

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ARİTMETİKTEN
CEBİRE GEÇİŞTEKİ PROBLEM ÇÖZME
SÜRECİNDE KULLANDIKLARI ÜSTBİLİŞSEL
BECERİLERİN İNCELENMESİ**

Osman BURAN

Doktora Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

2023

(Her hakkı saklıdır.)

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ARİTMETİKTEN CEBİRE GEÇİŞTEKİ
PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KULLANDIKLARI ÜSTBİLİŞSEL
BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

(Examination of Middle School Students' Metacognitive Skills Used in the Problem Solving
Process in the Transition From Arithmetics to Algebra)

DOKTORA TEZİ

Osman BURAN

Danışman: Prof. Dr. Abdullah KAPLAN

Erzurum

Haziran, 2023

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Osman BURAN tarafından hazırlanan “Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçişteki Problem Çözme Sürecinde Kullandıkları Üstbilişsel Becerilerin İncelenmesi” başlıklı çalışması 16 / 06 / 2023 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda başarılı bulunarak jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı:	Prof. Dr. Adnan KÜÇÜKOĞLU <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Danışman:	Prof. Dr. Abdullah KAPLAN <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU <i>Atatürk Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK <i>Bayburt Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır
Jüri Üyesi:	Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK <i>Bayburt Üniversitesi</i>	Aslı Islak İmzalıdır

Bu tezin Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

.... / / 202..

Prof. Dr. Adnan KÜÇÜKOĞLU

Enstitü Müdürü

Aslı Islak İmzalıdır

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Doktora Tezi olarak sunduğum “Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçişteki Problem Çözme Sürecinde Kullandıkları Üstbilişsel Becerilerin İncelenmesi ” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

16.06/2023

Aslı Islak İmzalıdır

Osman BURAN

☐ Tezle ilgili patent başvurusu yapılması / patent alma sürecinin devam etmesi sebebiyle Enstitü Yönetim Kurulunun/.../.... tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 2 (iki) yıl süreyle engellenmiştir.

☐ Enstitü Yönetim Kurulunun/.../.... tarih ve sayılı kararı ile teze erişim 6 (altı) ay süreyle engellenmiştir.

TEŞEKKÜR

Doktora çalışması sürecinde her türlü desteğini sunan ve çalışmamın her aşamasında değerli katkılarda bulunan kıymetli hocam, Prof. Dr. Abdullah KAPLAN'a minnetlerimi sunuyorum. Araştırmada her an yanımda olan tez ara raporlarında kıymetli görüşlerini benimle paylaşan tez izleme komitesinde bulunan kıymetli hocalarım Prof. Dr. Adnan KÜÇÜKOĞLU'na ve Prof. Dr. Alper Cihan KONYALIOĞLU'na katkılarından ve desteklerinden dolayı çok teşekkür ediyorum. Ayrıca tez jürisinde bulunan kıymetli hocalarım Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK'e ve Doç. Dr. Mustafa ALBAYRAK'a değerli görüşlerini esirgemeyerek çalışmaya katkıda bulunduklarından dolayı şükranlarımı sunuyorum. Çalışmada fikirlerine başvurduğum kıymetli meslektaşlarım Nuroğan GÜNER' e, Harun ATMACA'ya ve Orhan ERTEN'e katkılarından dolayı teşekkür ederim. Doktora süreci boyunca her zaman desteğini sunan, işlerimi kolaylaştıran kıymetli eşim Hatice BURAN' a çok teşekkür ederim. Çalışma sürecinde en büyük motive kaynağım, hayat ışığım biricik kızım Elif Neva BURAN'a ve biricik oğlum Metehan BURAN'a ömür boyu mutluluk ve başarılar diliyorum.

Osman BURAN

ÖZ

DOKTORA TEZİ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ARİTMETİKTEN CEBİRE GEÇİŞTEKİ PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KULLANDIKLARI ÜSTBİLİŞSEL BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Osman BURAN

Mayıs 2023, 188 Sayfa

Amaç: Bu araştırma ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki üstbilişsel becerilerini belirlemek amacıyla yürütülmüştür.

Yöntem: Çalışmaya bir devlet ortaokulunda öğrenim gören 2 altıncı sınıf, 4 yedinci sınıf, 3 sekizinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Çalışmanın verileri 7 haftalık bir süreçte toplanmıştır. Çalışmada öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte problem çözme sürecindeki dönemlerini ve süreçte kullandıkları üstbilişsel becerilerini belirlemek için “problem çözme testi” ve “üstbilişsel beceri gözlem formu” kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemi ile analiz edilerek sonuçlar tablolar halinde sunulmuştur.

Bulgular: Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel planlama aşamasında en fazla kullandıkları beceriler; problemde önemli kelimelerin altını çizme, problemi kendi cümleleriyle özetleme, problemi tekrar okuma becerileridir. Üstbilişsel izleme aşamasında öğrenciler; problemi tekrar okuma, hatalarını fark etme, hatalarını düzeltme gibi beceriler sergilemiştir. Ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel değerlendirme aşamasında göstermiş oldukları beceriler ise bulduğu sonucu kontrol etme, problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetleme ve farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirme şeklindedir.

Sonuçlar: Araştırmanın sonucunda cebirsel çözüm yapan öğrencilerde tespit edilen üstbilişsel becerilerin diğer öğrencilerde tespit edilen üstbilişsel becerilerden daha fazla olduğu görülmüştür. Ortaokul öğrencilerinin en fazla üstbilişsel beceriyi planlama aşamasında sergiledikleri sonucuna varılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin problem çözme sürecinde üstbilişsel izleme ve üstbilişsel değerlendirme aşamasında sergilemiş oldukları üstbilişsel beceri sayısının oldukça az olduğu gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Aritmetik, cebir, üstbilgi, aritmetikten cebire geçiş, problem çözme, üstbilişsel beceri.

ABSTRACT

DOCTORAL DISSERTATION

EXAMINATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' METACOGNITIVE SKILLS USED IN THE PROBLEM SOLVING PROCESS IN THE TRANSITION FROM ARITMETICS TO ALGEBRA

Osman BURAN

May 2023, 188 Pages

Purpose: This research was conducted with the aim of determining the metacognitive skills of middle school students during the transition from arithmetic to algebra.

Method: The study involved 2 sixth-grade, 4 seventh-grade, and 3 eighth-grade students enrolled in a state middle school. A case study approach, which is one of the qualitative research methods, was utilized in the research. The data for the study were collected over a period of 7 weeks. To determine the stages of students' transition from arithmetic to algebra in the problem-solving process and the metacognitive skills they employed during this process, a "problem-solving test" and a "metacognitive skill observation form" were used. The collected data were analyzed using descriptive analysis method, and the results were presented in tables.

Findings: The skills that secondary school students use most in the metacognitive planning phase are; are the skills of underlining important words in the problem, summarizing the problem in their own sentences, and rereading the problem. In the metacognitive monitoring stage, students; exhibited skills such as rereading the problem, recognizing his mistakes, correcting his mistakes. The skills that secondary school students demonstrated during the metacognitive evaluation stage were checking the result they found, summarizing the difficulties they experienced in solving the problem, and evaluating whether there was a different solution.

Conclusions: As a result of the research, it was seen that the metacognitive skills determined in the students who did algebraic solution were higher than the metacognitive skills determined in the other students. It was concluded that secondary school students exhibited the most metacognitive skills in the planning phase. It was observed that the number of metacognitive skills that secondary school students exhibited in the metacognitive monitoring and metacognitive evaluation stages in the problem solving process was quite low.

Keywords: Arithmetic, algebra, metacognition, transition from arithmetic to algebra, problem solving, metacognitive skills.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY TUTANAĞI.....	i
ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI.....	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZ.....	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLolar DİZİNİ.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xviii
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	xix
BİRİNCİ BÖLÜM.....	1
Giriş ve Kuramsal Çerçeve.....	1
Araştırmanın Amacı	5
Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi	6
Sınırlılıklar	7
Varsayımlar	7
Araştırmanın Terim ve Tanımları	7
İKİNCİ BÖLÜM	9
Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar	9
Aritmetik	9
Cebir	9
Aritmetik ve Cebir İlişkisi.....	10
Problem Çözme.....	11
Problemi Anlama	12
Plan Yapma	12
Yapılan Planı Uygulama	12
Kontrol Etme-Değerlendirme.....	12
Biliş	13
Üstbiliş	14
Biliş ve Üstbiliş İlişkisi	18
Üstbiliş ve Problem Çözme İlişkisi.....	19
Aritmetikten Cebire Geçiş İle İlgili Yapılan Çalışmalar.....	21
Üstbiliş İle İlgili Çalışmalar	22
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM.....	27

Yöntem	27
Araştırma Deseni.....	27
Çalışma Grubu	27
Veri Toplama Araçları	27
Problem Çözme Testi.....	28
Üstbiliş Gözlem Formu	30
Üstbiliş Öğrenci Özdeğerlendirme Formu	31
Uygulama	31
Verilerin Analizi.....	32
Geçerlik ve Güvenirlik.....	38
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	40
Bulgular	40
Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	40
Birinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	40
İkinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler	49
Üçüncü Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler.....	59
Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....	72
Beşinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....	80
Altıncı Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler	88
İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	94
Birinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	94
İkinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tesit Edilen Beceriler	98
Üçüncü Problem İçin Üsbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	101
Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....	106
Beşinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....	111
Altıncı Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	115
Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular.....	119
Birinci Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	120
İkinci Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler ..	122
Üçüncü Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Elde Edilen Beceriler..	125
Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Elde Edilen Beceriler	127
Beşinci Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	129
Altıncı Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler	131
BEŞİNCİ BÖLÜM	136

Tartışma ve Sonuç	136
Öneriler	142
KAYNAKÇA	144
EKLER	154
EK-1. Problem Çözme Testi	154
EK-2. Üstbilişsel Beceri Gözlem Formu	156
EK-3. Etik Kurul İzni	157
EK-4. Veli Onam Formu	160
EK-5. Ö61'e Ait Problem Çözme Testi Kağıdı	161
EK-6. Ö73'e Ait Problem Çözme Testi Kağıdı	163
EK-7. Ö82'ye Ait Problem Çözme Testi Kağıdı	165
ÖZGEÇMİŞ	167

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 1. <i>Aritmetik İle Cebir Arasındaki Farklılıklar.</i>	10
Tablo 2. <i>Problem Çözme Sürecine Ait Karakterizasyon Tablosu (Akkan, 2009).</i>	13
Tablo 3. <i>Goos vd. Ait Problem Çözme Aşamaları ve Kullanılan Üstbilişsel Beceriler.</i>	21
Tablo 4. <i>Madde Ayırt Edicilik İndeksleri Değerlendirme Kriterleri</i>	29
Tablo 5. <i>Madde Güçlük İndeksleri Değerlendirme Kriterleri</i>	29
Tablo 6. <i>Problem çözme testine ait madde güçlük ve ayırt edicilik değerleri</i>	30
Tablo 7. <i>Veri Toplama Süreci</i>	32
Tablo 8. <i>Üstbiliş Becerilerin Tespiti İçin Klinik Mülakat Yapılan Öğrencilere Ait Bilgiler...</i>	33
Tablo 9. <i>Üstbilişsel Becerilerinin Tespiti İçin Seçilen 9 Öğrencinin Problem Çözme Testinde Verdiği Cevaplara Göre Aritmetikten Cebire Geçiş Dönemleri.</i>	35
Tablo 10. <i>Problem Çözme Testi Sonucunda Öğrencilerin Verdiği Cevaplar ve Kabul Edildiği Döneme Ait Gerekçeleri İçeren Örnek Analiz.</i>	36
Tablo 11. <i>Çalışmaya Ait Geçerlik ve Güvenirlilik Önlemleri</i>	39
Tablo 12. <i>Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	40
Tablo 13. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	41
Tablo 14. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	41
Tablo 15. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	42
Tablo 16. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	42
Tablo 17. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	43
Tablo 18. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	44
Tablo 19. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	44
Tablo 20. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Ö72' nin Birinci Probleme Ait Çizmiş Olduğu Şekle Ait İfadesi ve Cevap Kağıdı Örneği.</i>	45
Tablo 21. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	45

Tablo 22. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	47
Tablo 23. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	47
Tablo 24. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	48
Tablo 25. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	49
Tablo 26. <i>İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	50
Tablo 27. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	50
Tablo 28. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	51
Tablo 29. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	51
Tablo 30. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	52
Tablo 31. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	53
Tablo 32. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	54
Tablo 33. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	54
Tablo 34. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	55
Tablo 35. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	56
Tablo 36. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	57
Tablo 37. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	58
Tablo 38. <i>Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	59

Tablo 39. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizdiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	59
Tablo 40. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	60
Tablo 41. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	61
Tablo 42. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	62
Tablo 43. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	63
Tablo 44. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	64
Tablo 45. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	65
Tablo 46. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	66
Tablo 47. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	67
Tablo 48. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	68
Tablo 49. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	69
Tablo 50. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Karşılaştıkları Engeller ve Engelleri Ortadan Kaldırma Biçimlerine Ait İfadeler</i>	70
Tablo 51. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	71
Tablo 52. <i>Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	72
Tablo 53. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	72
Tablo 54. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	73
Tablo 55. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	74

Tablo 56.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	74
Tablo 57.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	75
Tablo 58.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	76
Tablo 59.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	77
Tablo 60.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	77
Tablo 61.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	78
Tablo 62.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	79
Tablo 63.	<i>Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	80
Tablo 64.	<i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	80
Tablo 65.	<i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	81
Tablo 66.	<i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	81
Tablo 67.	<i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	82
Tablo 68.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	82
Tablo 69.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	83
Tablo 70.	<i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	83
Tablo 71.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	84
Tablo 72.	<i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	85

Tablo 73. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	85
Tablo 74. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	86
Tablo 75. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	87
Tablo 76. <i>Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	88
Tablo 77. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuduğu ve Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	89
Tablo 78. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	89
Tablo 79. <i>Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	90
Tablo 80. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	90
Tablo 81. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	91
Tablo 82. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	91
Tablo 83. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	92
Tablo 84. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	93
Tablo 85. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	93
Tablo 86. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler</i>	94
Tablo 87. <i>Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler</i>	95
Tablo 88. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	95

Tablo 89. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	96
Tablo 90. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	97
Tablo 91. <i>İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Döneminde Tespit Edilen Beceriler.....</i>	98
Tablo 92. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	99
Tablo 93. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	100
Tablo 94. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümünde Yaptığı Hatayı Fark Edip Düzelttiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	101
Tablo 95. <i>Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	101
Tablo 96. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	102
Tablo 97. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	103
Tablo 98. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	104
Tablo 99. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	105
Tablo 100. <i>Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	106
Tablo 101. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	107

Tablo 102. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	107
Tablo 103. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	108
Tablo 104. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	109
Tablo 105. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı Hatayı Fark Edip Düzelttiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Öğrenci Cevap Kağıdından Örnekler</i>	110
Tablo 106. <i>Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	111
Tablo 107. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.....</i>	111
Tablo 108. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	112
Tablo 109. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.....</i>	113
Tablo 110. <i>Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	115
Tablo 111. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.....</i>	115
Tablo 112. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler</i>	116
Tablo 113. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.....</i>	118
Tablo 114. <i>Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	120

Tablo 115. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	120
Tablo 116. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	121
Tablo 117. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.</i>	122
Tablo 118. <i>İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	122
Tablo 119. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	123
Tablo 120. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilenlere Ait İfadeler.....</i>	123
Tablo 121. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.</i>	124
Tablo 122. <i>Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	125
Tablo 123. <i>Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.</i>	125
Tablo 124. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	126
Tablo 125. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Çözüm Sürecinde Yaşamış Olduğu Zorluğu Değerlendirdiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler.....</i>	126
Tablo 126. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	127
Tablo 127. <i>Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler</i>	127

Tablo 128. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler.....</i>	128
Tablo 129. <i>Cebirsel Çözüm Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Çözüm Sürecinde Yaşamış Olduğu Zorluğu Değerlendirdiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	128
Tablo 130. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	129
Tablo 131. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.</i>	129
Tablo 132. <i>Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler.....</i>	130
Tablo 133. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler.....</i>	130
Tablo 134. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	131
Tablo 135. <i>Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler</i>	131
Tablo 136. <i>Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	132
Tablo 137. <i>Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler</i>	132
Tablo 138. <i>Öğrencilerde Tespit Edilen Üstbilişsel Beceri Çeşitleri.....</i>	133
Tablo 139. <i>Altı Problem Sonucunda Öğrencilerde Gözlemlenen Toplam Üstbilişsel Beceri Sayıları</i>	134

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. <i>Polya' nın Problem Çözme Adımları (Bozan, 2008)</i>	11
Şekil 2. <i>Flavell'in Üstbilişsel Modeli</i>	14
Şekil 3. <i>Brown'un Üstbilişsel Modeli</i>	15
Şekil 4. <i>Schraw vd. Üstbilişsel Modeli</i>	17
Şekil 5. <i>Üstbilişsel Becerileri Tespit Etmek İçin Yapılan Çalışma Şeması</i>	28
Şekil 6. <i>Çalışma Süreci</i>	38
Şekil 7. <i>Problem Çözme Testi Sonucunda Öğrencilerde Gözlemlenen Toplam Üstbilişsel Beceri Sayıları</i>	134

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

ALES	: Akademik Lisansüstü Eğitim Sınavı
EBA	: Eğitim Bilişim Ağı
LGS	: Liselere Geçiş Sınavı
LYS	: Lisans Yerleştirme Sınavı
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
PÇT	: Problem Çözme Testi
TYT	: Temel Yetenek Testi
ÜBGF	: Üstbiliş Beceri Gözlem Formu

BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş ve Kuramsal Çerçeve

Matematik, yaşamımızda birçok alanda karşımıza çıkmakta ve bundan dolayı okullarda matematik eğitime dikkat edilmektedir (Günhan, 2006). Ernest (1991) matematik için; kişilerin kariyer elde etmeleri için öğrenmeleri gereken önemli alanlardan olduğunu söylemiştir. Matematik bu kadar önemli olmasına karşın ülkemizde öğrencilerin korkulu rüyası olmaktadır (Toprak, 2011). Bunun en önemli nedenlerinden birisi matematiğin yapısıdır. Soyut bir yapıya sahip olması matematiği öğrenciler için anlaşılmaz kılmaktadır. Öğrencilerin matematikteki başarısızlıklarının bir başka nedeni ise konuların birbiri ile bağlantılı olması meydana gelecek eksik öğrenmelerin bir sonraki konularda başarısızlığa yol açmasıdır (Swadener vd., 1998). Bu bağlamda matematik öğretiminde aritmetik ve cebir gibi temel konuların öğretimi çok önemlidir. Van Amerom' a (2002) göre aritmetiğin temelinde sayı kavramının bulunduğu ve cebirin temelini aritmetikten oluştuğunu savunmuştur. Cebir, matematikteki birçok konu alanının temelini oluşturduğundan dolayı önemli bir alandır (Akkan vd., 2011). Eğer cebir konusu tam anlaşılmazsa diğer konuların anlaşılması zorlaşmaktadır (Bayar, 2007). Bundan dolayı matematiğin temelini oluşturan aritmetiğin ve cebirin matematik başarısındaki önemi açıktır. Eğer öğrenciler aritmetikten cebire geçiş sürecini istenilen şekilde gerçekleştiremez ve gerekli becerileri kazanamazsa matematik alanında başarıya ulaşma konusunda zorluklarla karşılaşmaları kaçınılmaz olacaktır (Fillooy vd., 1989).

Matematik derslerinin temelini oluşturan aritmetiğin alan yazında birçok tanımı yapılmakla birlikte bu tanımlardan bazıları şöyledir; NTCM'e (1997) göre aritmetik; sayıları, sayılar arasındaki ilişkileri, sayılarla yapılan dört işlem ile dört işlemle ilgili diğer hesaplamaları kapsar. Mason (1996) ise aritmetiği; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri kullanarak bilinenden yola çıkıp bilinmeyeni bulmak için yapılan işlemler olarak tanımlamıştır. Akkan'a (2009) göre aritmetik; sayılarla sayılar arasındaki ilişkileri, matematikteki dört işleme dayalı tüm hesaplamaları içermektedir. Literatürde buna benzer birçok tanım yapılmaktadır. Aritmetik temel işlemleri içerdiğinden dolayı üst öğrenmeler için çok önemli bir dönemdir. Bu dönem tam anlamıyla öğrenciler tarafından kavranamazsa sonraki öğrenmelerde problemler ortaya çıkacaktır (Akkan, 2009). Matematikteki birçok konu dört temel işlemi içermektedir. Aritmetik bilgisine sahip olmayan öğrencilerin cebirsel süreçte de başarısız olacakları çok açıktır. Cebir aritmetiğin soyutlanması sonucu ortaya çıkmıştır. Yapılan araştırmalar, cebir öğretiminin ilkokuldan itibaren kademeli bir şekilde başlatılması gerektiğini göstermektedir. (Yackel,

1997). Cebirin tam anlamıyla öğretilmesine başlanabilmesi için öğrencilerin işlemsel bilgilere sahip olması yani aritmetik dönemi tamamlamış olmaları gerekmektedir. Milli Eğitim Bakanlığının (MEB) 2018 yılında yayınladığı yeni matematik programına göre ortaokul öğrencilerinin 8. Sınıfın sonuna kadar cebir ile ilgili temel kavramları kazanmış olmaları gerekmektedir. Öğrencilerin cebirle ilgili temel kavramları eksiksiz bir şekilde kazanabilmeleri için aritmetikten cebire geçiş sürecinin önemi hakkında birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalar, aritmetiksel düşünme becerilerini geliştirmek, soyut matematiksel kavramları anlamlandırmak ve cebirsel ifadeleri yorumlamak gibi hedeflere odaklanarak etkili bir geçiş süreci tasarlamayı amaçlamaktadır. Araştırmalar, bu geçiş sürecinin öğrencilerin matematiksel yeteneklerini ilerletmek ve cebirsel düşünmeyi desteklemek açısından kritik bir aşama olduğunu vurgulamaktadır (Akkan, 2009).

Kieran' a (1992) göre cebir; polinomlar ile denklemlerin çözümünü sembolize eden matematiğin bir dalıdır. Cebir tam manasıyla bir hesaplama bilimidir (Sfard,1995). Usiskin (1995) cebirden; matematiğin dilidir, eğer iyi bir okula gitmek istiyorsanız cebir bilmek zorundasınız şeklinde bahsetmektedir. Cebir matematik için en temel konulardandır. Öğrencilerin ileriki matematik başarıları cebir ile yakından alakalıdır. Cebiri tam olarak öğrenemeyen öğrenciler daha sonraki konularda problem yaşamaktadırlar. Aritmetik ile cebir arasında öğrencilerin kuracakları bağ cebir öğrenimi için çok önemlidir (Van Amerom, 2002).

Matematikte, öğretimi yapılacak olan yeni konuların başarısı için konularla ilgili temel bilgilerin eksiksiz ve sağlam bir şekilde öğrenilmesi büyük bir öneme sahiptir. Bu, öğrencilerin konuyla ilgili temel kavramları anlamalarını, mantığı kavramalarını ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerini sağlar (Swadener, 1998). Ayrıca, sağlam bir temel oluşturmak, ileride daha karmaşık ve soyut matematiksel konuları anlamayı kolaylaştırır ve derinlemesine kavramları anlamlandırma yeteneğini artırır. Eksik ön bilgiler ya da kavramlar arasındaki kopmalar sonraki öğrenmelerde zorluklara neden olmaktadır (Swadener vd., 1998). Her ne kadar cebir ile aritmetik farklı alanlar gibi gözükse de aralarında çok sıkı bir bağ vardır (Kieran, 1992). Yani öğrencilerin ileriki matematik başarılarında aritmetikten cebire geçiş dönemi çok önemli bir yere sahiptir (Van Amerom, 2002).

Aritmetikten cebire geçiş dönemi, kendiliğinden gerçekleşmeyen bir süreçtir. Bu dönemde öğrenciler, aritmetiksel düşünceden cebirsel düşünceye geçişte çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadır (Fillooy, 1989). Araştırmalar, bu geçiş sürecinde öğrencilerin soyut kavramlara ve sembollere ilişkin anlayışlarını geliştirirken güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin, cebirsel ifadeleri yorumlanmada, denklem kurma ve çözme gibi becerileri öğrenmede sıkıntılar yaşadıkları gözlemlenmiştir (Akkan, 2009). Literatürde aritmetikten

cebire geçiş ile ilgili yapılan çalışmalara bakıldığında, araştırmacılar bu süreçte aritmetik ile cebir arasındaki var olan boşluğun üstesinden gelmek için bu iki dönem arasındaki boşluğu cebir öncesi dönem olarak tanımlamışlardır (Lodholz, 1993; Hersovics vd., 1994; Van Amerom, 2002). Aritmetikten cebire geçiş döneminde cebir öncesi dönemin önemi oldukça fazladır (Akkan, 2009). Ortaokul matematik ğretim programı, somut ilkokul matematik müfredatı ile soyut ortaöğretim matematik müfredatı arasında bir köprü vazifesi görmektedir. Buradaki en önemli durum ise aritmetikten cebire geçiş dönemi (NTCM, 1997). Eğer bu dönem tam anlamıyla başarılamazsa öğrencilerin soyut kavramları öğrenmeleri zorlaşacak hatta neredeyse imkansızlaşacaktır. Ayrıca cebir ileri düzey matematik müfredatı için önem arz etmekte ve fen bilimlerinde ileri düzey çalışmalar için gerekmektedir. Ayrıca cebir öğrencilerin soyutlama yeteneği kazanmalarında ve matematiksel akıl yürütmenin oluşturulmasında önem arz etmektedir (şengül vd., 2013). Ortaöğretim ğrencilerinin cebirsel düşünme alanında yetersiz oldukları ve bu yetersizliğin ilkokul ve ortaokul dönemlerinde gerçekleşen aritmetikten cebire geçiş döneminden kaynaklandığı görülmektedir (NTCM, 2000).

Cebir konusunda ortaokul ğrencilerinin yaşadığı en büyük sıkıntılardan biriside denklem kurma ve denklemlerle problem czme sürecidir. Öğrenciler ezber bilgilerle işlemler yaptığı için denklem kurma ve czme sürecinde birçok problemler yaşamaktadırlar. Oysaki stbiliş becerilerine sahip öğrencilerin diğer öğrencilere cebirsel işlemlerde daha iyi oldukları gözlenmektedir (şengül vd., 2013). Üstbilişin ğrencilerin başarılı problem czmelerine katkısı birçok araştırmayla kanıtlanmıştır (Pugalee, 2001; ztrk vd., 2018). Ayrıca günümüzde yapılan LGS, TYT ve LYS gibi ğrenci seçme sınavlarında bilgi sorularından ziyade var olan bilginin transfer edilmesini gerektiren, problem czme becerisi gerektiren soruların fazlalığı dikkat çekmektedir. Günlük yaşamda ve diğer bilim dallarında karşılaştığımız problemlerin czmnde genellikle aritmetik ve cebir kullanılmaktadır (Akkan, 2009). Kramarski vd., (2001) genel olarak öğrencilerin problemi anlama ve czmede sıkıntılar yaşadıklarından bahsetmişlerdir. Bu durumda stbilişsel süreçler öğrencilerin problem czmelerine yardımcı olarak problem czmede yaşadıkları sıkıntıları ortadan kaldırmaktadır (Biryukov, 2004). Yani stbiliş kavramı aritmetikten cebire geçiş sürecinde önem arz etmektedir (ztrk, 2021). Özellikle ğrencilerin cebirde yaşadığı problemleri ortadan kaldırmak için stbilişsel süreçler oldukça önemlidir (ztrk, 2021).

Üstbiliş kavramını ilk kez 1976 yılında Flavell kullanılmıştır. Flavell' a (1987) göre üstbiliş; bireyin kendi bilişsel süreçleri hakkındaki bilgisi ve bu sürecin kontrol edilmesi olarak ifade edilirken, Garner (1987) tarafından bir problem ya da görevin nasıl yapıldığının anlaşılması için gerekli olan bilgi olarak tanımlanmıştır. Üstbiliş genel anlamıyla kişinin

zihinsel faaliyetlerinin farkında olması ve bu faaliyetleri kontrol etmesidir (Hacker vd., 2003). Üstbilişle ile biliş arasındaki temel fark, üstbilişte bilişin farkında olunması ve durumlara göre uyarlanabilmesidir (Brown, 1987).

Üstbiliş öğrencilerin başarısı açısından önemlidir. Alan yazın da üstbiliş ile akademik başarı arasındaki pozitif ilişkiyi belirleyen çalışmalar mevcuttur (Chan vd., 2007). Üstbiliş yeteneği gelişen çocukların akademik başarılarının arttığını gösteren deneysel çalışmalar oldukça fazladır (Naglieri vd., 2000; Özsoy, 2008). Artık öğrencilerin pasif olduğu öğretim metodları yerine, öğrencinin aktif olduğu, bilgiye kendisinin ulaştığı öğretim etkinlikleri önem kazanmaktadır. Glasser (1993) yaşadığımız yüzyılda; bireylerin, pasif bir şekilde bilgiyi tüketen ve hazır alan konumunda olmalarından ziyade, bilgiyi üreten ve aktif katılımcılar olmalarının gerektiğini ifade etmektedir. Üstbiliş becerilerini nasıl, ne zaman ve niçin kullanacağına dair düşüncelerle desteklenen öğrenciler, “kendi kendinin farkında, bilgili ve kararlı” olabilen öğrencilerdir yani bu öğrenciler nasıl öğrendiklerinin farkında olan kendi kendine öğrenebilen öğrencilerdir (Schraw, 1998). Bu nedenle, bir öğrenciye, üstbilişsel süreçlerin nasıl aktif hale getirileceği ve nasıl açıklanacağı açıkça öğretilmelidir. Üstbiliş eğitimde kalitenin artırılması için önemli bir değişken olmakla birlikte (Yurdakul, 2004), matematik derslerinde problem çözme olumlu etkilemektedir (Hacker vd., 1998; Desoete, 2001). Ebdon vd. (2003), bireylerin problem çözerken çözüm için gerekli olan bilgi ve stratejileri seçerken üstbilişten faydalandıklarını söylemişlerdir. Fakat yapılan araştırmalarda; üstbilişin zaman içerisinde geliştiği, öğretmen ve öğrencilerin üstbiliş beceri bakımından yetersiz oldukları sonucuna varılmıştır (Veenman vd., 2006). Zihinsel gelişimin sağlanmasında üstbilişsel gelişim önem arz etmektedir (Gage vd., 1988). Üstbilişin geliştirilmesi için öncelikle öğrencilerin sahip oldukları üstbiliş becerileri ortaya konmalıdır.

Matematik öğretiminin amaçlarından bir tanesi kişiye günlük yaşamda karşılaşabileceği gerçek yaşam problemlerini çözme becerisi kazandırmaktır. Problem çözmede aritmetikten cebire geçiş dönemi oldukça önem arz etmektedir (Gülbüz vd., 2010). Hatta aritmetik ve cebir konuları öğrencilerin ileriki matematik başarılarını önemli ölçüde etkilemektedir. Eksik kavramsal temeller, öğrencilerin bilgiyi bağlamsal olarak anlamalarını ve yeni bilgileri bu temellere dayandırmalarını engelleyebilir (Swadener, 1998). Bu da ileri düzeydeki konuların öğrenilmesini ve uygulanmasını zorlaştırır. Örneğin, matematikte cebirsel ifadelerin anlaşılması, denklem kurma ve çözme gibi beceriler, sağlam bir aritmetik temeline dayanır. Eğer öğrencinin aritmetik temelleri eksik ise, cebirle ilgili konuları anlaması zor olacaktır (Akkan vd., 2017).

Aritmetikten cebire geçiş sürecinin problem çözme aşamasında öğrencilerin üstbiliş becerileri önem arz etmektedir. Üstbiliş becerisi yüksek olan öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbiliş becerisi düşük öğrencilere göre daha başarılı oldukları çeşitli çalışmalarla ortaya konmuştur (Chan vd., 2007).

Araştırmanın Amacı

Araştırmanın konusu ortaokul ğrencilerinin aritmetikten cebire geçişteki kullanmış olduğu üstbilişsel beceriler oluşturmaktadır. Matematik dersinde aritmetik neredeyse her konuda kullanılmaktadır. Bundan dolayı önem arz etmektedir. Yine cebir ortaokulda başlamakta ve kavramsal temelleri de bu yıllarda oluşmaktadır. Cebir; gerek matematik gerekse diğer fen bilimleri alanında oldukça fazla kullanılmaktadır (Kaya vd., 2016). Hatta insanlar günlük yaşantılarında cebirsel problemlerle karşılaşmaktadırlar. Öğrencilerin cebir konusundaki kavramsal temellerinde eksikliklerin oluşması sonraki dönemlerde matematik dersinin başarısını olumsuz yönde etkileyecektir (Swadener, 1998). Matematikte somut dönem ile soyut dönem arasında bir köprü görevi gören ortaokul matematiğinin en önemli aşamalarından birisi aritmetikten cebire geçiş dönemidir. Bu dönemi başarıyla tamamlayan öğrencilerin ileriki matematik konularında, soyut düşünmelerinde başarılı olacakları açıktır (Akkan, 2009). Yine üstbilişsel beceriler bu dönemde öğrencilere oldukça kolaylıklar sağlamaktadır. Yapılan çalışmalarda üstbiliş becerisi yüksek olan öğrencilerin cebir problemlerini çözmede üstbilişsel becerisi düşük olan öğrencilere göre daha başarılı olduklarını göstermektedir (Swanson, 1990; Yılmaz, 2017).

Bu gereklilikler doğrultusunda bu çalışmanın amacı ortaokul ğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki üstbilişsel becerileri derinlemesine irdelemektir. Çalışma bu amaç doğrultusunda “Ortaokul ğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki sergilemiş oldukları üstbilişsel beceriler nelerdir?” problem durumuna yanıt aramak için yapılmış olup; bu probleme yanıt bulmak için aşağıdaki sorular sorulmuştur.

1. Ortaokul ğrencileri aritmetikten cebire geçiş sürecinde üstbilişsel planlamaya yönelik ne tür beceriler sergilemektedir?
2. Ortaokul ğrencileri aritmetikten cebire geçiş sürecinde üstbilişsel izlemeye yönelik ne tür beceriler sergilemektedir?
3. Ortaokul ğrencileri aritmetikten cebire geçiş sürecinde üstbilişsel değerlendirmeye yönelik ne tür beceriler sergilemektedir?

Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Aritmetik, matematiksel işlemlerin temeli olarak hizmet eder ve onu problem çözme ve mantıksal düşünmede temel bir bileşen haline getirir. Aritmetiği anlamak, bireylerin daha karmaşık matematik problemlerini çözmek için gerekli olan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi temel hesaplamaları yapmasına olanak tanır (Akkan vd., 2017)

Cebir, matematiğin temel konularından olmaları ve daha sonraki konulara sağlam bir temel oluşturmaları nedeniyle matematik başarısı için büyük bir öneme sahiptir. Matematik öğretiminin başlıca amaçlarından biri, öğrencilere günlük yaşantılarında karşılaşılabilecekleri gerçek yaşam problemlerini çözme becerisi kazandırmaktır (Grønmo, 2018).

Genellikle matematiğin dili olarak anılan cebir, problem çözme ve mantıksal düşünmede çok önemli bir rol oynar. Miktarları ve ilişkileri temsil etmek için sembollerin ve değişkenlerin kullanımını içeren aritmetiğin bir uzantısıdır (Akkan vd., 2011). Bu bağlamda aritmetik ve cebirin önemi aşikardır.

Üstbilişsel beceriler cebirsel problemleri anlama, çözme ve cebirsel işlemleri yapmada öğrencilerin başarısını artırmaktadır (Kapa, 2001). Öğrencilerin öğrenme sürecinin farkında olmaları ve kendi öğrenme yöntemlerini bilerek, önceki öğrenmelerini kontrol etmeleri ve yeni öğrenmelerini bu temel bilgilere dayandırarak inşa etmeleri büyük önem taşır (Yeşilyurt, 2021). Bu düşünme süreci genellikle üstbilişsel becerilerin kullanılmasını gerektirir ve öğrencilerin aritmetik düşünmeden cebirsel düşünceye geçerken yaşadıkları zorlukları hafifletebilir (Öztürk, 2021). Literatür incelendiğinde gerek aritmetikten cebire geçiş dönemi ile gerekse üstbiliş becerileri ile ilgili öğrencilerle yapılan çalışmalara rastlamak mümkündür. Fakat aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilerin sahip oldukları üstbilişsel becerileri inceleyen çalışmalar yok denecek kadar azdır. Özellikle üstbiliş ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda nitel çalışmaların azlığı dikkat çekmektedir (Öztürk, 2018). Öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde kullandıkları üstbiliş becerileri yeterince net değildir. Ayrıca alan yazın taraması yapıldığında aritmetikten cebire geçiş ile üstbilişi bir arada inceleyen çalışmaların azlığı dikkat çekmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin aritmetikten cebire geçişteki sahip oldukları üstbiliş becerilerin irdelenmesi önem arz etmektedir. Bu sayede matematik için önemli olan iki konunun birleştirilerek ele alınması sağlanacaktır.

Çalışmadan elde edilen bulgular ve sonuçların; hem öğrencilere, hem matematik öğretmenlerine hem de ileride benzer çalışmaları yapacak araştırmacılara katkı sağlayacağı aşikardır. Çalışmadan elde edilecek bulgular ve öneriler hem matematik öğretmenleri hem de ortaokul öğrencileri için faydalı olacağı düşünülmektedir. Bu nedenle, aritmetikten cebire geçişteki ortaokul öğrencilerinin üstbilişsel becerilerini belirlemek, onların cebirsel düşünme

sürecine geçişini desteklemek için önemli olacağı düşünülmektedir. Öğretmenler, öğrencilerin üstbilişsel becerilerini değerlendirebilir ve geliştirebilirken, öğrenciler de kendi düşünme süreçlerini anlamak ve yönetmek için farkındalık kazanabilirler.

Sınırlılıklar

Araştırmamızın sınırlılıkları aşağıda belirtilen şekildedir.

- 1- Araştırma 2021-2022 Eğitim-Öğretim yılında 6., 7. ve 8. sınıfa devam eden toplam 9 öğrenci ile sınırlıdır.
- 2- Araştırma 6, 7 ve 8. Sınıf öğrencilerinin ortaokul öğretim programı içerisinde yer alan cebir konuları ile sınırlıdır.

Varsayımlar

Bu araştırmanın varsayımları;

- 1- Araştırmacının uygulama ve veri toplama sürecince tarafsız, objektif ve ön yargısız olduğu,
- 2- Veri toplama araçları hazırlanırken, görüşleri alınan uzmanların samimi ve tarafsız bir şekilde görüşlerini belirttiği,
- 3- Çalışmaya katılan öğrencilerin veri toplama araçlarına tarafsız, içtenlikle ve gönüllü olarak cevap verdikleri varsayılmaktadır.

Araştırmanın Terim ve Tanımları

Araştırmada kullanılan bazı terim ve kavramların tanımları şöyledir;

Aritmetik: Sayılarla sayılar arasındaki ilişkileri, matematikteki dört işleme dayalı tüm hesaplamaları içermektedir. Ayrıca aritmetik; bilinmeyen, bilinenden hareketle bulmayı amaçlar (Mason, 1996).

Cebir: Polinomlar ile denklemlerin çözümünü sembolize eden matematiğin bir dalıdır. Cebir tam manasıyla bir hesaplama bilimidir. Cebir, matematikteki dört işleme dayalı aritmetiğin soyutlanmasıyla ortaya çıkmıştır (Akgün, 2006). Cebir; matematikte genellemeler yapmayı, düşünceleri semboller yardımıyla formülize etmeyi içeren, matematiğin tamamı üzerinde hakimiyeti olan temel bir unsur olarak görülmektedir (Williams, 2012).

Cebir öncesi dönem: Aritmetikten cebire geçiş sürecinde aritmetik ile cebir arasındaki var olan boşluğun üstesinden gelmek için bu iki dönem arasındaki boşluğu olduran dönemdir (Akkan, 2009).

Biliş: Biliş, algı, dikkat, hafıza ve problem çözme gibi zihinsel süreçler yoluyla bilgi ve anlayış edinme sürecini ifade eder (Akpınar, 2011).

Üstbiliş: Bireyin kendi bilişsel süreçleri hakkındaki bilgisi ve bu sürecin kontrol edilmesidir. Üstbiliş; bireyin bilişsel işlemlerini ve bu işlemlerle ilişkili herhangi bir konu hakkındaki bilgisini içeren bir kavramdır (Flavell, 1987).

İKİNCİ BÖLÜM

Kuramsal Çerçeve ve İlgili Araştırmalar

Aritmetik

Matematik kendine özgü terimlere sahip, evrensel bir dildir. Bu dili etkin bir şekilde öğrenip kullanabilmek için kavramlar önemlidir (Sitrava, 2017). Matematikte en çok karşılaştığımız kavramlardan birisi de aritmetik kavramıdır. Aritmetiği genel olarak günlük yaşamda yaptığımız matematiksel işlemlerin tamamı olarak nitelendirebiliriz. Aritmetik en kısa tanımıyla; matematikteki dört işleme dayalı tüm hesaplamaları içermenin yanı sıra bilinmeyi, bilinenden hareketle bulmayı amaçlayan matematiğin bir dalıdır. (Mason, 1996).

Tarihin en eski dönemlerinden itibaren, aritmetiğe ilişkin izler bulmak mümkündür. Eski uygarlıklar, toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi temel aritmetik işlemlerini kullanarak sayılarla ilişkili hesaplamalar yapmışlardır. Ancak, bu işlemlerin uygulama şekilleri günümüzdeki sistemleşmiş halinden farklılık göstermiştir (Öztürk, 2018). Aritmetiğin temel dört işlemi, zaman içinde toplumların gelişmesiyle birlikte evrim geçirmiş ve günümüzdeki kullanılan şeklini almıştır. Matematiksel gösterimler ve sembollerin gelişimi, matematiksel düşüncüyü daha etkili ve sistematik hale getirmiştir. Sonuç olarak, aritmetik kavramı, tarihin derinliklerine kadar uzanan bir geçmişe sahiptir. İnsanlar, aritmetiği toplumların ihtiyaçlarına ve teknolojik gelişmelere paralel olarak şekillendirmiş ve günümüzdeki modern matematiksel anlayışı oluşturmuşlardır (Göker, 1997).

Aritmetik işlemler günümüzde okul öncesi dönemde başlamakta ve sınıf seviyesi arttıkça işlem seviyeleri zorlaşmaktadır. Öğrenciler, aritmetik işlemlerle ilk tanıştırmaları nesnelerin sayısını belirleme, buradan hareketle somut kavramları ve dört işlemi öğrenmeleridir (Gökburun, 2021). Matematikte hemen hemen her alanda kullanılan aritmetik, matematiğin başarısı için vazgeçilmez bir daldır.

Cebir

Cebir, matematiğin birçok konusu ile ilişkili olması bakımından, her seviye matematik öğreniminde önem arz etmektedir (Lacampagne, 1995). Cebir; matematiksel bir dil olup, matematiğe ait sembolleri ve işlemleri kullanarak problem çözme durumu olarak tanımlanmaktadır (Dede vd., 2007). Kieran' a (1992) göre cebir; matematiksel sembolleri kullanarak var olan soyut kavramlarla aritmetik işlemler yapabilmeyi ve bu işlemleri günlük

problem durumlarına aktarmaya yarayan matematiğin bir dalıdır. Akkan'a (2009) göre cebir; sayıların özelliklerini, ilişkilerini en genel biçimde inceleyen bilim dalıdır.

Aritmetik ve Cebir İlişkisi

Cebirin temelini aritmetik oluşturmaktadır. Yeterli aritmetik bilgisine sahip olmayan bir bireyin cebirsel işlemlerde başarılı olamayacağı aşîkardır. Akgün' e (2006) göre dört işlem yapmayı gerektiren aritmetiğin soyutlanmasıyla matematiğin önemli bir dalı olan cebir ortaya çıkmıştır. Van Amerom (2002); cebirin temelini aritmetik olduğunu belirtmiştir. Yani cebir ve aritmetik birbirinden ayrı düşünülemez. İç içe geçmiş matematiğin iki dalı olan aritmetik ve cebir birbirini tamamlamaktadır. Bir zincirin halkalarına benzeyen matematiksel kavramlar arasında oluşacak kopmalar, ileriki dönemlerde matematiksel kavramların öğrenilmesinde problemlerin ortaya çıkmasına neden olacaktır (Swadener vd. , 1988).

Aritmetik ve cebirin bu kadar iç içe geçmiş olmasına rağmen aralarında göze çarpan önemli farklılıklar vardır. Bu farklılıklar cebir öğretiminde, aritmetikten cebire geçişte ve kavram öğretiminde öğrencilere problem teşkil etmekte, onları hata ve kavram yanlışlarına sürüklemektedir (Akkan, 2009). Van Amerom (2002) aritmetik ile cebir arasındaki farklılıkların belirlenmesinin aritmetikten cebire geçişte fayda sağlayacağını belirtmiştir. Bu farklılıkları Van Amerom (2002) ve Akkan (2009) aşağıda verilen tablodaki gibi belirtmişlerdir.

Tablo 1. *Aritmetik İle Cebir Arasındaki Farklılıklar.*

Aritmetik	Cebir
Genel amaç sayısal çözüm bulmaktır	Genel amaç problem çözme yöntemlerini genellemek ve sembolize etmektedir.
Belirli sayısal durumlara genelleme	Sayılar arasındaki ilişkileri genelleme
Tablo hesaplama aracı olarak kullanılır.	Tablo problem çözme aracı olarak kullanılır.
Sayılarla işlem yapmayı gerektirir.	Değişkenlerle işlem yapmayı gerektirir.
Harfler ölçüm etiketleridir veya bir nesnenin kısaltmasıdır.	Harfler bilinmeyen veya değişkendir.
Sembolik ifadeler süreçleri ifade etmektedir.	Sembolik ifadeler ürün ve süreç olarak görülmektedir.
İşlemler belirli eylemlere işaret eder (Örn: Çarpma, iki sayısının Tçarpılmasıdır.)	İşlemler ilişkileri temsil eder. $(y-7 \rightarrow y$ 'nin 7 eksiği anlamına gelmektedir. Herhangi bir eylem içermez.
Eşittir işareti var olan işlemin soncunu gösterir.	Eşittir işareti denklik anlamında kullanılır.
Bilinen ifadelerle akıl yürütme.	Bilinmeyen ifadelerle akıl yürütme
Sonuç olarak bilinmeyene ulaşılır	Bilinmeyenlerle başlanır.
Bir bilinmeyen içeren doğrusal denklem problemleri	Birden fazla bilinmeyenin bulunduğu problemler (Denklem sistemleri)

Akkan (2009), hazırlamış olduğu doktora tezinde aritmetikten cebire geçiş sürecini; aritmetik (a)-cebir öncesi (cö)-cebir (c) olmak üzere üç kısma ayırmış ve dört farklı bileşende bu süreçleri incelemiştir. Akkan (2009) dört farklı bileşende öğrencilerin hangi dönemde olduklarını belirlememize yardımcı olacak karakterizasyon tabloları hazırlamıştır. Tezimizde öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte problem çözme sürecindeki üç farklı alanı belirlemek için Akkan (2009) tarafından hazırlanan aritmetikten cebire geçiş sürecinde öğrencilere ait üç farklı alanı belirlemek için hazırlamış olduğu karakterizasyon tablosu kullanılmıştır (Bkz Tablo 2).

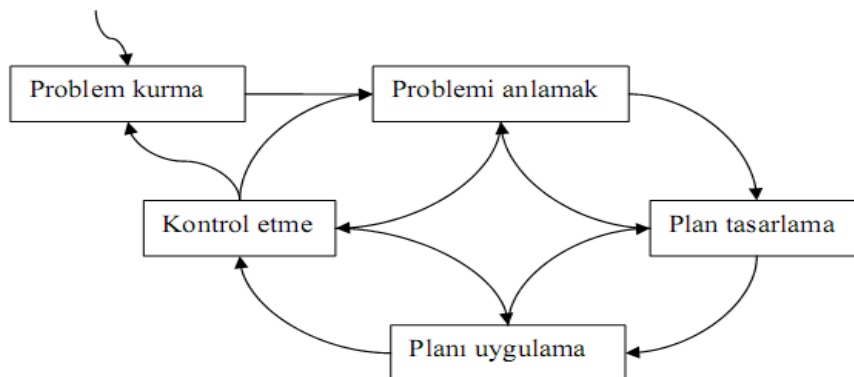
Problem Çözme

Problem çözme, kişinin eğitim hayatında bütün disiplinlerde bulunan fakat daha çok matematik alanında ön plana çıkan bir beceridir (Krulik vd., 1988). Problem çözme becerisi 21. Yüzyıl becerileri arasında kişinin kazanması gereken en önemli becerilerden birisi olmakla birlikte geçmişte olduğu gibi günümüzde de önem arz etmektedir (Jonassen, 2000). Öğrenciler aritmetikte belli sayılarla akıl yürütürken, üst düzey öğrenciler soyut nesne olarak farklı sayıları düşünüp onlarla akıl yürütebilirler (Akkan, 2009).

Problem çözme bir süreç, problem çözme adımları da bu sürecin temel bileşenidir (Gick, 1986) Başarılı bir problem çözme süreci için uygulanması gereken aşamalar bulunmaktadır. Polya' ya (1973) göre matematik bilmek problem çözebilmektir. Polya (1973) problem çözme adımlarını dört basamakta açıklamıştır. Bunlar;

- Problemi Anlama
- Plan Yapma,
- Yapılan planı uygulama,
- Kontrol etme-değerlendirme şeklindedir. Şekil 1' de Polya' nın problem çözme adımları verilmiştir.

Şekil 1. Polya' nın Problem Çözme Adımları (Bozan, 2008)



Problemi Anlama

Problem çözüme sürecinin bu adımında kişi, problemi anlamak için okumalı ve problemde istenen ve verilenleri ayırt edebilmelidir. Buda problemi kişinin anlayarak okuması ve kendi cümleleriyle özetlemesi ile mümkün olmaktadır (Serin, 2014). Bu süreçte problem sadeleştirilerek çözüm için gerekli olan bilgiler ayıklanmalı fazla bilgiler ise elenmelidir (Kayapınar, 2015).

Plan Yapma

Problemi anlam sürecinden sonra gelen bu süreçte öğrenci problemin çözümüne odaklanır. Bu süreçte öğrenci problemin verileri ile kendisinden isteneler arasında bir ilişki kurmaya çalışır (Polya, 1973). Çözüm için gerekli olan işlem ve bilgileri nasıl ve ne zaman yapacağına karar verir. Gerekli olan çözüm stratejilerine bu aşamada karar verilir. Bazı problemler için tek bir strateji kullanımının yeterli olması fakat bazı problemler için birden fazla stratejilerin kullanımı gerekebilir (Şener vd., 2015). Çözüm için gerekli plan bu süreçte hazırlanır. Hazırlanan plan yazılı olabileceği gibi sözel ifadelerle belirtilebilir.

Öğrencilerin problemleri hatasız bir biçimde çözebilmeleri için plan yapma aşamasında iyi olmaları gerekmektedir. İyi yapılmamış ya da çözüme uygun olmayan bir plan öğrencinin problemin çözümünün yanlış olacağı gibi problem çözüme sürecini de sekteye uğratacaktır (Polya, 1973).

Yapılan Planı Uygulama

Bu süreçte öğrenci yaptığı planı uygulamaya çalışır. Bu aşamada öğrenci, planının doğruluğunu sorgulamalı, problem çözüme adımlarını kontrol etmeli ve problem çözüme adımlarını tekrar edip etmeyeceğine karar vermelidir (Gurganus, 2017).

Uygulama aşamasında doğru sonuca ulaşan her öğrencinin, problemi anlayarak iyi bir plan sonucu sonuca ulaştığı anlamı çıkarılmamalıdır. Öğrenciler bazen aritmetik işlemlerle tesadüfi olarak doğru sonuca ulaşmış olabilirler.

Kontrol Etme-Değerlendirme

Problem çözüme sürecinin en son basamağıdır. Bu basamakta öğrenciler çözdükleri problem ile ilgili olarak kendilerini değerlendirirler. Çözümünün doğru olup olmadığını, ulaşılan sonucun mantık açısından değerlendirilmesi bu aşamada yapılır (Gurganus, 2017). Önemli bir basamak olmasına rağmen birçok öğrenci bulduğu sonuçların doğruluğundan emin oldukları için çoğunlukla bu basamağı önemsememektedir (Polya, 1973).

Mason' a (1996) göre değerlendirme süreci; öğrencinin çözümünü içselleştirmesinin yanı sıra, öğrencinin aynı problem için farklı çözüm yolları keşfetmesine de yardımcı olacaktır. Problem çözme aşamasının değerlendirme kısmında öğrencilerin farklı bir çözüm yolu olup olmadığının sorgulamaları beklenmekte olup çoğunlukla bu işlem göz ardı edilmektedir.

Akkan (2009) yapmış olduğu doktora tezinde problem çözme sürecini, aritmetik- cebir öncesi – cebir olmak üzere üç kısma ayırmış ve bununla ilgili olarak öğrencinin hangi dönemde olduğunu belirlememize yardımcı olacak karakterizasyon tablosu hazırlamıştır.

Tablo 2. *Problem Çözme Sürecine Ait Karakterizasyon Tablosu (Akkan, 2009).*

Boyutlar	Göstergeler
Aritmetik (A)	- Aritmetik gösterimlerle aritmetik akıl yürütme. - Bilinenlerden bilinmeyenleri bulma. - Bilinmeyenleri çözüm süreci dışında tutma ve sadece sayılarla işlem yapma. - Soru metnindeki bilinen sayılarla akıl yürütme ve bilinmeyenleri son nokta olarak alma. - Problemin çözümüne ulaşmak için art arda doğru sayısal hesaplamalar yapma. - Genel amaç, sayısal bir sonuç bulmadır. - Sonuca ulaşmada gelişigüzel deneme-yanılma ve deneme-uyarlama gibi aritmetik çözüm stratejilerini kullanma. - Problem durumlarındaki ara ürünlerle sonuçları yorumlama.
Cebir Öncesi (CÖ)	- Aritmetik gösterimlerle cebirsel düşünme veya cebirsel gösterimlerle aritmetik düşünme. - Problem çözümü için ihtiyaç duyulan aritmetik temelleri veya işlemleri bilinmeyenlere genişletme. - Bilinmeyenlerle kısa süreli çalışma. - Bir bilinmeyenli birinci dereceden denklem oluşturma ve aritmetik yollarla çözme. - Sonuca ulaşmada sistematik(düzenli) deneme-doğrulama ve ters-işlem algoritması gibi cebir öncesi çözüm stratejilerini kullanma. - Bilinmeyenlerin problem durumuna göre değişkenlik göstermesi.
Cebir (C)	- Cebirsel gösterimlerle cebirsel akıl yürütme. - Bilinmeyenlerle akıl yürütme ve başlangıç noktası olarak bilinmeyenleri alma. - Bir veya daha fazla bilinmeyenli denklem sistemleri oluşturma ve çözme. - Bilinmeyenleri çözüm sürecinin ilk aşamasından son aşamasına kadar çözüm sürecinin içinde tutma (çözüm sürecinde sembolün kendisi işlem yapılan nesnedir). - Problemin çözümünde art arda bağlantılı eşitliklerle veya oluşturulan denklemin her iki yanındaki işlemi yaparak çözüme gitme. - Genel amaç ilişkileri ve işlemleri genelleştirmedir. - Problem çözümünde sabit bilinmeyenler çalışma (bilinmeyenler durağandır). - Problem durumlarındaki ara ürünlerle sonuçlar yorumlayamama.

Biliş

Biliş, insan zihninin işleyişini ve bilgiyi nasıl işlediğini anlamaya odaklanır. Bu disiplin, zihinsel süreçleri inceleyerek bireylerin düşünce, algı, hafıza, dikkat, dil ve problem çözme gibi zihinsel faaliyetlerini anlamaya çalışır (Goldstein, 2013).

Bilişsel süreçler, bilişin temel yapı taşlarını oluşturur. Bunlar, bilgiyi işlemek, depolamak, hatırlamak, karar vermek ve problemleri çözmek gibi zihinsel faaliyetleri içerir. Bilişsel süreçlerin anlaşılması, zihinsel işlevlerin nasıl gerçekleştiğini ve davranışlarımızı nasıl

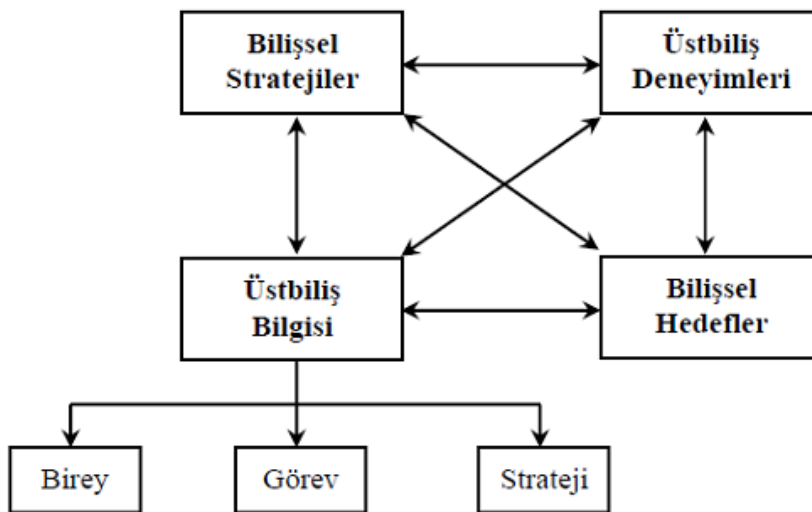
etkilediğini açıklamaya yardımcı olur. Bilişsel süreçler hatırlama, anlama, uygulama, analiz etme, değerlendirme ve yaratma şeklinde altı basamaktan oluşmaktadır (Anderson vd., 2013).

Üstbiliş

Üstbiliş kavramı ile ilgili çalışmaların geçmişi yaklaşık yarım yüzyıla dayansa da, kavramsal olarak bizi daha eskilere götürmektedir. İlk çağ filozofu olan Konfüçyüs; kişinin kendi beceri ve yetersiz durumlarının farkında olması ve buna göre davranmasının önemi üzerinde durmuştur (Aydın vd., 2020). Üstbiliş; kişinin kendi düşünme sürecinin farkına varması, anlaması ve düşünme sürecini denetleyebilmesidir (Marzano vd., 1988). Georgiades (2004) üstbilişin tanımını; kişinin kendi bilişsel sürecinin farkında olması yani düşünceleri üzerine düşünme sürecidir şeklinde yapmıştır. Lin' e (2001) göre üstbiliş; kişinin kendi bilişsel sürecinin sonuçlarının farkına varıp anlaması ve izlemesidir. Literatüre bakıldığında üstbilişin birçok farklı tanımına rastlamak mümkündür ve hepsinde vurgulanan en önemli nokta bireyin bilişsel sürecini kontrol etmesidir (Livingstone, 1997). Üstbiliş, bireylerin kendi bilişsel süreçlerini yönlendirebilme ve denetleyebilme yeteneğini ifade eder. Bu beceri, bireylerin öğrenme hedefleri belirlemesine, stratejiler geliştirmesine, öğrenme süreçlerini düzenlemesine ve kendini değerlendirmesine olanak tanır. Üstbiliş, öğrenme ve problem çözme süreçlerindeki etkinliği artırarak daha etkili ve derinlemesine öğrenmeyi sağlar (Schraw vd., 1995).

Literatüre bakıldığında üstbiliş kavramını ilk kez Flavell (1979) kullanmıştır. Flavell' a (1979) göre üstbiliş; kişinin kendi düşünme süreçlerinin farkında olması ve bu süreçleri kontrol edebilmesidir. Yani kişinin bilişsel süreçlerini izlemesi buna bağlı olarak düzenlemeler yapmasıdır. Flavell'ın geliştirmiş olduğu üstbiliş modeli Şekil 2'de verilmiştir.

Şekil 2. Flavell'ın Üstbilişsel Modeli



Üstbilişsel Bilgi: Kişinin kendi sahip olduğu bilginin derecesidir. Üstbilişsel bilgi, bilişsel süreci ve öğrenme sürecini etkileyen unsurlar içermektedir (Flavell, 1979). Bireyin karşılaştığı olay ve durumlarda yardım gerekmezken kendi başına yapması gerekenlerin farkında olmasıdır (Melanlioğlu, 2011). Yani bireyin kendi bilişsel yeteneklerini anlaması, hangi stratejileri kullanacağını bilmesi ve öğrenmeyi kolaylaştıran veya engelleyen koşulların farkında olması anlamına gelir.

Üstbilişsel Deneyimler: Bilişsel faaliyet içeren ve birlikte hareket eden farkındalık ve deneyimler olarak tanımlanmıştır (Flavell, 1979).

Görev: Bireyin görevin farkına vararak, göreve ait ihtiyaçların ve zorlukların farkında olması ile ilgili bilgisidir. Diğer bir ifadeyle karşılaşılan işin getirdiklerini bilmek ve iş hakkında kendinin farkında olmak olarak tanımlanmıştır (Flavell, 1987).

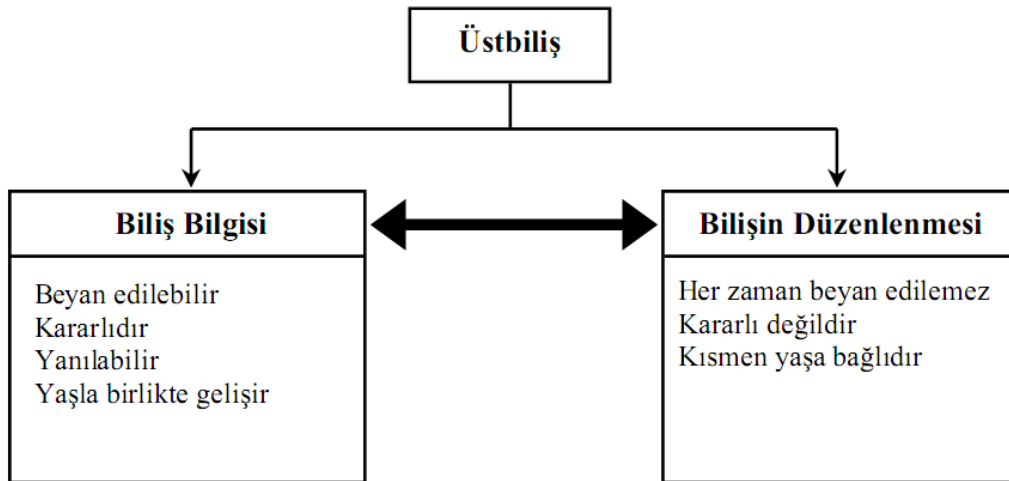
Üstbilişsel Strateji: Bireyin var olan bir süreci tamamlayabilmesi için gerek duyduğu stratejilerin bilgisidir (Flavell, 1987).

Brown' a (1987) göre üstbiliş kişinin bilişsel yetenekleri ile ilgili düşünmesi ve öğrenme boyutunda öz düzenleme olarak ele almıştır. Brown üstbilişi,

- Biliş bilgisi,
- Bilişin düzenlenmesi,

olmak üzere iki temel kategoride incelemiştir.

Şekil 3. Brown'un Üstbilişsel Modeli



Schraw vd. (1995) yaptıkları üstbilişsel çalışmada, Brown' un üstbilişsel modelini derinlemesine inceleyerek üstbilişi;

- Biliş bilgisi,
- Bilişin düzenlenmesi olmak üzere iki kategoride toplamışlardır.

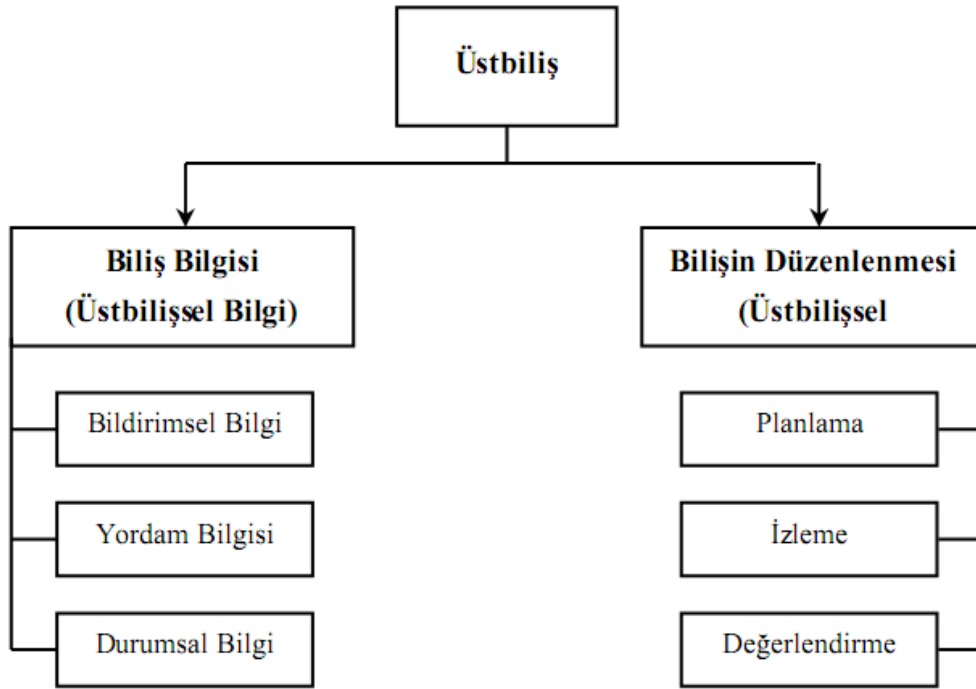
Biliş Bilgisi: Kişinin kendi bilişsel sürecinin farkında olması ve bilişsel süreçlerini tanıması ve onunla ilgili neler bildiğiyle ilgilidir. Yani bireyin kendi bilgisi hakkındaki bilgisidir, kısacası bilmeyi bilmedir (Brown, 1987).

- *Bildirimsel Bilgi:* Kişinin öğrenme sürecini etkileyen faktörler hakkındaki bilgisidir.
- *Yordam Bilgisi:* Kişinin kendi bilişsel bir görev için uygulaması gereken uygun stratejiyi seçme ve seçtiği stratejiyi nasıl kullanacağını bilgisidir (Schraw vd., 1995). Başka bir deyişle, bir görevin başarıyla tamamlanması için hangi stratejilerin kullanılacağını ve stratejinin nasıl uygulanacağını bilgisini ifade eder (Aktürk vd., 2011).
- *Durumsal Bilgi:* Bireyin çeşitli bilişsel etkinliklerinin ne tür durumlarda niçin ve hangi zamanda uygulaması gerektiğine dair bilgisidir. Yani bireyin bildirimsel bilgi ve yordam bilgisini ne zaman ve niçin kullanacağına karar verebilmesidir (Schraw vd., 1995)

Bilişsel düzenleme: Bilişsel düzenleme, bilişsel süreçlerin kontrol edilmesi ve yönlendirilmesi anlamına gelir. Bu süreç, bireyin kendi düşüncelerini izlemesi, düzenlemesi, değerlendirmesi ve uyarlaması yoluyla gerçekleşir. Bilişsel düzenleme, hedeflerin belirlenmesi, kaynakların planlanması, dikkatin yönlendirilmesi, problem çözme stratejilerinin kullanılması ve performansın değerlendirilmesi gibi bilişsel süreçleri içerir. Kişinin kendi öğrenme sürecini düzenleyip izlemesine yardımcı olan ve öğrenme sürecinde var olan denetim ve icra kısmını kolay kılan etkinlikleri içeren bir süreçtir. Yani öğrenme sürecini düzenleyerek kontrol etmedir (Brown, 1987). Planlama, izleme ve değerlendirme bu sürece ait üstbilişsel stratejilerdir (Nazarieh, 2016).

- *Planlama:* Bireyin var olan bir problemi çözmek için uygun olan strateji seçimi ve gerekli olan uygun içeriklerin belirlenmesidir. Öğrenme sürecini düzenleyen faaliyetler bütünü olarak ifade edilebilir (Nazarieh, 2016).
- *İzleme:* Kişinin yapmış olduğu çalışmanın işe yarayıp yaramadığını değerlendirmesi, kullanmış olduğu öğrenme stratejisinin faydasını sorguladığı ve süreçte var olan hatalı bir durumu fark edebilmesidir (Schraw vd., 1995).
- *Değerlendirme:* Kişinin problem çözme sürecinde veya sonunda kendi sergilemiş olduğu performansa göre var olan öğrenme sürecini düzenlemesidir (Brown, 1987).

Şekil 4. Schraw vd. Üstbilişsel Modeli



Alan yazın incelendiğinde üstilişsel becerilerin;

- Tahmin,
- Planlama,
- İzleme,
- Değerlendirme olmak üzere 4 kategoride toplandığı gözlemlenmiştir.

Birey var olan 4 strateji sayesinde süreçte kendisinin ne derece başarılı ya da başarısız olacağını değerlendirir, süreci nasıl bitirmesi gerektiğine karar verir ve bu süreçte elde edeceği tecrübeleri sonraki işlemlerinde kullanır (Gourgey, 1998).

Tahmin: Öğrenme sürecindeki bireyin sürece ve sonuçlarına dair meydana gelebilecek durumlar üzerine düşünmesidir. Tahmin; kişinin öğrenme sürecinin hedeflerini belirleme, sürecin zamanını tahmin etme ve sürecin ortaya çıkabilecek sonuçları hakkında düşünmesidir (Özsoy, 2008).

Planlama: Planlama; kişinin hedefe ulaşmak için neyi ne zaman ve niçin yapacağını ve belirlenen çözüm yollarının sonuçları üzerine düşünmesini ifade eder (Desoete, 2001). Planlama becerisi, kişinin süreçte kullanacağı stratejiyi belirleyerek etkin bir şekilde kullanabilmesini sağlar (Schraw, 2009). Bu süreçte kişi kendisine; “Hedefim ne?”, “Hedefim için gerekli olan bilgiler neler?”, “Hedefe ulaşmak için ne tür strateji kullanmalıyım?”, “Hangi yolu izlemeliyim?” gibi soruları sorması beklenir (Schraw, 1998). Araştırmalar; kişinin

planlama becerisine sahip olma dönemi olarak 10-14 yaşlarını işaret etmektedir (Schraw vd., 1995)

İzleme: Kişinin bilişsel bir süreçte kendi anlama düzeyinin arkında olmasıdır (Yeşilyurt, 2021). Kişi bu süreçte kendi bilişsel durumunu denetler (Schraw, 1998). Deseote'ye (2001) göre bu süreçte kendisine; “Hazırladığım planımı doğru uyguluyor muyum?”, “Hedefe ulaşmak için doğru yolda mıyım?” gibi sorular sorar. Bu beceri; kişinin problem çözme sürecindeki zorlandığı noktaları ve yaptığı hataları fark etmesini sağlar (Lipson, 1995).

Değerlendirme: Kişinin süreç sonunda derinlemesine düşünmesidir. Süreç sonucunda ortaya çıkan sonucun ve durumun analiz edilmesi, öğrenme çıktılarının gözden geçirilmesidir (Brown, 1987; Akın, 2006).

Biliş ve Üstbiliş İlişkisi

Biliş, temel düşünme, algılama ve anlama süreçlerini içerdiği için üstbilişin temeli olarak hizmet eder. Biliş, bireylerin bilgi edinmesini, işlemesini, depolamasını ve geri almasını sağlayan zihinsel süreçleri ifade eder (Hıdıroğlu, 2018) Öte yandan, üst biliş, kişinin kendi bilişsel süreçlerinin farkındalığını ve düzenlemesini kapsayarak bilişin ötesine geçer (Flawell, 1987). Düşünme üzerine düşünmeyi ve kişinin bilişsel yeteneklerinin ve sınırlarının farkında olmayı içerir. Bu anlamda üst biliş, kişinin kendi düşüncesini yansıtmak ve düzenlemek için bilişsel süreçleri kullanarak biliş üzerine kuruludur (Flawell, 1987) Bu nedenle biliş, üstbilişsel becerilerin geliştirilmesi ve uygulanması için gerekli zemini sağlar.

Üstbiliş, bilişin bir yansıması ve düzenlenmesi olarak anlaşılabilir. Dikkat, hafıza ve problem çözme gibi kişinin kendi bilişsel süreçlerini izlemeyi ve değerlendirmeyi içerir Üst biliş yoluyla, bireyler kendi düşünme stratejileri, güçlü ve zayıf yönleri hakkında içgörü kazanırlar ve bilişsel süreçlerini buna göre uyarlamalarına ve ayarlamalarına olanak tanır (Akpınar, 2011). Hedef belirleme, planlama ve öz değerlendirme gibi üstbilişsel stratejiler, bireylerin bilişsel süreçlerini düzenlemelerine ve öğrenme ve problem çözme yeteneklerini optimize etmelerine olanak tanır böylece üst biliş, bilişi yönlendiren ve geliştiren üst düzey bir bilişsel süreç olarak hizmet eder.

Üst biliş, bilişsel becerileri ve performansı artırmada çok önemli bir rol oynar. Bireyler, kendi düşünme ve öğrenme süreçlerinin farkında olarak, bilgi ve anlayışlarındaki boşlukları belirleyebilirler (Kalemkuş, 2021). Bu farkındalık, bilginin daha derinden anlaşılmasını ve akılda tutulmasını destekleyen kendini açıklama ve detaylandırma gibi etkili öğrenme stratejilerine katılmalarına olanak tanır (Kalemkuş, 2021) göre ayarlamalarını sağlayarak akademik performansın artmasına yol açar. Bu nedenle, biliş ve üstbiliş arasındaki ilişki

karşılıklıdır; üstbiliş bilişsel becerileri ve performansı artırırken, biliş üstbilişsel süreçlerin temeli olarak hizmet eder (King, 1998).

Biliş ve üstbiliş arasındaki ilişki karmaşık ve birbirine bağlıdır. Üst biliş, bilişsel süreçleri yansıtmaya ve düzenleme yeteneğini içerdiğinden, temeli olarak bilişe dayanır. Planlama, izleme ve değerlendirme gibi üstbilişsel stratejiler, bilişsel performansı artırmak ve öğrenme çıktılarını optimize etmek için kullanılır (Huitt vd.,2003). Bireyler, kendi bilişsel süreçlerinin farkında olarak ve üstbilişsel stratejiler kullanarak, öğrenme ve problem çözme yeteneklerini geliştirebilirler (Chan vd., 2007). Biliş ve üstbilişin entegrasyonu, etkili öğrenme ve öz-düzenlemeli öğrenme için çok önemlidir (Akpınar, 2011). Hem bilişin hem de üst bilişin gücünü anlamak ve kullanmak, gelişmiş akademik performansa, problem çözme becerilerine ve genel bilişsel gelişime yol açabilir.

Üstbiliş ve Problem Çözme İlişkisi

Matematik, yaşamımızda birçok alanda karşımıza çıkmakta ve bundan dolayı okullarda matematik eğitime dikkat edilmelidir (Günhan, 2006). Matematik, yapısından dolayı öğrencilerin çoğu için karmaşık ve öğrenilmesi zor bir derstir.

Son yıllarda matematik ve üstbiliş ilişkisi arasında ilişkiyi tespit etmek için birçok çalışmalar yapılmış ve yapılmaktadır. Bu çalışmalar sonucunda varılan en önemli sonuç; üstbilişsel becerisi yüksek olan öğrencilerin üstbilişsel becerisi düşük olan öğrencilere göre matematik başarılarının daha yüksek olduğudur (Çakıroğlu, 2007).

Kişinin belirlenen bir amaca ulaşmak için karşılaştıkları güçlükleri ortadan kaldırmaya yönelik çabalar bütününe problem çözme denir (Bingham, 1998). Problem çözme çok fazla beceri isteyen karmaşık bir süreçtir. Problem çözme, bireylerin karşılaştıkları zorlukları aşmak ve hedeflerine ulaşmak için kullandıkları önemli bir bilişsel süreçtir (Jonassen, 2000). Üstbilişsel beceriler ise bu sürecin temelini oluşturan, bireylerin kendi düşünme süreçlerini yönlendirebilme, izleme ve değerlendirme becerileridir (Flavell, 1987). Problem çözme ve üstbilişsel beceriler, bireylerin akademik başarıları, mesleki başarıları ve genel yaşam becerileri üzerinde büyük bir etkiye sahiptir Problem çözme kişilerin kazanması gereken en önemli 21. yy. becerilerinin başında gelmektedir (Demirel, 2009). Ülkemizde en sonu 2018 yılında yapılan program güncellemeleriyle de problem çözme becerisine önem verildiği görülmektedir. Bu nedenle, problem çözme ve üstbilişsel becerilerin araştırılması ve geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır.

Üstbilişsel beceriler ile problem çözme arasında pozitif ilişkinin mevcut olduğu çalışmalara rastlamak mümkündür. Kişilerin problem çözme becerileri, var olan bilgilerine ve

onu etkili bir biçimde kullanmaları ile ilgilidir (Özsoy vd., 2009). Lester' a (1994) göre problem çözmede başarılı olmak için üstbilişsel becerilere ihtiyaç vardır. Cable (2020) üstbilşi; bireyin problem çözme ve öğrenmede kullanacağı taktik ve stratejileri zamanında ve yerinde kullanmasını sağlayan bilişsel bir süreç olarak ifade etmiştir. Üstbiliş bireyin problem çözmedeki başarısızlığın giderilmesine yardımcı olmaktadır (Flavell, 1987). Üstbilişsel eğitim uygulanan kişilerde problem çözme performansının arttığı açıktır. Üstbilişsel eğitimin genel anlamda matematik başarısını artırdığı görülmektedir (Babakhani, 2011). Öğrenme ortamları bireyin başarısına etki etmekte ve üstbilişsel bir ortamda birey kendi düşünmeye teşvik edilir (Ball vd., 2019).

Problem çözme birçok bilişsel beceri gerektirdiği gibi farklı üstbilişsel becerilerde gerektirir. Öğrencilerin problem çözmesi için kullandıkları üstbilişsel beceriler her öğrenci için farklılık göstermektedir (Tüysüz, 2013). Öğrencilerin problem çözmede kullandıkları üstbilişsel becerilerin tespiti için yapılan birçok çalışmaya rastlamak mümkündür. Üstbilişsel beceriler, problem çözme sürecinin farklı aşamalarında önemli rol oynar. Örneğin, problemi anlama aşamasında, bireyin dikkatini odaklama, problemi analiz etme, ön bilgileri kullanma ve problemi parçalara ayırma gibi becerileri kullanması gereklidir. Hedef belirleme aşamasında, bireyin amaçlarını belirleme, stratejileri planlama ve kaynakları yönetme becerileri önemlidir. Stratejiler geliştirme aşamasında, bireyin farklı çözüm yollarını düşünme, alternatifleri değerlendirme ve seçim yapma becerileri devreye girer (Artzt vd., 1992). Üstbilişsel beceriler ayrıca problem çözme sürecinin izlenmesi ve değerlendirilmesinde de önemlidir. Birey, kendi düşünme süreçlerini gözlemleyebilir, hataları tespit edebilir ve gelecekteki problem çözme deneyimlerinden öğrenerek gelişebilir (Nazarieh, 2016).

Üstbilişsel süreçte, öğrencinden; konuyu öğrenerek problem çözmesi, çıkarım yapma ve yorumlaması gibi bilişsel süreçleri gerçekleştirmesi beklenir (Brown, 1987). Literatürde problem çözme ve üstbilş arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmaların sayısı oldukça fazladır. Üstbilişsel becerileri gelişmiş olan bireylerin problem çözmede başarılı oldukları açıktır (Biryukov, 2004). Literatür incelendiğinde; üstbilş ile problem çözme başarısı arasında pozitif bir ilişki mevcuttur (Akış, 2022).

Goos vd. (2000) yılında yapmış oldukları çalışmada problem çözme sürecini üç kısma ayırmışlar ve bu süreçte kullanılan üstbilişsel becerileri tespit etmişlerdir.

Tablo 3. Goos vd. Ait Problem Çözme Aşamaları ve Kullanılan Üstbilişsel Beceriler

Problem Çözme Aşaması	Kullanılan Üstbilişsel Beceriler
Çözüm Öncesi	• Problem anlanana kadar okunur • Verilen ve isteneler belirlenir • Problemi kendi cümleleriyle özetleme • Benzer bir problemle karşılaşp karşılaşmadığını sorgulama • Problem Çözümünde kullanacağı teknikleri belirleme
Çözüm Sırası	• Problemin çözüm aşamalarını kontrol eder • Hata fark ettiğinde çözümün başına döner • Zaman zaman problemi tekrar okur • Doğru çözüm yapıp yapmadığını sorgulama
Çözümünden Sonrası	• Çözüm için yaptığı işlemleri kontrol eder • Bulduğu cevabın mantıklı olup olmadığını değerlendirir • Farklı çözüm yolu olup olmadığını değerlendirme

Problem çözme sürecinin başarılı bir şekilde tamamlanması için öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin farkında olması ve etkili bir şekilde kullanabilmeleri gerekmektedir. Ormrod 'a (1990) göre üstbiliş becerisi kazanmış bir öğrenci aşağıdaki davranışları sergilemelidir;

- Öğrenmenin ve bilişsel sürecin farkına varması,
- Var olan bilgilerini etkin bir şekilde kullanabilmesi,
- Öğrenme sürecini kontrol altında tutabilmesi,
- Problem durumuna uygu çözüm yollarını belirlemesi,
- Yeni bir öğrenme durumu için uygun öğrenme yöntemlerini belirlemesi,
- Uygun öğrenme stratejilerini etkin bir şekilde kullanması.

Aritmetikten Cebire Geçiş İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Araştırmanın amacı doğrultusunda belirlenen problem durumu, matematik eğitimi alanında yapılan aritmetikten cebire geçiş, problem çözme ve üstbilişsel becerileri ele alan çalışmalarla irdelenecektir. Bu çalışmalar içerisinde özellikle cebir ve üstbilişi birlikte ele alan çalışmalar esas alınacaktır.

Yukarıda söz konusu edilen problem durumuna kaynak teşkil etmede ön plana çıkan bazı çalışmalar, yayınlar, raporlar ve bunlara dair özellikler hakkında şunlar söylenebilir:

Ersoy vd. (2002)' de öğrencilerin denklem kurma ve çözümedeki başarıları üzerine yaptıkları çalışmada öğrencilerin bu konu ile ilgili sıkıntılar yaşadıklarını bu sıkıntıların temelini ise yanlış genellemelerin, aritmetiksel ve cebirsel işlemlerin olduğunu söylemişlerdir. Yine Ersoy vd. (2005) Kassel projesi cebir testinde Türk öğrencilerin başarılarını ve öğrenme güçlüklerini araştırmıştır. Sonuç olarak; öğrencilerin cebiri öğrenmede sıkıntılar yaşadığı, eşitlik ile denklem kavramlarındaki kavram yanlışlarını tespit etmişlerdir.

Van Amerom (2002) hazırladığı doktora tezinde öğrencilerin problemlerin çözümünden yola çıkarak; aritmetik, cebir öncesi ve cebir dönemlerine ayırmıştır. Bu ayrımı nasıl yaptığını açık bir şekilde belirtmiştir. Yine bu çalışmada öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde hangi dönemde olduklarını belirlemek için, çalışmanın temel kaynaklarından birisi olmuştur.

Akkan (2009) hazırladığı doktora tezinde ilköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini incelemiş sonuç olarak öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça dört temel boyut açısından aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde değiştiği ve geliştiğini gözlemlemiş fakat öğrenim seviyeleri arasındaki bu değişim ve gelişim çok az olduğu sonucuna ulaşmıştır. Aritmetikten cebire geçiş sürecinin açık bir şekilde belirtildiği tez, çalışma için temel kaynaklardan birisi olmuştur.

Gürbüz vd. (2010) ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 240 öğrenci ile gerçekleştirdikleri çalışmada problem çözme sürecinde öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde geliştiği tespit edilmiştir. Bununla birlikte, öğrenme ortamlarında kullanılan sınırlı çözüm stratejileri nedeniyle hiçbir öğrenim seviyesinde beklenen geçişin gerçekleşmediği belirlenmiştir.

Blanton vd. (2011) 3-5. sınıflardaki öğrencilere cebirsel düşünme becerilerini öğretme konusunda rehberlik etmek amacıyla yaptıkları çalışmalarında cebirsel düşünmeyi geliştirmek için temel anlayışın nasıl geliştirileceği konusunda araştırmalar yapmışlardır. Çalışmada, öğrencilere cebirsel düşünmeyi geliştirmek için kullanılabilecek çeşitli öğretim stratejileri ve materyalleri sunulmaktadır. Bu stratejiler ve materyaller, öğrencilere matematiksel desenleri, ilişkileri ve değişkenleri keşfetme fırsatı vermektedir. Ayrıca, sembolik ifadeleri anlamlandırma ve kullanma becerilerini geliştirmek için öğrencilere pratik yapma imkanı sağlar.

Akkan vd., (2012) Her sınıf seviyesinden ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada, öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini incelemişler, sınıf seviyesi arttıkça cebirsel çözümlerin arttığını fakat bu artışın çok az olduğunu her sınıf seviyesinden öğrencilerin aritmetik çözümleri daha çok kullandıkları sonucuna varmışlardır.

Üstbiliş İle İlgili Çalışmalar

Schoenfeld (1985) yapmış olduğu çalışmasında matematik problemlerinin çözümünde üstbilişsel becerilerin rolünü araştırmıştır. Araştırmasında matematik problemlerinin anlaşılması, plan yapma, strateji seçme ve problemi izleme gibi aşamalarda üstbilişsel becerilerin etkili olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Brown (1987) yaptığı çalışmada bireyin kendi bilişi hakkında farkındalığının, problem çözmede önemli bir unsur olduğunu vurgulamış, bilişin bilgisini üstbiliş olarak ele almıştır. Çalışma üstbilişin öğrenme süreçlerini nasıl etkilediği, öğrencilerin kendi öğrenme stratejilerini nasıl düzenlediği ve öğrenmeyi nasıl yönlendirdiği konularında önemli bilgiler sunmaktadır.

Artzt vd. (1992), yapmış oldukları çalışmalarında üstbilişin problem çözme sürecindeki önemini araştırmışlardır. Çalışmada matematiksel problem çözme sürecini küçük gruplar halinde analiz etmişlerdir. Çalışmada öğrencilerin problem çözerken nasıl düşündüklerini ve üstbilişsel stratejileri nasıl kullandıklarını araştırmışlar ve küçük gruplar halinde gerçekleştirilen matematiksel problem çözme aktivitelerinin öğrencilerin üstbilişsel becerilerini geliştirebileceğini göstermiştir. Grup çalışması, öğrencilere birbirleriyle etkileşimde bulunma, farklı perspektiflerden düşünme ve problem çözme stratejilerini paylaşma fırsatı sağlar. Bu da öğrencilerin bilişsel ve üstbilişsel becerilerini geliştirmelerine yardımcı olacağı sonucuna ulaşmışlardır.

Montague (1992) tarafından yürütülen çalışma, öğrenme güçlüğü yaşayan ortaokul öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerileri üzerinde bilişsel ve üstbilişsel strateji öğretiminin etkisini incelenmiştir. Çalışmada, öğrencilere bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin nasıl kullanılacağı konusunda eğitim verilmiştir. Çalışmada bilişsel ve üstbilişsel strateji öğretiminin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Öğrencilerin stratejileri kullanma becerileri ile problem çözme performansları arasında pozitif bir ilişki tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin üstbilişsel farkındalıklarının arttığı ve düşünme süreçlerini daha etkili bir şekilde yönlendirebildikleri gözlenmiştir.

Lucangli vd. (1997) 3. ve 4. Sınıf öğrencileri ile yaptıkları üstbilişin problem çözme başarısına etkisini incelemişlerdir. Geliştirmiş oldukları testle öğrencilerden topladıkları verilerin sonucunda üstbilişsel becerilerin problem çözme başarısı üzerine olumlu yönde etki ettiğini, bu etkinin 3. Sınıf öğrencilerinde daha fazla olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Mayer (1998) yapmış olduğu çalışmada problem çözme sürecinde bilişsel, üstbilişsel beceriler ve motivasyonel yönleri incelemiştir. Çalışma sonucunda bilişsel becerilerin problem çözme performansı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu sonucuna ulaşmıştır. Ancak, üstbilişsel becerilerin de problem çözme sürecindeki rolü oldukça önemlidir. Üstbilişsel beceriler, bireyin kendi düşünme sürecini izleme, değerlendirme ve düzenleme becerisi olarak tanımlanır ve problem çözme sürecinde strateji kullanımı, hedef belirleme ve performansın değerlendirilmesi gibi alanlarda etkili olduğu sonucuna varmıştır.

Goos vd. (2000) 11. ve 12. sınıf öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları üstbilişsel stratejinin problem çözme başarısı üzerinde

ki etkisini araştırmışlardır. Üstbilişsel stratejileri uygun olarak kullanan öğrencilerin problem çözme başarılarının yüksek olduğu sonucuna varmışlardır.

Kapa (2001), problem çözme sürecinin değişik adımlarında yararlanılan üstbiliş becerilerinin, bireyin başarısına etkisini incelemiştir. Çalışmada seçilen bazı öğrencilere üstbiliş eğitimi vermiş ve çalışma sonunda üstbiliş eğitimi alan öğrencilerin diğer öğrenciler göre problem çözmede daha başarılı olduklarını gözlemlemiştir.

Zimmerman vd. (2002) yapmış oldukları çalışmalarında, özdüzenleme becerilerinin problem çözme performansı üzerindeki etkisini incelemiştir. Araştırmaları, öğrencilerin özdüzenleme becerilerini geliştirerek problem çözme sürecinde daha etkili olabileceklerini göstermiştir.

Goldberg vd. (2003) yapmış oldukları deneysel çalışmada 3. sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematik problem çözme becerileri üzerinde üstbilişsel stratejilerin etkisi incelenmiştir. Sonuç olarak; üstbiliş becerilerini kullanan öğrencilerin problem çözme becerilerinin daha iyi olduğunu gözlemiştir.

Teong (2003) problem çözme başarısı düşük olan 7. Sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada üstbiliş eğitiminin problem çözme başarısı düşük olan öğrenciler üzerinde etkisini araştırmıştır. Çalışma sonucunda üstbiliş eğitimi alan öğrencilerin almayan öğrencilere göre problem çözme başarılarının daha yüksek olduğu sonucuna varmıştır.

Yimer vd. (2005) yılında öğretmen adayları ile yapmış oldukları rutin olmayan problemlerin çözümüne yönelik çalışmalarında öğretmen adaylarından aldıkları veriler sonucunda problem çözmeye yönelik beş bilişsel aşama tespit etmişlerdir. Yapılan çalışmada bu beş aşamanın her biri öğretmen adaylarının üstbilişsel becerileriyle ilişkili olduğunu tespit ederek 5 aşamadan oluşan problem çözme yöntemi geliştirmişlerdir.

Kramarski vd. (2006) 7. Sınıf öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmalarında üstbilişsel eğitimin öğrencilerin problem çözme başarıları üzerine etkisini incelemişlerdir. Çalışma sonucunda üstbilişsel eğitim alan öğrencilerin almayan öğrencilere göre problem çözme sürecinde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Ektem (2007) 5. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdiği yarı deneysel çalışmada üstbilişsel stratejilerle problem çözme yaptığı deney grubundaki öğrencilerin problem çözme başarılarının geleneksel problem çözme yaptığı kontrol grubundaki öğrencilere göre daha yüksek olduğu sonucuna varmıştır.

Panaoura vd. (2007) çalışmasında, öğrencilerin matematik derslerindeki üstbilişsel becerilerini araştırmışlardır. Sonuç olarak öğrencilerin üst bilişsel becerileri ile matematik problemlerini çözme düzeyleri arasında ki ilişkinin olumlu yönde olduğu sonucuna varılmıştır.

Pilten (2008) Beşinci sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu deneysel çalışmada üstbilişsel öğretim yönteminin uygulandığı deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre problem çözme sürecinde daha başarılı olduğu sonucuna varmıştır. Legg vd. (2009) ‘Matematik Performansı ve Onunla İlişkili Matematik Kaygısı İle Üst Biliş’ başlıklı çalışmasında, üstbilişin matematik performansını olumlu etkilediği, matematik kaygısını azalttığını gözlemlemiştir.

Karaçam (2009) üniversite öğrencileri ile yaptığı çalışmasında üstbilişsel ve bilişsel süreçlerin birbirini etkilediği sonucuna varmıştır. Karaçam (2009) çalışmasında öğrencilerin problem çözmede kullandıkları farklı bilişsel ve üstbilişsel becerileri tespit etmiştir.

Schleifer vd. (2009) yaptıkları çalışmada üstbiliş ile matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. On yıl gibi uzun bir sürede toplam 1201 öğrenciden veri toplayan araştırmacılar çalışma sonucunda matematik başarıları ile üstbiliş arasında anlamlı bir ilişki tespit etmişlerdir.

Pilten vd. (2010) beşinci sınıf öğrencileriyle yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde üstbilişsel becerilerini incelemiş ve öğrencilerin işlemsel, ifadesel ve koşullu bilgi kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Hacker vd. (2013) yaptıkları çalışmalarında üstbilişsel stratejilerin problem çözme sürecindeki etkisini araştırmıştır. Araştırmaları, öğrencilerin üstbilişsel stratejileri kullanarak problem çözme becerilerini geliştirebileceklerini ve bu becerilerin öğrenme ve başarı üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir.

Lee vd. (2014) üstbilişsel sorgulamanın rutin olmayan problem çözme başarıları üzerine etkisini araştırdıkları çalışmalarında dördüncü sınıf öğrencileri ile yarı deneysel bir uygulama yapmışlardır. Çalışma sonucunda rutin olmayan problemlerin çözümünde üstbilişsel yaklaşım kullanımının problem çözme başarıları üzerinde pozitif yönde bir etkisi olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Aydemir vd. (2014) ilkökul öğrencilerinin aritmetik sözel problem çözme süreçlerini incelemişler, sonuç olarak üstbilişsel becerilerini kullanan öğrencilerin problemlere doğru cevap verdikleri ve problemleri anladıkları, üstbilişsel becerilerini kullanmayan öğrencilerin problemlere yanlış cevap verdiklerini ya da rastgele yöntemlerle sonuca ulaşmaya çalıştıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Kaplan vd. (2016) ortaokul öğrencileri yaptıkları çalışmada üstbilişsel farkındalık ile problem çözme başarısı arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Çalışma sonucunda problem çözme becerisi ile üstbilişsel farkındalık arasında pozitif yönde bir ilişkinin olduğu sonucuna varmışlardır.

Serin (2018) dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme sırasında ortaya koydukları üstbilişsel becerileri incelemek amacıyla yaptığı çalışmada, problem çözme sürecinde başarılı olan öğrencilerin diğer öğrencilere göre daha fazla üstbilişsel beceri gösterdiği sonucuna ulaşmıştır.

Öztürk vd. (2018) ortaokul 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme sürecinde sergiledikleri üstbilişsel becerileri tespit etmek amacıyla gerçekleştirdikleri çalışmalarında üstün yetenekli öğrencilerin problem çözme aşamalarının tamamında üstbilişsel beceriler sergiledikleri ve sınıf seviyesi arttıkça tespit edilen üstbilişsel beceri sayılarının da arttığı sonucuna varmışlardır.

Sevgi vd. (2020) 6. Sınıf öğrencilerinin kesir problemlerini çözme sürecinde kullandıkları üstbilişsel becerilerini izleme, planlama ve değerlendirme kategorilerinde incelenmişler ve üstbiliş becerisini kullanan öğrencilerin kesir problemlerini çözmede daha başarılı oldukları sonucuna varmışlardır.

Aydın vd. (2020) Kosova ve Türkiye’ de eğitim gören 8. ve 9. Sınıf öğrencileri ile rutin olmayan problemlerin çözümündeki başarıları ile öğrencilerin üstbilişsel farkındalıkları arasındaki ilişkiyi inceledikleri çalışmada üstbilişsel farkındalık ile rutin olmayan problem çözme başarısı arasında anlamlı bir farklılık tespit edememişlerdir.

Güner vd. (2021) 8. Sınıf ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmalarında; üstbilişsel stratejilerin problem çözme başarısı üzerindeki etkisini incelemektedir. Araştırma, üstbilişsel stratejilerini kullanma durumları ile problem çözme başarıları arasındaki ilişkiyi araştırmaktadır. Bulgular, üstbilişsel stratejilerini aktif olarak kullanan öğrencilerin daha yüksek matematik problem çözme başarısına sahip olduklarını göstermektedir

Akış (2022) ilkokul 3. Sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdiği üstbilişsel stratejilerle desteklenen gerçekçi matematik eğitiminin üstbilişsel becerilere etkisini incelediği yarı deneysel çalışmasında öğrencilerin; anlama, ilişkilendirme, planlama ve değerlendirme gibi üstbilişsel beceriler kazandığı sonucuna ulaşmıştır. Doğan (2023) 8. Sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada; problem çözme sürecinde akademik olarak başarılı olan öğrencilerin akademik yönden başarısız öğrencilere göre daha fazla üstbilişsel strateji kullandığı sonucuna ulaşmıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Yöntem

Araştırma Deseni

Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden olan bir durum çalışmasıdır. Durum çalışması nitel araştırmalarda çok yaygın olarak kullanılan bir yaklaşımdır (Yıldırım vd., 2013). Durum çalışması, sınırlı bir sistemin derinlemesine betimlenmesi ve incelenmesidir (Merriam, 2013). Durumlar farklı şekillerde karşımıza çıkabilmektedir. Durum çalışmaları hem nitel hem de nicel yaklaşımla gerçekleştirilebilir. Nitel durum çalışmasının en temel özelliği bir veya birkaç durumu derinlemesine araştırılmasıdır (Yıldırım vd., 2013).

Çalışma Grubu

Çalışmanın evrenini Doğu Anadolu Bölgesindeki bir il merkezinde MEB'e bağlı ortaokullarda öğrenim gören ortaokul 6., 7. ve 8. Sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu çalışmanın örnekleme seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi ile seçilen 59 altıncı sınıf öğrencisi, 57 yedinci sınıf öğrencisi, 53 sekizinci sınıf öğrencisi içerisinde seçilen 2 altıncı sınıf, 4 yedinci sınıf ve 3 sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Uygun örnekleme; Zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesidir (Büyüköztürk vd., 2016).

Öncelikle 59 altıncı sınıf öğrencisi, 57 yedinci sınıf öğrencisi, 53 sekizinci sınıf öğrencisi 6 sorudan oluşan bir problem çözme testi uygulanmıştır. Problem çözme testinin araştırmacı tarafından detaylı analizi sonucunda aritmetikten cebire geçiş sürecinin problem çözme aşamasında aritmetik çözüm yapan 3 öğrenci (2 öğrenci altıncı sınıf, 1 öğrenci yedinci sınıf), cebir öncesi çözüm yapan 3 öğrenci (2 öğrenci 7. Sınıf, 1 öğrenci 8. Sınıf) ve cebirsel çözüm yapan 3 öğrenci (1 öğrenci 7. Sınıf, 2 öğrenci 8. Sınıf) ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Aritmetikten cebire geçişte verilen cevapları aritmetik, cebir öncesi ve cebir olduğuna dair analizler Akkan (2009) tarafından hazırlanan karakterizasyon tablosuna göre yapılmıştır.

Veri Toplama Araçları

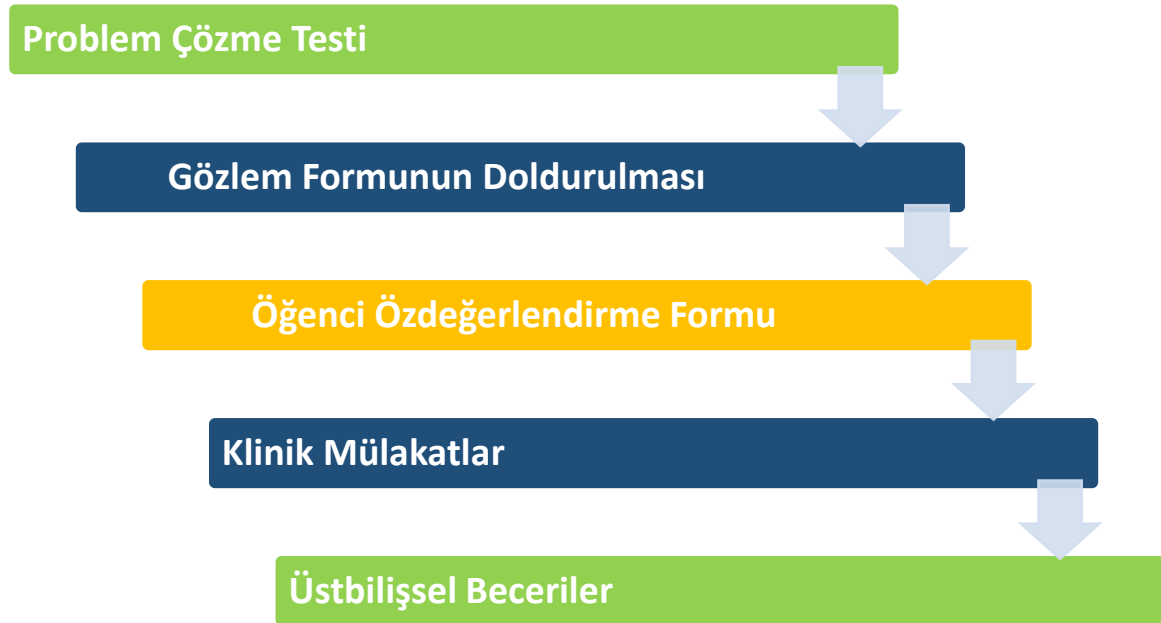
Yapılacak çalışmada nitel veri toplama ve çözümleme araçlarından yararlanılmıştır. Durum çalışmalarında birden fazla veri toplama yöntemi kullanılmaktadır (Yıldırım vd., 2013). Veri toplama araçları olarak; problem çözme testi ve gözlem formları kullanılmıştır. Ayrıca

sürece ilişkin öğrencilerle klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Birçok veri toplama araçlarının kullanılacak olması zengin bir veri elde edilmesini sağlayacaktır. Kullanılacak olan veri toplama araçlarından açık uçlu sorulardan oluşan problem çözme testi araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Problem çözme testinin geliştirilmesindeki amaç araştırmamıza uygun veriler elde edilebilecek cebirsel problemler içeren bir test geliştirmektir.

Araştırmada nitel veri toplama araçları olarak gözlem ve görüşmelerden faydalanılmıştır. “Görüşme, gözlemleyemediğimiz davranışlar, duygular veya insanların etraflarındaki dünyayı” nasıl algıladıklarını anlamaya yarayan temel bir araçtır (Merriam, 2013). Bireylerin iç dünyasını ve olaylara bakış açılarını anlamada görüşmeler önemli bir yer tutar (Patton, 2015). Durum çalışmalarında genellikle birden fazla veri toplama yöntemi kullanılır; bu yolla zengin ve birbirini teyit edebilecek veri çeşitliliğine ulaşmaya çalışılır (Yıldırım vd., 2013).

Gözlem formu hem gözlemci için hem de öğrenci için hazırlanmış olup hazırlanma sürecine ait detaylandırma ilgili başlık altında verilmiştir. Gözlemlerde üstbilişsel verilerin tespit edilmesi için araştırmacı tarafından hazırlanan yarı yapılandırılmış “Üstbilişsel Beceri Gözlem” formu ile öğrencilerin süreçten sonra kendilerini değerlendirebilmeleri için “Üstbilişsel Öğrenci Öz Değerlendirme” formu kullanılmıştır.

Şekil 5. Üstbilişsel Becerileri Tespit Etmek İçin Yapılan Çalışma Şeması



Problem Çözme Testi

Öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş süreçlerini belirlemek ve problem çözmede öğrencilerin kullandıkları üstbilişsel becerileri gözlemek için 9 soruluk problem çözme testi

hazırlanmıştır. Hazırlanan sorular açık uçlu sorulardan oluşmaktadır. Hazırlanan sorular için alanında uzman beş matematik öğretmeni ve iki akademisyenin görüşü alınmıştır. Alınan görüşler sonucunda sorularda gerekli düzeltmeler yapılmış ve testin son hali bir dil uzmanına gösterilmiş onayı alındıktan sonra pilot çalışması yapılmıştır. Pilot çalışma sonucunda toplanan verilerle teste ait madde ayırt edicilik ve güçlük indeksleri yapılmıştır. Test maddeleri puanlanırken boş ve yanlış cevaplar için “0” puan, kısmen doğru cevaplar için “1” puan, doğru cevaplar için “2” puan verilmiştir. Elde edilen veriler sonucunda her bir maddenin güçlük ve ayırt edicilik indeksleri hesaplanmıştır.

Yapılan analizler sonucunda 5. ve 6. Maddelerin güçlük indeksleri yüksek olduğu için 9. Maddenin ise güçlük indeksi düşük olduğu için testten çıkarılmıştır.

Problem çözme testinin son hali 6 maddeden oluşmaktadır. Elde edilen 6 maddelik problem çözme testinin KR-20 güvenirlik katsayısı 0,805 olarak hesaplanmış ve yüksek güvenirliğe sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilere problem çözme testi için süre sınırlaması yapılmamıştır.

Hazırlanan problem çözme testi ile ilgili madde güçlük ve ayırt edicilik SPSS 24 programı ile analiz edilmiş ve elde edilen sonuçlar tablo halinde sunulmuştur (Bkz Tablo 9). Madde ayırt edicilik indeksleri değerlendirme kriterleri Tablo 7’ de, madde güçlük indekslerine ait değerlendirme kriterleri ise Tablo 8’ de sunulmuştur (Tekindal, 2015).

Tablo 4. Madde Ayırt Edicilik İndeksleri Değerlendirme Kriterleri

Madde Ayırt Edicilik İndeksi	Maddenin Değerlendirilmesi
0.40 ve yukarısı	Çok iyi bir madde
0.30-0.39	Oldukça iyi bir madde
0.20-0.29	Düzeltilmesi gereken madde
0.19 ve aşağısı	Çok zayıf bir madde

Tablo 5. Madde Güçlük İndeksleri Değerlendirme Kriterleri

Madde Güçlük İndeksi	Maddenin Değerlendirilmesi
0.80 ve yukarısı	Çok kolay madde
0.65-0.79	Oldukça kolay madde
0.35-0.64	Orta düzey bir madde
0.20-0.34	Oldukça zor bir madde
0.19 ve aşağısı	Çok zor bir madde

Tablo 6. *Problem çözme testine ait madde güçlük ve ayırt edicilik değerleri*

Madde	Güçlük İndeksi	Ayırt Edicilik İndeksi	Değerlendirme
Madde 1	0.54	0.55	Orta düzey ve çok iyi bir madde
Madde 2	0.36	0.61	Orta düzey ve çok iyi bir madde
Madde 3	0.37	0.59	Oldukça zor ve çok iyi bir madde
Madde 4	0.44	0.56	Orta düzey ve çok iyi bir madde
Madde 5	0.26	0.23	Oldukça zor ve düzeltilmesi gereken bir madde
Madde 6	0.22	0.28	Oldukça zor ve düzeltilmesi gereken bir madde
Madde 7	0.51	0.61	Orta düzey ve çok iyi bir madde
Madde 8	0.63	0.39	Orta düzey ve oldukça iyi bir madde
Madde 9	0.81	0,44	Çok kolay madde ve oldukça iyi bir madde

Üstbiliş Gözlem Formu

Öğrencilerin problem çözme sürecinde kullandıkları üstbilişsel becerileri gözlemlemek için araştırmacı tarafından gözlem formu geliştirilmiştir. Araştırmacı öncelikle 3 (1 altıncı sınıf, 1 yedinci sınıf, 1 sekizinci sınıf öğrencisi) öğrenci ile görüşmeler yaparak problem çözme etkinlikleri düzenlemiştir. Bu süreçten elde edilen veriler doğrultusunda ortaokul öğrencilerinin problem çözme sürecinde gösterdikleri üstbilişsel becerileri tespit etmiştir. Daha sonra tespit edilen üstbilişsel beceriler ve alan yazından da faydalanılarak planlama, izleme ve değerlendirme aşamalarından oluşan yarı yapılandırılmış bir gözlem formu hazırlanmıştır. Formun üzerine gerektiğinde araştırmacı tarafından notlar alınabilecek kısımlar eklenmiştir. Araştırmacı formda yer almayan bir beceriyi tespit ettiğinde bu kısma ekleyerek sonrasında ilgili kodu gözlem formunda ilgili aşamaya yerleştirebilecektir. Gözlem formunun geçerliliğini sağlamak için; hazırlanırken alanında uzman kişilerin görüşleri alınarak değerlendirmesi için en az 2 ilköğretim matematik öğretmenine ve 2 akademisyene gösterilmiştir. Gözlem formunun en son hali bir dil uzmanına gösterilmiş ve dönütler doğrultusunda gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Son hali ile pilot uygulama yapılarak uygulama süreci sonrasında herhangi bir düzeltmeye gerek görülmemiştir.

Form öğrencilerin üstbiliş becerilerini üç alanda gözlemlemek için geliştirilmiş olup bu alanlar;

- Planlama
- İzleme

- Denetleme şeklindedir.

Gözlem formunda planlama alanında 9 madde, izleme alanında 4 madde ve değerlendirme alanında 3 maddeden oluşan yarı yapılandırılmış gözlem formu hazırlanmıştır.

Üstbiliş Öğrenci Özdeğerlendirme Formu

Araştırmacı tarafından öğrencilerin üstbilişsel becerilerini tespit etmek için hazırlanmış olan üstbiliş gözlem formu aynı zamanda öğrencilerin kendi üstbilişsel becerilerini değerlendirebilmeleri için araştırmacı tarafından veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Uygulama

Çalışmada veriler yaklaşık yedi haftalık bir sürede toplanmıştır. Öğrencilerle yapılan çalışmalar ders saati dışında uygun mekan ve ortamda yapılmıştır. Öğrencilere problemleri cevaplamaları için süre sınırı verilmemiş olup her bir öğrenci ile yapılan çalışma 60-90 dakika arasında değişen sürelerde tamamlanmıştır. Öğrencilere yorulduklarını hissettiklerinde mola verilebileceği belirtilmiş ve bazı öğrenciler zaman zaman dinlenmek istediklerini belirtmişlerdir. Çalışma için etik kurul izni ve veli izni alınmış olup çalışma öncesinde öğrencilere verecekleri cevapların herhangi bir notla değerlendirilmeyeceği bilgisi verilmiştir. Bu sayede öğrencilerin kendilerini rahat hissetmesi ve verilerin güvenli bir şekilde toplanması sağlanmıştır. Ayrıca veri kaybının önüne geçmek için sürece ait ses kayıtları alınmış konu ile ilgili öğrenciler ve velilerine gerekli bilgilendirmeler yapılmıştır.

Klinik mülakat sırasında öğrencilere 6 sorudan oluşan problem çözme testini sesli olarak çözmeleri istenmiştir. Sesli düşünme süreci ile öğrencilerin problem çözme sürecinde üstbilişsel becerileri derinlemesine incelenerek daha belirgin olarak gözlenebilmektedir. Problem çözme sürecinde sürece olduğu kadar az müdahale edilmeye çalışılmış fakat eş zamanlı ölçme yöntemi kullanılmıştır. Her ne kadar bu yöntemin öğrencilerin dikkatini dağıttığı için eleştiri alıyor olmasına rağmen öğrencilerdeki veri kaybının önüne geçmek ve süreci olduğu gibi gözlemlemek için üstbilişsel beceri tespiti yapılan çalışmalarda sıklıkla kullanılmaktadır (Çetin, 2006; Sevgi vd., 2020).

Gözlemci her problem için öğrencilerde gözlemlediği üstbilişsel becerileri hazırlamış olduğu gözlem formuna işaretlemiştir. Her sorunun çözümü sonrasında öğrenciye çözmüş olduğu soru ile ilgili üstbilişsel becerileri içeren öğrenci özdeğerlendirme formu doldurtulmuştur. Daha sonra gözlemci ve öğrenci tarafından doldurulan formlar karşılaştırılarak öğrencinin üstbilişsel becerileri tespit edilmiştir. Elde edilen veriler tablo ve grafiklerle sunulmuştur.

Tablo 7. Veri Toplama Süreci

Veri Toplama Alanı		Kullanılan Yöntemler
Aritmetikten Cebire Geçiş	Problem Çözme	- Problem Çözme Testi - Klinik Mülakatlar
Üstbiliş	Üstbiliş Becerilerin Tespiti	- Problem çözme testi - Gözlem formu - Özdeğerlendirme formu - Klinik mülakatlar.

Verilerin Analizi

Veriler nitel analiz yöntemlerinden betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Betimsel analiz yönteminde toplanan veriler önceden belirlenmiş temalara göre analiz edilmektedir (Yıldırım vd., 2013). Bu çalışmada veriler üç ana tema altında analiz edilerek sunumu yapılmıştır. Bu temalar “planlama”, “izleme” ve “değerlendirme” boyutları olarak ele alınmıştır. Bu üç boyutta; planlama aşamasında 9 alt kategori, izleme aşamasında 4 alt kategori ve değerlendirme aşamasında 3 alt kategori bulunmaktadır. Yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda verilerin çözümlenerek uygun tema altında oluşturulan kategorilere göre sınıflandırılması yapılmış olup sonuçların tablolar halinde sunumu yapılmıştır. Betimsel analizde amaç; elde edilen verilerin düzenli bir biçimde okuyucuya sunulmasıdır. Bu sebeple çalışmada elde edilen sonuçları daha etkili bir biçimde okuyucuya sunabilmek için gözlem veya görüşmelerden elde edilen alıntılara sıklıkla yer verilmektedir. Çalışmamızda da veri analizlerinde öğrenci görüşmelerinden elde edilen alıntılara ve gözlemci yorumlarına ayrıca öğrenci cevap kağıdından alınan örneklerle de sıklıkla yer verilmiştir.

Çalışmada öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinin problem çözme aşamasındaki cebir dönemlerini belirlemek amacıyla öğrencilere hazırlanan problem çözme testi veri toplama aracı uygulanarak veriler nitel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Öğrencilerin problem çözme testi sonucundaki cebir dönemleri belirlenirken Akkan (2009) tarafından hazırlanan Problem Çözme Sürecine Ait Karakterizasyon tablosu kullanılmıştır (Bkz. Tablo 2). Öğrenciler problem çözme stratejilerine göre aritmetik (A), cebir öncesi (CÖ) ve cebir (C) olmak üzere üç farklı dönemde değerlendirilmiştir.

Öğrencilere uygulanan problem çözme testine verdikleri cevaplar ve mülakatlarda elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin çözüm ve düşünce şekillerine göre problem için yaptığı çözüm dönemi belirlenmiştir.

Tablo 8. Üstbiliş Becerilerin Tespiti İçin Klinik Mülakat Yapılan Öğrencilere Ait Bilgiler

	Aritmetik	Cebir Öncesi	Cebir
6.Sınıf	2	-	-
7.Sınıf	1	2	1
8.Sınıf	-	1	2

Öğrenciler çözüm ve düşünce şekillerine göre farklı dönemlere ayrıldıktan sonra öğrencilerin planlama, izleme ve değerlendirme aşamasında göstermiş oldukları üstbilişsel becerileri tespit etmek için öğrencilere sesli çözüm protokolü uygulanmış ve gözlemlenen beceriler üstbilişsel beceri gözlem formuna kaydedilmiştir. Öğrencide gözlemlenen davranışın üstbilişsel bir beceri olup olmadığına karar verebilmek için davranışın nedeni sorulmuş ve öğrencilerden alınan cevaplar doğrultusunda davranışın üstbiliş olup olmadığına karar verilmiştir. Çalışmadan elde edilen veriler tablolar halinde sunulmuştur. Her problemten sonra öğrencilere o probleme ait göstermiş oldukları üstbilişsel becerileri tespit edebilmek için üstbilişsel beceri gözlem formu doldurtulmuştur. Fakat öğrencilerin öz değerlendirme formunu özenle doldurmadıkları gözlemlenmiştir. Mesela öğrenciler problemde önemli kelimelerin altını çizmedikleri halde öz değerlendirme formunda bu beceriyi işaretleme eğilimi göstermişlerdir. Aynı şekilde bir başka öğrencinin problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyememesine hatta problemi yanlış çözmüş olmasına rağmen öz değerlendirme formunda “Problem için uygun çözüm yolunu belirleyebildirim” becerisini işaretlediği görülmüştür. Bu ve benzeri sebeplerden dolayı öğrenci öz değerlendirme formu ile toplanan verilerin güvenilir olmadığına karar verilerek veri dışı bırakılmıştır.

Farklı cebir dönemine ait öğrencilerin üstbilişsel becerilerini incelemek için öğrencilere 6 soruluk problem çözme testi uygulanmış ve öğrencilerden soruları sesli bir şekilde çözmeleri istenmiştir. Öğrencilere ait üstbilişsel becerileri gözlemlmek için araştırmacı 3 aritmetik dönemde, 3 cebir öncesi dönemde, 3 cebir döneminde kabul edilen toplam 9 öğrenciye hem gözlem hem de mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler hakkında aşağıda detaylı bilgiler verilmiştir.

Mülakata alınan öğrencilerden; Ö61, 6. Sınıfta eğitim görmekte ve akademik açıdan oldukça başarılı bir öğrencidir. Ö61 problem çözme testindeki soruların 5 tanesine doğru, 1tanisini hatalı çözmüştür. Ö61’ in çözümleri incelendiğinde tüm çözümlerinin aritmetik çözüm olduğu görülmüştür. 6. Sınıf seviyesindeki bir öğrenci için cebir döneminde cevapların olmaması çalışmamızda beklenen bir durumdur. Ö61 tüm sorulara aritmetik cevaplar verdiği için kendisi aritmetik dönemde kabul edilmiştir.

Ö62, 6. Sınıfta eğitim gören akademik yönden başarısız bir öğrencidir. Ö62 problem çözme testindeki soruların 1 tanesini doğru çözmüş geri kalan 5 soruyu ise hatalı çözmüştür. Ö62 problem çözme testine verdiği cevaplar ve öğrenci ile yapılan mülakatlar neticesinde cevapları aritmetik dönemde olduğu belirlenmiştir.

Ö71, 7. Sınıfta eğitim gören akademik açıdan başarılı bir öğrencidir. Ö71 problem çözme testindeki soruların hepsini doğru çözmüş ve çözümleri, incelendiğine ve öğrenci ile yapılan mülakat neticesinde cebir döneminde cevaplar verdiği görülmüştür. Bu durumdan dolayı problem çözme testinin geneline bakıldığında öğrenci cebir dönemde kabul edilmiştir.

Ö72 7. Sınıfta eğitim gören akademik başarı açısından orta düzeyin üstünde bir öğrencidir. Ö72 problem çözme testindeki soruların 4 tanesini doğru, 2 tanesini ise hatalı çözmüştür. Öğrencinin cevap kağıdının incelenmesi ve kendisi ile yapılan mülakatlar sonucunda problem çözme testindeki sorulara cebir öncesi cevaplar verdiği görülmüştür. Bundan dolayı Ö72 verdiği cevaplardan dolayı cebir öncesi dönem olarak kabul edilmiştir.

Ö73, 7. Sınıfta eğitim gören akademik başarı açısından düşük bir öğrencidir. Ö73 problem çözme testindeki soruların 5 tanesine aritmetik cevaplar vermiş 1 tanesini boş bırakmıştır. Bundan dolayı Ö73 verdiği cevaplardan dolayı aritmetik dönem olarak kabul edilmiştir. Ö73 problem çözme testindeki soruların 4 tanesini hatalı, 1 tanesini doğru çözmüş ve 1 tanesini de boş bırakmıştır.

Ö74, 7. Sınıfta eğitim gören akademik açıdan orta düzeyde bir öğrencidir. Öğrenci problem çözme testindeki problemlerin 5 tanesine doğru, 1 tanesine hatalı cevap vermiştir. Öğrenci ile yapılan mülakat ve öğrenci cevaplarının incelenmesi neticesinde öğrencinin vermiş olduğu cevaplar cebir öncesi dönem olarak kabul edilmiştir.

Ö81, 8. sınıfta öğrenim gören akademik olarak oldukça başarılı bir öğrencidir. Ö81 problem çözme testindeki tüm soruların doğru cevaplarına ulaşmıştır. Öğrencinin cevapları incelendiğinde ve kendisi ile mülakat yapıldıktan sonra verdiği cevapların cebir döneminde olduğu görülmüştür. Bundan dolayı öğrenci için problem çözme testinin geneline bakıldığında cebir döneminde kabul edilmiştir.

Ö82, 8. Sınıfta öğrenim gören akademik yönden oldukça başarılı bir öğrencidir. Ö82 problem çözme testindeki soruların tamamının doğru cevaplarına ulaşmıştır. Öğrencinin cevapları incelendiğinde ve kendisi ile mülakat yapıldıktan sonra verdiği cevapların cebir döneminde olduğu görülmüştür. Bundan dolayı öğrenci için problem çözme testinin geneline bakıldığında cebir döneminde kabul edilmiştir.

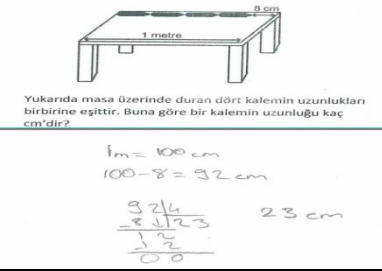
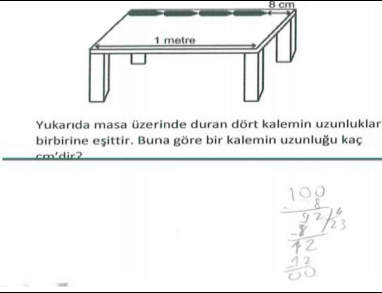
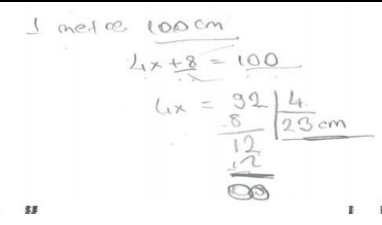
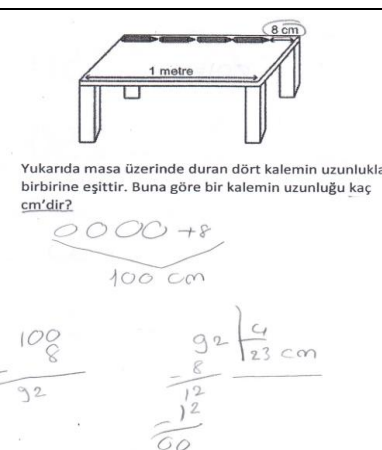
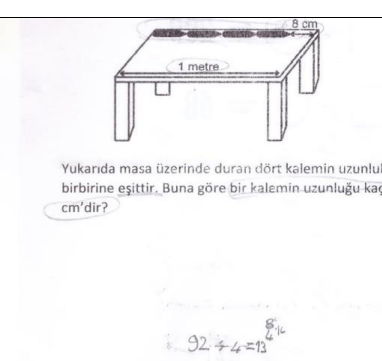
Ö83, 8. Sınıfta öğrenim gören akademik yönden orta düzeyin üstünde bir öğrencidir. Ö83 problem çözme testindeki soruların 5 tanesine doğru, 1 tanesine hatalı cevaplar vermiştir. Öğrenci cevapları incelendiğinde ve kendisi ile yapılan mülakat neticesinde problem çözme testine verdiği cevapların cebir öncesi olduğu görülmüştür. Bundan dolayı öğrenci için problem çözme testinin geneline bakıldığında cebir öncesi dönemde kabul edilmiştir.

Ayrıca öğrencilerin başarı düzeyleri için öğretmen görüşleri alınmış ve yazılı sınav notları incelenmiştir.

Tablo 9. Üstbilişsel Becerilerinin Tespiti İçin Seçilen 9 Öğrencinin Problem Çözme Testinde Verdiği Cevaplara Göre Aritmetikten Cebire Geçiş Dönemleri.

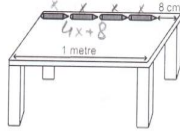
Öğrenci	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Ö61	A	A	A	A	A	A
	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm
Ö62	A	A	A	A	A	A
	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm
Ö71	C	C	C	C	C	C
	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm
Ö72	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ
	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm
Ö73	A	A	A	A	A	B
	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm	Hatalı Çözüm	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm	
Ö74	C	C	C	C	C	C
	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Hatalı Çözüm	Doğru Çözüm
Ö81	C	C	C	C	C	C
	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm
Ö82	C	C	C	C	C	C
	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm
Ö83	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ	CÖ
	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm	Doğru Çözüm

Tablo 10. Problem Çözme Testi Sonucunda Öğrencilerin Verdiği Cevaplar ve Kabul Edildiği Döneme Ait Gerekçeleri İçeren Örnek Analiz.

Öğrenci	Birinci Problem İçin Çözümü	Öğrenci İfadesi	Kabul Edildiği Döneme Ait Gerekçe
Ö61	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? 1m = 100 cm 100 - 8 = 92 cm 92 / 4 = 23 cm	Birinci soruyu ilk önce bir metre olarak buldum. Sonra santimetreye çevirdim. 8 santimetre boşluk kalmıştı. 100 santimetreden 8 santimetreyi çıkardım. 92 santimetre buldum. 92'yi 4'e böldüm ve 23 santimetreyi buldum.	Öğrenci probleme ait herhangi bir cebirsel düşünce içere ifade ya da terim kullanmadan ters işlem mantığıyla aritmetik işlemler kullanarak çözüme ulaşmıştır. Ö61' in 1. Problem için yaptığı çözüm aritmetik olarak kabul edilmiştir.
Ö62	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? 100 - 8 = 92 92 / 4 = 23	Ö62-1 metre 100 cm olduğu için bura 8 se (sorudaki 8cm'lik kısmı göstererek) 92 cm olmalı. M- Neresi 92 cm olmalı? Ö62-100' den 8 çıkardım 92. 92 ile dördü böldüm 23 çıktı	Öğrenci probleme ait herhangi bir cebirsel düşünce içere ifade ya da terim kullanmadan ters işlem mantığıyla aritmetik işlemler kullanarak çözüme ulaşmıştır. Ö61' in 1. Problem için yaptığı çözüm aritmetik olarak kabul edilmiştir.
Ö71	 1 metre 100 cm 4x + 8 = 100 4x = 92 x = 23	Şimdi 1m 100 santimetre olduğu için 4 tane kalemle bide fazlası 8 cm var. 4x+8 100 cm' ye eşit. Kalemi bulmak için denklemini çözerim. Sonra kurduğum denklemini çözmek için önce +8 öbür tarafa -8 diye geçer, 100' den 8' i çıkarttım, 92. Sonra her iki tarafı 4' e böldüm ve bir kalemi 23 cm buldum.	Ö71 problemi çözmeye başlarken bilinmeyen ile başlamış ve süreçte bilinmeyeni bulmayı hedeflemiş ve oluşturduğu denlemi çözüp problemin sonucuna ulaşmıştır. Ö71'in birinci probleme verdiği cevap cebiri döneminde kabul edilmiştir.
Ö72	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? 100 - 8 = 92 92 / 4 = 23	M-Problemi nasıl çözdün? Ö72-Önce 1 metreyi santimetreye çevirim. Soruda kalemin boyunu santimetre istemiş. Sonra kalemlerden kalan o boşluğu 100 cm' den çıkardım 92 cm kaldı. 92 cm' e 4 kalemin boyuna eşit ve her kalemde eşit. Sonra 92' yi 4' e böldüm ve 23 buldum. M-Peki bir şekil çizmişsin açıklar mısın neden çizdiğini? Ö72-Ben kalemleri ifade ettim. M-Nasıl? Ö72-Yuvarlaklar kalem olarak düşündüm o ifade masanın kenarına eşit dedim. M_Sonra? Ö72-Sonra işte sonucu buldum.	Sürece bilinmeyenlerle başlayan Ö72 masanın kenar uzunluğunu kalemlerin uzunlukları cinsinden şekil kullanarak ifade etmiştir. Fakat sorunun çözümünde bilinmeyenlerle işlem yapmak yerine aritmetik işlemleri tercih etmiştir. Ö72' ün birinci probleme verdiği cevap cebiri öncesi dönemde kabul edilmiştir
Ö73	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? 92 / 4 = 23	Ö73-Hocam 92' yi 4' e bölerek buldum. M- 92' yi neden 4' e böldün? Ö73- 92 burda tam şey yapamadım. Yani doğru 92' yi bölmedim hocam. M- Önemli değil, lütfen rahat ol. Ö73- Hocam ben burda tam anlatamadım. Burda biraz şey yaptım da. Bende tam şey yapamadım.	Öğrenci probleme ait herhangi bir cebirsel düşünce içere ifade ya da terim kullanmadan ters işlem mantığıyla aritmetik işlemler kullanarak çözüme ulaşmaya çalışmış fakat hatalı sonuç bulmuştur. Ö73' in 1. Problem için yaptığı çözüm aritmetik olarak kabul edilmiştir.

Tablo 10. (devamı)

Ö74



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

$$\begin{array}{r} 100 \\ 8 \\ \hline 92 \end{array} \quad \begin{array}{r} 92 \\ 4 \\ \hline 23 \end{array}$$

1 kalem = 23

M-Problemi nasıl çözdün?

Ö74- Evet. Kalemlerin boyunu bulmak için boşluğu 100 cm'den çıkardım.

M- Boşluk derken?

Ö74- 8 cm'yi. Dört kalemin boyu 100 cm'den 8 cm kısaymış. O yüzden 100'den 8'i çıkardım 92 buldum.

M- Bulduğun 92 nedir?

Ö74- 92 dört tane kalemin boyu.

M- Tamam. Sonra ne yaptın?

Ö74- 92'yi dörde bölünce bir kalemin boyunu veriyor.

M-Peki $4x+8$ yazmışsın o nedir açıklar mısın?

Ö74-Hocam o kenara eşit. Kalemlerin boyunu öyle yazdım.

M-Nasıl?

Ö74-Bilmediğimiz için "x" dedim kalemin boyuna öyle bir ifade yazdım.

M- Bu problemi farklı bir yolla çözebilir miydin?

Ö74-Denlem kurulabilirdi ama uğraşmak istemedim. Zaten bu çözümde doğru.

Sürece bilinmeyenlerle başlayan Ö74 masanın kenar uzunluğunu kalemlerin uzunlukları cinsinden cebirsel olarak ifade etmiştir. Fakat sorunun çözümünde bilinmeyenlerle işlem yapmak yerine aritmetik işlemleri tercih etmiştir.

Ö74'ün birinci probleme verdiği cevap **cebiri öncesi** dönemde kabul edilmiştir

Ö81

$$\begin{array}{r} 4x+8=100 \\ 4x=92 \\ 4 \quad 4 \\ \hline x=23 \end{array}$$

O zaman bunlar mesela bir kalemin şu an bilmediğimiz için uzunluğunu x diye tabir ettim. O zaman dört kalem $4x$ olur. Ondan sonra bunları dedikten sonra 8 santim kalıyormuş yani $4x + 8$ yaptım ve bunların toplamı da eşittir, yani 1 metreye denk geliyor. Böyle bir denklem kurdum. Böyle bir denklem kurdum sonra denklemi de çözerek sonucu 23 buldum.

Ö81 problemi çözmeye başlarken bilinmeyen ile başlamış ve süreçte bilinmeyi bulmayı hedeflemiştir. Kurduğu denklemde ki bilinmeyi bularak sonuca ulaştığı için Ö81' in birinci probleme verdiği cevap **cebiri** döneminde kabul edilmiştir.

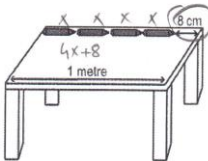
Ö82

$$\begin{array}{r} 100 \text{ cm} \\ 4x+8=100 \\ 4x=92 \\ 4 \quad 4 \\ \hline x=23 \end{array}$$

4 tane kalem var ve 8 cm arttığına göre bir kaleme "x" dedim $4x+8$ oluyor. Oda 1m'e eşitmiş, yani $4x+8=100$ cm olur. Denklemi çözersek kalemin boyunu buluruz.

Ö82 problemi çözmeye başlarken bilinmeyen ile başlamış ve süreçte bilinmeyi bulmayı hedeflemiş ve denklemi çözerek problemin doğru sonucuna ulaşmıştır. Ö82' nin birinci probleme verdiği cevap **cebiri** döneminde kabul edilmiştir.

Ö83



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

$$\begin{array}{r} 100 \\ 8 \\ \hline 92 \end{array} \quad \begin{array}{r} 92 \\ 4 \\ \hline 23 \end{array}$$

M-Problemi nasıl çözdün?

Ö83- Önce masanın boyundan yani 100 cm'den 8 cm'yi çıkarttım 92 cm kaldı.

M-100 cm nereden geldi?

Ö83-Masanın boyunu metre olarak vermiş 1m 100 cm olur oradan.

M-Peki devam edelim.

Ö83-92 cm bulmuştum Bu 4 kaleme eşit. 4'e böldüm 23 cm buldum.

M- $4x+8$ ifadesini yazmışsın. O ifadeyi neden yazdı?

Ö83-Orayı (kalemleri gösterdi) ifade ettim.

M-Nasıl anı?

Ö83- Kalmelere "x" dedim, dört tane olduğundan $4x$ olur e birde 8cm var hepsi $4x+8$ olur.

M- Bu problemi farklı bir yolla çözebilir miydin?

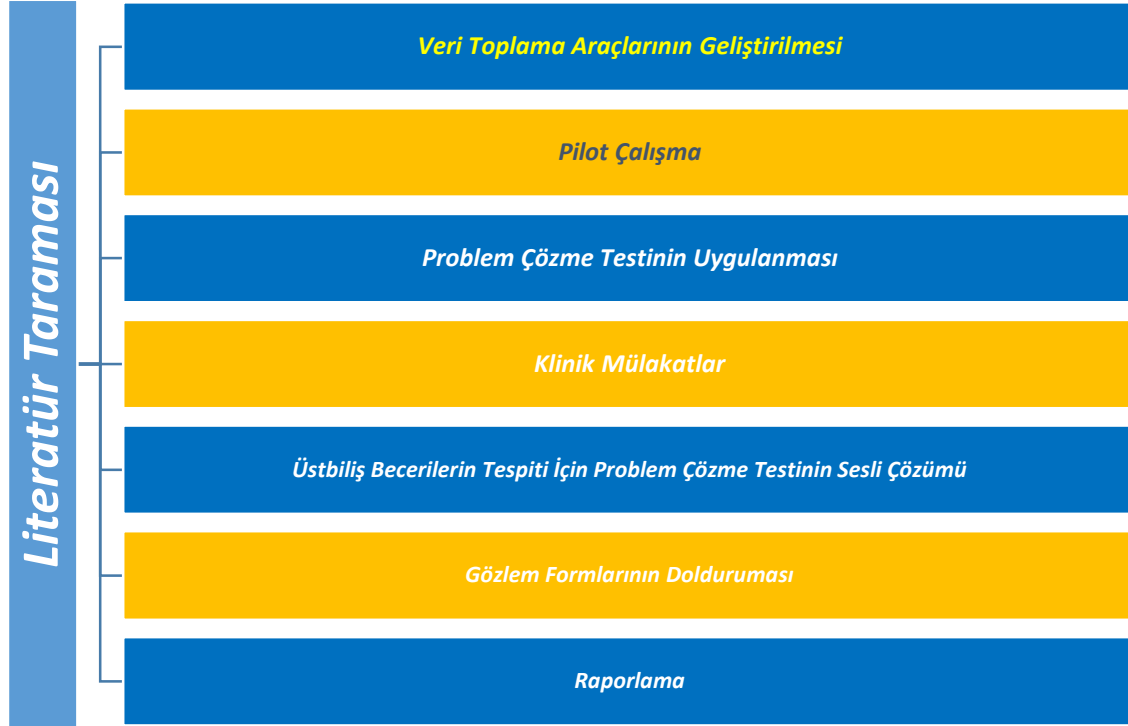
Ö83-Çözebilirdim mesela denklem kurabilirdim. Cebirsel olarak masanın boyunu yazdım zaten onu 100'e eşitlersem denklem olur. Çözünce de sonucu bulabilirdim.

Sürece bilinmeyenlerle başlayan Ö83 masanın kenar uzunluğunu kalemlerin uzunlukları cinsinden cebirsel olarak ifade etmiştir. Fakat sorunun çözümünde bilinmeyenlerle işlem yapmak yerine aritmetik işlemleri tercih etmiştir.

Ö83'ün birinci probleme verdiği cevap **cebiri öncesi** dönemde kabul edilmiştir.

Tablo 10 incelendiğinde 9 öğrencinin birinci probleme vermiş oldukları yanıtlara göre; Ö61, Ö62 ve Ö73' ün aritmetik çözümler, Ö72, Ö74 ve Ö83' ün cebir öncesi çözümler ve Ö71, Ö81 ve Ö82' nin ise cebirsel çözümler yaptığı tespit edilmiştir. Benzer analiz 6 problem için ayrı ayrı yapılmış ve öğrencilerin vermiş olduğu cevaplara göre yapmış olduğu çözümler belirlenmiştir (Bkz. Tablo 9).

Şekil 6. Çalışma Süreci



Geçerlik ve Güvenirlik

Çalışmaya başlamadan önce çalışmanın amacına uygun olarak çalışma planı hazırlanmıştır. Çalışma planında çalışmanın başından sonuna kadar neler yapılması gerektiğine dair kapsamlı bir süreç takvimi bulunmaktadır. Bu plan uygulanırken araştırma sürecinde yapılanlarda ayrıntılı bir şekilde raporlaştırılmıştır. Geçerlik ve güvenilirliği etkileyen unsurlardan bir tanesi de araştırma sürecinin ayrıntılı olarak raporlaştırılmasıdır (Topu vd., 2013).

Araştırmacı çalışmada uygulayıcı ve gözlemci konumundadır. Örneklem seçilirken katılımcıların tamamen gönüllülük esasına göre seçilmesi amaçlanmıştır. Uygulama öncesi katılımcılara araştırmanın öneminden kısaca bahsedilmiş ve verecekleri cevapların önemi hissettirilmiştir. Ayrıca katılımcılara uygulama süreci ve uygulanacak veri toplama araçlarından bahsedilerek bilgilendirme yapılmıştır. Uygulama araştırmacının kendisi tarafından yapılmıştır. Uygulama sürecinde, kendini rahat hissetmeyen, yorgun veya hasta ve benzer bir durumda olan katılımcılar istedikleri bir zamanda uygulamaya katılmışlardır.

Araştırmacı yapmış olduğu klinik mülakatları ses kaydına alarak muhtemel veri kaybının önüne geçmiştir. Araştırmacı hem testlerin geliştirilmesinde hem de uygulama süreci boyunca uzman görüşlerine başvurmuştur.

Elde edilen veriler analiz edilirken nitel analiz yöntemleri kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi uygulamacı tarafından yapılmış ve hatalardan arındırmak için istatistik alanında uzman bir kişiye de analizler teyit ettirilmiştir. Uygulanan testlerin analiz sonuçları tablolara dönüştürülerek APA formatında raporlanmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin uygulama sürecinde uygulanan testler, değerlendirme formunda yer alan soruları istekli ve dikkatli bir şekilde cevapladığı varsayılmaktadır. Araştırma Doğu Anadolu’da bir il merkezinde öğrenim gören 59 altıncı sınıf, 57 yedinci sınıf ve 53 sekizinci sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.

Tablo 11. Çalışmaya Ait Geçerlik ve Güvenirlik Önlemleri

Strateji	Alınan Önlem
Geçerlilik	- Araştırmacı ön yargılardan uzak ve tarafsız olarak çalışmayı gerçekleştirmiştir. - Katılımcılara ait mülakatlar değişiklik yapılmadan sunulmuştur. - Farklı veri toplama araçları kullanılarak veri çeşitliliği sağlanmıştır. - Araştırma süreci detaylı bir biçimde anlatılmıştır. - Verilerin toplanma ve analizi hakkında detaylı bilgi verilmiştir. - Uygulamaya katılımcılar gönüllü olarak katılmıştır.
Güvenirlik	- Araştırmacı uygulayıcı konumundadır. Veriler araştırmacı tarafından toplanmıştır. - Uzman görüşleri alınmıştır. - Dil uzmanının görüşü alınmıştır. - Uzmanlardan gerekli geri dönütler alınmıştır. - Akran değerlendirmesi yapılmıştır. - Elde edilen veriler ve ses kayıtları birden fazla ortamda muhafaza edilmiştir. - Pilot Uygulama yapılmıştır. - Uygulanan testlerin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları yapılmıştır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular

Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde 9 öğrencinin problem çözme testine verdikleri cevaplar ve mülakatlar sonucunda planlama aşamasında göstermiş oldukları üstbilişsel becerilerin ayrıntılı analizleri sunulacaktır. Analizlerde her probleme ait ayrı çözümleme yapılmıştır. Ayrıca aritmetik, cebir öncesi ve cebirsel çözüm yapan öğrenciler içinde ayrı çözümlemeler yapılmış olup öğrenci cevapları, örnek öğrenci çözümleri ve gözlemci ifadesi daha anlaşılır olması nedeniyle tablolar halinde sunulmuştur.

Birinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Birinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 12’ de sunulmuştur.

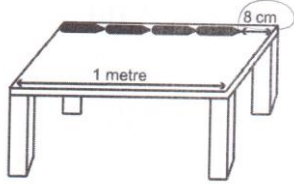
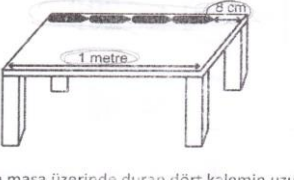
Tablo 12. Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Problemle ilgili şekil çizdi									
	Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
Toplam										

Tablo 12 incelendiğinde birinci problemde en fazla üstbilişsel beceri gösteren öğrencilerin Ö72 ve Ö82 olduğu görülmektedir. Ö72 diğer öğrencilerden farklı olarak probleme ait şekil çizmiş ve anlamasını kolaylaştırdığını ifade etmiş, Ö82 ise benzer bir problemle karşılaşp karşılaşmadığını değerlendirmiştir. Üstbilişsel planlama aşamasında en az beceriler aritmetik çözüm yapan öğrenciler tarafından sergilenmiştir. Ö61 diğer aritmetik çözüm yapan öğrencilere göre üstbilişsel planlama aşamasında daha fazla beceri sergilemiştir

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 13’de sunulmuştur.

Tablo 13. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	<i>M-Problemde bazı kelime ve sayıların altını çizdiğini ve yuvarlak içine aldığını görüyorum. Nedeni nedir? Ö61-Önemli olduğunu düşündüğüm kelimeleri çizdim. Soruda kolaylık olsun diye.</i>	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?
Ö73	<i>M-Problemde bazı kelimelri işaretlemişsin, nedeni nedir? Ö73-Hocam önemli bilgi bizi sorunun cevabına yönlendiriyor zaten. Altı çizili kelimeler önemli kelimeler onları çizmem gerekir. Onları daha çok dikkate alırım.</i>	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

Ö61 ve Ö73’ün önemli kelimelerin altını çizdikten sonra kullandıkları ifadeden eylemin farkında oldukları görülmüş olup bu nedenle her iki öğrenci için bu eylem üstbilişsel bir beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de birinci problemde “Problemde verilen önemi kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden problemi tekrar okuduğu tespit edilenlere ait öğrenci ifadeleri ve Tablo 14’ te sunulmuştur.

Tablo 14. *Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M-Problemi neden tekrar okudun? Ö61-Daha iyi anlamak için. Olur ya gözümden kaçan yer olursa diye tekrar okumak istedim.</i>	<i>Ö61’ in problemi anladığını ifade etmesine rağmen problemi sesli ve sessiz olarak birkaç defa okuduğu gözlemlenmiştir. Öğrenci problemin çözümünde herhangi bir sıkıntı yaşamamak için problemi tekrar okumuştur. Ö61’ in problemi anladığı halde tekrar okuması öğrencinin bilinçli olarak yaptığı bir eylem olarak görülmektedir, bundan dolayı öğrencide tespit edilen bu durum üstbilişsel bir beceri olarak kabul edilmiştir.</i>

Tablo 14 incelendiğinde Ö61' in problemi tekrar okuduğu gözlemlenmektedir. Bu davranışın nedeni öğrenciye sorulduğunda “*Olur ya gözümden kaçan yer olursa diye tekrar okumak istedim*” cevabını vermiştir. Öğrenci cevabından eylemin bilinçli yapıldığı anlaşılmaktadır. Bundan dolayı birinci problemde Ö61 için “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde, problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilenlere ait öğrenci ifadeleri Tablo 15’ te sunulmuştur.

Tablo 15. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	Ö61-...masanın üstünde 4 kalem var, masanın boyu 1m yani 100cm, 8 cm’ de fazlalık var bizden bir kalemin boyunu istiyor. M-Neden problemi özetleme ihtiyacı duydun? Ö61-Öyle olunca anlaşılır oluyor hocam. Hem fazla bilgilerden kurtulmuş oluyorum.	Ö61 ve Ö62 problemi kendi cümleleriyle doğru bir şekilde özetleyebilmişler aynı zamanda probleme ait verilen ve istenenleri tespit edebilmişlerdir. Her iki öğrencide birkaç kez problemi kendi cümleleriyle özetlemiş ve verilenlere ait çıkarımlar yapmışlardır. Öğrencilerde görülen bu eylemler üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir.
Ö62	Ö62-...soruda masanın bir tarafında bir metre vermiş uzun kenarını ve diğer tarafta da 8 santim bir boşluk bırakmış. 4 tane kalem var. Bir kalem kaç cm onu soruyor. M-Neden problemi özetleme ihtiyacı duydun? Ö62-Anlamaya çalıştım. Kendime anlatınca anlayabiliyorum.	

Tablo 15 incelendiğinde incelendiğinde Ö61 ve Ö62’ nin problemi kendi cümleleriyle özetledikleri ve bu eylemi problemi anlayabilmek için gerçekleştirdikleri yapılan gözlem ve öğrenci ifadeleri sonucunda görülmüştür. Öğrencilerin davranışı bir amaç için bilinçli olarak yaptıkları görülmektedir. Bu davranışın bilinçli yapılmasından dolayı Ö61 ve Ö62’ nin "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö61 problemin çözümü için ters işlem mantığıyla sonuca ulaşabileceklerini ifade etmişler, Ö62 ve Ö73 ise çözümü nasıl yapacağını ifade edememişlerdir. Ö61’ e ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadesi Tablo 16’ da sunulmuştur.

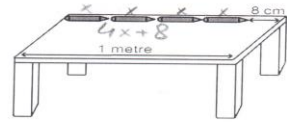
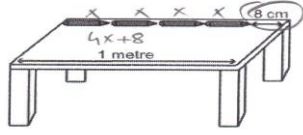
Tablo 16. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö61- Burda ters işlem yaparım ya da deneme yaparım M-Nasıl yani? Ö61- Öncelikle 1m 100cm. 100cm’ en fazlalık olan 8 cm’ yi çıkarırım sonra 4 kalem var 4’e bölmeliyim. Yani bu şekilde kolayca çözülür.	Öğrencilerden Ö61 problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladı. Ö61 aritmetik işlem kullanarak ters işlem mantığıyla problemi çözmeyi başarmıştır. Öğrencinin henüz okuduğu sınıf seviyesinden dolayı daha denlem kurma ve çözme ile ilgili herhangi bir bilgisi yoktur. Öğrenci seviyesine göre seçebileceği en doğru seçimi yapmıştır.

Tablo 16 incelendiğinde Ö61' in problem için uygun çözüm yolu aradığı ve bunu bilinçli bir eylem olarak gerçekleştirdiği görülmektedir. Öğrenci problemi ters işlem mantığıyla ya da deneme-yanılma ile çözebileceğini belirtmiş fakat ters işlem mantığıyla çözmeyi tercih etmiş ve bu çözümün kolay olduğunu belirtmiştir. Öğrencinin öğrenim gördüğü sınıf itibari ile henüz denklem kurma ve çözme gibi becerileri kazanmadığından dolayı kendine en uygun çözüm yolu belirleyebilmiştir. Bundan dolayı birinci problemde Ö61 için “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo “17” de sunulmuştur.

Tablo 17. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	<i>M-Problemde bazı kelimeleri çizmişsin neden?</i> <i>Ö72-Dikkatimi çekmesi için.</i> <i>Önemli olan yerleri çizdiğimde onlara göre sonucu bulmaya çalışıyorum...</i>	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?
Ö83	<i>M-Problemde bazı kelimeleri çizmişsin neden?</i> <i>Ö83-Problemı çözebilmek için.</i> <i>M-Nasıl yani?</i> <i>Ö83-Dikkat etmek için çözümde.</i>	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

Tablo 17 incelendiğinde Ö72 ve Ö83' ün problemde önemli kelimelerin altını çizdikten sonra verdikleri cevaplar sonucunda eylemi bilinçli olarak yaptıkları görülmüş olup öğrencilerde gözlemlenen bu beceriler üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de birinci problemde “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir öncesi dönemde çözüm yapan öğrencilerin problemi tekrar okudukları tespit edilmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 18’ de sunulmuştur.

Tablo 18. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö72-Gözden kaçan bir yer olmasın diye. İlk okumamda anladım yine okudum.	Öğrencilerin problemi tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler ilk okumalarında anlamalarına rağmen tekrar okumayı tercih etmişlerdir. Öğrencilerin birkaç kez okuma yaptıkları gözlemlenmiştir. Özellikle Ö74' ün ilk okumadan sonra şekli inceleyip tekrar okuduğu görüldü. Öğrencilerin ifadelerinden eylemi bilinçli olarak yaptıkları anlaşıldığından dolayı bu eylem üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir.
Ö74	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö74-Daha iyi anlamak için. M-Niye ilk okumanda anlamadın mı? Ö74-Anladım ama olsun bir daha okumak iyidir.	
Ö83	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö83-Problem kolay geldi bana, test çözerken kolay dediğim problemlerde hata yapabiliyorum. Hata yapmıyım diye tekrar okudum.	

Tablo 18 incelendiğinde öğrencilerin problemi anlayabilmek ve problemde verilen herhangi bir noktayı gözden kaçırmamak gibi durumlardan dolayı tekrar okudukları gözlemlenmiştir. İlgili davranışın bilinçli yapılmasından dolayı bu davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her üç öğrencinin de birinci problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 19’ da sunulmuştur.

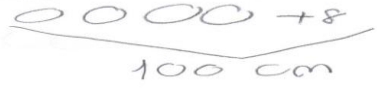
Tablo 19. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	Ö72-...100 santimetre tamamıymış.8 santimi boşluk ve 4 tane de kalem varmış. Yani bir kalemin uzunluğunu soruyor. M-Neden problemi kendi cümlele özetleme ihtiyacı duydun? Ö72-Böyle olunca daha iyi anlayabiliyorum hocam.	Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Öğrenciler problemi okuduktan sonra ilgili davranışı gerçekleştirmişlerdir. Problemi anlamak için yapılan bu eylem üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir.
Ö74	Ö74-...Masanın boyu 1m’ miş. Orada 4 kalem var ve 8 cm kalmış. Bir kalemi soruyor. M- Neden problemi kendi cümlele özetleme ihtiyacı duydun? Ö74-Çözüm için önemli yerleri belirleyerek ifade ettim.	
Ö83	Ö83-...4 tane kalem yanında da 8cm boşluk var. Hepsi 1m. Bir kalem kaç cm diye soruyor. M- M- Neden problemi kendi cümlele özetleme ihtiyacı duydun? Ö83-Önemli bilgileri tekrarlamaya çalıştım anlayayım diye	

Tablo 19 incelendiğinde öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle özetledikleri ve bu eylemi problemi anlayabilmek için yaptıkları anlaşılmaktadır. Ö72' ye ait “Böyle olunca daha iyi anlayabiliyorum hocam”, Ö74' e ait “Çözüm için önemli yerleri belirleyerek ifade ettim” ve Ö83' e ait “Önemli bilgileri tekrarlamaya çalıştım anlayayım diye” ifadelerden de anlaşılacağı gibi her üç öğrenci de davranışı bilinçli olarak gerçekleştirmişlerdir. Bu davranışın bilinçli yapılmasından dolayı her üç öğrencisinde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Birinci problemde cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen Ö72' nin probleme ait şekil çizdiği gözlemlenmiştir. Öğrenciye ait ifade ve cevap kağıdından örnek Tablo 20'de sunulmuştur.

Tablo 20. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Ö72' nin Birinci Probleme Ait Çizmiş Olduğu Şekle Ait İfadesi ve Cevap Kağıdı Örneği.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemde bir şekil gördüm. Bu şekli çizimdeki amaç nedir? Ö72-Hocam kalemli bilmiyoruz bende temsili çizdim işte problemi daha iyi anlayayım diye. Görelleştirmeye çalıştım.	

Tablo 20 incelendiğinde Ö72' nin şekli problemi anlamak için çizdiği anlaşılmaktadır. Öğrencinin problemi anlamaya yönelik gerçekleştirdiği bu davranışı bilinçli olarak yaptığı ifadesinden anlaşılmaktadır. Öğrencinin yaptığı bu eylem üstbilişsel beceri olarak değerlendirilmiştir. Birinci problemde Ö72' nin “Problemle ilgili şekil çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen Ö72 ve Ö74 ve Ö83 problemin çözümü için ters işlem mantığıyla sonuca ulaşabileceklerini ifade etmişler, öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 21' de sunulmuştur.

Tablo 21. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	M-Problem nasıl çözersin? Ö72-Basit hocam önce kalem bilmiyoruz x dersek, 4 kalemin uzunluğunu bulurum. M-Nasıl? Ö72- Önce 1m' yi santime çevirecem. 100cm olur. Sonra o boşluk kısmını çıkaracam, bulduğum sonucu 4 ile böleceğim. M-Peki baştaki “x” e ne oldu? Ö72-(Gülümseyerek) Gerek kalmadı çünkü ters işlem daha kolay geldi bana.	Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problemi ters işlem mantığıyla çözmeyi tercih etmişlerdir. Öğrenciler her ne kadar cebirsel işlemlerle probleme başlasalar da problemin çözümünde cebirsel ifadelerle işlem yerine ters işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Tercih edilen çözüm yolu problemin çözümü için doğru bir çözüm yoludur.

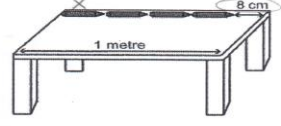
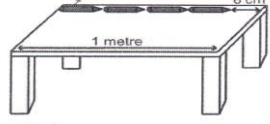
Tablo 21. (devam)

Ö74	<i>M-Problemi nasıl çözersin?</i> <i>Ö74- Çok kolay bir sayı problemi. Sayılarla işlem yaparım</i> <i>M-Sayılarla nasıl işlem yapacaksın biraz açıklar mısın?</i> <i>Ö74- Yani ters işlem hocam aslında deneyerekte olur.</i>
Ö83	<i>M-Problemi nasıl çözersin?</i> <i>Ö83-Hocam bu problemler kolay çözülür. İster denklem yap ister işlem ama ben kolay yolla çözerim işlemle.</i> <i>M-Neden denklemle çözmek zor mu?</i> <i>Ö83-Hocam denklemle uğraşmak istemiyorum.</i> <i>M-Peki Çözümde neler yapacaksın belirledin mi?</i> <i>Ö83-Evet. Çok kolay bir çözümü var. Önce metreyi santime çevirmeliyiz. Sonra 100 santimden 8' i çıkarıp 4'e bölmeliyiz.</i>

Tablo 21 incelendiğinde her üç öğrencide problemin çözümü için doğru çözüm yolu belirledikleri gözlemlenmektedir. Öğrenciler problemin çözümü için problemi parçalara ayırma gerekli dönüşümleri uygulama matematiksel işlemleri yapma gibi becerileri gerçekleştirmektedirler. Her üç öğrencide kendi düşüncelerini aktif bir şekilde kullanarak problemi çözmek için uygun stratejiyi belirleme ve uygulama yeteneği sergilemektedirler. Öğrenci ifadelerinden de anlaşılacağı üzere belirledikleri yöntemle problemi kolay bir şekilde çözebileceklerine inamaktadırlar. Ö72' ye ait “*Gerek kalmadı çünkü ters işlem daha kolay geldi bana*”, Ö74' e ait “*Yani ters işlem hocam aslında deneyerekte olur*” ve Ö83' e ait “*İster denklem yap ister işlem ama ben kolay yolla çözerim işlemle*” ifadelerden öğrencilerin kendilerine en uygun çözüm yolunu tespit ettikleri anlaşılmaktadır. Öğrenciler kendi bilişsel süreçlerinin farkında olup kendilerine en kolay gelen çözüm yollarını belirlemişlerdir. Bu durum üstbilişsel beceri göstergesi kabul edilmektedir. Bundan dolayı birinci problemde her üç öğrencinin de “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kâğıdından örnekler Tablo 22' de sunulmuştur.

Tablo 22. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö81	M-Problemde bazı kelimeleri çizmişsin neden? Ö81-Çünkü bazen soru uzun olabiliyor. Tekrar soruya baktığımda önemli bilgilerin dikkatimi çekmesi için...	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?
Ö82	M-Problemde bazı kelimeleri çizmişsin neden? Ö82-Ben genelde prolem çözerken uuu kelimeleri çiziyorum. Yani problem için gerekli olanları.	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

Tablo 22 incelendiğinde Ö81 ve Ö82' nin önemli kelimelerin altını çizdikten sonra verdikleri cevaplardan öğrencilerin eylemi bilinçli olarak gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Her iki öğrenci içinde bu beceri üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de birinci problemde “Problemde verilen önemi kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yapan Ö71, Ö81 ve Ö82' nin problemi tekrar okuduğu belirlenmiştir. Sergilenen davranış ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 23' te sunulmuştur.

Tablo 23. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö71-Aslında ilk okumamda anladım ama gözümünden kaçan bir yer olmasın diye tekrar okuma ihtiyacı duydum.	Öğrencilerin problemi tekrar okudukları gözlenmiştir. Öğrencilerin problemi daha iyi anlamak için tekrar okuma ihtiyacı duymuşlardır.
Ö81	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö81-Daha iyi anlamak için.	
Ö82	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö81-Hocam şekle baktıktan sonra tekrar okuma ihtiyacı duydum. M-Neden? Ö82-Bize ne verilmiş ne isteniyor belirlemek için.	

Tablo 23 incelendiğinde; Ö71, problemi ilk okumada anladığını belirtmesine rağmen, herhangi bir ayrıntıyı gözden kaçırmamak için tekrar okuma ihtiyacı hissettiğini ifade etmiştir. Bu, dikkatini ve farkındalığını artırma becerisini gösterir. Ö81, problemin daha iyi anlaşılması için tekrar okuma gereksinimi duyduğunu belirtmiştir. Bu, derinlemesine anlama ve problemi

tüm ayrıntılarıyla kavrama becerisini yansıtır. Ö82, problemin şekline bakarak tekrar okuma ihtiyacı hissettiğini belirtmiştir. Bu, problemi analiz etme ve verilen bilgileri, sorulanları belirleme becerisini gösterir. Öğrencilerin bilinçli olarak problemi tekrar okudukları ifadelerinden anlaşılmaktadır. Bu sebepten ilgili davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her üç öğrencinin de birinci problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden birinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 24’ te sunulmuştur.

Tablo 24. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	Ö71-...şimdi 1m 100 santimetre olduğu için 4 tane kalemle bide fazlası 8 cm var 1 kalemi bulacaz. M-Neden problemi kendü cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö71-Anlayayım diye. Sorudaki gereksiz yerleri çıkarttım.	Öğrencilerin gerek gözlemde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Öğrenciler, problemi kendi cümleleriyle özümseyerek tekrar ettiler. He üç öğrenci de problemin ana noktaları vurgulama eğilimi göstermişlerdir. .
Ö81	Ö81-...4 eşit uzunlukta kalem varmış. Masanın boyu 1m ve 1 kalemi soruyor. M-Neden problemi kendü cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö81- Problem çözümlerinde sorunun anlaşılır olması için ben bunu yaparım.	
Ö82	Ö81-...4 tane kalem var ve 8 cm artmış. Masa 1 m, bir kalemin uzunluğu kaç cm’ dir demiş M-Neden problemi kendü cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö82-Verilenleri belirledim hocam, iyice anlayıp çözümde kullanmak için zihnimde canlandırıdım	

Tablo 24 incelendiğinde öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle özetledikleri ve bu eylemi problemi anlayabilmek için gerçekleştirdikleri görülmüştür. “Sorunun anlaşılır olması için”, “Soruda ki gereksiz yerleri çıkarttım”, “Çözümde kullanmak için” gibi öğrenci ifadelerinden de anlaşılacağı üzere öğrencilerin eylemi bilinçli olarak gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bu nedenle, her üç öğrencininde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için denklem kurarak sonuca ulaşabileceklerini ifade etmişler, Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 25’ te sunulmuştur.

Tablo 25. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Birinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemı nasıl çözersin?</i> <i>Ö71-Denklem kurmak daha iyi olur bu soruda. Denemede yapılabilir ama en kolayı denklem olur.</i> <i>M-Neden?</i> <i>Ö71-Kolay bir şekilde çözerim denklem kurarak.</i>	<i>Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problemi denklem kurarak çözmeyi tercih etti. Denklem kurma problem için en uygun çözüm yollarından bir tanesi olmasından dolayı her üç öğrencinin de çözüm yolunu doğru belirleyebildiği gözlemlenmiştir.</i>
Ö81	<i>M-Problemı nasıl çözersin?</i> <i>Ö81-Denklemle kolay bir şekilde çözülür. Bir bilinmeyenli bir denklem oluştururum. Bence en uygunu bu olur.</i>	
Ö82	<i>M-Problemı nasıl çözersin?</i> <i>Ö82- Denklem kurarak çözerim. Bence en iyisi bu olur. Çünkü ben bu tarz problemlerde denklem kurmayı tercih ediyorum daha kolay oluyor.</i>	

Tablo 25 incelendiğinde her üç öğrencide denklem kurmanın daha iyi olacağını düşünerek bu stratejiyi seçtiği görülmektedir. Burada her üç öğrencininde problemi analiz etme, uygun stratejileri belirleme, denklem kurma ve çözme gibi zihinsel süreçleri aktif bir şekilde kullandıkları ve bunu bilinçli olarak gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bu durumdan dolayı her üç öğrenci için bu durum üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı birinci problemde her üç öğrencinin de “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö82’ nin “ben bu tarz problemlerde denklem kurmayı tercih ediyorum daha kolay oluyor” ifadesi öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olduğunu ve problemi benzer başka bir problemle ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu durumdan dolayı Ö82’ nin birinci problem de “Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

İkinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler

İkinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 26’da sunulmuştur.

Tablo 26. İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
Toplam										

Tablo 26 incelendiğinde en fazla üstbilişsel beceri cebir öncesi çözüm yapan Ö74 ve Ö83 ile cebirsel çözüm yapan Ö71 ve Ö82 öğrencileri tarafından sergilenmiş olup en az üstbilişsel beceri aritmetik çözüm yapan Ö62 ve Ö73 tarafından sergilenmiştir. Ayrıca aritmetik çözüm yapıp sonucu yanlış bulan Ö61’ in de üstbilişsel planlama aşamasında diğer aritmetik çözüm yapan öğrencilere göre daha fazla üstbilişsel beceri sergilediği görülmektedir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden ikinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 27’ de sunulmuştur.

Tablo 27. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	<i>M-Problemde baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden?</i> <i>Ö61-Bunları çözümde kullanmam gerek. Tekrar problemi baştan okumayayım diye çözüm için gerekli olduğunu düşündüğüm yerleri çizdim.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için <u>46 arkadaş</u> gelmiştir. Kutlamaya gelen <u>kız arkadaşlarının sayısı</u> erkek arkadaşlarının sayısının <u>2 katından 5 eksiktir</u> . Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına <u>gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?</u>
Ö73	<i>M-Problemde baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden?</i> <i>Ö73- Problemi çözmek için.</i> <i>M-Nasıl yani?</i> <i>Ö73-Problemde çözüm için gerekli olan yerleri belirledim. Önemli yerler oralar.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için <u>46 arkadaş</u> gelmiştir. Kutlamaya gelen <u>kız arkadaşlarının sayısı</u> erkek arkadaşlarının sayısının <u>2 katından 5 eksiktir</u> . Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına <u>gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?</u>

Tablo 27 incelendiğinde Ö61 ve Ö73’ ün ikinci problemde önemli kelimelerin altını çizdiği tespit edilerek nedeni sorulmuş ve öğrencilerden alınan cevaplar doğrultusunda eylemin bilinçli olarak yapıldığı anlaşılmıştır. Her iki öğrenci için de bu eylem üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de ikinci problemde “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden ikinci problemi tekrar okuduğu ve problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durduğu tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 28’ de sunulmuştur.

Tablo 28. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	M- Problemi neden tekrar okudun? Ö61- Bu problem diğerinden farklı, daha iyi anlamak için okudum.	Öğrencilerin problemi anlayabilmek için sesli ve sessiz olarak birkaç kez tekrar okudukları gözlenmiştir.
Ö62	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö62-Anlamaya çalışmak için tekrarladım okumayı.	

Tablo 28 incelendiğinde her iki öğrencisinde problemi anlayabilmek için problemi tekrar okudukları görülmektedir. Öğrencilere ait; “...daha iyi anlamak için okudum” ve “Anlamaya çalışmak için tekrarladım okumayı” İfadeler öğrencilerin bu davranışın bilincinde olduklarını göstermektedir. Her iki öğrencisinde problemi bilinçli bir şekilde tekrar okuduklarından dolayı ilgili davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de ikinci problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden Ö61’ in ikinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilmiştir. Süreç ile ilgili öğrenciye ait ifade Tablo 29’ da sunulmuştur.

Tablo 29. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	Ö61-...doğum gününe gelen kızlar erkeklerin 2 katından 5 eksikmiş. Toplam 46 kişi gelmiş. Kızların sayısını soruyor bize. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duyudun? Ö61-Fazla bilgilerden kurtulmak için. Böyle daha anlaşılır oluyor benim için.	Ö61 problemi kendi cümleleriyle özetleyebilmiştir.Öğrenci bir kaç kez okuduktan sonra planlama yapmak için problemi kendi cümleleriyle doğru bir şekilde özetleyebilmiştir.

Tablo 29 incelendiğinde Ö61’ in problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Öğrenci bu davranış için, “Fazla bilgilerden kurtulmak için. Böyle daha anlaşılır oluyor benim için” şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrenciye ait bu ifadeden problemi anlamak ve çözebilmek için bilinçli bir şekilde bu davranışı sergilediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, Ö61’ in ikinci problemde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden ikinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 30’da sunulmuştur.

Tablo 30. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	<i>M-Problemde kelimelerin altını neden çizdin? Ö72-Problemi çözerken bu sayılar bana lazım olacak diye düşündüm. Tekrar baktığımda görmek için.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaşı gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? 
Ö74	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö74-Kızlarla erkekler arasındaki sayısal ilişkiyi unutmamak için. Problemi ona göre çözeceğimiz için önemli bir nokta.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaşı gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? 
Ö83	<i>M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin, bazılarını da yuvarlak içine almışsın neden? Ö83-Hocam burada bana verilen ve istenenleri belirlemeye çalıştım. Tekrar problemi okumak yerine unutursam buralara bakayım diye.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaşı gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? 

Tablo 30 incelendiğinde Ö72, Ö74 ve Ö83’ün ikinci problemdeki önemli kelimelerin altını çizdikleri gözlemlenmiş ve nedeni sorulduğunda öğrencilerden alınan cevaplar eylemi bilinçli yaptıklarını anlamamıza yardımcı olmuştur. Sonuç olarak bu eylem üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her üç öğrencinin de ikinci problemde “Problemde verilen önemi kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83’ ün in problemi tekrar okuduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca Ö74 ve Ö83’ de problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurmuş ve belli bir süre sonra okumaya devam etmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 31’ de sunulmuştur.

Tablo 31. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö72-Çözümü yapabilmek için. M-Nasıl? Ö72-Neler verildiğine tekrar baktım.	
Ö74	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö74-Anlayabilmek için. M-Neden ilk okumada anlamadın mı? Ö74-Anladım ama yine de okudum. M-Okuma yaparken 1. Cümlede sonunda ve 2. cümlede durdun neden? Ö74- Hocam verilen sayılara baktım niye verilmiş diye ne yapacağımı düşündüm.	Öğrencilerin problemi tekrar okudukları ve Ö74 ile Ö83' ün okuma yaparken özellikle sayısal verilerde okumayı durdurdukları gözlenmiştir. Nedeni sorulduğunda öğrenci ifadelerinden problemi daha iyi anlamak için yaptıkları bilinçli bir eylem olduğu anlaşılmıştır.
Ö83	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö83-Tekrar okudum çünkü iyice anlamak için. M-Peki ikinci cümlede okumayı durdurdun neden? Ö83-Kızların sayısı erkeklerin 2 katından 5 eksik demiş onu düşündüm hocam. Cebirsel olarak nasıl ifade edeceğimi	

Tablo 31 incelendiğinde öğrencilerin, problemin çözümü için okumayı tekrarladıkları görülmektedir. “Çözümü yapabilmek için”, “Anlayabilmek için”, “...çünkü iyice anlamak için” gibi öğrenci ifadelerinden davranışın bilinçli olarak bir amaca yönelik olduğu görülmektedir. Bu, problemi daha iyi anlamak, verilen bilgileri gözden geçirmek ve çözüm stratejilerini belirlemek için bilinçli bir çabayı göstermektir. Bu sebepten dolayı her üç öğrenci için bu davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı ikinci problemde her üç öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö74 ve Ö83' ün okuma yaparken bazı yerlerde okumayı durdurdukları gözlemlenmiştir. Öğrencilere bunun nedeni sorulduğunda; Ö74 “sayılara baktım niye verilmiş diye ne yapacağımı düşündüm” cevabını verirken, Ö83 ise “...onu düşündüm hocam. Cebirsel olarak nasıl ifade edeceğimi” cevabını vermiştir. Her iki öğrencide problemi anlamak ve üzerine düşünmek için gerekli yerlerde okumayı durdurmuş ve bu eylemi bilinçli yapmışlardır. Bundan dolayı her iki öğrenci içinde bu davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı ikinci problemde her iki öğrencinin de “Problemi daha iyi anlamak için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden ikinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 32’ de sunulmuştur.

Tablo 32. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	Ö74-...Fatma'nın doğum gününe 46 kişi gelmiş. Kızların sayısını erkeklerin 2 katından beş eksik olarak vermiş. Kızları sormuş. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö74-Problemdeki ifadeler ne kadar az olursa ben daha iyi anlıyorum.	Öğrencilerin gerek planlama aşamasında gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Öğrenciler bu durumun anlaşılır olduğunu ifade etmişlerdir.
Ö83	Ö83-...doğum günü partisine 46 kişi gelmiş. kızlar erkeklerin 2 katından beş eksikmiş. Kızların sayısını sormuş M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö83-Bu şekilde anlaşılır oluyor hemde yormuyor.	

Tablo 32 incelendiğinde Ö74 ve Ö83' ün problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle doğru bir şekilde özetlemesi problemi anladığını göstermektedir. Her iki öğrencinin de ifadelerinden bu durumda problemi daha iyi anlayabildikleri anlaşılmaktadır. Buda öğrencilerin verilen problemi kendi anlama düzeylerine göre yorumlayabildiklerini ve özetleyebildiklerini göstermektedir. Her iki öğrencide "daha anlaşılır" olması için eylemi gerçekleştirdiğini belirtmektedir. Bu durum üstbilişsel becerinin bir göstergesidir ve bu nedenle, her iki öğrencisinde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö74 ve Ö83 problemin çözümü için cebirsel ifadelerden faydalanacaklarını belirtmişler fakat denklem kuracaklarını söylememişlerdir. Öğrenciler her ne kadar çözüm için cebirsel ifadeleri kullanmış gibi görünse de çözüme cebirsel ifadelerle başlayıp aritmetik işlemlerle devam etmişlerdir. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 33' te sunulmuştur.

Tablo 33. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	M- Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun? Ö74- Cebirsel ifadelerle çözebilirim. M- Nasıl yani? Ö74-Denklem kurabilirim ama zorlanırsam deneme yanılma ile çözerim bu şekilde daha iyi çözüyorum.	Ö74 ve Ö83 problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrenciler problemi çözmeye cebirsel ifadelerle başlamış fakat sonrasında aritmetik işlemlerle devam etmiştir. Öğrencilerden Ö74 ve Ö83 problem için doğru çözüm yolunu tespit ederek doğru sonuca ulaşabilmişlerdir.

Tablo 33. (devam)

Ö83	<i>M- Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?</i> <i>Ö83-Aslında denklemle çözmemin daha uygun olacağını biliyorum. Fakat ben toplam ifadeyi bulurum ve ters işlem yaparım en iyisi bu benim için</i> <i>M-Neden?</i> <i>Ö83-Benim için daha kolay bir çözüm olur denklemle uğraşmamış olurum.</i>
-----	---

Tablo 33 incelendiğinde öğrencilerin problemi çözebilmek için farklı çözüm yolları aradıkları görülmektedir. Bu durum üstbilişsel becerilerin bir göstergesidir çünkü öğrenciler problemi analiz etme, stratejiler oluşturma gibi bilişsel süreçleri uygulayarak çözüm yolları geliştirmektedirler. Öğrencilerin “...bu şekilde daha iyi çözüyorum”, “benim için daha kolay bir çözüm olur...” ifadelerinden anlaşılabileceği üzere iki öğrenci de kendi durumlarına göre en kolay çözüm yolunu belirlediklerine inanmaktadır. Her iki öğrenci de cebirsel işlemlerde özellikle denklem kurma ve çözme de zorluklar yaşamaktadır. Bu sebepten dolayı ilgili davranış Ö74 ve Ö83 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı her iki öğrencinin de ikinci problemde “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden ikinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 34’ te sunulmuştur.

Tablo 34. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	<i>M-Problemde kelimelerin altını neden çizdin?</i> <i>Ö71-Soruda daha dikkatli davranmak için</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için <u>46 arkadaş</u> gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?
Ö81	<i>M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden o kelimelerin altını çizdin?</i> <i>Ö81-Problemde çözümü için gerekli sayısal ifadeler var onlara dikkat için çizdim.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için <u>46 arkadaş</u> gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen <u>kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?</u>
Ö82	<i>M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin, bazılarını da yuvarlak içine almışsin neden?</i> <i>Ö82-Ben problemi okurken kelimelerin altını çizerim sayısal ifadeleri de işaretliyorum sonra baktığımda görebileyim diye.</i>	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için <u>46 arkadaş</u> gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen <u>kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?</u>

Tablo 34 incelendiğinde İkinci problemde önemli kelimelerin altını çizdiği tespit edilen öğrencilere bunun nedeni nedir diye sorulduğunda verdikleri cevaplar göz önüne alınmış ve öğrencilerin hepsinin bu eylemi bilinçli yaptığı tespit edilmiştir. Öğrencilere ait bu eylem üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her üç öğrencinin de ikinci problemde “Problemde verilen önemi kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71’ in problemi tekrar okuduğu problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde durduğu belirlenmiştir. Ayrıca Ö81 ve Ö82’ de problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurmuşlar ve belli bir süre sonra okumaya devam etmişlerdir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 35’ te sunulmuştur.

Tablo 35. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi neden tekrar okudun?</i> <i>Ö71-Hocam denklem kurmak için.</i> <i>M-Nasıl?</i> <i>Ö71-Denklem kurmak için gerekli olan şeylere baktım hocam.</i> <i>M-Problemi okurken bazı yerlerde durdun, neden?</i> <i>Ö71-Hocam kızlarla erkekler arasında verilen ifadeyi x ile ifade ettim.</i>	<i>Ö71’ in problemi tekrar okuduğu, Ö71, Ö81 ve Ö82’ nin okuma yaparken özellikle sayısal verilerde okumayı durdurdukları gözlenmiştir. Öğrenci cevaplarına bakıldığında bunu düşünmek için, probleme ait denklem kurmak için vb. nedenlerle yaptıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin okuma yaptıktan sonra çözüm yolu düşündükleri gözlemlenmiştir.</i>
Ö81	<i>M-Neden durarak okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö81-Sayılarla dikkat ettim özellikle. Buralarda durup düşünmeyi tercih ettim.</i>	
Ö82	<i>M-Peki neden ikinci cümleyi okuduktan sonra durdun?</i> <i>Ö82-Hocam problemi nasıl çözerim diye düşünmeye çalıştım. Denklem gibi geldi bana.</i>	

Tablo 35 incelendiğinde Ö71’ in problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Bunun nedeni sorulduğunda “*Hocam denklem kurmak için. Denklem kurmak için gerekli olan şeylere baktım*” şeklinde cevap vermiştir. İlgili ifadede öğrencinin süreçte bilinçli olduğu anlaşılmaktadır ve davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö71’in ikinci problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Öğrencilerin üçünde okuma yaparken bazı yerlerde okumayı durdurdukları gözlemlenmiştir. Öğrenci ifadelerinden bu durumun problemi okurken durarak düşünme ve analiz yapma gerekliliğinden kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Öğrenciler sayılara, ifadelere veya problemin farklı yönlerine dikkat etmek için durup düşünme ihtiyacı hissetmişlerdir. Bu,

üstbilişsel becerilerin bir göstergesidir, çünkü öğrenciler problemin karmaşıklığını fark ederek çözüm için uygun stratejileri belirlemeye çalışmışlardır. Bu sebepten dolayı ilgili davranış her üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı ikinci problemde her üç öğrencinin de “Problemi daha iyi anlamak için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden ikinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 36’ da sunulmuştur.

Tablo 36. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	Ö71-...şimdi diyor ki burada kızların sayısı erkeklerin sayısının 2 katından 5 eksiktir. Gelenlerin hepsi 46’ ymış. Kızların sayısı kaçtır demiş. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö71-Aslında böyle yapınca daha kısa oluyor. Özeti anlamak daha kolay.	Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Öğrenciler bu şekilde problemi daha iyi anladıklarını belirtmiştir.
Ö81	Ö81-...kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının iki katından beş eksiktir ve bunların toplamı 46. Kızları bulamaz. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö81-Çözüm yapmak için değerleri belirlemek için daha iyi anlıyorum.	
Ö82	Ö82-...46 arkadaşı varmış, kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkeklerin sayısının 2 katından 5 eksikmiş, bize kız arkadaşlarını soruyor. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö82-Problemi daha iyi anlamaya çalıştım. Hemde nasıl çözeceğimi düşünmüş oluyorum.	

Tablo 36 incelendiğinde öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. “Aslında böyle yapınca daha kısa oluyor”, “Çözüm yapmak için değerleri belirlemek için daha iyi anlıyorum”, “Problemi daha iyi anlamaya çalıştım” gibi öğrenci ifadeleri davranışın bilinçli olarak yapıldığını göstermektedir. Öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle doğru bir şekilde özetlemesi problemi anladığını göstermektedir. Buda öğrencilerin verilen problemi kendi anlama düzeylerine göre yorumlayabildiklerini ve özetleyebildiklerini göstermektedir. Her üç öğrenci de problemi kendi cümleleriyle özetlerken bilinçli bir eylem içerisinde. Bu durum üstbilişsel becerinin bir göstergesidir ve bu nedenle,

her üç öğrenci içinde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için denklem kurmayı tercih ederek problem için uygun denklemi kurmuşlar ve denklemi çözerek sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 37’ de sunulmuştur.

Tablo 37. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden İkinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?</i> <i>Ö71-İkinci soruyu da denklem kurup öyle çözerim. Denklemle daha çabuk çözülür bu soru.</i>	<i>Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problemi denklem kurarak çözmeyi tercih etti. Problem çözümü için en uygun çözüm yolu olması sebebiyle her üç öğrencide problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebilmişlerdir. Öğrencilerin denklem kurma ve çözme de herhangi bir sıkıntı yaşamadıkları problem için yapmış oldukları çözümde gözlemlenmiştir.</i>
Ö81	<i>M-Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?</i> <i>Ö81-Ben burda yine denklem kurmayı denerim. Bir bilinmeyenli bir denklemle problemi çözerim. Farklı yollarda var ama en güzeli bu. M-Neden?</i> <i>Ö81-Çünkü bunun gibi soruları denklemle çözmek daha uygundur. Deneme yapma zaman alır.</i>	
Ö82	<i>M-Problemi nasıl çözmeyi düşünüyorsun?</i> <i>Ö82- Tabiki denklemle çözerim.</i> <i>M-Neden başka çözüm yoluda mı var?</i> <i>Ö82- Var ama ben denklemle çözeceğim.</i> <i>M-Neden?</i> <i>Ö82-Bu tarz problemlerin çözümü denklemle daha kolay oluyor.</i>	

Tablo 37 incelendiğinde öğrencilerin probleme ait uygun çözüm yolu belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde, problemi çözmek için denklem kurmayı tercih ettikleri görülmektedir. Her üç öğrencide kendileri için en uygun ve kolay yolun denklem kurma olduğunu belirtmişlerdir. Bu durum üstbilişsel bir beceri olarak kabul edilebilir çünkü bireyler problemi analiz ederken, çözüm için uygun bir strateji olarak denklem kurmayı seçmişlerdir. Bu davranış her üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de ikinci problemde “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö81’in “*bunun gibi soruları denklemle çözmek daha uygundur*” ve Ö82’ nin “*bu tarz problemlerin çözümü denklemle daha kolay oluyor*” ifadelerinden de anlaşılabacağı gibi öğrencilerin kendi bilişsel sürecinin farkında olduğunu ve problemi benzer başka bir problemle ilişkilendirdiğini göstermektedir. Bu durumdan dolayı Ö81 ve Ö82’ nin ikinci problem de

“Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Üçüncü Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler

Üçüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 38’ de sunulmuştur.

Tablo 38. Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
	Çözüm sırasında karşılaşacağı engelleri belirledi.									
	Engelleri ortadan kaldırmaya çalıştı.									
Toplam										

Tablo 38 incelendiğinde üçüncü problemde öğrencilerde üstbilişsel planlama aşamasında en fazla üstbilişsel beceri sergileyen Ö81 ve Ö82’ i olmuştur. En az beceri sergileyenler ise aritmetik çözüm yapan Ö62 ve Ö73 olmuştur.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilisel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden üçüncü problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 39’ da sunulmuştur.

Tablo 39. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizdiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Probleme baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden? Ö61-Hocam problem biraz karmaşık ve uzun. Tekrar tekrar okumamak için önemli yerler dikkatimi çekmesi için işaretledim.	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

Tablo 39. (devam)

Ö73	<i>M-Problem baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden?</i> <i>Ö73-Problemdeki sayıları çizmem lazım diye düşündüm. Çözümde lazım olacak sonuçta.</i>	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?
-----	---	--

Tablo 39 incelendiğinde Ö61 ve Ö73' ün önemli kelimelerin altını çizdikleri görülmektedir. Öğrencilerin önemli kelimeleri bilinçli olarak çizmeleri, üstbilişsel beceri kullanıldığını göstermektedir. Öğrenciler, problemi daha iyi anlamak, önemli bilgileri vurgulamak ve sayıları takip etmek için önemli kelimelerin altını çizme becerisini tercih etmişlerdir. Bu eylem her iki öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı her iki öğrencinin de ikinci problemde “Problemde verilen önemi kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden problemi tekrar okuduğu ve problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durduğu tespit edilen öğrencilerle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 40' ta sunulmuştur.

Tablo 40. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M- Problemi neden tekrar okudun?</i> <i>Ö61- Karışık geldi biraz bana. Öğrenciler ve tam kişiler var. Toplam kişi var, para vermiş. Çok bilgi var hocam. İyice anlamadan çözemeyeceğim için tekrardan okudum.</i> <i>M-Peki soruyu okurken durduğun yerler oldu, neden?</i> <i>Ö61-Sayılar çok hocam. Ne için verildiklerini düşündüm.</i>	<i>Öğrencilerin problemi tekrar okudukları (Ö62 ve Ö73 çok kez okudular) gözlemlendi. Ayrıca Ö61, problemi anlamak için yavaşça okudu ve bazı yerlerde durarak düşündü. Okuma yaparken Ö61' in özellikle sayısal verilerde okumayı durdurduğu gözlenmiştir.</i>
Ö62	<i>M-Problem neden tekrar okudun?</i> <i>Ö62-Biraz zor ilkinde anlamadım.</i>	
Ö73	<i>M-Problem neden tekrar okudun?</i> <i>Ö73-Anlayamadığım için bi daha okudum şey ben anlamadım yine.</i>	

Tablo 40 incelendiğinde üç öğrencinin de problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Öğrencilere bunun nedeni sorulduğunda anlamadıkları için tekrar okuduklarını belirtmişlerdir. Problemdeki bilgilerin ve ilişkilerin anlaşılması, doğru bir çözüm yolunun bulunması için

önemlidir. Bu nedenle, öğrenciler problemi daha iyi anlamak ve içeriğini kavramak için tekrar okumayı tercih etmişlerdir. Her üç öğrenci de problemi daha iyi anlayabilmek gibi bilinçli bir davranış sergileyerek problemi tekrar okumuşlardır. Öğrencilerin bu davranışı üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de ikinci problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö61’ in okuma yaparken bazı yerlerde okumayı durdurduğu görülmüş ve nedeni sorulduğunda okuduğu kısım üzerine düşündüğünü belirtmiştir. Öğrencinin sayıların çok olduğunu ifade etmesi, problemdeki verilen bilgilerin ve sayıların anlaşılması için dikkatini yoğunlaştırdığını göstermektedir. Sayıların ve verilen bilgilerin ne amaçla verildiğini anlamak, problemi çözme sürecinde önemlidir. Bu nedenle, öğrenci problemi anlamak için sayıları ve verileri dikkatli bir şekilde incelemiş ve bu noktalarda durarak düşünme sürecine girmiştir. Bilinçli olarak yapılan ilgili davranış Ö61 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı ikinci problemde Ö61’ in “Problemi daha iyi anlamak için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden üçüncü problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifade ve gözlemler Tablo 41’de sunulmuştur.

Tablo 41. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	Ö61-...üçüncü soru burada tam kişilere 4 TL öğrencilere 2 TL olduğunu söylemiş ve bana burada 91 kişinin girip 230 TL kazanıldığını söylemiş ve öğrenci sayısı sorulmuş. M-Problemi neden kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö61- Soru biraz zor geldi bana. Anlayabilmek için kendime göre düzelttim	Ö61 problemi kendi cümleleriyle özetlemiştir. Ayrıca Ö61 problemi özümseyerek anahtar kavramları yakaladı ve bu kavramları kendi cümleleriyle özetledi.

Tablo 41 incelendiğinde Ö61’in problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Öğrencilerin problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Öğrenci, verilen bilgileri değerlendirerek öğrenci ve öğretmen bilet fiyatlarını, toplam kişi sayısını ve elde edilen geliri ilişkilendirmeye çalışmıştır. Ayrıca öğrencinin “Soru biraz zor geldi bana. Anlayabilmek için kendime göre düzelttim” şeklindeki ifadesi davranışın bilinçli ve problemi anlamaya yönelik olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, Ö61’ in "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden sadece Ö61 problem için uygun çözüm yolu belirleyebilmiş, “problemin çözümü” için denemelerle sonuca ulaşabileceğini ifade etmiştir. Ö62 ve Ö73 ise problemin çözümü için herhangi bir çözüm yolu belirleyememişlerdir. Ö61’e ait çözüm yolu belirleme ile ilgili ifadesi ve gözlem sonuçları tablo 42’ de sunulmuştur.

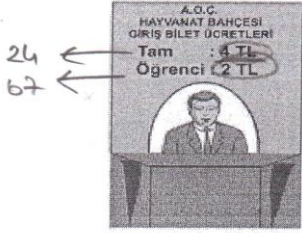
Tablo 42. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M-Problemı nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö61-Denemeler yaparım. Öğrencilere sayısını kafamda belirlerim sonra 91 ya toplam tam kişileri belirlerim. Böyle çözebilirim diye düşünüyorum. Dediğim gibi biraz zor ama bu yolla çözerim kesinlikle.</i>	<i>Ö61 problemi okuduktan sonra anladığını ifade etmiş ve çözebileceğini düşünmüştür. Öğrenci problemin çözümü için denemeler yapacağını belirtmiştir. Öğrencinin problemin çözümü için yaptığı çözüm dikkat çekicidir.</i>

Tablo 42 incelendiğinde Ö61’ in problemin çözümü için uygun bir çözüm yolu belirleyebildiği görülmektedir. Öğrenci, problemi çözmek için deneme-yanılma yöntemini kullanmaya karar vermiştir. Bu strateji, öğrencinin sorunun çözümüne yönelik kendi adımlarını oluşturması ve deneyerek çözüm yolunu bulma girişiminde bulunması anlamına gelir. Öğrenci kendi bilişsel seviyesine göre problem için uygulanabilecek en uygun çözüm yöntemini belirleyebilmiştir. Öğrencinin altıncı sınıfta olması ve cebirsel işlemlerle daha karşılaşmaması çözüm için denklem kuramayacağı gerçeğini anlamamıza yardımcı olmaktadır. Öğrencinin sayıları kafasında belirleyip tam kişi sayısını bulma planı da üstbilişsel becerilerin kullanıldığını gösterir. Öğrenci, soruyu anlama, sayıları ve verilen bilgileri kullanma, deneme-yanılma yöntemiyle çözüm yolları oluşturma gibi becerilerini kullanarak çözüm stratejisini belirlemiştir. Bu durumdan dolayı Ö61’ in üçüncü problemde “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden üçüncü problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 43’te sunulmuştur.

Tablo 43. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemden Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden? Ö72-Problem biraz uzun tekrar okumamak için önemli olanları belirttim.	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir? 65
Ö74	M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden? Ö74-Hocam sayısal değerler dikkatimi çeksin diye. Problem çözümünde kullanmak için.	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?
Ö83	M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden? Ö83-Problem'in çözümünde gerekli olabilecek sayıları belirledim.	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

Tablo 43 incelendiğinde öğrencilerin önemli kelimelerin altını çizdikleri görülmektedir. Bu eylem, onların dikkatlerini bu kelimelere çekme ve önemli bilgileri belirleme çabasını yansıtmaktadır. Altını çizilen kelimelerin genellikle sayısal değerler veya problem çözümünde kullanılacak önemli ifadelerin olduğu görülmektedir. “Problem biraz uzun tekrar okumamak için önemli olanları belirttim”, “sayısal değerler dikkatimi çeksin diye. Problem çözümünde kullanmak için”, “Problem'in çözümünde gerekli olabilecek sayıları belirledim” gibi öğrenci ifadeleri davranışın bilinçli olarak yapıldığını göstermektedir. Öğrencilerin önemli kelimeleri bilinçli olarak çizmeleri, üstbilişsel beceri kullanıldığını göstermektedir. Bu durumda her üç öğrencisinde “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83' nin problemi tekrar okumuşlardır. Ayrıca Ö83' de problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurmuş ve belli bir süre sonra okumaya devam etmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 44' te sunulmuştur.

Tablo 44. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö72-Daha iyi anlayıp nasıl çözmeliyim diye. Soru biraz zor gibi geldi.</i>	<i>Öğrencilerin problemi tekrar okudukları, Ö83' ün de okuma yaparken özellikle sayısal verilerde okumayı durdurduğu gözlenmiştir.</i>
Ö74	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö74-Aslında anladım problemi ama nasıl çözerim diye tekrar okumak istedim.</i>	
Ö83	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö83-Anlamak için.</i> <i>M-Neden ilk okumanda anlamadın mı?</i> <i>Ö83-Hayır anladım ama hata yapmamak için daha iyi anlamalıyım.</i> <i>M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir?</i> <i>Ö83-Dedim ya hocam daha iyi anlamak için. Yani okuduğum yerleri düşünmek için. Neler verilmiş diye.</i>	

Tablo 44 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Bu durum bilgi işleme sürecinde daha derinlemesine düşünmeyi ve problemi daha iyi anlamayı amaçlayan stratejik bir yaklaşımdır. Öğrencilerin ifadelerinden eylemin bir amaca yönelik gerçekleştirdiği bilinçli bir davranış olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencilerin problemi tekrar okuma ihtiyacı duymaları, üstbilişsel becerilerini kullanmalarının bir göstergesidir. Bu davranış her üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiş ve üçüncü problemde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö83' ün okuma yaparken belli yerlerde okumayı durdurduğu gözlemlenmiştir. Öğrenci ifadesinden öğrencinin okurken bazı yerlerde durarak, o kısımlarda dikkatini odakladığını ve daha iyi anlamaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Öğrencinin okumayı durdurması, üstbilişsel becerilerini kullanma ihtiyacını yansıtan bir davranıştır. İlgili eylem Ö83 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiş ve üçüncü problemde “Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisinin gözlemlendiği kabul edilmiştir.

Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden üçüncü problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifade ve gözlemler Tablo 45’ te sunulmuştur.

Tablo 45. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	Ö74-...91 kişi gelmiş. Bir kısmı öğrenciymiş. Öğrencilere 2TL, tam kişilere 4 TL toplam 230 TL olmuş. Öğrenci sayısını sormuş. M-Prolemi neden kendi cümleleriyle özetlemeye ihtiyaç duydun? Ö74- Daha önce belirttim anlaşılır oluyor böyle.	Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin davranışı bilinçli olarak problemi anlayabilmek için gerçekleştirdikleri ifadelerinden anlaşılmaktadır. Öğrenciler, problemi kendi cümleleriyle özetlerken önemli detayları seçti ve problemin ana amacını net bir şekilde ifade ettiler.
Ö83	Ö83-...91 kişi gelmiş 230 TL gelir olmuş. Öğrenciler 2 TL tamlar 4 TL. Öğrenci sayısını soruyor. M-Prolemi neden kendi cümleleriyle özetlemeye ihtiyaç duydun? Ö83-Eksik bir yer kalmasın, daha iyi anlayayım diye.	

Tablo 45 incelendiğinde iki öğrencininde problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. “Daha önce belirttim anlaşılır oluyor böyle”, “Eksik bir yer kalmasın, daha iyi anlayayım diye” şeklindeki ifadelerden öğrencilerin davranışı problemi anlamaya yönelik bilinçli olarak gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Bu süreçte, öğrencilerin problemi anlama, gereken bilgileri belirleme ve öğrencilerin problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Öğrenciler problemi özetlerken daha iyi anlamaya çalışmışlardır. Bu nedenle, her iki öğrencininde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83 problemin çözümü için denklem kurmayı tercih etmelerine rağmen problem için uygun denklemi oluşturamayacaklarını düşünüp deneme yapmaya karar vermişlerdir. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlem sonuçları Tablo 46’da sunulmuştur.

Tablo 46. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö72-Burda öğretmende bilinmiyor öğrencide. Bilinmeyen derim. Öğrenciye x derim öğretmene y derim. Toplarsam 91 olacakmış. (Uzunca bir süre düşündü). Sanırım denklem zor olur deneyerek çözerim ama. M-Nasıl? Ö72- Öğrencilere sayı veririm hepsi 91 tamları bulurum. Bilet fiyatı 230 Tl olacak. Bulduğum sayıları ona göre değerlendiririm.	Öğrencilerden Ö72 çözüm için denklem oluşturamayacağını fakat denemelerle çözebileceğini belirtti. Ö74 ise denklem kuracağını denklem kuramazsa deneyerek çözeceğini ifade etti. Ö83 ise denklem ile çözülmesi gerektiğini ifade etti. Öğrencilerin hepsi çözüm sürecinde denklem oluşturamamış ve problemi deneme yaparak çözmeye çalışmışlardır. Öğrenciler için denklem kursalar dahi denklem çözümünde sıkıntılar yaşadığı diğer sorularda gözlemlenmiştir.
Ö74	M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö74- Şimdi bende denklemle denerim ama denklem olmazsa deneyerek çözerim. Öğrencilere "x" derim tamlar "$2x$" olur. M-Neden durakladın? Ö74-Olmadı galiba denklem zor olacak. Sanırım deneyerek çözerim. Öğrenciye sayı vererek. Toplamları dikkate alacam tabi.	
Ö83	M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö83-Burada bilinmeyenler var. Bilinmeyen olunca denklem oluyor. Denklem kurmada biraz sorunum var. Ama denklem olmazsa denenerek çözülebileceğini biliyorum. M-Peki sen hangisini tercih edeceksin? Ö83-Öğrenciler "x" ise tamlar "y" olur. $x+y$ 91 olur. Biletle çarparsam $2x+4y$ bilet 230 olur. Denklemden ne yaparım bilemedim hem "x" var hem "y" var. Biraz karıştı. M-Ne yapacaksın? Ö83-Hocam en iyisi deneme yapayım. Biraz uzun ama çözerim ben bunu. Öğrencilere sayı veririm duruma göre artırıp azaltırım.	

Tablo 46 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmektedir. Ö72' nin "Sanırım denklem zor olur deneyerek çözerim ama" ve "Ö72' nin "olmadı galiba denklem zor olacak, sanırım deneyerek çözeceğim" ifadesi ile Ö83' ün "denklemden ne yaparım bilemedim hem x var, ...Hocam en iyisi deneme yapayım" ifadesi öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini bildiklerini ve bu duruma göre seçim yaptıklarını göstermektedir. Öğrenciler, denklem kurma ve deneme-yanılma yöntemlerini düşünerek problemi çözmeyi planlamaktadır. Fakat üç öğrencinin de denklem kurarken ve çözerken zorluk yaşadıkları ifadelerinden anlaşılmaktadır. Bu sebepten dolayı öğrencilerin deneme-

yanılma yöntemini tercih ettiği görülmektedir. Bu, öğrencilerin kendilerine uygun stratejileri seçmeleri ve problem çözme sürecinde esnek olmaları anlamına gelmektedir. Öğrencilerin düşüncelerini ifade etmeleri, denklem kurma ve deneme-yanılma gibi yöntemleri düşünmeleri, problemi çözmek için farklı yaklaşımları gözlemlemeleri ve tercihlerini belirlemeleri, üstbilişsel becerilerinin bir göstergesidir. Bundan dolayı her üç öğrencinin de “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden üçüncü problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 47’ de sunulmuştur.

Tablo 47. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin?</i> <i>Ö71-Problemde önemli yerlerini çizdim. Problemdeki önemli yer oralar. Kişi sayısı, toplam para bunlar önemli benim için.</i>	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?
Ö81	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin?</i> <i>Ö81-Kullanacağım sayısal değerler dikkatimi çeksın diye. Tekrar baktığımda görmek için çizdim.</i>	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?
Ö82	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin?</i> <i>Ö82-Yani bu problemde ilk başta okuduktan sonra problemi anlamak için çizdim. Sonradan baktığımda göreyim diye.</i>	Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:  Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir. Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

Tablo 47 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdiği görülmektedir. Öğrencilere bunun nedeni sorulduğunda; önemli bilgileri belirlediğini, sayısal değerler dikkatimi çeksın gibi bilinçli eylem içeren açıklamalarda bulunmuşlardır. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Önemli kelimelerin altını çizer” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yapan Ö71, Ö81 ve Ö82' nin problemi tekrar okuduğu ayrıca Ö81 ve Ö82' de problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurduğu ve belli bir süre sonra okumaya devam ettiği tespit edilmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 48'de sunulmuştur.

Tablo 48. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö71-Bu problem biraz karmaşık, çokta bilgi var daha iyi anlamak için.</i>	<i>Öğrencilerin problemi tekrar okudukları, özellikle toplam kişi ve toplam gelire tekrar baktıkları, Ö81 ve Ö82' nin okuma yaparken özellikle sayısal verilerde okumayı durdurdukları gözlenmiştir. Sebebi sorulduğunda problemi anlamak için okumayı durdurduklarını ifade etmişler ve okumayı durdurduklarında ise okudukları kısmı sesli olarak kendi cümleleri ile özetlemişler ve anlamaya çabalamışlardır.</i>
Ö81	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö81-Problemi daha iyi anlayabilmek için. Bu problem diğerlerine göre biraz karmaşık geldi. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir?</i> <i>Ö81-Problemi düşündüm hocam. Nasıl çözerim diye birde okuduğum kısımları düşündüm anlamaya çalıştım.</i>	
Ö82	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö82-Daha iyi anlayabilmek için biraz sanki zor. Tekrar okursam gözden kaçan yerler varsa hani diye anlarım diye düşündüm.</i> <i>M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir?</i> <i>Ö82-Hocam problemde sayısal çok değer var. Ne ne değildir anlamaya çalıştım.</i>	

Tablo 48 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Öğrencilerin problemi tekrar okuma ihtiyacı duymalarının nedeni, problemi daha iyi anlamak ve içeriğini anlamlandırmaktır. Problem karmaşık olduğundan veya içerisinde belirli terimler veya sayılar bulunduğundan dolayı öğrenciler, problemi daha iyi anlamak için tekrar okuma ihtiyacı duymuşlardır. Öğrenci ifadelerinden davranışın bilinçli olarak gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. Bu gibi bilinçli bir şekilde öğrencilerin problemi tekrar okuma ihtiyacı duymaları, üstbilişsel becerilerini kullanmalarının bir göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencisinde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel beceriyi sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö81 ve Ö82'nin okuma yaparken belli yerlerde okumayı durdurduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin okurken bazı yerlerde durarak, o kısımlarda dikkatini odakladığını ve daha iyi anlamaya çalıştıkları ifadelerinden anlaşılmaktadır. Öğrencilerin okunan bölüm üzerine düşünmek için bilinçli olarak okumayı durdurması, üstbilişsel beceri

göstergesidir. Bu durumdan dolayı Ö81 ve Ö82' nin de "Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden hepsi, problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilmiştir. Sürece ait öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 49' da sunulmuştur.

Tablo 49. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	Ö71...toplamları 91' miş öğrenci bileti 2 TL, tam bilete 4 TL. Hepsi 230 TL'ye eşit. Hayvanat bahçesine gelen öğrencisayısını soruyor. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö71-Kendi anlayacağım şekilde sadeleştirdim.	Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir.
Ö81	Ö81-...toplam 91 kişi. Öğrenciler uuu 2 TL imiş tam kişi 4 TL, toplam geliri yani 230 TL Öğrenci kaç kişi soruyor. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö81-Problemde sadece işime yarayacak yerleri seçmeye çalıştım. Daha kolay anlayayım diye.	
Ö82	Ö82-...91 kişi hayvan bahçesini gezerek 230 TL gelir elde edilmiş. Öğrenciler 2 lira vermiş tamlar 4 lira. Öğrenci sayısını soruyor. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö82-Daha iyi anlayabilmek için.	

Tablo 49 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Bu süreçte, öğrenci problemi anlama, gereken bilgileri belirleme ve öğrencilerin problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. "Kendi anlayacağım şekilde sadeleştirdim", "Daha kolay anlayayım diye", "Daha iyi anlayabilmek için" gibi öğrenci ifadelerinden davranışın bir amaç doğrultusunda ve bilinçli olarak gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. Üstbiliş, bir problemi çözmek için bilişsel süreçlerin bilinçli ve kontrollü bir şekilde kullanılmasıdır. Öğrenciler burada problemi çözebilmek için önce anlamaları gerektiklerinin farkında olup problemi kendilerine has cümlelerle özetleme eğilimi göstermişlerdir. Bu nedenle, her üç öğrencisinde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71 ve Ö82 problemin çözümünde birden fazla bilinmeyen bulunmasının ve fazla sayısal ifade içermesinin kendilerini biraz zorlayabileceğini ifade etmişlerdir Ayrıca Ö82 benzer bir problem çözdükleri için o probleme benzeterek çözmeye çalışmıştır. Süreç ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlem sonuçları Tablo 50' de verilmiştir.

Tablo 50. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Probleme Karşılaştıkları Engeller ve Engelleri Ortadan Kaldırma Biçimlerine Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	Ö71-...problem bana biraz karışık geldi. Burda iki tane bilinmeyen var. M-Nasıl yani? Ö71-Hem öğrencileri hem de tam kişileri bilmiyoruz. Kafam karıştı. (Uzun bir süre düşündü) M-Neden? Ö71-Hocam kime bilinmeyen diyeceğiz onu bilemiyorum. Bi dakika burada öğrencilere “x” dersem tamam buldum sanırım. Birbiri cinsinden yazacağız.	Ö71 problemin çözümünü yaparken denklem kurmayı seçmişti. Öğrenci denklem kurarken iki bilinmeyenin olmasının kafasını karıştırdığını belirtti. Daha sonra epeyce düşündükten sonra bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazabileceğini fark etti. Ö82’ de benzer şekilde iki bilinmeyen bulunduğu için denklem kurmada biraz zorlandı. Hatta deneme yoluyla çözmeye çalıştı fakat zaman alacağını düşündüğü için vazgeçti. Bir süre düşündükten sonra bilinmeyenleri birbiri cinsinden yazabileceğini farketti.
Ö82	Yani önceki sorulara göre biraz zor. M-Neden böyle düşündün? Ö82- Hocam çok bilgi var. Bilinmeyende iki tane öğrencilerde bilmiyoruz tamlarında. Denklemi nasıl kurarım bilmiyorum iki bilinmeyen var burada zor olacak. Deneyerek mi çözssem diye düşünüyorum oda vakit alır. M-Peki ne yapacaksın? Ö82-Bu soruları tek bilinmeyen yapacaz. Benzer soruları bu şekilde çözmüştük. M-Nasıl? Ö82-Toplam 91, tama x dersem, 91-x y olur ikisi de aynı bilinmeyen oldu.	Öğrenciler problemin çözümünde iki bilinmeyeni tek değişken cinsinden ifade etmeye çalışmışlar ve başarılı olmuşlardır.

Tablo 50 incelendiğinde iki öğrencininde problemin çözümünde karşılaşacağı engelleri ve nasıl ortadan kaldıracığına ilişkin ifadeleri görülmektedir. Bu durumda, öğrenci problemdeki belirli bir zorluğun farkındadır ve bu zorluğu aşma stratejileri düşünmektedir. Öğrencilerin ifadelerinden bu durumun farkında oldukları anlaşılmaktadır. Öğrenciler, problemdeki bilinmeyenleri tanımlamak ve işlem yapmak için birbiriyle ilişkilendirmek zorunda olduklarını fark etmişlerdir. Her iki öğrencide bu durumu bir engel olarak ifade etmişlerdir. Bu nedenle, öğrenciler iki bilinmeyeni birbiri cinsinden yazmaları gerektiğini hatırlayabilmişler ve zorluğu ortadan kaldırmışlardır. Öğrenciler, problemin karmaşıklığına rağmen kendilerine güvenmekte ve farklı yaklaşımlarla çözüm bulabileceklerine inanmaktadırlar. Bu durum üstbilişsel becerilerin bir göstergesidir çünkü her iki öğrenci de problemde engelleri aşabilmek için planlama ve uygulama becerisine sahiptir. Bu durumdan dolayı iki öğrencininde “Çözüm sırasında karşılaşacağı engelleri belirledi” ve “ Engelleri ortadan kaldırmaya çalıştı” üstbilişsel becerilerini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yapan her üç öğrenci de problemin çözümü için uygun bir çözüm yolu belirleyebilmişlerdir. Sürece ilişkin öğrenci ifadeleri Tablo 51’ de sunulmuştur.

Tablo 51. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>...üçüncü soruda da öğrencilerle öğretmen tam biletlein ıı denklem kurarak çözerim aslında denenerek te çözölür ama vakit kaybı olur.</i>	<i>Öğrencilerin üçü de çözüm için denklem kurmayı seçti. Öğrenciler problemin çözümü için uygun denklemi oluşturdular ve yapacakları işlemleri belirlediler. Öğrenciler denklemi kurduktan sonra denklemin çözümünün sorunun cevabını vereceğini ifade ettiler.</i>
Ö81	<i>...üçüncü soruda da yine denklem kullandım. Soru denklemle daha kolay çözölür. Hem bu tarz sorularda birbiri cinsinden yazıyorduk. Tavşan ve tavuk soruları vardı ayak sayıları falan o gibi biraz.</i>	
Ö82	<i>... öğrenciye y desek toplayınca 91 oluyor. Denklem kurmayı deneyeceğim. Yani önceki sorulara göre biraz zor.</i> <i>... Deneyerek mi çözssem diye düşünüyorum oda vakit alır.</i> <i>... Bu soruları tek bilinmeyen yapamaz. Benzer soruları bu şekilde çözmüştük.</i>	<i>Her üç öğrenci de denklemle çözenin daha kolay olacağını ifade ettiler.</i>

Tablo 51 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmektedir. Bu durumda, öğrencilerin problemi nasıl çözeceklerini düşünmeleri üstbilişsel becerilerini yansıtmaktadır. Öğrenciler, denklem kurma yöntemini düşünerek problemi çözmeyi planlamaktadır. Her üç öğrencide denklem kurarak problemin doğru çözümüne ulaşmışlardır. Bu, öğrencilerin kendilerine uygun stratejileri seçmeleri ve problem çözme sürecinde esnek olmaları anlamına gelmektedir. Öğrencilerin düşüncelerini ifade etmeleri, denklem kurma ve problemi benzer bir probleme benzetme durumu üstbilişsel beceriler sergilediklerinin bir göstergesidir. Bundan dolayı her üç öğrencisinde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö81’ in “*Hem bu tarz sorularda birbiri cinsinden yazıyorduk. Tavşan ve tavuk soruları vardı ayak sayıları falan o gibi biraz.*” İfadesi ile Ö82’ nin “*Bu soruları tek bilinmeyen yapamaz. Benzer soruları bu şekilde çözmüştük.*” İfadesinden öğrencilerin problemi çözmek için benzer problemlere benzetmeye çalıştığı anlaşılmaktadır. Bilinçli bir şekilde yapılan bu eylem her iki öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö81 ve Ö82’ nin üçüncü problemde “Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Dördüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 52’ de sunulmuştur.

Tablo 52. Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
Toplam										

Tablo 52 incelendiğinde dördüncü problemde planlama aşamasında en fazla üstbilişsel beceriyi cebirsel çözüm yapan öğrenciler sergilerken en az üstbilişsel beceriyi aritmetik çözüm yapan öğrenciler sergilemiştir. Aritmetik çözüm yapan Ö61’ deki planlama aşamasında tespit edilen üstbilişsel beceriler diğer aritmetik çözüm yapan öğrencilerde tespit edilen üstbilişsel becerilerden fazladır.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden dördüncü problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 53’de sunulmuştur.

Tablo 53. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö73	M-Problemde baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden? Ö73- Anlamak için tekrar baktığımda dikkatimi vereyim diye. Burada sayılar benim için önemli.	4-)Elif’ in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan’ ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan’ ın 45 kitabı varsa Elif’ in kaç kitabı vardır?

Tablo 53 incelendiğinde Ö73’ ün önemli kelimelerin altını çizdiği görülmektedir. Bunun nedeni sorulduğunda “dikkatimi vereyim diye” cevabını vermiş ve eylemi bilinçli olarak yaptığı gözlemlenmiştir. Bu sebepten dolayı Ö73’ ün “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden problemi tekrar okuduğu ve problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durduğu tespit edilen öğrencilerle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 54’ de sunulmuştur.

Tablo 54. *Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M- Problemi neden tekrar okudun?</i> <i>Ö61- Metehanın mı kitabı fazla Elif’in mi anlamaya çalıştım.</i> <i>M-Peki okumayı birinci cümlede sonunda durdurdun, neden?</i> <i>Ö61-Metehan ile Elif arasındaki kitaplarını anlamaya çalıştım.</i> <i>M-Nasıl biraz açıklar mısın?</i> <i>Ö61-Hocam Metehan’ ın kitabı verilmiş soruda. Metehan’ ın kitapları Elif’ in kitaplarına benzetilmiş orayı anlayabilmek için düşündüm.</i>	<i>Öğrencilerden Ö61 ve Ö62 problemi tekrar okudukları ve Ö61’in okuma yaparken birinci cümlede sonunda okumayı durdurduğu gözlemlenmiştir. Ö61 birinci cümle üzerine düşünmek için okumayı durdurduğunu ifade etmiştir. Ö73 ise problemi tekrar okumadan çözüm sürecine geçmeyi tercih etmiştir.</i>
Ö62	<i>M-Problemi neden tekrar okudun?</i> <i>Ö62-İlk okumada anlamadım, anlamak için tekrar okumak istedim.</i>	

Tablo 54 incelendiğinde Ö61 ve Ö62’ nin problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Öğrenci ifadelerine bakıldığında problemi daha iyi anlamak için eylemi bilinçli olarak gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Öğrencilerin bilinçli bir şekilde problemi tekrar okuma ihtiyacı duymaları, üstbilişsel becerilerini kullanmalarının bir göstergesidir. Bu durumdan dolayı Ö61 ve Ö62’ nin “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö61’ in okuma yaparken belli yerlerde okumayı durdurduğu gözlemlenmiştir. Öğrenci ifadesinden öğrencinin okurken bazı yerlerde durarak, o kısımlarda dikkatini odakladığını ve daha iyi anlamaya çalıştığı anlaşılmaktadır. Öğrenci ifadesinden bu davranışın bilinçli olarak gerçekleştirildiği anlaşılmaktadır. Öğrencinin okumayı durdurması, üstbilişsel becerilerini kullanma ihtiyacını yansıtan bir davranıştır ve ilgili davranıştan dolayı Ö61’ in “Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Öğrenciler problemi okuduktan sonra çözüm yolu aramaya başlamışlar fakat sadece Ö61, “problemin çözümü” için ters işlem mantığıyla sonuca ulaşabileceğini ifade etmiştir, Öğrenciye ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadesi Tablo 55’ te sunulmuştur.

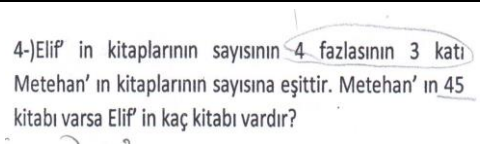
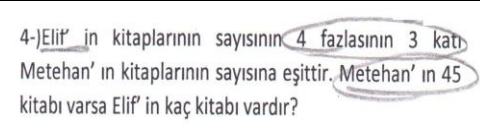
Tablo 55. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö61-Deneme yaparak çözerim (biraz düşündü). Ama ters işlemle daha kolay olur hem de çabuk çözerim.</i>	<i>Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problem için uygun bir çözüm yolu tespit etmeye çalıştılar. Ö61 deneme yaparak çözeceğini belirtmiş hemen sonrasında ters işlem mantığıyla çözmeye çalışacağını söylemiştir. Diğer iki öğrenci ise herhangi bir çözüm yolu belirleyememiştir.</i>

Tablo 55 incelendiğinde Ö61' in problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildiği gözlemlenmektedir. Bu durumda, öğrencinin problemi nasıl çözeceğini düşünmesi üstbilişsel becerilerini yansıtmaktadır. Ö61 öğrenim gördüğü sınıf seviyesi sebebiyle kendisine en uygun çözüm stratejisini seçmiştir. Öğrencinin düşüncelerini ifade etmesi, problemi çözmek için farklı yaklaşımları gözlemlemesi ve tercihlerini belirlemesi, üstbilişsel becerinin bir göstergesidir. Bu durumdan dolayı Ö61 için dördüncü problemde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi dönemde çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden Ö72 ve Ö83 dördüncü problemde önemli kelimelerin altını çizmişlerdir. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri ve cevap kağıdından örnekler Tablo 56’ da sunulmuştur.

Tablo 56. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	<i>M-Bazı kelime ve sayıların altını çizmişsin neden? Ö72-Problemin çözümünde kullanacağım sayıları belirledim.</i>	
Ö83	<i>M-Bazı kelime ve sayıların altını çizmişsin neden? Ö83-Çözüm için önemli yerleri çizdim, onlar çözümde lazım olacak.</i>	

Tablo 56 incelendiğinde Ö72 ve Ö83’ ün önemli kelimelerin altını çizdikleri ve ifadelerinden de anlaşılacağı üzere bu eylemi bilinçli yaptıkları görülmektedir. Bu durumdan

dolayı her iki öğrencinin de “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83’ nin problemi tekrar okuduğu belirlenmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 57’ de sunulmuştur.

Tablo 57. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö72-Problemi anladım ama kullanacağım ifadeleri tekrar gözden geçirdim. Eksik birşey kalmayın diye.</i>	<i>Öğrencilerin problemi tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Ö72 okuma yaparken oldukça dikkatli davrandı.</i>
Ö74	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö74-Problemi çözmeye başlamadan önce tekrar okumak istedim kaçırdığım bir yer olmasın diye.</i>	
Ö83	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö83-Anladım ama gözden kaçırdığım bir nokta olmasın diye.</i>	

Tablo 57 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi tekrar okuduğu görülmektedir. Öğrencilerin ifadelerinden problemi tam olarak anlamak, eksik veya belirsiz olan noktaları tespit etmek ve daha iyi bir anlayış elde etmek için tekrar okuma gereksinimi bilinçli bir şekilde gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı her üç öğrencisinde “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83 problemin çözümünde cebirsel ifadelerden faydalanmışlar fakat çözümü denklem kurarak yapmamışlardır. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 58’ de sunulmuştur.

Tablo 58. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö72-Aslında denklem kurmak istiyorum ama yanlış çözerim diye deneyeceğim. M-Nasıl yani? Ö72- Metehan' ın 45 kitabı varmış M- Evet. Ö72-Elif'in kitaplarına "e" derim. e artı 4 ile 3 çarparsak Metehan'ın kitaplarına eşitmiş yani 45'miş. Deneyerek bulurum.	Öğrencilerin üçü de çözüm için cebirsel ifadelerden faydalanmalarına rağmen sürece denklem kurma ile devam etmediler. Öğrencilerin problemin çözümü için ters işlem ve deneme yaptıkları gözlemlenmiştir.
Ö74	M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö74-Elif'in kitapları x olsun. $x+4$ ile 3' ü çarpınca 45 edecek. Aslında ters işlemle kolayca sonucu ulaşırim.	
Ö83	M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö83-Elif'e x derim denklem kurarım, x'in 4 fazlasını 3 katı Mete olacak. Sayı veririm. Denerim x yerine değer veririm. M-Uzun olmaz mı? Ö83-Olur ama şu an bu şekilde çözülür diye düşündüm. Denklemden olur ama karmaşık geldi uğraşmak istemiyorum.	

Tablo 58 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmektedir. Bu durumda, öğrencilerin problemi nasıl çözeceklerini düşünceleri üstbilişsel becerilerini yansıtmaktadır. Öğrenciler, denklem kurma ve deneme-yanılma ve ters işlem yöntemlerini düşünerek problemi çözmeyi planlamaktadır. Fakat üç öğrencinin de denklem kurarken ve çözerken zorluk yaşadıkları ifadelerinden anlaşılmakta ve Ö72 ve Ö83 deneme-yanılma yöntemini tercih ettiği görülmektedir. Ö74 ise ters işlem mantığıyla çözüm yapmaya karar vermiştir. Bu, öğrencilerin kendilerine uygun stratejileri seçmeleri ve problem çözme sürecinde esnek olmaları anlamına gelmektedir. Öğrencilerin düşüncelerini ifade etmeleri, denklem kurma ve deneme-yanılma gibi yöntemleri düşünceleri, problemi çözmek için farklı yaklaşımları gözlemlenmeleri ve tercihlerini belirlemeleri, üstbilişsel becerilerinin bir göstergesidir. Bundan dolayı her üç öğrencisinde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden Ö71 ve Ö82, dördüncü problemde önemli kelimelerin altını çizmişlerdir. Süreçle ilgili öğrenci ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 59’da sunulmuştur.

Tablo 59. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-Bazı kelime ve sayıların altını çizmişsin neden? Ö71-Problem için önemli yerler hocam. Çözümde iyi oluyor, tekrar okumama gerek kalmıyor.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?
Ö82	M-Bazı kelime ve sayıların altını çizmişsin neden? Ö82-Problemi okurken çizdim. Sonradan tekrar okumamak için.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?

Tablo 59 incelendiğinde Ö71 ve Ö82' nin önemli kelimelerin altını çizdikleri görülmektedir. Öğrenci ifadelerinden bu eylemin bilinçli olarak yapıldığı anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı Ö71 ve Ö82' nin “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82' nin problemi tekrar okuduğu tespit edilmiştir. Ayrıca Ö81 ve Ö82 problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurmuş ve belli bir süre sonra okumaya devam etmişlerdir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 60' ta sunulmuştur.

Tablo 60. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö71-Hocam 4 fazlasını 3 katı mı yoksa 3 katının 4 fazlası mıydı onu tespit ettim, problemi anlamaya çalıştım M-Fark eder mi? Ö71-Evet ikisi farklı şeyler.	Öğrencilerin problemi tekrar okudukları, Ö81 ve Ö82' nin ikinci okumalarında özellikle birinci cümlede okumayı durdurarak düşündükleri gözlemlenmiştir.
Ö81	M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö81-Problemi iyi anlamak ve gözden kaçan birşeyler var mı diye. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir? Ö81- Okuduğum cümleyi anlamaya çalıştım.	
Ö82	M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö82-Anlamak için. M-İlkinde anlamadın mı? Ö82- Anladım ama olsun belki önemli bir yer kaçırmışumdur. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir? Ö82-Metehan ile Elif' in kitaplarını nasıl ifade ederim diye düşündüm.	

Tablo 60 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemi tekrar okuduğu gözlemlenmiştir. Öğrencilerin, problemi tam olarak anlamak, önemli ayrıntıları yakalamak ve eksik bilgileri tespit etmek için problem metnini tekrar okumaya ihtiyaç duydukları ifadelerden anlaşılmaktadır. Bu nedenle, tekrar okuma eylemi öğrenciler tarafından bilinçli olarak gerçekleştirildiği için üstbilişsel becerinin bir göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Tablo 60’ a bakıldığında Ö81 ve Ö82’ nin okuma yaparken bazı yerlerde okumaya ara verdikleri görülmektedir. Okuma sırasında duraklama yapmaları, belirli bir cümleyi veya ifadeyi anlamaya çalışmalarını ve gerektiğinde daha derin düşüncelerini gösterir. Bu, öğrencilerin bilişsel süreçlerini yönlendirme, düzenleme ve problemi daha etkili bir şekilde çözme becerilerini kullandıklarını gösterir. “Okuduğum cümleyi anlamaya çalıştım”, “Metehan ile Elif” in kitaplarını nasıl ifade ederim diye düşündüm” ifadelerinden öğrencilerin okunan kısım üzerine düşünerek problemi anlamaya çalıştıkları görülmektedir. Bu nedenle öğrencilerin bilinçli olarak okumayı durdurmaları, üstbilişsel becerilerin birer göstergesidir. Bu durumdan dolayı Ö81 ve Ö82’ de “Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisinin gözlemlendiği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden dördüncü problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 61’ de sunulmuştur.

Tablo 61. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	...Elif” in kitaplarının sayısı Metehan’ın kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katıymış. Metehan’ın kitapları 45’miş Elif’in kitaplarını soruyor bize. M-Neden problemi kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö71-Bu şekilde daha iyi anlıyorum, sayılar aklımda kalıyor.	Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğrenciler problemi kendi cümleleriyle özetlerken önemli noktalara vurgu yapmışlardır.
Ö81	...Mete’nin 45 kitabı varmış. Elif” in kitaplarının 4 fazlasının 3 katına eşitmiş Mete’nin kitapları. Elif’in kitaplarını bulacaz. M-Neden problemi kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö81-Kendime anlatınca daha anlaşılır oluyor.	

Tablo 61 incelendiğinde iki öğrencinin de problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. “Bu şekilde daha iyi anlıyorum, sayılar aklımda kalıyor”, “Kendime anlatınca

daha anlaşılır oluyor” şeklinde ki öğrenci ifadelerinden öğrencilerin kendi cümleleriyle özetleyerek problemi daha iyi anladıkları görülmektedir. Bu süreçte öğrenciler problemi anlama, gereken bilgileri belirleme gibi bilinçli yaptıkları eylemler öğrencilerin üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Bu nedenle, iki öğrencisinde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için denklem kurmayı tercih etmişlerdir. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 62’ de sunulmuştur.

Tablo 62. *Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>...Elif’ in kitaplarının sayısı Metehan’ın kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katıymış. Denklem problemi bu. Denklemlerle rahatça çözerim.</i>	<i>Öğrencilerin üçü de çözüm için denklem kurmayı seçti. Öğrenciler problemin çözümü için uygun denklemi oluşturdular ve yapacakları işlemleri belirlediler. Öğrenciler denklemi kurduktan sonra denklemin çözümünün sorunun cevabını vereceğini ifade ettiler. Her üç öğrencide problemin çözümü için kurmuş oldukları denklemleri doğru bir şekilde çözebilmişlerdir.</i>
Ö81	<i>... Elif’in kitapları x olmalı $x+4$ parantez içerisinde 3 ile çarpınca 45 edecek. Yani denklem kuracağım yine ve denklemi çözünce sonucu bulurum. Sonuca kolayca ulaşıyoruz bu şekilde.</i>	
Ö82	<i>...Elif’e x derim denklem kurarım, x’in 4 fazlasını 3 ile çarpıp 45’ e eşitlerim kurduğum denklemi çözünce Elif’ in kitap sayısını bulurum. Evet en uygunu denklem kurmak olur bu problemde.</i>	

Tablo 62 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmektedir. Öğrenciler verilen bilgilere dayanarak bir denklem kurmayı ve denklemi çözmeyi planlamaktadır. Bu durum öğrencinin üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Öğrenciler çözüm için bir plan oluşturmaya çalışmaktadırlar. “*Denklem problemi bu. Denklemlerle rahatça çözerim*”, “*Sonuca kolayca ulaşıyoruz bu şekilde*”, “*Evet en uygunu denklem kurmak olur bu problemde*” gibi öğrenci ifadelerinden de anlaşılacağı gibi her üç öğrenci de kendilerine göre en uygun çözüm yolunun denklem kurmak olduğuna inanmaktadırlar. Problem çözme sürecinde bilişsel adımları organize etmek ve yönlendirmek, üstbilişsel becerilerin önemli bir göstergesidir. Bundan dolayı her üç öğrencisinde “problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Tablo 83 incelendiğinde Ö71’ in “*denklem problemi bu*” ifadesinden problemi benzer bir problemle ilişkilendirdiği anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı öğrencinin “Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Beşinci Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Beşinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 63’de sunulmuştur

Tablo 63. Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Benzer problemle karşılaşmış karşılaştığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
Toplam										

Tablo 63 incelendiğinde beşinci problemin çözümü sonucunda cebirsel çözüm yapan öğrencilere ait üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen becerilerin fazlalığı dikkat çekmektedir. Aritmetik çözüm yapan Ö61’ e ait beşinci problem için tespit edilen üstbilişsel becerileri cebir öncesi çözüm yapan Ö72 ve Ö74’ te tespit edilen üstbilişsel becerilerden daha fazla olduğu görülmektedir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifadeler ve cevap kağıdından örnekler Tablo 64’ de sunulmuştur.

Tablo 64. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Problemde baktığımda yine bazı kelimeleri çizmişsin, neden? Ö6- Hocam problemi çözerken dikkate etmek için. Kişiler arasında verilen ilişkiler ve sayıları dikkate alayım diye.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

Tablo 64 incelendiğinde Ö61’ in problemde verilen önemli yerlerin altını çizdiği görülmektedir. “Kişiler arasında verilen ilişkiler ve sayıları dikkate alayım diye” şeklindeki öğrenci ifadesinden bu eylemi bilinçli olarak yaptığı görülmektedir. Bu durumdan dolayı Ö61’ in “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden problemi tekrar okuduğu ve problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durduğu tespit edilen öğrencilerle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 65’te sunulmuştur.

Tablo 65. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	M- Problemi neden tekrar okudun? Ö61- Biraz uzun ve çok bilgi var. Onları iyice anlayayım diye okumak istedim.	Öğrencilerden Ö61,Ö62 ve Ö73 problemi tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler gerçekleştirdiği davranışın bilincindedirler.
Ö62	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö62-Anlayamadım hocam tekrar okumam gerekti.	
Ö73	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö61-İlk okumamada ve ikinci okumamda da anlamadım. Tekrar okursam anlarım diye düşündüm.	

Tablo 65 incelendiğinde öğrencilerin problemi tekrar okudukları gözlemlenmektedir. Öğrencilere bunun nedeni sorulduğunda daha iyi anlamak ya da ilk okumada anlayamadıklarını, ikinci okumada anlayabileceklerini düşünmeleri yapılan eylemin bilinçli olduğunun göstermektedir. Bu durum üstbilişsel becerinin göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 66’ da sunulmuştur.

Tablo 66. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	...390 kişi varmış. Kızlar öğretmenlerden 70 fazlaymış, erkeklerde kızların 2 katı kadarmış. Öğretmen kaç kişi onu soruyor bize. M-Problemi neden kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö61-Problem biraz karmaşık, önemli yerleri anlamaya çalıştım yani kısaltınca daha anlaşılır oluyor.	Ö61 problemi birkaç kez okuduktan sonra çözüm için planlama aşamasında kendi cümleleriyle özetleyebilmiştir. Öğrenci önemli yerlere vurgu yapmıştır.

Tablo 66 incelendiğinde Ö61’ in problemi kendi cümleleriyle özetlediği görülmektedir. Ö61’ e ait “Problem biraz karmaşık, önemli yerleri anlamaya çalıştım yani kısaltınca daha anlaşılır oluyor” ifadesinden öğrencinin problemi anlamak için yapmış olduğu bilinçli bir davranış olduğu anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Beşinci problemde Ö61’ in "problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö61 problemin çözümü için deneme yanılma yöntemiyle çözüme ulaşabileceğini belirtmiş, Ö62 ve Ö73 ise problemin çözümü için herhangi bir çözüm yolu belirleyememişlerdir. Ö61' e ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlem sonuçları Tablo 67' de sunulmuştur.

Tablo 67. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö61-Deneyerek çözeceğim. Benim için en kolay yöntem bu başka yollarda var ama benim kolayıma gelir bu şekilde</i>	<i>Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problem için uygun bir çözüm yolu tespit etmeye çalışmışlar Ö61 deneyerek çözüme ulaşabileceğini düşünmüş ve ona göre işlemler seçmiştir. Ö62 ve Ö73 ise problemin çözümüne yönelik uygun bir çözüm yolu tespit edememişlerdir.</i>

Tablo 67 incelendiğinde Ö61' in problem için uygun bir çözüm belirleyebildiği görülmektedir. Öğrencinin bu çözüm yolunun kendisi için kolay olduğunu belirtmesi üstbilişsel becerinin bir göstergesidir. Aynı zamanda öğrenim gördüğü sınıf seviyesi göz önünde bulundurulursa öğrencinin cebirsel çözüm yapmaması beklenen bir durumdur. Çünkü 6. Sınıf seviyesinde henüz denklem kurma ve çözme kazanımları bulunmamaktadır. Bundan dolayı Ö61' in “problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek, öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 68' de sunulmuştur.

Tablo 68. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö72-Önemli olan sayıları belirlemeye çalıştım</i>	<i>5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?</i>
Ö83	<i>M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö83-Sayılar ve önemli yerler gözümünden kaçarsa diye çizdim.</i>	<i>5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır? Kız → x</i>

Tablo 68 incelendiğinde Ö72 ve Ö83' ün beşinci problemde önemli kelimelerin altını çizdikleri görülmektedir. “Önemli olan sayıları belirlemeye çalıştım”, “Sayılar ve önemli yerler gözümünden kaçarsa diye çizdim” şeklindeki öğrenci ifadelerinden bu eylemi bilinçli

olarak gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bu durumdan dolayı her iki öğrencinin de “Önemli kelimelerin altını çizer” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72, Ö74 ve Ö83’ nin problemi tekrar okuduğu belirlenmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 69’ da sunulmuştur.

Tablo 69. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö72-Çözmeye başlamak için tam anlamak için.</i>	<i>Öğrencilerin problemi sesli ve sessiz olarak tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Özellikle Ö74 problemi yavaş ve dikkatli bir şekilde okumaya dikat etti.</i>
Ö74	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö74-Problemi daha iyi anlayabilmek için.</i> <i>Çözmeye başlamadan gözden kaçan yer olmasın diye.</i>	
Ö83	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö83-Daha iyi anlamak için okudum.</i>	

Tablo 69 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemi tekrar okuduğu gözlemlenmektedir. Öğrencilerin bu davranışı problemi daha iyi anlamak ve gözden kaçan herhangi bir noktanın olmaması için bilinçli bir şekilde gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bu durum üstbilişsel beceri göstergesi olup her üç öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 70’ te sunulmuştur.

Tablo 70. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	<i>...kızlar öğretmenlerden 70 fazlaymış, erkeklerde kızların iki katıymış toplamı 390’ mış. Kaçı öğretmendir diyor.</i> <i>M-Neden problemi kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö74-Anlayabilmek için. Ne kadar az bilgi olursa o kadar anlaşılır oluyor.</i>	<i>Öğrenciler, problemi kendi cümleleriyle özetlerken önemli detayları seçti ve problemin ana amacını net bir şekilde ifade etti.</i>
Ö83	<i>...toplama 390 öğrenci ve öğretmen var demiş. Kızların sayısı öğretmenlerden 70 fazlaymış. Erkeklerde kızların iki katıdır demiş. Öğretmenlerin sayısını istiyor.</i> <i>M-Neden problemi kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö83-Kolay anlayabilmek için kısaltmaya çalışıyorum.</i>	

Tablo 70 incelendiğinde iki öğrencinin de beşinci problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği anlaşılmaktadır. Öğrencilerin problemi anlayabilmek için bilinçli gerçekleştirdikleri bu davranış üstbiliş göstergesi kabul edilebilir. Bu süreçte, öğrencilerin problemi anlama, gereken bilgileri belirleme ve problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Bu nedenle, iki öğrencini de "problemi kendi cümleleriyle özetledi" ve üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö83 problemin çözümü için cebirsel ifadelerden faydalanmasına rağmen çözüm için denklem kuramamıştır. Öğrenci problemde verilen ve istenenleri dikkate alarak denemeler yapmış ve yapacağı işlemleri belirlemiştir. Öğrenciye ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadesi Tablo 71’ de sunulmuştur.

Tablo 71. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö83	<i>M-Problem nasıl çözeceğini düşündün mü?</i> <i>Ö83-Yani bu sorular denklemle daha kolay oluyor ama ben soruda denemeler yapıp çözeceğim. Önce aralarındaki ilişkileri ifade edip deneme yapacam.</i> <i>M-Nasıl Yani?</i> <i>Ö83-Toplamlarla gidecem. 390 kişi ya. Değer verecem diğer kişileri bulup bakacam toplam 390’ sa sonucum doğrudur.</i>	<i>Öğrenci çözüme cebirsel ifadeleri kullanarak başlasa da denklem kurarak çözüme ulaşmadı. Cebirsel ifadeleri süreç başında kullanmalarına rağmen sürece aritmetik işlemlerle devam etti. Öğrenci denklem kurmak yerine farklı çözüm yolları tercih etti. Öğrencinin cebirsel işlemlerde problem yaşadığını ve denklem kurmada zorlandığını ifade etti. Bundan dolayı Ö83 kendi bilişsel sürecinin farkında olup kendi durumuna göre uygun çözüm yolu belirleyebildi.</i>

Tablo 71 incelendiğinde Ö83’ ün problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildiği gözlemlenmektedir. Aslında öğrenci denklem kurarak bu problemin daha kolay çözülebileceğinin farkındadır. Fakat gerek gözlemlerden gerekse öğrenci ifadesinden öğrencinin denklem kurma ve çözmede sıkıntılar yaşadığı anlaşılmaktadır. Bundan dolayı öğrenci kendi bilişsel sürecinin farkında olup denklem kurma ve çözme de zorlandığını bildiğinden deneme yanılma yöntemi ile çözüme gitmiştir. Ayrıca öğrenci yöntemde kullanacağı işlemleri açıkça ifade edebilmiştir. Ö83 belirli kişiye değer vereceğini ve problemde verilenleri dikkate alarak bu değere göre diğer kişileri belirleyip toplamın 390 olmasına dikkat edeceğini belirtmiştir. Bu durumdan dolayı Ö83’ de “problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisinin gözlemlendiği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 72’ de sunulmuştur.

Tablo 72. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö71-Tekrar bakmam gerekirse önemli noktaları görebileyim diye çizdim.</i>	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?
Ö81	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö81-Önemli yerleri belirlemeye çalıştım. Soru biraz karışık. Neler verilmiş görmek için çizdim.</i>	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?
Ö82	<i>M-Problemde kelimelerin altını çimişsin neden o kelimelerin altını çizdin? Ö82-Sayılar ve önemli yerler gözümde kaçarsa diye çizdim.</i>	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

Tablo 72 incelendiğinde her üç öğrencinin de beşinci problemde önemli kelimelerin altını çizdikleri görülmektedir. Öğrenci ifadelerinden bu eylemin bilinçli bir şekilde gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Her üç öğrenci içinde beşinci problem için “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82’ nin problemi tekrar okuduğu problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde durduğu ve belli bir süre sonra okumaya devam ettikleri tespit edilmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 73’te sunulmuştur.

Tablo 73. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö71-Problemde çok bilgi var. Tekrar okudum çünkü gözden kaçan bi yer var mı diye. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir? Ö71-Farklı farklı kişiler var. Bunlar arasında ilişkiler var. Bunun üzerine düşünmek için durdum.</i>	Öğrencilerin problemi tekrar okudukları ve cümle sonlarında okumayı durdurarak düşündükleri gözlenmiştir.
Ö81	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö81-Problemi daha iyi anlayabilmek için. Bu problem diğerlerine göre biraz uzun ve karmaşık. İyi anlayayım diye tekrar okudum. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir? Ö81-Okurken aynı zamanda yorumlamaya çalışım cümleleri.</i>	

Tablo 73. (devam)

Ö82	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun? Ö82-Problemde gözden kaçan birşey varsa diye okudum. Çünkü soruda kızlar, erkekler ve öğretmenler var biraz karmaşık geldi bana. M-Peki bazı yerlerde okumayı durdurdun, nedeni nedir? Ö82-Anlamaya çalıştım okuduğum yeri.</i>
-----	---

Tablo 73 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemi daha iyi anlamak için tekrar okudukları anlaşılmaktadır. Öğrenciler problemin karmaşık olduğunu ve gözden kaçan noktalar olmaması için tekrar okuma ihtiyacı duyduklarını belirtmişlerdir. Öğrenciler bilinçli bir şekilde tekrar okuma yapmışlardır. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca öğrenciler okuma yaparken belli yerlerde okumayı durdurarak okudukları kısım üzerine düşündükleri ve bu eylemi bilinçli olarak problemi anlayabilmek için yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu durumdan dolayı beşinci problem için her üç öğrencide de “Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisinin gözlemlendiği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden beşinci problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifadeler Tablo 74’ de sunulmuştur.

Tablo 74. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>...kız öğrencilerin öğretmenlerden 70 fazlamış erkek öğrencilerin sayısı da kızların 2 katıymış, hepsini toplamı 390’ mış. Öğretmen sayısı sormuş. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö71-Böyle daha iyi anlayabiliyorum.</i>	<i>Öğrencilerin hepsi problemi kendi cümleleriyle özetlemişlerdir. Öğrenciler önemli noktalara vurgu yapmışlardır.</i>
Ö81	<i>...bir okulda 390 tane öğretmen ve öğrenci varmış. Erkeklerin sayısı kız öğrencilerin sayısının iki katı ve kızların sayısı öğretmenlerde 70 kişi fazlamış. Öğretmen sayısını bulacaz. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö81-Anlamak daha kolay oluyor.</i>	
Ö82	<i>...toplama 390 öğrenci ve öğretmen var demiş. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının iki katıymış. Kızlar öğretmenlerden 70 fazlamış. Öğretmenleri istiyor. M-Neden problemi kendi cümleleriyle özetleme ihtiyacı duydun? Ö82-Ne kadar az bilgi olursa o kadar iyi olur. Kısaltınca daha iyi oluyor anlaması.</i>	

Tablo 74 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemi kendi cümleleriyle özetledikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin problemi kendi anlayacakları şekilde özetledikleri ve önemli bilgileri seçtikleri görülmektedir. Her üç öğrencinin ifadelerinden davranışı bilinçli bir şekilde gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı ilgili davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilebilir. Beşinci problemde her üç öğrencinin de "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için denklem kurmayı tercih ederek problem için uygun denklemi kurmuşlar ve yapacağı işlemleri belirlemişlerdir. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 75’ te sunulmuştur.

Tablo 75. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Beşinci Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi?</i> <i>Ö71-Denklem kurarım yine. Farklı yollar da var ama denklem daha kolay olur. Öğretmenleri sorduğu için öğretmenlere “x” derim. Kız öğrenci sayısı da $x+70$ olur.</i> <i>Erkeklerde $2x+140$ olur. Bunların hepsinin toplamı 390 olur. Denklem kurarım ve denklemi çözünce öğretmenlere x dedim zaten problemi çözmüş olurum.</i>	Öğrencilerin üçü de çözüm için denklem kurmayı seçti. Öğrenciler problemin çözümü için uygun denklemi oluşturdular ve yapacakları işlemleri belirlediler. Ö71 ve Ö82 öğretmenlerin sayısına x değeri verirken, Ö81 kız öğrencilerin sayısına x değeri verdi. Ayrıca her üç öğrenci de denklem yardımıyla zorlanmadan problemi çözebileceklerini belirttiler.
Ö81	<i>M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi?</i> <i>Ö81-Denklem yardımıyla kolayca çözülür. Burda kızlara x desem erkekler $2x$ olur, öğretmenler de kızlardan 70 az olduğu için $x-70$ olur. Hepsi 390’ dı. Denklemi oluştururum ve çözmem gerekir. Çözerim.</i> <i>M-Denklem çözümü sana kimin sayısını verir?</i> <i>Ö81-(Biraz düşündü) Kızların çünkü kızlara x dedim. Sonrada 70 çıkarıp bulurum öğretmenleri.</i>	
Ö82	<i>M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi?</i> <i>Ö82-Denklem kurarım. Denklem kurmak bu soru için en uygunu olur bence. Öğretmenlere x derim. Kız öğrenci $x+70$ olur. Erkeklerde 2 kat olduğu için $2x+140$ olur. Hepsini toplarım ve 390’ a eşitlerim. Elde ettiğim denklemi çözünce öğretmen sayısını bulurum.</i>	

Tablo 75 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemin çözümü için denklem kuracaklarını ifade etmişlerdir. Öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini dikkate almaları ve denklem kurarak zorlanmadan çözebileceklerini beyan ettikleri gözlem sırasında ve öğrenci ifadelerinden anlaşılmaktadır. “Denklem kurarım yine, farklı yollarda var ama...”, “Denklem

yardımıyla kolayca çözülür” ve “Denklem kurmak bu soru için en uygunudur bence” şeklindeki öğrenci ifadelerinden öğrencilerin en uygun çözüm yolunu seçtiklerine inandıkları anlaşılmaktadır. Öğrencilerin denklem kurarak zorlanmayacaklarını düşünmeleri üstbilişsel beceri göstergesidir. Ayrıca her üç öğrenci de denklemi nasıl kuracağını açık bir ifade ile belirtmiştir. Öğrenciler problemde bilinmeyenler arasındaki ilişkinin farkında olup bu duruma göre bilinmeyen kişilere değer vermişlerdir. Mesela öğretmenlere “x” dersem kızlar “x+70” olur, erkek öğrenciler de “2x+140” gibi ifadelerle rastlanmıştır. Bu durumdan dolayı her üç öğrenci için de beşinci problemde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Altıncı Problem İçin Üstbilişsel Planlama Aşamasında Elde Edilen Beceriler

Altıncı problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel planlama aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 76’da sunulmuştur.

Tablo 76. Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		ARİTMETİK			CEBİR ÖNCESİ			CEBİR		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
Toplam		3	1	0	1	2	3	4	3	5

Tablo 76 incelendiğinde cebirsel çözüm yapan öğrencilere ait üstbilişsel becerilerin daha fazla olduğu görülmektedir. Aritmetik çözüm yapan Ö73’ e ait herhangi bir üstbilişsel beceri tespit edilememiştir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden altıncı problemde önemli kelimelerin altını çizen öğrenci olmadığı gözlemlenmiştir.

Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden problemi tekrar okuduğu ve problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durduğu tespit edilen öğrencilerle ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 77’de sunulmuştur.

Tablo 77. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuduğu ve Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	M- Problemi neden tekrar okudun? Ö61- Anlayamamıştım, daha iyi anlamak için tekrar okumak istedim.	Ö61 ve Ö62 problemi tekrar okudu. Öğrencilerde benzer beceriler hem görüşmede hem de gözlemde tespit edilemedi.
Ö62	M-Problemi neden tekrar okudun? Ö62-Anlayamadım soruyu anlayabilmek için.	

Tablo 77 incelendiğinde Ö61 ve Ö62' nin problemi anlayamadıkları için tekrar okudukları görülmektedir. Yapılan gözlemlerde de öğrencilerin problemi anlayabilmek için birkaç kez okudukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler problemi daha iyi anlamak için bilinçli bir şekilde tekrar okumuşlardır. Bu durumdan dolayı bu davranış her iki öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Aritmetik çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden altıncı problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilenlere ait ifadeler Tablo 78’ de sunulmuştur.

Tablo 78. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	Ahmet ve Neva iki kardeşmiş. Ahmet bisiklet almak istiyor, Neva’ da oyuncak almak istiyor. Ahmet’in başlangıçta 30 TL’ si varmış Neva’nın kumbarasında 10 TL’ si varmış. Harçlıkları eşitmiş. Ahmet 8TL’sini kumbaraya atıyormuş, Neva ise 10 TL’sini. Kaç hafta sonra kumbaradaki paraları eşit olur? M-Neden problemi kendi cümlelerinle özetleme ihtiyacı duydun? Ö61-Özet yapınca daha kolay anlıyorum daha az bilgi olduğu için.	Ö61 problemi kendi cümleleriyle özetleyebilmiştir. Öğrenci bu şekilde problemi dah iyi anladığının belirtmiştir.

Tablo 78 incelendiğinde Ö61’ in problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Öğrenci ifadesinden davranışı bilinçli olarak problemi daha iyi anlamak için gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır. Bu süreçte, öğrenci problemi anlama, gereken bilgileri belirleme ve problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Bundan dolayı öğrencinin "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" ve "problemde verilen ve istenenleri belirledi" şeklindeki üstbilişsel becerileri sergilediği kabul edilmiştir.

Ö61 problemin çözümü için değer vereceğini ifade etmiştir, öğrenciye ait çözüm yolu belirleme ile ilgili ifadesi Tablo 79’ da sunulmuştur.

Tablo 79. Aritmetik Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	M-Problemi nasıl çözeceğine karar verdin mi? Ö61-Hocam kumbaralarında olan paralarını bulurum eşit olan haftayı sayarım. M-Nasıl Yani? Ö61-Mesela ilk hafta Ahmet' in 38 Neva' nın 20 lirası olur böyle devam edip eşit olan haftayı bulabilirim. En uygunu bu bence.	Ö61 problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladı. Ö61 problemin çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebilmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır.

Tablo 79 incelendiğinde Ö61' in problemin çözümü için örüntü oluşturacağı anlaşılmaktadır. Öğrenci ifadesinden belirli bir mantık kullanarak veya matematiksel bir hesaplama yaparak eşit olan haftayı bulabileceğini düşündüğünü ifade etmektedir. Öğrenciye ait "...devam edip eşit olan haftayı bulabilirim. En uygunu bu bence" ifadeden kendisi için en uygun çözüm yolunun örüntü oluşturmak olduğuna inanmaktadır. Bu durumda öğrenci kumbaralarındaki paraları karşılaştırarak eşit olan haftayı bulmaya çalışmaktadır. Öğrenci bilinçli bir şekilde her hafta Ahmet'in ve Neva'nın kumbaralarındaki para miktarlarını belirleyerek karşılaştırmış ve eşit olan haftayı bulabilmiştir. Ö61 için altıncı problemde "Problem için uygun çözüm yolunu belirledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden altıncı problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 80'de sunulmuştur.

Tablo 80. Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden? Ö72-Verilen ifadeleri belirledim çözümde kullanmak için.	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine <u>bisiklet</u>, Neva ise kendisine <u>oyuncak almak</u> için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında <u>30 TL</u> si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında <u>10 TL</u> si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının <u>8 TL</u> sini, Neva ise <u>10 TL</u> sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları <u>eşit olur?</u>
Ö83	M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin neden? Ö83-Çözümde kullanacağım sayıları belirttim.	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında <u>30 TL</u> si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında <u>10 TL</u> si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının <u>8 TL</u> sini, Neva ise <u>10 TL</u> sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları <u>eşit olur?</u>

Tablo 80 incelendiğinde Ö72 ve Ö83' ün önemli kelimelerin altını bilinçli olarak çizdikleri anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı öğrencilerin sergilediği bu davranış üstbilişsel beceri göstergesidir. Altıncı problem için Ö72 ve Ö83' ün “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö74 ve Ö83' nin problemi tekrar okuduğu belirlenmiştir. Tespit edilen davranış ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 81' de sunulmuştur.

Tablo 81. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö74-Problemi çözmeye başlamadan tekrar okumak istedim gözümünden kaçan bir yer olmasın diye.</i>	<i>Ö74 ve Ö83 problemi tekrar okudular ve çözüm için plan yapmaya başlamışlardır.</i>
Ö83	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö83-Gözden kaçırdığım yerler olabilir diye.</i>	

Tablo 81 incelendiğinde Ö74 ve Ö83' ün herhangi bir noktayı gözden kaçırmamak için problemi bilinçli olarak tekrar okudukları görülmektedir. Bundan dolayı altıncı problemde Ö74 ve Ö83' ün “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö72 ve Ö83 örüntü mantığıyla çözmeye karar vermişler ve yapacağı işlemleri belirlemişlerdir. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlem sonuçları Tablo 82' de sunulmuştur.

Tablo 82. *Cebir Öncesi Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	<i>M- Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü?</i> <i>Ö74- Düşündüm hocam. Ahmet'le Neva'nın paralarını bulurum hangi hafta ne kadar olur diye. O şekilde hesaplarım. Eşit oldukları haftayı bulurum.</i>	<i>Öğrenciler çözüm sürecinde denklem oluşturamamış ve problemi değer vererek ve Ahmet ve Neva' nın kumbaralarındaki para miktarlarının haftalara göre değişimini hesaplayarak çözmeye çalışmışlardır. Öğrenciler kumbaradaki para miktarlarını aritmetik örüntü gibi düşünmüş ve devam ettirmişlerdir.</i>
Ö83	<i>M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü?</i> <i>Ö83-Hocam para miktarlarını bulmalıyız. Ne kadar para olur diye.</i> <i>M-Nasıl?</i> <i>Ö83-Birinci hafta Ahmet' in kumbarasında 38 TL Neva' da 20 TL olur. Devam edersem bulurum diye düşünüyorum.</i>	

Tablo 82 incelendiğinde Ö74 ve Ö83' ün problemi çözümü için uygun çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmektedir. Bu durumda, öğrencilerin problemi nasıl çözeceklerini düşünceleri üstbilişsel becerilerini yansıtmaktadır. Öğrencilerin ifadesinden belirli bir mantık kullanarak veya matematiksel bir hesaplama yaparak eşit olan haftayı bulabileceğini düşündüğünü ifade etmektedir. Bu durumda öğrenciler kumbaralarındaki paraları karşılaştırarak eşit olan haftayı bulmaya çalışmaktadır. Öğrenciler aynı zamanda hangi işlemleri niçin yapacaklarını açık bir şekilde belirtmişlerdir. Her iki öğrencinin denklem kurma ve çözme de sıkıntılar yaşadığı ifadelerinden ve gözlemlerden anlaşılmaktadır. Yani her iki öğrenci kendi bilişsel durumlarına uygun çözüm yolu belirleyebilmişlerdir. Bu durumdan dolayı iki öğrencinin de altıncı problemde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerilerini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel Planlama Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir döneminde çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden altıncı problemde önemli kelimelerin altını çizenler belirlenerek öğrencilere ait ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 83'te sunulmuştur.

Tablo 83. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemde Önemli Kelimelerin Altını Çizenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	<i>M-Problemde kelimelerin altını neden çizdin? Ö71-Çözüm için gerekli olan sayılar dikkatimi çekmesi için çizdim.</i>	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet'in başlangıçta kumbarasında 30 TL'si, Neva'nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL'si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL'sini, Neva ise 10 TL'sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva'nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?
Ö82	<i>M-Problemde kelimelerin altını çizmişsin, bazılarını da yuvarlak içine almışsın neden? Ö82-Hocam verilenleri belirlemeye çalıştım. Tekrar okumamak için.</i>	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet'in başlangıçta kumbarasında 30 TL'si, Neva'nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL'si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL'sini, Neva ise 10 TL'sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva'nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?

Tablo 83 incelendiğinde Ö71 ve Ö82' nin altıncı problemde önemli kelimelerin altını bilinçli olarak çizdikleri görülmektedir. Bu durum üstbilişsel beceri göstergesi olduğu için altıncı problemde her iki öğrencinin de “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Öğrencilerin problemi tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Ayrıca Ö82' de problemi okurken gerekli yerlerde okumayı durdurmuş ve belli bir süre sonra okumaya devam etmiştir. Tespit edilen beceri ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlemler Tablo 84' te sunulmuştur.

Tablo 84. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Tekrar Okuyan ve Gerekli Yerlerde Okumayı Durdurduğu Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi neden tekrar okudun?</i> <i>Ö71-Harçlıklarını karıştırdım da. Daha iyi anlayayım diye tekrar okudum işte</i>	<i>Öğrencilerin problemi tekrar okudukları ve Ö82'nin okuma yaparken özellikle sayısal verilerde okumayı durdurduğu gözlenmiştir.</i>
Ö81	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö81-Sayılarla dikkat ettim özellikle. Gözümünden kaçan bir yer olmaması için tekrarladım.</i>	
Ö82	<i>M-Problemi neden tekrar okuma ihtiyacı duydun?</i> <i>Ö82-Aslında anladım ama dikkatimden kaçan bir yer olmasın diye. Ben zaten genellikle ikinci kez okurum soruları.</i> <i>M-Peki neden ikinci cümleyi okuduktan sonra durdun?</i> <i>Ö82-Hocam problemi nasıl çözerim diye düşünmeye çalıştım. Denklem gibi geldi bana.</i>	

Tablo 84 incelendiğinde her üç öğrencinin de herhangi bir noktayı gözden kaçırmamak için problemi bilinçli olarak tekrar okudukları görülmektedir. Bundan dolayı altıncı problemde her üç öğrencinin de “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ayrıca Ö82’ nin okuma yaparken belli yerlerde okumayı durdurduğu, okuduğu kısım üzerine düşündüğü ve bu eylemi bilinçli olarak problemi anlayabilmek için yaptığı gözlemlenmiştir. Bu durumdan dolayı altıncı problem için Ö82’ de “Problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” üstbilişsel becerisinin gözlemlendiği kabul edilmiştir.

Cebir döneminde çözüm yaptığı belirlenen öğrencilerden altıncı problemde problemi kendi cümleleriyle özetlediği tespit edilen öğrencilere ait ifade ve gözlemler Tablo 85’ te sunulmuştur.

Tablo 85. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problemi Kendi Cümleleriyle Özetlediği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>Ahmet'in kumbarasında 30 TL var, Neva'nın da 10 TL. Her hafta eşit harçlık alıyorlarmış. Neva 10 TL' sini, Ahmet 8TL' sini kumbaraya atıyormuş. Soruda kaç hafta sonra paraları eşit olur diyor.</i>	<i>Öğrencilerin gerek çözümlerinde gerekse yapılan görüşmede problemi kendi cümleleriyle özetledikleri tespit edilmiştir. Aynı zamanda öğrenciler problemi kendi cümleleriyle özetlerken verilen ve istenenleri de tespit ettiği gözlemlenmiştir.</i>
Ö81	<i>Neva'nın başlangıçta 10 TL'si, Ahmet'in 30 TL'si varmış. Ahmet her hafta 8TL, Neva ise 10 TL atıyormuş. Kaç hafta sonra para miktarları eşit olur diye sormuş.</i>	
Ö82	<i>Ahmet'in başlangıçta 30 TL'si Neva'nın da 10 TL'si varmış kumbarasında. Ahmet her hafta 8TL'sini Neva 10TL'sini biriktiriyormuş. Kaç hafta sonra paraları eşitlenir.</i>	

Tablo 85 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemi kendi cümleleriyle özetleyebildiği görülmektedir. Bu süreçte, öğrencilerin problemi anlama, gereken bilgileri belirleme ve problemin çözümünde düşünce sürecine girmesi üstbilişsel becerilerini kullanma göstergesidir. Bundan dolayı öğrencilerin altıncı problemde "Problemi kendi cümleleriyle özetledi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için denklem kurmayı tercih ederek problem için uygun denklemi kurmuşlar ve denklemi çözerek sonuca ulaşmışlardır. Öğrencilere ait çözüm yolu belirleme ile ilgili öğrenci ifadeleri ve gözlem sonuçları Tablo 86’ da sunulmuştur.

Tablo 86. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Altıncı Problem İçin Uygun Çözüm Yolu Belirlediği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö71-Denklemle kolay bir şekilde çözülür hocam. Aslında örüntü gibi devam ettirebiliriz ama denklemle çözebilirim.</i>	<i>Öğrenciler problemi okuduktan sonra problemi çözmek için çözüm yolları aramaya başladılar. Öğrencilerin üçü de problemi denklem kurarak çözmeyi tercih etti.</i>
Ö81	<i>M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö81-Denklemle çözerim. En mantıklısı bu bence.</i>	
Ö82	<i>M-Problemi nasıl çözeceğini düşündün mü? Ö82-Denklemle çözerim. Gerekli denklemi kurabileceğimi düşünüyorum. Denklemi kurunca çözmek kolay oluyor.</i>	

Tablo 86 incelendiğinde her üç öğrencide problemin çözümüne ait uygun çözüm yolu belirleyebilmişlerdir. Öğrencilerin bu çözüm yolunu kolay ve mantıklı gibi düşünmeleri üstbilişsel beceri göstergesidir Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de altıncı problemde “Problem için uygun çözüm yolunu belirledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde 9 öğrencinin problem çözme testine verdikleri cevaplar ve mülakatlar sonucunda izleme aşamasında göstermiş oldukları üstbilişsel becerilerin ayrıntılı analizleri sunulacaktır. Analizler her problem için ayrı çözümlenmiş olup öğrenci cevapları, örnek öğrenci çözümleri ve gözlemci yorumları daha anlaşılabilir olması için tablolar halinde sunulmuştur.

Birinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Birinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 87’ de sunulmuştur.

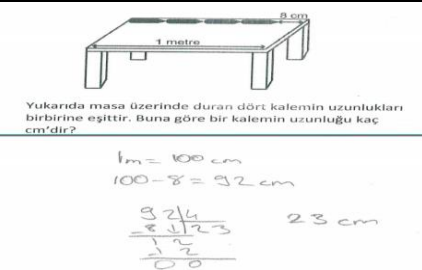
Tablo 87. Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

	A			CÖ			C		
	Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
Toplam Beceri Sayısı	1	0	0	1	1	1	1	1	1

Tablo 87 incelendiğinde izleme aşamasında tespit edilen üstbilişsel becerinin “problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” becerisi ile sınırlı kaldığı görülmektedir. Birinci problemde üstbilişsel izleme aşamasında başka bir beceri tespit edilememiştir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel İzlemeye Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö61 çözüm için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmiş ve belirledikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmıştır. Ö62 ve Ö73’ de problemi çözmeye çalışmış fakat çözüm yöntemi ile ilgili seçtiği işlemleri neden yaptığını açıklayamamıştır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 88’ de sunulmuştur.

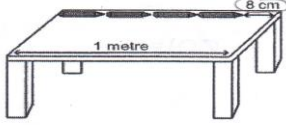
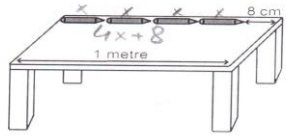
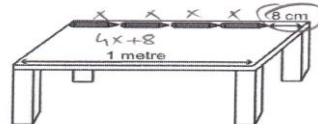
Tablo 88. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	...ben bu sorunun çözümünü ters işlemle yaptım. Bunun için öncelikle 1 metreyi santimetreye çevirmem gerekiyor. 8 santimetre boşluk kalmıştı. 100 santimetreden 8 santimetreyi çıkarırım. 92 santimetre bulurum. 92'yi 4'e bölerim ve 23 santimetreyi buldum.	

Tablo 88 incelendiğinde öğrencinin problemi ters işlem mantığıyla çözdüğü hem işlemler em de ifadesinden anlaşılmaktadır. Öğrenciye ait “Bunun için öncelikle 1 metreyi santimetreye çevirmem gerekiyor” ifadesi öğrencinin işlemlerinden emin olduğunu göstermektedir. Öğrenci ne yaptığının farkında olup seçmiş olduğu işlemler problemin çözümü ve seçmiş olduğu çözüm yöntemi için doğru işlemlerdir. Bu sebepten dolayı Ö61’ in “Problemin çözümü için doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö72, Ö74 ve Ö83 çözüm için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmışlardır. Öğrencilerin 3’ ü de yapmış oldukları işlemler sonucunda doğru sonuca ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 89’ da sunulmuştur.

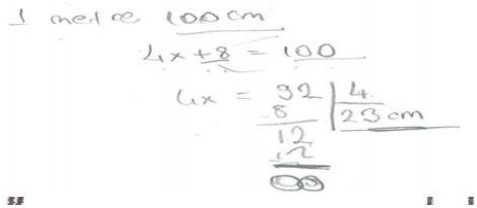
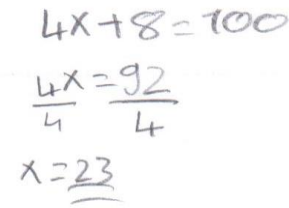
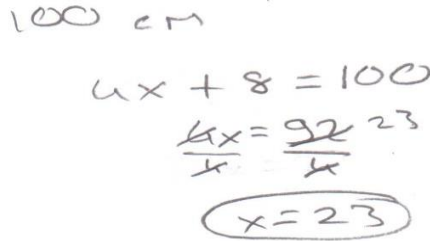
Tablo 89. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	Önce 1 metreyi santimetreye çevirim. Soruda kalemin boyunu santimetre istemiş. Sonra kalemlerden kalan o boşluğu 100 cm'den çıkarmam gerekiyor 92 cm kaldı. 92 cm'e 4 kalemin boyuna eşit ve her kalemde eşit. Sonra 92'yi 4'e bölerim ve 23 çıkar.	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? $100 - 8 = 92$ $92 \div 4 = 23$
Ö74	...kalemlerin boyunu bulmak için boşluğu 100 cm'den çıkarmalıyım. Yani dört kalemin boyu 100 cm'den 8 cm kısıymış. O yüzden 100'den 8'i çıkarmalıyım 92 çıkar.. M- Bulduğum 92 nedir? 92'yi dörde bölünce bir kalemin boyunu 23 cm olur.	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? $100 - 8 = 92$ $92 \div 4 = 23$ 1 kalemin = 23
Ö83	... masanın boyunu metre olarak vermiş 1m 100 cm olur oradan da masanın boyundan yani 100 cm'den 8 cm'yi çıkartmalıyım 92 cm kaldı. Bu 4 kaleme eşit. 4'e bölerim 23 cm buldum evet bir kalemin boyu 23 cm olur hocam.	 Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir? $100 - 8 = 92$ $92 \div 4 = 23$

Tablo 89 incelendiğinde her üç öğrencinin de ifadelerine bakıldığında öğrencilerin işlemlerden emin olduğu görülmektedir. Öğrenciler “100 cm’ den çıkarmam gerekiyor”, “100 cm’den çıkarmalıyım”, “100 cm’ den 8 cm’ yi çıkarmalıyım” gibi emin ifadeler kullanarak doğru işlemi seçtiğini ve probleme hangi matematiksel işlemi uygulayacağını bilinçli bir şekilde belirlediğini göstermektedir. Bu durum üstbilişsel beceri göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin birinci problemde “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini gösterdiği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö71, Ö81 ve Ö82 çözüm için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmışlardır. Öğrencilerin üçü de yapmış oldukları işlemler sonucunda doğru sonuca ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 90’ da sunulmuştur.

Tablo 90. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	...şimdi 1m 100 santimetre olduğu için 4 tane kalemle bide fazlası 8 cm var. $4x+8$ 100 cm’ ye eşit. Kalem bulmak için denklemini çözmem gerekiyor. Sonra kurduğum denklemi çözmek için önce +8 öbür tarafa -8 diye geçer, 100’ den 8’ i çıkarttım, 92. Sonra her iki tarafı 4’ e böldüm ve bir kalem 23 cm buldum.	
Ö81	...o zaman bunlar mesela bir kalemin şu an bilmediğimiz için uzunluğunu x diye tabir ettim. O zaman dört kalem 4x olacaktır. Ondan sonra bunları dedikten sonra 8 santim kalıyormuş yani $4x + 8$ yaptım ve bunların toplamı da eşittir, yani 1 metreye denk gelmeli. Böyle bir denklem kurdum. Böyle bir denklem kurdum sonra denklemini de çözerek sonucu 23 buldum.	
Ö82	4 tane kalem var ve 8 cm arttığına göre bir kaleme “x” dedim $4x+8$ oluyor. Oda 1m’ e eşit olacak. Yani $4x+8=100$ cm olacağına göre. Denklemi çözersem kalemin boyunu buluruz.	

Tablo 90 incelendiğinde her üç öğrencinin de yapmış oldukları işlemlerden emin tavırlar sergiledikleri görülmektedir. Ö71’ in “Kalem bulmak için denklemini çözmem gerekiyor”, Ö81’ in “O zaman dört kalem 4x olacaktır” Ö82’ nin ise “Oda 1m’ e eşit olacak. Yani $4x+8=100$ cm olacağına göre” ifadeleri öğrencilerin doğru işlemleri seçtiklerinden emin olduklarının ve

probleme hangi matematiksel işlemi uygulayacağını bilinçli bir şekilde belirlediğini göstermektedir. Bu durum üstbilişsel beceri göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin birinci problemde “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini gösterdiği kabul edilmiştir.

İkinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

İkinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 91’ de sunulmuştur.

Tablo 91. *İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Döneminde Tespit Edilen Beceriler*

	A			CÖ			C		
	Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
Hatasını fark etti.									
Hatalasını düzeltti.									
Toplam Beceri Sayısı	0	0	0	0	1	1	1	1	3

Tablo 91 incelendiğinde öğrencilerde izleme aşamasında tespit edilen üstbilişsel becerilerin azlığı dikkat çekmektedir. Üstbilişsel izleme aşamasında Ö74, Ö83, Ö71 ve Ö81’ de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.” becerisi tespit edilirken Ö82’ de bu beceri haricinde “Hatasını fark etti” ve “Hatasını düzeltti” becerileri de gözlemlenmiştir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan her üç öğrencide problemin çözümü için yanlış işlemler seçmişlerdir. Her üç öğrenci de doğru sonuca ulaşamamıştır. Cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerde ikinci problemde üstbilişsel izleme aşamasında herhangi bir beceri gözlemlenmemiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde İzleme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Ö74 ve Ö83 çözüm için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmışlardır. Öğrenciler problemin çözümü için cebirsel ifade kullanmışlar fakat sorunun devamında ters işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Öğrenciler kız ve erkek öğrencilerin toplam sayısını cebirsel olarak ifade edebilmiş, bu ifadenin 46’ ya eşit olduğunu düşünmüş fakat denklem çözme yerine ters işlem yapmışlardır. Ö74 ve Ö83 seçtikleri işlemleri doğru şekilde yapmışlar ve Ö72 ise yapmış olduğu işlemler neticesinde bir sonuç elde edememiştir. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 92’ de sunulmuştur.

Tablo 92. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö74	...önce erkekler için “x” ifadesi kullandım. Kızlar” $2x-5$ ” oldu. Hepsi $3x-5$ etti. Bu 46 olacak erkekleri bulmak için 46’ ya 5 eklerim 51 oldu. 51’ i 3’ e bölmeliyim 17 olur bu erkeklerdir. Kızların sayısını bulmak için 46’ dan 17’ yi çıkartmam gerek. 46’dan 17’ yi çıkartırsam 29 çıktı, kızlar 29 kişidir.	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? $2x-5$ $3x-5$ $\begin{array}{r} 46 \\ 5 \\ \hline 51 \end{array}$ $\begin{array}{r} 51 \\ 3 \\ \hline 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 46 \\ -17 \\ \hline 29 \end{array}$ Kız: 29 Erkek: 17
Ö83	...erkeklerle kızların toplamı $3x-5$ diye buldum. Burası 46 olacak. Bende bulmak için ters işlem yapmam gerekir. Bunun için önce 46 ile 5’ i toplamalıyım 51 oldu. 51’ i 3’ e böldüğümde sonuç 17 çıktı. Bu erkekler. 46’ dan 17’ yi çıkarmalıyım 46’ dan 17’ çıkarsa kızları 29 bulurum.	2-) Fatma’ nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma’ nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? Kızların sayısı erkeklerin 2 katından 5 eksik $= 2x-5$ Erkek = x $3x-5$ $\begin{array}{r} 46 \\ +5 \\ \hline 51 \end{array}$ $\begin{array}{r} 51 \\ 3 \\ \hline 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 46 \\ -17 \\ \hline 29 \end{array}$

Tablo 92 incelendiğinde öğrencilerin işlemleri doğru bir şekilde seçebildikleri ve doğru sonuca ulaştıkları gözlemlenmektedir. Ö74’ ün “...51’ i 3’ e bölmeliyim 17 olur...46’ dan 17’ yi çıkartmam gerek” ve Ö83’ ün “Bende bulmak için ters işlem yapmam gerekir. Bunun için önce 46 ile 5’ i toplamalıyım” gibi emin ifadeler kullandıkları görülmektedir. Her iki öğrenci de işlemleri doğru seçtiklerinden emin bir şekilde problemi çözebilmişlerdir. Öğrencilerin bu durumu üstbilişsel beceri göstergesidir. Bu durumdan dolayı iki öğrencinin de ikinci problemde “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini gösterdiği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde İzleme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Ö71, Ö81 ve Ö82 çözüm için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri doğru bir şekilde yapmışlardır. Öğrenciler problemin çözümü için denklem kurmuşlar ve her üç öğrencide doğru denklemi oluşturabilmişlerdir. Öğrenciler seçtikleri işlemleri doğru şekilde yapmışlardır. Öğrencilerin üçü de yapmış oldukları işlemler sonucunda doğru sonuca ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve cevap kağıdından örnekler Tablo 131’ de sunulmuştur.

Tablo 93. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrencinin Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	...bulduğum $3x-5$ 46' ya eşit olacak. Sonra $3x-5=46$ da 5'i bu tarafa geçirdim +5 olur. Denklemi çözersem x 17 çıktı. Bu bir dakika evet erkeklere x dediğim için erkeklerin sayısı. Kızların sayısı da 17'yi 2 ile çarpmalıyım $2x$ olduğu için 34. Sonra 34' ten 5 çıkartırım $2x-5$ olduğu için ve 29 olur.	2-) Fatma' nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma' nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? Erdem Kız $\begin{array}{r} x + 2x - 5 = 46 \\ 3x - 5 = 46 \\ 3x = 51 \\ x = 17 \end{array}$
Ö81	...ve bunların toplamı 46' ya eşit oluyor. Yani $3x-5 = 46$. Denklemi çözdükten sonra erkeklerin sayısı 17 oluyor. Kız arkadaşların sayısını bulmak için 46' dan da 17 çıkartmalıyım böylece kızlar 29 olur.	2-) Fatma' nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma' nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? Erdem Kız $\begin{array}{r} x + 2x - 5 = 46 \\ 3x - 5 = 46 \\ 3x = 51 \\ x = 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2x - 5 = 29 \\ 2x = 34 \\ x = 17 \end{array}$
Ö82	...erkeklerin sayısı x , kızların sayısı $2x-5$ toplarsak $3x-5$ oluyo buda 46' ya eşit olacaktır. -5 diğer tarafa +5 olarak gidiyor 51. Her iki tarafı 3'e bölersem $x=17$ olur. Kızları bulmak için $2x-5$ 'te x yerine 17 koyarsam 29 bulurum. Kızların sayısı 29' muş.	2-) Fatma' nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma' nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır? Erdem Kız $\begin{array}{r} x + 2x - 5 = 46 \\ 3x - 5 = 46 \\ 3x = 51 \\ x = 17 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2x - 5 = 29 \\ 2x = 34 \\ x = 17 \end{array}$

Tablo 93 incelendiğinde öğrencilerin işlemleri doğru bir şekilde seçebildikleri ve doğru sonuca ulaştıkları gözlemlenmektedir. Ö71' in "...bulduğum $3x-5$, 46' ya eşit olacak.", Ö81' in "Kız arkadaşların sayısını bulmak için 46' dan da 17 çıkartmalıyım" ve Ö82' nin " $3x-5$ oluyo buda 46' ya eşit olacaktır" gibi emin ifadeler kullandıkları görülmektedir. Her üç öğrenci de işlemleri doğru seçtiklerinden emin bir şekilde problemi çözebilmişlerdir. Öğrencilerin bu durumu üstbilişsel beceri göstergesidir. Bu durumdan dolayı üç öğrencinin de ikinci problemde "Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi" üstbilişsel becerisini gösterdiği kabul edilmiştir.

Ö82 problemde yaptığı hatayı fark ederek düzeltmiştir. Öğrenci kız öğrencilerle erkek öğrenciler arasındaki ilişkiyi karıştırarak kız öğrencilere ataması gereken bilinmeyen erkeklere atamış ardından soruyu tekrar okumuş ve hatasını fark etmiştir. Yaptığı hatayı düzelterek

problemin çözümü için doğru denklemi kurabilmiştir. Öğrencinin bu sürecine ait ifade Tablo 94’ te verilmiştir.

Tablo 94. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Çözümünde Yaptığı Hatayı Fark Edip Düzelttiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö82	Erkek arkadaşlarının sayısına “x” dersek, $2x-5$ eşittir erkek arkadaşlarının sayısı. Buna göre Fatma’ nın doğum gününe gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?(biraz bekledive düşündü). Şey yanlış oldu. M-Nasıl? Ö82- $2x-5$ erkekler değil kızların sayısı. Erkekler x demiştik zaten.	Öğrenci erkek öğrencilere x dedikten sonra kızlara ataması gereken $2x-5$ ifadesini yine erkek öğrencilere atamıştır. Öğrenci tekrar problemi okumuş ve biraz düşündükten sonra hatasını fark ederek düzeltmiştir.

Tablo 94 incelendiğinde Ö82’ nin öz izleme yaptığı ve bunun sonucunda hatasını fark ettiği görülmektedir. Hatasını fark ettikten sonra öğrenci hatasını düzeltme eylemi gerçekleştirmiştir. Sonuç olarak her iki davranışta da öğrenci durumun farkında olduğu için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö82 İçin “Hatasını fark etti” ve “Hatasını düzeltti” üstbilişsel becerilerini gösterdiği kabul edilmiştir.

Üçüncü Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Üçüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakatve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 95’ te sunulmuştur.

Tablo 95.Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		A			CÖ			C		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
İzleme	Problemi tekrar okur									
	Problemin çözümü İçin gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
Toplam Beceri Sayısı		1	0	0	1	1	1	2	1	2

Tablo 95 incelendiğinde üçüncü problemde öğrencilerden Ö61, Ö72, Ö74, Ö83, Ö71, Ö81 ve Ö82’ de “Problemin çözümü İçin gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri gözlemlenmiştir. Ö71 ve Ö82 ise diğer öğrencilerden farklı olarak üstbilişsel izleme aşamasında “problemi tekrar okur” becerisini sergiledikleri gözlemlenmiştir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde İzleme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Ö73 her ne kadar çözüm için herhangi bir işlem seçmemiş olsa da işlemler yapmayı tercih etmiş fakat sonuca ulaşamayınca çözümden vazgeçmiştir. Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden Ö61 doğru bir çözüm yolu ve seçtiği çözüm yolu için gerekli doğru işlemleri belirleyebildiği fakat Ö62’ nin ise hatalı işlemler belirlediği

gözlemlenmiştir. Süreç ile ilgili öğrenci ifade ve cevap kağıdından örnekler tablo 96’ te sunulmuştur.

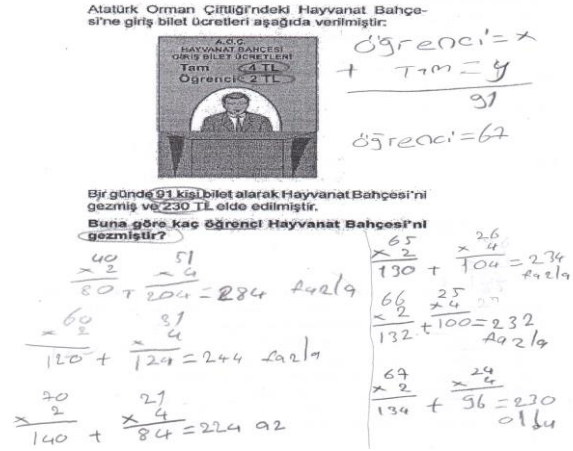
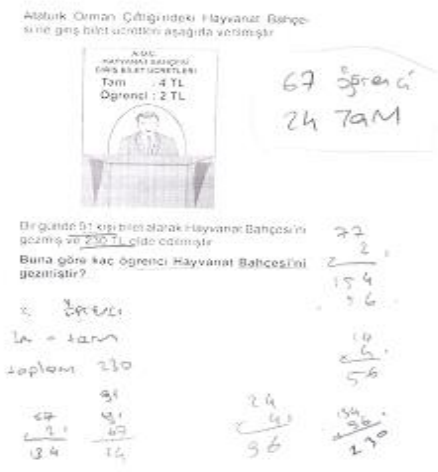
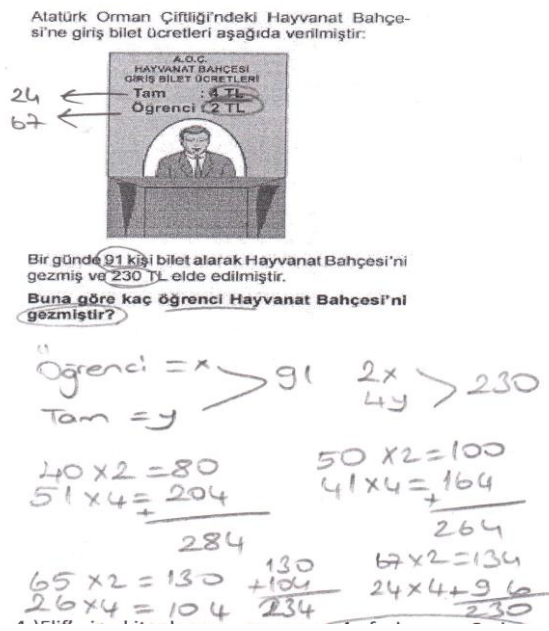
Tablo 96. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Problemi nasıl çözdün? Ö61-Üçüncü soruyu ilkönce 45’i denediğim öğrenciyi 45 çarpı 2, 90 oldu. Geriye 46 kaldı. O yüzden 46 ile dördü çarptım. 184 oldu. İki sonucu toplandığında 274 oldu. Yani 230 olmadığını fark ettim. 274’ten 230 çıkardım 44 kaldı. Tam kişiler gittiği zaman 4 lira eksilmiş oluyor. Onun yerine bir tane öğrenci geldiği zaman 2 lira artıyor. . 44’ ü ikiye böldüm 22 buldum. Öğrenciyi 22 artırdım 67 buldum. Tam kişileri de 22 düşürdüm ve 24 buldum.	

Tablo 96 incelendiğinde Ö61’ in çözüm için seçtiği işlemleri emin olarak yaptığı görülmektedir. “Yani 230 olmadığını fark ettim”, “Yani bir tam kişi ile bir öğrenci yer değiştirirse toplam 2 lira azalacağını gördüm” gibi ifadeler öğrencinin neyi niçin yaptığının farkında olduğunu göstermektedir. Ayrıca öğrencinin çözüm sürecine bakıldığında doğru sonuca ulaştığı görülmektedir. Öğrenci tesadüfi olarak doğru sonucu bulmadığı görülmektedir. Bu durumdan dolayı ilgili davranış Ö61 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Yani Ö61’ in üçüncü problemde “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö72,Ö74 ve Ö83 problemin çözümünü veren işlemleri yapmaya başladılar. Her üç öğrencide problemin çözümünde cebirsel ifadelerden faydalanmalarına rağmen çözüme deneme yanılma yoluyla ulaşmışlardır. Ö72, Ö74 problemin çözümü için denklem kurmayı denemiş fakat gerekli denklemi oluşturamamışlardır. Ö83 gerekli denklem için cebirsel ifadeleri yazmış fakat bilinmeyeni teke indirgemeyi becerememiştir. Öğrenciler çözüm için denemeler yapmış ve doğru çözüme ulaşabilmişlerdir. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri yaparak problemin doğru cevabına ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 97’ de sunulmuştur.

Tablo 97. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemi nasıl çözdün? Ö72-Problemi deneyerek çözdüm. Öğrencilere değer verdim toplam 91 olduğu için oradan tam kişileri bulmam gerekecekti. Denediğim öğrenci bileti 2 tl olduğu için öğrenci sayısını 2 le çarptım. Tam biletler 4 tl olduğu için tam kişiyi 4 ile çarpmalıydim. Bulduğum sonuçları topladım. 230 Tl olan ifade doğru olması gerekiyordu, çünkü toplam bilet parası 230 tl diye verilmiş soruda.	
Ö74	M-Problemi nasıl çözdün anlatır mısın? Ö75-Üçüncü soruyu tahmin usulü buldum. Deneyerek buldum hocam. Önce 70 öğrenci 21 tam dedim para az çıktı. Toplam para az çıktığı için tam kişileri atırmam öğrencileride azaltmam gerekti. Geriye doğru geldim. Öğrenciyi azalttım, tam kişiyi artırdım. 69 öğrenci, 68 öğrenci, 67 öğrenci. 67 öğrenci 24 tam denediğimde toplam para 230 TL çıktığını fark ettim ve sonucumun doğru olduğunu gördüm..	
Ö83	M-Problemi nasıl çözdün anlatır mısın? Ö83-Öğrencilere "x" tam kişilere "y" dedimburası 91 olacak. Bilet parası 2x öğrenci, 4y tam kişiler olur burası da 230 olacak. Aslında denklem kurmaya çalıştım. Zorlanacağımı düşünüp deneme yaptım. Öğrencilere değer verdim. Mesela öğrencilere başta 40 dedim toplamaları 91 olduğu için tam kişiler 51 oldu. 40'ı 2 ile çarptım, 51' i 4' le. Bulduğum sonuçları toplayınca 230 olması lazım çünkü toplam bilet 230 tl olmalı. Olmadığını görünce duruma göre kişi sayılarını değiştirdim. Yani öğrenci sayısını artırmam gerekti çünkü toplam fazla çıkmıştı. Sonra öğrenciye 67 denedim tam kişilerde 24 oldu ve toplam bilet 230 tl oldu.	

Tablo 97 incelendiğinde Ö72’ nin çözüm için seçtiği işlemleri emin olarak yaptığı görülmektedir. “...tam kişileri bulmam gerekecekti... çünkü toplam bilet parası 230 tl diye verilmiş soruda”, gibi emin ifadeler kullandığı görülmektedir. Benzer şekilde Ö74 “tam kişileri ...atırmam öğrencileride azaltmam gerekti...fark ettim ve sonucumun doğru olduğunu gördüm” ifadeleri ve Ö83’ ün “Bulduğum sonuçları toplayınca 230 olması lazım çünkü toplam bilet 230 tl olmalı...Yani öğrenci sayısını artırmam gerekti çünkü toplam fazla çıkmıştı” ifadelerinden her iki öğrencininde işlemleri emin bir şekilde yaptıkları görülmektedir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencide neyi niçin yaptıklarının farkında olup üçüncü problemde “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde İzleme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Ö71 ve Ö82 çözüm aşamasında denklem kurmak için işlemler yapmaya başlamışken problemi tekrar okumuşlardır. Süreç ile ilgili öğrenci ve gözlemci ifadeleri Tablo 98’ de sunulmuştur.

Tablo 98. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Üçüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-Problemi çözmeye başladığında problemi tekrar okudunuğunu gördüm. Nedeni nedir? Ö71-Hocam denklemi oluşturmak için tekrar okudum bir yanlışlık olmaması için	Her iki öğrenci de denklem kurma aşamasında problemi sessiz bir şekilde tekrar okumuşlardır. Okuma yaptıktan sonra problemin çözümü için gerekli denklemi kurabilmişlerdir.
Ö82	M-Problemi çözmeye başladığında problemi tekrar okudunuğunu gördüm. Nedeni nedir? Ö82- Hocam problemde biraz fazla sayısal değer var. Denklemi kurarken bunları doğru mu hatırladım diye kontrol etmek istedim	

Tablo 98 incelendiğinde Ö71 ve Ö82’ nin problemin çözümü için denklem kurma aşamasında denklem kurmaya ara verip problemi tekrar okudukları gözlemlenmiştir. Her iki öğrenciye de bunun nedeni sorulduğunda; Ö71 “Hocam denklemi oluşturmak için tekrar okudum bir yanlışlık olmaması için” cevabını verirken Ö82 “Hocam problemde biraz fazla sayısal değer var. Denklemi kurarken bunları doğru mu hatırladım diye kontrol etmek istedim” cevabını vermiştir. Her iki öğrencide bu davranışı bilinçli olarak belli bir amaç doğrultusunda gerçekleştirdikleri için bu durum üstbilişsel beceri göstergesidir. Bundan dolayı her iki öğrenci için üstbilişsel izleme aşamasında “problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri gözlemlenmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için gerekli olan denklemi kurabilmişler ve kurmuş oldukları denklemleri çözerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri

Tablo 99. *Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler*

Öğrenci Öğrenci İfadesi Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek

Ö71 M-Çözümünü anlatır mısın?

Ö71-...kişilerin toplamları 91' miş. Tam kişiler x olursa öğrenciler 91' den çıkarırız 91-x olacaktır.

Öğrenci bileti 2 TL olduğu için 91-x' i 2 ile çarptım, tam bilette 4 olduğu için x 'i de 4 ile çarptım. Sonuç $182-2x+4x$ oldu buda 230 TL'ye eşit. Sonra bu denklemi çözdüm ve " x " 24 çıktı.

Yani hayvanat bahçesine gelen tam kişi sayısı 24' müş. Öğrencileri bulmak için de 91' den 24' ü çıkarmam gerekir 67 oldu.

3-3

Atatürk Orman Çiftliğindeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

$$\begin{aligned} 91-x &+ x \\ 182-2x+4x &= 230 \\ 182+2x &= 230-182 \\ 2x &= 48 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Ö81 M-Problemi nasıl çözdün, anlatır mısın?

Ö81-Toplam 91 kişi olduğuna göre belli bir sayısı yani bilmediğim için x kadarı öğrenci sayısı oldu. Geri kalan yani 91-x ' te tam kişi olması gerekiyor, çünkü 91 kişilerin toplamda. Öğrenciler 2 TL imiş. Kaç öğrenci var? x öğrenci, o zaman $2x$ bize öğrenci kaç öğrencinin gezip ve öğrenci biletlerinden toplam elde ettiğimiz geliri verecektir. 91-x kadar da bizim tam kişi vardı ve bunlardan da 4 TL aldığınızda $364-4x$ olur ve bunlar topladığımızda da bize toplam geliri yani 230 TL'yi vermesi gerekecek. Denlemi çözünce ben öğrencileri bulacağım çünkü öğrencilere x dedik. Denklemi çözünce öğrenci sayısı 67 oldu.

Atatürk Orman Çiftliğindeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

$$\begin{aligned} \frac{0}{x} & \quad \frac{1}{91-x} \\ 2x & \quad 364-4x \\ 364-2x &= 230 \\ -2x &= -134 \\ -2 & \quad -2 \\ x &= 67 \end{aligned}$$

Ö82 M-Çözümü anlatır mısın?

Ö82-Tam ve öğrenci sayıları 91. Tama x desek öğrenciye y desek toplayınca 91 olmalı. Tama x dedik $4x+2y$ toplamda 230 buda biletler için ödenen kısım. $4x+2y$, 230, $x+y$, 91, $91-x$ eşittir y dersem yani öğrenciler 91-x olacak toplamaları 91 çünkü. Öğrenci sayısı ile 2'yi çarptım $182-2x$, tam sayısı ile 4' ü çarptım $4x$ ikisini toplarsam $182+2x$ buda 230' a eşit. Denklemi çözdüm x burdan 24 çıktı. Tamların sayısı. 91' den 24 çıkardım 67 öğrenci sayısı.

Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

$$\begin{aligned} 2y+4x &= 230 \\ 4x &= 91 \\ 91-x &= y \\ 182-2x & \\ 182+2x &= 230 \\ 2x &= 48 \\ x &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+y &= 91 \\ 4x+2y &= 230 \\ 91-2x &= 67 \end{aligned}$$

Tablo 99 incelendiğinde üç öğrencinin de çözüm için seçtiği işlemleri emin olarak yaptığı görülmektedir. Ö71’ in “91’ den çıkarırız 91-x olacaktır...Öğrencileri bulmak için de 91’ den 24’ ü çıkarmam gerekir 67 oldu” Ö81’in “Geri kalan yani 91-x ‘ te tam kişi olması gerekiyor, çünkü 91 kişiler toplamda..biletlerinden toplam elde ettiğimiz geliri verecektir” Ö82’ nin “öğrenciye y desek toplayınca 91 olmalı...91-x olacak toplamaları 91 çünkü...” ifadeleri öğrencilerin çözümden ve seçmiş oldukları işlemlerden emin olduklarını göstermektedir. Öğrenciler doğru denklem kurarak problemin doğru sonucuna ulaşmışlardır. Her üç öğrencinin de seçmiş olduğu işlemler doğru olup ifadelerden de anlaşılacağı üzere bu durum her üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Her üç öğrencide neyi niçin yaptıklarının farkında olup üçüncü problemde her üç öğrencinin de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Dördüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakatve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 100’ de sunulmuştur

Tablo 100. *Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler*

		A			CÖ			C		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
İzleme	Problemi tekrar okudu.									
	Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
	Hatasını fark etti.									
	Hatasını düzeltti.									
Toplam Beceri Sayısı		1	0	0	1	1	1	1	2	4

Tablo 100 incelendiğinde dördüncü problemde izleme aşamasında en fazla üstbilişin tespit edildiği grup cebirsel çözüm yapan öğrencilerdir. En fazla üstbiliş beceri sayısı Ö82’ de tespit edilmiştir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan Ö61 çözüm için doğru işlemleri belirlemiş ve işlemlerini doğru yaparak problemin doğru sonucuna ulaşabilmiştir. Fakat Ö73 ise işlemlerini doğru seçebilmiş fakat neden bu işlemleri yaptığını açıklayamamıştır. Bu durumdan dolayı Ö62 için bu durum üstbilişsel beceri olarak kabul edilmemiştir. Ö62 ise problemin çözümüne ilişkin hatalı işlemler seçmiştir. Süreç ile ilgili öğrenci ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 101’ de sunulmuştur.

Tablo 101. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Problemi nasıl çözdün? Ö61- Dördüncü soruda ıı Metahan' ın 45 kitabı var. Dört fazlasının üç katı diyo. Bu yüzden 45'i üçe bölmem gerekiyor. M- Neden 3' e böldün? Ö61- Üç katı dediği için, üç katı 45 olan sayıyı bulmalıyım oda 15 eder ama bitmedi daha sonra 4 fazlalığı çıkartacağım ve 15' den 4' ü çıkarınca 11 kitabı olduğunu buldum.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır? $\begin{array}{r} 45 \\ 3 \overline{) 15} \\ 15 \\ \hline 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ 4 \overline{) 11} \\ 12 \\ \hline -1 \end{array}$ 11 kitabı vardır,

Tablo 101 incelendiğinde Ö61' in çözüm yoluna bakıldığında setiği işlemlerin neden seçtiğini farkedebildiği anlaşılmaktadır. Ö61 “ Bu yüzden 45'i üçe bölmem gerekiyor...üç katı 45 olan sayıyı bulmalıyım” gibi emin ifadelerle işlemi yaptığı görülmektedir. Öğrenci seçtiği işlemlerin doğruluğundan emin bir şekilde problemi çözmeyi başarmıştır. Bu durumdan dolayı Ö61 için “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö72, Ö74 ve Ö83 problemin çözümü için cebirsel ifadelerden faydalanmalarına rağmen çözümleri denklem kurarak yapmamışlardır. Öğrencilerden Ö72 ve Ö83 problemi bulduğu cebirsel ifadeye değer vererek Ö74 ise bulduğu cebirsel ifadeden faydalanarak ters işlem mantığı ile çözüme ulaşmışlardır. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri yaparak problemin doğru cevabına ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 102' de sunulmuştur.

Tablo 102. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemi nasıl çözdün anlatır mısın? Ö72-Elif' iin kitaplarına “e” dedim ve Mete “(e+4)x3” oldu. Bunun 45 olması lazım. Bende “e” yerine değer verdim işlemi yaptım. Önce 10 verdim ama olmadı 42 çıktı az olduğu için artırmam gerekir diye düşündüm 11 verdim sonuç çıktı. Elif' in kitabı 11' miş.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır? $(e+4) \times 3$ $\downarrow$ $10 + 4 = 14$ $\times 3$ 42 oldu $11 + 4 = 15$ $\times 3$ 45 oldu Elif=11 kitabı varmış,

Tablo 102. (devamı)

Ö74	<i>M-Problemi nasıl çözdün anlatır mısın?</i> Ö74-Hocam şimdi diyor ki Elif'in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı x artı 4 parantezi kapatıp çarpıp 3 yazarız. Ben sonra ters işlem yaptım. Yani şöyle düşündüm 3 katı 45 olan sayıyı bulmalıyım diye. 45'i 3'e böldüm 15 ve 15'den de 4 fazlalığı çıkardım sonucu 11 buldum.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' in kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' in 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır? $(x+4) \times 3 + 4 \times 3 = 45$ $45 \div 3 = 15$ $15 - 4 = 11$
Ö83	<i>M-Problemi nasıl çözdün anlatır mısın?</i> Ö83-Problem için Elif' le Metehan arasındaki kitap sayısını ifade ettim. Elif " x " ise Metehan x 'in 4 fazlasının 3 katı olur. Sonra deneyerek buldum. Çünkü x ' in 4 fazlasının 3 katı 45 olacak. 10 denedim olmadı yani 42 çıktı, 45 olması için artırarak devam etmeyi düşündüm zaten 11 'i deneyince oldu.	4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' in kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' in 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır? Elif: x ↓ 11 Mete: $(x+4) \times 3$ $(10+4) \times 3$ $14 \times 3 = 42$ $(11+4) \times 3$ $15 \times 3 = 45$

Tablo 102 incelendiğinde her üç öğrencinin de yaptığı işlemlerin doğru olduğu görülmektedir. Öğrenciler işlemleri neden yaptıklarının farkında oldukları ifadelerinden anlaşılmaktadır. Ö72 "42 çıktı az olduğu için artırmam gerekir diye düşündüm" Ö74 "Yani şöyle düşündüm 3 katı 45 olan sayıyı bulmalıyım diye" Ö83 ise "yani 42 çıktı, 45 olması için artırarak devam etmeyi düşündüm zaten 11 'i deneyince oldu." İfadelerinden öğrencilerin işlemlerin doğru olduğundan emin oldukları anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı her üç öğrenci için "Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçti" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yapan öğrencilerden Ö81 ve Ö82' i üstbilişsel izleme aşamasında problemi tekrar okumuşlardır. Sürece ilişkin öğrenci ifadeleri Tablo 103' te sunulmuştur.

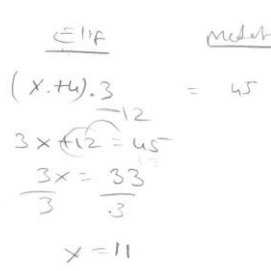
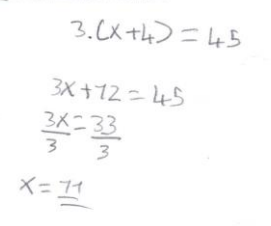
Tablo 103. Cebirsel Çözüm Yaptığı Belirlenen Öğrencilerden Dördüncü Problemi Tekrar Okuduğu Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö81	<i>M-Problemi neden tekrar okudun?</i> Ö81-Denklem kurarken parantez gerekli mi diye baktım. M-Nasıl yani? Ö81-Şöyle hocam demiş ya burada 4 fazlasının 3 katı diye bu ifadeyi cebirsel işlemle yazmak için x ile 3' ü toplayıp paranteze almalıyız. İşlem önceliği için. Sonra çarpı dört yapmalıyız.	Ö81 problemi çözme aşamasında tekrar okuma yapmıştır. Ö82 problemi çözerken hata yapmış ve işlem yapmayı bırakarak problemi tekrar okumuştur. Hatasını farkederek Ö82 hatasını düzeltmiştir
Ö82	<i>M-Problemi neden tekrar okudun?</i> Ö82- Sanırım bir yanlışlık yaptım. Emin olmak için tekrar okumak istedim.	

Tablo 103 incelendiğinde Ö81 ve Ö82' nin problemi tekrar okudukları gözlemlenmektedir. Ö81 problemde gerekli olan bilgileri belirleyebilmek için tekrar okuma yaptığı öğrenci ifadesinden anlaşılmaktadır. Ö82 ise çözüm aşamasında hata yapmış bu durumdan emin olmak için tekrar problemi okumuş ve hatasını düzeltmiştir. Her iki öğrencinin de bilinçli olarak gerçekleştirdikleri bu eylem üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö81 ve Ö82' nin dördüncü problemde üstbilişsel izleme aşamasında “Problemi tekrar okudu” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için gerekli olan denklemi kurabilmişler ve kurmuş oldukları denklemleri çözerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri yaparak problemin doğru cevabına ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 104’ te sunulmuştur.

Tablo 104. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	Ö71- Elif’ in kitaplarının sayısı Metehan’ın kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katıymış. M- Evet. Ö71- Metehan’ın kitapları 45’miş. 45’i, Elif’in kitaplarını x dedim. x artı 4 çarpı 3 Metehan’ın kitaplarına olması gerekir yani 45’miş. Burda denkleminizi kurdum. Denlemimizi çözünce $x=11$ buldum.	4-)Elif’ in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan’ ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan’ ın 45 kitabı varsa Elif’ in kaç kitabı vardır? 
Ö81	Ö81- Çözümü yine bir denklem yoluyla çözüm. Elif’in kitaplarının sayısı sayısının dört fazlasının üç katı Mete’nin kitaplarını veriyormuş. Yani Elif’in kitaplarını bilmediğimiz için bir bilinmeyen olarak yine “x” i kullandım. M-Tamam Ö81- $x+4$ parantez içerisinde üç katı yani bunun üç katıymış eşittir 45 Mete’nin kitapları 45 imiş. Yine bir denklem kurdum ve denklemi çözdüm ve x’ i 11 buldum. x burada Elif’ in kitapları idi. Yani Elif’in kitapları 11’ miş. M- Peki o $x+4$ ü paranteze almandaki neden nedir? Ö81- Çünkü buradaki ifade x’ in üç katının dört fazlası değil x’ in, dört fazlasının üç katı. o bütünlüğü sağlamak için $x+4$ ü parantez içine aldım.	4-)Elif’ in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan’ ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan’ ın 45 kitabı varsa Elif’ in kaç kitabı vardır? 

Tablo 104. (devamı)

Ö82 Ö82- Elif' e x dersek, x ' e 4 ekleyip 3 ile çarpacam buda 45 etmeli. Yani bu durumda şöyle bir denklem elde edilir. $3x+12=45$. $3x=33$, her iki tarafı 3' e böldüm $x=11$ çıktı. Yani Elif' in 11 kitabı varmış.

4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' in kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' in 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?

$$\begin{array}{l} \text{Metehan} : 45 \\ \text{Elif} : x \\ 3(x+4) = 45 \\ 3x+12 = 45 \\ 3x = 33 \\ x = 11 \\ \text{Elif} = 11 \\ x = 11 \end{array}$$

Tablo 104 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemin çözümü için gerekli olan doğru denklemleri kurdukları gözlemlenmektedir. Öğrenciler kurmuş oldukları denklemlerden emin bir şekilde işlemlerine devam ettikleri ifadelerinden anlaşılmaktadır. Ö71 “ x artı 4 çarpı 3 Metehan’ın kitaplarına olması gerekir yani 45’miş” , Ö81 “Çünkü buradaki ifade x ’ in üç katının dört fazlası değil x ’ in, dört fazlasının üç katı. o bütünlüğü sağlamak için $x+3$ ’ ü parantez içine aldım.” ve Ö82 “Elif’ e x dersek, x ’ e 4 ekleyip 3 ile çarpacam buda 45 etmeli.” gibi ifadelerde bulunmuşlardır. Her üç öğrenci de işlemlerinde neyi neden yaptıklarını farketmişler ve ona göre çözüm yapmışlardır. Öğrenciler matematiksel ifadeleri anlamak, yorumlamak ve çözmek için kendi düşünce süreçlerini ve mantıksal adımlarını açıklamaya çalışmaktadırlar. Bu durumdan dolayı her üç öğrenci için “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Ö82 problemin çözümü için denklem kurarken başta hata yapmış fakat hatasını fark ederek düzeltmiş ve problemin çözümü için gerekli olan denklemi doğru bir şekilde kurmayı başarmıştır. Sürece ait öğrenci ifade Tablo105’ te sunulmuştur.

Tablo 105. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı Hatayı Fark Edip Düzelttiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Öğrenci Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö82	Ö82-Elif’in kitaplarının 4 fazlasının 3 katı Metehan’ın kitapları. Elif’e x dersek. $4x+3$ olur buda eşittir Metehan, Metehan’ın 45 kitabı var yani eşittir 45 olur. Denklemimizi kurdum.(Biraz düşündü ve gülererek) Bi hata yaptım. M-Nerede hata yaptın? Ö82- 3 katını, 4 fazlasını aldıktan sonra yapmam lazımdı. 4’le çarpıp 3 ekledim yanlış oldu. M-Nasıl düzeltirsin yaptığın hatayı? Ö82-x’e 4 ekleyip 3 ile çarpacam eşittir 45. $3x+12$ oluyor eşittir 45.	Öğrenci problemde verilen kat ifadesi ile toplam ifadesini karıştırmış ayrıca işlem önceliğine dikkate almadan denklem kurmaya çalışmıştır. Hatasını fark eden öğrenci problemi tekrar okumuş ve problemin çözümü için doğru denklemi oluşturmuştur.

Tablo 105 incelendiğinde Ö82’ nin ifadelerinden anlaşılacağı gibi öğrenci üstbilişsel izleme aşamasında öz izleme yapmış ve hatasını fark etmiştir. Öğrenci fark ettiği hatayı düzeltme eğilimi göstermiş ve hatanın kaynağını bulabilmiştir. Bu davranış Ö82 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö82’ nin “Hatasını fark etti” ve “Hatasını düzeltti” üstbilişsel becerilerini sergilediği kabul edilmiştir.

Beşinci Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Beşinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 106’ da sunulmuştur

Tablo 106. Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

	A			CÖ			C		
	Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
Toplam Beceri Sayısı	1	0	0	1	0	1	1	1	1

Tablo 106 incelendiğinde öğrencilerde üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen tek beceri “problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” becerisi olmuştur.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan Ö61 problemin çözümü için doğru işlemleri belirlemiş ve işlemlerini doğru yaparak problemin doğru sonucuna ulaşabilmişlerdir. Fakat Ö62 ile Ö73 ise hatalı işlemler seçmiştir. Süreç ile ilgili öğrenci ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 107’ de sunulmuştur.

Tablo 107. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	<i>M-Problemi nasıl çözdün?</i> <i>Ö61-Beşinci soruyu burda 390 öğretmen ve öğrenci var diyor. İlk önce rakamları denedim. Öğretmenlere değer verdim. Öğretmenlerden sonra 70 artırdım ki kız öğrencileri bulabileyim ikiyle çarptım erkek öğrencileri buldum.</i> <i>M-Neyi iki ile çarptın?</i> <i>Ö61- Kızların sayısını.</i> <i>M- Tamam devam et lütfen.</i> <i>Ö61- Önce 41 denedim olmayınca 1’er 1’er artıracığımı anladım ve 45’i buldum. 45 deneyince kızlar 115 iki katı 230 erkekler olur. Topladım 390 oldu.</i>	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

Tablo 107 incelendiğinde Ö62' nin çözüm yoluna ve kullandığı işlemlere bakıldığında problemi doğru çözdüğü görülmektedir. Öğrenci problemi çözme aşamasında çözümünü ayrıntılı bir şekilde anlatmış ve yaptığı işlemlerin bilincinde olduğu görülmüştür. Ö61' e ait "1'er 1'er artıracağımı anladım ve 45'i buldum" şeklindeki ifadesi öğrencinin farkındalık içinde olduğunun kanıtıdır. Ayrıca öğrencinin seçmiş olduğu çözüm stratejisini (deneme-yanılma) doğru bir şekilde uyguladığını göstermektedir. Bu durumdan dolayı Ö61' in "Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Probleme Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö72 ve Ö83 problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve deneme yanılmalarla doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Fakat Ö74 ise deneme yanılma ile sonuca ulaşmaya çalışmış fakat yanlış sonuç bulmuştur. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 108' de sunulmuştur.

Tablo 108. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö72	M-Problemi nasıl çözdün? Ö72- Ben kızlara "k" dedim öğretmen sayısı da k-70, erkelerde 2k olur. Sonra kızlara değerler vermeye başladım diğerlerini de ona göre buldum. M-Nasıl Yani? Ö72-Şöyle hocam kız sayısından 70 çıkardım öğretmenleri buldum, kızların sayısını iki ile çarptım erkekleri buldum. Hepsini topladım 390 olması gerek. Birkaç denemeden sonra buldum.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır? K Ö E k k-70 2k 100 + 30 + 200 = 330 az 110 + 40 + 220 = 370 az 120 + 50 + 240 = 410 fazla 115 + 45 + 230 = 390 oldu ↓ öğretmen sayısı = 45
Ö83	M-Problemi nasıl çözdün? Ö83- Kızlara "x" dedim erkekler "2x" oldu. Öğretmenlerde "x-70" oldu. Sonra öğretmenlere sayılar verdim. Önce 100 dedim, diğerlerini buldum erkekler 200, öğretmenler 30 topladım hepsini 330 oldu, olmadı 390'ı vermesi gerekiyor. 330 az olduğu için verdiğim değeri artırdım. Bu şekilde 390' a ulaşıncaya kadar devam ettim denemelere.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır? Kız → x Erkek öğrencilerin sayısı kızların 2 katı = 2x Öğretmen kızlardan 70 eksik = x-70 Kız 100 110 112 115 Erkek 200 220 224 230 Öğretmen 30 40 42 45 + + + + 330 370 378 390 Öğretmen 45

Tablo 108 incelendiğinde Ö72 ve Ö83 problemin çözümü için doğru işlemleri seçebilmişlerdir. Her iki öğrenci de cebirsel işlemlerde sıkıntı yaşadığı için deneme yanılma stratejisiyle problemi çözmüşler ve bu stratejiye uygun işlemler yapmışlardır. Ö72’ ye ait “kız sayısından 70 çıkardım öğretmenleri buldum, kızların sayısını iki ile çarptım erkekleri buldum. Hepsini topladım 390 olması gerek” ifadesi ile Ö83’ e ait “topladım hepsini 330 oldu, olmadı 390’ı vermesi gerekiyor. 330 az olduğu için verdiğim değeri artırdım” ifadeleri öğrencilerin yaptıkları işlemlerin farkında olduklarını göstermektedir. Öğrenciler işlemleri neden yaptıklarının farkındadırlar. Her iki öğrencinin de bilinçli olarak bu işlemleri seçtiği anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı her iki öğrencinin de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisin sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için gerekli olan denklemi kurabilmişler ve kurmuş oldukları denklemleri çözerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri yaparak problemin doğru cevabına ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 109’ da sunulmuştur.

Tablo 109. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Beşinci Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	Ö71- Ben öğretmenlere “x” dedim. Kız öğrenci sayısı da $x+70$ olur. M- Neden kız öğrenci sayısı $x+70$ olur? Ö71-Çünkü kız öğrencilerin öğretmenlerden 70 fazla. M- Tamam devam et lütfen. Ö71- Erkek öğrencilerin sayısı da kızların 2 katıymış. Erkeklerde $2x+140$ olur. Bunların hepsinin toplamı 390 olur. M- Evet. Ö71-Buradan hepsini topluyoruz ve 390’ na eşitleyip denklemi buluyoruz. M- Tamam daha sonra? Ö71- Denklemi çözdüm ve x’ i 45 buldum.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

Tablo 109. (devamı)

Ö81 Ö81-Bir okulda 390 tane öğretmen ve öğrenci varmış ve öğrencilerden de kız ve erkek olanları varmış. Erkeklerin sayısı kız öğrencilerin sayısının iki katı. Yine bilmediğim için ben “x” bilinmeyenini kullandım. Yani burada kızlara “x” dersem iki katı olacağından erkekler “2x” olur. Çok kısa. Öğretmenler de kız öğrencilerin sayısından yetmiş eksiktir. O yüzden kız öğrencilerin sayısı “x” öğretmenler 70 eksik olduğundan dolayı “x-70” olarak yazdım ve bunların toplamı yani toplam öğrenci ve öğretmen sayısı 390 olduğundan dolayı yine denklem kullandım $4x-70$ diye. Denklemi çözdüm x’ i 115 buldum M-Problemin cevabı 115 mi? Ö81-Hayır hocam 115 kızların sayısı. 70 çıkardım ve buradan da öğretmen sayısını 45 olarak buldum.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır? $\begin{array}{r} \frac{K}{x} \quad \frac{E}{2x} \quad \frac{Ö}{x-70} \\ 4x-70=390 \quad \begin{array}{l} Ö=x-70 \\ =115-70 \\ =45 \end{array} \\ \frac{4x}{4}=\frac{460}{4} \\ x=115 \end{array}$
Ö82 Ö81-Öğretmenlerin sayısına x dersem kızlar $x+70$ olur, çünkü öğretmenler kızlardan 70 az yani kızlar öğretmenlerden 70 fazla. Kızlar $x+70$ oldu o zaman erkeklerde $2x+14$ olur. Hepsini toplarım $4x+210$ olur bu 390’a eşit. M-Güzel Ö82-Denklemi çözünce x’ i 45 buldum. M-45 kimin sayısı? Ö82-Öğretmenlere x dediğim için öğretmenlerin sayısı zaten bizden de öğretmenlerin sayısını soruyor yani cevap 45 olur.	5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır? $\begin{array}{l} \text{Öğretmen} \quad \frac{Kız}{x+70} \quad \frac{Erk.ög.}{2x+140} \\ 390 = \frac{x}{x} + \frac{x+70}{x+70} + \frac{2x+140}{x+70} \\ 4x+210=390 \\ \frac{4x}{4}=\frac{180}{4} \\ x=45 \end{array}$

Tablo 109 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemin çözümü için doğru işlemleri seçtiği görülmektedir. Öğrenciler problemi denklem kurarak çözeceklerini planlama aşamasında belirtmişlerdi. Her üç öğrenci de problemin çözümüne uygun denklem kurabilmişler ve çözümünü yaparak doğru sonuca ulaşmışlardır. Ö71’ e ait” Ben öğretmenlere “x” dedim. Kız öğrenci sayısı da $x+70$ olur...Çünkü kız öğrencilerin öğretmenlerden 70 fazla.”, Ö81’ e ait” ve Ö82’ ye ait“Öğretmenlerin sayısına x dersem kızlar $x+70$ olur, çünkü öğretmenler kızlardan 70 az yani kızlar öğretmenlerden 70 fazla” ifadeleri öğrencilerin yaptıkları işlemlerin farkında olduklarını göstermektedir. Öğrenciler işlemleri neden yaptıklarının farkındadırlar. Her üç öğrencinin de bilinçli olarak bu işlemleri seçtiği

anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisin sergiledikleri kabul edilmiştir.

Altıncı Problem İçin Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Altıncı problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakatve gözlemler sonucunda üstbilişsel izleme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 110’ da sunulmuştur

Tablo 110. *Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler*

	A			CÖ			C		
	Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö2
Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
Toplam Beceri Sayısı	1	0	0	0	1	1	1	1	1

Tablo 110 incelendiğinde altıncı problemde üstbilişsel izleme aşamasında öğrencilerde tespit edilen üstbilişsel beceri sadece “problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” becerisi olmuştur.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan Ö61 problemin çözümü için doğru işlemleri seçebilmiş ve seçtiği işlemleri doğru yaparak bir sonuca ulaşmışlardır. Ö62 ise problemi çözmeyi denemiş fakat başarılı olamamış, çözemeyeceğine karar vererek problem çözme sürecini sonlandırmıştır. Ö73 problemi çözemeyeceğine inanmış ve herhangi bir işlem yapmamıştır. Süreç ile ilgili öğrenci ifade ve cevap kağıdından örnekler Tablo 111’ de sunulmuştur.

Tablo 111. *Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Problemi nasıl çözdün? Epey uğraşmışsın. Ö61-Evet uğraştırdı. Ama ilk önce verilenleri yazdım. M- Tamam. Ö61- Sonra kaç arttıklarını buldum. artıra artıra ilerlettim 10. Haftaya geldiğimde ikisi eşit olmuşlardı. M- Artıra artıra ilerlettim dedin ya nasıl artırdın biraz açıklar mısın? Ö61-Neva 10 lirası var her hafta 10 lira atıyor kumbarasına öyle artırdım 10’ ar 10’ar. Ahmet’in ise 30 lirası var her hafta 8 lira atıyor 8’er 8’ er artırdım 10. Hafta eşitlendiğini gördüm.	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet’ in başlangıçta kumbarasında 30 TL’ si, Neva’ nin ise başlangıçta kumbarasında 10 TL’ si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL’ sini, Neva ise 10 TL’ sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva’ nin kumbaradaki para miktarları eşit olur? Neva = 10 TL var Ahmet = 30 TL var 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110 30, 38, 46, 54, 62, 70, 78, 86, 94, 102, 110 X 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 10 hafta sonra

Tablo 111 incelendiğinde Ö62’ nin çözüm yoluna ve kullandığı işlemlere bakıldığında problemi doğru çözdüğü görülmektedir. Öğrenci problemi çözme aşamasında çözümünü ayrıntılı bir şekilde anlatmış ve yaptığı işlemlerin bilincinde olduğu görülmüştür. Ö61’ e ait “...artıra artıra ilerlettim 10. Haftaya geldiğimde ikisi eşit olmuşlardı” ve “...10. Hafta eşitlendiğini gördüm” şeklindeki ifadelerinden öğrencinin farkındalık içinde olduğunu kanıttır. Ayrıca öğrencinin seçmiş olduğu çözüm stratejisini doğru bir şekilde uyguladığını göstermektedir. Bu durumdan dolayı Ö61’ in “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö72 Planlama aşamasında problemi kumbaradaki paraları eşitleyerek bulacağını ifade etmiş, eşit olan yerlerde haftaları sayıp bulacağını ifade etmiştir. Fakat Ö72 çözümde kumbaradaki paraları 70 TL’ de eşitlemiş ve her iki çocuk için bu sayılara karşılık gelen sıra numaralarını toplayarak sonuca ulaşmaya çalışmış ve hatalı çözüm yapmıştır.

Ö74 ve Ö83 problemin çözümü denklem kurmayı denemiş fakat gerekli denklemi oluşturamamışlardır. Ö74 ve Ö83 öğrencilerin kumbaradaki para miktarlarının haftalara göre değişimlerini bularak doğru sonuca ulaşabilmişlerdir. Her üç öğrenci de planlama aşamasında bahsettiği çözüm yolunu uygulamaya çalıştıklarından plana bağlı kaldıkları görülmüştür. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 112’ de sunulmuştur.

Tablo 112. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö74	<i>M-Problemi nasıl çözdün?</i> <i>Ö74-Ahmet her hafta 8 lira atıyormuş 8x olur, Neva 10 atıyormuş 10x olur.</i> <i>Ö74-Başlangıçta da paraları var bunların. Bende kumbaralarındaki paraları hesapladım hangi hafta kaç lira olur diye ve 10. Hafta ikisi de eşit oldu.</i> <i>M-Nasıl hesapladın kumbaradaki paralarını?</i> <i>Ö74-Örüntü gibi hocam her hafta Ahmet 8, neva 10 artıyor. Başta ahmet’in 30, Neva’ nın 10 lirası var. Ahmeti 8’er 8’er, Neva’yı ise 10’ ar 10’ ar artırdım bunlar bir yerde eşitlenmesi gerekecekti bende 10. haftada eşit olduğunu buldum.</i>	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet’ in başlangıçta kumbarasında 30 TL’ si, Neva’ nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL’ si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL’ sini, Neva ise 10 TL’ sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva’ nın kumbaradaki para miktarları eşit olur? N: 8x A: 10x 10. haftada 30 38 46 54 62 70 78 86 94 102 110 118 126 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120

Tablo 112. (devamı)

Ö83 M-Problemi nasıl çözdün?
Ö83-Başlangıçta Ahmet' in 30 lirası var her hafta 8 lira geliyor. 10x dedim.
M-10x nedir?
Ö83-Ahmetin parasının artması.
M-Tamam devam et lütfen.
Ö83-Neva'nın 10 lirası var her hafta 8 lira atıyor kumbaraya. 8x artar. Sonra tablo yaptım ve çözüme ulaştım.
M-Tabloyu anlatır mısın?
Ö83-Başlangıçta 30 ve 10 lira var. Arturdum çünkü her ikisinin de paralarının artacağı belli. Ahmet birinci hafta 38 Neva 20 oldu. Devam ettim artırmalara 110 lirada eşit oldular. Yani 10. haftada.

6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet. Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL sini, Neva ise 10 TL sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?

Ahmet = 10x artar
Neva = 8x artar

A	30	38	46	54	62	70	78	86	94	102	110
N	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.

Başlatı: 10. hafta

Tablo 112 incelendiğinde her iki öğrencinin de doru sonuca ulaştığı görülmektedir. Her iki öğrencinin cebirsel işlemlerde sıkıntı yaşamalarından dolayı problem için denklem kurmak yerine örüntü oluşturarak çözüme gitmişlerdir. Her iki öğrencinin ifadeleri işlemleri bilinçli olarak yaptıklarını göstermektedir ve her iki öğrencide problemin çözme aşamasını ayrıntılı bir şekilde açıklayabilmişlerdir. Öğrencilerin çözüm için seçmiş oldukları işlemler doğru olup bu durum her iki öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı her iki öğrencinin de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Üstbilişsel İzleme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö71, Ö81 ve Ö82 problemin çözümü için gerekli olan denklemi kurabilmişler ve kurmuş oldukları denklemleri çözerek doğru sonuca ulaşmışlardır. Ö82 aynı zamanda problemi cebir öncesi çözümle de çözmüştür. Yani her üç öğrencide problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru bir şekilde seçebilmişler ve belirledikleri işlemleri yaparak problemin doğru cevabına ulaşmışlardır. Sürece ilişkin öğrenci çözüm ve ifadeleri Tablo 113'te sunulmuştur.

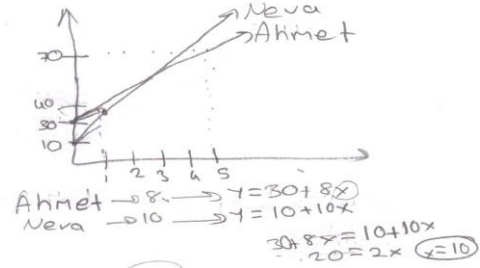
Tablo 113. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Altıncı Problemin Çözümü İçin Gerekli Olan Doğru İşlemleri Seçebildiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-Problemi nasıl çözdün? Ö71- uuu Ahmet'le Neva'nın baştaki paraları kumbaralarındaki paralarını önce not aldım. Sonra uuu belli bir pardon belirsiz bir zaman geçmiş x koydum zamana. Ama her haftada Ahmet 8, Neva 10 tele biriktirdiği için x'i 8'le Ahmet' in parası için x'i 8'le çarptım, Neva'ninkisini de 10 ile çarptım. M-Peki daha sonra ne yaptın? Ö71- Denklem kurdum. M- Nasıl bir denklem kurdun? Ö71-x hafta sonrasına gittim. X hafta sonra Ahmet' in $8x+30$ telesi olur. Neva'nın da $10x+10$ telesi olur. M- Neden? Ö71-Çünkü Ahmet' in başlangıçta 30 telesi Neva'nın 10 telesi vardı. X haftada Ahmet $8x$ tele biriktirir, Neva ise $10x$ tele biriktirir. M- Tamam devam edelim lütfen. Ö71- Bunların parası eşit olacağından $8x+30$ ile $10x+10$'u eşitledim denklemi çözünce x'i 10 buldum.	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur? Ahmet 8 Neva 10 Başlangıç 30 TL 10 TL X X $8x + 30 = 10 + 10x$ $8x - 10x = 10 - 30$ $-2x = -20$ $x = 10$
Ö81	M-Problemi nasıl çözdün? Ö81-Şöyle ki. Ahmet ve Neva ilk başta kumbaralarında Ahmet'in 30 ve Neva'nın 10 varmış ve Ahmet her seferinde her hafta 8 TL atıyormuş kumbarasına, Neva ise 10 TL. Buradan şöyle bir denklem kurdum ben yine uu toplam kaç hafta olduğunu bilmiyoruz. Yani Ahmet her hafta 8 attığına göre hafta sayısını burada bilmediğimiz için "x" olarak yazabiliriz. M-Evet Ö81-Yani $8x$. Burada bize kaç hafta, kaç hafta sonra biriktirdiği parayı verir ama başlangıçta 30 TL daha vardı. Ondan dolayı $8x+30$ diye bunu ifade edebiliriz. Neva' nın ise yine aynı mantıkta her hafta on TL attığı için, hafta sayısını da bilmediğimiz için $10x$ ve başta da on TL olduğu için artı on ($10x+10$) diye yazdım. Ve bunların bize ne? Iuu kaç hafta sonra kumbaralarında ki para eşit olur yani $8x+30$ la $10x+10$ eşitmiş ve böyle bir denklem kurduğumuzda hafta sayısına yani x'i 10 olarak buluruz ve 10 hafta sonra bunların paraları eşitlenir.	6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur? A N hafta = x $30 + 8x$ $10 + 10x$ $30 + 8x = 10 + 10x$ $-2x = -20$ $x = 10$ hafta

Tablo 102. (devamı)

Ö82 M-Problemi nasıl çözdün?
Ö82-Bir grafik çizmeyi denedim. Çizgi grafiği gibi bişey. Sayıları yerleştirdim öncelikli olarak başlangıç sayılarını. Mesela Ahmet' in kumbarasında başlangıçta 30 TL' si varmış 30 TL ile başlattım Ahmet'i de, Neva' nın da kumbarasında 10 TL' si varmış onlara işaret koyum 10 TL' de Neva için koydum.
M-Evet
Ö82-Ahmet ve Neva her hafta eşit harçlık alıyormuş, Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktaymış. Yani Neva 2 TL daha fazla alıyormuş. Kaç hafta sonra para miktarı eşit olur demiş. 30' dan 10' u çıkardım 20, 20' yi 2' ye böldüm 10 çıktı.
M-Birde denklem görüyorum o ne için?
Ö82-Bide denklem yaptım.
M-Nasıl
Ö82-Haftaya x dedim. Ahmet' in kumbarasındaki para miktarını veren cebirsel ifade $30+8x$ olur, Neva' nın da $10+10x$ olur. Bunlar eşit olacağı için eşitledim. Denklemi çözünce x' i 10 buldum.

6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının (8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?



Tablo 113 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemi denklem kurarak çözdükleri görülmektedir. Öğrencilerin üçü de problemin çözümü için gerekli olan denklemi kurabilmişler ve doğru sonuca ulaşmışlardır. Öğrenciler süreci ayrıntılı bir şekilde açıklayabilmişlerdir. Ayrıca her üç öğrenci de denklem kurma sürecinde yapmış oldukları işlemlerin nedenini açıkça ortaya koyabilmişlerdir. Öğrenciler yapmış oldukları işlemlerin farkında olup bu durum her üç öğrenci için de üstbilişsel beceri göstergesidir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu bölümde 9 öğrencinin problem çözme testine verdikleri cevaplar ve mülakatlar sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında göstermiş oldukları becerilerin ayrıntılı analizleri sunulacaktır. Analizler her problem için ayrı çözümlenmiş olup öğrenci cevapları, örnek öğrenci çözümleri ve gözlemci yorumları tablolar halinde sunulmuştur.

Birinci Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Birinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 114’ te sunulmuştur.

Tablo 114. *Birinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler*

		Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		0	0	0	0	1	1	1	1	2

Tablo 114 incelendiğinde öğrencilerin üstbilişsel değerlendirme aşamasında az sayıda üstbilişsel beceri sergiledikleri gözlemlenmektedir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden birinci problemle ilgili olarak değerlendirme aşamasında yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda üstbilişsel beceri tespit edilememiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yapan Ö74 ve Ö83 birinci problem ile ilgili olarak “farklı bir çözüm yolu olup olmadığı” değerlendirmesi yaptıkları tespit edilmiş olup sürece ilişkin öğrenci ifadeleri Tablo 115’te verilmiştir.

Tablo 115. *Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlem
Ö74	...evet biraz uğraştım ama denlem kurulabilirdi ama uğraşmak istemedim. Zaten bu çözümde doğru.	Ö74 ve Ö83 aritmetik işlemler dışında denklem kurarak ta sorunun çözülebileceği değerlendirmesini yapmışlardır.
Ö83	...denklem de kurabilirdim. Cebirsel olarak masanın boyunu yazdım zaten onu 100’e eşitlersem denklem olur. Çözünce de sonucu bulabilirdim. Ama ben denklem çözmeyi sevmiyorum.	

Tablo 115 incelendiğinde Ö74 ve Ö83’ün problemin çözümü için farklı çözüm yolu değerlendirmesi yaptığı görülmüştür. Öğrenciler çözümünden sonra problemin farklı yollardan çözülüp çözülemeyeceğini değerlendirmiştir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ayrıca farklı bir çözüm stratejisi değerlendirmesi üstbilişsel bir beceri olarak kabul görmektedir. Her iki

öğrencinin de “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yapan Ö81 ve Ö82 birinci problem ile ilgili olarak “farklı bir çözüm yolu olup olmadığı” değerlendirmesi yaptıkları tespit edilmiş olup sürece ilişkin öğrenci ifadeleri Tablo 116’da verilmiştir.

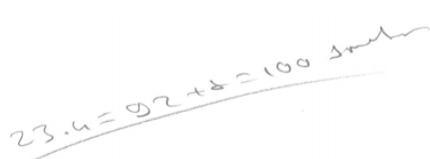
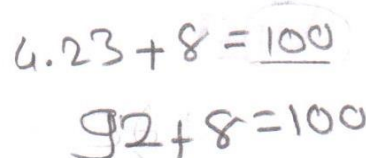
Tablo 116. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Birinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö81	<i>M-Çözümünü kontrol ettin mi?</i> <i>Ö81-Hayır gerek duymadım, denklemi doğru çözdüğümü düşünüyorum.</i> <i>M- Bu soruda neden denklem kurmayı düşündün?</i> <i>Ö81-Ters işlemle de çözülebilirdi ama onu ilkokulda yapıyorduk denklemle çözmek daha kolayıma geldi.</i>	<i>Ö81 ve Ö82 denklem kurma dışında deneyerek ya da ters işlemle sorunun çözülebileceği değerlendirmesini yapmışlardır.</i>
Ö82	<i>M-Soruda neden denklem kurmaya gerek duydun?</i> <i>Ö82-Kolayıma geldi hocam yani soruyu deneyerek te bulabilirdim ama biraz uzun sürerdi. Çözüm için en kolay yol denklem kurmaktı.</i>	

Tablo 116 incelendiğinde Ö81 ve Ö82’ nin problemin çözümü için farklı çözüm yolu değerlendirmesi yaptığı görülmüştür. Öğrenciler çözümünden sonra problemin farklı yollardan çözülüp çözülemeyeciğini değerlendirmiştir. Her iki öğrenci de aritmetik yollarla problemi çözebileceklerini belirtmişlerdir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Alternatif bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirmek üstbilişsel bir beceri kabul edilmektedir. Her iki öğrencinin de “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ö71 ve Ö82 Yaptığı işlemler sonucunda ulaştığı sonucu kontrol ettikleri gözlemlenmiştir. Sürece ait öğrenci ifadeleri ve öğrenci cevap kağıtlarından alınan örnekler Tablo 117’ de sunulmuştur.

Tablo 117. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Birinci Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-Cevap kağıdına baktığımda 23 ile 4' ü çarpıp 8 ile toplamışsın. Bu işlemi neden yaptın? Ö71-Bir kalemin boyunu 23 cm buldum ve ben bulduğum sonucun doğruluğunu kontrol etmek istedim acaba bir hata yaptım mı diye.	
Ö82	M-Cevap kağıdına baktığımda 23 ile 4' ü çarpıp 8 ile toplamışsın ve 100 bulmuşsun. Bu işlemi neden yaptın? Ö82- Sağlama yaptım hocam.Emin olmak istedim. M-Nasıl? Ö82-Hocam bi kalem 23 cm 4 ile çarparsak 92 oluyor 8' de boşluk var topladım 100cm yani doğru.	

Tablo 117 incelendiğinde Ö71 ve Ö82 birinci problemde buldukları sonucu kontrol etme ihtiyacı hissetmişlerdir. Bu durumun nedeni sorulduğunda için Ö71 “ ben bulduğum sonucun doğruluğunu kontrol etmek istedim acaba bir hata yaptım mı diye” cevabını verirken Ö82 “Sağlama yaptım hocam. Emin olmak istedim” cevabını vermiştir. Her iki öğrencinin de bu davranışı sonucun doğruluğundan emin olmak için bilinçli olarak gerçekleştirdikleri ifadelerinden anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı her iki öğrenci içinde birinci problemde “Sonucu kontrol etti” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

İkinci Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

İkinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 118’ de sunulmuştur.

Tablo 118. İkinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		1						2	2	1

Tablo 118 incelendiğinde tespit edilen üstbilişsel becerilerin büyük çoğunluğu cebirsel çözüm yapan öğrencilerde gözlemlenmiştir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan öğrencilerden ikinci problem için değerlendirme aşamasında yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda Ö61

problemi farklı bir yolla çözebileceğini belirtmiştir. Sürece ait öğrenci ifadesi Tablo119’ da sunulmuştur.

Tablo 119. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö61	<i>...Yani bu soru aslında denemelerle çözüldü. Erkeklerle sayı verirdim kızları bulurdum toplayınca 46 olursa erkeklerin ve kızların sayısını bulmuş olurum.</i>	<i>Öğrenci problemi deneme yanılma ile çözebileceğini belirtmiştir. Deneme yanılma problem için doğru bir çözüm yoludur.</i>

Tablo 119 incelendiğinde Ö61’ in problemin çözümü için farklı çözüm yolu değerlendirmesi yaptığı görülmüştür. Öğrenci çözümünden sonra problemin farklı yollardan çözülüp çözülemeyeceğini değerlendirmiştir. Öğrenci deneme-yanılma ile problemi çözebileceğinin belirtmiştir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö61’ in “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerde değerlendirme aşamasına ait herhangi bir beceri, gözlem ve görüşmelerde tespit edilemedi. Öğrencilerin problemin çözümünü yaptıktan sonra problem çözme sürecini sonlandırdıkları gözlemlendi.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yapan öğrencilerin ikinci problem için üstbilişsel değerlendirme aşamasında farklı bir yolla çözüp çözemeyeceklerini değerlendirdiler. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 120’de verilmiştir.

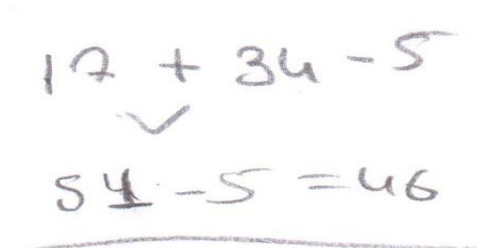
Tablo 120. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait İkinci Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilenlere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>Bu problem deneyerek bulunurdu. Erkeklerle değer verirdim, verdiğim sayıyı iki ile çarpardım ve 5 çıkarırdım sonra toplardım 46 oluncaya kadar devam ederdim ama uzun sürerdi.</i>	<i>Öğrenciler problemin çözümü için farklı çözüm yolları olabileceğini belirtmiş ve her üç öğrencinin de belirttiği çözüm stratejileri ile problemin çözülebileceği anlaşılmıştır.</i>
Ö81	<i>...denklemlerle çözdüm ama ters işlemle çözüldü. İlkokulda çok yapıyorduk hocam. Erkeklerle 1 kat, kızlara 2 kat -5 derdim. 3kat olurdu. -5 dediği için toplardım. Sonra 3’ e bölerim erkekleri bulurum.</i>	
Ö82	<i>...aslında hata yaptığımda denemeler yaparak çözmeyi düşündüm ama uzun olacağı için vazgeçtim. Erkeklerle sayı verip kızları bulurdum toplardım. Eğer 46’ yı geçerse toplam verdiğim sayıyı azaltırdım ya da 46’ dan azsa verdiğim sayıyı artırırdım. Ama dediğim gibi denklem daha kolay</i>	

Tablo 120 incelendiğinde her üç öğrencisinde problemin çözümü için farklı çözüm yolu değerlendirmesi yaptığı görülmüştür. Öğrenciler çözümden sonra problemin farklı yollardan çözülüp çözilemeyeceğini değerlendirmiştir. Öğrencilerin üçü de de aritmetik yollarla problemi çözebileceklerini belirtmişlerdir. Bu durum öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Üç öğrencinin de “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca ikinci problemde Ö71 ve Ö81 problemde bulduğu sonucun doğruluğunu kontrol etmişlerdir. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 121’ de verilmiştir.

Tablo 121. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden İkinci Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilenlere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-Cevap kağıdına baktığımda $17+34-5$ işlemini gördüm. Bu işlemi neden yaptın? Ö71-Denklemi doğru çözüp çözmediğimi kontrol ettim. Aynı zamanda doğru sonuca ulaştığımda anladım. M-Nasıl yani? Ö71-Hocam denklemim $3x-5=46$’ ydı. Bende x yerine 17 yerleştirdim ve 46 oldu.	
Ö81	M-Cevap kağıdına baktığımda 17 ile 29’ u toplayıp 46 bulmuşsun. Neden böyle bir işlem yaptın? Ö82-Kontrol etmek istedim. Kızlarla erkeklerin sayısının toplamı 46’ yı verecek mi diye. M-Nasıl yani? Ö81-Erkekleri yani x’ i 17 buldum. $2x-5$’ e 17 yazınca kızlarda 29 oldu. Bende ikisini topladım toplamaları 46 diye mi? ve toplamaları 46 oldu.	

Tablo 121 incelendiğinde her iki öğrencisinde bulmuş oldukları sonucu kontrol ettikleri görülmektedir. Ö71’ in “Denklemleri doğru çözüp çözmediğimi kontrol ettim. Aynı zamanda doğru sonuca ulaştığımda anladım.” ve Ö81’ in “Kontrol etmek istedim. Kızlarla erkeklerin sayısının toplamı 46’ yı verecek mi diye” ifadelerinden davranışın bilinçli bir şekilde gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu durum öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Her iki öğrenci için de “Bulduğu sonucu kontrol etti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Üçüncü Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Elde Edilen Beceriler

Üçüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 122’de sunulmuştur.

Tablo 122. Üçüncü Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti.									
	Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		1	0	0	0	0	1	0	1	1

Tablo 122 incelendiğinde öğrencilerin değerlendirme aşamasında göstermiş oldukları üstbilişsel beceri sayılarının azlığı dikkat çekmektedir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö61 Yaptığı işlemler sonucunda ulaştığı sonucu kontrol ettiğini ifade etmiş ve beceri aynı zamanda gözlemci tarafından gözlemlenmiştir. Sürece ait öğrenci ifadesi ve öğrenci cevap kağıdından alınan örnek Tablo 123’te sunulmuştur.

Tablo 123. Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilerden Üçüncü Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö61	M-Yandaki işlemleri neden yaptın? Ö61- Sonucumu kontrol ettim, doğru mu diye. M- Nasıl kontrol ettin? Ö61- Önce 67 ile 2’yi çarptım sonra 24 ile 4’ü. 134 ile 96’yı topladım ve 230 buldum yani toplam parayı.	

Tablo 123 incelendiğinde Ö61’ in bulmuş olduğu sonucu kontrol ettiği görülmektedir. Ö61’ in “Sonucumu kontrol ettim, doğru mu diye” ifadesi davranışı bilinçli bir şekilde gerçekleştirdiğini göstermektedir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö61 için “Bulduğu sonucu kontrol etti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö83 problemin çözümünün denklem kurarak yapılabileceğini ifade etmiştir. Süreç ile ilgili öğrenci ifadesi Tablo124’te verilmiştir.

Tablo 124. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö83	...ben aslında denklem kurmak istedim ama denklem çözerken sıkıntılar yaşıyabiliyorum. Kolay olurdu ama ben çözemezdim.	Öğrenci yapmış olduğu çözümü incelediğinde uzun olduğunu farkedip denklem ile çözülebileceğini belirtmiştir.

Tablo 124 incelendiğinde Ö83' ün problemin çözümü için farklı çözüm yolu değerlendirmesi yaptığı görülmüştür. Öğrenci çözümden sonra problemin farklı yollardan çözülüp çözülemeyeceğini değerlendirmiştir. Öğrenci problemi denklem kurarak çözebileceğini fakat kendisinin denklem çözmeye de sıkıntılar yaşadığını belirtmiştir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö83 için “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö82 problemin çözümünde yaşadığı zorluğu nedeni ile belirtmiş Ö71 ve Ö81' de böyle bir ifadeye rastlanmamıştır. Süreç ile ilgili öğrenci ifadesi Tablo 125' te sunulmuştur.

Tablo 125. Cebirsel Çözüm Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilerden Üçüncü Problemde Çözüm Sürecinde Yaşamış Olduğu Zorluğu Değerlendirdiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö82	...ilk başta denklemi kurarken biraz zor oldu. İki denklem oldu. Nasıl çözeceğimi başta bilemedim biraz zorlandım açıkçası. Sonra epey bi düşünmek zorunda kaldım. Ben sonra birbirine çevirebildim ve denklemi çözdüm. Sanırım sonucum doğru.	Öğrenci ilk başta denklemi kurdu fakat iki denklem olunca biraz düşündü. Nasıl çözeceğine karar vermeye çalıştı. Sonra öğrenci sayısını tam kişiler cinsinden yazarak denklemi tek bilinmeyene indirgedi. Elde ettiği denklemi çözerek tam kişi sayısını buldu. Sonra kişilerin toplam sayısından faydalananarak öğrenci sayısına ulaştı.

Tablo 125 incelendiğinde Ö82' nin problem çözmeye sürecinde zorlandığı anlaşılmaktadır. Öğrenci iki farklı denklem oluşturmuş ve bunları nasıl çözeceğine karar verememiştir. Öğrenci belli bir zaman düşündükten sonra verilmeyenleri birbiri cinsinden ifade etmiş ve denklemi çözmeyi başarmıştır. Öğrencinin ifadelerinden yaşadığı zorluğun farkında olduğu anlaşılmaktadır. Bu durumdan dolayı Ö82' nin “Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Ayrıca cebirsel çözüm yapan öğrencilerden Ö81 problemi farklı bir çözüm yolu çözüp çözemeyeceğinin değerlendirmesini yapmıştır. Süreçle ilgili öğrenci ifadesi Tablo 126' da verilmiştir.

Tablo 126. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Üçüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö81	...öğrencilere değer vererekte çözebilirdim ama ben denklemi tercih ettim. Toplam sayı biliniyor toplam ücrette, deneyerek bulurdum. Sayılar küçükmüş.	Öğrenci problemi çözdükten sonra sayılar küçük deneyerek te çözebileceğini vurgulamıştır.

Tablo 126 incelendiğinde Ö81'in problemi deneme yaparak çözebileceğini belirtmiştir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö81 için "Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi" üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Dördüncü Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Elde Edilen Beceriler

Dördüncü problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 127' de sunulmuştur.

Tablo 127. Dördüncü Problem İçin Öğrencilerde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler

		Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti.									
	Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		0	0	0	0	1	1	2	1	2

Tablo 127 incelendiği tespit edilen becerilerin çoğunlukla cebirsel çözüm yapan öğrenciler tarafından sergilendiği anlaşılmaktadır. Ayrıca aritmetik çözüm yapan öğrencilerden hiç birinde değerlendirme aşamasında üstbilişsel beceri tespit edilememiştir.

Artimetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Dördüncü problemde Aritmetik çözüm yapan öğrencilerle yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda değerlendirme aşamasında herhangi bir üstbilişsel beceriye rastlanmamıştır.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Ö74 ve Ö83 değerlendirme aşamasında problemin farklı bir yolla çözülüp çözilemeyeceğini değerlendirmişlerdir. Sürece ait öğrenci ifadeleri Tablo 128' de verilmiştir.

Tablo 128. *Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö74	...Aslında denklemi oluşturmuş sayılıyorum sadece denklem olarak ifade etmedim. Denklemle de çözebilirdim.	Öğrenciler hepsi sorunun denklemle çözülebileceğini biliyor olmalarına rağmen çözümü farklı yöntemlerle yapmayı tercih etmişlerdir.
Ö83	.. denklemle çözseydim diye düşündüm çözüldü aslında ama sayılar küçük olduğu için ben böyle çözdüm.	

Tablo 128 incelendiğinde Ö74 ve Ö83' ün problemi denklem yardımıyla çözebileceklerini belirtmişlerdir. Bu durum öğrencinin kendi bilişsel sürecinin farkında olmasını gerektirdiği için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ayrıca farklı bir çözüm yolu değerlendirmesi üstbilişsel beceri olarak kabul edilmektedir. Ö74 ve Ö83 için “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Ö82 problemin çözümünde yaşadığı zorluğu nedeni ile belirtmiş Ö71 ve Ö81’de böyle bir ifadeye rastlanmamıştır. Süreç ile ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 129’ da sunulmuştur.

Tablo 129. *Cebirsel Çözüm Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilerden Dördüncü Problemde Çözüm Sürecinde Yaşamış Olduğu Zorluğu Değerlendirdiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö82	...aslında zor bir problem değildi. Tamamen yanlış anlamamdan dolayı yanlış denklem kurdum başta. Kat ile fazla ifadesi karıştı bende. Problemde verilenlere dikkat edemedim. Sonra hatamı farkedip doğru denklemi kurdum ve problemi çözdüm.	Öğrenci ilk başta denklemi kurdu fakat fazla ifadesi ile kat ifadesini karıştırarak hata yaptı. Sonra hatasını fark etmeyi başardı ve uygun denklemi kurabildi.

Tablo 129 incelendiğinde Ö82 problem çözme sürecinde denklem kurarken hata yapmıştır. Öğrenci yaptığı hatayı farketmiş olup gerekli düzeltmeleri yapmıştır. Öğrenci süreçte öz izleme yapmış ve hatasını farkedebilmiştir. Bu durumun değerlendirmesinin yapması öğrenin üstbilişsel beceri sergilediğini göstermektedir. Bundan dolayı Ö82 için dördüncü problemde “Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel çözüm yapan Ö71,Ö81 ve Ö82 problemi deneyerek çözebileceklerini ifade ettiler. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo130’da verilmiştir.

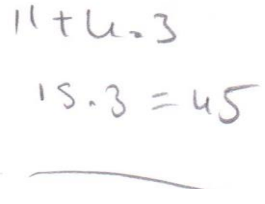
Tablo 130. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	...aslında önce deneyerek çözmek istedim ama zaman alacağı için uğraşmadım. Ama çözüldü.	Her üç öğrenci de problemi deneyerek çözebileceklerini belirttiler. Öğrenciler problemin çözümü için alternatif çözüm yolu belirleyebilmişlerdir.
Ö81	...yani başta deneyerek çözmek istedim ama denklemi kurmak basit olunca uğraşmak istemedim.	
Ö82	... ben hatalı denklem kurduğumu görünce deneme yapayım dedim. Sonuçta öyle de çözülür ben sonra uğraşınca denklem kurabildim.	

Tablo 130 incelendiğinde öğrencilerin farklı bir çözüm yolu değerlendirmesi yaptıkları gözlemlenmektedir. Öğrencilerin ifadelerinden de anlaşılacağı gibi her üç öğrenci de problem için uygun alternatif bir çözüm yolu değerlendirmesi yapmışlardır. Alternatif çözüm yolu belirleme üstbilşsel bir beceri olarak kabul edilmektedir. Her üç öğrenci içinde “farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Dördüncü problemde Ö71 bulduğu sonucu kontrol etmiş diğer iki öğrencide böyle bir beceri tespit edilmemiştir. Süreç ile ilgili öğrenci ifadesi ve öğrenci cevap kağıdından örnekler Tablo 131’de sunulmuştur.

Tablo 131. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilerden Dördüncü Problemin Sonucunu Kontrol Ettiği Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler ve Cevap Kağıdından Alınan Örnekler.

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Öğrenci Cevap Kağıdından Örnek
Ö71	M-En altta 11 ile 4’ ü toplayıp 3 ile çarpmışsın. Bunu neden yaptın? Ö71- Çözümümün doğru olup olmadığını kontrol ettim. M-Nasıl? Ö71-Sonucu 11 bulmuştum. 11’ 4 ile topladım 15. Bulduğum 15’ le de 3’ ü çarptım 45 oldu. Yani doğru bulmuşum.	

Tablo 131 incelendiğinde Ö71’ in bulduğu sonucu kontrol ettiği gözlemlenmektedir. Öğrenci sonucunu nasıl kontrol ettiğini açıklayabilmektedir. “Çözümümün doğru olup olmadığını kontrol ettim” ifadesi öğrencinin süreçte bilinçli olduğunu göstermektedir. Bu durum üstbilş göstergesi olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı Ö71’ in “Bulduğu sonucu kontrol etti” becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Beşinci Problem İçin Üstbilşsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Beşinci problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilşsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 132’ de sunulmuştur.

Tablo 132. Beşinci Problem İçin Öğrencilerde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

		Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		0	0	0	1	0	1	1	1	1

Tablo 132 incelendiğinde öğrencilerin değerlendirme aşamasında sergiledikleri üstbilişsel becerilerin azlığı dikkat çekmektedir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Aritmetik çözüm yapan öğrencilerle yapılan mülakat ve gözlemler sonucunda öğrencilerde üstbilişsel değerlendirme aşamasında herhangi bir üstbilişsel beceri tespit edilememiştir.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebir öncesi çözüm yapan Ö72 ve Ö83 problemi denklem kurarakta çözebileceklerini ifade ettiler. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 133’ te verilmiştir.

Tablo 133. Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö72	... aslında denklem olurdu ama ben yapamadım. Sanırım denklem kurmada biraz sorunun var. Denklemle daha kolay çözüldüğünü biliyorum ama ben denklem çözmede iyi değilim.	Ö72 ve Ö83 problemi denklem kurarak çözebileceklerini belirtmelerine rağmen kendileri denmeyi seçmiştir. Öğrencilerin denklem kurma ve çözmede problem yaşadığı gözlemlenmiştir.
Ö83	...problemi denklemle de çözerdik. Ters işlem olur muydu tam kestiremedim ama denklemle çözüldü. Hem de zaman almazdı diye düşünüyorum. Ama bende doğru çözdüm sanki.	

Tablo 133 incelendiğinde Ö72 ve Ö83’ ün problemin çözümü için farklı bir çözüm yolu sorguladıkları ifadelerinden anlaşılmaktadır Her iki öğrenci de problemi denklem kurarak çözebileceklerini belirtmiştir. Denklem kurma ile ilgili olarak öğrencilerden Ö72 “denklemle daha kolay çözüldüğünü biliyorum” şeklinde bir ifade kullanırken Ö82 ise”Hem de zaman almazdı” ifadesini kullanmıştır. Farklı çözüm yollarının aranması üstbilişsel beceri olarak kabul edilmektedir. Her iki öğrenci içinde “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Beşinci Problemde Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler. Cebirsel çözüm yapan Ö71, Ö81 ve Ö82 problemi deneyerekte çözebileceklerini ifade ettiler. Süreçle ilgili öğrenci ifadeleri Tablo 134’ te verilmiştir.

Tablo 134. Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Dördüncü Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlem
Ö71	Sanırım deneme yanılma ile çözüldü ama denklem daha kısa sürer ve benim için daha kolay bir yol.	Öğrencilerin 3’ ü de farklı bir yol olarak problemi deneyerek çözebileceklerini belirttiler. Ö81 bu çözümün biraz zor olacağını belirtmiş ama yine de kullanılabilir bir çözüm olduğunu söylemiştir.
Ö81	... öğretmenlere değer vererek çözebilirdim. 3 farklı kişi var sayılar büyük biraz zor olurdu. Yani denklemle çözemsem bu yolla çözerdim.	
Ö82	...öğretmenlere değerler verirdim kız ve erkekleri o şekilde bulup toplamının 390 olmasına bakardım. Toplam 390 olursa verdiğim değer doğru olurdu fakat zaman alırdı. Sınavlarda zaman önemli.	

Tablo 134 incelendiğinde her üç öğrencinin de problemin çözümü için farklı bir çözüm yolu sorguladıkları ifadelerinden anlaşılmaktadır. Farklı çözüm yollarının aranması üstbilişsel beceri olarak kabul edilmektedir. Her üç öğrenci içinde “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisini sergiledikleri kabul edilmiştir.

Altıncı Problem İçin Üstbilişsel Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Beceriler

Altıncı problemde öğrencilerle yapılan klinik mülakat ve gözlemler sonucunda üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen beceriler Tablo 135’ te sunulmuştur.

Tablo 135. Altıncı Problem İçin Öğrencilerde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler

	Aritmetik Dönem			Cebir Öncesi Dönem			Cebir Dönemi		
	Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı						1	1	1	1

Tablo 135 incelendiğinde öğrencilerin sadece “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” becerisini sergiledikleri gözlemlenmiştir.

Aritmetik Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Altıncı problemde Aritmetik çözüm yapan öğrencilerle yapılan gözlem ve görüşmeler sonucunda değerlendirme aşamasında herhangi bir üstbilişsel beceriye rastlanmamıştır.

Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerden Ö83' ün farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdiği gözlemlenmiş ve öğrenciye ait ifadeler Tablo 137'de verilmiştir.

Tablo 136. *Cebir Öncesi Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö83	<i>Bu soruda denklem olabilirdi. Uğraştırmazdı ve kısa sürerdi.</i>	<i>Ö83 denklem kurarak çözüleceğini ifade etse de problemlerde tercih ettiği bir çözüm stratejisi değildir.</i>

Tablo 136 incelendiğinde Ö83'e ait “*Bu soruda denklem olabilirdi*” ifadesinden öğrencinin alternatif bir çözüm stratejisi belirleyebildiği gözlemlenmiştir. Öğrencide tespit edilen bu davranış üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö83' ün “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Değerlendirme Aşamasında Tespit Edilen Üstbilişsel Beceriler. Cebirsel çözüm yapan öğrencilerin farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdikleri gözlemlenmiş ve öğrencilere ait ifadeler Tablo 137'de verilmiştir.

Tablo 137. *Cebirsel Çözüm Yapan Öğrencilere Ait Altıncı Problemde Farklı Bir Çözüm Yolu Olup Olmadığı Değerlendirmesi Yaptığı Tespit Edilen Öğrencilere Ait İfadeler*

Öğrenci	Öğrenci İfadesi	Gözlemci İfadesi
Ö71	<i>...bu soruyu Ahmet ve Neva' nın haftalara göre paralarını bulup çözebilirdim ama...</i>	
Ö81	<i>...örüntü gibi devam ettirebilirdik. Sonuçta bir örüntü oluşur her ikisi içinde.</i>	<i>Öğrencilerin 3' ü de farklı bir yol olarak problemi örüntü mantığıyla çözebileceklerini belirttiler.</i>
Ö82	<i>...bu soruyu haftalara göre para miktarlarını bularak çözerdik. Örüntü gibi.</i>	

Tablo 137 incelendiğinde öğrencilerin ifadelerinden her üç öğrencinin de alternatif olarak doğru bir çözüm yolu belirleyebildikleri gözlemlenmiştir. İlgili davranış her üç öğrenci içinde üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Bu durumdan dolayı her üç öğrencinin de “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” becerisini sergilediği kabul edilmiştir.

Çalışmanın sonunda elde edilen bulgulara göre aritmetik, cebir öncesi ve cebir çözümü yapan öğrencilere ait tespit edilen üstbilişsel beceri çeşitleri Tablo 138' de sunulmuştur.

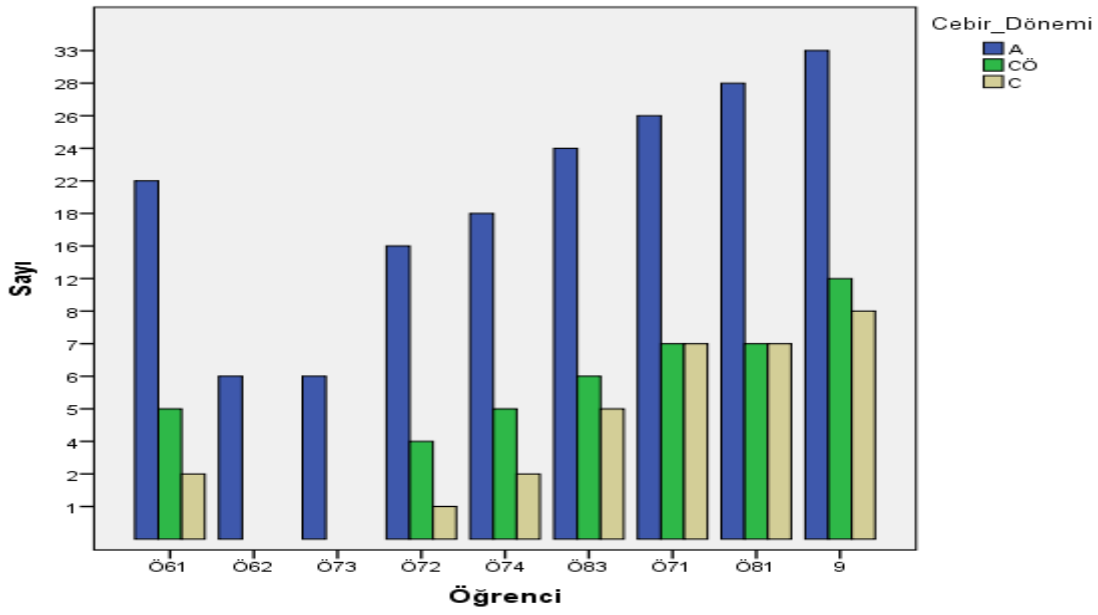
Tablo 138. Öğrencilerde Tespit Edilen Üstbilişsel Beceri Çeşitleri

		Aritmetik Çözüm Yapanlar			Cebir Öncesi Çözüm Yapanlar			Cebirsel Çözüm Yapanlar		
		Ö61	Ö62	Ö73	Ö72	Ö74	Ö83	Ö71	Ö81	Ö82
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi									
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.									
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdu.									
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.									
	Problemle ilgili şekil çizdi									
	Benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etti									
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.									
	Çözüm sırasında karşılaşacağı engelleri belirledi.									
	Engelleri ortadan kaldırmaya çalıştı.									
İzleme	Problemi tekrar okudu									
	Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.									
	Hatalarını fark etti.									
	Hatalarını düzeltti.									
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti									
	Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi.									
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.									
Toplam Beceri Sayısı		7	2	2	7	7	7	9	12	15

Tablo 138 incelendiğinde en fazla üstbilişsel beceri çeşidi cebirsel çözüm yapan öğrencilerde en az ise aritmetik çözüm yapan öğrencilerde gözlemlenmiştir. Aritmetik çözüm yapan öğrenciler ve cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerin izleme ve değerlendirme aşamasında cebirsel çözüm yapan öğrencilere göre daha az beceri çeşiti sergiledikleri görülmüştür. En fazla üstbilişsel beceri çeşidini Ö82 sergilemiştir.

Ayrıca 6 problem sonucunda öğrencilerin üstbilişsel planlama, üstbilişsel izleme ve üstbilişsel değerlendirme aşamasında sergiledikleri toplam beceri sayıları Şekil 7 ve Tablo 139’da sunulmuştur.

Şekil 7. Problem Çözme Testi Sonucunda Öğrencilerde Gözlemlenen Toplam Üstbilişsel Beceri Sayıları



Tablo 139. Altı Problem Sonucunda Öğrencilerde Gözlemlenen Toplam Üstbilişsel Beceri Sayıları

		Planlama	İzleme	Değerlendirme	Toplam
A	Ö61	22	5	2	29
	Ö62	6	-	-	6
	Ö73	6	-	-	6
CÖ	Ö72	16	4	1	21
	Ö74	18	5	2	25
	Ö83	24	6	5	35
C	Ö71	26	7	7	40
	Ö81	28	7	7	42
	Ö82	33	12	8	53

Tablo 139 incelendiğinde her bir öğrenci için planlama, izleme ve değerlendirme alanlarında üstbilişsel becerilerin değerlendirildiği görülmektedir. Her bir öğrencide tespit edilen üstbilişsel strateji sayıları alanlara göre belirtilmiştir.

Planlama: Planlama becerisi, öğrencilerin bir problemi çözerken nasıl bir strateji geliştirdiklerini ve adımlarını nasıl organize ettiklerini yansıtır. Öğrenci Ö82 en yüksek planlama becerisine sahipken, Ö62 ve Ö73 en düşük planlama becerisine sahiptir. Genel olarak cebirsel çözüm yapan öğrencilerin planlama aşamasında tespit edilen üstbilişsel beceri sayıları diğer çözüm yapan öğrencilere göre daha fazladır.

İzleme: İzleme becerisi, öğrencilerin problem çözme sürecinde ilerlemeyi takip etme ve gerektiğinde stratejileri ayarlama yeteneklerini yansıtır. Öğrenci Ö82 en yüksek izleme beceri

sayısına sahipken, Ö62 ve Ö73 en düşük izleme beceri sayısına sahiptir. Aritmetik çözüm yapan Ö61 dışındaki diğer iki aritmetik çözüm yapan öğrencinin izleme aşamasındaki üstbilişsel beceri sergilemedikleri görülmektedir.

Değerlendirme: Değerlendirme becerisi, öğrencilerin problem çözme sürecini geriye dönük olarak değerlendirme yeteneklerini yansıtır. Öğrenci Ö82 en yüksek değerlendirme becerisine sahipken, Ö62 ve Ö73'te değerlendirme aşamasında üstbilişsel beceri tespit edilememiştir.

Tablo 139 incelendiğinde en fazla üstbilişsel beceri sayısının cebirsel çözüm yapan öğrencilerde olduğu görülmektedir. Ö61'in aritmetik dönemde olmasına rağmen diğer aritmetik dönemdeki öğrencilere göre daha fazla üstbilişsel beceri sergilediği görülmektedir. En fazla üstbilişsel beceri sergileyen öğrenci ise Ö82 olmuştur. Ö82'nin akademik açıdan da oldukça başarılı olduğu bilinmektedir. En az üstbilişsel beceri tespit edilen Ö62 ve Ö73'ün ise akademik açıdan başarısız oldukları bilinmektedir.

BEŞİNCİ BÖLÜM

Tartışma ve Sonuç

Çalışmada üstbilişsel beceriler üç ana başlık altında incelenmiş olup bunlar; planlama, izleme ve değerlendirmedir (Schraw vd., 1995). Çalışmanın amacı doğrultusunda ortaokulda eğitim gören farklı sınıf ve cebir döneminde olan öğrencilerle bire bir çalışılmış, görüşme ve gözlemler gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerle sesli problem çözme oturumları gerçekleştirilmiştir. Öğrencide gözlemlenen beceriler üstbiliş gözlem formuna kaydedilerek ilgili becerinin üstbilişsel beceri olup olmadığına karar verebilmek için öğrencilere davranışın nedeni sorulmuş ve öğrencinin vermiş olduğu cevaba göre gözlemlenen davranışın üstbilişsel bir beceri olup olmadığına karar verilmiştir.

Ortaokul öğrencilerin problem çözerken kullanmış oldukları üstbiliş becerilerinin üç kategoride incelendiği bu çalışmada üstbilişsel planlama aşamasında ortaokul öğrencilerin de gözlemlenen üstbilişsel beceriler; problemde verilen önemli kelimelerin altını çizme, daha iyi anlamak için problemi tekrar okuma, problemi anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurma, problemle ilgili şekil çizme, problemi kendi cümleleriyle özetleme, benzer problemle karşılaşp karşılaşmadığını tespit etme, problem için uygun çözüm yolu belirleme, çözüm sırasında karşılaşılabilecek engelleri belirleme ve engelleri ortadan kaldırma şeklindedir.

Öğrencilerde üstbilişsel planlama aşamasında en fazla sergilenen üstbilişsel becerilerin başında “Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi” becerisi gelmektedir. Problemde önemli kelimelerin altını çizmek hem bilişsel hem de üstbilişsel olarak gözlemlenebilmektedir. Aynı davranış bir öğrenci için bilişsel olabilirken bir başka öğrenci için üstbilişsel olabilmektedir (Aydurmuş, 2013). Çalışmaya katılan tüm öğrencilerde gözlemlenen bu beceri çoğunlukla üstbilişsel beceri olarak gözlemlenmiştir. Öğrencilerin bunu bilinçli yapıp yapmadığını anlamak için öğrencilere bu davranışın nedeni sorulmuş ve öğrencilerden; “*Dikkatimi çekmesi için*”, “*Önemli olan yerleri belirlemek ve tekrar okumamak için*”, “*Önemli olduğunun düşündüğüm kelimeleri çizdim*” gibi yanıtlar alınmıştır. Yanıtlara bakıldığında öğrencilerin kelimelerin altını bilinçli bir şekilde çizdikleri anlaşılmaktadır. Benzer sonuca Kavlak’ da (2019) çalışmasında ulaşmıştır. Çalışmada öğrencilerin problemi anlamak için not aldıklarını, özetlediklerini ve önemli bilgilerin altını çizdiği sonucuna ulaşmıştır. İlgili sonuca alan yazında birçok araştırmacı ulaşmıştır. Tam olarak benzer beceriden bahsetmeseler de araştırmacılar öğrenciler tarafından anahtar kavramların belirlenmesinin üstbilişsel beceri olduğunu vurgulamışlardır (Katz vd., 2013; Yang, 2012).

Üstbilişsel planlama aşamasında öğrencilerde gözlemlenen bir başka üstbilişsel beceri ise “Daha iyi anlamak için problemi tekrar okur” becerisidir. Öğrencilere bu davranışın nedeni sorulmuş ve “*Çözümü yapabilmek için...*”, “*...çünkü iyice anlamak için.*”, “*...çokta bilgi var daha iyi anlamak için.*”, “*...diğerlerine göre biraz karmaşık geldi...*” gibi cevaplar alınmıştır. Cevaplardan da anlaşılacağı gibi öğrencilerin problemi daha iyi anlayabilmek ve problemdeki herhangi bir önemli noktayı atlamamak için yaptıkları bu davranış öğrencilerin çoğunda üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Sevgi vd. (2020) altıncı sınıf öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada öğrencilerin problemi tekrar okuduklarını ve bu durumun üstbilişsel beceri olduğunu ifade etmişlerdir. Alan yazında problemi tekrar okumanın üstbilişsel beceri olarak kabul edildiği çalışmalar mevcut olup (Goos vd., 2000; Jagals vd., 2016) bu durum gözlemlenen üstbilişsel becerinin alan yazınla desteklendiğini göstermektedir.

Planlama aşamasında sadece birinci problemde cebir öncesi çözüm yapan Ö72’ de gözlemlenen üstbilişsel beceri ise “Problemle ilgili şekil çizdi” becerisidir. Öğrenciye bunun nedeni sorulduğunda; “*...temsili çizdim işte problemi daha iyi anlayayım diye. Görelleştirmeye çalıştım.*” Şeklinde cevap alınmıştır. Veenman vd. (2005) problemin çözümü için temsil oluşturma üstbilişsel beceri olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencinin bilinçli olarak problemi anlamaya yönelik sergilediği bu davranış Ö72 için üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Ö72 dışındaki hiçbir öğrenci üstbilişsel planlama aşamasında probleme ait şekil çizmemiştir. Yıldız vd. (2011) problemi anlamak için şekil çizmenin üstbilişsel bir beceri olduğunu ifade etmişlerdir. Kanadlı vd. (2013) üstbilişsel davranışların problem çözmeye etkisini araştırdıkları çalışmalarında kullandıkları üstbilişsel davranışlardan bir tanesi “soruyla ilgili şekil çizme” olurken ilgili becerinin öğrencilerin alıştırma sorularını anlama ve çözmede etkili olduğunu belirtmiştir.

Planlama aşamasında ortaokul öğrencilerinde gözlemlenen bir başka üstbilişsel beceri ise “Problemli anlayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu” olmuştur. Öğrencilerin problemi okurken bazı yerlerde okumayı durdurdıkları gözlemlenmiş ve sebebi sorulduğunda; “*...okuduğum kısımları düşündüm anlamaya çalıştım*”, “*...problemde sayısal çok değer var. ...anlamaya çalıştım.*” gibi öğrencinin farkında olarak problemi anlamaya yönelik yaptığı davranışlar olduğunu belirten cevaplar alınmıştır. Benzer beceriyi Sevgi vd. (2020) yılında ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada tespit etmiştir. Kluwe (1987) okurken duraklamanın üstbilişsel bir beceri olduğunu belirterek ilgili beceriyi üstbilginin düzenleme aşamasında ele almıştır.

Öğrencilerde problem çözme sürecinde gözlemlenen bir başka üstbilişsel beceri ise “Problemli kendi cümleleriyle özetledi” becerisi olmuştur. Öğrenciler problemi çözmeden önce

planlama aşamasında sesli olarak problemi kendi cümleleriyle özetledikleri ve bu davranışın nedeni sorulduğunda ise; “...*fazla bilgilerden kurtulmuş oluyorum*”, “*Böyle olunca daha iyi anlayabiliyorum*” gibi cevaplar alınmıştır. Öğrenciler bu durumu problemi anlamada kolaylık sağlayan bir unsur olarak görmektedirler. Serin’ e (2014) göre bir öğrencinin problemi kendi cümleleriyle özetlemesi problemi anlayabilmesi için önem arz etmektedir. Schoenfeld (1985) problemin anlaşılması için öğrencinin problem durumunu kendi cümleleriyle ifade ettiğini bu durumun problemi anlamayı kolaylaştırdığını ve üstbilişsel bir beceri olarak ele alınması gerektiğini belirtmiştir. Benzer şekilde Pugalee (2001) öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle özetleyebilmelerinin üstbilişsel bir beceri olduğunu belirtmiştir. Serin vd. (2018) 4. sınıf öğrencilerinin problemi anlama ve tahmin sürecindeki üstbilişsel becerileri tespit etmek için yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin problemi anlayıp anlamadıklarını fark etme, problem kendi cümleleriyle ifade edebilme, sonucu tahminde bulunabilme gibi üstbilişsel davranışları gerçekleştirdikleri sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuç çalışmamızla paralellik göstermekte ve elde edilen sonuçları desteklemektedir. Öğrencilerin problemi kendi cümleleriyle özetleyebilmelerinin üstbilişsel bir beceri olarak ele alan çalışmalara (Aydemir vd., 2014; Doğan, 2013) alan yazında çokça rastlanmaktadır.

Problem çözme sürecinde öğrencilerin çok azı benzer bir problemle karşılaşp karşılaşmadıklarının değerlendirmesini yapmıştır. Bu durum öğrencinin geçmişteki benzer problemlerle karşılaşma ve çözme deneyimlerini hatırlamasına, bu deneyimleri değerlendirmesine ve mevcut problemi çözmek için kullanılabilecek stratejileri belirlemesine yardımcı olduğundan dolayı sergilenen davranış “Benzer bir problemle karşılaşp karşılaşmadığını değerlendirdi” üstbilişsel becerisi olarak kabul edilmiştir. Cozza vd. (2013) öğrencilerin problemi anlamak için önceki deneyimlerinden faydalandığını ve bunun problemin anlaşılması için kullanılan bir üstbilişsel beceri olduğunu ifade etmiştir. Öğrenciler, problemi anlama aşamasında benzer problemlerin çözümünden (Yıldız vd., 2011) ve önceki deneyimlerinden yararlanma (Öztürk, 2018; Veenman vd., 2005) gibi üstbilişsel beceri gösterebilirler.

Ortaokul öğrencilerinin planlama aşamasında problem çözerken sergilemiş oldukları bir başka üstbilişsel beceri de “Problem için uygun çözüm yolu belirledi” becerisi olmuştur. Öğrencilerin kendi bilişsel durumlarını göz önüne alarak var olan çözüm stratejileri arasından en uygun strateji seçmeleri üstbilişsel beceri olarak ele alınmıştır. Alan yazın incelendiğinde stratejinin doğru bir şekilde seçilmesinin üstbilişsel beceri olduğunu savunan çalışmalar mevcuttur (Pativisan, 2006; Öztürk vd., 2014). Benzer şekilde Kluwe (1987) uygun strateji seçimini üstbilişsel bir beceri olduğunu belirtmiş ve planlama aşamasına dahil etmiştir. Örneğin

altıncı sınıfta öğrenim gören bir öğrencinin problem çözme stratejisi olarak denklem kurmayı seçmesi beklenmeyen bir durumdur. Çünkü öğrenci öğrenim gördüğü sınıf itibari ile henüz denklem kurma ve çözme kazanımlarıyla karşılaşmamıştır. Öğrencinin kendi bilişsel düzeyine uygun doğru bir çözüm yolu belirlemesi ve seçim nedenini açıklayabiliyor olması üstbilişsel beceri olarak kabul edilebilir. Benzer üstbilişsel beceriyi Öztürk vd. (2018) üstün yetenekli ortaokul 6-8. sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada gözlemlemiştir.

Planlama aşamasında “Çözüm sırasında karşılaşacağı engelleri belirledi” üstbilişsel becerisi çok az öğrenci de gözlemlenmiştir. Problem çözme sürecinde öğrencilerin karşılaşacağı engelleri belirledikten sonra engeli ortadan kaldırmak için tedbirler aramaya başladıkları gözlemlenmiştir. Belirlemiş olduğu engeli ortadan kaldırmak için tedbir aldıkları gözlemlenen öğrenciler için “Engelleri ortadan kaldırmaya çalıştı” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir. Gözlemlenen beceri özellikle problem çözme becerisi yüksek olan cebirsel çözüm yapan öğrencilerde gözlemlenmiştir. Kaplan vd. (2016) ortaokul öğrencileri ile yapmış oldukları çalışmada orta ve yüksek akademik başarıya sahip öğrencilerin “karşılaşılabilecek engelleri belirleme ve üstesinden gelme” becerisini çokça kullandıklarını gözlemlemiştir.

Üstbilişsel izleme aşamasında öğrencilerde gözlemlenen üstbilişsel beceriler ise; “Problemi tekrar okumak istedi”, “Problemin çözümü için gerekli olan işlemleri doğru seçebildi”, “Hatalarını farketti” ve “Hatalarını düzeltti” şeklindedir.

Üstbilişsel izleme aşamasında öğrencilerin problemi tekrar okuma ihtiyacı duydukları gözlemlenmiş ve öğrencilere nedeni sorulduğunda; “*denklem kurmaya çalışıyorum, eksik bir şey olmasın diye*”, “*denklem kurmak için gerekli bilgileri kontrol ettim*” gibi cevaplar alınmış ve ilgili durum “Problemi tekrar okudu” üstbilişsel beceri olarak kabul edilmiştir. Çalışmamızda problemi tekrar okumak hem planlama hem de izleme aşamasında tespit edilen üstbilişsel bir beceri olmuştur. Goos vd. (2000) problemin çözüm aşamasında öğrencilerde gözlemledikleri üstbilişsel becerilerden bir tanesinin de problemi tekrar okuma becerisi olduğunu belirtmişlerdir. Öztürk vd. (2018) benzer şekilde ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmalarında problem çözme sürecinin anlama aşamasında “birkaç kez okur” ve uygulama aşamasında ise “problemi tekrar okur” üstbilişsel becerilerini gözlemlemiştir.

Öğrencilerin üstbilişsel izleme aşamasında “Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi” becerisini sergiledikleri gözlemlenmiştir. Bir bilginin ya da durumun doğruluğunu sorgulama, emin olma üstbilişsel bir beceri olarak kabul edilmiştir (Deseote vd., 2001). Çalışmamızda öğrencilerin problem çözme aşamasında seçmiş oldukları işlemleri bilinçli bir şekilde belirleyebildiklerini ve yapmış oldukları işlemleri detaylı bir şekilde

açıklayabildikleri gözlemlenmiştir. Aydemir vd. (2014) çalışmalarında öğrencilerin işlem için gerekçelerini sunma şeklinde üstbilişsel beceri sergilediklerini gözlemlemiştir.

Öğrencilerde izleme aşamasında gözlemlenen bir başka üstbilişsel beceri ise “Hatalarını fark etti” becerisi olmuştur. Öğrencilerin çözüm aşamasında “*yanlış oldu...*”, “*bir hata yaptım...*” gibi ifadeler öğrencinin öz izleme yaptığını göstermektedir. Hatasını fark eden öğrencilerin hatalarını düzelttikleri gözlemlenmiştir. Bu durum da öğrencinin “Hatasını düzeltti” üstbilişsel becerisini sergilediği kabul edilmiştir. Fang vd. (1999) tarafından yapılan çalışmada tespit edilen üstbilişsel becerilerden bir tanesi de hatasını düzeltti becerisi olmuştur. Bu beceriler bazı çalışmalarda bir arada alınmakta olup, bu çalışma da ayrı ele alınmıştır. Öğrenci öz izleme sonucu hatasını fark etmiş ve sonrasında ise düzeltmiştir. Öğrencilerin izleme aşamasında hatalarını fark etmesi ve fark edilen hatanın düzeltilmesi üstbilişsel beceri olarak kabul edilmektedir (Çalgıcı vd., 2021; Erdem, 2005).

Üstbilişsel değerlendirme aşamasında öğrencilerde gözlemlenen üstbilişsel beceriler; “Bulduğu sonucu kontrol etti”, “Problemin çözümünde yaşadığı zorluğu özetledi” ve “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” şeklindedir. Öğrencilerin değerlendirme aşamasını önemsemediği gözlemlenmiştir. Çok az öğrencinin değerlendirme aşamasında üstbilişsel beceri sergilediği gözlemlenmiştir. Aydurmuş (2013) ve Çağlıköse (2019) çalışmalarında öğrenciler tarafından en az becerinin sergilendiği kısım olarak değerlendirme aşamasını tespit etmiştir.

Değerlendirme aşamasında gözlemlenen “Bulduğu sonucu kontrol etti” üstbilişsel becerisi çok az sayıda öğrenci tarafından sergilenmiştir. Bu beceriyi sergileyen öğrenciler genellikle cebirsel çözüm yapan öğrenciler olmuştur. Veenman vd. (2005) yapmış oldukları çalışmalarında öğrencilerin problem çözme sürecinde çözümlerini kontrol ettiklerini gözlemlemişler ve bu davranışı üstbilişsel beceri olarak kabul etmişlerdir. Bireyin yapmış olduğu işlemlerin doğruluğunu sorgulaması üstbilişsel beceri olarak kabul edilmektedir (Marca, 2014). Kramarski vd. (2002) çalışmalarında öğrencilerin bireysel olarak problem çözdüklerinde çok azının sonuçlarını kontrol ettiklerini; Pugalee (2004) problem çözme süreci sonucunda öğrencilerin ulaştıkları sonucu değerlendirmeye ihtiyaç duymadıklarını belirtmiştir. Bu sonuçlar çalışmamızla paralellik göstermektedir.

Üstbilişsel değerlendirme aşamasında tespit edilen bir başka üstbilişsel beceri ise “problemin çözümünde yaşadığı zorluğu özetledi” becerisi olmuştur. Bu beceri sadece cebirsel çözüm yapan Ö82 tarafından sergilenmiştir. Öğrencinin “*Nasıl çözeceğimi başta bilemedim biraz zorlandım açıkçası*” şeklindeki ifadesinden çözüm aşamasında yaşadığı zorluğu değerlendirdiği ve sorgulama yaptığı gözlemlenmektedir. Benzer şekilde Sevgi vd. (2020)

alışmalarında ğrencilerin çözüm aşamalarını değerlendirme becerisi gösterdiklerini tespit etmişlerdir. Kaplan vd. (2016) alışmalarında değerlendirme aşamasında öğrencilerin çalışma sonunda kendilerini sorgulama becerisi sergilediklerini tespit etmişlerdir.

Değerlendirme aşamasında en çok sergilenen üstbilişsel beceri “Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi” becerisi olmuştur. Özellikle cebirsel çözüm yapan öğrencilerin bu beceriyi daha çok sergiledikleri gözlemlenmiştir. Alternatif özüm yolu sorgulamanın üstbilişsel beceri olarak tespit edildiği benzer çalışmalar alan yazında mevcut olup (Eric vd., 2007; Aydemir vd., 2014) bu durum çalışmada elde edilen bulgularla paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin üç aşamada incelendiği bu çalışmada en fazla üstbilişsel becerinin tespit edildiği aşama planlama aşaması olurken, planlama aşamasını sırasıyla izleme ve değerlendirme aşamaları takip etmiştir. Öğrencilerde tespit edilen izleme ve değerlendirme aşamasındaki üstbilişsel becerilerin azlığı dikkat çekmektedir. Aydurmuş (2013) öğrencilerin en az üstbilişsel beceriyi değerlendirme aşamasında kullandıklarını belirlemiştir. Sevgi vd., (2020) altıncı sınıf öğrencilerinin kesir problemlerini çözmede göstermiş oldukları üstbilişsel becerileri tespit ettikleri çalışma da öğrencilerin değerlendirme aşamasında daha az üstbilişsel beceri sergilediklerini tespit ederek, değerlendirme becerisinin problem çözme başarısı üzerinde etkisi olmadığı sonucuna varmışlardır.

Bu çalışmada ulaşılan başka bir sonuç ise cebirsel çözüm yapan öğrencilerin sergilemiş olduğu üstbilişsel beceri sayılarının cebir öncesi ve aritmetik çözüm yapan öğrencilere göre daha çok olmasıdır. Benzer şekilde genel anlamda cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerin üstbilişsel beceri sayıları aritmetik çözüm yapan öğrencilerin üstbilişsel beceri sayısına göre daha yüksektir. En az üstbilişsel beceri tespit edilen öğrenciler ise aritmetik çözüm yapan Ö62 ve Ö73 olmuştur. Yine cebirsel çözüm yapan öğrencilerde tespit edilen farklı üstbilişsel beceri sayısı diğer öğrencilerde tespit edilen farklı üstbilişsel beceri sayısından fazladır. Flavell (1992) tarafından ortaya konulan bir görüşe göre, bireyler genel olarak üstbilişsel bilgi ve düzenlemeyi, belirli bir alanda artan bir bilgi gibi geliştirebilirler. Kieran vd. (1993) tarafından yapılan bir çalışmada, bireyin cebirle ilgili bilgi ve becerilerin gelişmesinin, dolaylı olarak cebirsel düşünme becerilerinin de gelişmesine yardımcı olduğunu göstermektedir. Yani cebirsel çözüm yapan öğrencilerin aritmetik çözüm yapan öğrencilere göre düşünme becerilerinin daha gelişmiş olduğu anlamı çıkarılabilir. Bu durum cebirsel çözüm yapan öğrencilerin sergilemiş olduğu üstbilişsel beceri sayısının aritmetik ve cebir öncesi çözüm yapan öğrencilerin sergilemiş olduğu üstbilişsel becerilerden fazla olmasını açıklayabilir.

Öneriler

Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş sürecindeki üstbilişsel becerileri incelemeyi amaçlayan bu çalışmada; ortaokul öğrencilerinin en fazla üstbilişsel beceriyi planlama aşamasında sergilerken, en az üstbilişsel beceri değerlendirme aşamasında sergilenmiştir. Öğrenciler izleme aşamasında da oldukça düşük sayıda üstbilişsel beceri sergilemişlerdir. Ayrıca çalışmada en fazla üstbilişsel beceri cebirsel çözüm yapan öğrenciler tarafından sergilenirken, en az üstbilişsel beceri aritmetik çözüm yapan Ö62 ve Ö73 tarafından sergilenmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda önerilerde bulunulacaktır.

- Problem çözme ile üstbilişsel beceri arasında pozitif bir ilişki bulunmaktadır. Üstbilişsel beceriler problem çözme sürecinde oldukça önemlidir ve süreci kolaylaştırarak, öğrencinin problemi doğru bir şekilde çözebilmesine yardımcı olmaktadır. Bu çalışmanın sonucuna göre problem çözme sürecinde öğrenciler tarafından izleme ve değerlendirme aşamalarında üstbilişsel beceriler oldukça az kullanılmıştır. Her durumda olduğu gibi üstbilişsel becerilerde öğrenilebilmekte ve zaman içinde gelişebilmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin üstbilişsel farkındalıkları artırılarak planlama, izleme ve değerlendirme yapmaları ve bu aşamalarındaki üstbilişsel becerileri en üst seviyede kullanmaları sağlanabilir. Bu durum öğrencilerin problem çözmede başarılarını artıracaktır.
- Öğrencilerin üstbilişsel farkındalıklarını artırmak için üstbilişsel beceri etkinlikleri düzenlenebilir. Eğitim Bilişim Ağı' nda (EBA) bununla ilgili dokümanlar hem öğrenci hem de öğretmenlerle paylaşılabilir. Bu durum üstbilgi ile ilgili öğretmen ve öğrencilerde farkındalığı artıracaktır.
- Öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin geliştirilmesi için uygulayıcı konumdaki öğretmenlerin konu ile ilgili farkındalıklarını artırmak için gerek ulusal gerekse uluslararası projelerle uzman kişiler tarafından öğretmen eğitimleri yapılabilir.
- Öğretmenler tarafından problem çözümünde üstbilişsel beceri kullanımının nasıl gerçekleştirildiği gösterilebilir, bu durumla ilgili olarak problem çözme etkinlikleri gerçekleştirilebilir. Öğrenciler, problemi anlama, strateji geliştirme, geçmiş deneyimlerden öğrenme ve sonuçları değerlendirme gibi süreçleri uygulayabilir. Öğretmenler, öğrencilere uygun zorluk seviyesine sahip ödevler ve problemler sunarak üstbilişsel becerilerini geliştirmelerine yardımcı olabilir.
- Bu çalışmanın sonucunda genel anlamda aritmetikten cebire geçiş sürecinde dönemler arası geçişte üstbilişsel becerilerin arttığı gözlemlenmiştir. En fazla üstbilişsel beceri sayısı ve çeşidi cebirsel çözüm yapan öğrenciler tarafından

sergilenirken en az üstbilişsel beceri sayısı ve çeşidi aritmetik çözüm yapan öğrenciler tarafından sergilenmiştir. Bu durumun nedeni araştırılabilir. Durumun sebebi geçiş dönemi mi? yoksa üstbilişsel beceriler mi? olup olmadığı gerekli çalışmalarla tespit edilebilir.

- Bu çalışmada toplanan veriler ortaokul öğrencileri ile sınırlıdır. Farklı sınıf seviyesindeki öğrencilerle benzer çalışma tekrar edilerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Çalışmada öğrencilerin en az üstbilişsel beceri gösterdikleri aşamalar değerlendirme ve izleme aşamaları olmuştur. Bu durum derinlemesine araştırılabilir. Yine en fazla üstbilişsel beceri planlama aşamasında tespit edilmiş olup bu durumun da nedeni araştırılabilir.
- Üstbiliş sadece matematiğe özgü bir kavram değildir. Hayatımızın her alanında kullandığımız çeşitli becerilerdir. Farklı derslerde, çalışma yapılacak derslerin kazanımlarına uygun olacak şekilde benzer çalışmalar yapılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılabilir.

KAYNAKÇA

- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 25-29.
- Akın, A. (2006). *Başarı amaç oryantasyonları ile bilişötesi farkındalık, ebeveyn tutumları ve akademik başarı arasındaki ilişkiler* (Tez No. 186675) [Doktora tezi, Sakarya Üniversitesi-Sakarya]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Akış, A (2022). *Üstbilişsel stratejilerle desteklenen gerçekçi matematik eğitiminin üçüncü sınıf öğrencilerinin akademik başarıları, matematik tutumları ve üstbilişsel becerilerine etkisinin incelenmesi* (Tez No. 713754) [Doktora tezi, Çukurova Üniversitesi-Adana]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Tez No. 259860) [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Akkan, Y., Akkan, P., & Güven, B. (2017). Aritmetik ve cebir kavramları ile ilgili farkındalık. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 527-558.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812-823.
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*.
- Akpınar, B. (2011). Biliş ve üstbiliş (metabiliş) kavramlarının zihin felsefesi açısından analizi, *Turkish Studies - International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic Volume 6/4 Fall 2011*, p. 353-365, Turkey.
- Aktürk, A.O. ve Şahin, İ. (2011). Üstbiliş ve bilgisayar öğretimi, *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 383-407.
- Anderson, L.W. (Ed.), Krathwohl, D.R.(Ed.), Airasian, P.W., Cruikshank, K.A., Mayer, R.E., Pintrich, P.R., Raths, J., & Wittrock, M.C. (2001). Öğrenme öğretim ve değerlendirme ile ilgili bir sınıflama: Bloom'un eğitimin hedefleri ile ilgili sınıflamasının güncellenmiş biçimi. (Çeviri: Durmuş A.Ö., 2010.). Ankara: Pegem yayıncılık.
- Artut, P. D. (2016). Effect of cooperative learning method on prospective teachers' non- routine problem-solving skills and their views about the method. *US-China Education Review*, 6(4), 244-254.
- Artz, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and instruction*, 9(2), 137-175.
- Aydemir, H., & Kubanç, Y. (2014). Problem çözme sürecinde üstbilişsel davranışların incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 9(2).
- Aydın, B., Emre, D., Memnun, D. S., & Yıldırım, M. M. (2020). Sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin üstbiliş becerileri ile rutin olmayan problemleri çözme başarıları: Kosova ve Türkiye örneği. *Uluslararası Bilim ve Eğitim Dergisi*, 3(2), 154-172.
- Aydemir, H. and Kubanç, Y. (2014). Investigation of the cognitive behavioral problem solving process. *Turkish Studies*, 9(2), 203-219.

- Aydurmuş, L. (2013). *8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullandığı üstbiliş becerilerin incelenmesi*. (Tez No. 344467) [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Azak, S. (2015). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmede kullandıkları stratejilerin ve üstbilişsel davranışlarının belirlenmesi* (Tez No. 381103) [Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Babakhani, A. (2011). *Cognitive vulnerability to manic and depressive symptoms in bipolar affective disorder* (Doctoral dissertation, University of Newcastle).
- Ball, L. J., & Christensen, B. T. (2019). Advancing an understanding of design cognition and design metacognition: Progress and prospects. *Design Studies*, 65, 35-59.
- Bayar, H. (2007). *I. dereceden bir bilinmeyenli denklem konusundaki öğrenci hatalarının analizi* (Tez No. 177968) [Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi-Balıkesir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Bingham, A. (1998). Çocuklarda problem çözme yeteneklerinin geliştirilmesi (A. F. Oğuzkan, Trans.). İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Biryukov, P. (2004). Metacognitive aspects of solving combinatorics problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 25(1), 1-19.
- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Bozan, M. (2008). *Problem çözme etkinliklerinin 7. sınıf öğrencilerinin basınç konusu ile ilgili başarı, tutum ve üstbiliş becerilerinin gelişimine etkisi* (Tez No. 237664) [Doktora tezi, Balıkesir Üniversitesi-Balıkesir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Brown, Ann. L. (1987). Metacognition, Executive Control, Self-regulation, and Other More Mysterious Mechanisms. F. E. Weinert, R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, Motivation, and Understanding* (65-116). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (22.baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Cable, M. L. (2020). *Metacognition in Elementary Mathematics* (Doctoral dissertation, Piedmont College).
- Chan, C. M. E., & Mansoor, N. (2007). Metacognitive behaviors of primary 6 students in mathematical problem solving in a problem-based learning setting. *Proceedings of the Redesigning Pedagogy: Culture, Knowledge and Understanding Conference*, Singapore.
- Cozza, B. and Oreshkina, M. (2013). Cross-cultural study of cognitive and metacognitive processes during math problem solving. *School Science and Mathematics*, 113(6), 275-284.
- Çağlıköse, M. (2019). *6. sınıf öğrencilerinin kesir problemleri çözme sürecinde kullandıkları üstbiliş becerilerinin incelenmesi* (Tez No. 553764) [Yüksek lisans tezi, Erciyes Üniversitesi-Kayseri]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Çakıroğlu, A. (2007). *Üstbilişsel strateji kullanımının okuduğunu anlama düzeyi düşük öğrencilerde erişimi artırımına etkisi* (Tez No. 207171) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

- Çalgıcı, G., & Feral, O. B. (2021). Ortaokul öğrencilerinin üst bilişsel farkındalıkları ile öğrenme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 182-194.
- Çetin, B. (2006). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin bilişüstü becerilerinin incelenmesi. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Kongresi Bildirileri, 2.
- Çoksöyler, A., & Bozkurt, G. (2021). Bilişsel Perspektif Bağlamında Matematiksel Modelleme Süreci: Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Deneyimleri. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (52), 480-50. <https://doi.org/10.53444/deubefd.930216>
- Dede, Y., & Peker, M. (2007). Students' errors and misunderstanding towards algebra: Pre-service mathematics teachers' prediction skills of error and misunderstanding and solution suggestions. *Elementary Education Online*, 6(1).
- Demirel, M. (2009). *İlköğretim programlarına yaşam boyu öğrenme becerileri açısından eleştirel bir bakış*. Sözel bildiri, I. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi, Çanakkale, Tam Metin Bildirileri Kitabı, 1-25.
- Desoete, A. (2001). *Off-line metacognition in children with mathematics learning disabilities* (Doctoral dissertation, Ghent University).
- Desoete A., Roeyers H., & Buysse A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34(4), 435.
- Doğan, H. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin üst düzey beceri gerektiren problemleri çözerken kullandıkları üstbilişsel stratejilerin sesli düşünme protokolleri ile belirlenmesi (Tez No. 783284) [Yüksek lisans tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Doğan, M. (2013). Nokta, doğru, doğru parçası, ıçın, düzlem ve uzay kavramları. G. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. gandır ve A. Delice (Ed.) içinde, Tanımları ve Tarihsel Gelişimleriyle Matematiksel Kavramlar (s. 198-221). Ankara: Pegem Akademi
- Diken, H.E. (2014). 9. sınıf öğrencilerinin fen bilimleri alanındaki çoktan seçmeli soruların çözüm sürecinde kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin belirlenmesi (Tez No. 419109) [Doktora tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Ebdon, S. A., Coakley, M. M., & Legnard, D. (2003). Mathematical mind journeys: Awakening minds to computational fluency. *Teaching Children Mathematics*, 9(8), 486-487.
- Ektem Sönmez, I. (2007). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde uygulanan yürütücü biliş stratejilerinin öğrenci erişimi ve tutumlarına etkisi*. (Tez No. 217451) [Doktora tezi, Selçuk Üniversitesi-Konya]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM*, 41, 605-618.
- Erdem, A. R. (2005). Öğrenmede etkili yollar: öğrenme stratejileri ve öğretimi. *İlköğretim Online*, 4(1), 1-6.
- Eric, C. C. M., & Mansoor, N. (2007). Metacognitive Behaviors of Primary 6 Students in Mathematical Problem Solving in A Problem-Based Learning Setting.
- Ernest, P. (2013). Varieties of constructivism: A framework for comparison. In *Theories of mathematical learning* (pp. 347-362). Routledge.

- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- Ersoy, Y., & Erbaş, A. K. (2005). Kassel Projesi Cebir Testinde Bir Grup Türk Öğrencinin Genel Başarısı ve Öğrenme Güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Fang, Z., & Cox, B.E. (1999). Emergent metacognition: A study of preschoolers' literate behavior. *Journal of Research in Childhood Education*, 13(2), 175.
- Filloy, E., & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the learning of mathematics*, 9(2), 19-25.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906.
- Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. *Metacognition, motivation, and understanding*, 21-29.
- Flavell, J. H. (1992). Perspectives on perspective taking. In Beilin, H., and Pufall, P. (eds.), *Piaget's Theory: Prospects and Possibilities* Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp. 109-139.
- Friege, G., & Lind, G. (2006). Types and qualities of knowledge and their relations to problem solving in physics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 437-465.
- Gage, N. L. & Berliner, D. C. (1988). *Educational Psychology*, 4th Edition, Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Gallardo, A., & Hernández, A. (2005). The Duality of Zero in the Transition from Arithmetic to Algebra. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 17-24.
- Garner, R. (1987). *Metacognition and reading comprehension*. Ablex Publishing.
- Georghiades, P. (2004). From the general to the situated: Three decades of metacognition. *International journal of science education*, 26(3), 365-383.
- Gick, Mary L. (1986). "Problem-solving strategies." *Educational psychologist* 21.1-2, 99-120.
- Glasser, W. (1993). *The Quality School Teacher*. Special Markets Department, Harper-Collins Publishers, Inc., 10 East 53rd Street, New York, NY 10022.
- Goos, M., Galbraith, P. ve Renshaw, P. (2000). A money problem: A source of insight into problem solving action. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 80.
- Goldberg, P. D., & Bush, W. S. (2003). Using metacognitive skills to improve 3rd graders' math problem solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 25(4), 36-54.
- Goldstein, E. B. (2013). *Bilişsel Psikoloji*. Kaknüs Yayınları.
- Gourgey, A. F. (1998). Metacognition in basic skills instruction. *Instructional science*, 26(1-2), 81-96.
- Gökburun, Ö. (2021). *Cebirsel düşünme kavramının ortaokul seviyesinde öğrenilme durumunun araştırılması* (Tez No. 690821). [Yüksek lisans tezi, Bayburt Üniversitesi-Bayburt]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Göker, A. (1997). Niçin ulusal bilim ve teknoloji politikası. *Mülkiyeliler Birliği Dergisi*, 22(205), 23-37.
- Grønmo, L. S. (2018). The role of algebra in school mathematics. *Gabriele Kaiser· Helen Forgasz Mellony Graven· Alain Kuzniak*, 175.

- Gurganus, S. P. (2017). *Math instruction for students with learning problems*. Taylor & Francis.
- Güner, P., & Erbay, H. N. (2021). Metacognitive skills and problem-solving. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 7(3), 715-734. <https://doi.org/10.46328/ijres.1594>
- Günhan, B. C. (2006). *İlköğretim II kademedeki matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma* (Tez No. 206025). [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi-İzmir]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Gürbüz, R., & Akkan, Y. (2010). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin karşılaştırılması: Denklem örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33(148), 64-76.
- Gürsel, Ü. (2019). *Soru çözümünde kullanılan bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin üstbilişsel farkındalık ve kavramsal anlama açısından incelenmesi* (Tez No. 576547). [Yüksek lisans tezi, Düzce Üniversitesi-Düzce]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Hacker, D. J., Dunlosky, J., & Graesser, A. C. (Eds.). (1998). *Metacognition in educational theory and practice*. Routledge.
- Hacker, D. J., & Dunlosky, J. (2003). Not All Metacognition Is Created Equal. *New Directions for Teaching and Learning*, 95, 73-79.
- Hacker, D. J., Dunlosky, J., & Graesser, A. C. (Eds.). (2013). *Handbook of metacognition in education*. Routledge.
- Hersovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2018). Üstbiliş kavramına ve problem çözme sürecinde üstbilişin rolüne eleştirel bir bakış. *Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 32, 87-103.
- Huitt, W., & Hummel, J. (2003). Piaget's theory of cognitive development. *Educational psychology interactive*, 3(2).
- Jagals, D., & Van der Walt, M. (2016). Enabling metacognitive skills for mathematics problem solving: A collective case study of metacognitive reflection and awareness. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 20(2), 154-164.
- Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational technology research and development*, 48(4), 63-85.
- Kalemkuş, J. (2021). Bilmeyi bilme: Üstbiliş. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (42), 471-495.
- Kanadlı, S., & Sağlam, Y. (2013). Üstbilişsel Davranışlar Problem Çözmede Faydalı Mıdır?. *İlköğretim Online*, 12(4), 1074-1085.
- Kapa, E. (2001). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational studies in mathematics*, 47, 317-336.
- Kaplan, A., Duran, M. ve Baş, G. (2016). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel üstbiliş farkındalıkları ile problem çözme beceri algıları arasındaki ilişkinin yapısal eşitlik modeliyle incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 1-16.
- Karaçam, S. (2009). *Öğrencilerin kuvvet ve hareket konularındaki kavramsal anlamalarının ve soru çözümünde kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin soru tipleri dikkate alınarak incelenmesi* (Tez No. 278367). [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.

- Katz, B. P. & Starbird, M. (2013). *Distilling ideas: An introduction to mathematical thinking*. Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D., & Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 142-163.
- Kayapınar, A. (2015). *Matematiksel problem çözme stratejileri öğretiminin ilkökul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarına ve öz düzenleyici öğrenmelerine etkisi incelenmesi* (Tez No. 389530) [Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi-Bursa]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kavlak, A. K. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme ve kurma süreçlerindeki üstbilişsel becerilerinin incelenmesi ve karşılaştırılması* (Tez No. 584010) [Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi-İstanbul]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 390-419. New York: Macmillan.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*, 119, 139.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The mathematics educator*, 8(1), 139-151.
- King, A. (1998). Transactive peer tutoring: Distributing cognition and metacognition. *Educational Psychology Review*, 10, 57-74.
- Kluwe, R. H. (1987). "Executive Decisions and Regulation of Problem Solving Behavior", *Metacognition, Motivation, and Understanding*, (Ed: F. E. Weinert ve R. H. Kluwe), 31-64, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Kramarski, B., & Gutman, M. (2006). How can self-regulated learning be supported in mathematical E-learning environments?. *Journal of Computer Assisted Learning*, 22(1), 24-33.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Lieberman, A. (2001). Effects of multilevel versus unilevel metacognitive training on mathematical reasoning. *The Journal of Educational Research*, 94(5), 292-300.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1988). *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Allyn & Bacon/Logwood Division, 160 Gould Street, Needham Heights, MA 02194-2310.
- Lacampagne, C. B. (1995). *The algebra initiative colloquium. Volume 2: Working Group Papers*. US Government Printing Office, Superintendent of Documents, Mail Stop: SSOP, Washington, DC 20402-9328.
- Lee, N. H., Yeo, D. J. S., & Hong, S. E. (2014). A metacognitive-based instruction for Primary Four students to approach non-routine mathematical word problems. *ZDM*, 46, 465-480.
- Legg, A. M., & Locker Jr, L. (2009). Math performance and its relationship to math anxiety and metacognition. *North American Journal of Psychology*, 11(3).
- Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, 25(6), 660-675.

- Lin, X. (2001). Designing metacognitive activities. *Educational technology research and development*, 49(2), 23-40.
- Lipson, A. (1995). The road to digitopolis: Perils of problem solving. *School Science and Mathematics*, 95(6), 282-289.
- Livingstone, J.L. (1997). Metacognition: An Overview (On Line), Retrieved from <http://www.gse.buffalo.edu/fas>
- Lodholz, A. (1993). *Women and Depression* (Doctoral dissertation, Temple University).
- Lucangli, D., & Cornoldi, C. (1997). Mathematics and metacognition: What is the nature of relationship? *Mathematical Cognition*, 3(2), 121- 139.
- Mason, J., 1996. Expressing Generality and Roots of Algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). *Approaches to Algebra*, 65-111. London: Kluwer Academic Publishers.
- Marca, A. L. (2014). The development of a questionnaire on metacognition for students in secondary school. In *6th International Conference on Education and New Learning Technologies* (pp. 676-691). Barcelona: IATED.
- Marzano, R. J., & Costa, A. L. (1988). Question: Do standardized tests measure general cognitive skills? Answer: No. *Educational Leadership*, 45(8), 66-71.
- Mayer, R. E. (1998). Cognitive, Metacognitive, and Motivational Aspects of Problem Solving. *Instructional Science*, 26(1-2), 49-63.
- Melanlıoğlu, D. (2011). İlköğretim Türkçe öğretim programının dinleme türleri bakımından değerlendirilmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 65-78.
- Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber*. Nobel.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, 25(4), 230-248.
- Naglieri, J. A., & Johnson, D. (2000). Effectiveness of a cognitive strategy intervention in improving arithmetic computation based on the PASS theory. *Journal of learning disabilities*, 33(6), 591-597.
- Nazarieh, M. (2016). A brief history of metacognition and principles of metacognitive instruction in learning. *BEST: Journal of Humanities, Arts, Medicine and Sciences*, 2(2), 61-64.
- NCTM, 1997. *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston.
- NCTM, 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston.
- Ormrod, J. E. (1990). *Human learning: Principles, theories, and educational applications*. Merrill Publishing Co.
- Özsoy, G. (2008). Üstbiliş. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(4), 713-740.
- Özsoy, G., & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 67-82.
- Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2018). 6-8. sınıf üstün yetenekli öğrencilerin problem çözerken sergiledikleri üst bilişsel beceriler: Gümüşhane örneği. *Ege Eğitim Dergisi*, 19(2), 446-469.

- Öztürk, M. (2021). An embedded mixed method study on teaching algebraic expressions using metacognition-based training. *Thinking Skills and Creativity*, 39, 100787. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.10078>
- Öztürk, M., Akkan, Y., & Kaplan, A. (2014). Üstün yetenekli öğrencilerin matematik kavramına yönelik algılarının incelenmesi. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 2(2), 49-57.
- Panaoura, A., & Philippou, G. (2007). The developmental change of young pupils' metacognitive ability in mathematics in relation to their cognitive abilities. *Cognitive development*, 22(2), 149-164.
- Pativisan, S. (2006). *Mathematical problem solving processes of Thai gifted students*. Oregon State University.
- Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research and methods: Integrating theory and practice*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Pilten, P. (2008). *Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi* (Tez No. 214521) [Doktora tezi, Gazi Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Pilten, P., & Yener, D. (2010). Evaluation of metacognitive knowledge of 5th grade primary school students related to non-routine mathematical problems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1332-1337.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. United States of America: Princeton University Press.
- Pugalee, D. K. (2001). Writing, mathematics, and metacognition: Looking for connections through students' work in mathematical problem solving. *School science and mathematics*, 101(5), 236-245.
- Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 27.
- Radford, L., 2000. Signs and Meanings in Students' Emergent Algebraic Thinking: A Semiotic Analysis, *Educational Studies in Mathematics*, 42, 237-268.
- Schleifer, L. L., & Dull, R. B. (2009). Metacognition and performance in the accounting classroom, *Issues in Accounting Education*, 24 (3), 339-367.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional science*, 26(1-2), 113-125.
- Schraw, G. (2009). A conceptual analysis of five measures of metacognitive monitoring. *Metacognition and learning*, 4, 33-45.
- Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational psychology review*, 7, 351-371.
- Serin, M. K. (2014). *İşbirliğine dayalı ortamlarda gerçekleştirilen üstbilişsel sorgulama temelli öğretimin ilkökul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine etkisi* (Tez No. 373634) [Doktora tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi-Konya]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Serin, M. K., & Korkmaz, İ. (2018). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin problemi anlama ve tahmin süreçlerinde ortaya koydukları bilişsel-üstbilişsel davranışların incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, (28), 131-173. <https://doi.org/10.14520/adyusbd.327680>

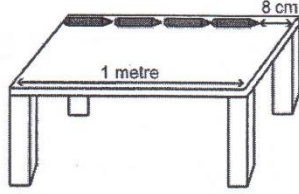
- Sevgi, S., & Çağlıköse, M. (2020). Altıncı sınıf öğrencilerinin üstbiliş becerilerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 9(1), 139-157. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.546885>
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of mathematical behavior*, 14(1), 15-39.
- Steele, D. (2005). Using writing to access students' schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics*, 105(3), 142.
- Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Murphy Gardiner, A. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143-166.
- Swadener, M. & Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: an indonesian perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 193-208.
- Swanson, H. L. (1990). Influence of metacognitive knowledge and aptitude on problem solving. *Journal of educational psychology*, 82(2), 306.
- Şener, Z. T., & Bulut, N. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde problem çözme sürecinde karşılaştıkları güçlükler. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3).
- Şengül, S., & Erdoğan, F. (2013). İlköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarının üstbilişsel bilgi bağlamında incelenmesi. *Education Sciences*, 8(4), 411-427.
- Tekindal, S. (2015.) Okullarda ölçme ve değerlendirme (3. baskı). Nobel yayınları.
- Tekin-Sitrava, R. (2017). Middle Grade Students' Concept Images of Algebraic Concepts. *Journal of Education and Learning*, 6(3), 299-304.
- Teong, S. K. (2003). The effect of metacognitive training on mathematical word-problem solving. *Journal of computer assisted learning*, 19(1), 46-55.
- Topu, F., Baydaş, Ö., Turan, Z., & Göktepe, Y. (2013). Öğretim teknolojisi araştırmalarında geçerlik ve güvenirlik önlemleri. *Çukurova University Faculty of Education Journal*, 42.
- Tüysüz, C. (2013). Üstün Yetenekli Öğrencilerin Problem Çözme Becerisine Yönelik Üstbiliş Düzeylerinin Belirlenmesi/Determination of Gifted Students' Metacognition Level about Problem Solving Skills. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10(21), 157-166.
- Toprak, Z. (2011). *Aritmetikten cebire geçişi sağlayacak etkinliklerin tasarlanması, uygulanması ve değerlendirilmesi* (Tez No.304665). [Yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi-Adıyaman]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Usiskin, Z. (1995). Why Is Algebra Important to Learn?. *American Educator*, 19(1), 30-37.
- Uzun, N. (2021). *Cebire geçiş sürecini desteklemeye yönelik sanal manipülatiflerin tasarımı, uygulanması ve değerlendirilmesi* (Tez No. 675621) [Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi-Trabzon]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi.
- Van Amerom, B., A. (2002). *Reinvention of Early Algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra*. Unpublished doctoral dissertation, University of Utrecht, The Netherlands.

- Van de Walle, B., Brugghe, B., Comes, T. (2016) Improving situation awareness in crisis response teams: an experimental analysis of enriched information and centralized coordination. *Int J Hum Comput Stud* 95:66–79
- Veenman, M. V. J., & Spaans, M. A. (2005). Relation between intellectual and metacognitive skills: Age and task differences. *Learning and Individual Differences*, 15(2), 159–176. <https://doi.org/10.1016/J.LINDIF.2004.12.001>
- Veenman, M. V., Van Hout-Wolters, B. H., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and learning*, 1, 3-14.
- Yang, K.-L. (2012). Structures of cognitive and metacognitive reading strategy use for reading comprehension of geometry proof. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 307-326.
- Williams, G. (2012). Groups of Fibonacci type revisited. *International Journal of Algebra and Computation*, 22(08), 1240002.
- Yeşilyurt, E. (2021). Öğrenme stratejileri. *OPUS International Journal of Society Researches*, 18(Eğitim Bilimleri Özel Sayısı), 5116-5139.
- Yackel, E. (1997). A foundation for algebraic reasoning in the early grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 276-280.
- Yurdakul, B. (2004). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının öğrenenlerin problem çözme becerilerine, bilişötesi farkındalık ve derse yönelik tutum düzeylerine etkisi ile öğrenme sürecine katkıları*. (Tez No. 144332) [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi-Ankara]. Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldız, A., Baltacı, S., & Güven, B. (2011). Metacognitive behaviours of the eighth grade gifted students in problem solving process. *The New Educational Review*, 26(4), 248-260.
- Yılmaz, S. (2017). Üstbilişsel Becerilerin Cebir Problemlerini Çözme Başarısına Etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 42(191), 127-144.
- Yimer, A. and Ellerton, N., F. (2005). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: an emerging model. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures, and learning spaces* (pp. 575-582). Adelaide, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Yüksel, D., & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları'nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Zan, R. (2000). A metacognitive intervention in mathematics at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 143
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into practice*, 41(2), 64-70.

EKLER

EK-1. Problem Çözme Testi

1-)



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

3-)

Atatürk Orman Çiftliğindeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

2-) Fatma' nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaşı gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma' nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?

4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?

5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

6-) Ahmet ve Neva iki kardeştir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?

EK-2. Üstbilişsel Beceri Gözlem Formu

Öğrencinin Adı-Soyadı								Gözlemci Notları
Gözlem Tarihi		P1	P2	P3	P4	P5	P6	
Planlama	Problemde verilen önemli kelimelerin altını çizdi							
	Daha iyi anlamak için problemi tekrar okudu.							
	Problemi anlamayabilmek için gerekli yerlerde okumayı durdurdu.							
	Problemi kendi cümleleriyle özetledi.							
	Problemle ilgili şekil çizdi							
	Benzer problemle karşılaşmış karşılaşmadığını tespit etti							
	Problem için uygun çözüm yolu belirledi.							
	Çözüm sırasında karşılaşacağı engelleri belirledi.							
	Engelleri ortadan kaldırmaya çalıştı.							
İzleme	Problemi tekrar okudu							
	Problemin çözümü için gerekli olan doğru işlemleri seçebildi.							
	Yaptığı hesaplamaları kontrol etti.							
	Hatalarını fark etti.							
	Hatalarını düzeltti.							
Değerlendirme	Bulduğu sonucu kontrol etti							
	Problemin çözümünde yaşadığı zorlukları özetledi.							
	Farklı bir çözüm yolu olup olmadığını değerlendirdi.							
Toplam Beceri Sayısı								

EK-3. Etik Kurul İzni

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU
Eğitim Bilimleri Birim Etik Kurul Başkanlığı
PROJE DEĞERLENDİRME FORMU

Projenin/Çalışmanın Adı: Danışmanlığını Prof.Dr. Abdullah KAPLAN'nın yürüttüğü doktora öğrencisi Osman BURAM'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Giriş Süreci ve Üstbilişsel Beceriler" isimli çalışması ile ilgili Etik kurul uygunluk-onay belgesi talep edilmesi.

Gönderildiği Tarih: 23.12.2022

Teslim Tarihi: 23.12.2022

Değerlendirenin Adı Soyadı: Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı Adına

Prof. Dr. Muhsine BÖREKÇİ
Etik Kurul Başkanı

İmza :

Bu Tez/ Çalışma uygundur: ☒

Gerekçe/Açıklama: Yapılacak çalışmada yaklaşım ve yöntemler dikkate alınarak, konu ile ilgili çalışmaların gerçekleştirilmesinde etik ve bilimsel açıdan herhangi bir sakınca bulunmamaktadır.

Bu Tez/Çalışma uygun değildir: ☐
Gerekçe/Açıklama

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURUL BAŞKANLIĞI
Eğitim Bilimleri Birim Etik Kurulu
ERZURUM

Toplantının Mahiyeti :Etik Kurul
Toplantının Tarihi :23.12.2022
Toplantının Sayısı :14

Karar-38: Danışmanlığını Prof.Dr. Abdullah KAPLAN'nın yürüttüğü doktora öğrencisi Osman BURAM'ın "Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Giriş Süreci ve Üstbilişsel Beceriler" isimli çalışması ile ilgili husus görüşüldü.

Yapılan görüşmelerden sonra adı geçen "Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Giriş Süreci ve Üstbilişsel Beceriler" isimli çalışması ile gerçekleştirilmesinde etik ve bilimsel yönden sakınca bulunmadığına,

oy birliği ile karar verilmiştir.



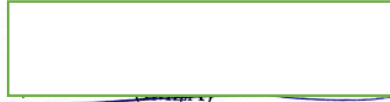
Prof. Dr. Muhsine BÖREKÇİ
Birim Etik Kurul Başkanı



Prof. Dr. Yavuz TAŞKESEN LİGH
Birim Etik Kurul Başkan Yardımcısı



Prof. Dr. Betül ASLAN
Birim Etik Kurul Üyesi



Prof. Dr. Mücahit DİLEKMEN
Birim Etik Kurul Üyesi



Prof. Dr. Barış DEMİRCİ
Raportör

T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU
Eğitim Bilimleri Birim Etik Kurulu Karar Formu

KARAR BİLGİLERİ	Toplantı Sayısı: 14 Karar No: 38	Toplantı Tarihi: 23.12.2022
	Aşağıda bilgileri verilen çalışmaları ile ilgili çalışmanın, etik ilkeler açısından değerlendirilmesi isteği ile ilgili husus görüşüldü. Yapılan görüşmelerden sonra; söz konusu çalışmayla alakalı yapılacak çalışma için, araştırmanın gerekçe, amaç, yaklaşım ve yöntemleri dikkate alınarak konuyla ilgili çalışmanın gerçekleştirilmesinde etik ve bilimsel yönden sakınca bulunmadığına, Etik Kurulu oy birliği ile karar vermiştir.	
ÇALIŞMA BİLGİLERİ	Proje Yürütücüsü: Osman BURAM Çalışma Konusu: Ortaokul Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Giriş Süreci ve Üstbilişsel Beceriler	

EĞİTİM BİLİMLERİ BİRİM ETİK KURULU		İMZA
Prof. Dr. Muhsine BÖREKÇİ	Etik Kurul Başkanı	
Prof. Dr. Yavuz TAŞKESENLİGİL	Etik Kurul Başkan Yardımcısı	
Prof. Dr. Betül ASLAN	Etik Kurul Üyesi	
Prof. Dr. Mücahit DİLEKMEN	Etik Kurul Üyesi	
Prof. Dr. Barış DEMİRCİ	Etik Kurul Raportörü	

EK-4. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ARİTMETİKTEN CEBİRE GEÇİŞTEKİ PROBLEM ÇÖZME SÜRECİNDE KULLANDIKLARI ÜSTBİLİŞSEL BECERİLERİNİN İNCELENMESİ” adıyla, 26.12.2022-22.01.2023 tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçişteki problem çözme sürecinde kullandıkları üstbilişsel becerileri belirlemek

Araştırma Uygulaması: Problem Çözme / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma okul yönetiminin izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Osman BURAN

İletişim bilgileri :

*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

.../.../.....

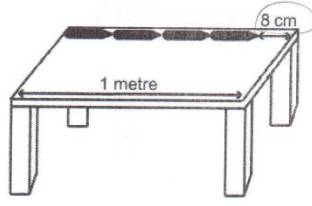
İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası :

EK-5. Ö61'e Ait Problem Çözme Testi Kağıdı

1-)



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

$$1m = 100\text{ cm}$$

$$100 - 8 = 92\text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 924 \\ - 8123 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 00 \end{array} \quad 23\text{ cm}$$

2-) Fatma' nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma' nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?

$$\text{Erkek} = 46 : 2 = 23$$

$$\text{Kız} = 23 \times 2 - 5 = 41$$

$$\text{Toplam} = 46 : 2 = 23$$

$$23 + 5 = 28$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ - 28 \\ \hline 18 \end{array}$$

3-)

Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 2 \\ \hline 90 \end{array} \quad \begin{array}{r} 46 \\ \times 4 \\ \hline 184 \end{array} \quad \begin{array}{r} 67 \\ \times 2 \\ \hline 134 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$134 + 4 = 138$$

$$138 + 90 = 228$$

$$228 + 2 = 230$$

$$274 - 230 = 44 : 2 = 22$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 22 \\ \hline 67 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31 \\ - 62 \\ \hline 34 \end{array}$$

4-) Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' ın 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ - 4 \\ \hline 11 \end{array} \quad 11 \text{ kitabı vardır.}$$

5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır.

Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

$$\begin{array}{r} 45 \\ 115 \\ 230 \\ 390 \\ 128 \\ 102 \\ 20 \\ 45 \\ 115 \\ 222 \\ 333 + 41 = 374 \\ 42 \\ 112 \\ 224 \\ 112 \\ 336 \\ 42 \\ 378 \end{array}$$

6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?

Neva = 10 TL var

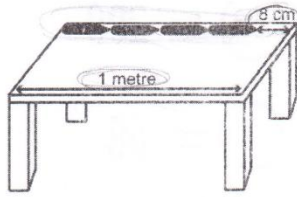
Ahmet = 30 TL var

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110
30, 38, 46, 54, 62, 70, 78, 86, 94, 102, 110
X 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

10 hafta sonra

EK-6. Ö73'e Ait Problem Çözme Testi Kağıdı

1-)



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

$$92 \div 4 = 23$$

2-) Fatma'nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaş gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma'nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?

$$46 \div 2 = 23$$
$$23 + 5 = 28$$

3.)

Atatürk Orman Çiftliği'ndeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bileti ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni
gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni
gezmiştir?

[illegible]

4-)Elif' in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan' in kitaplarının sayısına eşittir. Metehan' in 45 kitabı varsa Elif' in kaç kitabı vardır?

45 | 3
15

45 | 4
11

11

Ters işlem

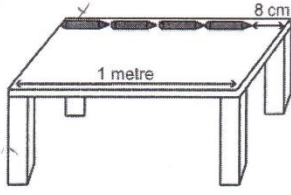
5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

$$390 : 2 = 195 - 70 = 125$$

6-) Ahmet ve Neva iki kardeşdir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?

EK-7. Ö82'ye Ait Problem Çözme Testi Kağıdı

1-)



Yukarıda masa üzerinde duran dört kalemin uzunlukları birbirine eşittir. Buna göre bir kalemin uzunluğu kaç cm'dir?

$$100 \text{ cm}$$

$$4x + 8 = 100$$

$$4x = 92$$

$$4x + 8 = 100$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{92}{4}$$

$$x = 23$$

$$4 \cdot 23 + 8 = 100$$

$$92 + 8 = 100$$

2-) Fatma'nın doğum günü kutlaması için 46 arkadaşı gelmiştir. Kutlamaya gelen kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının 2 katından 5 eksiktir. Buna göre Fatma'nın doğum günü kutlamasına gelen kız arkadaşlarının sayısı kaçtır?

$$\frac{E}{x} + \frac{K}{2x-5} = 46$$

$$3x - 5 = 46$$

$$3x = 51$$

$$x = 17$$

$$2x - 5 = x$$

$$x - 5 = 46$$

$$3x = 51$$

$$x = 17$$

$$2x - 5 = 29$$

3-)

Atatürk Orman Çiftliğindeki Hayvanat Bahçesi'ne giriş bilet ücretleri aşağıda verilmiştir:



Bir günde 91 kişi bilet alarak Hayvanat Bahçesi'ni gezmiş ve 230 TL elde edilmiştir.

Buna göre kaç öğrenci Hayvanat Bahçesi'ni gezmiştir?

$$2y + 4x = 230$$

$$y + x = 91$$

$$91 - x = y$$

$$182 - 2x$$

$$182 - 2x = 230$$

$$2x = 48$$

$$x = 24$$

$$x + y = 91$$

$$4x + 2y = 230$$

$$91 - 2x = 67$$

4-) Elif'in kitaplarının sayısının 4 fazlasının 3 katı Metehan'ın kitaplarının sayısına eşittir. Metehan'ın 45 kitabı varsa Elif'in kaç kitabı vardır?

$$\frac{\text{Metehan}}{45}$$

$$\frac{\text{Elif}}{x}$$

$$3(x + 4) = 45$$

$$3x + 12 = 45$$

$$3x = 33$$

$$x = 11$$

$$\text{Elif} = 11$$

$$\frac{(x+4) \cdot 3}{3} = \frac{45}{3}$$

$$x + 4 = 15$$

$$x = 11$$

5-) Bir okulda toplam 390 öğretmen ve öğrenci vardır. Erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin sayısının 2 katı ve kız öğrencilerin sayısı da öğretmenlerin sayısından 70 fazladır. Buna göre okulda kaç öğretmen vardır?

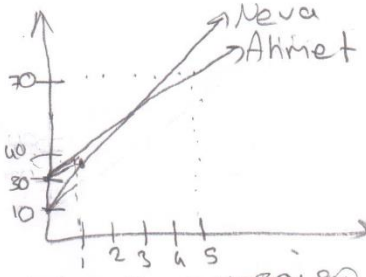
$$390 = \frac{\text{öğretmen}}{x} + \frac{\text{Kız öğ.} + \text{Erk. öğ.}}{x+70 + 2x+140}$$

$$4x+210 = 390$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{180}{4}$$

$$x = 45$$

6-) Ahmet ve Neva iki kardeşir. Ahmet kendisine bisiklet, Neva ise kendisine oyuncak almak için kumbaralarında para biriktirmeye başlıyorlar. Ahmet' in başlangıçta kumbarasında 30 TL' si, Neva' nın ise başlangıçta kumbarasında 10 TL' si vardır. Ahmet ve Neva her hafta eşit miktarda harçlık almaktadırlar. Ahmet her hafta harçlığının 8 TL' sini, Neva ise 10 TL' sini kumbarasına atmaktadır. Buna göre kaç hafta sonra Ahmet ve Neva' nın kumbaradaki para miktarları eşit olur?



$$\begin{aligned} \text{Ahmet} &\rightarrow 8 \rightarrow y = 30 + 8x \\ \text{Neva} &\rightarrow 10 \rightarrow y = 10 + 10x \end{aligned}$$

$$30 + 8x = 10 + 10x$$

$$20 = 2x \quad x = 10$$

ÖZGEÇMİŞ

İlk ve orta öğrenimini Denizli'nin Honaz İlçesine bağlı Kaklık kasabasında tamamladı. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Amasya Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünden 2004 yılında mezun oldu. 2012 Yılında Atatürk Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi Bölümünde tezli yüksek lisans eğitimini tamamladı. Halen Erzurum ili Yakutiye ilçesinde bulunan Şükrüpaşa Ortaokulunda Matematik Öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Evli ve iki çocuk babasıdır.