



**İZOTROP YARIM DÜZLEME OTURAN ORTOTROP
TABAKANIN SÜREKLİ TEMAS PROBLEMİ**

Mine Gül OKTAY

**Yüksek Lisans Tezi
İnşaat Mühendisliği
Ana Bilim Dalı
Doç. Dr. Erdal ÖNER
2023
(Her Hakkı Saklıdır)**

T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

**İZOTROP YARIM DÜZLEME OTURAN ORTOTROP TABAKANIN SÜREKLİ
TEMAS PROBLEMİ**

(Continuous Contact Problem of an Orthotropic Layer Resting on an Isotropic Half-Plane)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mine Gül OKTAY

Danışman: Doç. Dr. Erdal ÖNER

Bayburt
Temmuz, 2023

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Doç. Dr. Erdal ÖNER danışmanlığında, 202202016 numaralı Mine Gül OKTAY tarafından hazırlanan “*İzotrop Yarım Düzleme Oturan Ortotrop Tabakanın Sürekli Temas Problemi*” adlı bu çalışma 26/07/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Murat YAYLACI

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Erdal ÖNER

İmza:

Jüri Üyesi : Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN

İmza:

Bu tezin Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

...../...../.....

Doç. Dr. Murat KUL

Enstitü Müdürü

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “İzotrop Yarım Düzleme Oturan Ortotrop Tabakanın Sürekli Temas Problemi” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

04/07/2023

Mine Gül OKTAY

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamı bana öneren, çalışmamın her aşamasında bilgi ve deneyimlerini bana aktaran, her zaman yardımcı ve destekleyici olan, çalışmaktan onur duyduğum Sayın Doç. Dr. Erdal ÖNER'e teşekkür ederim.

Tez savunma sınavımda yer alan jüri üyeleri Sayın Prof. Dr. Murat YAYLACI'ya ve Sayın Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN'a ayrıca teşekkür ederim.

Hayatımın her aşamasında maddi ve manevi destekleri ile her zaman yanımda olan annem Fatma OKTAY, babam Prof. Dr. Erkan OKTAY ve kardeşlerim Ayşe Nur TEMTEK, Aslınur MODOĞLU ve Nuşe Nur OKTAY'a çok teşekkür ederim.

Bu çalışmanın ülkemize faydalı olmasını dilerim.



ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İZOTROP YARIM DÜZLEME OTURAN ORTOTROP TABAKANIN SÜREKLİ TEMAS PROBLEMİ

Mine Gül OKTAY

Temmuz 2023, 74 sayfa

Temas mekaniği, güvenli ve enerji tasarruflu tasarımların inşası için vazgeçilmez olan mühendislik bilimlerinin temel disiplinlerindendir ve geniş teorik, sayısal ve deneysel araştırma alanını kapsamaktadır. Bu özelliğiyle mekaniğin önemli bir dalıdır ve halen de bu önemini sürdürmektedir. Temas mekaniği özellikle konvansiyonel olarak dökme malzemelerden imal edilen tribolojik ve yük aktarma düzeneklerinde öne çıkmaktadır. Mekanikte temas problemlerinin incelenmesini, varyasyonel eşitsizliklerin formülasyonu ve çözümü ile ilişkilendirmek mümkündür. Temas mekaniği konusu, son yıllarda mekanik ve uygulamalı matematik bilimlerinde yeni ve ilginç alanların gelişmesine önemli derecede katkı sağlamıştır. Debriyajlar, frenler, yol kaplamaları, lastikler, bilyalı rulmanlar, fren diskleri, menteşeler, demiryolu balastları, temeller gibi sayısız uygulama temas problemlerinin ilgi alanına girmektedir. Bu çalışmada izotrop yarım düzlem üzerine oturan ortotrop tabakanın sürekli temasına ilişkin problem incelenmiştir. Çözümde sadece ortotrop tabakanın kütle kuvveti hesaba katılmıştır. Ortotrop tabaka rijit bir panç vasıtasıyla yüklenmiştir. Tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu varsayılmıştır. Çalışma sonucunda çeşitli boyutsuz parametrelere ve ortotrop malzeme türlerine bağlı olarak temas uzunluğu, temas gerilmesi, kritik ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükü boyutsuz olarak elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Temas problemi, kritik ayrılma uzaklığı, silindirik panç, düz panç, kritik ayrılma yükü.

ABSTRACT

MASTER THESIS

CONTINUOUS CONTACT PROBLEM OF AN ORTHOTROPIC LAYER RESTING ON AN ISOTROPIC HALF-PLANE

Mine Gül OKTAY

July 2023, 74 pages

Contact mechanics is one of the fundamental engineering sciences disciplines necessary for the development of safe and energy-saving designs, and it involves a vast field of theoretical, computational, and experimental research. Because of this quality, it is a significant subfield in mechanics that continues to be so today. Contact mechanics plays a notably important role in tribological and load transfer systems, which are often produced from bulk materials. The study of contact problems in mechanics can be related to the formulation and solution of variational inequalities. In recent years, the study of contact mechanics has greatly aided in the emergence of novel and exciting subdisciplines in the mechanical and applied mathematics sciences. Numerous applications such as clutches, brakes, pavements, tyres, ball bearings, brake discs, hinges, rail ballasts, foundations are of interest to contact problems. In this study, the continuous contact problem of an orthotropic layer resting on an isotropic half-plane is investigated. The solution only takes into consideration the body force in the orthotropic layer. A rigid punch is used to load the orthotropic layer. No friction is thought to exist between any of the surfaces. As a result, depending on various nondimensional parameters and orthotropic material types, contact length, contact stress, critical separation distance and critical separation load were obtained dimensionless.

Keywords: Contact problem, critical separation distance, cylindrical punch, flat punch, critical separation load.

İÇİNDEKİLER

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI	I
TEŞEKKÜR.....	II
ÖZ	III
ABSTRACT	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
TABLolar DİZİNİ.....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ.....	X

BİRİNCİ BÖLÜM

Genel Bilgiler	1
Giriş	1
Literatür Özeti.....	1
Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	15
Genel Denklemlerin Elde Edilmesi	16
Yer Değiştirme ve Gerilme Bileşenlerinin Ortotrop Tabaka için Elde Edilmesi	16
Kütle Kuvvetlerinin Bulunmaması Durumu.	16
Kütle Kuvvetlerinin Bulunması Durumu.	23
Yer Değiştirme ve Gerilme Bileşenlerinin İzotrop Yarım Düzlem İçin Elde Edilmesi	25

İKİNCİ BÖLÜM

Yapılan Çalışmalar.....	29
Problemin Tanımı ve Formülasyonu	29
İntegral Denklemin Sayısal Çözümü.....	39
Rijit Panç Profilinin Silindirik Olması Hali	39
Rijit Panç Profilinin Düz Olması Hali.....	40
İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Belirlenmesi	41

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular ve İrdeleme	43
Giriş	43
Sonuçlar ve Öneriler	65
Kaynakça.....	67
Öz geçmiş.....	74



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. Ortotrop Tabaka için Kullanılan Malzemelerin Elastik Özellikleri (Binienda ve Pindera, 1994).....	43
Tablo 2. Düz Panç Durumunda Çeşitli Blok Uzunluğu ve Kütle Kuvveti Değerleri için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Değişimi. (G/E_p , $\mu_2=10$, $\kappa_2=2$)	46
Tablo 3. Düz Panç Durumunda Çeşitli E_2/E_x Değerleri ve Ortotrop Malzeme Türleri için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Değişimi. ($\rho gh/E_x=10^{-6}$, $a/h=0.7$, $\kappa_2=2$)	47
Tablo 4. Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.	48
Tablo 5. Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.	49
Tablo 6. Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.	49
Tablo 7. Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.	50
Tablo 8. Silindirik Panç Durumu için Boyutsuz Panç Yarıçapının ve Dış Yükün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. (G_r/E_p (P75/934), $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$).....	54
Tablo 9. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Malzeme Türüne ve İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi. ($(P/h)/E_x=0.001$, $\kappa_2=2$, $R/h=100$)	56
Tablo 10. Silindirik Panç Durumu için Rijit Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Öner (2021) ile Karşılaştırılması.....	59
Tablo 11. Silindirik Panç Durumu için Rijit Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Çömez (2019) ile Karşılaştırılması.	60
Tablo 12. Silindirik Panç Durumunda Panç Yarıçapının İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $\rho gh/E_x=10^{-6}$, B/Al)	60
Tablo 13. Silindirik Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, $\rho gh/E_x=10^{-5}$, G/E_p)	62
Tablo 14. Silindirik Panç Durumunda Elastisite Ortotrop Malzeme Türünün İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=50$, $\rho gh/E_x=10^{-5}$).....	63

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Problemin Geometrisi (a) Düz Panç Durumu (b) Silindirik Panç Durumu.....	30
Şekil 2. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Panç Uzunluğunun Etkisi. $((P/h)/E_x=0.0025, \kappa_2=2, \mu_2=10, Gr/Ep (T300/934))$	44
Şekil 3. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Dış Yükün Etkisi. $(a/h=1, \kappa_2=2, \mu_2=10, Gr/Al)$	44
Şekil 4. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Ortotrop Malzeme Türünün Etkisi. $(\kappa_2=2, a/h=0.8, (P/h)/E_x=0.0025, E_2/E_x=0.5)$	45
Şekil 5. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına İzotrop Yarım Düzlemin Elastisite Modülünün Etkisi. $(\kappa_2=2, a/h=0.7, (P/h)/E_x=0.001, B/Al)$	45
Şekil 6. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Panç Uzunluğuna Bağlı Olarak Değişimi. $(\kappa_2=2, \mu_2=10, \rho gh/E_x=10^{-6}, Gl/Ep)$	52
Şekil 7. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Tabakanın Boyutsuzlaştırılmış Kütle Kuvvetine Bağlı Olarak Değişimi. $(\kappa_2=2, Gr/Ep (P75/934), a/h=0.6, \mu_2=10)$	52
Şekil 8. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi. $(\kappa_2=2, \rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}, a/h=1, \mu_2=10, B/Al)$	53
Şekil 9. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Malzeme Türüne Bağlı Olarak Değişimi. $(\kappa_2=2, a/h=0.9, \rho gh/E_x=10^{-6}, E_2/E_x=1)$	53
Şekil 10. Silindirik Panç Durumu için Boyutsuz Panç Yarıçapının ve Dış Yükün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. $(\kappa_2=2, \mu_2=10, Gr/Ep (P75/934))$	55
Şekil 11. Silindirik Panç Durumunda Ortotrop Malzeme Türü ve İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. $((P/h)/E_x=0.001, R/h=100, \kappa_2=2)$	55
Şekil 12. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Panç Yarıçapının Etkisi. $((P/h)/E_x=0.001, \kappa_2=2, \mu_2=10, Gr/Ep (P75/934))$	57
Şekil 13. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Dış Yükün Etkisi. $(R/h=100, \kappa_2=2, \mu_2=10, Gr/Ep (P75/934))$	57
Şekil 14. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Ortotrop Malzeme Türünün Etkisi. $(E_2/E_x=1, \kappa_2=2, E_x=144.8, (P/h)/E_x=0.002, R/h=100)$	58
Şekil 15. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün Etkisi. $(\kappa_2=2, R/h=50, (P/h)/E_x=0.005, B/Al)$	58
Şekil 16. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Değişimi. $(\kappa_2=2, \mu_2=10, \rho gh/E_x=10^{-6}, Gr/Ep (P75/934))$	61
Şekil 17. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Tabakanın	

Boyutsuzlaştırılmış Kütle Kuvvetine Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, Gr/Ep ($T300/934$))..... 61

Şekil 18. Silindirik Panç Durumu için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, $\rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}$, Gl/Ep)..... 62

Şekil 19. Silindirik Panç Durumu için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Malzeme Türüne Bağlı Olarak Değişimi. ($E_2/E_x=1$, $\kappa_2=2$, $\rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}$, $E_x=42.7$, $R/h=100$) 63



KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

h	: Ortotrop tabakanın yüksekliği
P	: Dış kuvvet
$p(x)$	: Rijit panç altındaki temas gerilmesi fonksiyonu
R	: Silindirik pançın yarıçapı
μ_2	: İzotrop yarım düzlemin kayma modülü
κ_2	: İzotrop yarım düzlemin Kolosov sabiti
FD	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu

BİRİNCİ BÖLÜM

Genel Bilgiler

Giriş

Temas mekaniği pratik mühendislik konularının çözümünde yaygın olarak kullanılması nedeniyle, uzun süredir elastisite teorisi alanında bir odak noktası olmuştur. Temas mekaniği çalışmaları triboloji alanında büyük öneme sahiptir ve çeşitli endüstriler için bileşenlerin tasarımında etkisi vardır. Bunun yanısıra temas içeren sınır değer problemleri makine mühendisliğinde, çevre ve tıbbi uygulamalar endüstrisinde de çok önemlidir. Temas problemleri inşaat mühendisliği alanında yapı birleşiminin hesaplanması, karayolları, havaalanı pistleri, demiryolları, yapı ve zemin arasındaki etkileşim ve deprem sönüm sistemlerinin tasarımı, çelik bağlantı detayı hesabı, sürtünmeye dayalı sönüm sistemlerinin tasarımında uygulanmaktadır. Yenilikçi gelişmeler ve mühendislik uygulamalarının gereksinimlerini karşılama ihtiyacı nedeniyle geleneksel malzemelerin dezavantajlarını telafi etmek için mühendisler tarafından yeni ve geliştirilmiş malzemeler araştırılmaktadır. Bu bağlamda anizotropik, monoklinik, ortotropik ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ön plana çıkmaktadır. Eğer malzemede üç dik simetri düzlemi söz konusu ise bu tür malzemelere ortotrop malzeme adı verilir. Böyle malzemeye örnek olarak ahşap ve elyaf takviyeli kompozitler verilebilir. Temas mekaniği alanının gelişmesiyle birlikte, ortotrop malzemelerin temas ve kırılma mekaniği çalışmaları, önemi ve geniş uygulama yelpazesi nedeniyle artan ilgi görmüştür.

Literatür Özeti

Temas mekaniği alanındaki ilk çalışma 1882’de Hertz tarafından gerçekleştirilmiştir. Hertz ‘Elastik Tabakaların Teması’ adlı makalesinde temas halinde olan iki elastik cismin dengesini, temas bölgesini eliptik olarak düşünerek incelemiş ve şekil değiştirmeler ile temas gerilmeleri için denklemler türetmiştir.

Chen ve Engel (1972), rijit panç ile yüklenen ve yarım düzleme oturan tabakalı sistemin temas problemini incelemişlerdir. İnceleme sonucunda ise değişik panç profilleri için panç altı temas gerilmeleri ve düşey yer değiştirmeler bulunmuştur.

Loboda ve Tauchert (1985), mesnetlenmiş yarı sonsuz ortotropik tabaka ile ortotropik sonsuz bir tabaka arasındaki gerilme durumunu incelemişlerdir. Fourier dönüşüm teknikleri

yardımla problem tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Bu çalışma sonunda farklı malzeme özellikleri ve yüklere bağlı olarak değme gerilmeleri elde edilmiştir.

Geçit (1986), elastik yarı sonsuz bir silindirin elastik yarım düzleme bastırılması sonucu oluşan aksenal simetrik temas problemini incelemiştir. Çalışmada, sürtünme dikkate alınmamış ve temas yüzeyi boyunca çekme gerilmelerinin aktarılmadığı kabulü yapılmıştır. Çalışma sonunda ise farklı malzeme ve kesit özellikleri için değme gerilmeleri ve uzunlukları nümerik olarak bulunup grafiklerle gösterilmiştir.

Birinci (1998), yaptığı çalışmada, bileşik tabakada temas ve çatlak problemini elastisite teorisini kullanarak incelemiştir. Çalışmada tüm yüzeylerin sürtünmesiz olduğu ve bileşik tabakanın basit mesnete oturtulduğu kabulü yapılmıştır. Çalışma sonunda farklı mesnet genişliği, panç yarıçapı, malzeme sabiti ve tabaka kalınlığı parametrelerine göre, ilk ayrılma uzaklıkları ve yükleri, temas gerilmeleri, çatlak yüzey yer değiştirmeleri ve çatlak uçlarında oluşan gerilme şiddeti faktörlerinin değişimi incelenmiştir.

Özşahin (2000), yaptığı çalışmada, rijit iki düz blok ile bastırılan, homojen izotrop elastikiki tabakanın süreksiz ve sürekli temas durumlarına ilişkin temas mekaniği problemlerini ele almıştır. Bu çalışma sonunda farklı malzeme özellikleri, mesnet genişliği ve mesnet açıklığı için yer değiştirme ve gerilmeler bulunmuştur.

Çakıroğlu F.L., Çakıroğlu M. ve Erdöl (2001), elastik iki tabakanın süreksiz ve sürekli temas problemlerini incelemişlerdir. Çalışmada alt tabaka yarım düzlem üzerine oturtulmuştur ve sürtünme etkileri ihmal edilmiştir. Çalışma sonunda sürekli temas durumuna ilişkin kritik yük faktörü ve kritik ayrılma uzaklığı değerleri hesaplanmıştır. Ardından süreksiz temas durumuna ilişkin ayrılmanın olduğu başlangıç-bitiş noktaları, ayrılma bölgesinin uzunluğu çeşitli parametrelere bağlı olarak belirlenmiştir.

Kahya (2003), yaptığı çalışmada, yayılı yük etkisinde ve rijit düz temel üzerine yapıştırılmış, iki sonsuz uzunluklu, elastik ve ortotrop tabakanın süreksiz ve sürekli temas problemlerini incelemiştir. Tabakaların arasında ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü, kritik ayrılma uzaklığı, kritik yükten daha büyük yük durumunda tabakalar arasında oluşan ayrılma bölgesinin uzunluğu ve çözümü gerçekleştirilen iki problem içinde tabakaların ara yüzeyindeki temas gerilme dağılımları bulunmuştur.

Güler ve Erdoğan (2004), FD bir tabaka ile kaplanmış yarı sonsuz düzlemin sürtünmeli değme problemini irdelenmişlerdir. Poisson oranının değişmediği ancak kaplamanın kayma modülünün tabaka yüksekliğince üstel fonksiyona bağlı olarak değiştiği düşünülmüştür. Hareketli rijit bir pançla beraber yatay ve düşey yükler fonksiyonel derecelendirilmiş tabakaya

iletılmıştır. Bu çalışma sonunda FD tabakalar için, çeşitli uzunluk parametreleri, malzeme homojensizlik sabitleri ve sürtünme katsayısının kritik gerilmeler üzerindeki etkisi irdelenmiştir.

El-Borgi, Abdelmoula ve Keer (2006), FD tabaka ve yarım düzlem arasındaki ayrılmalı değme problemini dış yükün yayılı yük olması durumunda incelemişlerdir. Problemde sürtünme etkileri dikkate alınmamıştır.

Kahya, Özşahin, Birinci ve Erdöl (2007), yaptıkları çalışmada, anizotropik tabaka ve yarı sonsuz uzaydan oluşan sistemin ayrılmalı değme problemini sürtünme etkilerini ihmal ederek araştırmışlardır. Çalışmada anizotropik tabakaya dış yük rijit dairesel bir blok vasıtasıyla etki ettirilmektedir. Hesaplarda kütle kuvvetlerinin olmadığı varsayılmıştır. Çalışma sonunda değme gerilmeleri ve uzunlukları çeşitli elyaf malzeme özellikleri için bulunmuştur.

Çömez (2009), yaptığı çalışmada, rijit dairesel bir panç ile bastırılan ve elastik yarım düzlem üzerindeki homojen tabakanın sürtünmeli temas problemini, integral dönüşüm teknikleri ve elastisite teorisini kullanarak analitik olarak incelemiştir. Çalışmada kütle kuvvetlerinin etkisi hesaba katılmıştır.

Elloumi, Kallel-Kamoun ve El-Borgi (2010), yaptıkları çalışmada, keyfi şekilli ve tekil yüklerle yüklenmiş bir panç ile FD yarım düzlem arasında oluşan doğrusal olmayan ve iki boyutlu kayma teması problemini irdemişlerdir. Çalışmada Poisson oranı sabit ve bu FD yarı sonsuz düzlemin, rijitlik modülü eksponansiyel fonksiyona bağlı olarak değişmektedir.

Öner (2011), yaptığı çalışmada, elastik yarı sonsuz düzlem ile homojen iki tabaka arasındaki değme problemini tabakaların kütle kuvvetlerini hesaba katarak irdlemiştir. Problemin çözümünde temas yüzeylerindeki sürtünmeler ihmal edilmiştir. Çalışmanın sonunda farklı yük, geometrik ve malzeme özelliklerine göre değme gerilmeleri ve uzunlukları, ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklıkları bulunmuştur.

Güler, Gülver ve Nart (2012), yaptıkları çalışmada, FD bir kaplama ve rijit bir silindir arasındaki sürtünmeli yuvarlanma durumunda oluşan temas problemini incelemişlerdir. Probleme ilişkin integral denklemler kaplamanın kalınlığı boyunca rijitlik modülünün eksponansiyel fonksiyona bağlı olarak değiştiği varsayılarak elde edilmiştir.

Chidlow, Chong ve Teodorescu (2013), yaptıkları çalışmada, yükün rijit bir blok vasıtasıyla etki ettiği sürtünmesiz değme problemini homojen olmayan bir malzeme için araştırmışlardır. Çalışma kapsamında kaplama kalınlığının ve malzeme homojenliğinin silindirik panç problemine etkileri hesaplanmıştır.

Abhilash ve Murthy (2014), FDM ile kaplı ve bir blok ile bastırılan yarı sonsuz düzlemin, düzlem temas problemini SEM (Sonlu Elemanlar Metodu) yardımıyla çözmüşlerdir. İlk durumda blokların rijit olduğu varsayılmış ve bu duruma ilişkin elde edilen sonuçlar literatürde bulunan çalışmalarla karşılaştırılmak suretiyle doğrulanmıştır. Bunun ardından blokların elastik olduğu kabulü yapılarak temas probleminin analizi gerçekleştirilmiş ve elde edilen bulgular irdelenmiştir.

Karabulut, Adıyaman, Öner ve Birinci (2015), yaptıkları çalışmada, rijit iki düz yüzeyle blok ile bastırılan homojen tabakanın ayrılmalı değme problemini incelemişlerdir. Söz konusu tabaka altındaki izotrop yarım düzlemin üzerinde serbestçe oturmaktadır. Çalışma sonucunda değme gerilmeleri ve uzunluklarının çeşitli parametrelere göre değişimleri sunulmuştur.

Birinci, Adıyaman, Yaylacı ve Öner (2015), yaptıkları çalışmada, yayılı yük etkisindeki izotrop iki tabakanın temas problemini analitik yöntemle ve SEM kullanarak incelemişlerdir. Problemin sürekli ve süreksiz temas durumlarını ayrı ayrı ele almışlardır. Çalışmada alt tabaka Winkler temel üzerine oturtulmuştur. Çalışma sonucunda sürekli temas durumu için tabakalar arasındaki ilk ayrılma uzaklıkları, süreksiz temas durumu için ise ayrılma bölgesinin uzunluğu ve başlangıç-bitiş noktaları çeşitli boyutsuz büyükler için belirlenmiştir. Söz konusu yöntemler ile elde edilen sonuçlar karşılaştırılmak suretiyle doğrulanmıştır.

Çömez (2015), yaptığı çalışmada, FD tabaka ve silindirik rijit panç arasındaki hareketli değme problemini incelemiştir. Panç tekil normal kuvvete maruzdur ve sınırdaki sabit bir ses altı hızla hareket etmektedir. Hem elastisite modülünün hem de yoğunluğun derinlik boyunca üstel fonksiyona bağlı olarak değiştikleri varsayılmıştır. Poisson oranı sabit olarak alınmıştır. Temas uzunluğu, temas gerilme ve normal gerilmeler için nümerik sonuçlar çalışma sonunda verilmiştir.

Kulchytsky ve Bajkowski (2015), yaptıkları çalışmada, yayılı yük etkisi altındaki FD tabaka ve yarı sonsuz uzay için 3D temas problemini analitik olarak çözümlenmiştir. Çalışmada Poisson oranının sabit olduğu ve tabakanın kayma modülünün ise yüksekliğe bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır.

Küçükücü, Güler ve Avcı (2015), yaptıkları çalışmada, derecelendirilmiş ortotrop yarım düzlem ile keyfi profile sahip rijit bir panç arasındaki iki boyutlu kayan temas problemini ele almışlardır. Ortotrop derecelendirilmiş yarım düzlem lineer elastik ve lokal olarak homojen olmayan ortotrop malzeme olarak modellenmiştir. Bu malzemenin Young modülü derinlik boyunca eksponansiyel fonksiyon olarak değişmektedir. Araştırma sonunda homojensizlik parametresinin, yarım düzlem ile panç arasındaki sürtünme katsayısının, rijitlik oranının, efektif

Poisson oranının ve kayma parametresinin gerilme dağılışına ve pançın sivri kenarlarındaki gerilme şiddet faktörlerine etkisi parametrik olarak incelenmiştir.

Nyqvist, Kadiric, Joannides ve Sayles (2015), yaptıkları çalışmada, birbirlerine temas eden ve tabakalı bir kaplaması olan cisimlerin, uyuşmayan kaba yüzeylerinin temas analizi için bir model oluşturmuşlardır. Yapılan bu model ile tam yüzey altı gerilme alanı, yüzey deformasyonları ve değme gerilme dağılışı belirlenmiştir.

Turan, Adıyaman, Kahya ve Birinci (2016), yaptıkları çalışmada, aksi simetrik statik yükleme altında FD elastik tabaka problemini irdelemişlerdir. FD elastik tabaka homojen elastik zemin üzerine oturtulmuştur. FD tabakanın kayma modülünü kalınlık boyunca üstel formda değıştiğı varsayılmıştır. Çalışma sonucunda hesaplanan yer değıştirme ve gerilmeler klasik elastisite ve sonlu eleman çözümleri ile karşılaştırılmıştır.

Karabulut (2016), yaptığı çalışmada, simetrik rijit iki düz blok ile bastırılan ve elastik yarı sonsuz düzleme oturtulan, izotrop bir tabakanın ayrılmalı temas problemini çözmüştür. Çözümde kütle kuvvetlerinin olmadığı varsayılmıştır. Sürtünme etkileri ihmal edilmiştir. Çalışma sonucunda tabaka ve yarım düzlemin malzeme özelliklerine, bloğun simetri ekseninden uzaklığına ve blok genişliğine bağlı olarak temas gerilmelerinin, temas uzunluklarının, simetri ekseninde meydana gelen normal gerilmelerin ve simetri eksenini yakınında meydana gelen kayma gerilmelerinin değışimleri sunulmuştur.

Bora (2016), izotrop iki tabaka için temas problemini elastisite teorisi ve SEM kullanarak incelemiştir. Çalışmada sürekli ve süreksiz temas durumları ayrı ayrı ele alınmıştır. Alt tabaka izotrop yarım düzlem üzerine oturtulmuştur ve sürtünmenin olmadığı kabulü yapılmıştır. Problemde dış yükler üst tabakaya iki düz blok aracılığıyla aktarılmaktadır. Çözümde sadece tabakaların kütle kuvvetleri hesaba katılmıştır. Çalışma sonunda ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü, kritik ayrılma uzaklığı, ayrılmanın meydana geldiğı başlangıç-bitiş noktaları, temas yüzeylerindeki gerilme dağılışı, normal gerilmeler ve kayma gerilmeleri, yer değıştirmeler; malzeme özellikleri, bloklar arasındaki uzaklık, blok uzunluğu ve yük oranı gibi normalize edilmiş parametrelerin değışimine bağlı olarak sunulmuştur.

Liu, Zhang, Wang ve Xing (2016), yaptıkları çalışmada, rijit silindirik ve küresel bir panç ile bastırılan FD bir tabaka için eksenel simetrik çift temas problemini araştırmışlardır. Çalışmada kayma modülü isteğe bağlı bir fonksiyona bağlı olarak değışen FD tabakayı modellemek amacıyla çok tabakalı doğrusal bir model kullanılmıştır. Elde edilen nümerik sonuçlar rijitlik oranının ve gradyan indeksinin temas uzunluğu ve temas gerilmeleri üzerindeki etkisinin son derece kayda değer olduğunu göstermiştir.

Adıyaman, Birinci, Öner ve Yaylacı (2016), yaptıkları çalışmada, FD bir tabaka için sürtünmesiz ayrılmalı düzlem temas problemini çözmüşlerdir. FD tabaka, izotrop iki çeyrek düzlem üzerine oturtulmuştur. Derecelendirilmiş tabaka sabit Poisson oranına sahip ve rijitlik modülü eksponansiyel şekilde değişen homojen olmayan bir ortam olarak modellenmiştir. Problem integral dönüşüm tekniği kullanılarak temas gerilmenin ve yarı temas uzunluğunun bilinmeyen olduğu Cauchy tipi singüler integral denkleme dönüştürülmüştür. Elde edilen bu integral denklem nümerik olarak çözülmüştür. Malzeme homojensizlik parametresinin temas gerilmene ve temas uzunluğuna etkisi tartışılmıştır.

Talezadehlari, Nikbakht, Sadighi ve Zucchelli (2016), yaptıkları çalışmada, sürtünmeli iki boyutlu temas problemini FD kaplamalı alt tabaka sisteminde bir yüzey çatlağının var olması durumunda rijit dairesel ve düz pançlar için ele almışlardır. Temas gerilmelerini ve kırılma parametrelerini belirlemek için sonlu farkları esas alan hesaplamalı bir metod geliştirmişlerdir. Çalışma sonunda malzeme homojensizliğinin, FD kaplama tabakasının kalınlığının, panç boyutunun ve sürtünme katsayısının etkisi irdelenmiştir.

Öner (2017), yaptığı çalışmada, FD bir tabakanın sürekli-sürekli değme problemlerini ele almıştır. Çalışmada FD tabaka rijit bir blok aracılığıyla yüklenmiştir ve izotrop yarım düzleme oturmaktadır. Rijit blok profili için silindirik ve düz yüzeyli blok durumları ayrı ayrı ele alınmıştır. Sürtünme etkileri ihmal edilmiştir. Çalışma sonucunda çeşitli boyutsuz parametrelere bağlı olarak temas gerilmeleri, ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığı, ayrılmanın başlangıç-bitiş noktalarının simetri eksenine uzaklıkları, ayrılan bölgenin uzunluğu ve yer değiştirme değerleri boyutsuz olarak elde edilmiştir.

Yan ve Mi (2017), izotrop yarım düzlem ve FDM kaplamalı elastik tabaka için ayrılmalı temas problemini araştırmışlardır. Problem her iki ara yüzdeki temasın sürtünmesiz olduğu, üç malzemenin farklı kayma modülüne sahip olduğu ve FD kaplamanın rijitlik modülünün eksponansiyel olarak değiştiği varsayımları altında çözülmüştür. Çalışma sonucunda, sert ve kalın bir kaplama durumunda tabaka-alt tabaka ara yüzeyinde ayrılmalı temas için büyük basınç düşüşünün elde edilebileceği gösterilmiştir.

Adıyaman, Öner ve Birinci (2017), yaptıkları çalışmada, rijit temele oturan FD bir tabaka için değme probleminin analizini gerçekleştirmişlerdir. İlk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü ve temas gerilmeleri çeşitli malzeme özellikleri ve yükler için araştırılmıştır. Sürekli temas durumunda tekil bir integral denklem elde edilmiştir. Bu denklemin nümerik çözümünde iteratif bir yöntem kullanılmıştır. Ayrılma mesafesi ve FD tabaka-rijit temel arasındaki temas gerilmeleri çeşitli malzeme özellikleri ve yükler için araştırılmıştır.

Güler, Küçükücü, Yılmaz ve Yıldırım (2017), yaptıkları çalışmada, FD ortotrop bir ortam üzerinde bulunan silindirik bir pançın düzlem sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Değme gerilmelerini hesaplamak için hem hesaplamalı hem de analitik metodlar geliştirmişlerdir. Analitik formülasyonda düzlem elastisite ve Fourier dönüşüm tekniklerinden yararlanmışlardır. Hesaplamalı metotta ise her bir sonlu elemanın elastisite modülü önceden tanımlanmış fonksiyonel değişim kullanılarak ağırlık merkezinde belirtilmiştir.

El Borgi ve Çömez (2017), FD tabaka ve homojen alt tabaka arasındaki ayrılmalı sürtünmeli temas problemini araştırmışlardır. FD tabaka ve homojen alt tabaka birbirlerine rijit bir blok ile bastırılmaktadır. Derecelendirilmiş tabakayı modellemek için homojen olmayan izotropik gerilme-şekil değiştirme yasası kullanılmıştır. Derecelendirilmiş tabakanın homojensizlik parametresinin, sürtünme katsayısının ve blok profilinin yarıçapının, değme bölgesinin uzunluğuna ve değme gerilmelerine etkisi araştırma sonucunda irdelenmiştir.

Çömez (2017), yaptığı çalışmada, rijit silindirik panç ve elastik tabaka için sürtünmeli hareketli temas problemini çözmüştür. Panç, tekil normal kuvvete ve teğetsel kuvvete maruzdur. Sınırdaki sabit bir ses altı hızıyla sabit bir şekilde hareket etmektedir. Çalışmada elde edilen ikinci tip tekil integral denklemin nümerik çözümü Gauss-Jacobi integrasyon formülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Temas gerilme ve temas alanı için bulgular çalışma sonunda sunulmuştur.

Patra, Barik ve Chaudhuri (2017), rijit bir blok ile piezoelektrik tabaka arasındaki değme problemini incelemişlerdir. Rijit bloğun üzerine uygulanan bir yük vasıtasıyla elastik tabakaya bastırıldığı varsayılmıştır. Tabaka rijit bir zemin üzerine oturmaktadır ve rijit panç girinti miktarına kıyasla yeterince kalındır. Çalışma sonucunda çeşitli parametrelere bağlı olarak elektriksel yer değiştirmeler ve tabaka yüzeyindeki gerilmeler elde edilmiştir.

Adalı (2018), yaptığı çalışmada, elastik cisimlerin düzlem temas probleminin analizini SEM kullanarak gerçekleştirmiştir. Çalışma kapsamında sürtünmenin olmaması durumunda temas mekaniği analizinde Lagrange çarpanları yönteminin kullanımı hakkında bilgi verilmiş ve çeşitli elemanların formülasyonu sunulmuştur. Söz konusu elemanlar ile örnek bir temas problemi analizi gerçekleştirilmiştir.

Yılmaz, Çömez, Yıldırım, Güler ve El-Borgi (2018), rijit bir blok ile bastırılan iki FD tabaka için ayrılmalı temas problemini sürtünme etkilerini dikkate alarak incelemişlerdir. Panç hem normal hem de teğetsel yüklere maruzdur ve böylece üst tabaka ile sürtünmeli temasa neden olmaktadır. Tabakalar arasındaki temas da sürtünmelidir. Alt tabaka sabitlenmiştir.

Problemın çözümünde hem analitik yöntem hem de SEM kullanılmıştır. Temas gerilmelerinin ve temas uzunluklarının malzeme gradasyonuna, sürtünme katsayısına ve tabaka yüksekliklerine bağılı olarak değışimleri çalışma sonunda sunulmuştur.

Su, Ke, El-Borgi, Xiang ve Wang (2018), yaptıkları çalışmada, FD piezoelektrik kaplamalı yarım düzlem ve rijit iletken silindirik panç arasındaki kayan sürtünmeli temas problemini çözmek için efektif bir metod sunmuşlardır. FD piezoelektrik malzemelerin elektromekanik özellikleri üstel bir fonksiyon biçiminde kalınlık yönü boyunca konuma bağılıdır. Çalışma sonunda yüzey elektromekanik alanların sürtünme katsayısına ve gradyan indeksine bağılı olarak değışimleri verilmiştir.

Liu, Yan ve Mi (2018), yaptıkları çalışmada, homojen bir yarısı sonsuz bir düzlem ile homojen olmayan şekilde kaplanmış bir elastik tabakadan oluşan bir kompozit plaka arasındaki ayrılmalı temas problemini incelemişlerdir. Kaplamanın elastisite modülünün homojensizliği kalınlık boyunca üstel bir fonksiyonla yaklaşık olarak hesaplanmıştır. Temas gerilmelerini ve temas uzunluklarını belirlemek için hem yarısı analitik yöntem kullanılmıştır hem de sonlu elemanlar analizi uygulanmıştır. Yarı-analitik yöntemle elde edilen sonuçlar literatür sonuçlarına ve sonlu eleman modellemesine karşı başarı ile doğrulanmıştır.

Alinia, Hosseini-nasab ve Güler (2018), yaptıkları çalışmada, ortotropik kaplama/alt tabaka sisteminin kayan değme problemini ele almışlardır. Alt tabaka/kaplama sistemi rijit düz veya silindirik bir panç ile bastırılmaktadır. Ortotrop kaplama için asal malzeme doğrultularının temas yüzeyine paralel ve dik olduğu varsayılmıştır. Çalışma sonunda sürtünme katsayısının, malzeme ortotropi parametrelerinin, kaplama kalınlığının ve bağılı rijitliğin ortotrop kaplama yüzeyindeki gerilme dağılışına etkisi tartışılmıştır.

Polat, Kaya ve Özşahin (2018), izotrop yarısı sonsuz düzlem üzerindeki FD tabakanın sürekli temas problemini çözmüşlerdir. FD tabaka iki farklı blok aracılığıyla yüklenmiştir. Problemın çözümünde elastisite teorisinden ve integral dönüşüm tekniklerinden yararlanılmıştır. Bloklar arasındaki mesafenin, rijitlik ve yoğunluk parametrelerinin temas yüzeylerindeki gerilme dağılışına ve FD tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükü ve uzunluğuna etkisi çalışma sonunda sunulmuştur.

Balci ve Dağ (2019), rijit silindirik hareketli bir panç ve bir FD kaplama arasındaki dinamik sürtünmeli temas mekaniğini araştırmak için geliştirilen analitik bir metod sunmuşlardır. Elastodinamiğin temel kısmi diferansiyel denklemleri Galilean ve Fourier dönüşümleri uygulanarak analitik olarak çözülmüştür. Ara yüzey sürekliliği ve sınır şartları yazılmış ve temas problemi bir tekil integral denkleme (ikinci tip) indirgenmiştir. Panç hızının,

sürtünme katsayısının, malzeme homojensizliğinin ve geometrik parametrelerin temas gerilmelerine etkisi incelenmiştir.

Yılmaz, Çömez, Güler ve Yıldırım (2019), yaptıkları çalışmada, homojen ortotrop kaplama tabakası ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas problemini araştırmışlardır. Rijit panç alt yüzeyi homojen izotrop yarım düzleme yapıştırılmış olan ortotrop kaplama üzerinde kaymaktadır. Ele alınan temas probleminin analizi analitik ve SEM olmak üzere iki farklı metod ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda, temas gerilmelerine ve temas uzunluklarına kayma yüzeyleri arasındaki sürtünme katsayısının, ortotrop/izotrop malzeme özelliklerinin ve geometrik özelliklerin etkisi sunulmuştur.

Lopes ve Hills (2019), bir tekil kuvvet ile bir yarım düzleme bastırılan yarı sonsuz tabakanın sürtünmeli eksenel simetrik ayrılmalı temas probleminin çözümünü irdelenmiştir. Tabakanın yüzeyleri ve yarım düzlem arasındaki sürtünme davranışı Coulomb sürtünmesiyle modellenmiştir. Problem tamamen ara yüzeyler arasındaki sürtünme katsayısı ile karakterize edilmiştir. Çalışma sonucunda ara yüzey çekme gerilmelerinin dış yük ile orantılı olduğu gösterilmiştir. Temas alanının ise bundan bağımsız olduğu vurgulanmıştır.

Yıldırım, Yılmaz, Çömez ve Güler (2019), yaptıkları çalışmada, bir ortotrop ve bir izotrop tabakadan oluşan sistemin ayrılmalı değme problemini ele almışlardır. Ortotrop tabaka rijit ve silindirik olan bir panç aracılığıyla bastırılmaktadır. Düzlem şekil değiştirme kayma şartları dikkate alınarak temel denklemler, Fourier integral dönüşüm tekniği kullanılarak analitik olarak bulunmuştur. Daha sonra ortaya çıkan tekil integral denklemler bir iteratif yöntem kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Çalışmada, analitik formülasyonun güvenilirliğini ve doğruluğunu kontrol etmek, ortaya çıkan gerilme dağılımlarını ve temas uzunluklarını karşılaştırmak için sonlu elemanlar yöntemi de uygulanmıştır.

Abanoz (2018), yaptığı çalışmada, rijit temele mesnetlenmiş FD tabakanın değme problemini sürtünmeyi ihmal ederek incelemiştir. Çözümde tabakanın kütle kuvveti ihmal edilmiştir. Çalışma sonucunda, değme gerilmelerine ve uzunluklarına yük oranı, panç yarıçapı ve rijitlik parametresinin etkisi elde edilmiştir.

Yaylacı, Terzi ve Avcar (2019), izotrop yarım düzlem üzerindeki birbirine yapışık iki tabakanın simetrik temas probleminin nümerik analizini gerçekleştirmişlerdir. Bu kapsamda ANSYS ve ABAQUS paket programları kullanılmıştır. Oluşturulan modelin ve elde edilen sonuçların doğruluğunu kanıtlamak için literatürdeki analitik sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır. Çalışma sonunda çeşitli normalize edilmiş parametrelere bağlı olarak kayma gerilmeleri ve normal gerilmeler belirlenmiştir.

Yaylı (2019) tarafından yapılan çalışmada, FD bir tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki ayrılmalı temas problemi simetrik iki yayılı yükün etkimesi durumunda incelenmiştir. Çalışmada sürtünme etkileri ihmal edilmiştir. Temas uzunlukları ve temas gerilme dağılımlarına yük genişliği ve rijitliği kontrol eden homojensizlik parametresinin etkisini göstermek amacıyla parametrik bir çalışma gerçekleştirilmiştir.

Polat (2019) tarafından yapılan çalışmada, birbirine yapışık olmayan yarım uzay ve FD tabaka için süreksiz ve sürekli değme problemlerinin çözümü gerçekleştirilmiştir. Dış yükün FD tabakaya etki etmesi için iki adet rijit düz blok kullanılmıştır. Çalışmada FD tabakanın kütle kuvveti hesaba katılmıştır. Çözümde analitik yöntem yanında SEM de kullanılmıştır. Elde edilen bulgular incelendiğinde her iki yöntem sonuçlarının uyumunun mükemmel olduğu gözlemlenmiştir.

Wu T, Wu J. ve Zhang (2019), yaptıkları çalışmada, rijit düz bir tabaka üzerine oturan sıkıştırılabilir elastik ince bir şerite küresel bir panç etkimesi sonucunda ortaya çıkan temas problemini incelemek için Kerr tipi modele dayalı analitik bir yöntem önermişlerdir. Şerit ve tabaka arasındaki ara yüzey sürtünmesiz veya sonsuz pürüzlü olarak varsayılmıştır. Çalışma sonucunda baskı kuvveti, derinlik ve yarıçap arasındaki çeşitli analitik ilişkiler enerji metodu uygulanarak elde edilmiştir.

Eyüboğlu (2019) tarafından yapılan çalışmada, biri FD izotrop diğeri homojen izotrop olan iki tabaka arasındaki ayrılmalı temas problemi incelenmiştir. FD olan üst tabakaya tekil yük rijit silindirik bir blok aracılığıyla etki etmektedir. Homojen izotrop olan alt tabaka ise Winkler zemin üzerine oturmaktadır. Araştırmacı tarafından malzeme özelliklerinin, tabaka yüksekliklerinin, Winkler zemin özelliklerinin ve blok yarıçapının temas gerilmelerine ve temas uzunluklarına etkisi çalışma sonunda verilmiştir.

Adıyaman (2019) tarafından yapılan çalışmada, kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği tabakalardan oluşan sistemlerin sürtünmesiz temas problemlerinin çözümünü esas alan bir program Matlab kullanılarak geliştirilmiştir. Oluşturulan program ile belirlenen sınırlar içindeki bahsi geçen tabakalı sistemler modellenmek suretiyle çözülebilmektedir.

Çömez (2019) tarafından yapılan çalışmada, rijit bir alt katman üzerindeki FD tabakanın süreksiz ve sürekli değme problemleri için temel formülasyon süperpozisyon tekniği kullanılmadan elde edilmiştir. Yer değiştirmeler ve gerilmeler için genel ifadeler elastisite teorisi ve Fourier integral dönüşümleri kullanılarak kütle kuvvetlerinin var olması durumunda çıkarılmıştır. Çalışma sonucunda kritik yük faktörü, kritik ayrılma uzaklığı, süreksiz temas

halinde ayrılma bölgesi, panç altındaki temas genişliği, temas yüzeyleri arasındaki gerilme dağılımları için nümerik sonuçlar verilmiştir.

Çömez, El-Borgi ve Yıldırım (2020), yaptıkları çalışmada, homojen kaplamalı yarı sonsuz uzay üzerindeki FD tabaka için sürtünmeli ayrılmalı temas problemini incelemişlerdir. Sistem rijit silindirik bir panç ile bastırılmaktadır. Üst derecelendirilmiş tabakanın kayma modülünün derinlik doğrultusunda üstel olarak değiştiği varsayılmıştır. Çalışma sonunda malzeme homojensizlik parametresi, sürtünme katsayısı, panç yarıçapı, uygulanan yük, homojen tabakanın kalınlığı, homojen tabakanın kayma modülü ve homojen yarım düzlemin kayma modülü gibi çeşitli parametrelerin üst ve alt temas gerilmelerine etkisi sunulmuştur.

Çömez ve Güler (2020), yaptıkları çalışmada, izotrop yarım düzleme bağlanmış ve kayan rijit silindirik bir pançın etkisi altındaki ortotrop bir tabakanın sürtünmeli hareketli temas mekaniği analizini gerçekleştirmişlerdir. Galilean ve Fourier dönüşümü kullanılarak değme gerilmesinin ve genişliğinin bilinmeyenler olduğu bir tekil integral denklem elde edilmiştir. Söz konusu denklemin çözümü Gauss-Jacobi formülü yardımıyla nümerik olarak gerçekleştirilmiştir. Değme gerilmeleri ve genişlikleri için sayısal sonuçlar verilmiştir.

Çömez (2020) tarafından yapılan çalışmada, rijit temele bağlanmış FD monoklinik bir tabakanın sürtünmeli temas problemi lineer elastisite teorisi kullanılarak araştırılmıştır. FD monoklinik tabaka hem normal hem de teğetsel tekil yükü ileten panç vasıtasıyla yüklenmiştir. Çalışmada pançın profili silindirik olarak ele alınmıştır ve elastik rijitlik katsayılarının tabakanın kalınlığı doğrultusunda eksponansiyel olarak değiştiği varsayılmıştır. Lif açısının, malzeme homojensizliğinin, sürtünme katsayısının, panç yarıçapının, malzeme tipinin ve dış yükün temas genişliğine ve temas gerilmene etkisi çalışma sonunda verilmiştir.

Şengül Şabano (2020), yaptığı çalışmada, homojen yarım düzlem ve iki FD tabakadan oluşan bir ortamda ayrılmalı değme problemini elastisite teorisi esasına göre ele almıştır. Tabakalı sistem yayılı yük ile yüklenmiştir. Yayılı yük genişliğinin, FD tabakaların kayma modüllerinin değişimini kontrol eden homojensizlik parametrelerinin, tabaka yükseklikleri oranının değme gerilmelerine ve uzunluklarına etkisi ortaya konulmuştur.

Kaya (2020), yaptığı çalışmada, biri FD diğeri homojen iki tabakadan oluşan sistemin süreksiz ve sürekli değme probleminin analizini gerçekleştirmiştir. Bu tabakalı sistem iki rijit düz blok aracılığıyla yüklenmiştir ve rijit temele oturmaktadır. Problemin çözümünde analitik yöntemin yanı sıra sonlu elemanlar yöntemi de kullanılmıştır.

Arslan (2020) tarafından yapılan çalışmada, keyfi olarak şekillendirilmiş rijit panç ve çift doğrultuda FD yarım düzlem arasındaki kayan sürtünmeli temas problemi için analitik ve

hesaplamalı çözümler sunulmuştur. Çözümlerde düzlem şekil değiştirme hali dikkate alınmıştır. Çalışma sonucunda İzotrop bir malzemede çift yönlü bir derecelendirme uygulanarak temas davranışlarının etkili bir şekilde kontrol edilebildiği gözlemlenmiştir.

Çömez, Güler ve El-Borgi (2020), yaptıkları çalışmada, homojen bir tabaka ile elektriksel olarak iletken bir rijit düz blok arasında oluşan teması süreksiz ve sürekli durumlar için incelemiştir. Çalışmada tabakanın kütle kuvveti hesaba katılmıştır. Tabaka, bağlantı olmaksızın rijit alt katman üzerinde uzanmaktadır. Bu çalışma kütle kuvvetinin mevcut olması durumunda piezoelektrik malzemelerin temas problemini inceleyen ilk çalışmadır.

Yan ve Mi (2020), FD kaplama ile güçlendirilmiş yarım düzlem ve homojen elastik tabaka arasındaki ayrılmalı temas probleminin analizini gerçekleştirmişlerdir. Çok tabakalı yapı dış bükey profilli rijit bir blok ile bastırılmaktadır. Çift temas probleminin temel denklemleri ve karışık sınır şartları bir çift tekil integral denkleme dönüştürülmüştür. Çalışmaya ilişkin sayısal sonuçlar, FD malzemelerin kaplamalar veya geçiş katmanları olarak tanıtılması suretiyle çok tabakalı yapıların optimize edilmesi olasılığını ortaya koymuştur.

Chenxi ve Shenghu (2021), yaptıkları çalışmada, rijit katman üzerine oturan termoelektrik tabakanın sürekli temas problemini incelemiştir. Tabaka rijit bir panç vasıtasıyla yüklenmiştir. Termoelektrik tabakanın kütle kuvveti dikkate alınarak tabaka ile rijit katman arasındaki gerilme dağılımının modeli oluşturulmuştur. Elde edilen sonuçlar, daha büyük panç genişliğinin ve termoelektrik tabakanın kütle kuvvetinin termoelektrik tabakayı rijit alt katmandan ayırmayı zorlaştırdığını göstermiştir.

Çömez (2021) tarafından yapılan çalışmada, homojen tabaka ve rijit silindirik panç arasındaki düzlem termoelastik ayrılmalı çift temas problemi araştırılmıştır. Sürtünmeli rijit yalıtımlı panç tabaka üzerinde sabit bir hızla kaymaktadır ve sürtünmeden dolayı ısı akışı ortaya çıkmaktadır. Çalışma sonunda sürtünme katsayısının, termoelastik parametrelerin, panç yarıçapının ve dış yükün temas gerilmesine ve genişliğine etkisi detaylı olarak tartışılmıştır.

Polat (2021), izotrop yarım düzlem üzerindeki FD tabaka için sürekli temas problemini çözmüştür. Çözümde SEM'den yararlanılmıştır. FD tabaka rijit düz bir panç ile bastırılmaktadır. Hem pançın hem de tabakanın, yoğunluğunun ve kayma modülünün eksponansiyel olarak değiştiği kabulü yapılmıştır. FD malzemelerin analizi ANSYS programına eklenen özel bir makro ile gerçekleştirilmiştir. Homojensizlik parametrelerine göre FD panç-FD tabaka arasındaki temas analizinden elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

Karabulut (2021), tarafından yapılan çalışmada, homojen izotrop tabaka ve FD ortotrop tabakadan oluşan sistemin süreksiz ve sürekli temasına ilişkin temas mekaniği problemleri

incelenmiştir. Homojen izotrop tabaka alttan rijit düzleme bağlanmıştır. Sisteme dış yük rijit bir panç aracılığıyla etki etmektedir. Temas problemlerinin çözümünde analitik yöntem ve SEM kullanılmış, her iki yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Huang, Ding, Zhang ve Li (2021), tek boyutlu altıgen piezoelektrik yarı kristal tabakanın sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Söz konusu tabaka için frekans davranış fonksiyonları genel çözümlere ve sınır şartlarına çift Fourier integral dönüşümleri uygulanarak analitik olarak türetilmiştir. Tabaka kalınlığının, malzeme parametrelerinin ve yükleme koşullarının temas davranışı üzerindeki etkilerini ortaya çıkarmak için sayısal sonuçlar verilmiştir.

Yaylacı, Eyüboğlu, Adıyaman, Uzun Yaylacı, Öner ve Birinci (2021), yaptıkları çalışmada, rijit silindirik panç ile bastırılan FD tabaka ve homojen izotrop tabaka arasındaki ayrılmalı temas problemini ele almışlardır. Bu tabakalı sistem Winkler temel üzerine oturmaktadır. Problemin çözümünde analitik yöntem, sonlu elemanlar yöntemi ve yapay sinir ağları yöntemi kullanılmıştır.

Yılmaz, Sabuncuoğlu ve Yıldırım (2021), yaptıkları çalışmada, lamine cam elyaf kompozitler ve rijit silindir arasındaki sürtünmeli kayma teması nedeniyle oluşan gerilmeleri araştırmışlardır. Cholesky ayrıştırmasına, Fourier dönüşümlerine ve tekil integral denkleme dayanan yeni bir analitik formülasyon gerilme ve yer değiştirmeleri belirlemek için sunulmuştur. Çalışmada sunulan sonuçların çeşitli temas koşulları altında lamine kompozitlerin yapısal tasarımı için faydalı olabileceği vurgulanmıştır.

Yaylacı, Adıyaman, Öner ve Birinci (2021), yaptıkları çalışmada FD tabaka ve izotrop yarım düzlemden oluşan ortamda süreksiz ve sürekli değme problemlerinin çözümü analitik yöntem ve SEM kullanarak gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada sürtünme etkileri dikkate alınmamıştır. Çözümde sadece FD tabakanın kütle kuvveti hesaba katılmıştır. İlk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü, kritik ayrılma uzaklığı ve temas gerilme yayılışları için nümerik sonuçlar çalışma sonunda verilmiştir. Analitik yöntem ve SEM sonuçlarının birbiriyle oldukça uyumlu oldukları görülmüştür.

Benkhira, Fakhar ve Mandyly (2021), bir piezoelektrik cisim ile elektriksel olarak iletken bir temel arasındaki sürtünmeli temas problemini tanımlayan matematiksel bir model ele almışlardır. Temas, Coulomb yasasının kaymaya ve düzenli elektriksel iletkenlik koşuluna bağlı olduğu Signorini koşullarıyla modellenmiştir. Problemi sayısal olarak çözmek için ardışık bir iterasyon tekniği önerilmiş ve yakınsaması sağlanmıştır. Temel iletkenliğinin iteratif süreç

üzerindeki etkisini incelemek amacıyla düzlemsel test problemlerinin sayısal deneyleri gerçekleştirilmiştir.

Yaylacı, Abanoz, Uzun Yaylacı, Ölmez, Sekban ve Birinci (2022), yaptıkları çalışmada, yükün iletilmesini sağlayan panç ile rijit temele bağlı FD tabaka arasındaki sürtünmesiz değme problemini ele almışlardır. Bu problemin analizi karşılaştırmalı olarak analitik yöntem, SEM ve çok katmanlı algılayıcı ile gerçekleştirilmiştir. Problemin sonlu eleman analizi iki boyutlu modelleme tekniği ile ANSYS bilgisayar programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Çömez (2022) tarafından yapılan çalışmada, derecelendirilmiş monoklinik bir tabaka üzerindeki rijit düz ve silindirik pançın hareketli temas problemi lineer elastisite teorisine dayalı olarak ele alınmıştır. Panç normal ve teğetsel kuvvetlere maruzdur ve sınırda sabit bir hızla sabit bir şekilde hareket etmektedir. Tabaka ve panç arasındaki sürtünme dikkate alınmıştır. Hareket hızının, lif açısının, malzeme homojensizliğinin, sürtünme katsayısının, panç yarıçapının, panç uzunluğunun ve dış yükün temas gerilmelerine etkisi incelenmiştir.

Çömez (2022) tarafından yapılan çalışmada, harmonik düşey bir kuvvet ileten rijit düz bir panç ile girintili ortotrop viskoelastik kaplamalı yarım düzlemin dinamik temas davranışını incelemek için analitik bir yöntem sunulmuştur. Dinamik temas probleminin sınır şartları yardımıyla integral denklem elde edilmiştir ve söz konusu denklemin nümerik çözümünde Gauss-Chebyshev integrasyon formüllerinden yararlanılmıştır.

Polat ve Kaya (2022), yaptıkları çalışmada, rijit düzleme oturan iki FD tabakanın sürtünmesiz temas problemini SEM kullanarak incelemişlerdir. İki FD tabakadan oluşan sistem iki düz blok aracılığıyla yüklenmiştir. ANSYS paket programına eklenen özel bir makro kullanılarak problemin 2D sonlu eleman analizi yapılmıştır. Literatürde analitik çözümü olmayan bu çalışmanın çözümü SEM ile sunulmuştur. Çalışma sonucunda analitik olarak karmaşık ve uzun problemlerin bu yöntemle çok kısa sürede çözülebileceği vurgulanmıştır.

Sui, Wang ve Zhang (2022), yaptıkları çalışmada, elektromanyetik alanlar altında manyeto-elektro-elastik bir malzeme ile mükemmel şekilde iletken rijit küresel bir panç arasındaki üç boyutlu sürtünmeli temas problemini incelemişlerdir. Önerilen model hem analitik çözümler hem de SEM ile doğrulanmıştır. Elektromanyetik alanların, temas performansı ve elektromanyetik çıktı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Elektrik ve manyetik yüklerin yüzey yoğunluğu veya toplam miktarı uygulanarak iki tip elektrik ve manyetik yük dikkate alınmıştır.

Julia ve Rodriguez-Tembleque (2022) tarafından ortotrop sürtünme teması ve aşınma koşulları altında üç boyutlu katılarda yüzey altı gerilmelerinin gelişimini incelemek için

hesaplamalı bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Formülasyon etki katsayıları metodolojisine dayanmaktadır. Önerilen metodoloji çeşitli kıyaslama problemleri çözülerek doğrulanmıştır ve yüzey altı gerilme dağılımının nasıl olduğunu analiz etmek için uygulanmıştır.

Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada; dış yükün rijit bir panç vasıtasıyla etki ettirildiği ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlemin temas problemi elastisite teorisi yardımıyla incelenmiştir. Bütün yüzeyler sürtünmesiz kabul edilmiştir. Ortotrop tabakanın kütle kuvveti dikkate alınmış olup izotrop yarım düzlemin kütle kuvvetinin olmadığı varsayılmıştır.

İlk bölümde; temas problemleri ile ilgili genel bilgiler verilir, akabinde konuyla alakalı literatür özeti sunulmuştur. Bunun yanında, elastisite teorisi ve integral dönüşüm teknikleri yardımıyla yer değiştirme ve gerilme ifadeleri ortotrop tabaka ve izotrop yarım düzlem için elde edilmiştir.

İkinci bölümde; ele alınan problemin geometrisi hakkında bilgi verilmiştir. Problemin sınır şartları, yer değiştirme ve gerilme ifadelerine uygulanıp altı bilinmeyenli altı cebrik denklem bulunmuştur. Bulunan bu denklemlerin çözülmesi suretiyle yer değiştirme ve gerilme ifadelerinde geçen bilinmeyen katsayılar panç altındaki temas gerilme fonksiyonu cinsinden elde edilmiştir. Daha sonra karışık sınır şartı kullanılması suretiyle tekil integral denklem elde edilmiştir. Ortaya çıkan bu tekil integral denklemin sayısal çözümü düz ve silindirik panç profilleri için ayrı ayrı gerçekleştirilmiştir. Bunun sonucunda panç altındaki temas uzunlukları, temas gerilme dağılımları ve ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasında ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükü ve uzaklığı bulunmuştur.

Üçüncü bölümde; düz ve silindirik panç profilleri için panç altındaki temas gerilme dağılımlarına, panç ile ortotrop tabaka arasındaki temas uzunluğuna ve ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme dağılımlarına; panç uzunluğu, dış yük, ortotrop malzeme türü, panç yarıçapı ve izotrop yarım düzlemin elastisite modülü parametrelerinin etkisi incelenmiştir. Ayrıca ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasında ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yüküne ve kritik ayrılma uzaklığına panç uzunluğunun, ortotrop tabakanın kütle kuvvetinin, izotrop yarım düzlemin elastisite modülünün ve kullanılan ortotrop malzeme türünün etkisi araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar ele alınan bu çalışmanın özel halleri olan literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Genel Denklemlerin Elde Edilmesi

Yer Değiştirme ve Gerilme Bileşenlerinin Ortotrop Tabaka için Elde Edilmesi

Kütle kuvvetlerinin bulunmaması durumu.

Düzlem halde kütle kuvvetlerinin mevcut olmaması durumunda denge denklemleri,

$$\frac{\partial \sigma_{1xh}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1xyh}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{1xzh}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{1xyh}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{1yh}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{1yzh}}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tau_{1xzh}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1yzh}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{1zh}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

olarak yazılabilir. (1-3) denklemlerinde geçen 1 ve h indisleri sırası ile ortotrop tabakayı ve ortotrop tabakanın kütle kuvvetinin hesaba katılmaması durumunu göstermektedir.

Şekil değiştirmeleri yer değiştirmelere bağlayan bağıntılar ise aşağıdaki gibidir:

$$\varepsilon_{1xh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial x} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{1yh} = \frac{\partial v_{1h}}{\partial y} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{1zh} = \frac{\partial w_{1h}}{\partial z} \quad (6)$$

$$\gamma_{1xyh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial y} + \frac{\partial v_{1h}}{\partial x} \quad (7)$$

$$\gamma_{1xzh} = \frac{\partial u_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial x} \quad (8)$$

$$\gamma_{1yzh} = \frac{\partial v_{1h}}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}}{\partial y} \quad (9)$$

Burada u , v ve w sırasıyla x , y , z eksenleri doğrultularındaki yer değiştirme alanlarını göstermektedirler. Gerilme-şekil değiştirme bağıntıları matris formda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{\sigma_{1h}\} = [C] \{\varepsilon_{1h}\} \quad (10)$$

Burada $\{\sigma_{1h}\}$ ve $\{\varepsilon_{1h}\}$ sırasıyla gerilme ve şekil değıştirme vektörleri olup aşığıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\{\sigma_{1h}\} = \{\sigma_{1xh} \quad \sigma_{1yh} \quad \sigma_{1zh} \quad \tau_{1yzh} \quad \tau_{1xzh} \quad \tau_{1xyh}\} \quad (11)$$

$$\{\varepsilon_{1h}\} = \{\varepsilon_{1xh} \quad \varepsilon_{1yh} \quad \varepsilon_{1zh} \quad \gamma_{1yzh} \quad \gamma_{1xzh} \quad \gamma_{1xyh}\} \quad (12)$$

(10) nolu ifadede geçen $[C]$ elastik sabitler matrisidir ve simetriktir. Ortotrop malzemelerin birbirine dik üç simetri eksenı vardır. Bu eksenlerin problemin yükleme hali için seçilen (x,y,z) koordinat eksenlerine paralel olması durumunda $[C]$ matrisi aşığıdaki gibi yazılabilir:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Yukarıda verilen $[C]$ matrisinin elemanları aşığıdaki gibidir:

$$C_{11} = \frac{(1 - \nu_{yz}\nu_{zy})E_x}{\Delta_C} \quad (14a)$$

$$C_{12} = \frac{(\nu_{yx} + \nu_{yz}\nu_{zx})E_x}{\Delta_C} \quad (14b)$$

$$C_{13} = \frac{(\nu_{zx} + \nu_{yx}\nu_{zy})E_x}{\Delta_C} \quad (14c)$$

$$C_{21} = \frac{(\nu_{xy} + \nu_{xz}\nu_{zy})E_y}{\Delta_C} \quad (14d)$$

$$C_{22} = \frac{(1 - \nu_{xz}\nu_{zx})E_y}{\Delta_C} \quad (14e)$$

$$C_{23} = \frac{(\nu_{zy} + \nu_{xy}\nu_{zx})E_y}{\Delta_C} \quad (14f)$$

$$C_{31} = \frac{(\nu_{xz} + \nu_{xy}\nu_{yz})E_z}{\Delta_C} \quad (14g)$$

$$C_{32} = \frac{(\nu_{yz} + \nu_{xz}\nu_{yx})E_z}{\Delta_C} \quad (14h)$$

$$C_{33} = \frac{(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})E_z}{\Delta_C} \quad (14i)$$

$$C_{44} = \mu_{yz} \quad (14j)$$

$$C_{55} = \mu_{xz} \quad (14k)$$

$$C_{66} = \mu_{xy} \quad (14l)$$

Bu ifadelerde geçen diğer bağıntılar ise aşağıda verildiği gibidir:

$$\Delta_C = 1 - \nu_{xy}\nu_{yx} - \nu_{yz}\nu_{zy} - \nu_{xz}\nu_{zx} - 2\nu_{xz}\nu_{yx}\nu_{zy} \quad (15a)$$

$$E_x\nu_{yx} = E_y\nu_{xy} \quad (15b)$$

$$E_y\nu_{zy} = E_z\nu_{yz} \quad (15c)$$

$$E_z\nu_{xz} = E_x\nu_{zx} \quad (15d)$$

Düzlem şekil değiştirme halinde yer değiştirme bileşenleri $u_{1h} = u_{1h}(x, z)$, $v_{1h} = 0$, $w_{1h} = w_{1h}(x, z)$ şeklinde tanımlı olduğundan $\varepsilon_{1zh} = \gamma_{1xyh} = \gamma_{1yzh} = 0$ elde edilir. Dolayısıyla, gerilme-yer değiştirme ifadeleri aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\sigma_{1xh}(x, z) = C_{11} \frac{\partial u_{1h}(x, z)}{\partial x} + C_{13} \frac{\partial w_{1h}(x, z)}{\partial z} \quad (16)$$

$$\sigma_{1yh}(x, z) = C_{21} \frac{\partial u_{1h}(x, z)}{\partial x} + C_{23} \frac{\partial w_{1h}(x, z)}{\partial z} \quad (17)$$

$$\sigma_{1zh}(x, z) = C_{31} \frac{\partial u_{1h}(x, z)}{\partial x} + C_{33} \frac{\partial w_{1h}(x, z)}{\partial z} \quad (18)$$

$$\tau_{1xzh}(x, z) = C_{55} \left(\frac{\partial u_{1h}(x, z)}{\partial z} + \frac{\partial w_{1h}(x, z)}{\partial x} \right) \quad (19)$$

$$\tau_{yz}(x, z) = \tau_{xy}(x, z) = 0 \quad (20)$$

(16-19) denklemlerinde geçen $u_{1h}(x, z)$ ve $w_{1h}(x, z)$, ortotrop tabakanın sırasıyla x ve z doğrultularındaki yer değiştirme bileşenlerini göstermektedir.

(16-20) ifadeleri düzlem haldeki denge denklemlerinde yerine yazılırsa kütle kuvvetlerinin olmaması durumunda Navier denklemleri,

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} = 0 \quad (21)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x^2} + C_{33} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} = 0 \quad (22)$$

olarak elde edilir. Simetrik problemler için,

$$u_{1h}(x, z) = -u_{1h}(-x, z) \quad (23)$$

$$w_{1h}(x, z) = w_{1h}(-x, z) \quad (24)$$

olduğu bilinmektedir. Navier denklemleri kısmi türevli diferansiyel denklem takımı oluşturup, problemin çözümünü zorlaştırması nedeniyle adi diferansiyel denkleme dönüştürülmelidir. $u_{1h}(x, z)$ ve $w_{1h}(x, z)$ yer değiştirmeleri aşağıdaki gibi tarif edilebilir:

$$u_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \phi_{1h}(\alpha, z) \sin(\alpha x) d\alpha \quad (25)$$

$$w_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \psi_{1h}(\alpha, z) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (26)$$

Bunların ters dönüşümleri ise,

$$\phi_{1h}(\alpha, z) = \int_0^\infty u_{1h}(x, z) \sin(\alpha x) dx \quad (27)$$

$$\psi_{1h}(\alpha, z) = \int_0^\infty w_{1h}(x, z) \cos(\alpha x) dx \quad (28)$$

olacaktır. (25-26) ifadelerindeki $\phi_{1h}(\alpha, z)$ ve $\psi_{1h}(\alpha, z)$ fonksiyonları bilinmemektedir. Fonksiyonları belirleyebilmek için (21) ifadesi $\sin(\alpha x) dx$ ve (22) ifadesi de $\cos(\alpha x) dx$ ile çarpılır ve $(0, +\infty)$ aralığında integre edilirse,

$$\int_0^{\infty} \left[C_{11} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} \right] \sin(\alpha x) dx = 0 \quad (29)$$

$$\int_0^{\infty} \left[C_{55} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x^2} + C_{33} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} \right] \cos(\alpha x) dx = 0 \quad (30)$$

elde edilir. $u_{1h}(x, z)$ ve $w_{1h}(x, z)$ yer değiştirmelerinin bazı türevlerinin Fourier dönüşümleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x^2} \sin(\alpha x) dx = -\alpha^2 \phi_{1h}(\alpha, z) \quad (31a)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial z^2} \sin(\alpha x) dx = \phi_{1h}''(\alpha, z) \quad (31b)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} \sin(\alpha x) dx = -\alpha \psi_{1h}'(\alpha, z) \quad (31c)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial x^2} \cos(\alpha x) dx = -\alpha^2 \psi_{1h}(\alpha, z) \quad (31d)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 w_{1h}(x, z)}{\partial z^2} \cos(\alpha x) dx = \psi_{1h}''(\alpha, z) \quad (31e)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 u_{1h}(x, z)}{\partial x \partial z} \cos(\alpha x) dx = \alpha \phi_{1h}'(\alpha, z) \quad (31f)$$

Burada üsler z 'ye göre türevleri ifade etmektedir. (31) ifadeleri, (29) ve (30) denklemlerinde yerine yazılırsa aşağıdaki adi diferansiyel denklem takımı elde edilir:

$$-C_{11} \alpha \phi_{1h}(\alpha, z) + C_{55} \phi_{1h}''(\alpha, z) - \alpha (C_{13} + C_{55}) \psi_{1h}'(\alpha, z) = 0 \quad (32)$$

$$-C_{55} \alpha \psi_{1h}(\alpha, z) + C_{33} \psi_{1h}''(\alpha, z) + \alpha (C_{13} + C_{55}) \phi_{1h}'(\alpha, z) = 0 \quad (33)$$

(32-33) diferansiyel denklem takımını çözmek için (32) denklemi z 'ye göre iki defa, (33) denklemi de z 'ye göre bir defa türetilir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir:

$$-\alpha^2 C_{11} \phi_{1h}(\alpha, z) + \left(-2C_{13} - \frac{C_{13}^2}{C_{55}} + \frac{C_{11}C_{33}}{C_{55}} \right) \phi_{1h}''(\alpha, z) - \frac{C_{33} \phi_{1h}^{(4)}(\alpha, z)}{\alpha^2} = 0 \quad (34)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü $\phi_{1h}(\alpha, z) = e^{\eta \alpha z}$ olarak aranırsa karakteristik denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$C_{11}C_{55} + (2C_{13}C_{55} + C_{13}^2 - C_{11}C_{33})\eta^2 + (C_{33}C_{55})\eta^4 = 0 \quad (35)$$

Karakteristik denklemin kökleri ise aşağıdaki gibidir:

$$\eta_1 = -\frac{\sqrt{-\frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{L_3}}}{\sqrt{2}} \quad (36a)$$

$$\eta_2 = \frac{\sqrt{-\frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{L_3}}}{\sqrt{2}} \quad (36b)$$

$$\eta_3 = -\frac{\sqrt{\frac{-L_2 + \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{L_3}}}{\sqrt{2}} \quad (36c)$$

$$\eta_4 = \frac{\sqrt{\frac{-L_2 + \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{L_3}}}{\sqrt{2}} \quad (36d)$$

Burada L_i ($i = 1, \dots, 3$) ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$L_1 = C_{11}C_{55} \quad (37a)$$

$$L_2 = 2C_{13}C_{55} + C_{13}^2 - C_{11}C_{33} \quad (37b)$$

$$L_3 = C_{33}C_{55} \quad (37c)$$

Diferansiyel denklemin çözümü ise,

$$\phi_{1h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 A_i e^{\eta_i \alpha z} \quad (38)$$

olarak elde edilir. Bilinmeyen $\psi_{1h}(\alpha, z)$ fonksiyonu ise (32) ifadesinin z 'ye göre türevi alınması ve $\psi_{1h}''(\alpha, z)$ 'nin (33) ifadesinde yerine yazılmasıyla aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\psi_{1h}(\alpha, z) = \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\psi}_i e^{\eta_i \alpha z} \quad (39)$$

Burada $\bar{\psi}_i$ aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\bar{\psi}_i = \frac{\eta_i (C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + 2C_{13} C_{55} + C_{55}^2 + C_{33} C_{55} \eta_i^2)}{C_{55} (C_{13} + C_{55})}, \quad (i = 1, \dots, 4) \quad (40)$$

Gerekli olan $u_{1h}(x, z)$ ve $w_{1h}(x, z)$ yer değiştirmeleri için (38) ve (39) ifadelerinin (25-26)'da yerine yazılması ile ortotrop tabaka için kütle kuvvetinin olmaması durumunda, yatay ve düşey yer değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi belirlenir:

$$u_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i e^{\eta_i \alpha z} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (41)$$

$$w_{1h}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 A_i \bar{\psi}_i e^{\eta_i \alpha z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (42)$$

(41-42) ifadelerinde geçen A_i ($i = 1, \dots, 4$) sabitlerinin problemin sınır şartlarından tayin edileceği açıktır. $u_{1h}(x, z)$ ve $w_{1h}(x, z)$ 'nin gerekli türevleri alınır ve (16-18) ifadelerinde yerine yazılırsa ortotrop tabaka için kütle kuvvetinin bulunmaması durumunda gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{1xh}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \alpha \sum_{i=1}^4 A_i (C_{11} + C_{13} \bar{\psi}_i \eta_i) e^{\eta_i \alpha z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (43)$$

$$\sigma_{1zh}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \alpha \sum_{i=1}^4 A_i (C_{13} + C_{33} \bar{\psi}_i \eta_i) e^{\eta_i \alpha z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (44)$$

$$\tau_{1xz}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \alpha \sum_{i=1}^4 A_i C_{55} (\eta_i - \mathfrak{U}_i) e^{\eta_i \alpha z} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (45)$$

Kütle kuvvetlerinin bulunması durumu.

Problem tanımında izotrop yarım düzlemin kütle kuvveti ihmal edildiğinden yalnızca ortotrop tabaka için bu çözüm yapılmıştır. Ortotrop tabakanın kütle kuvvetleri $F_x=0$ ve $F_z=\rho g$ olması durumunda Navier denklemleri (46-47) ifadelerindeki gibi elde edilmiştir. Bu çözümde; ρ ortotrop tabakanın yoğunluğunu, g ise yerçekimi ivmesini göstermektedir.

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial x^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial x \partial z} = 0 \quad (46)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial x^2} + C_{33} \frac{\partial^2 w_{1p}}{\partial z^2} + (C_{13} + C_{55}) \frac{\partial^2 u_{1p}}{\partial x \partial z} = \rho g \quad (47)$$

Birim ağırlığı ρg , yüksekliği h olan ve rijit veya elastik düz bir yüzeye oturan ortotrop tabaka için özel çözümün elde edilmesinde yer değiştirmelerin $u_{1p} = u_{1p}(x)$ ve $w_{1p} = w_{1p}(z)$ şeklinde olduğu kabul edilmiştir (Civelek ve Erdoğan, 1975). Bu durumda Navier denklemleri aşağıdaki hale indirgenirler:

$$C_{11} \frac{\partial^2 u_{1p}(x)}{\partial x^2} = 0 \quad (48)$$

$$C_{33} \frac{\partial^2 w_{1p}(z)}{\partial z^2} = \rho g \quad (49)$$

(48-49) ifadelerinin integrasyonu sonucunda yer değiştirmeler aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$u_{1p}(x) = T_1 x + T_2 \quad (50)$$

$$w_{1p}(z) = \frac{\rho g}{2C_{33}} z^2 + T_3 z + T_4 \quad (51)$$

(50-51)'de verilen yer değiştirme fonksiyonları (16) ve (18) gerilme ifadelerinde yerlerine yazılırsa gerilmeler,

$$\sigma_{1xp}(z) = C_{11} T_1 + C_{13} \left(\frac{\rho g z}{C_{33}} + T_3 \right) \quad (52)$$

$$\sigma_{1zp}(z) = C_{13}T_1 + C_{33}T_3 + \rho g z \quad (53)$$

$$\tau_{1xzp} = 0 \quad (54)$$

olarak elde edilirler. T_4 sabiti rijit ötelenmeye karşılık gelen terim olup ihmal edilebilir (Gecit 1981, Birinci ve Erdöl 2003, Kahya 2003).

(50-53)'de geçen T_1, T_2, T_3 ifadeleri ise aşağıdaki sınır şartlarından belirlenecektir.

$$u_{1p}(0) = 0 \quad (55)$$

$$\sigma_{1zp}(z) = -\rho g (h - z) \quad (56)$$

$$\int_0^h \sigma_{1xp} dz = 0 \quad (57)$$

(55-57) sınır şartları kullanılarak,

$$T_1 = -\frac{gh\rho C_{13}}{2(C_{13}^2 - C_{11}C_{33})} \quad (58)$$

$$T_2 = 0 \quad (59)$$

$$T_3 = -\frac{gh\rho(-C_{13}^2 + 2C_{11}C_{33})}{2C_{33}(-C_{13}^2 + C_{11}C_{33})} \quad (60)$$

olarak elde edilir. T_i ($i=1, \dots, 4$) ifadeleri (50-53) denklemlerinde yerlerine yazılırsa ortotrop tabaka için kütle kuvvetli hale ilişkin yer değiştirme ve gerilmelerin özel çözümleri aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$u_{1p}(x) = -\frac{gh\rho C_{13}}{2(C_{13}^2 - C_{11}C_{33})} x \quad (61)$$

$$w_{1p}(z) = \frac{\rho g}{2C_{33}} z^2 \frac{gh\rho(-C_{13}^2 + 2C_{11}C_{33})}{2C_{33}(-C_{13}^2 + C_{11}C_{33})} \quad (62)$$

$$\sigma_{1xp}(z) = -\frac{gh\rho C_{11}C_{13}}{2(C_{13}^2 - C_{11}C_{33})} + C_{13} \left[\frac{\rho g z}{C_{33}} - \frac{gh\rho(-C_{13}^2 + 2C_{11}C_{33})}{2C_{33}(-C_{13}^2 + C_{11}C_{33})} \right] \quad (63)$$

$$\sigma_{1zp}(z) = -\frac{gh\rho C_{13}^2}{2(C_{13}^2 - C_{11}C_{33})} - \frac{gh\rho(-C_{13}^2 + 2C_{11}C_{33})}{2(-C_{13}^2 + C_{11}C_{33})} + \rho g z \quad (64)$$

$$\tau_{1xzp} = 0 \quad (65)$$

Böylelikle ortotrop tabaka için yer değiştirme ve gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi homojen çözüm ve özel çözümün toplamı şeklinde elde edilmiş olur:

$$u_1(x, z) = u_{1h}(x, z) + u_{1p}(x) \quad (66)$$

$$w_1(x, z) = w_{1h}(x, z) + w_{1p}(z) \quad (67)$$

$$\sigma_{1x}(x, z) = \sigma_{1xh}(x, z) + \sigma_{1xp}(z) \quad (68)$$

$$\sigma_{1z}(x, z) = \sigma_{1zh}(x, z) + \sigma_{1zp}(z) \quad (69)$$

$$\tau_{1xz}(x, z) = \tau_{1xzh}(x, z) \quad (70)$$

Yer Değiştirme ve Gerilme Bileşenlerinin İzotrop Yarım Düzlem İçin Elde Edilmesi

λ_2 ve μ_2 yarım düzlemin Lamé sabitlerini, $u_2(x, z)$ ve $w_2(x, z)$ sırası ile x ve z doğrultularındaki yer değiştirme bileşenlerini göstermek üzere Navier denklemleri kütle kuvvetlerinin sıfır olduğu hal için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} \right) + \mu_2 \left(\frac{\partial^2 u_2(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2(x, z)}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (71)$$

$$(\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} \right) + \mu_2 \left(\frac{\partial^2 w_2(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2(x, z)}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (72)$$

Burada,

$$\lambda_2 = \frac{E_2 \nu_2}{(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)} \quad (73)$$

$$\mu_2 = \frac{E_2}{2(1 + \nu_2)} \quad (74)$$

olarak tanımlanmaktadır. (73-74) ifadelerinde geçen E_2 ve ν_2 sırasıyla izotrop yarım düzlemin Elastisite Modülü ve Poisson oranıdır.

Simetrik problemler için,

$$u_2(x, z) = -u_2(-x, z) \quad (75)$$

$$w_2(x, z) = w_2(-x, z) \quad (76)$$

olduğu bilinmektedir.

Navier denklemlerinin kısmi türevli diferansiyel denklemler ihtiva etmesi nedeniyle problemin çözümü zorlaşmaktadır. $u_2(x, z)$ ve $w_2(x, z)$ yer değiştirme bileşenlerine integral dönüşüm tekniklerini uygulamak suretiyle Navier denklemleri adi türevli diferansiyel denklemlere dönüştürülür. Dolayısıyla problemin çözümü kolaylaşmış olur. Yer değiştirme bileşenlerinin integral dönüşümleri aşağıdaki gibi tarif edilebilir:

$$u_2(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \phi_2(\alpha, z) \sin(\alpha x) d\alpha \quad (77)$$

$$w_2(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \psi_2(\alpha, z) \cos(\alpha x) d\alpha \quad (78)$$

Bunların ters dönüşümleri ise aşağıdaki gibidir:

$$\phi_2(\alpha, z) = \int_0^{\infty} u_2(x, z) \sin(\alpha x) dx \quad (79)$$

$$\psi_2(\alpha, z) = \int_0^{\infty} w_2(x, z) \cos(\alpha x) dx \quad (80)$$

Yukarıdaki ifadelerde geçen $\phi_2(\alpha, z)$ ve $\psi_2(\alpha, z)$ fonksiyonlarını tayin edebilmek için aşağıdaki integrasyon işlemleri uygulanmıştır:

$$\int_0^{\infty} \left[(\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} \right) + \mu_2 \left(\frac{\partial^2 u_2(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2(x, z)}{\partial z^2} \right) \right] \sin(\alpha x) dx = 0 \quad (81)$$

$$\int_0^{\infty} \left[(\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} \right) + \mu_2 \left(\frac{\partial^2 w_2(x, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2(x, z)}{\partial z^2} \right) \right] \cos(\alpha x) dx = 0 \quad (82)$$

Daha önce ortotrop tabaka için gerilme ve yer değiştirmelerin elde edildiği kısımda verildiği gibi yer değiştirme bileşenlerinin çeşitli türevlerinin Fourier dönüşümleri göz önünde bulundurulursa aşağıdaki adi diferansiyel denklem takımı elde edilmiş olur:

$$-(\lambda_2 + \mu_2) \alpha \psi_2'(\alpha, z) - (\lambda_2 + 2\mu_2) \alpha^2 \phi_2(\alpha, z) + \mu_2 \phi_2''(\alpha, z) = 0 \quad (83)$$

$$(\lambda_2 + \mu_2) \alpha \phi_2'(\alpha, z) + (\lambda_2 + 2\mu_2) \psi_2''(\alpha, z) - \alpha^2 \mu_2 \psi_2(\alpha, z) = 0 \quad (84)$$

Bu denklem takımında üsler z 'ye göre türevleri göstermektedir. (83) numaralı denklem z 'ye göre iki defa, (84) numaralı denklem bir defa türetilir ise aşağıdaki ifadeler elde edilmiş olur:

$$-(\lambda_2 + \mu_2)\alpha\psi_2'''(\alpha, z) - (\lambda_2 + 2\mu_2)\alpha^2\phi_2''(\alpha, z) + \mu_2\phi_2^{(4)}(\alpha, z) = 0 \quad (85)$$

$$(\lambda_2 + \mu_2)\alpha\phi_2''(\alpha, z) + (\lambda_2 + 2\mu_2)\psi_2'''(\alpha, z) - \alpha^2\mu_2\psi_2'(\alpha, z) = 0 \quad (86)$$

(86)'da geçen $\psi_2'''(\alpha, z)$ 'nün değeri (85) nolu ifadeden, $\psi_2'(\alpha, z)$ 'nün değeri ise (83) nolu ifadeden alınır ve yerlerine yazılırsa aşağıdaki gibi sabit katsayılı, dördüncü mertebeden, homojen ve lineer diferansiyel denklem elde edilir:

$$\phi_2^{(4)}(\alpha, z) - 2\alpha^2\phi_2''(\alpha, z) + \alpha^4\phi_2(\alpha, z) = 0 \quad (87)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü,

$$\phi_2(\alpha, z) = (B_1 + B_2z)e^{-\alpha z} + (B_3 + B_4z)e^{\alpha z} \quad (88)$$

olarak hesaplanır. Diferansiyel denklemin çözümünden ortaya çıkan B_i ($i=1, \dots, 4$) katsayılarının problemin sınır şartlarından tayin edileceği açıktır. $\psi_2(\alpha, z)$ fonksiyonunu belirlemek için (83) ifadesinin z 'ye göre türevi alınır ve bu işlem sonucu ortaya çıkan $\psi_2''(\alpha, z)$ (84) nolu ifadede yerine yazılırsa,

$$\psi_2(\alpha, z) = \left[B_1 + \left(\frac{\kappa_2}{\alpha} + z \right) B_2 \right] e^{-\alpha z} + \left[-B_3 + \left(\frac{\kappa_2}{\alpha} - z \right) B_4 \right] e^{\alpha z} \quad (89)$$

olarak elde edilir. (89) ifadesinde geçen κ_2 izotrop yarım düzlem için Kolosov sabitidir ve düzlem şekil değiştirme hali için $\kappa_2 = 3 - 4\nu_2$ olarak tanımlanmaktadır.

Yarım düzlemin $u_2(x, z)$ ve $w_2(x, z)$ yer değiştirme bileşenlerini elde etmek için (88) ve (89) ifadeleri (77-78)'de yerlerine yazılır ve yarım düzlem için yer değiştirmelerin ve gerilmelerin $z \rightarrow -\infty$ için sıfır olması ancak $e^{-\alpha z}$ 'nin katsayılarının sıfır olması ile mümkün olduğu göz önünde bulundurulursa,

$$u_2(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 \left[(B_1 + B_2z)e^{\alpha z} \right] \sin(\alpha x) d\alpha \quad (90)$$

$$w_2(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_{i=1}^4 \left[\left[-B_1 + \left(\frac{\kappa_2}{\alpha} - z \right) B_2 \right] e^{\alpha z} \right] \cos(\alpha x) d\alpha \quad (91)$$

olarak elde edilir.

σ_{2x} , σ_{2z} ve τ_{2xz} gerilme bileşenlerini göstermek üzere gerilme alanı yer değiştirmelere bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{2x}(x, z) = (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} \quad (92)$$

$$\sigma_{2z}(x, z) = (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial z} + \lambda_2 \frac{\partial u_2(x, z)}{\partial x} \quad (93)$$

$$\tau_{2xz}(x, z) = \mu_2 \left(\frac{\partial u_2(x, z)}{\partial z} + \frac{\partial w_2(x, z)}{\partial x} \right) \quad (94)$$

(92-94) ifadelerinde geçen $u_2(x, z)$ ve $w_2(x, z)$ 'nin gerekli türevleri alınır ve yerlerine yazılırsa izotrop yarım düzlem için gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{1}{2\mu_2} \sigma_{2x}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[\alpha(B_1 + B_2 z) + \left(\frac{3-\kappa_2}{2} \right) B_2 \right] e^{\alpha z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (95)$$

$$\frac{1}{2\mu_2} \sigma_{2z}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[-\alpha(B_1 + B_2 z) + \left(\frac{1+\kappa_2}{2} \right) B_2 \right] e^{\alpha z} \cos(\alpha x) d\alpha \quad (96)$$

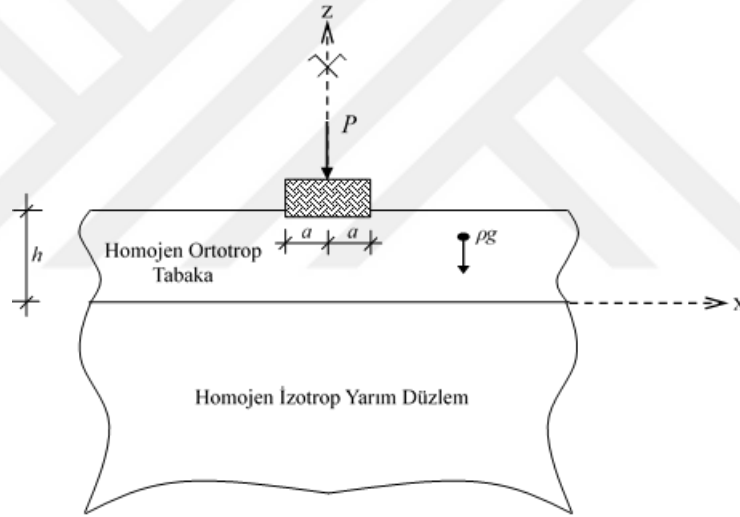
$$\frac{1}{2\mu_2} \tau_{2xz}(x, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[\alpha(B_1 + B_2 z) + \left(\frac{1-\kappa_2}{2} \right) B_2 \right] e^{\alpha z} \sin(\alpha x) d\alpha \quad (97)$$

İKİNCİ BÖLÜM

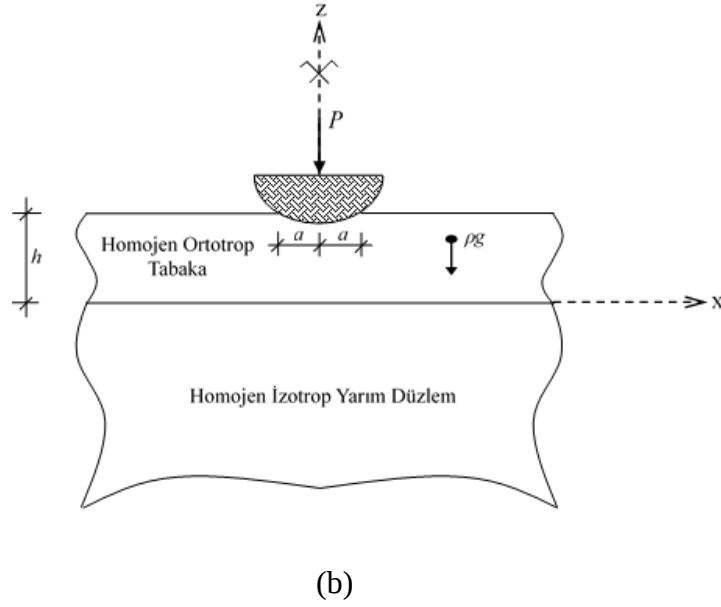
Yapılan Çalışmalar

Problem Tanımı ve Formülasyonu

Bu çalışmada h yüksekliğine sahip ortotrop tabaka ile homojen izotrop yarım düzlemden meydana gelen tabakalı sistem için sürekli temas problemi incelenmiştir. Ortotrop tabaka üst yüzeyinden rijit bir panç vasıtasıyla P yüküne maruz bırakılmış, alt yüzeyinden ise homojen izotrop yarım düzlem üzerine oturtulmuştur. Temas yüzeylerinde sadece basınç gerilmelerinin aktarılabilirdiği kabul edilmiştir. Sürtünmenin olmadığı kabulü yapılmıştır. Çözümde ortotrop tabakanın kütle kuvveti dikkate alınırken izotrop yarım düzleminki ihmal edilmiştir. Problem düzlem şekil değiştirme problemi olarak ele alınmıştır. Problemin geometrisi Şekil 1’de sunulmuştur.



(a)



Şekil 1. Problemin Geometrisi (a) Düz Panç Durumu (b) Silindirik Panç Durumu.

Şekil 1’de geometrisi verilen sürekli temas problemi için sınır şartları,

$$\tau_{1xz}(x, h) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (98)$$

$$\sigma_{1z}(x, h) = \begin{cases} -p(x) & ; \quad (0 \leq x < a) \\ 0 & ; \quad (a \leq x < \infty) \end{cases} \quad (99)$$

$$\tau_{1xz}(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (100)$$

$$\tau_{2xz}(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (101)$$

$$\sigma_{1z}(x, 0) = \sigma_{2z}(x, 0) \quad (0 \leq x < \infty) \quad (102)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [w_1(x, 0) - w_2(x, 0)] = 0 \quad (0 \leq x < \infty) \quad (103)$$

olarak yazılabilir. (99) denklemindeki $p(x)$; panç altındaki bilinmeyen temas gerilmesi, a ise ortotrop tabaka ile rijit panç arasındaki yarı temas uzunluğudur.

Yer değiştirme ve gerilme ifadelerinde ortaya çıkan A_i ($i=1, \dots, 4$), B_j ($j=1, 2$) katsayılarının tayini için (98-103) sınır şartlarının kullanılması ile aşağıdaki gibi altı bilinmeyenli altı denklem elde edilir:

$$\alpha \sum_{i=1}^4 A_i C_{55} (\eta_i - \mathfrak{V}_i) e^{\eta_i \alpha h} = 0 \quad (104)$$

$$\alpha \sum_{i=1}^4 A_i (C_{13} + C_{33} \mathfrak{V}_i \eta_i) e^{\eta_i \alpha h} = -p \quad (105)$$

$$\alpha \sum_{i=1}^4 A_i C_{55} (\eta_i - \mathfrak{U}_i) = 0 \quad (106)$$

$$\alpha B_1 + \left(\frac{1 - \kappa_2}{2} \right) B_2 = 0 \quad (107)$$

$$\alpha \sum_{i=1}^4 A_i (C_{13} + C_{33} \mathfrak{U}_i \eta_i) + \alpha B_1 - \left(\frac{1 + \kappa_2}{2} \right) B_2 = 0 \quad (108)$$

$$\alpha \sum_{i=1}^4 A_i \mathfrak{U}_i - B_1 \alpha + \kappa_2 B_2 = 0 \quad (109)$$

(105) nolu ifadede geçen,

$$p = p(\alpha) = \int_0^\infty p(x) \cos(\alpha x) dx = \int_0^\infty p(t) \cos(\alpha t) dt \quad (110)$$

olarak tanımlanmaktadır. (104-109) denklem takımının çözülmesiyle katsayılar $p(t)$ bilinmeyen temas gerilmesine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$A_1 = [\zeta_1 (\zeta_2 * \zeta_3 - \zeta_4 * \zeta_5)] / [\zeta_6 (\zeta_7 * \zeta_8 - \zeta_9 * \zeta_{10}) + \zeta_{11} (\zeta_{12} * \zeta_{13} - \zeta_{14} * \zeta_{15})] \quad (111)$$

$$A_2 = -[p(\zeta_{16} + \zeta_{17} + \zeta_{18}) / (\zeta_{19} + \zeta_{20} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23} + \zeta_{24} + \zeta_{25} + \zeta_{26} + \zeta_{27})] \quad (112)$$

$$A_3 = -[p(\zeta_{28} + \zeta_{29} + \zeta_{30}) / (\zeta_{31} + \zeta_{32} + \zeta_{33} + \zeta_{34} + \zeta_{35} + \zeta_{36} + \zeta_{37} + \zeta_{38} + \zeta_{39})] \quad (113)$$

$$A_4 = -[p(\zeta_{40} + \zeta_{41} + \zeta_{42}) / (\zeta_{43} + \zeta_{44} + \zeta_{45} + \zeta_{46} + \zeta_{47} + \zeta_{48} + \zeta_{49} + \zeta_{50})] \quad (114)$$

$$B_1 = [\zeta_{51} * (\zeta_{52} + \zeta_{53} + \zeta_{54})] / (\zeta_{55} + \zeta_{56} + \zeta_{57} + \zeta_{58} + \zeta_{59} + \zeta_{60} + \zeta_{61} + \zeta_{62}) \quad (115)$$

$$B_2 = [\zeta_{63} * (\zeta_{64} + \zeta_{65} + \zeta_{66})] / (\zeta_{67} + \zeta_{68} + \zeta_{69} + \zeta_{70} + \zeta_{71} + \zeta_{72} + \zeta_{73} + \zeta_{74}) \quad (116)$$

(111-116)'da geçen $\zeta_i (i=1, \dots, 79)$ ifadeleri aşağıda verildiği gibidir:

$$\zeta_1 = p(-\Lambda_4 \Lambda_{11} + \Lambda_3 \Lambda_{12}) \quad (117)$$

$$\zeta_2 = (-\Lambda_4 \Lambda_{11} + \Lambda_3 \Lambda_{12}) \quad (118)$$

$$\begin{aligned} \zeta_3 = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{22} - \Lambda_{16} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{22} + \Lambda_{16} \Lambda_{26})) + \Lambda_{10} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) \\ & + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (119)$$

$$\zeta_4 = (-\Lambda_4 \Lambda_{10} + \Lambda_2 \Lambda_{12}) \quad (120)$$

$$\begin{aligned} \zeta_5 = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_{17} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{23} + \Lambda_{17} \Lambda_{26})) + \Lambda_{11} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) \\ & + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (121)$$

$$\zeta_6 = -(\Lambda_4 (-\Lambda_7 \Lambda_{10} + \Lambda_6 \Lambda_{11}) + \Lambda_3 (\Lambda_8 \Lambda_{10} - \Lambda_6 \Lambda_{12}) + \Lambda_2 (-\Lambda_8 \Lambda_{11} + \Lambda_7 \Lambda_{12})) \quad (122)$$

$$\zeta_7 = (-\Lambda_4 \Lambda_{11} + \Lambda_3 \Lambda_{12}) \quad (123)$$

$$\begin{aligned} \zeta_8 = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{21} - \Lambda_{15} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{21} + \Lambda_{15} \Lambda_{26}))) + \Lambda_9 (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) \\ & + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (124)$$

$$\zeta_9 = (-\Lambda_4 \Lambda_9 + \Lambda_1 \Lambda_{12}) \quad (125)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{10} = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_{17} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{23} + \Lambda_{17} \Lambda_{26}))) + \Lambda_{11} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) \\ & + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (126)$$

$$\zeta_{11} = (\Lambda_4(-\Lambda_7\Lambda_9 + \Lambda_5\Lambda_{11}) + \Lambda_3(\Lambda_8\Lambda_9 - \Lambda_5\Lambda_{12}) + \Lambda_1(-\Lambda_8\Lambda_{11} + \Lambda_7\Lambda_{12})) \quad (127)$$

$$\zeta_{12} = (-\Lambda_4 \Lambda_{11} + \Lambda_3 \Lambda_{12}) \quad (128)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{13} = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{22} - \Lambda_{16} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{22} + \Lambda_{16} \Lambda_{26}))) + \Lambda_{10} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) \\ & + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (129)$$

$$\zeta_{14} = (-\Lambda_4 \Lambda_{10} + \Lambda_2 \Lambda_{12}) \quad (130)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{15} = & (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_{17} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{23} + \Lambda_{17} \Lambda_{26}))) + \Lambda_{11} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) + \\ & \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26}))) \end{aligned} \quad (131)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{16} = & \Lambda_4 \left(\Lambda_{11} \left(\Lambda_{14} \left(\Lambda_{19} \Lambda_{21} - \Lambda_{15} \Lambda_{25} \right) + \Lambda_{13} \left(-\Lambda_{20} \Lambda_{21} + \Lambda_{15} \Lambda_{26} \right) \right) + \Lambda_9 \left(\Lambda_{14} \left(-\Lambda_{19} \Lambda_{23} + \Lambda_{17} \Lambda_{25} \right) + \right. \\ & \left. \Lambda_{13} \left(\Lambda_{20} \Lambda_{23} - \Lambda_{17} \Lambda_{26} \right) \right) \end{aligned} \quad (132)$$

$$\zeta_{17} = \Lambda_{11} \left(\Lambda_{12} \left(\Lambda_{14} (\Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_{17} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20} \Lambda_{23} + \Lambda_{17} \Lambda_{26}) \right) + \Lambda_{11} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (\Lambda_{20} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{26})) \right) \quad (133)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{18} = & \Lambda_3 \left(\Lambda_{12} \left(\Lambda_{14} \left(-\Lambda_{19} \Lambda_{21} + \Lambda_{15} \Lambda_{25} \right) + \Lambda_{13} \left(\Lambda_{20} \Lambda_{21} - \Lambda_{15} \Lambda_{26} \right) \right) + \Lambda_9 \left(\Lambda_{14} \left(\Lambda_{19} \Lambda_{24} - \Lambda_{18} \Lambda_{25} \right) + \right. \\ & \left. \Lambda_{13} \left(-\Lambda_{20} \Lambda_{24} + \Lambda_{18} \Lambda_{26} \right) \right) \end{aligned} \quad (134)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{19} = & -\Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{21} + \Lambda_2 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{21} + \Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{21} - \Lambda_2 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{21} \\ & + \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{22} - \Lambda_1 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{22} - \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{22} \end{aligned} \quad (135)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{20} = & \Lambda_1 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{22} + \Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_9 \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{10} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_2 \Lambda_5 \Lambda_{12} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{23} \\ & + \Lambda_1 \Lambda_6 \Lambda_{12} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{23} - \Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_9 \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{23} + \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{10} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{23} \end{aligned} \quad (136)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{21} = & \Lambda_2 \Lambda_5 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{23} - \Lambda_1 \Lambda_6 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{23} - \Lambda_2 \Lambda_7 \Lambda_9 \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_1 \Lambda_7 \Lambda_{10} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{24} \\ & + \Lambda_2 \Lambda_5 \Lambda_{11} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{24} - \Lambda_1 \Lambda_6 \Lambda_{11} \Lambda_{14} \Lambda_{19} \Lambda_{24} + \Lambda_2 \Lambda_7 \Lambda_9 \Lambda_{13} \Lambda_{20} \Lambda_{24} \end{aligned} \quad (137)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{22} = & -\Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} + \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} + \Lambda_2\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{15}\Lambda_{25} \\ & - \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{15}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{16}\Lambda_{25} + \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{16}\Lambda_{25} \end{aligned} \quad (138)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{23} = & -\Lambda_2\Lambda_8\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} + \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} + \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} \\ & + \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} \end{aligned} \quad (139)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{24} = & \Lambda_1 \Lambda_6 \Lambda_{11} \Lambda_{14} \Lambda_{18} \Lambda_{25} - \Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{13} \Lambda_{15} \Lambda_{26} + \Lambda_2 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{15} \Lambda_{26} + \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{11} \Lambda_{13} \Lambda_{16} \Lambda_{26} \\ & - \Lambda_1 \Lambda_7 \Lambda_{12} \Lambda_{13} \Lambda_{16} \Lambda_{26} + \Lambda_2 \Lambda_8 \Lambda_9 \Lambda_{13} \Lambda_{17} \Lambda_{26} - \Lambda_1 \Lambda_8 \Lambda_{10} \Lambda_{13} \Lambda_{17} \Lambda_{26} \end{aligned} \quad (140)$$

$$\zeta_{68} = -\Lambda_2\Lambda_8\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{23} + \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{23} + \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{23} - \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{23} \quad (184)$$

$$+ \Lambda_2\Lambda_8\Lambda_9\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{23} - \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{10}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{23} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{23} + \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{23}$$

$$\zeta_{69} = \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{24} - \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{24} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{24} + \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{19}\Lambda_{24} \quad (185)$$

$$- \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_9\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} + \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} + \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24} - \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{20}\Lambda_{24}$$

$$\zeta_{70} = -\Lambda_2\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{15}\Lambda_{25} + \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{15}\Lambda_{25} + \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{16}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{16}\Lambda_{25} \quad (186)$$

$$+ \Lambda_2\Lambda_8\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25} + \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{12}\Lambda_{14}\Lambda_{17}\Lambda_{25}$$

$$\zeta_{71} = -\Lambda_2\Lambda_7\Lambda_9\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} + \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} + \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} - \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{11}\Lambda_{14}\Lambda_{18}\Lambda_{25} \quad (187)$$

$$+ \Lambda_2\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{15}\Lambda_{26} - \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{15}\Lambda_{26} - \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{16}\Lambda_{26} + \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{16}\Lambda_{26}$$

$$\zeta_{72} = -\Lambda_2\Lambda_8\Lambda_9\Lambda_{13}\Lambda_{17}\Lambda_{26} + \Lambda_1\Lambda_8\Lambda_{10}\Lambda_{13}\Lambda_{17}\Lambda_{26} + \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{17}\Lambda_{26} - \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{12}\Lambda_{13}\Lambda_{17}\Lambda_{26} \quad (188)$$

$$+ \Lambda_2\Lambda_7\Lambda_9\Lambda_{13}\Lambda_{18}\Lambda_{26} - \Lambda_1\Lambda_7\Lambda_{10}\Lambda_{13}\Lambda_{18}\Lambda_{26} - \Lambda_2\Lambda_5\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{18}\Lambda_{26} + \Lambda_1\Lambda_6\Lambda_{11}\Lambda_{13}\Lambda_{18}\Lambda_{26}$$

$$\zeta_{73} = \Lambda_4 \left(\Lambda_7 \left(\Lambda_{10} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{21} - \Lambda_{15}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{21} + \Lambda_{15}\Lambda_{26})) \right) + \Lambda_9 (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{22} + \Lambda_{16}\Lambda_{26})) \right. \quad (189)$$

$$+ \Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{22} - \Lambda_{16}\Lambda_{26})) + \Lambda_5 \left(\Lambda_{11} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{22} - \Lambda_{16}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{22} + \Lambda_{16}\Lambda_{26})) \right) +$$

$$\Lambda_{10} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{23} + \Lambda_{17}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{23} - \Lambda_{17}\Lambda_{26})) + \Lambda_6 (\Lambda_{11} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{21} + \Lambda_{15}\Lambda_{25}) +$$

$$\Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{21} - \Lambda_{15}\Lambda_{26})) + \Lambda_9 (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{23} - \Lambda_{17}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{23} + \Lambda_{17}\Lambda_{26}))$$

$$\zeta_{74} = \Lambda_3 \left(\Lambda_8 \left(\Lambda_{10} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{21} + \Lambda_{15}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{21} - \Lambda_{15}\Lambda_{26})) \right) + \Lambda_9 (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{22} - \Lambda_{16}\Lambda_{25})) \right. \quad (190)$$

$$+ \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{22} + \Lambda_{16}\Lambda_{26})) + \Lambda_6 \left(\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{21} - \Lambda_{15}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{21} + \Lambda_{15}\Lambda_{26})) \right) +$$

$$\Lambda_9 (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{24} + \Lambda_{18}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{24} - \Lambda_{18}\Lambda_{26})) + \Lambda_5 (\Lambda_{12} (\Lambda_{14} (-\Lambda_{19}\Lambda_{22} + \Lambda_{16}\Lambda_{25}) +$$

$$\Lambda_{13} (\Lambda_{20}\Lambda_{22} - \Lambda_{16}\Lambda_{26})) + \Lambda_{10} (\Lambda_{14} (\Lambda_{19}\Lambda_{24} - \Lambda_{18}\Lambda_{25}) + \Lambda_{13} (-\Lambda_{20}\Lambda_{24} + \Lambda_{18}\Lambda_{26}))$$

(117-190) ifadelerinde geçen Λ_i ($i = 1, \dots, 26$) değerleri ise aşağıda verilmektedir:

$$\Lambda_1 = e^{h\alpha\eta_1} \alpha C_{55} (\eta_1 - \overline{\mathfrak{U}}_1) \quad (191)$$

$$\Lambda_2 = e^{h\alpha\eta_2} \alpha C_{55} (\eta_2 - \overline{\mathfrak{U}}_2) \quad (192)$$

$$\Lambda_3 = e^{h\alpha\eta_3} \alpha C_{55} (\eta_3 - \overline{\mathfrak{U}}_3) \quad (193)$$

$$\Lambda_4 = e^{h\alpha\eta_4} \alpha C_{55} (\eta_4 - \overline{\mathfrak{U}}_4) \quad (194)$$

$$\Lambda_5 = e^{h\alpha\eta_1} \alpha (C_{13} + C_{33}\eta_1\overline{\mathfrak{U}}_1) \quad (195)$$

$$\Lambda_6 = e^{h\alpha\eta_2} \alpha (C_{13} + C_{33}\eta_2\overline{\mathfrak{U}}_2) \quad (196)$$

$$\Lambda_7 = e^{h\alpha\eta_3} \alpha (C_{13} + C_{33}\eta_3\overline{\mathfrak{U}}_3) \quad (197)$$

$$\Lambda_8 = e^{h\alpha\eta_4} \alpha (C_{13} + C_{33}\eta_4\overline{\mathfrak{U}}_4) \quad (198)$$

$$\Lambda_9 = \alpha C_{55} (\eta_1 - \overline{\mathfrak{U}}_1) \quad (199)$$

$$\Lambda_{10} = \alpha C_{55} (\eta_2 - \overline{\mathfrak{U}}_2) \quad (200)$$

$$\Lambda_{11} = \alpha C_{55} (\eta_3 - \overline{\mathfrak{U}}_3) \quad (201)$$

$$\Lambda_{12} = \alpha C_{55} (\eta_4 - \bar{\mathfrak{U}}_4) \quad (202)$$

$$\Lambda_{13} = 2\alpha\mu_2 \quad (203)$$

$$\Lambda_{14} = (1 - \kappa_2) \mu_2 \quad (204)$$

$$\Lambda_{15} = \alpha (C_{13} + C_{33} \eta_1 \bar{\mathfrak{U}}_1) \quad (205)$$

$$\Lambda_{16} = \alpha (C_{13} + C_{33} \eta_2 \bar{\mathfrak{U}}_2) \quad (206)$$

$$\Lambda_{17} = \alpha (C_{13} + C_{33} \eta_3 \bar{\mathfrak{U}}_3) \quad (207)$$

$$\Lambda_{18} = \alpha (C_{13} + C_{33} \eta_4 \bar{\mathfrak{U}}_4) \quad (208)$$

$$\Lambda_{19} = 2\alpha\mu_2 \quad (209)$$

$$\Lambda_{20} = -(1 + \kappa_2) \mu_2 \quad (210)$$

$$\Lambda_{21} = -\alpha \bar{\mathfrak{U}}_1 \quad (211)$$

$$\Lambda_{22} = -\alpha \bar{\mathfrak{U}}_2 \quad (212)$$

$$\Lambda_{23} = -\alpha \bar{\mathfrak{U}}_3 \quad (213)$$

$$\Lambda_{24} = -\alpha \bar{\mathfrak{U}}_4 \quad (214)$$

$$\Lambda_{25} = -\alpha \quad (215)$$

$$\Lambda_{26} = \kappa_2 \quad (216)$$

(191-216) denklemlerinde geçen $\bar{\mathfrak{U}}_i$ ($i = 1, \dots, 4$) 'ler ise aşağıda verilmiştir:

$$\bar{\mathfrak{U}}_1 = \frac{\eta_1 (C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + 2C_{13} C_{55} + C_{55}^2 + C_{33} C_{55} \eta_1^2)}{C_{55} (C_{13} + C_{55})} \quad (217a)$$

$$\bar{\mathfrak{U}}_2 = \frac{\eta_2 (C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + 2C_{13} C_{55} + C_{55}^2 + C_{33} C_{55} \eta_2^2)}{C_{55} (C_{13} + C_{55})} \quad (217b)$$

$$\bar{\mathfrak{U}}_3 = \frac{\eta_3 (C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + 2C_{13} C_{55} + C_{55}^2 + C_{33} C_{55} \eta_3^2)}{C_{55} (C_{13} + C_{55})} \quad (217c)$$

$$\bar{\mathfrak{U}}_4 = \frac{\eta_4 (C_{13}^2 - C_{11} C_{33} + 2C_{13} C_{55} + C_{55}^2 + C_{33} C_{55} \eta_4^2)}{C_{55} (C_{13} + C_{55})} \quad (217d)$$

Panç altındaki temas gerilmesinin hesaplanabilmesi için gerekli integral denklem aşağıdaki sınır şartından faydalanılarak elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x} w_1(x, h) = f(x), \quad -a < x < a \quad (218)$$

Burada $f(x)$ panç profil fonksiyonunun x 'e göre türevidir. Ayrıca rijit pançın dengesinden yararlanılarak,

$$\int_{-a}^a p(t)dt = P \quad (219)$$

yazılabilir.

$\frac{\partial}{\partial x} w_1(x, h)$ oluşturulursa,

$$\frac{\partial}{\partial x} w_1(x, h) = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \alpha \sum_{i=1}^4 A_i \mathfrak{U}_i e^{\eta_i \alpha h} \sin(\alpha x) d\alpha = f(x) \quad (220)$$

elde edilir. A_i ($i = 1, \dots, 4$) katsayıları (220) ifadesinde yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial}{\partial x} w_1(x, h) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty k(x, t) \sin(\alpha x) d\alpha = f(x) \quad (221)$$

elde edilir. (221) ifadesinde $z \rightarrow h$ limitine geçmeden önce çekirdeğin yakınsamasını bozan terimlerin ayıklanarak bunların kapalı integrallerinin ifadeye eklenmesi ve daha sonra limit işleminin yapılması gerekmektedir. Bahsi geçen işlemler yapılır, limit işlemi gerçekleştirilir, sistemin simetrik olması nedeniyle $p(t) = p(-t)$ olduğu göz önünde bulundurulur ve gerekli düzenlemeler gerçekleştirilirse integral denklem aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) \left[\frac{1}{t-x} + Y(x, t) \right] dt = \frac{1}{g} f(x) \quad (222)$$

Burada,

$$Y(x, t) = \frac{1}{h} \int_0^\infty \frac{Y_{11}(\alpha) - g}{g} \sin \alpha(t-x) d\alpha \quad (223)$$

$$Y_{11}(\alpha) = \sum_{i=1}^4 -\alpha A_i \mathfrak{U}_i e^{\eta_i \alpha h} \quad (224)$$

$$g = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} Y_{11}(\alpha) = b_1 \left(\sqrt{b_2 - \sqrt{b_3}} + \sqrt{b_2 + \sqrt{b_3}} \right) \quad (225)$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{C_{11}}}{\sqrt{2C_{55}}(C_{13}^2 - C_{11}C_{33})} \quad (226)$$

$$b_2 = -C_{13}^2 - 2C_{13}C_{55} + C_{11}C_{33} \quad (227)$$

$$b_3 = (C_{13}^2 + 4C_{13}C_{55} + 4C_{55}^2 - C_{11}C_{33})(C_{13}^2 - C_{11}C_{33}) \quad (228)$$

olarak tanımlanmaktadır.

İntegral denklemin sayısal çözümü için aşağıdaki boyutsuz büyüklükler tarif edilmiştir:

$$x = ar, \quad t = as, \quad \varpi(s) = \frac{p(as)}{E_x} \quad (229a-c)$$

Burada $\varpi(s)$ boyutsuz temas gerilmesi olarak tanımlanmaktadır. (229a-c)'de verilen boyutsuz büyüklüklerin (219) ve (222) denklemlerinde yerlerine yazılması ve gerekli ara işlemlerin yapılması sonucu denge şartı ve integral denklem boyutsuzlaştırılmış olarak aşağıdaki gibi elde edilirler:

$$\frac{a}{h} \int_{-1}^1 \varpi(s) ds = \frac{(P/h)}{E_x} \quad (230)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \varpi(s) \left[\frac{1}{s-r} + \frac{a}{h} Y(r, s) \right] ds = \frac{1}{E_x} \frac{1}{g} f(x) \quad (231)$$

İntegral Denklemin Sayısal Çözümü

Bu çalışmada iki farklı rijit panç profili dikkate alınarak integral denklemin sayısal çözümü gerçekleştirilmiştir.

Rijit panç profilinin silindirik olması hali.

Rijit panç profilinin silindirik olması halinde $f(x) = \frac{x}{R}$ olacaktır (Yıldırım, Yılmaz, Çömez ve Güler, 2019). Burada R, pançın yarıçapıdır. Temas sınırlarının sonunda ($x = \mp a$) temas gerilmeleri sıfır olduğundan singüler integral denklemin indisi “-1” dir (Erdoğan ve Gupta, 1972). Buna göre integral denklemin nümerik çözümü aşağıdaki gibi aranabilir:

$$\varpi(s) = \Phi(s)(1-s^2)^{1/2} \quad (232)$$

Uygun Gauss-Chebyshev integrasyon formülleri kullanılırsa (Erdoğan ve Gupta, 1972), (230) ve (231) ifadeleri aşağıdaki denklem takımına dönüştürülürler:

$$\frac{a}{h} \sum_{k=1}^n (1-s_k^2) \Phi(s_k) = \frac{n+1}{\pi} \frac{P/h}{E_x} \quad (233)$$

$$\sum_{k=1}^n (1-s_k^2) \left[\frac{1}{s_k - r_i} + Y(r_i, s_k) \right] \Phi(s_k) = \frac{1}{E_x} \frac{1}{g} \frac{a/h}{R/h} r_i, \quad (i=1, \dots, n+1) \quad (234)$$

Bu ifadelerde geçen s_k ve r_i aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$s_k = \cos\left(\frac{k\pi}{n+1}\right), \quad (k=1, \dots, n) \quad (235)$$

$$r_i = \cos\left(\frac{2i-1}{n+1} \frac{\pi}{2}\right), \quad (i=1, \dots, n+1) \quad (236)$$

(234) denklemindeki $(n/2+1)$ 'inci denklem uygunluk şartına karşılık geldiğinden otomatik olarak sağlanır. Bunun sonucunda (233-234) ifadelerinden $(n+1)$ bilinmeyenli denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımını çözmek suretiyle panç altındaki temas gerilmesi ve temas uzunluğu belirlenebilir. Fakat bu çözümde enterpolasyona ihtiyaç duyulmaktadır. Önce rastgele bir temas uzunluğu seçilir ve (233) ifadesi kullanılarak $\Phi(s_k)$ değerleri hesaplanır. Akabinde bu değerler (234) ifadesinde yerine yazılarak bu ifadenin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. Şayet sağlanmıyorsa yeni temas uzunluğu değeri seçilerek (234) ifadesi sağlanana kadar enterpolasyona devam edilir.

Rijit panç profilinin düz olması hali.

Rijit panç profilinin düz olması halinde $f(x) = 0$ olacaktır. Temas sınırlarında keskin kenarlar olduğundan dolayı temas gerilmeleri singülariteye sahiptir. Bu durumda integral denklemin indisi “+1” dir (Erdoğan ve Gupta, 1972). Söz konusu integral denklemin çözümü (237)'deki gibi aranabilir:

$$\varpi(s) = \Phi(s)(1-s^2)^{-1/2} \quad (237)$$

Bu durumda (233-234) ifadeleri aşağıdaki hale dönüşürler:

$$\frac{a}{h} \sum_{k=1}^n W_k \Phi(s_k) = \frac{P/h}{E_x \pi} \quad (238)$$

$$\sum_{k=1}^n W_k \left[\frac{1}{s_k - r_i} + Y(r_i, s_k) \right] \Phi(s_k) = 0, \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (239)$$

Burada,

$$W_1 = W_n = \frac{1}{2(n-1)} \quad (240a-b)$$

$$W_k = \frac{1}{n-1}, \quad (k=2, \dots, n-1) \quad (240c)$$

$$s_k = \cos\left(\pi \frac{k-1}{n-1}\right), \quad (k=1, \dots, n) \quad (240d)$$

$$r_i = \cos\left(\pi \frac{2i-1}{2n-2}\right), \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (240e)$$

(238) ve (239) ifadelerinden n bilinmeyenli n tane denklem ortaya çıkmaktadır. Bu denklem takımının çözülmesi suretiyle panç altındaki temas gerilmeleri hesaplanabilir.

İzotrop yarım düzlem ile ortotrop tabaka arasındaki ilk ayrılmayı oluşturan kritik ayrılma yükünün ve kritik ayrılma uzaklığının belirlenmesi.

Dış yükün değeri, P_{cr} değerini aştığında izotrop yarım düzlem ile ortotrop tabaka arasında ayrılma gerçekleşir. Sürekli temas probleminin çözümü ancak dış yük henüz belirlenmemiş olan P_{cr} 'den küçükse geçerlidir. Ortotrop tabaka ile yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükü ve uzaklığının belirlenmesi için öncelikle $\sigma_{1z}(x,0)$ temas gerilmesinin hesaplanması gerekmektedir. Kritik yük faktörü olarak da adlandırılan λ_{cr} değeri için ara yüzeydeki bir x_{cr} noktasında $\sigma_{1z}(x,0)=0$ olacaktır. Daha önce belirlenen A_i ($i=1, \dots, 4$) katsayıları (69) denkleminde yerlerine yazılırsa ve gerekli düzenlemeler yapılırsa ortotrop tabaka ile yarım düzlemin arayüzeyindeki temas gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_{1z}(x,0) = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a p(t) Z(x,t) dt - \rho gh \quad (241)$$

Burada ilk terim dış yükten kaynaklanan etkiyi ikinci terim ise ortotrop tabakanın kütle kuvvetinden dolayı gelen etkiyi göstermektedir. (241) ifadesinde geçen $Z(x,t)$ aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$Z(x,t) = \int_0^\infty Z_1(\alpha,0) \cos[\alpha(t-x)] d\alpha \quad (242)$$

Burada,

$$Z_1(\alpha,0) = \alpha \sum_{i=1}^4 A_i (C_{13} + C_{33} \bar{U}_i \eta_i) \quad (243)$$

şeklinde tanımlıdır. Daha önce (229) ifadelerinde tanımlanmış olan boyutsuz büyüklükler kullanılırsa arayüzey boyunca temas gerilmesi aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\frac{\sigma_{1z}(x,0)}{E_x} = -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \varpi(s) \frac{a}{h} Z_1(x,s) ds - \frac{\rho gh}{E_x} \quad (244)$$

Uygun Gauss-Chebyshev formülasyonu kullanılırsa, arayüzeydeki temas gerilmesi aşağıdaki hale indirgenir:

$$\frac{\sigma_{1z}(x,0)}{E_x} = \frac{a}{h} \sum_{k=1}^n W_k Z_1(r_i, s_k) \Phi(s_k) - \frac{\rho gh}{E_x} \quad (245)$$

Sürekli temas durumunun geçerli olabilmesi için yarım düzlem ile ortotrop tabaka arasındaki temas gerilmesinin her yerde basınç olması gerekmektedir. Yani,

$$\text{Max} \left[\frac{\sigma_{1z}(x,0)}{E_x} \right] \leq 0 \quad (246)$$

olmalıdır. (246) numaralı koşul karşılanırsa sürekli temas durumu sağlanır. Koşul (246)'yı karşılayan her yükün kritik olmadığı açıktır. Eğer arayüzeydeki temas gerilmesi belirli bir noktada ($x=x_{cr}/h$) sıfıra eşitse yani $\frac{\sigma_{1z}(x_{cr},0)}{E_x} = 0$ ifadesine karşılık gelen yük, kritik yük ($P_{cr}/E_x h$) olarak adlandırılır. Burada x_{cr}/h ise kritik ayrılma uzaklığıdır.

O halde kritik ayrılma yükünü belirlemek için gerekli şart aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\sigma_{1z}(x_{cr},0)}{E_x} = 0 \quad (247)$$

Kritik yük değerini (kritik ayrılma yükü) bulmak için bir iterasyon yöntemi uygulanmalıdır. Silindirik panç durumunda öncelikle a/h ve $(P/E_x h)$ değerleri tahmin edilir. Daha sonra $\Phi(s_k)$ değerlerini bulmak için (234) denklem sistemi çözülür. Akabinde (233) ve (247) şartları kontrol edilir. İterasyona söz konusu şartlar istenilen hassasiyetle sağlanıncaya kadar devam edilir. Newton Raphson yöntemine dayalı olarak uygulanan iterasyon prosedürü için hassasiyet 10^{-7} olarak seçilmiştir. (247) ifadesini sağlayan $(P/E_x h)$ değerine kritik ayrılma yükü adı verilir ve bundan sonraki kısımlarda kritik ayrılma yükü boyutsuz olarak $\frac{P_{cr}}{E_x h} = \lambda_{cr}$ şeklinde gösterilecektir.

Düz panç durumunda ise öncelikle kritik yük değeri $(P/E_x h)$ tahmin edilir. Daha sonra (238) ve (239) denklemlerinde $\Phi(s_k)$ değerleri hesaplanır. Elde edilen $\Phi(s_k)$ değerleri (247) nolu şartta yerine yazılarak bu şartın sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir. İterasyonlara istenilen hassasiyet değerine ulaşıncaya kadar devam edilir. Düz panç durumunda da kabul edilebilir hassasiyet değeri 10^{-7} olarak alınmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular ve İrdeleme

Giriş

Rijit bir panç vasıtasıyla üst yüzeyinden bastırılan ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki sürekli temas problemi elastisite teorisine göre incelenmiştir. Söz konusu problem silindirik ve düz yüzeyli rijit panç profilleri için sayısal olarak çözülmüştür. Ortotrop tabaka için kullanılan malzemelerin elastik özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

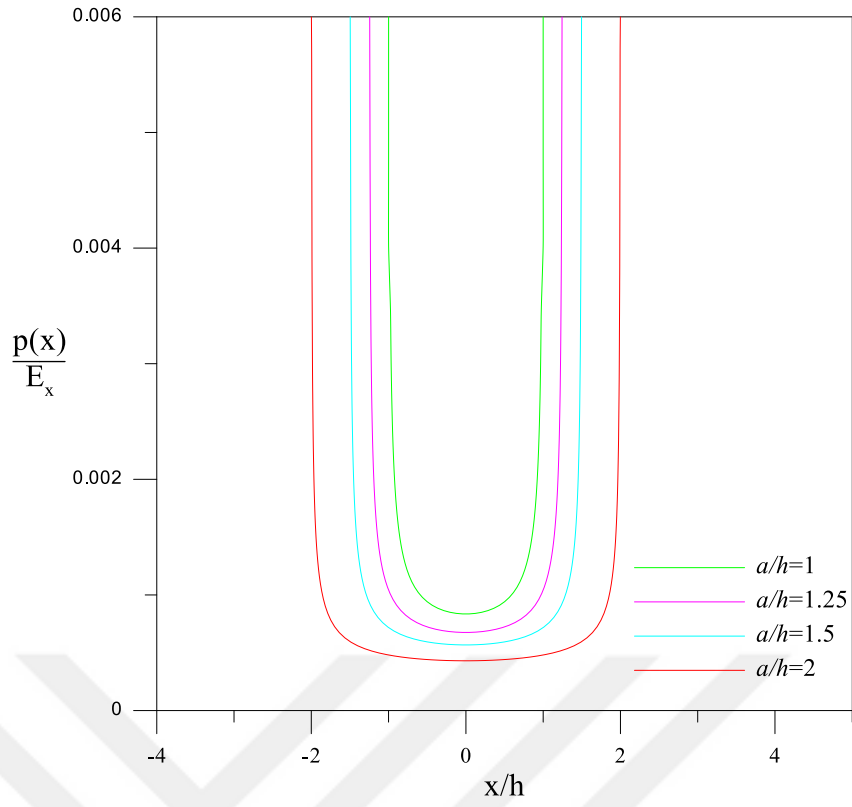
Tablo 1. *Ortotrop Tabaka için Kullanılan Malzemelerin Elastik Özellikleri. (Binienda ve Pindera, 1994)*

Elastik Özellikler	graphite/epoxy (P75/934)	graphite/epoxy (T300/934)	glass/epoxy (Gl/Ep)	graphite/aluminum (Gr/Al)	boron/aluminum (B/Al)
E_x (GPa)	243.0	144.8	42.7	402.6	227.5
E_y (GPa)	7.2	10.3	11.7	24.1	137.9
E_z (GPa)	7.2	10.3	11.7	24.1	137.9
ν_{xy}	0.33	0.30	0.27	0.29	0.24
ν_{xz}	0.33	0.30	0.27	0.29	0.24
ν_{yz}	0.49	0.50	0.55	0.45	0.40
μ_{xy} (GPa)	3.929	5.515	8.238	16.75	55.152
μ_{xz} (GPa)	3.929	5.515	8.238	16.75	55.152
μ_{yz} (GPa)	2.406	3.447	3.778	8.34	49.244

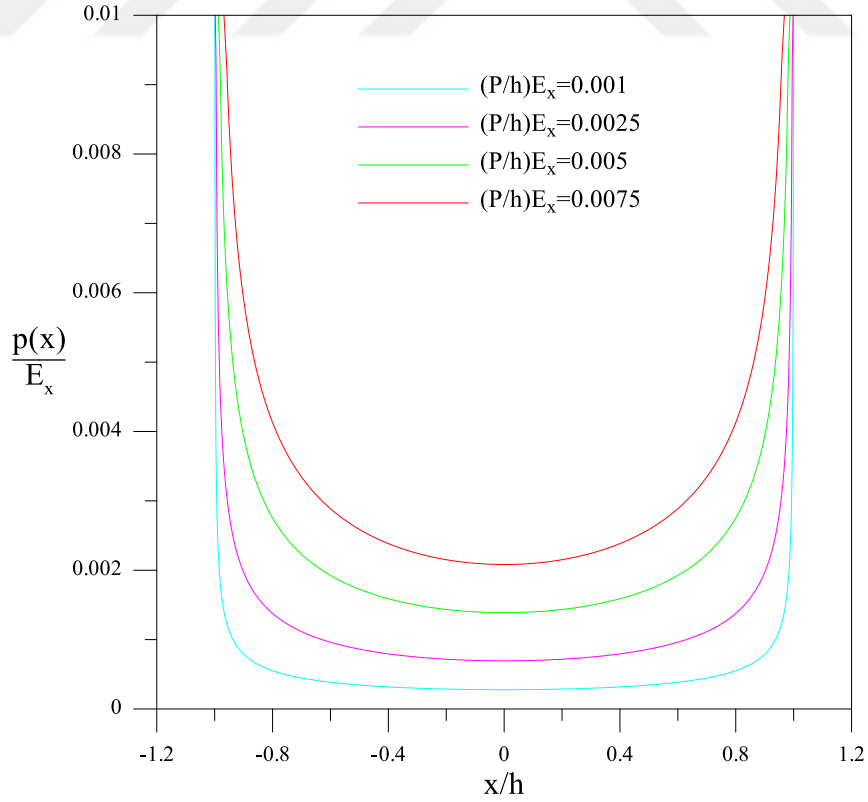
Şekil 2-5’de düz panç durumunda panç uzunluğu, dış yük, ortotrop malzeme türü ve izotrop yarım düzlemin elastisite modülü gibi parametrelere bağlı olarak panç altındaki temas gerilme dağılışıları sunulmuştur. Şekiller incelendiğinde görülmektedir ki söz konusu gerilmeler pançın kenarlarında sonsuza gitmektedir. Problemin formülasyonundaki integral denklem incelendiğinde panç kenarlarının gerilmeler için singüler noktalar olduğu görülmekte ve panç kenarlarında gerilmelerin sonsuza gitmesi beklenen bir sonuç olarak karşımıza çıkmaktadır.

Şekil 2’de düz panç durumunda farklı panç uzunluklarının panç altındaki temas gerilme dağılışına etkisi görülmektedir. Panç uzunluğunun artması yükün daha geniş bir alana yayılmasına neden olmaktadır. Bu nedenle panç uzunluğundaki artış panç altında oluşan temas gerilmelerinin azalması sonucunu doğurmaktadır.

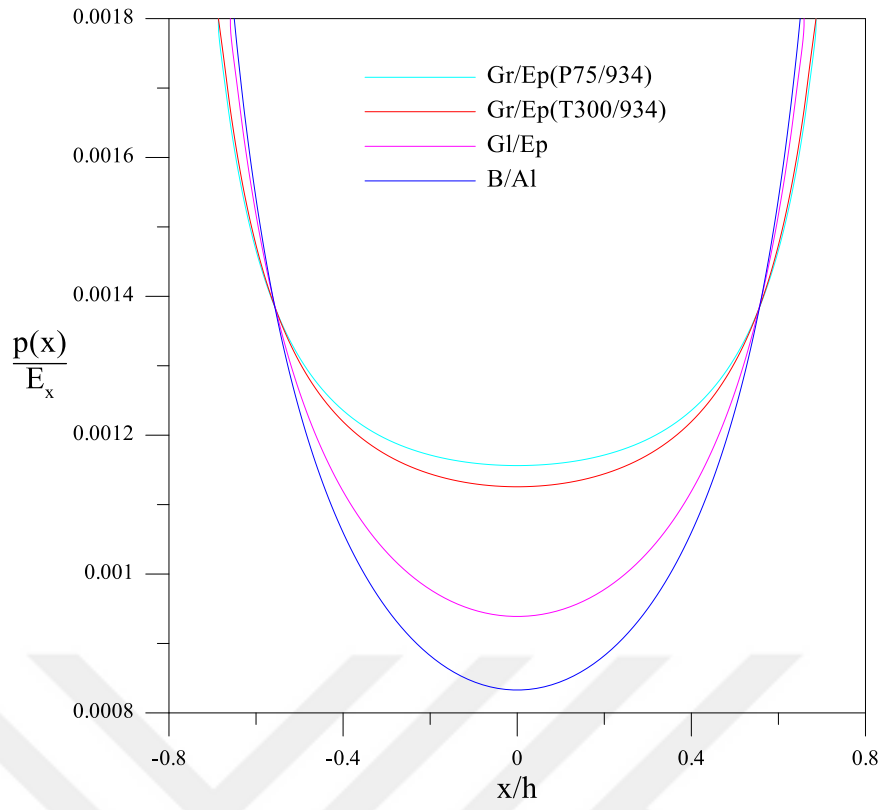
Şekil 3’te düz panç durumunda dış yükün değişiminin panç altındaki temas gerilme dağılışına etkisi görülmektedir. Şekilden de kolaylıkla anlaşılabileceği gibi dış yükün artması panç altındaki temas gerilmelerinin büyümesine neden olmaktadır.



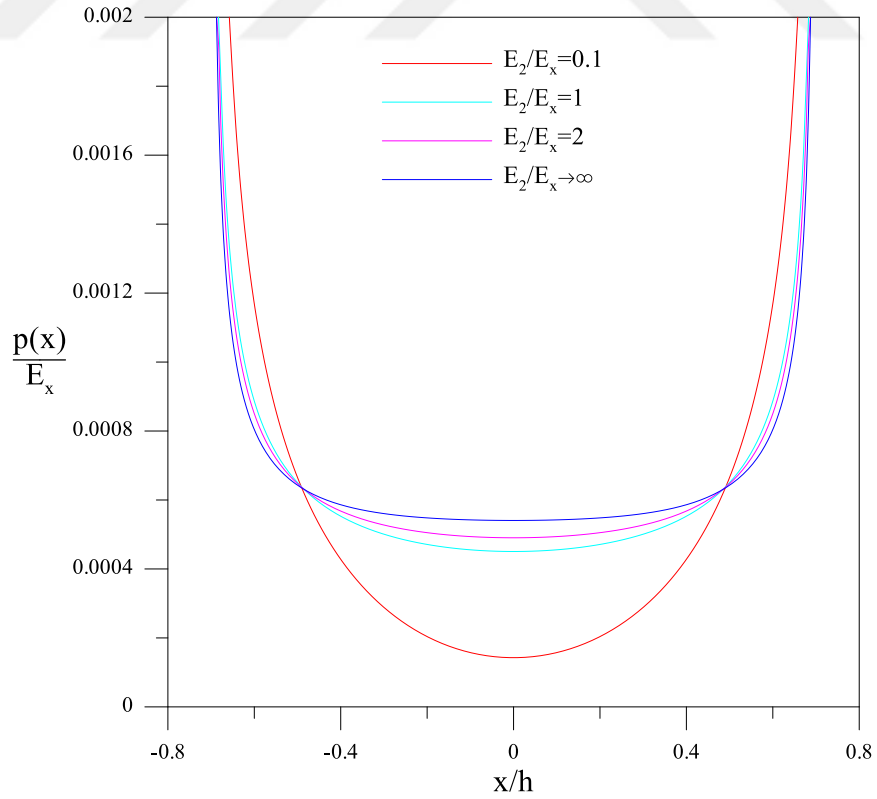
Şekil 2. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Panç Uzunluğunun Etkisi. (($P/h)/E_x=0.0025$, $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, Gr/Ep (T300/934))



Şekil 3. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Dış Yükle Etkisi. ($a/h=1$, $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, Gr/Al)



Şekil 4. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Ortotrop Malzeme Türünün Etkisi. ($\kappa_2=2$, $a/h=0.8$, $(P/h)/E_x=0.0025$, $E_2/E_x=0.5$)



Şekil 5. Düz Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına İzotrop Yarım Düzlemin Elastisite Modülünün Etkisi. ($\kappa_2=2$, $a/h=0.7$, $(P/h)/E_x=0.001$, B/Al)

Şekil 4'te düz panç durumunda tabaka için kullanılan farklı ortotrop malzeme türlerine bağlı olarak panç altındaki temas gerilme dağılışı verilmektedir. Kullanılan ortotrop malzeme türlerine ilişkin mekanik özellikler incelendiğinde (Tablo 1) yükleme doğrultusunda en büyük rijitliğe sahip malzemenin B/Al olduğu görülmektedir. Panç altındaki temas gerilmelerinin en küçük değeri bu malzeme kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır.

Şekil 5'te düz panç durumunda izotrop yarım düzlemin elastisite modülünün çeşitli boyutsuz değerleri için panç altındaki temas gerilmelerindeki değişimler görülmektedir. Şekil incelendiğinde E_2/E_x değeri arttıkça yani izotrop yarım düzlemin rijitliği arttıkça panç altındaki temas gerilmelerinin pik değeri artmaktadır. Simetri eksenindeki en büyük temas gerilmesi yarım düzlemin rijit temel olması durumunda ortaya çıkmaktadır.

Tablo 2. Düz Panç Durumunda Çeşitli Blok Uzunluğu ve Kütle Kuvveti Değerleri için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Değişimi. (G/E_p , $\mu_2=10$, $\kappa_2=2$)

$\rho gh/E_x$ ↓	a/h							
	0.4		1		1.5		2	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
2×10^{-5}	0.004341	3.60	0.005472	4.02	0.006817	4.50	0.008226	5.01
10^{-5}	0.002170	3.60	0.002736	4.02	0.003408	4.50	0.004113	5.01
4×10^{-6}	0.000868	3.60	0.001094	4.02	0.001363	4.50	0.001645	5.01
10^{-7}	0.000021	3.60	0.000027	4.02	0.000034	4.50	0.000041	5.01

Tablo 2'de düz panç durumunda çeşitli kütle kuvveti ve panç uzunluğu değerleri için izotrop yarım düzlem ve ortotrop tabaka arasındaki kritik ayrılma uzaklığı ve kritik ayrılma yükünün değişimi görülmektedir. Tablodan da görülebileceği gibi, panç uzunluğu büyüdükçe kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığı değerleri artmaktadır. Bu da panç uzunluğundaki büyümenin ilk ayrılmayı daha zor hale getirdiği ve ilk ayrılmanın yükün tatbik noktasından daha uzak bir yerde meydana geleceği sonuçlarını ortaya koymaktadır. Tablo 2'nin ortaya koyduğu diğer bir sonuç ise ortotrop tabakanın kütle kuvvetindeki artışın ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükünü artırmasıdır. Yani ortotrop tabakanın ağırlaşması yarım düzlemden ayrılmasını zorlaştırmaktadır. Ortotrop tabakanın kütle kuvvetindeki değişim ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma uzaklığında herhangi bir değişime neden olmamaktadır.

Tablo 3'te düz panç durumunda farklı ortotrop malzeme türleri ve çeşitli E_2/E_x değerleri için ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığının değişimi görülmektedir. Tablo incelendiğinde ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasında ilk ayrılmayı meydana getirecek kritik yükün ve bu ayrılmanın meydana

geldiği uzaklığın en büyük değeri Gr/Ep(P75/934) malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır. Tablodan çıkarılabilecek diğer bir sonuç ise izotrop yarım düzlemin rijitliği arttıkça ortotrop tabakayı yarım düzlemden ayıracak kritik yükün azaldığıdır. Ayrıca yarım düzlemin rijitliğinin artması, kritik ayrılmanın meydana geldiği noktanın simetri eksenine yaklaşmasına neden olmaktadır.

Tablo 3. Düz Panç Durumunda Çeşitli E_2/E_x Değerleri ve Ortotrop Malzeme Türleri için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Değişimi. ($\rho gh/E_x=10^{-6}$, $a/h=0.7$, $\kappa_2=2$)

Malzeme Türü ↓	E_2/E_x					
	0.1		1		10	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
Gr/Ep(P75/934)	0.003350	8.81	0.001057	3.90	0.000653	3.49
Gr/Ep(T300/934)	0.001102	7.27	0.000610	3.70	0.000344	3.14
Gl/Ep	0.000322	6.21	0.000196	3.31	0.000106	2.63
B/Al	0.000310	6.20	0.000184	3.30	0.000101	2.38

Tablo 4-7’de bu çalışmanın sonuçları ile literatürdeki bazı çalışmaların sonuçlarının karşılaştırılması sunulmuştur. Literatürden seçilen çalışmalar ele alınan bu çalışmanın çeşitli özel halleridir. Yapılan karşılaştırma sonucunda sonuçların birbirleriyle uyumluluğu incelenmiştir.

Tablo 4’te düz panç durumunda bu çalışmada elde edilen kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığı sonuçları, Çakıroğlu (1979) tarafından yapılan çalışmadaki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Çakıroğlu (1979) çalışmasında düz bir panç vasıtasıyla yüklenen ve izotrop yarım düzleme oturan homojen izotrop tabakanın temas problemini ele almıştır. Bu çalışmanın söz konusu çalışmayla karşılaştırılması (248) ifadelerinde verilen malzeme özellikleri seçilmek suretiyle ortotrop malzeme özelliklerinin izotrop karşılıklarına indirgenmesiyle gerçekleştirilmiştir. Tablo 4 incelendiğinde bu çalışmanın sonuçlarının Çakıroğlu (1979) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarıyla oldukça uyumlu olduğu ve sonuçlar arasındaki en büyük farkın % 0.166961 olduğu görülmektedir.

$$C_{11} = C_{33} = \frac{(1 + \kappa_1) \mu_1}{\kappa_1 - 1} \quad (248a)$$

$$C_{13} = \frac{(3 - \kappa_1) \mu_1}{\kappa_1 - 1} \quad (248b)$$

$$C_{55} = \mu_1 \quad (248c)$$

Tablo 4. Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.

a/h		$\frac{(1+\kappa_2)}{(1+\kappa_1)} \frac{\mu_1}{\mu_2} = 0.5$				
↓	Bu Çalışma		Çakıroğlu (1979)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.5	120.408	2.584	120.396	2.584	0.009967	0.000000
1	168.045	3.029	168.017	3.029	0.016665	0.000000
2	273.502	4.040	273.489	4.044	0.004753	0.098912
4	438.974	6.059	438.900	6.060	0.016860	0.016502

a/h		$\frac{(1+\kappa_2)}{(1+\kappa_1)} \frac{\mu_1}{\mu_2} = 1$				
↓	Bu Çalışma		Çakıroğlu (1979)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.5	158.327	3.073	158.305	3.074	0.013897	0.032531
1	209.793	3.506	209.738	3.506	0.026223	0.000000
2	325.934	4.532	325.881	4.532	0.016264	0.000000
4	502.826	6.556	502.854	6.555	0.005568	0.015256

a/h		$\frac{(1+\kappa_2)}{(1+\kappa_1)} \frac{\mu_1}{\mu_2} = 3$				
↓	Bu Çalışma		Çakıroğlu (1979)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.5	206.750	4.211	206.577	4.212	0.083746	0.023742
1	255.704	4.629	255.514	4.630	0.074360	0.021598
2	370.765	5.678	370.147	5.679	0.166961	0.017609
4	545.819	7.718	546.273	7.718	0.083178	0.000000

$\frac{(1+\kappa_2)}{(1+\kappa_1)} \frac{\mu_1}{\mu_2}$		$a/h=10^{-10}$				
↓	Bu Çalışma		Çakıroğlu (1979)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
1/7	60.076	1.943	60.078	1.944	0.003329	0.051440
1	139.012	2.900	139.030	2.903	0.012947	0.103341
5/3	164.814	3.390	164.900	3.394	0.052153	0.117855
7	230.142	5.320	230.022	5.320	0.052169	0.000000

Tablo 5’te bu çalışmanın sonuçları, Civelek ve Erdoğan (1976) ve Civelek vd. (1978) çalışmalarının sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Civelek ve Erdoğan (1976) çalışmalarında tekil yükü bastırılan ve rijit temele oturan homojen izotrop tabakanın temas problemini incelemişlerdir. Bu çalışmayı Civelek ve Erdoğan (1976) tarafından yapılan çalışmayla

karşılaştırabilmek için düz panç uzunluğu çok küçük ($a/h \rightarrow 0$), izotrop yarım düzlemin rijitliği ise çok büyük ($E_2 \rightarrow \infty$) seçilmiştir. Ayrıca ortotrop tabakayı izotrop tabakaya dönüştürmek için ise (248)'de verilen malzeme özellikleri kullanılmıştır. Bu çalışmayı Civelek vd. (1978) tarafından yapılan çalışma ile karşılaştırabilmek için ise (248) ifadelerindeki malzeme özellikleri kullanılmış ve izotrop yarım düzlemin rijitliği çok büyük ($E_2 \rightarrow \infty$) alınmıştır. Tablo incelendiğinde bu çalışmanın sonuçlarının söz konusu çalışmaların sonuçlarıyla oldukça uyumlu olduğu görülmektedir. Sonuçlar arasındaki en büyük fark ise %2.040816'dır.

Tablo 5. *Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.*

a/h ↓	$\mu_2 \rightarrow \infty$					
	Bu Çalışma		Civelek vd. (1978)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.5	58.88	2.00	58.88	1.96	0.000000	2.040816
1	92.40	2.46	92.40	2.42	0.000000	1.652892
2	169.59	3.46	169.57	3.42	0.011794	1.116959

a/h ↓	$\mu_2 \rightarrow \infty$					
	Bu Çalışma		Civelek ve Erdoğan (1976)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
$\rightarrow 0$	44.13990	1.77054	44.13924	1.77055	0.001495	0.000565

Tablo 6'da bu çalışmada elde edilen kritik ayrılma yükü ve uzaklığı değerleri Geçit (1980) tarafından yapılan çalışma sonuçları ile karşılaştırılarak verilmiştir. Geçit (1980) tarafından yapılan çalışmada tekil yük aracılığıyla yüklenmiş ve izotrop yarım düzleme oturan homojen izotrop tabakanın temas problemi incelenmiştir. Bu çalışmayla söz konusu çalışmayı karşılaştırabilmek için düz panç durumunda panç uzunluğu çok küçük seçilmiş ve (248) ifadeleri kullanılarak ortotrop tabaka izotrop tabakaya dönüştürülmüştür. Tablo incelendiğinde görülmektedir ki bu çalışmanın sonuçları Geçit (1980) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarına oldukça yakındır ve iki çalışma arasındaki en büyük fark %2.375044'tür.

Tablo 6. *Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.*

$\frac{(1+\kappa_2)\mu_1}{(1+\kappa_1)\mu_2}$ ↓	$a/h \rightarrow 0$					
	Bu Çalışma		Geçit (1980)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.1	55.08	1.89	56.42	1.86	2.375044	1.612903
1	139.01	2.90	140.39	2.94	0.982976	1.360544
10	249.94	5.96	250.67	5.87	0.291219	1.533220

Tablo 7’de bu çalışmayla Öner (2021)’deki sonuçların karşılaştırılması sunulmuştur. Öner (2021) çalışmasında rijit temele oturan ortotrop tabakanın sürekli temas problemini ele almıştır. Bu çalışmayı Öner (2021) ile karşılaştırabilmek için izotrop yarım düzlemin rijitliği çok büyük ($E_2 \rightarrow \infty$) seçilmiştir. Tablo incelendiğinde her iki çalışmanın sonuçlarının birbiriyle mükemmel bir uyum içerisinde olduğu görülmekle beraber en büyük fark %0.301205 olarak ortaya çıkmaktadır.

Tablo 7. *Düz Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yükünün ve Kritik Ayrılma Uzaklığının Literatür ile Karşılaştırılması.*

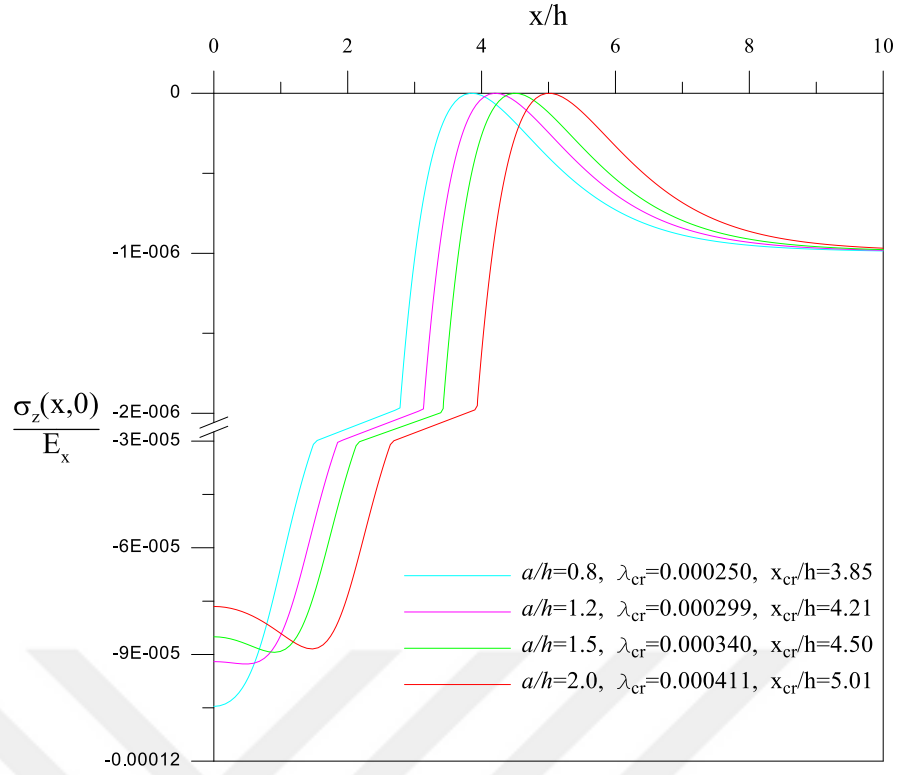
Ortotrop Malzeme Türü	$a/h=0.5$					
	Bu Çalışma		Öner (2021)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
↓						
graphite/epoxy	585.912	3.31	585.918	3.32	0.001024	0.301205
T800/M21CFRP	346.193	3.04	346.198	3.04	0.001444	0.000000
carbon/epoxy	235.859	3.00	235.860	3.00	0.000424	0.000000
glass/epoxy	84.4840	2.40	84.4842	2.40	0.000237	0.000000
Ortotrop Malzeme Türü	$a/h=0.8$					
	Bu Çalışma		Öner (2021)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
↓						
graphite/epoxy	641.249	3.53	641.256	3.53	0.001092	0.000000
T800/M21CFRP	385.592	3.26	385.599	3.26	0.001815	0.000000
carbon/epoxy	265.600	3.22	265.600	3.22	0.000000	0.000000
glass/epoxy	103.921	2.64	103.923	2.64	0.001925	0.000000
Ortotrop Malzeme Türü	$a/h=1$					
	Bu Çalışma		Öner (2021)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
↓						
graphite/epoxy	683.767	3.70	683.769	3.70	0.000292	0.000000
T800/M21CFRP	416.327	3.43	416.327	3.43	0.000000	0.000000
carbon/epoxy	289.265	3.39	289.271	3.39	0.002074	0.000000
glass/epoxy	119.540	2.83	119.454	2.83	0.000720	0.000000
Ortotrop Malzeme Türü	$a/h=1.5$					
	Bu Çalışma		Öner (2021)		Fark (%)	
	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
↓						
graphite/epoxy	801.915	4.14	801.923	4.14	0.000998	0.000000
800/M21CFRP	503.379	3.88	503.381	3.88	0.000397	0.000000
carbon/epoxy	357.355	3.84	357.356	3.84	0.000280	0.000000
glass/epoxy	162.872	3.31	162.872	3.31	0.000000	0.000000

Şekil 6-9’da düz panç durumunda panç uzunluğunun, ortotrop tabakanın kütle kuvvetinin, izotrop yarım düzlemin elastisite modülünün çeşitli boyutsuz değerleri için ve farklı ortotrop malzemeler için ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme dağılışıları verilmiştir. Şekiller incelendiğinde dış yükün etkisinin daha etkili olduğu temas bölgesinde ($x < x_{cr}$) arayüzeydeki temas gerilmeleri simetri düzleminde veya düz pançın kenarında en büyük değerini almaktadır. Bu noktalar gerilmelerin pik noktalarını oluşturmaktadır. Dış yükün etkisinin ortadan kalktığı temas alanında ($x > x_{cr}$) ise sadece kütle kuvvetlerinin etkisi görülmektedir. Bu kısımdaki gerilme değerleri kütle kuvvetlerine karşılık gelmektedir.

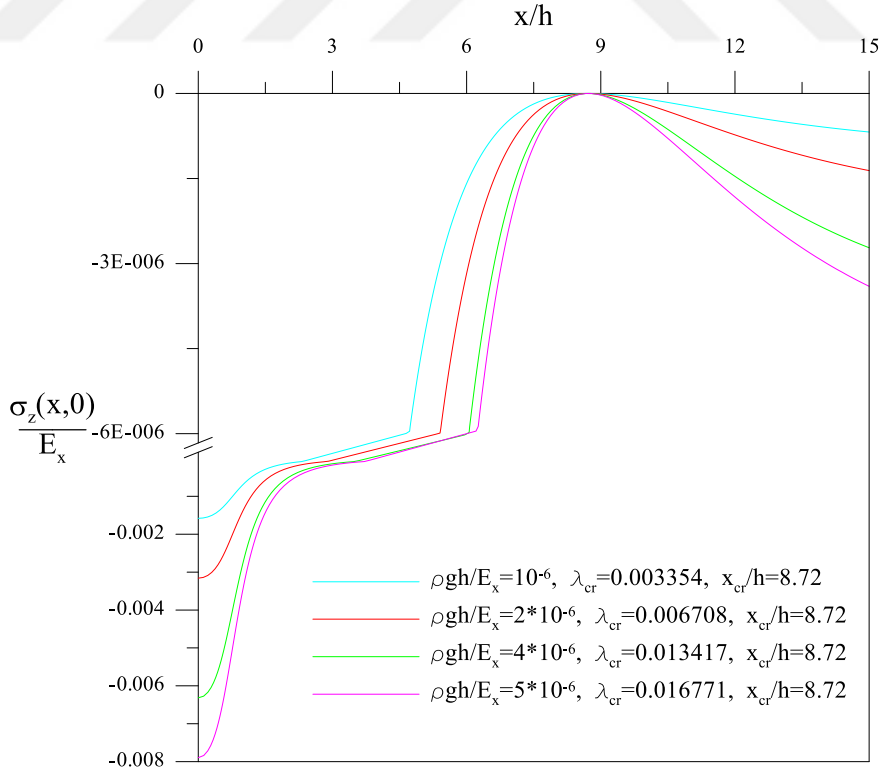
Şekil 6’da düz panç durumunda, farklı panç uzunlukları için ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılışıları görülmektedir. Şekilden de anlaşılacağı üzere panç uzunluğu arttıkça izotrop yarım düzlem ile ortotrop tabaka arasındaki kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığı artmaktadır. Yani daha büyük panç uzunluğu ortotrop tabakayı yarım düzlemden ayırmak için gerekli olan kritik yükü artırmaktadır. Ayrıca panç uzunluğundaki artış kritik ayrılmanın meydana geleceği noktanın simetri ekseninden uzaklaşmasına neden olmaktadır.

Şekil 7’de düz panç durumunda, ortotrop tabakanın boyutsuzlaştırılmış çeşitli kütle kuvveti değerleri için izotrop yarım düzlem ile ortotrop tabaka arasında oluşan temas gerilme yayılışıları verilmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi ortotrop tabakanın kütle kuvveti arttıkça ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükü artmaktadır ve dolayısıyla ayrılma daha zor gerçekleşmektedir. Kritik ayrılma uzaklığı ise kütle kuvvetinin değişiminden etkilenmemektedir.

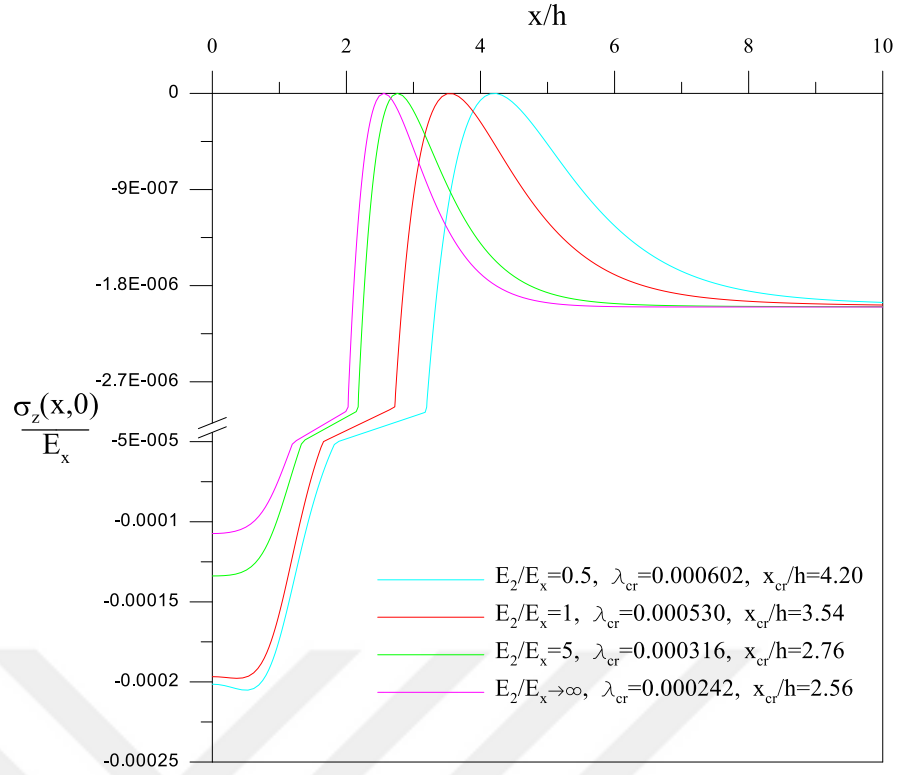
Şekil 8’de düz panç durumunda, izotrop yarım düzlemin boyutsuzlaştırılmış elastisite modülüne bağlı olarak, ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasında oluşan temas gerilme yayılışıları verilmektedir. Söz konusu elastisite modülü değeri arttıkça izotrop yarım düzlem daha rijit hale gelmektedir. İzotrop yarım düzlemin giderek rijitleşmesi ortotrop tabakayı yarım düzlemden ayırmak için gerekli olan kritik yükü azaltmaktadır. En küçük kritik ayrılma yükü değeri izotrop yarım düzlemin rijit temel gibi davranması durumunda ortaya çıkmaktadır. İzotrop yarım düzlemin rijitliğinin artması kritik ayrılmanın meydana geldiği noktanın simetri eksenine yaklaşmasına neden olmaktadır.



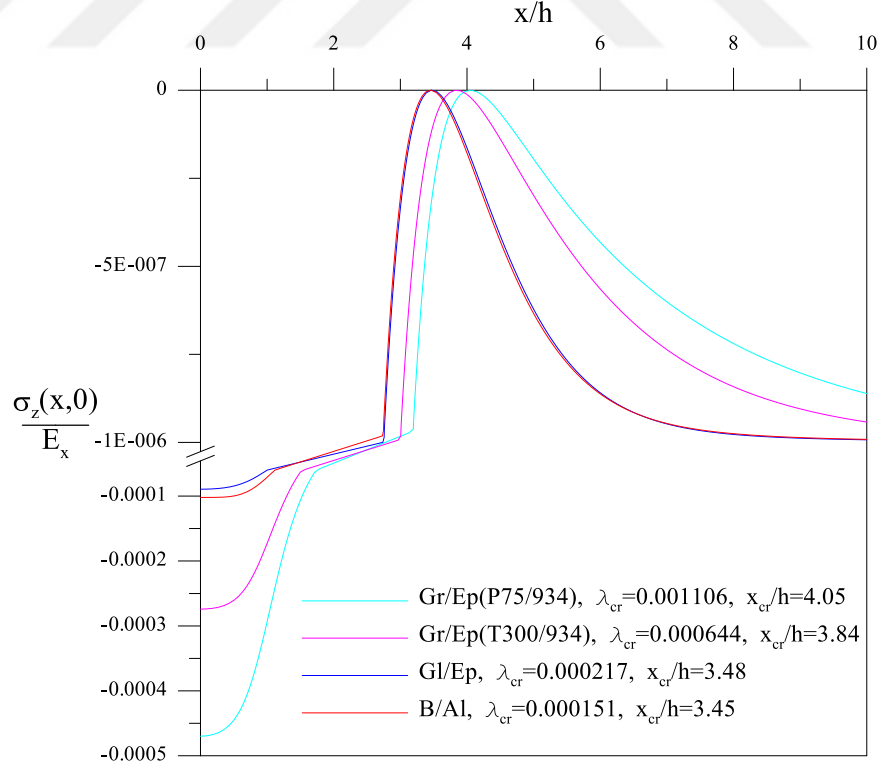
Şekil 6. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Panç Uzunluğuna Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $\rho gh/E_x=10^{-6}$, Gl/Ep)



Şekil 7. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Tabakanın Boyutsuzlaştırılmış Kütle Kuvvetine Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, Gr/Ep (P75/934), $a/h=0.6$, $\mu_2=10$)



Şekil 8. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}$, $a/h=1$, $\mu_2=10$, B/Al)



Şekil 9. Düz Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Malzeme Türüne Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $a/h=0.9$, $\rho gh/E_x=10^{-6}$, $E_2/E_x=1$)

Şekil 9’da düz panç durumunda farklı ortotrop malzemeler için ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılımının, kritik ayrılma yükünün ve uzaklığının değişimleri verilmiştir. Şekil incelendiğinde en büyük kritik ayrılma yükü ve uzaklığının Gr/Ep (P75/934) malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıktığı görülmektedir.

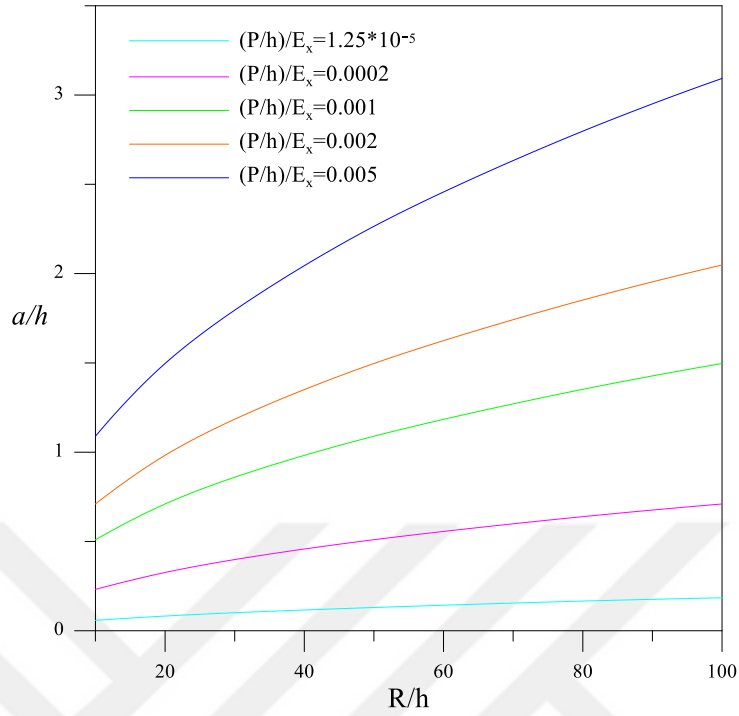
Tablo 8. Silindirik Panç Durumu için Boyutsuz Panç Yarıçapının ve Dış Yükün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. (Gr/Ep (P75/934), $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$)

$(P/h)/E_x$ ↓	a/h				
	$R/h=10$	$R/h=20$	$R/h=50$	$R/h=80$	$R/h=100$
$1.562 \cdot 10^{-6}$	0.02087657664	0.03086070212	0.04639175395	0.06166132765	0.0675894264
$6.25 \cdot 10^{-6}$	0.04174235228	0.05834306858	0.09269279913	0.1165496556	0.1301494309
$1.25 \cdot 10^{-5}$	0.05834306858	0.08235376504	0.1301494309	0.1661849525	0.1846826775
$5 \cdot 10^{-5}$	0.1165496556	0.1643737943	0.2589813124	0.3263387221	0.3646242443
0.0002	0.2318518989	0.3263387221	0.5099090812	0.6390133143	0.7099565294
0.001	0.50980126	0.7099565294	1.089437989	1.351998227	1.496587021
0.002	0.7099565294	0.9825054522	1.496587021	1.851971189	2.048267933
0.004	0.9825054522	1.351836304	2.048194906	2.530764388	2.797745228
0.005	1.089437989	1.496587021	2.264780287	2.797745228	3.092802965
0.008	1.351836304	1.851971189	2.797745228	3.455700395	3.820544836

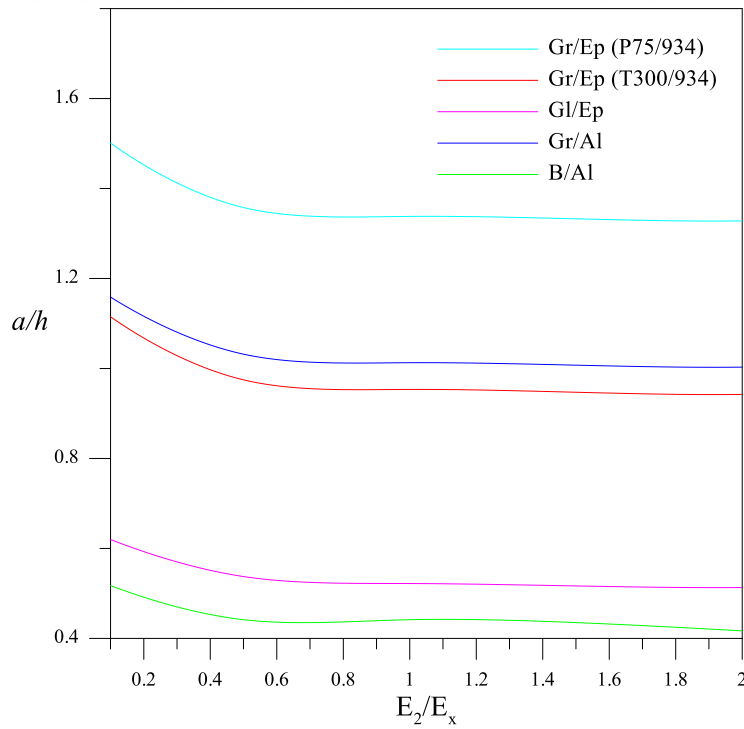
$(P/h)/E_x$ ↓	a/h				
	$R/h=120$	$R/h=150$	$R/h=200$	$R/h=250$	$R/h=300$
$1.562 \cdot 10^{-6}$	0.07315851662	0.08094278583	0.09269279913	0.1118343663	0.119767742
$6.25 \cdot 10^{-6}$	0.1457613856	0.1612782385	0.1846826775	0.2056893885	0.2248411435
$1.25 \cdot 10^{-5}$	0.2016509219	0.2248411435	0.2589813124	0.2890498346	0.318200496
$5 \cdot 10^{-5}$	0.3981220214	0.4435875328	0.5099090812	0.5675606607	0.6194817809
0.0002	0.773789807	0.8593437619	0.9825054522	1.089437989	1.184903473
0.001	1.625814377	1.798715609	2.048267933	2.265090317	2.45837967
0.002	2.223540616	2.45837967	2.797745228	3.092963568	3.356947944
0.004	3.036602241	3.356947944	3.820544836	4.224291311	4.586173583
0.005	3.356947944	3.711174763	4.224291311	4.671425899	5.072348735
0.008	4.147319178	4.586226736	5.222530677	5.777743295	6.27606211

Tablo 8 ve Şekil 10’da silindirik panç durumunda ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğuna dış yükün ve panç yarıçapının etkisi sunulmuştur. Uygulanan yükün artırılmasının rijit silindirik pançın ortotrop tabakanın yüzeyinin daha derinlerine nüfuz etmesine neden olduğu açıktır. Bu nedenle tablo ve şekilden de görülebileceği üzere dış yükün

artması temas uzunluğunun büyümesine neden olmaktadır. Panç yarıçapındaki artış ise beklenildiği gibi temas uzunluğunu artırmaktadır.



Şekil 10. Silindirik Panç Durumu için Boyutsuz Panç Yarıçapının ve Dış Yükün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, Gr/Ep (P75/934))



Şekil 11. Silindirik Panç Durumunda Ortotrop Malzeme Türü ve İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğuna Etkisi. ($(P/h)/E_x=0.001$, $R/h=100$, $\kappa_2=2$)

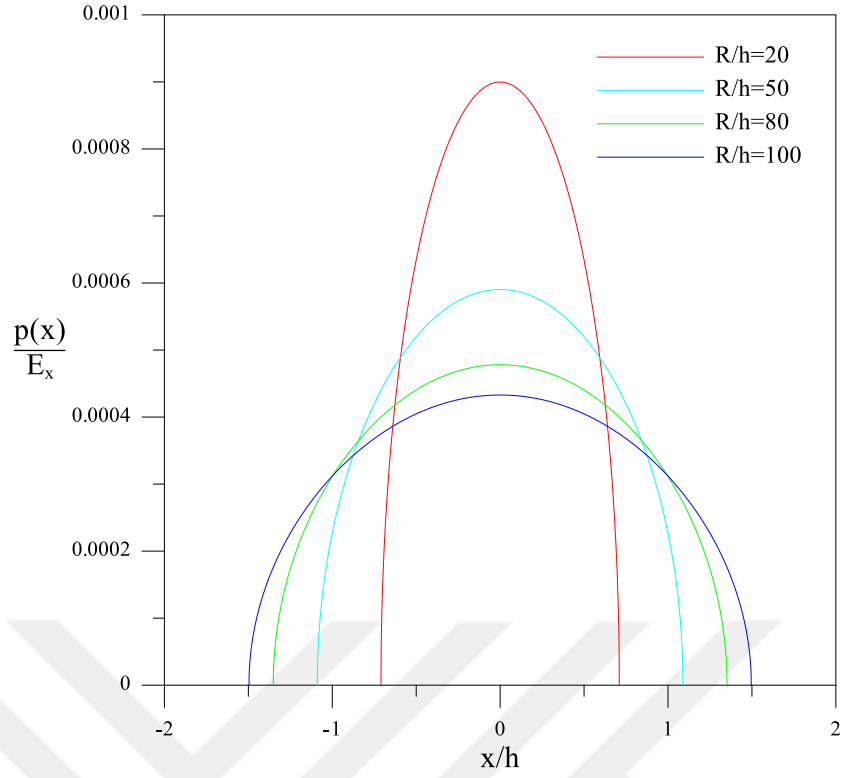
Tablo 9. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Malzeme Türüne ve İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Değişimi. ($(P/h)/E_x=0.001$, $\kappa_2=2$, $R/h=100$)

Ortotrop Malzeme Türü ↓	a/h				
	$E_2/E_x=0.1$	$E_2/E_x=0.5$	$E_2/E_x=1$	$E_2/E_x=2$	$E_2/E_x \rightarrow \infty$
Gr/Ep (P75/934)	1.501248398	1.357772799	1.338078839	1.328056672	1.317912842
Gr/Ep (T300/934)	1.115000423	0.9747324681	0.9534772644	0.9423856638	0.9309490401
Gl/Ep	0.6198396816	0.5374931006	0.521979652	0.5130454496	0.5029627746
Gr/Al	1.158736595	1.031792581	1.012859316	1.003019246	0.9929004557
B/Al	0.5174145297	0.4415756545	0.4261817381	0.4168030112	0.4055910844

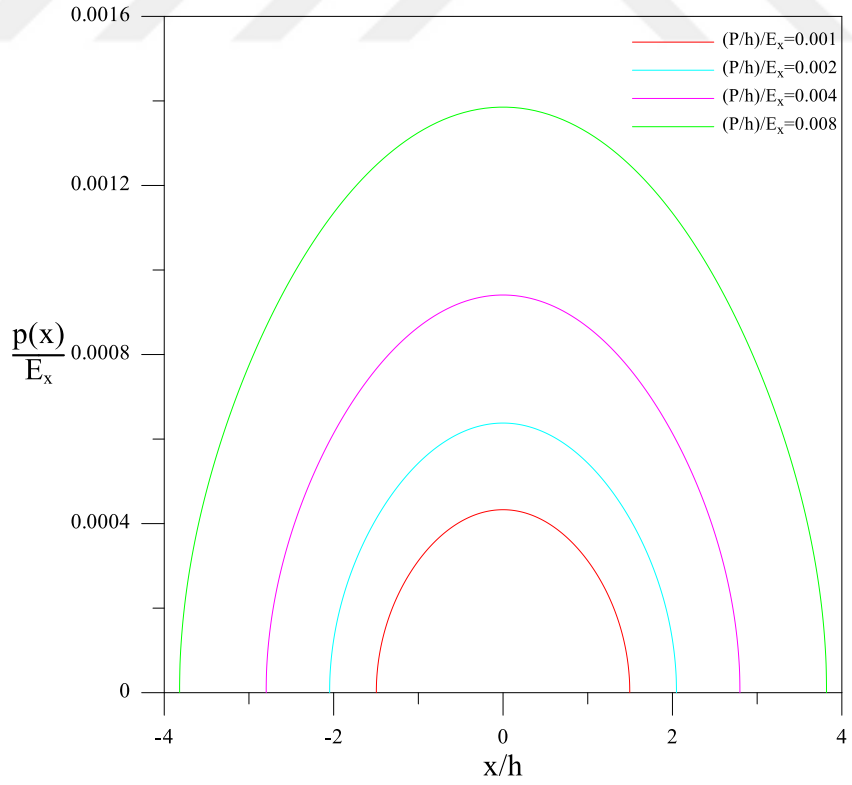
Tablo 9 ve Şekil 11’de silindirik panç durumunda ortotrop tabaka ile rijit panç arasındaki temas uzunluğuna farklı ortotrop malzemelerin ve izotrop yarım düzlemin boyutsuzlaştırılmış elastisite modülünün etkisi görülmektedir. Tablo 1 incelendiğinde malzemelerin yükleme doğrultusundaki rijitliğinin büyükten küçüğe doğru B/Al, Gr/Al, Gl/Ep, Gr/Ep (T300/934) ve Gr/Ep (P75/934) şeklinde sıralandığı görülmektedir. Gr/Ep (P75/934) malzemesinin rijitliği yükleme doğrultusunda en küçük olduğundan maksimum temas uzunluğu bu ortotrop malzemenin kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır. Yumuşak bir yüzey üzerindeki rijit silindirik panç sert bir yüzeye göre daha fazla nüfuz etmektedir. Tablo 9 ve Şekil 11’den çıkarılacak diğer bir sonuç ise E_2/E_x oranı arttıkça izotrop yarım düzlem daha rijit hale gelmekte bu durum temas uzunluğunun azalmasına neden olmaktadır. En küçük temas uzunluğu yarım düzlemin rijit olması durumunda ortaya çıkmaktadır.

Şekil 12-15’te silindirik panç durumunda panç yarıçapı, dış yük, izotrop yarım düzlemin elastisite modülü gibi parametrelerin çeşitli boyutsuz değerleri için ve farklı ortotrop malzemeler için panç altındaki temas gerilme dağılımları verilmiştir. Şekiller incelendiğinde en büyük gerilmenin simetri ekseninde meydana geldiği daha sonra azalarak temasın sona erdiği noktalarda sıfır olduğu görülmektedir.

Şekil 12’de silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilme dağılımına panç yarıçapının etkisi sunulmuştur. Şekil incelendiğinde panç yarıçapının panç altındaki temas gerilmesi üzerinde önemli etkisinin olduğu görülmektedir. Panç yarıçapı arttıkça panç ve ortotrop tabaka birbirine daha çok temas eder ve yük daha geniş bir alana yayılır. Sonuç olarak panç yarıçapındaki artış panç altındaki temas gerilmelerinin pik değerinde azalışa neden olmaktadır.

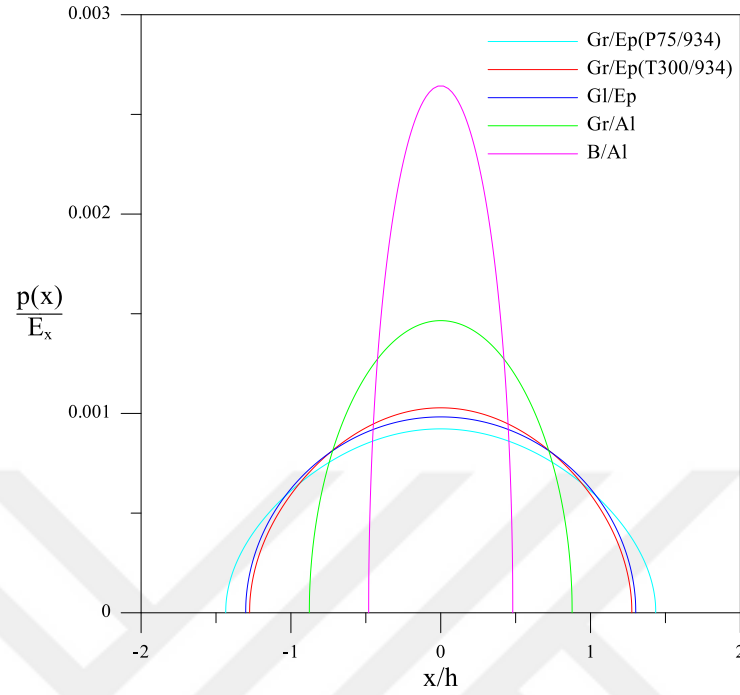


Şekil 12. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Panç Yarıçapının Etkisi. ($(P/h)/E_x=0.001$, $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, Gr/Ep (P75/934))

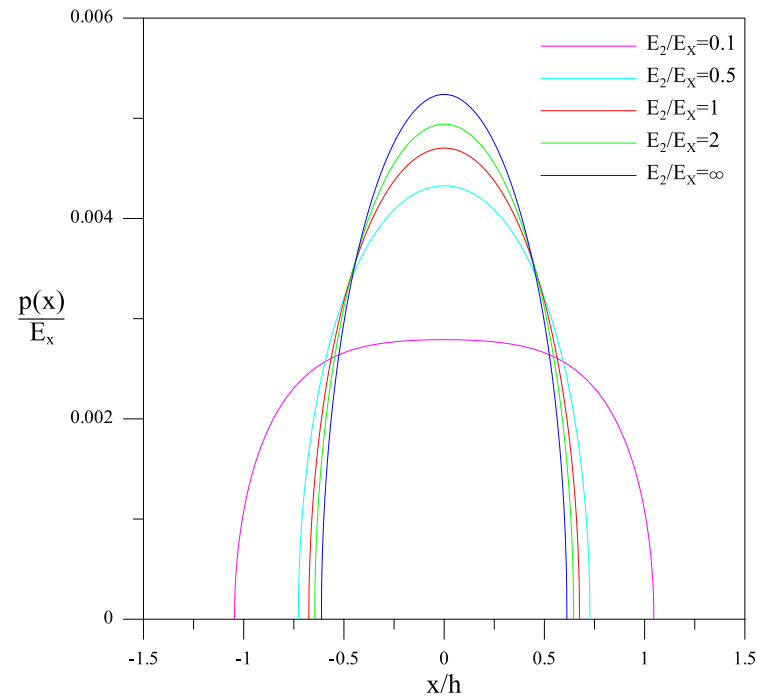


Şekil 13. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Dış Yükün Etkisi. ($R/h=100$, $\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, Gr/Ep (P75/934))

Şekil 13'te silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilme dağılışına dış yükün etkisi görülmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi dış yükün artması panç altındaki temas gerilmelerinin artmasına neden olmaktadır.



Şekil 14. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına Ortotrop Malzeme Türünün Etkisi. ($E_2/E_x=1$, $\kappa_2=2$, $E_x=144.8$, $(P/h)/E_x=0.002$, $R/h=100$)



Şekil 15. Silindirik Panç Durumunda Panç Altındaki Temas Gerilme Dağılışına İzotrop Yarıml Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün Etkisi. ($\kappa_2=2$, $R/h=50$, $(P/h)/E_x=0.005$, B/Al)

Şekil 14’te silindirik panç durumunda farklı ortotrop malzemeler panç altındaki temas gerilme dağılışının değişimi sunulmuştur. Şekilden de kolaylıkla anlaşılabileceği gibi yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanılması durumunda panç altındaki temas gerilmelerinin pik değeri artmaktadır. Silindirik panç altındaki en büyük temas gerilmesi değeri B/Al malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır.

Şekil 15’te silindirik panç durumunda izotrop yarım düzlemin elastisite modülünün panç altındaki temas gerilme dağılışına etkisi sunulmuştur. Şekil incelendiğinde izotrop yarım düzlemin elastisite modülünün artmasının dolayısıyla rijitliğinin artmasının panç altındaki temas gerilmelerinin pik değerinde artışa neden olduğu görülmektedir. En büyük temas gerilmesi yarım düzlemin rijit olması durumunda meydana gelmektedir.

Tablo 10-11’de bu çalışmanın sonuçları ile literatürde bu çalışmanın çeşitli özel hallerini içeren çalışmaların sonuçları karşılaştırılmıştır. Tablolar incelendiğinde sonuçların birbiriyle oldukça uyumlu olduğu ve aralarındaki farkın en büyük değerinin %1.0014 olduğu görülmektedir. Bu çalışmayı Öner (2021) ve Çömez (2019) ile karşılaştırmak için izotrop yarım düzlemin rijitliği çok büyük seçilmiştir ($E_2 \rightarrow \infty$).

Tablo 10. Silindirik Panç Durumu için Rijit Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Öner (2021) ile Karşılaştırılması.

$(P/h)/E_x = 0.002$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	0.099412	0.099411	0.001006
100	0.308764	0.308746	0.005830
200	0.429327	0.429271	0.013043
500	0.652496	0.652495	0.000153
1000	0.8825721	0.8816047	0.109732
$(P/h)/E_x = 0.005$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	0.156705	0.156675	0.019148
100	0.476305	0.476304	0.000209
200	0.652496	0.652495	0.000153
500	0.968388	0.968379	0.000929
1000	1.2850141	1.2850091	0.000389
$(P/h)/E_x = 0.01$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	0.220430	0.220430	0.000000
100	0.652496	0.652495	0.000153
200	0.881607	0.881605	0.000227
500	1.285014	1.285009	0.000389
1000	1.6855004	1.6854958	0.000273

$(P/h)/E_x = 0.02$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	0.308764	0.308746	0.005830
100	0.881607	0.881605	0.000227
200	1.174762	1.174762	0.000000
500	1.685500	1.685496	0.000237
1000	2.1902527	2.1902446	0.000369
$(P/h)/E_x = 0.1$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	0.652496	0.652495	0.000153
100	1.685500	1.685496	0.000237
200	2.190252	2.190245	0.000319
500	3.063184	3.063185	0.000032
1000	3.9241958	3.9241159	0.002036
$(P/h)/E_x = 0.5$			
R/h	Bu Çalışma a/h	Öner (2021) a/h	Fark, a/h [%]
10	1.285019	1.285009	0.000778
100	3.063185	3.063185	0.000000
200	3.924115	3.924116	0.000025
500	5.413327	5.413327	0.000000
1000	6.8831563	6.8831563	0.000000

Tablo 11. Silindirik Panç Durumu için Rijit Panç ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Uzunluğunun Çömez (2019) ile Karşılaştırılması.

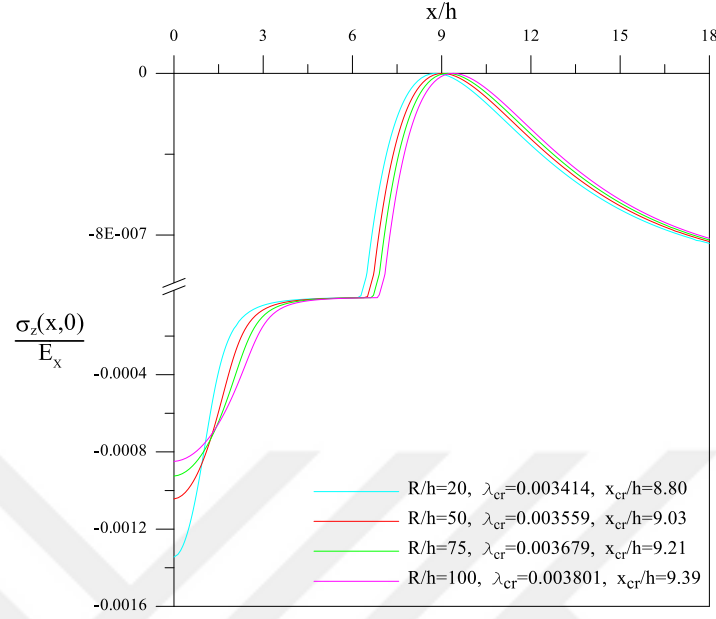
$R/h=100, (P/h)/E_x = 0.00234$		
Bu Çalışma a/h	Çömez (2019) a/h	Fark, a/h (%)
0.7363	0.7290	1.0014

Tablo 12. Silindirik Panç Durumunda Panç Yarıçapının İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2, \mu_2=10, \rho gh/E_x=10^{-6}, B/Al$)

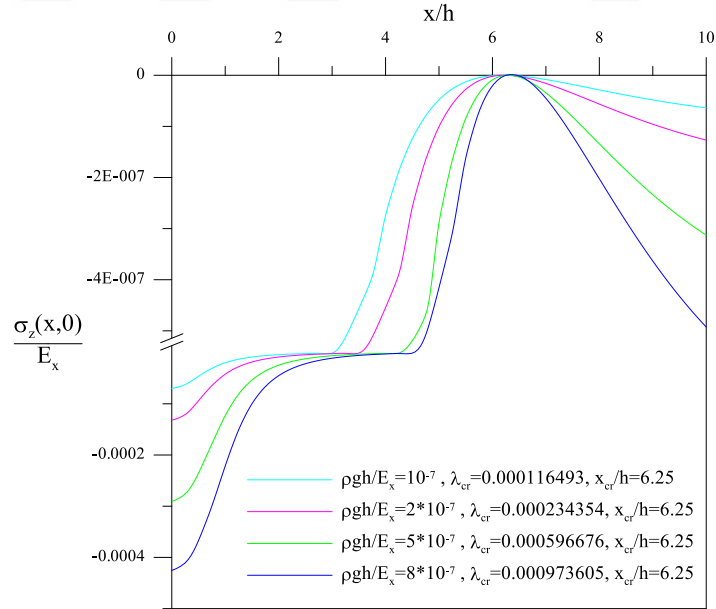
R/h	λ_{cr}	x_{cr}/h
10	0.00286204	5.99
50	0.00294681	6.04
100	0.00321737	6.23
150	0.00374975	6.60

Şekil 16 ve Tablo 12’de silindirik panç durumunda ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılışlarının, kritik ayrılma yükünün ve uzaklığının panç yarıçapına bağlı olarak değişimi sunulmuştur. Şekil ve tablo incelendiğinde hem kritik ayrılma yükünün hem de kritik ayrılma uzaklığının panç yarıçapındaki artışa bağlı olarak büyüdüğü

gözlenmektedir. Bu durum panç yarıçapındaki artışın ilk ayrılmayı daha zor hale getirdiği ve meydana gelecek ilk ayrılmanın simetri ekseninden daha uzakta oluşacağı sonucunu ortaya koymaktadır.

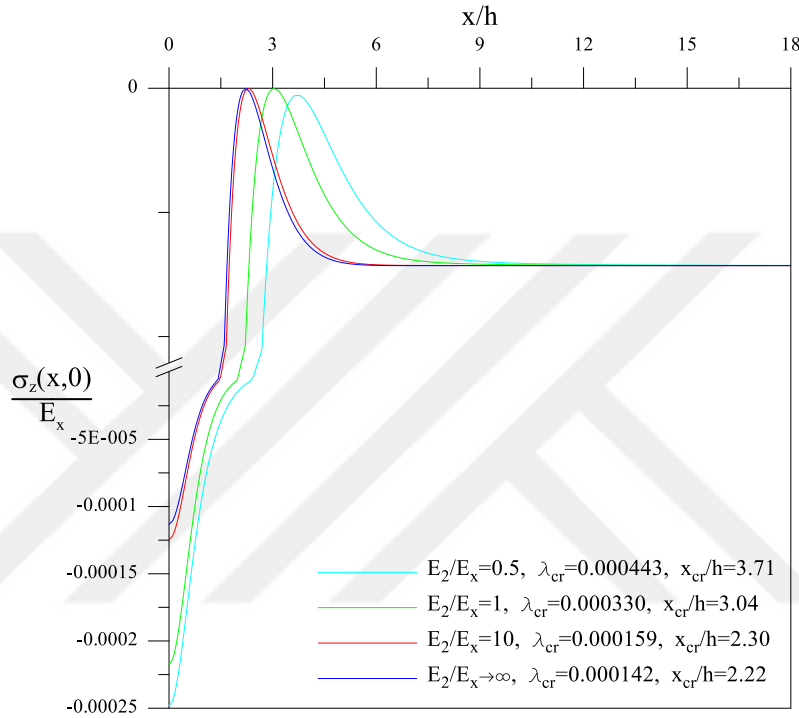


Şekil 16. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılımının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Panç Yarıçapına Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $\rho gh/E_x=10^{-6}$, Gr/Ep (P75/934))



Şekil 17. Silindirik Panç Durumu için Ortotrop Tabaka ile İzotrop Yarım Düzlem Arasındaki Temas Gerilme Yayılımının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Tabakanın Boyutsuzlaştırılmış Kütle Kuvvetine Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, Gr/Ep (T300/934))

Şekil 17’de silindirik panç durumunda ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılımına, kritik ayrılma yükü ve uzaklığına ortotrop tabakanın kütle kuvvetinin etkisi sunulmuştur. Şekil incelendiğinde ortotrop tabakanın kütle kuvveti arttıkça kritik ayrılma yükünün de arttığı kolaylıkla görülebilmektedir. Dolayısıyla daha ağır bir ortotrop tabakanın izotrop yarım düzlemden ayrılması için gereken kritik yük daha büyük olacaktır. Ortotrop tabakanın kütle kuvvetindeki değişim kritik ayrılma uzaklığını etkilememektedir.

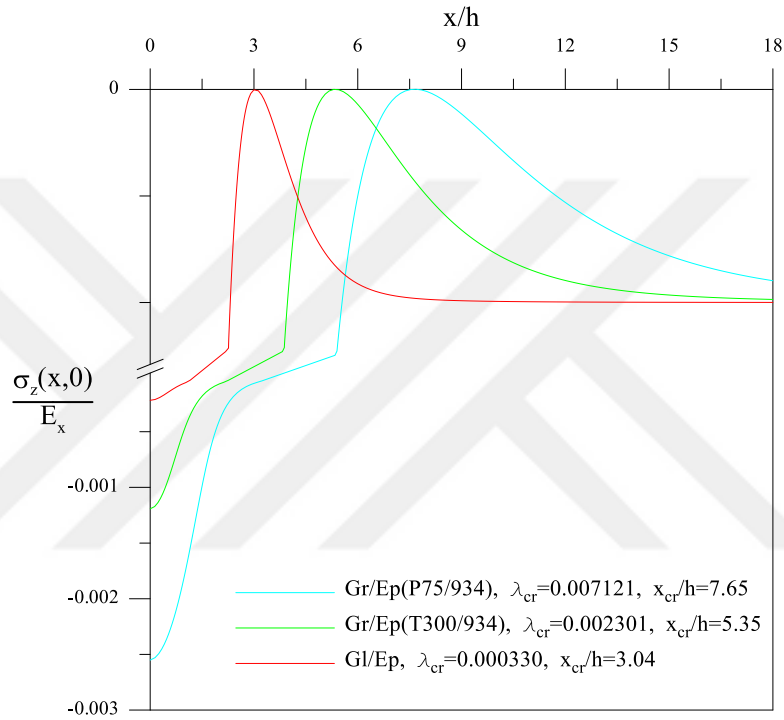


Şekil 18. Silindirik Panç Durumu için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilme Yayılımının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülüne Bağlı Olarak Değişimi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, $\rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}$, Gl/Ep)

Tablo 13. Silindirik Panç Durumunda İzotrop Yarım Düzlemin Boyutsuzlaştırılmış Elastisite Modülünün İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılmayı Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=100$, $\rho gh/E_x=10^{-5}$, Gl/Ep)

E_2/E_x	λ_{cr}	x_{cr}/h
0.1	0.0034934	6.33
0.5	0.00244093	3.83
1	0.0018066	3.13
2	0.00129269	2.70

Şekil 18 ve Tablo 13’te silindirik panç durumunda izotrop yarım düzlemin elastisite modülüne bağlı olarak ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılışlarının, kritik ayrılma yükünün ve uzaklığının değişimi verilmiştir. İzotrop yarım düzlemin elastisite modülünün artması yarım düzlemi daha rijit hale getirmekte, bu durum kritik ayrılma yükünün ve uzaklığının azalmasına neden olmaktadır. Ortotrop tabakayı izotrop yarım düzlemden ayırmak için gerekli kritik ayrılma yükünün yarım düzlemin rijit olması durumunda en küçük olduğu görülmektedir. Ayrıca yarım düzlemin giderek rijitleşmesi meydana gelecek ilk ayrılmanın konumunun simetri eksenine yaklaşmasına neden olmaktadır.



Şekil 19. Silindirik Panç Durumu için İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki Temas Gerilme Yayılışının, Kritik Ayrılma Yükünün ve Uzaklığının Ortotrop Malzeme Türüne Bağlı Olarak Değişimi. ($E_2/E_x=1$, $\kappa_2=2$, $\rho gh/E_x=2 \times 10^{-6}$, $E_x=42.7$, $R/h=100$)

Tablo 14. Silindirik Panç Durumunda Ortotrop Malzeme Türünün İzotrop Yarım Düzlem ile Ortotrop Tabaka Arasındaki İlk Ayrılma Oluşturan Kritik Ayrılma Yüküne ve Kritik Ayrılma Uzaklığına Etkisi. ($\kappa_2=2$, $\mu_2=10$, $R/h=50$, $\rho gh/E_x=10^{-5}$)

Malzeme Türü	λ_{cr}	x_{cr}/h
Gr/Ep (P75/934)	0.00173702	4.47
Gr/Ep (T300/934)	0.000883265	4.29
Gl/Ep	0.000218474	3.68

Şekil 19 ve Tablo 14’te silindirik panç durumunda çeşitli ortotrop malzemeler için ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki temas gerilme yayılımının, kritik ayrılma yükünün ve uzaklığının değişimleri verilmiştir. Şekil ve tablo incelendiğinde yükleme doğrultusunda daha rijit bir malzeme kullanılması durumunda ilk ayrılmanın meydana gelmesi için gerekli kritik yükün daha küçük olacağı sonucu ortaya çıkmaktadır. Ayrıca yükleme doğrultusunda daha rijit malzeme kullanılması ilk ayrılmanın meydana geleceği noktanın simetri eksenine yaklaşması sonucunu doğurmaktadır.



Sonuçlar ve Öneriler

Bu çalışmada, düz veya silindirik profile sahip rijit bir panç vasıtasıyla yüklenen ve izotrop yarım düzleme oturan ortotrop tabakanın sürekli temas problemi elastisite teorisine göre çözülmüştür. Problemde tüm yüzeyler sürtünmesiz kabul edilmiş ve ortotrop tabakanın kütle kuvveti dikkate alınırken izotrop yarım düzlemin kütle kuvveti hesaba katılmamıştır. Bu çalışmadan çıkarılan sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Düz panç durumunda panç uzunluğunun artmasıyla birlikte panç altında oluşan temas gerilmeleri azalmaktadır.
- Düz panç durumunda dış yükün büyümesi panç altındaki temas gerilmelerinin de artmasına sebep olmaktadır.
- Düz panç durumunda panç altındaki temas gerilmelerinin en küçük değeri B/Al ortotrop malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır.
- Düz panç durumunda izotrop yarım düzlemin rijitliği arttıkça panç altında oluşan temas gerilmelerinin pik değeri de artmaktadır.
- Düz panç durumunda ilk ayrılmayı meydana getirecek kritik yükün ve uzaklığın en büyük değeri Gr/Ep (P75/934) malzemesi kullanıldığında ortaya çıkmaktadır.
- Düz panç durumunda panç uzunluğu arttıkça ortotrop tabaka ile izotrop yarım düzlem arasındaki kritik ayrılma yükü ve uzaklığı da artmaktadır.
- Düz panç durumunda ortotrop tabakanın kütle kuvveti arttığında kritik ayrılma yükü artarken kritik ayrılma uzaklığı değeri değişmemektedir.
- Düz panç durumu için izotrop yarım düzlemin elastisite modülü arttıkça rijitliği artmakta bunun sonucu olarak da kritik ayrılma yükü ve uzaklığı azalmaktadır.
- Silindirik panç durumunda dış yük ve panç yarıçapı attıkça temas uzunluğu büyümektedir.
- Silindirik panç durumunda Gr/Ep (P75/934) malzemesinin rijitliği yükleme doğrultusunda en küçük olduğundan maksimum temas uzunluğu bu malzeme kullanıldığında oluşmaktadır.
- Silindirik panç durumunda izotrop yarım düzlemin elastisite modülü arttıkça dolayısıyla rijitliği arttıkça ortotrop tabaka ile panç arasındaki temas uzunluğu küçülmektedir. En küçük temas uzunluğu yarım düzlemin rijit temel olması durumunda ortaya çıkmaktadır.
- Silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilmelerinin en büyük değeri simetri ekseninde meydana gelmekte olup, temasın sona erdiği noktalarda sıfır olmaktadır.

- Silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilmeleri dış yükün artması ile artmaktadır. Panç yarıçapındaki artış ise söz konusu gerilmelerin pik değerinde azalmaya neden olmaktadır.
- Silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilmelerinin pik değeri yükleme doğrultusunda daha rijit malzeme kullanıldığında artmaktadır. En büyük temas gerilmesi değeri ortotrop tabaka için B/Al malzemesi kullanılması durumunda ortaya çıkmaktadır.
- Silindirik panç durumunda panç altındaki temas gerilmelerinin pik değeri, izotrop yarım düzlemin elastisite modülü büyüdükçe artmaktadır.
- Silindirik panç durumunda panç yarıçapı ve ortotrop tabakanın kütle kuvveti arttıkça kritik ayrılma yükü büyümektedir.
- Silindirik panç durumunda panç yarıçapı arttıkça kritik ayrılma uzaklığı büyümektedir.
- Silindirik panç durumunda ortotrop tabakanın kütle kuvvetindeki değişim kritik ayrılma uzaklığını etkilememektedir.
- Silindirik panç durumunda izotrop yarım düzlemin rijitliğinin artmasıyla kritik ayrılma yükü ve kritik ayrılma uzaklığı azalmaktadır.
- Silindirik panç durumunda yükleme doğrultusunda daha rijit bir ortotrop malzeme kullanıldığında ilk ayrılmayı meydana getirecek kritik yük değeri daha küçük olmakla beraber ayrılmanın meydana geldiği nokta simetri eksenine yaklaşmaktadır.
- Bu çalışmanın sonuçları ile literatürde yer alan bu çalışmanın çeşitli özel hallerine ilişkin sonuçlar karşılaştırıldığında sonuçların birbiriyle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

Elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde gelecekte yapılacak çalışmalara ilişkin aşağıdaki öneriler sunulmuştur:

- Ortotrop tabaka yerine monoklinik tabaka olması durumu dikkate alınarak problemin çözümü gerçekleştirilebilir.
- Problemin süreksiz temasına ilişkin çözümü yapılabilir.
- Ortotrop tabakanın fonksiyonel derecelendirilmiş olması durumu incelenebilir.
- Piezoelektrik tabaka için problem tekrar ele alınabilir.

KAYNAKÇA

- Abanoz, M. (2018). *Rijit Bir Panç Aracılığıyla Yüklenmiş ve Rijit Temele Bağlanmış Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi* (Yüksek lisans tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 540504)
- Abhilash, M. N. & Murthy, H. (2014). Finite Element Analysis of 2-D Elastic Contact Involving FGMs. *International Journal of Computer Methods Engineering Science Mechanic*. 15, 3, 253–257. <https://doi.org/10.1080/15502287.2014.882445>
- Adalı, O. (2018). *Elastik Cisimlerde İki Boyutlu Doğrusal Sürtünmesiz Temas Probleminin Sonlu Elemanlar Metodu ile Analizi* (Yüksek lisans tezi, İTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 518041)
- Adıyaman, G. (2019). *Tabakalı Ortamlarda Temas Problemlerinin Genel Çözümü ve Bu Çözüme İlişkin Bir Bilgisayar Programının Geliştirilmesi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 547945)
- Adıyaman, G., Öner, E. & Birinci, A. (2017). Continuous and Discontinuous Contact Problem of a Functionally Graded Layer Resting on a Rigid Foundation. *Acta Mechanica*. 228, 3003-3017. <https://dx.doi.org/10.1007/s00707-017-1871-y>
- Adıyaman, G., Birinci, A., Öner, E. & Yaylacı, M. (2016). A Receding Contact Problem Between a Functionally Graded Layer and Two Homogeneous Quarter Planes. *Acta Mechanica*. 227, 6, 1753–1766. <https://dx.doi.org/10.1007/s00707-016-1580-y>
- Alinia, Y., Hosseini-nasab, M. & Güler, M. A. (2018). The Sliding Contact Problem for an Orthotropic Coating Bonded to an Isotropic Substrate. *European Journal of Mechanics/A Solids*. 70, 156-171. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2018.02.010>
- Arslan, O. (2020). Plane Contact Problem Between a Rigid Punch and a Bidirectional Functionally Graded Medium. *European Journal of Mechanics*. 80, 103925, 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2019.103925>
- Balcı, M. N. & Dağ, S. (2019). Solution of the Dynamic Frictional Contact Problem Between a Functionally Graded Coating and a Moving Cylindrical Punch. *International Journal of Solids and Structures*. 161, 267-281. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.11.020>
- Benkhira El-H., Fakhar R. & Mandyly Y. (2021). Analysis and Numerical Approach for a Nonlinear Contact Problem with Non-Local Friction in Piezoelectricity. *Acta Mech*. 232, 4273–4288. <https://doi.org/10.1007/s00707-021-03057-7>
- Binienda, W. K. & Pindera, M. J. (1994). Frictionless Contact of Layered Metal-Matrix and Polymer-Matrix Composite Half Planes. *Composites Science and Technology*. 50, 1, 119-128. [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(94\)90131-7](https://doi.org/10.1016/0266-3538(94)90131-7)
- Birinci, A. (1998). *Alt Tabakasında Düşey Bir Çatlağı Bulunan ve Rijit Bir Blok Aracılığı ile Yüklenen Bileşik Tabaka Problemi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 78101)
- Birinci A., Adıyaman G., Yaylacı M. & Öner E. (2015). Analysis of Continuous and Discontinuous Cases of a Contact Problem Using Analytical Method and FEM. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 12, 9, 1771-1789. <https://doi.org/10.1590/1679-78251574>

- Birinci, A. & Erdöl, R. (2003). A Frictionless Contact Problem for Two Elastic Layers Supported by a Winkler Foundation. *Structural Engineering and Mechanics*. 15, 331-344. <https://doi.org/10.12989/sem.2003.15.3.331>
- Bora, P. (2016). *İki Rijit Dikdörtgen Blok ile Yüklenmiş Elastik Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan İki Elastik Tabakanın Temas Problemi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 435042)
- Chen, W. T. & Engel, P. A. (1972). Impact and Contact Stress Analysis in Multilayer Media. *International Journal of Solids and Structure*. 8, 11, 1257-1281. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(72\)90079-0](https://doi.org/10.1016/0020-7683(72)90079-0)
- Chenxi Z. & Shenghu D. (2021). Continuous Contact Problem of Thermoelectric Layer Pressed by Rigid Punch. *Applied Mathematical Modelling*. 100, 536-548. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.07.029>
- Chidlow, S. J., Chong, W. W. F. & Teodorescu, M. (2013). On the Two-Dimensional Solution of Both Adhesive and Non-adhesive Contact Problems Involving Functionally Graded Materials. *European Journal of Mechanics- A/Solids*. 39, 86-103. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2012.10.008>
- Civelek, M. B. & Erdoğan, F. (1975). The Frictionless Contact Problem for an Elastic Layer under Gravity, *ASME Journal of Applied Mechanics*. 42(97), 136-140. <https://doi.org/10.1115/1.3423504>
- Civelek, M. B. & Erdoğan, F. (1976). Interface Separation in a Frictionless Contact Problem for an Elastic Layer. *Journal of Applied Mechanics*. 43, 175-177. <https://doi.org/10.1115/1.3423775>
- Civelek, M. B., Erdoğan, F. & Çakıroğlu, A. O. (1978). Interface Separation for an Elastic Layer Loaded by a Rigid Stamp. *International Journal of Engineering Science*. 16(9), 669-679. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(78\)90044-7](https://doi.org/10.1016/0020-7225(78)90044-7)
- Çakıroğlu, A. O. (1979). *Elastik Yarım Düzleme Oturan Plaklarda Temas Problemi* (Doçentlik Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi).
- Çakıroğlu, F. L., Çakıroğlu, M. & Erdöl, R. (2001). Contact Problems for Two Elastic Layers Resting on Elastic Half-Plane. *Journal of Engineering Mechanics*. 127, 2, 113-118. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2001\)127:2\(113\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2001)127:2(113))
- Çömez, İ. (2009). *Rijit Dairesel Bir Pançla Bastırılan Elastik Tabaka ve Yarım Düzlemin Sürtünmeli Değme Problemi* (Doktora Tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 244497)
- Çömez, İ. (2015). Contact Problem for a Functionally Graded Layer Indented by a Moving Punch. *International Journal of Mechanical Sciences*. 100, 339-344. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.07.006>
- Çömez, İ. (2017). Frictional Moving Contact Problem for a Layer Intended by a Rigid Cylindrical Punch. *Archive of Applied Mechanics*. 87, 12, 1993-2002. DOI: [10.1007/s00419-017-1306-1](https://doi.org/10.1007/s00419-017-1306-1)
- Çömez, İ. (2019). Continuous and Discontinuous Contact Problem of a Functionally Graded Layer Pressed by a Rigid Cylindrical Punch. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 73, 437-448. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2018.10.009>
- Çömez, İ. (2020). Contact Mechanics of The Functionally Graded Monoclinic Layer. *European Journal of Mechanics-A/Solids*. 83, 104018. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2020.104018>

- Çömez, İ. (2021). Thermoelastic Receding Contact Problem of a Layer Resting on a Half Plane with Frictional Heat Generation. *Journal of Thermal Stresses*. 44, 5, 566-581. <https://doi.org/10.1080/01495739.2021.1873082>
- Çömez, İ. (2022a). Frictional Moving Contact Problem Between a Functionally Graded Monoclinic Layer and a Rigid Punch of an Arbitrary Profile. *Acta Mechanica*. 233, 19, 1435–1453. DOI:[10.1007/s00707-022-03178-7](https://doi.org/10.1007/s00707-022-03178-7)
- Çömez, İ. (2022b). Dynamic Contact Problem for a Viscoelastic Orthotropic Coated Isotropic Half Plane. *Acta Mechanica*. 233, 12, 5241–5253. DOI:[10.1007/s00707-022-03366-5](https://doi.org/10.1007/s00707-022-03366-5)
- Çömez, İ., El-Borgi S. & Yıldırım B. (2020). Frictional Receding Contact Problem of a Functionally Graded Layer Resting on a Homogeneous Coated Half-Plane. *Archive of Applied Mechanics*. 90, 9, 2113-2131. DOI:[10.1007/s00419-020-01712-4](https://doi.org/10.1007/s00419-020-01712-4)
- Çömez, İ. & Güler M. A. (2020). On the Contact Problem of a Moving Rigid Cylindrical Punch Sliding Over an Orthotropic Layer Bonded to an Isotropic Half-Plane. *Mathematics and Mechanics of Solids*. 25, 10, 1924-1942. <https://doi.org/10.1177/1081286520915272>
- Çömez, İ., Güler, M. A. & El-Borgi, S. (2020). Continuous and Discontinuous Contact Problems of a Homogeneous Piezoelectric Layer Pressed by a Conducting Rigid Flat Punch. *Acta Mechanica*. 231, 3, 957-976. DOI:[10.1007/s00707-019-02551-3](https://doi.org/10.1007/s00707-019-02551-3)
- El-Borgi, S., Abdelmaoula, R. & Keer, L. (2006). A Receding Contact Plane Problem Between a Functionally Graded Layer and a Homogeneous Substrate. *International Journal of Solids and Structures*. 43, 3-4, 658-674. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.04.017>
- El-Borgi, S. & Çömez, İ. (2017). A receding Frictional Contact Problem Between a Graded Layer and a Homogeneous Substrate Pressed by a Rigid Punch. *Mechanics of Materials*. 114, 201-214. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.08.003>
- Elloumi, R., Kallel-Kamoun, I. & El-Borgi, S. (2010). A Fully Coupled Partial Slip Contact Problem in a Graded Half-Plane. *Mechanics of Materials*. 42, 4, 417-428. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2010.01.002>
- Erdoğan F. & Gupta G. D. (1972). On the numerical solution of singular integral equations. *Quarterly of Applied Mathematics*. 29, 525-534. DOI:10.1090/QAM/408277
- Eyüboğlu, A. (2019). *Winkler Temele Oturan ve Rijit Dairesel Blok Aracılığıyla Yüklenen Biri Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi* (Yüksek Lisans Tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 556176)
- Gecit, M. R. (1980). A Tensionless Contact Without Friction Between an Elastic Layer and an Elastic Foundation. *International Journal of Solids and Structures*. 16(5), 387-396. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(80\)90037-2](https://doi.org/10.1016/0020-7683(80)90037-2)
- Gecit, M. R. (1981). Axisymmetric Contact Problem for an Elastic Layer and an Elastic Foundation. *International Journal of Solids and Structures*. 19, 747-755. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(81\)90108-7](https://doi.org/10.1016/0020-7225(81)90108-7)
- Gecit, M. R. (1986). Axisymmetric Contact Problem for a Semi Infinite Cylinder and Half Space. *International Journal of Engineering Sciences*. 24, 8, 1245-1256. [https://doi.org/10.1016/0020-7225\(86\)90054-6](https://doi.org/10.1016/0020-7225(86)90054-6)
- Güler, M. A. & Erdoğan, F. (2004). Contact Mechanics of Graded Coatings. *International Journal of Solids and Structures*. 41, 14, 3865-3889. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.02.025>

- Güler, M. A., Gülver, Y. F. & Nart, E. (2012). Contact Analysis of Thin Films Bonded to Graded Coatings. *International Journal of Mechanical Science*. 55, 1, 50–64. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2011.12.003>
- Güler, M. A., Küçüksucu, A., Yılmaz, K. B. & Yıldırım, B. (2017). On the Analytical and Finite Element Solution of Plane Contact Problem of a Rigid Cylindrical Punch Sliding Over a Functionally Graded Orthotropic Medium. *International Journal of Mechanical Sciences*. 120, 12-29. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.11.004>
- Huang, R., Ding, S., Zhang, X. & Li X. (2021). Frictional Contact Problem of One Dimensional Hexagonal Piezoelectric Quasicrystals Layer. *Archive of Applied Mechanics*. 91, 4693–4716. DOI:[10.21203/rs.3.rs-649256/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-649256/v1)
- Juliá, J. M., Rodríguez-Tembleque, L. (2022). Subsurface Stress Evolution Under Orthotropic Wear and Frictional Contact Conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 234. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2022.107695>
- Kahya, V. (2003). *İki Tabakalı Elastik Ortamda Sürekli ve Süreksiz Temas Problemlerinin İncelenmesi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 139231)
- Kahya, V., Özşahin, T. Ş., Birinci, A. & Erdöl, R. (2007). A Receding Contact Problem for an Anisotropic Elastic Medium Consisting of a Layer and a Half Plane. *International Journal of Solids and Structures*. 44, 17, 5695-5710. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.01.020>
- Karabulut P. M. (2016). *Yarım Düzlem Üzerine Oturan Elastik Tabakanın Sürtünmesiz Temas Problemi* (Yüksek lisans tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 424467)
- Karabulut P. M., (2021). Rijit Düzleme Bağlı İzotropik Tabakaya Oturan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Ortotrop Tabakanın Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 698453)
- Karabulut P. M., Adıyaman G., Öner E. & Birinci A. (2015). Yarım Düzlem Üzerine Oturan Elastik Tabakanın Sürtünmesiz ve Ayrılmalı Temas Problemi. *XIX Ulusal Mekanik Kongresi* içinde (s. 586-596). Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Kaya, Y. (2020). Rijit Düzlem Üzerine Oturan ve İki Rijit Düz Blok Aracılığıyla Yüklenmiş Biri Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 654298)
- Kulchytsky-Zhyhailo, R. & Bajkowski, A. S. (2015). Three-Dimensional Analytical Elasticity Solution for Loaded Functionally Graded Coated Half-Space. *Mechanics Research Communications*. 65, 43-50. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.03.001>
- Küçüksucu, A., Güler, M. A. & Avcı, A. (2015). Mechanics of Sliding Frictional Contact for a Graded Orthotropic Half Plane. *Acta Mechanica*. 226, 3333-3374. DOI:[10.1007/s00707-015-1374-7](https://doi.org/10.1007/s00707-015-1374-7)
- Liu, Z. X., Yan, J. & Mi, C. W. (2018). On The Receding Contact Between a Two-Layer in Homogeneous Laminate and a Half-Plane. *Structural Engineering and Mechanics*. 66, 3, 329-341. <https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.3.329>
- Liu, T. J., Zhang, C., Wang, Y. S. & Xing, Y. M. (2016). The Axisymmetric Stress Analysis of Double Contact Problem for Functionally Graded Materials Layer with Arbitrary Graded Materials Properties. *International Journal of Solids and Structures*. 96, 229–239. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.06.006>

- Loboda, V. V. & Tauchert, T. R. (1985). The Elastic Contact Problem for Dissimilar Orthotropic Semi-Infinite and Infinite Strips. *International Journal of Engineering Sciences*. 23, 12, 1337-1349.
- Lopes, J. P. & Hills, D. A. (2019). The Axisymmetric Frictional Receding Contact of a Layer Pressed Against a Half-Space by a Point Force. *International Journal of Solids and Structures*. 171, 47-53. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2019.05.007>
- Nyqvist, J., Kadiric, A., Ioannides, S. & Sayles R. (2015). Semi-Analytical Model for Rough Multilayered Contacts. *Tribology International*. 87, 98–112. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.01.006>
- Öner, E. (2021). Two-Dimensional Frictionless Contact Analysis of an Orthotropic Layer Under Gravity. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 16(4), 573-594. <https://doi.org/10.2140/jomms.2021.16.573>
- Öner, E. (2011). *Rijit Dairesel Bir Panç Aracılığı ile Yüklenmiş ve Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan İki Elastik Tabakanın Sürekli Temas Problemi* (Yüksek lisans tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 287206)
- Öner, E. (2017). *Rijit Bir Blok Aracılığıyla Yüklenmiş ve Elastik Yarım Düzleme Oturan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 467966)
- Özşahin, T. Ş. (2000). *Rijit İki Blok Üzerine Oturan Bileşik Tabakada Sürekli ve Süreksiz Temas Problemi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 96704)
- Polat, A. (2019). *Elastik Yarım Düzleme Oturan ve İki Rijit Blok Aracılığıyla Yüklenmiş Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi* (Doktora tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 543937)
- Polat A. (2021). Examination of Contact Problem Between Functionally Graded Punch and Functionally Graded Layer Resting on Elastic Plane. *Structural Engineering&Mechanics*. 87, 2, 135-143. DOI:[10.12989/sem.2021.78.2.135](https://doi.org/10.12989/sem.2021.78.2.135)
- Polat A. & Kaya Y. (2022). Analysis of Discontinuous Contact Problem in Two Functionally Graded Layers Resting on a Rigid Plane by Using Finite Element Method. *Computers and Concrete*. 29, 4, 247-253. DOI:[10.12989/cac.2022.29.4.247](https://doi.org/10.12989/cac.2022.29.4.247)
- Polat, A., Kaya, Y. & Özşahin, T. S. (2018). Analytical Solution to Continuous Contact Problem For A Functionally Graded Layer Loaded Through Two Dissimilar Rigid Punches. *Meccanica*. 53, 14, 3565-3577. <https://doi.org/10.1007/s11012-018-0902-7>
- Patra, R., Barik, S. P. & Chaudhuri, P. K. (2017). Frictionless Contact of a Rigid Punch Indenting an Elastic Layer Having Piezoelectric Properties. *Acta Mechanica*. 228, 367-384. DOI:[10.1007/s00707-016-1700-8](https://doi.org/10.1007/s00707-016-1700-8)
- Su, J., Ke, L-L., El-Borgi, S., Xiang, Y. & Wang, Y-S. (2018). An Effective Method for the Sliding Frictional Contact of a Conducting Cylindrical Punch on FGPMs. *International Journal of Solids and Structures*. 141-142, 127-136. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.02.017>
- Sui, Y., Wang, W. & Zhang H. (2022). Effects of Electromagnetic Fields on the Contact of Magneto-Electro-Elastic Materials. *International Journal of Mechanical Sciences*. 223, 107283. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2022.107283>
- Şengül Şabano, B. (2020). *Elastik Yarı Sonsuz Düzleme Oturan ve Yayılı Yük ile Yüklenen Fonksiyonel Derecelendirilmiş İki Tabakanın Temas Problemi* (Yüksek Lisans Tezi, KTÜ). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 635588)

- Talezadehlari A., Nikbakht A., Sadighi M. & Zucchelli A. (2016). Numerical Analysis of Frictional Contact in The Presence of a Surface Crack in a Functionally Graded Coating Substrate System. *International Journal of Mechanical Science*. 117, 286-298. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2016.08.017>
- Turan, M, Adıyaman, G., Kahya, V. & Birinci, A. (2016). Axisymmetric Analysis of a Functionally Graded Layer Resting on Elastic Substrate. *Structural Engineering and Mechanics*. 58, 3, 423-442. DOI:[10.12989/sem.2016.58.3.423](https://doi.org/10.12989/sem.2016.58.3.423)
- Wu, T., Wu J. & Zhang, L. (2019). An Analytical Analysis of Receding Contact Between a Compressible Elastic Thin Film and a Rigid Substrate Due to Spherical Indentation. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik ZAMP*. 70, 126, 1-13. DOI:[10.1007/s00033-019-1169-0](https://doi.org/10.1007/s00033-019-1169-0)
- Yan, J. & Mi, C. (2017). On the Receding Contact Between an Inhomogeneously Coated Elastic Layer and Homogeneous Half-Plane. *Mechanics of Materials*. 112, 18- 27. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.05.007>
- Yan, J. & Mi, C. (2020). On the Receding Contact Between a Homogeneous Elastic Layer and a Half-plane Substrate Coated with Functionally Graded Materials. *International Journal of Computational Methods*. 17, 1, 1-21. DOI:[10.1142/S0219876218440085](https://doi.org/10.1142/S0219876218440085)
- Yaylacı, M., Abanoz, M., Uzun Yaylacı, E., Ölmez, H., Sekban, D. M. & Birinci, A. (2022). Evaluation of the Contact Problem of Functionally Graded Layer Resting on Rigid Foundation Pressed Via Rigid Punch by Analytical and Numerical (FEM And MLP) Methods. *Archive of Applied Mechanics*. 92, 1953–1971. DOI:[10.1007/s00419-022-02159-5](https://doi.org/10.1007/s00419-022-02159-5)
- Yaylacı, M., Adıyaman, G., Öner, E. & Birinci, A. (2021). Investigation of Continuous and Discontinuous Contact Cases in the Contact Mechanics of Graded Materials Using Analytical Method and FEM. *Computers and Concrete*. 27(3),199-210. DOI:[10.12989/cac.2021.27.3.199](https://doi.org/10.12989/cac.2021.27.3.199)
- Yaylacı, M., Eyüboğlu, A., Adıyaman, G., Yaylacı, E. U., Öner, E. & Birinci, A. (2021). Assessment of Different Solution Methods for Receding Contact Problems in Functionally Graded Layered Mediums. *Mechanics of Materials*. 154, 103730. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2020.103730>
- Yaylacı, M., Terzi, C. & Avcar, M. (2019). Numerical Analysis of the Receding Contact Problem of Two Bonded Layers Resting on an Elastic Half Plane. *Structural Engineering and Mechanics*. 72, 6, 775-783. DOI:[10.12989/sem.2019.72.6.775](https://doi.org/10.12989/sem.2019.72.6.775)
- Yaylı, M. (2019). *Yarım Düzlem Üzerine Oturan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Tabakanın Temas Problemi* (Yüksek Lisans Tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi). <https://tez.yok.gov.tr> adresinden edinilmiştir. (Tez No. 564012)
- Yıldırım, B., Yılmaz, K. B., Çömez, İ. & Güler, M. A. (2019). Double Frictional Receding Contact Problem for an Orthotropic Layer Loaded by Normal and Tangential Forces. *Meccanica*. 54, 30, 2183-2206. DOI:[10.1007/s11012-019-01058-4](https://doi.org/10.1007/s11012-019-01058-4)
- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Güler, M. A. & Yıldırım, B. (2019). Analytical and Finite Element Solution of The Sliding Frictional Contact Problem for a Homogeneous Orthotropic Coating-Isotropic Substrate System. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 99 (9). <https://doi.org/10.1002/zamm.201800117>
- Yılmaz, K. B., Çömez, İ., Yıldırım, B., Güler, M. A. & El-Borgi, S. (2018). Frictional Receding Contact Problem for a Graded Bilayer System Intended by a Rigid Punch. *International Journal of Mechanical Sciences*. 141, 127-142. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.03.041>

Yılmaz, K.B., Sabuncuoğlu B. & Yıldırım B. (2021). Investigation of Stress Distributions Between a Frictional Rigid Cylinder and Laminated Glass Fiber Composites. *Acta Mechanica*. 232, 4379-4403. DOI:10.1007/s00707-021-03021-5



ÖZ GEÇMİŞ

Mine Gül OKTAY, yılında’da doğdu. İlköğrenimini Sabancı İlköğretim Okulu’nda, ortaöğrenimini Aydın Doğan Özel Okulu’nda tamamladı. 2016 yılında Özel Güneş Anadolu Kız Lisesi’nden mezun oldu. 2020 yılında Atatürk Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nü bitirdi. Aynı yıl Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine başladı.

