

**KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ENKESİT ALANI DOĞRUSAL DEĞİŞEN NANOÇUBUĞUN
BOYUNA TİTREŞİM ANALİZİ**

ÖZGE KARA

KOCAELİ 2022

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ENKESİT ALANI DOĞRUSAL DEĞİŞEN NANOÇUBUĞUN
BOYUNA TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZGE KARA

Prof. Dr. Prof. Dr. Safa Bozkurt COŞKUN

Danışman, Kocaeli Üniversitesi

.....

Doç. Dr. Baki ÖZTÜRK

Jüri Üyesi, Haccettepe Üniversitesi

.....

Dr. Öğr. Üyesi Hakan ERDOĞAN

Jüri Üyesi, Kocaeli Üniversitesi

.....

Tezin Savunulduğu Tarih:28.09.2022

ETİK BEYAN VE ARAŞTIRMA FONU DESTEĞİ

Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez/proje çalışmada,

- Bu tezin/projenin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu,
- Çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı,
- Bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi,
- Bu çalışmanın Kocaeli Üniversitesi'nin abone olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun olduğunu,
- Kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- Tezin/Projenin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez/proje çalışması olarak sunmadığımı,

beyan ederim.

Bu tez/proje çalışmasının herhangi bir aşaması hiçbir kurum/kuruluş tarafından maddi/alt yapı desteği ile desteklenmemiştir.

Bu tez/proje çalışması kapsamında üretilen veri ve bilgiler tarafından no'lu proje kapsamında maddi/alt yapı desteği alınarak gerçekleştirilmiştir.

Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Özge KARA

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI

Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından onaylanan lisansüstü tezimin/projemin tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda belirtilen koşullarla kullanıma açma izninin Kocaeli Üniversitesi'ne verdiğimi beyan ederim. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet hakları bende kalacak, tezimin/projemin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki makale, kitap, tebliğ, lisans, patent gibi çalışmalarda kullanımı, danışmanımın isim hakkı saklı kalmak koşuluyla ve her iki tarafın bilgisi dâhilinde bana ait olacaktır.

Tezim/projenin kendi özgün çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezimin/projenin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim kurulu tarafından yayınlanan "*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*" kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricinde YÖK Ulusal Tez Merkezi/ Kocaeli Üniversitesi Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü yönetim kurulu kararı ile tezimin/projemin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 2 yıl ertelenmiştir.
- "Enstitü yönetim kurulu gerekçeli kararı ile tezimin/projemin erişime açılması mezuniyet tarihinden itibaren 6 ay ertelenmiştir.
- Tezim/projem ile ilgili gizlilik kararı verilmemiştir.

Özge KARA

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek lisansa başlayacağım ilk zamandan beri bana inanarak benden desteğini eksik etmeyen, çalışma boyunca tecrübeleriyle bana yol gösteren değerli danışmanım Prof. Dr. Safa Bozkurt Çoşkun'a sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım. Ayrıca bu çalışmanın tamamlanması sürecinde göstermiş olduğu ilgi ve sabır için de teşekkür ederim.

Maddi ve manevi desteğini üzerimden hiç eksik etmeyen, bu çalışma sürecinde motive ederek hep yanımda olan, verdiğim tüm kararlarda sonuna kadar desteğini esirgemen değerli aileme sonsuz sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Üniversitemizin bünyesinde çalışan, bu süreçleri hakkıyla yürüten, kendilerinden fedakarlık ederek çalışmalarını yürüten tüm üyelerimize ve çalışanlara teşekkürlerimi sunarım.

Eylül-2022

Özge KARA

İÇİNDEKİLER

ETİK BEYAN VE ARAŞTIRMA FONU DESTEĞİ.....	i
YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI	ii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	v
TABLolar DİZİNİ.....	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. ELASTİK ÇUBUKLARIN BOYUNA TİTREŞİMLERİ.....	5
2.1. Yerel Teori.....	5
2.2. Yerel Olmayan Teori	6
3. ADOMIAN AYRIŞTIRMA METODU	11
3.1. Giriş	11
3.2. Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM).....	11
4. PROBLEMİN FORMÜLASYONU	16
4.1. Yönetici Denklem	16
5. SAYISAL UYGULAMALAR.....	19
5.1. Üniform Enkesit Durumu	19
5.2. Değişken Enkesitli Nanoçubuk.....	22
5.3. Değişken Enkesitli Doğrusal Yay Mesnetli Nanoçubuk	28
6. SONUÇLAR.....	31
KAYNAKLAR.....	32
KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER.....	36
ÖZGEÇMİŞ.....	37

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	CNT ve grafen levhanın şematik görünümü.....	2
Şekil 2.1.	Bir çubuğun boyuna titreşimi	5
Şekil 2.2.	Nanoçubuğun boyuna titreşimi için temel titreşim frekansının çubuk boyu ile değişimi.....	10
Şekil 3.1.	ADM ile ardışık tahminlerin yakınsaması	15
Şekil 5.1.	Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO değerlerinin uzunlukla değişimi	25
Şekil 5.2.	Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO değerlerinin uzunlukla değişimi.....	26
Şekil 5.3.	FO değerlerinin sınır koşullarına göre karşılaştırılması	28
Şekil 5.4.	Sağ ucu doğrusal yay ile mesnetlenmiş nanoçubuk	28



TABLolar DİZİNİ

Tablo 2.1. Boyuna titreşim yapan çubuk için sınır koşulları ve doğal frekanslar.....	6
Tablo 2.2. Bir ucu sabit diğer serbest nano çubuk için en küçük doğal frekans (THz).....	10
Tablo 2.3. Her iki ucu sabit nano çubuk için en küçük doğal frekans (THz)	10
Tablo 5.1. Bir ucu sabit bir ucu serbest üniform nanoçubuk için 10. mertebe çözümlerin kıyaslanması	20
Tablo 5.2. Bir ucu sabit bir ucu serbest çubuk için 20. mertebe çözümlerin kıyaslanması	21
Tablo 5.3. Her iki ucu sabit üniform nanoçubuk için 10. mertebe çözümlerin kıyaslanması	21
Tablo 5.4. Her iki ucu sabit üniform nanoçubuk için 25. mertebe çözümlerin kıyaslanması	22
Tablo 5.5. Enkesiti değişken çubuğun boyuna titreşimi için boyutsuz yerel frekanslar	24
Tablo 5.6. Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO karşılaştırması.....	24
Tablo 5.7. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO karşılaştırması	24
Tablo 5.8. Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO değerleri.....	27
Tablo 5.9. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO değerleri.....	27
Tablo 5.10. Sağ ucu yay mesnetli çubuk için yerel doğal frekans değerleri	29

ENKESİT ALANI DOĞRUSAL DEĞİŞEN NANOÇUBUĞUN BOYUNA TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Nanoteknoloji ile bilimde ve endüstride devrimsel bir dönüşüm gerçekleşmiş ve gelişmiş özellikli yeni jenerasyon malzemeler bu sayede üretilebilmiştir. Elde edilen sonuçlar bu alanda yapılan bilimsel araştırmalara da devinim getirmiştir. Nano yapısal elemanların eğilme, burkulma ve titreşim problemleri halen literatürde en çok çalışılan alanlardan biri olmaya devam etmektedir. Bu çalışmada, enkesiti değişken bir nano çubuğun boyuna titreşimi incelenmiştir. Kullanılan model, nano-ölçekli malzemelerin mekaniğinin analizinde kullanılan yerel olmayan elastisite teorisine bağlı olarak oluşturulmuştur. Problemi yöneten denkleme Adomian ayrıştırma yöntemi (ADM) uygulanarak çözüm algoritması oluşturulmuş, sonrasında da farklı sınır koşulları ile nanoçubuğa uygulanmıştır. Sonuçlar yerel olmayan frekansların, karşılık gelen yerel frekanslardan daha küçük olduğunu ve yerel olmayan teorisinin etkisinin problemde önemli rolü olduğunu göstermiş, ADM ile değişken kesitli nanoçubukların titreşim problemlerinin başarıyla çözülebileceğini göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: ADM, Boyuna Titreşim, Eksenel Titreşim, Nanoçubuk.

LONGITUDINAL VIBRATION ANALYSIS OF NANORODS WITH LINEAR VARIATION IN CROSS-SECTIONAL AREA

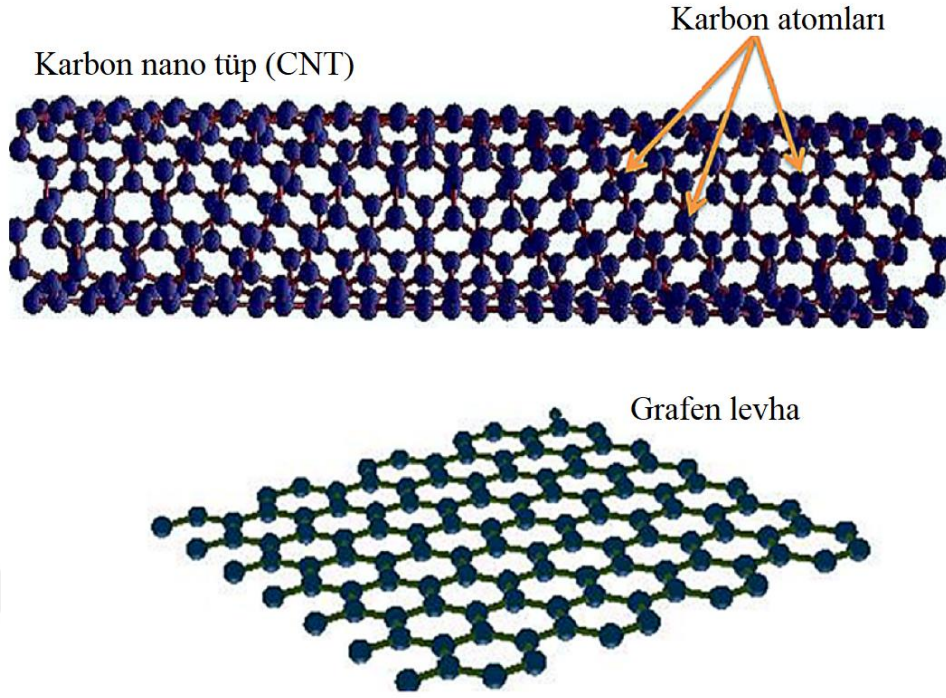
ABSTRACT

By the use of nanotechnology, a revolutionary transformation has taken place in science and industry, and new generation materials with advanced features have been produced in this way. The results obtained have also brought momentum to scientific researches in this field. Bending, buckling and vibration problems of nano-structural elements still continue to be one of the most studied areas in the literature. In this study, the longitudinal vibration of a variable cross-section nanorod is investigated. The model used is based on the nonlocal elasticity theory used in the analysis of the mechanics of nanoscale materials. Solution algorithms created by applying the Adomian decomposition method (ADM) is applied to the equation governing the problem, and then applied to the nanorod with different boundary conditions. The results showed that non-local frequencies are smaller than the corresponding local frequencies and the effect of non-local theory plays an important role in the problem, showing that vibration problems of variable cross-section nanorods can be successfully solved via ADM.

Keywords: ADM, Axial Vibration, Longitudinal Vibration, Nanorod.

1. GİRİŞ

Nanoteknoloji atomik ve moleküler düzeyde fonksiyonel malzemelerin üretimi ile ilgilidir. Bu teknoloji ile devrimsel bir dönüşüm gerçekleşmiş ve gelişmiş özellikli yeni jenerasyon malzemeler üretilebilmiştir (Ansari ve Sahmani, 2011). Bu şekilde üretilen malzemelerin başta tıp, biyomalzeme, elektronik ve enerji üretimi olmak üzere pek çok disiplinde yaygın kullanım alanı bulunmaktadır (Şimşek ve Yurtçu, 2013). Son zamanlarda, nanomalzemeler bilimsel araştırmaların popüler konusudur ve matematik, fizik, kimya ve mühendislikte yaygın olarak çalışılmaktadır. Nanomalzemeler üstün mekanik, kimyasal, elektrik, optik ve elektronik özelliklere sahip malzemelerdir. Bu nedenle nanomalzemeler, çeşitli nanoelektromekanik sistemler (NEMS) ve nanokompozitlerin bileşenleridir. Bu nanomalzemelerin yaygın örneklerinden bazıları nanoparçacıklar, nanoteller, nanotüplerdir (karbon nanotüpler, CNT, ZnO nanotüpler, vb). Nanomalzemeler, nanoyapılar olarak da adlandırılan nanoölçekli cisimlerin temel malzemeleridir (Murmu ve Adhikari, 2010). Nanomalzemelerin davranışlarını inceleyebilmek için uygun mekanik bilgisine sahip olmak oldukça önemlidir. Çok küçük uzunluk ölçeklerindeki malzemelerin davranışını incelemek hesaplamalı nanomekanik alanının öncü konuları olmuştur (Ansari ve Sahmani, 2011). Kirişler, levhalar ve plaklar gibi yapısal elemanlar yaygın olarak mikro veya nano uzunluk ölçeğindeki mikroelektromekanik sistemler (MEMS) veya nanoelektromekanik sistemler (NEMS) cihazların bileşenleri olarak kullanılmaktadır ve nanomekanik araştırmalarında ele alınan zor problemlerin konusu olmaya devam etmektedirler (Lu ve diğ., 2007), (Mahmoud ve diğ., 2012). Ijima tarafından CNTlerin 1991 yılındaki icadı ile teknolojide, CNT'lerin yüksek rijitlik, düşük yoğunluk, çok yüksek en boy oranı, dikkat çekici elektronik özellikler, yüksek iletkenlik ve yüksek mukavemet gibi mükemmel özellikleri nanodünyada yepyeni bir dönem başlatmıştır (Danesh ve diğ., 2012), (Ehteshami ve Hajabasi. 2011). CNT'lere benzer şekilde grafen levhalar şeklindeki nanoplakalar da benzersiz üstün özellikleri nedeniyle ilgi uyandırdı ve MEMS/NEMS cihazlarında kütle sensörleri, atomistik toz dedektörleri ve rezonatörler gibi yaygın olarak bileşen olarak kullanılmaktadır (Farajpour ve diğ., 2011). Bir karbon nanotüp (CNT) ve grafen levhanın şematik görünümü Şekil 1'de görülmektedir.



Şekil 1.1. CNT ve grafen levhanın şematik görünümü (Karlicic ve diğ., 2016)

Nano ölçekte deneyler yapmak oldukça zor ve pahalıdır. Bu bağlamda, uygun matematiksel modellerin geliştirilmesi nanoyapılar (grafen, CNT, nanorod, nanofiber vb.) için oldukça önem arz etmektedir (Pradhan ve Phadikar, 2009). Genel olarak nanoyapıları modellemek için, atomistik, hibrit atomistik-sürekli ortam mekaniği ve sürekli ortam mekaniği olmak üzere üç yaklaşım geliştirilmiştir (Narendar ve Gopalakrishnan, 2012). Ancak atomik yöntemler az sayıda molekül ve atom içeren sistemlerle sınırlıdır (Wang ve Varadan, 2006).

Küçük ölçekli nanoteknoloji kiriş, plak ve kabuk gibi klasik veya yerel sürekli ortam modellerinin uygulanabilirliğini sorgulanabilir hale getirir. Bu nedenle nanomalzeme çalışmalarında ölçek etkisini dikkate alan sürekli ortam modelleri geliştirmek gerekmektedir. Uzunluk ölçekleri küçüldükçe, atomlar ve moleküller arası uzun-mesafeli bağ kuvvetlerinin statik ve dinamik özellikler üzerindeki önem kazanır ve bu nedenle ihmal edilemez. Klasik sürekli ortam mekaniği bu etkileri dışlar ve bu nedenle nanoyapılarda küçük ölçek etkilerini yakalamada başarısız olur (Chakraverty ve Behera, 2017). Yerel teori kullanılarak yapılan küçük boyutlu analiz ise sonuçları abartılı olarak tahmin eder. Bu nedenle nanoyapıların davranışlarının doğru tahmini için küçük etkileri

dikkate almak gereklidir (Narendar ve Gopalakrishnan, 2012). Bu amaçla gerinim gradyen teorisi (Nix ve Gao, 1998), kuple gerilme teorisi (Hadjesfandiari ve Dargush, 2011), geliştirilmiş küple gerilme teorisi (Asghari ve diğ., 2010) ve yerel olmayan elastisite teorisi (Eringen, 1972) gibi çeşitli boyut-bağımlı sürekli ortam modelleri geliştirilmiştir. Bunların arasından Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi (Eringen, 1972) araştırmacılar arasında en yaygın kullanılan teoridir. Yerel olmayan elastisite teorisinde bir noktadaki gerilme etki alanındaki bütün noktalardaki gerinimlerin bir fonksiyonudur. Bununla birlikte, klasik sürekli ortam modellerinde bir noktadaki gerilme, etki alanında o noktadaki gerinimin bir fonksiyonudur (Murmu ve Adhikari, 2010). Reddy (Reddy, 2007), Aydoğdu (Aydoğdu, 2009a) nanokirişlerin eğilme, burkulma ve titreşimleri için genel yerel olmayan kiriş teorisi önermiştir.

Son yıllarda, yerel olmayan elastisiteye bağlı olarak nanoyapıların eğilmesi, serbest titreşimi ve burkulması üzerine kapsamlı araştırmalar yapılmıştır. Bu çalışmanın konusu nanoçubukların aksenal titreşimi üzerine olduğundan literatür araştırması bu başlık altında yoğunlaşacaktır. Aydoğdu (Aydoğdu, 2009b) nanoçubukların aksenal titreşiminde küçük ölçek etkisinin araştırmak için bir yerel olmayan elastik çubuk modeli geliştirmiştir. Filiz ve Aydoğdu (Filiz ve Aydoğdu, 2010) karbon nanotüp heterobağlantıların aksenal titreşimini çalışmıştır. Aydoğdu ve Filiz (Aydoğdu ve Filiz, 2011) karbon nanotüp tabanlı kütle sensörlerinin modellenmesini aksenal titreşim ve yerel olmayan elastisite yardımıyla ele almıştır. Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) konik nano çubukların aksenal titreşimini yerel olmayan elastisite teorisi ve diferansiyel kuadratür yöntemi ile çalışmışlardır. Aydoğdu (Aydoğdu, 2012) elastik bir ortamda gömülü tel duvarlı karbon nanotüpün titreşimini incelemiştir. Şimşek (Şimşek, 2012) fonksiyonel derecelendirilmiş konik nanoçubukların aksenal serbest titreşiminde yerel olmayan etkileri incelemiştir. Chang (Chang, 2012) üniform olmayan ve homojen olmayan nanoçubukların aksenal titreşiminde küçük ölçek etkisini araştırmıştır. Aydoğdu (Aydoğdu, 2014) çok duvarlı karbon nanotüplerde boyuna dalga yayılımını çalışmıştır. Dinçkal (Dinçkal, 2016) karbon nanotüplerin serbest titreşimini sonlu eleman yöntemiyle ele almıştır. Aydoğdu ve Arda (Aydoğdu ve Arda, 2016) nano çubukların yerel olmayan elastisite ile zorlanmış titreşimini çalışmışlardır. Aydoğdu ve diğ. (Aydoğdu ve diğ., 2018) fonksiyonel derecelendirilmiş nano çubuk ve kirişlerin aksenal titreşimini incelemiştir. Challamel ve diğ. (Challamel ve diğ., 2018) elastik ortama gömülü nano

çubuğun statik ve dinamiği için yerel olmayan ve latis fomülasyonları geliştirmişlerdir. Numanoğlu ve diğ. (Numanoğlu ve diğ., 2018) tek boyutlu nano çubukların aksel titreşim davranışını çalışmışlardır. Arda ve Aydogdu (Arda ve Aydogdu, 2020) değişken enkesitli nano çubukların boyuna titreşimlerini çalışmışlardır. Civalek ve Numanoğlu (Civalek ve Numanoğlu, 2020) Love-Bishop nano çubuklarının aksel titreşimini yerel olmayan sonlu eleman yöntemi ile ele almışlardır. Civalek ve diğ. (Civalek ve diğ., 2022) gözenekli nano çubukların burulmalı ve boyuna titreşimlerini incelemişlerdir.

Son yıllarda analitik tahmin yöntemleri doğrusal ve doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin çözümünde oldukça popüler olup, matematik, fizik ve mühendislik alanında yaygın olarak çalışılmaya devam etmektedir. Diferansiyel dönüşüm yöntemi (Zhou, 1986), Adomian ayrıştırma yöntemi (Adomian, 1994), varyasyonel iterasyon yöntemi (He, 1999), homotopi perturbasyon yöntemi (He, 2003), homotopi analiz yöntemi (Liao, 1992) bu yöntemlerin başlıcaları arasında sayılabilir. Bu yöntemlerin bir bölümü daha önce nano çubuk ve nano kırışların eğilme, burkulma ve titreşim problemlerinin çözümünde kullanılmışlardır (Coşkun ve Mert Kutsal, 2019), (Coşkun ve Öztürk, 2019).

Bu çalışmada enkesit alanı doğrusal değişen nano çubukların boyuna titreşim problemleri Adomian ayrıştırma yöntemi (ADM) ile incelenecektir. Bu amaçla önce elastik çubuklar için klasik yerel aksel titreşim teorisi verilecek, sonrasında ise yerel olmayan teori açıklanacaktır. Yerel olmayan teori kullanılarak değişken enkesitli nano çubukların boyuna titreşim problemi ADM ile formüle edilecek, sonrasında ise literatürden uygun örnekler seçilerek uygulanan yöntemlerin etkinliği test edilecektir. Son olarak bulgular tartışılacak ve elde edilen sonuçlar yorumlanacaktır.


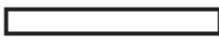
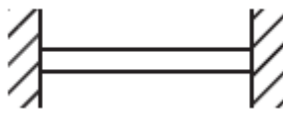
$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) \quad (2.5)$$

Burada $c^2 = E/\rho$ olup dalga hızı olarak nitelendirilir. Denklem (2.5)'in çözümü aşağıdaki formda yazılabilir. Denklem (2.5) için genel çözüm aşağıdaki gibidir.

$$u(x, t) = U(x)T(t) = \left(B_1 \cos \frac{\omega x}{c} + B_2 \sin \frac{\omega x}{c} \right) (D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t) \quad (2.6)$$

Çeşitli sınır durumları için doğal titreşim frekansları aşağıdaki gibi elde edilir.

Tablo 2.1. Boyuna titreşim yapan çubuk için sınır koşulları ve doğal frekanslar (Rao, 2018)

Çubuk	Sınır Koşulları	Mod Şekli	Doğal Frekansları
	$u(0, t) = 0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$	$\sin \frac{(2n + 1)\pi x}{2l}$	$\omega_n = \frac{(2n + 1)\pi c}{2l}$ $n = 0, 1, 2, \dots$
	$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$ $\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0$	$\cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$ $n = 0, 1, 2, \dots$
	$u(0, t) = 0$ $u(L, t) = 0$	$\cos \frac{n\pi x}{l}$	$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}$ $n = 0, 1, 2, \dots$

2.2. Yerel Olmayan Teori

Nano çubuğun boyuna titreşimi için yerel olmayan teori Karlicic ve diğ. (Karlicic ve diğ., 2016) tarafından verildiği şekilde aşağıdaki gibi izah edilecektir. Yerel olmayan elastisite teorisine göre gerilme şekil değiştirme ilişkisi aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \varepsilon_{xx} \quad (2.7)$$

Eksenel kuvvet ise gerilmeyle aşağıdaki gibi ilişkilendirilir. Denklemden e_0a yerel olmayan parametre, $\varepsilon_{xx} = du/dx$ ise eksenel deformasyondur.

$$P(x, t) = \iint \sigma_{xx} dA \quad (2.8)$$

Denklem (2.8)'in (2.7)'de yerine konmasıyla ise;

$$P - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.9)$$

Enkesit alanı $A = \iint dA$ olarak verilmektedir. Denklem (2.2) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\frac{\partial P}{\partial x} + f(x, t) = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

Denklem (2.10)'un (2.9)'da yerine konmasıyla yerel olmayan hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - f(x, t) - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = (e_0a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - f(x, t) \right] \quad (2.11)$$

Yerel olmayan nano çubuğun boyuna serbest titreşim denklemi için denklem (2.11)'de yer alan dış yükü sıfır olarak kabul etmemiz yeterli olacaktır.

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = (e_0a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] \quad (2.12)$$

Nano çubuğun sınır koşulları Tablo 2.1'de görülen koşullarla aynıdır. Yalnız serbest uç sınır koşulunda bir değişiklik bulunmaktadır. Serbest uçta sınır koşulu aslında $P = 0$ olarak alınmaktadır. Bu koşul denklem (2.1) yardımıyla $\partial u / \partial x = 0$ halini almaktadır. Oysa yerel olmayan elastisitede (2.9) ve (2.10) yardımıyla aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$P(x, t) = (e_0a)^2 \rho A \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.13)$$

Dolayısıyla serbest uçlar için sınır koşulu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P(0, t) = 0 \text{ ve/veya } P(l, t) = 0 \quad (2.14)$$

Denklem (2.12) için analitik çözüm değişkenlere ayırma yöntemi ile aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u(x, t) = \sum U_n(x)T_n(t) \quad (2.15)$$

$T_n(t) = e^{i\omega_n t}$ alınacak olursa nano çubuk için mod şekli fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d^2 U_n(x)}{dx^2} + \alpha_n^2 U_n(x) = 0 \quad (2.16)$$

Burada α_n sınır koşulları yardımıyla elde edilecek karakteristik değerler olup aşağıdaki gibi verilecektir.

$$\alpha_n^2 = \frac{\omega_n^2}{\frac{E}{\rho} - (e_0 a)^2 \omega_n^2} \quad (2.17)$$

Denklem (2.16) için genel çözüm aşağıdaki gibi verilebilir.

$$U_n(x) = K_{1n} \sin(\alpha_n x) + K_{2n} \cos(\alpha_n x) \quad (2.18)$$

Her iki ucu sabit olan nano çubuk için aşağıdaki sınır koşullarını aşağıdaki gibi olacaktır.

$$U_n(0) = 0, U_n(l) = 0 \quad (2.19)$$

Denklem (2.19)'da verilen koşulların (2.18)'de yerine konması ile mod şekli için aşağıdaki karakteristik denklem elde edilecektir.

$$\sin(\alpha_n l) = 0 \quad (2.20)$$

Bu denklemin kökleri;

$$\alpha_n l = n\pi \quad (2.21)$$

olarak elde edilir. Karakteristik değer (2.21)'in (2.18)'de yerine konması ile mod şekli fonksiyonu ise aşağıdaki gibi elde edilir.

$$U_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (2.22)$$

Bir ucu sabit diğ er ucu serbest nano ç ubuğ un sınır koş ulları ise ař ağı daki gibi olacaktır.

$$U_n(0) = 0 , P(l) = 0 \quad (2.23)$$

Denklem (2.23)'de verilen koş ulların (2.18)'de yerine konması ile mod şekli için ař ağı daki karakteristik denklem elde edilecektir.

$$\cos(\alpha_n l) = 0 \quad (2.24)$$

Bu denklemin kö kleri;

$$\alpha_n l = \frac{2n-1}{2} \pi \quad (2.25)$$

olarak elde edilir. Karakteristik değ er (2.25)'in (2.18)'de yerine konması ile mod şekli fonksiyonu ise ař ağı daki gibi elde edilir.

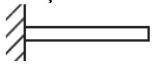
$$U_n(x) = \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \quad (2.22)$$

Nano ç ubuğ un boyuna serbest titreşimi için doğ al frekanslar ise (2.17) yardımıyla ař ağı daki gibi elde edilir.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{\alpha_n^2}{[1+(e_0 a)^2 \alpha_n^2]}} \quad (2.23)$$

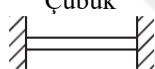
Coş kun ve Öztürk (Coş kun ve Öztürk, 2019) homotopi perturbasyon yönt emi (HPM) (He, 2003) ile nanoç ubukların boyuna titreşimlerini incelemiş lerdir. Bir ucu sabit, diğ er ucu serbest nano ç ubuk için literatürden bir probleme (Cao ve diğ ., 2006) ait verileri kullanarak, Karlicic ve diğ . (Karlicic ve diğ ., 2016) denklem (2.23) ile elde ettikleri ç özümü karşı laş tırmış larıdır. Aynı problem Coş kun ve Öztürk (Coş kun ve Öztürk, 2019) tarafından HPM ile de ç özülmüş tür. Coş kun ve Öztürk (Coş kun ve Öztürk, 2019) her iki ucu sabit ç ubuk için de ç özüm elde etmiş , elde ettikleri ç özümü ise denklem (2.23) ile elde edilen ç özümle karşı laş tırmış larıdır. Probleme (Cao ve diğ ., 2006) ait veriler $\rho=9517 \text{ kg/m}^3$, $E=6.85 \text{ TPa}$, $L=12.2 \text{ nm}$ olarak verilmektedir. Cao ve diğ . (Cao ve diğ ., 2006) boyuna titreşen tek duvarlı karbon nanotüpün (SWCNT) doğ al frekanslarını moleküler dinamik yardımıyla elde edilmeye ç alış mış tır. Her üç kaynağ a ait sonuçlar Tablo 2.2 ve 2.3'de karşı laş tırılmaktadır.

Tablo 2.2. Bir ucu sabit diğer serbest nano çubuk için en küçük doğal frekans (THz)

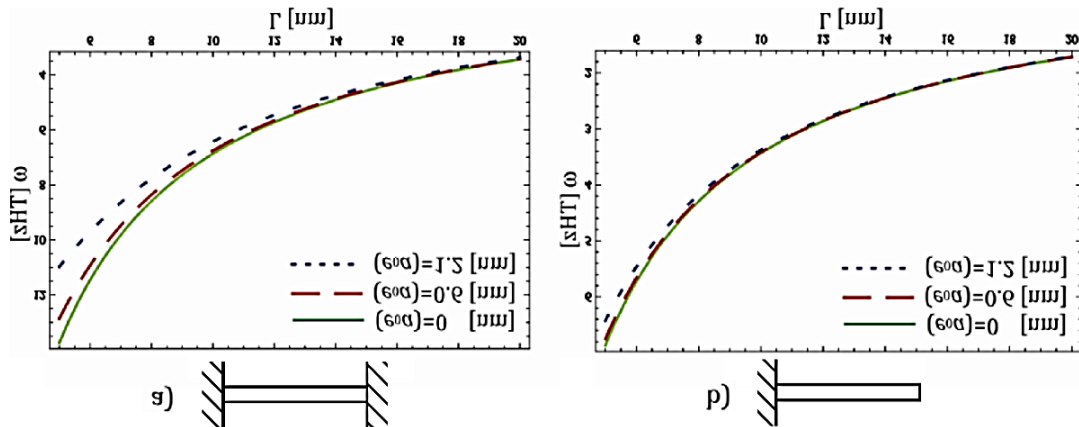
Çubuk	e_0a = 0 nm	e_0a = 0,5 nm	e_0a = 1,0 nm	e_0a = 1,5 nm	e_0a = 2,0 nm	MD Simülasyonu (Cao ve diğ., 2006)
						
<i>Analitik (Karlicic ve diğ., 2016)</i>	0,549763	0,548627	0,545262	0,539788	0,532395	
HPM (Coşkun ve Öztürk, 2019)	0,549763	0,548627	0,545262	0,539788	0,532395	0,544

Karlicic ve diğ. (Karlicic ve diğ., 2016) yerel elastisite durumu ($e_0a = 0$) için doğal frekansın olduğundan büyük tahmin edildiğini, daha iyi bir tahminin yerel olmayan etkinin dikkate alındığı ve e_0a 'nın birim değere yaklaştığı durum için elde edildiğini belirtmişlerdir.

Tablo 2.3. Her iki ucu sabit nano çubuk için en küçük doğal frekans (THz)

Çubuk	e_0a = 0 nm	e_0a = 0,5 nm	e_0a = 1,0 nm	e_0a = 1,5 nm	e_0a = 2,0 nm
					
<i>Analitik (Karlicic ve diğ., 2016)</i>	1,099526	1,090524	1,064789	1,025671	0,977505
HPM (Coşkun ve Öztürk, 2019)	1,099526	1,090524	1,064789	1,025671	0,977505

Karlicic ve diğ. (Karlicic ve diğ., 2016) nano çubuğun boyuna titreşimi için temel boyuna titreşim frekansının çubuğun boyu ile olan ilişkisini Şekil 2.2'de görüldüğü gibi vermektedir.



Şekil 2.2. Nanoçubuğun boyuna titreşimi için temel titreşim frekansının çubuk boyu ile değişimi (Karlicic ve diğ., 2016)

3. ADOMIAN AYRIŞTIRMA METODU

3.1. Giriş

Çoğu diferansiyel denklemin açık çözümü bulunmamaktadır. Özellikle doğrusal olmayan problemlerde araştırmacılar için çözüm elde etmek oldukça güçtür. Son yıllarda adi ve kısmi diferansiyel denklemlere çözümler elde etmek için pek çok tahmin yöntemi geliştirilmiştir (Zhou, 1986)-(Liao, 1992). Bu kısımda tez çalışmasında da kullanılacak olan ve çözüme hızlı yakınsama potansiyeline sahip Adomian ayrıştırma yöntemi açıklanacaktır. Yöntem Hermann ve Saravi (Hermann ve Saravi, 2016) tarafından açıklandığı şekliyle izah edilecektir.

3.2. Adomian Ayrıştırma Metodu (ADM)

Adomian ayrıştırma metodu (ADM) adi ve kısmi diferansiyel denklemleri çözmek için bir yarı analitik yöntemdir (Adomian, 1994). ADM, doğrusal olmayan operatör denklemlerin çözümlerinin uygun fonksiyon uzaylarında bir seri halinde çözümüne dayanmaktadır. Yöntem hassas bir şekilde seri çözümünü elde eder ve uygulamalı bilimlerde büyük ilgi görmektedir. Yöntem çözüme hızla yakınsayan seriler meydana getirir. Yöntemin çözüme yakınsaması (Abbaoui ve Cherruault, 1994a), (Abbaoui ve Cherruault, 1994b),’da çalışılmıştır.

Herman ve Saravi (Hermann ve Saravi, 2016) aşağıda verilen doğrusal olmayan başlangıç değer problemini ele almışlardır.

$$y'(x) + y(x)^2 = 0 \quad y(0) = 1 \quad (3.1)$$

Denklem (3.6)'nın analitik çözümü ise aşağıdaki gibidir.

$$y(x) = (1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots \quad (3.2)$$

ADM ile aşağıdaki genel formda verilen diferansiyel denklemi çözmeye çalışalım.

$$Ly + Ry + Ny = f(x) \quad (3.3)$$

Burada L en üst mertebeden türeve sahip doğrusal operatör, R doğrusal terimlerin kalanı, N doğrusal olmayan terimlerdir.

L operatörünün birinci mertebe türev operatörü, $L = d/dx$ olduğunu varsayalım. Eğer L operatörünün tersi var ise ters operatör aşağıdaki gibi verilebilir.

$$L^{-1}(\cdot) = \int_0^x (\cdot) d\tau \quad (3.4)$$

Bu durumda,

$$L^{-1}Ly = y(x) - y(0) \quad (3.5)$$

olacaktır. Eğer $L = d^2/dx^2$ ise o zaman ters operatör L^{-1} aşağıdaki gibi elde edilir.

$$L^{-1}(\cdot) = \int_0^x \int_0^\tau (\cdot) dt d\tau \quad (3.6)$$

Böyle bir durumda denklem (3.5) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$L^{-1}Ly = y(x) - y(0) - xy'(0) \quad (3.7)$$

Eğer $L = d^3/dx^3$ ise o zaman denklem (3.5) benzer şekilde yeniden yazılabilir.

$$L^{-1}Ly = y(x) - y(0) - xy'(0) - \frac{1}{2}x^2y''(0) \quad (3.8)$$

ADM ana fikri ters operatörü denklem (3.3)'e uygulamaktır. Bunun için (3.3) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenecek olursa,

$$Ly = f(x) - Ry - Ny \quad (3.9)$$

ters operatörü uygulayarak aşağıdaki adımları elde ederiz.

$$L^{-1}Ly = \varphi_0(x) + g(x) - L^{-1}Ry - L^{-1}Ny \quad (3.10)$$

Burada $g(x)$, $f(x)$ 'in integrasyonundan elde edilen bir fonksiyondur. $\varphi_0(x)$ ise yukarıda ele alınan ilk üç türev mertebesi için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\varphi_0(x) = \begin{cases} y(0) & L = d/dx \\ y(0) + xy'(0) & L = d^2/dx^2 \\ y(0) + xy'(0) + \frac{1}{2}x^2y''(0) & L = d^3/dx^3 \end{cases} \quad (3.11)$$

Çözüm aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(x) \quad , \quad Ny = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x) \quad (3.12)$$

Denklem (3.12)'de tanımlanan $A_n(x)$ fonksiyonları Adomian polinomları olarak bilinir. (3.11) ve (3.12), (3.10)'da yerine yazılacak olursa,

$$\sum_{n=0}^{\infty} y_n(x) = \varphi_0(x) + g(x) - L^{-1}R \sum_{n=0}^{\infty} y_n(x) - L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x) \quad (3.13)$$

denklemini elde ederiz. Burada başlangıç tahmini $y_0(x)$ toplamların dışında kalan serbest terimlerin tamamı yani $\varphi_0(x) + g(x)$ olarak belirlenecek olursa geri kalan terimler aşağıdaki yineleme bağlantısı ile ardışık olarak hesaplanırlar.

$$y_0(x) = \varphi_0(x) + g(x) \quad (3.14)$$

$$y_k(x) = -L^{-1}R y_{k-1}(x) - L^{-1}A_{k-1}(x) \quad , \quad k \geq 1 \quad (3.15)$$

Belirli sayıda $y_k(x)$ teriminin hesaplanmasıyla çözüm aşağıdaki gibi seri formunda elde edilmiş olur.

$$y(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n y_k(x) \quad (3.16)$$

Adomian polinomları ise A_0, y_0 'a, A_1, y_0 ve y_1 'e, A_2, y_0, y_1 ve y_2 'ye bağlı olacak şekilde her nonlinearite için aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$A_k = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k}{\partial \lambda^k} [N(\sum_{n=0}^{\infty} y_n \lambda^n)]_{\lambda=0} \quad , \quad k = 0, 1, 2 \dots \quad (3.17)$$

Adomian polinomlarının ardışık hesabı için literatürde çeşitli algoritmalar verilmektedir (Biazar ve Shafiof, 2007), (Azreg-Aïnou, 2009). Bunlara göre ilk birkaç Adomian polinomu aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$A_0 = N(y_0) \quad (3.18)$$

$$A_1 = y_1 N'(y_0) \quad (3.19)$$

$$A_2 = y_2 N'(y_0) + \frac{1}{2} y_1^2 N''(y_0) \quad (3.20)$$

$$A_3 = y_3 N'(y_0) + y_1 y_2 N''(y_0) + \frac{1}{6} y_1^3 N^{(3)}(y_0) \quad (3.21)$$

$$A_4 = y_4 N'(y_0) + \left(y_1 y_3 + \frac{1}{2} y_2^2 \right) N''(y_0) + \frac{1}{2} y_1^2 y_2 N^{(3)}(y_0) + \frac{1}{24} y_1^4 N^{(4)}(y_0) \quad (3.22)$$

Hermann ve Saravi (Hermann ve Saravi, 2016) farklı non-lineeriteler için Adomian polinomlarını liste olarak vermektedir. Örnek olarak ele aldığımız doğrusal olmayan

başlangıç değer problemi için Adomian polinomları aşağıdaki gibi elde edilmiştir (Hermann ve Saravi, 2016).

$$A_0 = y_0^2 \quad (3.23)$$

$$A_1 = 2y_0y_1 \quad (3.24)$$

$$A_2 = 2y_0y_2 + y_1^2 \quad (3.25)$$

$$A_3 = 2y_0y_3 + 2y_1y_2 \quad (3.26)$$

$$A_4 = 2y_0y_4 + 2y_1y_3 + y_2^2 \quad (3.27)$$

Şimdi denklem (3.1) ile verilen başlangıç problemini ADM ile çözelim. Burada en büyük doğrusal türev birinci türev, $L = d/dy$, olduğundan ters operatör (3.3)'de verildiği gibi olacak ve non-linearite ise $Ny = y^2$ olarak belirlenecektir. Bu durumda,

$$Ly = -y^2 \quad (3.28)$$

olacak, ve ters operatörün eşitliğin her iki tarafına da uygulanması nedeniyle $\varphi_0(x) = y_0(x) = 1$ olacaktır. O halde, (3.14-15)'te verilen çözüm algoritması aşağıdaki gibi elde edilmiş olur.

$$y_0(x) = 1 \quad (3.29)$$

$$y_k(x) = -\int_0^x A_{k-1}(\tau) d\tau, \quad k \geq 1 \quad (3.30)$$

Buna göre ilk terim aşağıdaki gibi elde edilecektir.

$$y_1(x) = -\int_0^x A_0(\tau) d\tau = -\int_0^x y_0^2 d\tau = -\int_0^x 1^2 d\tau = -x \quad (3.31)$$

Benzer şekilde takip eden Adomian polinomları ve tahmin terimleri sırayla şu şekilde elde edilir.

$$A_1(x) = -2x \quad y_2(x) = -\int_0^x A_1(\tau) d\tau = x^2 \quad (3.32)$$

$$A_2(x) = 3x^2 \quad y_3(x) = -\int_0^x A_2(\tau) d\tau = -x^3 \quad (3.33)$$

$$A_3(x) = -4x^3 \quad y_4(x) = -\int_0^x A_3(\tau) d\tau = x^4 \quad (3.34)$$

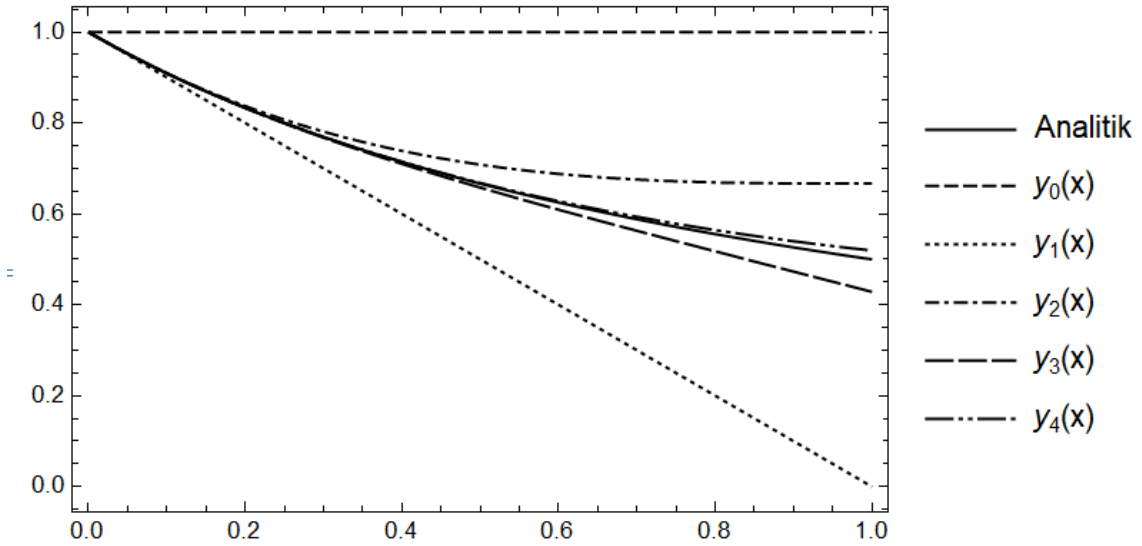
$$A_4(x) = 5x^4 \quad y_5(x) = - \int_0^x A_4(\tau) d\tau = -x^5 \quad (3.35)$$

Buna göre denklem (3.16) yardımıyla 5. mertebe çözüm aşağıdaki gibi elde edilir.

$$y(x) = \sum_{k=0}^4 y_n(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 \quad (3.36)$$

Görüldüğü üzere ADM ile çözümü oluşturan seri terim terim elde edilebilmektedir. Ayrıca çözümde gürültü terimlerin olmaması da yöntemin bir avantajı olarak öne çıkmaktadır.

İlk dört mertebe çözümü, analitik çözüm ile grafik üzerinde kıyaslayacak olursak çözüme yakınsamanın çok hızlı olduğunu görebiliriz.



Şekil 3.1. ADM ile ardışık tahminlerin yakınsaması

4. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

4.1. Yönetici Denklem

Bölüm 2’de enkesiti değişken nano çubuğun boyuna serbest titreşimine ait yönetici denklem aşağıdaki gibi elde edilmişti.

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) = (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right] \quad (4.1)$$

Denklem (4.1)’i aşağıdaki gibi düzenlersek değişkenlere ayırma yöntemi için daha uygun hale gelecektir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \left[1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left(\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \quad (4.2)$$

Değişken enkesit başlangıç enkesit alanı A_0 ’ın bir fonksiyon ile çarpılması ile elde edilir.

$$A(x) = A_0 \phi(x) \quad (4.3)$$

Harmonik titreşim varsayımı ile yerdeğiştirme değişkenlerin ayrılması yöntemi ile tanımlanabilir.

$$u(x, t) = U(x) T(t) \quad (4.4)$$

Titreşim problemlerinde sıklıkla kullanıldığı gibi zaman fonksiyonu $T(t)$ yerine $e^{i\omega t}$ veya $\sin(\omega t)$ kullanılacak olursa (4.3) ve (4.4)’ün (4.2)’de yerine konulmasıyla enkesiti değişken nano çubuğun boyuna serbest titreşimine denklem aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\left(1 - \frac{\omega^2}{c^2} (e_0 a)^2 \right) \phi(x) \frac{d^2 U(x)}{dx^2} + \left(1 - 2 \frac{\omega^2}{c^2} (e_0 a)^2 \right) \frac{d\phi(x)}{dx} \frac{dU(x)}{dx} + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\phi(x) - (e_0 a)^2 \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} \right) U(x) = 0 \quad (4.5)$$

Denklem (4.5)’i boyutsuzlaştırmak için Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) aşağıdaki boyutsuz parametreleri tanımlamışlardır. Dalga hızı daha önce olduğu gibi $c^2 = E/\rho$ olarak tanımlanmıştır.

$$\xi = x/l \quad (4.6)$$

$$\Omega = (\omega l/c)^2 \quad (4.7)$$

$$\gamma = e_0 a/l \quad (4.8)$$

Boyutsuz parametreleri tanımlamada kullanılan l , ω , Ω ve γ , sırasıyla nano çubuk için uzunluk, doğal frekans, boyutsuz doğal frekans ve boyutsuz ölçek katsayısıdır. Boyutsuz parametrelerin denklem (4.5) içerisinde tanımlanması ile, enkesiti değişken nano çubuk için boyutsuz eksenel serbest titreşim denklemi tarafından aşağıdaki gibi elde edilir (Danesh ve diğ., 2012).

$$(1 - \Omega^2 \gamma^2) \phi(\xi) \frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} + (1 - 2\Omega^2 \gamma^2) \frac{d\phi(\xi)}{d\xi} \frac{dU(\xi)}{d\xi} + \Omega^2 \left[\phi(\xi) - \gamma^2 \frac{d^2 \phi(\xi)}{d\xi^2} \right] U(\xi) = 0 \quad (4.9)$$

Takip eden bölümlerde denklem (4.9) için ADM çözüm algoritmaları elde edilecektir.

Denklem (4.9)'un ADM ile formülasyonunun daha kolay yapılabilmesi için en büyük türev mertebesi olan terim yalnız bırakılarak bu türev doğrusal operatör olarak alınacaktır.

$$\frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} + \frac{(1-2\Omega^2\gamma^2)}{(1-\Omega^2\gamma^2)} \frac{\phi'(\xi)}{\phi(\xi)} \frac{dU(\xi)}{d\xi} + \frac{\Omega^2}{(1-\Omega^2\gamma^2)} \left[1 - \gamma^2 \frac{\phi''(\xi)}{\phi(\xi)} \right] U(\xi) = 0 \quad (4.10)$$

Artık ADM Bölüm 3'te anlatıldığı şekilde kolayca yönetici denkleme uygulanabilecektir.

4.2. ADM ile Formülasyon

Denklem (4.10)'u ADM ile formüle ederken doğrusal operatör $L = d^2/d\xi^2$ olduğundan ters operatör aşağıda verildiği gibi olacaktır.

$$L^{-1}(\cdot) = \int_0^x \int_0^\tau (\cdot) dt d\tau \quad (4.11)$$

Denklemimizde doğrusal olmayan terim olmadığından denklemin formu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$LU + RU = 0 \quad (4.12)$$

Ters operatörü uygulayarak aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$L^{-1}LU = U(0) + \xi U'(0) - L^{-1}RU \quad (4.13)$$

Buradan ADM algoritması aşağıdaki formu alır.

$$U_0(\xi) = U(0) + \xi U'(0) \quad (4.14)$$

$$U_k(\xi) = -L^{-1}RU_{k-1}(\xi) \quad , \quad k \geq 1 \quad (4.15)$$

ADM ile elde edilen başlangıç tahmini başlangıç/sınır koşullarından yararlanmak suretiyle kolaylıkla elde edilecektir.



5. SAYISAL UYGULAMALAR

5.1. Üniform Enkesit Durumu

Enkesitin üniform olması durumunda enkesit alan fonksiyonunun türevleri sifıra eşit olacağından yönetici denklem (4.10) aşağıdaki formu alır.

$$\frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2} + \frac{\Omega^2}{(1-\Omega^2\gamma^2)}U(\xi) = 0 \quad (5.1)$$

Denklem (5.1) Bölüm 2’de ele alınan üniform kesitli nanoçubuk için boyutsuz yönetici denklemdir. Çözümü basitleştirmek için denklem aşağıdaki gibi yeniden düzenlenecek olursa;

$$\frac{d^2U(\xi)}{d\xi^2} + \alpha^2U(\xi) = 0 \quad (5.2)$$

$$\alpha^2 = \frac{\Omega^2}{(1-\Omega^2\gamma^2)} \quad (5.3)$$

Denklem (5.2)’nin genel çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$U(\xi) = C_1 \sin(\alpha\xi) + C_2 \cos(\alpha\xi) \quad (5.4)$$

Sol ucu ($\xi = 0$) sabit olan çubuk için sınır koşulu $U(0) = 0$ yerine konacak olursa buradan $C_2 = 0$ olarak elde edilecektir. Sağ uçta ($\xi = 1$) sınır koşulu ise sabit uç için $U(1) = 0$, serbest uç için ise $U'(1) = 0$ olacağından karakteristik α değerleri aşağıdaki gibi elde edilecektir.

- Sabit – Sabit uçlu çubuk için $\alpha_n = n\pi$
- Sabit – Serbest uçlu çubuk için $\alpha_n = (2n - 1)\pi/2$

Buradan denklem (5.3) yardımıyla boyutsuz frekans,

$$\Omega = \sqrt{\frac{\alpha^2}{(1+\alpha^2\gamma^2)}} \quad (5.5)$$

olarak elde edilir. Denklem (5.5), denklem (2.23)’te verilen doğal titreşim frekansının boyutsuz formudur. Dolayısıyla denklem (4.10) ile elde edilecek üniform enkesit durumunun Bölüm 2’de ele alınan durum ile aynı olduğunu göstermiş olduk.

Yazdi ve diğ. (Yazdi ve diğ., 2017) doğrusal titreşim dalga bileşenleri yardımıyla dalga bakış açısından yararlanarak nanoçubukların boyuna serbest titreşimleri için analitik çözümler elde etmişler ve sonuçlarını Aydoğdu (Aydoğdu, 2009) ile karşılaştırmışlardır. Denklem (5.5) ile ifade edilen boyutsuz titreşim bu çalışmada (Kara ve Coşkun, 2021) denklem (4.6) ve (4.9) ile verilenlerle birebir örtüşmektedir.

Denklem (5.2) için ADM formülasyonu aşağıdaki gibidir.

$$U_0(x) = A\xi \quad (5.6)$$

$$U_n(\xi) = - \int_0^\xi \int_0^t \alpha^2 U_{n-1}(\zeta) d\zeta dt \quad (5.7)$$

Şimdi 10. mertebe ve daha üst mertebe çözümler ile (Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017) içerisinde elde edilen çözümleri karşılaştıralım. Tablo 5.1 – 5.4 arasında elde edilen sonuçları görebilirsiniz.

Tablo 5.1. Bir ucu sabit bir ucu serbest üniform nanoçubuk için 10. mertebe çözümlerin kıyaslanması

	$\gamma = 0,1$		$\gamma = 0,3$		$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0,7$	
Ω	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM
1	1,5518	1,5518	1,4209	1,4209	1,2353	1,2353	1,0569	1,0569
2	4,2628	4,2628	2,7213	2,7213	1,8411	1,8411	1,3671	1,3671
3	6,1767	6,1982	3,0684	3,0711	1,9381	1,9388	1,4055	1,4058
4	7,3981	6,7261	3,1900	3,1295	1,9677	1,9533	1,4167	1,4113
5	8,144		3,2444		1,9803		1,4213	

Tablo 5.1.'den bir ucu sabit bir ucu serbest üniform nanoçubukların ilk üç doğal titreşim frekansları için 10. mertebe çözümün yeterli olduğu görülmektedir. Ancak bu mertebe

çözüm ile beşinci frekans değeri için sonuç elde edilememiştir. İlk beş frekans için terim sayısını yirmiyeye çıkartacak olursak aşağıdaki sonuçları elde ederiz.

Tablo 5.2. Bir ucu sabit bir ucu serbest çubuk için 20. mertebe çözümlerin kıyaslanması

Ω	$\gamma = 0,1$		$\gamma = 0,3$		$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0,7$	
	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM
1	1,5518	1,5518	1,4209	1,4209	1,2353	1,2353	1,0569	1,0569
2	4,2628	4,2628	2,7213	2,7213	1,8411	1,8411	1,3671	1,3671
3	6,1767	6,1767	3,0684	3,0684	1,9381	1,9381	1,4055	1,4055
4	7,3981	7,3981	3,1900	3,1900	1,9677	1,9677	1,4167	1,4167
5	8,1440	8,1440	3,2444	3,2444	1,9803	1,9803	1,4213	1,4213

Tablo 5.2.'den bir ucu sabit bir ucu serbest üniform nanoçubukların ilk beş doğal titreşim frekansları için 20. mertebe çözümün yeterli olduğu görülmektedir.

Tablo 5.3. Her iki ucu sabit üniform nanoçubuk için 10. mertebe çözümlerin kıyaslanması

Ω	$\gamma = 0,1$		$\gamma = 0,3$		$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0,7$	
	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM
1	2,9972	2,9972	2,2862	2,2862	1,6871	1,6871	1,3004	1,3004
2	5,3201	5,3201	2,9446	2,9446	1,9058	1,9058	1,3930	1,3930
3	6,8587		3,1426		1,9564		1,4124	
4	7,8248		3,2219		1,9751		1,4194	
5	8,4356		3,2607		1,984		1,4227	

Tablo 5.3.'ten de görüldüğü gibi 10. mertebe çözüm ilk iki frekansı tam vermekle birlikte, son üç frekans için bir değer vermemiştir. Bunun için her iki sabit nanoçubuğun boyuna titreşim problemi için çözüm mertebesi 25'e kadar yükseltilecektir.

Tablo 5.4. Her iki ucu sabit üniform nanoçubuk için 25. mertebe çözümlerin kıyaslanması

Ω	$\gamma = 0,1$		$\gamma = 0,3$		$\gamma = 0,5$		$\gamma = 0,7$	
	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM	(Aydoğdu, 2009) ve (Yazdi ve diğ., 2017)	ADM
1	2,9972	2,9972	2,2862	2,2862	1,6871	1,6871	1,3004	1,3004
2	5,3201	5,3201	2,9446	2,9446	1,9058	1,9058	1,3930	1,3930
3	6,8587	6,8587	3,1426	3,1426	1,9564	1,9564	1,4124	1,4124
4	7,8248	7,8248	3,2219	3,2219	1,9751	1,9751	1,4194	1,4194
5	8,4356	8,4356	3,2607	3,2607	1,984	1,984	1,4227	1,4227

Tablo 5.4.'den her iki ucu sabit üniform nanoçubukların ilk beş doğal titreşim frekansları için 25. mertebe çözümün yeterli olduğu görülmektedir

Bu bölümde enkesit alanı çubuk eksenini boyunca doğrusal değişen çubuk için elde edilen denklemde alan değişimi yok sayılarak üniform kesitli çubuk için doğru sonuçların alınması test edilmiş olup, türetilen yönetici denklem ile ADM uygulanması sonucu başarılı sonuçlar elde edildiği görülmüştür. Bundan sonraki kısımda enkesit için doğrusal değişim dikkate alınarak çözüme devam edilecektir.

5.2. Değişken Enkesitli Nanoçubuk

Enkesit alanı çubuk eksenini boyunca doğrusal değişen nanoçubuğun boyuna titreşim problemi için ilk sayısal uygulama olarak Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) tarafından ele alınan aşığdaki enkesit değişim fonksiyonu ele alınacaktır.

$$\phi(x) = 1 - \frac{3x}{4l} \quad (5.9)$$

Denklem (5.9)'un denklem (4.10)'da yerine konması ve sol ucu ucu sabit çubuğa ADM yönteminin uygulanması ile aşağıdaki çözüm algoritması elde edilir.

$$U_0(x) = A\xi \quad (5.10)$$

$$U_n(\xi) = \int_0^\xi \int_0^t \frac{3}{4} (1 - \lambda^2 Y^2) \phi^{-1}(\zeta) U'_{n-1}(\zeta) - \lambda^2 U_{n-1}(\zeta) d\zeta dt \quad (5.11)$$

Denklem (5.10)'da A sabit olup λ ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\lambda^2 = \frac{\Omega^2}{1 - \gamma^2 \Omega^2} \quad (5.12)$$

Sol ucun sabit olduğu durum için sınır koşullarından birisinin ($U(0) = 0$) (4.16)'da yerine konmasıyla (5.10)'daki başlangıç tahmini elde edilecektir. Denklem (5.10-11)'den elde edilen terimler ile N. mertebeden çözüm aşağıdaki gibi elde edilir.

$$U^N(\xi) = \sum_{n=0}^N U_n(\xi) \quad (5.13)$$

Çözüme sağ uçtaki sınır koşulunun uygulanması ile başlangıç fonksiyonundaki sabitin sıfırdan farklı olacağı özdeğer probleminin çözümü için λ değerleri elde edilir. Daha sonra denklem (5.12) yardımıyla nano çubuğun doğal frekansı elde edilir.

ADM ile elde edilen model ile belirli ölçek parametreleri için frekans oranı hesaplanarak elde edilen sonuçlar (Danesh ve diğ., 2012) ile karşılaştırılacaktır. Karşılaştırma için kullanılacak olan frekans oranı (FO) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Danesh ve diğ., 2012).

$$FO = \frac{\text{yerel olmayan teori ile elde edilen doğal frekans}}{\text{yerel teori ile elde edilen doğal frekans}} \quad (5.14)$$

Öncelikle bu amaçla kullanabilmek için her iki ucu sabit ve bir ucu sabit diğer ucu serbest çubuk için yerel boyuna temel doğal titreşim frekansını hesaplayalım. Bunun için denklem (4.8) ile verilmekte olan boyutsuz ölçek katsayısı γ sıfır alınacaktır.

Tablo 5.5. Enkesiti değişken çubuğun boyuna titreşimi için boyutsuz yerel frekanslar

<i>ea</i> nm	<i>Bir ucu sabit diğer ucu serbest kiriş</i>	<i>Her iki ucu sabit kiriş</i>
0	2,00090	3,07330

Buraya kadar anlatılan çözümlerin uygulanması ile aşağıdaki verilmekte olan sonuçlar elde edilmektedir. Nano çubuğun uzunluğu (Danesh ve diğ., 2012)'da olduğu gibi 5 nm olarak alınmıştır. Her iki farklı sınır koşulu için FO değerleri aşağıda karşılaştırılmıştır.

Tablo 5.6. Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO karşılaştırması

<i>ea</i> nm	(Danesh ve diğ., 2012)	ADM
0,5	0,9561	0,95605
1,0	0,8553	0,85394
1,5	0,7486	0,74197
2,0	0,6741	0,64604

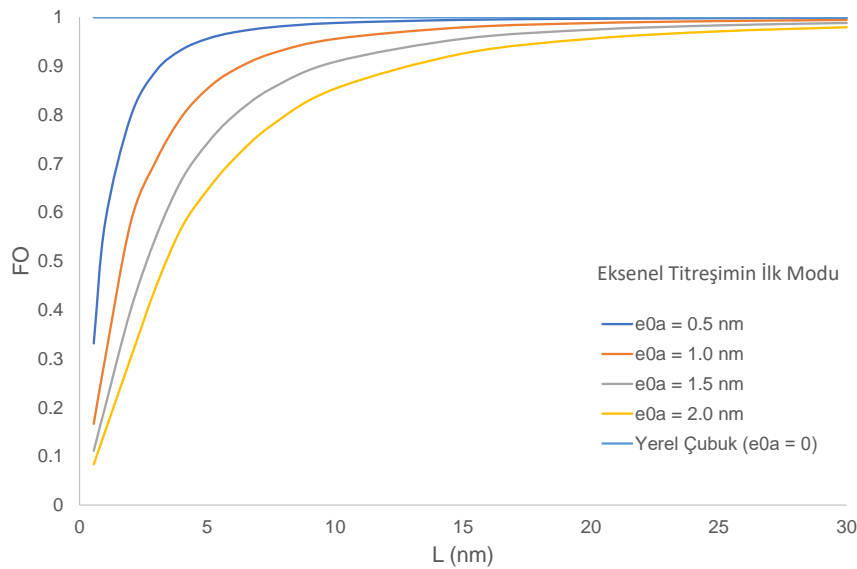
Tablo 5.6.'da elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde bu çalışmada hesaplanan sayısal değerlerin (Danesh ve diğ., 2012) ile uyum içinde olduğu söylenebilir. Ölçek parametresi arttıkça hata artmakla birlikte sonuçlar arasında iyi bir uyum yakalandığı söylenebilir. şimdi de sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için frekans oranlarını hesaplayalım.

Tablo 5.7. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO karşılaştırması

<i>ea</i> nm	(Danesh ve diğ., 2012)	ADM
0,5	0,9936	0,97232
1,0	0,9770	0,90172
1,5	0,9592	0,81282
2,0	0,9684	0,72444

Tablo 5.7.'de elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde bu çalışmada hesaplanan sayısal değerlerin (Danesh ve diğ., 2012) ile uyum içinde olduğunu söylemek mümkün değildir. Ancak (Danesh ve diğ., 2012) nolu çalışmada elde edilen sayısal değerlerin diferansiyel quadratür metodu (DQM) ile elde edilmiş olduğunu vurgulamakta yarar bulunmaktadır. Bu sayısal değerler incelendiğinde ölçek parametresi 1.5'dan 2.0'a arttığında frekans azalmamakta, aksine artmaktadır. Ayrıca Tablo 5.6.'da her iki ucu sabit çubuk için elde edilen sayısal değerler ölçek parametresinden ciddi bir şekilde etkilenirken, Tablo 5.7.'de değişen ölçek parametrelerine göre elde edilen değerlerin neredeyse aynı kaldığı görülmektedir. Burada (Danesh ve diğ., 2012) nolu çalışmada elde edilen sayısal değerler şüpheli hale gelmektedir. Oysa bu çalışmada elde edilen sayısal değerlerin ölçek parametreleri ile değişiminin daha makul olduğu rahatlıkla görülebilir.

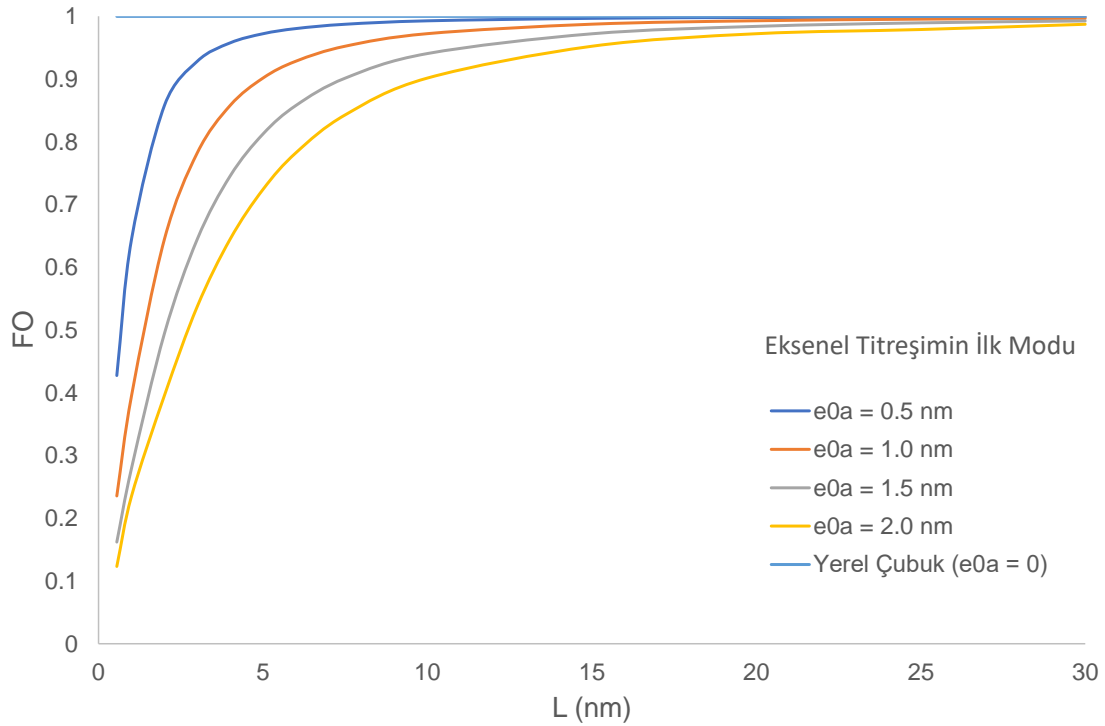
Farklı çubuk uzunlukları için Tablo 1'de verilmekte olan ölçek parametreleri kullanılarak temel doğal titreşim frekanslarına ait FO değerlerinin farklı çubuk uzunlukları için nasıl değiştiği ise Şekil 1 ve Şekil 2'de görülmektedir. Yerel çubuk için ölçek parametresi e_0a sıfır olarak alınacaktır. Şekil 1'de her iki ucu sabit çubuk için FO değerleri verilecektir. Yerel çubuk için boyutsuz aksel titreşim frekans değeri Tablo 5.5'te verildiği gibi 3.07330 olarak elde edilmiştir.



Şekil 5.1. Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO değerlerinin uzunlukla değişimi

Tablo 5.6 ve Şekil 5.1 ile verilmekte olan FO değerleri Kara ve Coşkun tarafından bu çalışma kapsamında sunulmuştur (Kara ve Coşkun, 2021).

Şekil 5.2’de bir ucu sabit diğer ucu serbest çubuk için FO değerleri verilecektir. Yerel çubuk için boyutsuz eksenel titreşim frekans değeri Tablo 5.5’te verildiği gibi 2.00090 olarak elde edilmiştir.



Şekil 5.2. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO değerlerinin uzunlukla değişimi

Şekil 5.1. ve Şekil 5.2. incelendiğinde aynı ölçek parametresi için bir ucu sabit diğer ucu serbest olan çubuğun, her iki ucu sabit olan çubuğa göre daha yüksek frekans oranlarına sahip olduğu görülmektedir.

Şekil 5.1’in çiziminde kullanılan bazı FO değerleri Tablo 5.8’de, Şekil 5.2’nin çiziminde kullanılan bazı FO değerleri Tablo 5.9’da görülmektedir. Çubuk uzunluğu 5 nm olan çubuklar için FO değerleri Tablo 5.6 ve 5.7’de verildiği için aşağıdaki tablolarda tekrarlanmamıştır.

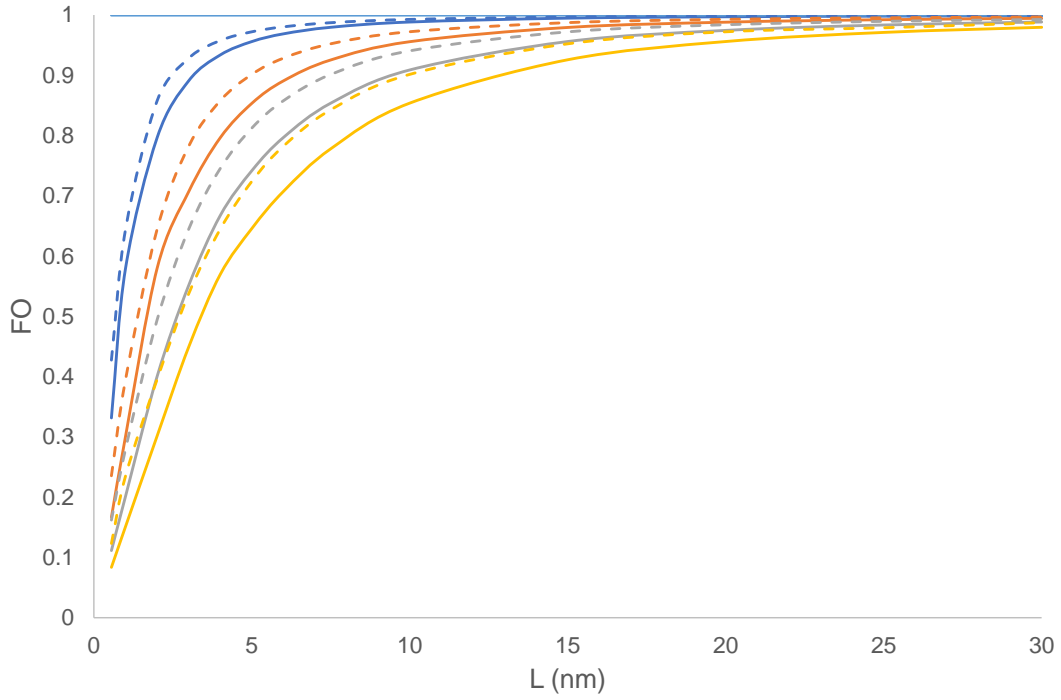
Tablo 5.8. Her iki ucu sabit nanoçubuk için FO değerleri

L	$e_0a = 0,5 \text{ nm}$	$e_0a = 1,0 \text{ nm}$	$e_0a = 1,5 \text{ nm}$	$e_0a = 2,0 \text{ nm}$
1 nm	0,58079	0,30185	0,20181	0,15151
10 nm	0,98841	0,95605	0,90891	0,85394
15 nm	0,99480	0,97969	0,95605	0,92583
20 nm	0,99706	0,98841	0,97451	0,95605
25 nm	0,99812	0,99253	0,98344	0,97115
30 nm	0,998691	0,994796	0,98841	0,979686

Tablo 5.9. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO değerleri

L	$e_0a = 0,5 \text{ nm}$	$e_0a = 1,0 \text{ nm}$	$e_0a = 1,5 \text{ nm}$	$e_0a = 2,0 \text{ nm}$
1 nm	0,64521	0,39592	0,28012	0,23564
10 nm	0,99285	0,97232	0,94087	0,90172
15 nm	0,99680	0,98740	0,97232	0,95238
20 nm	0,99820	0,99285	0,98414	0,97232
25 nm	0,99885	0,99541	0,98976	0,97902
30 nm	0,99920	0,99680	0,99285	0,98740

Şekil 5.1 ve 5.2'nin karşılaştırılabilmesi için aynı grafik üzerinde de bir karşılaştırma yapılacaktır. Aşağıda bu karşılaştırma görülmekte olup, her iki ucu sabit olan çubuk için sürekli, sol ucu sabit sağ ucu serbest çubuk için kesikli çizgiler kullanılmıştır.

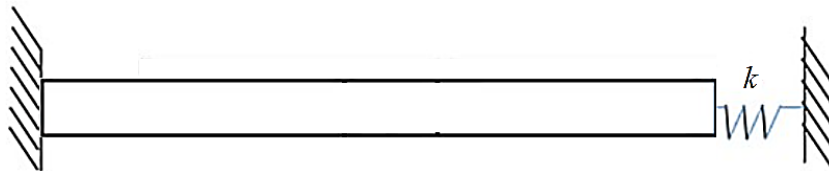


Şekil 5.3. FO değerlerinin sınır koşullarına göre karşılaştırılması

Buraya kadar olan kısımda önce üniform, sonrasında da kesit alanı çubuk eksenine boyunca doğrusal değişen nanoçubuklarda iki ayrı sınır durumunu ele aldık. Bundan sonraki bölümde ise sağ ucu sabit sol ucunda doğrusal yay bulunan çubuğu ele alacağız.

5.3. Değişken Enkesitli Doğrusal Yay Mesnetli Nanoçubuk

Bu bölümde 5.2’de ele alınan sınır koşullarına ek olarak Şekil 5.4’te görülmekte olan durum ele alınacaktır. Tıpkı 5.2’de olduğu gibi ADM ile elde edilen 15. mertebe çözüm Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) tarafından DQM ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılacaktır.



Şekil 5.4. Sağ ucu doğrusal yay ile mesnetlenmiş nanoçubuk

Şekil 5.4'te görülmekte olan çubuğun sağ ucunda sınır koşulu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = -\frac{k}{EA(L)} u(L, t) \quad (5.15)$$

Boyutsuz yönetici denklem (4.10) için ise denklem (5.15)'in boyutsuz formu ise aşağıda görülmektedir.

$$\frac{\partial U}{\partial \xi}(1) = -\bar{k} U(1) \quad (5.16)$$

Denklem (5.16)'da $\bar{k} = kL/EA(1)$ boyutsuz yay sabitidir. Problemin ADM formülasyonunda herhangi bir değişiklik bulunmamaktadır. Çubuğun sağ ucu sabit olduğu için denklem (5.10) ve (5.11) ile verilen formülasyon burada da geçerli olacaktır. En son elde edilen çözüm ifadesine denklem (5.16) ile verilmekte olan sınır şartının uygulanması ile doğal titreşim frekansları elde edilecektir. $\bar{k} = 0$ sağ ucun serbest, $\bar{k} = \infty$ ise sağ ucun sabit olduğu duruma karşılık gelmektedir. Yay sabiti için çok büyük bir değer kullanmak suretiyle sabit sınır koşulu simüle edilebilir.

Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) tarafından farklı boyutsuz yay sabitleri için elde edilen FO değerleri için kullanılacak olan yerel frekans değerleri bu çalışmada yeniden hesaplanmış olup, aşağıda Tablo 5.10'da görülmektedir.

Tablo 5.10. Sağ ucu yay mesnetli çubuk için yerel doğal frekans değerleri

$\bar{k} = 5$	$\bar{k} = 10$	$\bar{k} = 100$	$\bar{k} = 500$	$\bar{k} = 1000$	$\bar{k} = 10\ 000$
2,64093	2,80807	3,04070	3,06665	3,06997	3,07296

Tablo 5.10 incelendiğinde $\bar{k} = 10\ 000$ için elde edilen 3.07296 değerinin her iki ucu sabit çubuk için 3.07330 değerine oldukça yakın olduğu görülebilir. $\bar{k} = 0.0001$ için yerel frekans değeri 2.00093 olurken, $\bar{k} = 100\ 000$ için bu değer 3.07326 olmaktadır. Elde edilen yerel frekans değerlerinden yararlanılarak, aşağıda Danesh ve diğ. (Danesh ve diğ., 2012) ile bu çalışmada ADM ile elde edilen sonuçların karşılaştırıldığı tabloyu görmekteyiz.

Tablo 5.11. Sol ucu sabit sağ ucu serbest nanoçubuk için FO değerleri ($L = 5 \text{ nm}$)

\bar{k}		$e_0a = 0,5 \text{ nm}$	$e_0a = 1,0 \text{ nm}$	$e_0a = 1,5 \text{ nm}$	$e_0a = 2,0 \text{ nm}$
5	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9604	0,8677	0,7678	0,6991
	ADM	0,9651	0,8802	0,7818	0,6911
10	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9583	0,8616	0,7584	0,6867
	ADM	0,9622	0,8716	0,7683	0,6768
100	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9564	0,8559	0,7496	0,6753
	ADM	0,9569	0,8564	0,7456	0,6503
500	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9562	0,8554	0,7489	0,6743
	ADM	0,9562	0,8544	0,7427	0,6469
1000	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9562	0,8554	0,7488	0,6742
	ADM	0,9561	0,8542	0,7424	0,6465
10 000	(Danesh ve diğ., 2012)	0,9561	0,8553	0,7487	0,6741
	ADM	0,9561	0,8539	0,7420	0,6461

Tablo 5.11 incelendiğinde $\bar{k} = 10\ 000$ için elde edilen FO değerlerinin Tablo 5.6’da her iki ucu sabit olan çubuk için verilen FO değerleri ile aynı olduğu görülebilir. Boyutsuz yay sabitinin bu değerinin sabit uç koşulunu simüle etmek için yeterli olduğu gözlemlenmektedir.

Böylelikle bu çalışma için yapılan sayısal uygulamalar tamamlanmıştır. Genel bir değerlendirme yapmak gerekirse ADM ile elde edilen sonuçlar ile (Danesh ve diğ., 2012) arasında bazı farklılıklar göze çarpmakla birlikte bunun nedenlerine bölüm içerisinde değinilmiştir. Ayrıca (Danesh ve diğ., 2012) ile elde edilen sonuçların analitik çözüm olmadığı ve DQM elde edildiği dikkate alınmalıdır.

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, enkesit alanı doğrusal değişen bir nano çubuğun aksenal serbest titreşimi incelenmiştir. Kullanılan model, yerel olmayan elastisite teorisine bağlı olarak oluşturulmuştur. Problemi yöneten denkleme ADM farklı sınır koşulları ile uygulanmıştır. Önerilen çözüm yöntemleri ile elde edilecek sonuçlar için literatürde var olan problemlerden yararlanılarak karşılaştırma yapılmış, bu çalışmada ADM ile elde edilen sonuçların literatürden seçilen problemler ile uyum içerisinde olduğu, ADM ile enkesit alanı doğrusal değişen bir nano çubuğun aksenal serbest titreşim probleminin etkin bir şekilde çözümlenebileceği görülmüştür. Ayrıca çalışma kapsamında yerel olmayan frekansların, aynı uzunluktaki nano çubuğa ait yerel frekanslardan daha küçük olduğu ve ölçek parametresinin problemlerin çözümünde önemli rolü olduğu gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

- A. C. Eringen, "Nonlocal polar elastic continua," *Int. J. Eng. Sci.*, 10, 1-16, 1972.
- Abbaoui, K., Cherruault, Y., "Convergence of Adomian's method applied to differential equations," *Comput. Math. Appl.* 28(5), 103–109, 1994a.
- Abbaoui, K., Cherruault, Y., "Convergence of Adomian's method applied to nonlinear equations," *Mathl. Comput. Modell.* 20(9), 69–73, 1994b.
- Adomian, G. (1994). Integral Equations. In *Solving frontier problems of physics: the decomposition method* (pp. 224-227). Springer, Dordrecht.
- Ansari, R., Sahmani, S., "Bending behavior and buckling of nanobeams including surface stress effects corresponding to different beam theories," *International Journal of Engineering Science*, 49, 1244-1255, 2011.
- Arda, M., Aydogdu, M., "Longitudinal Vibration of Variable Cross-Sectional Nanorods," *Journal of Nano Research*, 64, 49-60, 2020.
- Asghari, M., Kahrobaiyan, M. H., Ahmadian, M. T., "A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory," *International Journal of Engineering Science*, 48, 1749–1761, 2010.
- Aydogdu, M., "A general nonlocal beam theory: Its application to nanobeam bending, buckling and vibration," *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(9), 1651-1655, 2009a.
- Aydogdu, M., "Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity," *Mechanics Research Communications*, 43, 34-40, 2012.
- Aydogdu, M., "Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model," *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5), 861-864, 2009b.
- Aydogdu, M., "Longitudinal wave propagation in multiwalled carbon nanotubes," *Composite Structures*, 107, 578-584, 2014,
- Aydogdu, M., Arda M., Filiz, S., "Vibration of axially functionally graded nano rods and beams with a variable nonlocal parameter," *Advances in Nano Research*, 6(3), 257-278, 2018.
- Aydogdu, M., Filiz, S., "Modeling carbon nanotube-based mass sensors using axial vibration and nonlocal elasticity," *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 43(6), 1229-1234, 2011.
- Aydoğdu, M., Arda, M., "Forced vibration of nanorods using nonlocal elasticity," *Adv. Nano Res.*, 4(4), 265-279, 2016.

- Azreg-Aïnou, M., “A developed new algorithm for evaluating Adomian polynomials,” *Comput. Model. Eng. Sci.*, 42(1), 1–18, 2009.
- Biazar, J., Shafiof, S.M., “A simple algorithm for calculating Adomian polynomials,” *M Int. J. Contemp. Math. Sci.*, 2(20), 975–982, 2007.
- Cao, G., Chen, X., Kysar, J.W., “Thermal vibration and apparent thermal contraction of single-walled carbon nanotubes,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(6), 1206-1236, 2006.
- Chakraverty, S., & Behera, L. (2016). *Static and dynamic problems of nanobeams and nanoplates*. World Scientific.
- Challamel, N., Aydogdu, M., Elshakoff, I., “Statics and dynamics of nanorods embedded in an elastic medium: Nonlocal elasticity and lattice formulations,” *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 67, 254-271, 2018.
- Chang, T.P., “Small scale effect on axial vibration of non-uniform and non-homogeneous nanorods,” *Comput. Mater. Sci.*, 54, 23-27, 2012.
- Civalek, Ö., Numanoglu, H.M., “Nonlocal finite element analysis for axial vibration of embedded love–bishop nanorods,” *International Journal of Mechanical Sciences*, 188, 105939, 2020.
- Civalek, Ö., Uzun, B., Yaylı, M.Ö., “Torsional and longitudinal vibration analysis of a porous nanorod with arbitrary boundaries,” *Physica B: Condensed Matter*, 633, 413761, 2022.
- Coşkun, S.B., Mert Kutsal, S., “Stability of Nanobeams Using Adomian Decomposition Method,” *4th International Energy Engineering Congress (UEMK 2019)*, pp. 601-605, 2019.
- Coşkun, S.B., Mert Kutsal, S., “Vibration of Nanobeams Using Adomian Decomposition Method,” *4th International Energy Engineering Congress (UEMK 2019)*, pp. 606-610, 2019.
- Coşkun, S.B., Öztürk, B., “Analysis of Longitudinal Vibration of Nanorods Via Homotopy Perturbation Method,” *5th International Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME 2019)*, pp. 1438-1444, 2019.
- Coşkun, S.B., Öztürk, B., “Analysis of Nanobeam Vibration Using Homotopy Perturbation Method,” *5th International Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME 2019)*, pp. 1426-1431, 2019.
- Coşkun, S.B., Öztürk, B., “Stability of Nanobeams Via Homotopy Perturbation Method,” *5th International Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME 2019)*, pp. 1432-1437, 2019.

- Danesh, M., Farajpour, A., Mohammadi, M., “Axial vibration analysis of a tapered nanorod based on nonlocal elasticity theory and differential quadrature method,” *Mechanics Research Communications*, 39, 23–27, 2012.
- Dinçkal, Ç., “Free Vibration Analysis of Carbon Nanotubes by Using Finite Element Method,” *Iran. J. Sci. Technol. Trans. Mech. Eng.*, 40, 43–55, 2016.
- Ehteshami, H., Hajabasi, M. A., “Analytical approaches for vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes modeled a multiple nonlocal Euler beams,” *Physica E*, 44, 270–285, 2011.
- Farajpour, A., Danesh, M., Mohammadi, M., “Buckling analysis of variable thickness nanoplates using nonlocal continuum mechanics,” *Physica E*, 44, 719–727, 2011.
- Filiz, S., Aydogdu, M., “Axial vibration of carbon nanotube heterojunctions using nonlocal elasticity,” *Computational Materials Science*, 49(3), 619–627, 2010.
- Hadjesfandiari, A. R., Dargush, G. F., “Couple stress theory for solids, *International Journal of Solids and Structures*,” 48, 2496–2510, 2011.
- He, J-H., “Homotopy perturbation method: a new nonlinear analytical technique,” *Applied Mathematics and Computation*, 135(1), 73–79, 2003.
- He, J-H., “Variational iteration method – a kind of non-linear analytical technique: some examples,” *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 34(4), 699–708, 1999.
- Hermann, M., & Saravi, M. (2016). *Nonlinear ordinary differential equations*. Springer,.
- Kara, Ö., Coşkun, S.B., “Enkesiti Doğrusal Değişen Nanoçubuğun Adomian Ayrıştırma Yöntemi ile Titreşim Analizi,” *IV. International Symposium on Engineering Natural Sciences and Architecture (ISENSA Kocaeli 2021)*, 58–61, 2021.
- Karlicic, D., Murmu, T., Adhikari, S., & McCarthy, M. (2015). *Non-local structural mechanics*. John Wiley & Sons..
- Liao, S. J. (1992). *The proposed homotopy analysis technique for the solution of nonlinear problems* (Doctoral dissertation, PhD thesis, Shanghai Jiao Tong University).
- Lu, P., Lee, H. P., Lu, C., Zhang, P. Q., “Application of nonlocal beam models for carbon nanotubes,” *International Journal of Solids and Structures*, 44, 5289–5300, 2007.
- Mahmoud, F. F., Eltahir, M. A., Alshorbagy, A. E., Meletis, E. I., “Static analysis of nanobeams including surface effects by nonlocal finite element,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26, 3555–3563, 2012.
- Murmu, T., Adhikari, S., “Nonlocal transverse vibration of double-nanobeamsystems,” *Journal of Applied Physics*, 108, 083514, 2010.

- Narendar, S., Gopalakrishnan, S., “Scale effects on buckling analysis of orthotropic nanoplates based on nonlocal two-variable refined plate theory,” *Acta Mechanica*, 223, 395–413, 2012.
- Nix, W. D., Gao, H., “Indentation size effects in crystalline materials: A law for strain gradient plasticity,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46, 411–425, 1998.
- Numanoğlu, H.M., Akgöz, B., Civalek, Ö., “On dynamic analysis of nanorods,” *International Journal of Engineering Science*, 130, 33-50, 2018.
- Pradhan, S. C., Phadikar, J. K., “Bending, buckling and vibration analyses of nonhomogeneous nanotubes using GDQ and nonlocal elasticity theory,” *Structural Engineering and Mechanics*, 33, 193–213, 2009.
- Rao, S.S. (2018). *Mechanical Vibrations* (6th Ed.). Pearson Education Inc.
- Reddy, J. N., “Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams,” *International Journal of Engineering Science*, 45, 288-307, 2007.
- Şimşek, M., “Nonlocal effects in the free longitudinal vibration of axially functionally graded tapered nanorods,” *Comput. Mater. Sci.*, 61, 257-265, 2012.
- Şimşek, M., Yurtçu, H.H., “Analytical solutions for bending and buckling of functionally graded nanobeams based on the nonlocal Timoshenko beam theory,” *Composite Structures*, 97, 378-386, 2013.
- Wang, Q., Varadan, V. K., “Vibration of carbon nanotubes studied using nonlocal continuum mechanics,” *Smart Material Structures*, 15, 659–666, 2006.
- Yazdi, M.R.H., Nikkhah-Bahrami, M., Loghmani, M., “Exact analytical approach for free longitudinal vibration of nanorods based on nonlocal elasticity theory from wave standpoint,” *J. theor. appl. vib. acoust.*, 3(1), 61-76, 2017.
- Zhou, J. K. (1986). *Differential transformation and its applications for electrical circuits*, Huazhong University Press, Wuhan, China.

KİŞİSEL YAYIN VE ESERLER

Coşkun, S.B., **Kara, Ö.**, “Enkesiti Doğrusal Değişen Nanoçubuğun Adomian Ayrıştırma Yöntemi ile Titreşim Analizi,” *IV. International Symposium on Engineering Natural Sciences and Architecture (ISENSA Kocaeli 2021)*, 58–61, 2021.



ÖZGEÇMİŞ

İlk ve orta öğretimlerini Kocaeli’de tamamladı. 2013 yılında girdiği Nişantaşı Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’nü 2017 yılında tamamlayarak İnşaat Mühendisi oldu. 2018 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans programına başladı. Son 2 yıldır kendi inşaat firmasında proje müellifi olarak hizmet vermektedir.

