

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ TEK VE İKİ LİF GÖMÜLÜ
ELASTİK VE VİSKOELASTİK ORTAMDA GERİLME VE
BURKULMA ANALİZİ

İsmail GÜLTEN

DOKTORA TEZİ

Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı

Matematik Mühendisliği Programı

Danışman

Prof. Dr. Reşat KÖŞKER

Ekim, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ TEK VE İKİ LİF GÖMÜLÜ ELASTİK
VE VİSKOELASTİK ORTAMDA GERİLME VE BURKULMA ANALİZİ**

İsmail GÜLTEN tarafından hazırlanan tez çalışması 10.10.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Reşat KÖŞKER
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Reşat KÖŞKER, Danışman

Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU, Üye

Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Murat KİRİŞÇİ, Üye

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa

Doç. Dr. Yasemen UÇAN, Üye

Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Nihan TIRMIKÇIOĞLU, Üye

Kırklareli Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. Reşat KÖŞKER sorumluluğunda tarafımda hazırlanan Periyodik Eğrilikli İçi Boş Tek ve İki Lif Gömülü Elastik ve Viskoelastik Ortamda Gerilme ve Burkulma Analizi başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

İsmail GÜLTEN

İmza



Bu çalışma, Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Proje Koordinatörlüğü'nün 2014-07-03-DOP01 numaralı projesi ile desteklenmiştir.



*İşini severek
Yapanlara
Ve
Yaptığı işi sevenlere*

TEŞEKKÜR

Doktora öğretim süresince beni yönlendiren tüm doktora çalışmam boyunca ve bu tezin ortaya çıkmasında desteğini her zaman yanımda hissettiğim danışmanım Sayın Prof. Dr. Reşat KÖŞKER, çalışmaları ile örnek aldığım görüşleriyle katkıda bulunan manevi desteğini esirgemeyen Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU'na ve daha önceki katkılarından dolayı Prof. Dr. Mehmet BAYRAMOĞLU'na teşekkür ederim. Tez yazımından bana destek sağlayan Gülseher USLU GÜLTEN ve Feridun Cemre GÜLTEN'e sonsuz teşekkürlerimi ve sevgilerimi sunuyorum

Ayrıca beni yetiştiren, bugün hayatta olmayan, anne ve babama şükranlarımı sunarım.

İsmail GÜLTEN

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGE LİSTESİ	viii
KISALTMA LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
TABLO LİSTESİ	xiii
ÖZET	xvi
ABSTRACT	xix
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	4
1.2 Tezin Amacı.....	7
1.3 Orijinal Katkı.....	8
2 PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ TEK LİF BULUNAN KOMPOZİT	
MALZEMEDE İÇ BURKULMA VE GERİLME ANALİZİ	10
2.1 Problemin Formülasyonu.....	10
2.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi ve Stabilite Kaybı Kriteri Oluşturulması ..	13
2.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü.....	17
2.4 Stabilite Kaybından Önce Gerilmelerin Bazı Sayısal Sonuçlar İncelenmesi... 20	
2.5 Laplace Dönüşümü ve Schapery Yöntemi ile Kritik Zaman Değerlerinin Belirlenmesi.....	29
2.5.1 Viskoelastik Matris İçin Uygun Sınır Değer Probleminin Çözümü.....	29
2.5.2 Kritik Zaman Değerlerine Ait Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi	31
3 PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN SONSUZ ELASTİK ,	
VİSKOALASTİK ORTAMLARDA GERİLME DAĞILIMI VE STABİLİTE KAYBI	36
3.1 Problemin Formülasyonu.....	36
3.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi	43

3.3 Araştırma Yöntemin Gerektirdiği Uygun Sınır Değer Probleminin Çözümü	47
3.5 İçi Boş Liflerin Stabilite Kaybında, Liflerin Karşılıklı Etkisinin Kritik Zaman Değerlerine Ait Sayısal Sonuçlar.....	75
4 SONUÇ VE ÖNERİLER	89
KAYNAKÇA	91
A YER DEĞİŞTİRMELER VE GERİLMELER	98
B YER DEĞİŞTİRMELER VE GERİLMELER	100
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	107



SİMGE LİSTESİ

$I_n(x)$	Bessel fonksiyonları
σ_{ij}	Gerilme tansörü bileşeni
$K_n(x)$	MacDonald fonksiyonları
ε_{ij}	Şekil değiştirme tansörü bileşeni
u_i	Yer değiştirme vektörü bileşeni



KISALTMA LİSTESİ

KNT	Karbon Nanotüp
ÜBLEST	Üç Boyutlu Lineerize Edilmiş Stabilite Teorisi



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1	İçi boş tek lif içeren malzemenin geometrisi ve seçilen koordinat takımları.....	10
Şekil 2.2,	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nn}/p ile γ_1 arasındaki ilişki ($\gamma_2=0.2$)	23
Şekil 2.3,	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ ile γ_1 arasındaki ilişki ($\gamma_2=0.2$)	23
Şekil 2.4	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde σ_{ne}/p ile γ_1 arasındaki ilişki ($\gamma_2=0.2$)	24
Şekil 2.5	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nn}/p ile γ_2 arasındaki ilişki ($\gamma_1 = 0.3$).	25
Şekil 2.6	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nn}/p ile γ_2 arasındaki ilişki ($\gamma_1 = 0.3$).	25
Şekil 2.7	$E = 300, \gamma_2 = 0.2$ çeşitli ϵ değerlerinde σ_{ne}/p ile γ_2 arasındaki ilişki ($\gamma_1 = 0.3$)	26
Şekil 3.1	Liflerin Orta çizgileri aynı düzlemde, periyodik eğrilikleri aynı fazlı geometrik yerleşimleri	37
Şekil 3.2	Liflerin Orta çizgileri aynı düzlemde, periyodik eğrilikleri zıt fazlı geometrik yerleşimler	38
Şekil 3.3	Liflerin Orta çizgileri paralel düzlemlerde, periyodik eğrilikleri aynı fazlı geometrik yerleşimleri	39
Şekil 3.4	Orta çizgileri paralel düzlemlerde, periyodik eğrilikli zıt fazlı liflerin geometrik yerleşimleri	40
Şekil 3.5	Liflerin orta çizgileri aynı düzlem aynı fazlı geometrik yerleşimleri.....	41
Şekil 3.6	Liflerin Aynı düzlem aynı faz için Çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerlerinin, γ_1 parametresi ile değişimi ($E=100, \gamma_2 = 0.3, \epsilon = 0.015$)	54
Şekil 3.7	Liflerin Aynı düzlem aynı faz için Çeşitli ρ değerlerinde, $\sigma_{n\tau}/p$ değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi ($E=100, \gamma_2 = 0.3, \epsilon = 0.015$)	55
Şekil 3.8	Liflerin Aynı düzlem aynı faz için Çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi ($E=100, \gamma_2 = 0.3, \epsilon = 0.015$)	55

Şekil 3.9	Liferin Aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p ,değerlerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E =300, $\gamma_1 =0.3, \varepsilon=0.015$)	56
Şekil3.10	Aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ değerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E =300, $\gamma_1 =0.3, \varepsilon=0.015$)	56
Şekil 3.11	Liferin Aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E =300, $\gamma_1 =0.3, \varepsilon=0.015$)	57
Şekil 3.12	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	60
Şekil 3.13	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	60
Şekil 3.14	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde, σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	61
Şekil 3.15	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin, γ_2 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).	61
Şekil 3.16	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ değerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).	62
Şekil 3.17	Liferin Aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	62
Şekil3.18	Paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)..	65
Şekil 3.19	Liferin paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	65
Şekil3.20	Liferin paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)	66
Şekil 3.21	Liferin paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi (E = 300, $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).	66

- Şekil 3.22** Liferin paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)..67
- Şekil 3.23** Liferin paralel düzlem aynı faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)67
- Şekil3.24** Paralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)..70
- Şekil 3.25** Liferin paralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)71
- Şekil3.26** Liferin aralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).71
- Şekil 3.27** Liferin paralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).72
- Şekil 3.28** Liferin paralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$).72
- Şekil 3.29** Liferin paralel düzlem zıt faz geometrik yerleşimler için çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi ($E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$)73

TABLO LİSTESİ

Tablo2.1	$\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli γ_2, E ve ϵ değerleri için σ_{nn}/p gerilme değerleri	26
Tablo2.2	$\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli γ_2, E ve ϵ değerleri için $\sigma_{n\tau}/p$ gerilme değerleri	27
Tablo 2.3	$\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli γ_2, E ve ϵ değerleri için σ_{ne}/p gerilme değerleri	28
Tablo 2.4	$E' = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_1 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	33
Tablo 2.5	$E' = 300, \gamma_1 = 0.3, \alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_2 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0} \epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	34
Tablo 2.6	$E'=300$ Çeşitli ω, α' ve ϵ' ler için, $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ durumunda t'_{cr} 'ler	34
Tablo 3.1	Liflerin aynı düzlem ve aynı fazlıgeometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E, ϵ değerlerinde $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri.....	54
Tablo 3.2	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1, \epsilon = 0.015$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri	59
Tablo 3.3	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1, \epsilon = 0.015$ değerlerinde gerilmelerin denklem sayısına göre yakınsaması	58
Tablo 3.4	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E, ρ ve ϵ değerlerinde $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri	60
Tablo.3.5	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 0.3, \epsilon = 0.015, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri	63
Tablo 3.6	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \rho = 2.1, \epsilon = 0.015$ de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması	64
Tablo 3.7	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $0.3 \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E ve ϵ değerlerinde $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri	68

Tablo 3.8	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.3, \gamma_1 = 0.2$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değeri	68
Tablo 3.9	Liflerin paralel düzlemlerde, aynı faz geometrik yerleşimleri de $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.2, \epsilon = 0.015$ 'de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması	69
Tablo 3.10	Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \epsilon = 0.015$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri	69
Tablo3.11	Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \epsilon = 0.015, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri	74
Tablo 3.12	Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E=300, \gamma_1=0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.2, \epsilon = 0.015$ 'de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması	74
Tablo 3.13	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	79
Tablo 3.14	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	79
Tablo 3.15	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	80
Tablo 3.16	Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \omega = 0.5$ ve çeşitli ρ, ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri	80
Tablo 3.17	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	81
Tablo 3.18	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	82
Tablo 3.19	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ ve ω değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	82
Tablo3.20	Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \omega = 0.5$ ve çeşitli ρ, ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri	80
Tablo3.21	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	83
Tablo3.22	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	80
Tablo3.23	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri	85
Tablo3.24	Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \omega = 0.5$ ve çeşitli ρ, ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri	86

- Tablo 3.25** Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri87
- Tablo 3.26** Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri ...87
- Tablo 3.27** Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri88
- Tablo3.28** Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri88



Periyodik Eğrilikli İçi Boş Tek ve İki Lif Gömülü Elastik ve Viskoelastik Ortamda Gerilme ve Burkulma Analizi

İsmail GÜLTEN

Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Prof. Dr. Reşat KÖŞKER

Yüksek teknolojik ürünlerin üretiminde yaygın kullanım alanı bulan kompozit malzemelere, gün geçtikçe daha çok ihtiyaç duyulur hale gelmiştir. Bu ihtiyaca cevap verebilmek için, son yıllarda bu tür malzemelerle ilgili çok sayıda hem teorik ve hem de uygulamalı çalışmalar yapıldığı göze çarpmaktadır.

Kompozit malzemelerin önemli bir çeşidi olan lifli kompozit malzemelerde liflerin eğriliği, malzemenin üretiminden veya nitelik özelliklerinden kaynaklanabilir ya da yapısal bir durum olarak düşünülür. Bu durum malzemenin bir modeli olarak alınabilir ve böylece bu model, basınç altında stabilite kaybı, kırılma ve burkulma gibi çeşitli durumlarda bir problemin konusu olarak seçilebilir.

Tez araştırmasının ilk adımı, periyodik eğrilikli içi boş tek bir lif içeren kompozit malzeme (nanolif) ile başlamış ve devamında birbirlerine göre yerleşimleri farklı olan içi boş periyodik eğrilikli komşu iki lifin gömülü olduğu sonsuz elastik ve viskoelastik cisim problemleri ile devam etmiştir. Yapılan çalışma, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde, elastisite ve viskoelastisite

teorisinin üç boyutlu geometrik doğrusal olmayan denklemleri kullanılarak stabilite kaybı öncesi gerilme analizi ve stabilite kaybı araştırmalarını kapsamaktadır. Bu durum göz önüne alınarak, sonsuz uzunluklu içi boş lifler boyunca düzgün dağılmış normal kuvvetlerin, geometrik nonlineeritenin ve içi boş lifler arasındaki uzaklığın, gerilme dağılımına ve stabilite kaybına etkileri incelenmektedir.

Tez kapsamında ele alınan problemleri şöyle özetleyebiliriz: periyodik eğrilikli içi boş lifler arasındaki etkileşimin ihmal edildiği ve dolayısıyla sonsuz elastik ve viskoelastik ortamda sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş tek lif olması durumu; sonsuz elastik ve viskoelastik ortamda orta çizgileri aynı düzlemde aynı fazlı yerleşmiş sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif olması durumu; sonsuz elastik ve viskoelastik ortamda orta çizgileri aynı düzlemde zıt fazlı yerleşmiş sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif olması durumu; sonsuz elastik ve viskoelastik ortamda orta çizgileri paralel düzlemlerde aynı fazlı yerleşmiş sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif olması durumu; sonsuz elastik ve viskoelastik ortamda orta çizgileri paralel düzlemlerde zıt fazlı yerleşmiş sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif olması durumu. Tüm problemlerde, periyodik eğrilikli içi boş lifler içeren kompozit malzemenin, sonsuz uzunluklu lifler yönünde sonsuzda düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca, lifler boyunca lif kalınlığının değişmediği, dolayısıyla lifin dik kesitinin iç ve dış yarıçaplarının sabit kaldığı varsayılmıştır. Sözü edilen problemlerin her biri için, matematiksel modelleme ile sınır değer problemlerinin elde edilmesi, bu modellerin çözümü için kullanılacak yöntemin geliştirilmesi, çözümün uygulanması, algoritmanın kurulması, program kodlarının oluşturulması ve nihayet gerilme analizi ve burkulma analizlerinin yapılması adımları takip edilmiştir. Böylece, her bir problem için basınç ve çekme durumlarında, içi boş lif kalınlığı, içi boş lifler arasındaki uzaklık ve geometrik nonlineerite gibi problem parametrelerinin içi boş lif ile matris ara yüzeyindeki gerilme dağılımına etkileri incelenmiş ve tartışılmıştır. Ayrıca, eğilme genliğinin büyüyüp sonsuza gitmesi stabilite kaybı kriteri olarak kullanılmış, böylece elastik cisim içine gömülü içi boş liflerin olduğu problemler

için kritik yük değerleri, viskoelastik cisim içine gömülü içi boş liflerin olduğu problemler için ise kritik zaman değerleri elde edilmiş ve yorumlanmıştır.

Elde edilen sonuçlar, ele alınan problem tipindeki kompozit malzeme üretiminde, üreticiye parametreler konusunda yol gösterici olacaktır. Ayrıca, incelenen problemlerin modellenmesinde üç boyutlu elastisite teorisinin kullanılması ve bu tür problemlerin literatürde ele alınmamış olması, tezin orijinalliğini ortaya koymaktadır. Bu anlamda, literatürdeki bir eksiklik de giderilmiş olmaktadır.

Konu ile ilgili yapılan çalışmalar, malzeme parametreleri değerlerinin belli sınırlar içinde kalması koşulu ile, içi boş lifin karbon nanotüp olarak ele alınabileceğini göstermektedir. Dolayısıyla, bu ölçüler dikkate alındığında tez kapsamında yapılan çalışmaların, günümüzde özellikle yüksek teknolojik ürünlerde yaygın kullanım alanı olan karbon nanotüp gömülü nanomalzemelerin mekaniğine de katkısı olduğu aşıkardır.

Anahtar Kelimeler: Periyodik eğrilikli içi boş lif, kompozit malzeme, gerilme analizi, burkulma, kritik zaman.

Stress and Buckling Analysis in Periodic Curvature Hollow Single and Two Fiber Embedded Elastic and Viscoelastic Media

İsmail GÜLTEN

Department of Mathematics Engineering

Doctor of Philosophy Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Reşat KÖŞKER

Composite materials, which are widely used in the production of high-tech products, have become more needed day by day. To respond to this need, it is noteworthy that in recent years, many both theoretical and applied studies have been carried out on such materials.

In fibrous composite materials, which are an important type of composite materials, curvature can be caused by the production of the material, its properties, or it is considered as a structural condition. This shape can be taken as a model of the material and subsequently selected as the subject of a problem in various situations such as loss of stability under pressure, fracture and buckling.

The first step of the thesis research starts with a composite material (nanofiber) containing a single hollow fiber with periodic curvature and continues with infinite elastic and viscoelastic body problems in which two adjacent hollow periodic curvature fibers with different placements are embedded. The study includes stress analysis before loss of stability, and loss of stability studies by using three-dimensional geometric nonlinear equations of the theory of elasticity and viscoelasticity within the framework of the piecewise homogeneous body model. Considering this situation, the effects of the normal forces that are uniformly

distributed along hollow fibers, geometric nonlinearity, and distance between hollow fibers on stress distribution and loss of stability are investigated.

We can summarize the problems addressed in the thesis as follows: the case where the interaction between the periodic curvature hollow fibers is neglected, and hence, there is a periodic curvature hollow single fiber of infinite length in an infinitely elastic and viscoelastic medium; the case where in an infinitely elastic and viscoelastic medium, there are two adjacent hollow fibers of infinite length, whose midlines are located in the same plane, with the same phase of periodic curvature; the case where in an infinitely elastic and viscoelastic medium, there are two infinitely long, hollow adjacent fibers with opposite phases of periodic curvature, their midlines located in the same plane; the case where in an infinitely elastic and viscoelastic medium, there are two adjacent hollow fibers of infinite length, whose midlines are located in parallel planes, with the same phase of periodic curvature; the case where in an infinitely elastic and viscoelastic medium, there are two infinitely long, hollow adjacent fibers with their midlines are in parallel planes, with opposite phases of periodic curvature. In all the problems, the composite material containing hollow fibers with periodic curvature, is assumed to be under the influence of the normal forces distributed in the direction of the fibers at the infinity. In addition, it is assumed that the fiber thickness through the fibers does not change, so the inner and outer radius of the perpendicular section of the fiber remain constant. For each of the aforementioned problems, the following steps are followed: obtaining boundary value problems with mathematical modeling, developing the method to be used for solving these models, applying the solution, establishing the algorithm, creating the program codes, and finally performing the stress analysis and buckling analysis. Thus, for each problem, the effects of problem parameters such as hollow fiber thickness, distance between hollow fibers and geometric nonlinearity in compression and tension on the stress distribution at the hollow fiber and matrix interface are examined and discussed. In addition, the bending amplitude grows to infinity is used as a loss of stability criterion, so that critical load values for problems with hollow fibers embedded in an elastic body, and critical time values for problems with hollow fibers embedded in a viscoelastic body are obtained and interpreted.

The results obtained will guide the manufacturer about the parameters in the production of composite material in the problem type. In addition, the use of three-dimensional elasticity theory in the modeling of the examined problems and the fact that such problems have not been addressed in the literature reveal the originality of the thesis. In this sense, a deficiency in the literature is also eliminated.

Studies on the subject show that hollow fiber can be considered as a carbon nanotube, provided that the material parameters values remain within certain limits. Therefore, considering these dimensions, it is obvious that the studies carried out within the scope of the thesis also contribute to the mechanics of carbon nanotube embedded nanomaterials, which are widely used in high-tech products today.

Keywords: Periodic curvature hollow fiber, composite material, stress analysis, buckling, critical time.

1950'li yılların ikinci yarısından sonra teknolojinin artan bir hızla gelişmesiyle, endüstrinin temel girdisi ve çıktısı olan malzemenin üretimi, malzeme biliminin de ilerlemesi sayesinde çok hızlı bir şekilde değişime uğramıştır. Yeryüzündeki kaynaklar sınırlı olduğundan doğal malzemeler gelişen teknolojilerin ihtiyaçlarına cevap vermemeye başlamıştır. Bilim insanları, yüksek teknolojik malzemeye ihtiyaç duyan havacılık, uzay, makina, kimya, otomotiv vb. endüstrilerin bu ihtiyaçlarına uygun malzemeler imal etmek için büyük adımlar atmışlardır.

Teknolojide bu gelişmeler yaşanırken malzeme biliminde de buna ayak uyduracak ilerlemeler zorunlu hale gelmiş, çeşitli bilimsel çalışmaların sonucunda hem çok yüksek mukavemetli hem de çok hafif malzemeler olan kompozit malzemelerin kullanımı önem kazanmıştır [1]. Kompozit malzemeler; iki ya da daha fazla malzemenin uygun özelliklerini tek malzemedeki toplayan veya yeni özellikler elde etmek amacıyla makro ve/veya mikro boyutlarda birleştirilmesi sonucu oluşturulan malzemelerdir [2]. Kompozit malzemeler, kullanım ve teknik açıdan diğer klasik malzemelerden daha üstün özelliklere sahiptirler. Bu özelliklerin bazıları, yüksek mukavemet ve elastisite modülü, kolay şekillenme-şekillendirme, ısıya ve ateşe dayanıklılık, titreşim ve sönümlenme, korozyona ve kimyasal etkilere karşı dayanıklılık şeklinde sıralanabilir.

Mühendislik alanında kendine yaygın kullanım alanı bulan, kompozit malzemelerin bir sınıfı olan ve güçlendiricinin lif olduğu lifli kompozit malzemeler, mukavemet ve rijitlik değerleri çok üst düzeyde olan malzemelerdir. Lifli kompozit malzemelerin bu üstün özellikleri, matris içine gömülü liflerin geometrik yerleşimlerine, şekillerine, yapılarına, uzunluklarına, eğriliklerine ve matrisin mekanik özelliklerine bağlıdır.

Nanokompozitler; bir matris içerisine yerleştirilen güçlendirici malzemenin nanometre büyüklüğünde dağılması veya sıralanması ile oluşan karbon bazlı malzemelerdir [3]. Karbon bazlı malzemeler, karbon atomlarının kendi içlerindeki

ilişki geometrisine göre çok farklı fiziksel ve kimyasal özellikler gösterir. Bunun nedeni karbonun yapısının 6 elektrona sahip olmasıyla açıklanabilir [4]. Karbonu temel alan ve karbon içeren malzemeler; elmas, grafit, karbon siberkil, camsı karbon, siyah karbon, karbin karbonitler, amorf karbon, sıvı karbon şeklinde sınıflandırılabilir [5].

Bir araya gelen iki veya daha fazla malzemenin en az birinin nano ölçekte olması durumunda kompozit malzemeye verilen isim olan nanokompozitler, nano ölçekli malzemenin bir, iki ya da üç boyutlu ölçeğinin 100 nanometreden az olduğu ve bu nano ölçekli malzemenin arasındaki uzaklığın düzenli tekrar ettiği yapılardır [6]. Özellikle, takviye fazın büyüklük oranı ve karışma derecesi nanokompozit malzemenin özelliklerini büyük ölçüde etkiler. Teknolojide kullanılan çoğu nanokompozitlerin yapay yollarla elde edilmesine rağmen doğal halde bulunan nanokompozitler de vardır. Bambu ağacının lifli yapısı ve kemiğin süngerimsi iç yapısı bilenen en basit nanokompozitlerdir [7].

1985 yılında, R. Curl Jr, H. Krato ve R.Smalley tarafından ilk defa C_{60} atomlarının bir araya getirilmesi ile oluşturulan ve adına fulleren denen molekülün elde edilmesi nanomalzeme biliminin kapısını aralamıştır. Adları anılan bilim adamlarına Kimya Nobel Ödülü kazandıran bu buluş çok ilgi görmüş ve bu alanda çok sayıda çalışmalar yapılmasına sebep olmuştur. Fullerenin en önemli özelliği, moleküler grafitle birlikte kullanıldığında, bu tezde de ele alınan problemlerin ilgili olduğu, karbon nanotüp (KNT) oluşturmalarıdır [8]. Ardından gelen araştırmalar, 1991 yılında Lijima'nın yine deneysel olarak ilk defa karbon nanotüp yapılarını elde ederek nanoteknoloji sürecini başlatmasına yol açmıştır. KNT'lerin elde edilmesi bu alandaki deneysel ve kuramsal çalışmaları hızlandırmıştır. Karbon nanotüpler sahip olduğu yapısal ve mekanik özellikleri açısından nano ölçekli malzemelerin en güncel örneklerinden biridir. Teknolojideki ilk uygulamalarının başarısı sayesinde bu yapıları çeşitli yaşamsal alanlarda kullanımı katlanarak artmaktadır.

Karbon nano yapılar ve tüpler çok hassas malzemeler olduklarından, çeşitli özel üretim şekilleri, teknolojileri, yöntemleri de bulunmaktadır [9]. Örneğin, bu yöntemlerden biri olan "arc-discharge" yöntemin KNT'ler, buharlaştırma tekniği kullanılarak grafit plakalarının kıvrılarak silindir şekline gelmesi ile oluşturulur.

Farklı çap ve boyda olabilen bu yapıların uçları açık olabileceği gibi kapalı da olabilir. Ayrıca nanotüpler tek içi boş silindir şeklinde (tek duvarlı) veya iç içe geçmiş silindirler şeklinde (çok duvarlı) yapılar olarak da elde edilebilir [10]. Grafit plakaların kıvrılma yönüne göre, zikzak ya da koltuk tipi adı verilen farklı yapılarda olabilirler. Yarıiletken özelliği gösteren zikzak modeline karşılık koltuk modeli metal özelliği gösterir. Ayrıca her iki yapıda da üretim esnasında tasarımda bükük yapılar oluşabilir. Bunlar da yerel eğrilik ve periyodik eğrilik olarak adlandırılır [11].

Nanotüpler tüp ekseninde çekilmeye karşı çok sağlamdır. Hasar görmeden mukavemet gösterebilirler. Küçük çaplı (yaklaşık 1-2 nm) ve boyu 1 milimetre olan tüplerden oluşturulmuş bir demeti koparabilmek için uygulanan çekim kuvvetinin büyüklüğü yaklaşık 36 GPa'a ulaşmaktadır. Tek duvarlı karbon nanotüpler, emsali görülmemiş mekanik ve elektro-mekanik özelliklere sahip malzemelerdir. Ayrıca kimyasal açıdan belli özelliklere sahip kompozitler, nano ölçekte farklı özellikler gösterebilir. Örneğin bir element mikro boyutta yarı metal özelliği gösterirken nano ölçekte (nano çubuk veya nano tüp) yarı iletken duruma gelebilmektedir (örneğin bizmut kristalleri). Bu durum, nanotüpleri bilinen güçlü yarı iletken elementten, en ileri seviye yarı iletken haline getirmektedir [12]. Yakobson ve Smaley (1997), Dresselhaus (1998)'nin yaptıkları çalışmalarda karbon nano tüplerin klasik malzemelerden üstün mekanik-elektronik özellikler gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca, bazı çalışmalar sonucunda geleneksel kompozitlerden farklı olarak nanokompozitlerin elastisite modüllerinin, kendini oluşturan bileşenlerden daha yüksek olduğu saptanmıştır [13].

Karbon nanotüp bulunduktan sonra, üstün özelliklerinin farkına varılması ve bunların kullanılması ile üretilen nanokompozitlerin teknolojik açıdan yararlılığının görülmesi, bu alanda hem teorik hem de uygulamaya dönük araştırmaların artmasını sağlamıştır. Teknolojinin ilerlemesi ve bilimsel yöntemlerin gelişmesiyle birlikte bulunan yeni özellikler, yeni birçok alana uygulanmıştır. Endüstride, sağlam ve kaliteli malzemeye duyulan ihtiyaçların önemli bir kısmı karbon nanotüplerin gömülü olduğu nanokompozitler ile karşılanmaktadır.

1.1 Literatür Özeti

Günümüzde yüksek teknolojinin ihtiyaç duyduğu kompozit malzemelerin önemli bir kısmını lifli kompozit malzemeler oluşturmaktadır. Yüksek mukavemet özellikleri, rijit fakat hafif olmaları kullanım alanlarının ve üretimlerinin giderek artmasına neden olmaktadır. Birçok uygulamalarda yoğun bir şekilde kullanılan bu malzemeler çeşitli dış etkilerle de karşılaşmaktadır. Dolayısıyla malzemelerin kırılma, burkulma, iç stabilite kaybı, gerilme analizi ve bunun için gerekli modellemelerin geliştirilmesi çok önemlidir. Bu konudaki araştırmalar ya sürekli ortamlar mekaniği teorisi ya da yaklaşık teoriler ile yapılmaktadır [14-17].

Lifli kompozit malzemelerde, güçlendirici olan liflerin tek yönde birbirlerine belirli mesafede yerleşmiş olduğu malzemeler olan tek yönlü lifli kompozitler önemli bir yer tutar. Bu malzemelerdeki lifler düz, yerel eğrilikli veya periyodik eğrilikli olabilmektedirler. Genellikle, üretim aşamasındaki kusurlar yerel eğrilik, tasarım olarak oluşturulanlar ise periyodik eğrilik olarak ele alınır. Bu eğrilikler, bazen de matematiksel modeller geliştirmek amacıyla kullanılırlar. [18-30] çalışmalarından da görülebileceği gibi, güçlendiricideki sözü edilen ve kendi kendini dengeleyen gerilmelere sebep olan bu eğriliklerin malzeme mekaniği açısından ele alınıp incelenmesi gerekli ve önemlidir. Anılan çalışmalarda, matematiksel modelleme için sürekli ortamlar mekaniği denklemleri kullanılmıştır. Sözü edilen yayınların yanında [31-35] kaynaklarında da örnekleri görülebileceği gibi, alan denklemlerinin kompozit malzemedeki her bir bileşen için ayrı ayrı yazılıp, bu denklemlerin matris ile güçlendirici ara yüzeylerinde verilen sınır koşulları kullanılarak birleştirilmesi olarak ifade edebileceğimiz parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılan çalışmalar da dikkat çekicidir. Bu kapsamda yapılan çalışmaları özetlersek: [35] makalesinde sonsuz elastik ortama gömülü yerel eğrilikli sonsuz uzunluklu tek lif olması durumunda normal gerilmeler, Kayıkçı ve Köşker [36-39] kaynaklarından [36]'da sonsuz elastik ortamda sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli üç duvarlı karbon nanotüp gömülü ortamda normal gerilmeler, [37] ve [38]'de sonsuz elastik ortamda sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli iki ve üç duvarlı karbon nanotüp gömülü elastik ve viskoelastik ortamda stabilite kaybı, [39]'de ise sonsuz elastik ortamda sonsuz uzunluklu yerel eğrilikli çift duvarlı karbon nanotüp gömülü ortamda gerilmeler,

Akbarov vd. [40-43] kaynaklarında, periyodik olarak tek sıra halinde yerleşmiş aynı fazlı ve zıt fazlı periyodik eğrilikli sonsuz sayıda lifin yer aldığı sonsuz elastik ortamda gerilmeler çalışılmıştır. Sözü edilen çalışmalarda, üç boyutlu lineerize edilmiş elastisite ve viskoelastisite teorilerinin kesin denklemleri kullanılarak modellemeler yapılmış ve sınır-formu pertürbasyon yöntemi ile bu modeller çözülerek sonuçlar elde edilmiştir. Matematiksel hesaplamalarda kolaylık sağlaması sayesinde tercih edilen yaklaşık teoriler kullanılarak yapılan çalışmalara Malikan [44] kaynağında, aksenal yüklere maruz kalan lifli kompozit materyalin stabilite kaybını, Malekzadeh ve Shojaee [45] kaynağında, lif takviyeli kompozitlerin burkulma davranışını, Herman vd. [46], Rosen [47] kaynaklarında, elastik bir matris içine gömülü lifin gerilme ve burkulma analizini, Chung ve Weitsman [48] kaynağında elastik matris içine düzenli olmayan bir şekilde gömülü liflerin basınç ve çekme durumlarının incelemesini, Naderi ve Saidi [49] kaynağında, tek eksenli ve çift eksenli yüklere maruz kalan lifli kompozit materyalin stabilite ve burkulma analizini yaklaşık teorilerle yapılan inceleme örneklerini verebiliriz

Üretimlerinde başarılı sonuç alınmasını olumlu etkileyen faktörlerden, kompozit malzemelerin yapısındaki stabilite kaybı öncesi gerilme dağılımı incelemesinin gerekliliği yanında, stabilite kaybı çalışmalarının da yapılması önem arz etmektedir. Kırılmayı malzemenin herhangi bir fiziksel dış etki karşısında direncinin azalması olarak açıklayabiliriz. Malzemenin mekanik özellikleri kırılmayı etkileyen önemli faktörlerdendir. Kırılma değeri ise stabilite kaybına neden olan basınç değeri olarak alınır. Babich vd. [50], Babich ve Guz [51], Budianski ve Fleck [52-53], Guz [54], Yahnioğlu ve Akbarov [55], Akbarov vd. [56], Akbarov [57-58] araştırmalarında da görüldüğü gibi bu konuda çok sayıda bilimsel çalışma vardır.

Sürekli ortamlar mekaniğinin üç boyutlu lineerize edilmiş stabilite teorisi (ÜBLEST)'nin kesin denklemleri kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde tek yönlü lifli kompozit malzemenin iç stabilite kaybı araştırmaları Guz [59-60], Dow ve Grunfest [61], Köşker [62] çalışmalarında yer almış ve Akbarov [63] kaynağında bu konuda o zamana kadar yapılmış çalışmalar geniş bir şekilde özetlenmiştir. Bu çalışmalarda, lif eğriliklerinin periyodik uzunluğu ℓ ve en

kesit formu R yarıçaplı daire olarak ele alınarak $\kappa = 2\pi R/\ell$ parametresi tanımlanır. κ parametresi ile diğer problem parametrelerine değerler verilerek dış basınç kuvveti p belirlenir. Daha sonra p ve κ parametreleri arasında monoton olmayan bağımlılık incelenerek $\kappa \neq 0$ olmak üzere p 'nin minimum olduğu (p_{min}) κ değeri saptanır ve p 'nin bu değeri basınç için kırılma değeri olarak kabul edilir [62].

Yakından bakıldığında geçmişten günümüze karbon nanotüp içeren veya karbon lif takviyeli kompozit malzemelerle ilgili çok sayıda çalışma vardır [64-80]. Birbirini takip eden yıllarda ise yapılan çalışmalar artarak geliştirilmiştir. Tan-Tien vd. [81], Ashish ve Kumar [82], Mehraliana, vd. [83], Peng vd. [84], burkulma ve gerilme durumlarını Von Karman yaklaşımı ile modellemişlerdir. Wang and Hoffman [85], Yoon ve Ru [86], N. Samadi ve Yas [87], Murmu ve Pradhon [88], çalışmalarında karbon nanotüplerin gömülü olduğu elastik ortamda kritik burkulma yükü Timoshenko Kiriş Teorisi çerçevesinde modelleme oluşturulup hesaplanarak burkulma analizleri yapılmıştır. Nasihatgozar vd. [89], E. Shady ve Gowaded [90] kaynaklarında, nanotüplerin geometrik yapısının gömülü oldukları nanokompozitlerin mekanik özelliklerine etkilerini Mori-Tanaka yaklaşımı ile verilmişlerdir. Karbon nanotüplerin mekanik davranışlarını sürekli ortamlar mekaniği temelinde inceleyen çalışmalara Falvo vd. [91], Yakobson vd. [92], J.R. Xiao vd. [93], Ch. Jochum ve Grandidier [94] araştırmaları örnek olarak gösterilebilir.

Son yıllarda çok duvarlı karbon nanotüplerle ilgili çalışmalar hız kazanmış, birçok modelleme çalışması gerçekleştirilmiştir. Seidel ve Lagoudas [95] çalışmasında karbon nanotüplerin mikro mekanik özellikleri sınıflandırılmış, Wang ve Ru [96] kaynağında iç ve dış basınca maruz kalan çok duvarlı karbon nanotüp gömülü malzemede gerilme ve burkulma analizi incelenmiştir. Ru [97-99] kaynaklarında ise çok duvarlı karbon nanotüplerin gömülü olduğu elastik ortamda gerilme analizi araştırılmış, Van der Waals kuvvetlerinin de etkisi göz önüne alınarak gerilme değerinin değişiminin, karbon nanotüpün katmanlarına bağlı olarak değiştiği tespit edilmiştir. Eftekhari vd. [100] ve Feng vd. [101] çalışmalarında, burkulma analizi Euler burkulma teorisi çerçevesinde moleküler dinamik yaklaşımla yapılmıştır. Bunun yanı sıra, Yinusi [102], Ru [103] kaynaklarında ise, kritik

eksenel sıkıştırmaya maruz kalan ve çift duvarlı karbon nanotüp gömülü malzemede gerilmeler Winkler modeli kullanarak hesaplanmıştır. Akbarov [104] çalışmasında, Üç Boyutlu Lineerize Edilmiş Stabilité Teorisi (ÜBLEST) kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde, duvarlar arasındaki Van der Waals kuvvetleri de hesaba katılarak çift duvarlı karbon nanotüp gömülü sonsuz elastik ortamda stabilite kaybı incelenmiştir.

Nanoyapılar ve özellikle de karbon nanotüp (tek duvarlı, çok duvarlı) içeren nanomalzemelerin kullanım alanlarının çokluğu, bu malzemelerin mekanik davranışlarının ve fiziksel özelliklerinin araştırılmasını çok daha önemli hale getirmiştir. Literatür incelendiğinde, sonsuz elastik ve viskoelastik ortama gömülü periyodik eğrilikli başlangıç eğriliğine sahip düşük yoğunluklu veya komşu içi boş iki lifin farklı yerleşim geometrilerinin gerilme yayılımına ve stabilite kaybına etkilerini inceleyen bir çalışma yoktur. Bununla ilgili araştırmalar, ele alacağımız tezde sunulmuştur. Tezimizde incelemeler, lineerize edilmiş üç boyutlu elastisite ve viskoelastisite teorisi kullanarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Günümüzün ve geleceğin nano teknolojisinin ve nano yapıların en temel malzemelerinden biri karbon nanotüplerdir. Karbon nanotüpler, potansiyel kullanım alanlarının genişlemesi ve yaygınlaşmasıyla teknolojinin her alanına girmektedir. Karbon nanotüplerin önem kazanması ve bu sayede yükselen talebe cevap verebilmek için başarılı uygulamaların gerçekleştirilmesi, karbon nanotüplerin mekanik ve fiziksel özelliklerinin hem teorik ve hem de uygulamalı olarak araştırılıp geliştirilmesiyle mümkün olacaktır. İfade edilen gelişmelerin önemi düşünülerek bu çalışmada elastik ve viskoelastik ortama gömülü tek yönlü, tek duvarlı karbon nanotüp olarak da modellenebilen içi boş liflerin olduğu malzemede iç burkulma ve gerilme analizi incelenmiştir. Bu incelemeler, üç boyutlu elastisite ve viskoelastisite teorileri kullanılarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılmıştır. Önce, periyodik eğrilikli içi boş lifler arasındaki etkileşimin ihmal edildiği düşük yoğunluklu içi boş lifler içeren elastik ve viskoelastik ortam ele alınmış, bu ortamda gerilme ve burkulma analizleri yapılmıştır. Daha sonra, sonsuz elastik ve viskoelastik ortama gömülü periyodik

eğrilikli içi boş komşu iki lif durumları ele alınmıştır. Bu iki lifin birbirlerine göre yerleşimleri olan orta çizgilerinin aynı düzlemde periyodik eğriliklerinin aynı fazlı, orta çizgilerinin aynı düzlemde periyodik eğriliklerinin zıt fazlı, orta çizgilerinin paralel düzlemlerde periyodik eğriliklerinin aynı fazlı ve orta çizgilerinin paralel düzlemlerde periyodik eğriliklerinin zıt fazlı durumları ayrı ayrı ele alınarak söz konusu ortamda gerilme ve burkulma analizleri gerçekleştirilmiştir. Malzemenin lifler boyunca sonsuzda düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu ve içi boş liflerin dik kesitlerinin iç ve dış yarıçaplarının sabit kaldığı varsayılmıştır.

1.2 Orijinal Katkı

Literatür özetinde, bu çalışma ile ilgili olarak verilen kaynaklarda lifli kompozit malzemelerin güçlendirici elemanı olan lifler, içi dolu malzemeler olarak modellenmişlerdir. Verilen çalışmaların bazılarında, karbon nanotüp gömülü malzemelerde ele alınmasına karşın bu çalışmalarda karbon nanotüp ya düz ya da yerel eğriliklidir. Anılan çalışmalar, malzeme sabitlerinin belirli ölçüleri dahilinde içi boş lifin karbon nanotüp olarak ele alınabileceğini göstermektedirler. Dolayısıyla bu çalışmada ele alınan malzeme, periyodik eğrilikli hem içi boş hem de karbon nanotüp gömülü nanomalzemeler için de kullanılabilir.

Tez kapsamında, periyodik eğrilikli içi boş tek lif gömülü elastik ve viskoelastik ortam problemi, orta çizgileri aynı düzlem üzerinde bulunan eğrilikleri aynı fazlı periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif gömülü elastik ve viskoelastik ortam problemi, orta çizgileri aynı düzlem üzerinde bulunan eğrilikleri zıt fazlı periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif gömülü elastik ve viskoelastik ortam problemi, orta çizgileri paralel düzlemlerde bulunan eğrilikleri aynı fazlı periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif gömülü elastik ve viskoelastik ortam problemi ve orta çizgileri paralel düzlemlerde bulunan eğrilikleri zıt fazlı periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif gömülü elastik ve viskoelastik ortam problemi ayrı ayrı ele alınmıştır. İçi boş liflerin iç ve dış yarıçaplarının lifler boyunca değişmediği, matris ve içi boş lifler arasında ideal temas koşulları olduğu ve liflerin gömülü olduğu ortamın sonsuzda lifler yönünde düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu varsayılmıştır. Her bir problem için, matematiksel formülasyon kurularak sınır-değer problemi elde edilmiş, bu problemler sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılarak çözülmüş ve Fortran programlama kodlaması kullanılarak sayısal çözümler elde

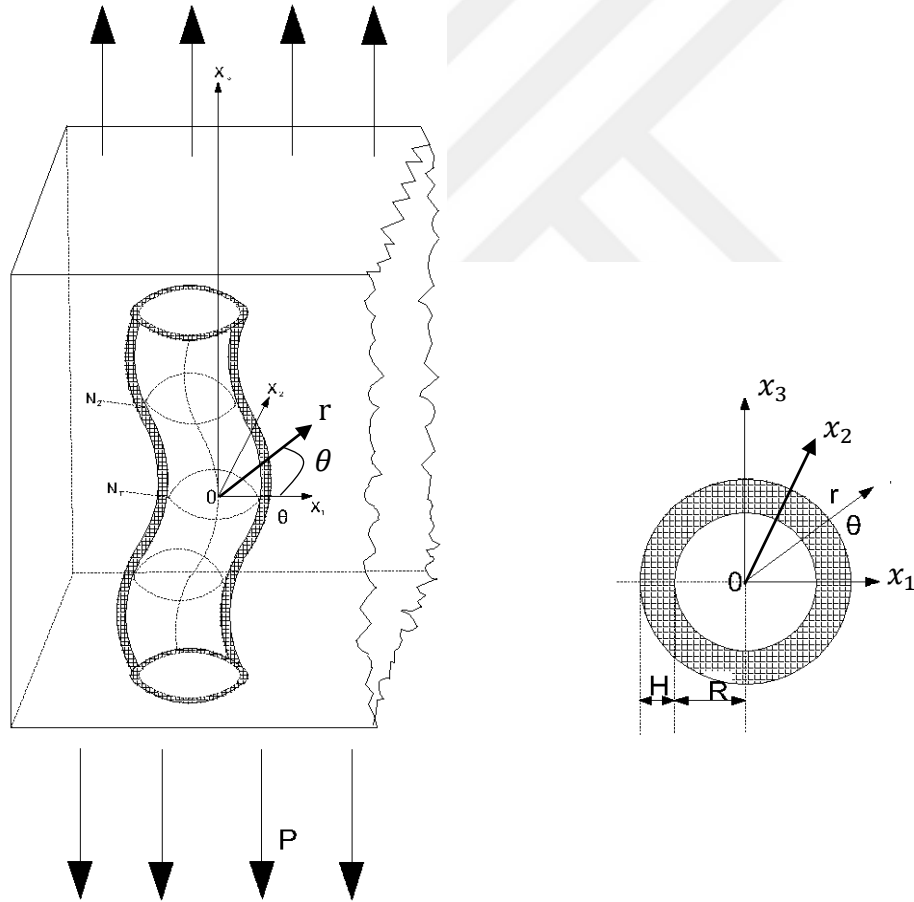
edilmiş ve yorumlanmıştır. Stabilite kaybı öncesi için gerilmeler matris ile içi boş lif ara yüzeyinde hesaplanmıştır. Hem elastik hem de vişkoelastik matrise gömülü malzeme için burkulma analizleri gerçekleştirilmiştir. Bunlar yapılırken, lineerize edilmiş üç boyutlu elastisite ve viskoelastisite teorisinin kesin denklemleri kullanılmış ve bu da çalışmanın önemini artırmıştır.

Yukarıda sözü edilen her bir problemin daha önce ele alınmamış olması çalışmayı orijinal kılmaktadır. Ayrıca, problemler modellenirken kullanılan sürekli ortamlar mekaniğinin lineerize edilmiş üç boyutlu elastisite ve viskoelastisite teorilerinin kesin denklemleri çalışmayı güçlendirmiştir. Elde edilen sonuçlar, ele alınan malzeme tipinde üretim yapan uygulamacılara malzeme sabitleri ile ilgili teorik sınırları belirleme konusunda yol gösterici olacağı kadar literatürde de önemli bir eksikliği doldurmuş olacaktır.

PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ TEK LİF BULUNAN KOMPOZİT MALZEMEDE İÇ BURKULMA VE GERİLME ANALİZİ

2.1 Problemin Formülasyon

Bu bölümde, birbirlerini etkilemeyecek kadar düşük yoğunluklu sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş liflerin (nanolif) gömülü olduğu sonsuz elastik veya



Şekil 2.1 İçi boş tek lif içeren malzemenin geometrisi ve seçilen koordinat takımları viskoelastik ortamlar ayrı ayrı ele alınacaktır. Dolayısıyla, malzemenin periyodik eğrilikli içi boş tek lif içerdiği düşünülerek modelleme yapılacaktır. İçi boş lifin yüzeyine dik kesitinin iç yarıçapının R dış yarıçapının $R + H$ (içi boş lifin kalınlığı H olarak alınmaktadır) olduğu ve bu değerlerin lif boyunca sabit kaldığı kabul

edilmektedir. Ayrıca, ele alınan cisme lifler boyunca sonsuzda p yoğunluklu düzgün dağılmış normal kuvvetler etkidiği varsayılmaktadır (Şekil 2.1).

Matematiksel modelleme için, Şekil 2.1'de de gösterildiği gibi, başlangıç noktaları içi boş lifin orta çizgisi üzerinde bulunan ve Lagrange koordinatları $0x_1x_2x_3$ (kartezyen koordinat takımı) ve $0r\theta z$ ile silindirik koordinat takımı tanımlansın. Buna göre, içi boş lifin orta çizgisinin denklemi

$$x_1 = \varepsilon\delta(x_3), \quad x_2 = 0, \quad \varepsilon = \frac{L}{\ell} \quad (2.1)$$

olarak ifade edilebilir. Burada, L eğriliğin genliği, ℓ eğriliğin periyodu olmak üzere ε ($0 < \varepsilon \ll 1$) lifin eğilme genliğini belirten küçük bir parametreyi ve $\delta(x_3)$ fonksiyonu ise, içi boş lifin başlangıç eğilme formunu göstermektedir. (2.1) denkleminde de görüldüğü gibi, lifin orta çizgisi $x_2 = 0$ düzlemi üzerinde yer almaktadır. Cisme, yukarıda ifade edilen düzgün dağılmış normal kuvvetlerin etkimesinden sonra da içi boş lifin orta çizgisinin aynı düzlem üzerinde kalmaya devam ettiği varsayılacaktır.

İçi boş lif ile matris ara yüzeyi S , lifin iç yüzeyi ise S_0 ile gösterilsin. Bu durumda, yukarıda verilen lifin en kesit formu varsayımından yararlanarak yüzeylerin denklemleri silindirik koordinatlarda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} r_S &= (1 + \varepsilon^2(\delta'(t_3))^2 \sin^2 \theta)^{-1} \{(\varepsilon\delta(t_3) + \varepsilon^3\delta(t_3)(\delta'(t_3))^2) \cdot \sin \theta + \\ &[(R + H)^2 - \varepsilon^2(\delta(t_3))^2 - \varepsilon^4(\delta'(t_3))^2(\delta(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2(\delta'(t_3))^2) \sin^2 \theta]^{1/2}\} \\ r_{S_0} &= (1 + \varepsilon^2(\delta'(t_3))^2 \sin^2 \theta)^{-1} \{(\varepsilon\delta(t_3) + \varepsilon^3\delta(t_3)(\delta'(t_3))^2) \cdot \sin \theta + \\ &[R^2 - \varepsilon^2(\delta(t_3))^2 - \varepsilon^4(\delta'(t_3))^2(\delta(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2(\delta'(t_3))^2) \sin^2 \theta]^{1/2}\} \\ z = z_S = z_{S_0} &= t_3 - \varepsilon\delta'(t_3)r(t_3) \sin \theta + \varepsilon^2\delta(t_3)\delta'(t_3), \quad \delta'(t_3) = \frac{d\delta(t_3)}{dt_3} \quad (2.2) \end{aligned}$$

Burada $t_3 \in (-\infty, +\infty)$ aralığında değer alan bir parametredir. (2.2) ile verilen yüzey denklemlerinden yararlanarak, bilinen işlemlerle S ve S_0 yüzeylerinin birim dış normallerinin bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$n_r = r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} [A(\theta, t_3)]^{-1},$$

$$n_\theta = \left[\frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right] [A(\theta, t_3)]^{-1},$$

$$n_k = -r(\theta, t_3) \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} [A(\theta, t_3)]^{-1} \quad (2.3)$$

(2.3)'te A 'nın açık ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$A(\theta, t_3) = \left[\left(r(\theta, t_3) \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial \theta} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial z(\theta, t_3)}{\partial t_3} \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial \theta} \right)^2 + \left(r(\theta, t_3) \frac{\partial r(\theta, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

Bundan sonra, İçi boş lif malzemesine ait olan büyüklükler (2) üst indisleri ve matrise (sonsuz elastik ortalama) ait olan büyüklükler (1) üst indisleri ile ifade edilecektir. Çalışmada, gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin ve yer değiştirme vektörünün kovaryant ve kontravaryant bileşenleri kullanılacaktır. Ayrıca, bu tansörlerin ve vektörün fiziksel bileşenlerinden de faydalanılacaktır. Buradaki amaç, ifade edilen gösterimlerin ve denklemlerin yazılışını kısaltmaktır. Dolayısıyla, tansör notasyonları kullanılacaktır. Buna göre, tekrarlanan indislere göre Einstein toplama uyuşumu geçerli iken altı çizili ifadeler için toplama uyuşumu uygulanmayacaktır.

Çalışmada, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde lif ve matris malzemelerinin her biri tarafından sağlandığı varsayılan aşağıdaki alan denklemleri ele alınacaktır.

Denge Denklemleri

$$\nabla_i [\sigma^{(k)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(k)j})] = 0, \quad k = 1, 2 \quad (2.5)$$

Şekil değiştirme ve yer değiştirme ilişkileri

$$2\varepsilon_{jm}^{(k)} = \nabla_j u_m^{(k)} + \nabla_m u_j^{(k)} + \nabla_j u^{(k)n} \nabla_m u_n^{(k)} \quad k = 1, 2 \quad (2.6)$$

Bünye denklemleri

$$\sigma_{(in)}^{(k)} = e^{(k)} \delta_i^n + 2\varepsilon_{(in)}^{(k)}, \quad e^{(k)} = \varepsilon_{(rr)}^{(k)} + \varepsilon_{(\theta\theta)}^{(k)} + \varepsilon_{(zz)}^{(k)} \quad k = 1, 2 \quad (2.7)$$

Burada $\sigma_{(in)}^{(k)}$ 'lar ve $\varepsilon_{(in)}^{(k)}$ 'lar sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin fiziksel bileşenleridir. S yüzeyi üzerinde ideal temas koşullarının sağlandığı kabul edilecektir, dolayısıyla bu koşullar aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma^{(1)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(1)j})|_S n_j = \sigma^{(2)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(2)j})|_S n_j, \quad u_j^{(1)}|_S = u_j^{(2)}|_S \quad (2.8)$$

Bu denklemlerde n_j 'ler içi boş lifin dış yüzeyi S 'nin dış birim normal vektörünün bileşenleridir. Yukarıda S_0 ile gösterilen içi boş lifin iç yüzeyinde sağlanan koşullar ise, n_j^0 bu yüzeyin birim dış normalinin bileşenleri olmak üzere aşağıdaki gibi yazılır.

$$\sigma^{(2)in}(g_n^j + \nabla_n u^{(2)j})|_{S_0} n_j^0 = 0 \quad (2.9)$$

Ayrıca aşağıdaki koşulların da sağlandığı varsayılacaktır.

$$\sigma_{zz}^{(1)} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{(ij)}^{(1)} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} 0, \quad (ij) \neq (zz) \quad (2.10)$$

σ^{ij} , ε^{ij} ve σ_{ij} gerilmeler σ ve şekil değiştirmeler ε tansörlerinin, silindirik koordinatlarındaki kovaryant ve kontravaryant bileşenlerini gösterirken, u^i, u_i 'ler ise yer değiştirme u vektörünün yine aynı koordinatlarda kovaryant ve kontravaryant bileşenlerini göstermektedir.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda, incelenen problemin matematik formülasyonu genel hali ile ortaya konmuştur. Böylece, (2.5)-(2.10) ifadeleri ile, sonsuz elastik ortamda periyodik eğriliğe sahip içi boş tek lif olması durumunda kompozit malzemedeki lif-matris ara yüzeyinde gerilme analizi yapabilmek için sınır-değer problemi elde edilerek matematik formülasyon tamamlanmış olmaktadır.

2.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi ve Stabilite Kaybı Kriterinin Oluşturulması

Öncelikle hem lif malzemesinde hem de matris malzemesinde ayrı ayrı sağlanan ve yukarıda verilen alan denklemlerinin silindirik koordinatlarda yazılması gerekmektedir. Bu aşamada, aşağıda verilen ve tansör ile ilgili olan özdeşlikler kullanılmıştır.

$$A_{,k}^{ij} = \frac{\partial A^{ij}}{\partial x^k} + \left\{ \begin{matrix} i \\ \alpha k \end{matrix} \right\} A^{\alpha j} + \left\{ \begin{matrix} j \\ \alpha k \end{matrix} \right\} A^{i\alpha}, \quad A_{,j}^i = \frac{\partial A^i}{\partial x^j} + \left\{ \begin{matrix} i \\ \alpha j \end{matrix} \right\} A^\alpha, \quad A_{,l}^i = \frac{\partial A_j^i}{\partial x^l} - \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ j l \end{matrix} \right\} A_\alpha^i + \left\{ \begin{matrix} i \\ \alpha l \end{matrix} \right\} A_j^\alpha$$

$$[ij, k] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^j} + \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^k} \right), \quad [ij, k] = [ji, k], \quad \left\{ \begin{matrix} k \\ ij \end{matrix} \right\} = g^{k\alpha} [ij, \alpha] \quad (2.11)$$

$$g_{\alpha\beta}(y) = \frac{\partial x^i}{\partial y^\alpha} \frac{\partial x^i}{\partial y^\beta}, \quad g^{i\alpha} \cdot g_{\alpha j} = \delta_j^i \quad (2.12)$$

Yüzey denklemleri ile bu yüzeylere ait birim dış normallerin bileşenleri silindirik koordinatlarda verildiğinden, (2.11) ve (2.12) özdeşliklerinden yararlanılarak alan denklemlerinin silindirik koordinatlarda yazılması, formülasyonu verilen sınır-değer probleminin tamamen silindirik koordinatlarda elde edilmesini sağlamıştır.

Bir önceki bölümde, (2.5) -(2.7) alan denklemlerinin (2-8)-(2.10) koşullarını sağlaması şeklinde verilerek tanımlanan problemin matematiksel formülasyonu, nonlineer kısmi türevli integro-diferansiyel denklemler takımıdır. Bu sınır-değer probleminin çözümünde, kaynaklar kısmında verilen birçok çalışmada da kullanılan ve Akbarov ve Guz [20] çalışmasında da verilmiş olan sınır formu pertürbasyon yöntemi kullanılacaktır. Bu yönteme göre aranan büyüklükler, aşağıda verildiği gibi, (2.1) ile verilen içi boş lifin orta çizgisinin denkleminde de yer alan ve içi boş lifin eğilme derecesini gösteren ε parametresinin kuvvetleri cinsinden seri halinde ifade edilirler.

$$\left\{ \sigma_{(ij)}^{(m)}; \varepsilon_{(ij)}^{(m)}; u_{(i)}^{(m)} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{(ij)}^{(m),q}; \varepsilon_{(ij)}^{(m),q}; u_{(i)}^{(m),q} \right\} \quad (2.13)$$

S ve S_0 ile gösterilen ve içi boş lifin sırasıyla dış ve iç dış yüzeyleri olan yüzeylerin ve bu yüzeylerin birim dış normaleri bileşenlerinin yer aldığı (2.2) ve (2.3) ifadeleri ε parametresinin kuvvetlerine bağlı seriler olarak yazılırsa aşağıdakiler elde edilirler.

$$\begin{aligned} r &= R + \varepsilon \delta' \cos \theta + \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\delta'^2}{R} - R \delta'^2 \right) \cos^2 \theta + \dots, \quad z = t - R \delta' \cos \theta + \varepsilon^2 \delta \delta' \sin^2 \theta + \\ n_r &= 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\delta^2}{R} \sin^2 \theta + \delta'^2 \cos^2 \theta \right) + \dots, \quad n_\theta = \varepsilon \frac{\delta}{R} \sin \theta + \frac{\delta^2}{R} \sin 2\theta (\delta \delta' - \delta'^2) + \dots, \\ n_3 &= \varepsilon \delta \sin \theta - \frac{\delta^2}{R} \sin 2\theta (R \delta'^2 - \frac{\delta^2}{R} - R \delta \delta'') \end{aligned} \quad (2.14)$$

Burada, içi boş lifin dış yüzeyinin denkleminin seri formunda R büyüklüğü yerine $R + H$ alınması gerektiği aşıkardır. Ayrıca, bilinen matematiksel işlemlerle elde edilebilecek serilerin kalan terimleri olan $k > 2$ olmak üzere ε^k 'ların katsayıları burada verilmemektedir. Bilinmeyen büyüklükler (2.13)'deki gibi seri halinde yazılır ve bunlar (2.5) denkleminde kullanılırsa (2.13) deki yaklaşımların her biri için uygun denklem takımları elde edilir. (2.7) ile verilen bünye denkleminin lineer olduğu aşıkardır. Gerilme ve şekil değiştirmenin fiziksel bileşenleri kullanılarak ve (2.13) denklemlerden yararlanarak ayrı ayrı sağlanan bünye denklemleri yazılır. Ayrıca (2.13) ifadeleri (2.5)-(2.7) denklemlerinde yerine yazılır ve (2.14) de dikkate alınarak elde edilen ifadeler (R, θ, t_3) ve $(R + H, \theta, t_3)$ civarında seriye açılır ve bunların tümü (2.8), (2.9)'da kullanılarak ε parametresinin aynı dereceli kuvvetlerine göre gruplandırılırsa her bir yaklaşım için $r = R$ ve $r = R + H'$ da sağlanan uygun temas koşulları elde edilir. Bu durumda k . temas koşuluna bir önceki $(k - 1)$ yaklaşımında yer alan büyüklükler dâhil olmaktadır. Örneğin, birinci yaklaşım sıfırıncı yaklaşımın büyüklüklerini, ikinci yaklaşım

ise hem sıfırcı hem de birinci yaklaşıma ait büyüklükleri içerir ve böyle devam eder. Bu çalışmada, sayısal sonuçların değerlendirilmesinde yeterli olduğu için sıfırcı ve birinci yaklaşıma ait sınır-değer problemleri ele alınıp çözülecektir. [20] ve konu ile ilgili diğer kaynakların gösterdiği gibi ikinci ve daha sonraki yaklaşımların çözülmesi ile elde edilen kritik değerler aynı kalırken, gerilme değerleri ise nicel olarak kaliteyi etkilemeyen küçük değişiklikler göstermektedir.

Sıfırcı Yaklaşım

Sıfırcı yaklaşımda (2.5) -(2.7) denklemleri aynen sağlanırlar. (2.8), (2.9) temas koşulları ise $n_r = 1, n_\theta = 0, n_z = 0$ oldukları göz önüne alınarak sırasıyla $r = R + H$ ve $r = R$ alınarak yazılırlar. Ayrıca daha önce verilmiş olan (2.10) ifadesi sıfırcı yaklaşım için

$$\sigma_{zz}^{(1),0} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{(ij)}^{(1),0} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} 0, \quad (ij) \neq (zz) \quad (2.15)$$

haline gelir. Buradaki inceleme de sıfırcı yaklaşım için elde edilen denklemler ve temas koşulları nonlinear olacaktır. Bu aşamada belirtilmesi gerekir ki; eğrilikli olmayan (düz) içi boş lifin gömülü olduğu sonsuz elastik cisimde meydana gelen gerilme ve şekil değiştirmelerin incelenmesine karşılık gelen sıfırcı yaklaşım, buradaki sınır değer problemi olarak ele alınabilir. Yine, [20] çalışmasında ve konu ile ilgili diğer kaynakların gösterdiği gibi konu ile ilgili bilimsel mekanik görüşler, sıfırcı yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki nonlinear terimlerin problemde çok önemli olmayan etkilere sebep olacağını belirtmişlerdir. Bu düşünceden hareketle bu varsayımın gerçekleşmesi amacıyla $\nabla_n u^{(k)j,0} \ll 1$ koşulunun sağlandığı kabul edilecek ve böylece bu denklemlerdeki

$\delta_n^j + \nabla_n u^{(k)j,0}$ terimleri δ_n^j lerle yer değiştirebilecektir. Burada δ_n^j 'ler Kronecker sembolleridirler.

Sonrasında sıfırcı yaklaşımın belirlenmesi için

$$\begin{aligned} \nabla_i \sigma^{(k)ij,0} &= 0, \quad 2\varepsilon_{ij}^{(k),0} = \nabla_j u_i^{(k),0} + \nabla_i u_j^{(k),0}, \\ \sigma_{(in)}^{(k),0} &= \left(\lambda^{(k)*} e^{(k),0} \right) \delta_i^n + 2 \left(\mu^{(k)*} \varepsilon_{(in)}^{(k),0} \right), \\ e^{(k),0} &= \varepsilon_{rr}^{(k),0} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),0} + \varepsilon_{zz}^{(k),0} \end{aligned} \quad (2.16)$$

aşağıdaki temas koşullarını elde ederiz.

$$\sigma_{ij}^{(2),0} \Big|_{s_0} = 0, \sigma_{(ij)}^{(2)} \Big|_S = \sigma_{(ij)}^{(1)} \Big|_S, u_{(i)}^{(2)} \Big|_S = u_{(i)}^{(1)} \Big|_S$$

$$(ij) = rr, r\theta, rz, (i) = r, \theta, z, q = 1, 2 \quad (2.17)$$

(2.16)- (2.17) problemin çözümünde (2.15) sınır koşulları da göz önüne alınmak zorundadır. Buraya kadar ki çalışmada sıfırinci yaklaşımın belirlenmesi için çözülmesi gereken problemin matematik formülasyonu elde edilmiş olmaktadır.

Birinci Yaklaşım

Bu aşamada herhangi bir yaklaşımla ilgili ifadeleri elde etmek için (2.13) denklemini, (2.5) ve (2.6) yerine yazıp, ε nun aynı kuvvetlerinin katsayıları eşitlenirse (2.9) daki yaklaşım için aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\nabla_i [\sigma^{(k)in,q} (\delta_n^j + \nabla_n U^{(k)j,0}) + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}] =$$

$$\frac{\sum_{m=1}^{q-1} \nabla_i (\sigma^{(k)in,q-m} \nabla_n u^{(k)j,m})}{\quad} \quad (2.18)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),q} = \nabla_j u_i^{(k),q} + \nabla_i u_j^{(k),q} +$$

$$\nabla_j u^{(k)n,0} \nabla_i u_n^{(k),q} + \nabla_j u^{(k)n,q} \nabla_i u_n^{(k),0} + \frac{\sum_{s=1}^{q-1} \nabla_j u^{(k)n,q-s} \nabla_i u_n^{(k),s}}{\quad} \quad (2.19)$$

(2.18) ve (2.19) sıfırinci yaklaşımdaki gibi $\nabla_n U^{(k)j,0} \ll 1$ olduğu kabul edilir ve $\delta_n^j + \nabla_n U^{(k)j,0}$ ları δ_n^j lerle yer değiştirilirse (2.18)- (2.19) denklemler sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,q} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}] = \frac{\sum_{m=1}^{q-1} \nabla_i (\sigma^{(k)in,q-m} \nabla_n u^{(k)j,m})}{\quad} \quad (2.20)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),q} = \nabla_j u_i^{(k),q} + \nabla_i u_j^{(k),q} + \frac{\sum_{s=1}^{q-1} \nabla_j u^{(k)n,q-s} \nabla_i u_n^{(k),s}}{\quad} \quad (2.21)$$

Daha sonraki yapılan işlemlerde (2.20) ve (2.21) denklemlerinden faydalanılır

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,1} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,1}] = 0 \quad (2.22)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),1} = \nabla_j u_i^{(k),1} + \nabla_i u_j^{(k),1} \quad (2.23)$$

$$\sigma_{(in)}^{(k),1} = (\lambda^{(k)*} e^{(k),1}) \delta_i^n + 2 (\mu^{(k)*} \varepsilon_{(in)}^{(k),1}), \quad e^{(k),1} = \varepsilon_{rr}^{(k),1} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} + \varepsilon_{zz}^{(k),1} \quad (2.24)$$

Denklemleri elde edilir.

(2.22) ve (2.23) denklemleri ayrıca fiziksel bileşenlerini ifade etmektedir. Bu ifadeler [62] kaynağında verilmektedir. Yukarıda söylenen işlemleri (2.8) denklemleri için sırası ile yapılır ve $\nabla_n U^{(k)j,0} \ll 1$ olduğu da dikkate alınırsa bu denklemlerden birinci yaklaşım için aşağıdaki temas koşullarını elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sigma_{(i)r}^{(2),1} \Big|_{r=R} + f_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2),0}}{\partial r} \right]_{r=R} + \phi_{11} \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2),0}}{\partial z} \right]_{r=R} + \gamma_{r1} [\sigma_{(i)r}^{(2),0}]_{r=R} + \gamma_{\theta 1} [\sigma_{(i)\theta}^{(2),0}]_{r=R} \\ & + \gamma_z [\sigma_{(i)z}^{(2),0}]_{r=R} = 0 \\ & [\sigma_{(i)r}^{(1),1} - \sigma_{(i)r}^{(2),1}]_{r=R+H} + f_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(1),0}}{\partial r} - \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2),0}}{\partial r} \right]_{r=R+H} + \phi_1 \left[\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(1),0}}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2),0}}{\partial z} \right]_{r=R+H} \\ & + \gamma_r [\sigma_{(i)r}^{(1),0} - \sigma_{(i)r}^{(2),0}]_{r=R+H} + \gamma_\theta [\sigma_{(i)\theta}^{(2),0} - \sigma_{(i)\theta}^{(2),0}]_{r=R+H} \\ & + \gamma_z [\sigma_{(i)z}^{(1),0} - \sigma_{(i)z}^{(2),0}]_{1,0} = 0 \\ & [u_i^{(1),1} - u_i^{(2),1}]_{r=R+H} + f_1 \left[\frac{\partial u_i^{(1),0}}{\partial r} - \frac{\partial u_i^{(2),0}}{\partial r} \right]_{r=R+H} + \phi_1 \left[\frac{\partial u_i^{(1),0}}{\partial z} - \frac{\partial u_i^{(2),0}}{\partial z} \right]_{r=R+H} = 0, \\ & (i = r, \theta, z) \end{aligned}$$

$$f_1 = \delta(t_3) \cos \theta, \phi_{11} = -R\delta'(t_3) \cos \theta, \phi_1 = -(R+H)\delta'(t_3) \cos \theta,$$

$$\gamma_{\theta 1} = -\frac{\delta(t_3)}{R} \sin \theta, \gamma_\theta = -\frac{\delta(t_3)}{R+H} \sin \theta, \gamma_z = -\delta'(t_3) \cos \theta,$$

$$\gamma_{r1} = \left(\frac{\delta(t_3)}{R} - \delta''(t_3) \right) R \cos \theta, \gamma_r = \left(\frac{\delta(t_3)}{R+H} - \delta''(t_3) \right) (R+H) \cos \theta$$

$$\delta(t_3) = \ell \sin\left(\frac{2\pi}{\ell} x_3\right), \delta'(t_3) = \ell \sin\left(\frac{2\pi}{\ell} x_3\right), \delta''(t_3) = \frac{d^2 \delta(t_3)}{dt_3^2} \quad (2.25)$$

Buraya kadar ki bölümde yapılan işlemlerde birinci yaklaşım için elde edilmesi gereken denklemler takımı ve temas koşulları verilmiş olmaktadır.

2.3 Sınır Değer Probleminin Çözümü

Bu aşamada, matematik formülasyonu verilen sıfırinci ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer problemlerinin çözümleri aranacaktır. Sadelik açısından $V^{(1)}$ matris malzemesi ve $V^{(2)}$ içi boş lif malzemenin poisson oranlarının birbirine eşit alınmasının nümerik sonuçlara önemli etki göstermediği bilinmektedir. Dolayısıyla $V^{(1)}=V^{(2)}$ koşulu sadece çözüm işlemlerini basitleştirmek için alınmıştır. Ayrıca elastik duruma ait problemleri çözmek için (2.16),(2.24)'deki $\lambda^{(\kappa)*}, \mu^{(\kappa)*}$ operatörleri sırası ile $\lambda^{(\kappa)}, \mu^{(\kappa)}$ sabitleri olarak

alınırlar. Bu durumda sıfıncı yaklaşım için (2.15)-(2.17) probleminin çözümü aşağıda (2.26) da ki gibi elde edilir.

$$\sigma_{zz}^{(1),0} = p; \quad \sigma_{zz}^{(2),0} = \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} p; \quad \varepsilon_{zz}^{(1),0} = \varepsilon_{zz}^{(2),0} = \frac{p}{E^{(1)}}, \quad z = z_1 = z_2$$

$$u_z^{(1),0} = u_z^{(2),0} = \varepsilon_{zz}^{(1),0} z; \quad \sigma_{(ij)}^{(2),0} = \sigma_{(ij)}^{(1),0} = 0; \quad (ij) = rr, \theta\theta, r\theta, \theta z, rz \quad (2.26)$$

Şimdide birinci yaklaşımla ilgili olan (2.22)-(2.25) probleminin çözümünü elde edelim. Yukarıda yazılan ve ele alınan kabuller çerçevesinde (2.26) denklemlerinin dikkate alınarak silindirik koordinatlardaki fiziksel bileşenleri cinsinden açık ifadesi, (2.22) denklemi aşağıdaki (2.27) denklemleri gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{1}{r_k} (\sigma_{rr}^{(k),1} - \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}) + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z_k^2} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{2}{r_k} \sigma_{r\theta}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z_k^2} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{1}{r_k} \sigma_{rz}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z_k^2} = 0 \quad (2.27)$$

Bu denklemlerin [59] kaynağındaki üç boyutlu lineerize edilmiş elastisite denklemleri ile çakıştığı görülebilir. (2.23) denklemleri ise aşağıdaki denklemlere dönüşür.

$$\varepsilon_{rr}^{(k),1} = \frac{\partial \sigma_r^{(k),1}}{\partial r_k}, \quad \varepsilon_{r\theta}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_r^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_\theta^{(k),1}}{\partial r_k} - \frac{u_\theta^{(k),1}}{r_k} \right),$$

$$\varepsilon_{rz}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z_k} \right), \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} = \frac{1}{r_k} \frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{u_r^{(k),1}}{r_k}$$

$$\varepsilon_{\theta z}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\theta^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta_k} \right), \quad \varepsilon_{zz}^{(k),1} = \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z_k} \quad (2.28)$$

(2.1) denkleminde yazdığımız lifin orta çizgi denklemi

$$x_1 = \sin L \frac{2\pi}{\ell} x_3 = \varepsilon \ell \sin \alpha x_3, \quad x_2 = 0, \quad \delta(x_3) = \ell \sin \alpha x_3 \quad (2.29)$$

olarak seçelim. Burada seçilen L; lifin eğilme genliği, ℓ ; eğilmenin periyodudur. Yine karşılaştırma yapıldığında eğilme genliğinin eğilme periyoduna göre çok küçük olduğu kabul edilir. $L \ll \ell$ için $\varepsilon = L/\ell$ ($0 < \varepsilon \ll 1$) şeklinde ifade edebiliriz. (2.24) -(2.25) birinci yaklaşım için temas koşulları aşağıdaki (2.30) denklemi şekline dönüşür

$$\begin{aligned}
\left[\sigma_{rr}^{(2),1}\right]_{r=R} &= 0, \quad \left[\sigma_{r\theta}^{(2),1}\right]_{r=R} = 0, \quad \left[\sigma_{rz}^{(2),1}\right]_{r=R} = \delta'_k(t_3)\sigma_{zz}^{(2),0} \cos \theta \\
\left[\sigma_{rr}^{(1),1} - \sigma_{rr}^{(2),1}\right]_{r=R+H} &= 0, \quad \left[\sigma_{r\theta}^{(1),1} - \sigma_{r\theta}^{(2),1}\right]_{r=R+H} = 0 \\
\left[\sigma_{rz}^{(1),1} - \sigma_{rz}^{(2),1}\right]_{r=R+H} &= \delta'_k(t_3)\left(\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}\right) \cos \theta, \quad \left[u_r^{(1),1} - u_r^{(2),1}\right]_{R+H} = 0, \\
\left[u_\theta^{(1),1} - u_\theta^{(2),1}\right]_{R+H} &= 0, \quad \left[u_z^{(1),1} - u_z^{(2),1}\right]_{R+H} = 0
\end{aligned} \quad (2.30)$$

Verilen denklemlerin çözümünde (2.27) denklemleri ve Guz [59] kaynağında verilen gösterimi kullanılır.

$$\begin{aligned}
u_r^{(k),1} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \psi^{(1)} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \chi^{(k)}; \quad u_\theta^{(k),1} = -\frac{\partial}{\partial r} \psi^{(k)} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \chi^{(k)}; \\
u_z^{(k),1} &= \left(\lambda^{(k)} + \mu^{(k)}\right)^{-1} \left(\left(\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}\right) \Delta_1^{(k)} + \left(\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}\right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi^{(k)}; \\
\Delta_1 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}
\end{aligned} \quad (2.31)$$

Burada (2.31) denklemlerindeki ψ^k, χ^k fonksiyonlarının aşağıda verilen eşitlikleri sağlarlar.

$$\begin{aligned}
\left(\Delta_1 + \left(\xi_1^{(k)}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \psi^{(k)} &= 0; \\
\left(\Delta_1 + \left(\xi_2^{(k)}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left(\Delta_1 + \left(\xi_3^{(k)}\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \chi^{(k)} &= 0
\end{aligned} \quad (2.32)$$

(2.32) denklemleri ve (2.31) gösterimleri dikkate alındığında (2.27) denklemlerini sağladığı görülür.

Daha sonra $\xi_i^k (k = 1,2; i = 1,2,3)$ aşağıdaki şekilde tanımlanırlar.

$$\xi_1^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \quad \xi_2^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \quad \xi_3^{(k)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}}} \quad (2.33)$$

(2.32) denklemlerinin çözümünde (2.30) koşullarının sağ taraflarının ifadelerine bakılarak aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{aligned}
\psi^{(2),1} &= \alpha \left[A_1^{(2)} I_1(\xi_1^{(2)} \alpha r) + B_1^{(2)} K_1(\xi_1^{(2)} \alpha r) \right] \sin \alpha z \sin \theta \\
\chi^{(2),1} &= \left[\begin{aligned} &A_2^{(2)} I_1(\xi_2^{(2)} \alpha r) + A_3^{(2)} I_1(\xi_3^{(2)} \alpha r) + \\ &B_2^{(2)} K_1(\xi_2^{(2)} \alpha r) + B_3^{(2)} K_1(\xi_3^{(2)} \alpha r) \end{aligned} \right] \cos \alpha z \cos \theta
\end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\psi^{(1),1} = \alpha A_1^{(1)} K_1(\xi_1^{(1)} ar) \sin a z \sin \theta$$

$$\chi^{(1),1} = \left[A_2^{(1)} K_1(\xi_2^{(2)} ar) + A_3^{(1)} K_1(\xi_3^{(2)} ar) \right] \cos a z \cos \theta$$

(2.35)

Bu işlemlerde $\alpha = 2\pi/\ell$ $I_n(x)$ sanal argümanlı Bessel fonksiyonu ve $K_n(x)$ MacDonalld fonksiyonudur. Macdonalld fonksiyonunun türevleri ise (2.36) denkleminde verilmiştir.

(2.34) fonksiyonlarını (2.24), (2.28) ve (2.31) denklemlerinde kullanılır, aşağıda (2.36)da verilen türev ilişkilerini göz önünde bulundurursak (2.30) sınır koşullarından (2.37) denklemleri yazılabilir. (2.37) denklemlerinin çözümü Ek-A' da verilmektedir.

$$I'_n = \frac{1}{2}(I_{n-1} + I_{n+1}), \quad I'_0 = I_1$$

$$K'_n = -\frac{1}{2}(K_{n-1} + K_{n+1}), \quad K'_0 = -K_1$$

(2.36)

(2.35)' de ψ^k, χ^k fonksiyonları (2.31) denklemlerinde yerine yazılarak ve birinci yaklaşım için (2.30) temas koşullarını kullanarak, 9x9 luk lineer denklemler sistemi elde edilir. Yapılacak işlerden biri de bu sistemi çözerek aranan büyüklüklerin bulunmasıdır.

2.4 Stabilitte Kaybından Önce Gerilmeler İçin Bazı Sayısal Sonuçların İncelenmesi

Gerilme yayılımı içeren incelemeler $\sigma_{n\tau}$, σ_{ne} kayma gerilmeleri ve σ_{nn} normal gerilmesine ait sayısal sonuçları araştırma ve yorumlama çerçevesinde yapılmıştır. İncelenen gerilmeler, matris ve lif arakesit yüzeyi \mathcal{S} üzerinde hesaplanmıştır.

Sırasıyla $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{ne} kayma gerilmeleri, \mathcal{S} yüzeyine teğet τ ve e vektörleri doğrultusundaki gerilme bileşenleri ile σ_{nn} , yüzeyin dış normal vektörü doğrultusundaki gerilme bileşenidir. İncelediğimiz life ait eğilmelerin ihmal edildiği duruma karşılık gelen (yani, $\varepsilon = 0$ durumu (Şekil 2.1)) gerilmelerde σ_{nn} , $\sigma_{n\tau}$, σ_{ne} sırasıyla σ_{rr} , σ_{rz} , $\sigma_{r\theta}$, ile çakışır. Poisson oranlarının eşit olması ($v^{(1)} = v^{(2)}$) durumu $\varepsilon = 0$ için $\sigma_{nn} = \sigma_{rr} = \sigma_{nz} = \sigma_{rz} = \sigma_{ne} = \sigma_{r\theta} = 0$ elde edilir. Bu durumda oluşan gerilmelerin ise lifin eğilmesinden kaynaklanan gerilmeler olduğu görülmektedir. Kompozit malzemelerin mukavemeti, iç yapısındaki gerilmeler ile birebir ilişkilidir. Bu nedenle gerilmelerin araştırılması ve analiz edilmesi çok önemlidir. Sayısal verilerin sonuçlarına geçmeden önce gerilme ifadelerinin nasıl elde edildiğini kısaca açıklayalım. Daha önce verdiğimiz (2.2) denklemlerini seriye açalım. Bunları dış normal bileşenleri (2.2) ilişkilerinde

kullanırsak S yüzeyinin normal vektörünün bileşenlerini elde ederiz. Bu bileşenler (2.38) denkleminde verilmiştir.

$$\begin{aligned} n_r &= 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \left(\frac{\delta^2}{R} \sin^2 \theta + \delta^2 \cos^2 \theta \right) \\ n_\theta &= \varepsilon \frac{\delta}{R} \sin \theta + \frac{\varepsilon^2}{2} \sin 2\theta (\delta \delta' - \delta'^2) \\ n_3 &= \varepsilon \delta \sin \theta - \frac{\varepsilon^2}{2} \sin 2\theta \cdot (R \delta'^2 - \frac{\delta^2}{R} - R \delta \delta'') \end{aligned} \quad (2.37)$$

İhtiyacımız olan gerilme vektörünü bileşenlerini P_r, P_θ, P_z ile gösterelim ve bunların eşitliklerini (2.38) denklemlerinde verilmektedir.

$$\begin{aligned} P_r &= \sigma_{rr} n_r + \sigma_{r\theta} n_\theta + \sigma_{r3} n_3 \\ P_\theta &= \sigma_{n\theta} n_\theta + \sigma_{\theta\theta} n_\theta + \sigma_{\theta3} n_3 \\ P_z &= \sigma_{3r} n_r + \sigma_{3\theta} n_\theta + \sigma_{33} n_3 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Ayrıca normal gerilmenin ifadesini aşağıdaki gibi yazılırsa,

$$\sigma_{nn} = P_r n_r + P_\theta n_\theta + P_3 n_3 \quad (2.39)$$

(2.39) ifadesini (2.12) ilişkilerini kullanarak normal gerilmeleri epsilon kuvvetlerine göre aşağıdaki gibi seriye açılabilir.

$$\sigma_{nn} = \varepsilon (\sigma_{rr}^{(k),1} (R + H, \theta, t)) + O(\varepsilon^2) \quad (2.40)$$

İhtiyacımız olan kayma gerilmesini bulmak için yüzey denkleminin t_3 'e göre türevini alıp ve birimleştirip ve \mathbf{P} vektörü ile skaler çarparsak, bu işlemlerden sonra τ teğet doğrultusundaki istediğimiz gerilmeyi (2.41) elde ederiz.

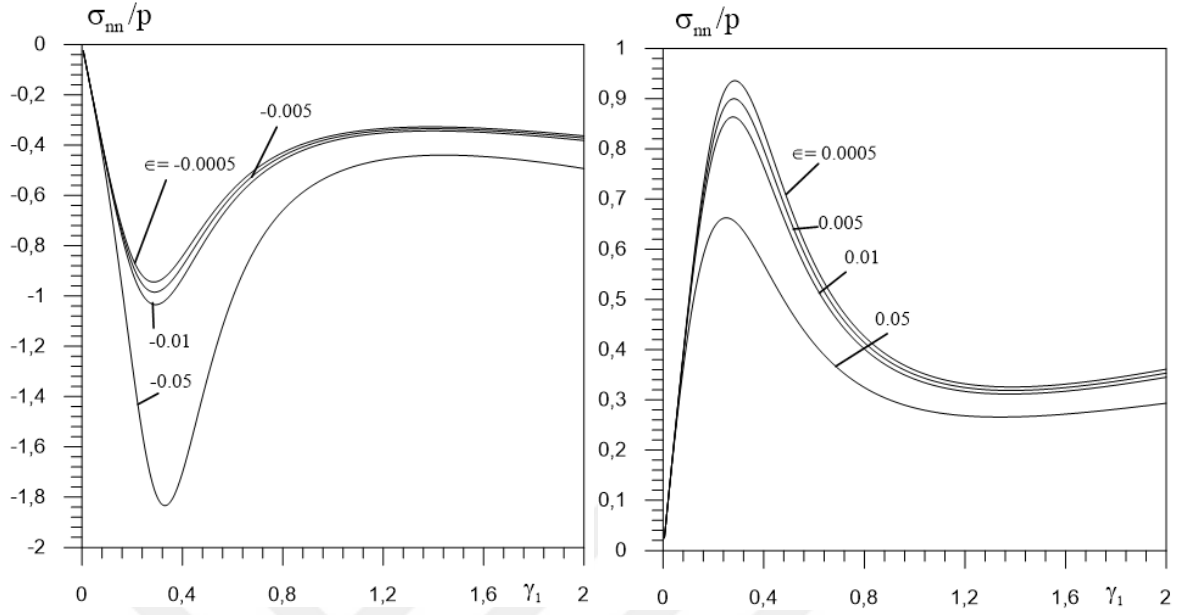
$$\begin{aligned} \sigma_{n\tau} &= P_r e_r + P_\theta e_3 + P_z e_\theta \\ \sigma_{n\tau} &= \varepsilon \left[\sigma_{3r}^{(k),1} - \sigma_{33}^{(k),0} \delta' \cos \theta \right] + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (2.41)$$

e doğrultusunda kayma gerilmesini bulmak içinde; yüzeyin denkleminin θ' ya göre türevi alınır, bilimleştirir ve \mathbf{P} vektörü ile skaler çarpılırsa yine istenen gerilme (2.42) elde edilir.

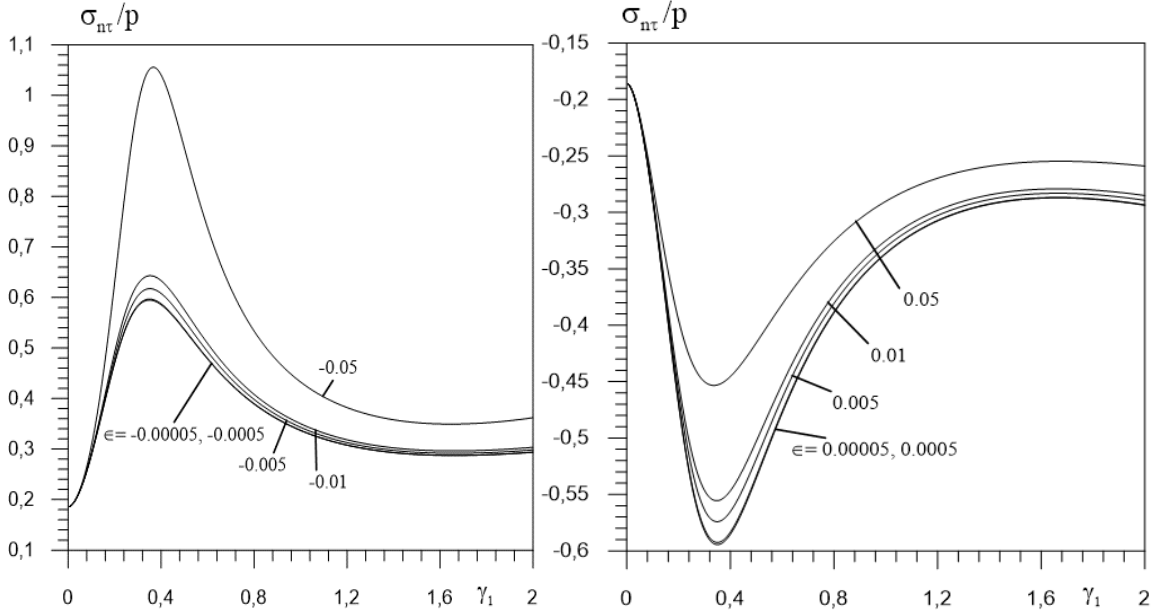
$$\sigma_{ne} = P_r \theta_r + P_\theta e_3 + P_3 e_3 = \varepsilon \left[\sigma_{\theta r}^{(k),1} + O(\varepsilon^2) \right] \quad (2.42)$$

Son durumda (2.40), (2.41) ve (2.42) ifadelerindeki (2.28) denklemleri göz önünde bulundurularak, sıfırncı yaklaşımdaki gerilmeler bulunur.

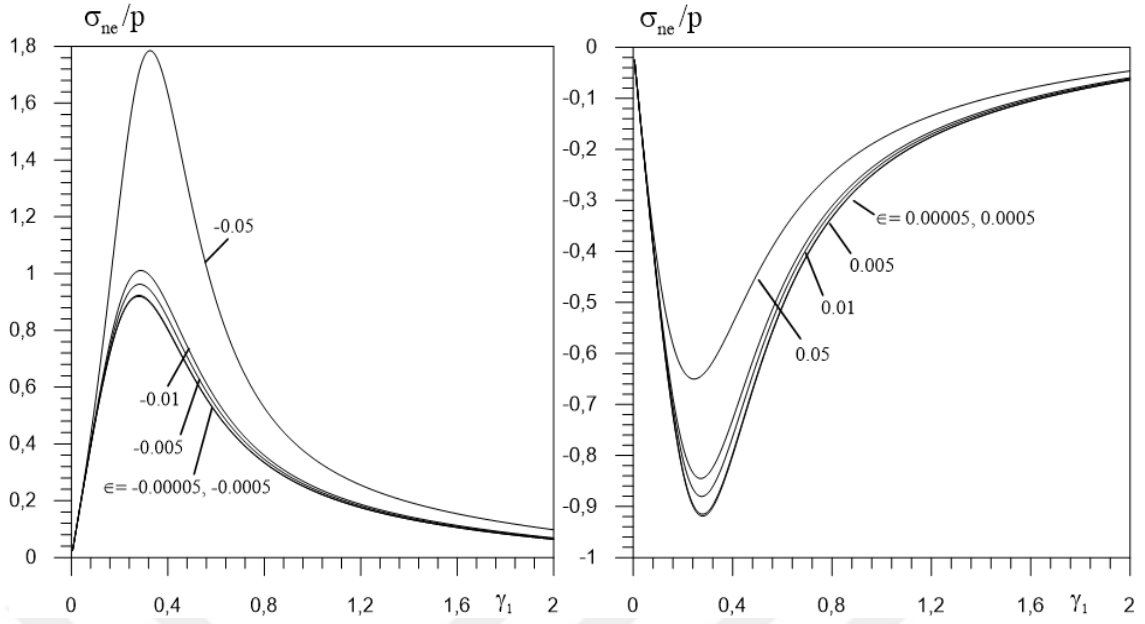
Yukarıdaki incelediğimiz duduma ait sayısal sonuçlar FTN77 programlama dili kullanılarak elde edilmiştir. Sayısal sonuçlarının incelemesine geçmeden önce belirtelim ki ele alacağımız gerilmelerin lif ve matris ara yüzeyindeki yayılımı nitelik bakımından Akbarov ve Guz [20] yayını ile örtüşmektedir. Yani bu yüzeyin, $(\theta = 0, \alpha t_3 = \pi/2)$, $(\theta = 0, \alpha t_3 = 0)$, $(\theta = \pi/2, \alpha t_3 = \pi/2)$, koordinatlarına karşı gelen noktalarında sırası ile σ_{nn} , $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{ne} gerilmeleri mutlak maksimal değerlerini almaktadırlar. Şimdi yukarıda elde ettiğimiz değerleri göz önüne alarak, σ_{nn} , $\sigma_{n\tau}$, σ_{ne} gerilmelerinin belirtilen noktadaki değerlerine basınç ve çekme durumlarında geometrik doğrusal olmayan etkisini problem parametrelerinin bazı değerlerinde inceleyelim. Geometrik nonlineeritenin etkisi $\epsilon = p/E^{(1)}$, lif dış yarıçapının etkisi $\gamma_1 = \alpha(R + H)$ lif kalınlığının etkisi $\gamma_2 = H/(R + H)$ ve elastisite modüllerinin etkisi $E = E^{(2)}/E^{(1)}$ şeklinde tanımlanacak olan boyutsuz parametrelerle incelenecektir. Bilindiği üzere geometrik lineer durumda, sözü edilen gerilmeler için bulduğumuz sonuçlar çekme ($\epsilon > 0$) ve basınç ($\epsilon < 0$) durumlarında, mutlak değerce birbirine eşittir. İncelenen durumda ise çekme ve basınç, sadece işaret farkı değil, sayısal değerce de farklar yaratır. Şekil 2.2-Şekil 2.4 grafiklerinde sırasıyla $\frac{\sigma_{nn}}{p}$, $\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$, $\frac{\sigma_{ne}}{p}$ ler ile γ_1 arasındaki ilişkiyi ifade ederken, Şekil 2.5-Şekil 2.7 $\frac{\sigma_{nn}}{p}$, $\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$, $\frac{\sigma_{ne}}{p}$ ler ile γ_2 ilişkiyi anlatmaktadır. Bu grafikler, $\epsilon = 0.015$ $v^{(1)} = v^{(2)} = 0.3$ $E = 300$ durumunda ϵ parametresinin farklı değerlerinde yukarıda tanımlanan γ_1 , γ_2 parametrelerinin sözü edilen gerilme değerlerine etkisini göstermektedirler. Yukarıda incelediğimiz grafiklerde $\epsilon = \mp 5 \cdot 10^{-5}$ değerlerinde söz konusu gerilmelerin mutlak değerlerinin çakıştığı gözlenmektedir. Yine grafiklerde $|\epsilon|$ değeri arttıkça çekme ve gerilme değerlerinin azaldığı yine basınçta ise gerilme değerlerinin arttığı gözlenmektedir. Grafiklerden, σ_{nn} , σ_{ne} gerilmeleri $\sigma_{n\tau}$ gerilme değerlerine göre daha büyük değerler aldığı sonucuna da ulaşılmıştır. Buna ek olarak, σ_{nn} , $\sigma_{n\tau}$, σ_{ne} ler ve γ_1 , arasındaki ilişkinin monoton olmadığı, fakat gerilmeler ile γ_2 arasındaki ilişkilerin ise monoton olduğunu söyleyebiliriz. $v^{(1)} = v^{(2)}$ kullanıldığı için sıfırncı yaklaşımda bu gerilmeler özdeşlikle sıfıra eşittir. Dolayısı ile, tablolar ve grafikler ile verilen gerilmelerin içi boş lifin başlangıç eğintisinden kaynaklandığı söylenebilir.



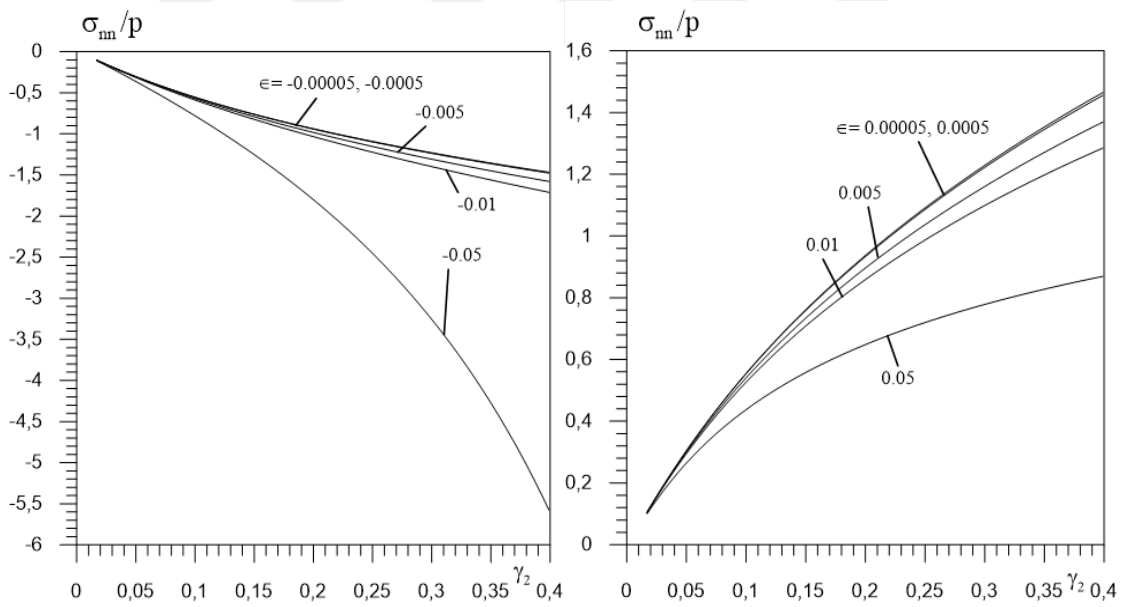
Şekil 2.2 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nn}/p ile γ_1 arasındaki ilişki



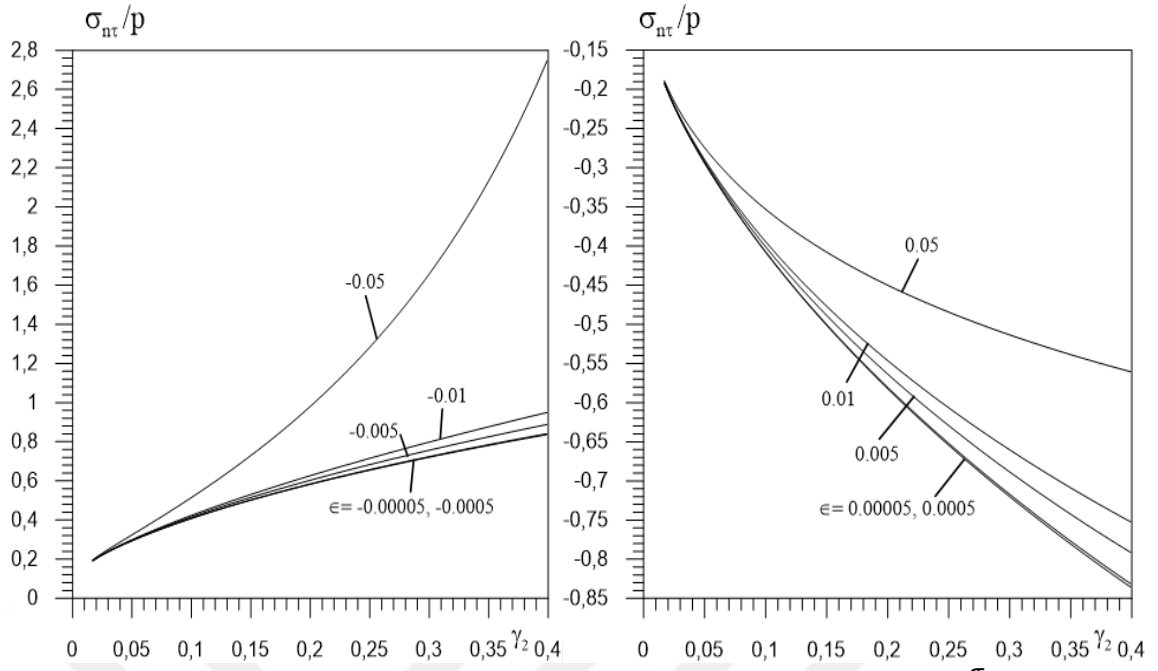
Şekil 2.3 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nt}/p ile γ_1 arasındaki ilişki



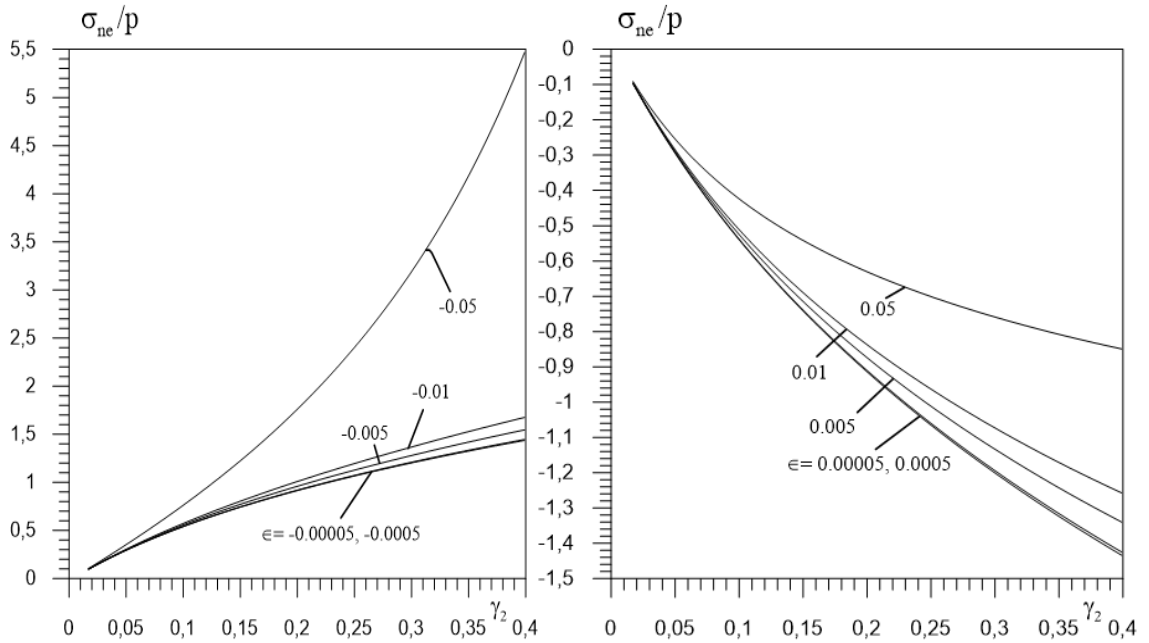
Şekil 2.4 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ϵ değerlerinde σ_{ne}/p ile γ_1 arasındaki ilişki



Şekil 2.5 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli ϵ değerlerinde σ_{nn}/p ile γ_2 arasındaki ilişki



Şekil 2.6 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli ϵ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ ile γ_2 arasındaki ilişki



Şekil 2.7 Basınç ve çekmede $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli ϵ değerlerinde σ_{ne}/p ile γ_2 arasındaki ilişki

Aşağıda verilen Tablo 2.1-Tablo 2.3 de $\epsilon = 0.015$, $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.3$ için çeşitli E ve γ_2 değerlerinde geometrik nonlineariteyi ifade eden ϵ parametresinin sırasıyla $\frac{\sigma_{nn}}{P}$, $\frac{\sigma_{n\tau}}{P}$, $\frac{\sigma_{ne}}{P}$ gerilme değerlerine etkisi görülmektedir. Tablolarda görüldüğü gibi, geometrik

lineer durumuna yaklaşıldıkça söz konusu gerilmelerin değerleri, çekme ($\epsilon > 0$) ve basınç ($\epsilon < 0$) durumlarında ancak işaret farkı göstermektedir. Dolayısıyla, ϵ değerleri küçüldükçe incelenen gerilme değerleri mutlak değerce birbirine yaklaşıyor ve nihayet $\epsilon = \pm 5 \cdot 10^{-5}$ değerinde, gerilme değerleri mutlak değerce çakışmaktadır. Tablo 2.1-Tablo 2.3'lerinde verilen sonuçlar karşılaştırıldığında ϵ değerleri artarken, çekme halinde gerilmeler mutlak değerce küçülmekte, basınç halinde ise gerilme değerleri mutlak değerce büyümektedir. Geometrik non-lineer etkisi gerilmeler hesaplanırken ne kadar önemli olduğu görülmektedir.

Tablo 2.1 $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli, γ_2 , E ve ϵ değerleri için σ_{nn}/p gerilme değerleri

E	γ_2	ϵ							
		Çekme				Basınç			
		0.00005	0.005	0.01	0.05	-0.00005	-0.005	-0.01	-0.05
20	0.05	0.0191	0.0190	0.0190	0.0189	-0.0191	-0.0191	-0.0191	-0.0192
	0.10	0.0370	0.0369	0.0368	0.0363	-0.0370	-0.037	-0.0371	-0.0377
	0.20	0.0736	0.0733	0.0730	0.0708	-0.0736	-0.0739	-0.0742	-0.0768
	0.30	0.1076	0.1070	0.1064	0.1019	-0.1076	-0.1082	-0.1088	-0.1144
	0.40	0.1377	0.1367	0.1357	0.1286	-0.1377	-0.1387	-0.1398	-0.1490
50	0.05	0.0485	0.0483	0.0482	0.0473	-0.0485	-0.0486	-0.0487	-0.0498
	0.10	0.0990	0.0984	0.0979	0.0941	-0.0990	-0.0995	-0.1000	-0.1047
	0.20	0.1931	0.1913	0.1894	0.1761	-0.1932	-0.1951	-0.1972	-0.2156
	0.30	0.2753	0.2716	0.2679	0.2425	-0.2754	-0.2793	-0.2834	-0.3222
	0.40	0.3461	0.3403	0.3346	0.2964	-0.3462	-0.3523	-0.3587	-0.4222
100	0.05	0.1015	0.1009	0.1004	0.0964	-0.1015	-0.1020	-0.1026	-0.1076
	0.100	0.2019	0.1999	0.1978	0.1833	-0.2020	-0.2041	-0.2063	-0.2267
	0.200	0.3770	0.3701	0.3634	0.3185	-0.3772	-0.3844	-0.3921	-0.4698
	0.300	0.5235	0.5104	0.498	0.4184	-0.5238	-0.5377	-0.5526	-0.7170
	0.400	0.6473	0.6276	0.609	0.4952	-0.6477	-0.6688	-0.6918	-0.9665
300	0.050	0.3043	0.2997	0.2952	0.2644	-0.3044	-0.3092	-0.3143	-0.3632
	0.10	0.555	0.5402	0.5261	0.4374	-0.5554	-0.5712	-0.5882	-0.7807
	0.20	0.9373	0.8965	0.859	0.6482	-0.9382	-0.9833	-1.0339	-1.8008
	0.30	1.2290	1.1604	1.0989	0.7784	-1.2305	-1.3085	-1.3987	-3.2574
	0.40	1.4673	1.3712	1.2867	0.8701	-1.4693	-1.5811	-1.7137	-5.6074
400	0.05	0.3959	0.3882	0.3808	0.3314	-0.3961	-0.4041	-0.4127	-0.5005
	0.10	0.7005	0.6772	0.6553	0.5238	-0.7010	-0.7262	-0.7538	-1.0992
	0.20	1.1433	1.0833	1.0292	0.7414	-1.1446	-1.2122	-1.2897	-2.7417
	0.30	1.4715	1.3745	1.2892	0.8700	-1.4736	-1.5866	-1.7208	-5.7449
	0.40	1.7376	1.6047	1.4904	0.9594	-1.7405	-1.8992	-2.0934	-13.6635

Tablo 2.2 $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli γ_2 , E ve ϵ değerleri için σ_{nr}/p gerilme değerleri

E	γ_2	ϵ							
		Çekme				Basınç			
		0.00005	0.005	0.01	0.05	-0.00005	-0.005	-0.01	-0.05
20	0.05	-0.0981	-0.0981	-0.0980	-0.0979	0.0981	0.0981	0.0981	0.0982
	0.10	-0.1370	-0.1369	-0.1369	-0.1365	0.1370	0.1370	0.1371	0.1376
	0.20	-0.1796	-0.1794	-0.1792	-0.1778	0.1796	0.1797	0.1799	0.1817
	0.30	-0.2075	-0.2071	-0.2068	-0.2042	0.2075	0.2079	0.2083	0.2117
	0.40	-0.2292	-0.2286	-0.2281	-0.2241	0.2292	0.2298	0.2304	0.2358
50	0.05	-0.1484	-0.1483	-0.1482	-0.1475	0.1484	0.1485	0.1486	0.1494
	0.10	-0.1924	-0.1921	-0.1918	-0.1895	0.1924	0.1928	0.1931	0.1961
	0.20	-0.2498	-0.2487	-0.2477	-0.2406	0.2498	0.2508	0.2519	0.2622
	0.30	-0.2944	-0.2925	-0.2906	-0.2775	0.2945	0.2965	0.2987	0.3193
	0.40	-0.3323	-0.3293	-0.3264	-0.3071	0.3324	0.3355	0.3388	0.3719
100	0.05	-0.1915	-0.1911	-0.1908	-0.1884	0.1915	0.1918	0.1922	0.1953
	0.10	-0.2490	-0.2479	-0.2468	-0.2392	0.2491	0.2502	0.2514	0.2625
	0.20	-0.3362	-0.3327	-0.3294	-0.3073	0.3362	0.3399	0.3437	0.3828
	0.30	-0.4080	-0.4017	-0.3956	-0.3572	0.4082	0.4150	0.4222	0.5031
	0.40	-0.4699	-0.4603	-0.4514	-0.3966	0.4701	0.4803	0.4915	0.6258
300	0.05	-0.2943	-0.2920	-0.2898	-0.2745	0.2944	0.2968	0.2993	0.3241
	0.10	-0.4081	-0.4011	-0.3945	-0.3531	0.4082	0.4156	0.4237	0.5149
	0.20	-0.5823	-0.5636	-0.5464	-0.4501	0.5827	0.6034	0.6267	0.9809
	0.30	-0.7202	-0.6886	-0.6603	-0.5135	0.7208	0.7567	0.7983	1.6573
	0.40	-0.8366	-0.7922	-0.753	-0.5609	0.8376	0.8894	0.9508	2.7612
400	0.05	-0.3351	-0.3314	-0.3278	-0.3042	0.3352	0.3391	0.3433	0.3861
	0.10	-0.4708	-0.4600	-0.4500	-0.3898	0.4710	0.4826	0.4953	0.6555
	0.20	-0.6715	-0.6443	-0.6197	-0.4896	0.6721	0.7029	0.7381	1.4007
	0.30	-0.8267	-0.7824	-0.7435	-0.5528	0.8276	0.8792	0.9405	2.7844
	0.40	-0.9570	-0.8959	-0.8433	-0.5997	0.9584	1.0315	1.1209	6.4639

Tablo 2.3 $\gamma_1 = 0.3$ ve çeşitli γ_2 , E ve ϵ değerleri için σ_{ne}/p gerilme değerleri

E	γ_2	ϵ							
		Çekme				Basınç			
		0.00005	0.005	0.01	0.05	-0.00005	-0.005	-0.01	-0.05
20	0.05	-0.0065	-0.0065	-0.0065	-0.0064	0.0065	0.0065	0.0065	0.0066
	0.10	-0.0255	-0.0255	-0.0254	-0.0249	0.0255	0.0256	0.0257	0.0263
	0.20	-0.0632	-0.0629	-0.0626	-0.0605	0.0632	0.0635	0.0638	0.0663
	0.30	-0.0967	-0.0961	-0.0956	-0.0912	0.0967	0.0973	0.0980	0.1033
	0.40	-0.1258	-0.1249	-0.1239	-0.1171	0.1258	0.1268	0.1278	0.1365
50	0.05	-0.038	-0.0378	-0.0377	-0.0368	0.0380	0.0381	0.0382	0.0393
	0.10	-0.0897	-0.0892	-0.0887	-0.0848	0.0897	0.0902	0.0908	0.0955
	0.20	-0.1828	-0.1809	-0.1791	-0.1660	0.1828	0.1847	0.1867	0.2048
	0.30	-0.2629	-0.2592	-0.2556	-0.2309	0.2630	0.2667	0.2707	0.3085
	0.40	-0.3315	-0.3259	-0.3204	-0.2832	0.3316	0.3375	0.3438	0.4054
100	0.05	-0.0927	-0.0922	-0.0916	-0.0876	0.0927	0.0933	0.0938	0.0988
	0.10	-0.1925	-0.1905	-0.1885	-0.1740	0.1926	0.1947	0.1969	0.2171
	0.20	-0.3641	-0.3573	-0.3507	-0.3066	0.3642	0.3714	0.3789	0.4552
	0.30	-0.5072	-0.4944	-0.4822	-0.4044	0.5075	0.5211	0.5357	0.6966
	0.40	-0.6283	-0.6091	-0.5909	-0.4797	0.6287	0.6494	0.6718	0.9402
300	0.05	-0.2940	-0.2895	-0.285	-0.2545	0.2941	0.2989	0.3039	0.3524
	0.10	-0.5396	-0.5250	-0.5112	-0.4239	0.5399	0.5554	0.5722	0.7615
	0.20	-0.9140	-0.8740	-0.8372	-0.6304	0.9148	0.9591	1.0087	1.7607
	0.30	-1.2007	-1.1335	-1.0731	-0.7588	1.2022	1.2786	1.3671	3.1898
	0.40	-1.4359	-1.3416	-1.2587	-0.85	1.438	1.5476	1.6777	5.4986
400	0.05	-0.3840	-0.3764	-0.369	-0.3203	0.3841	0.3921	0.4006	0.4872
	0.10	-0.6821	-0.6591	-0.6376	-0.5084	0.6825	0.7073	0.7344	1.0736
	0.20	-1.1159	-1.0571	-1.004	-0.7218	1.1172	1.1835	1.2595	2.6832
	0.30	-1.4389	-1.3438	-1.2601	-0.8488	1.441	1.5518	1.6835	5.6307
	0.40	-1.7022	-1.5717	-1.4594	-0.9381	1.705	1.8609	2.0515	13.4111

2.5 Laplace Dönüşümü ve Schapery Yöntemi ile Kritik Zaman Değerlerinin Belirlenmesi

2.5.1 Viskoelastik Matris İçin Uygun Sınır Değer Probleminin Çözümü

Matris ve lif malzemelerinin elastik olduğu durum için Kısım 2.3'de sıfıncı ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer probleminin çözümünü göstermiştik. Şimdi ise ele aldığımız problemde matris malzememiz viskoelastik, içi boş lif malzemesinin elastik olacak şekilde modellenenecektir. Buna göre:

$$\lambda^{(1)*}(\cdot) = \lambda_0^{(1)}(\cdot) + \int_0^t \lambda^{(1)}(t - \tau)(\cdot) d\tau, \mu^{(1)*}(\cdot) = \mu_0^{(1)}(\cdot) + \int_0^t \mu^{(1)}(t - \tau)(\cdot) d\tau$$

$$\lambda^{(2)*} = \lambda^{(2)}, \quad \mu^{(2)*} = \mu^{(2)} \quad (2.43)$$

olur. Temas koşulları ve alan denklemleri lineer olduğundan aşağıda verilen Laplace dönüşümü çözüm için kullanılabilir. Alan denklemlerinin tümüne

$$\bar{\varphi}(s) = \int_0^\infty \varphi(t) e^{-st} dt \quad (2.44)$$

Laplace dönüşümü uygulanır. Bu durumda viskoelastik problemin Laplace dönüşümleri için çözümü elde edilir. Sonraki aşamada bu çözümlerin orijinallerini (t 'ye bağlı) elde etmek için Schapery yöntemi uygulanır. (2.44) 'deki s parametresi $s > 0$ koşulunu sağlamaktadır. Schapery yöntemi [62] kaynağında detaylı bir şekilde verilmiştir. Bu dönüşümlerin uygulanmasında birkaç önemli noktaya açıklık getirilirse (2.26) sıfıncı yaklaşımın çözümünde, elastik sabitlerle uygun operatörlerin yeri değiştirdiğinde, yeni probleme ait analitik çözüm elde edilir. Böylece (2.44) dönüşümünü uygulamaya gerek kalmaz. (2.26) çözümünün p dış kuvvetleri, zamandan bağımsız olduğundan $\sigma_{zz}^{(1),0}$ değerleri de zamandan bağımsız olur. Buradan hareketle, (2.27), (2.28), (2.23) denklemlerinde $k = 1$ durumda matris için (2.44) deki ifade kullanılarak Laplace dönüşümü yapılır. Bahsedilen denklemler aşağıdaki duruma getirilir.

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{rr}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{rz}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{1}{r} (\bar{\sigma}_{rr}^{(1)1} - \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)1}) + \sigma_{zz}^{(1)0} \frac{\partial^2 \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{r\theta}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{rz}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{2}{r} \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)1} + \sigma_{zz}^{(1)0} \frac{\partial^2 \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{rrz}^{(1)1}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{rz}^{(1)1}}{\partial z} + \frac{1}{r} \bar{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)1} + \sigma_{zz}^{(1)0} \frac{\partial^2 \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial z^2} = 0 \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{rr}^{(1)1} &= \frac{\partial \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial r}, & \bar{\varepsilon}_{r\theta}^{(1)1} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{u}_\theta^{(1)1}}{\partial r} - \frac{\bar{u}_\theta^{(1)1}}{r} \right), \\ \bar{\varepsilon}_{rz}^{(1)1} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_z^{(1)1}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial z} \right), & \bar{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(1)1} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r^{(1)1}}{\partial \theta} + \frac{\bar{u}_\theta^{(1)1}}{r}, \\ \bar{\varepsilon}_{r\theta}^{(1)1} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_z^{(1)1}}{\partial \theta} \right), & \bar{\varepsilon}_{zz}^{(1)1} &= \frac{\partial \bar{u}_z^{(1)1}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\bar{\sigma}_{(in)}^{(1)1} = (\bar{\lambda}^{(1)*} \bar{\varepsilon}^{(1)1}) \delta_1^n + 2(\bar{\mu}^{(1)*} \bar{\varepsilon}_{(in)}^{(1)1}), \quad \bar{e}^{(1),1} = \bar{\varepsilon}_{rr}^{(1)1} + \bar{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(1)1} + \bar{\varepsilon}_{zz}^{(1)1} \quad (2.47)$$

Yukarıdaki denklemler s parametresine bağlı bulunmuştur. Dolayısıyla aranan büyüklükler s parametresi cinsinden ifade edilebilir (2.26) denkleminde bakılırsa $\sigma_{zz}^{(2)0}$ zamanın fonksiyonu olmak durumundadır (2.27), (2.28), (2.23), denklemleri içi boş lif için yazıldığında t bir parametre olacaktır. (2.27) denkleminde $\sigma_{zz}^{(2)0}$, $t = 0$ veya $t = \infty$ değerleri için uygulanacaktır. Yine $\sigma_{zz}^{(1)0}$ in sabit olduğunu düşüneceğiz. İçi boş lif malzemesi viskoelastik özellik taşımadığından zamana (t) bağlı değildir. Bundan sonrası için Laplace dönüşümü uygulanabilir. Burada incelediğimiz; birinci yaklaşımda (2.30) daki incelenen temas koşulları durumu aynen korunmaktadır. (2.45), (2.46), (2.47) denklemleri matrise ait büyüklüklerin sağlandığı Laplace dönüşümlerini göstermektedir. Bu denklemlerin çözümünü elde etmek için (2.31)-(2.33) gösterimlerinde $\lambda^{(1)}, \mu^{(1)}$ sırası ile $\bar{\lambda}^{(1)}, \bar{\mu}^{(1)}$, yer değiştiririz ve aşağıdaki $\bar{\psi}^{(1)}, \bar{\chi}^{(1)}$ denklemlerini elde ederiz.

$$\bar{\psi}^{(1)} = \alpha \bar{A}_1^{(1)}(s) K_1(\xi_1^{(1)}(s) \alpha r) \sin \alpha z \sin \theta$$

$$\bar{\chi}^{(1)} = \left[\bar{A}_2^{(1)}(s) K_1(\xi_2^{(1)}(s) \alpha r) + \bar{A}_3^{(1)}(s) K_1(\xi_3^{(1)}(s) \alpha r) \right] \cos \alpha z \cos \theta \quad (2.48)$$

$$\psi^{(2)} = \alpha \left[A_1^{(2)} I_1(\xi_1^{(2)} \alpha r) + B_1^{(2)} K_1(\xi_1^{(2)} \alpha r) \right] \sin \alpha z \sin \theta$$

$$\chi^{(2)} = \left[A_2^{(2)} I_1(\xi_2^{(2)} \alpha r) + A_3^{(2)} I_1(\xi_3^{(2)} \alpha r) + \right. \\ \left. B_2^{(2)} K_1(\xi_2^{(2)} \alpha r) + B_3^{(2)} K_1(\xi_3^{(2)} \alpha r) \right] \cos \alpha z \cos \theta \quad (2.49)$$

Şimdi matrise ait büyüklüklerin gerçek değerlerini elde edelim Bunun için aşağıdaki işlemler sıra ile yapılır. Matrise ait büyüklüklerin dönüşümlerini elde etmek için

(2.48), (2.31), (2.47) denklemleri kullanılır. Bu denklemlerde elastik problemdeki $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, A_3^{(1)}, B_1^{(1)}, B_2^{(1)}, B_3^{(1)}, \xi_i^{(1)}$ ($i = 1,2,3$) sabitlerin yerine sırasıyla $\bar{A}_1^{(1)}(s), \bar{A}_2^{(1)}(s), \bar{A}_3^{(1)}(s), \bar{B}_1^{(1)}(s), \bar{B}_2^{(1)}(s), \bar{B}_3^{(1)}(s), \bar{\xi}_i^{(1)}(s)$ ifadeleri yer değiştirilir. Böylece, matrise ait büyüklüklerin içinde Laplace dönüşümleri $\bar{A}_i^{(1)}(s), \bar{B}_i^{(1)}(s), \bar{\xi}_i^{(1)}(s)$ 'leri ($i=1,2,3$) içeren bilinmeyenler yer alır. Daha sonra matrise ait büyüklüklerdeki s parametresinden kurtulmak için ters Laplace dönüşümü uygulanır Bunun için [62] kaynağında verilen Schapery yönteminden faydalanılır. Bu işlemi bir örnekle, $u_r^{(1),1}$ in belirlenmesi için açıklayalım. Anılan yönteme göre

$$u_r^{(1),1}(t) = s\bar{u}_r^{(1),1}(s) \Big|_{s=\frac{1}{2t}} \quad (2.50)$$

olur. Burada p dış kuvveti sabit alındığından $\sigma_{rr}^{(1),1}, \sigma_{r\theta}^{(1),1}, \sigma_{rz}^{(1),1}, u_r^{(1),1}, u_\theta^{(1),1}$ ve $u_z^{(1),1}$ 'leri $s\bar{\sigma}_{rr}^{(1),1}, s\bar{\sigma}_{r\theta}^{(1),1}, s\bar{\sigma}_{rz}^{(1),1}, s\bar{u}_r^{(1),1}, s\bar{u}_\theta^{(1),1}, s\bar{u}_z^{(1),1}$ 'lerin $s=1/(2t)$ 'deki değeri olarak ele alınır. Böylece temas koşullarındaki $A_i^{(2)}(t), B_i^{(2)}(t)$ ve $\bar{A}_i^{(1)}(s), \bar{B}_i^{(1)}(s)$ 'lerin $s=1/(2t)$ deki değerleri seçilen her bir t değeri için belirlenir. Sonuçları göz önüne alıp p ve problemdeki diğer parametrelerini dikkate alarak $t = 0$ için $p \rightarrow p_{cr,0}$ ve $t = \infty$ için $p \rightarrow p_{cr,\infty}$ iken

$$\max_{z \in [0,l]; \theta \in [0,\pi/2]} u_r^{(2),1} \rightarrow \infty \quad (2.51)$$

kriterinden [62], önce kritik yük değerleri elde edilir. Aynı kriter, $p_{cr,\infty}$ ile $p_{cr,0}$ arasında seçilen yük değerleri için kullanıldığında $t \rightarrow t_{cr}$ değerleri için de geçerlidir. Böylece, kritik yük ve kritik zaman değerleri elde edilmiş olur.

2.5.2 Kritik Zaman Değerlerine Ait Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

Kritik yük ve kritik zaman değerlerinin elde edilmesi için, matris malzemesinin ile ilgili bünye denklemlerinde yer alan viskoelastik operatörlerin açık ifadelerinin verilmesi gerekmektedir. Bunun için Rabotnov operatörü kullanılacaktır [62]. Buna göre viskoelastik malzeme operatörleri aşağıdaki yapıda verilir.

$$E^{(1)*} = E_0^{(1)} [1 - \omega_0 R_a^* (-\omega_0 - \omega_\infty)], v^{(1)*} = v_0^{(1)} \left[1 + \frac{1-2v_0^{(1)}}{2v_0^{(1)}} \omega_0 R_a^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right],$$

$$\lambda^{(1)*} = \lambda_0^{(1)} \left[1 + \frac{1-2v_0^{(1)}}{2v_0^{(1)}(1+v_0^{(1)})} \omega_0 R_a^* \left(-\frac{3}{2(1+v_0^{(1)})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right],$$

$$\mu^{(1)*} = \mu_0^{(1)} \left[-\frac{3\omega_0}{2v_0^{(1)}(1+v_0^{(1)})} R_{\alpha'}^* \left(-\frac{3}{2(1+v_0^{(1)})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right] \quad (2.52)$$

$E_0^{(1)}, v_0^{(1)}$ matris malzemedeki Young modülü ve Poisson oranının başlangıç ($t = 0$) değerleridir. $\lambda_0^{(1)}, \mu_0^{(1)}$ Lamé sabitlerinin $t = 0$ 'daki değerleridir. α' operatörün çekirdeğinin tekillik mertebesi olmak üzere α', w_0, w_∞ matris malzemedeki reolojik parametrelerdir.

$R_{\alpha'}^*$, Rabotnov (1977) operatörü aşağıdaki şekilde verilir.

$$R_{\alpha'}^*(.) = \int_0^t R_{\alpha'}(\beta, t - \tau)(.)d\tau \quad (2.53)$$

$$R_{\alpha'} = t^{\alpha'} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha')}}{\Gamma((1+n)(1+\alpha'))}, -1 < \alpha' < 0 \quad (2.54)$$

$\Gamma(x)$ bilinen Gamma fonksiyonudur. Daha önce de ifade edildiği gibi, sayısal araştırmalarımız boyunca viskoelastik malzemeyi ifade eden operatörler (2.53) Rabotnov operatörü yardımı ile verilmektedir. Araştırmada bu operatör ile çalışılmasının nedenleri aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

1. Kullanılan operatör, deneysel verilerle ulaşılan gevşeme ve sünme grafiklerinin başlangıç kısımlarını yüksek hassasiyetle karşılamaktadır.
2. Bir önceki maddede anılan grafiklerde, zamanın sonsuza yaklaştığında ulaşılan asimptotik değerlere bu operatör aracılığıyla da ulaşılabilmektedir.
3. Bu operatörün kullanımı, matematiksel işlemlerde kolaylık sağlamaktadır.

Bu operatör yukarıda saydığımız sebeplerden dolayı, viskoelastik matrise gömülü epoksi bazlı tek yönlü sürekli liflerin oluşturduğu kompozit malzemenin mekanik davranışını başarılı bir şekilde yansıtmaktadır. Rabotnov operatörlerine dahil edilen reolojik parametrelerin değerleri deneysel olarak belirlenir.

Bu aşamada, kritik yük ($p_{cr.}$) ve kritik zaman ($t_{cr.}$) değerlerini belirleyelim. Daha önce bahsedildiği gibi, (2.51) kriteri ile ait $t = 0$ için $p_{cr,0}$ ve $t = \infty$ için $p_{cr,\infty}$ değerleri belirlenir. Sonra, seçilecek ve

$$p_{cr,\infty} < p < p_{cr,0} \quad (2.55)$$

koşulunu sağlayan yük değerleri için aynı kriterden t_{cr} değerleri hesaplanır.

$t = 0$ için $p_{cr.0}$, (2.52)'deki operatörleri $E_0^{(1)}$, $v_0^{(1)}$, $\lambda_0^{(1)}$, $\mu_0^{(1)}$ sabitleriyle yer değiştirilerek elde edilen kritik basınç değerleri gösterilmektedir. $t = \infty$ için $p_{cr.\infty}$ ise (2.52)'deki operatörler aşağıda verilen sabitlerle yer değiştirilerek ulaşılan uygun elastik dayanıklılık kaybı için kritik basınç kuvveti değerlerini verecektir.

$$E_\infty^{(1)} = E_0^{(1)} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right), v_\infty^{(1)} = v_0^{(1)} \left(1 + \frac{1-2v_0^{(1)}}{2v_0^{(1)}} \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right),$$

$$\lambda_\infty^{(1)} = \frac{E_\infty^{(1)} v_\infty^{(1)}}{(1+v_\infty^{(1)})(1-2v_\infty^{(1)})}, \mu_\infty^{(1)} = \frac{E_\infty^{(1)}}{2(1+v_\infty^{(1)})} \quad (2.56)$$

p değerleri, elde edilen $p_{cr.\infty}$ değerinden küçük seçilirse viskoelastik problem için stabilite kaybı oluşmazken, $p_{cr.0}$ değerinden büyük alındığında ise stabilite kaybı için gereken zaman sıfır olarak ele alınır.

(2.55) kriterine uyan yük değerlerini belirleyebilmek için, öncelikle $p_{cr.\infty}$ ve $p_{cr.0}$ değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Sayısal değerleri yorumlamak için kullanılacak boyutsuz parametreleri $t' = \omega_0^{1/(1+\alpha')} t$, $\omega = \omega_\infty/\omega_0$, $\epsilon_{cr.0} = p_{cr.0}/E_0^{(1)}$, $\epsilon_{cr.\infty} = p_{cr.\infty}/E_0^{(1)}$, $E' = E^{(2)}/E_0^{(1)}$ olarak tanımlayalım. Tablo 2.4 $E' = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_1 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerini gösterirken Tablo 2.5 $E' = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_2 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerini vermektedir. Bu tablolara göre, $\epsilon_{cr.0}$ değerleri ile γ_1 parametresi arasında monoton olmayan ilişki varken $\epsilon_{cr.0}$ ile γ_2 parametresi arasında, γ_2 değerleri artarken $\epsilon_{cr.0}$ değerlerinin azaldığı monoton ilişki gözlenmektedir. Benzer ilişki, $\epsilon_{cr.\infty}$ parametresi

Tablo 2.4 $E' = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_1 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_1	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1.0$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.1	-0.3065	-0.1275	-0.1797	-0.2267	-0.2484
0.2	-0.1381	-0.0578	-0.0781	-0.0982	-0.1082
0.3	-0.0999	-0.0538	-0.0652	-0.0766	-0.0823
0.4	-0.0945	-0.0635	-0.0711	-0.0787	-0.0826
0.5	-0.1000	-0.0773	-0.0827	-0.0883	-0.0912
0.6	-0.1092	-0.0916	-0.0958	-0.1001	-0.1024
0.7	-0.1193	-0.1050	-0.1084	-0.1119	-0.1137
0.8	-0.1288	-0.1169	-0.1197	-0.1226	-0.1241
0.9	-0.1372	-0.1271	-0.1295	-0.1320	-0.1332
1.0	-0.1443	-0.1356	-0.1377	-0.1398	-0.1409

Tablo 2.5 $E' = 300, \gamma_1 = 0.3, \alpha' = -0.5$ için çeşitli γ_2 ve ω 'larda $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_2	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.010	-0.3845	-0.3002	-0.3452	-0.3638	-0.3696
0.015	-0.3822	-0.2454	-0.3059	-0.3443	-0.3572
0.020	-0.3703	-0.2064	-0.2662	-0.3120	-0.3303
0.025	-0.3493	-0.1789	-0.2342	-0.2804	-0.3004
0.030	-0.3254	-0.1588	-0.2091	-0.2534	-0.2734
0.035	-0.3024	-0.1435	-0.1894	-0.2309	-0.2502
0.040	-0.2814	-0.1316	-0.1735	-0.2123	-0.2306
0.045	-0.2629	-0.1220	-0.1606	-0.1967	-0.2140
0.050	-0.2466	-0.1141	-0.1498	-0.1836	-0.1999
0.055	-0.2323	-0.1075	-0.1407	-0.1724	-0.1878
0.060	-0.2197	-0.1019	-0.1329	-0.1627	-0.1773
0.065	-0.2086	-0.0971	-0.1262	-0.1543	-0.1681
0.070	-0.1986	-0.0929	-0.1203	-0.1469	-0.1600
0.075	-0.1897	-0.0892	-0.1151	-0.1404	-0.1528
0.080	-0.1817	-0.0859	-0.1105	-0.1345	-0.1464

Tablo 2.6 Çeşitli ω, α' ve ϵ' ler için, $E' = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ durumunda t'_{cr} değerleri

ϵ	$\omega = 0.5$			$\omega = 1$		
	$\alpha' = -0.3$	$\alpha' = -0.5$	$\alpha' = -0.7$	$\alpha' = -0.3$	$\alpha' = -0.5$	$\alpha' = -0.7$
-0.0880	0.0600	0.0257	0.0036	0.0712	0.0327	0.0053
-0.0890	0.0508	0.0204	0.0025	0.0591	0.0252	0.0035
-0.0900	0.0425	0.0159	0.0016	0.0486	0.0191	0.0022
-0.0910	0.0351	0.0122	0.0011	0.0394	0.0143	0.0014
-0.0920	0.0285	0.0091	0.0007	0.0315	0.0105	0.0008
-0.0930	0.0227	0.0066	0.0004	0.0247	0.0074	0.0005
-0.0940	0.0175	0.0046	0.0002	0.0188	0.0051	0.0003

ϵ	$\omega = 2.0$			$\omega = 3.0$		
	$\alpha' = -0.3$	$\alpha' = -0.5$	$\alpha' = -0.7$	$\alpha' = -0.3$	$\alpha' = -0.5$	$\alpha' = -0.7$
-0.0880	0.1085	0.0589	0.0142	0.1977	0.1364	0.0574
-0.0890	0.0849	0.0418	0.0080	0.1381	0.0826	0.0249
-0.0900	0.0662	0.0295	0.0045	0.0985	0.0515	0.0113
-0.0910	0.0514	0.0207	0.0025	0.0710	0.0326	0.0053
-0.0920	0.0394	0.0143	0.0014	0.0513	0.0206	0.0025
-0.0930	0.0297	0.0096	0.0007	0.0367	0.0129	0.0012
-0.0940	0.0219	0.0063	0.0004	0.0259	0.0079	0.0005

ile γ_1 ve γ_2 parametreleri arasında da mevcuttur. Diğer taraftan, $\epsilon_{cr,\infty}$ parametresinin değerleri hem γ_1 ve hem de γ_2 parametre değerlerinde ω değerleri artarken artmaktadır.

Tablo 2.6 tablosunda ise çeşitli ω α' ve ϵ' ler için $E' = 300$ $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ durumunda t'_{cr} değerleri verilmiştir. Burada kullanılan yük değerlerinin (2.55) koşulunu sağladıklarını tekrar belirtelim. Tablodan, beklendiği gibi görülebileceği gibi, $p \rightarrow p_{cr,0}$ iken $t_{cr} \rightarrow 0$ ve $p \rightarrow p_{cr,\infty}$ iken $t'_{cr} \rightarrow \infty$ olduğu gözlenmektedir. Ayrıca, kritik zaman değerleri (t'_{cr}), α' reolojik parametresinin mutlak değeri artarken düşmekte, fakat ω reolojik parametresi artarken artmaktadır.



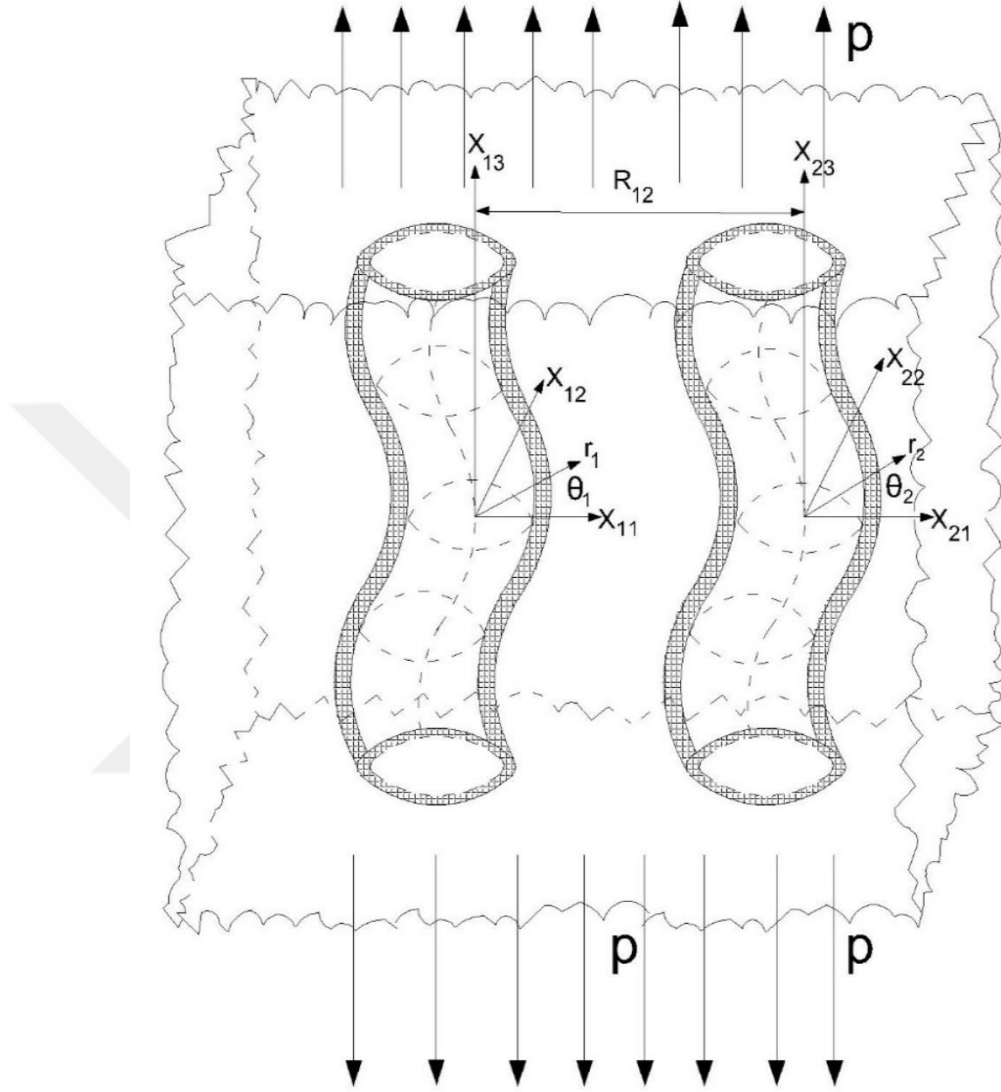
PERİYODİK EĞRİLİKLİ İÇİ BOŞ KOMŞU İKİ LİF İÇEREN SONSUZ ELASTİK VE VİSKOALASTİK ORTAMLARDA GERİLME DAĞILIMI VE STABİLİTE KAYBI

Bir önceki bölümde, birbirleri arasında etkileşim olmayacak kadar uzakta periyodik eğrilikli içi boş lifler içeren kompozit mazlemelerde stabilite kaybı ve stabilite kaybı öncesi gerilme analizini incelemiştik. Şimdi ise, aralarında etkileşimin de olduğunu varsayacağımız periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif bulunan sonsuz elastik ve viskoelastik ortamlar için gerilme analizi ve stabilite kaybı problemleri incelenecektir. Bu yapılırken, komşu iki lif ile aynı malzemede bulunması muhtemel diğer komşu iki lif arasındaki mesafenin etkileşim olmayacak kadar uzak olduğu kabul edilecektir. Aynı zamanda, sonsuz uzunluklu periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif içeren sonsuz boyutlu malzemenin lifler boyunca sonsuzda p yoğunluklu düzgün dağılmış normal kuvvetler etkisinde olduğu varsayılacaktır. Bu şartları göz önüne alarak problemin formülasyonunu oluşturalım.

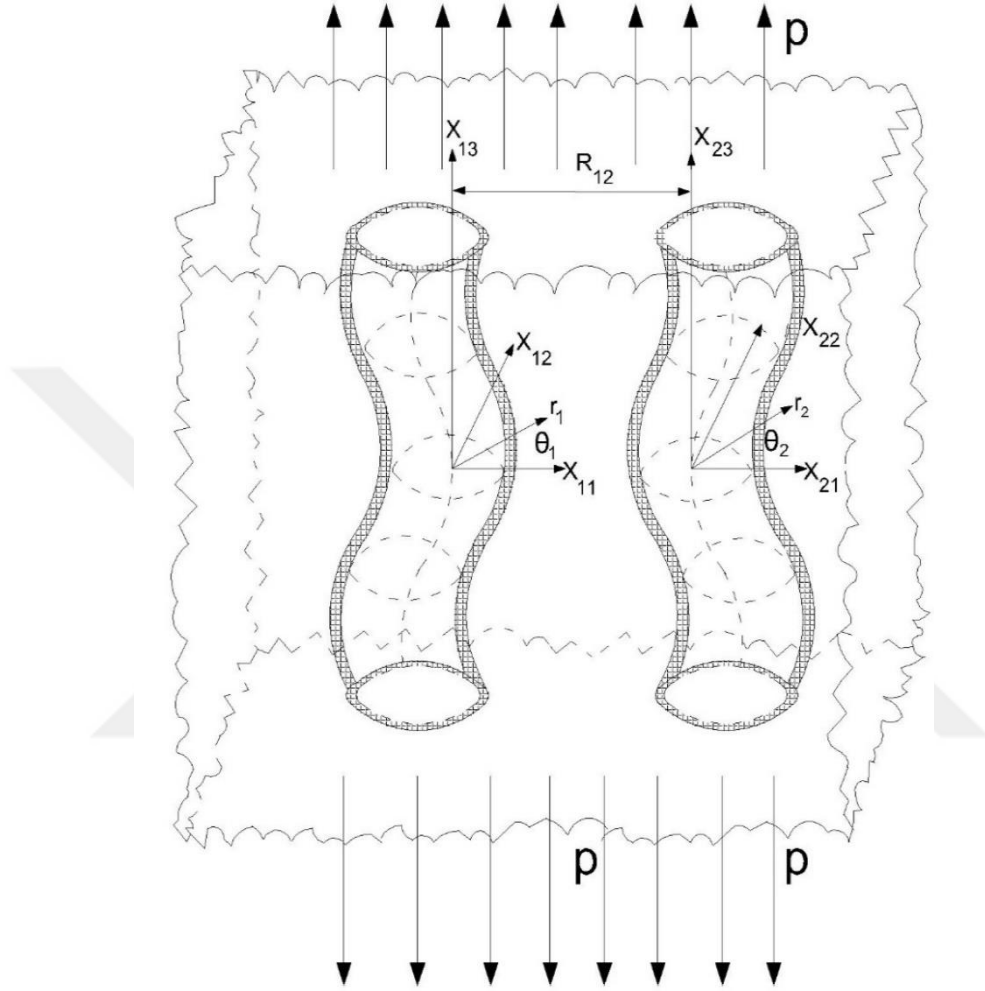
3.1 Problemin Formülasyonu

İncelememize liflerin yerleşim geometrilerinin durumunu açıklayarak başlayalım. İncelemede dört ayrı geometrik yerleşim tipini ayrı ayrı ele alacağız. Bu dört problemi şöyle tanımlayalım: Komşu liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde ve periyodik eğriliklerinin aynı fazlı olması durumu (Şekil 3.1), komşu liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde ve periyodik eğriliklerinin zıt fazlı olması durumu (Şekil 3.2), komşu liflerin orta çizgilerinin paralel düzlemlerde ve periyodik eğriliklerinin aynı fazlı olması durumu (Şekil 3.3) ve son olarak komşu liflerin orta çizgilerinin paralel düzlemlerde ve periyodik eğriliklerinin zıt fazlı olması durumu (Şekil 3.4). İncelemelerin basitliği ve sadeliği açısından problemin formülasyonunda orta çizgileri aynı düzlem üzerinde olan liflerin aynı fazlı ve zıt fazlı yerleşimlerini göz önünde bulunduracağız. Orta çizgilerin paralel düzlemlerde olmalarına ait diğer iki problemin formülasyonu, inceleyeceğimiz ilk probleme ait formülasyonda yapılacak bazı değişikliklerle açık bir şekilde elde edilir. İçi boş liflerin ikisinin de

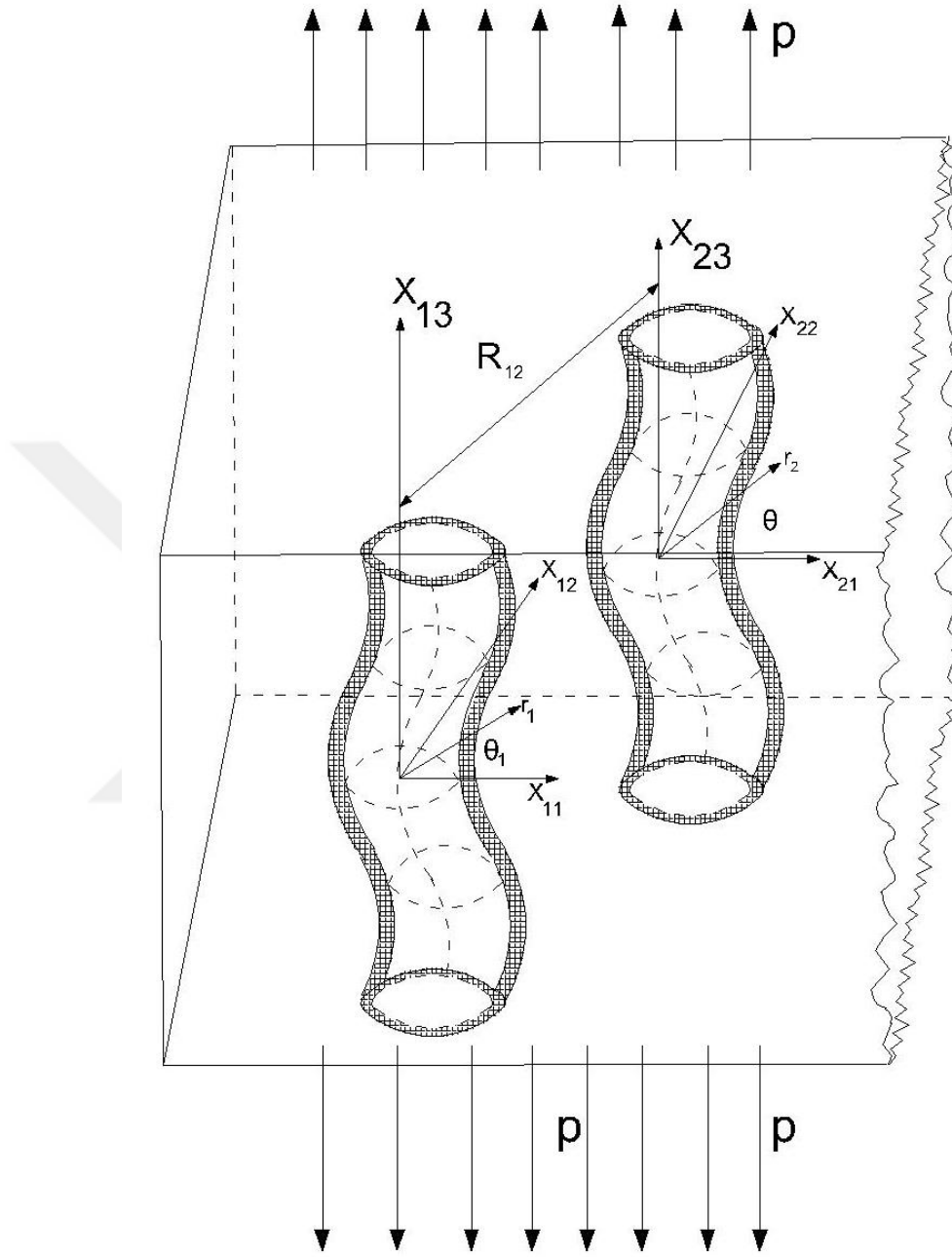
orta çizgisine dik olan kesitlerin $R + Hy$ arıçaplı bir daire olduğu ve bu durumun lifler boyunca sabit kaldığı (değişmediği) kabul edilecektir.



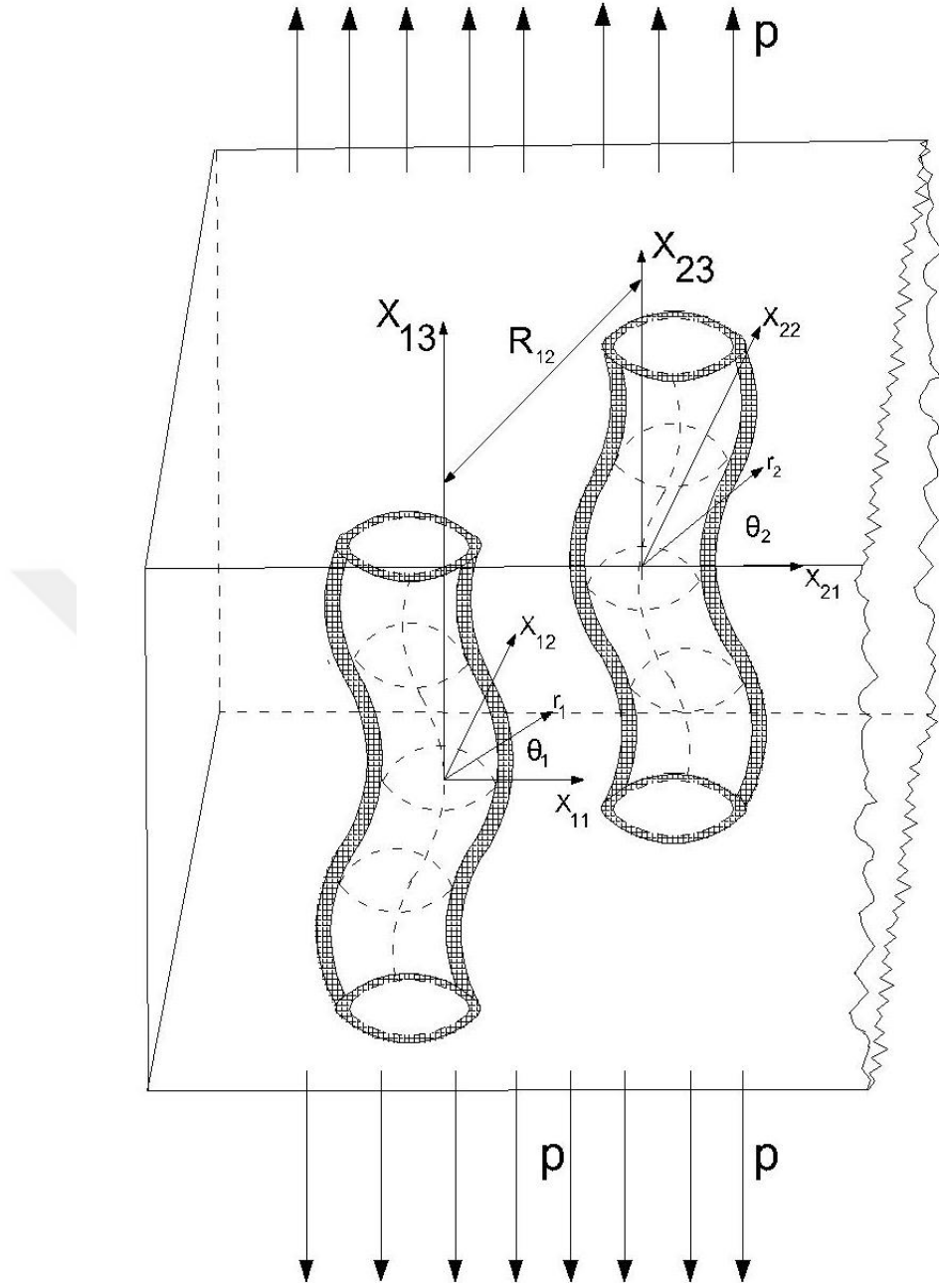
Şekil 3.1 Orta çizgileri aynı düzlemde, periyodik eğrilikleri aynı fazlı liflerin geometrik yerleşimleri



Şekil 3.2 Orta çizgileri aynı düzlemde, periyodik eğrilikleri zıt fazlı liflerin geometrik yerleşimleri



Şekil 3.3 Orta çizgileri paralel düzlemlerde, periyodik eğrilikleri aynı fazlı liflerin geometrik yerleşimleri



Şekil 3.4 Orta çizgileri paralel düzlemlerde, periyodik eğrilikleri zıt fazlı liflerin geometrik yerleşimleri

İncelediğimiz liflerin içinde bulunduğu ortamın geometrik yerleşimlerinin yapısını da aynı fazlı (şekil.3.1) ve zıt fazlı (şekil.3.2) ifadeleriyle açıklayabiliriz. İki lifin de orta çizgileri üzerinde başlangıç noktaları olan $0_k x_{k1} x_{k2} x_{k3}$ kartezyen ve $O_k r_k \theta_k z_k$ silindirik koordinat takımlarını seçelim. Koordinatlardaki k liflerin sayısını gösterir ve $k = 1,2$ olarak alınır. Buradaki geometrik yerleşim durumunda görüldüğü gibi koordinatlar arasında

$$x_{12} = x_{22}, x_{13} = x_{23}, r_1 e^{i\theta_1} = R_{12} + r_2 e^{i\theta_2}, z_1 = z_2 = z \quad (3.1)$$

bağıntıları sağlanmaktadır. Aynı zamanda, içi boş komşu liflerin orta çizgilerinin $x_{12} = x_{22} = 0$ düzleminde olduğunu varsayarak bu çizgilerin matematiksel olarak ifadelerini aynı fazlı durum için

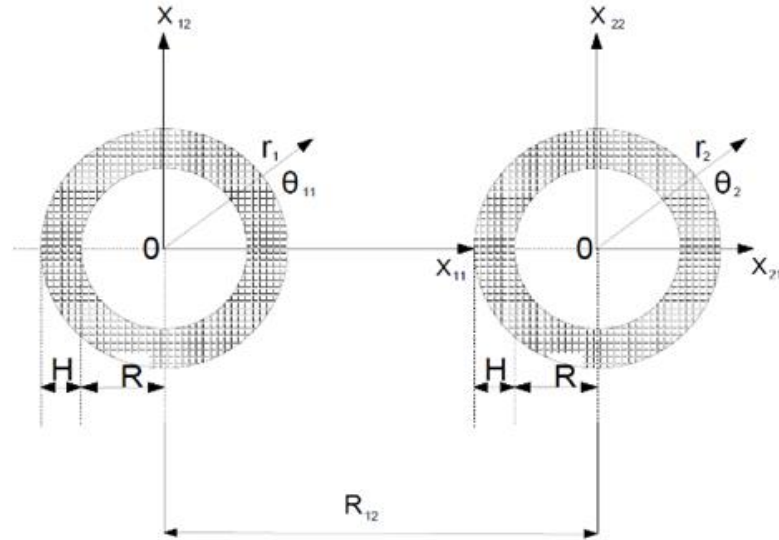
$$x_{11} = L \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{23}\right), \quad x_{21} = L \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{23}\right) \quad (3.2)$$

şeklinde, zıt fazlı durum için ise

$$x_{11} = L \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{23}\right), \quad x_{21} = -L \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_{23}\right) \quad (3.3)$$

şeklinde ele alalım. Bu ifadelerde yazılan L , lifin eğilme genliğini; ℓ , eğilmenin periyodunu göstermektedir. $\varepsilon = L/\ell$ alınır ve burada L , ℓ 'den çok küçük seçilmiştir. İçi boş liflerin içinde bulunduğu ortam önce elastik olarak ele alınacak, daha sonra viskoelastik durumu da dikkate alınacaktır. Temas yüzeylerini sırasıyla S_1 ve S_2 , liflerin iç yüzeylerini ise sırasıyla S_{10} ve S_{20} diye gösterirsek bu yüzeylerin yukarıda ifade edilen lif-en kesit koşullarından yararlanarak denklemleri

$$r_k = (1 + \varepsilon^2 (\delta'_k(t_3))^2 \sin^2 \theta_k)^{-1} \{ (\varepsilon \delta_k(t_3) + \varepsilon^3 \delta_k(t_3) (\delta'_k(t_3))^2 \sin^2 \theta_k + [R^2 - \varepsilon^2 (\delta_k(t_3))^2 - \varepsilon^4 (\delta'_k(t_3))^2 (\delta_k(t_3))^2 (1 + \varepsilon^2 (\delta'_k(t_3))^2) \sin^2 \theta_k]^{1/2} \} z_k = t_3 - \varepsilon \delta'_k(t_3) r_k(t_3) \sin \theta_k + \varepsilon^2 \delta_k(t_3) \delta'_k(t_3), \quad \delta'_k(t_3) = \frac{d\delta_k(t_3)}{dt_3} \quad (3.4)$$



Şekil 3.5 Liferin orta çizgilerinin aynı düzlem aynı fazlı geometrik yerleşimleri şeklinde yazabiliriz. Belirtelim ki, bu ifadeler liflerin iç yüzeylerine (S_{10} ve S_{20}) aittir. Temas yüzeylerine (S_1 ve S_2) ait olanları ele alırken bu denklemlerde yer alan R

yerine $R + H$ konmalıdır. Yine denklemlerde geçen $t_3 \in (-\infty, +\infty)$ bir parametredir. (3.4) denkleminde faydalanarak ve bir takım bilinen işlemler sonucunda S_k yüzeylerinin birim dış normallerinin bileşenleri aşağıdaki verildiği haliyle elde edilir.

$$\begin{aligned}
n_{kr} &= r_k(\theta_k, t_3) \frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} [A_k(\theta_k, t_3)]^{-1} \\
n_{k\theta} &= \left[\frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial \theta_k} \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial \theta_k} \frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} \right] \\
n_{kz} &= -r_k(\theta_k, t_3) \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} [A_k(\theta_k, t_3)]^{-1}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Burada

$$\begin{aligned}
&A_k(\theta_k, t_3) = \\
&\left[\left(r_k(\theta_k, t_3) \frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial \theta_k} \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} - \frac{\partial z_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial \theta_k} \right)^2 \right]^{1/2} \\
&\quad + \left(r_k(\theta_k, t_3) \frac{\partial r_k(\theta_k, t_3)}{\partial t_3} \right)^2
\end{aligned} \tag{3.6}$$

şekindedir.

Daha sonraki işlemlerde kullanacağımız içi boş life ait büyüklükleri sırası ile birinci ve ikinci lif olmak üzere (21) ve (22) üst indisi ile matrise (sonsuz elastik veya viskoelastik ortam) ait olan büyüklükleri ise (1) üst indisi ile ifade edelim. İki lifin ve sonsuz viskoelastik ortamda gerçekleşen alan denklemleri sırası ile aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
&\nabla_i [\sigma^{(k)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(k)j})] = 0, \quad 2\varepsilon_{jm}^{(k)} = \nabla_j u_m^{(k)} + \nabla_m u_j^{(k)} \\
&\sigma_{(in)}^{(k)} = (\lambda^{(k)*} e^{(k)}) \delta_i^n + 2(\mu^{(k)*} e^{(k)}), \quad e^{(k)} = \varepsilon_{rr}^{(k)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)} + \varepsilon_{zz}^{(k)}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Açıklamamız gerekir ki denklemlerde kullandığımız $\lambda^{(k)*}$ ve $\mu^{(k)*}$ ifadeler (2.43) ile verilen operatörlerdir. İçi boş lifler ile matris arasındaki yüzeylerde (S_q) ideal temas koşullarının sağlandığını varsayıyoruz.

$$\sigma^{(2q)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(2q)j}) n_{qj} \Big|_{S_q} = \sigma^{(1)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(1)j}) n_{qj} \Big|_{S_q}, u_j^{(2q)} = u_j^{(1)}$$

$$\sigma^{(2q)in} (g_n^j + \nabla_n u^{(2q)j}) n_{qj} \Big|_{S_{q0}} = 0, ,q = 1,2 \quad (3.8)$$

Ayrıca, lifler yönünde sonsuzda p yoğunluklu normal kuvvetlerin etkisini

$$\sigma_{zz}^{(1)} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} p, \quad \sigma_{(ij)}^{(1)} \xrightarrow{r_q \rightarrow \infty} 0 \quad (ij) \neq (zz) \quad (3.9)$$

biçiminde yazabiliriz. Daha sonraki yapılacak işlemlerde gerilme ve şekil değiştirme tansörleri kullanılacaktır. Bu kısımda verilen formülasyonda tansör notasyonları kullanılmıştır. Aynı zamanda altı çizili indisler Einstein toplama uyuşumu prensibi uygulanmayacaktır. Böylece yukarıdaki incelediğimiz problemin formülasyonu tamamlanmış olur. Bu şekilde sonsuz viskoelatik ortamda, komşu içi boş lifler yönünde etki gösteren düzgün yayılmış normal kuvvetler olması durumunda, gerilme araştırılması (3.7) denklemlerinin (3.8) temas koşulları ve (3.9) sınır koşulları çerçevesinde incelenmesine getirilmiştir.

3.2 Çözüm Yönteminin Geliştirilmesi

Formülasyonu yukarıda verilen problem, sonsuz elastik komşu içi boş iki lif içeren viskoelastik matris için nonlineer kısmı türevli diferansiyel denklemler takımının verilen sınır koşulları çerçevesinde çözülmesine dönüştürülür. Bu problemin incelenmesinde Akbarov ve Guz [21] kaynağında verilen sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanır. Bu yöntemle göre, aranan büyüklükler liflerin orta çizgisinin denklemine dahil olan ve onların eğilme derecesini gösteren ε parametresinin serisi halinde yazılır.

$$\left\{ \sigma_{(ij)}^{(m)}; \varepsilon_{(ij)}^{(m)}; u_{(i)}^{(m)} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{(ij)}^{(m),q}; \varepsilon_{(ij)}^{(m),q}; u_{(i)}^{(m),q} \right\} \quad (3.10)$$

Problemde ihtiyacımız olan S_k ara yüzeylerinin denklemleri (3.4) ve bu yüzeylerin birim normallerinin bileşenlerini gösteren (3.5) ifadeleri de ε cinsinden seri halde aşağıdaki gibi elde edilir.

$$r_q = R + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k a_{qk} (\theta_q, t_3), \quad z_q = t_3 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k b_{qk} (\theta_q, t_3),$$

$$\begin{aligned}
n_{qr} &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k c_{qk}(\theta_q, t_3), \quad n_{q\theta} = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k d_{qk}(\theta_q, t_3), \\
n_{qz} &= \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k g_{qk}(\theta_q, t_3)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

(3.11) serilerde yer alan katsayılar $a_{qk}(\theta_k, t_3), \dots, g_{qk}(\theta_q, t_3)$ ' ler (3.4) denklemlerinden kolaylıkla elde edilir.

(3.10) ifadeleri (3.7) denkleminde yerine yazılırsa (3.10) daki her bir yaklaşım için uygun denklemler takımı elde edilir. Ayrıca (3.7) deki bünye denklemleri lineer olduğu için (3.10) deki her bir yaklaşım için ayrı ayrı sağlanan bünye denklemleri elde edilir. (3.8) deki temas koşullarında (3.10) ifadeleri kullanılır ve (3.11)'den yararlanılır ve elde edilen ifadeler $(r_q = R + H, \theta_k, t_3)$ civarında ε cinsinden seriye açılır ve daha sonra ε 'nin aynı derecelerine göre gruplandırılırsa, her bir yaklaşım için $r_k = R + H$ yüzeylerinde sağlanan ideal temas koşulları elde edilir. Bu işlemler $(r_q = R, \theta_k, t_3)$ için yapıldığında ise her bir yaklaşım için içi boş liflerin iç yüzeyinin sağlaması gereken koşullar yazılır. Buradaki sıralı işlemlerde birinci ve daha sonraki yaklaşımlar için elde edilen denklemler önceki yaklaşımların büyüklüklerini de içerir. Yani, k . temas koşulu kendinden önceki $k - 1$ tane yaklaşımın tümüne ait büyüklükleri içermektedir, genellemesini yapabiliriz. [62] kaynağından da görülebileceği gibi, sonraki yaklaşımların nitel değil de nicel katkısı olacağından buradaki araştırmalar sıfıncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde kalacaktır. Sonraki adımda, sıfıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklem takımlarını ve temas koşullarını aşağıdaki gibi yazabiliriz.

Sıfıncı yaklaşım

Bu yaklaşım için (3.7) denklemleri aynen sağlanır. (3.8) temas koşulları $n_{qr} = 1, n_{q\theta} = 0, n_{qz} = 0$ oldukları göz önüne alınarak $r_k = R + H$ 'de aynen sağlanacaktır. Bu yaklaşımdan elde edilen denklem ve temas koşulları nonlineerdir. Aynı zamanda tek lif durumunda olduğu gibi nonlineer terimlerin çok önemsiz etkiler vereceğinden dolayı $\nabla_n u^{(k),j,0} \ll 1$ için $\delta_n^j + \nabla_n u^{(k),j,0}$ toplamı kronecker sembolü δ_i^n ile yer değiştirilecektir. Bu duruma göre, sıfıncı yaklaşıma ait alan denklemleri ve temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\nabla_i \sigma^{(k)ij,0} = 0, \quad 2\varepsilon_{ij}^{(k),0} = \nabla_j u_i^{(k),0} + \nabla_i u_j^{(k),0},$$

$$\sigma_{(in)}^{(k),0} = \left(\lambda^{(k)*} e^{(k),0} \right) \delta_i^n + 2 \left(\mu^{(k)*} \varepsilon_{(in)}^{(k),0} \right),$$

$$e^{(k),0} = \varepsilon_{rr}^{(k),0} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),0} + \varepsilon_{zz}^{(k),0} \quad (3.12)$$

$$\sigma_{(ij)}^{(2q),0} \Big|_{s_{q0}} = 0, \sigma_{(ij)}^{(2q),0} \Big|_{s_q} = \sigma_{(ij)}^{(1),0} \Big|_{s_q}, u_{(i)}^{(2q),0} \Big|_{s_q} = u_{(i)}^{(1),0} \Big|_{s_q};$$

$$(ij) = rr, r\theta, rz, (i) = r, \theta, z, q = 1, 2 \quad (3.13)$$

Buraya kadar yapılan işlemler ile sıfırıncı yaklaşım için problem, (3.12) denklemlerinin (3.13) temas koşulları çerçevesinde çözümüne getirilmiş olunur.

Birinci yaklaşım

Yukarıda sıralanan kabüller dikkate alınırsa diğer yaklaşımlar için aşağıdaki denklem sistemi elde edilir.

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,q} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,q}] = - \frac{\sum_{m=1}^{q-1} \nabla_i (\sigma^{(k)in,q-m} \nabla_n u^{(k)j,m})}{\quad} \quad (3.14)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),q} = \nabla_j u_i^{(k),q} + \nabla_i u_j^{(k),q} + \frac{\sum_{s=1}^{q-1} \nabla_j u^{(k)n,q-s} \nabla_i u_n^{(k)s}}{\quad} \quad (3.15)$$

(3.14)-(3.15)'de altı çizili terimler sıfır olacağından birinci yaklaşım için alan denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\nabla_i [\sigma^{(k)ij,1} + \sigma^{(k)in,0} \nabla_n u^{(k)j,1}] = 0 \quad (3.16)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k),1} = \nabla_j u_i^{(k),1} + \nabla_i u_j^{(k),1} \quad (3.17)$$

$$\sigma_{(in)}^{(k),1} = \left(\lambda^{(k)*} e^{(k),1} \right) \delta_i^n + 2 \left(\mu^{(k)*} \varepsilon_{(in)}^{(k),1} \right), e^{(k),1} = \varepsilon_{rr}^{(k),1} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} + \varepsilon_{zz}^{(k),1} \quad (3.18)$$

Bu yaklaşıma ait sınır koşulları ise aşağıdaki hale gelir:

$$\sigma_{(i)r}^{(2q),1} \Big|_{r_q=R} + f_{1q} \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2q),0}}{\partial r} \Big|_{r_q=R} + \phi_{01q} \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2q),0}}{\partial z} \Big|_{r_q=R} + \gamma_{0r_q} \sigma_{(i)r}^{(2q),0} \Big|_{r_q=R} +$$

$$\gamma_{0\theta q} \sigma_{(i)\theta}^{(2q),0} \Big|_{r_q=R} + \gamma_{zq} \sigma_{(i)z}^{(2q),0} \Big|_{r_q=R} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \left(\sigma_{(i)r}^{(1),1} - \sigma_{(i)r}^{(2q),1} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} + f_{1\underline{q}} \left(\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(1),0}}{\partial r} - \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2q),0}}{\partial r} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} \\
& + \phi_{1\underline{q}} \left(\frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(1),0}}{\partial z} - \frac{\partial \sigma_{(i)r}^{(2q),0}}{\partial z} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} + \gamma_{r\underline{q}} \left(\sigma_{(i)r}^{(1),0} - \sigma_{(i)r}^{(2q),0} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} \\
& + \gamma_{\theta\underline{q}} \left(\sigma_{(i)\theta}^{(1),0} - \sigma_{(i)\theta}^{(2q),0} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} + \gamma_{z\underline{q}} \left(\sigma_{(i)z}^{(1),0} - \sigma_{(i)z}^{(2q),0} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} = 0 \\
& \left(u_i^{(1),1} - u_i^{(2q),1} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} + f_{1\underline{q}} \left(\frac{\partial u_i^{(1),0}}{\partial r} - \frac{\partial u_i^{(2q),0}}{\partial r} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} \\
& + \phi_{1\underline{q}} \left(\frac{\partial u_i^{(1),0}}{\partial z} - \frac{\partial u_i^{(2q),0}}{\partial z} \right) \Big|_{r_{\underline{q}}=R+H} = 0 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

(3.16)-(3.18) denklemlerinde $i = r, \theta, z$ yer değiştirmeleri yapılırsa birinci yaklaşıma ait temas koşullarının açık ifadesi elde edilmiş olur. Buraya kadar yapılan işlemlerde birinci yaklaşıma ait olan denklemler ve temas koşulları çıkarılmış oldu. (3.19) da elde ettiğimiz $f_{1q}, \phi_{10q}, \phi_{1q}, \gamma_{01q}, \gamma_{1q}, \gamma_{0\theta q}, \gamma_{\theta q}, \gamma_{zq}$ ifadelerinin açık Şekilleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
f_{1q} &= \delta_{\underline{q}}(t_3) \cos \theta_{\underline{q}}, \phi_{01q} = -R\delta'_{\underline{q}}(t_3) \cos \theta_{\underline{q}}, \phi_{1q} = -(R+H)\delta'_{\underline{q}}(t_3) \cos \theta_{\underline{q}}, \\
\gamma_{0rq} &= \left(\frac{\delta_{\underline{q}}(t_3)}{R} - \delta''_{\underline{q}}(t_3)R \right) \cos \theta_{\underline{q}}, \gamma_{rq} = \left(\frac{\delta_{\underline{q}}(t_3)}{R+H} - \delta''_{\underline{q}}(t_3)(R+H) \right) \cos \theta_{\underline{q}} \\
\gamma_{0\theta q} &= -\frac{\delta_{\underline{q}}(t_3)}{R} \sin \theta_{\underline{q}}, \gamma_{\theta q} = -\frac{\delta_{\underline{q}}(t_3)}{R+H} \sin \theta_{\underline{q}}, \gamma_{zq} = -\delta'_{\underline{q}}(t_3) \cos \theta_{\underline{q}} \\
\delta'_{\underline{q}}(t_3) &= \frac{dq(t_3)}{dt_3}, \delta''_{\underline{q}}(t_3) = \frac{d^2 \delta_{\underline{q}}(t_3)}{dt_3^2}, \quad q = 1, 2 \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Ayrıca içi boş liflin geometrisinden kaynaklanan aynı fazlı eğilme durumu (Şekil 3.1)

$$\text{için} \quad \delta_1(t_3) = \delta_2(t_3) = \ell \sin(2\pi t_3/\ell) \quad (3.21)$$

zıt fazlı eğilme durumu (Şekil 3.2) için ise

$$\delta_1(t_3) = -\delta_2(t_3) = \ell \sin(2\pi t_3/\ell) \quad (3.22)$$

olduğu kabul edilir. Araştırmamız sıfırncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde yapıldığından, alan denklemleri ve temas koşullarının ifadeleri bu yaklaşımlara ait büyüklükleri içeren denklemlerdir. Benzer işlemlerle diğer yaklaşımlara ait denklemler de elde edilebilir.

3.3 Araştırma Yönteminin Gerektirdiği Uygun Sınır Değer Probleminin Çözümü

Bu kısımda, yukarıda formülasyonu verilen sıfırncı ve birinci yaklaşımlara ait sınır değer probleminin çözümü elde edilir. Öncelikle incelenen problemde matris ve lif malzemelerinin elastik olması durumu ele alınarak çözüm yapılacaktır. Bunun için (3.18) denklemindeki $\lambda^{(k)*}$, $\mu^{(k)}$ operatörleri sırası ile $\lambda^{(k)}$, $\mu^{(k)}$ sabitleri ile değiştirilir. Kolaylık ve sadelik olması için her iki içi boş lif malzemesinin birbirine eşit olduğu ve malzemelerin Poisson oranlarının $\nu^{(21)} = \nu^{(22)} = \nu^{(2)}$ ($\nu^{(2q)}$ q . lifin Poisson oranı) eşitliğini sağladığı ve ayrıca sayısal hesaplamalarda lif ve matris malzemelerinin Poisson oranlarının eşit olduğu varsayılır. Bu durumda sıfırncı yaklaşım için problemin çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(1),0} = p; \sigma_{zz}^{(21),0} = \sigma_{zz}^{(22),0} = \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} p; \varepsilon_{zz}^{(21),0} = \varepsilon_{zz}^{(22),0} = \varepsilon_{zz}^{(1),0} = \frac{p}{E^{(1)}}; z = z_1 = z_2 \\ u_z^{(21),0} = u_z^{(22),0} = u_z^{(1),0} = \varepsilon_{zz}^{(1),0} z; \sigma_{(ij)}^{(2q),0} = \sigma_{(ij)}^{(1),0} = 0; \\ (ij) = rr, \theta\theta, r\theta, \theta z, rz \end{aligned} \quad (3.23)$$

(3.23) deki $E^{(1)}$, $E^{(2)}$ sırası ile matris ve lif malzemelerinin elastisite modüllerini göstermektedir. Sıfırncı yaklaşıma ait olan (3.23) çözümü aynı fazlı-zıt fazlı lif problemlerinin her ikisi için de kullanılır. Birinci yaklaşıma ait (3.16)- (3.19) problemin çözümüne tekrar bakalım. Yukarıdaki kabullerin doğrultusunda ve sıfırncı yaklaşımın (3.23) çözümünün dikkate alınması ile (3.16) denklemini

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{1}{r_k} (\sigma_{rr}^{(k),1} - \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}) + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_r^{(k),1}}{\partial z_k^2} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}^{(k),1}}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}^{(k),1}}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial z_k} + \frac{2}{r_k} \sigma_{r\theta}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_\theta^{(k),1}}{\partial z_k^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^{(k),1}}{\partial r_{\underline{k}}} + \frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(k),1}}{\partial \theta_{\underline{k}}} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(k),1}}{\partial z_{\underline{k}}} + \frac{1}{r_{\underline{k}}} \sigma_{rz}^{(k),1} + \sigma_{zz}^{(k),0} \frac{\partial^2 u_z^{(k),1}}{\partial z_{\underline{k}}^2} = 0 \quad (3.24)$$

olur. Yukarıda yazıldığı gibi (3.24) lineerize edilmiş üç boyutlu elastisite denklemleri ile çakışmaktadır. Benzer olarak (3.17) denklemleri

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^{(k),1} &= \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial r_{\underline{k}}}, \varepsilon_{r\theta}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial \theta_{\underline{k}}} + \frac{\partial u_{\theta}^{(k),1}}{\partial r_{\underline{k}}} - \frac{u_{\theta}^{(k),1}}{r_{\underline{k}}} \right), \varepsilon_{rz}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial r_{\underline{k}}} + \frac{\partial u_r^{(k),1}}{\partial z_{\underline{k}}} \right) \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(k),1} &= \frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial u_{\theta}^{(k),1}}{\partial \theta_{\underline{k}}} + \frac{u_r^{(k),1}}{r_{\underline{k}}}, \varepsilon_{\theta z}^{(k),1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\theta}^{(k),1}}{\partial z_{\underline{k}}} + \frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial \theta_{\underline{k}}} \right), \varepsilon_{zz}^{(k),1} = \frac{\partial u_z^{(k),1}}{\partial z_{\underline{k}}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

haline gelir ve (3.18) denklemleri aynı kalır. Daha önce tanımlanan aynı fazlı eğilme (3.21) ve zıt fazlı eğilme (3.22) ifadeleri dikkate alınır, (3.19) temas koşulları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2k),1} \Big|_{r_{\underline{k}}=R} &= 0, \sigma_{r\theta}^{(2k),1} \Big|_{r_{\underline{k}}=R} = 0, \sigma_{rz}^{(2k),1} \Big|_{r_{\underline{k}}=R} = \delta'_{\underline{k}}(t_3) \sigma_{zz}^{(2),0} \cos \theta_{\underline{k}}, \\ \left(\sigma_{rr}^{(1),1} - \sigma_{rr}^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} &= 0, \left(\sigma_{r\theta}^{(1),1} - \sigma_{r\theta}^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} = 0, \\ \left(\sigma_{rz}^{(1),1} - \sigma_{rz}^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} &= \delta'_{\underline{k}}(t_3) \left(\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0} \right) \cos \theta_{\underline{k}} \\ \left(u_r^{(1),1} - u_r^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} &= 0, \left(u_{\theta}^{(1),1} - u_{\theta}^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} = 0, \\ \left(u_z^{(1),1} - u_z^{(2k),1} \right) \Big|_{r_{\underline{k}}=R+H} &= 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

$\delta'_{\underline{k}}(t_3)$ ifadesi aynı fazlı eğilme durumu için $\delta'_1(t_3) = \delta'_2(t_3) = 2\pi \cos(2\pi t_3)/\ell$, zıt fazlı için ise $\delta'_1(t_3) = -\delta'_2(t_3) = 2\pi \cos(2\pi t_3)/\ell$ şeklinde yazılır. (3.26) temas koşulları dikkate alınarak (3.24)'ün çözümü için aşağıdaki gösterimler kullanılır [59].

$$\begin{aligned} u_r^{(k),1} &= \frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial}{\partial \theta_{\underline{k}}} \psi^{(k)} - \frac{\partial^2}{\partial r_{\underline{k}} \partial z} \chi^{(k)}; u_{\theta}^{(k),1} = -\frac{\partial}{\partial r_{\underline{k}}} \psi^{(k)} - \frac{1}{r_{\underline{k}}} \frac{\partial^2}{\partial \theta_{\underline{k}} \partial z} \chi^{(k)}; \\ u_z^{(k),1} &= (\lambda^{(k)} + \mu^{(k)})^{-1} \left((\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}) \Delta_1^{(k)} + (\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi^{(k)}; \end{aligned}$$

$$\Delta_1^{(k)} = \frac{\partial^2}{\partial r_k^2} + \frac{1}{r_k} \frac{\partial}{\partial r_k} + \frac{1}{r_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta_k^2} \quad (3.27)$$

Buradaki $\psi^{(k)}, \chi^{(k)}$ fonksiyonları aşağıdaki denklemleri sağlarlar.

$$\left(\Delta_1^{(k)} + \left(\xi_1^{(k)} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi^{(k)} = 0;$$

$$\left(\Delta_1^{(k)} + \left(\xi_2^{(k)} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\Delta_1^{(k)} + \left(\xi_3^{(k)} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \chi^{(k)} = 0 \quad (3.28)$$

Kullanılan $\xi_i^{(k)}$ ($k = 21, 22, 1; i = 1, 2, 3$) 'ler sabitlerdir ve aşağıdaki gibi ifade edilirler.

$$\xi_1^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \xi_2^{(k)} = \sqrt{\frac{\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\mu^{(k)}}}, \xi_3^{(k)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)} + \sigma_{zz}^{(k),0}}{\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)}}} \quad (3.29)$$

(3.28) denklemlerinin çözümü, (3.26) koşulları da dikkate alınırsa aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} \psi^{(2k),1} &= \alpha \sin \alpha z \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ C_n^{(2k)} I_n \left(\xi_1^{(2k)} \alpha r_k \right) + D_n^{(2k)} K_n \left(\xi_1^{(2k)} \alpha r_k \right) \right\} \exp(in\theta_k) \\ \chi^{(2k),1} \cos \alpha z \sum_{n=-\infty}^{\infty} &\left\{ \begin{aligned} &A_n^{(2k)} I_n \left(\xi_2^{(2k)} \alpha r_k \right) + B_n^{(2k)} I_n \left(\xi_3^{(2k)} \alpha r_k \right) + \\ &E_n^{(2k)} K_n \left(\xi_2^{(2k)} \alpha r_k \right) + F_n^{(2k)} K_n \left(\xi_3^{(2k)} \alpha r_k \right) \end{aligned} \right\} \exp(in\theta_k) \quad (3.30) \end{aligned}$$

$$\psi^{(1),1} = \alpha \sin \alpha z \sum_{k=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n^{(1)k} K_n \left(\xi_1^{(1)} \alpha r_k \right) \exp(in\theta_k)$$

$$\chi^{(1),1} = \cos \alpha z \sum_{k=1}^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[A_n^{(1)k} K_n \left(\xi_2^{(1)} \alpha r_k \right) + B_n^{(1)k} K_n \left(\xi_3^{(1)} \alpha r_k \right) \right] \exp(in\theta_k) \quad (3.31)$$

(3.30) -(3.31) denklemlerinde $\alpha = 2\pi/\ell'$ dir ve $I_n(x), K_n(x)$ 'ler sırası ile sanal argümanlı Bessel fonksiyonu ve Mac Donald fonksiyonlarıdır. (3.30) ve (3.31)'deki $A_n^{(2k)}, \dots, C_n^{(2k)}, A_n^{(1)k}, \dots, C_n^{(1)k}$ bilinmeyenler kompleks sabitlerdir. Bu sabitler aşağıdaki eşitlikleri sağlarlar.

$$A_n^{(2k)} = \overline{A_{-n}^{(2k)}}, \quad B_n^{(2k)} = \overline{B_{-n}^{(2k)}}, \quad C_n^{(2k)} = \overline{C_{-n}^{(2k)}}, \quad \text{Im } A_0^{(2k)} = \text{Im } B_0^{(2k)} = \text{Im } C_0^{(2k)} = 0$$

$$A_n^{(1)k} = \overline{A_{-n}^{(1)k}} B_n^{(1)k} = \overline{B_{-n}^{(1)k}} C_n^{(1)k} = \overline{C_{-n}^{(1)k}} \text{Im } A_0^{(1)k} = \text{Im } B_0^{(1)k} = \text{Im } C_0^{(1)k}$$

$$D_n^{(2k)} = \overline{D_{-n}^{(2k)}}, E_n^{(2k)} = \overline{E_{-n}^{(2k)}}, F_n^{(2k)} = \overline{F_{-n}^{(2k)}}, \text{Im } D_0^{(2k)} = \text{Im } E_0^{(2k)} = \text{Im } F_0^{(2k)} = 0 \quad (3.32)$$

Bundan sonraki adımda (3.27), (3.30), (3.31) ifadelerinden yararlanıp (3.26)'yı işin içine katarak bilinmeyen sabitler $A_n^{(2k)}, \dots, C_n^{(2k)}, A_n^{(1)k}, \dots, C_n^{(1)k}$ ler için sonsuz cebirsel homojen olmayan lineer denklemler (açık hali Ek-B ile verilen) takımı elde edilir. (r_2, θ_2) koordinatlarında verilen büyüklükleri (r_1, θ_1) cinsinden veya (r_1, θ_1) cinsinden verilenleri (r_2, θ_2) koordinatlarında yazabilmek için koordinatlar arası geçiş amacıyla silindirik koordinatlar arasındaki ilişki ve toplama teoreminden (summation theorem) [62] yararlanır. $r_m \exp i\theta_m = R_{mn} \exp i\varphi_{mn} + r_n \exp i\theta_n$,

$$K_v(cr_n) \exp iv\theta_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^v I_k(cr_m) K_{v-k}(cR_{mn}) \exp[i(v-k)\varphi_{mn}] \exp ik\theta_m,$$

$$mn = 12; 21; m; n = 1, 2; r_m < R_{mn}; R_{12} = R_{21}; \varphi_{12} = 0; \varphi_{21} = \pi \quad (3.33)$$

Burada (3.30)- (3.33) denklemlerindeki bağıntılar kullanılarak, (3.30), (3.17), (3.18) ve (3.26)'dan birinci yaklaşımdaki bilinmeyenler için $0_1 r_1 \theta_1 z_1$ koordinat sisteminde sonsuz boyutlu lineer denklemler sistemi elde edilir. Sayısal sonuçlar elde etmek için elde edilen sonsuz boyutlu lineer denklemler sistemi, uygun sonlu denklemler sistemi ile yer değiştirebilmelidir. Bu değişim olabilir mi?

Cevabımız evet olacaktır. Şimdi bunun nasıl olduğunu açıklayalım ve aşağıdaki notasyonları tanımlayalım

$$\begin{aligned} C_n^{(2k)} I_n(\xi_1^{(2)} \kappa_1) &= y_{n1}^{(2)k} + iz_{n1}^{(2)k}, A_n^{(2k)} I_n(\xi_2^{(2)} \kappa_1) = z_{n2}^{(2)k} + iy_{n2}^{(2)k}, \\ B_n^{(2k)} I_n(\xi_3^{(2)} \kappa_1) &= z_{n3}^{(2)k} + iy_{n3}^{(2)k}, D_n^{(2k)} K_n(\xi_1^{(2)} \kappa_1) = y_{n1}^{(2)k} + iz_{n1}^{(2)k}, \\ E_n^{(2k)} K_n(\xi_2^{(2)} \kappa_1) &= z_{n2}^{(2)k} + iy_{n2}^{(2)k}, F_n^{(2k)} K_n(\xi_3^{(2)} \kappa_1) = z_{n3}^{(2)k} + iy_{n3}^{(2)k} \\ C_n^{(1)k} K_n(\xi_1^{(1)} \kappa_2) &= y_{n1}^{(1)k} + iz_{n1}^{(1)k}, A_n^{(1)k} K_n(\xi_2^{(1)} \kappa_2) = z_{n2}^{(1)k} + iy_{n2}^{(1)k}, \\ B_n^{(1)k} K_n(\xi_3^{(1)} \kappa_2) &= z_{n3}^{(1)k} + iy_{n3}^{(1)k}, C_n^{(2k)} I_n(\xi_1^{(2)} \kappa_2) = y_{n1}^{(3)k} + iz_{n1}^{(3)k}, \\ A_n^{(2k)} I_n(\xi_2^{(2)} \kappa_2) &= z_{n2}^{(3)k} + iy_{n2}^{(3)k}, B_n^{(2k)} I_n(\xi_3^{(2)} \kappa_2) = z_{n3}^{(3)k} + iy_{n3}^{(3)k} \\ D_n^{(2k)} K_n(\xi_1^{(2)} \kappa_2) &= y_{n1}^{(3)k} + iz_{n1}^{(3)k}, E_n^{(2k)} K_n(\xi_2^{(2)} \kappa_2) = z_{n2}^{(3)k} + iy_{n2}^{(3)k}, \end{aligned}$$

$$F_n^{(2k)} K_n(\xi_3^{(2)} \kappa_2) = z_{n3}^{(3)k} + iy_{n3}^{(3)k}$$

$$Z_n^{(k)q} = \begin{bmatrix} z_{n1}^{(k)q} \\ z_{n2}^{(k)q} \\ z_{n3}^{(k)q} \end{bmatrix}, Y_n^{(k)q} = \begin{bmatrix} y_{n1}^{(k)q} \\ y_{n2}^{(k)q} \\ y_{n3}^{(k)q} \end{bmatrix}; T_{nm}^{(1)q} = [t_{rs}^{(1)q}(n, m)], T_n^{(2)q} = [t_{rs}^{(2)q}(n)],$$

$$W_{nv}^{(1)q} = [w_{rs}^{(1)q}(n, v)], W_n^{(2)q} = [w_{rs}^{(2)q}(n)],$$

$$q = 1, 2; k = 1, 2, 3; r; s = 1, 2, 3, \kappa_1 = \frac{2\pi R}{\ell}, \kappa_2 = \frac{2\pi(R+H)}{\ell} \quad (3.34)$$

Tanımlanan notasyonlar cinsinden sonsuz cebirsel denklemler sistemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$Z_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} T_{nm}^{(1)2} Z_m^{(1)2} + T_n^{(2)1} Z_n^{(2)1} = 0,$$

$$Z_n^{(1)2} + \sum_{m=0}^{\infty} T_{nm}^{(1)1} Z_m^{(1)1} + T_n^{(2)2} Z_n^{(2)2} = 0 \quad (3.35)$$

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)2} Y_m^{(1)2} + W_n^{(2)1} Y_n^{(2)1} = 2\pi\delta_n^3 \sigma_{zz}^{(21),0}$$

$$Y_n^{(1)2} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)1} Y_m^{(1)1} + W_n^{(2)2} Y_n^{(2)2} = 2\pi\delta_n^3 \sigma_{zz}^{(22),0} \quad (3.36)$$

$$Z_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} T_{nm}^{(1)2} Z_m^{(1)2} + T_n^{(2)1} Z_n^{(3)1} = 0,$$

$$Z_n^{(1)2} + \sum_{m=0}^{\infty} T_{nm}^{(1)1} Z_m^{(1)1} + T_n^{(2)2} Z_n^{(3)2} = 0 \quad (3.37)$$

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)2} Y_m^{(1)2} + W_n^{(2)1} Y_n^{(3)1} = 2\pi\delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(21),0})$$

$$Y_n^{(1)2} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)1} Y_m^{(1)1} + W_n^{(2)2} Y_n^{(3)2} = 2\pi\delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(22),0}),$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \infty; \delta_n^m = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad (3.38)$$

(3.36) ve (3.38)'den $Z_n^{(k)q} = 0, k = 1, 2; q = 1, 2$. Elde edilir. Ayrıca, (3.36) ve (3.38)'den ve uygun mekanik görüşlerden $Y_n^{(k)1} = Y_n^{(k)2}$ olduğu görülür. Böylece, (3.36) ve (3.38)'den aşağıdakiler elde edilir.

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)2} Y_m^{(1)2} + W_n^{(2)1} Y_n^{(2)1} = 2\pi\delta_n^3 \sigma_{zz}^{(2),0}$$

$$Y_n^{(1)1} + \sum_{m=0}^{\infty} W_{nm}^{(1)2} Y_m^{(1)2} + W_n^{(2)1} Y_n^{(3)1} = 2\pi\delta_n^3 (\sigma_{zz}^{(1),0} - \sigma_{zz}^{(2),0}) \quad (3.39)$$

Sayısal sonuçlar elde etmek için, (3.39) sonsuz boyutlu cebirsel denklemler sisteminin sonlu denklem takımına indirgenmesi gerekmektedir. Böyle bir durumun gerçekleşmesi için sonsuz denklemler sisteminin determinantının normal tipte olması gerekir [62]. Bu ise aşağıdaki seri yakınsak olduğunda mümkündür.

$$M = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} |W_{nm}^{(1)2}| \quad (3.40)$$

(3.40) serisinin karakterini belirlemek için $I_n(x)$, $K_n(x)$ fonksiyonlarının

$$I_n(x) < c_1 \frac{1}{n!} \left(\frac{|x|}{2}\right)^n, K_n(x) \approx c_2 (n-1)! \left(\frac{2}{|x|}\right)^n, n \rightarrow \infty, c_1, c_2 \text{ sabitlerdir.} \quad (3.41)$$

ile verilen asimptotik karakterleri göz önüne alınır. (3.41) ifadesi sabit x ve n 'nin büyük değerleri için sağlanır. İçi boş liflerin aralarında belli mesafenin olacağı, temas etmeyecekleri kabulü aşağıdaki eşitsizliğin sağlanmasını gerektirir.

$$(R+H)/(R_{12}-2L) > (R+H)/R_{12}, R_{12}/(R+H) > 2 \quad (3.42)$$

Böylece (3.41) ve (3.42) ifadelerini göz önünde bulundurarak $W_{nm}^{(1)2}$ detaylı incelenirse (3.40) aşağıdaki gibi belirlenir.

$$M < c_3 \sum_{n=0}^{\infty} n^{c_4} \left(\frac{R_{12}}{R+H} - 1\right)^{-n}, c_3, c_4 \text{ const.} \quad (3.43)$$

(3.43)'de sağ taraf yakınsak olduğundan, (3.40) serisi de yakınsak olur. Bu işlemler sonucunda (3.39) sonsuz denklemler sisteminin determinantının tipinin normal olduğu görülür. Böylece, sonsuz boyutlu sistemin sonlu boyutlu sistemle, yakınsaklık koşulu ile yer değiştirebilir olduğu gösterilmiş olmaktadır. Gerekli denklem sayısı, sayısal sonuçların yakınsaklığına bakılarak belirlenir.

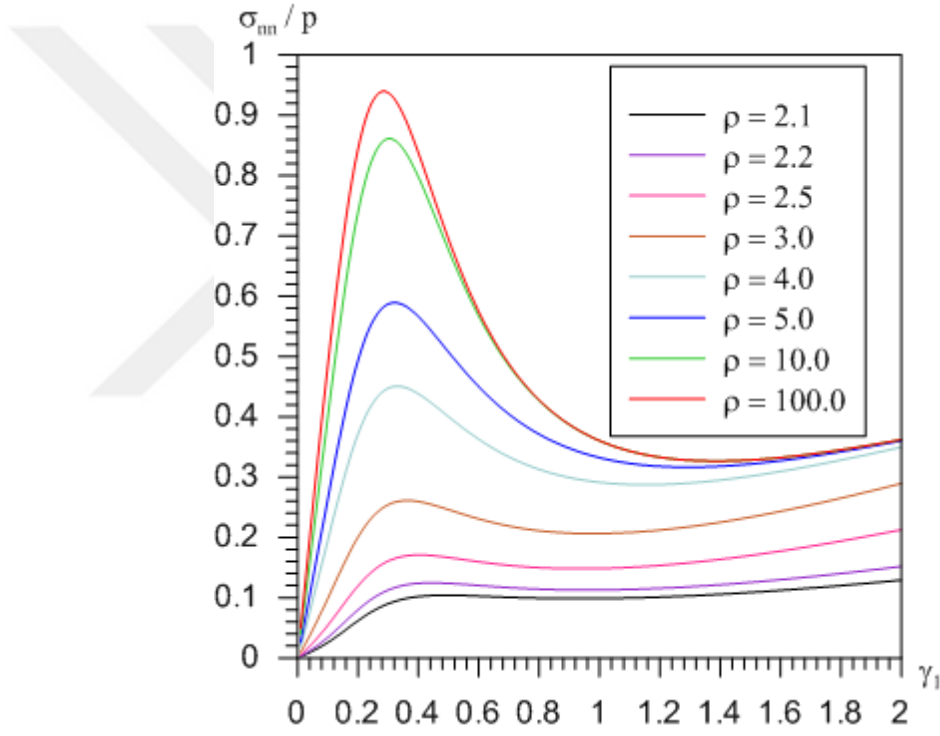
3.4 Stabilite Kaybı Öncesinde Gerilme Yayılımı ile İlgili Sonuçlar ve Yorumlar

Daha önce tek lif için σ_{nn} , $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{ne} gerilme değerlerinin sayısal sonuçları incelenmişti. Şimdi aynı gerilmeleri iki içi boş lif için inceleyeceğiz. İncelememizde matris ve liflerimizin Poisson oranlarının sırasıyla $\nu^{(1)} = \nu^{(21)} = \nu^{(22)} = 0.3$ olduğunu kabul edelim. Liflerin Poisson oranları ($\nu^{(2k)}$, $k = 1, 2$) sembolleri ile gösterilecektir. Bu durumu göz önünde tutarak normal ve kayma gerilmelerini araştırılm. S_1 temas yüzeyi üzerinde $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{ne} kayma gerilmeleri ve σ_{nn} normal gerilmeleri hesaplanacaktır. Eğilmenin ihmal edildiği durumlarda ($\varepsilon = 0$), $\sigma_{nn} = \sigma_{rr} = \sigma_{n\tau} = \sigma_{nz} = \sigma_{ne} = \sigma_{ne} = 0$ eşitliğini yazabiliriz. Yukarıdaki gerilmeler aslında liflerin eğriliğinden oluşan gerilmelerdir. Bundan sonraki adımlar için bazı parametreleri

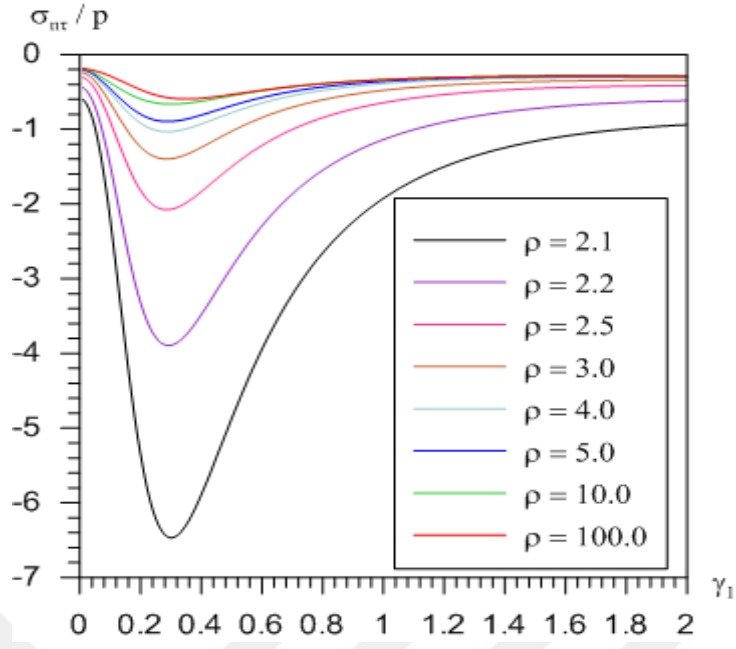
tanımlayabiliriz. Tanımlayacağımız boyutsuz büyüklükler şunlardır: İçi boş lifler arasındaki uzaklığı karakterize eden $\rho = R_{12}/(R + H)$, geometrik nonlineeritenin etkisini veren $\epsilon = P/E^{(1)}$, içi boş lifin dış yarıçapını veren $\gamma_1 = \alpha(R + H)$, içi boş lifin kalınlığını ifade eden $\gamma_2 = H/(R + H)$ ve lif ve matris malzemelerinin elastisite modülleri oranı olan $E = E^{(2)}/E^{(1)}$ parametreleri. Buradaki araştırmada S_k yüzeyindeki σ_{nn} normal gerilmeler maksimum değerlerini ($\theta = 0, \alpha t_3 = \pi/2$), koordinat noktalarında, $\sigma_{n\tau}$ ve σ_{ne} kayma gerilmeleri kayma gerilmeleri ise S_k yüzeyindeki maksimum değerlerini sırası ile ($\theta = 0, \alpha t_3 = 0$) ve ($\theta = -\pi/2, \alpha t_3 = \pi/2$), koordinat noktalarında alırlar. Aksi ifade edilmedikçe, gerilmeler sözü edilen noktalarda hesaplanacaktır. Şunu da belirtelim ki, geometrik nonlineerite, sözü edilen gerilme değerlerinde sayısal olarak değişim göstermektedir. Bu durumda gerilme dağılımı incelenirken, gerilme değerleri ile ρ, γ_1 ve γ_2 parametreleri arasındaki ilişki analiz edilirken, geometrik lineer duruma karşı gelen $\epsilon = 10^{-5}$ değeri için işlem yapılır.

İçi boş liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde ve eğriliklerinin aynı fazlı olması durumunda, sırasıyla Şekil 3.6-Şekil 3.8'de çeşitli ρ değerlerinde, $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmelerinin γ_1 parameteresi ile değişimi verilirken Şekil 3.9-Şekil 3.11'de aynı gerilmelerin γ_2 parameteresi ile değişimi sunulmuştur. İncelenen bu grafiklerde $E = 300, \epsilon = 0.015$ değerleri kullanılmış, γ_1 parametresine göre değişimi veren grafiklerde $\gamma_2 = 0.2$ alınırken γ_2 parametresine göre değişimi veren grafiklerde $\gamma_1 = 0.3$ kullanılmıştır. Bu grafiklerden, σ_{nn}/p normal ve $\sigma_{n\tau}/p, \sigma_{ne}/p$ kayma gerilme değerleri ile lif yarıçapı arasında ilişkisinin monoton olmadığı, bu gerilmelerin, içi boş lifin et kalınlığı ile değişiminin ise monoton olduğu görülmektedir. Ayrıca, σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p$ ile γ_1 ve γ_2 parametreleri arasındaki ilişkiden içi boş lifler birbirine yaklaşırken normal gerilme değerlerinin düştüğü, kayma gerilme değerlerinin ise arttığı söylenebilir. Artışın $\sigma_{n\tau}/p$ değerlerinde dikkate değer olduğu aşıkardır. σ_{ne}/p kayma gerilme değerlerinin ise diğer gerilmeler ile karşılaştırıldığında, içi boş lifler arasındaki etkileşimden en az etkilenen olduğu gözlenmektedir. Tablo 3.1 $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 3$ ve çeşitli E ve ϵ değerlerinde, geometrik linner durumunda ($\epsilon = 10^{-5}$) $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri verilmiştir. Bu tablodan gerilme değerlerinin, hem ϵ ve hem de E parametrelerinin artması ile arttıkları gözlenmektedir. Tablo 3.2'de $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri

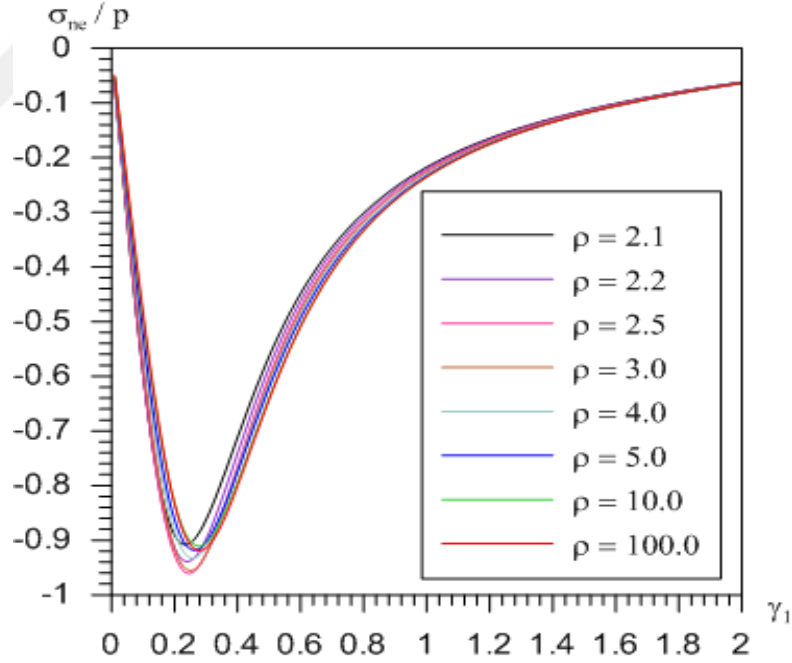
verilmiştir. Bu tablo ile geometrik nonlineeritenin gerilme değerlerine etkisi gözlemlenebilmektedir. Buna göre, gerilme değerleri çekme durumunda yük değerlerinin artması ile azalırken, basınç durumunda ise yük değerlerinin mutlak değerce artması gerilme değerlerinin de artmasına sebep olmaktadır. Aynı tablodan gerilme değerlerinin E parametresinin artması ile de arttığı gözlemlenmektedir. Ele alınan yük değerlerinin stabilite kaybı öncesine ait olduklarını tekrar vurgulayalım. Tablo 3.3 $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ parametre değerlerinde gerilme değerlerinin denklem sayısı yakınsamasını vermektedir. Buna göre, sonsuz boyutlu lineer denklemler sistemi yerine 186x186'lık lineer denklemler sistemi almak yakınsaklık açısından yeterlidir.



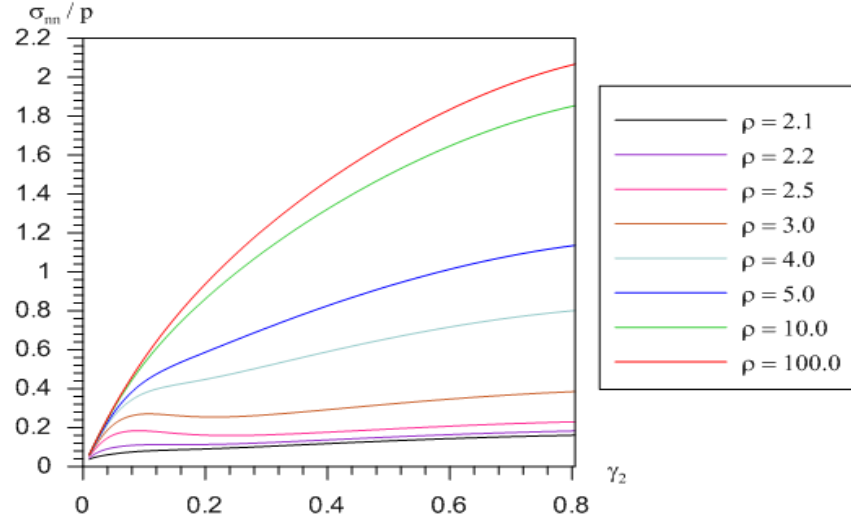
Şekil 3.6 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



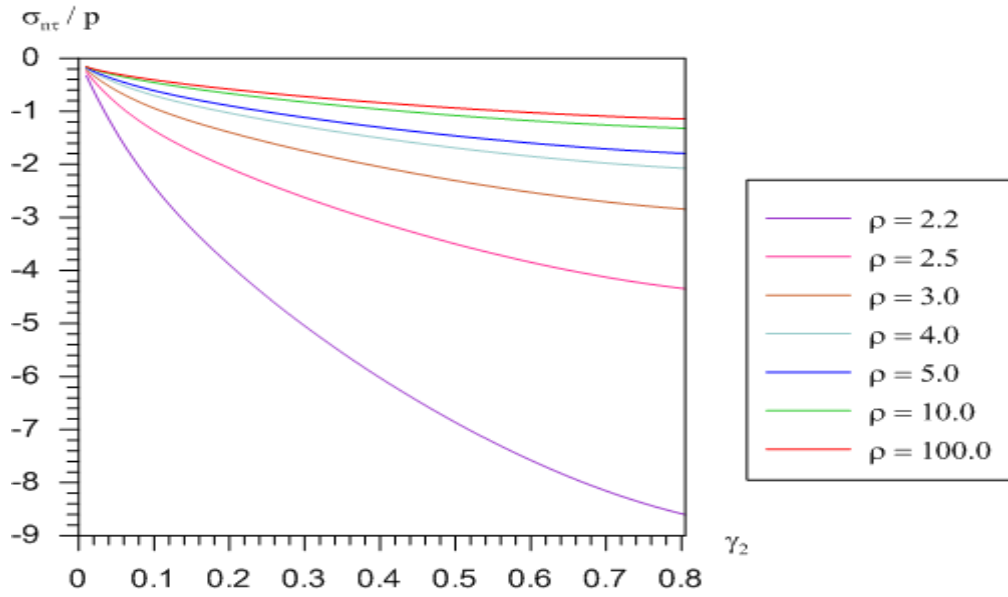
Şekil 3.7 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



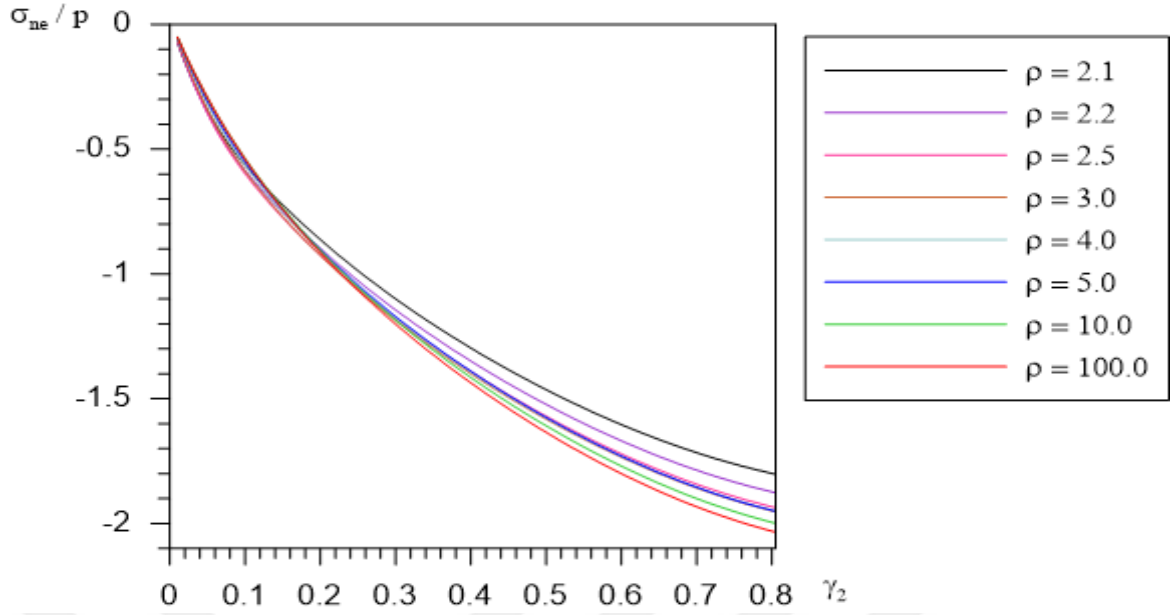
Şekil 3.8 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi



Şekil 3.9 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.10 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.11 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ durumunda çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerlerinin γ_2 parametresi ile değişimi

Tablo 3.1. Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E ve ε değerlerinde σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri

E	ε	$\rho = 3$		
		σ_{nn}/p	$\sigma_{n\tau}/p$	σ_{ne}/p
300	0.01	0.1694	-0.9301	-0.6174
	0.015	0.2541	-1.3951	-0.9262
	0.02	0.3389	-1.8602	-1.2349
400	0.01	0.1899	-1.0858	-0.7381
	0.015	0.2849	-1.6287	-1.1071
	0.02	0.3799	-2.1717	-1.4762
500	0.01	0.2057	-1.2114	-0.8356
	0.015	0.3086	-1.8172	-1.2534
	0.02	0.4115	-2.4229	-1.6712
1000	0.01	0.2514	-1.5946	-1.1337
	0.015	0.3771	-2.3920	-1.7005
	0.02	0.5028	-3.1893	-2.2674

Tablo 3.2 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli E, ε için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri

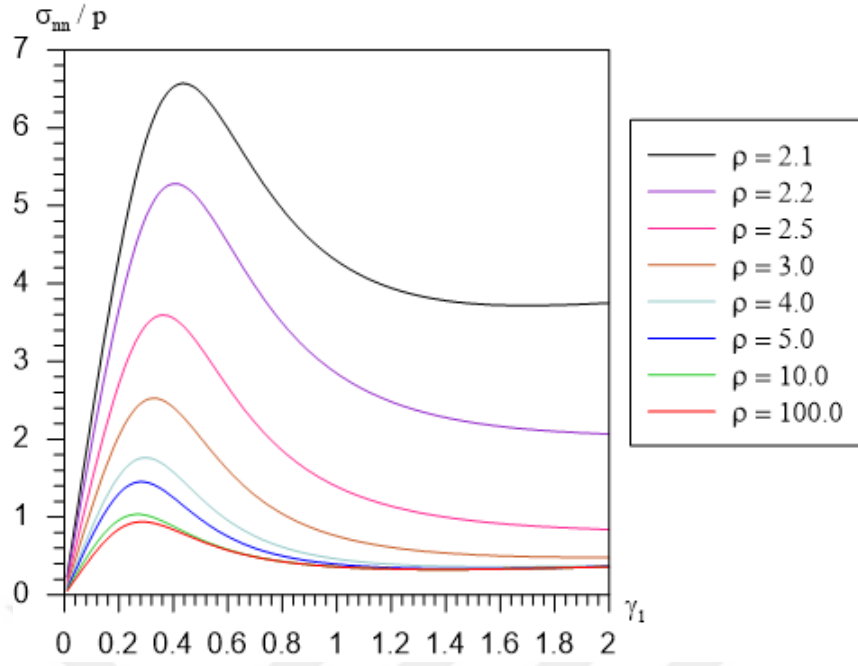
E		ε									
		0.00005	0.0005	0.005	0.01	0.05	-0.0005	-0.0005	-0.005	-0.01	-0.05
300	σ_{nn}/p	0.254	0.252	0.241	0.229	0.167	-0.254	-0.255	-0.269	-0.285	-0.609
	$\sigma_{n\tau}/p$	-1.394	-1.388	-1.33	-1.273	-0.97	1.395	1.402	1.468	1.55	3.139
	σ_{ne}/p	-0.925	-0.921	-0.876	-0.832	-0.599	0.926	0.931	0.982	1.045	2.26
400	σ_{nn}/p	0.284	0.283	0.267	0.252	0.177	-0.285	-0.286	-0.304	-0.328	-0.935
	$\sigma_{n\tau}/p$	-1.628	-1.619	-1.538	-1.459	-1.063	1.629	1.638	1.733	1.855	5.037
	σ_{ne}/p	-1.106	-1.099	-1.037	-0.976	-0.671	1.108	1.114	1.187	1.281	3.72
500	σ_{nn}/p	0.308	0.306	0.287	0.269	0.183	-0.308	-0.311	-0.333	-0.362	-1.45
	$\sigma_{n\tau}/p$	-1.816	-1.805	-1.702	-1.604	-1.13	1.818	1.829	1.952	2.112	8.076
	σ_{ne}/p	-1.252	-1.244	-1.165	-1.089	-0.723	1.254	1.263	1.357	1.48	6.06
1000	σ_{nn}/p	0.376	0.373	0.343	0.316	0.197	-0.377	-0.38	-0.418	-0.471	5.088
	$\sigma_{n\tau}/p$	-2.39	-2.37	-2.188	-2.02	-1.299	2.394	2.415	2.645	2.967	-30.866
	σ_{ne}/p	-1.699	-1.683	-1.5432	-1.4133	-0.8558	1.7026	1.7185	1.8962	2.1444	-23.943

Tablo 3.3 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1, \varepsilon = 0.015$ değerlerinde gerilmelerin denklem sayısına göre yakınsaması

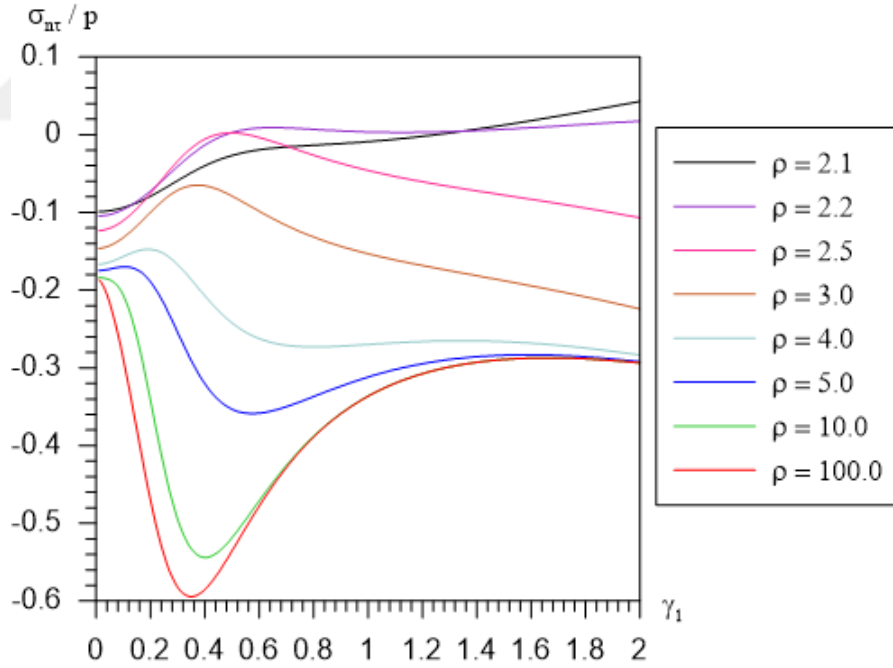
	Denklem Sayısı						
	69	78	87	96	105	114	123
σ_{nn}/p	0.0895	0.0931	0.0938	0.0932	0.0922	0.0912	0.0905
$\sigma_{n\tau}/p$	-5.7961	-5.9870	-6.1243	-6.2229	-6.2940	-6.3451	-6.3820
σ_{ne}/p	-0.8614	-0.8610	-0.8626	-0.8626	-0.8632	-0.8631	-0.8626
	Denklem Sayısı						
	132	141	150	159	168	177	186
σ_{nn}/p	0.0901	0.0899	0.0898	0.0898	0.0899	0.0899	0.0900
$\sigma_{n\tau}/p$	-6.4086	-6.4278	-6.4417	-6.4518	-6.4590	-6.4643	-6.4682
σ_{ne}/p	-0.8626	-0.8627	-0.8627	-0.8628	-0.8628	-0.8627	-0.8627

Orta çizgileri aynı düzlemde ve periyodik eğrilikleri zıt fazlı içi boş komşu iki lifin olduğu elastik cisim problemi için verilen Şekil 3.12-Şekil 3.14 ve Şekil 3.15 -Şekil 3.17 grafikleri için $E = 300, \varepsilon = 0.015$ değerleri kullanılmıştır. Anılan ilk üç grafikte çeşitli ρ değerlerinde sırasıyla σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p, \sigma_{ne}/p$ gerilme değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi gözlemlenirken ikinci üç grafiklik grupta aynı gerilme değerlerinin γ_2 parametresi ile değişimi verilmektedir. γ_1 parametresine göre değişimin yer aldığı grafiklerde $\gamma_2 = 0.2$ alınırken, γ_2 parametresine göre değişimin incelendiği grafiklerde $\gamma_1 = 0.3$ değeri kullanılmıştır. Bu grafiklerden, ele alınan tüm

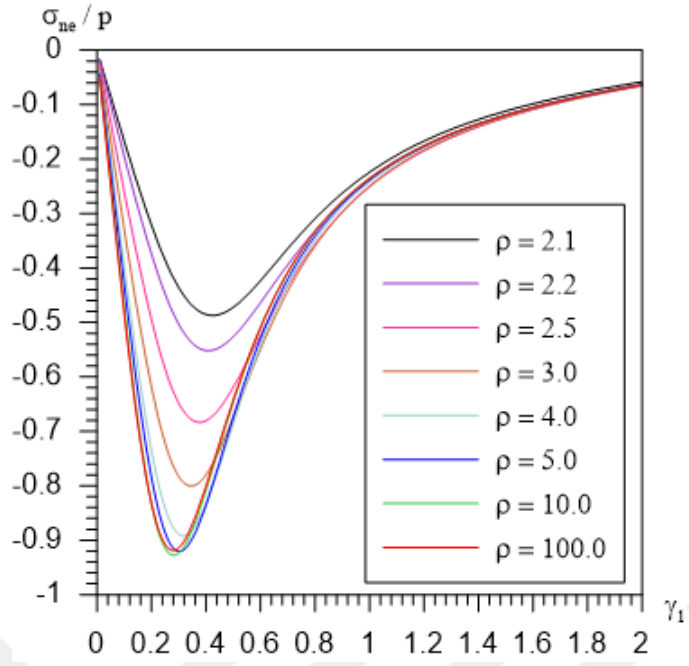
gerilmelerle γ_1 parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmadığı, buna karşılık bu gerilmelerin γ_2 parametresi ile monoton olarak değiştiği izlenmektedir. Ayrıca, içi boş lifler birbirlerine yaklaştıkça normal gerilme değerleri artarken, kayma gerilme değerleri azalmaktadır. Lifler birbirlerinden çok uzaklaştığında gerilme değerlerinin tek lif probleminde elde edilenlerle aynı olduğu da görülebilmektedir. Bu yerleşim durumunda, normal gerilmelerin diğer gerilmelerle karşılaştırıldığında daha fazla büyüdüğü görülebilmektedir. Tablo 3.4 $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 3$ ve çeşitli E ve ϵ değerlerinde, geometrik linner durumunda ($\epsilon = 10^{-5}$) $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri verilmiştir. Bu tablodan gerilme değerlerinin, hem ϵ ve hem de E parametrelerinin artması ile arttıkları gözlenmektedir. Tablo 3.5'de $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri verilmiştir. Bu tablo ile geometrik nonlineeritenin gerilme değerlerine etkisi gözlemlenebilmektedir. Buna göre, gerilme değerleri çekme durumunda yük değerlerinin artması ile azalırken, basınç durumunda ise yük değerlerinin mutlak değerce artması gerilme değerlerinin de artmasına sebep olmaktadır. Aynı tablodan gerilme değerlerinin E parametresinin artması ile de arttığı gözlemlenmektedir. Tablo 3.6 $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ parametre değerlerinde gerilme değerlerinin denklem sayısı yakınsamasını vermektedir. Buna göre, sonsuz boyutlu lineer denklemler sistemi yerine 186x186'lık lineer denklemler sistemi almak yakınsaklık açısından yeterlidir.



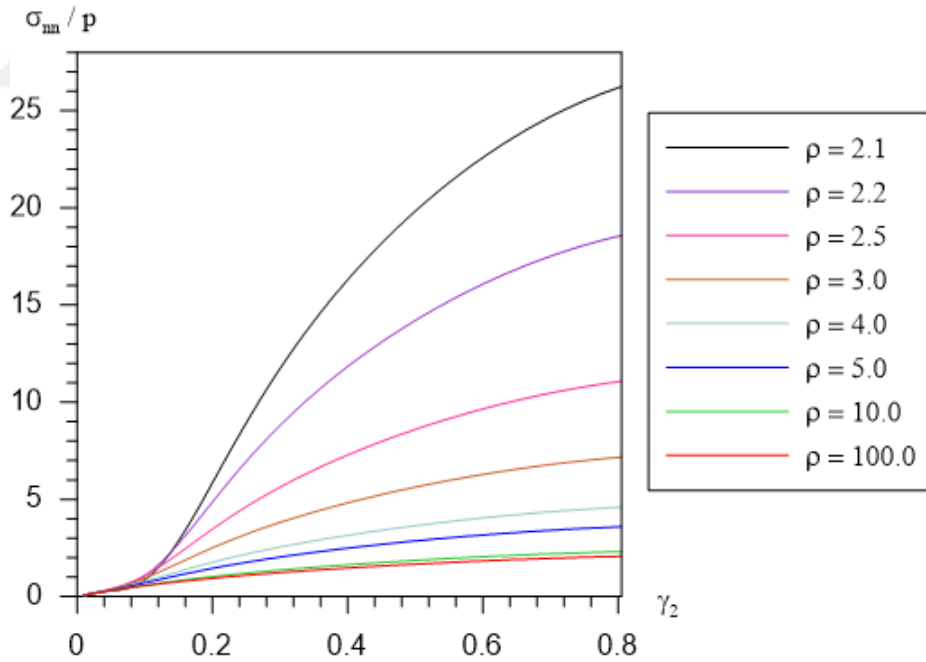
Şekil 3.12 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



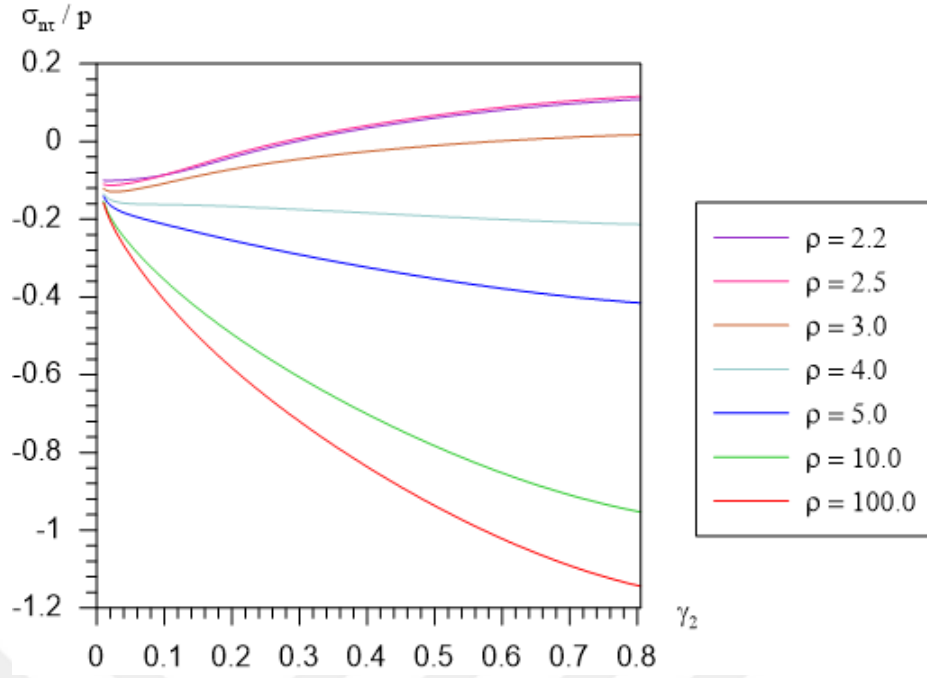
Şekil 3.13 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



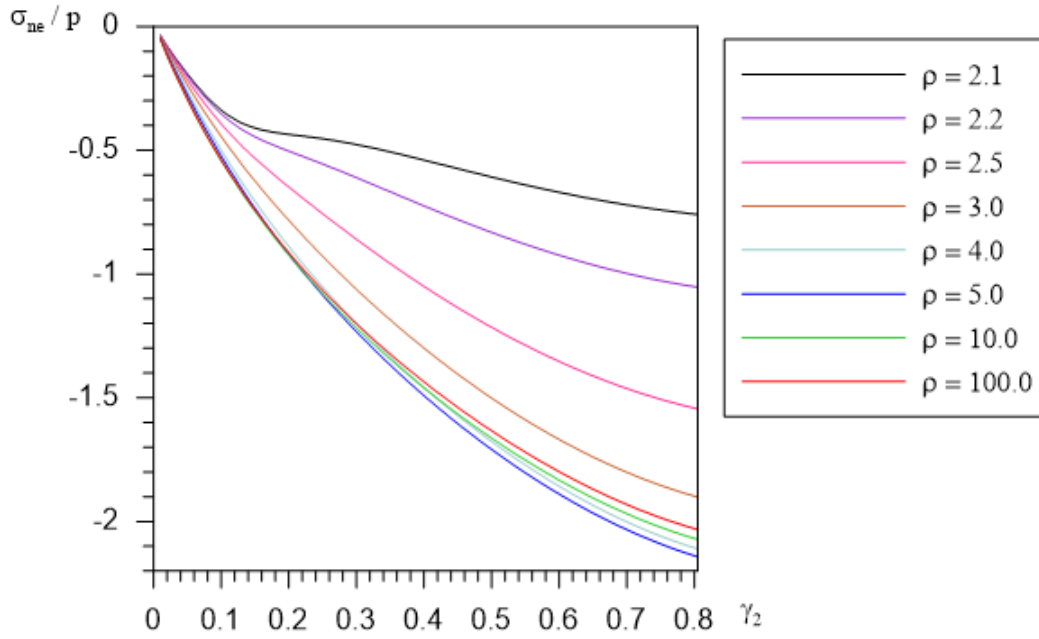
Şekil 3.14 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



Şekil 3.15 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.16 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\sigma_{n\tau}/p$ değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.17 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi

Tablo 3.4 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E, ρ ve ϵ değerlerinde σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri

E	ϵ	$\rho = 3$		
		σ_{nn}/p	$\sigma_{n\tau}/p$	σ_{ne}/p
300	0.0100	0.2982	-0.6881	-0.6082
	0.0150	0.4474	-1.0322	-0.9123
	0.0200	0.5965	-1.3763	-1.2164
400	0.0100	0.3458	-0.8012	-0.7303
	0.015	0.5187	-1.2019	-1.0955
	0.0200	0.6916	-1.6025	-1.4607
500	0.0100	0.3837	-0.8930	-0.8297
	0.0150	0.5756	-1.3396	-1.2445
	0.0200	0.7674	-1.7861	-1.6594
1000	0.0100	0.4980	-1.1763	-1.1370
	0.0150	0.7470	-1.7644	-1.7055
	0.0200	0.9960	-2.3526	-2.2741

Tablo 3.5 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \epsilon = 0.015, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri

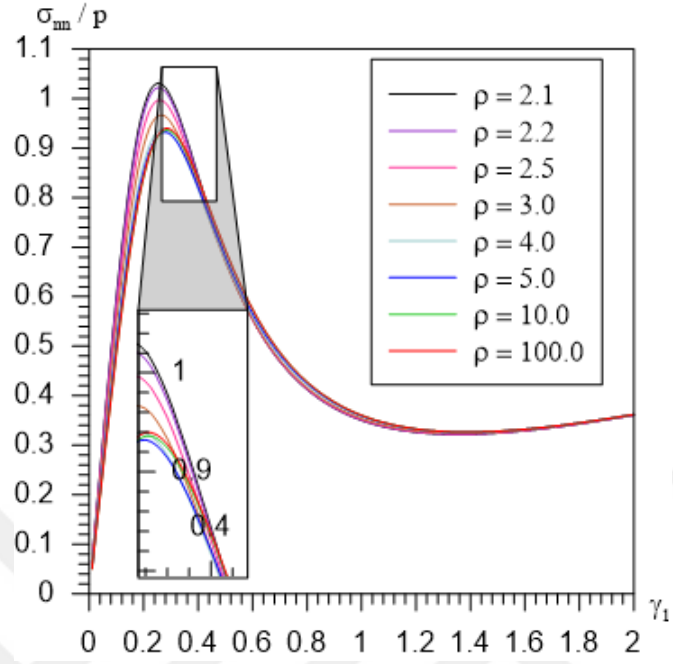
E		$\epsilon = P/E^{(1)}$									
		0.00005	0.0005	0.005	0.01	0.05	-0.0005	-0.0005	-0.005	-0.01	-0.05
300	σ_{nn}/p	2.5030	2.4970	2.442	2.3830	2.003	-2.504	-2.5090	-2.5680	-2.6360	-3.3550
	$\sigma_{n\tau}/p$	-0.0710	-0.0710	-0.073	-0.0750	-0.088	0.071	0.07100	0.0690	0.0670	0.0430
	σ_{ne}/p	-0.7830	-0.7810	-0.763	-0.7450	-0.625	0.783	0.78500	0.8030	0.8250	1.0540
400	σ_{nn}/p	3.2920	3.2830	3.192	3.0970	2.502	-3.294	-3.3040	-3.4020	-3.5180	-4.8480
	$\sigma_{n\tau}/p$	-0.0500	-0.0500	-0.053	-0.0560	-0.075	0.049	0.049	0.0460	0.0420	0.0000
	σ_{ne}/p	-0.9940	-0.9910	-0.963	-0.9340	-0.755	0.994	0.9970	1.0270	1.0620	1.4660
500	σ_{nn}/p	4.0210	4.0070	3.876	3.7400	2.922	-4.024	-4.0380	-4.1810	-4.3520	-6.4950
	$\sigma_{n\tau}/p$	-0.030	-0.0300	-0.034	-0.0390	-0.064	0.03	0.02900	0.0250	0.020	-0.0460
	σ_{ne}/p	-1.1850	-1.1810	-1.143	-1.1030	-0.863	1.186	1.19000	1.2320	1.2830	1.9150
1000	σ_{nn}/p	6.9080	6.8700	6.515	6.1610	4.295	-6.916	-6.9540	-7.3610	-7.8720	-17.772
	$\sigma_{n\tau}/p$	0.0460	0.04500	0.035	0.0250	-0.029	-0.047	-0.0480	-0.0590	-0.0740	-0.3620
	σ_{ne}/p	-1.930	-1.9200	-1.821	-1.7230	-1.207	1.933	1.9430	2.0560	2.1980	4.9420

Tablo 3.6 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1, \varepsilon = 0.015$ de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması

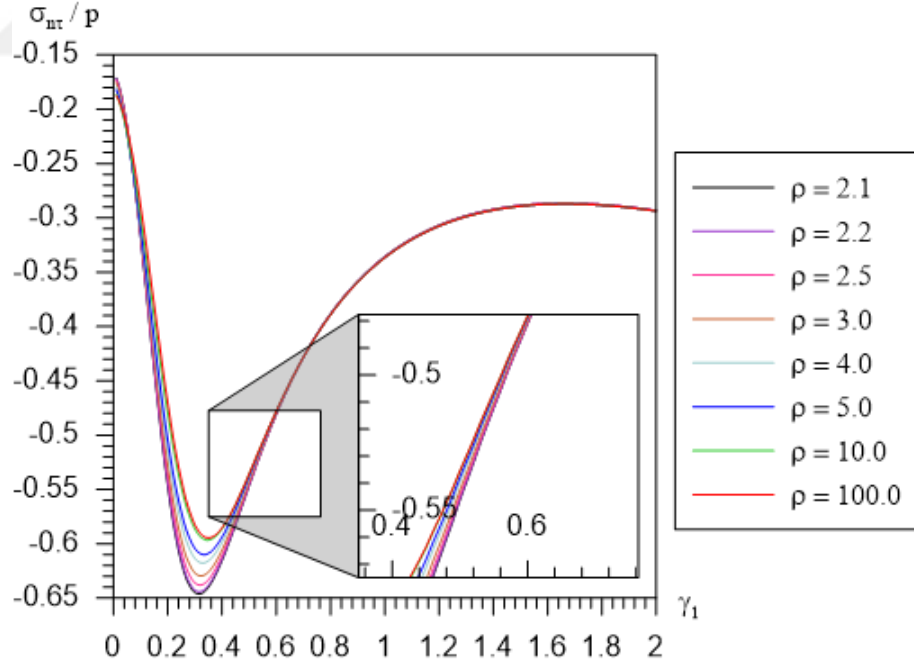
	Denklem Sayısı						
	132	141	150	159	168	177	186
σ_{nn}/p	5.8215	5.8304	5.8365	5.8409	5.8440	5.8462	5.8478
$\sigma_{n\tau}/p$	-0.0590	-0.0590	-0.0590	-0.0590	-0.0590	-0.0590	-0.0590
σ_{ne}/p	-0.4362	-0.4359	-0.4359	-0.4361	-0.4361	-0.4359	-0.4359

Orta çizgileri paralel düzlemlerde ve periyodik eğrilikleri aynı fazlı içi boş komşu iki lifin olduğu elastik cisim problemi için verilen Şekil 3.18-Şekil 3.20 ve Şekil 3.21 - Şekil 3.23 grafikleri için $E = 300, \varepsilon = 0.015$ değerleri kullanılmıştır. Anılan ilk üç grafikte çeşitli ρ değerlerinde sırasıyla σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p, \sigma_{ne}/p$ gerilme değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi gözlemlenirken ikinci üç grafiklik grupta aynı gerilme değerlerinin γ_2 parametresi ile değişimi verilmektedir. γ_1 parametresine göre değişimin yer aldığı grafiklerde $\gamma_2 = 0.2$ alınırken, γ_2 parametresine göre değişimin incelendiği grafiklerde $\gamma_1 = 0.3$ değeri kullanılmıştır. Bu grafiklerden, ele alınan tüm gerilmelerle γ_1 parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmadığı, buna karşılık bu gerilmelerin γ_2 parametresi ile monoton olarak değiştiği izlenmektedir. Ayrıca, içi boş lifler birbirlerine yaklaştıkça σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p$ gerilme değerleri artarken, σ_{ne}/p kayma gerilme değerleri azalmaktadır. Lifler birbirlerinden çok uzaklaştığında gerilme değerlerinin tek lif probleminde elde edilenlerle aynı olduğu da görülebilmektedir. Bu yerleşim durumunda, σ_{ne}/p l gerilmelerin diğer gerilmelerle karşılaştırıldığında daha fazla büyüdüğü görülebilmektedir. Tablo 3.7 $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 3$ ve çeşitli E ve ε değerlerinde, geometrik linner durumunda ($\varepsilon = 10^{-5}$) $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri verilmiştir. Bu tabloda gerilme değerlerinin, hem ε ve hem de E parametrelerinin artması ile arttıkları gözlenmektedir. Tablo 3.8'de $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ε için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri verilmiştir. Bu tablo ile geometrik nonlinearitenin gerilme değerlerine etkisi gözlemlenebilmektedir. Buna göre, gerilme değerleri çekme durumunda yük değerlerinin artması ile azalırken, basınç durumunda ise yük değerlerinin mutlak değerce artması gerilme değerlerinin de artmasına sebep olmaktadır. Aynı tabloda gerilme değerlerinin E parametresinin artması ile de arttığı gözlemlenmektedir. Tablo 3.9 $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.1$ parametre değerlerinde gerilme değerlerinin denklem sayısını yakınsamasını vermektedir. Buna

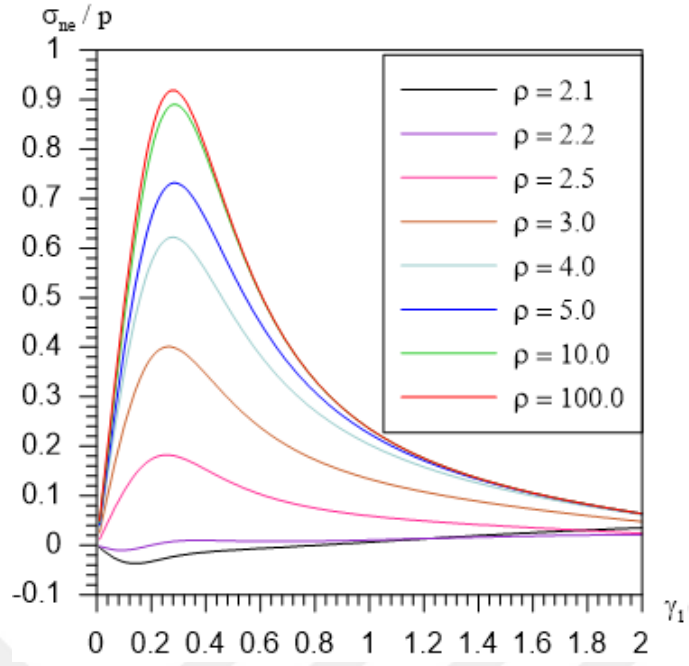
göre, sonsuz boyutlu lineer denklemler sistemi yerine 183x183'lük lineer denklemler sistemi almak yakınsaklık açısından yeterlidir.



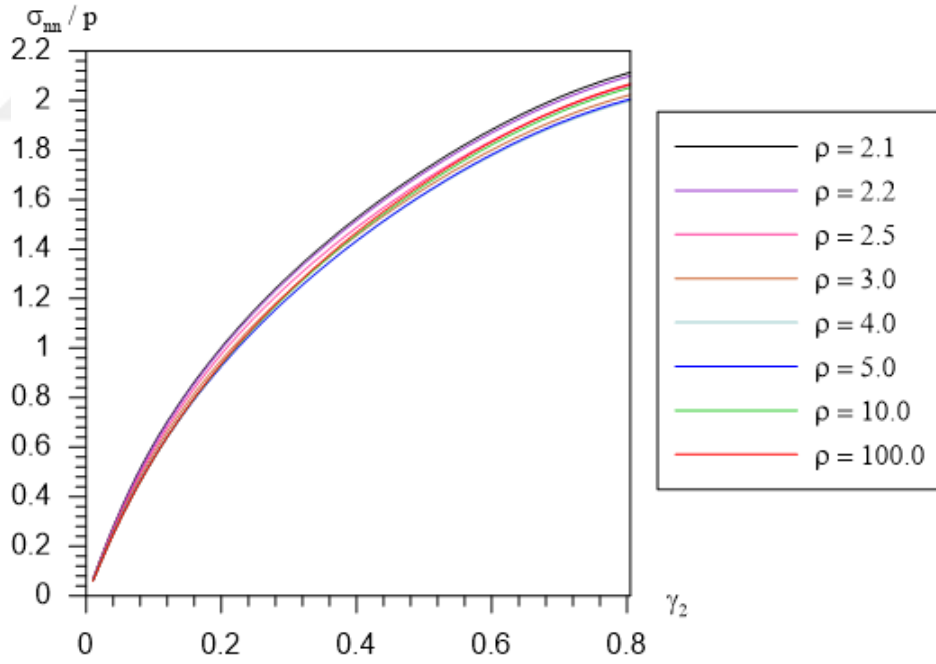
Şekil 3.18 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{mn}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



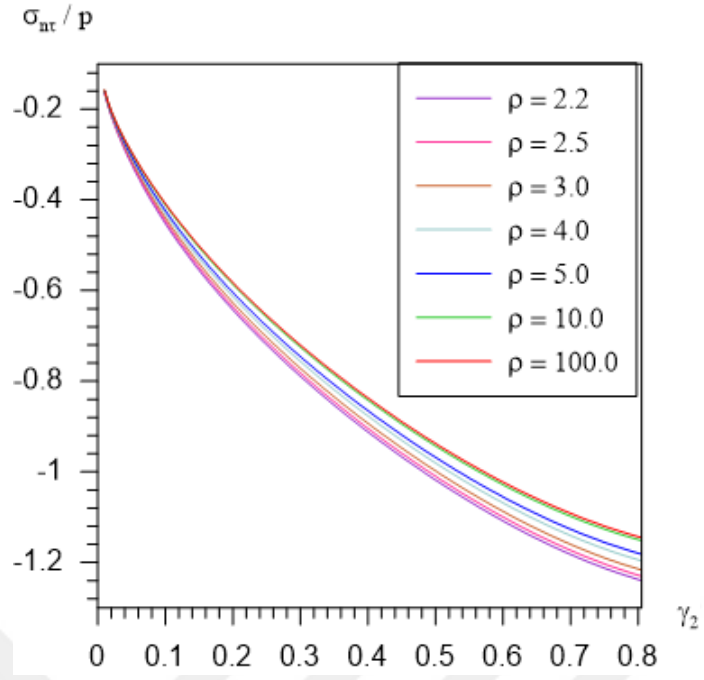
Şekil 3.19 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



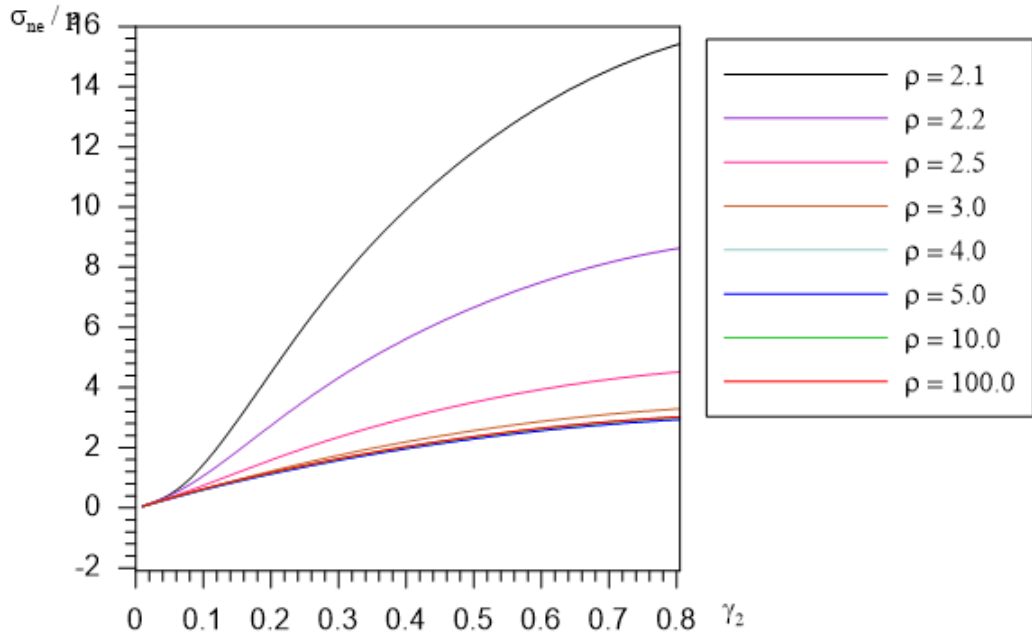
Şekil 3.20 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



Şekil 3.21 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nm}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.22 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nt}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.23. Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi

Tablo 3.7. Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli E ve ε değerlerinde $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri

E	ε	$\rho = 3$		
		σ_{nn}/p	$\sigma_{n\tau}/p$	σ_{ne}/p
300	0.010	0.6345	-0.4179	0.2635
	0.015	0.9518	-0.6268	0.3953
	0.020	1.2691	-0.8358	0.5270
400	0.010	0.7607	-0.4780	0.3138
	0.015	1.1410	-0.7171	0.4707
	0.020	1.5214	-0.9561	0.6276
500	0.010	0.8631	-0.5268	0.3541
	0.015	1.2946	-0.7902	0.5312
	0.020	1.7262	-1.0536	0.7083
1000	0.010	1.1784	-0.6765	0.4767
	0.015	1.7676	-1.0148	0.7150
	0.020	2.3568	-1.3531	0.9534

Tablo 3.8 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ε için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri

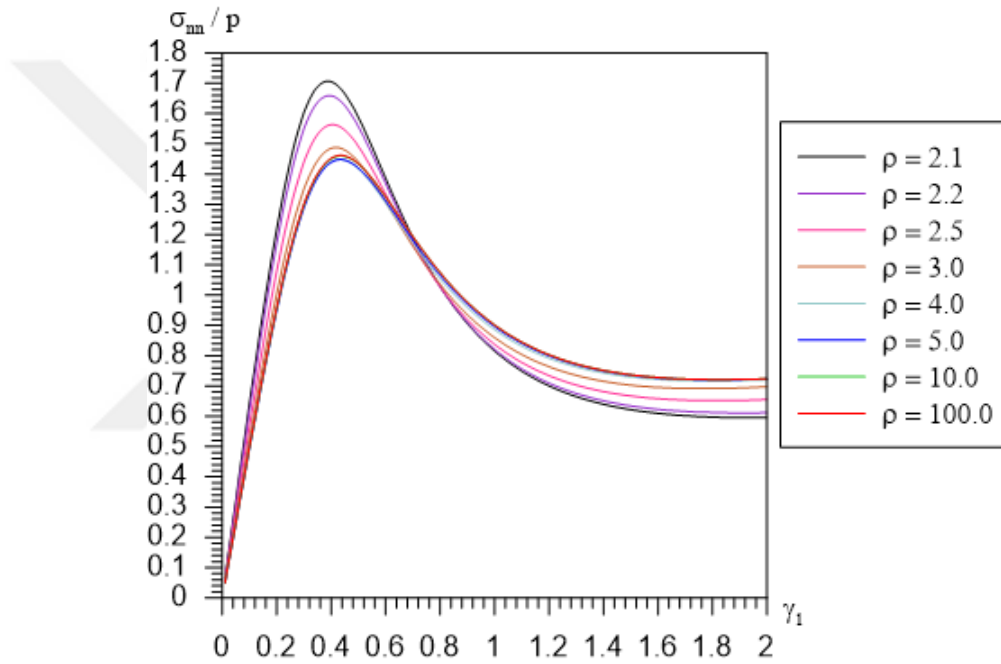
E		ε									
		0.00005	0.0005	0.005	0.01	0.05	-0.0005	-0.0005	-0.005	-0.05	-0.01
300	σ_{nn}/p	0.9510	0.9460	0.9020	0.8580	0.6230	-0.9520	-0.9570	-1.0070	-1.0710	-2.2550
	$\sigma_{n\tau}/p$	-0.6260	-0.6240	-0.6010	-0.5780	-0.4580	0.6270	0.6270	0.6550	0.6880	1.2990
	σ_{ne}/p	0.3950	0.3930	0.3750	0.3570	0.2600	-0.3950	-0.3970	-0.4180	-0.4440	-0.9290
400	σ_{nn}/p	1.1400	1.13300	1.0710	1.0090	0.7000	-1.1410	-1.1480	-1.2210	-1.3150	-3.6820
	$\sigma_{n\tau}/p$	0.6880	-0.7130	-0.6810	-0.6500	-0.4940	0.7170	0.7210	0.7580	0.8050	2.0110
	σ_{ne}/p	0.4700	0.4670	0.4420	0.4170	0.2910	-0.4710	-0.4730	-0.5030	-0.5410	-1.5050
500	σ_{nn}/p	1.2930	1.2850	1.2050	1.1280	0.7550	-1.2950	-1.3040	-1.3990	-1.5230	-5.9110
	$\sigma_{n\tau}/p$	-0.7890	-0.7890	-0.7450	-0.7060	-0.5200	0.7900	0.7950	0.8420	0.9050	3.1230
	σ_{ne}/p	0.5300	0.5270	0.4950	0.4630	0.3130	-0.5310	-0.5350	-0.5730	-0.6240	-2.4020
1000	σ_{nn}/p	1.7660	1.7500	1.6060	1.4720	0.8980	-1.7690	-1.7860	-1.9670	2.2210	29.0170
	$\sigma_{n\tau}/p$	-1.0140	-1.0060	-0.9340	-0.8680	-0.5850	1.0150	1.0230	1.1140	1.2390	14.2850
	σ_{ne}/p	0.7140	0.7060	0.6500	0.5970	0.3670	-0.7150	-0.7220	-0.7950	-0.8960	-11.6020

Tablo 3.9 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimleri de $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.2$, $\varepsilon = 0.015$ 'de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması.

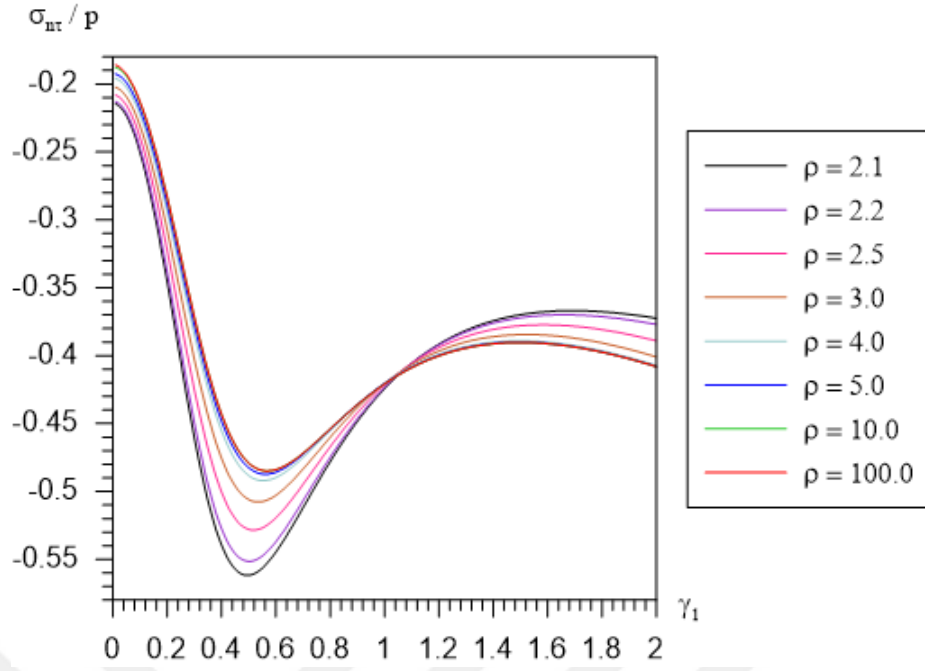
	Denklem Sayısı						
	66	75	84	93	102	111	120
σ_{nn}/p	0.6668	0.6671	0.6631	0.6630	0.6644	0.6644	0.6640
$\sigma_{n\tau}/p$	-0.4282	-0.4282	-0.4286	-0.4286	-0.4283	-0.4283	-0.4284
σ_{ne}/p	0.0124	0.0090	0.0072	0.0063	0.0059	0.0057	0.0056
	Denklem Sayısı						
	129	138	147	156	165	174	183
σ_{nn}/p	0.6640	0.6641	0.6641	0.6641	0.6641	0.6641	0.6641
$\sigma_{n\tau}/p$	-0.4284	-0.4284	-0.4284	-0.4284	-0.4284	-0.4284	-0.4284
σ_{ne}/p	0.0056	0.0057	0.0057	0.0057	0.0057	0.0057	0.0057

Orta çizgileri paralel düzlemlerde ve periyodik eğrilikleri zıt fazlı içi boş komşu iki lifin olduğu elastik cisim problemi için verilen Şekil 3.24-Şekil 3.26 ve Şekil 3.27 - Şekil 3.29 grafikleri için $E = 300$, $\varepsilon = 0.015$ değerleri kullanılmıştır. Anılan ilk üç grafikte çeşitli ρ değerlerinde sırasıyla σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p$, σ_{ne}/p gerilme değerlerinin γ_1 parametresi ile değişimi gözlemlenirken ikinci üç grafiklik grupta aynı gerilme değerlerinin γ_2 parametresi ile değişimi verilmektedir. γ_1 parametresine göre değişimin yer aldığı grafiklerde $\gamma_2 = 0.2$ alınırken, γ_2 parametresine göre değişimin incelendiği grafiklerde $\gamma_1 = 0.3$ değeri kullanılmıştır. Bu grafiklerden, ele alınan tüm gerilmelerle γ_1 parametresi arasındaki ilişkinin monoton olmadığı, buna karşılık bu gerilmelerin γ_2 parametresi ile monoton olarak değiştiği izlenmektedir. Ayrıca, içi boş lifler birbirlerine yaklaştıkça σ_{nn}/p ve $\sigma_{n\tau}/p$ gerilme değerleri, γ_2 ile değişimlerini veren grafiklere göre artarken, γ_1 ile değişimini veren grafiklere göre bu parametrenin belli bir değerine kadar mutlak değerce artarken parametrenin bu değerinden sonra yine mutlak değerce azalmaktadır. σ_{ne}/p kayma gerilme değerleri ise lifler birbirine yaklaştıkça azalmaktadır. Lifler birbirlerinden çok uzaklaştığında gerilme değerlerinin tek lif probleminde elde edilenlerle aynı olduğu da görülebilmektedir. Bu yerleşim durumunda, σ_{nn}/p gerilmelerin diğer gerilmelerle karşılaştırıldığında daha fazla büyüdüğü görülebilmektedir. Tablo 3.10 $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 3$ ve çeşitli E ve ε değerlerinde, geometrik linner durumunda ($\varepsilon = 10^{-5}$) σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilme değerleri verilmiştir. Bu tablodan gerilme değerlerinin, hem ε ve hem de E parametrelerinin artması ile arttıkları gözlenmektedir. Tablo 3.11'de $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho=2.1$ ve çeşitli E , ε için elde edilen σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p gerilmeleri verilmiştir. Bu tablo ile geometrik nonlineeritenin

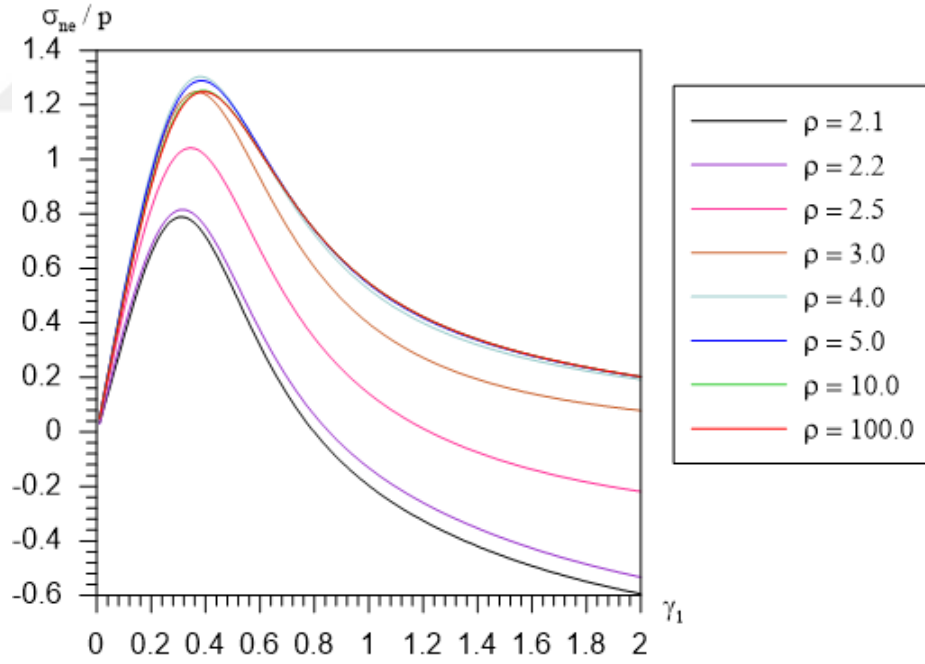
gerilme değerlerine etkisi gözlemlenebilmektedir. Buna göre, gerilme değerleri çekme durumunda yük değerlerinin artması ile azalırken, basınç durumunda ise yük değerlerinin mutlak değerce artması gerilme değerlerinin de artmasına sebep olmaktadır. Aynı tablodan gerilme değerlerinin E parametresinin artması ile de arttığı gözlemlenmektedir. Tablo 3.12 $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ parametre değerlerinde gerilme değerlerinin denklem sayısı yakınsamasını vermektedir. Buna göre, sonsuz boyutle lineer denklemler sistemi yerine 183x183'lık lineer denklemler sistemi almak yakınsaklık açısından yeterlidir.



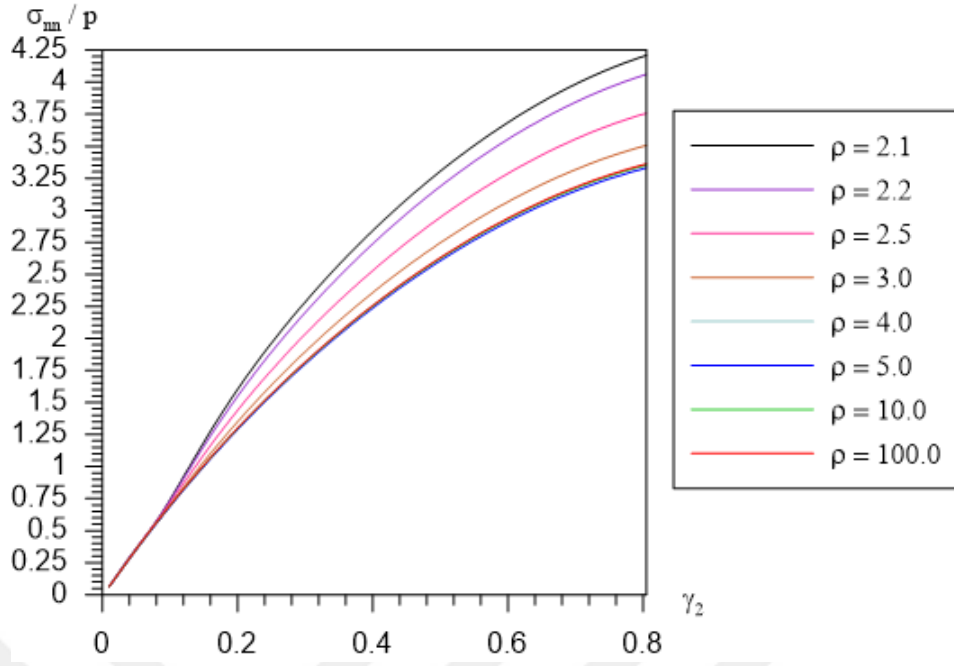
Şekil 3.24 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/P değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



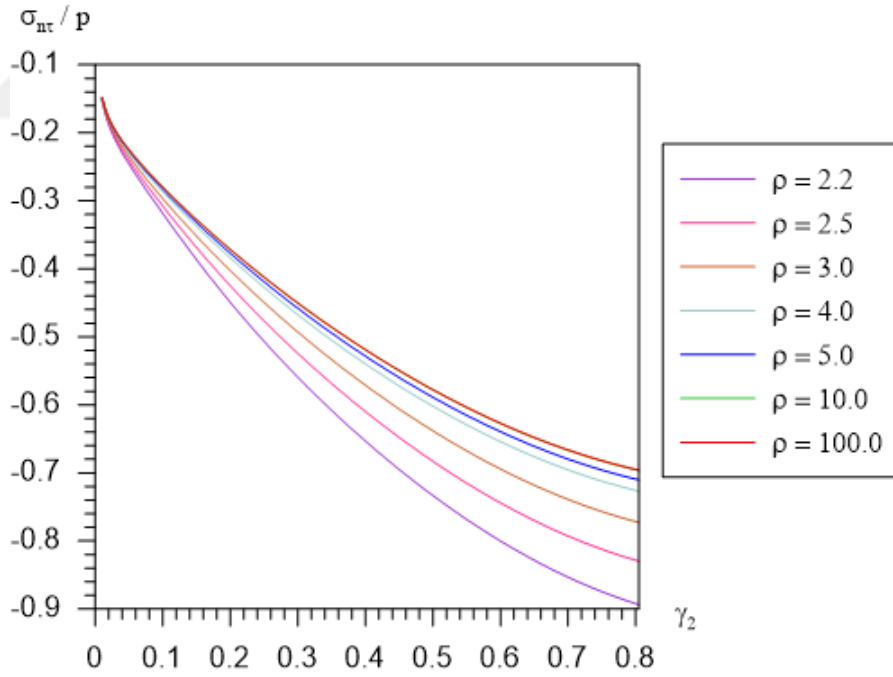
Şekil 3.25 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nr}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



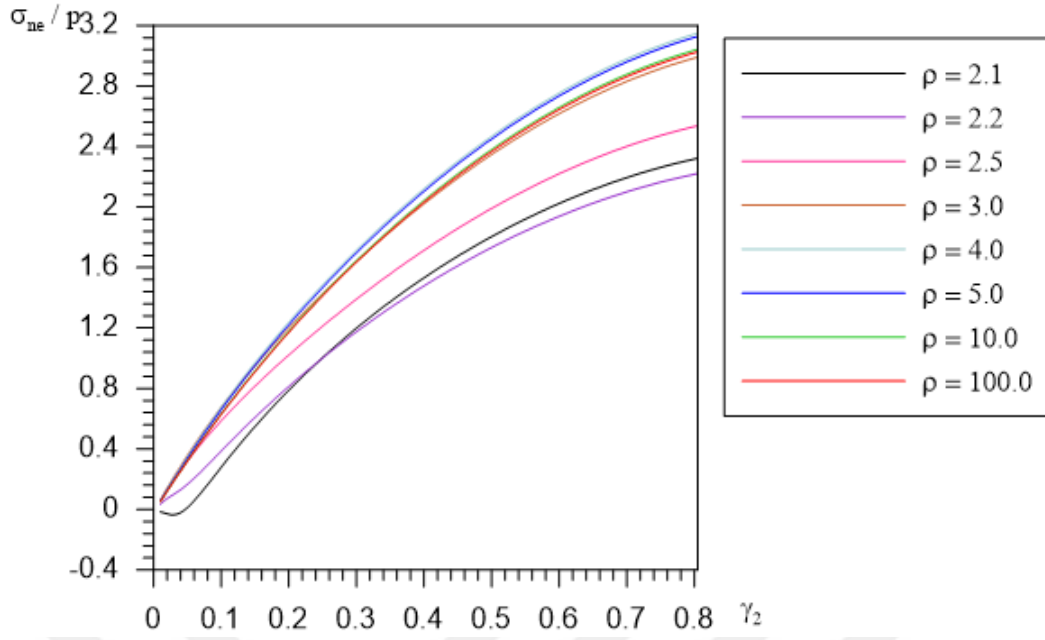
Şekil 3.26 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_2 = 0.2, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_1 parametresi ile değişimi



Şekil 3.27 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nn}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.28 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{nr}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi



Şekil 3.29 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli ρ değerlerinde σ_{ne}/p değerinin γ_2 parametresi ile değişimi

Tablo 3.10 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2$, $\gamma_1 = 0.3$, $\varepsilon = 0.015$ ve çeşitli E , ε için elde edilen σ_{nn}/p , $\sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri

E	ε	$\rho = 3$		
		σ_{nn}/p	$\sigma_{n\tau}/p$	σ_{ne}/p
300	0.01	0.8999	-0.2684	0.7997
	0.015	1.3499	-0.4026	1.1996
	0.02	1.7999	-0.5368	1.5995
400	0.01	1.7589	-0.3108	1.0317
	0.015	2.3453	-0.4663	1.5476
	0.02	1.4293	-0.6217	2.0635
500	0.01	1.4293	-0.3506	1.2492
	0.015	2.1440	-0.5259	1.8739
	0.02	2.8587	-0.7013	2.4985
1000	0.01	2.5150	-0.5180	2.1643
	0.015	3.7725	-0.7770	3.2465
	0.02	5.0300	-1.0360	4.3286

Tablo 3.11 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $\gamma_2 = 0.2, \gamma_1 = 0.3, \varepsilon = 0.015, \rho = 2.1$ ve çeşitli E, ϵ için elde edilen $\sigma_{nn}/p, \sigma_{n\tau}/p$ ve σ_{ne}/p değerleri

E		ϵ									
		0.00005	0.0005	0.005	0.01	0.05	-0.0005	-0.0005	-0.005	-0.05	-0.01
300	$\frac{\sigma_{nn}}{p}$	0.9510	0.9460	0.9020	0.858	0.6230	-0.9520	-0.9570	-1.0070	-1.0710	-2.2550
	$\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$	-0.6260	-0.6240	-0.6010	-0.578	-0.4580	0.6270	0.6270	0.6550	0.6880	1.2990
	$\frac{\sigma_{ne}}{p}$	0.3950	0.3930	0.3750	0.3570	0.2600	-0.3950	-0.3970	-0.4180	-0.4440	-0.929
400	$\frac{\sigma_{nn}}{p}$	1.1400	1.1330	1.0710	1.0090	0.7000	-1.1410	-1.1480	-1.2210	-1.3150	-3.6820
	$\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$	0.6880	-0.7130	-0.6810	-0.650	-0.4940	0.7170	0.7210	0.7580	0.8050	2.0110
	$\frac{\sigma_{ne}}{p}$	0.4700	0.4670	0.4420	0.4170	0.2910	-0.4710	-0.4730	-0.5030	-0.5410	-1.5050
500	$\frac{\sigma_{nn}}{p}$	1.2930	1.2850	1.2050	1.1280	0.7550	-1.2950	-1.3040	-1.3990	-1.5230	-5.9110
	$\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$	-0.7890	-0.7890	-0.7450	-0.706	-0.5200	0.7900	0.7950	0.8420	0.9050	3.1230
	$\frac{\sigma_{ne}}{p}$	0.5300	0.5270	0.4950	0.4630	0.3130	-0.5310	-0.5350	-0.5730	-0.6240	-2.4020
1000	$\frac{\sigma_{nn}}{p}$	1.7660	1.7500	1.6060	1.4720	0.8980	-1.7690	-1.7860	-1.9670	2.2210	29.017
	$\frac{\sigma_{n\tau}}{p}$	-1.0140	-1.0060	-0.9340	-0.868	-0.5850	1.0150	1.0230	1.1140	1.2390	14.285
	$\frac{\sigma_{ne}}{p}$	0.7140	0.7060	0.6500	0.5970	0.3670	-0.7150	-0.7220	-0.7950	-0.8960	-11.602

Tablo 3.12 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimleri için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \rho = 2.2, \varepsilon = 0.015$ 'de gerilme değerlerinin denklem sayısına göre yakınsaması

	Denklem Sayısı						
	66	75	84	93	102	111	120
σ_{nn}/p	1.0263	1.0313	1.0289	1.0334	1.0319	1.0305	1.0329
$\sigma_{n\tau}/p$	-0.2943	-0.2952	-0.3001	-0.3006	-0.2989	-0.2989	-0.2997
σ_{ne}/p	0.3316	0.3604	0.3960	0.4315	0.4626	0.4875	0.5061
	Denklem Sayısı						
	129	138	147	156	165	174	183
σ_{nn}/p	1.0338	1.0325	1.0321	1.0326	1.0328	1.0326	1.0325
$\sigma_{n\tau}/p$	-0.2997	-0.2994	-0.2994	-0.2996	-0.2996	-0.2995	-0.2995
σ_{ne}/p	0.5193	0.5283	0.5341	0.5378	0.5401	0.5415	0.5423

3.5 İçi Boş Liflerin Stabilite Kaybında, Liflerin Karşılıklı Etkisinin Kritik Zaman Değerlerine Ait Sayısal Sonuçlar

Bu kısımda ele alınan malzeme, önceki bölümde de belirtildiği gibi Robotnov operatörü ile ifade edilen viskoelastik özellikler gösterir. İçi boş iki lif aynı reolojik parametrelere sahip elastik malzemedir. Bu bölümde de daha önce kullanılan semboller, işaretler ve kabuller aynı şekilde yer alacaktır. Dolayısıyla sayısal sonuçlar yorumlanırken $t' = \omega_0^{1/(1+\alpha')} t$, $\omega = \omega_\infty/\omega_0$, $\epsilon_{cr.0} = p_{cr.0}/E_0^{(1)}$, $\epsilon_{cr.\infty} = p_{cr.\infty}/E_0^{(1)}$, $E' = E^{(2)}/E_0^{(1)}$, $\epsilon = p/E^{(1)}$, $\gamma_1 = \alpha(R + H)$, $\gamma_2 = H/(R + H)$, $E = E^{(2)}/E^{(1)}$ parametreleri kullanılacaktır. İkinci bölümde verilen stabilite kaybı kriteri çerçevesinde kritik zaman değerleri, bu kısımda ele alınan problem yani, viskoelastik matris içinde yakın konumda yerleşmiş periyodik eğrilikli içi boş komşu iki lif için belirlenecektir. Şunu da belirtelim ki; daha önce elastic malzemeye gömülü iki komşu paralel lifin stabilite kaybı problemleri Akbarov ve Guz [21] makalelerinde araştırılmıştır

Ele alınan aynı düzlem aynı faz (Şekil 3.1), paralel düzlem aynı faz (Şekil 3.3) formlarındaki iç stabilite kaybı problemlerinde belirlenen $\epsilon_{cr.}$ değeri, daha önce Babich ve Guz [51] çalışmasında verilen $\epsilon_{cr.}$ değerlerinden daha küçük kaldığı görülmüştür. Aynı düzlemde zıt fazlı (Şekil 3.2), paralel düzlemlerde zıt fazlı (Şekil 3.4) formunda oluşan stabilite kaybında bulunan $\epsilon_{cr.}$ değerleri, tek lif için elde edilen $\epsilon_{cr.}$ değerlerinden daha büyük kalmaktadır. Lifler birbirine yaklaştığında, aynı düzlem aynı faz (Şekil 3.1) ve paralel düzlem aynı faz formlardaki stabilite kaybı durumunda bulunan $\epsilon_{cr.}$ değerleri küçülmektedir. Fakat, liflerin birbirine yaklaştığı aynı düzlem zıt faz (Şekil 3.2)'de farklı düzlem zıt fazlı (Şekil 3.4) formlarda bulunan $\epsilon_{cr.}$ değerleri büyümektedir.

Yukarıda ifade edilenler göz önüne alınarak viskoelastik matris içinde bulunan liflerin stabilite kaybı problemleri aynı düzlem aynı faz (Şekil 3.1) ve paralel düzlem aynı fazdaki (Şekil 3.3) formlarda incelenecektir. Aynı zamanda hatırdta tutalım ki, viskoelastik malzemelerin ve ortamların stabilite kaybı problemi incelenirken $p_{cr.\infty} < p < p_{cr.0}$ eşitliği mutlaka gerçekleşmek zorundadır. Tezimizde geliştirilen yöntemlerle $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri elde edilirken bu durum gözönünde bulundurulmuştur. $\epsilon_{cr.0} = p_{cr.0}/E_0^{(1)}$ değerleri Tablo 3.13, Tablo 3.14, Tablo 3.15,

Tablo 3.17, Tablo 3.18, Tablo 3.19, Tablo 3.21, Tablo 3.22, Tablo 3.23, Tablo 3.25, Tablo 3.26, Tablo 3.27 tablolarında verilmiştir. Bu tablolarda verilen ve diğer tüm sayısal sonuçlar sıfırcı ve birinci yaklaşım çerçevesinde ele alınmıştır. [62]'den de görüleceği gibi ikinci ve daha sonraki yaklaşımın kritik yük ve kritik zaman değerlerine bir etkisi yoktur. Dolayısıyla, birinci yaklaşıma kadar elde edilen sonuçlar yeterlidir. Yine, tezde geliştirilmiş yöntemle dayanarak elde edilen $\epsilon_{cr.0}$ değerleri, uygun parameter (liflin içini dolu yapacak parameter değerlerinde) değerleri seçildiğinde [62]'de elde edilenlerle çakışmaktadır. Kolaylık olması açısından bazı kavramları kısaltmamız faydalı olacaktır. Şekil 3.1'deki aynı düzlem aynı faz ve Şekil 3.3'deki paralel düzlem aynı fazdaki formlara karşılık gelen stabilite kaybı "aynı fazlı stabilite" şeklinde, Şekil 3.2'deki aynı düzlem zıt faz ve Şekil 3.4'deki paralel düzlem zıt fazdaki formlara karşılık gelen stabilite kaybı "zıt fazlı stabilite" şeklinde adlandırılacaktır.

Şimdi, aynı fazlı stabilite problemini ele alalım. İçi boş liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde olması durumuyla ilgili sayısal sonuçlar Tablo 3.13-Tablo 3.16 tablolarıyla, içi boş liflerin orta çizgilerinin paralel düzlemlerde olması durumuyla ilgili sayısal sonuçlar Tablo 3.21-Tablo 3.24 tablolarıyla verilmiştir. Tablo 3.13 ve Tablo 3.21 tablolarında, $E = 300, \rho = 2.1, \gamma_2 = 0.2$ parameter değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin γ_1 ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, her iki durum için γ_1 ile kritik yük değerleri arasındaki ilişkiyi monoton olmadığı, ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin, ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. Orta çizgilerin aynı düzlemde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin $\gamma_1 = 0.3$ 'de elde edilen minimumu, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin yine $\gamma_1 = 0.3$ 'de elde edilen minimumundan büyüktür. Tablo 3.14 ve Tablo 3.22 tablolarında, $E = 300, \rho = 2.1, \gamma_1 = 0.3$ parameter değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin γ_2 ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, her iki durum için γ_2 ile kritik yük değerleri arasındaki ilişkinin monoton olduğu, γ_2 değerleri artarken kritik yük değerlerinin azaldığı ve ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin, ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. Yine bu tablolarda, γ_2 'ye bağlı olarak liflerin aynı düzlem ve paralel düzlemlerde yerleşimindeki $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin artma veya azalma konusunda değişiklik gösterdiği sonucu çıkarılabilmektedir. Tablo 3.15 ve Tablo 3.23 tablolarında, $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ parameter değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve

$\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin ρ ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, her iki durum için ρ ile kritik yük değerleri arasındaki ilişkinin liflerin aynı düzlemde olması durumunda monoton iken, liflerin paralel düzlemlerde olması durumunda ise monoton olmadığı ve ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin, ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. Orta çizgilerin aynı düzlemde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerin minimumu, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin minimumundan büyüktür. Tablo 3.16 ve Tablo 3.24 tablolarında, $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ parametre değerlerinde t_{cr} değerlerinin ρ , α' ve çeşitli ϵ parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, yük değerlerinin $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerine yaklaştığında kritik zaman değerlerinin sonsuza gittiği, yük değerlerinin $\epsilon_{cr.0}$ değerlerine yaklaştığında ise kritik zaman değerlerinin de sıfıra gittiği görülmektedir. Liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde olduğu duruma ait kritik zaman değerleri, ele alınan yük değerleri için, $|\alpha'|$ değerlerinin artması ile azalırken, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu duruma ait kritik zaman değerleri $|\alpha'|$ 'nin artması ile lifler birbirine yaklaşırken azalmakta, lifler birbirinden uzaklaşınca ise artmaktadır. Her iki durumda, liflerin aralarındaki uzaklığın etkileşimlerinin yok olacağı uzaklıklara ulaşması halinde kritik yük değerleri ile kritik zaman değerleri tek lif probleminde elde edilenlerle çakışmaktadırlar.

Şimdi, zıt fazlı stabilite problemini ele alalım. İçi boş liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde olması durumuyla ilgili sayısal sonuçlar Tablo 3.17-Tablo 3.20 tablolarıyla, içi boş liflerin orta çizgilerini paralel düzlemlerde olması durumuyla ilgili sayısal sonuçlar ise Tablo 3.25-Tablo 3.28 tablolarıyla verilmiştir. Tablo 3.17 ve Tablo 3.25 tablolarında, $E = 300$, $\rho = 2.1$, $\gamma_2 = 0.2$ parametre değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin γ_1 ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, γ_1 ile kritik yük değerleri arasındaki ilişkinin aynı düzlem durumunda monoton iken paralel düzlem durumunda ise monoton olmadığı, ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. Orta çizgilerin aynı düzlemde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin minimumu, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin minimumundan küçüktür. Tablo 3.18 ve Tablo 3.26 tablolarında, $E = 300$, $\rho = 2.1$, $\gamma_1 = 0.3$ parametre değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin γ_2 ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, γ_2 ile kritik yük değerleri

arasındaki ilişkinin aynı düzlem durumunda monoton olmadığı, paralel düzlem durumunda ise monoton olduğu ve ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin, ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. $\epsilon_{cr.0}$ değerlerinin minimumu karşılaştırıldığında aynı düzlem durumunda elde edilen paralel düzlem durumunda elde edilenden küçük kaldığı, $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin minimumu karşılaştırıldığında ise $\omega = 0.5$ iken aynı düzlem durumunda elde edilen paralel düzlem durumun elde edilenden küçük kaldığı, $\omega \geq 1.0$ olduğunda ise bu durumun tersinin gerçekleştiği sonucu çıkarılabilmektedir. Tablo 3.19 ve Tablo 3.27 tablolarında, $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ parametre değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin ρ ve ω parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, her iki durum için ρ ile kritik yük değerleri arasındaki ilişkinin monoton olduğu, liflerin aynı düzlemde olması durumunda kritik yük değerleri lifler birbirine yaklaştıkça artarken, liflerin paralel düzlemlerde olması durumunda ise liflerin birbirine yaklaşması kritik yük değerlerini azaltmaktadır ve ayrıca $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerinin, ω değerlerinin artması ile arttığı izlenebilmektedir. Orta çizgilerin aynı düzlemde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerin minimumu, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu durum için hesaplanan kritik yük değerlerinin minimumundan küçüktür. Tablo 3.20 ve Tablo 3.28 tablolarında, $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \omega = 0.5$ parametre değerlerinde t_{cr} değerlerinin ρ, α' ve çeşitli ϵ parametreleri ile değişimi görülmektedir. Bu tablolardan, yük değerlerinin $\epsilon_{cr.\infty}$ değerlerine yaklaştığında kritik zaman değerlerinin sonsuza gittiği, yük değerlerinin $\epsilon_{cr.0}$ değerlerine yaklaştığında ise kritik zaman değerlerinin de sifıra gittiği görülmektedir. Liflerin orta çizgilerinin aynı düzlemde olduğu duruma ait kritik zaman değerleri, ele alınan yük değerleri için, $|\alpha'|$ değerlerinin artması lifler birbirine yaklaştıkça artarken liflerin uzaklaşması bu değerleri düşürmekte, orta çizgilerin paralel düzlemlerde olduğu duruma ait ise kritik zaman değerleri ile $|\alpha'|$ 'nin değişimi monoton olmayan karaktere sahiptir. Her iki durumda, liflerin aralarındaki uzaklığın etkileşimlerinin yok olacağı uzaklıklara ulaşması halinde kritik yük değerleri ile kritik zaman değerleri tek lif probleminde elde edilenlerle çakışmaktadırlar.

Tablo 3.13 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_2 = 0,2$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_1	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1.0$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.1	-0.2098	-0.0805	-0.1148	-0.1476	-0.1635
0.2	-0.1018	-0.0450	-0.0593	-0.0735	-0.0805
0.3	-0.0851	-0.0489	-0.0579	-0.0669	-0.0714
0.4	-0.0878	-0.0614	-0.0678	-0.0744	-0.0777
0.5	-0.0967	-0.0762	-0.0812	-0.0862	-0.0888
0.6	-0.1073	-0.0910	-0.0949	-0.0989	-0.1010
0.7	-0.1179	-0.1046	-0.1078	-0.1111	-0.1127
0.8	-0.1176	-0.1028	-0.1065	-0.1101	-0.1120
0.9	-0.1060	-0.0936	-0.0966	-0.0997	-0.1013
1.0	-0.0989	-0.0882	-0.0908	-0.1476	-0.0948

Tablo 3.14 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0,3$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_2	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.010	-0.3801	-0.2359	-0.2954	-0.3362	-0.3509
0.015	-0.3514	-0.1857	-0.2400	-0.2849	-0.3043
0.020	-0.3140	-0.1556	-0.2028	-0.2444	-0.2634
0.025	-0.2810	-0.1358	-0.1771	-0.2146	-0.2322
0.030	-0.2542	-0.1218	-0.1585	-0.1924	-0.2085
0.035	-0.2326	-0.1113	-0.1443	-0.1752	-0.1900
0.040	-0.2149	-0.1032	-0.1333	-0.1616	-0.1753
0.045	-0.2003	-0.0968	-0.1244	-0.1505	-0.1633
0.050	-0.1880	-0.0915	-0.1170	-0.1414	-0.1533
0.055	-0.1776	-0.0871	-0.1109	-0.1337	-0.1448
0.060	-0.1686	-0.0834	-0.1057	-0.1271	-0.1376
0.065	-0.1608	-0.0802	-0.1012	-0.1214	-0.1314
0.070	-0.1539	-0.0774	-0.0972	-0.1165	-0.1259
0.075	-0.1479	-0.0749	-0.0938	-0.1121	-0.1211
0.080	-0.1424	-0.0727	-0.0907	-0.1082	-0.1168

Tablo 3.15 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

ρ	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
2.1	-0.0851	-0.0489	-0.0579	-0.0669	-0.0714
2.2	-0.0829	-0.0479	-0.0565	-0.0651	-0.0695
2.5	-0.0815	-0.0473	-0.0557	-0.0641	-0.0684
3.0	-0.0821	-0.0475	-0.0559	-0.0645	-0.0688
4.0	-0.0848	-0.0484	-0.0572	-0.0662	-0.0708
5.0	-0.0874	-0.0493	-0.0586	-0.0680	-0.0728
6.0	-0.0897	-0.0501	-0.0598	-0.0696	-0.0745
7.0	-0.0917	-0.0508	-0.0608	-0.0709	-0.0760
9.0	-0.0947	-0.0519	-0.0624	-0.0730	-0.0783
10.0	-0.0958	-0.0523	-0.0630	-0.0737	-0.0792
20.0	-0.0995	-0.0537	-0.0650	-0.0763	-0.0821
∞	-0.0999	-0.0538	-0.0652	-0.0766	-0.0823

Tablo 3.16 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

ϵ	ρ	α'		
		-0.3	-0.5	-0.7
-0.073	2.1	0.1036	0.0552	0.0127
	2.2	0.0714	0.0328	0.0054
	2.5	0.0551	0.0228	0.0030
	3.0	0.0614	0.0266	0.0038
	4.0	0.0927	0.0472	0.0098
	5.0	0.1309	0.0766	0.0219
	6.0	0.1709	0.1113	0.0409
	7.0	0.2103	0.1487	0.0663
	9.0	0.2807	0.2228	0.1300
	10.0	0.3102	0.2563	0.1641
	20.0	0.4303	0.4052	0.3521
	∞	0.4419	0.4206	0.3747

Tablo 3.16 Liflerin aynı düzlem aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

-0.075	2.1	0.0715	0.0328	0.0054
	2.2	0.0463	0.0179	0.0020
	2.5	0.0337	0.0115	0.0010
	3.0	0.0387	0.0140	0.0013
	4.0	0.0635	0.0278	0.0041
	5.0	0.0942	0.0483	0.0102
	6.0	0.1264	0.0729	0.0202
	7.0	0.1581	0.0997	0.0341
	9.0	0.2146	0.1530	0.0695
	10.0	0.2382	0.1771	0.0887
	20.0	0.3338	0.2839	0.1947
	∞	0.3430	0.2950	0.2075
-0.077	2.1	0.0470	0.0183	0.0021
	2.2	0.0276	0.0087	0.0006
	2.5	0.0181	0.0048	0.0003
	3.0	0.0220	0.0063	0.0004
	4.0	0.0413	0.0153	0.0015
	5.0	0.0658	0.0293	0.0045
	6.0	0.0919	0.0467	0.0096
	7.0	0.1176	0.0659	0.0171
	9.0	0.1635	0.1045	0.0368
	10.0	0.1826	0.1220	0.0477
	20.0	0.2598	0.1999	0.1085
	∞	0.2672	0.2080	0.1159

Tablo 3.17 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_1	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1.0$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.3	-0.2998	-0.2018	-0.2294	-0.2540	-0.2657
0.4	-0.1975	-0.1401	-0.1558	-0.1702	-0.1771
0.5	-0.1567	-0.1196	-0.1295	-0.1387	-0.1432
0.6	-0.1392	-0.1136	-0.1202	-0.1265	-0.1297
0.7	-0.1225	-0.1117	-0.1141	-0.1167	-0.1181
0.8	-0.1074	-0.0979	-0.1000	-0.1023	-0.1035
0.9	-0.0983	-0.0899	-0.0918	-0.0938	-0.0949
1.0	-0.0931	-0.0854	-0.0871	-0.0890	-0.0900
1.1	-0.0901	-0.0831	-0.0847	-0.0864	-0.0873
1.2	-0.0888	-0.0823	-0.0838	-0.0853	-0.0862

Tablo 3.18 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_2	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.050	-0.2328	-0.1176	-0.2082	-0.2911	-0.3285
0.055	-0.2034	-0.0997	-0.1754	-0.2488	-0.2833
0.060	-0.1807	-0.0928	-0.1553	-0.2191	-0.2500
0.065	-0.1641	-0.0939	-0.1456	-0.2006	-0.2278
0.070	-0.1528	-0.1007	-0.1438	-0.1914	-0.2153
0.075	-0.1459	-0.1116	-0.1481	-0.1894	-0.2105
0.080	-0.1426	-0.1254	-0.1570	-0.1933	-0.2120
0.085	-0.1423	-0.1416	-0.1693	-0.2016	-0.2183
0.090	-0.1442	-0.1595	-0.1843	-0.2134	-0.2286
0.095	-0.1481	-0.1791	-0.2017	-0.2282	-0.2421
0.100	-0.1537	-0.2002	-0.2209	-0.2454	-0.2581
0.105	-0.1605	-0.2227	-0.2419	-0.2646	-0.2765

Tablo 3.19 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ ve ω değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

ρ	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
2.1	-0.2998	-0.2018	-0.2294	-0.2540	-0.2657
2.2	-0.2811	-0.1765	-0.2067	-0.2331	-0.2455
2.5	-0.2345	-0.1284	-0.1586	-0.1853	-0.1980
3.0	-0.1878	-0.0959	-0.1209	-0.1439	-0.1551
4.0	-0.1470	-0.0742	-0.0931	-0.1113	-0.1203
5.0	-0.1292	-0.0660	-0.0821	-0.0978	-0.1056
6.0	-0.1195	-0.0617	-0.0763	-0.0906	-0.0978
7.0	-0.1136	-0.0592	-0.0728	-0.0863	-0.0931
9.0	-0.1070	-0.0566	-0.0691	-0.0816	-0.0879
10.0	-0.1052	-0.0558	-0.0680	-0.0803	-0.0864
20.0	-0.1002	-0.0539	-0.0653	-0.0768	-0.0826
∞	-0.0999	-0.0538	-0.0652	-0.0766	-0.0823

Tablo 3.20 Liflerin aynı düzlem zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300, \gamma_1 = 0.3, \gamma_2 = 0.2, \omega = 0.5$ ve çeşitli ρ, ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

ϵ	ρ	α'		
		-0.3	-0.5	-0.7
-0.0985	4.0	0.8092	0.9811	1.5376
	5.0	0.2646	0.2051	0.1132
	6.0	0.1260	0.0726	0.0201
	7.0	0.0705	0.0322	0.0052
	9.0	0.0282	0.0090	0.0007
	10.0	0.0194	0.0053	0.0003
	20.0	0.0027	0.0004	0.0001
	∞	0.0020	0.0003	0.0001
-0.0988	4.0	0.7879	0.9450	1.4445
	5.0	0.2574	0.1974	0.1062
	6.0	0.1220	0.0694	0.0186
	7.0	0.0677	0.0305	0.0048
	9.0	0.0266	0.0082	0.0006
	10.0	0.0180	0.0048	0.0003
	20.0	0.0021	0.0003	0.0001
	∞	0.0014	0.0002	0.0001
-0.0991	4.0	0.7672	0.9105	1.3576
	5.0	0.2504	0.1899	0.0996
	6.0	0.1181	0.0663	0.0173
	7.0	0.0651	0.0288	0.0043
	9.0	0.0249	0.0076	0.0005
	10.0	0.0166	0.0043	0.0002
	20.0	0.0015	0.0002	0.0001
	∞	0.0009	0.0001	0.0001

ϵ	ρ	α'		
		-0.3	-0.5	-0.7
-0.220	2.1	2.9843	6.0980	32.3089
	2.2	0.5894	0.6295	0.7339
	2.5	0.0239	0.0071	0.0005
-0.224	2.1	2.0678	3.6484	13.7252
	2.2	0.4685	0.4564	0.4294
	2.5	0.0141	0.0034	0.0002
-0.228	2.1	1.4971	2.3214	6.4602
	2.2	0.3736	0.3325	0.2533
	2.5	0.0067	0.0012	0.0001
-0.232	2.1	1.1167	1.5401	3.2601
	2.2	0.2982	0.2425	0.1497
	2.5	0.0017	0.0002	0.0001

Tablo 3.21 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_1	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1.0$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.1	-0.2117	-0.0824	-0.1170	-0.1498	-0.1657
0.2	-0.0971	-0.0434	-0.0569	-0.0703	-0.0770
0.3	-0.0786	-0.0467	-0.0546	-0.0625	-0.0664
0.4	-0.0814	-0.0593	-0.0647	-0.0701	-0.0729
0.5	-0.0911	-0.0744	-0.0784	-0.0825	-0.0846
0.6	-0.1027	-0.0895	-0.0927	-0.0959	-0.0976
0.7	-0.1142	-0.1034	-0.1060	-0.1086	-0.1100
0.8	-0.1243	-0.1159	-0.1167	-0.1195	-0.1207
0.9	-0.1185	-0.1262	-0.1281	-0.1098	-0.1120
1.0	-0.1089	-0.1348	-0.1365	-0.1014	-0.1391

Tablo 3.22 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_2	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.010	-0.3798	-0.2375	-0.2962	-0.3361	-0.3506
0.015	-0.3515	-0.1866	-0.2409	-0.2856	-0.3048
0.020	-0.3143	-0.1557	-0.2030	-0.2447	-0.2637
0.025	-0.2809	-0.1353	-0.1766	-0.2142	-0.2319
0.030	-0.2534	-0.1207	-0.1572	-0.1911	-0.2073
0.035	-0.2309	-0.1099	-0.1425	-0.1733	-0.1881
0.040	-0.2124	-0.1015	-0.1310	-0.1590	-0.1727
0.045	-0.1971	-0.0947	-0.1216	-0.1474	-0.1601
0.050	-0.1841	-0.0892	-0.1140	-0.1379	-0.1496
0.055	-0.1731	-0.0847	-0.1076	-0.1298	-0.1407
0.060	-0.1636	-0.0808	-0.1021	-0.1229	-0.1331
0.065	-0.1553	-0.0774	-0.0974	-0.1169	-0.1266
0.070	-0.1481	-0.0745	-0.0933	-0.1117	-0.1208
0.075	-0.1417	-0.0719	-0.0897	-0.1071	-0.1158
0.080	-0.1359	-0.0697	-0.0865	-0.1030	-0.1113

Tablo 3.23 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

ρ	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
2.1	-0.0786	-0.0467	-0.0546	-0.0625	-0.0664
2.2	-0.0791	-0.0469	-0.0549	-0.0628	-0.0669
2.5	-0.0808	-0.0475	-0.0557	-0.0640	-0.0681
3.0	-0.0834	-0.0484	-0.0570	-0.0657	-0.0700
4.0	-0.0876	-0.0498	-0.0591	-0.0685	-0.0732
5.0	-0.0907	-0.0509	-0.0607	-0.0706	-0.0756
6.0	-0.0930	-0.0517	-0.0619	-0.0721	-0.0773
7.0	-0.0948	-0.0522	-0.0628	-0.0733	-0.0786
9.0	-0.0970	-0.0530	-0.0639	-0.0748	-0.0803
10.0	-0.0977	-0.0532	-0.0642	-0.0752	-0.0808
20.0	-0.0998	-0.0538	-0.0651	-0.0765	-0.0822
∞	-0.0999	-0.0538	-0.0652	-0.0766	-0.0823

Tablo 3.24 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

ϵ	ρ	α'		
		-0.3	-0.5	-0.7
-0.070	2.1	0.0653	0.0289	0.0044
	2.2	0.0725	0.0335	0.0056
	2.5	0.0956	0.0493	0.0106
	3.0	0.1372	0.0818	0.0245
	4.0	0.2242	0.1626	0.0769
	5.0	0.3071	0.2527	0.1604
	6.0	0.3805	0.3411	0.2644
	7.0	0.4422	0.4210	0.3753
	9.0	0.5316	0.5448	0.5768
	10.0	0.5622	0.5892	0.6573
	20.0	0.6514	0.7241	0.9268
	∞	0.6567	0.7323	0.9444
-0.072	2.1	0.0397	0.0144	0.0014
	2.2	0.0453	0.0173	0.0019
	2.5	0.0632	0.0276	0.0040
	3.0	0.0959	0.0495	0.0106
	4.0	0.1646	0.1055	0.0374
	5.0	0.2301	0.1687	0.0818
	6.0	0.2878	0.2308	0.1379
	7.0	0.3361	0.2868	0.1980
	9.0	0.4059	0.3734	0.3073
	10.0	0.4296	0.4043	0.3509
	20.0	0.4988	0.4983	0.4971
	∞	0.5029	0.5040	0.5067

Tablo 3.24 Liflerin paralel düzlemlerde aynı faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

-0.074	2.1	0.0213	0.0060	0.0004
	2.2	0.0254	0.0078	0.0005
	2.5	0.0391	0.0142	0.0014
	3.0	0.0647	0.0286	0.0043
	4.0	0.1194	0.0674	0.0177
	5.0	0.1718	0.1121	0.0414
	6.0	0.2180	0.1564	0.0721
	7.0	0.2565	0.1964	0.1053
	9.0	0.3120	0.2583	0.1663
	10.0	0.3309	0.2805	0.1908
	20.0	0.3858	0.3477	0.2730
	∞	0.3890	0.3519	0.2784

Tablo 3.25 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_2 = 0.2$, $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_1 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_1	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1.0$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.3	-0.2680	-0.1016	-0.1400	-0.1805	-0.2015
0.4	-0.1840	-0.0889	-0.1107	-0.1339	-0.1459
0.5	-0.1549	-0.0927	-0.1069	-0.1220	-0.1299
0.6	-0.1464	-0.1019	-0.1121	-0.1229	-0.1285
0.7	-0.1474	-0.1126	-0.1206	-0.1290	-0.1334
0.8	-0.1531	-0.1129	-0.1223	-0.1321	-0.1372
0.9	-0.1344	-0.1015	-0.1351	-0.1173	-0.1214
1.0	-0.1221	-0.0946	-0.1010	-0.1077	-0.1477
1.1	-0.1141	-0.0906	-0.0960	-0.1017	-0.1047
1.2	-0.1087	-0.0885	-0.0931	-0.0980	-0.1006

Tablo 3.26 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$ $\rho = 2.1$ ve çeşitli γ_2 değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

γ_2	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
0.140	-0.3652	-0.1314	-0.1855	-0.2425	-0.2721
0.145	-0.3540	-0.1279	-0.1802	-0.2353	-0.2639
0.150	-0.3436	-0.1247	-0.1753	-0.2286	-0.2562
0.155	-0.3338	-0.1217	-0.1707	-0.2223	-0.2491
0.160	-0.3246	-0.1189	-0.1664	-0.2164	-0.2424
0.165	-0.3160	-0.1163	-0.1624	-0.2109	-0.2362
0.170	-0.3079	-0.1138	-0.1586	-0.2058	-0.2303
0.175	-0.3002	-0.1115	-0.1550	-0.2009	-0.2248
0.180	-0.2930	-0.1093	-0.1517	-0.1964	-0.2196
0.185	-0.2862	-0.1072	-0.1485	-0.1920	-0.2147
0.190	-0.2798	-0.1053	-0.1455	-0.1880	-0.2100
0.195	-0.2738	-0.1034	-0.1427	-0.1841	-0.2057
0.200	-0.2680	-0.1016	-0.1400	-0.1805	-0.2015
0.205	-0.2625	-0.0999	-0.1375	-0.1770	-0.1975

Tablo 3.27 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$ ve çeşitli ρ değerlerinde $\epsilon_{cr.0}$ ve $\epsilon_{cr.\infty}$ değerleri

ρ	$\epsilon_{cr.0}$	$\epsilon_{cr.\infty}$			
		$\omega = 0.5$	$\omega = 1$	$\omega = 2.0$	$\omega = 3.0$
2.1	-0.2680	-0.1016	-0.1400	-0.1805	-0.2015
2.2	-0.2766	-0.1046	-0.1444	-0.1863	-0.2080
2.5	-0.2962	-0.1113	-0.1545	-0.1996	-0.2229
3.0	-0.3151	-0.1180	-0.1643	-0.2126	-0.2375
4.0	-0.3305	-0.1237	-0.1727	-0.2236	-0.2496
5.0	-0.3358	-0.1258	-0.1759	-0.2276	-0.2540
6.0	-0.3380	-0.1268	-0.1773	-0.2294	-0.2560
7.0	-0.3390	-0.1273	-0.1781	-0.2303	-0.2570
9.0	-0.3397	-0.1278	-0.1788	-0.2312	-0.2579
10.0	-0.3399	-0.1279	-0.1790	-0.2314	-0.2581

Tablo 3.28 Liflerin paralel düzlemlerde zıt faz geometrik yerleşimi için $E = 300$, $\gamma_1 = 0.3$, $\gamma_2 = 0.2$, $\omega = 0.5$ ve çeşitli ρ , ϵ ve α' değerlerinde t'_{cr} değerleri

ϵ	ρ	α'		
		-0.3	-0.5	-0.7
-0.180	2.1	0.28520	0.2278	0.1349
	2.2	0.34650	0.2992	0.2124
	2.5	0.52290	0.5324	0.5551
	3.0	0.76060	0.8995	1.3305
	4.0	1.03520	1.3850	2.7315
	5.0	1.16110	1.6265	3.5706
	6.0	1.22360	1.7502	4.0348
	7.0	1.25750	1.8185	4.3006
	9.0	1.29000	1.8846	4.5643
	10.0	1.29830	1.9016	4.6332
	20.0	1.31930	1.9449	4.8103
	∞	1.32130	1.9490	4.8272
	-0.190	2.1	0.20230	0.1408
2.2		0.24820	0.1875	0.0975
2.5		0.37880	0.3389	0.2615
3.0		0.55050	0.5721	0.6258
4.0		0.74310	0.8706	1.2601
5.0		0.82930	1.0152	1.6278
6.0		0.87150	1.0883	1.8278
7.0		0.89430	1.1284	1.9412
9.0		0.91600	1.1670	2.0532
10.0		0.92160	1.1769	2.0824
20.0		0.93590	1.2025	2.1585
∞		0.93730	1.2051	2.1663
-0.200		2.1	0.14270	0.0865
	2.2	0.17790	0.1176	0.0449
	2.5	0.27720	0.2190	0.1263
	3.0	0.40600	0.3735	0.3075
	4.0	0.54720	0.5673	0.6172
	5.0	0.60930	0.6595	0.7931
	6.0	0.63950	0.7056	0.8876
	7.0	0.65560	0.7307	0.9408
	9.0	0.67100	0.7548	0.9932
	10.0	0.67490	0.7610	1.0068
	20.0	0.68520	0.7772	1.0429
	∞	0.68630	0.7790	1.0468

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çerçevesinde yapılan çalışmada nanobiliminde vazgeçilmez bir yeri olan karbon nano yapıların önemli bir üyesi olarak adlandırdığımız tek duvarlı karbon nanotüpler ele alınarak düzgün yayılmış normal kuvvetler altındaki, yapıda oluşan gerilmeleri içeren sayısal sonuçlar verilmiştir. Sayısal sonuçların incelenmesi ile elde edilen çıkarımları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz.

- 1- Elastik ve viskoelastik tek yönlü içi boş lifli kompozit materyeller (KNT) için iç stabilite kaybı ve iç stabilite kaybı öncesinde gerilme durumunun incelenmesinde Akbarov ve Guz [105] yaklaşımı ve yöntemi uygun olarak geliştirilmiştir.
- 2- Komşu iki lif aynı ve farklı düzlemlerde geometrik yerleşim ile aynı ve zıt fazlı eğrilikleri ele alınmıştır. İnceleme başlangıçtaki genlikleri periyotlarından çok çok küçük periyodik eğilmeleri olan lifler için yapılmıştır.
- 3- Ele alınan her bir problemin matematiksel formülasyonu, viskoelastisite ve ve elastisite teorilerinin kesin geometrik doğrusal olmayan denklemleri kullanılarak, parçalı homojen cisim modeli yardımıyla yapılmıştır.
- 4- Sınır değer problemlerinde, daha önce yapıldığı gibi, sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanmıştır. Uygulamada aşağıdaki işlemler sırası ile takip edilmiştir.
- 5- Tek lif, iki lif için elastik problemde aranan büyüklükler, ϵ (eğrilik derecesi) parametresinin asimptotik açılımı halinde seri formda ifade edilmiştir. Sıfırinci ve birinci yaklaşıma ait kısmi türevli diferansiyel denklem takımları elde edilmiş ve çözülmüştür.
- 6- Başlangıç eğintilerinin genliği, iç stabilite kaybı kriteri olarak belirlenmiş, bu kriterden elastik problem için p_{cr} değerleri viskoelastik için $t_{cr}t_{cr}$ değerlerine ulaşılmıştır.
- 7- İncelenen viskoelastik problem için Laplace dönüşümü uygulanmıştır. Gerçek değerlerin elde edildiği Ters Laplace dönüşümü, Schapery yöntemi kullanılarak yapılmıştır.

- 8- Geometrik nonlinearitenin etkisini göz önüne alınarak, elastik stabilite kaybı öncesi gerilme durumuna, liflerin karşılıklı etkisi incelenmiştir.
- 9- Lif matris ara yüzeyindeki liflerin eğilmesinin sebep olduğu normal ve kayma gerilmeleri için sayısal sonuçlar üretilmiş ve yorumlanmıştır.
- 10- geometrik nonlinearitenin etkisiyle, normal ve kayma gerilmeleri karbon nano tüpler yönünde basınç durumunda mutlak değerce büyümekte çekme durumunda ise mutlak değerce küçülmektedir.
- 11- Karbon nano tüpler birbirine yaklaştığı durumda normal gerilmeler aynı fazlı-zıt fazlı durumda büyümektedir.
- 12- Basınç durumunda kayma gerilmeleri aynı fazlı durumda mutlak değerce büyümekte iken zıt fazlı eğilmelerde, bu gerilmeler mutlak değerce küçülmektedir.
- 13- t_{cr} değerlerine matris malzemenin reolojik parametreleri ile lifler arasındaki uzaklığın etkisi incelenmiştir.
- 14- Matris ve lif malzemelerinin her ikisinin de elastik olması durumunda, malzemede içi boş tek lif ve birbirlerine göre farklı yerleşimlere sahip içi boş komşu iki lif gömülü olması problemleri için kritik yük değerleri hesaplanmış ve yorumlanmıştır.
- 15- Matris malzemesinin viskoelastik, lif malzemesinin elastik olması durumunda, malzemede içi boş tek lif ve birbirlerine göre farklı yerleşimlere sahip içi boş komşu iki lif gömülü olması problemleri için çeşitli parametre değerlerinde, kritik yük ve kritik zaman değerleri hesaplanmış ve yorumlanmıştır.

KAYNAKÇA

-
- [1] E. Osawa, Ed, London, Perspectives of fullerene nanotechnology, 2002
- [2] W.A. Goddard, III, et al., Eds., Handbook of nanoscience, engineering, and technology, CRC Press, Boca Raton.2003
- [3] V.E. Borisenko, What is what in the nanoworld: a handbook on nanoscience and nanotechnology, Wiley-VCH, Weinheim,2004
- [4] S. Iijima, Synthesis of Carbon Nanotubes. Nature, 354: 56-58., 1991
- [5] Ş. Erkoç, Nano Letters 2: 215, 2002
- [6] G. Timp, Ed. , Newyork Nanotechnology, AIP Press, Springer, 1999
- [7] Cao, London, Nanostructures and nanomaterials: synthesis, properties and applications, Imperial College Press, 2004
- [8] B.Bhushan, Ed. ,Berlin Springer handbook of nanotechnology, Springer-Verlag,2004
- [9] R.A. Broglia, et al. ,Berlin, Solid state physics of finite systems: metal clusters, fullerenes, atomic wires, Springer, 2004
- [10] R. Saito, G. Dresselhaus, and M.S. Dresselhaus, Physical Properties of CarbonNanotubes, Imperial College Press, 1998
- [11] C.P. Poole, Jr., F.J. Owens, Introduction to nanotechnology, J. Wiley&Sons, NJ Hoboken, 2003
- [12] Ş. Erkoç, ve O.B. Malcıoğlu, Int, J. Mod. Phys. C13: 367, 2002
- [13] Y.K. Kwon, ve D. Tomanek, and S.Ijima, Phys. Rev. Lett. 82:1470, 1999
- [14] Cherepanov, G.P.Fracture Mechanics of Composite Materials, Moscow, Nauka 289, 1983
- [15] I.F. Knott Fundamentals of Mechanics,London, Butterworhs,320, 1979
- [16] V.Z.Parton, Fracture Mechanics, From Theory to Practise, Gordon and Breach Science Publisher,1992
- [17] C.Chamis,"Micromechanical Theories of Strength,"Composite Materials, New york and London, Vol 5Fracture and Fatigue,106-165,1974
- [18] S.D. Akbarov,"Loss of Stability in Two Fibers in an Elastic Matrix with Large Elastic Strains",Soviet Appl. Mech.11(7),626-630, 1981
- [19] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, "Mechanics of Curved Composites (Piecewise Homogeneous Body Modely)," Int. Appl. Mech. 38(12): 1415-1439., 2002

- [20] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, *Mechanics of Curved Composites*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, pp. 464, 2000.
- [21] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, "Stress State of a Fiber Composite with Curved Structures with a Low Fiber Concentration," *Soviet Appl. Mech.*, 21(6): 560-565, 1985
- [22] S.D. Akbarov ve A.N. Guz, "Mechanics of Curved Composites and Some Related Problems for Structural Members," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 11: 445-515. (2004).
- [23] S.D. Akbarov, R. Kosker, "Internal stability loss of two neighbouring fibers in a viscoelastic matrix," *International Journal of Engineering Science* 42: 1847-1873, 2004
- [24] S.D. Akbarov, R. Kosker, "Stress distribution caused by anti-phase periodical curving of two neighbouring fibers in a composite material," *European Journal of Mechanics A/Solids* 22: 243-256, 2003
- [25] S.D. Akbarov ve R. Kosker "Fiber Bucleing in a Viscoelastic Matrix," *Mechanics of Composite Materials*, 37(4): 299-306., (2001).
- [26] S.D. Akbarov, ve R. Kosker "On a Stress Analysis in the Infinite Elastic Body with Two Neighbouring Curved Fibers", *Composites Part B*, 34: 143-150., 2003.
- [27] S.D. Akbarov, ve R. Kosker, "Influence of the Interaction Two Neighbouring Curved Fibers," *Composites Part B*, 34(2): 143-150., 2003
- [28] S.D. Akbarov, ve A.R. Mamedov, "Stability loss of the micro-fiber in the elastic and viscoelastic matrix near the free convex cylindrical surface" Elsevier Masson SAS. All rights reserved. *European Journal of Mechanics A/Solids* 30 167-182, 2011
- [29] S.D. Akbarov, ve R. Kosker, ve K. Simsek, "Stress Distribution in an Elastic Body with a Locally Curved Fiber in a Geometrical Nonlinear Statement," *Mechanics of Composite Materials*, 41(4): 291-302., 2005
- [30] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, ve Cherevko, M.A., "Stability of Two Fibers in an Elastic Matrix at Finite Precritical Deformations," *Mechanics Of Composite Materials* 2, 42-51., 1982
- [31] S.D. Akbarov, "On the Three -Dimensional Stability Loss Problems of Elements of Structures of Viscoelastic Composite Materials," *Mechanics of Composite Materials*, 34: 537-544., 1998.
- [32] S. Akbarov, "Three-dimensional instability problems for viscoelastic composite materials and structural members," *Int. Appl. Mech.* 43 (10), 1069-1089., 2007
- [33] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, *Mechanics of Curved Composites*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, pp. 464, 2000.
- [34] A.N. Guz, ve Yu.I. Khoma, "Axial compression of circular cylindrical bar with coaxial subsurface cylindrical crack of finite length," Elsevier Ltd. All rights reserved, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 51 202-207, 200

- [35] R. Köşker ve K. Şimşek, "On The Normal Stresses In The Elastic Body With A Locally Curved Fibre Under Geometric Nonlinear Statement," *Journal of Engineering and Natural Sciences*, Sigma, 3: 97-108,2006
- [36] F. C. Kayıkcı, ve R.Kosker, "Normal stress distribution in infinite elastic matrix with a locally curved triple-walled carbon nanotube," *Thermal Science: Vol. 25, Special Issue 1*, pp. S77-S88, 2021
- [37] F. C. Kayıkcı, ve R. Kosker, "Stability analysis of double-walled and triple-walled carbon nanotubes having local curvature," Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature: s00419-020-01846-5, 2020
- [38] F. C. Kayıkcı, ve R. Kosker, "The stability loss of a locally curved double-walled carbon nanotube in visco-elastic matrix," DOI: 10.1177/0954406221101271583, 2021
- [39] F. C. Kayıkcı, ve R. Kosker, "Stress distribution in an elastic body with a locally curved double walled carbon nanotube" s40430-020-02732-5, 2021
- [40] S. D. Akbarov, Y. Ucan, ve R. Kosker, "Stress Distribution in an Elastite Body with a Periodically Curved Row of Fibers," *Mechanics of Composite Materials* 40(2004) 191-202 *Composites Science and Technology* 64 2441-2449, 2004
- [41] S.D. Akbarov, R.Kosker, ve Y. Ucan, "stress distribution in a composite material with a row of antiphase periodically curved fibers," *International Applied Mechanics*,42(2006)136-144, 2006
- [42] S.D. Akbarov, R. Kosker, ve Y. Ucan, "The Effect of the Geometrical Non-Linearity on the Stress Distribution in the Infinite Elastic Body with a Periodically Curved Row of Fibers," *Computers, Materials, & Continua* 17, 77-102, 2010
- [43] S.D. Akbarov, R. Kosker, ve Y. Ucan, "influence of the interaction between fibers periodically located in a composite material on the distribution of stress," in it. *International Applied Mechanics*,42,136-144, 2006
- [44] M.Malikan, "On the plastic buckling of curved carbon nanotubes," *Theoretical & Applied Mechanics Letters* 10: 46-56,2020
- [45] P.Malekzadeh , ve M.Shojaee, "Buckling analysis of quadrilateral laminated plates with carbon nanotubes reinforced composite layers," *Thin-Walled Structures*71108-118,2013
- [46] L.R. Herman, W.E Mason ve, S.T.K. Chan, " Response of Reinforcing Wires to Compressive States of Stress" *J. Composite Materials*,212-216,1967
- [47] B.W. Rosen, ve N.F. Dow, ve Z. Hashin, *Mechanical properties of fibrous composites*, NASA CR-31, 1964.
- [48] I.Chung, ve Y.J, Weitsman, "Model for micro-buckling/micro-kinking compressive response of fiber-reinforced composites," *Applied Mechanics Review* part 2, 47(6): 256-261, 1994.
- [49] A.Naderi, ve A.R. Saidi, "Modified Nonlocal Mindlin Plate Theory for Buckling "Analysis of Nanoplates," A4013015-1- A4013015-8,2014

- [50] I. Babich, A.N. Guz, ve N.A. Shul'ga, "Study of the Dynamics and stability of composite materials in a three-dimensional formulation," *Soviet Appl. Mech.*, 18(1): 3-27, 1982
- [51] I. Yu. Babich, ve A.N. Guz, "Stability of Fibrous Composites," *Applied Mechanics Rev.*, 45(2): 60-80, 1992
- [52] B. Budianski, ve N.A. Fleck, "Compressive Failure of Fibre Composites", *J. Mech. Phys. Solids*, 41: 183-211, 1993
- [53] B. Budianski, ve N.A. Fleck, "Compressive Kinking of Fibre Composites: A topical review," *Appl. Mech. Rev.*, part 2, 47(6): 246-270, 1994
- [54] A.N. Guz, ve I.A. Guz, "Analytical solution of stability problem for two composite half-planes compressed along interfacial cracks, *Composites*," Part B 31: 405-418, 2000
- [55] N. Yahnioglu, S.D. Akbarov, "Stability loss analyses of the elastic and three-dimensional linearized theory of stability," *International Journal of Mechanical Sciences* 44: 1225 - 1244, 2002
- [56] S.D. Akbarov, T. Sisman, ve N. Yahnioglu, "On the fracture of the unidirectional composites in compression," PII: S0020-7225-00020-7, 1997
- [57] S.D. Akbarov, "On the Three -Dimensional Stability Loss Problems of Elements of Structures of Viscoelastic Composite Materials," *Mechanics of Composite Materials*, 34: 537-544, 1998
- [58] S.D. Akbarov, "Three-dimensional instability problems for viscoelastic composite materials and structural members," *Int. Appl. Mech.* 43 (10), 1069-1089, 2007
- [59] A.N. Guz, *Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies*, Berlin: Springer-Verlag, 556pp, 1999
- [60] A.N. Guz, "Construction of a theory of stability of unidirectional fiber composites," *Soviet Appl. Mech.*, 5(2): 62-70, 1969
- [61] N.F. Dow, ve I.J. Gruntfest, "Determination of most needed potentially possible improvements in materials for ballistic and space vehicles," *General Electric Co., Space Sci. Lab., TISR 60 SD 389*, 1960
- [62] R. Köşker, "Tek Yönlü Lifli Elastik ve Viskoelastik Kompozitlerin İç Stabilitesi ve Gerilme Durumuna Ait Bazı Problemler, Doktora Tezi, Y.T.Ü, İstanbul, 2002
- [63] S.D. Akbarov, "Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites," (Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics), Springer, 465 pp, 2012
- [64] D. Qian, E.C. Dickey, R. Andrews, ve T. Rantell, "Load transfer and deformation mechanisms in carbon nanotube-polystyrene composites," *Appl. Phys. Lett.* 76, 2868-2870, 2000.
- [65] A. Alibeigloo, ve A. Emtemani, "Static and free vibration analyses of carbon nanotube reinforced composite plate using differential quadrature method," *Meccanica* 50:61-76, 2014

- [66] H. Y. Sarvestani, ve M. Hojjati, "Failure analysis of thick composite curved tubes," *Composite Structures* 160 (2017) 1027–1041, 2016
- [67] Ş. Erkoç, ve O.B. Malcioğlu, *Int. J. Mod. Phys. C12*: 865, 2001
- [68] H.-Shen Shen, ve Z.H. Zhu, "Postbuckling of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets resting on elastic foundations," Elsevier Masson SAS. All rights reserved, *European Journal of Mechanics A/Solids* 35 10-21, 2012
- [69] C.H. Sun, Li, F., Cheng, H.M., ve Lu, G.Q., "Axial Young's modulus prediction of single-walled carbon nanotube arrays with diameters from nanometer to meter scales," *Appl. Phys. Lett.* 87, 193101, 2005
- [70] N. H. Mostafa, Z.N. Ismarrubie, S.M. Sapuan, ve M.T.H. Sultan, "Fibre prestressed composites: Theoretical and numerical modelling of unidirectional and plain-weave fibre reinforcement forms," *Composite Structures* 159 (2017) 410–42, 2016
- [71] H. Ahn, ve W.-R. Yu, "Mechanical analysis of 3D braided and woven composites using fiber-based continuum analysis," *Composite Structures* 160 (1105–1118), 2016
- [72] L.W. Zhang, "On the study of the effect of in-plane forces on the frequency parameters of CNT-reinforced composite skew plates," *Composite Structures* 160 824–837, 2016
- [73] L.W. Zhang, ve B.A. Selim, "Vibration analysis of CNT-reinforced thick laminated composite plates based on Reddy's higher-order shear deformation theory," *Composite Structures* 160 689–705, 2016,
- [74] T.Vodenitcharova, ve L.C. Zhang, "Bending and local buckling of a nanocomposite beam reinforced by a single-walled carbon nanotube," *International Journal of Solids and Structures* 43: 3006–3024, 2006
- [75] M. Kulkarni, D. Carnahan, K. Kulkarni, D. Qian, ve J. L. Abot, *Composites: Part B* 41 414–421, 2010
- [76] M. Endo, K. Takeuchi, T. Hiraoka, T. Furuta, T. Kasai, X. Sun, C.-H. Kiang and M.S. Dresselhaus, (1997), stacking nature of graphene layers in carbon nanotubes and nanofibres, PII: S0022-3697(97)00055-3
- [77] S. R. Rodney, D. Qian, ve W. K. Liu, "Mechanical properties of carbon nanotubes: theoretical predictions and experimental measurements," *C. R. Physique* 4: 993–1008, 2003
- [78] A.Genoese, ve G. Salerno, "Buckling and post-buckling analysis of single wall carbon nanotubes using molecular mechanics," *Applied Mathematical Modelling* 83: 777–800, 2020
- [79] I.A. Guz, A.Rodger, A.N. Guz, ve J.J. Rushchitsky, "Developing the mechanical models for nanomaterials," Received 1 May 2005; accepted 1 April 2006 *Composites: Part A* 38 1234–1250, 2007
- [80] T. W. Ebbesen, *Nanotubes, Nanoparticles, And Aspects Of Fullerene Related Carbons*, PII: S0022-3697: 00072-3, 1997

- [81] T.T. Nguyen, P. T. Thang, ve Jaehong Lee, "Lateral buckling analysis of thin-walled functionally graded open-section beams," *Composite Structures* 160 (2017) 952–963, 2016
- [82] A. Srivastava, ve D. Kumar, "Post-buckling behaviour of carbon-nanotube-reinforced nanocomposite plate," *Sadhana* Vol. 42, No. 1, January, pp. 129–141, 2016
- [83] F. Mehraliana, Y. T. Benib, ve M. K. Zeverdejani, "Calibration of nonlocal strain gradient shell model for buckling analysis of nanotubes using molecular dynamics simulations," *Physica B* 521: 102–111, 2017
- [84] J.Peng, C. Zhiping, Y. Li, H. Ma, W. Jihang, "Dynamic buckling analyses of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite (FG-CNTRC) cylindrical shell under axial power-law time-varying displacement load", *Composite Structures* 220:784-797, 2019
- [85] B.L. Wanga, M. Hoffman, "Buckling analysis of embedded nanotubes using gradient continuum theory," *Mechanics of Materials* 45 52–60, 2011
- [86] J.Yoon,C.Q. Ru,ve A. Mioduchowski, "Timoshenko-beam effects on transverse wave propagation in carbon nanotubes," *Composites: Part B* 35: 87–93, 2004
- [87] M.H. Yas, N. Samadi, "Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation," *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 98, 119-128, 2012,
- [88] T.Murmu,S.C. Pradhan, "Buckling analysis of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory and using," *DQM*, 2009 Elsevier B.V. All rights reserved, *Physica E* 41 1232–1239, 2009
- [89] M.Nasihatzgozar,V. Daghigh,M. Eskandari, K. Nikbin, ve A.Simoneau, "Buckling analysis of piezoelectric cylindrical composite panels reinforced with carbon nanotubes," *International Journal of Mechanical Sciences* 107(2016)69–79, 2016
- [90] E. Shady Y.Gowayed, "Effect of nanotube geometry on the elastic properties of nanocomposites," *Composites Science and Technology* 70 1476–1481 2010,
- [91] M.R. Falvo, G.J. Clary. Taylor, R.M. Helser, A. Chi, ve V. F.P. Brooks, Washburn, Super2ne, Nanometer-scale rolling and sliding of carbon nanotubes. *Nature* 397, 236–238, 1999.
- [92] B.I. Yakobson, C.J. Brabec, ve J. Bernholc, "Nanomechanics of carbon tubes: instability beyond linear response," *Phys.Rev. Lett.* 76, 2511–2514, 1996
- [93] J.R. Xiao, B.A. Gama, ve J.W. Gillespie, " An analytical molecular structural mechanics model for the mechanical properties of carbon nanotubes, Elsevier Ltd. All rights reserved," *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005) 3075–3092, 2004
- [94] Ch. Jochum, ve J.C. Grandidier, " Microbuckling elastic modelling approach oa single carbon fibre embedded in an epoxy matrix," Elsevier Ltd. All rights reserved, Co, 3075–3092,2004

- [95] G.D. Seidel, D.C. Lagoudas, "Micromechanical analysis of the effective elastic properties of carbon nanotube reinforced composites." *Mech. Mater.* 38, 884-907, 2006
- [96] C.Y. Wang, C.Q. Ru, ve A. Mioduchowski, "Axially compressed buckling of pressured multiwall carbon nanotubes," Received 28 September *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003) 3893–3911, 2002
- [97] C.Q. Ru, "Column buckling of multiwalled carbon nanotube with interlayer radial displacements," *Phys.Rev.B.*,62:16962-16967, 2000
- [98] C.Q. Ru, "Degraded axial buckling strain of multiwalled carbon nanotubes due to interlayer slips." *J. Appl. Phys.* 89, 3426–3433, 2001
- [99] C.Q. Ru, "Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic medium," Received 2 February received in revised form 7 August, accepted 14 November 2000, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49 (2001) 1265-1279, 2000;
- [100] M. Eftekhari, S. Mohammadi, A.R. Khoei, "Effect of defects on the local shell buckling and post-buckling behavior of single and multi-walled carbon nanotubes," *Computational Materials Science* 79,736–744, 2013
- [101] J.Feng, H. Yu, S. Ma, ve S. Hao, "Influence of defects on the static and dynamic buckling behavior of single-wall carbon nanotubes via molecular dynamics method," *Materials Today Communications* 31: 103713, (2022),
- [102] A.A. Yinusa, M.G. Sobamowo, "Mechanics of nonlinear internal flow induced vibration and stability analysis of a pre-tensioned single walled carbon nanotube using classical differential transform method with CAT and SAT after-treatment techniques," *Forces in Mechanics* 7: 100083, 2022
- [103] C.Q. Ru, "Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube emrede in an elastic medium. *J. Mech. Phys. Solids* 49, 1265–1279, 2001
- [104] S.D. Akbarov, "Microbuckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic matrix," Elsevier Ltd. All rights reserved, *International Journal of Solids and Structures* 50 2584–2596, 2013
- [105] S.D. Akbarov, ve A.N. Guz, *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publisher,464pp,2000

A1 BİR LİF İÇİN YER DEĞİŞTİRME VE GERİLMELERİN AÇIK İFADELERİ

$$\begin{aligned}
U_r^{(1)} &= \left[A_1^{(1)} \frac{1}{r} K_1 - A_2^{(1)} \frac{\xi_2^{(1)} \alpha^2}{2} (K_0 + K_2) - A_3^{(1)} \frac{\xi_3^{(1)} \alpha^2}{2} (K_0 + K_2) \right] \sin \alpha z \cos \theta \\
U_\theta^{(2)} &= \left[A_1^{(1)} \frac{\alpha \xi_1^{(1)}}{2} (K_0 + K_2) - A_2^{(1)} \frac{\alpha}{2} K_1 - A_3^{(1)} \frac{\alpha}{r} K_1 \right] \sinh \alpha z \sinh \theta \\
\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \Delta_1 &= \left[\xi_2^{(1)} \alpha^2 A_2^{(1)} K_1 + \left(\xi_3^{(1)} \right)^2 \alpha^2 A_3^{(1)} K_1 \right] \cos \alpha z \cos \theta \\
\frac{\mu + \sigma_{zz}^{(1),0}}{\lambda + \mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \chi^{(1)} &= \frac{\mu + \sigma_{zz}^{(1),0}}{\lambda + \mu} \left[-\alpha^2 A_2^{(1)} K_1 - \alpha^2 A_3^{(1)} K_1 \right] \cos \alpha z \cos \theta \\
U_z^{(1)} &= \left[A_2^{(1)} \left(\frac{(\lambda + 2\mu)(\xi_2^{(1)})^2 - \mu - \sigma_{zz}^{(1),0}}{\lambda + \mu} K_1 \right) \right. \\
&\quad \left. + A_3^{(1)} \left(\frac{(\lambda + 2\mu)(\xi_3^{(1)})^2 - \mu - \sigma_{zz}^{(1),0}}{\lambda + \mu} K_1 \right) \right] \alpha^2 \cos \alpha z \cos \theta \\
\sigma_{r\theta}^{(1)} &= \mu \left\{ A_1^{(1)} \left[\frac{-1}{r^2} K_1 - \frac{(\xi_1^{(1)})^2 \alpha^2}{4} (3K_1 + K_3) - \frac{\xi_1^{(1)} \alpha}{2r} (K_0 + K_2) \right] \right. \\
&\quad \left. + A_2^{(1)} \left[\frac{\xi_2^{(1)} \alpha^2}{r} (K_0 + K_2) + \frac{2\alpha}{r^2} K_1 \right] + A_3^{(1)} \left[\frac{\xi_3^{(1)} \alpha^2}{r} (K_0 + K_2) + \frac{2\alpha}{r^2} K_1 \right] \right\} \\
\sigma_{rz}^{(1)} &= 2\mu \epsilon_{rz} = \mu \left\{ A_1^{(1)} \frac{\alpha}{r} K_1 - A_2^{(1)} \frac{\xi_2^{(1)} \alpha^3}{2(\alpha + \mu)} \left[\lambda - \sigma_{zz}^{(1),0} + (\alpha + 2\mu) \left(\xi_2^{(1)} \right)^2 \right] (K_0 + K_2) \right. \\
&\quad \left. - A_3^{(1)} \frac{\xi_3^{(1)} \alpha^3}{2(\alpha + \mu)} \left[\lambda - \sigma_{zz}^{(1),0} + (\alpha + 2\mu) \left(\xi_3^{(1)} \right)^2 \right] (K_0 + K_2) \right\} \cos \alpha z \cos \theta
\end{aligned}$$

$$U_r^{(2)} = \left[\frac{\alpha}{r} A_1^{(2)} I_1 + \frac{\alpha}{r} B_1^{(2)} K_1 + A_2^{(2)} \frac{\xi_2^{(2)} \alpha^2}{2} (I_0 + I_2) + A_3^{(2)} \frac{\xi_3^{(2)} \alpha^2}{2} (I_0 + I_2) - B_2^{(2)} \frac{\xi_2^{(2)}}{2} (K_0 + K_2) - B_3^{(2)} \frac{\xi_2^{(2)} \alpha}{2} (K_0 + K_2) - B_3^{(2)} \frac{\xi_2^2 \alpha}{2} (K_0 + K_2) \right] \sin \alpha z \cos \theta$$

$$U_\theta^{(2)} = \left[-A_1^{(2)} \frac{\alpha^2 \xi_1^{(2)}}{2} (I_0 + I_2) + B_1^{(2)} \frac{\xi_1^{(2)} \alpha^2}{2} (K_0 + K_2) - A_2^{(2)} \frac{\alpha}{r} I_1 - A_3^{(2)} \frac{\alpha}{r} I_1 - B_2^{(2)} \frac{\alpha}{r} K_1 - B_3^{(2)} \frac{\alpha}{r} K_1 \right] \sinh \alpha z \sinh \theta$$

$$U_z^{(2)} = \left[A_2^{(2)} \left(\frac{\alpha+2\mu}{\lambda+\mu} (\xi_2^2) \alpha^3 I_1 - \frac{\mu+\sigma_{zz}}{\lambda+\mu} \alpha^2 I_1 \right) + A_3^{(2)} \left(\frac{\alpha+2\mu}{\lambda+\mu} (\xi_3^2) \alpha^3 I_1 - \frac{\mu+\sigma_{zz}}{\lambda+\mu} \alpha^2 I_1 \right) + A_2^{(2)} \left(\frac{\alpha+2\mu}{\lambda+\mu} (\xi_2^2) \alpha^3 I_1 - \frac{\mu+\sigma_{zz}}{\lambda+\mu} \alpha^2 I_1 \right) + B_2^{(2)} \left(\frac{\alpha+2\mu}{\lambda+\mu} (\xi_2^2) \alpha^3 K_1 - \frac{\mu+\sigma_{zz}}{\lambda+\mu} \alpha^2 K_1 \right) \right] \cos \alpha z \cos \theta$$



B

YER DEĞİŞTİRMELER VE GERİLMELER

B1 İKİ LİF İÇİN YER DEĞİŞTİRME VE GERİLMELERİN AÇIK İFADELERİ

$$\begin{aligned} U_r^{(1)} &= 2 \frac{n\alpha}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[c_{n1}^{(1),1} K_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right] \cos n\theta_1 + \right. \\ &\sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[c_{t1}^{(1)2} (-1)^t I_t(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) (K_{n-t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \cos n\theta_1 \left. \right\} \\ &- \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[a_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1))) + \right. \right. \\ &b_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1))) \left. \right] \cos n\theta_1 + \\ &\sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\ &K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \\ &I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) \left. \right] \cos n\theta_1 \left. \right\} \\ U_{\theta}^{(1)} &= -\alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[c_{n1}^{(1),1} \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\ &\left. \left. (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1))) \right] \cos n\theta_1 + \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[c_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_1^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\ &I_{t+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) (K_{n-t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \sin n\theta_1 \left. \right\} \\ U_z^{(1)} &- \frac{n\alpha}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} -\varepsilon_n (a_{n1}^{(1),1} (\xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1))) + \right. \\ &b_{n1}^{(1),1} (\xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)))) \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& \quad \left. K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right) + b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \right. \\
& \quad \left. I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) \right) (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \sin n\theta_1 \Big\} \\
U_z^{(1)} &= 2 \alpha^2 \sin \alpha z \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda + \mu} \right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[a_{n1}^{(1),1} K_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right] + \right. \\
& \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t I_t(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \cos n\theta_1 \Big\} \\
& + 2 \alpha^2 \sin \alpha z \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda + \mu} \right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[b_{n1}^{(1),1} K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) \right] + \right. \\
& \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[b_{t1}^{(1)2} (-1)^t I_t(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \cos n\theta_1 \Big\} \\
& = -\frac{n(\lambda+2\mu)}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{1}{2} \varepsilon_n \left[(c_{n1}^{(1),1} (\xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1))) \right] \cos n\theta_1 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{2} \varepsilon_t \left[c_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \cos n\theta_1 \Big\} \\
& \frac{n(\lambda+2\mu)}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{1}{4} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(1),1} ((\xi_2^{(1)} \alpha)^2 (2K_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + K_{n-2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \right. \\
& \quad \left. \left. (b_{n1}^{(1),1} ((\xi_3^{(1)} \alpha)^2 (2K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n-2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) \right] \cos n\theta_1 + \right. \\
& \quad \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{4} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t (\xi_2^{(1)} \alpha)^2 \left(2I_t(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. I_{t+2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) I_{t-2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right) + \\
& \quad \left. b_{t1}^{(1)2} (-1)^t (\xi_3^{(1)} \alpha)^2 \left(2I_t(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) I_{t-2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) \right) (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& \quad \left. K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \cos n\theta_1 \Big\} \\
& \frac{\lambda n}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} -\varepsilon_n \left[c_{n1}^{(1),1} (\xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1))) \right] \sin n\theta_1 + \right. \\
& \quad \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[c_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_1^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) \right) \cdot (K_{n-t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& \quad \left. K_{n+t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \sin n\theta_1 \Big\} \\
& -\lambda \alpha \frac{n^2}{r^2} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[a_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1))) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. b_{n1}^{(1),1} \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) \right] \cos n\theta_1 + \right. \\
& \quad \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) \cdot (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& \quad \left. K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right) + b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha \left(I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \right. \\
& \quad \left. I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) \right) \cdot (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \cos n\theta_1 \Big\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{r\theta}^{(1)} = & \mu \left[2\alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4} \varepsilon_n \right\} - \right. \\
& \frac{2\alpha n}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(1),1} (\xi_2^{(1)} \alpha)^2 (2K_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + K_{n-2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& (b_{n1}^{(1),1} (\xi_3^{(1)} \alpha)^2 (2K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n-2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \left. \left. \right] \sin n\theta_1 + \right. \\
& \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{4} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) \cdot (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) + b (-1)^t (\xi_2^{(1)} \alpha)^2 (2I_t(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \\
& I_{t+2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) I_{t-2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \sin n\theta_1 + \\
& 2\alpha \frac{n^2}{r^2} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[c_{n1}^{(1),1} K_n(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[c_{t1}^{(2)1} (-1)^t I_t(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) (K_{n-t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \right. \\
& K_{n+t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \left. \right] \sin n\theta_1 \right\} + \frac{2n}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{1}{2} \left[a_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) + b_{n1}^{(1),1} \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) \left. \left. \right] + \right. \\
& \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{4} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) \cdot (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) + b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \\
& I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \cdot (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \sin n\theta_1 \left. \right\} + \\
& \frac{2\alpha}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{2} \varepsilon_n \left[c_{n1}^{(1),1} (\xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1))) \right] + \right. \\
& \sum_{t=1}^{\infty} \varepsilon_t \left[\frac{1}{2} c_{t1}^{(1)1} (-1)^t \xi_1^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + (I_{t+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) K_{n-t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12}) + \right. \\
& K_{n+t}(\xi_1^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \right] \cos n\theta_1 \left. \right\} \left. \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz}^{(1)} = & 2\mu \alpha^2 \sin \alpha z \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda + \mu} \right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[a_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& (K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) + \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + \right. \\
& (I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \left. \right] \cos n\theta_1 \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\mu \alpha^2 \alpha \cos \alpha z \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda + \mu} \right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n (b_{n1}^{(1),1} \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& (K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) + \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t \left[b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha (I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + \right. \\
& (I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \left. \right] \cos n\theta_1 \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 2\mu \frac{n}{r} \alpha^2 \alpha \cos \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\varepsilon_n (c_{n1}^{(1),1} (K_n(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& \sum_{t=0}^{\infty} \varepsilon_t c_{t1}^{(1)2} (-1)^t (I_t(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \left. \left. \right] \cos n\theta_1 \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2\alpha^2 \alpha \cos \alpha z \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} -\frac{1}{2} \varepsilon_n \left[a_{n1}^{(1),1} \xi_2^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1))) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + b_{n1}^{(1),1} \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + (K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) \right] \cos n\theta_1 \right. \\
& \quad \left. + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{2} \varepsilon_t \left[a_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_2^{(1)} \alpha ((I_{t-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (I_{t+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1))) (K_{n-t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_2^{(1)} \alpha R_{12})) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{1}{2} [b_{t1}^{(1)2} (-1)^t \xi_3^{(1)} \alpha ((I_{t-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (I_{t+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1))) (K_{n-t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12}) + K_{n+t}(\xi_3^{(1)} \alpha R_{12})) \right] \right\} \cos n\theta_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2\alpha \frac{n}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_{n1}^{(21),1} I_n(\xi_1^{(21)} \alpha r_1) + d_{n1}^{(21),1} K_n(\xi_1^{(21),1} \alpha r_1) \right] \sin n\theta_1 \right. \\
& \quad \left. + \varepsilon_n \left[c_{n2}^{(21),1} I_n(\xi_1^{(21)} \alpha r_1) + d_{n2}^{(21),1} K_n(\xi_1^{(21),1} \alpha r_1) \right] \cos n\theta_1 \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) - (e_{n1}^{(21),1} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + f_{n1}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right. \\
& \quad \left. - \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) - (e_{n1}^{(21),1} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + f_{n1}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right. \\
& \quad \left. + \varepsilon_n \left[(a_{n2}^{(21),1} + b_{n2}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) - (e_{n2}^{(21),1} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + f_{n2}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{\theta}^{(2)} = & -\alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(c_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) - \right. \right. \\
& \left. \left. d_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 - \right. \\
& \left. \varepsilon_n \left[(c_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) - d_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + \right. \right. \\
& \left. \left. K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \sin n\theta_1 \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\alpha}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) - (e_{n1}^{(21),1} + f_{n1}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 - \varepsilon_n \left[(a_{n2}^{(21),1} + b_{n2}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) - (e_{n2}^{(21),1} + f_{n2}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}$$

$$U_z^{(2)} = - \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda+\mu} \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \chi^{(2)}$$

$$U_z^{(2)} = - \frac{2}{r} \alpha^2 \alpha \cos \alpha z \lambda \left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 + \mu + \sigma_{zz}^0}{\lambda+\mu} \right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) \left(I_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) + (e_{n1}^{(21),1} + f_{n1}^{(21),1}) (K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 - \varepsilon_n \left[(a_{n2}^{(21),1} + b_{n2}^{(21),1}) \left(I_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) \right) + (e_{n2}^{(21),1} + f_{n2}^{(21),1}) (K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \right\} \sigma_{rr}^{(2)} = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_{rr} + \lambda \varepsilon_{\theta\theta} + \lambda \varepsilon_{zz}$$

$$\sigma_{rr}^{(2)} = (\lambda + 2\mu) \frac{n}{r} \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(c_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) - d_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \sin n\theta_1 - \varepsilon_n \left[(c_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) - d_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}$$

$$+ (\lambda + 2\mu) \alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) (\xi_2^{(1)} \alpha)^2 (2I_n(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n-2}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) + (e_{n1}^{(21),1} + f_{n1}^{(21),1}) (\xi_3^{(1)} \alpha)^2 (2K_n(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n-2}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}$$

$$= - \frac{2n\alpha\lambda}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} -\varepsilon_n \left[(c_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) + d_{n1}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \sin n\theta_1 - \varepsilon_n \left[(c_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) - d_{n2}^{(21),1}) \xi_1^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_1^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}$$

$$\frac{2n\alpha\lambda}{r} \sin \alpha z \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \left[(a_{n1}^{(21),1} + b_{n1}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) + (e_{n1}^{(21),1} + f_{n1}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \sin n\theta_1 - \varepsilon_n \left[(a_{n2}^{(21),1} + b_{n2}^{(21),1}) \xi_2^{(1)} \alpha (I_{n-1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1) + I_{n+1}(\xi_2^{(1)} \alpha r_1)) + (e_{n2}^{(21),1} + f_{n2}^{(21),1}) \xi_3^{(1)} \alpha (K_{n-1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1) + K_{n+1}(\xi_3^{(1)} \alpha r_1)) \right] \cos n\theta_1 \right\}$$

$$-\frac{2}{r}\lambda\alpha^2\alpha\cos\alpha z\left(\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2+\mu+\sigma_{zz}^0}{\lambda+\mu}\right)\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon_n\left[\left(a_{n1}^{(21),1}+b_{n1}^{(21),1}\right)\left(I_n\left(\xi_2^{(1)}\alpha r_1\right)\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left(e_{n1}^{(21),1}+f_{n1}^{(21),1}\right)\left(K_n\left(\xi_3^{(1)}\alpha r_1\right)\right)\right]\cos n\theta_1-\varepsilon_n\left[\left(a_{n2}^{(21),1}+b_{n2}^{(21),1}\right)\left(I_n\left(\xi_2^{(1)}\alpha r_1\right)\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left(e_{n2}^{(21),1}+f_{n2}^{(21),1}\right)\left(K_n\left(\xi_3^{(1)}\alpha r_1\right)\right)\right]\sin n\theta_1\right\}$$

$$U_r^{(1)}=2\alpha\sin\alpha z\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{-c_{t2}^{(1)1}\frac{t}{r}K_t-(\xi_3\alpha r)-\frac{\xi_2\alpha}{2}a_{t1}^{(1)1}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)-\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.b_{t1}^{(1)1}\frac{\xi_3\alpha}{2}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)\right\}+\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\left(-1\right)^n c_{n2}^{(1)2}\frac{t}{r}I_t\left(\xi_3\alpha r\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left(-1\right)^n a_{n1}^{(1)2}\frac{\xi_2\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}+K_{n-t}\right)+\left(-1\right)^n b_{n1}^{(1)2}\frac{\xi_3\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}+\right.\right. \\ \left.\left.K_{n-t}\right)\right\}\right]\cos t\theta+\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{-c_{t1}^{(1)1}\frac{t}{r}K_t\left(\xi_3\alpha r\right)-\frac{\xi_2\alpha}{2}a_{t2}^{(1)1}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left.b_{t2}^{(1)1}\frac{\xi_3\alpha}{2}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)\right\}+\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{-\left(-1\right)^n c_{n1}^{(1)2}\frac{t}{r}I_t\left(\xi_3\alpha r\right)\left(K_{n+t}+K_{n-t}\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left(-1\right)^n a_{n2}^{(1)2}\frac{\xi_2\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)+\left(-1\right)^n b_{n2}^{(1)2}\frac{\xi_3\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}-\right.\right. \\ \left.\left.K_{n-t}\right)\right\}\right]\sin t\theta\right\}$$

$$U_{\theta}^{(1)}=2\alpha\sin\alpha z\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{c_{t1}^{(1)1}\frac{\xi_1\alpha}{2}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)-a_{t2}^{(1)1}\frac{t}{r}K_t\left(\xi_2\alpha r\right)-\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.b_{t2}^{(1)1}\frac{t}{r}K_t\left(\xi_3\alpha r\right)\right\}+\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\left(-1\right)^{n+1}c_{n1}^{(1)2}\frac{\xi_1\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}+K_{n-t}\right)+\right.\right. \\ \left.\left.\left(-1\right)^n a_{n2}^{(1)2}\frac{t}{r}I_t\left(\xi_2\alpha r\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)+\left(-1\right)^n b_{n2}^{(1)1}\frac{t}{r}\frac{\xi_3\alpha}{2}\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)\right\}\right]\cos t\theta+\right. \\ \left.\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{-\frac{\xi_1\alpha}{2}c_{t2}^{(1)2}\left(K_{t-1}+K_{t+1}\right)-a_{t1}^{(1)2}\frac{t}{r}K_t\left(\xi_2\alpha r\right)-b_{t1}^{(1)2}\frac{t}{r}K_t\left(\xi_3\alpha r\right)\right\}+\right.\right. \\ \left.\left.\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{-\left(-1\right)^n c_{n2}^{(1)2}\frac{\xi_1\alpha}{2}\left(I_{t-1}+I_{t+1}\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)-\left(-1\right)^n a_{n1}^{(1)2}I_t\left(\xi_2\alpha r\right)\left(K_{n+t}+\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.K_{n-t}\right)-\left(-1\right)^n b_{n1}^{(1)2}I_t\left(\xi_3\alpha r\right)\left(K_{n+t}+K_{n-t}\right)\right\}\right]\sin t\theta\right\}$$

$$U_z^{(1)1}=2\alpha^2\cos\alpha z\left\{\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{a_{t1}^{(1)2}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}K_t\left(\xi_2\alpha r\right)+\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.b_{t1}^{(1)2}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}K_t\left(\xi_3\alpha r\right)\right\}+\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\left(-1\right)^n a_{n1}^{(1)2}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}I_t\left(\xi_2\alpha r\right)\left(K_{n+t}+\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left.K_{n-t}\right)+\left(-1\right)^n b_{n1}^{(1)2}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}I_t\left(\xi_3\alpha r\right)\left(K_{n+t}+K_{n-t}\right)\right\}\right]\cos t\theta+\right. \\ \left.\sum_{t=0}^{\infty}\left[\varepsilon_t\left\{-a_{t2}^{(1)1}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}K_t\left(\xi_2\alpha r\right)-b_{t2}^{(1)1}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}K_t\left(\xi_3\alpha r\right)\right\}+\right.\right. \\ \left.\left.\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\left\{\left(-1\right)^n a_{n2}^{(1)2}\frac{t}{r}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}I_t\left(\xi_2\alpha r\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)+\right.\right.\right. \\ \left.\left.\left(-1\right)^n b_{n2}^{(1)2}\frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2-\mu-\sigma_{33}^0}{\lambda+\mu}I_t\left(\xi_3\alpha r\right)\left(K_{n+t}-K_{n-t}\right)\right\}\right]\sin t\theta\right\}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{r\theta}^{(1)} = & 2\alpha \sin \alpha z \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \left[\varepsilon_t \left\{ c_{t1}^{(1)1} \left(-\frac{t^2}{r^2} K_t - \frac{1}{4} (\xi_1 \alpha)^2 (K_{t-2} + 2K_t + K_{t+2}) - \frac{(\xi_1 \alpha)}{2r} (K_{t-1} + \right. \right. \right. \\
& K_{t+1}) \left. \left. \left. + a_{t2}^{(1)1} \left(\frac{2t}{r^2} K_t + \frac{(\xi_2 \alpha)t}{r} (K_{t-1} + K_{t+1}) + b_{t2}^{(1)1} \left(\frac{2t}{r^2} K_t + \frac{(\xi_3 \alpha)t}{r} (K_{t-1} + K_{t+1}) \right) \right\} + \right. \right. \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left\{ (-1)^n c_{n1}^{(1)2} \left(-\frac{t^2}{r^2} I_t - \frac{1}{4} (\xi_1 \alpha)^2 (I_{t-2} + 2I_t + I_{t+2}) - \frac{(\xi_1 \alpha)}{2r} (I_{t-1} + I_{t+1}) \right) (K_{n+t} + \right. \\
& K_{n-t}) + (-1)^n a_{n2}^{(1)2} \left(-\frac{2t}{r^2} I_t + \frac{(\xi_2 \alpha)t}{r} (I_{t-1} + I_{t+1}) (K_{n+t} + K_{n-t}) + (-1)^n b_{n2}^{(1)2} \left(-\frac{2t}{r^2} I_t + \right. \\
& \left. \left. \frac{(\xi_3 \alpha)t}{r} (I_{t-1} + I_{t+1}) (K_{n+t} + K_{n-t}) \right) \right\} \cos t\theta + \sum_{t=0}^{\infty} \left[\varepsilon_t \left\{ c_{t2}^{(1)1} \left(\frac{t^2}{r^2} K_t - \frac{1}{4} (\xi_1 \alpha)^2 (K_{t-2} + 2K_t + \right. \right. \right. \\
& K_{t+2}) + \frac{(\xi_1 \alpha)}{2r} (K_{t-1} + K_{t+1}) \left. \left. \left. + a_{t1}^{(1)1} \left(\frac{2t}{r^2} K_t + \frac{(\xi_2 \alpha)t}{r} (K_{t-1} + K_{t+1}) + b_{t1}^{(1)1} \left(\frac{2t}{r^2} K_t + \right. \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \frac{(\xi_3 \alpha)t}{r} (K_{t-1} + K_{t+1}) \right) \right\} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left\{ (-1)^n c_{n2}^{(1)2} \left(-\frac{t^2}{r^2} I_t - \frac{1}{4} (\xi_1 \alpha)^2 (I_{t-2} + 2I_t + I_{t+2}) + \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{(\xi_1 \alpha)}{2r} (I_{t-1} + I_{t+1}) \right) (K_{n+t} + K_{n-t}) - a_{n1}^{(1)2} \left(-\frac{2t}{r^2} I_t + \frac{(\xi_2 \alpha)t}{r} (I_{t-1} + I_{t+1}) (K_{n+t} + K_{n-t}) + \right. \right. \\
& \left. \left. (-1)^n b_{n1}^{(1)2} \left(\frac{2t}{r^2} I_t - \frac{(\xi_3 \alpha)t}{r} (I_{t-1} + I_{t+1}) (K_{n+t} + K_{n-t}) \right) \right\} \right] \sin t\theta \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{rz}^{(1)} = & 2\alpha^2 \cos \alpha z \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \left[\varepsilon_t \left\{ -C_{t2}^{(1)1} \frac{t}{r} K_t (\xi_1 \alpha r) - a_{t1}^{(1)1} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (K_{t-1} + \right. \right. \\
& K_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} - b_{t1}^{(1)1} \frac{\lambda(\xi_3 \alpha)}{2} (K_{t-1} + K_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} \left. \right\} + \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left\{ (-1)^n C_{n2}^{(1)2} \frac{t}{r} I_t (\xi_1 \alpha r) (K_{n+t} - K_{n-t}) + (-1)^n a_{n1}^{(1)2} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (I_{t-1} + \right. \\
& I_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} (K_{n+t} - K_{n-t}) + (-1)^n b_{n1}^{(1)2} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (I_{t-1} + I_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} (K_{n+t} - \\
& K_{n-t}) \left. \right\} \cos t\theta + \sum_{t=0}^{\infty} \left[\varepsilon_t \left\{ -C_{t1}^{(1)1} \frac{t}{r} K_t (\xi_1 \alpha r) + a_{t2}^{(1)1} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (K_{t-1} + K_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} - \right. \right. \\
& b_{t2}^{(1)1} \frac{\lambda(\xi_3 \alpha)}{2} (K_{t-1} + K_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} \left. \right\} + \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left\{ (-1)^n C_{n1}^{(1)2} \frac{t}{r} I_t (\xi_1 \alpha r) (K_{n+t} - \right. \\
& K_{n-t}) + (-1)^n a_{n2}^{(1)2} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (I_{t-1} + I_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_2^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} (K_{n+t} - K_{n-t}) + \\
& \left. \left. (-1)^n b_{n2}^{(1)2} \frac{\lambda(\xi_2 \alpha)}{2} (I_{t-1} + I_{t+1}) \frac{(\lambda+2\mu)\xi_3^2 - \mu - \sigma_{33}^0}{\lambda+\mu} (K_{n+t} - K_{n-t}) \right\} \right] \sin t\theta \left. \right\}
\end{aligned}$$

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Uluslararası Makaleler

1. R. Köşker, ve İ. Gülten, "Stress Distribution in Composites with Co-Phase Periodically Curved Two Neighboring Hollow Fibers", CMC: Computers, Materials & Continua, DOI:10.32604/cmc.2021.017857, 2021

Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

1. R. Köşker, ve İ. Gülten, "Periyodik Eğrilikli İçi Boş Lif İçeren Elastik Ortamda Gerilme Dağılımı,". Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, (19), 809-820, 2020.

2. R. Köşker, İ. Gülten, "Periyodik Eğrilikli İki Komşu İçi Boş Lif İçeren Elastik Ortamdaki ormal Gerilmeler Üzerine,". Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi, 22, 316-324, 2021.

Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitabında (*Proceedings*) asılan bildiriler:

1. R. Köşker ve İ. Gülten," Internal Stability Loss of a Periodical Curved Carbon Nanotube in a Viscoelastic Matrix," 3rd International Symposium on Innovative Technologies In Engineering And Science, ISITES2015, Valencia, Spain, Proceeding Book, pp:2307-2317, 2015.

2. İ. Gülten ve R. Kosker, "The Fracture of the Elastic Matrix Containing Two Neighboring Co-Phase Periodically Curved Carbon Nanotubes", 4th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA-2015), 31 August-3 September 2015, Athens, Greece, Book of Abstract, pp:119, 2015.

3. R. Kosker ve İ. Gülten, Stress Distribution in the Infinite Elastic Body with Two Neighboring Periodical Curved Carbon Nanotube Located on Different and Parallel Planes, 6th International Eurasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (IECMSA-2017), Book of Abstracts, pp:167-168, 2017 15-18 August, Budapest, Hungary, 2017.

4. İ. Gülten and R. Kosker, "The Fracture of the Elastic Matrix Containing Two Neighboring Co-phase out of Plane Periodically Curved Carbon

Nanotubes,"International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling, ICAAMM19, Book of Abstract, pp:179-180, 31, March 10-13, 2019,

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:

1. R. Köşker, ve İ. Gülten, "Geometrik Lineer Durumunda Aynı Fazlı Periyodik Eğilmiş İki Komşu Karbon Nanotüp İçeren Sonsuz Elastik Ortamda Gerilme Yayılımı", XIX. Ulusal Mekanik Kongresi, Bildiriler Kitabı 659-668, 24-28 Ağustos 2015, Trabzon, Karadeniz Teknik Üniversitesi, 2015.

2.R. Köşker, ve İ. Gülten, "Aynı Fazlı Periyodik Eğilmiş Sıralı Karbon Nanotüp İçeren Sonsuz Elastik Ortamda Geometrik Lineer Durumunda Gerilme Yayılımı", XX. Ulusal Mekanik Kongresi, Bursa, Uludağ Üniversitesi, 05-09 Eylül 2017.