

**İKİ BOYUTLU GEOMETRİLERDE VE
KATILIMCI ORTAMLARDA RADYASYON
TRANSFERİNİN SK_N METODU İLE
HESAPLANMASI**

Mesut Tekkalmaz

Yüksek Lisans Tezi

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

1996

**İKİ BOYUTLU GEOMETRİLERDE VE KATILIMCI ORTAMDA
RADYASYON TRANSFERİNİN SK_N METODU İLE HESAPLANMASI**

Mesut Tekkalmaz

Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı
Enerji Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır.

57005

Danışman: Doç. Dr. Zekeriya Altaç

Temmuz - 1996

Mesut Tekkalmaz'ın YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “İki Boyutlu Geometrilere ve Katılımcı Ortamlarda Radyasyon Transferinin SK_N Metodu ile Hesaplanması “ başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Doç. Dr. Zekeriya ALTAÇ

Z. Altac

Üye : Prof. Dr. Kemal TANER

Kemal Taner

Üye : Doç. Dr. L. Berrin ERBAY

L. Berrin Erbay

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 20-8-1996.....
gün ve 96-22/10..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

M. Selami Kılıçkaya
Prof. M. Selami Kılıçkaya
Enstitü Müdürü

ÖZET

Sentetik kernel için bir kısaltma olan yüksekli derece SK_N yaklaşım metodu radyasyon transfer denklemini çözmek için önerilmektedir. Bu metot difüzyon kerneline benzeyen toplamının, integral kernelerine yaklaşımı esasına dayanır. İntegral Denklemi, uygun sınır şartlarıyla elde edilen birbirine bağlı ikinci dereceden diferansiye denklem sistemine eşdeğer hale gelir.

Difüze radyasyonla saçılma yapan iki boyutlu dikdörtgen geometride integral radyasyon transfer denklemi, SK_N metoduyla çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar, Crosbie ve Schneker'in doğrudan çözümünün nümerik sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, $N=3$ için direkt nümerik sonuçlarla mükemmel uyuşmuştur.

Anahtar Kelimeler: SK_N Metodu, radyasyon transferi, iki boyut, yayılım (participating) ortamı

SUMMARY

A high order approximation, the SK_N method - a mnemonic for synthetic kernel, is introduced for solving radiation transfer problems. The method relies on approximating the integral transfer kernels by sum of diffusionlike kernels. The integral equation is then equivalent to a set of coupled second - order differential equations for which proper boundary condition can be established.

The integral equation for radiative transfer in a two dimensional rectangular scattering medium exposed to diffuse radiation is solved by the SK_N method. The result of the study is compared by the direct numerical solution of Crosbie and Schrenker's article. The results are, for $N=3$, in excellent agreement with the direct numerical solutions.

Keywords: *SK_N Method, radiative transfer, two dimensional, participating media*

TEŞEKKÜR

“İki Boyutlu Geometrilere ve Katılımcı Ortamlarda Radyasyon Transferinin SK_N Metodu ile Hesaplanması “ başlıklı yüksek lisans tez çalışmamın her aşamasında bana yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Doç. Dr. Zekeriya Altaç’a teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	iv
SUMMARY.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
TABLolar DİZİNİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xii
 1. GİRİŞ.....	 1
2. RADYASYON TRANSFER DENKLEMİ.....	3
3. SK _N METODU.....	13
4. SK _N FORMÜLASYONUNDA SINIR ŞARTI.....	24
5. RADYASYON AKISININ İNTEGRAL YÖNTEMİYLE HESAPLANMASI....	33
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR.....	40
6.1. Radyasyon Kaynak Ve Şiddet Fonksiyonları Sonuçlarının İncelenmesi.....	 40
6.2. Radyasyon Isı Akısı Sonuçlarının İncelenmesi.....	70
7. SONUÇLARIN İRDELENMESİ.....	81
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	82
EKLER.....	84

EK-1 Bickley Fonksiyonu

EK-2 Bilgisayar Programı

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Üç boyutlu kartezyen koordinatta katı açısı.....	3
2.2. Kapalı bir bölgede foton yönünün geometrik temsili.....	4
2.3. İki boyutlu kartezyen koordinat geometrisi.....	9
3.1. Geometri ve koordinat sistemi.....	18
4.1. İki boyutlu kartezyen sistemi.....	26
5.1. Üçgen bölgelere ayrılmış dikdörtgen geometri.....	34
6.1. $\tau_{x_0} = 0.25$, $\tau_{y_0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₂ sonuçları.....	71
6.2. $\tau_{x_0} = 0.25$, $\tau_{y_0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₃ sonuçları.....	71
6.3. $\tau_{x_0} = 0.25$, $\tau_{y_0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₄ sonuçları.....	72
6.4. $\tau_{x_0} = 0.25$, $\tau_{y_0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₅ sonuçları.....	72
6.5. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₂ sonuçları.....	73
6.6. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₃ sonuçları.....	74
6.7. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₄ sonuçları.....	74
6.8. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₅ sonuçları.....	75
6.9. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₂ sonuçları.....	76
6.10. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₃ sonuçları.....	76

ŞEKİLLER DİZİNİ (Devamı)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
6.11. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₄ sonuçları.....	77
6.12. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₅ sonuçları.....	77
6.13. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₂ sonuçları	79
6.14. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₃ sonuçları	79
6.15. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₄ sonuçları	80
6.16. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK ₅ sonuçları	80

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
6.1. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	43
6.2. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	44
6.3. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	47
6.4. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	49
6.5. $\tau_{x_0} = 5.0$, $\tau_{y_0} = 10.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	51
6.6. $\tau_{x_0} = 5.0$, $\tau_{y_0} = 10.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	52
6.7. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	55
6.8. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	56
6.9. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	59

TABLOLAR DİZİNİ (Devamı)

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
6.10. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	60
6.11. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	63
6.12. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	64
6.13. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	67
6.14. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.....	68

SİMGELER VE KISATMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
B	: Radyosite
E_n	: Exponansiyel İntegral Fonksiyonu
F_n	: Kuvvet Fonksiyonu
G	: Radyasyon Fonksiyonu
H_x	: X yönünde net radyasyon akısı
H_y	: Y yönünde net radyasyon akısı
I	: Radyasyon Şiddeti
Ki_n	: Bickley Fonksiyonu
q_R	: Radyasyon ısı akısı
$\vec{n}$	: Normal vektör
$\vec{r}$	: Yer vektörü
$\vec{R}$	: Yüzey vektörü

Yunan Harfleri

β	: Yokolma katsayısı
δ	: Delta-dirac fonksiyonu
ϕ, ξ	: Açılar (radyan)
γ	: Çarpışma katsayısı
κ	: Soğurma katsayısı
σ	: Stefan Boltzmann sabiti
τ_x	: X yönünde boyutsuz optik kalınlık ($=\beta \cdot x$)
τ_y	: Y yönünde boyutsuz optik kalınlık ($=\beta \cdot y$)
ω_0	: Saçılma albedosu

SİMGELER VE KISATMALAR DİZİNİ (Devamı)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
Alt indis	
1,2,3,4	: Duvar indisleri
λ	: Dalga boyu
Üst İndisler	
r	: Radyasyon
'	: Boyutsal özellik



1. GİRİŞ

Radyasyon şiddeti ve gelen enerji gibi radyasyon taşınım denklemlerini çözmek için Boltzmann veya İntegral Denklemlerinden hareket edilir. Boltzmann Denkleminin çözümleri S_N ordinatlar, küresel harmonikler veya Monte-Carlo Metotlarıyla yapılır.

Radyasyon transfer denklemini çözmek için moment metodu veya P_1 yaklaşımı olarak bilinen diferansiyel yaklaşımlar daha yaygındır. Bunlar optik olarak ince sistemler için uygun değildirler. P_3 ve P_5 gibi yüksek derecede yaklaşım sonuçları önemli ölçüde doğrudur, ama çok küçük ince optik sistemler için yanlış sonuçlar vermektedir.

S_N metodu, yönlerin spesifik sayısı içinde radyasyon şiddetinin küresel açılı yayılımıyla aynıdır. $\omega_0 \rightarrow 0$ ve optik olarak kalın sistemler için saçılma kaynağında yakınsama kabul edilemez şekilde yavaş olabilmektedir. İkinci problem küçük saçılma albedosu ve optik olarak ince sistemli problemlerin çözümünde ortaya çıkar. Gelen enerjide anormallikler ışın etkisi olarak adlandırılır. Bu etkilerden kartezyen koordinatlarda çokça bahsedilir. Çözüm sadece yaklaşımların derecesini arttırmaktır. Sonuçlar önemli ölçüde iyileşirken, ışın etkisi kendini önemli ölçüde göstermektedir.

Monte-Carlo metodunun dezavantajı anlamlı istatistiksel sonuç elde etmek için genellikle gerekli olan foton sayısının fazlalığıdır. Bu yüzden, bu metodu saçılma problemlerine uygulamak çok zaman alıcı ve sıkıcıdır.

İntegral radyasyon transfer eşitliği problemleri sadece uzaysal değişkenlerle ilgili oldukları zaman büyük ölçüde basitleşir. Diğer yandan, sadece uzaysal değişkenlerin ele alınışı, işlem hafızası ve uygulama zamanı için çok fazla gereksinime maruz kalınmaksızın ele alınan uzaysal grid noktalarının sayısında sınırlama sonucunda yoğun matrislerin oluşmasına yol açar. Sonuç olarak, radyasyon ısı transferinin ardışık şemaları pratik uygulamalar için gereklidir.

SK_N metodu integral denklemi ile başlar ve transport kernel yaklaşımında içine alır. Bu yaklaşımla integral denklemi özel sınır şartları için belirlenmiş ikinci derece

diferansiyel denklem sistemine denk olur. Metod, integral nötron transport denklemini çözmek için geliştirilmiştir (Spinrad and Sterbentz, 1985; Altaç, 1989). Metod Altaç ve Spinrad tarafından bir ve iki boyutlu sistem, özdeğer araştırma problemleri, sabit kaynak, bir ve çok gruplu, homojen ve heterojen sistemlere başarıyla uygulanmıştır (Altaç and Spinrad, 1989, 1990). Modifiye edilmiş SK_N yaklaşımı, kuvvetli heterojen sistemlere sahip olanlar için kullanılma ve doğrusal izotropik olmayan heterojen saçılma sistemleri için kullanılma amaçlanmıştır.

Exponansiyel kernellerin toplamı içinde gerçek kernelleri geliştirme ihtimali olan benzer metotlar amaçlanmıştır. Exponansiyel kernel yaklaşımı adıyla adlandırılan birçok makale yayınlanmıştır. Radyasyon transfer problemleri ve radyasyon ısı değişimi problemlerinin sadece düşük derecelere uygulanmıştır. Krook, SK_N yaklaşımının temeli olan metodu tanımlar; exponansiyellerin sonlu toplamıyla exponansiyel integral fonksiyonların yaklaşımını ilk olarak Krook önermiştir ve denklemleri ince optik kalınlıklı geometride çift P_N sistemine karşı geldiğine dikkat çekmiştir (Krook, 1962). Ancak, Krook ne diferansiyel denklemleri çözmeye çalışmış ne de diğer geometrilere uygulamıştır.

A_N yaklaşımıyla adlandırılan metod küre ve bir boyutlu ince geometriler için bir integral nötron transfer denklemini çözmek için Coppa ve Rovetto tarafından geliştirilmiştir (Coppa and Rovetto, 1982). Bu metodun teorisi Coppa, Rovetto ve Cress tarafından daha ileri derecede araştırılmıştır (Coppa, et al., 1982). Sabit optik kalınlıklar için metod SK_N analiziyle aynıdır.

2. RADYASYON TRANSFER DENKLEMİ

Radyasyon transfer denklemi (Boltzmann Denklemi) bütün geometriler için en genel şekilde aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla L_\lambda + \beta_\lambda L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{\kappa_\lambda}{\pi} e b_\lambda(\vec{r}) + \frac{\gamma_\lambda}{4\pi} G_\lambda(\vec{r}) \quad (2.1)$$

Burada, $\vec{\Omega}$ katı açı ve $\vec{r}$ yer vektörünü temsil eder. Katı açı transfer yönünü veren konik açı olup,

$$\vec{\Omega} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k}$$

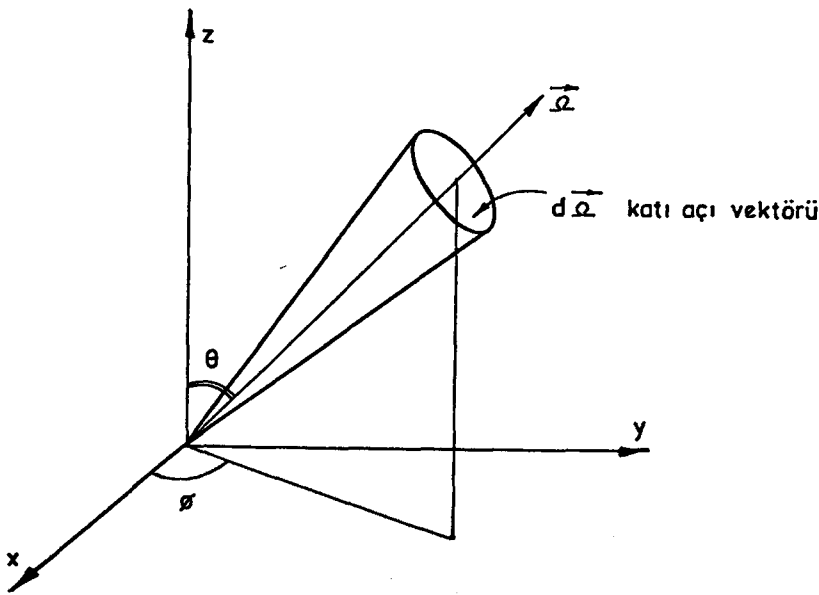
şeklinde verilir, ve bileşenleri aşağıdaki şekilde detaylandırılabilir:

$$\Omega_x = \sin \theta \cdot \cos \phi$$

$$\Omega_y = \sin \theta \cdot \sin \phi$$

$$\Omega_z = \cos \theta \quad \text{ve} \quad |\vec{\Omega}| = 1$$

κ_λ monokromatik, λ dalga boylu fotonun, soğurma katsayısı, γ_λ monokromatik çarpışma katsayısı ve $\beta_\lambda = \kappa_\lambda + \gamma_\lambda$ olup yokolma katsayısı adını alır.



Şekil 2.1. Üç boyutlu kartezyen koordinatta katı açı

Radyasyon siddeti I_λ , bu şartlar altında, kartezyen 3-boyutlu geometriler için

$$L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) \equiv L_\lambda(x, y, z, \theta, \phi)$$

halini alır ve beş bağımsız değişkenin fonksiyonudur; yani radyasyon şiddetinin bağımsız değişkenleri geometri ve koordinat sistemine bağlıdır. θ ve ϕ açıları Şekil 2.1. 'de gösterilmiştir. Burada $0 \leq \theta \leq \pi$ ve $0 \leq \phi \leq 2\pi$ arasında değiştiğinde bütün yönler kapsanmış olur.

$G_\lambda(\vec{r})$ radyasyon fonksiyonu, radyasyon şiddetinin bütün katı açı üzerinden integre edilmesiyle bulunur.

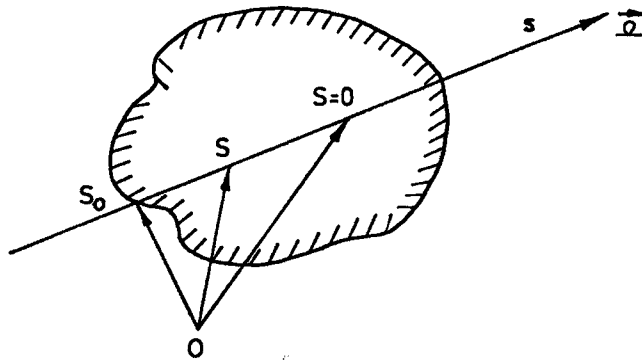
$$G_\lambda(\vec{r}) = \int_{\vec{\Omega}} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}$$

Burada $G_\lambda(\vec{r})$ artık sadece yerin bir fonksiyonu olup skaler niteliğe sahiptir.

Radyasyon ısı akısı ise, $\vec{Q}$ 'nın birinci dereceden momenti olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\vec{q}_\lambda(\vec{r}) = \int_{\vec{\Omega}} \vec{\Omega} L_\lambda(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega}$$

$\vec{\Omega} \cdot \nabla L_\lambda$ terimi aslında yola göre türeve karşılık gelmektedir. s (veya $\vec{\Omega}$) yönüne (yola) göre türevi



Şekil 2.2. Kapalı bir bölgede foton yönünün geometrik temsili

$$\bar{\Omega} \cdot \nabla L_i = \left[\frac{\partial L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega})}{\partial s} \right]_{s=0}$$

olarak yazılabilir.

İntegral denklemini aşağıdaki şekilde türetebiliriz;

$\bar{\Omega}$ yönünde Boltzmann denklemi

$$-\frac{\partial}{\partial s} L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) + \beta_i L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) = \frac{\kappa_i}{\pi} e b_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}) + \frac{\gamma_i}{4\pi} G_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}) \quad (2.2)$$

halini alır. Denklemi her iki tarafını $\exp(-\beta_i s)$ integrasyon çarpanı ile çarparsak,

$$-\frac{\partial}{\partial s} [\exp(-\beta_i s) L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega})] = S(\bar{r} - s\bar{\Omega}) \exp(-\beta_i s) \quad (2.3)$$

elde edilir. Burada $S(\bar{r}) = \frac{\kappa_i}{\pi} e b_i(\bar{r}) + \frac{\gamma_i}{4\pi} G_i(\bar{r})$ olarak alınmıştır.

Denklem (2.3)'ü s_0 'dan s 'ye kadar integre edersek;

$$\int_{s_0}^s -\frac{\partial}{\partial s'} [\exp(-\beta_i s') L_i(\bar{r} - s'\bar{\Omega}, \bar{\Omega})] ds' = \int_{s_0}^s S(\bar{r} - s'\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) \exp(-\beta_i s') ds' \\ - \exp(-\beta_i s) L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) + \exp(-\beta_i s_0) L_i(\bar{r} - s_0\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) = \int_{s_0}^s S(\bar{r} - s'\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) \exp(-\beta_i s') ds'$$

veya

$$L_i(\bar{r} - s\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) = \exp[-\beta_i(s_0 - s)] L_i(\bar{r} - s_0\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) - \int_{s_0}^s S(\bar{r} - s'\bar{\Omega}, \bar{\Omega}) \exp(-\beta_i s') ds'$$

bulunur. $s=0$ alındığında,

$$L_i(\vec{r} - \vec{\Omega}) = \exp(-\beta_i s_0) L_i(\vec{r} - s_0 \vec{\Omega}, \vec{\Omega}) + \int_0^{s_0} S(\vec{r} - s' \vec{\Omega}, \vec{\Omega}) \exp(-\beta_i s') ds' \quad (2.4)$$

elde edilir. Burada, $\vec{R} = \vec{r} - s_0 \vec{\Omega}$, bölgeyi çevreleyen yüzeyi temsil eden vektördür ve $L_i(\vec{R}, \vec{\Omega})$ yüzeyindeki radyasyon şiddetini veren sınır şartıdır. Eğer $\vec{r}' = \vec{r} - s' \vec{\Omega}$ alırsak hacim elemanı $dV = s'^2 ds' d\vec{\Omega}$ olarak bulunur. Denklem (2.4)'ü katı açı üzerinden integre ettiğimizde,

$$G_i(\vec{r}) = \int_{\vec{\Omega}} L_i(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} = \int_{\vec{\Omega}} \exp(-\beta_i s_0) L_i(\vec{R}, \vec{\Omega}) d\vec{\Omega} + \int_0^{s_0} ds' \int_{\vec{\Omega}} S(\vec{r}', \vec{\Omega}) \exp(-\beta_i s') d\vec{\Omega} \quad (2.5)$$

ve

$$d\vec{\Omega} ds' = \frac{dV}{s'^2}, \quad d\vec{\Omega} = \frac{\vec{n} \cdot (\vec{R} - \vec{r})}{|\vec{R} - \vec{r}|} d\zeta$$

elde edilir. Burada $d\zeta \equiv$ yüzey elemanıdır. Bu ifadeleri Denklem (2.5)'de yerine yazarsak

$$G_i(\vec{r}) = \int_{\zeta} \frac{L_i(\vec{R}, \vec{\Omega}) \exp(-\beta_i |\vec{R} - \vec{r}|)}{4\pi |\vec{R} - \vec{r}|^2} \frac{(\vec{R} - \vec{r})}{|\vec{R} - \vec{r}|} \vec{n} d\zeta + \int_{\nu} S(\vec{r}') \frac{\exp(-\beta_i |\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV' \quad (2.6)$$

veya

$$G(\vec{r}) = F_1(\vec{r}) + \int_{\nu} S(\vec{r}') \frac{\exp(-\beta |\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV' \quad (2.7)$$

bulunur. Burada $F_1(\vec{r})$ yüzey radyasyon etkisini temsil eden kuvvet fonksiyonu, β yokolma katsayısı ve $S(\vec{r})$ kaynak fonksiyonudur; $\vec{n}$ ise yüzeye dik olan birim vektördür.

Denklem (2.4), $\bar{\Omega}$ ile çarpılır ve katı açı üzerinden integre edilirse, radyasyon ısı akısı elde edilir:

$$\begin{aligned} \bar{q}_s(\bar{r}) = & \int_{\zeta} \frac{(\bar{R} - \bar{r})(\bar{R} - \bar{r})\bar{n}}{4\pi|\bar{R} - \bar{r}|^3} I_1\left(\bar{R}, \frac{\bar{R} - \bar{r}}{|\bar{R} - \bar{r}|}\right) \exp(-\beta_1|\bar{R} - \bar{r}|) d\zeta \\ & + \int_V S(\bar{r}') \frac{(\bar{r} - \bar{r}')}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^3} \exp(-\beta_1|\bar{r} - \bar{r}'|) dV' \end{aligned} \quad (2.8)$$

veya

$$q^R(\bar{r}) = F_2(\bar{r}) + \int_V S(\bar{r}') \frac{(\bar{r} - \bar{r}')}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^3} \exp(-\beta_1|\bar{r} - \bar{r}'|) dV'$$

bulunur. Burada $F_2(\bar{r})$ yüzey etkisini içeren, kuvvet fonksiyonu olup, ısı akısı gibi bir vektörel niteliğe sahiptir. Denklem (2.7) ve (2.8)'yi üç boyutlu kartezyen koordinata uygularsak,

$$\begin{aligned} G(\bar{r}) &= \int_{\bar{\Omega}} I(\bar{r}, \bar{\Omega}) d\bar{\Omega} \\ G(\bar{r}) &= \int_A dA' B(\bar{R}) \bar{n}'(\bar{R} - \bar{r}) \frac{\exp(-|\bar{R} - \bar{r}|)}{4\pi|\bar{R} - \bar{r}|^3} + \int_V dV' S(\bar{r}') \frac{\exp(-|\bar{r} - \bar{r}'|)}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

bulunur.

Işınım ısı akısı (n yönünde dışarı giden)

$$\begin{aligned} {}^+q_n^R(\bar{r}) &= \int_{\bar{n} \cdot \bar{\Omega} > 0} I(\bar{r}, \bar{\Omega}) \bar{n} d\bar{\Omega} \\ {}^+q_n^R(\bar{r}) &= \int_A dA' B(\bar{R}) (\bar{r} - \bar{R}) \cdot \bar{n}'(\bar{R} - \bar{r}) \cdot \bar{n} \frac{\exp(-|\bar{R} - \bar{r}|)}{4\pi|\bar{R} - \bar{r}|^4} \\ &\quad + \int_V dV' S(\bar{r}') (\bar{r} - \bar{r}') \cdot \bar{n} \frac{\exp(-|\bar{r} - \bar{r}'|)}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^3} \end{aligned} \quad (2.10)$$

elde edilir.

Burada, aşağıdaki şekilde boyutsuzlaştırma işlemi uygularsak

$$a = \beta \cdot x$$

$$b = \beta \cdot y$$

$$B(\vec{R}) = 4\sigma T^4(\vec{R}) \text{ yüzey radyositesi}$$

$$\vec{n} = \text{yüzeye dik birim (normal) vektör}$$

$$S(\vec{r}), \text{ kaynak fonksiyonu}$$

$$\Omega = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Hacim ve alan integrallerini iki boyutlu kartezyen koordinataki karşılıklarını bulmak için z eksenin $(-\infty, +\infty)$ arasında uzandığını kabul ederek z üzerinden integrali hesaplanabilir. İntegrali hesaplamak için bu bölgede dönüşüm yaparsak,

$$dV' = dx'dy'dz', \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (-\infty \leq z \leq +\infty)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$G(x,y) = \int_A dA' B(\vec{R}) \vec{n}'(\vec{R} - \vec{r}) \frac{\exp(-|\vec{R} - \vec{r}|)}{4\pi |\vec{R} - \vec{r}|^3} + \iiint dz' S(x',y') \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} dx'dy' \quad (2.11)$$

z' üzerinden integral $2\int_0^\infty$ olarak yazılabilir; çünkü integral ifadesi “O” noktasına göre

simetriktir. İntegral hesabında $z - z' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \sinh u$ dönüşümü uygulanırsa,

$$dz' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \cosh u du$$

olur,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz' \frac{\exp[-(r-r')]}{4\pi|r-r'|^2} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \cosh u)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \cosh u} dz'$$

Bickley fonksiyonunun genel tanımı hatırlanırsa (EK-1),

$$Ki_n(x) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-x \cosh u)}{\cosh^n u} du, \quad (n = \text{tamsayı}),$$

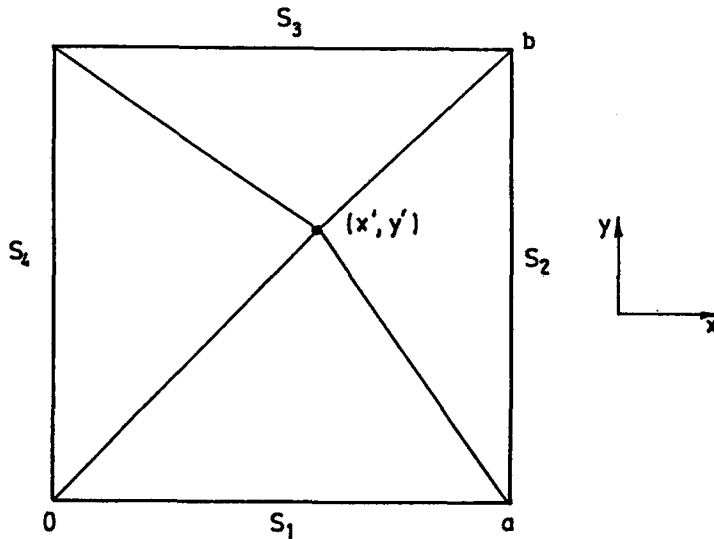
radasyon fonksiyonu

$$G(x,y) = \int_L dL' B(\bar{R}) \bar{n}'(\bar{R} - \bar{r}) \frac{Ki_2(|\bar{R} - \bar{r}'|)}{2\pi|\bar{R} - \bar{r}'|^2} + \int_A dA' S(\bar{r}') \frac{Ki_1(|\bar{r} - \bar{r}'|)}{2\pi|\bar{r} - \bar{r}'|} \quad (2.12)$$

halini alır. Aynı şekilde, işlem radyasyon akısına uygulandığında,

$$+q_n^R = \int_L dL' B(\bar{R}) \bar{n}'(\bar{R} - \bar{r}) \bar{n}(\bar{r} - \bar{R}) \frac{Ki_3(|\bar{R} - \bar{r}'|)}{2\pi|\bar{R} - \bar{r}'|^3} + \int_A dA' S(\bar{r}') \bar{n}(\bar{r} - \bar{r}') \frac{Ki_2(|\bar{r} - \bar{r}'|)}{2\pi|\bar{r} - \bar{r}'|^2} \quad (2.14)$$

elde edilir.



Şekil 2.3. İki boyutlu kartezyen koordinat geometrisi

Radyasyon fonksiyonu iki boyutlu kartezyen kordinatlarda Şekil 2.3'e göre açılırsa, yüzeyleri S_1, S_2, S_3, S_4 ile belirtirsek,

S_1 : $0 \leq x \leq a$ ve $y = 0$ için,

$$\vec{R} = x'\vec{i}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$(\vec{R} - \vec{r}) = (x' - x)\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{n} = \vec{j}, \quad (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \vec{n} = y$$

S_2 : $x = a$ ve $0 \leq y \leq b$ için,

$$\vec{R} = a\vec{i} + y'\vec{j}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$(\vec{R} - \vec{r}) = (a - x)\vec{i} + (y' - y)\vec{j}$$

$$\vec{n} = \vec{i}, \quad (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \vec{n} = (a - x)$$

S_3 : $0 \leq x \leq a$ ve $y = b$ için,

$$\vec{R} = x'\vec{i} + b\vec{j}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$(\vec{R} - \vec{r}) = (x' - x)\vec{i} + (b - y)\vec{j}$$

$$\vec{n} = \vec{j}, \quad (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \vec{n} = (b - y)$$

S_4 : $x = 0$ ve $0 \leq y \leq b$ için,

$$\vec{R} = y'\vec{j}, \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$(\vec{R} - \vec{r}) = x\vec{i} + (y' - y)\vec{j}$$

$$\vec{n} = \vec{i}, \quad (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \vec{n} = x$$

elde edilir, ve

$$\begin{aligned}
 G(x, y) = & \frac{B_1}{2\pi} \int_0^a y \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + y^2})}{(x-x')^2 + y^2} dx' \\
 & + \frac{B_2}{2\pi} \int_0^b (a-x) \frac{Ki_2(\sqrt{(a-x')^2 + (y-y')^2})}{(a-x')^2 + (y-y')^2} dy' \\
 & + \frac{B_3}{2\pi} \int_0^a (b-y) \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + (b-y')^2})}{(x-x')^2 + (b-y')^2} dx' \\
 & + \frac{B_4}{2\pi} \int_0^b x \frac{Ki_2(\sqrt{x^2 + (y'-y)^2})}{x^2 + (y'-y)^2} dy' \\
 & + \int_0^a dx' \int_0^b S(x', y') \frac{Ki_1(\sqrt{(x-x')^2 + (y'-y)^2})}{2\pi\sqrt{(x-x')^2 + (y'-y)^2}} dy'
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

bulunur.

Radyasyon akısı iki boyutlu kartezyen koordinatta Şekil 2.3. 'e göre aynı şekilde açılırsa,

$$\begin{aligned}
 {}^+q_x^R(x, y) = & -\frac{B_1}{2\pi} \int_0^a y^2 \frac{Ki_3(\sqrt{(x-x')^2 + y^2})}{[(x-x')^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} dx' \\
 & -\frac{B_2}{2\pi} \int_0^b (a-x)^2 \frac{Ki_3(\sqrt{(a-x')^2 + (y-y')^2})}{[(a-x')^2 + (y-y')^2]^{\frac{3}{2}}} dy' \\
 & -\frac{B_3}{2\pi} \int_0^a (b-y)^2 \frac{Ki_3(\sqrt{(x-x')^2 + (b-y')^2})}{[(x-x')^2 + (b-y')^2]^{\frac{3}{2}}} dx' \\
 & -\frac{B_4}{2\pi} \int_0^b x^2 \frac{Ki_3(\sqrt{x^2 + (y'-y)^2})}{[x^2 + (y'-y)^2]^{\frac{3}{2}}} dy' \\
 & + \int_0^a dx' \int_0^b S(x', y') (x-x') \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + (y'-y)^2})}{2\pi[(x-x')^2 + (y'-y)^2]} dy'
 \end{aligned} \tag{2.15 a}$$

$$\begin{aligned}
+q_y^R(x,y) = & -\frac{B_1}{2\pi} \int_0^a y(x-x') \frac{Ki_3(\sqrt{(x-x')^2 + y^2})}{\left[(x-x')^2 + y^2\right]^{\frac{3}{2}}} dx' \\
& -\frac{B_2}{2\pi} \int_0^b (a-x)(y-y') \frac{Ki_3(\sqrt{(a-x')^2 + (y-y')^2})}{\left[(a-x')^2 + (y-y')^2\right]^{\frac{3}{2}}} dy' \\
& -\frac{B_3}{2\pi} \int_0^a (b-y)(x-x') \frac{Ki_3(\sqrt{(x-x')^2 + (b-y')^2})}{\left[(x-x')^2 + (b-y')^2\right]^{\frac{3}{2}}} dx' \\
& -\frac{B_4}{2\pi} \int_0^b x(y'-y) \frac{Ki_3(\sqrt{x^2 + (y'-y)^2})}{\left[x^2 + (y'-y)^2\right]^{\frac{3}{2}}} dy' \\
& + \int_0^a dx' \int_0^b S(x',y')(y'-y) \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + (y'-y)^2})}{2\pi \left[(x-x')^2 + (y'-y)^2\right]} dy'
\end{aligned}$$

(2.15b)

elde edilir.

3. SK_N METODU

SK_N metodu alan veya hacim integralinin içindeki kernel fonksiyonuna yapılan bir yaklaşımdan ibarettir. Denklem (2.7)'daki üstel ifade yerine aşağıdaki yaklaşım önerilmektedir.

$$e^{-x} = \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n}{\mu_n^2} x e^{-x/\mu_n} \quad (3.1)$$

Burada μ_n ve ω_n katsayıları, e^{-x} 'in momentlerinin eşleştirilmesiyle elde edilen lineer olmayan denklem sisteminin çözümünden bulunabilir. Momentler

$$\int_0^{\tau_0} x^k e^{-x} dx = \sum_{n=1}^N \frac{\omega_n}{\mu_n^2} \int_0^{\tau_0} x^{k+1} e^{-x/\mu_n} dx \quad (3.2)$$

k için 0'dan 2N-1'e kadar eşleştirilir ki 2N denklem elde edilsin. Burada τ_0 sistemin optik kalınlığıdır. $\tau_0 \rightarrow \infty$ için, (0,1) aralığı için Gauss kuadratur parametreleri olan μ_n ve ω_n takımıyla Denklem (3.2)'nin yerine getirilmesiyle şartlar zorlanır. $dE_1/dx = -E_0(x)$ rekülans bağıntılarının kullanılması ve gauss toplamı ile integralin yerini alır ve Denklem (3.1) elde edilir.

Radyasyon fonksiyonunun genelleştirilmiş hali;

$$G(\vec{r}) = F_1(\vec{r}) + \int_V S(\vec{r}') \frac{\exp(-\beta |\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV' \quad (3.3)$$

ve radyasyon ısı akısının integral hali

$$\vec{q}^R(\vec{r}) = \vec{F}_2(\vec{r}) + \int_V S(\vec{r}') \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^3} \exp(-\beta |\vec{r} - \vec{r}'|) dV' \quad (3.4)$$

olur.

Denklem (3.1)'i kaynak fonksiyonu ve radyasyon ısı akısına uygularsak

$$G(\vec{r}) = F_1(\vec{r}) + \sum_{n=1}^N \omega_n G_n(\vec{r}) \quad (3.5)$$

elde edilir. Burada, G_n artık

$$G_n(\vec{r}) = \frac{1}{D_n} \int_V S(\vec{r}') \frac{\exp(-\beta |\vec{r} - \vec{r}'| / \mu_n)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \quad (3.6)$$

ve $D_n = \mu_n^2 / \beta$ dir.

Denklem (3.6) sentetik kernel çözümünün bileşenleri için aşağıdaki şekilde verilen difüzyon benzeri diferansiyel denklemine denk gelir.

$$-D_n \nabla^2 G_n + \beta G_n(\vec{r}) = S(\vec{r}) \quad (3.7)$$

Kaynak fonksiyonu $S(\vec{r})$, soğurma, yutma ve saçılma ortamında gelen enerjisi ve sıcaklığın fonksiyonudur. Gelen enerji fonksiyonu, SK_N denklemleri olarak bahsedilecek bir ikinci derece denklem grubunu sağlamak için Denklem (3.5) ile değiştirilebilir.

Benzer olarak, eğer Denklem (3.4)'de hacim integralindeki eksponansiyel terim yerine önerilen toplam konulursa,

$$\bar{q}^R(\vec{r}) = \bar{F}_2(\vec{r}) + \sum_{n=1}^N \omega_n q_n^R(\vec{r}) \quad (3.8)$$

olarak verebiliriz, burada

$$\bar{q}_n^R(\vec{r}) = \frac{1}{D_n} \int_V S(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}') \frac{\exp(-\beta |\vec{r} - \vec{r}'| / \mu_n)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} dV', \quad (3.9)$$

Bir boyutlu sistem için, aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$q_n^R(\vec{r}) = -D_n \nabla G_n(\vec{r}) \quad (3.10)$$

Bu bağıntı Denklem (3.4)'ü kullanmaksızın radyasyon ısı akısının bulunmasını sağlar. Mamafî, Denklem (3.10) iki ve üç boyutlu geometriler geçerli değildir. Buna rağmen, ısı

akısı Denklem (3.4)'ile hala çözülebileceği için iki ve üç geometrilerde SK_N metodu daha kolaydır. Sınır şartları sınırda $q_n^R(\bar{r})$ ve $G_n(\bar{r})$ 'nin incelenmesiyle çıkarılabilir (Altaç, 1989). Daha yüksek geometrilerde ısı akısı ve radyasyon fonksiyonu $q_n^R(\bar{r})$ ve $G_n(\bar{r})$ optik kalınlıklar cinsinden ele alırsak ($\bar{\tau} = \beta\bar{r}$);

$$G(\bar{\tau}) = F_1(\bar{\tau}) + \int_V S(\bar{\tau}') \frac{\exp[-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|]}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^2} dV', \quad (3.11)$$

$$\bar{q}^R(\bar{\tau}) = \bar{F}_2(\bar{\tau}) + \int_V S(\bar{\tau}') \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^3} \exp(-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|) dV', \quad (3.12)$$

elde edilir, ve bunlara da exponansiyel yaklaşımını uygularsak,

$$G_n(\bar{\tau}) = \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') \frac{\exp(-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n)}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|} dV', \quad (3.14)$$

$$\bar{q}_n^R(\bar{\tau}) = \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') (\bar{\tau} - \bar{\tau}') \frac{\exp(-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n)}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^2} dV', \quad (3.15)$$

elde edilir ve G_n ifadesinin gradyantını alırsak;

$$\begin{aligned} \nabla G_n &= \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{1}{\mu_n} \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^2} - \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^3} \right] \exp[-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n] dV' \\ &= -\frac{1}{\mu_n} \left[\frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^2} \exp[-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n] dV' \right] \\ &\quad - \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^3} \exp[-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n] dV' \\ \nabla G_n &= -\frac{1}{\mu_n} \bar{q}_n^R - \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{\tau}') \frac{(\bar{\tau} - \bar{\tau}')}{4\pi|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|^3} \exp[-|\bar{\tau} - \bar{\tau}'|/\mu_n] dV' \end{aligned} \quad (3.16)$$

elde edilir. Burada

$$\vec{q}_n^R = -\mu_n \nabla G_n - \frac{1}{\mu_n} \int_{\nu} S(\vec{\tau}') \frac{(\vec{\tau} - \vec{\tau}')}{4\pi |\vec{\tau} - \vec{\tau}'|^3} \exp[-|\vec{\tau} - \vec{\tau}'| / \mu_n] dV' \quad (3.17)$$

olarak bulunur ve

$$ekstra = -\frac{1}{\mu_n} \int_{\nu} S(\vec{\tau}') \frac{(\vec{\tau} - \vec{\tau}')}{4\pi |\vec{\tau} - \vec{\tau}'|^3} \exp[-|\vec{\tau} - \vec{\tau}'| / \mu_n] dV' \quad (3.18)$$

ekstra teriminin denklemlere uygun bir şekilde eklenmesi gerekmektedir.

Bu ekstra terimi incelersek;

$S(\vec{\tau})$ fonksiyonunu genelleştirilmiş Taylor serisine açarsak,

$$S(\vec{\tau}) = S(\vec{\tau}) + \vec{\rho} \cdot \nabla S(\vec{\tau}) + \frac{1}{2!} (\vec{\rho} \cdot \nabla)^2 S + O(\nabla^3 S)$$

burada,

$$\vec{\rho} = \rho(\sin \theta \cos \varphi \vec{i} + \sin \theta \sin \varphi \vec{j} + \cos \theta \vec{k})$$

$$d\vec{\rho}' = \rho^2 \sin \theta d\rho d\theta d\varphi$$

$$\vec{\rho} = -\vec{\tau} + \vec{\tau}'$$

$$\vec{\rho} \cdot \nabla = \rho \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial x} + \rho \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial y} + \rho \cos \theta \frac{\partial}{\partial z}$$

ifadelerine eşdeğerdir. Ekstra terimde bu değerleri yerine yazdığımızda;

$$ekstra = \int_{\nu} \frac{(\vec{\tau} - \vec{\tau}')}{4\pi |\vec{\tau} - \vec{\tau}'|^3} \exp[-|\vec{\tau} - \vec{\tau}'| / \mu_n] \left\{ S(\vec{\tau}) + \vec{\rho} \cdot \nabla S(\vec{\tau}) + \frac{1}{2!} (\vec{\rho} \cdot \nabla)^2 S + \dots \right\} d\vec{\tau}'$$

$$ekstra = \int_{\nu} \frac{\vec{\rho}}{4\pi \rho^3} \exp[-\rho / \mu_n] \left\{ S(\vec{\tau}) + \vec{\rho} \cdot \nabla S(\vec{\tau}) + \frac{1}{2!} (\vec{\rho} \cdot \nabla)^2 S + \dots \right\} d\vec{\tau}' \quad (3.19)$$

bulunur. İntegral denklemini kısımlara ayırırsak;

$$Terim1 = \int_V S(\vec{\tau}) \frac{\bar{\rho}}{4\pi\rho^3} \exp[-\rho / \mu_n] d\vec{\tau}' \quad (3.19a)$$

ve bu integrali kutupsal koordinatlarda integre edersek,

$$Terim1=0$$

olarak bulunur; aynı şekilde diğer terimleri de incelediğimizde

$$\begin{aligned} Terim2 &= \int_V \bar{\rho} \cdot \nabla S(\vec{\tau}) \frac{\bar{\rho}}{4\pi\rho^3} \exp[-\rho / \mu_n] d\vec{\tau}' \\ &= -\frac{1}{3} \mu_n^2 \nabla S(\vec{\tau}) \end{aligned} \quad (3.18b)$$

$$\begin{aligned} Terim3 &= \int_V \frac{1}{2!} (\bar{\rho} \cdot \nabla)^2 S(\vec{\tau}) \frac{\bar{\rho}}{4\pi\rho^3} \exp[-\rho / \mu_n] d\vec{\tau}' \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.19c)$$

olduğu görülür. Bu sonuçlar ısı akısı denkleminde yerine yazılırsa

$$\vec{q}_n^R = -\mu_n \nabla G_n + \frac{\mu_n}{3} \nabla S(\vec{\tau}') \quad (3.20)$$

burada,

$$S(\vec{\tau}) = 4(1-\omega_0)T^4(\vec{\tau}) + \omega_0 G(\vec{\tau}) \quad (3.21)$$

çözülen problemde,

$$S(\vec{\tau}) = \omega_0 G(\vec{\tau})$$

olduğundan, böylece

$$\vec{q}_n^R = -\mu_n \nabla G_n + \frac{\omega_0}{3} \mu_n \nabla G \quad (3.22)$$

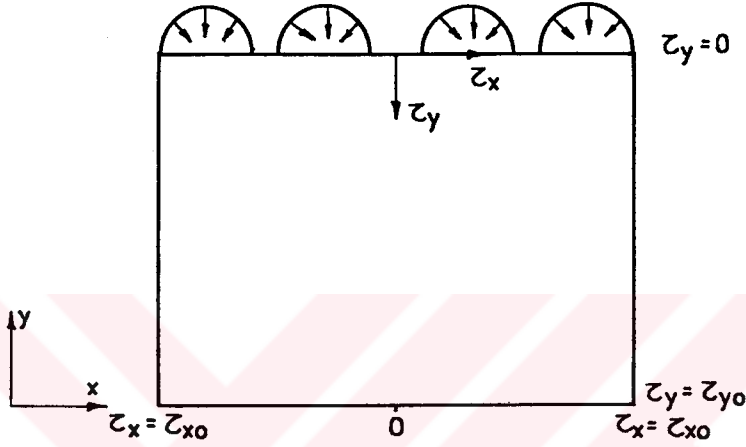
elde edilir.

Problemin çözümünde yapılan varsayımlar:

1. Ortam yerel termodinamik dengededir,
2. Ortam homojendir,
3. Sürekli duruma erişilir,
4. Kırılma indisi birdir,
5. Ortam iki boyutludur,
6. Yutma ihmal edilir,

7. Saçılma isotropik

olan etkileşimlerde ve ortamda yapılır. Ortamın özellikleri spektral bağımlılığını gösterme, alt indis v , frekansa bağlı olmasına rağmen, basit matematiksel ifadesi ihmal edilecektir (Crosbie and Schrenker, 1984).



Şekil 3.1. Geometri ve koordinat sistemi (Crosbie and Schrenker, 1984).

Sadece üniform radyasyon transferi üst yüzeyden başlamaktadır. Sınır şartlarının bu iki tipi yüksek duvar sıcaklıkları ile kapalı ortamlarda radyasyon transferi için önemlidir. Optik kalınlıklar $\tau_x = \beta \cdot x$, $\tau_y = \beta \cdot y$ ve $\tau_z = \beta \cdot z$ olarak tanımlanmıştır. Burada yokolma katsayısı β , saçılma katsayısı γ ve soğurma katsayısı κ 'nın toplamıdır. ($\beta = \gamma + \kappa$)

Kaynak fonksiyonu, soğurma isotropik saçılma ortamında iki boyutlu geometri için şöyle yazılabilir (Crosbie and Schrenker, 1984).

$$S(\tau_x, \tau_y) = \omega_0 I_D G(\tau_x, \tau_y) \quad (3.22)$$

ve

$$G(\tau_x, \tau_y) = F_1(\tau_x, \tau_y) + \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{\tau_x} d\tau'_x \int_{-\tau_x}^{\tau_x} G(\tau'_x, \tau'_y) \frac{K_{i1}(\tau_d)}{\tau_d} d\tau'_x \quad (3.23)$$

Burada,

$$F_1(\tau_x, \tau_y) = \frac{\tau_y}{2\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} \frac{Ki_2(\tau_d^+)}{(\tau_d^+)^2} d\tau_x'$$

ve

$$\tau_d^+ = \sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau_x')^2}$$

$$\tau_d = \sqrt{(\tau_y - \tau_y')^2 + (\tau_x - \tau_x')^2}$$

olarak yazılabilir:

$$F_1(\tau_x, \tau_y) = \frac{\tau_y}{2\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} \frac{Ki_2(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau_x')^2})}{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau_x')^2} d\tau_x'$$

şeklini alır. $\tau_x - \tau_x' = \tau_y \tan \theta$ dönüşümü uygularsak integral sınırları şu hali alır,

$$\tau_x - \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$-(\tau_{x_0} - \tau_x) = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_1 = -\tan^{-1}\left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y}\right)$$

$$\tau_x + \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y}\right)$$

$$F_1(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\tau_y}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{Ki_2(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2})}{\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2} \tau_y \sec^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{Ki_2(\tau_y \sec \theta)}{\tau_y^2 \sec^2 \theta} \tau_y^2 \sec^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\theta_1}^0 Ki_2(\tau_y \sec \theta) d\theta + \int_0^{\theta_2} Ki_2(\tau_y \sec \theta) d\theta \right]$$

Bickley fonksiyonunun integrali Bis'ler cinsinden elde edilir (Altaç, 1996).

$$F_1(\tau_x, \tau_y) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \text{Bis}_2 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y} \right) \right] + \text{Bis}_2 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y} \right) \right] \right\} \quad (3.24)$$

bulunur.

x-yönünde radyasyon akısı ve x-yönünde net akı

$$H_x(\tau_x, \tau_y) = (\pi I_D) q_x(\tau_x, \tau_y) \quad (3.25)$$

olarak yazılabilir (Crosbie and Schrenker, 1984); burada

$$q_x = F_{2x}(\tau_x, \tau_y) + \frac{2\omega}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} d\tau'_x \int_0^{\tau_x} (\tau_x - \tau'_x) \frac{Ki_2(\tau_d)}{(\tau_d)^2} d\tau'_y \quad (3.26)$$

ve

$$F_{2x}(\tau_x, \tau_y) = \frac{2\tau_y}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} (\tau_x - \tau'_x) \frac{Ki_3(\tau_d^+)}{(\tau_d^+)^3} d\tau'_x$$

$$\tau_d^+ = \sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2}$$

$$\tau_d = \sqrt{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2}$$

$$F_{2x}(\tau_x, \tau_y) = \frac{2\tau_y}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} (\tau_x - \tau'_x) \frac{Ki_3(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2})}{[\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2]^{3/2}} d\tau'_x$$

şeklini alır. $\tau_x - \tau'_x = \tau_y \tan \theta$ dönüşümü uygularsak integral sınırları şu hali alır:

$$\tau_x - \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$-(\tau_{x_0} - \tau_x) = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_1 = -\tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y} \right)$$

$$\tau_x + \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y}\right)$$

$$F_{2x}(\tau_x, \tau_y) = -\frac{2\tau_y}{\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau_y \tan \theta \frac{Ki_3(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2})}{[\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2]^{\frac{3}{2}}} \tau_y \sec^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_y^2 \tan \theta \frac{Ki_3(\tau_y \sec \theta)}{(\tau_y^2 \sec^2 \theta)^{\frac{3}{2}}} \tau_y^2 \sec^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[\int_{\theta_1}^{\theta_2} Ki_3(\tau_y \sec \theta) \sin \theta d\theta + \int_0^{\theta_1} Ki_3(\tau_y \sec \theta) \sin \theta d\theta \right]$$

$$= \frac{2}{\pi} \left\{ Cis_3 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y} \right) \right] - Cis_3 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y} \right) \right] \right\}$$

(3.27)

bulunur.

y-yönünde radyasyon akısı ve y-yönünde net akı

$$H_y(\tau_x, \tau_y) = (\pi I_D) q_y(\tau_x, \tau_y) \quad (3.28)$$

olarak yazılabilir (Crosbie and Schrenker, 1984); burada

$$q_y = F_{2y}(\tau_x, \tau_y) + \frac{2\omega}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} d\tau'_x \int_0^{\tau_y} (\tau_y - \tau'_y) \frac{Ki_2(\tau_d)}{(\tau_d)^2} d\tau'_y \quad (3.29)$$

ve

$$F_{2y}(\tau_x, \tau_y) = \frac{2\tau_y^2}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} \frac{Ki_3(\tau_d^+)}{(\tau_d^+)^3} d\tau'_x$$

$$\tau_d^+ = \sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2}$$

$$\tau_d = \sqrt{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2}$$

$$F_{2y}(\tau_x, \tau_y) = \frac{2\tau_y^2}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} \frac{Ki_3(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2})}{[\tau_y^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2]^{3/2}} d\tau'_x$$

şeklini alır. $\tau_x - \tau'_x = \tau_y \tan \theta$ dönüşümü uygularsak integral sınırları şu hali alır,

$$\tau_x - \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$-(\tau_{x_0} - \tau_x) = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_1 = -\tan^{-1}\left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y}\right)$$

$$\tau_x + \tau_{x_0} = \tau_y \tan \theta$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y}\right)$$

$$F_{2y}(\tau_x, \tau_y) = -\frac{2\tau_y^2}{\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{Ki_3(\sqrt{\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2})}{[\tau_y^2 + (\tau_y \tan \theta)^2]^{3/2}} \tau_y \sec^2 \theta d\theta$$

$$F_{2y}(\tau_x, \tau_y) = \frac{2}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_y^2 \frac{Ki_3(\tau_y \sec \theta)}{(\tau_y^2 \sec^2 \theta)^{3/2}} \tau_y^2 \sec^2 \theta d\theta$$

$$= \frac{2}{\pi} \left[\int_{\theta_1}^0 Ki_3(\tau_y \sec \theta) d\theta + \int_0^{\theta_2} Ki_3(\tau_y \sec \theta) d\theta \right]$$

$$= \frac{2}{\pi} \left\{ Bis_3 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} + \tau_x}{\tau_y} \right) \right] + Bis_3 \left[\tau_y, \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\tau_y} \right) \right] \right\}$$

(3.30)

bulunur.

Geometri sınırlarında saçılma şiddeti;

Negatif x-yönünde üst yüzeyden ayrılan saçılma şiddeti aşağıdaki şekilde yazılır (Crosbie and Schrenker, 1984),

$$I_y^-(\tau_x, 0) = \int_0^{\tau_y} S(\tau_x, \tau'_y) \exp(-\tau'_y) d\tau'_y \quad (3.31)$$

alt yüzeyden ayrılan saçılma şiddeti (Crosbie and Schrenker, 1984),

$$I_y^+(\tau_x, \tau_{y0}) = \int_0^{\tau_y} S(\tau_x, \tau'_y) \exp[(\tau_{y0} - \tau'_y)] d\tau'_y \quad (3.32)$$

aynı şekilde yan yüzeyden ayrılan saçılma şiddeti (Crosbie and Schrenker, 1984),

$$I_x^+(\tau_{x0}, \tau_y) = \int_{-\tau_{y0}}^{\tau_y} S(\tau_x, \tau'_y) \exp[(\tau_{x0} - \tau'_x)] d\tau'_x \quad (3.33)$$

$x=0$ noktasında simetriden dolayı, diğer yüzeyden ayrılan saçılma şiddeti aşağıdaki şekilde verilir:

$$I_x^-(\tau_{x0}, \tau_y) = I_x^+(\tau_{x0}, \tau_y)$$

Bu çalışmada yukarıdaki verilen integraller nümerik olarak Simpson yöntemine göre hesaplanmıştır.

4. SK_N FORMÜLASYONUNDA SINIR ŞARTI

Sınır şartları olarak sonsuz uzunlukta, $-\infty < y < +\infty$, $-\infty < x < +\infty$ durumunda, yüzeylerde $G_n/G'_n = \mu_n$ baz alınarak optik kalınlığı küçük geometrilere de uygulanmıştır. Ancak daha gerçekçi sınır şartları elde etmek için yapılan işlemler şöyle açıklanabilir:

Bu diferansiyel Denklem (3.5) sisteminin Green fonksiyonu olarak bilinen ifade, kısaca K_n ile temsil edersek,

$$K_n = K_n(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'| / \mu_n)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (4.1)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.7) ile verilen kısmi diferansiyel denklemini aşağıdaki şekilde sağlar.

$$-\nabla^2 K_n(\vec{r}, \vec{r}') + \frac{1}{\mu_n^2} K_n = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad n=1,2,3, \dots, N \quad (4.2)$$

Burada δ , delta-dirac fonksiyonudur.

Denklem (3.7)'ü K_n ile çarpar ve V hacmi üzerinden integre edersek,

$$\int_V dV' [-\mu_n^2 K_n \nabla^2 G_n(\vec{r}') + K_n G_n(\vec{r}') = K_n S(\vec{r}')]]$$

elde edilir. K_n yerine Denklem (4.2)'den

$$K_n = \mu_n^2 \delta(\vec{r} - \vec{r}') + \mu_n^2 \nabla^2 K_n$$

ifadesini yazarsak

$$\int_V dV' [-\mu_n^2 K_n \nabla^2 G_n(\bar{r}') + \mu_n^2 G_n(\bar{r}') \delta(\bar{r} - \bar{r}') + \mu_n^2 G_n(\bar{r}') \nabla^2 K_n] = K_n S(\bar{r}')$$

bulunur.

Herhangi bir $f(\bar{r})$ fonksiyonu için

$$\int_V dV' \delta(\bar{r} - \bar{r}') f(\bar{r}') = f(\bar{r}) \quad (4.3)$$

bağıntısından yararlanarak

$$\int_V dV' \delta(\bar{r} - \bar{r}') G_n(\bar{r}') = G_n(\bar{r})$$

olarak hesaplanır ve

$$\begin{aligned} G_n(\bar{r}) &= \frac{1}{\mu_n^2} \int_V S(\bar{r}') K_n(\bar{r}, \bar{r}') dV' \\ &+ \int_V dV' [K_n(\bar{r}, \bar{r}') \nabla^2 G_n(\bar{r}') - G_n(\bar{r}') \nabla^2 K_n(\bar{r}, \bar{r}')] \end{aligned} \quad (4.4)$$

şeklinde indirgenir. Bu denklem, Denklem (3.5)'e benzemektedir. Tek farklılık

$$\int_V dV' [K_n \nabla^2 G_n + G_n \nabla^2 K_n]$$

integralinin fazlalığıdır. Bu integral Green'in ikinci bağıntısı yardımıyla biraz daha basitleştirilebilir.

Hatırlanacağı gibi bir hacimsel ve bölgesinde tanımlı $\psi(\bar{r})$ ve $\phi(\bar{r})$ fonksiyonları için aşağıdaki Green'in ikinci bağıntısı geçerlidir.

$$\int_V [\psi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi] dV' = \int_s \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n(\bar{r}_s)} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n(\bar{r}_s)} \right) ds$$

Bu durumda,

$$\int_V [K_n \nabla^2 G_n - G_n \nabla^2 K_n] dV' = \int_s \left(K_n \frac{\partial G_n}{\partial n(\bar{r}_s)} - G_n \frac{\partial K_n}{\partial n(\bar{r}_s)} \right) ds$$

şeklinde yazılır. Burada $n(\vec{r}_s)$, ds yüzey elemanına dik olan doğrultudur. Dolayısıyla bu hacim integrali bir yüzey integraline dönüştürülmüş olup, yüzey integrali yüzeylerdeki G_n ve $\partial G_n / \partial n$ türevlerini içermektedir. Bunlarda bize doğal olarak yüzeylerdeki sınır şartları sağlanacaktır. Bu yüzey integralini sıfır yapan sınır şartları için SK_N metodu gerçek çözüme yakınsayacaktır.

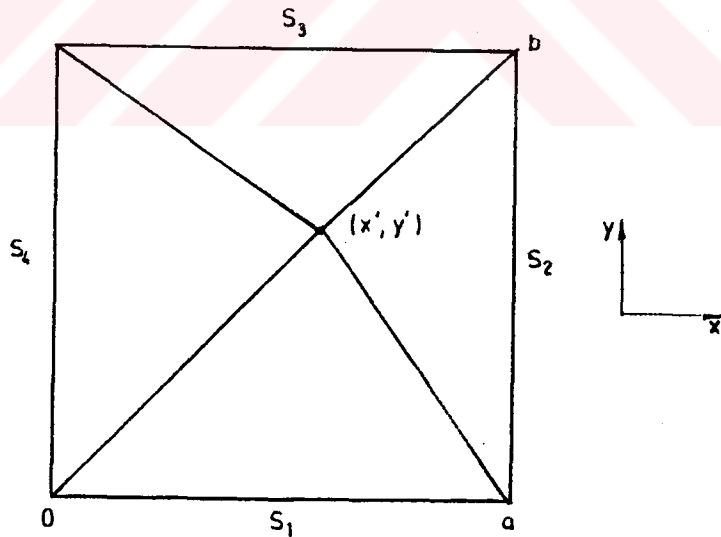
$$\Gamma_n(\vec{r}) = \int_s \left(K_n(\vec{r}, \vec{r}_s) \frac{\partial G_n}{\partial n(\vec{r}_s)} - G_n(\vec{r}, \vec{r}_s) \frac{\partial K_n}{\partial n(\vec{r}_s)} \right) ds$$

tanımlarsak, $\Gamma_n(\vec{r})$ fonksiyonunun da

$$\mu_n^2 \nabla^2 \Gamma_n(\vec{r}) + \Gamma_n(\vec{r}) = 0$$

denklemini sağladığı görülecektir. Dolayısıyla $\Gamma_n(\vec{r})$ fonksiyonunun yüzeylerde sıfır olması sağlandığında $\Gamma_n(\vec{r})$ her yer de sıfır olacaktır.

Şimdi $0 \leq x \leq a$ ve $0 \leq y \leq b$ ile sınırlı bir dikdörtgensel bölgede $\Gamma_n(\vec{r})$ 'ı açık olarak bulalım ($-\infty < z' < \infty$).



Şekil 4.1. İki boyutlu kartezyen sistemi

S_1 kenarı için ($0 \leq x' \leq a$ ve $y' = 0$)

$$ds = dx' dz', \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{r}_s = x'\vec{i} + 0\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{n} = y, \quad (\vec{r} - \vec{r}_s) = \sqrt{(x - x')^2 + y^2 + z'^2}$$

S₂ kenarı için ($x' = a$ ve $0 \leq y' \leq b$)

$$ds = dy'dz', \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{r}_s = a\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{n} = x, \quad (\vec{r} - \vec{r}_s) = \sqrt{(a - x')^2 + (y - y')^2 + z'^2}$$

S₃ kenarı için ($0 \leq x' \leq a$ ve $y' = b$)

$$ds = -dx'dz', \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{r}_s = x'\vec{i} + b\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{n} = y, \quad (\vec{r} - \vec{r}_s) = \sqrt{(x - x')^2 + (b - y')^2 + z'^2}$$

S₄ kenarı için ($x' = 0$ ve $0 \leq y' \leq b$)

$$ds = -dy'dz', \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{r}_s = y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{n} = x, \quad (\vec{r} - \vec{r}_s) = \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + z'^2}$$

$$\Gamma_n(x,y) = \int_{S_1} [\dots] ds + \int_{S_2} [\dots] ds + \int_{S_3} [\dots] ds + \int_{S_4} [\dots] ds$$

şeklinde yazılabilir. Her bir yüzey integralinde z integrali ayrı olarak hesaplanabilir. S_1 yüzey integralinin birinci terimi için

$$\int_0^{\infty} dx' \frac{\partial G_n(x',0)}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{4\pi \sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2}}$$

şeklinde yazılabilir. z' simetrisinden dolayı

$$\int_0^{\infty} dx' \frac{\partial G_n(x',0)}{\partial y} \int_0^{\infty} dz' \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{2\pi \sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2}}$$

şeklinde yazılabilir. $z' = \sqrt{(x-x')^2 + y^2} \sinh \omega$ dönüşümü uygularsak

$$\int_0^{\infty} dx' \frac{\partial G_n(x',0)}{\partial y} \int_{\omega=0}^{\infty} d\omega \exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega / \mu_n)$$

veya

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} dx' \frac{\partial G_n(x',0)}{\partial y} K_0(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n)$$

integrali elde edilir. İkinci terim için önce y' e göre türev alınıp sonra integrali alınırsa

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2}} \right] &= -y \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{\mu_n [(x-x')^2 + y^2 + z'^2]} \\ &\quad - y \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{[(x-x')^2 + y^2 + z'^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

$$I_1 = -\frac{y}{\mu_n} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{[(x-x')^2 + y^2 + z'^2]} dz'$$

ve

$$I_2 = -y \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z'^2} / \mu_n)}{[(x-x')^2 + y^2 + z'^2]^{\frac{3}{2}}} dz'$$

şeklini alır. $z' = \sqrt{(x-x')^2 + y^2} \sinh \omega$ dönüşümü uygularsak

$$I_1 = -\frac{y}{\mu_n} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega / \mu_n)}{[(x-x')^2 + y^2] \cosh^2 \omega} \sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega d\omega$$

$$I_1 = -\frac{y}{\mu_n} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega / \mu_n)}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega} d\omega$$

$$I_1 = -\frac{y}{\mu_n} \frac{Ki_1(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n)}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2}}$$

şeklini alır. I_2 integranine aynı şekilde $z' = \sqrt{(x-x')^2 + y^2} \sinh \omega$ dönüşümü uygularsak

$$I_2 = -y \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega / \mu_n)}{[\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega]^3} \sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega d\omega$$

$$I_2 = -y \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\sqrt{(x-x')^2 + y^2} \cosh \omega / \mu_n)}{[(x-x')^2 + y^2] \cosh^2 \omega} d\omega$$

$$I_2 = -y \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n)}{(x-x')^2 + y^2}$$

bulunur. Dolayısıyla S_1 yüzeyi üzerindeki integral

$$\int_{S_1} [\dots] ds = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx' \frac{\partial G_n}{\partial y} K_0(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n) \\ + \frac{G_n}{\mu_n} \frac{y}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2}} \left\{ Ki_1(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n) + \mu_n \frac{Ki_2(\sqrt{(x-x')^2 + y^2} / \mu_n)}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2}} \right\}$$

Benzer şekilde diğer yüzey integralleri de hesaplanırsa,

$$2\pi\Gamma_n(x,y) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ K_0\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) \frac{\partial G_n(x',0)}{\partial y} + \frac{G_n(x',0)}{\tau_1 \mu_n} y \left[Ki_1\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) + \frac{\mu_n}{\tau_1} Ki_2\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) \right] \right\} dx' \\ + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ K_0\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) \frac{\partial G_n(a,y')}{\partial x} - \frac{G_n(a,y')}{\tau_2 \mu_n} (a-x) \left[Ki_1\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) + \frac{\mu_n}{\tau_2} Ki_2\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) \right] \right\} dy' \\ - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ K_0\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) \frac{\partial G_n(x',b)}{\partial y} + \frac{G_n(x',b)}{\tau_3 \mu_n} (b-y) \left[Ki_1\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) + \frac{\mu_n}{\tau_3} Ki_2\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) \right] \right\} dx' \\ - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ K_0\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) \frac{\partial G_n(a,y')}{\partial x} - \frac{G_n(a,y')}{\tau_4 \mu_n} x \left[Ki_1\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) + \frac{\mu_n}{\tau_4} Ki_2\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) \right] \right\} dy' \quad (4.5)$$

genel ifadesi elde edilir. Burada,

$$\tau_1 = \sqrt{(x-x')^2 + y^2}, \quad \tau_2 = \sqrt{(a-x')^2 + (y-y')^2}$$

$$\tau_3 = \sqrt{(x-x')^2 + (b-y)^2}, \quad \tau_4 = \sqrt{x^2 + (y-y')^2}$$

olarak alınmıştır.

İntegral için ortalama değer teoremine başvurursak, ki ortalama değer teoremi,

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_{\alpha}^{\beta} g(x)dx \quad \alpha \leq \xi \leq \beta$$

şeklinde yazılabilmektedir. Bu teoremi Denklem (4.5)'ya uygularsak

$$\begin{aligned}
2\pi\Gamma_n(x,y) = & \frac{\partial G_n(\xi_1,0)}{\partial y} \int_0^a K_0\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \frac{G_n(\xi_1,0)}{\mu_n} y \int_0^a \left[\frac{1}{\tau_1} Ki_1\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) + \frac{1}{\tau_1^2} Ki_2\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) \right] dx' \\
& + \frac{\partial G_n(a,\xi_2)}{\partial x} \int_0^b K_0\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' - \frac{G_n(a,\xi_2)}{\mu_n} (a-x) \int_0^b \left[\frac{1}{\tau_2} Ki_1\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) + \frac{1}{\tau_2^2} Ki_2\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) \right] dy' \\
& - \frac{\partial G_n(\xi_3,0)}{\partial y} \int_0^a K_0\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx' + \frac{G_n(\xi_3,0)}{\mu_n} (b-y) \int_0^a \left[\frac{1}{\tau_3} Ki_1\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) + \frac{1}{\tau_3^2} Ki_2\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) \right] dx' \\
& - \frac{\partial G_n(0,\xi_4)}{\partial x} \int_0^b K_0\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' - \frac{G_n(0,\xi_4)}{\mu_n} x \int_0^b \left[\frac{1}{\tau_4} Ki_1\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) + \frac{1}{\tau_4^2} Ki_2\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) \right] dy'
\end{aligned} \tag{4.6}$$

$$0 < \xi_1, \xi_3 < a$$

$$0 < \xi_2, \xi_4 < b$$

Şimdi de

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G_n(\xi_1,0)} \frac{\partial G_n(\xi_1,0)}{\partial y} &= -\frac{C_n}{\mu_n}, & \frac{1}{G_n(\xi_3,0)} \frac{\partial G_n(\xi_3,0)}{\partial y} &= \frac{C_n}{\mu_n} \\
\text{ve} \\
\frac{1}{G_n(a,\xi_2)} \frac{\partial G_n(a,\xi_2)}{\partial x} &= \frac{D_n}{\mu_n}, & \frac{1}{G_n(0,\xi_4)} \frac{\partial G_n(0,\xi_4)}{\partial x} &= -\frac{D_n}{\mu_n}
\end{aligned}$$

olarak değiştiğini varsayalım. Bu durumda

$$\begin{aligned}
2\pi\Gamma_n(x,y) = & \left\{ -C_n \int_0^a K_0\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \int_0^a y \frac{1}{\tau_1} Ki_1\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \mu_n \int_0^a y \frac{1}{\tau_1^2} Ki_2\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' \right\} G_n(\xi_1,0) \\
& + \left\{ D_n \int_0^b K_0\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' - \int_0^b (a-x) \frac{1}{\tau_2} Ki_1\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' - \mu_n \int_0^b (a-x) \frac{1}{\tau_2^2} Ki_2\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' \right\} G_n(a,\xi_2) \\
& - \left\{ C_n \int_0^a K_0\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx' - \int_0^a (b-y) \frac{1}{\tau_3} Ki_1\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx' - \mu_n \int_0^a (b-y) \frac{1}{\tau_3^2} Ki_2\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx' \right\} G_n(\xi_3,0) \\
& - \left\{ -D_n \int_0^b K_0\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' + \int_0^b x \frac{1}{\tau_4} Ki_1\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' + \mu_n \int_0^b x \frac{1}{\tau_4^2} Ki_2\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' \right\} G_n(0,\xi_4)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

elde edilir. Buradan

$$C_n(x,y) = \frac{\int_0^a y \frac{1}{\tau_1} Ki_1\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \mu_n \int_0^a y \frac{1}{\tau_1^2} Ki_2\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \int_0^a (b-y) \frac{1}{\tau_3} Ki_1\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx' + \mu_n \int_0^a (b-y) \frac{1}{\tau_3^2} Ki_2\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx'}{\int_0^a K_0\left(\frac{\tau_1}{\mu_n}\right) dx' + \int_0^a K_0\left(\frac{\tau_3}{\mu_n}\right) dx'}$$

$$D_n(x,y) = \frac{\int_0^b x \frac{1}{\tau_4} Ki_1\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' + \mu_n \int_0^b x \frac{1}{\tau_4^2} Ki_2\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy' + \int_0^b (a-x) \frac{1}{\tau_2} Ki_1\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' + \mu_n \int_0^b (a-x) \frac{1}{\tau_2^2} Ki_2\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy'}{\int_0^b K_0\left(\frac{\tau_2}{\mu_n}\right) dy' + \int_0^b K_0\left(\frac{\tau_4}{\mu_n}\right) dy'}$$

bulunur. Daha sonra C_n ve D_n 'ler için ortalama değerler aşağıdaki prosedüre göre hesaplanmıştır.

$$\bar{C}_n = \frac{1}{A} \iint_A C_n(x,y) dA$$

$$\bar{D}_n = \frac{1}{A} \iint_A D_n(x,y) dA$$

Yukarıdaki alan integralleri nümerik olarak Simpson yöntemine göre hesaplanmıştır.

5. RADYASYON AKISININ İNTEGRAL YÖNTEMİYLE HESAPLANMASI

Radyasyon akısının integral yoluyla hesaplanmasında x yönündeki radyasyon akısını denklemi şöyle yazılabilir (Crosbie and Schrenker, 1984).

$$q_x = F_{2x}(\tau_x, \tau_y) + \frac{2\omega}{\pi} G(\tau_x, \tau_y) V_x + \frac{2\omega}{\pi} \int_{-\tau_{x0}}^{\tau_{x0}} d\tau'_x \int_0^{\tau_{y0}} [G(\tau'_x, \tau'_y) - G(\tau_x, \tau_y)] (\tau_x - \tau'_x) \frac{Ki_2(\tau_d)}{(\tau_d)^2} d\tau'_y \quad (5.1)$$

Burada, tekil noktadan kaçınmak için yapılan yöntemde noktalar birbirleriyle çakıştığında V_x fonksiyonu denkleme eklenir ve V_x fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır.

$$V_x(\tau_x, \tau_y) = \int_0^{\tau_{x0}} d\tau'_x \int_{-\tau_{x0}}^{\tau_{y0}} (\tau_x - \tau'_x) \frac{Ki_2(\sqrt{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2})}{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2} d\tau'_y \quad (5.2)$$

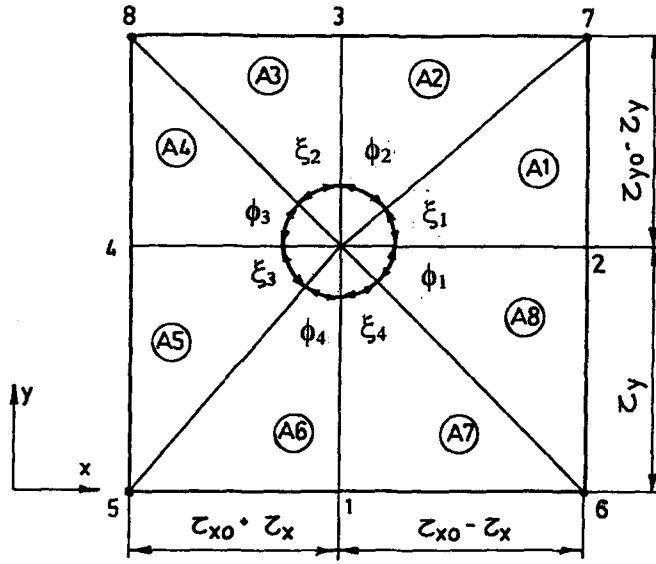
$$\tau'_x - \tau_x = \rho \cos \theta$$

$$\tau'_y - \tau_y = \rho \sin \theta \quad \text{dönüşümü yaparsak, } dA \text{ alan elamanı,}$$

$$dA = \rho d\rho d\theta \quad \text{şeklini alır}$$

$$\begin{aligned} V_x(\tau_x, \tau_y) &= \int \int -\rho \cos \theta \frac{Ki_2(\rho)}{(\rho)^2} \rho d\rho d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \int \int \cos \theta Ki_2(\rho) d\rho d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \int \cos \theta \int_0^{\rho_0} d[-Ki_3(\rho)] d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \left\{ \frac{\pi}{4} \int_0^{\theta_0} \cos \theta d\theta - \int_0^{\theta_0} \cos \theta Ki_3(\rho_i) d\theta \right\} \end{aligned} \quad (5.3)$$

şeklini alır.



Şekil 5.1. Üçgen bölgelere ayrılmış dikdörtgen geometri.

V_x fonksiyonu iki boyutlu kartezyen koordinatlarda Şekil 5.1'e göre açılırsa ve bölgeleri A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8 ile belirtirsek,

A1 için;

$$0 \leq \theta \leq \xi_1$$

$$\rho_1 = \frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\cos \theta}$$

$$\xi_1 = \tan^{-1} \left[\frac{\tau_{y_0} - \tau_y}{\tau_{x_0} - \tau_x} \right]$$

ve integral

$$A1 = -\frac{\pi}{4} \int_0^{\xi_1} \cos \theta d\theta + \int_0^{\xi_1} \cos \theta Ki_3 \left[(\tau_{x_0} - \tau_x) \sec \theta \right] d\theta$$

$$A1 = -\frac{\pi}{4} \int_0^{\xi_1} \cos \theta d\theta + Bi s_3 \left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1 \right] \quad (5.4)$$

olur.

Aynı şekilde A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8 içinde bu işlemler yapılırsa, V_x integrali aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned}
 V_x(\tau_x, \tau_y) = & Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1\right] + Cis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \\
 & - Cis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \xi_2\right] - Bis_3\left[(\tau_{x_0} + \tau_x), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_2\right)\right] \\
 & - Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_3\right] - Cis_3\left[\tau_y, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_3\right)\right] \\
 & + Cis_3[\tau_y, \xi_4] + Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right]
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Şekil 5.1.'e göre geometride noktalar köşe ve kenar noktalara rasladığında V_x integrali aşağıdaki şekilleri alır;

1 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_x(\tau_x, \tau_y) = & Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1\right] + Cis_3\left[\tau_{y_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \\
 & - Cis_3[\tau_{y_0}, \xi_2] - Bis_3\left[(\tau_{x_0} + \tau_x), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_2\right)\right]
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

2 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_x(\tau_x, \tau_y) = & -\frac{\pi}{2} - Cis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \xi_2\right] - Bis_3\left[(2.\tau_{x_0}), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_2\right)\right] \\
 & - Bis_3\left[(2.\tau_{x_0}), \xi_3\right] - Cis_3\left[\tau_y, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_3\right)\right]
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

3 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_x(\tau_x, \tau_y) = & -Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_3\right] - Cis_3\left[\tau_{y_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_3\right)\right] \\
 & + Cis_3[\tau_{y_0}, \xi_4] + Bis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right]
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

4 Durumunda,

$$\begin{aligned} V_x(\tau_x, \tau_y) = & \frac{\pi}{2} + Cis_3[\tau_y, \xi_4] + Bis_3\left[2.\tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right] \\ & + Cis_3[2.\tau_{x_0}, \xi_1] + Zis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \end{aligned} \quad (5.9)$$

5 Durumunda,

$$V_x(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\pi}{4} + Bis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1] + Cis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \quad (5.10)$$

6 Durumunda,

$$V_x(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\pi}{4} - Cis_3[\tau_{y_0}, \xi_2] - Bis_3\left[2.\tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_2\right)\right] \quad (5.11)$$

7 Durumunda,

$$V_x(\tau_x, \tau_y) = \frac{\pi}{4} - Bis_3[2.\tau_{x_0}, \xi_3] - Cis_3\left[\tau_{y_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_3\right)\right] \quad (5.12)$$

8 Durumunda,

$$V_x(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\pi}{4} + Cis_3[\tau_{y_0}, \xi_4] + Bis_3\left[2.\tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right] \quad (5.13)$$

y yönünde radyasyon akısı denklemi (Crosbie and Schrenker, 1984),

$$\begin{aligned} q_y = & F_{2y}(\tau_x, \tau_y) + \frac{2\omega}{\pi} G(\tau_x, \tau_y) V_y \\ & + \frac{2\omega}{\pi} \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} d\tau'_x \int_0^{\tau_y} [G(\tau'_x, \tau'_y) - G(\tau_x, \tau_y)] (\tau_y - \tau'_y) \frac{Ki_2(\tau_d)}{(\tau_d)^2} d\tau'_y \end{aligned} \quad (5.14)$$

ve V_y denklemide şöyle yazılır,

$$V_y(\tau_x, \tau_y) = \int_{-\tau_{x_0}}^{\tau_x} d\tau'_x \int_0^{\tau_y} (\tau_y - \tau'_y) \frac{Ki_2(\sqrt{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2})}{(\tau_y - \tau'_y)^2 + (\tau_x - \tau'_x)^2} d\tau'_y \quad (5.15)$$

Benzer dönüşüm V_y denkleminde uygulanırsa,

$$\tau'_x - \tau_x = \rho \cos \theta$$

$$\tau'_y - \tau_y = \rho \sin \theta$$

$$dA = \rho d\rho d\theta$$

$$\begin{aligned} V_y(\tau_x, \tau_y) &= \int \int -\rho \sin \theta \frac{Ki_2(\rho)}{(\rho)^2} \rho d\rho d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \int \int \sin \theta Ki_2(\rho) d\rho d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \int \sin \theta \int_0^{\rho_i} d[-Ki_3(\rho)] d\theta \\ &= -\sum_{i=1}^8 \left\{ \frac{\pi}{4} \int_0^{\theta_i} \sin \theta d\theta - \int_0^{\theta_i} \sin \theta Ki_3(\rho_i) d\theta \right\} \end{aligned} \quad (5.16)$$

şeklini alır.

V_y fonksiyonu iki boyutlu kartezyen koordinatlarda Şekil 5.1'e göre açılırsa ve bölgeleri A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8 ile belirtirsek,

A1 için;

$$0 \leq \theta \leq \xi_1$$

$$\rho_1 = \frac{\tau_{x_0} - \tau_x}{\cos \theta}$$

$$\xi_1 = \tan^{-1} \left[\frac{\tau_{y_0} - \tau_y}{\tau_{x_0} - \tau_x} \right]$$

ve integral

$$\begin{aligned} A1 &= -\frac{\pi}{4} \int_0^{\xi_1} \sin \theta d\theta + \int_0^{\xi_1} \sin \theta Ki_3[(\tau_{x_0} - \tau_x) \sec \theta] d\theta \\ A1 &= -\frac{\pi}{4} \int_0^{\xi_1} \sin \theta d\theta + Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1] \end{aligned} \quad (5.17)$$

olur.

Aynı şekilde A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8 içinde bu işlemler yapılırsa, V_x integrali aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{aligned}
 V_y(\tau_x, \tau_y) = & Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1] + Bis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), (\frac{\pi}{2} - \xi_1)\right] \\
 & + Bis_3[(\tau_{y_0} - \tau_y), \xi_2] + Cis_3\left[(\tau_{x_0} + \tau_x), (\frac{\pi}{2} - \xi_2)\right] \\
 & - Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_3] - Bis_3\left[\tau_y, (\frac{\pi}{2} - \xi_3)\right] \\
 & - Bis_3[\tau_y, \xi_4] - Cis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), (\frac{\pi}{2} - \xi_4)\right]
 \end{aligned}
 \tag{5.18}$$

Şekil 5.1'e göre geometride noktalar köşe ve kenar noktalara raslandığında V_y integrali aşağıdaki şekilleri alır;

1 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_y(\tau_x, \tau_y) = & -\frac{\pi}{2} + Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1] + Bis_3\left[\tau_{y_0}, (\frac{\pi}{2} - \xi_1)\right] \\
 & + Bis_3[\tau_{y_0}, \xi_2] + Cis_3\left[(\tau_{x_0} + \tau_x), (\frac{\pi}{2} - \xi_2)\right]
 \end{aligned}
 \tag{5.19}$$

2 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_y(\tau_x, \tau_y) = & Bis_3[(\tau_{y_0} - \tau_y), \xi_2] + Cis_3\left[(2.\tau_{x_0}), (\frac{\pi}{2} - \xi_2)\right] \\
 & - Cis_3[(2.\tau_{x_0}), \xi_3] - Bis_3\left[\tau_y, (\frac{\pi}{2} - \xi_3)\right]
 \end{aligned}
 \tag{5.20}$$

3 Durumunda,

$$\begin{aligned}
 V_y(\tau_x, \tau_y) = & \frac{\pi}{2} - Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_3] - Bis_3\left[\tau_{y_0}, (\frac{\pi}{2} - \xi_3)\right] \\
 & - Bis_3[\tau_{y_0}, \xi_4] - Cis_3\left[(\tau_{x_0} - \tau_x), (\frac{\pi}{2} - \xi_4)\right]
 \end{aligned}
 \tag{5.21}$$

4 Durumunda,

$$\begin{aligned} V_y(\tau_x, \tau_y) = & -Bis_3[\tau_y, \xi_4] - Cis_3\left[2. \tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right] \\ & + Cis_3[2. \tau_{x_0}, \xi_1] + Bis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \end{aligned} \quad (5.22)$$

5 Durumunda,

$$V_y(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\pi}{4} + Cis_3[(\tau_{x_0} - \tau_x), \xi_1] + Bis_3\left[(\tau_{y_0} - \tau_y), \left(\frac{\pi}{2} - \xi_1\right)\right] \quad (5.23)$$

6 Durumunda,

$$V_y(\tau_x, \tau_y) = -\frac{\pi}{4} + Bis_3[\tau_{y_0}, \xi_2] + Cis_3\left[2. \tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_2\right)\right] \quad (5.24)$$

7 Durumunda,

$$V_y(\tau_x, \tau_y) = \frac{\pi}{4} - Cis_3[2. \tau_{x_0}, \xi_3] - Bis_3\left[\tau_{y_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_3\right)\right] \quad (5.24)$$

8 Durumunda,

$$V_y(\tau_x, \tau_y) = \frac{\pi}{4} - Bis_3[\tau_{y_0}, \xi_4] - Cis_3\left[2. \tau_{x_0}, \left(\frac{\pi}{2} - \xi_4\right)\right] \quad (5.25)$$

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR

Sonuçlar iki bölümde incelenmiştir: kaynak fonksiyonu ve şiddet fonksiyonunun aynı anda incelendiği ilk bölüm ve radyasyon ısı akısının incelendiği ikinci bölüm. Kaynak fonksiyonu, radyasyon şiddeti ve radyasyon akısının sonuçları daha önce bu konuda çözülmüş problemin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

SK_N denklemleri boyutsuz geometri için

$$-\mu_n^2 \nabla^2 G_n(\vec{r}) = \omega_0 \sum_{m=1}^M \omega_m G_m(\vec{r}) + F_1(\vec{r}), \quad n=1,2,\dots,N$$

halini almaktadır. Birbirine bağlı bu denklem sistemi sonlu farklar metodu ile sonlu farklılaştırıp, ortaya çıkan lineer denklem sistemi itaratif olarak SOR (Successive Over Relaxation) metoduyla çözülmektedir. Hızlandırma parametresi her 20 iterasyonda bir hesaplanarak iterasyon işleminin $\varepsilon < 10^{-5}$ ten küçük bir hata ile yakınsama süresi kısaltılmaktadır.

Üst yüzeyde üniform difüze radyasyona maruz iki boyutlu soğurma ve isotropik saçılma geometrisi için sonuçlar tablolarda mevcuttur. X yönünde değişimler simetrikler. X ve y yönünde optik kalınlıklar sırasıyla TAUX0 ve TAUY0 'dır. Kaynak, radyasyon şiddet ve akı fonksiyonunun çözümünde kullanılan (NX ve NY) 21 olarak alınmıştır.

Değişik ebatlardaki dörtgen geometriler için yapılan çözümlerde önce normal sınır şartlarına göre daha sonra değiştirilmiş sınır şartlarına göre çözümler bulunduktan sonra sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Ayrıca saçılma albedosu değerleri değiştirilerek normal ve düzeltilmiş sınır şartlarına göre problem çözüldükten sonra sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Kaynak ve radyasyon şiddetinin gerçek sonuçları Labatto kuatratürlerinde verilmiş olduğundan karşılaştırma yapabilmek için Simpson noktalarına karşılık gelen değerler Kübik Spline interpolasyon metoduyla bulunmuştur.

Gerçek sonuçlarla çözülen sonuçların karşılaştırılması % hatalar cinsinden tablolanmıştır. Burada bir f değeri için,

$$f\text{'nin \% hatası} = (f_{\text{gerçek}} - f_{\text{çözüm}}) \times 100$$

şeklindedir. Ayrıca her geometrinin SK_N denklemleri için DX-486 100 MHz CPU'su olan bir bilgisayardaki çözüm zamanları da gösterilmiştir.

6.1. Radyasyon Kaynak ve Şiddet Fonksiyonları Sonuçlarının İncelenmesi

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1$ ve saçılma albedosu ω 'nın 1 olarak alındığı küçük geometride (optik olarak ince), ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu G ve şiddet fonksiyonu I 'nin % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.1.'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında, SK_2 için % hataların 1.60 - 2.01 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyledir: SK_3 için 2.01 - 2.36, SK_4 için 2.12 - 2.37, SK_5 için 2.22 - 2.49. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 0.88 - 1.21, SK_3 için 0.97 - 1.28, SK_4 için 1.04 - 1.17, SK_5 için 1.08 - 1.16 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK_2 için 0.84 - 1.42, SK_3 için 0.76 - 1.23, SK_4 için 0.79 - 1.25, SK_5 için 0.80 - 1.28 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK_2 için 0.84 - 1.42, SK_3 için 0.84 - 1.14, SK_4 için 0.87 - 1.05, SK_5 için 0.88 - 1.05 arasında değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_3 'de düşmekte diğerleri için aynı kalmaktadır.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.81 - 2.30, SK_3 için 0.80 - 2.30, SK_4 için 0.83 - 2.28, SK_5 için 0.84 - 2.24 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.63 - 1.29, SK_3 için 0.58 - 1.49, SK_4 için 0.59

- 1.56, SK_5 için 0.60 - 1.62 olarak değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarının SK_N derecesine göre değişimi hemen hemen aynıdır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonunun çözümlerinin % hataları Tablo 6.2’de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonunun SK_N derecesine göre % hataları, SK_2 için 0.06 - 0.44, SK_3 için 0.0 - 0.16, SK_4 için 0.0 - 0.30, SK_5 için 0.06 - 0.48 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK_2 için 0.0 - 0.19, SK_3 için 0.09 - 0.21, SK_4 için 0.11 - 0.18, SK_5 için 0.06 - 0.17 arasında değişmiştir. Kaynak ve şiddet fonksiyonu çözümleri bazı noktalarda mükemmel sonuç vermiştir. Ayrıca hatalar binde 5 değerinin altına düşmüştür.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.12 - 0.39, SK_3 için 0.34 - 0.45, SK_4 için 0.32 - 0.42, SK_5 için 0.30 - 0.42 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.0 - 0.19, SK_3 için 0.09 - 0.21, SK_4 için 0.11 - 0.18, SK_5 için 0.10 - 0.17 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonu için maksimum hatalar binde 4.2 civarındadır. Radyasyon şiddeti için maksimum hata binde 2 ‘dir ve bazı noktalar mükemmel sonuç vermiştir.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.06 - 0.53, SK_3 için 0.04 - 0.43, SK_4 için 0.03 - 0.39, SK_5 için 0.04 - 0.39 olduğu görülmüştür. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.01 - 0.61, SK_3 için 0.04 - 0.35, SK_4 için 0.03 - 0.33, SK_5 için 0.03 - 0.32 olmaktadır. Kaynak ve şiddet fonksiyonu değerleri için hatalar genellikle aynı mertebede çıkmakta ve SK_N derecesi arttıkça maksimum hatada azalma görülmektedir.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda kaynak fonksiyonu için normal çözümde üst yüzeyde maksimum hata %2.4 civarında iken, değiştirilmiş sınır şartına göre çözümün maksimum hatası ise %0.48 olduğu görülmüştür. Değiştirilmiş sınır şartına göre çözüm gerçek çözüme oldukça yaklaşmış ve

Tablo 6.1. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6293	0.2069	-2.13	-1.21	-2.36	-1.28	-2.37	-1.17	-2.45	-1.16
0.1	0.6289	0.2064	-2.12	-1.19	-2.36	-1.27	-2.37	-1.17	-2.46	-1.16
0.2	0.6276	0.2046	-2.09	-1.17	-2.36	-1.26	-2.37	-1.17	-2.45	-1.15
0.3	0.6255	0.2015	-2.05	-1.14	-2.36	-1.26	-2.38	-1.17	-2.45	-1.15
0.4	0.6224	0.1971	-1.99	-1.1	-2.35	-1.24	-2.39	-1.17	-2.46	-1.15
0.5	0.6183	0.1911	-1.90	-1.05	-2.32	-1.22	-2.39	-1.17	-2.46	-1.15
0.6	0.6129	0.1833	-1.80	-0.99	-2.29	-1.18	-2.4	-1.17	-2.47	-1.15
0.7	0.6061	0.1733	-1.70	-0.92	-2.22	-1.12	-2.4	-1.14	-2.48	-1.14
0.8	0.5974	0.1601	-1.60	-0.88	-2.13	-1.05	-2.37	-1.11	-2.49	-1.13
0.9	0.5858	0.1421	-1.60	-0.88	-2.02	-0.97	-2.29	-1.04	-2.47	-1.08
1	0.5689	0.114	-1.89	-1.21	-2.01	-1.12	-2.12	-1.11	-2.22	-1.11

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0863	0.1547	-1.42	-1.19	-1.23	-1.14	-1.25	-1.05	-1.28	-1.05
0.1	0.0860	0.1542	-1.42	-1.18	-1.23	-1.14	-1.25	-1.05	-1.28	-1.05
0.2	0.0852	0.1527	-1.39	-1.16	-1.22	-1.13	-1.24	-1.05	-1.26	-1.04
0.3	0.0838	0.1501	-1.35	-1.13	-1.20	-1.13	-1.22	-1.05	-1.24	-1.04
0.4	0.0819	0.1464	-1.31	-1.09	-1.18	-1.11	-1.20	-1.04	-1.21	-1.03
0.5	0.0794	0.1415	-1.25	-1.04	-1.15	-1.08	-1.17	-1.04	-1.18	-1.02
0.6	0.0765	0.1353	-1.16	-0.97	-1.09	-1.05	-1.12	-1.03	-1.13	-1.01
0.7	0.0730	0.1276	-1.07	-0.90	-1.04	-0.99	-1.07	-1.00	-1.08	-1.00
0.8	0.0690	0.1179	-0.96	-0.84	-0.96	-0.92	-1.00	-0.96	-1.01	-0.97
0.9	0.0644	0.1055	-0.84	-0.81	-0.85	-0.84	-0.90	-0.89	-0.91	-0.92
1	0.0587	0.0877	-0.77	-0.97	-0.76	-0.88	-0.79	-0.87	-0.80	-0.88

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3161	0.3862	-1.89	-1.21	-2.01	-1.12	-2.12	-1.11	-2.22	-1.11
0.1	0.2601	0.2902	-2.18	-0.73	-2.30	-1.34	-2.28	-1.45	-2.24	-1.44
0.2	0.2225	0.2350	-2.30	-1.13	-2.18	-1.49	-2.06	-1.39	-2.03	-1.31
0.3	0.1916	0.1938	-2.22	-1.33	-1.92	-1.41	-1.82	-1.24	-1.83	-1.21
0.4	0.1652	0.1616	-2.01	-1.35	-1.66	-1.26	-1.60	-1.11	-1.63	-1.11
0.5	0.1422	0.1352	-1.78	-1.29	-1.44	-1.12	-1.42	-1.02	-1.46	-1.04
0.6	0.1221	0.1134	-1.53	-1.16	-1.26	-1.00	-1.27	-0.94	-1.29	-0.96
0.7	0.1042	0.0948	-1.30	-1.02	-1.12	-0.91	-1.13	-0.88	-1.14	-0.89
0.8	0.0882	0.0786	-1.08	-0.87	-0.99	-0.83	-1.02	-0.83	-1.02	-0.83
0.9	0.0734	0.0640	-0.89	-0.73	-0.87	-0.73	-0.92	-0.77	-0.92	-0.78
1	0.0583	0.0497	-0.81	-0.63	-0.80	-0.58	-0.83	-0.59	-0.84	-0.60

Tablo 6.2. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6293	0.2069	0.27	0.05	0.00	0.03	0.01	0.14	-0.06	0.15
0.1	0.6289	0.2064	0.27	0.06	-0.01	0.04	0.00	0.14	-0.07	0.15
0.2	0.6276	0.2046	0.29	0.07	-0.01	0.04	-0.01	0.14	-0.08	0.15
0.3	0.6255	0.2015	0.30	0.09	-0.03	0.04	-0.05	0.13	-0.11	0.14
0.4	0.6224	0.1971	0.32	0.11	-0.06	0.04	-0.09	0.11	-0.15	0.13
0.5	0.6183	0.1911	0.36	0.15	-0.07	0.04	-0.13	0.09	-0.19	0.11
0.6	0.6129	0.1833	0.40	0.18	-0.09	0.05	-0.20	0.08	-0.26	0.09
0.7	0.6061	0.1733	0.43	0.21	-0.09	0.08	-0.25	0.07	-0.33	0.08
0.8	0.5974	0.1601	0.44	0.22	-0.07	0.11	-0.30	0.07	-0.41	0.05
0.9	0.5858	0.1421	0.34	0.18	-0.06	0.15	-0.31	0.09	-0.48	0.06
1	0.5689	0.1140	-0.06	-0.19	-0.16	-0.07	-0.26	-0.05	-0.35	-0.06

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0863	0.1547	0.12	-0.02	0.35	0.09	0.33	0.17	0.31	0.17
0.1	0.0860	0.1542	0.12	-0.01	0.34	0.09	0.32	0.18	0.30	0.17
0.2	0.0852	0.1527	0.13	0.00	0.35	0.09	0.32	0.17	0.31	0.17
0.3	0.0838	0.1501	0.15	0.02	0.35	0.09	0.33	0.16	0.31	0.16
0.4	0.0819	0.1464	0.17	0.04	0.35	0.09	0.33	0.15	0.32	0.16
0.5	0.0794	0.1415	0.20	0.08	0.35	0.10	0.33	0.14	0.32	0.15
0.6	0.0765	0.1353	0.24	0.11	0.37	0.11	0.34	0.13	0.33	0.14
0.7	0.0730	0.1276	0.29	0.16	0.38	0.14	0.35	0.13	0.34	0.13
0.8	0.0690	0.1179	0.34	0.19	0.40	0.17	0.36	0.14	0.35	0.12
0.9	0.0644	0.1055	0.40	0.18	0.45	0.21	0.40	0.16	0.39	0.13
1	0.0587	0.0877	0.39	-0.02	0.45	0.10	0.42	0.11	0.42	0.10

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3161	0.3862	-0.06	-0.19	-0.16	-0.07	-0.26	-0.05	-0.35	-0.06
0.1	0.2601	0.2902	-0.36	0.61	-0.43	0.04	-0.39	-0.04	-0.35	-0.03
0.2	0.2225	0.2350	-0.53	0.15	-0.35	-0.14	-0.21	-0.03	-0.18	0.05
0.3	0.1916	0.1938	-0.50	-0.11	-0.15	-0.11	-0.03	0.06	-0.04	0.09
0.4	0.1652	0.1616	-0.37	-0.17	0.04	-0.01	0.11	0.13	0.08	0.13
0.5	0.1422	0.1352	-0.21	-0.16	0.18	0.07	0.20	0.16	0.17	0.15
0.6	0.1221	0.1134	-0.04	-0.08	0.28	0.15	0.28	0.20	0.25	0.18
0.7	0.1042	0.0948	0.11	0.01	0.35	0.19	0.33	0.21	0.32	0.20
0.8	0.0882	0.0786	0.24	0.11	0.39	0.23	0.37	0.22	0.36	0.21
0.9	0.0734	0.0640	0.36	0.21	0.43	0.27	0.39	0.23	0.39	0.22
1	0.0583	0.0497	0.35	0.26	0.41	0.35	0.38	0.33	0.38	0.32

hatta bazı noktalarda tam sonucu vermiştir. Aynı olayı radyasyon şiddet fonksiyonunun üst yüzeyinde de görmekteyiz. Normal sınır şartlarına göre çözümün maksimum hatası %2 civarında iken, değiştirilmiş şartlarda ise maksimum hata %0.4 civarında olmaktadır. Diğer yüzeylerde iyileşme olmakta, fakat normal sınır şartlarında da bu yüzeylerin hataları düşük olduğundan iyileşme derecesi üst yüzey kadar fazla değildir.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK₂ için 24.93, SK₃ için 35.92, SK₄ için 46.64 ve SK₅ için 57.34 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 2$, $\tau_{y_0} = 4$ ve saçılma albedosu ω' 'nın 1 olarak alındığı orta geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu G ve şiddet fonksiyonu I'nın % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.3.'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlar karşılaştırıldığında, SK₂ için % hataların 2.56 - 3.5 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK₃ için 3.25 - 4.52, SK₄ için 3.64 - 5.17, SK₅ için 3.86 - 5.17. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK₂ için 1.48 - 2.02, SK₃ için 1.56 - 1.82, SK₄ için 1.62 - 1.75, SK₅ için 1.63 - 1.71 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonu hataları SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hatalarının SK₃'de azaldığı daha sonra aynı kaldığı görülmüştür.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK₂ için 0.02 - 0.31, SK₃ için 0.0 - 0.31, SK₄ için 0.0 - 0.34, SK₅ için 0.01 - 0.35 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK₂ için 0.03 - 0.52, SK₃ için 0.05 - 0.53, SK₄ için 0.06 - 0.53, SK₅ için 0.07 - 0.53 arasında değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hatalarının SK_N derecesine göre pek değişmediği görülmüştür.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.02 - 2.56 , SK_3 için 0.01 - 3.25, SK_4 için 0.00 - 3.64, SK_5 için 0.01 - 3.86 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.06 - 3.44, SK_3 için 0.08 - 4.30, SK_4 için 0.10 - 4.80, SK_5 için 0.01 - 5.02 olarak değişmiştir. Kaynak fonksiyonun maksimum hatasının 3.5 düzeyinde olmasının nedeni üst yüzeydeki noktanın % hatasının yüksek olmasından kaynaklanmaktadır. Radyasyon şiddetinde maksimum % hatanın 5 civarında olmasının nedeni de aynıdır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonunun çözümlerinin % hataları Tablo 6.4’de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonunun SK_N derecesine göre % hataları, SK_2 için 1.78 - 2.55, SK_3 için 2.86 - 4.51, SK_4 için 3.58 - 5.74, SK_5 için 4.43 - 6.06 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK_2 için 0.71 - 1.04, SK_3 için 0.72 - 1.19, SK_4 için 0.82 - 1.26, SK_5 için 0.80 - 1.54 arasında değişmektedir. Kaynak fonksiyonunun % hataları SK_N derecesi arttıkça artmaktadır. Radyasyon şiddetinde ise SK_N derecesine göre hatalarda çok az bir artış gözlenmektedir.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonunun değişiminin, SK_2 için 0.08 - 0.17, SK_3 için 0.01 - 0.12, SK_4 için 0.01 - 0.12, SK_5 için 0.01 - 0.12 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değişiminin, SK_2 için 0.03 - 0.52, SK_3 için 0.00 - 0.19, SK_4 için 0.06 - 0.53, SK_5 için 0.00 - 0.10 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonu hataları SK_3 ’den sonra hemen hemen aynı kalmaktadır. Radyasyon şiddetinin hataları ise SK_N derecesi arttıkça azalmaktadır.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.07 - 1.78, SK_3 için 0.06 - 2.86, SK_4 için 0.04 - 3.58, SK_5 için 0.04 - 4.43 olduğu görülmüştür. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.04 - 1.49, SK_3 için 0.02 - 1.11, SK_4 için 0.02 - 1.21, SK_5 için 0.01 - 1.54 olmaktadır. Kaynak ve şiddet fonksiyonu maksimum hatalarının yüksek olmasının nedeni bu noktaların üst yüzeye karşılık gelmesindendir. Radyasyon şiddeti ise hemen hemen aynı kalmaktadır.

Tablo 6.3. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.7948	0.5032	-3.12	-1.87	-3.93	-1.63	-4.48	-1.62	-4.73	-1.63
0.1	0.7938	0.5015	-3.13	-1.88	-3.93	-1.63	-4.48	-1.63	-4.73	-1.64
0.2	0.7908	0.4964	-3.16	-1.89	-3.95	-1.63	-4.50	-1.63	-4.75	-1.64
0.3	0.7857	0.4877	-3.21	-1.92	-3.98	-1.64	-4.53	-1.64	-4.77	-1.65
0.4	0.7782	0.4749	-3.27	-1.96	-4.01	-1.66	-4.56	-1.65	-4.80	-1.66
0.5	0.7678	0.4575	-3.35	-2.00	-4.07	-1.68	-4.61	-1.66	-4.85	-1.67
0.6	0.7542	0.4344	-3.43	-2.02	-4.14	-1.72	-4.65	-1.68	-4.89	-1.70
0.7	0.7359	0.4041	-3.50	-1.99	-4.25	-1.76	-4.73	-1.69	-4.96	-1.71
0.8	0.7114	0.3633	-3.50	-1.84	-4.40	-1.82	-4.83	-1.72	-5.04	-1.71
0.9	0.6766	0.3053	-3.32	-1.48	-4.52	-1.76	-5.00	-1.75	-5.17	-1.71
1	0.6210	0.2090	-2.56	-1.56	-3.25	-1.56	-3.64	-1.62	-3.86	-1.68

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0378	0.1336	-0.27	-0.52	-0.31	-0.53	-0.34	-0.53	-0.35	-0.53
0.1	0.0376	0.1328	-0.27	-0.51	-0.31	-0.52	-0.34	-0.52	-0.35	-0.52
0.2	0.0368	0.1304	-0.26	-0.52	-0.30	-0.52	-0.33	-0.52	-0.34	-0.52
0.3	0.0356	0.1264	-0.25	-0.51	-0.29	-0.5	-0.31	-0.5	-0.33	-0.5
0.4	0.0338	0.1208	-0.24	-0.5	-0.27	-0.48	-0.30	-0.48	-0.31	-0.48
0.5	0.0317	0.1135	-0.22	-0.49	-0.25	-0.45	-0.27	-0.45	-0.28	-0.45
0.6	0.0292	0.1047	-0.19	-0.45	-0.21	-0.41	-0.23	-0.4	-0.24	-0.41
0.7	0.0261	0.0940	-0.17	-0.41	-0.18	-0.38	-0.20	-0.36	-0.21	-0.37
0.8	0.0228	0.0814	-0.12	-0.32	-0.13	-0.33	-0.14	-0.31	-0.15	-0.3
0.9	0.0168	0.0576	-0.02	-0.1	-0.05	-0.19	-0.06	-0.21	-0.06	-0.21
1	0.0144	0.0473	0.02	-0.03	0.00	-0.05	0.00	-0.06	-0.01	-0.07

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3602	0.7156	-2.56	-1.56	-3.25	-1.56	-3.64	-1.62	-3.86	-1.68
0.1	0.2410	0.4866	-2.23	-2.56	-1.97	-2.00	-2.01	-1.79	-2.10	-1.81
0.2	0.1808	0.3689	-1.32	-1.94	-1.23	-1.35	-1.33	-1.41	-1.39	-1.44
0.3	0.1391	0.2854	-0.71	-1.22	-0.78	-1.05	-0.84	-1.11	-0.88	-1.11
0.4	0.1079	0.2221	-0.38	-0.78	-0.49	-0.82	-0.52	-0.84	-0.55	-0.83
0.5	0.0837	0.1725	-0.21	-0.54	-0.30	-0.63	-0.32	-0.62	-0.34	-0.62
0.6	0.0645	0.1328	-0.11	-0.42	-0.17	-0.48	-0.19	-0.47	-0.20	-0.47
0.7	0.0488	0.1006	-0.07	-0.33	-0.10	-0.36	-0.12	-0.35	-0.13	-0.35
0.8	0.0360	0.0737	-0.04	-0.27	-0.05	-0.27	-0.06	-0.26	-0.07	-0.26
0.9	0.0249	0.0503	-0.03	-0.21	-0.03	-0.22	-0.04	-0.20	-0.04	-0.20
1	0.0144	0.0273	0.02	-0.06	0.01	-0.08	0.00	-0.10	-0.01	-0.11

Tablo 6.4. $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride,değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.7948	0.5032	-1.89	-0.71	-3.72	-0.72	-5.16	-0.82	-5.46	-0.80
0.1	0.7938	0.5015	-1.90	-0.73	-3.73	-0.73	-5.16	-0.83	-5.47	-0.81
0.2	0.7908	0.4964	-1.95	-0.75	-3.76	-0.74	-5.19	-0.84	-5.50	-0.82
0.3	0.7857	0.4877	-2.02	-0.81	-3.81	-0.77	-5.23	-0.87	-5.54	-0.86
0.4	0.7782	0.4749	-2.12	-0.88	-3.87	-0.82	-5.28	-0.91	-5.59	-0.90
0.5	0.7678	0.4575	-2.26	-0.96	-3.96	-0.87	-5.35	-0.95	-5.66	-0.95
0.6	0.7542	0.4344	-2.40	-1.04	-4.07	-0.96	-5.42	-1.02	-5.73	-1.02
0.7	0.7359	0.4041	-2.55	-1.08	-4.23	-1.06	-5.52	-1.08	-5.83	-1.08
0.8	0.7114	0.3633	-2.64	-1.02	-4.41	-1.18	-5.64	-1.16	-5.94	-1.15
0.9	0.6766	0.3053	-2.57	-0.78	-4.51	-1.19	-5.74	-1.26	-6.06	-1.24
1	0.6230	0.2090	-1.78	-1.04	-2.86	-1.11	-3.58	-1.21	-4.43	-1.54

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0378	0.1336	0.08	-0.52	-0.04	-0.02	-0.11	-0.53	-0.12	-0.04
0.1	0.0376	0.1328	0.08	-0.51	-0.04	-0.02	-0.10	-0.52	-0.12	-0.03
0.2	0.0368	0.1304	0.08	-0.52	-0.04	-0.02	-0.10	-0.52	-0.11	-0.04
0.3	0.0356	0.1264	0.08	-0.51	-0.03	-0.02	-0.09	-0.50	-0.10	-0.03
0.4	0.0338	0.1208	0.07	-0.50	-0.02	-0.01	-0.08	-0.48	-0.09	-0.02
0.5	0.0317	0.1135	0.08	-0.49	-0.01	0.00	-0.06	-0.45	-0.07	-0.02
0.6	0.0292	0.1047	0.09	-0.45	0.01	0.01	-0.04	-0.40	-0.05	0.00
0.7	0.0261	0.0940	0.09	-0.41	0.02	0.02	-0.02	-0.36	-0.03	0.01
0.8	0.0228	0.0814	0.11	-0.32	0.05	0.03	0.02	-0.31	0.01	0.04
0.9	0.0189	0.0665	0.13	-0.18	0.08	0.06	0.05	-0.24	0.04	0.06
1	0.0144	0.0473	0.17	-0.03	0.14	0.19	0.12	-0.06	0.10	0.10

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3602	0.7156	-1.78	-1.04	-2.86	-1.11	-3.58	-1.21	-4.43	-1.54
0.1	0.2410	0.4866	-1.62	-1.49	-1.42	-1.09	-1.47	-0.93	-1.47	-0.95
0.2	0.1808	0.3689	-0.74	-0.96	-0.70	-0.49	-0.81	-0.59	-0.81	-0.64
0.3	0.1391	0.2854	-0.19	-0.36	-0.30	-0.30	-0.37	-0.38	-0.37	-0.39
0.4	0.1079	0.2221	0.07	-0.04	-0.07	-0.16	-0.10	-0.19	-0.10	-0.20
0.5	0.0837	0.1725	0.18	0.10	0.06	-0.05	0.04	-0.06	0.04	-0.07
0.6	0.0645	0.1328	0.22	0.13	0.14	0.02	0.12	0.02	0.12	0.01
0.7	0.0488	0.1006	0.21	0.14	0.16	0.07	0.15	0.07	0.15	0.06
0.8	0.0360	0.0737	0.20	0.13	0.17	0.10	0.16	0.11	0.16	0.10
0.9	0.0249	0.0503	0.17	0.14	0.15	0.10	0.15	0.11	0.15	0.11
1	0.0144	0.0273	0.17	0.19	0.14	0.12	0.13	0.08	0.13	0.07

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda kaynak fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarındaki SK_2 çözümü normal sınır şartlarına göre azalmakta, SK_N derecesi arttıkça aynı kalmakta, hatta SK_5 'de daha da artmaktadır. Alt yüzeyde ise maksimum hata %0.35 civarında iken değiştirilmiş sınır şartına göre çözümün maksimum hatasının %0.12 olduğu görülmüştür. Yan yüzeylerde maksimum hata % 3.86 civarında iken değiştirilmiş sınır şartında maksimum hata %4.43 olmaktadır ve bu noktalar üst yüzeydeki noktalara karşılık gelmektedir. Değiştirilmiş sınır şartına göre çözüm gerçek çözüme oldukça yaklaşmış ve hatta bazı noktalarda tam sonucu vermiştir. Radyasyon şiddet fonksiyonunun üst yüzeyinde normal sınır şartlarında maksimum hata %2 civarında iken değiştirilmiş sınır şartlarında maksimum hata %1.54 civarına azalmaktadır. Alt yüzeyde normal sınır şartlarına göre çözümün maksimum hatası ile değiştirilmiş şartların sınır şartların maksimum hatası aynı olmaktadır. Yan yüzeyde normal sınır şartlarına göre çözümün maksimum hatası %2.56 iken, değiştirilmiş sınır şartlarında maksimum hata %1.62 civarında olmaktadır.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 32.9, SK_3 için 47.46 , SK_4 için 61.3 ve SK_5 için 75.74 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 5$, $\tau_{y_0} = 10$ ve saçılma albedosu ω' nın 1 olarak alındığı büyük geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu G ve şiddet fonksiyonu I nın % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.5'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar ile gerçek sonuçlar karşılaştırıldığında, SK_2 için % hataların 8.89 - 10.67 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK_3 için 10.12 - 12.03, SK_4 için 10.62 - 12.29, SK_5 için 10.81 - 12.31. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 4.10 - 7.42, SK_3 için 4.07 - 7.73, SK_4 için 4.18 - 7.96, SK_5 için 4.18 - 7.96 arasında değiştiği gözlenmiştir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesi arttırılmasına ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_N derecesine göre aynı kalmaktadır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalarsırasıyla SK₂ için 0.0 - 0.07, SK₃ için 0.01 - 0.11, SK₄ için 0.01 - 0.12, SK₅ için 0.01 - 0.12 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK₂ için 0.01 - 0.19, SK₃ için 0.01 - 0.19, SK₄ için 0.01 - 0.20, SK₅ için 0.02 - 0.20 arasında değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_N derecesine göre pek değişmediği görülmüştür.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK₂ için 0.00 - 8.89 , SK₃ için 0.01 - 10.12, SK₄ için 0.04 - 10.62, SK₅ için 0.01 - 10.81 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK₂ için 0.03 - 7.42, SK₃ için 0.04 - 7.73, SK₄ için 0.05 - 7.96, SK₅ için 0.05 - 7.96 olarak değişmiştir. Kaynak fonksiyonu maksimum hatasının 10.5 düzeyinde olmasının nedeni üst yüzeydeki noktanın % hatasının yüksek olmasından kaynaklanmaktadır. Radyasyon şiddetinde maksimum % hatanın 7.75 civarında olmasının nedeni de aynıdır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonu çözümlerinin % hataları Tablo 6.6'de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonunun SK_N derecesine göre % hataları, SK₂ için 11.77 - 18.43, SK₃ için 15.18 - 19.83, SK₄ için 14.83 - 17.30, SK₅ için 15.43 - 19.31 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK₂ için 6.64 - 8.63, SK₃ için 6.63 - 9.97, SK₄ için 5.61 - 9.76, SK₅ için 6.21 - 9.98 arasında değişmiştir. Kaynak fonksiyonunun % hataları SK_N derecesi arttıkça artmaktadır. Radyasyon şiddetinde ise SK_N derecesine göre hatalarda çok az bir azama olmakta, fakat yüzeyin son noktasında artma olmaktadır.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK₂ için 0.04 - 0.34, SK₃ için 0.05 - 0.32, SK₄ için 0.04 - 0.25, SK₅ için 0.05 - 0.33 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değişimi, SK₂ için 0.06 - 0.47, SK₃ için 0.10 - 0.40, SK₄ için 0.09 - 0.33, SK₅ için 0.02 - 0.20 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonu hataları

Tablo 6.5. $\tau_{x_0} = 5.0$, $\tau_{y_0} = 10.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.8954	0.7250	-10.07	-4.10	-11.79	-4.07	-12.15	-4.18	-10.57	-4.18
0.1	0.8946	0.7230	-10.07	-4.11	-11.79	-4.08	-12.14	-4.19	-12.17	-4.19
0.2	0.8918	0.7169	-10.08	-4.11	-11.79	-4.09	-12.15	-4.19	-12.18	-4.19
0.3	0.8868	0.7061	-10.11	-4.14	-11.81	-4.11	-12.16	-4.22	-12.19	-4.22
0.4	0.8793	0.6900	-10.14	-4.17	-11.83	-4.14	-12.18	-4.24	-12.21	-4.24
0.5	0.8685	0.6673	-10.20	-4.22	-11.86	-4.17	-12.2	-4.27	-12.22	-4.27
0.6	0.8531	0.6359	-10.27	-4.29	-11.88	-4.20	-12.22	-4.31	-12.24	-4.31
0.7	0.8310	0.5924	-10.40	-4.38	-11.93	-4.22	-12.25	-4.32	-12.28	-4.32
0.8	0.7980	0.5300	-10.59	-4.49	-11.99	-4.24	-12.29	-4.33	-12.31	-4.33
0.9	0.7452	0.4342	-10.67	-4.34	-12.03	-4.24	-12.24	-4.24	-12.26	-4.24
1	0.6204	0.2164	-8.89	-7.42	-10.12	-7.73	-10.62	-7.96	-10.81	-7.96

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0180	0.0553	-0.07	-0.19	-0.11	-0.19	-0.12	-0.20	-0.12	-0.20
0.1	0.0178	0.0548	-0.07	-0.19	-0.11	-0.19	-0.12	-0.19	-0.12	-0.19
0.2	0.0173	0.0533	-0.07	-0.19	-0.10	-0.19	-0.12	-0.19	-0.12	-0.19
0.3	0.0165	0.0507	-0.07	-0.19	-0.10	-0.19	-0.11	-0.19	-0.11	-0.19
0.4	0.0153	0.0473	-0.07	-0.18	-0.10	-0.17	-0.11	-0.18	-0.11	-0.18
0.5	0.0139	0.0430	-0.06	-0.16	-0.09	-0.15	-0.10	-0.16	-0.10	-0.16
0.6	0.0122	0.0378	-0.06	-0.14	-0.08	-0.13	-0.09	-0.14	-0.09	-0.14
0.7	0.0102	0.0319	-0.05	-0.12	-0.07	-0.11	-0.08	-0.12	-0.08	-0.12
0.8	0.0081	0.0253	-0.04	-0.10	-0.05	-0.08	-0.06	-0.09	-0.06	-0.09
0.9	0.0057	0.0181	-0.03	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04
1	0.0032	0.0092	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01	-0.02

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3704	0.7624	-8.89	-7.42	-10.12	-7.73	-10.62	-7.96	-10.81	-7.96
0.1	0.1852	0.4220	-1.38	-2.31	-1.60	-2.06	-3.07	-2.16	-1.85	-2.16
0.2	0.1201	0.2881	-0.32	-1.01	-0.54	-1.15	-1.47	-1.17	-0.67	-1.17
0.3	0.0834	0.2061	-0.05	-0.62	-0.17	-0.69	-0.82	-0.70	-0.26	-0.70
0.4	0.0598	0.1501	0.03	-0.44	-0.04	-0.46	-0.51	-0.47	-0.11	-0.47
0.5	0.0433	0.1098	0.04	-0.32	-0.01	-0.32	-0.36	-0.33	-0.06	-0.33
0.6	0.0311	0.0797	0.02	-0.24	-0.01	-0.23	-0.27	-0.24	-0.05	-0.24
0.7	0.0219	0.0565	0.00	-0.17	-0.02	-0.17	-0.20	-0.17	-0.04	-0.17
0.8	0.0147	0.0381	-0.01	-0.12	-0.02	-0.11	-0.15	-0.12	-0.04	-0.12
0.9	0.0086	0.0226	-0.02	-0.08	-0.02	-0.07	-0.10	-0.07	-0.03	-0.07
1	0.0032	0.0077	0.00	-0.03	-0.01	-0.04	-0.04	-0.05	-0.01	-0.05

Tablo 6.6. $\tau_{x_0} = 5.0$, $\tau_{y_0} = 10.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.8954	0.7250	-18.43	-7.91	-19.83	-7.07	-17.30	-6.08	-19.31	-7.23
0.1	0.8946	0.7230	-18.41	-7.91	-19.82	-7.07	-17.29	-6.08	-19.29	-7.22
0.2	0.8918	0.7169	-18.39	-7.89	-19.79	-7.05	-17.28	-6.07	-19.27	-7.21
0.3	0.8868	0.7061	-18.35	-7.85	-19.76	-7.04	-17.26	-6.07	-19.23	-7.18
0.4	0.8793	0.6900	-18.28	-7.81	-19.70	-7.02	-17.23	-6.07	-19.16	-7.15
0.5	0.8685	0.6673	-18.19	-7.74	-19.62	-6.98	-17.18	-6.06	-19.06	-7.10
0.6	0.8531	0.6359	-18.05	-7.65	-19.48	-6.91	-17.10	-6.03	-18.92	-7.01
0.7	0.8310	0.5924	-17.87	-7.52	-19.29	-6.79	-16.99	-5.97	-18.71	-6.87
0.8	0.7980	0.5300	-17.56	-7.32	-19.00	-6.63	-16.81	-5.87	-18.36	-6.66
0.9	0.7452	0.4342	-16.61	-6.64	-18.42	-6.36	-16.39	-5.61	-17.59	-6.21
1	0.6204	0.2164	-11.77	-8.63	-15.18	-9.97	-14.83	-9.76	-15.43	-9.98

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0180	0.0553	-0.34	-0.47	-0.32	-0.40	-0.25	-0.33	-0.33	-0.20
0.1	0.0178	0.0548	-0.34	-0.46	-0.32	-0.39	-0.25	-0.32	-0.33	-0.19
0.2	0.0173	0.0533	-0.33	-0.46	-0.31	-0.39	-0.25	-0.32	-0.32	-0.19
0.3	0.0165	0.0507	-0.31	-0.44	-0.30	-0.38	-0.24	-0.31	-0.31	-0.19
0.4	0.0153	0.0473	-0.30	-0.41	-0.28	-0.35	-0.23	-0.29	-0.29	-0.18
0.5	0.0139	0.0430	-0.27	-0.37	-0.26	-0.32	-0.21	-0.27	-0.27	-0.16
0.6	0.0122	0.0378	-0.24	-0.33	-0.23	-0.28	-0.18	-0.23	-0.24	-0.14
0.7	0.0102	0.0319	-0.20	-0.29	-0.20	-0.24	-0.16	-0.20	-0.20	-0.12
0.8	0.0081	0.0253	-0.16	-0.23	-0.15	-0.19	-0.12	-0.16	-0.16	-0.09
0.9	0.0057	0.0181	-0.12	-0.15	-0.12	-0.13	-0.09	-0.10	-0.12	-0.04
1	0.0032	0.0092	-0.04	-0.06	-0.05	-0.10	-0.04	-0.09	-0.05	-0.02

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3704	0.7624	-11.77	-8.63	-15.18	-9.97	-14.83	-9.76	-15.43	-9.98
0.1	0.1852	0.4220	-2.16	-3.85	-3.20	-3.40	-3.07	-3.07	-3.16	-3.51
0.2	0.1201	0.2881	-0.83	-2.00	-1.59	-2.08	-1.47	-1.80	-1.52	-2.06
0.3	0.0834	0.2061	-0.41	-1.35	-0.90	-1.37	-0.82	-1.16	-0.85	-1.36
0.4	0.0598	0.1501	-0.23	-0.98	-0.58	-0.96	-0.51	-0.81	-0.54	-0.95
0.5	0.0433	0.1098	-0.16	-0.73	-0.40	-0.70	-0.36	-0.59	-0.37	-0.69
0.6	0.0311	0.0797	-0.12	-0.54	-0.30	-0.51	-0.27	-0.43	-0.28	-0.51
0.7	0.0219	0.0565	-0.10	-0.40	-0.23	-0.37	-0.20	-0.31	-0.21	-0.37
0.8	0.0147	0.0381	-0.08	-0.28	-0.16	-0.26	-0.15	-0.21	-0.15	-0.26
0.9	0.0086	0.0226	-0.06	-0.19	-0.11	-0.16	-0.10	-0.13	-0.10	-0.16
1	0.0032	0.0077	-0.04	-0.14	-0.05	-0.14	-0.04	-0.11	-0.05	-0.14

SK_N derecesine göre hemen hemen hiç değişmemektedir. Radyasyon şiddetinin hataları ise SK_N derecesi artıkça azalmaktadır.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.04 - 11.77, SK_3 için 0.05 - 15.18, SK_4 için 0.04 - 14.83, SK_5 için 0.05 - 15.43 olduğu görülmektedir. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.14 - 8.63, SK_3 için 0.14 - 9.97, SK_4 için 0.11 - 9.76, SK_5 için 0.14 - 9.98 olmaktadır. Kaynak ve şiddet fonksiyonu maksimum hatalarının yüksek olmasının nedeni bu noktaların üst yüzeye karşılık gelmesindendir. Radyasyon şiddeti ise hemen hemen aynı kalmaktadır.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda kaynak fonksiyonu için normal çözümde üst yüzeyde maksimum hata %12.4 civarında iken, değiştirilmiş sınır şartına göre çözümün maksimum hatasının ise %19.5 olduğu görülmüştür. Değiştirilmiş sınır şartına göre çözümün hataları oldukça artmaktadır. Aynı olayı radyasyon şiddet fonksiyonunun üst yüzeyinde de görmekteyiz. Normal sınır şartlarına göre çözümün maksimum hatası %4.5 civarında iken, değiştirilmiş şartlarda ise maksimum hata %7.5 civarında olmaktadır. Diğer yüzeylerde iyileşme olmakta fakat normal sınır şartlarının hataları değiştirilmiş sınır şartlarının hatalarından daha düşük değerler almaktadır.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 50.2, SK_3 için 62.89, SK_4 için 99.47 ve SK_5 için 122.65 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1$ ve saçılma albedosu ω 'nın 0.9 olarak alındığı geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu ve şiddet fonksiyonunun % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.7'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında, SK_2 için % hataların 1.27 - 1.73 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK_3 için 1.68 - 1.91, SK_4 için 1.78 - 1.92, SK_5 için

1.86 - 2.07. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 0.67 - 0.97, SK_3 için 0.76 - 0.98, SK_4 için 0.81 - 0.90, SK_5 için 0.85 - 0.90 arasında değiştiği gözlenmiştir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_N derecesine göre hemen hemen aynıdır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK_2 için 0.52 - 1.08, SK_3 için 0.52 - 0.94, SK_4 için 0.54 - 0.96, SK_5 için 0.55 - 0.98 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK_2 için 0.61- 1.08, SK_3 için 0.64 - 0.86, SK_4 için 0.63 - 0.80, SK_5 için 0.63 - 0.80 arasında değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_3 'de düşmekte diğerleri için aynı kalmaktadır.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.61 - 1.88 , SK_3 için 0.60 - 1.89, SK_4 için 0.63 - 1.87, SK_5 için 0.63 - 1.83 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.55 - 1.06, SK_3 için 0.55 - 1.21, SK_4 için 0.58 - 1.28, SK_5 için 0.59 - 1.33 olarak değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonu hatalarının SK_N derecesine göre değişimi hemen hemen aynıdır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonu çözümlerinin % hatalarının Tablo 6.8'de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonunun SK_N derecesine göre % hataları, SK_2 için 0.08 - 0.37, SK_3 için 0.01 - 0.18, SK_4 için 0.01 - 0.30, SK_5 için 0.06 - 0.44 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK_2 için 0.92 - 1.96, SK_3 için 1.00 - 1.95, SK_4 için 0.27 - 1.12, SK_5 için 0.26 - 1.12 arasında değişmiştir. Kaynak fonksiyonu çözümleri SK_N derecesi artırılmasına rağmen % hataları, önce düşmekte daha sonra artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları ise SK_N derecesi için aynı olmakta ve hatalar azalma göstermektedir.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.10 - 0.33, SK_3 için 0.28 - 0.37, SK_4 için 0.26 - 0.35, SK_5 için 0.24 - 0.34 olduğu görülmüştür. Radyasyon

Tablo 6.7. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6102	0.1928	-1.69	-0.92	-1.91	-0.98	-1.92	-0.90	-2.00	-0.89
0.1	0.6102	0.1922	-1.66	-0.92	-1.87	-0.98	-1.89	-0.90	-1.97	-0.89
0.2	0.6081	0.1906	-1.73	-0.90	-1.97	-0.98	-1.99	-0.90	-2.07	-0.89
0.3	0.6064	0.1879	-1.69	-0.88	-1.97	-0.97	-2.00	-0.90	-2.06	-0.89
0.4	0.6046	0.1839	-1.56	-0.84	-1.88	-0.96	-1.93	-0.90	-1.99	-0.89
0.5	0.6009	0.1785	-1.52	-0.81	-1.89	-0.94	-1.96	-0.91	-2.01	-0.89
0.6	0.5965	0.1714	-1.43	-0.76	-1.85	-0.91	-1.96	-0.90	-2.02	-0.89
0.7	0.5907	0.1622	-1.35	-0.71	-1.80	-0.87	-1.96	-0.89	-2.04	-0.89
0.8	0.5833	0.1501	-1.27	-0.67	-1.73	-0.82	-1.94	-0.87	-2.05	-0.88
0.9	0.5734	0.1334	-1.29	-0.68	-1.66	-0.76	-1.90	-0.81	-2.05	-0.85
1	0.5587	0.1071	-1.57	-0.97	-1.68	-0.90	-1.78	-0.89	-1.86	-0.90

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0776	0.1424	-1.08	-0.90	-0.94	-0.86	-0.96	-0.79	-0.98	-0.79
0.1	0.0774	0.1419	-1.08	-0.90	-0.94	-0.87	-0.96	-0.80	-0.98	-0.80
0.2	0.0766	0.1405	-1.07	-0.89	-0.93	-0.86	-0.96	-0.80	-0.97	-0.80
0.3	0.0754	0.1382	-1.04	-0.86	-0.92	-0.86	-0.94	-0.80	-0.95	-0.79
0.4	0.0738	0.1349	-1.00	-0.83	-0.90	-0.84	-0.92	-0.80	-0.93	-0.79
0.5	0.0716	0.1306	-0.95	-0.79	-0.87	-0.82	-0.89	-0.79	-0.90	-0.78
0.6	0.0690	0.1249	-0.89	-0.74	-0.84	-0.80	-0.86	-0.79	-0.87	-0.78
0.7	0.0660	0.1179	-0.81	-0.69	-0.79	-0.76	-0.82	-0.77	-0.82	-0.77
0.8	0.0624	0.1091	-0.73	-0.65	-0.73	-0.71	-0.77	-0.75	-0.78	-0.76
0.9	0.0586	0.0979	-0.63	-0.61	-0.64	-0.64	-0.69	-0.68	-0.70	-0.71
1	0.0542	0.0821	-0.52	-0.71	-0.52	-0.63	-0.54	-0.63	-0.55	-0.63

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3064	0.3759	-1.57	-0.97	-1.68	-0.90	-1.78	-0.89	-1.86	-0.90
0.1	0.2478	0.2762	-1.79	-0.55	-1.89	-1.07	-1.87	-1.16	-1.83	-1.15
0.2	0.2096	0.2204	-1.88	-0.89	-1.77	-1.18	-1.66	-1.10	-1.64	-1.03
0.3	0.1788	0.1798	-1.78	-1.04	-1.53	-1.09	-1.44	-0.96	-1.45	-0.93
0.4	0.1529	0.1482	-1.60	-1.06	-1.30	-0.97	-1.26	-0.85	-1.28	-0.85
0.5	0.1309	0.1231	-1.38	-0.99	-1.11	-0.84	-1.09	-0.77	-1.12	-0.78
0.6	0.1117	0.1024	-1.18	-0.89	-0.96	-0.75	-0.97	-0.71	-0.99	-0.72
0.7	0.0950	0.0851	-0.99	-0.77	-0.84	-0.68	-0.86	-0.67	-0.87	-0.67
0.8	0.0801	0.0704	-0.82	-0.65	-0.75	-0.62	-0.78	-0.63	-0.78	-0.63
0.9	0.0668	0.0573	-0.66	-0.55	-0.66	-0.55	-0.69	-0.58	-0.69	-0.59
1	0.0534	0.0435	-0.61	-0.60	-0.60	-0.56	-0.63	-0.58	-0.63	-0.59

Tablo 6.8. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6102	0.1928	0.23	1.96	-0.01	1.95	-0.02	1.12	-0.09	1.12
0.1	0.6102	0.1922	0.27	1.96	0.01	1.94	0.01	1.11	-0.06	1.12
0.2	0.6081	0.1906	0.17	1.95	-0.10	1.93	-0.11	1.09	-0.17	1.10
0.3	0.6064	0.1879	0.19	1.94	-0.11	1.90	-0.13	1.07	-0.19	1.08
0.4	0.6046	0.1839	0.29	1.92	-0.05	1.86	-0.09	1.02	-0.14	1.04
0.5	0.6009	0.1785	0.30	1.89	-0.08	1.81	-0.15	0.97	-0.20	0.98
0.6	0.5965	0.1714	0.34	1.85	-0.09	1.75	-0.19	0.90	-0.24	0.91
0.7	0.5907	0.1622	0.37	1.78	-0.09	1.68	-0.24	0.82	-0.31	0.82
0.8	0.5833	0.1501	0.37	1.67	-0.08	1.58	-0.28	0.72	-0.38	0.71
0.9	0.5734	0.1334	0.29	1.47	-0.07	1.44	-0.30	0.60	-0.44	0.57
1	0.5564	0.1036	-0.08	0.92	-0.18	1.00	-0.27	0.27	-0.35	0.26

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0776	0.1424	0.10	1.41	0.28	1.49	0.26	0.71	0.24	0.71
0.1	0.0774	0.1419	0.11	1.41	0.28	1.48	0.26	0.70	0.24	0.70
0.2	0.0766	0.1405	0.11	1.40	0.28	1.47	0.26	0.69	0.24	0.69
0.3	0.0754	0.1382	0.12	1.39	0.28	1.44	0.26	0.66	0.25	0.67
0.4	0.0738	0.1349	0.15	1.38	0.29	1.41	0.27	0.63	0.26	0.64
0.5	0.0716	0.1306	0.17	1.37	0.29	1.38	0.27	0.59	0.26	0.60
0.6	0.0690	0.1249	0.20	1.33	0.30	1.33	0.27	0.54	0.26	0.55
0.7	0.0660	0.1179	0.24	1.29	0.31	1.28	0.28	0.48	0.28	0.49
0.8	0.0624	0.1091	0.28	1.22	0.33	1.21	0.29	0.42	0.29	0.41
0.9	0.0586	0.0979	0.33	1.12	0.37	1.13	0.33	0.36	0.32	0.34
1	0.0536	0.0800	0.33	0.64	0.37	0.74	0.35	0.05	0.34	0.04

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3064	0.3759	-0.08	0.92	-0.18	1.00	-0.27	0.27	-0.35	0.26
0.1	0.2478	0.2762	-0.33	3.22	-0.33	2.78	-0.36	2.71	-0.32	2.72
0.2	0.2096	0.2204	-0.47	2.30	-0.47	2.08	-0.20	2.17	-0.17	2.22
0.3	0.1788	0.1798	-0.43	1.71	-0.43	1.71	-0.04	1.84	-0.05	1.86
0.4	0.1529	0.1482	-0.31	1.34	-0.31	1.47	0.08	1.57	0.06	1.57
0.5	0.1309	0.1231	-0.16	1.11	-0.16	1.29	0.18	1.36	0.15	1.34
0.6	0.1117	0.1024	-0.02	0.96	-0.02	1.13	0.23	1.16	0.21	1.15
0.7	0.0950	0.0851	0.10	0.86	0.10	0.99	0.28	1.00	0.26	0.99
0.8	0.0801	0.0704	0.20	0.79	0.20	0.87	0.30	0.86	0.29	0.86
0.9	0.0668	0.0573	0.31	0.73	0.31	0.77	0.33	0.74	0.32	0.73
1	0.0534	0.0435	0.31	0.51	0.31	0.58	0.33	0.56	0.32	0.55

şiddet fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.64 - 1.41, SK_3 için 0.74 - 1.49, SK_4 için 0.05 - 0.71, SK_5 için 0.04 - 0.71 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonu için hatalar SK_N derecesine göre hemen hemen aynıdır. Radyasyon şiddeti SK_N derecesine göre üst yüzeydeki değişimin aynısıdır.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.10 - 0.47, SK_3 için 0.02 - 0.47, SK_4 için 0.04 - 0.36, SK_5 için 0.06 - 0.44 olmaktadır. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.51 - 3.22, SK_3 için 0.58 - 2.78, SK_4 için 0.56 - 2.71, SK_5 için 0.55 - 2.72 olduğu görülmüştür. Kaynak ve şiddet fonksiyonu değerleri için hatalar genellikle aynı mertebede çıkmakta ve SK_N derecesi arttıkça maksimum hatada bir miktar artış gözlenmiştir.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda kaynak fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarındaki SK_2 çözümü normal sınır şartlarına göre azalmakta, SK_N derecesi arttıkça hatalar da artmaya başlamaktadır. Alt ve yan yüzeyde ise normal çözümle değiştirilmiş sınır şartlarına göre çözümlerin değerleri birbirine çok yakındır. Radyasyon şiddet fonksiyonu değişimi kaynak fonksiyonu değişimi ile benzerdir.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 23.61, SK_3 için 33.67, SK_4 için 43.78 ve SK_5 için 53.94 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1$ ve saçılma albedosu ω' 'nın 0.5 olarak alındığı geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu ve şiddet fonksiyonunun % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.9'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında, SK_2 için % hataların 0.48 - 0.63 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK_3 için 0.69 - 0.74, SK_4 için 0.76 - 0.82, SK_5 için 0.80 - 0.89. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 0.23 -

0.47, SK_3 için 0.27 - 0.44, SK_4 için 0.29 - 0.43, SK_5 için 0.30 - 0.43 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesi arttırılmasına rağmen çok az bir artış olmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_N derecesine göre hemen hemen aynı olmaktadır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK_2 için 0.20 - 0.35, SK_3 için 0.21 - 0.30, SK_4 için 0.22 - 0.32, SK_5 için 0.22 - 0.33 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK_2 için 0.20- 0.33, SK_3 için 0.21 - 0.30, SK_4 için 0.23 - 0.30, SK_5 için 0.22 - 0.33 arasında değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_3 'de çok az düşmekte, SK_N dereceleri için mertebe olarak aynı kalmaktadır.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.19 - 0.76 , SK_3 için 0.20 - 0.78, SK_4 için 0.21 - 0.77, SK_5 için 0.21 - 0.81 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.16 - 0.42, SK_3 için 0.16 - 0.52, SK_4 için 0.18 - 0.56, SK_5 için 0.18 - 0.59 olarak değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonu hatalarının SK_N derecesine göre değişimi hemen hemen aynı olmaktadır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonu çözümlerinin % hataları Tablo 6.10'de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonunun SK_N derecesine göre % hataları, SK_2 için 0.41 - 0.60, SK_3 için 0.76 - 0.90, SK_4 için 0.93 - 1.21, SK_5 için 1.21 - 1.42 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK_2 için 0.19 - 0.43, SK_3 için 0.26 - 0.41, SK_4 için 0.28 - 0.41, SK_5 için 0.28 - 0.47 arasında değişmiştir. Kaynak fonksiyonunun çözümleri SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları ise genelde birbirine yakın çıkmaktadır.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.15 - 0.28, SK_3 için 0.17 - 0.28, SK_4 için 0.19 - 0.33, SK_5 için 0.22 - 0.34 olduğu görülmüştür. Radyasyon

Tablo 6.9. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.5510	0.1520	-0.63	-0.30	-0.74	-0.32	-0.77	-0.30	-0.81	-0.30
0.1	0.5509	0.1516	-0.63	-0.30	-0.74	-0.32	-0.76	-0.30	-0.80	-0.30
0.2	0.5505	0.1505	-0.62	-0.29	-0.74	-0.32	-0.76	-0.30	-0.80	-0.30
0.3	0.5497	0.1486	-0.60	-0.29	-0.74	-0.32	-0.77	-0.30	-0.80	-0.30
0.4	0.5486	0.1457	-0.58	-0.28	-0.74	-0.33	-0.78	-0.31	-0.81	-0.31
0.5	0.5470	0.1419	-0.56	-0.27	-0.74	-0.32	-0.79	-0.31	-0.82	-0.31
0.6	0.5451	0.1368	-0.53	-0.25	-0.74	-0.31	-0.80	-0.31	-0.83	-0.31
0.7	0.5425	0.1300	-0.50	-0.24	-0.72	-0.31	-0.81	-0.32	-0.85	-0.32
0.8	0.5390	0.1209	-0.48	-0.23	-0.71	-0.29	-0.82	-0.31	-0.87	-0.32
0.9	0.5344	0.1079	-0.50	-0.24	-0.69	-0.27	-0.81	-0.29	-0.89	-0.31
1	0.5274	0.0865	-0.66	-0.47	-0.72	-0.44	-0.77	-0.43	-0.81	-0.43

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0543	0.1076	-0.35	-0.29	-0.30	-0.27	-0.32	-0.25	-0.32	-0.25
0.1	0.0541	0.1073	-0.35	-0.29	-0.31	-0.27	-0.32	-0.25	-0.33	-0.25
0.2	0.0537	0.1064	-0.34	-0.28	-0.30	-0.27	-0.31	-0.25	-0.32	-0.25
0.3	0.0529	0.1048	-0.33	-0.28	-0.30	-0.27	-0.31	-0.25	-0.31	-0.25
0.4	0.0518	0.1025	-0.32	-0.27	-0.29	-0.27	-0.31	-0.26	-0.31	-0.26
0.5	0.0505	0.0994	-0.30	-0.26	-0.28	-0.27	-0.29	-0.26	-0.30	-0.26
0.6	0.0489	0.0955	-0.28	-0.24	-0.27	-0.26	-0.28	-0.26	-0.28	-0.25
0.7	0.0469	0.0905	-0.26	-0.23	-0.26	-0.25	-0.27	-0.26	-0.28	-0.26
0.8	0.0448	0.0842	-0.23	-0.21	-0.24	-0.24	-0.25	-0.25	-0.26	-0.26
0.9	0.0424	0.0759	-0.20	-0.20	-0.22	-0.21	-0.23	-0.23	-0.24	-0.24
1	0.0394	0.0634	-0.20	-0.33	-0.21	-0.30	-0.22	-0.30	-0.22	-0.30

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.2761	0.3436	-0.66	-0.47	-0.72	-0.44	-0.77	-0.43	-0.81	-0.43
0.1	0.2104	0.2332	-0.75	-0.16	-0.78	-0.39	-0.77	-0.44	-0.75	-0.43
0.2	0.1713	0.1770	-0.76	-0.31	-0.70	-0.42	-0.65	-0.39	-0.64	-0.36
0.3	0.1417	0.1386	-0.69	-0.38	-0.57	-0.38	-0.53	-0.33	-0.53	-0.32
0.4	0.1181	0.1105	-0.58	-0.37	-0.45	-0.31	-0.43	-0.27	-0.44	-0.28
0.5	0.0988	0.0891	-0.48	-0.33	-0.36	-0.26	-0.37	-0.24	-0.38	-0.25
0.6	0.0828	0.0724	-0.39	-0.28	-0.30	-0.22	-0.31	-0.22	-0.32	-0.22
0.7	0.0694	0.0591	-0.31	-0.24	-0.26	-0.20	-0.27	-0.20	-0.28	-0.20
0.8	0.0581	0.0483	-0.25	-0.20	-0.23	-0.18	-0.24	-0.19	-0.24	-0.19
0.9	0.0484	0.0393	-0.20	-0.16	-0.20	-0.16	-0.22	-0.18	-0.22	-0.18
1	0.0395	0.0306	-0.19	-0.23	-0.20	-0.22	-0.21	-0.22	-0.21	-0.23

Tablo 6.10. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride,değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.5510	0.1520	-0.55	-0.25	-0.90	-0.30	-1.21	-0.29	-1.42	-0.29
0.1	0.5509	0.1516	-0.54	-0.25	-0.89	-0.30	-1.21	-0.29	-1.41	-0.29
0.2	0.5505	0.1505	-0.53	-0.25	-0.89	-0.30	-1.21	-0.29	-1.41	-0.28
0.3	0.5497	0.1486	-0.52	-0.24	-0.89	-0.30	-1.21	-0.29	-1.41	-0.29
0.4	0.5486	0.1457	-0.50	-0.24	-0.89	-0.30	-1.21	-0.30	-1.41	-0.30
0.5	0.5470	0.1419	-0.48	-0.22	-0.88	-0.30	-1.22	-0.30	-1.42	-0.30
0.6	0.5451	0.1368	-0.45	-0.20	-0.87	-0.29	-1.21	-0.30	-1.42	-0.30
0.7	0.5425	0.1300	-0.42	-0.20	-0.84	-0.28	-1.20	-0.31	-1.42	-0.31
0.8	0.5390	0.1209	-0.41	-0.19	-0.81	-0.26	-1.17	-0.30	-1.41	-0.32
0.9	0.5344	0.1079	-0.43	-0.20	-0.76	-0.24	-1.09	-0.28	-1.37	-0.31
1	0.5274	0.0865	-0.60	-0.43	-0.76	-0.41	-0.93	-0.41	-1.21	-0.47

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0543	0.1076	-0.28	-0.24	-0.27	-0.24	-0.32	-0.23	-0.34	-0.23
0.1	0.0541	0.1073	-0.28	-0.24	-0.28	-0.24	-0.33	-0.23	-0.35	-0.23
0.2	0.0537	0.1064	-0.28	-0.24	-0.27	-0.24	-0.32	-0.23	-0.34	-0.22
0.3	0.0529	0.1048	-0.27	-0.23	-0.27	-0.24	-0.31	-0.23	-0.33	-0.23
0.4	0.0518	0.1025	-0.26	-0.22	-0.26	-0.24	-0.31	-0.23	-0.33	-0.23
0.5	0.0505	0.0994	-0.24	-0.21	-0.25	-0.24	-0.30	-0.24	-0.31	-0.23
0.6	0.0489	0.0955	-0.22	-0.19	-0.24	-0.23	-0.28	-0.23	-0.30	-0.23
0.7	0.0469	0.0905	-0.20	-0.19	-0.23	-0.22	-0.27	-0.24	-0.29	-0.24
0.8	0.0448	0.0842	-0.17	-0.17	-0.20	-0.20	-0.25	-0.23	-0.26	-0.24
0.9	0.0424	0.0759	-0.15	-0.16	-0.18	-0.18	-0.22	-0.20	-0.24	-0.23
1	0.0394	0.0634	-0.15	-0.30	-0.17	-0.27	-0.19	-0.27	-0.22	-0.32

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.2761	0.3436	-0.60	-0.43	-0.76	-0.41	-0.93	-0.41	-1.21	-0.47
0.1	0.2104	0.2332	-0.69	-0.11	-0.76	-0.39	-0.76	-0.46	-0.88	-0.45
0.2	0.1713	0.1770	-0.71	-0.26	-0.65	-0.40	-0.61	-0.36	-0.71	-0.33
0.3	0.1417	0.1386	-0.63	-0.33	-0.52	-0.34	-0.48	-0.29	-0.58	-0.28
0.4	0.1181	0.1105	-0.53	-0.32	-0.39	-0.27	-0.38	-0.23	-0.47	-0.24
0.5	0.0988	0.0891	-0.43	-0.29	-0.31	-0.22	-0.31	-0.20	-0.39	-0.21
0.6	0.0828	0.0724	-0.33	-0.24	-0.25	-0.18	-0.26	-0.18	-0.32	-0.19
0.7	0.0694	0.0591	-0.26	-0.20	-0.21	-0.16	-0.22	-0.16	-0.27	-0.17
0.8	0.0581	0.0483	-0.19	-0.16	-0.18	-0.14	-0.19	-0.15	-0.23	-0.15
0.9	0.0484	0.0393	-0.15	-0.12	-0.15	-0.13	-0.17	-0.15	-0.20	-0.15
1	0.0395	0.0306	-0.14	-0.19	-0.16	-0.20	-0.18	-0.22	-0.21	-0.24

şiddet fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.16 - 0.30, SK_3 için 0.18 - 0.27, SK_4 için 0.20 - 0.27, SK_5 için 0.23 - 0.32 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonunun hatalarında SK_N derecesine göre çok az bir artma olmakta, fakat mertebe olarak birbirlerine çok yakın çıkmaktadır. Radyasyon şiddeti SK_N derecesine göre aynı kalmaktadır.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.14 - 0.71, SK_3 için 0.15 - 0.76, SK_4 için 0.17 - 0.93, SK_5 için 0.20 - 1.21 olmaktadır. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.11 - 0.37, SK_3 için 0.13 - 0.60, SK_4 için 0.15 - 0.81, SK_5 için 0.15 - 0.95 olduğu görülmektedir. Kaynak ve şiddet fonksiyonu değerleri için hatalar genellikle aynı mertebede çıkmakta ve SK_N derecesi arttıkça maksimum hatada bir miktar artma gözlenmektedir.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda kaynak fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarındaki SK_2 çözümü normal sınır şartlarına göre azalmakta, SK_N derecesi arttıkça normal sınır şartlarına göre hatalar daha fazla artmaktadır. Alt ve yan yüzeyde ise normal çözümle değiştirilmiş sınır şartlarına göre çözümlerin sonuçları birbirine çok yakındır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değişimi kaynak fonksiyonun değişimiyle aynıdır.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 19, SK_3 için 27.08, SK_4 için 35.04 ve SK_5 için 43.12 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 1$, $\tau_{y_0} = 2$ ve saçılma albedosu ω' 'nın 0.9 olarak alındığı geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu ve şiddet fonksiyonunun % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.11'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında, SK_2 için % hatalar 1.47 - 1.81 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK_3 için 1.89 - 2.21, SK_4 için 2.10 - 2.23, SK_5 için 2.24 -

2.71. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 0.73 - 1.23, SK_3 için 0.93 - 1.08, SK_4 için 1.00 - 1.09, SK_5 için 1.00 - 1.10 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında SK_N derecesine göre çok az bir azalma olmaktadır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK_2 için 0.07 - 0.44, SK_3 için 0.11 - 0.48, SK_4 için 0.12 - 0.50, SK_5 için 0.12 - 0.51 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK_2 için 0.38- 0.79, SK_3 için 0.38 - 0.48, SK_4 için 0.39 - 0.65, SK_5 için 0.40 - 0.65 arasında değişmiştir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N dereceleri için mertebe olarak çok az artmaktadır. Radyasyon şiddeti ise SK_3 'de biraz iyileşmekte ve SK_N derecesi arttırıldıkça aynı kalmaktadır.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişimin, SK_2 için 0.13 - 1.86 , SK_3 için 0.18 - 1.89, SK_4 için 0.18 - 2.10, SK_5 için 0.19 - 2.24 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.22 - 1.58, SK_3 için 0.27 - 1.91, SK_4 için 0.27 - 2.12, SK_5 için 0.28 - 2.27 olarak değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonu hataları SK_N derecesine göre biraz artmaktadır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonunun çözümlerinin % hataları Tablo 6.12'de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonu SK_N derecesine göre % hatalarının, SK_2 için 0.32 - 0.59, SK_3 için 0.47 - 1.02, SK_4 için 0.70 - 1.37, SK_5 için 1.48 - 2.09 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonunun değerleri, SK_2 için 0.01 - 0.42, SK_3 için 0.00 - 0.36, SK_4 için 0.00 - 0.37, SK_5 için 0.04 - 0.40 arasında değiştiği gözlenmiştir. Kaynak fonksiyonu çözümleri SK_2 için iyi sonuç verirken, SK_N derecesi arttırıldıkça hatalarda artma olmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında genelde bir azalma görülmüştür.

Tablo 6.11. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6670	0.2942	-1.81	-1.23	-1.99	-1.01	-2.23	-1.00	-2.41	-1.00
0.1	0.6665	0.2933	-1.81	-1.23	-1.99	-1.01	-2.23	-1.00	-2.42	-1.00
0.2	0.6648	0.2907	-1.82	-1.23	-2.01	-1.01	-2.24	-1.00	-2.43	-1.01
0.3	0.6620	0.2863	-1.82	-1.21	-2.03	-1.02	-2.25	-1.00	-2.44	-1.00
0.4	0.6579	0.2799	-1.82	-1.18	-2.06	-1.03	-2.27	-1.00	-2.45	-1.00
0.5	0.6523	0.2711	-1.81	-1.13	-2.10	-1.05	-2.30	-1.00	-2.47	-1.00
0.6	0.6451	0.2594	-1.77	-1.07	-2.14	-1.06	-2.33	-1.01	-2.50	-1.00
0.7	0.6356	0.2440	-1.69	-0.97	-2.19	-1.06	-2.39	-1.03	-2.54	-1.00
0.8	0.6231	0.2233	-1.58	-0.85	-2.21	-1.04	-2.46	-1.04	-2.61	-1.01
0.9	0.6058	0.1940	-1.47	-0.73	-2.16	-0.93	-2.52	-1.01	-2.71	-1.02
1	0.5791	0.1455	-1.59	-1.12	-1.89	-1.08	-2.10	-1.09	-2.24	-1.10

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0465	0.1451	-0.44	-0.79	-0.48	-0.64	-0.50	-0.65	-0.51	-0.65
0.1	0.0463	0.1446	-0.43	-0.78	-0.48	-0.63	-0.49	-0.65	-0.51	-0.65
0.2	0.0457	0.1428	-0.43	-0.77	-0.47	-0.63	-0.49	-0.64	-0.50	-0.64
0.3	0.0447	0.1399	-0.41	-0.76	-0.46	-0.63	-0.47	-0.64	-0.48	-0.64
0.4	0.0433	0.1357	-0.39	-0.74	-0.44	-0.63	-0.45	-0.63	-0.46	-0.63
0.5	0.0415	0.1301	-0.37	-0.71	-0.41	-0.63	-0.42	-0.62	-0.43	-0.61
0.6	0.0394	0.1232	-0.34	-0.65	-0.38	-0.62	-0.39	-0.60	-0.40	-0.60
0.7	0.0368	0.1146	-0.30	-0.57	-0.35	-0.60	-0.36	-0.58	-0.36	-0.57
0.8	0.0340	0.1040	-0.24	-0.48	-0.30	-0.56	-0.30	-0.56	-0.31	-0.54
0.9	0.0307	0.0907	-0.17	-0.37	-0.23	-0.47	-0.24	-0.51	-0.25	-0.51
1	0.0269	0.0721	-0.07	-0.38	-0.11	-0.38	-0.12	-0.39	-0.12	-0.40

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3245	0.5530	-1.59	-1.12	-1.89	-1.08	-2.10	-1.09	-2.24	-1.10
0.1	0.2365	0.3813	-1.86	-1.23	-1.80	-1.54	-1.71	-1.41	-1.70	-1.32
0.2	0.1862	0.2906	-1.60	-1.57	-1.34	-1.25	-1.33	-1.10	-1.36	-1.11
0.3	0.1491	0.2266	-1.19	-1.39	-0.99	-0.95	-1.03	-0.93	-1.06	-0.96
0.4	0.1201	0.1786	-0.84	-1.09	-0.74	-0.75	-0.79	-0.80	-0.80	-0.81
0.5	0.0968	0.1412	-0.58	-0.82	-0.55	-0.63	-0.59	-0.68	-0.60	-0.68
0.6	0.0777	0.1117	-0.41	-0.62	-0.43	-0.53	-0.45	-0.57	-0.45	-0.56
0.7	0.0620	0.0877	-0.29	-0.48	-0.32	-0.47	-0.33	-0.48	-0.33	-0.47
0.8	0.0487	0.0680	-0.22	-0.38	-0.26	-0.41	-0.26	-0.41	-0.26	-0.40
0.9	0.0373	0.0510	-0.15	-0.28	-0.21	-0.37	-0.20	-0.37	-0.21	-0.36
1	0.0263	0.0344	-0.13	-0.22	-0.18	-0.27	-0.18	-0.27	-0.19	-0.28

Tablo 6.12. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.9$ olan geometride, değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.6670	0.2942	-0.32	-0.23	-0.47	0.02	-0.70	0.02	-1.54	-0.04
0.1	0.6665	0.2933	-0.33	-0.23	-0.48	0.01	-0.70	0.02	-1.54	-0.04
0.2	0.6648	0.2907	-0.35	-0.23	-0.51	0.00	-0.73	0.01	-1.56	-0.05
0.3	0.6620	0.2863	-0.37	-0.22	-0.55	-0.02	-0.76	0.00	-1.60	-0.06
0.4	0.6579	0.2799	-0.40	-0.21	-0.61	-0.04	-0.81	-0.01	-1.64	-0.07
0.5	0.6523	0.2711	-0.42	-0.19	-0.69	-0.08	-0.88	-0.04	-1.69	-0.09
0.6	0.6451	0.2594	-0.43	-0.15	-0.78	-0.12	-0.97	-0.08	-1.76	-0.12
0.7	0.6356	0.2440	-0.42	-0.09	-0.89	-0.16	-1.09	-0.12	-1.85	-0.15
0.8	0.6231	0.2233	-0.38	-0.01	-0.98	-0.17	-1.23	-0.18	-1.96	-0.20
0.9	0.6058	0.1940	-0.37	0.05	-1.02	-0.12	-1.37	-0.20	-2.09	-0.24
1	0.5791	0.1455	-0.59	-0.42	-0.87	-0.36	-1.08	-0.37	-1.48	-0.40

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0465	0.1451	0.20	-0.02	0.16	0.13	0.14	0.11	0.08	0.09
0.1	0.0463	0.1446	0.20	-0.01	0.16	0.13	0.15	0.12	0.08	0.10
0.2	0.0457	0.1428	0.20	-0.01	0.16	0.13	0.14	0.12	0.08	0.10
0.3	0.0447	0.1399	0.20	-0.01	0.16	0.12	0.15	0.12	0.09	0.10
0.4	0.0433	0.1357	0.21	0.00	0.17	0.11	0.16	0.11	0.10	0.09
0.5	0.0415	0.1301	0.22	0.02	0.17	0.10	0.17	0.11	0.11	0.09
0.6	0.0394	0.1232	0.22	0.05	0.18	0.09	0.18	0.10	0.12	0.09
0.7	0.0368	0.1146	0.23	0.10	0.19	0.08	0.18	0.10	0.14	0.09
0.8	0.0340	0.1040	0.26	0.16	0.21	0.09	0.20	0.09	0.16	0.09
0.9	0.0307	0.0907	0.29	0.22	0.23	0.13	0.23	0.10	0.19	0.08
1	0.0269	0.0721	0.34	0.15	0.30	0.15	0.30	0.14	0.28	0.13

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.3245	0.5530	-0.59	-0.42	-0.87	-0.36	-1.08	-0.37	-1.48	-0.40
0.1	0.2365	0.3813	-0.89	-0.14	-0.78	-1.54	-0.70	-0.26	-0.71	-0.22
0.2	0.1862	0.2906	-0.68	-0.56	-0.39	-1.25	-0.38	-0.06	-0.42	-0.09
0.3	0.1491	0.2266	-0.34	-0.46	-0.12	-0.95	-0.16	0.01	-0.20	-0.04
0.4	0.1201	0.1786	-0.06	-0.24	0.05	-0.75	0.00	0.05	-0.02	0.02
0.5	0.0968	0.1412	0.13	-0.05	0.16	-0.63	0.12	0.09	0.11	0.08
0.6	0.0777	0.1117	0.23	0.09	0.21	-0.53	0.19	0.13	0.18	0.13
0.7	0.0620	0.0877	0.29	0.17	0.25	-0.47	0.24	0.16	0.23	0.16
0.8	0.0487	0.0680	0.30	0.22	0.25	-0.41	0.25	0.18	0.25	0.18
0.9	0.0373	0.0510	0.32	0.27	0.26	-0.37	0.26	0.18	0.26	0.19
1	0.0263	0.0344	0.28	0.26	0.24	-0.27	0.23	0.21	0.21	0.17

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişimin, SK_2 için 0.20 - 0.34, SK_3 için 0.16 - 0.30, SK_4 için 0.14 - 0.30, SK_5 için 0.08 - 0.28 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.00 - 0.22, SK_3 için 0.08 - 0.15, SK_4 için 0.09 - 0.14, SK_5 için 0.08 - 0.13 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında SK_N derecesine göre çok az bir azalma olmaktadır, fakat merteye olarak birbirlerine çok yakın çıkmaktadır.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.06 - 0.59, SK_3 için 0.05 - 0.87, SK_4 için 0.00 - 1.08, SK_5 için 0.02 - 1.48 olmaktadır. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.05 - 0.56, SK_3 için 0.27 - 1.91, SK_4 için 0.01 - 0.95, SK_5 için 0.02 - 1.62 olduğu görülmüştür. Kaynak fonksiyonunun çözümleri SK_2 için iyi sonuç verirken SK_N derecesini arttırdıkça hatalarda azalma olmakta, fakat üst yüzeye karşılık gelen noktalarda artma olmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında tekrarlanan azalıp artma gözlenmektedir.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda, üst yüzeydeki kaynak fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarındaki çözümü normal sınır şartlarına göre daha iyi sonuç verdiği gözlenmekte, fakat her iki sınır şartlarında SK_N dereceleri arttırıldıkça hatalarının arttığı gözlenmektedir. Alt ve yan yüzeylerde ise büyük ölçüde bir azalma görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarının normal sınır şartlarına göre sonuçlarının bütün yüzeylerde azalma eğiliminde olduğu görülmüştür.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 24.71, SK_3 için 35.15, SK_4 için 45.81 ve SK_5 için 56.24 saniye olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 1$, $\tau_{y_0} = 2$ ve saçılma albedosu ω' 'nin 0.5 olarak alındığı geometride, ilk olarak problem normal sınır şartlarına göre çözülmüştür. Üst, alt ve yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu ve şiddet fonksiyonunun % hatalar cinsinden sonuçları Tablo 6.13'de gösterilmiştir.

Üst yüzeyde elde edilen sonuçlar gerçek sonuçlarla karşılaştırıldığında, SK_2 için % hatalar 0.58 - 0.67 arasında değiştiği görülmüştür. Diğer SK_N dereceleri için % hatalar sırasıyla şöyle değişmiştir: SK_3 için 0.76 - 0.92, SK_4 için 0.88 - 1.10, SK_5 için 0.97 - 1.19. Üst yüzeyde radyasyon şiddetini incelediğimizde % hataların SK_2 için 0.21 - 0.53, SK_3 için 0.27 - 0.52, SK_4 için 0.28 - 0.52, SK_5 için 0.28 - 0.53 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesi ile birlikte artmaktadır. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında SK_N derecesine göre çok bir azalma olmaktadır.

Aynı geometriyi alt yüzeyde incelediğimizde, kaynak fonksiyonu için % hatalar sırasıyla SK_2 için 0.02 - 0.08, SK_3 için 0.04 - 0.11, SK_4 için 0.04 - 0.11, SK_5 için 0.04 - 0.11 arasında değiştiği görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonu için % hatalar SK_2 için 0.07- 0.16, SK_3 için 0.11 - 0.13, SK_4 için 0.12 - 0.15, SK_5 için 0.12 - 0.13 arasında değişmiştir. Kaynak fonksiyonunun hataları SK_N derecesine göre çok az artmaktadır. Radyasyon şiddeti ise SK_N derecesine göre hemen hemen aynı kalmaktadır.

Yan yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.00 - 0.72 , SK_3 için 0.02 - 0.83, SK_4 için 0.02 - 0.93, SK_5 için 0.02 - 1.00 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları SK_2 için 0.03 - 0.63, SK_3 için 0.06 - 0.82, SK_4 için 0.07 - 0.93, SK_5 için 0.07 - 1.00 olarak değişmiştir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun hataları SK_N derecesine göre hemen hemen aynı kalmakta sadece üst yüzeye karşılık gelen noktalarda artmaktadır.

Aynı geometrinin değiştirilmiş sınır şartlarına göre üst, alt ve yan yüzeylerdeki kaynak ve şiddet fonksiyonunun çözümlerinin % hataları Tablo 6.14’de verilmiştir.

Üst yüzeyde kaynak fonksiyonu SK_N derecesine göre % hatalarının, SK_2 için 0.16 - 0.34, SK_3 için 0.29 - 0.55, SK_4 için 0.41 - 0.71, SK_5 için 0.78 - 1.06 olduğu görülmüştür. Aynı yüzey için radyasyon şiddet fonksiyonu değerleri, SK_2 için 0.01 - 0.34, SK_3 için 0.03 - 0.32, SK_4 için 0.03 - 0.32, SK_5 için 0.05 - 0.34 arasında değiştiği gözlenmektedir. Kaynak fonksiyonunun çözümleri SK_2 için iyi sonuç verirken SK_N

Tablo 6.13. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride, normal sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.5690	0.1982	-0.62	-0.32	-0.76	-0.28	-0.88	-0.28	-0.97	-0.28
0.1	0.5688	0.1979	-0.62	-0.31	-0.76	-0.27	-0.88	-0.28	-0.97	-0.28
0.2	0.5683	0.1966	-0.62	-0.31	-0.77	-0.28	-0.88	-0.28	-0.97	-0.28
0.3	0.5673	0.1944	-0.63	-0.31	-0.78	-0.29	-0.90	-0.28	-0.98	-0.28
0.4	0.5658	0.1911	-0.64	-0.31	-0.80	-0.29	-0.91	-0.29	-1.00	-0.29
0.5	0.5639	0.1864	-0.64	-0.31	-0.82	-0.31	-0.92	-0.29	-1.01	-0.29
0.6	0.5612	0.1800	-0.64	-0.30	-0.85	-0.32	-0.95	-0.31	-1.03	-0.30
0.7	0.5575	0.1712	-0.63	-0.27	-0.89	-0.33	-0.99	-0.32	-1.07	-0.31
0.8	0.5526	0.1587	-0.60	-0.24	-0.91	-0.33	-1.04	-0.33	-1.12	-0.32
0.9	0.5454	0.1396	-0.58	-0.21	-0.92	-0.30	-1.10	-0.33	-1.19	-0.33
1	0.5337	0.1053	-0.67	-0.53	-0.83	-0.52	-0.93	-0.52	-1.00	-0.53

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0214	0.0822	-0.08	-0.15	-0.11	-0.13	-0.11	-0.13	-0.11	-0.13
0.1	0.0214	0.0819	-0.08	-0.16	-0.10	-0.14	-0.10	-0.14	-0.11	-0.14
0.2	0.0211	0.0811	-0.08	-0.15	-0.10	-0.13	-0.10	-0.13	-0.11	-0.13
0.3	0.0207	0.0798	-0.08	-0.14	-0.10	-0.13	-0.10	-0.13	-0.10	-0.13
0.4	0.0201	0.0777	-0.07	-0.15	-0.09	-0.14	-0.10	-0.14	-0.10	-0.14
0.5	0.0194	0.0751	-0.07	-0.14	-0.09	-0.14	-0.09	-0.14	-0.09	-0.14
0.6	0.0186	0.0718	-0.06	-0.13	-0.08	-0.13	-0.08	-0.13	-0.08	-0.12
0.7	0.0177	0.0675	-0.05	-0.12	-0.07	-0.13	-0.07	-0.13	-0.07	-0.13
0.8	0.0166	0.0621	-0.03	-0.09	-0.05	-0.12	-0.05	-0.12	-0.05	-0.12
0.9	0.0153	0.0549	-0.02	-0.07	-0.04	-0.11	-0.04	-0.12	-0.04	-0.12
1	0.0136	0.0442	-0.02	-0.14	-0.04	-0.14	-0.04	-0.15	-0.04	-0.15

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.2813	0.4825	-0.67	-0.53	-0.83	-0.52	-0.93	-0.52	-1.00	-0.53
0.1	0.1808	0.2828	-0.72	-0.37	-0.67	-0.50	-0.63	-0.45	-0.63	-0.41
0.2	0.1308	0.1940	-0.52	-0.46	-0.42	-0.34	-0.42	-0.29	-0.43	-0.30
0.3	0.0974	0.1387	-0.33	-0.35	-0.27	-0.21	-0.29	-0.22	-0.30	-0.23
0.4	0.0735	0.1011	-0.19	-0.23	-0.17	-0.15	-0.19	-0.18	-0.20	-0.18
0.5	0.0560	0.0748	-0.09	-0.13	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.12	-0.13
0.6	0.0428	0.0557	-0.04	-0.09	-0.07	-0.09	-0.07	-0.10	-0.08	-0.10
0.7	0.0327	0.0417	-0.02	-0.05	-0.04	-0.07	-0.04	-0.08	-0.04	-0.08
0.8	0.0249	0.0312	-0.01	-0.03	-0.03	-0.06	-0.03	-0.06	-0.03	-0.06
0.9	0.0189	0.0231	0.00	-0.03	-0.02	-0.06	-0.02	-0.06	-0.02	-0.06
1	0.0137	0.0160	-0.01	-0.05	-0.03	-0.07	-0.03	-0.07	-0.03	-0.07

Tablo 6.14. $\tau_{x_0} = 1.0$, $\tau_{y_0} = 2.0$ ve $\omega = 0.5$ olan geometride,değiştirilmiş sınır şartlarına göre alt, üst ve yan yüzeylerde kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun % hataları.

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ÜST	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.5690	0.1982	-0.16	-0.08	-0.29	-0.04	-0.41	-0.04	-0.78	-0.06
0.1	0.5688	0.1979	-0.16	-0.08	-0.29	-0.03	-0.41	-0.03	-0.78	-0.05
0.2	0.5683	0.1966	-0.16	-0.08	-0.30	-0.04	-0.42	-0.04	-0.79	-0.06
0.3	0.5673	0.1944	-0.18	-0.08	-0.32	-0.05	-0.43	-0.04	-0.80	-0.06
0.4	0.5658	0.1911	-0.20	-0.08	-0.35	-0.06	-0.46	-0.05	-0.82	-0.07
0.5	0.5639	0.1864	-0.20	-0.08	-0.38	-0.07	-0.48	-0.06	-0.84	-0.08
0.6	0.5612	0.1800	-0.22	-0.08	-0.43	-0.09	-0.53	-0.08	-0.88	-0.09
0.7	0.5575	0.1712	-0.22	-0.06	-0.48	-0.10	-0.58	-0.09	-0.93	-0.10
0.8	0.5526	0.1587	-0.22	-0.03	-0.52	-0.10	-0.65	-0.11	-0.99	-0.12
0.9	0.5454	0.1396	-0.22	-0.01	-0.55	-0.09	-0.73	-0.11	-1.06	-0.13
1	0.5337	0.1053	-0.34	-0.34	-0.49	-0.32	-0.59	-0.32	-0.78	-0.34

τ_{x_0} / τ_x	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
ALT	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.0214	0.0822	0.06	0.01	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02
0.1	0.0214	0.0819	0.06	0.00	0.04	0.02	0.04	0.01	0.02	0.01
0.2	0.0211	0.0811	0.06	0.01	0.04	0.03	0.04	0.02	0.02	0.02
0.3	0.0207	0.0798	0.06	0.01	0.04	0.03	0.04	0.02	0.02	0.02
0.4	0.0201	0.0777	0.06	0.00	0.04	0.02	0.04	0.02	0.02	0.01
0.5	0.0194	0.0751	0.06	0.01	0.04	0.01	0.04	0.02	0.03	0.01
0.6	0.0186	0.0718	0.06	0.02	0.04	0.02	0.04	0.02	0.03	0.02
0.7	0.0177	0.0675	0.07	0.03	0.05	0.01	0.05	0.02	0.04	0.02
0.8	0.0166	0.0621	0.08	0.06	0.06	0.02	0.06	0.02	0.05	0.02
0.9	0.0153	0.0549	0.09	0.07	0.07	0.03	0.07	0.02	0.06	0.02
1	0.0136	0.0442	0.08	-0.01	0.06	-0.01	0.06	-0.01	0.06	-0.02

τ_{y_0} / τ_y	GERÇEK		SK ₂		SK ₃		SK ₄		SK ₅	
YAN	G	I	G	I	G	I	G	I	G	I
0	0.2813	0.4825	-0.34	-0.34	-0.49	-0.32	-0.59	-0.32	-0.78	-0.34
0.1	0.1808	0.2828	-0.42	-0.07	-0.37	-0.18	-10.39	-0.13	-0.33	-0.10
0.2	0.1308	0.1940	-0.26	-0.21	-0.15	-0.08	-6.40	-0.03	-0.16	-0.04
0.3	0.0974	0.1387	-0.10	-0.14	-0.04	0.01	-4.13	0.00	-0.07	-0.01
0.4	0.0735	0.1011	0.01	-0.05	0.03	0.03	-2.73	0.01	0.00	0.00
0.5	0.0560	0.0748	0.08	0.02	0.07	0.05	-1.83	0.03	0.05	0.03
0.6	0.0428	0.0557	0.10	0.05	0.08	0.04	-1.25	0.03	0.07	0.03
0.7	0.0327	0.0417	0.11	0.07	0.09	0.05	-0.85	0.04	0.08	0.05
0.8	0.0249	0.0312	0.11	0.08	0.08	0.05	-0.58	0.05	0.08	0.06
0.9	0.0189	0.0231	0.11	0.08	0.09	0.05	-0.37	0.05	0.09	0.05
1	0.0137	0.0160	0.09	0.06	0.07	0.04	-0.19	0.04	0.07	0.03

derecesi arttırıldıkça hatalarda artma gözlenmektedir. Radyasyon şiddet fonksiyonunun hatalarında genelde bir azalma görülmüştür.

Alt yüzeylerde kaynak fonksiyonu değişiminin, SK_2 için 0.06 - 0.09, SK_3 için 0.03 - 0.07, SK_4 için 0.03 - 0.07, SK_5 için 0.02 - 0.06 olduğu görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değişimi, SK_2 için 0.00 - 0.07, SK_3 için 0.01 - 0.03, SK_4 için 0.01 - 0.02, SK_5 için 0.01 - 0.02 olarak değiştiği gözlenmektedir. Kaynak ve radyasyon fonksiyonu için hatalar bütün SK_N derecesinde çok iyi sonuç vermektedir.

Yan yüzeyde kaynak fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.01 - 0.42, SK_3 için 0.03 - 0.34, SK_4 için 0.03 - 0.59, SK_5 için 0.00 - 0.78 olmuştur. Şiddet fonksiyonunun değişimi ise, SK_2 için 0.02 - 0.27, SK_3 için 0.01 - 0.45, SK_4 için 0.00 - 0.56, SK_5 için 0.00 - 0.86 olduğu görülmektedir. Kaynak ve radyasyon şiddet fonksiyonunun çözümlerinin hataları SK_N derecesini arttırdıkça azalmakta, fakat üst yüzeye karşılık gelen noktalarda artma olmaktadır.

Aynı geometriyi normal ve değiştirilmiş sınır şartlarına göre karşılaştırdığımızda üst yüzeydeki kaynak fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartlarındaki çözümü normal sınır şartlarına göre daha iyi sonuç verdiği gözlenmekte, fakat her iki sınır şartlarında SK_N dereceleri arttırıldıkça hatalarda artma gözlenmektedir. Alt ve yan yüzeylerde ise büyük ölçüde bir azalma görülmüştür. Radyasyon şiddet fonksiyonunun değiştirilmiş sınır şartları çözümleri normal sınır şartları çözümlerine göre bütün yüzeylerde azalmıştır.

Bu geometrinin bilgisayarda çözüm süreleri; SK_2 için 18.07, SK_3 için 25.79, SK_4 için 33.29 ve SK_5 için 40.92 saniye olduğu görülmüştür.

Genel olarak, sonuçları incelediğimizde, üst yüzeyde hataların diğer yüzeylere oranla daha büyük olduğu görülmüştür. Bunun sebebi ise üst yüzeyden radyasyonun yayılması yani kaynağın üst yüzeyde olmasındandır.

Küçük yüzeylerde değiştirilmiş sınır şartlarına göre çözümde, bu hatalar azalırken orta ve büyük geometrilerde daha da arttığı görülmüştür.

Saçılma albedosu değiştirilerek çözüm yapıldığında, albedo 1 alındığında çözümler daha uzun sürede ve hatalar daha fazla olurken, albedo değerleri 0.9 ve 0.5 alındığında çözümler daha çabuk ve hataların daha az olduğu gözlenmiştir.

6.2. Radyasyon Isı Akısı Fonksiyonu Sonuçlarının İncelenmesi

Değişik ebatlardaki dörtgen geometriler için radyasyon ısı akısı fonksiyonu değiştirilmiş sınır şartlarına göre Denklem (3.22)'ye göre çözülmüş daha sonra bu konuda çözülmüş problemin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma işlemi sadece üst yüzeyde yapılmıştır.

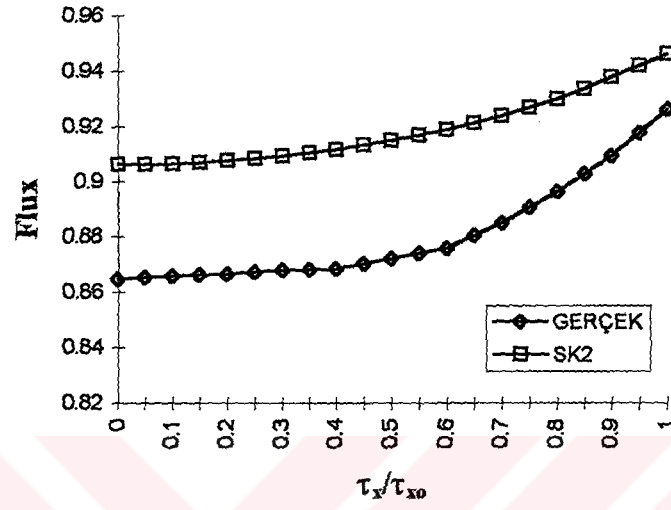
Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 0.25$, $\tau_{y_0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olarak alındığı küçük geometride, radyasyon ısı akısı gerçek sonuçları değişik SK_N dereceleri ile karşılaştırılmış ve şekillerde gösterilmiştir.

SK_2 sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.1.'de gösterilmiştir. SK_2 radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 2.017 ile 4.309 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

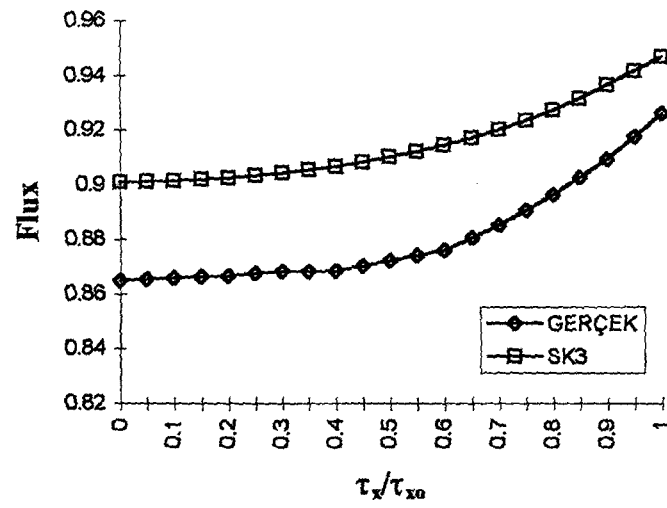
SK_3 sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.2.'de gösterilmiştir. SK_3 radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 2.085 ile 3.824 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

SK_4 sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.3.'de gösterilmiştir. SK_4 radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların

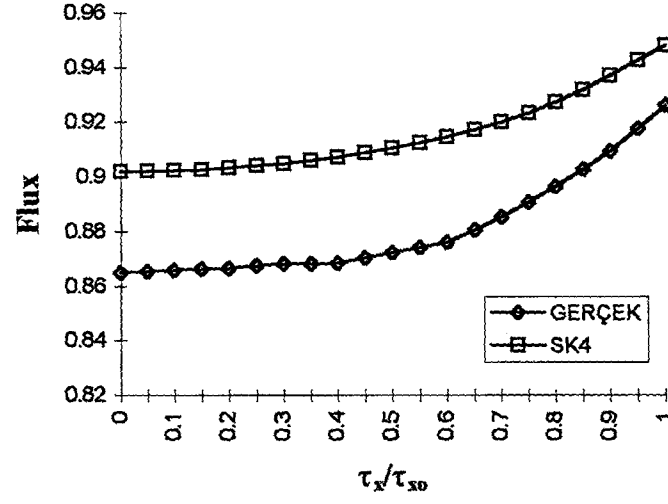
2.216 ile 3.861 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.



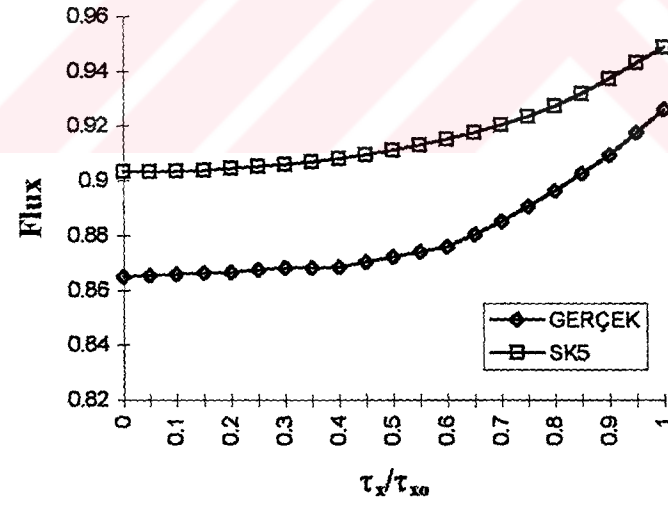
Şekil 6.1. $\tau_{x0} = 0.25$, $\tau_{y0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₂ sonuçları



Şekil 6.2. $\tau_{x0} = 0.25$, $\tau_{y0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₃ sonuçları



Şekil 6.3. $\tau_{x0} = 0.25$, $\tau_{y0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₄ sonuçları



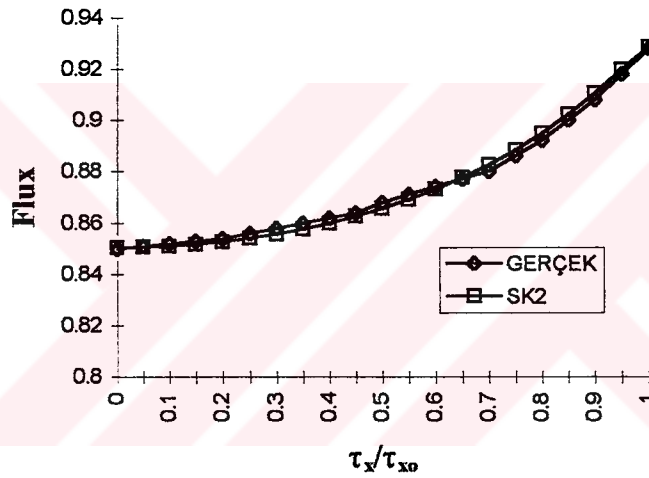
Şekil 6.4. $\tau_{x0} = 0.25$, $\tau_{y0} = 0.5$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₅ sonuçları

SK₅ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.4.'de gösterilmiştir. SK₂ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların

2.017 ile 4.309 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

SK_N derecesi arttırılmasına rağmen genelde hatalar aynı mertebede çıkmıştır. SK_3 'den sonraki derecelerde hataların hemen hemen aynı olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olarak alındığı geometride, radyasyon ısı akısı gerçek sonuçları değişik SK_N dereceleri ile karşılaştırılmış ve şekillerde gösterilmiştir.



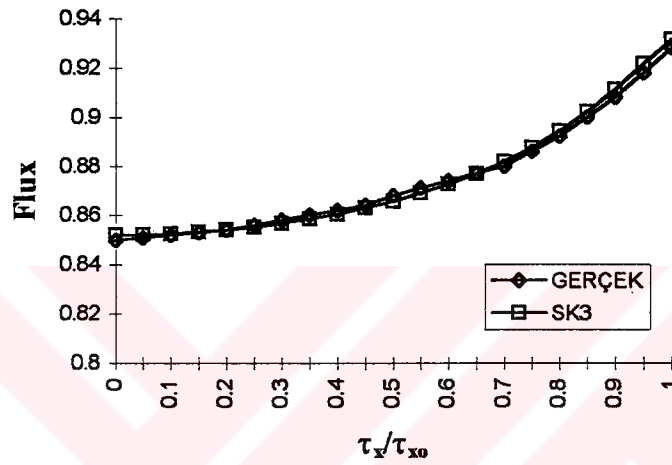
Şekil 6.5. $\tau_{x_0} = 0.5$, $\tau_{y_0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK_2 sonuçları

SK_2 sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.5.'de gösterilmiştir. SK_2 radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 0.04 ile 0.284 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda önce bir miktar artma daha sonra azalma görülmüştür.

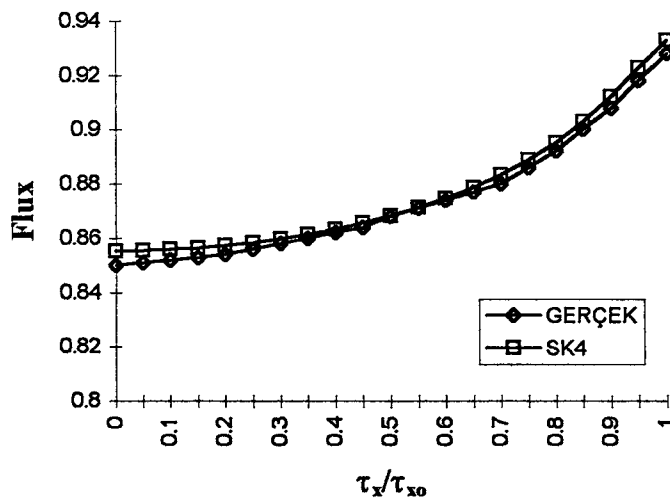
SK_3 sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.6.'de gösterilmiştir. SK_3 ısı radyasyon akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların

0.013 ile 3.444 arasında değiştiği görülmüştür.

SK₄ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.7.'de gösterilmiştir. SK₄ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 0.025 ile 0.483 arasında değiştiği görülmüştür.

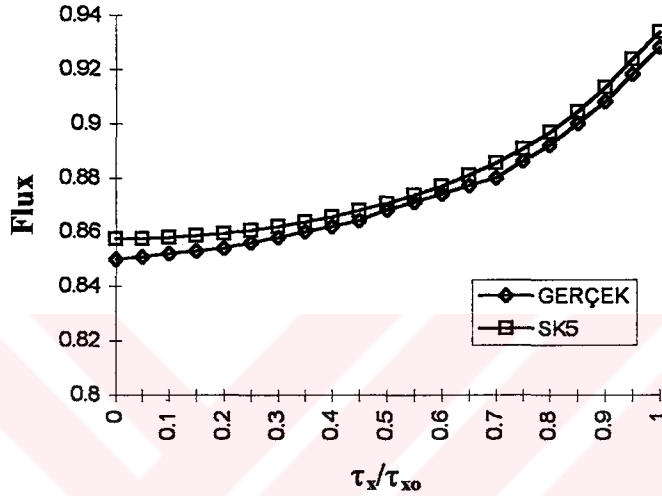


Şekil 6.6. $\tau_{x0} = 0.5$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₃ sonuçları



Şekil 6.7. $\tau_{x0} = 0.5$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₄ sonuçları

SK₅ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.8.'de gösterilmiştir. SK₂ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 0.247 ile 0.747 arasında değiştiği görülmüştür.

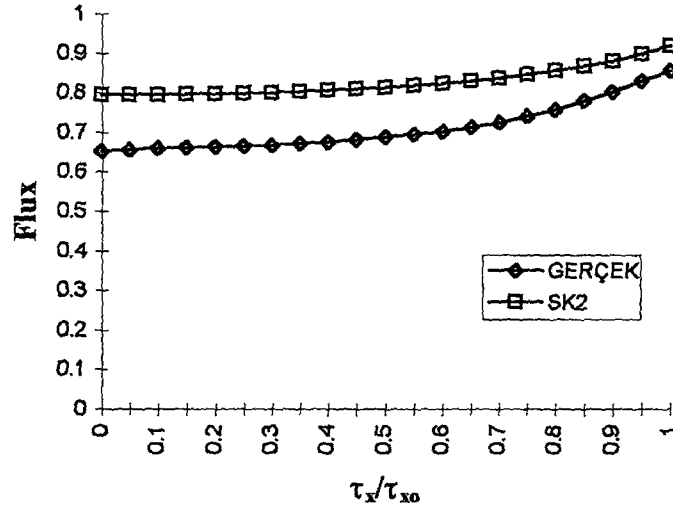


Şekil 6.8. $\tau_{x0} = 0.5$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₅ sonuçları

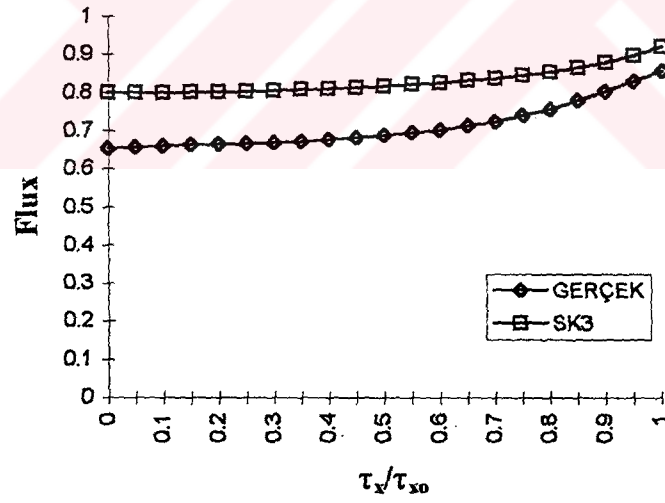
SK_N derecesi artırıldıkça SK₂, SK₃ ve SK₄ için hatalar aynı mertebede çıkmakta, SK₅'de hatalar artmaktadır. Ancak gerçek sonuçlarla çözümler çok iyi uyumuştur.

Optik uzunluğu $\tau_{x0} = 1.0$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olarak alındığı geometride, radyasyon ısı akısı gerçek sonuçları değişik SK_N dereceleri ile karşılaştırılmış ve şekillerde gösterilmiştir.

SK₂ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.9.'de gösterilmiştir. SK₂ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 6.209 ile 14.277 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.



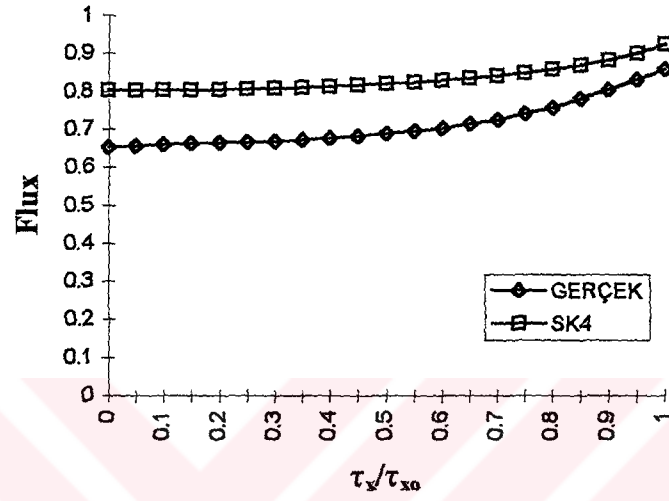
Şekil 6.9. $\tau_{x0} = 1.0$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₂ sonuçları



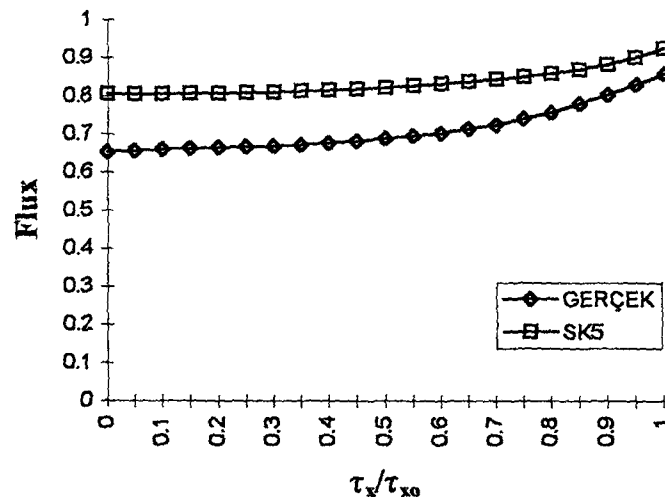
Şekil 6.10. $\tau_{x0} = 1.0$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₃ sonuçları

SK₃ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.10.'de gösterilmiştir. SK₃ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların

6.479 ile 14.717 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.



Şekil 6.11. $\tau_{x0} = 1.0$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₄ sonuçları



Şekil 6.12. $\tau_{x0} = 1.0$, $\tau_{y0} = 1.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₅ sonuçları

SK₄ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.11.'de gösterilmiştir. SK₄ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 6.647 ile 14.989 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

SK₅ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.12.'de gösterilmiştir. SK₅ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 6.742 ile 15.206 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

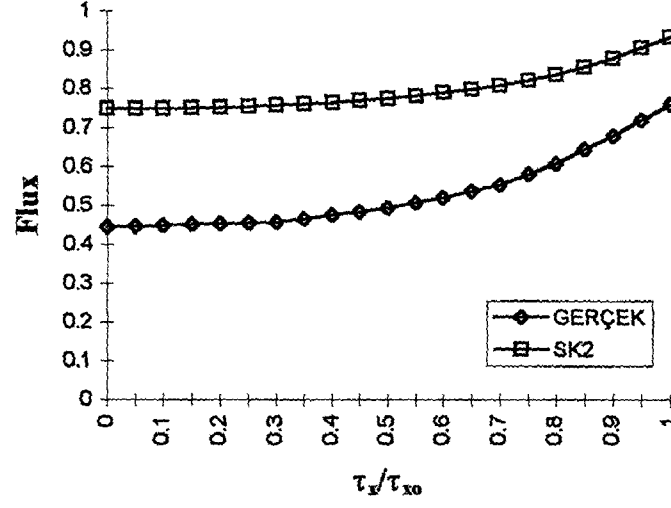
SK_N derecesi artırılmasına rağmen genelde hatalar aynı mertebede çıkmıştır. SK₃'den sonraki derecelerde hataların hemen hemen aynı olduğu görülmüştür.

Optik uzunluğu $\tau_{x_0} = 2.0$, $\tau_{y_0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olarak alındığı geometride, radyasyon ısı akısı gerçek sonuçları değişik SK_N dereceleri ile karşılaştırılmış ve şekillerde gösterilmiştir.

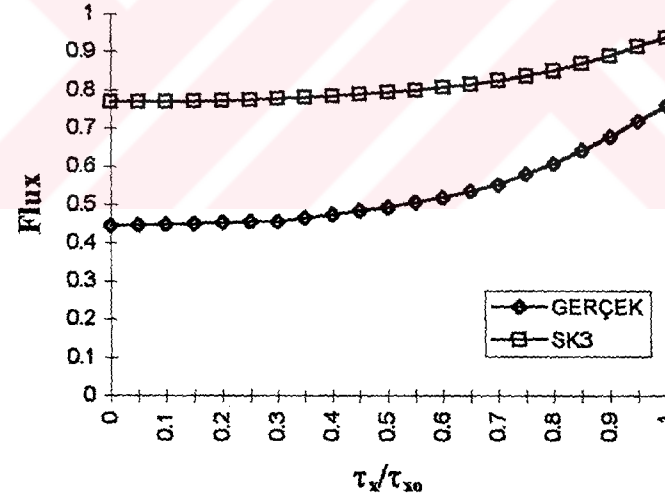
SK₂ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.13'de gösterilmiştir. SK₂ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 17.266 ile 30.418 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

SK₃ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.14'de gösterilmiştir. SK₃ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 17.857 ile 32.395 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

SK₄ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.15.'de gösterilmiştir. SK₄ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 19.19 ile 33.229 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.

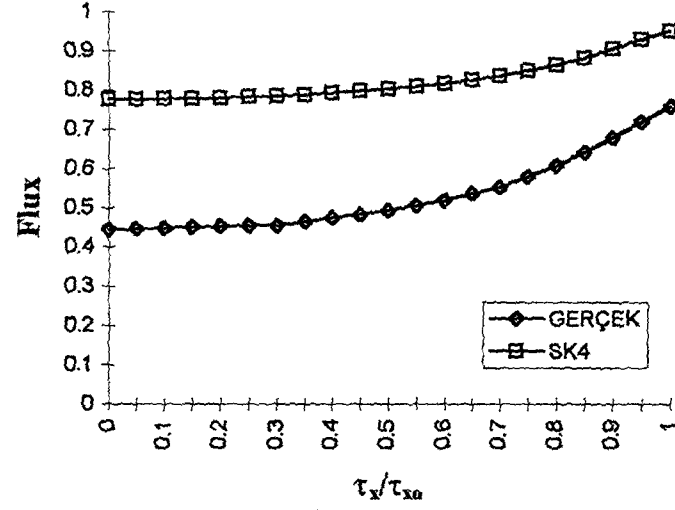


Şekil 6.13. $\tau_{x0} = 2.0$, $\tau_{y0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₂ sonuçları

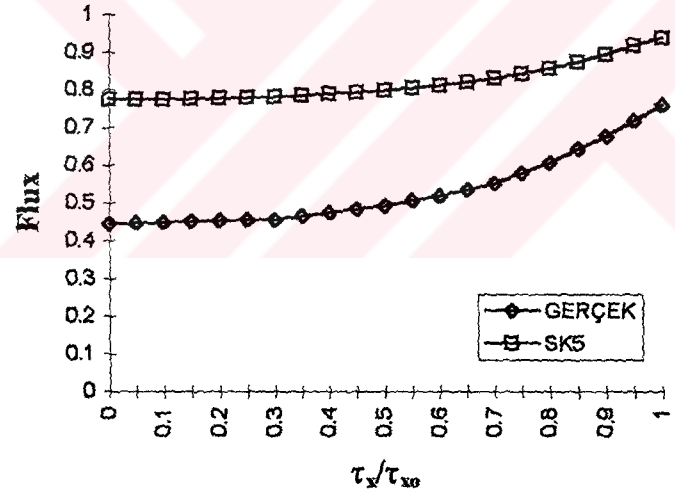


Şekil 6.14. $\tau_{x0} = 2.0$, $\tau_{y0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₃ sonuçları

SK₅ sonuçları ile gerçek sonuçların karşılaştırılması Şekil 6.16.'de gösterilmiştir. SK₅ radyasyon ısı akısı sonuçları ile gerçek sonuçları karşılaştırıldığında % hataların 17.922 ile 32.923 arasında değiştiği görülmüştür. Optik uzunluk artıkça hatalarda azalma görülmüştür.



Şekil 6.15. $\tau_{x0} = 2.0$, $\tau_{y0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₄ sonuçları



Şekil 6.16. $\tau_{x0} = 2.0$, $\tau_{y0} = 4.0$ ve $\omega = 1$ olan geometride radyasyon ısı akısı fonksiyonunun SK₅ sonuçları

Bu geometride radyasyon ısı akı fonksiyonu hatalarının büyük çıkmasının nedeni, radyasyon kaynak fonksiyonu hatalarının yüksek olmasından ve radyasyon kaynağının üst yüzeyde olmasından kaynaklanmaktadır.

Genelde radyasyon ısı akısı küçük geometrilerde daha iyi sonuç vermiştir.

7. SONUÇLARIN İRDELENMESİ

Yüksek derece SK_N yaklaşımı, genel geometriler için integral transport denklemini çözmek için önerilmiştir. Mevcut test problemi için, SK_3 ve daha yüksek yaklaşımlar optik olarak ince sistemlerde çok iyi sonuç vermiştir.

Optik olarak kalın sistemlerde SK_1 , SK_2 gibi çözümler radyasyon fonksiyonu ve şiddeti için daha iyi sonuç vermiştir.

Saçılma albedosu ω_0 'nın küçük olması halinde SK_N çözümleri daha az hata ile daha çabuk yakınsamaktadır.

SK_3 genelde herhangi bir katılımcı ortamdaki radyasyon çözümlerinde yeterlidir.

Radyasyon ısı akısı SK_N çözümlerinin hatası probleme göre değişmektedir. Radyasyon fonksiyonu gerçek değerinin altında ise ısı akısında gerçek değerinin altında, gerçek değerin üstünde ise ısı akısında gerçek değerin üstündedir.

SK_N yaklaşımı diğer yaklaşımlara göre problemleri çok daha çabuk çözmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Altaç Z., 1989, The SK_N approximation: A new method for solving the integral transport equations, Ph. D. Thesis, Iowa State University , Ames, Iowa.

Altaç Z. and Spinrad B.I., 1990, The SK_N Method I: A high order transport approximation to neutron transport problems, Nucl. Sci. Eng., Vol 106 , 471-479 p.

Altaç Z. and Spinrad B.I., 1990, The SK_N Method I: Heterogeneous problems, Nucl. Sci. Eng., Vol 106 , 480-488 p.

Altaç Z., 1996, Integrals involving Bickley and Bessel Functions in Radiative Transfer and Generalized Exponential Integral Function, Journal of Heat Transfer, Vol 118.

Coppa C. and Rovetto P., 1982, An approximate method to study the one - velocity neutron integral transport equation, Ann. Nucl. Energy, Vol 9, 169-174 p.

Coppa C., Rovetto P. and Sumini M., 1982, An method and the spherical harmonics approximation in neutron transport theory, Ann. Nucl. Energy, Vol 9, 435-437 p.

Crosbie A. L. and Schrenker R. G., 1984, Radiative transfer in a two-dimensional rectangular medium exposed to diffuse radiation, J. Quant. Radiant. Transfer, Vol 31, No 4, 339-372 p.

Krook M., 1962, On the solution of equations of transfer I, Astrophys J. , Vol 122, 488-497 p.

Sparrow E. M. and Cess R. D., 1978, Radiation Heat Transfer (Augm. Edn), Hemisphere/ McGraw-Hill, New York, Chap. 9.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devamı)

Spinrad B. I. and Sterbentz J. S., 1985, Approximations to neutron transport problems in complex geometries: I, Nucl. Sci. Eng., Vol 90, 431-440 p.





EK -1

BİCKLEY FONKSİYONU

$$Ki_n(x) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-x \cosh u)}{\cosh^n u} du, \quad n = \text{tamsayı}$$

$$Ki_n(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_x^{\infty} (t-x)^{n-1} K_0(t) dt$$

$$Ki_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{\exp(-xu)}{u^n \sqrt{u^2 - 1}} du, \quad \frac{Ki_n(x)}{x^n} = \int_x^{\infty} \frac{\exp(-u)}{u^n \sqrt{u^2 - x^2}} du$$

$$Ki_n(x) = \int_0^{\pi/2} \exp(-x / \cos \alpha) \cos^{n-1} \alpha d\alpha$$

$$Ki_n(x) = \int_0^{\pi/2} \exp(-x / \sin \alpha) \sin^{n-1} \alpha d\alpha$$

$$Ki_0(x) = K_0(x) \quad n=0 \quad K_0(x) \text{ Bessel Fonksiyonu}$$

Rekölans bağıntısı;

$$nKi_{n+1}(x) = -xKi_n(x) + (n-1)Ki_{n-1}(x) + xKi_{n-2}(x)$$

EK-2

```

PROGRAM RADTR
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION XO(5500),XN(5500),FLXO(1000),B(5500),D(5500),E(5500),
1F(5500),H(5500),RHS(1000),FLX(1000)
  COMMON /RADTR1/ EPSI,TOL,SIGS,DX,DY,DX2,DY2,DN(5),U(5),W(5),QS,
1OP(6),XX(61),YY(61)
  COMMON /RADTR2/ MAXIT,MITER,IBL,IBR,IBB,IBA,IM,JM,NSKN,IPRINT,
2IOUT(3),NEQ,INTX,INTY,IPUNC,INC,NRUNS
  COMMON /RADTR3/ IGUESS
  COMMON /RADTR4/ OMG
  COMMON /RADTR6/ FORC(1000)
  COMMON /RADTR7/ XA,XB,YA,YB
  DATA NOUT/6/

C
  CALL INPUT(NRS)
  CALL INITAL(NEQ,FLXO)

C
  IOUT3 = IOUT(3)
  IOUT2 = IOUT(2)

C  FORM MATRICES OF EACH SKN EQUATION AND STORE
C
  DO 500 NSK = 1,NSKN
    DO 100 J = 1,JM
      DO 200 I = 1,IM
        K = (J-1) * IM + I
        CALL FTIP(K,IM,JM,ITIP)
        CALL FORM(NSK,AMN,AM1,A0,AP1,APN,ITIP)
        B( (NSK-1) * NEQ + K ) = AMN
        D( (NSK-1) * NEQ + K ) = AM1
        E( (NSK-1) * NEQ + K ) = A0
        F( (NSK-1) * NEQ + K ) = AP1
200    H( (NSK-1) * NEQ + K ) = APN
100    CONTINUE
500    CONTINUE

C
  CALL FORCES(NEQ,IM,JM,XX,YY,FORC)
C *****  NRUN LOOP
C  DO 5000 NR=1,NRUNS
C  IF( NR .GT. 1 ) CALL INPUT(NR)
C    WRITE(*,32) NR,OMG

C
C  OUTER ITERATIONS BEGIN HERE
C
  DO 1000 ITER = 1,MAXIT
    IC = IC + 1

C
C  CALCULATE FORCE TERM FOR SKN EQUATIONS
C
  DO 25 K = 1,NEQ
    RHS(K) = OMG * FLXO(K)
25  CONTINUE

C
C  INNER ITERATIONS FOR SKN EQS BEGIN
C
  DO 1500 NS = 1,NSKN
    IB = (NS-1) * NEQ + 1
    ID = (NS-1) * NEQ + 1
    IE = (NS-1) * NEQ + 1

```

```

      IF = (NS-1) * NEQ + 1
      IH = (NS-1) * NEQ + 1
      IXO = (NS-1) * NEQ + 1
      IXN = (NS-1) * NEQ + 1
      CALL SOR(IM,JM,B(IB),D(ID),E(IE),F(IF),H(IH),RHS,XN(IXN),
1XO(IXO),OP(NS),TOL,MITER,MIT,ERROR)
      IF( IOUT2 .NE. 0 ) WRITE(*,34) NS,ERROR,MIT
1500  CONTINUE
C    — END OF INNER ITERATIONS —
      IF( IOUT2 .NE. 0 ) THEN
        WRITE(*,36)
        DO 4488 N1=1,NSKN
4488  WRITE(*,37) N1,OP(N1)
        ENDIF
        CALL TOPLA(W,XN,FLX)
        CALL TEST(NEQ,FLX,FLXO,EPSI,ERR,ITEST)
        IF( IOUT3 .EQ. 0 ) WRITE(NOUT,35) ITER,ERR
        IF( ITEST .EQ. 0 ) GO TO 2000
        DO 45 K = 1,NEQ
45    FLXO(K) = FLX(K)
C    — END OF OUTER ITERATIONS —
1000  CONTINUE
2000  CONTINUE
C    — END OF RUNS ———
C5000 CONTINUE
      MITER = IC

C
C  PRINT DATA TO OUTPUT
C
      CALL PRINT(FLX,XN)
C
      STOP
32  FORMAT(/ '**',2X,'RUN # ',I3,7X,'OMG=',F10.5,' **')
34  FORMAT(5X,'ERR SK ',I2,2X,1PE12.6,5X,'INNER ITERS',I5)
35  FORMAT(10X,'** ITER',I5,' MAX RELATIVE ERROR ',1PE12.6)
36  FORMAT(5X,'--- CALCULATED OPTIMUM PARAMETERS SKN EQS ---')
37  FORMAT(20X,'Wbest FOR SK ',I2,5X,1PE10.4)
      END

C
      SUBROUTINE INITAL(NEQ,FLX)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION FLX(NEQ)
      COMMON /RADTR3/ IGUESS
      IF( IGUESS .EQ. 0 ) GUESS = 0.0E+00
      IF( IGUESS .EQ. 1 ) GUESS = 1.0E+00
      IF( IGUESS .EQ. 2 ) GO TO 50
      DO 10 K = 1,NEQ
        FLX(K) = GUESS
10  CONTINUE
      RETURN
50  OPEN (1,FILE='INIT.DAT',ACCESS='DIRECT',RECL=8*NEQ)
      READ (1,REC=1) FLX
      PRINT*, '*****'
      PRINT*, '* FLUX READ FROM INIT.DAT *'
      PRINT*, '*****'
      CLOSE(1)
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE TOPLA(W,PHI,FLX)

```

```

      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION W(5),PHI(NEQ,NSKN),FLX(NEQ)
      COMMON /RADTR2/ MAXIT,MITER,IBL,IBR,IBB,IBA,IM,JM,NSKN,IPRINT,
2IOUT(3),NEQ,INTX,INTY,IPUNC,INC,NRUNS
      COMMON /RADTR6/ FORC(1000)
      DO 1 K = 1,NEQ
        SUM = 0.0E+00
        DO 2 M = 1,NSKN
2      SUM = SUM + W(M) * PHI(K,M)
1      FLX(K) = SUM + FORC(K)
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE INPUT(NRS)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      CHARACTER *72 TITLE

C
      COMMON /RADTR1/ EPSI,TOL,SIGS,DX,DY,DX2,DY2,DN(5),U(5),W(5),QS,
1OP(6),XX(61),YY(61)
      COMMON /RADTR2/ MAXIT,MITER,IBL,IBR,IBB,IBA,IM,JM,NSKN,IPRINT,
2IOUT(3),NEQ,INTX,INTY,IPUNC,INC,NRUNS
      COMMON /RADTR3/ IGUESS
      COMMON /RADTR4/ OMG
      COMMON /RADTR7/ XA,XB,YA,YB
      COMMON /RADTR8/ TITLE

C
      DATA IREAD/40/
      OPEN(IREAD,FILE='RADTR.INP',STATUS='OLD')
      IF( NRS .NE. 0 ) GO TO 500
C ***** START READING INPUT DATA *****
      READ(IREAD,98) TITLE
      READ(IREAD,*) NSKN,EPSI,TOL,MAXIT,MITER,NRUNS
C      PRINT*, 'NUMBER OF INTERVALS IN X DIRECTION '
C      READ*, INTX
C      PRINT*, 'NUMBER OF INTERVALS IN Y DIRECTION '
C      READ*, INTY
C
C      NSKN - ORDER OF SKN METHOD
C      INTX - NUMBER OF INTERVALS IN X DIRECTION
C      INTY - NUMBER OF INTERVALS IN Y DIRECTION
C      EPSI - CONVERGENCE CRITERIA ON OUTER ITERATIONS
C      TOL - CONVERGENCE CRITERIA ON INNER ITERATIONS
C      MAXIT - MAXIMUM NUMBER OF OUTER ITERATIONS TO BE PERFORMED
C      MITER - MAXIMUM NUMBER OF INNER ITERATIONS TO BE PERFORMED
C      NRUNS - NUMBER OF RUNS TO BE PERFORMED OVER OMG (SCATTERING ALB)
      READ(IREAD,*) INTX,INTY,XA,XB,YA,YB
C
C      PRINT*, 'MIN. X VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN '
C      READ*, XA
C      PRINT*, 'MAX. X VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN '
C      READ*, XB
C      PRINT*, 'MIN. Y VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN '
C      READ*, YA
C      PRINT*, 'MAX. Y VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN '
C      READ*, YB
C
C      XA - MIN. X VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN
C      XB - MAX. X VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN
C      YA - MIN. Y VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN
C      YB - MAX. Y VALUE OF RECTANGULAR DOMAIN

```

```

C      READ(IREAD,*) IGUESS,IPRINT,IOUT(1),IOUT(2),IOUT(3),IPUNC,INC
C
C      IGUESS - INITIAL GUESS TO FLUXES IS INITIALIZED TO ZERO
C      IGUESS = 0 FLX,PHI(n,i) IS INITIALIZED TO 0.0
C      IGUESS = 1 FLX,PHI(n,i) IS INITIALIZED TO 1.0
C      IGUESS = 2 FLX IS READ FROM INIT.DAT
C      IPRINT - PRINTOUT OPTION. IPRINT=0 RETURNS WITH FLX
C      IPRINT = 1 RETURNS WITH FLX(n,i) n=1,...,NSKN AS WELL.
C      IOUT  - OUTPUT UNIT FILES ( IOUT(1) .NE. 0 BUT IOUT(2) AND IOUT(3)
C      ARE NOT USED SO SET THEM EQUAL TO 0.
C      IPUNC - INDICATOR TO CREATE INIT.DAT TO SAVE FLX'ES
C      IPUNC = 0 DOES NOT CREATE INIT.DAT
C      IPUNC = 1 CREATES BINARY FILE INIT.DAT
C      INC  - NUMBER OF INCREMENTS FOR WHICH FLUX IS PRINTED
C      READ(IREAD,*) OMG
C
C      PRINT*, 'SCATTERING ALBEDO'
C      READ*, OMG
C      OMG  - SCATTERING ALBEDO
C
C      READ(IREAD,*) (OP(I),I=1,NSKN+1)
C      READ(IREAD,*) IBL,IBR,IBA,IBB
C
C      OP  - INITIAL GUESS TO OPTIMUM RELAXTION PARAMETERS FOR
C      SOLVING THE SKN EQUATIONS AND THE ENERGY EQUATION
C      OP(NSKN+1) IS FOR ENERGY EQUATION. ALL OF THESE
C      VALUES WILL BE RECALCULATED. GUESSES SHOULD BE < 1.5
C      IBL  - LEFT BC ( IBC = 0 REFLECTING, IBC = 1 BLACK BODY )
C      IBR  - RIGTH BC
C      IBB  - BELOW BC
C      IBA  - ABOVE BC
C      THE ABOVE BC'S ARE FOR SKN EQUATIONS
C
C      CALL SETGR(0.0D+00,1.0D+00,NSKN,U,W,NSKN,NSKN)
C      DX = (XB-XA)/INTX
C      DY = (YB-YA)/INTY
C      DX2 = DX*DX
C      DY2 = DY*DY
C      IM = INTX + 1
C      JM = INTY + 1
C      NEQ = IM * JM
C      XX(1) = XA
C      YY(1) = YA
C      DO 1 I=1,INTX
1      XX(I+1)=XX(I)+DX
C      DO 2 I=1,INTY
2      YY(I+1)=YY(I)+DY
C      DO 3 I=1,NSKN
3      DN(I)=U(I)**2
C      RETURN
500  READ(IREAD,*) SIGS
C      OMG = SIGS
C      RETURN
98  FORMAT(A72)
C      END
C
C      SUBROUTINE FORM(NS,AMN,AM1,A0,AP1,APN,ITIP)
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

```

```

COMMON /RADTR1/ EPSI,TOL,SIGS,DX,DY,DX2,DY2,DN(5),U(5),W(5),QS,
1OP(6),XX(61),YY(61)
COMMON /RADTR2/ MAXIT,MITER,IBL,IBR,IBB,IBA,IM,JM,NSKN,IPRINT,
2IOUT(3),NEQ,INTX,INTY,IPUNC,INC,NRUNS
DIMENSION A(8),ITYPE(8),BC(4)
DATA ITYPE/1,2,3,4,5,6,7,8/
BC(1) = 0.0E+00
BC(2) = 0.0E+00
BC(3) = 0.0E+00
BC(4) = 0.0E+00
IF( ITIP.EQ. 0 ) GO TO 100
CALL SETBC(ITIP,BC)
100 AMN = - DN(NS)/DY2 - BC(1) * DN(NS)/DY2
AM1 = - DN(NS)/DX2 - BC(2) * DN(NS)/DX2
AP1 = - DN(NS)/DX2 - BC(3) * DN(NS)/DX2
APN = - DN(NS)/DY2 - BC(4) * DN(NS)/DY2
A0 = 1.0E+00 - ( AMN + AM1 + AP1 + APN )
IF( ITIP.EQ. 0 ) RETURN
A(1) = 2.0 * IBB * U(NS)/DY
A(2) = 2.0 * IBR * U(NS)/DX
A(3) = 2.0 * IBA * U(NS)/DY
A(4) = 2.0 * IBL * U(NS)/DX
A(5) = A(1) + A(4)
A(6) = A(1) + A(2)
A(7) = A(2) + A(3)
A(8) = A(3) + A(4)
DO 10 II = 1,8
IF( ITYPE(II).EQ. ITIP ) A0 = A0 + A(II)
10 CONTINUE
RETURN
END
C
SUBROUTINE PRINT(FLX,X)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION X(NEQ,NSKN),FLX(NEQ),CPHI(5)
CHARACTER *72 TITLE
CHARACTER *13 STRNG1,STRNG2,A,B,C,D
CHARACTER *5 CPHI
C*
COMMON /RADTR1/ EPSI,TOL,SIGS,DX,DY,DX2,DY2,DN(5),U(5),W(5),QS,
1OP(6),XX(61),YY(61)
COMMON /RADTR2/ MAXIT,MITER,IBL,IBR,IBB,IBA,IM,JM,NSKN,IPRINT,
2IOUT(3),NEQ,INTX,INTY,IPUNC,INC,NRUNS
COMMON /RADTR3/ IGUESS
COMMON /RADTR4/ OMG
COMMON /RADTR7/ XA,XB,YA,YB
COMMON /RADTR8/ TITLE
C
DATA CPHI/'PHI-1','PHI-2','PHI-3','PHI-4','PHI-5'/
DATA STRNG1,STRNG2/'REFLECTING BC','BLACK BODY BC'/
C*
IOUT1 = IOUT(1)
OPEN(IOUT1,FILE='RADTR',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(11,FILE='FLUX',STATUS='UNKNOWN')
WRITE(IOUT1,99)
WRITE(IOUT1,98) TITLE
WRITE(IOUT1,3)
WRITE(IOUT1,1) NSKN,IPRINT,MAXIT,IGUESS,IPUNC,MITER,TOL,EPSI,
1QS,XA,XB,YA,YB
WRITE(IOUT1,12) INTX

```

```

WRITE(IOUT1,13) INTY
A = STRNG1
B = STRNG1
C = STRNG1
D = STRNG1
IF( IBL .EQ. 1 ) A = STRNG2
IF( IBR .EQ. 1 ) B = STRNG2
IF( IBB .EQ. 1 ) C = STRNG2
IF( IBA .EQ. 1 ) D = STRNG2
WRITE(IOUT1,2)
WRITE(IOUT1,7) A,B,C,D
WRITE(IOUT1,46)
DO 57 I = 1,NSKN
57 WRITE(IOUT1,47) I,U(I),W(I)
WRITE(IOUT1,98) TITLE
WRITE(IOUT1,4)
DO 10 J = 1,JM,INC
DO 15 I = 1,IM,INC
K = (J-1)*IM + I
WRITE(11,115) FLX(K)
WRITE(IOUT1,5) XX(I),YY(J),FLX(K)
15 CONTINUE
WRITE(IOUT1,*)
10 CONTINUE
IF( IPRINT .EQ. 0 ) GO TO 765
WRITE(IOUT1,98) TITLE
WRITE(IOUT1,23) (CPHI(I),I=1,NSKN)
DO 30 J = 1,JM,INC
DO 35 I = 1,IM,INC
K = (J-1)*IM + I
35 WRITE(IOUT1,6) XX(I),YY(J),(X(K,II),II=1,NSKN)
WRITE(IOUT1,*)
30 CONTINUE
C
48 FORMAT(///15X,'**** CONVERGED AFTER',1X,I3,1X,
* 15HITERATIONS ****)
765 WRITE(IOUT1,48) MITER
IF( IPUNC .EQ. 1 ) THEN
OPEN (1,FILE='INIT.DAT',ACCESS='DIRECT',RECL=8*NEQ)
WRITE (1,REC=1) FLX
PRINT* '*****'
PRINT*,'* FLUX WRITTEN TO INIT.DAT *'
PRINT* '*****'
ENDIF
RETURN
C
1 FORMAT(//10X,'NSKN ',I8,7X,' IPRINT ',I8,7X,' MAXIT ',I8,/,
110X,'IGUESS ',I8,7X,' IPUNC ',I8,7X,' MITER ',I8,/,
210X,'TOL ',1PE8.2,7X,' EPSI ',1PE8.2,7X,' QS ',F8.2,/,
310X,'XA ',1PE8.2,7X,' XB ',1PE8.2,/,
410X,'YA ',1PE8.2,7X,' YB ',1PE8.2/)
2 FORMAT(10X,'BOUNDARY CONDITIONS FOR SKN EQUATIONS')
3 FORMAT(10X,15('*'),' INPUT CHECK ',15('*'))/
4 FORMAT(5X,1HX,6X,1HY,9X,' FLUX ')
5 FORMAT(3X,F7.5,2X,F7.5,4X,F7.5)
6 FORMAT(2X,F5.3,3X,F5.3,5X,5(F7.4,2X))
7 FORMAT(//15X,8HINNER : ,10X,A13,/,15X,8HOUTER : ,10X,A13,
2 /,15X,8HLOWER : ,10X,A13,/,15X,8HUPPER : ,10X,A13)
8 FORMAT(///15X,A4)
9 FORMAT(///15X,A9)

```

```

11  FORMAT(/10X,'ALBEDO      : ',F7.4/)
12  FORMAT(/8X,I3,' INTERVALS USED IN X DIRECTION')
13  FORMAT(8X,I3,' INTERVALS USED IN Y DIRECTION')
23  FORMAT(4X,1HX,6X,1HY,6X,5(4X,A5)/)
46  FORMAT(///17X,17HQUADRATURE VALUES, //,10X,1HN,11X,2HMU,17X,
11HW,/,8X,5H-----,5X,11H-----,5X,11H-----)
115  FORMAT(F7.5)
47  FORMAT(9X,I2,6X,F10.5,7X,F10.5)
98  FORMAT(/10X,A72/)
99  FORMAT(//10X,57('*'),/,10X,'*',55(' '),',',/,
110X,'* RRRRRRRR AAAAAA DDDDDDD TTTTTTTT RRRRRRRR */
210X,'* RRRRRRRR AAAAAAAA DDDDDDD TTTTTTTT RRRRRRRR */
310X,'* RR RR AA AA DD DD TT RR RR */
410X,'* RR RR AA AA DD DD TT RR RR */
510X,'* RRRRRRRR AAAAAAAA DD DD TT RRRRRRRR */
610X,'* RRRRRRRR AAAAAAAA DD DD TT RRRRRRRR */
710X,'* RR RR AA AA DD DD TT RR RR */
810X,'* RR RR AA AA DDDDDDD TTT RR RR */
910X,'* RR RR AA AA DDDDDDD TTT RR RR */
110X,'*',55(' '),',',/,10X,'*',55(' '),',',/,
210X,'*',22(' '), 'VERSION 1.0',22(' '),',',/,10X,'*',55(' '),
3'*',/,10X,'*',55(' '),',',/,10X,57('*')/)
END

```

```

C      SUBROUTINE SOR(N,M,B,D,E,F,H,Q,X,XO,W,EPSI,MAXIT,MIT,ERR)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

```

```

C      THIS IS SOR ROUTINE CALCULATES THE OPTIMUM RELAXATION
C      PARAMETER AFTER EACH 10 ITERATIONS, IN RETURN W IS THE
C      UPDATED RELAXATION PARAMETER.

```

```

C      DIMENSION B(*),D(*),E(*),F(*),H(*),Q(*),X(*),XO(*)
      NORD = N*M
      IC = 1
      DO 1000 ITER = 1,MAXIT
      CALL DRVSOR(N,M,B,D,E,F,H,Q,X,XO,W)
      IF( ITER .EQ. IC*25 ) GO TO 200
C ---- TEST FOR CONVERGENCE ----
      ERR = 0.0E+00
      DO 40 I = 1,NORD
      XMUT = ABS( (X(I)-XO(I))/(X(I)+1.0E-10) )
40  ERR = AMAX1( XMUT , ERR )
      MIT = ITER
      IF( ERR .LT. EPSI ) RETURN
      DO 44 J=1,NORD
44  XO(J)=X(J)
      IF( ITER .NE. IC*25 ) GO TO 1000
200  IC = IC + 1
C **** CALCULATE OPTIMUM RELAXATION PARAMETER ****
C      FIND E-NORM OF IC*25'TH ITERATION
      CALL ENORM(NORD,X,XO,ETA1)
      DO 45 J=1,NORD
45  XO(J)=X(J)
C      PREFORM ANOTER SOR ITERATION WITH W
      CALL DRVSOR(N,M,B,D,E,F,H,Q,X,XO,W)
C      FIND E-NORM FOR THIS ITERATION STEP [ (IC*25+1)'TH STEP ]
      CALL ENORM(NORD,X,XO,ETA2)
      ETA3 = ETA2/ETA1
      BEST=(ETA3+W-1.0E+00)/(SQRT(ETA3)*W)
      IF( BEST .GE. 1.0E+00 ) BEST = AMIN1(BEST,ABS(W-1.0E+00))
      W = 2.0E+00/(1.0E+00+SQRT(1.0E+00-BEST**2))

```

```

1000  CONTINUE
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE ENORM(N,F1,F2,ETA)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C ---- THIS CALCULATES THE EUCLIDIAN NORM OF VECTORS F1 AND F2 ----
      DIMENSION F1(N),F2(N)
      ETA=0.0E+00
      DO 1 K=1,N
1    ETA = ETA + (F1(K)-F2(K))**2
      RETURN
      END

C
C
      SUBROUTINE DRVSOR(N,M,B,D,E,F,H,Q,X,XO,W)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION B(*),D(*),E(*),F(*),H(*),Q(*),X(*),XO(*)
      MN = M * N
      NP1 = N + 1
      MNMN = MN - N
      X(1) = (1.E+00-W)*XO(1)+W*(Q(1)-(F(1)*XO(2)+H(1)*XO(1+N)))/E(1)
      DO 10 I = 2,N
10   X(I) = (1.E+00-W)*XO(I)+W*(Q(I)-( D(I)*X(I-1)+F(I)*XO(I+1)
1   + H(I)*XO(I+N) ) )/E(I)
      DO 20 I=NP1,MNMN
      X(I) = (1.E+00-W)*XO(I)+W*( Q(I)-(B(I)*X(I-N)+D(I)*X(I-1)
2   + F(I)*XO(I+1) + H(I)*XO(I+N) ) )/E(I)
20  CONTINUE
      M2 = MN - N + 1
      DO 30 I = M2,MN-1
30   X(I) = (1.E+00-W)*XO(I)+ W*( Q(I)-(B(I)*X(I-N)+D(I)*X(I-1)
3   + F(I)*XO(I+1) ) )/E(I)
      X(MN)= (1.E+00-W)*XO(MN)+W*( Q(MN)-( B(MN)*X(MN-N)
4   + D(MN)*X(MN-1) ) )/E(MN)
      RETURN
      END

C
C
      SUBROUTINE FORCES(N,NX,NY,XI,YI,F)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION XI(NX),YI(NY),F(N)
      COMMON /COOR/Y,Z
      DATA PI/3.1415926535898/
      Y0=XI(NX)
      IK=0
      DO 10 J=1,NY
      DO 10 I=1,NX
      IK=IK+1
      Y=XI(I)
      Z=YI(J)
      IF (ABS(Z).LT.1.E-4) THEN
      F(IK)=0.5*E(2,Z)
      GO TO 10
      ENDIF
      TETA1=(Y0-Y)/Z
      TETA2=(Y0+Y)/Z
      ALFA1=DATAN(TETA1)
      ALFA2=DATAN(TETA2)
      F(IK)=BIS2(Z,ALFA1)

```

```

      F(IK)=F(IK)+BIS2(Z,ALFA2)
      F(IK)=0.5*F(IK)/PI
10  CONTINUE
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE FTIP(K,IM,JM,ITIP)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      ITIP = 0
      IJ = IM * JM
      IJMIM = IJ - IM + 1
      JMM1 = JM - 1
      IF( K .GT. 1 .AND. K .LT. IM ) ITIP = 1
      IF( K .GT. IJMIM .AND. K .LT. IJ ) ITIP = 3
      DO 1 M = 2,JMM1
      IF( K .EQ. M * IM ) ITIP = 2
      IF( K .EQ. ( (M-1)*IM+1) ) ITIP = 4
1  CONTINUE
      IF( K .EQ. 1 ) ITIP = 5
      IF( K .EQ. IM ) ITIP = 6
      IF( K .EQ. IJ ) ITIP = 7
      IF( K .EQ. IJMIM ) ITIP = 8
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE TEST(NEQ,F1,F0,EPSI,ERR,ITEST)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION F1(NEQ),F0(NEQ)
      DATA SMALL/1.D-10/
      ERR = 0.D0
      ITEST = 1
      DO 10 K = 1,NEQ
      XMUT = ABS( ( F1(K)-F0(K) )/( F1(K) - SMALL ) )
      ERR = AMAX1(ERR,XMUT)
10  CONTINUE
      IF( ERR .LE. EPSI ) ITEST = 0
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE SETBC(ITIP,BC)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION BC(4),A(32)
      DATA A/-1.,0.,0.,1.,0.,1.,-1.,0.,1.,0.,0.,-1.,0.,-1.,1.,0.,
1-1.,-1.,1.,1.,-1.,1.,-1.,1.,1.,1.,-1.,-1.,1.,-1.,1.,-1./
      DO 1 I=1,4
1  BC(I) = A(4*(ITIP-1)+I)
      RETURN
      END

C
      SUBROUTINE SETGR(A,B,N,X,W,NPOINT,NDX)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION X(NDX),W(NDX)
      DIMENSION XX(164),WW(164)
      H = ( B - A )
      SX = 0.5* H
      SB = 0.5*( B + A )
      CALL GRULE(N,XX,WW)
      DO 10 I=1,N
      X(I) = XX(I)*SX + SB
      W(I) = WW(I)*SX

```

```

10  CONTINUE
    NPOINT = N
    RETURN
    END

C
    SUBROUTINE GRULE(N,X,W)
    IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
    DIMENSION X(N),W(N)
    PI = 4. * ATAN(1.)
    M = (N+1)/2
    E1 = FLOAT(N*(N+1))
    DO 1 I=1,M
    T=(4*I-1)*PI/(4*N+2)
    X0 = (1.-(1.-1./N)/(8.*N*N))*COS(T)
    PKM1 = 1.
    PK = X0
    DO 3 K=2,N
    T1 = X0 * PK
    PKP1 = T1 - PKM1 -(T1-PKM1)/K+T1
    PKM1 = PK
3   PK = PKP1
    DEN = 1. - X0 * X0
    D1 = N * ( PKM1 - X0 * PK )
    DPN = D1 / DEN
    D2PN = (2.*X0*DPN-E1*PK)/DEN
    D3PN = (4.*X0*D2PN+(2.-E1)*DPN)/DEN
    D4PN = (6.*X0*D3PN+(6.-E1)*D2PN)/DEN
    U = PK / DPN
    V = D2PN / DPN
    H = - U*(1.+.5*U*(V+U*(V*V-U*D3PN/(3.*DPN))))
    P = PK+H*(DPN+.5*H*(D2PN+H/3.*(D3PN+.25*H*D4PN)))
    DP = DPN + H * (D2PN+.5*H*(D3PN+H*D4PN/3.))
    H = H - P/DP
    X(I) = X0 + H
    FX = D1-H*E1*(PK+.5*H*(DPN+H/3.*(D2PN+.25*H*(D3PN+
1   .2*H*D4PN))))
1   W(I) = 2.*(1.-X(I)*X(I))/(FX*FX)
    IF(M+M.GT.N) X(M) = 0.
    IF(M+M.GT.N) MF = M - 1
    IF(M+M.EQ.N) MF = M
    DO 30 I=1,MF
30  X(I) = -X(I)
    DO 10 I=1,MF
    MI = M + I
    II = M - I + 1
    IF( MF .EQ. M-1) II = M-I
    X(MI) = -X(II)
10  W(MI) = W(II)
    RETURN
    END

C
C
    DOUBLE PRECISION FUNCTION E(N,X)

c
c
c   E (x)
c   n
c
    REAL*8 EE(5),XX,TOL,X
    TOL = 1.D-10

```

```

      XX = X
      M = 1
      KODE = 1
      NE = N
      CALL EXPINT(XX,NE,KODE,M,TOL,EE,IERR)
      E = EE(1)
      IF ( IERR .NE. 0 ) GO TO 99
      RETURN
99  WRITE(*,*) 'ERROR IN E '
      STOP
      END

```

C

```

SUBROUTINE EXPINT(X, N, KODE, M, TOL, EN, IERR)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION EN(1), A(99), B(99), Y(2)
DATA XCUT, XLIM, ETOL /2.0D0,667.0D0,1.0D-12/
DATA EULER /-5.77215664901533D-01/
DATA ZERO,ONE,THREE/0.0D00,1.0D00,3.0D00/
DATA LUN /6/
IF (N.LT.1) GO TO 260
IF (KODE.LT.1 .OR. KODE.GT.2) GO TO 270
IF (M.LT.1) GO TO 280
IF (TOL.LT.ETOL .OR. TOL.GT.0.1D0) GO TO 290
IERR = 0
IF (X.GT.XCUT) GO TO 100
IF (X.LT.ZERO) GO TO 300
IF (X.EQ.ZERO .AND. N.EQ.1) GO TO 310
IF (X.EQ.ZERO .AND. N.GT.1) GO TO 80
IX = IDINT(X+0.5D0)
ICASE = 2
IF (IX.GT.N) ICASE = 1
NM = N - ICASE + 1
ND = NM + 1
IND = 3 - ICASE
MU = M - IND
ML = 1
KS = ND
FNM = DFLOAT(NM)
S = ZERO
XTOL = THREE*TOL
IF (ND.EQ.1) GO TO 10
XTOL = TOL/THREE
S = ONE/FNM
10 CONTINUE
AA = ONE
AK = ONE
DO 50 I=1,35
  AA = -AA*X/AK
  IF (I.EQ.NM) GO TO 30
  S = S - AA/(AK-FNM)
  IF (DABS(AA).LE.XTOL*DABS(S)) GO TO 20
  AK = AK + ONE
  GO TO 50
20 CONTINUE
  IF (I.LT.2) GO TO 40
  IF (ND-2.GT.I .OR. I.GT.ND-1) GO TO 60
  AK = AK + ONE
  GO TO 50
30 S = S + AA*(-DLOG(X)+DIGAM(ND))
  XTOL = THREE*TOL

```

```

40 AK = AK + ONE
50 CONTINUE
   GO TO 320
60 IF (ND.EQ.1) S = S + (-DLOG(X)+EULER)
   IF (KODE.EQ.2) S = S*DEXP(X)
   EN(1) = S
   EMX = ONE
   IF (M.EQ.1) GO TO 70
   EN(IND) = S
   AA = DFLOAT(KS)
   IF (KODE.EQ.1) EMX = DEXP(-X)
   GO TO (220, 240), ICASE
70 IF (ICASE.EQ.2) RETURN
   IF (KODE.EQ.1) EMX = DEXP(-X)
   EN(1) = (EMX-S)/X
   RETURN
80 CONTINUE
   DO 90 I=1,M
       EN(I) = ONE/DFLOAT(N+I-2)
90 CONTINUE
   RETURN
100 CONTINUE
   EMX = ONE
   IF (KODE.EQ.2) GO TO 130
   IF (X.LE.XLIM) GO TO 120
   IERR = 1
   DO 110 I=1,M
       EN(I) = ZERO
110 CONTINUE
   RETURN
120 EMX = DEXP(-X)
130 CONTINUE
   IX = IDINT(X+0.5D0)
   KN = N + M - 1
   IF (KN.LE.IX) GO TO 140
   IF (N.LT.IX .AND. IX.LT.KN) GO TO 170
   IF (N.GE.IX) GO TO 160
   GO TO 340
140 ICASE = 1
   KS = KN
   ML = M - 1
   MU = -1
   IND = M
   IF (KN.GT.1) GO TO 180
150 KS = 2
   ICASE = 3
   GO TO 180
160 ICASE = 2
   IND = 1
   KS = N
   MU = M - 1
   IF (N.GT.1) GO TO 180
   IF (KN.EQ.1) GO TO 150
   IX = 2
170 ICASE = 1
   KS = IX
   ML = IX - N
   IND = ML + 1
   MU = KN - IX
180 CONTINUE

```

```

IK = KS/2
AH = DFLOAT(IK)
JSET = 1 + KS - (IK+IK)
IC = 0
AA = AH + AH
AAMS = AA - ONE
AAMS = AAMS*AAMS
TX = X + X
FX = TX + TX
AK = AH
XTOL = TOL
IF (TOL.LE.1.0D-3) XTOL = 20.0D0*TOL
CT = AAMS + FX*AH
EM = (AH+ONE)/((X+AA)*XTOL*DSQRT(CT))
BK = AA
CC = AH*AH
P1 = ZERO
P2 = ONE
190 CONTINUE
IF (IC.EQ.99) GO TO 330
IC = IC + 1
AK = AK + ONE
AT = BK/(BK+AK+CC+DFLOAT(IC))
BK = BK + AK + AK
A(IC) = AT
BT = (AK+AK+X)/(AK+ONE)
B(IC) = BT
PT = P2
P2 = BT*P2 - AT*P1
P1 = PT
CT = CT + FX
EM = EM*AT*(ONE-TX/CT)
IF (EM*(AK+ONE).GT.P1*P1) GO TO 190
ICT = IC
KK = IC + 1
BT = TX/(CT+FX)
Y2 = (BK/(BK+CC+DFLOAT(KK)))*(P1/P2)*(ONE-BT+0.375D0*BT*BT)
Y1 = ONE
DO 200 K=1,ICT
    KK = KK - 1
    YT = Y1
    Y1 = (B(KK)*Y1-Y2)/A(KK)
    Y2 = YT
200 CONTINUE
Y(1) = Y1
Y(2) = Y1 - Y2*(AH+ONE)/AA
CNORM = EMX/(AA*Y(2)+X*Y(1))
IF (ICASE.EQ.3) GO TO 210
EN(IND) = CNORM*Y(JSET)
IF (M.EQ.1) RETURN
AA = DFLOAT(KS)
GO TO (220, 240), ICASE
210 EN(1) = (EMX-CNORM*Y(1))/X
RETURN
220 K = IND - 1
DO 230 I=1,ML
    AA = AA - ONE
    EN(K) = (EMX-AA*EN(K+1))/X
    K = K - 1
230 CONTINUE

```

```

IF (MU.LE.0) RETURN
AA = DFLOAT(KS)
240 K = IND
DO 250 I=1,MU
    EN(K+1) = (EMX-X*EN(K))/AA
    AA = AA + ONE
    K = K + 1
250 CONTINUE
RETURN
260 WRITE (LUN,99999)
RETURN
270 WRITE (LUN,99998)
RETURN
280 WRITE (LUN,99997)
RETURN
290 WRITE (LUN,99996)
RETURN
300 WRITE (LUN,99995)
RETURN
310 WRITE (LUN,99994)
RETURN
320 WRITE (LUN,99993)
RETURN
330 WRITE (LUN,99992)
RETURN
340 WRITE (LUN,99991)
RETURN
99999 FORMAT (32H IN EXPINT, N NOT GREATER THAN 0)
99998 FORMAT (27H IN EXPINT, KODE NOT 1 OR 2)
99997 FORMAT (32H IN EXPINT, M NOT GREATER THAN 0)
99996 FORMAT (33H IN EXPINT, TOL NOT WITHIN LIMITS)
99995 FORMAT (37H IN EXPINT, X IS NOT ZERO OR POSITIVE)
99994 FORMAT (46H IN EXPINT, THE EXPONENTIAL INTEGRAL IS NOT DE,
    * 21HFINED FOR X=0 AND N=1)
99993 FORMAT (46H IN EXPINT, RELATIVE ERROR TEST FOR SERIES TER,
    * 28HMINATION NOT MET IN 36 TERMS)
99992 FORMAT (46H IN EXPINT, TERMINATION TEST FOR MILLER ALGORI,
    * 23HTHM NOT MET IN 99 STEPS)
99991 FORMAT (46H IN EXPINT, AN ERROR IN PLACING INT(X+0.5) WIT,
    * 47HH RESPECT TO N AND N+M-1 OCCURRED FOR X.GT.XCUT)
END
FUNCTION DIGAM(N)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION C(100), C1(32), C2(27), C3(22), C4(19)
EQUIVALENCE (C(1),C1(1))
EQUIVALENCE (C(33),C2(1))
EQUIVALENCE (C(60),C3(1))
EQUIVALENCE (C(82),C4(1))
C
DATA C1 /-5.7721566490153D-01,4.22784335098467D-01,
    * 9.22784335098467D-01,1.25611766843180D+00,1.50611766843180D+00,
    * 1.70611766843180D+00,1.87278433509847D+00,2.01564147795561D+00,
    * 2.14064147795561D+00,2.25175258906672D+00,2.35175258906672D+00,
    * 2.44266167997581D+00,2.52599501330915D+00,2.60291809023222D+00,
    * 2.67434666166079D+00,2.74101332832746D+00,2.80351332832746D+00,
    * 2.86233685773923D+00,2.91789241329478D+00,2.97052399224215D+00,
    * 3.02052399224215D+00,3.06814303986120D+00,3.11359758531574D+00,
    * 3.15707584618531D+00,3.19874251285197D+00,3.23874251285197D+00,
    * 3.27720405131351D+00,3.31424108835055D+00,3.34995537406484D+00,
    * 3.38443813268552D+00,3.41777146601886D+00,3.45002953053499D+00/

```

```

DATA C2 /3.48127953053499D+00,3.51158256083802D+00,
* 3.54099432554390D+00,3.56956575411533D+00,3.59734353189311D+00,
* 3.62437055892013D+00,3.65068634839382D+00,3.67632737403484D+00,
* 3.70132737403484D+00,3.72571761793728D+00,3.74952714174681D+00,
* 3.77278295570029D+00,3.79551022842757D+00,3.81773245064979D+00,
* 3.83947158108457D+00,3.86074817682925D+00,3.88158151016259D+00,
* 3.90198967342789D+00,3.92198967342789D+00,3.94159751656515D+00,
* 3.96082828579592D+00,3.97969621032422D+00,3.99821472884274D+00,
* 4.01639654702455D+00,4.03425368988170D+00,4.05179754953082D+00,
* 4.06903892884117D+00/
DATA C3 /4.08598808138354D+00,4.10265474805020D+00,
* 4.11904819067316D+00,4.13517722293122D+00,4.15105023880424D+00,
* 4.16667523880424D+00,4.18205985418885D+00,4.19721136934037D+00,
* 4.21213674247470D+00,4.22684262482764D+00,4.24133537845082D+00,
* 4.25562109273654D+00,4.26970559977879D+00,4.28359448866768D+00,
* 4.29729311880467D+00,4.31080663231818D+00,4.32413996565151D+00,
* 4.33729786038836D+00,4.35028487337537D+00,4.36310538619588D+00,
* 4.37576361404398D+00,4.38826361404398D+00/
DATA C4 /4.40060929305633D+00,4.41280441500755D+00,
* 4.42485260777863D+00,4.43675736968340D+00,4.44852207556575D+00,
* 4.46014998254249D+00,4.47164423541606D+00,4.48300787177969D+00,
* 4.49424382683587D+00,4.50535493794698D+00,4.51634394893599D+00,
* 4.52721351415338D+00,4.53796620232543D+00,4.54860450019777D+00,
* 4.55913081598724D+00,4.56954748265391D+00,4.57985676100442D+00,
* 4.59006084263708D+00,4.60016185273809D+00/
C
c DATA B /1.66666666666667D-01,-3.33333333333333D-02,
c * 2.38095238095238D-02,-3.33333333333333D-02/
C
DIGAM = C(N)
c
c DIGAM = S + DLOG(FN)
RETURN
END
C
FUNCTION BIS2(X,TETA)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(150),W(150),AA(150)
CALL SETGR(0.D0,TETA,150,A,W,150,150)
BIS2=0.D0
DO 10 I=1,150
AA(I)=X/COS(A(I))
10 BIS2=BIS2+W(I)*BICK2(AA(I))
RETURN
END
C
FUNCTION BICK2(XX)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION B(45)
C
DATA B/ 1.4534664, -0.2436620, 0.025465, -0.0029653,
1 0.0005322, -0.0001499, 0.0000560, -0.0000249,
2 0.0000125, -0.0000068, 0.0000040, -0.0000025,
3 0.0000017, -0.0000012, 0.0000009, -0.0000008,
4 0.0000007,
5 0.3039967, -0.2136079, 0.0961280, -0.0324165,
6 0.0091054, -0.0023228, 0.0005813, -0.0001516,
7 0.0000426, -0.0000129, 0.0000042, -0.0000014,
8 0.0000005, -0.0000002, 0.0000001,
9 0.0031373, -0.0028564, 0.0021670, -0.0013874,

```

```

A      0.0007615, -0.0003642, 0.0001541, -0.0000585,
B      0.0000202, -0.0000064, 0.0000019, -0.0000005,
C      0.0000001/
C
      X=DABS(XX)
C-----BICK2(X)-----
90  IF(X.GE.0.5D00) GO TO 100
      U    = 8.0D00 * X - 2.0D00
      I    = 17
      IMIN = 1
      GO TO 120
C
100  IF(X.GE.4.0D00) GO TO 110
      U    = 1.1428571D0 * X - 2.5714286D0
      I    = 32
      IMIN = 18
      GO TO 120
C
110  IF(X.GT.15.0) GO TO 60
      U    = 0.3636363636D0 * X - 3.454545455D0
      I    = 45
      IMIN = 33
C
120  B0 = B(I)
      B1 = 0.0D00
      B2 = 0.0D00
130  I    = I - 1
      B2  = B1
      B1  = B0
      B0  = U * B1 - B2 + B(I)
      IF(I.GT.IMIN) GO TO 130
C
      BICK2 = (B0 - B2)/2.0D00
      RETURN
60  BICK2 = 0.0D00
      RETURN
      END

```