

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**DEĞİŞKEN KESİTLİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ
(KESİN ÇÖZÜME DAYALI İNCELEMELER)**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Sevinç Aycan YETİM

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustik Programı

HAZİRAN 2022

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**DEĞİŞKEN KESİTLİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ
(KESİN ÇÖZÜME DAYALI İNCELEMELER)**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Sevinç Aycan YETİM
(503171411)**

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Özgür TURHAN

HAZİRAN 2022

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 503171411 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Sevinç Aycan YETİM, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “DEĞİŞKEN KESİTLİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ (KESİN ÇÖZÜME DAYALI İNCELEMELER)” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Özgür TURHAN**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Haluk EROL**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Gökhan BULUT
Haliç Üniversitesi

Teslim Tarihi : 26 Mayıs 2022
Savunma Tarihi : 6 Haziran 2022





Aileme,



ÖNSÖZ

Tezin hazırlanma aşamasında geniş bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana her konuda yol gösteren, destek veren ve büyük emeği geçen değerli danışman hocam sayın Prof. Dr. Özgür TURHAN'a teşekkür ederim.

Bu süreçte bana her zaman destek olan, aynı kürsüde çalışmaktan mutluluk duyduğum İ.T.Ü. Makina Fakültesi Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustik kürsüsünün değerli üyelerine teşekkürlerimi sunarım.

Eğitim hayatım boyunca bana emeği geçen tüm hocalarıma, manevi desteklerini benden esirgemeyen ve yanımda olan tüm dostlarıma, en önemlisi hayatım boyunca her zaman yanımda olan, beni bugünlere getiren sevgili aileme teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım.

Mayıs 2022

Sevinç Aycan YETİM
(Makina Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOLLER	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ	xv
ŞEKİL LİSTESİ	xvii
ÖZET	xxi
SUMMARY	xxiii
1. GİRİŞ	1
2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON	5
2.1 Yalın Kiriş Problemi ve Çözümü	5
2.2 Bir Noktasal Kütle Taşıyan Kiriş Problemi ve Çözümü	11
2.3 Bir Yay ile Desteklenmiş Kiriş Problemi ve Çözümü	15
2.4 Problem Formülasyonunda Referans Alınan Sınırın Doğal Frekans Hesabına Etkisi	18
3. PARAMETRİK İNCELEMELER	21
3.1 Yalın Kiriş Özdeğer ve Özfonksiyonları	21
3.1.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi	23
3.1.1.1 Gömülü – Serbest kiriş	24
3.1.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	27
3.1.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş	29
3.1.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	31
3.1.1.5 Mafsallı – Serbest kiriş	33
3.1.1.6 Serbest – Serbest kiriş	36
3.2 Noktasal Kütle Taşıyan Kiriş Özfrekans ve Özfonksiyonları	38
3.2.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi	38
3.2.1.1 Gömülü – Serbest kiriş	38
3.2.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	41
3.2.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş	43
3.2.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	45
3.2.1.5 Mafsallı – Serbest kiriş	48
3.2.1.6 Serbest – Serbest kiriş	51
3.2.2 Noktasal kütle büyüklüğünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi ..	53
3.2.2.1 Gömülü – Serbest kiriş	53
3.2.2.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	56
3.2.2.3 Gömülü – Gömülü kiriş	58
3.2.2.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	60
3.2.2.5 Mafsallı – Serbest kiriş	63
3.2.2.6 Serbest – Serbest kiriş	66
3.2.3 Noktasal kütle konumunun frekanslar üzerine etkisi	68

3.2.3.1 Gömülü – Serbest kiriş	68
3.2.3.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	71
3.2.3.3 Gömülü – Gömülü kiriş.....	73
3.2.3.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	75
3.2.3.5 Mafsallı – Serbest kiriş.....	78
3.2.3.6 Serbest – Serbest kiriş	81
3.3 Yay ile Desteklenen Kiriş zdeğer ve zfonksiyonları	83
3.3.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi.....	84
3.3.1.1 Gömülü – Serbest kiriş	84
3.3.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	86
3.3.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş.....	88
3.3.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	90
3.3.2 Yay katsayısı büyüklüğünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi ...	91
3.3.2.1 Gömülü – Serbest kiriş	92
3.3.2.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	94
3.3.2.3 Gömülü – Gömülü kiriş.....	96
3.3.2.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	97
3.3.3 Yay konumunun frekanslar üzerine etkisi.....	99
3.3.3.1 Gömülü – Serbest kiriş	99
3.3.3.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş	100
3.3.3.3 Gömülü – Gömülü kiriş.....	102
3.3.3.4 Gömülü – Mafsallı kiriş	103
4. SONUÇLAR	105
KAYNAKLAR.....	107
EKLER	109
ZGEMİş.....	169

KISALTMALAR

E–B	: Euler – Bernoulli Kiriş Modeli
G–S	: Gömülü – Serbest (Konsol) Kiriş
M–M	: Mafsallı – Mafsallı (Basit Mesnetli) Kiriş
G–G	: Gömülü – Gömülü Kiriş
G–M	: Gömülü – Mafsallı Kiriş
M–S	: Mafsallı – Serbest Kiriş
S–S	: Serbest – Serbest Kiriş



SEMBOLLER

ρ	: Kiriş yoğunluğu
E	: Elastiklik modülü
ℓ	: Kiriş boyu
b_0	: Kirişin $x=0$ 'daki eni
b_1	: Kirişin $x=\ell$ 'deki eni
h_0	: Kirişin $x=0$ 'daki yüksekliği
h_1	: Kirişin $x=\ell$ 'deki yüksekliği
$A(x)$	: Kesit alanı
$I(x)$	: Kesit eylemsizlik momenti
α_b	: Kiriş eninin kesit değişim ölçüsü
α_h	: Kiriş yüksekliğinin kesit değişim ölçüsü
m	: Ek kütle
k	: Yay katsayısı
ℓ_1	: Ek kütle / yay konumu
J_n, Y_n	: n. mertebeden 1. ve 2. türden Bessel fonksiyonları
I_n, K_n	: n. mertebeden 1. ve 2. türden Modifiye Bessel fonksiyonları
ω^*	: Frekans ölçeği
ω_k	: k. doğal frekans
β_k	: Kiriş ince kenarına referansla elde edilmiş k. boyutsuz doğal frekans
$\bar{\beta}_k$	: Kiriş kalın kenarına referansla edilmiş k. boyutsuz doğal frekans
$\varphi(k)$	: k. kip biçimi
α	: Kesit değişim ölçüsü
μ	: İnce uca referansla türetilmiş boyutsuz kütle büyüklüğü
$\bar{\mu}$	: Kalın uca referansla türetilmiş boyutsuz kütle büyüklüğü
η	: İnce uca referansla türetilmiş boyutsuz yay katsayısı
$\bar{\eta}$	: Kalın uca referansla türetilmiş boyutsuz yay katsayısı
λ	: Boyutsuz kütle / yay konumu



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 : Klasik sınır koşulu bileşimleri.....	9
Çizelge 3.1 : G–S ve M–M giriş frekans hesabı karşılaştırma tablosu.....	22
Çizelge 3.2 : G–S giriş frekans hesabı karşılaştırma tablosu.....	23
Çizelge 3.3 : G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	26
Çizelge 3.4 : M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	28
Çizelge 3.5 : G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	30
Çizelge 3.6 : G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	32
Çizelge 3.7 : M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	35
Çizelge 3.8 : S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	37
Çizelge 3.9 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	40
Çizelge 3.10 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	42
Çizelge 3.11 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	44
Çizelge 3.12 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	47
Çizelge 3.13 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	49
Çizelge 3.14 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	52
Çizelge 3.15 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	55
Çizelge 3.16 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	57
Çizelge 3.17 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	59
Çizelge 3.18 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	62
Çizelge 3.19 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	65
Çizelge 3.20 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	67
Çizelge 3.21 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	71
Çizelge 3.22 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	73
Çizelge 3.23 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	75
Çizelge 3.24 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	78
Çizelge 3.25 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	81
Çizelge 3.26 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	83
Çizelge 3.27 : Bir yay ile desteklenmiş G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	85
Çizelge 3.28 : Bir yay ile desteklenmiş M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	87
Çizelge 3.29 : Bir yay ile desteklenmiş G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	89
Çizelge 3.30 : Bir yay ile desteklenmiş G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	90
Çizelge 3.31 : Bir yay ile desteklenmiş G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	93
Çizelge 3.32 : Bir yay ile desteklenmiş M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	95
Çizelge 3.33 : Bir yay ile desteklenmiş G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	97
Çizelge 3.34 : Bir yay ile desteklenmiş G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	98
Çizelge 3.35 : Bir yay ile desteklenen G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	100
Çizelge 3.36 : Bir yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	101
Çizelge 3.37 : Bir yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	103
Çizelge 3.38 : Bir yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	104
Çizelge C.1 : G–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	119
Çizelge C.2 : M–M yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	121

Çizelge C.3 : G–G yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	122
Çizelge C.4 : G–M yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	123
Çizelge C.5 : M–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	125
Çizelge C.6 : S–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.....	127
Çizelge D.1 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	129
Çizelge D.2 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	131
Çizelge D.3 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	132
Çizelge D.4 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	133
Çizelge D.5 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	135
Çizelge D.6 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	137
Çizelge D.7 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	138
Çizelge D.8 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	140
Çizelge D.9 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	141
Çizelge D.10 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	142
Çizelge D.11 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	144
Çizelge D.12 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	146
Çizelge D.14 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	149
Çizelge D.15 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	150
Çizelge D.16 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	151
Çizelge D.17 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	153
Çizelge D.18 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	155
Çizelge E.1 : Yay ile desteklenen G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	157
Çizelge E.2 : Yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	158
Çizelge E.3 : Yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	159
Çizelge E.4 : Yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	160
Çizelge E.5 : Yay ile desteklenen G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	161
Çizelge E.6 : Yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	162
Çizelge E.7 : Yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	163
Çizelge E.8 : Yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	164
Çizelge E.9 : Yay ile desteklenen G–S giriş frekans hesabı sonuçları.....	165
Çizelge E.10 : Yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	166
Çizelge E.11 : Yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.....	167
Çizelge E.12 : Yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.....	168

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Düzgün genişleyen giriş modeli.	5
Şekil 2.2 : Bir noktasal kütle ilave edilen giriş modeli.	12
Şekil 2.3 : Bir yay ile desteklenmiş giriş modeli.	15
Şekil 3.1 : G–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	24
Şekil 3.2 : $n=1$ ve $n=2$ hallerinin karşılaştırılması.	25
Şekil 3.3 : G–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	27
Şekil 3.4 : M–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	28
Şekil 3.5 : M–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	29
Şekil 3.6 : G–G giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	29
Şekil 3.7 : G–G giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	30
Şekil 3.8 : G–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	31
Şekil 3.9 : G–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	33
Şekil 3.10 : M–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	34
Şekil 3.11 : M–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	35
Şekil 3.12 : S–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	36
Şekil 3.13 : S–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$	37
Şekil 3.14 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	39
Şekil 3.15 : Noktasal kütle taşıyan G–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$	41
Şekil 3.16 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$	42
Şekil 3.17 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$	43
Şekil 3.18 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$	44
Şekil 3.19 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$	45
Şekil 3.20 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$	46
Şekil 3.21 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$	47
Şekil 3.22 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.	48
Şekil 3.23 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$	50
Şekil 3.24 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$	51
Şekil 3.25 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$	52

Şekil 3.26 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$	54
Şekil 3.27 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$	55
Şekil 3.28 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	56
Şekil 3.29 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	58
Şekil 3.30 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	58
Şekil 3.31 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	60
Şekil 3.32 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	61
Şekil 3.33 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	62
Şekil 3.34 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$	63
Şekil 3.35 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$	65
Şekil 3.36 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	66
Şekil 3.37 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$	68
Şekil 3.38 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$	69
Şekil 3.39 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	70
Şekil 3.40 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$	72
Şekil 3.41 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	72
Şekil 3.42 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$	74
Şekil 3.43 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	74
Şekil 3.44 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	76
Şekil 3.45 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	77
Şekil 3.46 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$	79
Şekil 3.47 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	80
Şekil 3.48 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$	82
Şekil 3.49 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$	82
Şekil 3.50 : Bir yay ile destenlenmiş G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0$, $\eta=10$	84

Şekil 3.51 : Bir yay ile desteklenmiş G–S giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0$	86
Şekil 3.52 : Bir yay ile desteklenen M–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$	86
Şekil 3.53 : Bir yay ile desteklenmiş M–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$	88
Şekil 3.54 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$	88
Şekil 3.55 : Bir yay ile desteklenen G–G giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$	89
Şekil 3.56 : Bir yay ile desteklenmiş G–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$	90
Şekil 3.57 : Bir yay ile desteklenen G–M giriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$	91
Şekil 3.58 : Bir yay ile desteklenmiş G–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0$, $\alpha=0.5$	92
Şekil 3.59 : Bir yay ilde desteklenmiş G–S giriş kip biçimlerinin üç farklı η ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=0.5$, $\lambda=0$	94
Şekil 3.60 : Bir yay ile desteklenmiş M–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$	94
Şekil 3.61 : Bir yay ile desteklenmiş G–G giriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$	96
Şekil 3.62 : Bir yay ile desteklenmiş G–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$	98
Şekil 3.63 : Bir yay ile desteklenen G–S giriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha =0.5$	99
Şekil 3.64 : Bir yay ile desteklenen M–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha =0.5$	101
Şekil 3.65 : Bir yay ile desteklenen G–G giriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha =0.5$	102
Şekil 3.66 : Bir yay ile desteklenen G–M giriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha =0.5$	103



DEĞİŞKEN KESİTLİ KİRİŞLERİN TİTREŞİMLERİ (KESİN ÇÖZÜME DAYALI İNCELEMELER)

ÖZET

Değişken kesitli kirişler; makina, inşaat, havacılık gibi birçok mühendislik alanında en temel yapısal veya makina bileşeni olarak kullanılırlar. Mekanik sistemlerde, arızalara, performans düşüklüğüne ve gürültüye sebep olan titreşim, özellikle çalışma koşullarında meydana gelebilecek hasarların önlenmesi açısından incelenmesi gereken en önemli mühendislik problemlerinden biridir. Titreşim karakteristiklerinin gerçeğe yakın olarak öngörülebilmesi ve tasarımın en baştan bu bilinçle gerçekleştirilmesi, titreşim kaynaklı problemlerin bir felakete sebep olmadan önce önlenmesi açısından büyük öneme sahiptir. Bu sebeple, genellikle taşıyıcı yapı olarak modellenen kirişlerin titreşim problemleri önemli bir araştırma konusudur.

Bu tezde, mühendislik uygulamalarında sıklıkla karşılaşılan değişken kesitli kirişlerin titreşim problemleri üzerine çalışılmıştır. Eni sabit, yüksekliği doğrusal olarak değişen ve eni ve yüksekliği aynı oranda değişen kirişlerin eğilme titreşimleri problemi ele alınmış, çeşitli sınır koşulları altında, yalın, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve lineer bir yay ile desteklenmiş kirişlerin boyutsuz doğal frekansları ve kip biçimleri kesin çözüme dayalı olarak belirlenmiştir. Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest, ince ucu gömülü – kalın ucu serbest, mafsallı – mafsallı, gömülü – gömülü, kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı, ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı, kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest, ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest ve serbest – serbest olmak üzere, olası dokuz sınır koşulu için kirişlerin doğal frekansları ve kip biçimleri elde edilmiştir.

Tez; giriş, matematiksel formülasyon, parametrik incelemeler ve sonuçlar olmak üzere 4 ana bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünde, çalışmanın tanımı ve amacı açıklanarak, değişken kesitli kirişler üzerine yapılan çalışmalar sunulmuş, bu çalışmanın literatüre katkısı belirtilmiştir. Matematiksel formülasyon bölümünde, önce, tez kapsamında ele alınan, eni sabit, yüksekliği doğrusal olarak değişen ve eni ve yüksekliği aynı oranda değişen kirişlerin bilinen kesin çözümü özetlenmiş, sonrasında bu çözüm, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve lineer bir yay ile desteklenmiş kiriş problemlerine uyarlanmıştır. Parametrik incelemeler bölümünde, sırasıyla yalın, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve lineer bir yay ile desteklenmiş kirişlerde kesit değişim ölçüsü, boyutsuz kütle büyüklüğü, boyutsuz yay katsayısı, boyutsuz kütle konumu ve boyutsuz yay konumunun, boyutsuz doğal frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi olası dokuz sınır koşulu için parametrik olarak incelenmiş, sonuçlar tablolar ve grafikler halinde sunulmuştur. Son olarak sonuçlar bölümünde, çalışmadan elde edilen sonuçlar derlenmiş, bu çalışmanın geliştirilebilmesi için ileride yapılabilecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.



VIBRATIONS OF TAPERED BEAMS (PARAMETRIC STUDIES BASED ON EXACT SOLUTION)

SUMMARY

Variable cross-section beams are used as main structural or machine components in many engineering fields such as mechanical, civil and aerospace engineering. Vibrations, which result in malfunction, decrease in operating performance and noise in mechanical systems, is one of the most important engineering problems that should be considered in order to prevent these to occur in working conditions. Accurate prediction of the vibration characteristics of common design elements like beams is, therefore, of utmost importance for the design process and constitutes a subject of continuous research interest.

In this study, the exact solution of the free flexural vibration problem of tapered beams is studied. The problem of flexural vibrations of tapered beams, in which the depth is varying linearly whereas the width remains constant along the length and in which both the depth and the width vary linearly, are considered. Non-dimensional natural frequencies and mode shapes of plain tapered beams under various boundary conditions, of those carrying a point mass and supported by a linear spring are obtained based on exact solution.

The study has a two-fold goal. In the first place it aims to extract as much general instruction as possible from the exact solution of the tapered beam frequency analysis. To this end, the frequency analysis results are presented for each case, in the form of graphs showing the dependence of the natural frequencies on a selected system parameter; thus facilitating general conclusions to be drawn on the effect of the considered parameter on natural frequencies. In the second place, the obtained exact results are expected to constitute a sound basis of reference for studies based on approximate methods. To this end, it includes a large amount of tabulated numerical results corresponding to various parameter combinations of the related systems.

Nine possible boundary conditions are considered for each case. These are clamped-free (both, thick and thin end clamped configurations), pinned-pinned, clamped-clamped, clamped-pinned (two configurations), pinned-free (two configurations) and free-free boundary conditions.

Problem formulations and results are all given in non-dimensional form, to facilitate generalizations and quick reference.

The thesis consists of four chapters. Namely, "Introduction", "Mathematical Formulation", "Parametric Studies" and "Conclusions".

In the first chapter, the description and purpose of the study are explained and researches on variable cross-section beams are presented. A literature survey has shown that although there are many studies on tapered beams, most of them are based on approximate methods such as Galerkin, Rayleigh–Ritz and Finite Elements

Methods. The limited number of researches based on exact solution are reviewed and summarized.

In the second chapter, a problem formulation is given, covering two different kinds of tapered beams: Those with only the depth is linearly variable (labelled $n=1$ in the text) and those with both depth and width are linearly variable (labelled $n=2$). The exact solution of the problem as given by Koloušek is first described and then adapted to the problems of tapered beams carrying a point mass and to those supported by a linear spring.

In the third chapter, parametric studies are carried out that demonstrate the effect of various system parameters on natural frequencies and mode shapes and results are presented in the form of tables and graphs.

In the first part of the third chapter, the effect of taper ratio on natural frequencies and mode shapes in a plain tapered beam is investigated for nine possible boundary conditions. The first seven non-dimensional natural frequencies are computed for each boundary condition combination. The results are presented on Tables 3.3-3.8 and C1-C6 for certain selected values of the taper ratio α . Along with, Figures 3.1, 3.2, 3.4, 3.6, 3.8, 3.10 and 3.12 are given depicting the dependence of the natural frequencies on that parameter, making it possible to draw general conclusions on the effect of taper on the natural frequencies. As a result, it is concluded that an increase in the taper ratio has the effect of reducing all the dimensionless natural frequencies (non-dimensionalized with respect to the thickest cross section features) in both $n=1$ and $n=2$ cases, except the fundamental frequency of the fixed-free beam with thick end fixed, which increases with taper ratio. In addition, the first six mode shapes of the beam with different boundary conditions are also obtained and presented on the same graph for quick comparison for three different taper ratio values, which are $\alpha=0.5$, $\alpha=1$ and $\alpha=1.5$. These graphs are presented on Figures 3.3, 3.5, 3.7, 3.9, 3.11 and 3.13.

In the second part of the chapter, a beam carrying a point mass is studied for the nine possible boundary conditions listed above and the effect of taper ratio, mass and location of the point mass on vibration characteristics is investigated. Again, the first seven non-dimensional frequencies and the first six mode shapes are obtained for each case and results are presented both in tabular form and in the form of graphs.

First, the mass and the location of the point mass are fixed, and the effect of taper ratio on the natural frequencies and mode shapes is investigated. Results are presented both in tabular form and in the form of graphs depicting the dependence of the natural frequencies on the taper ratio. Tables 3.9-3.14 and D1-D6 and Figures 3.14, 3.16, 3.18, 3.20, 3.22 and 3.24 present the results related to natural frequencies while figures 3.15, 3.17, 3.19, 3.21, 3.23 and 3.25 depicting the results related to natural mode shapes.

Then, the taper ratio and the location of the point mass are fixed, and the effect of the point mass is investigated. Results are again given in both tabular form and in the form of graphs depicting the dependence of the natural frequencies on the added lumped mass. Tables 3.15-3.20 and D7-D12 and Figures 3.26, 3.28, 3.30, 3.32, 3.34 and 3.36 present the results related to natural frequencies while Figures 3.27, 3.29, 3.31, 3.33, 3.35 and 3.37 depicting those related to natural mode shapes.

And last, the taper ratio and the point mass are fixed, and the effect of the point mass location is investigated. Tables 3.21-3.26 and D13-D18 and Figures 3.38-3.49 present the results related to natural frequencies.

The third part of parametric studies consists of investigations on tapered beams supported by a linear spring. Four different boundary conditions (clamped-free, pinned-pinned, clamped-clamped and clamped-pinned) are considered and the effect of taper ratio, spring constant and location of the spring is considered. The first seven non-dimensional frequencies and the first six mode shapes are obtained for each case. The results of the investigation are presented on Tables 3.27-3.38 and Figures 3.50-3.66.

In the final chapter of the thesis a general evaluation of the study and some suggestions for future studies are presented.





1. GİRİŞ

En temel yapısal ve makina bileşenlerinden biri olan kirişler, makina, havacılık, inşaat gibi mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanıldıklarından dinamik davranışlarının öngörülmesi önem taşımaktadır. Birçok uygulamada taşıyıcı yapı, kiriş olarak modellenenilmekte, bu taşıyıcı elemana kütle, yay gibi bileşenler eklenerek gerçek sistemler için daha doğru modeller oluşturulabilmektedir.

Literatürde, sabit kesitli kiriş titreşim problemleri üzerine çok fazla araştırma yapılmış olmasına rağmen, değişken kesitli kirişlerin titreşim problemleri üzerine yapılan çalışmalar nispeten kısıtlıdır. Değişken kesitli kiriş problemlerini sabit kesitli kiriş problemlerinden ayıran zorluk, ilgili sınır-değer probleminin konuma bağlı adi diferansiyel denkleminin değişken katsayılı olması ve özel bazı durumlar dışında kesin çözümünün bulunamamasıdır. Bu sebeple birçok çalışmada, problem çeşitli yaklaşık yöntemler kullanılarak incelenmekte, sistem frekansları belli bir yaklaşıklıkla elde edilmektedir. Bu kapsamda, örneğin, Rao [1] düzgün konik bir konsol kirişin temel frekansını belirlemek için Galerkin yöntemini, Thomas ve Dokumaci [2] ile Gupta [3] konik kirişlerin frekanslarını belirlemek için sonlu elemanlar yöntemini kullanmışlardır. Zhou ve Cheung [4] Rayleigh–Ritz yönteminde kabul edilebilir bir dizi fonksiyon seçerek konik kirişlerin çeşitli sınır koşulları için doğal frekanslarını elde etmişlerdir. Gaines ve Volterra [5] da Rayleigh–Ritz yöntemini kullanarak, koniler, kesik koniler, kamalar ve kesik kamalar için dönme eylemsizliği ve kayma deformasyonu etkilerini de dikkate alarak ilk üç doğal frekansın alt ve üst sınırlarını oluşturmuş, elde ettikleri sonuçları Euler–Bernoulli teorisi kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Klein [6] düzgün olmayan karakteristiklere sahip elastik kirişlerin serbest titreşimlerini incelerken Rayleigh–Ritz ve sonlu elemanlar yöntemlerinin avantajlarını birleştiren yeni bir yöntem önerip kullanmıştır.

Lee ve Lee [7], eni sabit, yüksekliği uzunluk boyunca lineer olarak azalan kirişleri ele almış, farklı kesit değişim ölçüleri için ilgili sınır değer probleminin Frobenius

serileri yardımıyla çözümüne dayalı doğal frekans hesaplarını gerçekleştirmiş ve sonuçları tablolar halinde vermişlerdir.

Mabie ve Rogers [8], eni ve yüksekliği uzunluk boyunca doğrusal olarak azalan konsol kirişler için frekans hesabını sayısal olarak gerçekleştirmiş ve ilk 5 frekansın çeşitli kesit değişim ölçülerine karşılık gelen değerlerini tablolar halinde sunmuşlardır.

Yaklaşık yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen çalışmaların yanı sıra, değişken kesitli kirişlerin kesin çözümüne yönelik araştırmalar da sürdürülmektedir. Bunların görünüşe göre en eskisi, Kirchhoff'un problem için Bessel fonksiyonlarına dayalı çözümler önerdiği çalışmasıdır [9]. Sonrasında, Cranch ve Adler [10] basit kiriş teorisini kullanarak, kesit değişiminin birçok özel durumunu kapsayacak şekilde, dikdörtgen kesitli kirişlerin sınır değer problemine ait diferansiyel denklemin Bessel fonksiyonlarına ve/veya kuvvet serilerine dayalı kesin çözümlerini vermişlerdir. Conway ve Dubil [11] de kesik koni şeklindeki kirişlerin frekanslarını belirlemek için Bessel fonksiyonlarını yaklaşık polinom eşdeğerleriyle değiştirerek, benzer çözümler elde etmişlerdir. Ece ve diğ. [12] genişliği üstel olarak değişen izotropik kirişleri üç farklı sınır koşulu altında incelemiş, elde ettikleri bazı sonuçları Cranch ve Adler [10] ile karşılaştırmışlardır. Trapezon [13], yüksekliği sabit, eni üstel olarak değişen, Wang ve Wang [14] kesiti konumun n . kuvveti şeklinde değişirken kesit eylemsizlik momenti $(n+4)$. kuvveti şeklinde değişen kirişlerin benzer çözümlerini vermişlerdir.

Koloušek [15] ise, problemin, eni sabit, yüksekliği konumla doğrusal olarak değişen ve eni ve yüksekliği aynı oranda doğrusal olarak değişen kirişlerde geçerli kesin çözümünü vermiştir. Bessel fonksiyonlarına dayalı bu çözümü kullanarak, Datta ve Sil [16] eni sabit, yalnızca yüksekliği doğrusal olarak değişen konsol kirişin doğal frekanslarını belirlemişlerdir. Banerjee ve Ananthapuvirajah [17] ise aynı çözümü kullanarak, kesit değişiminin her iki durumu için de çeşitli sınır koşulları altındaki kirişlerin doğal frekanslarını, bir dizi kesit değişim parametresi için hesaplamış ve tablolar halinde sunmuşlardır.

Bu tezin amacı, Koloušek [15]'in verdiği kesin çözümden elden geldiğince çok kesin bilgi üretmektir. Bu amaçla, bu tez kapsamında değişken kesitli kirişlerin olası tüm sınır koşulları ele alınmış, bu sınır koşulları altında farklı parametrelerin doğal

frekanslar ve kip biçimleri üzerindeki etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Koloušek [15] tarafından verilen çözüm yalnızca çeşitli sınır koşulları altındaki yalın kiriş problemlerine uygulanmakla kalmamış, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve lineer bir yay ile desteklenen kiriş problemlerine de uyarlanmıştır. Böylece, kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerindeki etkisine ek olarak, noktasal kütle büyüklüğü ve konumu ile yay katsayısı ve konumunun da frekanslar üzerindeki etkileri parametrik olarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar, parametrelerin doğal frekanslar ve kip biçimleri üzerindeki etkilerini görünür hale getiren grafikler ve tablolar halinde sunulmuştur.



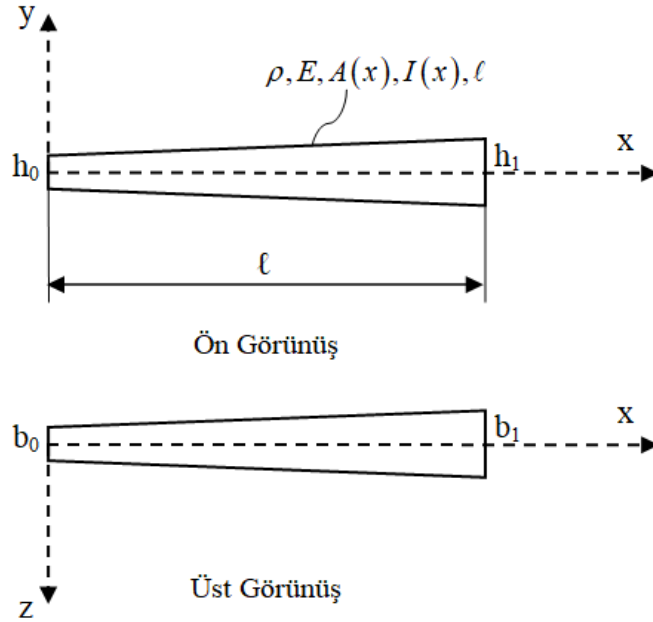


2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Bu bölümde, bu tez kapsamında incelenen, kesiti düzgün değişen kirişlerin titreşim probleminin formülasyon ve çözümü ele alınmıştır. İlk olarak, Bölüm 2.1’de, kesiti düzgün değişen yalın kiriş için Koloušek [15] tarafından verilen formülasyon özetlenmiştir. Daha sonra bu formülasyon, Bölüm 2.2’de kirişe bir noktasal kütle ilave edilmesi ve Bölüm 2.3’te kirişin bir yay ile desteklenmesi durumlarına uyarlanmıştır.

2.1 Yalın Kiriş Problemi ve Çözümü

Şekil 2.1’de, yoğunluğu ρ , elastiklik modülü E , boyu ℓ ve eni b_0 ’dan b_1 ’e, yüksekliği h_0 ’dan h_1 ’e düzgün genişleyen dikdörtgen kesitli Euler–Bernoulli (E–B) kiriş modeli gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : Düzgün genişleyen kiriş modeli.

Şekil 2.1’e göre,

$$\alpha_b = \frac{b_1 - b_0}{b_0} \quad , \quad \alpha_h = \frac{h_1 - h_0}{h_0} \quad (2.1)$$

olmak üzere en ve yükseklik

$$b(x) = b_0 \left(1 + \alpha_b \frac{x}{\ell}\right) , \quad h(x) = h_0 \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right) \quad (2.2)$$

şeklinde, dolayısıyla $A(x)$ kesit alanı ve $I(x)$ kesit eylemsizlik momenti de

$$A(x) = b_0 h_0 \left(1 + \alpha_b \frac{x}{\ell}\right) \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right) , \quad I(x) = \frac{b_0 h_0^3}{12} \left(1 + \alpha_b \frac{x}{\ell}\right) \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right)^3 \quad (2.3)$$

şeklinde değişecektir.

$$A_0 = b_0 h_0 , \quad I_0 = \frac{b_0 h_0^3}{12} \quad (2.4)$$

denilerek, Denklem (2.3)'teki ifadelerle

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 ; \quad 0 \leq x \leq \ell \quad (2.5)$$

şeklindeki Euler–Bernoulli (E–B) kiriş denklemine gidiler ise, bu kirişin eğilme titreşimlerinin hareket denklemi

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI_0}{\rho A_0} \left\{ \left(6 \frac{\alpha_b \alpha_h}{\ell^2} \frac{1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}}{1 + \alpha_b \frac{x}{\ell}} + 6 \frac{\alpha_h^2}{\ell^2} \right) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right. \\ & \left. + \left[2 \frac{\alpha_b}{\ell} \frac{\left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right)^2}{\left(1 + \alpha_b \frac{x}{\ell}\right)^2} + 6 \frac{\alpha_h}{\ell} \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right) \right] \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} + \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklinde elde edilir. En ve yüksekliğin sabit olması ($\alpha_b = \alpha_h = 0$) halinde düzgün kesitli kirişin hareket denklemine dönüştüğü görülen bu denklem, eni sabit kiriş ($\alpha_b = 0$, $\alpha_h = \alpha$) özel halinde

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI_0}{\rho A_0} \left[6 \frac{\alpha^2}{\ell^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 6 \frac{\alpha}{\ell} \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right) \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} \right. \\ \left. + \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right)^2 \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

eni ve yüksekliği aynı oranda değişen kiriş ($\alpha_b = \alpha_h = \alpha$) özel halinde ise

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI_0}{\rho A_0} \left[12 \frac{\alpha^2}{\ell^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 8 \frac{\alpha}{\ell} \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right) \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} \right. \\ \left. + \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right)^2 \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

denklemlerini verir. Denklem (2.7) ve Denklem (2.8), $n=1$ halinde birinciye, $n=2$ halinde ikinciye veren

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{EI_0}{\rho A_0} \left[(n+1)(n+2) \frac{\alpha^2}{\ell^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right. \\ \left. + 2(n+2) \frac{\alpha}{\ell} \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right) \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} + \left(1 + \alpha \frac{x}{\ell} \right)^2 \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} \right] = 0 \end{aligned} \quad ; \quad n = 1, 2 \quad (2.9)$$

denkleminde, ya da bu denklemin

$$u = \frac{x}{\ell} \quad , \quad v = \frac{y}{\ell} \quad , \quad \tau = \omega^* t \quad , \quad \omega^* = \sqrt{\frac{EI_0}{\rho A_0 \ell^4}} \quad (2.10)$$

ile boyutsuzlaştırılmış hali olan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v(u,\tau)}{\partial \tau^2} + (n+1)(n+2) \alpha^2 \frac{\partial^2 v(u,\tau)}{\partial u^2} \\ + 2(n+2) \alpha (1 + \alpha u) \frac{\partial^3 v(u,\tau)}{\partial u^3} + (1 + \alpha u)^2 \frac{\partial^4 v(u,\tau)}{\partial u^4} = 0 \end{aligned} \quad ; \quad n = 1, 2 \quad (2.11)$$

denkleminde bir araya getirilebilir. Buradan

$$\xi = 1 + \alpha u \quad (2.12)$$

değişken dönüşümü ve

$$\beta = \frac{\omega}{\omega^*} \quad (2.13)$$

frekanslı

$$v(\xi, \tau) = \varphi(\xi) e^{i\beta\tau} \quad (2.14)$$

harmonik çözüm kabulü ile

$$\xi^2 \frac{d^4 \varphi}{d\xi^4} + 2(n+2)\xi \frac{d^3 \varphi}{d\xi^3} + (n+1)(n+2) \frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^4} \varphi = 0 \quad ; \quad n=1,2 \quad (2.15)$$

denkleme ulaşılır. Buradan da ξ , φ ikilisi yerine

$$\gamma = 2 \frac{\sqrt{\beta}}{\alpha} \cdot \sqrt{\xi} \quad (2.16)$$

ve

$$\delta = \varphi \cdot \gamma^n \quad (2.17)$$

değişken dönüşümleri ile γ , δ ikilisi geçirilerek

$$\frac{d^4 \delta}{d\gamma^4} + \frac{2}{\gamma} \frac{d^3 \delta}{d\gamma^3} - \frac{2n^2+1}{\gamma^2} \frac{d^2 \delta}{d\gamma^2} + \frac{2n^2+1}{\gamma^3} \frac{d \delta}{d\gamma} + \left[\frac{n^2(n^2-4)}{\gamma^4} - 1 \right] \delta = 0 \quad ; \quad n=1,2 \quad (2.18)$$

elde edilir. Denklem (2.18)'deki 4. mertebeden diferansiyel operatör

$$\left[\frac{d^2}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{d}{d\gamma} + \left(1 - \frac{n^2}{\gamma^2} \right) \right] \cdot \left[\frac{d^2}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{d}{d\gamma} - \left(1 + \frac{n^2}{\gamma^2} \right) \right] = 0 \quad ; \quad n=1,2 \quad (2.19)$$

şeklinde 2. mertebeden iki diferansiyel operatörün çarpımı olarak yazılabilir ve bu operatörlere karşılık gelen

$$\frac{d^2\delta}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\delta}{d\gamma} + \left(1 - \frac{n^2}{\gamma^2}\right) \cdot \delta = 0 \quad ; \quad n=1,2 \quad (2.20)$$

ve

$$\frac{d^2\delta}{d\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{d\delta}{d\gamma} - \left(1 + \frac{n^2}{\gamma^2}\right) \cdot \delta = 0 \quad ; \quad n=1,2 \quad (2.21)$$

diferansiyel denklemlerinin çözümleri ayrı ayrı Denklem (2.19)'u sağlar. Oysa bunların ilki n. mertebeden Bessel diferansiyel denkleminde, ikincisi ise n. mertebeden Modifiye Bessel diferansiyel denkleminde başka bir şey değildir. Böylece, Denklem (2.18)'in genel çözümü, bu iki denklemin çözümlerinin bir lineer kombinasyonu olarak, yani J_n ve Y_n n. mertebeden 1. ve 2. türden Bessel Fonksiyonları, I_n ve K_n ise n. mertebeden 1. ve 2. türden Modifiye Bessel Fonksiyonları olmak üzere

$$\delta(\gamma) = C_1 J_n(\gamma) + C_2 Y_n(\gamma) + C_3 I_n(\gamma) + C_4 K_n(\gamma) \quad (2.22)$$

şeklinde yazılabilir [15]. Denklem (2.18)'in çözümü böylece elde edildikten sonra, sınır değer problemi sürdürülerek C_1, C_2, C_3, C_4 katsayıları ilgili sınır koşullarından hesaplanır. Bunun için gerekli olan 4 denklem, her bir sınırdaki yer değiştirme, eğim, eğilme momenti ve kesme kuvvetine ilişkin sınır koşullarından ikisi şeklindedir. Olası mesnet durumlarına karşılık gelen ikililer, sol sınır için $x^*=0$, sağ sınır için $x^*=\ell$ olmak üzere Çizelge 2.1'de verilmiştir.

Çizelge 2.1 : Klasik sınır koşulu bileşimleri.

Mesnet Türü	Sınır Koşulları
Gömülü	$y(x^*, t) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial y(x^*, t)}{\partial x} = 0$
Mafsallı	$y(x^*, t) = 0 \quad ; \quad EI(x) \frac{\partial^2 y(x^*, t)}{\partial x^2} = 0$
Serbest	$EI(x) \frac{\partial^2 y(x^*, t)}{\partial x^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x^*, t)}{\partial x^2} \right] = 0$

Bir örnek olarak her iki ucu da gömülü giriş ele alınsın, Çizelge 2.1'den gömülü – gömülü mesnet durumu için sınır koşulları yazılmak istendiğinde, Denklem (2.10), (2.12) ve (2.16)'dan

$$\begin{aligned} x=0 \rightarrow u=0 \rightarrow \gamma^0(\beta) &= \frac{2}{\alpha} \sqrt{\beta} & (\text{Sol Sınır}) \\ x=\ell \rightarrow u=1 \rightarrow \gamma^1(\beta) &= \frac{2\sqrt{1+\alpha}}{\alpha} \sqrt{\beta} & (\text{Sağ Sınır}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

olacağı dikkate alınarak, söz konusu 4 denklem, üsler ilgili Bessel fonksiyonunun argümanına göre türevini göstermek üzere

$$\begin{bmatrix} J_n(\gamma^0) & Y_n(\gamma^0(\beta)) & I_n(\gamma^0(\beta)) & K_n(\gamma^0(\beta)) \\ J'_n(\gamma^0(\beta)) & Y'_n(\gamma^0(\beta)) & I'_n(\gamma^0(\beta)) & K'_n(\gamma^0(\beta)) \\ J_n(\gamma^1(\beta)) & Y_n(\gamma^1(\beta)) & I_n(\gamma^1(\beta)) & K_n(\gamma^1(\beta)) \\ J'_n(\gamma^1(\beta)) & Y'_n(\gamma^1(\beta)) & I'_n(\gamma^1(\beta)) & K'_n(\gamma^1(\beta)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

şeklinde elde edilir. Bessel Fonksiyonlarının türevlerinin ifadeleri Ek A'da verilmiştir. Denklem (2.14)'ün $C_1=C_2=C_3=C_4=0$ trivial çözümü dışında çözümü bulunabilmesi için, 4×4 'lük katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır:

$$\det \begin{bmatrix} J_n(\gamma^0(\beta)) & Y_n(\gamma^0(\beta)) & I_n(\gamma^0(\beta)) & K_n(\gamma^0(\beta)) \\ J'_n(\gamma^0(\beta)) & Y'_n(\gamma^0(\beta)) & I'_n(\gamma^0(\beta)) & K'_n(\gamma^0(\beta)) \\ J_n(\gamma^1(\beta)) & Y_n(\gamma^1(\beta)) & I_n(\gamma^1(\beta)) & K_n(\gamma^1(\beta)) \\ J'_n(\gamma^1(\beta)) & Y'_n(\gamma^1(\beta)) & I'_n(\gamma^1(\beta)) & K'_n(\gamma^1(\beta)) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

Bu, Denklem (2.23) tanımları aracılığıyla, α verildiğinde β_k ; $k=1,2,\dots$ boyutsuz frekanslarının hesaplanacağı frekans denklemini oluşturur ve frekanslar buradan sayısal bir kök bulma algoritması yardımıyla hesaplanır.

İlgili kip fonksiyonlarının belirlenmesi için ise bu β_k değerleriyle Denklem (2.24)'teki denklem takımına dönüp, bu takımın, örneğin ilk üç satırından C_2 , C_3 ve C_4 'ün C_1 cinsinden

$$\begin{bmatrix} Y'_n(\gamma^0(\beta_k)) & I'_n(\gamma^0(\beta_k)) & K'_n(\gamma^0(\beta_k)) \\ Y_n(\gamma^1(\beta_k)) & I_n(\gamma^1(\beta_k)) & K_n(\gamma^1(\beta_k)) \\ Y'_n(\gamma^1(\beta_k)) & I'_n(\gamma^1(\beta_k)) & K'_n(\gamma^1(\beta_k)) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{2(k)} \\ C_{3(k)} \\ C_{4(k)} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} J'_n(\gamma^0(\beta_k)) \\ J_n(\gamma^1(\beta_k)) \\ J'_n(\gamma^1(\beta_k)) \end{Bmatrix} C_{1(k)} \quad (2.26)$$

lineer cebirsel denklem takımı çözülerek hesaplanması gerekir. Bu hesabın sonucuna $C_{j(k)} = \sigma_j(\beta_k) \cdot C_{1(k)}$; $j=2,3,4$; $k=1,2,\dots,\infty$ denirse, $C_{1(k)}$ 'lar keyfi ölçek katsayıları olmak üzere, bu değerlerle Denklem (2.22)'ye dönülerek, $\gamma_k=\gamma(\beta_k)$ gösterilimi ile

$$\delta_k(\gamma_k) = C_{1(k)} [J_n(\gamma_k) + \sigma_2(\beta_k)Y_n(\gamma_k) + \sigma_3(\beta_k)I_n(\gamma_k) + \sigma_4(\beta_k)K_n(\gamma_k)] \quad (2.27)$$

belirlendikten sonra Denklem (2.17)'den

$$\varphi_k(u) = \frac{\delta_k(\gamma_k)}{\gamma_k^n} \quad (2.28)$$

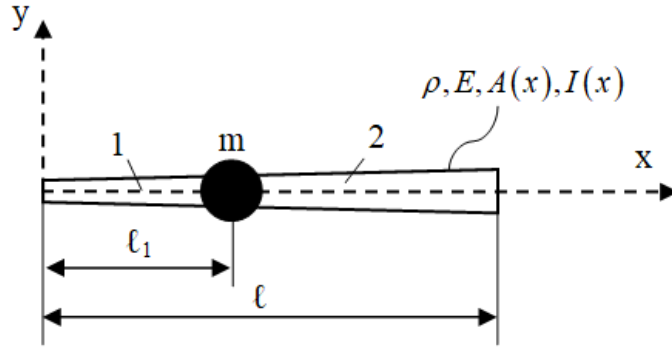
şeklindeki k . kip fonksiyonları elde edilerek problem tamamlanır.

Denklem (2.25) gibi transandantal denklemleri analitik yoldan çözmek olanaksız olduğundan, bu tez kapsamında, doğal frekanslar, yukarıda da belirtildiği gibi, kaçınılmaz olarak sayısal yoldan hesaplanacaktır. Frekans denkleminin açıkça elde edilmesinin de karakteristik determinantın yapısında yer alan türevlerin elde hesaplanmasının da bu gerçeği değiştirmeyeceği düşüncesiyle, bu çalışmada, karakteristik matrisin biçimsel olarak kurulmasından sonra, gerekli türev hesaplarının sembolik olarak bilgisayarda gerçekleştirilmesi, frekans denkleminin ise $f(\beta)=\det \Delta(\sqrt{\beta})=0$ şeklinde yazılmakla yetinilmesi yolu tutulacaktır.

2.2 Bir Noktasal Kütle Taşıyan Kiriş Problemi ve Çözümü

Bu bölümde, Bölüm 2.1'de ele alınan yalın kirişe bir noktasal kütle ilave edilmesi durumunda, kirişin titreşimlerinin incelenmesi problemi ele alınacaktır. Noktasal

kütle ilavesi Şekil 2.2’de gösterildiği gibi, kirişi birbirinin aynı Euler-Bernoulli (E-B) kiriş denklemlerine tabi 2 bölgeye ayırır.



Şekil 2.2 : Bir noktasal kütle ilave edilen kiriş modeli.

Kirişi iki bölgeye ayıran bir noktasal kütle bulunduğunda Denklem (2.22) biçiminde iki çözüm söz konusu olur. Bu durumda, sınır değer probleminin çözümü için kirişin her iki ucundan gelecek olan toplam 4 sınır koşuluna ek olarak noktasal kütle m'in bulunduğu süreksizlik noktasından da 4 geçiş koşulu yazmak gerekir. Bu geçiş koşulları m ek kütle ve ℓ_1 ek kütle konumunu göstermek üzere, Denklem (2.9)'un notasyonunda

$$y^{(1)}(\ell_1, t) = y^{(2)}(\ell_1, t) \quad (2.29)$$

$$\left. \frac{\partial y^{(1)}(x, t)}{\partial x} \right|_{x=\ell_1} = \left. \frac{\partial y^{(2)}(x, t)}{\partial x} \right|_{x=\ell_1} \quad (2.30)$$

$$EI(x) \left. \frac{\partial^2 y^{(1)}(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=\ell_1} = EI(x) \left. \frac{\partial^2 y^{(2)}(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=\ell_1} \quad (2.31)$$

$$m \cdot \left. \frac{\partial^2 y^{(1)}(x, t)}{\partial t^2} \right|_{x=\ell_1} = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y^{(1)}(x, t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=\ell_1} - \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y^{(2)}(x, t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=\ell_1} \quad (2.32)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (2.29), (2.30) ve (2.31), sırasıyla, süreksizliğin iki yanında yer değiştirme, eğim ve eğilme momentinin aynı olması gereğinden yazılmıştır, Denklem (2.32) ise noktasal kütle m'nin öteleme hareket denkleminin ibarettir. Bu koşullar, Denklem (2.10)'dakilere ek olarak

$$\lambda = \frac{\ell_1}{\ell} \quad , \quad \mu = \frac{m}{\rho A_0 \ell} \quad (2.33)$$

boyutsuz büyüklükleri kullanılarak Denklem (2.11)'e eşlik edecek şekilde boyutsuzlaştırılabilir, Denklem (2.12), (2.14), (2.16) ve (2.17) yardımıyla da Denklem (2.18) notasyonuna geçilebilir.

Bir örnek olarak, Bölüm 2.1'de ele alınan her iki ucu da gömülü kirişe bir noktasal kütle ilave edilmesi problemi incelenirse, Denklem (2.23)'e ek olarak, Denklem (2.10), (2.12), (2.16) ve (2.33)'ten

$$x = \ell_1 \rightarrow u = \lambda \rightarrow \gamma^* = \frac{2\sqrt{1+\alpha\lambda}}{\alpha} \sqrt{\beta} \quad (\text{Kütle Konumu}) \quad (2.34)$$

olmak üzere, Denklem (2.22)'den

$$\delta^{(1)}(\gamma) = C_1^{(1)} J_n(\gamma) + C_2^{(1)} Y_n(\gamma) + C_3^{(1)} I_n(\gamma) + C_4^{(1)} K_n(\gamma) \quad ; \quad \gamma^0 \leq \gamma \leq \gamma^* \quad (2.35)$$

$$\delta^{(2)}(\gamma) = C_1^{(2)} J_n(\gamma) + C_2^{(2)} Y_n(\gamma) + C_3^{(2)} I_n(\gamma) + C_4^{(2)} K_n(\gamma) \quad ; \quad \gamma^* \leq \gamma \leq \gamma^1$$

biçiminde iki çözüm söz konusudur. Sınır-değer probleminin çözümü için gerekli olan, ilk iki satır sol ($x=0$) sınır koşulundan, 3. ve 4. satırlar sağ ($x=\ell$) sınır koşulundan, son dört satır ise sırasıyla Denklem (2.29-32)'de verilen geçiş koşullarından gelen 8 denklem,

$$\left[\begin{array}{cccc} J_n(\gamma^0) & Y_n(\gamma^0) & I_n(\gamma^0) & K_n(\gamma^0) \\ J'_n(\gamma^0) & Y'_n(\gamma^0) & I'_n(\gamma^0) & K'_n(\gamma^0) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \dots\dots \\ J_n(\gamma^*) & Y_n(\gamma^*) & I_n(\gamma^*) & K_n(\gamma^*) \\ J'_n(\gamma^*) & Y'_n(\gamma^*) & I'_n(\gamma^*) & K'_n(\gamma^*) \\ J''_n(\gamma^*) & Y''_n(\gamma^*) & I''_n(\gamma^*) & K''_n(\gamma^*) \\ \mu\beta^2 J_n(\gamma^*) + J'''_n(\gamma^*) & \mu\beta^2 Y_n(\gamma^*) + Y'''_n(\gamma^*) & \mu\beta^2 I_n(\gamma^*) + I'''_n(\gamma^*) & \mu\beta^2 K_n(\gamma^*) + K'''_n(\gamma^*) \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_n(\gamma^1) & Y_n(\gamma^1) & I_n(\gamma^1) & K_n(\gamma^1) \\ J'_n(\gamma^1) & Y'_n(\gamma^1) & I'_n(\gamma^1) & K'_n(\gamma^1) \\ \dots\dots\dots -J_n(\gamma^*) & -Y_n(\gamma^*) & -I_n(\gamma^*) & -K_n(\gamma^*) \\ -J'_n(\gamma^*) & -Y'_n(\gamma^*) & -I'_n(\gamma^*) & -K'_n(\gamma^*) \\ -J''_n(\gamma^*) & -Y''_n(\gamma^*) & -I''_n(\gamma^*) & -K''_n(\gamma^*) \\ -J'''_n(\gamma^*) & -Y'''_n(\gamma^*) & -I'''_n(\gamma^*) & -K'''_n(\gamma^*) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1^{(1)} \\ C_2^{(1)} \\ C_3^{(1)} \\ C_4^{(1)} \\ C_1^{(2)} \\ C_2^{(2)} \\ C_3^{(2)} \\ C_4^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.36)
\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir. Buradan, β_k ; $k=1,2,\dots$ boyutsuz frekans değerleri, karakteristik denklemin sıfır yapan β değerleri olarak sayısal yoldan hesaplanır.

İlgili kip fonksiyonlarının belirlenmesi için ise bu β_k değerleriyle Denklem (2.35)'teki denklem takımına dönüp, bu takımın, örneğin ilk yedi satırından $C_2^{(1)}$, $C_3^{(1)}$, $C_4^{(1)}$, $C_1^{(2)}$, $C_2^{(2)}$, $C_3^{(2)}$ ve $C_4^{(2)}$ katsayıları $C_{1(k)}^{(1)}$, $k=1,2,\dots$ keyfi ölçek katsayıları olmak üzere $C_1^{(1)}$ cinsinden

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} Y_n(\gamma^0) I_n(\gamma^0) K_n(\gamma^0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y'_n(\gamma^0) I'_n(\gamma^0) K'_n(\gamma^0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_n(\gamma^1) & Y_n(\gamma^1) & I_n(\gamma^1) & K_n(\gamma^1) \\ 0 & 0 & 0 & J'_n(\gamma^1) & Y'_n(\gamma^1) & I'_n(\gamma^1) & K'_n(\gamma^1) \\ Y_n(\gamma^*) I_n(\gamma^*) K_n(\gamma^*) & -J_n(\gamma^*) & -Y_n(\gamma^*) & -I_n(\gamma^*) & -K_n(\gamma^*) \\ Y'_n(\gamma^*) I'_n(\gamma^*) K'_n(\gamma^*) & -J'_n(\gamma^*) & -Y'_n(\gamma^*) & -I'_n(\gamma^*) & -K'_n(\gamma^*) \\ Y''_n(\gamma^*) I''_n(\gamma^*) K''_n(\gamma^*) & -J''_n(\gamma^*) & -Y''_n(\gamma^*) & -I''_n(\gamma^*) & -K''_n(\gamma^*) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{2(k)}^{(1)} \\ C_{3(k)}^{(1)} \\ C_{4(k)}^{(1)} \\ C_{1(k)}^{(2)} \\ C_{2(k)}^{(2)} \\ C_{3(k)}^{(2)} \\ C_{4(k)}^{(2)} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} J_n(\gamma^0) \\ J'_n(\gamma^0) \\ 0 \\ 0 \\ J_n(\gamma^*) \\ J'_n(\gamma^*) \\ J''_n(\gamma^*) \end{Bmatrix} C_{1(k)}^{(1)} \quad (2.37)
\end{aligned}$$

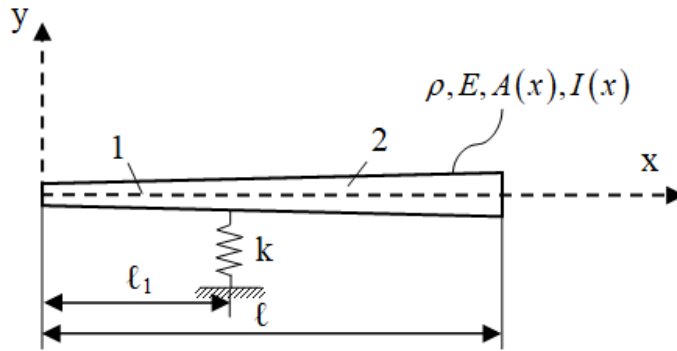
lineer cebirsel denklem takımı çözülerek hesaplanır ve bu değerlerle Denklem (2.22)'ye dönülerek

$$\begin{aligned}\delta_k^{(1)}(\gamma_k) &= C_{1(k)}^{(1)} J_n(\gamma_k) + C_{2(k)}^{(1)} Y_n(\gamma_k) + C_{3(k)}^{(1)} I_n(\gamma_k) + C_{4(k)}^{(1)} K_n(\gamma_k) \\ &\quad ; \gamma^0 \leq \gamma \leq \gamma^* \\ \delta_k^{(2)}(\gamma_k) &= C_{1(k)}^{(2)} J_n(\gamma_k) + C_{2(k)}^{(2)} Y_n(\gamma_k) + C_{3(k)}^{(2)} I_n(\gamma_k) + C_{4(k)}^{(2)} K_n(\gamma_k) \\ &\quad ; \gamma^* \leq \gamma \leq \gamma^1\end{aligned}\tag{2.38}$$

belirlendikten sonra Denklem (2.28)'den kip fonksiyonları iki bölge olarak elde edilerek problem tamamlanır.

2.3 Bir Yay ile Desteklenmiş Kiriş Problemi ve Çözümü

Bu bölümde, Bölüm 2.1'de ele alınan kirişin bir yay ile desteklenmesi durumunda kirişin titreşimlerinin incelenmesi problemi ele alınacaktır. Yay ilavesiyle 2 bölgeye ayrılmış kiriş modeli Şekil 2.3'te gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Bir yay ile desteklenmiş kiriş modeli.

Kirişi iki bölgeye ayıran bir yay bulunduğunda, Bölüm 2.2'de de bahsedildiği gibi, Denklem (2.22) biçiminde iki çözüm söz konusu olur. Bu durumda, probleminin çözümü için yine sınır koşullarına ek olarak yayın bulunduğu noktada 4 geçiş koşulu yazmak gerekir. Bu geçiş koşulları k yay katsayısını ve ℓ_1 , bu sefer, yayın konumunu göstermek üzere

$$y^{(1)}(\ell_1, t) = y^{(2)}(\ell_1, t)\tag{2.39}$$

$$\left. \frac{\partial y^{(1)}(x,t)}{\partial x} \right|_{x=\ell_1} = \left. \frac{\partial y^{(2)}(x,t)}{\partial x} \right|_{x=\ell_1} \quad (2.40)$$

$$EI(x) \left. \frac{\partial^2 y^{(1)}(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=\ell_1} = EI(x) \left. \frac{\partial^2 y^{(2)}(x,t)}{\partial x^2} \right|_{x=\ell_1} \quad (2.41)$$

$$k \cdot y^{(1)}(\ell_1, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y^{(1)}(x,t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=\ell_1} - \frac{\partial}{\partial x} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y^{(2)}(x,t)}{\partial x^2} \right] \Big|_{x=\ell_1} \quad (2.42)$$

şeklinde Denklem (2.9)'un notasyonunda yazılabilir. Denklem (2.39), (2.40) ve (2.41) yine, sırasıyla, süreksizliğin iki yanında yer değiştirme, eğim ve eğilme momentlerinin aynı olması gereğinden, Denklem (2.42) ise iki yandaki kesme kuvvetlerinin dengesinden elde edilir. Denklem (2.10) ve (2.33)'tekilere ek olarak

$$\eta = \frac{k}{EI_0 / \ell^3} \quad (2.43)$$

boyutsuz büyüklüğü de kullanılarak geçiş koşulları Denklem (2.11)'e eşlik edecek şekilde boyutsuzlaştırılarak Denklem (2.12), (2.14), (2.16) ve (2.17) yardımıyla Denklem (2.18) notasyonuna getirilebilir.

Burada da, örnek olarak Bölüm 2.1'de ele alınan her iki ucu da gömülü kirişin bir yay ile desteklenmesi problemi incelenirse, Denklem (2.23)'e ek olarak, Denklem (2.10), (2.12), (2.16) ve (2.33)'ten

$$x = \ell_1 \rightarrow u = \lambda \rightarrow \gamma^* = \frac{2\sqrt{1+\alpha\lambda}}{\alpha} \sqrt{\beta} \quad (\text{Yay Konumu}) \quad (2.44)$$

olmak üzere, noktasal kütle yerine yay ilavesiyle Denklem (2.35)'teki çözüm geçerlidir. Sınır-değer probleminin çözümü için gerekli olan, ilk iki satır sol ($x=0$) sınır koşulundan, 3. ve 4. satırlar sağ ($x=\ell$) sınır koşulundan, son dört satır ise sırasıyla Denklem (2.39-42)'de verilen geçiş koşullarından gelen 8 denklem,

$$\begin{bmatrix}
J_n(\gamma^0) & Y_n(\gamma^0) & I_n(\gamma^0) & K_n(\gamma^0) \\
J'_n(\gamma^0) & Y'_n(\gamma^0) & I'_n(\gamma^0) & K'_n(\gamma^0) \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
J_n(\gamma^*) & Y_n(\gamma^*) & I_n(\gamma^*) & K_n(\gamma^*) \\
J'_n(\gamma^*) & Y'_n(\gamma^*) & I'_n(\gamma^*) & K'_n(\gamma^*) \\
J''_n(\gamma^*) & Y''_n(\gamma^*) & I''_n(\gamma^*) & K''_n(\gamma^*) \\
-\eta J_n(\gamma^*) + J'''_n(\gamma^*) - \eta Y_n(\gamma^*) + Y'''_n(\gamma^*) - \eta I_n(\gamma^*) + I'''_n(\gamma^*) - \eta K_n(\gamma^*) + K'''_n(\gamma^*) \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
J_n(\gamma^1) & Y_n(\gamma^1) & I_n(\gamma^1) & K_n(\gamma^1) \\
J'_n(\gamma^1) & Y'_n(\gamma^1) & I'_n(\gamma^1) & K'_n(\gamma^1) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
-J_n(\gamma^*) - Y_n(\gamma^*) - I_n(\gamma^*) - K_n(\gamma^*) \\
-J'_n(\gamma^*) - Y'_n(\gamma^*) - I'_n(\gamma^*) - K'_n(\gamma^*) \\
-J''_n(\gamma^*) - Y''_n(\gamma^*) - I''_n(\gamma^*) - K''_n(\gamma^*) \\
-J'''_n(\gamma^*) - Y'''_n(\gamma^*) - I'''_n(\gamma^*) - K'''_n(\gamma^*)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
C_1^{(1)} \\
C_2^{(1)} \\
C_3^{(1)} \\
C_4^{(1)} \\
C_1^{(2)} \\
C_2^{(2)} \\
C_3^{(2)} \\
C_4^{(2)}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}
\quad (2.45)$$

şeklinde elde edilir. Buradan, β_k ; $k=1,2,\dots$ boyutsuz frekansları karakteristik denklemi sıfır yapan değerler olarak sayısal yoldan hesaplanır.

İlgili kip fonksiyonlarının belirlenmesi için ise, Bölüm 2.2’de olduğu gibi bu β_k değerleriyle Denklem (2.45)’teki denklem takımına dönülür, bu takımın, örneğin ilk yedi satırından $C_2^{(1)}$, $C_3^{(1)}$, $C_4^{(1)}$, $C_1^{(2)}$, $C_2^{(2)}$, $C_3^{(2)}$ ve $C_4^{(2)}$ katsayıları $C_{1(k)}^{(1)}$, $k=1,2,\dots$ keyfi ölçek katsayıları olmak üzere $C_1^{(1)}$ cinsinden hesaplanır. Hesaplanan bu değerlerle Denklem (2.22)’ye dönüldüğünde, Denklem (2.38)’e ulaşılır ve Denklem (2.28)’den kip fonksiyonları iki bölge olarak elde edilerek problem tamamlanır.

2.4 Problem Formülasyonunda Referans Alınan Sınırın Doğal Frekans

Hesabına Etkisi

Bölüm (2.1)'de, değişken kesitli kiriş problemi, kirişin sol (ince) ucuna referansla kurulmuştur. Bundan kasıt, Denklem (2.2-2.4)'teki ifadelerde bu uca ait b_0 ve h_0 değerlerin referans alınmış olmasıdır.

Oysa istenmesi halinde, problemi sağ (kalın) uca referansla kurmak da mümkündür ve literatürde çoğunlukla bu yeğlenmektedir. Bunu yapmak için Denklem (2.2)'deki

$$b(x) = b_0 \left(1 + \alpha_b \frac{x}{\ell} \right) , \quad h(x) = h_0 \left(1 + \alpha_h \frac{x}{\ell} \right) \quad (2.46)$$

ifadeleri yerine, Denklem (2.1)'den yazılan

$$b_0 = \frac{b_1}{(1 + \alpha_b)} , \quad h_0 = \frac{h_1}{(1 + \alpha_h)} \quad (2.47)$$

eşitliklerinin burada yerlerine konulmasıyla elde edilen

$$b(x) = b_1 \left(\frac{1}{1 + \alpha_b} + \frac{\alpha_b}{1 + \alpha_b} \frac{x}{\ell} \right) , \quad h(x) = h_1 \left(\frac{1}{1 + \alpha_h} + \frac{\alpha_h}{1 + \alpha_h} \frac{x}{\ell} \right) \quad (2.48)$$

ifadelerinin kullanılması, bununla bağlantılı olarak da, sonuçta, Denklem (2.11) ve Denklem (2.12)'de $1 + \alpha u$ yerine $\frac{1 + \alpha u}{1 + \alpha}$ konulması yeterlidir.

Elbette, problem hangi uca referansla kurulmuş olursa olsun aynı sonuçları verecektir. Ancak, Denklem (2.10)'daki ω^* frekans çarpanı, referans alınan uca ait A ve I değerlerine bağlı olduğundan, aynı ω_k doğal frekanslarını verebilmek için iki yoldan hesaplanan β_k boyutsuz doğal frekanslarının farklı olması gerekecektir. Bunu görmek için boyutsuz frekansın ince uca refere edilmiş problemde sahip olacağı

$$\beta_k = \frac{\omega_k}{\sqrt{\frac{EI_0}{\rho A_0 \ell^4}}} = \frac{\omega_k}{h_0 \sqrt{\frac{E}{12 \rho \ell^4}}} \quad (2.49)$$

ifadesiyle kalın uca refere edilmiş problemdeki

$$\bar{\beta}_k = \frac{\omega_k}{\sqrt{\frac{EI_1}{\rho A_1 \ell^4}}} = \frac{\omega_k}{h_1 \sqrt{\frac{E}{12\rho \ell^4}}} \quad (2.50)$$

ifadesinin karşılaştırılması yeterlidir. Buradan görüldüğü gibi, ince uca refere edilmiş β_k boyutsuz doğal frekansları ile kalın uca refere edilmiş $\bar{\beta}_k$ boyutsuz doğal frekansları arasında

$$\beta_k = \frac{h_1}{h_0} \bar{\beta}_k = (1+\alpha) \bar{\beta}_k \quad (2.51)$$

bağıntısı mevcut olacaktır. Hem $n=1$ hem $n=2$ halinde geçerli olan bu bağıntı yardımıyla, problem hangi uca referansla kurulmuş ve çözülmüş olursa olsun boyutsuz frekansları istenilen uca referansla vermek mümkün olmaktadır.

Literatürde daha çok kalın uca refere edilmiş sonuçlara rastlandığından, bu çalışma kapsamında da boyutsuz doğal frekansların kalın uca refere edilerek verilmesi tercih edilmiştir.

Benzer şekilde, noktasal kütle taşıyan ve yay ile desteklenen kiriş problemlerinde de Denklem 2.33'teki

$$\mu = \frac{m}{\rho A_0 \ell} \quad (2.52)$$

boyutsuz kütle büyüklüğü μ ve Denklem 2.43'teki

$$\eta = \frac{k}{EI_0 / \ell^3} \quad (2.53)$$

boyutsuz yay katsayısı η ifadeleri problem kurgusu gereği ince kenara referansla elde edilmiştir. İstenilmesi halinde, bu büyüklükler, Denklem 2.46'daki ifadeler yerine yine Denklem 2.48'deki ifadeler geçirilerek kalın kenara referansla

$$\bar{\mu} = \frac{m}{\rho A_1 \ell} = \frac{m}{\rho A_0 (1+\alpha)^n \ell} \quad ; \quad \bar{\eta} = \frac{k}{EI_1 / \ell^3} = \frac{k}{EI_0 (1+\alpha)^{n+2} / \ell^3} \quad (2.54)$$

şeklinde elde edilir. İnce uca refere edilmiş μ (Denklem 2.52) ve η (Denklem 2.52) ifadelerinin kalın uca refere edilmiş $\bar{\mu}$ ve $\bar{\eta}$ (Denklem 2.54) ifadeleriyle karşılaştırılmasıyla bu büyüklükler arasında, birinden diğerine geçiş için,

$$\mu = \bar{\mu}(1+\alpha)^n \quad ; \quad \eta = \bar{\eta}(1+\alpha)^{n+2} \quad (2.55)$$

bağıntıları elde edilir.



3. PARAMETRİK İNCELEMELER

Bu bölümde, yalın, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve bir yay ile desteklenmiş değişken kesitli kirişlerin çeşitli sınır koşulları altındaki boyutsuz $\bar{\beta}_k$, $k=1,2,\dots$ doğal frekanslarının ve $\phi_k(u)$ kip biçimlerinin, daha önce tanımlanan α kesit değişim ölçüsü, μ boyutsuz kütlesi, η boyutsuz yay katsayısı ve λ boyutsuz konumu ile değişimleri ilgili problemin kesin çözümüne dayalı olarak incelenmiştir.

Bu bölümdeki hesaplamaların tamamı, sembolik hesap yapan bir matematiksel paket program olan Mathcad yardımıyla gerçekleştirilmiş, tez kapsamındaki problemlerin çözümü için kullanılabilecek genel bir Mathcad program örneği Ek B’de verilmiştir.

3.1 Yalın Kiriş Özdeğer ve Özfonksiyonları

Yalın kirişin gömülü–serbest (konsol), mafsallı–mafsallı (basit mesnetli), gömülü–gömülü, gömülü–mafsallı, mafsallı–serbest ve serbest–serbest sınır koşulları altındaki boyutsuz doğal frekansları ve kip fonksiyonları bu bölümde incelenmiştir. Bu incelemenin sonuçlarını sunmadan önce, mevcut çalışmadan elde edilen sonuçların literatürde mevcut kesin çözüm ya da yaklaşık çözüme dayalı bazı sonuçlarla bir karşılaştırması yapılacaktır.

İlk olarak, bu tez kapsamında hesaplanan sonuçlarla, Koloušek’in vermiş olduğu formülasyona dayalı, sınırlı bazı sınır şartları ve parametre değerleri için hesaplamalar yapan Banerjee ve Ananthapuvirajah [17] tarafından elde edilen ve burada hesaplanan sonuçlarla aynı olması beklenen sonuçların, kalın ucu gömülü – ince ucu serbest konsol kiriş ve basit mesnetli kiriş özelinde bir karşılaştırılması Çizelge 3.1’de verilmiştir. Çizelgeden de görüldüğü üzere sonuçlar incelendiğinde, aynı teorik temele dayalı olarak elde edilen sonuçlar arasında olması gerektiği gibi tam bir uyum görülmüştür.

Çizelge 3.1 : G–S ve M–M giriş frekans hesabı karşılaştırma tablosu.

		Banerjee ve Ananthapuvirajah [17]		Mevcut Çalışma		
n		$\alpha=0.25$	$\alpha=1$	$\alpha=0.25$	$\alpha=1$	
G-S	$\bar{\beta}_1$	1	3.60827	3.8238	3.60827	3.8238
	$\bar{\beta}_2$	1	20.6210	18.3173	20.62102	18.31726
	$\bar{\beta}_3$	1	56.1923	47.2648	56.19228	47.26483
	$\bar{\beta}_4$	1	109.318	90.4505	109.3184	90.45048
	$\bar{\beta}_1$	2	3.85512	4.62515	3.85512	4.62515
	$\bar{\beta}_2$	2	21.0567	19.5476	21.05675	19.54761
	$\bar{\beta}_3$	2	56.6303	48.5789	56.63035	48.57890
	$\bar{\beta}_4$	2	109.763	91.8128	109.763	91.81277
M-M	$\bar{\beta}_1$	1	8.84619	7.12153	8.84619	7.12153
	$\bar{\beta}_2$	1	35.4452	28.9518	35.44524	28.95184
	$\bar{\beta}_3$	1	79.7303	64.9788	79.73034	64.97882
	$\bar{\beta}_4$	1	141.721	115.351	141.7211	115.35084
	$\bar{\beta}_1$	2	8.82458	6.95659	8.82458	6.95659
	$\bar{\beta}_2$	2	35.4656	29.1103	35.46564	29.11034
	$\bar{\beta}_3$	2	79.7624	65.2277	79.76244	65.22774
	$\bar{\beta}_4$	2	141.759	115.647	141.75913	115.64672

İkinci bir karşılaştırma olarak, farklı kesit değişim ölçüleri için ilgili sınır değer probleminin Frobenius serileri yardımıyla, doğal frekans hesaplarını gerçekleştirmiş Lee ve Lee [7] ile çeşitli kesit değişim ölçüleri için konsol giriş frekanslarını, girişin hareket denklemini elde ettikten sonra sayısal olarak hesaplayan Mabie ve Rogers [8]'in sonuçlarının, mevcut çalışmadan hesaplanan sonuçlarla karşılaştırılması Çizelge 3.2'de verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, bilgisayar yardımıyla, yine kesin çözüme dayalı olarak hesaplamalar gerçekleştiren Mabie ve Rogers [8] tarafından elde edilen frekans sonuçlarının yeterince iyi olduğu, fakat Lee ve Lee [7] tarafından elde edilen sonuçların, özellikle kesit değişim ölçüsü α arttıkça kesin çözüm sonuçlarından uzaklaştığı ve yeterince iyi olmadığı görülmektedir. Terim sayısı ölçüsünde yakınsaması beklenen yöntemlerinde Lee ve Lee [7], yeterli terim sayısı almamış gibi görünmektedirler,

Mevcut çalışmada verilecek hesap sonuçlarının, gelecekte bu tür yaklaşık yöntemlerle hesap yapacak araştırmacılara, yöntemlerini test edebilecekleri güvenilir bir başvuru kaynağı oluşturacağı düşünülmektedir.

Çizelge 3.2 : G–S kiriş frekans hesabı karşılaştırma tablosu.

α		Lee ve Lee [7]		Mabie ve Rogers [8]		Mevcut Çalışma	
		Terim Sayısı	n=1	n=1	n=2	n=1	n=2
$\bar{\beta}_1$	0.2	50	3.60827	3.5908	3.7918	3.5909	3.7916
$\bar{\beta}_2$	0.2	50	20.621	20.86	21.222	20.8625	21.2222
$\bar{\beta}_3$	0.2	50	56.1923	57.133	57.49	57.1300	57.4891
$\bar{\beta}_4$	0.2	50	–	111.25	111.58	111.2934	111.6570
$\bar{\beta}_1$	0.4	60	3.73707	3.6576	4.0344	3.6578	4.0345
$\bar{\beta}_2$	0.4	60	19.1138	19.987	20.627	19.9879	20.6275
$\bar{\beta}_3$	0.4	60	50.3537	53.729	54.386	53.7378	54.3926
$\bar{\beta}_4$	0.4	60	–	104.07	104.786	104.1440	104.8124
$\bar{\beta}_1$	0.8	160	4.29249	3.7729	4.4467	3.7732	4.4471
$\bar{\beta}_2$	0.8	160	15.7427	18.762	19.824	18.7637	19.8256
$\bar{\beta}_3$	0.8	160	36.8846	48.99	50.12	48.9973	50.1198
$\bar{\beta}_4$	0.8	160	–	94.1	95.28	94.1242	95.2831

Farklı sınır koşulları altındaki yalın kiriş özdeğer ve özfonksiyonları, Bölüm 2.1’de özetlenen çözüm ışığında, Çizelge 2.1’de verilen ilgili sınır koşulları Denklem (2.22)’deki çözüme dayatılarak, karakteristik matrisin kurulmasından sonra gerekli tüm hesapların bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilmesi şeklinde elde edilmiştir. Denklem (2.22)’den elde edilen nihai denklem, α kesit değişim parametresine bağlı olduğundan buradan hesaplanacak özdeğer ve özfonksiyonlar da bu parametreye bağlı olarak değişecektir.

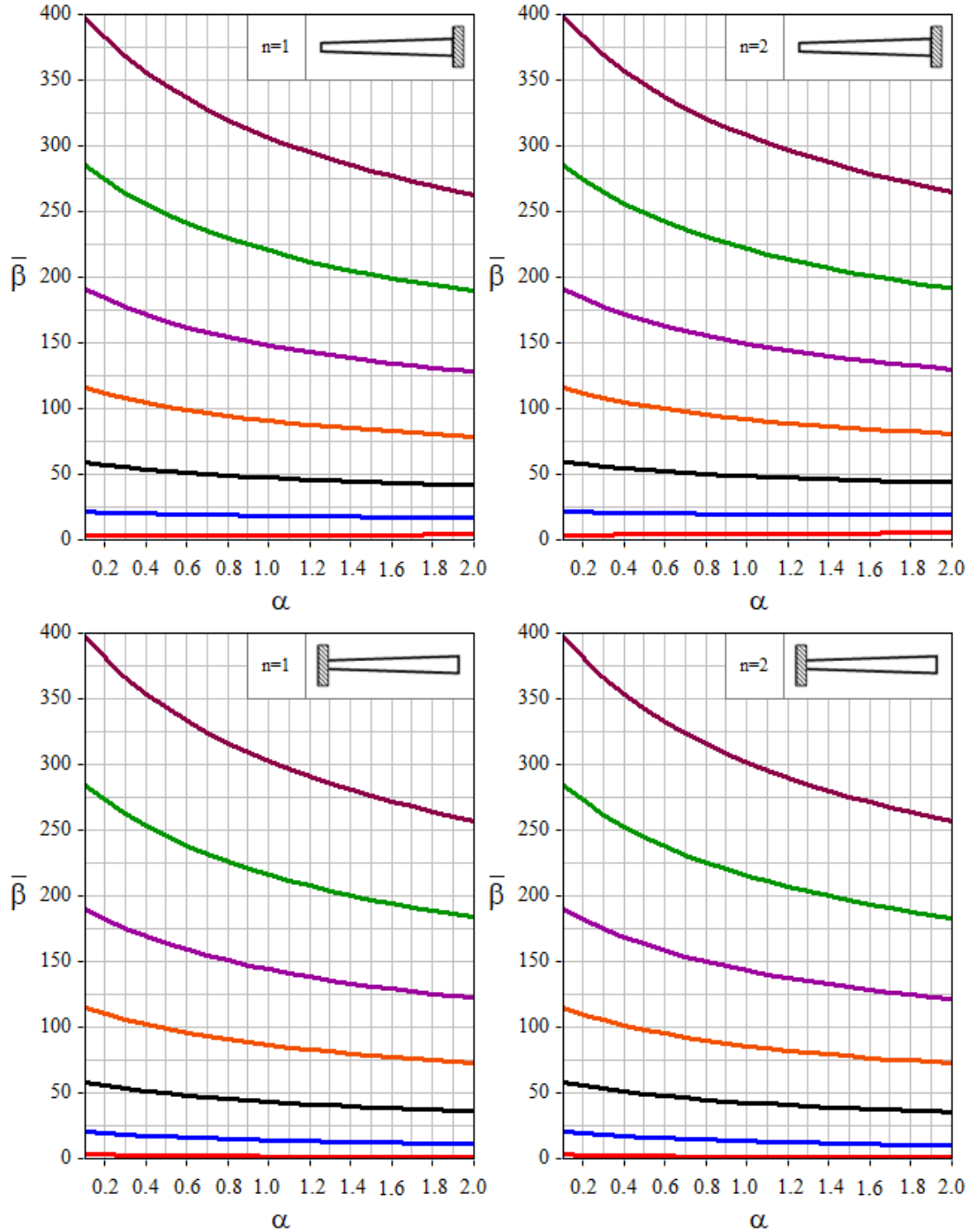
3.1.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi

Kesit değişim ölçüsünün çeşitli sınır koşulları altındaki yalın kiriş boyutsuz doğal frekansları ve kip biçimleri üzerine etkisi bu bölümde ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüne göre değişimi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir. Kesit değişim

ölçüsünün kip fonksiyonları üzerindeki etkisini görebilmek için ise $\alpha=0.5$, $\alpha=1$ ve $\alpha=1.5$ değerleri için kip fonksiyonları aynı grafik üzerinde oluşturulmuştur.

3.1.1.1 Gömülü – Serbest kiriş

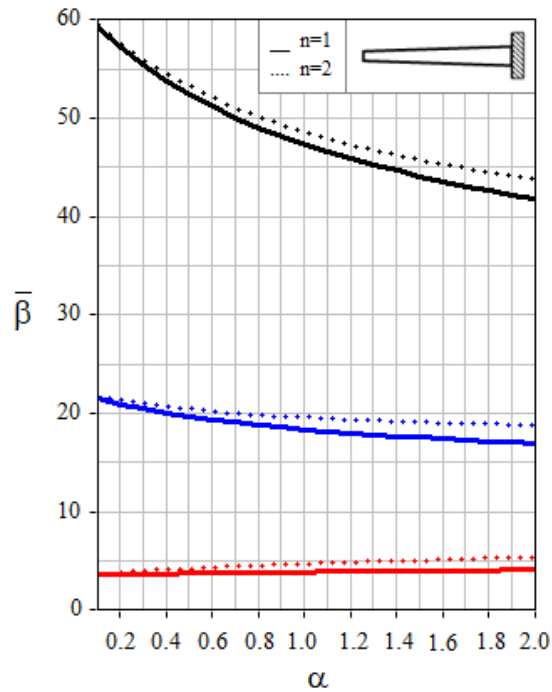
Sol (ince) ucu serbest – sağ (kalın) ucu gömülü ve sol (ince) ucu gömülü – sağ (kalın) ucu serbest sınır koşullarına sahip konsol kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.1’de verilmiştir.



Şekil 3.1 : G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

İnce ucu serbest – kalın ucu gömülü konsol kiriş ile kalın ucu gömülü – ince ucu serbest konsol kiriş boyutsuz doğal frekanslarının, eni sabit yüksekliği doğrusal olarak değişen ($n=1$) ve eni ve yüksekliği aynı oranda değişen ($n=2$) özel halleri için α ölçüsüyle değişim eğrileri incelendiğinde, tüm durumlarda eğrilerin beklendiği gibi, $\bar{\beta}_1 = 3.5160$, $\bar{\beta}_2 = 22.0345$, $\bar{\beta}_3 = 61.6972\dots$, $\alpha=0$ (sabit kesitli konsol kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı ve kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin düşük frekanslar için çok belirgin olmamakla birlikte yüksek frekanslara doğru gidildikçe arttığı görülmektedir. Kesit değişim ölçüsü α 'nın en önemli etkisinin ise, ince ucu gömülü konsol kirişte frekansların tamamını alçaltma, kalın ucu gömülü konsol kirişte temel frekans haricindeki tüm frekansları alçaltma, temel frekansı ise yükseltme şeklinde olduğu görülmektedir. Elbette bu sonuçların, boyutlu doğal frekanslarla değil; en kalın kesitin değerleri referans alınarak boyutsuzlaştırılmış boyutsuz frekanslarla ilgili olduğu unutulmamalıdır.

$n=1$ ve $n=2$ özel halleri arasındaki farkı daha iyi görebilmek için, kalın ucu gömülü - ince ucu serbest konsol kiriş için ilk 3 boyutsuz doğal frekansın her iki durumdaki gidişleri aynı grafik üzerinde Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2 : $n=1$ ve $n=2$ hallerinin karşılaştırılması.

$n=1$ ve $n=2$ hallerinin bir arada verildiği bu grafik incelendiğinde, yüksekliğin yanı sıra enin de aynı α kesit değişim ölçüsüyle genişleyerek gitmesinin etkisinin tüm

frekansları bir miktar yukarı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır. İki durum arasındaki farkın, büyük α değerlerine ve yüksek frekanslara gidildikçe arttığı görülmektedir.

Konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.3'te verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için geniş bir tablo Ek C'de sunulmuştur.

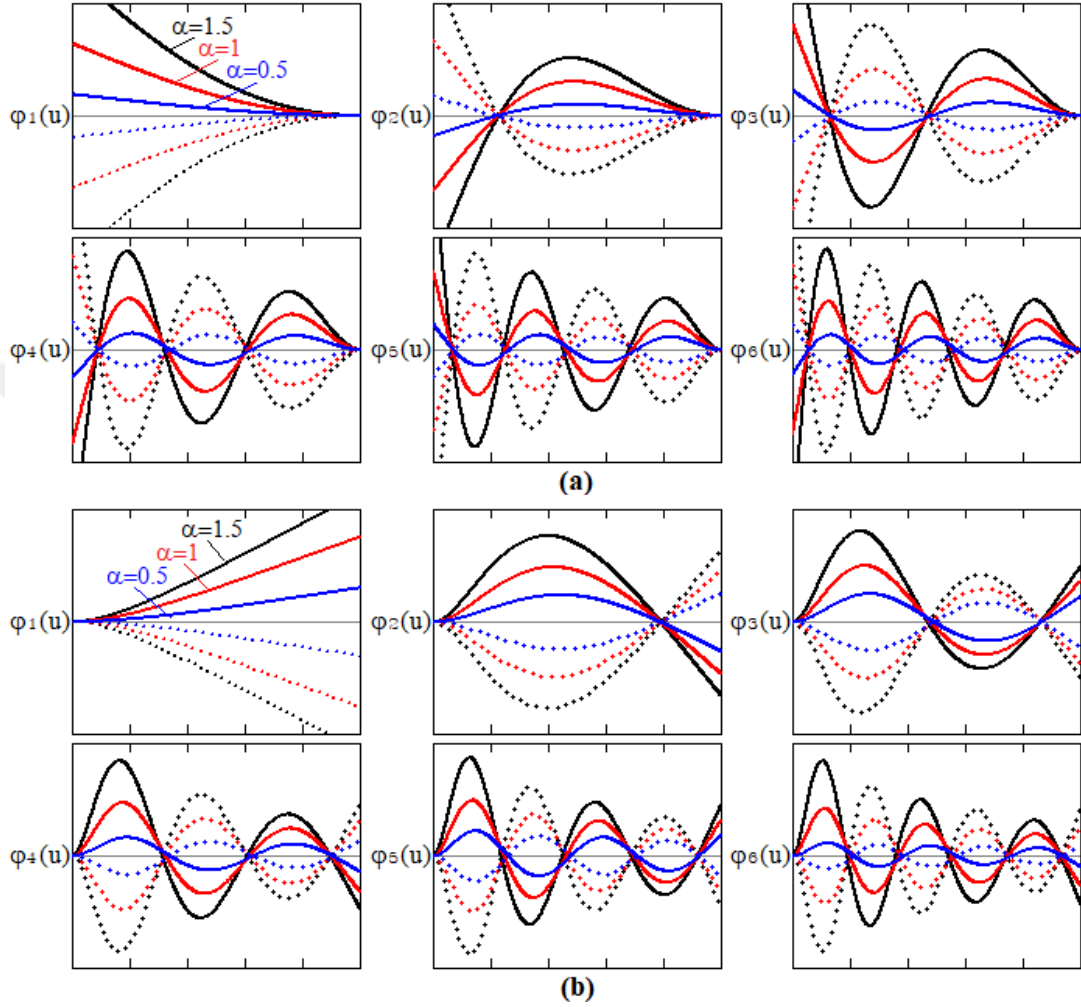
Çizelge 3.3 : G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	3.5160	22.0345	61.6972	3.5160	22.0345	61.6972
1	0.2	3.5909	20.8625	57.1300	2.8716	19.4781	55.7973
1	0.5	3.6887	19.6281	52.3446	2.2446	16.8488	49.6678
1	1.0	3.8238	18.3173	47.2648	1.6380	14.1101	43.2086
1	1.5	3.9343	17.4879	44.0248	1.2855	12.3871	39.1009
1	2.0	4.0272	16.9162	41.7591	1.0560	11.1892	36.2234
2	0	3.5160	22.0345	61.6972	3.5160	22.0345	61.6972
2	0.2	3.7916	21.2222	57.4890	2.7116	19.1445	55.4900
2	0.5	4.1458	20.3872	53.1294	1.9684	16.2064	49.1144
2	1.0	4.6252	19.5476	48.5789	1.2981	13.1848	42.4940
2	1.5	5.0090	19.0649	45.7384	0.9378	11.3039	38.3496
2	2.0	5.3262	18.7715	43.7954	0.7182	10.0051	35.4846

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.3a'da ince ucu serbest – kalın ucu gömülü ve Şekil 3.3b'de ince ucu gömülü – kalın ucu serbest sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ hali için, $\alpha=0.5$, $\alpha=1$ ve $\alpha=1.5$ değerlerine karşılık gelen ilk 6 özfonksiyon aynı grafik üzerinde verilmiştir.

Grafikler incelendiğinde, sabit kesitli düzgün kirişte olduğu gibi değişken kesitli konsol kirişte de k . özfonksiyonun $k-1$ düğüm noktası içerdiği görülmektedir. Özfonksiyonlar kirişin ince tarafına (sol tarafa) doğru gidildikçe artan genlikte şekiller oluşturmaktadır. Üç farklı α değeri için titreşim kipleri incelendiğinde, α arttıkça, kirişin ince ve kalın tarafları arasındaki genlik farklarının da gözle görünür şekilde arttığı, α küçüldükçe, kip fonksiyonlarının sabit kesitli kiriş kip fonksiyonlarına yakınsadığı görülmektedir. Buna ek olarak, ele alınan α değerleri

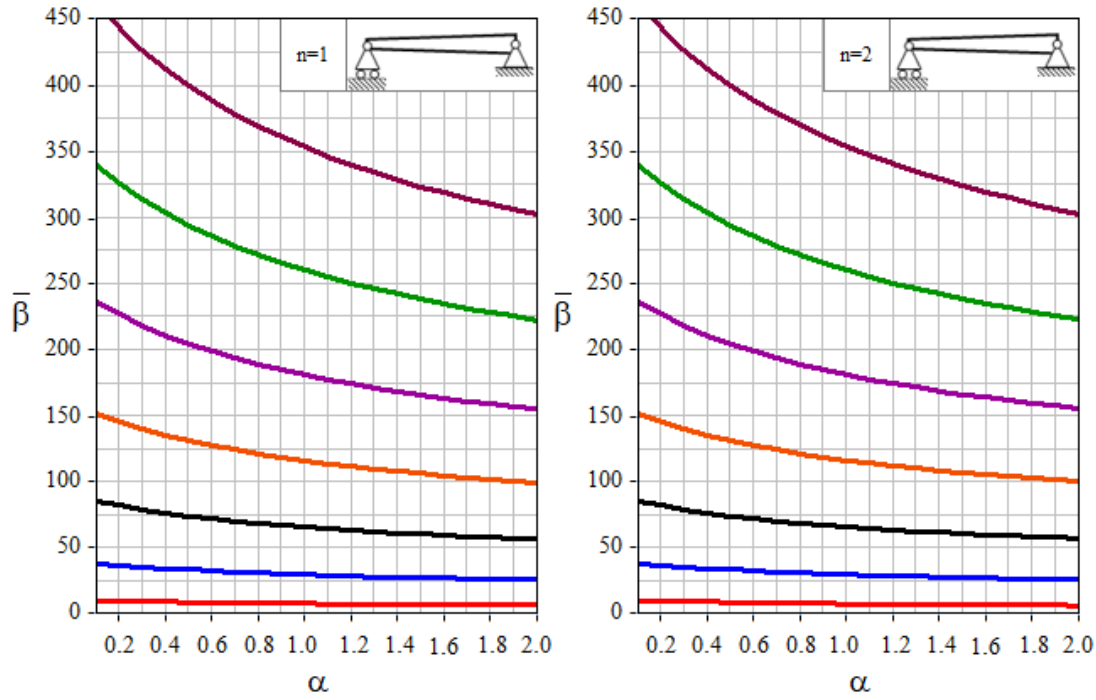
için α arttıkça, düğüm noktalarının her iki sınır koşulu için de 2. kip fonksiyonlarında kiriş sağ ucuna –kalın uca–, bunun dışındaki tüm kip fonksiyonlarında ise kirişin sol ucuna –ince uca– doğru kaydığı gözlenmiştir. 2. kip fonksiyonlarında gözlemlenen bu fark, daha detaylı araştırılmak üzere not edilmeye değer görünmektedir.



Şekil 3.3 : G–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş.

3.1.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Basit mesnetli kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.4’te verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, yine olması gerektiği gibi, eğrilerin basit mesnetli kirişte $\bar{\beta}_1 = 9.8696$, $\bar{\beta}_2 = 39.4784$, $\bar{\beta}_3 = 88.8264...$ $\alpha=0$ (sabit kesitli kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı ve kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin, kalın ucu gömülü konsol kiriştekinden farklı olarak, temel frekans da dahil tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 3.4 : M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

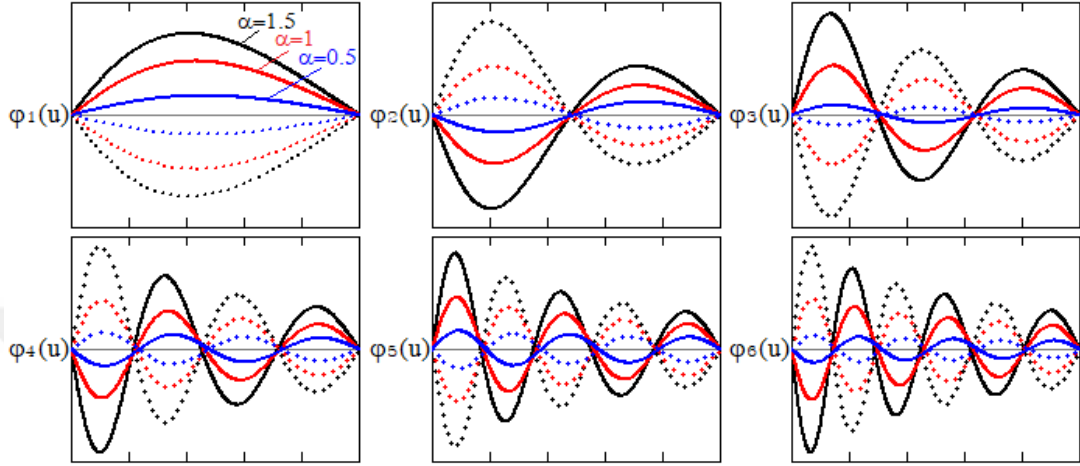
Basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.4’te verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için daha geniş bir tablo Ek C’de sunulmuştur.

Çizelge 3.4 : M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	9.8696	39.4784	88.8264
1	0.5	8.1145	32.6408	73.3773
1	1.0	7.1215	28.9518	64.9788
1	1.5	6.4666	26.6002	59.5969
1	2.0	5.9949	24.9505	55.8072
2	0	9.8696	39.4784	88.8264
2	0.5	8.0494	32.7026	73.4745
2	1.0	6.9566	29.1103	65.2277
2	1.5	6.2086	26.8518	59.9914
2	2.0	5.6560	25.2860	56.3322

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, iki ucu mafsallı kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun $\alpha=0.5$, $\alpha=1$ ve $\alpha=1.5$ değerlerine karşılık

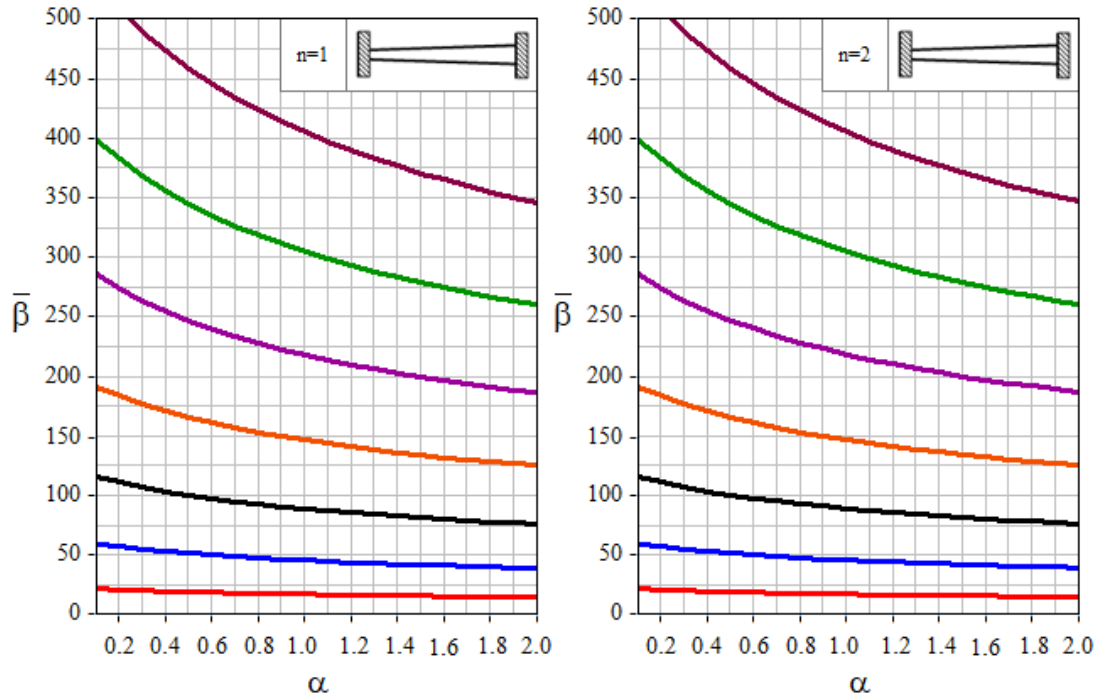
gelen kip fonksiyonları Şekil 3.5’te verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, konsol kiriş özfonksiyonları için yapılan yorumların basit mesnetli kiriş özfonksiyonları için de geçerli olduğu, konsol kirişten farklı olarak bu kez 2. kip fonksiyonu da dahil olmak üzere tüm kip fonksiyonlarında düğüm noktalarının kirişin sol ucuna –ince uca– kaydığı gözlenmiştir.



Şekil 3.5 : M–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$.

3.1.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş

İki ucu gömülü kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.6’da verilmiştir.



Şekil 3.6 : G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

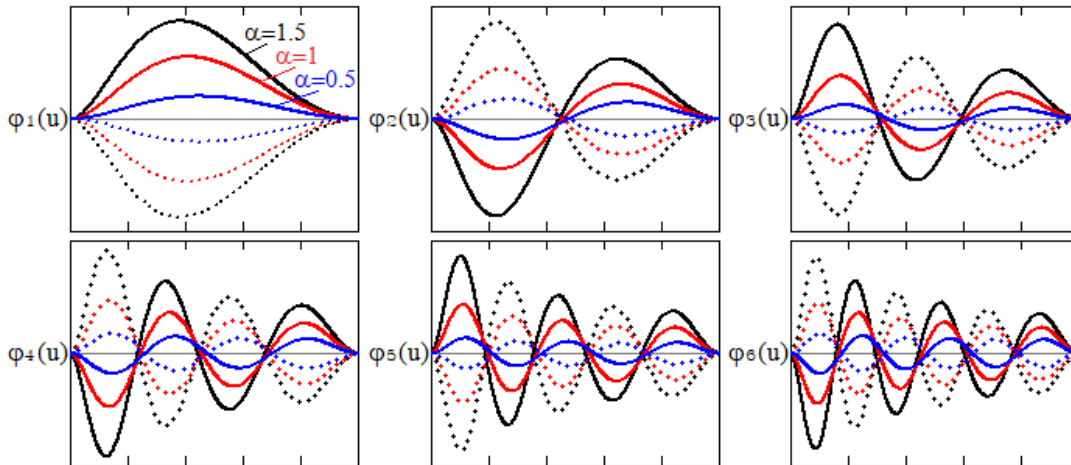
Şekiller incelendiğinde, eğrilerin $\bar{\beta}_1 = 22.3733$, $\bar{\beta}_2 = 61.6728$, $\bar{\beta}_3 = 120.9034...$ $\alpha=0$ (sabit kesitli kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı ve basit mesnetli kirişteki benzer şekilde, kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır.

İki ucu gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.5'te verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için daha geniş bir tablo Ek C'de sunulmuştur.

Çizelge 3.5 : G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü – Gömülü Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	22.3733	61.6728	120.9034
1	0.5	18.4700	50.8938	99.7558
1	1.5	14.9616	41.1656	80.6348
1	2.0	13.9903	38.4644	75.3176
2	0	22.3733	61.6728	120.9034
2	0.5	18.5258	50.9696	99.8390
2	1.5	15.1898	41.4765	80.9775
2	2.0	14.2951	38.8804	75.7774

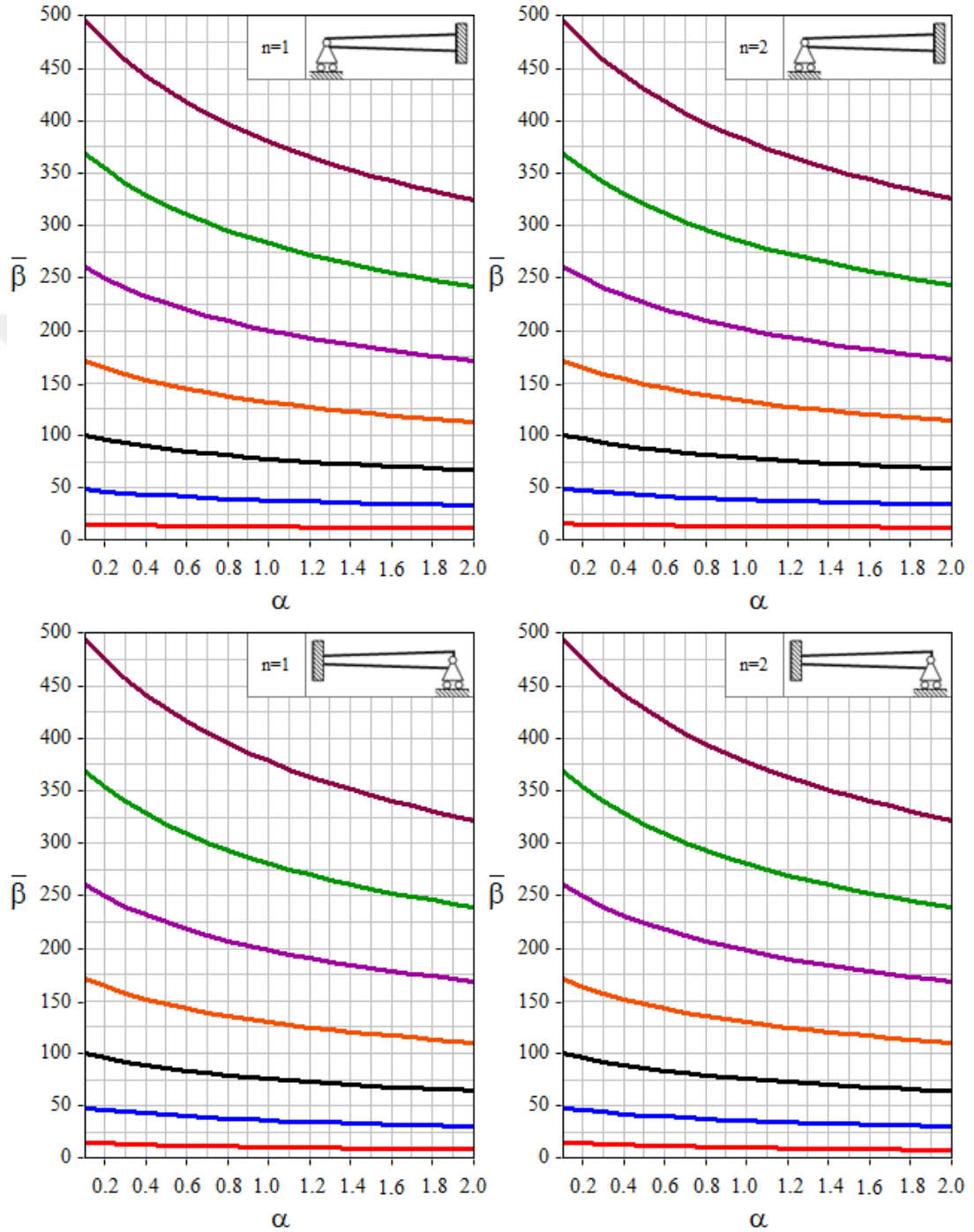
Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, iki ucu gömülü kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.7'de verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.



Şekil 3.7 : G–G kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$.

3.1.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Sol (ince) ucu mafsallı – sağ (kalın) ucu gömülü ve sol (ince) ucu gömülü – sağ (kalın) ucu mafsallı sınır koşullarına sahip kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.8’de verilmiştir.



Şekil 3.8 : G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

İnce ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kiriş ile kalın ucu mafsallı – ince ucu gömülü kiriş boyutsuz doğal frekanslarının, $n=1$ ve $n=2$ özel halleri için α ölçüsüyle değişim

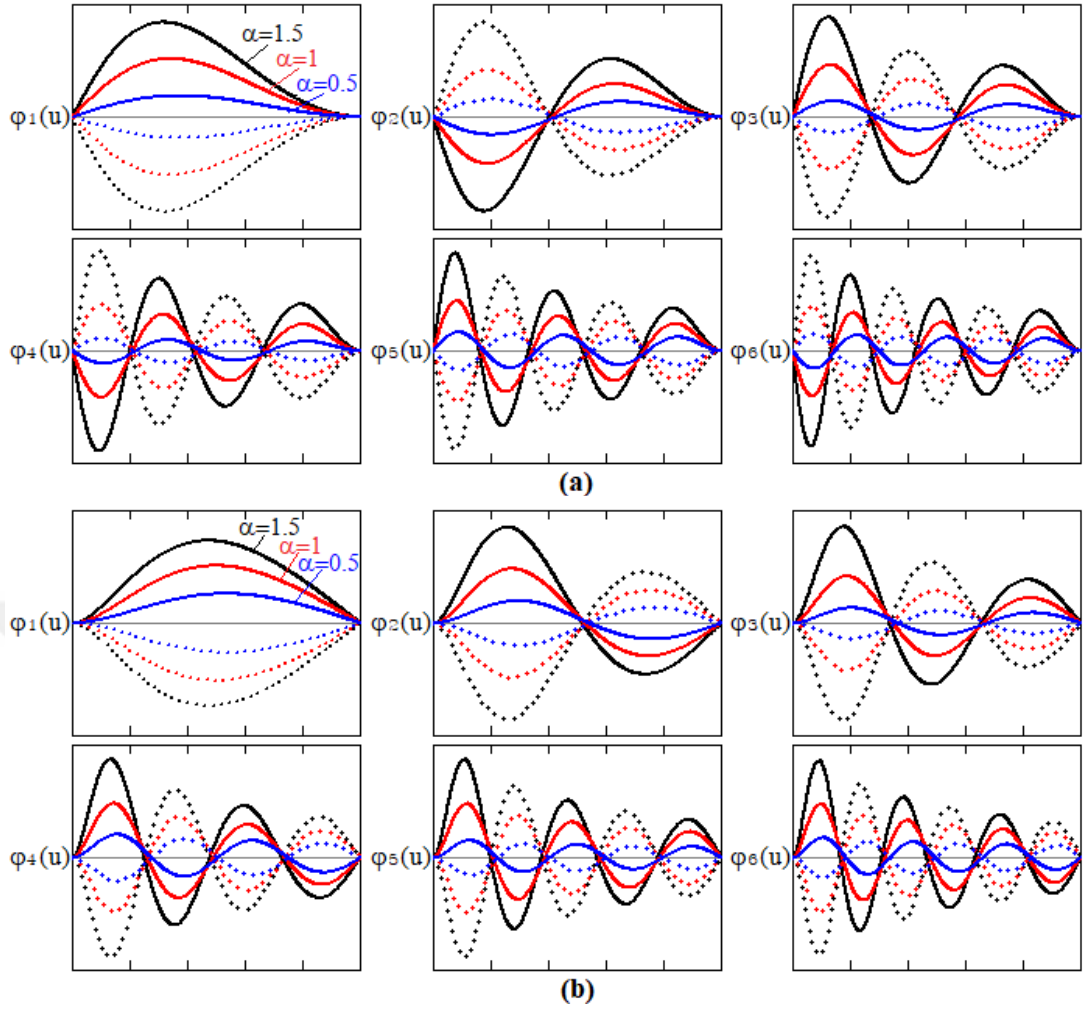
eğrileri incelendiğinde, tüm durumlarda eğrilerin $\bar{\beta}_1 = 15.4182$, $\bar{\beta}_2 = 49.9649$, $\bar{\beta}_3 = 104.2477...$, $\alpha=0$ (sabit kesitli kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı ve yine kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu görülmektedir.

Gömülü - Mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.6'da verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için daha geniş bir tablo Ek C'de sunulmuştur.

Çizelge 3.6 : G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş			Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	15.4182	49.9649	104.2477	15.4182	49.9649	104.2477
1	0.2	14.4574	46.0498	95.7102	13.7524	45.3846	95.0430
1	0.5	13.4273	41.9311	86.7273	12.0171	40.5991	85.3891
1	0.8	12.6892	39.0343	80.4085	10.8081	37.2555	78.6172
1	1.0	12.3001	37.5274	77.1215	10.1833	35.5240	75.1004
1	1.5	11.5564	34.6890	70.9301	9.0144	32.2778	68.4865
1	2.0	11.0206	32.6814	66.5515	8.1942	29.9946	63.8160
2	0	15.4182	49.9649	104.2477	15.4182	49.9649	104.2477
2	0.2	14.6346	46.2316	95.8972	13.5765	45.2342	94.8968
2	0.5	13.7859	42.3319	87.1506	11.6646	40.3381	85.1471
2	0.8	13.1738	39.6084	81.0263	10.3357	36.9520	78.3504
2	1.0	12.8505	38.1988	77.8512	9.6496	35.2121	74.8369
2	1.5	12.2328	35.5590	71.8939	8.3665	31.9800	68.2646
2	2.0	11.7899	33.7058	67.7025	7.4659	29.7349	63.6566

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.9a'da ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü ve Şekil 3.9b'de ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonunun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.



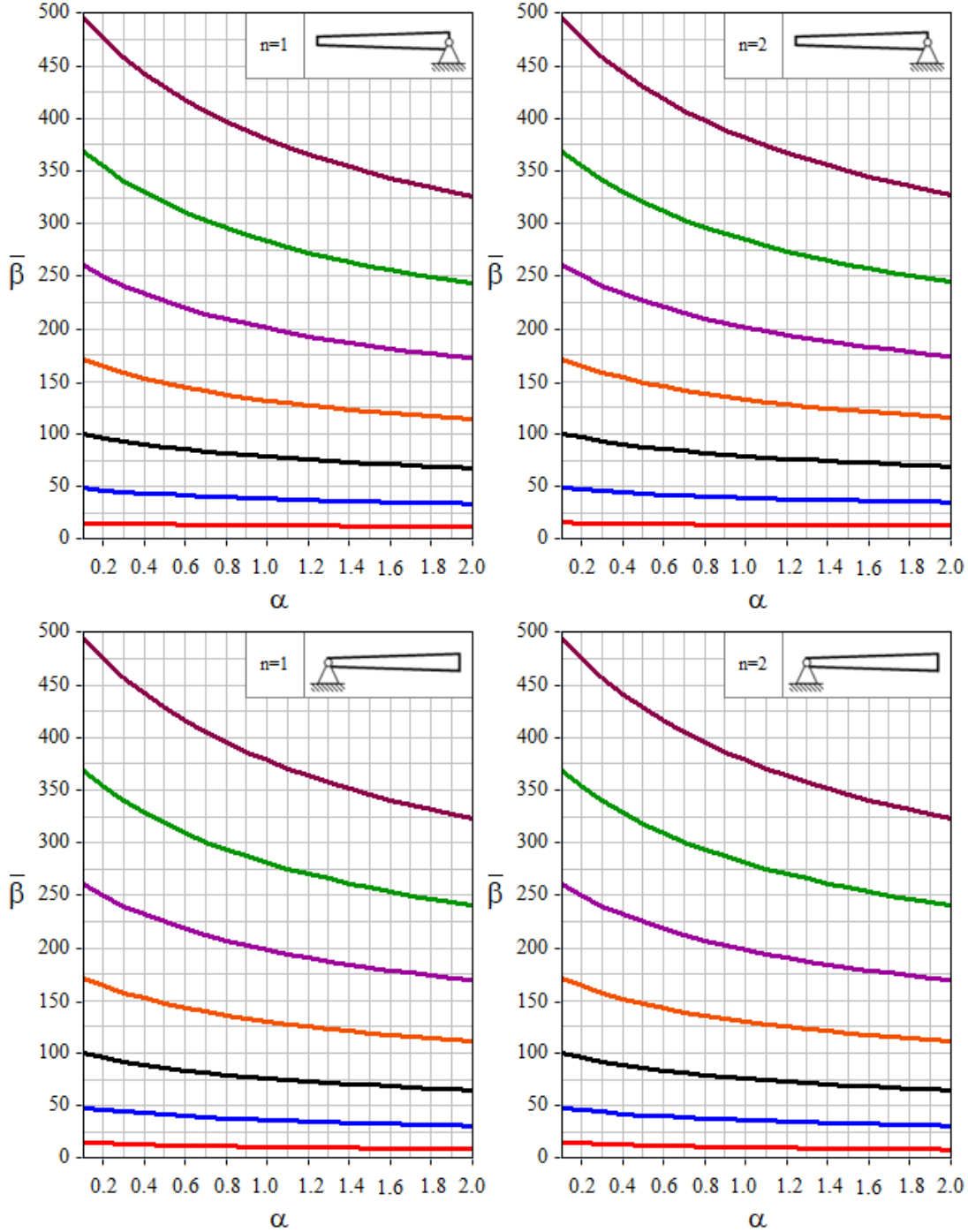
Şekil 3.9 : G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı kiriş. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kiriş.

3.1.1.5 Mafsallı – Serbest kiriş

Bir ucu mafsallı bir ucu serbest kiriş ele alındığında, kirişin mafsallandığı askı noktası çevresinde dönmesi şeklinde bir rijit cisim kipi bulunduğu bilinmektedir. Bu durumda $\bar{\beta} = 0$ bir seçenektir. Burada hesaplamalar bu seçenek bir yana bırakılarak, $\bar{\beta} \neq 0$ özelinde gerçekleştirilmiştir.

Sol (ince) ucu serbest – sağ (kalın) ucu mafsallı ve sol (ince) ucu mafsallı – sağ (kalın) ucu serbest sınır koşullarına sahip kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.10’da verilmiştir. İnce ucu serbest – kalın ucu mafsallı kiriş ile kalın ucu serbest – ince ucu mafsallı kiriş boyutsuz doğal frekanslarının, $n=1$ ve $n=2$ özel halleri için α ölçüsüyle değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin tamamının $\bar{\beta}_1 = 15.4182$, $\bar{\beta}_2 = 49.9649$, $\bar{\beta}_3 = 104.2477\dots$, $\alpha=0$ (sabit kesitli kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen

değerlerle başladığı ve diğer sınır koşullarında olduğu gibi yine kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu görülmektedir.



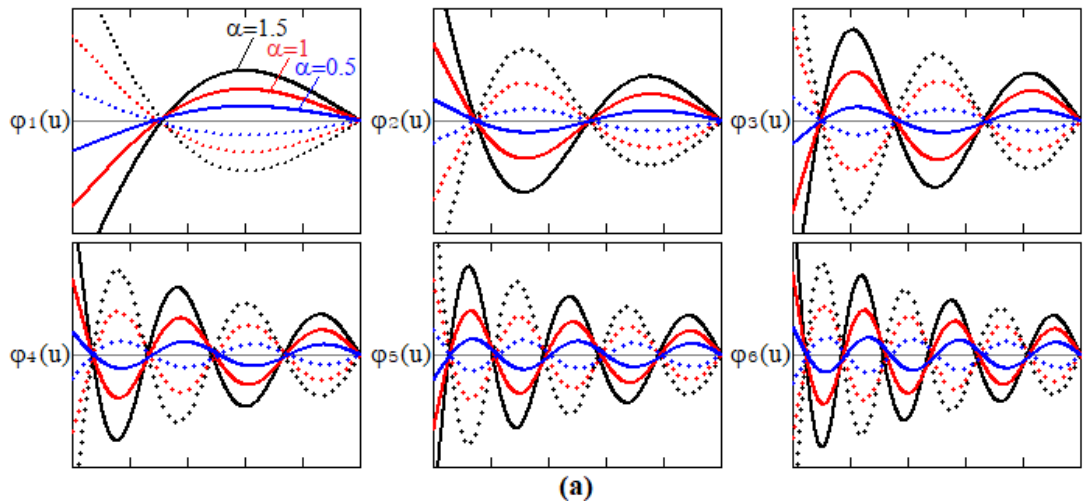
Şekil 3.10 : M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

Mafsallı – Serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.7’de verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için daha geniş bir tablo Ek C’de sunulmuştur.

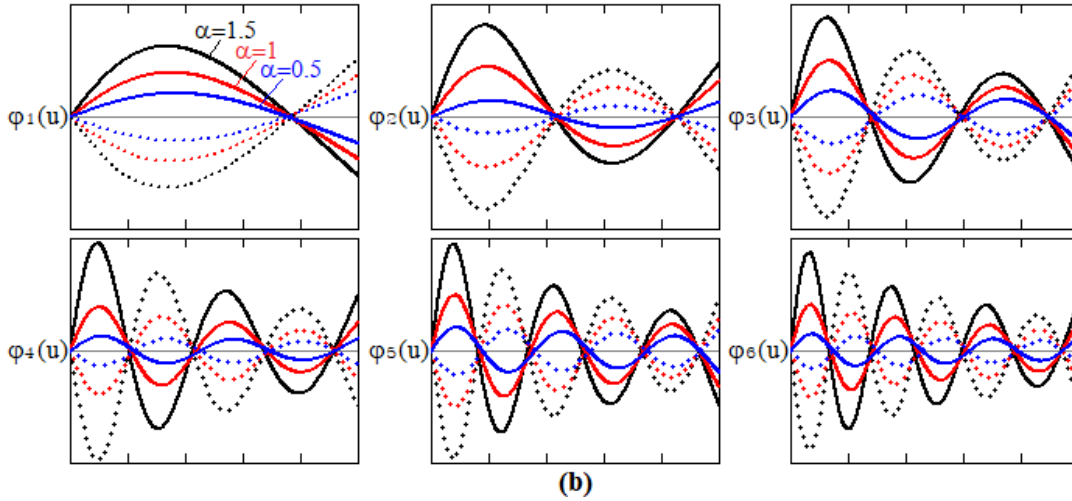
Çizelge 3.7 : M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	15.4182	49.9649	104.2477	15.4182	49.9649	104.2477
1	0.2	14.4716	46.0722	95.7351	13.7648	45.4059	95.0671
1	0.5	13.4959	42.0336	86.8400	12.0673	40.6916	85.4944
1	1.0	12.4942	37.8005	77.4191	10.2981	35.7531	75.3655
1	1.5	11.8875	35.1362	71.4143	9.1807	32.6316	68.9011
1	2.0	11.4870	33.2936	67.2111	8.3999	30.4555	64.3624
2	0	15.4182	49.9649	104.2477	15.4182	49.9649	104.2477
2	0.2	14.6568	46.2657	95.9348	13.5942	45.2657	94.9325
2	0.5	13.8990	42.4911	87.3235	11.7319	40.4719	85.3014
2	1.0	13.1894	38.6337	78.3156	9.7903	35.5347	75.2181
2	1.5	12.8318	36.2843	72.6590	8.5560	32.4679	68.8525
2	2.0	12.6538	34.7135	68.7559	7.6862	30.3599	64.4222

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.11a’da ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı ve Şekil 3.11b’de ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir. $\bar{\beta} = 0$ rijit cisim kipi bulunan bu durumda hesaplamalar rijit cisim kipindeki olası hareketin titreşim hareketi üzerinde bir etkisi bulunmayacağı varsayımıyla gerçekleştirilmiştir.



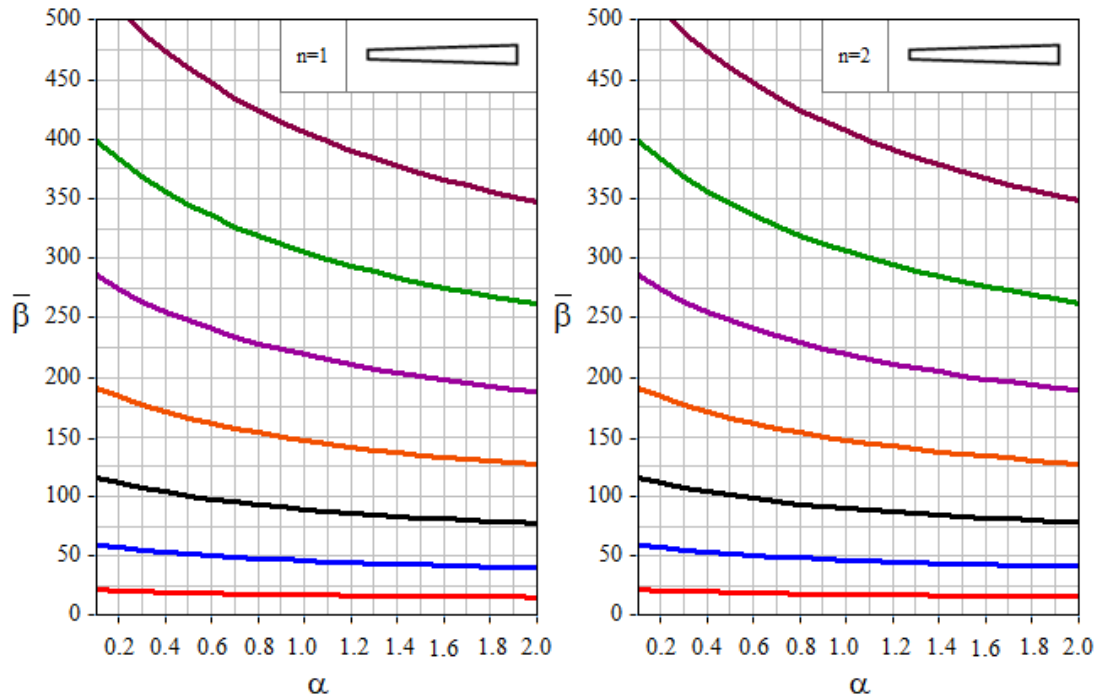
Şekil 3.11 : M–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$: a) Kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest kiriş. b) İnce ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş.



Şekil 3.11 (devam) : M–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$:
a) Kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest kiriş. b) İnce ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş.

3.1.1.6 Serbest – Serbest kiriş

Sabit zeminle elastik bağlantısı olmayan iki ucu serbest kiriş ele alındığında, bu kirişin bir rijit cisim kipi bulunduğu bilinmektedir. Bu durumda $\bar{\beta} = 0$ bir seçenektir. Burada $\bar{\beta} \neq 0$ özelinde hesaplamalar gerçekleştirilerek, Şekil 3.12’de iki ucu serbest kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için ilk 7 boyutsuz doğal frekansın α kesit değişim ölçüsüyle değişimi verilmiştir.



Şekil 3.12 : S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi.

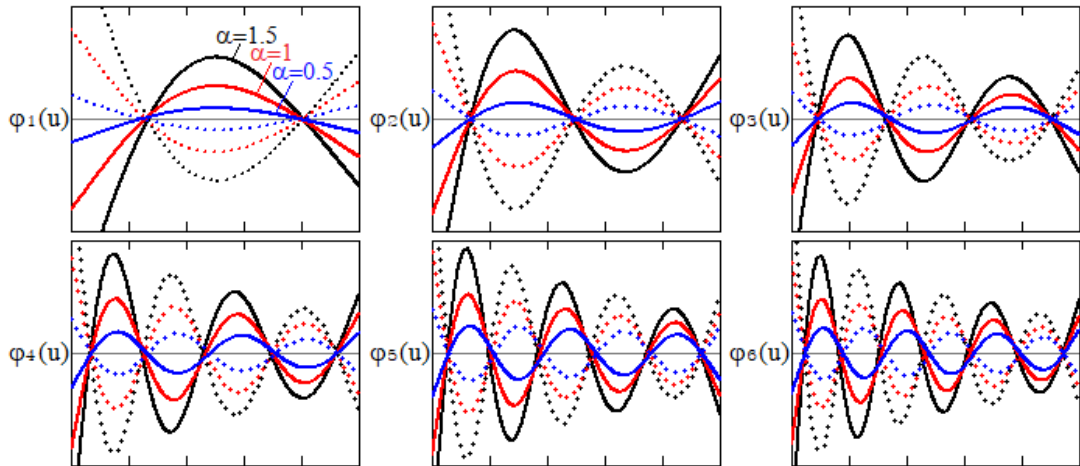
Şekiller incelendiğinde, eğrilerin iki ucu serbest kiriş için $\bar{\beta}_1 = 22.3733$, $\bar{\beta}_2 = 61.6728$, $\bar{\beta}_3 = 120.9034...$, $\alpha=0$ (sabit kesitli kiriş) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı ve diğer sınır koşullarına sahip kirişlerdekine benzer şekilde, kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır.

İki ucu serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.8’de verilmiştir. İlk 7 boyutsuz frekans için daha geniş bir tablo Ek C’de sunulmuştur.

Çizelge 3.8 : S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Serbest – Serbest Kiriş		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	22.3733	61.6728	120.9034
1	0.5	18.6196	51.0962	99.9777
1	1.0	16.7242	45.5026	88.7111
1	1.5	15.5862	41.9989	81.5505
2	0	22.3733	61.6728	120.9034
2	0.5	18.7527	51.2738	100.1721
2	1.0	17.0793	45.9630	89.2139
2	1.5	16.1726	42.7383	82.3563

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, iki ucu serbest kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.13’te verilmiştir.



Şekil 3.13 : S–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$.

Mafsallı–Serbest kirişte olduğu gibi burada da hesaplamalar $\bar{\beta} = 0$ rijit cisim kipindeki olası hareketin titreşim hareketini etkilemeyeceği varsayımıyla gerçekleştirilmiştir.

3.2 Noktasal Kütle Taşıyan Kiriş Özfrekans ve Özfonksiyonları

Bu bölümde, bir noktasal kütle taşıyan kirişin gömülü–serbest (konsol), mafsallı–mafsallı (basit mesnetli), gömülü–gömülü, gömülü–mafsallı, mafsallı–serbest ve serbest–serbest sınır koşulları altındaki boyutsuz doğal frekansları ve kip fonksiyonları incelenmiştir. Farklı sınır koşulları altındaki noktasal kütle ilave edilen kiriş özdeğer ve özfonksiyonları, Bölüm 2.2’de özetlenen çözüm ışığında, Çizelge 2.1’de verilen ilgili sınır koşulları ve bunlara ek olarak Denklem (2.29-32)’deki geçiş koşulları Denklem (2.22)’deki çözüme dayatılarak, karakteristik matrisin kurulmasından sonra gerekli tüm hesapların bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilmesi şeklinde elde edilmiştir. Nihai denklem, α kesit değişim ölçüsü, μ boyutsuz kütle ölçüsü ve λ boyutsuz konum ölçüsüne bağlı olduğundan buradan hesaplanacak özfrekans ve özfonksiyonlar da bu üç parametreye bağlı olarak değişecektir.

Bu bölüm boyunca, noktasal kütle büyüklüğü denildiğinde, ince uca referansla üretilmiş μ kütle büyüklüğü anlaşılmalıdır. Verilen tüm sonuçlar, bu μ değerine göre verilmiştir. İstenirse, ince uca referansla elde edilen μ yerine Denklem 2.55’te verilen bağıntı yardımıyla kalın uca referansla elde edilen $\bar{\mu}$ geçirilebilir.

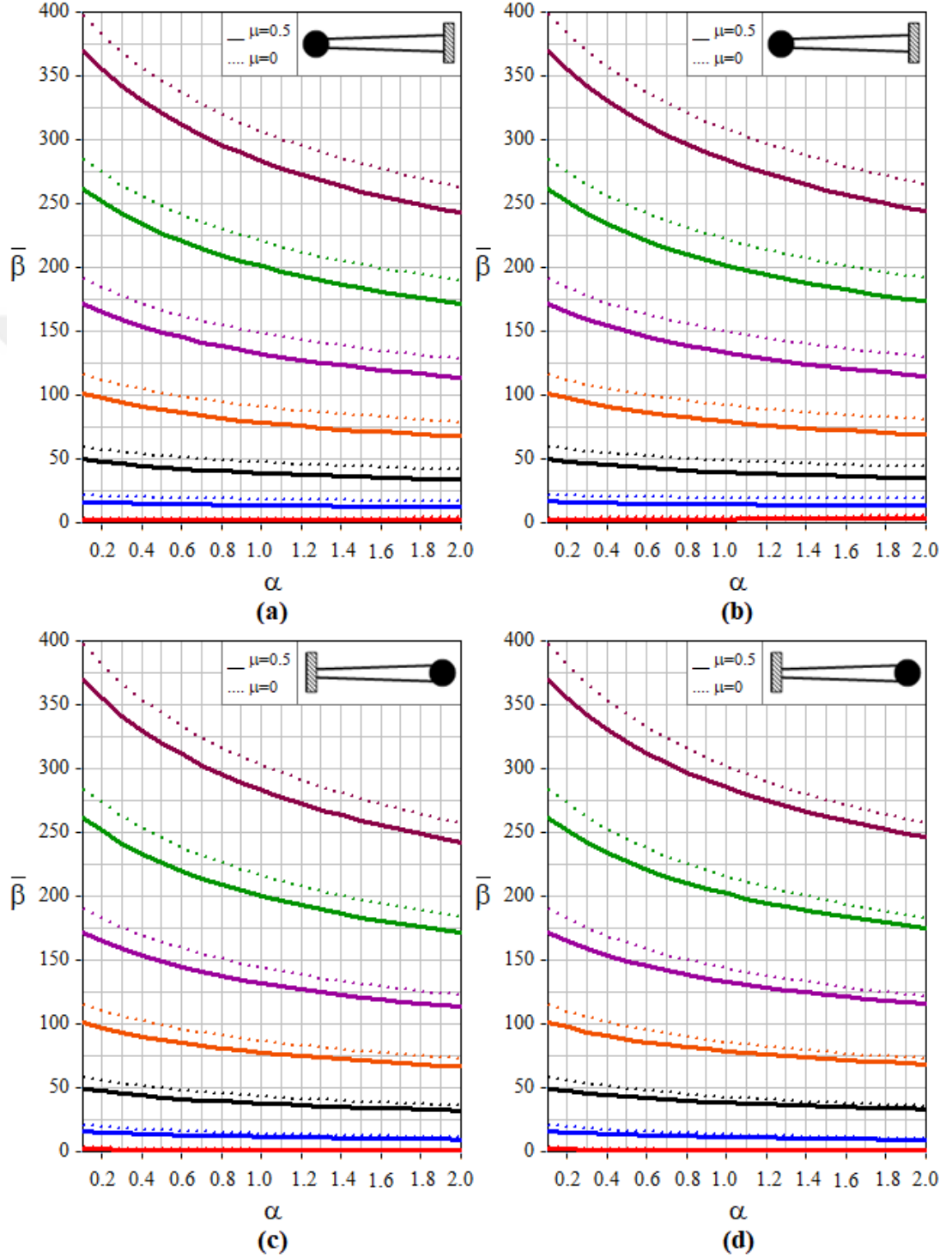
3.2.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi

Kesit değişim ölçüsünün çeşitli sınır koşulları altındaki noktasal kütle ilave edilmiş kiriş boyutsuz doğal frekansları ve kip biçimleri üzerine etkisi bu bölümde ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için kütle büyüklüğü ve kütle konumu sabitlenerek, α kesit değişim ölçüsünün boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir. Kesit değişim ölçüsünün $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan kiriş kip fonksiyonları üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$, $\alpha=1.5$ ve $\alpha=2$ değerleri için kip fonksiyonları aynı grafik üzerinde oluşturulmuştur.

3.2.1.1 Gömülü – Serbest kiriş

Serbest ucunda $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan konsol kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α ölçüsüyle değişimi, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali

için Şekil 3.14a'da, $n=2$ hali için Şekil 3.14b'de, kalın ucu serbest – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.14c'de ve $n=2$ hali için Şekil 3.14d'de verilmiştir. Frekans eğrileri incelendiğinde, kütle ilavesinin tüm frekansları yalın kiriş frekanslarından birer miktar aşağı çektiği görülmektedir.



Şekil 3.14 : Noktasal kütle taşıyan G-S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi: a) $\lambda=0, n=1$. b) $\lambda=0, n=2$. c) $\lambda=1, n=1$. d) $\lambda=1, n=2$.

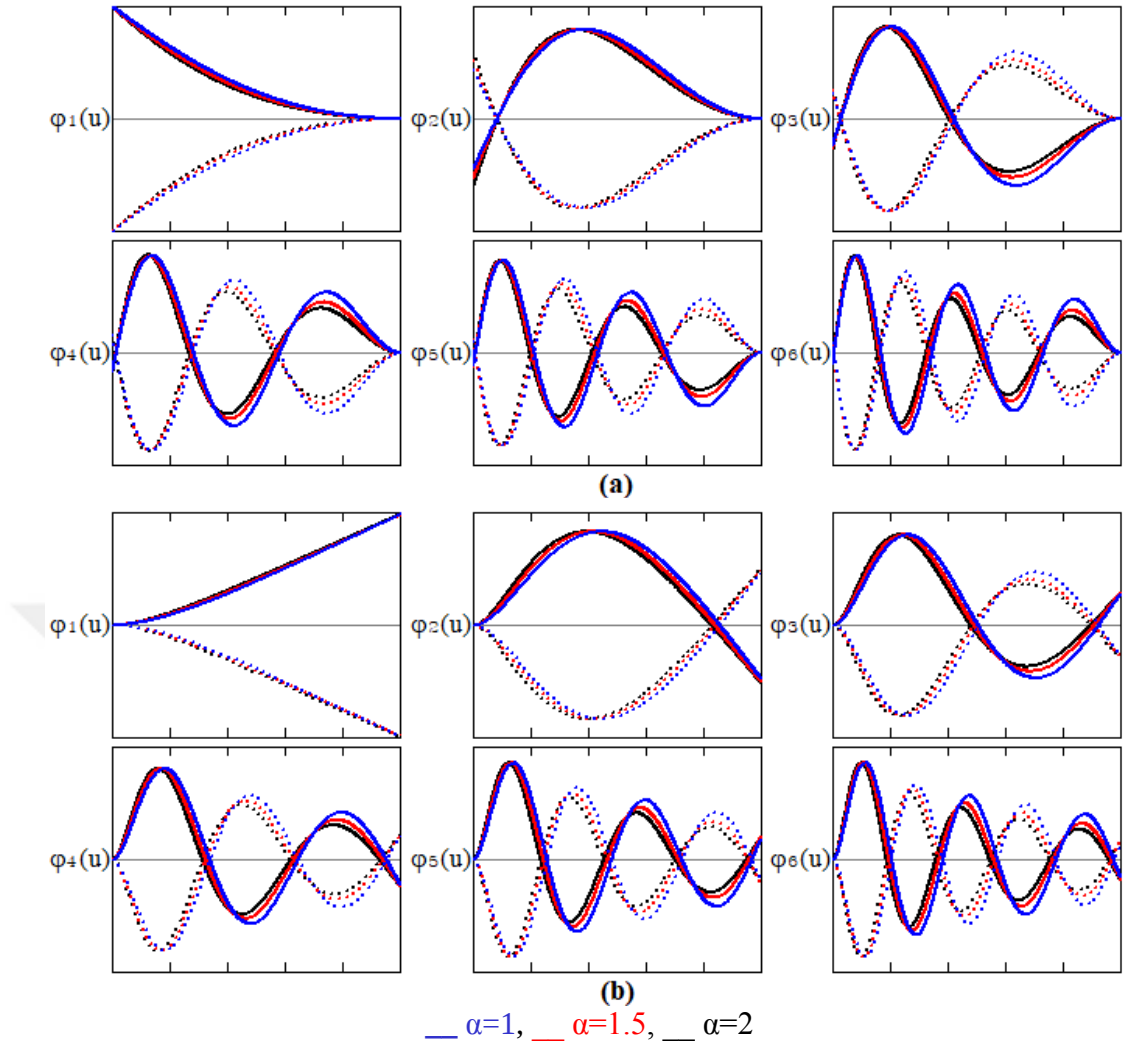
Serbest ucunda noktasal kütle taşıyan konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.9’da verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.9 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=1$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	2.06436	15.87807	47.46045	1.74507	15.24288	47.22524
1	0.5	2.12964	14.78500	43.39061	1.45784	13.51097	42.57238
1	1.0	2.22506	13.59637	38.83843	1.14975	11.66998	37.66958
1	1.5	2.30846	12.81939	35.90668	0.95193	10.48480	34.55216
1	2.0	2.38305	12.26533	33.83490	0.81332	9.64389	32.36695
2	0.2	2.19982	16.11425	47.87086	1.72967	15.21238	47.32453
2	0.5	2.44559	15.27232	43.87270	1.40551	13.45216	42.89588
2	1.0	2.79972	14.36379	39.64071	1.03982	11.54025	38.34854
2	1.5	3.10564	13.78198	36.94303	0.80274	10.25108	35.46911
2	2.0	3.37715	13.37904	35.05357	0.64056	9.29378	33.41343

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.15a’da $\lambda=0$ (serbest ucunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu serbest – kalın ucu gömülü ve Şekil 3.15b’de $\lambda=1$ (serbest ucunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu gömülü – kalın ucu serbest sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonunun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir.

Noktasal kütle ekli durum için grafikler incelendiğinde, Bölüm 3.1’de yalın kiriş için yapılan yorumlara benzer şekilde, özfonksiyonlar kirişin ince tarafına (sol tarafa) doğru gidildikçe artan genlikte şekiller oluşturmaktadır. $\alpha=1$, $\alpha=1.5$ ve $\alpha=2$ için titreşim kipleri incelendiğinde, α arttıkça, kirişin ince ve kalın tarafları arasındaki genlik farklarının da gözle görünür şekilde arttığı ve düğüm noktalarının kalın ucu gömülü konsol kirişin 2. kip fonksiyonunda kirişin sağ -kalın- ucuna bunun dışındaki tüm kip fonksiyonlarında ise kirişin sol -ince- ucuna doğru kaydığı gözlenmiştir. İstisna oluşturan durum, ayrıca incelenmek üzere not edilmiştir.

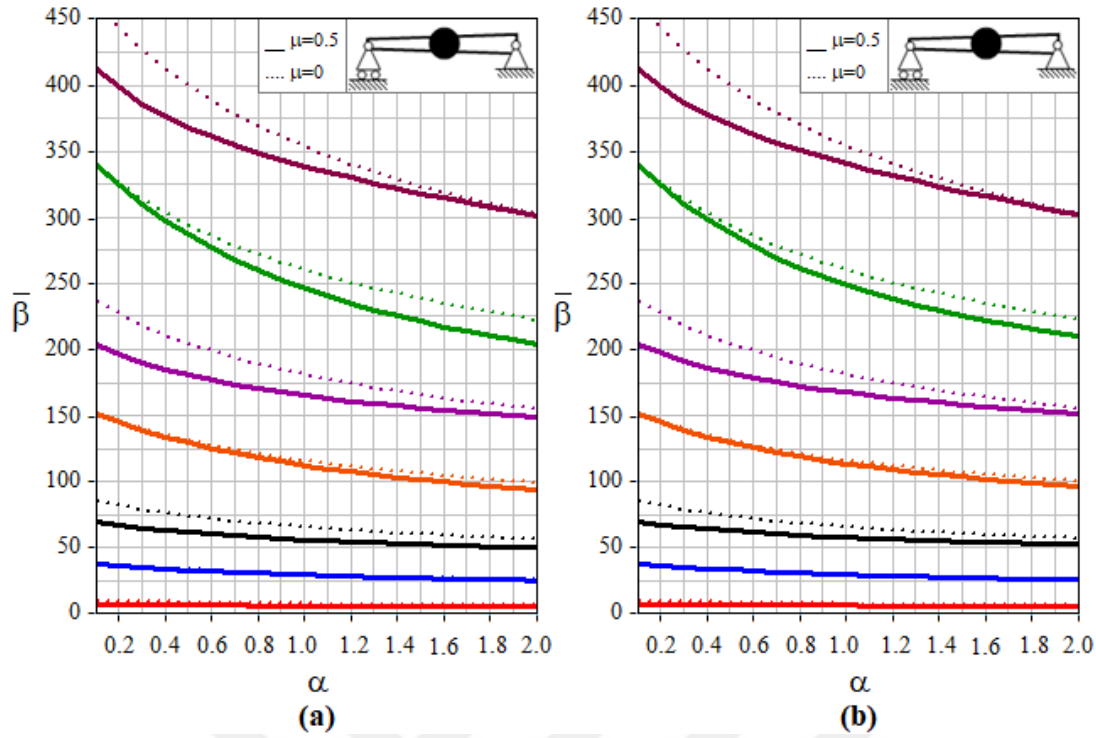


Şekil 3.15 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.

3.2.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Orta noktasında ($\lambda=0.5$ konumunda), $\mu=0.5$ noktasal kütlelerini taşıyan basit mesnetli kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α kesit değişim ölçüsüyle değişimi, $n=1$ için Şekil 3.16a’da ve $n=2$ için Şekil 3.16b’de verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde, kiriş orta noktasına konulan noktasal kütlelerin, tüm frekansları aşağı çeken bir etkisinin olduğu ve bu etkinin tek sıralı kiplerde belirgin iken, çift sıralı kiplerde daha az fark edilir olduğu görülmektedir. Bunun sebebi, Şekil 3.5’te yalın kiriş için verilen kip biçimlerinden de görüleceği üzere basit mesnetli kirişin çift sıralı kiplerinde orta nokta yakınında bir düğüm noktası içermesidir.



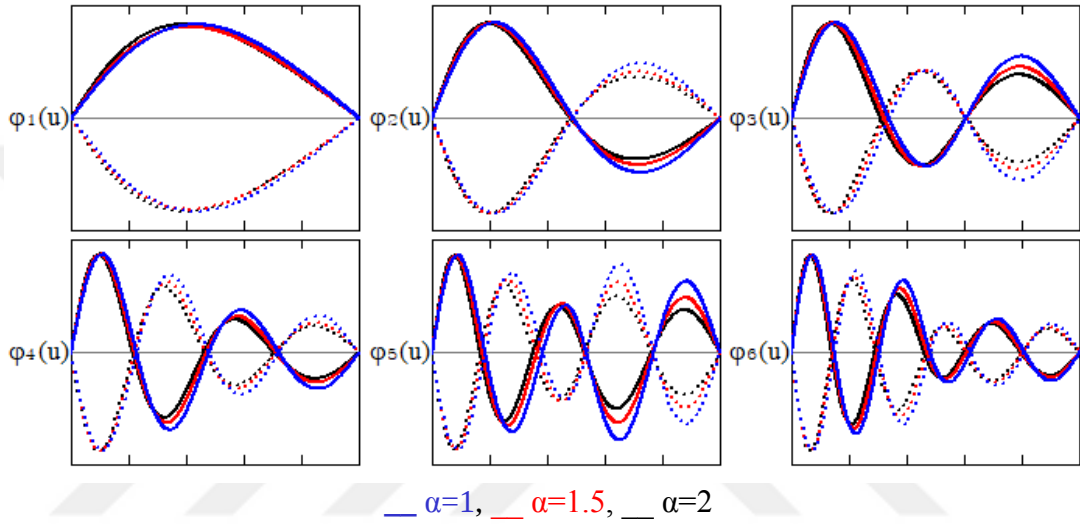
Şekil 3.16 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$: a) $n=1$. b) $n=2$.

Orta noktasında bir kütle taşıyan basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.10’da verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.10 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	6.51975	36.11510	66.36681
1	0.5	6.04286	32.57872	60.91155
1	1.0	5.51798	28.81508	55.39925
1	1.5	5.16545	26.41182	52.00027
1	2.0	4.90541	24.72993	49.64220
2	0.2	6.65561	36.13898	66.93518
2	0.5	6.28088	32.68266	62.12642
2	1.0	5.78910	29.07165	57.32103
2	1.5	5.39425	26.80458	54.31861
2	2.0	5.06370	25.23666	52.16013

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, noktasal kütle taşıyan iki ucu mafsallı kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.17’de verilmiştir. $\alpha=1$, $\alpha=1.5$, ve $\alpha=2$ için aynı grafik üzerinde çizdirilen kip fonksiyonları incelendiğinde, 1. kip fonksiyonunda tepe noktasının α arttıkça kirişin sol ucuna –ince uca– doğru kaydığı görülmektedir. Ayrıca, konsol kirişten farklı olarak bu kez α arttıkça 2. kip fonksiyonu da dahil olmak üzere tüm kip fonksiyonlarında düğüm noktalarının kirişin sol ucuna –ince uca– kaydığı gözlenmiştir.

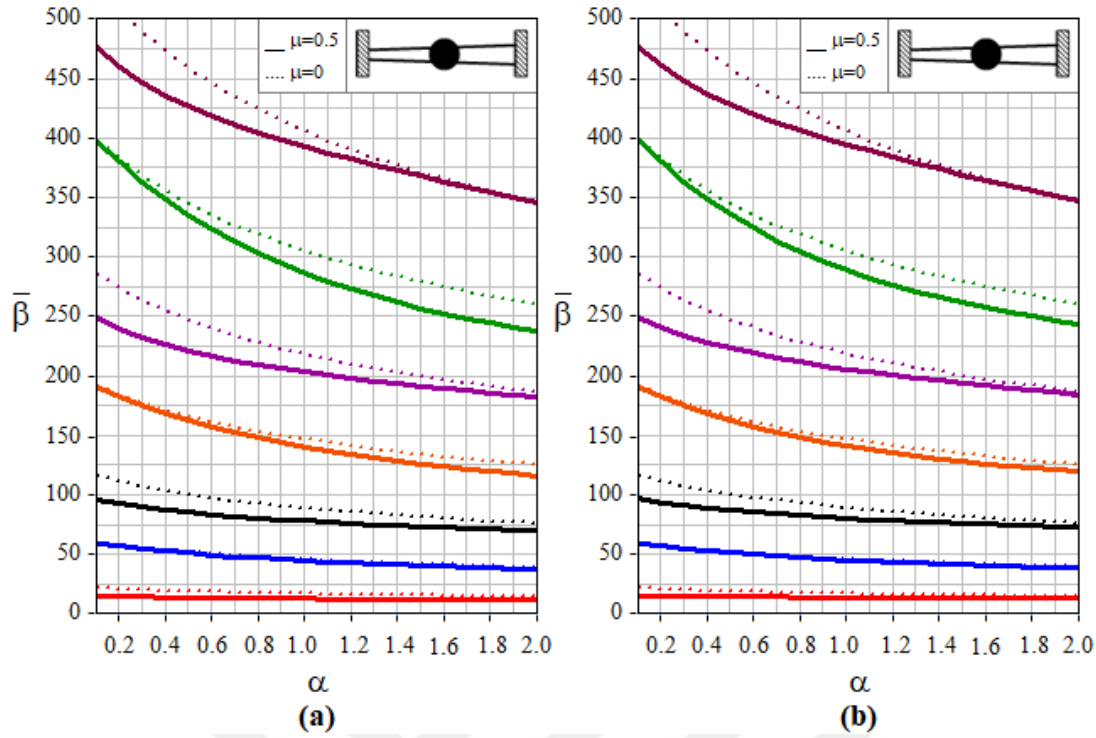


Şekil 3.17 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$.

3.2.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş

Orta noktasında ($\lambda=0.5$ konumunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan iki ucu gömülü kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α kesit değişim ölçüsüyle değişimi, $n=1$ özel hali için Şekil 3.18a’da ve $n=2$ özel hali için Şekil 3.18b’de verilmiştir.

Basit mesnetli kirişteki benzer bir yaklaşımla, Şekil 3.7’de verilen kip biçimleri incelendiğinde, gömülü–gömülü kirişin çift sıralı kiplerinin de orta nokta yakınında bir düğüm noktası içerdiği anlaşılmaktadır. Böylece, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların burada da tümüyle geçerli olduğu, gömülü – gömülü kirişte, orta nokta civarında düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde noktasal kütle frekansları aşağı çeken etkisinin tek sıralı kiplere kıyasla daha az fark edilir olduğu görülmektedir.



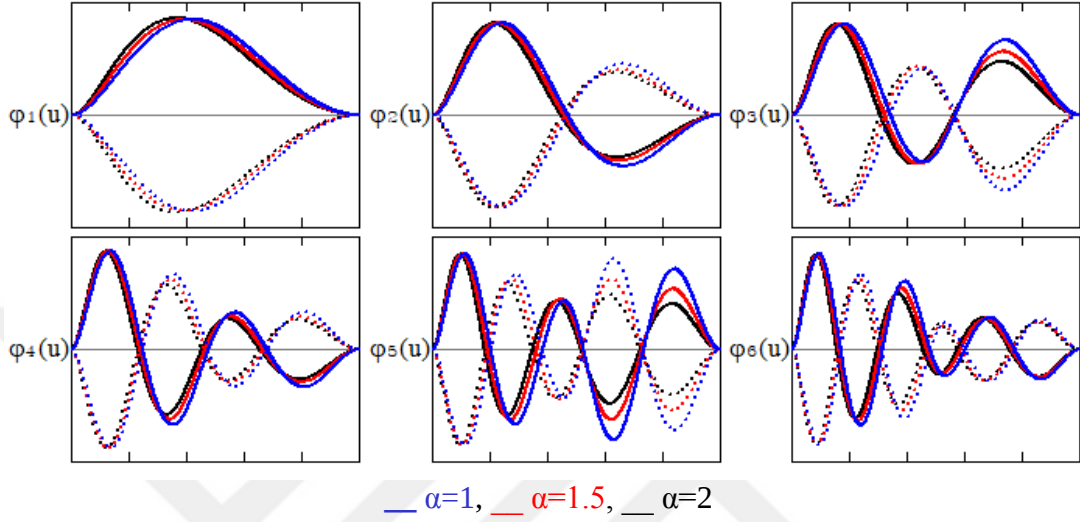
Şekil 3.18 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$: a) $n=1$. b) $n=2$.

Orta noktasında kütle taşıyan iki ucu gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.11’de verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.11 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	13.91411	56.30999	92.35739
1	0.5	13.02204	50.44942	84.90036
1	1.0	12.11083	44.02389	77.48958
1	1.5	11.54038	39.87530	72.88048
1	2.0	11.13805	36.98029	69.59026
2	0.2	14.27947	56.33242	93.01024
2	0.5	13.77912	50.57789	86.30799
2	1.0	13.26263	44.43079	79.63680
2	1.5	12.89954	40.58444	75.31412
2	2.0	12.60214	37.96414	72.04694

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, noktasal kütle taşıyan iki ucu gömülü kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.19’da verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görölmektedir.

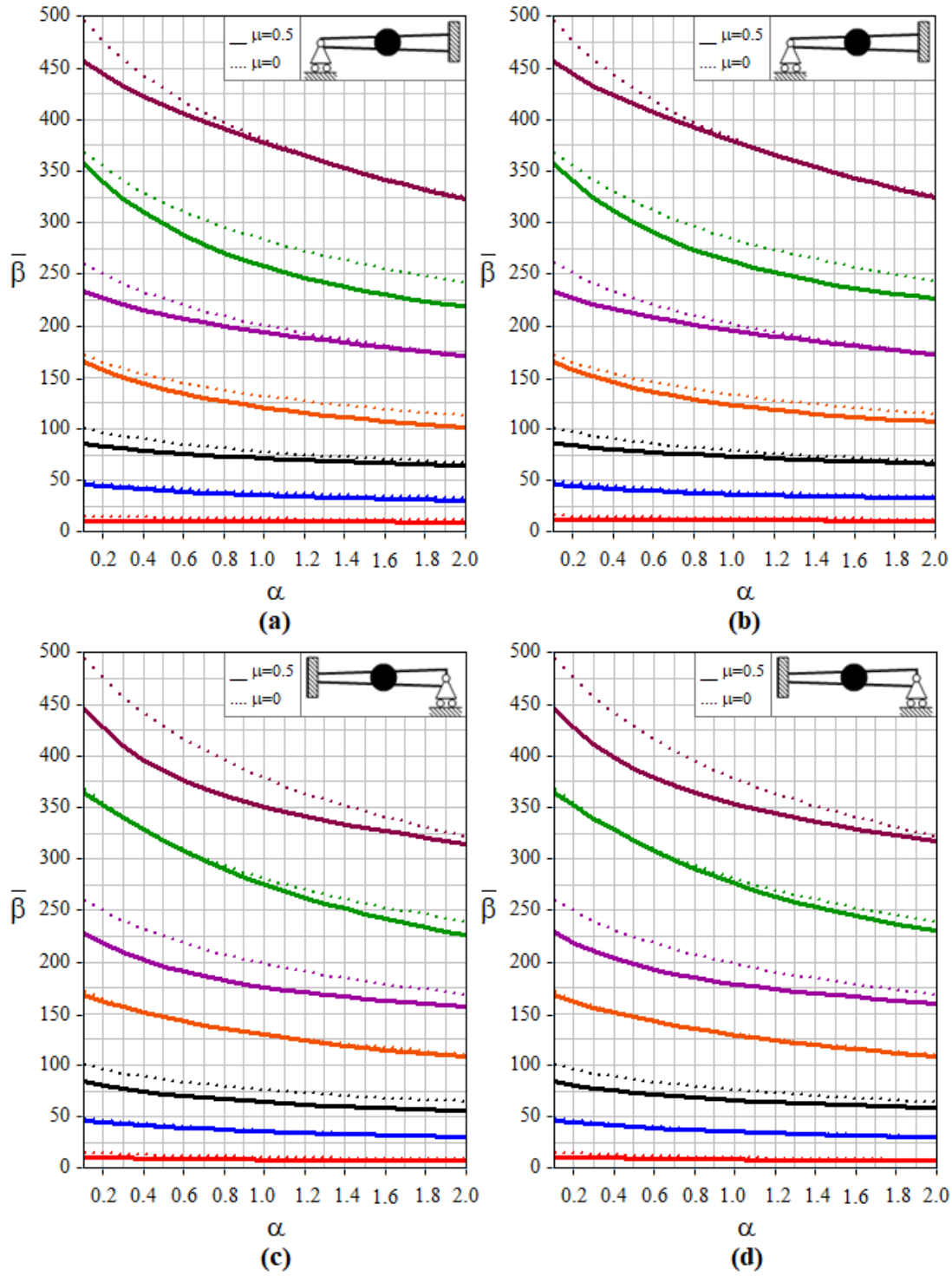


Şekil 3.19 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$.

3.2.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Orta noktasında ($\lambda=0.5$), $\mu=0.5$ noktasal kütleini taşıyan gömülü – mafsallı kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α ölçüsüyle değişimi, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.20a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.20b’de, kalın ucu mafsallı – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.20c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.20d’de verilmiştir.

Frekans eğrileri incelendiğinde, kiriş orta noktasına konulan $\mu=0.5$ noktasal kütleinin tüm frekansları aşağı çeken etkisinin ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte tek sıralı kiplerde, kalın ucu mafsallı – ince ucu gömülü kirişlerde ise çift sıralı kiplerde daha düşük olduğu görölmektedir. Bölüm 3.1’deki yalın kiriş kip biçimi grafikleri incelendiğinde, olması gerektiği gibi, Şekil 3.9a’da ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişin tek sıralı kiplerinde orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunduğu, Şekil 3.9b’de ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kirişin çift sıralı kiplerinde orta nokta yakını bir düğüm noktası bulunduğu fark edilmektedir.



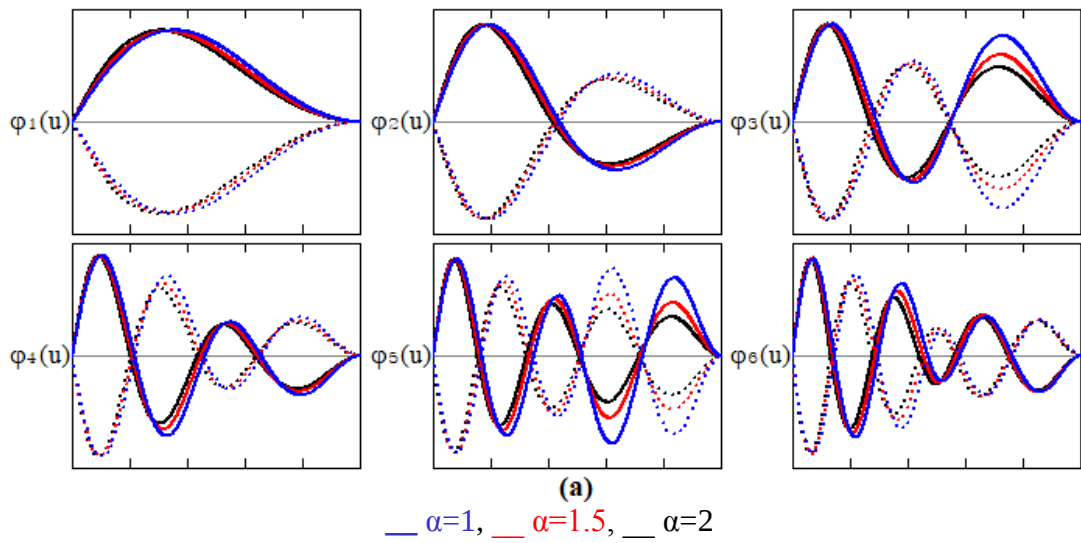
Şekil 3.20 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Orta noktasında kütle taşıyan gömülü – mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.12’de verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

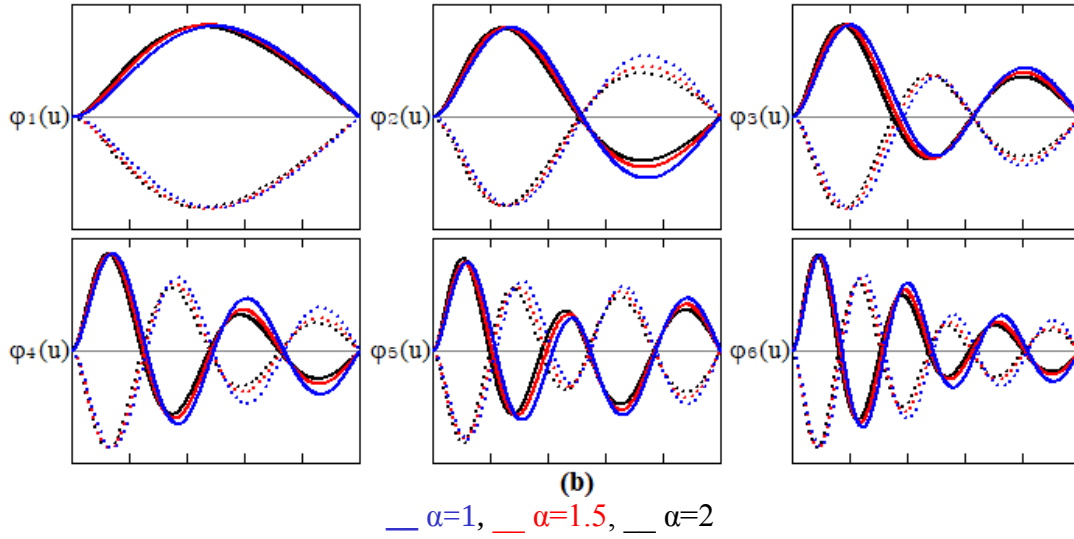
Çizelge 3.12 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0.5$)			Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	10.34052	43.74156	82.65608	9.78239	44.10730	79.76605
1	0.5	9.94670	39.38913	77.03890	8.79984	39.95604	71.54494
1	1.0	9.54222	34.86144	70.99954	7.75966	35.33055	63.48029
1	1.5	9.28566	32.04993	66.94361	7.08836	32.23310	58.71558
1	2.0	9.10123	30.12971	63.90311	6.60853	29.99102	55.53997
2	0.2	10.69631	44.08652	83.24963	9.89587	43.97228	80.21414
2	0.5	10.68589	40.17308	78.23812	8.99101	39.70334	72.62831
2	1.0	10.67845	36.21047	72.73004	7.95303	35.00413	65.38656
2	1.5	10.64667	33.81119	68.86862	7.21516	31.91340	61.13533
2	2.0	10.59239	32.19420	65.86845	6.64567	29.71606	58.23207

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.21a'da orta noktasında ($\lambda=0.5$), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü ve Şekil 3.21b'de ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonunun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.



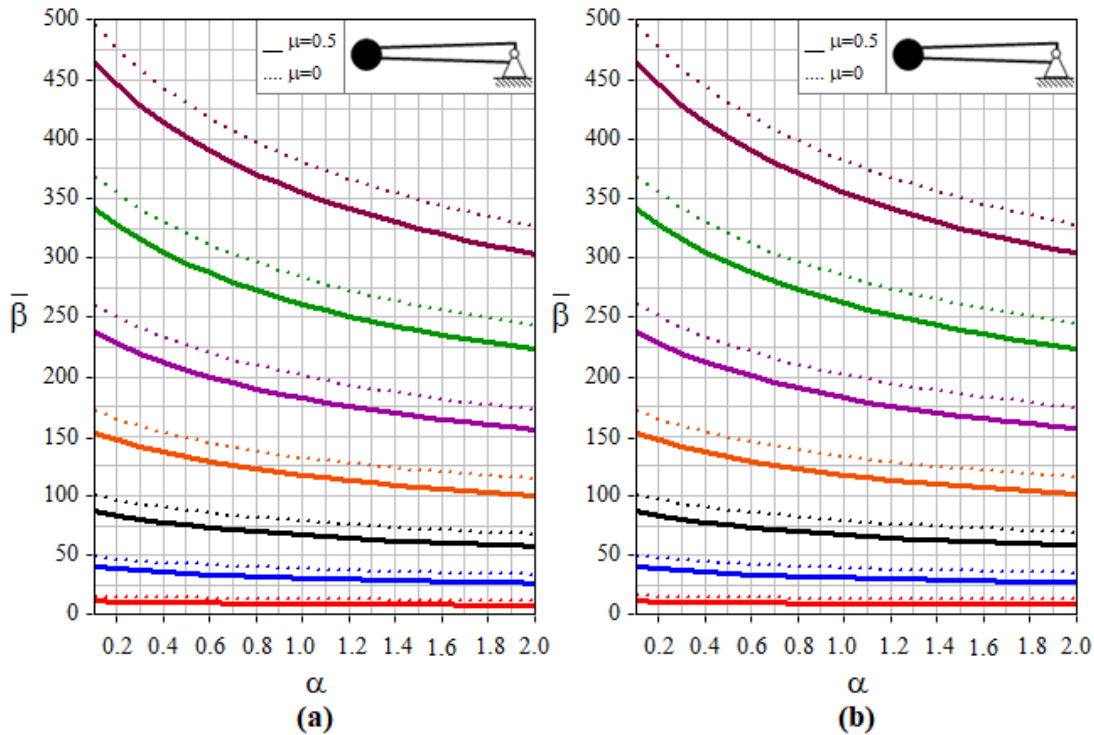
Şekil 3.21 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$.



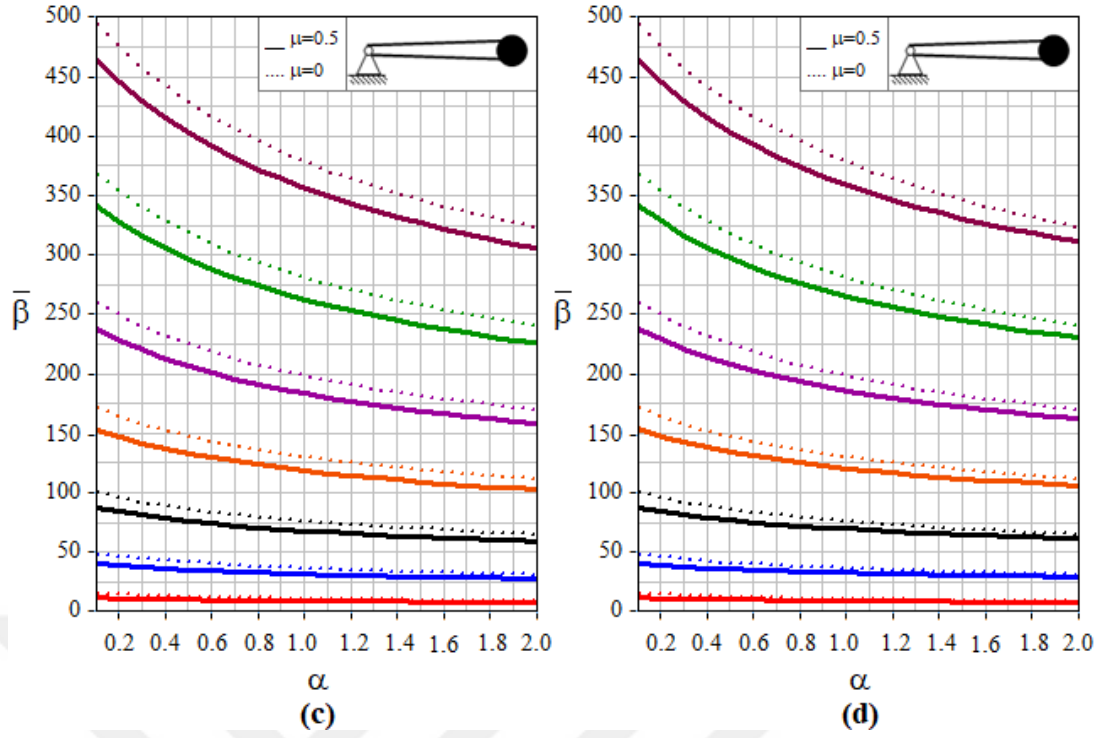
Şekil 3.21 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$.

3.2.1.5 Mafsallı – Serbest kiriş

Serbest ucunda $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan mafsallı-serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α ölçüsüyle değişimi, ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.22a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.22b’de, kalın ucu serbest – ince ucu mafsallı kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.22c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.22d’de verilmiştir.



Şekil 3.22 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi: a) $\lambda=0$, $n=1$. b) $\lambda=0$, $n=2$. c) $\lambda=1$, $n=1$. d) $\lambda=1$, $n=2$.



Şekil 3.22 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi: a) $\lambda=0$, $n=1$. b) $\lambda=0$, $n=2$. c) $\lambda=1$, $n=1$. d) $\lambda=1$, $n=2$.

$\lambda=0$ konumunda $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı kiriş ile $\lambda=1$ konumunda $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş boyutsuz doğal frekanslarının, α ölçüsüyle değişim eğrileri incelendiğinde, kütle ilavesinin tüm frekansları konsol kirişte olduğu gibi yalın kiriş frekanslarından bir miktar aşağı çektiği görülmektedir.

Serbest ucunda noktasal kütle taşıyan mafsallı-serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.13’te verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.13 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

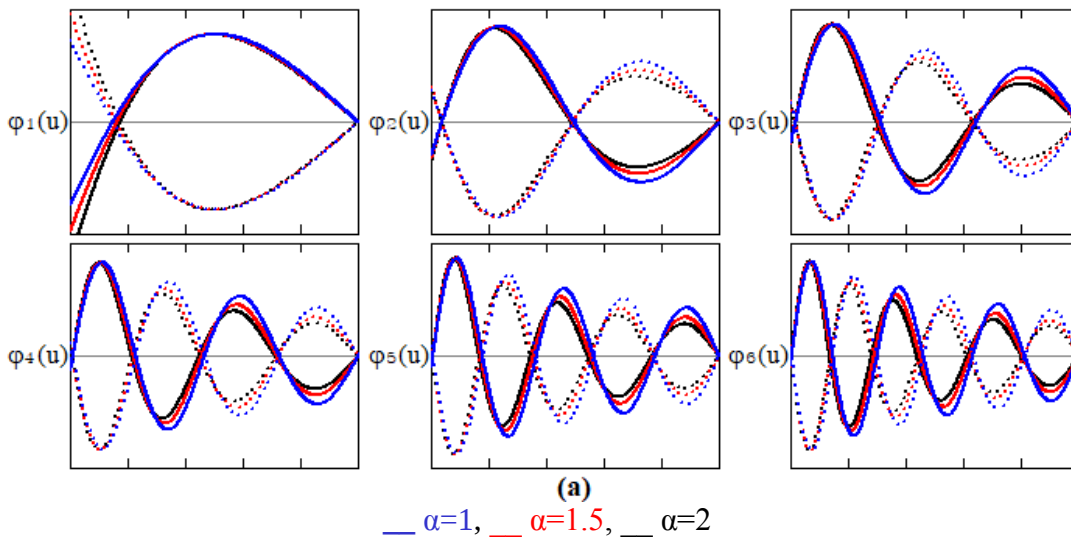
n	α	Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=1$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	10.47302	37.71518	82.91702	10.43911	37.91362	83.21434
1	0.5	9.56612	34.10456	74.85132	9.47971	34.52652	75.49726
1	1.0	8.60256	30.29028	66.27933	8.42691	30.97015	67.35317
1	1.5	7.99252	27.86156	60.78732	7.72807	28.71735	62.17590
1	2.0	7.57212	26.16015	56.92098	7.22081	27.14298	58.55361

Çizelge 3.13 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

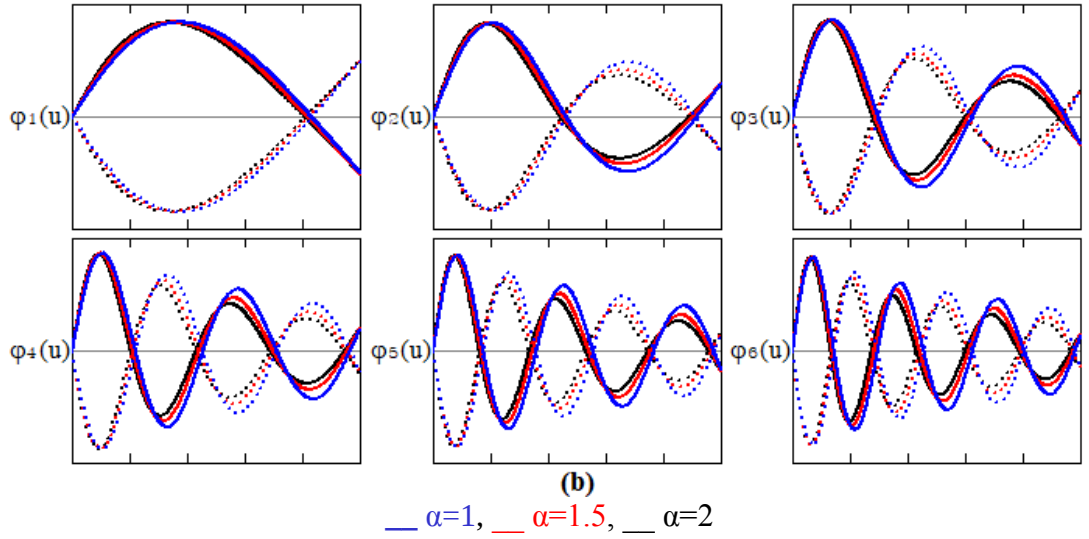
n	α	Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=1$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
2	0.2	10.54467	37.77503	82.97119	10.53185	38.15531	83.52479
2	0.5	9.71107	34.26561	75.01621	9.62634	35.11107	76.30688
2	1.0	8.84725	30.61359	66.63646	8.54758	31.99571	68.91080
2	1.5	8.33949	28.32761	61.31846	7.76076	30.01872	64.28830
2	2.0	8.02980	26.75062	57.60461	7.14670	28.59991	61.03521

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.23a’da $\lambda=0$ (serbest ucunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı ve Şekil 3.23b’de $\lambda=1$ (serbest ucunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonunun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir.

Noktasal kütle ekli durum için grafikler incelendiğinde, Bölüm 3.1’de yalın kiriş için yapılan yorumlarda olduğu gibi, özfonksiyonlar kirişin ince tarafına (sol tarafa) doğru gidildikçe artan genlikte şekiller oluşturmaktadır. $\alpha=0.5$, $\alpha=1$ ve $\alpha=1.5$ için titreşim kipleri incelendiğinde, α arttıkça, kirişin ince ve kalın tarafları arasındaki genlik farklarının da gözle görünür şekilde arttığı ve düğüm noktalarının, kalın ucu mafsallı kiriş için 2. kip fonksiyonunda kirişin sağ –kalın–, ucuna bunun dışındaki tüm kip fonksiyonlarında ise kirişin sol –ince– ucuna doğru kaydığı gözlenmiştir.



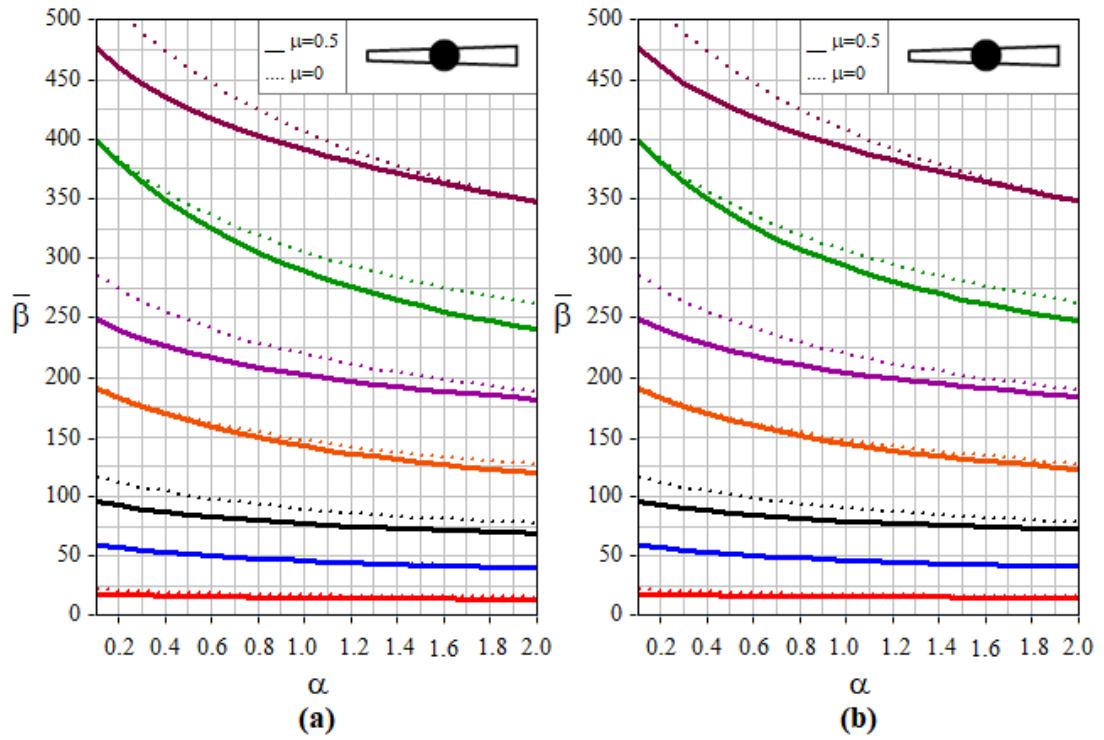
Şekil 3.23 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2-\mu=0.5$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.



Şekil 3.23 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M-S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2-\mu=0.5$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.

3.2.1.6 Serbest – Serbest kiriş

Orta noktasında ($\lambda=0.5$ konumunda), $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan iki ucu serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α kesit değişim ölçüsüyle değişimi, $n=1$ için Şekil 3.24a’da ve $n=2$ için Şekil 3.24b’de verilmiştir.



Şekil 3.24 : Noktasal kütle taşıyan S-S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$: a) $n=1$. b) $n=2$.

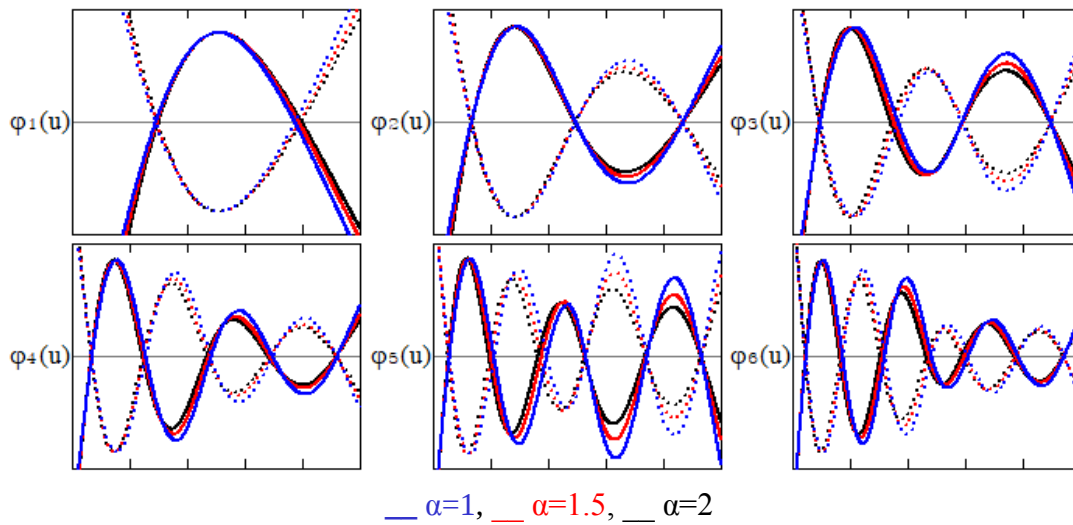
Basit mesnetli kirişteki benzer bir yaklaşımla, Şekil 3.11’de verilen kip biçimleri incelendiğinde, serbest-serbest kirişin çift sıralı kiplerinin de orta nokta yakınında bir düğüm noktası içerdiği anlaşılmaktadır. Böylece, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların burada da tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.

Orta noktasında kütle taşıyan iki ucu serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.14’te verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.14 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Serbest – Serbest Kiriş ($\mu=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.5	15.60619	51.00982	84.03688
1	1.0	14.33906	45.31350	76.41370
1	1.5	13.61114	41.74051	71.76859
2	0.5	16.13622	51.26226	85.48701
2	1.0	15.29984	45.94134	78.78911
2	1.5	14.90106	42.71306	74.74120

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, ortasında $\mu=0.5$ kütle taşıyan serbest-serbest kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.25’te verilmiştir.



Şekil 3.25 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\mu=0.5$, $\lambda=0.5$.

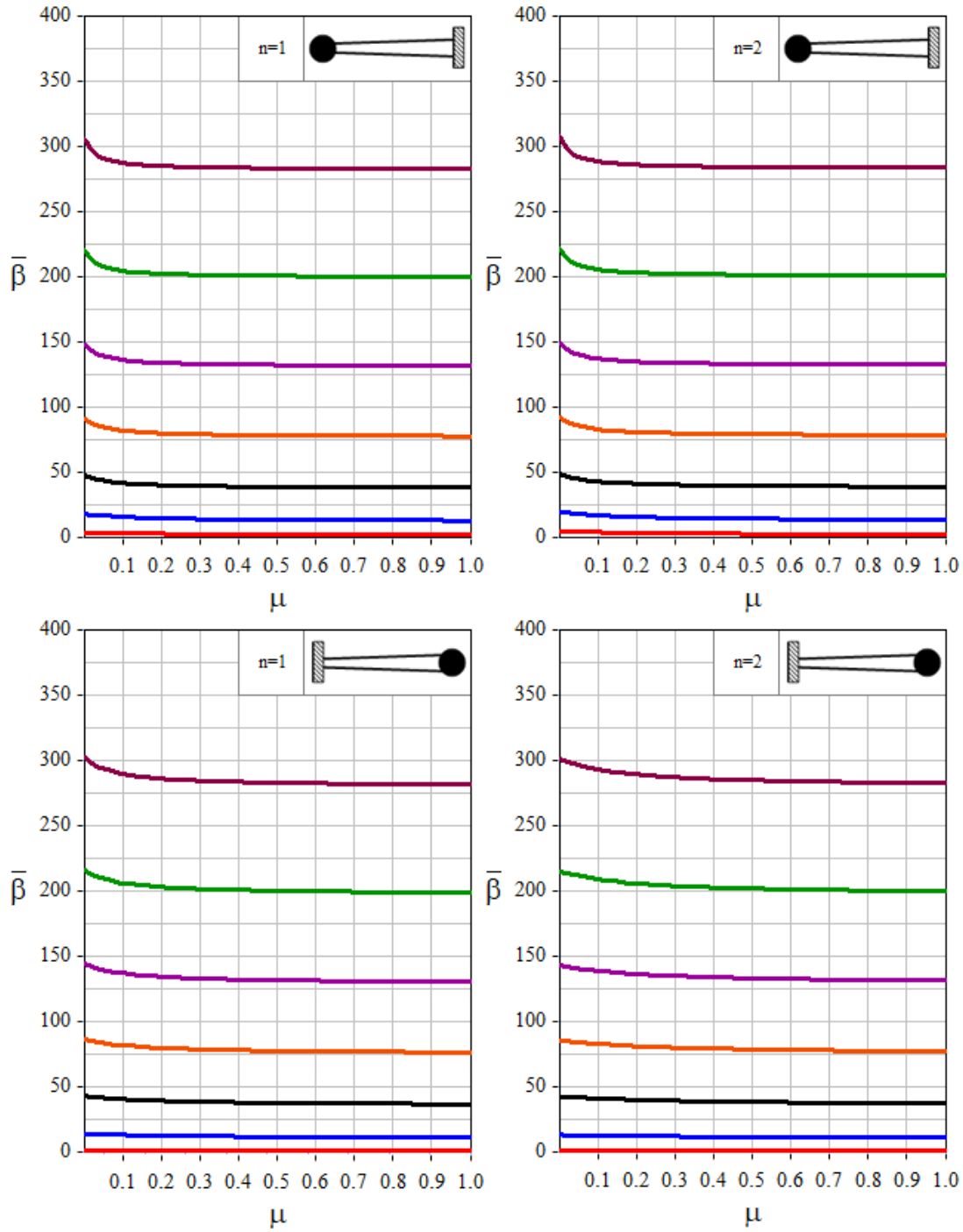
3.2.2 Noktasal kütle büyüklüğünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi

Bu bölümde, noktasal kütle boyutsuz büyüklüğünün çeşitli sınır koşulları altındaki noktasal kütle ilave edilmiş kiriş boyutsuz doğal frekansları ve kip biçimleri üzerine etkisi ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için kesit değişim ölçüsü ve kütle konumu sabitlenerek μ noktasal kütle büyüklüğünün boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir. Noktasal kütle büyüklüğünün kiriş kip fonksiyonları üzerindeki etkisini görebilmek için, $\mu=0$ (yalın kiriş), $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ değerleri için kip fonksiyonları aynı grafik üzerinde oluşturulmuştur.

3.2.2.1 Gömülü – Serbest kiriş

Serbest ucunda noktasal kütle taşıyan, ince (sol) ucu serbest – kalın (sağ) ucu gömülü ve ince (sol) ucu gömülü – kalın (sağ) ucu serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.26’da verilmiştir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için serbest ucunda noktasal kütle taşıyan konsol kiriş frekans eğrilerinin μ kütle büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin beklendiği gibi, $\lambda=0$ konumunda noktasal kütle taşıyan ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 3.8238$, $\bar{\beta}_2 = 18.3173$, $\bar{\beta}_3 = 47.2648$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 4.6252$, $\bar{\beta}_2 = 19.5476$, $\bar{\beta}_3 = 48.5789$ ve $\lambda=1$ konumunda noktasal kütle taşıyan ince ucu gömülü – kalın ucu serbest kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 1.6380$, $\bar{\beta}_2 = 14.1101$, $\bar{\beta}_3 = 43.2086$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 1.2981$, $\bar{\beta}_2 = 13.1848$, $\bar{\beta}_3 = 42.4940$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Eğrilerin μ ile önce hızla küçülüp sonrasında, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_2 = 12.3001$, $\bar{\beta}_3 = 37.5274$, $\bar{\beta}_4 = 77.1215$, $n=2$ için $\bar{\beta}_2 = 12.8505$, $\bar{\beta}_3 = 38.1988$, $\bar{\beta}_4 = 77.8512$ ve ince ucu gömülü – kalın ucu serbest kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_2 = 10.1833$, $\bar{\beta}_3 = 35.5240$, $\bar{\beta}_4 = 75.1004$, $n=2$ için $\bar{\beta}_2 = 9.6496$, $\bar{\beta}_3 = 35.2121$, $\bar{\beta}_4 = 74.8369$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip gömülü-mafsallı yalın kiriş frekans değerlerine yakınsadıkları görülmektedir.



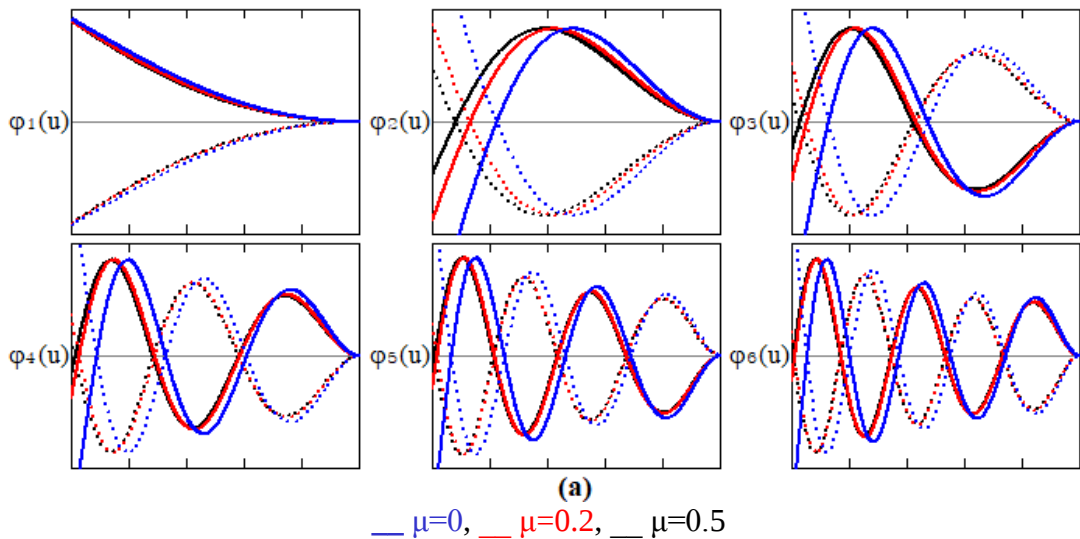
Şekil 3.26 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, serbest ucunda noktasal kütle taşıyan konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.15’te verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

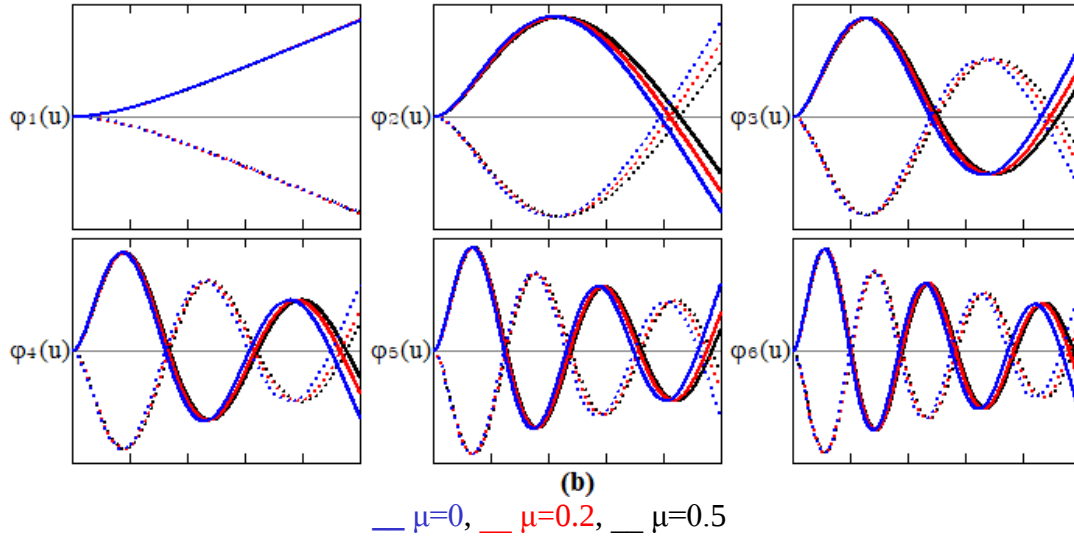
Çizelge 3.15 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=1$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	3.82378	18.31726	47.26483	1.63798	14.11014	43.20864
1	0.1	3.25336	15.83193	41.89951	1.49217	13.14597	40.64508
1	0.2	2.87371	14.77618	40.29865	1.37912	12.55848	39.33777
1	0.5	2.22506	13.59637	38.83843	1.14975	11.66998	37.66958
1	1.0	1.72065	13.02037	38.22388	0.93578	11.09818	36.76105
2	0	4.62515	19.54761	48.57890	1.29809	13.18476	42.49403
2	0.1	4.00415	16.90236	42.97663	1.23130	12.66321	41.00231
2	0.2	3.57066	15.71921	41.24028	1.17378	12.27445	40.00173
2	0.5	2.79972	14.36379	39.64071	1.03982	11.54025	38.34854
2	1.0	2.18011	13.69296	38.96504	0.89183	10.93815	37.19495

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip kirişin $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.27a’da kalın ucu gömülü – ince ucu serbest ve Şekil 3.27b’de ince ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş için verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, μ arttıkça 1. kip biçiminin doğrusal bir görünüm aldığı, diğer kip biçimlerinin ise noktasal kütlelerin bulunduğu noktadan mafsallanmış (gömülü – mafsallı) kiriş kip biçimlerine yaklaştığı görülmektedir.



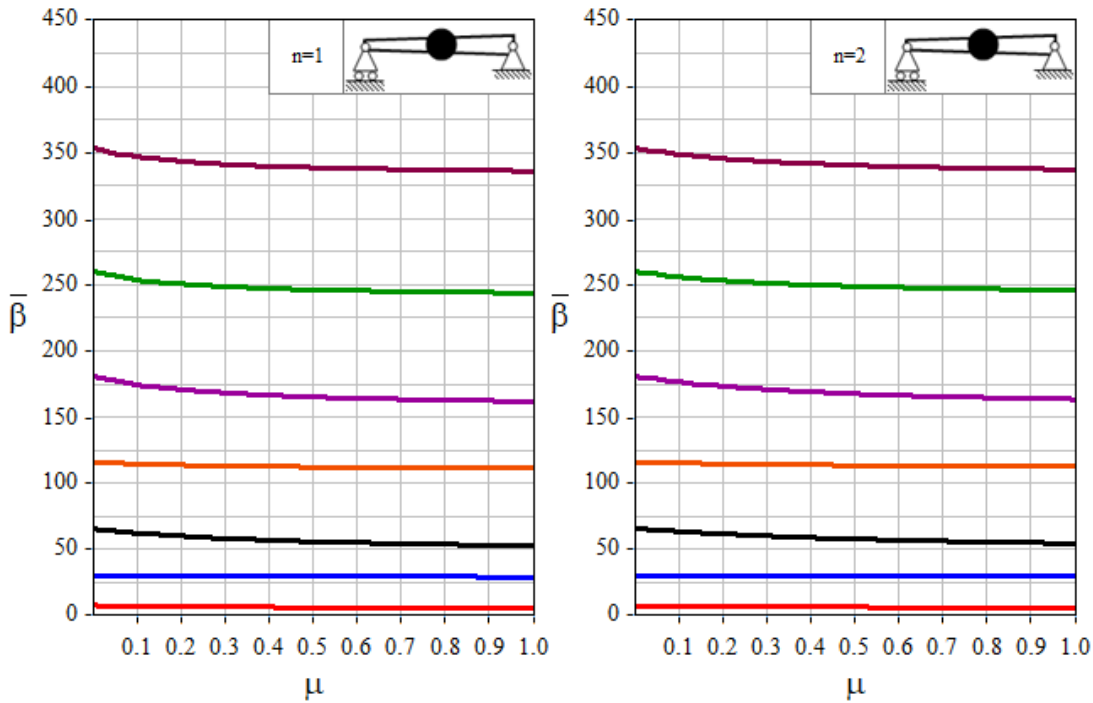
Şekil 3.27 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.



Şekil 3.27 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G-S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.

3.2.2.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Orta noktasında bir noktasal kütle taşıyan, basit mesnetli kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.28’de verilmiştir.



Şekil 3.28 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için $\lambda=0.5$ konumunda noktasal kütle taşıyan iki ucu mafsallı kiriş frekans eğrilerinin μ kütle büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 7.1215$, $\bar{\beta}_2 = 28.9518$, $\bar{\beta}_3 = 64.9788$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 6.9566$, $\bar{\beta}_2 = 29.1103$, $\bar{\beta}_3 = 65.2277$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Şekiller incelendiğinde, kiriş orta noktasına konulan noktasal kütlelerin tüm frekansları aşağı çeken bir etkisinin olduğu anlaşılmaktadır. Bölüm 3.2.1’de de belirtildiği gibi orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, özellikle düşük frekanslarda, bu etkinin daha az olduğu görülmektedir.

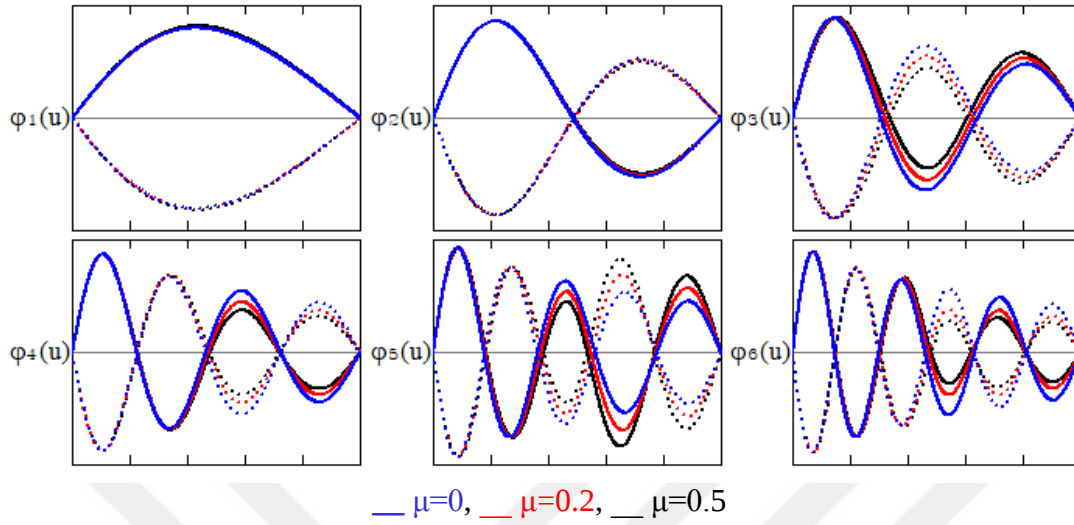
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, ortasında noktasal kütle taşıyan kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.16’da verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.16 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Basit Mesnetli Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	7.12153	28.95184	64.97882
1	0.1	6.69175	28.91380	61.77103
1	0.2	6.33052	28.88252	59.47653
1	0.5	5.51798	28.81508	55.39925
1	1.0	4.66079	28.74960	52.31471
2	0	6.95659	29.11034	65.22774
2	0.1	6.66770	29.10057	62.89963
2	0.2	6.41159	29.09200	61.05666
2	0.5	5.78910	29.07165	57.32103
2	1.0	5.06023	29.04895	54.00720

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ için, iki ucu mafsallı kirişte $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.29’da verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerinden de görüldüğü üzere, orta nokta yakınında bir

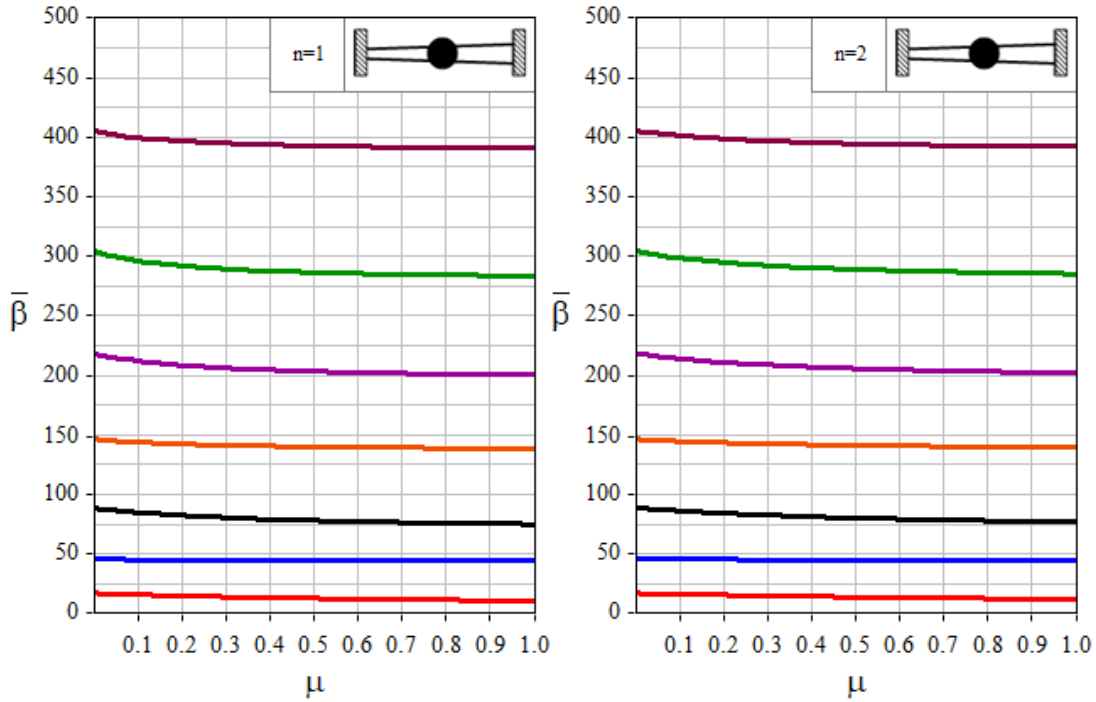
düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, özellikle 2. kip biçiminde μ kütle büyüklüğünün kip biçimleri üzerinde daha az etkili olduğu görülmektedir.



Şekil 3.29 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

3.2.2.3 Gömülü – Gömülü kiriş

Orta noktasında bir noktasal kütle taşıyan, iki ucu gömülü kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.30’da verilmiştir.



Şekil 3.30 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

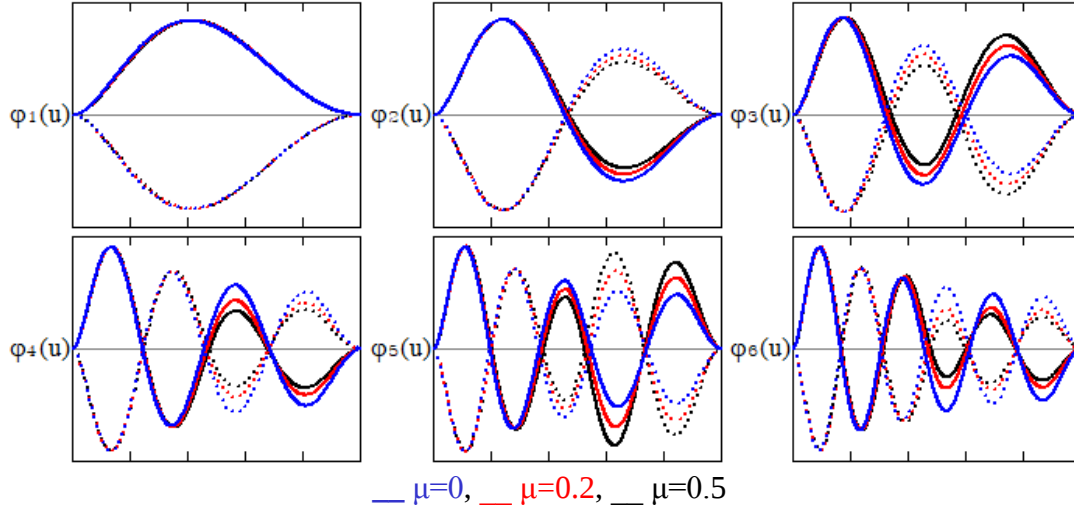
Orta noktasında ($\lambda=0.5$) noktasal kütle taşıyan iki ucu gömülü kiriş frekans eğrilerinin, kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, μ kütle büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin, $n=1$ halinde $\bar{\beta}_1 = 16.3356$, $\bar{\beta}_2 = 44.9806$, $\bar{\beta}_3 = 88.1382$, $n=2$ halinde $\bar{\beta}_1 = 16.4790$, $\bar{\beta}_2 = 45.1758$, $\bar{\beta}_3 = 88.3528$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Şekiller incelendiğinde, kiriş orta noktasına konulan noktasal kütlenin etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır. Yine, orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, özellikle düşük frekanslarda, μ büyüklüğünün frekanslar üzerinde daha az etkili olduğu görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, ortasında noktasal kütle taşıyan kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.17’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.17 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	16.33557	44.98064	88.13819
1	0.1	15.15642	44.68765	84.39829
1	0.2	14.19232	44.46275	81.82367
1	0.5	12.11083	44.02389	77.48958
1	0.7	11.13751	43.84124	75.92543
1	1.0	10.03353	43.65190	74.43403
2	0	16.47905	45.17584	88.35280
2	0.1	15.65865	44.97207	85.68859
2	0.2	14.94487	44.80231	83.63270
2	0.5	13.26263	44.43079	79.63680
2	0.7	12.40717	44.25767	77.99331
2	1.0	11.38309	44.06478	76.30910

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ için, iki ucu gömülü kirişte $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.31’de verilmiştir.



Şekil 3.31 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

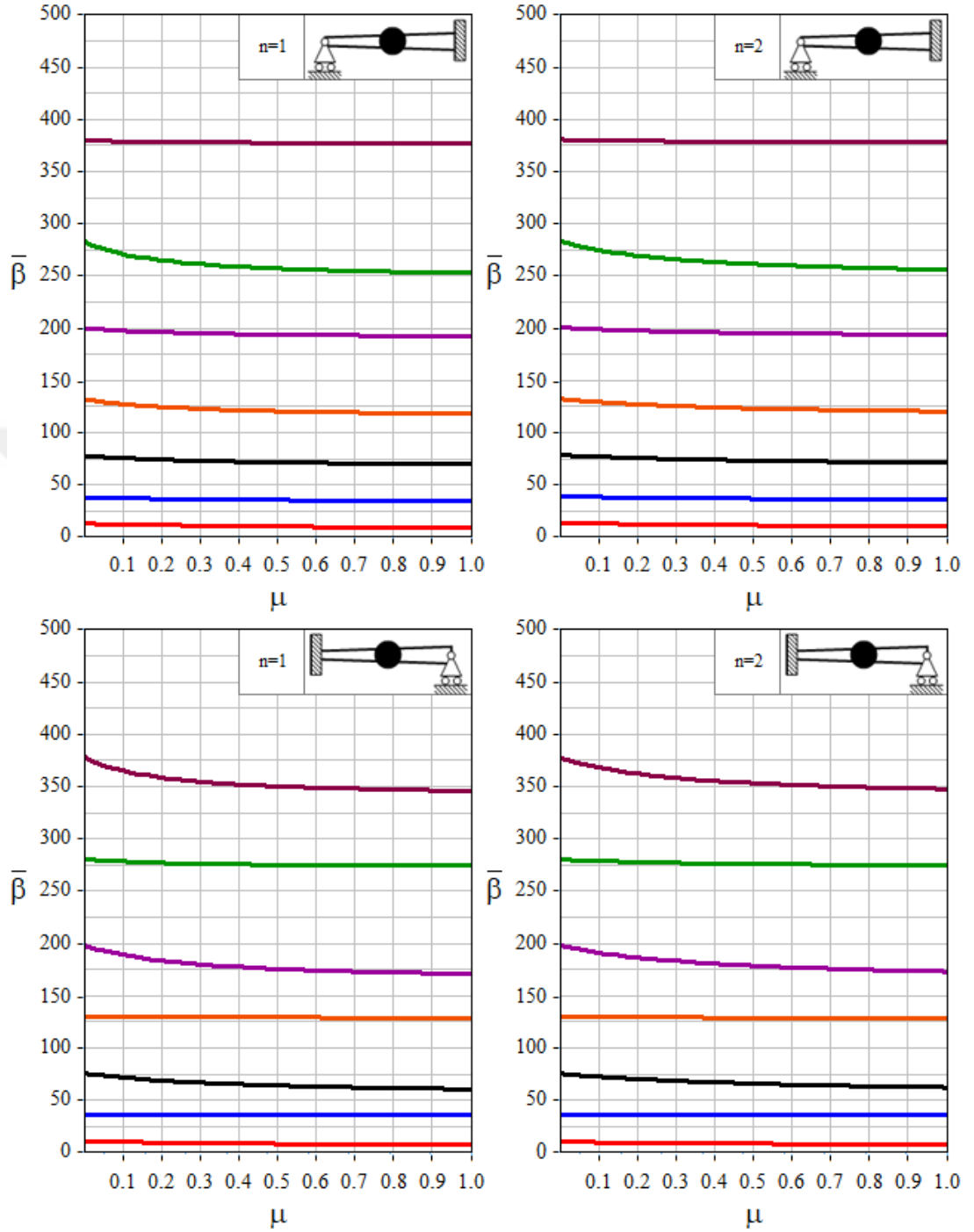
Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kirişe benzer şekilde, orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, özellikle 2. kip biçiminde μ kütle büyüklüğünün kip biçimleri üzerinde daha az etkili olduğu görülmektedir.

3.2.2.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Ortasında noktasal kütle taşıyan, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü ve ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.32’de verilmiştir.

Orta noktasında ($\lambda=0.5$) noktasal kütle taşıyan iki ucu gömülü kiriş frekans eğrilerinin, kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, μ kütle büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin olması gerektiği gibi, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 12.3001$, $\bar{\beta}_2 = 37.5274$, $\bar{\beta}_3 = 77.1215$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 12.8505$, $\bar{\beta}_2 = 38.1988$, $\bar{\beta}_3 = 77.8512$ ve ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 10.1833$, $\bar{\beta}_2 = 35.5240$, $\bar{\beta}_3 = 75.1004$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 9.6496$, $\bar{\beta}_2 = 35.2121$, $\bar{\beta}_3 = 74.8369$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Bölüm 3.2.1’de de bahsedildiği şekilde, yalın kiriş kip biçimi grafikleri incelendiğinde, Şekil 3.9a’da ince ucu mafsallı-kalın ucu gömülü kirişin tek sıralı kiplerinde orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunduğu, Şekil 3.9b’de ince ucu gömülü-kalın ucu mafsallı kirişin çift sıralı kiplerinde orta nokta yakınına bir düğüm noktası bulunduğu görülmektedir. Buradan, yine ilgili sınır koşulları için düğüm noktası yakınında noktasal kütle

bulunan kiplerde, μ büyüklüğünün frekanslar üzerindeki alçaltıcı etkisinin daha az olduğu görülmektedir.



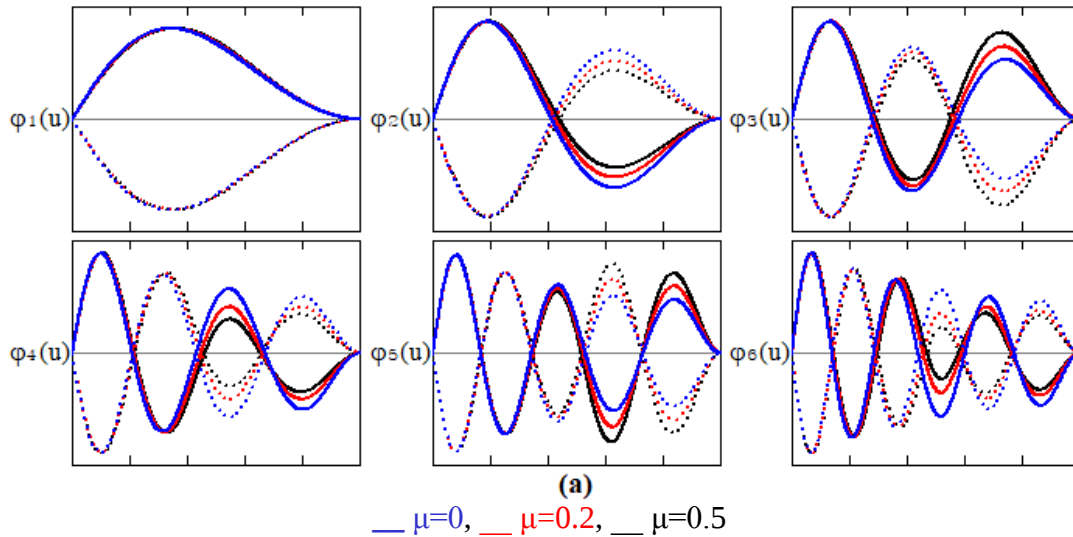
Şekil 3.32 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, $\lambda=0.5$ konumunda noktasal kütle taşıyan gömülü-mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.18’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

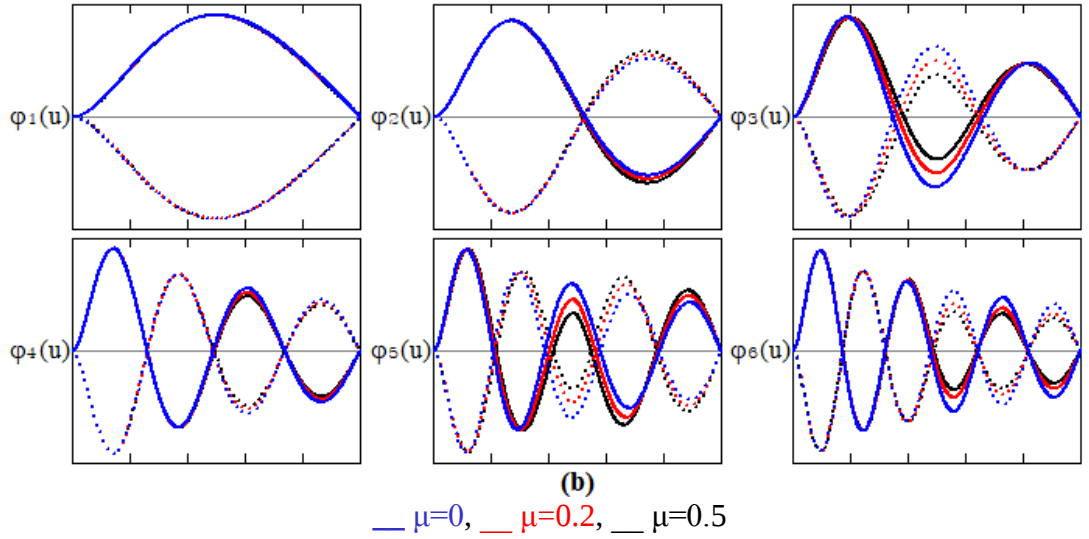
Çizelge 3.18 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0.5$)			Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	12.30009	37.52738	77.12151	10.18330	35.52399	75.10043
1	0.1	11.57163	36.69925	75.07088	9.52298	35.46935	71.04733
1	0.2	10.95191	36.06910	73.59756	8.97419	35.42490	68.25259
1	0.5	9.54222	34.86144	70.99954	7.75966	35.33055	63.48029
1	1.0	8.04494	33.86872	69.08072	6.50583	35.24090	60.02108
2	0	12.85048	38.19882	77.85124	9.64959	35.21207	74.83689
2	0.1	12.31826	37.64913	76.34682	9.22594	35.15886	71.95677
2	0.2	11.84291	37.19389	75.14987	8.85248	35.11258	69.73632
2	0.5	10.67845	36.21047	72.73004	7.95303	35.00413	65.38656
2	1.0	9.30830	35.26535	70.62146	6.91434	34.88583	61.68762

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip kirişin $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.33a’da kalın ucu gömülü-ince ucu mafsallı ve Şekil 3.33b’de ince ucu gömülü-kalın ucu mafsallı kiriş için verilmiştir.



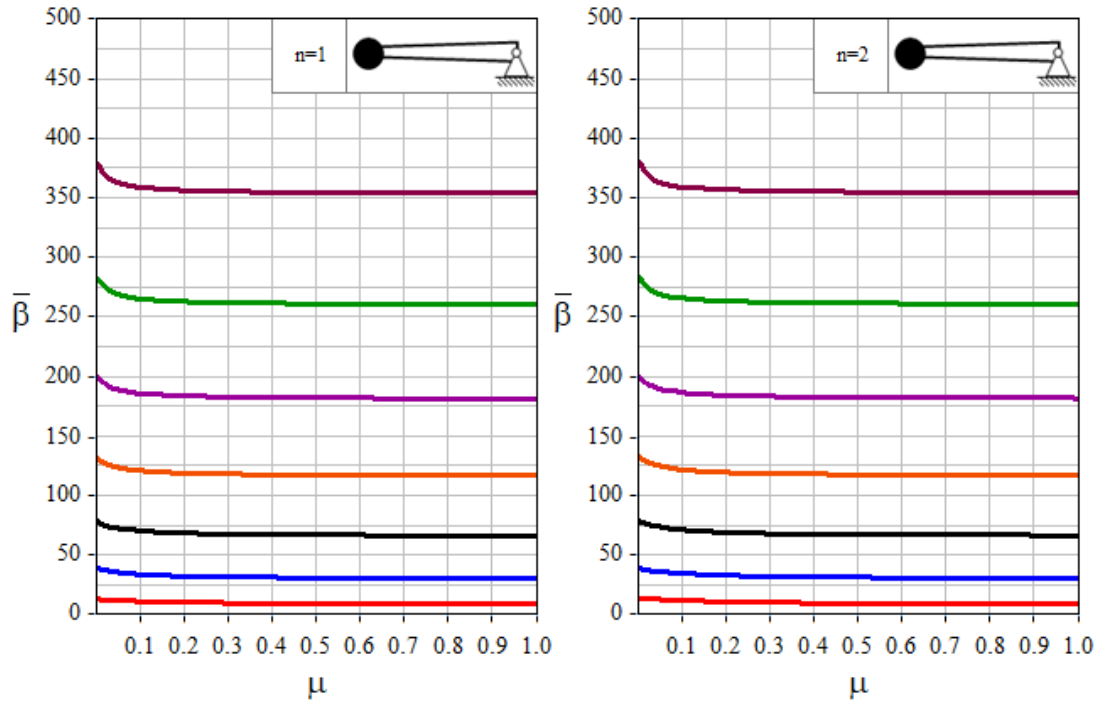
Şekil 3.33 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı kiriş. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kiriş.



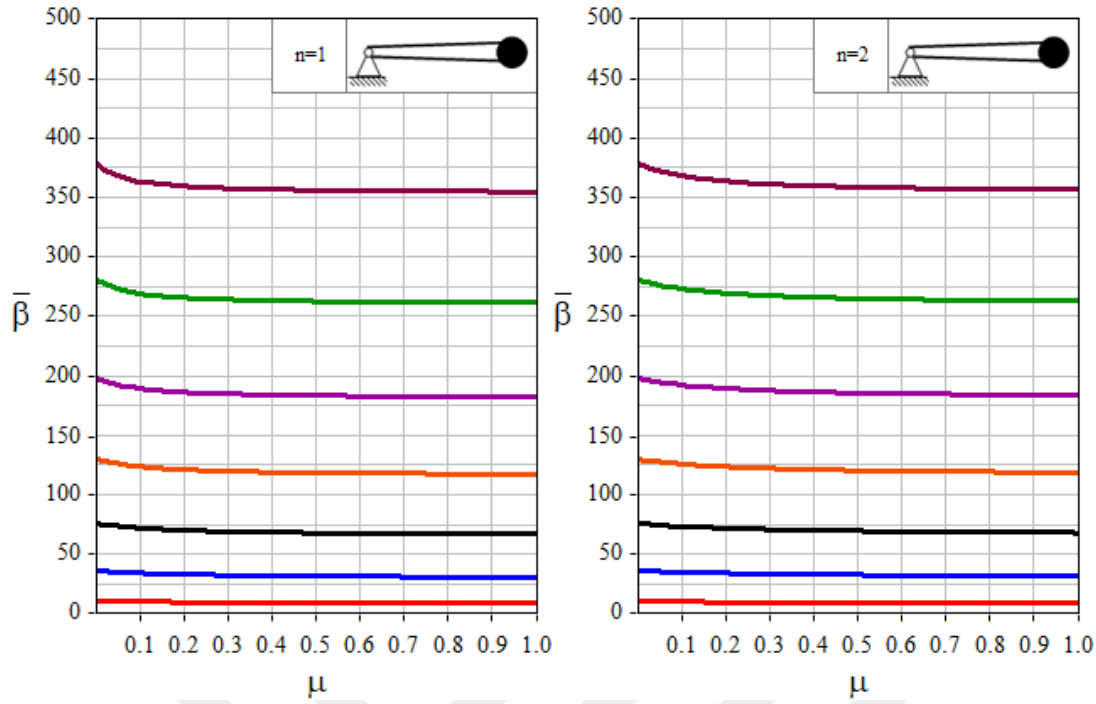
Şekil 3.33 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$: a) Kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı kiriş. b) İnce ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kiriş.

3.2.2.5 Mafsallı – Serbest kiriş

Serbest ucunda noktasal kütle taşıyan, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı ve ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.34’te verilmiştir.



Şekil 3.34 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$.



Şekil 3.34 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$.

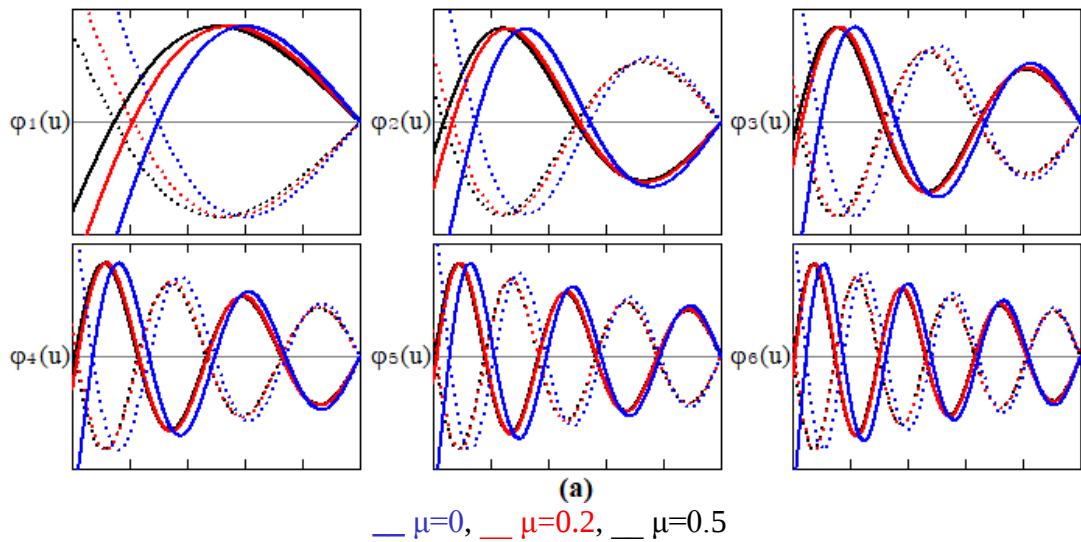
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, kiriş frekans eğrilerinin μ kütle büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin, $\lambda=0$ 'da noktasal kütle taşıyan, ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 12.4942$, $\bar{\beta}_2 = 37.8005$, $\bar{\beta}_3 = 77.4191$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 13.1894$, $\bar{\beta}_2 = 38.6337$, $\bar{\beta}_3 = 78.3156$ ve $\lambda=1$ 'de noktasal kütle taşıyan ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 10.2981$, $\bar{\beta}_2 = 35.7531$, $\bar{\beta}_3 = 75.3655$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 9.7903$, $\bar{\beta}_2 = 35.5347$, $\bar{\beta}_3 = 75.2181$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Eğrilerin μ ile önce hızla küçülüp sonrasında, her iki sınır koşulunda da, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 7.1215$, $\bar{\beta}_2 = 28.9518$, $\bar{\beta}_3 = 64.9788$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 6.9566$, $\bar{\beta}_2 = 29.1103$, $\bar{\beta}_3 = 65.2277$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip mafsallı-mafsallı yalın kiriş frekans değerlerine yakınsadıkları görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, serbest ucunda noktasal kütle taşıyan kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.19'da verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D'de sunulmuştur.

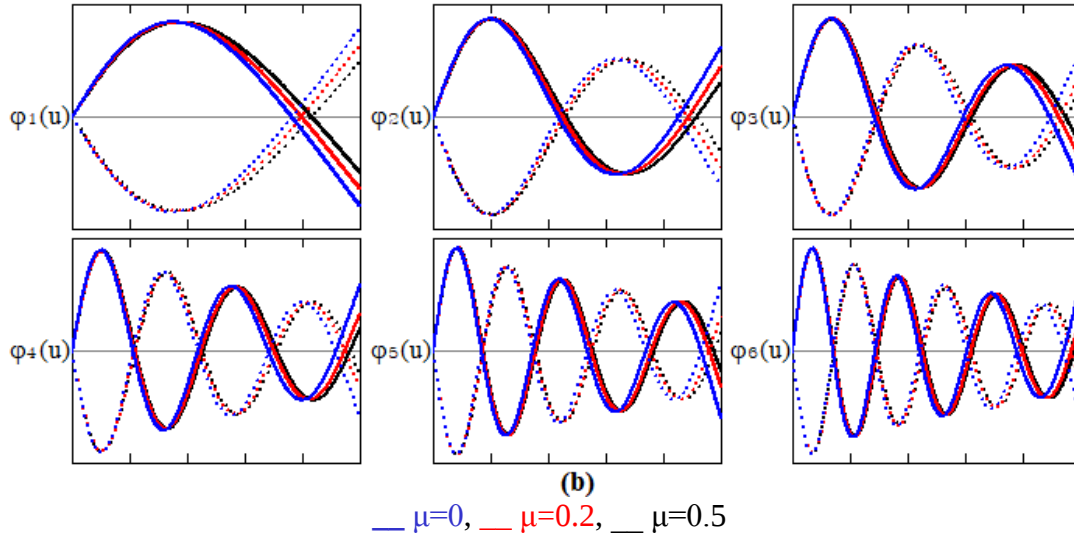
Çizelge 3.19 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=1$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	12.49421	37.80051	77.41907	10.29810	35.75312	75.36546
1	0.1	10.64046	33.21928	69.69732	9.59041	33.60675	71.28320
1	0.2	9.73687	31.72084	67.83566	9.14024	32.46978	69.45553
1	0.5	8.60256	30.29028	66.27933	8.42691	30.97015	67.35317
1	1.0	7.98300	29.66927	65.65938	7.94362	30.12836	66.30615
2	0	13.18939	38.63370	78.31557	9.79027	35.53470	75.21812
2	0.1	11.22356	33.84666	70.31374	9.40749	34.29187	72.74175
2	0.2	10.19860	32.20566	68.31721	9.11567	33.43999	71.21225
2	0.5	8.84725	30.61359	66.63646	8.54758	31.99571	68.91080
2	1.0	8.07591	29.91712	65.96517	8.06303	30.95787	67.45996

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip kirişin $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.35a’da kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest ve Şekil 3.35b’de ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş için verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, μ arttıkça kip biçimlerinin noktasal kütleli bulunduğu noktadan mafsallanmış kiriş (basit mesnetli kiriş) kip biçimlerine yakınsadığı görülmektedir.



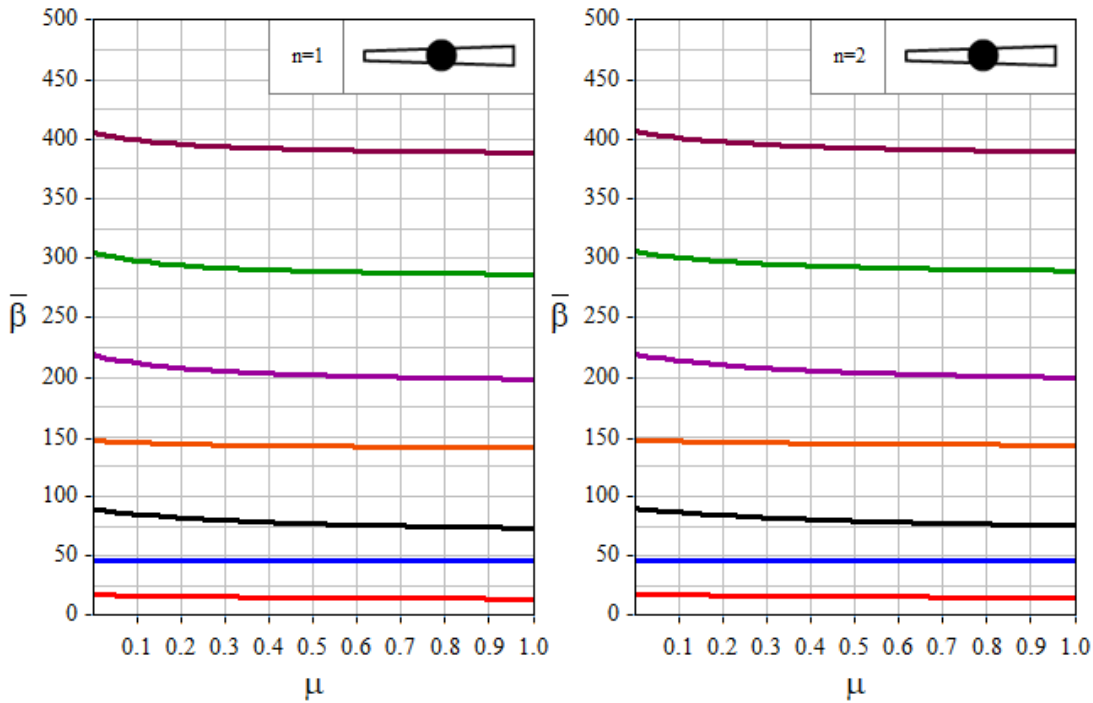
Şekil 3.35 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$: a) Kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.



Şekil 3.35 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M-S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$: a) Kalın ucu mafsallı – ince ucu serbest kiriş, $\lambda=0$. b) İnce ucu mafsallı – kalın ucu serbest kiriş, $\lambda=1$.

3.2.2.6 Serbest – Serbest kiriş

Orta noktasında bir noktasal kütle taşıyan, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip iki ucu serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının μ kütle büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.36’da verilmiştir.



Şekil 3.36 : Noktasal kütle taşıyan S-S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu kütle büyüklüğü ile değişimi, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

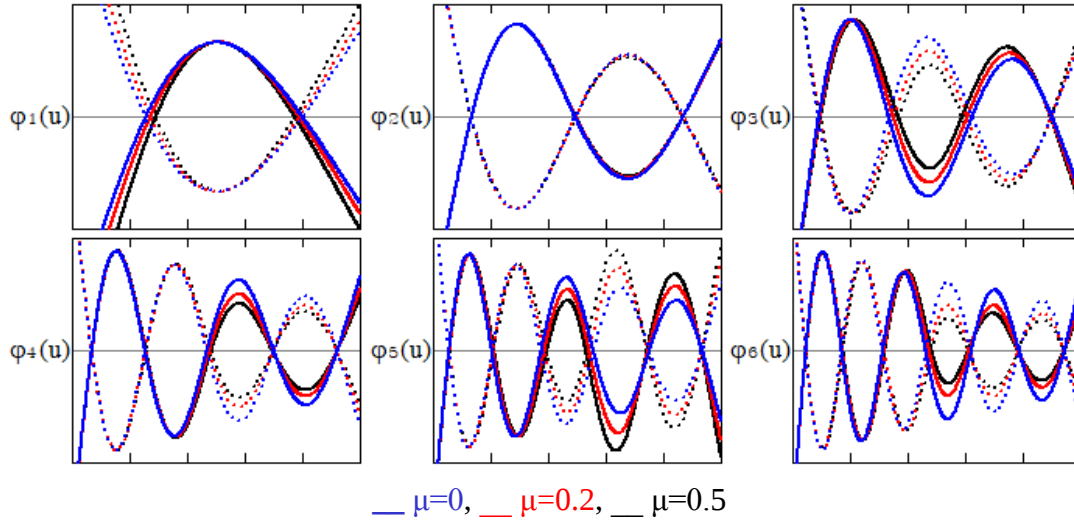
Grafikler incelendiğinde, eğrilerin $n=1$ halinde $\bar{\beta}_1 = 16.7242$, $\bar{\beta}_2 = 45.5026$, $\bar{\beta}_3 = 88.7111$, $n=2$ halinde $\bar{\beta}_1 = 17.0793$, $\bar{\beta}_2 = 45.9630$, $\bar{\beta}_3 = 89.2139$, $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Kiriş orta noktasına konulan noktasal kütle etkisinin tüm frekansları aşağı çekmek şeklinde olduğu anlaşılmaktadır. Yine, orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, μ büyüklüğünün frekanslar üzerindeki etkisinin daha az olduğu görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, ortasında noktasal kütle taşıyan kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi μ noktasal kütle büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.20’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.20 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Serbest – Serbest Kiriş ($\alpha=1 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	16.72416	45.50260	88.71107
1	0.1	16.02113	45.44745	84.40965
1	0.2	15.46716	45.40361	81.44303
1	0.5	14.33906	45.31350	76.41370
1	1.0	13.31819	45.23134	72.81744
2	0	17.07933	45.96298	89.21388
2	0.1	16.60490	45.95732	86.02638
2	0.2	16.20343	45.95247	83.57114
2	0.5	15.29984	45.94134	78.78911
2	1.0	14.36621	45.92954	74.76785

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$ için, iki ucu serbest kirişte $n=2$ durumunda, $\mu=0$, $\mu=0.2$ ve $\mu=0.5$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.37’de verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kirişe benzer şekilde, orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerde, özellikle 2. kip biçiminde μ kütle büyüklüğünün kip biçimleri üzerinde daha az etkili olduğu görülmektedir.



Şekil 3.37 : Noktasal kütle taşıyan S-S kiriş kip biçimlerinin üç farklı μ ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=1$, $\lambda=0.5$.

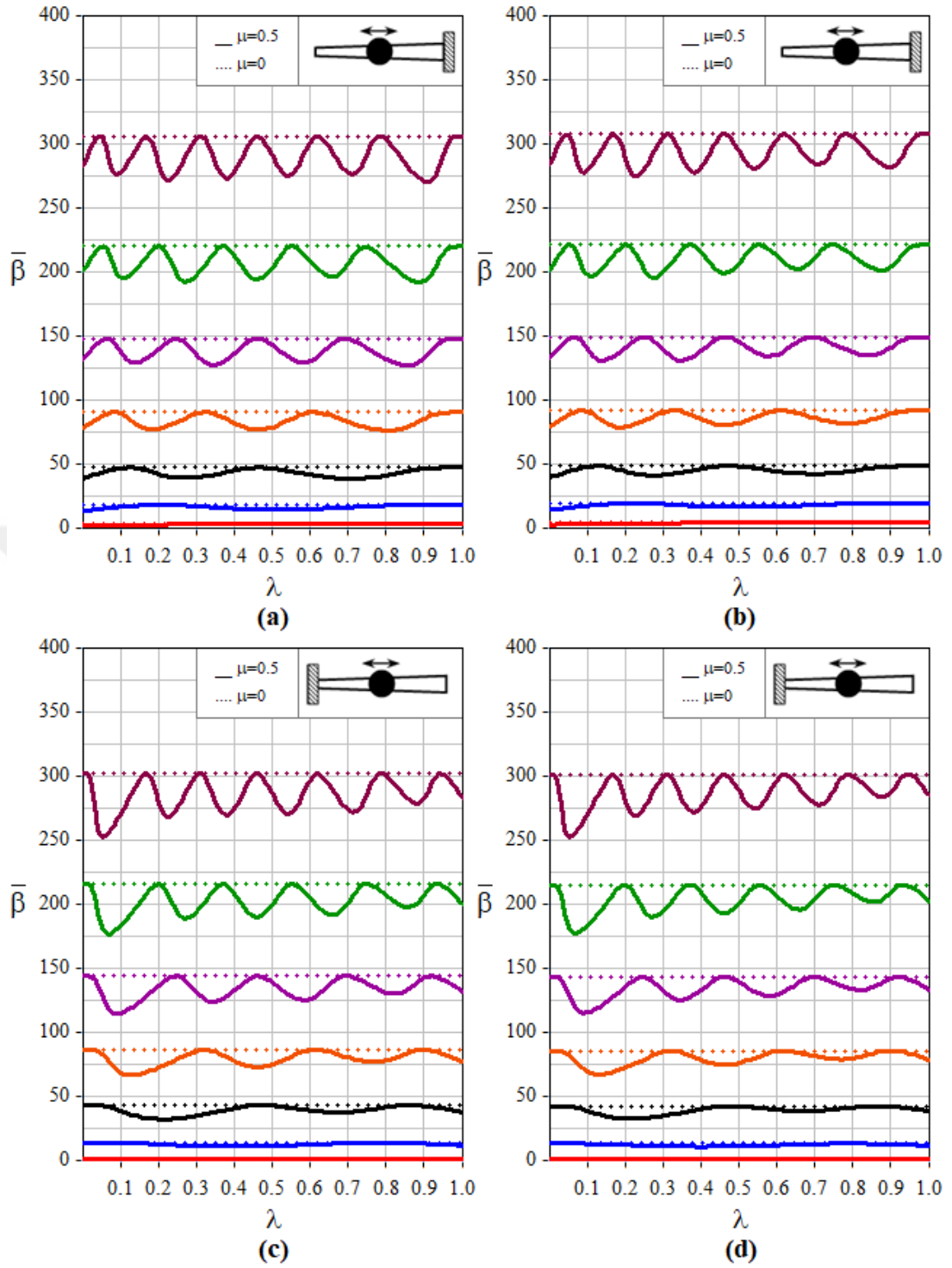
3.2.3 Noktasal kütle konumunun frekanslar üzerine etkisi

Bu bölümde, noktasal kütle konumunun çeşitli sınır koşulları altındaki kiriş boyutsuz doğal frekansları üzerine etkisi ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için kütle büyüklüğü $\mu=0.5$ ve kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ değerlerinde sabitlenerek, λ noktasal kütle konumunun boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir.

3.2.3.1 Gömülü – Serbest kiriş

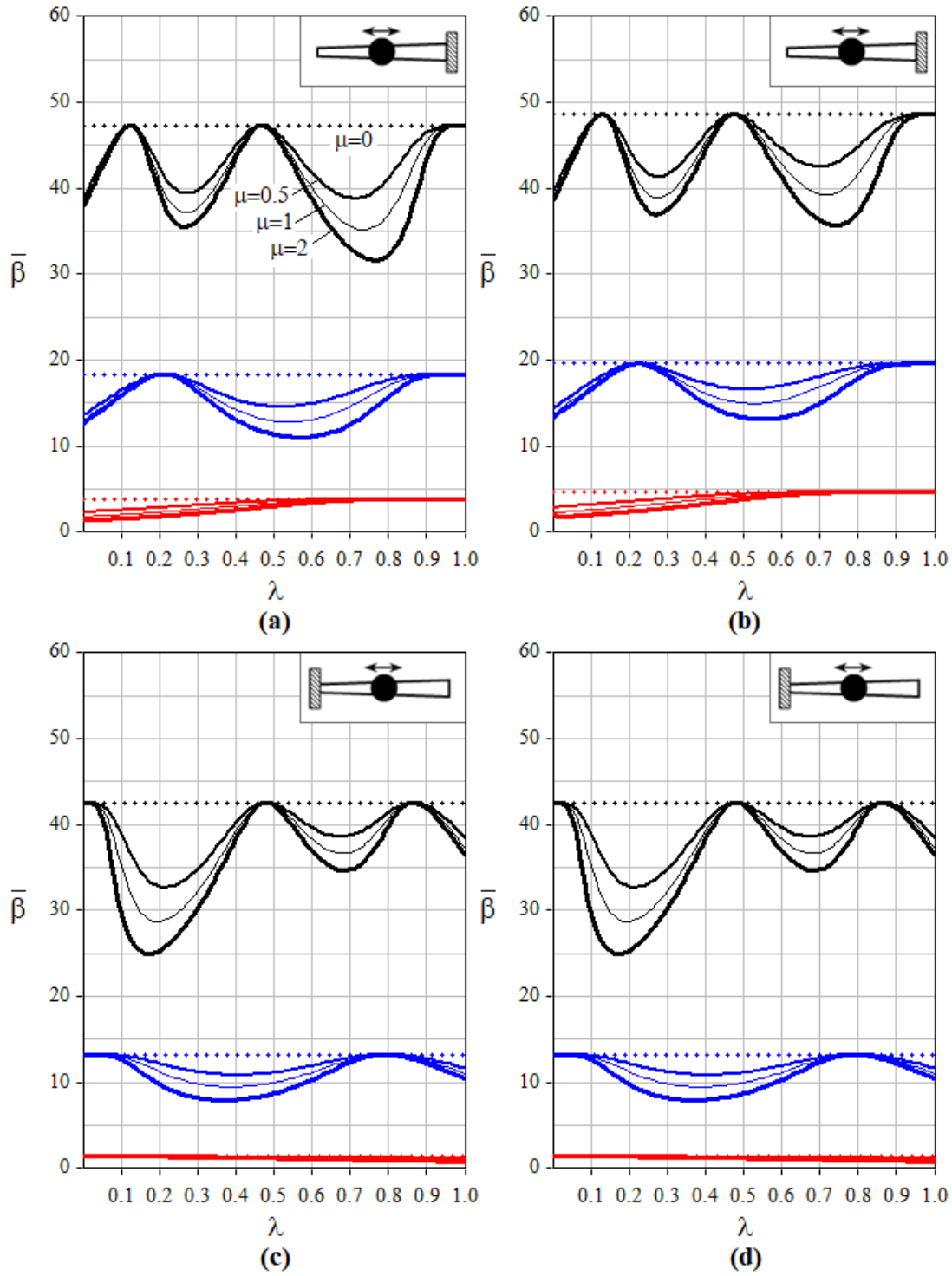
Üzerinde $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan konsol kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.38a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.38b’de, kalın ucu serbest – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.38c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.38d’de verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerinin olması gerektiği gibi, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 3.8238$, $\bar{\beta}_2 = 18.3173$, $\bar{\beta}_3 = 47.2648$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 4.6252$, $\bar{\beta}_2 = 19.5476$, $\bar{\beta}_3 = 48.5789$ ve ince ucu gömülü – kalın ucu serbest kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 1.6380$, $\bar{\beta}_2 = 14.1101$, $\bar{\beta}_3 = 43.2086$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 1.2981$, $\bar{\beta}_2 = 13.1848$, $\bar{\beta}_3 = 42.4940$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir üst değer ile değişken bir alt değer arasında dalgalandığı görülmektedir.



Şekil 3.38 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Bu dalgalanmalar hakkında daha geniş bilgi edinebilmek için, ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.39a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.39b’de, kalın ucu serbest – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.39c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.39d’de verilmiştir.



Şekil 3.39 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha = 1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Eğriler incelendiğinde, ilgili kipin düğüm noktalarından birine ya da kirişin gömülü ucuna isabet eden noktasal kütleinin o kipe ait doğal frekansı etkilemediği ve yalnız kiriş frekansına eşit bir maksimumdan geçtiği anlaşılmaktadır. Aralarda ise noktasal kütle büyüklüğü ile frekans değeri arasında bir ters orantı olduğu ve frekansın ilgili

yalın kiriş kipinin tepe noktalarına karşılık gelen λ değerlerinde ortaya çıkan bir minimuma sahip olacak şekilde dalgalandığı görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, bir noktasal kütle taşıyan konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.21’de verilmiş, kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

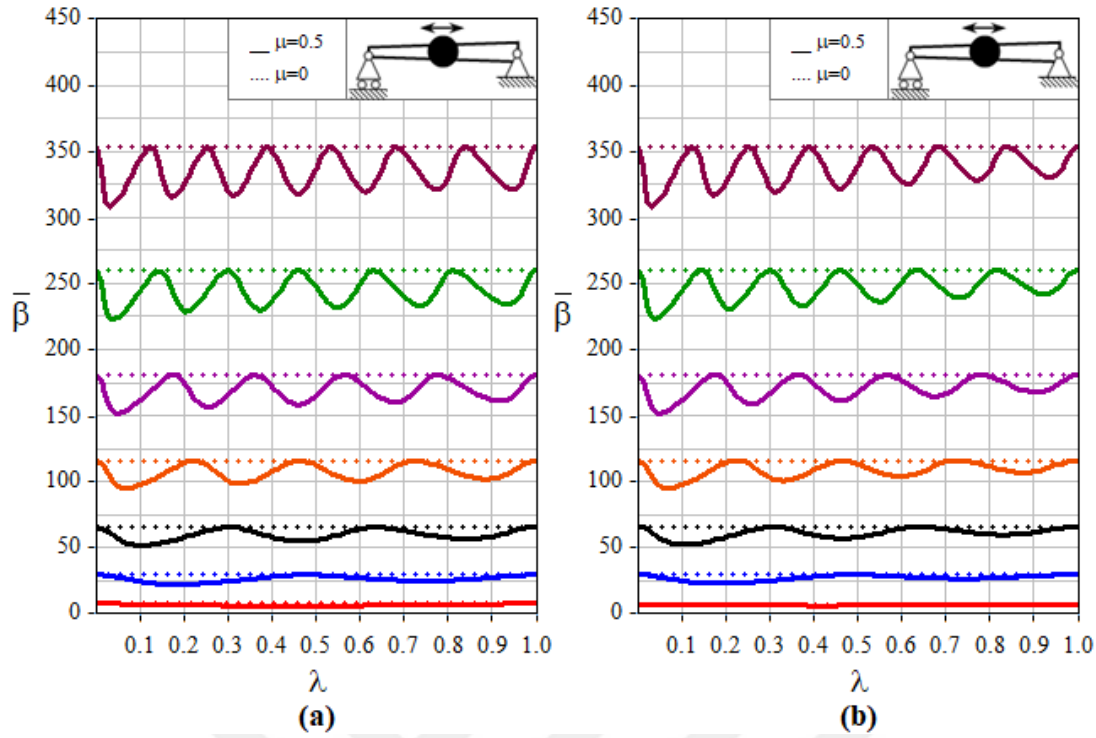
Çizelge 3.21 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\alpha=1$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	3.82378	18.31726	47.26483	1.63798	14.11014	43.20864
1	0.2	0.2	3.27990	18.30314	44.40400	1.63544	13.49284	37.25226
1	0.2	0.5	2.77489	18.29151	42.22472	1.63164	12.63118	32.26105
1	0.5	0.5	3.54793	14.53108	46.63999	1.52370	11.26414	42.82321
1	0.5	0.7	3.45024	13.72487	46.51788	1.48390	10.64456	42.74417
1	0.5	1.0	3.31560	12.85089	46.39012	1.42939	9.96402	42.65995
1	1.0	1.0	3.82378	18.31726	47.26483	0.93578	11.09818	36.76105
2	0	0	4.62515	19.54761	48.57890	1.29809	13.18476	42.49403
2	0.2	0.2	4.05282	19.49456	46.28867	1.29682	12.73678	34.42069
2	0.2	0.5	3.48915	19.44810	44.35202	1.29491	12.09932	32.69659
2	0.5	0.5	4.35992	16.53495	48.23917	1.24361	11.09966	42.31358
2	0.5	0.7	4.26321	15.78759	48.15870	1.22355	10.56318	42.26870
2	0.5	1.0	4.12736	14.92878	48.06815	1.19513	9.93307	42.21708
2	1.0	1.0	4.62515	19.54761	48.57890	0.89183	10.93815	37.19495

3.2.3.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

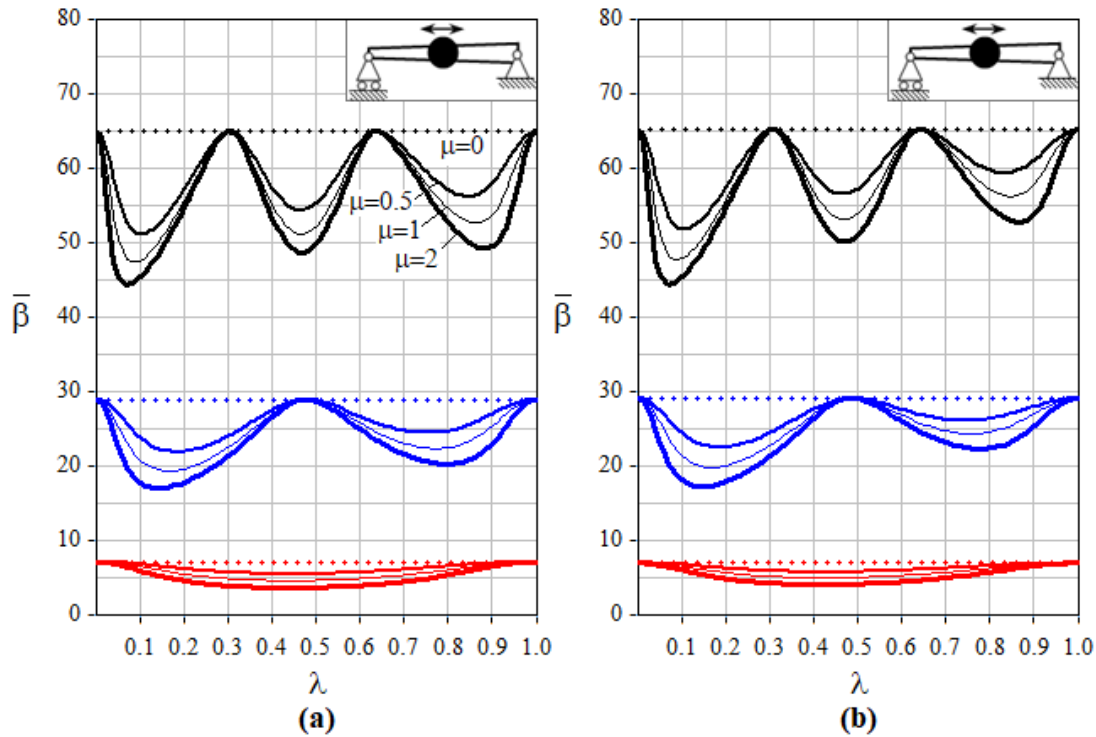
Üzerinde $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan basit mesnetli kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, $n=1$ için Şekil 3.40a’da ve $n=2$ için Şekil 3.40b’de verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş için frekans eğrilerin, $n=1$ durumunda $\bar{\beta}_1 = 7.1215$, $\bar{\beta}_2 = 28.9518$, $\bar{\beta}_3 = 64.9788$, $n=2$ durumunda $\bar{\beta}_1 = 6.9566$, $\bar{\beta}_2 = 29.1103$, $\bar{\beta}_3 = 65.2277$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir üst değer ile değişken bir alt değer arasında dalgalandığı görülmektedir.



Şekil 3.40 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$: a) $n=1$. b) $n=2$.

İki ucu mafsallı kiriş için ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, $n=1$ için Şekil 3.41a’da ve $n=2$ için Şekil 3.41b’de verilmiştir.



Şekil 3.41 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha =1$: a) $n=1$. b) $n=2$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, noktasal kütle taşıyan basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.22’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

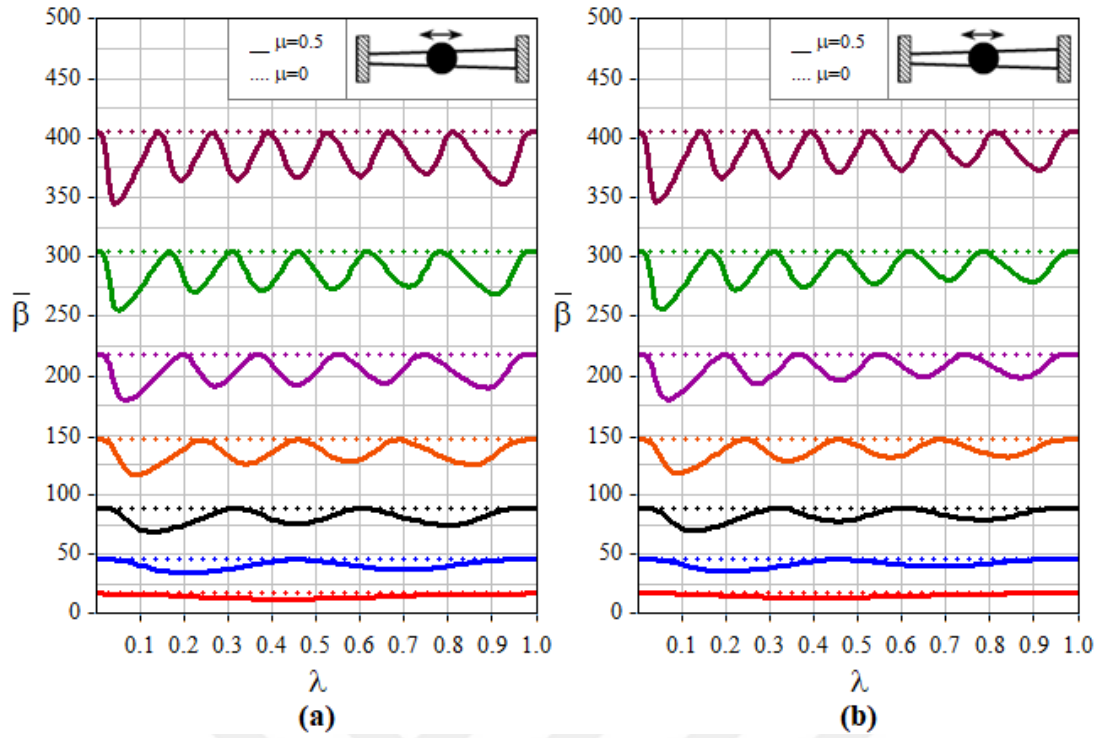
Çizelge 3.22 : Noktasal kütle taşıyan M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Basit Mesnetli Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	7.12153	28.95184	64.97882
1	0.2	0.2	6.69809	25.00632	59.79530
1	0.2	0.5	6.16281	21.96608	57.23761
1	0.5	0.5	5.51798	28.81508	55.39925
1	0.5	0.7	5.12213	28.78402	53.84540
1	0.5	1.0	4.66079	28.74960	52.31471
1	1.0	1.0	7.12153	28.95184	64.97882
2	0	0	6.95659	29.11034	65.22774
2	0.2	0.2	6.64584	25.59961	60.29892
2	0.2	0.5	6.23413	22.57835	57.54636
2	0.5	0.5	5.78910	29.07165	57.32103
2	0.5	0.7	5.46183	29.06129	55.71119
2	0.5	1.0	5.06023	29.04895	54.00720
2	1.0	1.0	6.95659	29.11034	65.22774

3.2.3.3 Gömülü – Gömülü kiriş

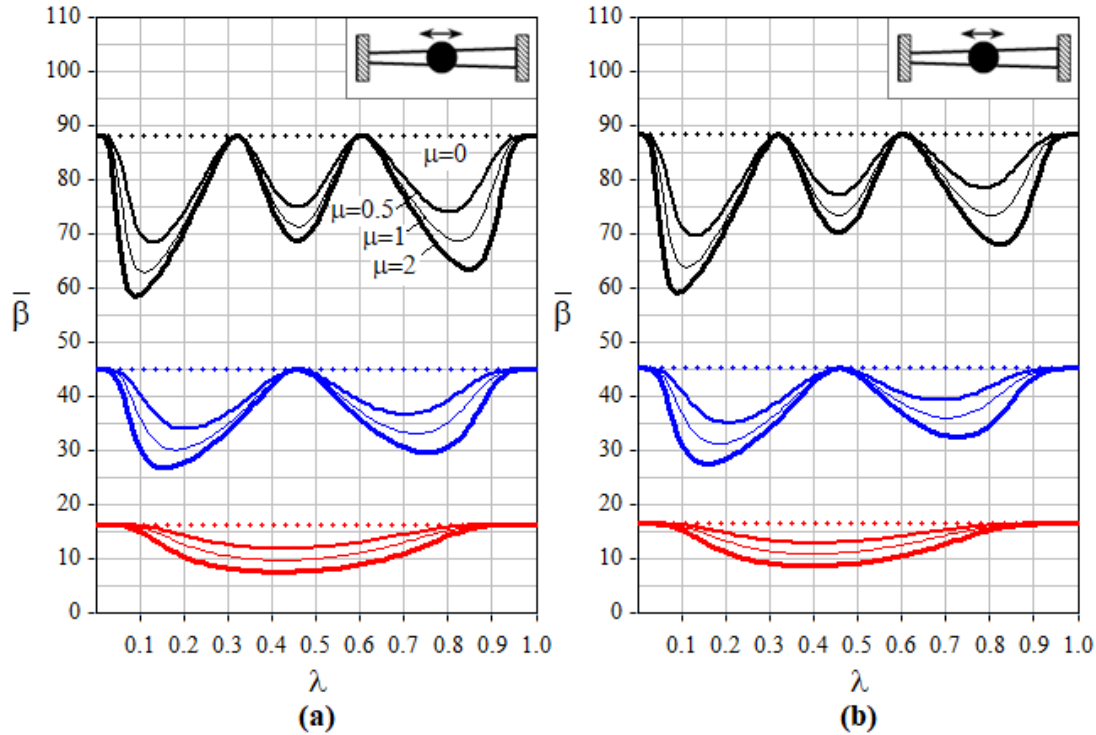
Üzerinde $\mu=0.5$ noktasal kütle taşıyan, $\alpha=1$ kesit değişim ölçüsüne sahip iki ucu gömülü kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, $n=1$ için Şekil 3.42a’da ve $n=2$ için Şekil 3.42b’de verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerin, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 16.3356$, $\bar{\beta}_2 = 44.9806$, $\bar{\beta}_3 = 88.1382$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 16.4790$, $\bar{\beta}_2 = 45.1758$, $\bar{\beta}_3 = 88.3528$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir üst değerden geçtiği görülmektedir. Basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların burada da geçerli olduğu görülmektedir.



Şekil 3.42 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$: **a)** $n=1$. **b)** $n=2$.

İki ucu mafsallı kiriş için ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, $n=1$ için Şekil 3.41a’da ve $n=2$ için Şekil 3.41b’de verilmiştir.



Şekil 3.43 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha =1$: **a)** $n=1$. **b)** $n=2$.

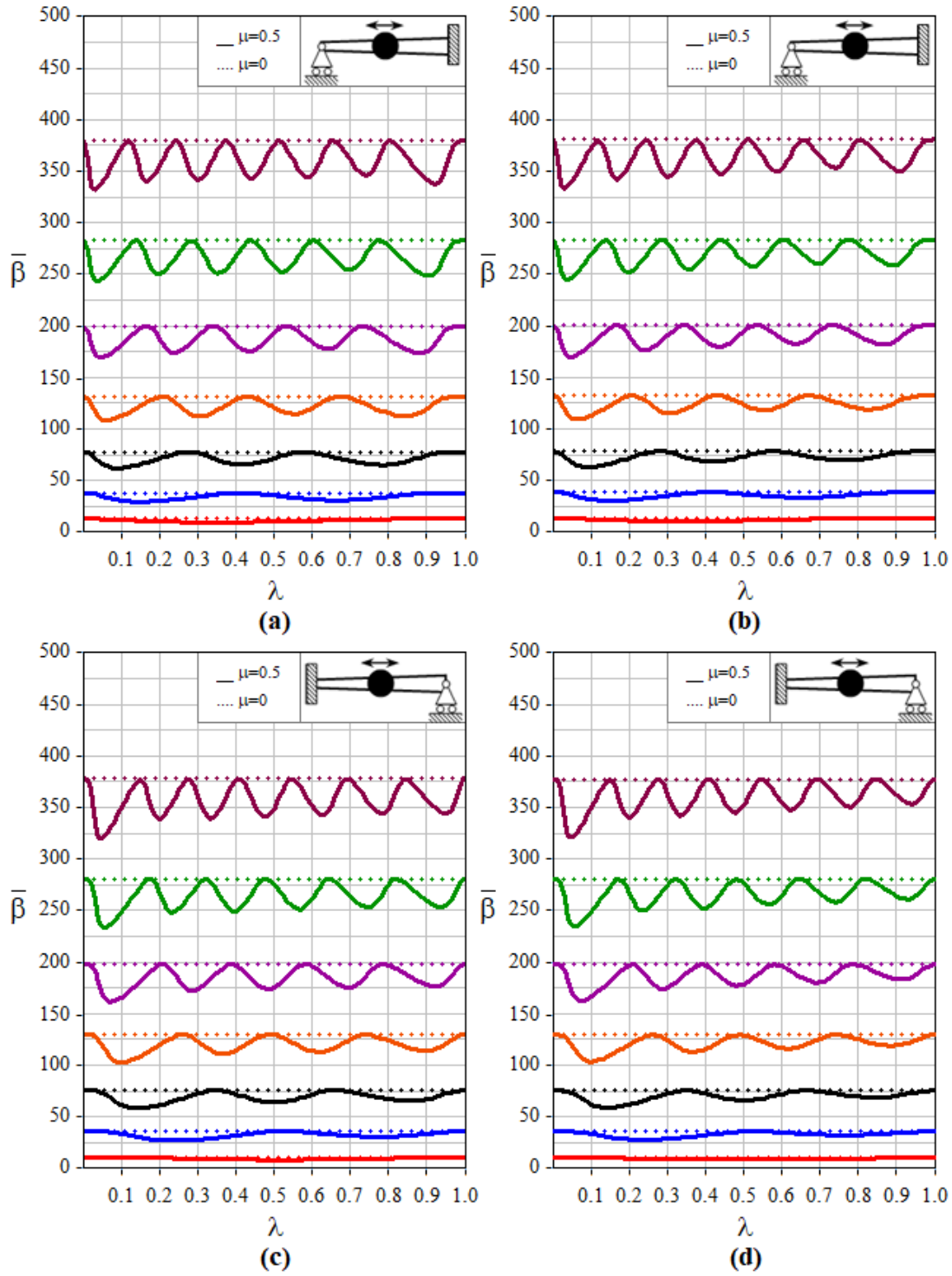
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, noktasal kütle taşıyan iki ucu gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.23'te verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D'de sunulmuştur.

Çizelge 3.23 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	16.33557	44.98064	88.13819
1	0.2	0.2	15.46709	38.85730	78.48799
1	0.2	0.5	14.26603	33.93565	74.21679
1	0.5	0.5	12.11083	44.02389	77.48958
1	0.5	0.7	11.13751	43.84124	75.92543
1	0.5	1.0	10.03353	43.65190	74.43403
1	1.0	1.0	16.33557	44.98064	88.13819
1	1.0	1.5	16.33557	44.98064	88.13819
2	0	0	16.47905	45.17584	88.35280
2	0.2	0.2	15.74565	39.84109	79.60690
2	0.2	0.5	14.71063	35.12361	75.16184
2	0.5	0.5	13.26263	44.43079	79.63680
2	0.5	0.7	12.40717	44.25767	77.99331
2	0.5	1.0	11.38309	44.06478	76.30910
2	1.0	1.0	16.47905	45.17584	88.35280
2	1.0	1.5	16.47905	45.17584	88.35280

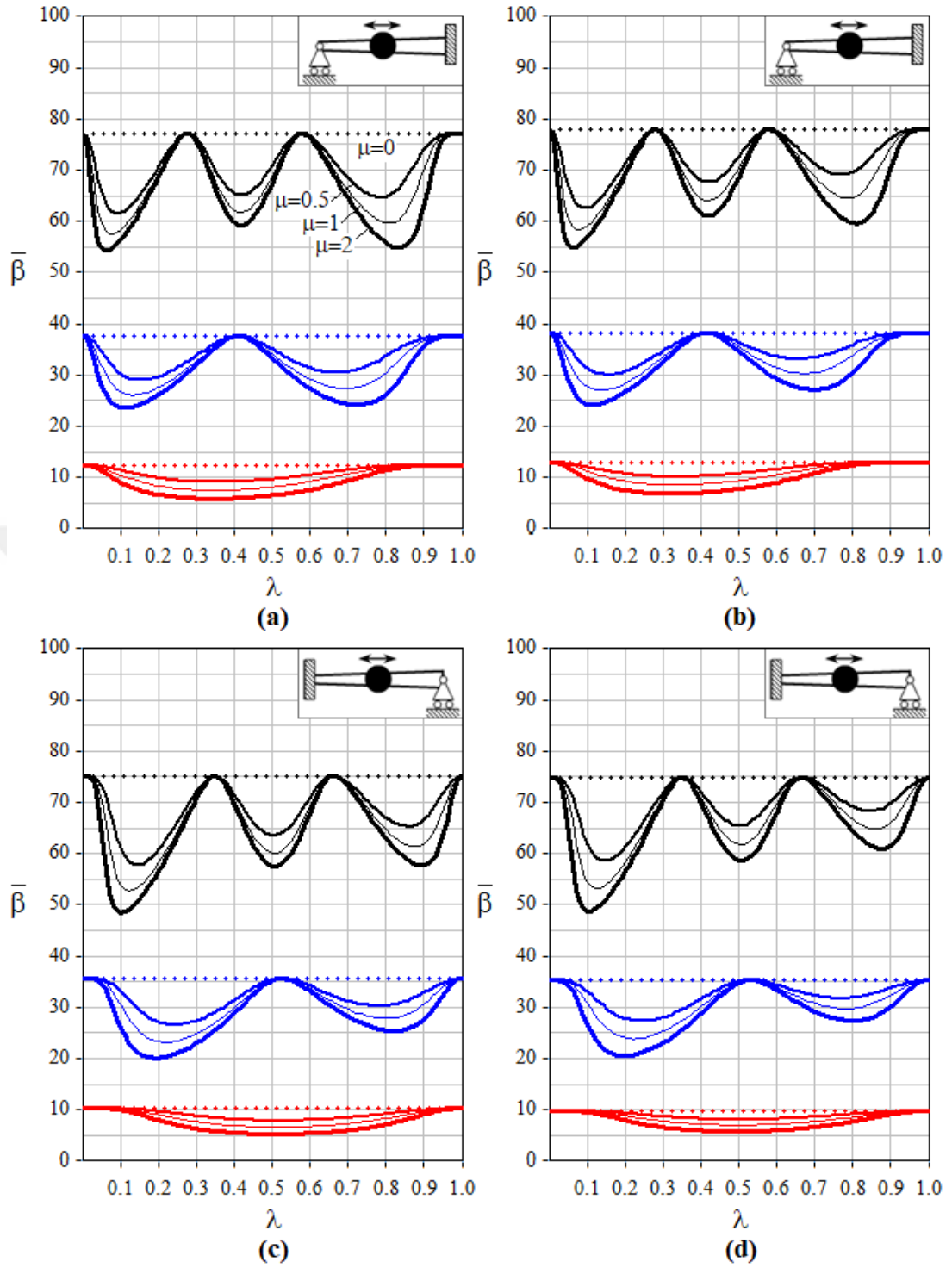
3.2.3.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Üzerinde $\mu =0.5$ noktasal kütle taşıyan gömülü – mafsallı kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.44a'da, $n=2$ hali için Şekil 3.44b'de, kalın ucu mafsallı – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.44c'de ve $n=2$ hali için Şekil 3.44d'de verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görölmektedir.



Şekil 3.44 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha = 1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Gömülü-mafsallı kiriş için, ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.45a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.45b’de, kalın ucu serbest – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.45c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.45d’de verilmiştir.



Şekil 3.45 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha=1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Eğriler incelendiğinde, gömülü-mafsallı kiriş için sabit üst noktanın ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 12.3001$, $\bar{\beta}_2 = 37.5274$, $\bar{\beta}_3 = 77.1215$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 12.8505$, $\bar{\beta}_2 = 38.1988$, $\bar{\beta}_3 = 77.8512$ ve ince ucu gömülü – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 10.1833$, $\bar{\beta}_2 = 35.5240$, $\bar{\beta}_3 = 75.1004$, $n=2$ için

$\bar{\beta}_1 = 9.6496$, $\bar{\beta}_2 = 35.2121$, $\bar{\beta}_3 = 74.8369$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekans değerlerine karşılık geldiği görülmektedir.

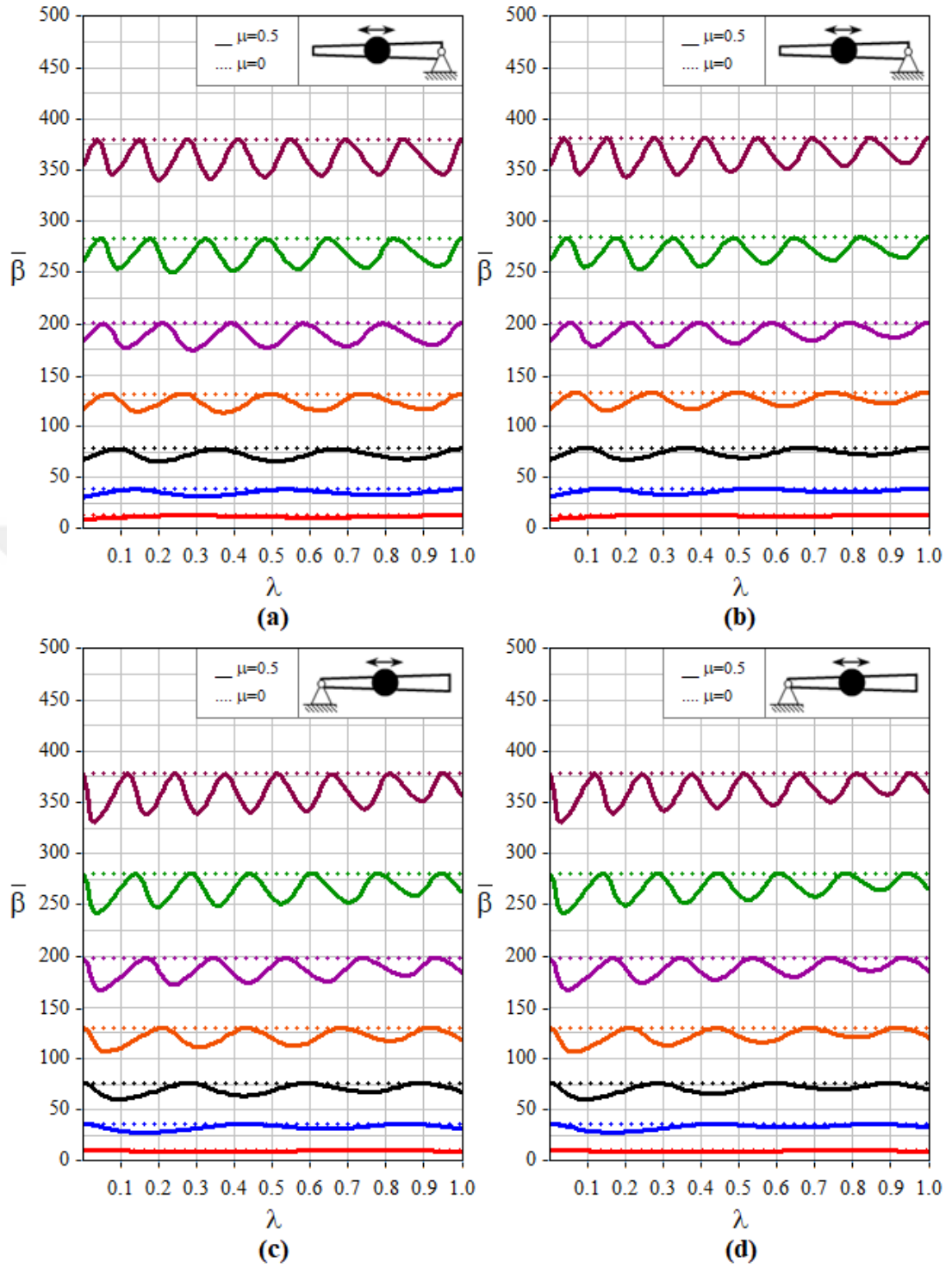
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, bir noktasal kütle taşıyan gömülü – mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.24'te verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D'de sunulmuştur.

Çizelge 3.24 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\alpha=1$)			Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Gömülü Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	12.30009	37.52738	77.12151	10.18330	35.52399	75.10043
1	0.2	0.2	11.09138	32.74865	72.71673	9.91002	31.16397	65.55429
1	0.2	0.5	9.73112	29.61944	70.64137	9.51113	26.93529	60.74864
1	0.5	0.5	9.54222	34.86144	70.99954	7.75966	35.33055	63.48029
1	0.5	0.7	8.85124	34.36995	70.02605	7.17735	35.28778	61.72214
1	0.5	1.0	8.04494	33.86872	69.08072	6.50583	35.24090	60.02108
1	1.0	1.0	12.30009	37.52738	77.12151	10.18330	35.52399	75.10043
2	0	0	12.85048	38.19882	77.85124	9.64959	35.21207	74.83689
2	0.2	0.2	11.81830	33.83943	73.64482	9.44703	31.52048	66.24826
2	0.2	0.5	10.58296	30.64419	71.41407	9.14953	27.63480	61.28082
2	0.5	0.5	10.67845	36.21047	72.73004	7.95303	35.00413	65.38656
2	0.5	0.7	10.06348	35.76004	71.69904	7.48476	34.94974	63.57137
2	0.5	1.0	9.30830	35.26535	70.62146	6.91434	34.88583	61.68762
2	1.0	1.0	12.85048	38.19882	77.85124	9.64959	35.21207	74.83689

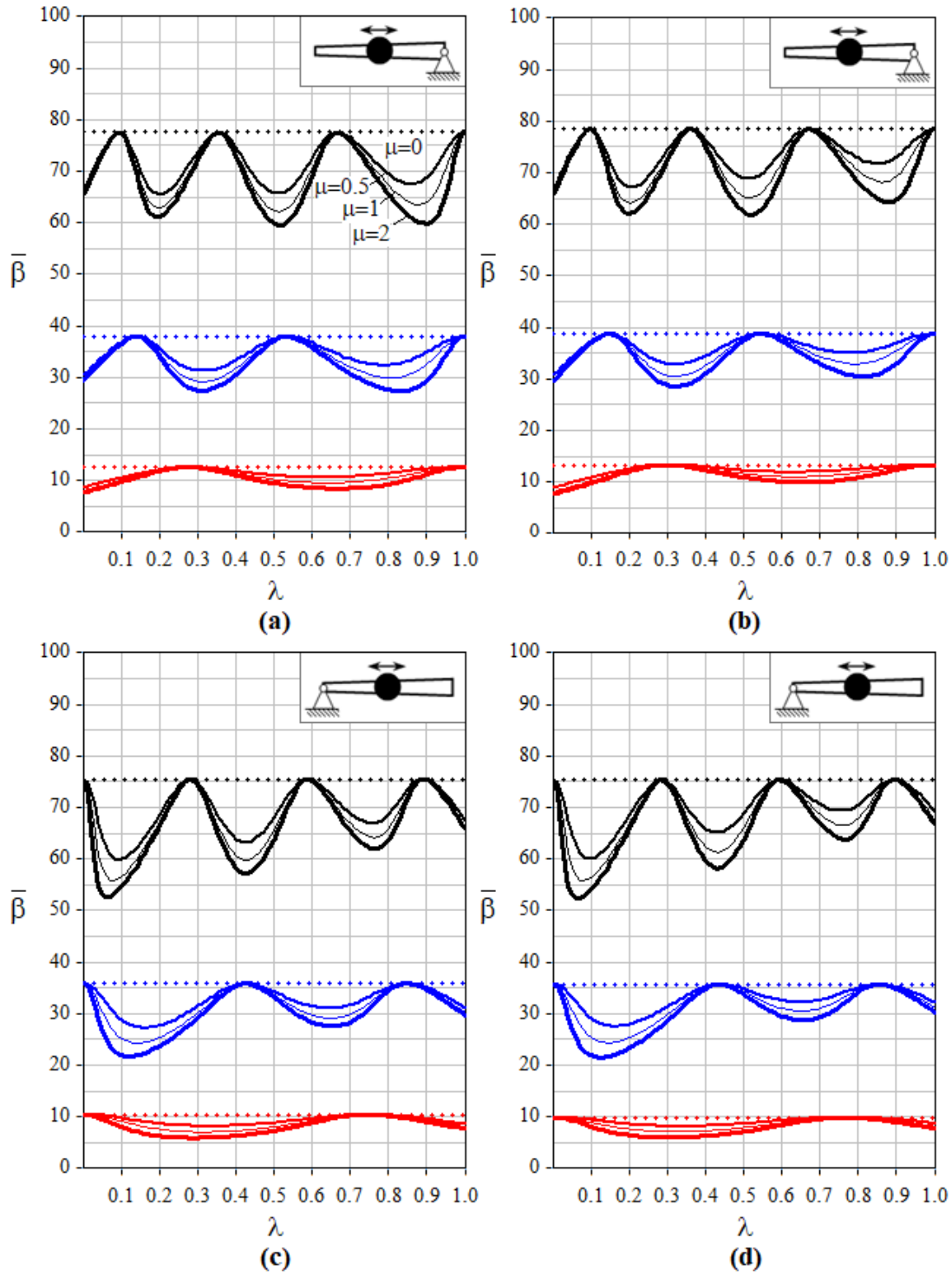
3.2.3.5 Mafsallı – Serbest kiriş

Üzerinde $\mu = 0.5$ noktasal kütle taşıyan mafsallı – serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.46a'da, $n=2$ hali için Şekil 3.46b'de, kalın ucu serbest – ince ucu mafsallı kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.46c'de ve $n=2$ hali için Şekil 3.46d'de verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.



Şekil 3.46 : Noktasal kütle taşıyan M-S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Mafsallı – serbest kiriş için, ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ hali için Şekil 3.47a’da, $n=2$ hali için Şekil 3.47b’de, kalın ucu serbest – ince ucu gömülü kirişte ise $n=1$ hali için Şekil 3.47c’de ve $n=2$ hali için Şekil 3.47d’de verilmiştir.



Şekil 3.47 : Noktasal kütle taşıyan M-S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha = 1$: a) $n=1$. b) $n=2$. c) $n=1$. d) $n=2$.

Eğriler incelendiğinde, mafsallı – serbest kiriş için sabit üst noktanın ince ucu serbest – kalın ucu mafsallı kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 12.4942$, $\bar{\beta}_2 = 37.8005$, $\bar{\beta}_3 = 77.4191$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 13.1894$, $\bar{\beta}_2 = 38.6337$, $\bar{\beta}_3 = 78.3156$ ve $\lambda=1$ 'de noktasal kütle taşıyan ince ucu mafsallı – kalın ucu serbest kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 10.2981$, $\bar{\beta}_2 = 35.7531$,

$\bar{\beta}_3 = 75.3655$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 9.7903$, $\bar{\beta}_2 = 35.5347$, $\bar{\beta}_3 = 75.2181$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekans değerlerine karşılık geldiği görülmektedir.

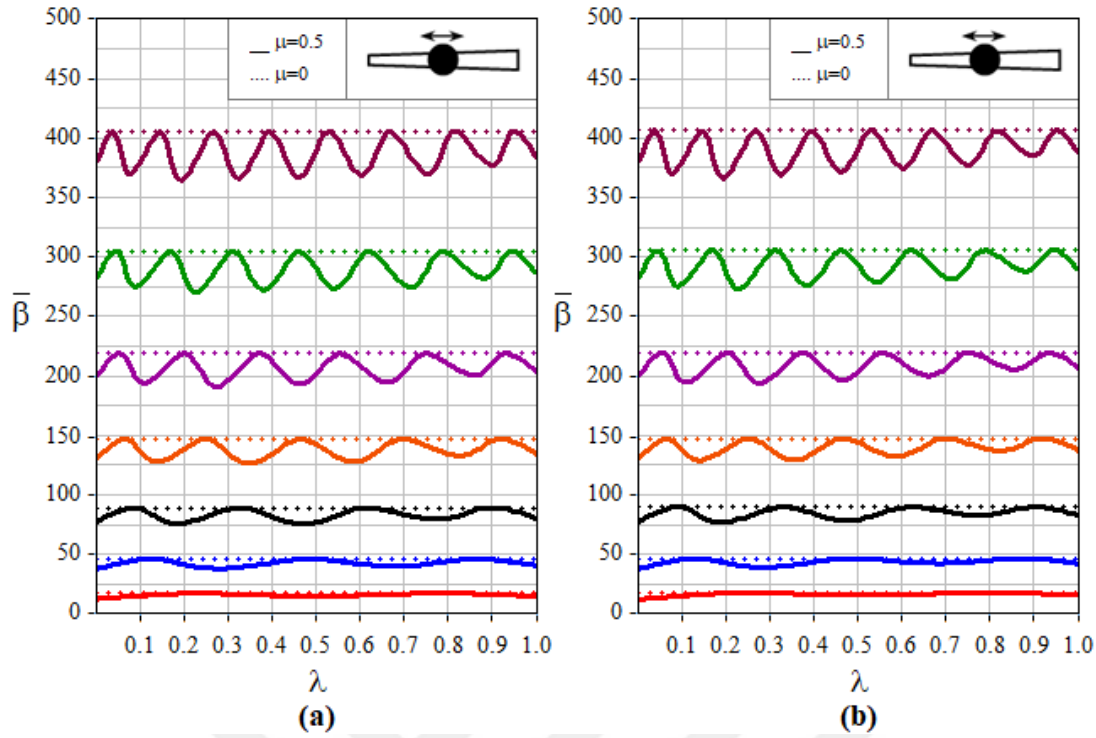
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, bir noktasal kütle taşıyan mafsallı – serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.25'te verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek D'de sunulmuştur.

Çizelge 3.25 : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Kalın (Sağ) Uç Mafsallı İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\alpha=1$)			Kalın (Sağ) Uç Serbest İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	12.49421	37.80051	77.41907	10.29810	35.75312	75.36546
1	0.2	0.2	12.24663	36.48241	69.73805	9.47390	30.93195	70.77972
1	0.2	0.5	12.04201	35.40726	65.43335	8.52230	27.63139	68.60634
1	0.5	0.5	10.84548	37.39021	65.64476	8.72120	34.10084	68.12954
1	0.5	0.7	10.48297	37.29912	63.88622	8.36056	33.77375	66.95446
1	0.5	1.0	10.08519	37.19929	62.19243	7.95818	33.43094	65.80602
1	1.0	1.0	12.49421	37.80051	77.41907	7.94362	30.12836	66.30615
1	1.0	1.5	12.49421	37.80051	77.41907	7.72167	29.78156	65.89938
2	0	0	13.18939	38.63370	78.31557	9.79027	35.53470	75.21812
2	0.2	0.2	12.82135	37.72978	71.39202	9.18351	31.18363	70.76164
2	0.2	0.5	12.49533	36.92361	66.92719	8.43319	27.80837	68.37454
2	0.5	0.5	12.07160	38.07604	68.79867	8.54557	34.56546	68.90498
2	0.5	0.7	11.78296	37.93091	67.00560	8.21477	34.33000	67.60883
2	0.5	1.0	11.44516	37.76119	65.16020	7.82137	34.06282	66.24310
2	1.0	1.0	13.18939	38.63370	78.31557	8.06303	30.95787	67.45996
2	1.0	1.5	13.18939	38.63370	78.31557	7.80495	30.46768	66.82697

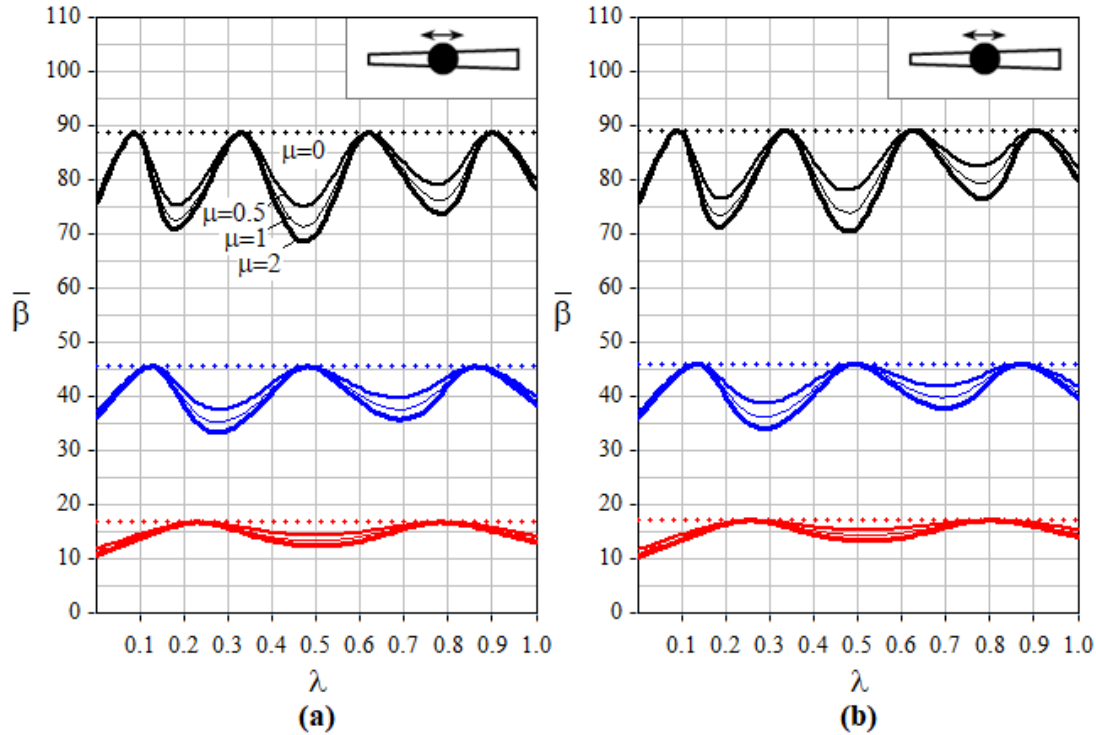
3.2.3.6 Serbest – Serbest kiriş

Üzerinde $\mu = 0.5$ noktasal kütle taşıyan iki ucu serbest kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının λ kütle konumu ile değişimi, $n=1$ için Şekil 3.48a'da ve $n=2$ için Şekil 3.48b'de verilmiştir.



Şekil 3.48 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının kütle konumu ile değişimi, $\alpha=1$: a) $n=1$. b) $n=2$.

İki ucu serbest kiriş için ilk 3 boyutsuz doğal frekansın üç farklı μ değeri için elde edilen eğrileri ile $\mu=0$ yalın kiriş eğrisinin bir arada gösterildiği grafikler, $n=1$ için Şekil 3.49a’da ve $n=2$ için Şekil 3.49b’de verilmiştir.



Şekil 3.49 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı kütle değerleri için kütle konumuyla değişimi, $\alpha =1$: a) $n=1$. b) $n=2$.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerin, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 16.7242$, $\bar{\beta}_2 = 45.5026$, $\bar{\beta}_3 = 88.7111$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 17.0793$, $\bar{\beta}_2 = 45.9630$, $\bar{\beta}_3 = 89.2139$, aynı $\alpha=1$ değerine sahip yalın kiriş ($\mu=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir üst değerden geçtiği görülmektedir. Basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların burada da geçerli olduğu görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=1$ için, noktasal kütle taşıyan iki ucu serbest kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , μ , λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.26’da verilmiş, kapsamlı bir tablo Ek D’de sunulmuştur.

Çizelge 3.26 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	μ	Serbest – Serbest Kiriş ($\alpha=1$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	16.72416	45.50260	88.71107
1	0.2	0.2	16.63565	42.87921	80.15529
1	0.2	0.5	16.56135	40.85783	75.86459
1	0.5	0.5	14.33906	45.31350	76.41370
2	0	0	17.07933	45.96298	89.21388
2	0.2	0.2	16.87868	44.01029	81.29542
2	0.2	0.5	16.69901	42.33948	76.68901
2	0.5	0.5	15.29984	45.94134	78.78911

3.3 Yay ile Desteklenen Kiriş Özdeğer ve Özfonksiyonları

Bu bölümde, bir yay ile desteklenmiş kirişin mühendislik uygulamalarında en çok karşılaşılan gömülü–serbest (konsol), mafsallı–mafsallı (basit mesnetli), gömülü–gömülü, gömülü–mafsallı sınır koşulları altındaki boyutsuz doğal frekansları ve kip fonksiyonları incelenmiştir. Farklı sınır koşulları altında bir yay ile desteklenen kiriş özdeğer ve özfonksiyonları, Bölüm 2.3’te özetlenen çözüm ışığında, Çizelge 2.1’de verilen ilgili sınır koşulları ve bunlara ek olarak Denklem (2.39-42)’deki geçiş koşulları Denklem (2.22)’deki çözüme dayatılarak, karakteristik matrisin kurulmasından sonra gerekli tüm hesapların bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilmesi şeklinde elde edilmiştir. Nihai denklem, α kesit değişim ölçüsü, η boyutsuz yay katsayısı ve λ boyutsuz konumuna bağlı olduğundan buradan hesaplanacak özfrekans ve özfonksiyonlar da bu üç parametreye bağlı olarak değişecektir.

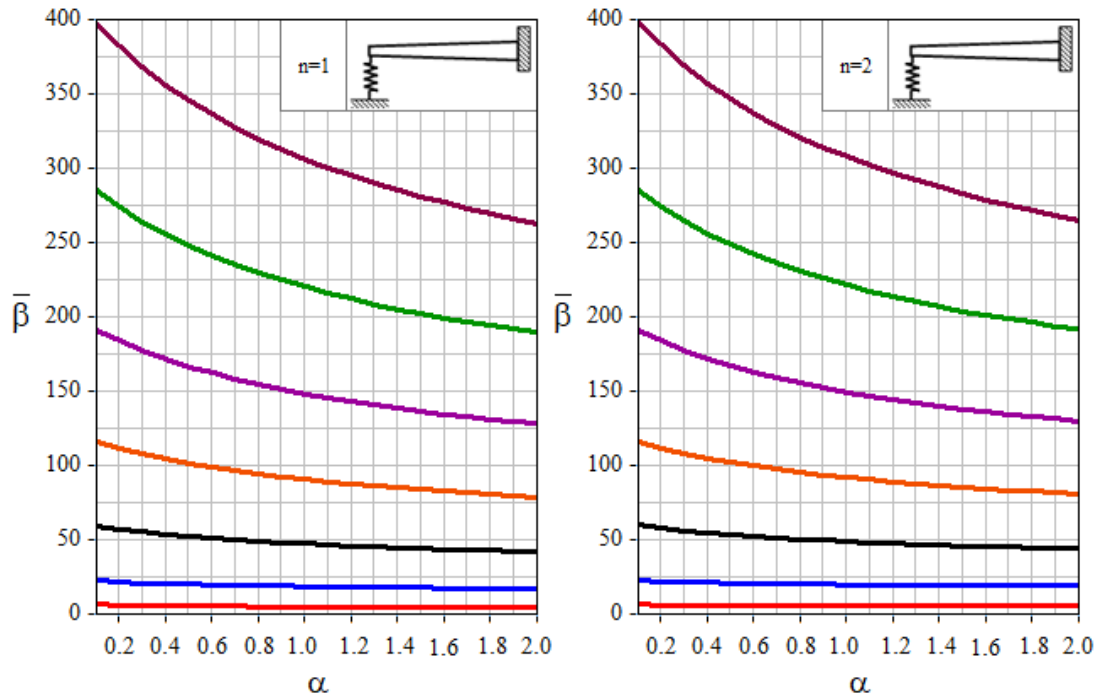
Bu bölüm boyunca, boyutsuz yay katsayısı denildiğinde, ince uca referansla üretilmiş η yay katsayısı anlaşılmalıdır. Verilen tüm sonuçlar, bu η değerine göre verilmiştir. İstenirse, ince uca referansla elde edilen η yerine Denklem 2.55’te verilen bağıntı yardımıyla kalın uca referansla elde edilen $\bar{\eta}$ geçirilebilir.

3.3.1 Kesit değişim ölçüsünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi

Kesit değişim ölçüsünün çeşitli sınır koşulları altında lineer bir yay ile desteklenmiş kiriş boyutsuz doğal frekansları ve kip biçimleri üzerine etkisi bu bölümde ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için yay büyüklüğü ve yay konumu sabitlenerek, α kesit değişim ölçüsünün boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir. Kesit değişim ölçüsünün, $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip yay ile desteklenen kiriş kip fonksiyonları üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=1$, $\alpha=1.5$ ve $\alpha=2$ değerleri için kip fonksiyonları aynı grafik üzerinde oluşturulmuştur.

3.3.1.1 Gömülü – Serbest kiriş

Serbest ucundan, $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip lineer bir yay ile desteklenmiş konsol kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α ölçüsüyle değişimi, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ ve $n=2$ halleri için Şekil 3.50’de verilmiştir.



Şekil 3.50 : Bir yay ile desteklenmiş G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0$, $\eta=10$.

Frekans eğrileri incelendiğinde, yay ilavesinin, fark edilir bir etkisi olmamakla birlikte, tüm frekansları yalın kiriş frekanslarından bir miktar yukarı çektiği belirlenmiştir.

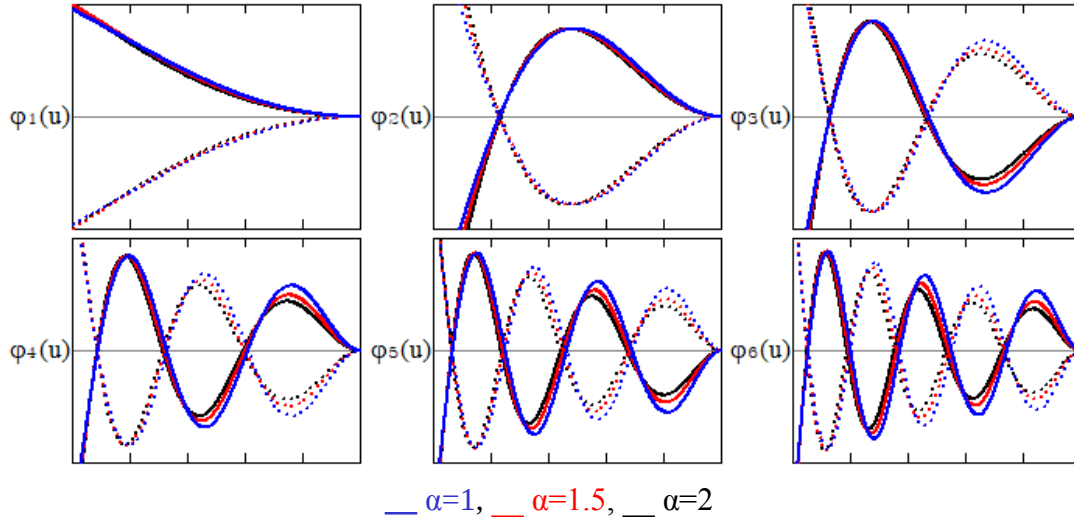
Serbest ucundan yay ile desteklenmiş konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.27’de verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.27 : Bir yay ile desteklenmiş G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü İnce Ucu Serbest Kiriş ($\eta=10 - \lambda=0$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	6.17999	21.56856	57.38585
1	0.5	5.45937	20.12016	52.53187
1	1.0	4.85764	18.62391	47.38897
1	1.5	4.59179	17.69878	44.11433
1	2.0	4.47236	17.07062	41.82725
2	0.2	6.24554	21.90814	57.74231
2	0.5	5.68652	20.84857	53.31207
2	1.0	5.40898	19.82146	48.69717
2	1.5	5.45040	19.24540	45.82180
2	2.0	5.59492	18.89862	43.85761

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.51’de serbest ucundan ($\lambda=0$), $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş ince ucu serbest – kalın ucu gömülü sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir.

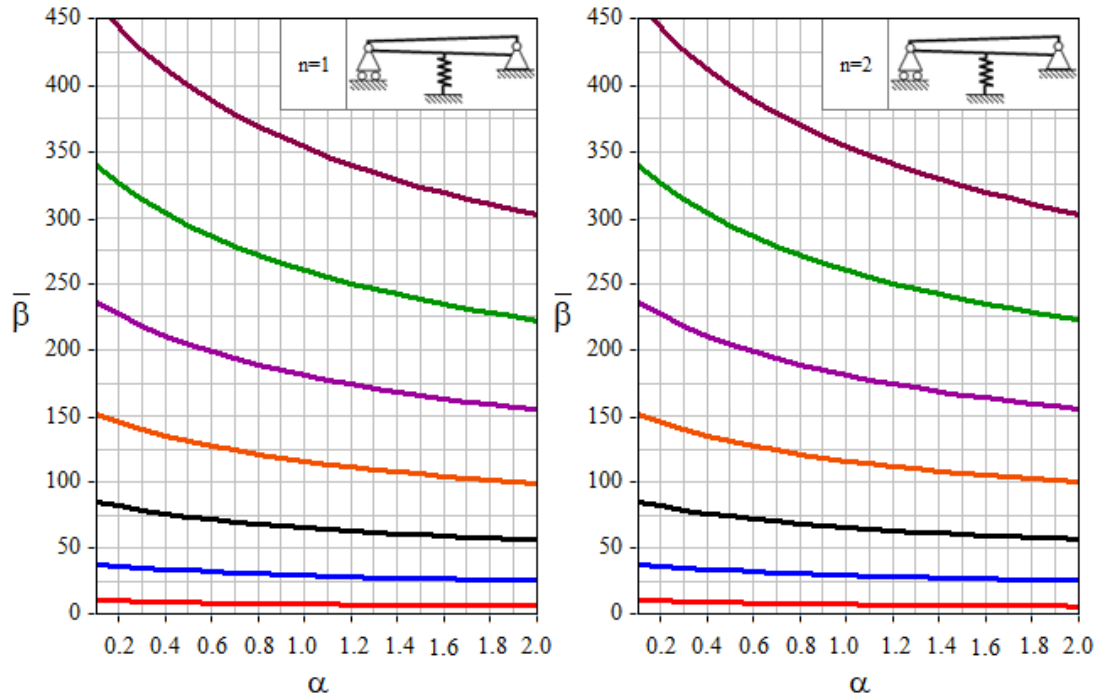
Grafikler incelendiğinde, Bölüm 3.1.1 ve Bölüm 3.2.1’de yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu, α kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin, kirişin noktasal kütle ya da yay gibi bir süreksizlik içerip içermemesinden bağımsız olarak her durumda benzer olduğu görülmüştür.



Şekil 3.51 : Bir yay ile desteklenmiş G-S kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0$.

3.3.1.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Orta noktasında ($\lambda=0.5$ konumunda), $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş basit mesnetli kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α kesit değişim ölçüsüyle değişimi Şekil 3.52’de verilmiştir.



Şekil 3.52 : Bir yay ile desteklenen M-M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$.

Şekiller incelendiğinde, kiriş orta noktasında bulunan yayın, konsol kirişte olduğu gibi, fark edilir bir etkisi olmamakla birlikte, tüm frekansları yalın kiriş

frekanslarından bir miktar yukarı çektiği belirlenmiştir. Yay ilavesinin bu belli belirsiz etkisinin, Şekil 3.5'teki kip biçimlerinden de anlaşılacağı üzere orta nokta yakınında düğüm noktası içeren çift sıralı kiplerde neredeyse tamamen ortadan kalktığı anlaşılmaktadır.

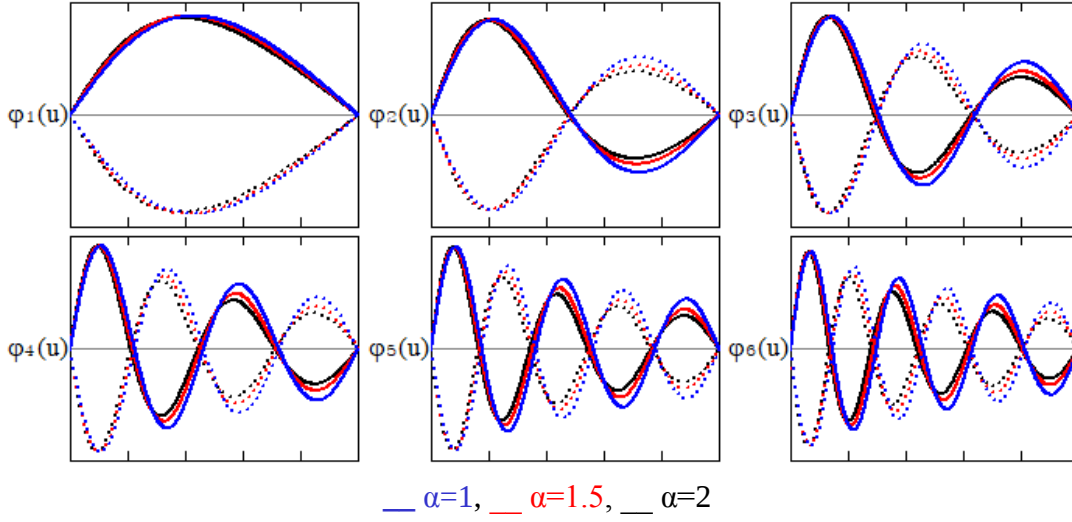
Orta noktasından bir yay ile desteklenmiş basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.28'de verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek E'de sunulmuştur.

Çizelge 3.28 : Bir yay ile desteklenmiş M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Kiriş ($\eta=10 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.2	9.69498	36.13071	81.35592
1	0.5	8.53972	32.64169	73.42378
1	1.0	7.34994	28.95310	65.00149
1	1.5	6.60463	26.60144	59.60930
1	2.0	6.08519	24.95159	55.81455
2	0.2	9.62220	36.14441	81.37086
2	0.5	8.39428	32.70288	73.51193
2	1.0	7.11363	29.11065	65.24319
2	1.5	6.29146	26.85205	59.99873
2	2.0	5.70429	25.28621	56.33611

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, orta noktasından ($\lambda=0.5$), $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş iki ucu mafsallı sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.53'te verilmiştir.

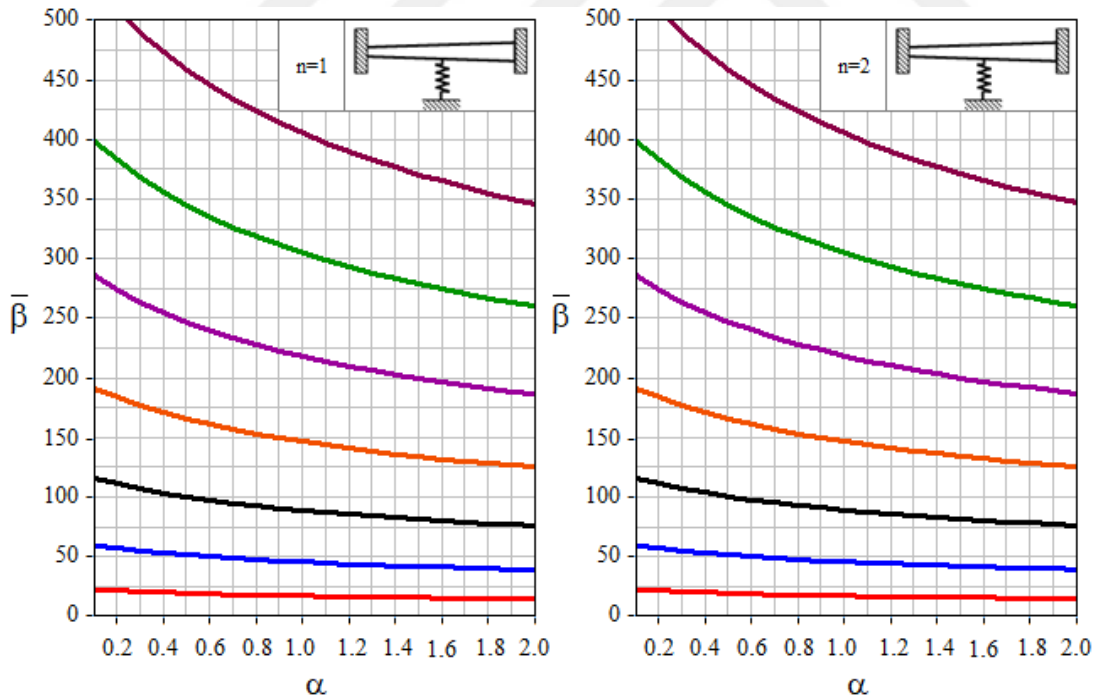
Grafikler incelendiğinde, Bölüm 3.1.1 ve Bölüm 3.2.1'de yapılan yorumların, yine, tümüyle geçerli olduğu, α kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisinin, kirişin noktasal kütle ya da yay gibi bir süreksizlik içerip içermemesinden bağımsız olarak her durumda benzer olduğu görülmüştür. Kesit değişim ölçüsü α arttıkça, burada da genlikler arasındaki farkın arttığı ve düğüm noktalarının kirişin sol –ince- ucuna doğru kaydığı gözlenmiştir.



Şekil 3.53 : Bir yay ile desteklenmiş M–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$.

3.3.1.3 Gömülü – Gömülü kiriş

Orta noktasından ($\lambda=0.5$ konumundan), $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş iki ucu gömülü kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α kesit değişim ölçüsüyle değişimi, $n=1$ ve $n=2$ durumları için Şekil 3.54’te verilmiştir.



Şekil 3.54 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$.

Basit mesnetli kirişteki benzer bir yaklaşımla, Şekil 3.7’de verilen kip biçimleri incelendiğinde, gömülü-gömülü kirişin çift sıralı kiplerinin de orta nokta yakınında

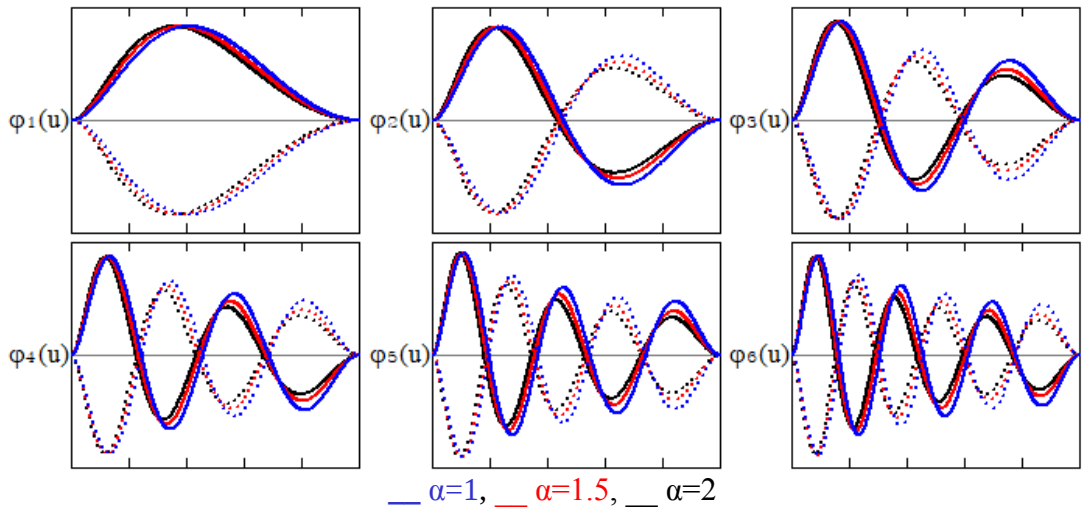
bir düğüm noktası içerdiği görülmektedir. Böylece, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların burada da tümüyle geçerli olduğu anlaşılmaktadır.

Orta noktasından bir yay ile desteklenmiş iki ucu gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.29’da verilmiş, tüm frekansları içeren geniş bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.29 : Bir yay ile desteklenmiş G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\eta=10 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.5	18.70710	50.89663	99.78823
1	1.0	16.45794	44.98481	88.15283
1	1.5	15.03265	41.16970	80.64206
1	2.0	14.03512	38.46805	75.32155
2	0.5	18.71516	50.97189	99.86492
2	1.0	16.56001	45.17859	88.36255
2	1.5	15.22983	41.47884	80.98169
2	2.0	14.31707	38.88219	75.77932

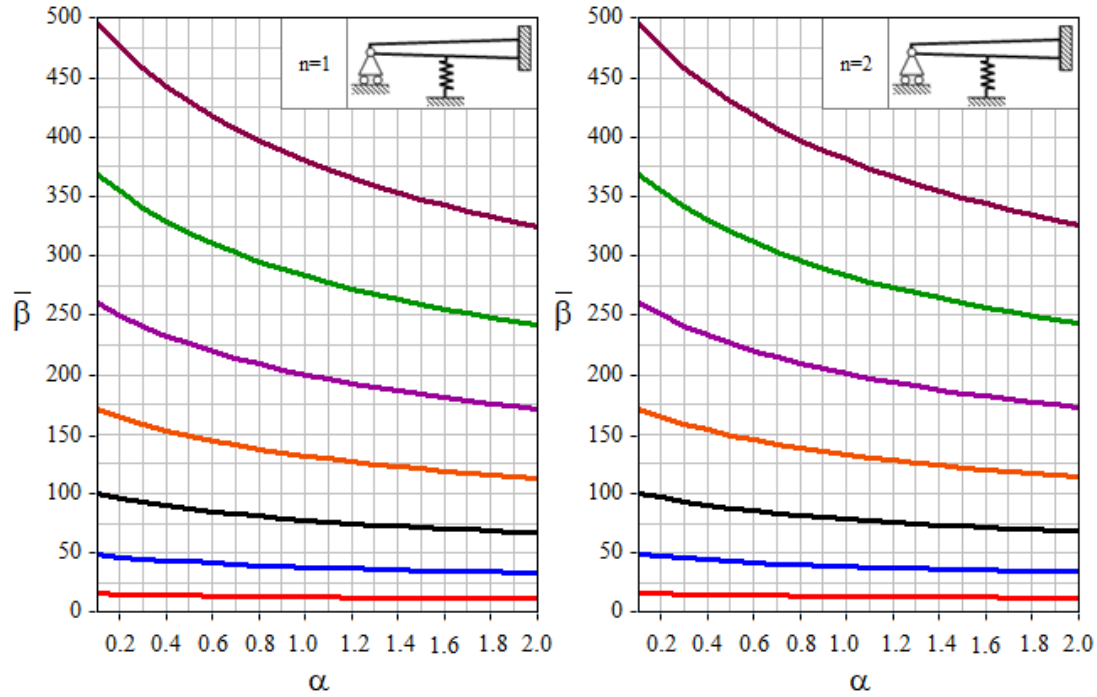
Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, bir yay ile desteklenmiş, iki ucu gömülü kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri Şekil 3.55’te verilmiştir. Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir.



Şekil 3.55 : Bir yay ile desteklenen G–G kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$.

3.3.1.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Orta noktasından ($\lambda=0.5$), $\eta=10$ yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş gömülü – mafsallı kirişin ilk 7 boyutsuz doğal frekansının α ölçüsüyle değişimi, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ ve $n=2$ için Şekil 3.56’da verilmiştir. Frekans eğrileri incelendiğinde, kiriş orta noktasındaki yay ilavesinin tüm frekansları yukarı çeken etkisinin belli belirsiz olduğu görülmektedir.



Şekil 3.56 : Bir yay ile desteklenmiş G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının α ölçüsüyle değişimi, $\lambda=0.5$, $\eta=10$.

Orta noktasından bir yay ile desteklenen gömülü – mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ için bir dizi α kesit değişim parametresine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.30’da verilmiş, geniş bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

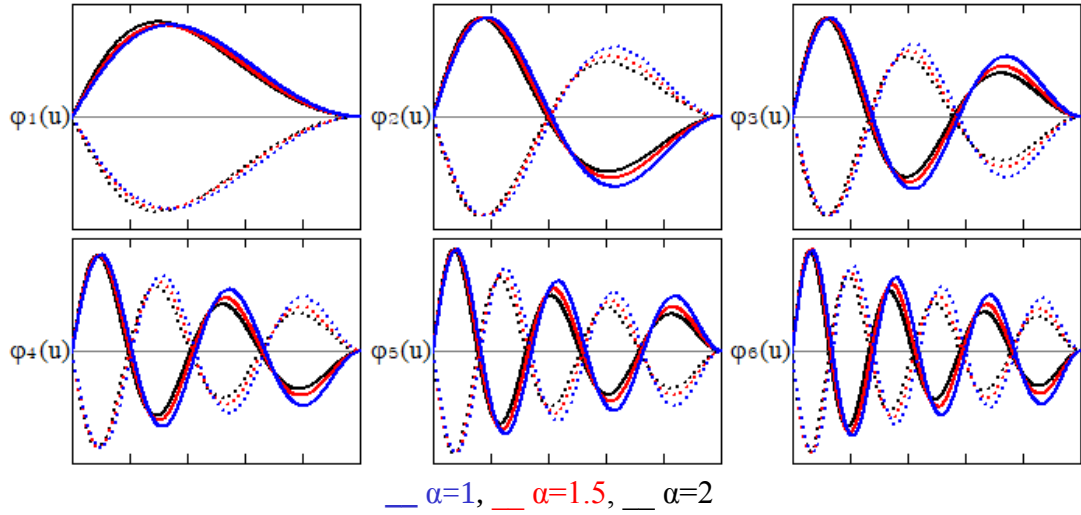
Çizelge 3.30 : Bir yay ile desteklenmiş G-M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü İnce Ucu Mafsallı Kiriş ($\eta=10 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0.5	13.68989	41.95550	86.75351
1	1.0	12.43014	37.54436	77.13174
1	1.5	11.62997	34.70095	70.93464
1	2.0	11.06621	32.69005	66.55371

Çizelge 3.30 (devam) : Bir yay ile desteklenmiş G-M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü İnce Ucu Mafsallı Kiriş ($\eta=10 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
2	0.5	13.99360	42.35026	87.17167
2	1.0	12.93550	38.20921	77.85821
2	1.5	12.27382	35.56514	71.89663
2	2.0	11.81198	33.70971	67.70372

Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, Şekil 3.57’de orta noktasında ($\lambda=0.5$), $\eta=10$ boyutsuz yay katsayısına sahip bir yay ile desteklenmiş ince ucu mafsallı - kalın ucu gömülü sınır koşullarına sahip kirişte $n=2$ için ilk 6 özfonksiyonunun üç farklı α kesit değişim ölçüsü için grafikleri verilmiştir.



Şekil 3.57 : Bir yay ile desteklenen G–M kiriş kip biçimlerinin üç farklı α ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\eta=10$, $\lambda=0.5$.

Şekiller incelendiğinde, basit mesnetli kiriş kip biçimleri için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmektedir. Grafikler incelendiğinde, α kesit değişim ölçüsünün frekanslar üzerindeki etkisi için Bölüm 3.1.1 ve Bölüm 3.2.1’de gömülü – mafsallı kiriş için yapılan yorumların tümüyle geçerli olduğu görülmüştür.

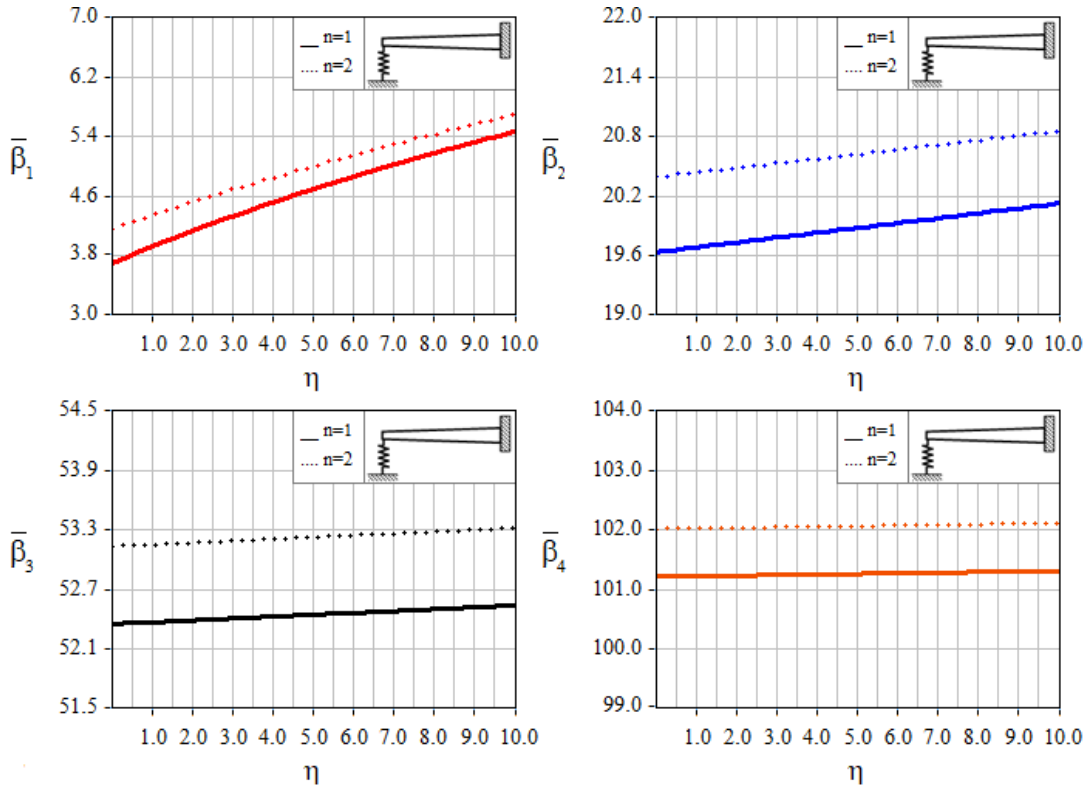
3.3.2 Yay katsayısı büyüklüğünün frekanslar ve kip biçimleri üzerine etkisi

Bu bölümde, yay katsayısının büyüklüğünün çeşitli sınır koşulları altındaki lineer bir yay ile desteklenmiş kiriş boyutsuz doğal frekansları üzerine etkisi ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için kesit değişim ölçüsü ve yay konumu sabitlenerek η boyutsuz yay katsayısının büyüklüğünün boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir

dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir. Yay katsayısının büyüklüğünün kiriş kip fonksiyonları üzerindeki etkisini görebilmek için, $\eta=0$ (yalın kiriş), $\eta=10$ ve $\eta=20$ değerleri için kip fonksiyonları aynı grafik üzerinde oluşturulmuştur.

3.3.2.1 Gömülü – Serbest kiriş

Serbest ucundan ($\lambda=0$), lineer bir yay ile desteklenmiş, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, η yay büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için aynı grafik üzerinde Şekil 3.58’de gösterilmiştir.



Şekil 3.58 : Bir yay ile desteklenmiş G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0$, $\alpha=0.5$.

Yay ilavesinin frekanslar üzerindeki etkisi düşük olduğundan, yay katsayısının büyüklüğünün frekanslar üzerindeki etkisinin anlaşılabilmesi için her frekans eğrisi belli bir ölçekte yakınlştırılarak sunulmuştur.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için serbest ucundan bir yay ile desteklenmiş konsol kiriş frekans eğrilerinin η yay büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin beklendiği gibi, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 3.6887$, $\bar{\beta}_2 = 19.6281$, $\bar{\beta}_3 = 52.3446$, $\bar{\beta}_4 = 101.2032$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 4.1458$, $\bar{\beta}_2 = 20.3872$, $\bar{\beta}_3 = 53.1294$, $\bar{\beta}_4 = 102.0071$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal

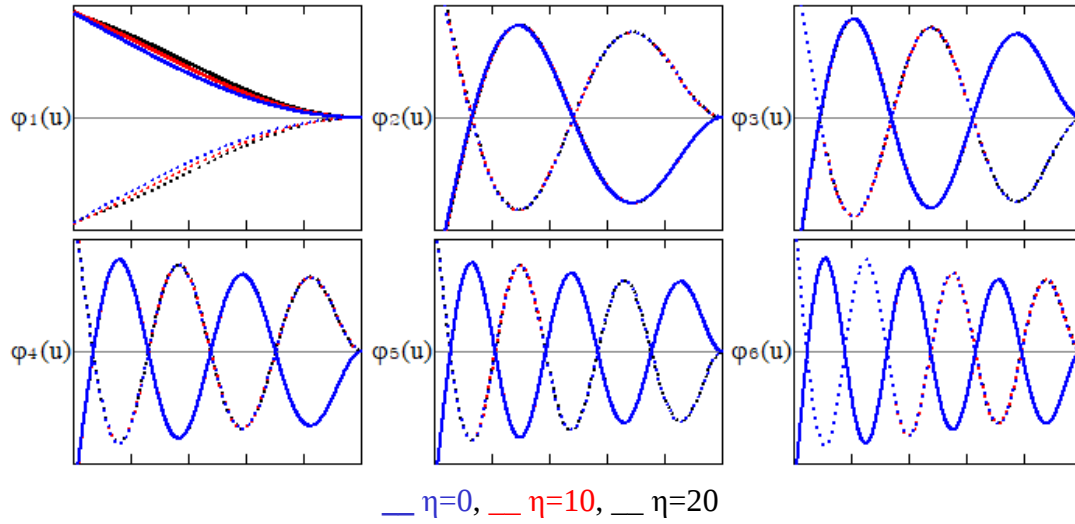
frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Frekanslar, η arttıkça, ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 13.4273$, $\bar{\beta}_2 = 41.9311$, $\bar{\beta}_3 = 86.7273$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 13.7859$, $\bar{\beta}_2 = 42.3319$, $\bar{\beta}_3 = 87.1506$, aynı $\alpha=0.5$ değerine sahip gömülü – mafsallı yalın kiriş frekans değerlerine yakınsamaktadır.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, serbest ucundan yay ile desteklenmiş konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi η yay büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.31’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.31 : Bir yay ile desteklenmiş G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Kalın Ucu Gömülü İnce Ucu Serbest Kiriş ($\alpha=0.5 - \lambda=0$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	3.68869	19.62810	52.34456
1	5	4.68624	19.87177	52.43783
1	7	5.01583	19.97060	52.47536
1	10	5.45937	20.12016	52.53187
2	0	4.14584	20.38722	53.12940
2	5	4.99812	20.61615	53.22039
2	7	5.28913	20.70873	53.25698
2	10	5.68652	20.84857	53.31207

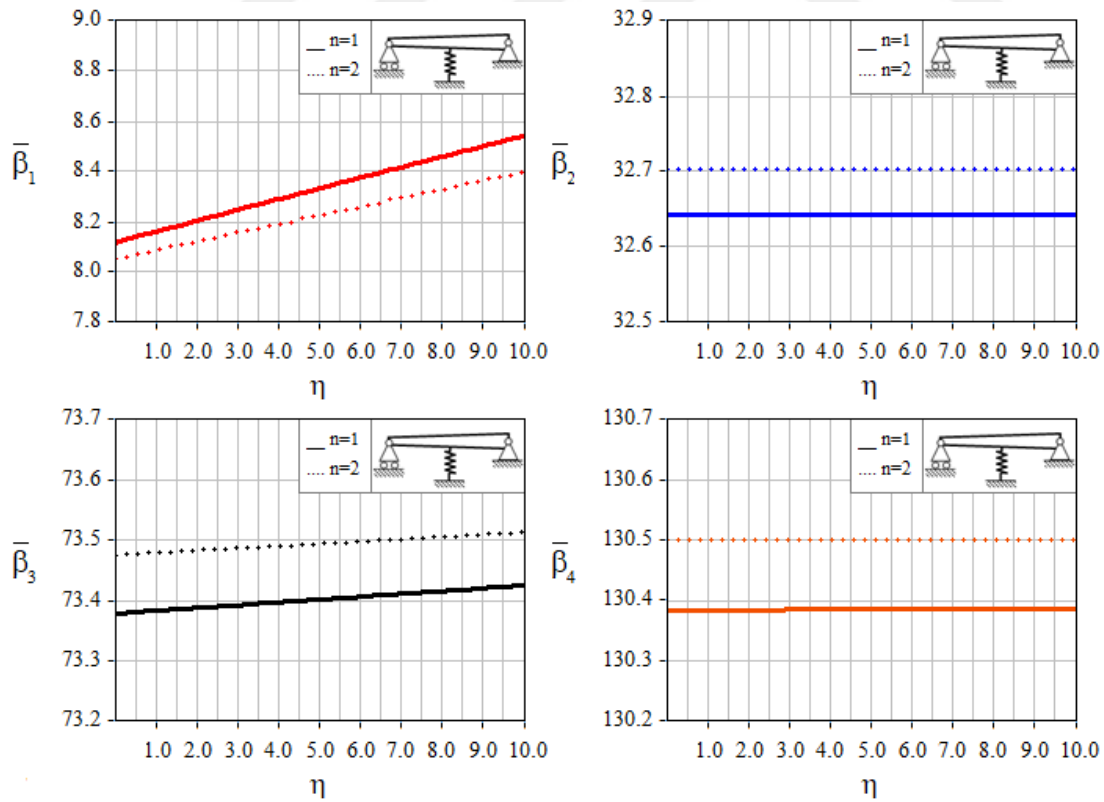
Kesit değişim ölçüsünün özfonksiyonlar üzerindeki etkisini görebilmek için, $\alpha=0.5$ kesit değişim ölçüsüne sahip kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kirişin $n=2$ durumunda, $\eta=0$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ için aynı grafik üzerinde oluşturulmuş kip fonksiyonları Şekil 3.59’da verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, frekanslar üzerinde belli belirsiz bir etkiye sahip olan yay ilavesinin, yay katsayısının büyüklüğü arttıkça, temel frekansın kip fonksiyonu dışındaki kip biçimleri üzerinde dikkat çeken bir etki yaratmadığı ve özfonksiyonların bu yay büyüklüğünden hemen hemen hiç etkilenmediği görülmüştür.



Şekil 3.59 : Bir yay ilde desteklenmiş G–S kiriş kip biçimlerinin üç farklı η ölçüsü ile değişimi, $n=2$, $\alpha=0.5$, $\lambda=0$.

3.3.2.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Orta noktasından ($\lambda=0.5$), lineer bir yay ile desteklenmiş basit mesnetli kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, η boyutsuz yay katsayısının büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için aynı grafik üzerinde Şekil 3.60'ta gösterilmiştir.



Şekil 3.60 : Bir yay ile desteklenmiş M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için orta noktasından bir yay ile desteklenmiş basit mesnetli kiriş frekans eğrilerinin η yay büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin beklendiği gibi, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 8.1145$, $\bar{\beta}_2 = 32.6408$, $\bar{\beta}_3 = 73.3773$, $\bar{\beta}_4 = 130.3830$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 8.0494$, $\bar{\beta}_2 = 32.7026$, $\bar{\beta}_3 = 73.4745$, $\bar{\beta}_4 = 130.4982$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir.

Eğrilerin, Bölüm 3.2.1 ve Bölüm 3.2.2’de de belirtildiği gibi orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerinde, özellikle düşük frekanslarda, η büyüklüğünün frekansları arttırıcı etkisinin belli belirsiz olduğu görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, orta noktasından yay ile desteklenmiş basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi η yay katsayısının büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.32’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

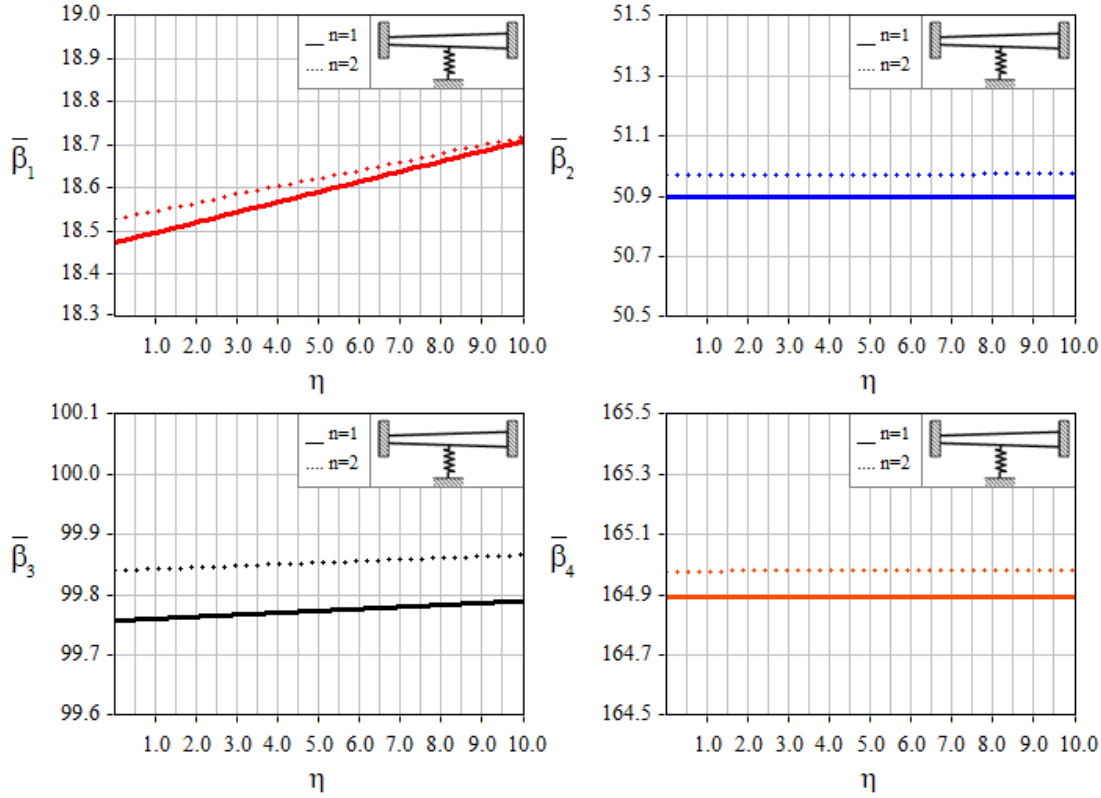
Çizelge 3.32 : Bir yay ile desteklenmiş M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Basit Mesnetli Kiriş ($\alpha=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	8.11453	32.64084	73.37733
1	5	8.33001	32.64126	73.40055
1	7	8.41456	32.64143	73.40984
1	10	8.53972	32.64169	73.42378
2	0	8.04938	32.70263	73.47450
2	5	8.22375	32.70276	73.49321
2	7	8.29241	32.70281	73.50070
2	10	8.39428	32.70288	73.51193

Frekanslar üzerinde belli belirsiz bir etkiye sahip olan yay ilavesinin, yay katsayısının büyüklüğü arttıkça kip biçimleri üzerinde dikkat çeken bir etki yaratmadığı ve konsol kiriş kip biçimlerinden de görüldüğü üzere, $\eta=0$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ değerlerinin tamamında özfonksiyonlar hemen hemen aynı olduğu için burada kip biçimleri ayrıca verilmemiştir.

3.3.2.3 Gömülü – Gömülü kiriş

Orta noktasından ($\lambda=0.5$), lineer bir yay ile desteklenmiş iki ucu gömülü kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, η yay katsayısının büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için aynı grafik üzerinde Şekil 3.61’de gösterilmiştir.



Şekil 3.61 : Bir yay ile desteklenmiş G–G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için orta noktasından bir yay ile desteklenmiş gömülü-gömülü kiriş frekans eğrilerinin, η yay büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin beklendiği gibi, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 18.4700$, $\bar{\beta}_2 = 50.8938$, $\bar{\beta}_3 = 99.7558$, $\bar{\beta}_4 = 164.8889$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 18.5258$, $\bar{\beta}_2 = 50.9696$, $\bar{\beta}_3 = 99.8390$, $\bar{\beta}_4 = 164.9763$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir. Eğrilerin, Bölüm 3.2.1 ve Bölüm 3.2.2’de de belirtildiği gibi orta nokta yakınında bir düğüm noktası bulunan çift sıralı kiplerinde, özellikle düşük frekanslarda, η büyüklüğünün frekansları arttırıcı etkisinin belli belirsiz olduğu görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, orta noktasından yay ile desteklenmiş iki ucu gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi η

yay katsayısının büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.33'te verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E'de sunulmuştur.

Çizelge 3.33 : Bir yay ile desteklenmiş G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

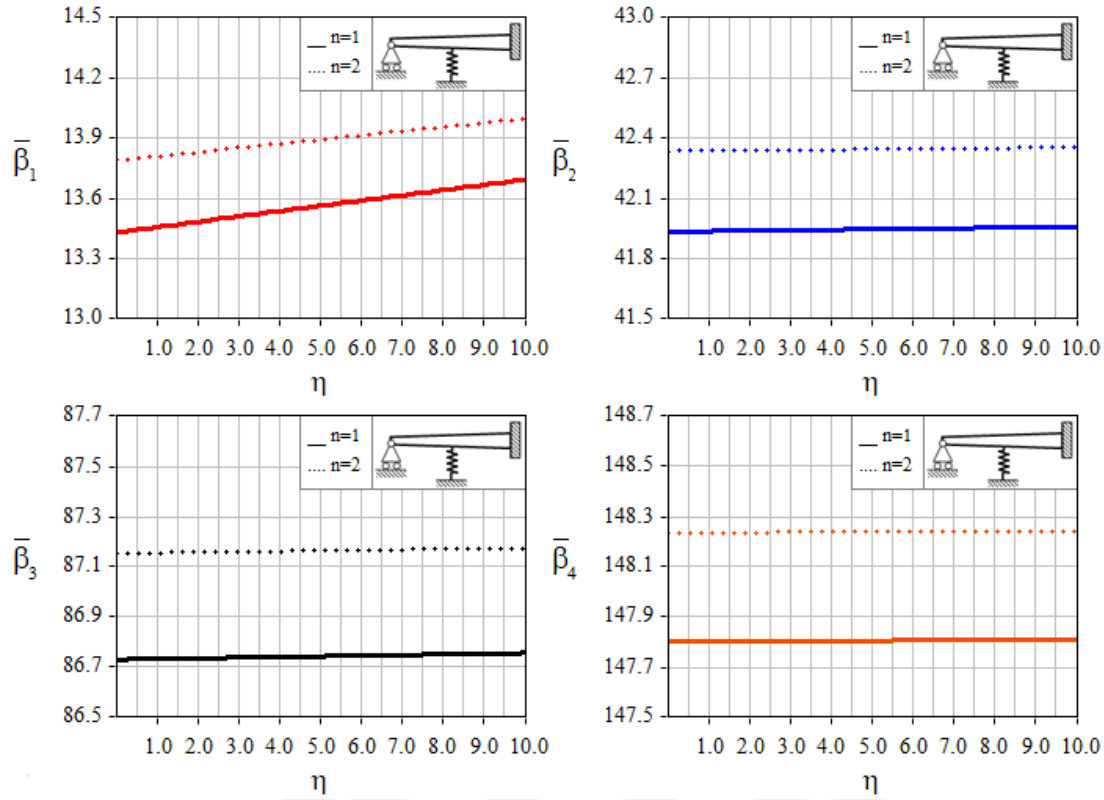
n	η	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\alpha=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	18.46995	50.89378	99.75581
1	3	18.54147	50.89463	99.76553
1	5	18.58897	50.89520	99.77201
1	7	18.63633	50.89577	99.77850
1	10	18.70710	50.89663	99.78823
2	0	18.52577	50.96962	99.83899
2	3	18.58282	50.97030	99.84677
2	5	18.62074	50.97075	99.85195
2	7	18.65858	50.97121	99.85714
2	10	18.71516	50.97189	99.86492

Basit mesnetli kirişte olduğu gibi, burada da $\eta=0$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ değerlerinin tamamında özfonksiyonlar hemen hemen aynı olduğu için kip biçimleri ayrıca verilmemiştir.

3.3.2.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Orta noktasından ($\lambda=0.5$), lineer bir yay ile desteklenmiş, ince ucu mafsallı – kalın ucu gömülü kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, η yay katsayısının büyüklüğü ile değişimi $n=1$ ve $n=2$ halleri için aynı grafik üzerinde Şekil 3.62'de gösterilmiştir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için orta noktasından bir yay ile desteklenmiş gömülü-mafsallı kiriş frekans eğrilerinin, η yay büyüklüğüne göre değişim eğrileri incelendiğinde, eğrilerin olması gerektiği gibi, $n=1$ için $\bar{\beta}_1 = 13.4273$, $\bar{\beta}_2 = 41.9311$, $\bar{\beta}_3 = 86.7273$, $\bar{\beta}_4 = 147.7975$, $n=2$ için $\bar{\beta}_1 = 13.7859$, $\bar{\beta}_2 = 42.3319$, $\bar{\beta}_3 = 87.1506$, $\bar{\beta}_4 = 148.2324$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen değerlerle başladığı görülmektedir.



Şekil 3.62 : Bir yay ile desteklenmiş G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının bu yay büyüklüğü ile değişimi, $\lambda=0.5$, $\alpha=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, orta noktasından yay ile desteklenmiş kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, $n=1$ ve $n=2$ durumları için bir dizi η yay katsayısının büyüklüğüne karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.34’te verilmiş, kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.34 : Bir yay ile desteklenmiş G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Kalın Ucu Gömülü İnce Ucu Mafsallı Kiriş ($\alpha=0.5 - \lambda=0.5$)		
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	13.42735	41.93112	86.72733
1	5	13.55940	41.94329	86.74041
1	7	13.61178	41.94817	86.74565
1	10	13.68989	41.95550	86.75351
2	0	13.78589	42.33191	87.15056
2	5	13.89022	42.34107	87.16111
2	7	13.93169	42.34475	87.16533
2	10	13.99360	42.35026	87.17167

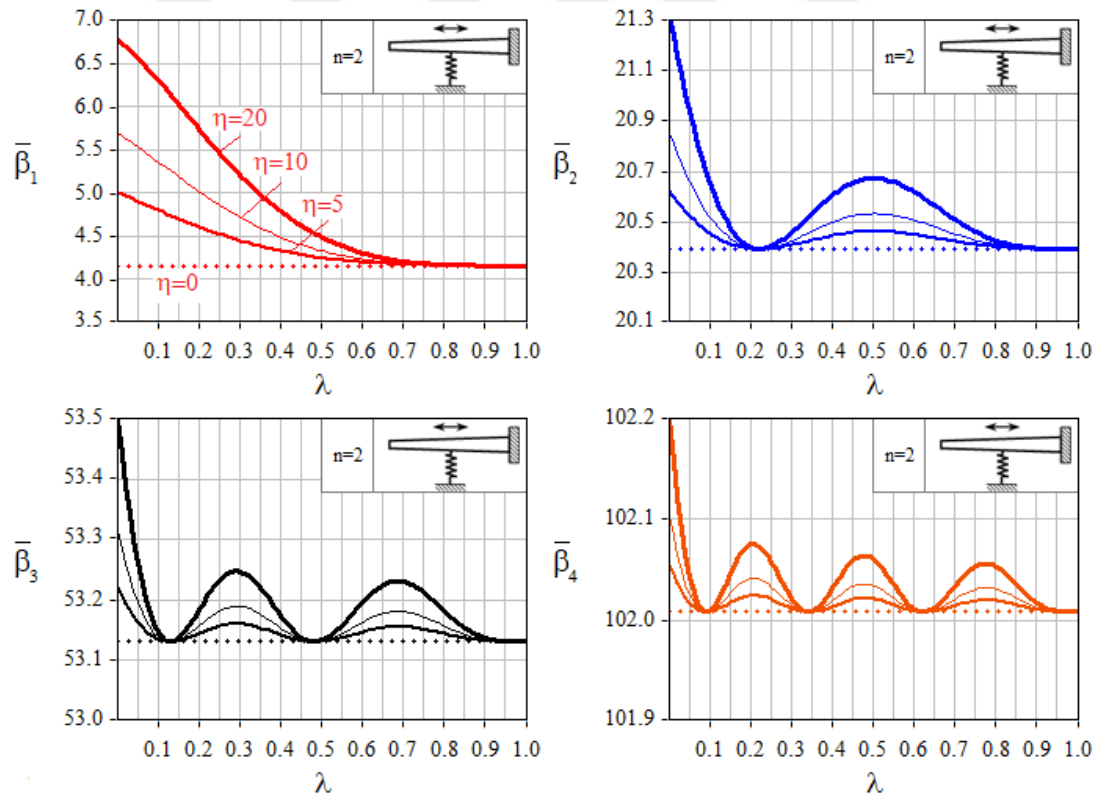
Burada da, basit mesnetli kirişte olduğu gibi, $\eta=0$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ değerlerinin tamamında özfonksiyonlar hemen hemen aynı olduğu için kip biçimleri ayrıca verilmemiştir.

3.3.3 Yay konumunun frekanslar üzerine etkisi

Bu bölümde, yay konumunun çeşitli sınır koşulları altındaki kiriş boyutsuz doğal frekansları üzerine etkisi ele alınmıştır. Her bir sınır koşulu için, kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ değerinde sabitlenerek, $\eta=0$, $\eta=5$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ için λ yay konumunun boyutsuz doğal frekanslar üzerine etkisi incelenmiş, bir dizi sayısal değer tablolar halinde verilmiştir.

3.3.3.1 Gömülü – Serbest kiriş

Lineer bir yay ile desteklenmiş konsol kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, $\eta=0$, $\eta=5$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ için λ yay konumu ile değişimi, $\alpha=0.5$ kesit değişim ölçüsüne sahip ince ucu serbest – kalın ucu gömülü kirişte $n=2$ hali için Şekil 3.63'te verilmiştir.



Şekil 3.63 : Bir yay ile desteklenen G–S kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha=0.5$.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerinin olması gerektiği gibi, kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kirişte, $n=2$ durumu için, $\bar{\beta}_1 = 4.1458$, $\bar{\beta}_2 = 20.3872$, $\bar{\beta}_3 = 53.1294$, $\bar{\beta}_4 = 102.0071$, aynı $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir alt değer ile değişken bir üst değer arasında dalgalandığı görülmektedir. Eğriler incelendiğinde, ilgili kipin düğüm noktalarından birine ya da kirişin gömülü ucuna isabet eden yayın o kipe ait doğal frekansı etkilemediği ve yalın kiriş frekansına eşit bir minimumdan geçtiği anlaşılmaktadır.

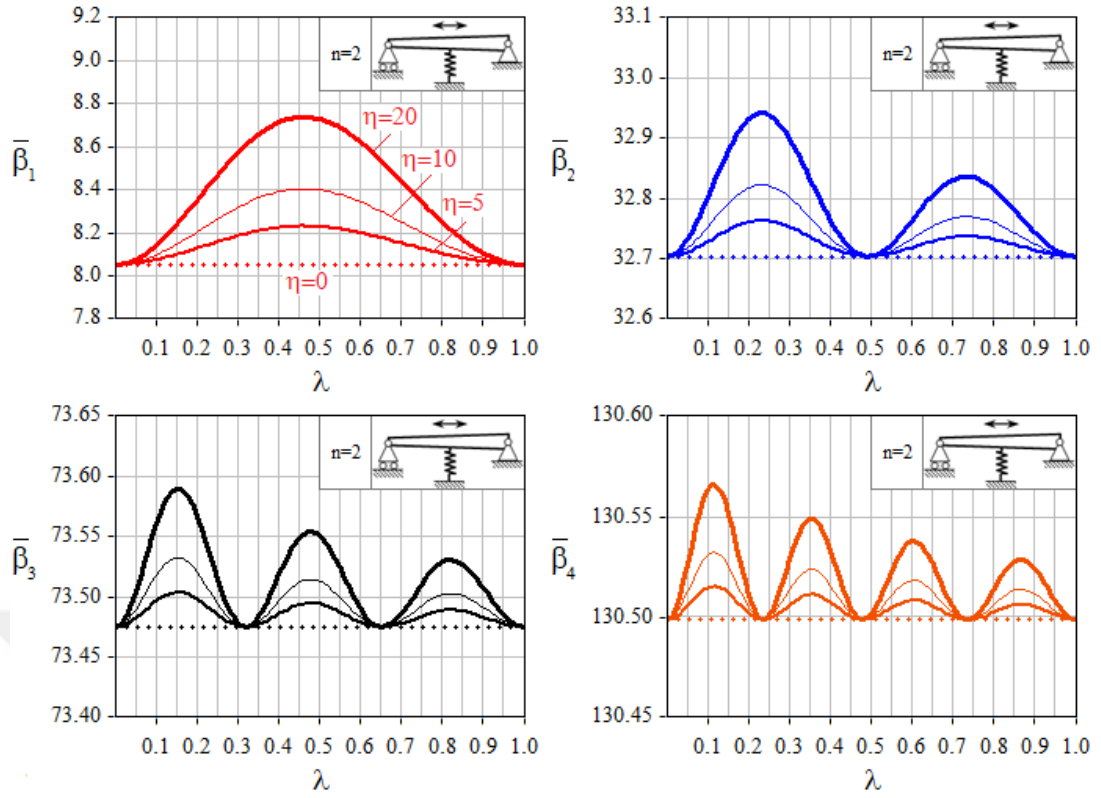
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, lineer bir yay ile desteklenen konsol kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , η ve λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.35’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.35 : Bir yay ile desteklenen G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	η	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Serbest Kiriş ($\alpha=0.5$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	3.68869	19.62810	52.34456
1	0.5	5	3.79801	19.72046	52.34553
1	0.5	10	3.90216	19.81270	52.34651
1	1.0	10	3.68869	19.62810	52.34456
2	0	0	4.14584	20.38722	53.12940
2	0.5	5	4.23160	20.45772	53.12994
2	0.5	10	4.31440	20.52817	53.13048
2	1.0	10	4.14584	20.38722	53.12940

3.3.3.2 Mafsallı – Mafsallı kiriş

Lineer bir yay ile desteklenmiş, $\alpha=0.5$ kesit değişim ölçüsüne sahip basit mesnetli kirişin $n=2$ hali için ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, $\eta=0$, $\eta=5$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ için λ yay konumu ile değişimi Şekil 3.64’te verilmiştir. Frekans eğrilerinin $n=2$ durumunda olması gerektiği gibi, $\bar{\beta}_1 = 8.0494$, $\bar{\beta}_2 = 32.7026$, $\bar{\beta}_3 = 73.4745$, $\bar{\beta}_4 = 130.4982$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir alt değer ile değişken bir üst değer arasında dalgalandığı görülmektedir.



Şekil 3.64 : Bir yay ile desteklenen M–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha=0.5$.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, lineer bir yay ile desteklenen basit mesnetli kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , η ve λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.36’da verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

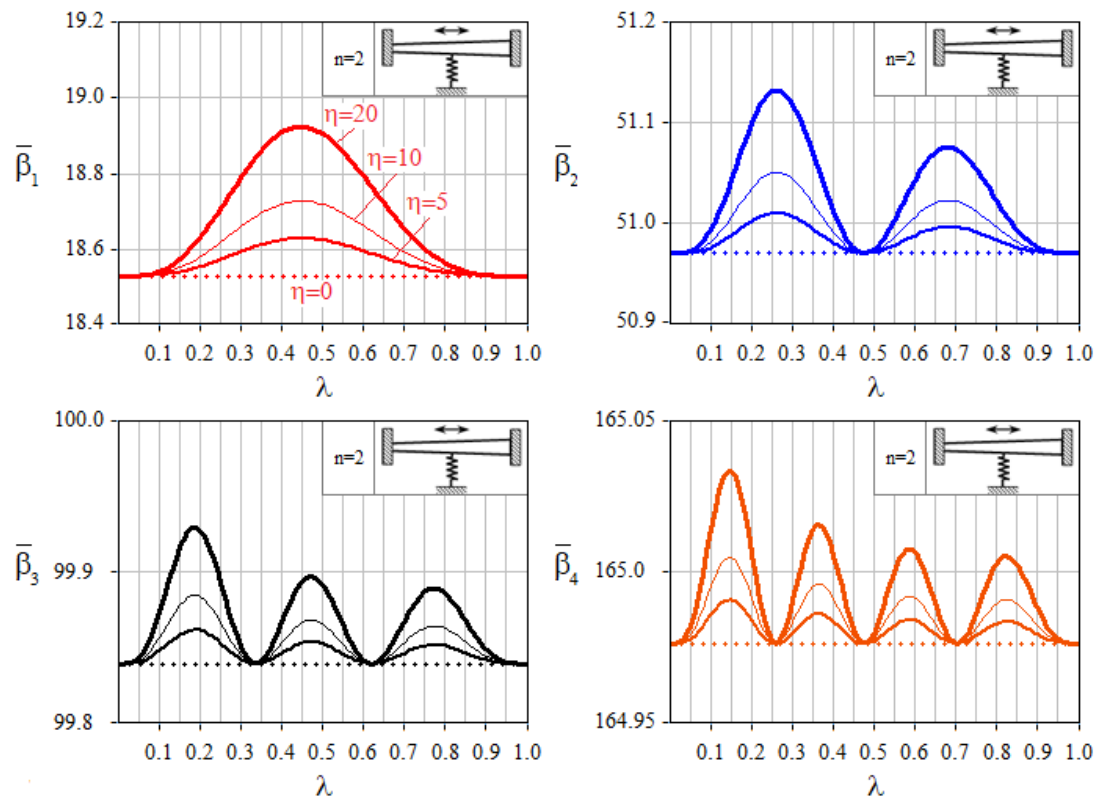
Çizelge 3.36 : Bir yay ile desteklenen M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	η	Basit Mesnetli Kiriş ($\alpha=0.5$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	8.11453	32.64084	73.37733
1	0.5	5	8.33001	32.64126	73.40055
1	0.5	10	8.53972	32.64169	73.42378
1	1.0	10	8.11453	32.64084	73.37733
2	0	0	8.04938	32.70263	73.47450
2	0.5	5	8.22375	32.70276	73.49321
2	0.5	10	8.39428	32.70288	73.51193
2	1.0	10	8.04938	32.70263	73.47450

3.3.3.3 Gömülü – Gömülü kiriş

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ olan gömülü - gömülü kirişin $n=2$ özel halinde, $\eta=0$, $\eta=5$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ yay katsayılarına sahip lineer bir yay ile desteklenmesi durumunda ilk 4 boyutsuz doğal frekansının bu yay konumu ile değişimi Şekil 3.65’te verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerinin $n=2$ durumunda olması gerektiği gibi, $\bar{\beta}_1 = 18.5258$, $\bar{\beta}_2 = 50.9696$, $\bar{\beta}_3 = 99.8390$, $\bar{\beta}_4 = 164.9763$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir alt değer ile değişken bir üst değer arasında dalgalandığı görülmektedir.



Şekil 3.65 : Bir yay ile desteklenen G-G kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha =0.5$.

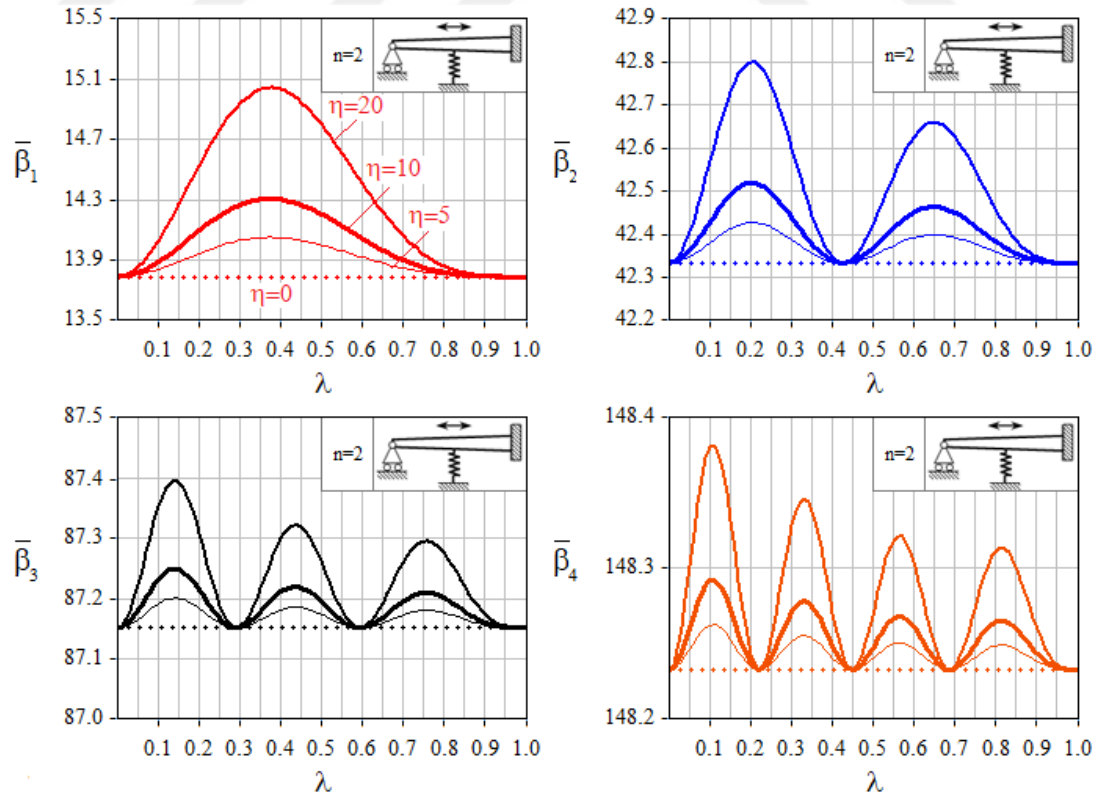
Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için, lineer bir yay ile desteklenen gömülü-gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , η ve λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.37’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.37 : Bir yay ile desteklenen G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	η	Gömülü – Gömülü Kiriş ($\alpha=0.5$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	18.46995	50.89378	99.75581
1	0.5	5	18.58897	50.89520	99.77201
1	0.5	10	18.70710	50.89663	99.78823
1	1.0	10	18.46995	50.89378	99.75581
2	0	0	18.52577	50.96962	99.83899
2	0.5	5	18.62074	50.97075	99.85195
2	0.5	10	18.71516	50.97189	99.86492
2	1.0	10	18.52577	50.96962	99.83899

3.3.3.4 Gömülü – Mafsallı kiriş

Lineer bir yay ile desteklenmiş gömülü – mafsallı kirişin ilk 4 boyutsuz doğal frekansının, $\eta=0$, $\eta=5$, $\eta=10$ ve $\eta=20$ için λ yay konumu ile değişimi, $\alpha=0.5$ kesit değişim ölçüsüne sahip kalın ucu gömülü – ince ucu mafsallı kirişte $n=2$ hali için Şekil 3.66’da verilmiştir.



Şekil 3.66 : Bir yay ile desteklenen G–M kiriş boyutsuz doğal frekanslarının farklı yay büyüklükleri için yay konumuyla değişimi, $\alpha=0.5$.

Şekiller incelendiğinde, frekans eğrilerinin $n=2$ durumunda olması gerektiği gibi, $\bar{\beta}_1 = 13.7859$, $\bar{\beta}_2 = 42.3319$, $\bar{\beta}_3 = 87.1506$, $\bar{\beta}_4 = 148.2324$, $\alpha=0.5$ değerine sahip yalın kiriş ($\eta=0$) boyutsuz doğal frekanslarına karşılık gelen sabit bir alt değer ile değişken bir üst değer arasında dalgalandığı görülmektedir.

Kesit değişim ölçüsü $\alpha=0.5$ için lineer bir yay ile desteklenen gömülü-gömülü kirişte ilk 3 boyutsuz doğal frekansın, n , η ve λ parametrelerinin farklı bileşimlerine karşılık gelen sayısal değerleri Çizelge 3.38’de verilmiş, tüm frekansları içeren kapsamlı bir tablo Ek E’de sunulmuştur.

Çizelge 3.38 : Bir yay ile desteklenen G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	η	Kalın (Sağ) Uç Gömülü İnce (Sol) Uç Mafsallı Kiriş ($\alpha= 0.5$)		
			$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$
1	0	0	13.42735	41.93112	86.72733
1	0.5	5	13.55940	41.94329	86.74041
1	0.5	10	13.68989	41.95550	86.75351
1	1.0	10	13.42735	41.93112	86.72733
2	0	0	13.78589	42.33191	87.15056
2	0.5	5	13.89022	42.34107	87.16111
2	0.5	10	13.99360	42.35026	87.17167
2	1.0	10	13.78589	42.33191	87.15056

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan değişken kesitli kirişlerin titreşim problemleri üzerine incelemeler gerçekleştirilmiştir. Çeşitli sınır koşulları altındaki yalın, üzerinde bir noktasal kütle taşıyan ve bir yay ile desteklenmiş değişken kesitli kirişlerin kalın uç kesit değerlerine referansla boyutsuzlaştırılmış boyutsuz doğal frekanslarının ve kip biçimlerinin α , μ , η , λ ve n parametreleriyle değişimi, Denklem (2.22)'nin kesin çözümüne dayalı olarak incelenmiş, parametrelerin etkileri grafikler yardımıyla görselleştirilmiş ve α , μ , η , λ , n parametrelerinin farklı bileşimleri için elde edilen sonuçlar tablolar halinde sunulmuştur.

Arzu edilmesi halinde, Bölüm 2.4'te verilen Denklem 2.51 aracılığıyla, burada verilen boyutsuz frekans değerlerinden ince uç kesit değerlerine referansla boyutsuzlaştırılmış boyutsuz frekans değerlerine de geçilebilir.

Yapılan incelemeler sonucunda ulaşılan başlıca sonuçlar aşağıda listelenmiştir.

- Doğrusal kesit değişimine sahip kirişlerde, eni sabit yüksekliği doğrusal olarak değişen ($n=1$) ve eni ve yüksekliği aynı oranda değişen ($n=2$) özel hallerinin her ikisinde de α kesit değişim ölçüsünün artması, kalın ucu gömülü – ince ucu serbest kiriş temel frekansı dışındaki tüm boyutsuz doğal frekansları düşürücü bir etki göstermiştir.
- Kiriş üzerine ilave edilen noktasal kütle, bir düğüm noktasına denk geldiği kipe ait frekansı etkilemediği, bunun dışına ise μ noktasal kütle büyüklüğüyle artan bir etkiyle doğal frekansları yalın kiriş doğal frekanslarından bir miktar aşağı çeken bir etkisinin olduğu gözlenmiştir.
- Kirişi destekleyen bir lineer yayın, kiriş tarafından taşınan noktasal kütlede olduğu gibi, düğüm noktalarına denk geldiği kiplere ait frekansları etkilemediği, bunun dışındaki etkisinin ise doğal frekansları yalın kiriş doğal frekanslarından çok az bir miktar yukarı çekmek şeklinde olduğu gözlenmiştir.

- Doğrusal kesit değişimine sahip kirişlerde, özfonksiyonların kirişin kalın tarafından ince tarafına doğru gittikçe artan genlikte şekiller oluşturduğu ve α kesit değişim ölçüsü küçüldükçe kip fonksiyonları sabit kesitli kiriş kip fonksiyonlarına yakınsarken, α kesit değişim ölçüsü arttıkça iki uç arasındaki genlik farklarının arttığı gözlenmiştir.

Bu tezin kapsamı dışında bırakılmış fakat yapılan çalışmaları geliştirmek için ileride yapılabilecek çalışmalar aşağıda belirtilmiştir:

- Sınırlarda ve bir ara noktada kütle ve kütleli eylemsizlik momentine sahip birer rijit cisim ile lineer yay ve dönmeye karşı koyan bir burulma yayının hep birlikte yer aldığı daha genel bir modelin incelenmesi.
- Birden fazla ara noktada tekillikler barındıran modellerin incelenmesi
- Bir ya da daha çok noktada kesit değişim ölçüsünde sıçramalar barındıran modellerin incelenmesi.
- Euler-Bernoulli kirişi için verilen kesin çözümün bir benzerinin Timoshenko kirişi için elde edilmeye çalışılması.
- Mevcut kesin çözümden değişken kesitli hareketli kiriş problemlerinde yararlanma olanaklarının araştırılması.

KAYNAKLAR

- [1] **Rao, J.S.** (1965). The fundamental flexural vibration of a cantilever beam of rectangular cross section with uniform taper, *The Aeronautical Quarterly*, 16, 139–144. doi: 10.1017/S000192590000336X.
- [2] **Thomas, J., & Dokumaci, E.** (1973). Improved Finite Elements for Vibration Analysis of Tapered Beams. *Aeronautical Quarterly*, 24, 39-46. doi:10.1017/S0001925900006405
- [3] **Gupta, A.K.** (1985). Vibrations of tapered beams. *Journal of Structural Society Engineering*, 111, 19–36. doi: 10.1061/0733-9445(1985)111:1(19)
- [4] **Zhou, D., Cheung, Y.K.** (2000). The free vibration of a type of tapered beams. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 188, 203–216. doi:10.1016/S0045-7825(99)00148-6.
- [5] **Gaines, J.H., Volterra, E.** (1966). Transverse vibrations of cantilever bars of variable cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 39, 674–679. doi: 10.1121/1.1909940.
- [6] **Klein, L.,** (1974). Transverse vibrations of non uniform beams. *Journal of Sound and Vibration*, 37, 491–505. doi: 10.1016/S0022-460X(74)80029-5.
- [7] **Lee, J.W., Lee, J.Y.** (2016). Free vibration analysis using the transfer-matrix method on a tapered beam. *Computers and Structures*, 164, 75–82. doi: 10.1016/j.compstruc.2015.11.007.
- [8] **Mabie, H.H., Rogers, C.B.** (1972). Transverse vibrations of double-tapered cantilever beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51, 1771–1775. doi: 10.1121/1.1913028.
- [9] **Kirchhoff, G.** (1882). *Gesammelte Abhandlungen*, Sec. 18, J.A. Barth, Leipzig, Germany.
- [10] **Cranch, E.T., Adler, A.A.** (1956). Bending vibrations of variable section beams. *Journal of Applied Mechanics*, 23, 103–108. doi:10.1115/1.4011215.
- [11] **Conway, H.D., Dubil, J.F.** (1965) Vibration Frequencies of Truncated-Cone and Wedge Beams. *Journal of Applied Mechanics*, 32, 932-934. doi:10.1115/1.3627338.
- [12] **Ece, M.C., Aydoglu, M., Taskin, V.** (2007). Vibration of a variable cross-section beam. *Mechanics Research Communications*, 34(1), 78–84. doi: 10.1016/j.mechrescom.2006.06.005.
- [13] **Trapezon, A.G.** (1981) Solution of the problem of the transverse oscillations of a tapered beam, *Problemi Prochnosti*, 2, 117-120 (Rusça'dan çeviri, Plenum Publishing Corp.).

- [14] **Wang, C.Y., Wang, C.M.** (2013). Exact vibration solutions for a class of nonuniform beams. *Journal of Engineering Mechanics*, 139(7), 928-931. doi: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000535.
- [15] **Koloušek, V.** (1973). *Dynamics In Engineering Structures*, Butterworths, London.
- [16] **Datta, A.K., Sil, S.N.** (1996). An analysis of free undamped vibration of beams of varying cross-section, *Computers and Structures*, 59(3), 479-483. doi: 10.1016/0045-7949(95)60270-4
- [17] **Banerjee, J.R., Ananthapuvirajah, A.** (2019). Free flexural vibration of tapered beams, *Computers and Structures*, 224. doi:10.1016/j.compstruc.2019.106106



EKLER

EK A: Bessel Fonksiyonlarının Türevleri

EK B: Mathcad Program Örneği

EK C: Yalın Kiriş Frekans Sonuçları

EK D: Noktasal Kütle Taşıyan Kiriş Frekans Sonuçları

EK E: Yay ile Desteklenmiş Kiriş Frekans Sonuçları





EK A

$$\frac{d}{dx} J_n(x) = \frac{n \cdot J_n(x)}{x} - J_{n+1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} Y_n(x) = \frac{n \cdot Y_n(x)}{x} - Y_{n+1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} I_n(x) = \frac{n \cdot I_n(x)}{x} + I_{n+1}(x)$$

$$\frac{d}{dx} K_n(x) = \frac{n \cdot K_n(x)}{x} - K_{n+1}(x)$$





EK B

DOĞRUSAL KESİT DEĞİŞİMİNE SAHİP KİRİŞ / GÖMÜLÜ - GÖMÜLÜ SINIR KOŞULLARI ÖZDEĞER ÇÖZÜMLEMESİ

ORIGIN := 1

TANIMLAR:

$$\xi(\alpha, u) := 1 + \alpha \cdot u$$

$$\gamma(\alpha, u, \beta) := \frac{2 \cdot \sqrt{\xi(\alpha, u)} \cdot \sqrt{\beta}}{\alpha}$$

Bessel fonksiyonları tanımlanıyor.

$$g1(\alpha, u, \beta, n) := \frac{Jn(n, \gamma(\alpha, u, \beta))}{\gamma(\alpha, u, \beta)^n}$$

$$g3(\alpha, u, \beta, n) := \frac{In(n, \gamma(\alpha, u, \beta))}{\gamma(\alpha, u, \beta)^n}$$

$$g2(\alpha, u, \beta, n) := \frac{Yn(n, \gamma(\alpha, u, \beta))}{\gamma(\alpha, u, \beta)^n}$$

$$g4(\alpha, u, \beta, n) := \frac{Kn(n, \gamma(\alpha, u, \beta))}{\gamma(\alpha, u, \beta)^n}$$

$$f1(\alpha, u, \beta, n) := g1(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f3(\alpha, u, \beta, n) := g3(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f2(\alpha, u, \beta, n) := g2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f4(\alpha, u, \beta, n) := g4(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

Bessel fonksiyonlarının 1. türev ifadeleri

Bessel fonksiyonlarının 2. türev ifadeleri

$$f1d1(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f1(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f1d2(\alpha, u, \beta, n) := \xi(\alpha, u)^{n+2} \cdot \frac{d^2}{du^2} f1(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f2d1(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f2d2(\alpha, u, \beta, n) := \xi(\alpha, u)^{n+2} \cdot \frac{d^2}{du^2} f2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f3d1(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f3(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f3d2(\alpha, u, \beta, n) := \xi(\alpha, u)^{n+2} \cdot \frac{d^2}{du^2} f3(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f4d1(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f4(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f4d2(\alpha, u, \beta, n) := \xi(\alpha, u)^{n+2} \cdot \frac{d^2}{du^2} f4(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

Bessel fonksiyonlarının 3. türev ifadeleri

$$f1d3(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f1d2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f3d3(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f3d2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f2d3(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f2d2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

$$f4d3(\alpha, u, \beta, n) := \frac{d}{du} f4d2(\alpha, u, \beta, n) \rightarrow$$

VERİLER:

$$m := 7$$

İlk kaç özdeğerin hesaplanacağı belirleniyor

$$\lambda := 0.5$$

Kütle ve yayın konumu belirleniyor

$$\mu := 0.5$$

Boyutsuz kütle büyüklüğü tanımlanıyor

$$\eta := 10$$

Boyutsuz yay katsayısı tanımlanıyor

$$\alpha_{alt} := 0.1 \quad \Delta\alpha := 0.1 \quad \alpha_{ust} := 2$$

Kesit değişim ölçüsünün başlangıç değeri, artış, bitiş değeri

$$K := 10^3$$

Ölçek katsayısı tanımlanıyor

$$TOL := 10^{-5}$$

Frekans denklemi sağlanma toleransı tanımlanıyor

HESAPLAR:

$$A(n, \alpha, \beta) := \begin{bmatrix} f1(\alpha, 0, \beta, n) & f2(\alpha, 0, \beta, n) \\ f1d1(\alpha, 0, \beta, n) & f2d1(\alpha, 0, \beta, n) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ f1(\alpha, \lambda, \beta, n) & f2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f1d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & f2d1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f1d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & f2d2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ (-\eta + \mu \cdot \beta^2) \cdot f1(\alpha, \lambda, \beta, n) + f1d3(\alpha, \lambda, \beta, n) & (-\eta + \mu \cdot \beta^2) \cdot f2(\alpha, \lambda, \beta, n) + f2d3(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f3(\alpha, 0, \beta, n) & f4(\alpha, 0, \beta, n) \\ f3d1(\alpha, 0, \beta, n) & f4d1(\alpha, 0, \beta, n) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ f3(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f3d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4d1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f3d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4d2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ (-\eta + \mu \cdot \beta^2) \cdot f3(\alpha, \lambda, \beta, n) + f3d3(\alpha, \lambda, \beta, n) & (-\eta + \mu \cdot \beta^2) \cdot f4(\alpha, \lambda, \beta, n) + f4d3(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ f1(\alpha, 1, \beta, n) & f2(\alpha, 1, \beta, n) & f3(\alpha, 1, \beta, n) & f4(\alpha, 1, \beta, n) \\ f1d1(\alpha, 1, \beta, n) & f2d1(\alpha, 1, \beta, n) & f3d1(\alpha, 1, \beta, n) & f4d1(\alpha, 1, \beta, n) \\ -f1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f3(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ -f1d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f3d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4d1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ -f1d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f3d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4d2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ -f1d3(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2d3(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f3d3(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4d3(\alpha, \lambda, \beta, n) \end{bmatrix}$$

$\Delta(n, \alpha, \beta) := K \cdot |A(n, \alpha, \beta)|$ Determinant yeniden ölçeklendirilerek nümerik hesaba uygunlaştırılıyor

$bsfr := (18.0 \ 61.7 \ 120.9 \ 199.9 \ 298.6 \ 417.0 \ 555.2)^T$ Kök tahmini için $\alpha=0$ boyutsuz frekanslar

$$\beta1 := \begin{bmatrix} \text{for } \alpha \in \alphaalt, \alphaalt + \Delta\alpha \dots \alphaust \\ \quad i \leftarrow 1 + \frac{\alpha - \alphaalt}{\Delta\alpha} \\ \quad \text{for } j \in 1, 2 \dots m \\ \quad \quad b \leftarrow \begin{cases} (1 + \alpha) \cdot bsfr_j & \text{if } i = 1 \\ [(1 + \alpha) \cdot \beta]_{i-1, j} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \quad \quad \beta_{i, j} \leftarrow \frac{\text{root}(\Delta(1, \alpha, b), b)}{1 + \alpha} \end{bmatrix}_{\beta}$$

$$\beta2 := \begin{bmatrix} \text{for } \alpha \in \alphaalt, \alphaalt + \Delta\alpha \dots \alphaust \\ \quad i \leftarrow 1 + \frac{\alpha - \alphaalt}{\Delta\alpha} \\ \quad \text{for } j \in 1, 2 \dots m \\ \quad \quad b \leftarrow \begin{cases} (1 + \alpha) \cdot bsfr_j & \text{if } i = 1 \\ [(1 + \alpha) \cdot \beta]_{i-1, j} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \quad \quad \beta_{i, j} \leftarrow \frac{\text{root}(\Delta(2, \alpha, b), b)}{1 + \alpha} \end{bmatrix}_{\beta}$$

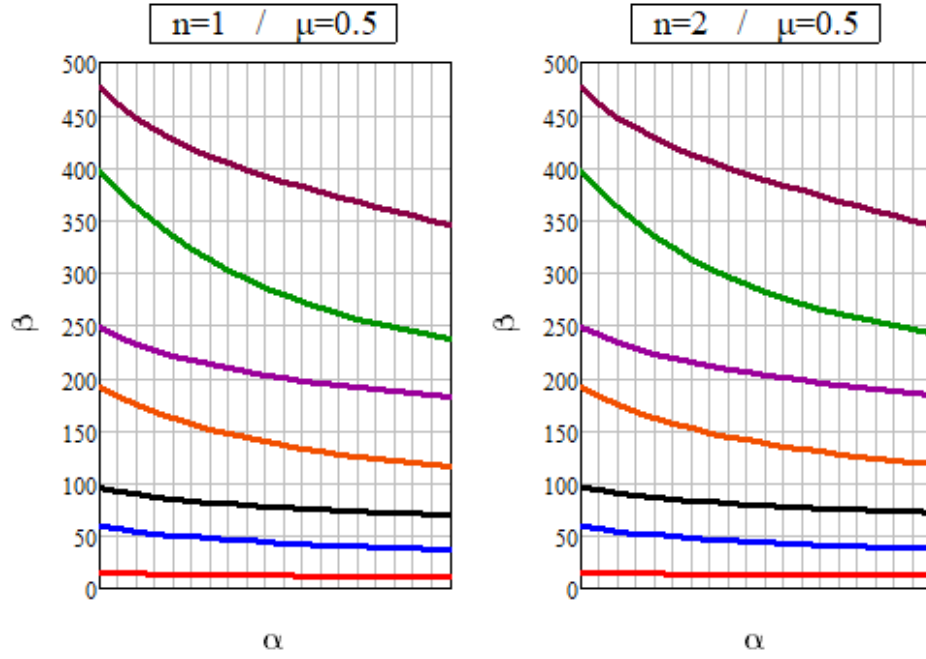
SONUÇLAR:

$\alpha := \alphaalt, \alphaalt + \Delta\alpha \dots \alphaust$

$i(\alpha) := 1 + \frac{\alpha - \alphaalt}{\Delta\alpha}$

$\beta_1 =$								
$\alpha =$		1	2	3	4	5	6	7
0.1	1	14.634	58.805	95.818	190.43	248.11	397.008	475.721
0.2	2	14.182	56.31	92.368	182.026	239.236	378.778	459.225
0.3	3	13.802	54.119	89.48	174.519	231.978	362.306	446.008
0.4	4	13.476	52.18	87.025	167.802	225.912	347.52	435.073
0.5	5	13.194	50.45	84.908	161.779	220.743	334.281	425.766
0.6	6	12.947	48.899	83.06	156.364	216.263	322.428	417.647
0.7	7	12.73	47.501	81.43	151.481	212.318	311.796	410.416
0.8	8	12.536	46.233	79.979	147.063	208.799	302.238	403.858
0.9	9	12.362	45.08	78.674	143.054	205.622	293.619	397.814
1	10	12.204	44.025	77.494	139.402	202.723	285.825	392.166
1.1	11	12.061	43.058	76.417	136.066	200.053	278.756	386.823
1.2	12	11.931	42.168	75.429	133.009	197.574	272.328	381.715
1.3	13	11.811	41.346	74.517	130.2	195.255	266.467	376.789
1.4	14	11.7	40.584	73.671	127.61	193.071	261.11	372.006
1.5	15	11.597	39.877	72.883	125.217	191.003	256.204	367.341
1.6	16	11.501	39.218	72.145	123.001	189.035	251.7	362.776
1.7	17	11.412	38.603	71.451	120.942	187.153	247.558	358.304
1.8	18	11.328	38.028	70.798	119.027	185.348	243.741	353.921
1.9	19	11.249	37.489	70.179	117.24	183.609	240.218	349.629
2	20	11.175	36.982	69.592	115.571	181.932	236.961	345.434

$\beta_2 =$								
$\alpha =$		1	2	3	4	5	6	7
0.1	1	14.818	58.811	96.159	190.44	248.579	397.025	476.257
0.2	2	14.529	56.333	93.021	182.075	240.129	378.873	460.222
0.3	3	14.292	54.169	90.415	174.641	233.239	362.551	447.374
0.4	4	14.093	52.265	88.21	168.029	227.485	347.978	436.719
0.5	5	13.924	50.579	86.315	162.138	222.573	335.004	427.609
0.6	6	13.777	49.077	84.663	156.877	218.299	323.456	419.613
0.7	7	13.647	47.731	83.202	152.165	214.514	313.162	412.436
0.8	8	13.531	46.521	81.897	147.932	211.111	303.966	405.869
0.9	9	13.426	45.426	80.717	144.115	208.012	295.73	399.76
1	10	13.33	44.432	79.641	140.663	205.155	288.334	393.999
1.1	11	13.24	43.526	78.651	137.531	202.496	281.674	388.504
1.2	12	13.157	42.697	77.733	134.679	199.999	275.661	383.218
1.3	13	13.079	41.935	76.877	132.075	197.639	270.219	378.1
1.4	14	13.005	41.234	76.074	129.69	195.393	265.281	373.126
1.5	15	12.934	40.586	75.316	127.499	193.247	260.789	368.281
1.6	16	12.867	39.985	74.599	125.482	191.187	256.692	363.561
1.7	17	12.802	39.427	73.917	123.618	189.205	252.946	358.966
1.8	18	12.74	38.906	73.267	121.892	187.292	249.512	354.497
1.9	19	12.68	38.42	72.644	120.29	185.444	246.355	350.159
2	20	12.622	37.965	72.048	118.799	183.656	243.446	345.957



$$C1 := (-1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1)^T$$

Özfonksiyon ölçek katsayıları giriliyor

Özfonksiyonlar hesaplanıyor

$$M(\beta) := \begin{pmatrix} f2(\alpha, 0, \beta, n) & f3(\alpha, 0, \beta, n) & f4(\alpha, 0, \beta, n) & 0 & 0 \\ f2d1(\alpha, 0, \beta, n) & f3d1(\alpha, 0, \beta, n) & f4d1(\alpha, 0, \beta, n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f1(\alpha, 1, \beta, n) & f2(\alpha, 1, \beta, n) \\ 0 & 0 & 0 & f1d1(\alpha, 1, \beta, n) & f2d1(\alpha, 1, \beta, n) \\ f2(\alpha, \lambda, \beta, n) & f3(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f2d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & f3d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f1d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2d1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f2d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & f3d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & f4d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f1d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f2d2(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ f3(\alpha, 1, \beta, n) & f4(\alpha, 1, \beta, n) & & & \\ f3d1(\alpha, 1, \beta, n) & f4d1(\alpha, 1, \beta, n) & & & \\ -f3(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4(\alpha, \lambda, \beta, n) & & & \\ -f3d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4d1(\alpha, \lambda, \beta, n) & & & \\ -f3d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & -f4d2(\alpha, \lambda, \beta, n) & & & \end{pmatrix} \quad v(\beta) := -1 \cdot \begin{pmatrix} f1(\alpha, 0, \beta, n) \\ f1d1(\alpha, 0, \beta, n) \\ 0 \\ 0 \\ f1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f1d1(\alpha, \lambda, \beta, n) \\ f1d2(\alpha, \lambda, \beta, n) \end{pmatrix}$$

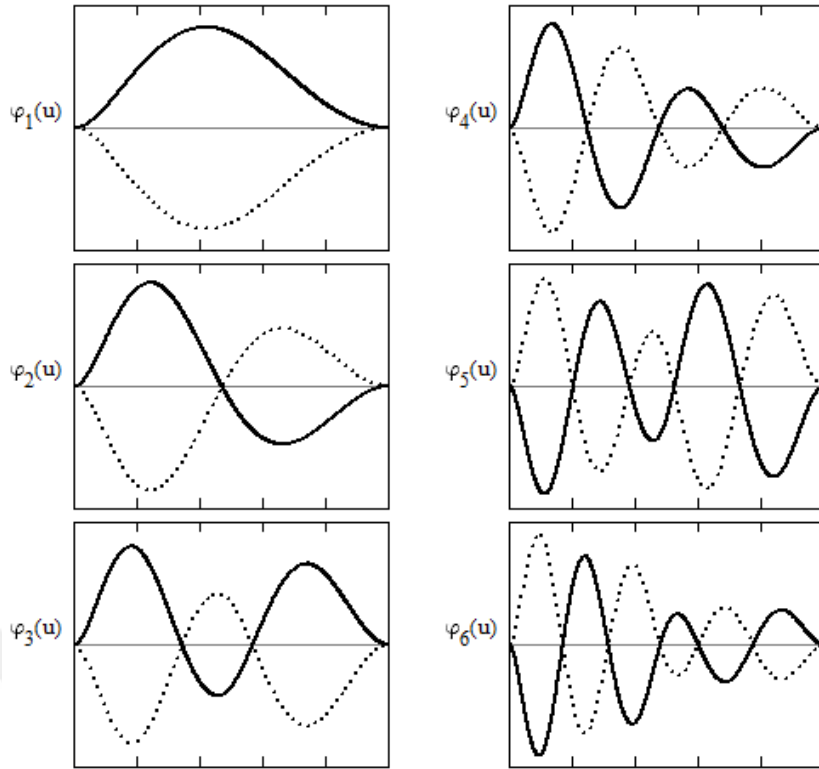
$$sol(\beta, k) := \text{lsolve}(M(\beta_k), C1_k \cdot v(\beta_k))$$

$$V1(k, u) := C1_k \cdot f1(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_1 \cdot f2(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_2 \cdot f3(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_3 \cdot f4(\alpha, u, \beta_k, n)$$

$$V2(k, u) := sol(\beta, k)_4 \cdot f1(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_5 \cdot f2(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_6 \cdot f3(\alpha, u, \beta_k, n) + sol(\beta, k)_7 \cdot f4(\alpha, u, \beta_k, n)$$

$$V(k, u) := \begin{cases} V1(k, u) & \text{if } u \leq 0.5 \\ V2(k, u) & \text{otherwise} \end{cases}$$

KİP BİÇİMLERİ





EK C

Çizelge C.1 : G–S yalın kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	3.5546	21.4022	59.2297	115.7128	191.0392	285.1960	398.1839
1	0.2	3.5909	20.8625	57.1300	111.2934	183.5233	273.8085	382.1502
1	0.3	3.6252	20.3958	55.3186	107.4774	177.0301	263.9677	368.2914
1	0.4	3.6578	19.9879	53.7378	104.1440	171.3551	255.3641	356.1728
1	0.5	3.6887	19.6281	52.3446	101.2032	166.3458	247.7675	345.4704
1	0.6	3.7182	19.3082	51.1061	98.5865	161.8862	241.0023	335.9375
1	0.7	3.7463	19.0217	49.9970	96.2408	157.8862	234.9324	327.3827
1	0.8	3.7732	18.7637	48.9973	94.1242	154.2749	229.4505	319.6551
1	0.9	3.7990	18.5300	48.0909	92.2031	150.9954	224.4708	312.6339
1	1.0	3.8238	18.3173	47.2648	90.4505	148.0017	219.9237	306.2214
1	1.1	3.8476	18.1229	46.5085	88.8440	145.2563	215.7521	300.3374
1	1.2	3.8705	17.9445	45.8132	87.3654	142.7277	211.9090	294.9155
1	1.3	3.8925	17.7802	45.1714	85.9991	140.3901	208.3549	289.9003
1	1.4	3.9138	17.6285	44.5770	84.7324	138.2214	205.0566	285.2452
1	1.5	3.9343	17.4879	44.0248	83.5541	136.2031	201.9859	280.9105
1	1.6	3.9541	17.3572	43.5103	82.4549	134.3192	199.1187	276.8622
1	1.7	3.9733	17.2356	43.0296	81.4267	132.5560	196.4344	273.0713
1	1.8	3.9918	17.1220	42.5793	80.4626	130.9016	193.9150	269.5126
1	1.9	4.0098	17.0158	42.1567	79.5564	129.3458	191.5448	266.1640
1	2.0	4.0272	16.9162	41.7591	78.7029	127.8795	189.3103	263.0065
2	0.1	3.6585	21.5947	59.4186	115.9032	191.2302	285.3873	398.3755
2	0.2	3.7916	21.2222	57.4890	111.6570	183.8890	274.1755	382.5180
2	0.3	3.9167	20.9032	55.8321	107.9996	177.5566	264.4967	368.8222
2	0.4	4.0345	20.6275	54.3926	104.8124	172.0303	256.0435	356.8550
2	0.5	4.1458	20.3872	53.1294	102.0071	167.1593	248.5869	346.2939
2	0.6	4.2514	20.1765	52.0114	99.5166	162.8290	241.9529	336.8934
2	0.7	4.3516	19.9905	51.0145	97.2889	158.9502	236.0062	328.4632
2	0.8	4.4471	19.8256	50.1198	95.2831	155.4530	230.6406	320.8533
2	0.9	4.5382	19.6788	49.3120	93.4666	152.2813	225.7709	313.9436
2	1.0	4.6252	19.5476	48.5789	91.8128	149.3899	221.3281	307.6369
2	1.1	4.7084	19.4300	47.9106	90.3001	146.7416	217.2559	301.8538
2	1.2	4.7882	19.3242	47.2987	88.9107	144.3056	213.5075	296.5282
2	1.3	4.8647	19.2288	46.7365	87.6295	142.0565	210.0440	291.6052
2	1.4	4.9383	19.1427	46.2180	86.4441	139.9725	206.8326	287.0384
2	1.5	5.0090	19.0649	45.7384	85.3438	138.0354	203.8453	282.7886
2	1.6	5.0771	18.9943	45.2934	84.3195	136.2295	201.0584	278.8220
2	1.7	5.1428	18.9303	44.8796	83.3633	134.5415	198.4513	275.1100
2	1.8	5.2060	18.8722	44.4937	82.4685	132.9596	196.0065	271.6273
2	1.9	5.2671	18.8195	44.1331	81.6293	131.4738	193.7084	268.3523
2	2.0	5.3262	18.7715	43.7954	80.8404	130.0752	191.5437	265.2660

Çizelge C.1 (devam) : G–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	3.1625	20.6476	58.5033	114.9853	190.3117	284.4684	397.4563
1	0.2	2.8716	19.4781	55.7973	109.9582	182.1880	272.4731	380.8147
1	0.3	2.6283	18.4770	53.4712	105.6261	175.1783	262.1154	366.4389
1	0.4	2.4218	17.6092	51.4473	101.8479	169.0579	253.0661	353.8742
1	0.5	2.2446	16.8488	49.6678	98.5190	163.6597	245.0799	342.7818
1	0.6	2.0909	16.1764	48.0893	95.5601	158.8568	237.9706	332.9044
1	0.7	1.9564	15.5768	46.6780	92.9097	154.5509	231.5940	324.0422
1	0.8	1.8377	15.0385	45.4074	90.5196	150.6647	225.8363	316.0380
1	0.9	1.7323	14.5521	44.2566	88.3514	147.1364	220.6067	308.7662
1	1.0	1.6380	14.1101	43.2086	86.3739	143.9161	215.8318	302.1250
1	1.1	1.5532	13.7065	42.2496	84.5616	140.9629	211.4513	296.0312
1	1.2	1.4766	13.3362	41.3681	82.8936	138.2431	207.4155	290.4156
1	1.3	1.4070	12.9951	40.5546	81.3523	135.7284	203.6828	285.2210
1	1.4	1.3436	12.6797	39.8011	79.9230	133.3951	200.2184	280.3987
1	1.5	1.2855	12.3871	39.1009	78.5933	131.2231	196.9925	275.9076
1	1.6	1.2321	12.1147	38.4482	77.3524	129.1952	193.9799	271.7128
1	1.7	1.1829	11.8604	37.8381	76.1913	127.2967	191.1586	267.7838
1	1.8	1.1374	11.6225	37.2663	75.1020	125.5147	188.5100	264.0947
1	1.9	1.0952	11.3992	36.7292	74.0776	123.8383	186.0176	260.6227
1	2.0	1.0560	11.1892	36.2234	73.1122	122.2577	183.6672	257.3480
2	0.1	3.0702	20.4626	58.3291	114.8119	190.1389	284.2959	397.2841
2	0.2	2.7116	19.1445	55.4900	109.6543	181.8861	272.1724	380.5147
2	0.3	2.4180	18.0216	53.0610	105.2229	174.7791	261.7185	366.0436
2	0.4	2.1739	17.0524	50.9568	101.3687	168.5849	252.5967	353.4073
2	0.5	1.9684	16.2064	49.1144	97.9815	163.1308	244.5561	342.2614
2	0.6	1.7934	15.4608	47.4862	94.9780	158.2858	237.4062	332.3443
2	0.7	1.6430	14.7981	46.0359	92.2937	153.9485	230.9998	323.4533
2	0.8	1.5125	14.2046	44.7348	89.8783	150.0394	225.2207	315.4288
2	0.9	1.3985	13.6697	43.5602	87.6914	146.4951	219.9765	308.1435
2	1.0	1.2981	13.1848	42.4940	85.7007	143.2642	215.1924	301.4941
2	1.1	1.2092	12.7428	41.5213	83.8798	140.3048	210.8072	295.3965
2	1.2	1.1300	12.3381	40.6299	82.2067	137.5823	206.7702	289.7808
2	1.3	1.0592	11.9659	39.8095	80.6634	135.0679	203.0394	284.5888
2	1.4	0.9954	11.6222	39.0518	79.2347	132.7374	199.5791	279.7717
2	1.5	0.9378	11.3039	38.3496	77.9075	130.5703	196.3594	275.2877
2	1.6	0.8856	11.0079	37.6968	76.6709	128.5489	193.3546	271.1016
2	1.7	0.8380	10.7320	37.0880	75.5155	126.6583	190.5426	267.1828
2	1.8	0.7946	10.4741	36.5189	74.4332	124.8854	187.9044	263.5049
2	1.9	0.7548	10.2323	35.9856	73.4168	123.2191	185.4233	260.0450
2	2.0	0.7182	10.0051	35.4846	72.4603	121.6493	183.0849	256.7832

Çizelge C.2 : M–M yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	9.4139	37.6674	84.7474	150.6578	235.3991	338.9716	461.3752
1	0.2	9.0223	36.1304	81.2788	144.4809	225.7385	325.0523	442.4225
1	0.3	8.6814	34.8075	78.2878	139.1488	217.3943	313.0255	426.0430
1	0.4	8.3812	33.6551	75.6778	134.4916	210.1023	302.5119	411.7214
1	0.5	8.1145	32.6408	73.3773	130.3830	203.6660	293.2293	399.0740
1	0.6	7.8756	31.7404	71.3319	126.7267	197.9357	284.9625	387.8088
1	0.7	7.6600	30.9347	69.4993	123.4485	192.7955	277.5450	377.6991
1	0.8	7.4642	30.2089	67.8464	120.4895	188.1540	270.8455	368.5665
1	0.9	7.2855	29.5511	66.3467	117.8029	183.9381	264.7589	360.2681
1	1.0	7.1215	28.9518	64.9788	115.3508	180.0888	259.2003	352.6883
1	1.1	6.9704	28.4032	63.7252	113.1022	176.5576	254.0998	345.7324
1	1.2	6.8306	27.8986	62.5714	111.0313	173.3044	249.3999	339.3219
1	1.3	6.7007	27.4329	61.5052	109.1168	170.2958	245.0525	333.3913
1	1.4	6.5797	27.0013	60.5166	107.3405	167.5036	241.0170	327.8856
1	1.5	6.4666	26.6002	59.5969	105.6872	164.9039	237.2591	322.7578
1	1.6	6.3606	26.2262	58.7387	104.1438	162.4763	233.7492	317.9680
1	1.7	6.2610	25.8764	57.9358	102.6990	160.2033	230.4622	313.4818
1	1.8	6.1672	25.5486	57.1826	101.3432	158.0695	227.3762	309.2694
1	1.9	6.0787	25.2406	56.4745	100.0678	156.0619	224.4721	305.3049
1	2.0	5.9949	24.9505	55.8072	98.8655	154.1689	221.7333	301.5657
2	0.1	9.4097	37.6713	84.7536	150.6652	235.4072	338.9801	461.3840
2	0.2	9.0076	36.1443	81.3007	144.5068	225.7668	325.0822	442.4536
2	0.3	8.6521	34.8352	78.3313	139.2004	217.4507	313.0852	426.1050
2	0.4	8.3348	33.6990	75.7470	134.5736	210.1920	302.6068	411.8199
2	0.5	8.0494	32.7026	73.4745	130.4982	203.7921	293.3627	399.2127
2	0.6	7.7908	31.8209	71.4586	126.8771	198.1003	285.1366	387.9898
2	0.7	7.5552	31.0346	69.6563	123.6348	192.9996	277.7611	377.9238
2	0.8	7.3392	30.3283	68.0341	120.7124	188.3982	271.1041	368.8354
2	0.9	7.1404	29.6902	66.5651	118.0624	184.2226	265.0602	360.5814
2	1.0	6.9566	29.1103	65.2277	115.6467	180.4133	259.5440	353.0459
2	1.1	6.7860	28.5809	64.0043	113.4341	176.9217	254.4856	346.1339
2	1.2	6.6270	28.0954	62.8801	111.3987	173.7076	249.8274	339.7667
2	1.3	6.4785	27.6483	61.8431	109.5190	170.7375	245.5209	333.8789
2	1.4	6.3394	27.2350	60.8831	107.7770	167.9831	241.5257	328.4152
2	1.5	6.2086	26.8518	59.9914	106.1572	165.4205	237.8072	323.3287
2	1.6	6.0855	26.4953	59.1606	104.6466	163.0292	234.3361	318.5794
2	1.7	5.9692	26.1628	58.3844	103.2339	160.7917	231.0870	314.1330
2	1.8	5.8592	25.8517	57.6573	101.9095	158.6928	228.0382	309.9595
2	1.9	5.7550	25.5601	56.9746	100.6649	156.7192	225.1705	306.0331
2	2.0	5.6560	25.2860	56.3322	99.4926	154.8595	222.4673	302.3312

Çizelge C.3 : G–G yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü - Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	21.3451	58.8373	115.3437	190.6681	284.8246	397.8124	529.6314
1	0.2	20.4695	56.4206	110.6033	182.8301	273.1143	381.4553	507.8531
1	0.3	19.7134	54.3322	106.5054	176.0533	262.9887	367.3110	489.0203
1	0.4	19.0529	52.5062	102.9215	170.1256	254.1311	354.9374	472.5447
1	0.5	18.4700	50.8938	99.7558	164.8889	246.3054	344.0049	457.9874
1	0.6	17.9511	49.4576	96.9354	160.2228	239.3320	334.2626	445.0147
1	0.7	17.4857	48.1688	94.4038	156.0340	233.0714	325.5158	433.3672
1	0.8	17.0655	47.0047	92.1163	152.2487	227.4137	317.6110	422.8408
1	0.9	16.6839	45.9468	90.0374	148.8082	222.2709	310.4254	413.2718
1	1.0	16.3356	44.9806	88.1382	145.6647	217.5718	303.8595	404.5279
1	1.1	16.0160	44.0940	86.3949	142.7791	213.2580	297.8317	396.5004
1	1.2	15.7216	43.2769	84.7881	140.1190	209.2812	292.2746	389.0996
1	1.3	15.4494	42.5210	83.3013	137.6574	205.6009	287.1318	382.2504
1	1.4	15.1968	41.8192	81.9207	135.3716	202.1832	282.3557	375.8895
1	1.5	14.9616	41.1656	80.6348	133.2421	198.9992	277.9061	369.9633
1	1.6	14.7419	40.5551	79.4334	131.2525	196.0241	273.7484	364.4257
1	1.7	14.5363	39.9833	78.3079	129.3886	193.2369	269.8530	359.2375
1	1.8	14.3432	39.4464	77.2510	127.6380	190.6190	266.1942	354.3643
1	1.9	14.1616	38.9410	76.2561	125.9901	188.1545	262.7497	349.7764
1	2.0	13.9903	38.4644	75.3176	124.4354	185.8294	259.5000	345.4478
2	0.1	21.3487	58.8422	115.3490	190.6737	284.8304	397.8182	529.6373
2	0.2	20.4820	56.4377	110.6220	182.8497	273.1345	381.4759	507.8739
2	0.3	19.7384	54.3661	106.5426	176.0923	263.0290	367.3521	489.0620
2	0.4	19.0926	52.5601	102.9806	170.1877	254.1951	355.0027	472.6109
2	0.5	18.5258	50.9696	99.8390	164.9763	246.3955	344.0968	458.0807
2	0.6	18.0239	49.5566	97.0440	160.3369	239.4496	334.3826	445.1365
2	0.7	17.5760	48.2916	94.5386	156.1756	233.2174	325.6648	433.5185
2	0.8	17.1736	47.1516	92.2777	152.4183	227.5886	317.7895	423.0220
2	0.9	16.8097	46.1179	90.2255	149.0059	222.4748	310.6336	413.4831
2	1.0	16.4790	45.1758	88.3528	145.8904	217.8047	304.0973	404.7693
2	1.1	16.1770	44.3131	86.6359	143.0326	213.5196	298.0989	396.7717
2	1.2	15.8999	43.5195	85.0551	140.4000	209.5712	292.5709	389.4005
2	1.3	15.6446	42.7868	83.5940	137.9656	205.9190	287.4568	382.5805
2	1.4	15.4086	42.1078	82.2387	135.7064	202.5289	282.7090	376.2484
2	1.5	15.1898	41.4765	80.9775	133.6032	199.3721	278.2872	370.3504
2	1.6	14.9861	40.8879	79.8004	131.6394	196.4237	274.1569	364.8407
2	1.7	14.7961	40.3376	78.6989	129.8008	193.6627	270.2883	359.6798
2	1.8	14.6184	39.8217	77.6653	128.0750	191.0705	266.6559	354.8335
2	1.9	14.4517	39.3369	76.6934	126.4514	188.6313	263.2373	350.2719
2	2.0	14.2951	38.8804	75.7774	124.9206	186.3309	260.0130	345.9693

Çizelge C.4 : G–M yalın kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	14.9015	47.8512	99.6386	170.2564	259.7053	367.9854	495.0967
1	0.2	14.4574	46.0498	95.7102	163.4250	249.1959	353.0233	474.9073
1	0.3	14.0706	44.4933	92.3156	157.5204	240.1110	340.0878	457.4513
1	0.4	13.7300	43.1325	89.3478	152.3573	232.1656	328.7738	442.1823
1	0.5	13.4273	41.9311	86.7273	147.7975	225.1478	318.7795	428.6934
1	0.6	13.1561	40.8612	84.3936	143.7360	218.8958	309.8750	416.6746
1	0.7	12.9114	39.9013	82.2997	140.0910	213.2843	301.8821	405.8855
1	0.8	12.6892	39.0343	80.4085	136.7984	208.2146	294.6601	396.1363
1	0.9	12.4863	38.2466	78.6905	133.8067	203.6075	288.0965	387.2754
1	1.0	12.3001	37.5274	77.1215	131.0741	199.3990	282.1003	379.1798
1	1.1	12.1285	36.8675	75.6820	128.5666	195.5366	276.5966	371.7489
1	1.2	11.9697	36.2594	74.3557	126.2559	191.9769	271.5238	364.8992
1	1.3	11.8222	35.6970	73.1289	124.1183	188.6835	266.8302	358.5611
1	1.4	11.6848	35.1750	71.9903	122.1340	185.6259	262.4722	352.6758
1	1.5	11.5564	34.6890	70.9301	120.2861	182.7781	258.4129	347.1937
1	1.6	11.4360	34.2350	69.9400	118.5602	180.1180	254.6208	342.0720
1	1.7	11.3229	33.8100	69.0129	116.9438	177.6265	251.0687	337.2742
1	1.8	11.2163	33.4109	68.1426	115.4263	175.2869	247.7330	332.7686
1	1.9	11.1158	33.0355	67.3237	113.9982	173.0851	244.5934	328.5275
1	2.0	11.0206	32.6814	66.5515	112.6514	171.0084	241.6320	324.5268
2	0.1	14.9979	47.9463	99.7353	170.3538	259.8031	368.0835	495.1950
2	0.2	14.6346	46.2316	95.8972	163.6145	249.3869	353.2154	475.1001
2	0.3	14.3168	44.7543	92.5867	157.7966	240.3903	340.3693	457.7343
2	0.4	14.0361	43.4663	89.6975	152.7152	232.5286	329.1402	442.5512
2	0.5	13.7859	42.3319	87.1506	148.2324	225.5899	319.2266	429.1441
2	0.6	13.5613	41.3240	84.8858	144.2435	219.4130	310.3988	417.2031
2	0.7	13.3583	40.4217	82.8566	140.6673	213.8727	302.4787	406.4881
2	0.8	13.1738	39.6084	81.0263	137.4397	208.8706	295.3261	396.8097
2	0.9	13.0052	38.8710	79.3658	134.5096	204.3278	288.8288	388.0163
2	1.0	12.8505	38.1988	77.8512	131.8357	200.1807	282.8957	379.9853
2	1.1	12.7079	37.5832	76.4633	129.3840	196.3768	277.4526	372.6163
2	1.2	12.5759	37.0169	75.1860	127.1265	192.8731	272.4377	365.8259
2	1.3	12.4534	36.4940	74.0058	125.0398	189.6333	267.7996	359.5448
2	1.4	12.3394	36.0095	72.9117	123.1042	186.6272	263.4950	353.7145
2	1.5	12.2328	35.5590	71.8939	121.3029	183.8289	259.4871	348.2851
2	1.6	12.1331	35.1388	70.9445	119.6218	181.2163	255.7445	343.2144
2	1.7	12.0395	34.7460	70.0563	118.0484	178.7705	252.2401	338.4658
2	1.8	11.9514	34.3777	69.2233	116.5723	176.4752	248.9506	334.0077
2	1.9	11.8683	34.0317	68.4402	115.1841	174.3159	245.8556	329.8126
2	2.0	11.7899	33.7058	67.7025	113.8758	172.2804	242.9373	325.8565

Çizelge C.4 (devam) : G–M yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	14.5170	47.4884	99.2749	169.8927	259.3415	367.6216	494.7329
1	0.2	13.7524	45.3846	95.0430	162.7577	248.5285	352.3558	474.2397
1	0.3	13.0944	43.5719	91.3910	156.5954	239.1856	339.1622	456.5255
1	0.4	12.5213	41.9913	88.2020	151.2105	231.0181	327.6258	441.0339
1	0.5	12.0171	40.5991	85.3891	146.4575	223.8065	317.4373	427.3506
1	0.6	11.5694	39.3620	82.8862	142.2259	217.3838	308.3617	415.1603
1	0.7	11.1689	38.2542	80.6424	138.4299	211.6205	300.2164	404.2184
1	0.8	10.8081	37.2555	78.6172	135.0020	206.4147	292.8577	394.3320
1	0.9	10.4812	36.3498	76.7785	131.8883	201.6846	286.1705	385.3470
1	1.0	10.1833	35.5240	75.1004	129.0450	197.3644	280.0617	377.1384
1	1.1	9.9106	34.7674	73.5615	126.4365	193.3998	274.4551	369.6039
1	1.2	9.6598	34.0713	72.1443	124.0331	189.7462	269.2876	362.6589
1	1.3	9.4283	33.4283	70.8339	121.8101	186.3662	264.5064	356.2325
1	1.4	9.2138	32.8322	69.6182	119.7468	183.2283	260.0672	350.2654
1	1.5	9.0144	32.2778	68.4865	117.8255	180.3057	255.9322	344.7068
1	1.6	8.8285	31.7606	67.4300	116.0311	177.5758	252.0693	339.5136
1	1.7	8.6546	31.2768	66.4409	114.3507	175.0188	248.4507	334.6486
1	1.8	8.4916	30.8230	65.5126	112.7731	172.6178	245.0526	330.0796
1	1.9	8.3385	30.3965	64.6394	111.2885	170.3580	241.8540	325.7787
1	2.0	8.1942	29.9946	63.8160	109.8884	168.2265	238.8367	321.7214
2	0.1	14.4210	47.4022	99.1898	169.8082	259.2575	367.5379	494.6494
2	0.2	13.5765	45.2342	94.8968	162.6138	248.3860	352.2143	474.0989
2	0.3	12.8508	43.3734	91.2010	156.4101	239.0030	338.9815	456.3461
2	0.4	12.2195	41.7570	87.9811	150.9969	230.8089	327.4195	440.8298
2	0.5	11.6646	40.3381	85.1471	146.2257	223.5808	317.2157	427.1319
2	0.6	11.1722	39.0816	82.6306	141.9834	217.1492	308.1324	414.9348
2	0.7	10.7320	37.9600	80.3789	138.1825	211.3828	299.9852	403.9919
2	0.8	10.3357	36.9520	78.3504	134.7543	206.1784	292.6291	394.1090
2	0.9	9.9766	36.0406	76.5120	131.6437	201.4534	285.9481	385.1310
2	1.0	9.6496	35.2121	74.8369	128.8065	197.1409	279.8483	376.9323
2	1.1	9.3502	34.4551	73.3033	126.2061	193.1863	274.2529	369.4097
2	1.2	9.0750	33.7605	71.8932	123.8127	189.5444	269.0982	362.4784
2	1.3	8.8209	33.1206	70.5915	121.6011	186.1774	264.3312	356.0671
2	1.4	8.5854	32.5290	69.3855	119.5503	183.0536	259.9072	350.1160
2	1.5	8.3665	31.9800	68.2646	117.6423	180.1461	255.7883	344.5742
2	1.6	8.1624	31.4692	67.2196	115.8620	177.4318	251.9421	339.3985
2	1.7	7.9715	30.9925	66.2426	114.1963	174.8910	248.3407	334.5515
2	1.8	7.7926	30.5465	65.3269	112.6337	172.5065	244.9601	330.0008
2	1.9	7.6244	30.1282	64.4666	111.1645	170.2636	241.7794	325.7185
2	2.0	7.4659	29.7349	63.6566	109.7800	168.1492	238.7802	321.6799

Çizelge C.5 : M–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Mafsalı – İnce Ucu Serbest Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	14.9054	47.8575	99.6456	170.2638	259.7129	367.9932	495.1046
1	0.2	14.4716	46.0722	95.7351	163.4512	249.2229	353.0509	474.9353
1	0.3	14.0997	44.5383	92.3654	157.5728	240.1650	340.1429	457.5071
1	0.4	13.7776	43.2047	89.4274	152.4410	232.2518	328.8616	442.2714
1	0.5	13.4959	42.0336	86.8400	147.9158	225.2695	318.9035	428.8191
1	0.6	13.2476	40.9959	84.5415	143.8910	219.0552	310.0375	416.8392
1	0.7	13.0272	40.0697	82.4841	140.2842	213.4829	302.0843	406.0904
1	0.8	12.8304	39.2372	80.6303	137.0306	208.4531	294.9029	396.3822
1	0.9	12.6536	38.4845	78.9501	134.0782	203.8864	288.3803	387.5628
1	1.0	12.4942	37.8005	77.4191	131.3851	199.7183	282.4251	379.5087
1	1.1	12.3497	37.1758	76.0175	128.9170	195.8962	276.9624	372.1191
1	1.2	12.2183	36.6029	74.7288	126.6454	192.3765	271.9302	365.3105
1	1.3	12.0983	36.0754	73.5395	124.5466	189.1227	267.2768	359.0131
1	1.4	11.9884	35.5881	72.4379	122.6007	186.1044	262.9586	353.1680
1	1.5	11.8875	35.1362	71.4143	120.7907	183.2953	258.9386	347.7256
1	1.6	11.7945	34.7162	70.4603	119.1022	180.6734	255.1852	342.6430
1	1.7	11.7086	34.3246	69.5688	117.5226	178.2194	251.6712	337.8837
1	1.8	11.6292	33.9585	68.7336	116.0414	175.9169	248.3731	333.4160
1	1.9	11.5555	33.6156	67.9492	114.6490	173.7516	245.2705	329.2122
1	2.0	11.4870	33.2936	67.2111	113.3374	171.7107	242.3454	325.2482
2	0.1	15.0039	47.9559	99.7459	170.3650	259.8146	368.0953	495.2070
2	0.2	14.6568	46.2657	95.9348	163.6540	249.4276	353.2569	475.1422
2	0.3	14.3634	44.8234	92.6625	157.8761	240.4720	340.4525	457.8186
2	0.4	14.1134	43.5778	89.8193	152.8425	232.6593	329.2733	442.6859
2	0.5	13.8990	42.4911	87.3235	148.4129	225.7750	319.4148	429.3346
2	0.6	13.7143	41.5346	85.1136	144.4808	219.6560	310.6458	417.4529
2	0.7	13.5544	40.6862	83.1417	140.9637	214.1761	302.7868	406.7995
2	0.8	13.4156	39.9286	81.3704	137.7968	209.2357	295.6966	397.1840
2	0.9	13.2948	39.2482	79.7697	134.9282	204.7555	289.2624	388.4543
2	1.0	13.1894	38.6337	78.3156	132.3162	200.6711	283.3929	380.4872
2	1.1	13.0974	38.0762	76.9882	129.9265	196.9302	278.0131	373.1820
2	1.2	13.0170	37.5682	75.7714	127.7309	193.4890	273.0614	366.4552
2	1.3	12.9467	37.1036	74.6516	125.7056	190.3115	268.4860	360.2371
2	1.4	12.8853	36.6771	73.6173	123.8310	187.3670	264.2435	354.4691
2	1.5	12.8318	36.2843	72.6590	122.0902	184.6296	260.2970	349.1014
2	1.6	12.7852	35.9216	71.7685	120.4688	182.0774	256.6150	344.0916
2	1.7	12.7447	35.5858	70.9386	118.9545	179.6911	253.1705	339.4031
2	1.8	12.7097	35.2740	70.1632	117.5368	177.4546	249.9401	335.0043
2	1.9	12.6796	34.9839	69.4372	116.2062	175.3534	246.9033	330.8676
2	2.0	12.6538	34.7135	68.7559	114.9548	173.3751	244.0424	326.9691

Çizelge C.5 (devam) : M-S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	14.5207	47.4945	99.2818	169.9000	259.3491	367.6294	494.7408
1	0.2	13.7648	45.4059	95.0671	162.7832	248.5550	352.3829	474.2673
1	0.3	13.1183	43.6140	91.4387	156.6461	239.2382	339.2161	456.5803
1	0.4	12.5581	42.0577	88.2773	151.2907	231.1014	327.7112	441.1208
1	0.5	12.0673	40.6916	85.4944	146.5700	223.9234	317.5573	427.4727
1	0.6	11.6333	39.4817	83.0230	142.3721	217.5359	308.5179	415.3195
1	0.7	11.2462	38.4015	80.8112	138.6107	211.8088	300.4099	404.4156
1	0.8	10.8984	37.4304	78.8183	135.2177	206.6395	293.0888	394.5677
1	0.9	10.5840	36.5520	77.0118	132.1388	201.9460	286.4393	385.6213
1	1.0	10.2981	35.7531	75.3655	129.3301	197.6621	280.3681	377.4511
1	1.1	10.0368	35.0229	73.8578	126.7556	193.7334	274.7986	369.9547
1	1.2	9.7969	34.3524	72.4712	124.3857	190.1151	269.6677	363.0471
1	1.3	9.5756	33.7344	71.1908	122.1956	186.7698	264.9225	356.6578
1	1.4	9.3709	33.1625	70.0043	120.1644	183.6658	260.5186	350.7269
1	1.5	9.1807	32.6316	68.9011	118.2745	180.7766	256.4182	345.2039
1	1.6	9.0035	32.1372	67.8724	116.5108	178.0793	252.5892	340.0456
1	1.7	8.8379	31.6755	66.9104	114.8604	175.5541	249.0038	335.2148
1	1.8	8.6828	31.2431	66.0084	113.3120	173.1843	245.6381	330.6793
1	1.9	8.5371	30.8373	65.1608	111.8559	170.9549	242.4713	326.4111
1	2.0	8.3999	30.4555	64.3624	110.4837	168.8531	239.4851	322.3858
2	0.1	14.4264	47.4114	99.2001	169.8192	259.2689	367.5495	494.6612
2	0.2	13.5942	45.2657	94.9325	162.6518	248.4255	352.2547	474.1401
2	0.3	12.8841	43.4352	91.2714	156.4853	239.0812	339.0617	456.4278
2	0.4	12.2698	41.8535	88.0919	151.1155	230.9324	327.5464	440.9591
2	0.5	11.7319	40.4719	85.3014	146.3914	223.7536	317.3934	427.3132
2	0.6	11.2561	39.2536	82.8302	142.1982	217.3736	308.3634	415.1706
2	0.7	10.8317	38.1706	80.6243	138.4474	211.6600	300.2708	404.2836
2	0.8	10.4501	37.2008	78.6416	135.0694	206.5086	292.9698	394.4573
2	0.9	10.1047	36.3268	76.8486	132.0088	201.8365	286.3437	385.5357
2	1.0	9.7903	35.5347	75.2181	129.2208	197.5763	280.2984	377.3930
2	1.1	9.5025	34.8132	73.7282	126.6689	193.6733	274.7566	369.9258
2	1.2	9.2378	34.1528	72.3606	124.3229	190.0819	269.6547	363.0489
2	1.3	8.9934	33.5460	71.1002	122.1576	186.7645	264.9395	356.6910
2	1.4	8.7668	32.9862	69.9345	120.1519	183.6891	260.5662	350.7923
2	1.5	8.5560	32.4679	68.8525	118.2880	180.8288	256.4969	345.3019
2	1.6	8.3593	31.9867	67.8453	116.5504	178.1606	252.6991	340.1764
2	1.7	8.1751	31.5384	66.9050	114.9263	175.6647	249.1451	335.3784
2	1.8	8.0023	31.1198	66.0248	113.4042	173.3241	245.8107	330.8757
2	1.9	7.8396	30.7278	65.1989	111.9744	171.1238	242.6750	326.6402
2	2.0	7.6862	30.3599	64.4222	110.6282	169.0510	239.7197	322.6474

Çizelge C.6 : S–S yalın giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Serbest – Serbest Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	21.3546	58.8503	115.3578	190.6830	284.8399	397.8280	529.6472
1	0.2	20.5030	56.4660	110.6531	182.8823	273.1681	381.5102	507.9087
1	0.3	19.7802	54.4227	106.6046	176.1574	263.0960	367.4205	489.1314
1	0.4	19.1591	52.6501	103.0792	170.2911	254.3016	355.1114	472.7212
1	0.5	18.6196	51.0962	99.9777	165.1219	246.5455	344.2499	458.2361
1	0.6	18.1467	49.7219	97.2251	160.5271	239.6456	334.5827	445.3395
1	0.7	17.7288	48.4968	94.7634	156.4118	233.4608	325.9133	433.7706
1	0.8	17.3569	47.3972	92.5469	152.7012	227.8801	318.0871	423.3241
1	0.9	17.0239	46.4042	90.5393	149.3356	222.8148	310.9806	413.8354
1	1.0	16.7242	45.5026	88.7111	146.2669	218.1929	304.4937	405.1717
1	1.1	16.4529	44.6800	87.0383	143.4556	213.9558	298.5443	397.2239
1	1.2	16.2064	43.9262	85.5011	140.8689	210.0548	293.0648	389.9020
1	1.3	15.9815	43.2326	84.0830	138.4798	206.4495	287.9986	383.1307
1	1.4	15.7755	42.5922	82.7701	136.2653	203.1055	283.2980	376.8466
1	1.5	15.5862	41.9989	81.5505	134.2060	199.9940	278.9227	370.9959
1	1.6	15.4118	41.4475	80.4143	132.2853	197.0903	274.8380	365.5326
1	1.7	15.2506	40.9336	79.3528	130.4889	194.3731	271.0143	360.4173
1	1.8	15.1011	40.4535	78.3587	128.8047	191.8239	267.4260	355.6158
1	1.9	14.9623	40.0038	77.4253	127.2218	189.4268	264.0506	351.0983
1	2.0	14.8331	39.5818	76.5471	125.7310	187.1679	260.8687	346.8388
2	0.1	21.3630	58.8616	115.3702	190.6960	284.8534	397.8417	529.6611
2	0.2	20.5324	56.5058	110.6966	182.9280	273.2152	381.5582	507.9575
2	0.3	19.8391	54.5020	106.6915	176.2486	263.1899	367.5163	489.2286
2	0.4	19.2531	52.7762	103.2172	170.4360	254.4509	355.2637	472.8757
2	0.5	18.7527	51.2738	100.1721	165.3259	246.7557	344.4644	458.4536
2	0.6	18.3215	49.9539	97.4790	160.7935	239.9201	334.8628	445.6237
2	0.7	17.9472	48.7850	95.0786	156.7426	233.8017	326.2612	434.1237
2	0.8	17.6202	47.7426	92.9245	153.0975	228.2885	318.5039	423.7470
2	0.9	17.3330	46.8071	90.9795	149.7977	223.2909	311.4666	414.3287
2	1.0	17.0793	45.9630	89.2139	146.7947	218.7368	305.0488	405.7352
2	1.1	16.8545	45.1975	87.6032	144.0485	214.5669	299.1682	397.8573
2	1.2	16.6544	44.5003	86.1275	141.5264	210.7325	293.7567	390.6045
2	1.3	16.4759	43.8627	84.7701	139.2010	207.1929	288.7577	383.9014
2	1.4	16.3160	43.2774	83.5170	137.0492	203.9137	284.1233	377.6845
2	1.5	16.1726	42.7383	82.3563	135.0516	200.8659	279.8130	371.9000
2	1.6	16.0436	42.2404	81.2779	133.1916	198.0248	275.7924	366.5018
2	1.7	15.9275	41.7791	80.2733	131.4549	195.3691	272.0316	361.4505
2	1.8	15.8227	41.3507	79.3349	129.8292	192.8804	268.5051	356.7118
2	1.9	15.7280	40.9518	78.4563	128.3038	190.5426	265.1904	352.2561
2	2.0	15.6424	40.5796	77.6319	126.8694	188.3419	262.0681	348.0572



EK D

Çizelge D.1 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	2.04086	16.35075	49.51401	101.35883	172.00985	261.47941	369.77361
1	0.2	2.06436	15.87807	47.65045	97.35395	165.09345	250.87951	354.71714
1	0.3	2.08694	15.46703	46.04037	93.89335	159.11564	241.71658	341.70034
1	0.4	2.10867	15.10567	44.63303	90.86811	153.88871	233.70332	330.31553
1	0.5	2.12964	14.78500	43.39061	88.19708	149.27276	226.62566	320.25891
1	0.6	2.14991	14.49814	42.28435	85.81847	145.16131	220.32059	311.29914
1	0.7	2.16954	14.23971	41.29192	83.68437	141.47174	214.66166	303.25673
1	0.8	2.18858	14.00545	40.39572	81.75700	138.13891	209.54914	295.99016
1	0.9	2.20708	13.79194	39.58169	80.00614	135.11072	204.90328	289.38622
1	1.0	2.22506	13.59637	38.83843	78.40731	132.34497	200.65946	283.35318
1	1.1	2.24258	13.41646	38.15660	76.94048	129.80707	196.76473	277.81588
1	1.2	2.25965	13.25029	37.52847	75.58903	127.46840	193.17527	272.71211
1	1.3	2.27630	13.09626	36.94760	74.33912	125.30506	189.85446	267.98990
1	1.4	2.29256	12.95301	36.40854	73.17907	123.29690	186.77146	263.60545
1	1.5	2.30846	12.81939	35.90668	72.09897	121.42682	183.90009	259.52161
1	1.6	2.32401	12.69441	35.43808	71.09034	119.68022	181.21797	255.70658
1	1.7	2.33922	12.57721	34.99936	70.14592	118.04453	178.70585	252.13305
1	1.8	2.35413	12.46704	34.58756	69.25940	116.50886	176.34707	248.77735
1	1.9	2.36873	12.36327	34.20015	68.42528	115.06377	174.12713	245.61891
1	2.0	2.38305	12.26533	33.83490	67.63879	113.70096	172.03336	242.63972
2	0.1	2.11037	16.47822	49.62981	101.47091	172.11945	261.58734	369.88034
2	0.2	2.19982	16.11425	47.87086	97.56947	165.30549	251.08917	354.92507
2	0.3	2.28522	15.79751	46.35584	94.20455	159.42344	242.02197	342.00396
2	0.4	2.36701	15.51911	45.03534	91.26805	154.28609	234.09880	330.70956
2	0.5	2.44559	15.27232	43.87270	88.67958	149.75414	227.10602	320.73842
2	0.6	2.52127	15.05193	42.84004	86.37801	145.72161	220.88106	311.85957
2	0.7	2.59430	14.85385	41.91584	84.31604	142.10637	215.29787	303.89388
2	0.8	2.66493	14.67482	41.08313	82.45637	138.84371	210.25712	296.70019
2	0.9	2.73334	14.51218	40.32840	80.76925	135.88191	205.67938	290.16559
2	1.0	2.79972	14.36379	39.64071	79.23059	133.17911	201.50036	284.19865
2	1.1	2.86420	14.22785	39.01112	77.82068	130.70104	197.66739	278.72448
2	1.2	2.92692	14.10286	38.43225	76.52322	128.41933	194.13688	273.68109
2	1.3	2.98800	13.98757	37.89793	75.32461	126.31033	190.87247	269.01674
2	1.4	3.04754	13.88092	37.40299	74.21342	124.35409	187.84349	264.68782
2	1.5	3.10564	13.78198	36.94303	73.17992	122.53373	185.02395	260.65733
2	1.6	3.16237	13.68999	36.51431	72.21585	120.83479	182.39163	256.89366
2	1.7	3.21783	13.60425	36.11360	71.31407	119.24485	179.92743	253.36961
2	1.8	3.27207	13.52418	35.73814	70.46843	117.75318	177.61481	250.06166
2	1.9	3.32515	13.44926	35.38550	69.67357	116.35045	175.43941	246.94934
2	2.0	3.37715	13.37904	35.05357	68.92482	115.02847	173.38865	244.01476

Çizelge D.1 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=1$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	1.87012	16.00443	49.27860	101.16369	171.83941	261.32515	369.63078
1	0.2	1.74507	15.24288	47.22524	97.00641	164.79370	250.61117	354.47099
1	0.3	1.63672	14.58690	45.45969	93.42530	158.71713	241.36390	341.38012
1	0.4	1.54179	14.01493	43.92326	90.30382	153.41457	233.28880	329.94331
1	0.5	1.45784	13.51097	42.57238	87.55535	148.74084	226.16660	319.85165
1	0.6	1.38301	13.06291	41.37404	85.11406	144.58555	219.83047	310.87005
1	0.7	1.31583	12.66141	40.30271	82.92903	140.86316	214.15112	302.81623
1	0.8	1.25515	12.29914	39.33833	80.96015	137.50630	209.02666	295.54653
1	0.9	1.20004	11.97023	38.46492	79.17542	134.46117	204.37565	288.94609
1	1.0	1.14975	11.66998	37.66958	77.54897	131.68421	200.13216	282.92191
1	1.1	1.10364	11.39455	36.94177	76.05964	129.13977	196.24221	277.39781
1	1.2	1.06121	11.14075	36.27281	74.68995	126.79838	192.66114	272.31076
1	1.3	1.02201	10.90595	35.65544	73.42530	124.63544	189.35167	267.60812
1	1.4	0.98569	10.68793	35.08361	72.25344	122.63025	186.28241	263.24557
1	1.5	0.95193	10.48480	34.55216	71.16398	120.76525	183.42674	259.18551
1	1.6	0.92046	10.29498	34.05671	70.14806	119.02546	180.76190	255.39580
1	1.7	0.89105	10.11709	33.59350	69.19806	117.39799	178.26834	251.84880
1	1.8	0.86351	9.94994	33.15928	68.30740	115.87171	175.92914	248.52060
1	1.9	0.83765	9.79250	32.75125	67.47036	114.43692	173.72959	245.39042
1	2.0	0.81332	9.64389	32.36695	66.68197	113.08518	171.65685	242.44007
2	0.1	1.86422	15.98622	49.31899	101.22774	171.91783	261.41301	369.72529
2	0.2	1.72967	15.21238	47.32453	97.16129	164.98284	250.82307	354.69908
2	0.3	1.60976	14.54676	45.62903	93.68897	159.03993	241.72649	341.77124
2	0.4	1.50230	13.96575	44.16857	90.68778	153.88703	233.82159	330.51974
2	0.5	1.40551	13.45216	42.89588	88.06622	149.37361	226.88359	320.63012
2	0.6	1.31799	12.99320	41.77530	85.75480	145.38509	220.74127	311.86281
2	0.7	1.23857	12.57920	40.77944	83.69972	141.83261	215.26176	304.03189
2	0.8	1.16626	12.20271	39.88699	81.85875	138.64613	210.34024	296.99062
2	0.9	1.10025	11.85793	39.08115	80.19827	135.76970	205.89282	290.62154
2	1.0	1.03982	11.54025	38.34854	78.69120	133.15805	201.85155	284.82944
2	1.1	0.98437	11.24602	37.67838	77.31555	130.77419	198.16077	279.53625
2	1.2	0.93337	10.97223	37.06191	76.05324	128.58763	194.77445	274.67733
2	1.3	0.88636	10.71644	36.49198	74.88937	126.57299	191.65418	270.19869
2	1.4	0.84293	10.47662	35.96269	73.81150	124.70901	188.76771	266.05489
2	1.5	0.80274	10.25108	35.46911	72.80922	122.97778	186.08773	262.20737
2	1.6	0.76547	10.03838	35.00715	71.87374	121.36410	183.59097	258.62324
2	1.7	0.73084	9.83728	34.57333	70.99764	119.85500	181.25753	255.27429
2	1.8	0.69863	9.64674	34.16472	70.17454	118.43937	179.07028	252.13615
2	1.9	0.66859	9.46584	33.77881	69.39903	117.10763	177.01440	249.18772
2	2.0	0.64056	9.29378	33.41343	68.66641	115.85150	175.07703	246.41060

Çizelge D.2 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	6.72572	37.66286	68.84308	150.52833	202.95470	338.40658	411.70301
1	0.2	6.51975	36.11510	66.36681	144.04118	195.58682	323.15835	397.17588
1	0.3	6.34064	34.77787	64.27087	138.30455	189.49295	309.45534	385.43701
1	0.4	6.18301	33.60947	62.47262	133.20372	184.36102	297.17478	375.69098
1	0.5	6.04286	32.57872	60.91155	128.64608	179.96871	286.17559	367.39982
1	0.6	5.91712	31.66183	59.54241	124.55533	176.15487	276.31288	360.19506
1	0.7	5.80345	30.84028	58.33067	120.86783	172.80068	267.44934	353.81841
1	0.8	5.69997	30.09943	57.24955	117.53024	169.81699	259.46104	348.08393
1	0.9	5.60522	29.42754	56.27801	114.49759	167.13586	252.23904	342.85432
1	1.0	5.51798	28.81508	55.39925	111.73187	164.70472	245.68898	338.02587
1	1.1	5.43728	28.25422	54.59973	109.20077	162.48235	239.72969	333.51888
1	1.2	5.36230	27.73849	53.86841	106.87678	160.43601	234.29149	329.27137
1	1.3	5.29237	27.26245	53.19621	104.73633	158.53943	229.31457	325.23490
1	1.4	5.22691	26.82153	52.57560	102.75920	156.77129	224.74744	321.37162
1	1.5	5.16545	26.41182	52.00027	100.92790	155.11418	220.54569	317.65231
1	1.6	5.10757	26.03002	51.46491	99.22729	153.55374	216.67084	314.05476
1	1.7	5.05291	25.67326	50.96500	97.64423	152.07803	213.08940	310.56260
1	1.8	5.00117	25.33904	50.49671	96.16720	150.67712	209.77216	307.16418
1	1.9	4.95208	25.02523	50.05673	94.78612	149.34265	206.69348	303.85169
1	2.0	4.90541	24.72993	49.64220	93.49213	148.06757	203.83081	300.62025
2	0.1	6.80272	37.66971	69.14405	150.55205	203.38530	338.44929	412.19951
2	0.2	6.65561	36.13898	66.93518	144.12987	196.39087	323.32754	398.07488
2	0.3	6.52115	34.82512	65.07831	138.49023	190.61828	309.82110	386.65079
2	0.4	6.39684	33.68395	63.49460	133.51017	185.76104	297.78933	377.14451
2	0.5	6.28088	32.68266	62.12642	129.09027	181.60204	287.07589	369.02952
2	0.6	6.17193	31.79634	60.93077	125.14884	177.98460	277.52462	361.94592
2	0.7	6.06897	31.00575	59.87497	121.61815	174.79364	268.99029	355.64172
2	0.8	5.97123	30.29577	58.93385	118.44171	171.94321	261.34328	349.93598
2	0.9	5.87811	29.65432	58.08772	115.57222	169.36814	254.47048	344.69600
2	1.0	5.78910	29.07165	57.32103	112.96988	167.01840	248.27430	339.82291
2	1.1	5.70383	28.53982	56.62136	110.60104	164.85508	242.67091	335.24241
2	1.2	5.62196	28.05224	55.97870	108.43717	162.84767	237.58837	330.89860
2	1.3	5.54322	27.60346	55.38493	106.45394	160.97204	232.96486	326.74975
2	1.4	5.46738	27.18887	54.83340	104.63050	159.20897	228.74708	322.76512
2	1.5	5.39425	26.80458	54.31861	102.94896	157.54304	224.88893	318.92263
2	1.6	5.32364	26.44728	53.83602	101.39385	155.96185	221.35042	315.20687
2	1.7	5.25542	26.11414	53.38183	99.95176	154.45535	218.09666	311.60750
2	1.8	5.18943	25.80269	52.95285	98.61103	153.01537	215.09719	308.11787
2	1.9	5.12556	25.51082	52.54638	97.36148	151.63522	212.32525	304.73388
2	2.0	5.06370	25.23666	52.16013	96.19418	150.30940	209.75731	301.45310

Çizelge D.3 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü - Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	14.31746	58.80481	95.80530	190.43017	248.10734	397.00810	475.72066
1	0.2	13.91441	56.30999	92.35739	182.02564	239.23397	378.77763	459.22465
1	0.3	13.57237	54.11884	89.47093	174.51879	231.97577	362.30617	446.00745
1	0.4	13.27813	52.17887	87.01643	167.80193	225.91031	347.51977	435.07287
1	0.5	13.02204	50.44942	84.90036	161.77895	220.74211	334.28110	425.76534
1	0.6	12.79683	48.89827	83.05373	156.36387	216.26160	322.42739	417.64691
1	0.7	12.59698	47.49950	81.42469	151.48066	212.31748	311.79611	410.41599
1	0.8	12.41817	46.23197	79.97367	147.06287	208.79851	302.23746	403.85769
1	0.9	12.25702	45.07827	78.67000	143.05297	205.62135	293.61871	397.81406
1	1.0	12.11083	44.02389	77.48958	139.40136	202.72246	285.82463	392.16611
1	1.1	11.97742	43.05668	76.41325	136.06540	200.05271	278.75601	386.82287
1	1.2	11.85501	42.16634	75.42560	133.00842	197.57351	272.32775	381.71464
1	1.3	11.74215	41.34415	74.51413	130.19886	195.25430	266.46675	376.78869
1	1.4	11.63761	40.58261	73.66858	127.60948	193.07058	261.11012	372.00642
1	1.5	11.54038	39.87530	72.88048	125.21671	191.00259	256.20349	367.34120
1	1.6	11.44961	39.21662	72.14277	123.00007	189.03434	251.69968	362.77642
1	1.7	11.36456	38.60176	71.44953	120.94175	187.15281	247.55752	358.30364
1	1.8	11.28463	38.02648	70.79576	119.02615	185.34736	243.74091	353.92055
1	1.9	11.20928	37.48708	70.17721	117.23961	183.60933	240.21804	349.62906
1	2.0	11.13805	36.98029	69.59026	115.57008	181.93166	236.96076	345.43356
2	0.1	14.51279	58.81046	96.14635	190.44009	248.57656	397.02534	476.25585
2	0.2	14.27947	56.33242	93.01024	182.07440	240.12706	378.87266	460.22151
2	0.3	14.08562	54.16827	90.40510	174.64042	233.23726	362.55080	447.37375
2	0.4	13.92121	52.26416	88.20179	168.02852	227.48324	347.97772	436.71872
2	0.5	13.77912	50.57789	86.30799	162.13780	222.57193	335.00383	427.60853
2	0.6	13.65415	49.07573	84.65633	156.87692	218.29755	323.45548	419.61261
2	0.7	13.54252	47.73041	83.19684	152.16491	214.51285	313.16159	412.43561
2	0.8	13.44139	46.51959	81.89184	147.93110	211.11051	303.96565	405.86853
2	0.9	13.34863	45.42484	80.71258	144.11441	208.01098	295.72951	399.75995
2	1.0	13.26263	44.43079	79.63680	140.66235	205.15443	288.33324	393.99882
2	1.1	13.18217	43.52461	78.64713	137.52985	202.49538	281.67342	388.50402
2	1.2	13.10628	42.69543	77.72989	134.67826	199.99899	275.66095	383.21756
2	1.3	13.03424	41.93405	76.87417	132.07432	197.63841	270.21893	378.09980
2	1.4	12.96547	41.23263	76.07126	129.68940	195.39291	265.28074	373.12569
2	1.5	12.89954	40.58444	75.31412	127.49874	193.24651	260.78847	368.28143
2	1.6	12.83607	39.98369	74.59702	125.48089	191.18686	256.69151	363.56143
2	1.7	12.77481	39.42536	73.91528	123.61719	189.20445	252.94552	358.96552
2	1.8	12.71551	38.90512	73.26507	121.89136	187.29198	249.51151	354.49666
2	1.9	12.65800	38.41915	72.64317	120.28916	185.44379	246.35509	350.15905
2	2.0	12.60214	37.96414	72.04694	118.79810	183.65554	243.44591	345.95690

Çizelge D.4 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	10.51800	45.66688	85.14043	164.39313	232.37394	356.82696	455.68186
1	0.2	10.34052	43.74156	82.65608	156.46019	225.57433	338.72338	442.60359
1	0.3	10.18973	42.08707	80.52601	149.62172	219.77934	323.10654	431.45838
1	0.4	10.05986	40.64970	78.67246	143.67783	214.74034	309.56130	421.69448
1	0.5	9.94670	39.38913	77.03890	138.47211	210.28288	297.74555	412.93565
1	0.6	9.84705	38.27445	75.58325	133.88118	206.28105	287.38175	404.91442
1	0.7	9.75849	37.28159	74.27360	129.80680	202.64184	278.24537	397.43589
1	0.8	9.67910	36.39150	73.08529	126.17004	199.29532	270.15408	390.35776
1	0.9	9.60741	35.58891	71.99905	122.90689	196.18817	262.95879	383.57893
1	1.0	9.54222	34.86144	70.99954	119.96496	193.27940	256.53649	377.03219
1	1.1	9.48257	34.19895	70.07447	117.30102	190.53729	250.78475	370.67827
1	1.2	9.42768	33.59302	69.21385	114.87907	187.93726	245.61746	364.49971
1	1.3	9.37690	33.03666	68.40949	112.66897	185.46024	240.96155	358.49424
1	1.4	9.32971	32.52396	67.65463	110.64523	183.09148	236.75455	352.66848
1	1.5	9.28566	32.04993	66.94361	108.78623	180.81957	232.94260	347.03250
1	1.6	9.24437	31.61031	66.27170	107.07346	178.63568	229.47907	341.59614
1	1.7	9.20554	31.20143	65.63488	105.49101	176.53297	226.32335	336.36676
1	1.8	9.16888	30.82014	65.02973	104.02514	174.50607	223.43996	331.34841
1	1.9	9.13418	30.46369	64.45332	102.66389	172.55071	220.79785	326.54178
1	2.0	9.10123	30.12971	63.90311	101.39685	170.66341	218.36978	321.94463
2	0.1	10.70849	45.84496	85.46066	164.62663	232.77818	357.10909	456.11950
2	0.2	10.69631	44.08652	83.24963	156.95089	226.30431	339.35048	443.36502
2	0.3	10.68999	42.58818	81.35358	150.38403	220.76893	324.12256	432.44834
2	0.4	10.68706	41.29692	79.70043	144.71981	215.93253	310.99764	422.83057
2	0.5	10.68589	40.17308	78.23812	139.79736	211.62789	299.62488	414.14603
2	0.6	10.68536	39.18644	76.92826	135.49003	207.73529	289.72001	406.13834
2	0.7	10.68475	38.31355	75.74204	131.69717	204.16749	281.05271	398.62618
2	0.8	10.68356	37.53595	74.65756	128.33797	200.86020	273.43522	391.48389
2	0.9	10.68152	36.83889	73.65795	125.34688	197.76577	266.71314	384.62929
2	1.0	10.67845	36.21047	72.73004	122.67028	194.84885	260.75824	378.01435
2	1.1	10.67428	35.64098	71.86349	120.26394	192.08324	255.46304	371.61651
2	1.2	10.66898	35.12243	71.05008	118.09105	189.44956	250.73669	365.43042
2	1.3	10.66257	34.64817	70.28320	116.12080	186.93356	246.50190	359.46033
2	1.4	10.65512	34.21265	69.55750	114.32721	184.52463	242.69260	353.71421
2	1.5	10.64667	33.81119	68.86862	112.68827	182.21488	239.25208	348.19965
2	1.6	10.63732	33.43981	68.21294	111.18521	179.99822	236.13159	342.92171
2	1.7	10.62713	33.09513	67.58745	109.80199	177.86984	233.28920	337.88202
2	1.8	10.61619	32.77425	66.98960	108.52478	175.82575	230.68877	333.07886
2	1.9	10.60459	32.47467	66.41722	107.34168	173.86248	228.29924	328.50762
2	2.0	10.59239	32.19420	65.86845	106.24238	171.97686	226.09384	324.16145

Çizelge D.4 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	10.21664	45.88087	83.53994	166.97943	227.69899	363.79361	445.94462
1	0.2	9.78239	44.10730	79.76605	161.03377	217.20801	350.88706	425.43923
1	0.3	9.40949	42.55561	76.58883	155.67749	208.53746	338.87544	408.92466
1	0.4	9.08513	41.18256	73.87999	150.80184	201.29254	327.62115	395.51689
1	0.5	8.79984	39.95604	71.54494	146.33240	195.17506	317.08044	384.50234
1	0.6	8.54651	38.85167	69.51246	142.21616	189.95645	307.24423	375.31694
1	0.7	8.31967	37.85051	67.72798	138.41328	185.45977	298.10345	367.52804
1	0.8	8.11506	36.93758	66.14902	134.89209	181.54716	289.63651	360.81125
1	0.9	7.92930	36.10087	64.74205	131.62606	178.11061	281.80921	354.92581
1	1.0	7.75966	35.33055	63.48029	128.59210	175.06508	274.57912	349.69282
1	1.1	7.60395	34.61855	62.34211	125.76972	172.34321	267.90010	344.97821
1	1.2	7.46035	33.95809	61.30987	123.14041	169.89134	261.72568	340.68017
1	1.3	7.32735	33.34348	60.36907	120.68744	167.66642	256.01121	336.72026
1	1.4	7.20371	32.76987	59.50766	118.39561	165.63367	250.71497	333.03720
1	1.5	7.08836	32.23310	58.71558	116.25115	163.76480	245.79870	329.58244
1	1.6	6.98039	31.72958	57.98439	114.24157	162.03662	241.22768	326.31713
1	1.7	6.87905	31.25618	57.30691	112.35558	160.43000	236.97064	323.20993
1	1.8	6.78366	30.81018	56.67704	110.58293	158.92905	232.99949	320.23540
1	1.9	6.69366	30.38916	56.08956	108.91438	157.52048	229.28906	317.37290
1	2.0	6.60853	29.99102	55.53997	107.34156	156.19311	225.81682	314.60569
2	0.1	10.28151	45.80570	83.76338	166.91673	228.05218	363.73190	446.37549
2	0.2	9.89587	43.97228	80.21414	160.90903	217.93507	350.75124	426.33969
2	0.3	9.55864	42.37250	77.25736	155.49783	209.63996	338.68399	410.28745
2	0.4	9.25952	40.96078	74.76108	150.58039	202.75740	327.41811	397.29869
2	0.5	8.99101	39.70334	72.62831	146.08652	196.97889	316.92238	386.63961
2	0.6	8.74757	38.57456	70.78631	141.96528	192.06945	307.18773	377.74032
2	0.7	8.52497	37.55453	69.17961	138.17702	187.84886	298.19790	370.17079
2	0.8	8.31996	36.62752	67.76532	134.68885	184.17823	289.92189	363.61250
2	0.9	8.12999	35.78084	66.50984	131.47224	180.95003	282.31663	357.83086
2	1.0	7.95303	35.00413	65.38656	128.50179	178.08054	275.33228	352.65247
2	1.1	7.78744	34.28881	64.37421	125.75460	175.50420	268.91685	347.94791
2	1.2	7.63188	33.62771	63.45564	123.20996	173.16939	263.01929	343.61949
2	1.3	7.48524	33.01477	62.61691	120.84911	171.03515	257.59134	339.59267
2	1.4	7.34660	32.44481	61.84661	118.65513	169.06878	252.58840	335.81005
2	1.5	7.21516	31.91340	61.13533	116.61272	167.24404	247.96981	332.22716
2	1.6	7.09026	31.41669	60.47529	114.70812	165.53973	243.69884	328.80954
2	1.7	6.97134	30.95136	59.85998	112.92897	163.93861	239.74247	325.53048
2	1.8	6.85787	30.51446	59.28395	111.26413	162.42664	236.07109	322.36944
2	1.9	6.74945	30.10345	58.74261	109.70361	160.99228	232.65816	319.31077
2	2.0	6.64567	29.71606	58.23207	108.23842	159.62605	229.47991	316.34275

Çizelge D.5 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Serbest Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	10.86951	39.30585	86.45782	152.40547	237.16949	340.75716	463.17170
1	0.2	10.47302	37.71518	82.91702	146.14614	227.42003	326.74466	444.12261
1	0.3	10.13018	36.34617	79.86373	140.74302	218.99929	314.63761	427.66013
1	0.4	9.83050	35.15378	77.19955	136.02392	211.64065	304.05416	413.26630
1	0.5	9.56612	34.10456	74.85132	131.86075	205.14562	294.70994	400.55536
1	0.6	9.33101	33.17317	72.76347	128.15610	199.36320	286.38855	389.23367
1	0.7	9.12047	32.33997	70.89297	124.83448	194.17634	278.92220	379.07352
1	0.8	8.93078	31.58956	69.20595	121.83646	189.49281	272.17864	369.89542
1	0.9	8.75896	30.90964	67.67536	119.11451	185.23888	266.05215	361.55582
1	1.0	8.60256	30.29028	66.27933	116.63021	181.35486	260.45710	353.93848
1	1.1	8.45959	29.72336	64.99997	114.35207	177.79187	255.32336	346.94817
1	1.2	8.32839	29.20219	63.82249	112.25406	174.50948	250.59289	340.50606
1	1.3	8.20757	28.72117	62.73454	110.31447	171.47391	246.21724	334.54635
1	1.4	8.09595	28.27562	61.72575	108.51500	168.65673	242.15560	329.01359
1	1.5	7.99252	27.86156	60.78732	106.84015	166.03384	238.37332	323.86074
1	1.6	7.89644	27.47560	59.91173	105.27665	163.58461	234.84081	319.04757
1	1.7	7.80696	27.11483	59.09253	103.81312	161.29132	231.53263	314.53950
1	1.8	7.72344	26.77675	58.32413	102.43971	159.13864	228.42674	310.30662
1	1.9	7.64533	26.45915	57.60169	101.14785	157.11324	225.50399	306.32287
1	2.0	7.57212	26.16015	56.92098	99.93006	155.20347	222.74763	302.56550
2	0.1	10.90907	39.33415	86.48136	152.42622	237.18844	340.77486	463.18848
2	0.2	10.54467	37.77503	82.97119	146.19686	227.46849	326.79153	444.16832
2	0.3	10.22905	36.43924	79.95276	140.82939	219.08388	314.72093	427.74249
2	0.4	9.95343	35.28079	77.32588	136.14941	211.76547	304.17845	413.39018
2	0.5	9.71107	34.26561	75.01621	132.02733	205.31310	294.87796	400.72375
2	0.6	9.49672	33.36795	72.96742	128.36475	199.57466	286.60187	389.44831
2	0.7	9.30623	32.56798	71.13595	125.08554	194.43236	279.18156	379.33528
2	0.8	9.13623	31.85011	69.48761	122.12981	189.79345	272.48423	370.20459
2	0.9	8.98399	31.20197	67.99512	119.44975	185.58385	266.40378	361.91229
2	1.0	8.84725	30.61359	66.63646	117.00671	181.74364	260.85432	354.34185
2	1.1	8.72413	30.07683	65.39366	114.76910	178.22378	255.76554	347.39784
2	1.2	8.61305	29.58499	64.25188	112.71080	174.98374	251.07929	341.00133
2	1.3	8.51265	29.13251	63.19874	110.81003	171.98967	246.74703	335.08641
2	1.4	8.42179	28.71469	62.22387	109.04849	169.21312	242.72791	329.59760
2	1.5	8.33949	28.32761	61.31846	107.41066	166.62994	238.98727	324.48781
2	1.6	8.26488	27.96789	60.47503	105.88328	164.21952	235.49550	319.71681
2	1.7	8.19722	27.63266	59.68713	104.45498	161.96414	232.22716	315.25003
2	1.8	8.13586	27.31943	58.94920	103.11592	159.84850	229.16022	311.05754
2	1.9	8.08022	27.02604	58.25643	101.85757	157.85927	226.27556	307.11333
2	2.0	8.02980	26.75062	57.60461	100.67246	155.98481	223.55644	303.39463

Çizelge D.5 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Mafsalılı Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=1$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	10.85270	39.41143	86.61479	152.59159	237.37415	340.97461	463.39850
1	0.2	10.43911	37.91362	83.21434	146.49988	227.80978	327.15931	444.55549
1	0.3	10.07894	36.62716	80.28788	141.24937	219.55832	315.23315	428.28242
1	0.4	9.76175	35.50882	77.73932	136.67047	212.35588	304.81712	414.06430
1	0.5	9.47971	34.52652	75.49726	132.63702	206.00607	295.62904	401.51759
1	0.6	9.22684	33.65595	73.50747	129.05312	200.35947	287.45416	390.35037
1	0.7	8.99847	32.87834	71.72799	125.84447	195.30029	280.12599	380.33626
1	0.8	8.79091	32.17895	70.12583	122.95258	190.73731	273.51334	371.29684
1	0.9	8.60119	31.54604	68.67465	120.33072	186.59760	267.51131	363.08942
1	1.0	8.42691	30.97015	67.35317	117.94108	182.82216	262.03496	355.59845
1	1.1	8.26608	30.44355	66.14399	115.75275	179.36267	257.01475	348.72930
1	1.2	8.11706	29.95986	65.03273	113.74013	176.17915	252.39311	342.40365
1	1.3	7.97846	29.51378	64.00742	111.88190	173.23825	248.12202	336.55609
1	1.4	7.84913	29.10087	63.05798	110.16009	170.51189	244.16099	331.13153
1	1.5	7.72807	28.71735	62.17590	108.55950	167.97623	240.47571	326.08323
1	1.6	7.61443	28.36002	61.35389	107.06712	165.61094	237.03684	321.37125
1	1.7	7.50748	28.02614	60.58570	105.67179	163.39851	233.81916	316.96123
1	1.8	7.40659	27.71333	59.86595	104.36386	161.32383	230.80085	312.82346
1	1.9	7.31119	27.41954	59.18995	103.13494	159.37375	227.96295	308.93208
1	2.0	7.22081	27.14298	58.55361	101.97770	157.53676	225.28886	305.26449
2	0.1	10.90668	39.53181	86.76465	152.75833	237.55170	341.15966	463.58904
2	0.2	10.53185	38.15531	83.52479	146.85071	228.18686	327.55474	444.96445
2	0.3	10.19854	36.98794	80.76427	141.79538	220.15024	315.85748	428.93079
2	0.4	9.89871	35.98434	78.38307	137.41804	213.17296	305.68375	414.96794
2	0.5	9.62634	35.11107	76.30688	133.58893	207.05470	296.74732	402.68827
2	0.6	9.37688	34.34295	74.47927	130.20929	201.64290	288.83018	391.79655
2	0.7	9.14677	33.66076	72.85670	127.20257	196.81917	281.76309	382.06361
2	0.8	8.93326	33.04956	71.40497	124.50845	192.49013	275.41253	373.30863
2	0.9	8.73412	32.49765	70.09694	122.07881	188.58109	269.67160	365.38682
2	1.0	8.54758	31.99571	68.91080	119.87472	185.03155	264.45369	358.18081
2	1.1	8.37219	31.53631	67.82885	117.86444	181.79197	259.68777	351.59435
2	1.2	8.20674	31.11340	66.83660	116.02178	178.82143	255.31506	345.54772
2	1.3	8.05023	30.72208	65.92210	114.32501	176.08579	251.28648	339.97428
2	1.4	7.90181	30.35830	65.07543	112.75595	173.55639	247.56072	334.81792
2	1.5	7.76076	30.01872	64.28830	111.29928	171.20900	244.10276	330.03099
2	1.6	7.62646	29.70054	63.55372	109.94203	169.02299	240.88273	325.57281
2	1.7	7.49834	29.40142	62.86580	108.67315	166.98071	237.87503	321.40842
2	1.8	7.37596	29.11936	62.21950	107.48318	165.06702	235.05756	317.50762
2	1.9	7.25887	28.85267	61.61054	106.36400	163.26879	232.41117	313.84420
2	2.0	7.14670	28.59991	61.03521	105.30857	161.57467	229.91922	310.39530

Çizelge D.6 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Serbest – Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\mu=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	17.52034	58.84401	95.11069	190.51442	248.09796	397.14122	475.60116
1	0.2	16.91535	56.44471	91.64423	182.31006	239.06057	379.21385	458.84759
1	0.3	16.40794	54.38148	88.71605	175.06000	231.59918	363.10609	445.33267
1	0.4	15.97674	52.58663	86.20886	168.61947	225.32422	348.68371	434.11699
1	0.5	15.60619	51.00982	84.03688	162.87113	219.95890	335.78240	424.57069
1	0.6	15.28468	49.61275	82.13596	157.71782	215.30330	324.22971	416.26561
1	0.7	15.00336	48.36574	80.45723	153.07831	211.21045	313.86131	408.90309
1	0.8	14.75539	47.24540	78.96279	148.88431	207.57048	304.52877	402.26859
1	0.9	14.53538	46.23303	77.62286	145.07823	204.29979	296.10192	396.20364
1	1.0	14.33906	45.31350	76.41370	141.61137	201.33388	288.46825	390.58843
1	1.1	14.16295	44.47439	75.31616	138.44239	198.62220	281.53123	385.33080
1	1.2	14.00425	43.70545	74.31467	135.53607	196.12466	275.20818	380.35916
1	1.3	13.86061	42.99811	73.39638	132.86230	193.80912	269.42825	375.61781
1	1.4	13.73011	42.34517	72.55065	130.39524	191.64953	264.13057	371.06382
1	1.5	13.61114	41.74051	71.76859	128.11262	189.62461	259.26267	366.66473
1	1.6	13.50233	41.17891	71.04269	125.99514	187.71683	254.77915	362.39683
1	1.7	13.40252	40.65588	70.36659	124.02606	185.91167	250.64052	358.24365
1	1.8	13.31072	40.16754	69.73487	122.19076	184.19702	246.81234	354.19456
1	1.9	13.22608	39.71053	69.14285	120.47644	182.56275	243.26439	350.24350
1	2.0	13.14785	39.28190	68.58653	118.87185	181.00032	239.97006	346.38776
2	0.1	17.62691	58.86066	95.46192	190.56038	248.53768	397.21922	476.08422
2	0.2	17.13139	56.50268	92.31072	182.47534	239.86255	379.50196	459.68219
2	0.3	16.73230	54.49615	89.66807	175.39468	232.70122	363.69594	446.41719
2	0.4	16.40613	52.76743	87.42104	169.15618	226.67645	349.63281	435.37675
2	0.5	16.13622	51.26226	85.48701	163.63005	221.52068	337.12505	425.94930
2	0.6	15.91048	49.93977	83.80423	158.71045	217.04061	325.98572	417.71790
2	0.7	15.71997	48.76856	82.32566	154.31019	213.09406	316.04156	410.39090
2	0.8	15.55795	47.72408	81.01496	150.35694	209.57466	307.13854	403.75881
2	0.9	15.41924	46.78689	79.84364	146.79033	206.40159	299.14275	397.66769
2	1.0	15.29984	45.94134	78.78911	143.55978	203.51262	291.93899	392.00263
2	1.1	15.19656	45.17472	77.83326	140.62265	200.85925	285.42860	386.67714
2	1.2	15.10689	44.47657	76.96147	137.94286	198.40331	279.52711	381.62614
2	1.3	15.02881	43.83823	76.16179	135.48968	196.11450	274.16204	376.80115
2	1.4	14.96065	43.25243	75.42440	133.23688	193.96858	269.27100	372.16675
2	1.5	14.90106	42.71306	74.74120	131.16193	191.94608	264.80011	367.69774
2	1.6	14.84890	42.21493	74.10541	129.24539	190.03122	260.70262	363.37692
2	1.7	14.80325	41.75358	73.51138	127.47043	188.21120	256.93780	359.19304
2	1.8	14.76330	41.32520	72.95433	125.82243	186.47555	253.47007	355.13918
2	1.9	14.72839	40.92647	72.43021	124.28860	184.81568	250.26819	351.21132
2	2.0	14.69795	40.55451	71.93559	122.85777	183.22450	247.30468	347.40722

Çizelge D.7 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	3.82378	18.31726	47.26483	90.45048	148.00174	219.92367	306.22142
1	0.05	3.50632	16.76777	43.62000	84.25178	138.95616	207.84272	290.97764
1	0.10	3.25336	15.83193	41.89951	81.89772	136.10397	204.59923	287.42238
1	0.15	3.04652	15.21329	40.92298	80.69752	134.75414	203.14451	285.89062
1	0.20	2.87371	14.77618	40.29865	79.97546	133.97236	202.32327	285.04151
1	0.25	2.72674	14.45173	39.86651	79.49462	133.46351	201.79661	284.50260
1	0.30	2.59986	14.20171	39.55017	79.15186	133.10623	201.43039	284.13036
1	0.35	2.48895	14.00332	39.30879	78.89534	132.84171	201.16109	283.85789
1	0.40	2.39096	13.84216	39.11866	78.69622	132.63802	200.95476	283.64985
1	0.45	2.30359	13.70869	38.96506	78.53721	132.47637	200.79164	283.48582
1	0.50	2.22506	13.59637	38.83843	78.40731	132.34497	200.65946	283.35318
1	0.55	2.15399	13.50057	38.73225	78.29922	132.23607	200.55018	283.24370
1	0.60	2.08928	13.41790	38.64194	78.20787	132.14434	200.45833	283.15181
1	0.65	2.03004	13.34585	38.56420	78.12966	132.06603	200.38005	283.07359
1	0.70	1.97554	13.28249	38.49658	78.06194	131.99839	200.31254	283.00619
1	0.75	1.92519	13.22635	38.43723	78.00274	131.93938	200.25372	282.94753
1	0.80	1.87848	13.17627	38.38472	77.95055	131.88746	200.20201	282.89599
1	0.85	1.83500	13.13131	38.33794	77.90419	131.84140	200.15620	282.85037
1	0.90	1.79440	13.09073	38.29599	77.86274	131.80029	200.11533	282.80969
1	0.95	1.75637	13.05392	38.25816	77.82545	131.76335	200.07865	282.77320
1	1.0	1.72065	13.02037	38.22388	77.79174	131.72999	200.04554	282.74027
2	0	4.62515	19.54761	48.57890	91.81277	149.38991	221.32811	307.63694
2	0.05	4.28432	17.92281	44.81364	85.44482	140.13097	208.99565	292.10912
2	0.10	4.00415	16.90236	42.97663	82.95910	137.14383	205.61976	288.42665
2	0.15	3.76980	16.21290	41.92008	81.68139	135.72273	204.10035	286.83621
2	0.20	3.57066	15.71921	41.24028	80.91014	134.89811	203.24160	285.95390
2	0.25	3.39905	15.34956	40.76811	80.39569	134.36090	202.69060	285.39374
2	0.30	3.24936	15.06300	40.42174	80.02864	133.98354	202.30735	285.00675
2	0.35	3.11742	14.83464	40.15711	79.75379	133.70407	202.02547	284.72346
2	0.40	3.00004	14.64853	39.94847	79.54036	133.48883	201.80949	284.50714
2	0.45	2.89478	14.49404	39.77982	79.36988	133.31799	201.63874	284.33658
2	0.50	2.79972	14.36379	39.64071	79.23059	133.17911	201.50036	284.19865
2	0.55	2.71333	14.25253	39.52403	79.11467	133.06400	201.38595	284.08481
2	0.60	2.63439	14.15641	39.42477	79.01669	132.96705	201.28979	283.98925
2	0.65	2.56189	14.07255	39.33931	78.93280	132.88427	201.20783	283.90791
2	0.70	2.49502	13.99875	39.26496	78.86016	132.81277	201.13715	283.83782
2	0.75	2.43308	13.93332	39.19970	78.79666	132.75039	201.07556	283.77681
2	0.80	2.37550	13.87492	39.14195	78.74067	132.69550	201.02142	283.72322
2	0.85	2.32180	13.82247	39.09049	78.69093	132.64682	200.97346	283.67578
2	0.90	2.27157	13.77511	39.04436	78.64646	132.60335	200.93067	283.63347
2	0.95	2.22444	13.73213	39.00275	78.60646	132.56430	200.89227	283.59552
2	1.0	2.18011	13.69296	38.96504	78.57029	132.52904	200.85760	283.56129

Çizelge D.7 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=1$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	1.63798	14.11014	43.20864	86.37388	143.91612	215.83176	302.12504
1	0.05	1.56007	13.56193	41.68384	83.51894	139.42965	209.46334	293.66510
1	0.10	1.49217	13.14597	40.64508	81.76933	136.93973	206.24281	289.74393
1	0.15	1.43234	12.82022	39.89824	80.60506	135.38880	204.34710	287.54511
1	0.20	1.37912	12.55848	39.33777	79.77997	134.33834	203.10878	286.15027
1	0.25	1.33137	12.34371	38.90267	79.16673	133.58254	202.23960	285.18992
1	0.30	1.28823	12.16439	38.55560	78.69392	133.01376	201.59707	284.48956
1	0.35	1.24900	12.01244	38.27253	78.31866	132.57070	201.10325	283.95667
1	0.40	1.21313	11.88206	38.03741	78.01382	132.21607	200.71211	283.53781
1	0.45	1.18017	11.76898	37.83908	77.76138	131.92593	200.39475	283.20003
1	0.50	1.14975	11.66998	37.66958	77.54897	131.68421	200.13216	282.92191
1	0.55	1.12155	11.58260	37.52308	77.36782	131.47978	199.91132	282.68897
1	0.60	1.09533	11.50489	37.39522	77.21152	131.30464	199.72305	282.49105
1	0.65	1.07086	11.43535	37.28267	77.07531	131.15294	199.56063	282.32081
1	0.70	1.04795	11.37275	37.18285	76.95556	131.02029	199.41910	282.17284
1	0.75	1.02645	11.31610	37.09371	76.84945	130.90330	199.29468	282.04303
1	0.80	1.00622	11.26460	37.01363	76.75480	130.79937	199.18445	281.92825
1	0.85	0.98713	11.21757	36.94131	76.66985	130.70644	199.08611	281.82602
1	0.90	0.96909	11.17446	36.87567	76.59318	130.62284	198.99784	281.73440
1	0.95	0.95200	11.13479	36.81583	76.52363	130.54723	198.91817	281.65182
1	1.0	0.93578	11.09818	36.76105	76.46027	130.47853	198.84590	281.57700
2	0	1.29809	13.18476	42.49403	85.70072	143.26416	215.19243	301.49414
2	0.05	1.26339	12.90355	41.66796	84.10226	140.68200	211.43507	296.38765
2	0.10	1.23130	12.66321	41.00231	82.88907	138.83270	208.89151	293.11441
2	0.15	1.20152	12.45557	40.45643	81.94385	137.45866	207.08287	290.87939
2	0.20	1.17378	12.27445	40.00173	81.18997	136.40411	205.74112	289.27021
2	0.25	1.14787	12.11514	39.61772	80.57641	135.57228	204.71048	288.06177
2	0.30	1.12359	11.97394	39.28949	80.06826	134.90089	203.89604	287.12335
2	0.35	1.10078	11.84797	39.00592	79.64106	134.34844	203.23726	286.37470
2	0.40	1.07929	11.73488	38.75864	79.27722	133.88638	202.69397	285.76417
2	0.45	1.05901	11.63282	38.54118	78.96383	133.49447	202.23858	285.25710
2	0.50	1.03982	11.54025	38.34854	78.69120	133.15805	201.85155	284.82944
2	0.55	1.02164	11.45592	38.17674	78.45197	132.86622	201.51868	284.46402
2	0.60	1.00437	11.37877	38.02260	78.24040	132.61075	201.22942	284.14824
2	0.65	0.98795	11.30792	37.88355	78.05201	132.38528	200.97579	283.87269
2	0.70	0.97231	11.24264	37.75751	77.88321	132.18487	200.75161	283.63017
2	0.75	0.95738	11.18229	37.64274	77.73113	132.00557	200.55207	283.41511
2	0.80	0.94312	11.12634	37.53781	77.59340	131.84425	200.37333	283.22310
2	0.85	0.92947	11.07433	37.44151	77.46812	131.69833	200.21232	283.05065
2	0.90	0.91640	11.02585	37.35281	77.35366	131.56573	200.06653	282.89491
2	0.95	0.90386	10.98056	37.27087	77.24869	131.44470	199.93390	282.75357
2	1.0	0.89183	10.93815	37.19495	77.15209	131.33380	199.81274	282.62474

Çizelge D.8 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\alpha=1 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	7.12153	28.95184	64.97882	115.35084	180.08883	259.20025	352.68835
1	0.05	6.89680	28.93185	63.23235	114.62732	176.67174	255.75213	348.94641
1	0.10	6.69175	28.91380	61.77103	114.04424	174.02645	253.27365	346.24806
1	0.15	6.50373	28.89743	60.53437	113.56648	171.94261	251.43100	344.24277
1	0.20	6.33052	28.88252	59.47653	113.16907	170.27053	250.01795	342.70741
1	0.25	6.17030	28.86887	58.56268	112.83400	168.90531	248.90497	341.50023
1	0.30	6.02155	28.85635	57.76609	112.54811	167.77298	248.00816	340.52919
1	0.35	5.88296	28.84481	57.06608	112.30156	166.82061	247.27150	339.73277
1	0.40	5.75344	28.83415	56.44641	112.08693	166.00965	246.65638	339.06864
1	0.45	5.63205	28.82426	55.89424	111.89852	165.31153	246.13548	338.50689
1	0.50	5.51798	28.81508	55.39925	111.73187	164.70472	245.68898	338.02587
1	0.55	5.41053	28.80652	54.95311	111.58347	164.17272	245.30219	337.60953
1	0.60	5.30909	28.79852	54.54901	111.45052	163.70274	244.96400	337.24579
1	0.65	5.21311	28.79104	54.18133	111.33075	163.28467	244.66588	336.92536
1	0.70	5.12213	28.78402	53.84540	111.22232	162.91048	244.40116	336.64100
1	0.75	5.03573	28.77742	53.53732	111.12370	162.57369	244.16457	336.38699
1	0.80	4.95354	28.77120	53.25377	111.03363	162.26901	243.95188	336.15874
1	0.85	4.87523	28.76534	52.99197	110.95106	161.99211	243.75966	335.95255
1	0.90	4.80051	28.75980	52.74952	110.87509	161.73939	243.58512	335.76539
1	0.95	4.72911	28.75456	52.52436	110.80496	161.50783	243.42592	335.59475
1	1.0	4.66079	28.74960	52.31471	110.74004	161.29491	243.28015	335.43854
2	0	6.95659	29.11034	65.22774	115.64672	180.41331	259.54399	353.04592
2	0.05	6.80763	29.10529	63.99282	115.19755	177.95648	257.20777	350.30197
2	0.10	6.66770	29.10057	62.89963	114.80971	175.89300	255.34591	348.10944
2	0.15	6.53594	29.09615	61.92681	114.47220	174.14750	253.83946	346.33565
2	0.20	6.41159	29.09200	61.05666	114.17635	172.65892	252.60213	344.88078
2	0.25	6.29400	29.08810	60.27450	113.91525	171.37885	251.57148	343.67126
2	0.30	6.18258	29.08443	59.56815	113.68335	170.26915	250.70194	342.65294
2	0.35	6.07681	29.08097	58.92747	113.47618	169.29974	249.95982	341.78566
2	0.40	5.97624	29.07769	58.34396	113.29011	168.44684	249.31991	341.03928
2	0.45	5.88046	29.07459	57.81049	113.12216	167.69147	248.76299	340.39091
2	0.50	5.78910	29.07165	57.32103	112.96988	167.01840	248.27430	339.82291
2	0.55	5.70184	29.06886	56.87044	112.83121	166.41528	247.84226	339.32154
2	0.60	5.61838	29.06621	56.45436	112.70445	165.87207	247.45776	338.87596
2	0.65	5.53846	29.06369	56.06902	112.58815	165.38047	247.11348	338.47750
2	0.70	5.46183	29.06129	55.71119	112.48110	164.93364	246.80352	338.11917
2	0.75	5.38827	29.05899	55.37805	112.38224	164.52586	246.52305	337.79530
2	0.80	5.31759	29.05680	55.06717	112.29069	164.15231	246.26812	337.50120
2	0.85	5.24961	29.05471	54.77641	112.20568	163.80894	246.03543	337.23299
2	0.90	5.18415	29.05271	54.50390	112.12653	163.49229	245.82221	336.98744
2	0.95	5.12107	29.05079	54.24798	112.05268	163.19941	245.62614	336.76181
2	1.0	5.06023	29.04895	54.00720	111.98360	162.92776	245.44526	336.55380

Çizelge D.9 : Noktasal kütle taşıyan G–G giriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Gömülü - Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	16.33557	44.98064	88.13819	145.66469	217.57184	303.85949	404.52787
1	0.05	15.71463	44.82392	86.08339	144.31753	214.14706	299.01663	401.30611
1	0.10	15.15642	44.68765	84.39829	143.26454	211.54127	295.63079	399.01606
1	0.15	14.65154	44.56820	82.99930	142.42485	209.51940	293.16985	397.32978
1	0.20	14.19232	44.46275	81.82367	141.74270	207.91770	291.31645	396.04647
1	0.25	13.77251	44.36905	80.82444	141.17924	206.62392	289.87759	395.04164
1	0.30	13.38694	44.28527	79.96624	140.70695	205.56045	288.73176	394.23573
1	0.35	13.03132	44.20997	79.22218	140.30593	204.67274	287.79959	393.57614
1	0.40	12.70203	44.14193	78.57157	139.96154	203.92170	287.02748	393.02697
1	0.45	12.39606	44.08018	77.99827	139.66280	203.27871	286.37806	392.56302
1	0.50	12.11083	44.02389	77.48958	139.40136	202.72246	285.82463	392.16611
1	0.55	11.84413	43.97239	77.03538	139.17073	202.23681	285.34760	391.82282
1	0.60	11.59406	43.92510	76.62751	138.96586	201.80931	284.93234	391.52307
1	0.65	11.35900	43.88152	76.25934	138.78269	201.43025	284.56768	391.25913
1	0.70	11.13751	43.84124	75.92543	138.61800	201.09192	284.24497	391.02500
1	0.75	10.92836	43.80390	75.62127	138.46914	200.78818	283.95742	390.81591
1	0.80	10.73044	43.76920	75.34311	138.33396	200.51401	283.69962	390.62809
1	0.85	10.54281	43.73687	75.08778	138.21067	200.26535	283.46720	390.45845
1	0.90	10.36461	43.70668	74.85262	138.09777	200.03881	283.25662	390.30450
1	0.95	10.19507	43.67841	74.63535	137.99403	199.83160	283.06494	390.16415
1	1.0	10.03353	43.65190	74.43403	137.89836	199.64135	282.88974	390.03569
2	0	16.47905	45.17584	88.35280	145.89042	217.80468	304.09726	404.76928
2	0.05	16.05402	45.06913	86.93105	144.95539	215.41053	300.67284	402.49134
2	0.10	15.65865	44.97207	85.68859	144.16545	213.42263	297.99741	400.69034
2	0.15	15.28984	44.88347	84.59701	143.49201	211.75909	295.87073	399.24425
2	0.20	14.94487	44.80231	83.63270	142.91280	210.35427	294.15073	398.06462
2	0.25	14.62140	44.72773	82.77620	142.41044	209.15684	292.73700	397.08783
2	0.30	14.31737	44.65899	82.01144	141.97131	208.12692	291.55792	396.26791
2	0.35	14.03097	44.59544	81.32519	141.58468	207.23351	290.56163	395.57116
2	0.40	13.76063	44.53653	80.70649	141.24199	206.45237	289.70996	394.97257
2	0.45	13.50493	44.48179	80.14623	140.93640	205.76440	288.97439	394.45327
2	0.50	13.26263	44.43079	79.63680	140.66235	205.15443	288.33324	393.99882
2	0.55	13.03265	44.38319	79.17180	140.41533	204.61030	287.76979	393.59801
2	0.60	12.81398	44.33865	78.74583	140.19161	204.12219	287.27098	393.24203
2	0.65	12.60575	44.29689	78.35430	139.98812	203.68206	286.82647	392.92387
2	0.70	12.40717	44.25767	77.99331	139.80228	203.28333	286.42798	392.63787
2	0.75	12.21754	44.22076	77.65949	139.63193	202.92053	286.06880	392.37946
2	0.80	12.03621	44.18597	77.34995	139.47524	202.58910	285.74347	392.14487
2	0.85	11.86260	44.15313	77.06218	139.33065	202.28521	285.44747	391.93098
2	0.90	11.69618	44.12207	76.79401	139.19683	202.00561	285.17705	391.73519
2	0.95	11.53649	44.09267	76.54354	139.07264	201.74754	284.92904	391.55531
2	1.0	11.38309	44.06478	76.30910	138.95708	201.50864	284.70082	391.38950

Çizelge D.10 : Noktasal kütle taşıyan G–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	12.30009	37.52738	77.12151	131.07412	199.39900	282.10026	379.17981
1	0.05	11.92054	37.08366	76.00756	128.64632	198.08319	275.34274	378.65899
1	0.10	11.57163	36.69925	75.07088	126.75936	197.05338	270.57817	378.27886
1	0.15	11.24978	36.36381	74.27674	125.26335	196.23202	267.08925	377.99012
1	0.20	10.95191	36.06910	73.59756	124.05480	195.56498	264.44603	377.76377
1	0.25	10.67537	35.80850	73.01171	123.06174	195.01429	262.38460	377.58175
1	0.30	10.41786	35.57668	72.50225	122.23336	194.55298	260.73721	377.43232
1	0.35	10.17741	35.36930	72.05584	121.53308	194.16151	259.39339	377.30750
1	0.40	9.95229	35.18282	71.66193	120.93411	193.82552	258.27798	377.20171
1	0.45	9.74100	35.01434	71.31209	120.41646	193.53422	257.33830	377.11093
1	0.50	9.54222	34.86144	70.99954	119.96496	193.27940	256.53649	377.03219
1	0.55	9.35481	34.72212	70.71878	119.56793	193.05472	255.84468	376.96325
1	0.60	9.17776	34.59467	70.46531	119.21622	192.85521	255.24196	376.90240
1	0.65	9.01017	34.47769	70.23543	118.90261	192.67690	254.71235	376.84830
1	0.70	8.85124	34.36995	70.02605	118.62131	192.51662	254.24343	376.79988
1	0.75	8.70027	34.27042	69.83460	118.36763	192.37179	253.82543	376.75631
1	0.80	8.55663	34.17821	69.65891	118.13774	192.24031	253.45054	376.71688
1	0.85	8.41976	34.09256	69.49713	117.92847	192.12042	253.11248	376.68103
1	0.90	8.28915	34.01281	69.34771	117.73720	192.01067	252.80611	376.64830
1	0.95	8.16435	33.93836	69.20929	117.56172	191.90983	252.52719	376.61830
1	1.0	8.04494	33.86872	69.08072	117.40017	191.81686	252.27222	376.59070
2	0	12.85048	38.19882	77.85124	131.83567	200.18066	282.89572	379.98531
2	0.05	12.57664	37.91060	77.05480	130.17471	199.22659	278.14879	379.59131
2	0.10	12.31826	37.64913	76.34682	128.77693	198.41987	274.42052	379.27499
2	0.15	12.07406	37.41116	75.71530	127.59019	197.73209	271.44175	379.01598
2	0.20	11.84291	37.19389	75.14987	126.57369	197.14078	269.02159	378.80030
2	0.25	11.62376	36.99490	74.64163	125.69558	196.62826	267.02457	378.61808
2	0.30	11.41569	36.81212	74.18302	124.93095	196.18061	265.35351	378.46222
2	0.35	11.21786	36.64374	73.76761	124.26018	195.78680	263.93761	378.32744
2	0.40	11.02949	36.48821	73.38996	123.66771	195.43804	262.72448	378.20978
2	0.45	10.84990	36.34418	73.04543	123.14109	195.12730	261.67471	378.10620
2	0.50	10.67845	36.21047	72.73004	122.67028	194.84885	260.75824	378.01435
2	0.55	10.51458	36.08605	72.44042	122.24713	194.59806	259.95177	377.93234
2	0.60	10.35777	35.97002	72.17366	121.86495	194.37109	259.23703	377.85869
2	0.65	10.20755	35.86158	71.92726	121.51819	194.16477	258.59949	377.79219
2	0.70	10.06348	35.76004	71.69904	121.20228	193.97647	258.02752	377.73185
2	0.75	9.92517	35.66478	71.48713	120.91335	193.80396	257.51163	377.67686
2	0.80	9.79225	35.57524	71.28989	120.64816	193.64537	257.04410	377.62654
2	0.85	9.66440	35.49095	71.10588	120.40395	193.49911	256.61851	377.58032
2	0.90	9.54131	35.41145	70.93386	120.17836	193.36381	256.22954	377.53772
2	0.95	9.42269	35.33637	70.77271	119.96938	193.23829	255.87270	377.49833
2	1.0	9.30830	35.26535	70.62146	119.77526	193.12156	255.54421	377.46181

Çizelge D.10 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	10.18330	35.52399	75.10043	129.04501	197.36437	280.06172	377.13836
1	0.05	9.83700	35.49520	72.87174	128.95805	192.19643	278.72333	369.73725
1	0.10	9.52298	35.46935	71.04733	128.88714	188.29371	277.74461	364.55656
1	0.15	9.23663	35.44604	69.53076	128.82825	185.27271	277.00312	360.80085
1	0.20	8.97419	35.42490	68.25259	128.77859	182.87882	276.42432	357.98169
1	0.25	8.73256	35.40565	67.16208	128.73616	180.94205	275.96114	355.79996
1	0.30	8.50918	35.38805	66.22158	128.69950	179.34655	275.58269	354.06738
1	0.35	8.30189	35.37190	65.40265	128.66751	178.01153	275.26799	352.66126
1	0.40	8.10886	35.35703	64.68350	128.63936	176.87925	275.00240	351.49897
1	0.45	7.92856	35.34329	64.04717	128.61439	175.90757	274.77536	350.52313
1	0.50	7.75966	35.33055	63.48029	128.59210	175.06508	274.57912	349.69282
1	0.55	7.60101	35.31872	62.97220	128.57209	174.32795	274.40787	348.97811
1	0.60	7.45164	35.30770	62.51429	128.55401	173.67781	274.25715	348.35667
1	0.65	7.31067	35.29741	62.09953	128.53760	173.10026	274.12350	347.81154
1	0.70	7.17735	35.28778	61.72214	128.52265	172.58391	274.00419	347.32958
1	0.75	7.05102	35.27875	61.37733	128.50896	172.11961	273.89705	346.90050
1	0.80	6.93109	35.27027	61.06108	128.49639	171.69991	273.80030	346.51610
1	0.85	6.81705	35.26228	60.77000	128.48480	171.31873	273.71251	346.16978
1	0.90	6.70843	35.25475	60.50122	128.47408	170.97104	273.63251	345.85620
1	0.95	6.60481	35.24763	60.25228	128.46414	170.65263	273.55929	345.57093
1	1.0	6.50583	35.24090	60.02108	128.45489	170.35997	273.49203	345.31033
2	0	9.64959	35.21207	74.83689	128.80647	197.14089	279.84835	376.93225
2	0.05	9.43083	35.18451	73.29844	128.75679	193.50744	278.94557	371.64857
2	0.10	9.22594	35.15886	71.95677	128.71360	190.51006	278.21828	367.51126
2	0.15	9.03356	35.13494	70.77834	128.67570	188.01029	277.62237	364.22469
2	0.20	8.85248	35.11258	69.73632	128.64220	185.90221	277.12662	361.57134
2	0.25	8.68168	35.09163	68.80918	128.61236	184.10550	276.70854	359.39513
2	0.30	8.52022	35.07198	67.97949	128.58563	182.55902	276.35172	357.58402
2	0.35	8.36730	35.05349	67.23305	128.56155	181.21586	276.04392	356.05680
2	0.40	8.22221	35.03608	66.55823	128.53975	180.03971	275.77589	354.75374
2	0.45	8.08431	35.01965	65.94540	128.51991	179.00210	275.54052	353.63024
2	0.50	7.95303	35.00413	65.38656	128.50179	178.08054	275.33228	352.65247
2	0.55	7.82787	34.98944	64.87498	128.48516	177.25700	275.14681	351.79441
2	0.60	7.70837	34.97551	64.40501	128.46987	176.51694	274.98059	351.03575
2	0.65	7.59412	34.96230	63.97184	128.45574	175.84851	274.83083	350.36046
2	0.70	7.48476	34.94974	63.57137	128.44266	175.24196	274.69520	349.75571
2	0.75	7.37994	34.93779	63.20007	128.43051	174.68920	274.57183	349.21116
2	0.80	7.27937	34.92641	62.85490	128.41919	174.18347	274.45912	348.71835
2	0.85	7.18276	34.91556	62.53323	128.40863	173.71910	274.35578	348.27033
2	0.90	7.08987	34.90520	62.23276	128.39875	173.29126	274.26068	347.86132
2	0.95	7.00047	34.89530	61.95148	128.38948	172.89585	274.17289	347.48649
2	1.0	6.91434	34.88583	61.68762	128.38078	172.52937	274.09159	347.14175

Çizelge D.11 : Noktasal kütle taşıyan M-S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	12.49421	37.80051	77.41907	131.38512	199.71828	282.42513	379.50871
1	0.05	11.37638	34.75537	71.90901	123.08502	188.42009	267.98966	361.83909
1	0.10	10.64046	33.21928	69.69732	120.34298	185.26289	264.50324	358.08719
1	0.15	10.12175	32.31364	68.54093	119.02251	183.82895	262.98688	356.50853
1	0.20	9.73687	31.72084	67.83566	118.25112	183.01468	262.14276	355.64250
1	0.25	9.43997	31.30400	67.36201	117.74646	182.49073	261.60573	355.09604
1	0.30	9.20394	30.99541	67.02244	117.39094	182.12560	261.23422	354.72000
1	0.35	9.01176	30.75796	66.76726	117.12709	181.85668	260.96200	354.44547
1	0.40	8.85222	30.56970	66.56857	116.92356	181.65041	260.75398	354.23625
1	0.45	8.71764	30.41684	66.40951	116.76182	181.48721	260.58987	354.07153
1	0.50	8.60256	30.29028	66.27933	116.63021	181.35486	260.45710	353.93848
1	0.55	8.50302	30.18379	66.17083	116.52103	181.24539	260.34748	353.82878
1	0.60	8.41607	30.09295	66.07902	116.42900	181.15333	260.25543	353.73677
1	0.65	8.33945	30.01456	66.00032	116.35039	181.07483	260.17706	353.65849
1	0.70	8.27142	29.94623	65.93212	116.28245	181.00712	260.10952	353.59109
1	0.75	8.21060	29.88614	65.87244	116.22315	180.94810	260.05071	353.53244
1	0.80	8.15592	29.83289	65.81979	116.17095	180.89621	259.99905	353.48095
1	0.85	8.10648	29.78538	65.77300	116.12464	180.85023	259.95330	353.43538
1	0.90	8.06155	29.74272	65.73113	116.08328	180.80920	259.91250	353.39476
1	0.95	8.02056	29.70421	65.69346	116.04611	180.77237	259.87590	353.35833
1	1.0	7.98300	29.66927	65.65938	116.01254	180.73912	259.84288	353.32547
2	0	13.18939	38.63370	78.31557	132.31624	200.67115	283.39287	380.48725
2	0.05	12.02582	35.49308	72.65692	123.81965	189.13524	268.68475	362.51538
2	0.10	11.22356	33.84666	70.31374	120.94032	185.84244	265.06775	358.63921
2	0.15	10.64061	32.85858	69.07574	119.54477	184.34062	263.49007	357.00493
2	0.20	10.19860	32.20566	68.31721	118.72749	183.48654	262.61098	356.10781
2	0.25	9.85203	31.74394	67.80658	118.19217	182.93660	262.05148	355.54158
2	0.30	9.57297	31.40089	67.43997	117.81478	182.55322	261.66433	355.15187
2	0.35	9.34339	31.13627	67.16422	117.53459	182.27079	261.38061	354.86734
2	0.40	9.15116	30.92609	66.94938	117.31840	182.05413	261.16379	354.65049
2	0.45	8.98781	30.75521	66.77733	117.14656	181.88268	260.99273	354.47976
2	0.50	8.84725	30.61359	66.63646	117.00671	181.74364	260.85432	354.34185
2	0.55	8.72502	30.49434	66.51903	116.89069	181.62862	260.74004	354.22813
2	0.60	8.61772	30.39255	66.41963	116.79289	181.53190	260.64409	354.13275
2	0.65	8.52277	30.30467	66.33443	116.70933	181.44943	260.56238	354.05161
2	0.70	8.43814	30.22803	66.26057	116.63712	181.37828	260.49197	353.98174
2	0.75	8.36224	30.16061	66.19595	116.57409	181.31627	260.43066	353.92095
2	0.80	8.29377	30.10085	66.13893	116.51861	181.26174	260.37680	353.86757
2	0.85	8.23169	30.04751	66.08825	116.46938	181.21343	260.32910	353.82033
2	0.90	8.17514	29.99961	66.04290	116.42541	181.17031	260.28657	353.77822
2	0.95	8.12341	29.95636	66.00209	116.38590	181.13161	260.24842	353.74046
2	1.0	8.07591	29.91712	65.96517	116.35021	181.09667	260.21399	353.70640

Çizelge D.11 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Mafsallı Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=1$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	10.29810	35.75312	75.36546	129.33009	197.66207	280.36811	377.45110
1	0.05	9.90012	34.48869	72.85682	125.26188	191.77197	272.43687	367.29453
1	0.10	9.59041	33.60675	71.28320	122.95302	188.72929	268.68597	362.87308
1	0.15	9.34274	32.96110	70.21875	121.49410	186.91579	266.55973	360.47276
1	0.20	9.14024	32.46978	69.45553	120.49650	185.72193	265.20227	358.97831
1	0.25	8.97161	32.08414	68.88335	119.77391	184.87956	264.26378	357.96164
1	0.30	8.82902	31.77380	68.43927	119.22745	184.25453	263.57737	357.22633
1	0.35	8.70688	31.51885	68.08498	118.80018	183.77282	263.05398	356.67021
1	0.40	8.60108	31.30581	67.79597	118.45718	183.39044	262.64192	356.23510
1	0.45	8.50854	31.12519	67.55581	118.17588	183.07966	262.30919	355.88548
1	0.50	8.42691	30.97015	67.35317	117.94108	182.82216	262.03496	355.59845
1	0.55	8.35438	30.83565	67.17992	117.74218	182.60537	261.80508	355.35863
1	0.60	8.28949	30.71788	67.03014	117.57154	182.42035	261.60961	355.15526
1	0.65	8.23111	30.61391	66.89936	117.42357	182.26061	261.44138	354.98064
1	0.70	8.17829	30.52146	66.78421	117.29403	182.12132	261.29508	354.82907
1	0.75	8.13029	30.43872	66.68204	117.17970	181.99878	261.16668	354.69628
1	0.80	8.08646	30.36424	66.59079	117.07805	181.89016	261.05310	354.57899
1	0.85	8.04628	30.29685	66.50880	116.98708	181.79322	260.95190	354.47464
1	0.90	8.00932	30.23558	66.43472	116.90520	181.70616	260.86118	354.38119
1	0.95	7.97521	30.17964	66.36747	116.83111	181.62755	260.77938	354.29703
1	1.0	7.94362	30.12836	66.30615	116.76376	181.55623	260.70526	354.22083
2	0	9.79027	35.53470	75.21812	129.22084	197.57632	280.29836	377.39296
2	0.05	9.58507	34.85022	73.81801	126.88883	194.11614	275.53178	371.15803
2	0.10	9.40749	34.29187	72.74175	125.19720	191.74391	272.43818	367.32072
2	0.15	9.25235	33.82907	71.89422	123.92738	190.04070	270.30660	364.77516
2	0.20	9.11567	33.43999	71.21225	122.94486	188.76787	268.76181	362.97970
2	0.25	8.99435	33.10877	70.65309	122.16480	187.78464	267.59603	361.65152
2	0.30	8.88596	32.82366	70.18712	121.53187	187.00421	266.68735	360.63180
2	0.35	8.78852	32.57583	69.79332	121.00881	186.37070	265.96032	359.82548
2	0.40	8.70047	32.35854	69.45641	120.56975	185.84673	265.36601	359.17255
2	0.45	8.62051	32.16654	69.16509	120.19621	185.40647	264.87146	358.63338
2	0.50	8.54758	31.99571	68.91080	119.87472	185.03155	264.45369	358.18081
2	0.55	8.48078	31.84278	68.68700	119.59522	184.70853	264.09624	357.79565
2	0.60	8.41938	31.70509	68.48855	119.35006	184.42742	263.78699	357.46395
2	0.65	8.36274	31.58050	68.31144	119.13333	184.18061	263.51687	357.17537
2	0.70	8.31033	31.46723	68.15241	118.94038	183.96222	263.27893	356.92202
2	0.75	8.26169	31.36383	68.00886	118.76753	183.76763	263.06775	356.69786
2	0.80	8.21644	31.26906	67.87864	118.61182	183.59317	262.87909	356.49813
2	0.85	8.17423	31.18189	67.76000	118.47082	183.43589	262.70954	356.31906
2	0.90	8.13475	31.10145	67.65146	118.34257	183.29337	262.55634	356.15760
2	0.95	8.09776	31.02699	67.55179	118.22540	183.16364	262.41724	356.01128
2	1.0	8.06303	30.95787	67.45996	118.11795	183.04506	262.29039	355.87808

Çizelge D.12 : Noktasal kütle taşıyan S–S giriş frekans hesabı sonuçları.

n	μ	Serbest – Serbest Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	16.72416	45.50260	88.71107	146.26693	218.19291	304.49366	405.17169
1	0.05	16.35048	45.47336	86.34796	145.27674	214.28301	300.20555	401.33844
1	0.10	16.02113	45.44745	84.40965	144.50007	211.31621	297.20368	398.62194
1	0.15	15.72865	45.42434	82.79880	143.87819	209.01952	295.01840	396.62947
1	0.20	15.46716	45.40361	81.44303	143.37092	207.20349	293.37006	395.11885
1	0.25	15.23197	45.38491	80.28855	142.95027	205.73878	292.08859	393.94000
1	0.30	15.01928	45.36795	79.29500	142.59641	204.53629	291.06679	392.99725
1	0.35	14.82599	45.35251	78.43179	142.29497	203.53358	290.23458	392.22759
1	0.40	14.64955	45.33839	77.67539	142.03533	202.68595	289.54456	391.58817
1	0.45	14.48783	45.32543	77.00751	141.80950	201.96080	288.96368	391.04897
1	0.50	14.33906	45.31350	76.41370	141.61137	201.33388	288.46825	390.58843
1	0.55	14.20173	45.30247	75.88246	141.43622	200.78682	288.04092	390.19068
1	0.60	14.07456	45.29225	75.40453	141.28031	200.30551	287.66868	389.84382
1	0.65	13.95646	45.28275	74.97235	141.14067	199.87891	287.34160	389.53875
1	0.70	13.84649	45.27390	74.57972	141.01489	199.49830	287.05200	389.26839
1	0.75	13.74383	45.26563	74.22149	140.90104	199.15671	286.79383	389.02718
1	0.80	13.64777	45.25790	73.89338	140.79750	198.84849	286.56227	388.81066
1	0.85	13.55769	45.25064	73.59176	140.70295	198.56902	286.35342	388.61526
1	0.90	13.47304	45.24382	73.31357	140.61626	198.31449	286.16413	388.43805
1	0.95	13.39335	45.23740	73.05621	140.53651	198.08172	285.99176	388.27659
1	1.0	13.31819	45.23134	72.81744	140.46289	197.86806	285.83418	388.12890
2	0	17.07933	45.96298	89.21388	146.79466	218.73679	305.04884	405.73522
2	0.05	16.83181	45.96004	87.51158	146.22436	215.83600	302.21467	402.80195
2	0.10	16.60490	45.95732	86.02638	145.74079	213.43404	299.99744	400.48843
2	0.15	16.39614	45.95481	84.72263	145.32674	211.42890	298.23195	398.63746
2	0.20	16.20343	45.95247	83.57114	144.96898	209.73918	296.80148	397.13339
2	0.25	16.02498	45.95030	82.54810	144.65726	208.30147	295.62363	395.89267
2	0.30	15.85927	45.94827	81.63409	144.38355	207.06675	294.63958	394.85487
2	0.35	15.70497	45.94637	80.81319	144.14152	205.99706	293.80676	393.97584
2	0.40	15.56094	45.94459	80.07232	143.92613	205.06283	293.09378	393.22288
2	0.45	15.42619	45.94292	79.40063	143.73331	204.24082	292.47715	392.57139
2	0.50	15.29984	45.94134	78.78911	143.55978	203.51262	291.93899	392.00263
2	0.55	15.18112	45.93986	78.23017	143.40284	202.86350	291.46550	391.50210
2	0.60	15.06936	45.93846	77.71744	143.26025	202.28158	291.04588	391.05843
2	0.65	14.96397	45.93713	77.24552	143.13017	201.75719	290.67158	390.66260
2	0.70	14.86442	45.93588	76.80979	143.01105	201.28236	290.33571	390.30737
2	0.75	14.77022	45.93468	76.40631	142.90157	200.85053	290.03273	389.98689
2	0.80	14.68096	45.93355	76.03166	142.80062	200.45621	289.75809	389.69634
2	0.85	14.59625	45.93248	75.68290	142.70727	200.09479	289.50802	389.43177
2	0.90	14.51576	45.93145	75.35746	142.62068	199.76238	289.27940	389.18988
2	0.95	14.43917	45.93048	75.05310	142.54016	199.45568	289.06961	388.96788
2	1.0	14.36621	45.92954	74.76785	142.46510	199.17184	288.87643	388.76345

Çizelge D.13 : Noktasal kütle taşıyan G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	2.22506	13.59637	38.83843	78.40731	132.34497	200.65946	283.35318
1	0.05	2.35730	15.06275	43.28551	87.22428	146.40224	219.79396	305.20583
1	0.10	2.49346	16.48868	46.72499	89.62857	137.12947	195.70891	277.81499
1	0.15	2.63298	17.67333	46.43437	79.31676	129.99860	205.72961	301.35439
1	0.20	2.77489	18.29151	42.22472	77.68313	140.06489	219.92263	283.45100
1	0.25	2.91769	18.06628	39.54945	82.98066	147.97618	197.14938	278.81468
1	0.30	3.05921	17.18972	39.79343	89.21102	135.21935	197.49661	304.62371
1	0.35	3.19658	16.16790	41.99256	89.03331	127.66785	216.25305	284.25845
1	0.40	3.32632	15.32695	44.97601	81.84253	136.49697	212.50151	278.51153
1	0.45	3.44462	14.77583	47.10155	77.19881	147.43592	194.80789	304.94838
1	0.50	3.54793	14.53108	46.63999	78.97102	142.61405	203.95434	289.23716
1	0.55	3.63366	14.58244	44.26281	85.51282	132.10388	219.89856	275.67335
1	0.60	3.70074	14.91044	41.66709	90.36593	130.79617	208.39228	302.39444
1	0.65	3.74989	15.48032	39.70796	88.07860	142.30100	196.29841	296.35774
1	0.70	3.78331	16.22146	38.78541	82.90265	147.60830	207.19719	277.54624
1	0.75	3.80412	17.00509	39.22234	78.41961	140.28956	219.61801	293.47482
1	0.80	3.81571	17.66297	41.21790	76.29906	131.89457	208.48584	303.05894
1	0.85	3.82123	18.07953	44.21601	78.59000	127.26651	196.09999	284.63537
1	0.90	3.82328	18.26524	46.47655	85.76782	133.18318	192.72259	270.68536
1	0.95	3.82375	18.31371	47.20661	90.06545	146.38042	214.70406	292.53952
1	1.0	3.82378	18.31726	47.26483	90.45048	148.00174	219.92367	306.22142
2	0	2.79972	14.36379	39.64071	79.23059	133.17911	201.50036	284.19865
2	0.05	2.97019	15.90199	44.17229	88.16873	147.45225	221.06820	306.95067
2	0.10	3.14258	17.40012	47.80178	91.32058	139.70408	197.62442	278.99816
2	0.15	3.31604	18.67826	48.08040	81.64424	131.46277	206.72488	302.25547
2	0.20	3.48915	19.44810	44.35202	79.34474	141.12315	221.27337	287.61043
2	0.25	3.65980	19.44314	41.60770	84.26301	149.38782	201.15403	280.86235
2	0.30	3.82514	18.78268	41.61101	90.33975	138.74321	199.89783	305.80080
2	0.35	3.98164	17.91671	43.55850	90.93585	131.11641	217.54989	288.47414
2	0.40	4.12535	17.18347	46.29356	84.94875	138.71124	215.38707	282.03551
2	0.45	4.25244	16.71438	48.32830	80.77639	148.73077	199.56508	306.28459
2	0.50	4.35992	16.53495	48.23917	82.13192	145.24521	207.23257	293.25420
2	0.55	4.44626	16.63066	46.46250	87.60458	136.37799	221.27114	281.47463
2	0.60	4.51173	16.96678	44.41986	91.69494	135.50567	211.96588	304.27765
2	0.65	4.55833	17.48563	42.95843	90.14357	144.83542	202.16906	299.62956
2	0.70	4.58919	18.09713	42.47415	86.09394	149.15294	211.54148	284.20274
2	0.75	4.60796	18.68256	43.15426	82.79112	143.45442	221.13949	298.06066
2	0.80	4.61820	19.13234	44.86924	81.94640	136.98988	212.26933	305.23937
2	0.85	4.62298	19.40025	46.87080	84.71072	134.93460	202.89445	290.13167
2	0.90	4.62473	19.51586	48.15108	89.40397	141.41123	204.27185	281.91069
2	0.95	4.62512	19.54548	48.54729	91.61320	148.58622	218.86957	301.42348
2	1.0	4.62515	19.54761	48.57890	91.81277	149.38991	221.32811	307.63694

Çizelge D.13 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–S kiris frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	1.63798	14.11014	43.20864	86.37388	143.91612	215.83176	302.12504
1	0.05	1.63795	14.09330	42.78579	83.05861	129.22380	181.47246	252.51295
1	0.10	1.63747	13.91043	38.94929	68.70632	115.20553	183.24727	270.64216
1	0.15	1.63570	13.39489	34.10107	67.40991	123.92367	201.65889	297.70754
1	0.20	1.63164	12.63118	32.26105	72.20613	136.32064	215.81073	278.58104
1	0.25	1.62433	11.87764	32.77905	79.07900	143.81204	192.76669	275.87553
1	0.30	1.61304	11.30672	34.74789	85.37012	130.74554	194.34190	300.97779
1	0.35	1.59731	10.96832	37.61180	84.74280	124.10456	212.70166	279.28581
1	0.40	1.57702	10.85889	40.75579	77.68832	133.02615	207.87759	274.89217
1	0.45	1.55234	10.96281	42.95631	73.23673	143.47075	190.68279	301.00165
1	0.50	1.52370	11.26414	42.82321	74.82185	138.41495	200.07491	285.04824
1	0.55	1.49170	11.74362	40.96338	81.04903	128.00189	215.80380	271.65958
1	0.60	1.45700	12.36547	38.96696	86.15015	126.22537	204.49915	298.13062
1	0.65	1.42028	13.05438	37.75222	84.66431	137.21820	192.07990	292.59163
1	0.70	1.38216	13.67452	37.80546	80.34895	143.79319	201.51507	273.42530
1	0.75	1.34321	14.05269	39.33573	77.23357	137.74227	215.77679	287.15036
1	0.80	1.30390	14.07248	41.74909	77.84520	131.21628	206.43166	299.99787
1	0.85	1.26461	13.74527	43.18051	83.21671	132.07415	197.66484	284.11579
1	0.90	1.22567	13.16823	42.49516	86.35517	142.65970	207.95592	283.02977
1	0.95	1.18732	12.44856	40.37788	83.24440	141.23713	214.13584	301.54467
1	1.0	1.14975	11.66998	37.66958	77.54897	131.68421	200.13216	282.92191
2	0	1.29809	13.18476	42.49403	85.70072	143.26416	215.19243	301.49414
2	0.05	1.29807	13.17113	42.10985	82.64164	129.52363	182.06591	252.69334
2	0.10	1.29782	13.03057	38.78216	69.25261	115.38293	183.10659	270.33710
2	0.15	1.29692	12.65199	34.46874	67.65979	123.76639	201.25801	297.10740
2	0.20	1.29491	12.09932	32.69659	72.17036	135.86628	215.18355	279.61862
2	0.25	1.29137	11.54669	33.08219	78.74112	143.20312	194.09537	276.26958
2	0.30	1.28599	11.12022	34.83955	84.67991	131.76950	194.97499	300.32041
2	0.35	1.27856	10.86550	37.42014	84.49263	125.50451	212.16716	281.15789
2	0.40	1.26899	10.78550	40.21146	78.61226	133.37357	208.58459	276.53709
2	0.45	1.25731	10.86887	42.17985	74.80150	142.77107	193.40410	300.35389
2	0.50	1.24361	11.09966	42.31358	76.07160	139.01494	201.37172	287.00279
2	0.55	1.22805	11.45650	41.03244	81.18233	130.33577	215.12783	275.45112
2	0.60	1.21085	11.90538	39.54912	85.41346	129.04915	206.12534	297.91333
2	0.65	1.19223	12.38962	38.64885	84.65149	137.80329	196.03116	293.93767
2	0.70	1.17242	12.82451	38.70492	81.44745	143.23321	203.99038	278.15124
2	0.75	1.15163	13.11187	39.78270	79.16284	138.86364	215.18658	289.93207
2	0.80	1.13009	13.17884	41.40546	79.76048	133.93793	208.20292	300.11286
2	0.85	1.10798	13.01043	42.44497	83.43323	134.99242	201.71377	287.54797
2	0.90	1.08546	12.64313	42.09619	85.69989	142.25064	209.62142	287.91433
2	0.95	1.06270	12.13454	40.56088	83.50322	141.38102	214.03544	301.14185
2	1.0	1.03982	11.54025	38.34854	78.69120	133.15805	201.85155	284.82944

Çizelge D.14 : Noktasal kütle taşıyan M–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	7.12153	28.95184	64.97882	115.35084	180.08883	259.20025	352.68835
1	0.05	7.03205	27.09231	56.11443	95.49395	150.93392	223.77599	313.47443
1	0.10	6.79104	23.82125	51.17899	96.62237	161.05892	243.65787	343.51919
1	0.15	6.47477	22.15360	53.05833	104.92311	175.98962	258.68891	328.20609
1	0.20	6.16281	21.96608	57.23761	113.70006	173.83993	228.13705	325.18928
1	0.25	5.90086	22.72020	62.06063	112.09009	155.90747	242.38837	352.57726
1	0.30	5.70401	24.09143	64.96585	100.35256	165.08494	259.08038	318.26712
1	0.35	5.57226	25.83367	62.30721	99.20752	179.16717	234.42358	333.54270
1	0.40	5.50075	27.59709	57.31317	107.13798	171.41454	236.33517	349.63284
1	0.45	5.48413	28.78021	54.55113	114.95627	158.01591	258.22325	318.25321
1	0.50	5.51798	28.81508	55.39925	111.73187	164.70472	245.68898	338.02587
1	0.55	5.59885	27.87929	59.28810	103.62009	179.28009	231.05777	347.06775
1	0.60	5.72378	26.61998	63.72658	99.89376	174.01526	250.00527	320.64531
1	0.65	5.88926	25.49334	64.83442	105.06416	162.21853	256.10426	337.49009
1	0.70	6.08977	24.72242	62.52096	114.10599	160.99843	238.99387	348.12539
1	0.75	6.31576	24.43301	59.43364	113.98512	176.58684	234.57217	325.25567
1	0.80	6.55160	24.72546	57.03754	108.37793	177.95439	257.90707	330.65205
1	0.85	6.77485	25.65804	56.22914	103.23450	168.61583	251.86127	350.96059
1	0.90	6.95898	27.08651	58.07065	101.65983	161.21950	238.01984	332.01166
1	0.95	7.07970	28.42574	62.53679	108.31955	165.46430	235.52651	320.55964
1	1.0	7.12153	28.95184	64.97882	115.35084	180.08883	259.20025	352.68835
2	0	6.95659	29.11034	65.22774	115.64672	180.41331	259.54399	353.04592
2	0.05	6.88929	27.45380	56.85798	96.16105	151.32609	223.99762	313.60449
2	0.10	6.70859	24.43424	51.77854	96.95116	161.23944	243.75796	343.58400
2	0.15	6.47064	22.80749	53.49246	105.12943	176.09044	259.22512	330.64068
2	0.20	6.23413	22.57835	57.54636	113.82033	175.25332	230.20235	325.97757
2	0.25	6.03506	23.26090	62.22585	113.14428	158.01882	243.10112	352.86312
2	0.30	5.88730	24.53294	65.17280	102.59986	166.07577	259.49697	321.50609
2	0.35	5.79252	26.13929	63.28528	101.07847	179.39689	237.58298	334.79003
2	0.40	5.74754	27.74732	59.08783	108.09959	173.30981	238.52162	350.65348
2	0.45	5.74789	28.86433	56.67292	115.18442	161.44809	258.51414	322.56384
2	0.50	5.78910	29.07165	57.32103	112.96988	167.01840	248.27430	339.82291
2	0.55	5.86681	28.48343	60.50208	106.28154	179.59366	235.70587	348.57634
2	0.60	5.97643	27.58373	64.08743	103.37122	175.74527	251.73191	325.84728
2	0.65	6.11246	26.76477	65.17991	107.62213	166.06238	257.26691	340.47954
2	0.70	6.26775	26.23739	63.61568	114.55925	165.73678	243.11535	349.56491
2	0.75	6.43276	26.10692	61.34758	114.79727	177.65288	240.75398	330.54803
2	0.80	6.59533	26.41709	59.71027	110.61127	178.98794	258.44577	336.80467
2	0.85	6.74146	27.12943	59.49442	106.95283	171.79278	254.04209	351.87386
2	0.90	6.85720	28.05059	61.17096	106.78264	166.94493	243.39904	336.69298
2	0.95	6.93121	28.81963	63.92420	111.89456	172.23150	245.09096	331.45413
2	1.0	6.95659	29.11034	65.22774	115.64672	180.41331	259.54399	353.04592

Çizelge D.15 : Noktasal kütle taşıyan G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Gömülü - Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları						
		$\alpha=1 -\mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	16.33557	44.98064	88.13819	145.66469	217.57184	303.85949	404.52787
1	0.05	16.31138	44.51492	84.64642	130.57429	182.92175	254.17495	345.65867
1	0.10	16.04783	40.35686	70.11252	116.95489	185.11111	272.53838	378.25754
1	0.15	15.31224	35.47130	69.19177	125.89333	203.65131	299.63624	402.66408
1	0.20	14.26603	33.93565	74.21679	138.38675	217.51430	279.69962	365.71196
1	0.25	13.28106	34.79642	81.21969	145.46308	193.99719	277.99511	399.77818
1	0.30	12.54756	37.05363	87.38140	131.79692	196.52010	302.94214	374.08212
1	0.35	12.09063	40.11053	86.05748	125.95101	214.87494	280.22259	379.11487
1	0.40	11.88392	43.23128	78.81540	135.42919	208.81635	277.24162	402.43896
1	0.45	11.89790	44.95055	74.97622	145.43668	192.11405	303.07083	366.55255
1	0.50	12.11083	44.02389	77.48958	139.40136	202.72246	285.82463	392.16611
1	0.55	12.50691	41.55872	84.04944	129.23923	217.56967	273.77281	393.32963
1	0.60	13.06879	39.10065	88.13085	128.95223	205.35181	300.67852	367.02189
1	0.65	13.76436	37.35862	85.35010	140.67840	193.85242	293.41242	400.10488
1	0.70	14.52826	36.67287	80.20412	145.10043	205.62059	275.00367	389.41153
1	0.75	15.25173	37.31199	75.92025	137.61075	217.14783	291.82121	368.86268
1	0.80	15.81293	39.37877	74.07841	129.36001	205.85089	300.47968	402.87793
1	0.85	16.14994	42.23175	76.63781	124.99591	193.61993	282.06965	389.03313
1	0.90	16.29557	44.27963	83.71254	131.20637	190.56166	268.33436	365.22123
1	0.95	16.33287	44.92907	87.77657	144.10557	212.49031	290.42614	376.32443
1	1.0	16.33557	44.98064	88.13819	145.66469	217.57184	303.85949	404.52787
2	0	16.47905	45.17584	88.35280	145.89042	217.80468	304.09726	404.76928
2	0.05	16.45571	44.73086	85.04647	131.57700	184.22701	255.17328	346.42286
2	0.10	16.21528	40.96007	71.35719	117.98371	185.89351	273.17752	378.79461
2	0.15	15.58098	36.53644	70.30275	126.70569	204.23942	299.99573	402.98388
2	0.20	14.71063	35.12361	75.16184	138.94934	217.75092	281.33365	367.23501
2	0.25	13.90806	35.95415	81.92592	145.70762	195.96813	279.41240	400.25833
2	0.30	13.33016	38.10019	87.67861	133.43926	198.17905	303.25032	376.55854
2	0.35	13.00103	40.94194	86.57236	128.21749	215.37619	282.65542	381.05676
2	0.40	12.89876	43.71489	80.39730	136.87296	210.13702	279.94665	402.92241
2	0.45	12.99475	45.15103	77.29359	145.69726	195.59223	303.41100	370.75007
2	0.50	13.26263	44.43079	79.63680	140.66235	205.15443	288.33324	393.99882
2	0.55	13.67578	42.50766	85.15016	132.25939	217.80321	278.53693	395.05723
2	0.60	14.20001	40.64338	88.34656	132.62436	207.57806	301.53484	372.84502
2	0.65	14.78485	39.47573	86.21145	142.15313	198.60097	295.35169	401.25120
2	0.70	15.35953	39.28614	82.20708	145.46812	208.90540	280.51756	391.98144
2	0.75	15.84525	40.16397	79.18813	139.55571	217.48703	295.31052	376.17338
2	0.80	16.18664	41.88364	78.68878	133.31369	208.41173	301.44082	403.55316
2	0.85	16.37819	43.70740	81.63616	131.62357	199.28955	286.36584	391.96905
2	0.90	16.45776	44.81425	86.13549	138.24462	201.05726	278.50316	373.76186
2	0.95	16.47764	45.14935	88.17069	145.13054	215.43730	298.04780	391.63101
2	1.0	16.47905	45.17584	88.35280	145.89042	217.80468	304.09726	404.76928

Çizelge D.16 : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	12.30009	37.52738	77.12151	131.07412	199.39900	282.10026	379.17981
1	0.05	12.00037	34.41168	65.48431	108.53482	168.40405	245.53595	339.38530
1	0.10	11.24213	30.09039	61.58945	111.92817	180.99318	268.00929	371.94295
1	0.15	10.39960	28.87546	65.05761	122.01927	197.16230	278.91380	346.08027
1	0.20	9.73112	29.61944	70.64137	130.79763	186.24449	249.33730	355.68739
1	0.25	9.28932	31.42231	76.00122	122.30216	174.36868	270.23336	377.47513
1	0.30	9.04923	33.79330	76.04820	112.13892	189.21132	277.61184	340.27466
1	0.35	8.97711	36.16464	69.72646	117.34156	198.85684	250.65979	369.23833
1	0.40	9.04681	37.49393	65.31658	127.96193	181.25545	267.67040	364.48034
1	0.45	9.23992	36.83585	66.11888	129.64724	176.76229	280.22643	343.69473
1	0.50	9.54222	34.86144	70.99954	119.96496	193.27940	256.53649	377.03219
1	0.55	9.93851	32.78866	76.20556	114.01684	197.08859	259.85173	358.97319
1	0.60	10.40613	31.22897	76.46127	119.25872	182.93031	282.08022	346.04763
1	0.65	10.90781	30.43303	72.54185	129.72620	177.50209	266.79823	378.94465
1	0.70	11.38889	30.55340	68.22834	128.99623	193.38425	253.92836	359.37451
1	0.75	11.78839	31.68294	65.23231	121.46774	197.59969	276.20373	346.40248
1	0.80	12.06540	33.67552	64.72263	114.68054	186.15392	276.71330	379.05028
1	0.85	12.21936	35.80954	68.07734	112.14595	175.74667	259.42658	361.90628
1	0.90	12.28305	37.11090	74.03701	119.50447	175.17496	248.19715	340.46452
1	0.95	12.29896	37.49728	76.87747	129.93342	195.48215	271.24761	355.02298
1	1.0	12.30009	37.52738	77.12151	131.07412	199.39900	282.10026	379.17981
2	0	12.85048	38.19882	77.85124	131.83567	200.18066	282.89572	379.98531
2	0.05	12.58536	35.31457	66.64664	109.54353	169.18768	246.18643	339.96072
2	0.10	11.91481	31.16398	62.55781	112.69260	181.63983	268.58553	372.49219
2	0.15	11.16884	29.93819	65.92342	122.70244	197.77021	280.27793	348.87445
2	0.20	10.58296	30.64419	71.41407	131.47035	188.56278	251.43371	356.82804
2	0.25	10.21115	32.39009	76.65458	124.34130	176.52422	271.27681	378.61715
2	0.30	10.03288	34.65957	77.07988	114.74696	190.42305	279.13852	343.57216
2	0.35	10.01592	36.88020	71.72335	119.23995	199.80085	254.30790	370.50416
2	0.40	10.13266	38.14220	67.84897	128.95259	184.42598	269.57845	367.11317
2	0.45	10.36053	37.73456	68.52850	130.76769	180.32564	281.41842	348.09163
2	0.50	10.67845	36.21047	72.73004	122.67028	194.84885	260.75824	378.01435
2	0.55	11.06219	34.58867	77.06199	117.86603	198.39191	263.95704	362.51615
2	0.60	11.48008	33.44050	77.40150	122.44837	186.54257	282.86765	352.08139
2	0.65	11.89157	33.00168	74.38471	130.75758	182.77026	270.15069	379.76667
2	0.70	12.25252	33.35563	71.07486	130.30213	195.63783	260.36928	363.31122
2	0.75	12.52838	34.44032	69.14297	124.35634	198.84345	278.51783	354.32718
2	0.80	12.70738	35.93574	69.58655	119.43662	189.65151	278.66636	379.87589
2	0.85	12.80241	37.25669	72.68067	119.19828	182.25720	264.62524	365.77214
2	0.90	12.84053	37.97561	76.27792	125.81757	185.70972	259.16550	349.95379
2	0.95	12.84983	38.18281	77.72564	131.26922	198.32359	277.96464	368.88837
2	1.0	12.85048	38.19882	77.85124	131.83567	200.18066	282.89572	379.98531

Çizelge D.16 (devam) : Noktasal kütle taşıyan G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	10.18330	35.52399	75.10043	129.04501	197.36437	280.06172	377.13836
1	0.05	10.17688	35.28784	72.93814	118.16394	167.73265	233.52842	320.16829
1	0.10	10.10491	32.99592	60.98519	102.29583	165.26995	247.98253	349.18796
1	0.15	9.88640	29.19121	57.75041	108.66295	181.34904	273.22858	377.07729
1	0.20	9.51113	26.93529	60.74864	119.31563	196.73498	265.26348	337.75553
1	0.25	9.05720	26.49100	66.10582	128.56990	181.46207	250.86055	366.72213
1	0.30	8.62064	27.32724	72.05916	122.22116	173.49048	274.57507	359.83715
1	0.35	8.25966	29.04973	75.09016	111.33550	188.94489	268.21858	343.83498
1	0.40	7.99536	31.34494	71.30641	114.01681	196.08750	249.19669	376.20284
1	0.45	7.83001	33.73752	65.83423	124.44629	179.17909	271.21102	350.47663
1	0.50	7.75966	35.33055	63.48029	128.59210	175.06508	274.57912	349.69282
1	0.55	7.77978	35.29135	65.68584	120.57478	191.57678	252.61859	376.69439
1	0.60	7.88704	34.00247	71.09040	113.18674	195.10064	261.76479	349.41855
1	0.65	8.07891	32.40079	74.97364	114.43813	181.89258	279.65027	351.74728
1	0.70	8.35169	31.05917	73.70434	125.00541	175.28584	262.84818	375.79028
1	0.75	8.69632	30.26229	70.12860	128.62698	189.70055	252.25042	352.06617
1	0.80	9.09179	30.21023	66.85816	122.94150	196.35823	276.08901	348.88180
1	0.85	9.49790	31.07990	65.20359	116.66384	186.55885	274.03282	376.43332
1	0.90	9.85468	32.84167	66.62179	113.86766	177.63075	258.71163	356.93195
1	0.95	10.09780	34.73987	71.87212	120.46383	180.61786	254.22255	343.16139
1	1.0	10.18330	35.52399	75.10043	129.04501	197.36437	280.06172	377.13836
2	0	9.64959	35.21207	74.83689	128.80647	197.14089	279.84835	376.93225
2	0.05	9.64421	34.99320	72.81678	118.60250	168.69159	234.19410	320.53325
2	0.10	9.58693	32.98029	61.78803	102.97280	165.62401	248.16369	349.25916
2	0.15	9.42205	29.66351	58.49713	109.03651	181.47522	273.14447	376.88144
2	0.20	9.14953	27.63480	61.28082	119.44006	196.51315	266.14758	339.04298
2	0.25	8.82551	27.21653	66.40272	128.33168	182.70060	252.03937	366.89355
2	0.30	8.51571	27.97366	72.00914	122.90366	174.99976	274.64294	361.22584
2	0.35	8.26224	29.53859	74.83461	113.20021	189.35684	269.41009	345.87231
2	0.40	8.08268	31.58585	71.80055	115.50392	196.13034	252.06936	376.02739
2	0.45	7.98047	33.64969	67.25217	124.76131	181.50891	271.89867	353.29530
2	0.50	7.95303	35.00413	65.38656	128.50179	178.08054	275.33228	352.65247
2	0.55	7.99582	35.09525	67.29765	122.02123	192.23223	256.44186	376.61768
2	0.60	8.10350	34.21878	71.64358	116.10055	195.44700	264.68213	353.16202
2	0.65	8.26963	33.07289	74.69345	117.53134	184.59022	279.58192	356.16544
2	0.70	8.48513	32.13950	73.94023	125.69951	179.95376	265.74915	375.95531
2	0.75	8.73620	31.66944	71.32746	128.57370	191.44791	258.24286	356.15992
2	0.80	9.00227	31.79488	69.01439	124.37551	196.49948	276.82783	355.89922
2	0.85	9.25563	32.54216	68.22260	119.77993	188.96064	275.33924	376.48489
2	0.90	9.46489	33.71565	69.80129	118.76205	182.80023	263.38424	360.84339
2	0.95	9.60206	34.79161	73.13662	124.22339	187.63419	263.73332	353.63380
2	1.0	9.64959	35.21207	74.83689	128.80647	197.14089	279.84835	376.93225

Çizelge D.17 : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Mafsallı – İnce Ucu Serbest Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	8.60256	30.29028	66.27933	116.63021	181.35486	260.45710	353.93848
1	0.05	9.52542	33.80000	73.85423	129.30712	199.31127	282.06193	373.92597
1	0.10	10.45832	36.77944	77.28906	124.24441	178.20288	254.22407	352.71802
1	0.15	11.33366	37.72355	69.69822	113.91488	183.74166	274.93092	379.50856
1	0.20	12.04201	35.40726	65.43335	121.20172	198.66160	269.27966	339.22701
1	0.25	12.44245	32.47846	68.27572	130.49927	185.17227	251.93179	367.57735
1	0.30	12.44794	31.16840	73.70341	125.70253	174.86649	275.67852	364.37517
1	0.35	12.13041	31.58977	77.39130	113.90227	189.95497	272.27226	345.15711
1	0.40	11.66884	33.26157	74.35316	115.30965	199.01757	251.30988	378.02264
1	0.45	11.21389	35.53160	68.65098	125.74884	182.58839	272.39884	354.05065
1	0.50	10.84548	37.39021	65.64476	131.20033	176.87096	277.77016	350.96452
1	0.55	10.59618	37.70202	67.27412	123.66876	193.01629	255.49838	379.27593
1	0.60	10.47699	36.53587	72.65151	115.83992	197.89165	263.14150	352.45570
1	0.65	10.49072	34.87246	77.13176	116.27233	184.76265	282.17420	353.24044
1	0.70	10.63625	33.39567	76.27900	126.76289	177.50944	265.67826	378.39472
1	0.75	10.90629	32.44693	72.70687	131.08634	191.43355	254.48455	354.79418
1	0.80	11.27923	32.26186	69.29741	125.50671	198.84827	278.06626	350.78803
1	0.85	11.70695	33.06365	67.45857	119.10511	189.08730	276.57365	378.88522
1	0.90	12.10914	34.88342	68.71992	116.11471	180.00800	261.16359	359.42340
1	0.95	12.39314	36.93881	74.04958	122.60764	182.78288	256.45793	345.47003
1	1.0	12.49421	37.80051	77.41907	131.38512	199.71828	282.42513	379.50871
2	0	8.84725	30.61359	66.63646	117.00671	181.74364	260.85432	354.34185
2	0.05	9.81361	34.17974	74.29801	129.85003	200.05118	283.21304	375.82716
2	0.10	10.78806	37.28553	78.29227	126.32515	179.99585	255.08481	353.17981
2	0.15	11.71254	38.62980	71.69901	115.15812	184.31331	275.31403	380.44391
2	0.20	12.49533	36.92361	66.92719	121.83594	199.23893	272.60459	341.80947
2	0.25	13.01675	34.20691	69.23605	131.09755	188.58018	253.98203	368.27081
2	0.30	13.18938	32.78227	74.35417	128.13398	177.43909	276.39664	367.73101
2	0.35	13.04604	32.96522	78.18175	117.32206	191.04223	275.18914	348.04050
2	0.40	12.72641	34.35915	76.27676	117.75887	200.31241	255.36993	378.78100
2	0.45	12.37233	36.35228	71.50328	126.92227	186.41188	273.85551	358.47536
2	0.50	12.07160	38.07604	68.79867	132.26596	180.95019	279.91522	354.77754
2	0.55	11.86537	38.62452	69.97339	126.44887	194.60786	260.62920	380.39309
2	0.60	11.76868	37.94160	74.25905	119.95694	199.48050	267.00592	357.56351
2	0.65	11.78354	36.74408	77.95063	120.44427	188.74403	283.28641	358.63672
2	0.70	11.90382	35.65029	77.67688	128.56273	183.27302	269.86597	379.77492
2	0.75	12.11463	35.00087	75.07916	132.19188	194.30526	261.55943	360.14156
2	0.80	12.38885	34.98778	72.58856	128.13349	200.16956	279.95434	358.88050
2	0.85	12.68420	35.69126	71.58247	123.36713	192.68250	279.08965	380.12431
2	0.90	12.94709	36.94357	73.04818	122.11655	186.30310	267.00111	364.53041
2	0.95	13.12637	38.15320	76.50485	127.56754	190.96780	267.09439	357.05461
2	1.0	13.18939	38.63370	78.31557	132.31624	200.67115	283.39287	380.48725

Çizelge D.17 (devam) : Noktasal kütle taşıyan M–S giriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Serbest – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	10.29810	35.75312	75.36546	129.33009	197.66207	280.36811	377.45110
1	0.05	10.09822	32.84684	64.02369	106.93015	166.68469	243.76656	337.59488
1	0.10	9.58868	28.58911	59.88745	110.07627	179.10377	266.11584	370.07129
1	0.15	9.00241	27.14629	63.15257	120.04250	195.25918	277.46579	344.80300
1	0.20	8.52230	27.63139	68.60634	128.94672	185.14002	247.53997	353.61573
1	0.25	8.20722	29.21224	74.00642	121.21225	172.47603	268.07354	376.02260
1	0.30	8.05408	31.43268	74.59503	110.57843	186.96167	276.41134	338.54467
1	0.35	8.04510	33.81940	68.60240	115.11606	197.32732	249.12120	366.89575
1	0.40	8.16326	35.51418	63.77635	125.68283	180.30404	265.17743	363.64006
1	0.45	8.39394	35.51799	63.78018	128.31603	174.66085	278.93673	341.56153
1	0.50	8.72120	34.10084	68.12954	118.98071	190.70587	255.57362	374.74582
1	0.55	9.12075	32.42722	73.67100	112.24155	195.89539	257.18710	358.25176
1	0.60	9.55055	31.24992	75.17586	116.04043	181.97322	280.23615	343.70227
1	0.65	9.94349	30.92935	72.16809	126.89801	175.01419	265.98902	376.94093
1	0.70	10.21523	31.64475	68.60540	128.19329	189.56536	251.72451	358.59494
1	0.75	10.29665	33.29066	66.86091	121.83136	196.75314	272.07794	343.28076
1	0.80	10.16919	35.08437	68.65494	116.94804	186.97057	276.53553	376.75145
1	0.85	9.86550	35.74663	73.50576	119.67922	180.44306	261.83044	363.07019
1	0.90	9.44068	34.91053	75.24789	128.72131	191.94119	264.02115	351.06291
1	0.95	8.94746	33.13744	72.25585	126.50112	195.71088	279.54280	377.41085
1	1.0	8.42691	30.97015	67.35317	117.94108	182.82216	262.03496	355.59845
2	0	9.79027	35.53470	75.21812	129.22084	197.57632	280.29836	377.39296
2	0.05	9.64188	32.95623	64.46282	107.15678	166.61816	243.53628	337.27681
2	0.10	9.26152	28.95993	60.02843	109.92607	178.80978	265.74691	369.68415
2	0.15	8.81293	27.45488	63.08213	119.74549	194.91230	278.04985	346.97772
2	0.20	8.43319	27.80837	68.37454	128.67594	186.84419	248.79550	353.73891
2	0.25	8.17622	29.24212	73.66052	122.60972	173.76224	268.06289	376.37173
2	0.30	8.04661	31.29419	74.79314	112.46278	187.09868	277.22989	341.05116
2	0.35	8.03294	33.50606	69.95047	115.99986	197.42088	252.05077	367.04390
2	0.40	8.12117	35.15714	65.63652	125.60442	182.88871	265.94553	365.72399
2	0.45	8.29729	35.47072	65.37720	128.62864	177.30465	279.35242	345.02225
2	0.50	8.54557	34.56546	68.90498	121.06502	191.15098	259.18144	374.66440
2	0.55	8.84477	33.31728	73.54354	115.36041	196.43411	260.19065	361.26136
2	0.60	9.16384	32.39433	75.17153	118.36172	184.97183	280.07799	348.70729
2	0.65	9.45966	32.11942	73.14738	126.99207	179.46766	268.76727	376.78771
2	0.70	9.68168	32.60650	70.45061	128.60320	190.98671	257.32761	361.97904
2	0.75	9.78582	33.73077	69.18239	123.85471	197.09633	273.63085	350.30708
2	0.80	9.75049	34.96818	70.51777	120.23289	189.63282	277.67747	376.64750
2	0.85	9.58170	35.53375	73.79652	122.48126	184.97251	266.05790	366.22287
2	0.90	9.30440	35.06121	75.18032	128.67389	193.43461	268.73370	357.77616
2	0.95	8.94990	33.76679	73.04829	127.23606	196.23810	279.77914	377.38433
2	1.0	8.54758	31.99571	68.91080	119.87472	185.03155	264.45369	358.18081

Çizelge D.18 : Noktasal kütle taşıyan S–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Serbest – Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=1 - \mu=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	11.85719	37.09371	76.66752	130.61002	198.92836	281.62507	378.70129
1	0.05	13.22228	41.44670	85.40438	144.60902	218.04442	303.53520	396.99839
1	0.10	14.57819	44.87634	88.01330	135.74472	194.08624	276.00104	379.51959
1	0.15	15.77407	44.85142	77.92954	128.16729	203.77008	299.42700	404.09694
1	0.20	16.56135	40.85783	75.86459	138.02582	218.17741	282.37845	364.83027
1	0.25	16.68532	37.92535	80.90432	146.26562	195.99749	276.71054	398.82978
1	0.30	16.19571	37.74728	87.17807	134.21362	195.34680	302.60666	377.50251
1	0.35	15.47125	39.61307	87.67012	125.91892	214.03757	283.35542	377.70574
1	0.40	14.84008	42.49499	80.78019	134.10805	211.53504	276.20852	404.10046
1	0.45	14.44855	44.98433	75.61122	145.38471	193.47523	302.80991	368.15271
1	0.50	14.33906	45.31350	76.41370	141.61137	201.33388	288.46825	390.58843
1	0.55	14.51158	43.58505	82.48863	130.94346	218.05355	273.64843	395.75164
1	0.60	14.93845	41.45612	88.25269	128.20227	207.54787	299.78988	367.86917
1	0.65	15.54680	40.00861	87.32794	138.79683	194.61909	295.53287	399.05137
1	0.70	16.18570	39.82597	82.99842	146.21697	203.10900	276.03122	391.53168
1	0.75	16.63154	41.23356	79.64574	140.38286	218.17522	288.78925	368.95736
1	0.80	16.70000	43.76170	79.94860	133.67021	209.03364	302.54240	401.63487
1	0.85	16.36878	45.43944	85.28761	134.18661	200.03824	286.63594	392.54840
1	0.90	15.74202	44.85878	88.70284	144.89341	210.06170	285.18414	377.00899
1	0.95	14.94451	42.70670	85.62694	143.63723	216.53975	303.94027	405.17113
1	1.0	14.07338	39.90601	79.84490	134.00761	202.47363	285.27576	382.43085
2	0	11.73841	37.03360	76.62511	130.57939	198.90555	281.60783	378.68820
2	0.05	13.12679	41.42428	85.44111	144.76089	218.43747	304.43132	398.73051
2	0.10	14.51155	45.02746	88.85782	137.63354	195.23746	276.29469	379.47742
2	0.15	15.76913	45.66316	79.60801	128.76267	203.79797	299.36160	405.16785
2	0.20	16.69901	42.33948	76.68901	138.08374	218.60361	285.98006	366.34795
2	0.25	17.07611	39.35371	81.19172	146.74641	199.44104	277.76503	398.90828
2	0.30	16.87224	38.81033	87.28614	137.15077	196.77237	302.76639	381.43824
2	0.35	16.35317	40.27859	88.73388	128.62172	214.26025	287.03957	379.17089
2	0.40	15.82325	42.81773	83.26984	135.25721	213.77226	278.73163	405.13221
2	0.45	15.45159	45.18916	78.55706	145.65251	197.56394	303.09637	373.06574
2	0.50	15.29984	45.94134	78.78911	143.55978	203.51262	291.93899	392.00263
2	0.55	15.37645	44.90290	83.63265	134.59290	218.45348	278.55464	398.34038
2	0.60	15.65875	43.29973	88.58102	132.14754	210.52823	300.55675	373.99544
2	0.65	16.08972	42.13376	88.49241	140.43986	199.75759	298.20569	400.10848
2	0.70	16.56525	41.92643	85.30214	146.79457	206.66160	281.94993	394.87232
2	0.75	16.93983	42.87363	82.73771	142.72091	218.73364	292.66733	376.48182
2	0.80	17.07930	44.59528	83.01801	137.56009	212.02388	303.85693	402.62042
2	0.85	16.92930	45.86060	86.68024	138.25739	205.23587	291.26556	396.01425
2	0.90	16.52256	45.62712	89.21305	145.65417	212.90723	291.21893	384.45490
2	0.95	15.93080	44.05506	87.06228	144.96456	217.62614	304.72408	405.72346
2	1.0	15.22478	41.72023	82.13244	136.63624	205.35616	288.35303	385.66149



EK E

Çizelge E.1 : Yay ile desteklenen G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\eta=10 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	6.53077	22.21420	59.51817	115.85969	191.12802	285.25538	398.22643
1	0.2	6.17999	21.56856	57.38585	111.42436	183.60263	273.86168	382.18830
1	0.3	5.89299	21.01640	55.54756	107.59514	177.10159	264.01559	368.32581
1	0.4	5.65617	20.53835	53.94422	104.25063	171.41998	255.40765	356.20406
1	0.5	5.45937	20.12016	52.53187	101.30041	166.40507	247.80727	345.49898
1	0.6	5.29487	19.75105	51.27705	98.67562	161.94062	241.03885	335.96377
1	0.7	5.15667	19.42273	50.15383	96.32288	157.93643	234.96619	327.40698
1	0.8	5.04009	19.12871	49.14178	94.20010	154.32140	229.48188	319.67762
1	0.9	4.94141	18.86382	48.22456	92.27361	151.03865	224.49999	312.65492
1	1.0	4.85764	18.62391	47.38897	90.51617	148.04212	219.95093	306.24103
1	1.1	4.78636	18.40559	46.62417	88.90544	145.29406	215.77767	300.35578
1	1.2	4.72562	18.20606	45.92121	87.42295	142.76323	211.93300	294.93280
1	1.3	4.67379	18.02300	45.27262	86.05325	140.42353	208.37749	289.91664
1	1.4	4.62955	17.85445	44.67210	84.78336	138.25299	205.07791	285.26061
1	1.5	4.59179	17.69878	44.11433	83.60224	136.23294	202.00608	280.92504
1	1.6	4.55957	17.55457	43.59474	82.50047	134.34745	199.13790	276.87605
1	1.7	4.53213	17.42063	43.10941	81.46995	132.58280	196.45262	273.08448
1	1.8	4.50880	17.29590	42.65496	80.50366	130.92711	193.93230	269.52510
1	1.9	4.48904	17.17950	42.22843	79.59550	129.37008	191.56135	266.17596
1	2.0	4.47236	17.07062	41.82725	78.74013	127.90266	189.32610	263.01786
2	0.1	6.55773	22.39440	59.70566	116.04971	191.31885	285.44664	398.41797
2	0.2	6.24554	21.90814	57.74231	111.78727	183.96804	274.22851	382.55604
2	0.3	6.00621	21.49854	56.05759	108.11645	177.62768	264.54445	368.85647
2	0.4	5.82390	21.14932	54.59485	104.91794	172.09473	256.08681	356.88611
2	0.5	5.68652	20.84857	53.31207	102.10302	167.21809	248.62650	346.32233
2	0.6	5.58473	20.58736	52.17735	99.60427	162.88281	241.98920	336.91956
2	0.7	5.51124	20.35884	51.16602	97.36945	158.99981	236.03977	328.48737
2	0.8	5.46032	20.15770	50.25869	95.35743	155.49889	230.67167	320.87566
2	0.9	5.42743	19.97970	49.43991	93.53539	152.32396	225.79975	313.96441
2	1.0	5.40898	19.82146	48.69717	91.87675	149.42963	221.35506	307.65639
2	1.1	5.40209	19.68023	48.02026	90.35976	146.77871	217.28112	301.87197
2	1.2	5.40447	19.55374	47.40076	88.96646	144.34045	213.53122	296.54528
2	1.3	5.41426	19.44011	46.83164	87.68185	142.08919	210.06633	291.62128
2	1.4	5.42997	19.33777	46.30699	86.49330	140.00331	206.85360	287.05361
2	1.5	5.45040	19.24540	45.82180	85.39013	138.06449	203.86516	282.80295
2	1.6	5.47458	19.16186	45.37182	84.36320	136.25706	201.07718	278.83569
2	1.7	5.50171	19.08619	44.95337	83.40465	134.56757	198.46919	275.12292
2	1.8	5.53115	19.01756	44.56329	82.50770	132.98436	196.02347	271.63962
2	1.9	5.56236	18.95525	44.19884	81.66646	131.49733	193.72459	268.36405
2	2.0	5.59492	18.89862	43.85761	80.87577	130.09761	191.55911	265.27718

Çizelge E.2 : Yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\eta=10 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	10.21370	37.66745	84.84016	150.65804	235.43233	338.97184	461.39197
1	0.2	9.69498	36.13071	81.35592	144.48164	225.76569	325.05308	442.43592
1	0.3	9.25337	34.80798	78.35238	139.15006	217.41657	313.02686	426.05361
1	0.4	8.87232	33.65574	75.73240	134.49335	210.12063	302.51384	411.72977
1	0.5	8.53972	32.64169	73.42378	130.38511	203.68108	293.23157	399.08059
1	0.6	8.24651	31.74134	71.37165	126.72920	197.94818	284.96513	387.81390
1	0.7	7.98576	30.93575	69.53356	123.45116	192.80583	277.54788	377.70310
1	0.8	7.75210	30.21005	67.87610	120.49234	188.16259	270.84850	368.56957
1	0.9	7.54129	29.55236	66.37260	117.80589	183.94532	264.76198	360.27048
1	1.0	7.34994	28.95310	65.00149	115.35388	180.09483	259.20330	352.69012
1	1.1	7.17531	28.40444	63.74514	113.10527	176.56264	254.10280	345.73373
1	1.2	7.01517	27.89992	62.58897	111.03439	173.30865	249.40288	339.32288
1	1.3	6.86766	27.43415	61.52083	109.11980	170.29938	245.05538	333.39207
1	1.4	6.73125	27.00260	60.53049	107.34346	167.50663	241.01980	327.88611
1	1.5	6.60463	26.60144	59.60930	105.69008	164.90648	237.26172	322.75820
1	1.6	6.48671	26.22739	58.74985	104.14659	162.47849	233.75176	317.96830
1	1.7	6.37656	25.87765	57.94579	102.70174	160.20510	230.46464	313.48201
1	1.8	6.27337	25.54980	57.19163	101.34582	158.07110	227.37848	309.26955
1	1.9	6.17644	25.24172	56.48261	100.07037	156.06327	224.47426	305.30500
1	2.0	6.08519	24.95159	55.81455	98.86802	154.17005	221.73534	301.56571
2	0.1	10.17328	37.67136	84.84200	150.66539	235.43883	338.98035	461.40004
2	0.2	9.62220	36.14441	81.37086	144.50740	225.79158	325.08291	442.46582
2	0.3	9.15338	34.83532	78.38767	139.20138	217.47018	313.08631	426.11425
2	0.4	8.74847	33.69921	75.79266	134.57486	210.20735	302.60828	411.82695
2	0.5	8.39428	32.70288	73.51193	130.49974	203.80431	293.36445	399.21798
2	0.6	8.08106	31.82122	71.48947	126.87874	198.11000	285.13858	387.99376
2	0.7	7.80145	31.03486	69.68202	123.63663	193.00743	277.76313	377.92674
2	0.8	7.54980	30.32864	68.05565	120.71421	188.40451	271.10615	368.83763
2	0.9	7.32169	29.69048	66.58331	118.06424	184.22768	265.06220	360.58311
2	1.0	7.11363	29.11065	65.24319	115.64853	180.41743	259.54594	353.04716
2	1.1	6.92279	28.58123	64.01746	113.43585	176.92509	254.48751	346.13479
2	1.2	6.74689	28.09567	62.89145	111.40040	173.71040	249.82913	339.76741
2	1.3	6.58403	27.64854	61.85290	109.52066	170.73978	245.52257	333.87941
2	1.4	6.43266	27.23528	60.89156	107.77853	167.98498	241.52722	328.41555
2	1.5	6.29146	26.85205	59.99873	106.15868	165.42204	237.80866	323.32897
2	1.6	6.15932	26.49556	59.16699	104.64801	163.03050	234.33745	318.57962
2	1.7	6.03529	26.16300	58.39000	103.23528	160.79278	231.08830	314.13307
2	1.8	5.91856	25.85194	57.66226	101.91077	158.69368	228.03934	309.95955
2	1.9	5.80843	25.56029	56.97902	100.66603	156.71999	225.17155	306.03315
2	2.0	5.70429	25.28621	56.33611	99.49369	154.86016	222.46830	302.33123

Çizelge E.3 : Yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Gömülü - Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\eta=10 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	21.80407	58.83764	115.41085	190.66840	284.85198	397.81264	529.64593
1	0.2	20.85308	56.42157	110.65883	182.83097	273.13656	381.45618	507.86461
1	0.3	20.03733	54.33381	106.55158	176.05483	263.00675	367.31255	489.02935
1	0.4	19.32890	52.50850	102.96009	170.12771	254.14569	354.93947	472.55161
1	0.5	18.70710	50.89663	99.78823	164.89149	246.31725	344.00740	457.99273
1	0.6	18.15632	49.46092	96.96280	160.22578	239.34159	334.26540	445.01867
1	0.7	17.66452	48.17248	94.42704	156.03721	233.07919	325.51881	433.37023
1	0.8	17.22227	47.00854	92.13618	152.25217	227.42002	317.61413	422.84299
1	0.9	16.82209	45.95089	90.05444	148.81176	222.27606	310.42857	413.27343
1	1.0	16.45794	44.98481	88.15283	145.66830	217.57600	303.86264	404.52904
1	1.1	16.12491	44.09821	86.40758	142.78268	213.26141	297.83483	396.50127
1	1.2	15.81896	43.28111	84.79905	140.12257	209.28393	292.27764	389.10022
1	1.3	15.53674	42.52517	83.31083	137.66094	205.60315	287.13470	382.25082
1	1.4	15.27543	41.82335	81.92907	135.37501	202.18502	282.35850	375.88979
1	1.5	15.03265	41.16970	80.64206	133.24546	199.00065	277.90873	369.96343
1	1.6	14.80638	40.55911	79.43977	131.25578	196.02534	273.75090	364.42584
1	1.7	14.59488	39.98721	78.31356	129.39173	193.23784	269.85537	359.23752
1	1.8	14.39668	39.45019	77.25598	127.64103	190.61977	266.19646	354.36428
1	1.9	14.21047	38.94477	76.26053	125.99297	188.15512	262.75184	349.77638
1	2.0	14.03512	38.46805	75.32155	124.43819	185.82989	259.50197	345.44782
2	0.1	21.78596	58.84248	115.41296	190.67397	284.85642	397.81849	529.65119
2	0.2	20.83085	56.43851	110.67243	182.85047	273.15471	381.47668	507.88444
2	0.3	20.02003	54.36753	106.58275	176.09368	263.04462	367.35340	489.06982
2	0.4	19.32239	52.56202	103.01276	170.18943	254.20721	355.00438	472.61666
2	0.5	18.71516	50.97189	99.86492	164.97834	246.40492	344.09878	458.08491
2	0.6	18.18134	49.55911	97.06506	160.33918	239.45697	334.38476	445.13954
2	0.7	17.70796	48.29429	94.55578	156.17800	233.22319	325.66707	433.52072
2	0.8	17.28496	47.15431	92.29185	152.42079	227.59309	317.79177	423.02358
2	0.9	16.90442	46.12071	90.23718	149.00836	222.47836	310.63576	413.48426
2	1.0	16.56001	45.17859	88.36255	145.89281	217.80745	304.09936	404.77006
2	1.1	16.24662	44.31575	86.64406	143.03493	213.52180	298.10089	396.77226
2	1.2	15.96009	43.52212	85.06196	140.40226	209.57292	292.57277	389.40086
2	1.3	15.69694	42.78929	83.59976	137.96771	205.92034	287.45853	382.58072
2	1.4	15.45433	42.11019	82.24359	135.70845	202.52998	282.71062	376.24851
2	1.5	15.22983	41.47884	80.98169	133.60512	199.37290	278.28869	370.35050
2	1.6	15.02140	40.89013	79.80401	131.64120	196.42439	274.15824	364.84078
2	1.7	14.82730	40.33967	78.70192	129.80245	193.66320	270.28960	359.67983
2	1.8	14.64605	39.82365	77.66797	128.07657	191.07093	266.65710	354.83346
2	1.9	14.47634	39.33879	76.69566	126.45285	188.63159	263.23840	350.27195
2	2.0	14.31707	38.88219	75.77932	124.92195	186.33119	260.01398	345.96927

Çizelge E.4 : Yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	α	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\eta=10 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0.1	15.43722	47.88256	99.70209	170.26579	259.72894	367.99043	495.10858
1	0.2	14.89807	46.07953	95.76040	163.43509	249.21377	353.02922	474.91578
1	0.3	14.43760	44.52121	92.35560	157.53080	240.12442	340.09418	457.45717
1	0.4	14.03897	43.15868	89.38002	152.36768	232.17580	328.78037	442.18636
1	0.5	13.68989	41.95550	86.75351	147.80772	225.15545	318.78604	428.69614
1	0.6	13.38114	40.88391	84.41506	143.74583	218.90159	309.88141	416.67643
1	0.7	13.10570	39.92237	82.31738	140.10050	213.28873	301.88822	405.88662
1	0.8	12.85812	39.05389	80.42318	136.80743	208.21792	294.66590	396.13699
1	0.9	12.63408	38.26489	78.70268	133.81520	203.61001	288.10198	387.27578
1	1.0	12.43014	37.54436	77.13174	131.08216	199.40088	282.10535	379.18002
1	1.1	12.24352	36.88326	75.69062	128.57417	195.53801	276.60135	371.74896
1	1.2	12.07193	36.27414	74.36296	126.26297	191.97790	271.52817	364.89920
1	1.3	11.91348	35.71075	73.13511	124.12496	188.68424	266.83418	358.56106
1	1.4	11.76661	35.18784	71.99559	122.14025	185.62644	262.47586	352.67584
1	1.5	11.62997	34.70095	70.93464	120.29196	182.77852	258.41630	347.19371
1	1.6	11.50245	34.24625	69.94392	118.56566	180.11829	254.62390	342.07208
1	1.7	11.38309	33.82047	69.01628	116.94893	177.62665	251.07153	337.27430
1	1.8	11.27106	33.42078	68.14551	115.43104	175.28707	247.73566	332.76867
1	1.9	11.16564	33.04469	67.32623	114.00263	173.08519	244.59584	328.52758
1	2.0	11.06621	32.69005	66.55371	112.65553	171.00842	241.63419	324.52690
2	0.1	15.50683	47.97567	99.79582	170.36267	259.82568	368.08829	495.20636
2	0.2	15.03329	46.25776	95.94289	163.62351	249.40319	353.22069	475.10783
2	0.3	14.63371	44.77755	92.62163	157.80549	240.40206	340.37477	457.73943
2	0.4	14.29118	43.48695	89.72452	152.72368	232.53715	329.14565	442.55463
2	0.5	13.99360	42.35026	87.17167	148.24040	225.59613	319.23177	429.14630
2	0.6	13.73212	41.34036	84.90241	144.25093	219.41749	310.40362	417.20453
2	0.7	13.50011	40.43623	82.86982	140.67409	213.87600	302.48321	406.48898
2	0.8	13.29249	39.62137	81.03696	137.44593	208.87300	295.33023	396.81017
2	0.9	13.10532	38.88259	79.37437	134.51533	204.32960	288.83248	388.01657
2	1.0	12.93550	38.20921	77.85821	131.84089	200.18196	282.89907	379.98547
2	1.1	12.78054	37.59253	76.46901	129.38872	196.37777	277.45558	372.61632
2	1.2	12.63841	37.02533	75.19066	127.13080	192.87377	272.44038	365.82594
2	1.3	12.50746	36.50161	74.00972	125.04371	189.63384	267.80203	359.54483
2	1.4	12.38631	36.01631	72.91490	123.10774	186.62756	263.49718	353.71446
2	1.5	12.27382	35.56514	71.89663	121.30617	183.82912	259.48907	348.28515
2	1.6	12.16903	35.14446	70.94673	119.62473	181.21647	255.74624	343.21446
2	1.7	12.07111	34.75111	70.05817	118.05112	178.77064	252.24168	338.46586
2	1.8	11.97935	34.38240	69.22489	116.57473	176.47524	248.95199	334.00776
2	1.9	11.89315	34.03595	68.44161	115.18632	174.31600	245.85681	329.81268
2	2.0	11.81198	33.70971	67.70372	113.87780	172.28044	242.93836	325.85656

Çizelge E.5 : Yay ile desteklenen G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \lambda=0$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	3.68869	19.62810	52.34456	101.20320	166.34584	247.76746	345.47041
1	0.5	3.80334	19.65224	52.35385	101.20805	166.34879	247.76945	345.47184
1	1.0	3.91396	19.67643	52.36315	101.21289	166.35175	247.77144	345.47326
1	1.5	4.02089	19.70067	52.37246	101.21774	166.35471	247.77343	345.47469
1	2.0	4.12441	19.72496	52.38177	101.22259	166.35766	247.77541	345.47612
1	2.5	4.22477	19.74930	52.39110	101.22744	166.36062	247.77740	345.47755
1	3.0	4.32220	19.77370	52.40043	101.23229	166.36358	247.77939	345.47898
1	3.5	4.41690	19.79814	52.40977	101.23714	166.36654	247.78138	345.48040
1	4.0	4.50904	19.82264	52.41911	101.24200	166.36950	247.78337	345.48183
1	4.5	4.59877	19.84718	52.42847	101.24685	166.37246	247.78536	345.48326
1	5.0	4.68624	19.87177	52.43783	101.25171	166.37542	247.78735	345.48469
1	5.5	4.77157	19.89641	52.44720	101.25658	166.37839	247.78934	345.48612
1	6.0	4.85487	19.92109	52.45658	101.26144	166.38135	247.79133	345.48754
1	6.5	4.93626	19.94582	52.46596	101.26630	166.38431	247.79332	345.48897
1	7.0	5.01583	19.97060	52.47536	101.27117	166.38728	247.79532	345.49040
1	7.5	5.09365	19.99542	52.48476	101.27604	166.39024	247.79731	345.49183
1	8.0	5.16983	20.02028	52.49416	101.28091	166.39320	247.79930	345.49326
1	8.5	5.24442	20.04519	52.50358	101.28578	166.39617	247.80129	345.49469
1	9.0	5.31750	20.07014	52.51300	101.29065	166.39914	247.80328	345.49612
1	9.5	5.38913	20.09513	52.52243	101.29553	166.40210	247.80527	345.49755
1	10	5.45937	20.12016	52.53187	101.30041	166.40507	247.80727	345.49898
2	0	4.14584	20.38722	53.12940	102.00710	167.15934	248.58691	346.29387
2	0.5	4.24117	20.40994	53.13847	102.01188	167.16227	248.58889	346.29529
2	1.0	4.33388	20.43270	53.14754	102.01666	167.16521	248.59087	346.29672
2	1.5	4.42413	20.45550	53.15662	102.02145	167.16814	248.59285	346.29814
2	2.0	4.51209	20.47834	53.16571	102.02623	167.17107	248.59482	346.29956
2	2.5	4.59787	20.50122	53.17481	102.03102	167.17401	248.59680	346.30098
2	3.0	4.68161	20.52413	53.18391	102.03581	167.17694	248.59878	346.30240
2	3.5	4.76340	20.54708	53.19302	102.04060	167.17988	248.60076	346.30383
2	4.0	4.84336	20.57007	53.20214	102.04539	167.18282	248.60274	346.30525
2	4.5	4.92157	20.59309	53.21126	102.05018	167.18575	248.60472	346.30667
2	5.0	4.99812	20.61615	53.22039	102.05498	167.18869	248.60670	346.30809
2	5.5	5.07308	20.63924	53.22953	102.05978	167.19163	248.60868	346.30952
2	6.0	5.14653	20.66237	53.23868	102.06457	167.19457	248.61065	346.31094
2	6.5	5.21853	20.68553	53.24783	102.06937	167.19751	248.61263	346.31236
2	7.0	5.28913	20.70873	53.25698	102.07418	167.20045	248.61461	346.31379
2	7.5	5.35841	20.73196	53.26615	102.07898	167.20339	248.61660	346.31521
2	8.0	5.42640	20.75522	53.27532	102.08379	167.20633	248.61858	346.31663
2	8.5	5.49317	20.77851	53.28450	102.08859	167.20927	248.62056	346.31806
2	9.0	5.55875	20.80183	53.29368	102.09340	167.21221	248.62254	346.31948
2	9.5	5.62319	20.82519	53.30287	102.09821	167.21515	248.62452	346.32090
2	10	5.68652	20.84857	53.31207	102.10302	167.21809	248.62650	346.32233

Çizelge E.6 : Yay ile desteklenen M–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Basit Mesnetli Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	8.11453	32.64084	73.37733	130.38297	203.66598	293.22926	399.07404
1	0.5	8.13635	32.64088	73.37965	130.38308	203.66674	293.22937	399.07436
1	1.0	8.15811	32.64092	73.38197	130.38318	203.66749	293.22949	399.07469
1	1.5	8.17981	32.64097	73.38429	130.38329	203.66825	293.22960	399.07502
1	2.0	8.20144	32.64101	73.38661	130.38340	203.66900	293.22972	399.07535
1	2.5	8.22302	32.64105	73.38894	130.38350	203.66976	293.22984	399.07568
1	3.0	8.24454	32.64109	73.39126	130.38361	203.67051	293.22995	399.07600
1	3.5	8.26599	32.64114	73.39358	130.38372	203.67127	293.23007	399.07633
1	4.0	8.28739	32.64118	73.39590	130.38382	203.67202	293.23018	399.07666
1	4.5	8.30873	32.64122	73.39822	130.38393	203.67278	293.23030	399.07699
1	5.0	8.33001	32.64126	73.40055	130.38404	203.67353	293.23041	399.07731
1	5.5	8.35123	32.64131	73.40287	130.38414	203.67429	293.23053	399.07764
1	6.0	8.37240	32.64135	73.40519	130.38425	203.67504	293.23065	399.07797
1	6.5	8.39351	32.64139	73.40751	130.38436	203.67580	293.23076	399.07830
1	7.0	8.41456	32.64143	73.40984	130.38447	203.67655	293.23088	399.07863
1	7.5	8.43556	32.64148	73.41216	130.38457	203.67731	293.23099	399.07895
1	8.0	8.45650	32.64152	73.41448	130.38468	203.67806	293.23111	399.07928
1	8.5	8.47739	32.64156	73.41681	130.38479	203.67882	293.23122	399.07961
1	9.0	8.49822	32.64160	73.41913	130.38489	203.67957	293.23134	399.07994
1	9.5	8.51900	32.64165	73.42146	130.38500	203.68033	293.23146	399.08026
1	10	8.53972	32.64169	73.42378	130.38511	203.68108	293.23157	399.08059
2	0	8.04938	32.70263	73.47450	130.49821	203.79212	293.36268	399.21268
2	0.5	8.06700	32.70264	73.47637	130.49829	203.79273	293.36277	399.21294
2	1.0	8.08457	32.70266	73.47824	130.49836	203.79334	293.36286	399.21321
2	1.5	8.10211	32.70267	73.48012	130.49844	203.79395	293.36295	399.21347
2	2.0	8.11960	32.70268	73.48199	130.49852	203.79456	293.36303	399.21374
2	2.5	8.13706	32.70269	73.48386	130.49859	203.79517	293.36312	399.21400
2	3.0	8.15447	32.70271	73.48573	130.49867	203.79577	293.36321	399.21427
2	3.5	8.17185	32.70272	73.48760	130.49874	203.79638	293.36330	399.21453
2	4.0	8.18919	32.70273	73.48947	130.49882	203.79699	293.36339	399.21480
2	4.5	8.20649	32.70274	73.49134	130.49890	203.79760	293.36348	399.21506
2	5.0	8.22375	32.70276	73.49321	130.49897	203.79821	293.36356	399.21533
2	5.5	8.24097	32.70277	73.49508	130.49905	203.79882	293.36365	399.21559
2	6.0	8.25815	32.70278	73.49696	130.49913	203.79943	293.36374	399.21586
2	6.5	8.27530	32.70279	73.49883	130.49920	203.80004	293.36383	399.21612
2	7.0	8.29241	32.70281	73.50070	130.49928	203.80065	293.36392	399.21639
2	7.5	8.30948	32.70282	73.50257	130.49935	203.80126	293.36401	399.21665
2	8.0	8.32651	32.70283	73.50444	130.49943	203.80187	293.36409	399.21692
2	8.5	8.34351	32.70284	73.50632	130.49951	203.80248	293.36418	399.21718
2	9.0	8.36047	32.70286	73.50819	130.49958	203.80309	293.36427	399.21745
2	9.5	8.37739	32.70287	73.51006	130.49966	203.80370	293.36436	399.21771
2	10	8.39428	32.70288	73.51193	130.49974	203.80431	293.36445	399.21798

Çizelge E.7 : Yay ile desteklenen G–G giriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Gömülü - Gömülü Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	18.46995	50.89378	99.75581	164.88889	246.30543	344.00491	457.98742
1	0.5	18.48189	50.89392	99.75743	164.88902	246.30602	344.00503	457.98769
1	1.0	18.49383	50.89406	99.75905	164.88915	246.30662	344.00515	457.98796
1	1.5	18.50575	50.89421	99.76067	164.88928	246.30721	344.00528	457.98822
1	2.0	18.51766	50.89435	99.76229	164.88941	246.30780	344.00540	457.98849
1	2.5	18.52957	50.89449	99.76391	164.88954	246.30839	344.00553	457.98875
1	3.0	18.54147	50.89463	99.76553	164.88967	246.30898	344.00565	457.98902
1	3.5	18.55336	50.89478	99.76715	164.88980	246.30957	344.00578	457.98928
1	4.0	18.56523	50.89492	99.76877	164.88993	246.31016	344.00590	457.98955
1	4.5	18.57710	50.89506	99.77039	164.89006	246.31075	344.00603	457.98981
1	5.0	18.58897	50.89520	99.77201	164.89019	246.31134	344.00615	457.99008
1	5.5	18.60082	50.89534	99.77363	164.89032	246.31193	344.00627	457.99034
1	6.0	18.61266	50.89549	99.77526	164.89045	246.31252	344.00640	457.99061
1	6.5	18.62450	50.89563	99.77688	164.89058	246.31312	344.00652	457.99087
1	7.0	18.63633	50.89577	99.77850	164.89071	246.31371	344.00665	457.99114
1	7.5	18.64814	50.89591	99.78012	164.89084	246.31430	344.00677	457.99141
1	8.0	18.65995	50.89606	99.78174	164.89097	246.31489	344.00690	457.99167
1	8.5	18.67175	50.89620	99.78336	164.89110	246.31548	344.00702	457.99194
1	9.0	18.68355	50.89634	99.78499	164.89123	246.31607	344.00715	457.99220
1	9.5	18.69533	50.89649	99.78661	164.89136	246.31666	344.00727	457.99247
1	10	18.70710	50.89663	99.78823	164.89149	246.31725	344.00740	457.99273
2	0	18.52577	50.96962	99.83899	164.97626	246.39547	344.09678	458.08066
2	0.5	18.53529	50.96973	99.84029	164.97636	246.39594	344.09688	458.08087
2	1.0	18.54481	50.96985	99.84159	164.97647	246.39641	344.09698	458.08108
2	1.5	18.55432	50.96996	99.84288	164.97657	246.39688	344.09708	458.08130
2	2.0	18.56382	50.97007	99.84418	164.97667	246.39736	344.09718	458.08151
2	2.5	18.57332	50.97018	99.84547	164.97678	246.39783	344.09728	458.08172
2	3.0	18.58282	50.97030	99.84677	164.97688	246.39830	344.09738	458.08193
2	3.5	18.59231	50.97041	99.84806	164.97699	246.39877	344.09748	458.08215
2	4.0	18.60179	50.97052	99.84936	164.97709	246.39925	344.09758	458.08236
2	4.5	18.61127	50.97064	99.85066	164.97719	246.39972	344.09768	458.08257
2	5.0	18.62074	50.97075	99.85195	164.97730	246.40019	344.09778	458.08278
2	5.5	18.63021	50.97086	99.85325	164.97740	246.40067	344.09788	458.08299
2	6.0	18.63967	50.97098	99.85455	164.97751	246.40114	344.09798	458.08321
2	6.5	18.64913	50.97109	99.85584	164.97761	246.40161	344.09808	458.08342
2	7.0	18.65858	50.97121	99.85714	164.97771	246.40208	344.09818	458.08363
2	7.5	18.66802	50.97132	99.85843	164.97782	246.40256	344.09828	458.08384
2	8.0	18.67746	50.97143	99.85973	164.97792	246.40303	344.09838	458.08406
2	8.5	18.68689	50.97155	99.86103	164.97802	246.40350	344.09848	458.08427
2	9.0	18.69632	50.97166	99.86232	164.97813	246.40397	344.09858	458.08448
2	9.5	18.70574	50.97177	99.86362	164.97823	246.40445	344.09868	458.08469
2	10	18.71516	50.97189	99.86492	164.97834	246.40492	344.09878	458.08491

Çizelge E.8 : Yay ile desteklenen G–M giriş frekans hesabı sonuçları.

n	η	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Giriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \lambda=0.5$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	13.42735	41.93112	86.72733	147.79752	225.14775	318.77949	428.69341
1	0.5	13.44062	41.93234	86.72863	147.79803	225.14814	318.77981	428.69355
1	1.0	13.45388	41.93355	86.72994	147.79854	225.14852	318.78014	428.69368
1	1.5	13.46713	41.93477	86.73125	147.79905	225.14891	318.78047	428.69382
1	2.0	13.48036	41.93599	86.73256	147.79956	225.14929	318.78080	428.69396
1	2.5	13.49357	41.93720	86.73387	147.80007	225.14968	318.78112	428.69409
1	3.0	13.50677	41.93842	86.73518	147.80058	225.15006	318.78145	428.69423
1	3.5	13.51995	41.93964	86.73649	147.80109	225.15045	318.78178	428.69437
1	4.0	13.53312	41.94086	86.73780	147.80160	225.15083	318.78211	428.69450
1	4.5	13.54627	41.94207	86.73911	147.80211	225.15122	318.78243	428.69464
1	5.0	13.55940	41.94329	86.74041	147.80262	225.15160	318.78276	428.69478
1	5.5	13.57252	41.94451	86.74172	147.80313	225.15198	318.78309	428.69491
1	6.0	13.58562	41.94573	86.74303	147.80364	225.15237	318.78342	428.69505
1	6.5	13.59871	41.94695	86.74434	147.80415	225.15275	318.78374	428.69519
1	7.0	13.61178	41.94817	86.74565	147.80466	225.15314	318.78407	428.69532
1	7.5	13.62484	41.94939	86.74696	147.80517	225.15352	318.78440	428.69546
1	8.0	13.63788	41.95061	86.74827	147.80568	225.15391	318.78473	428.69560
1	8.5	13.65090	41.95183	86.74958	147.80619	225.15429	318.78505	428.69573
1	9.0	13.66391	41.95305	86.75089	147.80670	225.15468	318.78538	428.69587
1	9.5	13.67691	41.95428	86.75220	147.80721	225.15506	318.78571	428.69601
1	10	13.68989	41.95550	86.75351	147.80772	225.15545	318.78604	428.69614
2	0	13.78589	42.33191	87.15056	148.23242	225.58991	319.22658	429.14408
2	0.5	13.79637	42.33282	87.15161	148.23282	225.59023	319.22684	429.14420
2	1.0	13.80683	42.33374	87.15267	148.23322	225.59054	319.22710	429.14431
2	1.5	13.81729	42.33466	87.15372	148.23362	225.59085	319.22736	429.14442
2	2.0	13.82774	42.33557	87.15478	148.23401	225.59116	319.22762	429.14453
2	2.5	13.83818	42.33649	87.15583	148.23441	225.59147	319.22788	429.14464
2	3.0	13.84860	42.33741	87.15689	148.23481	225.59178	319.22814	429.14475
2	3.5	13.85902	42.33832	87.15795	148.23521	225.59209	319.22840	429.14486
2	4.0	13.86943	42.33924	87.15900	148.23561	225.59240	319.22866	429.14497
2	4.5	13.87983	42.34016	87.16006	148.23601	225.59271	319.22892	429.14508
2	5.0	13.89022	42.34107	87.16111	148.23641	225.59302	319.22918	429.14519
2	5.5	13.90060	42.34199	87.16217	148.23681	225.59333	319.22944	429.14530
2	6.0	13.91097	42.34291	87.16322	148.23721	225.59364	319.22969	429.14541
2	6.5	13.92133	42.34383	87.16428	148.23761	225.59395	319.22995	429.14552
2	7.0	13.93169	42.34475	87.16533	148.23801	225.59427	319.23021	429.14563
2	7.5	13.94203	42.34567	87.16639	148.23840	225.59458	319.23047	429.14574
2	8.0	13.95236	42.34659	87.16745	148.23880	225.59489	319.23073	429.14585
2	8.5	13.96268	42.34750	87.16850	148.23920	225.59520	319.23099	429.14597
2	9.0	13.97300	42.34842	87.16956	148.23960	225.59551	319.23125	429.14608
2	9.5	13.98330	42.34934	87.17061	148.24000	225.59582	319.23151	429.14619
2	10	13.99360	42.35026	87.17167	148.24040	225.59613	319.23177	429.14630

Çizelge E.9 : Yay ile desteklenen G–S kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Serbest Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \eta=10$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	5.45937	20.12016	52.53187	101.30041	166.40507	247.80727	345.49898
1	0.05	5.28366	19.91043	52.40944	101.22027	166.34965	247.76782	345.47050
1	0.10	5.09455	19.75789	52.35158	101.20424	166.35312	247.77860	345.48158
1	0.15	4.90073	19.66584	52.34885	101.22498	166.36886	247.78094	345.47436
1	0.20	4.71044	19.62966	52.37641	101.24045	166.36052	247.76813	345.47308
1	0.25	4.53052	19.63787	52.40436	101.23045	166.34633	247.77450	345.48244
1	0.30	4.36595	19.67480	52.41190	101.20975	166.35331	247.78366	345.47330
1	0.35	4.21988	19.72366	52.39579	101.20396	166.36776	247.77312	345.47331
1	0.40	4.09386	19.76943	52.36849	101.21864	166.36381	247.76831	345.48127
1	0.45	3.98818	19.80104	52.34804	101.23566	166.34891	247.77929	345.47310
1	0.50	3.90216	19.81270	52.34651	101.23587	166.34800	247.77943	345.47271
1	0.55	3.83442	19.80404	52.36378	101.21975	166.36087	247.76869	345.48029
1	0.60	3.78307	19.77910	52.38914	101.20490	166.36520	247.77108	345.47377
1	0.65	3.74592	19.74463	52.40853	101.20628	166.35423	247.78002	345.47158
1	0.70	3.72055	19.70805	52.41254	101.22153	166.34585	247.77537	345.47902
1	0.75	3.70448	19.67570	52.40070	101.23522	166.35284	247.76754	345.47507
1	0.80	3.69532	19.65158	52.38021	101.23510	166.36427	247.77321	345.47063
1	0.85	3.69083	19.63685	52.36078	101.22283	166.36400	247.78071	345.47775
1	0.90	3.68912	19.63010	52.34890	101.20969	166.35379	247.77595	345.47850
1	0.95	3.68872	19.62824	52.34491	101.20381	166.34673	247.76864	345.47185
1	1.0	3.68869	19.62810	52.34456	101.20320	166.34584	247.76746	345.47041
2	0	5.68652	20.84857	53.31207	102.10302	167.21809	248.62650	346.32233
2	0.05	5.52157	20.65606	53.19442	102.02470	167.16343	248.58735	346.29393
2	0.10	5.34766	20.51476	53.13744	102.00779	167.16581	248.59725	346.30444
2	0.15	5.17257	20.42758	53.13234	102.02633	167.18060	248.59968	346.29774
2	0.20	5.00339	20.39033	53.15590	102.04070	167.17316	248.58765	346.29613
2	0.25	4.84572	20.39258	53.18058	102.03202	167.15994	248.59287	346.30452
2	0.30	4.70345	20.42031	53.18756	102.01344	167.16539	248.60094	346.29650
2	0.35	4.57883	20.45873	53.17401	102.00753	167.17767	248.59191	346.29622
2	0.40	4.47272	20.49488	53.15073	102.01912	167.17448	248.58754	346.30289
2	0.45	4.38491	20.51954	53.13294	102.03293	167.16204	248.59640	346.29614
2	0.50	4.31440	20.52817	53.13048	102.03317	167.16091	248.59654	346.29563
2	0.55	4.25964	20.52077	53.14302	102.02037	167.17086	248.58794	346.30159
2	0.60	4.21872	20.50089	53.16188	102.00857	167.17418	248.58960	346.29651
2	0.65	4.18953	20.47407	53.17611	102.00921	167.16578	248.59632	346.29472
2	0.70	4.16988	20.44614	53.17874	102.02024	167.15936	248.59281	346.30021
2	0.75	4.15763	20.42187	53.16975	102.03001	167.16430	248.58698	346.29728
2	0.80	4.15074	20.40409	53.15472	102.02969	167.17237	248.59095	346.29402
2	0.85	4.14741	20.39342	53.14077	102.02082	167.17203	248.59616	346.29899
2	0.90	4.14615	20.38862	53.13240	102.01158	167.16482	248.59276	346.29944
2	0.95	4.14586	20.38732	53.12964	102.00751	167.15995	248.58771	346.29485
2	1.0	4.14584	20.38722	53.12940	102.00710	167.15934	248.58691	346.29387

Çizelge E.10 : Yay ile desteklenen M–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Basit Mesnetli Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \eta=10$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	8.11453	32.64084	73.37733	130.38297	203.66598	293.22926	399.07404
1	0.05	8.12813	32.65618	73.39259	130.39749	203.67937	293.24126	399.08450
1	0.10	8.16661	32.69451	73.42281	130.41707	203.68840	293.24170	399.07936
1	0.15	8.22406	32.73775	73.43867	130.41073	203.67288	293.22935	399.07606
1	0.20	8.29278	32.76705	73.42621	130.38916	203.66719	293.23863	399.08475
1	0.25	8.36452	32.77080	73.39786	130.38442	203.68164	293.24170	399.07537
1	0.30	8.43137	32.74869	73.37859	130.40098	203.68372	293.23000	399.07901
1	0.35	8.48651	32.71070	73.38305	130.41265	203.66945	293.23525	399.08266
1	0.40	8.52471	32.67200	73.40458	130.40284	203.66829	293.24187	399.07414
1	0.45	8.54278	32.64648	73.42332	130.38615	203.68097	293.23200	399.08056
1	0.50	8.53972	32.64169	73.42378	130.38511	203.68108	293.23157	399.08059
1	0.55	8.51670	32.65679	73.40654	130.39931	203.66882	293.24058	399.07406
1	0.60	8.47667	32.68389	73.38588	130.40851	203.66788	293.23546	399.08088
1	0.65	8.42392	32.71165	73.37733	130.40079	203.67875	293.22934	399.07935
1	0.70	8.36355	32.72964	73.38584	130.38672	203.68016	293.23678	399.07414
1	0.75	8.30090	32.73188	73.40325	130.38384	203.66981	293.23869	399.08052
1	0.80	8.24119	32.71834	73.41567	130.39440	203.66664	293.23054	399.07891
1	0.85	8.18915	32.69429	73.41405	130.40421	203.67536	293.23169	399.07409
1	0.90	8.14881	32.66808	73.40013	130.40117	203.67957	293.23855	399.07970
1	0.95	8.12327	32.64820	73.38419	130.38938	203.67194	293.23472	399.07898
1	1.0	8.11453	32.64084	73.37733	130.38297	203.66598	293.22926	399.07404
2	0	8.04938	32.70263	73.47450	130.49821	203.79212	293.36268	399.21268
2	0.05	8.06119	32.71688	73.48899	130.51215	203.80506	293.37433	399.22287
2	0.10	8.09442	32.75213	73.51734	130.53069	203.81363	293.37470	399.21786
2	0.15	8.14356	32.79129	73.53183	130.52454	203.79881	293.36279	399.21448
2	0.20	8.20159	32.81715	73.52002	130.50425	203.79310	293.37105	399.22242
2	0.25	8.26118	32.81977	73.49387	130.49931	203.80582	293.37382	399.21392
2	0.30	8.31556	32.79956	73.47594	130.51342	203.80766	293.36338	399.21691
2	0.35	8.35915	32.76579	73.47877	130.52340	203.79523	293.36765	399.22006
2	0.40	8.38794	32.73166	73.49625	130.51511	203.79391	293.37321	399.21278
2	0.45	8.39975	32.70873	73.51153	130.50105	203.80420	293.36501	399.21794
2	0.50	8.39428	32.70288	73.51193	130.49974	203.80431	293.36445	399.21798
2	0.55	8.37293	32.71310	73.49817	130.51070	203.79448	293.37152	399.21269
2	0.60	8.33846	32.73287	73.48169	130.51781	203.79347	293.36754	399.21789
2	0.65	8.29454	32.75327	73.47451	130.51193	203.80163	293.36273	399.21674
2	0.70	8.24534	32.76641	73.48022	130.50121	203.80270	293.36817	399.21274
2	0.75	8.19510	32.76794	73.49259	130.49874	203.79502	293.36959	399.21735
2	0.80	8.14783	32.75804	73.50139	130.50607	203.79253	293.36365	399.21620
2	0.85	8.10708	32.74069	73.50019	130.51292	203.79855	293.36432	399.21271
2	0.90	8.07578	32.72194	73.49039	130.51078	203.80145	293.36904	399.21654
2	0.95	8.05609	32.70784	73.47926	130.50262	203.79619	293.36640	399.21604
2	1.0	8.04938	32.70263	73.47450	130.49821	203.79212	293.36268	399.21268

Çizelge E.11 : Yay ile desteklenen G–G kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Gömülü - Gömülü Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \eta=10$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	18.46995	50.89378	99.75581	164.88889	246.30543	344.00491	457.98742
1	0.05	18.47046	50.89500	99.75788	164.89184	246.30919	344.00933	457.99233
1	0.10	18.47620	50.90651	99.77359	164.90875	246.32420	344.02016	457.99799
1	0.15	18.49404	50.93348	99.79736	164.91963	246.32105	344.00916	457.98749
1	0.20	18.52694	50.96545	99.80451	164.90506	246.30606	344.00775	457.99542
1	0.25	18.57217	50.98442	99.78623	164.88929	246.31288	344.01688	457.99125
1	0.30	18.62239	50.97881	99.76216	164.89703	246.32155	344.00750	457.98959
1	0.35	18.66820	50.95165	99.75691	164.91120	246.31062	344.00811	457.99568
1	0.40	18.70085	50.91831	99.77266	164.90629	246.30652	344.01583	457.98776
1	0.45	18.71442	50.89663	99.78931	164.89149	246.31769	344.00740	457.99296
1	0.50	18.70710	50.89663	99.78823	164.89149	246.31725	344.00740	457.99273
1	0.55	18.68129	50.91583	99.77143	164.90461	246.30650	344.01487	457.98769
1	0.60	18.64259	50.94207	99.75711	164.90835	246.30932	344.00814	457.99434
1	0.65	18.59826	50.96103	99.75951	164.89700	246.31818	344.00617	457.99004
1	0.70	18.55543	50.96388	99.77532	164.88889	246.31324	344.01362	457.98888
1	0.75	18.51965	50.95088	99.78884	164.89626	246.30549	344.00951	457.99407
1	0.80	18.49400	50.92967	99.78820	164.90770	246.31136	344.00515	457.98849
1	0.85	18.47878	50.90998	99.77555	164.90721	246.31881	344.01233	457.99013
1	0.90	18.47194	50.89809	99.76230	164.89686	246.31395	344.01303	457.99440
1	0.95	18.47009	50.89413	99.75641	164.88978	246.30661	344.00635	457.98910
1	1.0	18.46995	50.89378	99.75581	164.88889	246.30543	344.00491	457.98742
2	0	18.52577	50.96962	99.83899	164.97626	246.39547	344.09678	458.08066
2	0.05	18.52626	50.97080	99.84102	164.97914	246.39913	344.10110	458.08544
2	0.10	18.53170	50.98173	99.85592	164.99516	246.41333	344.11131	458.09072
2	0.15	18.54813	51.00650	99.87761	165.00484	246.40999	344.10074	458.08072
2	0.20	18.57747	51.03469	99.88323	164.99095	246.39604	344.09937	458.08792
2	0.25	18.61643	51.05006	99.86601	164.97662	246.40208	344.10743	458.08406
2	0.30	18.65805	51.04343	99.84451	164.98333	246.40948	344.09904	458.08254
2	0.35	18.69415	51.01878	99.83993	164.99524	246.39988	344.09951	458.08768
2	0.40	18.71781	50.99002	99.85303	164.99075	246.39637	344.10589	458.08094
2	0.45	18.72496	50.97195	99.86632	164.97839	246.40547	344.09882	458.08518
2	0.50	18.71516	50.97189	99.86492	164.97834	246.40492	344.09878	458.08491
2	0.55	18.69127	50.98686	99.85125	164.98858	246.39631	344.10460	458.08087
2	0.60	18.65840	51.00668	99.84000	164.99123	246.39845	344.09927	458.08598
2	0.65	18.62251	51.02027	99.84178	164.98238	246.40508	344.09774	458.08264
2	0.70	18.58903	51.02146	99.85342	164.97626	246.40125	344.10324	458.08174
2	0.75	18.56189	51.01110	99.86299	164.98161	246.39551	344.10013	458.08549
2	0.80	18.54293	50.99524	99.86212	164.98968	246.39969	344.09696	458.08142
2	0.85	18.53195	50.98098	99.85284	164.98911	246.40485	344.10199	458.08256
2	0.90	18.52714	50.97259	99.84347	164.98176	246.40134	344.10238	458.08547
2	0.95	18.52586	50.96985	99.83941	164.97686	246.39626	344.09776	458.08179
2	1.0	18.52577	50.96962	99.83899	164.97626	246.39547	344.09678	458.08066

Çizelge E.12 : Yay ile desteklenen G–M kiriş frekans hesabı sonuçları.

n	λ	Kalın Ucu Gömülü – İnce Ucu Mafsallı Kiriş Boyutsuz Doğal Frekansları $\alpha=0.5 - \eta=10$						
		$\bar{\beta}_1$	$\bar{\beta}_2$	$\bar{\beta}_3$	$\bar{\beta}_4$	$\bar{\beta}_5$	$\bar{\beta}_6$	$\bar{\beta}_7$
1	0	13.42735	41.93112	86.72733	147.79752	225.14775	318.77949	428.69341
1	0.05	13.44218	41.94638	86.74239	147.81175	225.16079	318.79110	428.70346
1	0.10	13.48324	41.98258	86.76985	147.82846	225.16736	318.78980	428.69742
1	0.15	13.54188	42.01832	86.77890	147.81841	225.15169	318.77953	428.69645
1	0.20	13.60705	42.03398	86.76067	147.79957	225.15090	318.79020	428.70293
1	0.25	13.66763	42.02211	86.73525	147.80254	225.16472	318.78868	428.69363
1	0.30	13.71425	41.99012	86.72794	147.81978	225.16017	318.77949	428.70035
1	0.35	13.74056	41.95495	86.74343	147.82205	225.14808	318.78852	428.69920
1	0.40	13.74398	41.93354	86.76378	147.80639	225.15478	318.78884	428.69389
1	0.45	13.72566	41.93458	86.76837	147.79757	225.16392	318.77961	428.70163
1	0.50	13.68989	41.95550	86.75351	147.80772	225.15545	318.78604	428.69614
1	0.55	13.64292	41.98503	86.73399	147.81973	225.14778	318.78943	428.69535
1	0.60	13.59167	42.00938	86.72760	147.81540	225.15611	318.78058	428.70116
1	0.65	13.54250	42.01860	86.73908	147.80166	225.16194	318.78296	428.69457
1	0.70	13.50030	42.01034	86.75750	147.79837	225.15333	318.78931	428.69640
1	0.75	13.46798	41.98960	86.76731	147.80961	225.14792	318.78277	428.70020
1	0.80	13.44629	41.96532	86.76171	147.81986	225.15624	318.78038	428.69392
1	0.85	13.43408	41.94574	86.74662	147.81654	225.16250	318.78831	428.69707
1	0.90	13.42882	41.93485	86.73332	147.80520	225.15621	318.78777	428.70071
1	0.95	13.42745	41.93141	86.72787	147.79834	225.14886	318.78086	428.69503
1	1.0	13.42735	41.93112	86.72733	147.79752	225.14775	318.77949	428.69341
2	0	13.78589	42.33191	87.15056	148.23242	225.58991	319.22658	429.14408
2	0.05	13.79898	42.34613	87.16488	148.24609	225.60252	319.23786	429.15387
2	0.10	13.83492	42.37947	87.19062	148.26187	225.60870	319.23654	429.14799
2	0.15	13.88549	42.41166	87.19866	148.25218	225.59374	319.22661	429.14684
2	0.20	13.94051	42.42493	87.18147	148.23445	225.59263	319.23622	429.15275
2	0.25	13.99016	42.41335	87.15806	148.23664	225.60486	319.23482	429.14429
2	0.30	14.02660	42.38439	87.15097	148.25149	225.60080	319.22659	429.15007
2	0.35	14.04503	42.35328	87.16370	148.25331	225.59022	319.23420	429.14905
2	0.40	14.04406	42.33433	87.18042	148.23996	225.59565	319.23441	429.14447
2	0.45	14.02552	42.33427	87.18392	148.23244	225.60307	319.22670	429.15077
2	0.50	13.99360	42.35026	87.17167	148.24040	225.59613	319.23177	429.14630
2	0.55	13.95383	42.37276	87.15596	148.24972	225.58993	319.23439	429.14558
2	0.60	13.91192	42.39080	87.15073	148.24620	225.59627	319.22744	429.15004
2	0.65	13.87283	42.39699	87.15918	148.23560	225.60060	319.22917	429.14497
2	0.70	13.84010	42.39006	87.17260	148.23302	225.59407	319.23385	429.14628
2	0.75	13.81560	42.37423	87.17941	148.24111	225.59003	319.22899	429.14902
2	0.80	13.79952	42.35629	87.17502	148.24829	225.59593	319.22721	429.14445
2	0.85	13.79066	42.34217	87.16408	148.24573	225.60023	319.23275	429.14664
2	0.90	13.78692	42.33448	87.15470	148.23771	225.59574	319.23229	429.14911
2	0.95	13.78596	42.33211	87.15093	148.23298	225.59067	319.22752	429.14518
2	1.0	13.78589	42.33191	87.15056	148.23242	225.58991	319.22658	429.14408

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Sevinç Aycan Yetim

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2016, Akdeniz Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

MESLEKİ DENEYİM VE ÖDÜLLER:

- 2019 yılından beri İstanbul Teknik Üniversitesi'nde araştırma görevlisi olarak çalışıyor.

YÜKSEK LİSANS TEZİNDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Yetim S.A., Turhan Ö.** 2021. Değişken Kesitli Kirişler (Kesin Çözüm ve Parametrik İncelemeler). 20. *Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu*, Eylül 15-17, 2021 Diyarbakır, Türkiye.