



T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü



ALTERNATİF KÜTLEÇEKİM TEORİSİ $f(R,T)$ VE BU TEORİNİN KOZMOLOJİK MODELLERE UYARLANMASI

Yüksek Lisans Tezi

YAVUZ KAAAN BAŞKAYA

Astronomi ve Uzay Bilimleri

İzmir
2019

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

**ALTERNATİF KÜTLEÇEKİM TEORİSİ $f(R,T)$ VE BU
TEORİNİN KOZMOLOJİK MODELLERE
UYARLANMASI**

Yavuz Kaan BAŞKAYA

Danışman: Prof. Dr. Can Battal KILINÇ

Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

Astronomi ve Uzay Bilimleri Yüksek Lisans Programı

İzmir

2019

Yavuz Kaan Başkaya tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan “Alternatif Kütle Çekim Teorisi $f(R,T)$ ve Bu Teorinin Kozmolojik Modellere Uyarlanması” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 06/08/2019 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üveleri:

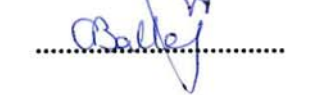
Jüri Başkanı : Prof. Dr. Kadri Yakut

Raportör Üye: Doç. Dr. Esma Yaz Gökçe

Üye : Prof. Dr. Can Battal Kılınç

İmza


.....

.....

.....

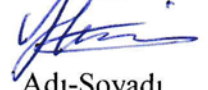
EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Alternatif Kütleçekim Teorisi $f(R,T)$ ve Bu Teorinin Kozmolojik Modellere Uyarlanması” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

11 / 07/ 2019

İmzası



Adı-Soyadı

Yavuz Keen BAŞKAYA

ÖZET

ALTERNATİF KÜTLEÇEKİM TEORİLERİNDEN $f(R,T)$ VE BU TEORİNİN KOZMOLOJİK MODELLERE UYARLANMASI

BAŞKAYA, Yavuz Kaan

Yüksek Lisans Tezi, Astronomi ve Uzay Bilimleri Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Can Battal KILINÇ

Temmuz 2019, 117 sayfa

Genel Görelilik Teorisi'nin evrenin ikinci ivmelenme fazı ile ilgili yaşadığı sorunlar bazı alternatif gravitasyonel teorilerin doğmasına olanak sağlamıştır. Bu teoriler içinde günümüzde en çok çalışılanlar arasında $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorileri vardır. Bu teoriler evrenin ikinci ivmelenmesini karanlık enerjiye ihtiyaç duymadan açıklamasının yanında Genel Göreliliğin eksik kaldığı diğer noktalarıda tamamlamaktadırlar.

$f(R,T)$ teorisi nispeten çok yeni bir teori olması karşın literatürde çokça çalışılan bir teoridir. Bunun ana nedenlerinden birisi de etki denkleminin enerji momentum tensörünün izi T 'ye bağlı olmasından kaynaklıdır. Bu bağıllık her seçilecek L_m için farklı alan denklemlerinin ortaya çıkmasına yol açmaktadır. Bu da alan denklemleri içerisinde kuantum etkilerinin bulunabileceğini göstermektedir.

Bu çalışma kapsamında ilk olarak Genel görelilik teorisinden ve sıkıntı yaşadığı durumlardan bahsedilmiştir. Daha sonra $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorilerinin yapısından ve bu sorunlara getirdikleri çözümlerden bahsedilip son olarak da her üç teorisinin birbirleri ile karşılaştırılması adına Bianchi tip I ve V modellerindeki çözümleri incelenerek benzerlikleri veya farkları ortaya konmuştur.

Anahtar sözcükler: genel görelilik, karanlık enerji, skaler-tensör teorileri, brans-dicke teorisi, $f(R)$ teorisi, $f(R,T)$ teorisi

ABSTRACT

ALTERNATIVE GRAVITATION THEORY $f(R,T)$ AND APPLIED OF THIS THEORY TO COSMOLOGICAL MODELS

BAŞKAYA, Yavuz Kaan

MSc in Astronomy and Space Science

Supervisor: Prof. Dr. Can Battal KILINÇ

July 2019, 117 pages

The problems of General Relativity about the late time acceleration of the universe have led to the emergence of some alternative gravitational theories. Nowadays, $f(R)$ and $f(R, T)$ theories are the most studied in literature. In addition to explaining the late time acceleration of the universe without the need for dark energy, these theories complement other points where General Relativity is lacking.

Although $f(R, T)$ theories are a relatively new theory, it is widely studied in the literature. One of the main reasons for this is that the action equation is due to the trace of the energy-momentum tensor T . This commitment leads to different field equations for each L_m to be selected. This shows that quantum effects can be found in the field equation.

In this study, firstly, the theory of general relativity and the situations in which it suffers are mentioned. Afterward, the structure of $f(R)$ and $f(R, T)$ theories and their solutions to these problems are mentioned and finally, the similarities or differences are examined by analyzing the solutions in Bianchi type I and V models in order to compare each of the three theories with each other.

Keywords: general relativity, dark energy, scalar-tensor theories, Brans-Dicke theories, $f(R)$ theories, $f(R, T)$ theories

ÖNSÖZ

Lisans döneminde genel göreliliğe alternatif gravitasyonel teorilerle ilgili yapılan çalışmaları gördüğümde, Genel Görelilik Teorisi'nin açıklayamadığı ya da yetersiz olduğu hangi noktaların olduğuna dair merakım beni bu yüksek lisans tez çalışmama itti. Bu çalışmamı yaparken ilk olarak anlamaya çalıştığım şey gravitasyonun nasıl açıklanabildiği idi. Araştırdığım her bir teori kendilerine özgü seçtikleri lagrenjiyenler ile gravitasyonel etkileşimi açıklamaya çalışmaktadırlar. Bu tez kapsamında da seçtiğim $f(R,T)$ teorisi hem daha çok yeni bir teori olması hem de uzay-zamanın geometrik yapısının maddeye de bağlı olduğunu varsayması yüzünden heyecan verici olduğunu düşündüm. Çünkü maddeye olan bağlılık gravitasyonel bir teorinin içinde kuantum etkilerinin de bulunabileceğini gösteriyordu.

Tezim de çalışacağım ana teorimi seçtikten sonra danışman hocam Can Battal Kılınç ile birlikte bu teorinin genel görelilikle olan benzerlikleri ya da farklılıklarını gösterebilmek adına aynı varsayımlar altında çözülmüş bir evren modeli üzerinden kıyaslamalarını yapmamız gerektiğini düşündük ve Bianchi tip-I ve Bianchi tip-V evren modelleri üstünden bunu yapmaya karar verdik. Yaklaşık 9 aylık özenli bir şekilde yaptığım literatür taraması ve incelemelerle birlikte çalışmalarına başlayarak elde ettiğimiz sonuçları da bu tez kapsamında toparladım.

İZMİR

15.06.2019

Yavuz Kaan BAŞKAYA

İÇİNDEKİLER

İÇ KAPAK.....	iii
KABUL ONAY SAYFASI.....	v
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI	vii
ABSTRACT	xi
ÖNSÖZ	xiii
İÇİNDEKİLER.....	xv
ŞEKİLLER DİZİNİ	xviii
TABLolar DİZİNİ.....	xx
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xxi
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL GÖRELİLİK TEORİSİ VE STANDART KOZMOLOJİK MODEL.....	6
2.1. Gravitasyonel Teorinin Temelleri	6
2.2. Genel Görelilik Teorisi	6
2.3. En Küçük Etki Prensibi ve Newton Mekanikinde Hareket Denklemleri.....	10
2.4. Genel Görelilik Teorisinde Hareket Denklemleri	12
2.5. Roberston-Walker (RW) metriği ve Friedman denklemleri	15
2.6. Standart Kozmolojik Modelin Karşılaştığı Sorunlar	20
2.6.1. Ufuk Problemi	20
2.6.2. Düzlük Problemi	21
2.6.3. Büyük Yapıların Oluşum Problemi	23
2.6.4. Manyetik Monopol Problemi	24
2.7. Enflasyon Modeli: Birinci İvmelenme Fazı.....	24
2.8. Geç Zaman İvmelenmesi	26
3. ALTERNATİF GRAVİTASYONEL TEORİLER	30

İÇİNDEKİLER (devam)

3.1.	Brans-Dicke Teorisinde Hareket Denklemleri	33
3.2.	$f(R)$ Teorisinde Hareket Denklemi	37
3.3.	Metrik $f(R)$ Teorisi ile Brans-Dicke Teorisi Arasındaki Eşdeğerlilik.....	41
3.4.	Metrik $f(R)$ Teorisinin Kısıtlamaları ve Sorunları.....	42
4.	$F(R,T)$ GRAVİTASYONEL TEORİSİ	45
4.1.	$f(R,T)$ Teorisinde Hareket Denklemleri.....	45
4.2.	$f(R,T)$ Teorisinde Test Parçacığının Hareket Denklemi	49
4.3.	Newton Limiti	52
4.4.	Enerji Koşulları	54
5.	GR- $F(R)$ - $F(R,T)$ TEORİLERİNDE BİANCHİ MODELLERİNİN KİYASLANMASI	59
5.1.	GR- $f(R)$ - $f(R,T)$ Teorilerinde Bianchi Tip I Çözümleri	59
5.1.1.	GR' de Çözüm.....	60
5.1.2.	$f(R)$ Teorisinde Çözüm	70
5.1.2.1.	Kuvvet Kanunu Modeli.....	72
5.1.2.2.	Üstel Yasa Modeli	75
5.1.3.	$f(R,T)$ Teorisinde Çözüm.....	78
5.1.3.1.	Kuvvet Kanunu Modeli.....	79
5.1.3.2.	Üstel Yasa Modeli	82
5.2.	GR- $f(R)$ - $f(R,T)$ Teorilerinde Bianchi Tip V Çözümleri	85
5.2.1.	GR' de Çözüm.....	85
5.2.1.1.	Kuvvet Kanunu Modeli.....	88
5.2.1.2.	Üstel Yasa Modeli	91
5.2.2.	$f(R)$ Teorisinde Çözüm	93
5.2.2.1.	Kuvvet Kanunu Modeli.....	94

İÇİNDEKİLER (devam)

5.2.2.2. Üstel Yasa Modeli	96
5.2.3. $f(R,T)$ Teorisinde Çözüm.....	98
5.2.3.1. Kuvvet Kanunu Modeli	99
5.2.3.2. Üstel Yasa Modeli	102
6. SONUÇ	106
KAYNAKLAR DİZİNİ	108
TEŞEKKÜR.....	115
ÖZGEÇMİŞ	116

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil

Sayfa

2.1	H_0 Hubble sabitinin farklı gözlemlere göre değerleri (Lambda, 2019)	18
2.2	SNe Ia Hubble Diagramı (Perlmutter, 2019).....	26
5.1	Bianchi tip I için GR'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	66
5.2	Bianchi tip I için GR'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	68
5.3	Bianchi tip I için $f(R)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	73
5.4	Bianchi tip I için $f(R)$ 'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	76
5.5	Bianchi tip I için $f(R,T)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	80
5.6	Bianchi tip I için $f(R,T)$ 'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	83
5.7	Bianchi tip V için GR'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	89
5.8	Bianchi tip V için GR'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	92
5.9	Bianchi tip V için $f(R)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....	95

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil

Sayfa

5.10 Bianchi tip V için $f(R)$ 'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....97

5.11 Bianchi tip V için $f(R,T)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....101

5.12 Bianchi tip V için $f(R,T)$ 'de üstel model çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi.....103

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo

Sayfa

2.1	k değerlerine karşı evrenin yapısı.....	17
2.2	k ve Ω arasındaki ilişki.....	19
2.3	Yoğunluk parametresinin günümüzdeki değerleri.....	19



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
H	Hubble sabiti
V	Hacim
θ	Genişleme parametresi
σ	Burulma parametresi
ρ	Yoğunluk
$g_{\mu\nu}$	Metrik tensör
$T_{\mu\nu}$	Enerji-Momentum tensörü
$G_{\mu\nu}$	Einstein tensörü
$R_{\mu\nu}$	Ricci tensörü
R	Ricci skaleri
T	Enerji-momentum tensörünün izi
$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$	Christoffel bağıntısı
q	İvmelenme parametresi
Ω	Yoğunluk parametresi
Λ	Kozmolojik sabit
G_{eff}	Efektif gravitasyonel çift terimi

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

Kısaltmalar

GR	Genel Görelilik Teorisi
SKM	Standart Kozmolojik Model
WMAP	Wilkinson Microwave Anisotropy Probe
Λ CDM	Lambda Cold Dark Matter
ETG	Extenden Theories of Gravity
STG	Scalar Tensor Gravity
CMB	Cosmic Microwave Background
FRW	Friedmann-Robertson-Walker
SKP	Supernova Cosmology Project
HZT	High-z Team
VLBI	Very Large Base Interferometry
GUT	Grand Unified Theory
NED	Null Enerji Durumu
ZED	Zayıf Enerji Durumu
GED	Güçlü Enerji Durumu
DED	Dominant Enerji Durumu

1. GİRİŞ

Bazı bilim insanları evrendeki bütün fiziksel süreçleri açıklayabilecek tek bir temel kuvvet arayışı içersindedirler. Enflasyon modeline göre Bu kuvvet evrenin başlangıcında yaşanan simetri kırılmaları sonucu dört temel bileşene ayrılmıştır. Bu bileşenler Güçlü, Zayıf, Elektromanyetik ve Gravitasyonel Kuvvet'tir. Bu kuvvetler cisimler arasındaki etkileşimleri açıklar.

Bu dört temel kuvvet içerisinde muhtemelen hala en şaşırtıcı ve gizemli olanı Gravitasyonel Kuvvet'tir. Gravitasyonel Kuvvet iki cismin kütlelerine bağlı olarak aralarında oluşan etkileşimi açıklar. Gravitasyonel Kuvvet ile ilgili ilk çalışmalar Galileo Galilei tarafından başlatılmış olmasına karşın ilk gravitasyonel teori 1687 yılında *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* adlı eserinde gösterdiği mekaniksel yasalarla Isaac Newton tarafından yapılmıştır. Newton'a göre kütleli iki cisim arasındaki gravitasyonel etkileşim konvansiyonel bir kuvvettir. Aynı artı ve eksi kutupların birbirlerini çekmesi gibi iki kütleli cisimde birbirlerini kütlelerine bağlı olarak çektiklerini söylemiştir. Günümüzde *Klasik Gravitasyonel Teori* olarak adlandırılan bu teori yaklaşık 300 yıla yakın gravitasyonel etkileşimi en iyi açıklayan teori olarak kalmıştır. Işık hızına nazaran yavaş hızlardaki hareketlerde, Güneş sistemi ölçeklerinde, uyduların ve sondaların yörüngelerinin hesaplanmasında günümüzde halen Newton mekaniği kullanılmaktadır. Bu da Klasik Gravitasyonel Teori'nin başarısını göstermektedir.

Fakat, 1855 yılında Urban Le Verrier, Merkür'ün Güneş etrafındaki hareketi boyunca yörüngesinde 35 yaysaniyelik bir kayma olduğunu gözlemlemiştir. Daha sonra 1882 yılında ise Simon Newcomb bu kaymayı 43 yaysaniye olarak ölçmüştür. Bu ölçümler Klasik Gravitasyonel Teori tarafından öngörülen değerler ile çelişmekteydi. Yörüngedeki bu kaymanın kaynağı olarak Le Verrier, Merkür'ün yörüngesi etrafında başka bir gezegenin olması gerektiğini söylemiştir. Fakat yapılan gözlemler sonucunda böyle bir gezegen bulunamamıştır (Cappozziello and De Laurentis, 2011).

Bunun dışında 1905 yılında Albert Einstein tarafından Özel Görelilik Teorisinin oluşturulması ile ışık hızının sabitliği ve Mach prensibine kısmen dayalı

eylemsizlik kavramlarının ortaya çıkması ile Klasik Gravitasyonel Teorinin gravitasyonel etkileşimi tam olarak açıklayamadığı ortaya çıkmıştı. Göreli hareket ve tüm bağlantılı kavramlar Newton fikirlerinin çok ötesine geçti ve Özel Göreliliğin bir şekilde eylemli referans sistemlerini de içerecek şekilde genelleştirilmesi gerektiği anlaşıldı. 1907'de Einstein, gravitasyon ve eylemsizlik arasındaki denkliği tanıttı. 1915 yılında da gravitasyonu ve eylemli sistemi de içeren Özel Göreliliğin genelleştirilmesi olan Genel Görelilik Teorisini (GR) tanımladı. Teori Merkür'ün yörüngesindeki kaymanın sonuçları dışında, Arthur Eddington'un 1919'daki Güneş tutulmasında ölçtüğü Güneş'in gravitasyonel alanının ışığı bükteği gözlemler ile tam olarak örtüştü. Aynı zamanda teorinin öngördüğü gravitasyonel dalgalarda 2015'de LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) tarafından gözlemlendi (Abbott, B.P., et al., 2016).

Einstein'ın Genel Görelilik Teorisi (GR), uzay, zaman, gravitasyon ve makroskopik düzeyde maddenin kapsamlı ve tutarlı bir tanımını sağlar. Uzay ve zaman, klasik mekaniğin mutlak varlıkları değil, maddenin ve enerjinin dağılımı ve hareketi ile birlikte belirlenen dinamik niceliklere bağlı olacak şekilde formüle edilir. Sonuç olarak, Einstein'ın yaklaşımı, fizik tarihinde ilk defa, kesin matematiksel modelleme ve fiziksel ölçüme duyarlı dinamik bir sistem olarak düşünülmüş olan, yeni bir evren anlayışı ortaya çıkardı. Kozmoloji, felsefenin bir alanı olmaktan çıkıp Einstein'ın çalışmalarıyla birlikte meşru bir şekilde bilime dahil edildi (Capozziello and Faraoni, 2011).

Evrenimizi anlamak adına gözlemsel özelliklerinden yararlanılarak GR temelli Standart Kozmolojik Model (SKM) oluşturulmuştur. Bu model evrenimizin büyük ölçeklerde homojen, izotrop ve genişleyen bir yapıda olduğunu söylemektedir. Büyük patlamanın yaklaşık ilk saniyelerinden günümüze kadar evrenimizin geçtiği süreçleri açıklamaktadır. Bu modeli destekleyen en büyük kanıtlar Kozmik Mikrodalga Ardaan Işınımı'ndan gelmektedir. Bu ışınım evrenimizin büyük patlamadan 10^5 yıl sonra maddeden ayrılan fotonlardan oluşmaktadır. Fakat böylesine büyük bir desteğin olmasına rağmen Standart Kozmolojik Model evrenin oluşum süreci ve büyük yapıların oluşumu ile ilgili özel koşullar gerektirmektedir. Buna çözüm olarak Enflasyon modeli ortaya atılmıştır. Bu modele göre evren $10^{-37} - 10^{-35}$ saniyeleri arasında kütesiz skaler alanların

neden olduğu üstel bir genişlemeye maruz kalmıştır (Guth, 1981) . Bu model Standart kozmolojik modelin sorunlarından bir kısmını çözmüş olsa da enflasyonun nedeni hakkında tam olarak bir kaynak gösterilememektedir.

GR günümüze kadar bir çok testten geçirilmiş ve hepsinden başarılı bir şekilde çıkmayı başarmıştır. Fakat yapılan bütün testler Güneş sistemi ölçeğindedir. Eğer GR gravitasyonel etkileşimi en iyi şekilde açıklayacak olan teori ise büyük ölçekli sistemlerde de aynı başarıyı sağlaması gerekmektedir. İşte sorunlar da GR'ın daha büyük ölçekli sistemlerde denenmesiyle ortaya çıkmaya başlamıştır.

Son 30 yılda yapılan astronomik çalışmalardan ve kuantum alan teorilerinden gelen yeni bilgiler GR'ın Newton'dan devraldığı tahtını sallamaya başlamıştır. Galaktik dönme eğrileri ve galaktik kümelerdeki madde dağılımı hesaplandığında ek bir maddenin varlığı ortaya çıkmıştır. Bu ek madde baryonik bir madde değildi ve gözlemsel açıdan sadece dolaylı yoldan gravitasyonel etkileri görülebiliyordu. Bu açıdan yapısı bilinmeyen bu madde türü *karanlık madde* olarak adlandırılmaya başlandı ve evrendeki toplam madde yoğunluğunun yaklaşık %26'sını oluşturduğu hesaplanmıştır (Planck Collaboration XIII., 2016). Ayrıca Tip Ia süpernovalarının gözlemleri evrenimizin ikinci bir enflasyon döneminde olduğunu göstermektedir. Yani evrenimiz şu an ivmelenerek genişlemektedir. Bu genişleme *karanlık enerji* olarak adlandırılan ek bir kuvvet ile açıklanmaya çalışılmıştır. Fakat bu ek kuvvetin yapısı ve doğası hakkında somut bir bilgi yoktur ve yapılan gözlemsel çalışmalar sonucunda evrenimizdeki madde yoğunluğunun da yaklaşık %69'unu oluşturması gerektiği hesaplanmıştır (Planck Collaboration XIII., 2016). Bu yapısı tam olarak bilinmeyen karanlık yapıları hesaba kattığımızda evrenimizin sadece %5'lik bir kısmını görebildiğimiz sonucu ortaya çıkmaktadır (Planck Collaboration XIII., 2016).

Standart Kozmolojik Model'deki bu sıkıntıları çözmek adına Λ CDM (Λ Soğuk Karanlık Madde) modeli ortaya atılmıştır. Burada Λ kozmolojik sabittir ve karanlık enerjiyi temsil etmektedir. Her ne kadar astrofiziksel verilerle uyumlu olsa da Λ CDM modelinde kozmolojik sabit parçacık fiziği tarafından öngörülen vakum enerjisi yoğunluğundan kaynaklanıyorsa, Λ 'nın teorik değeri ile ölçülen değeri

arasında 10^{120} katlık bir fark ortaya çıkmaktadır (Capozziello, De Laurentis, and Faraoni, 2009).

GR temelli Standart Kozmolojik Model'in bu problemlerinin çözümü için büyük ölçeklerde GR'ı genelleştirerek çözümler sağlanabilir. GR'ı genelleştirerek oluşturulan bu yeni gravitasyonel teorilere Alternatif Gravitasyonel Teoriler denir. Bu genelleştirmeler ekstra boyutlar eklenerek minimal ya da nonminimal skaler alan çiftleri eklenerek, etki denkleminde yüksek dereceden eğrilik düzeltmeleri yapılarak ya da hal denklemleri değiştirilerek yapılabilir (Capozziello and Faraoni, 2011).

Bu tez kapsamında GR'a *minimal* yada *nonminimal* (minimal olmayan) skaler alan çiftleri eklenerek ve etki denkleminde yüksek dereceden eğrilik düzeltmeleri yapılarak oluşturulmuş alternatif teoriler incelenecektir. Bu türde düzeltmelerle oluşturulmuş teorilere genel olarak ETG (Extended Theories of Gravity) adı verilir. ETG'ler içerisinde en kullanışlı olan teoriler STG'lerdir (Skaler Tensor Gravity). Bunun nedeni STG'lerin doğal bir şekilde enflasyona neden olabileceğidir. Günümüzde STG'ler içinde en çok $f(R)$ teorisi (Buchdahl, 1970) ve $f(R,T)$ teorisi (Harko et al., 2011) üzerinde durulmaktadır. $f(R)$ teorisi GR'daki Einstein-Hilbert etki denkleminde R ricci skaleri yerine R ricci skalerine bağlı nonlinear (lineer olmayan) $f(R)$ fonksiyonu konulmasıyla oluşturulmuştur. Uygun fonksiyon seçildiği takdirde erken ve geç zaman enflasyon fazı, ek kuvvete bağlı olmadan uzay-zamanın eğriliğinden (yani geometrisinden) kaynaklı olacaktır. Bu uygun fonksiyonları seçebilmek adına belirli teorisi üzerinde belirli kısıtlamalar getirilmiştir. Kozmolojik ölçekte fazla kısıtlamalar bulunmasa da Newton limitinde, $f(R)$ teorisi üzerinde güçlü kısıtlamalar oluşturulur (Capozziello, Stabile, and Troisi, 2007a). Bu yeni gravitasyonel teoride çeşitli Bianchi modelleri (Liu et al., 2017; Chakraborty et al., 2019; Yılmaz et al., 2012; Shamir, 2010), enflasyon modelleri (Oikonomou, 2018; Odintsov, 2016), gravitasyonel dalgalar (Ananda et al., 2008; Capozziello et al., 2008; Jyoti and Goswami, 2019) ve günümüzde pek çok popüler olarak araştırılan konular çalışılmaktadır. $f(R,T)$ teorisi ise GR'daki Einstein-Hilbert etki denkleminde R ricci skaleri yerine, R ricci skaleri ve T enerji momentum tensörünün izine bağlı $f(R,T)$ fonksiyonu konularak oluşturulmuştur. Bu teori daha 10 yılını bile doldurmamış olmasına karşın günümüzde yoğun bir

şekilde çalışılan alternatif gravitasyonel teoriler arasındadır. $f(R,T)$ teorisinde günümüzde Bianchi modelleri (Çağlar and Aygün, 2017; Zubair and Ali Hassan, 2016; Sofuoğlu, 2015; Sharif and Zubair, 2013), gravitasyonel dalgalar (Sharif and Siddiqa, 2019; Alves et al., 2016), solucan delikleri (Sahoo et al., 2019; Elizalde and Khurshudyan, 2018; Bhatti et.al., 2018), tuhaf yıldızlar (Deb et. al., 2019; Deb et al., 2018), yıldızlı yapılar (Das et al., 2016; Zubair et al., 2016; Sharif and Siddiqa, 2018) ve gravitasyonel mercekleme üzerine (Alhamzawi and Alhamzawi, 2016) çalışmalar yapılmıştır.

Bu iki teorisinde bulunduğu STG'ler aynı zamanda karanlık enerji modellerindeki *quintessence* ve *phantom* alanları için doğal adaylardır. Yani enflasyon ve karanlık enerji aynı skaler alanın etkileri olabilirler. Bu sayede Standart Kozmolojik Model'in bütün sıkıntıları çözülebilir (Capozziello and Faraoni, 2011).

Bu çalışma kapsamında temel olarak STG'ler içinde $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorileri ele alınacaktır. Daha sonra bu teorilerin Standart Kozmolojik Model'in sorunlarına getirdiği çözümler ele alınmış ve Bianchi tip I ve tip V için GR'la yapılan çözümlerle farklılıkları ortaya konulacaktır. Bölüm 2'de GR ve SKM'nin karşılaştığı problemler incelenmiştir. Bölüm 3'de STG'ler hakkında kapsamlı bir inceleme yapıp $f(R)$ teorisi anlatılmıştır. Bölüm 4'de $f(R,T)$ teorisi incelenmiş ve Newton limitine ve enerji durumlarına bakılmıştır. Bölüm 5'de ise Bianchi tip I ve Bianchi tip V'in her üç teorisindeki çözümleri incelenmiş ve bazı kozmolojik parametrelerin grafikleri elde edilmiştir. Bölüm 6'da elde edilen grafikler üzerinden çıkarılan sonuçlar verilmiştir.

2. GENEL GÖRELİLİK TEORİSİ VE STANDART KOZMOLOJİK MODEL

2.1. Gravitasyonel Teorinin Temelleri

Yapılan herhangi bir gravitasyonel teorinin bilimsel anlamda geçerli olabilmesi için bazı şartları sağlaması gerekir.

İlk olarak, gezegenlerin yörüngelerini açıklayan astrofiziksel gözlemleri ve gökadarlar ve kümeler gibi yapıların potansiyellerini açıklaması gerekir. Yani teori zayıf enerji limitinde Newton dinamiğini üretmesi gerekir. Daha sonra Post-Newtonian seviyesinde klasik Güneş Sistemi testlerini geçmesi gerekir (Cappozziello and De Laurentis, 2011).

İkinci olarak, gözlemlenen baryonik bileşenleri (örneğin yıldızlar, gezegenler, toz, gaz vb.), ışıınım ve Newton potansiyelini göz önünde bulundurarak galaktik ölçeklerde tahmin edilen galaktik dinamikleri üretmesi gerekir (Cappozziello and De Laurentis, 2011).

Üçüncü olarak, büyük yapıların oluşumu problemine (örn. Galaksi kümeleri, süperkümeler, boşluklar ve filamentler) ışık tutmalıdır (Cappozziello and De Laurentis, 2011).

Son olarak da Hubble sabiti H , genişleme parametresi θ , hacim V , yoğunluk parametresi ρ , burulma parametresi σ gibi kozmolojik parametreleri üretmelidir. Bunlara yanısıra geliştirilen her gravitasyonel teori zayıf enerji koşulunda Newton mekaniğini sağlaması gerekir (Cappozziello and De Laurentis, 2011).

Bu gereklilikleri belirli bir seviyede karşılayan en basit teori GR'dır.

2.2. Genel Görelilik Teorisi

Bölüm 1'de bahsedildiği gibi GR, Özel Görelilik Teorisi'nin genelleştirilmiş halidir. Yani eylemli referans sistemlerini de kapsayacak şekilde cismin uzay

zaman içindeki hareketini tanımlar. GR'ı anlamak adına kısaca Özel görelilikten bahsedilmesi gerekir. Özel Görelilik Teorisi 4 ilkeden oluşur. Bunlar:

- Uzay ve zaman 4 boyutlu manifolddan oluşması,
- Eylemsiz sistemlerin varlığı,
- Işık hızının sabitliği,
- Görelilik prensibi

şeklinde. Bu 4 ilke klasik fizikten modern fiziğe geçişin temellerini oluşturmaktadır. İlk iki postüla uzay zamanın yapısını tanımlarken son iki postüla ise özel görelilik teorisinin temelini oluşturur.

Birinci ilke, 3 boyutlu Galilean uzay kavramından çıkıp, zamanı da bir boyut olarak kabul ederek 3+1 boyutlu Öklediyen $\mathbb{R}^4$ uzayı kullanılarak Minkowski uzay-zamanının kullanılması gerektiğini söyler. Bu manifoldla birlikte uzay-zaman kavramı ortaya çıkmaktadır.

İkinci ilke ivmesiz cisimlerin sabit hızda düz çizgilerde hareket ettiği evrensel bir uzay-zaman sistemlerinin bulunduğunu söylemektedir. Aslında bu ikinci ilke Newton'un birinci hareket yasasını kapsamaktadır. Ama çok ince bir şekilde Newton'un birinci hareket yasasından ayrılmaktadır. Bu ilke parçacıkların düz çizgilerde hareket edeceği anlamına değil parçacıkların düz çizgilerde hareket ettiği uzay-zaman sistemlerinin bulunduğu anlamına gelmektedir.

Üçüncü ilke ışık hızı c 'nin herhangi bir eylemsiz referans sisteminde aynı olduğunu söylemektedir. Bu ilke özel göreliliğin temelidir. Newton mekaniğinin söylediği ışık hızının sonsuzluğu kavramından, yani etkileşim hızının sonsuz olduğu kavramından çıkıp ışık hızına vakumda bir sınırlama getirmiştir.

$$c \equiv 299.792.458 \text{ ms}^{-1} \quad (2.1)$$

Dördüncü ilke fizik yasalarının konum yada hızdan bağımsız olarak her eylemsiz referans sisteminde aynı olacağını söylemektedir. Yani bu mutlak bir

uzay-zamanın olmadığını sadece cisimlerin birbirlerine göre görelî hızlarının ve konumlarının olduğu anlamına gelmektedir.

Bu dört ilkedен görüleceği üzere Özel Görelilik sadece eylemsiz referans sistemlerindeki hareketi kapsamaktadır. Fakat bilindiği gibi evrende sabit yada ivmesiz hiçbir cisim yoktur. Bu yüzden Einstein, Özel göreliliği eylemli referans sistemlerini de kapsayacak şekilde genelleştirerek 1915 yılında Genel görelilik teorisini ortaya koymuştur.

Genel görelilik teorisi ana hatlarıyla 4 ilkedен oluşmaktadır. Bunlar:

- Uzay-zamanın 4 boyutlu diferansiyellenebilir bir manifold olması,
- Zayıf eşdeğerlilik prensibi,
- Einstein eşdeğerlilik prensibi,
- Einstein denklemleri

şeklindedir.

Birinci ilke, uzay-zamanın 4 boyutlu bir manifold olduğunu söyler. Özel Görelilikten farklı olarak 4 boyutlu Minkowski uzayı değil artık 4 boyutlu M^4 Riemann uzayı ile birlikte g lorentz metriği kullanılmaktadır. Bu ilke ile birlikte eğri uzay kavramı ortaya çıkmaktadır.

İkinci ilke, gravitasyonel kütle ile eylemsiz kütlelerin aynı (birbirlerinden ayırt edilemeyeceğini) olduğunu söyler. Bunu da serbest düşüş yapan bir test parçacığının yörüngesinin bileşenlerinden bağımsız olarak yalnızca başlangıç konumuna ve hızına bağlı olduğu kavramıyla açıklar. Bu ilke aslında newton mekaniğini kapsar. Gravitasyonel kütle cismin gravitasyonel kuvvete olan tepkisidir. Newton mekaniğinde bu $\mathbf{F} = m_G \mathbf{g}$ olarak tanımlanır. Burada m_G gravitasyonel kütledir. Eylemsiz kütle ise cismin momentumu tarafından belirlenen yani hareketliyen ki kütlesidir. Newton mekaniğinde bu $\mathbf{F} = m_I \mathbf{a}$ olarak tanımlanır. Burada m_I eylemsiz kütleyi ifade etmektedir. $m_G/m_I = 1$ alındığı takdirde,

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), t) \quad (2.2)$$

denklemini ortaya çıkar. Bu denklemin çözümleri başlangıç konumu ve hızı bağlıdır. Yani başlangıç konumu ve hızı aynı olan herhangi iki cisim serbest düşmede aynı yörüngeleri izleyeceklerdir.

Özetle zayıf eşdeğerlilik prensibi bütün cisimlerin kütlelerine bakılmaksızın gravitasyonel alanda aynı ivmelenmeye maruz kalacağını söyler. Bu durum için en ünlü deney Apollo 15 astronotu David Scott'ın çekiç ve kuş tüyü ile Ay'da yaptığı deneydir. Bu deneyde David bir elinde 1.32 kg'lık alüminyumdan yapılmış bir çekiç tutarken diğer elinde de 0.03 kg'lık şahin tüyü tutmaktadır. Yaklaşık 1.6 m yükseklikten her ikisinin de aynı anda bıraktığında iki cisminde aynı anda Ay'ın yüzeyine düştüğünü görmüştür.

Üçüncü ilke Einstein tarafından zayıf eşdeğerlilik ilkesini genelleştirmesine dayanmaktadır. Buna bazı kaynaklarda güçlü eşdeğerlilik prensibi de denmektedir. Bu ilke gravitasyonel alan içinde serbest düşüş yaşayan gözlemci için bütün fiziksel yasaların gravitasyonun büyüklüğüne bakılmaksızın aynı olması gerektiği anlamına gelmektedir.

Dördüncü ilke GR'nin temelini oluşturan Einstein alan denklemlerini içerir. Genel görelilik metrik bir gravitasyonel teoridir ve Einstein alan denklemleri de uzay-zamanın geometrisi ile madde arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu denklem,

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (2.3)$$

şeklinde verilir. Burada G gravitasyonel sabiti, $G_{\mu\nu}$ Einstein tensörünü, $T_{\mu\nu}$ ise enerji-momentum tensörünü ifade etmektedir. Burada $G_{\mu\nu}$ alan denkleminin geometrik kısmını ifade eder ve

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} \quad (2.4)$$

şeklinde verilir. $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü, $R_{\mu\nu}$ Ricci tensörünü ve R 'de Ricci skalerini ifade eder. (2.4) eşitliği (2.3)'de yerine konulduğu takdirde Einstein alan denklemini

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

halini alır. (2.5) denkleminde bakıldığında denklemin sol kısmı uzay zamanın geometrisini ifade ederken denklemin sağ tarafı ise uzay-zaman içerisindeki maddeyi ifade eder.

GR'nin temeli olan bu denklem sayesinde gravitasyonun ne olduğu tanımlanabilir. Bu denkleme bağlı olarak gravitasyon uzay zamanın eğriliği olarak tanımlanabilir. Bu eğriliği sağlayan şey de maddedir. Newton gravitasyonuna öldürücü darbeyi vuran kısımda aslında burasıdır. Çünkü artık elimizde gravitasyonun kaynağı vardır. Madde, uzay-zamana ne kadar bir bükülmeye sahip olmasını gerektiğini söylerken uzay-zamanın geometrisinde o gravitasyonel alan içindeki maddelerin nasıl hareket etmesi gerektiğini söyler.

2.3. En Küçük Etki Prensibi ve Newton Mekaniğinde Hareket Denklemleri

Yukarıda bahsedilen bu hareketin fiziksel olarak tanımlanması *en küçük etki prensibi* 'nden çıkmaktadır. Bu prensip uzay-zamanda tanımlanmış olan bir olayın başlangıç ve sonu arasındaki gerçek yolun bulunmasını sağlar. Bu kavram biraz daha açılacak olunursa, uzay-zaman içerisindeki bir olayın başlangıç ve sonu arasında sonsuz tane yol bulunmaktadır. Bu sonsuz yol içerisinde sistem etkinin minimize olduğu tek bir yol izler. Bu yola gerçek yol adı verilir. Geri kalan yollar ise hayali yollar olarak adlandırılır. Sistemin sahip olduğu etki S ile gösterilir. Etki,

$$S \rightarrow S + \delta S \quad (2.6)$$

olarak tanımlanır. δS , etkinin varyasyonunu temsil etmektedir. En küçük etki prensibinden de $\delta S = 0$ olmaktadır. Serbest parçacık için etki

$$S = -\alpha \int_a^b ds \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır. Burada α parçacığın karakteristik özelliğini a ve b ise etkinin başlangıç ve sonunu belirtmektedir. Serbest parçacık hiçbir kuvvetin etkisi altında

değildir. Bu yüzden bu integral sadece bizim seçeceğimiz referans sistemine bağlı değil aynı zamanda lorentz dönüşümleri altında invariant (değişmez) kalmak zorundadır. Bu durumu sağlayacak olan şeyde skalere bağlı olmasıdır. Burada etkiyi ds halinde yazmanın nedeni budur. İntegralde eksi işaretinin bulunmasının nedeni integrali minimal hale getirmek istenmesidir.

Etki, lagranjiyen formülasyonu yardımıyla,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt . \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanır. Burada L lagranjiyeni göstermektedir. Lagranjiyen parçacığın (ya da sistemin) sadece konumuna ve hızına bağlıdır $L(x(t), \dot{x}(t))$.

Parçacığın hareket denklemini etkiyi varyasyona tabi tutarak bulabiliriz. Yukarıda da bahsedildiği gibi etkinin varyasyonu sıfırdır

$$\delta S = 0. \quad (2.9)$$

Buradan yola çıkarak parçacığın Newton mekaniğindeki hareket denklemini gösterilecek olunursa,

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = 0 \quad (2.10)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} \delta x + \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \delta \dot{x} \right) dt = 0 \quad (2.11)$$

gerekli işlemler yapıldığı takdir de integral

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \delta x dt = 0 \quad (2.12)$$

halini alır. Parantez içindeki kısım *Euler-Lagrange denklemi* olarak adlandırılır. Bu integral işleminin sonucunun sıfır çıkabilmesi için Euler-Lagrange denklemi sıfır olmalıdır.

$$\left(\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) = 0 \quad (2.13)$$

Eğer L 'yi kinetik ve potansiyel enerji cinsinden yazılırsa,

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V(x) \quad (2.14)$$

ve bu denklem (2.13)'de yerine konulursa

$$-\frac{\partial V}{\partial x} - m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0 \quad (2.15)$$

denkleminde ulaşılır. Bu da Newton'un ikinci hareket yasasıdır.

2.4. Genel Görelilik Teorisinde Hareket Denklemleri

GR'den elde edilen (2.5)'deki hareket denklemleri de yukarıda gösterilen prosedürler yardımı ile bulunur. Newton mekaniğinden farklı olarak lagranjiyen farklı seçilerek varyasyonu bulunur.

Uygun lagranjiyeni seçmek için dikkat edilmesi gereken noktalar vardır. İlk olarak bütün uzay zaman koordinatlarını kapsayacak bir skaler seçilmelidir. Gravitasyonel alan denklemleri ikinci dereceden daha yüksek olmayan potansiyellerin türevlerini içermelidir. Yani $g_{\mu\nu}$ tensörünü birinci dereceden daha yüksek olmayan türevlerini içermelidir. Buna bağlı olarak seçilecek olan skaler sadece $g_{\mu\nu}$ tensörüne ve $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ niceliklerine bağlıdır. Ancak bunlara bağlı olan skaler invaryantlık özelliğini kaybeder. Çünkü uygun koordinat sistemi seçimi ile $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$ nicelikleri sıfır yapılabilir. Bu bağlamda R (ricci skaleri, uzay-zamanın eğriliğini temsil eden nicelik) skaleri kullanışlıdır. Çünkü $g_{\mu\nu}$ 'ye ve onun birinci türevlerine ek olarak ikinci türevlerini içermesine rağmen R skaleri $g_{\mu\nu}$ 'nin ikinci türevlerinde lineerdir. Bu lineerlik özelliğinden dolayı Gauss teoremi yardımıyla etkinin varyasyonu alındığında ikinci türevler elimine edilebilir ve elimizde sadece $g_{\mu\nu}$ ve onun birinci türevlerine bağlı R skaleri kalmış olur.

Sonuç olarak GR’de kullanılan etki denklemi,

$$S_{EH} = \frac{1}{2\kappa^2} \int \sqrt{-g} R d^4x \quad (2.16)$$

olarak ifade edilir (Carroll, 1997). Bu denkleme Einstein-Hilbert denklemi denir. S’nin altındaki E ve H indisleri bunun için kullanılmaktadır. Bu denklemde $\kappa = \sqrt{8\pi G}$, G, gravitasyonel sabiti, R, Ricci skalerini ve g ise $g_{\mu\nu}$ metrik tensörünün determinantını ifade etmektedir. Eğer denkleme madde kısmını da eklemek istersek etki denklemi

$$S_{EH} = \frac{1}{2\kappa^2} \int \sqrt{-g} R d^4x + \int S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_M) d^4x \quad (2.17)$$

halini alır. Burada S_m maddeye ait etkiyi ifade etmektedir. Bu etki denkleminin varyasyonu alındığı takdirde 4 bileşen ortaya çıkar :

$$\delta S = \frac{1}{2\kappa^2} \delta \left[\int \sqrt{-g} R d^4x + \int S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_M) d^4x \right]$$

$$\delta S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \delta \left[(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}) + \int S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_M) \right]$$

$$\delta S = \frac{1}{2\kappa^2} \left[\int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} + \int d^4x \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} + \int d^4x R \delta \sqrt{-g} \right] + \int d^4x \delta S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_M). \quad (2.18)$$

(2.8)’de de gösterildiği gibi etkinin varyasyonu sıfıra eşittir. Bu bağlamda çözülmesi gereken ilk varyasyon işlemi Ricci tensörüne uygulanmıştır. Ricci tensörü

$$R_{\mu\nu} = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha + \Gamma_{\alpha\gamma}^\alpha \Gamma_{\nu\mu}^\gamma - \Gamma_{\nu\gamma}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\gamma \quad (2.19)$$

olarak tanımlanır. Ricci tensörünün varyasyonu,

$$\delta R_{\mu\nu} = \nabla_\alpha \delta \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \nabla_\nu \delta \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha \quad (2.20)$$

şeklinde tanımlanır. Christoffel bağlantısının varyasyonu ise,

$$\delta\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(\nabla_{\mu}\delta g_{\nu\beta} + \nabla_{\nu}\delta g_{\beta\mu} - \nabla_{\beta}\delta g_{\mu\nu}) \quad (2.21)$$

şeklindedir. (2.20) ifadesini alınıp (2.18)'deki ilk integralde yerine konulduğunda,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} (\nabla_{\alpha} \delta\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} - \nabla_{\nu} \Gamma_{\mu\alpha}^{\alpha}) \quad (2.22)$$

halini almaktadır. Bu integrali düzenlenerek

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \nabla_{\alpha} (g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha}^{\alpha}) \quad (2.23)$$

haline getirilebilir. Burada parantez içindeki kısım J^{α} olarak adlandırılırsa (2.23) denklemi

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \nabla_{\alpha} J^{\alpha} \quad (2.24)$$

halini alır (Carroll, 1997). Bu integrali Gauss teoremi yardımıyla çözümü sıfıra eşittir. Dolayısıyla (2.18) denklemindeki birinci terimin toplam varyasyona katkısı yoktur

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \nabla_{\alpha} J^{\alpha} = 0 \quad (2.25)$$

(Carroll, 1997). (2.18) denklemindeki üçüncü teriminde ise varyasyon $\sqrt{-g}$ 'ye uygulanmıştır. g determinantı $g = g_{\mu\nu} A^{\mu\nu}$ şeklinde tanımlanır. Burada $A^{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$ metriğinin kofaktörüdür ve $A^{\mu\nu} = \frac{\partial g}{\partial g_{\mu\nu}}$ şeklinde tanımlanır. g determinantının varyasyonu,

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial g_{\mu\nu}} \delta g_{\mu\nu} \quad (2.26)$$

şeklindedir. Bu varyasyon işlemini düzenlenerek

$$\delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (2.27)$$

haline getirilebilir. $\sqrt{-g}$ 'nin varyasyonu,

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2\sqrt{-g}}\delta g \quad (2.28)$$

şeklinde yazılabilir. (2.27) eşitliğini (2.28)'de yerine konulduğu takdirde,

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2\sqrt{-g}}g g^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} \quad (2.29)$$

halini gelir. Denklemin sağ tarafında varyasyon kovaryant $g_{\mu\nu}$ metrik tensörüne uygulanmış haldedir. Bunu kontravaryant $g^{\mu\nu}$ tensörüne uygulanmış hali cinsinden yazılmak istenirse,

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu} \quad (2.30)$$

halini alır.

Son olarak varyasyon S_m olarak gösterilen madde kısmına uygulanmaktadır. Bu δS_m ifadesi için enerji-momentum tensörü $T_{\mu\nu}$ 'den yararlanılabilir. $T_{\mu\nu}$,

$$T_{\mu\nu} = -2\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\delta S_m}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (2.31)$$

şeklinde tanımlanır (Carroll, 1997). (2.31) ve (2.30) eşitliklerini (2.18) denkleminde yerine konulup düzenlendiği takdirde vakum için

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa^2 T_{\mu\nu} \quad (2.32)$$

eşitliği elde edilir. Bu denklem (2.5)'de gösterilen Einstein alan denklemdir.

2.5. Roberston-Walker (RW) metriği ve Friedman denklemleri

Evrenin uzaysal olarak *homojen* ve büyük ölçeklerde *izotrop* olduğunu öne süren kozmolojik ilke, modern kozmolojinin temellerinden biridir ve günümüzdeki evreni tanımlamak adına temel kavramlardan biridir. Evreninin bu uniform özelliği, madde dağılımının bakış doğrultumuzdan ve yönümüzden bağımsız bir şekilde

dağıldığını göstermektedir. Bu da evrenin uzaysal olarak belirli bir merkezinin olmadığını gösterir.

GR kullanılarak yapılan ilk evren modelleri evrenin statik olduğu varsayımı altında oluşturulmuştur. Fakat daha sonra Edwin Hubble 1923’de yaptığı çalışmalarla evrende Samanyolu’ndan başka galaksilerin olduğunu ve işin daha da önemli kısmı, bu galaksilerinde bizden uzaklaştığı görmüştür. Bu da evrenin genişlediği sonucunu ortaya çıkarmıştır. Yani evrenin statik olmadığını ve zamanla değiştiğini göstermektedir. Yalnız evrenin sadece uzaysal olarak değil aynı zamanda zamansal olarak da homojen ve izotrop olduğuna dikkat edilmesi gerekir. GR’da bunu evrenin bir zaman doğrultusu boyunca her bir dilimin homojen ve izotrop olduğu bir dilimler bütünü olarak düşünülebilir (Carroll, 1997).

Bu özellikler altında uzay-zamanı $\mathbf{R}$ zaman yönünü ve Σ ’nında homojen ve izotrop 3’lü manifoldu temsil ettiği $\mathbf{R} \times \Sigma$ şeklinde düşünülebilir (Carroll, 1997). Σ ’nın homojen ve izotrop olması onun maksimum simetrik bir alana sahip olduğu anlamına gelir. Bu matematiksel ifade metrik formda,

$$ds^2 = dt^2 + a^2(t)g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \quad (2.33)$$

şeklinde yazılabilir. $a(t)$ ölçek çarpanıdır ve t anındaki Σ diliminin boyutunu belirtir. Burada komoving koordinatlar kullanılır. Bunun nedeni de uzayın izotropi özelliğinden kaynaklanmaktadır. Fakat dünyadan bakılacak olursa bizler tam anlamıyla komoving gözlemci özelliklerine sahip değiliz. Bunun sonucu olarak da Doppler etkisinden kaynaklı Kozmik Mikrodalga Ardalın Işınımı’nda (CMB) küçük anizotropiler görmekteyiz (Carroll, 1997).

Metriğin maksimum simetriye sahip olması uzaysal bileşenlerin sadece t ’ye bağlı olarak $\mu = \nu$ durumunda değer alabileceği anlamına gelmektedir. Bu bilgiler ışığında uzay-zaman metriğini küresel koordinatlarda,

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (2.34)$$

şeklinde yazılabilir. Bu metrik *Robertson- Walker Metriği* olarak adlandırılır (Carroll, 1997). Bu eşitlikte k uzaysal eğriliği temsil etmektedir ve yalnızca -1,0 ve 1 değerlerini alabilmektedir. Bu değerler Tablo 2.1’de gösterildiği gibi evrenin şeklini belirlemektedir.

Tablo 2.1- k değerlerine karşı evrenin yapısı

k'nın değerleri	Evrenin yapısı (uzaysal)
$k = -1 \Rightarrow$	Açık, sonsuz ve hiperbolik
$k = 0 \Rightarrow$	Düz, sonsuz ve düz uzay
$k = 1 \Rightarrow$	Kapalı, sonlu ve küresel uzay

RW metriğinin GR altında elde edilen alan denklemlerinin kozmolojik açıdan ilk çözümleri Alexander Friedmann tarafından 1922 ve 1924 yıllarında yapılmıştır. Bu metriğin çözümü sonucunda Friedmann,

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (2.35)$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (2.36)$$

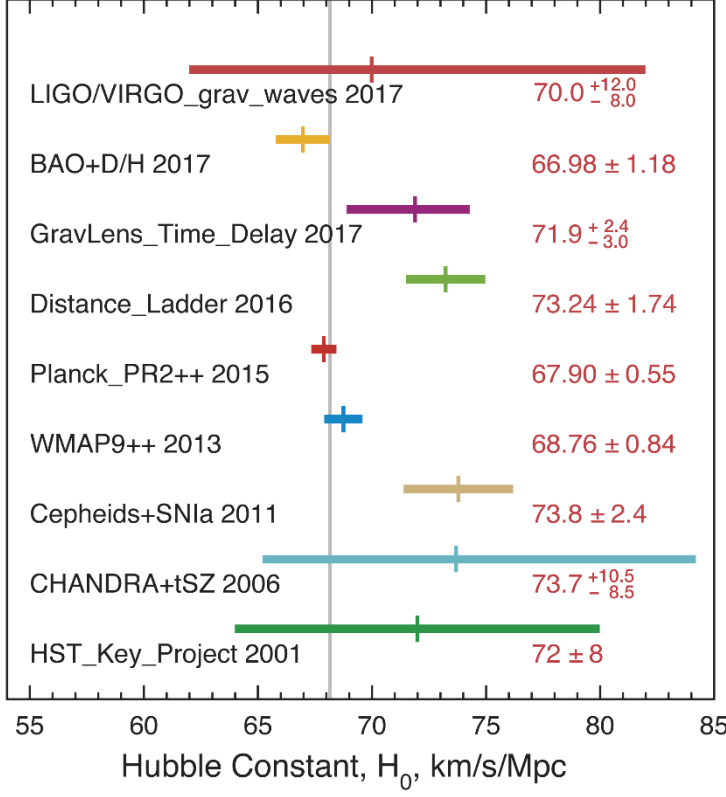
denklemlerini bulmuştur. Bu denklemler *Friedmann Denklemleri* olarak adlandırılmış ve denklemlerinin kozmolojik çözümleri sonucunda Friedmann-Robertson-Walker (FRW) evrenleri tanımlanmıştır.

Bu denklemler ile birlikte bir çok kozmolojik parametreler ortaya çıkmıştır. Bunlardan ilki genişlemenin hızını veren *Hubble parametresi*’dir ve

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (2.37)$$

şeklinde gösterilir. Hubble parametresi günümüzde Hubble sabiti olarak adlandırılmaktadır ve H_0 olarak gösterilmektedir. Günümüzde Planck uydusundan alınan CMB verilerine göre bu sabitin değeri $H_0 = 67.3 \pm 0.7 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$,

(Planck Collaboration XIII, 2016) şeklindedir. Şekil 2.1’de Hubble sabitinin son 20 yılda farklı çalışma gruplarınca bulunan değerleri yer almaktadır.



Şekil 2.1- H_0 Hubble sabitinin farklı gözlemlere göre değerleri (Lambda, 2019)

Bir diğer parametre ise q , *ivmelenme parametresi*’ dir ve

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} \quad (2.38)$$

şeklinde tanımlanır. Bu parametre genişleme oranının değişiminin oranını verir.

Bir diğer önemli parametre Ω , *yoğunluk parametresi*’ dir ve

$$\Omega = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho = \frac{\rho}{\rho_{crit}} \quad (2.39)$$

şeklinde tanımlanır. Burada ρ_{crit} kritik yoğunluktur ve

$$\rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.40)$$

şeklinde tanımlanır ve günümüzde gözlemler $\Omega \cong 1$ olduğunu gösterir. Denklem (2.36) 'daki Friedmann denklemi yoğunluk parametresi cinsinden,

$$\Omega - 1 = \frac{k}{H^2 a^2} \quad (2.41)$$

şeklinde yazılabilir. Burada uzaysal eğriliği temsil eden k 'nın işareti Ω 'nın durumlarına bağlıdır. Bu durumlar Tablo 2.2'de gösterilmiştir.

Tablo 1.2- k ve Ω arasındaki ilişki

ρ, ρ_{crit} arasındaki durum	Ω durumu	k 'nın değeri	Evrenin yapısı
$\rho < \rho_{crit}$	$\Omega < 1$	$k = -1$	Açık
$\rho = \rho_{crit}$	$\Omega = 1$	$k = 0$	Düz
$\rho > \rho_{crit}$	$\Omega > 1$	$k = +1$	Kapalı

Tablo 2.3'de ise (Hinshaw et al., 2013) ile (Planck Collaboration XIII, 2016) çalışmaların sonuçları doğrultusunda Ω değerinin farklı maddeler için günümüzdeki değerleri yer almaktadır.

Tablo 2.2- Yoğunluk parametresinin günümüzdeki değerleri

Madde Türü		Hinshaw et al. (2012)	Planck Collaboration XIII (2016)
Karanlık Enerji (Λ)	Ω_Λ	0.72 ± 0.01	0.69 ± 0.01
Baryonik olmayan soğuk karanlık madde (CDM)	Ω_c	0.24 ± 0.01	0.26 ± 0.01
Baryonik Madde	Ω_b	0.047 ± 0.002	0.049 ± 0.001
Nötrinolar	Ω_ν	< 0.02	< 0.006
Fotonlar (CMB)	Ω_γ	5×10^{-5}	5×10^{-5}
TOPLAM	Ω	1.003 ± 0.004	0.999 ± 0.004
Eğrilik	Ω_k	-0.003 ± 0.004	0.001 ± 0.004

CMB'den elde edilen veriler ışığında evrendeki toplam baryonik maddenin yoğunluğunun neredeyse kritik yoğunluğa eşit olduğu anlaşılmıştır. Bu da $k = 0$ durumunu karşılar ve evrenin düz olduğu sonucunu ortaya çıkarır. Bu bilgilerle birlikte günümüzdeki evreni tanımlamak adına $k = 0$ için Friedmann denklemlerinin çözümü ile SKM oluşturulmuştur. SKM, $t = 0$ anından günümüze kadarki evrenin evrimine ilişkin bilgiler sağlamaktadır. SKM'deki $t = 0$ anı, yani evrenin başlangıcı,

Büyük Patlama olarak adlandırılır. Her ne kadar model kozmik mikrodalga ardalan ışınlamı, ilkel çekirdek sentezi ve Hubble kanunu gibi gözlemsel çalışmalar ve parçacık fiziğinin öngördüğü teorik altyapıyı sağlıyor olsa da ufuk, düzlük, büyük ölçekli yapıların oluşumu ve manyetik monopollerin varlığı gibi problemler barındırmaktaydı (Carroll, 1997).

2.6. Standart Kozmolojik Modelin Karşılaştığı Sorunlar

SKM, evrenin başlangıcı ve ilk dönemine dair çok özel koşullar gerektirir. Bu özel koşullar, aşırı yoğunluk ve sıcaklık, hızlı bir genişleme ve yüksek izotropi ve homojenliktir. Bu koşullarda bazı problemlere yol açmışlardır. (Kurki-Suonio, 2018).

2.6.1. Ufuk Problemi

Ufuk problemi, evrenin farklı bölgeleri arasındaki etkileşim durumuyla alakalıdır. FRW evreninde $t = 0$ anında radyal olarak harekete başlayan bir foton,

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)[dr^2 + S_k^2(r)d\gamma^2] = 0 \quad \Rightarrow \quad dr = \frac{cdt}{a(t)} \quad (2.42)$$

null geodezik yolunu izler (Weinberg, 2007). Bu esnada foton ışık hızında $a(t)dr$ kadarlık bir fiziksel mesafeyi kateder.

$a(t) = At^\alpha$ ve $0 < \alpha < 1$ olduğunu varsayımı altında t zamanında bu foton,

$$R_{H(t)} \equiv a(t)r = a(t) \int_0^t \frac{cdt'}{a(t')} = At^\alpha \int_0^t \frac{cdt'}{At'^\alpha} = \frac{ct}{1-\alpha} \quad (2.43)$$

kadarlık bir yol alır (Weinberg, 2007). Burada $R_{H(t)}$ parçacık ufkuğun yarıçapıdır (Evrenin yarıçapı). Yani bir sinyalin evrenin yaşında yayılabileceği maksimum mesafedir. Günümüzde bu değer 14-15 milyar yıl aralığındadır (Roukema et al., 2017; Bensby et al, 2013).

$0 < \alpha < 1$ durumunda α sıfıra yakınsa $R_H \sim ct$ olur. Erken evrendeki ışınlam baskın dönemde (yani $\alpha = 1/2$ için) $R_H = 2ct$, madde baskın dönemde ise (yani

$\alpha = 2/3$ için) $R_H = 3ct$ değerlerini alır. $R_{H(t)}$, $a(t)$ eğrilik yarıçapından daha hızlı bir şekilde büyüdüğü görülmektedir (Weinberg, 2007).

Günümüzdeki komoving ufuk hacminin geçmişteki herhangi bir zamandaki ufuk hacmine oranı,

$$\frac{R_H^3 t_0 / a^3(t_0)}{R_H^3(t) / a^3(t)} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3/\alpha-3} = (1+z)^{3/\alpha-3} \quad (2.44)$$

şeklinde gösterilebilir (Weinberg, 2007). $\alpha = 2/3$ ve $z = 1000$ için bu oran $\sim 3 \times 10^4$ 'dür (Weinberg, 2007). Böylece CMB'nin son saçılma döneminden, günümüzdeki gözlenebilir evren ~ 30.000 adet aralarında nedensel ilişki bulunmayan bölgeden oluşmuş olması beklenir. Bu da akıllara şu soruyu getiriyor ; CMB neden uniform özellik gösteriyor? Nedensel ilişkinin bulunmadığı bölgeler nasıl 2.73 K sıcaklığa sahip olabiliyorlar? Standart kozmolojik modelde hiçbir nedensel süreç günümüzdeki gözlenebilir evren içinde homojenlik kuramaz (Weinberg, 2007).

2.6.2. Düzlük Problemi

Gözlemlerden elde edilen verilerden evrendeki toplam madde yoğunluğunun, kritik yoğunluğa çok yakın bir değere sahip olduğu bulunmuştur. Toplam madde

$$\Omega_{top} = \Omega_0 + \Omega_\Lambda \quad (2.45)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada Ω_0 günümüzdeki yoğunluk değerini gösteren parametre iken Ω_Λ ise kozmolojik sabitin yoğunluk parametresidir. Toplam madde $0.5 < \Omega_{top} < 1.5$ aralığında bir değere sahiptir (Liddle, 2015). Geometrik açıdan bu evrenin düz Öklediyen geometriye çok yakın olduğunu söylemektedir. (2.41)'da verilen Friedmann denklemini Ω_{top} cinsinden

$$|\Omega_{top}(t) - 1| = \frac{|k|}{a^2 H^2} \quad (2.46)$$

şeklinde yazılabilir. Evren;

$$\text{ışınım baskın dönemde,} \quad a^2 H^2 \propto t^{-1} \quad (2.47)$$

$$\text{madde baskın dönemde,} \quad a^2 H^2 \propto t^{-2/3} \quad (2.48)$$

değerlerine sahiptir (Liddle, 2015). Toplam yoğunluk cinsinden bu ifadeler;

$$\text{ışınım baskın dönemde,} \quad |\Omega_{top}(t) - 1| \propto t \quad (2.49)$$

$$\text{madde baskın dönemde,} \quad |\Omega_{top}(t) - 1| \propto t^{2/3} \quad (2.50)$$

değerlerini alır (Liddle, 2015). Her iki dönemde de Ω_{top} ve 1 arasındaki fark zamanın bir fonksiyonu olarak artacaktır. Bu da düz geometrinin evren için kararsız bir çözüm olması anlamına gelir. Birden herhangi bir sapma, evreni çok çabuk bir şekilde çökmeye ya da çok hızlı bir genişlemeye itecektir. Sonuç olarak, evrenin günümüzdeki değerine (yani düz geometriye) sahip olabilmesi için, çok erken dönemlerde de düz geometriye çok yakın olması gerektiği anlamına gelir (Liddle, 2015).

Evrendeki madde ve ışıınım yoğunluklarının sırayla $1/a^3$ ve $1/a^4$ 'lük bir genişleme ile azalmaktadır. Bu değerlerin her ikisinde k/a^2 eğrilik teriminden daha hızlı azalır. Bu yüzden, eğer eğrilik terimi mevcut evrende tamamen baskın değilse, diğer terimlerden çok daha küçük bir değerle başlamış olmalıdır (Liddle, 2015).

$|\Omega_{top}(t) - 1|$ için türetilen yukarıdaki denklemler eğrilik ya da kozmolojik sabit terimleri ihmal edilemez olduğu andan itibaren geçerliliklerini yitirirler. Fakat yine de problemin ne olduğuna dair yaklaşık bir görüş verebilirler. Bunun için kolaylık sağlaması adına evrende her zaman ışıınım baskın olduğu senaryoyu ele alalım. Yukarıdaki denklemleri kullanarak günümüzdeki $t_0 \approx 4 \times 10^{17}$ sn baz alarak yoğunluk parametresinin erken evrendeki değişen zamanlarda bire ne kadar yakın olduğunu sorabiliriz. Erken evrendeki çeşitli dönemlerdeki toplam yoğunluk değerleri:

Ayrışma (Decoupling) evresi için,

$$t \cong 10^{13} sn, |\Omega_{top}(t) - 1| \leq 10^{-5} \quad (2.51)$$

Madde-ışınım eşit olduğu dönem için,

$$t \cong 10^{12} sn, |\Omega_{top}(t) - 1| \leq 10^{-6} \quad (2.52)$$

Nükleosentez dönemi için,

$$t \cong 1, |\Omega_{top}(t) - 1| \leq 10^{-18} \quad (2.53)$$

Elektrozayıf simetrisinin kırıldığı dönem için,

$$t \cong 10^{-12} sn, |\Omega_{top}(t) - 1| \leq 10^{-30} \quad (2.54)$$

olması gerektiği sonucu ortaya çıkar (Liddle, 2015). Bu aralıklardan yola çıkarak Ω_{top} 'ın aşırı kısıtlayıcı bir aralıkta değerleri olduğu görülebilir. Bu aralıklar dışındaki herhangi bir değer günümüzde görebildiğimiz evrenden çok daha farklı bir evrene yol açar (Liddle, 2015).

2.6.3. Büyük Yapıların Oluşum Problemi

Standart Kozmolojik Model evrenin tamamen homojen bir yapıdan oluştuğunu söyler. Sorun da burada ortaya çıkmaktadır. Bugünkü galaksiler, filamentler, galaksi kümeleri gibi büyük ölçekli yapılar böylesine bir homojenlik durumunda nasıl oluşmuş olabilir? Ayrıca büyük ölçekli yapıların oluşması için yerel yoğunluk dalgalanmaları olması gerekir. Bu dalgalanmalar belirli bölgelerde gravitasyonel etki ile daha da büyüyerek günümüzdeki büyük ölçekli yapıları oluşturabilir. Fakat bu yerel dalgalanmaların son saçılma dönemindeki boyu o dönemdeki ufuk mesafesinden daha büyük olması gerekirdi (Brandenberger, 2010).

2.6.4. Manyetik Monopol Problemi

Evrenin oluşumu esnasındaki ilk 10^{-38} saniyelik dönemin fiziki parçacık fiziki tarafından yapılan modeller ile tanımlanır. Bu modeller evrenin ilk oluşum zamanlarında genişlemeden dolayı sıcaklığının giderek azalması gerektiği bu yüzden de simetri kırılmalarının oluşması gerektiğini söyler. Modeller simetri kırılmaları esnasında manyetik monopollerin olması gerektiğini söyler. Yapılan hesaplamalar sonucunda günümüzdeki manyetik monopollerin yoğunluğu kritik yoğunluğun 10^{11} katı olması gerektiği ortaya çıkmıştı (Liddle, 2015). Fakat sorunda burada ortaya çıkmaktadır. Bugüne kadar parçacık fiziki modellerinin öngördüğü manyetik monopollerden bir tane bile bulunamamıştır.

2.7. Enflasyon Modeli: Birinci İvmelenme Fazı

Standart kozmolojik modelde yaşanan bu sıkıntıları Alan Guth, 1981 yılında yayınladığı makalesinde erken evrenin bir enflasyon dönemi yaşaması ile çözülebileceğini göstermiştir. Bu model erken evrende yaşanan faz geçişleri sırasında evrenin $10^{-37} - 10^{-35}$ sn aralığında skaler alanların neden olduğu düşünülen hızlı bir genişleme evresine girdiğini söyler. Bu zaman aralığında evren enflasyon faktörü olarak da adlandırılan 10^{26} katlık bir büyüme yaşamıştır. Bu muazzam genişleme çok küçük ölçeklerdeki ($\approx 10^{-23} \text{ cm}$) kuantum dalgalanmalarını astronomik ölçeklere ($\approx 10^{23} \text{ cm}$) çıkmasına olanak sağlamıştır (Turner, 1995).

(2.35) denkleminde görüleceği üzere $\rho + 3p < 0$ 'dır. Yoğunluğu her zaman pozitif bir değer olarak kabul edildiği için bu durumda basınç negatif olmalıdır

$$p < -\frac{\rho}{3} \quad (2.55)$$

(Liddle, 2015). Modern parçacık fizikinden gelen bilgiler ile simetri kırılmaları, negatif basıncın ortaya çıkabileceği durumları açıklar.

Enflasyonist genişlemenin klasik örneği, kozmolojik sabit Λ 'ya sahip olan bir evrendir. Kozmolojik sabit burada bir akışkana eşittir. (2.36) denkleminde Kozmolojik sabitinde eklenmesiyle Friedmann denklemleri

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.56)$$

halini alır. Sağ taraftaki ilk iki terim genişleme ile hızla azalırken, kozmolojik sabitli sonuncusu terim sabit kalır. Böylece zamanla sadece kozmolojik sabitli terim elimizde kalır ve denklem

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} \quad (2.57)$$

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} a \quad (2.58)$$

halini gelir. Λ sabit olduğu için (2.58)'in çözümü

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right) \quad (2.59)$$

olarak bulunur. Böylece evren kozmolojik sabit tarafından baskın dönemde genişleme hızı eksponansiyel bir artış göstermektedir. Belirli bir süre sonra enflasyon sona erer ve kozmolojik sabit konvansiyonel maddeye dönüşür ve Standart Modelin öngördüğü gibi evren evrimine devam eder. Standart kozmolojik modelin yaşadığı düzlük sorunu erken evrende Ω_{top} 'nin değerinde ortaya çıkan kararsızlıklardır . Enflasyon bu soruna

$$\ddot{a} > 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(\dot{a}) \Rightarrow \frac{d}{dt}(aH) > 0 \quad (2.60)$$

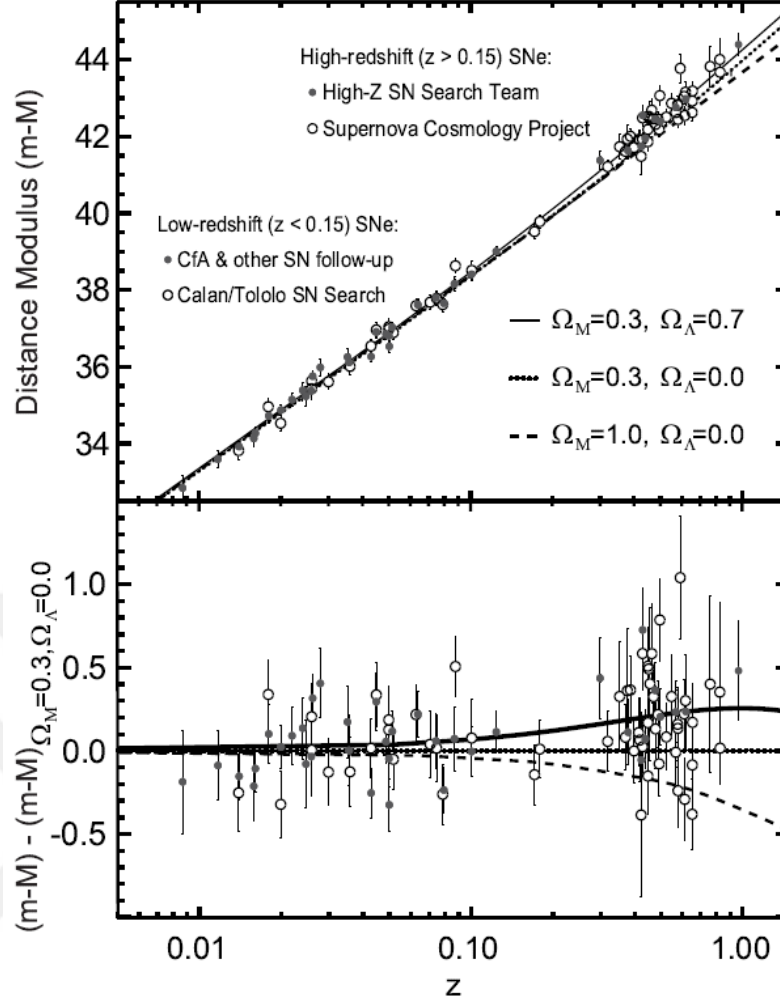
şeklinde bir çözüm sunar. Böylece Ω_{top} birden uzaklaşmak yerine doğrudan ona yakınsar ve düzlük problemi ortadan kalkar (Liddle, 2015).

Enflasyon, evrenin küçük bir bölgesinin boyutunu büyük ölçüde arttırırken, karakteristik ölçeğini yani Hubble ölçeğini sabit tutar. Bu, Evren'in enflasyondan

önce uniform özellik sağlayacak kadar küçük bir bölgesinin, şu anda gözlemlenebilir evrenimizin boyutundan daha geniş bir alana yayılabileceği anlamına gelir. Daha sonra bu alanlar gökyüzünün herhangi bir noktasında aynı özellik göstereceklerdir çünkü erken evrende bu bölgeler uniformdurlar. Enflasyonun bu özelliği sayesinde ufuk, manyetik monopol ve büyük ölçekli yapıların oluşumu ile ilgili problemler ortadan kalkar. Guth'un ortaya koyduğu Enflasyon modeline en büyük destek parçacık fiziği ve Higgs mekanizmasından gelmektedir. Parçacık fiziğinin öngördüğü simetri kırılmaları ve Higgs alanları sayesinde günümüzde evren modellemelerinde enflasyona dayalı senaryolar vazgeçilmez hale gelmiştir.

2.8. Geç Zaman İvmelenmesi

1990'lı yıllarda Süpernova Kozmoloji Projesi (SKP) ve Yüksek-z Araştırma Ekibi (HZT) SN Ia Hubble diagramını önceki çalışmalara göre daha uzak objeler kullanarak elde etmek istemişlerdir. Yaptıkları çalışmalar sonucunda her iki ekipte yüksek z değerine sahip SNe'lerin yavaşlayarak genişleyen bir evrende olması gereken parlaklığından ~ 0.25 kadar daha sönük olduğunu bulmuşlardır (Perlmutter et al., 1999; Riess et al., 1999; Knop et al., 2003). Bu durumuda 1998'de yayınladıkları makalede ortaya koymuşlar ve günümüzde evrenin hızlanarak genişlemesi gerektiğini göstermişlerdir. Şekil 2.2'de her iki ekibin verileri gösterilmiştir. Günümüzde evrenin geçirdiği bu hızlanma fazına *geç zaman ivmelenmesi* adı verilir.



Şekil 2.1- SCP ve HZT tarafından elde edilen SNe Ia Hubble Diagramı (Perlmutter, 1999)

Bu geç zaman ivmelenmesini açıklamak adına üzerinde en çok durulan iki yöntem vardır. Bunlardan ilki karanlık enerji ikincisi ise GR'nin genelleştirildiği alternatif gravitasyonel teorilerdir. Bu bölümde birinci yöntem üzerinde durulup ikinci yöntem 3. Bölümde açıklanacaktır.

Karanlık enerji geç zaman ivmelenmesini açıklayan belkide en basit açıklamadır. Eğer Friedmann denkleminde durum denklemi $w = p/\rho < -1/3$ 'e sahipse, yani negatif basınca sahipse, karanlık enerji yoğunluğu diğer yoğunluk parametrelerine baskın gelir ve genişlemeyi hızlandırır. Bu karanlık enerjinin belirleyici özelliğidir. Karanlık enerji için en basit aday Λ kozmolojik sabittir. Bu sabit ilk defa Einstein tarafından GR denklemlerini statik ve sonlu bir uzay yapmak için ortaya atılmıştı. Bu kozmolojik sabit (2.32) denklemin sol tarafına (geometrik kısmına) eklenerek metrik statik hale getirebilmiştir

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} . \quad (2.61)$$

Fakat Hubble’ın evrenin genişlediğini gösterdiği çalışmadan sonra kozmolojik sabiti denklemlerinden kaldırdı ve bu durumu “ *hayatının en büyük hatası* ” olarak nitelendirmiştir.

Günümüzde tekrardan kozmolojik sabitin ortaya çıkması karanlık enerji ile olmuştur. Geç zaman ivmelenmesini açıklamak adına kullanılan karanlık enerji bir vakum enerjisi olarak görülmüş ve alan denklemlerinin sağ kısmına (madde kısmına) kozmolojik sabit olarak eklenmiştir. Friedmann denkleminde bu sabit ekstra bir terim olarak (2.56) denklemindeki gibi eklenmiştir.

Vakum enerjisi yoğunluğu tüm uzayın kuantum sıfır noktası dalgalanmalarından katkı aldığı için denklemden kolayca yok edilemez. Böylece Λ kozmolojik sabit, $w = -1$ halinde akışkan gibi davranır ki bu da ivmelenmenin açıklanması için gereklidir.

Fakat kozmolojik sabitin bazı problemleri vardır. En büyük problem parçacık fiziği tarafından öngörülen Λ ’nın teorik değeri ile gözlemlenen değeri arasında 10^{120} katlık bir farkın ortaya çıkmasıdır. Bu duruma kozmolojik sabit problemi olarak adlandırılır. Bir diğer problem ise günümüzdeki madde yoğunluğu ile enerji yoğunluğu karşılaştırılabilir seviyededir. Neden karşılaştırılabilir seviyede olduğu da bilimadamlarının kafasını kurcalayan bir diğer sorundur. Bu soruna da tesadüf problemi olarak adlandırılır (Faraoni and Capozziello, 2011).

Bu problemlere rağmen kozmolojik sabit, günümüzde standart kozmolojik model olarak çoğu bilimadamınca kabul gören Λ CDM modelinde kozmolojik dinamikleri açıklamak adına kullanılmaktadır. Bu model hem karanlık enerjiyi hemde soğuk karanlık maddeyi barındırır. Soğuk karanlık madde ışık hızına kıyasla daha yavaş hareket eden ve baryonik olmayan cisimlerdir. Bu model $\sim 100 \text{ Mpc}$ üzerindeki ölçeklerde evrenin homojen ve izotrop olduğunu söyler. GR temelli olan Λ CDM modeli enflasyon modeli ile birlikte erken evrendeki problemleri ortadan kaldırıp geç zaman ivmelenmesinide Λ kozmolojik sabit ile çözer. Bu modelin öngörülleri CMB tarafından da desteklenir (Frieman, 2009).

Geç zaman ivmelenmesini açıklamak adına bir diğer yöntem ise gravitasyonel etkileşimi GR’i genelleştirerek açıklayan alternatif gravitasyonel teorilerdir. Bu teoriler kozmik ivmelenmeyi karanlık enerjiye gerek duymadan açıklayabilme potansiyelleri vardır.



3. ALTERNATİF GRAVİTASYONEL TEORİLER

Bölüm 2.6’da açıklandığı gibi GR ve GR temelli SKM’nin bazı sorunları vardır. Bu sorunlara üretilen çözümler bilimadamlarını tam olarak tatmin etmemiştir. Bunların haricinde GR’ın yaşadığı bir diğer önemli sorun maddenin kuantum doğasını gözönüne almamasıdır. Yani yüksek enerji limitlerinde ve yüksek eğrilik durumlarında GR çalışmamaktadır. Bu da planck ölçeğinde maddenin gravitasyonel etkisinin nasıl olacağını GR’dan bilemeyeceğimiz anlamına gelir ki bu çok büyük bir problemdir. Çünkü evrenin büyük patlama modeline göre planck ölçeğinden daha da küçük bir boyuttan başladığı düşünülürse, planck ölçeğine kadar ki olan evren bazı fikirler dışında tamamen bilinmez olarak kalacaktır.

GR’ın yaşadığı bu sorunlar bazı bilim insanlarını onun gravitasyonel etkileşimi açıklayan tek teori olduğuna dair inançlarını yıktı ve bu da Genel göreliliğe alternatif gravitasyonel teorilerin ortaya çıkmasını sağladı. Bu alternatif gravitasyonel teoriler aslında genel göreliliğin genelleştirilmiş halleri olarak düşünülebilir. Ortaya konan bütün alternatif teoriler için zayıf enerji limitlerinde Genel görelilikteki Einstein alan denklemlerini vermesi koşuldur. Bu çalışma kapsamında etki denkleminde nonminimal skaler alan çiftleri eklenmesiyle oluşturulan Brans-Dicke teorisi ve yüksek dereceden eğrilik düzeltmeleri yapılmasıyla oluşturulmuş $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorileri ele alınmıştır. Her üç teoride en temelinde Skaler-Tensör Teorileri altında toplanmaktadır.

Genel Görelilik metrik tensör alanlarına dayanır. Bu alanlar uzay-zamanın geometrik yapısını tanımlar. Bu bağlamda Genel göreliliği uzay zamanın tensör teorisi olarak adlandırabiliriz. Günümüzdeki alternatif gravitasyonel modellerin temelini skaler alanlar oluşturur ve aslında skaler alanların gravitasyonu tanımlamak için kullanılması GR’dan da önce 1912 yılında G. Nordström tarafından yapılmıştır (Faraoni, 2004). Nordström bunu Newton potansiyel fonksiyonunu Lorentz skaleri ile düzenleyerek yapmıştır (Fujii and Maeda, 2013).

1900’lerin başlarında ortaya atılan gravitasyonun skaler tanımı o zamanlarda kabul görmemiş olsa da 1960’lardan sonra tekrardan bilim insanlarınca çalışılmaya

başlanmıştır ve bu teorenin yeniden doğmasını sağlayan niceliklerden birisi Dirac'ın 1938'deki çalışmasından gelmiştir. Dirac kozmolojik ve fiziksel sabitlerin boyutsuz kombinasyonlarının “sabitlerden” herhangi birinin zamana bağlı değişebilmesi koşulu altında doğal olarak ortaya çıkan bir ilişki ile bağlantılı olduğunu fark etmiştir. Dirac bu çalışmalarında G gravitasyonel sabiti zamana bağlı almıştır (Dirac, 1938).

Dirac'ın bu fikrini benimseyerek P.Jordan, projektif geometrinin formüle edilmesindeki bir kısıtlamanın, uzay zamana bağlı gravitasyonel sabiti tanımlayabilmesini sağlayan 4 boyutlu bir skaler alan olabileceğini göstermiştir. 4 boyutlu eğri uzay zamandaki skaler alan için lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_j = \sqrt{-g} \left[\varphi_j^\gamma \left(R - w_j \frac{1}{\varphi_j^2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi_j \partial_\nu \varphi_j \right) + L_{madde}(\varphi_j, \phi) \right] \quad (3.1)$$

olarak sunmuştur (Jordan, 1952). Burada $\varphi_j(x)$ Jordan skaler alanıdır. γ ve w_j parametreleri boyutsuz sabitleri, ϕ ise madde alanını ifade etmektedir. $\varphi_j^\gamma R$, minimal olmayan çift terimidir ve bu terim skaler-tensör teorisinin doğuşunu göstermektedir. L_{madde} görüldüğü gibi hem madde alanına hemde skaler alanlara bağlıdır. $\varphi_j^\gamma R$ teriminde görüldüğü gibi skaler alanlar R ricci eğrilğine nonminimal bir şekilde eşleşir ve bu terim gravitasyona skaler alanlarında etki etmesini sağlar. Bu minimal olmayan çiftler değişkendir ve evrendeki bütün maddelerin etkisi altındadır.

Skaler-tensör teorileri GR'ın aksine yüksek enerji limitlerinde çok iyi çalışır. Bu da erken evrenin açıklanması adına skaler-tensör teorilerinin önemini çok arttırır. Enflasyon teorileri erken evrende yaşanan bu hızlanma fazını skaler alanların neden olduğunu söyler. Bu yüzden skaler-tensör teorilerinde tanımlanmış skaler alanlar enflasyonu sağlayan doğal kaynaklar olarak düşünülebilir. Ayrıca enflasyonun ince ayar problemine yol açmaksızın çözümünü sağlar (La ve Steinhardt, 1989; Mathiazhagan ve Jahri, 1984).

Skaler-tensör teorisi Brans ve Dicke tarafından yapılan çalışmalar sayesinde olgunluğa ulaşmıştır. İkisinin yaptığı çalışmalar sonucunda ortaya çıkardıkları yeni

Gravitasyonel teori, Genel Göreliliğe alternatif ilk gravitasyonel teoridir (Brans ve Dicke, 1961). Bu teoriye *Brans-Dicke teorisi* denmektedir. Teori gravitasyonu tanımlamak adına metrik tensör ile birlikte bir skaler alan içerir. Brans-Dicke teorisi daha sonra oluşturulmuş skaler-tensör teorilerine ve yüksek dereceden gravitasyonel teorilere protatip olmuştur (Faraoni, 2014).

Yüksek dereceden gravitasyonel teoriler Einstein-Hilbert etki denkleminde eklenen eğrilik invariantları ile veya lagranjini direk skaler eğriliğin bir fonksiyonu cinsinden alarak metriğin ikinci dereceden daha yüksek türevleri içermesi ile oluşturulan teorilerdir. Etki denkleminde eklenen bu eğrilik terimleri maddenin kuantum doğasında işin içine sokulmasına izin vererek metrikte kuantum etkilerinin bulunmasını sağlar. Bu tip teorilere genellikle $f(R)$ teorileri denmektedir. $f(R)$ teorilerinde eğrilik terimi Einstein-Hilbert denkleminde Ricci skalerinin bir fonksiyonu olarak eklenir. En genel ifadesiyle lagranjiyen,

$$L = \sqrt{-g}f(R) \quad (3.2)$$

şeklinde gösterilir. $f(R)$ teorilerinden elde edilen alan denklemleri dördüncü dereceden türevler içerir. Bu yüzden de literatürde *dördüncü dereceden gravitasyonel teori* olarak da adlandırılır.

Etki denkleminde eklenen bu yüksek dereceden eğrilik terimleri Einstein-Hilbert denklemini renormalize edilebilir hale getirir (Utiyama and De Witt, 1962). Bu sayede teori kuantum alan teorisinin bir parçası olabilir ki bu da EH etki denkleminde yüksek dereceden eğrilik invariantları eklenmesine motivasyon sağlar. Ayrıca süpersicim, süpergravitasyon veya GUT gibi temel etkileşimleri biraraya getiren her teori efektif etkiler üretir ki bu etkiler geometriye minimal olmayan çiftler eklenmesiyle ya da yüksek dereceden eğrilik değişmezleri eklenmesiyle oluşturulabilir ve Vilkovsky'e göre bu düzeltmeler etki denkleminde yapılan herhangi bir işlemle yoksayılmaz (G. Vilkovsky,1992).

Genel olarak $f(R)$ teorisinin üç tip yaklaşımı vardır. Bunlar *metrik*, *palatini* ve *metrik-affine* yaklaşımlarıdır. Metrik yaklaşım Levi-Civita bağlantısı kullanılır. Yani $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ Christoffel bağlantısı $g_{\mu\nu}$ metrik tensörüne bağlıdır. Palatini yaklaşımında

bu iki nicelik birbirlerinden bağımsız değişkenler olarak ele alınır. Metrik-affine yaklaşımında ise palatini yaklaşımında olduğu gibi $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ ve $g_{\mu\nu}$ birbirlerinden bağımsız değişkenler olarak alınır ve etki denklemindeki madde etkisi de $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ ve $g_{\mu\nu}$ 'ye bağlı olarak alınır. Literatürde en çok metrik ve palatini yaklaşım kullanılmaktadır. Bu çalışmada da sadece metrik yaklaşım gözönüne alınacaktır.

1970'lerden itibaren $f(R)$ teorisinin birçok versiyonu ortaya çıktı. Ricci skaleri yerine etki denkleminde Gauss-Bonnet değişkeninin bir fonksiyonu cinsinden terim eklenmesiyle oluşturulan $f(G)$ teorileri veya torsiyonu işin içine katan $f(T)$ teorilerinin yanısıra $f(R,T)$, $f(R,G)$, $f(R,L_m)$ gibi Ricci skaleri ile birlikte başka bir terime daha bağlı olan lagranjiyenlerden oluşturulmuş teoriler oluşturulmuştur.

Günümüzde $f(R)$ modeli ile birlikte en çok üstünde çalışılan teori $f(R,T)$ gravitasyonel teorisidir. $f(R,T)$ teorisinde lagranjiyen R ricci skaleri ve T enerji momentum tensörünün izinin bir fonksiyonu olarak alınır. Buradaki kaynak terim, metriğe bağlı olarak maddenin stres-enerji tensörünün varyasyonunu temsil eder. Bu kaynak terim madde lagrangian L_m 'in bir fonksiyonu olarak elde edilir. L_m 'in her farklı seçimi farklı alan denklemlerinin oluşmasını sağlar. $f(R,T)$ teorisi Harko et al. tarafından geç zaman ivmelenmesini Λ kozmolojik sabitsiz açıklamak adına yapılmış olsa da günümüze kadar Bölüm 1'de de bahsedildiği gibi bir çok çalışma yapılarak farklı sorunların çözümleri incelenmiştir.

Sonuç olarak bu alternatif modeller yaşanan kozmolojik problemlerin çözümleri veya farklı yaklaşımlar uygulayarak çözüm sağlamak için ortaya atılmışlardır. Yukarıda da bahsedildiği gibi bütün teoriler zayıf enerji limitlerinde ve Güneş sistemi ölçeklerinde Genel göreliliğin alan denklemleri vermesi gerekir. Bu açıdan bakıldığında ortaya çıkan alternatif modellerin hepsi Genel Göreliliğin genelleştirilmiş halleri olarak düşünülebilir (Faraoni and Capozziello, 2011).

3.1. Brans-Dicke Teorisinde Hareket Denklemleri

Brans-Dicke gravitasyonel teorisi Bölüm 1'de de bahsedildiği gibi GR'a alternatif oluşturulmuş ilk gravitasyonel teoridir. Teorinin ortaya atıldığı 1960'lı yıllarda GR'ı genelleştirilmek istenmesinin amacı Mach prensibine tamamen uyan

bir gravitasyonel teori elde edilmek istenmesiydi. Mach prensibi aslında 10 adet beyandan oluşur. Beyanların ana temeli, yani prensibin ortaya çıkış kaynağı, eylemsiz referans sistemlerinin görelî durumları ile ilgilidir (Bondi ve Samuel, 1996). Mach prensibine göre bir cismin eylemsiz kütesine evrendeki bütün cisimlerin etkisi vardır (Das, 2015). Bu da bir uzay-zaman içindeki noktaya gravitasyonel etkinin mutlak olmamasına ancak çevresindeki madde tarafından belirlenmesine ve dolayısıyla, bir skaler alan olarak uzay-zamanın bir fonksiyonu haline geldiğine işaret eder. BD'nin ortaya çıktığı Mach prensibi ise Newton'nun çekim sabiti G 'nin zamanla değişen bir nicelik olduğu beyanıdır (Bondi ve Samuel, 1996). Bu beyana göre G bir "sabit" değil, evrenin evrimi süresince değişen bir parametredir.

Brans-Dicke teorisindeki etki denklemi Jordan sisteminde

$$S_{BD} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[\phi R - \frac{\omega}{\phi} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right] + S^m \quad (3.3)$$

şeklinde verilir (Faroni, 2004). Burada S^m

$$S^m = \int d^4x \sqrt{-g} L^m \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir ve maddenin etki terimidir. (3.3) denkleminde ω boyutsuz Brans-Dicke parametresini, ϕ ise Brans-Dicke skalerini, $V(\phi)$ potansiyeli, ∇_μ ise kovaryant türevi ifade eder. ϕ skaleri denklemden görüldüğü üzere R Ricci skaleri ile minimal olmayan eşlenme durumundadır. Yani ϕ doğrudan R Ricci skaleri ve $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü ile çiftlenmiştir. S^m madde etkisiyle ise (minimal coupling) minimal çiftlenme durumundadır. Yani L^m madde lagrenjiyeni ϕ 'den bağımsızdır. Etki denkleminin 2. teriminde ϕ skalerinin paydada olmasının nedeni ω parametresini boyutsuz hale getirmek içindir.

Brans-Dicke teorisinde gravitasyonel alan, $g_{\mu\nu}$ metrik tensörü ve ϕ skaleri ile tanımlanır ve madde değişkenleri ile birlikte teorinin serbestlik derecesine sahip olmasını sağlarlar. $V(\phi)$ potansiyeli kozmolojik sabitin genelleştirilmiş halidir. Değişken bir terim olmasına karşın sabit bir terime de indirgenebilir veya madde

terimi yerine de geçebilir. BD, Mach prensibini efektif gravitasyonel çift terimi G_{eff} ile sağlamaktadır. $G_{eff} \sim \phi^{-1}$ şeklinde ϕ skaleri ile ters orantılıdır (Faroni and Capozziello, 2011).

Brans-Dicke teorisinde alan denklemleri (3.3) denkleminin varyasyonu alınarak elde edilir. (3.3) denkleminin $g^{\mu\nu}$ 'ye göre varyasyonu,

$$\delta S_{BD} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \delta \left[\sqrt{-g} \left[\phi R - \frac{\omega}{\phi} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - V(\phi) \right] \right] + \delta S^m = 0 \quad (3.5)$$

şeklindedir. $\sqrt{-g}$ 'nin (2.30)'da gösterildiği gibi varyasyonu,

$$\delta \sqrt{-g} = -\frac{1}{2} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}$$

şeklindedir. Buradan yola çıkarak $\sqrt{-g}R$ varyasyonu ise,

$$\delta(\sqrt{-g}R) = \delta\sqrt{-g}R + \delta R\sqrt{-g} \quad (3.6)$$

$$\delta(\sqrt{-g}R) = \sqrt{-g} \left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) \delta g^{\mu\nu} = \sqrt{-g} G_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \quad (3.7)$$

şeklinde bulunur. δS_m varyasyonu (2.31) denkleminde gösterildiği gibi,

$$T_{\mu\nu} = -2 \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_m}{\delta g^{\mu\nu}}$$

şeklindedir. (2.30), (2.31) ve (3.7) denklemlerini (3.5)'de yerine koyup düzenlediğimiz takdirde Brans-Dicke teorisindeki alan denklemleri,

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{\phi} T_{\mu\nu} + \frac{\omega}{\phi^2} \left(\nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \nabla^\alpha \phi \nabla_\alpha \phi \right) + \frac{1}{\phi} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \Box \phi \right) - \frac{V}{2\phi} g_{\mu\nu} \quad (3.8)$$

şeklinde bulunur (Faroni and Capozziello, 2011).. Denklemin sol tarafı Einstein alan denkleminin geometri kısmı ile aynıdır. Denklemin sağ tarafı ise skaler alanın etkisinin ortaya çıktığı yerdir. Denklemin sağ tarafındaki ilk terim G_{eff} ile

çiftlenmiş GR'daki kaynak terimidir. İkinci terim ise skaler alanın enerji momentum tensörünü ifade eder. Üçüncü terim ise R skaleri içindeki metrik tensörün ikinci türevlerinden kaynaklı oluşan ifadedir. Varyasyon işleminde bu ikinci türevler etki denkleminde integrale konulduklarında elimine edilir. (3.3) denkleminin ϕ 'ye göre değişimi

$$\frac{2\omega}{\phi}\square\phi + R - \frac{\omega}{\phi^2}\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi - \frac{dV}{d\phi} = 0 \quad (3.9)$$

şeklinde. Burada $\square$ sembolü D'Alembert ifadesidir. (3.8) denkleminin izi alındığı takdirde

$$R = \frac{-8\pi T^m}{\phi} + \frac{\omega}{\phi^2}\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi + \frac{3\square\phi}{\phi} + \frac{2V}{\phi} \quad (3.10)$$

elde edilir. (3.9) denklemindeki R yerine (3.10)'daki ifade yazılıp, $\square\phi$ yalnız bırakıldığı takdirde elimizde

$$\square\phi = \frac{1}{2\omega+3}\left(8\pi T^m + \phi\frac{dV}{d\phi} - 2V\right) \quad (3.11)$$

dalga denklemi kalır. ω 'nın pozitif değerleri için ϕ 'nin yerel kütleye katkısı pozitif olur. (3.11) denkleminde de görüldüğü üzere skaler alanın kaynağı olarak enerji-momentum tensörünün izi gösterilir (Brans and Dicke, 1961). Yukarıda da bahsedildiği gibi ϕ skaleri L^m madde lagrenjiyeni ile doğrudan çiftlenmez. ϕ skalerinin maddeye olan etkisi ancak $g_{\mu\nu}$ metrik tensörüne minimal çiftlenmesi ile olabilir. (3.11) denklemindeki $\phi dV/d\phi - 2V$ terimi $V(\phi) = m^2\phi^2/2$ olduğu takdirde ortadan kalkar ve dalga denklemi Klein-Gordon denklemine dönüşür (Faroni and Capozziello, 2011).

Brans-Dicke teorisindeki vakum brans-dicke çözümleri ve konformal madde kaynaklı çözümler haricinde, ω değerinin en büyük değeri GR'ı verir. En güncel limit 2003'de Cassini uydusu tarafından belirlenen $\omega > 40000$ değeridir (Bertoti et al., 2003). ω parametresinin çok yüksek değerler alması teoride ince ayar problemlerine yol açar. Fakat bu problem çok büyük kütleler ve kısa mesafeler için önemli değildir. Bunun haricinde Brans-Dicke teorisinin gözlemsel testler

sonucunda elde edilen ω değerleri, ışık sapıncı testleri için VLBI (Very Long Baseline Interferometry)'dan elde edilen değer $\omega > 10000$ (Lambert and Poncin-Lafitte, 2011) şeklindedir.

Günümüzde Brans-Dicke teorisine olan ilgi Sicim Teorisi'nin zayıf enerji limitlerinde ortaya çıkması ve skaler-tensör teorileri içinde günümüzde en çok çalışılan $f(R)$, $f(R,T)$, $f(T)$, $f(G)$ gibi teoriler de BD ile olan eşdeğerlilikleri nedeniyle tekrardan artmıştır. Brans-Dicke teorisi bu teoriler için gözlemsel testlerin haricinde elde ettikleri teorik sonuçları karşılaştırabilecekleri ortam sağlamaktadır.

3.2. $f(R)$ Teorisinde Hareket Denklemi

Metrik $f(R)$ teorisinde, GR'da kullanılan lagrenjiyedeki ricci skaleri yerine ricci skalerinin fonksiyonu olan bir terim eklenir. Bu terim ile birlikte etki denklemi düzenlenirse yeni bir hareket denklemi elde edilir. Yeni bir hareket denklemine ulaşılması $f(R)$ teorisinin GR'dan farklı olarak yeni bir gravitasyonel teori olarak adlandırılmasını sağlar.

$f(R)$ teorisinde kullanılan lagranjiyen (3.2)'de belirtilmiştir. Bu lagrenjiyenden oluşturulmuş etki denklemi

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} f(R) \quad (3.12)$$

şeklindedir (Faroni and Capozziello, 2011). Bu etki denkleminin varyasyona tabi tutulduğunda,

$$\delta S = \int d^4x \delta(\sqrt{-g} f(R)) = 0 \quad (3.13)$$

$$\delta S = \int d^4x [\delta(\sqrt{-g}) f(R) + \sqrt{-g} \delta(f(R))] \quad (3.14)$$

şeklinde olur ve gerekli işlemler yapıldığında

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[f'(R) R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f(R) \right] \delta g^{\mu\nu} + \int d^4x \sqrt{-g} f'(R) \delta R_{\mu\nu} \quad (3.15)$$

elde edilir. Burada üssü(') işareti, terimin R'ye göre türevi anlamına gelmektedir, yani

$$f'(R) = \frac{df(R)}{dR}$$

dır.(2.20) eşitliği $g^{\mu\nu}$ metrik tensörü ile çarpıldığı takdirde

$$g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}\partial_\sigma(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\sigma) - g^{\mu\sigma}\partial_\sigma(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\nu) \equiv \partial_\sigma W^\sigma \quad (3.16)$$

denkliği ortaya çıkar (burada $W^\sigma \equiv g^{\mu\nu}(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\sigma) - g^{\mu\sigma}(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\nu)$ ifade etmektedir). Bu denkliği (3.15)'deki ikinci integralde yerine koyduğumuz takdirde

$$\int d^4x \sqrt{-g} f'(R) g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} = \int d^4x \sqrt{-g} f'(R) \partial_\sigma W^\sigma \quad (3.17)$$

halini alır. Bu integrali

$$\begin{aligned} \int d^4x \sqrt{-g} f'(R) g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} &= \int d^4x \frac{\partial}{\partial x^\sigma} [\sqrt{-g} f'(R) W^\sigma] - \\ &\int d^4x \partial_\sigma [\sqrt{-g} f'(R)] W^\sigma \end{aligned} \quad (3.18)$$

halinde parçalı integral olarak yazabiliriz. İlk integral, alanların sonsuzda sıfır olduğu varsayımı altında yok olur böylece elimizde

$$\int d^4x \sqrt{-g} f'(R) g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} = - \int d^4x \partial_\sigma [\sqrt{-g} f'(R)] W^\sigma \quad (3.19)$$

denklemini kalır. W^σ 'nın metrik tensör cinsinden gösterimi

$$W^\sigma = \partial^\sigma (g_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}) - \partial^\mu (g_{\mu\nu} \delta g^{\sigma\nu}) \quad (3.20)$$

şeklindedir. Bu ifadeyi (3.19)'da yerine koyarsak

$$\begin{aligned} \int d^4x \sqrt{-g} f'(R) g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} &= \int d^4x \partial_\sigma [\sqrt{-g} f'(R)] [\partial^\mu (g_{\mu\nu} \delta g^{\sigma\nu}) - \\ &\partial^\sigma (g_{\mu\nu} \delta g^{\sigma\nu})] \end{aligned} \quad (3.21)$$

haline dönüşür. (3.17) denklemini toplamın diverjans formunda yazdığımızda

$$\begin{aligned} \int d^4x \sqrt{-g} f'(R) g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} &= \int d^4x g_{\mu\nu} \partial^\sigma \partial_\sigma [\sqrt{-g} f'(R)] \delta g^{\mu\nu} - \\ \int d^4x g_{\mu\nu} \partial^\mu \partial_\sigma [\sqrt{-g} f'(R)] \delta g^{\sigma\nu} \end{aligned} \quad (3.22)$$

halini alır. Böylece etki denkleminin varyasyonu

$$\begin{aligned} \delta \int d^4x \sqrt{-g} f(R) &= \int d^4x \sqrt{-g} \left[f'(R) R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f(R) \right] \delta g^{\mu\nu} + \\ \int d^4x \left[g_{\mu\nu} \partial^\sigma \partial_\sigma (\sqrt{-g} f'(R)) - g_{\sigma\nu} \partial^\mu \partial_\sigma (\sqrt{-g} f'(R)) \right] \delta g^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (3.23)$$

şeklinde yazılabilir. Varyasyonun ortadan kaldırılmasıyla dördüncü dereceden vakum için alan denklemleri,

$$f'(R) R_{\mu\nu} - \frac{f(R)}{2} g_{\mu\nu} = \nabla_\mu \nabla_\nu f'(R) - g_{\mu\nu} \square f'(R) \quad (3.24)$$

halini alır. (3.12)'deki etki denklemini maddeyi de kapsayacak şekilde düzenlenirse

$$\delta S = \delta \left[\int d^4x \sqrt{-g} f(R) + \int S_m d^4x \right] \quad (3.25)$$

halini alır. (3.24) ve (2.30), (3.25)'de yerine konulduğu takdirde,

$$f'(R) R_{\mu\nu} - \frac{f(R)}{2} g_{\mu\nu} = \nabla_\mu \nabla_\nu f'(R) - g_{\mu\nu} \square f'(R) + \kappa T_{\mu\nu} \quad (3.26)$$

elde edilir (Capozziello ve De Laurentis, 2015). (3.26) denkleminin sağ tarafındaki birinci ve ikinci terimler metriğin dördüncü dereceden türevlerini içermektedir. Bu yüzden de bu alan denklemlerini veren teoriler *dördüncü dereceden gravitasyonel teoriler* olarak adlandırılır.

(3.26) denkleminin izi alındığı takdirde

$$3\square f'(R) + R f'(R) - 2f(R) = \kappa T \quad (3.27)$$

olarak yazılır. Burada T , maddenin enerji momentum tensörünün izidir. $f'(R)$ için bu ikinci dereceden diferansiyel denklem $R = -\kappa T$ olan Einstein denkleminin izinden farklıdır. $f'(R)$ burada teoriye skaler serbestlik derecesi verir. Bu da $f(R)$ teorisindeki alan denklemlerinin GR'dakine göre daha geniş çözüm yelpazesi sunmasını sağlar. Buna örnek olarak, Schwarzschild çözümünü ele alabiliriz. Schwarzschild çözümü metriğin tek (unique) küresel simetrik vakum çözümüdür. Bu çözüm metrik $f(R)$ gravitasyonunda bulunmaz. Yani $T = 0$ alındığında $R = 0$ yada sabit olduğu anlamına gelmez.

$f(R) = R$, $R = \text{sabit}$ ve $T_{\mu\nu} = 0$ için (3.27) denklemi

$$f'(R)R - 2f(R) = 0 \quad (3.28)$$

halini alır. Eğer $R = 0$ bu denklemin bir köküyse ve bu kök alınırsa, o zaman (3.28) denklemi $R_{\mu\nu} = 0$ halini alır ve maksimum simetrik çözümü Minkowski uzay-zamanını verir. Diğer taraftan eğer kök C herhangi bir sabit olmak üzere $R = C$ alınırsa bu sefer (3.28) denklemi $R_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} C/4$ halini alır ve maksimum simetrik çözümü C 'nin işaretine göre, aynı GR'ın kozmolojik sabitli çözümü gibi, de Sitter ya da anti-de Sitter uzay zamanını verir.

İncelenmesi gereken bir diğer önemli konu ise enerji korunumudur. Metrik $f(R)$ teorisinde madde metrik ile minimal olarak eşlenir. (3.26)'deki alan denklemi, denklemin sağ tarafına efektif enerji momentum tensörü eklenmesi ile birlikte Einstein denklemleri formunda

$$G_{\mu\nu} = \kappa(T_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}^{eff}) \quad (3.29)$$

biçiminde tekrardan yazılabilir. Burada $T_{\mu\nu}^{eff}$ geometrik terimlerle kurulmuş efektif enerji-momentum tensörüdür ve,

$$T_{\mu\nu}^{eff} = \frac{1}{\kappa} \left[\frac{[f(R) - Rf'(R)]}{2} g_{\mu\nu} + \nabla_\mu \nabla_\nu f'(R) - g_{\mu\nu} \square f'(R) \right] \quad (3.30)$$

şeklinde tanımlanır. $T_{\mu\nu}^{eff}$ sadece formal enerji-momentum tensörü olduğu için, fiziksel madde için kabul edilen enerji koşullarından herhangi birini tatmin etmesi beklenemez, özellikle efektif enerji yoğunluğunun kesinlikle pozitif olması beklenemez. Efektif gravitasyonel çift $G_{eff} = G/f'(R)$, skaler-tensör gravitasyonuna benzer bir şekilde tanımlanabilir. Gravitonun pozitif kinetik enerji taşıması için $f'(R)$ 'nin pozitif olması gerektiği açıktır (Faroni and Capozziello, 2011).

3.3. Metrik f(R) Teorisi ile Brans-Dicke Teorisi Arasındaki Eşdeğerlilik

$f''(R)$ 'nin denklemden kaybolmadığını ve (3.12) denklemine madde terimi eklenerek ve yardımcı skaler alan $\phi = R$ kullanarak etki denklemini,

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} [\varphi(\phi)R - V(\phi)] + S^m \quad (3.31)$$

şeklinde yazılabilir (Faroni and Capozziello, 2011). Burada

$$\varphi(\phi) = f'(\phi), \quad V(\phi) = \phi f'(\phi) - f(\phi) \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlanır. $\phi = R$ olursa (3.31) denklemi (3.12)'ye dönüşür. Bu etkinin $g^{\mu\nu}$ metrik tensörüne göre varyasyonu,

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{\phi} \left(\nabla_\mu \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \square \phi - \frac{\nu}{2} g_{\mu\nu} \right) + \frac{\kappa}{\phi} T_{\mu\nu} \quad (3.33)$$

denklemini sağlar. ϕ 'ya göre varyasyonu ise,

$$R \frac{d\varphi}{d\phi} - \frac{dV}{d\phi} = (R - \phi) f''(\phi) = 0 \quad (3.34)$$

denklemini sağlar. Bu denklemden de görüldüğü üzere $f''(\phi) \neq 0$ olduğu için $\phi = R$ olmak zorundadır. $\phi = R$ skaler alanı dinamiksel bir niceliktir ve

$$3f''(\phi)\square\phi + 3f'''(\phi)\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi + \phi f'(\phi) - 2f(\phi) = \kappa T \quad (3.35)$$

iz denkleminde uymalıdır ve çok büyüktür (Faroni and Capozziello, 2011). Kütlenin karesi,

$$m_\phi^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{f_0'}{f_0''} - R_0 \right) \quad (3.36)$$

de Sitter uzayının küçük perturbasyonlarının analizinde hesaplanmıştır (eşitlikteki sıfır alt indisi, de Sitter arka planının sabit eğriliği R_0 'da değerlendirilen miktarları ifade etmektedir) (Faroni and Capozziello, 2011). ϕ skaleri yerine

$$3\varphi + 2U(\varphi) - \varphi \frac{dU}{d\varphi} = \kappa T \quad (3.37)$$

alan denklemini veren evrim denklemi (burada $U(\varphi) = V(\phi(\varphi)) - f(\phi(\varphi))$ olarak tanımlanmaktadır) $\varphi \equiv f'(\phi)$ skalerini kullanmak daha uygundur (Faroni and Capozziello, 2011).

Metrik $f(R)$ gravitasyonu skaler serbestlik derecesi içerir ve etki denklemi

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} [\varphi R - U(\varphi)] + S^m \quad (3.38)$$

şeklinde tanımlanarak $\omega = 0$ Brans-Dicke çözümüne eşdeğer hale gelmiş olur (Faroni and Capozziello, 2011).

İki farklı teori arasındaki eşdeğerlilik onların dinamiksel sistemler içinde tam olarak aynı sonuçları verdiği anlamına gelmektedir. Bu, gravitasyonel teoriler için alan denklemlerinin aynı olmasıyla belirlenir. Üretilen yeni teori için diğer eşdeğeri olduğu teoride kullanılan sonuçlar kullanılabilir. Bu da büyük avantaj sağlar. Aslında bu durum bir teorisin farklı yollardan temsili olarak düşünülebilir.

3.4. Metrik $f(R)$ Teorisinin Kısıtlamaları ve Sorunları

$f(R)$ gravitasyonel teorisi bölüm 3'ün başında da bahsedildiği gibi fonksiyonel bir teoridir. Bu fonksiyon Ricci skalerine bağlıdır ve keyfi olarak seçilebilir. Keyfi bir şekilde seçilme durumu literatürde farklı sorunlar için farklı

fonksiyonların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Literatürde genellikle $f(R)$ fonksiyonu için 3 farklı tip kullanılır. En genel halleri ile,

$$\begin{aligned} f(R) &= R - \frac{\alpha}{R^n} \quad , \quad n > 0 \\ f(R) &= \alpha R^n \quad , \quad n \neq 1 \\ f(R) &= R - \lambda R_0 \quad , \quad \lambda > 0 \quad , \quad R_0 \approx \Lambda_{eff} \end{aligned} \quad (3.39)$$

şeklinde yazılabilirler. Bilimciler bu fonksiyonlardaki sabitlere farklı değerler vererek farklı $f(R)$ teorilerinin doğmasını sağlarlar. Bunlara örnek olarak Hu ve Sawicki geç zaman ivmelenmesi için,

$$f(R) = R - \mu R_c \left[1 - \left(1 + \frac{R^2}{R_c^2} \right)^{-n} \right] \quad (3.40)$$

(Hu ve Sawicki, 2007), Ruggiero ve Iorio çalışmalarında Güneş Sistemindeki gezegen hareketleri için,

$$f(R) = R - \frac{\mu^4}{R} \quad , \quad \mu \leq 2.80 \times 10^{-28} eV \quad (3.41)$$

(Ruggiero and Iorio, 2006), Lambiase ve Scarpetta Baryogenesis çözümleri için,

$$f(R) = \left(\frac{R}{A} \right)^n \quad , \quad A = \text{sabit} \quad (3.42)$$

(Lambiase ve Scarpetta, 2006), Oikonomou erken evrendeki üstel enflasyon çözümleri için,

$$f(R) \cong C_3 R^\mu + C_4 R^\sigma \quad , \quad C_3, C_4 = \text{sabit} \quad (3.43)$$

(Oikonomou, 2018), Astashenok et al. rölativistik yıldızlar için,

$$f(R) = R + \alpha R^2 \quad (3.44)$$

(Astashenok et al., 2015), Yadav ve Verma karanlık madde çözümleri için,

$$f(R) = \frac{R^{1+\delta}}{R_c^\delta} \quad (3.45)$$

(Yadav and Verma, 2018) gibi fonksiyonlar önerilmiş ve üzerlerine çalışılmıştır.

Burada verilen ve benzeri fonksiyonlarla oluşturulan $f(R)$ gravitasyonel teorileri geçerliliğini koruması için gözlemsel kısıtlamaların haricinde bazı kriterleri de sağlaması lazım. $f(R)$ teorilerinin gravitasyonel etkileşimi iyi bir şekilde açıklayabilmeleri için

- Evrenin dinamiklerini iyi bir şekilde ortaya koymalı (evrenin bütün evrim sürecini açıklamalıdır).
- Ghost alanlar ve kararsızlıklar yaşamamalı
- Zayıf enerji limitini (Newtonian) ve post-newtonian limitlerini doğru vermeli
- Kozmik mikrodalga arkaplan ve büyük ölçekli yapı araştırmalarından elde edilen verilerle uyumlu kozmolojik perturbasyonları ortaya çıkarmalı
- İyi bir şekilde Cauchy problemini açıklamalıdır

(Faraoni, 2008). Bu fonksiyonların çoğu gerekli kısıtlamaları sağlasada bazı sıkıntılar yaşarlar. $f(R)$ teorileri çoğu alternatif skaler-tensör teorilerinin aksine ghost alanlar barındırmaları da bazı kararsızlıklarla karşılaşılır. Örneğin (3.40) fonksiyonunda Dolgov-Kawasaki kararsızlığı görülmektedir ($f''(R) < 0$ durumu bulunur) (Faraoni, 2008). Bunun haricinde bütün $f(R)$ fonksiyonlarında relativistik yıldızların oluşturduğu güçlü gravitasyonel alanın yüksek eğriliğinden dolayı tekilliğin oluşmasıdır (Faraoni, 2008).

Bu sorunların haricinde temelinde belki de en büyük sorunlardan biri evrenin bütün dinamiklerini açıklayan tek bir fonksiyonun olmamasıdır. Yukarıda da gösterildiği gibi farklı fonksiyon tipleri ile farklı problemlerin çözümleri ele alınmaktadır. Literatürde çokça kullanılan (3.41)'deki birinci fonksiyon türünde evrenin madde dominant evresi bulunmamaktadır (Waga and Bragança, 2011). Bu da bu fonksiyonun evrenin evrimini açıklamak adına oluşturulan evren modellerinde kullanılamayacağı anlamına gelmektedir.

4. F(R,T) GRAVİTASYONEL TEORİSİ

$f(R,T)$ gravitasyonel teorisi 2011 yılında Harko ve ark. tarafından geç zaman ivmelenmesini kozmolojik sabite gerek duymadan açıklamak adına ortaya atılmış gravitasyonel teoridir. Bunu da Einstein-Hilbert etki denklemi modifiye ederek yapmaktadır. Bu modifikasyonu Einstein-Hilbert etkisinde kullanılan lagranjiyeni R ricci skaleri ve T enerji-momentum tensörünün izine bağlı şekilde seçilen keyfi bir $f(R,T)$ fonksiyonla ifade eder. Fonksiyonun T 'ye bağlılığı, Harko ve Ark. tarafından egzotik akışkanların veya kuantum etkilerinin kaynaklanabileceği şeklinde yorumlanmaktadır. Ayrıca teori T 'yi içerdiğinden dolayı kaynak terimine de bağlıdır. Yani L_m 'in seçilen her farklı değeri için farklı alan denklemleri üretir.

4.1. $f(R,T)$ Teorisinde Hareket Denklemleri

$f(R,T)$ teorisinde kullanılan lagranjiyen R ricci skaleri ve T enerji-momentum tensörünün izi olacak şekilde seçilen keyfi bir fonksiyonla ifade edilir. Bu teoride etki denklemi,

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} f(R, T) + \int L_m d^4x \sqrt{-g} \quad (4.1)$$

şeklinde ifade edilir (Harko et al., 2011). Burada L_m maddenin lagrenjiyenidir. Maddenin enerji-momentum tensörü,

$$T_{\mu\nu} = - \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (4.2)$$

olarak tanımlanır. Madde lagrenjiyeni L_m metrik tensör $g_{\mu\nu}$ 'nin türevlerine değil sadece kendisine bağlı olduğu varsayımı altında,

$$T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} L_m - 2 \frac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}} \quad (4.3)$$

elde edilir. (4.1) etki denkleminin $g^{\mu\nu}$ metrik tensörüne göre varyasyonu,

$$\delta S = \frac{1}{16\pi} \int [\delta f(R, T) \sqrt{-g} + \delta(\sqrt{-g} f(R, T))] d^4x + \int \delta(\sqrt{-g} L_m) d^4x = 0 \quad (4.4)$$

şeklinde gösterilir. Bu varyasyonda gerekli işlemler ve düzeltmeler yapıldığı takdirde

$$\delta S = \frac{1}{16\pi} \int \left[f_R(R, T) \delta R + f_T(R, T) \frac{\delta T}{\delta g^{\mu\nu}} \delta g^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f(R, T) \delta g^{\mu\nu} + 16\pi \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \sqrt{-g} d^4 x \quad (4.5)$$

ilişkisi ortaya çıkar. Burada $f_R(R, T) = \partial f(R, T)/\partial R$ ve $f_T(R, T) = \partial f(R, T)/\partial T$ yi ifade etmektedir. Ricci skalerinin varyasyonu,

$$\delta R = \delta(g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}) = R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} + g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} \quad (4.6)$$

şeklinde. Ricci skalerinin varyasyonu,

$$\delta R = R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} + g_{\mu\nu} \square \delta g^{\mu\nu} - \nabla_\mu \nabla_\nu \delta g^{\mu\nu} \quad (4.7)$$

şeklinde yazılabilir. (4.7) eşitliğini (4.5) denkleminde yerine konulduğu takdirde etki denkleminin varyasyonu,

$$\delta S = \frac{1}{16\pi} \int \left[f_R(R, T) R_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} + f_R(R, T) g_{\mu\nu} \square \delta g^{\mu\nu} - f_R(R, T) \nabla_\mu \nabla_\nu \delta g^{\mu\nu} + f_T(R, T) \frac{\delta(g^{\alpha\beta} T_{\alpha\beta})}{\delta g^{\mu\nu}} \delta g^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f(R, T) \delta g^{\mu\nu} + 16\pi \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{\mu\nu}} \right] \sqrt{-g} d^4 x \quad (4.8)$$

halini alır. T'nin metrik tensöre göre varyasyonu,

$$\frac{\delta(g^{\alpha\beta} T_{\alpha\beta})}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{\delta g^{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} T_{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} = T_{\mu\nu} + \Theta_{\mu\nu} \quad (4.9)$$

şeklinde. Burada $\Theta_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}}$ 'yi temsil etmektedir (Harko et al., 2011).

(4.8)'de yerine konulup integrali alınarak sıfıra eşitlendiği takdirde $f(R, T)$ teorisinde hareket denklemleri,

$$f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu \nabla_\nu)f_R(R, T) = 8\pi T_{\mu\nu} - f_T(R, T)T_{\mu\nu} - f_T(R, T)\Theta_{\mu\nu} \quad (4.10)$$

olarak elde edilir. (4.10) denkleminin her iki tarafı $g^{\mu\nu}$ ile çarpıldığı takdirde R ricci skaleri ve T enerji-momentum tensörünün izi arasındaki ilişki

$$f_R(R, T)R + 3\square f_R(R, T) - 2f(R, T) = 8\pi T - f_T(R, T)T - f_T(R, T)\Theta \quad (4.11)$$

şeklinde açık bir halde yazılabilir. (4.10) denkleminin kovaryant diverjansı hesaba katıldığında,

$$\nabla^\mu \left[f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu \nabla_\nu)f_R(R, T) \right] \equiv 0 \quad (4.12)$$

denkliği oluşturulur. $T_{\mu\nu}$ enerji-momentum tensörünün diverjansı için ise

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu} = \frac{f_T(R, T)}{8\pi - f_T(R, T)} [(T_{\mu\nu} + \Theta_{\mu\nu})\nabla^\mu \ln f_T(R, T) + \nabla^\mu \Theta_{\mu\nu}] \quad (4.13)$$

eşitliği elde edilir.

$\Theta_{\mu\nu}$ tensörünün hesaplanabilmesi için madde lagrenjiyeni bilinmelidir. Bunun için ilk olarak (3.3) denkleminden,

$$\begin{aligned} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} &= \frac{\delta g_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} L_m + g_{\alpha\beta} \frac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}} - 2 \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\mu\nu} \partial g^{\alpha\beta}} \\ &= \frac{\delta g_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} L_m + \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} g_{\mu\nu} L_m - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T_{\mu\nu} - 2 \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\mu\nu} \partial g^{\alpha\beta}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

elde edilir. $g_{\alpha\sigma} g^{\sigma\beta} = \delta_\alpha^\beta$ durumundan

$$\frac{\delta g_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} = -g_{\alpha\sigma} g_{\beta\gamma} \delta_{\mu\nu}^{\sigma\gamma} \quad (4.15)$$

elde edilir. Buradaki $\delta_{\mu\nu}^{\sigma\gamma} = \delta g^{\alpha\sigma} / \delta g^{\mu\nu}$, dir ve genelleştirilmiş kronecker sembolü'dür. Bu bilgiler ile birlikte $\Theta_{\mu\nu}$ tensörü

$$\Theta_{\mu\nu} = -2T_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}L_m - 2g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{\mu\nu} \partial g^{\alpha\beta}} \quad (4.16)$$

olarak bulunur.

Elektromanyetik alan için madde lagrenjiyeni,

$$L_m = -\frac{1}{16\pi} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\sigma} g^{\alpha\gamma} g^{\beta\sigma} \quad (4.17)$$

şeklindedir (Harko et al., 2011). Buradaki $F_{\alpha\beta}$ elektromanyetik alan tensörüdür.

$\Theta_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu}$ durumu için ϕ kütsüz skaler alan olmak üzere $L_m = g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \phi \nabla_\beta \phi$ olduğu takdirde

$$\Theta_{\mu\nu} = -T_{\mu\nu} + (1/2)T g_{\mu\nu} \quad (4.18)$$

olarak bulunur.

İdeal akışkan için ise enerji momentum tensörü,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu} \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanır. Burada ρ enerji yoğunluğunu, p basıncı ve u_μ ise dörtlü-hız vektörünü ifade etmektedir. Madde lagrenjiyeni $L_m = -p$ olarak alınabilir. $u_\mu u^\mu = 1$ ve $u^\mu \nabla_\nu u_\mu = 0$ eşitlikleri ile birlikte (4.16) denklemi de kullanarak ideal akışkan durumu için

$$\Theta_{\mu\nu} = -2T_{\mu\nu} - p g_{\mu\nu} \quad (4.20)$$

olarak bulunur.

Harko ve ark. yaptıkları çalışmada $f(R,T)$ fonksiyonu için seçilebilecek 3 durum ortaya koymuşlardır. Bunlar,

$$f(R,T) = R + 2f(T) \quad (4.21)$$

$$f(R, T) = f_1(R) + f_2(T) \quad (4.22)$$

$$f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T) \quad (4.23)$$

durumlarıdır (Harko et al., 2011). (4.21) durumu için $f(R, T)$ fonksiyonu R Ricci skalerinden ve T enerji momentum tensörünün izinin keyfi fonksiyonundan oluşur. (4.22) ve (4.23) durumu için ise $f(R, T)$ fonksiyonu R Ricci skaleri ve T enerji momentum tensörünün izinin keyfi fonksiyonlarından oluşur. Literatürde $f(R, T)$ teorisi için yapılan çalışmalarda en çok (4.21) ve (4.22) durumları ele alınarak çözümler yapılmıştır. Bu çalışmadaki ilerleyen incelemelerde de (4.21) durumu ele alınacaktır.

4.2. f(R,T) Teorisinde Test Parçacığının Hareket Denklemi

İdeal akışkan durumu için enerji momentum tensörü $T_{\mu\nu}$ (4.19)'da verilmişti. $T_{\mu\nu}$ 'nin diverjansı

$$\nabla^\mu T_{\mu\nu} = -\frac{1}{8\pi + f_T(R, T)} \{T_{\mu\nu} \nabla^\mu f_T(R, T) + g_{\mu\nu} \nabla^\mu [f_T(R, T)p]\} \quad (4.24)$$

şeklinde verilir. $h_{\mu\lambda} = g_{\mu\lambda} - u_\mu u_\lambda$ *izdüşüm operatörü* olmak üzere $h_{\mu\lambda} u^\mu = 0$ ve $h_{\mu\lambda} T^{\mu\nu} = -h_\lambda^\nu p$ tanımlarıyla birlikte (4.24) denklemi yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \nabla_\nu (\rho + p) u^\mu u^\nu + (\rho + p) [u^\nu \nabla_\nu u^\mu + u^\mu \nabla_\nu u^\nu] - g^{\mu\nu} \nabla_\nu p = \\ -\frac{1}{8\pi + f_T(R, T)} \{T^{\mu\nu} \nabla_\nu f_T(R, T) + g^{\mu\nu} \nabla_\nu [f_T(R, T)p]\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Halinde yazılabilir. (4.25) denklemi $h_{\mu\lambda}$ ile büzülme işlemi yapıldığı takdirde,

$$g_{\mu\lambda} u^\nu \nabla_\nu u^\mu = 8\pi \frac{\nabla_\nu p}{(\rho + p)[8\pi + f_T(R, T)]} h_\lambda^\nu \quad (4.26)$$

halini alır. (4.26) denklemindeki $u^\nu \nabla_\nu u^\mu$ ifadesi,

$$u^\nu \nabla_\nu u^\mu = \frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu u^\nu u^\lambda \quad (4.27)$$

temsil ettiği için bu ifadenin , $g^{a\lambda}$ ile çarpılmasıyla (4.27) eşitliği ortaya çıkar. Bu durumda $f(R,T)$ gravitasyonu içerisindeki test parçacığının hareket denklemi,

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu u^\nu u^\lambda = f^\mu \quad (4.28)$$

olarak elde edilir (Harko et al., 2011). Burada,

$$f^\mu = 8\pi \frac{\nabla_\nu p}{(\rho+p)[8\pi+f_T(R,T)]} (g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu) \quad (4.29)$$

şeklinde dir. f^μ görüldüğü gibi ekstra bir kuvvettir ve dörtlü hız vektörüne diktir. Bu yüzden $f^\mu u_\mu = 0$ 'dır. Bunun haricinde $p \rightarrow 0$ limitinde (yani ideal akışkanın toz olduğu durumda) Genel görelilikte olduğu gibi $f(R,T)$ modellerinde de test parçacıkları jeodezik yolları izler (Harko et al., 2011).

(4.29) denkleminin $8\pi \nabla_\nu p / (\rho + p)[8\pi + f_T(R, T)]$ çarpanını

$$8\pi \frac{\nabla_\nu p}{(\rho+p)[8\pi+f_T(R,T)]} = \nabla_\nu \ln \sqrt{Q} \quad (4.30)$$

şeklinde ifade edersek, (4.27) denklemindeki hareket denklemi varyasyon prensibi altında da ortaya çıkmaktadır. Etki denklemi,

$$\delta S_p = \delta \int L_p ds = \delta \int \sqrt{Q} \sqrt{g^{\mu\nu} u^\mu u^\nu} ds = 0 \quad (4.31)$$

ile ifade edilir. Burada S_p ve L_p , etkiyi ve test parçacığının lagranjiyen yoğunluğunu göstermektedir.

(4.31) denklemine göre lagrenjiyen denklemleri,

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial L_p}{\partial u^\lambda} \right) - \frac{\partial L_p}{\partial u^\lambda} = 0 \quad (4.32)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$\frac{\partial L_p}{\partial u^\lambda} = \sqrt{Q} u_\lambda \quad (4.33)$$

ve

$$\frac{\partial L_p}{\partial x^\lambda} = \frac{1}{2} \sqrt{Q} g_{\mu\nu, \lambda} u^\mu u^\nu + \frac{1}{2} \frac{Q_{, \lambda}}{Q} \quad (4.34)$$

gibi ifade edildiği takdirde parçacıcığın hareket denklemini

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu u^\nu u^\lambda + (u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu}) \nabla_\nu \ln \sqrt{Q} = 0 \quad (4.35)$$

buluruz (Harko et al., 2011). $\sqrt{Q} \rightarrow 1$ olduğu takdirde jeodezik hareket için standart relativistik denklemlere ulaşılır.

(4.35) denkleminin fiziksel bir uygulamasını göstermek adına w sabitinin $w \ll 1$ durumunu sağladığı $p = w\rho$ formundaki akışkanın yoğunluk parametresine bağlı lineer barotropik hal denklemini ele alalım. Bu durumda $p + \rho \approx \rho$ ve $T = \rho - 3p \approx \rho$ alınabilir. Aynı zamanda kolaylık sağlaması adına f_T yalnızca $T \approx \rho$ 'nın bir fonksiyonu olabileceği varsayımını kullanabiliriz. f_T fonksiyonunu yoğunluğun ρ_0 değerine yakın bir şekilde genişletebiliriz. Bu sayede $f_T(\rho) = f_T(\rho_0) + (\rho - \rho_0)[df_T/d\rho]d\rho|_{\rho=\rho_0} = 8\pi[a_0 + b_0(\rho - \rho_0)]$ olarak bulunabilir. Burada $a_0 = b_0 = [df_T/d\rho]d\rho|_{\rho=\rho_0}/8\pi$ 'dir. Böylece denklem (4.30)'daki $\sqrt{Q}$ ifadesi

$$\frac{w}{1+a_0-b_0\rho_0} \nabla_\nu \ln \frac{\rho}{1+a_0-b_0(\rho-\rho_0)} = \nabla_\nu \ln \sqrt{Q} \quad (4.36)$$

halini alır ve

$$\sqrt{Q}(\rho) \approx \left[\frac{C\rho}{1+a_0-b_0(\rho-\rho_0)} \right]^{w/(1+a_0-b_0\rho_0)} \quad (4.37)$$

olur. Buradaki C integral sabitidir. (4.30) denklemini aynı zamanda $\gamma = \text{sabit}$ olduğu $p = (\gamma - 1)\rho$ formundaki akışkan durumundaki lineer barotropik hal denklemini içinde geçerlidir. Böylesine bir durumda $\sqrt{Q} = C_T \rho^{8\pi(\gamma-1)/\gamma(8\pi+f_T)}$ olur. Buradaki C_T integral sabitidir. (4.30) denklemini modelin rölativistik olmayan ve aşırı rölativistik limitlerindeki durumlar içinde kullanılabilir. Burada önemli olan şey

$\sqrt{Q}$ fonksiyonu her zaman (4.30) denkleminin sol tarafının integrali alınarak bulunabilir. Ancak bu fonksiyon tam olarak analitik formda ifade edilemez. Bu yüzden yaklaşık yöntemler kullanılması gerekmektedir (Harko et al., 2011).

4.3. Newton Limiti

(4.31) denklemindeki varyasyon prensibi ve (4.36) ve (4.37) denklemlerinde ifade edilen basıncı olmayan toz model, modelin newton limitlerine uygulanması için kullanılabilir niteliktedir. Zayıf gravitasyonel alan limitinde

$$ds \approx \sqrt{1 + 2\phi - \vec{v}^2} dt \approx (1 + \phi - \vec{v}^2/2)dt \quad (4.38)$$

metriği kullanılabilir (Harko et al., 2011). Burada ϕ newton potansiyelini, $\vec{v}$ ise akışkanın 3 boyutlu hızını temsil etmektedir. Herhangi bir x^α fonksiyonu $x^\alpha = \exp(\alpha \ln x) \approx 1 + \alpha \ln x$ şeklinde yazılabilir. (4.37) denklemini tarafından verilen $\sqrt{Q}(\rho)$ 'yı da benzer şekilde

$$\sqrt{Q}(\rho) \approx 1 + \frac{w}{(1+a_0-b_0\rho_0)} \ln \left[\frac{c\rho}{1+a_0-b_0(\rho-\rho_0)} \right] = 1 + U(\rho) \quad (4.39)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada $U(\rho)$

$$U(\rho) = \frac{w}{(1+a_0-b_0\rho_0)} \ln \left[\frac{c\rho}{1+a_0-b_0(\rho-\rho_0)} \right] \quad (4.40)$$

şeklinde işlemsel kolaylık sağlaması adına kullanılan bir kısaltmadır (Harko et al., 2011).

Yaklaşık olarak birinci dereceden akışkanın hareket denklemleri

$$\delta \int \left[1 + U(\rho) + \phi - \frac{\vec{v}^2}{2} \right] dt = 0 \quad (4.41)$$

şeklinde ifade edilebilir ve

$$\vec{a} = -\nabla\phi - \nabla U(\rho) = \vec{a}_N + \vec{a}_p + \vec{a}_E \quad (4.42)$$

şeklinde verilir. Bu denklemde $\vec{a}$ sistemin toplam ivmesini, $\vec{a}_N = -\nabla\phi$ ise newtonian gravitasyonel ivmeyi $\vec{a}_p$ ise

$$\vec{a}_p = -\frac{C}{1+a_0-b_0\rho_0}\frac{1}{\rho}\nabla p = -\frac{1}{\rho}\nabla p \quad (4.43)$$

olarak hidrodinamiksel ivmeyi vermektedir. Bu denklem aynı zamanda C integral sabitini $C = 1 + a_0 - b_0\rho_0$ olarak sabitlememize imkan verir. Son olarak $\vec{a}_E$ ise

$$\vec{a}_E(\rho, p) = \frac{b_0}{1+a_0-b_0\rho_0} \frac{\nabla p}{1+a_0+b_0(\rho-\rho_0)} \quad (4.44)$$

şeklinde gravitasyonel alanın etkisinin genelleştirilmesi nedeniyle başlatılan ek bir ivmelenmedir (Harko et al., 2011).

Harko ve arkadaşlarının yaptığı aynı çalışmada Merkür'ün perihel noktası kayması için,

$$\Delta\phi = \frac{6\pi GM_\odot}{a(1-e^2)} + \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{GM_\odot} a_E \quad (4.45)$$

eşitliğini elde etmişlerdir (Harko et al., 2011). Merkür için $a = 57.91 \times 10^{11} cm$ ve $e = 0.205615$, Güneş'in kütlesi $M_\odot = 1.989 \times 10^{33} gr$ olarak (3.45) denkleminin ilk teriminde yerine konulduğu takdirde standart rölativistik kayma miktarı olan $(\Delta\phi)_{GR} = 42''.962$ verir. Fakat gözlemlenen kayma açısı $(\Delta\phi)_{göz} = 43''.11 \pm 0''.21$ 'dir (Shapiro et al., 1971). Aradaki $0''.17$ 'lik fark, farklı fiziksel etkiler olarak atfedilebilir. Dolayısıyla gözlemsel kısıtlamalar a_E değerinin $a_E \leq 1.28 \times 10^{-9} cm/s^2$ olması gerektiğini söyler (Harko et al., 2011).

Bu çalışmanın dışında $f(R, T)$ teorisinin zayıf enerji koşullarında Ordines ve Carlson'nın 2019 yılında yaptıkları çalışmada dünya atmosferi için hidrostatik denklemleri elde ederek bunu $f(R, T) = R + 2\chi T$ fonksiyonu altında çözümlerini elde etmişler ve $-1.6 \times 10^{-13} \lesssim |\chi| \lesssim 1.8 \times 10^{-13}$ şeklinde bir limit belirlemişlerdir (Ordines and Carlson, 2019). Yaptıkları çalışmanın sonucu olarak etki denklemindeki T teriminin tuhaf yıldız üzerinde küçük bir etkisinin olmasına karşın nötron yıldızları gibi yüksek eğrilikli durumların olduğu ekstrem koşullarda

literatürdeki modellerin aksine önemli değişikliklere neden olabileceklerini söylemişlerdir (Ordines and Carlson, 2019).

4.4. Enerji Koşulları

Enerji-momentum tensörü, evrende bulunan bütün farklı madde alanlarından gelen katkılardan oluşması gerekir. Fakat her bir alanın katkısının kesin şeklini ve onu yöneten hareket denklemleri bilinse bile bu bu iki durumu gösterebilecek enerji momentum tensörü kabaca tabiri ile *imkansız bir şekilde karmaşık* olacaktır (Hawking and Ellis, 1973).

Yine de varsayılmasının fiziksel olarak makul olduğu belirli eşitsizlikler vardır ve bu eşitsizlikler enerji momentum tensörünü, kesin hali olmasa bile, belirlemek için kullanılabilir. Bunlar literatürde enerji koşulları olarak adlandırılır.

Bir gravitasyonel teorisinin enerji koşulları, kabaca enerjinin pozitif olması gerektiği varsayımını sağlayabilmesi adına maddenin enerji-momentum tensörü $T^{\mu\nu}$ 'nün durumlarını verir (Curiel, 2014). 4 tip enerji durumu vardır. Bunlar Null enerji durumu (NEc), Zayıf enerji durumu (WEC), Güçlü enerji durumu (SEC) ve Dominant enerji durumu (DEC)'dur.

$f(R,T)$ teorisinde enerji durumları ile ilgili çalışmalar literatürde yer almaktadır. Burada bilim insanlarının amaçları bütün enerji durumlarını ya da özellikle bazılarını açıklayan fonksiyonları test etmektir. Bunun için de ρ , p ve $T^{\mu\nu}$ ifadelerinin yerine $f(R,T)$ teorisindeki karşılıkları ρ_{eff} , p_{eff} ve T_{eff} efektif parametrelerle oluşturmuşlardır.

Sharif ve Zubair'in 2012 yılında yaptıkları çalışmada $f(R,T) = f(R) + \lambda T$ ve $f(R,T) = R + 2f(T)$ fonksiyonları için 4 enerji durumunun koşullarını elde etmişlerdir (Sharif and Zubair, 2013). Bunun için Raychaudhuri denkleminin yararlanmışlardır. Bu denklem tekillik teoreminin altında yatan nedenlerden ve basınçsız madde için gravitasyonel çekim denklemlerinin oluşturulmasında kullanılır (Ellis, 2007).

Timelike jeodeziklerin uyumu için u^μ vektör alanı tanımlandığı takdirde Raychaudhuri denklemi,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{3}\theta^2 - \sigma^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} + \omega^{\mu\nu}\omega_{\mu\nu} - R_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \quad (4.46)$$

null jeodeziklerin uyumu için κ^μ null vektör alanı tanımlandığı takdirde ise Raychaudhuri denklemi,

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{2}\theta^2 - \sigma^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu} + \omega^{\mu\nu}\omega_{\mu\nu} - R_{\mu\nu}\kappa^\mu \kappa^\nu \quad (4.47)$$

şeklinde olur (Sharif and Zubair, 2013). Bu denklemlerde $R_{\mu\nu}$ ricci tensörünü, θ genişleme parametresini, $\sigma_{\mu\nu}$ burulma parametresini ve $\omega_{\mu\nu}$ ise dönme parametresidir.

FRW evreni için Sharif ve Zubair tarafından verilen $f(R,T)$ teorisinde enerji koşulları,

NEC:

$$\rho_{eff} + p_{eff} = \frac{1}{f_R}[(\rho + p)(1 + f_T) + (\ddot{R} - \dot{R}H)f_{RR} + \dot{R}^2 f_{RRR} + 2\dot{R}\dot{T}f_{RRT} + (\ddot{T} - \dot{T}H)f_{RT} + \dot{T}^2 f_{RTT}] \geq 0 \quad (4.48)$$

SEC:

$$\rho_{eff} + 3p_{eff} = \frac{1}{f_R}[(\rho + 3p) + (\rho + p)f_T - f + Rf_R + 3\dot{R}^2 f_{RRR} + 3(\ddot{R} - \dot{R}H)f_{RR} + 6\dot{R}\dot{T}f_{RRT} + 3(\ddot{T} - \dot{T}H)f_{RT} + 3\dot{T}^2 f_{RTT}] \geq 0, \quad \rho_{eff} + p_{eff} \geq 0 \quad (4.49)$$

WEC:

$$\rho_{eff} = \frac{1}{f_R}\left[\rho + (\rho + p)f_T + \frac{1}{2}(f - Rf_R) - 3H(\dot{R}f_{RRR} + \dot{T}f_{RT})\right] \geq 0,$$

$$\rho_{eff} + p_{eff} \geq 0 \quad (4.50)$$

DEC:

$$\rho_{eff} - p_{eff} = \frac{1}{f_R} [(\rho - p) + (\rho + p)f_T + f - Rf_R - \dot{R}^2 f_{RRR} - (\ddot{R} + 5\dot{R}H)f_{RR} - 2\dot{R}\dot{T}f_{RTT} - (\ddot{T} + 5\dot{T}H)f_{RT} - \dot{T}^2 f_{TTT}] \geq 0, \quad \rho_{eff} + p_{eff} \geq 0, p_{eff} \geq 0 \quad (4.51)$$

şeklindedir (Sharif and Zubair, 2013).

$f(R, T) = f(R) + \lambda T$ için NEC, SEC, WEC ve DEC denklemlerini,

$$\text{NEC: } \frac{1}{f_R} [(\rho + p)(1 + \lambda) + (\ddot{R} - \dot{R}H)f_{RR} + \dot{R}^2 f_{RRR}] \geq 0 \quad (4.52)$$

$$\text{SEC: } \frac{1}{2f_R} [(\rho + 3p) + 4p\lambda - f + Rf_R + 3\dot{R}^2 f_{RRR} + 3(\ddot{R} - \dot{R}H)f_{RR}] \geq 0 \quad (4.53)$$

$$\text{WEC: } \frac{1}{f_R} \left[\rho + \frac{\lambda}{2}(3\rho - p) + \frac{1}{2}(f - Rf_R) - 3H\dot{R}f_{RRR} \right] \geq 0 \quad (4.54)$$

$$\text{DEC: } \frac{1}{f_R} [(\rho - p) + 2\lambda(\rho + p) + f - Rf_R - (\ddot{R} + 5\dot{R}H)f_{RR} - \dot{R}^2 f_{RRR}] \geq 0 \quad (4.55)$$

şeklinde bulmuşlardır (Sharif and Zubair, 2013). Burada $\lambda = 0$ için denklemler $f(R)$ gravitasyonel teorisindekilerle aynı sonuçları vermektedir. Aynı zaman da $\lambda = 0$ ve $f(R) = R$ alındığı takdirde GR'dakine benzer formda $\rho + 3p \geq 0$, $\rho + p \geq 0$ şeklinde çıkacakları görülmektedir (Sharif and Zubair, 2013)..

Bu denklemleri oluştururken kullandıkları ρ_{eff} ve p_{eff} ise

$$\rho_{eff} = \frac{1}{f_R} \left[\rho + \frac{\lambda}{2}(3\rho - p) + \frac{1}{2}(f - Rf_R) - 3H\dot{R}f_{RRR} \right] \quad (4.56)$$

$$p_{eff} = \frac{1}{f_R} \left[p - \frac{\lambda}{2}(\rho - 3p) - \frac{1}{2}(f - Rf_R) + (\ddot{R} + 2\dot{R}H)f_{RR} + \dot{R}^2 f_{RRR} \right] \quad (4.57)$$

şeklindedir (Sharif and Zubair, 2013)..

$f(R, T) = R + 2f(T)$ için enerji durumu denklemleri ise

$$\text{NED: } (\rho + p)[1 + 2f_T] \geq 0 \quad (4.58)$$

$$\text{ZED: } \rho + 2(\rho + p)f_T + f \geq 0, \quad p_{eff} + \rho_{eff} \geq 0 \quad (4.59)$$

$$\text{GED: } \rho + 3p + 2(\rho + p)f_T - 2f \geq 0, \quad p_{eff} + \rho_{eff} \geq 0 \quad (4.60)$$

$$\text{DED: } \rho - p + 2(\rho + p)f_T + 2f \geq 0, \quad \rho_{eff} \geq 0, \quad p_{eff} + \rho_{eff} \geq 0 \quad (4.61)$$

şeklinde (Sharif and Zubair, 2013). Bu denklemler oluşturulurken kullanılan ρ_{eff} ve p_{eff} ise

$$\rho_{eff} = \rho + 2(\rho + p)f_T + f \quad (4.62)$$

$$p_{eff} = p - f \quad (4.63)$$

‘dir. Kullanılan $f(T)$ fonksiyonu ise

$$f(T) = \frac{T}{\omega - 3} + a_n T^n \quad (4.64)$$

‘dir (Sharif and Zubair, 2013). Bu denklemde $a_n = \frac{2^{3-2n} 3^{n-1} n^{3-2n} (1-3\omega)^{1-n} (1+\omega)^{2n-2}}{4(1+\omega) + 2n(1-3\omega)}$ ‘dur. $\omega = 0$, $p = 0$ için $T = \rho$ olur. Bundan dolayı $a_n = \frac{2^{2(1-n)} 3^{n-1} n^{3-2n}}{n+2}$ için $f(\rho)$ fonksiyonu

$$f(\rho) = -\frac{\rho}{3} + a_n \rho^n \quad (4.65)$$

olur (Sharif and Zubair, 2013). Bu enerji koşullarına ulaşmak için gerekli olan enerji durumları

$$\text{NED: } \frac{\rho}{3} + 2na_n \rho^n \geq 0 \quad (4.66)$$

$$\text{ZED: } \frac{\rho}{3} + 5na_n \rho^n \geq 0 \quad (4.67)$$

$$\text{GED: } 4\frac{\rho}{3} + 2(2n + 1)a_n \rho^n \geq 0 \quad (4.68)$$

$$\mathbf{DED:} \rho + (7n + 2)a_n\rho^n \geq 0 \quad (4.69)$$

bulunmuştur (Sharif and Zubair, 2013)..

Sharif ve Zubair'in yaptığı bu çalışmanın haricinde Alvarenga'nın 2013'de yaptığı çalışmada $f(R, T) = R + 2f(T)$ için enerji durumlarını $f(T) = \frac{a_1 T^n + b_1}{a_2 T^n + b_2}$ ve $f(T) = a_3 \ln^q(b_3 T^m)$ fonksiyonları için uygulamıştır (Alvarenga, 2013). Yaptıkları bu çalışmada bu iki fonksiyonunda belli değerler aralığında enerji durumlarını sağladığını görmüşdür (Alvarenga, 2012).

5. GR-F(R)-F(R,T) TEORİLERİNDE BIANCHI MODELLERİNİN KİYASLANMASI

Bianchi evren modelleri evrenin uzaysal olarak homojen ve anizotrop çözümlerini vermektedir. Genel olarak dokuz tipe ayrılır. Kozmik mikrodalga aralan anizotropileri, nükleosentez hesaplamaları adına Bianchi modelleri çok önemlidir. Wald'un 1983 yılında yaptığı çalışma da hızlanarak genişlemenin evreni izotropiye götürdüğünü göstermiştir. Bu durum da evrenimizin şu an gösterdiği izotropluk durumunu, evrenin ilk oluşum sürecinde yaşadığı enflasyonla bağlantılı olduğunu ima eder. Bu bağlamda özellikle bianchi tip I'lerin önemi büyüktür. Çünkü erken evrende metrik anizotropik durumu ele almasına karşın günümüze doğru izotropik özellikler gösterir. Yani erken evrende bianchi tip I modeli günümüzde FRW evrenine dönüşür.

Bu tez kapsamında da teoriler arasındaki farklılıklar ya da benzerlikler bulmak adına Bianchi Tip I ve Tip V modellerinin her üç teoride kuvvet kanunu ve üstel yasa ilişkisi kullanılarak elde edilen modeller incelenmiştir. Bianchi I'in GR'daki çözümü için Tade and Sambhe (2012), $f(R)$ teorisindeki çözümü için Sharif and Shamir (2010) ve $f(R,T)$ teorisindeki çözümü için ise Shamir et al. (2012) çalışmaları, Bianchi V'in GR'daki çözümü için Tiwari and Singh (2014), $f(R)$ teorisindeki çözümü için Sharif and Shamir (2010) ve $f(R,T)$ teorisindeki çözümü için ise Shamir et al. (2012) çalışmaları incelenmiştir.

5.1. GR-f(R)-f(R,T) Teorilerinde Bianchi Tip I Çözümleri

GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorilerinde Bianchi tip I evren modeli üzerinden karşılaştırma yapabilmek adına (Tade and Sambhe, 2012), (Sharif and Shamir, 2010) ve (Shamir et al., 2012) çalışmalarından yararlandık. Elde ettikleri sonuçlarda her üç teoride uygun sabit değerleri seçerek σ/θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimini incelemek adına grafikler oluşturduk ve bu grafikler üzerinden karşılaştırmalarını yaptık.

5.1.1. GR' de Çözüm

Bianchi tip I için metrik,

$$ds^2 = dt^2 - A^2(t)dx^2 - B^2(t)dy^2 - C^2(t)dz^2 \quad (5.1)$$

şeklinde verilir. Burada A, B ve C zamana bağlı ölçek faktörleridir. Bu metriği (2.32)'de verilen Einstein alan denkleminde koyulduğu takdirde,

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = kT_1^1 \quad (5.2)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = kT_2^2 \quad (5.3)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} = kT_3^3 \quad (5.4)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = kT_4^4 \quad (5.5)$$

şeklinde denklemler elde edilmektedir. Bu denklemlerde nokta t 'ye göre türevi, k Einstein Gravitasyonel sabitini, 1, 2, 3 ve 4 indisleride sırayla x, y, z ve t 'yi temsil etmektedir.

Enerji momentum tensörü,

$$T_\mu^\nu = (\rho + p)u_\mu u^\nu - p\delta_\mu^\nu \quad (5.6)$$

şeklinde ideal akışkan olarak alınmıştır. Burada u^ν dördümlü hız vektörüdür ve

$$g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = 1 \quad (5.7)$$

sağlar. ρ ideal akışkanın ve karanlık enerjinin toplamının enerji yoğunluğunu, p ise ideal akışkan ve karanlık enerjiden kaynaklı basıncı ifade etmektedir ve

$$\rho = \rho_{PF} + \rho_{DE} \quad , \quad p = p_{PF} + p_{DE} \quad (5.8)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Tade ve Sambhe, 2012).

komoving referans sisteminde,

$$T_4^4 = \rho \quad \text{ve} \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -p \quad (5.9)$$

şeklindedir. (5.9)'u (5.2-5.5) denklemlerinde yerine konulduğu takdirde Einstein alan denklemleri,

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = -kp \quad (5.10)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = -kp \quad (5.11)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} = -kp \quad (5.12)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = k\rho \quad (5.13)$$

halini almaktadır.

(5.11) denkleminde (5.10) denklemini çıkartıldığında,

$$\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} = 0 \quad (5.14)$$

kalır. (5.14) denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) + \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) = 0 \quad (5.15)$$

formunda da yazılabilir.

$$V = ABC \quad (5.16)$$

şeklinde bir fonksiyon tanımlandığı takdirde (5.15) denklemi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) + \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right) \frac{\dot{V}}{V} = 0 \quad (5.17)$$

şeklinde yazılabilir. (5.17) denkleminin integrali alındığı takdirde

$$\frac{A}{B} = d_1 \exp \left[x_1 \int \frac{1}{V} dt \right] \quad (5.18)$$

elde edilir. Burada d_1 ve x_1 integrasyon sabitleridir.

(5.10), (5.11) ve (5.12) denklemleri kullanılarak da

$$\frac{A}{C} = d_2 \exp \left[x_2 \int \frac{1}{V} dt \right] \quad (5.19)$$

$$\frac{B}{C} = d_3 \exp \left[x_3 \int \frac{1}{V} dt \right] \quad (5.20)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu denklemlerde de $d_3 = d_1 d_2$ ve $x_3 = x_1 + x_2$ 'dir.

(5.18), (5.19) ve (5.20) denklemleri kullanarak $A(t)$, $B(t)$ ve $C(t)$ ölçek faktörlerini

$$A = D_1 V^{1/3} \exp \left[X_1 \int \frac{dt}{V} \right] \quad (5.21)$$

$$B = D_2 V^{1/3} \exp \left[X_2 \int \frac{dt}{V} \right] \quad (5.22)$$

$$C = D_3 V^{1/3} \exp \left[X_3 \int \frac{dt}{V} \right] \quad (5.23)$$

olarak yazabiliriz. Bu denklemlerde $D_1 D_2 D_3 = 1$ ve $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ 'dır.

(5.10), (5.11), (5.12) ve (5.13) denklemleri kullanılarak uygun işlemler yapıldığı takdirde

$$\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} \right) + 2 \left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} \right) = \frac{3k}{2} (\rho - p) \quad (5.24)$$

elde edilir. (5.16) denkleminde

$$\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C}\right) + 2\left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC}\right) = \frac{\dot{V}}{V} \quad (5.25)$$

elde edilir ve

$$\frac{\dot{V}}{V} = \frac{3k}{2}(\rho - p) \quad (5.26)$$

olduğu görülür.

Enerji momentum tensörünün korunum denklemi

$$\dot{\rho} = -\frac{\dot{V}}{V}(\rho + p) \quad (5.27)$$

şeklindedir. (5.26) ve (5.17) denkleminde

$$\dot{V} = \pm \sqrt{C_1 + 3k\rho V^2} \quad (5.28)$$

olarak bulunur (Tade and Sambhe, 2012). Burada C_1 integrasyon sabitidir.

(5.28) denkleminin çözümünün kuadratik formu

$$\int \frac{dV}{\sqrt{C_1 + 3k\rho V^2}} = t + t_0 \quad (5.29)$$

şeklindedir (Tade and Sambhe, 2012). Burada t_0 integrasyon sabitidir ve başlangıç değerini uygun seçerek sıfır olarak alınabilir (Tade and Sambhe, 2012).

İdeal akışkanın uyduğu hal denklemi,

$$p_{PF} = \gamma \rho_{PF}, \quad \gamma \in [0,1] \quad (5.30)$$

karanlık enerjinin ise,

$$p_{DE} = \omega \rho_{DE}, \quad \omega \in [-1,0] \quad (5.31)$$

şeklindedir (Tade and Sambhe, 2012). Komoving sisteminde enerji momentum tensörünün korunum denklemi, enerji yoğunluğu için denge denklemine yol açar ve bu da

$$\dot{\rho}_{DE} + \dot{\rho}_{PF} = -\frac{\dot{V}}{V}(\rho_{DE} + \rho_{PF} + p_{DE} + p_{PF}) \quad (5.32)$$

şeklindedir (Tade ve Sambhe, 2012).

Karanlık enerji kendisi dışında başka hiçbir madde ile etkileşimde olmadığı için enerji yoğunluğunun evrim denklemi, ideal akışkandan ve (5.32) denkleminde ayrılması gerekir ve bu da

$$\dot{\rho}_{PF} + \frac{\dot{V}}{V}(\rho_{PF} + p_{PF}) = 0 \quad (5.33)$$

$$\dot{\rho}_{DE} + \frac{\dot{V}}{V}(\rho_{DE} + p_{DE}) = 0 \quad (5.34)$$

şeklinde iki ayrı denkleme yol açar. Bu denklemler yardımı ile ρ_{PF} ve ρ_{DE} sırayla,

$$\rho_{PF} = \frac{\rho_0}{V^{1+\gamma}} \quad (5.35)$$

$$\rho_{DE} = \frac{\rho_1}{V^{1+\omega}} \quad (5.36)$$

olarak bulunur. Burada ρ_0 ve ρ_1 integrasyon sabitleridir. Bu durumlarla birlikte (5.29) denklemi

$$\int \frac{dV}{\sqrt{C_1 + 3k\{\rho_0 V^{1-\gamma} + \rho_1 V^{1-\omega}\}}} = t + t_0 \quad (5.37)$$

olur.

Evrenin fiziksel parametreleri ise,

Hubble parametresi:

$$H = \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \quad (5.38)$$

Genişleme skaleri :

$$\theta = 3H \quad (5.39)$$

Anizotropi parametresi :

$$A = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\Delta H_i}{H} \right)^2 \quad (5.40)$$

Burulma parametresi :

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 H_i^2 - 3H^2 \right) \quad (5.41)$$

şeklinde tanımlanır.

Tade and Sambhe yaptıkları bu çalışmada Bianchi I tipi evren modelinin kozmolojik çözümlerinin bulunması adına kuvvet kanunu ve üstel yasa ilişkisini kullanılmışlar ve bu sonuçlar üzerinden de iki farklı evren modeli oluşturmuşlardır.

Güç yasası ilişkisinden elde edilen model de,

$$V = at^b \quad (5.42)$$

ilişkisi kullanılarak a ve b'nin sabit olduğu durumda yapılan çözümlerden elde ettikleri fiziksel parametreler aşağıda gösterilmiştir.

Ölçek faktörlerini (5.21), (5.22), (5.23) ve (5.24)'den,

$$A = D_1[at^b]^{\frac{1}{3}} \exp\left\{\frac{X_1}{a(1-b)} t^{(1-b)}\right\} \quad (5.43)$$

$$B = D_2[at^b]^{\frac{1}{3}} \exp\left\{\frac{X_2}{a(1-b)} t^{(1-b)}\right\} \quad (5.44)$$

$$C = D_3[at^b]^{\frac{1}{3}} \exp\left\{\frac{X_3}{a(1-b)} t^{(1-b)}\right\} \quad (5.45)$$

ideal akışkanın ve karanlık enerjinin yoğunluklarını (5.35) ve (5.36)'den,

$$\rho_{PF} = \rho_0 a^{-(1+\gamma)} t^{-b(1+\gamma)} \quad (5.46)$$

$$\rho_{DE} = \rho_1 a^{-(1+\omega)} t^{-b(1+\omega)} \quad (5.47)$$

genişleme skalerini (5.39)'dan

$$\theta = \frac{b}{t} \quad (5.48)$$

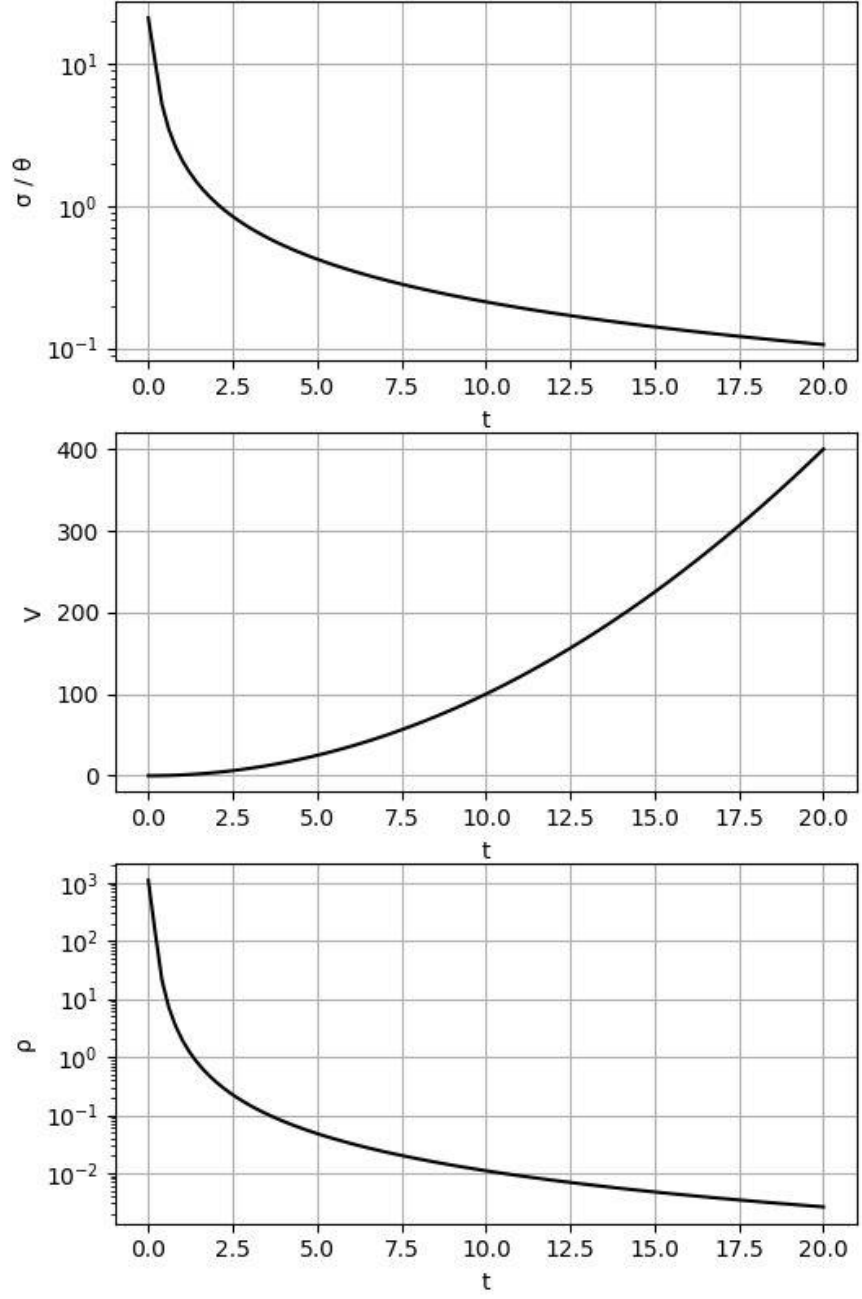
anizotropi parametresini (5.40)'den,

$$A = \frac{3X^2}{a^2 b^2 t^{2(b-1)}} \quad (5.49)$$

burulma parametresi (5.41)'den,

$$\sigma^2 = \frac{X^2}{2a^2} t^{-2b} \quad (5.50)$$

elde etmişlerdir (Tade and Sambhe, 2012). Şekil 5.1'de de σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.1- GR'da kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $b = 2.5$, $X = 6$, $a = \rho_1 = \rho_0 = 1$, $\gamma = 0.5$ ve $\omega = 0$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.1'deki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu da hem gözlemsel verilerle hem de standart kozmolojik modele uygun olduğunu göstermektedir.

Üstel yasa ilişkisinden elde edilen model de ise,

$$V = \alpha e^{\beta t} \quad (5.51)$$

ilişkisi kullanılarak α ve β 'nın sabit olduğu durumda (Tade and Sambhe, 2012) yapılan çözümlerden elde ettikleri fiziksel parametreler aşağıdaki gösterilmiştir.

Ölçek faktörleri,

$$A = D_1 [\alpha e^{\beta t}]^{\frac{1}{3}} \exp \left\{ \frac{-X_1}{\alpha \beta} e^{\beta t} \right\} \quad (5.52)$$

$$B = D_2 [\alpha e^{\beta t}]^{\frac{1}{3}} \exp \left\{ \frac{-X_2}{\alpha \beta} e^{\beta t} \right\} \quad (5.53)$$

$$C = D_3 [\alpha e^{\beta t}]^{\frac{1}{3}} \exp \left\{ \frac{-X_3}{\alpha \beta} e^{\beta t} \right\} \quad (5.54)$$

ideal akışkanın ve karanlık enerjinin yoğunlukları,

$$\rho_{PF} = \rho_0 \alpha^{-(1+\gamma)} e^{-(1+\gamma)\beta t} \quad (5.55)$$

$$\rho_{DE} = \rho_1 \alpha^{-(1+\omega)} e^{-(1+\omega)\beta t} \quad (5.56)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \beta \quad (5.57)$$

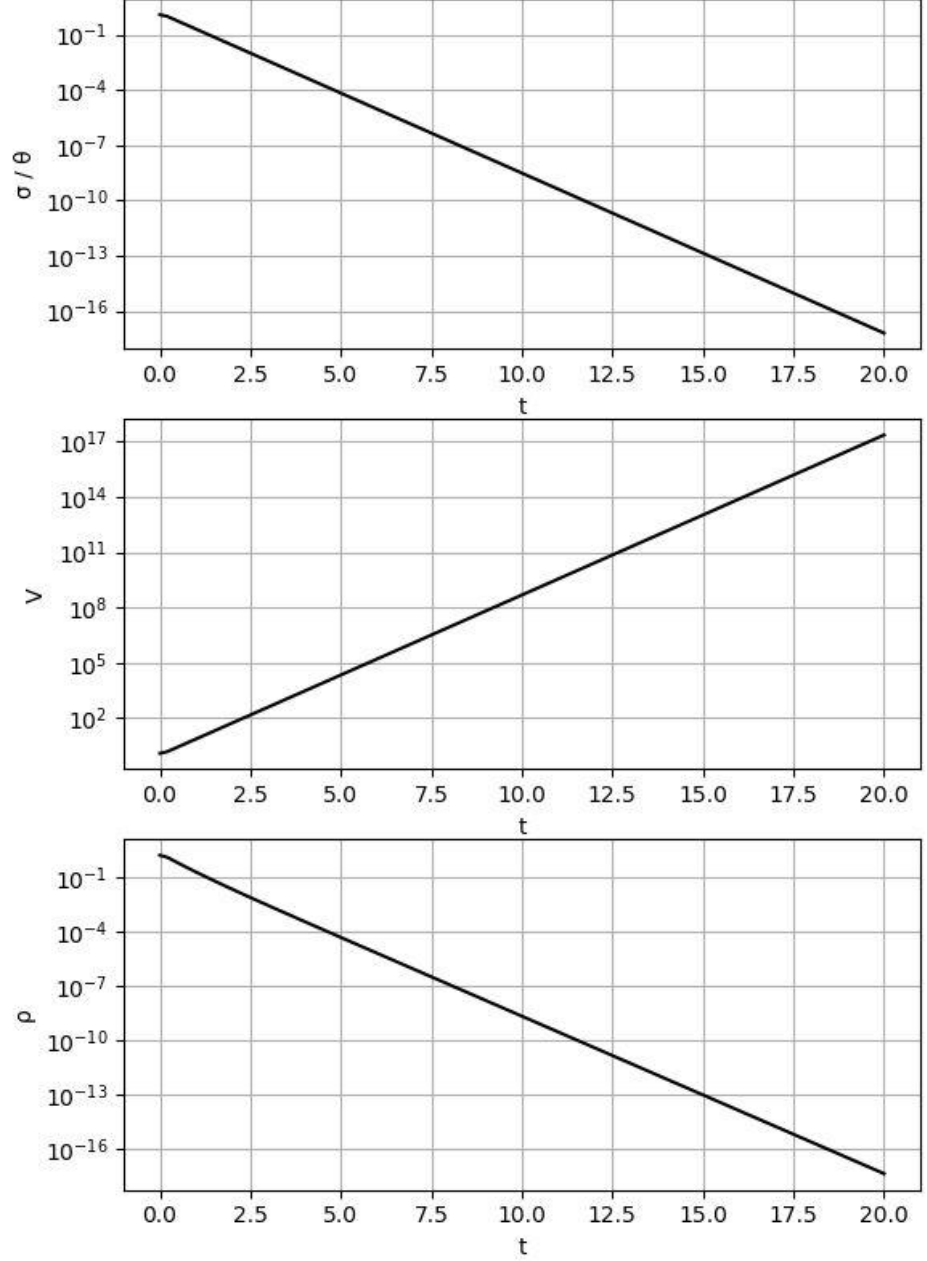
anizotropi parametresi,

$$A = \frac{3X^2}{\alpha^2 \beta^2} e^{-2\beta t} \quad (5.58)$$

burulma skaleri,

$$\sigma^2 = \frac{X^2}{2\alpha^2} e^{-2\beta t} \quad (5.59)$$

şeklinde elde etmişlerdir (Tade and Sambhe, 2012). Şekil 5.2’de de σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.2- GR’da üstel çözümden elde edilen σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişimi. Sabitler $X = 6$, $a = \beta = \rho_1 = \rho_0 = 1$, $\gamma = 0.5$ ve $\omega = 0$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ ’nin zamanla değişimini, ortadaki grafik V ’nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ ’nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.2’deki grafiklere bakıldığında kuvvet kanunu çözümünde olduğu gibi σ / θ ve ρ ’nun zamanla azalırken V ’nin arttığı görülmektedir. Bu durum yine

aynı şekilde hem gözlemsel verilerle hem de standart kozmolojik modele uygun olduğunu göstermektedir.

5.1.2. f(R) Teorisinde Çözüm

(3.26) f(R) için alan denklemini

$$F(R)R_{\mu\nu} - \nabla_\mu \nabla_\nu F(R) - \kappa T_{\mu\nu} = \left[\frac{F(R)R - \square F(R) - \kappa T}{4} \right] g_{\mu\nu} \quad (5.60)$$

şeklinde düzenlenebilir. (5.6)'da verilen enerji momentum tensörünün ideal akışkan formu ile birlikte (5.1)'de verilen metriği bu alan denkleminde koyulduğu takdirde

$$-F \left[\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} \right] - \ddot{F} - \kappa \rho = \left[\frac{F(R)R - \square F(R) - \kappa T}{4} \right] \quad (5.61)$$

$$F \left[\ddot{A}A + \dot{A}\dot{A} \left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \right] + A\dot{A}\dot{F} - \kappa A^2 p = \left[\frac{F(R)R - F(R) - \kappa T}{4} \right] (-A^2) \quad (5.62)$$

$$F \left[\ddot{B}B + \dot{B}\dot{B} \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \right] + B\dot{B}\dot{F} - \kappa B^2 p = \left[\frac{F(R)R - F(R) - \kappa T}{4} \right] (-B^2) \quad (5.63)$$

$$F \left[\ddot{C}C + \dot{C}\dot{C} \left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{A}}{A} \right) \right] + C\dot{C}\dot{F} - \kappa C^2 p = \left[\frac{F(R)R - F(R) - \kappa T}{4} \right] (-C^2) \quad (5.64)$$

şeklinde dört denklem elde edilir. Burada $F = df(R)/dR$ 1 ve nokta da t zamana göre türevi temsil etmektedir.

(5.61) denkleminde sırayla (5.62), (5.63) ve (5.64) denklemleri çıkarıldığı takdirde,

$$-\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{A}\dot{F}}{AF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.65)$$

$$-\frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{B}\dot{A}}{BA} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{B}\dot{F}}{BF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.66)$$

$$-\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} + \frac{\dot{C}\dot{F}}{CF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.67)$$

eşitlikleri elde edilir. Enerji momentum tensörünün korunum denklemi de (5.27)'de gösterildiği gibidir.

Kullanılan fiziksel parametrelerin tanımları (5.38-5.41) denklemleriyle verilmiştir. Bunun dışında ölçek faktörleri Sharif and Shamir çalışmalarında,

$$A = ap_1 \exp \left[q_1 \int \frac{dt}{a^3 F} \right] \quad (5.68)$$

$$B = ap_2 \exp \left[q_2 \int \frac{dt}{a^3 F} \right] \quad (5.69)$$

$$C = ap_3 \exp \left[q_3 \int \frac{dt}{a^3 F} \right] \quad (5.70)$$

şeklinde elde etmişlerdir (Sharif and Shamir, 2010). Burada,

$$p_1 = (d_1^{-2} d_2^{-1})^{\frac{1}{3}}, \quad p_2 = (d_1 d_2^{-1})^{\frac{1}{3}}, \quad p_3 = (d_1 d_2^2)^{\frac{1}{3}}, \quad p_1 p_2 p_3 = 1 \quad (5.71)$$

$$q_1 = -\frac{2c_1 + c_2}{3}, \quad q_2 = \frac{c_1 - c_2}{3}, \quad q_3 = \frac{c_1 + 2c_2}{3}, \quad q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (5.72)$$

ve c_i ve d_i integral sabitleridir. Sharif ve Shamir F ve a arasında,

$$F = ka^m \quad (5.73)$$

ilişkisini kullanmışlardır. Burada k orantı sabiti, m herhangi bir tamsayıdır. a için aşağıdaki gibi biri kuvvet kanunu diğeri ise üstel yasa olacak şekilde,

$$a = (nlt + k_1)^{\frac{1}{n}}, \quad n \neq 0 \quad (5.74)$$

$$a = k_2 \exp(lt), \quad (5.75)$$

seçerek iki model oluşturmuşlardır (Sharif and Shamir, 2010). Burada $H = la^{-n}$, $l > 0$ ve $n \geq 0$ alınmıştır.

5.1.2.1. Kuvvet Kanunu Modeli

Bu model için $F = k(nlt + k_1)^{-\frac{2}{n}}$ halini alır. Buradan yola çıkarak ölçek faktörleri,

$$A = p_1(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_1(nlt+k_1)^{\frac{n-1}{n}}}{kl(n-1)} \right], \quad n \neq 1 \quad (5.76)$$

$$B = p_2(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_2(nlt+k_1)^{\frac{n-1}{n}}}{kl(n-1)} \right], \quad n \neq 1 \quad (5.77)$$

$$C = p_3(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_3(nlt+k_1)^{\frac{n-1}{n}}}{kl(n-1)} \right], \quad n \neq 1 \quad (5.78)$$

genelleştirilmiş Hubble parametresi,

$$H = \frac{l}{nlt+k_1} \quad (5.79)$$

hacim faktörü,

$$V = (nlt + k_1)^{\frac{3}{n}} \quad (5.80)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{3l^2 k^2 (nlt+k_1)^{\frac{2}{n}-2}} \quad (5.81)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{3l}{nlt+k_1} \quad (5.82)$$

burulma parametresi ise

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k^2 (nlt+k_1)^{\frac{2}{n}}} \quad (5.83)$$

halini alır (Sharif and Shamir, 2010).

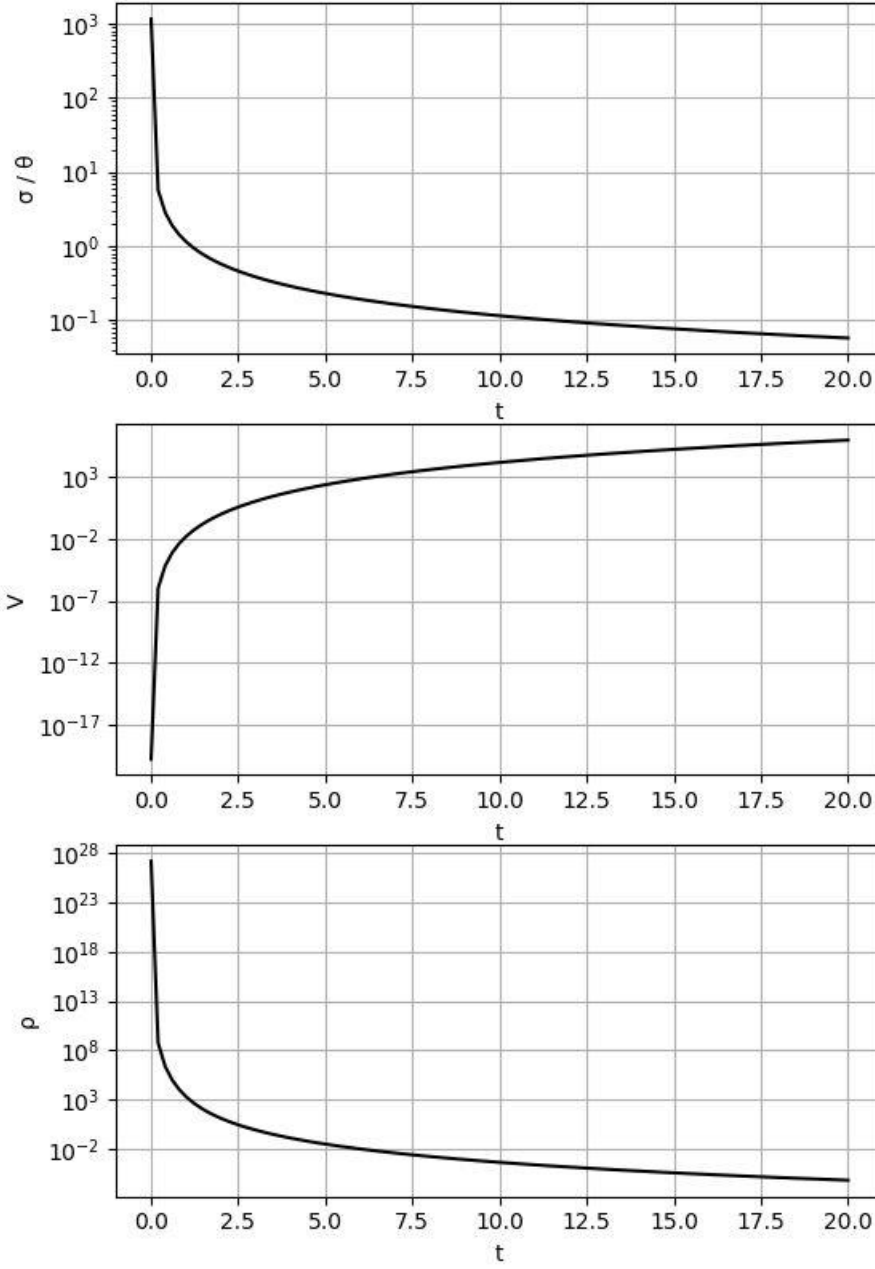
Katı madde (stiff matter) için $\omega = 1$ 'dir ve buradan da $p = \rho$ sonucu elde edilir. Böylece evrenin enerji yoğunluğu ve basınç parametreleri

$$2\kappa\rho = 2\kappa p = -\frac{6kl^2}{(nlt+k_1)^{\frac{2}{n}+2}} - \frac{q_1^2+q_2^2+q_3^2}{k(nlt+k_1)^{\frac{4}{n}}} \quad (5.84)$$

halini alır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametreleri verecek $f(R)$ fonksiyonu ise

$$f(R) = \frac{k}{2}(nlt+k_1)^{\frac{-2}{n}}R + 3kl^2(n-2)(nlt+k_1)^{\frac{-2n-2}{n}} \quad (5.85)$$

şeklinde bulunur (Sharif and Shamir, 2010). Şekil 5.3'de de σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 2.3- $f(R)$ 'da kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $n = 0.5$, $k_1 = 0$, $q_1 = q_2 = l = 1$, $q_3 = -2$, $k = -1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.3'deki grafiklere bakıldığında σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.1.2.2. Üstel Yasa Modeli

Bu modelde ise $F = k(k_2 \exp(lt))^{-2}$ şeklinde alınır. Bu durumda ölçek faktörleri,

$$A = p_1 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_1 \exp(-lt)}{klk_2} \right] \quad (5.86)$$

$$B = p_2 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_2 \exp(-lt)}{klk_2} \right] \quad (5.87)$$

$$C = p_3 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_3 \exp(-lt)}{klk_2} \right] \quad (5.88)$$

genelleştirilmiş Hubble parametresi

$$H = l \quad (5.89)$$

hacim faktörü,

$$V = k_2^3 \exp(3lt) \quad (5.90)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \left[\frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{3l^2 k^2 k_2^2} \right] \exp(-2lt) \quad (5.91)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = 3l \quad (5.92)$$

burulma parametresi ise

$$\sigma^2 = \left[\frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k^2 k_2^2} \right] \exp(-2lt) \quad (5.93)$$

olur (Sharif and Shamir, 2010).

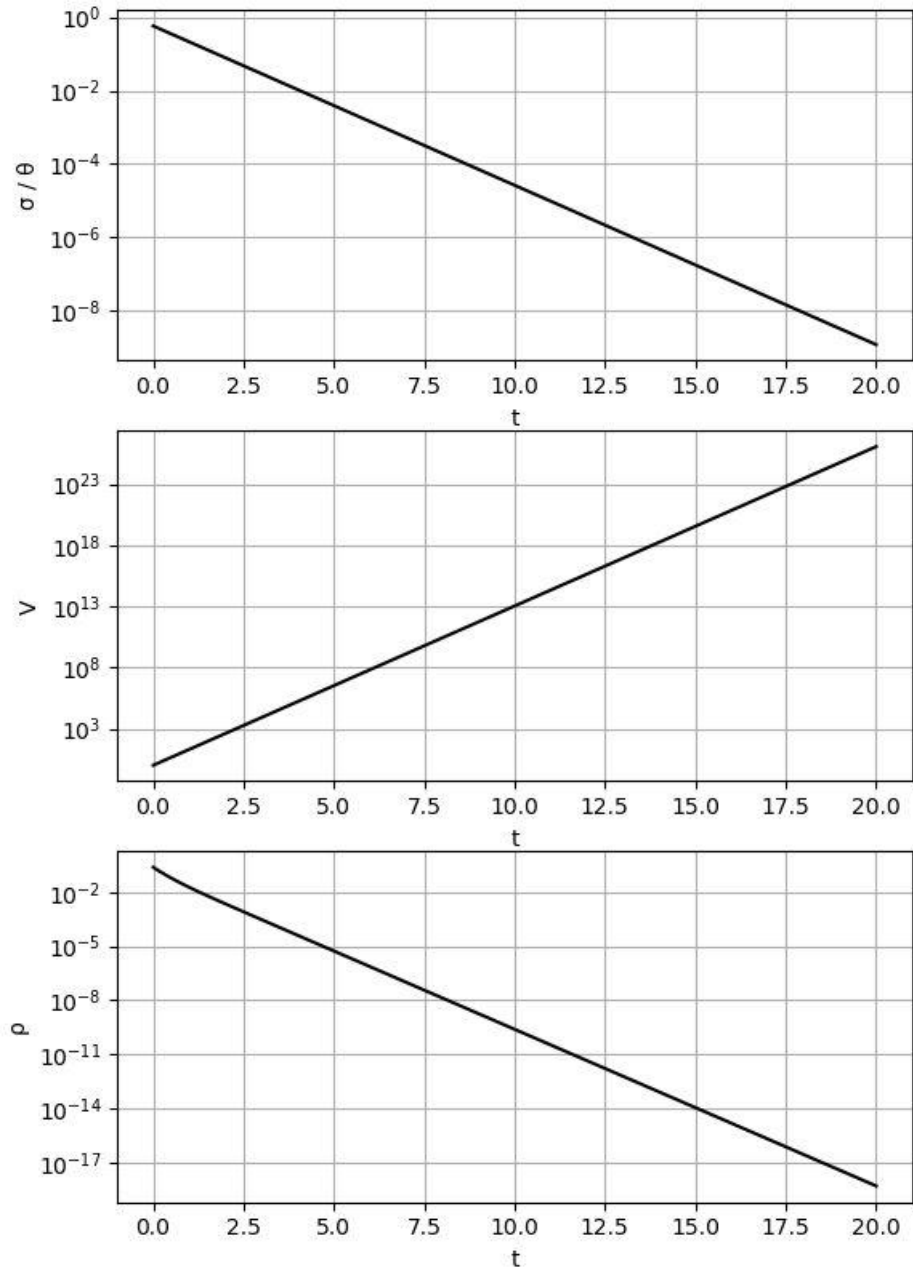
$\omega = 1$ için evrenin enerji yoğunluğu ve basınç parametreleri

$$2\kappa\rho = 2\kappa p = -\frac{6kl^2 \exp(-2lt)}{k_2^2} - \frac{(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) \exp(-4lt)}{kk_2^4} \quad (5.94)$$

halini alır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametreleri verecek $f(R)$ fonksiyonu ise

$$f(R) = \frac{k}{2k_2^2} \exp(-2lt)(R - 12l^2) \quad (5.95)$$

şeklinde bulunur (Sharif and Shamir, 2010). Şekil 5.4’de de σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.4- $f(R)$ 'da üstel çözümden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $k_2 = q_1 = q_2 = l = 1, q_3 = -2, k = -1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.4'deki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.1.3. $f(R,T)$ Teorisinde Çözüm

Shamir et al. çalışmasında $f(R,T)$ fonksiyonunu

$$f(R,T) = R + 2f(T) \quad (5.96)$$

şeklinde almışlardır. Burada $f(T) = \lambda T$ 'dir ve λ herhangi bir sabittir. (5.96) fonksiyonunu (4.10)'da verilen $f(R,T)$ teorisinin alan denkleminde yerine konulmasıyla

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} + 2f'(T)T_{\mu\nu} + [f(T) + 2pf'(T)]g_{\mu\nu} \quad (5.97)$$

şeklinde elde edilebilir (Shamir et al., 2012). (5.6)'da verilen enerji momentum tensörünün ideal akışkan formu ile birlikte (5.1)'de verilen metriği bu alan denkleminde koyulduğu takdirde (5.97)'da yerine konularak elde edilen alan denklemleri,

$$\frac{A}{A} \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{B}}{B} \frac{\dot{C}}{C} + \frac{A}{A} \frac{\dot{C}}{C} = (8\pi + 3\lambda)\rho - \lambda p \quad (5.98)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}}{B} \frac{\dot{C}}{C} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.99)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{A}{A} \frac{\dot{C}}{C} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.100)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{A}{A} \frac{\dot{B}}{B} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.101)$$

şeklinde dir. Burada sırayla (5.99)'dan (5.100)'ü, (5.101)'den (5.99)'u ve (5.99)'dan (5.101) çıkarıldığı takdirde,

$$\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \left(\frac{A}{A} - \frac{B}{B} \right) = 0 \quad (5.102)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{A}{A} \left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} \right) = 0 \quad (5.103)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\ddot{B}}{B} \left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{C}}{C} \right) = 0 \quad (5.104)$$

denklemleri elde edilir. Enerji momentum tensörünün korunum denklemi de (5.27)'de gösterildiği gibidir.

Kullanılan fiziksel parametreler (5.38-5.41) denklemlerinde verildiği gibidir. Bunun dışında ölçek faktörleri,

$$A = ap_1 \exp \left[q_1 \int \frac{dt}{a^3} \right] \quad (5.105)$$

$$B = ap_2 \exp \left[q_2 \int \frac{dt}{a^3} \right] \quad (5.106)$$

$$C = ap_3 \exp \left[q_3 \int \frac{dt}{a^3} \right] \quad (5.107)$$

şeklindedir. Burada,

$$p_1 = (d_1^{-2} d_2^{-1})^{\frac{1}{3}}, \quad p_2 = (d_1 d_2^{-1})^{\frac{1}{3}}, \quad p_3 = (d_1 d_2^2)^{\frac{1}{3}}, \quad p_1 p_2 p_3 = 1 \quad (5.108)$$

$$q_1 = -\frac{2c_1+c_2}{3}, \quad q_2 = \frac{c_1-c_2}{3}, \quad q_3 = \frac{c_1+2c_2}{3}, \quad q_1 + q_2 + q_3 = 0 \quad (5.109)$$

ve c_i ve d_i integral sabitleridir. Çözüm için F ve a arasında (5.83)'de ilişki kullanılmış ve a için (5.84) ve (5.85) durumları incelemişlerdir (Shamir et al., 2012).

5.1.3.1. Kuvvet Kanunu Modeli

Ölçek faktörleri,

$$A = p_1 (nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_1 (nlt + k_1)^{\frac{3-n}{n}}}{l(n-3)} \right], \quad n \neq 3 \quad (5.110)$$

$$B = p_2 (nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_2 (nlt + k_1)^{\frac{3-n}{n}}}{l(n-3)} \right], \quad n \neq 3 \quad (5.111)$$

$$C = p_3(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{q_3(nlt+k_1)^{\frac{3-n}{n}}}{l(n-3)} \right], \quad n \neq 3 \quad (5.112)$$

genelleştirilmiş Hubble parametresi,

$$H = \frac{l}{nlt+k_1} \quad (5.113)$$

hacim faktörü,

$$V = (nlt + k_1)^{\frac{3}{n}} \quad (5.114)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{3l^2(nlt+k_1)^{\frac{6-2n}{n}}} \quad (5.115)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{3l}{nlt+k_1} \quad (5.116)$$

burulma parametresi

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \quad (5.117)$$

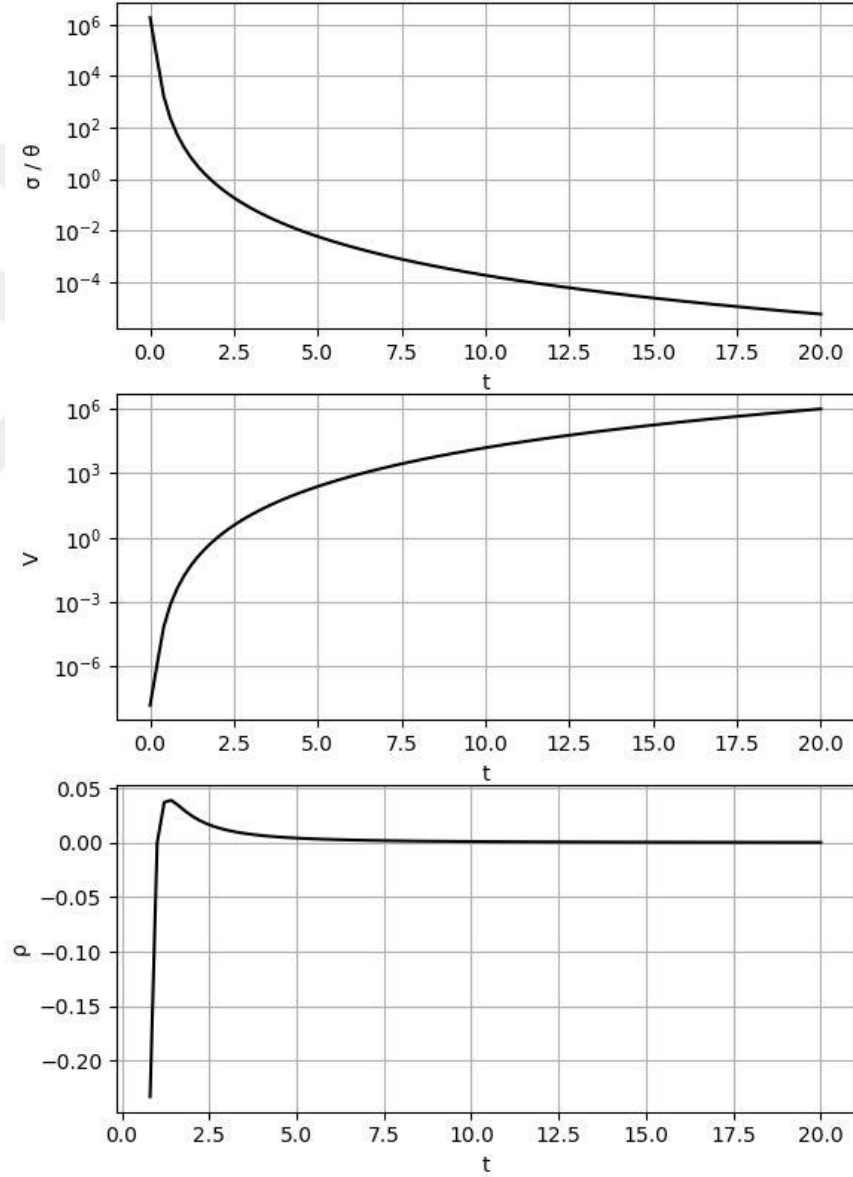
halini alır (Shamir et al., 2012). Evrenin toplam enerji yoğunluğu

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4(\lambda+2\pi) \left\{ \frac{3l^2}{(nlt+k_1)^2} + \frac{q_1q_2+q_2q_3+q_1q_3}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} - \lambda \left\{ \frac{3l^2(1-n)}{(nlt+k_1)^2} + \frac{q_1^2+q_2^2+q_3^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} \right] \quad (5.118)$$

ve basıncı,

$$p = \frac{-1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4\pi \left\{ \frac{3l^2}{(nlt+k_1)^2} + \frac{q_1q_2+q_2q_3+q_1q_3}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} + (3\lambda+8) \left\{ \frac{3l^2(1-n)}{(nlt+k_1)^2} + \frac{q_1^2+q_2^2+q_3^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} \right] \quad (5.119)$$

şeklinde bulmuşlardır (Shamir et al., 2012). Şekil 5.5’de de σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.5- $f(R,T)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişimi. Sabitler $n = 0.5$, $k_1 = 0$, $q_1 = q_2 = l = 1$, $q_3 = -2$, $\lambda = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ ’nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V ’nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ ’nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.5'deki grafiklere bakıldığında σ / θ 'nın zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. ρ 'nun ise -eksi değerden başlayarak arttığı ve daha sonra azaldığı görülmektedir. Yani başlangıç durumunda eksi yoğunluk ile başlayıp zamanla artarak artı yoğunluk değerine çıkmış, daha sonra ise zamanla azalmaya başlamıştır. σ / θ ve V gözlemsel verilerle ve standart kozmolojik modelle uyumlu çıkmış olsa da ρ evrenin başlangıç durumuyla ilgili gözlemsel ve standart kozmolojik modele uymayan bir davranış sergilediği görülmektedir.

5.1.3.2. Üstel Yasa Modeli

Ölçek faktörleri,

$$A = p_1 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_1 \exp(-3lt)}{3lk_2^3} \right] \quad (5.120)$$

$$B = p_2 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_2 \exp(-3lt)}{3lk_2^3} \right] \quad (5.121)$$

$$C = p_3 k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{q_3 \exp(-3lt)}{3lk_2^3} \right] \quad (5.122)$$

genelleştirilmiş Hubble parametresi

$$H = l \quad (5.123)$$

hacim faktörü,

$$V = k_2^3 \exp(3lt) \quad (5.124)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{3l^2 k_2^6 \exp(6lt)} \quad (5.125)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = 3l \quad (5.126)$$

burulma parametresi

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k_2^6 \exp(6lt)} \quad (5.127)$$

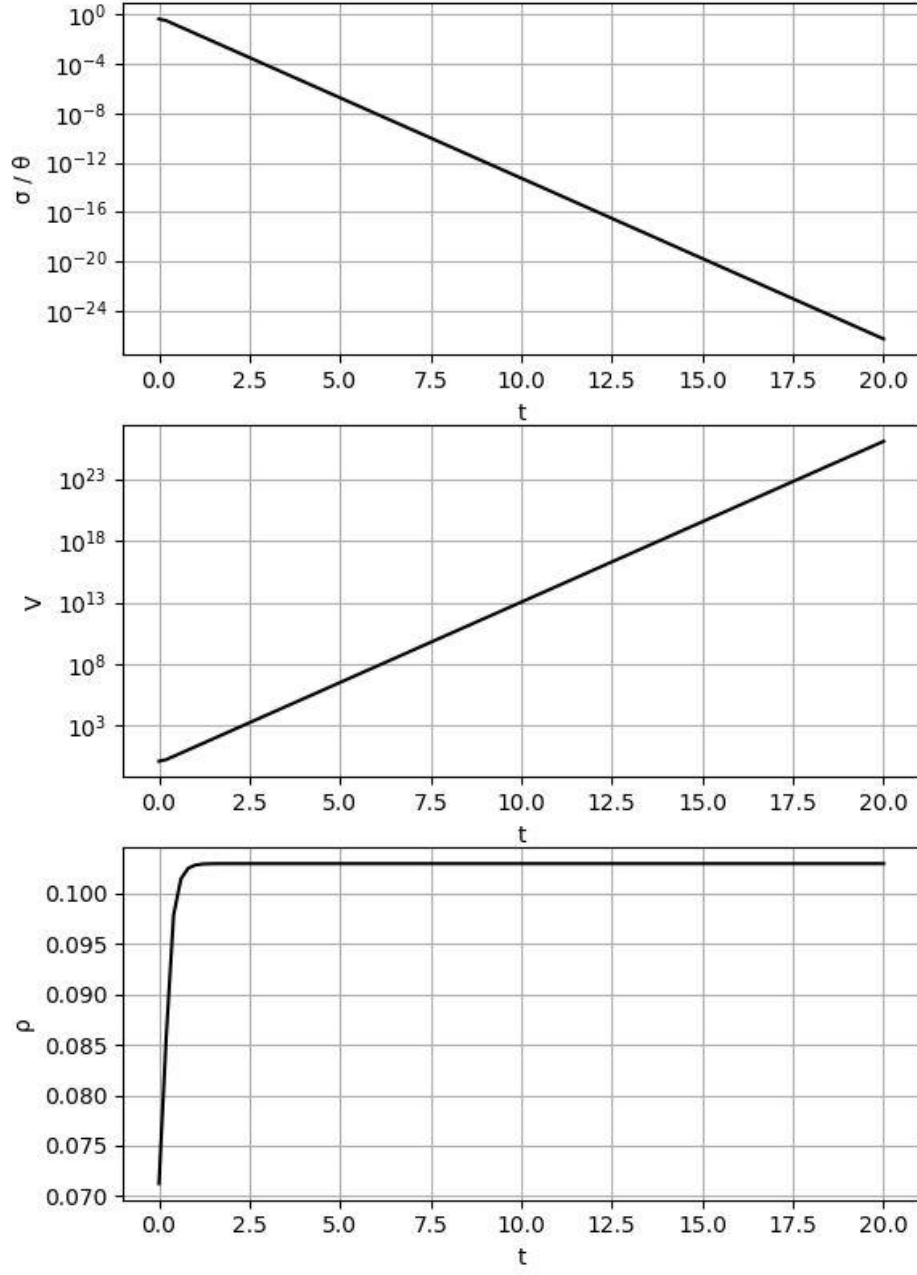
halini alır. Evrenin toplam enerji yoğunluğu

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4(\lambda+2\pi) \left\{ 3l^2 + \frac{q_1 q_2 + q_2 q_3 + q_1 q_3}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} - \lambda \left\{ 3l^2 + \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} \right] \quad (5.128)$$

ve basıncı ise,

$$p = \frac{-1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4\pi \left\{ 3l^2 + \frac{q_1 q_2 + q_2 q_3 + q_1 q_3}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} + (3\lambda+8) \left\{ 3l^2 + \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} \right] \quad (5.129)$$

şeklinde bulmuşlardır (Shamir et al., 2012). Şekil 5.6'da da σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.6-f(R,T)'de üstel çözümden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $k_2 = q_1 = q_2 = l = 1, q_3 = -2, \lambda = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.6'daki grafiklere bakıldığında σ / θ 'nın zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. ρ 'nun ise zamanla arttığı ve belirli bir süre sonra sabit gittiği görülmektedir. σ / θ ve V gözlemsel verilerle ve standart kozmolojik modelle

uyumlu çıkmış olsa da ρ gözlemsel veriler ve standart kozmolojik modele uymayan bir davranış sergilediği görülmektedir.

5.2. GR-f(R)-f(R,T) Teorilerinde Bianchi Tip V Çözümleri

GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorilerinde Bianchi tip V evren modeli üzerinden karşılaştırma yapabilmek adına Tiwari and Singh (2015), Sharif and Shamir (2010) ve Shamir et al. (2012) çalışmalarından yararlandık. Elde ettikleri sonuçlarda her üç teoride uygun sabit değerleri seçerek σ/θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimini incelemek adına grafikler oluşturduk ve bu grafikler üzerinden karşılaştırmalarını yaptık.

5.2.1. GR'de Çözüm

Bianchi tip V için metrik,

$$ds^2 = -dt^2 + A^2(t)dx^2 + e^{2mx}[B^2(t)dy^2 + C^2(t)dz^2] \quad (5.130)$$

şeklindedir. Burada A, B ve C zamana bağlı ölçek faktörleri, m 'de sabittir. (2.32)'de verilen Einstein alan denklemi kozmolojik sabitin eklenmesi ile birlikte

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -8\pi GpT_{\mu\nu} + \Lambda(t)g_{\mu\nu} \quad (4.131)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Burada $\Lambda(t)$ Kozmolojik sabittir. (5.6)'da verilen enerji momentum tensörünün ideal akışkan formu ile birlikte (5.130) metriği (5.131) alan denkleminde yerine konulduğu takdirde

$$\frac{m^2}{A^2} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{B}}{B} \frac{\dot{C}}{C} = 8\pi Gp - \Lambda \quad (5.132)$$

$$\frac{m^2}{A^2} - \frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{A}}{A} \frac{\dot{C}}{C} = 8\pi Gp - \Lambda \quad (5.133)$$

$$\frac{m^2}{A^2} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \frac{\dot{A}}{A} = 8\pi Gp - \Lambda \quad (5.134)$$

$$-\frac{3m^2}{A^2} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} = 8\pi Gp - \Lambda \quad (5.135)$$

$$2\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} = 0 \quad (5.136)$$

şeklinde Einstein alan denklemleri elde edilir.

Einstein tensörünün diverjansının sıfırlanması açısından Tiwari ve Singh çalışmasında,

$$8\pi G \left[\dot{\rho} + (\rho + p) \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C} \right) \right] + 8\pi G\dot{G} + \dot{\Lambda} = 0 \quad (5.137)$$

denklemini elde etmişlerdir (Tiwari and Singh, 2015). Karanlık enerji ile ideal akışkanın etkileşmediği düşünülerek (5.137) denklemi

$$8\pi G\dot{G} + \dot{\Lambda} = 0, \quad 8\pi G[\dot{\rho} + (\rho + p)V] = 0 \quad (5.138)$$

şeklinde ayırmışlardır. Λ 'nın sıfır ya da sabit olduğu durumları için G her zaman sabit olduğu görülmektedir (Tiwari and Singh, 2015).

Ortalama ölçek faktörü

$$R^3 = \sqrt{-g} = ABC \quad (5.139)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (5.136) denkleminde

$$A^2 = BC \quad (5.140)$$

sonucu ortaya çıkmaktadır. (5.132-134) ve (5.140)'den,

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{R}}{R} \quad (5.141)$$

$$\frac{\dot{B}}{B} = \frac{\dot{R}}{R} - \frac{a}{R^3} \quad (5.142)$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{R}}{R} + \frac{a}{R^3} \quad (5.143)$$

eşitlikleri elde edilmektedir. Burada a integrasyon sabitidir. (5.141-5.143) denklemlerinin integralleri alındığı takdirde,

$$A = \alpha_1 R \quad (5.143)$$

$$B = \alpha_2 R \left(-a \int \frac{dt}{R^3} \right) \quad (5.144)$$

$$C = \alpha_3 R \left(a \int \frac{dt}{R^3} \right) \quad (5.145)$$

şeklinde ölçek faktörleri bulunmaktadır. Burada $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ integrasyon sabitleridir ve $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = 1$ 'dir.

Kullanılan fiziksel parametreler (5.38-5.41) denklemlerinde verildiği gibidir.

Tiwari and Singh ölçek faktörü R 'nin değerini bulmak adına birim genişleme skaleri θ başına anizotropi σ/θ 'nın ölçek faktörü R 'nin bir fonksiyonuyla orantılı olacak şekilde

$$\frac{\sigma/\theta}{\theta} = \frac{b}{R^n} \quad (5.146)$$

seçmişlerdir. Burada $b > 0$ ve $n \geq 0$ şeklinde alınabilen sabitleri göstermektedir (Tiwari and Singh, 2014).

Bianchi tip V metriği için

$$\theta = 3 \frac{\dot{R}}{R} \quad (5.147)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{6} \left[\left(\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} \right)^2 + \left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} \right)^2 + \left(\frac{\dot{C}}{C} - \frac{\dot{A}}{A} \right)^2 \right] \quad (5.148)$$

şeklindeydir. Tiwari ve Singh, (5.147) ve (5.148)'i (5.146)'da yerine konulmasıyla ölçek faktörü R için,

$$R = \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{2/3-n}, \quad n \neq 3 \quad (5.149)$$

$$R = k_0 \exp \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{a}{b}} t \right), \quad (5.150)$$

şeklinde iki farklı kuvvet kanununa ve üstel yasaya bağlı çözüm elde etmişlerdir (Tiwari and Singh, 2015). Bu eşitliklerde k ve k_0 integrasyon sabitleridir.

5.2.1.1. Kuvvet Kanunu Modeli

Ölçek faktörleri,

$$A = \alpha_1 \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{2/3-n} \quad (5.151)$$

$$B = \alpha_2 \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{2/3-n} \exp \left[\frac{6a}{n+3} \sqrt{\frac{b}{a}} \left\{ \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{n+3/n-3} \right\} \right] \quad (5.152)$$

$$C = \alpha_3 \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{2/3-n} \exp \left[\frac{-6a}{n+3} \sqrt{\frac{b}{a}} \left\{ \left(\frac{3-n}{6} \sqrt{\frac{a}{b}} t + k \right)^{n+3/n-3} \right\} \right] \quad (5.153)$$

Hubble parametresi,

$$H = \frac{2}{(3-n)t} \quad (5.154)$$

hacim,

$$V = R^3 = t^{6/3-n} \quad (5.155)$$

genişleme skaleri,

$$\theta = \frac{6}{(3-n)t} \quad (5.156)$$

evrenin yoğunluk ve basıncı,

$$\rho = p = \frac{k_1}{t^{12/3-n}} \quad (5.157)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{a^2 (n+3)^4}{2 (n-3)^2} \frac{1}{t^{2(3+n)/3-n}} \quad (5.158)$$

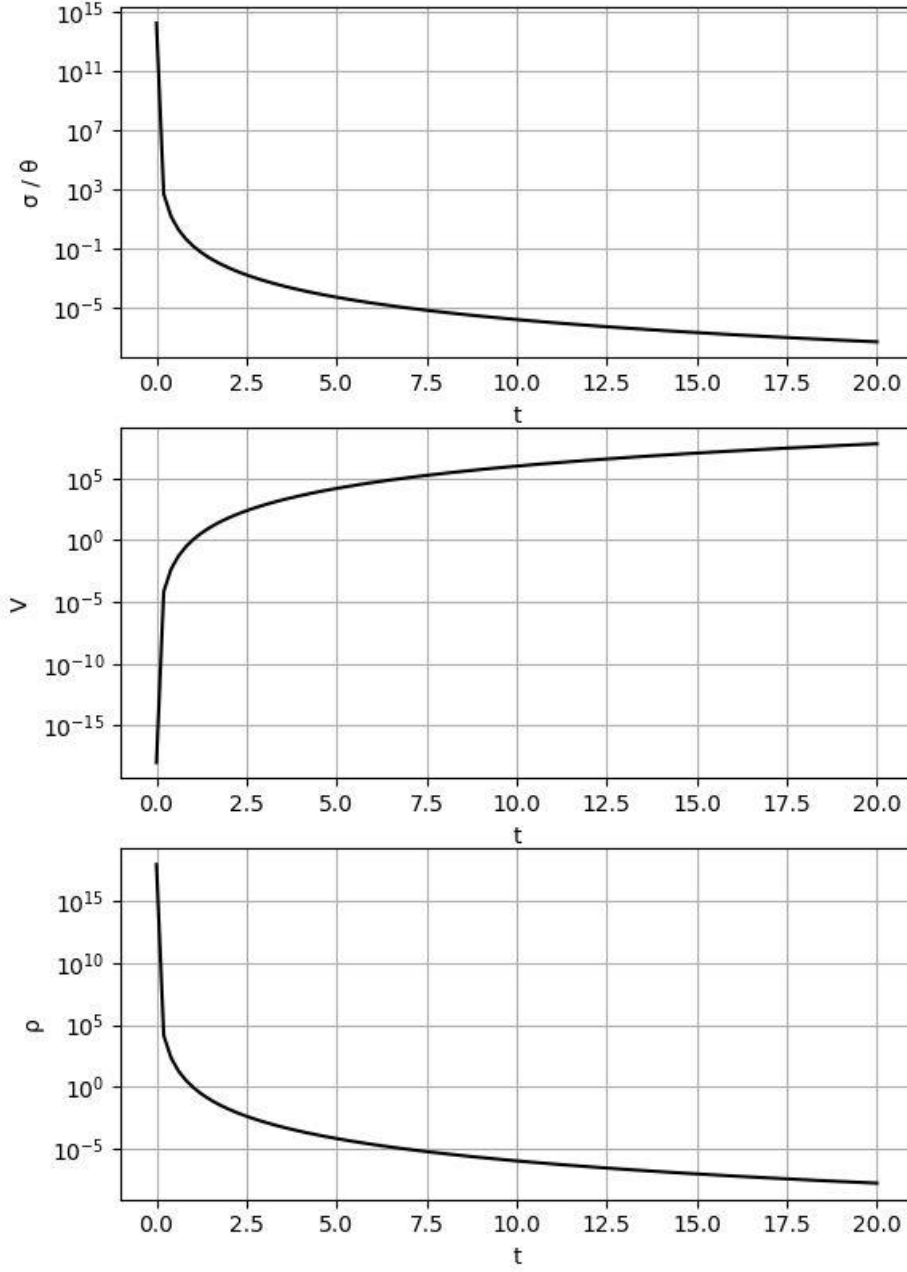
burulma parametresi,

$$\sigma = \frac{a}{t^{6/3-n}} \quad (5.159)$$

Kozmolojik sabiti,

$$\Lambda = \left[\frac{-m^2}{t^{4/3-n}} + \frac{2(3+n)}{(3-n)^2 t^2} \right] \quad (5.160)$$

şeklinde bulmuşlardır (Tiwari and Singh, 2015). Şekil 5.7’de de σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.7- GR'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $n = 2.5$, $k_1 = a = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.7'deki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.2.1.2. Üstel Yasa Modeli

Ölçek faktörleri,

$$A = \alpha_1 k_0 \exp\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{b}}t\right) \quad (5.161)$$

$$B = \alpha_2 k_0 \exp\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{b}}t\right) \exp\left[\frac{a}{k_0^3}\sqrt{\frac{b}{a}}e^{-\sqrt{\frac{a}{b}}t}\right] \quad (5.162)$$

$$C = \alpha_3 k_0 \exp\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{b}}t\right) \exp\left[\frac{-a}{k_0^3}\sqrt{\frac{b}{a}}e^{-\sqrt{\frac{a}{b}}t}\right] \quad (5.163)$$

Hubble parametresi,

$$H = D \quad (5.164)$$

hacim,

$$V = R^3 = k_0^3 e^{3Dt} \quad (5.165)$$

burada $D = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{b}}$ dir. Genişleme skaleri,

$$\theta = 3D \quad (5.166)$$

evrenin yoğunluk ve basıncı,

$$\rho = p = \frac{k_1}{k_0^6} e^{-6Dt} \quad (5.167)$$

anizotropi parametresi,

$$A = 18\beta^2 e^{-6Dt} \quad (5.168)$$

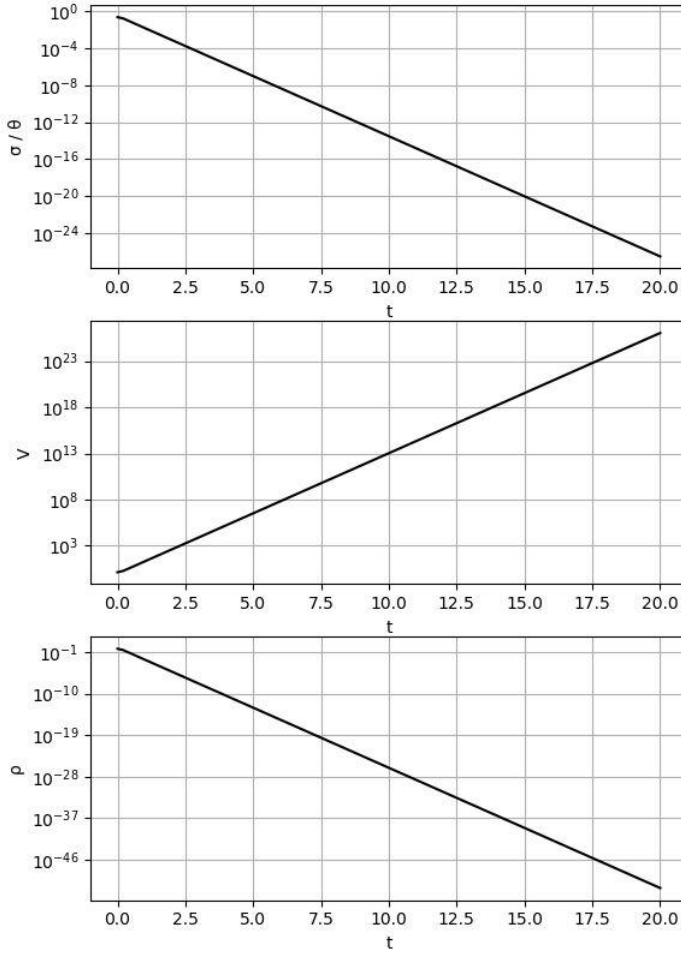
Burada $\beta = \frac{a}{3k_0^3}$ dir. Burulma parametresi,

$$\sigma = \frac{a}{k_0^3} e^{-3Dt} \quad (5.169)$$

Kozmolojik sabit ise,

$$\Lambda = \left[\frac{-2m^2}{k_0^2 e^{2Dt}} + 3 \right] \quad (5.170)$$

şeklinde bulmuşlardır (Tiwari and Singh, 2015). Şekil 5.10'da da σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.8- GR'de üstel çözümden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $k_1 = k_0 = D = a = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nin zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.8'deki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.2.2. f(R) Teorisinde Çözüm

(5.6)'da verilen enerji momentum tensörünün ideal akışkan formu ile birlikte (5.130) metriği (5.60)'a konulduğu takdirde,

$$-\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{2m^2}{A^2} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} + \frac{\dot{A}\dot{F}}{AF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.171)$$

$$-\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{2m^2}{A^2} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} + \frac{\dot{B}\dot{F}}{BF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.172)$$

$$-\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{2m^2}{A^2} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} + \frac{\dot{C}\dot{F}}{CF} - \frac{\ddot{F}}{F} - \frac{\kappa}{F}(\rho + p) = 0 \quad (5.173)$$

$$2\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} = 0 \quad (5.174)$$

denklemleri elde edilmektedir

Sharif ve Shamir, (5.68-70) denklemlerini kullanarak,

$$p_1 = 1, \quad p_2 = p_3^{-1} = P, \quad q_1 = 0, \quad q_2 = -q_3 = Q. \quad (5.175)$$

kısıtlamalarını elde etmişlerdir. Ölçek faktörlerini,

$$A = a \quad (5.176)$$

$$B = aP \exp \left[Q \int \frac{dt}{a^3 F} \right] \quad (5.177)$$

$$C = aP^{-1} \exp \left[-Q \int \frac{dt}{a^3 F} \right] \quad (5.178)$$

elde etmişlerdir (Sharif and Shamir, 2010).

Denklem (5.73)'de verilen F ve a arasındaki ilişki kullanılmış ve a için ise denklem (5.74) ve (5.75)'deki kabulleri alarak 2 farklı çözüm elde etmişlerdir (Sharif ve Shamir, 2010).

5.2.2.1. Kuvvet Kanunu Modeli

Sharif and Shamir ölçek faktörleri A , B ve C , sırayla denklem (5.76), (5.77) ve (5.78)'de, Hubble parametresi H 'yi denklem (5.79)'da, hacim V 'yi denklem (5.80)'de ve genişleme skaleri θ 'yı denklem (5.82)'de verildiği gibi bulmuşlardır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametrelerden farklı olarak burulma parametresi,

$$\sigma^2 = \frac{Q^2}{k^2(nlt+k_1)^{\frac{2}{n}}} \quad (5.179)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{2Q^2}{3l^2k^2(nlt+k_1)^{\frac{2}{n}-2}} \quad (5.180)$$

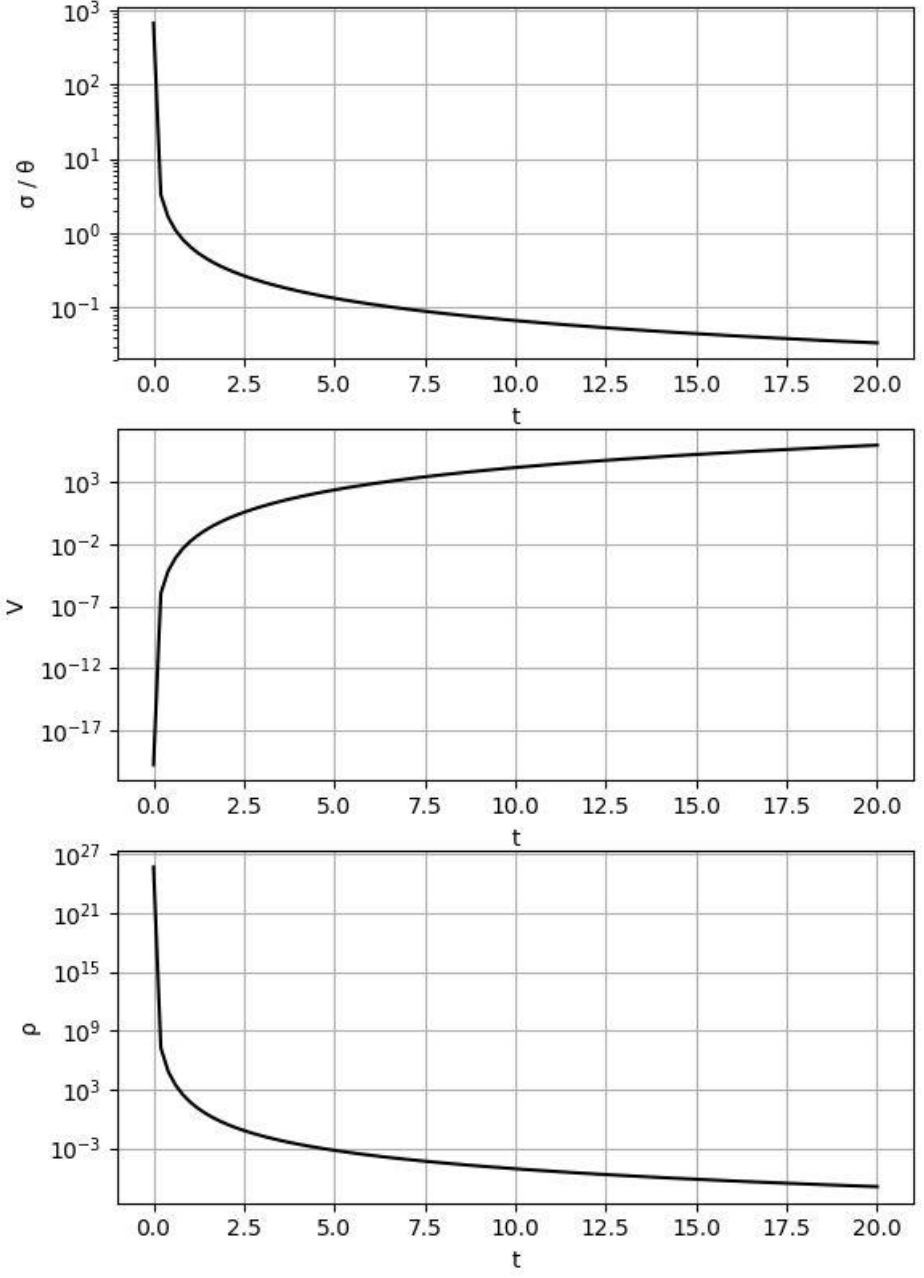
enerji yoğunluğu ve basınç parametrelerini

$$\kappa\rho = \kappa p = -\frac{3kl^2}{(nlt+k_1)^{\frac{2}{n}+2}} - \frac{Q^2+k^2m^2}{k(nlt+k_1)^{\frac{4}{n}}} \quad (5.181)$$

şeklinde bulmuşlardır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametreleri verecek $f(R)$ fonksiyonu için ise

$$f(R) = \frac{k}{2}(nlt+k_1)^{\frac{-2}{n}}R + 3kl^2(n-2)(nlt+k_1)^{\frac{-2n-2}{n}} \quad (5.182)$$

elde etmişlerdir (Sharif and Shamir, 2010). Şekil 5.9'da da σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.9- $f(R)$ 'da kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $n = 0.5, k_1 = 0, Q = l = 1, k = -1, m = 2$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.9'daki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.2.2.2. Üstel Yasa Modeli

Sharif and Shamir ölçek faktörleri A , B ve C , sırayla denklem (5.86), (5.87) ve (5.88)'de, Hubble parametresi H 'yi denklem (5.89)'da, hacim V 'yi denklem (5.90)'da ve genişleme skaleri θ 'yı denklem (5.92)'de verildiği gibi bulmuşlardır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametrelerden farklı olarak burulma parametresi,

$$\sigma^2 = \frac{Q^2}{k^2 k_2^2} \exp(-2lt) \quad (5.183)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{2Q^2 \exp(-2lt)}{3l^2 k^2 k_2^2} \quad (5.184)$$

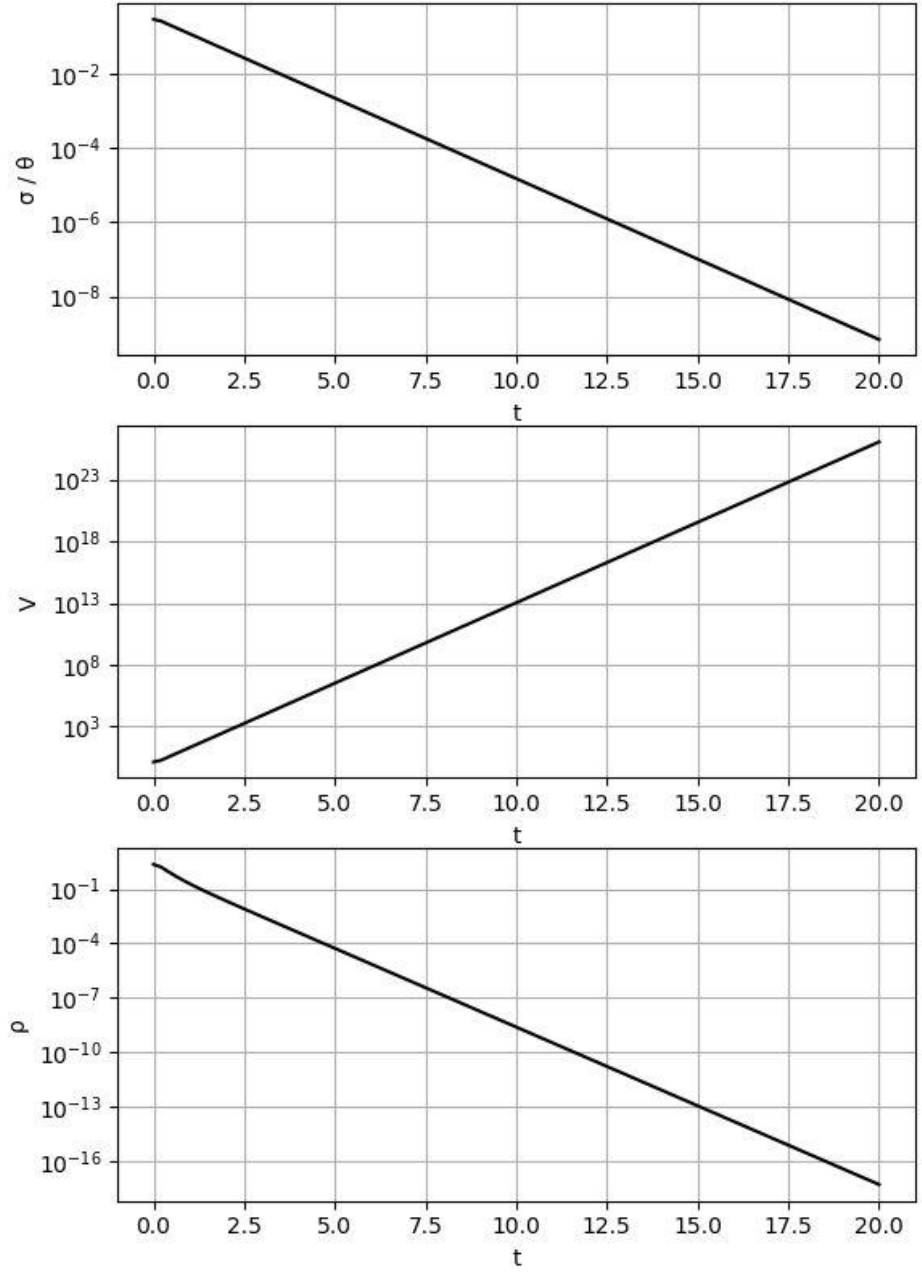
enerji yoğunluğu ve basınç parametrelerini

$$\kappa\rho = \kappa p = -\frac{3kl^2 \exp(-2lt)}{k_2^2} - \left(\frac{(Q^2 + k^2 m^2)}{kk_2^2} \right) \exp(-4lt) \quad (5.185)$$

şeklinde bulmuşlardır (Sharif and Shamir, 2010). Bu parametreleri verecek $f(R)$ fonksiyonu için ise

$$f(R) = \frac{k}{2k_2^2} \exp(-2lt)(R - 12l^2) \quad (5.186)$$

elde etmişlerdir (Sharif and Shamir, 2010). Şekil 5.10'da da σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.10- $f(R)$ 'da üstel çözümden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $k_2 = Q = l = 1, k = -1, m = 2$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.10'daki grafiklere bakıldığında σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.2.3. f(R,T) Teorisinde Çözüm

Denklem (5.6)'da verilen enerji momentum tensörünün ideal akışkan formu ile birlikte (5.130) metriği (5.97)'de konulduğu takdirde,

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{3m^2}{A^2} = (8\pi + 3\lambda)\rho - \lambda p \quad (5.187)$$

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{C}\dot{B}}{CB} - \frac{m^2}{A^2} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.188)$$

$$\frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} - \frac{m^2}{A^2} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.189)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{3m^2}{A^2} = \lambda\rho - (8\pi + 3\lambda)p \quad (5.190)$$

$$2\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} = 0 \quad (5.191)$$

denklemleri elde edilmektedir. Enerji momentum tensörünün korunum denklemi de (5.27)'de gösterildiği gibidir.

Shamir et al.'da burada (5.105-107) denklemlerini kullanarak,

$$p_1 = 1, \quad p_2 = p_3^{-1} = P, \quad q_1 = 0, \quad q_2 = -q_3 = Q. \quad (5.192)$$

kısıtlamalarını almışlardır (Shamir et al., 2012). Fiziksel parametrelerin tanımları (5.38-41)'de verildiği gibidir. Yeni kısıtlamalarla birlikte ölçek faktörleri

$$A = a \quad (5.193)$$

$$B = aP \exp \left[Q \int \frac{dt}{a^3} \right] \quad (5.194)$$

$$C = aP^{-1} \exp \left[-Q \int \frac{dt}{a^3} \right] \quad (5.195)$$

şeklini almaktadır (Shamir et al., 2012).

(5.73)'de verilen F ve a arasındaki ilişki kullanılmış ve a için ise (5.74) ve (5.75)'deki kabulleri alarak 2 farklı çözüm elde etmişlerdir (Shamir et al., 2012).

5.2.3.1. Kuvvet Kanunu Modeli

Hubble parametresi H denklem (5.113)'de, hacim V denklem (5.114)'de ve genişleme skaleri θ denklem (5.116)'da verildiği gibidir. Bu parametrelerden farklı olarak ölçek faktörlerini,

$$A = (nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \quad (5.196)$$

$$B = P(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{Q(nlt+k_1)^{\frac{n-3}{n}}}{l(n-3)} \right], \quad n \neq 3 \quad (5.197)$$

$$C = P^{-1}(nlt + k_1)^{\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{-Q(nlt+k_1)^{\frac{n-3}{n}}}{l(n-3)} \right], \quad n \neq 3 \quad (5.198)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{2Q^2}{3(nlt+k_1)^{(6-2n)/n}} \quad (5.199)$$

burulma parametresi,

$$\sigma^2 = \frac{Q^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \quad (5.200)$$

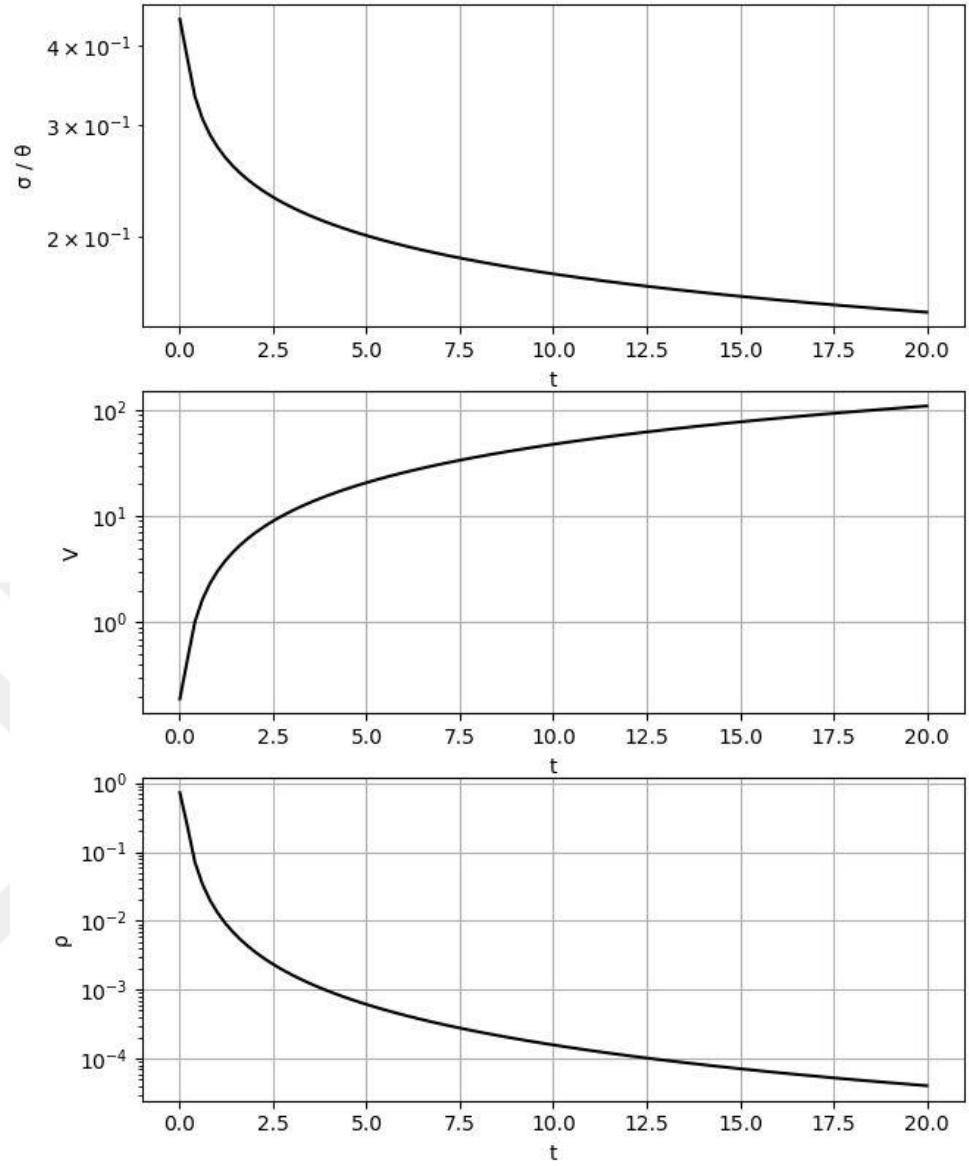
yoğunluk,

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4(\lambda+3\pi) \left\{ \frac{3l^2}{(nlt+k_1)^2} - \frac{Q^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} - \lambda \left\{ \frac{3l^2(1-n)}{(nlt+k_1)^2} + \frac{2Q^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} \right] \quad (5.201)$$

ve basıncı,

$$p = \frac{-1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4\pi \left\{ \frac{3l^2}{(nlt+k_1)^2} - \frac{Q^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} + (3\lambda + 8\pi) \left\{ \frac{3l^2(1-n)}{(nlt+k_1)^2} + \frac{2Q^2}{(nlt+k_1)^{\frac{6}{n}}} \right\} \right] \quad (5.202)$$

şeklinde elde etmişlerdir (Shamir et al., 2012). Şekil 5.11’de de σ / θ , V ve ρ ’nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.11- $f(R,T)$ 'de kuvvet kanunu çözümünden elde edilen σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $n = 2.5$, $k_1 = 0$, $Q = l = \lambda = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ / θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.11'deki grafiklere bakıldığı takdirde σ / θ ve ρ 'nun zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. Bu grafikler de elde edilen çözümün gözlemsel verilerle uyduğu görülmektedir.

5.2.3.2. Üstel Yasa Modeli

Hubble parametresi H denklem (5.123)'de, hacim V denklem (5.124)'de ve genişleme skaleri θ denklem (5.126)'da verildiği gibidir. Bu parametrelerden farklı olarak ölçek faktörlerini,

$$A = k_2 \exp(lt) \quad (5.203)$$

$$B = P k_2 \exp(lt) \exp \left[-\frac{Q \exp(-3lt)}{3lk_2^3} \right] \quad (5.204)$$

$$C = P^{-1} k_2 \exp(lt) \exp \left[\frac{Q \exp(-3lt)}{3lk_2^3} \right] \quad (5.205)$$

anizotropi parametresi,

$$A = \frac{2Q^2}{3lk_2^3 \exp(6lt)} \quad (5.206)$$

burulma parametresi,

$$\sigma^2 = \frac{Q^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \quad (5.207)$$

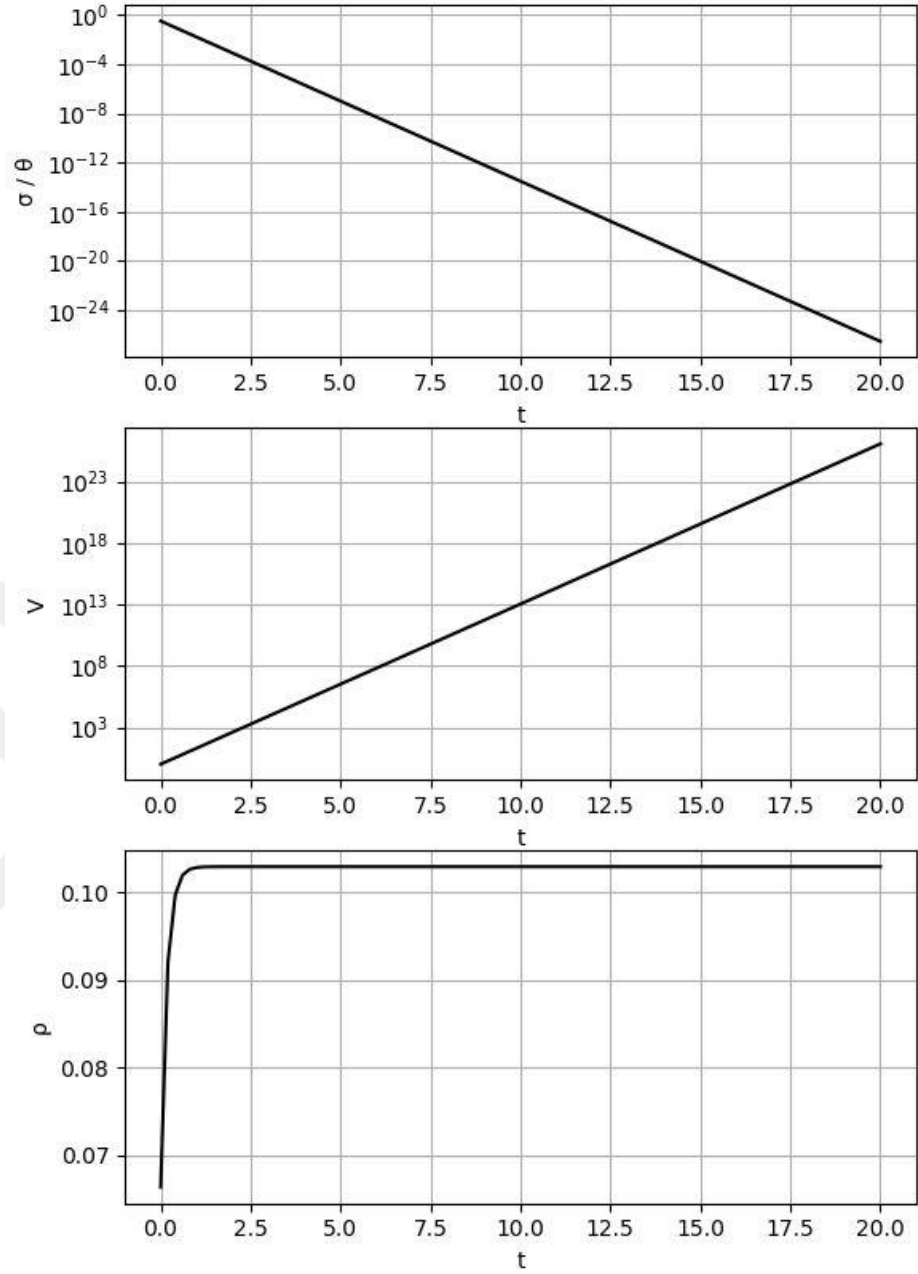
yoğunluk,

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4(\lambda+3\pi) \left\{ 3l^2 - \frac{Q^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} - \lambda \left\{ 3l^2 + \frac{2Q^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} \right] \quad (5.208)$$

ve basıncı,

$$p = \frac{-1}{12(\lambda+2\pi)(\lambda+4\pi)} \left[4\pi \left\{ 3l^2 - \frac{Q^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} + (3\lambda+8) \left\{ 3l^2 + \frac{2Q^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right\} \right] \quad (5.209)$$

şeklinde elde etmişlerdir (Shamir et al., 2012). Şekil 5.12'de de σ / θ , V ve ρ 'nun zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 5.12- $f(R,T)$ 'de üstel çözümden elde edilen σ/θ , V ve ρ 'nun zamanla değişimi. Sabitler $k_2 = Q = l = \lambda = 1$ olarak alınmıştır. En üst grafik σ/θ 'nın zamanla değişimini, ortadaki grafik V 'nin zamanla değişimini, en alttaki grafik ise ρ 'nun zamanla değişimini göstermektedir.

Şekil 5.12'deki grafiklere bakıldığında σ/θ 'nın zamanla azalırken V 'nin arttığı görülmektedir. ρ 'nun ise zamanla arttığı ve belirli bir süre sonra sabit gittiği görülmektedir. σ/θ ve V gözlemsel verilerle ve standart kozmolojik modelle uyumlu çıkmış olsa da ρ gözlemsel veriler ve standart kozmolojik modele uymayan bir davranış sergilediği görülmektedir. Bu durum $f(R,T)$ 'de (5.5.3.2) bölümünde verilen bianchi tip I modelinin üstel çözümünde de görülmektedir.

Aşağıda Bölüm 5.1 ve 5.2’de verilen çalışmalardan elde ettiğimiz grafikler üzerinden her üç teorinin karşılaştırmalarını yaptık.

Her üç teorideki kuvvet kanunu modeline bakıldığında:

Bianchi tip I evren modeli için $f(R)$, $f(R,T)$ ve GR Teorilerindeki hacim grafiklerine bakıldığında sonsuz küçük bir noktadan başlayarak zamanla boyutunun arttığı görülmektedir. $f(R)$ ve $f(R,T)$ GR’ye nazaran daha yüksek değerlere çıkmaktadır. Aynı zamanda her üç teoride başlangıç durumunda yüksek anizotropik değerlere sahiptir ama zamanla azalarak sıfıra yaklaştığı görülmektedir. $f(R)$ ve $f(R,T)$, GR’ye nazaran başlangıç değeri olarak yüksek anizotropiye sahiptir ve aralarında $f(R,T)$ daha hızlı bir şekilde sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Yoğunluk değerleri GR ve $f(R)$ için SKM’nin ve gözlemsel verilerin öngördüğü şekilde zamanla sıfıra yaklaştığı görülürken $f(R,T)$ de ise yoğunluk başlangıç durumunda eksi değerden başlayıp zamanla artıp artı değerlere çıktığı görülmüş ve bir süre sonra SKM ve gözlemsel değerlere uyumlu şekilde sıfıra yaklaştığı görülmüştür. Burada dikkat edilmesi gereken kısım yoğunluğun negatif olmasıdır. İlk görüşte negatif yoğunluk gözlemsel verilerle uymadığı için absürt görünse de literatürde negatif yoğunluğa bağlı kozmolojik modeller mevcuttur (Nemiroff et al., 2015; Ford, 2010; Ford and Roman, 2008). Bu modeller de negatif yoğunluğa neden olacak kaynaklarla ilgili fikirler de vardır. Fakat bu grafiği oluşturduğumuz çalışmanın yazarları negatif yoğunluğa dair bir kaynak göstermemişlerdir.

Bianchi tip V için ise her üç teoride tip I de olduğu gibi hacim grafiğine bakıldığında evrenin sonsuz küçük bir noktadan başladığı ve zamanla boyutunun arttığı görülmektedir. Burada GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ ’ye göre daha yüksek boyutlara ulaşmaktadır. Her üç teoride anizotropik durumdan başlayarak zamanla izotropik hale gelmektedir. GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ ’ye göre daha yüksek bir anizotropik değerle başlayıp çok hızlı bir şekilde izotropiye yaklaştığı görülmektedir. Yoğunluk değerleri ise her üç teori içinde SKM ve gözlemsel verilerle uyumludur.

Her üç teoroideki üstel yasa modeline bakıldığında:

Bianchi tip I evren modeli için $f(R)$, $f(R,T)$ ve GR Teorilerindeki hacim grafiklerine bakıldığında sonsuz küçük bir noktadan başlayarak zamanla boyutunun arttığı görülmektedir. Burada $f(R)$ ve $f(R,T)$ neredeyse aynı boyutlara ulaştığı görülmektedir. Aynı zamanda her üç teoride neredeyse aynı anizotropik değerden başlayarak zamanla azalarak sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Yoğunluk için ise GR ve $f(R)$ tip I'e nazaran daha az başlangıç değerine sahip yoğunluktan başlayarak zamanla sıfıra yaklaştığı görülürken $f(R,T)$ 'de ise yoğunluk değerinin neredeyse sıfırdan başlayarak zamanla arttığı ve bir süre sonra sabit bir değere sahip olduğu görülmektedir. Bu davranış için yazarlar bir açıklama getirmemişlerdir.

Bianchi tip V evren modeli için $f(R)$, $f(R,T)$ ve GR Teorilerindeki hacim grafiklerine bakıldığında sonsuz küçük bir noktadan başlayarak zamanla boyutunun arttığı görülmektedir ve üçü de neredeyse aynı boyutlara ulaşmıştır. Başlangıç durumu için bianchi tip I'e nazaran daha az anizotropik değere sahip olduğu görülmektedir ve zamanla sıfıra yaklaşarak izotropik duruma geçtiği görülmektedir. Yoğunluk için ise GR ve $f(R)$ tip I'e nazaran daha az başlangıç değerine sahip yoğunluktan başlayarak zamanla sıfıra yaklaştığı görülürken $f(R,T)$ 'de ise yoğunluk değerinin neredeyse sıfırdan başlayarak zamanla arttığı ve bir süre sonra sabit bir değere sahip olduğu görülmektedir. Bu davranış için yazarlar bir açıklama getirmemişlerdir.

6. SONUÇ

Bu çalışma kapsamında Genel görelilik teorisine alternatif gravitasyonel teorilerinden $f(R,T)$ teorisinin Bianchi tip I ve tip V modellerindeki çözümlerini $f(R)$ ve GR'deki çözümlerle karşılaştırarak $f(R,T)$ teorisinin avantajları veya dezavantajları incelenmiştir.

Bunun için Bölüm 2'de Genel görelilik teorisinden bahsedilmiş ve standart kozmolojik model tanıtılmıştır. Daha sonra neden alternatif gravitasyonel teorilere ihtiyaç duyulduğunu göstermek adına GR ve standart kozmolojik modelin yaşadığı sorunlar irdelenmiştir. Bu sorunların çözümü adına GR'dan elde edilerek oluşturulan enfasyon teorisi ve karanlık enerji gibi fikirlerden bahsedilip bu fikirlerin de yaşadığı problemler açıklanmıştır.

Bölüm 3'de ilk olarak alternatif gravitasyonel teorilerin temelleri verilmiştir. GR'in ve standart kozmolojik modelin yaşadığı sorunlara getirdikleri çözümler irdelenmiş ve genel göreliliğe alternatif oluşturulan ilk teori olan Brans-Dicke teorisinden bahsedilmiştir. Bunun dışında $f(R)$ teorisini kapsamlı olarak anlatılmıştır.

Bölüm 4'de $f(R,T)$ teorisini incelenmiştir. Bu teorisinin geçerliliği adına newton limiti ve enerji durumlarından da bahsedilmiştir.

Bölüm 5'de ise GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorilerinin karşılaştırılması adına Tade and Sambhe, (2012), Tiwari and Singh, (2014), Sharif and Shamir, (2010) ve Shamir et al. (2012) çalışmalarından yararlanılarak her üç teorisinin bianchi tip I ve tip V çözümleri incelenmiştir. Bu çalışmalarda elde edilen yoğunluk, hacim ve anizotropi parametrelerinin zamanla değişimlerini incelemek adına Şekil 5.1-5.12'de gösterilen grafikler elde edilmiştir.

Bu grafiklerden çıkan sonuçlara göre GR ve $f(R)$ teorisinin Standart kozmolojik modelin ve gözlemsel verilere uyan davranışlar sergilediği görülürken $f(R,T)$ teorisinin göstermediği fark edilmiştir. Bunun nedeni de yoğunluk parametresinden kaynaklıdır. Gözlemsel veriler evrenin yoğunluk değerinin zamanla azalması gerektiğini gösterirken $f(R,T)$ teorisinin bianchi tip V de kuvvet kanunu modelinin dışında bunu sağlamadığı görülmüştür.

Bianchi tip I'in kuvvet kanunu modelinde limit durumuna bakıldığında fonksiyonun sifıra yaklaştığı görülse de erken evrende yoğunluğun eksi değere sahip olması gözlemsel verilerle uyuşmamasını sağlamaktadır. Üstel ilişki de ise yoğunluğun sıfırdan başlayarak zamanla arttığı ve bir süre sonra sabit bir değere sahip olduğu da görülmektedir.

Bianchi tip V'in kuvvet kanunu modeli bütün gözlemsel verileri ve standart kozmolojik modelin öngördüğü fiziksel davranışı sergilediği görülmektedir. Fakat üstel model de ise bianchi tip I ile aynı davranışı sergilediği görülmektedir.

Çıkan sonuçlar üzerinden değerlendirme yapıldığı takdirde, $f(R)$ teorisinin $f(R,T)$ teorisinin yoğunluk değeriyle yaşadığı sıkıntı nedeniyle $f(R,T)$ teorisine göre daha çok gözlemsel verileri sağladığı görülmektedir. Bunu sağlarken aynı zamanda GR'ın yaşadığı bazı sorunları da çözmesi, GR'ın yerini alabilecek bir teori olabileceğini göstermektedir.

Fakat bu çalışma kapsamında elde edilen sonuçlar üzerinden çıkacak en önemli sonuç GR, $f(R)$ ve $f(R,T)$ teorilerinin nihai bir gravitasyonel teori olmadığı gerçeğidir. Yapılan her bir çalışmadaki hacim parametresi incelendiğinde takdirde evrenin açık bir şekilde teklikten başladığı görülmektedir. Ayrıca bu teorilerin yaşadığı ince ayar problemleri halen daha giderilebilmiş değildir. Bu da halen daha bizim tam olarak gravitasyonel etkinin ne olduğunu kavrayamadığımızı göstermektedir.

Fakat bu alternatif teoriler nihai gravitasyonel teoriye ulaşmak adına basamaklar olarak nitelendirilebilirler. Gravitasyonel etki üzerine gözlemsel ve teorik çalışmalar artarak devam ettikçe bilgi seviyemiz artacak ve sonunda nihai gravitasyonel teoriye belki de ulaşabileceğiz.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Abbott et al., 2016, Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, Phys. Rev. Lett. 116, 061102.

Alhamzawi, A. and Alhamzawi, R., 2016, Gravitational lensing by $f(R,T)$ gravity, International Journal of Modern Physics D, Volume 25, Issue 2, id. 1650020.

Alvarenga, F. G., 2013, Testing Some $f(R,T)$ Gravity Models from Energy Conditions, Journal of Modern Physics, vol. 4, issue 01, pp. 130-139.

Alves et al., 2016, Gravitational waves in $f(R,T)$ and $f(R,T^\phi)$ theories of gravity, Physical Review D, Volume 94, Issue 2, id.024032.

Ananda, K. N., Carloni, S. and Dunsby, P.K.S., 2008, Evolution of cosmological gravitational waves in $f(R)$ gravity, Physical Review D, vol. 77, Issue 2, id. 024033.

Astashenok, A. V. et al., 2015, Magnetic Neutron Stars in $f(R)$ gravity, arXiv:1405.6663

Bensby, T. et al., 2012, Chemical evolution of the Galactic bulge as traced by microlensed dwarf and subgiant stars. V. Evidence for a wide age distribution and a complex MDF, arXiv:1211.6848.

Bertotti, B., Iess, L. and Tortora, P., 2003, A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft, Nature, Volume 425, Issue 6956, pp. 374-376.

Brandenberger, R. H., 2010, Cosmology of the very early universe, AIPC,1298, 3.

Brangança, V. M. and Waga, Ioav., 2011, ARCOS poster.

Buchdal, H. A., 1970, Non-Linear Lagrangians and Cosmological Theory, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 150, Issue 1, Pages 1–8.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Capozziello, S., Stabile, A. and Troisi, A., 2007, The newtonian limit of $f(R)$ gravity, Phys. Rev. D76:104019

Capozziello, S., Corda, C. and De Laurentis, M. F., 2008, Massive gravitational waves from $f(R)$ theories of gravity: Potential detection with LISA, Physics Letters B, Volume 669, Issue 5, p. 255-259.

Capozziello, S., De Laurentis, M. And Faraoni, V., 2010, A bird's eye view of $f(R)$ -gravity, The Open Astronomy Journal, 3: 49-72.

Capozziello, S. and De Laurentis, M., 2011, Extended Theories of Gravity, Physics Reports, Volume 509, Issues 4-5, Pages 167-321.

Capozziello, S. and De Laurentis, M., 2015, $F(R)$ theories of gravitation, [http://www.scholarpedia.org/article/F\(R\)_theories_of_gravitation](http://www.scholarpedia.org/article/F(R)_theories_of_gravitation) (Erişim tarihi: 9 Temmuz 2019)

Carroll, S, 1997, Lecture notes on general relativity, arXiv:gr-qc/9712019

Chakraborty, S., Bamba, K. and Saa, A., 2019, Dynamical properties of Bianchi-I spacetimes in $f(R)$ gravity, Phys. Rev. D 99, 064048.

Çağlar, H. and Aygün, S., 2017, Bianchi type-I universe in $f(R, T)$ modified gravity with quark matter and Λ , AIP Conference Proceedings, Volume 1815, Issue 1, id.080008

Das, A. et al., 2016, Compact stars in $f(R, T)$ gravity, The European Physical Journal C, Volume 76, Issue 12, article id.654, 10 pp.

Deb, D. et al., 2018, Study on charged strange stars in $f(R, T)$ gravity, arXiv:1812.11736.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Deb, D. et al., 2019, Exploring physical features of anisotropic strange stars beyond standard maximum mass limit in $f(R,T)$ gravity, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 485, Issue 4, p.5652-5665.

Elizalde, E. and Khurshudyan, M., 2018, Wormhole formation in $f(R, T)$ gravity: Varying Chaplygin gas and barotropic fluid, Physical Review D, Volume 98, Issue 12, id.123525.

Faraoni, V., 2008, $f(R)$ gravity: successes and challenges, arXiv:0810.2602v1.

Faraoni, V. and Capozziello, S., 2011, Beyond Einstein Gravity: A Survey of Gravitational Theories for Cosmology and Astrophysics, Springer, New York, 450p.

Faraoni, V., 2014, Cosmology in Scalar-Tensor Gravity, Kluwer Academic Publisher, The Netherlands, 274p.

Ford, L. H. and Roman, T. A., 2008, Negative energy density in superposition and entangled states, Physical Review D, vol. 77, Issue 4, id. 045018.

Ford, L. H., 2010, Negative Energy Densities in Quantum Field Theory, International Journal of Modern Physics A, Volume 25, Issue 11, pp. 2355-2363.

Fujii, Y. and Maeda, K., 2003, The Scalar-Tensor Theory of Gravitation, Cambridge University Press, Cambridge, 260p.

Guth, A.H., 1981, Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, Phys.Rev. D23, 347-356.

Harko et al., 2011, $f(R,T)$ gravity, Phys. Rev. D 84, 024020.

Hawking, S. W. and Ellis, G. F. R., 1973, The Large-Scale Structure of Spacetime, Cambridge University Press, USA, 385p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Hinshaw, G. et al., 2013, Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results, arXiv:1212.5226.

Hu, W. and Sawicki, I., 2007, Models of $f(R)$ Cosmic Acceleration that Evade Solar-System Tests, Phys.Rev., D76:064004.

Jyoti Gogoi, D. and Goswami, U.D., 2019, Gravitational Waves in $f(R)$ Gravity Power Law Model, arXiv:1901.11277.

Knop, R.A. et al., 2003, New Constraints on Ω_M , Ω_Λ and w from an Independent Set of Eleven High-Redshift Supernovae Observed with HST, arXiv:astro-ph/0309368.

Kurki and Suonio, H., 2018, “Cosmology II”, <http://www.courses.physics.helsinki.fi/teor/cosmology/Cosm7.pdf> (Erişim tarihi: 7 Temmuz 2019)

Lambda, 2019, https://lambda.gsfc.nasa.gov/education/graphic_history/hubb_constants.cfm

Lambert, S. B. and Le Poncin-Lafitte, C., 2011, Improved determination of γ by VLBI, Astronomy & Astrophysics, Volume 529, id.A70, 4 pp.

Liddle, A., 2015, An Introduction to Modern Cosmology Third Edition, John Wiley&Sons,Ltd., UK, 182p.

Liu, X., Channuie, P. and Samart, D., 2017, Cosmological dynamics of magnetic Bianchi I in viable $f(R)$ models of gravity, , arXiv:gr-qc/ 1706.02279v2

Nemiroff, R. J., Joshi, R. and Patla, B. R., 2015, An exposition on Friedmann cosmology with negative energy densities, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, Issue 06, article id. 006.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Odintsov, S. D., 2016, Inflationary α -attractors from $F(R)$ gravity, arXiv:1612.01126 [gr-qc].

Oikonomou, V. K., 2018, Exponential Inflation with $F(R)$ Gravity, Phys. Rev. D 97, 064001.

Ordines, T. M. and Carlson, E. D., 2019, Limits on $f(R,T)$ Gravity from Earth's Atmosphere, Phys. Rev. D 99, 104052.

Perlmutter, 2019, <https://ned.ipac.caltech.edu/level5/March03/Perlmutter/Figures/figure4.jpg>

Perlmutter, S. et al., 1998, Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, arXiv:astro-ph/9812133.

Planck Collaboration XIII. 2016, A&A, 594, A13.

Riess, A. G. et al., 1998, Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, arXiv:astro-ph/9805201

Roukema, B. F., 2017, Replacing dark energy by silent virialisation, A&A 610, A51.

Ruggerio, M. L. and Iorio, L., 2006, Solar System planetary orbital motions and $f(R)$ Theories of Gravity, JCAP 0701:010

Sahoo, P., Kirschner, A. and Sahoo, P.K., 2019, Phantom fluid wormhole in $f(R,T)$ gravity, arXiv:1906.04048.

Shamir, M. F., 2010, Some Bianchi type cosmological models in $f(R)$ gravity, arXiv:1006.4249.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Shamir, M. F., Jhangeer, A. and Bhatti, A. A., 2012, Exact Solutions of Bianchi Types I and V Models in $f(R,T)$ Gravity, arXiv:1207.0708v1.

Shapiro, I. I., et al., 1971, Fourth Test of General Relativity: New Radar Result, Phys. Rev. Lett. 26, 1132.

Sharif, M. and Shamir, M., 2010, Non-Vacuum Bianchi Types I and V in $f(R)$ Gravity, General Relativity and Gravitation, Volume 42, Issue 11, pp 2643-2655.

Sharif, M. and Zubair, M., 2013, Energy Conditions Constraints and Stability of Power Law Solutions in $f(R,T)$ Gravity, Journal of the Physical Society of Japan, Volume 82, Issue 1, pp. 014002-014002-9.

Sharif, M. and Zubair, M., 2014, Study of Bianchi I anisotropic model in $f(R, T)$ gravity, Astrophysics and Space Science, Volume 349, Issue 1, pp.457-465.

Sharif, M. and Siddiq, A., 2018, Study of stellar structures in $f(R,T)$ gravity, International Journal of Modern Physics D, Volume 27, Issue 7, id. 1850065.

Sharif, M and Siddiq, A., 2019, Propagation of polar gravitational waves in $f(R, T)$ scenario, General Relativity and Gravitation, Volume 51, Issue 6, article id. 74, 14 pp.

Sofuoğlu, D., 2016, Rotating and expanding Bianchi type-IX model in $f(R,T)$ theory of gravity, Astrophysics and Space Science, Volume 361, article id.12, 7 pp.

Tade, S. D. and Sambhe, M. M., 2011, Bianchi type-I cosmological models for binary mixture of perfect fluid and dark energy, Astrophys Space Sci 338:179–185.

Tiwari, R. K. and Singh, R., 2015, Bianchi Type V Cosmological Models with Varying Cosmological Term, International Journal of Theoretical Physics, Volume 54, Issue 5, pp 1417-1434.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Turner, M. S., 1995, Inflation: From Theory To Observation and Back, Seventeenth Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology, Volume 759, Issue 1, pp 153-169.

Utiyama, R. and DeWitt, B.S., 1962, Renormalization of a Classical Gravitational Field Interacting with Quantized Matter Fields, J.Math.Phys. 3, 608-618.

Weinberg, D., 2007. “Astronomy 873: Cosmology and Structure Formation Fall 2007” <http://www.astronomy.ohio-state.edu/~dhw/A873/notes7.pdf> (Erişim tarihi: 9 Temmuz 2019)

Yadav, B.K. and Verma, M. M., 2018, Dark matter as scalaron in $f(R)$ gravity models, arXiv:1811.03964.

Zubair, M. and Ali Hassan, S.M., 2016, Dynamics of Bianchi type I, III and Kantowski-Sachs solutions in $f(R,T)$ gravity, Astrophysics and Space Science, Volume 361, Issue 4, article id.149, 8 pp.

Zubair, M., Abbas, G. and Noureen, I., 2016, Possible formation of compact stars in $f(R,T)$ gravity, Astrophysics and Space Science, Volume 361, article id.8, 10 pp.

TEŞEKKÜR

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bana yol gösterip karşılaştığım bütün problemlerde bana yardımcı olan, her zaman sınırlarımı zorlamama teşvik eden ve kendime inanmamı sağlayan değerli hocam ve danışmanım Prof. Dr. Can Battal Kılınç'a çok teşekkür ederim. Ayrıca bütün eğitim hayatım boyunca bana bir çok şey katmış olan bütün öğretmenlerime de çok teşekkür ederim.

Bu çalışma süreci içerisinde karşılaştığım problemlerin çözümünde bana yardımcı olan ve değerli fikirler veren Sergen Özdemir ve İsmail Furkan Tekelioğlu'na teşekkür ederim.

Bu süreç içerisinde sıkıntı yaşadığım dönemlerde her daim yanımda olup beni neşelendiren ve rahatlamamı sağlayan çok değerli dostlarım Hakan Akkavak ve Merve Gültan'a çok teşekkür ederim.

Son olarak hayatımın her döneminde bana inanan, maddi ve manevi her zaman destek olan, aldığım her kararda beni destekleyip yanımda duran bütün aileme ve özellikle annem ve babam Filiz ve Mehmet Nedim Başkaya'ya çok teşekkür ederim.

10/ 07/ 2019

İmzası



Yavuz Kaan Başkaya

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı: Yavuz Kaan BAŞKAYA

Adres: Evka-4 Mahallesi, Saltuk Buğrahan Caddesi, 1029 Sokak, 77. Blok,
No.5, kat:8, Daire:32, Menekşe Apartmanı Bornova / İZMİR

Cep: (554) 257 27 11

E-mail: oyavuzkaanbaskaya@gmail.com

Doğum Tarihi ve Yeri: 05.05.1993 - Trabzon

Medeni Durumu: Bekar

EĞİTİM

2016 - : Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Genel Astronomi
Anabilimdalı (yüksek lisans)

2011 - 2016 : Ege Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri (lisans)

2007 - 2011 : Sarayköy Anadolu Lisesi (Denizli)

2000 - 2007 : Doğan Demircioğlu Emsan İlköğretim Okulu (Denizli)

1999 - 2000 : Mehmetçik İlköğretim Okulu (Siirt)

YABANCI DİL

İngilizce: İyi (YDS Puan: 61.2500)

ÖZGEÇMİŞ(devam)**BİLGİSAYAR**

Microsoft Ofis Programları; Excel, Word, PowerPoint (iyi)

MATLAB (Orta)

Wolfram Mathematica (Orta)

Python (Orta)

KATILDIĞI ETKİNLİKLER

2016: GEFİK İzmir Genç Fizikçiler Kongresi, Ege Üniversitesi, Dinleyici

2018: UAK 21. Ulusal Astronomi Kongresi, Erciyes Üniversitesi, Konuşmacı