



**T.C.
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA
TEZİ**

**BULAŞICI HASTALIKLARIN ÖNGÖRÜ
MODELLEMESİ: COVID-19 ÇALIŞMASI**

YELİZ UYMAZ

EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

HAZİRAN 2023



**BULAŞICI HASTALIKLARIN ÖNGÖRÜ MODELLEMESİ:
COVID-19 ÇALIŞMASI**

YELİZ UYMAZ

**DOKTORA TEZİ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**

HAZİRAN 2023

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada; tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu, bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Yeliz UYMAZ

HAZİRAN/2023

TEZ ONAY SAYFASI

Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü EKONOMETRİ Anabilim Dalı EKONOMETRİ(Dr) Programı 1782084060 numaralı öğrencisi Yeliz Uymaz tarafından hazırlanan Bulaşıcı Hastalıkların Öngörü Modellemesi: Covid-19 Çalışması başlıklı tez çalışması 20/06/2023 tarih ve saatinde yapılan tez savunma sınavında aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile DOKTORA TEZİ olarak KABUL edilmiştir.

	Kabul	Ret
Danışman: Prof. Dr. Atilla Gökçe	☒	☐
Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi		
Başkan: Prof. Dr. Murat Atan	☒	☐
Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi		
Üye: Prof. Dr. Furkan EMİRMAHMUTOĞLU	☒	☐
Ankara Hacı Bayram Veli Üniversitesi		
Üye: Prof. Dr. Tolga OMay	☒	☐
Atılım Üniversitesi		
Üye: Doç. Dr. Ahmet Emin KAPLAN	☒	☐
Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi		

Tez Savunma Tarihi: 20/06/2023

BULAŞICI HASTALIKLARIN ÖNGÖRÜ MODELLEMESİ: COVID-19 ÇALIŞMASI
(Doktora Tezi)

Yeliz UYMAZ

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
HAZİRAN/2023

ÖZET

Bulaşıcı hastalıklar tarih boyunca insanları ve yaşayışlarını hayatlarına yön verecek şekilde etkilemiştir. Tarih boyunca insanlar kara veba, çiçek hastalığı gibi ölüm oranları görece yüksek hastalıklarla mücadele etmiştir. Çin'in Wuhan kentinde başlayan Covid-19 salgını bunun en son örneğidir. Aralık 2019'da ilk Covid-19 vakası kayıt altına alınmış ve sonraki süreçte insanları olumsuz şekilde etkilemiştir. Bu durum ülkelerin özellikle sağlık sistemlerinin hazırlıksız yakalanmasına ve diğer pek çok alanda olumsuz etkilere sebep olmuştur. Bulaşıcı hastalıkların yayılım mekanizmalarını anlamak ve buna göre önlemler almak maksatlı çalışmalar yürütülmüştür. Bu çalışma, Covid-19 bulaşıcı hastalığının yayılım mekanizmasını anlamaya yönelik kısa dönemli öngörü, önerilen LSTT modeli ile sağlanmaktadır. Model simülasyonu, G7 ülkelerinin birinci dalga verilerine ve Japonya'nın günümüze kadar uzanan yedi dalga verisine uygulanmıştır. Model sonuçlarında gerçekleşen Covid-19 vaka sayılarına ait öngörüler, ortalama 59 gün önceden elde edilmiştir. Bununla beraber, ilgili dalgaya ait bulaşma oranları ve eşik değerleri anlamlı şekilde elde edilmiş ve tepe noktasına ne kadar yaklaşıldığı hakkında bilgiler sağlanmıştır. Elde edilen sonuçlar, Covid-19 yayılımının kontrol altına alınması için hükümetler ve politika yapıcılar için önemli hale gelmektedir. Zira, salgının tepe noktasına varmadan ortalama 59 gün önceden alınacak önlem ve tedbirler, salgının kontrol altına alınmasında rol oynamaktadır.

Bilim Kodu : 110605

Anahtar Kelimeler : Covid-19, Öngörü, Doğrusal Olmayan Zaman Serileri, Lojistik

Yumuşak Geçiş Modeli

Sayfa Adedi :135

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atilla Gökçe

FORECASTING MODELING OF INFECTIOUS DISEASES: COVID-19 STUDY
(Ph. D. Thesis)

Yeliz UYMAZ

GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SOCIAL SCIENCES

JUNE/2023

ABSTRACT

Infectious diseases have affected people and their lives in a way to shape their lives throughout history. Throughout history, people have struggled with diseases with relatively high mortality rates such as black plague and smallpox. The Covid-19 outbreak that started in Wuhan, China is the latest example of this. The first Covid-19 case was recorded in December 2019 and negatively affected people in the following period. This situation has caused countries to be caught unprepared, especially in health systems, and has caused negative effects in many other areas. Studies have been carried out to understand the mechanisms of the spread of infectious diseases and to take measures accordingly. In this study, short-term prediction to understand the spread mechanism of Covid-19 infectious disease is provided by the proposed LSTT model. The model simulation was applied to the first wave data of G7 countries and Japan's seven waves of data extending to the present day. The predictions of the number of Covid-19 cases in the model results were obtained 59 days in advance on average. In addition, the transmission rates and threshold values of the relevant wave were obtained significantly and information was provided about how close the peak was approached. The results obtained become important for governments and policy makers to control the spread of Covid-19. Because, measures and precautions to be taken an average of 59 days before the peak of the epidemic play a role in controlling the epidemic.

Science Code : 110605
Key Words : Covid-19, Forecasting, Nonlinear Time Series, Logistic Smooth
Transtion
Page Number :135
Supervisor : Prof. Dr. Atilla Gökçe

TEŞEKKÜR

“Bulaşıcı Hastalıkların Öngörü Modellemesi: Covid-19 Çalışması” adlı doktora tezim, tarih boyunca insanları derinden etkileyen salgınların ve 2020-2021 dönemleri arasında hepimizin hayatında büyük değişikliklere sebep olan Covid-19 salgın yayılımının anlaşılmasına yönelik oluşturulmuştur.

Bu çalışmanın yürütülmesi sırasında desteğini asla esirgemeyen değerli hocam, öğretmenim Prof. Dr. Tolga OMAV’a ve danışmanım Prof. Dr. Atilla GÖKÇE’ye teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında hep bir adım sonrasının tayini ile umut aşıl原因an değerli çalışma arkadaşım Eşem Sunur BELENLİ’ye; ilkokula başladığım günden bu yana eğitimimle ilgili her konuda elinden tutan ilk öğretmenim değerli annem Filiz KIBRIS’a; doktora hayalini henüz lisans eğitimimi bitirdiğim yıllarda bana aşıl原因an ve bugün soyadı ile bu noktaya gelmemde bana sabır ve desteğini asla esirgemeyen değerli eşim Doç. Dr. Yurtsev UYMAZ’a teşekkür ederim. Varlığınız ile minnettarım.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	v
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
İÇİNDEKİLER	viii
ÇİZGİLERİN DİZİNİ	x
ŞEKİLLERİN DİZİNİ	xi
KISALTMALAR.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. ARAŞTIRMANIN LİTERATÜR TARAMASI.....	9
3. MATEMATİKSEL YÖNTEM	19
3.1. Lojistik Modeli	23
3.2. Genelleştirilmiş Lojistik Model.....	24
3.3. Richard'ın Büyüme Modeli	25
4. EKONOMETRİK YÖNTEM	27
4.1. Durağanlık Kavramı	27
4.1.1. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu	29
4.1.2. Öngörü Hata Kareler Ortalaması İstatistiği.....	31
4.2. Durağanlık Analizi	32
4.2.1. Doğrusal Birim Kök Testi.....	33
4.2.2. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri	34
4.3. Öngörü Modelleri	41
4.3.1. Doğrusal Zaman Serisi Analizi	41
4.3.2. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Analizi	48
Eşiksel otoregresif model (TAR)	48
Lojistik yumuşak geçişli otoregresif model (LSTAR).....	50
Lojistik yumuşak geçiş modeli (LSTR)	52
5. MODEL, VERİ SETİ VE AMPİRİK BULGULAR.....	55
5.1. Ampirik Bulgular.....	61
5.1.1. Almanya Birinci Dalga Simülasyonu.....	61

5.1.2. ABD Birinci Dalga Simülasyonu	63
5.1.3. Birleşik Krallık Birinci Dalga Simülasyonu	66
5.1.4. Fransa Birinci Dalga Simülasyonu.....	68
5.1.5. Kanada Birinci Dalga Simülasyonu	71
5.1.6. İtalya Birinci Dalga Simülasyonu	73
5.1.7. Japonya Birinci Dalga Simülasyonu	76
5.1.8. Japonya İkinci Dalga Simülasyonu.....	78
5.1.9. Japonya Üçüncü Dalga Simülasyonu.....	81
5.1.10. Japonya Dördüncü Dalga Simülasyonu	83
5.1.11. Japonya Beşinci Dalga Simülasyonu	86
5.1.12. Japonya Altıncı Dalga Simülasyonu	88
5.1.13. Japonya Yedinci Dalga Simülasyonu	91
5.2. Genel Değerlendirme.....	93
6. SONUÇ	99
KAYNAKLAR	103
EKLER	110
Ek-1	111
Çizelge 1.1. Almanya Birinci Dalga Simülasyonu	111
Çizelge 1.2. ABD Birinci Dalga Simülasyonu.....	112
Çizelge 1.3. Birleşik Krallık Birinci Dalga Simülasyonu	113
Çizelge 1.4. Fransa Birinci Dalga Simülasyonu	114
Çizelge 1.5. Kanada Birinci Dalga Simülasyonu.....	116
Çizelge 1.6. İtalya Birinci Dalga Simülasyonu.....	118
Çizelge 1.7. Japonya Birinci Dalga Simülasyonu.....	119
Çizelge 1.8. Japonya İkinci Dalga Simülasyonu.....	123
Çizelge 1.9. Japonya Üçüncü Dalga Simülasyonu.....	125
Çizelge 1.10. Japonya Dördüncü Dalga Simülasyonu	127
Çizelge 1.11. Japonya Beşinci Dalga Simülasyonu	128
Çizelge 1.12. Japonya Altıncı Dalga Simülasyonu	129
Çizelge 1.13. Japonya Yedinci Dalga Simülasyonu	132
ÖZGEÇMİŞ	133

ÇİZGİLERİN DİZİNİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 5.1. Richard'ın Büyüme Modeli ve LSTR'nin karşılaştırması.....	56
Çizelge 5.2. Almanya Model B sonuçları.....	62
Çizelge 5.3. ABD Model B sonuçları	65
Çizelge 5.4. Birleşik Krallık Model B sonuçları.....	67
Çizelge 5.5. Fransa Model A sonuçları.....	70
Çizelge 5.6. Kanada Model B sonuçları	72
Çizelge 5.7. İtalya Model B sonuçları	75
Çizelge 5.8. Japonya birinci dalga için Model A sonuçları	77
Çizelge 5.9. Japonya ikinci dalga için Model A sonuçları	80
Çizelge 5.10. Japonya üçüncü dalga için Model A sonuçları	82
Çizelge 5.11. Japonya dördüncü dalga için Model A sonuçları	85
Çizelge 5.12. Japonya beşinci dalga için Model A sonuçları	87
Çizelge 5.13. Japonya altıncı dalga için Model B sonuçları.....	90
Çizelge 5.14. Japonya yedinci dalga için Model B sonuçları	92

ŞEKİLLERİN DİZİNİ

Şekil	Sayfa
Şekil 5.1. Almanya birinci dalga günlük vaka	61
Şekil 5.2. Almanya birinci dalga kümülatif vaka	62
Şekil 5.3. Almanya LST öngörüsü ve kümülatif vaka (17 Mayıs)	63
Şekil 5.4. Almanya gama değerleri	63
Şekil 5.5. ABD birinci dalga günlük vaka	64
Şekil 5.6. ABD birinci dalga kümülatif vaka	64
Şekil 5.7. ABD LST öngörüsü ve kümülatif vaka (30 Mayıs 2020)	65
Şekil 5.8. ABD gama değerleri	66
Şekil 5.9. Birleşik Krallık birinci dalga günlük vaka	66
Şekil 5.10. Birleşik Krallık birinci dalga kümülatif vaka	67
Şekil 5.11. Birleşik Krallık LST öngörüsü ve kümülatif vaka (15 Mayıs 2020)	68
Şekil 5.12. Birleşik Krallık gama değerleri	68
Şekil 5.13. Fransa birinci dalga günlük vaka	69
Şekil 5.14. Fransa birinci dalga kümülatif vaka	69
Şekil 5.15. Fransa LST öngörüsü ve kümülatif vaka (25 Nisan 2020)	70
Şekil 5.16. Fransa gama değerleri	71
Şekil 5.17. Kanada birinci dalga günlük vaka	71
Şekil 5.18. Kanada birinci dalga kümülatif vaka	72
Şekil 5.19. Kanada LST öngörüsü ve kümülatif vaka (1 Haziran 2020)	73
Şekil 5.20. Kanada gama değerleri	73
Şekil 5.21. İtalya birinci dalga günlük vaka	74
Şekil 5.22. İtalya birinci dalga kümülatif vaka	74
Şekil 5.23. İtalya LST öngörüsü ve kümülatif vaka (23 Nisan 2020)	75
Şekil 5.24. İtalya gama değerleri	76
Şekil 5.25. Japonya birinci dalga günlük vaka	76
Şekil 5.26. Japonya birinci dalga kümülatif vaka	77
Şekil 5.27. Japonya birinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (19 Nisan 2020)	78
Şekil 5.28. Japonya birinci dalga gama değerleri	78
Şekil 5.29. Japonya ikinci dalga günlük vaka	79
Şekil 5.30. Japonya ikinci dalga kümülatif vaka	79

Şekil 5.31. Japonya ikinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (11 Ağustos 2020).....	80
Şekil 5.32. Japonya ikinci dalga gama değerleri.....	81
Şekil 5.33. Japonya üçüncü dalga günlük vaka	81
Şekil 5.34. Japonya üçüncü dalga kümülatif vaka	82
Şekil 5.35. Japonya üçüncü dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (2 Şubat 2021)	83
Şekil 5.36. Japonya üçüncü dalga gama değerleri	83
Şekil 5.37. Japonya dördüncü dalga günlük vaka.....	84
Şekil 5.38. Japonya dördüncü dalga kümülatif vaka	84
Şekil 5.39. Japonya dördüncü dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (10 Mayıs 2021) ...	85
Şekil 5.40. Japonya dördüncü dalga gama değerleri.....	86
Şekil 5.41. Japonya beşinci dalga günlük vaka.....	86
Şekil 5.42. Japonya beşinci dalga kümülatif vaka	87
Şekil 5.43. Japonya beşinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (25 Ağustos 2021)....	88
Şekil 5.44. Japonya beşinci dalga gama değerleri	88
Şekil 5.45. Japonya altıncı dalga günlük vaka	89
Şekil 5.46. Japonya altıncı dalga kümülatif vaka	89
Şekil 5.47. Japonya altıncı dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (9 Nisan 2022).....	90
Şekil 5.48. Japonya altıncı dalga gama değerleri.....	91
Şekil 5.49. Japonya yedinci dalga günlük vaka	91
Şekil 5.50. Japonya yedinci dalga kümülatif vaka.....	92
Şekil 5.51. Japonya yedinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (20 Ağustos 2022) ...	93
Şekil 5.52. Japonya yedinci dalga gama değerleri	93
Şekil 5.53. Japonya Model A gama değerleri	96
Şekil 5.54. Japonya Model B gama değerleri	96

KISALTMALAR

Çalışmada kullanılan kısaltmalara ait açıklamalar aşağıda sunulmuştur.

Kısaltmalar	Açıklamalar
ABD	Amerika Birleşik Devletleri
ACF	Otokorelasyon Fonksiyonu
AESTAR	Asimetrik ESTAR
AIDS	Edinilmiş Bağışıklık Yetmezliği Sendromu
AR	Otoregresif Model
ARIMA	Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama Süreci
ARMA	Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci
CUBIST	Kübist Regresyon
ESTAR	Üstel STAR
GLBM	Genelleştirilmiş Lojistik Büyüme Modeli
GRU	Basitleştirilmiş LSTM Sinir Ağları Modeli
H1N1	Grip Virüsü
H3N2	Grip Virüsü
HFRS	Hemorajik Ateşli Renal Sendromu
HIV	İnsan Bağışıklık Yetmezlik Virüsü
LST	Lojistik Yumuşak Geçişli Model
LSTAR	Lojistik Yumuşak Geçiş Otoregresif Model
LSTM	Uzun ve Kısa Süreli Hafıza Sinir Ağı Modelleri
LSTT	Lojistik Yumuşak Geçişli Trend Model
MA	Hareketli Ortalama Süreci
MSE	Hata Kareleri Ortalaması
MSPE	Ortalama Kare Öngörü Hatası
MTAR	Momentum Eşik Değerli Otoregresif Model
OWID	Our World in Data
PACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
RIDGE	Ridge Modeli

RM	Richards Modeli
RNN	Tekrarlayan Sinir Ağları Modeli
SARS	Şiddetli Akut Solunum Sendromu
SETAR	Kendi Kendini Uyarabilen TAR
SIR	Duyarlı-Enfekte-İyileşmiş
STAR	Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif Model
SVR	Destek Vektör Regresyonu
TAR	Eşik Değerli Otoregresif Model
UNAIDS	Birleşmiş Milletler AIDS Programı
WHO	Dünya Sağlık Örgütü



1. GİRİŞ

Bulaşıcı hastalıklar her zaman insanlık tarihinin önemli bir parçası olmuştur. Yazılı tarihin başlangıcından beri, yok olmadan önce toplumlar da birçok ölüme sebep olmuş ve muhtemelen kaybolmasının ardından tekrarlamıştır. Bu salgınların şiddeti, yıllar geçtikçe, toplam nüfusta bağışıklık kazanan birey sayısı arttıkça azalmıştır. Göçlerin yanı sıra yerleşik tarıma geçiş, kentleşme, savaşlar ve ticaret gibi faktörler, lokal bir bölgede etkili olan bir hastalığın, farklı bölgelere taşınmasına ve buralarda da salgın haline gelmesine neden olmuştur. Orta Çağ Avrupası'nda kara ölüm olarak da bilinen veba, Asya'dan Avrupa'ya yapılan ticaret yoluyla yayılmıştır. İspanyol gribi salgını, Birinci Dünya Savaşı sırasında askerler arasında yayılmış ve dünya genelinde milyonlarca insanın ölümüne neden olmuştur. Ebola salgını, Afrika'da ormanlık alanlarda yaşayan hayvanlarla temas yoluyla insanlara bulaşmış ve daha sonra dünya geneline yayılmıştır. Bu salgınların dışında, kızamık, Afrika'dan Amerika'ya köle ticareti yoluyla taşınmış; verem, Avrupa'da ortaya çıkmış ve buradan Amerika'ya göç eden insanlar aracılığıyla ulaşmış; kolera, Hindistan'da ortaya çıkmış ve buradan gemiler aracılığıyla dünya geneline yayılmıştır.

Kara Ölüm¹, 14. yüzyılın ortalarında başlayan (1347-1351) ve tahminen 75-200 milyon insanın ölümüne neden olan bir veba salgınıdır. Salgın, Orta Asya'da bulunan Moğol İmparatorluğu'ndan yola çıkarak Kırım Yarımadası'na ulaşması nedeniyle "Kırım Vebası" olarak da bilinir. 1347 yılında İtalya'da görülen salgın, kısa sürede Avrupa ve Akdeniz ülkelerine yayılmış ve sonrasında diğer bölgelere de sıçramıştır. Avrupa nüfusunun ciddi oranda azalmasına sebep olan bu salgın ilerleyen süreçte azalan bir şekilde tekrar etmiştir (Pamuk, 2020:34).

İspanyol gribi², 1918 yılında başlayan ve 1918-1920 yılları arasında dünya çapında milyonlarca insanı etkileyen bir salgındır. Hastalık, hızlı bir şekilde yayılarak dünya çapında yaklaşık 500 milyon kişiyi enfekte etmiş ve 50 milyon ila 100 milyon arasında insanın ölümüne neden olmuştur. İspanya'da ortaya çıkmamasına rağmen, Birinci Dünya Savaşı

¹ Kara veba, *Yersinia pestis* adlı bakteriden bulaşmaktadır. Bu bakteri, yer fareleri gibi kemirgenlerde bulunur ve çoğunlukla bu yolla insanlara bulaşır.

² İspanyol gribi, H1N1 alt tipi olan bir influenza A virüsünden kaynaklanmaktadır. Bu virüsün kökeni tam olarak bilinmemektedir, ancak muhtemelen bir domuz virüsü ile bir insan virüsünün birleşmesi sonucu ortaya çıkmıştır.

koşullarında savaşa katılmayan ülke olarak hakkında haberler yapılabilmesi sebebiyle İspanyol gribi ismiyle anılmaktadır. Salgının kaynağı tam olarak bilinmemekle birlikte, muhtemelen Asya'da ortaya çıktığı düşünülmektedir. Salgının Birinci Dünya Savaşı sırasında askeri kuvvetler arasında yayılması, salgının hızlı bir şekilde dünya geneline yayılmasına sebep olmuştur. Bu yüzden, salgın özellikle genç insanları etkilemiş ve 20 ila 40 yaş arasındaki insanlarda ölüm oranları diğer yaş gruplarından daha yüksek olmuştur (Phillips ve Killingray, 2003).

Ebola³ virüsü ilk olarak 1976 yılında, o dönem Zaire olarak adlandırılan şimdiki Kongo Demokratik Cumhuriyeti'nde ve Sudan'da ortaya çıkmıştır. Bu ilk salgın, Yombe nehrinin kıyısındaki Yambuku adlı bir köyde kaydedilmiş ve bu nedenle "Yambuku ateşi" olarak da adlandırılmıştır. Ebolanın, dönem dönem ortaya çıkmasına karşın son olarak 2014-2016 yılları arasında Liberya, Sierra Leone ve Gine'de görülmüş ve toplamda 28 616 vaka ile 11 310 kişinin ölümüne sebep olmuştur (Quammen, 2014).

Çiçek hastalığı⁴, insanlık tarihinde kaydedilen en eski salgınlardan biridir. Tarihi kayıtlarda M.Ö. 3. yüzyıla kadar dayanmaktadır. Hastalığın kökeni tam olarak bilinmemekle birlikte, muhtemelen Orta Doğu veya Hindistan'da ortaya çıktığı düşünülmektedir. Çiçek hastalığı, özellikle Avrupa ve Asya'da tarih boyunca düzenli olarak patlak vermiş ve özellikle de Avrupa'da 18. yüzyılda ciddi bir sorun haline gelmiştir. Ancak, 1977 yılında Dünya Sağlık Örgütü (WHO) tarafından yapılan küresel aşılama kampanyası sonucunda çiçek hastalığı tamamen eradike edilmiştir (Henderson, 2011).

Kolera⁵ salgını tarihi oldukça eski olup, ilk kaydedilen salgın M.Ö. 5. yüzyıla kadar uzanmaktadır. Tarih boyunca birçok kolera salgını meydana gelmiş ancak en çok ölüme sebep olan 19. yüzyılda (1817-1824 yılları) Hindistan'da Bengal bölgesinde başlayıp,

³ Ebola virüsü, enfekte hayvanlarla (meyve yarasaları, primatlar, antiloplar ve fareler) temas sonucu bulaşabilir. Ayrıca, enfekte bir insanın kanı, vücut sıvıları veya enfekte olmuş kişinin cesedi ile temas sonucu da bulaşabilir.

⁴ Çiçek hastalığı, variola virüsünden meydana gelmektedir. Virüsün kökeni tam olarak bilinmemekle beraber genetik araştırmalar, virüsün Afrika'da vahşi hayvanlarda bulunan bir virüs türünden evrimleştiğini göstermektedir.

⁵ Kolera salgınları, *Vibrio cholerae* adlı bir bakterinin neden olduğu bir enfeksiyondur. Bu bakteri, kolera hastalığına neden olan toksinleri üreten enterotoksinler adı verilen bir grup geni taşır. Bakteri, kirli su ve gıda tüketimi yoluyla insana bulaşabilir ve enfekte kişinin bağırsaklarında çoğalır.

dünyaya yayılan salgındır. Salgın sırasında dünya genelinde ortalama 1 milyon insan ölmüştür (Hamlin, 2009).

İlk olarak 1981 yılında ABD'de (Amerika Birleşik Devletleri) gözlemlenen ve bağışıklık sistemi güçlü insanlarda bile nadir kanser türlerinin ortaya çıkmasına neden AIDS (HIV)⁶ virüsü (Edinilmiş Bağışıklık Yetmezliği Sendromu), 40 yıldan fazla bir süredir insanları etkilemektedir (Pepin, 2011). WHO ve Birleşmiş Milletler AIDS Programı (UNAIDS) verilerine göre, 2020 itibariyle yaklaşık 38 milyon insan HIV enfeksiyonu taşımaktadır ve 36 milyon kişi AIDS'e bağlı nedenlerle hayatını kaybetmiştir.

SARS⁷ (Şiddetli Akut Solunum Sendromu) adı verilen virüs ilk olarak Kasım 2002'de Çin'in Guangdong eyaletinde ortaya çıkmış ve daha sonra Hong Kong, Vietnam, Kanada ve diğer ülkelere yayılmıştır. Salgın, 2003 yılında kontrol altına alınana kadar yaklaşık 8 000 kişi enfekte olmuş ve 774 kişi ölmüştür. Hangi hayvanın aracılık ettiği tam olarak bilinmemekle birlikte, genellikle çeşitli yaban hayatı türleri, pangolinler ve kedi familyası hayvanlar ile ilişkilendirilmektedir (Dünya Sağlık Örgütü [WHO], 2018).

Tarih boyunca görülen salgınlardan Anadolu ve İstanbul da etkilenmiştir. Bizans İmparatorluğu döneminde özellikle İstanbul'da tifo, veba, kolera ve çiçek hastalığı gibi birçok salgın hastalık kayıt altına alınmıştır. Bu salgınlar arasında kayıtlara geçen en büyük salgın, 6. yüzyılda ortaya çıkan Justinianus Vebası'dır (Pamuk, 2020). Justinianus Vebası, Konstantinopolis'te başlamış ve buradan dünya geneline yayılmıştır. Hastalık, hızlı yayılımı ve yüksek ölüm oranları nedeniyle toplumda büyük bir etki yaratmıştır. Justinianus Vebası nedeniyle İstanbul'da 10 000 kişiye kadar ölüm yaşandığı, yani İstanbul'un nüfusunun yaklaşık yarısını kaybettiği tahmin edilmektedir. Daha sonra, 1575 yılında Osmanlı İmparatorluğu ile gemi ticaretinin yoğun olduğu ülkelerden İstanbul'a geldiği düşünülen başka bir veba salgını ortaya çıkmış ve yaklaşık 300 000 kişinin ölümüne neden olmuştur. Osmanlı İmparatorluğu'nun son dönemlerinde, 19. yüzyılın sonlarında ve 20. yüzyılın başlarında kolera salgınları yaşanmıştır. Söz konusu salgınlar özellikle Anadolu, Suriye, Filistin ve İstanbul gibi yerlerde etkili olmuş ve binlerce kişinin ölümüne neden olmuştur. Bununla

⁶ HIV'nin tam kökeni tam olarak bilinmemektedir, ancak araştırmalar virüsün 20. yüzyılın başlarında Afrika'da ortaya çıktığını göstermektedir. HIV'nin primatların (örneğin şempanzeler ve maymunlar gibi) kanından insana bulaşmış olabileceğini düşündürmektedir.

⁷ SARS virüsü, yarasaların ve pangolinlerin SARS-CoV-2'nin rezervuarları olarak bildirilmesine karşın ara konakçı henüz net bir şekilde aydınlatılmamıştır.

beraber tarihi kayıtlar, Osmanlı İmparatorluğu'nun çeşitli dönemlerinde şarbon salgınlarının da yaşandığını rapor etmektedir. Özellikle 19. yüzyılın sonlarından itibaren Doğu Anadolu'da ciddi şarbon salgınların meydana geldiği; 1905 yılında Erzurum'da başlayan ve kısa sürede bütün Doğu Anadolu'ya yayılan şarbon salgının, binlerce insanın ölümüne neden olduğu bildirilmektedir. 1918 yılında dünya genelinde 50 milyondan fazla insanı öldüren İspanyol Gribi, Anadolu'da da yayılmış ve binlerce kişinin ölümüne neden olmuştur. 1940-1941 yıllarında İkinci Dünya Savaşı sırasında, askerler arasında tifüs salgını yayılmış ve salgın Türkiye'ye de sıçramıştır. 1950-1951 yıllarında kırım kongo kanamalı ateşi salgını; 1970'lerde kızamık; 1985-1994 yıllarında şarbon; 1999 Marmara Depremi sonrasında bölgede meydana gelen su kirliliği nedeniyle ishal ve hepatit A salgınları yaşanmıştır.

Laboratuvar deneyleri, salgın hastalıkların tespiti ve yayılımını anlamak için büyük önem taşımaktadır. Ancak bu deneyler salgının yayılımına neden olan ve/veya artıran faktörleri ve aralarındaki karmaşık etkileşimleri tam olarak anlamada yetersiz kalabilirler. Bu nedenle, salgın hastalıkların yayılımını anlamak için matematiksel modeller kullanılmaktadır. Bu modeller, salgın hastalığın yayılma mekanizmalarını simüle ederler. Bu matematiksel modellerde, insanların birbirleriyle nasıl etkileştiği, hastalığın ne kadar bulaşıcı olduğu, belirtileri ne kadar sürede gösterdiği, insanların ne kadar hızlı tedavi edildiği gibi faktörler dikkate alınır. Bu faktörler, gerçek bir salgında karşılaşılan etkileşimleri ve faktörleri yansıtmak için veri tabanlı olarak belirlenir. Ayrıca, salgın hastalıkların yayılmasının öngörülmesine ve hastalığın yayılmasını önlemek için alınabilecek önlemlerin belirlenmesine yardımcı olabilirler. Diğer bir deyişle, matematiksel modeller yeni bir hastalığın ortaya çıkması durumunda, hastalığın yayılma potansiyelini ve nasıl engellenebileceğini anlamak için de kullanılabilirler.

Bulaşıcı hastalıklara ilişkin verilerin toplanması, analizi ve öngörüsü, modern epidemiyolojinin gelişmesi ile 19. yüzyılın başlarında başlamıştır. Ancak, John Graunt'un 1662 yılında yayınladığı "Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality"⁸ (Doğal ve Siyasi Olarak Ölüm Faturaları Üzerine Gözlemler) isimli makalesinde, Londra'da ölüm oranlarının toplanması ve analiz edilmesi konusunu ele almıştır (Graunt, 1662). Graunt, bu çalışmasında, çeşitli hastalıkların ölüm risklerini

⁸ Bu kitap genellikle hem istatistik hem de demografinin kurucu metni olarak kabul edilir. Bugün hala kitabın kapağında belirtilen İngiliz yazar olan John Graunt tarafından mı yoksa Royal Society'nin kurucularından biri olan arkadaşı William Petty tarafından mı yazıldığını bilinmemektedir.

karşılaştırmalı olarak değerlendirmiştir. Bu makale, modern demografi ve epidemiyolojinin temellerinden biri olarak kabul edilir. Bununla birlikte, salgın hastalıkların modellenmesine ilişkin ilk matematiksel yaklaşım Daniel Bernoulli'nin çiçek hastalığına ilişkin 1770 tarihli çalışmasında ele alınmıştır (Brauer, 2017). Bu çalışma, çiçek hastalığına karşı aşılarda yaygınlaştırılması konusunda matematiksel bir analiz sunmaktadır. Bulaşıcı hastalıkların matematiksel olarak modellenmesi ile ilgili literatüre geçtiğimiz yüzyılda çok sayıda çalışma eklenmiştir. İngiliz Doktor John Snow, 1855 yılında Londra'da meydana gelen kolera salgını sırasında, salgının kaynağını tespit etmek için bölgedeki ölüm oranlarını incelemiş ve bu sayede salgının kaynağının kirlenmiş bir su kaynağı olduğunu belirlemiştir. Snow, bu çalışmasıyla, bulaşıcı hastalıkların yayılımının engellenmesinde ve kontrol altına alınmasında veri toplama ve analizin temel bir araç olduğunu göstermiştir (Snow, 1855).

Aralık 2019'da Çin'in Hubei bölgesinin başkenti olan Wuhan kentinde SARS-CoV-2 adı verilen bir virüs ailesinden gelen vakalar (Covid-19) ortaya çıkmıştır. Bu vakaların ilk başlangıç noktası olarak düşünülen Huanan Deniz Ürünleri Pazarı'nın, birçok vahşi hayvanın ve canlı hayvanların satıldığı bir yer olması; Wuhan'ın, Çin'in merkezinde yer alan bir ulaşım merkezi sayılması ve ilk vaka bildiriminin milyonlarca insanın ülke içinde ve dışında seyahat ettiği Çin Yeni yılı zamanlarına denk gelmesi virüsün hızlı yayılımını daha kolaylaştırmıştır. Hasta sayısında artışın görülmesi ve benzer semptomlar gösteren kişilerin rapor edilmesi üzerine, Çinli yetkililer, 31 Aralık 2019 tarihinde WHO ile paylaşmak üzere bir sağlık acil durum raporu hazırlamıştır. 9 Ocak 2020'de WHO, Çin'de ortaya çıkan bir grup solunum yolu enfeksiyonu vakasının nedeni olarak yeni bir koronavirüs tespit edildiğini açıklamış ve "Covid-19" adını vermiştir (WHO, 2020).

Covid-19'un, Çin'in dışında ilk defa, 13 Ocak 2020'de Tayland'da; 16 Ocak 2020'de Güney Kore'de; 22 Ocak 2020'de ABD'de; 21 Ocak 2020 Tayvan'da; 22 Ocak 2020'de Japonya, Hong Kong ve Makao'da; 23 Ocak 2020'de Kanada, Avustralya ve Singapur'da; 24 Ocak 2020'de Malezya, Nepal, Vietnam ve Fransa'da; 27 Ocak 2020'de Almanya'da ve 30 Ocak 2020'de Hindistan, İran ve Filipinler'de görülmesinin ardından WHO, Covid-19 salgınına 30 Ocak 2020'de "uluslararası boyutta halk sağlığı acil durumu" olarak sınıflandırmış ve 11 Mart 2020'de bir pandemi olarak ilan edilmiştir.

Covid-19, dünya genelinde insanların yaşamlarını kökten değiştirmiş ve birçok ülkenin başta sağlık olmak kaydıyla ekonomik ve sosyal sistemlerinde büyük etkilere neden olmuştur.

Covid-19 virüsü, ilk olarak ve doğrudan sağlık sektörü çalışanlarını etkilemiş ve sağlık hizmetlerinin sağlanamamasına sebep olmuştur. Sağlık sektörü çalışanlarının can güvenliği ve sağlığını riske atarak, sürecin en az hasarla yürütülmesine sebep olsa da salgın sağlık çalışanlarının sayısının azalmasına ve sağlık hizmetlerinde aksamalara neden olmuştur. Çünkü, virüsün kısa sürede birçok kişiye bulaşması, tanı ve tedavisi için hastanelere yapılan başvuruların hızla artmasına sebep olmuştur. Bununla birlikte hazırlıksız şekilde ortaya çıkan aşırı talebin ülkelerin hastane ve yoğun bakım kapasitelerinin üzerinde olması ve bununla beraber gerekli tıbbi malzeme ihtiyacının karşılanamaması ülkelerin sağlık sistemlerini olumsuz etkilemiştir. Bu durum, diğer hastalıklar için gerekli yatak, personel ve ekipmanların sınırlı hale gelmesine neden olmuştur. Bununla beraber, tıbbi cihaz ve malzemelerin (özellikle solunum cihazları, yüz koruyucu maskeler, eldivenler ve koruyucu önlükler gibi) talebinde patlama yaşanmış, arz kısıtı oluşmuştur.

Covid-19 salgınının yayılma hızını yavaşlatmak ve süreci kontrol altına alabilmek için ülkelerin aldığı tedbirler (ülkeler ya da iller arası giriş/çıkışların yasaklanması, dışarı çıkma yasağı, sosyal mesafe ve bazı işletmelerin kapatılması gibi) ülke ekonomilerini olumsuz etkilemiştir. İşsizlik artmış, iş hacmi azalmış ve birçok işletme kapatılmak zorunda kalmıştır. Bu durumdan küresel ticaret de etkilemiştir. Ülkeler, mal ve hizmet ticaretinde kısıtlamalar getirmişlerdir. Bu durum, küresel tedarik zincirlerinin kesilmesine ve işletmelerin malların üretiminde kullanılan parçaları ve malzemeleri temin etmesinin zorlaşmasına neden olmuştur.

Covid-19 salgını, eğitim sektöründe de etkili olmuştur. Okullar, üniversiteler ve diğer eğitim kurumlarında eğitime ara verilmiştir. Öğrencilerin eğitimlerinde aksamalara ve öğretmenlerin iş kaybına neden olmuştur. Bunun yanı sıra, Covid-19, insanları sosyal izolasyon ve yalnızlığa itmiştir. Sosyal mesafe kuralları nedeniyle insanlar ailelerinden, arkadaşlarından ve diğer sosyal bağlantılarından uzak kalmak zorunda kalmışlar, bu da stres, anksiyete ve depresyon gibi psikolojik sorunların artmasına neden olmuştur.

Açıklanan sebeplerden ötürü, birçok açıdan küresel bir kriz haline gelen Covid-19 salgınının geleceğine veya yönelimine ilişkin öngörülerin elde edilmesi hem konu açısından hem de tezin varlığı açısından büyük bir öneme sahiptir. Bu sebeple, bu tez çalışmasında, geleneksel yöntemlerle mümkün olmayacak şekilde, Covid-19 vakalarına ait öngörü elde edilerek, vaka sayılarının ne zaman nerede zirveye ulaşacağını öngörüyü amaçlamaktadır. Bunun yanı sıra,

tahmin edilen bulaşma hızı değerleri ile zirve noktasına yakınsamanın günü hakkında bilgi vermeyi amaçlamaktadır.

Bu çalışma giriş, dört ana bölüm ve sonuçtan oluşmaktadır. Giriş bölümünü takip eden ikinci bölümde konu ile ilgili literatür incelenmiştir. Üçüncü bölümde bulaşıcı hastalıkların matematiksel öngörü yöntemleri ele alınmıştır. Dördüncü bölümünde konu hakkında ekonometrik çerçeve sunulmuştur. Beşinci bölümde ise Covid-19 salgınının öngörüsüne yönelik önerilen model, veri seti ve ampirik bulgular aktarılmıştır. Sonuç kısmında genel bir değerlendirme ile bulgular tartışılmıştır.





2. ARAŞTIRMANIN LİTERATÜR TARAMASI

Literatürde salgın hastalıkların yayılım mekanizmasının araştırılmasına yönelik birçok çalışma bulunmaktadır. Araştırmamıza yol göstermesi açısından literatürde yer alan bazı önemli çalışmalar sunulmuştur.

Roosa ve arkadaşları (2020) tarafından yapılan çalışmada Çin'in Guangdong ve Zhejiang eyaletlerine ait 22 Ocak ile 13 Şubat 2020 tarihleri için kümülatif vakaların kısa vadeli (ileriye dönük beş ve on günlük) tahminlerinin hesaplanması amaçlanmıştır. Tahmin modelleri olarak, fenomenolojik modeller (Genelleştirilmiş lojistik büyüme modeli-GLBM, Richards modeli-RM ve salgın alt dalga [a sub-epidemic wave] modeli) kullanılmıştır. Model tahminlerinden elde edilen sonuçlara göre, alt salgın dalga modeli hariç, bu eyaletlerde salgının yok olmaya başladığını, ancak yine de bulaşıcı hastalığın bulaşıcılığının devam edebileceğini göstermiştir. Sonuç olarak, en iyi ihtimalle salgının bulaşma hızının görece yavaşladığı sonucuna ulaşılmıştır (Roosa ve diğerleri, 2020).

Anirudh (2020) çalışmasında Covid-19 vakalarının yayılım mekanizması, zirve noktasına ulaşma ve azalma tahminlerinde kullanılan SIR, SEIR, SEIRU, SIRD, SLIAR, ARIMA ve SIDARTHE modellerin sonuçlarını ve tahminlerin oluşturulmasındaki zorlukları açıklamaktadır. Bu modellerle yapılan farklı ülke ve eyaletlere ait çalışmaların sonuçları tablolastırılarak gerçekleşen değerler ve her bir tahmine ait sapma değeri ile modellerin performansları karşılaştırılmıştır. Bu hususta en çok sapmanın, Tang ve Wang (2020) çalışmasında California eyaleti için ele alınan basit matematiksel modelinde ve SIRD modelinde olduğu gösterilmiştir.

Darti ve arkadaşları (2021) çalışmalarında 25 Mart ile 31 Ekim 2020 tarihleri arasındaki doğu Java (Endonezya) bölgesinin verileri ile Covid-19 kümülatif vaka tahminini elde etmeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda Richards, Genelleştirilmiş Richards, Blumberg, Tsoularis&Wallace ve Gompertz fenomenolojik modelleri kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre Genelleştirilmiş Richards ve Tsoularis & Wallace modellerinin daha iyi performans gösterdiği; Richards ve Gompertz modellerinin daha düşük tahmin etme eğiliminde olduğunu; Blumberg modelinin ise vaka sayılarını olduğundan daha yüksek öngörü sonuçları sağladığını göstermektedir (Darti ve diğerleri, 2021).

Wu, Darcet, Wang ve Sornette (2020) çalışmalarında klasik lojistik büyüme, genelleştirilmiş lojistik ve genelleştirilmiş Richards modelini Çin'in 29 eyaletlerine ve 33 farklı ülkeye uygulamıştır. Model sonuçlarına göre Çin'de alınan sıkı tedbirlerin sonuçlara yansıdığı ve Çin'de salgının dalgalarına ait dönemlere ait bilgiler aktarılmıştır. Bununla beraber Çin'de kümülatif vaka sayıları ile hareketliliği ölçen seyahat endeksi arasında güçlü korelasyon olduğu bulunmuştur. Modellemede Avrupa ülkelerinde vaka sayıları Çin ile kıyaslandığında görece daha yavaş artış gösterdiği ve daha uzun sürede zirve noktasına ulaşacağı açıklanmıştır. Ayrıca çalışmada, vaka tanımlarının ülkeden ülkeye farklılık göstermesi, test kapasitesinin ve protokolünün farklılıkları ve ülkeler arası raporlama sistem ve zamanlamasının farklılık göstermesinin tahminlemede kısıt yarattığını belirtmişlerdir. Bu sebeple, toplumdaki gerçek vaka sayısının, vaka olarak teyit edilmiş testlerden yüksek çıkmasının olası olacağını vurgulamıştır (Wu ve diğerleri, 2020).

Pell ve meslektaşları (2016) çalışmalarında 2014 – 2015 yılında Batı Afrika'da meydana gelen Ebola salgınına ilişkin tahminleri iki farklı fenomenolojik model (klasik lojistik model ve genelleştirilmiş Richards modeli) yoluyla sağlamıştır. Klasik lojistik model ile vaka sayısının daha düşük tahmin edildiği saptanmıştır. Daha fazla veri elde edildikçe genelleştirilmiş Richards modelinin performansının yükseldiği ancak lojistik modelin performansında değişiklik olmadığı aktarılmıştır. Bu sebeple Ebola virüsünün erken dönem tahminlerinde genelleştirilmiş Richards modelinin kullanılması önerilmiştir (Pell ve diğerleri, 2018).

Chowell, Tariq ve Hyman (2019) çalışmalarında klasik lojistik, genelleştirilmiş Richards ve taraflarınca oluşturulan alt-salgın dalga modelini Singapur'daki SARS, Madagaskar'daki veba ve Demokratik Kongo Cumhuriyeti'ndeki ebola salgının tahminlemesi için uygulamışlardır. Alt-salgın modeli, lojistik modele göre hem Singapur'daki SARS virüs tahmininde hem de Demokratik Kongo Cumhuriyeti'ndeki ebola salgınında daha iyi performans göstermiş ve istikrarlı sonuçlar sağlamıştır. Bu sebeple, model ile salgınların farklı dalga özelliklerini veya mekânsal ve sosyal faktörleri yakalayabilmektedir (Chowell ve diğerleri, 2019).

Viboud, Simonsen ve Chowell (2016) çalışmalarında, salgın modellerinin iyileştirilmesinin salgına ait farklı dönemleri açıklamada daha faydalı olabileceğini savunarak yeni bir üstsel büyüme modeli oluşturmuşlardır. Model, salgınının özellikle artış eğilimi gösterdiği

aşamayı karakterize etmek ve o dönem için değişen salgın profilini yakalamayı amaçlamaktadır. Bu amaçla model, yirmi farklı coğrafyada çeşitli bulaşma yollarına sahip sekiz farklı bulaşıcı hastalığa ve farklı dönemlerdeki aynı bulaşıcı hastalığa (ebola) uygulanmıştır. Sonuç olarak, model zaman içerisinde aynı bulaşıcı hastalığın büyüme oranının değiştiğini; farklı coğrafya ve sosyal koşulların büyüme oranını nasıl etkilediğini göstermektedir. Aynı zamanda salgın büyüme oranının büyük ölçüde kısıtlı nüfus temas yapısından, zaman içerisindeki davranış değişikliğinden veya erken kontrol müdahalelerinden etkilediğini açıklamıştır (Viboud ve diğerleri, 2016).

Ceylan (2020) çalışmasında Avrupa’da Covid-19 salgınından en çok etkilenen ülkelerden olan İtalya, İspanya ve Fransa’nın salgın eğilimini tahmin etmek için 21 Şubat ile 15 Nisan 2020 dönemindeki veriler ile ARIMA modelini kullanmıştır. Elde edilen farklı geçmiş dönem ARIMA modelleri MAPE performans değeri ile karşılaştırılmış ve ülkeler için sırasıyla ARIMA (0,2,1), ARIMA (1,2,0) ve ARIMA (0,2,1) modeli seçilmiştir. Seçilen modeller ile 16 Nisan ile 25 Nisan 2020 için kısa dönem tahminleri elde edilmiştir (Ceylan, 2020).

Liu, Liu, Jiang ve Yang (2011) çalışmasında Çin’de 2011 yılında meydana gelen hemorajik ateşli renal (böbrek) sendrom (HFRS) salgınının kısa dönem tahminlerini elde etmek için ARIMA model uygulamıştır. Modelde, 1975 – 2008 yıllarına ait Çin HFRS verileri kullanılarak 2009 – 2011 dönemine ait öngörüler elde edilmiştir. En uygun modelin ARIMA (0,3,1) modeli performans uyum kriterlerine göre seçilmiş olup 2009 - 2011 yılları arasındaki öngörü değerleri 100.000 kişilik nüfus başına sırasıyla 0,69, 0,86 ve 1,21 olarak hesaplanmıştır (Liu ve diğerleri, 2011).

Perez ve meslektaşları (2020) çalışmalarında Covid-19 salgınında Avusturya, İsviçre ve İsrail’de 21 Şubat – 19 Mayıs 2020 dönemine ait doğrulanmış, asemptomatik olmayan vakalar ile doğrulanmış ölümlere ilişkin verileri ARIMA ve Gompertz büyüme modeli kullanılarak tahmin yapmışlardır. Modellerin doğruluğu kök ortalama karesel hata (RMSE), ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) ve R2 kullanılmış ve kabul edilebilir sonuçlar alınmıştır. Sonuç olarak, ülkelerin Covid-19 salgınından farklı etkilendiğini göstermiş ve nedeninin ölçülmesi zor olan dış faktörlerden kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Bununla beraber, ARIMA modelinin vakaların tahmininde, Gompertz büyüme modelinin ise ölüm verilerinin tahmininde iyi olduğunu göstermişlerdir (Perez ve diğerleri, 2020).

He ve Tao (2018) çalışmalarında 2007 ile 2015 yılları arasındaki influenza dönemine ait çocuk vaka sayıları ile 2016 yılında oluşabilecek farklı influenza (H1N1 ve H3N2 virüsleri için) pozitif vaka sayısını tahmin etmeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda hem ARIMA hem de mevsimsel ARIMA (SARIMA) modeli kullanmışlardır. Modellere ait tahmin sonuçları, performans kriterlerine göre değerlendirilmiştir. Bu hususta, vaka öngörülerini ARIMA modelinin SARIMA modeline göre daha iyi ve gerçeğe yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir (He ve Tao, 2018).

Benvenuto ve arkadaşları 2020 yılında ele aldıkları çalışmalarında, Johns Hopkins Üniversitesi tarafından yayınlanan 20 Ocak ile 10 Şubat 2020 dönemine ait Covid-19 vaka sayıları ile iki günlük, yani 11 ve 12 Şubat günlerine ait tahmini ARIMA modeli kullanarak elde etmeyi amaçlamışlardır. Daha gerçekçi tahminlerin elde edilebilmesi için vaka tanımını ve vakalara ilişkin veri toplama işleminin eş zamanlı olması gerektiğini vurgulamışlardır (Benvenuto ve diğerleri, 2020).

Ioannidis, Cripps ve Tanner (2022) çalışmalarında bulaşıcı hastalıkların yayılım mekanizmasının öngörüsünde kullanılan modellerin başarısızlıkları üzerinde durmuşlardır. Covid-19 öngörüsü için kullanılan modellerin gerçekten uzak tahminleri, bu durumu daha da belirgin hale getirmiştir. Bu başarısızlığın sebepleri olarak güvenilir olmayan veri girişi, yanlış modelleme, yanlış ve gerçekle uyumsuz varsayımlar, tahmincilerin yüksek hassasiyetli olması, yapısı henüz tam belirlenemeyen salgın hastalığın ayırt edici özelliklerinin modellere dahil edilememesi, mevcut önlemlerin doğruluğunun zayıflığı, verilerin şeffaf olmaması, belirleyici parametre eksikliği ve raporlama hataları olarak sıralanmaktadır. Bununla beraber, bu sebeplerin hepsine çözüm sağlanamasa da bazıları için, nokta yerine dalga tahminlerinin yapılması, performans sonuçlarına göre genişletilerek geliştirilen modellerin seçilmesi çözüm olarak sunulmuştur (Ioannidis ve diğerleri, 2022).

Yang ve Wang'ın (2020) çalışması, Covid-19 vaka sayıları öngörüsüne yönelik ele alınan ilk çalışmalardan biridir. Çin'e ait 31 Aralık 2019 ile 28 Ocak 2020 tarihleri arasındaki Covid-19 verisi kullanılarak sabit olmayan bulaşma oranı ile revize edilen SEIR modeli kullanılmıştır. Analiz sonuçlarında, bulaşıcı hastalığın endemik olarak kalacağı ve Covid-19 salgınının için uzun vadeli önleme ve müdahale programlarının gerekliliği saptanmıştır (Yang ve Wang, 2020).

Brauer çalışmasında (2006), Kermack ve McKendrick'in 1927 tarihli SIR modelini 2002 yılında meydana gelen SARS salgınında, virüsün özelliklerine göre yenilemiştir. Oluşturulan yeni modeller daha çok salgın hastalığın yönetilmesine yönelik tedbirleri içermektedir. Aşı içeren model SVIN, halk sağlığına yönelik bazı tedbirleri içeren model SAQIJN olarak sunulmuştur (Brauer, 2006).

Almeshal, Almazrouee, Alenizi ve Alhajeri (2020) çalışmalarında 24 Şubat – 19 Nisan 2020 tarihleri arasında, Kuveyt'e ait Covid-19 verilerini kullanarak SIR ve lojistik büyüme modeli ile salgının yayılım boyutuna ve bitiş aşamasına ilişkin tahminler elde etmişlerdir. Aynı zamanda değişen vaka oranları ile alınan önlemlerin etkinliğini göstermek için çeşitli simülasyon senaryoları sağlamışlardır. Sonuç olarak, toplum içinde salgının henüz zirve noktasına ulaşmadığı ve önlemeye yönelik müdahalelerin alınması gerektiği aktarılmıştır (Almeshal ve diğerleri, 2020).

Caccavo (2020) çalışmasında öngörü modellerinin verilerin azlığının ve şeffaf olmayışının istatistiksel modellerde öngörü yapmayı zorlaştırdığını aktararak, kopartman model olan SIRD modelini kullanmıştır. Modelleme sonucunda, İtalya ve Çin için öngörü sonuçlarına göre karşılaştırma sağlamıştır. Bu hususta, İtalya'daki salgının, Çin'e göre daha ağır gittiğini, ölüm öngörü sonuçlarının daha ağır olduğunu, iyileşme sürecinin daha geç olduğunu yani, ağır salgın hastalık yayılımının var olduğunu aktarmıştır (Caccavo, 2020).

Abolmaali ve Shirzaei (2021) çalışmalarında, en çok vaka sayısına sahip dört ülkeye ait (Amerika Birleşik Devletleri, Rusya, Hindistan ve Brezilya) Covid-19 verileri için öngörü sağlamıştır. SIR model, doğrusal regresyon, lojistik büyüme modeli ve ARIMA tahminleme için kullanılmıştır. Sonuç olarak, ARIMA modelinin tahmin sonuçlarına göre daha iyi performans gösterdiğini ve bununla beraber daha ileri dönemlerde (Covid-19 virüsünün özellikleri belirginleştikçe) SIR modelinin genişletilebileceğini ortaya koymuştur. Ancak, modellerde, modele eklenemeyen çevresel ve yönetimsel etkilerin tahmin için kısıt yarattığını belirtmiştir (Abolmaali ve Shirzaei, 2021).

Wang ve meslektaşları (2022) çalışmalarında, zaman serisi modelleri (ARIMA ve SARIMA) ve makine öğrenimi modeli (Prophet modeli) kullanmıştır. Öngörü Amerika Birleşik Devletleri, Hindistan ve Brezilya için Covid-19 günlük ve kümülatif verileri ile sağlanmış ve kısa dönem öngörü sonuçları elde edilmiştir. Bu hususta, verilerdeki periodik özellikleri

yakalayabilen Prophet modeli, ABD öngörülerini için; ARIMA modeli, kümülatif vakaları büyüme eğiliminde olan Brezilya ve Hindistan'ın öngörü sonuçları için daha iyi sonuçlar vermektedir. Çalışmada SARIMA modelinin de günlük vakaların mevsimsel özelliklerini yakaladığını ve öngörülerde daha iyi sonuçlar verdiğini aktarılmıştır.

Zhou ve diğerlerinin 2020 yılında ele aldıkları çalışmalarında SEIR, düzeltilmiş ve lojistik modeli ile sekiz farklı ülke için kısa dönemli öngörü sonuçları elde etmiştir. Bu ülkelerin kısa vadeli ve zirve noktasına ilişkin öngörüler karşılaştırıldığında farkların büyük olduğunu belirtmişlerdir. SEIR modelinin, lojistik modele kıyasla gerçekleşenden uzak olarak salgının boyutunu daha büyük öngörü sağladığı, ancak modele kontrol önlemlerine ait parametreler eklendiğinde daha gerçekçi sonuçlar verdiğini aktarılmıştır (Zhou ve diğerleri, 2020).

Earnest, Chen, Ng ve Sin (2005) çalışmasında SARS virüsünün Singapur'daki Tock Seng Hastanesine gelen vakaların kullandıkları yatak sayısına göre kısa dönemli öngörü elde etmeyi amaçlamışlardır. Bu hususta, ARIMA modeli kullanılmış kabul edilebilir MAPE değerlerine sahip olduğu bilgisi verilmiştir (Earnest ve diğerleri, 2005).

Abuhasel, Khadr ve Alquraish (2020) çalışmasında ARIMA ve SIR modelini kullanarak Suudi Arabistan için Covid-19 salgınına yönelik öngörüler elde etmiştir. Araştırmacılar, salgının erken dönemine ait verilerle elde edilen sonuçlara göre, ARIMA modelinin SIR modeline göre daha iyi öngörüler sağlayan bir model olduğunu açıklamışlardır (Abuhasel ve diğerleri, 2022).

Şahinbaş ve Çatak (2022) çalışmasında, Şubat ve Ekim 2020 dönemlerine ait Covid-19 verisi için SEIR modeli oluşturmuşlardır. Modelleme verileri ile iyi sonuçlar elde edilse bile modelin alınan önlemler vs. gibi parametrelerle genişletilmesi gerektiği belirtilmiştir (Şahinbaş ve Çatak, 2022).

Batista, 2020 yılında ele aldığı çalışmasında Güney Kore, Çin ve Dünya'nın geri kalanı için lojistik büyüme modeli ile Covid-19 kısa dönem öngörüsü ele almıştır. Öngörü sonuçlarına göre hem Çin hem de Güney Kore uzun dönem tahminlerinin kısa dönem tahminlerine göre daha iyi sonuçlar verdiğini (yani gerçeğe daha yakın) belirtilmiştir (Batista, 2020).

Medina-Mendieta, Cortés-Cortés ve Cortés-Iglesias (2020) çalışmasında 16 Mart – 22 Nisan 2020 tarihlerine ait Küba verileriyle lojistik büyüme ve Gompertz modeli ile salgının zirve noktası ve kısa dönemli öngörüler elde edilmiştir. Model performans değerleri, öngörü sonuçlarını gerçeğe yakın tespit edilmiştir. Çalışma, lojistik ve gompertz büyüme modelleri COVID-19 vaka ve ölümlerin zirve noktalarını ve kümülatif vaka sayılarını öngörmek için kullanılan modellerin istatistiksel olarak doğrulanması gerektiği, bu modellerin Küba'da vaka sayılarını öngörülebileceği yönündeki hipotezi doğrulamıştır (Medina-Mendieta ve diğerleri, 2020).

Saez, Tobias, Varga ve Barceló 2020 yılında ele aldıkları çalışmalarında 17 Ocak - 5 Nisan 2020 tarihleri arası Covid-19 verisini Gauss ailesinden GLMM (generalized linear mixed models) modelini uygulayarak, hükümet tarafından alınan önlem politikalarının etkinliğini ölçmeyi amaçlamışlardır. Ağırlıklı olarak sosyal mesafe kurallarının uygulamaya koyulduğu önlem paketinin, bir günlük kısa bir sürede bile kümülatif vakaların değişim oranının azaldığını aktarmaktadır (Saez ve diğerleri, 2020).

Deb ve Majumdar (2020) çalışmalarında, Çin'de bulunan otuz bir bölge ve on bir ülke için ARIMA modeli kullanarak kısa dönemli Covid-19 (22 Ocak – 1 Mart 2020 dönemlerine ait veri kullanarak) öngörüler elde etmeyi amaçlamışlardır. Modelin, bulaşıcı hastalığın zaman içerisindeki eğilimi yakaladığını saptamışlardır. Sonuç olarak, Mart ayının başında Çin'de tüm bölgelerde salgının kontrol altına alındığı ve bununla teyit edilen vaka artış oranının minimum düzeye yaklaştığını göstermişlerdir (Deb ve Majumdar, 2020). Ancak, Çin ile kıyaslandığında, dünyada vakaların artma yönünde olduğunu ve tedbirler alınması gerektiğini vurgulamışlardır. Bunun yanı sıra, bulaşıcı hastalığın ülkeler arasında yayılımına ilişkin dört aşamayı saptayarak, politika sağlayıcıların hangi veya ne düzeyde önlemler almaları gerektiği konusunda yol göstermişlerdir.

Akhtar ve Rozi (2009) çalışmasında 1998 ile 2005 dönemlerinde Pakistan'ın Karaçi kentinde bulunan kan bankalarına gönüllü bağışta bulunan erkeklerin HCV (hepatit C virüsü) pozitif aylık verisi ile kısa dönem öngörü sonuçları ARIMA modeli ile elde etmeye çalışmışlardır. Elde edilen öngörü sonuçlarının performans değerleri modelin kullanılabilirliği şeklinde çıksa da analizlerde az veri ile (sadece kan bankası verileri ile) tüm bölge hakkında yorum yapılmaması gerekliliği iletilmiştir (Akhtar ve Rozi, 2009).

Sardar, Azeem Akbar, Leiva, Alsanad ve Mishra, 2022 yılında ele aldıkları çalışmalarında Covid-19 vakalarını öngörmek için zaman serisi modellerinden, ARIMA ve makine öğrenimi modellerinden; Prophet, GLMNet (generalized linear model elastic net), random forest ve XGBoost modellerini kullanmışlardır. Yapılan analiz sonucunda ARIMA ve Prophet modellerinin söz konusu ülkeler için daha uygun ve ideal öngörüler yaptığını belirtilerek, özellikle ARIMA modelinin Afganistan, Bangladeş, Hindistan, Maldivler ve Sri Lanka'da daha iyi sonuçlar verdiğini göstermişlerdir (Sardar ve diğerleri, 2022). Random forest makine öğrenim modelinin veri setine zayıf uyum sağlaması sebebiyle tahmin dışı bırakıldığını açıklamışlardır.

Sah ve diğerleri (2022) çalışmasında Hindistan'a ait 30 Ocak – 7 Aralık 2020 tarihleri için Covid-19 verisi ile kısa dönemli öngörü sonuçları elde edilmiştir. Sonuçlar, ARIMA ve bazı makine öğrenimi modelleri olan Prophet, LSTM (long short-term memory - uzun kısa süreli bellek), RNN (recurrent neural network - tekrarlayan sinir ağı), GRU (gated recurrent unit) ve LSTM-GRU modelleri kullanılarak sağlanmıştır (Sah ve diğerleri, 2022). Modellerin performanslarının sayısal olarak karşılaştırılabilmesi için R2 ve RMSE değerleri elde edilmiştir. Sonuç olarak, yüksek R2 ve düşük RMSE değeri ile LSTM-GRU modelinin diğerlerine göre daha üstün sonuçlar ortaya koyduğu gösterilmiştir.

Furtado, 2021 yılında ele aldığı çalışmasında yirmi farklı ülkeye ait Covid-19 verisini kullanarak SEIR, polinom regresyon, ARIMA ve Prophet modeli kullanarak kısa ve uzun dönemli öngörüler elde etmiştir. Öngörü sonuçlarına göre, kısa dönemli öngörüler için polinom regresyonu; uzun dönemli öngörüler için SEIR modeli en iyi sonuçları vermektedir (Furtado, 2021).

Oshinubi, Rachdi ve Demongeot (2021) çalışmalarında ülkelerin sağlık altyapı farklılıklarına dikkat çekerek Covid-19 salgını üzerindeki etkisini, ülkelerin Covid-19 ile mücadelesinde sağlık harcamaları konusunda farklılaşması ve birinci ve ikinci dalga arasındaki halk sağlığı politikalarını araştırmaktadır. Çalışmayı, birinci ve ikinci dalga için ayrı ayrı olacak şekilde yüz doksan beş ülke için gayri safi yurt içi hasıla içindeki oranına göre ARIMA modeli ile sağlamıştır (Oshinubi ve diğerleri, 2021). Sonuç olarak, birinci dalgaya kıyasla, sağlık harcamalarını artıran ülkelerin ikinci dalgada salgınla mücadelede daha iyi sonuçlar aldığını göstermişlerdir.

Demongeoti ve diğerleri (2022) çalışmasında Fas, Fransa, İtalya ve İspanya ve ABD Covid-19 verilerini kullanarak birinci ve ikinci dalga için ayrı ayrı kısa dönem öngörülerini genişletilmiş ARIMA modeli ile elde etmiştir. Analiz sonucunda; ikinci dalgada daha genç nüfus daha çok etkilenmiş, ikinci dalganın önceki dalgaya göre daha uzun olduğu ve daha uzun bulaşma süresinin varlığı aktarılmıştır.

Wang, Wu ve Yang'a ait (2012) çalışmada Kanada'da H1N1 (2009), SARS (2003) salgınlarına, Singapur'da dang (dengue) (2005) salgınına ve Tayvan'da SARS (2003) salgınına yönelik öngörüler elde edilmeye çalışılmıştır. Bunun için SIR ve Richards modelleri kullanılmıştır. Bu iki modelden hareketle yeni bir Richards modelinin üstsel terimlerine yeni yorumlar getirmiştir (Wang ve diğerleri, 2012). Bu sayede herhangi bir bulaşıcı hastalığın daha fazla evresi olması halinde, dönüm noktalarının daha iyi öngörüler sağladığını aktarmaktadır.

Simpson, Browning, Warne, Maclaren ve Baker (2021) makalesinde birçok hastalık için virüs, bakteri veya kanser hücresinin büyüme yöneliminin araştırılmasında kullanılan Lojistik, Gompertz ve Richards modellerinin (sigmoid büyüme modelleri) kendi içinde parametre veya model seçiminin tahminlemede kritik öneme sahip olduğunu belirtmiştir. Öncelikli olarak parametre tanımlanabilirliği sorununa değinerek, bunun kesin parametre tahmini verebilmesi için yeterli bilgi içerip içermediği ile alakalı olduğunu aktarmıştır (Simpson ve diğerleri, 2022). Zaten bu anlamda yanlış tanımlanan parametre sorunun, aynı zamanda yanlış model oluşturulmasına yol açtığını açıklamıştır.

Balak ve meslektaşları (2021) çalışmasında, 1 Temmuz 2020 itibariyle dünya genelinde en yüksek vaka sayısına sahip yirmi ülkenin kısa ve uzun (4 – 6 hafta) dönemlik öngörülerini Verhulst-Pearl modeli ile sağlanmıştır. Öngörü sonuçlarında, kısa dönemde %0,5'lik bir sapma ile neredeyse gerçek veri ve uzun dönem sonuçlarında ise olduğundan büyük öngörüler elde edilmiştir. Bu sebeple uzun dönem öngörülerdeki güvenilirlik belirsizdir (Balak ve diğerleri, 2021). WHO'nun elde edilen verilerin eksikliği, vaka tanımlarının farklılığı, raporlamadaki gecikmeler, vaka sayısının ülkeler arasında farklılaşması ve hükümetlerin müdahale farklılıkları tahminleri kısıtı sayılmakta ve bu sebeplerle analizlerde ülkelerin bağımsız yorumlanması gerekliliği ifade edilmektedir.

Bayyurt ve Bayyurt (2020) alışmasında, 2 Şubat – 27 Mart 2020 tarihleri arasında İtalya, İspanya ve Türkiye’ye ait verilerle Covid-19 vaka öngöröleri sağlanmıştır. ARIMA modeli ile sağlanan öngörö sonuçlarına göre İtalya ve İspanya için 2020 yılının temmuz ayı itibariyle düşüş beklendiği; Türkiye’de ise vaka sayının zirve noktasına ulaşacağı öngörüsü aktarılmıştır (Bayyurt ve Bayyurt, 2020).

Ribeiro, Silva, Mariani ve Coelho 2020 yılında ele aldıkları çalışmalarında Brezilya’daki çeşitli illere ait Covid-19 kısa dönemlik öngöröleri zaman serisi ve makine öğrenimi modelleri ile sağlamışlardır. Çalışmada, ARIMA, kübist regresyon (CUBIST- cubist regression), rastgele orman (RF- random forest), sırt regresyonu (RIDGE- ridge regression), destek vektör regresyonu (SVR- support vector regression) ve yığın-topluluk öğrenmesi (stacking-ensemble learning) modelleri kullanılmıştır. Modelleme öngörö sonuçlarının, gerçekleşen vaka sayılarına göre oluşan sapmaları hayli küçük bulunmuş, yani doğru öngörüler elde edilmiştir (Ribeiro ve diğerleri, 2020). Modellerin kendi içinde kıyaslaması sağladığında sırasıyla iyiden kötüye olacak şekilde şöyledir: SVR, yığın-topluluk öğrenme, ARIMA, CUBIST, RIDGE ve RF olarak gösterilmektedir.

3. MATEMATİKSEL YÖNTEM

Ekonometrik analizlerde öngörü sağlayan pek çok model bulunmaktadır. Ancak, salgın hastalıkların geleceğine yönelik öngörüler bazı matematiksel modeller aracılığıyla da sağlanmaktadır. Erken dönem öngörü çalışmalarında salgınların yayılımı ve geleceğine ilişkin çalışmaların matematiksel nüfus dinamikleri veya hareketliliği ile ölçülmeye çalışıldığı görülmektedir. İngiliz gökbilimci ve matematikçi Edmond Halley tarafından 1693'te yayınlanan Halley'in yaşam tablosu, bir grup insanın belirli bir yaşa kadar hayatta kalma olasılığını ve ölüm riskini öngörmek için kullanılmıştır. Halley'in yaş tablosu, daha sonraki yaş tablolarının temelini oluşturmuş ve modern demografi ve epidemiyoloji araştırmalarında kullanılmıştır (Keyfitz, 1982). Yaş tablosu, bir toplumda yaşam beklentisi, mortalite oranları ve diğer sağlık göstergeleri hakkında önemli bilgiler sağlamaktadır.

Canlı organizmaların büyüyen ve küçülen popülasyonlarının dinamiklerini anlamaya yönelik teknikler veya modeller hayati önem taşımaktadır. Euler, 1748-1761 yılları arasında nüfusun geometrik büyümesi üzerine çalışmaları ele almıştır. Geometrik büyümeyi, her neslin, önceki neslin birkaç katı büyümesiyle karakterize edilen bir büyüme modeli olarak ele almış, belirli bir popülasyonun doğal büyüme hızını hesaplamak için bir dizi matematiksel denklem geliştirmiştir. Euler'in çalışmaları ayrıca salgın hastalıkların yayılmasını önleme stratejilerinin matematiksel olarak modellenmesine de katkı sağlamıştır. Örneğin, Euler'in geometrik büyüme modeli kullanılarak yapılan çalışmalar, aşılama ve karantina önlemlerinin salgın hastalıkların yayılmasını nasıl etkileyebileceğini ve hangi durumlarda en etkili olduğunu belirlemeye yardımcı olmuştur (Bacaër, 2011).

Malthus, nüfus büyümesi ve kaynakların sınırlılığı ile ilgili teorilerini aktardığı ve 1798 yılında yayınladığı Nüfus İlkesi Üzerine Deneme⁹ adlı kitabıyla tanınmıştır. Malthus, insan nüfusunun geometrik bir artış gösterdiğini ancak kaynakların aritmetik bir artış gösterdiğini savunmaktadır. Buna göre, nüfus artışı kaynakları aştığında açlık, salgın hastalık ve yoksulluk gibi doğal dengeleyici faktörlerin ortaya çıkarak ve nüfusun azalacağını aktarmaktadır (Malthus, 1798). Malthus, bu dengeleyici faktörlerin insanların çoğalma oranını kontrol ettiğini ve bu nedenle insanların nüfus artışını kontrol altına almak için mücadele etmeleri gerektiğini savunmaktadır (Bacaër, 2011). Bu çalışmanın ardından Pierre

⁹ Essay on the Principle of Population

Francois Verhulst, 1838 yılında ele aldığı çalışmasında Malthus'un nüfusun geometrik büyümesinin sınırlı kaynaklar nedeniyle sürdürülemeyeceğini belirten teorilerini geliştirmiştir. Verhulst, nüfus büyümesinin, sınırlı kaynaklara bağlı olarak belirli bir noktada doygunluğa ulaşacağını aktarır ve lojistik denklemler adlı matematiksel modelinin temelini oluşturmuştur (Verhulst, 1838). Bu model, nüfusun üstel olarak büyümesini, ardından büyümede bir azalmayı sigmoid eğri özelliği ile ele almaktadır (Husniah ve Supriatna, 2021). Sigmoid eğri¹⁰, matematikte bir fonksiyonun grafiğinin S şeklinde bir eğri oluşturmasıdır. Bu eğri, özellikle lojistik fonksiyon gibi birçok fonksiyonda görülür. Sigmoid eğrisi, bağımsız değişkenin artmasıyla birlikte yavaşça artar, daha sonra bir noktada yatay hale gelir ve ardından bağımsız değişkenin artış hızı azalmaya başlar. Bu şekilde, sigmoid eğrisi, başlangıçta hızlanan bir değişimden sonra yavaşlayan bir değişimin karakteristik bir özelliği olarak ortaya çıkmakta ve Eş. 3.1'de gösterilmektedir

$$f(x) = \frac{L}{(1 + e^{(-k(x-x_0))})} \quad (3.1)$$

Burada x , bağımsız değişken; L , sigmoid eğrisinin asimptotik değerini veya taşıma kapasitesini; k , sigmoid eğrisinin büyüme oranını; e , doğal logaritmanın tabanını göstermektedir (yaklaşık 2,71828). Lojistik büyüme modeli de sigmoid fonksiyon olarak ifade edilebilmektedir. Yani, lojistik büyüme modeli, bir popülasyonun uzun vadede ne kadar büyüebileceğini gösteren bir model olarak tanımlanmıştır. Bunun yanı sıra Verhulst tarafından, lojistik büyüme modelinden farklı olarak, popülasyonun doygunluğa ulaşabileceği maksimum büyüklüğü gösterebilen lojistik model tanımlanmıştır. Bu kısım, tez modeli ile ilişkili olup aşağıda daha detaylı açıklanacaktır.

Alfred James Lotka, Sabit Nüfus Teorisi (1907-1911) ile bir popülasyonun uzun vadede istikrarlı bir şekilde var olabilmesi için gerekli olan doğum ve ölüm oranları arasındaki

¹⁰ Sigmoid fonksiyonunun bazı özellikleri şunlardır:

- Sınırları belirgin: Sigmoid fonksiyonu, belirli sınırlar arasında değer alır. En küçük ve en büyük değerler, eğriyi belirleyen parametrelerle tanımlanır.
- Sürekli ve düzgün: Sigmoid fonksiyonu, düzgün ve kesintisiz bir eğridir. Bu özellik, fonksiyonun analitik olarak işlem görebilir ve farklılaştırılabilir olmasını sağlar.
- Monoton artan veya azalan: Sigmoid fonksiyonunun belirli bir aralıkta monoton artan veya azalan olması gereklidir. Bu özellik, fonksiyonun eğilim yönünü tanımlar.
- Asimptotik davranış: Sigmoid fonksiyonu, sınırlara yaklaştıkça doygunluk değerine yakınsar. Bu özellik, popülasyon büyümesi, hastalık yayılımı veya diğer benzer dinamiklerin modellemesinde önemlidir.

ilişkiyi matematiksel olarak ifade etmektedir (Lotka, 1918). Bu model, doğum oranının ölüm oranına eşit olduğu durumlarda bir popülasyonun sabit kalabileceğini göstermektedir. Ayrıca, bu çalışmalar, doğum ve ölüm oranları, doğurganlık ve mortalite oranları gibi popülasyon dinamikleri konularında yapılan çalışmaların temelini oluşturmaktadır. Halk sağlığı politikaları, nüfus kontrolü ve demografik değişimleri anlama konusunda önemli bir rol oynamaktadır. Sonrasında, Sabit Nüfus Teorisi, McKendrick ve Kermack'ın salgın modellemesi üzerine yaptığı çalışmalara temel olmuş, 1927 yılında yayınlanan makalede nüfusun doğum, ölüm ve göç oranları gibi faktörlerin belirli olduğu ve nüfusun belli bir sabit değerde kalacağı durumlarda geçerliliği varsayılmıştır.

Modern matematiksel epidemiyolojide, bulaşıcı hastalıkların yayılım mekanizmasının anlaşılması Kermack ve McKendrick'in 1927, 1932, 1933 tarihli üç çalışmasına dayanan klasik SIR modelini temel almaktadır (Kermack ve McKendrick, 1927; Kermack ve McKendrick, 1932; Kermack ve McKendrick, 1933). Model, nüfusun homojen olduğunu, yani tüm bireylerin hastalığa yakalanma şansının eşit olduğunu ve bireyler arasında duyarlılık veya bulaşıcılık açısından hiçbir fark olmadığını varsaymaktadır ve nüfusu belirli bölmelere ayırarak tahminlerde bulunduğu için diferansiyel veya (mekanistik) kompartman model olarak da adlandırılır ve Eş. 3.2'de gösterilir.

$$S(t) + I(t) + R(t) = N \quad (3.2)$$

Burada, duyarlı (S - Susceptible), hastalığa henüz yakalanmamış ancak yakalanma ihtimali olan sağlıklı kişileri; enfekte (I – Infected), hastalığa yakalanmış ve yakalanma ihtimali olan kişileri de enfekte edebilen kişileri; iyileşmiş (R – Recovered) hastalığa yakalanmış, bağışıklık kazanarak ve iyileşmiş kişileri göstermektedir.

$$\frac{dS}{dt} = -\beta I S \quad (3.3)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta I S - \gamma I \quad (3.4)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3.5)$$

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \quad (3.6)$$

Burada, β hastalığı bulaştırma oranı, γ ortalama iyileşme hızı, R_0 , (hastalığın artışı) ivme oranıdır. SIR modeli ile öngörü sağladığında eğer $\beta \geq \gamma$ ise, R_0 artacak ve salgın hastalığın ülke genelinde durumunun kötüye gittiği, $\beta \leq \gamma$ ise, salgının ülke genelinde kontrol altına alınmaya başlandığı anlaşılmaktadır.

Modelin bazı varsayımları şu şekildedir:

- Toplam nüfus sabit sayılmaktadır. Doğum, ölüm (bulaşıcı hastalık hariç) ve göç gibi değişkenlerin etkisi göz ardı edilmektedir.
- Enfekte olduktan sonra iyileşen bireylerin virüse karşı tam bağışıklık kazandığı kabul edilmektedir.
- Virüsün kuluçka süresinin olmadığı, bireyin enfekte olur olmaz hastalandığı ve başka bireyleri de enfekte edebilir hale geldiği kabul edilmektedir.
- Bulaşıcı hastalığa sebep olan virüsün ömrü sınırlı kabul edilmektedir.

Modelin belli varsayımlara dayandırılması ve bu varsayımların gerçeklikten oldukça uzak olması modelin kısıtı olarak görülmektedir. Bu sebeple, model zaman içerisinde varsayımların esnetilmesiyle geliştirilmiştir. Bulaşıcı hastalığa bağlı ölüm ve bağışıklığın olmaması durumu için SI, SIS; hastalığın tam bulaşma oluşmadan önce kuluçka döneminin eklendiği, ölümün olmadığı ve hastalık geçirildikten sonra bağışıklığın kazanılmadığı durum için SEIS; hastalığın kuluçka ve enfekte olduktan sonra bağışıklık kazanarak iyileşme durumu için SEIR; hastalığın sadece iyileşme değil de ölümle de sonuçlanabilmesi durumu için SIRD; geçici bağışıklığa sahip olarak doğan bebeklerin varlığının modele eklendiği durum için MSIR; geçici bağışıklığa sahip yeni doğan bebekler ve bulaşıcı hastalığa maruz kalma dönemin eklendiği durum için MSEIR modelleri geliştirilmiştir. Ancak, salgın hastalığın aynı virüs ya da bakteriden kaynaklanmasına rağmen, coğrafyadan coğrafya farklı yayılım mekanizması göstermesi model üreticilerini farklı modellerle çalışmaya itmiştir.

Salgınlara sebep olan canlı organizmaların popülasyon dinamiklerini anlamak ve kontrol etmek için kullanılan bir diğer model de Leslie Matrisidir (Bacaër, 2011). Bu matris, nüfus dinamiklerini ve büyümesini modellemek için farklı yaş grupları arasındaki geçişleri, doğum

ve ölüm oranlarını hesaplamaktadır. Bunun yanı sıra matris, diğer faktörlerin yanı sıra hastalığın bulaşma hızını, kuluçka süresini ve bulaşıcılık süresini tanımlayan parametreleri içerecek şekilde değiştirilebilir. Leslie matrisini SIR modeli gibi epidemiyolojik modellerle birleştirerek, araştırmacılar bulaşıcı hastalıkların zaman içinde bir popülasyona yayılmasını simüle edebilirler. Bu simülasyonlar, aşılama veya sosyal mesafe önlemleri gibi farklı müdahalelerin etkinliğini test etmek için kullanılabilir.

3.1. Lojistik Modeli

Lojistik model, nüfusun zaman içindeki büyümesini tanımlamak için kullanılan matematiksel bir modeldir. Model, eğrisinin önce dışbükey ve daha sonra içbükey eğrilikle üst sınıra ulaşan bir nüfus artışı modelinden yola çıkarak geliştirilmiştir. Modelin yapısı gereği, büyüme, zaman içerisinde doygunluk seviyesine ulaşacak ve olaya ait toplam rakam artık daha fazla artmayacaktır. Bu nedenle, lojistik model, popülasyon büyümesini modellerken, nüfus artış hızının zamanla azalması nedeniyle sınırlı bir büyüme oranı veya doygunluk seviyesine ulaşması beklenen bir sigmoid (S) eğrisi gösterir. Bulaşıcı hastalık olarak düşünülürse, vaka artışları bir yere geldikten sonra azalarak sifıra yaklaşacak ancak sıfır olmayacaktır. Bu hususta, basit lojistik büyüme modeli Eş. 3.7’de gösterilmektedir.

$$\frac{dC}{dt} = rC \left(1 - \frac{C}{K}\right) \quad (3.7)$$

Eşitlikte, C , toplam nüfus sayısını; r , büyüme oranı veya popülasyonun içsel büyüme hızını; K , taşıma kapasitesini göstermektedir. Bununla beraber, dC/dt terimi, nüfus büyüklüğünün (C) zamana (t) göre değişim oranını; rC terimi nüfusun içsel büyüme oranını; $\left(1 - \frac{C}{K}\right)$ ise sınırlı kaynakların büyüme oranı üzerindeki etkisini temsil etmektedir. Eşitlik, bir nüfusun büyüme oranının nüfus büyüklüğüyle orantılı olduğu, ancak bu büyüme oranının aynı zamanda kaynakların mevcudiyetiyle sınırlı olduğu fikrinden gelmektedir, yani bir nüfusun büyüme oranını hesaplamak için bu iki faktörü birleştirir. Modelin çözümü ise şu şekildedir:

Zaman ilerledikçe popülasyon büyür ve bu K 'ya ulaşır. Denklemdaki sigmoidal form, popülasyon büyümesinin zamanla yavaşladığı ve doygunluğa ulaştığı gerçeğini yansıtmaktadır. Denklemin $C(t)$ çözümü Eş. 3.8’de gösterilmektedir.

$$C(t) = \frac{K}{1 + e^{-r(t)}} \quad (3.8)$$

Büyüme oranının sıfırdan büyük olması ($r > 0$) halinde vaka sayılarının artmaya başladığı anlamına gelmektedir. Aksi durumda ($r < 0$), büyüme hızının azaldığı anlaşılmaktadır. Yavaşlayan büyüme hızı sıfıra yaklaşır ancak hiçbir zaman sıfıra eşit olmamaktadır.

Sonuç olarak, popülasyon eninde sonunda tam kapasiteye ulaşacaktır. Bu varsayım, bu modelden sonra aktarılacak olan Genelleştirilmiş Büyüme ve Richards Modeli için de geçerlidir. Nüfus büyüklüğü arttıkça büyüme oranı azalır ve nüfus taşıma kapasitesine (K) ulaştığında sıfıra inene kadar devam etmektedir.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = K \quad (3.9)$$

Bunun yanı sıra, büyüme hızının maksimum olduğu nokta, yani, tam kapasitenin bükülme noktası olan $K/2$ noktası belirlenmektedir.

3.2. Genelleştirilmiş Lojistik Model

Genelleştirilmiş lojistik büyüme modeli ilk defa Nelder tarafından 1961 yılındaki çalışmasında geliştirilmiştir (Nelder, 1961). Model, lojistik modelin geliştirilmiş hali olarak oluşturulmuştur. Lojistik model, bir nüfusun belirli bir sınır değere doğru büyüdüğü ve bu sınır değere ulaştığında artık büyümenin durduğu bir modeldir. Ancak, birçok durumda, nüfus büyümesi belirli bir sınır değere ulaşmadan önce farklı bir dinamik sergileyebilir. Bu nedenle, Lojistik modelin sınırlarını aşan ve farklı dinamikleri içeren bir model olan Genelleştirilmiş Lojistik model geliştirilmiştir. Genelleştirilmiş Lojistik Model, Eş. 3.10'deki gibi gösterilebilir:

$$C(t) = \frac{dC}{dt} = rC^\alpha \left(1 - \left(\frac{C}{K} \right)^\beta \right)^\gamma \quad (3.10)$$

Eşitlikte, $C(t)$, toplam nüfus sayısını; r , büyüme oranı veya popülasyonun içsel büyüme hızını; K , taşıma kapasitesini göstermektedir. Modelde, α , β ve γ üstsel parametreleri

eklenmiştir. Modelin bükülme noktasındaki popülasyon $(1 + \beta\gamma/\alpha)^{-(1/\beta)}$,dır. Bu noktadaki maksimum büyüme hızı ise Eş. 3.11’da verilmiştir.

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{max} = rK^\alpha \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta\gamma}\right)^{\alpha/\beta} \left(\frac{\beta\gamma}{\alpha + \beta\gamma}\right)^\gamma \quad (3.11)$$

Genelleştirilmiş Lojistik Modelde, nüfus artışının sabit bir büyüme oranı ile geliştiğini ifade etmektedir. Ancak bu büyüme hızının zamanla değiştiği nüfus artışını modellemek için Richards modeli geliştirilmiştir.

3.3. Richard’ın Büyüme Modeli

Richards, Biyolog (Ludwig) von Bertalanffy tarafından ele alınan bitki büyüme hızını modelleyen denklemini geliştirerek adını taşıyan Richards ve Gompertz modelini geliştirilmiştir (Richards, 1959). Richards, modeli ilk olarak “esnek sigmoid fonksiyonu (flexible sigmoid function)” olarak adlandırmış ve doğal sistemlerdeki organizmaların büyümesini modellemek için oluşturmuştur. Richards büyüme modeli Eş. 3.12 ve 3.13’de gösterilmektedir.

$$C(t) = \frac{dC}{dt} = rC \left(1 - \left(\frac{C}{K}\right)^\beta\right) \quad (3.12)$$

$$C(t) = \frac{K}{(1 + e^{a-r(t-t_0)})^{\frac{1}{\beta}}} = \frac{K}{(1 + Ae^{-rt})^{\frac{1}{\beta}}} \quad (3.13)$$

Eşitlikte; $C(t)$, toplam nüfus sayısını, r , büyüme oranı veya popülasyonun içsel büyüme hızını, K , taşıma kapasitesini ve A başlangıç büyüme hızını ile C_0 başlangıç değerini birleştiren bir sabiti göstermektedir. Richards büyüme modeli aynı zamanda, Genelleştirilmiş Lojistik Modelinin özel bir versiyonudur. Modelde, lojistik modelden farklı olan β üstel parametre eklenmiş olup genelleştirilmiş lojistik modele göre $\alpha = \gamma = 1$ durumudur. Modelde bükülme noktası, $\left[1/(1 + \beta)\right]^{1/\beta}$ ve modelin maksimum büyüme oranı

$\left[rK\beta/(1 + \beta)^{1+(1+\beta)}\right]$,dır.

Richards büyüme modeli ile lojistik model arasındaki temel fark, sigmoid büyüme eğrilerinin şekillerini ayarlamak için kullanılan parametrelerde yatmaktadır. Lojistik modelde, sigmoid büyüme eğrisi r ile biçimlenirken; Richards büyüme modelinde r ve $1/\beta$ ile biçimlenmektedir. Yani, lojistik fonksiyon zaman içinde sabit bir büyüme oranı (r) varsayarken, Richards büyüme modeli değişken büyüme oranına ve sınırlı kaynaklar nedeniyle doygunluk etkisine izin verir. Richards büyüme modeli ayrıca eğrinin dikliğini kontrol eden ve lojistik fonksiyonda bulunmayan bir şekil parametresi (β) içerir. Bu da Richards modelini, nüfus taşıma kapasitesine yaklaştıkça büyüme hızının yavaşlayabileceği sınırlı kaynaklara sahip sistemlerdeki büyüme modellerini tanımlamak için daha uygun hale getirmektedir. Bu nedenle, salgın hastalıkların yayılımı gibi popülasyonların hızlı değişimleri de Richards modeli ile kullanılmaktadır. Richards modeli, lojistik modelden daha geniş bir yelpazede popülasyon dinamiklerini modeller ve lojistik modelin yetersiz kaldığı hızlı büyüme veya hızlı azalma durumlarında daha iyi performans gösterir (Pell ve diğerleri, 2018).

4. EKONOMETRİK YÖNTEM

Ekonometrik yöntem, ekonomik verileri analiz etmek için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Bu analizlerde, zaman serileri, belirli bir zaman aralığında ölçülen verilerin analiz edilmesiyle elde edilir ve sadece ekonominin/finansal piyasaların incelenmesi için değil, aynı zamanda salgın hastalıklarla ilgili yapılan araştırmalar içinde kullanılan önemli bir veri kaynağı sayılmaktadır.

Zaman serileri, durağan veya durağan olmayan olarak sınıflandırılabilir. Durağan bir zaman serisi, öngörülebilir olduğundan, istatistiksel modellerin geliştirilmesi için daha uygun bir veri kaynağıdır. Durağan olmayan bir zaman serisi ise, çeşitli dönüştürme teknikleri ile durağan hale getirilebilir ve daha sonra istatistiksel modellerin geliştirilmesi için kullanılmaktadır.

4.1. Durağanlık Kavramı

Bir zaman serisi, zaman içinde düzenli aralıklarla toplanan bir dizi veri kümesidir. Her bir veri noktası rastgele bir değişken olup süreç, stokastik bir süreçtir. Yani, bir stokastik süreç, bazı kümeler¹¹ tarafından indekslenen rastgele değişkenler topluluğudur. T gibi bir indis kümesinde $\{z_t: t \in T\}$ durumunda bir zaman serisinde, her $n, h \in \mathbb{N}$, her $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n \in T$ ve her $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n \in R$ için,

$$F_{z_{t_1}, z_{t_2}, z_{t_3}, \dots, z_{t_n}}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n) = F_{z_{t_1+h}, z_{t_2+h}, z_{t_3+h}, \dots, z_{t_n+h}}(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n) \quad (4.1)$$

koşulu sağlanıyorsa, $\{z_t: t \in T\}$ zaman serisi güçlü durağandır (Wei, 1989:6). Güçlü durağanlık, serinin ortalamasının, varyansının, otokovaryanslarının ve daha yüksek dereceli momentlerinin zaman içinde sabit olmasını gerektirmektedir. Durağan bir süreçte sahip olduğu özellikler zaman içerisinde değişmemektedir. Rassal z_t sürecinin hata terimi, bütün beklenen ortalama değerleri sıfıra eşit, varyansı sabit ve kovaryansları sıfır (ardışık ilişkisiz) ise ε_t temiz bir dizidir.

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad \text{bütün } t' \text{ler için}$$

¹¹ İndeks kümesi kesikli veya sürekli olabilir, ilgili değişkenler indekse göre değişim gösterebilir.

$$var(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad \text{bütün } t\text{'ler için}$$

$$\gamma_k = cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0 \quad \text{bütün } t\text{'ler ve } k \neq 0 \text{ için}$$

Yani, serinin ortalaması ve kovaryans fonksiyonu zamandan bağımsızdır. Süreç aynı zamanda $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olarak da gösterilir.

Zaman serilerinin, güçlü durağanlığa göre daha zayıf bir durağanlık biçimi olarak tanımlanan durağanlık durumu da bulunmaktadır. Zaman serisinin ortalamasının ve varyansının zaman içinde sabit olması veya simetrik bir değişme göstermesi veya serinin periodik dalgalanmalardan arınması zayıf durağanlık olarak tanımlanmaktadır. Bu sürecin özellikleri Eş. 4.2, 4.3, 4.4'teki gibi gösterilir.

$$E(z_t) = \mu \quad (4.2)$$

$$var(z_t) = E(z_t - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (4.3)$$

$$\gamma_k = cov(z_t, z_{t+k}) = E[(z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)] \quad (4.4)$$

Burada $cov(z_t, z_{t+k})$ kovaryansı sadece k fonksiyonu olup, serinin otokovaryans fonksiyonu olarak da adlandırılmaktadır. Zayıf durağanlık, zaman serisi analizlerinde güçlü durağanlığa göre daha yaygın bir varsayımdır (Wei, 1989:10).

Durağanlık, temel olarak iki sebepten bozulmaktadır. İlki, zaman serisinin beklenen değerinin zamana bağlı olmasından, yani deterministik trend içermesinden kaynaklı bozulma; ikinci olarak otokorelasyon fonksiyonunun zamana bağlı olmasından kaynaklı bozulmadır. Deterministik trend, zaman serisinin beklenen değerinin doğrusal bir fonksiyonu olarak ifade edilir ve zaman serisinin ortalama değerinin zamanla değişmesine neden olmaktadır. Yani, deterministik trend, zaman serisindeki sistemik bir değişimi ifade eder ve zamanla değişen doğal etkiler veya rastgele etkilerle açıklanamaz. Örneğin, bir şirketin gelirlerindeki artış veya bir ülkenin nüfusundaki artış, zaman serisinin beklenen değerinde bir deterministik trend oluşturabilir. Bu trend, zaman serisi verilerinde belirli bir yönde (artan veya azalan) bir eğilim olduğunu ifade eder ve zaman serisinin uzun vadede nasıl davranacağına ilişkin bir fikir verir. Otokorelasyon fonksiyonunun zamana bağlı olması ise, bir zaman serisinin geçmiş değerleri ile arasındaki ilişkiyi ifade etmektedir. Serisinin

önceki değerleri ile sonraki değerleri arasındaki korelasyonun değişmesi, zaman serisinin durağanlık özelliğini bozmaktadır. Örneğin, günlük hisse senedi fiyatları gibi zaman serileri, günler arasında korelasyona sahip olabilir. Bu durumda, bir günün fiyatı, bir sonraki günün fiyatını etkileyebilir. Bu nedenle, zaman serisi verilerinde otokorelasyon varsa, tahmin ve istatistiksel çıkarımlar yapmak daha zor olabilir. Sonuç olarak, otokorelasyon, zaman serisi verilerinin farklı yöntemlerle durağan hale getirilmesi veya düzeltilmesi gerektiği anlamına gelir. Bunun için fark alma veya otokorelasyon fonksiyonu (ACF) kullanılabilir. ACF, bir zaman serisinin otokorelasyonunu belirlemek için kullanılan bir yöntemdir. ACF grafiği, bir zaman serisinin otokorelasyonunun varlığını ve şiddetini göstermektedir (Wei, 1989:11).

4.1.1. Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

Zaman serilerinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları serilerin durağanlığı konusunda sezgisel olarak bilgi edinmemize yardımcı olur. Bununla beraber, durağanlığı kesinleşmiş zaman serilerinde ise ele alınacak modelin derecelerini belirlemek için kullanılır.

Otokorelasyon fonksiyonu

Otokorelasyon fonksiyonu (ACF), bir zaman serisinin kendi kendine benzerliğini ölçen bir fonksiyondur (Hamilton, 1994). Bu fonksiyon, bir zaman serisi değerinin önceki zamanlardaki değerlerle olan ilişkisini ölçer. Zaman serisinin durağanlık tanımı ele alınırken belirlenen özelliklerden birisi otokovaryans fonksiyonudur. $\gamma_k = cov(z_t, z_{t+k}) = E[(z_t - \mu)(z_{t+k} - \mu)]$ şeklinde tanımlanan serinin otokorelasyon fonksiyonu Eş. 4.5'te verilmektedir.

$$p(k) = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{cov(z_t, z_{t+k})}{\sqrt{var(z_t)var(z_{t+k})}} \quad (4.5)$$

Zaman serisi durağan ise $\gamma_0 = var(z_t) = var(z_{t+k})$ 'dır ve $\{z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\}$ değerlerinin her birine ait otokorelasyon fonksiyon değerleri elde edilebilir. Elde edilen bu fonksiyon ve değerleri, simetriktir, yani $p(k) = p(-k)$ ve $|p(k)| \leq 1$ olup negatif olmayacak şekilde tanımlıdır. Bunun yanı sıra, otokorelasyon fonksiyonu, -1 ile 1 arasında değer alır. 1'e yaklaştıkça, otokorelasyonun gücü artar. Durağan bir zaman serisi için, otokorelasyon

fonksiyonu zamanla değişmez. Bu durumda, otokorelasyon fonksiyonu bir kerede kesilir veya hızla azalır. Ancak, durağan olmayan bir zaman serisi için, otokorelasyon fonksiyonu hızlı bir şekilde azalmaz ve genellikle yavaş yavaş sıfıra yaklaşır.

Otokorelasyon fonksiyonu, bir zaman serisindeki herhangi iki nokta arasındaki ilişkiyi ölçerken, kısmi otokorelasyon fonksiyonu, bu ilişkinin doğrudan etkilerini ölçmektedir. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu, otokorelasyon fonksiyonundan daha spesifik bir araçtır ve zaman serisi analizinde daha doğru sonuçlar sağlamaktadır.

Kısmi otokorelasyon fonksiyonu

Kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF), $\{z_t: t \in T\}$ durumundaki bir zaman serisi için, z_t ile z_{t+k} gözlem değerleri arasındaki korelasyon k .’inci otokorelasyonudur. Gözlem değerleri daha önceden bilinen $z_{t+1}, z_{t+2}, \dots, z_{t+k-1}$ serisinin modelden çıkartılarak oluşturulan z_t ile z_{t+k} korelasyonu ise bu serinin k .’inci kısmi otokorelasyonudur. z_t ile z_{t+k} arasındaki koşullu (kısmi) otokorelasyon fonksiyonu Eş. 4.6’da gösterilmektedir (Wei, 1989:12).

$$\phi(k) = \text{corr}(z_t, z_{t+k} | z_{t+1}, z_{t+2}, \dots, z_{t+k-1}) \quad (4.6)$$

Buradan hareketle, z_t ile z_{t+k} arasındaki kısmi otokorelasyon, $z_t - \hat{z}_t$ ile $z_{t+k} - \hat{z}_{t+k}$ arasındaki bilinen otokorelasyon ile aynıdır. P_k olarak tanımlanan z_t ile z_{t+k} arasındaki kısmi otokorelasyon, bir başka deyişle $z_t - \hat{z}_t$ ile $z_{t+k} - \hat{z}_{t+k}$ arasındaki otokorelasyon şu şekildedir (Akdi, 2012:68).

$$P_k = \frac{\text{cov}(z_t - \hat{z}_t, z_{t+k} - \hat{z}_{t+k})}{\sqrt{\text{var}(z_t - \hat{z}_t)} \sqrt{\text{var}(z_{t+k} - \hat{z}_{t+k})}} \quad (4.7)$$

Sonraki bölümlerde aktarılabacak olan otoregresif (AR) ve hareketli ortalama süreci (MA) serilerinin otokorelasyon fonksiyonları farklı özelliklere sahiptir. Durağan AR modellerinde otokorelasyonların mutlak değerce azalması; MA modellerinde belli bir yerden sonra sıfır olması beklenir. Bu sebeple modellerin derecelerinin belirlenmesinde sadece otokorelasyon fonksiyonu değil, eş zamanlı olarak kısmi otokorelasyon fonksiyonları da incelenir.

4.1.2. Öngörü Hata Kareler Ortalaması İstatistiği

Öngörü Hata Kareleri Ortalaması (Mean Squared Prediction/Forecasting Error, MSPE), bir modelin öngörülerinin gerçek değerlerden ne kadar sapma gösterdiğini ölçmek için kullanılan bir istatistiksel ölçüttür. MSPE, modelin kalitesini ölçmek için kullanılır ve daha düşük bir MPSE değeri, modelin daha iyi öngörüler yaptığı anlamına gelir (Enders, 2002). z_t zaman serisinde $z_1, z_2, \dots, z_t$ değişkenleri için z_{t+1} öngörü değişkenidir ve Eş. 4.8'de gösterilmiştir.

$$\widehat{z_{t+1}} = E(z_{t+1}|z_1, z_2, \dots, z_t) = \sum_{i=1}^t \alpha_i z_i = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_t z_t \quad (4.8)$$

Eğer $E(\widehat{z_{t+1}}) = E(z_{t+1})$ ise yapılan öngörü örneklemin lineer bileşimi olup yansızdır ve aynı anda birden fazla öngörü elde edilebilir (Akdi, 2012:103). Ancak yapısı gereği durağan dışı süreçlerin özellikleri açıklanırken, öngörü modellerinin hatalarının özelliklerine ilişkin varsayımlara da dikkat edilmesi gerektiği açıktır. Bu sebeple, öngörü hatalarının özelliklerinin de incelenmesi önemlidir. Bunu açıklamak için aşağıdaki AR(1) modeli oluşturulursa,

$$z_t = \alpha z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.9)$$

α 'nın bilinmesi şartıyla, z_{t+1} 'in öngörüsü $E_t z_{t+1} = \alpha z_t$ olarak gösterilebilir. Buna ait ortalama kare öngörü hatası,

$$E_t(z_{t+1} - \alpha z_t)^2 = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2 \quad (4.10)$$

olarak gösterilir. Ancak α , bu seriden tahmin ediliyor ise α 'nin öngörüsü,

$$E_t z_{t+1} = \hat{\alpha} y_t \quad (4.11)$$

şeklinde gösterilir. Bu öngörüye ait ortalama kare öngörü hatası ise Eş. 4.12'deki gibi hesaplanır.

$$MSPE = E_t(z_{t+1} - \hat{\alpha} z_t)^2 = E_t((\alpha z_t - \hat{\alpha} z_t) + \varepsilon_{t+1})^2$$

$$\begin{aligned}
E_t(z_{t+1} - \hat{\alpha}z_t)^2 &= E_t((\alpha - \hat{\alpha})z_t)^2 + \sigma^2 \\
&\approx E_t((\alpha - \hat{\alpha}))^2 (z_t)^2 + \sigma^2
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Burada, $E_t((\alpha - \hat{\alpha}))^2$ kesinlikle pozitif değere sahiptir, yani ortalama kare öngörü hatası, σ^2 'den bu kadar fazla oluşmaktadır. Kısaca, $MSPE(\hat{\alpha}y_t) > MSPE(\alpha y_t)$. Küçük örneklemelerde akut sorun haline gelen ve MSPE'de oluşan $E_t((\alpha - \hat{\alpha}))^2$ kadarlık fazla değer, varyansı da aynı şekilde etkileyecektir.

$$var(z_t) = \sigma^2 / (1 - \alpha^2) \tag{4.13}$$

$$var(\hat{\alpha}) = E_t((\alpha - \hat{\alpha}))^2 \approx (1 - \alpha^2) / T$$

$$E_t((\alpha - \hat{\alpha}))^2 (y_t)^2 + \sigma^2 \approx \left[(1 - \alpha^2) / T \right] (1 - \alpha^2)^{-1} \sigma^2 + \sigma^2 = [1 + 1/T] \sigma^2 \tag{4.14}$$

Görüldüğü üzere, örneklem sayısı arttıkça, MSPE, σ^2 'ye yakınsayacaktır. Sonuç olarak, parametre sayısı arttıkça (öngörü uzun döneme gittikçe), öngörü parametrelerin kesinliği azalmaktadır.

Sonuç olarak, zaman serisi yukarıda açıklandığı şekilde durağan değilse, serinin davranışı sadece o dönem için yorumlanabilir ve öbür zaman dilimleri için genelleme yapılmasına izin vermez. Uzun dönemli öngörü sağlamak için oluşturulan bu modellerle yapılacak analizler gerçeği yansıtmaz. Dolayısıyla, durağan olmayan zaman serileri uygulamada kestirim için uygun bulunmamaktadır.

Uzun dönem öngörü analizlerinde yukarıda açıklanan sebeplerden ötürü zaman serisinin durağanlaştırılması ya da durağanlığın sağlandığı uygun model ile analizleri sağlanması gerekmektedir.

4.2. Durağanlık Analizi

Durağanlık analizi, zaman serilerinin durağanlık özelliklerini belirlemek için kullanılan bir yöntemdir. Zaman serileri, genellikle deterministik trend, dönemsel bileşenler ve

otokorelasyon içerebilir, bu nedenle durağanlık analizi, bu bileşenleri ayırmak ve serinin durağanlık özelliklerini belirlemek için birim kök testleri kullanılmaktadır.

4.2.1. Doğrusal Birim Kök Testi

Doğrusal birim kök testi, bir zaman serisinin birim kök özelliğine sahip olup olmadığını tespit etmek için kullanılan en yaygın testlerden biridir. Testin temel varsayımı, zaman serisinin otokorelasyonlu bir AR (1) modelini takip etmesidir. Bu bölümde sadece Dickey-Fuller (1979) ele alınmıştır, çünkü doğrusal olmayan birim kök testleri bölümünde ele alınan testler Dickey-Fuller (1979) birim kök testine dayandırılmaktadır.

Dickey-Fuller (1979) birim kök testi

Dickey ve Fuller'in (1979) çalışmasında ele alınan AR(1) otoregresif sürecinde $\delta = 0$ parametresinin sıfırdan farklı olup olmadığının araştırılmasıdır. Ancak burada büyük örneklemelerde dahil olmak üzere t dağılımına uymamaktadır. Bunun için Dickey-Fuller tarafından geliştirilen τ istatistiği kullanılmaktadır.

$$z_t = \alpha z_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta z_t = \delta z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.15)$$

Analiz için kurulan hipotez aşağıdaki şekildedir.

$H_0: \delta = 0 \ (\alpha = 1)$ *seri birim kök içermektedir (durağan dışı seri)*

$H_A: \delta < 0 \ (\alpha < 1)$ *durağan seri*

Hesaplanan t_δ değeri, τ 'dan küçük ise H_0 hipotezi reddedilir ve serinin durağan olduğu tespit edilmiş olur (Dickey & Fuller, 1979).

4.2.2. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Enders ve Granger (1998) birim kök testi

Enders ve Granger testi, Dickey-Fuller testine benzer şekilde bir regresyon modeli kullanılmaktadır. TAR ve MTAR modeline dayalı birim kök testi olan Enders ve Granger testi, rejim değişimini baz alarak oluşturulan ilk birim kök testi sayılmaktadır. Çalışma, aşağıdaki gösterilen klasik Dickey-Fuller modelini ele alarak eşik otoregresif ve momentum otoregresif modelini inceler.

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.16)$$

$$y_t = (\rho + 1)y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.17)$$

Burada ε_t , beyaz gürültü sürecine sahip olup y_t 'nin ortalaması sıfırdır. Bu sebeple $-2 < \rho < 0$ olduğu sürece y_t durağandır. Çünkü y_t 'deki değişim ρy_{t-1} ile düzeltilecektir. Bu çerçevede oluşturulan Dickey-Fuller modelinin TAR modeli Eş. 4.18'de gösterilmektedir.

$$\Delta y_t = \begin{cases} \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-1} \geq 0 \\ \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer } y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Enders ve Granger'a göre, y_{t-1} , y_t 'nin hem uzun dönem dengesi hem de eşik değeri kabul edilen sifıra eşit ya da üzerinde değer alması durumunda $\rho_1 y_{t-1}$ kadar; sıfırın altında değer alması halinde $\rho_2 y_{t-1}$ kadar değişime uğrayacaktır. Bu sebeple, $\rho_1 \neq \rho_2$ olması durumunda y_t serisi eşik değerinin altında veya üzerindeyken farklı seyir izleyeceği görülmektedir. Bu da y_t serisinin asimetric durumunu göstermektedir.

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.19)$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } y_{t-1} \geq 0 \\ 0, & \text{eğer } y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

Daha önce açıklandığı üzere, oluşturulan asimetric model yukarıdaki şekilde I_t rejim değişim fonksiyonu olarak tanımlanmakta ve doğrusal boyuta indirgenmektedir. Engel ve

Granger çalışmalarında, daha önce sıfır olarak belirlenen uzun dönem ve eşik değeri, α_0 gibi bir sabit veya $\alpha_0 + \alpha_1 t$ şeklinde bir trend fonksiyonu ile yenilenebileceğini göstermişlerdir. Bu durumda oluşturularak yeni fonksiyon aşağıdaki gibidir.

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - \alpha_0] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - \alpha_0] + \varepsilon_t$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } y_{t-1} \geq \alpha_0 \\ 0, & \text{eğer } y_{t-1} < \alpha_0 \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1(t-1)] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1(t-1)] + \varepsilon_t$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } y_{t-1} \geq \alpha_0 + \alpha_1 t \\ 0, & \text{eğer } y_{t-1} < \alpha_0 + \alpha_1 t \end{cases} \quad (4.22)$$

Engel ve Granger bu çalışmalarında, eşik değeri ve uzun dönem denge değeri sıfır; sıfırdan farklı olarak α_0 ve uzun dönem denge trendinin $\alpha_0 + \alpha_1 t$ kabul edildiği üç model ortaya çıkarmışlardır (Enders ve Granger, 1998). Üç modelin genişletilmiş Dickey-Fuller yardımıyla oluşturulan momentum otoregresif modelleri aşağıdaki gibidir.

Eşik değeri sıfır kabul edilen:

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho-1} \beta_1 \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} \geq 0 \\ 0, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

Eşik değeri α_0 gibi bir sabit kabul edilen:

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - \alpha_0] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - \alpha_0] + \sum_{i=1}^{\rho-1} \beta_1 \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} \geq \alpha_0 \\ 0, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} < \alpha_0 \end{cases} \quad (4.24)$$

Eşik değeri $\alpha_0 + \alpha_1 t$ gibi bir sabit ve trend kabul edilen:

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1(t-1)] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1(t-1)] + \sum_{i=1}^{\rho-1} \beta_1 \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} \geq \alpha_0 + \alpha_1 t \\ 0, & \text{eğer } \Delta y_{t-1} < \alpha_0 + \alpha_1 t \end{cases} \quad (4.25)$$

Oluşturulan bu modellerin birim kök testleri iki aşamada sağlanmaktadır. İlk aşamada, deterministik bileşenlerinden ayrıştırılan y_t tahmin edilir. Bu tahmin sonucu elde edilen kalıntılar, trendden ayrıştırılmış y_t serisini ortaya çıkarır. Bu oluşan y_t serisi ile y_{t-1} veya Δy_{t-1} yardımıyla tahmin edilmek istenen TAR veya MTAR modeli oluşturulur. Serinin birim köklü olduğunu varsayan yokluk hipotezi ile oluşturulan TAR veya MTAR modelinin kalıntılarından F istatistiği hesaplanır. Buradan elde edilecek sonuçlara göre serinin birim köke sahip olup olmadığı bilgisine varılır.

Kapetanios, Shin ve Snell (2003) birim kök testi

Kapetanios, Shin ve Snell (2003) birim kök testi ESTAR modeline dayanır. Genişletilmiş Dickey-Fuller testinin doğrusal olmayan serilerde durağanlık testinin çok güçlü bulmamasından kaynaklı, tek değişkenli yumuşak geçişli otoregresif modelini (STAR) meydana getirmişlerdir. Model aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \Theta(\theta, y_{t-d}) + \varepsilon_t$$

$$t = 1, 2, \dots, T \quad (4.26)$$

Modelde, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ olup β ve γ bilinmeyen parametrelerdir. Ayrıca modelin tek geçiş üssel fonksiyonu,

$$\Theta(\theta, y_{t-d}) = 1 - \exp\{-\theta y_{t-d}^2\} \quad (4.27)$$

olarak gösterilmektedir. Modelin gecikme parametrelerinin $\theta \geq 0$ ve $d \geq 1$ olduğu varsayılmaktadır. Tek geçişli üssel fonksiyonun STAR (ESTAR) fonksiyonu aşağıdaki şekilde türetilmiştir.

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} (1 - \exp\{-\theta y_{t-d}^2\}) + \varepsilon_t \quad (4.28)$$

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} (1 - \exp\{-\theta y_{t-d}^2\}) + \varepsilon_t \quad (4.29)$$

Burada, $\phi = \beta - 1$ kabul edilir. y_{t-d}^2 geçiş değişkeni olarak, θ ise geçiş parametresi olarak tanımlanmakta ve iki rejim arasındaki geçiş hızını belirleyen parametre olarak ifade edilmektedir (Hepsağ ve Akçalı, 2015). Modelde $\phi = 0$ ve $d = 1$ olursa;

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \gamma y_{t-1} (1 - \exp\{-\theta y_{t-d}^2\}) + \varepsilon_t \quad (4.30)$$

elde edilir. Burada θ 'nın durağan yani sıfıra eşit olduğu yokluk hipotezine karşı oluşturulan θ 'nın pozitif yani ortalamaya dđnem olduğu alternatif hipotezi sınanmak istenmekte ancak γ değerinin bilinmemesinden ötürü hesaplanamamaktadır. Bu sebeple ESTAR modeline birinci dereceden Taylor açılımı yardımıyla yeni bir yardımcı model elde edilmektedir (Kapetanios, Shin ve Snell, 2003).

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + u_t \quad (4.31)$$

Modeli elde edilmiř ve hata terimlerinin otokorelasyona sahip olabileceęi dűřünölerek dűzeltme terimi ile yeniden oluřturulmuřtur.

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \Delta y_{t-1} + u_t \quad (4.32)$$

Burada p otoregresif gecikme mertebesini gđstermektedir. Modele ilişkin durağanlığı ifade eden temel hipotez $\delta = 0$ şeklinde ve alternatif hipotez $\delta < 0$ yani birim kđkđn varlığı şekilde oluşturulmaktadır. Buradan hareketle δ parametresine ait hesaplanan t_{NL} değerinin sonucuna gđre temel hipotez reddedilirse serinin yumuşak yapısal kırılmalar ile durağan olduğu saptanır.

KSS testinin alternatif hipotezinde kabul edilen yumuşak kırılmalar ile durağanlığın sağlandığı durumda, seride meydana gelebilecek bir şokun simetrik tepki vereceği kabul edilmiştir.

Sollis (2009) birim kök testi

Sollis (2009) tarafından geliştirilen asimetrik doğrusal olmayan birim kök testinde ise alternatif hipotez olan doğrusal olmayan ESTAR durağan süreç izlediğini belirlenmişse, doğrusal olmayan ESTAR sürecinin simetrik ya da asimetrik özellik gösterdiği de tespit edilebilmektedir (Hepsağ ve Akçalı, 2015). Sollis (2009) testinde hem KSS (2003) testindeki gibi üssel yumuşak geçişli süreç hem de modelin avantajı olarak belirtilen lojistik yumuşak geçişli süreç ele alınmaktadır. Bu sebeple Sollis (2009) testi asimetrik üstel yumuşak geçişli otoregresif (AESTAR) model olarak da anılmaktadır.

$$\Delta y_t = G_t(\gamma_1, y_{t-1}) \{S_t(\gamma_2, y_{t-1})p_1 + (1 - S_t(\gamma_2, y_{t-1})p_2)\}y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.33)$$

$$G_t(\gamma_1, y_{t-1}) = 1 - \exp(-\gamma_1(y_{t-1}^2))$$

$$\gamma_1 \geq 0 \quad (4.34)$$

$$S_t(\gamma_2, y_{t-1}) = (1 + \exp(-\gamma_2 y_{t-1}))^{-1}$$

$$\gamma_2 \geq 0 \quad (4.35)$$

Burada ε_t normal dağılıma sahip olup, y_{t-1} 'nin geçiş değişkeni, bununla beraber $\gamma_1 \geq 0$ ve $\gamma_2 \geq 0$ olarak geçiş parametresi olarak kabul edilmektedir. Burada $p_1 \neq p_2$ olması hali asimetrik varlığın göstergesi halini almaktadır. Aksi durumda, $p_1 = p_2 = \gamma$ halini alır ki, bu da KSS (2003) modeline dönüşmektedir. Sollis (2009) testinin farkı burada ortaya çıkmaktadır.

$H_0 : \gamma_1 = 0$ ve $H_A : \gamma_1 > 0$ şeklinde oluşturulan birim kök sınaması hipotezleri p_1 , p_2 ve γ_2 tanımlı olmadığı için sınanamaktadır. Bu sebeple, Sollis (2009) testinde tıpkı KSS (2003) gibi birinci dereceden Taylor açılımına başvurarak, yeni yardımcı bir model elde etmiştir.

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^k K_i \Delta y_{t-1} + \eta_t \quad (4.36)$$

Model; ham, ortalamadan arındırılmış ve eğilimden arındırılmış olmak üzere üç farklı şekilde oluşturulabilir. Yukarıda gösterilen model ham, ortalamadan ve eğilimden arındırılmış seri için kullanılmaktadır. Modelin sıfır hipotezi $\delta_1 = \delta_2 = 0$ olup birim kökün varlığını ifade ederken, alternatif hipotez ise doğrusal olmayan simetrik/asimetrik ESTAR durağanlığı ifade eden $\delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$ şeklinde oluşturulmaktadır. Bu tarz bir hipotez sınaması F test istatistiği ile sınanmasına rağmen dağılım standart olmadığından Sollis (2009) elde edilen F kritik değerlerine göre karşılaştırma yapılmaktadır. Hesaplanan F istatistiğinin, Sollis (2009) F istatistik kritik değerlerinden büyük olması birim kökün varlığını ifade eden sıfır hipotezi reddedilerek doğrusal olmayan simetrik veya asimetrik ESTAR durağanlık hipotezi geçerli hale gelmektedir. Durağanlığın sağlanmasının ardından durağan olmayan bu ESTAR serinin simetrik ya da asimetrik durumu ayrıca test edilmelidir.

Sollis (2009) çalışmasında farklı örneklem büyüklüklerine göre yaptığı simülasyon çalışmalarında asimetrik ve doğrusal olmayan birim kök testinin, KSS (2003) testine göre daha güçlü sonuçlar ortaya koyduğunu göstermiştir (Sollis, 2009).

Yapısal kırılmayı dikkate alan birim kök testleri verideki, kırılmanın ani bir şekilde meydana geldiği varsayımı koşuluyla geliştirilmiştir. Ancak zaman serilerinde ani bir değişimin ortaya çıkması için çok sayıda etkinin ani ve değişimi belirli yönde hareket ettirecek şekilde gerçekleşmesi beklenir.

Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) birim kök testi

LSTAR modeline dayalı bir birim kök testi olan Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) birim kök testi, zaman serilerinde meydana gelebilecek yapısal değişimin belirli bir zaman aralığında olması varsayımı altında ele alınmıştır. Test, doğrusal ADF birim kök testi yapısal kademeli kırılma olarak ele alınmış ve yumuşak geçiş regresyon modelleri ile genişletilmiştir.

Bu yöntemde açıklanan A, B ve C modelleri aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (4.37)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (4.38)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (4.39)$$

Model A ile ortalamadaki yumuşak kırılma, Model B ile deterministik trend altındaki yumuşak kırılma ve Model C ile hem ortalamadaki hem de deterministik trend altındaki yumuşak kırılma geliştirilmiştir. Bununla beraber denklemlerde; v_t sıfır ortalamaya sahip durağan süreci, $S_t(\gamma, \tau)$ yapısal değişikliğin tanımlandığı lojistik yumuşak geçiş fonksiyonunu ifade etmektedir. Bu fonksiyon aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$S_t(\gamma, \tau) = [1 + \exp\{-\gamma (t - \tau T)\}]^{-1} \quad \gamma > 0 \quad (4.40)$$

Burada gösterilen τ parametresi orta nokta olarak ele alınmakta olup doğrudan kırılma anını temsil etmektedir. Bu sebeple, τT^{12} ifadesi yapısal kırılmanın zamandaki karşılığını göstermektedir (Leybourne, Newbold ve Vougas, 1998).

LNV birim kök testi ile sınanan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0 : y_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t, \mu_0 = \psi$$

$$H_1 : \text{Model A, Model B veya Model C}$$

$$H_0 : y_t = \mu_t, \mu_t = \kappa + \mu_{t-1} + \varepsilon_t, \mu_0 = \psi$$

$$H_1 : \text{Model B veya Model C}$$

Burada, ε_t sıfır ortalamaya sahip durağan süreci ifade etmektedir. Hipotezlerin sınanmasına ilişkin test süreci iki adımdan oluşmaktadır. İlk adımda, doğrusal olmayan en küçük kareler (NLS) kullanılarak Eş. 4.41, 4.42 ve 4.43'te gösterilen yumuşak geçiş modellerine ait kalıntılar tahmin edilir. Tahmin edilen kalıntılar aşağıda gösterilmektedir:

$$\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (4.41)$$

¹² τ 'nin gözlem sayısı T ile çarpılması

$$\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_{1t} - \hat{\beta}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (4.42)$$

$$\hat{v}_t = y_t - \hat{\alpha}_{1t} - \hat{\beta}_1 - \hat{\alpha}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) - \beta_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) \quad (4.43)$$

İkinci adımda, yukarıda gösterilen Model A, B ve C 'ye ait kalıntılardan standart doğrusal ADF modeli tahmin edilir ve $\hat{\rho}$ değeri için test istatistiği hesaplanır. Bu hesaplama için aşağıdaki yardımcı regresyon modeli kullanılmaktadır.

$$\Delta \hat{v}_t = \hat{\rho} \hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\delta} \Delta \hat{v}_{t-i} + \hat{\eta}_t \quad (4.44)$$

Yukarıda detaylı hali ile gösterilen LNV birim kök testine ait sıfır hipotezi birim kök varlığına ait süreci tanımlarken, alternatif hipotez yumuşak kırılmalı durağanlığı ifade etmektedir. Hesaplanan test istatistiğinin mutlak değerce tablo istatistiğinden büyük olduğu durumda sıfır hipotezi reddedilebilir. Bu durum, ilgili verinin yumuşak kırılmalı durağan olduğu şeklinde açıklanır.

4.3. Öngörü Modelleri

Öngörü modelleri, gelecekteki bir olayın veya sürecin olası sonuçlarını tahmin etmek için kullanılan modellerdir. Bu modeller, verilerdeki eğilimleri, dönemsel etkileri, mevsimsellikleri, rastgele değişkenleri ve diğer faktörleri analiz ederek, gelecekteki bir değişkenin muhtemel değerlerini tahmin ederler.

4.3.1. Doğrusal Zaman Serisi Analizi

Zaman serisi modelleri, geleneksel ekonometrik modellere göre farklılıklar içermektedir. Geleneksel ekonometrik modellerde, bir olayın davranışı, teoriye dayandırılarak, onu açıklamaya yönelik başka değişkenlerle tanımlanırken; zaman serisi modellerinde olaya ilişkin davranış ilgili değişkenin gecikmeli değerleri için açıklanır. Bu modellerin başında devam eden bölümde açıklandığı üzere otoregresif, hareketli ortalama ve otoregresif hareketli ortalama süreci gelmektedir.

Box ve Jenkins tarafından 1970 yılında geliştirilen ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) modeli, otoregresif ve hareketli ortalama süreçlerini içermesiyle birlikte, zaman serilerinin gelecekteki değerlerini geçmiş değerleri ve hataları kullanarak tahmin eder. Model, otoregresif (AR) bileşenlerinin yanı sıra hareketli ortalama (MA) bileşenlerini de içerir. Ayrıca, zaman serisinin durağan olmaması durumunda da kullanılabilmesi için fark alınmış (integrated) bileşenler de eklenir. Bu bileşenlerin dereceleri, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarına bakılarak belirlenir. ARIMA modeli, zaman serilerini modellemek ve gelecekteki değerleri tahmin etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır.

Otoregresif model (AR)

Otoregresif model, kendi geçmiş değerlerinden etkilenen bir zaman serisinin, herhangi bir dönemdeki gözlem değerini, geçmiş dönem değerleri ile açıklamaya çalışan modeldir. Otoregresif modeller, çoğunlukla birinci, ikinci ve yüksek mertebeden sayılan p 'inci dereceden olacak şekilde tanımlanmaktadır. Yüksek mertebeden ele alınan bir otoregresif model $AR(p)$ ile gösterilir ve Eş. 4.45'teki gibi modellenir.

$$z_t = \alpha_t + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t = \alpha_t + \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \varepsilon_t$$

veya

$$(1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) z_t = \alpha_t + \varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) z_t = \alpha_t + \varepsilon_t$$

$$\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad (4.45)$$

Burada α kesme (sabit veya stokastik süreç olan z_t 'nin ortalaması) parametresi; $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ ise -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen otoregresif parametre, $\Phi_p(B)$ p 'inci dereceden polinom ve ε_t ise ortalaması sıfır sabit varyanslı, korelasyonsuz temiz bir dizidir, yani beyaz gürültü sürecine sahiptir.

- $AR(p)$ sürecinin ortalaması,

$$z_t = \alpha_t + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$E(z_t) = \alpha_t + \phi_1 E(z_{t-1}) + \phi_2 E(z_{t-2}) + \cdots + \phi_p E(z_{t-p}) + E(\varepsilon_t)$$

$$E(z_t)(1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p) = \alpha_t$$

$$E\left(z_t = \frac{\alpha_t}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p}\right) \quad (4.46)$$

- AR(p) sürecinin varyansı,

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E[z_t(\alpha_t + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t)] \\ &= \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \cdots + \phi_p \gamma_p + \sigma_z^2 \end{aligned} \quad (4.47)$$

- AR(p) sürecinin k gecikmedeki kovaryansı,

$$\gamma_k = cov(z_t z_{t-k}) = E[z_t - E(z_t)][z_{t-k} - E(z_{t-k})]$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \cdots + \phi_{k-p} \gamma_p, k > 0 \quad (4.48)$$

AR(p) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu, ρ_k , için kovaryans fonksiyonundan hareketle $k > 0$ ve $E(\varepsilon_t z_{t-k}) = 0$ varsayımı ile Eş. 4.49'daki gibi gösterilebilir,

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \cdots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (4.49)$$

Burada, otokorelasyon fonksiyonu $k > 0$ durumunda $\phi_1(B)\rho_k = (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p)\rho_k = 0$ denklemi ile belirlenir. Bu hususta fonksiyon aşağıdaki şekle dönüştürülür.

$$\phi_1(B) = \prod_{i=1}^m (1 - G_i B)^{d_i} \quad (4.50)$$

Burada, $\sum_{i=1}^m d_i = p$ ve $G_i^{-1}(i = 1, 2, \dots, m)$, $\phi_p(B) = 0$ sürecin çoklu kökleridir.

$$\rho_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^{d_i-1} b_{ij} k^j G_i^k$$

$$d_i = 1$$

$$\rho_k = \sum_{i=1}^p b_i G_i^k, k > 0 \quad (4.51)$$

AR(p) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad (4.52)$$

AR(p) sürecinin AR(1) ve AR(2) süreçleri de aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\begin{aligned} z_t &= \alpha_t + \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t \\ z_t &= \alpha_t + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (4.53)$$

AR(1) sürecine ait $|\phi_1| < 0$ şartı; AR(2) sürecinin $\phi_1 + \phi_2 < 0$ şartı durağanlık koşulu olarak belirlenmiştir. Bunun yanı sıra AR(1) sürecinin durağanlık koşulunu sağlaması durumunda sürecin dönüşebilirlik koşulu da sağlanmış olmaktadır. Bu sebeple durağan AR(1) süreci MA(∞) olarak yazılabilmektedir. Bir başka deyişle sonlu bir otoregresif sürecin ağırlıklı toplamı, önceki sonsuz hata gecikmelerinin ağırlıklı toplamı olarak yazılabilir. Yani,

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad |\phi_1| < 0$$

$$z_{t-1} = \phi_2 z_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$z_t = \phi_1(\phi_1 z_{t-1} + \varepsilon_t) + \varepsilon_t$$

$$= \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

$$= (1 + \phi_1 B + \phi_1^2 B^2 + \dots) \varepsilon_t$$

$$= \frac{1}{1 - \phi_1 B} \quad (4.54)$$

Hareketli ortalama süreci (MA)

Bir zaman serisinin AR(p) süreci, o serinin rassal geçmiş ve kalıntı değerinden meydana gelmektedir. Ancak gerçek hayatta meydana gelen şok sadece ilgili değişkeni değil, aynı zamanda kalıntıları da etkileyecektir. Gerçekleşen şokun etkisi kendi dönemini etkilemekle birlikte sonraki dönemlere de yansiyabilir veya etkisi birkaç dönem sürebilir. Bu sebeple hareketli ortalamayı içeren modellere ihtiyaç duyulmuştur. Bu amaçla oluşturulan yüksek mertebeli hareketli ortalama süreci,

$$z_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

veya

$$(1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t = z_t - \mu$$

$$z_t - \mu = \Theta_q(B) \varepsilon_t$$

$$\Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (4.55)$$

olarak gösterilebilir. Burada, μ kesme (sabit veya stokastik süreç olan z_t 'nin ortalaması) parametresi; $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ ise -1 ile +1 arasında değer aldığı varsayılan bilinmeyen hareketli ortalama parametreleri, $\Theta_q(B)$ q'inci dereceden polinom ve ε_t ise ortalaması sıfır sabit varyanslı, korelasyonsuz temiz bir dizidir, yani beyaz gürültü sürecine sahiptir.

- MA(q) sürecinin ortalaması,

$$E(z_t) = \mu + E(\varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q})$$

$$E(z_t) = \mu \quad (4.56)$$

- MA(q) sürecinin varyansı,

$$\gamma_0 = E[z_t^2] = \sigma_q^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \quad (4.57)$$

$$= \sigma_q^2 \sum_{i=0}^q \theta_i, \quad \theta_0 = 1$$

- MA(q) sürecinin otokovaryansı,

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_q^2 (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q), & k = 1, 2, \dots, q \\ \gamma_k = 0, & k > q \end{cases} \quad (4.58)$$

- MA(q) sürecinin otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases} \quad (4.59)$$

- MA(q) sürecinin kısmi otokorelasyon fonksiyonu,

MA(q) sürecinin, MA(1) ve MA(2) modelleri de şöyledir.

$$\begin{aligned} z_t &= \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \\ z_t &= \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \end{aligned} \quad (4.60)$$

MA süreci için herhangi bir durağanlık koşulu bulunmamaktadır. Bununla beraber AR sürecinin MA(∞) sürecine dönüştürülebilirliği bir önceki bölümde aktarılmış olup MA sürecinin dönüştürülebilirliği ise $|\theta_1| < 1$ koşuluna bağlanmıştır (Wei, 1989). Bu durumda,

$$z_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$z_t = (1 - \theta_1 B) \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} z_t$$

$$\varepsilon_t = (1 + \theta_1 B^1 + \theta_2 B^2 + \dots) z_t$$

veya

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 z_{t-1} - \theta_2 z_{t-2} - \dots \quad (4.61)$$

MA(1) süreci koşullar sağlandığında AR(∞) olarak dönüştürülebilir.

Otoregresif hareketli ortalama süreci (ARMA)

Zaman serilerinin hem AR hem de MA sürecini içeren $p + q$ kadar parametre içeren otoregresif hareketli ortalama süreci,

$$z_t = \alpha + \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

veya

$$(1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t = (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) z_t$$

$$\Theta_q(B) \varepsilon_t = \Phi_p(B) z_t \quad (4.62)$$

şeklinde gösterilir. Burada, $\phi_p(B)$ otoregresif, $\theta_q(B)$ hareketli ortalama operatördür ve ε_t beyaz gürültü süreci taşıyan t zamanındaki hata terimidir.

ARMA sürecinin durağanlık koşulu, AR kısmının durağanlığı gibi, yani $|\phi_1| < 0$ ve dönüşebilirlik koşulu da MA sürecindeki gibi $|\theta_1| < 0$ 'dır. Bununla beraber, bazen, ARMA serilerine ait otokorelasyonlar ve kısmi otokorelasyonlar, AR ve MA modellerinin aksine, belli bir yerden sonra sıfır olmayabilir. Ancak, otokorelasyonların azalma hızına bakılarak serinin durağanlığı hakkında sezgisel sonuçlar gözlenir. Seri durağan ise, otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon hesaplanabilir. Seri durağan değilse, otokorelasyon fonksiyonunun varlığından söz edilemez (Akdi, 2012:88).

Otoregresif entegre hareketli ortalama süreci (ARIMA)

Durağan AR, MA ve ARMA süreçlerin aksine, zaman serileri gerçek hayatta yaygın olarak durağan dışı rassal yürüyüş sürecine sahiptirler. Bir zaman serisi, durağanlık koşullarından sapması halinde yani, sabit olmayan ortalamalar μ_t , sabit olmayan varyans σ_t^2 veya her iki duruma birden sahip olabilirler. Kısaca, ARIMA sürecinin, diğer modellerden en temel farkı durağan dışı olmasından kaynaklanmaktadır. Sürecin durağan olup olmadığına yönelik tespit

grafiklerle ve durağanlığın sınanmasına ilişkin testlerle elde edilir. Durağan dışı olduğu tespit edilen serilerin, durağanlaştırılması çoğunlukla uygun fark alma derecesine bağlı olarak sağlanmaktadır. Ancak, uygun fark alma derecesi ile durağanlaştırılmış bir süreç ARMA sürecindeki gibi beyaz gürültüye sahip olmayabilir.

$$\phi_p(B)z_t = \phi_p(B)\nabla^d z_t = \phi_p(1-B)^d z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (4.63)$$

Burada,

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

Modelde, $\phi_p(B)$ otoregresif, $\theta_q(B)$ hareketli ortalama operatördür ve durağan olduğu varsayılır. Bununla beraber $\theta_q(B)$ hareketli ortalama operatörü tersine çevrilebilir. $\phi_p(B) = \phi_p(B)\nabla^d$ genelleştirilmiş otoregresif operatördür ve d 'nin aldığı duruma göre durağan ya da değildir. $d = 1$ halinde, birim kök içeren operatörü ifade ederken; $d = 0$ ise, tamamıyla durağanlığı yani ARMA ile aynı durumu ifade etmektedir. Aynı şekilde $d = 0$ durumunda θ_0 sürecin ortalamasını; $d = 1$ halinde ise, deterministik trend terimini ifade etmektedir. Ancak oluşturulan modellerde sadece ihtiyaç halinde denkleme eklenir. Sonuç olarak, yukarıda gösterilen denklem (p, d, q) mertebesinin otoregresif entegre hareketli ortalama modeli olarak adlandırılır ve $ARIMA(p, d, q)$ olarak gösterilir.

4.3.2. Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Analizi

Doğrusal olmayan zaman serisi analizi, zamana bağlı verilerin analizinde, değişkenlerin zamana göre değişiminin doğrusal olmayan bir yapı gösterdiği durumlarda kullanılır. Bu tür zaman serileri, karmaşık yapılara sahip olduğu için doğrusal modellerle açıklanamazlar. Bu sebeple, bu modeller kullanılmaktadır.

Eşiksel otoregresif model (TAR)

İlk olarak Tong (1978) ile Tong ve Lim (1980) çalışmalarında önerilen ve Tong (1990)'da kapsamlı bir şekilde ele alınan eşik otoregresif (TAR) modeli, t zamanında meydana gelen

rejimin gözlemlenebilir bir değişken tarafından belirlenebileceğini varsayan bir modeldir (Franses & Dijk, 2000). Eşik otoregresif (TAR) modeli, zaman serisindeki bir değişkenin mevcut değerinin, o değişkenin önceki değerlerine ve ayrıca bir veya daha fazla eşik değerine bağlı olduğunu varsayan bir modeldir. Bu eşik değerleri, zaman serisindeki yapısal değişimleri yakalamak için kullanılmaktadır. TAR modeli, otoregresif (AR) modeline benzer şekilde tanımlanır, ancak hedef değişkenin değerini açıklamak için birden fazla regresyon denklemi kullanır. Bu regresyon denklemleri, değişkenin mevcut değerinin belirli bir eşik değeri aşması durumunda birbirinden farklı katsayılar kullanır. Koşullu ortalama denkleminin daha iyi bir yaklaşımını elde etmek için parçalı doğrusal modeller kullanır (Tsay, 2005:157). İki rejimli TAR modeli Eş. 4.64'deki gibi gösterilebilir.

$$y_t = \begin{cases} \phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer, } y_{t-1} < 0 \\ \phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1} + \varepsilon_t & \text{eğer, } y_{t-1} > 0 \end{cases} \quad (4.64)$$

Burada eşik değeri y_{t-1} 'dir. Ancak bu modelin bağımlı değişkeni olan kendi gecikmeli değerinden biri de olabilir. Anlaşıldığı üzere model, belirlenen bir eşik değerinde büyük veya küçük olmasından hareketle elde edilen parçalanmış doğrusal modelden oluşmaktadır, ancak rejim değişimi ile doğrusal olmayan bir hale gelmektedir. Bununla beraber ε_t temiz dizi sürecine (white noise) sahiptir.

$$y_t = (\phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - I[y_{t-1} > 0]) + (\phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1})(I[y_{t-1} > 0]) + \varepsilon_t \quad (4.65)$$

Kendi kendini uyarabilen TAR modeli (SETAR) olarak da adlandırılan modelin alternatif bir gösterimi yukarıdaki modelde sunulmuştur. Modeli sadece iki rejim gösterilmesine rağmen ikiden fazla j rejimli modellerde oluşturulabilir. Bu model, zaman serisindeki farklı rejimlerin, bir eşik değeri veya belirli bir koşula bağlı olduğu durumlarda kullanılır. Bu model, TAR modelinin genişletilmiş bir versiyonudur ve birden fazla eşik değerine sahip olabilir.

Yumuşak geçişli otoregresif model (STAR)

TAR (SETAR) modeline getirilen bir eleştiri, koşullu ortalama denkleminin sürekli olmamasıdır, yani eşikler, koşullu ortalama fonksiyonu süreksizlik noktalarıdır (Tsay, 2005:163). Bu durum, modelin tahmin ve kestirim performansını etkileyebilir ve eşik noktalarının belirlenmesi de zor olabilir. Ayrıca, modelin esnekliği, eşiklerin sayısına bağlı

olarak artar ve modelin kararlılığı ile ilgili sorunlar ortaya çıkabilir. Bu eleştiriye Chan ve Tong (1986) ve Terasvirta (1994) tarafından $I[y_{t-1} > 0]$ fonksiyonlu eşik yerine $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ şeklinde sürekli fonksiyon ile geliştirilmiştir. Yumuşak geçişli otoregresif model (Smooth Transition Autoregressive Model - STAR), eşik otoregresif (TAR) modeline benzer şekilde, farklı rejimlerdeki zaman serileri davranışlarını modellemek için kullanılan bir zaman serisi modelidir. Ancak, TAR modelindeki sert geçiş yerine, STAR modelinde geçiş yumuşak ve sürekli olarak gerçekleşir. Burada hareketle model şu şekilde gösterilebilir.

$$y_t = (\phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) + (\phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1})(G(y_{t-1}; \gamma, c)) + \varepsilon_t \quad (4.66)$$

Tanımlanan $G(y_{t-1}; \gamma, c)$ fonksiyonu 0 ile 1 arasında yer almakta olup değer aralığındaki her farklı değer için sürekliliği sağlamaktadır. Bu sayede iki rejim arasında yumuşak geçişe olanak sağlamaktadır. c , eşik değerini; γ ise eşikler arası geçiş hızını vermektedir. Ne kadar düşükse o kadar yumuşak geçişe olanak sağlamaktadır. STAR modelinde, koşullu ortalama fonksiyonu, bir belirleyici değişkenin değerine bağlı olarak farklı otoregresif denklemlerle modellenir. Bu nedenle, modelde birden fazla eşik değeri yoktur ve belirleyici değişkenin değeri ne kadar artarsa, koşullu ortalama fonksiyonu da o kadar hızlı bir şekilde değişir. Bu modelde, belirleyici değişkenin etkisi, sigmoidal bir işlev kullanılarak modellenir. Sigmoid işlev, bir değişkenin değerine bağlı olarak fonksiyonun yavaşça artması ve ardından hızlı bir şekilde artması anlamına gelir.

Lojistik yumuşak geçişli otoregresif model (LSTAR)

Lojistik yumuşak geçişli otoregresif model (LSTAR), yumuşak geçişli otoregresif (STAR) modelin bir türevidir ve zaman serisi analizinde kullanılan bir doğrusal olmayan bir modeldir. Lojistik yumuşak geçişli otoregresif model (LSTAR), STAR modeline benzer ancak geçiş fonksiyonu olarak lojistik fonksiyon kullanır. Bu modelde, geçiş fonksiyonu için lojistik fonksiyon kullanıldığı için, geçiş noktası daha keskin bir şekilde belirlenir. Rejim değişimine izin veren doğrusal olmayan modeller arasında yer alan yumuşak geçişli

otoregresif modeli, Terasvirta ve Anderson (1992) çalışmasında ele alınmıştır¹³. Model, farklı rejim değerlerinde parametrelerin farklı değerler almasına izin vermektedir.

$$y_t = \alpha_1 G(y_{t-1}; \gamma, c) + \alpha_2 (1 - G(y_{t-1}; \gamma, c)) + \varepsilon_t \quad (4.67)$$

Burada,

$$\alpha_1 = \phi_{1,0} + \phi_{1,1}y_{t-1} + \phi_{1,2}y_{t-2} + \dots + \phi_{1,p}y_{t-p}$$

$$\alpha_2 = \phi_{2,0} + \phi_{2,1}y_{t-1} + \phi_{2,2}y_{t-2} + \dots + \phi_{2,p}y_{t-p}$$

$$G(y_{t-1}; \gamma, c) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma(y_{t-1} - c)}}$$

$$\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$$

$G(y_{t-1}; \gamma, c)$, geçiş fonksiyonu olup 0 ile 1 arasında değişen değerler almaktadır. Sürekli bir fonksiyon olmasından ötürü rejimler arası yumuşak geçişe olanak sağlamaktadır. γ , geçiş fonksiyonunun hızını ifade eder ve γ ne kadar büyük olursa geçişte o kadar hızlı olur. Yani, $\gamma \cong 0$ (düşük) olduğu durumda rejimler arası geçiş oldukça yumuşak iken; $\gamma \rightarrow \infty$ durumda rejimler arası geçiş TAR modelindeki kadar serttir. c , $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 0$ ile $G(y_{t-1}; \gamma, c) = 1$ arasındaki iki rejime ait eşik değerini ifade etmektedir (Franses & Dijk, 2000:72).

STAR modelde olduğu gibi, lojistik yumuşak geçişli otoregresif (LSTAR) modelinde sigmoid işlev özellikleri bulunmaktadır. Sigmoid işlev, modeldeki geçişlerin yumuşak ve düzgün bir şekilde gerçekleşmesini olanak sağlamaktadır. LSTAR modeli, t zamanındaki gözlem değerinin, $t - 1$ zamandaki ve daha önceki gözlem değerlerine ve bir eşik değişkenine bağlı olduğu kabul edilen bir modeldir. Sigmoid işlev, eşik değişkeninin etkisini gözlemlemek ve geçişin ne zaman gerçekleşeceğini belirlemek için kullanılır.

¹³ Çalışmada sadece lojistik değil, aynı zamanda üstsel model fonksiyonunun yer aldığı ESTAR modeli de önerilmiştir. Model de geçiş fonksiyonu üstsel olarak tanımlanmıştır.

$$G(y_{t-1}; \gamma, c) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma(y_{t-1} - c)^2}}$$

LSTAR modeli, bir ekonominin daralma ve genişleme aşamalarının oldukça farklı dinamiklere sahip olabileceği ve birinden diğerine geçişin (dinamiklerdeki değişimin) yumuşak olabileceği bir durumu tanımlamaktadır (Terasvirta & Anderson, 1992:121). Bunun yanı sıra borsalardaki ayı ve boğa dönemleri veya bulaşıcı hastalıkların artış ve azalışları bu tarz modellerle daha iyi modellenebilir.

LSTAR modeli, esnek bir modeldir ve farklı zaman serilerine uyarlanabilir. Model, zaman serisinin değişen özelliklerini gözlemleyebilir ve her bir zaman dilimi için farklı bir koşullu ortalama fonksiyonu belirleyebilir. LSTAR modeli, doğrusal modellerin başarısız olduğu zaman serilerinde yüksek tahmin doğruluğu sağlayabilir. Özellikle, doğrusal olmayan yapılar içeren zaman serilerinde, LSTAR modeli daha iyi performans gösterebilir. LSTAR modeli, her bir zaman dilimi için farklı koşullu ortalama fonksiyonlarını belirleyebildiği için, model sonuçları kolayca yorumlanabilir. Bu, özellikle zaman serilerindeki trend ve dönemsel örüntülerin analizi için önemlidir. Bu avantajlarından ötürü, verideki volatilité değişimleri ve dalgalanmaları analiz etmek için kullanılmaktadır.

Lojistik yumuşak geçiş modeli (LSTR)

Lojistik yumuşak geçiş modeli (LSTR) modeli, bir zaman serisinde iki rejim arasında yumuşak bir geçişe izin veren doğrusal olmayan bir regresyon modelidir. Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) çalışmasında birim kök testi için benzer bir model kullanmış olup modelde ağırlıklı LSTR kullanmak yerine, Terasvirta'nın 1992'de ele aldığı çalışmayı izleyerek tek LSTR'yi indirgemişlerdir (Omay ve Çorakçı, baskıda). LSTR modeli iki rejim arasındaki geçişi modellemek için sigmoid bir fonksiyon özelliklerini kullanmaktadır. Bununla birlikte, LSTAR modeli zaman serisindeki geçmiş ve şimdiki gözlemler arasındaki bağımlılığı hesaba katmak için otoregresif yapı içermesine rağmen; LSTR modeli, zaman serisinin trend bileşenini açıkça modellediği için trend analizi için özellikle uygundur. LSTR modeli, Eş. 4.68'de gösterilmektedir.

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \varepsilon_t \quad (4.68)$$

$$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma(t-\tau T)}}$$

$$0 < S_t(\gamma, \tau) < 1$$

$S_t(\gamma, \tau) = 0$ ve $S_t(\gamma, \tau) = 1$ değerleri iki rejimin uç değerlerini ifade etmekte olup γ bu iki rejim arasındaki geçişin yumuşaklığını/hızını ifade etmektedir. Bununla beraber, τ eşik değişkeni, T toplam gözlem sayısını vermektedir. ε_t ortalamaları sıfır olan durağan süreci ifade etmektedir. Görüldüğü üzere yapılacak tahminler zamana bağlıdır.

Modelin yüksek rejim olan 1'e yaklaşması, modelin tepe noktasına yaklaştığını ifade etmektedir. Model, rejimler arası geçişi sürekli bir fonksiyon olan $S_t(\gamma, \tau)$ 'yi tanımlamakta olup, 0 ile 1 arasında sınırlamıştır. Yani model, bir rejimden diğerine geçişin τ eşik değişkeni parametresi ile rejim değişimine izin vermektedir. γ 'nın yüksek olması, bu 0 ile 1 arasındaki geçişin hızlandığına; daha düşük olması ise geçişin yavaşladığına işaret etmektedir. Bununla beraber, γ 'nın sonsuza yaklaşması 0 ile 1 arasındaki geçişin aniden olması şeklinde yorumlanmaktadır. Bu durumda, durağan olduğu varsayılan ε_t süreci ile Model A olarak adlandırılan bu denklemin başlangıç değerini α_1 ; son değerinin ise $\alpha_1 + \alpha_2$ temsil etmektedir. Bu, α_1 başlangıç ve $\alpha_1 + \alpha_2$ son (tepe) değeri arasındaki değişen süreç, durağan bir süreç olarak kabul edilmektedir (Omay & Çorakçı, baskıda). Modelin üst limit içermesi, üstel fonksiyonlara kıyasla çerçevesi belirli daha gerçekçi sonuçlar sağlamasına olanak sağlamaktadır. Çünkü üstel fonksiyonlarla elde edilen tahminler gerçeğe kıyasla daha yüksek sonuçlar vermektedir.

Omay ve Çorakçı ele aldıkların çalışmalarında doğrusal olmayan γ ve τ değerlerinin hızlı yükseliş yapmaya başladığı ve tepe noktasına ulaştığı zaman dilimi aralığı için, model parametreleri ve üst limit değiştirilerek, nasıl davrandığı ve birbirlerini nasıl etkilediğini göstermiştir. Bu amaç doğrultusunda, yukarıda açıklandığı şekilde, γ değeri arttıkça, LSTR modeli daha da dikleşmekte, yani tepe noktasına daha hızlı varmaktadır. Aksi durumda ise, başlangıçtan, tepe noktası varması daha uzun zaman almaktadır. Modele ait üst limitin değiştirilmesi diğer parametreleri ve sonuçları etkilememektedir. Son olarak, τ değerinin değiştirilmesi, LSTR modelinin eğimini etkilemekten farklı olarak, tepe noktası zamanına ne kadar ve hangi yakınlıkta olduğunu ifade etmektedir. Yani, görece daha düşük bir τ değeri, tepe noktasına yaklaştığını ifade etmektedir. $\tau = 0,50$ değeri ise, tam olarak tepe noktasını ifade etmekte olup, bunun üzerindeki değer, tepe noktasına henüz varılmadığını; altındaki değerler ise, tepe noktasının geçildiğini ifade etmektedir. Model yapısı gereği, bükülme noktasını aşana kadar, yani, $\tau > 1$ olması halinde yorumlanabilir sonuçlar vermemesine karşın, bu noktayı aştıktan yani, $\tau < 1$ 'den sonra birbiri ile uyumlu ve tutarlı parametre sonuçları sağlamaktadır. τ değeri düştükçe ve $\tau = 0,50$ ' ye yaklaştıkça, tepe

değerine ulaşacak zamana yakınlaşacak; buna bağlı γ değeri düşecek; başlangıç değeri (negatif olmayan sonuçlarla) son (tepe) değerine kadar artmaya devam edecektir. $\tau = 0,50$ değerine ulaştığında, artık tepe noktasına varıldığı ve modelin tepe değerine ulaştığı anlaşılmaktadır. Modelin ampirik sonuçlarda, α_1 ve α_2 için negatif sonuçlar vermesi olası kabul edilip, henüz bükülme noktasını (büyüme eğrisinin içbükey yukarıdan içbükey aşağıya değiştiği noktadır) aşmadığı yani, $\tau > 1$ olduğu anlamına gelmektedir. Model sonuçlarının, anlamlılığı ve tutarlılığı birbirlerini etkiledikleri noktada oluşmaktadır.

Literatürde, Omay ve Çorakçı'nın (2023) yılında ele aldığı çalışmasında LSTR, Model A ele alınmış olup, Model B ve C'yi ayrı olarak ele alan herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.



5. MODEL, VERİ SETİ VE AMPİRİK BULGULAR

Salgın hastalıkların yayılımını anlamak ve tahmin etmek için matematiksel ve ekonometrik modeller sıklıkla kullanılmaktadır. Literatürde, üçüncü bölümde açıklanan Lojistik ve Richards Büyüme Modellerinin, salgın hastalıkların matematiksel modellemesinde tercih edildiği görülmektedir. Bu modeller sigmoid fonksiyon özelliklerine sahip olup diferansiyel çözümlerle sonuçlar sunmaktadır. Bu matematiksel modeller, ekonometride de sıklıkla kullanılan lojistik modellerle benzerlik göstermektedir.

STAR, LSTAR veya LSTR doğrusal olmayan ekonometrik modelleri, Lojistik ve Richards Büyüme Modelleri gibi sigmoid fonksiyon özelliklerine sahip olmasına rağmen, bu modellerden farklı olarak lojistik fonksiyonun daha geniş bir aralığına dayanan otoregresif yapının (STAR ve LSTAR için) yanı sıra yumuşak geçişleri de içeren bir zaman serisi modelleridir. Modeller, otoregresif yapının yanı sıra lojistik fonksiyonun parametreleri olan eşik değerleri ve geçiş hızını belirleyen parametreleri de içerdiğinden, zaman serisi verilerinin belirli bir süre içindeki geçişlerini modellemek için kullanılabilir. Bu sayede, model geçiş noktalarında esnek bir şekilde ve zamana bağlı olarak değişen büyüme oranlarına uyum sağlayabilir.

Literatürde salgın hastalıkların modellemesinde matematik alanına sıklıkla Lojistik model grupları kullanılmaktadır. Ancak ekonometride kullanılan doğrusal olmayan lojistik modeller, salgın hastalıkların öngörülerinin elde edilmesinde kullanılabilir. Bu amaç doğrultusunda kıyaslama ele alacak olursak, Çizelge 5.1'deki yorumlar elde edilebilir.

Çizelge 5.1. Richard'ın Büyüme Modeli ve LSTR'nin karşılaştırması

	Richard'ın Büyüme Modeli	LSTR
Model	$C(t) = \frac{dC}{dt} = rC \left(1 - \left(\frac{C}{K} \right)^\beta \right)$	$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \varepsilon_t$ $S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma(t-\tau T)}}$
Çözümü	$C(t) = \frac{K}{(1 + e^{-rt})^{\frac{1}{\beta}}}$	Stokastik fark denklemi ve tahmin teknikleri
Nüfus Sayısı	K , tepe noktasına ait son değerdir.	α_1 , başlangıç değerini; $\alpha_1 + \alpha_2$, tepe noktasındaki son değerini vermektedir.
Modeller arası geçişin düzgünlüğü (the smoothness of the transition)	Şekil parametresi, β geçiş fonksiyonunun şeklini kontrol etmektedir. Diferansiyel çözümün zamana göre türevi alınıp sonuç sıfıra eşitlenerek bulunabilir. Bu da aşağıdaki denklemi verir: $\beta = \frac{(K^2 - C^2)}{\left(K^2 - C^2 \exp\left(K/\beta\right) \right)}$	Eşik değeri, τ (threshold) simülasyon çalışmaları ile çeşitli yöntemler kullanılarak bulunabilir. Bunlardan bazılarına Grid search, çapraz doğrulama (Cross-validation) örnek verilebilir.
Büyüme oranı	Büyüme oranı, r , diferansiyel çözümün zamana göre türevinin alınması ve sonucun sıfıra eşitlenmesi ile bulunabilir. Bu da aşağıdaki denklemi vermektedir: $r = \left(\frac{K}{C} \right) \ln \left(1 + \exp\left(K/\beta\right) \right)$	Büyüme oranı, γ (gama) simülasyon çalışmaları ile çeşitli yöntemler kullanılarak bulunabilir. Bunlardan bazılarına Grid search, çapraz doğrulama (Cross-validation) örnek verilebilir.
Çözüm Kaynağı	Veri bazlı çözüm sağlamaktadır.	Simülasyon bazlı çözüm sağlamaktadır.

Richard'ın Büyüme Modelinde geçişin düzgünlüğünü göstermek için kullanılan β ; LSTR modelinde geçişin yumuşaklığını göstermek için, τ olarak tanımlanmıştır. Küçük β değeri asimetrinin azaldığı, yani popülasyonun zaman içinde daha tutarlı bir oranda büyüdüğünü; küçük τ değeri ise keskin bir geçiş olduğunu ifade etmektedir. Yani lojistik fonksiyonunun daha dik olduğu anlamına gelmektedir.

Richard'ın Büyüme Modelindeki nüfusun içsel büyüme oranı, r , bir nüfusun büyüyebileceği maksimum oranın bir ölçüsü iken; LSTR'daki gama parametresi, γ , geçiş fonksiyonunun şeklini ifade etmektedir. Düşük bir γ değeri, keskin bir geçişe sahip olduğunu ifade etmekte ve yüksek bir γ değeri kademeli bir geçiş ifade etmektedir. Richard'ın Büyüme Modelinde, içsel büyüme oranı, büyüme eğrisinin asimptotik değerini hesaplamak içinde kullanılır. Asimptotik değer, zaman sonsuza giderken büyüme eğrisinin yaklaştığı değeri de göstermektedir.

Richard'ın Büyüme Modelindeki, β ile r ; LSTR'de τ ile γ arasında benzerlikler bulmasına karşın farklı çalışmaktadırlar. Richard'ın Büyüme Modelindeki içsel büyüme oranı r ve LSTR'deki büyüme oranı, γ , arttıkça; β ile τ azalacaktır. Bu durumda, lojistik fonksiyonu daha dik veya daha simetrik hale geldiği anlamına gelmektedir. Bu da, Richard'ın Büyüme Modelinde, nüfusun taşıma kapasitesine, K 'ya daha çabuk ulaşması; LSTR'de ise tepe noktasına yaklaşıldığı anlamına gelmektedir. Ancak Richard'ın Büyüme Modeli, diferansiyel çözümlerle buna ulaşmaktayken, LSTR'de simülasyon öngörü tekniği ile sağlanmaktadır. Sonuç olarak, her iki modelin benzer yanıları olmasına karşın, farklı metotlar ile sonuçlar sağlamaktadır.

Covid-19 salgınının yayılım zamanlaması ülkeden ülkeye farklılık göstermiş olsa da günlük vakaların yayılım sürecinin aynı olduğu, yani, önce artarak arttığı, sonra azalarak arttığı, devamında bir tepe noktasına vardığı ve buradan sonra yavaşça azaldığı görülmektedir. Günlük vakaların bu yapısal özelliği, serinin normal dağılıma sahip olduğunu açıklamaktadır. Bu nedenle, günlük verilerden elde edilen kümülatif vakalar sigmoid fonksiyonunu oluşturmuş ve fonksiyonun tüm özelliklerini yansıttığı görülmüştür. Dolayısıyla, Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif ve Zamanla Değişen Trend (Logistic Smooth Transition Trend) modeli ile bu sigmoid davranışı tahmin edilebilir hale gelmiştir. LSTT modelleri, LSTR modelinden hareketle oluşturulmuş lojistik fonksiyon içeren bir modeldir. Bunun yanı sıra, trend bileşenini açıkça modellediği için trend analizine özellikle

uygundur. Aynı zamanda, LSTT modelinde tek bir LST (Logistic Smooth Transition) fonksiyonunun kullanılmasının, modelin karmaşıklığını ve tahmin edilmesi gereken parametre sayısını azalttığı için tahmin aşamasını basitleştirmekte ve modelin daha az parametreye ve yapıya sahip olması nedeniyle doğrusal olmayan en küçük kare yakınsama sorununu daha az zorlu hale getirmektedir. Bu sebeple, doğrusal olmayan parametreleri içerdiği ve Covid-19 vakalarının sürecini daha gerçekçi yansıttığı için LSTT modeli, önerilmiş ve tercih edilmiştir.

Covid-19 yayılımına ait öngörülerini elde etmek için LSTR modelinden hareketle elde edilmiş Lojistik Yumuşak Geçişli Trend (LSTT) modelleri, durum değişkeninin zaman olduğu lojistik model için Model A, B ve C olarak aşağıdaki şekilde üretilmiştir. Literatürde Model A'dan farklı olarak, Model B ve Model C çalışmaya dahil edilmiştir. Model B ile deterministik trend altındaki yumuşak geçiş ve Model C ile hem ortalamadaki hem de deterministik trend altındaki yumuşak geçişin varlığı geliştirilmiştir. Modeller Eş. 5.1, 5.2 ve 5.3'te verilmektedir.

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \varepsilon_t \quad (5.1)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \varepsilon_t \quad (5.2)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + \varepsilon_t \quad (5.3)$$

$$\sum_{i=1}^N Covid - 19 \text{ günlük vaka} = y_t$$

$$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-\gamma(t-\tau T)}}$$

Geçişin sürekli fonksiyonu $S_t(\gamma, \tau)$ olarak tanımlanmış ve iki rejim arasının 0 ile 1 arasında sınırlandırılmıştır. Model, bir rejimden diğerine geçişin τ eşik değişkeni parametresi ile rejim değişimine izin vermektedir. Burada, γ , bu iki rejim arasındaki geçiş hızını; τ , eşik değişkeni; T toplam gözlem sayısını ve ε_t ortalamaları sıfır olan durağan süreci göstermektedir. Modellerde yapılacak öngörüler, açıkça zamana bağlıdır. Ayrıca, geleneksel tahmin metotlarındaki enfekte olmuş kişi sayısı tahmininden farklı olarak, LSTT modeli ile

enfekte olan kümülatif insan sayısı tahmin edilmektedir. Çünkü LSTT modeli, salgının seyri ile uyumlu olan sigmoid fonksiyonunun özelliğini içermektedir. Bu sebeple, LSTT modeli, enfekte olmuş kişi sayısının ne zaman ve nerede zirveye ulaşacağını tahmin etmemize olanak sağlayacaktır.

LSTT modeli ise, zaman içinde büyüme oranındaki değişiklikleri yakalamak için yumuşak geçiş fonksiyonlarını içeren lojistik büyüme modelinin¹⁴ değiştirilmiş bir versiyonudur. LSTT modeli, büyüme oranının, zaman içinde büyüme oranında kademeli değişikliklere izin veren yumuşak bir geçiş fonksiyonu ile modüle edilen lojistik bir fonksiyonu takip ettiğini varsayar. Lojistik fonksiyon büyüme sürecinin sigmoid şeklini yakalarken, yumuşak geçiş fonksiyonu doğrusal olmayan bir yapı sunarak büyüme oranında esneklik sağlar. Lojistik büyüme modeliyle karşılaştırıldığında, LSTT modeli altta yatan büyüme sürecinin daha esnek ve doğru bir temsilini sağlayabilir. Bunun yanı sıra, LSTT modeli, Richards büyüme modeli gibi trend bileşeni içermesine rağmen, Richards büyüme modelinin aksine, LSTT modelinin altta yatan büyüme sürecini modellemek için lojistik bir fonksiyon kullanılmaktadır.

Her modelde olduğu gibi, LSTT modelinin de sınırlamaları ve varsayımları olduğunu belirtmek önemlidir. LSTT modeli, büyüme oranının zamanın yumuşak geçişli bir fonksiyonu olduğunu varsayar ve büyüme oranındaki ani değişiklikleri veya düzgün olmayan geçişleri yakalayamayabilir. Ayrıca, LSTT modeli geçiş fonksiyonunun ve model parametrelerinin seçimine duyarlı olabilir ve uygun istatistiksel yöntemler kullanılarak dikkatli bir kalibrasyon ve doğrulama gerektirir. Bununla birlikte, modelin basitleştirilmesinin potansiyel dezavantajları olduğunu da belirtmek önemlidir. Örneğin, tek bir LST fonksiyonunun kullanılması, verilerin tüm doğrusal olmayan özelliklerini ve karmaşıklıklarını yakalamak için yeterli olmayabilir ve bu da tahminde yanlışlıklara ve hatalara yol açabilir. Ayrıca, tek bir LSTT fonksiyonunun kullanılması, altta yatan büyüme sürecinin basit bir lojistik fonksiyonu izlediğini varsayar ki bu da her tür veri ve olgu için uygun olmayabilir.

¹⁴ Lojistik fonksiyonun sabit bir büyüme oranı varsaydığı, ancak bununla kıyasladığında Richards büyüme modelinin zaman içinde değişebilen daha esnek bir büyüme oranına sahip olduğu daha üçüncü bölümde açıklanmıştır.

Covid-19 öngörüsü için oluşturulan modellerde, salgının yüksek bulaşma hızı ile başlaması, yani yüksek γ değerine sahip olması vaka sayılarının artmasına sebep olacaktır. Kümülatif vaka sayılarının zaman içerisinde artması, toplum içinde bağışıklığı destekleyeceği için γ , bulaşma hızının düşmesi beklenmektedir. Bunun yanı sıra, yüksek rejimden başlayan τ , eşik değeri düşmesi ve 0,50 değerine vardığında, tepe noktasına varıldığı zamanı ifade etmesi beklenmektedir. Sonuç olarak, modellerle elde edilen öngörülerde, tepe noktasının zamanlaması, dolaylı olarak ne kadar zaman kaldığı; öngörüsü sağlanan tepe noktasında öngörü vaka sayısı ve öngörü bulaşma oranı elde edilmektedir. Bunun yanı sıra, durağan olduğu varsayılan ε_t süreçlerinin Covid-19 başlangıç kümülatif vaka değerinin Model A, B ve C için α_1 ; tepe değerinin ise Model A ve B için $\alpha_1 + \alpha_2$, Model C için ise $\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_2$ olduğu kabul edilmektedir.

Model A, B ve C ile G7 (Almanya, Fransa, Kanada, İtalya, Japonya, Birleşik Krallık ve Amerika Birleşik Devletleri) ülkelerine ait kümülatif Covid-19 vakaları kullanılarak birinci dalgalarına ait simülasyon sonuçları elde edilmiştir. Birinci dalga simülasyonlarında elde edilen sonuçların diğer dalgalarda da çalışıp çalışmadığı sorusuna yanıt Japonya ile aranmıştır. Japonya'nın raporlama ve şeffaf veri kayıtlarına sahip olmasından kaynaklı olarak günümüzde kadar uzanan yedi dalgaya ait simülasyon sonuçları oluşturulmuştur. Model A, B ve C simülasyonları her ülke için birbirinden farklı tarih ve vaka sayıları sağlamakta olup, gerçekleşen vaka sayısını en erken tahmin eden model tercih edilmiştir. Kullanılan veri OWID (Our World in Data)'den sağlanmıştır. Ülkelerin gerek Covid-19 vaka tanımlarının farklı olması, gerekse veri kayıt ve raporlama farklılıklarının oluşması veri setinde şeffaflık ve tutarlılık aksaklıklarına sebep olmaktadır. Bu sebeple veri kayıt ve raporlama farklılıklarının az olduğu G7 ülkeleri tercih edilmiştir.

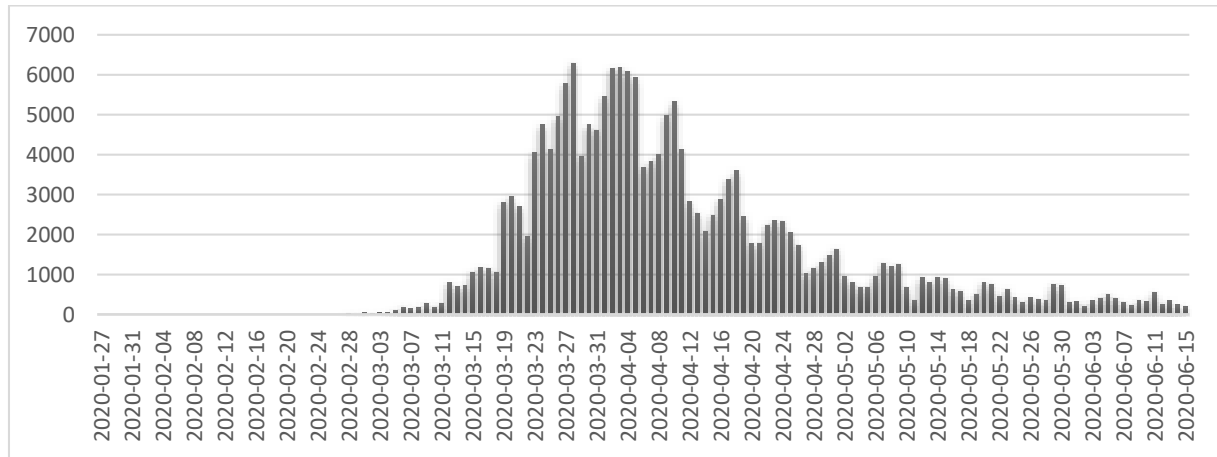
Model A, B ve C için elde edilmek istenen simülasyon çalışmaları, ilgili Covid-19 dalgasının, başlangıç tarihinden itibaren ele alınarak, dalganın tepe noktası yaptığı zamana kadar devam ettirilmiştir. Bu zaman aralığı için elde edilen simülasyon sonuçları ile dalganın tepe yaptığı (gerçekleşen) kümülatif vaka sayısı karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçları içerisinde, gerçekleşen kümülatif vaka sayısını en erken yakalayan simülasyon sonuçlarına ait model tercih edilmiştir. Simülasyon sonuçları RATS programı kullanılarak sağlanmıştır.

5.1. Ampirik Bulgular

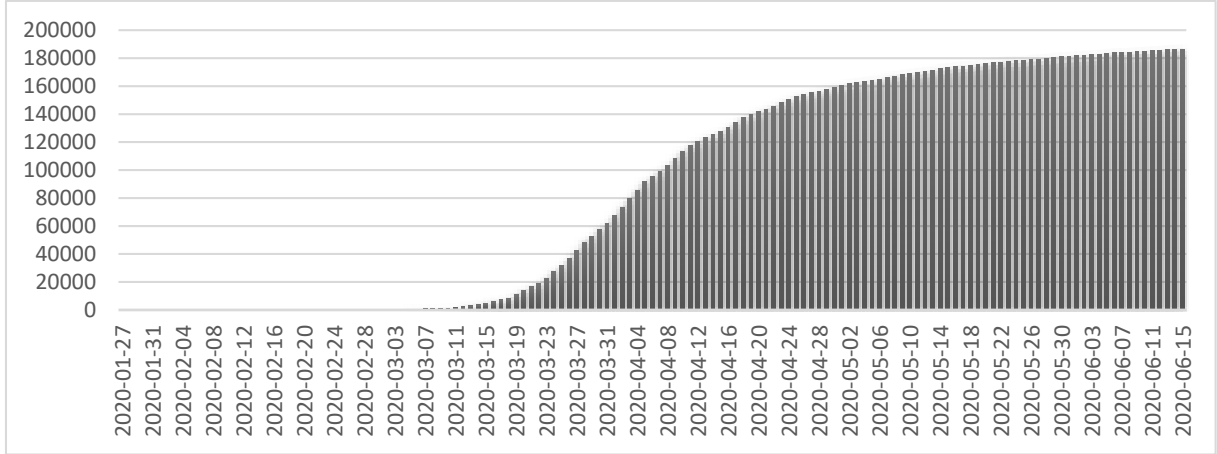
Ampirik bulgular G7 ülkelerine ait birinci dalga ve Japonya'ya ait günümüze kadar uzanan yedi dalga simülasyonlarını kapsamaktadır. Bunun yanı sıra, Japonya bu tezin yazıldığı zaman içerisinde sekizinci dalgasının içinde olup, bu çalışmanın yazıldığı zaman içerisinde bükülme noktası geçilmediği için anlamlı sonuçlar vermemektedir. Birinci dalga verileri, ilgili ülkenin ilk verisi ile başlamakta olup, bir sonraki dalganın başlamasından hemen önce görünen en düşük vaka sayısı arasında ele alınmıştır. Bunun yanı sıra, Japonya için, ikinci ve devamındaki dalgalarda kümülatif vaka bir önceki dalganın verisinden ayrı olarak hesaplanmıştır.

5.1.1. Almanya Birinci Dalga Simülasyonu

Almanya'ya ait ilk Covid-19 vakası 27 Ocak 2020 tarihinde açıklanmıştır. Bu sebeple birinci dalga verisi, 27 Ocak-15 Haziran 2020 tarihleri arasındaki günlük vaka sayıları ile oluşturulmuştur. Birinci dalgaya ait vaka ve kümülatif vakaları Şekil 5.1 ve Şekil 5.2'de gösterilmekte olup, hızlı yükselişin 11 Mart 2020 itibariyle başladığı görülmektedir. Almanya, birinci dalgaya ait en yüksek kümülatif vakaya, yani zirve noktasına 15 Haziran 2020'de 186 461 vaka ile ulaşmıştır.



Şekil 5.1. Almanya birinci dalga günlük vaka



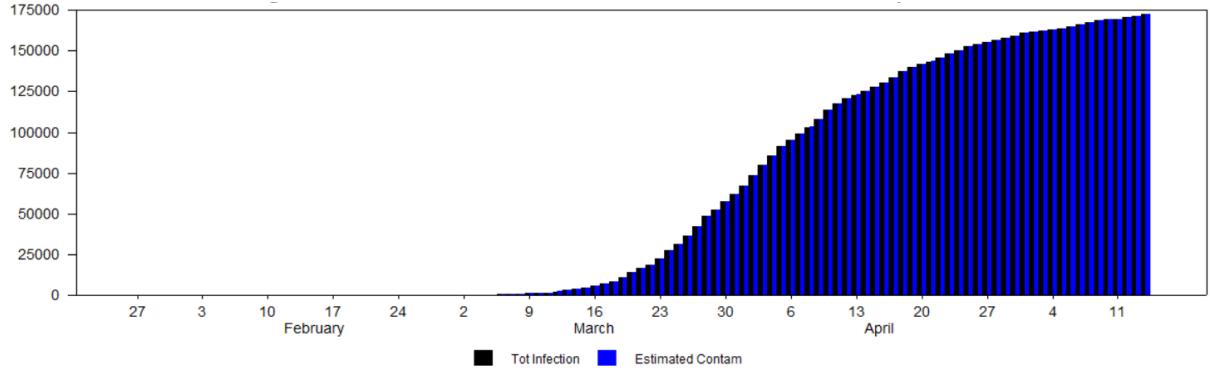
Şekil 5.2. Almanya birinci dalga kümülatif vaka

Model A için 15 Nisan 2020 tarihinden sonra; model B ve C için 5 Mayıs 2020’den itibaren $\tau < 1$ olmakta ve γ değeri gittikçe düşmektedir. Bu kriterlerin sağlandığı ve parametrelerin birbiri ile uyumlu ve tutarlı sonuçlar sağladığı simülasyon sonuçları Ek Çizelge 1’de gösterilmiştir. Model A, B ve C için ayrı ayrı elde edilen model simülasyon sonuçlarına göre tepe noktasını (186 461 vaka) en erken Model B ile 17 Mayıs tarihindeki simülasyon ile öngörülebilmektedir. Buna göre model B çıktıları şu şekildedir.

Çizelge 5.2. Almanya Model B sonuçları

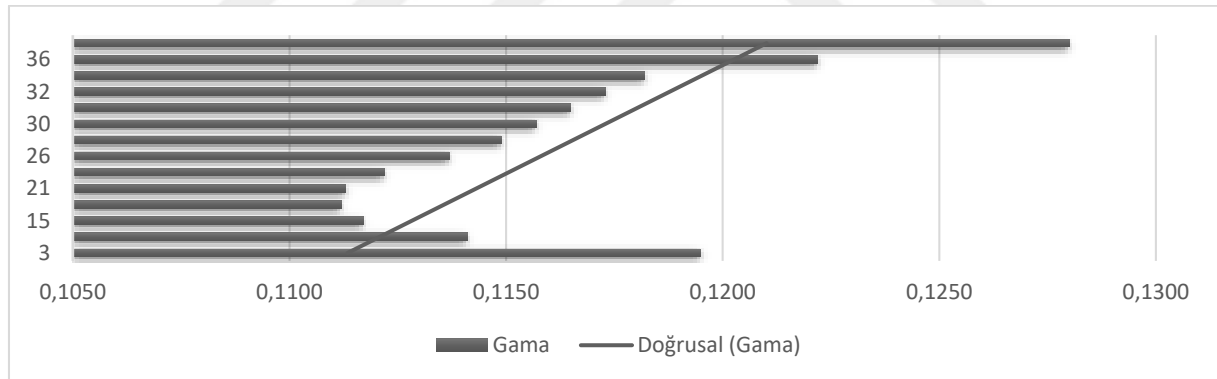
$y_t = 1\,580,7131 - 179,6159t + 184\,991,0022 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,1173(t-0,354T)}}$	$\gamma = 0,1173$
$varyans = 8\,234\,227,7756$	$\tau = 0,6354$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı = 186\,571 \quad zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 32$	

Model sonuçlarına göre öngörülen zirve vaka sayısı 186 571’dir. 186 571 vaka sayısı, Model B için verilen $\alpha_1 + \alpha_2$ değerlerinin toplamından, yani $1\,580 + 184\,991$ ’den elde edilmiştir. Bu öngörü vaka sayısı, gerçekleşen 186 461 vakayı, 0,6354 eşik değeri ile 32 gün önceden sağlanmaktadır. Gerçekleşen ve öngörü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.3’te gösterilmektedir.



Şekil 5.3. Almanya LST öngörüsü ve kümülatif vaka (17 Mayıs)

Teorik bölümde aktarıldığı üzere, kümülatif vaka sayılarının tepe noktasına yaklaşmaya başladığı zaman dilimi içerisinde, bulaşma hızı olan γ 'nın düşüş eğilimine geçmesi beklenmektedir. Bu da toplumun o dalga için bağışıklık kazanmaya başladığı şeklinde yorumlanmaktadır. Almanya'nın bulaşma hızına göre, zirve noktasına kaç gün kaldığını gösterecek olan gama davranış grafiği Şekil 5.4'te verilmektedir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmaktadır.



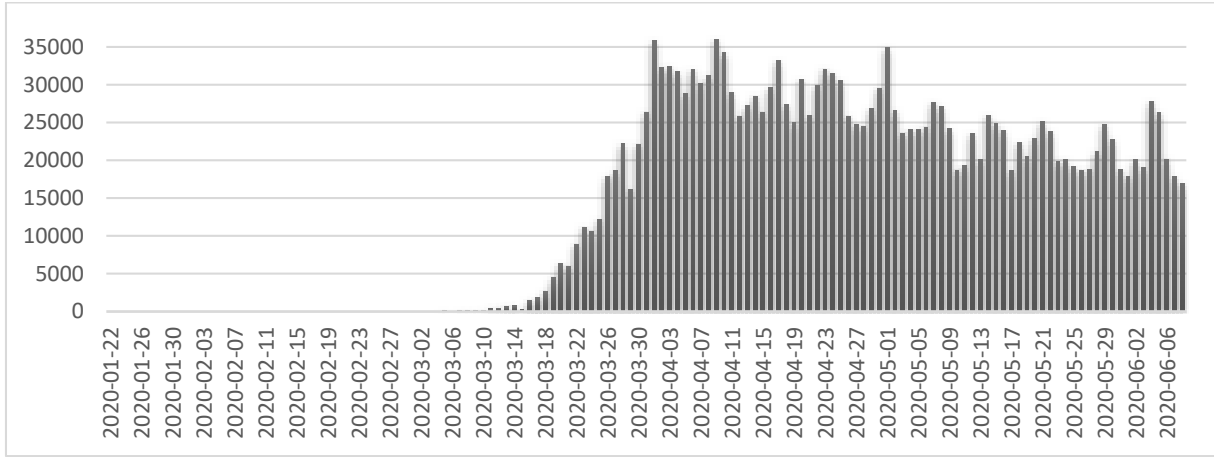
Şekil 5.4. Almanya gama değerleri

Şekil 5.4'te verilen Almanya için 27 Ocak-15 Haziran 2020 tarihleri arasında oluşturulan simülasyon sonuçlarına ait bulaşma hızı değerleri verilmiştir. Şekle doğrusal (gama) olarak ayrıca eğilim trendi eklenmiştir. Bunun tek sebebi, gamadaki düşüş eğilimini belirgin şekilde göstermektedir.

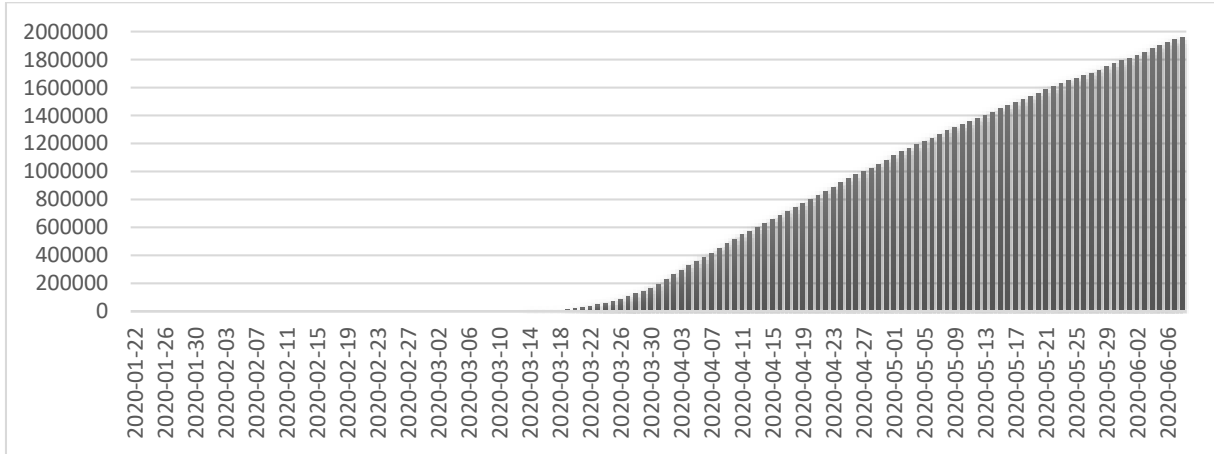
5.1.2. ABD Birinci Dalga Simülasyonu

ABD'ye ait ilk Covid-19 vakası 22 Ocak 2020 tarihinde açıklanmıştır. Birinci dalga verisi, 22 Ocak ile 23 Haziran 2020 tarihleri olarak ele alınmıştır. Birinci dalgaya ait vaka ve

kümülatif vakaları Şekil 5.5 ve Şekil 5.6’da gösterilmektedir. Hızlı yükselişin 22 Mart itibariyle başladığı görülmektedir. ABD’ye ait birinci kümülatif dalga zirve noktası tam belirlenememekle beraber 23 Haziran 2020 olarak kabul edilebilir. Çünkü, yeni başlayan Covid-19 salgınına ülke hazırlıksız yakalanmış, birinci dalgada durumun vahimliği anlaşılmadan, ikinci dalgaya geçiş yaptığı görülmektedir. Zira, akabinde hızlı bir geçiş ile ikinci dalga başlamaktadır. ABD’nin birinci dalgasının tepe noktasında 2 348 601 vaka açıklanmıştır.



Şekil 5.5. ABD birinci dalga günlük vaka



Şekil 5.6. ABD birinci dalga kümülatif vaka

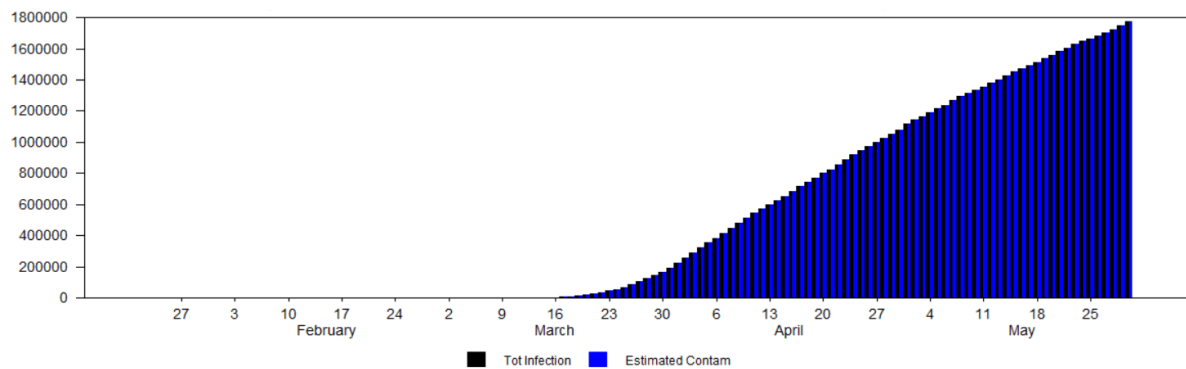
Simülasyon sonuçlarına göre, Model A sonuçlarının gerçekleşen kümülatif vaka sayısının hayli altında kalması, Model C sonuçlarının ise negatif kümülatif değerler vermesi sebebiyle tercih edilmemiştir. Model B ile 25 Mayıs 2020’den $\tau < 1$ olduğu, γ değeri gittikçe düştüğü ve kümülatif vaka sayısının pozitif ve anlamlı olduğu sonuçlar tespit edilmektedir. Bu sonuçlar Ek Çizelge 2’de sunulmaktadır. ABD’nin birinci dalga tepe noktasında gerçekleşen

2 348 601 vakayı en erken 30 Mayıs 2020 model B ile öngörülebilmektedir. Deterministik trend altındaki Model B çıktıları aşağıdaki şekildedir.

Çizelge 5.3. ABD Model B sonuçları

$y_t = 32\,707,1702 - 3\,663,3303t + 2\,363\,933 S_t(\gamma, \tau)$	
$S(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0614(t-0,7172T)}}$	$\gamma = 0,0614$
$varyans = 1\,029\,390\,272,98$	$\tau = 0,7172$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$ $= 2\,396\,640$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 24\ gün$

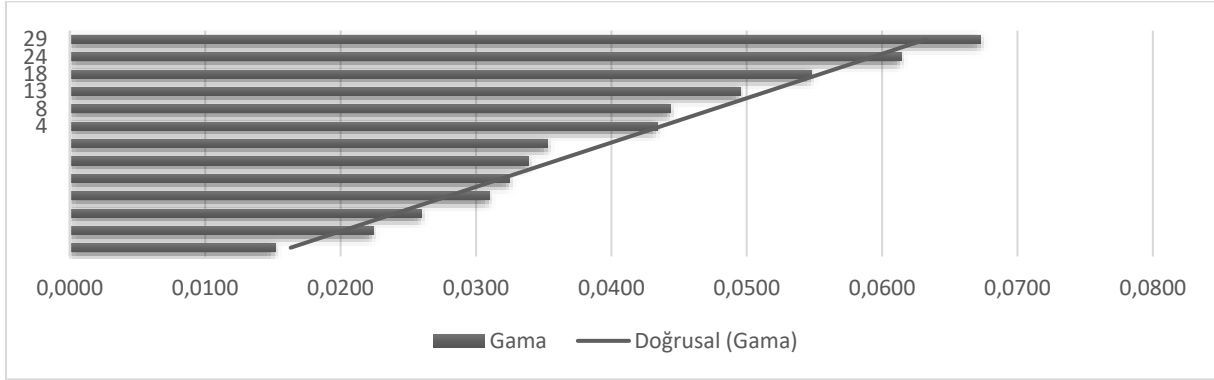
Model sonuçlarına göre öngörü tepe vaka sayısı 2 396 640'tır ($32\,707 + 2\,363\,933$) ve bu öngörü gerçekleşmesinden 24 gün önce elde edilmektedir. Ek Çizelge 2'de sunulan eşik değerlerine bakıldığında, ABD'ye ait birinci kümülatif dalga zirve noktası tam belirlenememe durumu burada da açıkça görülmektedir. Zira, $\tau = 0,6694$ değeri ile tepe noktasına ulaşmadan tekrar artışa geçmektedir. Bu da ikinci dalgaya geçişin göstergesi olarak yorumlanmaktadır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.7'de gösterilmektedir.



Şekil 5.7. ABD LST öngörüsü ve kümülatif vaka (30 Mayıs 2020)

ABD'ye 22 Ocak ile 23 Haziran 2020 tarihleri arası için ele alınan simülasyon sonuçlarının gama davranış şekli, Şekil 5.8'de verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman

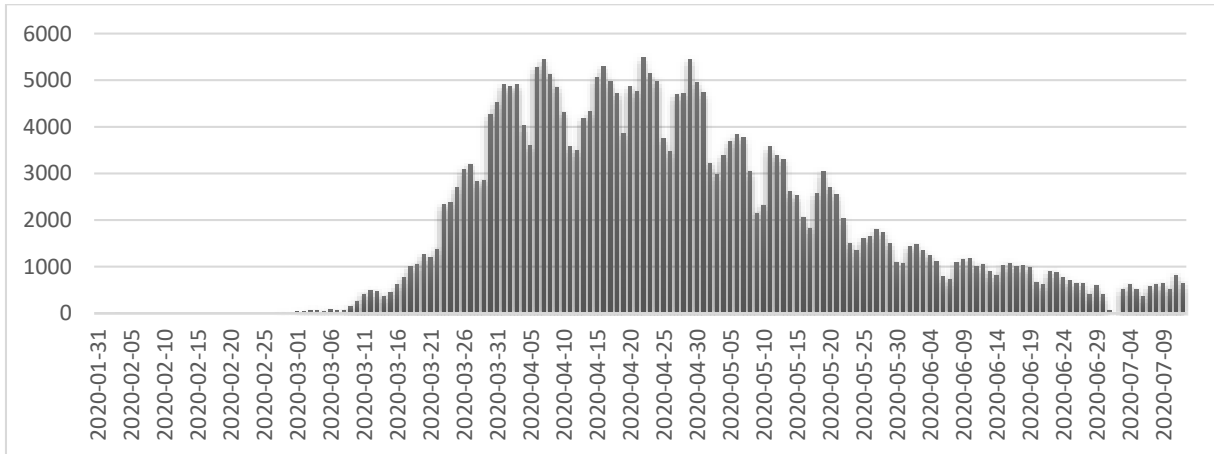
içerisinde azalmakta ve zirve noktasına yaklaştıkça neredeyse sabit hale gelmektedir. Bu o birinci dalga için bağışıklığın kazanıldığını göstermektedir.



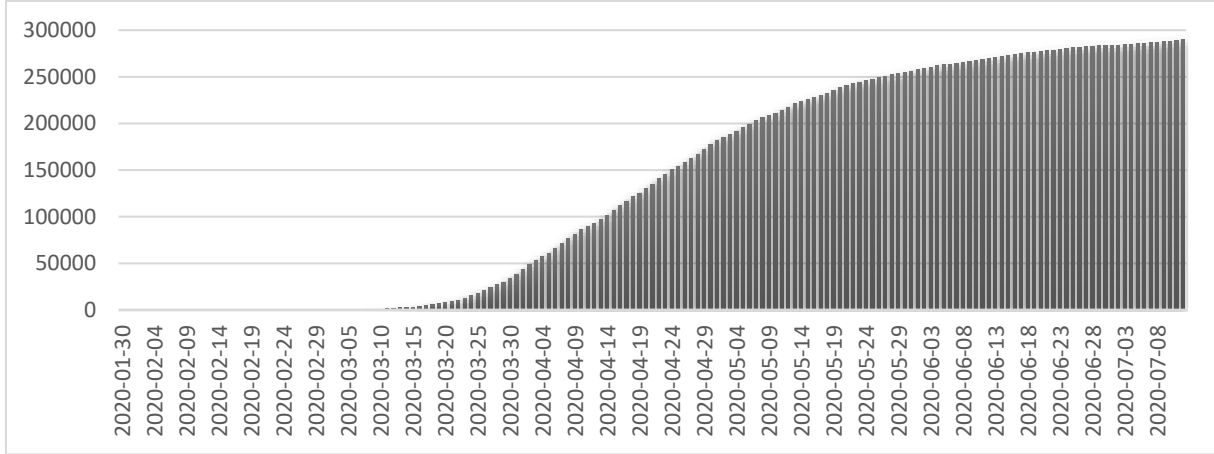
Şekil 5.8. ABD gama değerleri

5.1.3. Birleşik Krallık Birinci Dalga Simülasyonu

Birleşik Krallık'ta ilk vaka 31 Ocak 2020 tarihinde görülmüştür. İlk dalga verisi, 31 Ocak-12 Temmuz 2020 olarak ele alınmış ve dalgaya ait vaka ve kümülatif sayıları Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da gösterilmiştir. Birinci dalganın hızlı yükselişi, 15 Mart 2020 tarihinde başlamış ve tepe noktasına 12 Temmuz'da varılmıştır.



Şekil 5.9. Birleşik Krallık birinci dalga günlük vaka



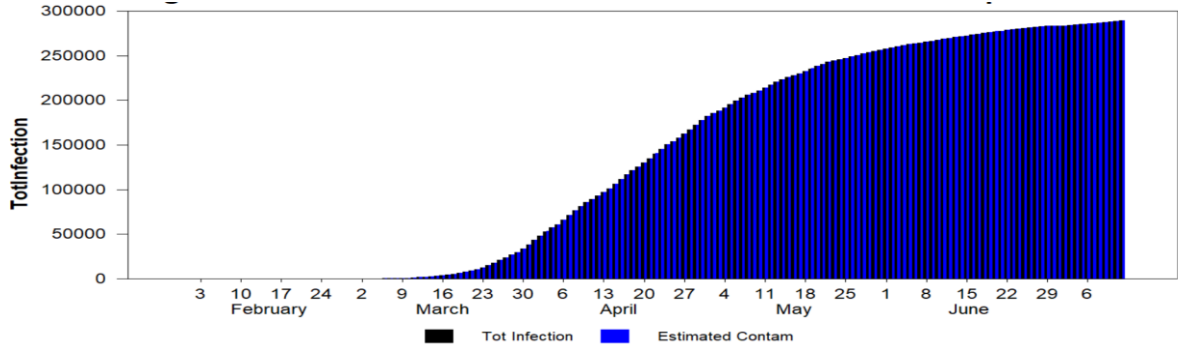
Şekil 5.10. Birleşik Krallık birinci dalga kümülatif vaka

Birleşik Krallık simülasyonlarında anlamlı sonuçlar Model A için, 2 Mayıs 2020; Model B için, 15 Mayıs 2020; Model C için, 30 Mayıs 2020 tarihlerinde sağlanmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre Model A ve C, gerçekleşen kümülatif vaka sayısının hayli altında sonuçlar vermiştir. Ancak Model B, gerçekleşen 289 603 kümülatif vaka sayısı en yakın öngörüyü sağlamış ve tercih edilmiştir. Bu sonuçlar Ek Çizelge 3 gösterilmektedir. Model B'ye ait 15 Mayıs 2020 simülasyon sonuçları aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5.4. Birleşik Krallık Model B sonuçları

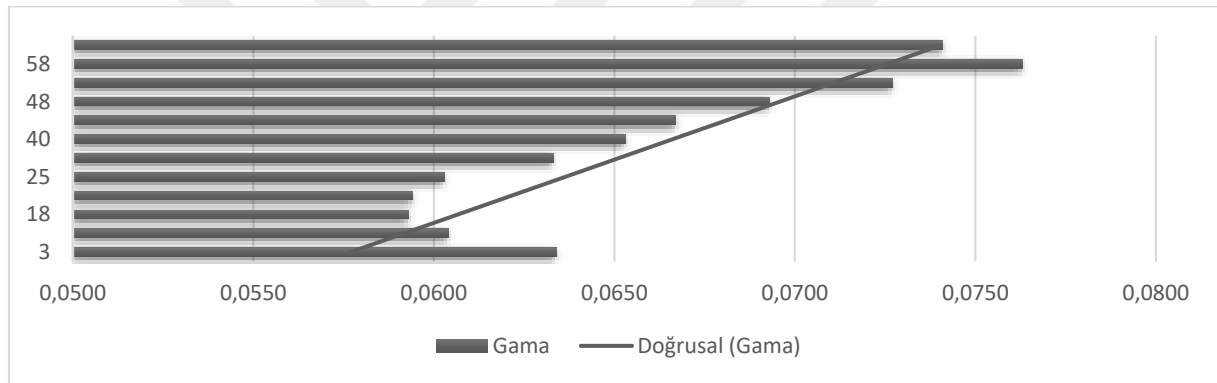
$y_t = 3\,154,0296 - 432,1441t + 296\,326,3562 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0763(t-0,7387T)}}$	$\gamma = 0,0763$
$varyans = 6\,799\,881,1604$	$\tau = 0,7387$
<i>tahmin edilen zirve vaka sayısı</i>	<i>zirve noktası için kalan gün</i>
$= 299\,480$	$= 58 \text{ gün}$

Model sonucuna göre, birinci dalganın tepe noktasındaki kümülatif vaka sayısı 299 480'dir (3 154 + 296 326) ve bu öngörü vaka sayısı 58 gün önceden tespit edilmiştir. Gerçekleşen ve öngörü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.11'de gösterilmektedir.



Şekil 5.11. Birleşik Krallık LST öngörüsü ve kümülatif vaka (15 Mayıs 2020)

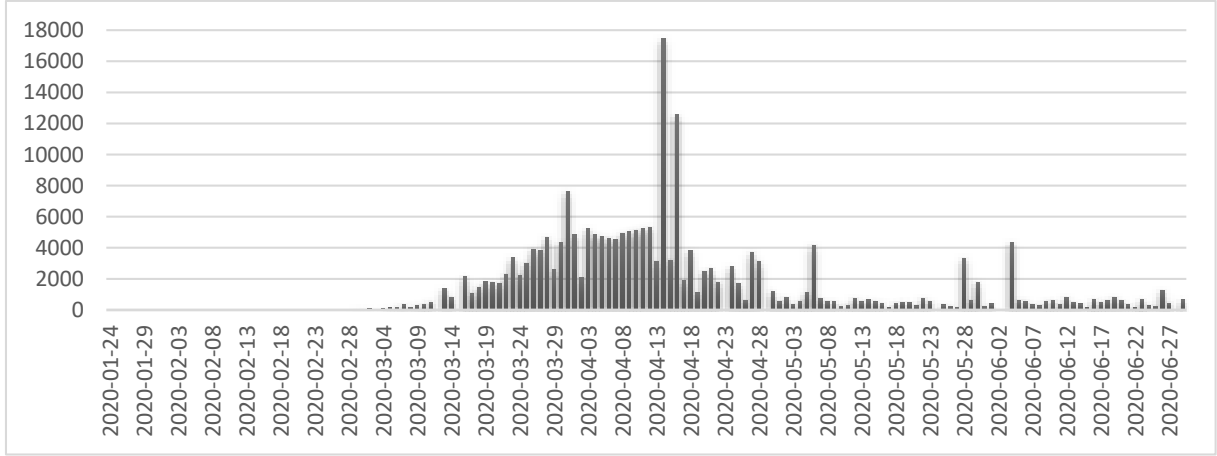
Birleşik Krallığın 31 Ocak-12 Temmuz 2020 tarihleri arası için elde edilen gama değerlerine ait şekil aşağıda gösterilmiştir. Burada, beklendiği üzere bulaşma oranı, tepe noktasına yaklaştıkça azalmaktadır.



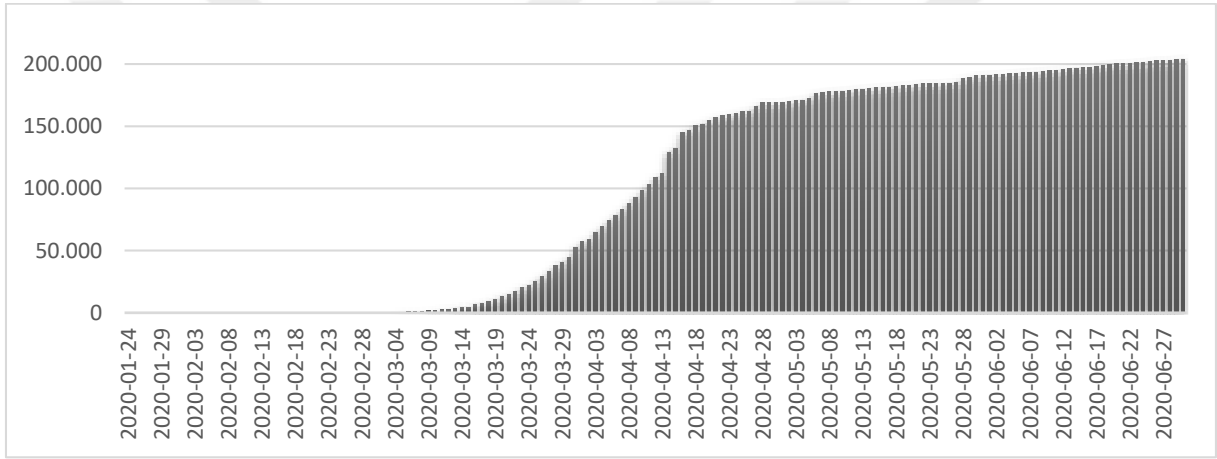
Şekil 5.12. Birleşik Krallık gama değerleri

5.1.4. Fransa Birinci Dalga Simülasyonu

Fransa'da Covid-19 vakası ilk defa 24 Ocak 2020 tarihinde kaydedilmiş olup birinci dalga 27 Haziran 2020 tarihine kadar ki süreci kapsamaktadır. Birinci dalgaya ait vaka ve kümülatif vakaları Şekil 5.13 ve Şekil 5.14'te gösterilmektedir. Birinci dalgada hızlı yükseliş Şekil 5.14'te görüldüğü üzere 14 Mart 2020 tarihinde başlamaktadır. Bu dalgaya ait tepe noktasının vaka sayısına 27 Haziran 2020'de 203 482 vaka ile ulaşılmıştır.



Şekil 5.13. Fransa birinci dalga günlük vaka



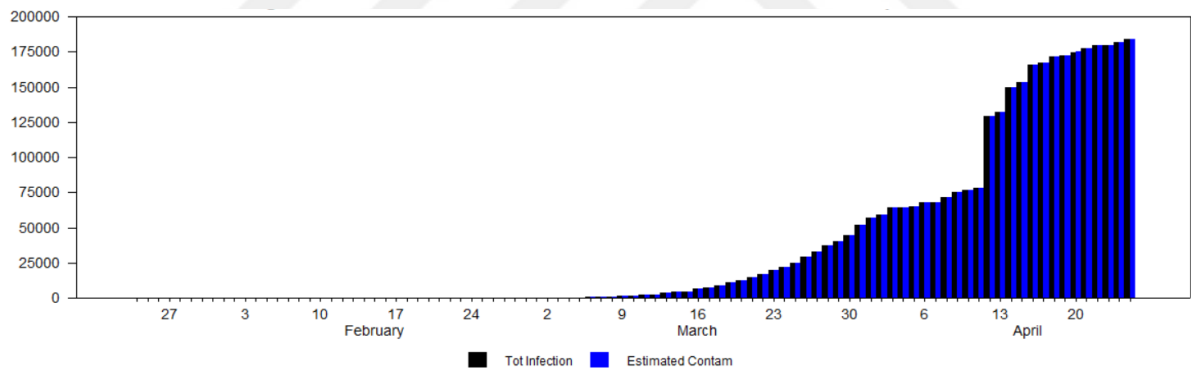
Şekil 5.14. Fransa birinci dalga kümülatif vaka

Fransa birinci dalga simülasyonları Model A için 25 Nisan 2020'den; Model B için 13 Mayıs 2020'den; Model C için 12 Mayıs 2020'den itibaren anlamlı sonuçlar vermektedir. Bu simülasyon sonuçları Ek Çizelge 4'te sunulmaktadır. Model B'nin negatif kümülatif vaka değerleri verdiği ve pozitif olan değerler için gerçekleşen kümülatif vaka sayısının hayli altında kalmış olması; Model C'nin de Model A'ya göre çok daha geç gerçeğe yakın sonuçlar vermesi sebebiyle tercih edilmemiştir. Birinci dalga tepe noktasındaki gerçekleşen 203 482 vaka sayısını en erken model A, 25 Nisan 2020 tarihinde öngörebilmektedir. 25 Nisan 2020 tarihli Model A çıktıları aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5.5. Fransa Model A sonuçları

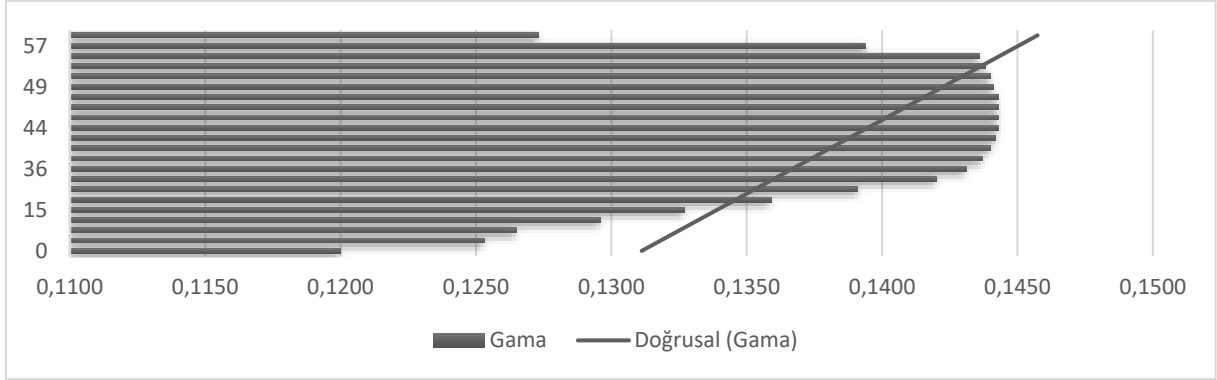
$y_t = -121,87 + 231\,084,43 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,1273(t-0,8564T)}}$	$\gamma = 0,1273$
$varyans = 52\,988\,842,52$	$\tau = 0,8564$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 63\ gün$
$= 230\,963$	

Model sonuçlarına göre öngörülen zirve kümülatif vaka sayısı 230 963'tür (231 084 – 121) ve bu öngörü, gerçekleşme tarihinden 63 gün önceden sağlanmaktadır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.15'te gösterilmektedir.



Şekil 5.15. Fransa LST öngörüsü ve kümülatif vaka (25 Nisan 2020)

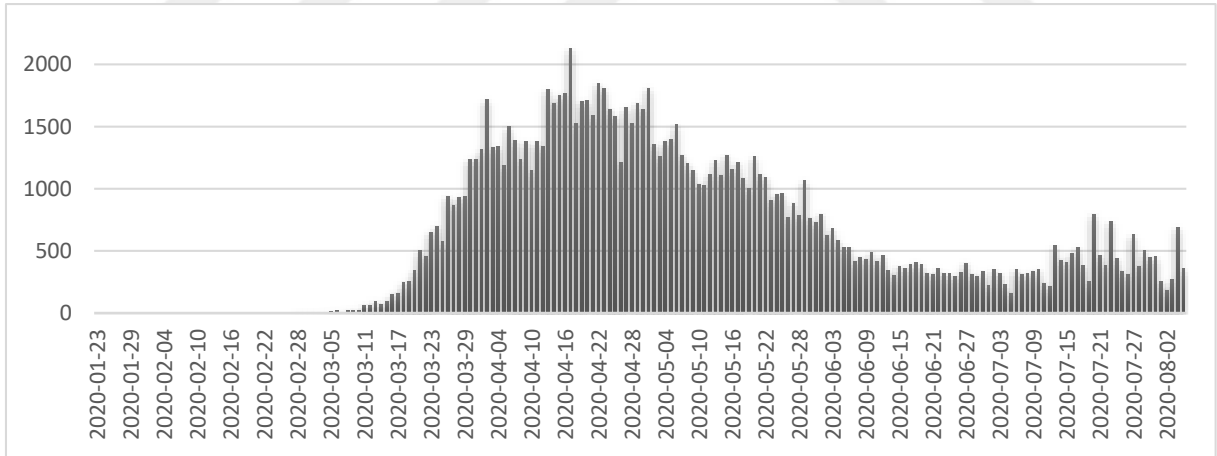
Fransa'nın 24 Ocak ile 27 Haziran 2020 tarihleri arası için sağlanan simülasyon sonuçlarına göre oluşturulan gama şekli aşağıda verilmektedir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmaktadır.



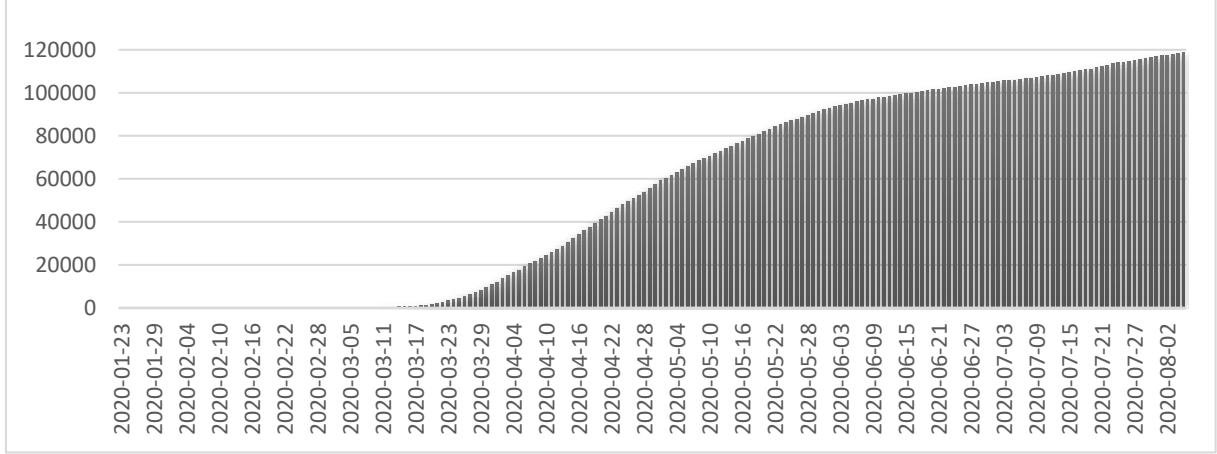
Şekil 5.16. Fransa gama değerleri

5.1.5. Kanada Birinci Dalga Simülasyonu

Kanada’da ilk Covid-19 vakası 23 Ocak 2020 tarihinde açıklanmıştır. Bu vaka ile birinci dalga 23 Ocak 2020 tarihinde başlamış olup, 5 Ağustos 2020’ye kadar devam etmiştir. Birinci dalgaya ait vaka ve kümülatif vakaları Şekil 5.17 ve Şekil 5.18’de gösterilmekte olup, hızlı yükseliş Şekil 5.18’de görüldüğü üzere 23 Mart itibariyle başlamıştır. Kanada, birinci dalganın sonunda, 118 638 vaka ile en yüksek kümülatif vaka sayısına ulaşmıştır.



Şekil 5.17. Kanada birinci dalga günlük vaka



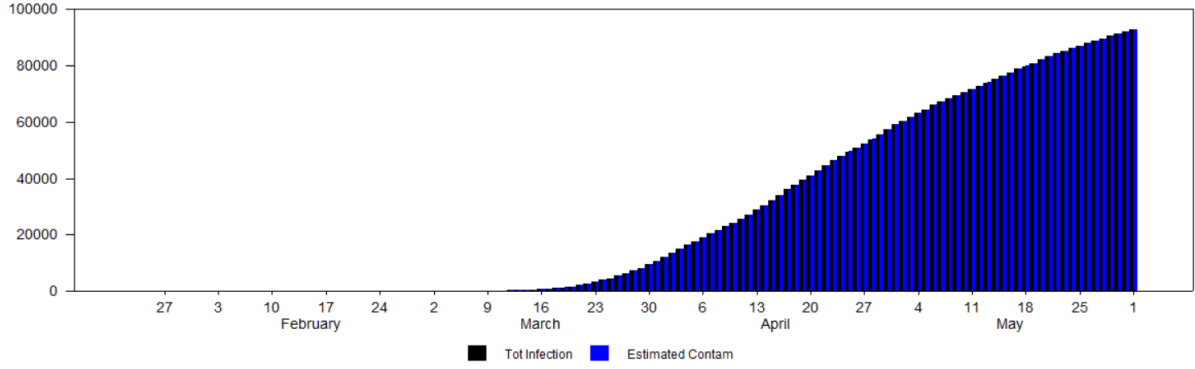
Şekil 5.18. Kanada birinci dalga kümülatif vaka

Model A için 1 Nisan 2020'den; model B için 26 Mayıs 2020'den itibaren anlamlı sonuçlar elde edilmesine karşı model C'de anlamlı sonuçlar elde edilememektedir. Model A'ya ait öngörülerin hayli düşük kalması sebebiyle Model B tercih edilmiştir. Model B'ye ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 5'te bulunmaktadır. 5 Ağustos 2020 tarihinde gerçekleşen 118 638 kümülatif vaka sayısı model B ile 1 Haziran 2020 tarihinde yakalanmaktadır. Model B çıktıları şu şekildedir:

Çizelge 5.6. Kanada Model B sonuçları

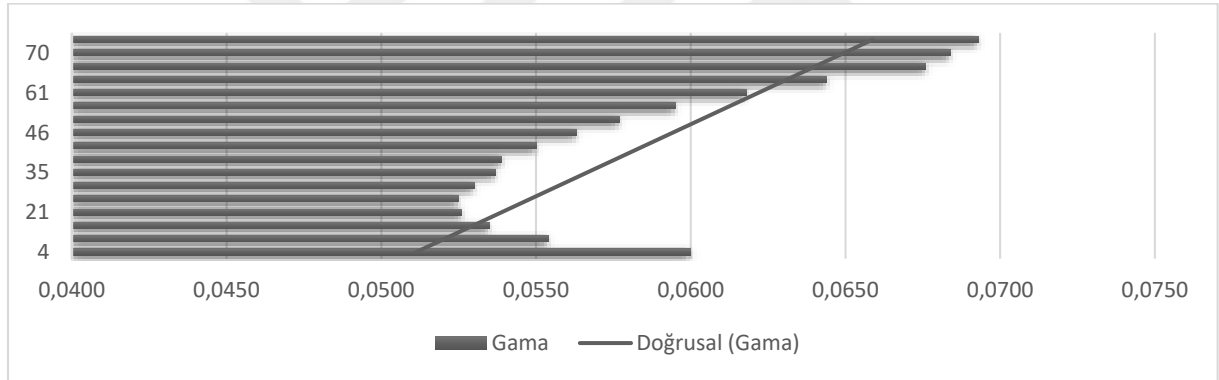
$y_t = 1\,387,87 - 155,26t + 118\,457,98 S_t(\gamma, \tau)$	
$S(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,6442(t-0,7082T)}}$	$\gamma = 0,6442$
$\text{varyans} = 1\,356\,347,6889$	$\tau = 0,7082$
$\text{tahmin edilen zirve vaka sayısı} \\ = 119\,844$	$\text{zirve noktası için kalan gün} = 65 \text{ gün}$

Model B sonuçlarına göre zirve vaka sayısı 119 844'tür (1 387 + 118 457). Bu öngörü vaka sayısı, gerçekleşme tarihinden 65 gün önceden $\tau = 0,7082$ eşik değeri ile sağlamaktadır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.19'da gösterilmektedir.



Şekil 5.19. Kanada LST öngörüsü ve kümülatif vaka (1 Haziran 2020)

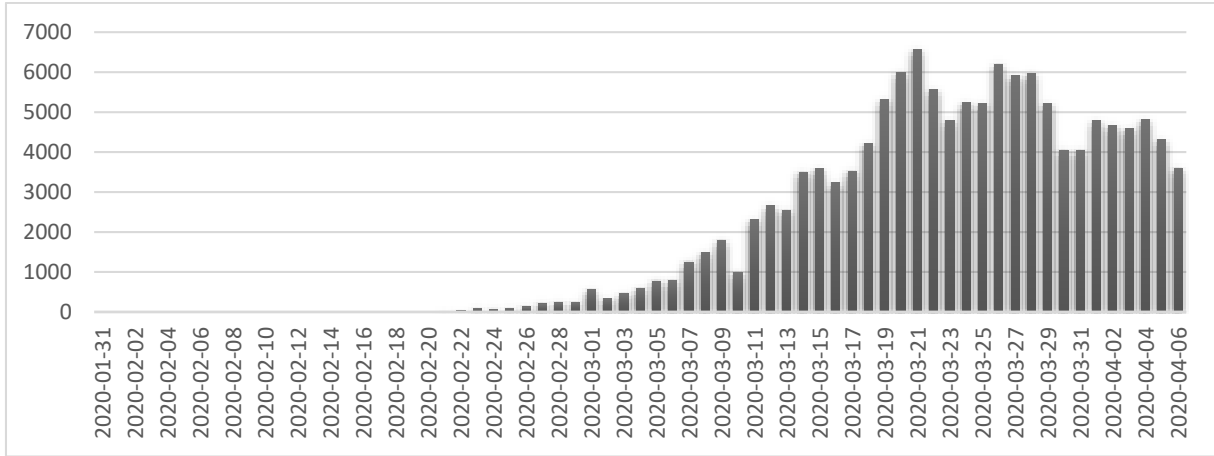
Kanada'nın bulaşma hızına göre, 23 Ocak - 5 Ağustos 2020 tarihleri arası için sağlanan simülasyon sonuçlarına göre oluşan gama davranış şekli aşağıda gösterilmektedir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmaktadır. Bu o dönem için bağışıklığın kazanıldığını göstermektedir.



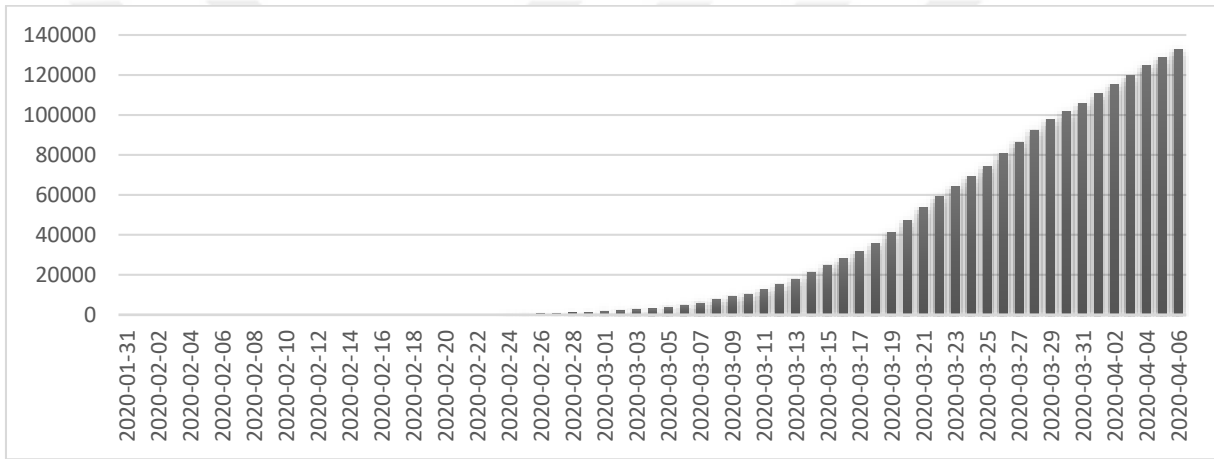
Şekil 5.20. Kanada gama değerleri

5.1.6. İtalya Birinci Dalga Simülasyonu

İtalya, ilk Covid-19 vakasını 31 Ocak 2020'de duyurmuş olup birinci dalga verisi 31 Ocak - 4 Haziran 2020 tarihlerini kapsamaktadır. Günlük ve kümülatif vakalara ait grafikler Şekil 5.21'de ve Şekil 5.22'de verilmektedir. Hızlı yükselişin 5 Mart 2020'de başladığı Şekil 5.22'de gösterilmektedir. İtalya, birinci dalgaya ait tepe noktasına 4 Haziran 2020'de 234 013 vaka ile ulaşmıştır.



Şekil 5.21. İtalya birinci dalga günlük vaka



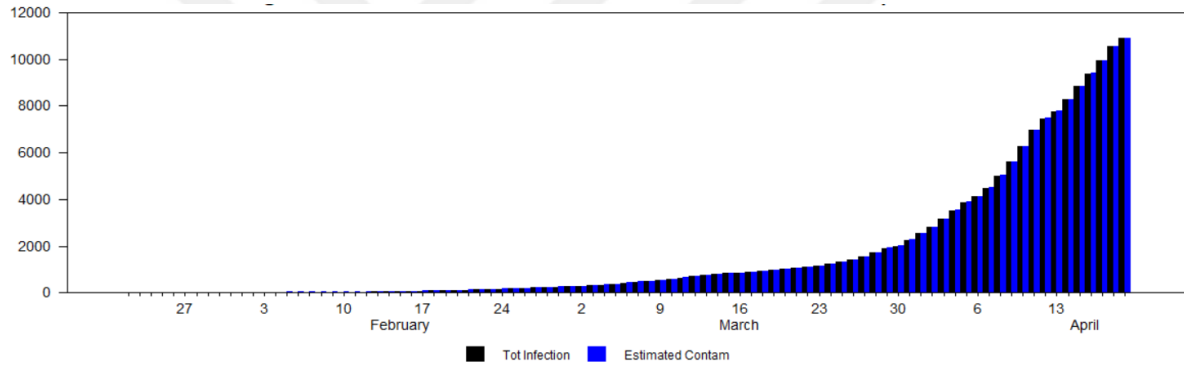
Şekil 5.22. İtalya birinci dalga kümülatif vaka

Model A, B ve C için sağlanan simülasyon sonuçları Ek Çizelge 6’da verilmektedir. Buna göre, gerçekleşen 234 013 tepe vaka sayısı en erken Model B ile 23 Nisan 2020 tarihinde öngörülebilmektedir. Buna göre Model B çıktıları Çizelge 5.7’de verilmektedir.

Model A’nın hayli düşük, Model C’nin ise yoğunlukla negatif değerleri vermesinin aksine Model B ile gerçekleşen vaka sayısının öngören sonuçlar sağlamıştır. Model B çıktı sonuçlarına göre öngörülen tepe vaka sayısı 240 615 ($2\,555 + 238\,060$) olup, bu öngörü değeri gerçekleşme tarihinden 42 gün önce sağlanmıştır. Burada eşik değeri $\tau = 0,7054$ olarak elde edilmiştir. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.23’te gösterilmektedir.

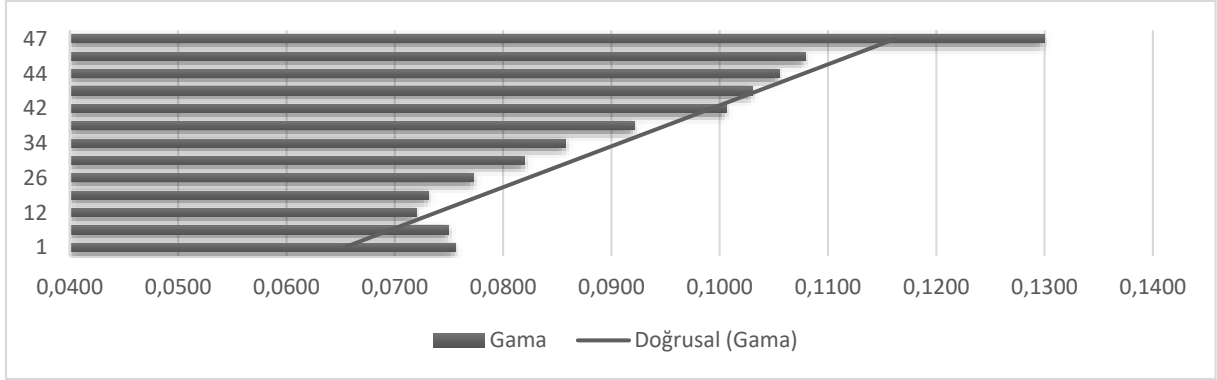
Çizelge 5.7. İtalya Model B sonuçları

$y_t = 2\,555,51 - 462,29t + 238\,060,93 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,1006(t-0,70546T)}}$	$\gamma = 0,1006$
$varyans = 6\,930\,922,3030$	$\tau = 0,70546$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün$
$= 240\,615$	$= 42\ gün$



Şekil 5.23. İtalya LST öngörüsü ve kümülatif vaka (23 Nisan 2020)

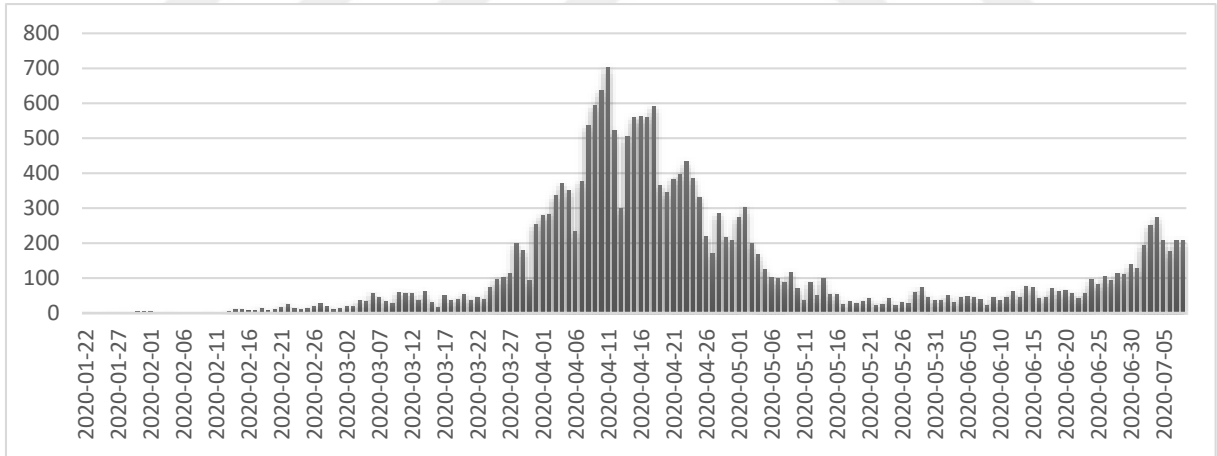
İtalya'nın 31 Ocak - 4 Haziran 2020 arası simülasyon sonuçlarına göre elde edilen bulaşma hızına ait gama davranış grafiği Şekil 5.24'te gösterilmektedir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir. Bu durum, trend eğrisinde de açıkça görülmektedir. Bağışıklığın bu dalga için giderek kazanıldığını anlamına gelmektedir.



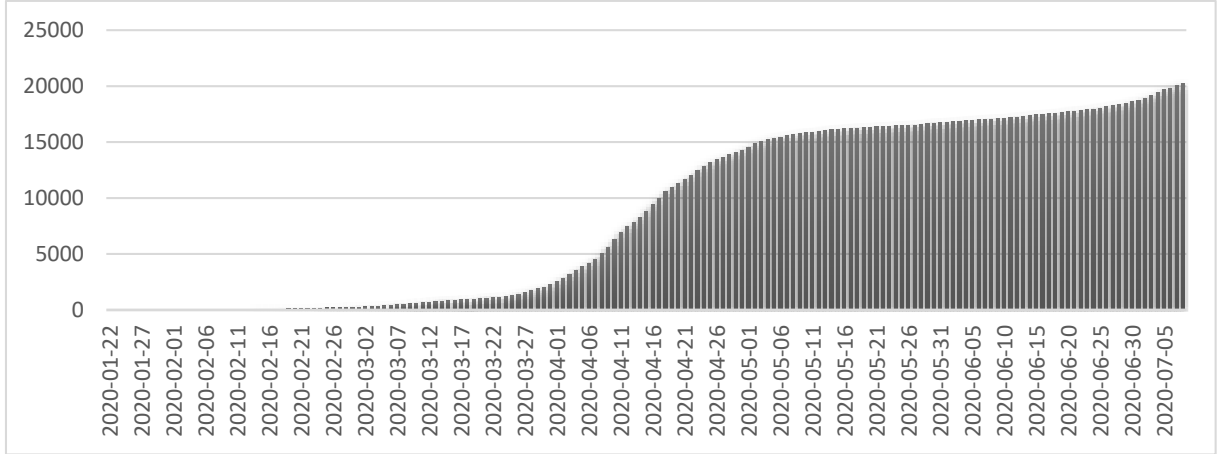
Şekil 5.24. İtalya gama değerleri

5.1.7. Japonya Birinci Dalga Simülasyonu

Japonya, ilk Covid-19 vakasını 22 Ocak 2020 tarihinde açıklamıştır. Japonya'nın birinci dalgası 22 Ocak 2020 – 8 Temmuz 2020 tarihlerini kapsamakta olup günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.25 ve Şekil 5.26'da gösterilmektedir. Dalganın hızlı yükselişi Şekil 5.26'da gösterildiği üzere 12 Mart 2020 tarihinde başlamıştır. Bu dalganın sonunda ulaşılan tepe noktasındaki maksimum vaka sayısı 20 249'dur.



Şekil 5.25. Japonya birinci dalga günlük vaka



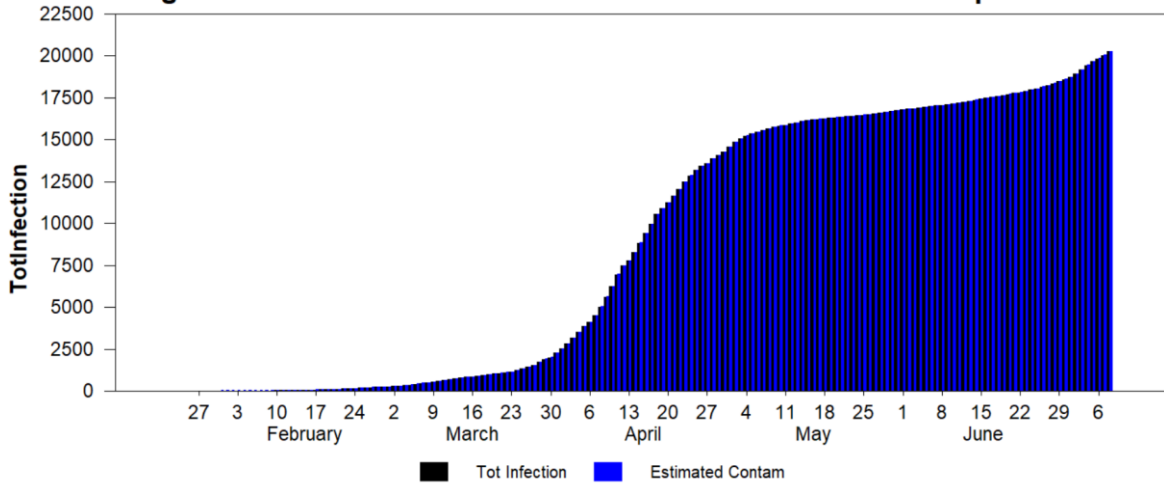
Şekil 5.26. Japonya birinci dalga kümülatif vaka

Japonya birinci dalga simülasyon çalışmalarında Model A ve C için anlamlı sonuçlar elde edilmesine karşın, Model B için negatif sonuçlar sebebiyle sağlanmamıştır. Gerçekleşen 20 249 kümülatif vaka sayısının öngörüsünde Model C hayli düşük öngörülerde bulunmuş olup, gerçeğe yakın öngörüler Model A ile sağlanmıştır. Model simülasyon sonuçları Ek Çizelge 7’de bulunmaktadır. Model A ile 8 Temmuz 2020’de gerçekleşecek tepe değerine en yakın öngörü, 19 Nisan 2020’de sağlanmaktadır. Buna göre model A çıktıları aşağıda Çizelge 5.8’de sunulmuştur.

Çizelge 5.8. Japonya birinci dalga için Model A sonuçları

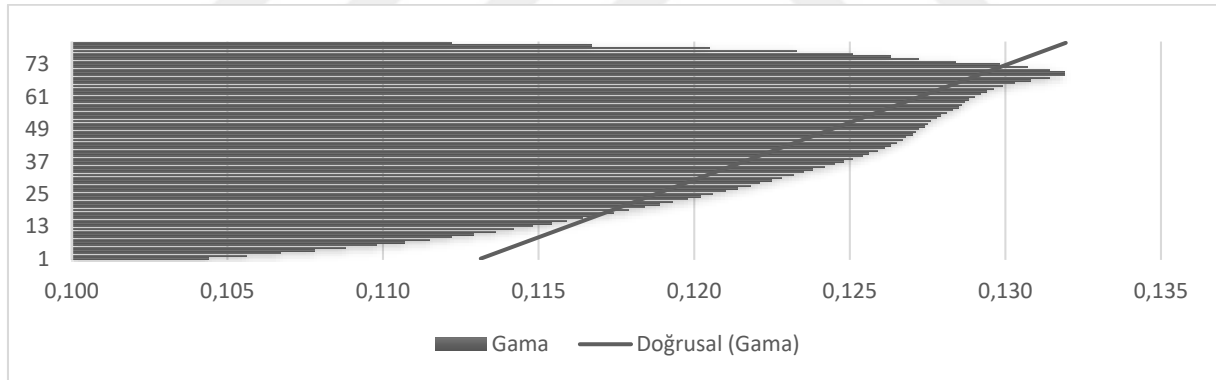
$y_t = 109,90 + 21\,949,03 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,1122(t-0,9978T)}}$	$\gamma = 0,1122$
$varyans = 22\,260,0452$	$\tau = 0,99784$
$\text{tahmin edilen zirve vaka sayısı} \\ = 22\,058$	$\text{zirve noktası için kalan gün} = 80 \text{ gün}$

Model sonuçlarına göre öngörülen zirve vaka sayısı 22 058’dir ($109 + 21\,949$) ve bu öngörü, gerçekleşen 20 249 vaka sayısını, $\tau = 0,9978$ eşik değeri ile 80 gün önce sağlanmıştır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.27’de gösterilmektedir.



Şekil 5.27. Japonya birinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (19 Nisan 2020)

Japonya'nın birinci dalga dönemindeki (22 Ocak 2020 – 8 Temmuz 2020) bulaşma hızına göre, elde edilen gama davranış şekli aşağıda verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir. Bu durum, o dönem için giderek bağışıklığın kazanıldığını anlamına gelmektedir.

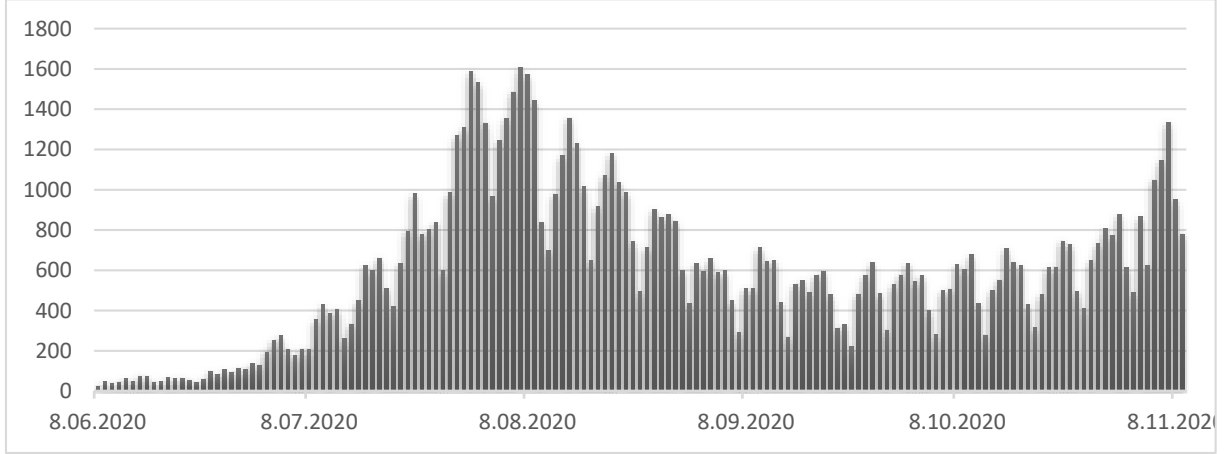


Şekil 5.28. Japonya birinci dalga gama değerleri

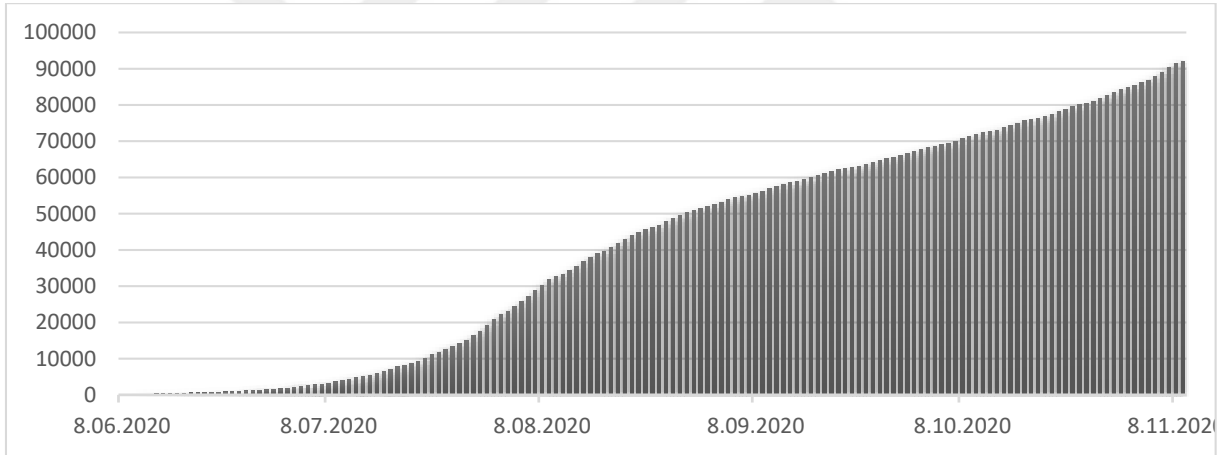
5.1.8. Japonya İkinci Dalga Simülasyonu

Japonya'ya ait birinci dalga simülasyonu 22 Ocak 2020 – 8 Temmuz 2020 tarihleri arasında kapsamaktadır. Dalgalar arası geçişler çok net olmadığı için, ikinci dalga simülasyonunda başlangıç 8 Haziran 2020 olarak ele alınmış ve 21 Ekim 2020'ye kadar devam ettirilmiştir. Bu dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.29 ve Şekil 5.30'da gösterilmektedir. İkinci dalganın hızlı yükselişinin birinci dalga simülasyonunda tutarlı sonuçlar veren 8 Temmuz 2020'den sonra olduğu açıkça görülmektedir. Bu dalganın sonuncunda ulaşılan tepe noktasındaki vaka sayısı, 94 497'dir. Burada önemli olan bir diğer nokta ise,

simülasyonlarda kümülatif vaka sayısı 8 Haziran 2020 tarihin öncesini kapsamamakta olup, başlangıç noktası bu tarih olacak şekilde ele alınmıştır.



Şekil 5.29. Japonya ikinci dalga günlük vaka



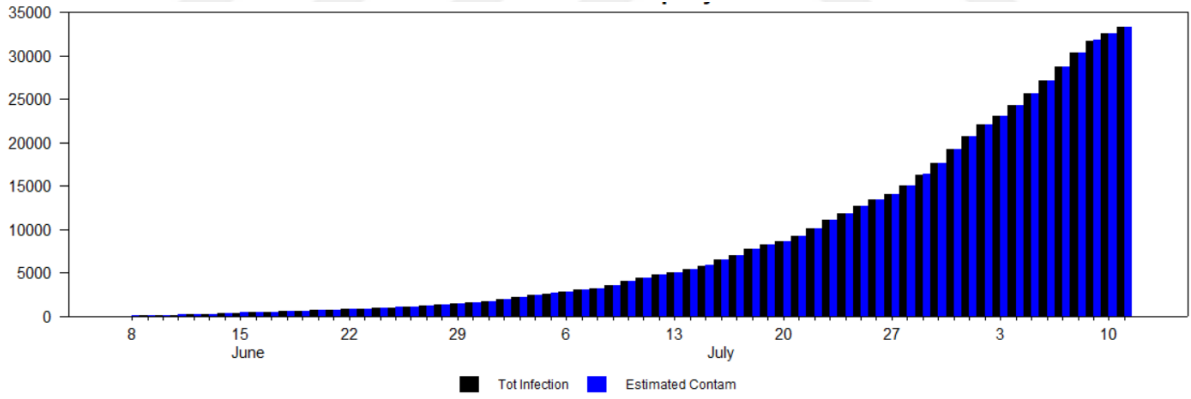
Şekil 5.30. Japonya ikinci dalga kümülatif vaka

Japonya ikinci dalga simülasyonlarında, tıpkı birinci dalgada olduğu gibi Model A ile anlamlı sonuçlar elde edilebilmektedir. Modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 8’de bulunmaktadır. 21 Ekim 2020 tarihinde gerçekleşen 94 497 kümülatif vaka tepe noktasını, en erken ve en yakın 11 Ağustos 2020 tarihinde yapılan simülasyon ile sağlanmaktadır. Buna göre Model A çıktıları aşağıdaki gibidir.

Çizelge 5.9. Japonya ikinci dalga için Model A sonuçları

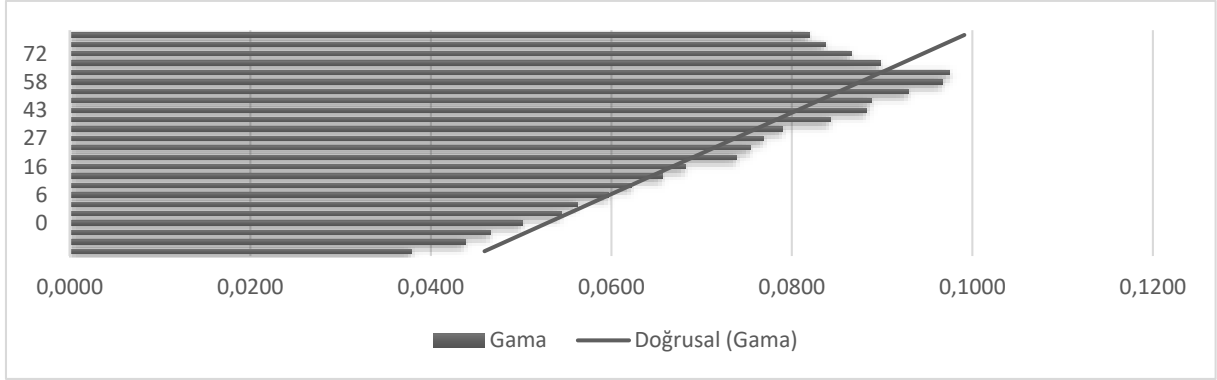
$y_t = -43,78 + 63\,982,16 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0898(t-0,9761T)}}$	$\gamma = 0,0898$
$varyans = 50\,955,7134$	$\tau = 0,9761$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 71\ gün$
$= 63\,939$	

Model sonuçlarına göre, öngörüsü sağlanan tepe noktası vaka sayısı 63 939'dur ($-43 + 63\,982$) ve bu öngörü gerçekleşme tarihinden 71 gün önce, $\tau = 0,9761$ eşik değeri ile elde edilmiştir. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.31'de gösterilmektedir.



Şekil 5.31. Japonya ikinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (11 Ağustos 2020)

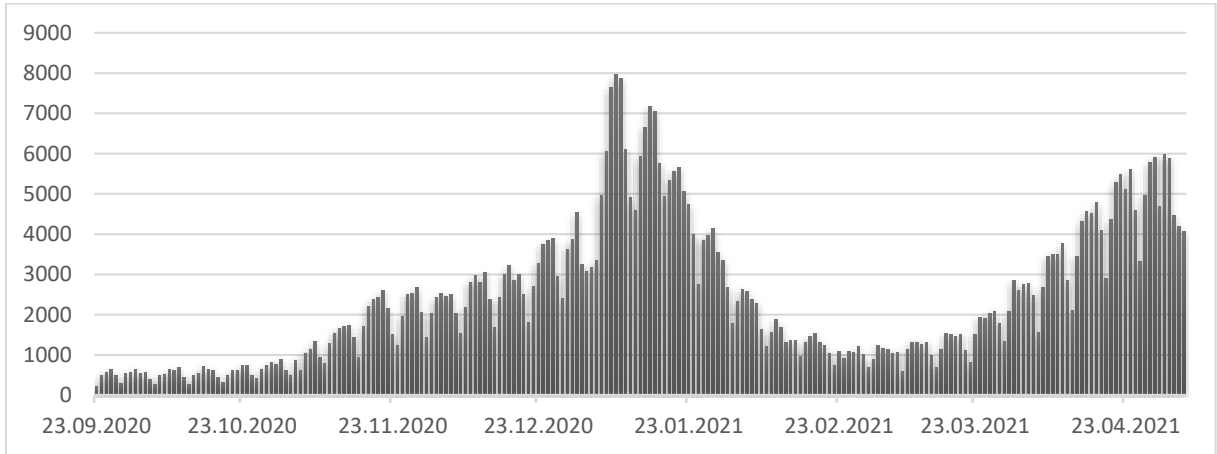
Japonya'nın ikinci dalga dönemindeki 22 Ocak 2020 – 8 Temmuz 2020 tarihleri arası için elde edilen simülasyon sonuçlarına göre, gama davranış grafik aşağıda verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir. İkinci dalga için giderek bağışıklığın kazanıldığını anlamına gelmektedir.



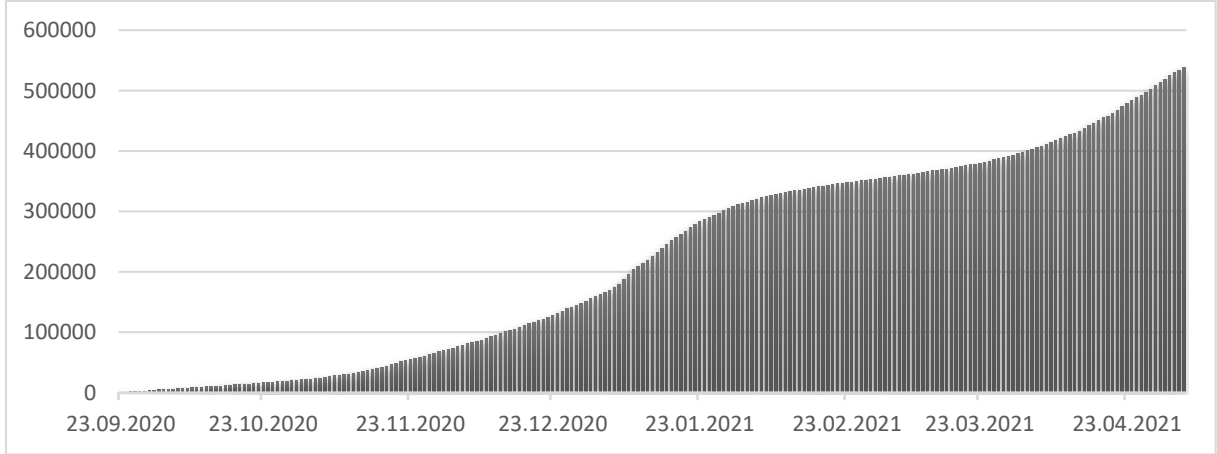
Şekil 5.32. Japonya ikinci dalga gama değerleri

5.1.9. Japonya Üçüncü Dalga Simülasyonu

Japonya'nın ikinci dalga uygulaması 8 Haziran – 21 Ekim 2020 tarihlerinin kapsamaktadır. Üçüncü dalga, 23 Eylül 2020 tarihinden itibaren başlatılmış olup 28 Nisan 2021 tarihine kadar devam etmektedir. Üçüncü dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.33 ve Şekil 5.34'te gösterilmektedir. Modelin, hızlı yükselişi ikinci dalganın bitişi ile tutarlı olacak şekilde 21 Ekim 2020'den sonra başladığı görülmektedir. Japonya'nın üçüncü dalgasına ait tepe noktasındaki vaka sayısı 508 311'dir. Kümülatif vaka sayısı, 23 Eylül 2020'den önceki vakalarını kapsamamakta olup, bu tarih başlangıç kabul edilmiştir.



Şekil 5.33. Japonya üçüncü dalga günlük vaka



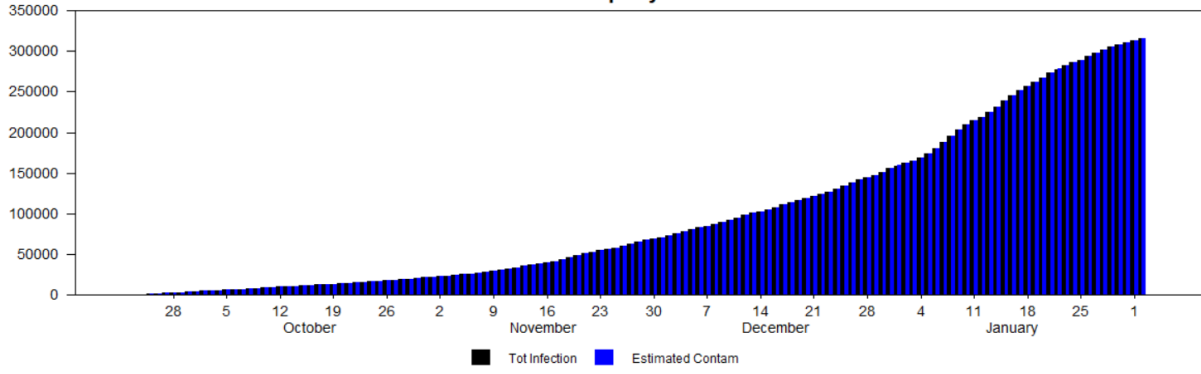
Şekil 5.34. Japonya üçüncü dalga kümülatif vaka

Japonya üçüncü dalga öngörü simülasyonlarında Model A ile $\tau < 1$ olduğu noktadan itibaren, pozitif ve gerçekleşen kümülatif vaka sayısını yakalayabilen anlamlı sonuçlar elde edilebilmiştir. Bütün modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 9’da bulunmaktadır. Bu dalga da 28 Nisan 2020 tarihli tepe değerini, yani 508 311 kümülatif vaka sayını Model A ile 2 Şubat 2021 tarihli sonuçlarla elde edilebilmektedir. Model A’ya ait sonuçlar Çizelge 5.10’da sunulmaktadır.

Çizelge 5.10. Japonya üçüncü dalga için Model A sonuçları

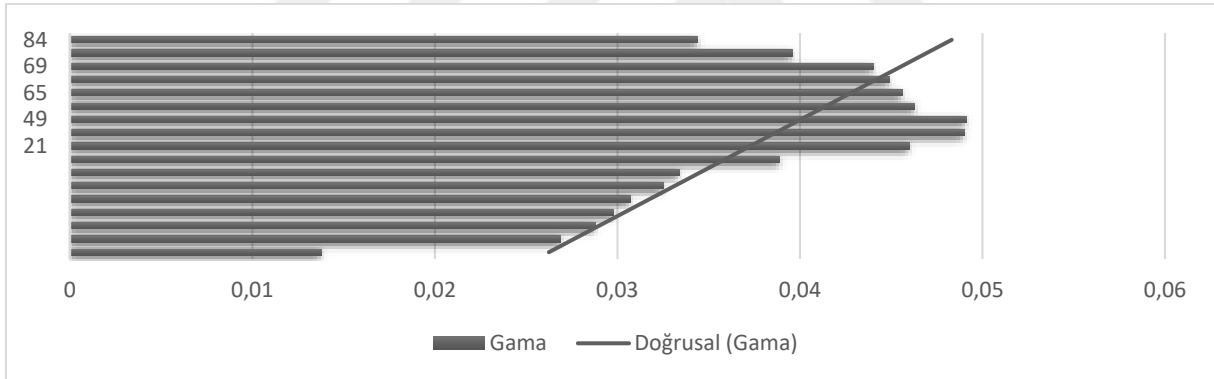
$y_t = -5\,671,55 + 655\,875,30 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0335(t-0,9907T)}}$	$\gamma = 0,0335$
$varyans = 17\,147\,633,3895$	$\tau = 0,9907$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 85\ gün$
$= 650\,204$	

Model sonuçlarına göre öngörülen zirve vaka sayısı 650 204 ($-5\,671 + 655\,875$) olup, öngörü değeri gerçekleşen vaka sayısından 85 gün önce öngörülmüştür. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.35’te gösterilmektedir.



Şekil 5.35. Japonya üçüncü dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (2 Şubat 2021)

Japonya'nın 8 Haziran – 21 Ekim 2020 tarihleri arasında kabul edilen üçüncü dalga dönemindeki bulaşma hızına göre, elde edilen gama davranış grafiği Şekil 5.36'da verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir. Bu durum, o dönem için giderek bağışıklığın kazanıldığı anlamına gelmektedir.

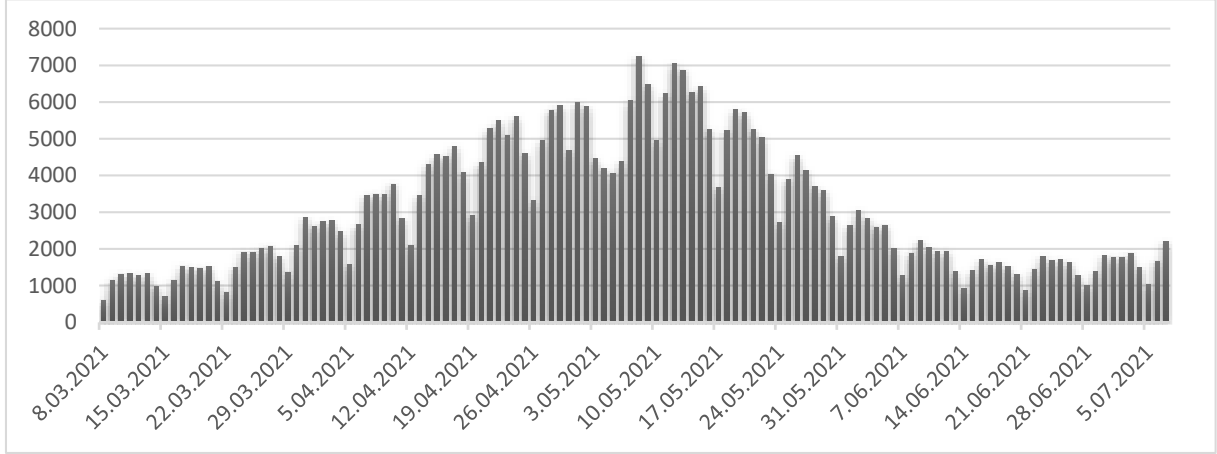


Şekil 5.36. Japonya üçüncü dalga gama değerleri

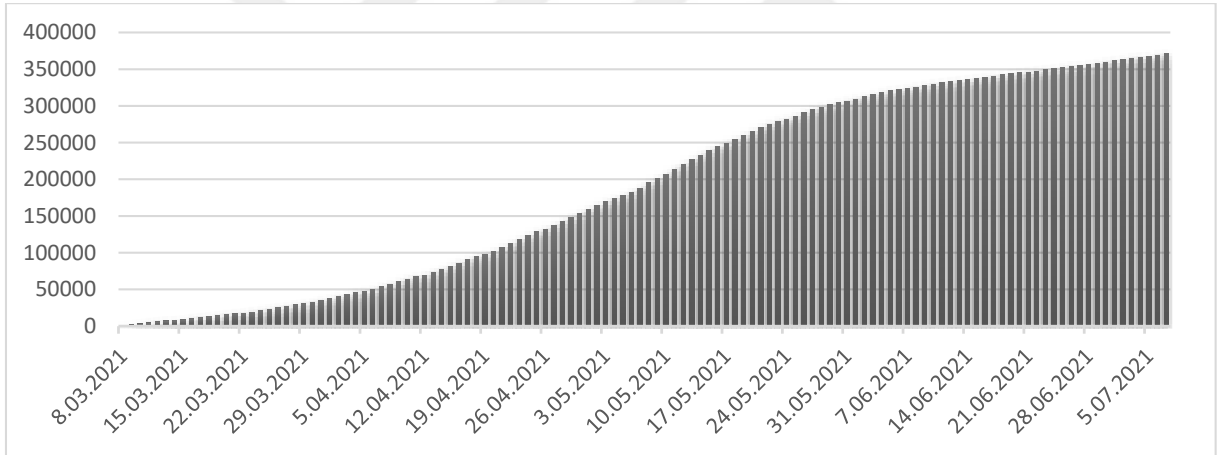
5.1.10. Japonya Dördüncü Dalga Simülasyonu

Japonya'nın üçüncü dalga simülasyonları 23 Eylül 2020 – 28 Nisan 2021 tarihleri arasında kapsamaktadır. Dördüncü dalga simülasyonları, 8 Mart 2021 tarihi ile ele alınmış olup, 2 Temmuz 2021 tarihine kadar devam ettirilmiştir. Dördüncü dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.37 ve Şekil 5.38'de verilmiştir. Şekil 5.38'de görüldüğü üzere, bu dalganın hızlı yükselişi 22 Mart 2021'den sonra başlamaktadır ki bu bir önceki dalganın bitiş tarihinden öncedir. Yani, dalgalar arası geçişin çok net olmadığı açıkça görülmektedir. Dördüncü dalga, 363 216 vaka ile tepe noktasına 2 Temmuz 2021 tarihinde ulaşmıştır.

Kümülatif vaka sayısı, 8 Mart 2021'den önceki vakaları kapsamamakta olup, bu tarih başlangıç kabul edilmiştir.



Şekil 5.37. Japonya dördüncü dalga günlük vaka



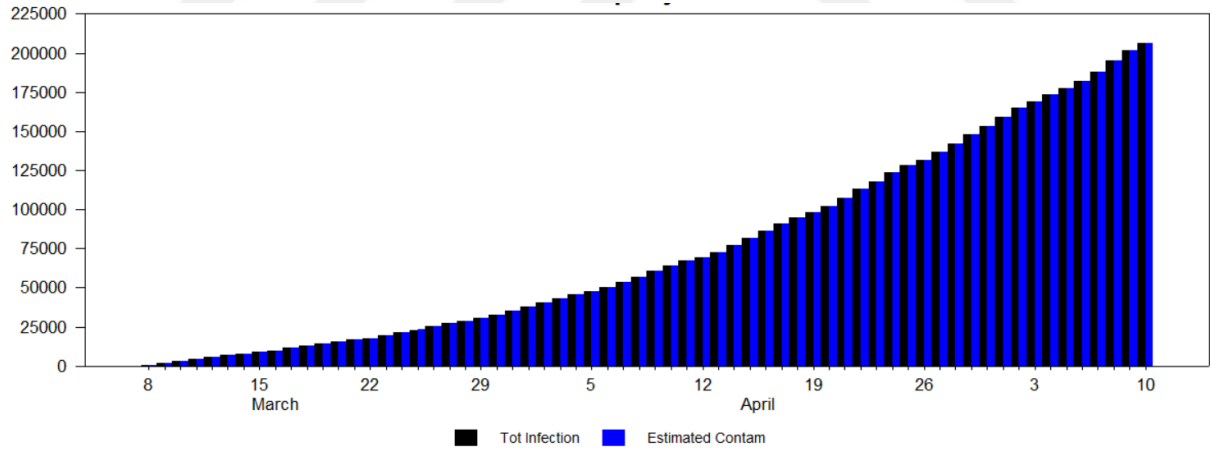
Şekil 5.38. Japonya dördüncü dalga kümülatif vaka

Japonya'ya ait dördüncü dalga simülasyon sonuçlarında Model A ile 5 Mayıs 2021'den sonra; Model B ile 31 Mayıs 2021'den sonra; Model C ile de 7 Haziran 2021'den sonra anlamlı sonuçlar elde edilebilmektedir. Modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 10'da bulunmaktadır. 363 216 kümülatif tepe vaka sayısı en erken Model A ile 10 Mayıs 2021 tarihli simülasyon sonuçlarında öngörülebilmektedir. Model A'ya ait sonuçlar Çizelge 5.11'de sunulmaktadır.

Çizelge 5.11. Japonya dördüncü dalga için Model A sonuçları

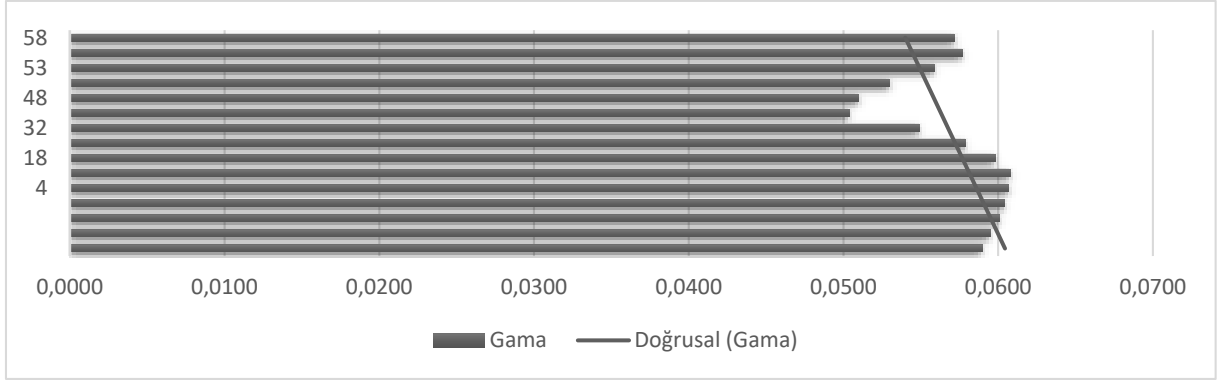
$y_t = -12\,286 + 381\,795 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0559(t-0,9205T)}}$	$\gamma = 0,0559$
$varyans = 732\,450,2248$	$\tau = 0,9205$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 53\ gün$
$= 369\,509$	

Model A çıktı sonuçlarına göre, öngörüsü sağlanan zirve vaka sayısı 369 509'dur ($-12\,286 + 381\,795$). Bu öngörü, gerçekleşme tarihinden 53 gün önce elde edilmiştir. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.39'da gösterilmektedir.



Şekil 5.39. Japonya dördüncü dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (10 Mayıs 2021)

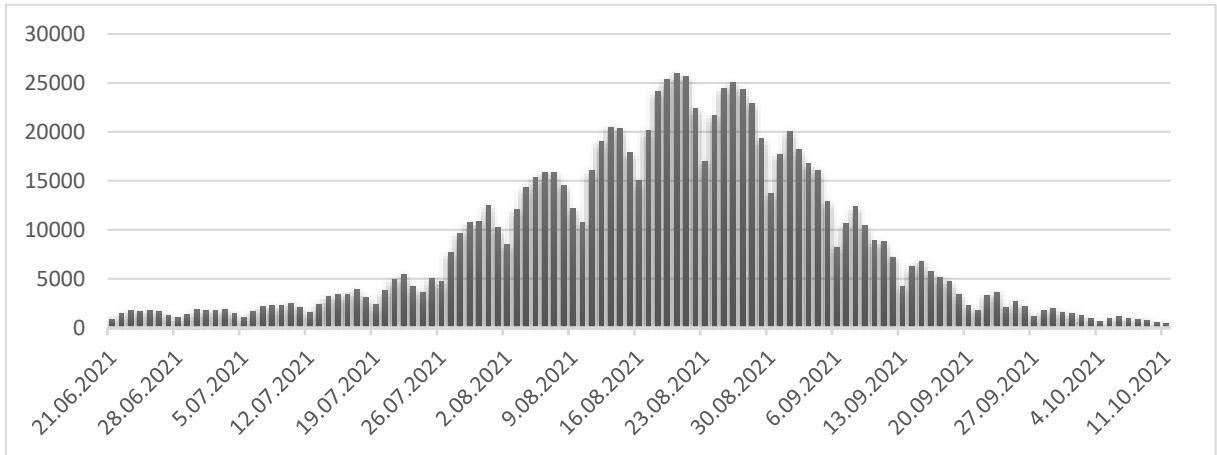
Japonya'nın dördüncü dalga dönemindeki bulaşma hızına göre elde edilen gama davranış grafik Şekil 5.40'ta verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir.



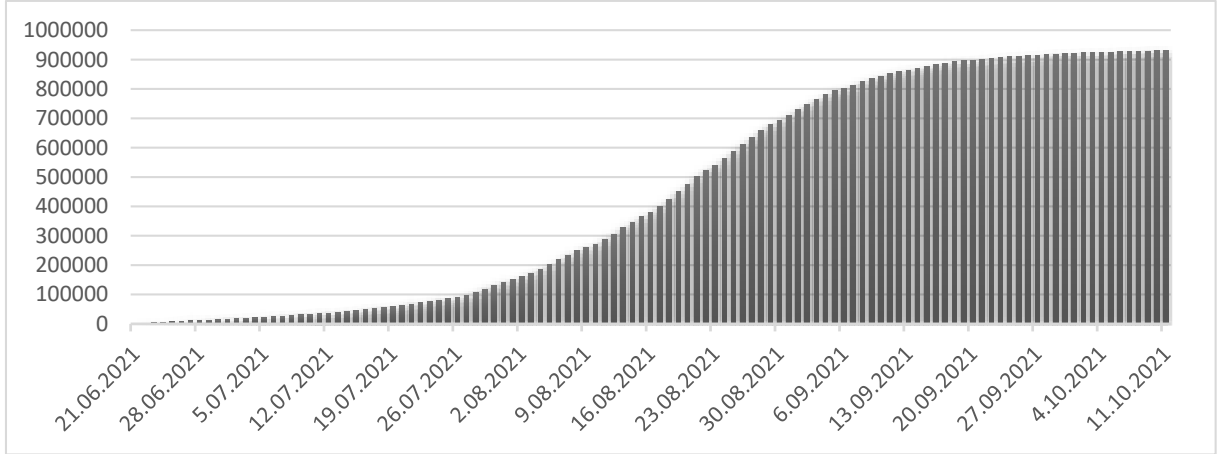
Şekil 5.40. Japonya dördüncü dalga gama değerleri

5.1.11. Japonya Beşinci Dalga Simülasyonu

Japonya'nın dördüncü dalga çalışması 8 Mart – 2 Temmuz 2021 tarihlerini kapsamaktadır. Beşinci dalga simülasyon çalışması ise 21 Haziran 2021 tarihinde başlatılmış olup, 18 Ekim 2021 tarihine kadar devam ettirilmiştir. Beşinci dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.41'de ve Şekil 5.42'de verilmiştir. Şekil 5.42'de görüldüğü üzere, bu dalganın hızlı yükselişi 5 Temmuz 2021'den sonra başlamaktadır ve bu dördüncü dalganın bitişinin hemen ardında bulunmaktadır. Beşinci dalganın tepe noktasında 933 552 vakaya ulaşılmıştır. Kümülatif vaka sayısı, 21 Haziran 2021'den önceki vakalarını kapsamamakta olup, bu tarih başlangıç kabul edilmiştir.



Şekil 5.41. Japonya beşinci dalga günlük vaka



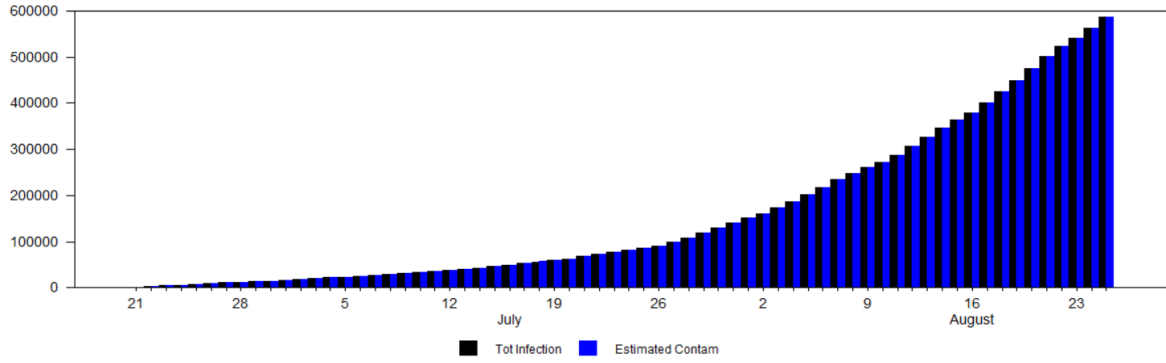
Şekil 5.42. Japonya beşinci dalga kümülatif vaka

Japonya'nın beşinci dalga simülasyon sonuçlarında Model A ile 25 Ağustos 2021 tarihinden sonra; Model B ile 14 Eylül 2021'den sonra; Model C ile 27 Eylül 2021'den sonra anlamlı sonuçlar elde edilmektedir. Modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 11'de bulunmaktadır. Gerçekleşen 933 552 kümülatif vaka sayısı, en erken model A ile 25 Ağustos 2021 tarihli simülasyon ile sağlanmaktadır. Model A'ya ait sonuçlar Çizelge 5.12'de sunulmaktadır.

Çizelge 5.12. Japonya beşinci dalga için Model A sonuçları

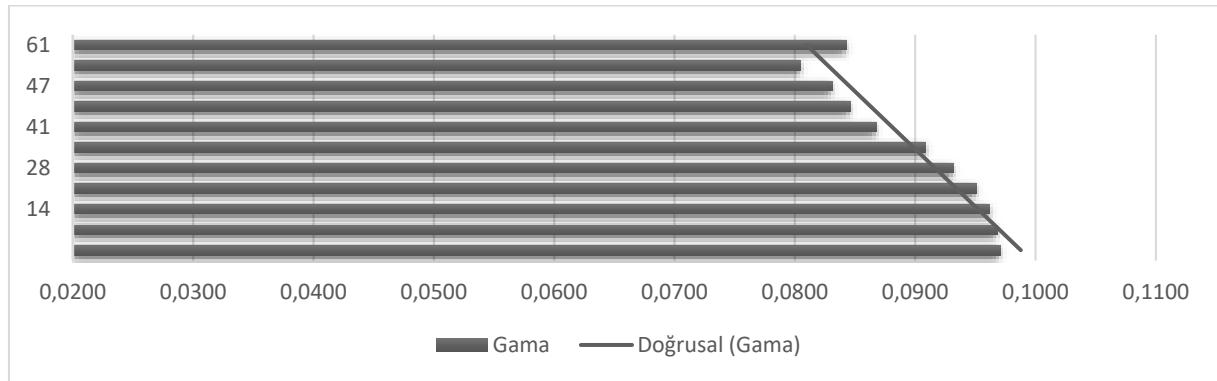
$y_t = 969,39 + 1\,158\,680,30 S_t(\gamma, \tau)$	
$S(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0804(t-0,9951\tau)}}$	$\gamma = 0,0804$
$varyans = 12\,994\,163,85$	$\tau = 0,9951$
$\text{tahmin edilen zirve vaka sayısı} \\ = 1\,159\,649$	$\text{zirve noktası için kalan gün} = 80 \text{ gün}$

Model A çıktı sonuçlarına göre, öngörüsü sağlanan zirve vaka sayısı 1 159 649 (969 + 1 158 680) olup, bu öngörü değeri 80 gün önce sağlanmıştır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.43'te gösterilmektedir.



Şekil 5.43. Japonya beşinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (25 Ağustos 2021)

Japonya'nın 8 Mart – 2 Temmuz 2021 tarihleri arası için ele alınan beşinci dalga dönemindeki simülasyon sonuçlarına göre elde edilen gama davranışı Şekil 5.44'te verilmiştir. Beklendiğinin aksine, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmamakta ve aksine giderek artmaktadır. Bu durum, Covid-19 salgınının kontrolden çıkmaya başladığı, o dalga için gerekli önlemlerin alınmadığı veya yeni bir varyanta bağlı olarak vaka sayılarının artış gösterdiği şeklinde yorumlanabilir. Bu da dalgalara ait zamanların tam olarak ayrıştırılamamasına sebep olsa da kümülatif vaka sayılarının öngörüsüne olanak sağlamaktadır.

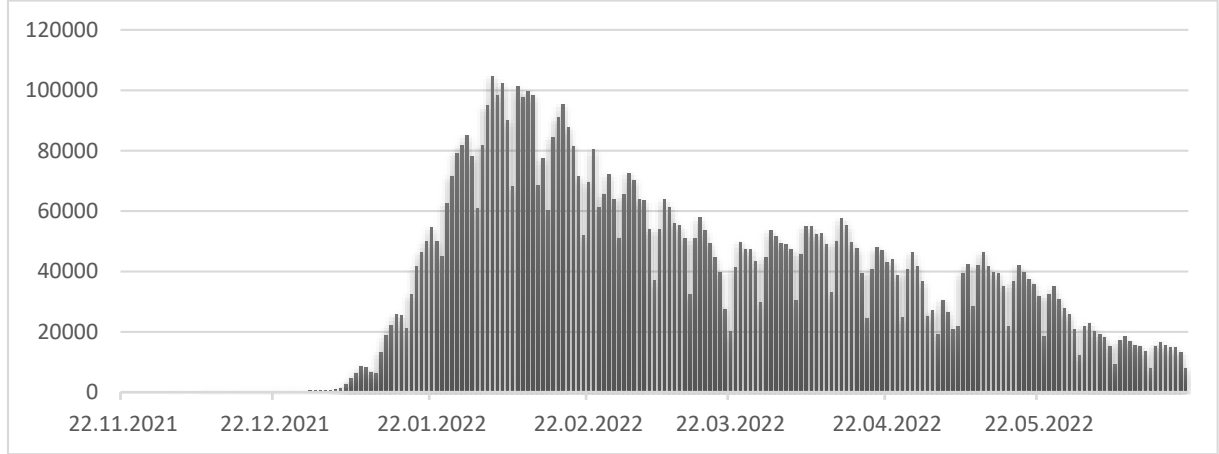


Şekil 5.44. Japonya beşinci dalga gama değerleri

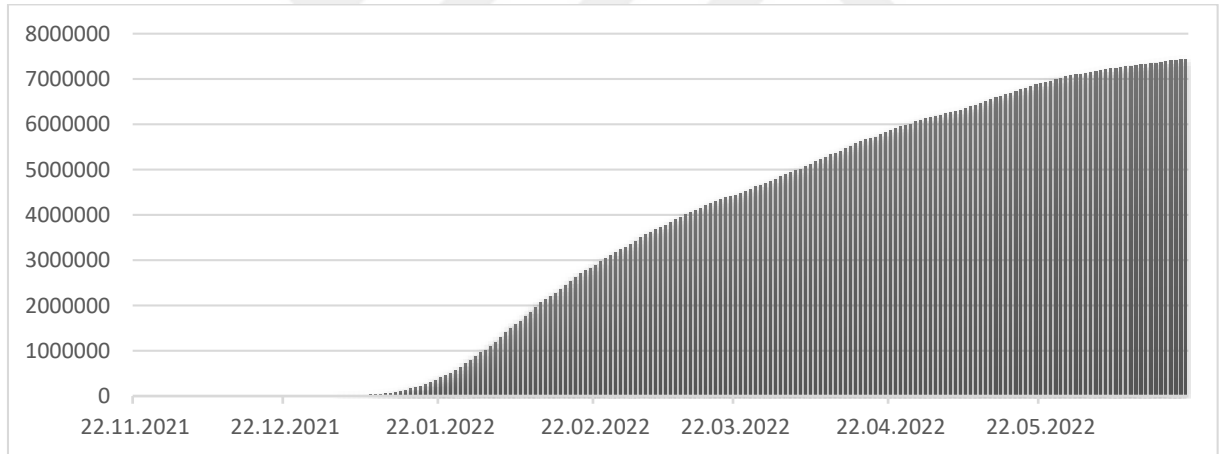
5.1.12. Japonya Altıncı Dalga Simülasyonu

Japonya'nın beşinci dalgası 21 Haziran 2021'den başlayıp 18 Ekim 2021' kadar devam etmektedir. Altıncı dalga simülasyon çalışması ise, 22 Kasım 2021'de başlamakta olup, 21 Haziran 2022'ye kadar devam etmektedir. Altıncı dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.45'te ve Şekil 5.46'da verilmiştir. Altıncı dalganın hızlı yükselişi Şekil 5.46'da görüldüğü üzere 22 Ocak 2022 başlamakta olup, bu beşinci dalganın bitişinden neredeyse 3

ay sonradır. Altıncı dalga, 7 449 974 vaka ile tepe noktasına ulaşmıştır. Kümülatif vaka sayısı, 22 Kasım 2021'den önceki vakalarını kapsamamakta olup, bu tarih başlangıç kabul edilmiştir.



Şekil 5.45. Japonya altıncı dalga günlük vaka



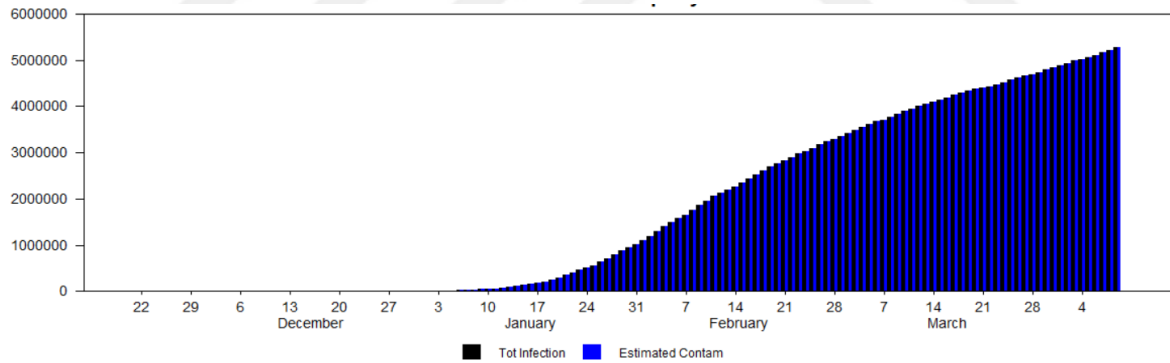
Şekil 5.46. Japonya altıncı dalga kümülatif vaka

Japonya altıncı dalga simülasyon sonuçlarında gerçekleşen 7 449 974 kümülatif vaka sayısı en erken ve en yakın Model B ile 9 Nisan 2022 tarihli sonuçlarla sağlanmaktadır. Altıncı dalgada önceki dalgalara kıyasla ilk defa Model B ile anlamlı sonuçlar sağlanmaktadır. Model A, öngörü sonuçlarında çok daha düşük kalmakla beraber, Model C anlamlı sonuçlar vermemektedir. Modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 12'de bulunmaktadır. Model B'ye ait sonuçlar Çizelge 5.13'te sunulmaktadır.

Çizelge 5.13. Japonya altıncı dalga için Model B sonuçları

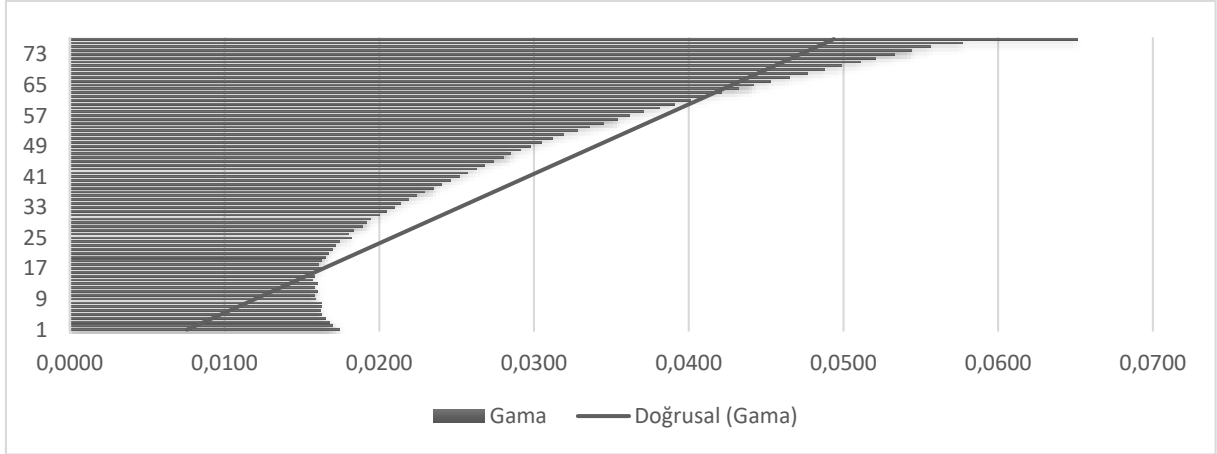
$y_t = 51\,319,7976 - 15\,503t + 7\,490\,829,0598 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0533(t-0,0693T)}}$	$\gamma = 0,0533$
$varyans = 1\,0971e + 010$	$\tau = 0,6397$
$tahmin\ edilen\ zirve\ vaka\ sayısı$	$zirve\ noktası\ için\ kalan\ gün = 73\ gün$
$= 7\,542\,148$	

Model B'ye ait çıktı sonuçlarına göre, öngörüsü sağlanan zirve vaka sayısı 7 542 148'dir (51 319 + 7 490 829) ve bu öngörü değeri, gerçekleşen değerden 73 gün önceden $\tau = 0,6397$ eşik değeri ile elde edilmiştir. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.47'de gösterilmektedir.



Şekil 5.47. Japonya altıncı dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (9 Nisan 2022)

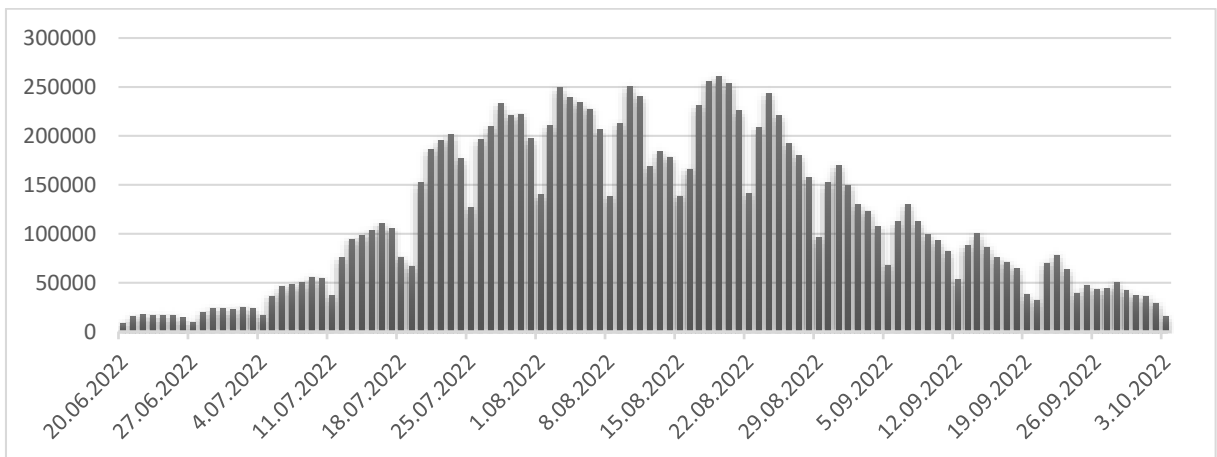
Japonya'nın 21 Haziran 2021'den başlayıp 18 Ekim 2021'e kadar ki zaman aralığını kapsayan altıncı dalga dönemindeki bulaşma hızına göre, gama davranış grafik Şekil 5.48 verilmiştir. Beklendiğinin üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmaktadır.



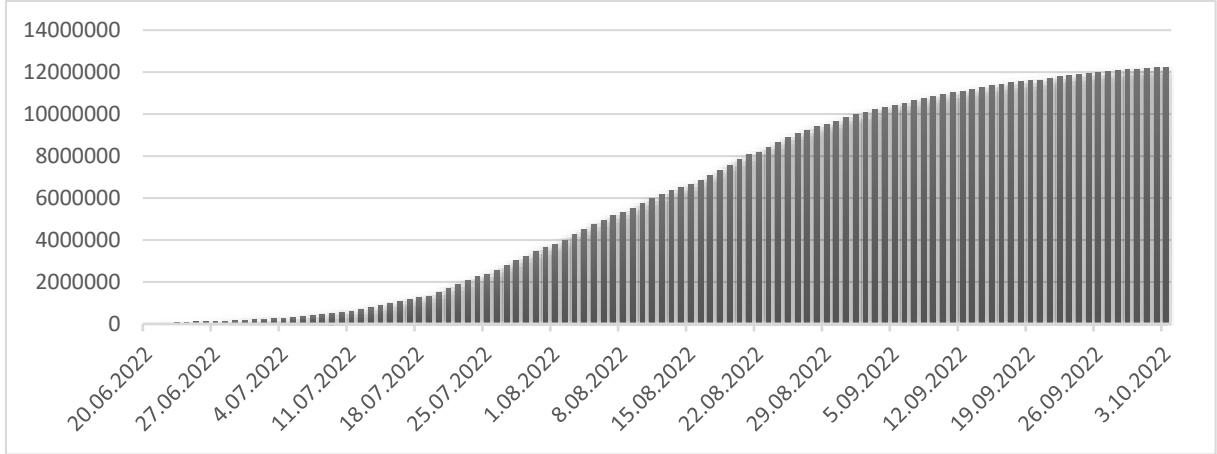
Şekil 5.48. Japonya altıncı dalga gama değerleri

5.1.13. Japonya Yedinci Dalga Simülasyonu

Japonya'nın altıncı dalgası 22 Kasım 2021'de başlamış olup 22 Haziran 2022'de tamamlanmaktadır. Yedinci dalga simülasyonları 20 Haziran 2022'de başlatılmış olup 2 Ekim 2022'ye kadar devam ettirilmiştir. Yedinci dalgaya ait günlük ve kümülatif vakaları Şekil 5.49 ve Şekil 5.50'de verilmiştir. Yedinci dalganın hızlı yükselişi Şekil 5.50'de görüldüğü üzere 11 Temmuz 2022 başlamakta olup altıncı dalganın bitişinden takriben 20 gün sonradır. Japonya yedinci dalga tepe noktasında 12 206 093 vakaya ulaşmış olup, kümülatif vaka sayısı, 20 Haziran 2022'den önceki vakalarını kapsamamakta olup, bu tarih başlangıç kabul edilmiştir.



Şekil 5.49. Japonya yedinci dalga günlük vaka



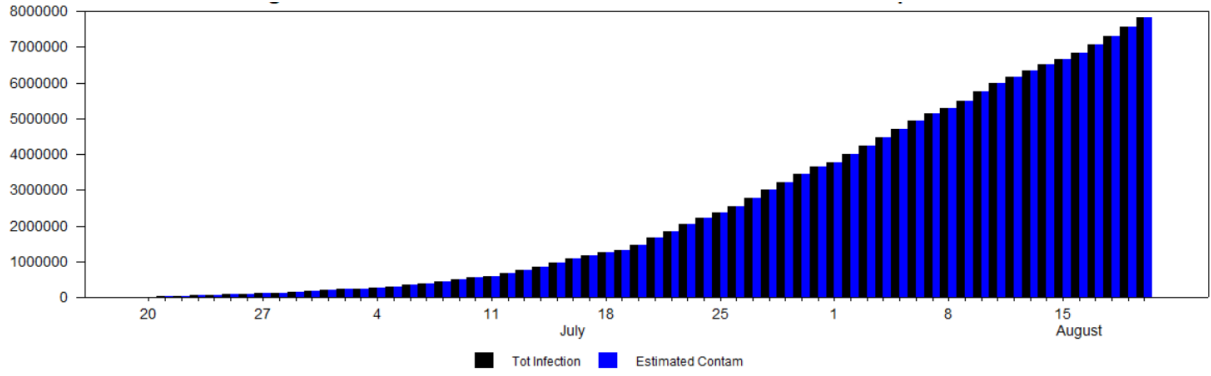
Şekil 5.50. Japonya yedinci dalga kümülatif vaka

Japonya'ya ait yedinci dalga simülasyon çalışmasında Model A ile 6 Ağustos 2022'den; Model B ile 17 Ağustos 2022'den; Model C ile 10 Eylül 2022'den sonra anlamlı sonuçlar elde edilebilmektedir. Modellere ait simülasyon sonuçları Ek Çizelge 13'te bulunmaktadır. Gerçekleşen 12 206 093 kümülatif vaka sayısı en erken ve en yakın Model B ile 20 Ağustos 2022 tarihinde yakalanabilmektedir. Model B'ye ait sonuçlar Çizelge 5.14'te sunulmaktadır.

Çizelge 5.14. Japonya yedinci dalga için Model B sonuçları

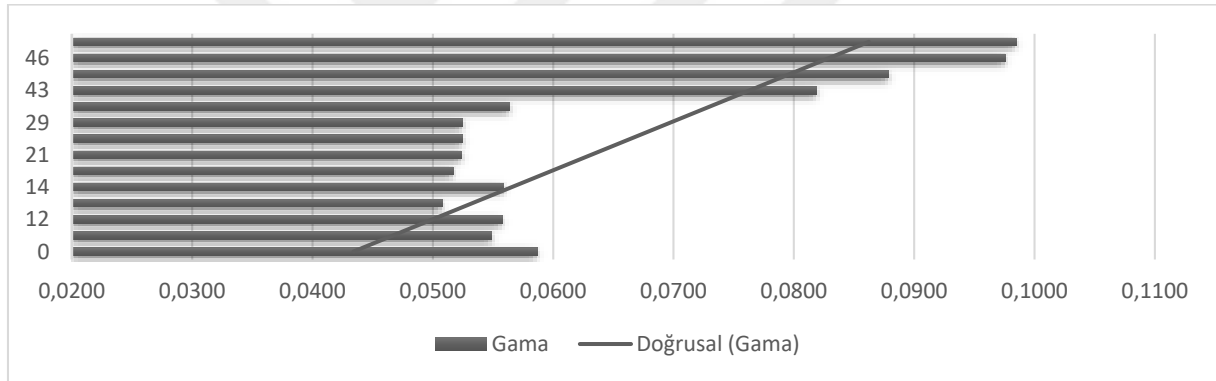
$y_t = -172\,476,20 - 25\,507t + 12\,222\,932,55 S_t(\gamma, \tau)$	
$S_t(\gamma, \tau) = \frac{1}{1 - e^{-0,0819(t-0,7598T)}}$	$\gamma = 0,0819$
$varyans = 3\,157\,432.017,0363$	$\tau = 0,7598$
$\text{tahmin edilen zirve vaka sayısı}$	$\text{zirve noktası için kalan gün} = 43 \text{ gün}$
$= 12\,050\,456$	

Model B'ye ait sonuçlara göre, öngörüsü sağlanan tepe noktasına ait vaka sayısı 12 050 456'dır. Bu öngörü değeri, gerçekleşen değerden 43 gün önce sağlanmıştır. Gerçekleşen ve öngörüsü simülasyonunun örtüştüğü kümülatif vaka Şekil 5.51'de gösterilmektedir.



Şekil 5.51. Japonya yedinci dalga LST öngörüsü ve kümülatif vaka (20 Ağustos 2022)

Japonya'nın yedinci dalga dönemindeki bulaşma hızına göre elde edilen gama davranışı Şekil 5.52'de verilmiştir. Beklendiği üzere, bulaşma oranı zaman içerisinde azalmakta ve giderek sabit hale gelmektedir.



Şekil 5.52. Japonya yedinci dalga gama değerleri

5.2. Genel Değerlendirme

Covid-19 salgını dünyada farklı hızlarda ve yıpratıcı sonuçlarla yayılmış olsa da salgının dalgalara ait görünüşleri benzerlik göstermektedir. Normal dağılım özelliği gösteren dalga sınıflandırmaları, kümülatif vakalar elde edildiğinde sigmoid fonksiyonu ile benzer özelliklere sahip olmaktadır. Bu sebeple lojistik fonksiyon kalıplarının uygunluk sağlayacağı daha önce aktarılmış olup, Covid-19 salgının, zaman içerisinde artış eğilimi göstermesi önerilen LSTT modelin, ulaşmak istediğimiz öngörülere uygunluğunu açıklamaktadır. Bu nedenle Covid-19 salgının öngörülerine ulaşmak için doğrusal olmayan LSTT modeli kullanılmış ve G7 ülkelerinin Covid-19 verilerine uygulama yapılmıştır. Dünya genelinde ülkeler arasında gerek vaka tanım farklılıkları gerek Covid-19 vakalarının raporlanma yöntem ve sıklığından kaynaklı olarak gelişmiş ülkeler kategorisinde yer alan G7 ülkeleri

tercih edilmiştir. Almanya, ABD, Birleşik Krallık, Fransa, Kanada, İtalya için sadece birinci dalga veri seti; Japonya için günümüze kadar gelen yedi dalga ayrı ayrı kullanılmıştır. Japonya'nın halen içinde bulunduğumuz sekizinci dalgası eşik noktası geçmediğinde ve tutarlı sonuçlar sağlamadığından çalışmaya dahil edilmemiştir.

Birinci dalga simülasyon çalışmalarında, Almanya için, içinde trend dahil olan Model B anlamlı sonuçlar sağlamıştır. Model B, 15 Haziran 2020'de gerçekleşecek olan 186 461 kümülatif vaka sayısını, 14 Mayıs 2020'de 186 571 öngörü vaka sayısı ve 0,1173 bulaşma hızı ile öngörmüştür. ABD için, tıpkı Almanya gibi Model B anlamlı sonuçlar vermiştir. 23 Haziran 2020'de gerçekleşecek olan 2 348 601 vaka sayısı, 30 Mayıs 2020'de 0,0614 bulaşma hızı ile 2 363 933 vaka ile öngörülmüştür. Ancak burada, eşik değeri $\tau = 0,6694$ olarak elde edilmiş ve sonrasında eşik değerinin artışa geçtiği tespit edilmiştir. Bu durum, ABD'nin birinci dalgasını henüz tamamlamadan artışa geçtiğini, yani Covid-19 yayılımının kontrol altında olmadığını ifade etmektedir. Birleşik Krallık için, Model B, 12 Temmuz 2020 de gerçekleşecek olan 289.603 zirve vaka sayısı, 15 Temmuz 2020'de 299 480 kümülatif öngörü vaka sayısı ve 0,0763 bulaşma hızı ile yakalanmıştır. Fransa için, 27 Haziran 2020'de gerçekleşecek olan 203 482 kümülatif zirve vaka sayısı, 25 Nisan 2020'de 230 963 öngörü vaka sayısı ve 0,1273 bulaşma hızı Model A ile elde edilmiştir. Kanada için, Model B ile 5 Ağustos 2020'de gerçekleşecek olan 118 638 vaka sayısı, 1 Haziran 2020'de 119 844 öngörü vaka sayısı olarak ve 0,0644 bulaşma hızı ile öngörülmüştür. İtalya için, Model B ile 4 Haziran 2020'de gerçekleşecek olan 234 013 vaka sayısı, 23 Nisan 2020'de 240 615 öngörü vaka sayısı ve 0,1006 bulaşma hızı ile elde edilmiştir.

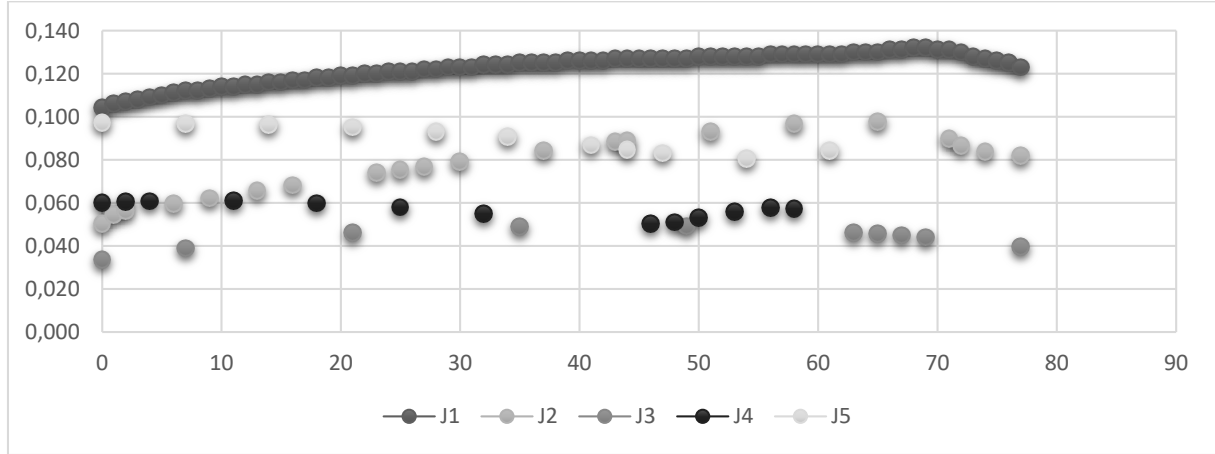
Japonya için yedi dalga ayrı ayrı ele alınmıştır. Simülasyon çalışmalarında kümülatif veriler kullanıldığı için, bir sonraki dalgaya geçişte kümülatif değerler önceki dalga verisinden ayrıştırılarak oluşturulmuştur. Japonya'nın birinci dalga çalışmasında, 8 Temmuz 2020'de gerçekleşecek olan 20 249 zirve vaka sayısı, 19 Nisan 2020'de 22 058 öngörü vaka ve 0,1122 bulaşma hızı Model A ile elde edilmiştir. İkinci dalga çalışmasında, 21 Ekim 2020'de gerçekleşecek olan 94 497 vaka sayısı, Model A ile 11 Ağustos 2020'de 63 939 öngörü vaka sayısı ve 0,0898 bulaşma hızı tespit edilmiştir. Burada, öngörülen kümülatif vaka sayısı tahmini, gerçekleşecek olan vaka sayısının altında kaldığı görülmektedir. Bu aslında, salgının normal seyrinden çıktığını ifade edebilir. Üçüncü dalga simülasyon çalışmasında, 28 Nisan 2021'de gerçekleşecek olan 508 311 vaka sayısı, 2 Şubat 2021'de 650 204 öngörü vaka sayısı ve 0,0335 bulaşma hızı Model A ile elde edilmiştir. Dördüncü dalga

çalışmasında, yine Model A, 2 Temmuz 2021’de gerçekleşecek olan 363 216 vaka sayısını, 10 Mayıs 2021’de 369 509 öngörü vaka sayısını ve 0,0559 bulaşma hızını elde etmiştir. Beşinci dalga çalışmasında, 18 Ekim 2021’de gerçekleşecek olan 933 552 vaka sayısı, 25 Ağustos 2021’de 1 159 649 öngörü vaka sayısı ve 0,0805 bulaşma hızı Model A ile elde edilmiştir. Altıncı dalga çalışmasında, 21 Haziran 2022’de gerçekleşecek olan 7 449 974 vaka sayısı, 9 Nisan 2022’de 7 490 829 öngörü vaka ve 0,0533 bulaşma hızı Model B ile elde edilmiştir. Son olarak, yedinci dalga çalışmasında, 2 Ekim 2022’de gerçekleşecek olan 12 206 093 vaka sayısı, 20 Ağustos 2022’de 12 222 932 öngörü vaka ve 0,0819 bulaşma hızı ile elde edilmiştir.

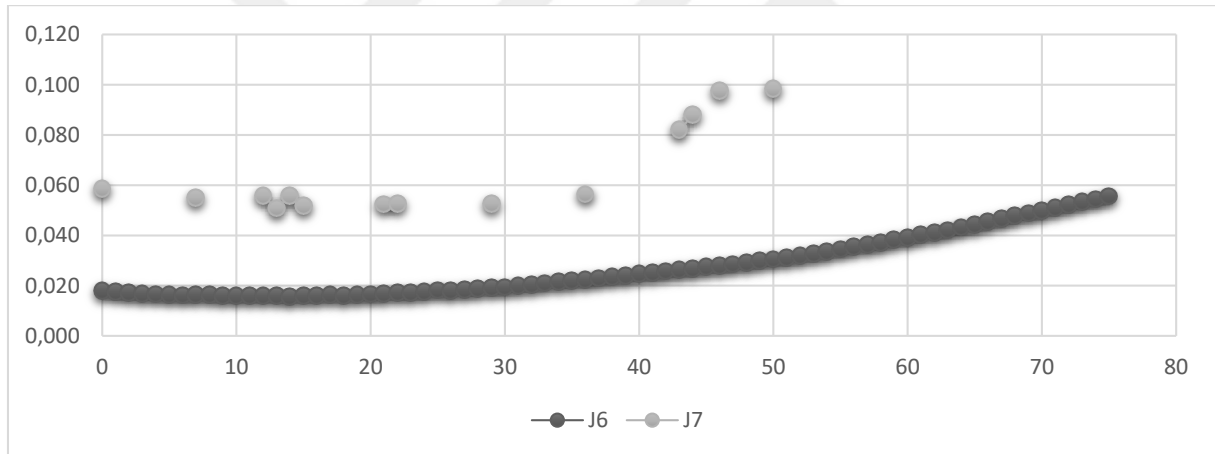
Birinci dalga çalışmalarında, Fransa’ya ait öngörü sonuçları Model A ile elde edilmesinde karşın diğer bütün ülkeler (Japonya ayrıca değerlendirilmiştir) Model B ile anlamlı sonuçlar sağlamaktadır. Japonya’da ise beşinci ve altıncı dalga Model B; diğer dalgalar ise Model A ile anlamlı sonuçlar vermektedir. Model A’dan farklı olarak Model B’ye trendin eklenmesi model anlamlı sonuçlarının daha önce elde edilmesine sebebiyet vermiştir. Yani, Covid-19 öngörülerinde artış eğilimi içerisinde olan vakaların Model B ile daha erken anlamlı sonuçları sağladığı ifade edilebilir. Bunun yanı sıra, Covid-19 yayılımına karşı alınan önlemlerin karşılığında vaka sayılarının kontrol altında tutulması, öngörü sonuçlarında Model A’nın daha uyumlu sonuçlar verdiği Japonya’nın sonuçlarında açıkça görülmektedir.

Modelin yapısı gereği, vakalar ivme kazandıktan sonra gama değerleri önce artarak artacak, devamında azalarak artacak ve zirve noktasına varacaktır. Yani, zirve zamanına yaklaştıkça vaka sayıları zirve noktasına yaklaşacak ancak gama değerleri zirve zamanına yaklaştıkça azalacaktır. Bu bilgiler çerçevesinde, simülasyon çalışmalarında beklendiği üzere gama değerleri gittikçe azalmaktadır. Ancak, bu durumun aksine Japonya’nın dördüncü ve beşinci dalga uygulamasında tam tersi şekilde azalmamaktadır. Ama buradan üzerinde durulması gereken nokta Model A ve B için belirlenen gama davranış kalıbının sonraki dalgalar için uyumlu olup olmadığıdır. Bütün dalgaları için simülasyon çalışması yapılan Japonya özelinde bu durum irdelenebilir. Japonya, Model A için birinciden beşinci dalgaya kadar, Model B içinse altıncı ve yedinci dalgada anlamlı sonuçlar vermektedir. Japonya’ya ait Model A için birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci dalgaya ait gama değerleri Şekil 5.53’te; Model B için altıncı ve yedinci dalgaya ait gama değerleri Şekil 5.54’te verilmiştir. Model A veya B için, kalan gün sayısına göre gama değerleri karşılaştırdığımızda bir uyum

gözükmemektedir. Bu sebeple gama değerlerini kalan gün sayısına göre kıyaslamak doğru olmamaktadır.



Şekil 5.53. Japonya Model A gama değerleri



Şekil 5.54. Japonya Model B gama değerleri

Covid-19 vaka sayıları, gerçekleşeceği tarihe kıyasla önceden öngörülebilmektedir. Model A için birinci dalga simülasyon sonuçlarına göre Fransa'da 63 gün önceden elde edilmiştir. Model B içinse; Almanya'da 32 gün, ABD'de 24 gün, Birleşik Krallık'ta 58 gün, Kanada'da 65 gün, İtalya'da 42 gün önce sağlanmaktadır. Japonya'da ise durum Model A simülasyon sonuçlarında birinci dalga için 80 gün, ikinci dalga için 71, üçüncü dalga için 85 gün, dördüncü dalga için 53 gün, beşinci dalga için 80 gün önceden sağlanmıştır. Model B içinse; altıncı dalgada 73 gün, yedinci dalgada 43 gün önceden gerçekleşecek vaka sayıları yakalanmıştır. Bu sonuçlar önemlidir, çünkü vaka sayısı ve ulaşılacak gün sayısı, alınacak tedbir ve önlemlerin katılığını ve şiddetini belirleyecektir.

Genel olarak, LSTT modelleri Covid-19 öngörü vaka sayıları, tepe noktası (yani, o dalganın ne zaman sonlanacağı), tepe noktasında oluşacak kümülatif vaka sayıları, bunların bulaşma hızı ve eşik değerleri hakkında ve tepe noktasına ne kadar yaklaştığımıza ilişkin anlamlı ve tutarlı sonuçları sağlamaktadır. Bu da salgın dönemlerinde politika yapıcılar ve hükümetler için salgının seyrinin değiştirilmesine yönelik alınacak önlem ve tedbirler için alan yaratmaktadır. Aynı zamanda alınan önlem ve tedbirlerin o süre zarfında nasıl değişiklik göstereceğini de açıklayacaktır.





6. SONUÇ

Salgın hastalıkların insanlık tarihi boyunca önemli bir rol oynadığı, genellikle yüksek ölüm oranlarına neden olduğu ve toplumları derinden etkilediği doğrudur. Nüfus hareketleri, insan davranışlarındaki değişiklikler, ulaşım ve iletişimdeki ilerlemeler gibi faktörlerin hepsi hastalıkların yayılmasına katkıda bulunmuştur. Kayda değer bir örnek, 14. yüzyılda Avrupa'yı kasıp kavuran ve tahminen 25 milyon insanın ölümüne neden olan Kara Ölüm olarak da bilinen hıyarcıklı vebadır. Hastalığın Orta Asya'da ortaya çıktığı ve ticaret yolları aracılığıyla Avrupa'ya bulaştığı, sıçan ve pirelerin ana vektörler olarak görev yaptığı düşünülmektedir. 1918'deki İspanyol gribi pandemisi, savaş koşulları ve artan askeri hareketlilik nedeniyle hızla yayılan bir başka hastalık örneğidir. Dünya nüfusunun üçte birine bulaştığı ve 50 milyon kadar insanın ölümüne neden olduğu tahmin edilmektedir. Çiçek hastalığı insanlık tarihi üzerinde önemli etkisi olan bir başka hastalıktır. 18. yüzyılda modern tıbbi yöntemlerle geliştirilen aşı hastalığın yayılmasının kontrol altına alınmasına yardımcı olmuş ve küresel bir aşılama kampanyası sonunda hastalığın eradikasyonuna yol açmıştır. Bu başarı öyküsü, bulaşıcı hastalıkların yayılmasının kontrol altına alınmasında halk sağlığı müdahalelerinin önemini vurgulamaktadır. Kolera, tarih boyunca çok sayıda salgına neden olan bir diğer hastalıktır. Bengal'de 19. yüzyılda başlayan salgın özellikle yüksek bir ölüm oranına sahipti ve hastalığın yayılmasını kontrol altına almada sanitasyon ve temiz su gibi halk sağlığı önlemlerinin önemi ortaya çıkmıştır. Ebola virüsü, özellikle Batı Afrika'daki 2014-2016 salgını tarihin en büyük salgınıydı ve yerel topluluklar üzerinde yıkıcı bir etkisi oldu. SARS, küresel sağlık üzerinde önemli bir etkisi olan yeni ortaya çıkan bulaşıcı hastalıklara bir başka örnektir. Hastalığın yayılması, artan seyahat ve küreselleşme ile kolaylaşmış ve salgınlara yanıt vermede uluslararası iş birliğinin önemini vurgulamıştır.

Covid-19 salgını Aralık 2019'da Çin'in Wuhan şehrinde başladı. İlk vakalar, çok sayıda vahşi hayvan ve canlı hayvanın satıldığı Huanan Deniz Ürünleri Pazarı'nda görülmüştür. Virüsün hayvanlardan, muhtemelen yarasalardan kaynaklandığı ve daha sonra insanlara bulaştığı düşünülmektedir. Salgın dünya geneline hızla yayılmış ve WHO tarafından önce uluslararası boyutta halk sağlığı acil durumu sonra pandemi olarak ilan edilmiştir. Covid-19, O zamandan beri Covid-19 dünyanın neredeyse her köşesine yayıldı, milyonlarca insanı etkiledi ve önemli sosyal ve ekonomik bozulmalara neden oldu. WHO'nun verilerine göre, Mart 2023 itibarıyla dünya genelinde 470 milyondan fazla teyit edilmiş vaka ve 6 milyondan fazla ölüm gerçekleşmiştir.

Covid-19 pandemisinin küresel ekonomi üzerinde de önemli bir etkisi olmuştur. Virüsün yayılmasını engellemek için alınan sokağa çıkma yasakları ve seyahat kısıtlamaları gibi önlemler ekonomik faaliyetlerde önemli bir düşüşe neden olmuş, bu da iş kayıplarına, işyerlerinin kapanmasına ve birçok kişinin gelirinin azalmasına yol açmıştır. Pandemi aynı zamanda küresel tedarik zincirlerinin kırılganlıklarını vurgulayarak mal ve hizmetlerin üretim ve dağıtımında aksamalara yol açmıştır. Salgının, okulların ve üniversitelerin kapatılması ve sosyal toplantı ve etkinliklere getirilen kısıtlamalar gibi sosyal etkileri de olmuştur. Bu önlemler, özellikle zaten savunmasız veya izole durumda olan bireylerin ruh sağlığı ve refahı üzerinde önemli bir etkiye sahip olmuştur. Pandemi aynı zamanda toplumlarda sağlık, eğitim ve teknolojiye erişim gibi mevcut eşitsizliklerin altını çizmiş ve daha da kötüleştirmiştir.

Laboratuvar deneyleri bir hastalığın biyolojisi hakkında değerli bilgiler sağlayabilirken, matematiksel modeller araştırmacıların salgınların karmaşık sosyal ve çevresel bağlamlarda nasıl yayıldığını anlamalarına yardımcı olmaktadır. John Snow'un Londra'daki kolera salgınının kaynağını bulmaya yönelik çalışmaları, bulaşıcı hastalıkların yayılmasını anlama ve kontrol etmede veri toplama ve analizinin önemini ortaya koyduğu için epidemiyoloji tarihinde bir dönüm noktası olarak kabul edilmektedir. Çalışmaları, modern epidemiyoloji ve halk sağlığı önlemlerinin geliştirilmesinin önünü açmıştır.

Kermack ve McKendrick'in oluşturduğu SIR modeli, bireylerin zaman içinde üç kompartıman arasındaki akışını tanımlayan bir dizi diferansiyel denklemler grubu matematiksel epidemiyolojide sıklıkla kullanılmıştır. Nüfus dinamikleri üzerine yapılan çalışmalar zamanla canlı organizmaların popülasyon dinamiklerini anlamak ve kontrol etmeye evrilince, birden fazla matematiksel model salgın hastalıklar için kullanılmaya başlanmıştır. Nüfusun üstsel büyümesi ve sonrasında büyümenin azalma eğiliminde olması lojistik modelin temelini oluşturmuştur. Lojistik model ve bundan türetilmiş onlarca matematiksel model, salgın hastalıkların yayılım mekanizmasını anlamak için kullanılmaktadır. Geleneksel ekonometride ise, öngörü sağlamak için değişkenler arasındaki geçmiş ilişkilerin gelecekte de devam edeceğini varsayan zaman serisi analizi sıklıkla kullanılmaktadır. Matematiksel modellemede kullanılan lojistik modeller grubu, burada da kullanılmakta ve özellikle sigmoid davranış sergileyen (salgın hastalıkların) veri yapısına uygun performansı ile iyi sonuçlar sağlamaktadır.

Covid-19 salgınının yayılımına ait öngörülerini sağlamak için LSTT modeli, kümülatif verinin yapısının sigmoid davranış özellikleri göstermesi sebebiyle kullanılmıştır. LSTT modeli, büyüme sürecinin sigmoid şeklini yakalayan temel büyüme sürecini modellemek için lojistik bir fonksiyon kullanır. Bununla birlikte, basit lojistik büyüme modelinden farklı olarak, LSTT modeli, yumuşak bir geçiş fonksiyonunun dahil edilmesi yoluyla zaman içinde büyüme oranında kademeli değişikliklere izin verir. Bu, LSTT modelini altta yatan büyüme sürecini yakalamada daha esnek ve doğru hale getirir ve gerçek dünya verilerine daha iyi uymasını ve öngörmesini sağlar. Bildiği kadarıyla literatürde Model A ele alınmış ancak B ve C'ye ait çalışmalar ile karşılaşılmamıştır. G7 ülkelerinden Almanya, Fransa, Kanada, İtalya, Birleşik Krallık ve ABD'ye ait birinci dalga kümülatif vaka verileri; Japonya'ya ait ise birinci ve günümüze kadar gelen yedi dalganın tamamı için Model A, B ve C simülasyonları OWID'den elde edilen veriler ile sağlanmıştır. Sadece birinci dalga çalışmasında Fransa, Japonya için Model A uygun sonuçlar verirken; Almanya, ABD, Birleşik Krallık, Kanada ve İtalya için Model B uygun sonuçlar sağlamaktadır. Japonya'nın yedi dalgasına ait sonuçlarda ise, birinci dalgadan altıncı dalgaya kadar Model A; altıncı ve yedinci dalga için ise Model B'de uygun öngörü sonuçları vermektedir. Model C ise genellikle gerçekleşenden daha az kümülatif vaka öngörülerini vermiştir. Model B'nin, Model A'dan farklı olarak trend içermesi ve Covid-19 salgınının artan eğilim içerisinde olması, neden Model B'nin daha iyi sonuçlar sağladığını açıklamaktadır. Bu da teorik çerçeveyi doğrulamaktadır. Gerçekten de beklendiği üzere, dalgaların tepe noktalarına yaklaşıldığında gama değerleri azalmakta ve tutarlı sonuçlar sağlamaktadır.

Almanya'nın birinci dalga öngörüsünde 32; ABD'nin birinci dalga öngörüsünde 24; Birleşik Krallık'ın birinci dalga öngörüsünde 58; Fransa'nın birinci dalga öngörüsünde 63; Kanada'nın birinci dalga öngörüsünde 65; İtalya'nın birinci dalga öngörüsünde 42; Japonya'nın birinci dalga öngörüsünde 80; Japonya'nın ikinci dalga öngörüsünde 71; Japonya'nın üçüncü dalga öngörüsünde 85; Japonya'nın dördüncü dalga öngörüsünde 53; Japonya'nın beşinci dalga öngörüsünde 80; Japonya'nın altıncı dalga öngörüsünde 73; Japonya'nın yedinci dalga öngörüsünde 43 gün önceden gerçekleşecek olan kümülatif vaka sayılarını sağlamaktadır. Bu da politika yapımcılar için önlem ve tedbirler alınması için süre yaratmaktadır.

LSTT modelinin varsayımları ve sınırlamaları dikkatle değerlendirilmeli ve ele alınmalıdır. Büyüme oranı için düzgün bir fonksiyon varsayımı her zaman uygun olmayabilir. Geçiş

fonksiyonunun ve model parametrelerinin seçimi modelin performansı üzerinde önemli bir etkiye sahip olabilir. Öte yandan, modelin basitleştirilmesinin de sakıncaları olabilir, zira verilerin tüm doğrusal olmayan özelliklerini ve karmaşıklıklarını yakalayamayabilir, bu da tahminlerde yanlışlıklara ve hatalara yol açabilir. Bu nedenle, modelin karmaşıklığı ve doğruluğu arasında bir denge kurmak ve modelin basitleştirilmesiyle ilgili ödünleşimleri dikkatlice değerlendirmek önemlidir. Uygulamada, LSTT modelinin uygunluğu belirli verilere ve araştırma sorusuna bağlıdır ve duruma göre değerlendirilmelidir.

Sonuç olarak, LSTT modelleri Covid-19 öngörü vaka sayıları, tepe noktası (yani, o dalganın ne zaman sonlanacağı), tepe noktasında oluşacak kümülatif vaka sayıları, bunların bulaşma hızı ve eşik değerleri hakkında ve tepe noktasına ne kadar yaklaştığınıza ilişkin anlamlı ve tutarlı sonuçları sağlamaktadır. Bu da salgın dönemlerinde politika yapıcılar ve hükümetler için salgının seyrinin değiştirilmesine yönelik alınacak önlem ve tedbirler için alan yaratmaktadır. Aynı zamanda alınan önlem ve tedbirlerin o süre zarfında nasıl değişiklik göstereceğini de açıklayacaktır.

KAYNAKLAR

- Abolmaali, S. ve Shirzaei, S. (2021). A comparative study of SIR Model, Linear Regression, Logistic Function and ARIMA Model for forecasting COVID-19 cases. **AIMS Public Health**, 8(4), 598-613.
- Abuhasel, K. A., Khadr, M. ve Alquraish, M. M. (2022). Analyzing and forecasting COVID-19 pandemic in the Kingdom of Saudi Arabia using ARIMA and SIR models. **Computational Intelligence**, 38(3), 770-783.
- Akdi, Y. (2012). *Zaman Serisi Analizi*. (3. Baskı). Türkiye: Gazi Yayınevi.
- Akhtar, S. ve Rozi, S. (2009). An autoregressive integrated moving average model for short-term prediction of hepatitis C virus seropositivity among male volunteer blood donors in Karachi, Pakistan. **World Journal of Gastroenterology**, 15(13), 1607.
- Almeshal, A. M., Almazrouee, A. I., Alenizi, M. R. ve Alhajeri, S. N. (2020). Forecasting the Spread of COVID-19 in Kuwait Using Compartmental and Logistic Regression Models. **Applied Sciences**, 10(10), 3402.
- Anirudh, A. (2020). Mathematical modeling and the transmission dynamics in predicting the Covid-19—What next in combating the pandemic. **Infectious Disease Modelling**, 5, 366-374.
- Bacaër, N. (2011). *A Short History of Mathematical Population Dynamics*. (1. Baskı). Springer.
- Balak, N., Inan, D., Ganau, M., Zoia, C., Sönmez, S., Kurt, B., Akgül, A. ve Tez, M. (2021). A simple mathematical tool to forecast COVID-19 cumulative case numbers. **Clinical Epidemiology and Global Health**, 12-100853.
- Batista, M. (2020). Estimation of the final size of the coronavirus epidemic by the logistic model. *MedRxiv*. 2020-02.
- Bayyurt, L. ve Bayyurt, B. (2020). Forecasting of COVID-19 Cases and Deaths Using ARIMA Models [Preprint]. **Infectious Diseases (except HIV/AIDS)**.
- Benvenuto, D., Giovanetti, M., Vassallo, L., Angeletti, S. ve Ciccozzi, M. (2020). Application of the ARIMA model on the COVID-2019 epidemic dataset. **Data in Brief**, 29, 105340.

- Box, G. E. P. ve Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- Brauer, F. (2017). Mathematical epidemiology: Past, present, and future. ***Infectious Disease Modelling***, 2(2), 113-127.
- Brauer, F. (2006). Some simple epidemic models. ***Mathematical Biosciences and Engineering***, 3(1), 1-15.
- Caccavo, D. (2020). *Chinese and Italian COVID-19 outbreaks can be correctly described by a modified SIRD model* [Preprint]. ***Epidemiology***.
- Ceylan, Z. (2020). Estimation of COVID-19 prevalence in Italy, Spain, and France. ***Science of The Total Environment***, 729, 138817.
- Chan, K. S. ve Tong, H. (1986). On Estimating Thresholds in Autoregressive Models. ***Journal of Time Series Analysis***, 7, 179-190.
- Chowell, G., Tariq, A. ve Hyman, J. M. (2019). A novel sub-epidemic modeling framework for short-term forecasting epidemic waves. ***BMC Medicine***, 17(1), 164.
- Darti, I., Habibah, U., Astutik, S., Kusumawinahyu, W., Marsudi ve Suryanto, A. (2021). Comparison of Phenomenological Growth Models in Predicting Cumulative Number of COVID-19 Cases in East Java Province, Indonesia. ***Communications in Mathematical Biology and Neuroscience***. Article ID 14
- Deb, S. ve Majumdar, M. (2020). *A time series method to analyze incidence pattern and estimate reproduction number of COVID-19* (arXiv:2003.10655). ***arXiv***.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. ***Journal of the American Statistical Association***, 47, 427-431.
- Earnest, A., Chen, M. I., Ng, D. ve Sin, L. Y. (2005). Using autoregressive integrated moving average (ARIMA) models to predict and monitor the number of beds occupied during a SARS outbreak in a tertiary hospital in Singapore. ***BMC Health Services Research***, 5(1), 36.
- Enders, W. (2002). *Applied Econometric Time Series*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.

- Enders, W. ve Granger, C. W. J. (1998). Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment with an Example Using the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 16, 304-311.
- Franses, P. H. ve Dijk, D. (2000). *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*.
- Furtado, P. (2021). Epidemiology SIR with Regression, Arima, and Prophet in Forecasting Covid-19. *The 7th International Conference on Time Series and Forecasting*, 52.
- Graunt, J. (1662). *Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality*.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.
- Hamlin, C. (2009). *Cholera: The Biography*. Oxford University Press.
- He, Z. ve Tao, H. (2018). Epidemiology and ARIMA model of positive-rate of influenza viruses among children in Wuhan, China: A nine-year retrospective study. *International Journal of Infectious Diseases*, 74, 61-70.
- Henderson, D. A. (2011). The eradication of smallpox – An overview of the past, present, and future. *Vaccine*, 4, D7-D9.
- Hepsağ, A. ve Akçalı, B. Y. (2015). Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği. *BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar*, 9(2).
- Husniah, H. ve Supriatna, A. K. (2021). *How Good or Bad is the Prediction of Black-Box COVID-19 Models After One Year Has Lapped?* 9.
- Ioannidis, J. P. A., Cripps, S. ve Tanner, M. A. (2022). Forecasting for COVID-19 has failed. *International Journal of Forecasting*, 38(2), 423-438.
- Kapetanios, G., Shin, Y. ve Snell, A. (2003). Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework. *Journal of Econometrics*, 112(2), 359-379.
- Kermack, W. O. ve McKendrick, A. G. (1932). Contributions to the mathematical theory of epidemics. II.—The problem of endemicity. *The Royal Society*. 55-83
- Kermack, W. O. ve McKendrick, G. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. *The Royal Society*, 115(772), 22.

- Keyfitz, N. (1982). *Introduction to the mathematics of population* (2. Baskı). Addison-Wesley.
- Leybourne, S., Newbold, P. ve Vougas, D. (1998). Unit roots and smooth transitions. ***Journal of Time Series Analysis***, 19(1), 83-97.
- Liu, Q., Liu, X., Jiang, B. ve Yang, W. (2011). Forecasting incidence of hemorrhagic fever with renal syndrome in China using ARIMA model. ***BMC Infectious Diseases***, 11(1), 218.
- Lotka, A. J. (1911). Relation Between Birth Rates and Death Rates. ***the American Statistical Association***, 16(123), 121-130.
- Malthus, T. R. (1798). *An Essay on the Principle of Population*.
- Medina-Mendieta, J., Cortés-Cortés, M. ve Cortés-Iglesias, M. (2020). COVID-19 Forecasts for Cuba Using Logistic Regression and Gompertz Curves. ***MEDICC Review***, 22(3), 32.
- Nelder, J.A. (1961). The fitting of a generalization of the logistic curve. ***International Biometric Society***, 17(1), 89-110.
- Omay, T. ve Çorakçı, A. (Baskıda). *Long-term Forecasting of Covid-19: Is it possible?*.
- Oshinubi, K., Rachdi, M. ve Demongeot, J. (2021). Analysis of Reproduction Number R_0 of COVID-19 Using Current Health Expenditure as Gross Domestic Product Percentage (CHE/GDP) across Countries. ***Healthcare***, 9(10), 1247.
- Pamuk, Ş. (2020). Tarihte Küresel Salgınlar ve İktisadi Etkileri. içinde *Salgın Ekonomisi* (1. Baskı). Efil Yayınevi.
- Pell, B., Kuang, Y., Viboud, C. ve Chowell, G. (2018). Using phenomenological models for forecasting the 2015 Ebola challenge. ***Epidemics***, 22, 62-70.
- Pepin, J. (2011). *The Origins of AIDS*. Cambridge University Press.
- Perez, F. J. D., Chinarro, D., Otin, R. P., Martín, R. D., Diaz, M. ve Mouhaffel, A. G. (2020). Comparison of Growth Patterns of COVID-19 Cases through the ARIMA and Gompertz Models. Case Studies: Austria, Switzerland, and Israel. ***Rambam Maimonides Medical Journal***, 11(3).

- Phillips, H., & Killingray, D. (2003). *The Spanish Influenza Pandemic of 1918-19: New Perspectives*. Routledge.
- Quammen, D. (2014). *Ebola: The Natural and Human History of a Deadly Virus*. W.W. Norton & Company.
- Ribeiro, M. H. D. M., da Silva, R. G., Mariani, V. C. ve Coelho, L. dos S. (2020). Short-term forecasting COVID-19 cumulative confirmed cases: Perspectives for Brazil. *Chaos, Solitons & Fractals*, 135-109853.
- Richards, F. J. (1959). A Flexible Growth Function for Empirical Use. *Journal of Experimental Botany*, 10(2), 290-301.
- Roosa, K., Lee, Y., Luo, R., Kirpich, A., Rothenberg, R., Hyman, J. M., Yan, P. ve Chowell, G. (2020). Short-term Forecasts of the COVID-19 Epidemic in Guangdong and Zhejiang, China: February 13–23, 2020. *Journal of Clinical Medicine*, 9(2), 596.
- Saez, M., Tobias, A., Varga, D. ve Barceló, M. A. (2020). Effectiveness of the measures to flatten the epidemic curve of COVID-19. The case of Spain. *Science of The Total Environment*, 727, 138761.
- Sah, S., Surendiran, B., Dhanalakshmi, R., Mohanty, S. N., Alenezi, F. ve Polat, K. (2022). Forecasting COVID-19 Pandemic Using Prophet, ARIMA, and Hybrid Stacked LSTM-GRU Models in India. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 1-19.
- Sardar, I., Akbar, M. A., Leiva, V., Alsanad, A. ve Mishra, P. (2022). Machine learning and automatic ARIMA/Prophet models-based forecasting of COVID-19: Methodology, evaluation, and case study in SAARC countries. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*.
- Simpson, M. J., Browning, A. P., Warne, D. J., Maclaren, O. J. ve Baker, R. E. (2022). Parameter identifiability and model selection for sigmoid population growth models. *Journal of Theoretical Biology*, 535, 110998.
- Snow, J. (1855). *On the Mode of Communication of Cholera*.
- Sollis, R. (2009). A simple unit root test against asymmetric STAR nonlinearity with an application to real exchange rates in Nordic countries. *Economic Modelling*, 26(1), 118-125.
- Şahinbaş, K. ve Çatak, F. (2022). SEIR Based Epidemic Modeling of COVID-19 in Turkey. *European Journal of Science and Technology*.

- Terasvirta, T. (1994). Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of the American Statistical Association*, 89, 208-218.
- Terasvirta, T. ve Anderson, H. M. (1992). Characterizing nonlinearities in business cycles using smooth transition autoregressive models. *Journal of Applied Econometrics*, 7(1).
- Tong, H. (1978). On a Threshold Model in Pattern Recognition and Signal Processing. *In: Chen, C., Ed., Pattern Recognition and Signal Processing*, 575-586.
- Tong, H. (1990). Nonlinear Time Series Analysis. *Oxford University Press, Oxford*, 564.
- Tong, H., & Lim, K. S. (1980). Threshold Autoregression, Limit Cycles and Data. *Journal of the Royal Statistical Society: Serie B*, 42, 245-292.
- Tsay, R. (2005). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Inc.
- Verhulst, P. F. (1838). Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. Correspondance mathématique et physique. *Correspondance Mathématique et Physique*, 10, 113-121.
- Viboud, C., Simonsen, L., ve Chowell, G. (2016). A generalized-growth model to characterize the early ascending phase of infectious disease outbreaks. *Epidemics*, 15, 27-37.
- Wang, X.-S., Wu, J., ve Yang, Y. (2012). Richards model revisited: Validation by and application to infection dynamics. *Journal of Theoretical Biology*, 313, 12-19.
- Wei, W. W. (1989). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley, New York.
- World Health Organization, *Severe Acute Respiratory Syndrome (SARS)*. (2018). WHO. https://www.who.int/health-topics/severe-acute-respiratory-syndrome#tab=tab_1
- World Health Organization, *WHO Director-General's opening remarks at the media briefing on COVID-19—11 March 2020*. [WHO]. <https://www.who.int/director-general/speeches/detail/who-director-general-s-opening-remarks-at-the-media-briefing-on-covid-19---11-march-2020>

- Wu, K., Darcet, D., Wang, Q. ve Sornette, D., (2020). Generalized logistic growth modeling of the COVID-19 outbreak: Comparing the dynamics in the 29 provinces in China and in the rest of the world. *Nonlinear Dynamics*, 101(3), 1561-1581.
- Yang, C. ve Wang, J., (2020). A mathematical model for the novel coronavirus epidemic in Wuhan, China. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 17(3), 2708-2724.
- Zhou, X., Ma, X., Hong, N., Su, L., Ma, Y., He, J., Jiang, H., Liu, C., Shan, G., Zhu, W., Zhang, S. ve Long, Y. (2020). *Forecasting the Worldwide Spread of COVID-19 based on Logistic Model and SEIR Model* [Preprint]. *Epidemiology*.





EKLER

Ek-1

Çizelge 1.1. Almanya Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			Zirve Noktası
27.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	
27.02.20	18	0,1471	0,0000	-33	0,2005	0,6171		-13 630	0,1927	1,6430	
15.04.20	136 629	0,1765	0,8344	-1 075 914	0,0402	0,3029		-78 188	0,1855	0,7757	
27.04.20	153 673	0,1513	0,7440	-266 893	0,0795	0,2648		-22 734	0,1818	0,6880	
05.05.20	161 527	0,1393	0,6929	175 600	0,1280	0,6915		16 485	0,1713	0,6439	
10.05.20	165 053	0,1338	0,6635	180 813	0,1222	0,6621		38 001	0,1644	0,6191	
13.05.20	165 793	0,1299	0,6417	185 893	0,1182	0,6405		50 553	0,1599	0,5997	
14.05.20	166 355	0,1289	0,6365	186 571	0,1173	0,6354	32	53 091	0,1590	0,5949	
15.05.20	166 915	0,1279	0,6314	187 173	0,1165	0,6303	31	55 350	0,1581	0,5901	
16.05.20	167 455	0,1270	0,6263	187 687	0,1157	0,6253	30	57 631	0,1573	0,5854	
17.05.20	167 974	0,1261	0,6214	188 099	0,1149	0,6204	29	59 920	0,1564	0,5808	
20.05.20	171 013	0,1245	0,6116	187 485	0,1137	0,6108	26	64 856	0,1544	0,5720	
23.05.20	172 532	0,1221	0,5975	187 855	0,1122	0,5970	23	70 979	0,1518	0,5590	
25.05.20	171 571	0,1199	0,5840	187 243	0,1113	0,5838	21	76 633	0,1494	0,5465	
27.05.20	172 335	0,1186	0,5753	186 293	0,1112	0,5752	19	80 455	0,1477	0,5386	
31.05.20	173 798	0,1160	0,5586	181 496	0,1117	0,5587	15	86 883	0,1447	0,5231	
05.06.20	175 431	0,1132	0,5390	173 845	0,1141	0,5390	10	94 135	0,1412	0,5050	
12.06.20	177 459	0,1096	0,5138	161 974	0,1195	0,5128	3	102 519	0,1368	0,4814	
15.06.20	178 251	0,1082	0,5037	157 418	0,1220	0,5022		105 624	0,1351	0,4719	186 461
17.06.20	181 792	0,1078	0,5004	162 435	0,1228	0,4987		106 604	0,1346	0,4688	
27.06.20	184 970	0,1030	0,4701	152 051	0,1322	0,4628		111 969	0,1315	0,4391	
30.06.20	185 980	0,1015	0,4618	149 561	0,1337	0,4568		112 715	0,1311	0,4308	

Çizelge 1.2. ABD Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
22.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
22.02.20	24	0,1336	0,1331	-12	0,2273	0,7437		7	62,9273	0,3837	
01.03.20	205	0,0094	0,0369	-498	0,0517	0,5239		-87 435	0,2446	1,5932	
22.03.20	149 716	0,3682	1,0528	-181 145	0,0617	0,3979		37 676	0,3736	1,0400	
22.04.20	919 925	0,1580	0,8518	-5 060 838	0,0425	0,3319		-1 299 047	0,1709	0,7440	
01.05.20	1 167 307	0,1237	0,8177	-4 878 759	0,0414	0,2898		-1 821 370	1,1370	0,6279	
05.05.20	1 273 048	0,1130	0,8036	-3 814 862	0,0467	0,2801		-1 508 994	0,1580	0,6343	
06.05.20	2 217 881	0,0562	0,6719	3 997 480	0,0389	0,6710		-1 069 667	0,1273	0,4761	
10.05.20	1 392 229	0,1025	0,7856	-3 068 449	0,0525	0,2687		-1 774 650	1,1536	0,5684	
15.05.20	1 510 168	0,0948	0,7665	-2 589 316	0,0580	0,2581		-1 431 701	0,1551	0,5883	
25.05.20	1 688 832	0,0815	0,7331	2 154 496	0,0673	0,7329		-1 275 230	0,1436	0,5569	
30.05.20	1 812 340	0,0761	0,7178	2 363 933	0,0614	0,7172	24	-1 188 870	0,1367	0,5431	
05.06.20	1 895 037	0,0700	0,7014	2 666 238	0,0548	0,7004	18	-1 112 387	0,1306	0,5252	
10.06.20	1 993 343	0,0653	0,6895	2 981 731	0,0495	0,6883	13	-1 070 640	0,1271	0,5098	
15.06.20	2 097 392	0,0608	0,6793	3 388 397	0,0444	0,6780	8	-1 050 844	0,1255	0,4937	
19.06.20	2 119 136	0,0599	0,6775	3 485 639	0,0434	0,6762	4	-1 049 203	0,1253	0,4905	
23.06.20	2 305 515	0,0532	0,6696	4 571 025	0,0353	0,6694		-1 104 568	0,1310	0,4643	2 348 601
24.06.20	2 339 017	0,0522	0,6694	4 830 139	0,0339	0,6696		-1 121 190	0,1329	0,4601	
25.06.20	2 375 260	0,0511	0,6695	5 137 880	0,0325	0,6702		-1 140 080	0,1353	0,4558	
26.06.20	2 415 869	0,0499	0,6702	5 526 338	0,0310	0,6715		-1 162 894	0,1382	0,4512	
29.06.20	2 557 626	0,0463	0,6744	7 299 900	0,0260	0,6788		-1 236 495	0,1493	0,4372	
01.07.20	2 675 045	0,0437	0,6797	9 469 591	0,0224	0,6878		-1 290 222	0,1589	0,4275	
05.07.20	2 991 571	0,0383	0,6986	20 359 426	0,0152	0,7196		-1 403 528	0,1853	0,4075	
10.07.20	3 614 154	0,0317	0,7427	8 086 726	0,0224	0,7271		-1 540 713	0,2361	0,3814	
19.07.20	6 650 489	0,0212	0,9487	53 665 321	0,0079	1,0559		-5 858 015	0,0265	0,1626	

Çizelge 1.3. Birleşik Krallık Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
31.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
02.04.20	98 642	0,1849	1,0051	-222 954	0,0690	0,3710		-38 508	0,1572	0,9969	
02.05.20	204 900	0,1058	0,8035	-463 011	0,0561	0,2568		-195 022	0,1183	0,5996	
10.05.20	227 309	0,0955	0,7636	-336 180	0,0680	0,2406		-225 630	13,7819	0,5198	
14.05.20	235 635	0,0917	0,7432	-295 823	0,0741	0,2328		-220 202	13,7937	0,4995	
15.05.20	237 537	0,0908	0,7382	299 480	0,0763	0,7387	58	-217 747	14,0374	0,4864	
20.05.20	245 573	0,0871	0,7131	311 574	0,0727	0,7120	53	-209 011	14,0603	0,4638	
25.05.20	252 706	0,0837	0,6894	327 385	0,0693	0,6872	48	-16 187	0,0978	0,5842	
30.05.20	258 007	0,0812	0,6660	340 336	0,0667	0,6631	43	32 245	0,0918	0,5776	
02.06.20	260 566	0,0799	0,6523	347 070	0,0653	0,6492	40	58 802	0,0887	0,5723	
07.06.20	264 296	0,0780	0,6305	357 375	0,0633	0,6273	35	94 057	0,0848	0,5606	
17.06.20	270 322	0,0748	0,5904	370 832	0,0603	0,5882	25	138 176	0,0799	0,5317	
22.06.20	273 086	0,0732	0,5722	371 498	0,0594	0,5709	20	148 936	0,0786	0,5158	
24.06.20	274 134	0,0726	0,5653	369 416	0,0593	0,5643	18	152 451	0,0782	0,5095	
02.07.20	277 750	0,0705	0,5388	349 140	0,0604	0,5391	10	167 748	0,0762	0,4862	
09.07.20	280 206	0,0690	0,5173	320 106	0,0634	0,5179	3	181 724	0,0742	0,4677	
12.07.20	281 246	0,0684	0,5086	306 225	0,0652	0,5091		185 474	0,0737	0,4599	289 603
19.07.20	283 818	0,0668	0,4896	275 798	0,0703	0,4889		189 268	0,0731	0,4416	

Çizelge 1.4. Fransa Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
24.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
17.04.20	4 530 369	0,0848	1,4449		-3 346 169	0,0263	0,3408	10 670 039	0,0722	1,7183	
25.04.20	230 963	0,1273	0,8564	63	-631 308	0,0281	0,2879	-352 879	11,7352	0,6611	
01.05.20	209 801	0,1394	0,7881	57	-581 945	0,0524	0,2745	-304 628	12,1398	0,6006	
05.05.20	205 137	0,1436	0,7539	53	-388 935	0,0653	0,2638	573 741	0,1325	0,8024	
06.05.20	204 971	0,1438	0,7465	52	-363 009	0,0680	0,2610	496 072	0,1342	0,7873	
07.05.20	204 856	0,1440	0,7393	51	-340 468	0,0707	0,2582	-259 631	12,7800	0,5384	
09.05.20	204 690	0,1441	0,7253	49	-302 752	0,0759	0,2525	-248 374	12,8006	0,5275	
11.05.20	204 548	0,1443	0,7119	47	-273 066	0,0810	0,2466	-236 179	13,0294	0,5089	
12.05.20	204 535	0,1443	0,7054	46	-260 220	0,0836	0,2438	296 869	0,1417	0,7226	
13.05.20	204 548	0,1443	0,6991	45	194 694	0,1543	0,7007	281 626	0,1428	0,7142	
14.05.20	204 596	0,1443	0,6929	44	194 753	0,1542	0,6945	268 146	0,1438	0,7060	
15.05.20	205 254	0,1442	0,6868	43	194 821	0,1541	0,6884	256 994	0,1447	0,6983	
17.05.20	205 394	0,1440	0,6750	41	194 937	0,1539	0,6765	239 360	0,1465	0,6838	
19.05.20	205 565	0,1437	0,6635	39	195 048	0,1537	0,6651	226 302	0,1480	0,6703	
22.05.20	205 912	0,1431	0,6472	36	195 170	0,1534	0,6487	211 600	0,1501	0,6515	
27.05.20	206 579	0,1420	0,6218	31	195 073	0,1531	0,6231	196 807	0,1528	0,6235	
02.06.20	208 286	0,1391	0,5944	25	193 324	0,1540	0,5958	176 461	0,1576	0,5922	
07.06.20	210 089	0,1359	0,5737	20	189 914	0,1570	0,5752	163 239	0,1615	0,5686	
12.06.20	212 009	0,1327	0,5545	15	185 706	0,1613	0,5559	155 603	0,1641	0,5475	
17.06.20	213 951	0,1296	0,5366	10	181 478	0,1664	0,5377	151 612	0,1657	0,5282	
22.06.20	215 871	0,1265	0,5199	5	177 529	0,1717	0,5205	149 318	0,1667	0,5104	
24.06.20	216 619	0,1253	0,5135	3	176 145	0,1737	0,5139	148 828	0,1669	0,5037	
27.06.20	217 745	0,1200	0,5000		174 201	0,1766	0,5042	148 244	0,1672	0,4939	203 482
02.07.20	219 607	0,1206	0,4896		171 431	0,1811	0,4889	147 713	0,1675	0,4785	
04.07.20	220 363	0,1194	0,4840		170 433	0,1828	0,4830	147 532	0,1676	0,4726	

07.07.20	220 164	0,1177	0,4758		169 146	0,1851	0,4743	147 461	0,1676	0,4641	
----------	---------	--------	--------	--	---------	--------	--------	---------	--------	--------	--

Çizelge 1.5. Kanada Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
23.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
01.03.20	14 752	0,1442	2,0934	0	0,0000	0,0000		-495 001	0,3164	1,0447	
03.03.20	16 943	0,1623	1,8886	-1.323	0,0468	0,3755		333	0,4054	1,0165	
06.03.20	24 094	0,1813	1,7136	-350	0,0966	0,3829		-3 500	0,1596	1,4421	
09.03.20	12 837	0,1808	1,5324	-6 957	0,0345	0,3717		-2 156	0,1465	1,2885	
12.03.20	94 920	0,2096	1,5589	-1 821	0,0723	0,3920		25 026	0,2272	1,4392	
15.03.20	17 556	0,2251	1,2876	-39 485	0,0275	0,3843		11 893	0,2940	1,1157	
18.03.20	51 551	0,2260	1,3038	-7 527	0,0620	0,3873		11 177	0,2275	1,2294	
21.03.20	21 470	0,2301	1,3388	-23 788	0,0500	0,3970		88 497	0,2288	1,3080	
24.03.20	25 534	0,2377	1,1140	-22 509	0,0626	0,3942		5 926	0,2344	1,0957	
27.03.20	14 479	0,2505	1,0148	-43 879	0,0595	0,4176		7 998	0,2519	1,0071	
01.04.20	20 795	0,2222	0,9815	-98 294	0,0492	0,3850		-33 104	0,1767	0,9565	
04.04.20	27 158	0,2033	0,9720	-584 093	0,0270	0,3831		-12 749	0,1827	0,9556	
07.04.20	28 589	0,1984	0,9402	-93 764	0,0590	0,3690		-14 009	0,1828	0,9155	
01.05.20	68 310	0,1085	0,8451	-364 327	0,0344	0,2815		-81 367	0,0977	0,6679	
20.05.20	86 355	0,0871	0,7563	-129 340	0,0593	0,2454		-89 815	11,5523	0,5247	
23.05.20	88 959	0,0841	0,7444	-119 725	0,0623	0,2399		-88 062	11,7266	0,5043	
25.05.20	90 596	0,0823	0,7366	-113 963	0,0645	0,2364		-87 079	11,7318	0,4959	
26.05.20	91 357	0,0815	0,7326	110 131	0,0693	0,7325	71	-86 541	11,7350	0,4918	
27.05.20	92 101	0,0807	0,7287	111 516	0,0684	0,7283	70	-85 987	11,7379	0,4878	
28.05.20	92 813	0,0799	0,7247	112 864	0,0676	0,7242	69	-85 407	11,7424	0,4838	
01.06.20	95 605	0,0769	0,7094	119 844	0,0644	0,7082	65	-82 838	11,9285	0,4618	
05.06.20	97 929	0,0744	0,6939	123 323	0,0618	0,6921	61	-18 610	0,0931	0,5821	
10.06.20	100 084	0,0721	0,6742	128 034	0,0595	0,6716	56	-3 917	0,0880	0,5755	
15.06.20	101 696	0,0704	0,6545	131 698	0,0577	0,6516	51	12 005	0,0829	0,5694	
20.06.20	103 004	0,0690	0,6356	134 796	0,0563	0,6325	46	26 472	0,0785	0,5616	

25.06.20	104 150	0,0677	0,6175	137 462	0,0550	0,6147	41	38 047	0,0752	0,5516	
30.06.20	105 232	0,0665	0,6004	139 636	0,0539	0,5980	36	46 182	0,0729	0,5398	
01.07.20	105 438	0,0663	0,5971	139 901	0,0537	0,5948	35	47 542	0,0725	0,5373	
05.07.20	106 249	0,0654	0,5842	140 652	0,0530	0,5824	31	52 057	0,0712	0,5271	
10.07.20	107 246	0,0642	0,5689	140 108	0,0525	0,5679	26	55 918	0,0700	0,5139	
15.07.20	108 294	0,0630	0,5546	137 222	0,0526	0,5544	21	57 703	0,0695	0,5002	
20.07.20	109 517	0,0616	0,5414	131 270	0,0535	0,5417	16	56 959	0,0698	0,4859	
25.07.20	110 938	0,0600	0,5292	122 289	0,0554	0,5297	11	54 691	0,0706	0,4716	
01.08.20	113 119	0,0575	0,5135	107 636	0,0600	0,5130	4	51 601	0,0719	0,4528	
05.08.20	114 396	0,0562	0,5050	99 992	0,0632	0,5033		50 452	0,0724	0,4430	118 638
10.08.20	116 043	0,0544	0,4950	91 862	0,0674	0,4912		49 330	0,0729	0,4315	
15.08.20	117 751	0,0527	0,4855	85 383	0,0715	0,4793		48 438	0,0734	0,4206	

Çizelge 1.6. İtalya Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
31.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
23.02.20	270	15,2320	0,9924	-9 007	0,0703	0,4325		-1 916	0,9560	0,9967	
09.04.20	154 002	0,1565	0,7916	-362 452	0,0758	0,2626		-51 552	0,1690	0,7080	
14.04.20	169 121	0,1404	0,7592	-270 204	0,0901	0,2476		-183 681	17,9784	0,5397	
17.04.20	178 755	0,1326	0,7404	-236 420	0,0982	0,2390		-177 052	18,4226	0,5067	
18.04.20	181 647	0,1300	0,7347	181 647	0,1300	0,7347	47	-227 944	0,1006	0,2361	
20.04.20	186 980	0,1253	0,7231	222 368	0,1079	0,7229	45	-73 213	0,1697	0,6018	
21.04.20	189 409	0,1232	0,7173	227 277	0,1055	0,7168	44	-7 016	0,1687	0,5962	
22.04.20	191 961	0,1210	0,7118	232 680	0,1030	0,7111	43	-68 191	0,1680	0,5901	
23.04.20	191 743	0,1189	0,7063	240 615	0,1006	0,7054	42	-65 764	0,1671	0,5844	
27.04.20	203 602	0,1116	0,6848	259 800	0,0921	0,6832	38	-53 244	0,1617	0,5644	
01.05.20	210 936	0,1059	0,6633	278 989	0,0858	0,6611	34	-33 124	0,1528	0,5494	
04.05.20	215 535	0,1025	0,6474	292 206	0,0820	0,6448	31	-15 444	0,1450	0,5398	
09.05.20	216 522	0,0982	0,6210	309 629	0,0773	0,6184	26	19 807	0,1310	0,5267	
16.05.20	221 719	0,0938	0,5861	324 560	0,0731	0,5844	19	68 478	0,1149	0,5086	
23.05.20	225 371	0,0907	0,5539	320 519	0,0720	0,5538	12	108 049	0,1038	0,4887	
30.05.20	228 074	0,0882	0,5245	291 577	0,0750	0,5256	5	136 821	0,0965	0,4674	
03.06.20	229 303	0,0871	0,5089	269 712	0,0756	0,5100	1	149 448	0,0934	0,4551	
04.06.20	229 573	0,0868	0,5051	264 810	0,0795	0,5061		152 416	0,0927	0,4521	234 013
06.06.20	230 103	0,0863	0,4977	255 182	0,0814	0,4985		157 601	0,0914	0,4461	

Çizelge 1.7. Japonya Birinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
22.01.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
15.04.20	80 334	0,0947	1,2555		-230 303	0,0241	0,3619	252 285	0,1696	1,0852	
18.04.20	25 398	0,1078	1,0342		-349 447	0,0213	0,3553	72 256	0,1581	0,9975	
19.04.20	22 058	0,1122	0,9978	80	-131 901	0,0315	0,3582	68 293	0,1577	0,9842	
20.04.20	19 732	0,1167	0,9674	79	-452 043	0,0196	0,3493	71 705	0,1580	0,9752	
21.04.20	18 208	0,1205	0,9439	78	-50 864	0,0484	0,3566	62 391	0,1573	0,9589	
22.04.20	17 528	0,1233	0,9257	77	-47 582	0,0489	0,3256	32 547	0,1569	0,9238	
23.04.20	17 110	0,1251	0,9115	76	-112 467	0,0345	0,3602	32 879	0,1550	0,9161	
24.04.20	16 864	0,1263	0,8993	75	-88 139	0,0367	0,3220	22 939	0,1540	0,8964	
25.04.20	16 692	0,1272	0,8880	74	-118 607	0,0331	0,3386	16 148	0,1534	0,8788	
26.04.20	16 492	0,1284	0,8765	73	-53 307	0,0477	0,3328	15 098	0,1531	0,8685	
27.04.20	16 276	0,1298	0,8652	72	-323 195	0,0214	0,3135	15 391	0,1531	0,8600	
28.04.20	16 158	0,1307	0,8550	71	-47 025	0,0508	0,3254	13 983	0,1532	0,8492	
29.04.20	16 073	0,1314	0,8454	70	-66 741	0,0420	0,3060	12 819	0,1533	0,8389	
30.04.20	16 016	0,1319	0,8364	69	-60 202	0,0439	0,3146	11 687	0,1536	0,8287	
01.05.20	16 016	0,1319	0,8281	68	-96 587	0,0345	0,3059	9 784	0,1541	0,8174	
02.05.20	15 910	0,1314	0,8205	67	-72 674	0,0391	0,3001	7 163	0,1552	0,8047	
03.05.20	15 967	0,1308	0,8132	66	-53 091	0,0455	0,2969	5 622	0,1558	0,7940	
04.05.20	16 020	0,1303	0,8059	65	-67 486	0,0401	0,2963	4 708	0,1563	0,7846	
05.05.20	16 059	0,1299	0,7987	64	-42 009	0,0516	0,2961	4 303	0,1566	0,7764	
06.05.20	16 086	0,1296	0,7914	63	-42 760	0,0511	0,2963	4 441	0,1565	0,7693	
07.05.20	16 106	0,1294	0,7843	62	-41 945	0,0505	0,2829	4 810	0,1562	0,7629	
08.05.20	16 272	0,1292	0,7772	61	-44 976	0,0477	0,2747	5 341	0,1557	0,7569	
09.05.20	16 290	0,1290	0,7702	60	-40 896	0,0500	0,2722	5 777	0,1552	0,7509	
10.05.20	16 303	0,1288	0,7634	59	-37 476	0,0524	0,2697	6 316	0,1546	0,7452	

11.05.20	16 310	0,1287	0,7566	58	-34 577	0,0547	0,2672	7 016	0,1537	0,7399	
12.05.20	16 320	0,1286	0,7499	57	-32 113	0,0570	0,2646	7 581	0,1529	0,7344	
13.05.20	16 328	0,1285	0,7434	56	-29 985	0,0592	0,2620	8 143	0,1522	0,7291	
14.05.20	16 342	0,1283	0,7370	55	-28 164	0,0614	0,2593	8 528	0,1516	0,7235	
15.05.20	16 355	0,1281	0,7307	54	-26 555	0,0636	0,2566	8 908	0,1510	0,7180	
16.05.20	16 369	0,1279	0,7246	53	-25 130	0,0657	0,2539	9 255	0,1505	0,7125	
17.05.20	16 378	0,1278	0,7185	52	-23 846	0,0678	0,2512	9 653	0,1498	0,7073	
18.05.20	16 387	0,1276	0,7125	51	-22 689	0,0698	0,2485	10 028	0,1492	0,7020	
19.05.20	16 396	0,1275	0,7066	50	-21 627	0,0719	0,2459	10 403	0,1485	0,6969	
20.05.20	16 404	0,1274	0,7008	49	-20 688	0,0739	0,2430	10 737	0,1479	0,6918	
21.05.20	16 413	0,1272	0,6951	48	-19 820	0,0759	0,2402	11 020	0,1474	0,6867	
22.05.20	16 421	0,1271	0,6895	47	-19 021	0,0779	0,2374	11 306	0,1468	0,6816	
23.05.20	16 429	0,1270	0,6840	46	15 313	0,1369	0,6854	11 558	0,1463	0,6766	
24.05.20	16 438	0,1268	0,6786	45	15 323	0,1367	0,6799	11 771	0,1458	0,6716	
25.05.20	16 446	0,1267	0,6732	44	15 331	0,1365	0,6746	11 968	0,1454	0,6666	
26.05.20	16 455	0,1265	0,6680	43	15 338	0,1364	0,6693	12 145	0,1450	0,6617	
27.05.20	16 465	0,1263	0,6628	42	15 345	0,1362	0,6641	12 304	0,1446	0,6568	
28.05.20	16 476	0,1261	0,6577	41	15 352	0,1361	0,6590	12 399	0,1444	0,6519	
29.05.20	16 489	0,1259	0,6528	40	15 360	0,1359	0,6541	12 442	0,1443	0,6469	
30.05.20	16 504	0,1256	0,6479	39	15 367	0,1357	0,6492	12 452	0,1443	0,6420	
31.05.20	16 519	0,1254	0,6431	38	15 373	0,1355	0,6443	12 465	0,1442	0,6371	
01.06.20	16 535	0,1251	0,6384	37	15 377	0,1354	0,6396	12 480	0,1442	0,6323	
02.06.20	16 550	0,1248	0,6337	36	15 381	0,1352	0,6349	12 473	0,1442	0,6275	
03.06.20	16 567	0,1245	0,6292	35	15 382	0,1351	0,6303	12 474	0,1442	0,6229	
04.06.20	16 583	0,1242	0,6247	34	15 382	0,1349	0,6258	12 469	0,1442	0,6182	
05.06.20	16 600	0,1238	0,6203	33	15 380	0,1348	0,6214	12 455	0,1443	0,6137	
06.06.20	16 619	0,1235	0,6159	32	15 376	0,1347	0,6170	12 434	0,1443	0,6091	
07.06.20	16 636	0,1232	0,6116	31	15 369	0,1347	0,6127	12 415	0,1444	0,6047	
08.06.20	16 654	0,1228	0,6074	30	15 361	0,1346	0,6084	12 409	0,1444	0,6003	
09.06.20	16 671	0,1225	0,6032	29	15 351	0,1346	0,6042	12 398	0,1445	0,5960	

10.06.20	16 690	0,1221	0,5991	28	15 338	0,1346	0,6001	12 387	0,1445	0,5918	
11.06.20	16 708	0,1218	0,5951	27	15 324	0,1346	0,5960	12 373	0,1445	0,5876	
12.06.20	16 728	0,1214	0,5911	26	15 305	0,1347	0,5920	12 347	0,1446	0,5834	
13.06.20	16 747	0,1210	0,5871	25	15 284	0,1347	0,5880	12 320	0,1447	0,5793	
14.06.20	16 768	0,1206	0,5833	24	15 260	0,1349	0,5841	12 277	0,1449	0,5752	
15.06.20	16 790	0,1202	0,5795	23	15 230	0,1350	0,5803	12 223	0,1451	0,5712	
16.06.20	16 813	0,1198	0,5758	22	15 199	0,1352	0,5765	12 174	0,1453	0,5672	
17.06.20	16 835	0,1193	0,5721	21	15 165	0,1354	0,5728	12 127	0,1455	0,5632	
18.06.20	16 858	0,1189	0,5685	20	15 127	0,1357	0,5691	12 073	0,1457	0,5593	
19.06.20	16 882	0,1184	0,5649	19	15 085	0,1360	0,5655	12 017	0,1460	0,5555	
20.06.20	16 907	0,1179	0,5614	18	15 040	0,1364	0,5619	11 959	0,1462	0,5517	
21.06.20	16 931	0,1174	0,5579	17	14 993	0,1368	0,5584	11 902	0,1465	0,5480	
22.06.20	16 956	0,1169	0,5545	16	14 943	0,1372	0,5549	11 850	0,1467	0,5443	
23.06.20	16 982	0,1164	0,5511	15	14 892	0,1376	0,5515	11 799	0,1469	0,5406	
24.06.20	17 008	0,1159	0,5478	14	14 835	0,1381	0,5481	11 735	0,1472	0,5370	
25.06.20	17 035	0,1154	0,5445	13	14 775	0,1387	0,5447	11 665	0,1476	0,5334	
26.06.20	17 065	0,1148	0,5413	12	14 708	0,1393	0,5414	11 576	0,1480	0,5298	
27.06.20	17 095	0,1142	0,5382	11	14 637	0,1400	0,5381	11 502	0,1484	0,5263	
28.06.20	17 127	0,1136	0,5350	10	14 560	0,1408	0,5349	11 407	0,1489	0,5228	
29.06.20	17 161	0,1129	0,5320	9	14 480	0,1416	0,5317	11 305	0,1494	0,5194	
30.06.20	17 196	0,1122	0,5290	8	14 390	0,1426	0,5286	11 191	0,1500	0,5159	
01.07.20	17 233	0,1115	0,5261	7	14 299	0,1436	0,5255	11 070	0,1507	0,5125	
02.07.20	17 274	0,1107	0,5232	6	14 195	0,1447	0,5225	10 926	0,1515	0,5090	
03.07.20	17 318	0,1098	0,5204	5	14 078	0,1461	0,5195	10 752	0,1524	0,5056	
04.07.20	17 367	0,1088	0,5177	4	13 946	0,1476	0,5165	10 549	0,1536	0,5021	
05.07.20	17 421	0,1078	0,5150	3	13 806	0,1493	0,5136	10 335	0,1549	0,4986	
06.07.20	17 475	0,1067	0,5124	2	13 663	0,1511	0,5108	10 118	0,1562	0,4952	
07.07.20	17 534	0,1056	0,5099	1	13 514	0,1530	0,5079	9 894	0,1575	0,4918	
08.07.20	17 596	0,1044	0,5074	0	13 360	0,1551	0,5051	9 666	0,1590	0,4885	20 249
14.07.20	18 204	0,0945	0,4946		12 165	0,1730	0,4891	7 782	0,1718	0,4680	

22.07.20	19 531	0,0700	0,4867		9 997	0,2170	0,4693	4 230	0,2003	0,4404	
----------	--------	--------	--------	--	-------	--------	--------	-------	--------	--------	--

Çizelge 1.8. Japonya İkinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
08.06.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
15.06.20	3 867	0,1451	2,4779		-597	0,3803	0,2678	-717	0,3323	0,3481	
22.06.20	1 186	0,1674	0,6194		2 260	0,1429	0,6180	-40	3,3126	0,4173	
29.06.20	29 270	0,0467	3,4430		-9 474	0,0831	0,3251	-53	0,5674	0,8970	
06.07.20	64 988	0,0843	2,2434		-5 020	0,1602	0,3490	99 160	0,3929	1,1799	
13.07.20	234 916	0,0842	2,2437		-6 849	0,1610	0,3100	-11 888	0,1036	0,9513	
20.07.20	49 563	0,0894	1,3942		-49 120	0,0666	0,2647	-3 399	0,1091	0,9890	
27.07.20	47 745	0,0901	1,1864		-41 148	0,0822	0,2816	-23 759	0,0823	0,8741	
03.08.20	137 547	0,0775	1,3560		-86 079	0,0672	0,3138	33 811	0,0583	1,5724	
05.08.20	90 418	0,0819	1,1868	77	-126 994	0,0561	0,2860	-31 831	18,9109	0,6531	
08.08.20	80 478	0,0837	1,0952		-87 137	0,0699	0,2873	-37 845	17,9691	0,6532	
10.08.20	71 156	0,0866	1,0240		-164 333	0,0501	0,2537	-41 034	17,5273	0,6484	
11.08.20	63 939	0,0898	0,9761	71	-89 116	0,0691	0,2615	-41 317	17,5242	0,6385	
17.08.20	53 811	0,0975	0,8452	65	-128 010	0,0545	0,2173	-41 851	17,5218	0,5846	
24.08.20	54 244	0,0967	0,7718	58	-69 900	0,0765	0,2136	-40 440	17,5346	0,5317	
31.08.20	56 216	0,0929	0,7181	51	55 372	0,0941	0,7179	-37 029	18,4263	0,4649	
07.09.20	58 117	0,0888	0,6724	44	60 390	0,0865	0,6722	14 206	0,1103	0,6046	
08.09.20	58 339	0,0883	0,6662	43	61 010	0,0857	0,6660	15 204	0,1097	0,5998	
14.09.20	60 104	0,0843	0,6338	37	66 065	0,0792	0,6331	15 207	0,1097	0,5634	
21.09.20	62 362	0,0790	0,6015	30	72 635	0,0718	0,6000	14 715	0,1102	0,5255	
24.09.20	63 238	0,0769	0,5885	27	74 926	0,0693	0,5879	15 749	0,1091	0,5125	
26.09.20	63 876	0,0754	0,5805	25	76 088	0,0679	0,5800	15 874	0,1089	0,5034	
28.09.20	64 534	0,0739	0,5729	23	77 100	0,0665	0,5726	15 894	0,1089	0,4946	
05.10.20	67 110	0,0682	0,5492	16	75 388	0,0643	0,5494	14 829	0,1105	0,4644	
08.10.20	68 269	0,0657	0,5400	13	71 335	0,0651	0,5401	14 514	0,1110	0,4527	
12.10.20	69 978	0,0622	0,5290	9	62 282	0,0691	0,5277	13 649	0,1134	0,4384	

15.10.20	71 300	0,0597	0,5213	6	53 743	0,0753	0,5175	13 266	0,1133	0,4270	
19.10.20	73 237	0,0562	0,5121	2	43 062	0,0877	0,5023	12 458	0,1151	0,4135	
21.10.20	74 214	0,0545	0,5077		39 103	0,0946	0,4944	12 206	0,1157	0,4071	94 497
26.10.20	76 958	0,0501	0,4979		32 051	0,1125	0,4748	11 212	0,1182	0,3918	
30.10.20	79 457	0,0466	0,4913		28 415	0,1261	0,4600	10 270	0,1209	0,3801	
02.11.20	81 631	0,0438	0,4871		26 222	0,1366	0,4495	9 376	0,1236	0,3716	
08.11.20	87 126	0,0379	0,4816		22 522	0,1594	0,4296	7 129	0,1311	0,3551	

Çizelge 1.9. Japonya Üçüncü Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
23.09.20	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
21.10.20	41 734	0,0325	0,6550		-278	16,8439	0,4160	-336	13,1324	0,4182	
04.11.20	199 282	0,0160	2,6705		-72 882	0,0435	0,3104	26 027	0,2760	10,0110	
18.11.20	3 469 507	0,0283	3,6074		-143 796	0,0510	0,3302	113 520	0,1806	1,0458	
02.12.20	3 417 000	0,0355	2,4844		-193 024	0,0532	0,3059	-65 244	15,2650	0,6689	
16.12.20	236 027	0,0456	1,0353		-232 956	0,0473	0,2406	-78 105	14,6364	0,5822	
30.12.20	276 554	0,0420	0,9566		-289 417	0,0419	0,1975	-96 070	13,7745	0,5305	
13.01.21	1 569 493	0,0267	1,5804		-194 002	0,0643	0,2453	-151 557	11,3569	0,5619	
27.01.21	1 240 197	0,0283	1,2989		-622 543	0,0337	0,2220	-281 085	8,9301	0,6337	
01.02.21	698 768	0,0326	1,0263		-2 702 413	0,0160	0,1365	-283 483	8,9273	0,6099	
02.02.21	650 204	0,0335	0,9907	85	-2 326 001	0,0169	0,1284	-282 534	8,9284	0,6052	
03.02.21	611 477	0,0344	0,9598	84	-636 901	0,0336	0,2187	-277 088	9,0400	0,5900	
10.02.21	473 615	0,0396	0,8207	77	-632 323	0,0320	0,1776	-256 715	9,2758	0,5497	
18.02.21	417 837	0,0440	0,7357	69	-357 464	0,0455	0,1875	-225 599	9,7896	0,4933	
20.02.21	410 590	0,0449	0,7205	67	252 435	0,0688	0,7193	-218 286	9,9288	0,4800	
22.02.21	404 591	0,0456	0,7065	65	248 513	0,0701	0,7083	-211 115	10,0730	0,4670	
24.02.21	399 673	0,0463	0,6937	63	245 284	0,0712	0,6979	-204 185	10,2203	0,4545	
10.03.21	383 891	0,0491	0,6254	49	236 450	0,0751	0,6357	453 170	10,2203	0,4545	
24.03.21	384 094	0,0490	0,5777	35	236 311	0,0753	0,5864	302 038	0,0708	0,6022	
07.04.21	394 907	0,0460	0,5427	21	219 017	0,0806	0,5486	210 665	0,0807	0,5456	
21.04.21	422 377	0,0389	0,5212	7	173 490	0,1043	0,5196	128 330	0,0957	0,4968	
28.04.21	463 430	0,0334	0,5180		148 777	0,1266	0,5069	88 099	0,1048	0,4740	508 311
29.04.21	470 390	0,0325	0,5181		145 396	0,1304	0,5051	82 421	0,1060	0,4707	
01.05.21	465 153	0,0307	0,5191		138 809	0,1386	0,5016	71 310	0,1086	0,4644	
02.05.21	471 493	0,0298	0,5199		135 500	0,1431	0,4999	65 671	0,1098	0,4611	

03.05.21	478 284	0,0288	0,5210		132 359	0,1476	0,4982	60 200	0,1110	0,4579	
05.05.21	493 241	0,0269	0,5237		126 318	0,1570	0,4947	49 764	0,1133	0,4516	
19.05.21	748 038	0,0138	0,6153		86 555	0,2547	0,4712	-22 443	0,1247	0,4050	

Çizelge 1.10. Japonya Dördüncü Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
08.03.21	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
03.05.21	418 905	0,0531	1,1003		-89 530	23,0130	0,5530	-89 530	23,2756	0,5525	
05.05.21	355 946	0,0572	0,9626	58	-331 450	0,0612	0,1296	-92 095	23,2665	0,5251	
07.05.21	349 547	0,0577	0,9379	56	-304 417	0,0642	0,1351	-92 960	23,2598	0,5166	
10.05.21	369 509	0,0559	0,9205	53	-316 334	0,0628	0,1251	-101 143	21,8525	0,5231	
13.05.21	405 431	0,0530	0,9235	50	-364 616	0,0577	0,1049	-106 239	21,8298	0,5002	
15.05.21	433 969	0,0510	0,9296	48	-114 033	20,5300	0,5100	-114 033	20,5871	0,5141	
17.05.21	458 267	0,0504	0,9122	46	-418 032	0,0533	0,0825	-116 801	20,5739	0,4999	
31.05.21	398 346	0,0549	0,7198	32	345 679	0,0607	0,7169	-116 428	20,5787	0,4175	
07.06.21	379 889	0,0579	0,6481	25	298 699	0,0676	0,6495	1 092 258	0,0515	0,8316	
14.06.21	371 067	0,0598	0,5949	18	284 797	0,0707	0,5978	615 556	0,0578	0,6858	
21.06.21	367 561	0,0608	0,5530	11	292 860	0,0703	0,5550	436 492	0,0635	0,6031	
28.06.21	368 026	0,0607	0,5190	4	298 631	0,0696	0,5199	337 732	0,0695	0,5457	
30.06.21	368 627	0,0604	0,5104	2	296 275	0,0699	0,5110	321 423	0,0708	0,5327	
02.07.21	369 527	0,0601	0,5022		289 709	0,0708	0,5026	304 418	0,0724	0,5204	363 216
05.07.21	371 226	0,0595	0,4906		277 617	0,0727	0,4904	283 322	0,0748	0,5035	
07.07.21	372 535	0,0590	0,4833		269 100	0,0741	0,4826	272 613	0,0761	0,4931	

Çizelge 1.11. Japonya Beşinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A				Model B			Model C			
	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
21.06.21											
18.08.21	982 684	0,0843	1,0575		-1 374 701	0,0637	0,2530	-328 634	0,1020	0,7960	
25.08.21	1 159 649	0,0805	0,9951	54	-1 423 983	0,0698	0,2894	-1 104 415	0,0641	0,6688	
01.09.21	1 088 243	0,0831	0,8796	47	-1 592 056	0,0642	0,2356	-690 108	17,5193	0,5686	
04.09.21	1 058 113	0,0846	0,8362	44	-1 738 961	0,0600	0,2164	-695 117	17,5135	0,5464	
07.09.21	1 023 232	0,0868	0,7942	41	-1 309 453	0,0708	0,2167	-685 249	17,5207	0,5254	
14.09.21	977 921	0,0909	0,7167	34	855 556	0,1000	0,7200	-615 072	18,4212	0,4596	
20.09.21	959 921	0,0932	0,6649	28	833 308	0,1038	0,6668	-542 546	19,4309	0,4079	
27.09.21	948 229	0,0951	0,6149	21	820 968	0,1060	0,6172	1 136 617	0,0973	0,6404	
04.10.21	931 065	0,0962	0,5730	14	826 691	0,1060	0,5750	1 034 101	0,0998	0,5920	
11.10.21	940 380	0,0968	0,5369	7	848 932	0,1044	0,5377	982 433	0,1016	0,5524	
18.10.21	939 185	0,0971	0,5054		877 200	0,1019	0,5056	954 896	0,1029	0,5188	933 552
20.10.21	938 982	0,0971	0,4970		884 379	0,1012	0,4971	949 756	0,1031	0,5100	
21.10.21	938 900	0,0972	0,4930		887 660	0,1009	0,4930	947 595	0,1032	0,5057	

Çizelge 1.12. Japonya Altıncı Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
22.11.21	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
14.03.22	4 160 136	0,0940	0,7345	-5 439 553	0,0709	0,2404		-4 215 973	12,7766	0,5004	
29.03.22	4 684 343	0,0792	0,6753	6 121 755	0,0651	0,6732		-1 058 852	0,1131	0,5608	
05.04.22	4 930 190	0,0729	0,6528	6 891 325	0,0577	0,6505		-932 799	0,1154	0,5360	
07.04.22	5 005 627	0,0711	0,6471	7 168 753	0,0556	0,6449		-912 218	0,1111	0,5268	
08.04.22	5 045 105	0,0701	0,6444	7 323 948	0,0544	0,6422		-919 326	0,1112	0,5228	
09.04.22	5 085 652	0,0692	0,6418	7 542 148	0,0533	0,6397	73	-930 036	0,1113	0,5189	
10.04.22	5 126 804	0,0683	0,6393	7 669 618	0,0521	0,6373	72	-942 010	0,1115	0,5149	
11.04.22	5 292 681	0,0673	0,6368	7 848 110	0,0511	0,6348	71	-944 671	0,1116	0,5112	
12.04.22	5 207 772	0,0664	0,6344	8 043 637	0,0499	0,6324	70	-951 260	0,1117	0,5075	
13.04.22	5 250 217	0,0655	0,6320	8 251 963	0,0488	0,6302	69	-963 766	0,1119	0,5037	
14.04.22	5 293 849	0,0646	0,6298	8 481 917	0,0477	0,6280	68	-978 705	0,1122	0,4999	
15.04.22	5 338 216	0,0636	0,6277	8 725 956	0,0465	0,6260	67	-993 928	0,1125	0,4962	
16.04.22	5 533 630	0,0627	0,6256	8 994 190	0,0453	0,6240	66	-1 008 070	0,1128	0,4925	
17.04.22	5 427 241	0,0618	0,6235	9 267 125	0,0442	0,6220	65	-1 016 787	0,1130	0,4890	
18.04.22	5 631 051	0,0610	0,6213	9 546 011	0,0432	0,6199	64	-1 017 727	0,1130	0,4857	
19.04.22	5 511 856	0,0602	0,6192	9 843 608	0,0421	0,6179	63	-1 015 904	0,1130	0,4825	
20.04.22	5.554 398	0,0594	0,6171	10 151 331	0,0411	0,6159	62	-1 015 239	0,1129	0,4793	
21.04.22	5 597 711	0,0586	0,6151	10 486 842	0,0401	0,6140	61	-1 015 632	0,1130	0,4761	
22.04.22	5 640 957	0,0578	0,6131	10 842 954	0,0391	0,6121	60	-1 015 053	0,1129	0,4730	
23.04.22	5 684 375	0,0570	0,6112	11 230 164	0,0381	0,6102	59	-1 013 685	0,1129	0,4699	
24.04.22	5 727 392	0,0562	0,6093	11 634 941	0,0371	0,6084	58	-1 009 268	0,1128	0,4669	
25.04.22	5 768 664	0,0555	0,6073	12 040 716	0,0362	0,6065	57	-1 001 409	0,1126	0,4641	
26.04.22	5 809 859	0,0548	0,6053	12 473 854	0,0354	0,6046	56	-991 695	0,1124	0,4613	

27.04.22	5 851 571	0,0541	0,6034	12 940 208	0,0345	0,6028	55	-983 264	0,1122	0,4585	
28.04.22	5 893 211	0,0534	0,6015	13 443 920	0,0336	0,6010	54	-975 008	0,1120	0,4557	
29.04.22	5 934 529	0,0528	0,5997	13 925 678	0,0328	0,5992	53	-965 104	0,1117	0,4530	
30.04.22	5 974 234	0,0521	0,5977	14 500 939	0,0319	0,5974	52	-952 112	0,1114	0,4504	
01.05.22	6 012 696	0,0515	0,5958	15 070 615	0,0312	0,5955	51	-933 119	0,1109	0,4479	
02.05.22	6 049 229	0,0510	0,5938	15 600 663	0,0305	0,5935	50	-909 787	0,1104	0,4455	
03.05.22	6 084 948	0,0504	0,5917	16 172 028	0,0298	0,5916	49	-885 476	0,1097	0,4432	
04.05.22	6 119 490	0,0499	0,5897	16 750 705	0,0291	0,5896	48	-858 644	0,1090	0,4409	
05.05.22	6 152 560	0,0494	0,5876	17 337 557	0,0285	0,5875	47	-828 459	0,1083	0,4387	
06.05.22	6 184 163	0,0490	0,5855	17 936 572	0,0280	0,5855	46	-794 727	0,1074	0,4366	
07.05.22	6 216 128	0,0485	0,5834	18 524 741	0,0274	0,5834	45	-763 071	0,1066	0,4345	
08.05.22	6 248 571	0,0481	0,5813	19 212 238	0,0268	0,5815	44	-733 737	0,1058	0,4324	
09.05.22	6 280 367	0,0476	0,5793	19 857 819	0,0263	0,5796	43	-703 316	0,1050	0,4303	
10.05.22	6 312 648	0,0472	0,5773	20 619 923	0,0257	0,5777	42	-675 229	0,1043	0,4282	
11.05.22	6 345 949	0,0467	0,5754	21 403 261	0,0252	0,5759	41	-650 194	0,1037	0,4260	
12.05.22	6 379 796	0,0463	0,5735	22 280 154	0,0246	0,5741	40	-627 127	0,1031	0,4239	
13.05.22	6 413 743	0,0458	0,5716	23 167 873	0,0240	0,5724	39	-605 312	0,1025	0,4218	
14.05.22	6 447 889	0,0454	0,5698	24 166 532	0,0235	0,5708	38	-584 813	0,1020	0,4197	
15.05.22	6 482 071	0,0449	0,5680	25 191 396	0,0229	0,5692	37	-564 628	0,1014	0,4175	
16.05.22	6 515 163	0,0445	0,5661	26 148 979	0,0224	0,5675	36	-541 490	0,1008	0,4155	
17.05.22	6 548 159	0,0441	0,5643	27 370 735	0,0219	0,5659	35	-519 372	0,1003	0,4134	
18.05.22	6 581 886	0,0436	0,5625	28 426 039	0,0214	0,5643	34	-498 927	0,0997	0,4114	
19.05.22	6 615 846	0,0432	0,5608	29 426 318	0,0210	0,5628	33	-479 862	0,0992	0,4094	
20.05.22	6 649 953	0,0428	0,5591	30 947 011	0,0205	0,5612	32	-461 438	0,0987	0,4073	
21.05.22	6 684 034	0,0424	0,5574	32 334 651	0,0200	0,5599	31	-443 457	0,0983	0,4053	
22.05.22	6 718 006	0,0420	0,5557	34 376 018	0,0194	0,5584	30	-425 397	0,0978	0,4033	
23.05.22	6 750 618	0,0416	0,5540	34 913 005	0,0192	0,5569	29	-404 143	0,0972	0,4014	
24.05.22	6 783 144	0,0412	0,5523	35 671 488	0,0189	0,5554	28	-383 123	0,0967	0,3995	
25.05.22	6 815 523	0,0408	0,5505	38 171 751	0,0183	0,5540	27	-362 448	0,0961	0,3976	
26.05.22	6 847 907	0,0405	0,5489	39 464 403	0,0180	0,5526	26	-352 177	0,0957	0,3952	

27.05.22	6 879 548	0,0401	0,5472	37 705 327	0,0182	0,5512	25	-319 950	0,0950	0,3939	
28.05.22	6 910 845	0,0398	0,5455	41 621 634	0,0174	0,5499	24	-297 401	0,0944	0,3921	
29.05.22	6 941 166	0,0394	0,5438	42 292 485	0,0172	0,5482	23	-272 736	0,0937	0,3903	
30.05.22	6 969 916	0,0391	0,5420	43 403 938	0,0170	0,5467	22	-244 867	0,0930	0,3885	
31.05.22	6 997 994	0,0388	0,5402	44 515 390	0,0167	0,5452	21	-215 843	0,0922	0,3868	
01.06.22	7 025 323	0,0385	0,5385	45 219 765	0,0165	0,5438	20	-185 700	0,0914	0,3851	
02.06.22	7 052 002	0,0382	0,5367	45 924 139	0,0163	0,5423	19	-153 956	0,0906	0,3835	
03.06.22	7 077 818	0,0379	0,5349	47 393 492	0,0161	0,5406	18	-120 916	0,0897	0,3819	
04.06.22	7 102 711	0,0377	0,5331	47 746 921	0,0164	0,5389	17	-86 194	0,0888	0,3803	
05.06.22	7 126 640	0,0374	0,5312	48 100 349	0,0159	0,5375	16	-49 400	0,0878	0,3787	
06.06.22	7 149 283	0,0372	0,5294	47 301 055	0,0158	0,5357	15	-9 590	0,0868	0,3772	
07.06.22	7 171 177	0,0370	0,5275	46 362 640	0,0157	0,5342	14	31 802	0,0858	0,3757	
08.06.22	7 192 492	0,0367	0,5256	45 424 225	0,0160	0,5325	13	74 457	0,0847	0,3742	
09.06.22	7 213 169	0,0365	0,5237	46 912 279	0,0158	0,5309	12	118 464	0,0836	0,3727	
10.06.22	7 233 003	0,0363	0,5218	44 963 644	0,0160	0,5292	11	164 330	0,0825	0,3713	
11.06.22	7 252 278	0,0361	0,5199	46 083 169	0,0158	0,5276	10	211 753	0,0814	0,3698	
12.06.22	7 270 741	0,0359	0,5180	44 673 883	0,0159	0,5259	9	261 052	0,0802	0,3684	
13.06.22	7 288 178	0,0358	0,5161	41 847 366	0,0163	0,5242	8	313 582	0,0790	0,3670	
14.06.22	7 305 045	0,0356	0,5141	41 663 781	0,0163	0,5225	7	367 632	0,0778	0,3656	
15.06.22	7 321 601	0,0354	0,5122	41 480 195	0,0162	0,5208	6	422 885	0,0765	0,3642	
16.06.22	7 337 651	0,0353	0,5103	40 610 802	0,0163	0,5190	5	479 657	0,0753	0,3628	
17.06.22	7 353 344	0,0351	0,5083	38 651 514	0,0165	0,5173	4	538 214	0,0741	0,3615	
18.06.22	7 368 315	0,0350	0,5064	37 115 459	0,0168	0,5155	3	598 386	0,0728	0,3601	
19.06.22	7 934 687	0,0348	0,5045	35 579 404	0,0170	0,5137	2	660 386	0,0716	0,3587	
20.06.22	7 396 929	0,0347	0,5026	33 181 340	0,0175	0,5118	1	725 761	0,0703	0,3573	
21.06.22	7 410 624	0,0345	0,5006	30 783 276	0,0179	0,5099		792 423	0,0690	0,3559	7 449 974
27.06.22	7 488 183	0,0338	0,4893	18 127 701	0,0222	0,4974		1 217 671	0,0618	0,3475	

Çizelge 1.13. Japonya Yedinci Dalga Simülasyonu

Tarih	Model A			Model B				Model C			
20.06.22	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Kalan Gün Sayısı	Öngörülen Vaka Sayısı	Bulaşma Hızı (γ)	Eşik Değeri (τ)	Zirve Noktası
06.08.22	7 653 649	0,1143	0,8933	-15 514 308	0,0741	0,1891		-4 329 560	26,7818	0,5729	
13.08.22	8 289 500	0,1081	0,8054	-9 399 856	0,0985	0,1874		-4 663 603	25,8123	0,5181	
17.08.22	8 570 702	0,1050	0,7616	9 593 316	0,0976	0,7653	46	-4 616 713	25,8172	0,4829	
19.08.22	9 002 782	0,1003	0,7528	11 067 995	0,0879	0,7592	44	-4 634 167	25,7235	0,4687	
20.08.22	9 288 345	0,0973	0,7511	12 222 932	0,0819	0,7598	43	-4 656 742	25,8119	0,4596	
27.08.22	11 299 984	0,0824	0,7311	21 824 761	0,0564	0,7469	36	-4 741 793	25,8036	0,4131	
03.09.22	11 769 732	0,0770	0,6853	24 642 779	0,0525	0,6885	29	-4 584 505	25,8445	0,3745	
10.09.22	12 001 594	0,0751	0,6336	24 604 258	0,0525	0,6303	22	9 898 210	0,0658	0,5435	
11.09.22	12 416 980	0,0749	0,6267	24 712 160	0,0524	0,6231	21	11 000 128	0,0645	0,5453	
17.09.22	12 160 053	0,0736	0,5881	24 983 027	0,0517	0,5842	15	16 029 104	0,0584	0,5354	
18.09.22	12 182 827	0,0734	0,5822	21 340 423	0,0559	0,5804	14	14 251 738	0,0608	0,5232	
19.09.22	12 200 080	0,0732	0,5763	25 790 038	0,0508	0,5726	13	14 412 799	0,0606	0,5182	
20.09.22	12 212 252	0,0731	0,5704	21 085 483	0,0558	0,5682	12	12 997 658	0,0631	0,5100	
25.09.22	12 298 623	0,0721	0,5431	21 355 721	0,0549	0,5415	7	14 046 372	0,0611	0,4852	
02.10.22	12 404 914	0,0709	0,5090	18 015 119	0,0587	0,5096		10 503 045	0,0735	0,4695	12 206 093
09.10.22	12 489 695	0,0698	0,4786	13 584 472	0,0679	0,4789		12 748 095	0,0633	0,4209	
24.10.22	12 686 921	0,0669	0,4247	10 802 857	0,0781	0,4215		11 457 718	0,0668	0,3711	

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : UYMAZ, Yeliz

Uyruğu : T.C.

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Anadolu Üniversitesi, İktisat	2017
Lisans	Anadolu Üniversitesi, İngilizce İktisat	2011

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2019 – halen	Türk Telekom Genel Müdürlük	Finans Uzmanı
2012 – 2019	Türk Telekom Ankara Bölge Müdürlüğü	Uzman

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

Zoğal, Y. ve Gökçe, A. (2023). Bulaşıcı Hastalıkların Öngörü Modelleri: Bir Derleme Çalışması. *Üçüncü Sektör Sosyal Ekonomi Dergisi*. 58(1), 388-412.



GAZİLİ OLMAK AYRICALIKTIR..

