



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YENİ BİR UNİT DAĞILIM VE GERÇEK VERİ
UYGULAMALARI

ŞULE SAĞLAM
YÜKSEK LİSANS TEZİ
İstatistik Anabilim Dalı

HAZİRAN-2023
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

İmza

Şule SAĞLAM

Tarih:

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YENİ BİR UNİT DAĞILIM VE GERÇEK VERİ UYGULAMALARI

Şule SAĞLAM

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Kadir KARAKAYA

2023, 95 Sayfa

Jüri

Dr. Öğr. Üyesi Kadir KARAKAYA

Prof. Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

Doç. Dr. Yunus AKDOĞAN

Bu çalışmada, beta ve Kumaraswamy dağılımlarına alternatif olarak yeni bir dağılım önerilmiştir. Yeni dağılımın momentler, çarpıklık, basıklık, stokastik sıralama gibi bazı matematiksel özellikleri incelenmiştir. Yeni dağılımın bilinmeyen parametrelerinin tahmini için en çok olabilirlik, en küçük kareler, ağırlıklandırılmış en küçük kareler, Anderson-Darling, Cramér-von Mises ve maksimum çarpımsal aralık tahmin yöntemleri kullanılmıştır. Tahmin edicilerin performanslarını değerlendirmek için Monte Carlo simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Beta ve Kumaraswamy regresyon modellerine alternatif olarak, yeni dağılıma dayalı yeni bir regresyon modeli elde edilmiştir. Regresyon parametrelerini tahmin etmek için en çok olabilirlik yönteminin dışında bu tez çalışmasında ilk defa en küçük kareler, ağırlıklandırılmış en küçük kareler ve maksimum çarpımsal aralık tahmin yöntemleri çalışılmış ve bu yöntemlerin performansları Monte Carlo simülasyonu ile değerlendirilmiştir. Yeni dağılımın literatürde uygulanabilirliği en iyi yaşam indeksi, reaktör pompalarının arızaları arasındaki süre, süt verimi ve kanser hastalarının iyileşme oranı verileri ile gösterilmiştir. Ayrıca regresyon modelinin kullanılabilirliği OECD ülkelerinin eğitime katılım yüzdesi verisi ile incelenmiştir. Yine dağılımın uygulanabilirliği Cpc indeksi ile gösterilmiş olup bu indeks için iki gerçek veri uygulaması sağlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Monte Carlo simülasyonu, Nokta tahmini, Regresyon modeli, Süreç yeterlilik indeksi, Unit dağılımı.

ABSTRACT

MASTER'S THESIS

A NEW UNIT DISTRIBUTION AND REAL DATA APPLICATIONS

Şule SAĞLAM

**THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF
SELÇUK UNIVERSITY**

THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE

Advisor: Asst.Prof.Dr. Kadir KARAKAYA

2023, 95 Pages

Jury

Asst.Prof.Dr. Kadir KARAKAYA

Prof.Dr. Ülkü ERİŞOĞLU

Assoc.Prof.Dr. Yunus AKDOĞAN

In this study, a new distribution is proposed as an alternative to the beta and Kumaraswamy distributions. Some mathematical properties of the new distribution, such as moments, skewness, kurtosis, and stochastic ordering, are investigated. The maximum likelihood, least squares, weighted least squares, Anderson-Darling, Cramér-von Mises, and maximum product spacing estimation methods are used to estimate the unknown parameters of the new distribution. A Monte Carlo simulation study is carried out to evaluate the performance of the estimators. As an alternative to the Beta and Kumaraswamy regression models, a new regression model based on the new distribution is obtained. Aside from the maximum likelihood method to estimate the regression parameters, for the first time in this thesis, least squares, weighted least squares, Cramér-von Mises and maximum product spacing estimation methods are studied, and the performances of these methods are evaluated with a Monte Carlo simulation. The applicability of the new distribution in the literature is demonstrated by data on the better life index, time between failures of reactor pumps, milk yield, and cure rate of cancer patients. In addition, the usability of the regression model is examined with respect to the percentage of participation in education in OECD countries. Furthermore, the applicability of the distribution is shown with the Cpc index, and two real data applications are provided for this index.

Keywords: Monte Carlo simulation, Point estimation, Regression model, Process capability index, Unit distribution.

ÖNSÖZ

Tez çalışmasında emeği geçen, her aşamasında bilgisi ve yol göstericiliği ile beni yönlendiren danışman hocam sayın Dr. Öğr. Üyesi Kadir KARAKAYA' ya tez savunma jürisi Prof. Dr. Ülkü ERİŞOĞLU ve Doç. Dr. Yunus AKDOĞAN hocalarıma ayrıca hayatımın her anında olduğu gibi tez çalışmam sırasında da sevgileri ve sabırlarıyla beni destekleyen tüm aileme teşekkür ederim.

Şule SAĞLAM
KONYA-2023

İÇİNDEKİLER

ÖZET	vii
ABSTRACT.....	viii
ÖNSÖZ	ix
İÇİNDEKİLER	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	4
2.1 Nokta Tahmini	4
2.1.1. En çok olabilirlik yöntemi	5
2.1.2. En küçük kareler yöntemi	5
2.1.3. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi	5
2.1.4. Anderson-Darling yöntemi	6
2.1.5. Cramér-von Mises yöntemi	6
2.1.6. Maksimum çarpım aralığı yöntemi	6
2.2 Uyum İyiği Kriterleri	7
2.3. Bazı Önemli Unit Dağılımlar	8
2.3.1. Beta dağılımı	8
2.3.2. Kumaraswamy dağılımı	8
2.3.3. Unit Weibull dağılımı	9
2.3.4. Unit Gamma dağılımı	9
2.3.5. Unit Lindley dağılımı	9
2.3.6. Unit Burr- <i>XII</i> dağılımı	10
2.3.7. Unit Muth dağılımı	10
2.4. Süreç Yeterlilik İndeksleri	11
3. UNET DAĞILIMI	14
3.1 NET Dağılımı ve Bazı Özellikleri	14
3.2. Unit NET Dağılımı	16
3.2.1 Momentler	18
3.2.2. Sıra istatistikleri	20
3.2.3. Stokastik sıralama	22
3.3. UNET Dağılımı için C_{PC} İndeksi	23
3.3.1. C_{PC} indeksine ilişkin simülasyon çalışması	24
3.3.2. C_{PC} indeksine ilişkin birinci gerçek veri uygulaması	25
3.3.3. C_{PC} indeksine ilişkin ikinci gerçek veri uygulaması	26
3.4. Nokta Tahmini, Simülasyon ve Gerçek Veri Analizi	27
3.4.1. Nokta tahmini	27
3.4.2. Monte Carlo simülasyon çalışması	29
3.4.3. Gerçek veri uygulaması	43

4. YENİ BİR QUANTİLE REGRESYON MODELİ	52
4.1. Regresyon Modelinin Bilinmeyen Parametresi için Nokta Tahmini.....	52
4.2. Regresyon Modeli Parametreleri için Simülasyon Çalışmaları.....	54
4.4.1. Regresyon modeli için gerçek veri analizi.....	87
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	89
5.1. Sonuçlar	89
5.2. Öneriler	91



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

S: Çarpıklık

K: Basıklık

Kısaltmalar

AEKK: Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareler Yöntemi

ADE: Anderson-Darling Yöntemi

AIC: Akaike bilgi kriterleri

ASL: Alt Spesifikasyon Limiti

B: Beta regresyon modeli

BFGS: Broyden, Fletcher, Goldfarb ve Shanno Methodu

BIC: Bayes bilgi kriteri

CAIC: Tutarlı AIC

CvM: Cramer-von Mises Yöntemi

df: Dağılım Fonksiyonu

EÇO: En Çok Olabilirlik Yöntemi

EKK: En Küçük Kareler Yöntemi

GO: Geometrik Ortalama

hf: Hazard Fonksiyonu

HQIC: Hannan-Quinn bilgi kriteri

K: Basıklık

KM: Kumaraswamy Dağılımı

KS: Kolmogorov-Smirnov istatistiği

Kw: Kumaraswamy regresyon modeli

ℓ = Log-olabilirlik değerleri

LEEG: Log genişletilmiş üstel geometrik

M: Moment Üreten Fonksiyonu

MÇA: Maksimum Çarpım Aralığı

NH: Net hassasiyet

OMB: Ortalama Mutlak Bias

OBH: Ortalama Bağlı Hata

oyf: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

S: Çarpıklık

sh: Standart hata

UB: Unit Birnbaum Dağılımı

UBXII: Unit Burr-XII Dağılımı

UG: Unit-Gamma Dağılımı

UL: Unit Lindley Dağılımı

UM: Unit Muth Dağılımı

UNET: Unit NET dağılımı

USL: Üst Spesifikasyon Limiti

UW: Unit Weibull Dağılımı

yf: Yaşam fonksiyonu

1. GİRİŞ VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

Olasılık teorisinde kesikli ve sürekli olmak üzere iki rasgele değişken bulunmaktadır. Bir kişinin bir ayda okuduğu kitap sayısı, bir kişinin bir günde içtiği sigara sayısı, bir öğrencinin aylık gerçekleştirdiği aktivite sayısı, bir fabrikada bir günde üretilen kusurlu parça sayısı, vb. kesikli rasgele değişkene örnek olarak verilebilir. Kesikli rasgele değişkenler ve bu rasgele değişkenlerin dağılımları ile ilgili birçok çalışma yürütülmektedir. Literatürde sıklıkla kullanılan bazı kesikli dağılımlar Poisson, binom, geometrik, negatif binom, kesikli Lindley, kesikli Rayleigh, kesikli Weibull, vb. olarak verilebilir. Bir canlının veya elektronik parçanın ömrü, bir müşterinin alışveriş için kuyrukta bekleme süresi, yeni doğan bir bebeğin ağırlığı, bir kişinin vücudundaki yağ oranı, bir sınıftaki öğrencilerin derse katılım oranı, bir ilacın ağrıyı dindirme süresi, bir ürüne gelen indirim oranı, bir hastalıktan ölüm oranı, vb. sürekli rasgele değişkene birer örnektir. Sürekli rasgele değişkenlerin dağılımları denince ilk akla gelenler üstel, Weibull, normal, gamma, beta, Kumaraswamy, Lindley vb. olarak verilebilir. Sürekli rasgele değişkenlerin bazıları $(0, \infty)$ aralığında tanımlı iken bazıları sınırlı bir tanım aralığına sahip olabilmektedir. Oran veya yüzde içeren olayları modellemede $(0,1)$ aralığında tanımlı sınırlı rasgele değişkenleri yani unit rasgele değişkenleri kullanmak $(0, \infty)$ tanım aralığında tanımlı rasgele değişkenleri kullanmaktan daha doğru sonuçlar verecektir. Tanım aralığı $(0,1)$ olan dağılım sayısı oldukça sınırlıdır. Bu nedenle mevcut $(0, \infty)$ aralığına sahip dağılımlar $X = \exp(-Y)$, $X = \frac{Y}{Y+1}$, $X = \frac{1}{Y+1}$, $X = 1 - \exp(-Y)$, $X = \tanh(Y)$ gibi dönüşüm yöntemleri yardımıyla dağılımın tanım aralığı $(0,1)$ aralığına taşınmış yani unitleştirilmiştir. Burada Y literatürde var olan $(0, \infty)$ bir dağılıma sahip rasgele değişken iken X , $(0,1)$ aralığında tanımlı yeni bir rasgele değişken olacaktır. Bu dönüşümler uygulandığında mevcut dağılımın parametre sayısı ile elde edilen yeni unit dağılımın parametre sayısı aynı iken mevcut dağılımın modelleyemediği veri setleri unitleştirilmiş dağılımlar tarafından modellenebilmektedir. Literatürde bilinen ilk unit dağılımlar Topp- Leone dağılımı (Topp ve Leone, 1955) ve unit-Gamma dağılımıdır (Jain ve Consul, 1971). $(0,1)$ aralığında tanımlı en bilinen dağılımlar beta, Kumaraswamy dağılımlarıdır. Bu dağılımlara alternatif birçok yeni unit dağılım önerilmiştir. Bunlardan bazıları Unit-Birnbaum-Saunders dağılımı (Mazucheli ve ark., 2018a), unit-logistic dağılımı (Menezes ve ark., 2018), unit-Lindley dağılımı (Mazucheli ve ark., 2019b), unit-inverse Gaussian dağılımı (Ghitany ve ark., 2019), unit-improved

second-degree Lindley dağılımı (Altun ve Cordeiro, 2020), unit-Gompertz dağılımı (Mazucheli ve ark., 2019a), Unit-Weibull dağılımı (Mazucheli ve ark., 2020), unit Johnson S_U dağılımı (Gündüz ve Korkmaz, 2020a), unit Burr-XII dağılımı (Korkmaz ve Chesneau, 2021), unit-half-normal dağılımı (Bakouch ve ark., 2021), unit genelleştirilmiş log Burr XII dağılımı (Bhatti ve ark., 2021), unit log-log dağılımı (Korkmaz ve Korkmaz, 2023), unit Teissier dağılımı (Krishna ve ark., 2022), log üstel-power dağılımı (Korkmaz ve ark., 2021a), unit modifiye Burr-III dağılımı (Haq ve ark., 2020), unit-Gamma dağılımı (Mazucheli ve ark., 2018b), unit Muth dağılımı (Maya ve ark., 2022), log-xgamma dağılımı (Altun ve Hamedani, 2018) ve unit Burr-Hatke dağılımı (Sağlam ve Karakaya, 2022) olarak verilebilir. Literatürde $\exp(-Y)$ dönüşümü kullanarak elde edilen dağılımlar: unit-Birnbaum-Saunders dağılımı (Mazucheli ve ark., 2018a), unit-inverse Gaussian dağılımı (Ghitany ve ark., 2019), unit-Gompertz dağılımı (Mazucheli ve ark., 2019a), unit-Weibull dağılımı (Mazucheli ve ark., 2020), unit Burr-XII dağılımı (Korkmaz ve Chesneau, 2021), unit genelleştirilmiş log Burr XII dağılımı (Bhatti ve ark., 2021), unit log-log dağılımı (Korkmaz ve Korkmaz, 2023), unit Teissier dağılımı (Krishna ve ark., 2022), log üstel-power dağılımı (Korkmaz ve ark., 2021a), unit-Gamma dağılımı (Mazucheli ve ark., 2018b), unit power-logarithmic dağılımı (Chesneau, 2021), unit Muth dağılımı (Maya ve ark., 2022) ve log-xgamma dağılımlarıdır (Altun ve Hamedani, 2018). Literatürde $\frac{Y}{Y+1}$ dönüşümü kullanarak elde edilen dağılımlar: unit-improved second-degree Lindley dağılımı (Altun ve Cordeiro, 2020), unit-half-normal dağılımı (Bakouch ve ark., 2021) ve unit modifiye Burr-III dağılımı (Haq ve ark., 2020). Literatürde $\frac{1}{Y+1}$ dönüşümü kullanarak elde edilen dağılım: unit-Lindley dağılımıdır (Mazucheli ve ark., 2019b). Literatürde $1 - \exp(-Y)$ dönüşümü kullanarak elde edilen dağılım unit Johnson S_U dağılımıdır (Gündüz ve Korkmaz, 2020b).

Klasik regresyon modeli bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi ortalama değerler üzerinden açıklamaktadır. Dağılımın simetrik olmadığı durumların olduğu veri setlerinde, veri setinin aykırı değerleri içerdiği durumlarda veya bağımlı değişken oransal ya da yüzdesel ifadeler içerdiğinde klasik regresyon modelleri yetersiz kalabilmektedir. Bu durumlarda bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişki ortalama yerine daha sağlam bir tahmin olduğu için yüzdelikler veya genellikle medyan üzerinden açıklamaya çalışan regresyon modellerini tercih etmek daha doğru olacaktır. Bağımlı değişkenin (0,1) aralığında tanımlı olduğu durumlar için kullanılan beta regresyon modeli (Ferrari ve Cribari-Neto, 2004) ve Kumaraswamy

regresyon modelleri, klasik regresyon modellerine alternatif bir yaklaşım sunan istatistiksel bir yöntemdir. Beta ve Kumaraswamy regresyon modellerine alternatif birçok yeni regresyon modeli tanıtılmıştır. Bunlardan bazıları (Mazucheli ve ark., 2020) tarafından unit Weibull regresyon modeli, (Korkmaz ve Chesneau, 2021) tarafından unit Burr-XII regresyon modeli, (Sağlam ve Karakaya, 2022) tarafından unit Burr-Hatke regresyon modeli, (Korkmaz ve Korkmaz, 2023) tarafından unit log-log regresyon modeli, (Korkmaz ve Korkmaz, 2023) tarafından unit-Birnbaum-Saunders regresyon modeli ve (Chesneau, 2021) tarafından unit power-logarithmic regresyon modeli olarak verilebilir. Bu tez çalışmasında yeni önerilen dağılımı temel alan yeni bir regresyon modeli tanıtılmıştır. Bu regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerini tahmini için birçok tahmin edici incelenmiştir. Daha önceki çalışmalar incelendiğinde bu regresyon modellerinin bilinmeyen parametreleri için genellikle en çok olabilirlik yöntemi ele alınmıştır.

Bu tez çalışmasında, literatürdeki (Bakouch ve ark., 2018) tarafından önerilen NET dağılımına uygulanan $\exp(-Y)$ dönüşüm ile elde edilen UNET dağılımı tanıtılmıştır. Yeni önerilen bu dağılımın momentler, çarpıklık, basıklık, stokastik sıralama gibi bazı matematiksel özellikleri incelenmiştir. UNET dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini için EÇO, EKK, AEKK, AD, CvM ve MÇA gibi altı tahmin edici kullanılmıştır. Tahmin edicilerin performansları Monte Carlo simülasyonu ile değerlendirilmiş olup bias ve HKO değerleri hesaplanmıştır. Dağılıma ilişkin gerçek veri uygulamaları yapılmıştır. Ayrıca elde edilen yeni dağılıma dayalı yeni bir regresyon modeli önerilmiş ve regresyon parametrelerinin tahmini ilk defa bu tez çalışmasında bahsedilen altı yöntem ile elde edilmiştir. Regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerinin tahmini için farklı senaryolar altında simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Regresyon modeli için gerçek veri uygulaması yapılmıştır.

Tez çalışmasının birinci bölümünde, teze ilişkin kaynak araştırması yapılmıştır. İkinci bölümde nokta tahmini, uyum iyiliği, süreç yeterlilik indeksleri ve bazı önemli unit dağılımlardan bahsedilmiştir. Çalışmanın üçüncü bölümünde mevcut dağılım ile elde edilen yeni unit dağılım hakkında detaylı bilgi verilmiş ve UNET dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini Monte Carlo simülasyonu ile gerçekleştirilmiş ve UNET dağılımına ilişkin gerçek veri analizi yapılmıştır. (Perakis ve Xekalaki, 2002) tarafından tanıtılan C_{pc} indeksi UNET dağılımına uyarlanmıştır. Dördüncü bölümde yeni bir regresyon modeli tanıtılmış ve modelin bilinmeyen parametrelerinin tahmini için çeşitli tahmin ediciler incelenmiştir. Beşinci bölümde sonuç ve öneriler verilmiştir.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde tezde kullanılan temel kavramlardan ve bazı önemli unit dağılımlardan bahsedilecektir.

2.1 Nokta Tahmini

İstatistiğin en önemli problemlerinden bir tanesi dağılımını bildiğimiz fakat parametresini bilmediğimiz bir kitlenin parametrelerinin tahmin edilmesidir. Kitle parametresi, kitleden alınan ve kitleyi temsil eden ve parametre hakkındaki bütün bilgiyi içeren örneklem yardımıyla tahmin edilebilmektedir. Bu yolla gerçekleştirilen tahminlere nokta tahmini ismi verilmektedir.

Bilinmeyen parametresini tahmin etmek istediğimiz kitle $f(x | \gamma)$, $\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ dağılımına sahip olsun. Burada γ bilinmeyen kitle parametresini ve Γ parametre uzayını göstermektedir. Bu kitleden aldığımız ve her biri aynı $f(x | \gamma)$, $\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ dağılımına sahip $X_1, X_2, \dots, X_n$ bağımsız rasgele değişkenlerin dizisine örneklem adı verilmektedir. Örneklemen bilinmeyen parametre içermeyen bir fonksiyonuna istatistik denir. İstatistikler de aynı zamanda birer rasgele değişkendir. Bir istatistik bir parametreyi veya parametrenin bir fonksiyonunu tahmin etmek amacıyla kullanıldığında tahmin edici olarak adlandırılır. Tahmin edicinin aldığı değere ise tahmin denir. Örneklemen küçükten büyüğe dizilmesiyle elde edilen istatistiklere sıra istatistikleri denir ve $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ ile gösterilir. $X_1, X_2, \dots, X_n, F(x | \gamma)$ df ve $f(x | \gamma)$, $\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ oyf sahip dağılımdan alınan bir örneklem olsun, burada $p \in N_+$ parametre sayısıdır. $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ sıra istatistikleri ve $x_{(i)}, X_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) nin aldığı değeri temsil etsin. Bu bilgiler ışığında tezde kullanılan bazı tahmin ediciler aşağıda verilmiştir. Bu tahmin edicilerin aldığı değerler analitik olarak çözümlerinin elde edilmemesinden dolayı genellikle Newton-Raphson, Nelder-Mead ve BFGS gibi iteratif yöntemler ile bulunmaktadır.

2.1.1. En çok olabilirlik yöntemi

Nokta tahmini için literatürdeki en popüler yöntem, en çok olabilirlik yöntemidir. Örneklemenin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(\mathbf{x}|\gamma) = f(x_1, x_2, \dots, x_n|\gamma) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\gamma) \quad (2.1)$$

şeklinde dir. $f(\mathbf{x}|\gamma)$ x in değil γ nın bir fonksiyonu olarak düşünüldüğünde $L(\gamma|x) = f(\mathbf{x}|\gamma)$ ya olabilirlik fonksiyonu adı verilir. Burada $f(\mathbf{x}|\gamma)$, n değişkenli iken, $L(\gamma|x)$ p değişkenli bir fonksiyon olmaktadır. Ayrıca olabilirlik fonksiyonu $L(\gamma|x)$ in logaritması alınarak $\ell(\gamma|x) = \log(L(\gamma|x))$ bulunan yeni fonksiyona log-olabilirlik fonksiyonu adı verilir. Olabilirlik fonksiyonunu $L(\gamma|x)$ veya log-olabilirlik fonksiyonunu $\ell(\gamma|x)$ maximum yapan değere EÇO tahmin edicisi denir ve $\hat{\gamma} = \arg\max(L(\gamma|x)), \gamma \in \Gamma$ veya $\hat{\gamma} = \arg\max(\ell(\gamma|x)), \gamma \in \Gamma$ ile gösterilir. Aslında olabilirlik fonksiyonu $L(\gamma|x)$ yi supremum yapan değere en çok olabilirlik tahmin edicisi denilmesi daha doğrudur (Akdi, 2005).

2.1.2. En küçük kareler yöntemi

$\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresinin en küçük kareler tahmini

$$S(\gamma) = \sum_{i=1}^n \left[F(x_{(i)}) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad (2.2)$$

fonksiyonu minimum yapan değer veya değerlerdir. En küçük kareler yöntemi (Swain ve ark., 1988) tarafından tanıtılmıştır.

2.1.3. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi

$\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresinin ağırlıklandırılmış en küçük kareler tahmini

$$W(\gamma) = \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[F(x_{(i)}) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad (2.3)$$

fonksiyonunu minimum yapan değer veya değerlerdir. Ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemi (Swain ve ark., 1988) tarafından önerilmiştir.

2.1.4. Anderson-Darling yöntemi

$\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresi için AD tahmini

$$A(\gamma) = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \left\{ \log \left(F(x_{(i)}) \right) + \log \left(1 - F(x_{(i)}) \right) \right\} \quad (2.4)$$

fonksiyonunu minimum yapan değer veya değerlerdir. Bu yöntemin kaynağı (Anderson ve Darling, 1952) tarafından tanıtılan Anderson-Darling uyum iyiliği istatistiği olarak ifade edilmektedir. Anderson-Darling metoduna ilişkin detaylı bilgi için (Chen ve Balakrishnan, 1995) çalışması incelenebilir. Anderson-Darling uyum iyiliği testi için kullanılmaktadır.

2.1.5. Cramér-von Mises yöntemi

$\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresi için Cramér-von Mises tahmini

$$C(\gamma) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_{(i)}) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (2.5)$$

fonksiyonunu minimum yapan değer veya değerlerdir. Cramér-von Mises yöntemine ilişkin detaylı bilgi için (Macdonald, 1971) ve (Chen ve Balakrishnan, 1995) çalışmalarına bakılabilir.

2.1.6. Maksimum çarpım aralığı yöntemi

(Cheng ve Amin, 1983) tarafından önerilen maksimum çarpım aralığı yöntemi en çok olabilirlik yöntemine alternatif olarak sunulmuştur. Maksimum çarpım aralığı yöntemi en çok olabilirlik tahmin edicilerinden daha genel koşullar altında tutarlı tahminler vermektedir. maksimum çarpım aralığı tahmin edicileri etkin ve asimptotik olarak normaldir. maksimum çarpım aralığı yöntemi tek değişkenli dağılımlar için kullanılabilir (Cheng ve Amin, 1983). maksimum çarpım aralığı yöntemi, ardışık gözlemlerin

aralarındaki farkın aynı şekilde dağıtılması gerektiği düşüncesine dayanmaktadır. Aralıklara ilişkin geometrik ortalama aşağıda verilmiştir.

$$GO = (\prod_{i=1}^{n+1} D_i)^{\frac{1}{n+1}} \quad (2.6)$$

Burada D_i , aralığı ifade eder

$$D_i = \int_{x_{(i-1)}}^{x_i} f(x|\gamma) dx \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır.

Burada, $F(x_{(0)}|\gamma) = 0$ ve $F(x_{(n+1)}|\gamma) = 1$ dir. $\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresi için maksimum çarpım aralığı tahmin edicisi $\hat{\gamma}_{M\hat{C}A}$, aralıkların geometrik ortalama değeri maksimize ederek elde edilir. Aynı zamanda (2.6)'daki fonksiyonun logaritması alınarak elde edilen aşağıda tanımlanan LogGO fonksiyonunu maksimum yapan değer ve değerler $\gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ parametresi için maksimum çarpım aralığı tahminleridir.

$$LogGO = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \log[F(x_{(i)}, \gamma) - F(x_{(i-1)}, \gamma)] \quad (2.8)$$

2.2 Uyum İyiliği Kriterleri

$X_1, X_2, \dots, X_n$ *oyf* $f(x|\gamma), \gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^p$ olan bir kitleden alınan n birimlik örneklem, $\ell(\gamma|x), \gamma \in \Gamma$ örnekleme ait log-olabilirlik fonksiyonu ve $\hat{\gamma}$, γ nın en çok olabilirlik tahmin edicisi olsun. Bu bilgiler doğrultusunda AIC (Shaked ve Shanthikumar, 2007), BIC (Schwarz, 1978), CAIC (Bozdogan, 1987) ve HQIC (Shaked ve Shanthikumar, 2007) sırasıyla

$$AIC = -2\ell(\hat{\gamma}) + 2p,$$

$$BIC = -2\ell(\hat{\gamma}) + p\log(n),$$

$$CAIC = -2\ell(\hat{\gamma}) + \frac{2np}{n-p-1},$$

ve

$$HQIC = -2\ell(\hat{\gamma}) + 2p\log(\log(n))$$

şeklindedir. Gerçek veri uygulamalarında en küçük bilgi kriterlerini veren dağılım veriyi en uygun modelleyen dağılımdır.

2.3. Bazı Önemli Unit Dağılımlar

Bu bölümde, tezde kullanılan bazı önemli unit dağılımlardan bahsedilecektir.

2.3.1. Beta dağılımı

X , rasgele değişkeni beta dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyl

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} I_{(0,1)}(x)$$

şeklindedir. Burada $\alpha, \beta > 0$ dağılımın parametreleri ve $\Gamma(\cdot)$, bilinen gamma fonksiyonudur.

2.3.2. Kumaraswamy dağılımı

X , rasgele değişkeni Kumaraswamy dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyl ve df sırasıyla

$$f(x) = ((1-x^\alpha)^{\beta-1} \beta x^{\alpha-1} \alpha) I_{(0,1)}(x)$$

ve

$$F(x) = 1 - (1-x^\alpha)^\beta$$

şeklindedir. Burada $\alpha, \beta > 0$ dağılımın parametreleridir. Bu dağılım (Kumaraswamy, 1980) tarafından elde edilmiştir. Kumaraswamy dağılımı (Gupta ve Kundu, 1999) tarafından önerilen iki parametrelili genelleştirilmiş üstel dağılımına $X = \exp(-Y)$ dönüşümü uygulanarak elde edilmiştir.

2.3.3. Unit Weibull dağılımı

X , rasgele değişkeni unit Weibull dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyf ve df sırasıyla

$$f(x) = \frac{\alpha\beta(-\log(x))^{\beta-1}\exp(-\alpha(-\log(x))^\beta)}{x} I_{(0,1)}(x)$$

ve

$$F(x) = \exp\{-\alpha(-\log(x))^\beta\}$$

şeklindedir. Burada $\alpha, \beta > 0$ dağılımın parametreleridir. Bu dağılım (Mazucheli ve ark., 2020) tarafından elde edilmiştir. Unit Weibull (Weibull, 1951) tarafından önerilen iki parametrelili Weibull dağılımına $X = \exp(-Y)$ dönüşümü uygulanarak elde edilmiştir.

2.3.4. Unit Gamma dağılımı

X , rasgele değişkeni unit Gamma dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyf

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\beta-1} (-\log x)^{\alpha-1} I_{(0,1)}(x)$$

şeklindedir. Burada $\alpha, \beta > 0$ dağılımın parametreleridir. Bu dağılım (Mazucheli ve ark., 2018b) tarafından detaylı bir şekilde çalışılmış bu dağılıma Unit Gamma ismi (Ratnaparkhl ve Mosimann, 1990) tarafından verilmiştir.

2.3.5. Unit Lindley dağılımı

X , rasgele değişkeni unit Lindley dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyf ve df sırasıyla

$$f(x) = \frac{\theta^2}{1+\theta} (1-x)^{-3} \exp\left(-\frac{\theta x}{1-x}\right) I_{(0,1)}(x)$$

ve

$$F(x) = 1 - \left(1 - \frac{\theta x}{(1 + \theta)(x - 1)}\right) \exp\left(-\frac{\theta x}{1 - x}\right)$$

şeklindedir. Burada $\theta > 0$ dağılımın parametresidir. Bu dağılım (Mazucheli ve ark., 2019b) tarafından elde edilmiştir.

2.3.6. Unit Burr-XII dağılımı

X , rasgele değişkeni unit Burr-XII dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyf ve df sırasıyla

$$f(x) = \alpha \beta x^{-1} (-\log(x))^{\beta-1} (1 + (-\log x)^\beta)^{-\alpha-1} I_{(0,1)}(x)$$

ve

$$F(x) = (1 + (-\log x)^\beta)^{-\alpha}$$

şeklindedir. Burada $\alpha, \beta > 0$ dağılımın parametreleridir. Bu dağılım (Korkmaz ve Chesneau, 2021) tarafından elde edilmiştir.

2.3.7. Unit Muth dağılımı

X , rasgele değişkeni unit Muth dağılıma sahip bir rasgele değişken olmak üzere oyf ve df sırasıyla

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{1/\alpha} (x^{-\alpha/\beta} - \alpha) x^{-\left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right)} \exp\left(-\frac{1}{\alpha} x^{-\alpha/\beta}\right) I_{(0,1)}(x)$$

ve

$$F(x) = e^{1/\alpha} x^{-\alpha/\beta} \exp\left(-\frac{1}{\alpha} x^{-\alpha/\beta}\right)$$

şeklindedir. Burada $\alpha \in (0,1], \beta > 0$ dağılımın parametreleridir. Bu dağılım (Maya ve ark., 2022) tarafından elde edilmiştir.

2.4. Süreç Yeterlilik İndeksleri

Süreç yeterlilik endeksleri bir sürecin bazı gereksinimlerini karşılama kapasitesini ölçmeyi amaçlar. Üretilen bir ürün ya da parçanın yeterli olup olmadığı alt spesifikasyon limiti ve üst spesifikasyon limiti ile belirlenir. Literatürde en sık kullanılan süreç yeterlilik indeksleri C_p , C_{pk} ve C_{pm} indeksleri olup bu indeksler normallik varsayımı altında çalışmaktadır (Kotz ve Johnson, 2002), (Kotz ve Johnson, 1993). Süreç yeterlilik için kullanılan en basit indeks olan C_p , müşteri tolerans aralığının doğal tolerans aralığına oranı olarak tanımlanır ve

$$C_p = \frac{\text{Müşteri toleransı}}{\text{Doğal tolerans}} = \frac{USL-ASL}{6\sigma}$$

şeklinde hesaplanır.

C_p indeksi prosesin merkezi konumunu dikkate almaktadır. C_p indeksine ek olarak, sürecin merkezi konumunu dikkate alan C_{pk} indeksi ortaya konulmuştur (Kotz ve Johnson, 2002), (Kotz ve Johnson, 1993). Sürecin hem merkezi konumunu hem de yayılımını dikkate alan C_{pk} indeksi

$$C_{pk} = \min[C_{palt}, C_{püst}] = \min\left[\frac{\mu - ASL}{3\sigma}, \frac{USL - \mu}{3\sigma}\right]$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

Hedef değer, ASL ve USL'nin tam ortasında ve süreç ortalaması hedef değere eşit olduğunda $C_p = C_{pk}$ olur ve süreç merkezileşmiştir. C_p ve C_{pk} süreç yeterlilik indeksleri ile ilgili aşağıdaki sonuçlar bilinmektedir (Kotz ve Johnson, 2002), (Kotz ve Johnson, 1993):

- $C_p = C_{pk}$ ise süreç merkezidir.
- C_{pk} değeri, C_p değerinden her zaman için küçük ya da eşittir.
- $C_p < 1$ ise, süreç yeterli değildir.
- $C_{pk} < 1$ ise, süreç spesifikasyonlara uygun parça üretmemektedir.

- Süreç merkezi değiştiğinde, C_p değeri değişmeyecektir.
- $C_{pk} = 0$ ise, ortalama spesifikasyon limitlerine eşittir.
- Negatif C_{pk} değeri ortalamanın spesifikasyon limitlerinin dışında olduğunu göstermektedir.
- $C_{pk} > 1$ ise, süreç spesifikasyonlara uygun parça üretmektedir.

C_p ve C_{pk} indeksleri sürecin hedef değere göre konumunu değerlendirmemektedir. C_{pk} , iki yönlü spesifikasyon limiti söz konusu olduğunda, alt ve üst spesifikasyon limitine göre süreç ortalamasının konumu ile ilgili herhangi bir ölçüm yapmamaktadır. Bu noktada; C_{pm} indeksi önerilmiştir. C_{pm} indeksi

$$C_{pm} = \frac{USL - ASL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

şeklinde tanımlanmıştır (Kotz ve Johnson, 2002), (Kotz ve Johnson, 1993).

Bu indekslerin önemli bir eksikliği hem üst hem de alt spesifikasyon limitine ihtiyaç duymasıdır. Ancak bazen tek taraflı bir süreçle karşı karşıya kalınabilir, sadece bir alt veya üst spesifikasyon limiti belirlenmiş olabilir. Bu gibi durumlarda bu üç endeksin değerlendirilmesi imkânsız hale gelir ve diğer endekslere başvurmak gerekir. Bu eksikliği gidermek için (Perakis ve Xekalaki, 2002) tarafından C_{pc}

$$C_{pc} = \frac{1 - p_0}{1 - P(ASL < X < USL)}, \quad 0 < p_0 < 1$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada F , X rasgele değişkenin dağılım fonksiyonu, ve p_0 ise sürecin verimliliğini temsil etmekte olup 1'e yakın alınmalıdır (Perakis ve Xekalaki, 2002).

C_{pc} indeksinin bazı özellikleri

- Tek taraflı veya çift taraflı spesifikasyonlar altında değerlendirilebilir.
- Doğrudan p ile ilişkilidir ve bu nedenle yorumu basittir.
- Uygulayıcılar tarafından kolaylıkla anlaşılır.

- Sürecin dağılımının normal olduğu varsayılarak güven sınırlarının değerlendirilmesi oldukça basittir.
- Ayrık süreçler içinde değerlendirilebilir.
- Belirli normal olmayan dağılım varsayımları altında güven limitlerinin oluşturulması gerçek değeri için uygundur.
- Değerlendirilmesi nispeten basittir.
- Tanımı olağan normallik varsayımına dayanmaz.

şeklinde sunulmuştur (Perakis ve Xekalaki, 2002).

C_{pc} indeksi için hassasiyet analizi için NH değerinin analiz edilmesi gerekir. NH değeri

$$NH = \frac{f(USL) - f(ASL)}{p_0}$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada f oyf' nu temsil etmektedir. p_0 değeri sezgisel olarak bire yakın olmalıdır ve incelenen sürecin doğasına ve müşterilerin gereksinimlerine bağlıdır. NH değerinin mutlak değerce küçük olması, daha az hassas ve daha fazla sağlam ürünler ya da parçalar üretildiği anlamına gelir. NH değerinin artması ise daha fazla hassas ve daha az sağlam ürünler ya da parçalar üretildiği anlamına gelmektedir (Maiti ve ark., 2010).

3.UNET DAĞILIMI

Bu bölümde, tezde önerilen unit dağılımının temelini oluşturan ve (Bakouch ve ark., 2018) tarafından önerilen NET dağılımının bazı özellikleri verilecektir. Daha sonra *UNET* dağılımının elde edilişi detaylı olarak sunulup bazı temel istatistiksel özellikleri incelenecektir. Ayrıca (Perakis ve Xekalaki, 2002) tarafından önerilen C_{pc} süreç yeterlilik indeksi yeni dağılıma uyarlanmış ve C_{pc} ye ilişkin detaylı simülasyon çalışması gerçekleştirilerek sonuçlar analiz edilmiş ve yeni dağılımın C_{pc} ye uygunluğu iki gerçek veri analizi ile gösterilmiştir. Son olarak UNET dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini için simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir ve yeni önerilen UNET dağılımının daha iyi modelleyebildiğini göstermek için gerçek veri analizleri yapılmıştır.

3.1 NET Dağılımı ve Bazı Özellikleri

Bu alt bölümde, (Bakouch ve ark., 2018) tarafından önerilen NET dağılımının temel bazı özellikleri sunulacaktır. Y rastgele değişkeni NET dağılımına sahip olmak üzere NET dağılımının df nu ve oyf nu sırasıyla

$$F_{NET}(y; \lambda, \beta, \alpha) = 1 - \frac{\exp(-\lambda y)}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} (\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda^2 \cos(\beta y) + \alpha\beta\lambda \sin(\beta y)) \quad (3.1)$$

ve

$$f_{NET}(y; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(1 - \alpha \cos(\beta y)) \exp(-\lambda y)}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \quad (3.2)$$

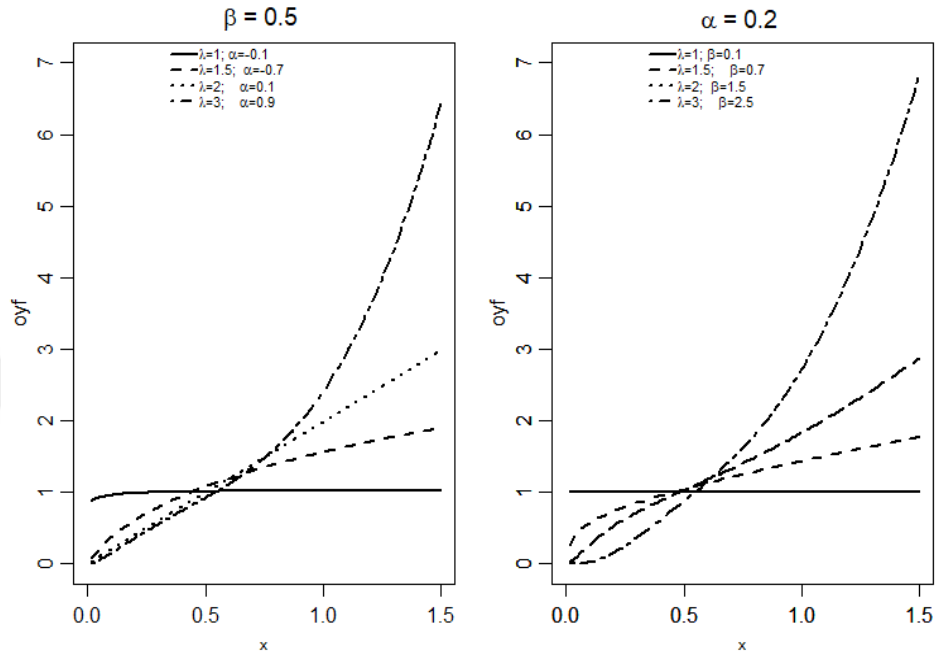
elde edilmiştir, burada $y, \lambda, \beta > 0$ ve $\alpha \in (-1, 1)$.

NET dağılımı fazla parametreye sahip olduğu ve çok çeşitli formlar sağladığı için diğer dağılımlardan daha fazla esnekliğe sahiptir. NET dağılımının hf nu

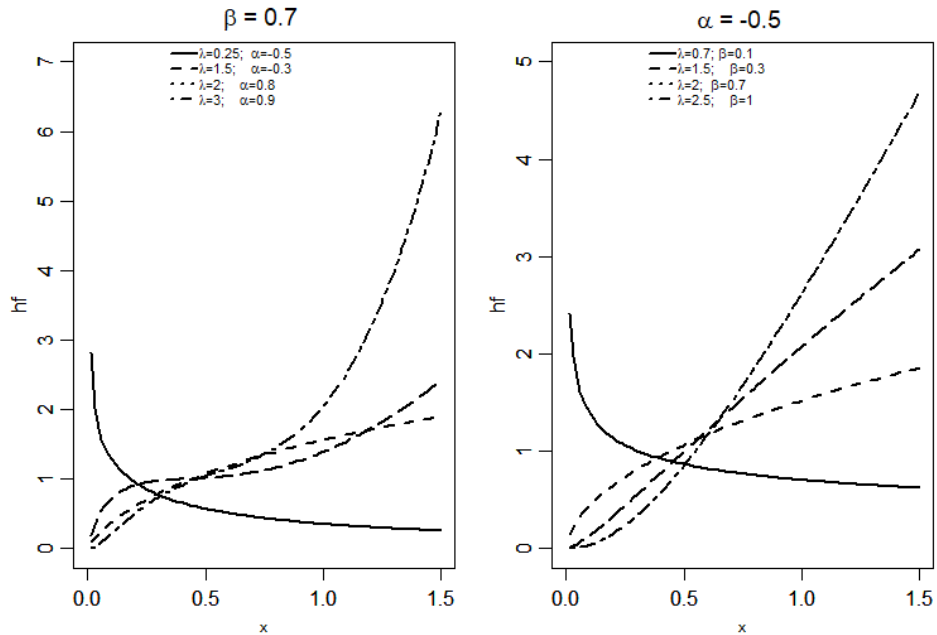
$$h(y) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(1 - \alpha \cos(\beta y))}{\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda^2 \cos(\beta y) + \alpha\beta\lambda \sin(\beta y)} \quad (3.3)$$

şeklindedir.

Şekil 1 ve 2’ de, α, β ve λ parametrelerinin çeşitli değerleri göz önünde bulundurularak oyf ve hf grafikleri çizilmiştir. Şekil 1 ve 2’den NET dağılımının oyf’ nun artan olduğu ve hf’ nununda artan ve azalan olduğu görülmektedir.



Şekil 1. Çeşitli parametre değerleri için oyf grafiği



Şekil 2. Çeşitli parametre değerleri için hf grafiği

$X \sim NET$ olmak üzere X rasgele değişkenin r . moment ve moment çıkaran fonksiyonu sırasıyla

$$E(X^r) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)}{\beta^2(1-\alpha)\lambda^2} \Gamma(r+1) \left(\lambda^{-(r+1)} - \alpha(\lambda^2 + \beta^2)^{-(1/2)(r+1)} \cos \left[(r+1) \arctan \left(\frac{\beta}{\lambda} \right) \right] \right) \quad (3.4)$$

ve

$$M(t) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)}{\beta^2(1-\alpha)\lambda^2} \left[\frac{1}{\lambda-t} - \frac{\alpha(\lambda-t)}{\beta^2(\lambda-t)^2} \right] \quad (3.5)$$

şeklindedir.

NET dağılımının model parametrelerini tahmin etmek için $n = (50,100,400)$ örneklem hacmine dayalı ve EÇÖ tahmin yöntemi temelli simülasyon çalışması (Bakouch ve ark., 2018) tarafından gerçekleştirilmiştir. Çalışmada son olarak tümü arızalanana kadar %90 stres seviyesinde sabit basınca maruz kalan Kevlar 373/epoksi 'nin kırılma ömrü ile ilgili 76 gözleme karşılık gelen veri seti kullanılarak gerçek veri analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlara göre veriyi en iyi modelleyen dağılımın NET dağılımı olduğu (Bakouch ve ark., 2018) tarafından sonucuna varılmıştır.

3.2. Unit NET Dağılımı

Bu tezde önerilecek olan yeni dağılım şu şekilde tanımlanabilir: Y rasgele değişkeni Y Eşitlik (3.2)'de ve df 'nu (3.1)'de verilen NET dağılımına sahip olsun. Bu Y rasgele değişkeni kullanılarak $X = \exp(-Y)$ şeklinde dönüşüm tanımlansın. X rasgele değişkeninin df , oyf ve yf sırasıyla

$$F_{UNET}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x))))x^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \quad (3.6)$$

ve

$$f_{UNET}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(x^{\lambda-1})(1 - \alpha \cos(\beta \log(x)))}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \quad (3.7)$$

$$S_{UNET}(x; \lambda, \beta, \alpha) = 1 - F_{UNET}(x; \lambda, \beta, \alpha)$$

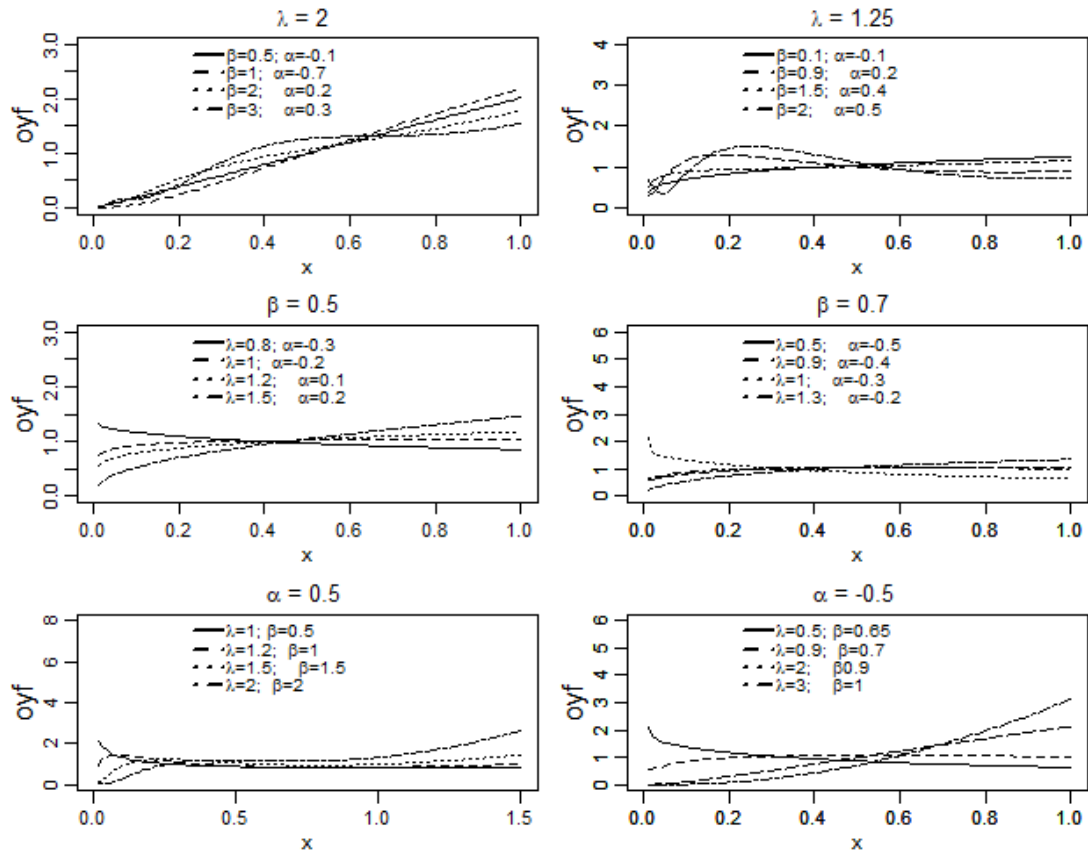
$$= 1 - \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x))))x^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \quad (3.8)$$

şeklinde dir. Burada $0 < x < 1$ ve $\lambda, \beta > 0$, $-1 < \alpha < 1$ parametrelerdir. Eşitlik (3.6)'da df, Eşitlik (3.7)'de oyf ve (3.8)'de yf verilen bu yeni dağılıma UNET dağılımı denir ve $UNET(\lambda, \beta, \alpha)$ şeklinde gösterilir. UNET dağılımının hf

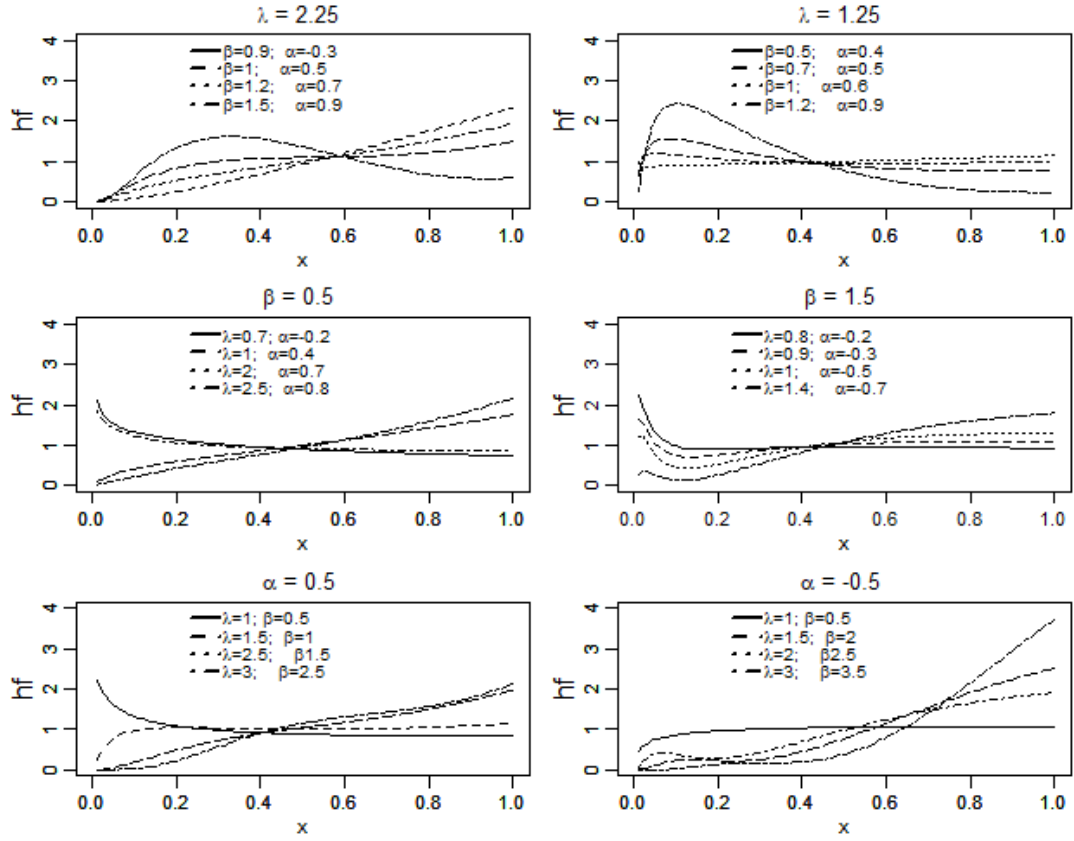
$$h_{UNET}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{(1 - \alpha \cos(\beta \log(x)))(x^{\lambda-1})\lambda(\beta^2 + \lambda^2)}{\beta^2 + \lambda^2 - \lambda^2 \alpha - x^\lambda (\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda\beta \sin(\beta \log(x)) - \alpha\lambda^2 \cos(\beta \log(x)))} \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 3 ve 4'teki bazı parametre değerleri için UNET dağılımının oyf ve hf grafikleri sunulmuştur. Şekil 3 ve 4'ten hem oyf hem de hf' nin azalan ve artan şeklinde olduğu görülmektedir.



Şekil 3. Seçilen parametre değerleri için oyf grafiği



Şekil 4. Seçilen parametre değerleri için hf grafiği

3.2.1 Momentler

$X \sim UNET(\lambda, \beta, \alpha)$ olmak üzere, X rasgele değişkeninin r . momenti

$$\begin{aligned}
 E(X^r) &= \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \int_0^1 x^{r+\lambda-1} (1 - \alpha \cos(\beta \log(x))) dx \\
 &= \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(-r^2 - 2r\lambda - \lambda^2 - \beta^2 + \alpha r^2 + 2\alpha r\lambda + \alpha \lambda^2)}{(\beta^2 + \lambda^2(1 - \alpha))(r^3 + 3r^2\lambda + 3r\lambda^2 + r\beta^2 + \lambda^3 + \lambda\beta^2)}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

şeklinde elde edilir.

Eşitlik (3.10)'da $r = 1, 2, 3$ ve 4 alındığında, ilk dört moment sırasıyla

$$E(X) = \frac{(\beta^2 + \lambda^2)(\lambda^2(1 - \alpha) + (2 - 2\alpha)\lambda + \beta^2 + 1 - \alpha)\lambda}{(\beta^2 + 1 + 2\lambda + \lambda^2)(\beta^2 + \lambda^2(1 - \alpha)(\lambda + 1))}, \tag{3.11}$$

$$E(X^2) = \frac{(\beta^2 + \lambda^2)(\lambda^2(1-\alpha) + (4-4\alpha)\lambda + 4-4\alpha + \beta^2)\lambda}{(\lambda^2 + 4\lambda + \beta^2 + 4)(\beta^2 + \lambda^2(1-\alpha))(\lambda + 2)}, \quad (3.12)$$

$$E(X^3) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(\lambda^2(1-\alpha) + (6-6\alpha)\lambda + 9-9\alpha + \beta^2)}{(9+6\lambda+\lambda^2+\beta^2)(\beta^2 + \lambda^2(1-\alpha))(\lambda + 3)} \quad (3.13)$$

ve

$$E(X^4) = \frac{\lambda(\lambda^2(1-\alpha) + (8-8\alpha)\lambda + 16-16\alpha + \beta^2)(\beta^2 + \lambda^2)}{(\lambda^2 + 8\lambda + 16 + \beta^2)(\beta^2 + \lambda^2(1-\alpha))(\lambda + 4)}. \quad (3.14)$$

şeklinde elde edilir.

(3.11) ve (3.12) eşitlikleri kullanılarak UNET dağılımının varyansı

$$\begin{aligned} Var(X) &= \frac{((1-\alpha)\lambda^4 + (2-2\alpha)\lambda^3 + ((\alpha+2)\beta^2 + 1-\alpha)\lambda^2 + (\alpha+2)\beta^2\lambda + \beta^4 + \beta^2)}{(1+\lambda)^2(\beta^2 + \lambda^2(1-\alpha))^2} \\ &\times \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(\lambda^2(1-\alpha) + (2-2\alpha)\lambda + \beta^2 + 1-\alpha)}{(\beta^2 + 1 + 2\lambda + \lambda^2)^2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

elde edilir.

UNET dağılımı için S ve K katsayıları sırasıyla Eşitlik (3.11)-(3.14) kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir

$$S = \frac{E(X^3) - 3E(X)E(X^2) + 2\{E(X)\}^3}{\{Var(X)\}^{3/2}} \quad (3.16)$$

ve

$$K = \frac{E(X^4) - 4E(X)E(X^3) + 6E(X^2)\{E(X)\}^2 - 3\{E(X)\}^4}{\{Var(X)\}^2}. \quad (3.17)$$

Beklenen değer, varyans, S ve K değerleri bazı α, β, λ değerleri için çizelge 3.1'de rapor edilmiştir. Çizelge 3.1'den, α, β, λ arttıkça beklenen değer arttığı sonucuna varılmaktadır. Ayrıca α, β, λ arttıkça; varyans, S ve K 'nin azaldığı görülmektedir. S ' ye göre, dağılım küçük α, β, λ değerleri için sağa çarpıktır ve büyük α, β, λ değerleri için

sola çarpıktır. Tüm parametre durumlarında UNET dağılımının basıklık değerinin leptokurtic olduğu görülmektedir. Beklenen değer, varyans, S ve K değerleri için parametrenin çeşitli durumlarına ilişkin sonuçlar Çizelge 3.1’de sunulmuştur.

Çizelge 3.1. Bazı α, β, λ değerleri için beklenen değer, varyanslar, S ve K

λ	β	α	$E(x)$	$V(x)$	S	K
0.2	0.8	-0.99	0.2654	0.0906	0.8538	2.4420
0.5			0.4618	0.0837	0.1004	1.8879
1.5			0.6431	0.0561	-0.4058	2.1775
2			0.6921	0.0475	-0.5874	2.4696
2	0.5	-0.99	0.6775	0.0521	-0.5767	2.4339
	1		0.7035	0.0441	-0.5961	2.5010
	2.5		0.7618	0.0370	-1.3666	5.2189
	3		0.7640	0.0425	-1.5293	5.2413
0.01	1.5	-0.99	0.0130	0.0080	7.9327	68.6116
		-0.8	0.0124	0.0074	8.1662	73.1262
		-0.9	0.0127	0.0077	8.0413	70.6848
		0.99	0.0068	0.0018	8.7808	99.4277
0.01	0.2	-0.4	0.0137	0.0068	7.8613	71.0605
	0.9		0.0121	0.0065	8.2408	76.7604
	1.5		0.0111	0.0061	8.7122	84.5946
	3		0.0103	0.0055	9.3981	98.7826
0.7	0.01	-0.5	0.4118	0.0897	0.3184	1.8432
		-0.1	0.4118	0.0897	0.3185	1.8432
		0.6	0.4118	0.0897	0.3188	1.8433
		0.9	0.4111	0.0898	0.3204	1.8438
0.7	0.01	-0.5	0.4111	0.0898	0.3184	1.8432
1.5			0.6000	0.0686	-0.3395	2.0505
2			0.6667	0.0556	-0.5657	2.4000
4			0.8000	0.0267	-1.0498	3.6964

3.2.2. Sıra istatistikleri

Bu bölümde UNET dağılımının sıra istatistikleri hakkında bazı sonuçlar sunulmuştur. $X_1, X_2, \dots, X_n$ UNET dağılımından alınan bir örneklem olsun ve $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ karşılık gelen sıra istatistiklerini temsil etmek üzere, r . sıra istatistiğinin df ve oyf’si sırasıyla

$$\begin{aligned}
 F_{X_{(r)}}(x; \lambda, \beta, \alpha) &= \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} F(x; \lambda, \beta, \alpha)^i \{1 - F(x; \lambda, \beta, \alpha)\}^{n-i} \\
 &= \sum_{i=r}^n \sum_{j=0}^{n-i} (-1)^j \binom{n}{i} \binom{n}{j} F(x; \lambda, \beta, \alpha)^{i+j}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

ve

$$\begin{aligned}
 f_{X(r)}(x; \lambda, \beta, \alpha) &= \frac{1}{B(r, n-r+1)} F(x; \lambda, \beta, \alpha)^{r-1} \{1 - F(x; \lambda, \beta, \alpha)\}^{n-r} f(x; \lambda, \beta, \alpha) \\
 &= \frac{1}{B(r, n-r+1)} \sum_{i=0}^{n-r} (-1)^i \binom{n}{i} F(x; \lambda, \beta, \alpha)^{r+i-1} f(x; \lambda, \beta, \alpha)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

şeklindedir.

Burada $B(.,.)$ beta fonksiyonudur ve $r = 1, 2, \dots, n$. UNET dağılımının r . sıra istatistiğinin df ve oyf'si daha açık şekilde sırasıyla

$$\begin{aligned}
 F_{X(r)}(x; \lambda, \beta, \alpha) &= \sum_{i=r}^n \sum_{j=0}^{n-i} (-1)^j \binom{n}{i} \binom{n}{j} \\
 &\times \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha \lambda (\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x)))) x^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha) \lambda^2} \right\}^{i+j}
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

ve

$$\begin{aligned}
 f_{X(r)}(x; \lambda, \beta, \alpha) &= \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(x^{\lambda-1})(1 - \cos(\beta \log(x)))}{\beta^2 + (1-\alpha) \lambda^2 B(r, n-r+1)} \\
 &\times \sum_{i=0}^{n-r} (-1)^i \binom{n}{i} \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha \lambda (\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x)))) x^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha) \lambda^2} \right\}^{r+i-1}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

olarak elde edilmiştir.

$r = 1$ için $X_{(1)} = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ sıra istatistiğinin df ve oyf sırasıyla

$$\begin{aligned}
 F_{X(1)}(x; \lambda, \beta, \alpha) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^j \binom{n}{1} \binom{n}{j} \\
 &\times \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha \lambda (\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x)))) x^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha) \lambda^2} \right\}^{1+j}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

ve

$$f_{X_{(1)}}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(x^{\lambda-1})(1 - \cos(\beta \log(x)))}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2 B(1, n - 1 + 1)} \\ \times \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i \binom{n}{i} \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x))))x^\lambda}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \right\}^i \quad (3.23)$$

olarak kolayca elde edilebilir.

$r = n$ için ise $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ sıra istatistiğinin df ve oyf sırasıyla

$$F_{X_{(n)}}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \sum_{i=n}^n \sum_{j=0}^{n-i} (-1)^j \binom{n}{n} \binom{n}{n} \\ \times \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x))))x^\lambda}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \right\}^{n+j} \quad (3.24)$$

ve

$$f_{X_{(n)}}(x; \lambda, \beta, \alpha) = \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(x^{\lambda-1})(1 - \cos(\beta \log(x)))}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2 B(n, 1)} \\ \times \sum_{i=0}^{n-n} (-1)^i \binom{n}{i} \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x)) + \lambda \cos(\beta \log(x))))x^\lambda}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \right\}^{n+i-1} \quad (3.25)$$

şeklinde elde edilir.

3.2.3. Stokastik sıralama

Bu alt bölümde, UNET dağılımının stokastik sıralama özelliklerine ilişkin bazı teorik sonuçlar elde edilmiştir. Bu özellikler aktüerya bilimi, güvenilirlik, sigortacılık ve ekonomi gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Stokastik sıralama ile alakalı detaylı bilgi için (Shaked ve Shanthikumar, 2007) çalışmasına başvurulabilir.

Teorem 1: $X \sim UNET(\lambda_1, \beta, \alpha)$ rasgele değişkeninin oyf $f_x(x)$ ve $Y \sim UNET(\lambda_2, \beta, \alpha)$ rasgele değişkeninin oyf $f_y(x)$ olsun. Eğer $\lambda_1 < \lambda_2$ ise

$X \leq_{(oos)} Y$ (olabilirlik oran sırasına göre)

$X \leq_{(bos)} Y$ (bozulma oranı sırasına göre)

$X \leq_{(oksy)} Y$ (ortalama kalan yaşam sırasına göre)

$X \leq_{(os)} Y$ (olasılıksal sıraya göre)
özelliklerini sağlar.

İspat:

Eğer $f_x(x)/f_y(x)$ oranı $\forall_x$ için azalan ise $X \leq_{(oos)} Y$ sıralaması vardır denir.

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{f_x(x)}{f_y(x)} \\ &= \frac{\lambda_1(\beta^2 + \lambda_1^2)x^{\lambda_1-1}\{\beta^2 + \lambda_2^2(1-\alpha)\}}{\lambda_2(\beta^2 + \lambda_2^2)x^{\lambda_2-1}\{\beta^2 + \lambda_1^2(1-\alpha)\}} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$g(x)$ 'in logaritmasının x 'e göre türevi

$$\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{x} < 0$$

şeklinde elde edilir.

Açıktır ki $\lambda_1 < \lambda_2$ için $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{x} < 0$ dır. Yani $\log(g(x))$ ifadesi x için azalandır.

Dolayısıyla $X \leq_{(oos)} Y$ şartı sağlanır. Bunun yanında $X \leq_{(oos)} Y$ sıralamasının var olması durumunda $X \leq_{(oos)} Y \Rightarrow X \leq_{(bos)} Y \Rightarrow X \leq_{(oksy)} Y$ ve $X \leq_{(bos)} Y \Rightarrow X \leq_{(os)} Y$ özellikleri de mevcuttur (Dey ve ark., 2019).

3.3. UNET Dağılımı için C_{pc} İndeksi

X rasgele değişkeni UNET dağılımına sahip olmak üzere, C_{pc} indeksi

$$\begin{aligned} C_{pc} &= \frac{1 - p_0}{1 - P(ASL < X < USL)} \\ &= \frac{1 - p_0}{1 - \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta\sin(\beta\log(USL)) + \lambda\cos(\beta\log(USL))))USL^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \right\} + \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta\sin(\beta\log(ASL)) + \lambda\cos(\beta\log(ASL))))ASL^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \right\}} \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca UNET dağılımı için C_{pc} indeksine dayalı NS

$$NH = \frac{f(USL) - f(ASL)}{p_0}$$

$$= \frac{\left\{ \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(USL^{\lambda-1})(1 - \alpha \cos(\beta \log(USL)))}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \right\} - \left\{ \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(ASL^{\lambda-1})(1 - \alpha \cos(\beta \log(ASL)))}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \right\}}{p_0}$$

şeklindedir.

3.3.1. C_{pc} indeksine ilişkin simülasyon çalışması

Simülasyon çalışmasında, UNET dağılımının farklı parametre değerleri, farklı alt ve üst spesifikasyon limiti ve farklı p_0 değerlerine göre C_{pc} indeksinin EÇÖ tahminleri elde edilmiştir. Ayrıca bias ve HKO değerleri 5000 deneme ve farklı n değerleri için simüle edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 3.2’de sunulmuş olup örneklem hacmi $n = 25, 50, 100, 500$ ve 1000 olarak seçilmiştir. Çizelge 3.2’den, örneklem hacmi arttıkça bias ve HKO nun küçüldüğü görülmüştür.

Çizelge 3.2. Farklı n, p_0 , USL ve ASL durumlarında bias ve HKO

λ	β	α	ASL	USL	p_0	n	Bias	HKO
2	1.5	0.6	0.3	0.5	0.90	25	0.0016	0.0002
						50	0.0012	0.0001
						100	0.0000	0.0000
						500	0.0000	0.0000
						1000	0.0000	0.0000
					0.95	25	0.0000	0.0000
						50	0.0000	0.0000
						100	0.0000	0.0000
						500	0.0000	0.0000
						1000	0.0000	0.0000
					0.9973	25	0.0000	0.0000
						50	0.0000	0.0000
						100	0.0000	0.0000
						500	0.0000	0.0000
						1000	0.0000	0.0000

Çizelge 3.2. Devamı

λ	β	α	ASL	USL	p_0	n	Bias	HKO
2	1.5	0.6	0.1	0.7	0.90	25	0.0253	0.0328
						50	0.0137	0.0028
						100	0.0076	0.0011
						500	0.0027	0.0002
						1000	0.0000	0.0000
					0.95	25	0.0107	0.0075
						50	0.0064	0.0009
						100	0.0040	0.0003
						500	0.0000	0.0000
						1000	0.0000	0.0000
					0.9973	25	0.0102	0.0000
						50	0.0000	0.0000
						100	0.0000	0.0000
						500	0.0000	0.0000
						1000	0.0000	0.0000

3.3.2. C_{pc} indeksine ilişkin birinci gerçek veri uygulaması

Bu alt bölümde C_{pc} indeksinin UNET dağılımı üzerinde kullanılabilirliği iki gerçek veri üzerinden gösterilmiştir. İlk veri seti ömür testi deneyinde 34 kV (saat) sabit voltaj stresine maruz bırakılan bazı elektrik yalıtkan sıvı örnekleri için bozulmaya kadar geçen süreleri temsil etmekte olup (Abd El-Monsef ve Hassanein, 2020) ten alınmıştır. Veri 0.0032, 0.0130, 0.0160, 0.0218, 0.0463, 0.0808, 0.0108 ve 0.1225 şeklindedir. Bu veri seti için UNET dağılımına ilişkin $\hat{\lambda}, \hat{\beta}, \hat{\alpha}$ değerleri en çok olabilirlik tahminine dayalı olarak elde edilmiştir. Burada USL= 0.95, ASL= 0.6 olarak alınmıştır. Aynı zamanda bu veri setine ilişkin UNET dağılımına ilişkin KS ve KS- p value değerleri bulunmuştur. Bu gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.3'te verilmektedir.

Çizelge 3.3. Birinci gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	Data 1
C_{pc}	0.0027
NH	-0.0463
KS	0.2247
KS p- değeri	0.7365
$\hat{\lambda}$	0.3768
$\hat{\beta}$	0.7252
$\hat{\alpha}$	0.9819

Burada C_{pc} indeksine ilişkin birinci gerçek veri seti için elde edilen sonuçlara göre NH değeri mutlak değerce sıfıra yakın olduğundan ömür testi deneyinde 34 kV (saat) sabit voltaj stresine maruz bırakılan bazı elektrik yalıtkan sıvıları güçlü yani daha az hassastır şeklinde yorumlanabilir.

3.3.3. C_{PC} indeksine ilişkin ikinci gerçek veri uygulaması

İkinci veri seti Tayvan'da kauçuk kenarlı ses hoparlör bileşenleri üzerinde yapılan testlerin sonuçlarını temsil etmekte olup (Dey ve Saha, 2018) ten alınmıştır. 30 gözlemden oluşan bu veri seti şu şekildedir: 0.0598, 0.1157, 0.5035, 0.1659, 0.0561, 0.6904, 0.7458, 0.2372, 0.0549, 0.1960, 0.1436, 0.0584, 0.1648, 0.1140, 0.1068, 1.1430, 0.5432, 0.0648, 0.0978, 0.0789, 0.2435, 1.0764, 0.1684, 0.3743, 0.4959, 0.2094, 0.2832, 0.0411, 0.1100, 0.4809. Bu veri seti için *UNET* dağılımına ilişkin $\hat{\lambda}, \hat{\beta}, \hat{\alpha}$ değerlerinin *EÇO'* leri elde edilmiştir. Burada $USL = 0.95$, $ASL = 0.6$ olarak alınmıştır Aynı zamanda bu veri seti için UNET dağılımına ilişkin KS ve KS- p value değerleri bulunmuştur. Bu gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.4'te verilmektedir.

Çizelge 3.4. İkinci gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	Data 2
C_{pc}	0.0030
NH	-0.2161
KS	0.1231
KS p- değeri	0.7083
$\hat{\lambda}$	0.9447
$\hat{\beta}$	1.1940
$\hat{\alpha}$	0.8236

Burada C_{pc} indeksine ilişkin ikinci gerçek veri seti için elde edilen sonuçlara göre NH değeri mutlak değerce sıfıra yakın olduğundan Tayvan'da kauçuk kenarlı ses hoparlör bileşenleri için güçlü yani daha az hassastır denilir.

3.4. Nokta Tahmini, Simülasyon ve Gerçek Veri Analizi

Çalışmanın bu bölümünde önerilen UNET dağılımına ilişkin nokta tahmini, simülasyon sonuçları ve gerçek veri analizine ait çıktılar sunulmuştur.

3.4.1. Nokta tahmini

Bu bölümde, UNET dağılımının bilinmeyen parametreleri λ, β ve α 'yı tahmin etmek için en çok olabilirlik, en küçük kareler, ağırlıklı en küçük kareler, Anderson-Darling, Cramér-von Mises ve maksimum çarpım aralığı gibi altı tahmin edici incelenmiştir. $X_1, X_2, \dots, X_n$ UNET (λ, β, α) dağılımından rastgele bir örnek olsun ve $x_1, x_2, \dots, x_n$ gözlenen değerleri olsun. Olabilirlik ve log-olabilirlik fonksiyonları sırasıyla

$$L(\mathcal{E}) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda(\beta^2 + \lambda^2)(x_i^{\{\lambda-1\}})(1 - \alpha \cos(\beta \log(x_i)))}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} \quad (3.27)$$

ve

$$\begin{aligned} \ell(\mathcal{E}) &= n \log(\lambda) + n \log(\beta^2 + \lambda^2) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \log(x_i) \\ &+ \sum_{i=1}^n \log\left(\left(1 - \alpha \cos(\beta \log(x_i))\right)\right) - n \log(\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2), \end{aligned} \quad (3.28)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\mathcal{E} = (\lambda, \beta, \alpha)$. $\mathcal{E}$ 'nin EÇO tahmini $\hat{\mathcal{E}} = (\hat{\lambda}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_1 &= \operatorname{argmax} \ell(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Diğer tahmin edicileri elde etmek için aşağıdaki fonksiyonları tanıtalım:

$$Q_{EKK}(\mathcal{E}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha \lambda (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \lambda \cos(\beta \log(x_i)))) x_i^\lambda}{\beta^2 + (1 - \alpha)\lambda^2} - \frac{i}{n+1} \right)^2, \quad (3.29)$$

$$Q_{AEKK}(\mathcal{E}) = \sum_{i=1}^n \frac{(n+2)(n+1)^2}{i(n-i+1)} \left(\frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \lambda \cos(\beta \log(x_i))))x_i^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} - \frac{i}{n+1} \right)^2, \quad (3.30)$$

$$Q_{AD}(\mathcal{E}) = n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} \left[\log \left\{ \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \lambda \cos(\beta \log(x_i))))x_i^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \right\} + \log \left\{ 1 - \frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x_{n+i-1})) + \lambda \cos(\beta \log(x_{n+i-1}))))x_{n+i-1}^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} \right\} \right], \quad (3.31)$$

$$Q_{CvM}(\mathcal{E}) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{(\beta^2 + \lambda^2 - \alpha\lambda(\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \lambda \cos(\beta \log(x_i))))x_i^\lambda}{\beta^2 + (1-\alpha)\lambda^2} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2, \quad (3.32)$$

ve

$$Q_{M\check{C}A}(\mathcal{E}) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \log[F(x_{(i)}|\mathcal{E}) - F(x_{(i-1)}|\mathcal{E})], \quad (3.33)$$

Burada $F(x_{0:n}|\lambda, \beta, \alpha) = 0$ and $F(x_{n+1:n}|\lambda, \beta, \alpha) = 1$. EKK, AEKK, AD, CvM ve MÇA tahminleri, sırasıyla Eşitlik (3.29) – (3.33) minimize ya da maksimize edilerek

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_2 &= \operatorname{argmin} Q_{EKK}(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_3 &= \operatorname{argmin} Q_{AEKK}(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_4 &= \operatorname{argmin} Q_{AD}(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_5 &= \operatorname{argmin} Q_{CvM}(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_6 &= \operatorname{argmax} Q_{MPS}(\mathcal{E}) \\ (\lambda, \beta, \alpha) &\in (0, \infty) \times (0, \infty) \times (-1, 1) \end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemler analitik olarak minimize ya da maksimize edilemediği için Newton-Raphson yöntemi gibi nümerik yöntemler ile elde edilmiştir. Bu işlem R programında optim (Varadhan, 2014) fonksiyonu içerisinde bulunan Nelder-Mead yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

3.4.2. Monte Carlo simülasyon çalışması

Simülasyon çalışmasında, yeni model parametrelerinin EKK, AEKK, AD, CvM ve MÇA yöntemlerine ilişkin bias, HKO, OMB ve OBH değerleri sunulmuştur. Örneklem hacmi $n = 25, 50, 100, 500$ ve 1000 durumları için 5000 deneme ile simüle edilmiştir.

Çizelge 3.5. Farklı senaryo durumları

Senaryo	λ	β	α
1	1	2	0.7
2	1	1.5	0.7
3	3	2	0.3
4	1	2	-0.5
5	3	5	-0.8
6	3	5	0.7
7	1.5	2	0.6
8	3	4	0.5

λ parametresine ilişkin simülasyon sonuçları çizelge 3.6,3.9,3.12 ve 3.15'te, β parametresine ilişkin simülasyon sonuçları çizelge 3.7,3.10,3.13 ve 3.16'da ve α parametresine ilişkin simülasyon sonuçları çizelge 3.8,3.11,3.14 ve 3.17'de rapor edilmiştir. Örneklem hacmi arttıkça tüm tahmin edicilerin bias, HKO, OMB ve OBH değerlerinin azalarak sıfıra gittiği sonucuna varılmıştır. Çizelge 3.6'da elde edilen bias değerlerine göre 1 ve 7. senaryolar için mutlak değerce en iyi yöntem CvM yöntemi iken 2,5,6 ve 8. senaryolar için AEKK en iyi yöntemdir ve 4. senaryo için en iyi yöntem EÇO, 3. senaryoya ilişkin simülasyon sonuçlarına göre en iyi yöntem EKK yöntemidir. Çizelge 3.9'de sunulmuş HKO sonuçlarına göre 1,2,3,5,6 ve 7. senaryolarda en iyi yöntem AEKK yöntemi iken, 4. senaryo için EÇO en iyi yöntemdir. Çizelge 3.12'de elde edilen OMB değerleri için 1,2,3,5,6 ve 7. senaryolarda en iyi yöntem AEKK yöntemi

iken, 4. senaryo durumu için en iyi yöntem EÇO yöntemidir. Çizelge 3.15'te rapor edilen OBH değerlerine ilişkin 1,2,4,5,6,7 ve 8. senaryolarda en iyi yöntem EKK yöntemi iken, 3. senaryo için EÇO yöntemi en iyi yöntemdir.

β parametresine ilişkin simülasyon sonuçları çizelge 3.7, 3.10, 3.13 ve 3.16'da, rapor edilmiştir. Çizelge 3.7'de elde edilen bias değerlerine göre senaryo 1 için mutlak değerce en iyi yöntem EKK yöntemi iken 6 ve 7. senaryo için AEKK en iyi yöntemdir, 3 ve 8. senaryo için en iyi yöntem MÇA, 2. senaryoya ilişkin simülasyon sonuçlarına göre en iyi yöntem CvM yöntemi, 5. senaryoya ilişkin simülasyon sonuçlarına göre en iyi yöntem EÇO yöntemi ve 4. senaryoya ilişkin simülasyon sonuçlarına göre en iyi yöntem ADE yöntemidir. Çizelge 3.10'da sunulmuş HKO sonuçlarına göre 1,5,6 ve 7. senaryolarda en yöntemler AEKK ve MÇA yöntemleri iken 2,3 ve 8. senaryo durumu için MÇA en iyi yöntemdir ve 4. senaryoya ilişkin olarak EÇO ve ADE yöntemleri en iyi yöntemlerdir. Çizelge 3.13'te elde edilen OMB değerleri için 1 ve 6. senaryolarda en iyi yöntem AEKK yöntemi iken, 2,3,5 ve 8. senaryo durumları için en iyi yöntem MÇA yöntemidir, 4. senaryoya göre ADE en iyi yöntem ve AEKK yöntemi 7. senaryo için en iyi yöntemdir. Çizelge 3.16'da rapor edilen OBH değerlerine ilişkin 3,4,5 ve 8. senaryolarda en iyi yöntem ADE yöntemi iken, 1. senaryo durumu için CvM yöntemi en iyi yöntemdir, 6. senaryo için EKK ve CvM en iyi yöntemler iken 7. senaryo için EÇO en iyi yöntemdir.

α parametresine ilişkin simülasyon sonuçları çizelge 3.8, 3.11, 3.14 ve 3.17'de, rapor edilmiştir. Çizelge 3.8'de elde edilen bias değerlerine göre senaryo 1, 3,4 ve 6. senaryolar için mutlak değerce en iyi yöntem CvM yöntemi iken 5,7 ve 8. senaryo için MÇA en iyi yöntemdir, 2. senaryo için en iyi yöntem ADE yöntemidir. Çizelge 3.11'de sunulmuş HKO sonuçlara göre 1,2,3,5,6,7 ve 8. senaryolarda en iyi yöntem MÇA yöntemi iken 4. senaryo durumu için ADE en iyi yöntemdir. Çizelge 3.14'te elde edilen OMB değerleri için 1,2,3,5,6,7 ve 8. senaryolarda en yöntem MÇA yöntemi iken 4. senaryo durumu için ADE en iyi yöntemdir. Çizelge 3.17'de rapor edilen OBH değerlerine ilişkin 1,2,4,5,6 ve 7. senaryolarda en iyi yöntem CvM yöntemi iken, 3. ve 8. Senaryo durumları için ADE yöntemi en iyi yöntemdir.

Çizelge 3.6. Tahmin ediciler için λ parametresine ait bias değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1639	-0.0956	0.0465	-0.0072	0.0882	-0.0303
50		0.0947	-0.0504	0.0369	0.0123	0.0380	-0.0080
100		0.0412	-0.0238	0.0199	0.0161	0.0091	0.0004
500		0.0070	-0.0029	0.0033	0.0064	0.0007	0.0013
1000		0.0030	-0.0011	0.0022	0.0033	-0.0006	0.0015
25	2	0.1901	-0.1083	0.0687	-0.0453	0.1038	-0.0338
50		0.1477	-0.0926	0.0622	-0.0192	0.0606	-0.0190
100		0.0829	-0.0474	0.0366	-0.0108	0.0375	-0.0116
500		0.0147	-0.0090	0.0061	0.0155	-0.0055	0.0028
1000		0.0069	-0.0046	0.0036	0.0194	-0.0128	0.0073
25	3	0.5987	-0.3068	0.3333	0.4262	-0.6148	0.3167
50		0.5247	-0.2169	0.2569	0.2954	-0.4153	0.1745
100		0.3956	-0.2881	0.2187	0.2901	-0.3836	0.2088
500		0.2730	-0.1768	0.1631	0.2065	-0.1648	0.1643
1000		0.2025	-0.0770	0.1275	0.1604	-0.1140	0.1261
25	4	0.0905	0.0605	0.0307	0.0001	0.4815	-0.1733
50		0.0194	0.0382	-0.0304	-0.0188	0.3506	-0.1299
100		0.0090	0.0178	-0.0245	-0.0109	0.1569	-0.0771
500		0.0018	0.0021	-0.0050	-0.0034	0.0096	-0.0152
1000		0.0007	0.0016	-0.0013	-0.0019	0.0033	-0.0060
25	5	0.3701	0.2282	0.2105	0.1393	1.3658	-0.0119
50		0.1427	0.1184	0.0762	0.1941	0.9742	-0.0029
100		0.0596	0.0462	0.0169	0.1495	0.5958	-0.0085
500		0.0062	0.0021	-0.0046	0.0099	0.0587	-0.0110
1000		0.0058	0.0017	-0.0009	0.0020	0.0184	-0.0071
25	6	0.5860	-0.3389	0.0601	-0.1386	0.3521	-0.0464
50		0.3843	-0.2121	0.0495	-0.0760	0.2299	-0.0199
100		0.2123	-0.1244	0.0316	0.0004	0.0813	-0.0053
500		0.0296	-0.0123	0.0060	0.0378	-0.0022	0.0049
1000		0.0186	-0.0077	0.0028	0.0312	-0.0075	0.0036
25	7	0.3439	-0.2072	0.1176	-0.0396	0.1909	-0.0093
50		0.2735	-0.1799	0.1033	0.0081	0.0920	0.0002
100		0.1904	-0.1189	0.0730	-0.0149	0.0926	-0.0104
500		0.0437	-0.0298	0.0184	-0.0037	0.0311	-0.0052
1000		0.0177	-0.0112	0.0080	0.0170	-0.0001	0.0044
25	8	0.7987	-0.4937	0.1541	0.0127	0.4905	-0.0340
50		0.6367	-0.4179	0.1392	0.0921	0.2809	0.0298
100		0.4524	-0.3000	0.1065	0.0857	0.1461	0.0347
500		0.1154	-0.0881	0.0294	0.0851	-0.0235	0.0241
1000		0.0491	-0.0402	0.0144	0.0762	-0.0342	0.0218

Çizelge 3.7. Tahmin ediciler için β parametresine ait bias değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.0098	0.0764	-0.0371	0.0564	0.0407	0.0011
50		0.0127	0.0418	-0.0105	0.0445	0.0141	0.0111
100		0.0134	0.0130	-0.0001	0.0263	0.0023	0.0084
500		0.0044	0.0018	0.0008	0.0062	0.0005	0.0020
1000		0.0024	0.0000	0.0012	0.0032	-0.0006	0.0017
25	2	-0.0071	0.0868	-0.0552	0.0235	0.0591	-0.0124
50		0.0076	0.0778	-0.0088	0.0370	0.0140	0.0060
100		0.0144	0.0132	0.0004	0.0330	-0.0012	0.0115
500		0.0144	-0.0077	0.0036	0.0143	-0.0071	0.0044
1000		0.0050	-0.0015	0.0019	0.0047	-0.0006	0.0021
25	3	0.2389	-0.3730	0.1487	0.3342	-0.1561	0.2759
50		0.2738	-0.2674	0.1009	0.2544	-0.0420	0.1730
100		0.2159	-0.1280	0.1124	0.2226	-0.0694	0.1858
500		0.2283	0.0497	0.1300	0.2205	0.0302	0.1625
1000		0.1844	0.1289	0.1286	0.1730	0.1259	0.1251
25	4	-0.0212	0.5132	-0.2105	0.0084	0.4318	-0.1193
50		-0.0183	0.2220	-0.1047	-0.0088	0.1982	-0.0866
100		-0.0069	0.0487	-0.0533	-0.0046	0.0466	-0.0495
500		-0.0012	0.0041	-0.0089	-0.0002	0.0017	-0.0079
1000		-0.0006	0.0007	-0.0028	-0.0002	0.0003	-0.0023
25	5	0.0481	1.5560	-0.0673	0.0990	1.0743	-0.0064
50		0.0421	0.8626	-0.0137	0.0339	0.4796	-0.0294
100		0.0261	0.3604	-0.0270	-0.0003	0.1052	-0.0363
500		-0.0034	0.0065	-0.0101	-0.0059	-0.0089	-0.0134
1000		-0.0003	0.0030	-0.0047	-0.0016	-0.0050	-0.0065
25	6	-0.0505	0.2886	-0.0350	0.1196	0.2104	0.0012
50		0.0067	0.1525	-0.0168	0.1121	0.0815	0.0123
100		0.0666	0.0084	0.0043	0.1158	-0.0276	0.0144
500		0.0176	0.0085	0.0027	0.0227	0.0055	0.0041
1000		0.0118	0.0042	0.0012	0.0148	0.0026	0.0019
25	7	0.0029	0.1181	-0.0149	0.0597	0.1632	0.0265
50		0.0002	0.0864	-0.0088	0.0698	0.0389	0.0270
100		0.0173	0.0508	0.0031	0.0496	0.0317	0.0184
500		0.0214	-0.0052	0.0071	0.0266	-0.0080	0.0096
1000		0.0152	-0.0059	0.0057	0.0165	-0.0059	0.0063
25	8	0.1041	0.2665	0.0361	0.2402	0.4856	0.0515
50		0.1552	0.1564	0.0505	0.2271	0.2332	0.0644
100		0.1961	-0.0607	0.0461	0.1788	0.0344	0.0550
500		0.0848	-0.0556	0.0226	0.0708	-0.0292	0.0189
1000		0.0509	-0.0347	0.0149	0.0414	-0.0197	0.0123

Çizelge 3.8. Tahmin ediciler için α parametresine ait bias değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.0627	0.0601	0.0361	0.0062	-0.0330	-0.0580
50		0.0641	0.0100	0.0314	0.0014	-0.0167	-0.0234
100		0.0454	-0.0092	0.0216	-0.0072	-0.0102	-0.0110
500		0.0120	-0.0029	0.0057	-0.0032	-0.0013	-0.0029
1000		0.0059	-0.0022	0.0036	-0.0025	-0.0003	-0.0010
25	2	0.0220	0.0896	0.0243	-0.0044	0.0023	-0.0475
50		0.0405	0.0255	0.0214	0.0176	-0.0232	-0.0145
100		0.0266	0.0138	0.0133	0.0093	-0.0162	-0.0072
500		0.0290	-0.0161	0.0108	-0.0006	-0.0039	-0.0033
1000		0.0276	-0.0194	0.0120	-0.0008	-0.0024	-0.0012
25	3	0.4275	-0.2241	0.2167	0.0807	-0.6552	0.1757
50		0.2617	-0.1095	0.0890	0.0473	-0.4224	0.0562
100		0.2549	-0.1913	0.1471	0.0088	-0.3102	0.0227
500		0.1884	-0.0833	0.1412	0.0281	-0.0808	0.0265
1000		0.1486	-0.0580	0.1116	0.0075	-0.0073	0.0102
25	4	0.0405	0.4255	-0.1187	-0.0446	0.0447	-0.1050
50		-0.0002	0.3173	-0.1034	-0.0396	0.0235	-0.0754
100		-0.0018	0.1276	-0.0644	-0.0221	0.0055	-0.0450
500		-0.0011	0.0042	-0.0114	-0.0063	-0.0023	-0.0102
1000		-0.0007	0.0008	-0.0040	-0.0037	-0.0004	-0.0040
25	5	0.2575	0.9100	-0.0088	-0.1640	0.1708	0.0143
50		0.2285	0.6700	-0.0161	-0.0757	0.0468	0.0155
100		0.1605	0.4378	-0.0177	-0.0430	0.0094	-0.0026
500		0.0133	0.0343	-0.0116	-0.0199	-0.0052	-0.0088
1000		0.0040	0.0069	-0.0072	-0.0089	-0.0039	-0.0035
25	6	0.0845	0.2959	0.0204	0.0008	-0.0148	-0.0578
50		0.0764	0.1551	0.0188	0.0239	-0.0388	-0.0207
100		0.1088	0.0135	0.0188	0.0170	-0.0521	-0.0068
500		0.0687	-0.0248	0.0112	-0.0086	-0.0011	-0.0019
1000		0.0468	-0.0190	0.0069	-0.0022	-0.0013	-0.0014
25	7	0.0518	0.2023	0.0436	0.0106	0.0067	-0.0319
50		0.0858	0.0619	0.0360	0.0331	-0.0089	-0.0033
100		0.0309	0.0731	0.0133	0.0368	-0.0174	0.0022
500		0.0108	0.0219	0.0024	0.0063	-0.0085	0.0009
1000		0.0245	-0.0046	0.0085	0.0024	-0.0044	0.0004
25	8	0.2259	0.4422	0.0454	0.0706	-0.0253	-0.0308
50		0.1967	0.2960	0.0608	0.0937	0.0073	0.0082
100		0.1351	0.1627	0.0478	0.0847	-0.0088	0.0143
500		0.0929	-0.0157	0.0270	0.0196	-0.0201	0.0045
1000		0.0809	-0.0312	0.0236	0.0093	-0.0151	0.0036

Çizelge 3.9. Tahmin ediciler için λ parametresine ait HKO değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1713	0.1585	0.0319	0.0547	0.3954	0.0449
50		0.0819	0.0901	0.0214	0.0463	0.1736	0.0247
100		0.0297	0.0338	0.0111	0.0332	0.0875	0.0135
500		0.0032	0.0036	0.0021	0.0060	0.0168	0.0028
1000		0.0015	0.0018	0.0010	0.0026	0.0081	0.0013
25	2	0.1611	0.1529	0.0359	0.0687	0.3926	0.0452
50		0.1110	0.0994	0.0243	0.0619	0.1918	0.0280
100		0.0541	0.0474	0.0148	0.0406	0.0949	0.0145
500		0.0065	0.0060	0.0027	0.0227	0.0326	0.0057
1000		0.0025	0.0023	0.0013	0.0167	0.0225	0.0040
25	3	1.1846	1.8096	0.2829	1.3766	3.1967	0.5461
50		1.0377	1.5336	0.2680	1.0547	3.6034	0.5483
100		0.7298	1.3784	0.2451	0.9132	3.3634	0.4531
500		0.3718	0.9998	0.1435	0.5554	3.0425	0.2531
1000		0.2518	0.7871	0.0984	0.4176	2.3249	0.1875
25	4	0.1576	0.3078	0.1572	0.1584	2.1720	0.3675
50		0.0405	0.1670	0.0632	0.0550	1.6315	0.1264
100		0.0143	0.0850	0.0288	0.0247	0.7448	0.0509
500		0.0024	0.0093	0.0048	0.0032	0.0437	0.0064
1000		0.0012	0.0045	0.0025	0.0015	0.0215	0.0031
25	5	1.8951	1.4697	0.1928	1.9786	12.7040	0.4004
50		0.4541	0.5286	0.0518	1.5602	10.2097	0.2361
100		0.1447	0.1895	0.0172	1.0007	6.3646	0.1512
500		0.0242	0.0280	0.0041	0.0809	0.4995	0.0195
1000		0.0117	0.0135	0.0021	0.0296	0.1389	0.0081
25	6	1.6526	1.4391	0.0370	0.4488	2.6819	0.0486
50		0.9326	0.8219	0.0232	0.3000	1.3387	0.0211
100		0.4312	0.3935	0.0131	0.3091	0.7373	0.0131
500		0.0391	0.0420	0.0022	0.1357	0.2379	0.0040
1000		0.0180	0.0180	0.0012	0.0774	0.1286	0.0023
25	7	0.4217	0.3834	0.0633	0.1711	1.3512	0.0881
50		0.2915	0.3038	0.0428	0.1694	0.7856	0.0487
100		0.1786	0.1913	0.0299	0.0946	0.3772	0.0266
500		0.0303	0.0322	0.0068	0.0373	0.0833	0.0086
1000		0.0091	0.0104	0.0026	0.0339	0.0591	0.0072
25	8	2.0304	1.8248	0.1008	0.8268	6.1228	0.1705
50		1.3888	1.5359	0.0700	0.6371	4.4092	0.0764
100		0.8502	1.0764	0.0466	0.3969	2.5656	0.0366
500		0.1701	0.2319	0.0119	0.1926	0.5658	0.0154
1000		0.0555	0.0836	0.0046	0.1404	0.3529	0.0111

Çizelge 3.10. Tahmin ediciler için β parametresine ait HKO değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.0724	0.3525	0.0896	0.0811	0.3198	0.0366
50		0.0396	0.1400	0.0357	0.0491	0.1474	0.0223
100		0.0256	0.0608	0.0122	0.0265	0.0620	0.0119
500		0.0038	0.0105	0.0024	0.0038	0.0105	0.0024
1000		0.0019	0.0053	0.0012	0.0019	0.0052	0.0012
25	2	0.0871	0.4584	0.3443	0.0754	0.2861	0.1314
50		0.0618	7.5375	0.0322	0.0623	0.1403	0.0571
100		0.0397	0.0650	0.0135	0.0421	0.0679	0.0158
500		0.0127	0.0162	0.0038	0.0110	0.0153	0.0035
1000		0.0046	0.0067	0.0017	0.0037	0.0060	0.0016
25	3	0.8544	8.0638	1.2868	1.0856	6.1017	0.5772
50		0.8793	6.2889	2.0179	0.9315	5.3120	0.5004
100		0.7346	6.5602	1.6494	0.7142	5.2063	0.3988
500		0.4693	5.4362	0.9188	0.4657	4.0997	0.2271
1000		0.3467	3.9937	0.1685	0.3430	3.1922	0.1503
25	4	0.1159	3.1012	0.5423	0.0960	2.3543	0.3710
50		0.0468	1.4804	0.1433	0.0358	1.0695	0.1096
100		0.0192	0.4488	0.0457	0.0140	0.3022	0.0418
500		0.0025	0.0240	0.0072	0.0025	0.0238	0.0072
1000		0.0013	0.0147	0.0037	0.0013	0.0119	0.0037
25	5	1.3234	25.8047	1.3697	1.3779	14.7820	0.3508
50		0.6840	18.3480	0.9366	0.5061	6.6019	0.1027
100		0.3258	5.7953	0.0714	0.1948	1.5871	0.0472
500		0.0294	0.1350	0.0080	0.0288	0.1321	0.0081
1000		0.0136	0.0659	0.0038	0.0134	0.0656	0.0038
25	6	0.5368	3.0687	0.0643	0.6958	2.7583	0.0400
50		0.3835	1.1769	0.3247	0.4578	1.1720	0.0201
100		0.3486	0.6084	0.0126	0.3596	0.6062	0.0125
500		0.0590	0.1072	0.0027	0.0556	0.1066	0.0026
1000		0.0229	0.0470	0.0013	0.0230	0.0472	0.0013
25	7	0.1909	1.4547	0.2689	0.1854	1.1328	0.1014
50		0.1172	0.9928	0.3521	0.1463	0.5294	0.0688
100		0.0831	0.2356	0.0234	0.0956	0.2409	0.0215
500		0.0309	0.0480	0.0067	0.0327	0.0514	0.0069
1000		0.0157	0.0243	0.0037	0.0163	0.0253	0.0037
25	8	0.7707	7.4968	0.4164	0.9388	7.5615	0.1283
50		0.5977	5.1007	0.3129	0.6411	4.4417	0.0718
100		0.4924	2.4929	0.3052	0.4085	1.8746	0.0329
500		0.1487	0.3410	0.0109	0.1235	0.2876	0.0096
1000		0.0737	0.1605	0.0058	0.0625	0.1444	0.0050

Çizelge 3.11. Tahmin ediciler için α parametresine ait HKO değerleri

n	Senaryo	EÇÖ	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.0783	0.3630	0.0406	0.0915	0.1799	0.0379
50		0.0691	0.1899	0.0246	0.0502	0.0775	0.0206
100		0.0439	0.0956	0.0140	0.0189	0.0281	0.0105
500		0.0067	0.0174	0.0029	0.0030	0.0036	0.0021
1000		0.0026	0.0082	0.0013	0.0015	0.0018	0.0010
25	2	0.0856	0.3479	0.0367	0.0867	0.1814	0.0439
50		0.0834	0.1965	0.0283	0.0680	0.0947	0.0238
100		0.0520	0.1014	0.0149	0.0368	0.0416	0.0133
500		0.0262	0.0358	0.0061	0.0051	0.0051	0.0026
1000		0.0187	0.0242	0.0043	0.0024	0.0023	0.0013
25	3	1.5249	3.6290	0.5992	1.0061	2.2072	0.6480
50		1.1038	4.2251	0.5778	0.8676	1.7165	0.4942
100		0.9396	3.6165	0.4635	0.6298	1.4801	0.3692
500		0.5508	3.1607	0.2487	0.2383	0.7221	0.1304
1000		0.4139	2.4640	0.1843	0.1375	0.4295	0.0715
25	4	0.1782	2.0599	0.4793	0.0784	0.3436	0.1621
50		0.0601	1.6781	0.1440	0.0279	0.1716	0.0520
100		0.0265	0.7151	0.0546	0.0122	0.0774	0.0258
500		0.0032	0.0442	0.0063	0.0024	0.0095	0.0048
1000		0.0015	0.0217	0.0031	0.0012	0.0046	0.0025
25	5	2.5821	10.8078	0.5735	0.6397	1.5255	0.1592
50		1.7172	8.9841	0.2848	0.2390	0.4988	0.0340
100		1.0266	5.8864	0.1656	0.1232	0.2034	0.0161
500		0.0808	0.4868	0.0198	0.0237	0.0288	0.0041
1000		0.0297	0.1388	0.0082	0.0114	0.0137	0.0021
25	6	0.6531	2.4362	0.0406	0.7643	1.4550	0.0471
50		0.4251	1.2771	0.0205	0.5188	0.6669	0.0219
100		0.4114	0.7975	0.0137	0.2697	0.3061	0.0116
500		0.1595	0.2579	0.0043	0.0350	0.0406	0.0022
1000		0.0856	0.1357	0.0024	0.0170	0.0179	0.0012
25	7	0.2020	1.2148	0.0696	0.2116	0.5723	0.0963
50		0.2151	0.7248	0.0421	0.1602	0.3024	0.0385
100		0.1138	0.3658	0.0224	0.1120	0.1646	0.0236
500		0.0415	0.0863	0.0090	0.0187	0.0215	0.0051
1000		0.0352	0.0595	0.0074	0.0075	0.0093	0.0024
25	8	1.0161	5.1697	0.1282	0.9120	2.3752	0.1505
50		0.7027	4.0099	0.0649	0.6297	1.4589	0.0603
100		0.4145	2.3385	0.0336	0.3905	0.7761	0.0308
500		0.1863	0.5414	0.0148	0.0758	0.1250	0.0070
1000		0.1376	0.3435	0.0108	0.0321	0.0568	0.0033

Çizelge 3.12. Tahmin ediciler için λ parametresine ait OMB değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.2854	0.2787	0.1466	0.1772	0.4405	0.1570
50		0.1890	0.1966	0.1195	0.1487	0.3054	0.1224
100		0.1176	0.1261	0.0843	0.1210	0.2249	0.0921
500		0.0447	0.0472	0.0366	0.0563	0.1020	0.0421
1000		0.0307	0.0339	0.0256	0.0393	0.0718	0.0291
25	2	0.3023	0.2802	0.1513	0.1914	0.4312	0.1519
50		0.2417	0.2225	0.1298	0.1688	0.3160	0.1197
100		0.1613	0.1509	0.0991	0.1360	0.2295	0.0930
500		0.0577	0.0562	0.0414	0.0938	0.1318	0.0550
1000		0.0388	0.0376	0.0285	0.0788	0.1053	0.0439
25	3	0.8259	1.0979	0.4688	0.9440	1.4664	0.6558
50		0.7823	0.9792	0.4446	0.8623	1.4736	0.6481
100		0.6692	0.9089	0.4186	0.8093	1.3929	0.5920
500		0.4663	0.7499	0.2995	0.6239	1.2269	0.4398
1000		0.3703	0.6523	0.2420	0.5291	1.0380	0.3701
25	4	0.2302	0.3714	0.2700	0.2529	0.9434	0.4054
50		0.1340	0.2734	0.1824	0.1686	0.7272	0.2570
100		0.0887	0.1973	0.1288	0.1136	0.4788	0.1684
500		0.0386	0.0753	0.0552	0.0443	0.1630	0.0635
1000		0.0277	0.0525	0.0395	0.0307	0.1163	0.0441
25	5	0.7650	0.8162	0.2614	0.9265	2.3762	0.4170
50		0.4331	0.5051	0.1487	0.7799	1.9219	0.3404
100		0.2872	0.3276	0.1014	0.5907	1.4098	0.2710
500		0.1232	0.1324	0.0515	0.2038	0.4372	0.1059
1000		0.0859	0.0926	0.0364	0.1339	0.2949	0.0702
25	6	0.9434	0.8433	0.1540	0.5048	1.1788	0.1544
50		0.6645	0.6301	0.1262	0.4039	0.8597	0.1124
100		0.4443	0.4300	0.0921	0.3798	0.6560	0.0890
500		0.1507	0.1574	0.0374	0.2333	0.3615	0.0471
1000		0.1052	0.1056	0.0272	0.1739	0.2608	0.0356
25	7	0.4816	0.4542	0.2013	0.3170	0.8393	0.1995
50		0.4008	0.4050	0.1717	0.2919	0.6319	0.1520
100		0.3040	0.3148	0.1408	0.2177	0.4524	0.1126
500		0.1130	0.1195	0.0606	0.1362	0.2251	0.0695
1000		0.0682	0.0743	0.0393	0.1228	0.1846	0.0613
25	8	1.0603	1.0229	0.2606	0.6829	1.8131	0.2904
50		0.8732	0.9438	0.2198	0.5860	1.5412	0.2050
100		0.6550	0.7727	0.1750	0.4758	1.1701	0.1516
500		0.2500	0.3152	0.0761	0.3316	0.6078	0.0989
1000		0.1498	0.1966	0.0483	0.2794	0.4782	0.0824

Çizelge 3.13. Tahmin ediciler için β parametresine ait OMB değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1934	0.4003	0.1588	0.2018	0.3962	0.1448
50		0.1430	0.2616	0.1205	0.1547	0.2723	0.1171
100		0.1113	0.1879	0.0874	0.1153	0.1912	0.0872
500		0.0489	0.0826	0.0395	0.0491	0.0826	0.0395
1000		0.0339	0.0576	0.0273	0.0339	0.0575	0.0273
25	2	0.2065	0.4144	0.1819	0.1937	0.3574	0.1552
50		0.1670	0.3012	0.1189	0.1678	0.2620	0.1221
100		0.1307	0.1826	0.0903	0.1346	0.1869	0.0909
500		0.0699	0.0902	0.0458	0.0675	0.0886	0.0447
1000		0.0467	0.0616	0.0312	0.0454	0.0606	0.0307
25	3	0.7455	1.9836	0.7170	0.8467	1.7446	0.6167
50		0.7709	1.7978	0.7354	0.7855	1.6582	0.5862
100		0.7199	1.6904	0.6451	0.6996	1.6001	0.5314
500		0.5595	1.3923	0.4357	0.5540	1.3371	0.3922
1000		0.4669	1.1380	0.3211	0.4643	1.1316	0.3176
25	4	0.2222	1.0119	0.4220	0.2106	0.8696	0.3981
50		0.1472	0.6377	0.2491	0.1395	0.5736	0.2460
100		0.0966	0.3635	0.1593	0.0918	0.3400	0.1576
500		0.0396	0.1210	0.0678	0.0395	0.1211	0.0678
1000		0.0282	0.0871	0.0479	0.0281	0.0865	0.0479
25	5	0.7578	2.7461	0.4177	0.7567	2.1371	0.3741
50		0.5425	1.7522	0.2620	0.4870	1.2976	0.2392
100		0.3635	1.0015	0.1753	0.3257	0.7522	0.1692
500		0.1346	0.2910	0.0716	0.1342	0.2890	0.0718
1000		0.0924	0.2041	0.0489	0.0919	0.2041	0.0490
25	6	0.5505	1.1593	0.1537	0.5862	1.1159	0.1429
50		0.4385	0.7613	0.1215	0.4631	0.7771	0.1121
100		0.3897	0.5554	0.0877	0.3999	0.5676	0.0880
500		0.1716	0.2526	0.0401	0.1706	0.2527	0.0399
1000		0.1192	0.1739	0.0292	0.1195	0.1741	0.0292
25	7	0.3256	0.7950	0.2213	0.3128	0.7101	0.1933
50		0.2490	0.5186	0.1511	0.2656	0.4958	0.1467
100		0.2016	0.3512	0.1073	0.2113	0.3556	0.1100
500		0.1149	0.1619	0.0597	0.1176	0.1660	0.0609
1000		0.0826	0.1152	0.0442	0.0834	0.1165	0.0444
25	8	0.6817	1.9161	0.2740	0.6996	1.7906	0.2584
50		0.5753	1.4918	0.2023	0.5803	1.4000	0.1931
100		0.4961	1.0483	0.1641	0.4547	0.9432	0.1415
500		0.2556	0.4235	0.0768	0.2391	0.4053	0.0729
1000		0.1780	0.2973	0.0546	0.1687	0.2886	0.0521

Çizelge 3.14. Tahmin ediciler için α parametresine ait OMB değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1975	0.4276	0.1550	0.2208	0.2915	0.1456
50		0.1708	0.3150	0.1253	0.1538	0.1909	0.1124
100		0.1336	0.2325	0.0944	0.1043	0.1228	0.0807
500		0.0579	0.1031	0.0424	0.0440	0.0479	0.0365
1000		0.0397	0.0721	0.0293	0.0306	0.0342	0.0255
25	2	0.1941	0.4035	0.1457	0.2216	0.3065	0.1499
50		0.1838	0.3180	0.1218	0.1862	0.2105	0.1211
100		0.1464	0.2344	0.0946	0.1301	0.1359	0.0906
500		0.0995	0.1364	0.0568	0.0549	0.0549	0.0406
1000		0.0825	0.1085	0.0453	0.0383	0.0378	0.0283
25	3	0.9975	1.4560	0.6512	0.8005	1.2722	0.6699
50		0.8773	1.4913	0.6404	0.7602	1.0753	0.6049
100		0.8167	1.3838	0.5818	0.6576	0.9732	0.5226
500		0.6197	1.2299	0.4317	0.3842	0.6654	0.2798
1000		0.5253	1.0454	0.3648	0.2845	0.4952	0.2023
25	4	0.2624	0.9603	0.4442	0.1910	0.4182	0.2640
50		0.1704	0.7468	0.2675	0.1277	0.2911	0.1779
100		0.1145	0.4854	0.1712	0.0868	0.1981	0.1275
500		0.0442	0.1640	0.0632	0.0388	0.0764	0.0553
1000		0.0307	0.1167	0.0441	0.0277	0.0532	0.0395
25	5	1.0146	2.2415	0.5007	0.5721	0.8502	0.2228
50		0.8009	1.8185	0.3732	0.3815	0.5229	0.1359
100		0.5925	1.3658	0.2834	0.2768	0.3471	0.0993
500		0.2037	0.4367	0.1069	0.1228	0.1345	0.0514
1000		0.1339	0.2952	0.0706	0.0853	0.0934	0.0362
25	6	0.5444	1.1191	0.1493	0.6663	0.8679	0.1525
50		0.4399	0.8473	0.1126	0.5045	0.5747	0.1162
100		0.4220	0.6746	0.0920	0.3640	0.3884	0.0844
500		0.2466	0.3717	0.0486	0.1469	0.1572	0.0369
1000		0.1801	0.2656	0.0364	0.1025	0.1053	0.0270
25	7	0.3158	0.7662	0.1838	0.3468	0.5555	0.2022
50		0.3065	0.5978	0.1497	0.2911	0.3945	0.1506
100		0.2258	0.4417	0.1123	0.2287	0.2772	0.1201
500		0.1398	0.2270	0.0705	0.0964	0.1059	0.0547
1000		0.1244	0.1851	0.0618	0.0651	0.0726	0.0380
25	8	0.6945	1.6108	0.2551	0.7233	1.1708	0.2611
50		0.5850	1.4206	0.1905	0.5830	0.8999	0.1836
100		0.4694	1.0991	0.1458	0.4408	0.6340	0.1364
500		0.3251	0.5939	0.0967	0.1943	0.2610	0.0638
1000		0.2760	0.4720	0.0813	0.1328	0.1798	0.0442

Çizelge 3.15. Tahmin ediciler için λ parametresine ait OBH değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.2854	0.1393	0.2094	0.1772	0.2202	0.2243
50		0.1890	0.0983	0.1707	0.1487	0.1527	0.1749
100		0.1176	0.0631	0.1205	0.1210	0.1124	0.1315
500		0.0447	0.0236	0.0522	0.0563	0.0510	0.0601
1000		0.0307	0.0170	0.0365	0.0393	0.0359	0.0416
25	2	0.3023	0.1868	0.2161	0.1914	0.2875	0.2171
50		0.2417	0.1483	0.1855	0.1688	0.2107	0.1709
100		0.1613	0.1006	0.1415	0.1360	0.1530	0.1328
500		0.0577	0.0374	0.0591	0.0938	0.0879	0.0786
1000		0.0388	0.0250	0.0407	0.0788	0.0702	0.0627
25	3	0.2753	0.5490	1.5625	0.3147	0.7332	2.1861
50		0.2608	0.4896	1.4819	0.2874	0.7368	2.1602
100		0.2231	0.4544	1.3954	0.2698	0.6964	1.9734
500		0.1554	0.3750	0.9984	0.2080	0.6135	1.4659
1000		0.1234	0.3261	0.8066	0.1764	0.5190	1.2337
25	4	0.2302	0.1857	-0.5399	0.2529	0.4717	-0.8108
50		0.1340	0.1367	-0.3648	0.1686	0.3636	-0.5139
100		0.0887	0.0987	-0.2577	0.1136	0.2394	-0.3369
500		0.0386	0.0377	-0.1105	0.0443	0.0815	-0.1270
1000		0.0277	0.0263	-0.0791	0.0307	0.0581	-0.0883
25	5	0.2550	0.1632	-0.3268	0.3088	0.4752	-0.5212
50		0.1444	0.1010	-0.1858	0.2600	0.3844	-0.4256
100		0.0957	0.0655	-0.1268	0.1969	0.2820	-0.3387
500		0.0411	0.0265	-0.0644	0.0679	0.0874	-0.1324
1000		0.0286	0.0185	-0.0455	0.0446	0.0590	-0.0878
25	6	0.3145	0.1687	0.2199	0.1683	0.2358	0.2206
50		0.2215	0.1260	0.1804	0.1346	0.1719	0.1606
100		0.1481	0.0860	0.1315	0.1266	0.1312	0.1271
500		0.0502	0.0315	0.0534	0.0778	0.0723	0.0673
1000		0.0351	0.0211	0.0389	0.0580	0.0522	0.0509
25	7	0.3210	0.2271	0.3354	0.2113	0.4197	0.3326
50		0.2672	0.2025	0.2862	0.1946	0.3159	0.2534
100		0.2027	0.1574	0.2347	0.1451	0.2262	0.1876
500		0.0754	0.0598	0.1010	0.0908	0.1125	0.1158
1000		0.0455	0.0371	0.0654	0.0819	0.0923	0.1021
25	8	0.3534	0.2557	0.5212	0.2276	0.4533	0.5807
50		0.2911	0.2360	0.4396	0.1953	0.3853	0.4099
100		0.2183	0.1932	0.3500	0.1586	0.2925	0.3032
500		0.0833	0.0788	0.1523	0.1105	0.1520	0.1977
1000		0.0499	0.0491	0.0966	0.0931	0.1195	0.1648

Çizelge 3.16. Tahmin ediciler için β parametresine ait OBH değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1934	0.2002	0.2269	0.2018	0.1981	0.2069
50		0.1430	0.1308	0.1722	0.1547	0.1361	0.1674
100		0.1113	0.0940	0.1248	0.1153	0.0956	0.1245
500		0.0489	0.0413	0.0565	0.0491	0.0413	0.0565
1000		0.0339	0.0288	0.0390	0.0339	0.0287	0.0389
25	2	0.2065	0.2762	0.2598	0.1937	0.2383	0.2217
50		0.1670	0.2008	0.1699	0.1678	0.1747	0.1745
100		0.1307	0.1217	0.1291	0.1346	0.1246	0.1299
500		0.0699	0.0602	0.0654	0.0675	0.0591	0.0638
1000		0.0467	0.0411	0.0446	0.0454	0.0404	0.0439
25	3	0.2485	0.9918	2.3900	0.2822	0.8723	2.0557
50		0.2570	0.8989	2.4513	0.2618	0.8291	1.9539
100		0.2400	0.8452	2.1503	0.2332	0.8000	1.7712
500		0.1865	0.6962	1.4524	0.1847	0.6685	1.3074
1000		0.1556	0.5690	1.0702	0.1548	0.5658	1.0586
25	4	0.2222	0.5060	-0.8439	0.2106	0.4348	-0.7963
50		0.1472	0.3189	-0.4981	0.1395	0.2868	-0.4921
100		0.0966	0.1818	-0.3186	0.0918	0.1700	-0.3152
500		0.0396	0.0605	-0.1357	0.0395	0.0605	-0.1355
1000		0.0282	0.0436	-0.0958	0.0281	0.0433	-0.0958
25	5	0.2526	0.5492	-0.5221	0.2522	0.4274	-0.4676
50		0.1808	0.3504	-0.3275	0.1623	0.2595	-0.2989
100		0.1212	0.2003	-0.2192	0.1086	0.1504	-0.2115
500		0.0449	0.0582	-0.0894	0.0447	0.0578	-0.0897
1000		0.0308	0.0408	-0.0611	0.0306	0.0408	-0.0613
25	6	0.1835	0.2319	0.2196	0.1954	0.2232	0.2041
50		0.1462	0.1523	0.1735	0.1544	0.1554	0.1601
100		0.1299	0.1111	0.1253	0.1333	0.1135	0.1257
500		0.0572	0.0505	0.0572	0.0569	0.0505	0.0570
1000		0.0397	0.0348	0.0417	0.0398	0.0348	0.0417
25	7	0.2170	0.3975	0.3688	0.2086	0.3551	0.3221
50		0.1660	0.2593	0.2518	0.1771	0.2479	0.2445
100		0.1344	0.1756	0.1788	0.1409	0.1778	0.1834
500		0.0766	0.0809	0.0995	0.0784	0.0830	0.1014
1000		0.0551	0.0576	0.0736	0.0556	0.0582	0.0740
25	8	0.2272	0.4790	0.5481	0.2332	0.4476	0.5168
50		0.1918	0.3729	0.4047	0.1934	0.3500	0.3863
100		0.1654	0.2621	0.3281	0.1516	0.2358	0.2831
500		0.0852	0.1059	0.1536	0.0797	0.1013	0.1458
1000		0.0593	0.0743	0.1091	0.0562	0.0722	0.1042

Çizelge 3.17. Tahmin ediciler için α parametresine ait OBH değerleri

n	Senaryo	EÇO	EKK	AEKK	ADE	CvM	MÇA
25	1	0.1975	0.2138	0.2214	0.2208	0.1458	0.2080
50		0.1708	0.1575	0.1790	0.1538	0.0955	0.1605
100		0.1336	0.1163	0.1349	0.1043	0.0614	0.1153
500		0.0579	0.0515	0.0606	0.0440	0.0239	0.0521
1000		0.0397	0.0360	0.0418	0.0306	0.0171	0.0365
25	2	0.1941	0.2690	0.2081	0.2216	0.2043	0.2141
50		0.1838	0.2120	0.1741	0.1862	0.1404	0.1730
100		0.1464	0.1563	0.1352	0.1301	0.0906	0.1295
500		0.0995	0.0909	0.0812	0.0549	0.0366	0.0580
1000		0.0825	0.0723	0.0647	0.0383	0.0252	0.0404
25	3	0.3325	0.7280	2.1707	0.2668	0.6361	2.2331
50		0.2924	0.7456	2.1348	0.2534	0.5377	2.0164
100		0.2722	0.6919	1.9393	0.2192	0.4866	1.7421
500		0.2066	0.6150	1.4391	0.1281	0.3327	0.9325
1000		0.1751	0.5227	1.2159	0.0948	0.2476	0.6745
25	4	0.2624	0.4802	-0.8883	0.1910	0.2091	-0.5280
50		0.1704	0.3734	-0.5351	0.1277	0.1456	-0.3559
100		0.1145	0.2427	-0.3425	0.0868	0.0991	-0.2550
500		0.0442	0.0820	-0.1264	0.0388	0.0382	-0.1106
1000		0.0307	0.0584	-0.0881	0.0277	0.0266	-0.0790
25	5	0.3382	0.4483	-0.6259	0.1907	0.1700	-0.2784
50		0.2670	0.3637	-0.4665	0.1272	0.1046	-0.1699
100		0.1975	0.2732	-0.3543	0.0923	0.0694	-0.1241
500		0.0679	0.0873	-0.1336	0.0409	0.0269	-0.0643
1000		0.0446	0.0590	-0.0883	0.0284	0.0187	-0.0453
25	6	0.1815	0.2238	0.2132	0.2221	0.1736	0.2178
50		0.1466	0.1695	0.1609	0.1682	0.1149	0.1660
100		0.1407	0.1349	0.1314	0.1213	0.0777	0.1206
500		0.0822	0.0743	0.0694	0.0490	0.0314	0.0527
1000		0.0600	0.0531	0.0519	0.0342	0.0211	0.0386
25	7	0.2105	0.3831	0.3063	0.2312	0.2777	0.3370
50		0.2043	0.2989	0.2495	0.1941	0.1972	0.2510
100		0.1505	0.2209	0.1872	0.1525	0.1386	0.2002
500		0.0932	0.1135	0.1175	0.0643	0.0530	0.0911
1000		0.0829	0.0925	0.1030	0.0434	0.0363	0.0634
25	8	0.2315	0.4027	0.5103	0.2411	0.2927	0.5222
50		0.1950	0.3552	0.3809	0.1943	0.2250	0.3673
100		0.1565	0.2748	0.2917	0.1469	0.1585	0.2728
500		0.1084	0.1485	0.1935	0.0648	0.0653	0.1275
1000		0.0920	0.1180	0.1627	0.0443	0.0450	0.0883

3.4.3. Gerçek veri uygulaması

Bu bölümde, UNET dağılımını (Kumaraswamy, 1980) tarafından tanıtılan Kumaraswamy, (Mazucheli ve ark., 2020) tarafından tanıtılan Unit Weibull, (Korkmaz ve Chesneau, 2021) tarafından tanıtılan Unit Burr-XII, (Mazucheli ve ark., 2019b) tarafından tanıtılan Unit Lindley, (Mazucheli ve ark., 2018a) tarafından tanıtılan Unit Birnbaum dağılımı, (Maya ve ark., 2022) tarafından tanıtılan Unit Muth dağılımları ile karşılaştırılacaktır. Bu dağılımların oyf'leri sırasıyla şu şekilde verilmiştir:

UNET dağılımı

$$f_{UNET}(x; p_1, p_2, p_3) = \frac{p_1(p_2^2 + p_1^2)(x^{p_1-1}) \left(1 - p_3 \cos(p_2 \log(x))\right)}{p_2^2 + (1 - p_3)p_1^2} \quad p_1, p_2 > 0, -1 < p_3 < 1$$

Kumaraswamy Dağılımı

$$f(x; p_1, p_2) = ((1 - x^{p_1})^{p_2-1} p_2 x^{p_1-1} p_1) \quad p_1, p_2 > 0$$

Unit Weibull Dağılımı:

$$f(x; p_1, p_2) = \frac{p_1 p_2 (-\log(x))^{p_2-1} \exp(-p_1 (-\log(x))^{p_2})}{x} \quad p_1, p_2 > 0$$

Unit Burr-XII Dağılımı:

$$f(x; p_1, p_2) = p_1 p_2 x^{-1} (-\log(x))^{p_2-1} (1 + (-\log(x))^{p_2})^{-p_1-1} \quad p_1, p_2 > 0$$

Unit Lindley Dağılımı:

$$f(x; p_1) = \frac{p_1^2}{1 + p_1} (1 - x)^{-3} \exp\left(-\frac{p_1 x}{1 - x}\right) \quad p_1 > 0$$

Unit Birnbaum Dağılımı:

$$f(x; p_1, p_2) = \frac{1}{2xp_1p_2\sqrt{2\pi}} \left[\left(-\frac{p_2}{\log(x)} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(-\frac{p_2}{\log(x)} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \\ \times \exp \left[\frac{1}{2p_1^2} \left(\frac{\log(x)}{p_2} + \frac{p_2}{\log(x)} + 2 \right) \right] \quad p_1, p_2 > 0$$

Unit Muth Dağılımı:

$$f(x; p_1, p_2) = \frac{1}{p_2} \exp \left(\frac{1}{p_1} \right) (x^{-p_1/p_2} - p_1) x^{-\left(\frac{p_1}{p_2} + 1\right)} \exp \left(-\frac{1}{p_1} x^{-p_1/p_2} \right) \quad 0 < p_1 \leq 1, p_2 > 0$$

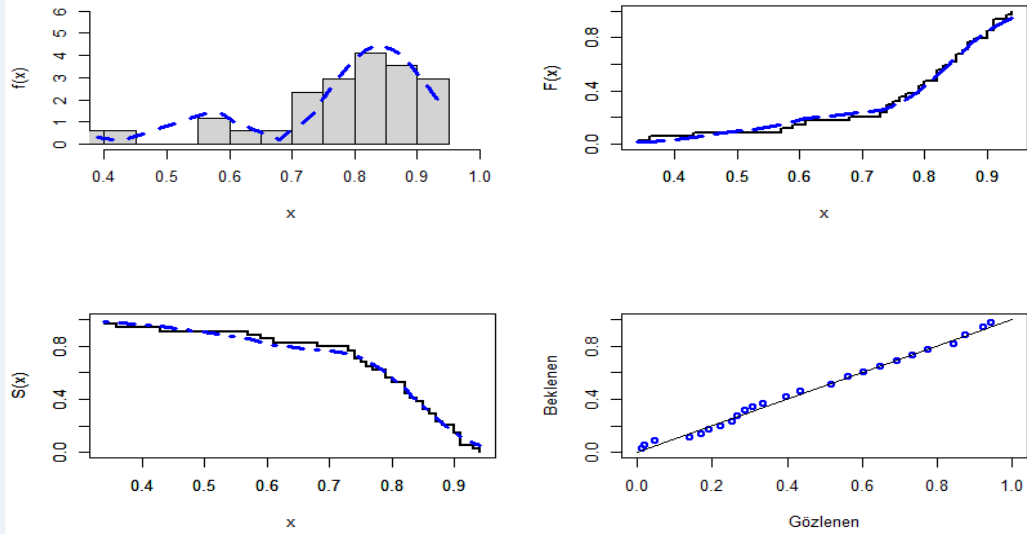
Parametrelerin en çok olabilirlik tahmin değerleri ve en çok olabilirlik tahminine dayalı sh, ℓ , AIC, BIC, CAIC, HQIC, KS ve p değeri, AD istatistiği ve p değeri, CvM istatistiği ve p değerleri çizelge 3.18, 3.19, 3.20 ve 3.21’de rapor edilmektedir. En iyi model, AIC, BIC, CAIC ve HQIC için daha küçük değerlere sahip ve KS, AD, CvM test istatistiği değerlerinin daha küçük ve p değerlerine daha büyük olduğu UNET dağılımıdır. Çizelge 3.18, 3.19, 3.20 ve 3.21’de, UNET dağılımının her dört gerçek veri seti için tüm kriterlere göre en iyi model olduğunu göstermektedir.

3.4.3.1. Gerçek veri analizi 1

Birinci gerçek veri seti “Better Life Index (Educational attainment)” yani en iyi yaşam indeksine ait olup yıl olarak 2016 seçilmiştir. Veriye <https://stats.oecd.org/index.aspx?DataSetCode=BLI2015> linkinden ulaşılabilir. Veri 34 örnekten oluşmaktadır ve 0.77, 0.84, 0.74, 0.9, 0.61, 0.93, 0.8, 0.91, 0.87, 0.75, 0.87, 0.68, 0.83, 0.73, 0.79, 0.85, 0.59, 0.94, 0.85, 0.9, 0.82, 0.34, 0.76, 0.74, 0.82, 0.91, 0.43, 0.91, 0.86, 0.57, 0.82, 0.88, 0.36, 0.79. şeklinde verilebilir. Birinci gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.18 de verilmektedir. Çizelge 3.18’den en iyi model UNET olarak seçilmiştir.

Çizelge 3.18. Birinci gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	UNET	KM	UW	UB12	UL	UB	UM
ℓ	25.0809	22.5245	20.3688	21.4784	25.3239	24.9735	18.4164
-2ℓ	-50.1618	-45.0490	-40.7376	-42.9567	-50.6479	-49.9471	-36.8327
AIC	-44.1618	-41.0490	-36.7376	-38.9567	-48.6479	-45.9471	-32.8327
BIC	-39.5827	-37.9963	-33.6849	-35.9040	-47.1215	-42.8944	-29.7800
CAIC	-43.3618	-40.6619	-36.3505	-38.5696	-48.5229	-45.5600	-32.4456
HQIC	-42.6002	-40.0079	-35.6965	-37.9157	-48.1274	-44.9060	-31.7917
KS	0.0658	0.1383	0.1665	0.1475	0.1167	0.1235	0.1912
KS p-values	0.9985	0.5340	0.3023	0.4506	0.7435	0.6776	0.1666
p_1	3.7873	5.7779	4.6026	6.3298	0.3359	0.7494	0.1439
p_2	15.8319	2.3821	1.3312	1.4899		0.2264	0.2885
p_3	0.8688						
p_1 için sh	0.6815	1.1321	0.9760	1.3339	0.0414	0.0909	0.1539
p_2 için sh	0.6489	0.6750	0.1629	0.1677		0.0271	0.0435
p_3 için sh	0.1353						



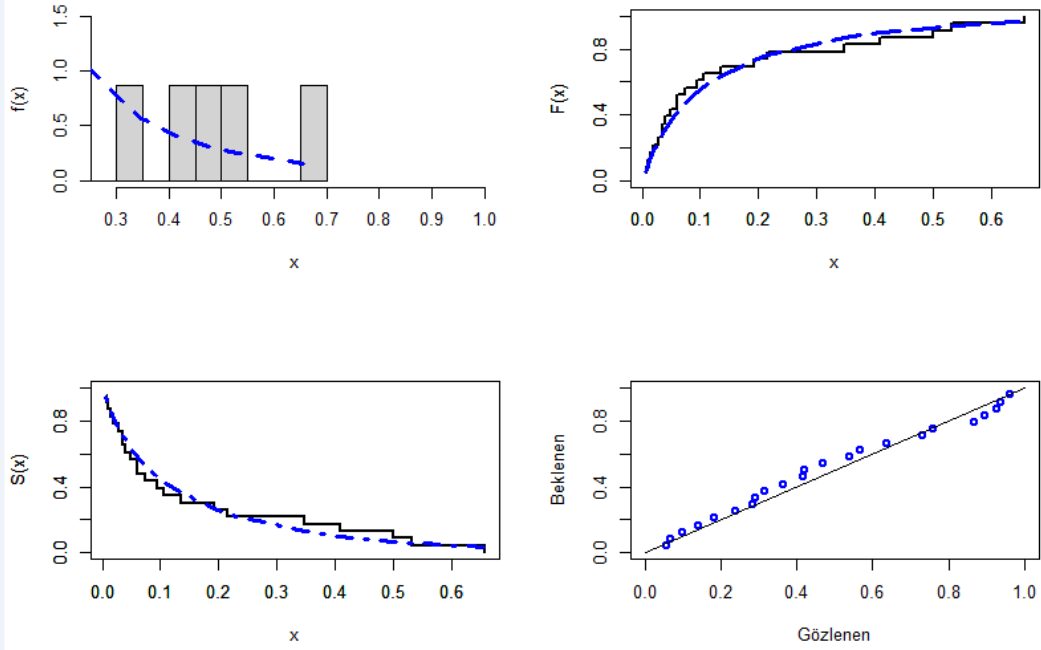
Şekil 5. Birinci gerçek veri setine ilişkin UNET dağılımının oyf, df, yf, gözlenen ve beklenene ilişkin grafiği

3.4.3.2. Gerçek veri analizi 2

İkinci gerçek veri seti, ikincil reaktör pompalarının arızaları arasındaki süreleri temsil etmekte ve 23 örnekten oluşmaktadır. Veri hakkında detaylı bilgi için (Maya ve ark., 2022) bakınız. Veriler: 0.216, 0.015, 0.4082, 0.0746, 0.0358, 0.0199, 0.0402, 0.0101, 0.0605, 0.0954, 0.1359, 0.0273, 0.0491, 0.3465, 0.007, 0.656, 0.106, 0.0062, 0.4992, 0.0614, 0.532, 0.0347, 0.1921. İkinci gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.19’da verilmektedir. Çizelge 3.19’da en büyük ℓ değerine ve en küçük AIC, BIC, CAIC değerlerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu görülmektedir. Ayrıca Çizelge 3.19’a göre en büyük KS p -values değerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu için veri setini en iyi modelleyen dağılımın önerilen UNET dağılımı olduğu söylenebilir.

Çizelge 3.19. İkinci gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	UNET	KM	UW	UB12	UL	UB	UM
ℓ	21.4410	20.3296	21.7243	13.9823	14.5035	21.7243	18.9850
-2ℓ	-42.8821	-40.6592	-43.4487	-27.9645	-29.0070	-43.4486	-37.9701
AIC	-36.8821	-36.6592	-39.4487	-23.9645	-27.0070	-37.4486	-33.9701
BIC	-33.4756	-34.3882	-37.1777	-21.6936	-25.8715	-34.0421	-31.6991
CAIC	-35.6189	-36.0592	-38.8487	-23.3645	-26.8165	-36.1854	-33.3701
HQIC	-36.0254	-36.0881	-38.8775	-23.3934	-26.7214	-36.5918	-33.3989
KS	0.1030	0.1393	0.1041	0.2634	0.3274	0.1041	0.1924
KS p -values	0.9469	0.7123	0.9427	0.0675	0.0107	0.9423	0.3140
p_1	0.6429	0.6766	0.1103	0.3656	4.1495	0.7233	0.8462
p_2	0.7772	2.9360	2.0157	3.0262		2.0863	2.6416
p_3	0.9158						
p_1 için sh	0.2384	0.1407	0.0544	0.1178	0.7445	0.1067	0.1774
p_2 için sh	0.1761	0.9558	0.3483	0.8214		0.2942	0.2771
p_3 için sh	0.1441						



Şekil 6. İkinci gerçek veri setine ilişkin UNET dağılımının oyf, df, yf, gözlenen ve beklenene ilişkin grafiği

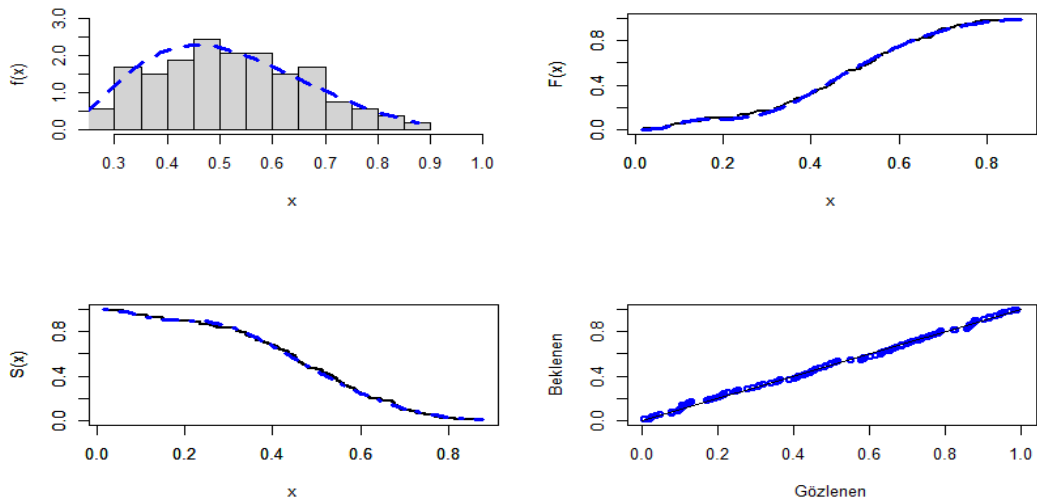
3.4.3.3. Gerçek veri analizi 3

Üçüncü gerçek veri seti, SINDI ırkından 107 ineğin ilk doğumdaki toplam süt üretimini temsil etmektedir. Veri hakkında detaylı bilgi için (Moutinho Cordeiro ve dos Santos Brito, 2012) bakılabilir. Veriler: 0.4365, 0.426, 0.514, 0.6907, 0.7471, 0.2605, 0.6196, 0.8781, 0.499, 0.6058, 0.6891, 0.577, 0.5394, 0.1479, 0.2356, 0.6012, 0.1525, 0.5483, 0.6927, 0.7261, 0.3323, 0.0671, 0.2361, 0.48, 0.5707, 0.7131, 0.5853, 0.6768, 0.535, 0.4151, 0.6789, 0.4576, 0.3259, 0.2303, 0.7687, 0.4371, 0.3383, 0.6114, 0.348, 0.4564, 0.7804, 0.3406, 0.4823, 0.5912, 0.5744, 0.5481, 0.1131, 0.729, 0.0168, 0.5529, 0.453, 0.3891, 0.4752, 0.3134, 0.3175, 0.1167, 0.675, 0.5113, 0.5447, 0.4143, 0.5627, 0.515, 0.0776, 0.3945, 0.4553, 0.447, 0.5285, 0.5232, 0.6465, 0.065, 0.8492, 0.8147, 0.3627, 0.3906, 0.4438, 0.46, 0.3188, 0.216, 0.6707, 0.622, 0.5629, 0.4675, 0.6844, 0.3413, 0.4332, 0.0854, 0.3821, 0.4694, 0.3635, 0.4111, 0.5349, 0.3751, 0.1546, 0.4517, 0.2681, 0.4049, 0.5553, 0.5878, 0.4741, 0.3598, 0.7629, 0.5941, 0.6174, 0.686, 0.0609, 0.6488, 0.2747. Üçüncü gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.20’de verilmektedir. Çizelge 3.20’de en büyük ℓ değerine ve en küçük AIC, BIC, CAIC değerlerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu görülmektedir. Ayrıca Çizelge 3.20’ye göre en büyük

KS p -values değerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu için veri setini en iyi modelleyen dağılımın önerilen UNET dağılımı olduğu söylenebilir.

Çizelge 3.20. Üçüncü gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	UNET	KM	UW	UB12	UL	UB	UM
ℓ	30.9372	25.3947	16.9211	27.1131	25.3805	27.2061	6.0563
-2ℓ	-61.8743	-50.7894	-33.8423	-54.2261	-50.7609	-54.4122	-12.1125
AIC	-55.8743	-46.7894	-29.8423	-50.2261	-48.7609	-50.4122	-8.1125
BIC	-47.8558	-41.4437	-24.4966	-44.8805	-46.0881	-45.0665	-2.7669
CAIC	-55.6413	-46.6740	-29.7269	-50.1107	-48.7229	-50.2968	-7.9971
HQIC	-52.6237	-44.6223	-27.6752	-48.0591	-47.6774	-48.2451	-5.9455
KS	0.0394	0.0763	0.1206	0.0623	0.1096	0.0765	0.1706
KS p -values	0.9907	0.5626	0.0889	0.8008	0.1532	0.5584	0.0039
p_1	1.3699	2.1949	0.9845	1.6588	1.2001	0.6546	0.3173
p_2	3.7407	3.4363	1.5620	2.4210		0.7408	0.8986
p_3	0.9815						
p_1 için sh	0.1519	0.2224	0.1015	0.1617	0.0889	0.0447	0.0850
p_2 için sh	0.0904	0.5820	0.1064	0.1870		0.0444	0.0672
p_3 için sh	0.0863						



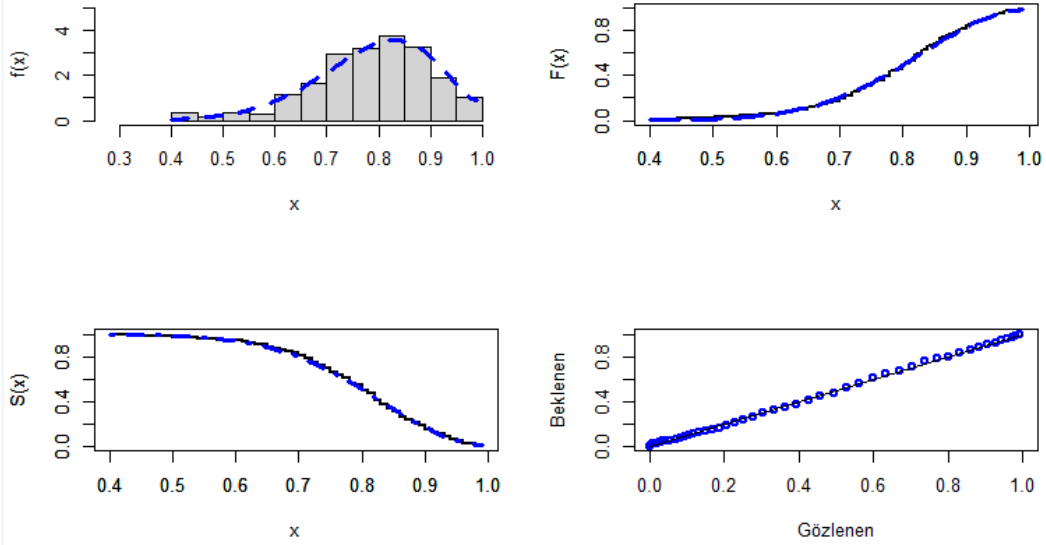
Şekil 7. Üçüncü gerçek veri setine ilişkin UNET dağılımının oyf, df, yf, gözlenen ve beklenene ilişkin grafiği

3.4.3.4. Gerçek veri analizi 4

Dördüncü gerçek veri seti, miyeloablatif kemoterapi dozlarından sonra otolog PBSC nakline rıza gösteren 239 hastanın canlı CD34+ hücrelerinin iyileşme oranlarını temsil etmekte ve 239 örnekten oluşmaktadır. Veri hakkında detaylı bilgi için (Korkmaz ve Chesneau, 2021) bakılabilir. Veriler: 0.75, 0.83, 0.94, 0.86, 0.54, 0.7, 0.59, 0.82, 0.67, 0.57, 0.75, 0.74, 0.75, 0.94, 0.87, 0.99, 0.83, 0.82, 0.81, 0.68, 0.67, 0.8, 0.99, 0.86, 0.73, 0.9, 0.56, 0.82, 0.91, 0.96, 0.9, 0.66, 0.77, 0.84, 0.93, 0.98, 0.81, 0.91, 0.73, 0.55, 0.83, 0.9, 0.89, 0.73, 0.78, 0.87, 0.93, 0.97, 0.8, 0.63, 0.82, 0.77, 0.82, 0.85, 0.94, 0.71, 0.82, 0.72, 0.9, 0.62, 0.78, 0.67, 0.94, 0.87, 0.86, 0.85, 0.9, 0.73, 0.77, 0.96, 0.98, 0.81, 0.88, 0.84, 0.7, 0.7, 0.93, 0.8, 0.66, 0.77, 0.44, 0.72, 0.61, 0.8, 0.77, 0.89, 0.86, 0.82, 0.91, 0.9, 0.9, 0.9, 0.88, 0.74, 0.7, 0.83, 0.83, 0.95, 0.76, 0.84, 0.79, 0.89, 0.94, 0.79, 0.82, 0.9, 0.45, 0.8, 0.81, 0.92, 0.85, 0.73, 0.87, 0.86, 0.99, 0.79, 0.96, 0.8, 0.81, 0.87, 0.86, 0.81, 0.73, 0.93, 0.83, 0.7, 0.8, 0.93, 0.83, 0.89, 0.95, 0.91, 0.92, 0.86, 0.81, 0.82, 0.84, 0.62, 0.74, 0.88, 0.62, 0.77, 0.92, 0.74, 0.74, 0.85, 0.78, 0.9, 0.84, 0.93, 0.67, 0.89, 0.75, 0.86, 0.71, 0.78, 0.83, 0.8, 0.85, 0.75, 0.96, 0.87, 0.89, 0.78, 0.78, 0.79, 0.65, 0.99, 0.82, 0.86, 0.69, 0.8, 0.71, 0.83, 0.77, 0.91, 0.76, 0.8, 0.74, 0.66, 0.4, 0.86, 0.47, 0.96, 0.72, 0.66, 0.7, 0.75, 0.71, 0.63, 0.5, 0.68, 0.54, 0.75, 0.78, 0.83, 0.86, 0.88, 0.78, 0.78, 0.86, 0.82, 0.72, 0.92, 0.41, 0.76, 0.84, 0.8, 0.84, 0.75, 0.87, 0.84, 0.64, 0.72, 0.69, 0.71, 0.8, 0.82, 0.61, 0.73, 0.65, 0.72, 0.85, 0.65, 0.52, 0.7, 0.78, 0.75, 0.65, 0.95, 0.82, 0.72, 0.71, 0.83, 0.7, 0.62, 0.62, 0.76, 0.77. Dördüncü gerçek veri seti için sonuçlar Çizelge 3.21’de verilmektedir. Çizelge 3.21’de en büyük ℓ değerine ve en küçük AIC, BIC, CAIC değerlerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu görülmektedir. Ayrıca Çizelge 3.21’e göre en büyük KS p-values değerine sahip dağılımın UNET dağılımı olduğu için veri setini en iyi modelleyen dağılımın önerilen UNET dağılımı olduğu söylenebilir.

Çizelge 3.21. Dördüncü gerçek veri seti için veri analizi sonuçları

	UNET	KM	UW	UB12	UB	UM
ℓ	194.1946	190.7640	192.0157	193.5027	154.4743	179.9752
-2ℓ	-388.3893	-381.5280	-384.0314	-387.0054	-308.9486	-359.9504
AIC	-382.3893	-377.5280	-380.0314	-383.0054	-304.9486	-355.9504
BIC	-371.9599	-370.5751	-373.0785	-376.0525	-297.9957	-348.9975
CAIC	-382.2872	-377.4771	-379.9806	-382.9545	-304.8978	-355.8996
HQIC	-378.1865	-374.7262	-377.2296	-380.2036	-302.1468	-353.1486
KS	0.0431	0.0723	0.0557	0.0522	0.1792	0.0870
KS p-values	0.7653	0.1646	0.4486	0.5321	0.0000	0.0539
p_1	11.3077	6.6942	8.0560	10.0760	0.8922	0.4900
p_2	1.8490	2.4355	1.6182	1.7321	0.1731	0.2478
p_3	0.9977					
p_1 için sh	0.4738	0.4546	0.8314	1.0039	0.0408	0.0601
p_2 için sh	0.6315	0.2411	0.0791	0.0787	0.0090	0.0110
p_3 için sh	0.0013				154.4743	179.9752



Şekil 8. Dördüncü gerçek veri setine ilişkin UNET dağılımının oyf, df, yf, gözlenen ve beklenene ilişkin grafiği

Çizelge 3.18, çizelge 3.19, çizelge 3.20 ve Çizelge 3.21’de rapor edilen sonuçlara göre UNET dağılımı, en iyi yaşam indeksi, ikincil reaktör pompalarının arızaları arasındaki süreler, SINDI ırkından 107 ineğin ilk doğumdaki toplam süt üretimi ve miyeloablatif kemoterapi dozlarından sonra otolog PBSC nakline rıza gösteren 239 hastanın canlı CD34+ hücrelerinin iyileşme oranları verilerini literatürdeki mevcut unit dağılımlara göre daha iyi modellemektedir. Bu sayede çalışmada önerilen UNET dağılımı mevcut (0,1) aralıklı verileri modellemek için literatürde var olan unit dağılımlara alternatif olarak kullanılabilir.



4. YENİ BİR QUANTİLE REGRESYON MODELİ

Bu bölümde, UNET dağılımına dayalı yeni bir regresyon modeli tanıtılmaktadır. $\log(\lambda_i) = z_i^T \boldsymbol{\gamma}$ kabul edilsin, burada $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_p)^T \in \mathbb{R}^p$ ve $z_i = (1, z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{ip})$ ve $i = 1, 2, \dots, n$. Yeniden parametrelendirme ile df ve oyf sırasıyla

$$G(x_i; \boldsymbol{\psi}) = \frac{(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\} \exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})) (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\} \cos(\beta \log(x_i))) x_i^{\{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}^2} \quad (4.1)$$

ve

$$g(x_i; \boldsymbol{\psi}) = \frac{\{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\} (\beta^2 + \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}^2) (x_i^{\{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\} - 1}) (1 - \alpha \cos(\beta \log(x_i)))}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}^2} \quad (4.2)$$

şeklinde ifade edilebilir, burada $\boldsymbol{\psi} = (\boldsymbol{\gamma}, \alpha, \beta)$. Tezin geri kalanında X_i rasgele değişkeni $X \sim RUNET(\boldsymbol{\psi})$ ile gösterilecektir.

4.1. Regresyon Modelinin Bilinmeyen Parametresi için Nokta Tahmini

$X_1, X_2, \dots, X_n$ $RUNET(\boldsymbol{\psi})$ dağılımına sahip n birimlik örneklem olsun. Log-olabilirlik fonksiyonu

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\psi}) = & \sum_{i=1}^n z_i^T \boldsymbol{\gamma} + \sum_{i=1}^n \log(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}^2) + \sum_{i=1}^n [\{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\} - 1] \log(x_i) \\ & + \sum_{j=1}^n \log\{1 - \alpha \cos(\beta \log(x_i))\} - \sum_{i=1}^n \log\{\beta^2(1 - \alpha) + \{\exp(z_i^T \boldsymbol{\gamma})\}^2\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

şekilde elde edilir. Burada $\boldsymbol{\psi}_1 = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_p, \alpha, \beta)$ bilinmeyen parametre vektörüdür. $\boldsymbol{\psi}_1$ 'e ilişkin MLE tahmini $\widehat{\boldsymbol{\psi}}_1 = (\widehat{\gamma}^0, \widehat{\gamma}^1, \dots, \widehat{\gamma}^p, \widehat{\alpha}, \widehat{\beta})$ olarak gösterilecek ve Eşitlik (4.3)'te verilen $\ell(\boldsymbol{\psi})$ maksimize ederek bulunacaktır. Bu işlem için R' da ki optim fonksiyonu kullanılacaktır.

Bazı düzgünlük koşulları altında, $(\widehat{\boldsymbol{\psi}}_1 - \boldsymbol{\psi}_1)$ 'nin asimptotik dağılımı çok değişkenli normal $N_{p+1}(0, J^{-1})$ 'dir, burada J beklenen bilgi matrisidir. Pratikte gözlemlenen bilgi

matrisi genellikle J yerine kullanılır. Herhangi bir yazılım, gözlemlenen bilgi matrisini hesaplayabilir. Gözlemlenen Fisher bilgi matrisine dayalı tahminlerin asimptotik standart hataları, optimum fonksiyon kullanılarak R’ da hesaplanabilir.

Bu tez çalışmasında, regresyon modelinin bilinmeyen parametresinin tahminin için Bölüm 2.1’ de anlatılan bazı tahmin ediciler kullanılacaktır. Bu diğer tahmin edicilerin, bilinmeyen regresyon parametrelerinin tahmininde kullanıldığı ilk çalışmalardan biridir. Regresyon modeline ilişkin dört tahmin yöntemi için

$$Q_{EKK}(\psi) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2 - \alpha \{\exp(z_i^T \gamma)\} (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \{\exp(z_i^T \gamma)\} \cos(\beta \log(x_i)))) x_i^{\{\exp(z_i^T \gamma)\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2} - \frac{i}{n+1} \right)^2, \quad (4.4)$$

$$Q_{AEKK}(\psi) = \sum_{i=1}^n \frac{(n+2)(n+1)^2}{i(n-i+1)} \left(\frac{(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2 - \alpha \{\exp(z_i^T \gamma)\} (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \{\exp(z_i^T \gamma)\} \cos(\beta \log(x_i)))) x_i^{\{\exp(z_i^T \gamma)\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2} - \frac{i}{n+1} \right)^2, \quad (4.5)$$

$$Q_{CvM}(\psi) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2 - \alpha \{\exp(z_i^T \gamma)\} (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \{\exp(z_i^T \gamma)\} \cos(\beta \log(x_i)))) x_i^{\{\exp(z_i^T \gamma)\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2, \quad (4.6)$$

ve

$$Q_{M\check{C}A}(\psi) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \log \left[\frac{(\beta^2 + \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2 - \alpha \{\exp(z_i^T \gamma)\} (\beta \sin(\beta \log(x_i)) + \{\exp(z_i^T \gamma)\} \cos(\beta \log(x_i)))) x_i^{\{\exp(z_i^T \gamma)\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_i^T \gamma)\}^2} - \frac{(\beta^2 + \{\exp(z_{i-1}^T \gamma)\}^2 - \alpha \{\exp(z_{i-1}^T \gamma)\} (\beta \sin(\beta \log(x_{i-1})) + \{\exp(z_{i-1}^T \gamma)\} \cos(\beta \log(x_{i-1})))) x_{i-1}^{\{\exp(z_{i-1}^T \gamma)\}}}{\beta^2 + (1 - \alpha) \{\exp(z_{i-1}^T \gamma)\}^2} \right] \quad (4.7)$$

şeklinde elde edilmiştir.

Regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerine ilişkin EKK, AEKK, AD, CvM ve MÇA sırasıyla Eşitlik (4.4) – (4.7) minimize ya da maksimize edilerek

$$\hat{\psi}_2 = \operatorname{argmin} Q_{EKK}(\psi)$$

$$\hat{\psi}_3 = \operatorname{argmin} Q_{AEKK}(\psi)$$

$$\hat{\psi}_4 = \operatorname{argmin} Q_{CvM}(\psi)$$

$$\hat{\psi}_5 = \operatorname{argmin} Q_{MPS}(\psi)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemler analitik olarak minimize ya da maksimize edilemediği için Newton-Raphson yöntemi gibi nümerik yöntemler ile elde edilmiştir. Bu işlem R programında optim (Varadhan, 2014) fonksiyonu içerisinde bulunan Nelder-Mead yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

4.2. Regresyon Modeli Parametreleri için Simülasyon Çalışmaları

Bu alt bölümde, RUNET modelinin en çok olabilirlik tahminlerinin bias ve HKO' ları ile en çok olabilirlik tahminine dayalı güven aralıklarının kapsama olasılığı değerleri ve ortalama aralık uzunluğu değerleri, 5000 denemeye dayalı Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiştir. Burada iki farklı simülasyon çalışması ele alınmıştır. İlk çalışma regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerin EÇO tahminleri ve yaklaşık güven aralığı oluşturmak için gerçekleştirilmiş olup ikinci simülasyon çalışmasında bu tezde ilk defa ele alınan diğer tahmin edicilerin performanslarını EÇO, EKK, AEKK, CvM ve MÇA kriterlerine göre kıyaslamaktır. İlk simülasyon çalışması için iki değişkenli durum ve $\psi_1 = (1,1,1, -0.5,3), (0.5, -1.25,0.2,0.5,1.5)$ ve üç değişkenli normal dağılım durumu $\psi_1 = (0.5, -1.25,0.2,0.3,0.5,1.5)$ dikkate alınmıştır. Bağımsız değişkenler, çok değişkenli normal dağılımdan üretilecektir. İki bağımsız değişken durumu için üç korelasyon matrisi

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \rho_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix}, \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

ve üç bağımsız değişken durumu için farklı üç korelasyon matrisi

$$\rho_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \rho_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}, \rho_6 = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

şeklinde ele alınmıştır.

Sonuçlar Çizelge 4.2 – 4.4'te sunulmaktadır. Burada $n = 100, 250, 500$ ve 1000 durumları için 5000 deneme ile simüle edilmiştir. Çizelge 4.2 – 4.4'ten, büyük örneklem için bias ve HKO'larının azaldığı ve 0'a gittiği görülüyor. Tüm model parametreleri için yaklaşık güven aralıkları oldukça iyi çalışmaktadır. Tüm model parametreleri için kapsama olasılıkları 0.95' e yani nominal seviyeye yaklaşırken, örneklem büyüklüğü arttırıldığında ortalama aralık uzunlukları sıfıra düşmektedir.

Çizelge 4.1. Farklı değerlere ilişkin senaryolar

Senaryo	ψ	Korelasyon matrisi
1	(1,1,1, -0.5,3)	ρ_1
2	(1,1,1, -0.5,3)	ρ_2
3	(1,1,1, -0.5,3)	ρ_3
4	(0.5, -1.25,0.2,0.5,1.5)	ρ_1
5	(0.5, -1.25,0.2,0.5,1.5)	ρ_2
6	(0.5, -1.25,0.2,0.5,1.5)	ρ_3
7	(0.5, -1.25,0.2,0.3,0.5,1.5)	ρ_4
8	(0.5, -1.25,0.2,0.3,0.5,1.5)	ρ_5
9	(0.5, -1.25,0.2,0.3,0.5,1.5)	ρ_6

Çizelge 4.2. 1,2 ve 3. senaryolara ait bias, HKO, KO ve OAU sonuçları

	Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU
γ_0	1	100	0.0091	0.0125	0.9452	0.4359
		250	0.0050	0.0049	0.9536	0.2773
		500	0.0031	0.0025	0.9474	0.1935
		1000	0.0041	0.0013	0.9514	0.1383
	2	100	0.0143	0.0118	0.9464	0.4225
		250	0.0128	0.0049	0.9390	0.2660
		500	-0.0049	0.0027	0.9244	0.1890
		1000	0.0015	0.0012	0.9426	0.1340
	3	100	0.0287	0.1227	0.9436	0.4179
		250	0.0301	0.0056	0.9332	0.2706
		500	0.0025	0.0024	0.9426	0.1874
		1000	0.0149	0.0014	0.9210	0.1333
γ_1	1	100	0.0018	0.0124	0.9584	0.4444
		250	-0.0085	0.0053	0.9508	0.2846
		500	-0.0004	0.0021	0.9476	0.1817
		1000	-0.0082	0.0012	0.9434	0.1321
	2	100	0.0008	0.0154	0.9498	0.4785
		250	-0.0151	0.0062	0.9474	0.3062
		500	-0.0437	0.0058	0.8086	0.2018
		1000	-0.0322	0.0028	0.8536	0.1539
	3	100	-0.0423	0.0551	0.9388	0.8869
		250	-0.0021	0.0259	0.9492	0.6216
		500	-0.0513	0.0143	0.9122	0.4090
		1000	-0.0358	0.0070	0.9208	0.2928
γ_2	1	100	-0.0008	0.0104	0.9478	0.3968
		250	-0.0067	0.0041	0.9514	0.2549
		500	-0.0084	0.0022	0.9492	0.1827
		1000	-0.0059	0.0012	0.9502	0.1318
	2	100	-0.0080	0.0142	0.9484	0.4675
		250	-0.0176	0.0065	0.9446	0.3125
		500	-0.0208	0.0039	0.9298	0.2284
		1000	-0.0239	0.0021	0.8948	0.1496
	3	100	-0.0187	0.0522	0.9438	0.8773
		250	-0.0757	0.0325	0.9224	0.6284
		500	-0.0118	0.0115	0.9420	0.4130
		1000	-0.0394	0.0073	0.9134	0.2920

Çizelge 4.2. Devamı

	Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU
β	1	100	0.0284	0.0544	0.7912	0.5575
		250	0.0204	0.0178	0.7418	0.2772
		500	0.0128	0.0072	0.7236	0.1502
		1000	0.0047	0.0027	0.7892	0.1173
	2	100	0.0311	0.0330	0.6754	0.3338
		250	0.0234	0.0157	0.6782	0.2146
		500	0.0099	0.0058	0.7078	0.1298
		1000	0.0040	0.0026	0.7276	0.0953
	3	100	0.0372	0.0307	0.5878	0.2587
		250	0.0198	0.0127	0.6720	0.1690
		500	0.0103	0.0046	0.6960	0.1090
		1000	0.0057	0.0023	0.7118	0.0892
α	1	100	-0.0517	0.0444	0.9084	0.7543
		250	-0.0140	0.0144	0.9392	0.4650
		500	-0.0063	0.0075	0.9426	0.3398
		1000	0.0007	0.0036	0.9502	0.2364
	2	100	-0.0569	0.0442	0.9042	0.7450
		250	-0.0110	0.0139	0.9426	0.4680
		500	-0.0070	0.0068	0.9526	0.3308
		1000	0.0043	0.0037	0.9448	0.2348
	3	100	-0.0405	0.0361	0.9110	0.6876
		250	-0.0010	0.0165	0.9438	0.5125
		500	0.0004	0.0072	0.9464	0.3349
		1000	0.0191	0.0044	0.9410	0.2451

Çizelge 4.3. 4,5 ve 6. senaryolara ait bias, HKO, KO ve OAU sonuçları

	Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU
γ_0	4	100	0.0472	0.0193	0.9304	0.4862
		250	0.0257	0.0063	0.9412	0.2942
		500	0.0141	0.0030	0.9416	0.2080
		1000	0.0075	0.0014	0.9426	0.1444
	5	100	0.0474	0.0173	0.9340	0.4673
		250	0.0205	0.0069	0.9470	0.3119
		500	0.0114	0.0031	0.9456	0.2123
		1000	0.0064	0.0015	0.9438	0.1491
	6	100	0.0488	0.0194	0.9238	0.4829
		250	0.0245	0.0072	0.9384	0.3139
		500	0.0113	0.0033	0.9382	0.2157
		1000	0.0039	0.0015	0.9502	0.1529
γ_1	4	100	-0.0002	0.0118	0.9452	0.4153
		250	0.0184	0.0043	0.9348	0.2455
		500	0.0104	0.0020	0.9418	0.1716
		1000	0.0069	0.0010	0.9406	0.1204
	5	100	-0.0018	0.0120	0.9396	0.4147
		250	0.0028	0.0051	0.9500	0.2773
		500	0.0043	0.0027	0.9496	0.2016
		1000	0.0058	0.0012	0.9508	0.1355
	6	100	-0.0035	0.0525	0.9436	0.8833
		250	0.0097	0.0168	0.9470	0.5012
		500	0.0027	0.0102	0.9502	0.3932
		1000	0.0012	0.0041	0.9492	0.2518
γ_2	4	100	-0.0010	0.0094	0.9464	0.3723
		250	-0.0011	0.0034	0.9490	0.2278
		500	-0.0009	0.0015	0.9474	0.1521
		1000	-0.0007	0.0009	0.9522	0.1184
	5	100	0.0010	0.0116	0.9458	0.4149
		250	-0.0013	0.0047	0.9452	0.2653
		500	-0.0002	0.0023	0.9512	0.1897
		1000	-0.0011	0.0011	0.9484	0.1312
	6	100	0.0010	0.0536	0.9464	0.8979
		250	-0.0048	0.0161	0.9496	0.4945
		500	0.0008	0.0106	0.9466	0.3996
		1000	0.0002	0.0041	0.9464	0.2461

Çizelge 4.3. Devamı

Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU	
β	4	100	0.0115	0.0289	0.8104	0.3956
		250	0.0062	0.0076	0.7138	0.1696
		500	0.0035	0.0038	0.7750	0.1371
		1000	0.0007	0.0014	0.8334	0.1003
	5	100	0.0052	0.0220	0.8158	0.0354
		250	0.0057	0.0109	0.7904	0.2456
		500	0.0031	0.0041	0.7948	0.1530
		1000	0.0007	0.0018	0.8310	0.1107
	6	100	0.0066	0.0263	0.8146	0.3843
		250	0.0066	0.0112	0.7806	0.2418
		500	0.0025	0.0045	0.8166	0.1661
		1000	0.0018	0.0025	0.8636	0.1415
α	4	100	0.0504	0.0305	0.8792	0.6258
		250	0.0242	0.0111	0.9196	0.4015
		500	0.0127	0.0057	0.9322	0.2918
		1000	0.0049	0.0027	0.9426	0.2015
	5	100	0.0507	0.0276	0.8824	0.6027
		250	0.0219	0.0117	0.9280	0.4207
		500	0.0119	0.0057	0.9386	0.2927
		1000	0.0061	0.0029	0.9364	0.2067
	6	100	0.0494	0.0273	0.8844	0.6002
		250	0.0251	0.0126	0.9152	0.4211
		500	0.0122	0.0061	0.9290	0.2974
		1000	0.0041	0.0028	0.9450	0.2089

Çizelge 4.4. 7,8 ve 9. senaryolara ait bias, HKO, KO ve OAU sonuçları

	Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU
γ_0	7	100	0.0559	0.0190	0.9230	0.4744
		250	0.0308	0.0069	0.9302	0.2993
		500	0.0145	0.0030	0.9394	0.2059
		1000	0.0093	0.0015	0.9416	0.1450
	8	100	0.0544	0.0187	0.9308	0.4775
		250	0.0249	0.0078	0.9414	0.3216
		500	0.0139	0.0033	0.9410	0.2179
		1000	0.0073	0.0017	0.9454	0.1561
	9	100	0.0766	0.0294	0.9160	0.5590
		250	0.0274	0.0091	0.9326	0.3392
		500	0.0133	0.0038	0.9436	0.2314
		1000	0.0066	0.0017	0.9516	0.1627
γ_1	7	100	-0.0005	0.0098	0.9436	0.3791
		250	0.0113	0.0045	0.9338	0.2539
		500	0.0071	0.0021	0.9464	0.1778
		1000	0.0079	0.0010	0.9420	0.1190
	8	100	-0.0009	0.0122	0.9418	0.4170
		250	0.0019	0.0059	0.9460	0.2939
		500	0.0026	0.0027	0.9424	0.1993
		1000	0.0027	0.0015	0.9470	0.1496
	9	100	0.0021	0.0624	0.9420	0.9447
		250	0.0029	0.0288	0.9444	0.6538
		500	-0.0013	0.0113	0.9508	0.4158
		1000	-0.0006	0.0058	0.9490	0.2982
γ_2	7	100	0.0006	0.0110	0.9448	0.4008
		250	-0.0035	0.0030	0.9462	0.2120
		500	-0.0007	0.0017	0.9526	0.1632
		1000	-0.0005	0.0009	0.9498	0.1149
	8	100	-0.0037	0.0136	0.9514	0.4538
		250	0.0007	0.0050	0.9486	0.2746
		500	0.0016	0.0024	0.9446	0.1875
		1000	-0.0003	0.0012	0.9520	0.1393
	9	100	-0.0054	0.0586	0.9426	0.9169
		250	-0.0011	0.0252	0.9486	0.6232
		500	-0.0013	0.0107	0.9500	0.4044
		1000	0.0002	0.0056	0.9506	0.2945

Çizelge 4.4. Devamı

	Senaryo	n	Bias	HKO	KO	OAU
γ_3	7	100	-0.0041	0.0071	0.9460	0.3262
		250	-0.0035	0.0033	0.9416	0.2186
		500	-0.0009	0.0019	0.9482	0.1699
		1000	-0.0001	0.0008	0.9510	0.1141
	8	100	0.0023	0.0119	0.9498	0.4209
		250	0.0001	0.0058	0.9486	0.2956
		500	-0.0009	0.0027	0.9470	0.2013
		1000	-0.0002	0.0012	0.9524	0.1374
	9	100	0.0019	0.0556	0.9404	0.8869
		250	-0.0014	0.0262	0.9466	0.6328
		500	0.0026	0.0106	0.9488	0.3971
		1000	0.0002	0.0055	0.9470	0.2871
β	7	100	0.0111	0.0171	0.7446	0.2797
		250	0.0064	0.0082	0.7422	0.1933
		500	0.0024	0.0040	0.7980	0.1499
		1000	0.0010	0.0015	0.8314	0.0983
	8	100	0.0082	0.0213	0.7968	0.3342
		250	0.0023	0.0138	0.8360	0.3046
		500	0.0039	0.0043	0.8176	0.1635
		1000	0.0013	0.0026	0.8546	0.1408
	9	100	-0.0147	0.0578	0.8504	0.6384
		250	-0.0009	0.0219	0.8514	0.3975
		500	-0.0015	0.0086	0.8798	0.2738
		1000	-0.0011	0.0035	0.9128	0.1976
α	7	100	0.0603	0.0282	0.8728	0.6017
		250	0.0302	0.0114	0.9164	0.4064
		500	0.0144	0.0053	0.9378	0.2830
		1000	0.0079	0.0028	0.9438	0.2043
	8	100	0.0585	0.0286	0.8726	0.6065
		250	0.0264	0.0133	0.9094	0.4296
		500	0.0151	0.0060	0.9348	0.2987
		1000	0.0076	0.0030	0.9430	0.2152
	9	100	0.0796	0.0374	0.8418	0.6560
		250	0.0314	0.0144	0.9040	0.4365
		500	0.0157	0.0064	0.9348	0.3071
		1000	0.0068	0.0030	0.9436	0.2155

Diğer tahmin edicilerin performanslarını kıyaslamak için ikinci bir Monte Carlo simülasyonu ele alınmıştır. Burada regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek için önerilen beş yöntemin performansları bias ve HKO kriterlerine göre kıyaslanacaktır. Burada bağımsız değişken sayısı iki olarak seçilmiş ve bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon matrisi ve başlangıç parametre değerleri Çizelge 4.5'te sunulmuştur. Burada $n = 25, 50, 100$ ve 500 durumları için 5000 deneme ile simüle edilmiştir. Simülasyon sonuçları Çizelge 4.6- 4.17'de verilmiştir. İki bağımsız değişken durumu için üç korelasyon matrisi şu şekilde kabul edilir

$$\rho_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \rho_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix}, \rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

1 ve 2. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerlerine göre mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri MÇA ve EÇO yöntemleridir. 3 ve 4. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerlerine göre mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri MÇA, AEKK ve EÇO yöntemleridir. 1 ve 2. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerlerine ilişkin en iyi tahmin edici yöntem EÇO yöntemidir. 3 ve 4. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri için en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO, EKK, CvM ve MÇA yöntemleridir. 5 ve 6. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri için mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO ve MÇA yöntemleridir. 7 ve 8. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO ve MÇA yöntemleridir. 5 ve 6. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerlerine ilişkin en iyi tahmin edici yöntemi EÇO yöntemidir. 7 ve 8. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri için en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO, EKK, MÇA yöntemleridir. 9 ve 10. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerlerine ilişkin mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO, EKK, AEKK, CvM ve MÇA yöntemleridir. 9 ve 10. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri için en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO ve MÇA yöntemleridir. 11 ve 12. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerlerine ilişkin mutlak değerce en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO, EKK, AEKK, CvM ve MÇA yöntemleridir. 11 ve 12. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri için en iyi tahmin edici yöntemleri EÇO, EKK, AEKK ve MÇA yöntemleridir.

Çizelge 4.5. Farklı gamma ve parametre değerlerine ilişkin senaryolar

Senaryo	ψ	Korelasyon matrisi
1	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = -0.5$	ρ_1
2	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = -0.5$	ρ_2
3	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = -0.5$	ρ_3
4	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = 0.5$	ρ_1
5	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = 0.5$	ρ_2
6	$\gamma = (1,1,1) \quad \beta = 3, \alpha = 0.5$	ρ_3
7	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = 0.2$	ρ_1
8	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = 0.2$	ρ_2
9	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = 0.2$	ρ_3
10	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = -0.2$	ρ_1
11	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = -0.2$	ρ_2
12	$\gamma = (2,2,2) \quad \beta = 1.5, \alpha = -0.2$	ρ_3

Çizelge 4.6. 1 ve 2. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
1	25	0.2437	0.0179	0.0030	0.0227	-0.0288
	50	0.0840	0.0253	0.0131	0.0294	0.0080
	100	0.0384	0.0074	-0.0049	0.0130	0.0058
	500	0.0056	-0.0132	-0.0190	-0.0099	0.0005
γ_0						
2	25	0.2492	-0.0152	-0.0358	0.0162	-0.0179
	50	0.1597	-0.0281	-0.0454	-0.0025	-0.0011
	100	0.0829	-0.0445	-0.0580	-0.0290	0.0092
	500	0.0085	-0.0529	-0.0624	-0.0485	0.0005
γ_1						
1	25	-0.0124	0.0415	0.0326	0.0476	0.0570
	50	-0.0475	0.0437	0.0396	0.0567	0.0576
	100	0.0052	0.0666	0.0602	0.0754	0.0572
	500	-0.0025	0.0599	0.0498	0.0638	0.0541
2	25	0.0914	0.0574	0.0475	0.0662	0.0602
	50	0.0265	0.0848	0.0764	0.0860	0.0582
	100	0.0262	0.0802	0.0690	0.0841	0.0608
	500	-0.0022	0.0404	0.0278	0.0441	0.0599
γ_2						
1	25	-0.0592	0.0549	0.0581	0.0706	0.0585
	50	-0.0683	0.0478	0.0466	0.0612	0.0530
	100	-0.0036	0.0561	0.0607	0.0654	0.0587
	500	-0.0011	0.0473	0.0245	0.0516	0.0537
2	25	0.0479	0.0725	0.0746	0.0739	0.0630
	50	0.0291	0.0385	0.0313	0.0373	0.0527
	100	0.0249	0.0320	0.0198	0.0308	0.0522
	500	-0.0033	0.0346	0.0156	0.0370	0.0613

Çizelge 4.6. Devamı

1	25	-0.0789	0.1773	0.2544	0.1286	0.0494
	50	0.0402	0.1134	0.1553	0.0962	0.0490
	100	0.0037	0.1072	0.1431	0.0859	0.0617
	500	0.0121	0.1815	0.2093	0.1663	0.0640
β						
2	25	-0.0263	0.0977	0.1265	0.0858	0.0433
	50	0.0112	0.1159	0.1568	0.1096	0.0526
	100	0.0337	0.1151	0.1788	0.1140	0.0634
	500	0.0105	0.0539	0.1631	0.0664	0.0791
1	25	0.3725	0.0644	0.0441	0.0758	0.0603
	50	0.0270	0.0267	0.0112	0.0439	0.0648
	100	0.0792	0.0230	0.0037	0.0330	0.0610
	500	-0.0018	-0.0244	-0.0386	-0.0135	0.0626
α						
2	25	0.2735	-0.0548	-0.0855	0.0006	0.0491
	50	0.2015	-0.0686	-0.0964	-0.0213	0.0480
	100	0.1217	-0.0979	-0.1234	-0.0673	0.0436
	500	0.0038	-0.1294	-0.1499	-0.1187	0.0238

Çizelge 4.7. 3 ve 4. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
3	25	0.0671	-0.0282	-0.0485	-0.0125	-0.1831
	50	0.1279	0.0674	0.0491	0.0744	0.0213
	100	-0.1010	-0.0543	-0.0814	-0.0476	-0.0532
	500	-0.1574	-0.0958	-0.1224	-0.0941	-0.0381
γ_0						
4	25	-0.1525	-0.0532	-0.0715	-0.0420	-0.3463
	50	-0.2233	0.0090	-0.0196	0.0171	-0.2464
	100	-0.0636	0.0343	0.0133	0.0382	-0.0688
	500	-0.0950	-0.0480	-0.0674	-0.0465	-0.0325
3	25	-0.2829	0.0289	0.0060	0.0322	-0.0010
	50	-0.1515	-0.0092	-0.0164	0.0044	0.0379
	100	-0.3663	-0.0616	-0.0943	-0.0586	-0.2853
	500	-0.3432	-0.1096	-0.1378	-0.1089	-0.2243
γ_1						
4	25	-0.6043	0.0049	-0.0080	0.0225	-0.5709
	50	-0.4306	-0.0733	-0.0965	-0.0576	-0.4322
	100	-0.3880	-0.1236	-0.1779	-0.1086	-0.2189
	500	-0.3482	-0.1268	-0.1552	-0.1269	-0.2591
3	25	-0.2387	0.0322	0.0126	0.0301	-0.0634
	50	-0.2271	-0.0549	-0.0786	-0.0344	0.0346
	100	-0.2644	-0.0270	-0.0486	-0.0233	-0.0439
	500	-0.3867	-0.1070	-0.1288	-0.1063	-0.3616
γ_2						
4	25	-0.3438	-0.0242	-0.0442	-0.0050	-0.0482
	50	-0.4666	-0.1739	-0.2129	-0.1469	0.0503
	100	-0.2934	-0.0934	-0.1318	-0.0845	0.0071
	500	-0.3192	-0.1312	-0.1607	-0.1311	-0.1472

Çizelge 4.7. Devamı

3	25	0.1216	0.1177	0.1696	0.1113	0.0385
	50	0.1009	0.0967	0.1378	0.0832	0.0381
	100	0.2383	0.2744	0.3955	0.2538	0.1804
	500	0.3040	0.6735	0.9723	0.6481	0.2782
β						
4	25	0.4081	0.1268	0.1446	0.0998	0.2825
	50	0.3923	0.1735	0.2280	0.1473	0.2291
	100	0.2885	0.2149	0.3204	0.1969	0.1407
	500	0.3236	0.7484	0.9876	0.7402	0.2127
3	25	0.4262	-0.0009	-0.0202	0.0496	0.0964
	50	0.3164	-0.0375	-0.0686	-0.0392	0.0340
	100	0.1649	-0.2427	-0.3629	-0.2081	0.1809
	500	0.0361	-0.5823	-0.6707	-0.5747	0.2622
α						
4	25	0.4709	0.0137	0.0067	0.0393	0.2868
	50	0.3635	0.0730	0.0516	0.0658	0.2058
	100	0.2398	0.0425	0.0350	0.0432	0.1387
	500	0.1994	-0.4215	-0.4585	-0.4152	0.2081

Çizelge 4.8. 1 ve 2. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
1	25	0.1827	0.0520	0.0514	0.0511	0.0347
	50	0.0391	0.0261	0.0265	0.0263	0.0141
	100	0.0132	0.0099	0.0106	0.0101	0.0095
	500	0.0026	0.0038	0.0047	0.0036	0.0058
γ_0						
2	25	0.1323	0.0347	0.0397	0.0353	0.0269
	50	0.0687	0.0259	0.0308	0.0247	0.0126
	100	0.0269	0.0181	0.0225	0.0166	0.0094
	500	0.0026	0.0093	0.0116	0.0085	0.0049
γ_1						
1	25	0.0698	0.0714	0.0748	0.0857	0.0254
	50	0.0261	0.0609	0.0580	0.0704	0.0206
	100	0.0094	0.0477	0.0474	0.0534	0.0179
	500	0.0024	0.0290	0.0245	0.0304	0.0148
2	25	0.0677	0.0720	0.0726	0.0848	0.0238
	50	0.0269	0.0612	0.0624	0.0683	0.0195
	100	0.0114	0.0483	0.0472	0.0520	0.0175
	500	0.0019	0.0257	0.0235	0.0260	0.0148
γ_2						
1	25	0.0638	0.0737	0.0751	0.0889	0.0248
	50	0.0303	0.0643	0.0648	0.0747	0.0205
	100	0.0090	0.0465	0.0454	0.0520	0.0171
	500	0.0023	0.0282	0.0242	0.0302	0.0152
2	25	0.0807	0.0873	0.0952	0.1007	0.0249
	50	0.0255	0.0572	0.0613	0.0657	0.0192
	100	0.0097	0.0375	0.0394	0.0412	0.0164
	500	0.0021	0.0275	0.0276	0.0282	0.0153

Çizelge 4.8. Devamı

1	25	0.4618	0.8868	1.1320	0.7910	0.1176
	50	0.0860	0.4888	0.6595	0.5351	0.0270
	100	0.0341	0.3003	0.3552	0.2498	0.0177
	500	0.0094	0.3673	0.4396	0.3579	0.0169
β						
2	25	0.2392	0.5030	0.7992	0.4643	0.0572
	50	0.1636	0.5079	0.7494	0.4099	0.0217
	100	0.0694	0.5173	0.7273	0.4438	0.0181
	500	0.0079	0.5245	0.9973	0.4742	0.0186
1	25	0.4926	0.0850	0.0881	0.0938	0.0233
	50	0.1085	0.0636	0.0709	0.0661	0.0185
	100	0.0447	0.0573	0.0728	0.0634	0.0168
	500	0.0078	0.0443	0.0571	0.0422	0.0152
α						
2	25	0.1202	0.0951	0.1249	0.0812	0.0206
	50	0.0779	0.0879	0.1203	0.0694	0.0161
	100	0.0419	0.0831	0.1148	0.0702	0.0135
	500	0.0049	0.0586	0.0774	0.0537	0.0101

Çizelge 4.9. 3 ve 4. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
3	25	0.0802	0.0445	0.0481	0.0416	0.0846
	50	0.0490	0.0293	0.0274	0.0293	0.0137
	100	0.0310	0.0191	0.0230	0.0181	0.0174
	500	0.0300	0.0143	0.0201	0.0140	0.0155
γ_0						
4	25	0.1368	0.0544	0.0579	0.0514	0.1918
	50	0.0971	0.0285	0.0307	0.0278	0.0966
	100	0.0245	0.0164	0.0164	0.0164	0.0204
	500	0.0130	0.0066	0.0085	0.0065	0.0122
3	25	0.1597	0.0729	0.0781	0.0766	0.0216
	50	0.0471	0.0524	0.0488	0.0547	0.0104
	100	0.1604	0.0517	0.0506	0.0513	0.1657
	500	0.1227	0.0270	0.0281	0.0273	0.0861
γ_1						
4	25	0.5059	0.1036	0.1126	0.1041	0.5620
	50	0.2225	0.0708	0.0720	0.0670	0.2653
	100	0.1737	0.0720	0.0783	0.0692	0.1168
	500	0.1277	0.0302	0.0325	0.0305	0.1176
3	25	0.1624	0.0809	0.0886	0.0901	0.0480
	50	0.0850	0.0742	0.0754	0.0743	0.0106
	100	0.0893	0.0386	0.0338	0.0388	0.0298
	500	0.1559	0.0265	0.0256	0.0266	0.1753
γ_2						
4	25	0.1981	0.0870	0.0940	0.0876	0.0370
	50	0.2596	0.1137	0.1214	0.1038	0.0266
	100	0.1114	0.0632	0.0636	0.0625	0.0216
	500	0.1060	0.0319	0.0342	0.0323	0.0479

Çizelge 4.9. Devamı

β	3	25	0.1632	0.3717	0.5261	0.3907	0.0757
		50	0.0523	0.3517	0.4287	0.2741	0.0167
		100	0.1265	0.4851	0.7745	0.5151	0.0588
		500	0.1539	2.1137	3.7498	1.7751	0.1029
β	4	25	0.3559	0.3386	0.3991	0.3860	0.3755
		50	0.2626	0.2867	0.3326	0.2285	0.2177
		100	0.1498	0.5532	1.4362	0.4829	0.0577
		500	0.1379	2.0153	2.5954	2.0582	0.0677
α	3	25	0.3051	0.1325	0.1636	0.1298	0.0274
		50	0.2074	0.1035	0.1302	0.1042	0.0094
		100	0.0972	0.1921	0.2873	0.1712	0.0545
		500	0.0228	0.4444	0.5282	0.4382	0.0887
α	4	25	0.4744	0.1258	0.1440	0.1274	0.1445
		50	0.2913	0.1240	0.1295	0.1192	0.0682
		100	0.2082	0.1065	0.1160	0.1063	0.0396
		500	0.0658	0.2294	0.2434	0.2257	0.0632

Çizelge 4.10. 5 ve 6. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
5	25	0.1227	-0.0189	-0.0328	-0.0133	-0.0493
	50	0.0598	0.0012	-0.0128	0.0076	-0.0049
	100	0.0438	0.0085	-0.0048	0.0124	0.0106
	500	0.0056	-0.0132	-0.0190	-0.0099	0.0005
γ_0						
6	25	0.2276	0.0507	0.0317	0.0738	0.0381
	50	0.1173	-0.0011	-0.0179	0.0167	0.0123
	100	0.0728	-0.0160	-0.0373	-0.0026	0.0241
	500	0.0171	-0.0421	-0.0509	-0.0381	0.0061
5	25	0.0493	0.0301	0.0195	0.0366	0.0494
	50	-0.0042	0.0647	0.0618	0.0696	0.0604
	100	-0.0047	0.0498	0.0392	0.0582	0.0495
	500	-0.0025	0.0599	0.0498	0.0638	0.0541
γ_1						
6	25	-0.0190	0.0432	0.0456	0.0475	0.0506
	50	0.0245	0.0523	0.0480	0.0577	0.0595
	100	-0.0075	0.0331	0.0291	0.0404	0.0530
	500	-0.0083	0.0291	0.0152	0.0325	0.0564
5	25	-0.0297	0.0654	0.0626	0.0705	0.0659
	50	0.0101	0.0506	0.0408	0.0605	0.0555
	100	-0.0254	0.0228	0.0224	0.0303	0.0518
	500	-0.0011	0.0473	0.0245	0.0516	0.0537
γ_2						
6	25	0.0027	0.0328	0.0318	0.0560	0.0549
	50	0.0168	0.0582	0.0520	0.0701	0.0536
	100	-0.0429	0.0328	0.0265	0.0454	0.0434
	500	-0.0111	0.0239	0.0138	0.0276	0.0552

Çizelge 4.10. Devamı

5	25	-0.0483	0.0822	0.1173	0.0783	0.0447
	50	-0.0041	0.0647	0.1123	0.0438	0.0488
	100	0.0214	0.1414	0.1869	0.1154	0.0604
	500	0.0121	0.1815	0.2093	0.1663	0.0640
β						
6	25	0.0469	0.1597	0.1974	0.1504	0.0667
	50	0.0294	0.1386	0.1585	0.1259	0.0537
	100	0.0300	0.1799	0.1977	0.1634	0.0672
	500	0.0066	0.1082	0.1833	0.1195	0.0744
5	25	0.2994	0.0924	0.0780	0.1103	0.0659
	50	0.1112	0.0701	0.0564	0.0879	0.0665
	100	0.0045	0.0236	-0.0051	0.0406	0.0649
	500	-0.0018	-0.0244	-0.0386	-0.0135	0.0626
α						
6	25	0.2360	-0.1245	-0.1620	-0.0830	0.0445
	50	0.1527	-0.1044	-0.1368	-0.0679	0.0497
	100	0.0841	-0.1886	-0.2468	-0.1545	0.0438
	500	0.0167	-0.1514	-0.1720	-0.1391	0.0319

Çizelge 4.11. 7 ve 8. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
7	25	-0.2823	0.0880	0.0562	0.1026	-0.3812
	50	-0.3080	-0.0575	-0.0845	-0.0484	-0.1936
	100	-0.1578	-0.0818	-0.1116	-0.0773	-0.0880
	500	-0.2076	-0.0897	-0.1239	-0.0878	-0.0593
γ_0						
8	25	0.0553	-0.0583	-0.0585	-0.0673	-0.2839
	50	-0.1099	0.0651	0.0482	0.0705	-0.1290
	100	-0.1634	0.0088	-0.0313	0.0142	-0.1153
	500	-0.2163	-0.0690	-0.0978	-0.0676	-0.0860
7	25	-0.6008	-0.1535	-0.1753	-0.1281	-0.1152
	50	-0.4950	-0.0647	-0.0915	-0.0548	-0.2647
	100	-0.4498	-0.1372	-0.1939	-0.1286	-0.2371
	500	-0.4159	-0.2339	-0.2511	-0.2338	-0.1643
γ_1						
8	25	-0.2776	-0.0862	-0.1045	-0.0653	-0.0073
	50	-0.4774	-0.1508	-0.1940	-0.1225	-0.5037
	100	-0.4877	-0.2554	-0.2895	-0.2427	-0.4481
	500	-0.4813	-0.2255	-0.2286	-0.2237	-0.5740
7	25	-0.5803	-0.1937	-0.2347	-0.1700	-0.6822
	50	-0.5532	-0.1385	-0.1748	-0.1233	-0.6351
	100	-0.3071	-0.0659	-0.0894	-0.0650	-0.2883
	500	-0.4585	-0.1712	-0.1932	-0.1724	-0.6325
γ_2						
8	25	-0.6917	-0.1306	-0.1653	-0.1082	-0.6966
	50	-0.4251	-0.0768	-0.0921	-0.0693	-0.0080
	100	-0.4321	-0.2120	-0.2481	-0.1993	-0.1842
	500	-0.3578	-0.1635	-0.1797	-0.1626	-0.2125

Çizelge 4.11. Devamı

7	25	0.4142	0.2563	0.3077	0.2343	0.3738
	50	0.4066	0.2964	0.3589	0.2639	0.3502
	100	0.2993	0.2975	0.4298	0.3130	0.2541
	500	0.3324	0.8258	1.3059	0.7826	0.3588
β						
8	25	0.3320	0.2010	0.2352	0.1880	0.3819
	50	0.3856	0.2327	0.2807	0.2134	0.2267
	100	0.4248	0.3435	0.4903	0.3332	0.2880
	500	0.4526	1.0203	1.2390	0.9940	0.3611
7	25	0.2334	0.1028	0.0977	0.0973	0.2691
	50	0.1677	-0.0996	-0.1668	-0.0634	0.3553
	100	0.1489	-0.2241	-0.3514	-0.2027	0.2509
	500	0.0393	-0.5443	-0.6750	-0.5348	0.3237
α						
8	25	0.8076	0.1778	0.1738	0.1730	0.3182
	50	0.3282	-0.0316	-0.0557	-0.0224	0.2310
	100	0.3019	0.0421	-0.0409	0.0430	0.2929
	500	0.1673	-0.4047	-0.5042	-0.4009	0.3482

Çizelge 4.12. 5 ve 6. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
5	25	0.0925	0.0414	0.0432	0.0405	0.0337
	50	0.0321	0.0215	0.0224	0.0212	0.0132
	100	0.0148	0.0128	0.0133	0.0131	0.0102
	500	0.0026	0.0038	0.0047	0.0036	0.0058
γ_0						
6	25	0.1082	0.0332	0.0347	0.0341	0.0283
	50	0.0405	0.0180	0.0218	0.0170	0.0110
	100	0.0178	0.0130	0.0161	0.0124	0.0092
	500	0.0027	0.0081	0.0104	0.0074	0.0049
γ_1						
5	25	0.0681	0.0906	0.0972	0.1127	0.0244
	50	0.0358	0.0821	0.0845	0.0967	0.0207
	100	0.0123	0.0530	0.0494	0.0590	0.0174
	500	0.0024	0.0290	0.0245	0.0304	0.0148
6	25	0.0645	0.0643	0.0694	0.0749	0.0215
	50	0.0258	0.0544	0.0564	0.0595	0.0190
	100	0.0129	0.0422	0.0412	0.0450	0.0172
	500	0.0026	0.0306	0.0298	0.0320	0.0153
γ_2						
5	25	0.0853	0.0923	0.0958	0.1092	0.0246
	50	0.0337	0.0805	0.0841	0.0945	0.0215
	100	0.0159	0.0577	0.0573	0.0633	0.0186
	500	0.0023	0.0282	0.0242	0.0302	0.0152
6	25	0.0817	0.0693	0.0779	0.0805	0.0240
	50	0.0301	0.0605	0.0635	0.0684	0.0187
	100	0.0178	0.0501	0.0504	0.0534	0.0165
	500	0.0024	0.0296	0.0282	0.0305	0.0149

Çizelge 4.12. Devamı

5	25	0.1870	0.4760	0.6303	0.5115	0.0838
	50	0.0935	0.4450	0.6619	0.4121	0.0236
	100	0.0361	0.3783	0.4840	0.3319	0.0177
	500	0.0094	0.3673	0.4396	0.3579	0.0169
β						
6	25	0.0456	0.3726	0.4603	0.3601	0.0409
	50	0.0331	0.3603	0.5284	0.3665	0.0196
	100	0.0206	0.4497	0.6398	0.4044	0.0180
	500	0.0039	0.4909	0.7164	0.4718	0.0183
5	25	0.3623	0.0913	0.1012	0.1046	0.0229
	50	0.1221	0.0796	0.0904	0.0893	0.0187
	100	0.0461	0.0546	0.0658	0.0586	0.0170
	500	0.0078	0.0443	0.0571	0.0422	0.0152
α						
6	25	0.0988	0.1341	0.1800	0.1242	0.0234
	50	0.0553	0.1061	0.1526	0.0921	0.0177
	100	0.0262	0.1363	0.2011	0.1145	0.0149
	500	0.0051	0.0807	0.1088	0.0726	0.0113

Çizelge 4.13. 7 ve 8. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
7	25	0.1967	0.0739	0.0756	0.0727	0.2425
	50	0.1538	0.0341	0.0383	0.0321	0.0778
	100	0.0433	0.0246	0.0308	0.0236	0.0315
	500	0.0484	0.0142	0.0213	0.0138	0.0209
γ_0						
8	25	0.0912	0.0877	0.0850	0.0887	0.1393
	50	0.0762	0.0355	0.0337	0.0354	0.0495
	100	0.0482	0.0182	0.0212	0.0179	0.0381
	500	0.0523	0.0102	0.0145	0.0100	0.0284
γ_1						
7	25	0.4592	0.1436	0.1543	0.1290	0.0731
	50	0.3283	0.0900	0.0990	0.0878	0.2213
	100	0.2253	0.0855	0.0992	0.0826	0.1272
	500	0.1789	0.0733	0.0740	0.0731	0.0622
8	25	0.2141	0.1560	0.1592	0.1513	0.0316
	50	0.2830	0.0983	0.1044	0.0924	0.4757
	100	0.2628	0.1267	0.1360	0.1217	0.3244
	500	0.2430	0.0693	0.0624	0.0686	0.3974
γ_2						
7	10	0.2502	0.1246	0.1285	0.1170	0.0273
	25	0.4098	0.1395	0.1594	0.1243	0.6325
	50	0.3753	0.1005	0.1120	0.0969	0.6051
	100	0.1136	0.0528	0.0495	0.0528	0.1522
	500	0.2180	0.0473	0.0483	0.0482	0.4461
8	25	0.6053	0.1586	0.1675	0.1456	0.7350
	50	0.2542	0.0816	0.0823	0.0803	0.0212
	100	0.2125	0.1237	0.1272	0.1169	0.0980
	500	0.1345	0.0427	0.0424	0.0428	0.0953

Çizelge 4.13. Devamı

7	25	0.3604	0.2747	0.3422	0.2465	0.3151
	50	0.3264	0.3613	0.4545	0.3268	0.1868
	100	0.1524	0.4179	0.7648	0.5242	0.0929
	500	0.1925	2.4061	5.2451	2.3254	0.1557
β						
8	25	0.2357	0.4161	0.4736	0.5169	0.5037
	50	0.2919	0.3213	0.4015	0.3654	0.1556
	100	0.2411	0.4871	0.8520	0.4890	0.1393
	500	0.2526	2.3199	2.8206	2.1780	0.1618
7	25	0.2114	0.1696	0.1867	0.1548	0.1258
	50	0.1449	0.1706	0.2204	0.1561	0.1648
	100	0.0921	0.1912	0.2828	0.1795	0.0872
	500	0.0214	0.4356	0.5765	0.4240	0.1236
α						
8	25	0.8312	0.2025	0.2236	0.1925	0.1678
	50	0.3147	0.1070	0.1227	0.1042	0.1011
	100	0.1874	0.1140	0.1244	0.1146	0.1222
	500	0.0490	0.2146	0.2873	0.2122	0.1463

Çizelge 4.14. 9 ve 10. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
9	25	0.1557	-0.0211	-0.0312	-0.0263	-0.0686
	50	0.0628	0.0189	0.0062	0.0228	-0.0011
	100	0.0302	0.0017	-0.0108	0.0056	0.0064
	500	0.0170	0.0047	-0.0066	0.0080	0.0156
γ_0						
10	25	0.1803	-0.0186	-0.0359	0.0078	-0.0316
	50	0.1389	-0.0062	-0.0259	0.0078	0.0118
	100	0.0917	-0.0172	-0.0350	-0.0047	0.0195
	500	0.0149	-0.0469	-0.0566	-0.0417	0.0143
9	25	-0.0576	0.0463	0.0469	0.0690	0.0453
	50	0.0065	0.0392	0.0412	0.0450	0.0541
	100	-0.0346	0.0363	0.0318	0.0467	0.0503
	500	-0.0073	0.0186	0.0138	0.0218	0.0242
γ_1						
10	25	0.0179	0.0456	0.0403	0.0534	0.0483
	50	-0.0760	0.0481	0.0413	0.0547	0.0396
	100	0.0015	0.0377	0.0285	0.0474	0.0524
	500	-0.0539	-0.0067	-0.0166	-0.0032	0.0079
9	25	-0.0057	0.0230	0.0159	0.0349	0.0423
	50	-0.0645	0.0509	0.0476	0.0740	0.0527
	100	0.0155	0.0470	0.0390	0.0528	0.0506
	500	-0.0764	0.0081	-0.0128	0.0105	0.0136
γ_2						
10	25	0.0192	0.0657	0.0594	0.0741	0.0497
	50	0.0161	0.0248	0.0202	0.0463	0.0439
	100	-0.0444	0.0342	0.0323	0.0447	0.0507
	500	-0.0089	0.0187	0.0068	0.0213	0.0221

Çizelge 4.14. Devamı

9	25	-0.0334	0.1083	0.1309	0.1049	0.0340
	50	0.0046	0.0721	0.1109	0.0505	0.0558
	100	0.0191	0.1145	0.1325	0.0920	0.0597
	500	0.0092	0.2008	0.2597	0.1846	0.0839
β						
10	25	0.0396	0.1423	0.1584	0.1050	0.0302
	50	0.0482	0.1165	0.1600	0.1020	0.0574
	100	0.0360	0.1430	0.1811	0.1274	0.0622
	500	0.0080	0.1170	0.2028	0.1169	0.1006
9	25	0.3261	0.1238	0.1192	0.1253	0.0831
	50	0.0976	0.0857	0.0679	0.0953	0.0661
	100	0.0381	0.0547	0.0293	0.0691	0.0673
	500	0.0318	-0.0766	-0.1051	-0.0641	0.0794
α						
10	25	0.2186	-0.0529	-0.0836	0.0012	0.0564
	50	0.1568	-0.1291	-0.1781	-0.0883	0.0535
	100	0.1040	-0.1560	-0.2054	-0.1224	0.0460
	500	0.0085	-0.1834	-0.2143	-0.1665	0.0577

Çizelge 4.15. 11 ve 12. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için bias değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
11	25	0.1444	0.0173	0.0021	0.0296	-0.1031
	50	-0.0601	0.1607	0.1304	0.1673	-0.0605
	100	-0.0880	0.0531	0.0193	0.0579	-0.0235
	500	-0.2086	0.0284	0.0004	0.0297	0.0391
γ_0						
12	25	0.1444	-0.0676	-0.0830	-0.0551	-0.2359
	50	-0.0600	0.0945	0.0838	0.0955	-0.1784
	100	-0.1205	0.0098	-0.0215	0.0119	-0.1400
	500	-0.2914	-0.0389	-0.0696	-0.0385	0.0041
11	25	-0.1386	-0.0153	-0.0297	0.0274	0.0194
	50	-0.5250	-0.3340	-0.4041	-0.3141	-0.3547
	100	-0.4881	-0.3150	-0.3569	-0.3091	-0.2687
	500	-0.4926	-0.1965	-0.2103	-0.1972	-0.5265
γ_1						
12	25	-0.7170	0.0609	0.0629	0.0462	-0.1389
	50	-0.6204	-0.1634	-0.2064	-0.1443	-0.5679
	100	-0.4398	-0.1511	-0.1565	-0.1472	-0.3230
	500	-0.5330	-0.3005	-0.3155	-0.2985	-0.5272
11	25	-0.2310	-0.0147	-0.0257	-0.0175	0.0199
	50	-0.4463	-0.1492	-0.1630	-0.1442	-0.2513
	100	-0.3216	-0.2297	-0.2313	-0.2261	-0.2093
	500	-0.5311	-0.3607	-0.3582	-0.3601	-0.5074
γ_2						
12	25	-0.0444	-0.1561	-0.2000	-0.1095	-0.0351
	50	-0.3009	-0.2418	-0.2884	-0.2168	-0.0843
	100	-0.3460	-0.3440	-0.3971	-0.3264	-0.1525
	500	-0.6197	-0.2772	-0.2770	-0.2775	-0.6930

Çizelge 4.15. Devamı

11	25	0.1089	0.1429	0.1626	0.1111	0.0435
	50	0.2898	0.3030	0.3494	0.2838	0.2419
	100	0.2612	0.4220	0.4937	0.4108	0.2232
	500	0.3256	0.6269	0.8587	0.5979	0.4085
β						
12	25	0.2773	0.1817	0.2191	0.1550	0.1836
	50	0.3846	0.2343	0.2693	0.1994	0.3009
	100	0.3732	0.3479	0.4904	0.3270	0.2428
	500	0.5764	1.1903	1.3287	1.1397	0.4694
11	25	0.4565	0.0011	-0.0149	0.0224	0.0537
	50	0.2958	-0.0956	-0.1393	-0.0872	0.2414
	100	0.2002	-0.2086	-0.3071	-0.1947	0.2158
	500	0.0502	-0.3688	-0.4428	-0.3624	0.3707
α						
12	25	0.6241	0.0525	0.0189	0.0812	0.1567
	50	0.4808	0.0828	0.0958	0.0708	0.2945
	100	0.3186	0.0321	-0.0492	0.0320	0.2428
	500	0.1915	-0.2923	-0.3943	-0.2929	0.4719

Çizelge 4.16. 9 ve 10. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
9	25	0.1107	0.0575	0.0590	0.0599	0.0409
	50	0.0305	0.0256	0.0257	0.0259	0.0139
	100	0.0128	0.0130	0.0135	0.0131	0.0101
	500	0.0029	0.0033	0.0038	0.0034	0.0059
γ_0						
10	25	0.0932	0.0387	0.0415	0.0379	0.0303
	50	0.0481	0.0223	0.0244	0.0220	0.0136
	100	0.0215	0.0140	0.0167	0.0132	0.0098
	500	0.0028	0.0092	0.0118	0.0086	0.0059
9	25	0.2089	0.1326	0.1488	0.1465	0.0269
	50	0.1491	0.1179	0.1332	0.1291	0.0212
	100	0.0551	0.1010	0.1135	0.1103	0.0181
	500	0.0126	0.0643	0.0638	0.0655	0.0141
γ_1						
10	25	0.1754	0.1096	0.1265	0.1223	0.0229
	50	0.0974	0.1023	0.1101	0.1063	0.0184
	100	0.0496	0.0935	0.1051	0.0970	0.0175
	500	0.0139	0.0760	0.0811	0.0785	0.0160
9	25	0.1533	0.1113	0.1175	0.1246	0.0263
	50	0.1649	0.1267	0.1415	0.1410	0.0217
	100	0.0549	0.1062	0.1141	0.1173	0.0183
	500	0.0179	0.0620	0.0619	0.0654	0.0147
γ_2						
10	25	0.1646	0.1138	0.1262	0.1211	0.0233
	50	0.0858	0.0948	0.1029	0.0957	0.0193
	100	0.0547	0.0965	0.1103	0.1008	0.0182
	500	0.0104	0.0811	0.0817	0.0825	0.0144

Çizelge 4.16. Devamı

9	25	0.1587	0.6808	0.8070	1.0375	0.1219
	50	0.0630	0.4859	0.5204	0.4287	0.0237
	100	0.0307	0.3643	0.4560	0.4217	0.0176
	500	0.0050	0.2900	0.3845	0.2612	0.0195
β						
10	25	0.0985	0.6136	0.6362	0.5054	0.0470
	50	0.0365	0.4324	0.6468	0.3859	0.0206
	100	0.0222	0.4508	0.7005	0.3890	0.0175
	500	0.0047	0.6847	1.6669	0.6770	0.0223
9	25	0.4277	0.1121	0.1256	0.1241	0.0274
	50	0.1224	0.0913	0.1005	0.1017	0.0191
	100	0.0462	0.0712	0.0838	0.0785	0.0174
	500	0.0078	0.0513	0.0674	0.0494	0.0178
α						
10	25	0.1061	0.1037	0.1347	0.0921	0.0221
	50	0.0593	0.1153	0.1669	0.0980	0.0172
	100	0.0317	0.1223	0.1838	0.1056	0.0151
	500	0.0053	0.1122	0.1487	0.1012	0.0129

Çizelge 4.17. 11 ve 12. senaryolara ilişkin RUNET modelleme için HKO değerleri

Senaryo	n	EÇO	EKK	AEKK	CVM	MÇA
11	25	0.0865	0.0510	0.0514	0.0503	0.0571
	50	0.0499	0.0642	0.0552	0.0658	0.0325
	100	0.0274	0.0227	0.0199	0.0228	0.0184
	500	0.0498	0.0057	0.0048	0.0057	0.0194
γ_0						
12	25	0.1060	0.0742	0.0765	0.0721	0.1141
	50	0.0497	0.0433	0.0405	0.0435	0.0664
	100	0.0335	0.0191	0.0201	0.0187	0.0425
	500	0.0900	0.0071	0.0095	0.0069	0.0237
11	25	0.2573	0.1527	0.1741	0.1621	0.0177
	50	0.4266	0.3635	0.4093	0.3476	0.2560
	100	0.3072	0.2956	0.2797	0.2910	0.1615
	500	0.2605	0.0899	0.0753	0.0906	0.3557
γ_1						
12	25	0.9690	0.2581	0.2943	0.2408	0.1007
	50	0.5780	0.2633	0.2780	0.2462	0.5639
	100	0.2684	0.1650	0.1454	0.1647	0.2107
	500	0.3021	0.1444	0.1350	0.1432	0.3433
11	25	0.3659	0.1826	0.2011	0.1841	0.0180
	50	0.3820	0.2736	0.2727	0.2631	0.1635
	100	0.1773	0.2340	0.1926	0.2308	0.1201
	500	0.2990	0.1792	0.1587	0.1790	0.3261
γ_2						
12	25	0.3569	0.2602	0.2857	0.2343	0.0458
	50	0.2688	0.3017	0.3092	0.2808	0.0632
	100	0.1909	0.2833	0.2972	0.2753	0.0889
	500	0.4025	0.1198	0.1055	0.1207	0.5403

Çizelge 4.17. Devamı

11	25	0.0695	0.3149	0.3522	0.3117	0.0770
	50	0.1658	0.3613	0.4281	0.3375	0.1056
	100	0.1423	0.4918	0.5461	0.4657	0.0797
	500	0.1955	1.5915	2.3129	1.1807	0.1963
β						
12	25	0.1482	0.4305	0.4841	0.4226	0.2872
	50	0.2116	0.3058	0.3167	0.2653	0.2203
	100	0.1839	0.5698	0.8655	0.5256	0.1105
	500	0.4002	7.2732	3.0536	2.4971	0.2541
α						
11	25	0.3258	0.1502	0.1769	0.1519	0.0169
	50	0.1672	0.1966	0.2241	0.1843	0.0942
	100	0.0914	0.2145	0.2636	0.2036	0.0734
	500	0.0194	0.2434	0.2886	0.2371	0.1574
12	25	0.6744	0.1626	0.1780	0.1626	0.0592
	50	0.4090	0.1619	0.1789	0.1521	0.1400
	100	0.2041	0.1177	0.1150	0.1164	0.0886
	500	0.0607	0.1700	0.2045	0.1712	0.2514

4.4.1. Regresyon modeli için gerçek veri analizi

Bu alt bölümde, yeni regresyon modelinin kullanılabilirliğini görmek için gerçek bir veri uygulaması yapılmıştır. Veri seti OECD'nin sosyal koruma ve refah temasındaki en iyi yaşam indeksini temsil etmektedir. Referans yılı 2017 olarak seçilen veriler hakkında detaylı bilgi (Korkmaz ve ark., 2021b)'te bulunabilir ve veri setine <https://stats.oecd.org/> linkinden ulaşılabilir. B, Kw ve LEEG (Jodra ve Jimenez-Gamero, 2020) regresyon modeli karşılaştırma amacıyla ele alınmıştır. Bu uygulama, OECD ülkelerinin eğitim düzeyi değerlerinin yüzdesini (y değişkeni), seçmen katılım yüzdesi ($değişken x_1$), cinayet oranı ($değişken x_2$) ve yaşam memnuniyeti ($değişken x_3$) ile ilişkilendirmeyi amaçlamaktadır. Dört model için EÇO, sh, $\hat{\ell}$ ve AIC hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 4.19'da sunulmuştur. Çizelge 4.19'dan RUNET modelinin en iyi modelleme kapasitesine sahip olduğu ve literatürde beta ve Kumaraswamy regresyon modellerine alternatif olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Çizelge 4.19. Gerçek veri için regresyon modellerine ilişkin modelleme sonuçları

Parametreler	RUNET			B			Kw			LEEG		
	Tahmin	SE	p-değeri	Tahmin	SE	p-değeri	Tahmin	SE	p-değeri	Tahmin	SE	p-değeri
γ_0	0.2361	1.5913	0.8821	0.9615	0.9685	0.3208	1.6318	1.1629	0.1606	0.3269	1.0711	0.7602
γ_1	-2.4156	1.4697	0.1003	-2.9211	1.0176	0.0041	-4.1024	1.3947	0.0033	-4.0914	1.4627	0.0052
γ_2	-0.0619	0.0317	0.0509	-0.0470	0.0178	0.0083	-0.0405	0.0167	0.0153	-0.0476	0.0145	0.0010
γ_3	0.4868	0.2244	0.0301	0.3794	0.1492	0.0110	0.4206	0.2532	0.0967	0.6215	0.1746	<0.0001
β	15.9276	0.4427	<0.0001	11.5900	2.6100	<0.0001	6.2166	1.0844	<0.0001	7.8374	1.7424	<0.0001
α	0.9381	0.1566	<0.0001									
$\hat{\ell}$	33.0480			30.9024			29.4339			28.6481		
AIC	-54.0959			51.8048			-48.8678			-47.2962		

Regresyon modellerine ilişkin, sosyal koruma ve refah temasındaki en iyi yaşam indeksi verisi için çizelge 4.19’da sunulan sonuçlara göre en büyük $\hat{\ell}$ ve en küçük AIC değerine sahip regresyon modeli çalışmada önerilen RUNET modelidir, yani veriyi en iyi modelleyen regresyon modelinin RUNET olduğu gözlemlenmiştir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

Bu tez çalışmasında, oransal veya yüzdesel verileri modellemeye alternatif yeni bir unit dağılım önerilmiştir. Önerilen bu dağılımın momentler, çarpıklık, basıklık katsayısı, sıra istatistikleri, stokastik sıralama gibi birçok matematiksel özelliği araştırılmış bazı α, β, λ değerleri için beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık katsayısı değerleri tablolaştırılmış ve parametre durumlarına göre değişimleri yorumlanmıştır. Elde edilen bu değerlere göre α, β, λ arttıkça beklenen değerin arttığı sonucuna varılmıştır. Ayrıca α, β, λ arttıkça; varyans, S ve K 'nin azaldığı görülmüştür. S 'ye göre, dağılım küçük α, β, λ değerleri için sağa çarpık ve büyük α, β, λ değerleri için sola çarpıktır. Tüm parametre durumlarında UNET dağılımının leptokurtic olduğu görülmüştür. Ayrıca mevcut NET dağılımı ve yeni önerilen UNET dağılımı için oyf ve hf 'nuna ilişkin grafikler çizilmiştir. UNET dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahmini için altı yöntem incelenmiş ve bu tahmin edicilerin performansları Monte Carlo simülasyonu ile incelenmiştir. Yapılan simülasyon çalışması sonucunda

- Tüm tahmin edicilerin ortalama yan, HKO, OMB ve OBH değerlerinin örneklem hacmi arttıkça beklenildiği gibi azalarak sıfıra gittiği,
- λ parametresine ilişkin simülasyon sonuçlarına göre bias, HKO, OMB ve OBH değerleri açısından MÇA, AEKK, EÇO ve EKK yöntemleri en iyi tahmin yöntemleri
- β parametresine ilişkin simülasyon sonuçlarına göre bias, HKO, OMB ve OBH değerleri açısından MÇA, AEKK, EÇO, ADE, CvM ve EKK yöntemleri en iyi tahmin yöntemleri
- α parametresine ilişkin simülasyon sonuçlarına göre bias, HKO, OMB ve OBH değerleri açısından MÇA, AEKK, EÇO, ADE, CvM ve EKK yöntemleri en iyi tahmin yöntemleri

olduğu görülmüştür.

Bu dağılıma ilişkin dört gerçek veri analizi yapılmış olup oyf, df, yf ve beklenin ile gözlenen grafikleri çizilmiştir. Gerçek veri analizi sonuçlarına göre veriyi en iyi modelleyen dağılımın önermiş olduğumuz UNET dağılımı olduğu görülmüştür. Literatürde mevcut süreç yeterlilik indekslerinden olan C_{pc} indeksi UNET dağılımına uygulanmış olup bu indekse ilişkin Monte Carlo simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçlarına göre örneklem hacmi arttıkça bias ve HKO nun küçüldüğü görülmüştür. C_{pc} indeksine ilişkin iki gerçek veri analizi yapılmış bu analiz sonucunda elde edilen NH değeri mutlak değerce sıfıra yakın olduğundan üretilen ürün ya da parça o kadar sağlam ya da daha az hassastır denilebilir. UNET dağılımına dayalı olarak yeni bir regresyon modeli oluşturulmuştur. Regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerinin tahmini için EÇO yönteminin yanı sıra bu tez çalışmasında ilk defa EKK, AEKK, CvM, MÇA tahmin yöntemleri de ele alınmıştır. Regresyon modeline ilişkin iki farklı Monte Carlo simülasyon çalışması tasarlanmıştır. İlk simülasyon çalışmasında EÇO' ya ilişkin büyük örneklem için bias ve HKO değerlerinin azaldığı ve 0'a gittiği görülmüştür. Tüm model parametreleri için yaklaşık güven aralıkları oldukça iyi çalışmaktadır. Tüm model parametreleri için kapsama olasılıklarının neredeyse 0.95 yani nominal seviyeye yaklaştığı, örneklem büyüklüğü arttırıldığında ortalama aralık uzunluklarının sıfıra düştüğü görülmektedir. Diğer tahmin edicilerin performanslarını kıyaslamak için ikinci bir Monte Carlo simülasyonu ele alınmıştır. Burada regresyon modelinin bilinmeyen parametrelerini tahmin etmek için önerilen beş yöntemin performansları bias ve HKO kriterlerine göre kıyaslanmıştır. Yapılan simülasyon çalışması sonucunda en iyi yöntemin genel olarak MÇA, AEKK ve EÇO yöntemleri olduğu görülmüştür. Önerilen yeni regresyon modelinin kullanılabilirliğini göstermek için gerçek bir veri uygulaması yapılmıştır. Uygulama sonucunda elde edilen ℓ değeri ve AIC kriterine göre RUNET modelinin en iyi modelleme kapasitesine sahip olduğu ve literatürde beta ve Kumaraswamy regresyon modellerine alternatif olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır. Bu çalışma ile literatüre UNET olarak ifade edilen yeni bir (0,1) aralığında tanımlı unit dağılım ve yeni bir regresyon modeli kazandırılmıştır. Bu açıdan bu çalışma büyük öneme sahiptir.

5.2. Öneriler

Yeni önerilen unit dağılımının bilinmeyen parametrelerinin tahminin için Bayes yöntemi incelenebilir. Ayrıca hem dağılım hem de regresyon modelinin bilinmeyen parametreleri için parametrik ve parametrik olmayan bootstrap gibi yöntemler ile güven aralığı inşa edilebilir. Ayrıca UNET dağılımı kullanılarak sıfırdan şişirilmiş, birden şişirilmiş veya hem sıfır hem de birden şişirilmiş yeni dağılımlar elde edilebilir.



KAYNAKLAR

- Abd El-Monsef, M. M. E. ve Hassanein, W. A. A. E. L., 2020, Assessing the lifetime performance index for Kumaraswamy distribution under first-failure progressive censoring scheme for ball bearing revolutions, *Quality and Reliability Engineering International*, 36 (3), 1086-1097.
- Akdi, Y., 2005, Matematiksel istatistiğe giriş, Bıçaklar Kitabevi, p.
- Altun, E. ve Hamedani, G., 2018, The log-xgamma distribution with inference and application, *Journal de la Société Française de Statistique*, 159 (3), 40-55.
- Altun, E. ve Cordeiro, G. M., 2020, The unit-improved second-degree Lindley distribution: inference and regression modeling, *Computational Statistics*, 35, 259-279.
- Anderson, T. W. ve Darling, D. A., 1952, Asymptotic theory of certain "goodness of fit" criteria based on stochastic processes, *The annals of mathematical statistics*, 193-212.
- Bakouch, H. S., Chesneau, C. ve Leao, J., 2018, A new lifetime model with a periodic hazard rate and an application, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 88 (11), 2048-2065.
- Bakouch, H. S., Nik, A. S., Asgharzadeh, A. ve Salinas, H. S., 2021, A flexible probability model for proportion data: Unit-half-normal distribution, *Communications in Statistics: Case Studies, Data Analysis and Applications*, 7 (2), 271-288.
- Bhatti, F. A., Ali, A., Hamedani, G., Korkmaz, M. Ç. ve Ahmad, M., 2021, The unit generalized log Burr XII distribution: properties and application, *AIMS Mathematics*.
- Bozdogan, H., 1987, Model selection and Akaike's information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions, *Psychometrika*, 52 (3), 345-370.
- Chen, G. ve Balakrishnan, N., 1995, A general purpose approximate goodness-of-fit test, *Journal of Quality Technology*, 27 (2), 154-161.
- Cheng, R. ve Amin, N., 1983, Estimating parameters in continuous univariate distributions with a shifted origin, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 45 (3), 394-403.
- Chesneau, C., 2021, A note on an extreme left skewed unit distribution: Theory, modelling and data fitting, *Open Statistics*, 2 (1), 1-23.
- Dey, S. ve Saha, M., 2018, Bootstrap confidence intervals of the difference between two generalized process capability indices for inverse Lindley distribution, *Life Cycle Reliability and Safety Engineering*, 7, 89-96.
- Dey, S., Nassar, M. ve Kumar, D., 2019, Alpha power transformed inverse Lindley distribution: A distribution with an upside-down bathtub-shaped hazard function, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 348, 130-145.
- Ferrari, S. ve Cribari-Neto, F., 2004, Beta regression for modelling rates and proportions, *Journal of applied statistics*, 31 (7), 799-815.
- Ghitany, M., Mazucheli, J., Menezes, A. ve Alqallaf, F., 2019, The unit-inverse Gaussian distribution: A new alternative to two-parameter distributions on the unit interval, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 48 (14), 3423-3438.
- Gupta, R. D. ve Kundu, D., 1999, Theory & methods: Generalized exponential distributions, *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 41 (2), 173-188.
- Gündüz, S. ve Korkmaz, M. Ç., 2020a, A new unit distribution based on the unbounded Johnson distribution rule: The unit Johnson SU distribution, *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 16 (3), 471-490.
- Gündüz, S. ve Korkmaz, M. Ç., 2020b, A new unit distribution based on the unbounded Johnson distribution rule: The unit Johnson SU distribution.

- Haq, M. A. u., Hashmi, S., Aidi, K., Ramos, P. L. ve Louzada, F., 2020, Unit modified Burr-III distribution: Estimation, characterizations and validation test, *Annals of Data Science*, 1-26.
- Jain, G. ve Consul, P., 1971, A generalized negative binomial distribution, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 21 (4), 501-513.
- Jodra, P. ve Jimenez-Gamero, M. D., 2020, A quantile regression model for bounded responses based on the exponential-geometric distribution, *REVSTAT-Statistical Journal*, 18 (4), 415–436-415–436.
- Korkmaz, M. Ç., Altun, E., Alizadeh, M. ve El-Morshedy, M., 2021a, The log exponential-power distribution: Properties, estimations and quantile regression model, *Mathematics*, 9 (21), 2634.
- Korkmaz, M. Ç. ve Chesneau, C., 2021, On the unit Burr-XII distribution with the quantile regression modeling and applications, *Computational and Applied Mathematics*, 40 (1), 29.
- Korkmaz, M. Ç., Chesneau, C. ve Korkmaz, Z. S., 2021b, Transmuted unit Rayleigh quantile regression model: Alternative to beta and Kumaraswamy quantile regression models, *Univ. Politeh. Buchar. Sci. Bull. Ser. Appl. Math. Phys.*, 83, 149-158.
- Korkmaz, M. Ç. ve Korkmaz, Z. S., 2023, The unit log–log distribution: a new unit distribution with alternative quantile regression modeling and educational measurements applications, *Journal of applied statistics*, 50 (4), 889-908.
- Kotz, S. ve Johnson, N. L., 1993, Process capability indices, CRC press, p.
- Kotz, S. ve Johnson, N. L., 2002, Process capability indices—a review, 1992–2000, *Journal of Quality Technology*, 34 (1), 2-19.
- Krishna, A., Maya, R., Chesneau, C. ve Irshad, M. R., 2022, The unit teissier distribution and its applications, *Mathematical and Computational Applications*, 27 (1), 12.
- Kumaraswamy, P., 1980, A generalized probability density function for double-bounded random processes, *Journal of hydrology*, 46 (1-2), 79-88.
- Macdonald, P., 1971, Comments and queries comment on “an estimation procedure for mixtures of distributions” by choi and bulgren, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 33 (2), 326-329.
- Maiti, S. S., Saha, M. ve Nanda, A. K., 2010, On generalizing process capability indices, *Quality Technology & Quantitative Management*, 7 (3), 279-300.
- Maya, R., Jodra, P., Irshad, M. ve Krishna, A., 2022, The unit Muth distribution: statistical properties and applications, *Ricerche di Matematica*, 1-24.
- Mazucheli, J., Menezes, A. F. ve Dey, S., 2018a, The unit-Birnbaum-Saunders distribution with applications, *Chilean Journal of Statistics*, 9 (1), 47-57.
- Mazucheli, J., Menezes, A. F. B. ve Dey, S., 2018b, Improved maximum-likelihood estimators for the parameters of the unit-gamma distribution, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 47 (15), 3767-3778.
- Mazucheli, J., Menezes, A. F. ve Dey, S., 2019a, Unit-Gompertz distribution with applications, *Statistica*, 79 (1), 25-43.
- Mazucheli, J., Menezes, A. F. B. ve Chakraborty, S., 2019b, On the one parameter unit-Lindley distribution and its associated regression model for proportion data, *Journal of applied statistics*, 46 (4), 700-714.
- Mazucheli, J., Menezes, A., Fernandes, L., De Oliveira, R. ve Ghitany, M., 2020, The unit-Weibull distribution as an alternative to the Kumaraswamy distribution for the modeling of quantiles conditional on covariates, *Journal of applied statistics*, 47 (6), 954-974.

- Menezes, A. F. B., Mazucheli, J. ve Dey, S., 2018, The unit-logistic distribution: Different methods of estimation, *Pesquisa Operacional*, 38, 555-578.
- Moutinho Cordeiro, G. ve dos Santos Brito, R., 2012, The beta power distribution, *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 26 (1), 88-112.
- Perakis, M. ve Xekalaki, E., 2002, A process capability index that is based on the proportion of conformance, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 72 (9), 707-718.
- Ratnaparkhl, M. V. ve Mosimann, J. E., 1990, On the normality of transformed beta and unit-gamma random variables, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 19 (10), 3833-3854.
- Sağlam, Ş. ve Karakaya, K., 2022, Unit Burr-Hatke Distribution with a new Quantile Regression Model, *Journal of Science and Arts*, 22 (3), 663-676.
- Schwarz, G., 1978, Estimating the dimension of a model, *The annals of statistics*, 461-464.
- Shaked, M. ve Shanthikumar, J. G., 2007, Stochastic orders, Springer, p.
- Swain, J. J., Venkatraman, S. ve Wilson, J. R., 1988, Least-squares estimation of distribution functions in Johnson's translation system, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 29 (4), 271-297.
- Topp, C. W. ve Leone, F. C., 1955, A family of J-shaped frequency functions, *Journal of the American Statistical Association*, 50 (269), 209-219.
- Varadhan, R., 2014, Numerical optimization in R: Beyond optim, *Journal of Statistical Software*, 60, 1-3.
- Weibull, W., 1951, A statistical distribution function of wide applicability, *Journal of applied mechanics*.