arasında düşündün?

Gül: çünkü tam 2 nin üstünde değil o. hem de 150 mesela 2 ile çarptığımda 2 olsa 300 sayfa olsa tam 4 olurdu da 225 sayfa 3 ile 4 arasında... Tam 4 olmaz diye düşündüm.

Araştırmacı: Bakayım neresi?

Gül:150 sayfa 2 TL ise 300 olsaydı 4 TL olurdu ama 225 te tam 4 olmaz diye düşündüm.

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Gül, verilen bir matematiksel temsilde değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığını grafiği inceleyerek görememiştir. Bu bağlamda Gül matematiksel bir temsilden matematiksel bilgileri çıkarmakta zorlanmıştır. Bununla birlikte Gül'ün problem çözme sürecinde bağlamsal bilgileri dikkatle ele aldığı görülmüştür. Örneğin; diğer öğrencilerin görevin yüzeysel özelliklerine odaklanıp yanlış yanıt verdiği Görev-2 bağlamında Gül'ün kendi muhakemesine güvenerek fikirlerini savunabildiği diğerlerinin fikirlerini çürütüp onları ikna edebildiği ve matematiksel

çözümün problem bağlamında akla yatkınlığının değerlendirebildiği aşağıdaki alıntıda ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: 644' ü 100 ile çarparız. Niye çarpıyoruz? Bu bir tanesinin mi masrafı? Yani şu 644 bir kitabın masrafı mı? O zaman bunu 100 ile mi çarpacağız? Ne düşünüyorsunuz arkadaşlar?

Hazal: Doğru: Fuat: İrem: Zülal: bence doğru

Gül: bence yanlış

Araştırmacı: niye?

Gül: çünkü her kitabı baştan tasarlamayacak ki. Bir tanesini tasarlayıp kopyasından çıkartmayacak mı? Ben öyle düşündüm

Araştırmacı: bilmiyorum tartışın lütfen arkadaşlarına sor.

Gül: hepsinde baştan mı tasarlayacak?

İrem: mantıklı

Barış: satılması için her kitabı özenle tasarlaması gerekmiyor mu?

Gül: hepsi farklı tasarımda mı olacak?

Barış: hayır canım

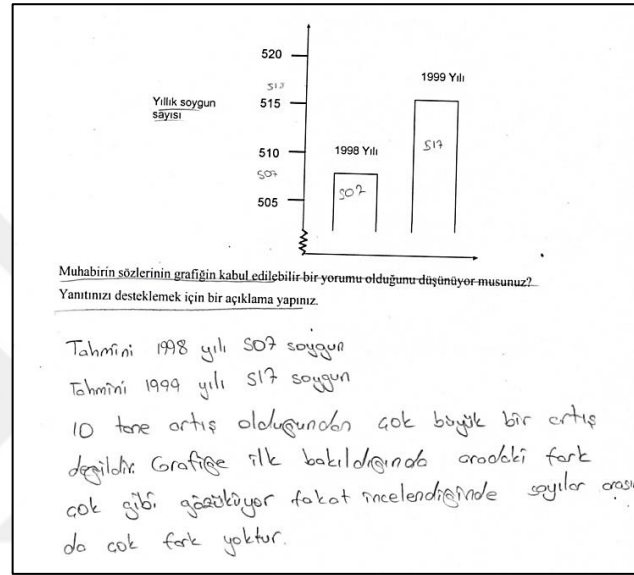
Gül'ün problem çözme sürecinde bu öğretimde genellikle analitik problem çözme ve geri çağırma dayalı düşünme yoluna başvurduğu görülmüştür. Bu bağlamda Gül'ün her bir görevin daha önceki görevlere benzer yönlerini belirlemeye çalıştığı, genel kural oluşturmada örüntü kavramını geri çağırdığı görülmüştür. Bu noktada Gül'ün genel kural oluşturmak yerine tablo çizmeyi önermesi kişisel tercihlerini referans alma yoluna gittiğini göstermiştir. Gül Görev-4 bağlamında genel kuralın oluşturulmasının ardından grafiği çizememiştir ve temsiller arası geçiş yapamadığı görülmüştür.

Gül üçüncü öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Gül daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Bununla birlikte Görev-6 bağlamında işlemsel bilgi eksikliği nedeniyle sonucu doğru olarak belirleyememiştir. Buna karşın; baskı ücretinin belirlenmesinde yaklaşık değeri tahmin etme stratejisini kullandıklarının farkında olarak matematiksel çözümün sınırlılıklarını ifade edebilmiştir.

Gül üçüncü öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirme konusunda ilerleme göstermiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde



Çizilmiş bir sütün grafiğinin yorumu verilmiştir. Gl’n bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulası ya da çürütmesi gerekmektedir. Gl’ün yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemde verilen matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gittiğini göstermiştir.



**Görsel 3.56.** Gl’n Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

nc ğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Gl’n ifadeleri, problemleri çözme sürecinde istekli olduğunu, problemlere karşı ve problemlerin farklı yollarla çözülüp tartışılmasına karşı olumlu tutuma sahip olduğunu göstermiştir.

Bugün soruları kendimize tartıştık bu yö-  
den ders hiç sıkıcı değil. Sorular her zam-  
an gibi güzel ve düşündürücüydü. Problem  
çözerken ve düşüncelerimizi tartışırken çok  
egleniyorum. Başka çözüm yolları bulmak,  
başka fikirleri öğrenmek ve tartışmak daha  
çok düşündürüyor. Bu sayede biraz katkı  
sağlıyorum. Bugün genel kural bulduk ve sorular  
daha çabuk çözüldü. Bazı problemler biraz çok  
sarıttı.

**Görsel 3.57.** Gül'ün günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

Gül dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Gül için problemi anlama ve analiz etme, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, yanıtlarını değerlendirme ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için bireysel olarak problemi analiz etmede, problemin sınırlılıklarını belirlemede ve uymada, strateji üretmekte ve temel fikirlere odaklanmakta zorlanmıştır. Örneğin öğrencilerden Görev 1 için bireysel olarak çözüm üretmeleri istendiğinde Gül'ün soruları problemi analiz etmede ve temel fikirlere odaklanmada zorlandığını göstermiştir.

Araştırmacı: Hepsini uygulayacak mısınız Gül? Yoksa sadece birini mi?

Gül: Burada dört işlemi uygulanacak yazıyor.

...

Araştırmacı: Ne yapacaksınız o zaman 5'i 3'e bölemeyince?

Gül: İçinden bir tane seçeceğiz demek ki.

...

Gül: Bir tane mi sadece?

Araştırmacı: Bir kere zar attın. Ne geldiği sana kalmış. Kendiniz seçin. Kaç kaç attığını sen seç. Ona göre bir yapın bakalım.

Gül: Bir de burada kartların diyor. Yani dört işlem yapıyoruz değil mi? Çözeceğiz mi yoksa sadece kartların üzerine mi yazacağız?

Gül diğer öğrencilerle problem durumun ve çözüm stratejilerini tartışarak problemi anlamlandırdıktan sonra muhakeme becerisine ilişkin diğerlerinin fikirlerini ve

açıklamalarını dinleyip anlayabilme, muhakeme zinciri oluşturma, muhakeme zincirlerini değerlendirme, argüman üretme ve değerlendirme, aksine örnek vererek iddiaları çürütme ve geri çıkarımsal muhakeme gibi pek çok davranışı yansıtabilmiştir. Örneğin Görev 6 bağlamında ürettiği çözüme ilişkin açıklamaları muhakeme zinciri kurabildiğini ve geri çıkarımsal muhakeme yapabildiğini göstermiştir.

Araştırmacı: Sen söyle Gül.

Gül: Ben (6, 6) yaptım.

Araştırmacı: (6, 6)

Gül: (6, 2)

Araştırmacı: Güzel.

Gül: (6, 1)

Gül: (6, 6) attığında 1 çıkıyor. (6, 2) de 8-12-3-4 çıkıyor. (6, 1) de 6-7-5 bir daha 6 çıkıyor.

Bu kadar.

Ayrıca, Görev 3 bağlamında Gül'ün diğerlerinin iddialarının doğruluğunu ya da yanlışlığını değerlendirmede Barış'ın iddiasını aksine örnek vererek çürüttüğü görülmüştür. Gül'ün deneysel kanıt şemasını kullandığı düşünülmüştür. Diğer yandan öğrencilerden iki çift sayının toplamının her zaman çift olacağını göstermeleri istendiğinde Gül ve Fuat diğer öğrencilerden farklı olarak özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yoluna gitmemiştir ve çözüm önermemiştir.

Araştırmacı: Arkadaşınıza katılıyor musunuz?

Grup: Hayır.

Gül: Ben katılmıyorum.

Araştırmacı: Neden? Sana soruyorum Gül neden?

Gül: Söyleyeyim mi? 4 ile 4 çıkarsa bölümleri 1 oluyor.

Araştırmacı: Bu durumda?

Gül: Tek çıkabiliyor işte.

Gül dördüncü öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirilen stratejileri uygulamıştır Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünden ve yanıtların tartışılmasından stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Gül, Görev 4 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 5 için Gül bireysel olarak çözüm strateji üretebilmiştir.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Gül'ün matematik okuryazarlığı bağlamında problemin varsayımlarını/sınırlılıkları belirleme, çözümün kapsamını/sınırlılıklarını anlama ve matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama davranışları açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Bununla birlikte Gül'ün problem durumunu analiz etme, problemde istenileni doğru şekilde belirleyebilme, matematiksel sonucun bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme açısından zorlandığı görülmektedir. Dördüncü öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Gül'ün yanıtı probleme ilişkin çözüm stratejisinin yalnızca ilk aşamasını oluşturabildiğini, daha sonrasında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini dikkate almadan anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gittiğini göstermiştir.

Yıl sayısı: .....

**Görsel 3.58.** Gül'ün Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Gül'ün problem çözme sürecinde keyif almadığı ve problem çözmeye ilişkin olumsuz tutma sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretim sürecine ilişkin araştırmacı-öğretmenin görüşleri de Gül'ün ifadeleri ile örtüşmektedir.

Bugün de her sene ki gibi problem çözdük.  
Arkadaşlarla beraber tartıştık. Fatma Hana  
o kadar çok soru sormadı sorular bu  
yüzden daha çabuk çözülmüş geçildi.  
Ağer derslere göre daha az sıkıcıydı.

**Görsel 3.59.** Gül'ün günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.3.3. Son klinik görüşme bulguları

Gül açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemten ikinci, üçüncü ve altıncı zorluk düzeyinde yer alan Araba Gezintisi ve Bisiklet Sürücüsü Hale 2 ve 3 problemlerini yönlendirmesiz çözememiştir. Bu problemlere bakıldığında farklı zorluk düzeyinde olsalar da tümünün hız kavramına dayalı olduğu görülmektedir. Bu durumun Gül'ün hız kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmüştür. Gül bu problemlerden sıfırıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür.

Gül: (problemi okur) 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak (tablodaki arabaların modellerini inceler)

Araştırmacı: Dışından düşün ama hani orada baktığın şeyi söyle.

Gül: Tamam. Burada yıl 1999 diyor. Bunu (Tetra'nın üstünü çizer) eliyorum Tetra' yı. Bundan da eleyeyim, kat ettiği mesafe 120.000 kilometreden fazla olmayacak. Bu 128.000 kilometre (Gama'nın üstünü çizer), Gama'yı da eledim. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. Bu (Alfa'yı gösterir) da 4800 zed, bunu da eledim. Beta

Gül birinci güçlük düzeyindeki Araba Gezintisi problemini görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak ve problem durumunu analiz etmeden çözmeye yönelmiştir. Bu bağlamda Gül'ün verilen grafiğin ne grafiği olduğunu ve grafikte hangi değişkenleri ilişkilendirmesi gerektiğini belirlemediği gözlenmiştir. Bu problem bağlamında Gül'ün doğrudan çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkaramadığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamaya çalışmadığı görülmüştür.

Gül: (problemi okur) (Grafiği inceler) dokuz... Dokuz bir, dokuz iki, dokuz üç. Bunları böyle ayırsam (zamanları yatay eksene yazar) 9:01, 9:02, 9:03 burası da 9:04 zaten. Kediye ezmek için birden frene bastığında burada (grafikte 9:02 zamanına karşılık gelen noktayı gösterir) durmuş. Buradan (grafikte hızın sabit olduğu doğru parçasını gösterir) böyle durduğu için 9:02 saat

Problemlere verdiği yanıtları açıklaması ve değerlendirmesi için sorgulandığında Gül'ün çözümün doğruluğunu değerlendirebildiği ve grafiği analiz etmeyi düşünmediği ortaya çıkmıştır. Bu bağlamda Gül araştırmacı öğretmenin yönlendirmesi ile problemin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: Orada durduğunu nereden anladın?

Gül: (grafikte 9:01 ile 9:02 arasındaki doğru parçasını gösterir)şimdi böyle birden artmış, (grafikte 9:02 ile 9:06 arasındaki doğru parçasını gösterir) birden durmuş ya... Aslında şurada (grafikte 9:08 ile 9:11 arasındaki doğru parçasını gösterir) da durmuş olabilir.

Araştırmacı: Burada araba mı duruyor?

Gül: Evet, ne duracak ki başka?

Araştırmacı: Bilmiyorum. Grafik ne grafiği?

Gül: Araba grafiği.

Araştırmacı: Grafiği inceledin mi? Ne var grafikte?

Gül: (Sessizlik) Kilometre... Saat...

Araştırmacı: Burası (grafığın dikey eksenini gösterir) neyi anlatıyor?

Gül: Hızını.

Araştırmacı: Burası (yatay eksenini gösterir)neyi anlatıyor?

Gül: Zaman.

Araştırmacı: Hım. Grafiği bir açıkla şimdi bana. Ne yapıyor saat 9:00 da?

Gül: Başlıyor sıfırdan. 9:01'de 12.

Araştırmacı: O 12 olan ne?

Gül: Hız. (gülümser) 9:02, 9:03, 9:04, 9:05 ve 9:06 da hızı 60 kilometre oluyor.

Gül'ün Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi bağlamında alınan yol ile geçen süre arasında ilişki kurmak için formül kullanmayı düşündüğü görülmüştür. Gül, problemin çözümüne ulaşmak için mantıksal sonuç çıkarma yoluna gitmemiş daha çok matematiksel işlemler ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bu problem bağlamında Gül'ün ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, yol ve zaman arasında ilişki kurarak Hale'nin hızını belirleyebildiği ve hızlarını karşılaştırabildiği görülmüştür. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında Gül'ün diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca Gül'ün hız kavramına ilişkin bilgi eksiği olduğu, hız kavramının yorumuna ulaşmak yerine geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak formül olarak hatırlamaya çalıştığı ve işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği görülmektedir.

Gül: (kuralını yazar) Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır. Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.

Soru 6; Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur? Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır... Bu yanlış, aynıdır. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Bu doğru.

Araştırmacı: Aynıdır dedin ya, aynı olduklarını nereden anladın?

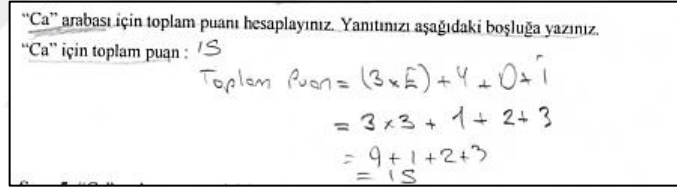
Gül: 10'u 4'e böldüm.

Araştırmacı: Hım, 10'u 4'e bölersem demedin ama. Onları söyle.

Gül: Tamam. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir... Kilometre bölü dakika... 4'ü 10'a böleceğiz o zaman (araştırmacıya bakar)... o zaman 2'yi de 5'e böleceğim ( $4/10 = 2/5$  yazar) O zaman  $2/5$  olur bu ( $4/10$ 'u sadeleştirir) da, aynıdır.

Diğer yandan Gül'ün ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür.

Gül: (problemi okur) (Kuralı yazar) üç çarpı E üç o yüzden E'nin yerine üç yazacağım. Artı Y bir, artı D iki, İ de üç. Bunları şey yapacağım. Üç kere üç dokuz, dokuz artı bir artı iki artı üç. 10-12-15.



"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.  
"Ca" için toplam puan : 15  
Toplam Puan =  $(3 \times E) + 4 + 10 + 1$   
 $= 3 \times 3 + 1 + 2 + 3$   
 $= 9 + 1 + 2 + 3$   
 $= 15$

**Görsel 3.60.** Gül'ün En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Gül'ün ilk problemde olduğu gibi geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurarak hız, geçen süre ve alınan yol arasındaki ilişkiyi veren formülü kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Gül formülü doğru bir şekilde hatırlayabilmiş olsa da geçen sürenin birimlerinin farklı olması nedeniyle doğru yanıtı ulaşamamıştır. Bu süreçte Gül'ün işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği, elde ettiği sonucu seçeneklerde bulamadığında geçen süreler arasındaki üç katlık ilişkiyi kullanarak seçenekler arasında seçim yapmaya çalıştığı görülmektedir. Problemin her seçeneğinin bir argüman olarak değerlendirilebileceği düşünüldüğünde Gül'ün diğerlerinin argümanlarını doğrulama ya da çürütmede zorlandığı görülmüştür. Bu bağlamda Gül'ün, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapamadığı, matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyemediği ve akla yatkınlığını değerlendiremediği görülmüştür.

Gül: (problemi okur) Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür... Kilometre bölü saat ( $6/x = 18$  yazar) (Diğer şıkları hızlıca okur). Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir... (Sessizlik) 20 dakika diyor. İlk önce şıkları deneyeceğim. A şıkkı için altı bölü 20 ( $6/20$  yazar) ya, 20 dakika... Bu da saat demiş ama... 18 km/sa olması lazım. Ama bu dakika olduğu için bunu üçle çarpacağım saat olması için. (araştırmacıya bakar) yani burayı ( $6/20$ 'yi gösterir) üçle çarpıp, burayı ( $18 \text{ km/sa}$ ' i gösterir) da üçle çarpacağım. (araştırmacıya bakar)

Araştırmacı: ben bir şey diyemem.

Gül:  $18/60$ ... bunları da sadeleştireceğim... Ama yine olmuyor... (Sessizlik) Tamam.  $30'u$  da yine tamamlayacağım saate ( $6/30$  yazar). Bu da 12 yine olmuyor. O zaman dakikada... 20 dakikada altı kilometre  $20$ 'yi altıya böleceğim. ( $20/6$  işlemini yapar) 3 dakika üç saniye... Buradan öyle çıkıyor. Bir de 30 dakikayı da altıya böleceğim. ( $30/6$  işlemini yapar) Beş... Beş dakika... Beş kilometre bir dakikada... Saatte... (Sessizlik)

Araştırmacı: Gül, konuşmaya devam et canım.

Gül: Ya dakikada beş şey yapmış, o zaman 20 dakika falan çok saçma yani, 30 dakika sürmesi... Beş metre yapması lazım pardon beş metre olması lazım... Yok öyle de olmuyor. Üç saat mi acaba altının üç katı? (araştırmacıya bakar) (gülümser) (Sessizlik) Bulamadım. Sınavda olsaydım üçü işaretlerdim ama. İşaretleyeyim mi?

Bununla birlikte, Gül problemlerin yanıtlarını değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile bu problemin doğru yanıtına ulaşabilmiştir. Bu süreçte Gül'ün hız kavramını yorumlayamadığı ve kavramsal bilgi eksiği olduğu görülmüştür.

Araştırmacı: şimdi inceleyelim. Altı kilometre yol gitmiş. Hızı da neymiş?

Gül: 18 kilometre bölü saat.

Araştırmacı: Tamam, bu ne demek?

Gül: Hızı. Yani kilometre bölü saat yani kaç kilometre gittiğini kaç saatte gittiğine bölüyoruz. O zaman 18 çıkıyor yani.

Araştırmacı: Hızla ilgili hangi bilgiyi veriyor? Yorum yapmak istersek ne diyebiliriz?

Gül: Anlamadım.

Araştırmacı: Yani hızı nasıl yorumlarsınız?

Gül: işte gittiği yolun süreye oranı.

Araştırmacı: Peki, bu Hale bu yolculuğunda bir saat gitseydi ne kadar yol alırdı?

Gül: (Sessizlik)...

Araştırmacı: Hızı  $18 \text{ km/sa}$  ya...

Gül: Evet, 18 kilometre gitmiş galiba.

Araştırmacı: O zaman onu bir yaz. Bir saat gitse, 18 kilometre yol gidecekti.

Gül: (1 sa 18 km yazar)

Araştırmacı: Tamam, peki Hale kaç kilometre gitti?

Gül: altı kilometre.

Araştırmacı: şimdi tekrar bakar mısın?



Gül: Üç katı... O zaman bu da 60 dakika... 60 dakikayı da üçe bölersek 20 dakika... A şıkkı. (gülümser).

Araştırmacı: O halde üç saat sürmüş olabilir mi altı kilometre yol gitmesi? Üç saat sürmüş olsa kaç kilometre yol alabilirdi?

Gül: 30- 8-16-24-54.

$\frac{6}{x} = 18$       A)  $\frac{6}{20} = 18 \text{ km/s} = \frac{18}{60}$   
B)  $\frac{6}{30} = \frac{12}{60}$   
60 dk 1 saat gitse 18 km yol alacaktı  
6 km yol alı  
2016 : 18 = 112  
3016 : 18 = 167,77...

**Görsel 3.61.** Barış'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

Gül dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında Gül öncelikle problemi anlamlandırmaya, problemdeki temel fikri ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu bağlamda problemi tekrar okumuş ve seçeneklerde verilen matematiksel argümanların doğruluğunu değerlendirmiştir. Bu bağlamda Gül'ün ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, problem durumunda verilen deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirebildiği ve matematiksel bir kavramı gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Gül: (problemi okur ve seçenekleri okur)...20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından... Deprem olmama olasılığı da 1/3 ise, deprem olmama olasılığı... Evet, bu doğru... (D şıkkını okur) ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... C.

Gül beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini çözmede varsayım üretme ve test etme yoluna giderek hem problem durumunu anlamlandırmaya hem de strateji üretmeye çalışmıştır. Bu bağlamda Gül'ün ilk olarak rastgele değerler vererek varsayım oluşturduğu ve elde ettiği sonuçların doğruluğunu belirlemeye, yanıtını yeniden yapılandırmaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum Gül'ün genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini göstermiştir. Gül bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir.

Gül: (problemi okur) Tamam o zaman hepsini üçle çarptık mesela, bu taraf (emniyet özellikleri üç puan olanları gösterir) daha fazla olacak şu üçler. O yüzden burada denerim bu sayıları. Sonuçta bunlardan toplayacağım. Sonuçta Ca arabası kazanacakmış (araştırmacıya bakar).

Araştırmacı: Bana anlatmana gerek yok. Sadece dışından düşün.

Gül: Tamam. Buraya (emniyet özellikleri) mesela dört yazsak, buraya (yakıt verimliliği) da iki yazalım. Burası (dış görünüş) bir kalsın, buraya (iç bağlantılar) da iki yazalım. 4E ne oluyor...

Araştırmacı: Ama şimdi o değerleri neye göre verdiğini hiç söylemedin ya, nasıl düşündüğünü hiç söylemedin.

Gül: İşte sayı vereceğim ondan sonra bunlarla (tabloyu gösterir) hesaplayacağım. Eğer mesela atıyorum Sp Ca'dan daha yüksek çıkarsa, o zaman değerleri daha yüksek tutacağım. Bazı sayıları değiştireceğim.

Toplam puan =  $4E + 2Y + 1D + 2I$

$Ca = 12 + 2 + 2 + 6 = 22$   
 $M2 = 8 + 4 + 2 + 4 = 18$   
 $Sp = 12 + 2 + 3 + 4 = 21$   
 $N1 = 4 + 6 + 3 + 6 = 19$   
 $Kk = 12 + 4 + 3 + 4 = 23$

$4E + 2Y + 10 + 3I$   
 $Ca = 12 + 2 + 2 + 9 = 25$   
 $M2 = 8 + 4 + 2 + 6 = 20$   
 $Sp = 12 + 2 + 3 + 6 = 23$   
 $N1 = 4 + 6 + 3 + 9 = 22$   
 $Kk = 12 + 4 + 3 + 6 = 25$

$4E + 2Y + 10 + 4I$   
 $Ca = 12 + 2 + 2 + 12 = 28$   
 $M2 = 8 + 4 + 2 + 8 = 22$   
 $Sp = 12 + 2 + 3 + 8 = 25$   
 $N1 = 4 + 6 + 3 + 12 = 25$   
 $Kk = 12 + 4 + 3 + 8 = 27$

22

**Görsel 3.62.** Gül'ün En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Varsayımlarını üretme ve test etme sürecinde açık bir şekilde ifade etmese de Gül'ün sistematik bir şekilde varsayım ürettiği, problem durumunda verilen araç özelliklerinden en önemli olan ve ön plana çıkarılması gerekeni sistemli olarak arttırma yoluna gittiği görülmüştür.

Gül:  $(4E + 2Y + 1D + 2I)$  kuralı için tüm arabaların puanlarını hesaplar ). Hım... KK geçti. O zaman bunun (KK arabasını gösterir) düşük olup, bunun (Ca arabasını gösterir) yüksek olduğu bir şeye mi üç vereceğim. İç bağlantılara üç yazsam. Tamam. Yine  $4E + 2Y + 1D$ ... Ayy o zaman iç bağlantılara üç vereceğim. Yok... Evet...  $(4E + 2Y + 1D + 3I)$  kuralını yazar). (Ca arabasının puanını hesaplar) 12, iki, iki, üç kere üç dokuz... 14-16-25. (M2 arabasının puanını hesaplar) Sekiz, dört artı iki artı altı... 12-14-20. (Sp arabasının puanını hesaplar) 12, iki, üç, altı... 5-11-23. (N1 arabasının puanını hesaplar) Dört, altı, üç, altı. 10-16-19. (KK arabasının puanını hesaplar) 12, dört, üç, altı... 14-22-25. Yaa aynı oldular (gülümser).

Araştırmacı: N1 de hata yapmış olabilir misin?

Gül: Evet. Dokuz... 22 olacak. Bu sefer de aynı oldular. Yine bir şeyi değiştireceğim. Neyi değiştirsem (tablodaki değerleri inceler)... Bunları (emniyet özelliklerini gösterir) değiştirmeyeceğim, değiştirirsem yine aynı olacaklar. Bunu yükseltirsem bu sefer KK yine geçecek...(Sessizlik)... Emniyet

özelliklerini değiştirsem aynı olacaklar yine. Şunlar zaten bundan düşük oluyor. KK da düşük olup, Ca da yüksek olan bir şey buldum. İç bağlantılar... Ama ona da sayı verince az oldu. Üç değil de dört versem... Onu da yazayım.  $(4E+2Y+1D+4İ)$  yazar ve her arabanın puanını yeniden hesaplar) (Ca arabasının puanını hesaplar) 12 artı, iki, iki, 12... 24-28. Bunlar (M2,Sp ve N1) zaten geçmiyor ama deneyeyim. (M2 arabasının puanını hesaplar) Sekiz artı dört artı iki artı sekiz... 10-18-22. (Sp arabasının puanını hesaplar) 12, iki, üç, sekiz... 20-25. (N1 arabasının puanını hesaplar) Dört, altı, üç, 12... 15-21-25. (KK arabasının puanını hesaplar) 12, dört, üç, sekiz... 20-24-27. İşte şimdi oldu. Sayılar bunlar olacak. O zaman Ca hep büyük oluyor. Nereye yazayım ben bunları yazmayayım mı hiçbir yere?

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Gül'ün ilk olarak problemi anlamlandıramadığı ve problemi analiz etme yoluna gitmediği görülmüştür. Bu süreçte Gül yine diğer problemlerde olduğu gibi işleme dayalı ve geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurmuş, hız formülünü kullanarak ve anlamsız matematiksel işlemler yaparak probleme yanıt üretmeye çalışmıştır. Gül probleme ilişkin bir yanıtı kolayca ulaşamamış ve sürekli bir şekilde araştırmacının yönlendirmesini beklemiştir.

Gül: (problemi okur)...(Sessizlik)... Kilometre bölü dakika... Yani kilometre bölü saat cinsinden... Off...(Sessizlik)

Araştırmacı: Dışından düşün.

Gül: Kilometre bölü dakikayı yazdıktan sonra nasıl şey yapacağız onu bulamadım... Kilometre bölü dakika yapsam ama kilometre bölü saattir diyor... (araştırmacıya bakar) (Sessizlik)

Araştırmacı: Bu bilgiyi nasıl kullanabilirsin acaba? bu bilgi sana ne anlatıyor acaba?

Gül: (Sessizlik) Bir saatte 54 kilometre yapıyor. Öyle mi?

Araştırmacı: 54'ü nasıl hesapladın? Aklından neler geçti? Hiçbir şey anlatmadın. Ben hiçbir şey anlamadım. 54 nereden geldi şimdi?

Gül: (gülümser) Bilmiyorum birden söyledim.

Araştırmacı: hepsini baştan alır mısın bir dışından düşünerek.

Gül: Tamam, o zaman dokuzu dörde böleceğim şimdi. Ya ama yine off... Olmuyor ki burası sekiz olsa olacaktı.  $9/4$  olacak.

Araştırmacı: Bu  $9/4$  ne? Niye böldün? Nasıl karar verdin? Onları da söyle.

Gül: İşte dakikayı kilometreye bölüyorum. Bir dakikada kaç kilometre yapacak onu bulacağım. Ama bulamıyorum (Sessizlik)

Problemlere verdiği yanıtları açıklama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile hız kavramının problem bağlamında ne anlama geldiğini yorumlayarak doğru yanıtı ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: ona ne peki?  $28/60$ 'ın birimi ne?

Gül: Kilometre bölü dakika.

Araştırmacı: O zaman hızını oraya öyle yaz.

Gül:  $(28/60 \text{ km/dk yazar})$

Araştırmacı: Peki km/sa olarak istiyordu hızını.

Gül: O zaman 28'i 60'a böleceğim. Ya ha 60 dakika, ha bir saat. (gülümser) Yani aynı şey değil mi? O zaman 28'i 60'a böleceğim. Çıkan sonucu da bölü bir şeklinde yazacağım ama nasıl bulacağım bunu böyle. (28/60 işlemini yapmaya çalışır)... (Sessizlik)

Yolculuğundaki ortalama hız  $28/60$  km/h

$28/60$  km/dk

$28/1$  km/s

$7 \text{ km} \cdot 4 = 28 \text{ km}$   
 $15 \text{ dk} \cdot 4 = 60 \text{ dk}$   
 $28/60$  km/dakika

$7 \text{ km}$  gitmiştir  $15 \text{ dk}$ 'da gitmiştir.  
 $\times 4$   $\times 4$   
 $28 \text{ km}$   $60 \text{ dk} = 1 \text{ saat}$

**Görsel 3.63.** Gül'ün Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Problemleri çözme sürecinin sonunda Gül'ün verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür. Dahası problemleri çözme sürecinde de çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Gül, problemlere ilişkin yanıtlarının doğruluğunu değerlendirirken araştırmacının yönlendirmesiyle tüm problemlerin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

### 3.3.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde Gül'ün problem çözme sürecinde geri çağırma dayalı düşünme yoluna başvurduğu ve çözüm sürecinin anahtar kelime arama, problemleri kategorize etme, problemin yüzeysel özelliklerine odaklanma ve problemlerdeki temel fikirleri ortaya çıkarmayı düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Peki, eskiden problemleri nasıl çözüyordun?

Gül: İşte verilenlere bakarak yani hiç yazıp çizmeden hemen bakıyordum. Okuyordum sonra direk problemi çözüyordum bitiriyordum yani.

Araştırmacı: O çözeceğin yolu nasıl biliyordun?

Gül: Aklımdan yani direk okuyunca buluyordum yani...

Araştırmacı: Nerden geliyordu? Mesela okulda mı şey yapıyordun çözümünden mi önceki problemlerden mi aklına geliyordu?

Gül: Evet, evet. Okulda, önceki çözdüklerimden hani benzer oluyor ya bazıları...

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Gül'ün problem çözme sürecindeki düşünme yollarının değiştiği göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencinin problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği, problem çözme sürecinin aşamalarını göz önüne aldığı görülmüştür. Bunun yanı sıra Gül'ün, problem çözme sürecinde problem çözme stratejilerinin rolünü ve değerlendirme basamağının önemini fark ettiği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Peki şimdi biz çalışmayı tamamladık, bitirdik. Problem çözmeyle ilgili düşüncelerim değişti dedin. Nasıl değişti? Şimdi nedir düşüncelerin?

Gül: Şimdi inceleyerek yapıyorum iyice inceliyorum. Bayağı derine inerek inceliyorum. Yazıyorum falan bir de ondan sonra emin olmak için bakıyorum falan... Uzun yolları da düşünüyorum. Kısa yolları da düşünüyorum. Aklıma direk zaten o ortam geliyor. Acaba şeyler ne yapardı, kesin böyle derlerdi diye (gülümser) öyle şey yapıyorum.

Araştırmacı: Orada uzun yolları, kısa yolları düşünüyorum derken stratejileri mi karşılaştırıyorsun?

Gül: Evet.

Araştırmacı: Çözüm yollarını?

Gül: Çözüm yollarını...

Araştırmacı: Buradan çözssem nasıl olur şuradan çözssem nasıl olur gibi mi?

Gül: Aynen bir de aynı sonuca ulaşır mıyım yani çözüyorum birkaç kez. Yine aynı sonuçlara ulaşırsam emin oluyorum hiç değilse.

Araştırmacı: Farklı yollardan mı çözüyorsun?

Gül: Evet.

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Gül'ün çalışmadan olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç görü ve farkındalık kazandığı ve problemlere daha analitik bir şekilde yaklaşılması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılmıştır.

### 3.4. Hazal'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin Hazal ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. Hazal'ın çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Ön klinik görüşmede Hazal daha önce çözmüş olduğu açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden ne anladığını, problemleri nasıl çözdüğünü ve çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya yönlendirilmiştir.

#### 3.4.1. Ön klinik görüşme bulguları

Hazal açık uçlu ölçme aracında yer alan matematik okuryazarlığı maddelerinden Kaykay 3, Derin Dondurucu 1 ve 2 ile Kitaplık Sistemi 2 problemi dışındaki tüm problemleri yönlendirme olmaksızın doğru olarak çözebilmiştir. Açık uçlu veri toplama aracının uygulanmasının üzerinden zaman geçtiği için, Hazal işlem yapmadığı problemleri nasıl çözdüğünü hatırlayamamış ve çözümü açıklayamamıştır. Bu tür durumlarda öğrenci problemi yeniden çözmeye yönlendirilmiştir. Bu süreçte Hazal, problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Hazal ön görüşme problemlerini çözerken ve açıklarken muhakeme ve argüman yeterliğinin en üst düzeyindeki becerileri göstermiştir. Bu bağlamda Hazal'ın doğrudan ve problemde verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür.

Problem durumunda verilen bilgilerden ilişkili olanları belirleyerek doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini Hazal kolayca yanıtlamış ve yanıtını açıklamıştır.

Hazal: Siz Yeşilorman Lisesinde bir öğrencisiniz. Biz Yeşilorman' da bu karışık olanda bir öğrenciyiz ve üzerinizde kitaplığa geri verilmesi gecikmiş hiçbir kitap ya da dergi yoktur. Yani ödünç alabiliriz. Ayırılan listesinde yer almayan bir kitap... (senaryoya bakarak) ayırılan sınıflandırmamış yani 2 gün içinde vermemiz gerekmiyor. Ödünç almak istiyoruz. Kitabı kaç günlüğüne ödünç alabiliriz? Şimdi, ayırılan listesinde yer almayan kitaplar için biz öğrenci olduğumuz için 14 gün... O yüzden üzerinde gecikme yoksa 14 gün.

Araştırmacı: Emin misin?

Hazal: Eminim.

Hazal tablodaki ve bağlamdaki sözel bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı

gerektiren Kaykay 1 ve 2 problemlerini, açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Kaykay 1 problemine ilişkin açıklamaları strateji seçimini gerekçelendirebildiğini göstermiştir.

Hazal: (Soruyu okur) Soru 1: Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır? Şimdi en düşük fiyat ben 80 yazmışım. Nasıl buldum bakayım... 40,14... Ben kaykay için gerekli olan malzemelerin en düşük ya da en yüksek fiyatlarını bularak, hani en düşük için ne gerekiyor en yüksek için ne gerekiyor onları bulmuştum. Mesela en küçük parça için en uygun fiyat hangisiyse onları birleştirip en düşük nasıl oluşturabiliriz ya da en yüksek nasıl oluşturabiliriz. Bu şekilde buldum hani en yüksek ve en düşüğü. İkinci soruda da-

Hazal'ın Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde sistematik liste yapma yoluna gittiği ve her bir çeşit için farklı bir harf atayarak kaykay parçalarını kombine edebildiği görülmüştür. Hazal'ın problemin çözümü ile ilişkili olan matematiksel kavramı çıkaramadığı, matematiksel çözümlere ulaşmak için standart stratejiler geliştirme ve uygulama yoluna gittiği, çözümü bulmak için uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genellemeler yapabildiği çözüme ilişkin açıklamalarında görülmüştür. Hazal'ın Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.64'de sunulmaktadır.

Soru 2:

Mağaza üç farklı kaykay tahtasını, iki farklı tekerlek setini ve iki farklı birleştirme setini satışa sunmuştur. Tekerlek mili seti için yalnızca bir seçenek vardır.

Ercan kaç tane farklı kaykay yapabilir?

**Kaykay tahtası**

**Tekerlek seti**

**Tekerlek mili**

12 seçenek

**Görsel 3.64.** Hazal'ın Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü

Hazal'ın Kaykay 2 problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde fikirlerini ve strateji seçimini açıklayabildiği, çözümünü doğrulayabildiği ve probleme ilişkin yanıtının doğruluğuna kendini ikna etmiş olduğu görülmüştür.

Hazal: (Soruyu okur) Soru 2: Mağaza üç farklı kaykay tahtasını, iki farklı tekerlek setini ve iki farklı birleştirme setini satışa sunmuştur. Tekerlek mili seti için yalnızca bir seçenek vardır. Ercan kaç

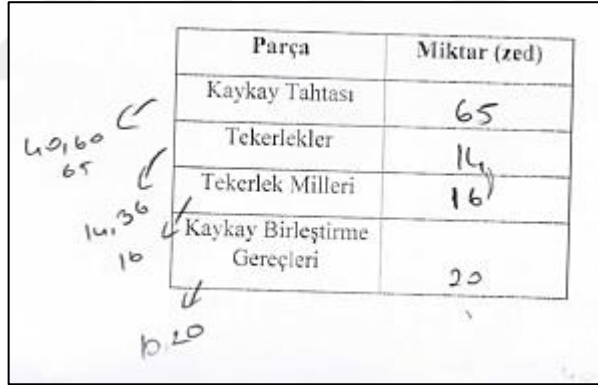
tane farklı kaykay yapabilir? Şimdi kaykay tahtası için üç seçeneğimiz varmış ben bunları harf olarak göstermiştim. Tekerlek seti içinde iki seçenek, iki farklı seçenek e, f harfleri, tekerlek mili içinde tek seçenek vardı. Bunları böyle birleştirdim. Araştırmacı: Nasıl birleştirdin mesela?

Hazal: Mesela... Kaykay yapmak için gerekli olan mesela kaykay tahtası yazmışım mesela. C bir tane demişim. İşte bir tane tekerlek setini bulmuşum. İki farklı seçenek olarak e demişim. Bu... Kaykay tahtası, tekerlek seti... Hım, bu (tekerlekler) da tekerlek seti. Bir tane bundan (tekerleklerden) almışım. Bir tane de bundan (birleştirme seti) almışım. Böyle hepsini farklı farklı birleştirmişim. 12 seçenek çıkmış.

Araştırmacı: Hepsini tek tek yazdın mı?

Hazal: Evet.

Hazal'ın Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde problemi doğru olarak yanıtlayabildiği görülmüştür. Bu süreçte Hazal'ın varsayım üreterek test ettiği ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ve standart olmayan bir strateji üretebildiği görülmüştür. Hazal'ın Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.65'de sunulmaktadır.



Handwritten calculations on the left side of the table:

- 40,60
- 65
- 10,36
- 10
- 10,20

| Parça                        | Miktar (zed) |
|------------------------------|--------------|
| Kaykay Tahtası               | 65           |
| Tekerlekler                  | 14           |
| Tekerlek Milleri             | 16           |
| Kaykay Birleştirme Gereçleri | 20           |

**Görsel 3.65.** Hazal'ın Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü

Hazal'ın Kaykay 3 problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde problemin sınırlılıklarını belirleyebildiği, bulunan matematiksel sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği, gerçek yaşam bağlamındaki bir problemin matematiksel çözümünün akla yatkınlığını değerlendirebildiği, matematiksel bir sonuç ya da çıkarımın problem bağlamında neden anlamlı olmadığını açıklayabildiği ve deneme yanılma stratejisine başvurduğu görülmüştür.

Hazal: Evet. Soru 3: Ercan'ın harcayabileceği 120 zed'i var ve elindeki parayla alabileceği en pahalı kaykayı satın almak istiyor. Ercan, 4 parçanın her birine ne kadar para harcayabilir? Yanıtlarınızı



aşağıdaki çizelgeye yazınız. Ben hesaplamalar yapmıştım... Kaykay tahtasına, ben bunu 120'ye hani en fazla ne kadar tamamlayabilir. Şimdi kaykay tahtasına şu verilen fiyatlardan bakmıştım. 40, 60 ya da 65 en pahalısını istediği için en büyüğünü kullanmıştım yani 65 lira olanı. Tekerlekler de zaten yazmışım 14 ve 36 seçeneği vardı. Şimdi 14'ü denedim. 36 olursa diğerleri daha düşük bir fiyat gelecek. Hani biraz pahalı biraz ucuz olmasın. Hepsini dengeli bir şey kurmaya çalışmıştım. Tekerlek millerinde zaten tek fiyat vardı 16 lira onu kullandım. Kaykay birleştirme gereçleri de onu en pahalı olarak kullandım. Zaten 120'ye kadar tamamladı galiba.

Araştırmacı: Başka bir sürü denemeler mi yaptın?

Hazal: Evet. yani mesela ilk başta tekerlekleri 36 liraya getirdim, 16 dedim. Hani 10 olsa dedim bu sefer daha uygun bir şey çıktı. Daha pahalı istediği için... Hani fiyatları denedim iki üç türlü.

Hazal'ın Kitaplık problemine ilişkin çözümü incelendiğinde problemi doğru olarak yanıtlayabildiği görülmüştür. Bu süreçte Hazal'ın iki tür bilgiyi ilişkilendirmek için kolaylıkla bir strateji geliştirebildiği, tüm oranları göz önüne alma yoluna gittiği, problemin önemli değişkenlerini belirleyebildiği ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ortaya çıkmıştır. Hazal'ın Kitaplık problemine ilişkin çözümü Görsel 3.66'da sunulmaktadır.

|                                          |                            |
|------------------------------------------|----------------------------|
| Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir? |                            |
| Yanıt: $\frac{5}{7}$                     |                            |
|                                          | 20 - 2 büyük → 4 uzun 5    |
|                                          | 30 - 3 küçük → 6 kısa 5    |
|                                          | 60 - 20 küçük → 12 küçük 5 |
|                                          | 10 - 20 büyük → 2 5        |
|                                          | 20 - 50 uida → 10 uida 5   |

**Görsel 3.66.** Hazal'ın Kitaplık problemine ilişkin çözümü

Kitaplık problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde Hazal'ın sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklayabildiği, çözümün akla yatkınlığını değerlendirebildiği, strateji seçimini gerekçelendirebildiği, en önemli bileşeni oranına odaklanma yoluna gittiği, bağlamın matematiksel prosedürlere etkisini anlayabildiği ve sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği ortaya çıkmıştır.

Hazal: (problemi okur): Hım, dört uzun... Şimdi şöyle bir şey dört uzun var. En fazla beş tane demişim. Ben hepsini eşit ayarlamaya çalıştım. Mesela 20 büyük iki tane kullanıyor. Diğerinde... Nasıl yaptım ben bunu fark etmiyorum şu an? (fısıldayarak) 510... 33... Hım, kısa tahta levhadan altı tane kullanabiliyormuşuz. En fazla beş yapabiliriz çünkü yedincisini kullandığımızda 35 oluyor. İhtiyacımız tam tutmuyor. Bunun sınırı beş diye düşündüm. Kalanları da hani buna beş olarak eşitledim tam yetti. Uzun levhadan altı tane kaldı. Küçük çivide 12 tanesini... 60 tanesini kullandım çünkü bir tane yapmak için 12

tane kullandığımız için ikincisini yapmaya kalktığımızda ya da altıncısını yapmaya kalktığımızda yetmiyordu kısa tahta levhaları. En küçük birime eşitlemeye çalıştım.

Araştırmacı: Hım, o zaman önce en küçük birimimi buldun?

Hazal: Evet. Yani en fazla neye ihtiyacımız vardı. Mesela altı kısa tahta levhaya ihtiyacımız var. İhtiyacımız olan en azı bu gibi geldi bana.

Araştırmacı: Mesela en küçük birimin bu kısa tahta levhalardan olduğunu nasıl anladın?

Hazal: Baktım. İki tane diye düşündüm önce. İki tane denesem her birine diye sayıverdim. Hepsinden artıyordu. Sonra dedim kitaplık miktarını arttırayım. Hepsini beşe getirdim. Mesela beşe geldim altıyı denediğimde altı kısa tahta levhada tutmadı. Sonra dedim bir kitaplık daha oluşmaz.

Hazal'ın Derin Dondurucu 1 ve 2 problemlerinde problem durumunu anlamlandırmakta zorlandığı, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edemediği, temel fikirleri ortaya çıkaramadığı ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak çözüm ürettiği görülmüştür. Bu bağlamda Hazal, 2. konumun normal olma bilgisine odaklanarak karmaşık bilgi kombinasyonu yapmada ve muhakeme zincirleri oluşturmada zorlanmaktadır. Bu problem bağlamında aynı zamanda tümevarımsal muhakeme yapmada da zorlandığı görülmüştür. Hazal'ın Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.67'de sunulmaktadır.

| Üç durumun her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız. |                                                                       |   |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|---|
| Etkinlik ve Gözlem                                                              | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden?        |   |
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                   | Göstermez. Çünkü soğuk olan ısıyı daha da çok soğutur.                | + |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                   | Göstermez. Çünkü bu da 2. konum dışı olduğu için normalden farklıdır. | - |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder.      | Gösterir. Çünkü daha ayar düğmesi 2. konumu olmamıştı.                | - |

**Görsel 3.67.** Hazal'ın Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü

Derin Dondurucu 1 problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde, Hazal'ın görevin yüzeysel özelliklerine odaklandığı, temel fikirleri ortaya çıkaramadığı, bilginin gerekli tüm bileşenlerini ele alabildiği, problemin amacından farklı bir doğrultuda çıkarım yapma yoluna gittiği ve problemin sınırları bağlamında düşünmediği görülmüştür.

Hazal: (problemi okur) Etkinlik ve gözlem... Banu ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner. Bence bu düzgün çalıştığını göstermez. Zaten yazmıştım soğuk olan ısıyı daha da çok



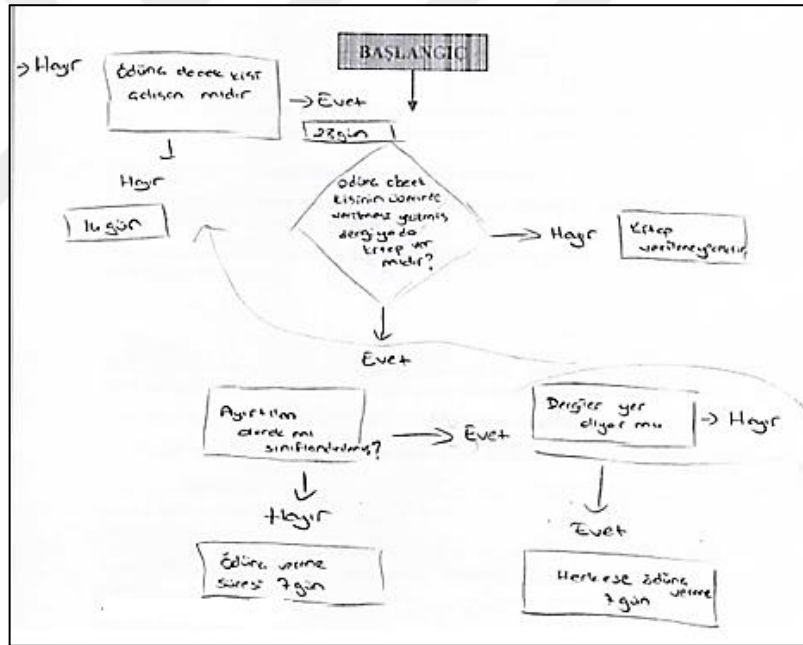
Araştırmacı: Gereğinden düşük ısı dediğinde hangisi?

Hazal: Gereğinden düşük... Birinci konum olabilir.

...

Hazal: Beş, bu uyarı etken olabilir. Eğer tuzladıysa ya da baharatladıysa sıcaklığın düşmemesinde etken olabilir. Mesela şimdi şöyle bir şey var. Tuzladıysa ya da baharatladıysa donma sıcaklığını düşürüyor. Bu da hani donma sıcaklığını düşürdüğünde normal bir sıcaklığa ulaşmasını engelleyebilir dondurucunun. Bu da uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratabilir.

Kitaplık Sistemi 2 probleminde Hazal, problemde verilenleri, istenenleri analiz edebilmiş, problemin sınırlılıklarına/ varsayımlarına dikkat etmiş ve çözümün kapsamını anlamlandırabilmiştir. Bu bağlamda Hazal'ın tümdengelimsel muhakeme yapabildiği, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleyebildiği ve muhakeme zincirleri oluşturabildiği görülmüştür. Hazal'ın Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.69'da sunulmaktadır.



Görsel 3.69. Hazal'ın Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü

### 3.4.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

Hazal birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerine ilişkin çözüm stratejileri üretebilmiş ve görevlerin çoğunu kolayca çözebilmiştir. Hazal'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Ancak bazı problemlerin çözümünde Hazal'ın bağlamsal bilgileri yorumlayamadığı görülmüştür. Örneğin Hazal,

Görev 8 bağlamında strateji üretmekte zorlanmış ve bu görevlerin yanıtını bireysel olarak belirleyememiştir. Hazal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Bu bağlamda Fuat'ın Görev 1 için ürettiği stratejide hangi işlemi neden yaptığını anlamış ve açıklayabilmiştir. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Hazal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Hazal'ın geri çağırmaya dayalı düşünme yoluna başvurduğu, problemleri kategorize etme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Hazal'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda gayretli olduğu görülmüştür. Bununla birlikte Hazal, problemleri farklı yollarla çözmede zorlanmıştır. Örneğin Görev 8 bağlamında problemin önemli değişkenlerini belirlemede zorlanmış ve hatalı bir strateji üretmiştir. Diğerlerinin çözümlerini açıklamalarından sonra araştırmacı-öğretmenin de yönlendirmesi ile Hazal problemin çözümüne ilişkin diğerlerinden farklı bir strateji oluşturabilmiştir.

Hazal birinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Zülal daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Hazal bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Bu bağlamda Görev 2 de en etkili olduğuna karar verdiği çözüm stratejilerini uygulamıştır.

Birinci öğretimde Hazal'ın matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Ancak problemin önemli değişkenlerini belirleme, problemin sınırlılıklarına uyma gibi davranışlarda zorluk yaşamıştır. Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy probleminde yer verilen iddiaların çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. Hazal'ın yanıtları aritmetik ortalama kavramına ilişkin argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir. Bu durum Hazal'ın aritmetik ortalama kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinin ya da kavram

yanılgısının olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca Hazal'ın argümanlara ilişkin ileri sürdüğü gerekçeler kendini ve diğerlerini ikna etme gereği duyduğunu göstermiştir.

| Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | <u>Doğru</u> Yanlış   |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru / <u>Yanlış</u> |
| Eğer tüm kızları kısadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.              | <u>Doğru</u> Yanlış   |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | <u>Doğru</u> / Yanlış |

1- Bu ifade doğrudur. Çünkü 132 cm olan kız ile boyu 128 cm olan kız ortalamayı verir. -130-

2- Bu ifade yanlıştır. Çünkü doğru 130 cm olursa kalan kızlarla boy ortalamaları 130'u veremeyebilir.

3- Bu ifade doğrudur. Çünkü ortalamayı dengeleyen ya da ortalamaya eşit olan değer olmalıdır.

4- Bu ifade de doğrudur. Çünkü az ve yüksek değerler birbirini eşitleyebilir ve ortalamayı verir.

**Görsel 3.70.** Hazal'ın Boy problemine ilişkin yanıtı

Hazal'ın günlükündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri problemleri farklı yollarla çözmeye ilişkin hem olumlu hem olumsuz tutuma sahip olduğunu göstermektedir. Hazal bu bağlamda matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirlemede işlemleri yapmaktan daha çok zorlandığını, problemleri grup olarak birlikte çözmenin daha kolay olduğunu ve problemlerin farklı yollarla çözümüne karşı olumlu tutma sahip olduğunu belirtmiştir.

Diğer arkadaşlarımızla fikirlerimizi tartıştık. Bu etkinlik ben soruları farklı yönlerden çözmeyi yaptığımızı bulduğumu soruları açıklanmayı öğretti. Bu etkinlikte önemli gördüğüm noktalardan biri tartışarak ve soruları daha da açıklayarak soruların daha kolay çözülmüne ulaştık. Etkinlik tartıştığımız için zevtliydi. Fakat belli bir süre aynı işlemi tekrarladığımız için sıkıcı geldi ama genel olarak keyf aldım. Bir problemi farklı yollarla çözmek zevkli ve soruları farklı yönlerden görmemizi sağlıyor. Üzerinde değişiklik yapılan soruları çözmek zevkli ve sorulara karsi beklisi degistiriyo. En zorlandigim aşama ise soruları açıklamaktır. Neler bulduğumu yazmak soruları çözmekten daha zor geldi.

Bu guruluk bu kadar :)

**Görsel 3.71.** Hazal'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

Hazal ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Hazal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Hazal bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Hazal'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Hazal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Hazal seçilen stratejinin yeterliliğini değerlendirmede ve gerekçelendirmede problemin sınırlılıklarını vurgulamıştır. Öğrenciler Görev 1 için farklı bir çözüm stratejisi üretip üretemeyecekleri için sorgulandığında Hazal, İrem, Zülal ve Fuat kombinasyon kavramını geri çağırmıştır. Hazal'ın kombinasyon kavramına ilişkin açıklaması bir problemin bilinen problemlere ya da matematiksel kavram/ gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleyebildiğini göstermiştir.

Araştırmacı: Hepimiz bunu mu kullandık. Peki, başka bir yol olamaz mı?

Zülal: Ben kombinasyonu düşündüm.

İrem: kombinasyon.

Hazal: Kombinasyon geldi aklıma.

Fuat: Dördün ikili kombinasyonu.

Araştırmacı: neden kombinasyon geldi?



Hazal: Bilmiyorum dört takım var hani her biri biriyle yapacak ya...

Hazal'ın bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı, geri çağırma dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görülmüştür. Kombinasyon formülünün ilk halini hatırlamaya çalışması algoritmik muhakemeye başvurduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğrenciler ardışık sayıların toplamı ile ilgili genellemeye ulaşmaları için yönlendirildiğinde Hazal'ın da Zülal gibi süreci genellerken aşırı genelleme yaptığı ve kuralın anlamından uzaklaştığı görülmüştür.

Araştırmacı: peki kural şurada da geçerli mi? 5 ten 17 ye kadar olan sayıların toplamı?

Hazal: Hayır orada geçerli değil.

Zülal: o zaman 17.22/2

Hazal: Aynen 17.22/2

Hazal, İrem ve Zülal birlikte tartışarak ardışık sayıların toplanması ile ilgili oluşturdukları kuralı cebirsel temsile dönüştürebilmişlerdir. Bu bağlamda öğrenciler temsiller arası geçiş yapabilmişler, uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapabilmişler ve bağlama özgü dil ile sembolik formal dili ilişkilendirebilmişlerdir.

Araştırmacı: O halde ikisi de dâhil olduğu için 13 tane sayı var. O zaman ne yapacaksınız bir kere toplayıp çıkartmak yetmiyor. Bir kere topluyorsunuz, çıkarttıktan sonra da bir ekliyorsunuz. Bunu cebirsel olarak yazalım mı?

Hazal: Cebirsel?

İrem: x'li y'li falan mı?

Zülal: ilk terim x olsun. Son terim y olsun.

Araştırmacı: ilk terim x olsun son terim y olsun. tamam nasıl yazarız?

Hazal:  $x-y$

Zülal:  $(y-x+1)$

İrem: Zülal: Hazal:  $(y-x+1)$  çarpı  $(x+y)$  bölü iki.

Araştırmacı: Bu da bizim genel kuralımız doğru mu?

Zülal: Hazal: Doğru.

Hazal'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, problemleri farklı yollarla çözebildiği ancak bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda sıkıldığı ve isteksiz olduğu görülmüştür. Örneğin, Hazal, Görev 3 için problemin sınırlılıklarını belirlemede zorlanmış, hatalı bir strateji üretmiştir ve problemin doğru yanıtına ulaşabilmek için farklı bir çözüm yolu üretmek istemiştir.

Hazal ikinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlatabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Zülal daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamak durumunda kalmıştır.



Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Hazal bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır.

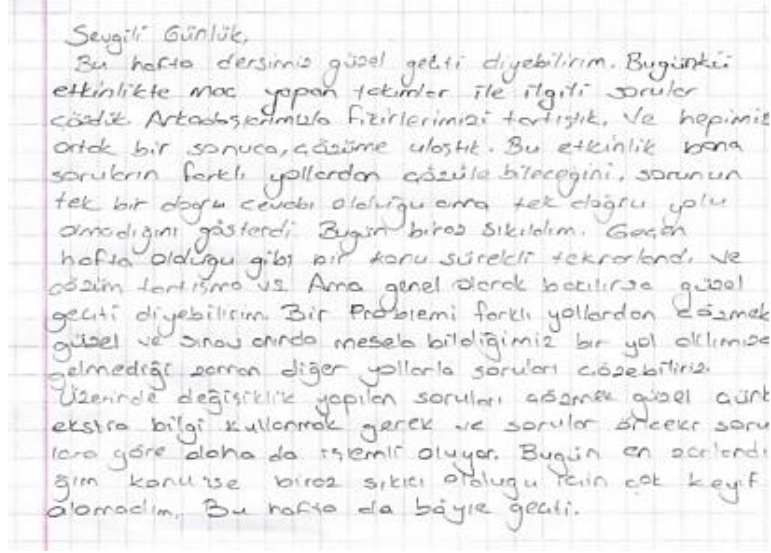
İkinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında Hazal'ın, sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama ve problemin sınırlılıklarını belirleme gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Hazal'ın ikinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini işlem hatası yok sayılarak doğru bir şekilde yanıtlayabildiği kabul edilmiştir. Bu problemde Hazal oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapabirmiştir. Ancak santimetre ve metre arasındaki dönüşümde hata yapmış olması yanıtı eksik bulmasına neden olmuştur. Bu durum Hazal'ın işlemsel bilgi eksiği olduğunu, problemlere verdiği yanıtların doğruluğunu değerlendirmeye ve yanıtın doğruluğundan emin olmaya yönelmediğini göstermiştir.

Handwritten student work for the 'Bicycle Problem' (Bisikletler problemi). The work is written in a box and includes the following:

- Conversion:  $960m = 9600cm$
- Given:  $5 \text{ tekerlek} = 480cm$
- Relationship:  $6 \text{ pedal} = 5 \text{ tekerlek}$
- Calculation:  $9600 \div 480 = 20$
- Final result:  $20 \times 6 = 120 \text{ pedal}$

**Görsel 3.72.** Hazal'ın Bisikletler problemine ilişkin yanıtı

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin düşünceleri incelendiğinde, Hazal'ın problem çözmeye ilişkin olumlu inançlarının olduğu ancak çeşitleme problemlerini çözme sürecinde açıklamaların ve tartışmaların uzamasından sıkıldığı görülmüştür. Zayıf ve güçlü yeterlilik düzeyleri arasında farklılık olan öğrencilerin bir arada olduğu gruplarda, çeşitleme problemlerini çözerken üst yeterliliğe sahip olan öğrencilerin olumsuz tutum geliştirdiği görülmüştür.



**Görsel 3.73.** Hazal'ın günlüğünden İkinci öğretime ilişkin düşünceleri

Hazal üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, matematiksel temsillerden matematiksel bilgilerin çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Hazal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Hazal bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiştir. Hazal'ın görevlerde verilen bilgileri analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ve genellemeye ulaşabildiği görülmüştür. Problem durumunun analizinde Hazal verilen grafiklerden matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Hazal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Örneğin Görev 2 bağlamından Fuat'ın grafikten çıkardığı matematiksel bilgileri doğrulayıp gerekçelendirebilmiştir.

Araştırmacı: Can'ın kitabının kaç sayfa olacağını buldunuz mu? Kaç sayfa?

Hazal:225

Araştırmacı: o halde bu bilgiyi kullanarak nereye geçiyoruz? 2. grafiğe geçiyoruz Fuat bu bilgiyi bu grafikte kullan bakalım bir.

Fuat: burada 225 sayfa 640tl tasarım ücretine denk geliyor.

Araştırmacı: diyor Hazal.

Hazal: bence doğru.

Araştırmacı: nereden çıktı 640?

Hazal: yatay eksen de 200 ile 250'nin tam ortada 225 var. 225'in gösterdiği değer de 600 ile 700 arasında. 5 eşit parçalara ayrılmış durumda. 2. Parça olduğu için 640 olabilir.

Hazal'ın bu öğretimde problem çözme sürecinde geri çağırmaya dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görölmüştür. Bu bağlamda Hazal'ın her bir görevin daha önceki görevlere benzer yönlerini belirlemeye çalıştığı, genel kural oluşturmada örüntü kavramını geri çağırdığı görölmüştür. Benzer şekilde, Görev 3 için geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak bağlamsal bilgileri dikkate almadan bir önceki problemdeki ile benzer çözüm stratejisi üretmiştir.

Araştırmacı: ama basit bir problem öyle değil mi? Ama ne yaptı bizi eldirdi şaşırttı. Peki, ben size şunu soruyorum. 3)Kitaptan 200 tane daha bastırmak istiyor. Kitabın ilk 100 adet satışı tükenmiş. Yeniden 200 tane daha bastırmak istiyor. Bu durumda ne kadar ücret ödemesi gerekecek? Evet, Hazal senle başlayalım bu sefer.

Hazal: bence önce 640tl tasarım ücreti vardı onu eklemeliyiz. Sonra 200 tane bastırarak. Baskı ücreti 4 TL. 200 adet yani 800 de oraya gidecek.

Araştırmacı: sence doğru mu İrem?

İrem: bence 640 eklemeyecek

Zölal: bence de

İrem: zaten önceki 100 ü satmıştı tasarım elinde

Zölal. Sadece baskı ücreti verecek.

Hazal üçüncü öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Hazal daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Bununla birlikte Görev 2 ve Görev 3 bağlamında bağlamsal bilgileri dikkate almaması nedeniyle sonucu doğru olarak belirleyememiştir. Hazal, Görev-4 bağlamında genel kuralın oluşturulmasının ardından grafiği çizememiştir ve temsiller arası geçiş yapamadığı görölmüştür. Buna karşın; gruptaki diğer öğrenciler arasında değişkenler arasındaki ilişkiyi ifade edebilmiş ve birbirine bağlı olarak değişen nicelikleri belirleyerek genel kural oluşturulmasına katkı sağlamıştır.

Araştırmacı: x ve y var değişken var değil mi? bizim buradaki değişkenimiz ne?

Zölal: baskı ücreti

Araştırmacı: baskı ücreti değişince ne değişiyor?

Hazal: bence baskı ücreti değil maliyet.

...

Araştırmacı: Değişenler neler bir daha bakar mısınız?

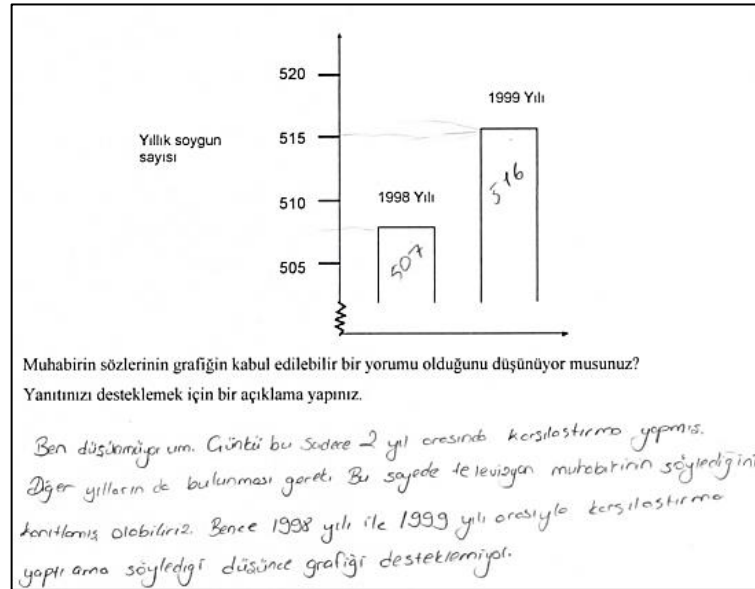
Göl: baskı ücreti değişiyor

Hazal: baskı ücreti değişmiyor. Baskı sayısı değişiyor

Araştırmacı: baskı sayısı değişiyor öyle mi? Başka ne değişiyor

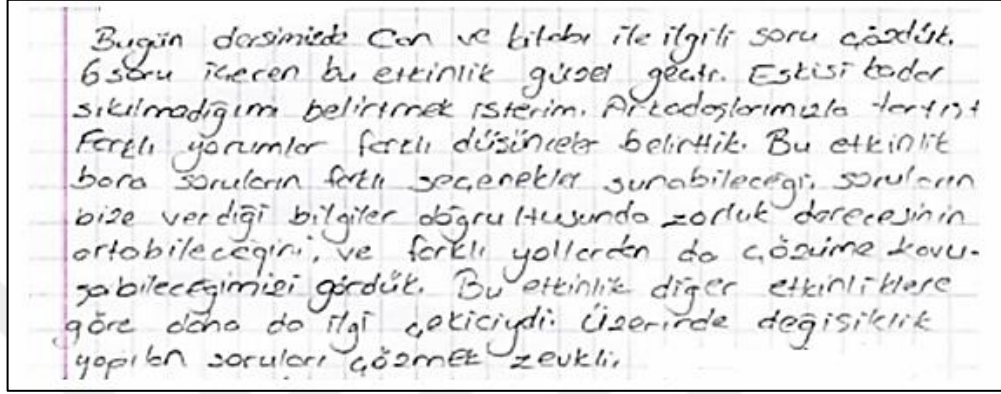
Gül: Hazal: toplam ücreti

Hazal üçüncü öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebilmiş, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmiş, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirebilmiştir. Ancak bir matematiksel çözümün problem bağlamında akla yatkınlığını değerlendirmemiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini tam olarak doğru bir şekilde yanıtlamamıştır. Hazal probleme ilişkin doğru bir değerlendirme yapmış olsa da geçerli bir gerekçe ileri sürememiş ve problemi çözmede kişisel tercihlerini referans alma yoluna gitmiştir. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. Hazal'ın bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulaması ya da çürütmesi gerekmektedir. Hazal'ın yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemde verilen matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gittiğini ancak değerlendirmesini matematiksel bilgilerden çok kişisel tercihlerini referans alarak yaptığını göstermiştir.



**Görsel 3.74.** Hazal'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Hazal'ın ifadeleri, problemleri çözme sürecinde istekli olduğunu, çeşitleme problemlerine karşı ve problemlerin farklı bakış açılarından tartışılmasına karşı olumlu tutuma sahip olduğunu göstermiştir.



**Görsel 3.75.** Hazal'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

Hazal dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Gül için problemi anlama ve analiz etme, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, yanıtlarını değerlendirme ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için genellikle bireysel olarak problemleri analiz edebilmiş ve problemlerde istenileni belirleyebilmiştir. Örneğin öğrencilerden Görev 1 için bireysel olarak çözüm üretmeleri istendiğinde Hazal'ın problemi analiz edebildiği ve problemde istenileni belirleyebildiği görülmüştür.

Araştırmacı: Anladık mı?

Hazal: Hıhı

Araştırmacı: Ne anlatıyor?

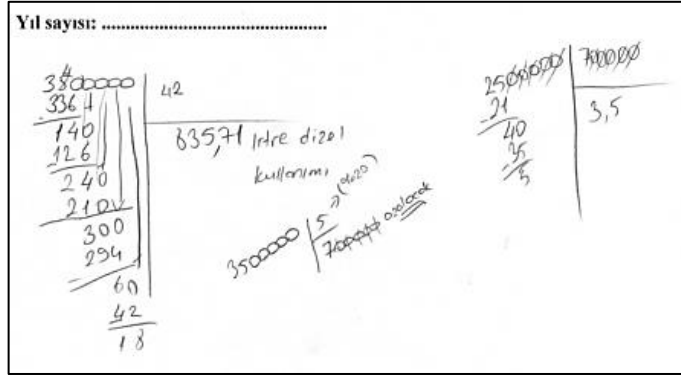
Hazal: İki zar var. İki zarı atıyoruz galiba. Attığımızda o sayılarla dört işlem yapıyoruz. Dört işlem sonucunda çıkan sonucu o tahtadan çıkarıyoruz. Öyle bir şeyler.

Hazal problem durumun ve çözüm stratejilerini tartışarak problemi anlamlandırdıktan sonra muhakeme becerisine ilişkin diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayabilme, muhakeme zinciri oluşturma, muhakeme zincirlerini değerlendirme, argüman üretme ve değerlendirme, aksine örnek vererek iddiaları çürütme

ve geri çıkarımsal muhakeme gibi pek çok davranışı yansıtabilmiştir. Ayrıca, Görev 3 bağlamında Hazal'ın zar atılınca iki çift sayının gelmesi durumunda tahtadan bir tek sayının çıkarılamayacağına ilişkin iddiayı aksine örnek vererek çürüttüğü görülmüştür. Hazal'ın özel örnekler üzerinden gitmesi deneysel kanıt şemasını kullandığı düşündürmüştür. Diğer yandan öğrencilerden iki çift sayının toplamının her zaman çift olacağını göstermeleri istendiğinde Hazal özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yoluna gitmiştir.

Hazal dördüncü öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirilen stratejileri uygulamıştır Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünden ve yanıtların tartışılmasından stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Hazal, Görev 4 için uygun bir çözüm stratejisi geliştirememiş olsa da grup çalışması ile problemin çözümüne katılmıştır. Diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 5 için Hazal bireysel olarak çözüm strateji üretebilmiştir.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Hazal'ın matematik okuryazarlığı bağlamında problemin varsayımlarını/sınırlılıkları belirleme, çözümün kapsamını/sınırlılıklarını anlama ve matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama davranışları açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Bununla birlikte Hazal'ın matematiksel sonucun bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme açısından zorlandığı görülmektedir. Dördüncü öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Hazal'ın yanıtı probleme ilişkin çözüm stratejisinin yalnızca ilk aşamasını oluşturabildiğini, daha sonrasında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini dikkate almadan anlamsız matematiksel işlemler yapma yoluna gittiğini göstermiştir.



**Görsel 3.76.** Hazal'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Hazal'ın bu etkinlikte problem çözme sürecinde zorlandığı, problemlere ve problemlerin grup çalışması ile çözülmesine ilişkin olumlu, problem çözmeye ilişkin ise olumsuz tutma sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Bugünkü etkinliğimiz son etkinlikti. Diğerlerine göre daha da keyifli geçti. Fatma Hacı'nın bize verdiği bu sorular diğerlerine göre daha da zordu. Ama kolay olan sorulardan zevk alamadığım için sorular güzeldi ve dikkat gerektiriyordu. Bugünkü etkinli ben sorulara daha dikkatli bakmayı öğretti. Aynı soruyu uygun bir cevap bulduğumda o cevabın her zaman doğru olacağını öğretti.

Aslında güzel bir grup olduğumuzu düşünüyorum. Çünkü uyumlu ve fikirlerimizi açıklayan ya da eksik yerlerini kapatan fikirler sunuyor ve bu da etkinliğe biraz olsun zevk katıyor.

**Görsel 3.77.** Hazal'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.4.3. Son klinik görüşme bulguları

Hazal açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemten dördüncü ve beşinci zorluk düzeyinde yer alan Deprem ve En İyi Araba 2 problemlerini çözmede zorlanmış ve Deprem problemini değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile çözebilmiştir. Bu problemlerden sıfıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür.

Hazal: (problemi okur) Alfa, yıl 2003, Beta, yıl 2000, Gama 2001, Tetra 1999... istenen fiyat zed olarak belirtilmiş. Kilometre şeklinde... Motor hacmi litre... Tamam, Soru 1: Ceren, aşağıdaki tüm şartları karşılayan bir araba istemektedir. Ceren'in hangi şartları var acaba? Kat ettiği mesafe 120.000



kilometreden daha fazla olmayacak. Şimdi 120.000 kilometreden fazla olmaması için yukarıdaki seçeneklere bakmamız lazım. 120.000'den fazla olanları o zaman eleyebiliriz. Gama ile Tetra... Gama'yı eleyeceğiz o zaman tek o fazla. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak. 2000 yılından önce üretilenleri de sileceğiz. O zaman Tetra da gidecek. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. 4500 zedden olan fazlayı da eleyeceğiz. Onda da Alfa gidiyor. O zaman Ceren'in ihtiyaçlarını Beta karşılıyor.

Hazal birinci güçlük düzeyindeki Araba gezintisi probleminin çözümünde de ilk problemde olduğu gibi problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Bu bağlamda Hazal'ın problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Hazal: (problemi okur) Hım... Saat dokuzda sabit, artıyor... Esra, kediye ezmek için birden frene bastığında saat kaçtı? (Sessizlik) Hım o zaman şimdi kedi koşuyor, kediye frene bastığında kediye kurtarıyor. O zaman hızı düşmesi lazım. O zaman saat 5-6-7-8 olarak tek parça böyle planladığımızda 9.06 gibi bir şey oluyor. Yani çünkü durduğunda hızı azalacak. O zamanda bu şekilde olması gerekiyor.

Hazal'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi bağlamında alınan yol ile geçen süre arasında ilişki kurmak için formül kullanmayı düşündüğü görülmüştür. Hazal, problemin çözümüne ulaşmak için mantıksal sonuç çıkarma yoluna gitmemiş daha çok matematiksel işlemler ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Bu problem bağlamında Hazal'ın ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, yol ve zaman arasında ilişki kurarak Hale'nin hızını belirleyebildiği ve hızlarını karşılaştırabildiği görülmüştür. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında Hazal'ın diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca Hazal'ın hız kavramına ilişkin bilgi eksiği olduğu, hız kavramının yorumuna ulaşmak yerine geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak formül olarak hatırlamaya çalıştığı ve işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği görülmektedir.

Hazal: (problemi okur) Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır... Toplam yol bölü şey miydi süre miydi öyle bir şey miydi?

Araştırmacı: Ben yokmuşum gibi düşünmen lazım.

Hazal: Tamam. (toplam km bölü toplam süre yazar)... Bu dört kilometre on ( $\frac{4}{10}$  yazar), iki kilometre beş ( $\frac{2}{5}$  yazar)... İkiye böl, ikiye böl ( $\frac{4}{10}$  kesrini sadeleştirir) bu (A şıkkı) yanlış. Toplam kilometre bölü toplam süre olduğunu düşünüyorum. Öyle aklımda kaldı. 10 dakikada 4 kilometre. Toplam kilometre dört, toplam süre on dakika... 5 dakikada 2 kilometre... İki kilometre beş dakika... Eşitlik var. Bu ( $\frac{4}{10}$ ) bundan ( $\frac{2}{5}$ ) fazla değil çünkü bu (2) bunun ( $\frac{4}{10}$ 'ün) ikiye bölünmüş hali, bu (5) da bunun ( $\frac{10}{10}$ 'ün)



ikiye bölünmüş hali... İki ile genişlettiğimizde de aynısı oluyor. Daha fazla değil. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Bu doğru az önce dediğim gibi aynı. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Yanlış aynı çünkü az önce hesaplamıştım. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir. Bence bu yanlış çünkü toplam ortalama hız için gereken bilgiler var.

İkinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini de Hazal'ın kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bu problem bağlamında Hazal'ın matematiksel ifadede yer verilen değişkenlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ortaya çıkmıştır.

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan :  $(3 \times 3) + 1 + 2 + 3$

$9 + 1 + 2 + 3 = 15$

**Görsel 3.78.** Hazal'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Hazal: (problemi okur) Arabaların adları, emniyet özellikleri, yakıt verimliliği, dış görünüş, iç bağlantılar. Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır. Üç puan mükemmel, iki puan iyi, bir puan orta... Soru 4: araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:  $(3 \times E)$  Hım, E puanını üç ile çarpıyoruz, sonra yakıt verimliliğini ekliyoruz. Sonra dış görünüşünü sonra da iç bağlantılarını ekliyoruz. "Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız. Şimdi emniyet özellikleri üçmüş. O zaman üç çarpı üç diyeceğiz. Artı yakıt verimliliği bir, artı dış görünüş artı iç bağlantılar... Hım,  $9-1-2-3-10-12-15$ .

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Hazal'ın ilk problemde olduğu gibi geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak hız, geçen süre ve alınan yol arasındaki ilişkiyi veren formülü kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Hazal'ın formülü doğru bir şekilde hatırlayabilmiş olsa da geçen sürenin birimlerinin farklı olması nedeniyle doğru yanıtı ulaşamamıştır. Hazal, problemin çözümüne ulaşmak için mantıksal sonuç çıkarmaya yönelmiş olsa da daha çok matematiksel işlemler ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ayrıca Hazal'ın hız kavramına ilişkin bilgi eksiği olduğu, hız kavramının yorumuna ulaşmak yerine geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak formül olarak hatırlamaya çalıştığı ve işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği görülmektedir. Bu süreçte Hazal'ın işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği, formül üzerinde manipülasyon yaparak doğru yanıtı

ulaşabildiği görülmektedir. Ancak Hazal'ın yanıtın doğruluğunu değerlendirme ve çözüm stratejisini gerekçelendirmede zorlandığı görülmüştür.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. —  
 B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. —  
 C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. —  
 D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir. —

$\frac{\text{toplam km}}{\text{toplam süre}} = \frac{6}{x} = \frac{18 \text{ km}}{1 \text{ h}}$

$\text{toplam} = \frac{6}{\frac{1}{3}}$

$\text{toplam km} = \frac{6}{\text{toplam süre} = x_{20}} = 18 \text{ km/h}$

$6 \cdot 3 = 18$

$\begin{array}{r} 60 \\ \times 6 \\ \hline 360 \end{array}$

$\begin{array}{r} 360 \\ \div 18 \\ \hline 20 \text{ dk} \end{array}$

$\begin{array}{r} 18 \text{ km} \\ 6 \text{ km} \\ \hline 24 \text{ dk} \end{array}$

**Görsel 3.79.** Hazal'ın Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

Hazal: (problemi okur) Şimdi toplam kilometre bölü süre desek, toplam kilometre altı toplam süre x desek... 18 kilometre bölü saat ( $6/x = 18 \text{ km/sa}$  yazar)... Demek ki saat cinsinden bulmamız lazım, yani burada verilen dakikaları saate çevirmemiz lazım. Öncelikle şuradaki (denklemdaki) bilgiyi bulsam... İçler dışlar yapsak...(Sessizlik)

Araştırmacı: Dışından düşün.

Hazal: Daha bir şey düşünemiyorum ki bakıyorum sadece (gülümser)... 18 ile 6'yı çarpsam çıkmaz. Üç desem hayır... Aslında şöyle bir şey de yapabilirim. Altı... 18 kilometre bölü saat... Bir saatte 18 kilometre gitmiş ortalama hızı. Toplam kilometre altı kilometre bisiklet sürüyor. Burada bir şey var. Altı, 18 üç katı üç olması lazım buranın çünkü başka eşitlik sağlanmıyor. Toplam süre üç saat olduğunu düşünsek ya da 30 dakika olduğunu düşünsek belki eşitlik sağlanabilir. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. Ben üçle ilgili bir şey buldum. 30 dakika belki olabilir. Üç saat de belki olabilir. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir. Bence bu yanlış çünkü bir bilgi ortada var. Toplam kilometre altı... Toplam süre ya 30 dakika ya üç saat... Ben buna x desem bölü desek eşittir 18 kilometre bölü saat. Şimdi saatte 18 kilometre gidiyor. Altı kilometre... 30 dakika olduğunu düşünsek...(Sessizlik) ya da üç saat olduğunu düşünsek...

Araştırmacı: Nasıl 30 dakika olduğunu düşünsek?

Hazal: O yolları denemem gerekiyor ama aklıma gelmiyor. Hani bir çevirme lazım da... 30 dakika olduğunu düşünsem bir eşitlik çıkmayacak yine çevirmeye çalışacağım... 18 kilometre desek bir saat 60 dakikada gidiyor desek, altı kilometre kaç dakika desek ( $18 \text{ km } 60 \text{ dk}$ ,  $6 \text{ km}$  kaç dakika yazar)... 360 (içler dışlar çarpımı yapar,  $60 \cdot 6$  işlemini yapar), bunu 18'e bölssem ( $360/18$  işlemini yapar)... 20 çıktı (gülümser) değişik geldi... O zaman 20 dakika... Başka çıkmadı, doğru da yaptım işlemleri... 18 kilometre bir saat 60 dakika. Toplam altı kilometre ortalama hızı... Burada orantı da bir yanlışlık kurduk. Bence 20

dakika ben hiç karıştırmayayım iyice kafam karışacak. 20 dakika yazsak toplam süre 20 dakika... Olabilir... Diğer soruya geçeyim.

Problemin her seçeneğinin bir argüman olarak değerlendirilebileceği düşünüldüğünde Hazal'ın diğerlerinin argümanlarını doğrulamada ya da çürütmede zorlandığı görülmüştür. Hazal dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamındaysa öncelikle problemi anlamlandırmaya, problemdeki temel fikri ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu bağlamda problemi tekrar okumuş ve seçeneklerde verilen matematiksel argümanların doğruluğunu değerlendirmiştir.

Hazal: (problemi okur) Üçte iki (kâğıdına  $2/3$  yazar)... Aşağıdakilerden hangisi Yerbilimcinin sözlerinin anlamını en iyi yansıtmaktadır? Gelecek 20 yıl içinde Zed kentinde bir deprem olasılığı üçte ikidir... A şıkkına bakalım. Üçte iki çarpı 20 öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır... Hım mantıklı gelebilir.  $2/3$ ,  $1/2$ ' den (üçte iki bir bölü ikiden) 'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... Hım... Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Olma olasılığı olmama olasılığından daha yüksektir. Bu da doğru. Ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz. Bu değil bence. İki bölü üç çarpı 20 ( $2/3 \cdot 20 = 13,3$ ) demiş. Öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra bir deprem olacaktır. Gelecek 20 yılı düşünsük Zed kentinde... Üç bölü iki bir bölü ikiden büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda deprem olacağından emin olabilirsiniz. Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Bu doğru bence bu da doğru acaba hangisi? 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır... 13 ya da 14 yıl sonra... 20 yıl... Ya da... (Sessizlik) Bence cevap A. En iyi bu

Problemi değerlendirmesi ve açıklaması istendiğinde görevin temel özelliklerini fark ederek ve işlemsel bir bilginin sonucuna dayalı olduğundan argümanın yüzeysel özelliklerini dikkate aldığı görülmüştür. Bu bağlamda Hazal'ın ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, problem durumunda verilen deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirebildiği ve matematiksel bir kavramı gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: hım... Bunu hangisi yansıtıyor peki şıklardan? Ve ya en iyi hangisi yansıtıyor? A şıkkına bak mesela.

Hazal: Matematiğe dökmüş. İşlem yapmış.  $2/3$  ile 20'yi çarpmış.

Araştırmacı: Niye yaptı öyle bir şeyi?

Hazal: Kaç yıl kesinlikle hani kaç yıl sonra belki bir kesinlik daha belirtmek istedi. Hani 20 yıl sonra ya, daha kesin bir sonuç vermek için olabilir. Benim aklıma öyle gelmişti.

Araştırmacı: Tamam peki 13,3 buldu ya devam et bakalım oradan.

Hazal: şimdi 13,3 14 ile 13 arasında. 13'e de çok yakın 14'e de yakın. Ya 13 ya 14 yıl sonra deprem olacaktır dedi. Bence bu doğru bir ifade...

Araştırmacı: peki bu kesin bir şey mi söylüyor, olasılık mı belirtiyor?

Hazal: olasılık 13 ya da 14 ikisinden biri... Belki daha da değişik olabilir. Ama çok kesinlik değil çünkü belki de deprem olmayacak. Deprem olmama olasılığı da var.

Araştırmacı: Ee o zaman A şıkında ne diyor?

Hazal: 2/3 olacaktır. Olmama olasılığı da var. Bence o zaman bu değil ...(gülümser) B de 2/3, 1/2' den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda deprem olacağından emin olabilirsiniz. Olmama olasılığı var. Bu yüzden bu değil.

Araştırmacı: Peki neden 1/2 diyor sence? 1/2 ile ne alakası var?

Hazal: yarımından belki şey... Hani %50'den daha fazla bir şansı var olma olasılığının. Olmama olasılığının %50'den biraz daha az şansı var. Onu değerlendirmiş olabilir.

Araştırmacı: Sence doğru mu düşünüyor?

Hazal: Bence yanlış çünkü hani çok küçük bir ihtimal bile olsa olmama olasılığı var. Onu da değerlendirmek lazım... C şıkında Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı olmama olasılığından daha yüksektir. Bu doğru. İşte ben A ile C arasında kaldım. A biraz daha işlemsel ya ona aklım gitti.

Araştırmacı: Hım, burada işlem yaptıysa kesin budur mu dedin? ...(gülümser)

Hazal: Yani... Öyle bir şey... Zaten D'de hani kendimce mantıksız geldi.

Hazal beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini çözmede varsayım üretme ve test etme yoluna giderek hem problem durumunu anlamlandırmaya hem de strateji üretmeye çalışmıştır. Bu bağlamda Hazal problemi analiz etmediği için başlangıçta problemin sınırlılıklarına uymayacak şekilde bir kural geliştirmiştir. Bu kurala göre arabaların toplam puanlarını belirledikten sonra problemin sınırlılığını fark etmiş ve pozitif katsayılar vererek bir başka kural oluşturmuştur. Bu kuralın geçerliliğini değerlendirip yanlış olduğunu görünce problemi çözmeyi en sona bırakmıştır.

Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamlı ve aşağıdaki eşitlikte bırakılan dört boşluğa pozitif sayılar yerleştirerek kuralınızı yazmalısınız.

$$Ca = 9 + 1 + 4 + 9 = 23$$
$$H2 = 4 + 4 + 4 + 4 = 16$$
$$Sp = 9 + 1 + 9 + 4 = 23$$

Toplam puan = 3 E + 1. Y + 2 D + 3 L

$$2K = 9 + 2 + 6 + 6 = 29$$
$$9 + 1 + 4 + 9 = 23$$
$$9 + 1 + 6 + 6 = 22$$

**Görsel 3.80.** Hazal'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Hazal: (problemi okur) ... Şimdi... Deneyeyim biraz. Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamlı. Şimdi 1-2-3-4... şimdi bunun iki tane emniyeti var, bunun da iki tane, bunun da iki tane, bunun

da iki tane... Üç çarpı E olduğunda dokuz oluyor. Üç çarpı, her birini üçle çarpsak ya da üç puan mükemmel oluyor ya da mesela bir birle kalsa, iki, dört desek Y karşılığı geldi. Bu da dokuz olsa 10-19-23 (Ca =  $9+1+4+9=23$  yazar). Şimdi M2'yi düşünelim, iki puansa dört desek... İki puansa dört desek, iki puansa dört desek... (M2=  $4+4+4+4=16$  yazar) Şimdi Sp... 9-1-9-4... 23... (Sp= $9+1+9+4=23$  yazar.) Sp ile ikisi birinci oluyor. O zaman (Sessizlik)... Birinci Ca olmuyor. Zaten şunların ikisi (N1 ve KK'yı gösterir) gidiyor. (Sp'nin aldığı puanları okur) 3-1-3-2... bunların farklarını karşılaştırsak Sp ile aynı çıkıyor. (Ca ve Sp'nin aynı özelliklere ait puanlarını karşılaştırır) (emniyet özelliği puanlarını gösterir) Üç almış, üç almış. (yakıt verimliliği puanlarını gösterir) Bir almış, bir almış. (dış görünüş puanlarını gösterir) İki almış, üç almış. (dış görünüş puanlarını gösterir) Üç almış, iki almış. Dış görünüş ve iç bağlantılar arasında bir farklılık kurmamız lazım... (Sessizlik) Buna (emniyet özelliklerine) üç desek sabit olsun, Y birse ona zaten 1Y yazsak... Tamam. Şimdi buna (dış görünüş katsayısına) üç dediğimiz zaman bu (Ca arabasına eklenen puan) altı oluyor, bu (Sp arabasına eklenen puan) dokuz oluyor. Buna (iç bağlantıların katsayısına) üç dediğimiz zaman, bu (Ca arabasına eklenen puan) dokuz oluyor, oluyor, bu (Sp arabasına eklenen puan) altı oluyor. Aynı çıkıyor. Hazal: Hani burada iki puan aldığında iyi oluyor ya, ben karşılıklarını çarptım. Yani iki puansa tekrar iki alsa dört şeklinde gösterdim.

Araştırmacı: Şurada (formülde) emniyet özelliklerine üç verdin ya?

Hazal: Sabit ya o şekilde...

Araştırmacı: Tamam, hadi bakalım.

Hazal: İki D, üç İ alsak aynı mı çıkacak Sp ile? (Kuralı  $3E+1Y+2D+3Y$  olarak yazar ve Ca ile Sp'nin puanlarını hesaplar)... Sp nasıl çıkacak... 9-1-6-6... 10-16-22... Bakalım Ca nasıl çıkacak... 9-1-4-9... 18-19-23... Evet oldu. Diğerlerini denesek... KK'yı bir denesek bakalım aynı mı çıkacak... 9-2-6-6... 11-12-23... Hayır ya (gülümser)... Eşitlemişim... Geçsem?

Problemi ikinci kez ele alırken Hazal'ın varsayım oluşturarak test etme yoluna gittiği görülmüştür. Bu süreçte problemin önemli değişkenlerini belirlemiş, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş ve ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebilmiştir. Hazal'ın aynı zamanda değişkenler arasındaki ilişkileri ve değişkenlerin nasıl ağırlıklandırılması gerektiğini ifade edebildiği görülmüştür. Varsayımlarını üretme ve test etme sürecinde Hazal'ın sistematik bir şekilde varsayım ürettiği, problem durumunda verilen araç özelliklerinden en önemli olan ve ön plana çıkarılması gerekeni sistemli olarak arttırma yoluna gittiği görülmüştür. Bu nedenle Hazal'ın sistematik bir şekilde varsayım oluşturduğu ve elde ettiği sonuçların doğruluğunu belirlemeye, yanıtını yeniden yapılandırmaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum Hazal'ın genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini göstermiştir. Hazal bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \text{Toplam Puan} &= E + \dots + D + \dots + I \\
 \begin{aligned}
 Ca &= 3 + 1 + 2 + 3 \\
 Sp &= 3 + 1 + 3 + 2 \\
 KK &= 3 + 2 + 3 + 2
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3E + 2Y + 2D + 3I \\
 Ca &= 9 + 2 + 4 + 6 = 21 \\
 Sp &= 9 + 2 + 6 + 6 = 23 \\
 KK &= 9 + 4 + 6 + 6 = 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3E + 2Y + 2D + 4I \\
 Ca &= 9 + 2 + 4 + 12 = 27 \\
 KK &= 9 + 4 + 6 + 8 = 27
 \end{aligned}$$

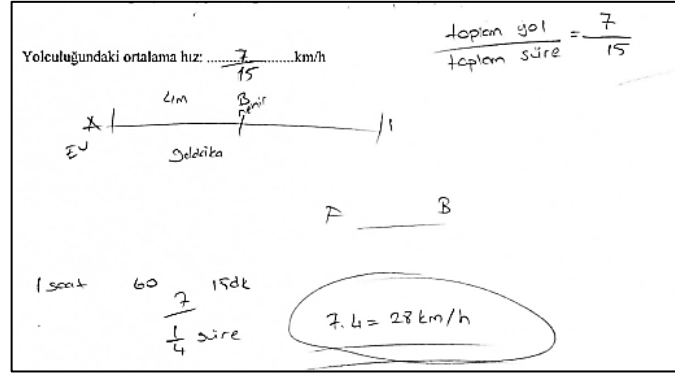
$$\begin{aligned}
 15 &= 30 \\
 19 &= 29
 \end{aligned}$$

$$3E + 2Y + 2D + 5I$$

**Görsel 3.81.** Hazal'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Hazal: (En İyi Araba 2'ye geri döner) toplam puanı hesaplamak için öyle bir kural yazınız ki ödülü kazanan araba Ca olsun. Şimdi ben Ca ile Sp arasında bir benzerlik kurdum şunda (yazdığı kuralda) gitti. Tamam, o zaman KK ile arasında bir şey kurayım o gitsin. Şimdi burayı Y yazdık burayı iki yapsak ne olur... (Ca ve KK arabalarının dış görünüş puanlarına bakar) Üç, iki... Hım bak şurada (dış görünüşte) da aaa burada (iç bağlantılarda) da bir benzerlik var. Ama şunlar (dış görünüş ve iç bağlantılar puanlarını gösterir) ters o zaman sadece şurada (yakıt verimliliğinde) bir kazancı oluyor. O zaman buraya biz yakıt verimliliğine üç yazsak ne çıkar... Emniyet özellikleri aynı o zaman E'nin katsayısına üç yazsam bir şey çıkmaz. Yakıt verimliliğinde aynı aynı farklı (1,1,2 puanlarına bakarak)... Şimdi Y'nin katsayısına iki yazsam... D'nin katsayısına ne yazmıştım... 2D+ 3İ. Bakalım ne çıkacak (Ca, Sp ve KK'nın bu yeni kurala göre puanlarını hesaplar)... (Ca arabasının puanı) 24... Sp ne çıkacak bakalım. 23 bu da. Tamam, Sp gitti. (KK arabasının puanı) 25... Bunda KK oldu. O zaman Y'yi, Y'yi arttırdığımda bu (KK arabası) zaten kendi artıyor. Demek ki bunun (KK arabasının) iki olduğu bir yerde artış sağlamam lazım. Demek ki İ'de artış sağlamam lazım. O zaman 3E+2Y+2D+4İ kuralını uygulasam Ca ile KK kaç çıkar acaba... (Ca arabasının puanı) 27... (KK arabasının puanı) 27... Buna 3D desem fark olmayacak zaten bunu (emniyet özelliklerini) değiştirsem bir şey olmayacak. Bunun (KK arabasının) az olduğu... Şunu (iç bağlantıları) beş mi yapsam... Beş kere üç (Ca arabasına eklenen puan) 15, beş kere iki (KK arabasına eklenen puan) 10... Burası (Ca arabasının toplam puanını hesaplar) kaçtı 6-15-30 çıkar. Burası (KK arabasının toplam puanını hesaplar) kaçtı 13- 19-29. Evet, buldum... ( Toplam puan= 3E+2D+2Y+5İ yazar)

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Hazal'ın ilk olarak problemi anlamlandırma ve analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Bu süreçte Hazal problemi anlamada zorlandığını belirtmiştir. Buna karşın işleme dayalı ve geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurarak, hız formülünü kullanarak, ortalama kavramını dikkate alarak ve geçen sürenin birimin göz önünde tutarak problemi kolayca yanıtlayabilmiştir.



**Görsel 3.82.** Hazal'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Hazal: (problemi okur) Hım ben anlamadım. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yol... A ile B arası 4 kilometre 9 dakikada gidiyor. Daha kısa bir yoldan gidiyor. Eve gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/sa'dır? Toplam yol bölü toplam süre desek... Toplam yol dört üç yedi... Toplam süre altı, dokuz, 15. O zaman 7/15 desek... Çok akıllıyım gerçekten (gülümser ve yazdıklarını silmeye kalkar) Saat diyor ben dakika yaptım. Çok akıllıyım. Toplam süre dakika... Şimdi bir saat 60 dakika... Toplam 15 dakika o zaman süre 1/4. Toplam süre... Bunu nasıl belirteceğiz? 7/4 mü diyeceğim? (7:1/4 yazar) Böyle de çok saçma olur yedi bölü bir bölü dört...

Araştırmacı: Düzenlenemez mi o?

Hazal: İşte ben de onu düşündüm. A şey yapabilir miyiz acaba yedi çarpı ters çevirsek...

Araştırmacı: Bilmem.

Hazal: ya ama hiçbir şey söylemiyorsunuz (gülümser). İnşallah bölme işlemini hatırlarım. Yedi çarpı, birincisini yaz ikincisini ters çevir çarp. (7\*4=28 yazar) 28... Bu da çok çıktı (gülümser).

Problemleri çözme sürecinin sonunda Hazal'ın problemlere verdiği yanıtların doğruluğunu değerlendirme yoluna gitmediği görülmüştür. Hazal problemleri çözme sürecinde çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Ayrıca, Hazal'ın verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duymadığı görülmüştür.

Araştırmacı: Peki, kontrol edecek misin?

Hazal: Etmeyeceğim.

Araştırmacı: Hepsinden emin misin?

Hazal: (Sessizlik)

#### 3.4.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde Hazal'ın problem çözme sürecinde geri çağırmaya dayalı ve impulsif (ilk aklına gelen çözüm yolunu uygulama) düşünme yoluna başvurduğu ve çözüm sürecinin anahtar kelime arama, problemleri kategorize etme, problemin yüzeysel özelliklerine odaklanma ve problemlerdeki temel fikirleri ortaya

çıkarmayı ve yanıtın doğruluğunu değerlendirmeyi düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Peki, çalışmaya başlamadan önce problem çözmeye ilişkin görüşlerin nelerdi? Problem çözmeye ilgili ne düşünüyordun? Problemleri çalışmaya başlamadan önce nasıl çözüyordun?

Hazal: Şimdi problem tarzları artık belli başlı oturmaya başladı kafamda. Mesela bir konu var diyelim. Farklı farklı kaynaklardan çözmeye başladığımda artık soruların yarısını okuyup hemen soruları çözmeye başlıyordum çünkü artık soru tiplerine alışmıştım. Mesela ben önce bir soruyu okurdum. Soruyu anlamaya çalışırdım. Verilen bilgilere falan bakardım. Sonra hemen gelişi güzel yazmaya başlardım. Ama hani çözdükten sonra kontrol edeyim falan olmazdı hani evde test çözerken. Öyle bir şey olmaz.

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Hazal'ın problem çözme sürecindeki düşünme yollarının değiştiği göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencinin problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği, problem çözme sürecinin aşamalarını göz önüne aldığı görülmüştür. Bunun yanı sıra Hazal'ın, problem çözme sürecinde problem çözme stratejilerinin rolünü ve değerlendirme basamağının önemini fark ettiği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Peki, şimdi bizim çalışmamız bitti. Çalışma bittikten sonra problem çözmeye düşüncelerinde bir değişiklik oldu mu? Ne düşünüyorsun şimdi?

Hazal: grup çalışmalarına başlamadan önce bir form doldurmuştuk. Orada bir sorunun tek bir doğru yanıtı vardır diyordu. Bende hayır demiştim yani tek doğru cevap olmaz. Farklı yollardan başka cevaplara da ulaşılabilir demiştim. Grup çalışmasından sonra bu kanıyı istemedim yani kabul etmedim. Tek bir doğru cevap var ama tek doğru yolu yok dedim. Farklı yollardan da çözülebilir, farklı yollardan da gidilebilir. Bir de soruyu iyi anlamamız, iyi incelememiz lazım. Mesela ben hemen atlıyorum. İki veri gördüm mü hemen atlıyorum doğru cevap budur diye. Mesela onda çok kaybediyorum. Onu fark ettim. İlk bulduğumuz cevabın her zaman doğru olmaması gerektiğini fark ettim. Bu zaten benim en başta oldu (gülümser). O şekilde hani gayet iyi geldi.

Araştırmacı: peki, problemleri şimdi nasıl çözüyorsun?

Hazal: hepsini okuyorum önce. Sonra anlamaya çalışıyorum, verilen bilgileri düşünüyorum. Bizden istenenleri düşünüyorum. Kafamda bir ayırıyorum onları. Sonra yavaş yavaş bilgileri gerektiği gibi kullanarak çözmeye çalışıyorum. Sonra kontrol ediyorum. Kontrol etmediğimde çok kaybediyorum çünkü ben ilkokulda da toplama çıkarma işlemlerini, dört işlemi yanlış yapardım genelde. Eldesini unutturdum, yanlış çarpardım, yanlış bölerdim o şekilde yani tekrar kontrol ediyorum.

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Hazal'ın çalışmadan olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç görü ve farkındalık kazandığı ve problemlere daha analitik bir şekilde yaklaşılması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılmıştır.



### 3.5. Zülal'in Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin Zülal ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. Zülal'in çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir. Ön klinik görüşmede Zülal daha önce çözmüş olduğu açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden ne anladığını, problemleri nasıl çözdüğünü ve çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya yönlendirilmiştir.

#### 3.5.1. Ön klinik görüşme bulguları

Zülal açık uçlu ölçme aracıda yer alan matematik okuryazarlığı maddelerinden Kaykay 3, Derin Dondurucu 1 ve 2 ile Kitaplık Sistemi 2 problemi dışındaki tüm problemleri yönlendirme olmaksızın doğru olarak çözebilmiştir. Açık uçlu veri toplama aracının uygulanmasının üzerinden zaman geçtiği için, Zülal işlem yapmadığı problemleri nasıl çözdüğünü hatırlayamamış ve çözümü açıklayamamıştır. Bu tür durumlarda öğrenci problemi yeniden çözmeye yönlendirilmiştir. Bu süreçte Zülal, problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Zülal ön görüşme problemlerini çözerken ve açıklarken muhakeme ve argüman yeterliğinin en üst düzeyindeki becerileri göstermiştir. Bu bağlamda Zülal'in doğrudan ve problemde verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür.

Problem durumunda verilen bilgilerden ilişkili olanları belirleyerek doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini Zülal kolayca yanıtlamış ve yanıtını açıklamıştır.

Zülal: (problemi okur) Diyor ki ayırılan değil yani şuraya bakacağız. Dergiler dışında, dergi de almıyorum. Ödünç verme süresi okul çalışanları için 28 gün öğrenciler için 14 gündür. 14 günlüğüne alabilirim.

Zülal tablodaki ve bağlamdaki sözel bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı gerektiren Kaykay 1 ve 2 problemlerini, açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Kaykay 1 problemine ilişkin açıklamaları strateji seçimini gerekçelendirebildiğini göstermiştir.

Zülal: Birleştirerek yapacaksa en düşük fiyat ı şu üçünü, dördünü kullanması lazım bir kaykay yapması için. 40, 60 ya da 65 diyor en düşük olduğu için 40'ı aldım. Burada yine en düşük olduğu için 14'ü aldım, burada 16 zaten tek. Burada da 10. Hepsini topladım 80 zed etti. En yüksek fiyat içinde burada verdiği en yüksek fiyatları topladım yine.

Zülal'in Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde sistematik liste yapma yoluna gittiği ve her bir çeşit için farklı bir renk atayarak kaykay parçalarını kombine edebildiği görülmüştür. Zülal'in problemin çözümü ile ilişkili olan matematiksel kavramı çıkaramadığı, matematiksel çözümlere ulaşmak için standart stratejiler geliştirme ve uygulama yoluna gittiği, çözümü bulmak için uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genellemeler yapabildiği çözüme ilişkin açıklamalarında görülmüştür. Zülal'in Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.83'de sunulmaktadır.

3. x = 12 Kaykay

| Sarı / Mavi / Mor | 3 | kaykay tek.   |
|-------------------|---|---------------|
| Kırmızı / Mor     | 2 | tekerlek seti |
| Turuncu / Mavi    | 2 | birleştirme   |
| Pembe             | 1 | Mil seti tek. |

**Görsel 3.83. Zülal'in Kaykay 2 problemine ilişkin çözümü**

Zülal: Ee 3 farklı kaykay tahtası, 2 farklı tekerlek seti, 2 farklı birleştirme seti... Tekerek mil seti için yalnızca bir seçenek... Burada olasılık. Hep olasılıkları yazdım. Ona göre yaptım. 3 farklı kaykay tahtası olacağına göre renkler renk verdim ve ona göre hani ayırt etmeye çalıştım. Sarı, mavi, yeşil verdim. İlk olasılıkta sarı kaykay tahtasını, kırmızı yine hepsine şey verdim. Tekerek setine kırmızı, mor; birleştirme setine turuncu, lila; mil seti tek olduğu içinde pembe renk. İlk olasılıkta kaykayda sarıyı aldım, tekerlek setinden kırmızı, birleştirme setinden turuncu, mil set zaten bir tane. Ee ikincide yine sarıyı aldım, bu sefer burada moru, burada lilayı, yine pembeyi aldım. Turuncuyu aldım..

Araştırmacı: Bir dakika, ikiyi anlamadım.

Zülal: İkide yine sarı olasılığını kullandım. Burada moru aldım daha önce kırmızıyı almıştım. Burada yine turuncuyu aldım. Ötekini de denemek istedim yani. Pembe zaten bir tane. Üçüncüde yine sarı ee... Sonra burada moru aldım yine burada da lilayı aldım yine pembe. Şimdi burada 4 tane olasılık çıktı. Şimdi 3 çeşit kaykay tahtası olduğuna göre sarıda da 4 tane olasılık varsa 4 ile 3'ü çarpıp 12 tane olasılık olduğunu buldum. İşte kaç tane farklı kaykay yapabilir? 12 tane yapabilir.

Zülal'in Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü incelendiğinde problemi doğru olarak yanıtlayamadığı görülmüştür. Bu süreçte Zülal'in varsayım üreterek test ettiği ve bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapamadığı ve standart olmayan

bir strateji üretemediği görülmüştür. Zülal'in Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.84'de sunulmaktadır.

| Parça                        | Miktar (zed) |
|------------------------------|--------------|
| Kaykay Tahtası               | 40           |
| Tekerlekler                  | 36           |
| Tekerlek Milleri             | 16           |
| Kaykay Birleştirme Gereçleri | 20           |

76  
36  
40

**Görsel 3.84.** Zülal'in Kaykay 3 problemine ilişkin çözümü

Zülal'in Kaykay 3 problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde bulunan matematiksel sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği, gerçek yaşam bağlamındaki bir problemin matematiksel çözümünün akla yatkınlığını değerlendirebildiği, matematiksel bir sonuç ya da çıkarımın problem bağlamında neden anlamlı olmadığını açıklayabildiği ve deneme yanılma stratejisine başvurduğu görülmüştür.

Zülal: Ben burada sadece birleştirebilir anladım. Kaykay tahtasına ilk önce 60 vermiştim buna 36 verdim, diğerleri çok ucuz oldu.

Araştırmacı: Onu da onu da şöyle yap şuraya. Kaykay tahtasına nasıl verdin?

Zülal: Kaykaya 60 verdim. Dörtlü tekerlek setine 36 verdim, '96'. Buna 16 verince 112 etti zaten. Buna da en az 10 olduğu için 122 ediyor yani parası yetmediği için alamaz.

Araştırmacı: Hım onu veremedin.

Zülal: O yüzden değiştirmek zorunda kaldım, buna 40 verdim, buna yine 36 verdim. '76'. Buna zaten 16 hep. '92'. Buna da 20 verdim 112 ediyor. En pahalı onu olarak buldum.

Zülal'in Kitaplık problemine ilişkin çözümü incelendiğinde problemi doğru olarak yanıtlayabildiği görülmüştür. Bu süreçte Zülal'in iki tür bilgiyi ilişkilendirmek için kolaylıkla bir strateji geliştirebildiği, tüm oranları göz önüne alma yoluna gittiği, problemin önemli değişkenlerini belirleyebildiği ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ortaya çıkmıştır. Zülal'in Kitaplık problemine ilişkin çözümü Görsel 3.85'de sunulmaktadır.

|                                          |                                                                 |                                                                        |
|------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir? | $24:4=6$<br>$33:6=5$<br>$200:12=15$<br>$20:2=10$<br>$510:14=36$ | $510/14$<br>$36$<br>$080$<br>$84$<br>$06$<br>$200/12$<br>$15$<br>$060$ |
| Yanıt: 5 tane kitaplık yapabilir         |                                                                 |                                                                        |

**Görsel 3.85. Zülal'in Kitaplık problemine ilişkin çözümü**

Kitaplık problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde Zülal'in matematiksel sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği, gerçek yaşam bağlamındaki bir problemin matematiksel çözümünün akla yatkınlığını değerlendirebildiği, matematiksel bir sonuç ya da çıkarımın problem bağlamında neden anlamlı olduğunu ya da olmadığını açıklayabildiği görülmüştür.

Zülal: Şimdi bir kitaplık yapmak için 4 uzun levha diyor, 26 tane uzun levha varmış 26'yı 4'e böldüm 6 tane.

Araştırmacı: Bir dakika, dur. Anlamadım bir daha söyle.

Zülal: İlk başta 4 uzun tahta levha lazım, bizde 26 tane varmış. 26'yı 4'e böldüm 6 tane diğerleri de eşit olsa 6 tane yapılabileceğini buldum. Sonra 6 kısa tahta levha 33 kısa tahta levha, 33 'ü yine 6'ya böldüm. Buda 5 çıktı ama küsüratlı. 12 küçük çivi diğerlerini de aynı şekilde hepsini böldüm. Ondan sonra burada kaç kitaplık yapabilir diyor en az şundan olduğu için en az bundan (kısa tahta levhadan) yapabildiği için diğerleri artar, ama bu hani...5 tane yapabilirim ama bir daha bundan kalmaz o yüzden kitaplık yapamam diye 5 tane kitaplık yapabilirim dedim.

Zülal'in Derin Dondurucu 1 ve 2 problemlerinde problem durumunu anlamlandırmakta zorlandığı, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edemediği, temel fikirleri ortaya çıkaramadığı ve görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak çözüm ürettiği görülmüştür. bu bağlamda Zülal, karmaşık bilgi kombinasyonu yapmada ve muhakeme zincirleri oluşturmada zorlanmaktadır. Bu problem bağlamında aynı zamanda tümevarımsal muhakeme yapmada da zorlandığı görülmüştür. Zülal'in Derin dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.86'da sunulmaktadır.

| Etkinlik ve Gözlem                                                         | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden?               |
|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              | Göstermez. Buda dondurucunun 1. konumu karşılamadığını gösterir.             |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              | Göstermez. Bu dondurucunun 4. derecedeki soğukluğu karşılamadığını gösterir. |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder. | Buda dondurucunun sorunlu olduğunu gösterir.                                 |

**Görsel 3.86. Zülal'in Derin dondurucu 1 problemine ilişkin çözümü**

Zülal'in Derin Dondurucu 2 probleminde geri çıkarımsal ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapamamıştır. Zülal'in Derin Dondurucu 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.87'de sunulmaktadır.

| Uyari   | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde geçilme yaratır mı?<br>Neden?                                                       |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Uyarı 1 | Yarattır... diye düşünürüm. Eğer... bu... yitiririz... bir... kararla... düşer...<br>den... düşünürüm... sözünde... tutulur... diyor... |
| Uyarı 2 | Yarattır... düşünürüm... yeten... kadar... sağır... zihin... zihin...<br>den... den...                                                  |
| Uyarı 3 | Yarattır... eğer... böyle... bir... yapılırsa... ağıt... yeten... sağır... ve<br>uyun... lambası... his... söyler...                    |
| Uyarı 4 | Yarattır... diye düşünürüm... Denir... düşünürüm... bu... yitiririz... yeten...<br>kadar... düşünürüm... yığın... lambası... söyler...  |
| Uyarı 5 | Yarattır... eğer... içinde... bu... içinde... varsa... ağıt... bu... yitiririz...<br>yine... düşünürüm... olur...                       |
| Uyarı 6 | Yarattır... eğer... çok... sit... açılırsa... denir... düşünürüm... içinde... konuşur...                                                |

208

günlük yaşam deneyimlerini/kişisel tercihlerini referans alarak hatalı bir yanıt ürettiğini göstermiştir.

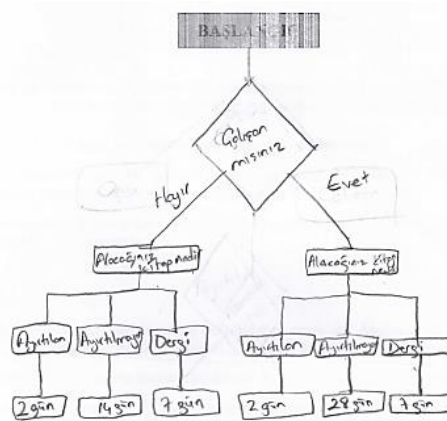
Araştırmacı: Mesela soruyla ilgili görüşlerin neler? Hani burada böyleydi burada böyleydi diye anlattın ya ilk problemlerde öyle anlatır mısın?

Zülal: Mesela aygıtı toprak hattı olmayan prizlere takmayınız diyor. Toprak hattı olmayan prize takarsak uyarı lambasının çalışmasına etki yaratabilir....Ben şu marul, turp, bütün elma veya armut doldurmayınız da şey yaptım, güzel yapmıştım: Yaratır diye düşünüyorum, derin dondurucu bu yiyecekleri yeteri kadar donduramıyorsa uyarı lambası sönmez. Hani ısıyı yeteri kadar yükselemiyorsa bunlar varken uyarı lambası sönmez. Öyle düşünmüştüm. Derin dondurucunun kapağını çok sık açmayınız, bu da yaratır hani çok sık açılırsa zaten buzdolabının kapağını falan çok sık açınca ısı düşüyor kendi yükseltmek zorunda kalıyor. Çok sık açarsak yine ısını koruyamaz. Fazla yüksek, soğuk olamaz o yüzden yine uyarı lambası sönmez.

Araştırmacı: Hımm tamam o zaman sen şey yaptın; ısıya bağlı olarak uyarı lambasına baktın.

Zülal: Evet yeteri kadar..4. konumda -25 dereceye gelmesi gerekiyor. Eğer çok sık açarsak çok soğuk olamaz yani -25 dereceye ulaşamaz.

Kitaplık Sistemi 2 probleminde Zülal, problemde verilenleri, istenenleri analiz edememiş, problemin sınırlılıklarına/ varsayımlarına uymamış ve çözümün kapsamını anlamlandıramamıştır. Bu bağlamda Zülal'in kişisel tercihlerini/günlük yaşam deneyimlerini referans alma yoluna giderek problemde istenilen denetim şeması yerine diyagram çizmeyi tercih ettiği görülmüştür. Zülal'in Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.88'de sunulmaktadır.



**Görsel 3.88.** Zülal'in Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü

### 3.5.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

Zülal birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerine ilişkin çözüm stratejileri üretebilmiş ve görevlerin çoğunu kolayca çözebilmiştir. Zülal'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri yorumlayabildiği görülmüştür. Zülal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Ancak bazı problemlerin çözümünde Zülal'ın işlemsel bilgi eksiği olduğu görülmüştür. Örneğin Zülal Görev 4 bağlamında sonucu ondalık sayı çıkan bölme işlemini yapmada zorluk yaşamıştır. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Zülal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma, kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Örneğin, Zülal Görev 2 bağlamında daha etkili olduğunu düşündüğü Fuat'ın ürettiği çözüm stratejisini uygulamıştır.

Zülal'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda istekli olduğu ve problemleri farklı yollarla çözebildiği görülmüştür. Örneğin Görev 8 de araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmadan problemin çözümüne ilişkin farklı bir strateji oluşturmuştur. Zülal'ın bir problemi farklı yollarla çözmeye ve sonucun doğruluğuna ikna olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duyduğu düşünülmüştür.

Zülal birinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Zülal daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Zülal bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin Zülal, Görev 1 için matematik dışı çözüm stratejisine yönelmişken diğerlerinin açıklamaları ve stratejilerini anladıktan sonra Görev 2 de matematiksel çözümleri tercih etmiş ve stratejilerin etkililiğini değerlendirebilmiştir.

Birinci öğretimde Zülal'ın matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Ancak problemlerin sınırlılıklarına uyma davranışı açısından Görev 4 ve Görev 5 de bilet fiyatlarını belirleme de günlük yaşam deneyimlerini ya da kişisel tercihlerini referans aldığı görülmüştür.

Zülal'in aynı zamanda taklitçi muhakemeye ve geri çağırmaya dayalı problem çözmeye başvurduğu görülmüştür.

Araştırmacı: Bitir işlemini. Hemen çözüldü bu sefer. Neden?

İrem: Sayılar kolay bölünüyordu çünkü.

Araştırmacı: Başka?

Barış: Ne yapacağımızı biliyorduk.

Zülal: Önceki işlemleri yaptık.

Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy probleminde yer verilen iddiaların çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. Zülal'in yanıtları aritmetik ortalama kavramına ilişkin argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir. Bu durum Zülal'in aritmetik ortalama kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinin ya da kavram yanılığının olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca Zülal'in argümanlara ilişkin ileri sürdüğü gerekçeler kendini ve diğerlerini ikna etme gereği duyduğunu göstermiştir.

| Anlatım                                                                                                    | Doğru ya da Yanlış |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1. Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | Doğru / Yanlış     |
| 2. Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru / Yanlış     |
| 3. Eğer tüm kızları kıstadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.             | Doğru / Yanlış     |
| 4. Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | Doğru / Yanlış     |

1. ~~132~~ 132 ve 128'in ortalaması 130'dur.

2. Çünkü 130 cm'ye eşit olursa ortalama başka bir Sayı olabilir.

3. Est olmayabilir. Mesela ortadaki sayı 128 ise daha sonra 130'dan büyük sayılar da gelebilir.

4. Eğer yarı yarıya olursa ortalama daha kolay 130 olur.

**Görsel 3.89.** Zülal'in Boy problemine ilişkin yanıtı

Zülal'in günlüğündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri problemleri farklı yollarla çözmeye ilişkin olumlu, matematiğe karşı olumsuz tutuma sahip olduğunu göstermektedir. Zülal bu bağlamda, problemleri farklı yollarla çözmenin önemli olduğunu ve işlemsel bilgi eksikliği olduğunu belirtmiştir.



Bu etnikitten bir problemin birden farklı <sup>çözme</sup> yollarının olduğunu öğrendim. Önemli gördüğüm noktalar problemlerin farklı yollarla çözülebileceğiydi. Bu etnikite arkadaşlarım olduğu için ilgi çekiyordu. Ana matematiği pek fazla sevmediğim için sıkıcıydı. Bir problem birden fazla çözülebilir sadece bunu göstermenin gerekliliği.

Üzerinde çalıştığımız yapılan problemleri çözmek güçtür. Bize kolaylaşıyor çünkü bu problemlerden yaşadığı gibi bir önceki problemde bulabildiğini. Ana birden en son problemi soracağı çok zorlanabiliyor.

En çok zorlandığım kübün altı köşmelerde yerleşim noktasıdır.

**Görsel 3.90.** Zülal'in günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

Zülal ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Zülal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme, diğer problemlerin çözümünde kullanma ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Zülal bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Zülal'in görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Zülal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Zülal'in ikinci çözüm stratejisi olarak kombinasyon kavramını düşünmesi bir problemin bilinen problemlere ya da matematiksel kavram/ gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleyebildiğini göstermiştir.

Zülal'in bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı, geri çağırma dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görülmüştür. Kombinasyon formülünü hatırlamaya çalışması algoritmik muhakemeye başvurduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğrenciler ardışık sayıların toplamı ile ilgili genellemeye ulaşmaları için yönlendirildiğinde, Hazal gibi Zülal'in de süreci genellerken aşırı genelleme yaptığı ve kuralın anlamından uzaklaştığı görülmüştür. Zülal ardışık sayıların toplamalarına

ilişkin kural oluştururken temsiller arası geçiş yapabilmiş, uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapabilmiş ve bağlama özgü dil ile sembolik-formal dili ilişkilendirebilmiştir.

“Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, Zülal’ın problemleri farklı yollarla çözebildiği ve bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda istekli olduğu görülmüştür. Örneğin, öğrenciler Görev 1 için görsel bir çözüm stratejisi üretmeleri konusunda yönlendirildiğinde yalnızca Zülal, ağaç diyagramı stratejisini üretmek için çaba göstermiştir. Zülal’ın bir problemi farklı yollarla çözmeye ve sonucun doğruluğuna ikna olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duyduğu düşünülmüştür.

Araştırmacı: Acaba başka bir yöntemle daha yapabilir miyiz?

Grup: Sessizlik

Araştırmacı: Mesela şekille falan...

Zülal: insanların üstünden de gidebiliriz.

Araştırmacı: Resimlerle mi? Olabilir. Diyagramla yapabilir miyiz? Bir deneyelim mi? (Sessizlik) Diyagram deyince ne kastettiğimi anlıyor muyuz? Mesela ilk ölçekte bir uygulama vardı. Şemayla göstermiştik. Öyle gösterebilir miyiz?

Hazal: Bence olabilir.

Araştırmacı: nasıl yapabiliriz? (Sessizlik) Var mı fikri olan? (Sessizlik) Var mı yok mu?

İrem: yok

Zülal: Kırmızı takım yazarız en başa.

Araştırmacı: Ben yazayım senin söylediğin gibi.

Zülal: sonra altına hepsi... Mavi sarı moru ekleriz.

Zülal ikinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bununla birlikte, Görev 4 için Zülal’ın de Barış gibi problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı problem çözme yoluna başvurduğunda problem durumunu iyi analiz etmediği görülmüştür. Görev 4 için ürettiği çözüm stratejisine bakıldığında problem durumundaki ilişkili bilgilere odaklanmadığı ve strateji üretirken sayısal değerlerin bağlamda neye karşılık geldiğini göz önünde tutmadığı ortaya çıkmıştır. Diğer öğrencilerin çözüm stratejilerini açıklamaları ve gerekçelendirmeleri üzerine Zülal uyguladığı stratejinin hatalı olduğunu fark etmiş ve düzeltmiştir.

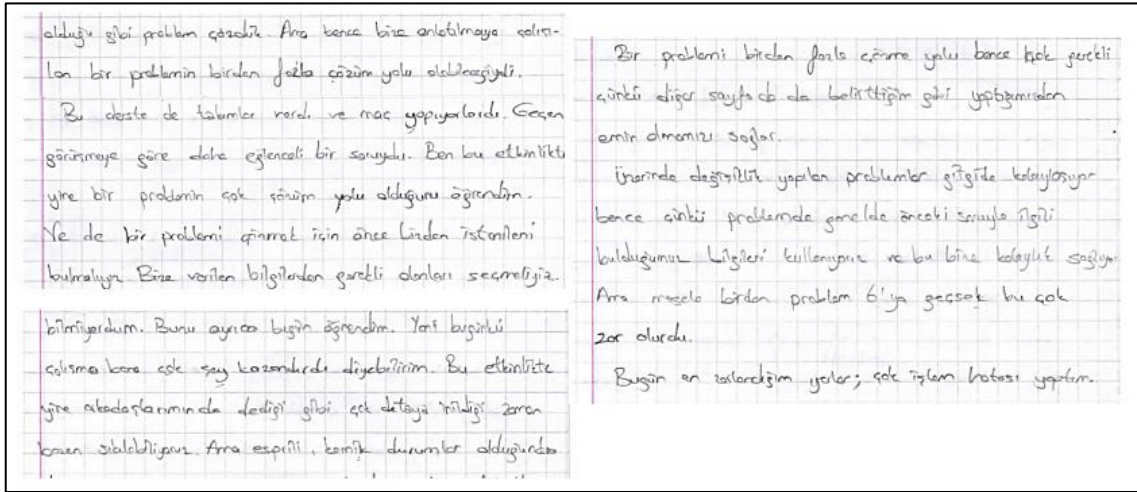
**Görsel 3.91.** Zülal'in ikinci öğretim görev 4'e ilişkin yanıtı

Zülal birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamak durumunda kalmıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Zülal bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin Zülal, Görev 1 için liste yapma stratejisine yönelmişken, diğer stratejiler tartışıldıktan sonra Görev 2 de matematiksel çözümleri tercih etmiş, kombinasyon formülünü kullanmış ve stratejilerin etkililiğini değerlendirebilmiştir.

İkinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında Zülal'in, sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama ve problemin sınırlılıklarını belirleme gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Zülal'in ikinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini işlem hatası yok sayılarak doğru bir şekilde yanıtlayabildiği kabul edilmiştir. Bu problemde Zülal oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapabilmıştır. Ancak santimetre ve metre arasındaki dönüşümde hata yapmış olması yanıtı eksik bulmasına neden olmuştur. Bu durum Zülal'in işlemsel bilgi eksiği olduğunu, problemlere verdiği yanıtların doğruluğunu değerlendirmeye ve yanıtın doğruluğundan emin olmaya yönelmediğini göstermiştir.

**Görsel 3.92.** Zülal'in Bisikletler problemine ilişkin yanıtı

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin düşünceleri incelendiğinde, Zülal'ın problem çözmeye ilişkin olumlu inançlarının oluştuğu, problem çözme sürecinin önemli bileşenlerini fark ettiği ancak çeşitleme problemlerini çözme sürecinde açıklamaların ve tartışmaların uzamasından sıkıldığı görülmüştür. Zülal'ın problemleri farklı çözüm yolları ile çözmeye karşı zihinsel ihtiyaç duyduğu ortaya çıkmıştır.



**Görsel 3.93.** Zülal'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri

Zülal üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma, gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Zülal için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme, diğer problemlerin çözümünde kullanma ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Zülal bu öğretimde yer verilen görevler için temel fıkirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri çözebilmiştir. Zülal'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği, bağlamsal bilgileri yorumlayabildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ve genellemeye ulaşabildiği görülmüştür. Zülal ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş, gerekçelendirebilmiş ve değerlendirebilmiştir. Problem durumunun analizinde Zülal verilen grafiklerden

matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Dahası, değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığı sayfa sayısına göre baskı ücretinin değişimini gösteren üçüncü grafikte Zülal, değişkenler arasındaki ilişkiyi ve grafikteki matematiksel bilgileri günlük yaşam bağlamında açıklayabilmiştir.

Araştırmacı: arkadaşınızın ne demek istediğini anladınız mı? Şunu demek istiyor 150 ye baktı. 150 iken 2 ile 3 arasında hani 2,5 diyelim.

Zülal: ama şey orantılı gitmemiş.

Araştırmacı: niye orantılı gitmiyor? Grafikten orantılı gitmeyeceğini anlayabilir miyiz?

Zülal: evet

Araştırmacı: nasıl?

Zülal: mesela burada dümdüz (yatay) çizdiğimizde burada şey eşit oluyor. Burada şey herhalde daha fazla sayfa sayısı olunca hani daha çok alırsan bir şeyi ucuzlar ya, ona göre yapmışlar.

Araştırmacı: sayfa sayısı arttıkça sayfa başına düşen baskı ücreti azalacak mı diyorsun?

Zülal: evet

Araştırmacı: hani orantılı gitmemiş dedin ya, orayı bir daha anlatır mısın?

Zülal: zaten dümdüz gitse hepsi aynı oluyor. Böyle (eliyle doğrusal bir çizgi göstererek) gittiğinde de orantılı olduğunu anlatıyor.

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Zülal, verilen bir matematiksel temsilde değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olmadığını grafiği inceleyerek görebilmiştir. Zülal üçüncü öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Zülal daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Bununla birlikte Görev 2 bağlamında bağlamsal bilgileri dikkate almaması nedeniyle uygun stratejiyi belirleyememiştir. Zülal, Görev-4 bağlamında genel kuralın oluşturulmasının ardından grafiği çizememiştir ve temsiller arası geçiş yapamadığı görülmüştür. Bununla birlikte Zülal, Görev 6 bağlamında baskı ücretinin belirlenmesinde yaklaşık değeri tahmin etme stratejisini kullandıklarının farkında olarak matematiksel çözümün sınırlılıklarını fark edebilmiştir.

Zülal'in problem çözme sürecinde bu öğretimde genellikle analitik problem çözme ve geri çağırmaya dayalı düşünme yoluna başvurduğu görülmüştür. Bu bağlamda Zülal'in her bir görevin daha önceki görevlere benzer yönlerini belirlemeye çalıştığı görülmüştür. Ayrıca, Zülal'in genel kural oluşturmak yerine tablo çizmeyi önermesi kişisel tercihlerini referans alma yoluna da gittiğini göstermiştir.

Araştırmacı: Problem anlaşılır mı? Her seferinde tek tek yapmak yerine genel bir kuralım olsun diyor. Nasıl bir genel kuralı olabilir?

Gül: Zülal: tablo çizerek

Araştırmacı: şu kadar bastırса şu kadar ödeyecek. Bu genel kural olur mu sence?

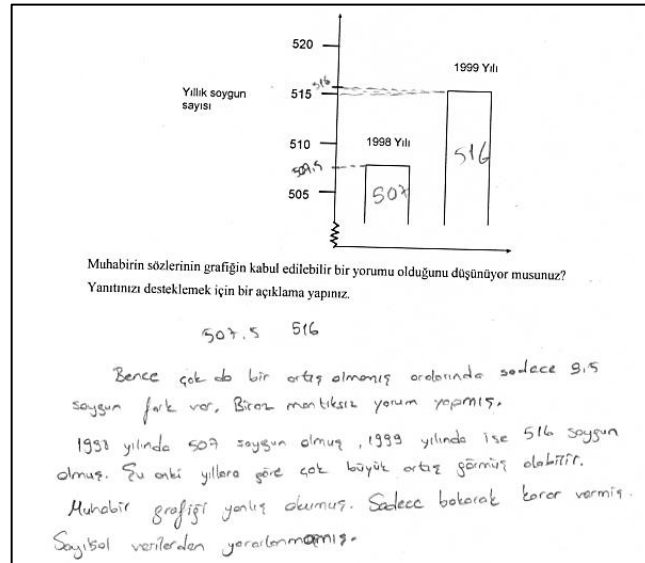
...

Zülal: olur bence.

Araştırmacı: genel kural mı? Tablo yapmak mı? Mesela 100 bastırdın, ver bakalım 1040 lira. 200 bastırdın, ver bakalım 1440 lira. 300 bastırdın ver bakalım 1840 lira mı?

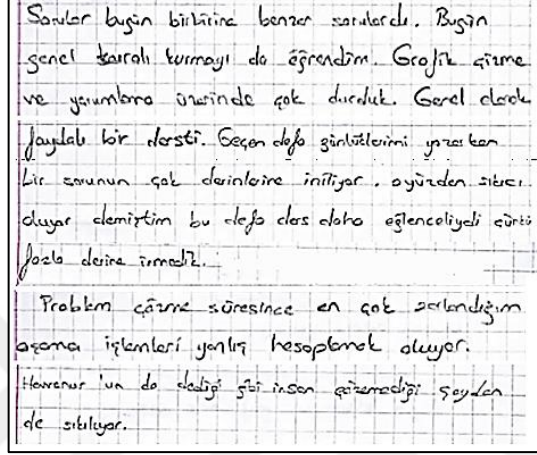
Zülal: 400 400 artacak.

Zülal üçüncü öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirme konusunda ilerleme göstermiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. Zülal'in bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulaması ya da çürütmesi gerekmektedir. Zülal'in yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemde verilen matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gittiğini göstermiştir.



Görsel 3.94. Zülal'in Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Zülal'in ifadeleri, problemleri çözme sürecinde istekli olduğunu, problemlerin derinlemesine analiz edilmesine ve çözemediği problemlere karşı olumsuz tutuma sahip olduğunu ve işlemsel bilgi eksiği nedeniyle problemleri çözmede zorlandığını göstermiştir.



**Görsel 3.95.** Zülal'in günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

Zülal dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Zülal için problemi anlama ve analiz etme, diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, yanıtlarını değerlendirme ve diğer problemlerin çözümünde kullanma açısından destek sağlamıştır. Bu öğretimde yer verilen görevler için genellikle bireysel olarak problemleri analiz edebilmiş ve problemlerde istenileni belirleyebilmiştir. Örneğin öğrencilerden Görev 2 için çözüm üretmeleri istendiğinde Zülal'in problemi analiz edebildiği ve problemde istenileni kolayca belirleyebildiği ürettiği argümanı doğrulayıp gerekçelendirebildiği görülmüştür.

Araştırmacı: Evet 2. Bir oyuncu hangi zarı atarsa atсын tahta üzerinden çıkarılması mümkün olmayan kart ya da kartlar var mıdır? Tüm kartlar tahtadan çıkartılabilir mi?

Gül: Yapacak mıyız yoksa konuşalım mı?

Araştırmacı: Konuşalım.

Gül: Söyleyeyim mi? 6 ve 6. Çarpımları 36 oluyor. Çıkartınca 0 oluyor. İkisi de çıkmıyor.

Araştırmacı: Evet ne diyorsunuz? Birlikte tartışmanızı istiyorum.

Zülal: Şey bence hangi işlemi yaparsak yapalım bu 13'ü tahtamızdan çıkaramayız. O şekilde olabilir.

Araştırmacı: Neden?

Zülal: Toplayınca olmuyor zaten. Çarpınca da olmuyor. Bölünce de.

Araştırmacı: 13 peki? Bir dakika sırayla gidelim. Şimdi neden hemen 13 dediniz ben onu anlamadım.

Zülal: Açıklayayım mı? Zarları attığımızda en fazla 6 gelebilir.

Araştırmacı: Tamam

Zülal: Onları topladığımızı düşünürsek 12 ediyor. 13'e asla ulaşamayız. Hani daha büyük bir sayı yok. Zaten 6'yı kaç bölersen böl 13 çıkmaz. Çarparsan da 13 yapmaz. Çıkarınca da 13 çıkmaz.

Zülal problem durumunu ve çözüm stratejilerini tartışarak problemi anlamlandırdıktan sonra muhakeme becerisine ilişkin diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayabilme, muhakeme zinciri oluşturma, muhakeme zincirlerini değerlendirme, argüman üretme ve değerlendirme, aksine örnek vererek iddiaları çürütme ve geri çıkarımsal muhakeme gibi pek çok davranışı yansıtabilmiştir. Ayrıca, Görev 3 bağlamında Zülal'in zar atılınca iki çift sayının gelmesi durumunda tahtadan bir tek sayının çıkarılamayacağına ilişkin iddiayı aksine örnek vererek çürüttüğü görülmüştür. Zülal'in özel örnekler üzerinden gitmesi deneysel kanıt şemasını kullandığı düşündürmüştür. Diğer yandan öğrencilerden iki çift sayının toplamının her zaman çift olacağını göstermeleri istendiğinde de Zülal özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yoluna gitmiştir.

Zülal dördüncü öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirilen stratejileri uygulamıştır Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünden ve yanıtların tartışılmasından stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Zülal, Görev 4 için geliştirilen çözüm stratejisine ilişkin diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 5 için kolayca çözüm strateji üretebilmiştir.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Zülal'in matematik okuryazarlığı bağlamında uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapma, matematiksel argümanların değerlendirilmesi, matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama, çözümün kapsamını ve sınırlarını anlama gibi pek çok davranış açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Dördüncü öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde



The image shows a collection of handwritten mathematical calculations on a grid background. The calculations include:

- A subtraction problem:  $3500 - 4000 = -1400$ , with a result of 14000 and a note "red".
- A multiplication problem:  $147000 \times 80 = 11760000$ .
- A division problem:  $250000 \div 2352 = 85,03$  yıl.
- A subtraction problem:  $11760000 - 1176000 = 10584000$ .
- A subtraction problem:  $11760000 - 1176000 = 10584000$ .
- A subtraction problem:  $11760000 - 1176000 = 10584000$ .

Bugün mutluymdım. Şu ara kadar yaptıklarımın en iyisini. En güzelini de bugün de bence.

Dere patladı, derse diğer günler göre biraz daha azdı ama yine de yaptıkten çöğünü.

Üzerinde değişiklikle yapılan problemler gitmişe sarımsın ya. Kötü. Yeni önceden çözemediğimiz problemleri şimdi de gün önünde bulundurarak bu problemi çözüyoruz. Biri en sonra, geçsek hepini bir, orda hesaplarak sorunda kalırdık.

Genel olarak bugün güzelde beğendim. Ya şu an yapıyorum "Of ya neden bitti." Tamam dersler sıkıcı olabiliyor ama okuduk ortamı düşünce eğlenceli oluyor.

[illegible]

### 3.5.3. Son klinik görüşme bulguları

Zülal açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemten ikinci, üçüncü ve altıncı zorluk düzeyinde yer alan Araba Gezintisi ve Bisiklet Sürücüsü Hale 2 ve 3 problemlerini yönlendirmesiz çözüme zorlanmıştır. Bu problemlere bakıldığında farklı zorluk düzeyinde olsalar da tümünün hız kavramına dayalı olduğu görülmektedir. Bu durumun Zülal'ın hız kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmüştür. Bu problemlerden yalnızca Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözerken aceleci davranarak geçen sürenin birimini ilk bakışta dikkate almamış ve yanıtın doğruluğunu savunmakta zorlanmıştır. Bu problemlerden sıfırıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür.

Zülal: (problemi okur) Model Alfa, yıl 2003, istenen fiyat zed olarak 4800, kat ettiği mesafe (km) 105.000 motor hacmi (lt) 1,79. Model Beta, yıl 2000... ben soruyu okuyup bunlara daha sonra bakıyorum. (problemi okur) Önce ilk dediği şeye bakıyorum. Üç tane şey vermiş. Kat ettiği mesafe 120.000 kilometreden daha fazla olmayacak. Kat ettiği mesafeye bakıyorum. Alfa 105.000... O zaman Gama ile Tetra'yı elerim çünkü 128.000 Gama, Tetra 109.000... Ay pardon... Gama'yı elerim çünkü 128.000, 120.000 kilometreden daha fazla olmayacak demiş. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak... Beta... Tetra'yı elerim çünkü 1999'da üretilmiş. Burada 2000 diyor. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak diyor. Bir tek Alfa ve Beta kaldı. Onların fiyatına bakıyorum. 4500 zedden fazla olmayacak. Alfa'yı da eledim çünkü 4800. O yüzden Beta oluyor. Beta bütün şeyleri karşılıyor.

Zülal birinci güçlük düzeyindeki Araba Gezintisi probleminin çözümünde de ilk problemde olduğu gibi problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Zülal'ın problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür. Bununla birlikte Zülal problem durumunu tam olarak anlamlandıramadığı için bu problemi atlayarak en son çözmeye karar vermiştir.

Zülal: (problemi okur) (Sessizlik)Esra geziyormuş. Arabanın önüne bir kedi koşmuş. Esra frene basmış. Kediye kurtarmış. Hafif sarsılmış. Eve dönmeye karar vermiş. (Grafik üzerinde göstererek) Önce geziyormuş. O yüzden şöyle dokuzdan 12'ye kadar... Bunlar ne? Hızmış... Sonra çok hızlanmış. Birden durmuş. O yüzden şurada (saat 9.02 ve 60 km hızdayken) çarpmış olabilir. Sonra sarsılmış diyor...(Sessizlik) Çok değişik... Şu (9.01 ile 9.02 arasındaki doğru parçası) çok hızlandığını gösteriyor, şu (9.06 ile 9.07 arasındaki doğru parçası) da çok yavaşladığını... Burada (9.02 ile 9.6 arasındaki doğru parçasını) göstererek) durmuş mu? (Sessizlik) Bu soruyu atlasam...

Problemi ikinci kez ele alışında Zülal araştırmacı-öğretmenin de yönlendirmesiyle grafiğin bir hız grafiği olduğunu göz önüne alarak, hız kavramını gerçek yaşam bağlamında yorumlayarak ve verilen temsilden matematiksel bilgileri çıkararak problemi doğru olarak çözebilmiştir.

Zülal: Bu soruya tekrar bakayım (Sessizlik)... Geziye gitti önce geziyor. Şöyle şu kadar bir zaman (9:01 noktasına kadar) gezmiş olsun çünkü fazla hızlı değil. Arabanın önüne bir kedi koştu. Şurada (9:02 ile 9:06 arasındaki doğru parçasını göstererek) frene basıyor çünkü durmuş eve dönmeye karar verdi... (Sessizlik) Ama şunların (diğer doğru parçalarını göstererek) hepsi de eve dönüş yolu olmaz ki çok var... (Sessizlik)

Araştırmacı: Grafik ne grafiği?

Zülal: hız... Hız.

Araştırmacı: Tamam ona göre yorumlamaya çalışır mısın?

Zülal: Araba çok fazla hızlı değil şurada (9:01 noktasına kadar) sıfırdan 12... kilometre... Burada baya... Him, burada (9:02 noktasını göstererek) durmamış şey olmuş çok hızlanmış burada. 60 kilometre bölü saate çıkmış. O zaman burada değil. Sonra devam etmiş sonra birden 12 kilometreye düşmüş. Demek ki burada (9:06 ile 9:07 arasındaki doğru parçasını göstererek) frene basıyor. Birden düşüyor o yüzden şurası (9:06 ile 9:07 arasındaki doğru parçasını göstererek) diye düşünüyorum. Dik bir şekilde birden düşmüş. Şunu (9:06 ile 9:07 arasındaki doğru parçasının başlangıç noktasını göstererek) mu alacağım, şurayı (9:06 ile 9:07 arasındaki doğru parçasının bitiş noktasını göstererek) mı?

Araştırmacı: Soru ne soruyor?

Zülal: Saat kaçtı diyor birden bastığında? Şurasını (9:06 ile 9:07 arasındaki doğru parçasını göstererek) alacağım. 9.04, beş, altı, yedi... 9.06.

Zülal'in Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi bağlamında ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür. Yol ve zaman arasında ilişki kurarak Hale'nin hızını belirleyebilmiş ve buradan orantısal muhakeme yaparak hızlarını karşılaştırabilmiştir. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında Zülal'in diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır.

Soru 6: Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır.

B. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. ✓

C. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır.

D. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir. X

Görsel 3.98. Zülal'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Zülal: (problemi okur) İlk on dakikada dört, sonraki beş dakikada iki... Şöyle bir yol çizeyim. Dört kilometre gitmiş, sonra iki kilometre gitmiş. On dakikada dört, beş dakikada iki orantılı bir artış. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır. Fazla değil çünkü yol 15 bölü... Şöyle bir denklem (orantı kurar) yapayım... Fazla değil çünkü bunları çarptığımızda eşit oluyorlar. Dört kere beş 20 içler dışlar çarpımı yaptığımızda. Yani aynı gitmiş. Orantılı bir şekilde gitmiş. On dakikada dört, beş dakikada iki. A şıkkı yanlış. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Bu doğru. Hale'nin ilk 20 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Bu da yanlış... Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir. Bu da yanlış... B şıkkı diyorum.

Benzer şekilde ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini de Zülal'in kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bu problem bağlamında Zülal'in matematiksel ifadede yer verilen değişkenlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ortaya çıkmıştır.

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan :  $(3 \times E) + Y + D + İ$

$$3 \times 3 + 1 + 2 + 3$$
$$9 + 1 + 2 + 3$$
$$15$$

**Görsel 3.99.** Zülal'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Zülal: (problemi okur) CA için toplam puan... (Sessizlik)

Araştırmacı: Dışından düşün.

Zülal: Toplam puanı bulmak için şunu (kuralı) yapıyormuşuz. Şöyle yazayım da... Emniyet özellikleri üç, E'nin yerine koydum. Üç çarpı üç dokuz. Yakıt verimliliği artı Y, bir... Artı D artı İ... D iki, İ üç... 9-10-12-15.

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Zülal'in ilk problemde olduğu gibi geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurarak hız, geçen süre ve alınan yol arasındaki ilişkiyi veren formülü kullanmaya çalıştığı görülmüştür. Zülal formülü doğru bir şekilde hatırlayabilmiş olsa da geçen sürenin birimlerinin farklı olması nedeniyle doğru yanıtı ulaşamamıştır. Zülal, problemin çözümüne ulaşmak için mantıksal sonuç çıkarmaya yönelmiş olsa da daha çok matematiksel işlemler ile sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ayrıca Zülal'in hız kavramına ilişkin bilgi eksiği olduğu, hız kavramının yorumuna ulaşmak yerine geri çağırmaya

dayalı problem çözme yoluna başvurarak formül olarak hatırlamaya çalıştığı ve işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği görülmektedir. Bu süreçte Zülal'in işleme dayalı problem çözme yoluna gittiği, elde ettiği sonucu seçeneklerde bulamadığında geçen süreler arasındaki üç katlık ilişkiyi kullanarak seçenekler arasından seçim yapmaya çalıştığı görülmektedir.

Zülal: (problemi okur) Yine yol çizeyim. Altı kilometre ortalama hızı 18 miş. Yol bölü zaman... Altı bölü x eşittir 18. Diyor ki Hale'nin teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. Şu denklemi kurayım ( $6 = 18x$  yazar). Yanlış kurdum sanırım. Yol bölü zaman eşittir hız mıydı? (Sessizlik) Yol eşittir... Nasıldı ya şey? (Sessizlik)... Hatırlamaya çalışıyorum. Yol... Ya şurada (soru altıyı gösterir) yaptım. Burada onu dörde böldüm. Hayır... (Sessizlik) B urada yol bölü zaman yaptığımda altı kilometre zamanı bilmiyoruz x eşittir...(Sessizlik) Denklemi mi yanlış kurdum acaba...

Araştırmacı: Soruya bir daha bak.

Zülal: Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/sa olduğunu... Kilometre bölü saat... Kilometreyi saate böleceğim tamam. Doğru... (Sessizlik) Ya bir şeyi yanlış yapıyorum... Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir. Bu yanlış bir kere... Üç saat... (Sessizlik) 18'i altıya... Tamam, saat diyor üç saat o zaman. 18'i altıya bölerim. C daha yakın geliyor.

Araştırmacı: Yol ve zaman arasındaki ilişki neydi? Biraz önce bulamadım dedin ya.

Zülal: Yol çarpı zaman yok... Yol bölü zaman hız mıydı...(Sessizlik) Çünkü şununla (hızla) şunu (zamanı) çarpınca da yolu elde ediyorduk. Zaman yok... Hız 18 miş. Yol da altı... Ee iyi de saat demiş. Zaten burada saat olması lazım değil mi? Ama demin bir bölü üç saat falan denemiştik. Ya şu denklem doğru mu onu şey yapsam formül...

Araştırmacı: Formülün doğru...

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi Zülal formülü doğru hatırlayıp hatırlamadığından emin olamadığı için ilerleme kaydedemediği ve otoritenin onayına ihtiyaç duyduğu görülmüştür. Araştırmacı-öğretmenin formülün doğru olduğunu belirtmesi üzerine Zülal problemin yanıtına kolayca ulaşmıştır. Bu durum Zülal'in kendi muhakemesine güvenmediğini ortaya çıkarmıştır. Problemin her seçeneğinin bir argüman olarak değerlendirilebileceği düşünüldüğünde Zülal'in otoritenin onayını aldıktan sonra diğerlerinin argümanlarını doğrulayabildiği ya da çürütebildiği görülmüştür. Bu bağlamda matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ve akla yatkınlığını değerlendirebildiği görülmüştür.

**Soru 7:** Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/h olduğunu göstermiştir.

**Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?**

☒ A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.  $\frac{1}{2}$

☐ B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.

☐ C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.

☐ D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.  $\times$

18

$\frac{6}{x} = \frac{18}{1}$

$6 = 18x$

6 km

**Görsel 3.100.** Zülal'in Bisiklet Sürücü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

Zülal: Yol altı, zaman yok. Şurası 18. Tamam üç C şıkkı... Ama altıyı üçe bölersem 18... Sıfır virgül... (B şıkkına bakıp) 30 dakika bir bölü iki saat... Altıyı bir bölü ikiye bölersem (işlem yapıp 12 bulur) ... (A şıkkına bakıp) O zaman 20 dakika olacak çünkü o bir bölü üç. Altı bölü bir bölü üç (işlem yapıp 18 bulur)... Tamam, böyle doğru oluyor. 20 dakika olacak.

Zülal dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında öncelikle problemi anlamlandırmaya, problemdeki temel fikri ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu bağlamda problemi tekrar okumuş ve seçeneklerde verilen matematiksel argümanların doğruluğunu değerlendirmiştir. Bu bağlamda Zülal'in ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, problem durumunda verilen deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirebildiği ve matematiksel bir kavramı gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Zülal: (problemi okur)... Depremler ve depremlerin ne sıklıkla oluştuğu konusunda bir belgesel yayımlandı. Bu program depremlerin önceden belirlenebilirliği hakkında bir tartışmayı da içeriyordu. Bir yerbilimci: "Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir"... İki bölü üç... 20 yıl içinde... A şıkkında iki bölü üç çarpı yirmi eşittir on üç virgül üç, öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır... B şıkkı;  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ 'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde-

Araştırmacı: Şey bunlar yansıtıyor mu yansıtmıyor mu onlarla ilgili fikirlerini de söyle.

Zülal: Bu gelecek 20 yıl içinde Zed kentinde (mırıldanarak) ... (Sessizlik) Anlayamadım.

Araştırmacı: Tamam, oku o zaman.

Zülal: Yani anladım da... 20 yıl içinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir... (Sessizlik) A şıkkı yansıtıyor gibi... (Sessizlik) Diğerlerini de okuyup öyle söyleyebilir miyim?

Araştırmacı: Tamam.

Zülal: B şıkkı, iki bölü üç, bir bölü ikiden daha büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... Büyük olup olmadığına bakacağım... Evet büyük. Bu da doğru gibi sanki... C şıkkı gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Bence bu doğru doğru çünkü iki bölü

üç olabilir demiş, bir bölü üç olmaz o zaman daha büyük. D şıkkı da ise ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... (Sessizlik) Bu adam... Şunlar (B ve D şıkkını göstererek) doğru ama bu adam bundan bahsetmemiş. Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir, dedi... C daha yakın geliyor... C diyeceğim.

Zülal beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini çözmede varsayım üretme ve test etme yoluna giderek hem problem durumunu anlamlandırmaya hem de strateji üretmeye çalışmıştır. Bu süreçte problemin önemli değişkenlerini belirlemiş, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş ve ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebilmiştir. Bu bağlamda Zülal değişkenler arasındaki ilişkileri ve değişkenlerin nasıl ağırlıklandırılması gerektiğini sözlü ifade edebilse matematiksel olarak ifade edemediği görülmüştür. Bu nedenle Zülal'ın rastgele değerler vererek varsayım oluşturduğu ve elde ettiği sonuçların doğruluğunu belirlemeye, yanıtını yeniden yapılandırmaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum Zülal'ın genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini göstermiştir. Zülal bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir.

Zülal: (problemi okur) ... (Sessizlik) (gülümseyerek) Nasıl çözeceğim ben bunu... Normalde kural şu:  $(3 \times E) + Y + D + \dot{I}$ . Öyle bir kural... Bir de burada ödülü kazanmak... Hepsine şu kuralı yapsam kim kazanıyor belli olur. (Arabaların puanlarını hesaplar) N1 kazanmaz... SP ile eşit... 2-6-8-10-12. 12 daha düşük... CA zaten 15. KK 16. KK kazanıyormuş...(Sessizlik) Ya nasıl bir formül oluşturacağım. Nasıl oluşturacağım anlamadım... Buraya sayılar mı yazacağım? Buraya sayılar yazacağım. Tamam, o zaman hım anladım. CA arabasının yakıt verimliliği az ya yakıt verimliliğine fazla bir puan yazarsam o zaman onun şeyi yükselir. Dış görünüşün... Ya ben işte diğerlerine göre ayarlamayı düşündüm.

Araştırmacı: Tamam, şimdi anlatmana gerek yok. Çözerken dışından düşün.

Zülal: Şimdi (... E + ... Y+ ... D + ...  $\dot{I}$  yazar) CA'nın emniyet özellikleri üç, KK'nin de öyle SP'nin de. Ama SP'nin diğerlerinden kaybediyor. O yüzden şuna bir iki desem emniyet özelliklerine ya da üç diyeyim. Bu yakıt verimliliği ama şimdi buna çok verirsem diğerleri daha çok yükselir çünkü diğerlerinin iki, üç de var... KK ile karşılaştıracığım çünkü o birinci. (... E + ... Y+ ... D + ...  $\dot{I}$  yazar. ) ikisine de üç buna (emniyet özelliklerine) üç verirsem buna (yakıt verimliliğine) da dört verdim diyelim. Dış görünüşe KK'nin düşük olan iç bağlantılar, en düşük de bunun. Tamam, KK'nin iç bağlantıları iki, CA'nın üç bu yüzden biraz burada kazanıyor CA. İç bağlantılara bir tane şey vermem lazım... Buna(iç bağlantılara) bir iki vermeyi deneyeyim.

Araştırmacı: Dışından hep dışından düşün.

Zülal: Dış görünüşte KK önde. Burada (iç bağlantılar da) kaybediyor, burada (dış görünüş de) kazanıyor. Buna (dış görünüşe) da iki versem bu sayılara göre... 3E emniyet özellikleri üç, Y iki... üç kere üç dokuz, 4-4-6... (toplar) 10-14- 23.

Varsayımlarını üretme ve test etme sürecinde Zülal'in sistematik bir şekilde varsayım ürettiği, problem durumunda verilen araç özelliklerinden en önemli olan ve ön plana çıkarılması gerekeni sistemli olarak artırma yoluna gittiği görülmüştür.

| Araba | Emniyet Özellikleri (E) | Yakıt Verimliliği (Y) | Dış Görünüş (D) | İç Bağlantılar (İ) |
|-------|-------------------------|-----------------------|-----------------|--------------------|
| Ca    | 3                       | 1                     | 2               | 3                  |
| M2    | 2                       | 2                     | 2               | 2                  |
| Sp    | 3                       | 1                     | 3               | 2                  |
| NI    | 1                       | 3                     | 3               | 3                  |
| KK    | 3                       | 2                     | 3               | 2                  |

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan = Mükemmel    2 puan = İyi    1 puan = Orta

Toplam puan =  $3 \times E + 1 \times Y + 1 \times D + 1 \times I$

$(3 \times E) + Y + D + I$

$3 \times 3 + 1 + 2 + 3 = 15$

$3 \times 3 + 1 + 2 + 2 = 14$

$3 \times 3 + 1 + 3 + 2 = 15$

$3 \times 3 + 2 + 3 + 3 = 17$

$3 \times 3 + 2 + 3 + 2 = 16$

**Görsel 3.101.** Zülal'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Zülal: Ya zormuş bu... CA'nın düşük olduğu yerlerde bu (KK) şey... Bunun (CA arabasının) yüksek olduğu yerlere şey yapmam lazım çünkü... CA üç iç bağlantılara vermem lazım biraz çünkü CA üç, KK iki. Dış görünüşte yine KK geçiyor. Yakıt verimliliğinde yine KK geçiyor. Emniyet özellikleri eşit... Şimdi emniyet özelliklerine ne verirsem vereyim etkilemeyecek. Hep aynı olur puanları o yüzden ona bir tane sayı vereyim. O üç olsun. Sonra yakıt verimliliği CA düşük... Düşük bunu... Buna (yakıt verimliliğine) bir versem... Dış görünüş yine düşük... Buna (yakıt verimliliğine) bir, buna (dış görünüş) bir... Üç (CA arabasının puanı)... Beş (KK arabasının puanı)... Beş olur. Bunlarında (emniyet özellikleri) zaten aynı olacak. Ya şey ikisine (yakıt verimliliği ve dış görünüş) de bir versem dedim CA'nın toplamı üç olur, KK'nin toplamı beş olur dedim. Buraya (iç bağlantılara) daha büyük bir rakam verip hani şunla (yakıt verimliliği) eşitler diye düşündüm. Buraya (İç bağlantılara) iki verirsem bu altı olur, bu dört olur. 5-4-9, 6-3 eşit oluyorlar bu sefer. Eşit yapmayı başardım ama... Yakıt verimliliğine iki versem 2-4-6 (CA arabasının katsayılar ikiyken yakıt verimliliği ve dış görünüş puanlarının toplamı), 4-6-10 (KK arabasının katsayılar iki iken yakıt verimliliği ve dış görünüş puanlarının toplamı). Bu sefer çok yüksek oluyor. O yüzden şu ikisine (yakıt verimliliğine ve dış görünüş) bir vermem lazım.

Araştırmacı: İç bağlantıları ne yapacaksın?

Zülal: İç bağlantıları bu daha yüksek olduğu için aradaki farkı kapatmayı düşünüyorum.

Araştırmacı: Kaç vereceksin o zaman ona?

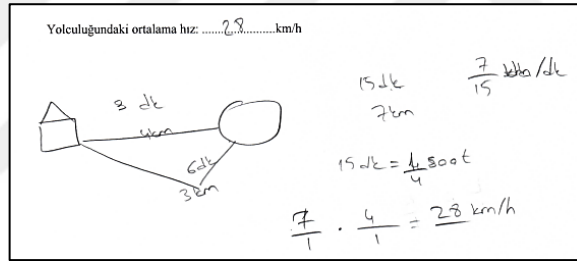
Zülal: Üç versem... Üç kere üç dokuz (CA), üç kere iki altı (KK), altı beş daha 11 (KK arabasının dış görünüş, yakıt verimliliği ve iç bağlantılardan gelen puanı), dokuz üç daha 12 (CA arabasının dış görünüş, yakıt verimliliği ve iç bağlantılardan gelen puanı). Aaa bu sefer büyük oldu. Buna (iç



bağlantılara) üç vermem lazım. Tekrar baştan yapayım (CA arabasının puanları)emniyet özellikleri üç, bir (yakıt verimliliği), iki (dış görünüş), üç (iç bağlantılar).

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Zülal'in genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini ortaya çıkmıştır. Zülal bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir.

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Zülal'in ilk olarak problemi anlamlandırma ve analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Bu süreçte Zülal işleme dayalı ve geri çağırmaya dayalı problem çözme yoluna başvurmuş, hız formülünü kullanarak ve ortalama kavramını dikkate alarak ancak geçen sürenin birimin göz önünde tutmadan problemi kolayca yanıtlayabilmiştir. Ancak yanıtının problemin sınırlılıklarına uygun olup olmadığı sorgulandığında Zülal geçen sürenin birimin göz önünde tutarak problemi doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir.



**Görsel 3.102.** Zülal'in Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Zülal: Soru 8: Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehre kadar bisikletle gitmiş ve bu yolculuğu 9 dakika sürmüştür. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi sadece 6 dakika sürmüştür. Hale'nin nehre gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/sa'dır? Evinden 4 km uzaklıkta olan nehre kadar bisikletle gitmiş... İki tane yol çizeyim. Şurası ev olsun şurası nehir... Dokuz dakika sürmüş dört kilometre... Eve dönüşünde şurası da üç kilometre olsun. Burası da altı dakika sürmüş. Nehre gidiş dönüş yolundaki ortalama hızı kaç saattir? Kilometre bölü saattir... Bunda dokuz, 15 dakika sürmüş 7 kilometre yürümüş. O zaman yol bölü zaman eşittir hız. Yedi bölü 15 eşittir hız. Yedi bölü 15... yedi bölü 15. Böyle kalabiliyor mu? Çevireyim mi? ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Bilmiyorum. Sence doğru mu? O yedi bölü 15 ne? Birimi ne?

Zülal: Ay bu dakika... Şeye çevireceğim. ... (Sessizlik) Kilometre bölü dakika... O zaman şunları (süreyi) şeye çevireyim. 15 dakika eşittir

Zülal: 60 bölü 15... (Sessizlik)... Ya şimdi dakika... Hım bir bölü dört... Yedi bölü bir... Bölmem lazım ters çevireceğim.

Araştırmacı: Bölme olarak yap. Açık açık gözüksün. Her şey net bir şekilde gözüksün. Bölmen lazımsa bölme olarak yap sonra çevir.

Zülal: Direk çevireyim mi ya... 28... 28

Araştırmacı: Ne 28?

Zülal: Ortalama hız.

Araştırmacı: Birim ne birim?

Zülal: Kilometre bölü saat... (Sessizlik)

Zülal'in problemlere verdiği yanıtları açıklama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin sorgulamalarına verdiği yanıtlara bakıldığında strateji seçimini gerekçelendirebildiği ve araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi ile hız kavramının problem bağlamında ne anlama geldiğini yorumlayabildiği görülmüştür.

Problemleri çözme sürecinin sonunda Zülal'in verdiği yanıtların doğruluğuna diğer bir deyişle kendi muhakemesine güvenmediği ve otoritenin onayına ihtiyaç duyduğu görülmüştür. Zülal problemleri çözme sürecinde çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Ayrıca, Zülal'in verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etmeye ilişkin zihinsel ihtiyaç duyduğu ve emin olmadığı problemlere ilişkin çözümlerini yeniden incelediği görülmüştür.

#### 3.5.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde Zülal'in problem çözme sürecinde geri çağırmaya dayalı ve impulsif (ilk aklına gelen çözüm yolunu uygulama) düşünme yoluna başvurduğu ve çözüm sürecinin problemleri kategorize etme, problemin yüzeysel özelliklerine odaklanma ve problemlerdeki temel fikirleri ortaya çıkarmayı ve yanıtın doğruluğunu değerlendirmeyi düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Peki, çalışmaya başlamadan önce problem çözme ile ilgili olarak ne düşünüyordun?

Zülal: Hiç sevmiyordum. İşte zorla matematik testi falan çözerim ama sevdiğim konular olunca, mesela Pisagor, çözebiliyordum. Zor geliyordu... Öyle

Araştırmacı: Peki daha önceden problemleri nasıl çözüyordun? Ne yapıyordun problem çözerken?

Zülal: Bir tane yolu var mesela bildiğim, onu deniyordum sürekli. Olmayınca bir daha baştan yapıyordum, tekrar baştan yapıyordum. Hani başka yolla hiç denemiyordum.

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Zülal'in problem çözme sürecindeki düşünme yollarının değiştiği göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencinin problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği, problem çözme sürecinin aşamalarını göz önüne aldığı

görülmüştür. Bunun yanı sıra Zülal'in, problem çözme sürecinde problem çözme stratejilerinin rolünü ve değerlendirme basamağının önemini fark ettiği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Şimdi problem çözme hakkında ne düşünüyorsun?

Zülal: Bir yolla bulmazsam farklı yoldan denerim mantık yürütebilirim. Mesela şu uçak sorusunda bazılarımız saymıştı. Bazılarımız çarpmıştı. Hani çarptın bulamadın sayarsın. Genellikle o ikinci yolla yapmanın bayağı bir avantajı çok...

Araştırmacı: Peki, şu an karşına bir problem geldiğinde nasıl çözüyorsun?

Zülal: Önce ne istemiş onu buluyorum. Sonra plan nasıl çözeceğimin planını yapıyorum.

Araştırmacı: Sadece ne istediğine mi bakıyorsun?

Zülal: Ne istiyor, ne vermiş...

Araştırmacı: bunları inceliyorsun. Sonra?

Zülal: Nasıl çözeceğimi düşünüyorum ondan sonra uyguluyorum. Eskiden direk işlem yapmaya başlıyordum. Şimdi plan yapıyorum.

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Zülal'in çalışmadan oldukça olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç görüşü ve farkındalık kazandığı ve problemlere daha analitik bir şekilde yaklaşılması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılmıştır.

### 3.6. İrem' in Problem Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Araştırmacı-öğretmenin İrem ile bire bir yaptığı görüşmelerden ve odak grup ile yapılan öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgular bu bölümde sunulmuştur. İrem'in çalışma boyunca yansıttığı matematik okuryazarlığı becerileri, muhakeme ve argüman yeterliliği ve düşünme yolları bu bölümde ayrıntılı olarak betimlenmiştir.

#### 3.6.1. Ön klinik görüşme bulguları

İrem açık uçlu ölçme aracında yer alan matematik okuryazarlığı maddelerinden Kitaplık problemi dışındaki tüm problemleri yönlendirme olmaksızın doğru olarak çözebilmiştir. İrem ön klinik görüşmede heyecanlanmış ve fikirlerini açıklamada zorlanmıştır. Öğrencinin görüşme sonrasında yazdığı günlükteki ifadeleri de bu görüşü desteklemektedir. Açık uçlu veri toplama aracının uygulanmasının üzerinden zaman geçtiği için, İrem işlem yapmadığı problemleri nasıl çözdüğünü hatırlayamamış ve çözümü açıklayamamıştır. Bu tür durumlarda öğrenci problemi yeniden çözmeye yönlendirilmiştir. Bu süreçte İrem, problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür.

İrem ön görüşme problemlerini çözerken ve açıklarken muhakeme ve argüman yeterliğinin en üst düzeyindeki becerileri göstermiştir. Bu bağlamda İrem'in doğrudan ve problemde verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapabildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği ve muhakeme zincirlerini anlayıp oluşturabildiği görülmüştür.

Problem durumunda verilen bilgilerden ilişkili olanları belirleyerek doğrudan çıkarım yapmayı gerektiren Kitaplık Sistemi 1 problemini İrem kolayca yanıtlamış ve yanıtını açıklamıştır. İrem'in aynı zamanda yanıtının doğruluğunu savunabildiği, yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebildiği ve yanıtın doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür.

İrem: (problemi okur)Yer almayan kitap... Yer almayan 14 öğrenciler için... Evet 14.

Araştırmacı: Nasıl belirledin?

İrem: Burada şimdi ayrıtılan olmayan diyor. Ayrıtılan listesinde yer alamayan kitaplar için...

Orada çalışanlar için 28, öğrenciler için 14 diyor. Öğrenciye olduğuna göre 14.

Araştırmacı: Emin misin?

İrem: Evet.

Araştırmacı: Kontrol ettin mi?

İrem: Hayır.

İrem tablodaki ve bağlamdaki sözel bilgilerden doğrudan çıkarım yapmayı ve problemde verilen çözümle ilgili bilgileri belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapmayı gerektiren Kaykay 1 ve 2 problemlerini, açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında doğru bir şekilde yanıtlayabilmiş ancak ikinci alt problemin yanıtına nasıl ulaştığını gösterecek bir çözüm yapmamıştır. İrem'in Kaykay 1 problemine ilişkin çözümü Görsel 3.103'de sunulmaktadır.

|                            |     |      |    |
|----------------------------|-----|------|----|
| (a) En düşük fiyat : ..... | 80  | zed. | 40 |
| (b) En yüksek fiyat: ..... | 127 | zed. | 16 |
|                            | 65  |      | 10 |
|                            | 36  |      | 20 |
|                            | 16  |      |    |
|                            | 20  |      |    |
| Sıra 2:                    | 127 |      |    |

**Görsel 3.103.** İrem'in Kaykay 1 Problemine İlişkin Çözümü

İrem' in çözümlerini açıklaması istendiğinde Kaykay 2 problemini nasıl çözdüğünü hatırlayamadığı görülmüştür. Bu nedenle öğrenci problemi yeniden çözmesi için yönlendirilmiştir. Problemleri yeniden çözme sürecinde İrem'in senaryoda ve problemde verilenleri ve istenenleri analiz edebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, problem bağlamında ve tabloda verilen bilgileri ilişkilendirebildiği görülmüştür. İrem bu problemlerin çözümü için uygun birer strateji üretebilmiş ve fikirlerini açıklayabilmiştir.

İrem: (soruyu okur) Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçaları birleştirerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır? Hım, (senaryoya bakarak) en düşük olarak kaykay tahtası... Burada en yüksekte... Burada şu malzemeler için en düşüğü topladım en düşük fiyatı sorduğu için. Buradaki en düşükleri en baştakileri topladım. Sonra en yüksek için de buradaki en pahalı fiyat hangisiyse onları topladım.

...

İrem: Hım, burada yani üç tane kaykay tahtasından... Ya sıra sıra yazmışım herhâlde. Birinci kaykay tahtası, ikinci kaykay tahtası, üçüncü kaykay tahtası... Sonra birinci tekerlek seti, ikinci tekerlek seti, birinci birleştirme seti, ikinci birleştirme seti.

Araştırmacı: Parçalara numara mı vermişsin?

İrem: Evet öyle yapmışım herhâlde... Evet, öyle yapmışım.

Araştırmacı: Sonra ne yaptın? Ne düşündün? Hatırlamıyor musun nasıl çözdüğünü?

İrem: Hayır.

Araştırmacı: Hatırlayamadıysan önemli değil. Şimdi bir daha bak. Ne anlatılıyor soruda?

İrem: Kaykay yapması için seçenekler var. İşte bunları kullanarak kaç tane farklı kaykay yapabilir bunu soruyor.

...

Araştırmacı: Problem yeni bir problem gibi düşün. Nasıl bulunabilir bu sorunun bizden istediği şey... Kaç tane farklı kaykay yapabilir...

İrem: Mesela 40-14-16-10 ya da 40-36-16-20 falan. Bu şekilde.

Araştırmacı: Tamam. Nasıl olur o zaman? Yap bakalım.

İrem: Böyle saymışım herhâlde.

Araştırmacı: Tamam say. Say yüksek sesle.

İrem: 40-14-16-10 olur. 40-14-16-20 olur. 40-36-16-10 olur. 40-36-16-20 olur. Sonra 60-14-16-10 olur. 60-14-16-20 olur. Altı oldu. 60-36-16-10 olur. 60-36-16-20 olur. Sekiz oldu. 65-14-16-10 olur. Dokuz. 65-14-16-20 olur. On. 65-36-16-10 olur. 65-36-16-20 olur. 12 tane.

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi İrem Kaykay 2 problemini sistematik liste yapma stratejisi ile çözmüştür. İrem ayrıca problemin altında yatan kavramın permütasyon/ kombinasyon olduğunu sezgisel olarak fark edebilmiş ve ifade edebilmiştir. Ancak problemi liste yapma strateji ile çözmenin daha kolay olduğunu belirtmiştir. Bu durum İrem'in problem için gerekli kavramsal bilgiye sahip olduğunu düşündürmüştür. İrem birinci ve ikinci probleme ilişkin strateji seçimlerini gerekçelendirebilmiş ancak stratejilerin etkililiğini değerlendirememiştir.

Araştırmacı: Tamam. Neden peki çarptım mı acaba dedin?

İrem: Ya belki çarparak bulmuşumdur. Permütasyon, kombinasyon öyle bir şey yapmış olabilirim.

Araştırmacı: Hım, anladım. O zaman çarpma işlemi mi daha uygun olur?

İrem: Yok saymak daha iyi...

İrem Kaykay birinci ve ikinci alt problemine ilişkin çözümünün ve yanıtının doğruluğundan emin olduğu, çözümün/yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebildiği ancak problemlerin çözümünü kontrol etmediği görülmüştür. Bu durum İrem'in yanıtın doğruluğunu savunduğunu ve kendi muhakemesine güvendiğini göstermektedir.

Araştırmacı: Kontrol etme durumuna girdin mi? Hiç kontrol ettin mi yani sonucunu?

İrem: Ya ben bu soruların hepsini kontrol edemedim. Çünkü zaman zaten ancak yetti.

Araştırmacı: Emin misin peki bu sonucun doğruluğundan?

İrem: Yani.

Araştırmacı: Kesin doğru mu?

İrem: Bence doğru yani...

Araştırmacı: Tamam emin oldun.

İrem: Evet.

...

Araştırmacı: Emin misin peki bu sonucun doğruluğundan?

İrem: Tek tek sayınca emin oldum ama bunu yaptığımda emin değildim.

Araştırmacı: Ama şimdi emin oldun mu?

İrem: Evet.

Araştırmacı: Anladım. Ama ilk yaptığında? Tam hatırlamıyorsun gerçi de nasıl yaptığını.

İrem: Çok emin değildim.

Araştırmacı: Şimdi eminsin.

İrem: Evet.

Açık uçlu veri toplama aracında yer verilen ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapmayı gerektiren problemler Kaykay üçüncü alt problemi, Kitaplık problemi ve Derin Dondurucu ikinci alt problemidir. İrem açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında Kaykay üçüncü alt problemini doğru bir şekilde yanıtlatabilmiş ancak problemin yanıtına nasıl ulaştığını gösterecek bir çözüm yapmamıştır. Açık uçlu veri toplama aracının uygulamasında Kitaplık problemini çözmemiş, Derin Dondurucu ikinci alt problemini doğru olarak yanıtlatabilmiştir.

İrem'in Kaykay üçüncü alt problemi bağlamında çözümlerini açıklaması istendiğinde bu problemi de nasıl çözdüğünü hatırlayamadığı görülmüştür. Bu nedenle öğrenci problemi yeniden çözmesi için yönlendirilmiştir. Problemleri yeniden çözme sürecinde İrem'in senaryoda ve problemde verilenleri ve istenenleri analiz edebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, varsayım oluşturma ve test etme yoluna gittiği, bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yaptığı görülmüştür. İrem ilk olarak minimum fiyatı belirlemiş, daha sonra hangi parçaların fiyatını arttırabileceğini test etmiştir. İrem problemde verilen sınırlılıkları göz önüne alarak verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırabilmiştir. İrem'in Kaykay üçüncü alt problemine ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.104' de verilmiştir. İrem'in burada sistematik deneme yanılma yoluna başvurduğu görülmüştür.

|    |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|
| 40 | 60  | 60  | 65  |
| 14 | 36  | 14  | 14  |
| 16 | 16  | 16  | 16  |
| 20 | 20  | 20  | 20  |
| 20 | 132 | 110 | 115 |

**Görsel 3.104.** İrem'in Kaykayın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Çözümü

Araştırmacı: Mesela başla bakalım. Nasıl başlayacaksın? 120 zed parası var.

İrem: Şu 16 kesin. Altı...

Araştırmacı: Altı dedin ya. Ne düşünüyorsun?

İrem: İşte bunu sıfıra tamamlamak için 120'nin sonundaki sıfıra. 40-14-36... Yok, 40-14-16 sonra şunlardan (10 ya da 20) biri. 40-14-16-20.

Araştırmacı: Niye 20'yi aldın oradan?

İrem: Çok olsun... İşte yani 120'ye yaklaşsın diye. Olmadı bu.

Araştırmacı: Ne çıktı?

İrem: Az çıktı. 80 çıktı. O zaman buradan 60'ı yazayım. Sonra 36. Bakayım 16-20. Buda fazla oldu herhâlde. 132. Evet birini azaltayım.

Araştırmacı: Hangisini azaltacaksın?

İrem: Tekerlekleri... 36-14.

Araştırmacı: Niye?

İrem: Ya da yok o değil. Şunu azaltayım.

Araştırmacı: Bir düşüncenden vazgeçme. Neden hani onu azaltmak istedin?

İrem: O biraz fazla oldu. Şunu azaltayım 10 azalsın. O zaman 122 oluyor. Yine alamaz herhâlde. 122'yle de almaz. O zaman yine dörtlü tekerlek setini azaltacağım. Bunu 36 almıştım. 14 alırım şimdi. Öbürlerini de öyle alacağım. 110 oluyor. Ben öyle mi yapmışım? Yok.

Araştırmacı: Şimdi 110 oldu. Hala harcayacak parası var. Başka artılabileceğin parça var mı?

İrem: Şu kaykay tahtasını 65 yaparsam 115 olur. 115 olur.

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi İrem hangi parçanın fiyatını neden azalttığı ve arttırdığını gerekçelendirebilmiştir. Bu durum İrem'in strateji seçimini gerekçelendirebildiğini ve savunabildiğini göstermektedir. Araştırmacının neden dörtlü tekerlek setinin fiyatını azaltmayı düşündüğünü sorması üzerine İrem, diğer seçeneği değerlendirmiş ve tekerleklerin fiyatının azaltılmasının işe yaramadığını belirtmiştir. İrem'in Kaykayın üçüncü problemine ilişkin çözümünün ve yanıtının doğruluğundan emin olduğu, çözümün/yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebildiği ancak problemlerin çözümünü kontrol etmediği görülmüştür. Bu durum İrem'in yanıtın doğruluğunu savunduğunu ve kendi muhakemesine güvendiğini göstermektedir. Ayrıca İrem'in problemi çözmek için farklı bir strateji yapılandırmaya yönelmediği görülmüştür.

Araştırmacı: Bir dakika sonucun doğruluğundan emin misin?

İrem: Evet.

Araştırmacı: O zaman emin olmak için emin miyim diye baktın mı?

İrem: Yok.

Araştırmacı: Bu sonucun doğruluğunu başka bir yolla daha kontrol edebilir misin?

İrem: Başka bir yolla. Edilmez herhâlde.

İrem Kitaplık problemine ilişkin çözümünü anlamada ve açıklamada zorlanmıştır. Problemi yeniden çözme sürecinde ise problem durumunda verilen ve istenenleri analiz edebilmiş, bilgileri ilişkilendirebilmiş ve temel fikirleri ayırt edebilmiştir. İrem başlangıçta bağlamın matematiksel prosedürlere etkisini anlamakta zorlanmış ve



matematiksel sonuçları problem bağlamında yorumlamakta güçlük çekmiştir. Bu durum İrem'in bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji üretmekte zorlanmasına yol açsa da, İrem fikirlerini açıklayarak ve sonuçları problem bağlamında yorumlamaya çalışarak uygun stratejiyi üretebilmiştir. İrem bu bağlamda tüm oranları hesaplama ve bunları toplama yoluna gitmiştir.

Handwritten mathematical work showing several division problems and calculations:

- $26 \overline{) 14}$  with a remainder of 6,...
- $33 \div 6 = 5, \dots$
- $200 \overline{) 12}$  with a remainder of 80,...
- $20 \div 2 = 10$
- A subtraction problem:  $26 \overline{) 63}$  with a remainder of 2.

**Görsel 3.105.** *İrem'in Kitaplık Problemine İlişkin Çözümü*

Araştırmacı: Yüksek sesle düşün. İstersen soruya yeniden bak. Ne anlatıyor soruda?

İrem: Şimdi marangozun işte kitaplık yapmak için lazım olan malzemeleri var, bunun deposunda olan malzemeler var. İşte bu elindekileri kullanarak kaç tane yapabilir?

Araştırmacı: Şimdi biz yeniden yapalım. Kaç tane kitaplık yapacağımızı nasıl bulabiliriz?

İrem: ... (Sessizlik) Ben herhâlde tekrar yapsam buradaki şeyleri (elindeki malzemeleri) buna (ihtiyacı olan malzemelere) bölüp toplardım herhâlde.

Araştırmacı: Neden öyle yapardın?

İrem: Yani ona göre çıkardı işte malzemelere göre.

Araştırmacı: Yap istersen. Yapmak ister misin?

İrem: Dur bakayım. 26'yı 4'e böleceğim herhâlde. Sonra 33 kısa tahta. Ama bunları bölünce tam çıkmıyor ki...33'ü 6'ya bölecektim. Ama tam çıkmıyor.

Araştırmacı: Tam çıkmıyorsa ne olur?

İrem: Tam çıkmıyorsa malzemesi kalır herhâlde sonra. Ama yine yapar herhâlde ya.

İrem: Mesela 26'yı 4'e bölünce 6 virgül bir şey bir şey çıkıyor. 6 tane yapar geriye malzemesi kalır herhâlde. Sonra 33'ü 6'ya bölmemiz lazım. O da 5 virgül bir şey bir şey çıkıyor. 5 tane ondan kullanır. Geri kalır herhâlde. 200 küçük çivi... 200'ü küçük 12'ye bölüyoruz... Bu da 16 virgül bir şey, bir şey, bir şey. 20 büyük çivi. Bu da 10 oluyor. 20 ikiye bölersek 10. 510'u da 14'e bölersek 36 olur. Ama sonra bunları toplayınca... 63 oluyor bu seferde.

Araştırmacının İrem'i strateji seçimini gerekçelendirmesi, bulduğu sonuçları problem bağlamında yorumlaması ve yanıtın doğruluğunu kontrol etmesi için yönlendirmesi ile İrem çözüm stratejisini değerlendirerek düzenleyebilmiştir. Bu süreçte İrem ürettiği stratejide yaptığı hatayı fark etmiş, varsayımlar üretip test ederek ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapabilmiş ve problemin yanıtına ulaşabilmiştir.

Araştırmacı: Neden topladın onları?

İrem: İşte buradaki malzemelere göre belirleyecektim ama... Ama olmadı bu yöntem böyle. Çünkü yetmedi. Yine herhâlde ya en küçükten ya da en büyükten başlamak lazım... Yani böyle olmadı.

Araştırmacı: Neden olmadı peki?

İrem: Bölünce yetmedi. İyice saçma oldu bence. Saçma geldi şu an böyle onları toplamak falan. Saçma geldi. Ya en azdan ya da en çoktan başlayalım bence.

Araştırmacı: Peki sen bunları niye bölüyorsun? Asıl oraya gelelim biz.

İrem: ... (Sessizlik) Lazım olan değil de yani. Bu bölünce herhâlde kaç tane kitaplığa yeteceği çıkıyor. 6 tane kitaplığa yetecek kadar mesela uzun levhası var. O şekilde yani. Öyle.

Araştırmacı: O zaman hepsini bana bir tek tek söyle. Uzun levhalar kaç kitaplığa yetiyor?

İrem: Hım, uzunlar mı? 6 taneye yetiyor. Kısalar 5 taneye. Küçük çiviler 16 taneye yetiyor. Büyük. O da 10. Vidalar da 36.

Araştırmacı: Şimdi bir daha düşünelim. Bu durumda, bu marangoz bu malzemelerle kaç tane kitaplık yapabilir? Bu bize bir bilgi veriyor mu?

İrem: Bu çıkanların en büyüğü 36. Ama 36 tane yapabilir herhâlde. En fazla.

Araştırmacı: 36 tane yapmak için malzemeleri yeterli mi?

İrem: ... (Sessizlik) Yani... Hım, yok değil herhâlde. Vida yetiyor. Ama öbürleri yetmiyor.

Araştırmacı: Diğerlerini deneyelim. Büyük çivilerden kaç tane yapabiliyordu?

İrem: 10 tane.

Araştırmacı: Peki, elindeki malzemeler 10 tane yapmaya yetiyor mu?

İrem: Hım... O zaman en azını seçeceğiz. Öbürleri artabilir ama. En azı kullanalım. O tam gelecek. Öbürleri artabilir. Artması sorun olmaz malzemelerin. O zaman en azı seçeceğiz. En az da 5 oluyor. Ya da 6 ama çünkü 5 yetmedi. Kısa... 6 tane lazım ama. 6 o zaman. O da 5'ten sonra en küçük. 6 bence.

Araştırmacı: 6 tane mi yapabilir? Kontrol edelim mi bir daha tekrardan? 6 tane kitaplık yapacak. Uzun tahta levhaları yetiyor mu 6 kitaplığa?

İrem: Uzun yetiyor.

Araştırmacı: Tamam. Kısalar yetiyor mu 6 tane kitaplık için?

İrem: Kısalar yetmiyor ya. Ama şimdi şu kısa tahta olmadı. 5 desek... 5 olunca yetiyor ama.

İrem Kitaplık problemine verdiği yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebilmek amacıyla yanıtın doğruluğunu farklı bir yolla daha kontrol etmiştir. Böylelikle çözümün ve yanıtın doğruluğundan emin olmuş ve yanıtın doğruluğunu savunmuştur. İrem'in doğrulama yolu deneysel kanıt şemasına başvurduğunun bir göstergesi olarak ele alınabilir.

İrem: Bütün malzemeler 5 olunca yetiyor.

Araştırmacı: Yetiyor mu?

İrem:  $5 \times 4 = 20$ ,  $5 \times 6 = 30$ ,  $5 \times 12 = 60$ ,  $5 \times 2 = 10$ . Bu da yetiyor.

Araştırmacı: Şimdi yeniden yapınca 5 demiştin. Emin misin?

İrem: Evet.

Araştırmacı: Başka bir yoldan gösterebilir miyiz sonucun doğruluğunu?

İrem: Ya kontrol ederiz işte 5 tane ile çarpıp bunların hepsini. Mesela 5 ile 4'ü çarparsız 20. 26 tane uzun levhası var artması sorun olmaz. Yeter o yüzden hepsine yetiyor.

Derin Dondurucu probleminin senaryosunu anlamakta zorlandığını ve tam olarak anlayamadığını ifade etse de, İrem problem senaryosunda verilen bilgileri analiz edebilmiş, temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş, problemin varsayımlarını belirleyebilmiş ve ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebilmiştir.

Araştırmacı: Problemden ne anladığına bir bakalım. Şimdi mesela burada ne diyor?

İrem: Bir derin dondurucu varmış. Oradaki talimatlara göre... (Sessizlik) Sıcaklık ayarı yapmış. İkinci konum normaliymiş.

Araştırmacı: Ne demek normal?

İrem: Normal... Ya normal o şeyde çalışabilir. Yani en uygun o derecedir. Ama bu 4. konuma ayarlamış. Bir dakika evet 4. konuma ayarlamış sonra normaline göre... Dört saat sonra yine derin dondurucuyu doldurunuz diyor. Ona göre yapmış yine dört saat sonra doldurmuş. Sonra sekiz saat geçmiş. Motor çalışıyormuş bu sırada yine. Soğukluk varmış ama uyarı lambası yanıyormuş hala. Uyarı lambası ne için... Bu herhâlde soğukluğunu mu gösteriyor acaba? Hani yeterince soğuk olduğunu... Hım, derin dondurucu sıcaklığı yeterince düşene kadar yanıyor bu ışık. Ama yeterince düşene kadar nereye kadar? Konuma kadar düşecek sanırım. Bu süre ayarladığınız sıcaklığa göre 1-3 saat sürecektir...

Araştırmacı: Şimdi o zaman bunu toparlayalım. Derin dondurucunun konumları var. Kırmızı uyarı lambası var. Normal konumu iki. Başka ne var?

İrem: O dörde ayarlamış. Motor çalışırken hala soğuk ama uyarı lambası hala yanıyor.

Araştırmacı: Tamam. Bir de sıcaklık ve konumlar var. Onlar ne anlatıyor sana?

İrem: Ya mesela konumunu göre sıcaklık var yanında. Ayarladığımız konuma getirince demek ki bir süre sonra o sıcaklığa kadar düşüyormuş dondurucunu sıcaklığı. Mesela 3'e ayarlarsak -21'e gelinceye kadar dolap soğutuyor. -21 gelince normal oluyor yani.

Araştırmacı: Ne oluyor -21'e gelince?

İrem: Sabit kalıyor.

Araştırmacı: Bu süreçte uyarı lambası ne oluyor?

İrem: Uyarı... Mesela -21'e gelince uyarı lambası sönecek.

Araştırmacı: Gelmedi daha -21'e.

İrem: O zaman yanmaya devam eder.

Araştırmacı: -21'i geçti?

İrem: Geçti. Geçmez herhâlde ya.

İrem, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilmeyi, birbirine bağlı neden sonuç ilişkileri kurmayı (muhakeme zinciri) ve bu ilişkilerden bir sonuç çıkarmayı gerektiren, geri çıkarımsal muhakeme yoluyla çözülebilecek bir problem olan Derin Dondurucu probleminin ikinci alt probleminde verilen ve istenenleri analiz edebilmiştir. İrem'in problemde verilen topraklı prizin ne olduğu ve havalandırma ızgarasının ne olduğu ne işe yaradığı gibi mekanizmaya ilişkin temel bilgileri bilmediği

görülmüştür. İrem uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratabilecek uyarılardan topraklı priz ile ilgili olanı teknik bilgi eksikliği nedeniyle doğru olarak değerlendirememiş diğer uyarıların tümünü doğru bir şekilde gerekçelendirerek değerlendirebilmiştir.

Araştırmacı: Şey tabloya ne yazman gerekiyor?

İrem: Buradaki uyarıya göre mesela uyarıyı yapmadı. İşte o zaman lambanın sönmesinde gecikme yaratıp yaratmayacağını soruyor.

Araştırmacı: Tamam 1. uyarıya bakalım.

İrem: Toprak hattı olmayan prizlere takmayınız... (Sessizlik) Yani toprak hattı olanlara takın diyor... (Sessizlik)

Araştırmacı: Ne anladın?

İrem: Ya toprak elektriği çeker. O zaman niye toprak hattı olana bağlıyoruz? Onu anlamadım.

Araştırmacı: Peki, ne dersin bu uyarıya uymadığı zaman gecikme yaratmış olabilir mi?

İrem: Uymadıysa toprak hattı olanı taktıysa o zaman mesela toprak hattı olanı taktıysa elektrik daha az gelir herhâlde o zaman. Yani biraz daha az az mesela çok gelmez. Az gelirse çabuk soğumaz. O zaman işte yani bunun ayarladığı sıcaklığa gelemiz hemen o yüzden yanıyor olabilir. 2. uyarıda derin dondurucunun ısısını gereğinden düşük ısılara ayarlamayınız. -18 derece normaldir.

Araştırmacı: Burada ne demek istiyor? Gereğinden düşük derken ne diyor?

İrem: İkiden aşağıya mesela üç, dört, beşe ayarlamamızı söylüyor. O zaman bu birden öyle verince yani bozulabilir. O yüzden şey yapmış olabilir. Sönmemiş olabilir. Gecikme yaratır yani yine. 3. uyarıda havalandırma ızgarası kapatılarak dondurucunun yeterince soğuması engellenmiş olabilir bu yüzden de gecikme olmuştur.

Araştırmacı: Yani soğumasını niye engellemiştir?

İrem: Soğuması... Kapatılırsa dondurma kapasitesi düşüyormuş. Açık olursa yükselir... Havalandırma ızgarasının ne olduğunu bilmiyorum ki... Yine anlatamadım. 4. uyarıda marul, turp, üzüm bütün elma ve armut ya da yağlı et dondurmayınız. Bence bu uyarı gecikme yaratmaz yazmışım. Bence ne yapabilir ki yiyecekler yani? Bence gecikme yapmamıştır yani dondurucunun ısısıyla ilgili. Yani sıcaklığıyla. Bence yapmamıştır. 5. uyarı: Taze yiyecekleri dondurmadan önce tuzlamayınız ya da baharatlamayınız. Tuzlarsak, baharatlarsak... Bence yiyeceklerle alakası yok yani bunla da bence alakası yoktur. Koyduğumuz yiyeceklerle... Yani niye tuzlarsak bence bir şey olmaz ki baharatlarsak. Yani yiyeceklerle bir alakası yoktur bence. Yaratmaz bence. Buzdolabının yani o şeyle ilgisi vardır lambayla ilgili bir ilgisi vardır bence. Yani yemeklerle yoktur yani. Derin dondurucunun kapağını çok sık açmayınız. Bu yaratır yani çok açarsak içeri hep sıcak hava sıcak hava girer. Soğutmaz o zaman da belirlendiği sıcaklığa gelmez. O neydi? -25' e gelemiz yani. Böyle ikide bir içine sıcak hava gelir. Donmaz o zaman da.

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi İrem uyarılar ile uyarı lambasının ışığının sönmesi arasında ilişki kurmaya çalışmış ve ileri sürdüğü iddiaları gerekçelerle destekleyebilmiştir. İrem'in problemi doğru olarak yanıtlayabilmesine karşın yanıtlarının doğruluğundan emin olmadığı, yanıtlarının doğruluğuna kendini ikna edemediği

görülmüştür. Bunun bir sonucu olarak İrem yanıtlarının doğruluğunu savunamamıştır ve İrem'in otoriteye karşı kendi muhakemesine güvenmediği düşünülmüştür.

Araştırmacı: Bu uyarılara vermiş olduğun yanıtlardan emin misin?

İrem: Hayır. Hepsi yani... Hepsinden emin değilim.

Araştırmacı: Hangilerinden eminsin?

İrem: İki ve altıdan eminim.

Araştırmacı: Mesela marul, taze yiyecekler onlarda da çok emin gibiydin.

İrem: Emin olamadım. Şimdi emin olamadım. Böyle sorunca olmayadabilir.

Derin Dondurucu probleminin birinci alt problemi ile Kitaplık Sistemi probleminin ikinci alt problemi muhakeme ve argüman yeterliliğinin en üst düzeyi olan çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak ve bu bileşenleri kombine ederek muhakeme zincirleri oluşturma, sentezleme ve değerlendirmeyi gerektirmektedir. İrem bu problemlerin ikisini de doğru olarak yanıtlayabilmiştir.

Derin Dondurucu probleminin birinci alt probleminde İrem problemde verilenleri ve istenenleri belirleyebilmiş, temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş, tümevarımsal muhakeme yoluyla genellemelere ulaşabilmiş ve muhakeme zincirleri oluşturabilmiştir. İrem karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama yapabilmiş, argümanlar oluşturmuş, test etmiş ve muhakeme zinciri oluşturarak tümevarımsal muhakeme yapabilmiştir. Verdiği yanıtları açıklayabilmiş, gerekçelendirebilmiş ve genellemeye ulaşabilmiştir. Bununla birlikte yanıtlarının doğruluğundan emin olamamış, yanıtın doğruluğuna kendini ikna edememiş, yanıtlarını savunamamıştır.

İrem: Banu ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner... Bu dörde ayarlamış. 5. konuma gelince ışık söner. O zaman boş bırakmışım ben. Fazla soğutmuş olabilir.

Araştırmacı: Şunu söyledin: Dörtteyken kırmızı ışık yanıyordu, beşe getirdi kırmızı ışık söndü. Bende sana diyorum ki uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını gösterir mi bu durum?

İrem: Bence gösterir.

Araştırmacı: Gösterir mi? Düzgün çalışıyordur der misin?

İrem: ... Bir dakika... Normalde sıcaklığa gelince sönmesi lazımdı ama sönmedi. Beşinci konuma getirince söndü. O zaman çalışmaz ki. O zaman bozulur. Göstermez.

Araştırmacı: Göstermez diyorsun. Neden peki? Neden göstermiyor?

İrem: Çünkü mesela -25'e gelince sönmesi lazımdı. O konumun sıcaklığı... İşte o belirlendiği şeye ulaşıncı sönmesi lazımdı ama burada sönmemiş. Beşinciye getirince sönmüş. O zaman bence bozuk. Çalışmaz.

Araştırmacı: Tamam. İkiye bakalım. İkiye cevap da vermişiz.

İrem: Banu ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner. Ben ne yazmışım? Gösterebilir çünkü 4. konum derin dondurucu için fazla olmuştur ve derece yükseltince-yükseltme derken azaltmak- sönebilir. Yani evet bu da mesela derin dondurucuya mesela normali iki ya burada 2. konum normal diyor. Bu daha da düşürmüş. Birden öyle yapınca mesela derin dondurucuya fazla gelmiş de olabilir o sıcaklık. Sonra işte düşürünce daha altlara düşürünce ışık sönerse- İşte o zaman yani ışık sönebilir o zaman işte. Yani gösterir bence.

Araştırmacı: Tamam. Üçe bakalım.

İrem: Banu 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder. Gösteremez çünkü dereceyi yükseltince de yanıyorsa bozuk olabilir. Ya evet mesela şimdi dedim ya fazla gelmiştir diye... İşte mesela dördüncüsü fazla gelmiş diyelim. Bire getirince mesela düşürdük ama hala yanıyor. O zaman bence bozuk olabilir yani yine ilkindeki gibi.

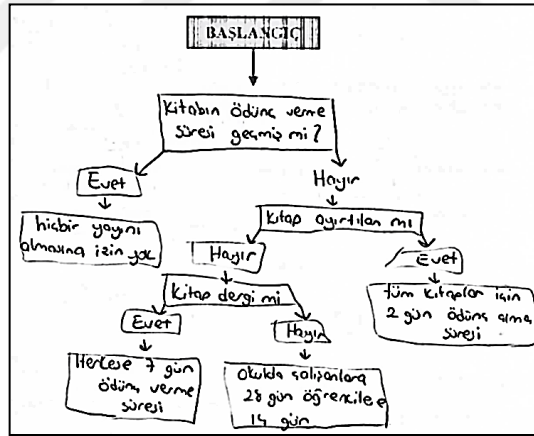
Araştırmacı: Anladım. Ne olmasını beklerdin bire getirince?

İrem: Bire getirince bence sönmeliydi.

Araştırmacı: Anladım tamam devam edelim. Emin misin bunlardan?

İrem: Çok emin değilim.

İrem'in Kitaplık Sisteminin ikinci problemine ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.106' da sunulmaktadır.



**Görsel 3.106.** İrem'in Kitaplık Sisteminin İkinci Problemine İlişkin Çözümü

Kitaplık Sistemi ikinci alt probleminde İrem, problemde verilenleri, istenenleri ve problemin sınırlılıklarını belirleyebilmiş ve çözümün kapsamını anlamlandırabilmiştir.

Araştırmacı: Ne istiyor senden?

İrem: Yeşil Orman Lisesi'nin kitaplık sistemini böyle kolaylaştıracak işleyiş şemasını istiyor. Can Halıcı Lisesi'ninki gibi...

Araştırmacı: İşleyiş şeması istiyor. Peki, bunun nasıl özellikleri var?

İrem: İşlevsel olmalı bayağı az şey olmalı nasıl desem... Az denetim aşamasıymış. Az denetim aşaması olmalı. Bunların da iki tane cevabı olmalı böyle evet hayır gibi. Bu şekilde.

İrem'in bu problem bağlamında fikirlerini açıklayabildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği ve muhakeme zincirleri oluşturabildiği görülmüştür. İrem, problemde verilen bilgiler arasındaki tümdengelsel ilişkiyi belirleyebilmiş, karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama yoluna gidebilmiştir.

Araştırmacı: Tamam, peki sen buraya bir cevap vermişsin. Nereden başladın?

İrem: Kitabın ödünç verme süresi geçmiş mi olarak. Yani evetse eğer hiçbir kitap alamaz.

Araştırmacı: Niye oradan başlamaya karar verdin?

İrem: Evet. Önce alabilir mi alamaz mı ona karar vermek lazım. Öyle başladım. Eğer evetse yani süresi geçmişse hiçbir yayını almasına izin olmaz. Yani kitap alamaz o zaman. Eğer yoksa gerisini ayırdım öyle işte.

Araştırmacı: Nasıl yaptın yoksa?

İrem: Önce kitabın ayırılan mı olduğunu sordum işte ona ayırttım. Yani kitap ayırılansa, tüm kitaplar için iki gün ödünç alma süresi vardır yazdım oraya. Eğer kitap ayırılan değilse yani kitap ayırılan değil o zaman kitabın dergi olup olmadığını yazdım. Çünkü dergiyse ödünç verme süresi farklı.

Araştırmacı: Şimdi neden önce ayırılan mı diye sordun?

İrem: Neden çünkü kitapları ayırılan ayırılmayan diye ayırmışlar ondan.

Araştırmacı: Kitap demiş dergi demiş, ayırılan demiş.

İrem: Ayırılmayanlar da var.

Araştırmacı: Çalışan öğrenci demiş. Hani mesela kitapla dergiyle başlamamışsın. Ya da öğrenci mi çalışan mı diye başlamamışsın. Niye ayırılan mı diye başladın?

İrem: Ayırılan da var ayırılan olmayan da var. Bunları da ayırmak lazım içinde... O yüzden ilk önce böyle en kapsamlı olanı böyle ayırdım. Yani nasıl desem? Böyle yani kapsamlı dediğim... Ya işte bir ayırılan var. Bir de ayırılan olmayan var. Ayırılan olmayanlar da ayrılıyor falan. Ya böyle içinde en fazla şeyi barındıranı seçtim yani.

Araştırmacı: En genel olanı seçtin. Onu mu demek istiyorsun?

İrem: Evet. En kapsamlı... Genelden özele gidiyor.

Araştırmacı: Genel herkese anladım. Genelden özele mi gittin? Tamam anladım.

İrem: Sonra işte ayırılan değilse dergi olup olmadığına baktım. Çünkü dergilerin farklı ödünç verme süreleri var. Yani bir ayırılan olmayan kitaplarım var bir de ayırılan listesinde yer almayan dergiler var. Hepsinin ödünç verme süreleri farklı. O yüzden bir de dergi mi diye ayırdım. O yüzden işte dergiyse herkese 7 gün ödünç verme süresi var. Dergi değilse de okulda çalışanlara 28 gün, öğrencilere 14 gün var ödünç verme süresi. İşte sonra buradakilerin hepsini yazmış oldum. Bu şekilde yaptım.

Yukarıdaki alıntıda İrem'in araştırmacının sorgulamaları üzerine strateji seçimini ve ürettiği çözümü gerekçelendirebildiği ve savunduğu görülmektedir. Bununla birlikte İrem yanıtlarının doğruluğundan emin olduğunu ifade etmiştir. Bu durum İrem'in yanıtın doğruluğuna kendini ikna edebildiğini göstermektedir.

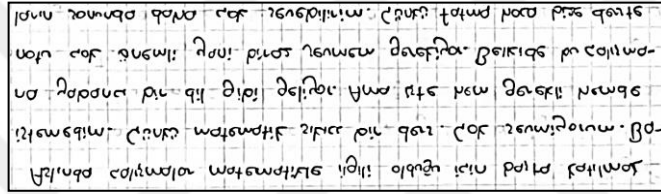
Araştırmacı: Hepsini de göstermiş oldun. Doğru mu sence?

İrem: Doğru bence.

Araştırmacı: Emin misin?

İrem: Evet.

İrem'in matematiksel inançları, matematiğe ve problemlere ilişkin tutumları problemleri çözme ve açıklama sürecinde incelenmiştir. Ayrıca öğrenci günlüklerinden, matematiksel inançlar formundan ve değerlendirme görüşmelerinden elde edilen veriler üzerinden İrem'in matematiksel inançlarına ilişkin yorumlar yapılmıştır. İrem'in matematiğe karşı tutumunun çok olumlu olmadığı görülmüştür. İrem matematiksel problemleri çözebilmesine ve matematik performansı yüksek bir öğrenci olmasına karşın, Görsel 3.107'de sunulan alıntıda görüldüğü gibi günlüğünde matematiği sevmediğini belirtmiştir.



**Görsel 3.107.** *İrem'in Ön Görüşme Sonrası Yazdığı Günlüğünde Matematiğe İlişkin Tutum ve İnançları*

Yukarıda Görsel 3.107'de görüldüğü gibi İrem matematiği yabancı bir dile benzetmiştir. İrem'in ifadelerinde yer verdiği genel olarak anlamakta zorlandığı vurgusu ile matematiği yabancı bir dil olarak görmesi birbiri ile örtüşmektedir. İrem okulda öğrendiği matematiği günlük hayatında kullandığının farkında olmasına karşın, matematiğin önemli değil gerekli olduğunu ve matematik problemlerini çözmeye yaradığını düşünmektedir. İrem'in ifadelerinden matematiği öğrenmek zorunda olduğu için öğrenmeye çalıştığı sonucuna varılmıştır. Bu durum İrem'in matematik öğrenmeye karşı sosyal ihtiyaç duyduğunun da bir göstergesi olarak kabul edilebilir. İrem'in açık uçlu veri toplama aracındaki PISA problemlerine ilişkin düşünceleri ve tutumları ise problemlerin genel olarak anlaşılmasının zor olduğu, problemlerde geçen birimlerin anlamayı zorlaştırdığı, problemlerin düşünmeyi gerektirdiği yönündedir. Aşağıdaki Görsel 3.108' de ve alıntıda öğrencinin problemlere ilişkin düşünceleri sunulmuştur.



rahatlatı, fatma haa. Sorular bence çok zordu zaten üstünden uzun  
bir süre geçtiği için neler yaptığımı da unuttum. Sorular zor olursa  
anlatmak zor oldu. Zaten düzgün cümleler kurmayı bilmeyen biriyim.

**Görsel 3.108. İrem'in Ön Görüşme Sonrası Yazdığı Günlüğünde Problemlere İlişkin Düşünceleri**

Araştırmacı: Bu problemlerle ilk kez karşılaştığında bu problemler hakkında ne düşündün?

İrem: Bence çok zordu böyle tuhaf zed falan var ya bence çok tuhaftı onlar. Ben hiç bir şey anlamadım ne diyor bu diye. Böyle şey gibi geldi sanki lise soruları bir an yanırlıklı bana gelmiş gibi hissettim.

Araştırmacı: Lise soruları gelmiş gibi mi hissettin? Zor muydu sorular?

İrem: Yani çok zor demeyeyim de böyle çok düşünme gerektiren sorulardı. Bazılarını yapamadım o yüzden.

Araştırmacı: Peki biraz başka söylemek istediğin var mı problemlerle ilgili?

İrem: Mesela zed falan olmasaydı mesela daha kolay anlardım. Çünkü kafamı karıştırdı.

Araştırmacı: Zed olması kafanı karıştırdı.

İrem: Tuhaf birimler...

Araştırmacı: Peki, bu problemleri çözerken seni en çok zorlayan şey ne oldu?

İrem: Anlamamış olmam.

Araştırmacı: Anlamakta mı zorlandın?

İrem: Evet... Ya baya böyle zamanım olsa düşünsem yaparım da yani bayağı bir düşünmem ve odaklanmam lazım.

İrem açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden en çok ilgisini çeken problemin Kitaplık Sistemi ikinci alt problemi olduğunu, en çok da Derin Dondurucu problemlerinde zorlandığını belirtmiştir. İrem'in zorlandığı problemlere karşı olumsuz tutum geliştirse de, çözülebilmek için çaba gösterdiği görülmektedir.

Araştırmacı: Bu problemlere şöyle bir baktığında en çok hangi problem ilgini çekiyor? En çok sana hitap eden hangisiydi? En çok hangi soruda zorlandın?

İrem: Bu kitaplık sistemi ikinci sorusu ilgimi çekti. En çok derin dondurucu ...(gülümser) En çok onda zorlandım.

Araştırmacı: Onda niye o kadar çok zorlandın?

İrem: Ya ne bileyim çok karışıkta bence. Sayılar falan sonra şurada bir sürü neden söylemiş. İşte onları yazamadım anlamadığım için böyle çok karışıkta yani hiçbir şey anlamadım o yüzden.

Diğer yandan İrem, çalışma sonunda yapılan değerlendirme görüşmesinde çalışmaya başlamadan önce problem çözmeyi zaman kaybı olarak gördüğünü ve problem çözmeyi sevmediğini ifade etmiştir. Öğrencinin zorlandığı problemlere karşı olumsuz tutum sergilediği burada da görülmektedir.

Araştırmacı: Anladım peki önceden problem çözerken kendini nasıl hissediyordun? Yani problem çözmek sana ne hissettiriyordu?

İrem: Sıkıcı ...(gülümser) sıkılmış böyle zorlanmış hissediyordum yani. Sevmiyordum.

Araştırmacı: neden sevmiyordun fazla?

İrem: Çok zaman kaybettiriyor ya çok zor oluyor. Yapamayınca da çok sinirleniyorum.

Araştırmacı: Peki problem çözmek senin için ne anlama geliyordu?

İrem: Zaman kaybı (Sessizlik)

İrem matematik okuryazarlığı alanındaki problemlerden Kitaplık problemi dışındaki tüm problemleri doğru olarak yanıtlayabilmiştir. Matematik okuryazarlığı bileşenleri açısından İrem'in problem çözme süreci incelendiğinde, matematik okuryazarlığının pek çok bileşenini yansıttığı görülmüştür. Aşağıda Tablo 3.1' de her bir problem bağlamında problemleri çözmede başvurulması beklenen matematik okuryazarlığı bileşenleri ve İrem'in bu davranışları yansıtır yansıtmadığı verilmiştir.

İrem Kaykay probleminin birinci ve ikinci alt problemlerinde matematik okuryazarlığına ilişkin davranışların tamamını yansıtabilmiştir. Yalnızca Kaykay ikinci alt probleminin çözümünde matematiksel algoritmayı (sayma algoritması) kullanmamış, liste yapma yolu ile yanıtı ulaşmıştır. Kaykay ikinci problemi bağlamında İrem, problemin ilişkili olduğu matematiksel kavramı belirleyebilmiş ancak çözümü bulmada bu kavramla ilgili kuralları ya da algoritmayı kullanmamıştır.

Araştırmacı: Tamam. Neden peki çarptım mı acaba dedin?

İrem: Ya belki çarparak bulmuşumdur.

Araştırmacı: Onu düşünmüş olabilirsin.

İrem: Permütasyon, kombinasyon öyle bir şey yapmış olabilirim.

İrem matematik okuryazarlığı alanındaki problemlerin tümünde problemlerin matematiksel boyutlarını ve önemli değişkenlerini belirleyebilmiş, matematiksel prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleyebilmiş, problemlerin çözümü için stratejiler geliştirip uygulayabilmiştir. Bununla birlikte açıklamada zorlandığı Kaykayın üçüncü problemi ile çözmede zorlandığı Kitaplık problemi bağlamında matematik okuryazarlığı davranışlarından bazılarını gerçekleştirmekte zorlanmıştır. Örneğin İrem başlangıçta her iki problemin çözümünde de, sonuçların nasıl uygulanması gerektiği ile ilgili bağlamsal yargılarda bulunmak için gerçek yaşamın matematiksel bir prosedürün çıktılarını nasıl etkileyeceğini ve çözümün kapsamını/ sınırlarını anlamakta zorlanmış ancak çözüm süreci içinde sorgulayarak anlamlandırabilmiştir. Bu bağlamda çözüm sürecinin başında Kaykay üçüncü alt probleminde elindeki parayla alabileceği en pahalı kaykayın toplam fiyatını 120 zede tamamlamayı düşünürken, Kitaplık probleminde her bir malzemeden

üretilecek kitaplık sayısı için işlemlerin sonucunun tam sayı olmamasını anlamlandıramamıştır.

İrem: Yani 40-14-16-10 falan ama olmuyor yani hepsi genelde. Böyle şu son rakamlarına baktım. O rakamları böyle sıfır eder mi diye. 120 ya...

Araştırmacı: 120 ye mi tamamlamaya çalıştın?

İrem: Evet.

...

İrem: Sonra 33 kısa tahta. Ama bunları bölünce tam çıkmıyor ki.

Araştırmacı: Ne yapmayı düşünüyorsun şimdi 33'ü?

İrem: 33'ü 6'ya bölecektim. Ama tam çıkmıyor.

İrem Kaykayın üçüncü problemini çözme sürecinde matematiksel sonuçları açıklayıp doğrulayabilmiş, bulduğu matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmiş, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını açıklayabilmiş ve bu problemin matematiksel çözümünün akla yatkınlığını değerlendirebilmiştir.

İrem: Olmadı bu.

Araştırmacı: Ne çıktı?

İrem: Az çıktı. 80 çıktı. O zaman buradan 60'ı yazayım. Sonra 36. Bakayım 16-20. Buda fazla oldu herhâlde.

İrem: Şu kaykay tahtasını 65 yaparsam 115 olur. 115 olur.

Araştırmacı: Alabilir mi öyle?

İrem: 115 alır.

Araştırmacı: Başka var mı artırabileceğin bir parça?

İrem: Başka olursa alamaz.

Araştırmacı: Yetmez parası. Hangisi var bir de hangisini artırabilirsin? Bir de...

İrem: Başka. Tekerlekler artabilir ama bir tek kaykay tahtasını arttıralım yoksa alamayacak.

İrem, Kitaplık problemin çözümünü oran kavramına dayalı olarak yapılandırmıştır. Bu problem bağlamında çözümü bulmada matematiksel kuralları uygulamıştır. İrem bu problemde matematiksel sonuçları açıklayıp doğrulamada, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamada zorlanmış, yönlendirme ile matematiksel çözümün akla yatkınlığını değerlendirerek, gerçek yaşamın matematiksel prosedürleri nasıl etkileyeceğini anlayabilmiş ve sonuçların problem bağlamında neden anlamlı olduğunu/olmadığını açıklayabilmiştir.

Araştırmacı: Oradaki 6 neyi anlatıyor bize?

İrem: Ya onu bölünce kullanabileceği kadar çıkıyor yani mesela 6 tane var. Ama 4 tane lazım normalde. Ya işte o yapmak için yeterli... Mesela bu 33'ü 6'ya bölünce kısa levhayı kısa levhaya bölünce 5 oluyor... 33'ü 6'ya bölünce 5 oluyor ama normalde 6 tane lazım. İşte 5 tane karşılamıyor onu.

...

İrem: 33... 26 tane uzun. 4 tane uzun. Şimdi bunu bölünce 6 çıktı ama...

Araştırmacı: O 6 ne demek? Ne veriyor bu sana 6? Ne anlatıyor bu sana 6?

İrem: O 6, kullanabilir yani 6 tane yapmak için kullanabilir. 6 tane kitaplıkta kullanabilir. 6 kitaplıkta. Yani mesela 4 tane lazım ya 6 tane kitaplık var böyle hepsine geçiyorsun...

...

İrem: Bu çıkanların en büyüğü 36. Ama 36 tane yapabilir herhalde. En fazla.

Araştırmacı: 36 taneyi yapabilir. Anladım. 36 tane yapmak için malzemeleri yeterli mi?

İrem: ... Sessizlik. Yani... Hım, yok değil herhâlde. Vida yetiyor. Ama öbürleri yetmiyor.

Araştırmacı: Diğerlerini deneyelim. Büyük çivilerden kaç tane yapabiliyordu?

İrem: 10 tane.

Araştırmacı: Peki, elindeki malzemeler 10 tane yapmaya yetiyor mu?

İrem: Hım... O zaman en azını seçeceğiz. Öbürleri artabilir ama. En azı kullanalım. O tam gelecek. Öbürleri artabilir. Artması sorun olmaz malzemelerin. O zaman en azı seçeceğiz. En az da 5 oluyor. Ya da 6 ama çünkü 5 yetmedi. Kısa... 6 tane lazım ama. 5'te... 6 o zaman. O da 5'ten sonra en küçük. 6 bence.

### 3.6.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

İrem birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerine ilişkin çözüm stratejileri üretebilmiş ve görevlerin çoğunu kolayca çözebilmiştir. İrem'in görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri yorumlayabildiği görülmüştür. İrem ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Ancak bazı problemlerin çözümünde İrem'in işlemsel bilgi eksiği olduğu görülmüştür. Örneğin İrem Görev 4 bağlamında sonucu ondalık sayı çıkan bölme işlemini yapmada zorluk yaşamıştır. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması İrem için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve diğer problemlerin çözümünde kullanma, kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır.

İrem'in "Bir probleme ilişkin çoklu çözümler" çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda istekli olduğu ve problemleri farklı yollarla çözebildiği görülmüştür. İrem' in bir problemi farklı yollarla çözmeye ve sonucun doğruluğuna ikna olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duyduğu düşünülmüştür. İrem Görev 2 bağlamında araştırmacı-öğretmenin talebi olmadığı halde kendiliğinden farklı bir çözüm stratejisi üretme yoluna gitmiştir.

İrem birinci öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlatabilmiştir. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların

tartışılmasında İrem bu görevlerin çözümünden stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin İrem, Görev 1 için diğerlerinin açıklamaları ve stratejilerini anladıktan sonra Görev 2 bağlamında daha etkili olduğunu düşündüğü Fuat'ın ürettiği çözüm stratejisini uygulamıştır.

Birinci öğretimde İrem'in matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, problemin sınırlılıklarına uyma, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür.

Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy probleminde yer verilen iddiaların yarısını doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu problemde ortalama kavramına dayalı olarak ileri sürülen matematiksel argümanların değerlendirilmesi ve doğrulanması ya da çürütülmesi gerekmektedir. İrem'in yanıtları aritmetik ortalama kavramına ilişkin argümanları anlamada ve değerlendirmede güçlük yaşadığını göstermiştir. Bu durum İrem'in aritmetik ortalama kavramına ilişkin kavramsal bilgi eksikliğinin ya da kavram yanlışlığının olduğuna işaret etmektedir. İrem aynı zamanda değerlendirmelerine ilişkin açıklama üretememiştir.

| Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | Doğru / Yanlış     |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru / Yanlış     |
| Eğer tüm kızları kıstadan uzuna doğru sıalarsanız, ortadakinin boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.           | Doğru / Yanlış     |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | Doğru / Yanlış     |

**Görsel 3.109.** *İrem' in Boy problemine ilişkin yanıtı*

İrem'in günlüğündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri problemleri farklı yollarla çözmeye ilişkin olumlu tutuma sahip olduğunu göstermektedir. Zülal bu bağlamda, diğer öğrencilerin problem çözebilmesi için beklemekten sıkıldığını, problemleri farklı yollarla çözenin önemli olduğunu ve işlemsel bilgi eksiği olduğunu belirtmiştir.

|                                                                                                                                                    |                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Bu etkinlikten bir problemde farklı farklı çözümler üretmeyi öğrendim.                                                                             | Bir problemi birden fazla yolla çözmek hem cevabı kontrol etmemizi sağlar hemde düşüncelerimizi geliştirir. |
| Önemli olan yerler birer birer bir problemi çözerken değişik ve bize kolaylık sağlayacak yollarda düşünme işi. Çözümü buluna da kontrol etmeliyiz. | Üzerinde değişiklik yapılan problemleri çözmek biraz zor oluyor ama yaptığımız değişikliğe göre değişir.    |
| Bu etkinlikle bazı arkadaşlarımızı bekleten birer takım sıklıkla ama genel olarak eğleneliydi. Biraz da yorulduk.                                  | Bu etkinlikte bilmeye yaparken zorlandım. Çıktı hep doğru sayılar çıktı.                                    |

**Görsel 3.110.** İrem'in günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri

İrem ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması İrem için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. İrem bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. İrem'in görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. İrem ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir.

İrem'in Görev 1 için ikinci çözüm stratejisi olarak kombinasyon kavramını düşünmesi, bir problemin matematiksel boyutunu ve bilinen problemlere ya da matematiksel kavram/ gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleyebildiğini göstermiştir. Örneğin, Görev 1 için İrem'in neden kombinasyon kavramını düşündüğüne ilişkin gerekçesi problemin matematiksel boyutunu belirleyebildiğini göstermektedir.

Araştırmacı: şimdi onu tartışıyoruz. Dördün ikilisi olabilir mi? neden?

İrem: Seçim var onun için.

Araştırmacı: Seçim var o sana kombinasyonu mu hatırlattı?

İrem: Evet.

Kombinasyon formülünü bilmediğini belirtmiş olmasına karşın kombinasyon formülünün sadeleştirilmiş formunu kolaylıkla geri çağırıp ifade edebilmiş olması İrem'in kavramsal bilgisinin güçlü olduğuna işaret etmiştir. İrem'in bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görülmüştür.

Öğrenciler ardışık sayıların toplamı ile ilgili genellemeye ulaşmaları için yönlendirildiğinde, Hazal, İrem ve Zülal birlikte tartışarak ardışık sayıların toplanması ile ilgili oluşturdukları kuralı cebirsel temsile dönüştürebilmişlerdir. Bu süreçte İrem'in temsiller arası geçiş yapabildiği, uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapabildiği, bağlama özgü dil ile sembolik-formal dili ilişkilendirebildiği ve diğerlerinin oluşturduğu argümanları test ederek doğrulayabildiği ya da çürütebildiği görülmüştür. Örneğin öğrenciler özel örnek üzerinden ardışık sayıların toplamına ilişkin genellemeye ulaşmaya çalışırken, Hazal ve Zülal'in aşırı genelleme ile hatalı bir şekilde oluşturdukları kuraldaki hatayı İrem belirleyebilmiştir.

Araştırmacı: peki şurada da doğru mu? 5 ten 17 ye kadar olan sayıların toplamı?

Zülal: o zaman 17.22/2

Hazal: Aynen 17.22/2

Araştırmacı: bu nereden geldi Zülal?

Zülal: yine altına yazdım 17'den başlayıp 17 16 beşe kadar gittim. Sonra üst üste gelen sayıları toplayınca 22 ediyor.

İrem: Ama 12 sayı var.

Hazal: 17 sayı var.

Araştırmacı: Kaç tane sayı var?

Hazal: 17

Gül: 17 sayı yok ki

İrem: 12 tane sayı var.

Zülal: Evet, 12.

İrem: 12.22/2 değil mi?

“Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, İrem'in problemleri farklı yollarla çözebildiği ancak bir problemin çözümünü farklı yollarla bulmayı tercih etmediği görülmüştür. Bu durumun İrem'in etkili stratejileri belirleyebilmesinden kaynaklanabileceği düşünülmüştür. Ayrıca İrem ikinci öğretimde yer verilen görevlerin tümünü doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında İrem bu görevlerin çözümünden farklı çözüm stratejilerini fark etme ve değerlendirme açısından faydalanmıştır.

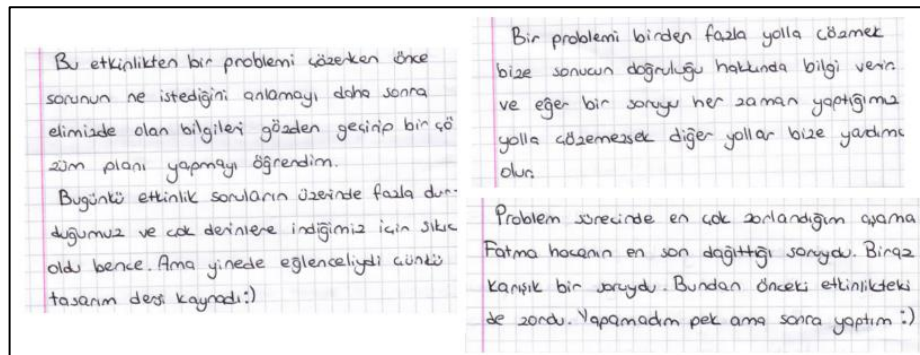
İkinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında İrem'in, sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki

anlamlılığını açıklama ve problemin sınırlılıklarını belirleme gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Fuat'ın ikinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini doğru bir şekilde yanıtlayabildiği görülmüştür. Bu problemde İrem oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapabilmıştır. Aynı zamanda santimetre ve metre arasındaki dönüşümde hata yapmamış ve doğru yanıtı ulaşabilmıştır.

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 \times \\
 \hline
 480 \\
 96000 \\
 \hline
 576000 \\
 - 480 \\
 \hline
 096
 \end{array}$$

**Görsel 3.111.** İrem'in Bisikletler problemine ilişkin yanıtı

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin düşünceleri incelendiğinde, İrem'in problem çözme sürecinin önemli bileşenlerini fark ettiği ancak çeşitleme problemlerini çözme sürecinde açıklamaların ve tartışmaların uzamasından sıkıldığı görülmüştür.



**Görsel 3.112.** İrem'in günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri

İrem üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması İrem için diğerlerinin fikirlerini ve



stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. İrem bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. İrem'in görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. İrem ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Örneğin, Hazal'ın Görev 3 için önerdiği çözüm stratejisini gerekçelendirerek çürütmüştür.

Hazal: bence önce 640tl tasarım ücreti vardı onu eklemeliyiz. Sonra 200 tane bastırarak. Baskı ücreti 4 TL. 200 adet yani 800 de oraya gidecek.

Araştırmacı: sence doğru mu İrem?

İrem: bence 640 eklemeyecek

Zülal: bence de

İrem: zaten önceki 100 ü satmıştı tasarım elinde

İrem'in problem durumunun analizinde problem çözme sürecinin aşamalarını belirleyerek ifade ettiği görülmüştür. Bu bağlamda İrem problemin analiz edilmesi gerektiğini belirtmiş problemde verilen istenenleri ifade etmiştir.

Araştırmacı: Evet buyurun tartışmanızı istiyorum soruyu. Ne yaparsınız ilk işimiz ne?

İrem: Sorunun ne istediğini bulacağız önce.

Araştırmacı: Sonra

İrem: Bize verilenleri

Araştırmacı: Tamam hadi bakalım, sorgulayalım bakalım neymiş bunlar? Kim söylüyor?

İrem: Soruda Can'ın kitap yazabilmesi için hangi kaleme ne kadar ücret ödemesi gerektiğini bulacağız. Verilenler de Can'ın 80 000 kelimeden oluşan kitap yazması, bir de basılacak her kitap için ücret ödemesiymiş.

...

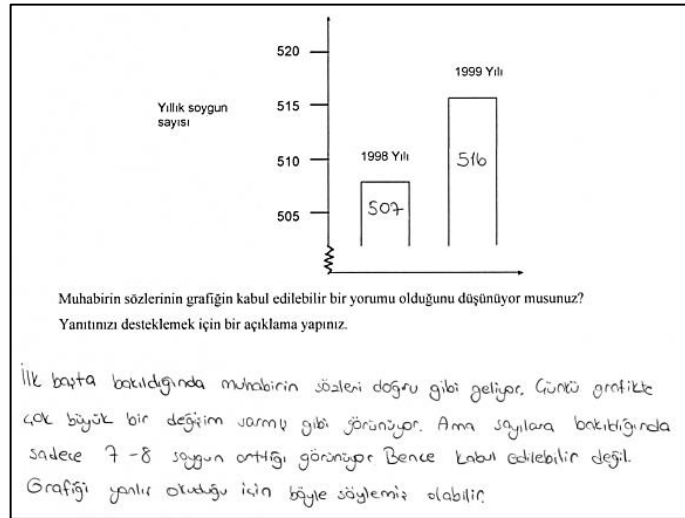
Araştırmacı: tek bildiğimiz şey bu değil mi? 80.000 kelimelik bir kitabı ne kadara bastırarak? Peki, ilk grafikten nasıl faydalanacağız o zaman?

İrem: kelime sayısına göre sayfa sayısını bulacağız.

İrem üçüncü öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde İrem daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Bununla birlikte Görev 2 bağlamında bağlamsal bilgileri dikkate almaması nedeniyle uygun stratejiyi belirleyememiştir. İrem, Görev-4 bağlamında genel kuralın oluşturulmasının ardından grafiği çizememiştir ve temsiller arası geçiş yapamadığı görülmüştür.

İrem'in problem çözme sürecinde bu öğretimde genellikle analitik problem çözmeye dayalı düşünme yoluna başvurduğu görülmüştür. Bu bağlamda İrem'in problem durumunu ve problemlerde verilen matematiksel temsilleri analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Görevlerin çözüm stratejilerinin üretilmesine İrem oldukça katkı sağlamıştır.

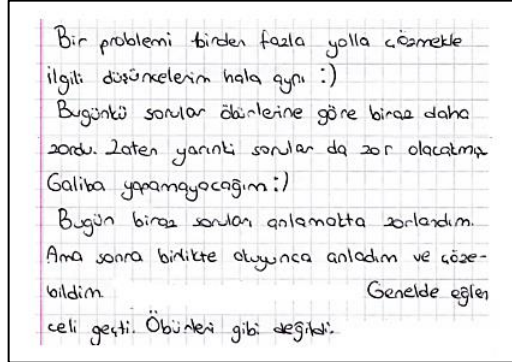
İrem üçüncü öğretimde de matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebilmiş, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmiş, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirebilmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlatabilmiştir. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. İrem'in bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulaması ya da çürütmesi gerekmektedir. İrem'in yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemde verilen matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gittiğini göstermiştir.



**Görsel 3.113.** İrem'in Soygunlar problemine ilişkin yanıtı

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde İrem'in ifadeleri, problemlerin farklı çözüm yollarıyla çözülmesine ilişkin

olumsuz tutumunun sürdüğünü, problemlerin gerektirdiği muhakeme düzeyinin artması ile birlikte problemleri anlamada zorlandığını ancak grup arkadaşları ile birlikte tartışmasının çözüm stratejileri üretebilmesine yardımcı olduğunu göstermiştir.



**Görsel 3.114.** İrem'in günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri

İrem dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması İrem için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, strateji üretme, stratejilerin etkililiğini değerlendirme, diğer problemlerin çözümünde kullanma ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. İrem'in bu öğretimde yer verilen görevler için genellikle bireysel olarak verilen bilgileri analiz edebildiği ve problemlerde istenileni belirleyebildiği görülmüştür.

İrem problem durumunu ve çözüm stratejilerini tartışarak problemi anlamlandırdıktan sonra muhakeme becerisine ilişkin diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayabilme, muhakeme zinciri oluşturma, muhakeme zincirlerini değerlendirme, argüman üretme ve değerlendirme, aksine örnek vererek iddiaları çürütme ve geri çıkarımsal muhakeme gibi pek çok davranışı gerçekleştirebilmiştir. Örneğin, Görev 2 bağlamında tahtadan çıkarılması mümkün olmayan sayılardan birini belirleyip fikrini doğrulayabilmiştir. Bir diğer örnekte Görev 3 bağlamında İrem'in zar atılınca iki çift sayının gelmesi durumunda tahtadan bir tek sayının çıkarılamayacağına ilişkin iddiayı aksine örnek vererek çürüttüğü görülmüştür. İrem'in özel örnekler üzerinden gitmesi deneysel kanıt şemasını kullandığı düşündürmüştür. Diğer yandan öğrencilerden iki çift

sayının toplamının her zaman çift olacağını göstermeleri istendiğinde İrem yine özel örnekler üzerinden doğrulama yapma yoluna gitmiştir.

Araştırmacı: A ve b iki sayının toplamı, farkı, çarpımı ya da bölümü 13 olacak şekilde sayı var mı tahtada... Yok. Başka? Var mı başka sayı çıkarılması mümkün olmayan sayı?

İrem: 14 var mı?

Araştırmacı: 14 olmuyor mu? Nasıl buldunuz 14'ü?

İrem: Test ederek.

Araştırmacı: Neden olmuyor mesela?

İrem: Toplasak çıkmıyor. Dört işlemde de çıkmıyor.

...

Araştırmacı: Tek çıkabiliyor. Evet, tamam peki. Sen nasıl buldun?

İrem: (6,2) atarsak bölümleri 3 oluyor. 3 de tek sayı.

Araştırmacı: Direk onu düşündün?

İrem: Evet

İrem dördüncü öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirilen stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünden ve yanıtların tartışılmasından stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. İrem, Görev 4 ve 5 için geliştirilen çözüm stratejisine ilişkin diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 6 için çözüm strateji üretebilmiştir.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında İrem'in matematik okuryazarlığı bağlamında uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapma, matematiksel argümanların değerlendirilmesi, matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama, çözümün kapsamını ve sınırlarını anlama gibi pek çok davranış açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Dördüncü öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemini doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Zülal'in yanıtı probleme ilişkin çözüm stratejisi oluşturabildiğini ancak işlemsel bilgi eksiği nedeniyle hatalı bir yanıtı ulaştığını ortaya çıkarmıştır.

Yıl sayısı: .....

$$3\ 500\ 000 \cdot 0,42 = 1\ 470\ 000$$

9 YIL

$$\frac{1\ 470\ 000}{100} \times 20 = 294\ 000$$

$$\begin{array}{r} 2\ 500\ 000 \\ - 2\ 352\ 000 \\ \hline 148\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 294\ 000 \\ - 23\ 720 \\ \hline 270\ 280 \\ - 14\ 800 \\ \hline 255\ 480 \end{array}$$

**Görsel 3.115.** İrem'in Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, İrem'in bu etkinlikte problem çözme sürecinde zorlandığı, problemlere ve problemlerin grup çalışması ile çözülmesine ilişkin olumlu tutuma sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Bugünkü sorular bana biraz zor geldi. Özellikle son sorular. Kendi başıma yapmayı deneyince yapamadım. Daha sonra birlikte çözüme anladım ve yapabildim.  
Bugünkü etkinlik dönürleri kadar sıkıcı değil. Galiba sorularla fazla uğraştığıma için zaman çok hızlı geçti.

**Görsel 3.116.** İrem'in günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.6.3. Son klinik görüşme bulguları

İrem açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemin tamamını yönlendirmesiz çözebilmiştir. Bu problemlerden yalnızca En İyi araba 2 problemini çözerken ürettiği fikirleri ve stratejiyi matematiksel olarak ifade etmekte zorlanmıştır. Bu problemlerden sıfırıncı güçlük düzeyinde olan Hangi Araba problemini aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür.

İrem: (problemi okur) Imm... Kat ettiği mesafelere bakalım. Bu (şartlara bakar) ne kadarı... Hım 120.000... 120.000 kilometreden fazla olmayacak. O zaman (tabloda verilen kat ettiği mesafelere bakar) Gama... Gama gider, Gama değil (tabloda ve şıklarda Gama'nın üstünü çizir). Imm 2000 yılı veya

daha sonrasında üretilmiş olacak (şartlara bakar). Yıl... O zaman (tabloda verilen yıllara bakar) Alfa, Alfa'da değil... Hayır, hım 2000'den sonra üretilmiş olacak. Tetra değil o zaman (şıklarda Tetra'nın üstünü çizer). İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. O zaman (tabloda verilen istenen fiyatlara bakar) Alfa da gider (şıklarda Alfa'nın üstünü çizer). Beta kalıyor (Beta'nın olduğu şıkkı işaretler). Cevap Beta.

Araştırmacı: Alfa neden gitti?

İrem: Alfa (soruya bakarak)... Hım şey parasından dolayı...

İrem birinci güçlük düzeyindeki Araba Gezintisi probleminin çözümünde de ilk problemde olduğu gibi problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Bu bağlamda İrem'in problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

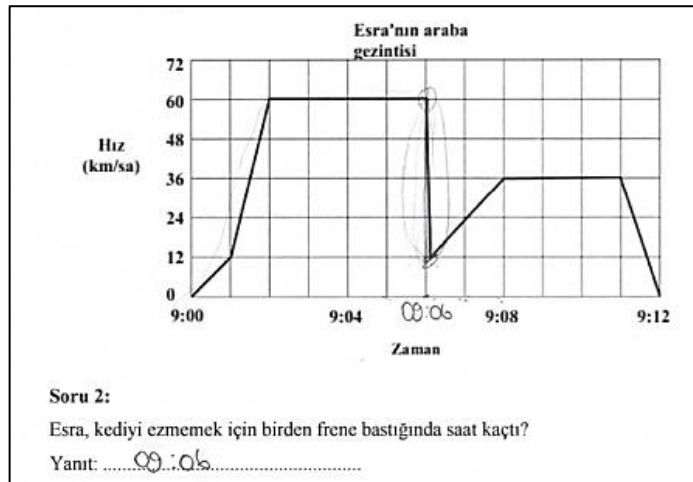
İrem: (problemi okur) (grafiği incelemeye başlar) Buradakiler (dikey eksen göstererek) hız, buradakiler (yatay eksen göstererek) zaman... Neye göre... Bir dakika hız birden kesilecek o zaman... Böyle (grafikteki doğru parçalarını gösterir)... Saat 9:04... beş, altı, yedi, sekiz... Beş, dokuzu beş geçe... Hızı birden kesilecek o zaman.

Araştırmacı: Nerede kesiliyor hızı göster?

İrem: Şurada (grafikte hızın en düşük olduğu noktayı işaretler)... Burada (grafikte hızın ilk düşmeye başladığı noktayı göstererek) birden hızı yavaşlamış çünkü birden düşmüş burada (hızın düşüşünü gösteren doğru parçasını göstererek). Yani frene başlamış orada.

Araştırmacı: nerede yaptı freni? Hangi zaman noktasında? Frene ilk bastığı an neresi?

İrem: Dört, beş, altı, yedi, sekiz. Aaa burası 9:06.



**Görsel 3.117.** İrem'in Hangi Araba problemine ilişkin yanıtı

İrem'in Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi bağlamında ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür. Yol ve zaman arasında ilişki kurarak Hale'nin hızını belirleyebilmiş ve buradan orantısal muhakeme yaparak hızlarını karşılaştırabilmiştir. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında İrem'in diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır.

İrem: (problemi ve seçenekleri okur) Şimdi Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı... Şimdi hız, yol bölü zaman yani  $4/10$  ilk 10 dakikadaki hızı yani. Son 5 dakikadaki hızı da yol bölü zaman  $2/5$ ...  $4/10$ , bunu  $(2/5)$ 'i genişletelim iki ile.  $4/10$  oluyor. Bunlar eşit. Bu (A şıkkı) yanlış bence. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır. Burada aynı çıktı, o zaman bu doğru. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Eşit çıktı burada yanlış bu. Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir. Söylenir çünkü dakikada verilmiş kilometre de yani hızı bulunabilir.

Benzer şekilde ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini de İrem'in kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bu problem bağlamında İrem'in matematiksel ifadeyle yer verilen değişkenlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ortaya çıkmıştır.

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan :

$$TP = 3 \cdot 3 + 1 + 2 + 3$$
$$TP = 9 + 1 + 5 \quad TP = 15$$

**Görsel 3.118.** İrem'in En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

İrem: (problemi okur) ... Şimdi toplam puan  $(3 \times E)$  Ca'nın E'si (tabloya bakar) üçmüş. O zaman üç çarpı üç artı, Y'si bir artı, D'si iki artı, İ'si üç. Toplam puan üç kere üç dokuz, artı bir, artı altı. Toplam puan

Araştırmacı: Altı nereden geldi?

İrem: şu iki ile üçü topladım, birleştirdim. Dokuz, bir, 16.

Araştırmacı: İki ile üçü ne yaptın?

İrem: topladım birleştirdim yani.

Araştırmacı: Kaç yaptı?

İrem: ay beş pardon. 15.

Araştırmacı: şimdi sen niye burada E'nin yerine üç falan aldın?

İrem: Çünkü tabloya göre E'deki puanı bu, Y'deki puanı bu...

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında İrem'in geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvurarak hız, geçen süre ve alınan yol arasındaki ilişkiyi veren formülü kullanmaya çalıştığı görülmüştür. İrem formülü doğru bir şekilde hatırlayabilmiş, manipüle edebilmiş, seçeneklerde verilen argümanları değerlendirme yoluna giderek doğru yanıtı ulaşabilmiştir. Problemin her seçeneğinin bir argüman olarak değerlendirilebileceği düşünüldüğünde İrem'in diğerlerinin argümanlarını doğrulayabildiği ya da çürütebildiği görülmüştür. Bu bağlamda İrem'in, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ve akla yatkınlığını değerlendirebildiği görülmüştür.

İrem: (problemi ve seçenekleri okur) Imm şimdi zamanı bulacağız. Zaman için nasıldı şimdi bir dakika... Yol bölü zaman eşittir hızsa zamanı bulmak için yol bölü hız mı? Yol neydi 18 altıya bölersek üç. O zaman üç saat olur muhtemelen. Bir dakika 18 km/sa bölü zaman eşittir ay ben neyi yanlış yaptım ya... Yol altı kilometre 18 km/sa böyle oluyor. Altı, altıyı neye bölersek 18 çıkar. Mesela üç saat... Imm onu dakika olarak mı alacağız yoksa... 30 dakika desek... Mesela 30 dakika kaç saat? Imm 1/2... 1/2 saat şöyle olur o zaman 6: 1/2, 6/1 çarpı 2/1... çık olmadı ya... (işlemlerini siler)

Araştırmacı: Yaptıklarını silme yaz lütfen.

İrem: ne yazdım ki. 6:1/2 yazdım. 6 çarpı 2/1, 12 çıktı. Imm 20'yi denesek. 20 dakikada 1/3 saatti. 6:1/3 = 6/1 çarpı 3/1, 18. O zaman 20 dakikada gidiyor. Buraya 20 koyunca 18 çıkıyor. 20 dakika (araştırmacıya bakar).

Araştırmacı: Tamam, devam et.

$$\frac{\text{yol}}{\text{zaman}} = \text{hız}$$
$$\frac{6 \text{ km}}{\text{zaman}} = 18 \text{ km/h}$$
$$\frac{6}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{1} = 12$$
$$\frac{6}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{1} \cdot \frac{3}{1} = 18$$

**Görsel 3.119.** İrem'in Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemine ilişkin yanıtı

İrem dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında öncelikle problemi anlamlandırmaya, problemdeki temel fikri ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Bu bağlamda problemi tekrar okumuş ve seçeneklerde verilen matematiksel argümanların doğruluğunu değerlendirmiştir. Bu bağlamda İrem'in, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, problem durumunda



verilen deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirebildiği ve matematiksel bir kavramı gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

İrem: (problemi okur) İki bölü... öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır. Üçte iki (yerbilimcinin sözlerinin altını çizerek)... Gelecek yirmi yıl içinde... (B şikkını okur)  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ' den büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... (Sessizlik) Cık...

Araştırmacı: İrem, mesela orada şöyle durdun ve sonra cık dedin ya ne düşündün? Onları hep söylemen lazım.

İrem: yani emin olamayız bir bölü ikiden büyük diye yani...(C şikkını okur) Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Bir dakika deprem olma olasılığı üçte iki, olmama üçte bir... Deprem olma olasılığı olmama olasılığından evet. Hayır... Evet, daha yüksek. (D şikkını okur) ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... O zaman evet yani... yani şey depremin ne zaman olacağından emin olamayız ki... Ama yerbilimcinin sözlerini hangisi yansıtır diyor. O zaman o değil... Öbürlerini... Şunu anlamadım bu şikkı, A şikkını. Öbürlerini... (B şikkını okur)  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ' den büyüktür öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... (C şikkını okur) Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir... C herhalde... C diye düşünüyorum.

Araştırmacı: Nasıl karar verdin?

İrem: olma olasılığı olmama olasılığında daha yüksek çünkü.

İrem beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini çözmede öncelikle problem durumunu analiz etmiş ve problemi anlamlandırmaya çalışmıştır. İrem önemli değişkenlerini belirlemiş, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş olmasına karşın ayrıntılarla ana fikirleri tam olarak ayırt edememiş düşüncelerini matematiğe dökmekte zorlanmıştır. Bu süreçte İrem'in problemin çözümüne ilişkin standart olmayan bir strateji üretmek ifade edebildiği görülse de sözlü olarak ifade ettiği stratejiyi matematiksel olarak ifade etmekte zorlandığı ortaya çıkmıştır. Bu noktada İrem sistemli bir şekilde varsayım üretme ve test etme yoluna gitmiştir. Fikirlerini organize edemediği için İrem problemin çözümünü yarı da bırakıp daha sonra yeniden çözmek için geri dönmüştür.

|                                                                                                                                          |                                                                                                                                     |                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $u_2 = 3 \cdot 2 + 2 + 2 + 2 = 12$ $Sp = 3 \cdot 3 + 1 + 3 + 2 = 15$ $N1 = 3 \cdot 1 + 3 + 3 + 3 = 12$ $kk = 3 \cdot 3 + 2 + 3 + 2 = 17$ | $TP = 3E + 3Y + 3D + 3I$ $= 9 + 3 + 6 + 9$ $Ca = 27$ $kk = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ $9 + 6 + 9 + 6$ $kk = 30$ | $TP = 3E + 3Y + 3D + 4I$ $= 9 + 3 + 6 + 12$ $Ca = 30$ $kk = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2$ $9 + 6 + 9 + 18$ $kk = 32$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Görsel 3.120.** İrem'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin ilk yanıtı

İrem: (problemi okur) ... (Sessizlik) Şimdi Ca'nın kazanması gerekiyor. Bir puan ekleyeceğim. Aman hesaplama için kural yapacağız ve Ca olacak. O zaman önce öbürlerini hesaplayacağız buna göre... Şuradaki eski kurala göre öbürlerini hesaplayacağız o zaman... Ona göre hangisinin yüksek olduğunu bulacağız... Ya da yok... Neyse...

Araştırmacı: Düşünebilirsin. Düşünmek için zamanın var. Hemen harekete geçmeden önce düşünebilirsin istiyorsan. Sadece tek istediğim dışından düşünmen.

İrem: Tamam. Dört değişkeni kapsayacak. Pozitif sayılar yerleştireceğiz. Ca kazanacak. Mesela... Hım, yani öyle yüksek sayılar yazmayı düşündüm. Ama öbürleri de belki yüksek çıkabilir. Yani Ca'dan yüksek değerde olabilir. Yani eski kurala göre onları hesaplayacağım. (verilen kurala göre tüm arabaların puanını hesaplar)...Tamam. Ama adil olmuyor. Burada şu (KK) daha yüksek Ca'dan . Bu (Ca) 15 çıktı, bu (KK) 17, bu (KK) daha yüksek oluyor... Hım... O zaman Ca'nın kazanması için biraz yüksek puan vereceğiz sanırım. Hım...

Araştırmacı: Dışından yüksek sesle.

İrem: Birinin yüksek, birinin aşağısını bulmam lazım. Yani en alt puanları ile en üst puanlarını ona göre. Mesela... Ca'nın en yüksek şeyi E ve İ yani üç puan. Onların başına yüksek yazacağım. Öbürlerine düşük yazacağız. O şekilde mesela E bunda da (KK) üç (emniyet özelliklerini göstererek). Mesela buradan bu ikisi de (Ca ve KK) yüksek çıkar. O zaman İ'den alalım, alacağız. Mesela İ'ye İ'si üç ya Ca'nın ona büyük bir değer vereceğiz. Mesela İ'sine üç verelim. Sonra mesela bu (emniyet özelliği) da üç, buna da üç verelim E'sine yani başına üç koyalım. Sonra bunun (Ca'nın dış görünüş puanını gösterir) en yüksek iki, bu (KK'nın dış görünüş puanını gösterir) üç, bu (Ca'nın yakıt verimliliği puanını gösterir) bir, bu (KK'nın dış görünüş puanını gösterir) iki. Deneyeceğim öyle yapacağım. Imm, üç verelim hepsine. Üç olsun. Şimdi hesaplarsak. Ca'nın toplamı 27 oldu. Bir de KK'ninkine bakalım. 30. Olmadı bu yüksek çıkıyor o zaman Ca'ya göre. Ca kazanamaz o zaman. Bu KK'nin en düşüğü Y ile İ. O zaman onlara düşük vermeliyiz. Şunları yükseltelim Ca'nın yüksek puanlarını. Mesela İ'yi dört yapalım. Burada da dört yaparsak, toplam puan  $3E + 3Y + 3D + 4I$ . Sadece İ'yi değiştirdim. o zaman Ca 30 oldu. Bir de KK'ye bakalım. 42. Ay yine yüksek çıkıyor bu... 32 oluyor. 32 evet. Ama yine yüksek çıktı bir şeyi azaltacağız o zaman. Mesela KK'de yüksek olan ne var E ve D. O zaman D'yi hayır E'yi azaltalım. Burayı (E'nin katsayısını) mesela iki yaparsak... Ay buna sonra dönelim mi?

İrem'in probleme ikinci bir kez baktığında problemin bu süreçte varsayım oluşturduğu ve elde ettiği sonuçların doğruluğunu belirlemeye, yanıtını yeniden

yapılandırmaya çalıştığı görülmüştür. Bu durum İrem'in genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini göstermiştir. İrem bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir. İrem'in sistematik bir şekilde varsayım ürettiği, problem durumunda verilen araç özelliklerinden en önemli olan ve ön plana çıkarılması gerekeni sistemli olarak arttırma yoluna gittiği ve genel kurala ulaşabildiği görülmüştür.

|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $TP = 3E + 2Y + 3D + 4İ$ $Ca = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3$ $9 + 2 + 6 + 12 = 29$ $Kk = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2$ $9 + 4 + 9 + 8 = 30$ | $TP = 3E + 2Y + 3D + 6İ$ $Ca = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 6 \cdot 3$ $9 + 2 + 6 + 18 = 35$ $Kk = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 6 \cdot 2$ $9 + 4 + 9 + 12 = 34$ | $3E + 1Y + 1D + 3İ$ $Ca = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3$ $9 + 1 + 2 + 9 = 21$ $Kk = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ $9 + 2 + 3 + 6 = 20$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Görsel 3.121.** İrem'in En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtının devamı

İrem: Tamam. (Soru beşi açar) Şimdi bunların hiç biri olmadı. Buraya (İ özelliğinin katsayısına) dört verince de olmadı. Şimdi şu E'sine de dört versek öbürü (KK arabasının puanı) de yükselecek. Imm o zaman KK'nin en düşüklerine daha yüksek vereceğiz... Mesela Y'ye iki versek, burada bunun düşük (tabloda Ca arabasının Y puanını gösterir) ama olsun neyse... Burada (İ özelliğinin katsayısı) yine dört olsun. Bir de böyle deneyelim. Ca arabası (işlemleri yapmaya geçer. Şu  $3E + 2Y + 3D + 4İ$ . Böyle oldu. Şimdi Ca'yı hesaplayalım. 29 oldu bu. KK'yı hesaplayalım. Imm 30 oluyor. Mesela şuradan birini yükseltsek altı 32 oluyor, yani mesela şunu (Y'nin katsayısını) üç yapsak, iki yerine üç bu (Ca'nın toplam puanı) 30 oluyor. Bunun (KK arabasının) toplamı da 32 oluyor. Mesela beş yapalım bunu. Imm beş yaparsak... Neydi İ'si (Ca arabasının İ puanına bakar) üç, üç kere beş 15 oluyor. Şöyle 15 olursa üç artacak 32 Şunu şimdi beş yaptık (KK arabasının puanına bakar). Beş kere iki on oluyor. İki artıyor, 32. Eşit oluyor bu seferde. O zaman şuna (İ özelliğinin katsayısına) altı verelim. Şurası altı olsun. Altı kere üç 18... Imm altı ekleyeceğiz buna (Ca'nın toplam puanına) 35. Şurası (KK arabasının İ katsayısı) da altı kere iki 12 dört artacak 34. Hım, buldum. Tamam, o zaman kural şu.  $3E + 2Y + 3D + 6İ$ . Hım, şimdi bir tekrar çarpayım, sağlamasını yapayım. Evet Ca bundan yüksek çıktı o zaman kural bu.

Altıncı güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında İrem'in diğer problemlerde olduğu gibi ilk olarak problemi anlamlandırma ve analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Bu süreçte İrem geri çağırmaya dayalı ve analitik problem çözme yoluna başvurmuş, hız formülünü kullanarak, geçen sürenin birimin göz önünde tutarak ve ortalama kavramını dikkate alarak problemi kolayca ve doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir.

Hale'nin nehire gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/h'dir?

Yolculuğundaki ortalama hız: 28 km/h

7 km tüm yol

(s)  $\frac{1}{4}$  tüm zaman

9 dakika =  $\frac{9}{60} = \frac{3}{20}$

6 dakika =  $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$

$\frac{7}{\frac{1}{4}} = \frac{7}{\frac{1}{4}} = 28$

$\frac{3}{20} + \frac{1}{10} = \frac{3}{20} + \frac{2}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

**Görsel 3.122.** İrem'in Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

İrem: (problemi ve seçenekleri okur) Imm şimdi bu şeyleri aynı yapacağız önce sanırım. Yani hepsini mesela saat yapacağız. Imm dokuz dakika şey dokuz dakika 9/60'dan üçe bölersek üç, üçe bölersek 20 oluyor. Altı dakikada 6/60, üçe bölersek iki, üçe bölersek 20, ikiye bölersek bir, ikiye bölersek 10, 1/10... ortalama hız bütün yol bölü bütün zamandı. Bütün yolu yedi kilometre giderken dört dönüşte üç... Yedi kilometre bütün yol. Bütün şey de 3/20 artı 1/10, sadeleştirirsek iki (1/10'u iki ile genişletir) ile 2/20... 5/20 oluyor. Onu da sadeleştirirsek 1/4... Imm 1/4 tüm zaman saat olarak burada kilometre bölü saat... 7 bölü 1/4, 7/1 çarpı 4/1... 28... Hım 28...

Problemlere verdiği yanıtları açıklama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin sorgulamalarına verdiği yanıtlara bakıldığında strateji seçimini gerekçelendirebildiği ve hız kavramının problem bağlamında ne anlama geldiğini yorumlayabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: Tamam, bir de burada (Soru 8'i göstererek) ne yaptın?

İrem: Önce dakikayı saate çevirdim. Şeyleri aynı olsun diye... Neydi onlar işte... Kilometre bölü dakika vardı ya mesela. Onları aynı yapmaya çalıştım. Ondan sonra önce bütün yolu buldum, sonra bütün zamana böldüm onu. İşte ortalama hız çıksın diye. Bütün yol yedi, bütün zamanda 1/4 çıktı. Sonra işte böldüm.

Problemleri çözme sürecinin sonunda İrem'in verdiği yanıtların doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadığı görülmüştür. Dahası problemleri çözme sürecinde de çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. İrem araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmaksızın tüm problemlerin doğru yanıtına ulaşabilmiştir.

### 3.6.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları

Öğretim bölümleri öncesinde İrem'in problem çözme sürecinde geri çağırmaya dayalı düşünme yoluna başvurduğu ve çözüm sürecinin probleme verdiği yanıtın doğruluğunu değerlendirmeyi düşünmeme gibi özellikler taşıdığı görülmektedir.

Araştırmacı: Peki çalışmaya başlamadan önce problemleri nasıl çözüyordun matematik problemlerini?

İrem: Nasıl çözüyordum mesela şey kontrol etmiyordum ya da diğer çözüm yollarını düşünmüyordum. Direk mesela sınıfta öğretmenin gösterdiği yoldan giderdim hep.

Araştırmacı: Problemlerle karşılaştığın zaman mesela okuyordun.

İrem: Evet, okuyordum hocanın dediği aklıma geliyordu.

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında İrem'in problem çözme sürecindeki düşünme yollarının değiştiği göze çarpmaktadır. Ayrıca öğrencinin problemi anlama aşamasına daha çok ağırlık verdiği ve problem çözme sürecine ilişkin öğretimlerde vurgulanan davranışları zihinsel alışkanlık olarak kazanmaya başladığı görülmüştür. Bunun yanı sıra İrem'in, problem çözme sürecinde problem çözme stratejilerinin rolünü ve değerlendirme basamağının önemini fark ettiği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Peki, şimdi problemleri nasıl çözüyorsun?

İrem: Şimdi birlikte bayağı bir sorguluyorduk ya, ben istemeden kendimde öyle oluyor mesela. Hani burada ne verilmiş, ne istiyor diye düşünüyorum yani içimden. Mesela sınıfta bir arkadaşım soru sormuştu onu öyle düşündüm. Ya burada ne verilmiş dedim önce kendi kendime...(gülümser).

Araştırmacı: Biraz önce başka bir soruda şey demiştin hiç kontrol etmiyordum, artık çözümlerimi kontrol ediyorum demiştin mesela.

İrem: Evet, şey, kontrol ediyorum. Mesela çözdüğüm şeylere bakıyorum yani mesela başka bir yoldan deneyerek yapmıyorum. Çözüm yolum doğru mu diye bakıyorum. Yaptığım işlemler falan yani başka yolları deneyerek kontrol etmiyorum.

Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları İrem'in çalışmadan olumlu kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözme sürecine ilişkin iç gözü ve farkındalık kazandığı ve problemlere daha analitik bir şekilde yaklaşılması gerektiğini düşündüğü sonucuna varılmıştır.

### 3.7. Fuat'ın Problemleri Çözme Sürecine İlişkin Bulgular

Ön klinik görüşmelerde Fuat daha önce çözmüş olduğu açık uçlu veri toplama aracındaki problemlerden ne anladığını, problemleri nasıl çözdüğünü ve çözümlerinin doğruluğunu açıklamaya yönlendirilmiştir. Bu süreçte Fuat problemlerden bazılarını yeniden çözmüştür. Öğrencinin problemlerle ilgili düşünceleri ve matematiğe ilişkin görüşleri problemleri çözme sürecinde incelenmiştir. Aşağıda ön görüşme problemleri bağlamında Fuat'ın muhakeme ve argüman yeterliliğine ilişkin davranışları, çözüm stratejileri, başvurduğu kanıt şemaları ve problemlere yönelik inançları açıklanmıştır.

#### 3.7.1. Ön klinik görüşme bulguları

Fuat matematik okuryazarlığı alanındaki problemlerin tümünü doğru olarak çözebilmişken, problem çözme okuryazarlığı alanındaki problemlerden Derin Dondurucu problemlerini çözmede zorlanmıştır. Fuat, matematik okuryazarlığının üçüncü ve dördüncü düzeyinde yer alan Kaykay ve Kitaplık problemlerini kolaylıkla çözebilmiş ve çözümlerini açıklayabilmiştir. Kaykay probleminin birinci alt problemine ilişkin Fuat'ın çözümü aşağıdaki Görsel 3.123' de sunulmaktadır.

|                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Soru 1:</p> <p>Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?</p> <p>(a) En düşük fiyat : ...80..... zed.</p> <p>(b) En yüksek fiyat: ...137..... zed.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Görsel 3.123.** *Fuat'ın Kaykayın Birinci Alt Problemine İlişkin Çözümü*

Kaykay probleminin birinci alt problemi bağlamında, Fuat'ın problemi analiz edebildiği, problemde verilenleri ve istenenleri değerlendirebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği görülmüştür. Fuat, problemde verilen çözümle ilgili bilgileri kolayca belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapabilmıştır.

Araştırmacı: Tamam sırayla gidelim istersen. Soru 1 ile başlayalım mesela. Bir kere senaryoyu anladın mı?

Fuat: Evet ya kaykayı tam olarak alabiliriz ya da parçaları toplayarak kendimiz yapabiliriz.

Araştırmacı: Tamam o zaman önce 1. soru ile başlayalım. Anlat bakalım nasıl yaptın?

Fuat: Şimdi bu parçalardan işte en düşük fiyatları seçmeye çalıştım. Burada en düşük kaç zed olabilir diye soruyor. Tekrar işte burada tabloyu açtım. Bunları (tablodaki değerleri göstererek) tek tek denedim. En düşük 80 bulabildim.

Araştırmacı: Nasıl buldun o 80'i?

Fuat: Burada 40, 14, 16 ve 10'u topladım.

Araştırmacı: Neden onları topladın?

Fuat: yani en düşük fiyatları onlardı.

Araştırmacı: Hım neden en düşük fiyatları aldın?

Fuat: burada en düşük fiyatı sormuş. O yüzden onları aldım ve 80 buldum.

Araştırmacı: Himm.

Fuat: Sonra bunun b şıkında en yüksek fiyatı sormuş. Burada da en yüksek fiyatları 65, 36, 16 ve 20 vardı. Bunları toplayınca da 137 buldum.

Problemi doğru bir şekilde çözebilmesine ve gerekçelendirebilmesine karşın, Fuat'ın fikirlerini açıklamada ve savunmada zorlandığı görülmüştür. Probleme verdiği yanıtların doğruluğundan emin olup olmadığı sorulduğunda, Fuat yanıtın doğruluğundan şüphe etmiş ve fikirlerinde ısrarcı olmamıştır. Problemi doğru bir şekilde çözebilse de problemi çözme sürecinde otorite olarak gördüğü araştırmacı karşısında kendi muhakemesine güvenmediğini yansıtmıştır.

Araştırmacı: Peki, emin misin sence yanıtın doğru mu?

Fuat: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Şey Fuat, Fuat bana bak.

Fuat: (Zihninden işlemler yapıp) bence doğrudur.

Araştırmacı: Ben yanıtın doğru değil demek istemiyorum. Hani böyle çok soru sorduğum zaman acaba yanlış mı yaptım diye düşünme. Sadece fikirlerini almaya çalışıyorum tamam mı?

Fuat: Tamam.

Araştırmacı: Emin misin yani? Sence doğru mu bu sonuç?

Fuat: yani burada en yüksek fiyatları bunlardı. Herhalde doğrudur.

Araştırmacı: herhalde dediğine göre emin değil misin?

Fuat: (gülümseyerek) ımm değilim.

Araştırmacı: emin değil misin? Belki yanlış olabilir mi?

Fuat: Belki olabilir.

Problemin çözümünü değerlendirmesi istendiğinde Fuat'ın kendini ikna etmek için işlemlerinin sağlamasını yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda Fuat çözümünü değerlendirmiş ve bulduğu yanıtı savunmuştur. Fuat'ın aynı işlemleri tekrar yapması problemin çözümünden emin olmasını sağlamıştır.

Araştırmacı: Peki emin olmanın bir yolu var mı?

Fuat: yani sağlamasını yaparım.

Araştırmacı: Nasıl?

Fuat: yani tekrar bakarım.

Araştırmacı: Yap bakalım bir sağlamasını nasıl yaparsın?

Fuat: Burada en yüksek fiyat 65 miş.

Araştırmacı: Diğerini niye almadın? 82 ya da 84'ü niye almadın?

Fuat: bunlar bütün olarak kaykay... Burada ya bütün olarak bir kaykay, yani bir tane bütün halde alabilirsiniz ya da bunlardan yapabilirsiniz diyor... Bunlardan yapınca daha fazla çıkıyor. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Tamam yap bakalım sen sağlamasını.

Fuat: (yeniden toplar) 137 çıkıyor.

Araştırmacı: Şimdi emin misin?

Fuat: Şimdi eminim.

Kaykay probleminin ikinci alt problemi bağlamında Fuat liste yapma stratejisine başvurmuş ve olası tüm kombinasyonları belirlemiştir. Fuat'ın bu probleme ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.124' de sunulmaktadır.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 60 | 65 | 40 | 60 | 65 | 60 | 60 | 65 | 40 | 60 | 65 |
| 16 | 16 | 16 | 36 | 36 | 36 | 14 | 14 | 14 | 36 | 36 | 36 |
| 10 | 10 | 10 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| 20 | 20 | 20 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 20 | 20 | 20 |

**Görsel 3.124.** Fuat'ın Kaykayın İkinci Alt Problemine İlişkin Çözümü

Kaykay probleminin ikinci alt problemi bağlamında da, Fuat'ın problemde verilenleri ve istenenleri değerlendirebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, çözümünün doğruluğunu değerlendirebildiği görülmüştür. Fuat, problemde verilen çözümle ilgili bilgileri kolayca belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapabilmektedir.

Araştırmacı: Ne düşündün? Bu soruyu görünce ne düşündün, ne anladın sorudan?

Fuat: Yani bu parçalarla kaç tane, ıı kaç farklı kaykay yapılabilir diye soruyor... (Sessizlik)

Araştırmacı: Hım. Nasıl yapmaya karar verdin? Nasıl yapılabilir bu soru? Nasıl çözülebilir?

Fuat: Tekrar bu tabloyu açtım. İşte burada hepsini tek tek yazdım böyle parçaları. Sonucunda 12 tane buldum. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Hım böyle yapmışsın. 40 demişsin. Söyle misin ben göremiyorum.

Fuat: 40, 14, 10 bir de 20 mi demişim... (Sessizlik) Bunu yanlış yapmışım.

Araştırmacı: Tamam. Şuraya bak.

Fuat: Buna 40, 36, 16, 10 demişim. Sonra 60'ı denetmişim hepsine. Sonra 65 ile yapmışım bunları. Sonra 40 ile 14, 16, 10. Bu sefer şuradakini değiştirmişim 36 yerine 14 almışım. Sonra yine tekrar hepsini tek tek yapmışım. Sonra burada tekrar 36'yı alıp burada 10'u 20 yapmışım. Sonra yine 60 ve 65 ile yapmışım.



Araştırmacı: Hımm. Böylece hepsini yazdım diyorsun. Peki, şurada yanlış yapmışım dedin ya, neyi yanlış yapmışsın?

Fuat: Şuraya 10 yazmışımda...

Araştırmacı: Ne olması gerekirdi?

Fuat: 16 olması gerekirdi.

Bu problem bağlamında da problemin çözümünü değerlendirmesi istendiğinde, Fuat'ın kendini ikna etmek için işlemlerinin sağlamasını yaptığı görülmüştür. Bu bağlamda Fuat çözümünü değerlendirmiş ve bulduğu yanıtı savunmuştur. Fuat'ın aynı işlemleri tekrar yapması problemin çözümünden emin olmasını ve kendini ikna etmesini sağlamıştır. Fuat'ın çözümlerinin doğruluğuna kendini ikna etmek için işlemlerinin sağlamasını yapması ve deneme yanılma stratejisinin kullanması deneysel kanıt şemasına işaret etmiştir.

Araştırmacı: hım. Peki, bu sonucun doğruluğundan emin misin?

Fuat: yani şimdi tekrar kontrol etmem gerekiyor.

Araştırmacı: hım. Nasıl kontrol ediyorsun? Bana kontrol etme yöntemini bir anlat.

Fuat: buradaki tüm parçaları tek tek deniyorum. Mesela burada bunun (kaykay tahtasının) birincisini almışım, bunun (tekerlek setinin) ikincisini. Sonra burada (tekerlek mili setinde) zaten tek var. Değişmez bu. Burada (birleştirme setinde) da 10 almışım. Sonra sadece şunları (birleştirme setinin fiyatlarını) değiştirmişim. Ondan sonra tekrar burada ikinci kısımda 36 yerine 14 almışım gerisini aynen yazmışım. Sonra burada (üçüncü kısımda) 36 ile burada 10'u 20 yapmışım. Sonra yine tekrar 60, 65 yapmışım bunları. Sonra burada (dördüncü kısımda) ... (Sessizlik) bunları bu sefer 14, 10 ve 16 almışım...

Araştırmacı: Emin misin?

Fuat: Eminim.

Sonucun doğruluğunu başka bir şekilde kontrol etmesi istendiğinde Fuat, problemin ilişkili olduğu kombinasyon kavramını sezebilmiş olmasına karşın, ikinci bir yolla çözüm üretememiş ya da üretme isteği duymamıştır. Kombinasyon kavramının seçme anlamına geldiğini ifade etmesi, matematiksel kavramların anlamına odaklandığının ve doğrulama yapmada analitik kanıt şemasına başvurduğunun bir göstergesi olarak düşünülmüştür.

Araştırmacı: Eminsin. Peki, bu sonucun doğruluğunu başka bir şekilde kontrol edebilir miyiz? Başka bir şekilde daha çözülebilir mi bu problem? Aklımıza gelen bir yolu var mı?

Fuat: bütün parçalar burada toplam 8 tane... (Sessizlik)

Araştırmacı: hımm

Fuat: 8'in 4'lü kombinasyonu mu?

Araştırmacı: Kombinasyonla yapabilir miyim diyorsun. Neden kombinasyon düşündün?

Fuat: Çünkü burada parça seçiyoruz. Kombinasyonun anlamı da seçmek demek

Araştırmacı: Mesela kombinasyonla yapabiliriz dedin ya, nasıl seçeceksin oradaki parçaları?

Fuat: Yani...

Araştırmacı: Yüksek sesle düşün.

Fuat: burada toplam işte 8 tane parça var. Bunların hepsinden birer tane seçeceğiz. O yüzden 8'in 4'lüsü olarak düşünmüştüm de.

Araştırmacı: him nasıl seçeceksin? Bu 8 taneden bir tane mi seçeceksin?

Fuat: yani... (Sessizlik)

Araştırmacı: Nasıl yapılabilirdi bu? Tek tek yazmışız.

Fuat: ... (Sessizlik) Başka yapamayız herhalde.

Araştırmacı: Başka bir yoldan yapamaz mıyız?

Fuat: ... (Sessizlik)

Probleme ilişkin başka bir çözüm yolu üretememesi sonucunda Fuat'ın matematiksel inançları sorgulanmış ve problemlerin farklı yollarla çözülebileceğine inandığı görülmüştür. Bu inanca rağmen, Fuat'ın problemleri farklı yollarla çözmeye yönelik entelektüel ihtiyaç duymadığı düşünülmüştür.

Araştırmacı: Peki sence matematikteki problemlerin çözümü için sadece bir tane mi doğru yol vardır?

Fuat: yoktur.

Araştırmacı: Nasıldır?

Fuat: Yani farklı yollardan da yapılabilir.

Araştırmacı: Him. Onu diyorum işte mesela başka bir farklı yoldan da yapılabilir mi bu?

Fuat: ... (Sessizlik) Ben bulamadım başka bir yol.

Araştırmacı: tamam. Geçmek ister misin bunu?

Fuat: Olur.

Kaykay probleminin üçüncü alt problemi bağlamında, Fuat standart olmayan bir strateji yapılandırabilmiş ve niceliksel muhakeme yaklaşımına başvurmuştur. Fuat'ın bu alt probleme ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.10' da sunulmaktadır.

| Parça                        | Miktar (zed) |
|------------------------------|--------------|
| Kaykay Tahtası               | 65           |
| Tekerlekler                  | 14           |
| Tekerlek Milleri             | 16           |
| Kaykay Birleştirme Gereçleri | 20           |

65

14

16

20

115

68

36

16

20

112

40

36

16

20

112

**Görsel 3.125.** *Fuat'ın Kaykayın Üçüncü Alt Problemine İlişkin Çözümü*

Kaykay probleminin üçüncü alt problemi bağlamında, Fuat'ın problemde verilenleri ve istenenleri değerlendirebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği ve problemin sınırlılıklarını belirleyebildiği görülmüştür. Standart olmayan bir strateji

üretebilmesine karşın, stratejisinin deneme yanılma stratejisi olduğunu ileri sürmüştür. Bu bağlamda Fuat probleme ilişkin çözümünü açıklamakta zorlanmıştı.

Araştırmacı: ne anladın bu sorudan? Ne düşündün? Nasıl yaptın?

Fuat: Yani en fazla 120 zedlik para harcayabiliriz. Elimizdeki parçaların en pahalı olanlarını alacağız. Burada yine ben denedim.

Araştırmacı: Hangisini denedin? Mesela nasıl denemeye başladın? Bu soruyu gördün nasıl başladın? İlk ne yaptın?

Fuat: Önce tekrar bu tabloyu açtım. Bu parçaları en fazla 120 zed hangisi yapıyor diye düşündüm. Sonra bunları 115 diye bunları almışım ben. Burada 65, 14, 16 ve 20 aldım.

Araştırmacı: onları nasıl seçtin? Onların olduğunu nasıl gördün?

Fuat: bunları yani, tek tek denedim yine aynı şekilde.

Araştırmacı: Hangisini tek tek denedin?

Fuat: Yani buradaki parçaları en fazla 120 zedi aşmayacak şekilde en pahalı hangisi oluyor diye düşündüm bu parçalarla. Sonra bunları denedim. En fazla bu parçaları 115 buldum.

Araştırmacı: Burada yazdığın 12 çeşidin hepsini mi topladın, onu mu demek istiyorsun?

Fuat: Yok onları toplamadım.

Araştırmacının sorgulamaları üzerine problem çözme sürecinde Fuat'ın, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yaptığı, çözüm için hangi stratejiyi neden seçtiğini gerekçelendirebildiği, niceliksel muhakeme yaklaşımını kullandığı, argümanları test edebildiği, kendini ikna etmeye çalıştığı ve çözümünü savunabildiği görülmüştür.

Araştırmacı: Nasıl yaptın? Bir yap bakalım ilk yaptığın şey neydi?

Fuat: En pahalı olanları denedim. 65,36,16 ve 20. Hepsini toplayınca 52,72,137 yapıyor.120 zedi aşmaması gerek o yüzden bu parçalar olmaz. Sonra parçaları değiştirmeye karar verdim.

Araştırmacı: Güzel. Nasıl karar verdin? Hangisini değiştirmeyi düşündün?

Fuat: Mesela şu 36 yerine 14 aldım... (Sessizlik)

Araştırmacı: Niye onu değiştirdin?

Fuat: Yani bunları (birleştirme setini) değiştirsem, yine 120 zedi aşıyordu. 127 oluyordu. Bu yüzden 36 yerine 14 aldım. Bu sefer 115 çıktı.

Araştırmacı: Hım. Peki, birleştirme setini değiştirmek işine yaramadı. Tekerlek setini değiştirebilirdin. Başka değiştirebileceğin bir şey var mı?

Fuat: Bunları (kaykay tahtasını) değiştirebilirdim.

Araştırmacı:Onları değiştirmeyi düşündün mü?

Fuat: Burada 40 aldım, 36 aldım, 16 bir de 20 aldım. Bu sefer de 112 çıktı.

Araştırmacı: Şu ikinci yaptığın üçüncü yaptığından daha yüksek...Yani üçüncüsünü aslında kontrol etmek ve emin olmak için mi yaptın?

Fuat: Evet.

Probleme verdiği yanıtların doğruluğundan emin olup olmadığı sorulduğunda, Fuat çözümünü değerlendirmiş ve bulduğu yanıtı savunmuştur. Fuat'ın aynı işlemleri tekrar yapması problemin çözümünden emin olmasını sağlamıştır.

Araştırmacı: Sence yanıtın doğru mu?

Fuat: (fısıldayarak) Evet doğrudur.

Araştırmacı: Emin misin?

Fuat: Eminim.

Araştırmacı: Nasıl emin oldun?

Fuat: Ya tekrar yine başka şeyleri de denedim, parçaları da denedim. Onlar daha düşük çıktığı için bunları aldım.

Araştırmacı: Bu üçüncü denemeden sonra devam ettin mi deneme yapmaya?

Fuat: Devam etmedim.

Araştırmacı: tekrar denedim dediğin şimdi yaptığın birinci ikinci üçüncü denemeler mi?

Fuat: (başıyla onaylıyor). Evet.

Kitaplık problemi bağlamında Fuat en önemli bileşenin oranına odaklanmış ve problemde verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırmıştır. Fuat'ın bu probleme ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.11' de sunulmaktadır.

|                                                                                                                  |   |   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| 14 vida.                                                                                                         | 6 | 5 |
| Marangozun deposunda 26 uzun tahta levha, 33 kısa tahta levha, 200 küçük çivi, 20 büyük çivi ve 510 vida vardır. |   |   |
| Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir?                                                                         |   |   |
| Yanıt: ...5.....                                                                                                 |   |   |

**Görsel 3.126.** *Fuat'ın Kitaplık Problemine İlişkin Çözümü*

Kitaplık problemi bağlamında Fuat'ın problemde verilenleri ve istenenleri değerlendirebildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği ve problemin sınırlılıklarını belirleyebildiği görülmüştür. Fuat, problemde verilen çözümle ilgili bilgileri kolayca belirleyip ilişkilendirerek çıkarım yapabilmiş ve ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilmiştir.

Araştırmacı: Ne anladın sorudan, ne düşündün önce onu bir anlat.

Fuat: Yani bir parçadan en az hangisi varsa o kadar kitaplık yapabiliriz.

Araştırmacı: him, sorudan ne anladın? Ne verilmiş soruda?

Fuat: soruda böyle vida baya abartılmış, yani çok fazla. Mesela bu levhalar çok az. Bu yüzden direk levhalara baktım. Sonra burada uzun levhadan dört tane istiyormuş. Burada 26 tane var.

Araştırmacı: Ne yapıyormuş dört tanesi ile?

Fuat: Dört tanesi ile bir tane kitaplık yapıyorlarmış.

Araştırmacı: Sonra?

Fuat: bu dört tane bunun 26 uzun tahta levhası varmış. Yani bundan altı tane çıkabilir.

Araştırmacı: Hımm, nasıl buldun altıyı?

Fuat: yani, 24'ü ıı 26'yı dörde böldüm. Altı çıktı yani iki de arttı. Sonra bu kısa levhalara baktım. Sonra burada 33'ü altıya böldüm. Beş çıktı sonra üç de arttı. Yani orası önemli değil. Buradan beş tane aldım. Diğerleri zaten bunlar çoktu bunlara hiç bakmadım bile. Direkt en az hangisi varsa buna göre beş tane dedim.

Çözüm için hangi stratejiyi neden seçtiğini gerekçelendirmesi ve çözüm stratejisini savunması gerektiğinde, Fuat'ın düşüncelerini açıklamada zorlandığı görülmüştür. Bununla birlikte bu süreçte Fuat'ın yanıtını değerlendirdiği, savunduğu ve yanıtın doğruluğuna kendi ikna etmiş olduğu ancak otoriteye karşı kendi muhakemesine güvenmediği gözlenmiştir.

Araştırmacı: Hani en azına niye odaklandın? Ben hiç bu soruyu bilmiyorum. Bilmeyen bir insan gibi düşün beni öyle anlat.

Fuat: yani levhalardan şimdi burada 33 tane varmış. Bir tane kitaplık yapmak için altı tane levha istiyormuş. Bunları yaparsak beş tane kitaplık çıkıyor bu levhalardan. Sonra bunlardan (uzun tahta levhalardan) altı tane çıkıyor. Ama burada beş tane çıktığı için başka alamayız. O yüzden direkt beş dedim.

Araştırmacı: burada beş tane çıktığı için başka alamayız. Ne alamayız?

Fuat: (gülümseyerek) yani en fazla beş tane kitaplık yapılabilir.

Araştırmacı: En fazla beş tane... Altı tane niye olmuyor?

Fuat: Çünkü buradaki levhalar yetmiyor.

Araştırmacı: Hım yetmiyor. Anladım. Hangi levhalar yetmiyor?

Fuat: Kısa levhalar

Araştırmacı: Kısa tahta levhalar altı tane yapmaya yetmiyor. Anladım tamam. Emin misin?

Fuat: (gülümseyerek) ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Kontrol ettin mi?

Fuat: Etmedim.

Araştırmacı: Peki, sonucun doğruluğundan nasıl emin oldun?

Fuat: (gülümseyerek) yani direkt buna (kısa tahta levha sayısını göstererek) baktım. Böyle buldum. (gülümseyerek) ... (Sessizlik)

Araştırmacı: yani nasıl emin oldun? Hani sana doğru geliyor değil mi?

Fuat: evet.

Araştırmacı: Ben doğru yanlış demiyorum. sen bunun doğru olduğundan nasıl eminsin?

Fuat: Çünkü en fazla burada beş tane kitaplık çıkıyor. Burada altı tane çıkıyor ama bunları (kısa levhalardan üretilecek kitaplık sayısını) altı tane yapmak için üç tane daha gerekli. Ama olmadığı için beş tane yapabiliyor.

Fuat Kaykayın alt problemlerinde olduğu gibi bu problemi değerlendirme aşamasında da problemi farklı bir yola çözmek için strateji geliştirememiş ya da farklı bir

çözüm yolu bulma ihtiyacı duymamıştır. Problemi değerlendirmek ve kendini ikna için yaptığı işlemlerin sağlamasını yapmayı yeterli görmüştür. Fuat'ın açıklamaları genel olarak matematik problemlerinin çözümlerini değerlendirmede ortaya çıkarmıştır.

Araştırmacı: him. Anladım. Peki, başka bir yoldan daha çözülebilir miydi?

Fuat: ... (Sessizlik) (gülümseyerek) Başka bir yoldan çözülemez herhalde.

Araştırmacı: Sen herhalde genelde kontrol ederken yaptığın işlemlerin sağlamasını yaparak kontrol ediyorsun öyle mi?

Fuat: evet. Çok emin olduklarımı etmiyorum.

Araştırmacı: çok emin olduklarını kontrol etmiyorsun. İkinci bir yoldan daha çözmeyi denemiyor musun?

Fuat: Denemiyorum.

Ön görüşmelerde yer verilen problem çözme okuryazarlığı alanındaki problemler, öğrencilerin muhakeme ve argüman yeterliliğinin daha açık bir şekilde ortaya çıkarılabilmesi amacıyla seçilmiştir. Bu nedenle bu problemlere ilişkin veriler muhakeme ve argüman yeterliliği açısından analiz edilmiştir. Derin Dondurucu 1 problemine ilişkin Fuat'ın çözümü aşağıdaki Görsel 3.127' de sunulmaktadır.

| Soru 1:                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Banu, uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını merak etti. Aşağıdaki etkinlik ve gözlemlerden hangisi ya da hangileri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermektedir? Üç durumun her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız. |                                                                                         |
| Etkinlik ve Gözlem                                                                                                                                                                                                                                             | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden?                          |
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                                                                                                                                                                                                  | Evet gösterir çünkü (KUL) derin dondurucunun sıcaklığı düşene kadar yanmaya devam eder. |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.                                                                                                                                                                                                  | Hayır göstermez çünkü sıcaklık yükselmiştir.                                            |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder.                                                                                                                                                                                     | Evet gösterir sıcaklık yükseldiği için (KUL) da yanmaya devam eder.                     |

**Görsel 3.127.** Fuat'ın Derin Dondurucunun Birinci Alt Problemine İlişkin Çözümü

Derin Dondurucu probleminin birinci alt problemi bağlamında, Fuat'ın problem durumunu anlamlandıramadığı, analiz edemediği, problemde verilen bilgiler arasında ilişki kuramadığı, problemin sınırlılıklarına uymadığı ve ayrıntılarla temel fikirleri ayırt edemediği görülmüştür.

Araştırmacı: Bu senaryoda ne anlatılıyor?

Fuat: Kullanma kılavuzunda ikinci konuma normal demiş. Ama bu Banu dördüncü konuma getirmiş. Sıcaklığı baya düşürmüş. O yüzden bu kırmızı uyarı lambası yanmaya devam etmiş. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: En baştan düşün ne anlatılıyor bu senaryoda?

Fuat: Yani insanların kullanma kılavuzuna çok dikkat etmediği ... (Sessizlik)

Araştırmacı: sonucunu çıkardın. Senaryoda bize ne anlatılıyor? Neler verilmiş bize hangi bilgiler verilmiş? Ne gibi bilgiler biliyoruz biz?

Fuat: burada konumların sıcaklıkları verilmiş... (Sessizlik) Dört saatten sonra yiyeceklerle doldurabilirsiniz denmiş... (Sessizlik)

Araştırmacı: Başka?

Fuat: ... (Sessizlik) Başka bilmiyorum.

Fuat, problem senaryosunda verilen bilgilerden “ikinci konum normaldir” bilgisine diğer bir deyişle görevin yüzeysel özelliğine ve temel fikir yerine ayrıntıya odaklanmıştır. Bu nedenle bu bilgiyi temel alarak çıkarımlar yapmış ve sistemin çalışma prensiplerine dikkat etmemiştir.

Araştırmacı: Peki, o zaman bana şunu söyle kırmızı uyarı lambası ile ilgili ne biliyoruz biz?

Fuat: yani sıcaklığı doğru ayarlanmazsa yanmaya devam eder.

Araştırmacı: Ne zamana kadar yanar bu? Hep mi yanar?

Fuat: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: kırmızı uyarı lambası ne zaman yanacak? Sönecek mi? Hep mi yanacak? Onunla ilgili ne biliyoruz? Onu da söyle.

Fuat: ... (Sessizlik). Yani normalde ikinci konuma getirdiğimizde dört saat sonra sönyormuş. Ama biz sıcaklığını daha fazla düşürünce tekrar bu yanmaya devam etmiş.

Araştırmacı: Sadece bunu mu biliyoruz kırmızı uyarı lambası ile ilgili?

Fuat: (gülümseyerek) Evet bunu biliyoruz.

Araştırmacı: Peki, ne zaman sönecek bu kırmızı uyarı lambası?

Fuat: Tekrar ikinci konuma getirince söner.

Araştırmacı: İkinci konuma getirmezsem?

Fuat: Sönmez.

Araştırmacı: Öyle mi söylüyor senaryoda?

Fuat: yani ikinci konum normaldir diyor. Diğerleri demek ki normal değil.

Fuat, problemi anlamadan ve analiz etmeden çözmeye çalışmış, görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak hatalı neden sonuç ilişkileri kurmuştur. Yönlendirmeye rağmen temel fikirleri ortaya çıkarmada zorlanmıştır. Fuat bu problemde sıcaklık ile lambanın sönmesi arasındaki ilişki için “Sıcaklık düşerse lamba sönecek, artarsa yanacak” şeklinde bir çıkarıma ulaşmıştır. Bu kurala uyan etkinlik ve gözlemlerin lambanın düzgün çalıştığını gösterdiğini, uymayanların ise lambanın düzgün çalıştığını göstermediğini ifade etmiştir.

Araştırmacı: Ne anladın buradan öncelikle?

Fuat: yani sıcaklığı düşürünce bu söner diyor. Bu sönebilir.

Araştırmacı: Sorudan ne anladın? Soruda ne istiyor senden? Soru ne anlatıyor?

Fuat: (gülümseyerek) yani burada beşinci konuma getirdiğimizde kırmızı ışık söner demiş. Sizce bu olabilir mi diyor. Düzgün çalıştığını gösterir mi diyor.

Araştırmacı: Bunu biraz anlatır mısın nasıl yaptığını?

Fuat: Yani olabilir çünkü burada da sıcaklık düşene kadar yanmaya devam eder diyor. Beşinci konumda da sıcaklık düşmüş oluyor. O yüzden sönebilir. Bende düzgün çalıştığını gösterir dedim.

Araştırmacı: Şimdi sönebilirse bu düzgün çalıştığını gösterir demişsin değil mi? Düzgün çalıştığını nereden çıkardın?

Fuat: çünkü burada sıcaklığı düşerse ışık söner diyor. Ben de o yüzden beşinci konumda sıcaklık baya düşük o yüzden düzgün çalıştığını gösterir dedim... (Sessizlik). Banu ayar düğmesini birinci konuma getirir ve kırmızı ışık söner... (Sessizlik). Burada birinci konumda sıcaklık biraz yüksek o yüzden sönmeyebilir diye düşündüm. Burada düzgün çalıştığını göstermez dedim.

Araştırmacı: Sönmeyebilir dedin ama sönmüş o. Söndüğü için mi göstermez.

Fuat: (başıyla onaylıyor) evet.

Araştırmacı: yanmaya devam etseydi gösterebilir diyecektin?

Fuat: Yani...(gülümseyerek) ... (Sessizlik) Banu ayar düğmesini birinci konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder. Bu sefer yanmaya devam ettiği için düzgün çalıştığını gösterir dedim. Çünkü sıcaklık yeterince düşmemiştir.

Fuat'ın probleme ilişkin açıklamaları, araştırmacının yönlendirmesine rağmen karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama eksikliği yaşadığını ortaya çıkarmıştır. Diğer bir deyişle, bu problem bağlamında Fuat çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için sürdürülebilir ve doğru bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanarak ve bu bileşenleri kombine ederek muhakeme zincirleri oluşturma, sentezleme ve değerlendirmede zorlanmıştır. Bu durumun Fuat'ın probleme karşı olumsuz tutumundan diğer bir deyişle problemi çözmek için entelektüel ihtiyaç duymamasından kaynaklanmış olabileceği düşünülmüştür.

Araştırmacı: Bak bu konumlardaki sıcaklıklar var ya, bunların anlamı ne? Mesela birinci konum -15 ne demek?

Fuat: Birinci konumdayken sıcaklık biraz düşük... Sonra arttırınca.

Araştırmacı: Ama sadece birinci konuma bak. Birinci konum -15 derece ne demek oluyor?

Fuat: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: bu derin dondurucu birinci konumda çalışıyorsa ne dersin?

Fuat: Yani yiyecekleri yeterince dondurabiliyordur o sıcaklıkta.

Araştırmacı: Hangi sıcaklıkta?

Fuat: (gülümseyerek) -15 de.

Araştırmacı: Birinci konumda çalışıyorsa derin dondurucu sıcaklığına ilişkin ne söylenir?

Fuat: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Birinci konumda düzgün çalışıyor. Bunun sıcaklığı için ne söylersin?

Fuat: ... (Sessizlik)



Araştırmacı: Kaç derecedir bunun sıcaklığı?

Fuat: ... (Sessizlik) (fısıldayarak) Bir şey söyleyemiyorum.

Araştırmacı: Neden bir şey söyleyemiyorsun?

Fuat: ... (Sessizlik) yani soruyu beğenmedim zaten.

Araştırmacı: him soruyu beğenmedin. Çözmek istemiyor musun soruyu?

Fuat: (fısıldayarak) Öyle bir şey.

Araştırmacı: yani soruyu beğenmediğin için soruyla uğraşmak istemiyor musun?

Fuat: yani evet.

Fuat araştırmacının yönlendirmesi ile problemin önemli değişkenlerine odaklanmış ve dondurucunun sıcaklığı ile uyarı lambasının sönmesi arasında ilişki kurabilmiştir. Araştırmacının oluşturduğu varsayımları bu ilişki bağlamında yorumlayabilmiş yönlendirme ile tümevarımsal muhakeme yapabilmiştir.

Araştırmacı: beşinci konumda söndüyse ne demek? İçerdeki sıcaklık için ne söylersin?

Fuat: -32'ye kadar gelmiş.

Araştırmacı: him. İçerideki sıcaklık -32'ye gelmiş ama -25'de sönmesi gerekirken...

Fuat: sönmemiş.

Araştırmacı: hıh. O şekilde mesela değerlendir şimdi bu etkinlik ve gözlemleri tekrar ve bu kâğıda yaz. Şimdi artık ben çok konuştum... (Sessizlik) Fuat lütfen şimdi sen aynı şekilde anlat.

Fuat: "Banu ayar düğmesini beşinci konuma getirir ve kırmızı ışık söner." Yani beşinci konuma getirmiş ve kırmızı ışık söndüğüne göre doğru çalışıyordur... Ama dördüncü konumda getirdiğinde sönmemiş beşinci konuma getirince sönmüş. Ya o zaman lambada bir sorun vardır ya da dördüncü konumda bir sorun vardır.

Araştırmacı: çok iyi gidiyorsun. Bize sorulan lambanın düzgün çalıştığını gösterir mi?

Fuat: o zaman göstermez.

Araştırmacı: tamam yaz çok güzel. Neden göstermez?

Fuat: çünkü dördüncü konumda sönmemiş ama beşinci konumda sönmüş.

.....

Fuat: o zaman bu (ikinci etkinlik ve gözlem) gösterir, bu (son etkinlik ve gözlem) göstermez.

Araştırmacı: him. Neden o gösteriyor?

Fuat: Çünkü ışık sönmüş. Birinci konuma sıcaklık daha çabuk geliyormuş. Bu yüzden sönebilir.

Araştırmacı: dördüncü konumda niye peki sönmeyi?

Fuat: Daha – 25'e ulaşamamıştır belki.

.....

Araştırmacı: tamam. Güzel sonuncusu için ne diyeceksin şimdi?

Fuat: o da tam tersi olacak (cevabını yazar) yani doğru çalıştığını göstermez. ... (Sessizlik). Dördüncü konumda yine yeterince sıcaklığa ulaşamamış, yani -25'e gelememiş. Birinci konumda da daha gelememiş. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: ama kaç saat geçti?

Fuat: sekiz saat geçti.

Araştırmacı: ne kadar zamanda gelmesi gerekiyordu?

Fuat: bir ila üç saat arasında gelmesi gerekiyordu.

Araştırmacı: o zaman birinci konumdakine bile gelemediyse daha?

Fuat: Düzgün çalışmıyordur.

Probleme verdiği yanıtları değerlendirmesi ve savunması istendiğinde Fuat'ın yanıtlarını değerlendiremediği ve savunmadığı görülmüştür. Bununla birlikte Fuat yanıtın doğruluğuna kendi ikna etmeye çalışmamış ve verdiği yanıtların doğruluğundan emin olamamıştır.

Araştırmacı: hım. Emin misin şimdi?

Fuat: Hiç birinden emin değilim.

Araştırmacı: doğru mu?

Fuat: yani doğru da olabilir, yanlış da olabilir.

Fuat problem durumunu tam olarak anlamlandıramadığı için, Derin Dondurucu problemi 2 problemini de doğru bir şekilde yanıtlayamamıştır. Fuat bu problem bağlamında görevin yüzeysel özelliklerine odaklanarak hatalı neden sonuç ilişkileri kurmuştur. Fuat'ın bu alt probleme ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.13' de sunulmaktadır.

| Uyarı   | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |   |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------|---|
| Uyarı 1 | Ben de bu uyarıdan kaynaklanmamaktadır.....                                    | + |
| Uyarı 2 | Bu uyarıyı dikkate almamak (KUL) olma sonucu geciktirmiştir.....               | + |
| Uyarı 3 | Bu uyarıdan da kaynaklanmamaktadır.....                                        | + |
| Uyarı 4 | Bu uyarıdan da kaynaklanmamaktadır.....                                        | + |
| Uyarı 5 | Bu uyarıdan da kaynaklanmamaktadır.....                                        | + |
| Uyarı 6 | Ben de bu uyarıdan da kaynaklanmamaktadır.....                                 | - |

**Görsel 3.128.** Fuat'ın Derin Dondurucunun 2 Problemine İlişkin Çözümü

Derin Dondurucu probleminin ikinci alt problemi bağlamında Fuat problem senaryosunda verilen “ikinci konum normaldir” bilgisine odaklanarak hatalı neden sonuç ilişkileri kurmuştur. Fuat verilen uyarılar arasında bu bilgi ile ilişkili olanların uyarı lambasının sönmelerini geciktireceğini diğerlerinin etkilemeyeceğini düşünmüştür. Ayrıca çıkarımlarını destekleyecek gerekçeler ileri sürememiştir.

Araştırmacı: İkinci uyarı için ne düşündün?

Fuat: bu uyarıdan kaynaklanabilir. Çünkü daha düşük ısılara ayarlamış. Burada daha düşük ısılara ayarlamayınız diye bir tane uyarı var.

Araştırmacı: daha düşük ısıya ayarlayınca ne olur peki?

Fuat: ışığın sönmesi gecikir.

Araştırmacı: neden işte neden gecikiyor? Ne olur ki gecikir?

Fuat: ya normal değil yani.

Araştırmacı: Tamam işte o uyarıları bir daha değerlendir. Bunlara bir de neden yazmamışsın. Nedenlerini de açıkla neden öyle düşündüğünü de açıkla.

Fuat: yani direk normalini zaten -18 demiş. O yüzden sadece bunu (ikinci uyarıyı) yazmıştım.

Araştırmacı: tamam sadece onu düşünmüştün. Bir tek ikincisi etkiler diye mi düşünmüştün?

Fuat: (başıyla onaylıyor) Evet.

Araştırmacı: him. O yüzden diğerlerinden kaynaklanmıyor diye yazdın.

Fuat: (başıyla onaylıyor) Evet.

Fuat'ın problemi çözmede başvurduğu yollardan biri de Banu'nun uyarılara uyup uymadığını değerlendirerek karar vermektir. "Banu uyarıya uymadıysa uyarı lambasının sönmesi gecikmiştir" şeklindeki neden sonuç ilişkisine dayalı olarak çıkarım yapmıştır. Bu durum Fuat'ın anlamlandırmakta zorlandığı karmaşık problem durumlarında, problemin sınırlılıklarına uymadığını ve günlük yaşam deneyimlerini referans alarak çıkarım yapma yoluna gittiğini göstermektedir.

Araştırmacı: Birinciye ne dedin?

Fuat: yani zaten toprak hattı vardır diye düşündüm. O yüzden bu uyarıdan kaynaklanmamaktadır dedim.

...

Araştırmacı: tamam devam edelim. Üçüncü uyarı için ne dedin?

Fuat: Havalandırma ızgaraları kapatılmamalıdır demiş. Belki Banu kapatmış olabilir. Bu yüzden de dondurma kapasitesi düşmüştür. Bu yüzden de ışığın sönmesi gecikmiştir.

...

Araştırmacı: dördüncü uyarı için ne demiştin?

Fuat: bu uyarıdan kaynaklanmamaktadır.

Araştırmacı: neden?

Fuat: yani illaki bunları dondurmuş olmayabilir yani. Başka şeyler dondurmuş olabilir...

...

Araştırmacı: Tamam. Beşe bak.

Fuat: "Taze yiyecekleri dondurmada önce tuzlamayınız ve baharatlamayınız." Yani bu tuzlayınca ya da baharatlayınca yine dondurma kapasitesi düşebilir. Bu yüzden de olabilir belki. (gülümseyerek) Ama zaten daha yeni almış fazla bir şey dondurmaz herhalde.

Araştırmacı: Niye tuzlayınca dondurma kapasitesi düşsün? Yani onunla ne ilgisi var?

Fuat: Fen dersinde de gördük. Böyle dondurma ısını düşürüyoruz.

...

Araştırmacı: Tamam bir uyarımız daha var. Ona da bakalım.

Fuat: “Derin dondurucunun kapağını çok sık açmayınız.” Bence bu uyarıdan kaynaklanmaz.

Araştırmacı: Neden?

Fuat: Yani zaten açıp neye bakacak ki. Açmamıştır.

Araştırmacı: Demek sen bunları ilk çözerken sadece ikinci uyarıya uymadığı için sadece ikincisi etkiler dedin. Çünkü ikinci uyarıya Banu uymadı.

Fuat: (başıyla onaylıyor) Evet.

Fuat araştırmacının yönlendirmeleri ile ilişkileri kurabildiği ve ilişkilerin farkına varabildiği halde problem durumunu anlamlandıramamış ve verdiği yanıtları değiştirmek istememiştir.

Araştırmacı: Dondurucunun kapağını açarsa etkilemez mi? Ne olur açarsa?

Fuat: Mesela -4’ten -5’e düşerken normalde iki dakikada düşüyorsa üç dakikada düşer. Yani fazla da bir şey olmaz. Yani sekiz saate kadar uzamaz.

Araştırmacı: hım. İki dakikada düşüyorsa üç dakikada düşer... (Sessizlik)

Fuat: yani öyle düşündüm.

Araştırmacı: yani o zaman ısının düşüşü yavaşlıyor öyle mi?

Fuat: (başıyla onaylıyor) Evet.

Araştırmacı: ve bu durum uyarı lambasının sönmesini geciktirmez.

Fuat: Yani sekiz saate kadar uzamaz diyorum

Araştırmacı: sekiz saat olmasa da, yani burada sekiz saat dememiş ya-

Fuat: Birazcık uzayabilir.

Araştırmacı: o zaman geciktirebilir mi?

Fuat: Geciktirebilir.

Araştırmacı: peki, buna verdiğin yanıtı değiştirmek istiyor musun? Son kararın ne?

Fuat: Değiştirmek istemiyorum.

Çözümün doğruluğunu değerlendirmesi istendiğinde Fuat yanıtlarının doğruluğunu savunamamış ve yanıtların doğruluğu konusunda kendi ikna ihtiyacı duymamıştır. Bu alt problem bağlamında Fuat’ın yalnızca ikinci uyarıya ilişkin yanıtının doğruluğuna inandığı görülmüştür.

Araştırmacı: Emin misin bunların doğru olduğundan?

Fuat: (gülümseyerek) Emin değilim.

Araştırmacı: Doğru mu sence bunlar?

Fuat: Belki.

Araştırmacı: Sence doğru mu? Nasıl hissediyorsun?

Fuat: Yani bana en yakın olanları yazıyorum.

Araştırmacı: Sence bunların hangisi kesinlikle doğrudur?

Fuat: İkincisi.

Araştırmacı: İki kesinlikle doğru. Başka var mı kesinlikle doğru dediğin?

Fuat: Başka yok... (Sessizlik)

Kitaplık Sistemi problemi bağlamında Fuat problem durumunu kolayca anlamlandırabilmiş ve alt problemleri doğru bir şekilde çözebilmiştir. Kitaplık Sistemi 1 problemi, birbiriyle ilişkili birden çok bilginin sunulduğu karmaşık bir problem durumunda verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yapılarak çözülebilecek bir problemidir. Fuat, bu problemi senaryoda verilen temel fikirleri ortaya çıkararak kolayca çözebilmiştir. Ayrıca Fuat probleme verdiği yanıtın doğruluğunu savunabilmiş ve yanıtın doğruluğundan emin olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Tamam hadi kitaplık sistemine geçelim. Bir okumak ister misin?

Fuat: (Senaryo ve soruyu okur) Şimdi biz öğrenciyiz. Hiçbir kitabı gecikme süresinin dışında vermedik. Ayırılan listesinde bir kitaptan dergiden de almıyoruz. Yani normal bir kitap alıyoruz. O yüzden buna 14 gün dedim.

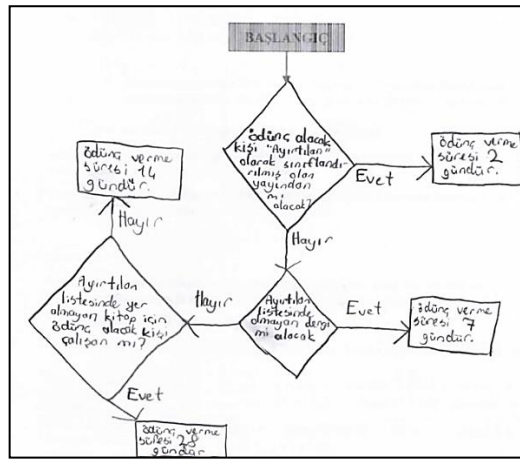
Araştırmacı: nereden buldun 14'ü?

Fuat: şimdi burada geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi yok. Ayırılan listesinde yer almıyor. Bir tane kitap ödünç alacağız. Kitaplar için ödünç verme süresi okulda çalışanlar için 28 gün öğrenciler için 14 gün diyor. Biz öğrenciyiz. O yüzden 14 gün diye düşündüm.

Araştırmacı: Emin misin? Doğru mu?

Fuat: Eminim. Doğru.

Kitaplık Sistemi 2 problemi problem senaryosunda verilen karmaşık bilgilerin kombinasyonunu ve yorumlanmasını gerektirmektedir. Fuat bu alt problemi de doğru bir şekilde çözebilmiştir. Fuat'ın Kitaplık Sistemi 2 problemine ilişkin çözümü aşağıda Görsel 3.129' da sunulmaktadır.



**Görsel 3.129.** Fuat'ın Kitaplık Sistemi 1 Problemine İlişkin Çözümü

Kitaplık Sisteminin ilk alt problemi bağlamında Fuat'ın problemde verilenleri ve istenenleri değerlendirebildiği, fikirlerini açıklayabildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği ve problemin sınırlılıklarını belirleyebildiği görülmüştür. Fuat, problemde verilen bilgiler arasındaki tümdengelimsel ilişkiyi belirleyebilmiş, karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama yoluna gidebilmiştir.

Araştırmacı: Nasıl yaptın? Ne düşündün?

Fuat: Önce ödünç alacağı şeylerin ayrıtılan listesinde olup olmadığını düşündüm.

Araştırmacı: Ayrıtılan olarak sınıflandırılmış yayın mı diye mi düşündün?

Fuat: Evet.

Araştırmacı: Evet derse?

Fuat: Ödünç verme süresi iki gündür diyor.

Araştırmacı: Hayır derse?

Fuat: hayır derse ayrıtılan listesinde olmayan kitap mı alacak yoksa dergi mi alacak diye düşündüm. Dergi ise evet dedim. Ödünç verme süresi yedi gün. Dergi değil yani kitapsa ayrıtılan listesinde olmayan bir kitap için ödünç alacak kişi çalışan mı yoksa öğrenci mi? Çalışansa 28 gün, öğrenciyse 14 günmüş.

Yaptığı çözümün doğruluğunu değerlendirmesi istendiğinde Fuat çözümün doğruluğunu ve yeterliliğini değerlendirebilmiştir. Bu süreçte çözümündeki eksikliği belirleyen Fuat, düşüncelerini açıklama ve çözümünü gerekçelendirme konusunda zorlanmıştır. Ayrıca problemi çözme sürecinde çözümü değerlendirmede ve kendi ikna gereksinimi duymadığı görülmüştür.

Araştırmacı: Tamam. Peki, bu sistemin başka bir şartı yok mu kitap verirken? Başka bir şeyi kontrol etmiyor mu kitap ya da dergi verirken?

Fuat: hımm şey gecikmiş olup olmamasını soruyordu.

Araştırmacı: Gecikmişse ne olacak?

Fuat: Hiçbir şey alamaz.

Araştırmacı: Gecikmezse?

Fuat: Alabilir. (fısıldayarak) Onu eklememişim.

Araştırmacı: hım. Onu unutmuşsun. Onu ekleyecek olsan nereye eklersin?

Fuat: ... En başa eklerim. Burada gecikmiş bir dergi ya da kitap getirdiyse hiçbir şey alamaz.

Araştırmacı: Neden ayrıtılanla başladın? Mesela neden çalışan mı diye başlamadın?

Fuat: ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Niye dergi mi diye başlamadın da ayrıtılan mı diye başladın?

Fuat: yani en baştaki bilgide o vardı. O yüzden ondan başladım.

Araştırmacı: ilk bilgi olduğu için mi?

Fuat: Evet.

Araştırmacı: Peki ayrıtılan mı diye değil de dergi mi diye başlasaydın ne olurdu?

Fuat: (gülümseyerek) biraz karışık olurdu. Yani çizemezdim herhalde.

Araştırmacı: Kontrol etmiş miydin sen bunu?

Fuat: Kontrol etmedim.

Araştırmacı: Sence doğru muydu?

Fuat: Yani hataları bilmediğim için doğru gibi gelmişti.

Fuat'ın matematiksel inançları, matematiğe ve problemlere ilişkin tutumları problemleri çözme ve açıklama sürecinde incelenmiştir. Fuat'ın matematiğe karşı tutumunun olumlu olduğu görülmüştür. Fuat, matematik yapabildiğini, matematik dersini sevdiğini ve zor bir ders olarak görmediğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Matematikle aran nasıl?

Fuat: (Sessizlik)...İyi...

Araştırmacı: Matematiğe ilişkin düşüncelerin neler?

Fuat: yani herkes çok zor diyor, ama bence çalışılsa, yani çalışırlarsa o kadar zor değil...

Araştırmacı: Başka?

Fuat: ...(Sessizlik)...(elleriyle bu kadar yapıyor)

Araştırmacı: Yani matematiği seviyor musun sevmiyor musun?

Fuat: Matematiği seviyorum... (Sessizlik)

Araştırmacı: Niye seviyorsun?

Fuat: yani yapabildiğim bir ders... (Sessizlik)

Araştırmacı: Hımm. Zevkli mi sence?

Fuat: Bence zevkli... (Sessizlik)

Görüşme sürecinde Fuat'ın matematik başarısını ve matematik okuryazarlığını olumlu olarak etkileyebilecek matematiksel inançlara sahip olduğu düşünülmüştür. Örneğin Kaykay 2 problemi bağlamında farklı bir çözüm yolu üretmesi istendiğinde, Fuat farklı bir çözüm yolu bulamamasına karşın problemlerin farklı yollarla çözülebileceğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Peki sence matematikteki problemlerin çözümü için sadece bir tane mi doğru yol vardır?

Fuat: yoktur.

Araştırmacı: Nasıldır?

Fuat: Yani farklı yollardan da yapılabilir.

Fuat'ın matematik okuryazarlığı alanındaki problemlere karşı olumlu tutum geliştirdiği ve problemleri daha istekli bir şekilde çözdüğü gözlenmiştir. Fuat'ın açıklamaları da bu gözlemi desteklemektedir.

Araştırmacı: tamam. Peki derin dondurucu ve kitaplık sistemi mi yoksa baştaki kitaplık ve kaykay problemleri mi senin daha çok ilgini çekti?

Fuat: bu kaykay ve kitaplık sorusu onlar daha güzeldi. Bunlar daha çok ilgimi çekti.

Fuat matematik okuryazarlığı alanındaki problemlerin normalde karşılaştığı problemenden daha farklı olduğunu, zor olmadığını ancak biraz uğraştırıcı olduğunu düşünmüştür. Bu bağlamda Fuat çok kolay ya da çok uğraş gerektiren problemler yerine çözümünü görebildiği ancak rutin bir yolu olmayan problemleri çözmeyi daha çok sevdiğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Kaykay problemleri ilginçti mi?

Fuat: yani değişik bir soru. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Zor geldi mi?

Fuat: Zor değil. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Peki, en çok hangisi hoşuna gitti? En çok hangisinde zorlandın?

Fuat: : ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Bunlarla ilgili herhangi bir görüşün var mı?

Fuat: Birinci soru o kolaydı zaten. İkinci soru birazcık böyle oyaladı. Bunları tek tek yazmak birazcık zor oldu.

Araştırmacı: Hımm, zor geldi mi?

Fuat: yani zor değil de uğraşmalı bir soru.

Araştırmacı: hım, uğraştırdı. Üçüncü soru?

Fuat: Üçüncü soruda yine böyle üç tane denedim ve bu sonuca vardım...

Araştırmacı: Hangisi daha zevkliydi?

Fuat: (gülümseyerek) Bu (Kaykayın üçüncü sorusu) daha zevkli...

Araştırmacı: (gülümser) Kitaplık sorusunu sevdiğin mi? Hoşuna gitti mi? Eğlenceli geldi mi?

Fuat: (gülümseyerek) yani normal bir soru.

Araştırmacı: Normal bir soru, öylesine bir soru. Her zaman karşılaştığın türden bir soru mu? Değişik mi geldi?

Fuat: Yok değişik...

Fuat'ın matematik okuryazarlığı alanındaki problemlere kıyasla problem çözme okuryazarlığı alanındaki problemlere karşı daha olumsuz bir tutum bir tutum sergilediği ve bu problemleri çözmeye isteksiz olduğu görülmüştür.

Araştırmacı: Peki derin dondurucu ve kitaplık sistemi problemleri ilginçti mi?

Fuat: Bunlar biraz sıkıcı.

Araştırmacı: Neden?

Fuat: yani uzun uzun bir sürü tablo yapıyoruz. Ondan sonra bir sürü yazı yazıyoruz.

Araştırmacı: hım. Çok yazı yazılan şeyleri mi sevmiyorsun?

Fuat: Evet. Sevmiyorum.

Fuat, senaryosunu anlamlandıramadığı ve temel fikirleri ortaya çıkaramadığı Derin dondurucu probleminin alt problemlerini sevmediğini, problemlerin zor olduğunu ve problemleri çözmek istemediğini belirtmiştir.



Araştırmacı: Şimdi gelelim derin dondurucu sorusuna.

Fuat: (gülümseyerek) bunu hiç sevmemiştim.

Araştırmacı: Neden sevmedin bunu?

Fuat: (gülümseyerek) yani hepsine tek tek bir şeyler yazıyoruz. Yani ben zaten yazı yazmayı sevmiyorum (gülümseyerek) ... (Sessizlik)

Araştırmacı: him. Başka? Zor geldi mi?

Fuat: yani evet zor bir soru. ... (Sessizlik)

Araştırmacı: en çok neresi zor? Yazması mı zor?

Fuat: yani bunları düşünüp yazması... (Sessizlik)

...

Araştırmacı: Kaç derecedir bunun sıcaklığı?

Fuat: ... (Sessizlik) (fısıldayarak) Bir şey söyleyemiyorum.

Araştırmacı: Neden bir şey söyleyemiyorsun?

Fuat: ... (Sessizlik) yani soruyu beğenmedim zaten.

Araştırmacı: him soruyu beğenmedin. Çözmek istemiyor musun soruyu?

Fuat: (fısıldayarak) Öyle bir şey...

Araştırmacı: yani soruyu beğenmediğin için soruyla uğraşmak istemiyor musun?

Fuat: yani evet...

Fuat aynı zamanda senaryosunu anlamlandırabildiği, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği ve doğru bir şekilde yanıtlayabildiği halde Kitaplık Sistemi probleminin alt problemlerinin gereksiz yere karmaşık olduğunu belirtmiştir.

Araştırmacı: Kitaplık sistemi problemlerini nasıl buldun?

Fuat: yani o kadar karmaşık bir şey yapmalarına gerek yoktu. Daha basit bir şey de yapabilirlerdi.

Araştırmacı: bu soruyu çözmek kolay mıydı zor muydu senin için? Zevkli miydi?

Fuat: yani zevkli değildi. Yine biraz uğraşmak gerekiyordu.

Araştırmacı: zevkli değil miydi?

Fuat: yok.

Fuat'ın açıklamaları, karmaşık, çözümü hemen belli olmayan ve düşünme gerektiren problemleri çözme isteği diğer bir deyişle bu problemleri çözmeye ilişkin entelektüel ihtiyaç duymadığını göstermiştir. Fuat zorlandığı problemleri çözme isteği duymadığını onaylamıştır.

Araştırmacı: O zaman şöyle bir şey söyleyebilir miyim? seni uğraştıran soruları çözmek pek zevkli değil.

Fuat: Evet.

Araştırmacı: Daha böyle hızlı hızlı hemen yaptığın soruları çözmek daha zevkli?

Fuat: yani evet...

Araştırmacı: Seni zorlayan bir durumla karşılaştığında uğraşmak istemiyor musun?

Fuat: Atlayıveriyorum hemen geçiveriyorum. Sınavda filan gelirse

Araştırmacı: O zaman seni zorlayan bir şey geldiği zaman onunla uğraşmak istemiyorsun.

Fuat: Evet.

Araştırmacı: ama daha bildiğin bir şeyler olursa onları daha mı severek yapıyorsun?

Fuat: Evet.

Araştırmacı: zor geliyorsa yapmıyorsun.

Fuat: hayır.

### 3.7.2. Öğretim bölümlerine ilişkin bulgular

Fuat birinci öğretimde yer verilen uçak probleminin alt görevlerine ilişkin çözüm stratejileri üretebilmiş ve görevlerin tümünü kolayca çözebilmiştir. Fuat'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri yorumlayabildiği görülmüştür. Fuat ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Fuat problemlerin çözümü için en etkili stratejileri önerebilmiş ve diğer öğrencilerin yaşadığı işlemsel bilgi eksikliğini yaşamamıştır. Fuat'ın işlemsel bilgisinin güçlü olduğu düşünülmüştür. Bununla birlikte öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Fuat için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır.

Fuat'ın “Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, bir problemin çözümünün birden fazla yolla yapılması konusunda istekli olduğu ve daha araştırmacı-öğretmen istemeden problemleri farklı yollarla çözebildiği görülmüştür. Örneğin Görev 1 de araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmadan problemin çözümüne ilişkin iki farklı çözüm stratejisi oluşturmuştur. Fuat'ın bir problemi farklı yollarla çözmeye ve sonucun doğruluğuna ikna olmaya ilişkin zihinsel ihtiyaç duyduğu düşünülmüştür.

Fuat birinci öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamak yerine farklı çözüm stratejileri geliştirmeye çalışmıştır. Bu bağlamda Fuat'ın yaratıcı muhakeme ve analitik problem çözme yoluna gittiği görülmüştür. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Fuat bu görevlerin çözümünden kendi muhakemesine güvenme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Fuat Görev 1 bağlamında diğerlerinin etkisi ile en etkili stratejinin ritmik sayma olduğunu belirtmiştir. Ancak Görev 2 için diğer öğrencilerin Fuat'ın önerdiği çözüm stratejilerini kullanmayı seçmesi

ve en etkili stratejilerin bu stratejiler olduğunu belirtmesi üzerine Fuat da kendi ürettiği çözüm stratejilerinin etkili olduğunu ifade edebilmiştir.

Araştırmacı: Sence hangi strateji daha uygun, daha akla yatkın?

Doğu: İkisi de yatkın.

Araştırmacı: hangisi sana daha yakın geliyor?

Doğu: Zülal'in ki.

Araştırmacı: sence hangisi Fuat?

Fuat: Sayınca daha çabuk bulacağız herhalde. Zülal'in ki

...

Araştırmacı: İrem sence en uygunu hangisi?

İrem: Şu 25 ile 6'yı çarpıp 2 çıkarmak.

Zülal: yani bu son ikisi de (Fuat'ın ürettikleri) uygun bence. ( $24 \cdot 6 + 4$  ve  $25 \cdot 6 - 2$ )

Gül: 25 ile 6'yı çarpıp 2 çıkarmak.

Hazal: Ben de İrem'e katılıyorum.

Fuat: Ben de kendime katılıyorum.

Grup: gülüşmeler...

Araştırmacı: Sence hangisi daha etkili? Dört tane çözüm yaptın orada?

Fuat: Bence de 25 ile 6'yı çarpıp 2 çıkarmak.

Birinci öğretimde Fuat'ın matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, problemin sınırlılıklarına uyma, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Birinci öğretim sonunda öğrencilerden çözmeleri istenen PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Boy probleminde yer verilen iddiaların tümünü doğru bir şekilde yanıtlayabilmiş ve problemi tam doğru olarak çözebilmiştir. Fuat'ın ortalama kavramına ilişkin bilgilerinin güçlü olduğu görülmüştür. Ancak Fuat fikirlerini açıklamada zorlanmıştır. Fuat'ın yanıtları aritmetik ortalama kavramına ilişkin argümanları anlayabildiğini ve değerlendirebildiğini göstermiştir. Ayrıca Fuat'ın argümanlara ilişkin ileri sürdüğü gerekçeler kendini ve diğerlerini ikna etme gereği duyduğunu göstermiştir.

| Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | Doğru <input checked="" type="radio"/> Yanlış |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru <input checked="" type="radio"/> Yanlış |
| Eğer tüm kızları kısadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadaki boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.              | Doğru <input checked="" type="radio"/> Yanlış |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | Doğru <input checked="" type="radio"/> Yanlış |

1) İllaki olmak zorunda değil  
2) Olması gerekmez  
3) Eşit olması gerekmez  
4) Olmak zorunda değil

**Görsel 3.130.** *Fuat'ın Boy problemine ilişkin yanıtı*

Fuat'ın günlüğündeki birinci öğretime ilişkin değerlendirmeleri problem çözmeye ilişkin olumlu tutuma sahip olduğunu ve araştırmadan matematik yazılısına yönelik beklentisinin olduğunu göstermektedir.

rahatladım. Bugünkü görüşme  
şölençeliydi. Değişik soru  
tipleriyle karşılaştım. Umarım  
sınav için faydası olur.

**Görsel 3.131.** *Fuat'ın günlüğünden birinci öğretime ilişkin düşünceleri*

Fuat ikinci öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Fuat için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Fuat bu öğretimde yer verilen görevler için temel fikirlere odaklanabilmiş, bireysel olarak strateji üretebilmiş ve görevleri kolayca çözebilmiştir. Fuat'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Fuat ayrıca arkadaşlarının fikirlerini ve stratejilerini anlayabilmiş ve değerlendirebilmiştir. Fuat'ın Görev 1 için ikinci çözüm stratejisi olarak kombinasyon kavramını düşünmesi, bir problemin matematiksel boyutunu ve bilinen problemlere ya da

matematiksel kavram/ gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleyebildiğini göstermiştir. Kombinasyon formülünü ve ardışık sayıların toplam kuralını kolaylıkla geri çağırıp ifade edebilmiş olması Fuat'ın kavramsal bilgisinin güçlü olduğuna işaret etmiştir.

Fuat'ın bu öğretimde problem çözme sürecinde algoritmik muhakemeye dayalı ve analitik problem çözme yollarına başvurduğu görülmüştür. Görev 2 için çözüm stratejisi olarak kombinasyon formülünü seçmesini gerekçelendirirken kullandığı ifadeler Fuat'ın hem algoritmik muhakemeye dayalı hem de analitik problem çözme yoluna başvurduğunu ve stratejilerin etkililiğini değerlendirebildiğini göstermiştir.

Araştırmacı: Nasıl bir çözüm yolu kullandığınızı bana kim açıklamak ister? (Fuat, İrem, Zülal, Gül, Hazal el kaldırır)

Fuat: yirminin ikili kombinasyonunu hesapladım.

Araştırmacı: neden yirminin ikili kombinasyonunu hesapladın?

Fuat: çünkü öncekinde de aynısını yapmıştım.

Araştırmacı: bir önceki problemde de aynısını yapmıştık diye. Ama başka yollarla da yapmıştık.

Fuat: öncekinde saymıştık az takım olduğu için ama şimdi çok takım olunca sayılmaz diye öyle yaptım.

Öğrenciler ardışık sayıların toplamı ile ilgili genellemeye ulaşmaları için yönlendirildiğinde, Fuat'ın kuralı bildiği ve ifade ettiği görülmüştür. Fuat ardışık sayıların toplamlarına ilişkin kural oluşturulurken, uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapabilmiş, bağlama özgü dil ile sembolik-formal dili ilişkilendirebilmiş ve diğerlerinin oluşturduğu argümanları test ederek doğrulayabilmiş ya da çürütebilmiştir.

“Bir probleme ilişkin çoklu çözümler” çeşitlemesi bağlamında, Fuat'ın problemleri farklı yollarla çözebildiği ancak bir problemin çözümünü farklı yollarla bulmayı tercih etmediği görülmüştür. Bu durumun Fuat'ın etkili stratejileri belirleyebilmesinden kaynaklanabileceği düşünülmüştür. Ayrıca Fuat ikinci öğretimde yer verilen görevlerin tümünü doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde ve yanıtların tartışılmasında Fuat bu görevlerin çözümünden farklı çözüm stratejilerini fark etme ve değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin Fuat, Görev 3 için maç ve mola sürelerini ayrı ayrı hesaba katarak bir strateji üretmişken, diğer stratejiler tartışıldıktan sonra Görev 4 de maç ve mola sürelerinin bir bütün olarak hesaba katıldığı stratejiyi kullanmayı tercih etmiştir.

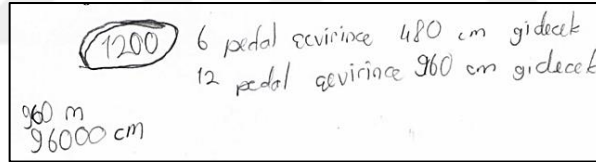
İkinci öğretimde matematik okuryazarlığı bağlamında Fuat'ın, sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleme, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama, problemin önemli değişkenlerini belirleme, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama ve problemin sınırlılıklarını belirleme gibi davranışları gösterebildiği görülmüştür. Fuat'ın ikinci öğretim sonunda PISA 2006 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemini doğru bir şekilde yanıtlayabildiği görülmüştür. Bu problemde Fuat oran kavramına dayalı olarak pedal dönüşü, tekerlek dönüşü ve alınan mesafe değişkenleri arasındaki orantısal ilişkileri kullanarak muhakeme yapabilmıştır. Aynı zamanda santimetre ve metre arasındaki dönüşümde hata yapmamış ve doğru yanıtı ulaşabilmıştır.

Araştırmacı: sen nasıl yaptın Fuat?

Fuat: hocam ben ilk başta santimetreyi metreye çevirdim 1200 buldum.

Araştırmacı: anlat biraz.

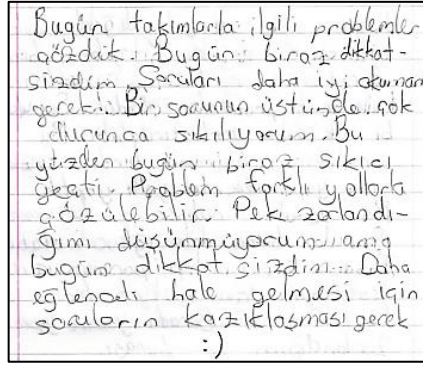
Fuat: 6 pedal çevirince 480 cm gider. 12 pedal çevirince 960 cm gider. 960 cm... ilk başta 960 metreyi santimetreye çevirince 96.000 cm yapar. 12 pedal çevirince 960 cm giderse, 1200 pedal çevirince de 96.000 cm gider diyorum.



1200  
6 pedal çevirince 480 cm gidecek  
12 pedal çevirince 960 cm gidecek  
960 m  
96000 cm

**Görsel 3.132.** *Fuat'ın Bisikletler problemine ilişkin yanıtı*

İkinci öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin düşünceleri incelendiğinde, Fuat'ın çeşitleme problemlerini çözme sürecinde açıklamaların ve tartışmaların uzamasından sıkıldığı ve öğretimlerde yer verilen problemlerin zorluk düzeylerinin kendisine hafif geldiği görülmüştür. Fuat daha yüksek güçlük düzeyindeki problemlerle uğraşmaktan daha çok keyif alacağını belirtmiştir.



**Görsel 3.133.** *Fuat'ın günlüğünden ikinci öğretime ilişkin düşünceleri*

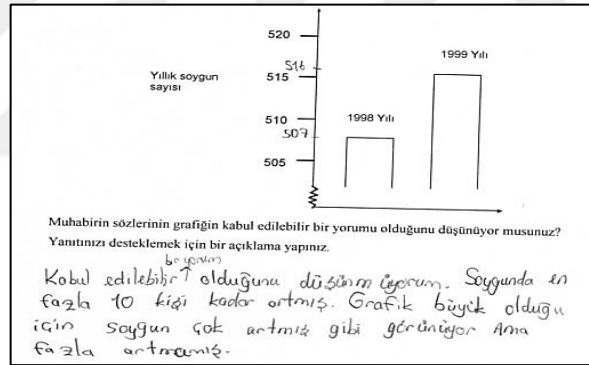
Fuat üçüncü öğretimde tartışmalara ve problemlerin çözümü için stratejilerin işbirliği ile üretilmesi sürecine çok fazla katılmamış ve çekingen davranmıştır. Bununla birlikte Fuat, üçüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Fuat için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme, diğer problemlerin çözümünde kullanma ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Fuat'ın görevlerde verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebildiği ve bağlamsal bilgileri kolayca yorumlayabildiği görülmüştür. Problem durumunun analizinde Fuat verilen grafiklerden matematiksel bilgileri çıkarabilmiş ve yorumlayabilmiştir. Bu süreçte Fuat ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilmıştır.

Araştırmacı: o halde bu bilgiyi kullanarak nereye geçiyoruz? 2. grafiğe geçiyoruz Fuat bu bilgiyi bu grafikte kullan bakalım bir.

Fuat: burada 225 sayfa 640tl tasarım ücretine denk geliyor.

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Fuat, verilen bir matematiksel temsilden matematiksel bilgileri kolayca çıkarabilmiş ve fikirlerini ve stratejilerini ayrıntılı olarak açıklamamıştır. Fuat üçüncü öğretimde yer verilen görevlerin çoğunu doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir. Bu bağlamda birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde Fuat daha önceki görev de geliştirdiği stratejileri uygulamıştır. Bununla birlikte Görev 2 bağlamında bağlamsal bilgileri dikkate almaması nedeniyle uygun stratejiyi belirleyememiştir. Fuat, Görev 4 bağlamında genel kuralın oluşturulmasının ardından grafiği çizememiştir ve temsiller arası geçiş yapamadığı görülmüştür.

Fuat üçüncü öğretimde de matematik okuryazarlığı bağlamında sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebilmiş, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmiş, sonuçların bağlamdaki anlamlılığını değerlendirebilmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel temsillerden matematiksel bilgileri çıkarabildiği ve yorumlayabildiği görülmüştür. Üçüncü öğretim sonunda PISA 2000 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemini doğru bir şekilde yanıtlatabilmiştir. Bu problemde hatalı yorumlamaya neden olacak şekilde çizilmiş bir sütun grafiğinin yorumu verilmiştir. Fuat'ın bu problem bağlamında matematiksel bilgilerini kullanarak diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirmesi ve doğrulaması ya da çürütmesi gerekmektedir. Fuat'ın yanıtı diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirirken problemde verilen matematiksel bilgileri analiz etme/ kullanma ve matematiksel temsilden matematiksel bilginin çıkarılması yoluna gittiğini göstermiştir.



**Görsel 3.134.** *Fuat'ın Soygunlar problemine ilişkin yanıtı*

Üçüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde Fuat'ın ifadeleri, bu öğretimde yer verilen problemlerin de zorluk düzeylerinin kendisine hafif geldiğini, problemlere ilişkin olumlu tutma sahip olmadığını ve bağlamsal bilgileri dikkate almakta zorlandığını göstermiştir.



Bugün çok sıkıyda değildi çok eğlenceli de değildi. Kitapların baskı ücretlerini ve tasarım ücretlerini kullanarak problemler çözdük. Sorular bi tık daha zorlaştırılabilir. Bu soruların çözümünü birden fazla yolla yapamadık, tek yolla yaptık. Bu soruları nedense pek beğenmedim. Sorular biraz daha eğlenceli olabilir. Tasarım ücretini hep paranın içine kattığım için maliyet biraz daha fazla çıkıyor. Burada yolis yunus'tum. Zorlandığım yer burası.

**Görsel 3.135.** *Fuat'ın günlüğünden üçüncü öğretime ilişkin düşünceleri*

Fuat dördüncü öğretimde de tartışmalara ve problemlerin çözümü için stratejilerin işbirliği ile üretilmesi sürecine çok fazla katılmamış ve çekingen davranmıştır. Bununla birlikte Fuat, dördüncü öğretimde grup arkadaşları ile birlikte problem durumunda verilen bilgilerin analiz edilmesi, ayrıntılarla ana fikirlerin ayırt edilmesi, temel bilgilerin ortaya çıkarılması, strateji üretme, genellemeye ulaşma ve argüman oluşturma gibi davranışları gerçekleştirebilmiştir. Öğretimlerin odak grup görüşmesi ile yapılması Fuat için diğerlerinin fikirlerini ve stratejilerini anlama, stratejilerin etkililiğini değerlendirme, diğer problemlerin çözümünde kullanma ve kendi muhakemesine güvenme açısından destek sağlamıştır. Fuat'ın bu öğretimde yer verilen görevler için genellikle bireysel olarak verilen bilgileri kolayca analiz edebildiği ve problemlerde istenileni belirleyebildiği görülmüştür.

Fuat problem durumunu ve çözüm stratejilerini tartışarak problemi anlamlandırdıktan sonra muhakeme becerisine ilişkin diğerlerinin fikirlerini ve açıklamalarını dinleyip anlayabilme, muhakeme zinciri oluşturma, muhakeme zincirlerini değerlendirme, argüman üretme ve değerlendirme, aksine örnek vererek iddiaları çürütme ve geri çıkarımsal muhakeme gibi pek çok davranışı gerçekleştirebilmiştir. Örneğin, Görev 2 bağlamında 11 sayısının tahtadan çıkarılmasının mümkün olduğunu belirleyip Hazal'ın fikrini çürütmüştür. Ancak Fuat diğer öğretimlerde de olduğu gibi fikirlerini ve düşüncelerini ayrıntılı olarak açıklamamıştır. Bir diğer örnekte Görev 3 bağlamında Fuat'ın zar atılınca iki çift sayının gelmesi durumunda tahtadan bir tek sayının çıkarılamayacağına ilişkin iddiayı aksine örnek vererek çürüttüğü görülmüştür. Fuat'ın özel örnekler üzerinden gitmesi deneysel kanıt şemasını kullandığı düşündürmüştür. Diğer yandan öğrencilerden iki çift sayının toplamının her zaman çift olacağını

göstermeleri istendiğinde de Fuat diğer öğrencilerden farklı olarak özel örnekler üzerinden doğrulama yapmak yerine sözel açıklama yazma yoluna gitmiştir.

Araştırmacı: Sen nasıl yaptın Fuat?

Fuat: Ben de aynı şekilde yaptım.

Araştırmacı: Nasıl?

Fuat: 2 ve 6 bölme

Araştırmacı: 6 ile 2'yi seçtin. Bölme işlemini düşündün?

Fuat: Evet

...

Araştırmacı: İşte yaz onu oraya nasılsa? Siz nasıl yaptınız? Ne yaptın Fuat?

Fuat: İşlem yapmadım da. Direkt söyledim.

Araştırmacı: Nedir söyle?

Fuat: Ben hangi çift sayıları toplarsak toplayalım sonuç çift sayı çıkar diye düşündüm.

Fuat dördüncü öğretimde yer verilen birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünde daha önceki görev de geliştirilen stratejileri uygulamıştır Birbirine yapısal olarak benzer görevlerin çözümünden ve yanıtların tartışılmasından stratejilerin etkililiğini değerlendirme açısından faydalanmıştır. Örneğin, Görev 4 ve Görev 5 birbirine yapısal olarak benzer görevler olup, aynı çözüm stratejisi ile çözülebilmektedir. Fuat, Görev 4 ve 5 için geliştirilen çözüm stratejisine ilişkin diğerlerinin çözümlerini açıklaması ve yanıtın doğruluğunun değerlendirmesinden sonra sunulan Görev 6 için kolayca çözüm strateji üretebilmiştir.

Araştırmacı: evet nasıl yaptık Fuat söyle bakalım?

Fuat: Ben önce (4,3) aldım. 7 ile 12 çıktı.

Araştırmacı: Sayılardan başlamadın mı?

Fuat: Hayır.

Araştırmacı: (4,3) attırdın en başta. Niye (4,3) attırdın?

Fuat: 1 vardı içinde.

Araştırmacı: (4,3) atınca çıkacak sayılara baktın. 1 var ondan sonra 7 var o yüzden baktın.

Tamam. Söyle

Fuat: 7-1-12 var. Sonra (6,2) aldım. 3-4-8-12 çıktı. Sonra (5,1) aldım. Bunda da 4-5-6 çıktı.

Bu öğretimde yer verilen görevler kapsamında Fuat'ın matematik okuryazarlığı bağlamında uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapma, matematiksel argümanların değerlendirilmesi, matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama, sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama, çözümün kapsamını ve sınırlarını anlama gibi pek çok davranış açısından ilerleme gösterdiği görülmüştür. Dördüncü öğretim sonunda PISA 2012 uygulamasında yer verilen 6. güçlük düzeyinde

olan Paraşütlü Gemiler problemini de doğru bir şekilde yanıtlayabilen tek öğrencidir. Bu problemde pek çok bilginin bir arada sunulduğu bir problem durumunda ilişkili bilgilerin belirlenerek muhakeme zinciri oluşturulması gerekmektedir. Bununla birlikte problemde verilen sayısal değerlerin çok büyük ya da ondalıklı olması çözüm için uygun stratejisinin üretilmesini güçleştirmektedir. Fuat'ın yanıtı probleme ilişkin çözüm stratejisi oluşturabildiğini ve muhakeme yaparak doğru yanıtı ulaşabildiğini göstermiştir.

Yıl sayısı: 9

$$\begin{array}{r} 3500000 \\ \times 1.2 \\ \hline 7000000 \\ 7000000 \\ \hline 14000000 \\ -14700000 \\ \hline -700000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1470000 \\ \times 2 \\ \hline 2940000 \end{array}$$

**Görsel 3.136.** Fuat'ın Paraşütlü Gemiler problemine ilişkin yanıtı

Dördüncü öğretim sonunda yazdığı günlükte problem çözme sürecine ilişkin bulgular incelendiğinde, Fuat'ın bu etkinlikte problem çözme sürecinde zorlanmadığı ve keyif aldığı, problemlere ve problemlerin grup çalışması ile çözülmesine ilişkin olumlu tutuma sahip olduğu ortaya çıkmıştır.

Bugün zorlandık. 6 işlem yapıp bazı sayılar elde ettik. Bazı sayıları elde ettiğimizde mesela (6,2) attığımızda bazı sayılar olurken bazıları olmuyor buralara dikkat etmeliyiz. Değerler dieme socaları biraz zordu baya uğraştım. Bugün eğlenceliydi ama uyku vardı gözümü zor açtım. En çok değerlendirme socalarında zorlandım.

**Görsel 3.137.** Fuat'ın günlüğünden dördüncü öğretime ilişkin düşünceleri

### 3.7.3. Son klinik görüşme bulguları

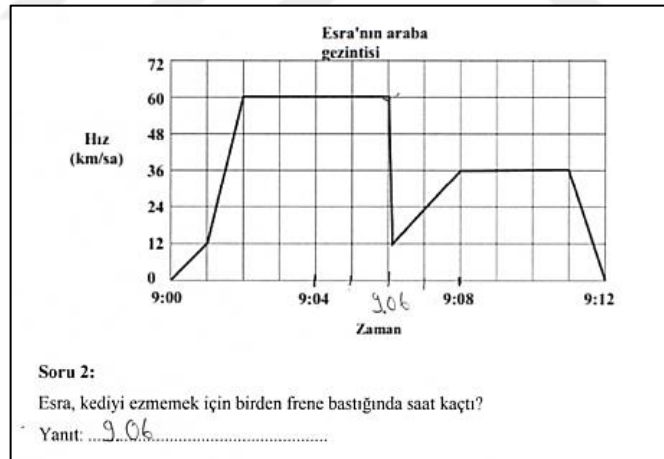
Fuat açık uçlu ölçme aracında yer alan sekiz problemin tamamını yönlendirmesiz çözebilmiştir. Bu problemlerden yalnızca Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözerken aceleci davranarak geçen sürenin birimini ilk bakışta dikkate almamış ve yanıtın doğruluğunu savunmakta zorlanmıştır. Bu problemlerden sıfıncı güçlük düzeyinde olan

Hangi Araba problemini aşağıdaki alıntıda görüldüğü gibi problem durumunda verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapma yoluyla ve eleme stratejisini kullanarak çözmüştür.

Fuat: (problemi okur) Şimdi burada kat ettiği mesafe 120.000 kilometreden fazla olmayacak diyor. Burada 120.000 kilometreden fazla olan Gama var, yani Gama'yı alacak olamaz. Bu yüzden onu eledik. 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak. Burada 2000 yılı öncesinde üretilmiş Tetra var. Bu Tetra'yı da eledik. İstenen fiyat 4500 zedden fazla olmayacak. Bu Alfa arabası 4500 zedden fazla o yüzden Beta olacak.

Fuat birinci güçlük düzeyindeki Araba Gezintisi probleminin çözümünde de ilk problemde olduğu gibi problem durumunu analiz etme ve problemde verilenleri ve istenenleri belirleme yoluna gitmiştir. Bu bağlamda Fuat'ın problemde ilk olarak verilen grafiği incelediği, verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaptığı, matematiksel bir temsilden matematiksel bilgiyi çıkardığı, matematiksel sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Fuat: (problemi okur) Şimdi frene bastığına göre birden yavaşlama olacaktır. Burada (grafikte) birden yavaşlama olan yer burası (grafikte 9:06 anındaki noktayı göstererek)... Burası da (noktanın karşılık geldiği sürenin olduğu nokta) bunların (9:04 ile 9:06) arasında bir saat... Dokuzu altı geçe olur. Bu yüzden yanıtta dokuzu altı geçe.



**Görsel 3.138.** *Fuat'ın Hangi Araba problemine ilişkin yanıtı*

Fuat'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 1 problemi bağlamında ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği görülmüştür. Yol ve zaman arasında ilişki kurarak Hale'nin hızını belirleyebilmiş ve buradan orantısal muhakeme yaparak hızlarını karşılaştırabilmiştir. Bu süreçte aynı zamanda verilen her bir seçenek bir argüman olarak ele alındığında Fuat'ın diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirebildiği, doğrulayabildiği/çürütebildiği ortaya çıkmıştır.

Fuat: (problemi okur) Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır... Daha fazla değildir, bence eşittir. O yüzden doğru değil bu. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır.

Araştırmacı: Ama eşit olduğunu nasıl anladın?

Fuat: Şimdi bunu (10 dakika da 4 km ifadesini göstererek) ikiye bölersek, bunu (5 dakikada 2 km ifadesini göstererek) elde ediyoruz. Ya şimdi burada 10 dakikada 4 km gidiyorsa, 5 dakikada 2 km gider. Yani aynıdır. Bu yüzden bu (B şıkkı) doğru olabilir. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır. Bence bu da değil, yanlış, yani eşitler... Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir... Bence bu da değil. B şıkkı.

Benzer şekilde ikinci güçlük düzeyinde yer alan En İyi Araba 1 problemini de Fuat'ın kolayca anlamlandırıp verilen bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yaparak kolay bir şekilde çözebildiği görülmüştür. Bu problem bağlamında Fuat'ın matematiksel ifadede yer verilen değişkenlerin problem bağlamında neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ortaya çıkmıştır.

"Ca" arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

"Ca" için toplam puan :  $9 + 1 + 2 + 3 = 15$

### Görsel 3.139. Fuat'ın En İyi Araba 1 problemine ilişkin yanıtı

Fuat: (problemi okur) ... (Sessizlik)

Araştırmacı: Dışımızdan düşünelim.

Fuat: Burada ağırlıklı bir ortalama... Üç tane emniyet özellikleri, bir tane yakıt verimliliği, bir tane dış görünüş, bir tane iç bağlantılar...(Sessizlik)

Araştırmacı: Dışımızdan.

Fuat: Şey burada (tabloda CA'yı göstererek) araba... Üç tane E olursa dokuz puan olur. Y aynı, dış görünüş aynı, iç bağlantıları aynı... (Sessizlik) Bu (CA) araba için burası emniyet özellikleri dokuz puan... Yakıt verimliliği bir puan, dış görünüş iki puan, iç bağlantılar üç puan, toplam 15 puan...(Sessizlik) (araştırmacıdan tepki bekliyor olabilir) (gülümseyerek)

Üçüncü güçlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 2 problemini çözme sürecine bakıldığında Fuat'ın hız kavramını günlük yaşam bağlamında kolayca yorumlayabildiği ve çözüme hemen ulaşabildiği görülmüştür. Fuat burada ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilmiş, diğer bir deyişle alınan yol, geçen süre ve hız arasındaki ilişkileri kurarak işlem yapmadan muhakeme yoluyla doğru yanıtı ulaşabilmiştir. Problemin her seçeneğinin bir argüman olarak değerlendirilebileceği düşünüldüğünde Fuat'ın diğerlerinin argümanlarını doğrulayabildiği ya da çürütebildiği

görülmüştür. Bu bağlamda matematiksel sonuçların bağlamda neye karşılık geldiğini belirleyebildiği ve akla yatkınlığını değerlendirebildiği görülmüştür.

Fuat: (problemi okur) Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür. Şimdi öncelikle bunu hesaplamamız lazım. Bir saatte 18 kilometre gidiyorsa altı kilometre için 20 dakika gider. Bence doğru.

Araştırmacı: Nasıl buluyorsun işte.. Anlatma zaten de dışından düşün.

Fuat: Bir kilometre de... Bir saatte 18 kilometre gidiyorsa, şimdi bu bir saat 60 dakikadır (60 dakika 18 km yazar). Bunu... Altı kilometre gidecek (18 kilometrenin altına 6 km yazar). Bunun içinde bu (18 km) üçe bölünür. Bunu (60 dakika) da üçe bölünce 20 dakika olur. Bu yüzden de bu (A şıkkı)şık doğru. Ama diğer şıklara da bakalım. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür. Hayır, 20 dakika sürmüştür. O yüzden değil.

Araştırmacı: 30 dakika sürseydi?

Fuat: 30 dakika sürseydi... 12 kilometre giderdi. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. Yok altı, şey dokuz olacak.

Araştırmacı: Ne dokuz olacak?

Fuat: 12 değil dokuz olacak 30 dakika için.

Araştırmacı: Hım, 30 dakika için (gülümseyerek)...

Fuat: Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür. Hayır sürmemiştir 20 dakika sürmüştür. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir. Hayır, mümkündür, bu yüzden A şıkkı.

Araştırmacı: Üç saat sürseydi ne olacaktı?

Fuat: ... Üç saat sürseydi 54 kilometre giderdi.

Araştırmacı: Tamam.

Fuat dördüncü güçlük düzeyindeki Deprem problemi bağlamında seçeneklerde verilen matematiksel argümanların doğruluğunu değerlendirmiştir. Bu bağlamda Fuat'ın, temel fikirleri ortaya çıkarabildiği, ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabildiği, problem durumunda verilen deprem olma olasılığı bilgisi ile seçeneklerde verilen çıkarımları ilişkilendirerek değerlendirebildiği ve matematiksel bir kavramı gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildiği görülmüştür.

Fuat: (problemi okur) A şıkkı; İki bölü üç çarpı yirmi eşittir on üç virgül üç ( $2/3 \cdot 20 = 13,3$ ), öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır. Şimdi bununla (A şıkkıyla) bir ilgisi yok bence... B şıkkı;  $2/3$ ,  $1/2$ 'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz... Bence bununla da bir alakası yok (araştırmacıya bakarak).

Araştırmacı: Niye alakası yok?

Fuat: Yani büyük olması... İlla olacak diye bir şey yok olmayabilir. Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir. Bu olabilir. Denizli; ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz... (Sessizlik) Bu da değil gibi...

Araştırmacı: Neden?

Fuat: Yani söyleyemeyiz ama bu yerbilimcinin söylediğini yansıtmıyor. Bu yüzden C şıkkı...

Fuat beşinci güçlük düzeyindeki En İyi Araba 2 problemini çözmede öncelikle problem durumunu analiz etmiş ve problemi kolayca anlamlandırabilmiştir. Fuat problemin önemli değişkenlerini belirlemiş, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarabilmiş, ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebilmiştir. Bu süreçte Fuat'ın varsayım üretme ve deneme yapma yoluna gitmeden arabaların ağırlıklandırılmamış toplam puanlarını dikkate alarak ve öne çıkarılması gereken özellikleri göz önünde tutarak problemin çözümüne ilişkin standart olmayan bir strateji üretebildiği görülmüştür.

$$\text{Toplam puan} = 3E + 1Y + 1D + 3L$$
$$\text{Toplam} = E + Y + D + L$$
$$\begin{aligned} Ca &= 21 \\ M2 &= 16 \\ Sp &= 19 \\ N1 &= 18 \\ KK &= 20 \end{aligned}$$

**Görsel 3.140.** Fuat'ın En İyi Araba 2 problemine ilişkin yanıtı

Fuat: (problemi okur) Şimdi bunda (tabloda) hepsinin toplam puanını yazarız önce. Bu arabanın (KK arabasının) toplam puanı on puan... N1 arabasının toplam puanı on puan... Sp arabasının toplam puanı dokuz puan... M2 arabasının toplam puanı sekiz puan, CA arabasının toplam puanı dokuz puan... Şimdi buradaki (önceki sorudaki) toplam puan hesabı üç tane emniyet özellikleri, bir tane yakıt verimliliği, bir tane dış görünüş, bir tane iç bağıntılar... Şimdi emniyet özellikleri ve iç bağıntılara üç verirsem ikisi dokuz puan toplam 18 puan olur. Bir de bunlar (yakıt verimliliği ve dış görünüş) var 21 puan. Onun için bu olabilir. Diğerleri içinde aynı şeyi deneyelim. Burada dört puan, dört puan, bunlarla beraber 12 puan olur. Yok, üç veririz. Şimdi bunlara (M2 arabasının emniyet özellikleri ve iç bağıntılarına) üç verirsek...

Araştırmacı: Nasıl yaptığını yüksek sesle ifade et.

Fuat: Genel kuralı yazacağız. O yüzden deniyorum. Toplam puan eşittir emniyet özellikleri artı, yakıt verimliliği artı, dış görünüş artı iç bağıntılar... Şimdi eğer bu emniyet özelliklerine üç verirsem, bu iç bağıntılara da üç verirsem nasıl olacak onu değerlendiriyorum. Şimdi buna (emniyet özellikleri) üç puan verirsem dokuz olur, buna (iç bağıntılar) da üç puan verirsem dokuz olur. 18 ile üçü toplarsam 21 olur. Bu araba için 21 puan, CA arabası için. Diğerlerine bakalım. M2 arabası için buna (emniyet özellikleri) üç verirsem, buna (iç bağıntılar) üç verirsem, altı, altı 12 olur. 12 ile dördü toplarsam 16 olur. M2 arabası bundan 16 puan alıyor. Sp arabası buna (emniyet özellikleri) üç verirsem 9-10-13-19 olur Sp arabası için. N1 arabası için burası (emniyet özellikleri) üç, bunlarla dokuzla toplarsam 12 olur. Aa (gülümseyerek) özür

şu (iç bağıntılar) da var. 12... şimdi burası (emniyet özellikleri) üç, burası (iç bağıntılar) da dokuz toplarsam 12, altı ile toplarsam 18. Bu da KK arabası, dokuz olur, 6 olur, 15 toplarsam 20. Bu durumda kazanan bu CA arabası oldu... (Sessizlik) Toplam puan eşittir üç emniyet özellikleri, bir yakıt verimliliği, bir dış görünüş, üç iç bağıntılar... CA arabası birinci oluyor bu durumda... (Sessizlik) (araştırmacıya bakar)

Yukarıdaki alıntıda da görüldüğü gibi Fuat'ın genellemeye ulaşmak için muhakeme zincirleri oluşturup değerlendirebildiğini ortaya çıkmıştır. Fuat bu problem bağlamında bağlamsal bilgileri dikkatle ele almış, problemdeki temel fikirleri ortaya çıkarmış ve çözümün kapsamını anlayabilmiştir.

Altıncı günlük düzeyindeki Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemini çözme sürecine bakıldığında Fuat'ın diğer problemlerde olduğu gibi ilk olarak problemi anlamlandırma ve analiz etme yoluna gittiği görülmüştür. Bu süreçte Fuat yine analitik problem çözme yoluna başvurmuş, hız kavramını günlük yaşam bağlamında yorumlayarak, geçen sürenin birimin göz önünde tutarak ve ortalama kavramını dikkate alarak problemi kolayca ve doğru bir şekilde yanıtlayabilmiştir.

Hale'nin nehire gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/h'dir?

Yolculuğundaki ortalama hız:  $\frac{15}{7}$  km/h

$$\frac{7}{0,25} = \frac{700}{25} = 28 \text{ km/h}$$

$$\frac{15 \text{ dk}}{7 \text{ km}}$$

$$\frac{15 \text{ dk}}{60 \text{ dk}} = \frac{925}{100} \text{ s}$$

**Görsel 3.141.** Fuat'ın Bisiklet Sürücüsü Hale 3 problemine ilişkin yanıtı

Fuat: (problemi ve seçenekleri okur) Burada toplam yolu ve toplam saati hesaplarız. Burada dört kilometre üç kilometre daha yedi kilometre yapar (kesir çizgisi çizip paydasına 7 km yazar)... Burada toplam saat de 15 dakika yapar (kesrin payına 15 dk yazar). Yani burada 15 bölü yedi kilometre bölü saat olur...

Araştırmacı: Emin misin?

Fuat: (Sessizlik) Kilometre bölü saat... Burada kilometre bölü saat cinsinden sormuş. Bu 15 dakika eğer bunu saate çevirirsek 0,25 saat olur. Yani ortalama hızı  $7 / 0,25$  olarak buldum.

Araştırmacı: Böyle mi cevap vermek istiyorsun.

Fuat: Bunu (0,25) virgülden kurtarmak için 100 ile çarpılır. Onu (7'yi) de 100 ile çarpılır (araştırmacıya bakar)  $(700 / 25)$  yazar) Yanlış mı?

Araştırmacı: Ben hiç öyle bir şey demiyorum. Bitti mi?

Fuat: Yani sadeleştirebiliriz... 700'ü 25'e bölersek 28 yapar. O zaman bu da... Eşittir 28 km/sa



Problemlere verdiği yanıtları açıklama ve değerlendirme sürecinde araştırmacı-öğretmenin sorgulamalarına verdiği yanıtlara bakıldığında strateji seçimini gerekçelendirebildiği ve hız kavramının problem bağlamında ne anlama geldiğini yorumlayabildiği görülmüştür.

Fuat: Burada kilometre bölü saat olarak sormuş. Kilometremiz yedi kilometre toplam. İşte dörtle üç toplamı... 15 dakika altı ile dokuzun toplamı 15 dakika... Bunu kilometre bölü saat cinsinden sormuş. 15 dakika eşittir 0,25 saat. Burada kilometre bölü saat olarak sormuş yani yedi bölü 0,25... bunu virgülden kurtarınca 700/ 25 oluyor. Bunu da bölersem 28 kilometre bölü saat oluyor. Yani doğru mu emin değilim ama...

Problemleri çözme sürecinin sonunda Fuat'ın verdiği yanıtların doğruluğuna diğer bir deyişle kendi muhakemesine güvenmediği görülmüştür. Fuat problemleri çözme sürecinde çözümlerini farklı yollardan yapma gereği duymamıştır. Fuat araştırmacı-öğretmenin yönlendirmesi olmaksızın tüm problemlerin doğru yanıtına ulaşabilmiş olmasına karşın araştırmacı-öğretmenin tepkilerinden dolayı verdiği yanıtların doğru olmadığını düşünerek yanıtlarının doğruluğunu savunamamıştır.

#### **3.7.4. Değerlendirme görüşmesi bulguları**

Öğretim bölümleri öncesinde Fuat'ın problem çözme sürecinde çoğunlukla analitik düşünme yoluna zaman zamanda geri çağırmaya dayalı düşünme yoluna başvurduğu görülmüştür. Fuat'ın çalışmaya katılan öğrenciler arasında en üst yeterlik düzeyindeki davranışları gösterebilen bir öğrenci olarak çalışma öncesinde ve sonrasında problem çözmeye ilişkin düşünme yollarının ve problem çözme sürecinin pek fazla değişmediği görülmüştür.

Araştırmacı: Peki, biz bu çalışmaya başlamadan önce sen problemleri nasıl çözüyordun? Mesela ben sana bir problem verdim. O problemi çözerken neler yapıyorsun? Nasıl bir süreç var? Onu bana biraz anlat.

Fuat: İlk başta soruyu okuyorum. Ondan sonra anlamaya çalışıyorum. Ondan sonra yapmaya çalışıyorum.

Araştırmacı: Peki çalışmamız bittikten sonra nasıl çözüyorsun?

Fuat: Yine aynı.

Öğretim bölümlerinin ve son görüşmelerin tamamlanmasının ardından çalışmaya ilişkin değerlendirmelerine bakıldığında Fuat'ın problem çözme sürecine ilişkin duyuşsal özelliklerinde değişim olduğu görülmüştür. Fuat zorlandığı problemlere karşı çalışma öncesinde daha düşük bir öz yeterlilik inancı olduğunu vurgularken çalışma sonucunda bu inancının değişmeye başladığını ifade etmiştir.

Araştırmacı: Peki, bu yapmış olduğumuz çalışmanın sana bir katkısı oldu mu?

Fuat: ...(Sessizlik)

Araştırmacı: Bu çalışmadan neler ğrendin?

Fuat: Yani soruları çözmede daha dikkatli olmam gerekiyor. Bazen hata yapabiliyorum. Kaırabiliyorum bazı yerleri.

Araştırmacı: Sana bir katkısı oldu mu?

Fuat: Yani sorulara daha olumlu bakmamı sağladı. Böyle hemen zor sorularda yılmamayı öğretti.

Araştırmacı: Gerçekten mi?

Fuat: Yani bence öyle... Biraz da zor soru oldu mu hemen atlıyordum ben orada hiç uğraşmadan.

Araştırmacı: Hım, şimdi ne yapıyorsun?

Fuat: Yani birazcık daha okuyup iyice anlayıp ben bunu yapabilirim diye düşünüyorum. Değerlendirme görüşmesinde kullandığı ifadeler ve problemleri çözüm sürecine ilişkin açıklamaları Fuat'ın çalışmadan oldukça önemli kazanımlar edindiğini göstermektedir. Aynı zamanda öğrencinin problem çözmeye ilişkin tutumunda ve öz yeterlilik inancında olumlu bir değişim olduğu sonucuna varılmıştır.

## 4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde öğretim deneyi sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmelerden, bilgi edinme görüşmelerden ve öğretim bölümlerinden elde edilen verilerin analizi ile ortaya çıkan bulgulara yer verilmiştir.

### 4.1. Sonuçlar

Araştırmanın ön uygulama aşamasında toplanan verilerin analizi sonucunda muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterlilikleri açısından öğrencilerin dört kategoriye ayrıldığı görülmüştür. Bu kategoriler Yeterlilik Şeması çerçevesi esas alınarak;

1. En çok doğrudan muhakeme yapabilen,
2. En çok bilgileri birleştirerek muhakeme yapabilen,
3. En çok ilişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapabilen,
4. Muhakeme zincirleri oluşturup kullanabilen öğrenciler olarak isimlendirilmiştir.

Araştırma sonuçları öğrencilerin çoğunun çeşitlemelerle öğretim yaklaşımını benimsemekte zorlandıklarını ve isteksiz olduklarını göstermektedir. Öğrenciler bireysel problem çözme etkinliklerinde problem çözmenin son aşaması olan değerlendirme aşamasını atlamakta, diğer bir deyişle bir problemi farklı yollarla çözme yolunu tercih etmemektedir. Bu durumun olası nedenleri arasında değerlendirme aşamasının matematiksel bir alışkanlık olarak kazanılamamış olması, sonucun doğruluğundan emin olma gereği duymama (entelektüel ihtiyaç) ve probleme ilişkin strateji üretmede zorlanma gibi davranışlar sayılabilir.

Çalışmaya katılan öğrenciler çözümünün aşikâr olmadığı problem durumlarına karşı olumsuz tutum ortaya koymuşlar ve kolayca çözebildikleri, çözüm yolunu bildikleri problem durumları üzerinde çalışmak istediklerini belirtmişlerdir. Bu durum öğrencilerimizin problem çözme davranışı adı altında matematiksel alıştırmaya yapmaya eğilimli olduklarını düşündürmüştür. Öğrenciler çözümünün aşikâr olmadığı problem durumlarına karşı olumsuz tutum sergilemiş ve kolayca çözebildikleri, çözüm yolunu bildikleri problem durumları üzerinde çalışmak istediklerini ifade etmiş ve yansıtmışlardır.

Öğrenciler anlamlandıramadıkları problem durumlarında genellikle problemlerin sınırlılıklarına uymamış ve kendi günlük yaşam deneyimlerini/kişisel tercihlerini referans alarak çözüm yolu üretmeye çabalamışlardır. Bununla birlikte, iletişim yeterliliğinin

problem çözüme ile muhakeme ve argümantasyon yeterliliklerinin gelişiminde kilit bir role sahip olduğu görülmüştür.

Bu çalışmada aynı zamanda çeşitlemelerle öğretim yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamının öğrencilerin *muhakeme ve argümantasyon* ile *problem çözme* yeterliliklerinin gelişimini destekleyip desteklemediği incelenmiştir. Bu çalışmaya katılan öğrencilerin çeşitlemelerle öğretim yaklaşımına göre tasarlanan öğrenme ortamında fikirlerini açıklama, matematiksel iddialarının geçerliliğini değerlendirme, varsayımlar üretme/test etme, problemlere ilişkin çözümlerinin yeterliliğini ve geçerliliğini belirleme ve kendini ikna gibi davranışlarının desteklenebildiği görülmüştür. Diğer yandan öğrencilerin kendi muhakemesine güvenme, otoriteye karşı sonuçlarının geçerliliğini savunma ve karmaşık muhakeme zincirleri oluşturma davranışları açısından yeteri kadar desteklenemediği görülmüştür. Desteklenemeyen davranış ya da özelliklerin özgüven, tutum ve kültür gibi daha çok psikolojik ve sosyolojik yapılarla ilgili olduğu görülmüştür. Ayrıca bu özelliklerin değişimi ve gelişiminin uzun bir zaman gerektirdiği göz önüne alındığında çalışmanın uygulama sürecinin bu özellikleri geliştirmeye yetecek kadar uzun olmayışı da bir diğer etken olabilir. Diğer yandan matematiksel düşünmenin bir parçası olan karmaşık muhakeme zincirleri oluşturma davranışı, muhakeme ve argüman yeterliğinin en üst basamağı olup öğrencilerin birden çok bilgiyi analiz etme, ilgili olanları belirleme, aralarındaki ilişkileri belirleme gibi daha düşük pek çok bileşeni yerine getirme ve organize etmeyi gerektirdiği için yeteri kadar desteklenememiş olabilir.

### **Çeşitleme problemlerini çözmeye ilişkin tutumları**

Öğretimler süresince çeşitleme problemlerini çözerken öğrenciler arasında iki farklı tutumun ve yaklaşımın ortaya çıktığı görülmüştür. Öğrenciler orijinal problemi çözebilmişse, çeşitleme problemlerini çözerken sıkılmış, bu problemleri çözmek için entelektüel ihtiyaç duymamış ve çözümü tartışmaya yönelmemişlerdir. Bu durumda öğrencilerin motivasyonlarının düştüğü gözlenmiştir. Diğer yandan öğrenciler orijinal problemi bireysel olarak çözemediklerinde, orijinal problemin grup tartışması ile çözülüp tartışılmasının ardından yöneltilen çeşitleme problemini çözebilmek için zihinsel ihtiyaç duyduklarını yansıtmıştır. Bu durumda öğrencilerin motivasyonlarının arttığı gözlenmiştir. Öğrenciler bu durumlarda çeşitleme problemlerini çözerken ezbere işlemler yapmak ya da prosedürleri aynen uygulamak yerine temel fikirleri ayırt edebilmiş,

stratejilerin etkililiğini değerlendirebilmiş ve çözümlerini gerekçelendirerek açıklayabilmişlerdir.

#### **4.1.1. Muhakeme ve argüman yeterliliğine ilişkin sonuçlar**

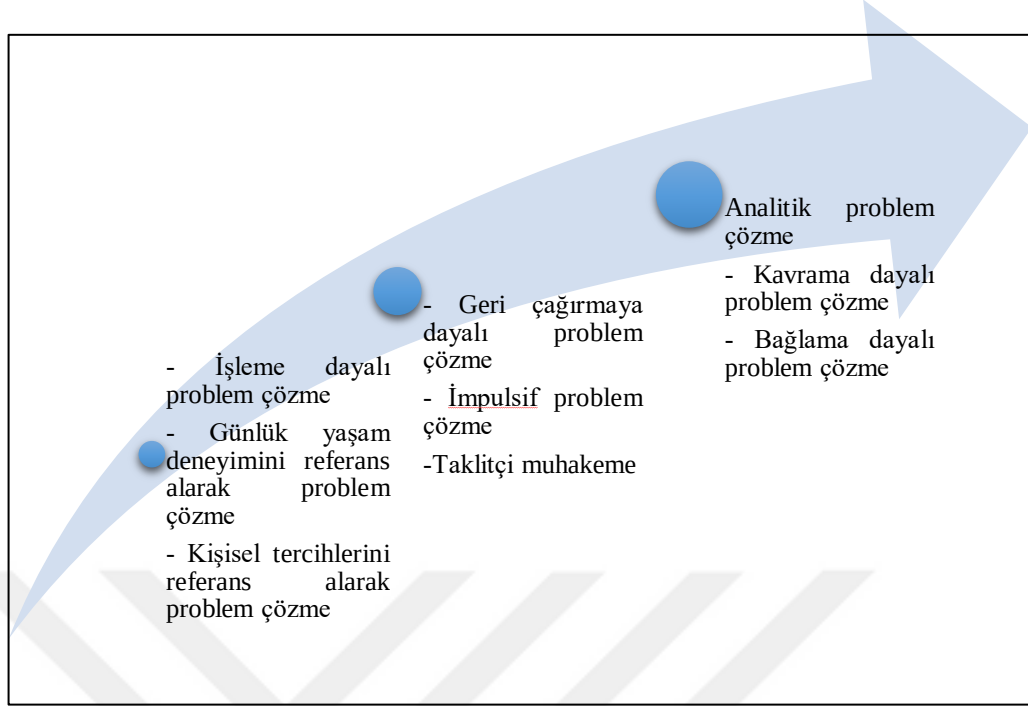
Matematiksel yeterlilikler ile işlemsel, kavramsal ve bağlamsal bilgi düzeyleri arasında büyük farklılık olan öğrencilerin bir arada olduğu sınıflarda ya da gruplarda çeşitlenmelerle öğretim yoluyla muhakeme ve argüman yeterliğinin geliştirilmesinde bazı zorluklar yaşanabilmektedir. Bu zorluklardan biri, bir matematiksel görevin zorluk düzeyinin öğrenciden öğrenciye değişiklik göstermesinden kaynaklanmaktadır. Örneğin; bir matematiksel görev bir öğrenci için çok zor olabilirken, bir diğeri için çok kolay olabilmektedir. Bununla birlikte muhakeme becerisinin geliştirilmesinde öğrencilerin kolayca çözebilecekleri problemler yerine uğraşarak çözebileceği düzeydeki görevlere yer verilmesi gerektiğini destekleyen çok sayıda araştırma vardır. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar alanyazındaki çalışmaların sonuçlarını bu bağlamda desteklemektedir. Hatta öğrencilerin çözümünü açıkça gördükleri problemleri farklı yollarla çözmeleri istendiğinde motivasyonlarının düştüğü görülmektedir. Bu açıdan bakıldığında yeterlilik ve bilgi düzeyin açısından aralarında büyük farklılık olan öğrencilerden oluşan sınıflarda, matematiksel görevlerin algılanan güçlük düzeyleri ve buna bağlı olarak öğrencilerin yeterliliklerinin gelişimi ile motivasyon düzeyleri öğrenciden öğrenciye farklılaşmaktadır.

#### **4.1.2. Düşünme yollarına ilişkin sonuçlar**

Öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerini çözmede genellikle üç farklı düşünme yoluna başvurdıkları görülmektedir. Bu düşünme yolları aşağıda Şekil 4.1’de en az istendik olandan en istendik olana doğru sıralanmış olarak sunulmuştur. En az istendik olan düşünme yollarının işleme dayalı problem çözme ve günlük yaşam deneyimine/kişisel tercihlere dayalı problem çözme olarak iki şekilde ortaya çıktığı görülmektedir. Bu düşünme yollarına başvuran öğrencilerin problemi anlamada ve çözümü için uygun bir strateji geliştirmede zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler problem durumunu anlamlandırmakta zorlandıklarında, problemlerin sınırlılıklarına uymayarak problemin çözümü için yaptıkları çözüm planında günlük yaşam deneyimlerini/kişisel tercihlerini referans almakta ya da problemlerin yalnızca matematiksel hesaplamalar yapılarak çözülebileceğine inanmaktadır.

Bir sonraki basamakta yer alan düşünme yolları ise geri çağırma dayalı ve impulsif problem çözme olarak ortaya çıkmaktadır. Bu düşünme yollarına başvuran öğrencilerin problem durumunun ilgili olduğu matematiksel kavram, prosedür ya da algoritmaları tahmin etmeye, hatırlamaya ya da geri çağırma çalıştıkları görülmüştür. Geri çağırma dayalı problem çözme yoluna başvuran öğrenciler problem durumunda anahtar kelime arama stratejisini kullanmakta ve bu anahtar kelimelerle ilişkilendirdikleri kavram, prosedür ve algoritmaları hatırlamaya ve uygulamaya yönelmişlerdir. İmpulsif problem çözme ise problemleri çözme sürecinde öğrencilerin sezgisel olarak karar verip ilk aklına gelen çözüm stratejisini uygulamaya yöneldikleri ve çözüm planlarını gerekçelendiremedikleri durumlarda ortaya çıkmaktadır.

En istendik olan düşünme yollarının kavrama dayalı ve bağlama dayalı problem çözme olarak ortaya çıktığı görülmüş ve bunların analitik düşünme kapsamında ele alınabileceği düşünülmüştür. Bu düşünme yollarına başvuran öğrenciler problemleri başarılı bir şekilde çözebilmişler ve problem çözme sürecinde problemlerdeki temel fikirleri ortaya çıkarmaya çalışmışlardır. Bu düşünme yollarına başvuran öğrenciler bir problem durumunda genellikle kavramsal ya da bağlamsal bilgileri referans alarak çözüm planı üretmişlerdir. Bir problemin altında yatan matematiksel kavrama ilişkin kavramsal bilgisi güçlü olan öğrenciler kavrama dayalı problem çözme yoluna başvurmaktadırlar. Diğer yandan bağlama dayalı problem çözme yoluna başvuran öğrencilerin problem durumunu küçük parçalara ayırarak analiz ettiği ve çözüm stratejisini bağlamsal bilgilere dayalı olarak belirledikleri görülmüştür. Bu düşünme yollarını genellikle muhakeme ve argüman ile problem çözme yeterliliği açısından üst düzey problemleri çözebilen öğrencilerin kullandığı görülmüştür. Çalışma sonucunda işleme dayalı düşünme yoluna başvuran öğrenci kalmadığı ve bazı problemlerde öğrencilerin çoğunun analitik düşünme yollarını yansıtabildikleri görülmüştür.



**Şekil 4.1.** Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlığı Problemlerini Çözmede Başvurdukları Düşünme Yolları

#### 4.1.3. Matematik okuryazarlığına ilişkin sonuçlar

Çalışma sonucunda genel olarak öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarının arttığı görülmüştür. Örneğin birinci düzey ve altındaki problemleri çözemeyen öğrenci kalmamıştır. Belli bir kavrama dayalı problemlerin çözümünde öğrenciler muhakeme ve argüman yeterliliğini gösterebilseler de kavramsal bilgi eksikliği nedeniyle çözüme ulaşamamış, sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamamıştır. Matematik okuryazarlığı problemlerini çözmede etkili olduğu düşünülen bir diğer boyut ise öğrencilerin problemleri çözmeye yönelik zihinsel ihtiyaç duyup duymadıklarıdır. Öğrencilerin problemleri çözmeye yönelik entelektüel ihtiyaç duyup duymalarının yeterlilik ve bilgi düzeylerinden bağımsız olduğu ancak matematik okuryazarlığı performanslarındaki gelişimi etkilediği görülmüştür.

## 4.2. Tartışma

Araştırmanın ön uygulama aşamasında toplanan verilerin analizi sonucunda muhakeme ve argümantasyon ile problem çözme yeterlilikleri açısından öğrencilerin dört kategoriye ayrıldığı görülmüştür. Araştırmanın bu sonucuna benzer olarak Turner ve Adams (2012) ile Turner vd. (2013) araştırmalarında muhakeme ve argümanı da kapsayan temel matematiksel yeterliliklerin her biri için birbirini hiyerarşik olarak takip eden ve kapsayan dört düzey olduğunu ileri sürmüşlerdir.

Pugalee (1999) öğrencilerin matematik okuryazarlığının gelişiminde muhakeme ve kavramsallaştırmanın hayati önemi olduğunu belirtmektedir. Araştırma sonuçları öğrencilerin çoğunun çeşitlemelerle öğretim yaklaşımını benimsemekte zorlandıklarını ve isteksiz olduklarını göstermektedir. Park (2006) ve Li, Peng ve Song (2011)'de bu araştırmanın sonuçlarına benzer sonuçlara ulaşmıştır. Öğrenciler bireysel problem çözme etkinliklerinde problem çözmenin son aşaması olan değerlendirme aşamasını atlamakta, diğer bir deyişle bir problemi farklı yollarla çözme yolunu tercih etmemektedir. Bu durumun olası nedenleri arasında değerlendirme aşamasının matematiksel bir alışkanlık olarak kazanılamamış olması, sonucun doğruluğundan emin olma gereği duymama (entelektüel ihtiyaç) ve probleme ilişkin strateji üretmede zorlanma gibi davranışlar sayılabilir. Çeşitlemelerle öğretim kapsamında bir problemin birden fazla yolla çözülmesi öğrencilerin hangi stratejilerin daha etkili olduğuna karar vermelerini sağlamıştır. Bu sonucun Dinyal'ın (2009) önerdiği gibi öğrencilerin bazı çözümlerin diğerlerinden neden çok daha iyi olduğunu anladıkları iddiasını desteklediği görülmektedir.

Çalışmaya katılan öğrenciler çözümünün aşikâr olmadığı problem durumlarına karşı olumsuz tutum ortaya koymuşlar ve kolayca çözebildikleri, çözüm yolunu bildikleri problem durumları üzerinde çalışmak istediklerini belirtmişlerdir. Bu durum öğrencilerimizin problem çözme davranışı adı altında matematiksel alıştırmaya yapmaya eğilimli olduklarını düşündürmüştür. Öğrenciler çözümünün aşikâr olmadığı problem durumlarına karşı olumsuz tutum sergilemiş ve kolayca çözebildikleri, çözüm yolunu bildikleri problem durumları üzerinde çalışmak istediklerini ifade etmiş ve yansıtmışlardır.

Öğrenciler anlamlandıramadıkları problem durumlarında genellikle problemlerin sınırlılıklarına uymamış ve kendi günlük yaşam deneyimlerini referans alarak çözüm yolu üretmeye çabalamışlardır. Bununla birlikte, iletişim yeterliliğinin problem çözme ile muhakeme ve argümantasyon yeterliliklerinin gelişiminde kilit bir role sahip olduğu



görülmüştür. Araştırmanın bu sonucu da Park'ın (2006) çalışması ile benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin matematik okuryazarlığı problemlerini çözmede genellikle üç farklı düşünme yoluna başvurdukları görülmektedir. Bu düşünme yollarından en az istendik olan düşünme yollarının işleme dayalı problem çözme ve günlük yaşam deneyimini/kişisel tercihlerini referans alarak problem çözme olarak iki şekilde ortaya çıktığı görülmektedir. Bu düşünme yollarına başvuran öğrencilerin problemi anlamada ve çözümü için uygun bir strateji geliştirmede zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler problem durumunu anlamlandırmakta zorlandıklarında, problemlerin sınırlılıklarına uymayarak problemin çözümü için yaptıkları çözüm planında günlük yaşam deneyimlerini/ kişisel tercihlerini referans almakta ya da problemlerin yalnızca matematiksel hesaplamalar yapılarak çözülebileceğine inanmaktadır. Geri çağırmaya dayalı problem çözme bağlamında ele alınan impulsif problem çözmeye ilişkin sonuçlar Lim, Morera ve Tchoshanov'un (2009) sonuçlarını desteklemektedir. Lim vd. (2009) matematik öğretmen adayları ve matematik öğretmenlerinin matematiksel problem çözme eğilimlerinin analitik ve impulsif olarak ikiye ayrıldığını belirtmiştir. Bu çalışmadaki öğrencilerde de benzer yaklaşımların ortaya çıktığı görülmüştür.

Çalışma sonucunda genel olarak öğrencilerin matematik okuryazarlığı performanslarının arttığı görülmüştür. Örneğin ikinci düzey ve altındaki problemleri çözemeyen öğrenci kalmamıştır. Bununla birlikte Berberoğlu'nun (2007) belirttiği gibi ülkemizin PISA değerlendirmelerindeki en büyük sorunu en alt yeterlilik düzeyinin de altındaki öğrenci sayısının fazla olmasıdır. 2003 yılından bu yana ülkemizdeki düzey bir ve altındaki öğrenci oranı azalmış olsa da hala OECD üyesi ülkelerdeki öğrenci oranının neredeyse iki katıdır (MEB, 2013). Bu açıdan bakıldığında bu çalışma ile matematiksel bilgi düzeyi çok düşük olan en alt yeterlilik düzeyinin de altındaki öğrencilerin bile yeterlilik düzeyinin ikinci düzeye kadar arttırılabileceği görülmektedir. Belli bir kavrama dayalı problemlerin çözümünde öğrenciler muhakeme ve argüman yeterliliğini gösterebilseler de kavramsal bilgi eksikliği nedeniyle çözüme ulaşamamış, sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamamıştır. Matematik okuryazarlığı problemlerini çözmede etkili olduğu düşünülen bir diğer boyut ise öğrencilerin problemleri çözmeye yönelik entelektüel ihtiyaç duyup duymadıklarıdır. Öğrencilerin problemleri çözmeye yönelik entelektüel ihtiyaç duyup duymalarının yeterlilik ve bilgi düzeylerinden bağımsız

olduğu ancak matematik okuryazarlığı performanslarındaki gelişimi etkilediği görülmüştür.

Son klinik görüşmelerin analizi sonucunda bazı öğrencilerin güçlük düzeyinden bağımsız olarak hız kavramına dayalı problemlerin tümünü çözemediği görülmüştür. Bu durum muhakeme yapabilmek için kavramsal ve işlemsel bilgiye sahip olmak gerektiğini savunan araştırma sonuçları ile örtüşmektedir (Goldenberg, 2014). Diğer yandan işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyi çok düşük olan öğrencinin dahi hız formülünü kullanmadan muhakeme yapabilmiş olması bu görüş ile çelişmektedir. Bu noktada muhakeme yapılacak kavrama ilişkin bilgi düzeyi kadar problemin gerektirdiği muhakeme düzeyinin de önemli olduğu görülmüştür.

Diğer yandan bu çalışmanın bulguları Schoenfeld'in (1985) sonuçlarını desteklemektedir. Schoenfeld (1985) öğrencilerin problem çözme eylemlerini etkileyen faktörlerin kaynaklar, heuristikler, kontrol ve inanç sistemi olduğunu belirtmiştir. Bu çalışmada benzer şekilde öğrencilerin problem çözme becerilerinin matematiksel bilgi düzeylerinden etkilendiği ortaya çıkmıştır. Bu sonuç Saenz (2009) ve Schoenfeld (1985) ile örtüşmektedir. Diğer yandan DNR çerçevesinde ele alınan entelektüel ihtiyaç ve matematiksel inançların problem çözmedeki düşünme yollarında önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür (Harel, 2008a; Schoenfeld, 1985). Bu çalışmaya katılan en başarılı öğrencilerin bile temelde matematiksel olmayan anlayışlara sahip olduğu ve olumsuz tutum sergiledikleri görülmüştür. Bu sonuç yine Schoenfeld'in (1985) iddialarını desteklemektedir.

#### **4.3. Öneriler**

Araştırmanın sonuçlarına dayalı olarak uygulamaya ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik geliştirilen öneriler aşağıda belirtilen iki başlık altında yer almıştır.

##### **4.3.1. Uygulamaya yönelik öneriler**

- Ortaokul öğrencilerinin problem çözme ve muhakeme becerilerini geliştirmek için ortaokul matematik öğretmenlerinin matematik derslerini çeşitlemelerle öğretim yaklaşımı çerçevesine göre desenlenmesi önerilmektedir. Ancak bu öğretimlerde bu becerilerin gelişimi açısından öğretmenlerin öğrenci yönlendirmesi ve sorgulama yapması gerekmektedir.

- Matematiksel problemlerin çözümünde öğrenme ortamında öğrencilerin problemleri analiz etmesi ve fikirlerini, çözümlerini ve yanıtlarını sınıf içinde tartışabilmesine olanak veren bir öğretimin muhakeme, problem çözme ve matematik okuryazarlığı becerilerinin gelişiminde faydalı olabilir.
- Ülkemizin PISA matematik okuryazarlığı değerlendirmesinde düşük performanslı bir ülkeyi temsil etmesi ortaokul matematik öğretim programının öğrencilerin matematik okuryazarlığı performansını desteklemede yeterli olmadığını göstermektedir. Bu araştırma, katılımcı öğrencilerin sistematik çeşitlemeyle öğretim yaklaşımıyla matematik okuryazarlığındaki pek çok problemi çözebildiğini göstermiştir. Bu nedenle ülkemizdeki öğrencilerin matematik okuryazarlıklarını geliştirmek ve PISA değerlendirmesinde yüksek matematik okuryazarlığı performansı gösteren bir ülkeyi temsil etmek için sistematik çözümleme yönünden zengin matematik öğretim programları geliştirilmesi önerilmektedir.
- Araştırmanın sonucunda öğretmenlerin öğrenciyi öğrenme ortamında yönlendirmesinin ve sorgulamasının çok önemli olduğunu göstermektedir. Bu nedenle öğretmenlerin kendilerini bu hususta geliştirmek amacıyla hizmet içi eğitim almaları önerilmektedir.
- Öğretmenin öğrencilerini problemi anlamaya yönlendirmesi öğrencilerin bir öğrenme ortamında gerçek yaşam problemlerini çözmeleri açısından oldukça önemlidir.

#### **4.3.2. İlerideki araştırmalara yönelik öneriler**

- Bu araştırmada öğretim deneyi modeli kullanılırken başka araştırmacılar sistematik çeşitleme öğretimi yaklaşımı çerçevesinde ortaokul öğrencilerinin düşünme yolları ve matematik okuryazarlıkları boylamsal çalışmalarla inceleyebilirler.
- Sistematik çeşitleme öğretimi yaklaşımıyla ortaokul öğrencilerinin kavramsal, işlemsel ve bağlamsal bilgilerinin gelişiminin izlendiği araştırmalar tasarlanabilir.
- Öğrenme ortamında ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin düşünme yollarını ve matematik okuryazarlıklarını güçlendirmek için yaptığı

sorgulamaları ve sistematik çeşitlemeye ilişkin farkındalıkları hakkında bir durum çalışması yürütülebilir.



## KAYNAKÇA

- Akın, A. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin matematik okuryazarlıklarının niceliksel muhakemelerinin güçlendirilerek desteklenmesinin incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Akyüz, G., & Pala, N. M. (2010). The effect of student and class characteristics on mathematics literacy and problem solving in PISA 2003. *Elementary Education Online*, 9(2), 667-678.
- Akyüz, G., & Satıcı, K. (2013). PISA 2003 verilerine göre matematik okuryazarlığının çeşitli değişkenler açısından incelenmesi: Türkiye ve Hong Kong-Çin modelleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(2), 503-522.
- Altun, M. (2007). *Ortaöğretimde matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa Aktüel Kitapevi.
- Baykul, Y. (2002). *İlköğretimde matematik öğretimi (6.-8. Sınıflar için)*. Ankara: PegemA Yayınları.
- Berberoglu, G. (2007). Türk bakış açısından PISA araştırma sonuçları. *Konrad Adenauer Stiftung*. <http://konrad.org.tr/Egitimturk/07girayberberoglu.pdf>. (Erişim tarihi: 16.02.2014)
- Bogdan, R.C., & Biklen, S.K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods* (5th ed.). Boston: Pearson Education.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2014). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (18. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cai, J., Jakabcsin, M. S., & Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics*, 96(5), 238-246.
- Cai, J. (2007). What is effective mathematics teaching? A study of teachers from Australia, Mainland China, Hong Kong SAR, and the United States. *ZDM*, 39(4), 265-270.
- Cai, J., & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. *ZDM*, 39 (5-6), 459-473.
- Creswell, J.W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*. Thousand Oaks, CA: Sage.

- Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). Teaching experiment. In B.Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching-research: teaching experiment- a tool for teacher-researchers*. University of Rzeszow.
- de Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. In B. Madison & L. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp.. 75-89). New Jersey: The National Council on Education and the Disciplines.
- Denzin, N.K., & Lincoln, Y.S. (2005). Introduction: The discipline and practice of qualitative research. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.), *The sage handbook of qualitative research (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2006). Middle grade teachers' learning through students' engagement with modeling tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 5-32.
- Dindyal, J. (2009). Mathematical problems for the secondary classroom. In D. B. Kaur, Y. B. Har & D. M. Kapur (Eds), *Mathematical problem solving* (pp. 208-225). Toh Tuck Link: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Duffy, A. M. (2006). Students' ways of understanding aromaticity and electrophilic aromatic substitution reactions. Unpublished dissertation, University of California, San Diego and San Diego State University, United States.
- Edge, D. (2001). New literacy's in mathematics: Implications for teacher education. *Paper presented at the AARE Annual conference*. Fremantle. <http://www.aare.edu.au/publications-database.php/3056/new-literacies-in-mathematics-implications-for-teacher-education>. (Erişim tarihi: 29.04.2014).
- Engelhardt, P. V., Corpuz, E. G., Ozimek, D. J., & Rebello, N. S. (2003). The teaching experiment - What it is and what it isn't. Paper presented at the *Physics Education Research Conference*. Madison, WI.
- English, L. D., Lesh, R., & Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. In M. Santillan (Ed.), *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education* (pp. 6-13). Monterrey, Mexico.

- Fang, Y., & Gopinathan, S. (2009). Teachers and teaching in Eastern and Western schools: A critical review of cross-cultural comparative studies. In L. J. Saha & A. G. Dworkin (Eds.), *International handbook of research on teachers and teaching* (pp. 557-572). US: Springer.
- Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: Insights from a longitudinal study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24 (3), 361-372.
- Gatabi, A. R., Stacey, K., & Gooya, Z. (2012). Investigating grade nine textbook problems for characteristics related to mathematical literacy. *Mathematics Education Research Journal*, 24(4), 403-421.
- Goldenberg, E. P. (2014). "Mathematical literacy": An inadequate metaphor. M.N. Fried, T. Dreyfus (Eds.), *Mathematics & mathematics education: Searching for common ground, Advances in mathematics education* (pp. 139-156). Dordrecht: Sprienger.
- Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme: A model for DNR-Based instruction. In S. Campbell & R. Zaskis (Eds.), *Learning and teaching number theory* (pp.185-212). New Jersey, Ablex Publishing Corporation.
- Harel, G. (2007). The DNR System as a conceptual framework for curriculum development and instruction. In R. Lesh, J. Kaput & E. Hamilton (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 263-280). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Harel, G. (2008a). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, part II: With reference to teachers' knowledge base. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik*, 40, 893-907.
- Harel, G. (2008b). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question. In R. B. Gold & R. Simons (Eds.), *Proof and other dilemmas: Mathematics and philosophy* (pp. 265-290). Washington DC: Mathematical Association of America.
- Harel, G. (2010). DNR-based instruction in mathematics as a conceptual framework. Seeking new frontiers. In B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education* (pp.343-367). Berlin, Heidelberg: Springer.

- Harel, G., & Koichu, B. (2010). An operational definition of learning. *Journal of Mathematical Behavior*, 29, 115–124.
- Harel, G., & Lim, K. H. (2004). Mathematics teachers' knowledge base: Preliminary results. In M.J. Hoines & A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3(3), pp. 25 – 32). Bergen, Norway.
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education. III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society and Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?*. Unpublished Doctoral Dissertation. Department of Education Inst. för pedagogik och didaktik.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1997). Making mathematics problematic: A rejoinder to Prawat and Smith. *Educational Researcher*, 26 (2). 24-26.
- Huang, R., & Cai, J. (2011). Pedagogical representations to teach linear relations in Chinese and US classrooms: Parallel or hierarchical?. *The Journal of Mathematical Behavior*, 30(2), 149-165.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. In A. J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102). Dordrecht: Kluwer.
- Jablonka, E. (2015). The evolvement of numeracy and mathematical literacy curricula and the construction of hierarchies of numerate or mathematically literate subjects. *ZDM*, 47(4), 599-609.
- Jones, G. A. (2005). What do studies like PISA mean to the mathematics education community?. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, p. 71-74. Melbourne: PME.



- Kabael, T., Akın, A., Kızıltoprak, F. & Toprak, O. (2014). Pre-service middle school mathematics teachers' ways of thinking and pedagogical approaches in problem solving process. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, and D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PMENA 36)* (Vol. 6. p. 327). British Columbia University, Vancouver, Canada.
- Kabael, T. & Kızıltoprak, F. (2014). Sixth grade students' ways of thinking associated with solving algebraic verbal problems. In S. Oesterle, C. Nicol, P. Liljedahl and D. Allan (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PMENA 36)* (Vol. 6, p. 120). Vancouver, Canada: PME.
- Kabael, T. & Akın, A. (2016b). Investigating pre-service middle school mathematics teachers' quantitative reasoning and their support for students' quantitative reasoning in the problem solving process. In Csikos, C., Rausch, A. and Sztányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 305). Szeged, Hungary: PME.
- Kızıltoprak, F. (2016). *PISA matematik okuryazarlığı maddelerine ilişkin yeterlilik şemasıyla elde edilen ölçümlerin güvenilirliğinin genellenebilirlik ve klasik test kuramına dayalı olarak karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisan Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi.
- Kilpatrick, J. Swafford, J. & Findell, B.(eds.)(2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council. Washington, DC: National Academy Press.
- Koichu, B., & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 349-365.
- Koichu, B., Harel, G., & Manaster, A. (2013). Ways of thinking associated with mathematics teachers' problem posing in the context of division of fractions. *Instructional Science*, 41(4), 681-698.

- Kramarski, B., & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281-310.
- Lai, M. Y., & Murray, S. (2012). Teaching with procedural variation: A Chinese way of promoting deep understanding of mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*. <http://www.cimt.org.uk/journal/lai.pdf>. (Erişim tarihi: 24.12.2013)
- Li, J., Peng, A., & Song, N. (2011). Teaching algebraic equations with variation in Chinese classroom. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.). *Early Algebraization* (pp. 529-556). Springer Berlin Heidelberg.
- Lim, K. H. (2006). Characterizing students' thinking: algebraic inequalities and equations. *Research report presented at the Twenty-eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Mérida, México.
- Lim, K. H., Morera, O., & Tchoshanov, M. (2009). Assessing problem-solving dispositions: Likelihood-to-act survey. In S. L. Swars, Stinson, D. W. & Lemons-Smith, S. (Eds.), *Proceedings of the Thirty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 700-708). Atlanta: Georgia State University.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255–276.
- Maher, C. A., Mueller, M., & Palus, M. F. (2010). Using an informal learning environment to promote mathematical reasoning among middle-school students. *Mathematics Bulletin*, 49, 64-72.
- Martin, H. (2007). Mathematical literacy. *Principal Leadership*, 7(5), 28-31.
- Maskiewicz, A. L. (2006). *Rethinking biology Instruction: The application of DNR-based instruction to the learning and teaching of biology*. Unpublished dissertation, University of California, San Diego and San Diego State University, United States.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005). *PISA 2003 projesi ulusal nihai rapor*. Ankara.

- Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *PISA Türkiye*. Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Müdürlüğü, Ankara. <http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2013/07/PISA-kitab%C4%B1.pdf>. (Erişim tarihi: 21.04.2014)
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *PISA 2012 ulusal ön raporu*. Ankara Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü.
- Mueller, M. (2007). A study of the development of reasoning in sixth grade students. Un Published Doctoral Dissertation. Rutgers, The State University of New Jersey, New Brunswick.
- Mueller, M. F., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2010). Promoting student reasoning through careful task design: A comparison of three studies. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 3(1), 135-156.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Ni, Y.J., Li, Q., Li, X.Q., & Zou, J. (2011). China's new millennium curriculum reform in mathematics and its impact on classroom teaching and learning. In T.D. Huang & A.W. Wiseman (Eds.), *The impact and transformation of education policy in China* (pp. 99–124). Bingley: Emerald.
- Niss, M. (1999). Competencies and subject Description. *Uddanneise*, 9, 21-29.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124).
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of teaching and learning in Denmark* (IMFUFA tekst). Roskilde: Roskilde University.
- Niss, M., & Jablonka, E. (2014). Mathematical literacy. In S. Lerman (Ed.) *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 391-396). Netherlands: Springer.
- Niss, M. (2015). Mathematical competencies and PISA. In K. Stacey & R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy* (pp. 35-55). Springer International Publishing.

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004a). *Learning for tomorrow's world-first results from PISA 2003*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2004b). *Problem solving for tomorrow's world-first results from PISA 2003*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2007). *PISA 2006: Science competencies for tomorrow's World, Volume 1 Analysis*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2009). *Learning mathematics for life: A perspective from PISA*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2010a). *PISA 2012: mathematics framework*. Paris: OECD Publications.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2010b). *PISA 2009 results: What students know and can do – Student performance in reading, mathematics and science (Volume I)*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*, OECD Publishing.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2014). *PISA 2012 results: What students know and can do, Student performance in mathematics, reading and science (Volume 1)*. OECD Publishing.
- Özgen, K., & Bindak, R. (2008). Matematik okuryazarlığı öz-yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 517-528.
- Park, K. (2006). Mathematics lessons in Korea: teaching with systematic variation. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 25(1), 151–167.
- Park, K. (2012). Two faces of mathematics lessons in Korea: conventional lessons and innovative lessons. *ZDM*, 44(2), 121-135.
- Polya G. (1957). *How to solve it?* (2nd ed.). New York: Doubleday & Co.

- Pugalee, D. K. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *The Clearing House*, 73(1), 19-22.
- Ritchie, J., & Lewis, J. (Eds.). (2003). *Qualitative research practice: A guide for social science students and researchers*. Sage.
- Sáenz, C. (2009). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*, 123-143.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Soylu, Y. & Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steffe, L., Thompson, P.W., & Glasersfeld von, E. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A.E. Kelly & R.A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. (pp. 267-306), Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Strauss, A. L. and Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (1nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Sun, X. H. (2011a). Variation problems and their roles in the topic of fraction division in Chinese mathematics textbook examples, *Educational Studies in Mathematics*, 76(1), 65-85.
- Sun, X. (2011b). An insider's perspective: "variation problems" and their cultural grounds in Chinese curriculum practice. *Journal of mathematics education*, 4(1), 101-114.
- Sun, X. (2013a). The structures, goals and pedagogies of "variation problems" in the topic of addition and subtraction of 0-9 in Chinese textbooks and reference books. Paper

- presented in Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME8).
- [http://repository.umac.mo/bitstream/10692/550/1/9441\\_0\\_WG13\\_Sun.pdf](http://repository.umac.mo/bitstream/10692/550/1/9441_0_WG13_Sun.pdf). (Erişim tarihi: 15.01.2014)
- Sun, X. (2013b). The fundamental idea of mathematical task design in China: Origin and development. ICMI STUDY 22: Task design in mathematics education. [http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/text\\_-chinese\\_variation\\_theory-final-1.pdf](http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/text_-chinese_variation_theory-final-1.pdf). (Erişim tarihi: 15.01.2014)
- Thompson, P. W. (2000). Radical constructivism: Reflections and directions. In L. P. Steffe and P. W. Thompson (Eds.), *Radical constructivism in action: Building on the pioneering work of Ernst von Glasersfeld* (pp. 412–448). London: Falmer Press.
- Turner, R. (2012). Mathematical literacy: Are we there yet? *Paper presented at ICME-12, Topic Study Group 6: Mathematics literacy*. Seoul, July 2012. [http://works.bepress.com/ross\\_turner/22](http://works.bepress.com/ross_turner/22). (Erişim tarihi: 18.03.2014)
- Turner, R., & Adams, R. J. (2012). Some drivers of test item difficulty in mathematics: An analysis of the competency rubric. *Proceedings of the Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA)*. Vancouver. <http://research.acer.edu.au/pisa/7/>. (Erişim tarihi: 18.03.2014)
- Turner, R., Dossey, J., Blum, W., & Niss, M. (2013). Using mathematical competencies to predict item difficulty in PISA: a MEG study. In Prenzel, M. (Ed.), *Research on PISA* (pp. 23-37). Springer Netherlands.
- Tzur, R., Johnson, H. L., McClintock, E., Xin, Y. P., Si, L., Woodward, J., Hord, C., & Jin, X. (2013). Distinguishing schemes and tasks in children's development of multiplicative reasoning. *PNA*, 7(3), 85-101.
- van de Walle, J. A., Folk, S., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. (8th Edition). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Welsh Government [WG] (tarihsiz). Year 8 Reasoning in the classroom, Support materials for teachers. <http://learning.gov.wales/resources/learningpacks/reasoning-in-the-classroom/year-8/support-materials/?lang=en>. (Erişim tarihi: 25.01.2014 )

- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 57-78). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yankelewitz, D., Mueller, M., & Maher, C. A. (2010). A task that elicits reasoning: A dual analysis. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(2), 76-85.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (genişletilmiş 5. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. *İlköğretim Online*, 9(1), 79-92.



EK-1. Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

Eğilim B. Bvt.

**T.C.**  
**ESKİŞEHİR VALİLİĞİ**  
**İl Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : 88074293 605 6092574  
Konu: Araştırma Projesi

05.12.2014

**ANADOLU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ**  
(Genel Sekreterlik)

İlgi : a) 02.12/2014 tarih ve 5954734 sayılı olur.  
b) Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü Genel Sekreterliğinin 13.11/2014 tarih ve 12236 sayılı yazısı.

İlgi (b) yazı ile istemiş olduğunuz "Araştırma Projesi" incelenmiş ve uygun görülmüş olup, ilgi (a) Olur ekte sunulmuştur.  
Bilgilerinize rica ederim.

11.12.2014  
2351

Ali PEHLİVAN  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdür V.

EKLER :  
1-İlgi (a) Olur (1 sayfa)  
2-Araştırma Değerlendirme Formu (2 sayfa)

Adres :  
Anadolu Üniversitesi  
Rektörlüğü  
Yunus Emre Kampüsü  
PK.26470 ESKİŞEHİR

|                                                        |                |
|--------------------------------------------------------|----------------|
| Anadolu Üniversitesi Rektörlüğü<br>Evrak Kayıt Servisi |                |
| K. TARİHİ:                                             | 10 Aralık 2014 |
| K. NOSU:                                               | 11502          |

05 Aralık 2014  
Beyaz ERÇELİK  
Mamur

-Yazı İş. Md.  
-Eğilim B. Bvt.

Büyükdere Mh Atatürk Bly No:247 ESKİŞEHİR

EK-1. (Devam) Eskişehir Milli Eğitim Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi





T.C.  
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : 88074293.603/5954734  
Konu : Araştırma Projesi

02/12/2014

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: Eskişehir Anadolu Üniversitesi Genel Sekreterliği'nin 13/11/2014 tarih ve 12236 sayılı yazısı.

İlgi yazı ile; Eskişehir Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora programı öğrencisi Fatma KIZILTOPRAK'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Okuryazarlıklarının Problem Çözmede Sistematik Çeşitlendirme ile Desteklenmesi" başlıklı tez çalışma uygulama başvurusu Araştırma İzin Komisyonu tarafından incelenmiş ve komisyon tarafından sakınca görülmediği tespit edilmiş olup, Müdürlüğümüze bağlı Araştırma İzin Komisyonu tarafından belirtilen okullarda yukarıda adı geçen projenin gerçekleştirilmesi uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde takdirlerinize arz ederim.

Aziz BOR  
Şube Müdürü

OLUR  
02/12/2014

AB FEHLİVAN  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü V.



## Ek-2. Katılımcı Bilgilendirme ve İzin Belgesi

### Öğrenci Velisini Bilgilendirme

Sayın Öğrenci Velisi,

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırma projesidir. Araştırmada problem çözme becerilerine ağırlık verilerek çeşitlenmelerle öğretime dayalı olarak tasarlanan bir öğrenme ortamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin, problem çözme sürecindeki düşünme yollarının ve okuryazarlık performanslarının incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2014 – 2015 öğretim yılı güz ve bahar döneminde 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık 6 ay süreceği tahmin edilmektedir. Bu süreçte öncelikle öğrenciler ile araştırmacı – öğretmen tarafından klinik görüşmeler yapılacaktır. Daha sonra çeşitlenmelerle öğretime dayalı olarak tasarlanan bir öğrenme ortamında öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik öğretimler yapılacak ve süreçte klinik görüşmelere devam edilecektir.

Projeye dahil olan öğrencilerin her biriyle araştırmanın başında ve sonunda birer; araştırma süreci içinde üç kez olmak üzere toplamda beş kez görüşme yapılacaktır. Tüm bu görüşmelerde öğrencilerin problem çözme becerileri incelenecek ve değerlendirilecektir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenmelerinin daha iyi incelenebilmesi amacıyla dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak; öğrencilerin yüzleri ve isimleri gizlenecektir. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiçbir kişi ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır.

Velisi olduğunuz öğrencinin projeye katılmasını istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Arş. Gör. Fatma KIZILTOPRAK  
Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı  
Tel: 0 (505) 596 41 94

### İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde velisi olduğum öğrencinin katılımcı olarak bulunmasını onayladığımı beyan ederim. Ayrıca öğrencinin katılacağı derslerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

Öğrenci Velisi İmzası

### EK-3. Öğrenciyi Bilgilendirme ve İzin Formu

#### Öğrenciyi Bilgilendirme

Sevgili Öğrenci,

Bu araştırma Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Programı'nda yürütmekte olduğum doktora tez çalışmamı kapsayan bilimsel araştırma projesidir. Araştırmada problem çözme becerilerine ağırlık verilerek çeşitlenmelerle öğretime dayalı olarak tasarlanan bir öğrenme ortamında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin, problem çözme sürecindeki düşünme yollarının ve okuryazarlık performanslarının incelenmesi amaçlanmaktadır.

Araştırmanın 2014 – 2015 öğretim yılı güz ve bahar döneminde 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmesi planlanmaktadır. Araştırma kapsamındaki uygulamaların yaklaşık 6 ay süreceği tahmin edilmektedir. Bu süreçte öncelikle öğrenciler ile araştırmacı – öğretmen tarafından klinik görüşmeler yapılacaktır. Daha sonra çeşitlenmelerle öğretime dayalı olarak tasarlanan bir öğrenme ortamında öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik öğretimler yapılacak ve süreçte klinik görüşmelere devam edilecektir.

Projeye dahil olan öğrencilerin her biriyle araştırmanın başında ve sonunda birer; araştırma süreci içinde üç kez olmak üzere toplamda beş kez görüşme yapılacaktır. Tüm bu görüşmelerde öğrencilerin problem çözme becerileri incelenecek ve değerlendirilecektir. Bunun yanında öğrencilerin öğrenmelerinin daha iyi incelenebilmesi amacıyla dersler video kamera ile kayıt altına alınacaktır. Bu kayıtlar yalnızca araştırmayı analiz etme ve raporlaştırma aşamasında kullanılacak; öğrencilerin yüzleri ve isimleri gizlenecektir. Ayrıca bu kayıtlar araştırma kapsamı dışında hiçbir kişi ya da kurumla kesinlikle paylaşılmayacaktır.

Velisi olduğunuz öğrencinin projeye katılmasını istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Bu projeye katılmak istiyorsanız lütfen aşağıdaki izin belgesini doldurunuz. İlginize teşekkür ederim.

Arş. Gör. Fatma KIZILTOPRAK  
Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı  
Tel: 0 (505) 596 41 94

#### İzin Belgesi

Yukarıda açıklanan araştırma kapsamında gerçekleştirilecek derslerde katılımcı olarak bulunmayı onayladığımı beyan ederim. Ayrıca katılacağım derslerin ve görüşmelerin video kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur.

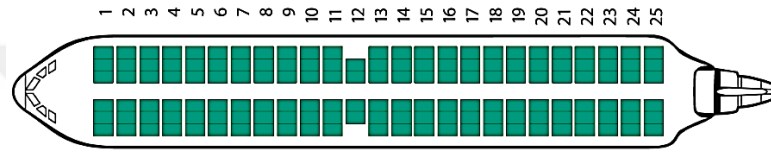
Öğrenci İmzası

#### EK-4. Ders Planı Örnekleri

##### Öğretim I: Doğrudan Çıkarım Yapmayı Ve Adım Atmayı Gerektiren Problemler Çözme

**Amaç:** Tüm öğretim bölümlerinde temel olarak geliştirilmesi amaçlanan bazı matematiksel muhakeme ve problem çözme davranışları belirlenmiştir. Bunlar; öğrencilerin fikirlerini açıklaması, savunması, bir problemi farklı yollardan çözmesi, diğerlerinin fikirlerini anlaması ve doğrulaması/çürütmesi, problemi çözmek için uygun stratejiye karar vermesi, hangi strateji neden seçtiğini savunması, uygulanan stratejilerin etkililiğini tartışması, çözümlerini doğrulaması, kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışmasıdır. Birinci öğretim bölümü kapsamında özel olarak öğrencilerin verilen bilgilerden doğrudan çıkarım yapabilmeleri ve çözümü için gerekli olan stratejinin belirgin olduğu problem durumlarında gerekli adımları atabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Bu öğretim bölümünün bir diğer amacı da öğrencilerin problem çözme süreci ve problem çözme stratejileri ile ilgili farkındalık kazanmasıdır.

##### Problem Durumu



Uçağın İç Bölgesinin Planı

Yukarıdaki şekilde bir uçağın iç bölgesinin planı gösterilmektedir. Şekildeki yeşil dikdörtgenlerden her biri bir koltuğu göstermektedir.

##### Görev 1: Uçakta kaç koltuk vardır?

Bu problemde öğrenciler şekilde verilen bilgiden doğrudan çıkarım yapmalıdır (1. Öğretimin amacı).

##### Görev 2: Uçaktaki koltuk sayısını daha farklı bir yoldan nasıl bulabilirsiniz? Bulabildiğiniz kadar çok çözüm yolu gösteriniz. (Bir Probleme İlişkin Çoklu Çözümler ile çeşitleme yapılacaktır)

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

##### Görev 3: Uçağın kanat bölümü olan 12. Sıradaki koltuklar çıkartılarak bu kısma servis yapmak için gerekli malzemeler doldurulmak istenmiştir. Buna göre bu değişiklikten sonra uçaktaki koltuk sayı kaç olur?

Uçaktaki koltuk sayılarının hesaplanması çeşitleme problemleri ile hesaplandıktan sonra etkinliğin ikinci kısmına geçilir. Bu kısımda öğrencilere problem durumu ile ilgili yeni bilgiler sunulur.

Ek Bilgi: Bir uçağın uçuş maliyeti oldukça yüksektir. Örneğin şekilde verilen uçağın Ankara'dan Van'a uçuş maliyeti 9240 liradır.

##### Görev 4: uçaktaki koltukların hiçbirinin kaldırılmadığı başlangıç durumunu düşünecek olursanız uçuş firmasının zarar etmemesi için uçak biletleri en az kaç liraya satılmalıdır? Bulabildiğiniz kadar çok çözüm yolu gösteriniz. (Bir Probleme İlişkin Çoklu Çözümler ile çeşitleme yapılacaktır)

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 5: uçağın 12.sırasındaki koltukların kaldırılması durumunda uçuş firmasının zarar etmemesi için uçak biletleri en az kaç liraya satılmalıdır?**

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir. Uçuş firmasının zarar etmemesi için uçak biletlerinin en az kaç liraya satılması gerektiği çeşitleme problemleri ile hesaplandıktan sonra etkinliğin üçüncü kısmına geçilir. Bu kısımda öğrencilere problem durumu ile ilgili yeni bilgiler sunulur.

**Görev 6: şu ana kadar 80 kişi Ankara-Van uçağından bilet almıştır. Bir biletin fiyatı 95 TL olduğuna göre uçuş firmasının zarar etmemek için en az kaç bilet daha satması gerekir?**

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 7: şuana kadar 80 kişi Ankara-Van uçağından bilet almıştır. Bir biletin fiyatı 110 TL olduğuna göre uçuş firmasının zarar etmemek için en az kaç bilet daha satması gerekir?**

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 8: şu ana kadar 80 kişi Ankara-Van uçağından bilet almıştır. Bir biletin fiyatı 110 TL olduğuna göre uçuş firmasının 1000 TL kar edebilmesi için en az kaç bilet daha satması gerekir?**

Öğretim süresince tüm problemlerin çözüm sürecinde araştırmacı-öğretmen öğrencileri aşağıdaki sorularla muhakeme yapmaları için yönlendirmelidir.

**Olası Öğretmen Soruları:**

- Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
- Problemde neyi bulmanız isteniyor?
- Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz?
- Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
- Sonucun doğru olduğundan emin misin?
- Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsiniz?
- Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
- Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
- Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
- Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?
- Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

**Etkinliğin Sonlandırılması ve Değerlendirme Problemi**

Öğretim sonunda öğrencilere değerlendirme problemi olarak PISA matematik okuryazarlığı problemlerinden 6. güçlük düzeyinde olan Boy problemi sunulur ve bireysel olarak yaklaşık 5-10 dakika süre içinde çözmeleri istenir. Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra problemin yanıtı grup çalışması ile belirlenir.

**BOY**

Bir sınıfta 25 kız vardır. Kızların boy ortalaması 130 cm'dir.

Aşağıdaki anlatımların her biri için 'Doğru' ya da 'Yanlış'ı daire içine alınız ve nedenlerinizi aşağıda belirtiniz.

| Anlatım                                                                                                 | Doğru ya da Yanlış |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Eğer bu sınıfta boyu 132 cm olan bir kız varsa, boyu 128 cm olan bir başka kız olmalıdır.               | Doğru / Yanlış     |
| Kızların büyük bölümünün boyu 130 cm olmalıdır.                                                         | Doğru / Yanlış     |
| Eğer tüm kızları kısadan uzuna doğru sıralarsanız, ortadakinin boyu 130 cm'ye eşit olmalıdır.           | Doğru / Yanlış     |
| Sınıftaki kızların yarısının boyu 130 cm'nin altında ve yarısının boyu da 130 cm'nin üstünde olmalıdır. | Doğru / Yanlış     |

## Öğretim II:

**Amaç:** Tüm öğretim bölümlerinde temel olarak geliştirilmesi amaçlanan bazı matematiksel muhakeme ve problem çözme davranışları belirlenmiştir. Bunlar; öğrencilerin fikirlerini açıklaması, savunması, bir problemi farklı yollardan çözmesi, diğerlerinin fikirlerini anlaması ve doğrulaması/çürütmesi, problemi çözmek için uygun stratejiye karar vermesi, hangi strateji neden seçtiğini savunması, uygulanan stratejilerin etkililiğini tartışması, çözümlerini doğrulaması, kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışmasıdır. İkinci öğretim bölümü kapsamında muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin verilen bilgileri birleştirerek çıkarım yapabilmesi ve tek adımlı argümanlar oluşturabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise bir sonuca ya da çıkarıma ulaşmak için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek uygun stratejiye (genellikle tek aşamalı olan) karar verebilme becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

## Problem Durumu



Bir yarışmada dört takım kendi aralarında oyun oynayacaklardır. Yarışma 1 Haziran 2015 Pazartesi günü saat 10:00 da başlayacaktır. Oyunun kuralları şu şekildedir;

- Her takım diğer üç takımla da oynayacaktır.
- İki takım arasında sadece bir oyun oynanacaktır.
- Her oyun 30 dakika sürecektir.
- Oyunlar arasında 10 dakika mola verilecektir.
- Belli bir zaman zarfında sadece bir oyun oynanacaktır.
- Oyunların sadece bir kazanı olacak beraberlik olmayacaktır.

## Ders Planı

Bu problem durumunda çok çeşitli bilgiler bulunmaktadır. Öğretimin amacı görevlerle ilişkili olan bilgilerin birleştirilerek çıkarım yapılması, bir sonuca ulaşmak için verilen bilgilerden ilişkili olanları bir araya getirerek uygun stratejiye karar verilmesi olduğu için bu etkinlikte öğrencilerin öncelikle hangi bilgilerin problem durumu ile ilişkili olduğunu bulmaları gerekmektedir. Etkinliğe öğrencilere yukarıdaki çalışma kâğıdı dağıtılarak başlanır. Daha sonra problem durumunun daha iyi anlaşılmasına yönelik aşağıdaki sorular sorulacaktır.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problem durumunda ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
- Problem durumunda neler verilmiştir?
- Kırmızı takım hangi takım/ takımlarla oyun oynayacaktır?
- Kırmızı ve mavi takım arasında oynanan bir oyun nasıl sonuçlanabilir?

**Görev 1: Bu yarışmada toplam kaç oyun oynanır? (Bir Probleme İlişkin Çoklu Çözümler ile çeşitleme yapılacaktır)**

Bu görevde, öğrencilerin öncelikle problem durumu ile ilgili olan bilgiyi belirlemeleri gerekmektedir. Bu nedenle öncelikle öğrencileri ilişkili bilgiyi belirlemeye yönelik sorular yöneltilir.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problemde neyi bulmanız isteniyor?
- Problem durumunda verilen hangi bilgileri kullanırsanız istenileni bulabilirsiniz? Neden?
- Problem durumunda verilen hangi bilgiler bu problemi çözmenizde gerekli değildir? Neden?

Öğrenciler problemle ilişkili olan tek bilginin takım sayısı olduğunu ifade ettikten sonra çözüm planı yapmaları konusunda aşağıdaki sorular ile yönlendirilir ve problemi bireysel olarak çözmeleri istenir.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz?
- Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Öğrenciler bu problemi çözerken kombinasyon kuralını kullanma, diyagram çizme ya da liste yapma stratejilerini kullanabilirler. Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
- Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
- Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
- Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
- Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
- Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilir;

- Sonucun doğru olduğundan emin misin?
- Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 2: Problemle ilişkili olan tek bilginin takım sayısı olduğunu söylemişsiniz. Bu yarışmayı düzenleyenler yoğun istek üzerine yarışmaya katılacak takım sayısını 20'ye çıkarmaya karar vermişlerdir. Bu durumda toplam kaç oyun oynanır? (Bir Probleme İlişkin Çoklu Çözümler ile çeşitleme yapılacaktır)**

Bu problemde öğrenciler çok fazla takım olduğu için liste yapma stratejisini kullanarak problemi çözemezler. Kombinasyon kuralını kullanma, ya da liste yapma yoluyla çözüme ulaşabilirler. Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için

yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
3. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
3. Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 3: Dört takımın katıldığı bu yarışma toplam ne kadar sürer? (Bir Probleme İlişkin Çoklu Çözümler ile çeşitleme yapılacaktır)**

Bu görevde, öğrencilerin öncelikle problem durumu ile ilgili olan bilgiyi belirlemeleri gerekmektedir. Bu nedenle öncelikle öğrencileri ilişkili bilgiyi belirlemeye yönelik sorular yöneltilir.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
2. Problem durumunda verilen hangi bilgileri kullanırsanız istenileni bulabilirsiniz?  
Neden?
3. Problem durumunda verilen hangi bilgiler bu problemi çözmenizde gerekli değildir?  
Neden?

Öğrenciler problemle ilişkili olan bilgilerin belli bir zamanda sadece bir oyunun oynanması, oyun sayısı, oyun süresi ve iki oyun arasındaki mola süresi olduğunu ifade ettikten sonra çözüm planı yapmaları konusunda aşağıdaki sorular ile yönlendirilir ve problemi bireysel olarak çözmeleri istenir.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz? Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiye bölünür ve gruplar halinde çalışmalarını yaparlar. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
3. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
3. Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.



**Görev 4: Bu yarışmayı düzenleyenler yoğun istek üzerine yarışmaya katılacak takım sayısını 20'ye çıkarmaya karar vermişlerdi. Bu durumda 20 takımın yarıştığı bir yarışma toplam ne kadar sürer?**

Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

**Olası Öğretmen Soruları:**

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
3. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
3. Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 5: Dört takımın katıldığı bu yarışma saat kaçta biter?**

Bu görevde, öğrencilerin öncelikle problem durumu ile ilgili olan bilgiyi belirlemeleri gerekmektedir. Bu nedenle öncelikle öğrencileri ilişkili bilgiyi belirlemeye yönelik sorular yöneltilir.

**Olası Öğretmen Soruları:**

1. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
2. Problem durumunda verilen hangi bilgileri kullanırsanız istenileni bulabilirsiniz?  
Neden?
3. Problem durumunda verilen hangi bilgiler bu problemi çözmenizde gerekli değildir?  
Neden?

Öğrenciler problemle ilişkili olan bilgilerin toplam oyun süresi ve iki oyun arasındaki mola sürelerinin toplamı olduğunu ifade ettikten sonra çözüm planı yapmaları konusunda aşağıdaki sorular ile yönlendirilir ve problemi bireysel olarak çözmeleri istenir.

**Olası Öğretmen Soruları:**

1. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz? Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

**Olası Öğretmen Soruları:**

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
3. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

3. Sence en uygun çözüm yolu hangisi?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 6: Bu yarışmayı düzenleyenler yoğun istek üzerine yarışmaya katılacak takım sayısını 5'e çıkarmaya karar vermişlerdi. Bu durumda 5 takımın yarıştığı bir yarışma hangi tarihte ve saat kaçta biter?**

Bu problemde öğrencilere gerekli olan bilgi önceki problemlerde çıkarılmadığı için öğrenciler en baştan başlayarak önce toplam oyun sayısını, bu oyunların ne kadar süreceğini, molaların ne kadar süreceğini, toplam zamanı belirlemeli ve bu toplam zamanı başlangıç saatinin üzerine eklemelidirler. Bu açıdan bakıldığında bu problemin muhakeme becerisinin üçüncü düzeyine geçiş niteliğinde beceriler gerektirdiği görülmektedir. Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar. Bu görevde, öğrencilerin öncelikle problem durumu ile ilgili olan bilgiyi belirlemeleri gerekmektedir. Bu nedenle öncelikle öğrencileri ilişkili bilgiyi belirlemeye yönelik sorular yöneltilir.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problemde neyi bulmanız isteniyor?
- Problem durumunda verilen hangi bilgileri kullanırsanız istenileni bulabilirsiniz? Neden?
- Problem durumunda verilen hangi bilgiler bu problemi çözmenizde gerekli değildir? Neden?

Öğrenciler problemle ilişkili olan tek bilginin takım sayısı olduğunu ifade ettikten sonra çözüm planı yapmaları konusunda aşağıdaki sorular ile yönlendirilir ve problemi bireysel olarak çözmeleri istenir.

Olası Öğretmen Soruları:

- Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz? Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Öğrenciler bu problemi çözerken kombinasyon kuralını kullanma, diyagram çizme ya da liste yapma stratejilerini kullanabilirler. Muhakeme becerisi zayıf olduğu düşünülen öğrenciler bu problemi çözmede plan yapamayabilirler ve problemi çözemeyebilirler. Bu durumda bu öğrenciler muhakeme becerisi daha yüksek olduğu düşünülen öğrencilerle ikiyeşerli gruplar halinde çalışmaları için yönlendirilecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

### **Etkinliğin Sonlandırılması ve Değerlendirme Problemi**

Öğretim sonunda öğrencilere değerlendirme problemi olarak PISA matematik okuryazarlığı problemlerinden 6. güçlük düzeyinde olan Bisikletler problemi sunulur ve bireysel olarak yaklaşık 5- 10 dakika süre içinde çözmeleri istenir. Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra problemin yanıtı grup çalışması ile belirlenir.

### **BİSİKLETLER**

Jülide, Semiha ve Polat farklı boyutlardaki bisikletleri sürüyorlar. Aşağıdaki tablo tekerleklerin her tam dönüşünde onların bisikletlerinin aldığı yolu göstermektedir.

|        | Gidilen yol ( cm cinsinden) |         |         |         |         |         |
|--------|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
|        | 1 dönüş                     | 2 dönüş | 3 dönüş | 4 dönüş | 5 dönüş | 6 dönüş |
| Polat  | 96                          | 192     | 288     | 384     | 480     | ...     |
| Semiha | 160                         | 320     | 480     | 640     | 800     | ...     |
| Jülide | 190                         | 380     | 570     | 760     | 950     | ...     |

Polat'ın bisikletinin tekerlek çevresi 96 cm (ya da 0,96 m)'dir. Bisikletin, küçük, orta ve büyük vites olmak üzere üç hız seçeneği vardır. Polat'ın bisikletinin vites oranları:

Küçük 3:1 Orta 6:5 Büyük 1:2

Orta vitede 960 m gidebilmek için, Polat kaç kez pedal çevirecektir? İşleminizi gösteriniz.

*NOT: 3:1'lik vites oranı, 3 tam pedal çevirme ile 1 tam tekerlek dönüşü sağlanır anlamına gelmektedir.*

### Öğretim III:

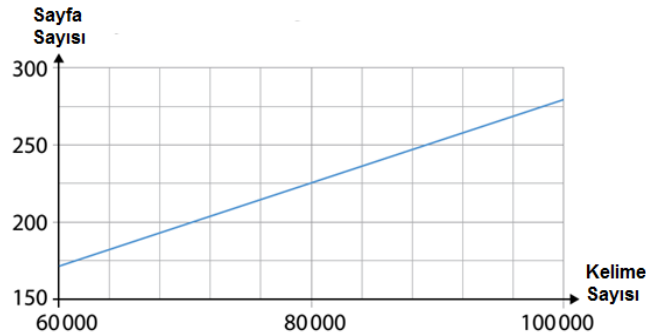
**Amaç:** Tüm öğretim bölümlerinde temel olarak geliştirilmesi amaçlanan bazı matematiksel muhakeme ve problem çözme davranışları belirlenmiştir. Bunlar; öğrencilerin fikirlerini açıklaması, savunması, bir problemi farklı yollardan çözmesi, diğerlerinin fikirlerini anlaması ve doğrulaması/çürütmesi, problemi çözmek için uygun stratejiye karar vermesi, hangi strateji neden seçtiğini savunması, uygulanan stratejilerin etkililiğini tartışması, çözümlerini doğrulaması, kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışmasıdır. Üçüncü öğretim bölümü kapsamında muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin verilen bilgileri ilişkilendirerek, ilişkilendirilmiş bilgi kaynaklarından muhakeme yapabilmelerini desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise çok adımlı argümanlar oluşturmak için bilgiyi analiz etme, çok aşamalı doğrudan bir strateji planlama ya da belirlenen stratejiyi (stratejinin kullanılma sürecinin kontrol edilmesi gereken durumlarda) verilen bilginin dönüştürülmesi için tekrarlı olarak kullanma ve bir sonuca ulaşmak için verilen bilgilerin dönüştürüldüğü bir strateji yapılandırma becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

1. Aşama: grafiklerdeki bilgilerin ilişkilendirilerek yorumlanması
2. Aşama: problem durumu ile ilişkili bilgilerin grafiklerden elde edilmesi (çıkarılması)
3. Aşama: grafiklerden elde edilen bilgilerin birleştirilerek problemin çözümü için uygun stratejinin planlanması ve uygulanması
4. Problem çözümlerinin yansıtıcı bir şekilde değerlendirilmesi, tartışma

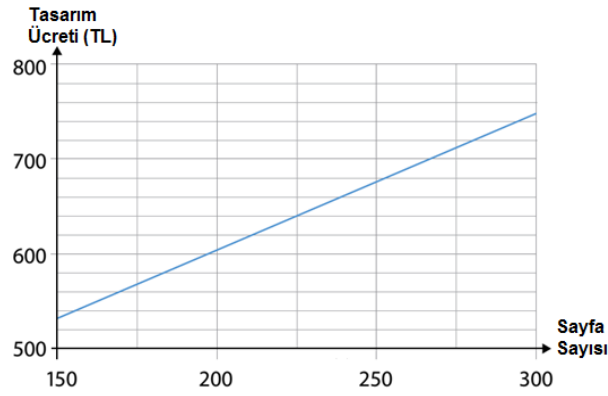
Etkinliğe öğrencilere aşağıdaki çalışma kâğıdı dağıtılarak başlanır. İlk aşamada öğrencilerin her bir grafik için grafiklerdeki ilişkili bilgileri çıkarsamaları ve grafikleri okumaları gerekmektedir. Bununla birlikte grafikler incelendiğinde öğrencilerin doğrudan bir çıkarım yapamayacakları çıkarım yapmak için bilgileri ilişkilendirmeleri gerektiği görülmektedir. Örneğin birinci grafikte 80 000 kelimeye karşılık gelen sayfa sayısı verilmediği için öğrencilerin aralıkları hesaba katarak (200- 250) sayfa sayısının 225 olduğunu bulmaları gerekmektedir.

### Problem Durumu

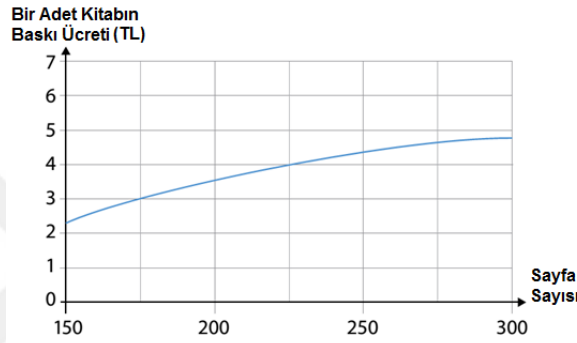
**Görev 1:** Can 80 000 kelimeden oluşan bir kitap yazmıştır. Kitabın tasarlanması ve basılacak her bir kopya için belli bir ücret ödemek zorundadır. Grafiklerde verilen bilgileri kullanarak Can'ın kitabının bastırabilmesi için hangi kaleme ne kadar ücret ödemesi gerektiğini bulunuz.



Grafik 1: Kelime Sayısına Göre Sayfa Sayısının Değişimi



Grafik 2: Sayfa Sayısına Göre Tasarım Ücretleri



Grafik 3: Sayfa Sayısına Göre Baskı Ücretleri

Bu problemde öğrenciler ilk olarak verilen grafikleri okuyabilmeli ve bu grafiklerin her birinde verilen bilgilerden çıkarım yapabilmelidir. Bu çıkarımlar ilköğretimdekinden farklı olarak doğrudan olmayan çıkarımlardır. Ayrıca öğrencilerin çok adımlı argümanlar oluşturmak için verilen grafikleri analiz etmeleri ve kelime sayısını sözcük sayısına dönüştürerek strateji planlamaları gerekmektedir. Çok adımlı bir argüman oluşturmaya örnek vermek gerekirse; “80 000 kelime 225 sayfaya karşılık gelmektedir. 225 sayfalık bir kitabın tasarım ücreti grafikte belli değildir. 200-250 sayfa arasındaki değer 225 sayfaya karşılık geliyor, ancak 225 sayfaya karşılık gelen tasarım ücreti belli değildir. 600 ile 700 TL arası beş parçadan oluşuyorsa her bir aralığın değeri 20 TL olur ve 225’e karşılık gelen tasarım ücreti 640 bulunur. Ayrıca 2005 sayfalık kitabın bir kopyası 4 TL dir, o halde 100 kopya bastırmak için 400 TL baskı ücreti ödenecektir. Toplamda  $640 + 400 = 1240$  TL ücret ödenmesi gerekmektedir.”

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problem durumunda ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problem durumunda neler verilmiştir?
3. Problem durumuna göre Can’ın kitabını bastırabilmesi için hangi kalemlere ödeme yapması gerekmektedir?
4. İlk grafikte ne anlatılıyor? Örnekler veriniz.
5. Bu grafikten Can nasıl faydalanacak?
6. Can’ın kitabının kaç sayfa olacağını grafiği kullanarak bulabilir misiniz?
7. İkinci grafikte ne anlatılıyor? Örnekler veriniz.
8. Bu grafikten Can nasıl faydalanacak?
9. Can’ın kitabını kaç liraya tasarlatacağını grafiği kullanarak bulabilir misiniz?
10. Son grafikte ne anlatılıyor? Örnekler veriniz.
11. Bu grafikten Can nasıl faydalanacak?
12. Can’ın kitabından kaç adet bastırıldığında kaç lira baskı ücreti ödeyebilir?

Öğrenciler grafiklerden problemin çözümü için gerekli olan bilgileri çıkardıktan sonra “bir problemdeki çoklu değişimler” yoluyla sistematik bir şekilde bu bilgileri birleştirmeleri gereken problemlere yer verilecektir.

**Görev 2: Can’ın kitabından 100 adet bastırabilmesi için ne kadar paraya ihtiyacı vardır?**

Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev 3: Can’ın kitabından 200 adet bastırabilmesi için ne kadar paraya ihtiyacı vardır?**

Görev 2 ve 3 bağlamında öncelikle öğrencilerin problem durumu anlamalarına yönelik sorular sorulur.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz? Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Problem durumunu anlamaya yönelik tartışmalar yapıldıktan sonra öğrencilerden problemi çözmek için bir plan yapmaları ve bunu bireysel olarak uygulamaları istenecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar. Bu görevde öğrenciler ikinci görevin sonucu ile paralel olarak düşünüp doğrudan çıkarım yaparak ikinci görevin sonucunu 2 ile çarpma yoluna gidebilirler. Ancak bunun uygun bir yaklaşım olmadığı sınıf içi tartışmalarla ortaya çıkarılmaya çalışılacaktır.

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
3. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Daha sonra bir problemdeki çoklu değişimler yaklaşımı ile problemde çeşitleme yapılır. Problemin bir kısmı değiştirilir.

**Görev4: Can kitabından 300, 400, 500, 1000 adet bastırmak istese ne kadar ödeme yapacağını her seferinde grafikleri kullanmadan hesaplamak istiyor. Nasıl bir yol izleyebilir?**

Bu görevde öğrencilerin baskı sayısı değişse de grafiklerden yeni bir bilgi çıkarmaya gerek olmadığını görmeleri ve genel bir kural ( $\text{Toplam ücret} = 640 + \text{Kopya sayısı} \times 4$ ) oluşturmaları gerekiyor. Öğrencilerin bu aşamada bu kuralı sözel olarak açıklamaları yeterli olacaktır. Çünkü çok adımlı argümanlar oluşturmak ve bir genellemeye varmak 4. öğretimin amaçları arasındadır.

**Görev 5: Can kitabına iki bölüm daha eklemeye karar vermiş ve böylece kitaptaki kelime sayısı 98 867 olmuştur. Bu durumda Can’ın kitabının bastırabilmesi için hangi kaleme ne kadar ücret ödemesi gerektiğini bulunuz.**

Bu görevde öğrenciler hangi kaleme ne kadar ödeme yapılması gerektiğini grafiklerin özelliğinden dolayı kesin olarak belirleyemezler. Ancak öğrencilerin ilk grafiği inceleyerek ve kitabın yaklaşık olarak 275 sayfa olacağını tahmin ederek bu problemi çözmeleri beklenmektedir.

1. İlk grafikten Can nasıl faydalanacak?
2. Can’ın kitabının kaç sayfa olacağını grafiği kullanarak bulabilir misiniz?
3. Can’ın kitabının kaç sayfa olacağını grafiği kullanarak kesin olarak bulamadığımıza göre ne yapabiliriz? Kitabı yaklaşık olarak kaç sayfa olabilir?
4. İkinci grafikten Can nasıl faydalanacak?

5. Can'ın kitabını kaç liraya tasarlatacağını grafiği kullanarak bulabilir misiniz? Can'ın kitabını kaç liraya tasarlatacağını grafiği kullanarak kesin olarak bulamadığımıza göre ne yapabiliriz? Kitabı yaklaşık olarak kaç liraya tasarlatabilir?
6. Son grafikten Can nasıl faydalanacak?
7. Can'ın kitabından bir adet bastırıldığında kaç lira baskı ücreti ödeyeceğini grafiği kullanarak bulabilir misiniz? Can'ın kitabından bir adet bastırıldığında kaç lira baskı ücreti ödeyeceğini grafiği kullanarak kesin olarak bulamadığımıza göre ne yapabiliriz? Kitabın bir kopyasının ücreti yaklaşık olarak kaç lira olabilir?

**Görev 6: Kelime sayısı 98 867 olduğunda Can'ın kitabından 100 adet bastırabilmesi için ne kadar paraya ihtiyacı vardır?**

Öncelikle öğrencilerin problem durumu anlamalarına yönelik sorular sorulur.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz? Bir çözüm planı yaparak planı uygulayınız.

Problem durumunu anlamaya yönelik tartışmalar yapıldıktan sonra öğrencilerden problemi çözmek için bir plan yapmaları ve bunu bireysel olarak uygulamaları istenecektir. Öğrenciler problemi bireysel olarak çözdükten sonra çözüm yollarını sunarlar ve açıklarlar.

1. Problemi çözmek için nasıl bir plan yaptın? Nasıl bir çözüm yolu kullandın?
2. Bu çözüm yolunun uygun olduğundan emin misin?
3. Nasıl çözdüğünü arkadaşlarına anlatabilir misin?
4. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
5. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
6. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?

Problemi değerlendirme basamağında yani öğrenciler problemi çözdükten sonra muhakeme becerisinin gelişimi için öğrencilere aşağıdaki sorular yöneltilebilir;

1. Sonucun doğru olduğundan emin misin?
2. Sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

Öğrenciler en uygun çözüm yoluna karar verirler. Görevler arasındaki, özellikle Görev 2 ve Görev 6 arasındaki, benzerlik ve farklılıklar karşılaştırılarak etkinlik sonlandırılır.

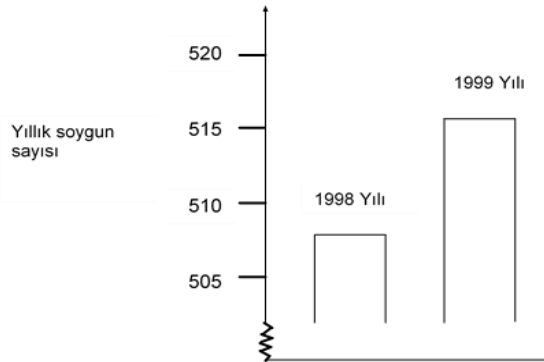
**Etkinliğin Sonlandırılması ve Değerlendirme Problemi**

Öğretim sonunda öğrencilere değerlendirme problemi olarak PISA matematik okuryazarlığı problemlerinden 6. güçlük düzeyinde olan Soygunlar problemi sunulur ve bireysel olarak yaklaşık 5- 10 dakika süre içinde çözmeleri istenir. Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra problemin yanıtı grup çalışması ile belirlenir.

**SOYGUNLAR**

Bir televizyon muhabiri, bu grafiği gösterdi ve şöyle dedi:

“Bu grafik 1998 yılından 1999’a kadar soygunların sayısında çok büyük bir artış olduğunu göstermektedir.”

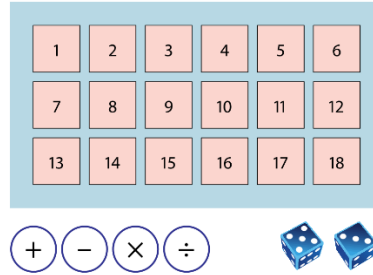


Muhabirin sözlerinin grafiğin kabul edilebilir bir yorumu olduğunu düşünüyor musunuz? Yanıtınızı desteklemek için bir açıklama yapınız.

#### Öğretim IV:

**Amaç:** Tüm öğretim bölümlerinde temel olarak geliştirilmesi amaçlanan bazı matematiksel muhakeme ve problem çözme davranışları belirlenmiştir. Bunlar; öğrencilerin fikirlerini açıklaması, savunması, bir problemi farklı yollardan çözmesi, diğerlerinin fikirlerini anlaması ve doğrulaması/çürütmesi, problemi çözmek için uygun stratejiye karar vermesi, hangi strateji neden seçtiğini savunması, uygulanan stratejilerin etkililiğini tartışması, çözümlerini doğrulaması, kendini ve diğerlerini ikna etmeye çalışmasıdır. Dördüncü öğretim bölümü kapsamında ise muhakeme ve argümantasyon yeterliliğine yönelik olarak öğrencilerin çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için karmaşık muhakeme zincirini oluşturma, kullanma, değerlendirme ya da sentezleme davranışlarını desteklemek amaçlanmıştır. Problem çözme yeterliliğine yönelik olarak ise sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanma ve bu bileşenleri kombine etme ve genellenmiş bir sonuca ya da ayrıntılı bir çözüme ulaşmak için detaylandırılmış bir stratejinin yapılandırılması becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir.

#### Problem Durumu



Yukarıda görülen kartlar ve zarlar kullanılarak oynanabilecek bir oyun tasarlanmıştır. Bu oyunda oyuncular sırayla zar atmaktadır. Oyuncular daha sonra zarların üst yüzüne gelen sayılara dört işlemi uygulayarak elde ettikleri sayıların yazılı olduğu kartları tahtadan çıkartmaktadır.

**Görev 1: Zarları attığınızda gelebilecek iki sayı seçerek tahta üzerinden hangi kartların çıkarılacağını belirleyiniz.**

Bu görev oyunun kuralını anlamaya yönelik olup her öğrencinin kendi seçtiği iki sayı ile dört işlemi gerçekleştirmesini ve tahta üzerinden hangi kartların çıkarılacağını belirlemesini gerektirmektedir. Bu kısımda tüm öğrenciler çözümlerini açıklayacaklardır.

**Görev 2: Bir oyuncu hangi zarı atarsa atsın tahta üzerinden çıkarması mümkün olmayan kart ya da kartlar var mıdır? Tüm kartlar çıkartılabilir mi?**

Burada öğrencilerin bir genellemeye varmak amacıyla muhakeme zinciri oluşturmaları gerekmektedir. Bu süreçte öğrenciler çeşitli varsayımlar oluşturarak bunları test edeceklerdir. Örneğin 13 sayısını incelerken öğrenciler zarın yüzündeki sayıların toplamı, farkı, çarpımı ve bölümünün 13 olamayacağını adım adım incelemelidirler. 13, 14, 17 numaralı kartlar hangi zar atılırsa atılsın çıkartılamaz. Öğrenciler burada tüm muhtemel atışlara ilişkin toplam, fark, çarpım ve bölüm tabloları oluşturmayı düşünebilirler.

#### Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz?
4. Yanıtı nasıl bulduğunu arkadaşlarına anlatabilir misin?
5. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
6. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
7. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?
8. Bu kartın çıkarılamayacağından emin misin?
9. Bu kartın çıkarılamayacağından nasıl emin olabilirsin?

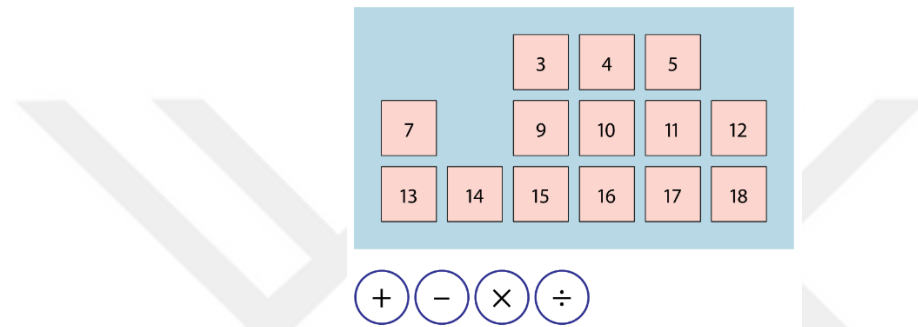
**Görev 3:** Gül “zarların üst yüzüne gelen sayılar çift ise bu durumda tahtadan bir tek sayının çıkarılamayacağını” ileri sürmektedir. Sizce bu iddia doğru mu? Yanlış mı? Neden? Yazılı bir açıklama yapınız. Tartışınız.

*Burada öğrencilerin bir çıkarımı doğrulamak ya da çürütmek amacıyla muhakeme zinciri oluşturmaları gerekmektedir.* Öğrencilerin çift sayılarla yapılan işlemler sonucunda elde ettikleri sayıların özelliğini belirleyebilmeleri bu nokta da önemlidir.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Sence Gül’ün iddiası doğru mu? Neden?
2. Sen arkadaşının söylediklerine katılıyor musun? Neden?
3. Gül’ün iddiasının doğru/yanlış olduğundan emin misin? Nasıl eminsin?

**Görev 4:** Ege birkaç zar atıp tahtadan çıkarması gereken kartları doğru bir şekilde belirleyerek çıkardığında tahtasındaki son durum aşağıdaki gibidir. Buna göre en az sayıda zar atışı yaptığı düşünüldüğünde Ege arka arkaya hangi zarları atmıştır?



Bu görevde öğrencilerin uzun bir muhakeme zinciri oluşturmaları, geriye doğru çıkarım yapmaları ve çok adımlı argümanlar oluşturmaları gereklidir. Öğrencilerin sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanması ve bu bileşenleri kombine etmesini gerekmektedir. Örneğin; öğrenciler hangi kartla başlayacaklarına karar verdikten sonra zarın yüzündeki hangi sayıların toplamının, farkının, çarpımının ve bölümünün bu karttaki sayıya karşılık geleceğini belirlemelidir. Daha sonra bu çiftlerden toplamı, farkı, çarpımı ya da bölümüne karşılık gelen kart hala tahtada bulunuyorsa eleme yoluna gitmelidir.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemden ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemden neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemden istenileni nasıl bulabilirsiniz?
4. Hangi kartlar tahtadan çıkarılmıştır?
5. Bu kartlardaki sayılar ile zarların üst yüzündeki sayılar arasında nasıl bir ilişkisi vardır?
6. Bu kartlardan birinde yer alan sayıyı zarın yüzündeki sayıların toplamı, farkı, çarpımı ve bölümü açısından inceleyebilir misin?
7. Yanıtı nasıl bulduğunu arkadaşlarına anlatabilir misin?
8. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
9. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
10. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?
11. Yanıtın doğruluğundan emin misin?
12. Yanıtın doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

**Görev 5:** Deniz birkaç zar atıp tahtadan çıkarması gereken kartları doğru bir şekilde belirleyerek 2, 3, 7, 8, 9, 10, 15 ve 18 numaralı kartları çıkarmıştır. Buna göre en az sayıda zar atışı yaptığı düşünüldüğünde Deniz arka arkaya hangi zarları atmıştır?

Bu görevde de öğrencilerin uzun bir muhakeme zinciri oluşturmaları, geriye doğru çıkarım yapmaları ve çok adımlı argümanlar oluşturmaları gereklidir. Öğrencilerin sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanması ve bu bileşenleri kombine etmesini gerekmektedir. Ancak daha fazla kart çıkarıldığı için muhakeme zinciri daha uzun olacaktır. Bu durum görevin gerektirdiği muhakemenin daha üst düzey olduğunun bir



göstergesidir (Turner, 2012; Turner vd., 2013). Bununla birlikte bu görevde verilen 15 ve 18 numaralı kartların görevi bir sonrakine göre daha kolay hale getirdiği görülmektedir. Çünkü 18 toplam fark ya da bölüm olamaz sadece çarpım olabilir o da 6 ve 3 sayılarının çarpımıdır. Böylece atılan ilk zar belirlenmiş olur.

Olası Öğretmen Soruları:

1. Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz?
4. Hangi kartlar tahtadan çıkarılmıştır?
5. Bu kartlardaki sayılar ile zarların üst yüzündeki sayılar arasında nasıl bir ilişkisi vardır?
6. Bu kartlardan birinde yer alan sayıyı zarın yüzündeki sayıların toplamı, farkı, çarpımı ve bölümü açısından inceleyebilir misin?
7. Yanıtı nasıl bulduğunu arkadaşlarına anlatabilir misin?
8. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
9. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
10. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?
11. Yanıtın doğruluğundan emin misin?
12. Yanıtın doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

**Görev 6: Ece birkaç zar atıp tahtadan çıkarması gereken kartları doğru bir şekilde belirleyerek 1, 3, 5, 7, 8 ve 12 numaralı kartları çıkarmıştır. Buna göre Ece en az sayıda zar atışı yaptığı düşünüldüğünde arka arkaya hangi zarları atmıştır?**

Bu görevde de öğrencilerin uzun bir muhakeme zinciri oluşturmaları, geriye doğru çıkarım yapmaları ve çok adımlı argümanlar oluşturmaları gereklidir. Öğrencilerin sürdürülebilir ve amaçlı bir şekilde bilginin çok sayıdaki bileşenlerinden yararlanması ve bu bileşenleri kombine etmesini gerekmektedir. Ancak daha fazla kart çıkarıldığı için muhakeme zinciri daha uzun olacaktır. Bu durum görevin gerektirdiği muhakemenin daha üst düzey olduğunun bir göstergesidir (Turner, 2012; Turner vd., 2013). Bununla birlikte bu görev bir öncekindeki gibi atılan zarın kolayca seçilebileceği bir sayı içermediği için öğrencilerin incelemesi gereken daha fazla seçenek söz konusudur. Bu durum bu görevin diğerlerinden daha kompleks olmasına yol açmaktadır.

Olası Öğretmen Soruları:

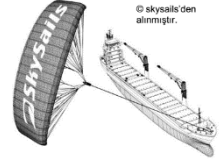
1. Problemde ne anlatılıyor? Neleri biliyorsunuz?
2. Problemde neyi bulmanız isteniyor?
3. Problemde istenileni nasıl bulabilirsiniz?
4. Hangi kartlar tahtadan çıkarılmıştır?
5. Bu kartlardaki sayılar ile zarların üst yüzündeki sayılar arasında nasıl bir ilişkisi vardır?
6. Bu kartlardan birinde yer alan sayıyı zarın yüzündeki sayıların toplamı, farkı, çarpımı ve bölümü açısından inceleyebilir misin?
7. Yanıtı nasıl bulduğunu arkadaşlarına anlatabilir misin?
8. Sence arkadaşının çözümü doğru mu?
9. Arkadaşının çözümü doğru değilse nerede hata yapmış olabilir?
10. Arkadaşının çözümü neden doğru/yanlış olduğunu düşünüyorsun?
11. Yanıtın doğruluğundan emin misin?
12. Yanıtın doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

**Etkinliğin Sonlandırılması ve Değerlendirme Problemi**

Öğretim sonunda öğrencilere değerlendirme problemi olarak PISA matematik okuryazarlığı problemlerinden 6. güçlük düzeyinde olan Paraşütlü Gemiler problemi sunulur ve bireysel olarak yaklaşık 5-10 dakika süre içinde çözmeleri istenir. Öğrenciler çözümlerini tamamladıktan sonra problemin yanıtı grup çalışması ile belirlenir.

### PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dünya ticaretinin yüzde doksan beşi yaklaşık olarak 50 000 tanker, yük gemisi ve konteynır aracılığıyla deniz yoluyla yapılmaktadır. Bu gemilerin büyük bir çoğunluğu dizel yakıt kullanmaktadır. Mühendisler bu gemilerde rüzgâr enerjisinin kullanımını geliştirmeyi planlamaktadır. Mühendisler hem dizel tüketimini hem de yakıtların çevreye olan etkilerini azaltmak için gemilere paraşüt takılmasını önermektedir.



### Soru 3: PARAŞÜTLÜ GEMİLER

Dizel yakıtın litresinin 0,42 zed olmasından dolayı Büyük Dalga gemisinin sahipleri gemilerine paraşüt taktırmayı düşünmektedir. Böyle bir paraşütün dizel yakıt tüketimini toplamda yaklaşık %20 azaltacağı tahmin edilmektedir.

Ad: Büyük Dalga

Tür: Yük gemisi

Uzunluk: 117 metre

Genişlik: 18 metre

Yük kapasitesi: 12 000 ton

Maksimum hız: 19 knot (denizcilikte kullanılan hız birimi)

Paraşütsüz bir yıllık dizel tüketimi: yaklaşık 3 500 000 litre



Büyük Dalga gemisine paraşüt takılmasının maliyeti 2 500 000 zed'dir. Yapılan dizel yakıtı tasarrufu yaklaşık kaç yıl sonra paraşüt masrafını karşılar? Yanıtınızı destekleyen hesaplamalarınızı gösteriniz.

Yıl sayısı: .....

**AÇIK UÇLU VERİ TOPLAMA ARACI**

Sevgili Öğrenciler,

Aşağıdaki problemler matematik okuryazarlığını ölçmeye yönelik olarak hazırlanmış problemlerdir. Bu problemlere vereceğiniz yanıtlar yalnızca araştırma amacı ile kullanılacak ve araştırmayla ilgisi olmayan kişilerle kesinlikle paylaşılmayacaktır. Problemleri dikkatli bir şekilde okuyup çözünüz. Problemleri çözme süreniz 40 dakikadır. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Arş. Gör. Fatma KIZILTOPRAK  
Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme Anabilim Dalı

**I. BÖLÜM**

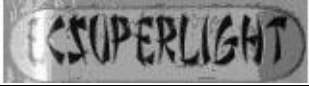
|                        |                              |                                |                             |                             |                             |
|------------------------|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. Adı-Soyadı          | .....                        |                                |                             |                             |                             |
| 2. Okulunuz            | .....                        |                                |                             |                             |                             |
| 3.Şubeniz ve Numaranız | 8(.....) / .....             |                                |                             |                             |                             |
| 4. Cinsiyetiniz        | <input type="checkbox"/> Kız | <input type="checkbox"/> Erkek |                             |                             |                             |
| 5. Yaşınız             | <input type="checkbox"/> 12  | <input type="checkbox"/> 13    | <input type="checkbox"/> 14 | <input type="checkbox"/> 15 | <input type="checkbox"/> 16 |

**II. BÖLÜM****1.KAY KAY**

Ercan koyu bir kaykay meraklısıdır. O, bazı fiyatları öğrenmek için KAYKAYCILAR adlı mağazaya gidiyor.

Bu mağazada bütün halde bir kaykay satın alabilirsiniz. Ya da bir kaykay tahtası, bir tane 4'lü tekerlek seti, bir 2'li tekerlek mili seti ve bir kaykay birleştirme setini satın alabilir ve bunları birleştirerek kendi kaykayınızı yapabilirsiniz.

Mağazanın ürün fiyatları şöyledir:

| Ürün                                                                                                   | Zed cinsi fiyat |                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Bütün olarak bir kaykay                                                                                | 82 ya da 84     |  |
| Kaykay Tahtası                                                                                         | 40, 60 ya da 65 |  |
| Bir tane 4'lü tekerlek seti                                                                            | 14 ya da 36     |  |
| Bir tane 2'li tekerlek mili seti                                                                       | 16              |  |
| Bir tane kaykay birleştirme seti (mil yatakları, lastik destek gereçleri, civatalar ve vida somunları) | 10 ya da 20     |   |

**Soru 1:**

Ercan kendi kayakını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kayak için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?

(a) En düşük fiyat :.....zed.

(b) En yüksek fiyat:.....zed.

**Soru 2:**

Mağaza üç farklı kayak tahtasını, iki farklı tekerlek setini ve iki farklı birleştirme setini satışa sunmuştur. Tekerlek mili seti için yalnızca bir seçenek vardır.

Ercan kaç tane farklı kayak yapabilir?

**Soru 3:**

Ercan'ın harcayabileceği 120 zed'i var ve elindeki parayla alabileceği en pahalı kayakı satın almak istiyor.

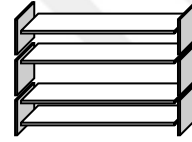
Ercan, 4 parçanın her birine ne kadar para harcayabilir? Yanıtlarınızı aşağıdaki çizelgeye yazınız.

| Parça                       | Miktar (zed) |
|-----------------------------|--------------|
| Kayak Tahtası               |              |
| Tekerlekler                 |              |
| Tekerlek Milleri            |              |
| Kayak Birleştirme Gereçleri |              |

**2.KİTAPLIK**

Bir kitaplık yapmak için, bir marangoz aşağıdaki parçalara gereksinim duyar:

- 4 uzun tahta levha,
- 6 kısa tahta levha,
- 12 küçük çivi,
- 2 büyük çivi ve
- 14 vida.



Marangozun deposunda 26 uzun tahta levha, 33 kısa tahta levha, 200 küçük çivi, 20 büyük çivi ve 510 vida vardır.

Bu marangoz kaç tane kitaplık yapabilir?

**Yanıt:** .....

**3.DERİN DONDURUCU**

Banu, kabin tipi yeni bir derin dondurucu satın aldı. Kullanma kılavuzu aşağıdaki bilgileri içermektedir:

- Fişi prize takınız ve aygıtı çalıştırınız.
  - Şimdi motorun çalışma sesini duyacaksınız.
  - Göstergede kırmızı uyarı lambası (KUL) yanacaktır.
- Sıcaklık ayarını istediğiniz konuma çeviriniz. 2. konum normaldir.

| Konum | Sıcaklık |
|-------|----------|
| 1     | -15 C    |
| 2     | -18 C    |
| 3     | -21 C    |
| 4     | -25 C    |
| 5     | -32 C    |

- Kırmızı uyarı lambası derin dondurucunun sıcaklığı yeterince düşene kadar yanmaya devam eder. Bu süre, ayarladığınız sıcaklığa göre 1-3 saat sürecektir.
  - Dört saat sonra derin dondurucuyu yiyeceklerle doldurunuz.
- Banu, bu kullanma bilgilerini uyguladı; fakat sıcaklık kontrol düğmesini 4. konuma ayarladı. 4 saat sonra, derin dondurucuyu yiyeceklerle doldurdu. 8 saat sonra, motorun çalışmasına ve derin dondurucuda soğukluk olmasına karşın kırmızı uyarı lambası hâlâ yanıyordu.

#### Soru 1:

Banu, uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını merak etti. Aşağıdaki etkinlik ve gözlemlerden hangisi ya da hangileri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermektedir? Üç durumun her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız.

| Etkinlik ve Gözlem                                                         | Gözlem uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterir mi? Neden? |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Banu, ayar düğmesini 5. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              |                                                                |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık söner.              |                                                                |
| Banu, ayar düğmesini 1. konuma getirir ve kırmızı ışık yanmaya devam eder. |                                                                |

#### Soru 2:

Banu, bir yanlışlık yapıp yapmadığını anlamak için kullanma kılavuzunu tekrar okudu. Aşağıdaki altı uyarıyla karşılaştı:

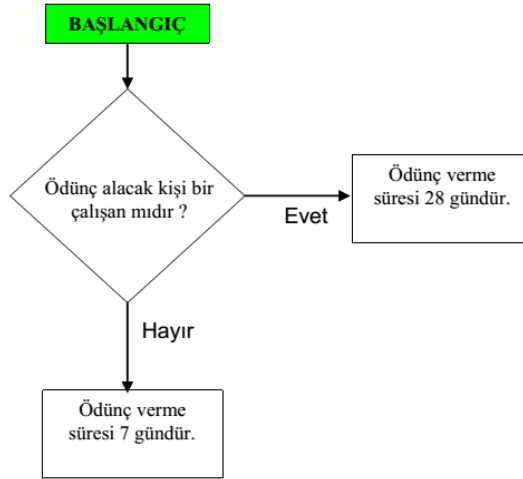
1. Aygıtı toprak hattı olmayan prizlere takmayınız.
2. Derin dondurucunun ısısını gereğinden düşük ısılara ayarlamayınız (-18 °C normaldir).
3. Havalandırma ızgaraları kapatılmamalıdır. Bu aygıtın dondurma kapasitesini düşürebilir.
4. Marul, turp, üzüm, bütün elma ve armut ya da yağlı et dondurmayınız.
5. Taze yiyecekleri dondurmadan önce tuzlamayınız ya da baharatlamayınız.
6. Derin dondurucunun kapağını çok sık açmayınız.

Bu altı uyarıdan hangisi ya da hangilerini dikkate almamak uyarı lambasının sönmesini geciktirmiştir? Altı uyarının her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız.

| Uyarı   | Uyarıyı dikkate almamak uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratır mı? Neden? |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Uyarı 1 |                                                                                |
| Uyarı 2 |                                                                                |
| Uyarı 3 |                                                                                |
| Uyarı 4 |                                                                                |
| Uyarı 5 |                                                                                |
| Uyarı 6 |                                                                                |

#### 4.KİTAPLIK SİSTEMİ

Can Halıcı Lisesi kitaplığının kitapları ödünç vermek için basit bir sistemi vardır; okulda çalışanlara ödünç verme süresi 28 gün ve öğrencilere ödünç verme süresi 7 gündür. Aşağıda bu basit sistemi gösteren bir işleyiş şeması verilmiştir.



Yeşilorman Lisesinin buna benzer, ama daha karmaşık bir ödünç verme yöntemi vardır:

- "Ayırılan" olarak sınıflandırılmış olan bütün yayınların ödünç verme süresi 2 gündür.
- Ayırılan listesinde yer almayan kitaplar için (dergiler dışında), ödünç verme süresi okulda çalışanlar için 28 gün, öğrenciler için 14 gündür.
- Ayırılan listesinde yer almayan dergiler için, ödünç verme süresi herkese 7 gündür.
- Üzerinde geri verilmesi gecikmiş kitap ya da dergi bulunan kişilerin hiçbir yayını ödünç almalarına izin verilmeyecektir.

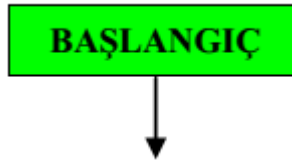
**Soru 1:**

Siz Yeşilorman Lisesinde bir öğrencisiniz ve üzerinizde kitaplığa geri verilmesi gecikmiş hiçbir kitap ya da dergi yoktur. Ayırılan listesinde yer almayan bir kitabı ödünç almak istiyorsunuz. Kitabı kaç günlüğüne ödünç alabilirsiniz?

**Yanıt:** .....gün.

**Soru 2:**

Yeşilorman Lisesi Kitaplığında ödünç kitap ve dergi alma sistemini otomatik olarak denetleyecek bir sistem geliştirip işleyiş şemasını çiziniz. Sizin geliştirdiğiniz sistem olabildiğince işlevsel olmalı (Bir başka deyişle en az sayıda denetim aşaması bulunmalıdır). Unutmamalısınız ki her denetim aşamasının yalnızca iki çıktısı bulunmalı ve bu çıktılar uygun olarak etiketlenmelidir (Örneğin “Evet” ve “Hayır” gibi).



## SON GÖRÜŞME VERİ TOPLAMA ARACI

|            |       |
|------------|-------|
| Adı-Soyadı | ..... |
|------------|-------|

“Problemi ilk gördüğün andan bir yanıtı ulaşana kadar düşündüğün HERŞEYİ bana söyle. Problemi sana verdiğim andan itibaren kesin bir yanıt verene kadar SÜREKLİ OLARAK sesli düşünmeni istiyorum. Ne söyleyeceğini planlamayı ya da söylediklerini açıklamaya çalışmanı istemiyorum. Sadece bu odada yalnızmışsın kendinle konuşuyormuşsun gibi davranmanı istiyorum. Eğer sessiz kalacak olursan konuşmaya devam etmeni isteyeceğim.”

### HANGİ ARABA?

Ceren ehliyetini yeni almıştır ve ilk arabasını satın almak istemektedir. Aşağıdaki tablo Ceren’in yerel bir araba galerisinde bulunduğu dört arabanın ayrıntılarını göstermektedir.



| Model:                        | Alfa    | Beta    | Gama    | Tetra   |
|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Yıl                           | 2003    | 2000    | 2001    | 1999    |
| İstenen fiyat (zed)           | 4800    | 4450    | 4250    | 3990    |
| Kat ettiği mesafe (kilometre) | 105 000 | 115 000 | 128 000 | 109 000 |
| Motor hacmi (litre)           | 1,79    | 1,796   | 1,82    | 1,783   |

**Soru 1:** Ceren, aşağıdaki **tüm** şartları karşılayan bir araba istemektedir:

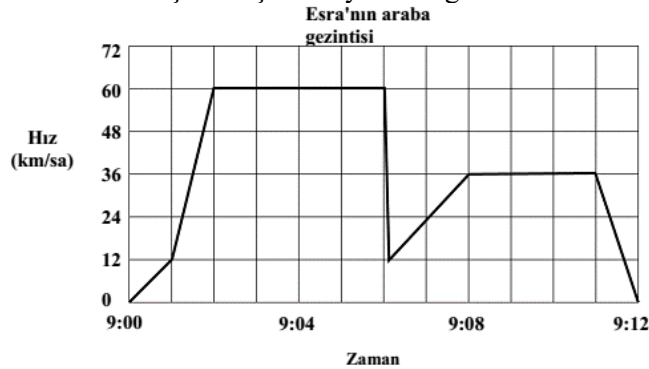
- Kat ettiği mesafe 120 000 kilometreden fazla **olmayacak**.
- 2000 yılı veya daha sonrasında üretilmiş olacak.
- İstenen fiyat 4500 zedden fazla **olmayacak**.

**Hangi araba Ceren’in şartlarını karşılamaktadır?**

A. Alfa B. Beta C. Gama D. Tetra

### ARABA GEZİNTİSİ

Esra arabasıyla gezintiye gitti. Gezisi sırasında, arabanın önüne doğru bir kedi koştu. Esra hemen frene bastı ve kediye kurtardı. Hafif sarsılan Esra, eve dönmeye karar verdi. Aşağıdaki grafik, gezinti sırasında arabanın basitleştirilmiş hız kayıtlarını göstermektedir.



**Soru 2:**

Esra, kediye ezmek için birden frene bastığında saat kaçtı?

Yanıt: .....

### DEPREM

**Soru 3:** Depremler ve depremlerin ne sıklıkla oluştuğu konusunda bir belgesel yayımlandı. Bu program depremlerin önceden belirlenebilirliği hakkında bir tartışmayı da içeriyordu. Bir yerbilimci: “Gelecek yirmi yıl içinde Zed kentinde bir deprem olma olasılığı üçte ikidir” dedi.

**Aşağıdakilerden hangisi Yerbilimcinin sözlerinin anlamını en iyi yansıtmaktadır?**

- A.  $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$  , öyleyse günümüzden 13 ya da 14 yıl sonra Zed kentinde bir deprem olacaktır.
- B.  $\frac{2}{3}$  ,  $\frac{1}{2}$  'den büyüktür, öyleyse gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda bir deprem olacağından emin olabilirsiniz.
- C. Gelecek 20 yıl içinde herhangi bir zamanda Zed kentinde deprem olma olasılığı deprem olmama olasılığından daha yüksektir.
- D. Ne olacağını söyleyemezsiniz, çünkü hiç kimse ne zaman deprem olacağından emin olamaz.

### EN İYİ ARABA

Bir araba dergisi, yeni arabaları değerlendirmek için bir puanlama sistemi kullanmakta ve "Yılın Arabası" ödülünü en yüksek toplam puanı olan arabaya vermektedir. Beş yeni araba değerlendirilmiş ve aldıkları puanlar tabloda gösterilmiştir.

| Araba | Emniyet Özellikleri (E) | Yakıt Verimliliği (Y) | Dış Görünüş (D) | İç Bağlantılar (İ) |
|-------|-------------------------|-----------------------|-----------------|--------------------|
| Ca    | 3                       | 1                     | 2               | 3                  |
| M2    | 2                       | 2                     | 2               | 2                  |
| Sp    | 3                       | 1                     | 3               | 2                  |
| N1    | 1                       | 3                     | 3               | 3                  |
| KK    | 3                       | 2                     | 3               | 2                  |

Puanlar aşağıdaki şekilde yorumlanmaktadır:

3 puan = Mükemmel

2 puan = İyi

1 puan = Orta

**Soru 4:** Araba dergisi, bir arabanın toplam puanını hesaplamak için, her bir puan grubunun ağırlıklı toplamından oluşan aşağıdaki kuralı kullanmaktadır:

$$\text{Toplam Puan} = (3 \times E) + Y + D + İ$$

“Ca” arabası için toplam puanı hesaplayınız. Yanıtınızı aşağıdaki boşluğa yazınız.

“Ca” için toplam puan :

**Soru 5:** “Ca” arabasının üreticisi, toplam puan hesabı için kullanılan kuralın adil olmadığını düşünüyor. Toplam puanı hesaplamak için öyle bir kural yazınız ki ödülü kazanan araba "Ca" olsun. Sizin kuralınız dört değişkenin hepsini kapsamalı ve aşağıdaki eşitlikte bırakılan dört boşluğa pozitif sayılar yerleştirerek kuralınızı yazmalısınız.

$$\text{Toplam puan} = \dots E + \dots Y + \dots D + \dots İ.$$

### BİSİKLET SÜRÜCÜSÜ HALE

Hale, yeni bir bisiklet almıştır. Bisikletin gidonunda bir hızölçer bulunmaktadır. Hızölçer, Hale'nin gittiği mesafeyi ve yolculuğundaki ortalama hızını gösterebilmektedir.



**Soru 6:** Hale, bir yolculuğunda ilk 10 dakikada 4 km ve sonraki 5 dakikada 2 km bisiklet sürmüştür. Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha fazladır.



- B. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ve sonraki 5 dakikadaki ortalama hızı aynıdır.
- C. Hale'nin ilk 10 dakikadaki ortalama hızı, sonraki 5 dakikadaki ortalama hızından daha azdır.
- D. Verilen bilgilerle, Hale'nin ortalama hızı ile ilgili bir şey söylemek mümkün değildir.

**Soru 7:** Hale, teyzesinin evine gitmek için 6 km bisiklet sürmüştür. Hızölçer, yolculuğunun tamamı için Hale'nin ortalama hızının 18 km/h olduğunu göstermiştir.

**Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?**

- A. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 20 dakika sürmüştür.
- B. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 30 dakika sürmüştür.
- C. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesi 3 saat sürmüştür.
- D. Hale'nin, teyzesinin evine gitmesinin ne kadar sürdüğünü söylemek mümkün değildir.

**Soru 8:** Hale, evinden 4 km uzaklıkta olan nehre kadar bisikletle gitmiş ve bu yolculuğu 9 dakika sürmüştür. Eve dönüşünde, 3 km'lik daha kısa bir yolu kullanmış ve bu yoldan dönmesi sadece 6 dakika sürmüştür.

**Hale'nin nehre gidiş dönüş yolculuğundaki ortalama hızı kaç km/h'dir?**

Yolculuğundaki ortalama hız: .....km/h

## EK-6. Klinik Görüşme Soruları

### Kaykay Problemleri

- Verilen senaryoda ne anlatılıyor?
- Ercan'ın kaykayı almak için ne tür seçenekleri var?
- Ercan kaykayı parçalar halinde alıp kendisi birleştirmek isterse bu alışverişi nasıl yapabilir?

**Soru 1: Ercan kendi kaykayını kendisi yapmak istiyor. Parçalar birleştirilerek yapılan kaykay için bu mağazadaki en düşük ve en yüksek fiyat ne olacaktır?**

- Bu problemde ne anlatılıyor?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Parçaları birleştirerek yapılan kaykay için mağazadaki en düşük fiyatı nasıl bulabilirsin?
- Parçaları birleştirerek yapılan kaykay için mağazadaki en yüksek fiyatı nasıl bulabilirsin?
- Bu fiyatları hesaplar mısın?
- Peki bu problemi başka bir yolla daha çözebilir misin?
- Bir tane 2'li tekerlek mili setinin 8 zed tutarında bir çeşidi daha olsaydı yanıtın değişir miydi? Nasıl değişirdi?

**Soru 2: Mağaza üç farklı kaykay tahtasını, iki farklı tekerlek setini ve iki farklı birleştirme setini satışa sunmuştur. Tekerlek mili seti için yalnızca bir seçenek vardır. Ercan kaç tane farklı kaykay yapabilir?**

- Bu problemde ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Ercan'ın kaç farklı kaykay yapabileceğini bulmak için ne yaptın?
- Neden bu yöntemi/stratejiyi kullandın?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- Başka bir yol izleyebilir miydin?

**Soru 3: Ercan'ın harcayabileceği 120 zed'i var ve elindeki parayla alabileceği en pahalı kaykayı satın almak istiyor. Ercan, 4 parçanın her birine ne kadar para harcayabilir? Yanıtlarınızı aşağıdaki çizelgeye yazınız.**

- Bu problemde ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Ercan'ın 4 parçanın her birine ne kadar para harcayabileceğini bulmak için ne yaptın?
- Neden bu yöntemi/stratejiyi kullandın?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- Başka bir yol izleyebilir miydin?

### Kitaplık Problemi

- Bu problemde ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Marangozun kaç kitaplık yapabileceğini bulmak için ne yaptın?
- Neden bu yöntemi/stratejiyi kullandın?

- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- Başka bir yol izleyebilir miydin?

#### **Derin Dondurucu Problemleri**

- Verilen senaryoda ne anlatılıyor?
- Kırmızı uyarı lambası (KUL) hangi durumlarda yanacak?
- Kırmızı uyarı lambası (KUL) hangi durumlarda sönecek?
- Derin dondurucunun sıcaklığı hangi konumda en yüksek/ en düşük oluyor?
- 2. konum normaldir derken ne anlatmak istiyor?
- Kırmızı uyarı lambası (KUL) ile ilgili son durum nedir?

**Soru 1: Banu, uyarı lambasının düzgün çalışıp çalışmadığını merak etti. Aşağıdaki etkinlik ve gözlemlerden hangisi ya da hangileri uyarı lambasının düzgün çalıştığını göstermektedir? Üç durumun her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız.**

- Bu problemde ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Verilen etkinlik ve gözlemin uyarı lambasının düzgün çalıştığını gösterip göstermediğini nasıl anladın?
- Neden böyle düşündün?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- Başka bir yol izleyebilir miydin?

**Soru 2: Banu, bir yanlışlık yapıp yapmadığını anlamak için kullanma kılavuzunu tekrar okudu. Aşağıdaki altı uyarıyla karşılaştı: Bu altı uyarıdan hangisi ya da hangilerini dikkate almamak uyarı lambasının sönmesini geciktirmiştir? Altı uyarının her biri için ne düşündüğünüzü bir iki cümle ile kısaca açıklayınız.**

- Bu problemde ne anladın?
- Bu problemde verilen uyarılardan ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Bu problemde verilen uyarılardan ne anladın?
- Problemde istenilen nedir?
- Verilen uyarıları dikkate almamanın uyarı lambasının sönmesinde gecikme yaratıp yaratmayacağına nasıl karar verdin? (Her bir uyarı için tek tek sorulur)
- Neden böyle düşündün?
- Başka bir yol izleyebilir miydin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

#### **Kitaplık Sistemi Problemleri**

- Verilen senaryoda ne anlatılıyor?
- Şekilde verilen sistemden ne anlıyorsun?
- Yeşilorman Lisesinin ödünç verme yöntemi hangi özelliklere göre kendi içinde benzerlik gösteriyor?
- Yeşilorman Lisesinin ödünç verme yöntemi hangi ölçütlere göre kendi içinde farklılık gösteriyor?

**Soru 1: Siz Yeşilorman Lisesinde bir öğrencisiniz ve üzerinizde kitaplığa geri verilmesi gecikmiş hiçbir kitap ya da dergi yoktur. Ayırtılan listesinde yer almayan bir kitabı ödünç almak istiyorsunuz. Kitabı kaç günlüğüne ödünç alabilirsiniz?**

- Bu problemden ne anladın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Problemde istenilen nedir?
- Kitabı kaç günlüğüne ödünç alabileceğine nasıl karar verdin?
- Neden böyle düşündün?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan emin misin?
- Bulduğun sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?

**Soru 2: Yeşilorman Lisesi Kitaplığında ödünç kitap ve dergi alma sistemini otomatik olarak denetleyecek bir sistem geliştirip işleyiş şemasını çizersiniz.**

- Bu problemden ne anladın?
- Bu problemde verilen uyarılardan ne anladın?
- Problemde istenilen nedir?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- Nasıl bir işleyiş şeması çizdin?
- İşleyiş şemasını neden böyle çizdin?
- Çizdiğin şemanın doğruluğundan emin misin?
- Çizdiğin şemanın doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
- İşleyiş şemasını çizerken nelere dikkat etmen gerekirdi?
- Başka bir şekilde çizebilir miydin?

**Boş Bırakılan Problemlerde Kullanılacak Sorular**

- Bu problemi neden yapmadın?
- Bu problemden ne anladın?
- Bu problemin hangi kısmını anlamada zorlandın?
- Problem durumu ile ilgili olarak neleri biliyorsun?
- bu problemi çözmek için nasıl bir yol izleyebildin?

## EK-7. Değerlendirme Görüşmesi Soruları

AUVTA öğrencilere verilerek aşağıdaki sorular yöneltilir;

- Bu problemlerle ilk kez karşılaştığında bu problemler hakkında ne düşünüyordun? Bana bu problemlerle ilgili görüşlerini açıklar mısın?
- Çalışmaya başlamadan önce problem çözmeye ilişkin düşüncelerin nelerdi? Problemleri nasıl çözüyordun?
- Problem çözerken nasıl hissediyordun?
- Bu problemleri çözerken seni en çok zorlayan şey neydi?
- Problem çözme senin için ne anlama geliyor? Problem çözme denince aklına ilk ne geliyor?

Öğretimlerde çözülen problemler ve öğrencinin bireysel çalışma yaprakları öğrenciye verilerek aşağıdaki sorular yöneltilir;

- Öğretimlerde çözdüğümüz problemler hakkında ne düşünüyorsun?
- Bu problemleri çözmeye çalışırken neler hissettin?
- Sence bu problemler nasıldı?

SGVTA öğrenciye verilerek aşağıdaki sorular yöneltilir;

- Bu problemlerle karşılaştığında bu problemler hakkında ne düşünüyordun? Bana bu problemlerle ilgili görüşlerini açıklar mısın?
- Çalışmayı tamamladıktan sonra problem çözmeye ilişkin düşüncelerin neler? Problemleri şimdi nasıl çözüyorsun?
- Problem çözerken nasıl hissediyorsun?
- Bu problemleri çözerken seni en çok zorlayan şey neydi?
- Problem çözme senin için ne anlama geliyor? Problem çözme denince aklına ilk ne geliyor?
- Problem çözerken nelere dikkat etmen gerekiyor?
- Yapmış olduğumuz çalışmayla ilgili düşüncelerin neler?
- Yapmış olduğumuz çalışmanın sana bir katkısı oldu mu? Neler öğrendin?

EK-8. Analiz Aşamasında ve Literatür Taramasında Ortaya Çıkan Kodlar, Kategoriler ve Temalar

|                                                                                     | <b>Matematik Okuryazarlığı</b>                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Formüle etme Durumların Matematiksel Olarak Formüle Edilmesi</b>                 | Problemin matematiksel boyutlarını belirleme                                                                    |
|                                                                                     | Problemin önemli değişkenlerini belirleme                                                                       |
|                                                                                     | Problemdeki matematiksel yapıları belirleme                                                                     |
|                                                                                     | Problemi matematiksel işlemlere uygun hale getirme                                                              |
|                                                                                     | Problemin varsayımlarını belirleme                                                                              |
|                                                                                     | Problemin sınırlılıkları belirleme                                                                              |
|                                                                                     | Problemi matematiksel olarak temsil etme                                                                        |
|                                                                                     | Problemi farklı yolla temsil etme                                                                               |
|                                                                                     | Bağlama özgü dil ile sembolik formal dilin ilişkilendirilmesi                                                   |
|                                                                                     | Problemin matematiksel dile ya da bir temsile dönüştürülmesi                                                    |
|                                                                                     | Problemin bilinen problemlere ya da matematiksel kavram/gerçek/ prosedürlere karşılık gelen yönlerini belirleme |
|                                                                                     | Problemin özündeki matematiksel ilişkinin ortaya konulmasında teknolojinin kullanılması                         |
| <b>Matematiksel Kavramları, Gerçekleri, Prosedürleri Kullanma Ve Muhakeme Yapma</b> | Strateji geliştirme ve uygulama                                                                                 |
|                                                                                     | Matematiksel araçların kullanımı                                                                                |
|                                                                                     | Problemi matematiksel yapılarla çözme                                                                           |
|                                                                                     | Verilenleri manipüle etme                                                                                       |
|                                                                                     | Matematiksel temsil oluşturma                                                                                   |
|                                                                                     | Matematiksel temsillerden matematiksel bilgilerin çıkarılması                                                   |
|                                                                                     | Farklı temsil kullanma                                                                                          |
|                                                                                     | Temsiller arası geçiş                                                                                           |
|                                                                                     | Uygulanan matematiksel prosedürlerin sonuçlarına dayanarak genelleme yapma                                      |
|                                                                                     | Matematiksel argümanların değerlendirilmesi                                                                     |
|                                                                                     | Matematiksel sonuçları açıklama/doğrulama                                                                       |
|                                                                                     | Sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama                                                                     |
| <b>Matematiksel Çıktıları Yorumlama, Uygulama Ve Değerlendirme</b>                  | Çözümün akla yatkınlığını değerlendirme                                                                         |
|                                                                                     | Bağlamın matematiksel prosedürlere etkisini anlama                                                              |
|                                                                                     | Sonucun bağlamdaki anlamlılığını açıklama                                                                       |
|                                                                                     | Çözümün kapsamını ve sınırlarını anlama                                                                         |
|                                                                                     | Çözüm modelinin sınırlılıklarını belirleme ve eleştirme                                                         |

| <b>Muhakeme</b>                           |                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Problemi analiz etme<br/>ve anlama</b> | Fikirlerini açıklama                                                                                                             |
|                                           | Temel fikirleri ortaya çıkarma                                                                                                   |
|                                           | Ayrıntılarla ana fikirleri ayırt edebilme                                                                                        |
|                                           | Mantıksal sonuç çıkarma                                                                                                          |
|                                           | Doğrudan çıkarım yapma                                                                                                           |
|                                           | Bilgileri ilişkilendirerek çıkarım yapma                                                                                         |
|                                           | Bilgiyi analiz etme                                                                                                              |
|                                           | Düzenliliğin belirlenmesi için yapıların ve örüntülerin incelenmesi,                                                             |
|                                           | Diğerlerinin stratejilerini anlama                                                                                               |
|                                           | Çıkarımlarda bulunmak için problemlerde verilen bilgileri birleştirme                                                            |
|                                           | Çok adımlı bir argümanı oluşturmak ya da kavramak için bilginin analiz edilmesi                                                  |
| <b>Varsayım ve argüman</b>                | Varsayım oluşturma                                                                                                               |
|                                           | Varsayımları test etme                                                                                                           |
|                                           | Argüman oluşturma                                                                                                                |
|                                           | Argümanları test etme                                                                                                            |
|                                           | İnformal argüman oluşturma                                                                                                       |
|                                           | Formal argüman oluşturma                                                                                                         |
|                                           | Heuristik argüman oluşturma                                                                                                      |
|                                           | Diğerlerinin oluşturduğu argümanları kavrama                                                                                     |
|                                           | Diğerlerinin oluşturduğu argümanları değerlendirme                                                                               |
|                                           | Çok adımlı argüman oluşturma                                                                                                     |
|                                           | heuristik argümanların (bir fikrin deneysel olarak doğruluğunu gösteren argümanların) oluşturulması tümden gelimle test edilmesi |
|                                           | Gözlenen düzenliliklere ilişkin varsayımların ve genellemelerin formüle edilmesi,                                                |
| <b>Değerlendirme</b>                      | Genelleme yapma                                                                                                                  |
|                                           | Strateji seçimini gerekçelendirme                                                                                                |
|                                           | Stratejinin etkililiğini tartışma                                                                                                |
|                                           | Çözümü değerlendirme                                                                                                             |
|                                           | Yanıtı değerlendirme                                                                                                             |
|                                           | İddiaların geçerliliğini değerlendirme                                                                                           |
|                                           | Yanıtın doğruluğunu yeterliliğini belirleme                                                                                      |
| <b>Doğrulama ve savunma</b>               | Çıkarımları doğrulama                                                                                                            |
|                                           | Çözümü doğrulama                                                                                                                 |
|                                           | Diğerlerinin fikirlerini doğrulama                                                                                               |
|                                           | Diğerlerinin fikirlerini çürütme                                                                                                 |
|                                           | Strateji seçimini savunma                                                                                                        |
|                                           | Çözümü savunma                                                                                                                   |
|                                           | Yanıtı savunma                                                                                                                   |
|                                           | Kendini ikna                                                                                                                     |
|                                           | Diğerlerini ikna                                                                                                                 |
|                                           | Otoriteye karşı kendi muhakemesine güvenmeme                                                                                     |
|                                           | Fikirlerini savunma                                                                                                              |

|                                   |                                                                                                    |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Muhakeme düzeyleri</b>         | Doğrudan çıkarım                                                                                   |
|                                   | Bilgileri ilişkilendirerek çıkarım                                                                 |
|                                   | İlişkilendirilmiş bilgi kaynakları üzerinden muhakeme yapma                                        |
|                                   | Muhakeme zincirlerini kullanma                                                                     |
|                                   | Muhakeme zinciri oluşturma                                                                         |
|                                   | Muhakeme zincirlerini değerlendirme                                                                |
|                                   | Çıkarımları doğrulamak ya da genelleme yapmak için muhakeme zincirlerini oluşturma ya da kullanma, |
| <b>Muhakeme türleri</b>           | Tümevarımsal muhakeme yapma                                                                        |
|                                   | Tümdengelimsel muhakeme yapma                                                                      |
|                                   | Geri çıkarımsal                                                                                    |
|                                   | Analojik muhakeme                                                                                  |
|                                   | Taklitçi muhakeme                                                                                  |
|                                   | Ezberci muhakeme                                                                                   |
|                                   | Algoritmik muhakeme                                                                                |
| <b>Problem çözme stratejileri</b> |                                                                                                    |
| <b>Problem çözme düzeyi</b>       | Doğrudan adım atma                                                                                 |
|                                   | Bilgilerin dönüştürüldüğü strateji yapılandırma                                                    |
|                                   | Standart olmayan strateji yapılandırma                                                             |
|                                   | Detaylı strateji yapılandırma                                                                      |
| <b>Strateji seçimi</b>            | Karmaşık bilgi kombinasyonu ve yorumlama                                                           |
|                                   | Görevin yüzeysel özelliklerine odaklanma                                                           |
|                                   | Değişkenler arasındaki ilişkiyi belirleme                                                          |
|                                   | Gerçek yaşam deneyimlerini referans alma                                                           |
|                                   | Örnek sistemdeki kuralı/şemayı referans alma                                                       |
| <b>Stratejiler</b>                | Strateji seçimini gerekçelendirme                                                                  |
|                                   | Eleme stratejisi,                                                                                  |
|                                   | Sayma algoritması                                                                                  |
|                                   | Liste yapma                                                                                        |
|                                   | Sistematik liste yapma                                                                             |
|                                   | Ağaç diyagramı                                                                                     |
|                                   | Deneme yanılma                                                                                     |
|                                   | Tüm oranları hesaplama                                                                             |
|                                   | En önemli bileşenin oranına odaklanma                                                              |
|                                   | Liste yapma stratejisi                                                                             |
|                                   | Diyagram çizme                                                                                     |
| <b>Stratejinin uygulanması</b>    | Ayrıntılı, kapsamlı çözüm yapma                                                                    |
|                                   | Genellenmiş sonuca ulaşma                                                                          |
|                                   | Problemdeki bilgiyi dönüştürme                                                                     |



## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Fatma DUMAN KIZILTOPRAK  
Yabancı Dil : İngilizce  
Doğum Yeri ve Yılı : Eskişehir/ 26.07.1983  
E-posta : kiziltoprakfatma@gmail.com

### Eğitim Geçmişi:

- Bütünleşik doktora : 2017 – 2011, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
- Yüksek lisans : 2016 – 2013, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
- Lisans : 2005 – 2001, Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı

### Mesleki Geçmişi:

- 2016 - 2014, Araştırma Görevlisi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
- 2014 - 2013, Araştırma Görevlisi, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi
- 2013 - 2005, Matematik Öğretmeni, MEB Bağlı Ortaokullar

### Seçilmiş Yayınları:

- Kızıltoprak, F., & Kabael, T. (2016). Supporting Mathematical Literacy By Means Of Reasoning By Using Teaching With Variations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 185. Szeged, Hungary: PME.
- Kızıltoprak, F., & Çakan, M. (2016). Yeterlilik Şemasının Türkçeye Uyarlanması ve Yeterlilik Şeması İle Elde Edilen Ölçümlerin Güvenirliğinin İncelenmesi. *IIIrd International Eurasian Educational Research Congress*, Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi, (s.1617-1618) Muğla, Türkiye.
- Kabael, T., & Kızıltoprak, F. (2014). Sixth grade students' ways of thinking associated with solving algebraic verbal problems. In Oesterle, S., Nicol, C., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PMENA 36*, (Vol. 6, p.120), British Columbia University, Vancouver, Canada.