

PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKLERDE ELASTO-PLASTİK
GERİLME ANALİZİ**

**DOKTORA TEZİ
Ali KURŞUN**

Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği

Programı : Doktora

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Muzaffer TOPÇU

MART 2013

DOKTORA TEZ ONAY FORMU

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü 091609002 nolu öğrencisi Ali KURŞUN tarafından hazırlanan “**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKLERDE ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ**” başlıklı tez tarafımızdan okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Muzaffer TOPÇU (PAÜ)
(Jüri Başkanı)

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Onur SAYMAN (DEÜ)

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Halil AYKUL (HİTİT)

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Numan Behlül BEKTAŞ (PAÜ)

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Gürkan ALTAN (PAÜ)

Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
03/04/2013 tarih ve ...09/6..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü
Prof. Dr. Nuri KOLSUZ

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini; bu çalışmanın doğrudan birincil ürünü olmayan bulguların, verilerin ve materyallerin bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini ve alıntı yapılan çalışmalara atfedildiğine beyan ederim.

İmza

: 

Öğrenci Adı Soyadı : Ali KURŞUN

ÖNSÖZ

Bu çalışmada, iç basınç, dönme ve termal yüke maruz, fonksiyonel derecelendirilmiş mazlemeden yapılmış diskte oluşan hem elastik hem de elastoplastik gerilme dağılımı belirlenip, diskte oluşan artık gerilme dağılımları tayin edilmiştir. Bu çalışma sürecinde katkıda bulunan başta danışmanım Prof. Dr. Muzaffer TOPÇU'ya, tez savunmamda bulunan Prof. Dr. Onur SAYMAN'a, Prof. Dr. Halil AYKUL'a, Doç. Dr. Numan Behlül BEKTAŞ'a ve Doç. Dr. Gürkan ALTAN'a teşekkür ederim.

Ayrıca çalışmamın bir yılını geçirdiğim ABD'nin Virginia eyaletinde, Virginia Polytechnic and state Üniversitesi öğretim üyesi Prof. Dr. Romesh C. BATRA'ya, araştırma grubuma ve aynı bölümde bulunduğum hiçbir zaman yardımını esirgemeyen değerli abim Ömer SAN ve Blacksburg'un esrarengiz çocuğu Haktan SÜREN'e teşekkürü borç bilirim.

Araştırmamın özellikle son zamanlarında hep yanımda bulunan desteklerini esirgemeyen ev arkadaşlarım ve fakültemiz araştırma görevlilerinden; Araş. Gör. Halil İbrahim KAYA, Araş. Gör. İnan Ağır ve Uzman Ö. Önder KARAKILINÇ'a teşekkür ederim.

Çalışmamı maddi olarak destekleyen PAÜ bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne (Proje No: 2011FBE006)katkılarından dolayı teşekkür ederim. Doktora süresi boyunca TÜBİTAK'a (2211 Doktora yurt içi bursu) verdiği destekten dolayı teşekkür ederim.

Son olarak haklarını hiç bir zaman ödeyemeyeceğim; anneme, babama, geniş aileme ve gelecekteki aileme bana olan güven ve özverilerinden dolayı teşekkür ederim.

Mart 2013

Ali KURŞUN

(Araştırma Görevlisi)

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR.....	5
2.1 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Avantajları	7
2.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Üretimi.....	7
2.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Potansiyel Uygulama Alanları	13
2.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Özelliklerinin Bulunması.....	14
2.4.1 Mori-Tanaka	14
2.4.2 Tutarlı model (self consistent)	15
2.5 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Mekanik özellikleri ve Gerilme Analizi	17
3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKDE ELASTİK GERİLME ANALİZİ.....	26
3.1 Genel Elastik Çözüm.....	26
3.2 Mekanik Yükler	29
3.2.1 İç basınçlı disk	29
3.2.2 Dönen disk	33
3.3 Termal yükler.....	38
3.3.1 Sabit sıcaklık altında termal gerilme analizi.....	38
3.3.2 Lineer azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi	43
3.3.3 Parabolik azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi	47
3.3.4 Logaritmik azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi	52
3.3.5 Kararlı hal azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi	59
3.4 Termomekanik Yükler	65
4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKDE ELASTOPASTİK GERİLME ANALİZİ	71
4.1 Akma Kriterleri.....	71
4.1.1 Tresca akma kriteri.....	71
4.1.2 Von-Misses akma kriteri	71
4.2 Genel Elastoplastik Çözüm	73
4.3 Mekanik Yükler	77
4.3.1 İç basınçlı diskte elastoplastik gerilme analizi	77
4.3.1.1 İç basınçlı diskte artık gerilme hesabı	81
4.3.2 Dönen diskte elastoplastik gerilme analizi	86
4.3.2.1 Dönen diskte artık gerilme hesabı.....	90
4.4 Termal Yükler	94
4.4.1 Sabit sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi	94
4.4.1.1 Sabit sıcaklık altında artık gerilme hesabı	98
4.4.2 Lineer azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi	103
4.4.2.1 Lineer azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı	107
4.4.3 Parabolik azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi.....	112
4.4.3.1 Parabolik azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı	116
4.4.4 Logaritmik azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi	121
4.4.4.1 Logaritmik azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı.....	125

4.4.5 Kararlı hal azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi	130
4.4.5.1 Kararlı hal azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı.....	134
4.5 Termomekanik Yükler	138
4.5.1 Termomekanik yük altında artık gerilme hesabı	141
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	146
KAYNAKLAR.....	149

KISALTMALAR

FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler
EPD	: Elektroforetik biriktirme
CVD	: Kimyasal buhar biriktirme
PVD	: Fiziksel buhar biriktirme

TABLO LİSTESİ

2.1: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin üretim yöntemleri	12
2.2 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin potansiyel uygulama alanları.....	13
3.1: Sıcaklıktan bağımsız malzeme özellikleri ve disk boyutları	29
3.2: Sıcaklık dağılımına göre, teğetsel gerilme , radyal gerilme ve radyal yöndeki yer değiştirme değerleri.....	58
4.1: Derecelendirme parametresine göre kritik iç basınç	77
4.2: Derecelendirme parametresine göre kritik açısal hız	87
4.3: Derecelendirme parametresine göre kritik sıcaklık	95
4.4: Derecelendirme parametresine göre kritik lineer azalan iç sıcaklık	104
4.5: Derecelendirme parametresine göre kritik parabolik azalan iç sıcaklık	113
4.6: Derecelendirme parametresine göre kritik logaritmik azalan iç sıcaklık.....	122
4.7: Derecelendirme parametresine göre kritik kararlı hal azalan iç sıcaklık	131

ŞEKİL LİSTESİ

Şekiller

2.1 : Tipik bir FDM'deki özelliklerin dağılımı	5
2.2 : Termal yükleme sonucunda oluşan gerilmeler; bimatel ve derecelendirilmiş arayüzey.....	6
2.3 : İki fazdan oluşan partikül takviyeli mikro yapı	14
2.4 : İki fazdan oluşan iskeletsel mikro yapı	16
3.1 : Fonksiyonel derecelendirilmiş disk	27
3.2 : 100 MPa iç basınca maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	32
3.3 : 100 MPa iç basınca maruz diskte oluşan radyal yöndeki yerdeğiştirmeler	33
3.4 : 50 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	37
3.5 : 50 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler.....	38
3.6 : 200 °C sabit sıcaklıkta diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel .	41
3.7 : 200 °C sabit sıcaklıkta diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	42
3.8 : 200 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	46
3.9 : 200 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	47
3.10 : 200 °C 'de parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	51
3.11 : 200 °C 'de parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	52
3.12 : 200 °C 'de logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme dağılımı	55
3.13 : 200 °C 'de logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	57
3.14 : 200 °C 'de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	64
3.15 : 200 °C 'de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	65
3.16 : 50 rad/sn açısal hıza ve 200 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	69
3.17 : 50 rad/sn açısal hıza ve 200 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler	70
4.1 : İki boyutlu gerilme durumu için Tresca altıgeni ve Von Misses elipsinin aynı düzlemde gösterimi	72
4.2 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	79
4.3 : 250 MPa iç basınca maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	80

4.4 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel	83
4.5 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	84
4.6 : 250 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	85
4.7 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	88
4.8 : 100 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	89
4.9 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel.....	91
4.10 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	92
4.11 : 100 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	93
4.12 : 300 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	96
4.13 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	97
4.14 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel	100
4.15 : 300 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	101
4.16 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	102
4.17 : 300 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	105
4.18 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	106
4.19 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel.....	109
4.20 : 300 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	110
4.21 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	111
4.22 : 300 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	114
4.23 : 400 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	115
4.24 : 400 °C Parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel.....	118
4.25 : 300 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	119
4.26 : 400 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	120
4.27 : 300 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	123
4.28 : 400 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel	124

4.29 : 400 °C Logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel.....	127
4.30 : 300 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	128
4.31 : 400 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	129
4.32 : 300 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	132
4.33 : 400 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	133
4.34 : 400 °C Kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel.....	135
4.35 : 300 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	136
4.36 : 400 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	137
4.37 : 50 rad/sn açısal hıza ve 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	139
4.38 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	140
4.39 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel	143
4.40 : 50 rad/sn açısal hıza ve 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	144
4.41 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel.....	145

SEMBOL LİSTESİ

r_i	Disk in iç yarı çapı
r_o	Disk in dış yarı çapı
σ_r	Radyal gerilme
σ_θ	Teğetsel gerilme
σ_r^p	Elastoplastik radyal gerilme
σ_θ^p	Elastoplastik teğetsel gerilme
σ_r^{rs}	Radyal artık gerilme
σ_θ^{rs}	Teğetsel artık gerilme
ε_r	Radyal şekil değiştirme
ε_θ	Teğetsel şekil değiştirme
U	Radyal yöndeki yer değiştirme
T_A	Disk in iç yüzey sıcaklığı
T_B	Disk in dış yüzey sıcaklığı
T_o	Referans sıcaklık
E_o	Nominal elastisite modülü
E_{t_o}	Nominal tanjant modülü
σ_o	Nominal akma dayanımı
α_o	Nominal termal genleşme katsayısı
ρ_o	Nominal yoğunluk
k_o	Nominal ısı iletim katsayısı
σ_{es}	Eşdeğer gerilme
ω	Açısal hız
P	İç basınç
C_1, C_2	İntegral sabitleri
$n, \gamma, \lambda, \beta, \zeta, \psi$	Derecelendirme parametreleri

ÖZET

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKLERDE ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Bu çalışmanın temel amacı, fonksiyonel derecelendirilmiş diskte, hem elastik hem de elastoplastik gerilme dağılımının hesaplanmasıdır. Disk malzemesinin, elastisite modülünün, akma limitinin, tanjant modülünün, yoğunluk, termal genleşme katsayısının ve ısı iletim katsayısının üssel bir fonksiyona göre radyal doğrultuda değişebildiği, poisson oranının ise sabit olduğu varsayılmıştır. Küçük deformasyonlar ve düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu kabul edilmiş ve Von Mises akma kriteri kullanılmıştır. Disk malzemesinin lineer sertleşebilen, izotrop ve sıcaklıktan etkilenmediği kabul edilmiştir. Elasto-plastik ve artık gerilmeler, sonlu elemanlar programı olan ANSYS® kullanılarak elde edilmiştir. Malzeme özelliklerinin üssel olarak değişimi için ANSYS® Parametric Design Language (APDL)' de bir program yazılmıştır. ANSYS® sonuçları için, PERL® 'de script yazılmıştır. Hem analitik hemde nümerik olarak elde edilen sonuçlar birbiriyle oldukça uyumludur. Sonuç olarak, içten basınca, dönmeye ve termal yüke maruz diskte oluşan gerilme dağılımı ve derecelendirme parametresinin etkisi belirlenmiştir. Aynı zamanda sıcaklık dağılımının gerilme dağılımı üzerindeki etkileride araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, Elastoplastik gerilme, Artık gerilme , Lineer sertleşme

SUMMARY

ELASTOPLASTIC STRESS ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED DISKS

The main objective of this study is to evaluate both elastic and elastoplastic stress distribution of the functionally graded disk. The modulus of elasticity, uniaxial yield limit, tangential modulus, density, thermal expansion coefficient and thermal conductivity of the disk are assumed to vary radially according to power law functions and Poisson's ratio is kept constant. Small deformations and a state of plane stress are presumed and the analysis of disk is based on Von Mises' yield criterion. The materials are assumed to be linear strain hardening, isotropic and not be affected by temperature. Elasto-plastic stresses and residual stresses are also obtained numerically by using a commercial finite element program, ANSYS[®]. A code is written in ANSYS Parametric Design Language (APDL) regarding to power law functions. For ANSYS[®] result, a script is written in PERL[®]. Results obtained both analytical and numerical solutions are found very well consistent with each other. As a result, determined stress distribution of a hollow disk made of functionally graded materials (FGMs) was subjected to inner pressure, rotating and temperature loads and effect of gradient parameter, concurrently investigate effect of the temperature distribution on the stress.

Key Words: Functionally graded materials, Elastoplastic stress, Residual stress, Linear strain hardening

1. GİRİŞ

Modern teknolojinin malzemeye olan gereksinimi gittikçe artmaktadır. Bu gereksinime yalnız yüksek mukavemetin değil, aynı zamanda düşük bir ağırlığın da istenildiği dinamik yapılar'da daha fazla ihtiyaç duyulmaktadır. Yüksek hızla üretim yapan makineler, uçaklar, uzay araçları ve diğer ulaşım araçları için mukavemet/ağırlık oranı yüksek olan yapı malzemelerinin geliştirilmesi büyük önem kazanmaktadır. Kuşkusuz bütün bu özelliklerin aynı malzemede aynı zamanda bulunması mümkün değildir. Bunun için, birbirlerinin zayıf yönlerini düzelterek üstün özellikler elde etmek amacıyla bir araya getirilen birden fazla malzemenin makro yapıda birleşimi ile kompozit malzemeler elde edilir.

Kompozitler, değişik ve kendine özgü mekanik özelliklerinden dolayı günümüzde birçok mühendislik alanlarında kullanılmaktadırlar. Fakat, geleneksel kompozit malzemeler özel bir performans veya fonksiyona uygun değildir. Bu yüzden, özel bir performans veya fonksiyona uygun hale getirilmiş yapı veya kompozisyonları kapsayan malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Bu tür malzemelere fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) denir. Son zamanlarda, FDM olarak bilinen yeni bir kompozit malzeme sınıfı önemli ölçüde dikkat çekmiştir. Tipik olarak FDM, yüksek eğilme-gerilme etkisi ile, malzeme bileşimlerinin farklı fazlarından yapılan homojen olmayan kompozittir (Yin ve arkadaşları 2004). FDM'leri diğer mühendislik malzemelerinden ayıran temel özellik, yapıları içerisinde birden fazla malzeme bulunması ve bu malzemelerin hacim oranlarında genellikle kalınlık koordinatı boyunca veya herhangi bir veya birden fazla koordinat boyunca hacim oranına bağlı olarak malzeme özelliklerindeki sürekli ve yumuşak değişimler olmasıdır.

FDM 'ler, yüksek performanslı malzeme gruplarından oluşan yeni ve çağdaş bir sınıfı temsil etmektedir. Aynı zamanda birçok mekanik ve termal özellik ile paslanma ve aşınma dayanımı yönünden geleneksel malzemeler ve kompozitlere göre önemli avantajlar sağlamaktadır. Yüksek dereceli şekil değiştirme-gerilme etkisine sahip tipik bir FDM, değişik fazdaki malzemelerden oluşan (genellikle

seramik ve metal), hem düzeni hem de her fazda malzeme özellikleri optimum dağılıma sahip olan ve istenilen karakteristikleri sağlamak için, uzaysal koordinatlarda yumuşak bir değişim gösteren, homojen olmayan kompozit malzemelerdir. FDM 'lerin mekanik özellikleri homojen değildir ve her hangi bir veya birden fazla koordinat boyunca sürekli olarak değişirler. İstenilen mekanik özelliklerin yapım aşamasında sağlanabilmesi ve bundan dolayı uygulama alanlarının çok geniş olması, FDM 'lerin en önemli avantajıdır. Örneğin; mühendislik uygulamalarında elektronik aletlerin yapımı, pastan ve aşınmadan korunmalar için değişik tabaka yapımları, optik filmler, termal engel tabakalarının ve biyo-malzeme yapımlarında çok geniş uygulama yerleri bulunmaktadır (Koizumi, 1993, 1997; Suresh ve Mortinsen, 1998; Reddy ve Chin, 1998; Miyamoto vd., 1999; Müller ve arkadaşları, 2003; Pompe ve arkadaşları, 2003).

Malzeme özelliklerinin istenilen bir veya birden fazla doğrultuda sürekli ve yumuşak bir değişim göstermesi ve üretim yöntemlerinin geliştirilmesiyle birlikte, birbirine aykırı özelliklerin istenildiği durumlarda FDM, tek bir malzemede bulunması muhtemel olmayan optimum özellikleri sağlayabilmesi nedeniyle endüstride büyük ölçüde tercih edilmektedir. Özellikle yüksek sıcaklıklarda termal yüklere, yüksek ve periyodik sıcaklık değişimine maruz kalan nükleer reaktör ve yüksek hızlı hava taşıtlarının basınçlı kap ve boru gibi yapısal parçalarında kullanılmaktadır. Genellikle, metal-seramik FDM'ler bu tür uygulamalarda sıkça kullanılır. Seramik malzeme yüksek sıcaklık dayanımı, iyi sürünme direnci, yüksek sertlik ve iyi korozyon direncine sahipken zayıf kırılma tokluğu ve zayıf termal şok direncine sahiptir. Metal malzemeler ise yüksek kırılma tokluğu ve mükemmel termal şok direncine sahipken yüksek sıcaklıklarda düşük dayanım göstermektedirler. Bu yüzden seramik-metal uygulamaları genellikle yüksek sıcaklıklılı ortamlarda tercih edilir. Fakat bu iki farklı malzemenin birleştirilmesi, beraberinde termal ve artık gerilmelerin oluşumu gibi ciddi problemleri de beraberinde getirmektedir.

Geleneksel kaplamalarda, yüksek sıcaklığa maruz kalan homojen seramik ve metalin termal genleşme katsayılarındaki yüksek uyumsuzluk nedeniyle bağlanma bölgesinde termal gerilmeler ortaya çıkar, sonuçta ara yüz çatlakları ve kırılmalar meydana gelir. Bu tür uygulamalarda geleneksel kaplamaların yerine FDM ler kullanılarak ara yüzeylerde oluşan termal gerimler homojenize edilmiş olur.

FDM’lerde farklı mikro yapısal fazlar, farklı fonksiyonlara sahiptirler ve FDM’nin tamamı ele alındığında, özelliklerinin derecelenmesinden dolayı çokfazlı yapı konumundadırlar. Malzeme bileşenlerinin hacimsel oranı değiştirilerek derecelendirilir, genellikle kalınlık boyunca bir yüzeyden diğer yüzeye malzeme özelliklerinde yumuşak ve sürekli değişiklikler gözlenir, böylece ara yüzey problemleri ve termal gerilme yığılmaları elimine edilir. Bu durum nedeniyle FDM’lerin metal bileşenleri daha güçlü mekanik performans ve muhtemel oluşabilecek çatlak oluşumunu azaltırken seramik bileşenlerinin daha iyi termal dayanım özelliklerinden dolayı yüksek sıcaklıklarda çevresel koşullara karşı koyabilir.

FDM konsepti ilk olarak 1980’li yılların ortalarında Japonya’da bir uzay mekiği projesi sırasında, 10 mm den ince bir kesit için, 2000 KO seviyesinde yüzey sıcaklığına ve 1000 KO lik sıcaklık aralığına dayanabilecek ısı bariyer malzemesi önerisi ile ortaya çıkmıştır(Yamanoushi ve arkadaşları 1990, Koizumi 1993). 1980 den bu yana, FDM’ler çok geniş çapta araştırılmaktadır. FDM’ler başlangıçta uzay yapı uygulamaları ve füzyon reaktörleri için termal bariyer olarak tasarlanmıştır (Hirai ve Chen 1999, Chan 2001, Uemura 2003). Bu malzemelerin ilk olarak havacılık, uzay ve savunma endüstrisi ile ilgili uygulamalarda yüksek ısı akısına direnç gösteren kaplamalar olarak kullanılması önerilmiştir (Reddy, 2000, Niino, 1990, Noda, 1999). Günümüzde hem bu malzemelerin üretiminde kullanılan tekniklerde hem de uygulama alanlarında büyük bir çeşitlilik bulunmaktadır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kullanıldığı güncel uygulamalar arasında aşınmaya dirençli kaplamalar (Dahan ve arkadaşları 2001), enerji dönüşüm cihazları (Kohri ve arkadaşları 2006), bio-medikal malzemeler (Watari ve arkadaşları 2004), FDM sensor (Müller ve arkadaşları 2003) , aktüatör (tahrik edici, çalıştırıcı) (Qiu ve arkadaşları 2003), FDM metal/seramik zırh (Liu ve arkadaşları 2003), FDM foton algılayıcılar (Paszkievicz ve arkadaşları 2008) ve eko-malzemeler (Malinina ve arkadaşları 2005) bulunmaktadır. Bu malzemelerin hacim oranlarında mikro-yapı içerisinde sürekli değişimler olması nedeniyle yoğunluk, termal genleşme katsayısı ve elastisite modülü gibi fiziksel ve kimyasal malzeme özellikleri, uzaysal koordinatların fonksiyonu olmaktadır. Bu sebeple FDMlerin davranışının incelenmesi için geliştirilen yöntemlerde malzeme özelliklerin uzaysal koordinatlara bağlı değişkenler olduğu kabul edilir (Kurşun ve arkadaşları 2011).

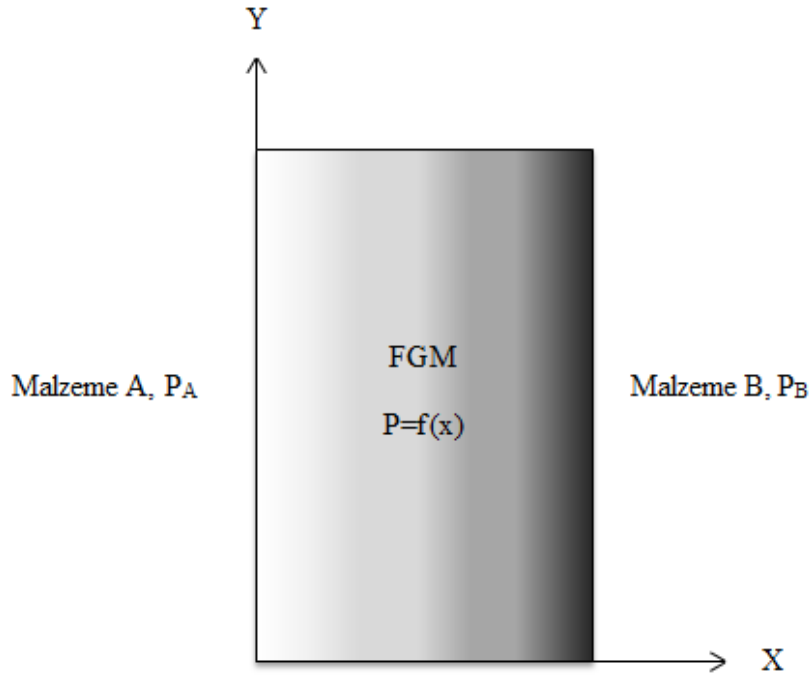
FDM 'lerin özellikleri yapıların güvenilirliği, dayanıklılığı ve bütünlüğü açısından çok önemlidir. FDM 'lerden oluşan yapı elemanlarının elasto-plastik gerilme analizleri, onların tasarım, üretim ve optimizasyonu açısından oldukça önemlidir. FDM 'lerin homojen olmayan doğasına ve tanımlamada içerdiği yüksek matematiksel kompleksler dikkate alındığında, bu malzemelerden oluşan yapı elemanlarının elasto-plastik gerilme problemlerin çözümü ile ilgili literatürde bilinen az sayıda araştırma vardır. Bunlarında büyük çoğunluğu sadece elastik çözüm içermektedir. Aynı zamanda bu çalışmaların çoğu, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Ayrıca, ileri teknolojiye sahip ülkelerde özellikle de ABD ve Japonya'da Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler gerçek kullanım alanı bulduğu için bu problemin çözümü çok büyük pratik öneme sahiptir. Elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlarla teyit edilmesi çalınmanın önemini daha da artırmaktadır.

FDM üzerine yapılmış literatürdeki çalışmalara bakıldığında; FDM'lerin elastoplastik davranışları hakkında literatürde büyük bir boşluk vardır. Bu yüzden , bu çalışmada FDM'den oluşan bir diskte, mekanik, termal ve termomekanik yükler altında, diskte oluşan elastik ve elastoplastik gerilme dağılımı, analitik ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak, belirlenmiştir. Derecelendirme parametresinin ve sıcaklık dağılımının gerilme dağılımı üzerindeki etkileri ortaya konulmuştur. Tasarım açısından hem diskte oluşan gerilmelerin homojinizasyonu hem de diskin hafifliği dikkate alınmalıdır.

2. LİTERATÜR

Yeni endüstrilerin gelişmesi ile birlikte, bir çok makine elemanı yüksek termal yüklere maruz kalmaktadırlar. Bunun sonucunda yeni malzemelere ihtiyaç duyulmuştur. Üretim yöntemlerindeki teknolojik yeniliklerle birlikte mikroyapı, mekanik, elektrik ve termal özelliklerdeki sürekli ve yumuşak geçişlerle arzu edilen fonksiyonel performansa göre malzeme üretilmektedir. Örneğin, PSZ (partially stabilized zirconia) ve CrNi (chromium-nickel) oluşan FDM malzemedeki seramiğin ısı ve korozyon dayanımının yanında, metalin ise mekanik dayanım ve tokluk özelliklerinin arzu edilen fonksiyona göre üretiminde, yüksek termal yükler altında performans gösterebilen FDM'ler üretilir (Ilschner 1996).

Şekil 2.1'de tipik bir FDM'nin yapısı ve özelliklerindeki dağılım gözükmektedir.



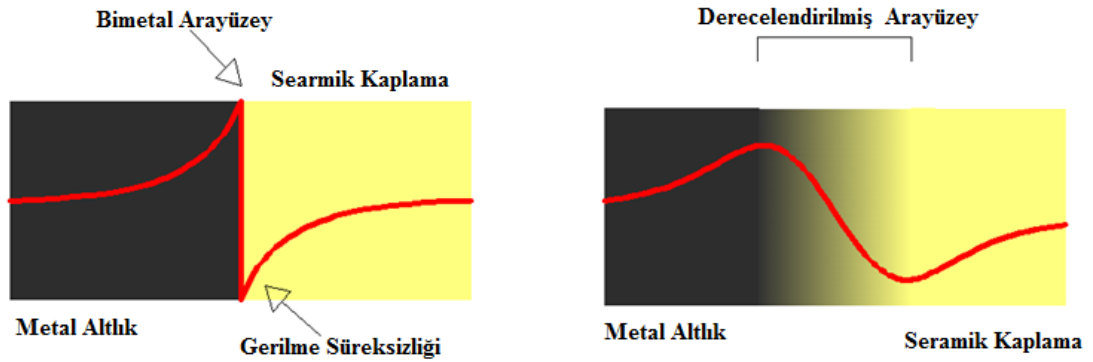
Şekil 2.1 : Tipik bir FDM'deki özelliklerin dağılımı

Şekil 2.1'de gözüktüğü gibi bileşen malzemelerin hacim oranlarındaki değişim ile FDM'nin derecelendirilmiş yapısı oluşmaktadır, FDM'de malzeme özellikleri bir yüzeyden diğer yüzeye yumuşak ve sürekli bir değişim gösterirler, buda arayüzeylerin eliminasyonuna ve termal gerilme konsantrasyonunu azaltır.

FDM'lerin özellikleri bileşen malzemelerin miktarına, kalınlığa ve yapı profiline bağlıdır (Pietrzak ve arkadaşları 2007).

FDM konsepti ile doğada bir çok canlı organizmaların yapılarında karşılaşılmaktadır (Silva ve arkadaşları 2006). Doğal fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelere örnek verilecek olursa deniz kabuğu (Nagata 1999), tohum, kayalar ve toprak (Gibson 1967), diş, kemik, ve tahta (Nagata 1999) bunların başında gelmektedir.

Mekanik açıdan FDM'ler, birbirinden farklı malzemelerin birleştirilmesinde diğer yöntemlerde örneğin döküm veya kaynakta arayüzey bölgeleri oluşurken FDM'lerde oluşmaz. FDM'ler bimetel malzemelere alternatif olarak ortaya çıkmışlardır (Neubrand ve Rödel 1997). Şekil 2.2' de gösterildiği gibi FDM'nin yapısından dolayı bimetel malzemelerde oluşan gerilmedeki süreksizlik ve arayüzey , FDM'lerde oluşmaz.



Şekil 2.2 : Termal yükleme sonucunda oluşan gerilmeler; bimetel ve derecelendirilmiş arayüzey.

Şekil 2.2' de görüldüğü gibi, Bimetel arayüzeyde gerilmede süreksizliğin oluşmasının yanında zayıf bir bağlantı yüzeyi elde edilmektedir. Derecelendirilmiş arayüzeyde ise daha iyi bir bağlantı yüzeyi, daha az gerilme yığılmaları ve delaminasyon oluşumunu önlediği gözükmektedir.

Sonuç olarak FDM'ler bir çok motor veya sistem parçalarında kullanılmaktadır. Örneğin zırhlarda, motorparçalarında ve implantlarda (Gilhooley ve arkadaşları 2008), katı yakıt hücrelerinde (Hirano ve arkadaşları 1990, Igari ve arkadaşları 1990, Osaka ve arkadaşları 1990, Oonishi ve arkadaşları 1994), elektro kimyasal aygıtlarda, kimyasal enerji dönüştürücülerde (Hart ve arkadaşları 2002, Liu ve arkadaşları 2005) sıklıkla kullanılmaktadır.

2.1 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Avantajları

FDM'ler bir çok avantaja sahiptirler. Bunlardan bazılara aşağıda sıralanmıştır (Hong ve arkadaşları 1996, Watari ve arkadaşları 2004).

- Yüksek termal, korozyon ve aşınma dayanım,
- Termal artık gerilmelerin homojenizasyonu,
- Çatlak oluşumu ve büyümesine karşı dayanım direnci,
- Arayüzey ve gerilme süreksizliğinin elimine edilmesi ,
- Yüksek darbe direnci,
- Arayüzeylerde daha yüksek bağlantı mukavemeti ve kırılma tokluğu,
- Biyolojik ve kimyasal uyumluluk.

2.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Üretimi

Literatüre bakıldığında derecelendirilmiş yapıların üretimi için bir çok yöntem mevcuttur. Bunlara örnek verilecek olursa; termal sprey (Burris ve arkadaşları 2000, Rabiei ve arkadaşları 2007, Yang ve arkadaşları 2003), toz metalurjisi (Kawasaki ve Watanabe 1997, Rassbach ve Lehnert 2000), atmosferik plazma sprey (Cetinel ve arkadaşları 2003, Demirkıran ve arkadaşları 2001), fiziksel buhar biriktirme (EB-PVD) (Gupta 2002, Johnson ve arkadaşları 1998, Wolfe ve arkadaşları 2003, Jang ve Matsubara 2006), savurma döküm (Qin ve arkadaşları 2002, Kim ve arkadaşları 2000, Hong ve arkadaşları 1996), düşük vakumla buhar biriktirme (Groves ve Wadley 1996) ve elektroforretik biriktirme (Anne ve arkadaşları 2006, Hvizdos ve arkadaşları 2007) yöntemi gibi daha bir çok yöntem derecelendirilmiş yapıların üretiminde sıkca kullanılmaktadır.

Termal sprey yöntemi (Buris ve arkadaşları 2000, Rabiei ve arkadaşları 2007) derecelendirilmiş yapıların üretiminin başlamasından bu yana en çok gelişen tekniklerin başında gelir. Özellikle çok çeşitli altlıkların üzerine metal seramik ve polimer gibi koruyu derecelendirilmiş kaplamada yöntem üstündür. Termal sprey tekniği üç ana grupta toplanabilir bunlar; sprey, yanma ve plazma tekniğidir. Genellikle bunlardan plazma tekniği FDM'lerin üretiminde ön plana çıkar, çünkü

tabakaların kalınlığı ve değişimin sürekliliği bu yöntemle eş zamanlı olarak kontrol etmek mümkündür.

Burris ve arkadaşları (2000), alaşımlı çelik üzerine termal sprey yöntemiyle ayrı ayrı Titanyum ve Tungsten içeren karbürler fonksiyonel olarak kaplanmıştır. Elde edilen fonksiyonel malzemenin dişli çark, yataklama elemanları, kam mili gibi makine elemanlarında görülen yuvarlanma, kayma, abrazyon ve eğilme temas hasarlarının bir veya birkaçına, kaplamasız malzemeye oranla daha dayanımlı olduğunu ileri sürmüşlerdir.

Cetinel ve arkadaşları yaptıkları çalışmada (2003), gas türbinlerinde, jet motorlarında, diesel motorlarda nükleer birleştirme ekipmanları ve uzay araçlarında termal bariyer özelliklerini geliştirmek için atmosferik plazma sprey yöntemi ile AISI 304L paslanmaz çelik altlık malzeme üzerine NiCrAl, %75 NiCrAl + %25 MgZrO₃, %50 NiCrAl + %50 MgZrO₃, %25 NiCrAl + %75 MgZrO₃ ve %100 MgZrO₃ şeklinde derecelendirme yapmışlardır. Numunelerin mikroyapıları optik mikroskop ve elektro mikroskop (SEM) kullanarak incelenmiş ve malzeme karakterizasyonları belirlemişler, ayrıca aşınma performanslarında bakmışlardır.

Rabiei ve arkadaşları (2007) silikon altlık üzerine plazma kaplama yöntemi ve hidroksiapatit (HA) film kaplama yöntemiyle kristal ve kristal yapısı olmayan film kaplamalar yapmışlardır. Hidroksiapatit (HA) film kaplama yöntemiyle plazma kaplama yöntemine göre daha ince kalınlıktaki tabakalar elde edilmiş ve bu da daha iyi kırılma dayanımına sahip olduğunu vurgulamışlardır.

Son yıllarda, toz metallurjisi yönteminin, FDM'lerin üretiminde seri üretime en yakın üretim yöntemi olduğu rapor edilmiştir (Rassbach ve Lehnert 2000, Kawasaki ve Watanabe 1997). Kawasaki ve Watanabe (1997) Zirkonyum ve paslanmaz çelik tozlarından basınçsız sinterleme ve sıcak presleme yöntemiyle elde ettikleri termal bariyerde, brülör ısıtma test sistemini kullanarak gerçek roket yanma şartlarındaki termomekanik performansını değerlendirmişlerdir, ilk çatlak başlangıcı seramik yüzeyde soğutma esnasında gözlenmiş ve kritik sıcaklığı 1300 Kelvin olarak belirlemişlerdir.

Rassbach ve Lehnert (2000), toz metallurjisi yöntemiyle FDM numunelerin özelliklerinde sürekli geçiş olacak şekilde üretmişlerdir. Üretilen FDM numunenin alt tabakalara ayrıldığı kabul edilerek, her bir kompozisyon için üretim yapılarak

akma gerilmeleri bulmuşlardır. Deneysel olarak elde edilmiş akma değerleri, sonlu eleman yöntemine göre deformasyon davranışlarının tayini için kullanılmıştır. Üretilen FDM numunelere de deformasyon uygulanmış ve simülasyonda elde edilen değerlerle karşılaştırılmış ve yakın değerler elde etmişlerdir.

Groves ve Wadley (1996) düşük vakumda direkt buhar biriktirme (DVD) yöntemi ile FDM sentezlemişlerdir. Ayrıca gaz hızı ve kaplama odasının basıncının numunenin mikroyapısına olan etkisini incelemişlerdir.

Anne ve arkadaşları (2006) Al_2O_3/ZrO_2 tozlarından elektroforetik biriktirme yöntemiyle fonksiyonel derecelendirilmiş disk üretmişler ve üretilen diskte yüzeylerde oluşan artık gerilmeleri deneysel olarak ölçülmüş ve analitik yöntemle bulunan sonuçlarla uyumlu olduğunu tespit etmişlerdir.

Lopez-Esteban ve arkadaşları (2002) zirkonyum ve paslanmaz çelik tozlarından basınçlı alçı kalıba döküm yöntemiyle fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme üretmişlerdir. Metallerin elektrik iletim özelliklerine bağlı olarak metal bileşim oranıyla metal izaletör üretmişlerdir.

Yang ve arkadaşları (2003) sıcak presleme yöntemini kullanarak sinterleme esnasında Ni ve Cu ekleyerek çeşitli oranlarda, yüksek yoğunluktaki Mo-Ti alaşımları elde etmişlerdir. Elde ettikleri sonuçları kullanarak sonlu elemanlar yöntemiyle FDM’de oluşan termal gerilmeler ve artık gerilme karakteristiklerini belirlemişlerdir.

Gupta (2002), Al/SiC derecelendirilmiş malzeme üretimi için bulamaç içerisinde parçalama ve biriktirme yöntemi adı verilen bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntem ile parçanın farklı iki yüzeyinde istenebilecek olan farklı özelliklerin (dayanım/tokluk/iyi tribolojik özellik gibi) elde edilebileceği söylenmektedir.

Groza ve arkadaşları (2006), özellikle medikal FDM üretimi için son yıllarda kullanılmaya başlanan soğuk toz sprey yöntemine ilave olarak son şekil vermek için soğuk izostatik presleme yöntemini kullanmışlardır. Bu yöntemin metalik ve metalik olmayan birçok malzemeye uygulanabileceği söylenmiştir.

Oyelayo ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada (2002), çok tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme üretmişlerdir. Metalik altlık üzerine ilk olarak bor karbür gibi oksit içermeyen bir bor bileşiği, ikinci olarak oksit içeren ve içermeyen bor bileşikleri karışımı (örneğin bor karbür ve bor oksit) ve üst tabaka olarak oksit içeren

bir bor bileşiği olan bor oksit PVD yöntemiyle biriktirilmiştir. Tabaka kalınlıkları çok küçüktür. Buna rağmen, elde edilen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin aşınma ve pitting direncinin çok iyi olduğu ifade edilmektedir.

Sato ve arkadaşları (1996) kimyasal biriktirme tekniğini kullanarak, iki kriter temelinde, bağ mukavemeti ve oksidasyon dayanımını temel alarak, C/C kompozitler üzerine SiC kaplama için optimum fabrikasyon tekniğini araştırmışlardır. Deneysel olarak parametrik çalışma sonucunda, kaplama kalınlığı, FDM tabakaya dönüşümü ve CVD sıcaklığını incelemişler ve sonuç olarak FDM malzemeye dönüşün optimum düşük CVD sıcaklığında üretilebildiği sonucuna varmışlardır.

Nai ve arkadaşları (2003) Al bazlı farklı matris bileşenlerinin FDM'deki sentez ve aşınma karakterizasyonlarını incelemişlerdir. Al/SiCp ve Al-Cu/ SiCp için, SiCp 'ün ağırlık yüzdesinin artması gözeneklilik ve mikro sertliğin artmasına sebep olurken Al-Mg/ SiCp tam tersi bir durum gözlenmiştir.

Hvizdoš ve arkadaşları (2007), $Al_2O_3 + 10\% ZrO_2$, $Al_2O_3 + 30\% ZrO_2$ ve $Al_2O_3 + 10\% ZrO_2$ karışımlarından EPD (elektroforetik biriktirme) yöntemi ile üretilmiş FDM'lerin mekanik özelliklerini araştırmışlardır. Malzeme özelliklerinin yüksek uyuşmazlığından kaynaklanan ve tabakalara paralel veya dik oluşan çatlakların genişliği arasındaki farklar hesaplanmıştır. Elde edilen değerler, tabakalı kompozitlerle karşılaştırılmış, derecelendirilmiş malzeme, numune ara yüzeylerinde oluşan çatlakların kenarlara ilerlemesinin durması açısından çok iyi özellik gösterdiğini gözlemlemişlerdir.

Qin ve arkadaşları (2002) santrifüj döküm yöntemiyle FDM üretmişler ve santrifüj kuvvete bağlı olarak düzenli bir dağılım elde etmişlerdir. Alüminyum alaşımları içerisinde SiC partiküllerinin dağılımı ile fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit malzemenin aşınma ve sertlik özelliklerinin iyileştirdiğini ve SiC partiküllerinin ergimiş metal matris içerisinde kontrollü olarak dağıtılabileceği ifade etmişlerdir.

Kim ve arkadaşları (2000), hacimce %13 grafit içeren bakır alaşımını santrifüj dökümle dökmüşlerdir. Döküm sonucu, grafitçe zengin (iç çap civarı) ve serbest bölge (dış çap civarı) oluşmuştur. Grafitçe zengin olan bölge, daha iyi aşınma direnci göstermiştir.

Katakam ve arkadaşları (2003) mikrodalga yöntemiyle fonksiyonel derecelendirilmiş (Ag–TCP–HA tozlarından) biyoaktif malzeme üretmişlerdir. Kompakt halde bulunan

hidroksiapatit (HA) tozlarının üzerine (5-10%) gümüş oksit tozları yayılarak mikrodalga ısınlamaya maruz bırakmışlardır. Yapılan analiz sonucunda iç yüzeylere inildikçe kalsiyum fosfat (β -TCP) ve metalik gümüşün (Ag) azaldığını ve bu yöntemle düzenli bir dağılım elde etmişlerdir. Aynı zamanda geleneksel sinterleme yöntemiyle karşılaştırmışlar ve mikrodalga yönteminin üstünlüklerini ortaya koymuşlardır.

Demirkıran ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada (2001), atmosferik plazma spre y yöntemi ile AISI 304L paslanmaz çelik altlık malzeme üzerine NiCrAl, %70 NiCrAl + %30 MgZrO₃, %50 NiCrAl + %50 MgZrO₃, %30 NiCrAl + %70 MgZrO₃ ve %100 MgZrO₃ şeklinde derecelendirme yapılmıştır. Numunelere 800°C ve 1000°C’de oksidasyon deneyi yapılmıştır. 1000°C’deki oksit tabakası ve oksidasyon hızı daha yüksek bulunmuştur.

Schmauder ve Weber (2001), ZrO₂/Ni Cr 80 20’den oluşan ve farklı kompozisyonlarda hazırlanmış olan derecelendirilmiş malzemelerin mekanik davranışını analiz etmiş ve deneysel bulgularla karşılaştırmıştır. Termal genleşme katsayısı karışım kuralına göre bulunmuştur. Artık gerilmelerin ihmal edilebilir olduğu kabul edilerek, elastisite modülü ve gerilme-şekil değiştirme davranışının nümerik homojenleştirme yöntemi ile simülasyonu yapılmıştır. Kompozitin lokal ve global olarak gerilme seviyesini kontrol eden yeni bir parametre tanımlanmıştır.

Pompe ve arkadaşları (2003) fonksiyonel değişim prensibini kullanarak bir yüzeyi güçlendirilmiş yüksek yoğunluklu polietilenle birleştirilmiş ağırlıklı polietilen içeren (UHMWPE) , diz noktası yer değiştirmesi için fonksiyonel biomalzeme geliştirmişlerdir.

Kieback ve arkadaşları (2003), FDM üretiminde kullanılan toz metalurjisi işlemleri, metal ergitme ile ilgili ileri üretim yöntemleri ve polimer derecelendirme işlemlerindeki son gelişmeleri vermişlerdir. Kusursuz parça üretimi için derecelendirme formunun önemi, sinterleme ve kurutma şartları tartışılmış ve başarılı bir şekilde uygulanmış olan nümerik simülasyon işlemlerine örnekler verilmiştir.

Tablo 2.1’de FDM’ üretim yöntemlerine göre geçiş fonksiyonlarının durumu, tabaka kalınlığı, fazdaki değişim ve üretebilecek geometri hakkında genel bilgiler gösterilmiştir (Birman ve Byrd 2007). Üretilcek FDM’de secilecek üretim yönteminde oldukça önemlidir.

Tablo 2.1: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin üretim yöntemleri

Üretim yöntemi	Fonksiyondaki geçiş	Tabaka kalınlığı	Fazdaki değişkenlik	FDM'nin tipi	Geometri
Toz biriktirme	Çok iyi	M, L	Çok iyi	Hacim	Orta
Film kaplama	Çok iyi	T, M	Çok iyi	Hacim	Orta
Yaş toz spray	Çok iyi	UT, T	Çok iyi	Hacim	Orta
Bulamaç daldırma	Çok iyi	UT, T	Çok iyi	Kaplama	İyi
Hızlı soğutma	Çok iyi	M, L	Çok iyi	Hacim	Çok iyi
Sedimentasyon savurma	İyi	C	Çok iyi	Hacim	Zayıf
Alçı kalıba döküm	Çok iyi	C	Çok iyi	Hacim	İyi
Lazer kaplama	Çok iyi	M	Çok iyi	Hacim kaplama	Çok iyi
Termal siprey	Çok iyi	T	Çok iyi	Kaplama	İyi
Diffüzyon	Orta	C	Çok iyi	Birleştirme kaplama	İyi
Yöneltilmiş soğutma	Orta	C	Orta	Hacim	Zayıf
Elektrokimyasal derecelendirme	Orta	C	İyi	Hacim	İyi
Polimerlerin köpürtülmesi	Orta	C	İyi	Hacim	İyi
PVD, CVD	Çok iyi	C	Çok iyi	Kaplama	Orta
GMFC	Çok iyi	M, L, C	Orta	Hacim	İyi

L: ($>1\text{ mm}$), M: ($100\text{-}1000\text{ }\mu\text{m}$), UT: ($<10\text{ }\mu\text{m}$), C: (Sürekli)

2.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Potansiyel Uygulama Alanları

Literatüre bakıldığında FDM'lerin bir çok uygulama alanı vardır, örneğin; biomalzemeler, optik, nükleer enerji, mühendislik, havacılık, kimyasal fabrikalar, elektronik, enerji dönüşümleri ve sanayi ürünlerinde de kullanılmaktadır. FDM'lerin potansiyel uygulamaları tablo 2.2' de verilmiştir (Miyamoto ve arkadaşları 1999).

Tablo 2.2 : Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin potansiyel uygulama alanları

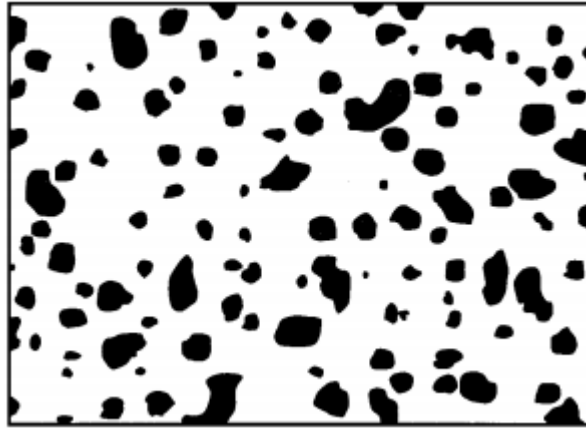
Uygulama	FDM Parça	Derecelendirilen Fonksiyon
Biomalzemeler	Yapay bağlantı, deri, implant	Biolojik uyumluluk, tokluk
Beton	Simetrik derecelendirilmiş gözenekli yapı	Shok dayanımı, termal yalıtım
Motor bileşenleri	Piston başı	Isı, Aşınma dayanımı, tokluk
	Eksoz valfi	Isı, Aşınma dayanımı,
	Türbin kanadı	Sürünme, Aşınma dayanımı, tokluk
	Yanma odası	Isı, Aşınma dayanımı, yüksek özgül dayanım.
Mühendislik	Kesici takımlar	Aşınma, ısıl dayanım, tokluk
	Çamur pompası, çark	Aşınma dayanımı, tokluk
	Rulman, disk	Aşınma, ısıl dayanım, tokluk
Fisyon reaktör	Çekirdek bileşenleri	Isı, korozyon dayanımı, nötron yavaşlatıcı
Füzyon reactor	İlk saptırıcı plaka	Isıl dayanım, düşük atom numarası, tokluk, yüksek ısıl iletkenlik
Yakıt hücresi	Elektrod	Elektirik iletimi, gerilme homojenizasyonu, iyonik iletkenlik
Isı değiştiriciler	altlık	Yüksek ısı iletkenliği, düşük dielektirik sabiti
	Radiatör	Yüksek termal iletkenlik, yüksek yayma gücü
	x-ray rotor	Isıl şok dayanımı, hafiflik
Yarıiletkenler	Derecelendirilmiş bant	Geniş aralıkta foto sensör, çok dalgalı lazer
Uzay aracı	Burun bölgesi, kılavuz	Isı, oksidasyon dayanımı, yüksek dayanım

2.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Özelliklerinin Bulunması

FDM'ler dikkate alındığında farklı özellikteki iki veya daha fazla malzemenin farklı fazlarda birleştirilmesiyle üretilir. Partiküllerin geometrisi, boyutu ve dağılımı hakkında detaylı bir bilgi mümkün olmayabilir, ve derecelendirilen kompozit malzemenin yaklaşık efektif özelliklerinin bulunması hacim karışım kuralı temelinde değerlendirilmelidir. Derecelendirilen yönde dereceli olarak değişen hacime göre FDM'nin etkin özellikleride bu yönde değişir. Yıllardır geliştirilen birçok mikromekanik model olmasına rağmen , efektif özelliklerin bulunmasında iki metod önerilmektedir, bunlardan bincisi Mori-Tanaka diğeri ise tutarlı (Self consistent) modeldir.

2.4.1 Mori-Tanaka

Mori-Tanaka şeması şekil 2.3.'de görüldüğü gibi sürekli matrisin içerisinde süreksiz partikül takviyeli kompozit malzemelerin efektif özelliklerinin bulunmasında son derece kullanışlıdır (Mori ve Tanaka 1973, Benveniste 1987). Bu metod elastik bölgede inklüzyonlar arası etkileşimi dikkate almaktadır. Mori Tanaka öncelikle inklüzyonlar içeren matris malzemesindeki ortalama etkileşimi belirlemiş ve eşdeğer inklüzyon metodunu kullanarak inklüzyonların şekillerini hesaba katmıştır. Bu teoriyle Mori-Tanaka partiküller ile matris arasındaki etkileşimi içeren bir yaklaşım ortaya koymuştur.



Şekil 2.3 : İki fazdan oluşan partikül takviyeli mikro yapı

Aşağıdaki formülasyonda matris malzemeyi 1 indisiyle, küre şeklindeki partikül takviye malzemesi ise 2 indisiyle simgelenmiştir.

$$K_f = K_1 + \frac{V_2(K_2 - K_1)(3K_1 + 4G_1)}{3K_1 + 4G_1 + 3(1 - V_2)(K_2 - K_1)} \quad (2.1)$$

$$G_f = G_1 + \frac{V_2(G_2 - G_1)(5G_1(3K_1 + 4G_1))}{5G_1(3K_1 + 4G_1) + 6(1 - V_2)(K_1 + 2G_1)(G_2 - G_1)} \quad (2.2)$$

$$k_f = k_1 + \frac{V_2(k_2 - k_1)3k_1}{3k_1 + (1 - V_2)(k_2 - k_1)} \quad (2.3)$$

$$\alpha_f = \alpha_1 + \frac{(K_1 - K_f)(K_2 - K_1)(\alpha_2 - \alpha_1)}{K_f K_1 (K_1 - K_2)} \quad (2.4)$$

Burada;

K_f efektif bulk modülü

G_f efektif kayma modülü

k_f efektif ısı iletim katsayısı

α_f efektif termal genleşme katsayısını

V_1 matris malzemesinin hacim oranı

V_2 ise takviye malzemesinin hacim oranını göstermektedir. Etkin elastisite modülü ve poisson oran sırasıyla denklem (2.5) ve (2.6)' dan bulunabilir.

$$E_f = \frac{9G_f K_f}{G_f + 3K_f} \quad (2.5)$$

$$\nu_f = \frac{3K_f - 2G_f}{2G_f + 6K_f} \quad (2.6)$$

2.4.2 Tutarlı model (self consistent)

Tutarlı model (Self Consistent) matris malzemesi ile takviye malzemesi arasındaki etkileşimleri ele alarak her bir fazlı malzemesinin fiziksel özelliklerinin dikkate alan homojenleştirme metodudur (Hill 1965). Bu metod şekil 2.4' de gözüken iskeletsel mikro yapıların efektif özelliklerinin belirlenmesinde oldukça kullanışlıdır.



Şekil 2.4 : İki fazdan oluşan iskeletsel mikro yapı

Lokal olarak efektif özellikler tutarlı medoda göre aşağıdaki formülasyonla verilebilir.

$$\frac{\delta}{K_f} = \frac{V_1}{K_f - K_2} + \frac{V_2}{K_f - K_1} \quad (2.7)$$

$$\frac{\eta}{G_f} = \frac{V_1}{G_f - G_2} + \frac{V_2}{G_f - G_1} \quad (2.8)$$

Burada

$$\delta = 3 - 5\eta = \frac{K_f}{K_f + (4/3)G_f} \quad (2.9)$$

Buradan denklem (2.7) ve (2.8)' den bulk modülü için çözülürse, bulk modülü kayma modülüne bağlı olarak denklem (2.10)'da elde edilmiştir.

$$K_f = \frac{1}{(V_1 / (K_1 + (4/3)G_f)) + (V_2 / (K_2 + (4/3)G_f))} - \frac{4}{3}G_f \quad (2.10)$$

denklem (2.11)'in çözümünden de efektif kayma modülünü elde edilir.

$$\left[\frac{V_1 K_1}{(K_1 + 4/3 G_f)} + \frac{V_2 K_2}{(K_2 + 4/3 G_f)} \right] + 5 \left[\frac{V_1 G_2}{G_f - G_2} + \frac{V_2 G_1}{G_f - G_1} \right] + 2 = 0 \quad (2.11)$$

Isı iletim katsayısı denklem (2.12)'den bulunabilir.

$$\frac{V_1(k_1 - k)}{k_1 + 2k} + \frac{V_2(k_2 - k)}{k_2 + 2k} = 0 \quad (2.12)$$

Efektif elastisite modülü ve poisson oranı sırasıyla denklem (2.5) ve (2.6)' dan bulunabilir. (Reuter ve arkadaşları 1997, Reuter ve Dvorak 1998) FDM'lerin sonlu elemanlar similasyonunu Mori Tanaka ve tutarlı model arasındaki karşılaştırma yapmışlardır. Sonuç olarak Mori Tanaka sürekli matris ve süreksiz takviyeli FDM'lerde daha doğru sonuç verirken, tutarlı model ise iskeletsel yapıdaki FDM'ler için daha doğru sonuç verdiği ileri sürülmüştür.

2.5 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Mekanik özellikleri ve Gerilme Analizi

Suresh (1997), çok tabakalı ve derecelendirilmiş malzemelerin mekanik özellikleri açısından modellenmesi yapılmıştır.

Dao ve arkadaşları (1997), random ve kesikli (aralıklı - discrete) mikroyapılı FDM için sayısallaştırılmış bir mikromekanik model kullanarak hem termoelastik hem de termoplastik deformasyon göz önüne alınmış ve metal tanelerinin plastik davranışı, kristal plastisite teorisi kullanılarak modellenmiştir. Elde edilen sonuçlar, sürekli derecelendirilmiş FDM ile karşılaştırılmıştır. Hem mikromekanik hem de sürekli modelde, makroskobik gerilmeler yaklaşık aynı bulunmuştur.

Spencer (1998), elastisite modülü ve Poisson oranının kalınlık boyunca değiştiği izotropik lineer elastik levhayı incelemiş ve gerilme fonksiyonu hesabı için alternatif formülasyon vermiştir. Sugano ve arkadaşları (2004) özellikleri radyal yönde değişen dönen disklerde gerilme homojenizasyonu ve ağırlığın azaltılmasına yönelik araştırma yapmışlardır.

Nie ve Batra (2010) kalınlığı, yoğunluğu, kayma modulu ve termal genleşme katsayısı radyal yönde değişen asimetrik diskleri analiz etmişlerdir. Disk malzemesinin plastik benzeri sünek malzemeden, izotropik, lineer termo elastik ve sıkıştırılmaz olduğunu kabul etmişlerdir.

Reiter ve Dvorak (1998), derecelendirilmiş kompozit malzemenin, derecelendirme doğrultusunda üniform sıcaklık değişimi ve kararlı hal ısı iletimini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir.

Horgan and Chan(1999a,b) FDM içi boş silindir ve dönen disk problemlerinin izotropik liner elastik gerilme tepkisini içten basınç ile incelemişleridir. Derecelendirme parametresinin tasarım için önemini vurgulamışlardır.

Noda yaptığı çalışmada (1999), FDM’lerde oluşan termal gerilmelerin azaltılması için optimal kompozisyon profili problemini çalışmıştır. Seramik ve metal arasındaki kompozisyon değişimi sürekli olursa, FDM’lerde oluşan termal gerilmelerin ve bir çatlak civarındaki termal gerilme şiddet faktörünün büyük bir şekilde düşebileceği sonucuna varılmıştır.

Reddy (2000) kalınlık boyunca, malzeme hacim oranlarının kuvvet kanununa bağlı olarak değişimi varsayarak, fonksiyonel derecelendirilmiş plak için teorik formülasyon, dikdörtgensel plakların Navier çözümleri ve üçüncü mertebe kayma şekil değiştirme plak teorisine dayanan sonlu elemanlar modeli geliştirmiştir. Gerilmelerde, malzeme dağılımının etkisini göstermek için lineer üçüncü mertebe teori ve lineer olmayan birinci mertebe teorisinin sayısal sonuçları sunmuştur.

Durodola ve Attia (2000), fiber takviyeli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin dönen katı disk ve halka diskleri için potansiyel faydasını incelenmişlerdir. FDM homojen olmayan bir ortotropik malzeme olarak modellenmiştir. Mikro yapısal boyutlar örneğin fiber çapı gibi disk boyutları yanında çok küçük kaldığı için mikromekanik model kullanılarak her bir noktadaki malzeme özelliklerini hesaplamışlardır. Santrifüj kütle kuvveti etkisinde, sonlu elemanlar yöntemi ve direkt integrasyon yöntemini kullanarak, diskteki deformasyon ve gerilme dağılımını hesaplamışlardır.

Ha ve arkadaşları (2000) Düzlem gerilmeye dayalı varsayarak geliştirilmiş, radyal yönde malzeme özellikleri değişen dönen Kompozit volanda gerilme dağılımını hesaplamışlardır.

Tarn (2001) genişleme, bükülme, kayma, basınç ve sıcaklık değişiklikleri altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş anizotrop silindirin termomekanik durumunu incelemiştir. Silindirik koordinatlarda malzeme sadece radyal yönde üssel fonksiyona göre derecelendirildiği varsayılmıştır. Malzeme özelliklerinin; ısı iletim katsayısı, termal genleşme katsayısı ve elastisite modülünün radyal yönde değişebildiği varsayılmıştır. Homojen olmayan içi boş ve katı silindir, dönme ve aynı zamanda sıcaklık dağılımına maruz oldukları durum için termoelastik tam çözüm sunmuştur.

Lipton (2002) gerilme konsantrasyonu açısından fonksiyonel derecelendirilmiş kompozit yapıların tasarımı üzerine çalışmıştır. FDMler için maksimum burulma rijitliğini sağlarken bileşke gerilmenin belirlenen seviyenin altında kalacak şekilde analizini yapan nümerik metot geliştirmiştir.

Lidong ve Wenchao (2002) derecelendirilmiş termal bariyerin (Ti-ZrO₂) artık gerilme analizini incelemişlerdir. Kompozitin (Ti-ZrO₂) mekanik ve termal özellikleri Ti hacim oranı ile karışım kuralı kullanılarak hesaplanmıştır. Artık gerilmeleri minimize edebilmek için optimum mikroyapı karakteristiklerini belirlemişlerdir. ANSYS paket programı kullanılarak yapılan teorik analiz ve deneysel sonuçlar gerilme konsantrasyonlarının derecelendirme tabakalarının ara yüzeylerinde toplandığını göstermiştir. Radyal gerilme FDMde çatlak oluşmasında önemli rol oynadığını ve bunun deneysel sonuçlarla da uyumlu olduğunu vurgulamışlardır. Artık gerilmeler açısından, FDMlerin derecelendirilmeden direkt birleştirilmiş ara yüzeylerle karşılaştırıldığında gerilmeleri önemli ölçüde azaltılabileceğinin sonucuna varmışlardır.

Zhang ve arkadaşları (2003); ortasında dairesel delik bulunan FDM plakta radyal yönde farklı termal yükler altındaki davranışını incelemişlerdir, nümerik analizlerle fonksiyonel derecelendirilmiş malzemede dairesel delik etrafındaki termal gerilmeleri bulmuşlardır.

Vel ve Batra (2003), çalışmalarında üst ve alt yüzeylerinde zamana bağlı termal yüklere maruz bırakılan basit mesnetli, kuvvet kuralına bağlı olarak metal-seramik fonksiyonel derecelendirilmiş plağın üç boyutlu termomekanik şekil değiştirmeleri için analitik çözüm sunmuştur.

Asghari ve Ghafoori (2010) hem içi dolu hem de halka şeklindeki, fonksiyonel derecelendirilmiş dönen diskler için üç boyutlu yarı analitik çözüm sunmuşlardır. Aynı zamanda diskin enine kalınlığındaki değişimin gerilme, şekil değiştirme ve radyal yöndeki yerdeğiştirmeye etkisini araştırmışlardır.

Szymczyk (2005) sonlu elemanlar yöntemini kullanan bir yazılım kullanarak, bir vana ve içten yanmalı motor pistonunun seramik kaplamaları nümerik olarak incelemiştir. Çalışmada gerekli mikro skala için, mikromekanik bir model geliştirilmiştir. Kaplama modellenirken, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin özelliklerinin lineer olarak değiştiği kabul edilmiştir.

Nirmala ve arkadaşları (2005) orta tabakası FDM tabakadan oluşturulmuş üç katmanlı bir kompozitin termoelastik gerilme dağılımı için analitik ifadeler türetmişlerdir. Bu çalışmalarında orta noktadan her iki tarafa doğru derecelendirme yapmışlar ve elde ettikleri gerilme dağılımları doğrultusunda FDM çekirdek olarak düzenlenmiş kirişlerin geleneksel kirişlere göre daha kullanışlı olduğunu ortaya koymuşlardır.

Zenkour (2005) Basit mesnetlenmiş fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plak için iki boyutlu eğilme analizi çözümü sunmuşlardır. Malzeme özellikleri bileşenlerin hacim oranları açısından kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Eksenel gerilme, malzeme bileşimlerine bağlı olarak hacim oranı en düşük noktada en büyük bulunurken yer değiştirme ve enine kesme gerilmesi minimum tamamen seramik olan bölgede bulunmuştur, böylece derecelendirmenin FDMlerin tepkisinde önemli rol oynadığını belirlemiştir. Sürekli derecelendirmenin ara yüzey problemlerini elimine edeceğini ve böylelikle gerilme dağılımı düzenli bir şekil alacağı bildirilmiştir.

Oral ve Anlas (2005) homojen olmayan anizotrop silindirlerde, elastik özelliklerin radyal yönde değişmesinin gerilme üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Sonuçlar sonlu elemanlar çözümleriyle doğrulanmıştır. Farklı derecelendirme parametreleri için radyal, teğetsel ve eksenel gerilme dağılımları grafik halinde sunulmuşlardır.

You ve arkadaşları (2005) içten basınçlı FDM den yapılmış ince cidarlı basınçlı küresel kapın elastik analizini yapmışlardır. İki açıdan değerlendirme yapılmış, birinci iç ve dış yüzey izotrop malzemeden orta tabaka ise FDM diğeri ise tamamen FDM yapılmış basınçlı kap dikkate alınmışlardır. Sonuç olarak tabakalı yapıda tabaka geçişlerinde gerilme yığılmalarının olduğu görülmüş fakat bu durumun tamamen FDM yapıldığında hem arayüzey problemlerinin hem de gerilme yığılma problemlerinin elimine edilebileceği sonucunu elde etmişlerdir. Ayrıca derecelendirme üsteliyle gerilmelerin dağılımına olan etkisi incelenmiştir.

Chi ve Chung tarafından yapılan çalışmada (2006a, 2006b) elastik, basit desteklenmiş dikdörtgen fonksiyonel derecelendirilmiş levhanın, kalınlığının ortasından enine yüklenmesi durumu incelenmiştir. Poisson oranları sabit kabul edilmiş fakat elastisite modülünün sürekli bir biçimde kalınlık boyunca hacim oranına bağlı olarak kuvvet kuralı, sigmoid veya üssel olarak değiştiği varsayılmıştır.

Klasik levha teorisi ve Fourier serisi açılımları temel alınarak, kuvvet kuralı (P-FDM), sigmoid (S-FDM) ve üssel (E-FDM) fonksiyonlarının seri çözümleri yapılmıştır. Eğilme rijitlik matrisi hariç olmak üzere, FDM levhanın çözümünde kullanılan formülasyon homojen malzeme çözümündekine benzemektedir. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak teorik formüllerin nümerik çözümü yapılmıştır. Kuvvet kuralı (P-FDM), sigmoid (S-FDM) ve üssel (E-FDM) fonksiyonların çözümü karşılaştırılmıştır.

Hongjun ve arkadaşları (2006) heterojen boşluklu silindirlerin elastik analizini çalışmışlardır. Yaptıkları çalışmada, tabakalı ve sürekli derecelendirilmiş içten ve dıştan basınca maruz diskleri incelemişler ve elde ettikleri sonuçları sonlu elemanlar çözümüyle karşılaştırmalı olarak sunmuşlardır.

Eraslan ve arkadaşları (2006) fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı tüplerin düzlem gerilme durumu için elastik ve elastik-plastik Küçük deformasyonlar ve düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu analitik çözüm sunmuşlardır. Plastik analitik model için Tresca akma kriterini esas alınmış ve malzemenin ideal plastik davranış gösterdiği kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı tüplerin, elastoplastik davranışı malzeme özelliklerinin derecelenmesinden önemli ölçüde etkilendiği sonucuna varmışlardır.

Kordkheili ve Naghdabadi (2007) boşluklu ve katı dönen fonksiyonel derecelendirilmiş disk için yarı analitik termoelastik çözüm sunmuşlardır. Radyal alanlar alt alanlara bölünmüş, bölünmüş alanların termomekanik özelliklerinin kuvvet kuralına göre dağılımı kullanılarak lineer cebirsel denklem elde edilerek, hem merkezkaç kuvveti hem de uniform sıcaklığa maruz fonksiyonel derecelendirilmiş disk için Navier çözümü elde etmişlerdir. Bütün derecelendirme indeksleri için en büyük radyal gerilme $r/r_o = 0,45$ oranı için bulunmuş ve bu gibi yapıların tasarımında derecelendirme indeksinin önemli rol oynadığı belirlenmiştir.

Ke ve Wang (2007) tarafından yapılan çalışmada, kaymalı sürtünme temas analizinde çok tabakadan oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş model kullanılmıştır. FDM, pek çok alt tabakaya bölünmüş, düzlem şekil değiştirme şartlarında Poisson oranı sabit kabul edilirken kayma modülünün lineer fonksiyon şeklinde değiştiği kabul edilmiştir. Temas gerilmeleri ve temas alanı nümerik olarak çözülmüştür.

Tutuncu (2007) malzeme özellikleri üstel değişen, içten basınçlı, ince cidarlı FDM silindirlerde oluşan gerilme ve yerdeğiştirmeler için sonsuz küçük deformasyonlar teorisini kullanarak kuvvet serisi çözümlerini sunmuşlardır. Ampirik olarak belirlenen derecelendirme üstellerine göre gerilme dağılımlarındaki değişimler ortaya konmuştur.

Tokovyy ve Ma (2008) iki boyutlu asimetrik olmayan radyal yönde heterojen içi boş silindirlerin düzlemsel elastisite ve termoelastisite problemleri için Fourier serisi formunda analitik yaklaşım sunmuşlardır. Fourier sabitlerini belirlemek için, bir tip Voltera integral denklemi türetilmiş ve basit iterasyon yöntemiyle çözülmüştür.

Vullo ve Vivio (2008) radyal yönde değişken yoğunluklu olduğu varsayılan ve kalınlığı non-lineer değişen termal yüke maruz dönen disklerin elastik gerilme analizini çalışmışlardır. Analitik çözümle sonlu elemanlar metodu yöntemiyle elde ettikleri sonuçları karşılaştırmışlar ve disk profilindeki değişikliklerin gerilme ve deplasman üzerindeki etkilerini ortaya koymuşlardır.

Bayat ve arkadaşları (2008) kalınlığı farklı profillerde ve fonksiyonel derecelendirilmiş dönen katı ve boşluklu disklerin gerilme ve deformasyonunu incelemişlerdir. Boşluklu disk için hem analitik hem de yarı analitik çözüm sunarken dolu disk için sadece yarı analitik çözüm sunmuşlardır. Malzeme özellikleri kuvvet kuralına göre radyal yönde derecelendiğı varsayılarak hem derecelendirme parametresinin hem de disk profilinin gerilme yer değıştirme üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Sonuç olarak, fonksiyonel derecelendirilmiş parabolik ve hiperbolik kalınlık profilili dönen disklerin üniform kalınlıktaki diske göre gerilme ve yer değıştirme açısından tercih edilmesini önermişlerdir.

Eraslan ve arkadaşları (2008) FDM değişken kalınlıklı dönen içi dolu disklerde elastik ve kısmen plastik gerilme durumları için sayısal hesaplamalı bir model geliştirmişlerdir. Disk malzemesinin elastisite modülü, Poisson oranı, akma limiti ve yoğunluğu radyal doğrultuda herhangi bir fonksiyon cinsinden değışebilmektedir. Küçük deformasyonlar ve düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu kabul edilmiştir. Von Mises kriteri, toplam deformasyon teorisi ve Swift tipinde lineer olmayan bir pekleşme kuralı kullanılarak dönen diskin kısmen plastik davranışını tarif eden bir diferansiyel denklem elde edilmiştir. Bu diferansiyel denklem lineer olmadığı için sayısal çözümü bilgisayar ortamında Newton yinelemeleriyle

birleştirilmiş bir shooting metodu kullanılarak elde edilmiştir. Oluşturulan sayısal hesaplamalı model, analitik çözümlerle karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Poultangari ve arkadaşları (2008) termal ve mekanik yük altındaki FDM'den yapılmış olan ince cidarlı küre için iki boyutlu analitik metot geliştirmişlerdir. Malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Sıcaklık profili fonksiyonel derecelendirilmiş enerji denkleminin çözümüyle elde edilmiştir. Navier denklemleri Euler diferansiyel denklem sistemleri ve Legendre polinomlarını kullanarak analitik olarak çözülmüştür. Sıcaklık, yerdeğiştirme bileşenleri ve gerilme dağılımı farklı derecelendirme üstelleri için verilmiş ve sonuçlar literatürde bulunan sonuçlarla doğrulanmışlardır.

Çallıoğlu (2008) malzeme özellikleri kuvvet kuralına göre değişen fonksiyonel derecelendirilmiş dönen diskte oluşan gerilmeleri incelemiştir. Sonuçlar malzeme derecelendirme parametresine göre değerlendirilmiş ve derecelendirilme indeksine göre gerilme dağılımındaki değişiklikler grafiksel olarak vermiştir. Tasarımcılara malzeme derecelendirme profilinin, hangi derecelendirme parametresine göre olması gerektiği önerilmiştir.

B. Haghpanah Jahromi ve arkadaşları (2009) içten basınçlı kapların, kaplama olduğu durumlarda, gerilme düzensizliğini ortaya koymuşlar ve bu düzensizliği gidermek için FDM olması durumundaki çözümleri ANSYS paket programını kullanarak, farklı içten basınç yükleri altında gerilme analizini yapmışlardır.

Bayat ve arkadaşları (2009a) birinci dereceden kayma teorisini (FSDT) temel alarak dönen disklerde eğilme analizi için teorik formülasyon sunmuşlardır. Malzeme bileşenlerinin radyal yönde hacim oranlarının kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. fonksiyonel derecelendirilmiş disk, tamamen metal ve tamamen seramik disklerin analizi yapılmış ve sonuçta bileşke gerilmenin fonksiyonel derecelendirilmiş diskte daha az olduğu sonucuna varmışlardır.

Zenkour (2009) fonksiyonel derecelendirilmiş dönen katı diskteki gerilme dağılımını incelenmiştir. Kompozit üç tabakalı sandviç yapıdan, katı diskin yüzeyleri farklı isotropik malzemeden çekirdek kısmı ise FDM'den yapılmıştır. Birinci yapı için; iç tabaka metal dış tabaka seramik ve çekirdek kısım ise FDM'dir. İkinci yapıda ise benzer şekilde birinci yapının aksine metalle seramik katmanlar yer değiştirilerek oluşturulmuştur. Diskin dış yüzeyindeki sınır şartlarına göre dönen disk için tam

elastik çözüm verilmiştir. Kompozit diskin iç yüzeyindeki yer değiştirme ve gerilmeler için nümerik sonuçlar sunulmuştur.

Bayat ve arkadaşları (2007, 2009b, 2009c) değişken kalınlıktaki fonksiyonel derecelendirilmiş dönen disklerin gerilme analizini çalışmışlardır. Aynı zamanda birinci dereceden kayma teorisini (FSDT) temel alarak dönen disklerde eğilme analizi için teorik formülasyon sunmuşlardır. Sonuç olarak disk kalınlık profilinin parabolik ve hiperbolik olduğu durumlar üniform kalınlıktaki disk ile karşılaştırıldığında gerilme ve yerdeğiştirmeler daha küçük bulunmuştur. Ayrıca ağırlık olarak karşılaştırıldığında konkav kalınlık profilinin en hafif olmasına rağmen üniform disk en ağır olduğu bildirilmiştir.

Shahzamanian ve arkadaşları (2010a, 2010b) mekanik ve termal yük altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş fren disklerinin termal kontak analizini sonlu elemanlar (ANSYS) yöntemiyle yapmışlardır. Malzeme özelliklerinin kuvvet kuralına göre radyal yönde dağıldığı varsayılmıştır. Sürtünme ısısı ısı kaynağı olarak alınmış ve fonksiyonel derecelendirilmiş fren disklerinin termomekanik analizinde derecelendirmenin toplam gerilme ve sürtünme gerilmesi açısından önemli olduğu sonucuna varmışlardır.

Batra ve Nie (2010) fonksiyonel derecelendirilmiş ekzantirik ve ekzantirik olmayan içi boş silindirler için analitik çözüm sunmuşlardır. Kayma modülünün üssel veya kuvvet kuralına göre radyal yönde değiştiği varsayılmıştır. Radyal ve çevresel yerdeğiştirmeler için açısal koordinatlarda Fourier serisi açılımı ve Fourier serisi sabitlerindeki süreklilik ve lineer momentum denge denklemlerinden elde etmişlerdir.

Afsar ve Go (2010) yaptıkları çalışmada özellikleri üssel olarak değişen fonksiyonel derecelendirilmiş dönen diskte termoelastik gerilme analizini yapmışlardır. İki boyutlu termoelastisite teorisini temel alan, asimetrik problem ikinci dereceden diferansiyel denklem şeklinde formüle edilerek sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüştür. Sıcaklık dağılımı, açısal hız ve radyal yöndeki diskin kalınlığının gerilme yer değiştirme bileşenleri üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Farklı sıcaklık dağılımı ve farklı açısal hızla dönen disklerin analizleri sonucunda, diskte oluşan gerilmelerin sıcaklık dağılımından önemli bir şekilde etkilendiğini ortaya koymuşlardır.,

Türkmen (2010) analitik olarak fonksiyonel derecelendirilmiş dönen ve aynı zaman da üniform sıcaklığa maruz disklerde oluşan gerilmeleri incelemiştir. Kuvvet kuralına göre derecelendirilen malzemede $n=0$ için malzemenin izotrop olduğunu vurgulamıştır. Sonuçlar, farklı sıcaklık değerlerinde, derecelendirme parametresine göre gerilme dağılımındaki değişiklikleri ortaya koymuştur.

Peng ve Li (2010a, 2010b) fonksiyonel derecelendirilmiş dönen boşluklu disklerde oluşan termal gerilmeleri incelemiştir. Sınır değer problemi birleştirilerek Fredholm integral denkleminde indirgenmiştir. İndirgenen bu denklem nümerik olarak çözümlenmiş ve gerilme, yerdeğiştirme bileşenleri grafiksel olarak sunulmuştur. Aynı zamanda silindirik kaplar içinde benzer çözüm sunmuşlardır.

Joshi ve Ng (2011) termal gerilmelerin düzenli dağılımı için fonksiyonel derecelendirilmiş nikel/zirkonyum kaplama profilinin optimizasyon simülasyonunu yapmışlardır. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılan termal bariyer analizinde Von-Mises gerilmesi altlık ve ara yüzeylerde, en düşük $n=2,65$ indeksi için bulunmuşlardır.

Sepahi ve arkadaşları (2011) malzeme özellikleri sıcaklığa bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş delikli dairesel bir plakta termal burkulmayı çalışmışlardır. Malzeme özellikler hacim karışım kuralı esas alınarak kuvvet kuralına göre radyal yönde değiştiğini varsaymışlardır. Teorik formülasyonu, birinci dereceden kayma teorisini (FSDT) ve geometrik nonlinearite doğal gerilmelerin von Karman kabulleriyle bağlantısı kullanarak türetmişlerdir. Virtüel iş prensibi kullanılarak, ön burkulma ve nihai burkulma denklemleri sınır koşullarıyla ilişkilendirilerek türetilmiştir. Sonuç olarak sıcaklığa bağlı ve sıcaklıktan bağımsız malzeme özelliklerinin karşılaştırılması yapılmış ve kritik burkulma sıcaklığının eğer sıcaklıktan bağımsız malzeme özellikleri kullanılırsa önemli derecede artığını ve derecelendirme parametresinin önemini de ayrıca tartışmışlardır.

Chareonsuk ve Vessakosol (2011) yüksek mertebe kontrol hocami sonlu elemanlar metodu (CVFEM) kullanarak termal ve mekanik yükler altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş katılar için nümerik çözüm sunmuşlardır. Kullanılan metodun geçerliliği klasik sonlu elemanlar ve nümerik çözümlerden elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak sağlamışlardır.

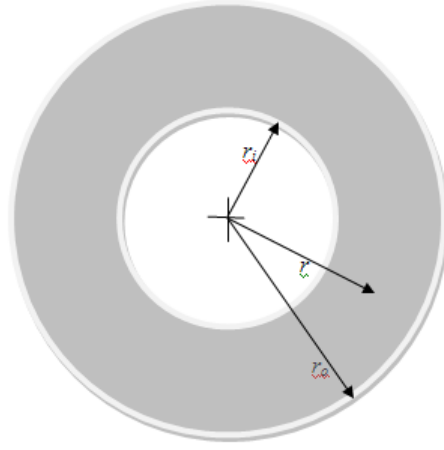
3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKDE ELASTİK GERİLME ANALİZİ

3.1 Genel Elastik Çözüm

Fonksiyonel derecelendirilmiş diskin kalınlığı diğer boyutlarının (yarıçap) yanında çok küçük olduğundan düzlem gerilme durumunun geçerli olduğu, yani düzleme dik gerilmelerin etkilediği kabul edilebilir. Fonksiyonel derecelendirilmiş diskin özellikleri sadece yarıçapa bağlı üssel değişen fonksiyon olarak seçilmiştir. Elastisite modülü, yoğunluk, ısı iletim katsayısı ve termal genleşme katsayısı denklem (3.1)'deki fonksiyonlara göre değiştirilmiştir.

$$\begin{aligned} E(r) &= E_0 \left(\frac{r}{r_o} \right)^n \\ \rho(r) &= \rho_o \left(\frac{r}{r_o} \right)^\gamma \\ k(r) &= k_o \left(\frac{r}{r_o} \right)^\lambda \\ \alpha(r) &= \alpha_o \left(\frac{r}{r_o} \right)^\beta \end{aligned} \tag{3.1}$$

burada, E_o, ρ_o, k_o ve α_o sırasıyla, elastisite modülü, yoğunluk, ısı iletim katsayısı ve termal genleşme katsayısı referans değerleri olarak tanımlanmıştır, n, γ, λ ve β ise, isteğe bağlı sabitlerdir. Bu sabitlere göre malzeme özelliklerinin değişim profili elde edilir. Şekil 3.1'de görüldüğü gibi halka şeklindeki fonksiyonel derecelendirilmiş diskin iç yarıçapı r_i ve dış yarıçapı r_o olarak tanımlanmıştır.



Şekil 3.1 : Fonksiyonel derecelendirilmiş disk

Silindirik koordinatlarda iki boyutlu düzlem gerilme durumu için denge denklemi,

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + R = 0 \quad (3.3)$$

Şeklini alır (Timoshenko ve Goodier, 1970). Gerilme bileşenleri simetriden dolayı θ 'ya bağlı olmazlar ve yalnız r 'nin fonksiyonu olurlar, aynı zamanda $\tau_{r\theta}$, kayma gerilme değeri sıfıra eşittir (Timoshenko ve Goodier, 1970). R kütle kuvveti ihmal edilmeden ve (3.3) denklemi elimine edilerek, (3.2) denklemi (3.4) denkleminde indirgenebilir.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (3.4)$$

Burada σ_r ve σ_θ , sırasıyla radyal ve teğetsel gerilmeleri gösterir. radyal ve teğetsel gerilmeler, bir gerilme fonksiyonu olarak denklem (3.5)'deki gibi tanımlanabilir, denklem (3.5)' deki gerilme fonksiyonu cinsinden gerilmeler denklem (3.4)'deki denge denklemini sağlar.

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{F}{r} \\ \sigma_\theta &= \frac{dF}{dr} + \rho\omega^2 r^2\end{aligned}\tag{3.5}$$

Elastik malzemeler için, gerilme gerinim arasındaki ilişki Hooke kanunu ile denklem (3.6-3.7)'deki gibi tanımlanabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E(r)}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \alpha(r)T(r)\tag{3.6}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E(r)}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \alpha(r)T(r)\tag{3.7}$$

Burada ν poisson oranını, $T(r)$ ise r ye bağlı sıcaklık dağılımını göstermektedir. Gerinim-şekil değiştirme arasında ilişki aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}\tag{3.8}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r}\tag{3.9}$$

Burada u radyal yöndeki yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Süreklilik denklem (3.10)'daki gibi tanımlanabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{d}{dr}(r\varepsilon_\theta)\tag{3.10}$$

Denklem (3.5)'deki gerilme değerleri gerilme fonksiyonları cinsinden, denklem (3.6) ve (3.7)'de yerine konulursa,

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{E(r)}\left(\frac{F}{r} - \nu\left(\frac{dF}{dr} + \rho\omega^2 r^2\right)\right) + \alpha(r)T(r)\tag{3.11}$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E(r)}\left(\frac{dF}{dr} + \rho\omega^2 r^2 - \nu\frac{F}{r}\right) + \alpha(r)T(r)\tag{3.12}$$

Denklem (3.11) ve (3.12)'deki değerler denklem (3.10)' da yerine konulur ve düzenlenirse, denklem (3.13) elde edilir.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = \rho(r) \omega^2 r^3 \left(r \frac{E'(r)}{E(r)} - r \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} - 3 - \nu \right) - E(r) r^2 \alpha'(r) T(r) - E(r) r^2 \alpha(r) T'(r) \quad (3.13)$$

Denklem (3.13)' de elde edilen diferansiyel denklem, termo mekanik yükler altında diskte oluşan, elastik gerilme dağılımlarının tayin edilmesinde kullanılır. Elastik ve elastoplastik gerilme analizleri için tablo (3.1)' deki malzeme özellikleri kullanılmıştır (Hassani ve arkadaşları 2012). Malzeme özelliklerinin sıcaklıktan etkilenmediği varsayılmıştır.

Tablo 3.1: Sıcaklıktan bağımsız malzeme özellikleri ve disk boyutları

$r_i(mm)$	$r_o(mm)$	$E_o(GPa)$	$E_{to}(GPa)$	$\sigma_o(MPa)$	$\rho_o(kg/m^3)$	$\alpha_o(1/^\circ C)$	$k_o(W/m^\circ C)$
40	100	200	50	300	7850	12×10^{-6}	65

3.2 Mekanik Yükler

3.2.1 İç basınçlı disk

İçten basınçlı diskte her hangi bir dönme veya termal yüklere maruz kalmadığı için denklem (3.13)'ün sağ tarafı sıfıra eşit olur, gerilmelerin tayini için denklem (3.14) kullanılabilir.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = 0 \quad (3.14)$$

Elde edilen denklemin çözümü için diferansiyel denklemde t parametresine bağlı $r = e^t$ değişken dönüşümü yaparak gerilme fonksiyonu tayin edilebilir.

$$r = e^t \quad (3.15)$$

$$\frac{dr}{dt} = e^t \quad (3.16)$$

$$\frac{dF}{dr} = \frac{dF}{dt} \frac{dt}{dr} = e^{-t} \frac{dF}{dt} \quad (3.17)$$

$$\frac{d^2 F}{dr^2} = e^{-2t} \frac{d^2 F}{dt^2} - e^{-2t} \frac{dF}{dt} \quad (3.18)$$

Denklem (3.17) ve (3.18) , denklem (3.14)'de yerine konulursa,

$$\frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = 0 \quad (3.19)$$

Denklem (3.19) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen bir diferansiyel denklemdir.

Denklem (3.19)'un karakteristik denklemi,

$$m^2 - nm + (nv - 1) = 0 \quad (3.20)$$

Denklem (3.20)'nin kökleri,

$$m_{1,2} = \frac{n \pm k}{2} \quad (3.21)$$

Burada k pozitif sabittir.

$$k = \sqrt{n^2 - 4nv + 4} \quad (3.22)$$

Denklem (3.19)'un genel çözümü denklem (3.23)'teki gibi elde edilir.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.23)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, bu sabitlerin bulunabilmesi için aşağıda belirtilen sınır koşulları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = -P \quad (3.24)$$

$$\sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.25)$$

$$C_1 = \frac{-Pr_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.26)$$

$$C_2 = \frac{Pr_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.27)$$

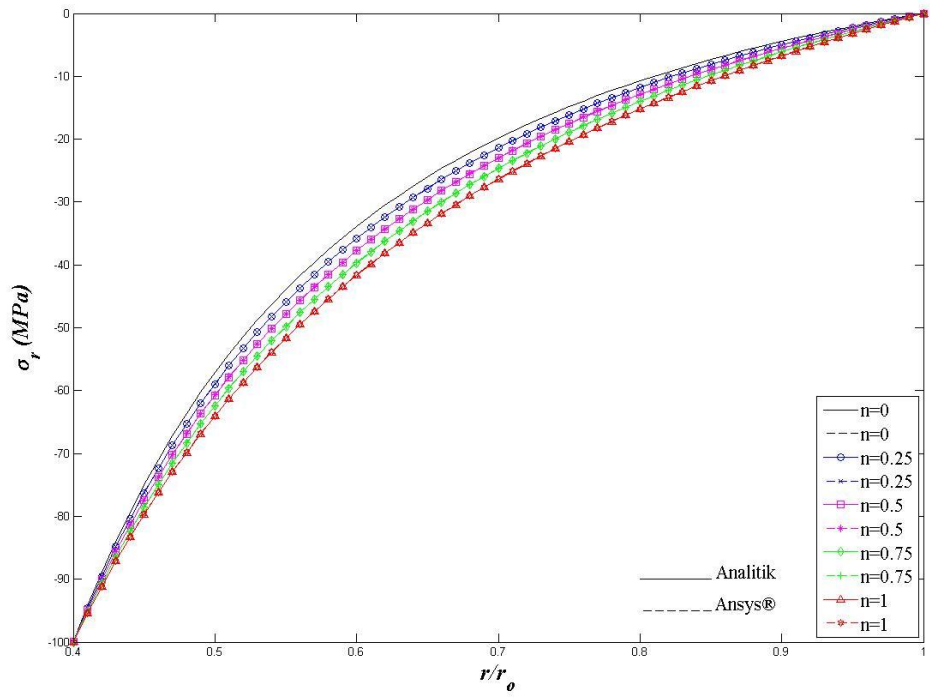
Radyal deplasman u , aşağıdaki gibi elde edilir.

$$u = \frac{r}{E(r)} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) \quad (3.28)$$

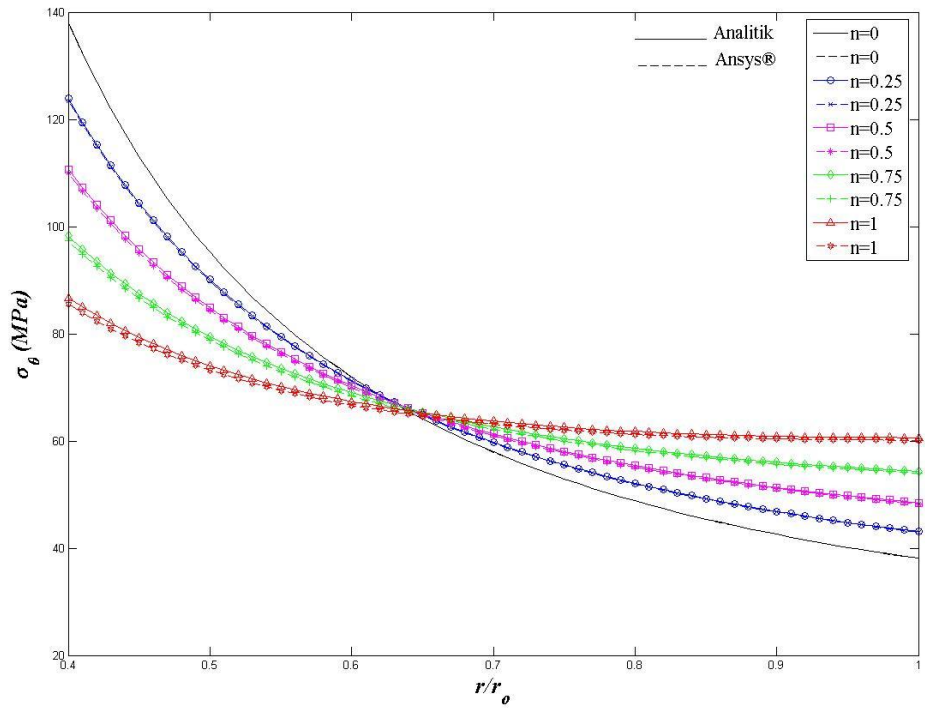
Radyal gerilmelerin ve teğetsel gerilmelerin yarıçap boyunca dağılımları Şekil 3.2 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.2a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında uygulanan iç basınca dış kısmında ise sıfıra eşit bulunmuştur. Sunulan analitik çözümle ANSYS ® paket programı kullanılarak yapılan nümerik çözümün son derece uyumlu olduğu Şekil 3.2'de gözükmemektedir. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Derecelendirme parametresinin artmasıyla radyal gerilmenin de yarıçap boyunca arttığı Şekil 3.2a'da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. İç basınçlı disk için radyal gerilme bileşeni maksimum iç yüzeyde elde edilmiştir.

Şekil 3.2b'de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel gerilme bileşeni en büyük diskin iç yüzeyinde oluşmuştur. Derecelendirme parametresinin artmasıyla teğetsel gerilmelerde Şekil 3.2b'de görüldüğü gibi kayda değer ölçüde çap boyunca homojen dağılımın olduğu gözükmemektedir. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde homojen malzeme için elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür. Uygulanan yükün artmasıyla gerilme bileşenlerinin değerleride artmaktadır.

Şekil 3.3'de ise radyal yöndeki yer değiştirme dağılımı gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan radyal yöndeki yer değiştirme değerleri dış yüzeyinde oluşan yer değiştirme değerlerinden daha büyüktür. Diskte oluşan radyal yer değiştirme maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için aldığı gözükmemektedir. Derecelendirme parametresi sıfıra yaklaştıkça radyal yöndeki yer değiştirme dağılımı daha homojen dağıldığı gözükmemektedir.

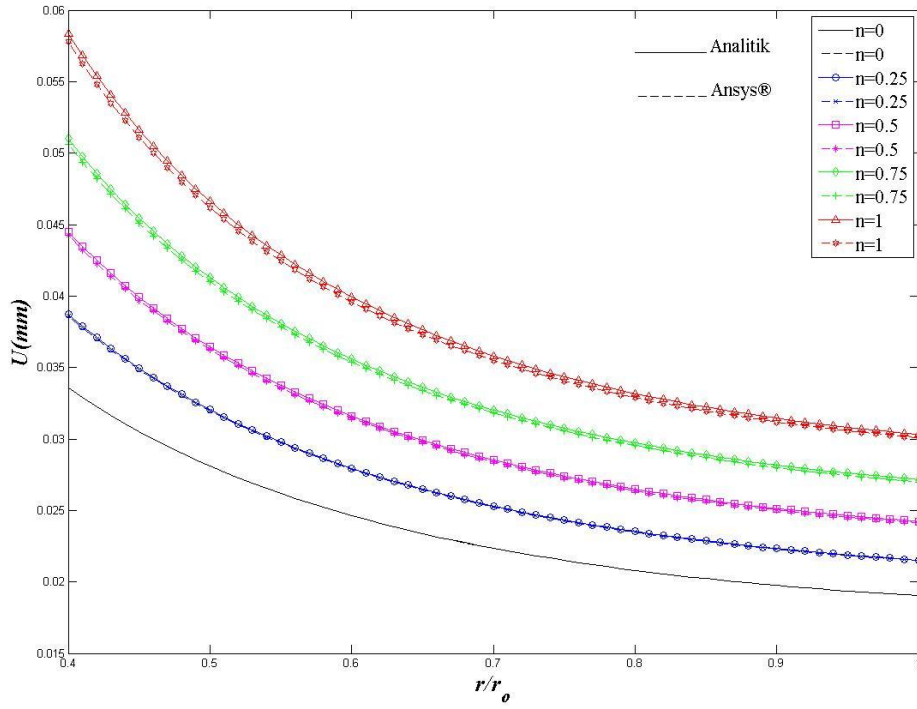


a)



b)

Şekil 3.2 : 100 MPa iç basınca maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.3 : 100 MPa iç basınca maruz diskte oluşan radyal yöndeki yerdeğiştirmeler

3.2.2 Dönen disk

Dönen diskte her hangi bir termal yüklere maruz kalmadığı için denklem (3.13) denklem (3.29)'e dönüşür, gerilmelerin tayini için denklem (3.29) kullanılabilir.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = \rho(r) \omega^2 r^3 \left(r \frac{E'(r)}{E(r)} - r \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} - 3 - \nu \right) \quad (3.29)$$

Elde edilen denklemin çözümü için diferansiyel denklemde t parametresine bağlı $r = e^t$ değişken dönüşümü yaparak gerilme fonksiyonu tayin edilebilir.

$$\frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (n\nu - 1)F = \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - \nu)}{r_o^\gamma} e^{(3+\gamma)t} \quad (3.30)$$

Denklem (3.30) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$\frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = 0 \quad (3.31)$$

Denklem (3.31)'in karakteristik denklemi,

$$m^2 - nm + (nv - 1) = 0 \quad (3.32)$$

Denklem (3.32)'nin kökleri,

$$m_{1,2} = \frac{n \pm k}{2} \quad (3.33)$$

Burada k pozitif sabittir.

$$k = \sqrt{n^2 - 4nv + 4} \quad (3.34)$$

Denklem (3.30)'un homojen çözümü denklem (3.35)'deki gibi elde edilir.

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.35)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = Ae^{(3+\gamma)t}, \quad \frac{dF}{dt} = (3+\gamma)Ae^{(3+\gamma)t}, \quad \frac{d^2 F}{dt^2} = (3+\gamma)^2 Ae^{(3+\gamma)t} \quad (3.36)$$

Denklem (3.36)'deki değerler denklem (3.30)'da yerine konulursa,

$$Ae^{(3+\gamma)t} \left((3+\gamma)^2 - n(3+\gamma) + vn - 1 \right) = \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - v)}{r_o^\gamma} e^{(3+\gamma)t} \quad (3.37)$$

$$A = \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - v)}{r_o^\gamma \left((3+\gamma)^2 - n(3+\gamma) + vn - 1 \right)} \quad (3.38)$$

Özel çözüm,

$$F_p = Ae^{(3+\gamma)t} = Ar^{(3+\gamma)} \quad (3.39)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + Ar^{(3+\gamma)} \quad (3.40)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.40)'daki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = \frac{F}{r} = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Ar^{(2+\gamma)} \quad (3.41)$$

$$\sigma_\theta = \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (3+\gamma)Ar^{(2+\gamma)} + \rho(r)\omega^2 r^2 \quad (3.42)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.43)$$

$$C_1 = \frac{A \left(-r_i^{(\gamma+2)} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + r_o^{(\gamma+2)} r_i^{\frac{n-k-2}{2}} \right)}{\frac{n+k-2}{r_i^{\frac{2}{2}}} \frac{n-k-2}{r_o^{\frac{2}{2}}} - \frac{n+k-2}{r_o^{\frac{2}{2}}} \frac{n-k-2}{r_i^{\frac{2}{2}}}} \quad (3.44)$$

$$C_2 = \frac{A \left(-r_o^{(\gamma+2)} r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + r_i^{(\gamma+2)} r_o^{\frac{n+k-2}{2}} \right)}{\frac{n+k-2}{r_i^{\frac{2}{2}}} \frac{n-k-2}{r_o^{\frac{2}{2}}} - \frac{n+k-2}{r_o^{\frac{2}{2}}} \frac{n-k-2}{r_i^{\frac{2}{2}}}} \quad (3.45)$$

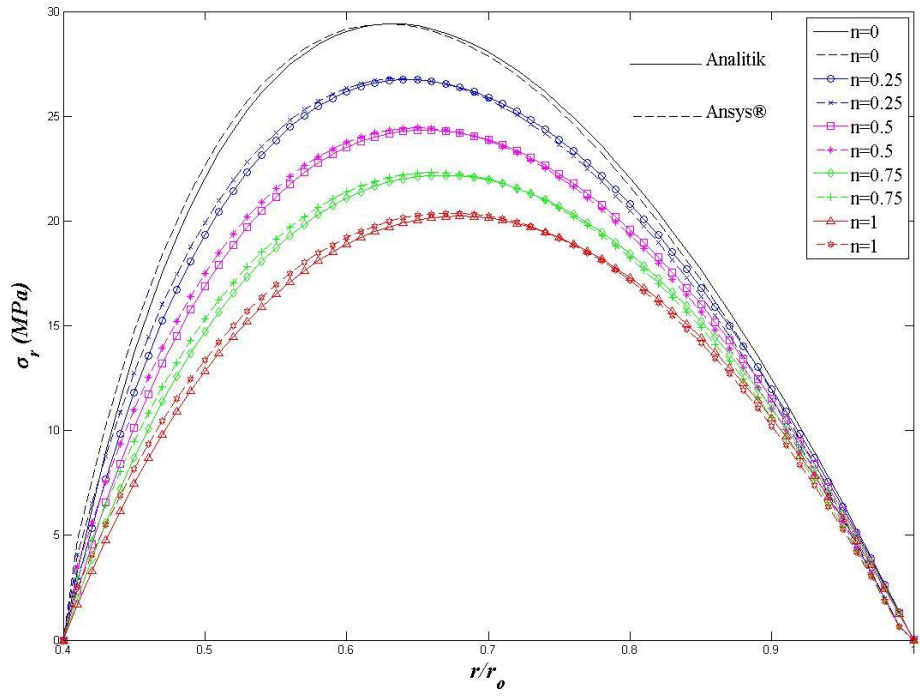
Radyal deplasman u , denklem (3.28)'den elde edilebilir.

Dönen bir diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.4 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.4a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Sunulan analitik çözümle ANSYS[®] paket programı kullanılarak yapılan nümerik çözümün son derece uyumluluğu Şekil 3.4'de gözükmemektedir. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme homojen malzeme için elde edilmiştir. Derecelendirme parametresinin artmasıyla gerilmelerde de yarıçap boyunca azaldığı Şekil 3.4a'da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima çeki durumundadır. Radyal gerilme bileşenleri

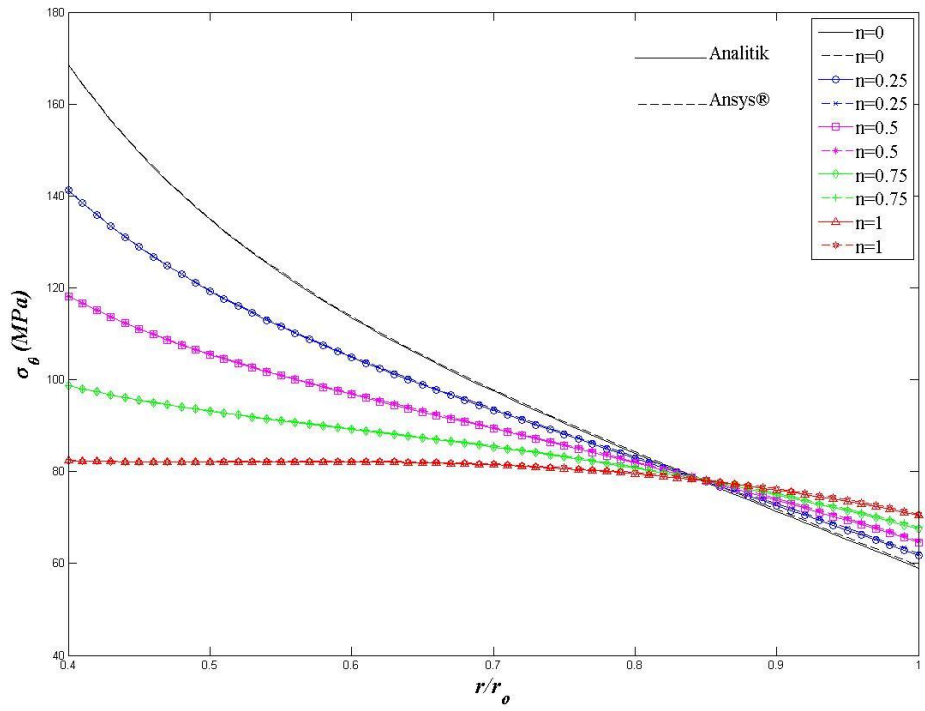
teğetsel gerilme bileşenleri ile yarı çap boyunca karşılaştırıldığında radyal gerilme bileşenlerinin küçük olduğu gözlemlenmektedir. Maksimum radyal gerilme değeri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.4b’de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel gerilme bileşeni en büyük diskin iç yüzeyinde oluşmuştur. Derecelendirme parametresinin artmasıyla teğesal gerilmelerde Şekil 3.4b’de görüldüğü gibi kayda değer ölçüde yarı çap boyunca homojen dağılım göstermektedir. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde homojen malzeme için elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür. Uygulanan yükün artmasıyla gerilme bileşenlerinin değerleride artmaktadır. Teğetsel gerilme bileşenlerinin yaklaşık olarak $r/r_o=0.85$ ’de kesiştiği gözükmemektedir. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür.

Şekil 3.5’de dönen bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan radyal yöndeki yer değiştirme değerleri dış yüzeyinde oluşan yer değiştirme değerlerinden daha büyüktür. Diskte oluşan radyal yer değiştirme maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Şekil 3.5’de derecelendirme parametresi sıfıra yaklaştıkça radyal yöndeki yer değiştirme dağılımı daha homojen dağıldığı gözükmemektedir.

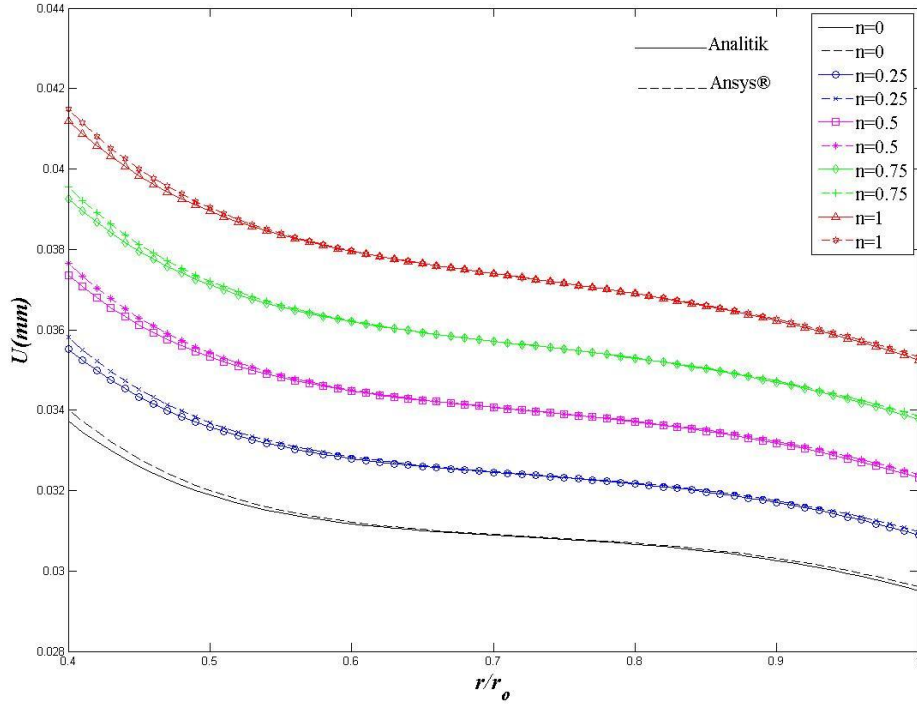


a)



b)

Şekil 3.4 : 50 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.5 : 50 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler

3.3 Termal yükler

3.3.1 Sabit sıcaklık altında termal gerilme analizi

Sabit sıcaklık altında, T_0 , gerilmelerin yayılışını bulmak için denklem (3.13) aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = -E(r)r^2 \alpha'(r)T(r) - E(r)r^2 \alpha(r)T'(r) \quad (3.46)$$

$$T(r) = T_0 \quad (3.47)$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = -\frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)}} e^{(\beta+n+1)t}, \quad (r = e^t) \quad (3.48)$$

Denklem (3.48) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.49)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = Be^{(\beta+n+1)t}, \quad \frac{dF}{dt} = (\beta+n+1)Be^{(\beta+n+1)t}, \quad \frac{d^2F}{dt^2} = (\beta+n+1)^2 Be^{(\beta+n+1)t} \quad (3.50)$$

Denklem (3.50)'deki değerler denklem (3.48)'da yerine konulursa,

$$Be^{(\beta+n+1)t} \left((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1 \right) = -\frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)}} e^{(\beta+n+1)t} \quad (3.51)$$

$$B = -\frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \left((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1 \right)} \quad (3.52)$$

Özel çözüm,

$$F_p = Be^{(\beta+n+1)t} = Br^{(\beta+n+1)} \quad (3.53)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + Br^{(\beta+n+1)} \quad (3.54)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.54)'teki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = \frac{F}{r} = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Br^{(\beta+n)} \quad (3.55)$$

$$\sigma_\theta = \frac{dF}{dr} = \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (\beta+n+1) Br^{(\beta+n)} \quad (3.56)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.57)$$

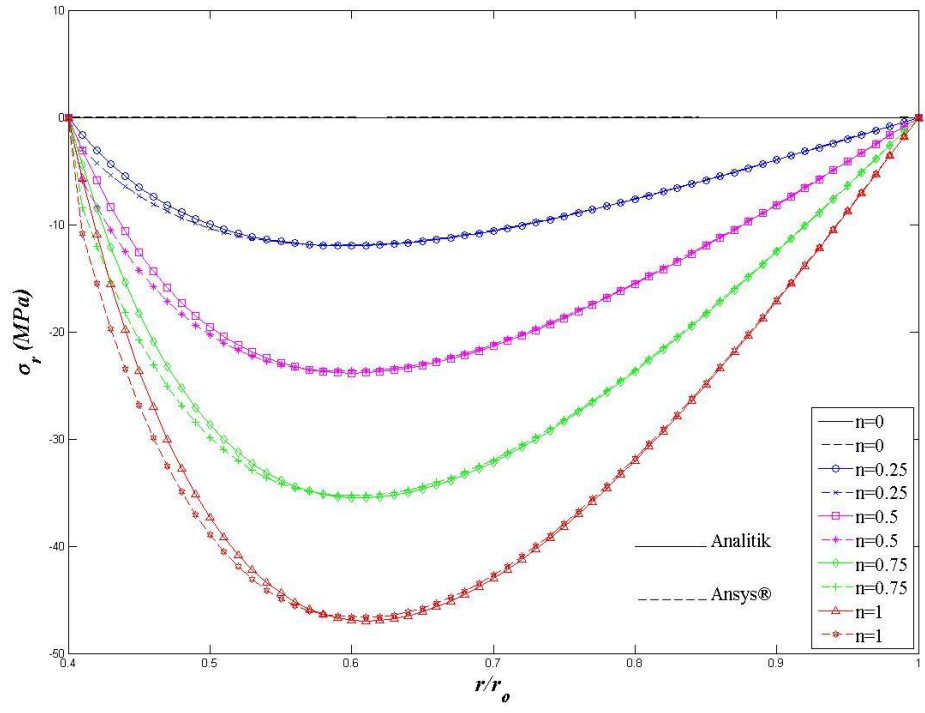
$$C_1 = \frac{B \left(-r_i^{(\beta+n)} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + r_o^{(\beta+n)} r_i^{\frac{n-k-2}{2}} \right)}{\frac{n+k-2}{r_i^2} \frac{n-k-2}{r_o^2} - \frac{n+k-2}{r_o^2} \frac{n-k-2}{r_i^2}} \quad (3.58)$$

$$C_2 = \frac{B \left(-r_o^{(\beta+n)} r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + r_i^{(\beta+n)} r_o^{\frac{n+k-2}{2}} \right)}{\frac{n+k-2}{r_i^2} \frac{n-k-2}{r_o^2} - \frac{n+k-2}{r_o^2} \frac{n-k-2}{r_i^2}} \quad (3.59)$$

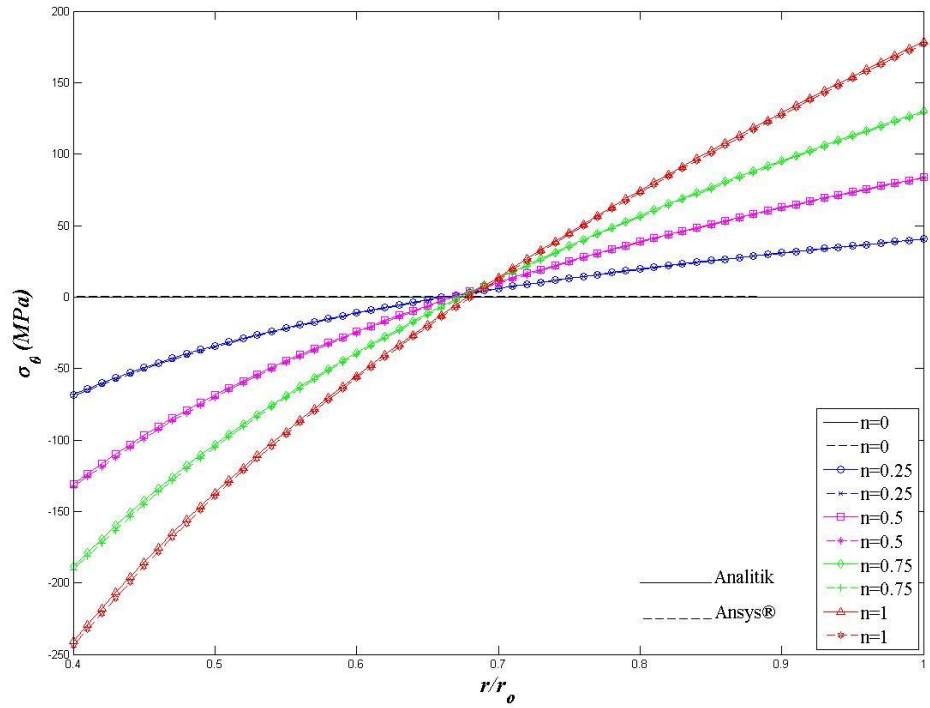
Radyal deplasman u , aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$u = \frac{r}{E(r)} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) + r \alpha(r) T(r) \quad (3.60)$$

Sabit sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.6 a ve b’de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.6a’da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça gerilmelerin arttığı Şekil 3.6a’da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Homojen malzeme için gerilme oluşmamıştır. Maksimum radyal gerilme değeri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

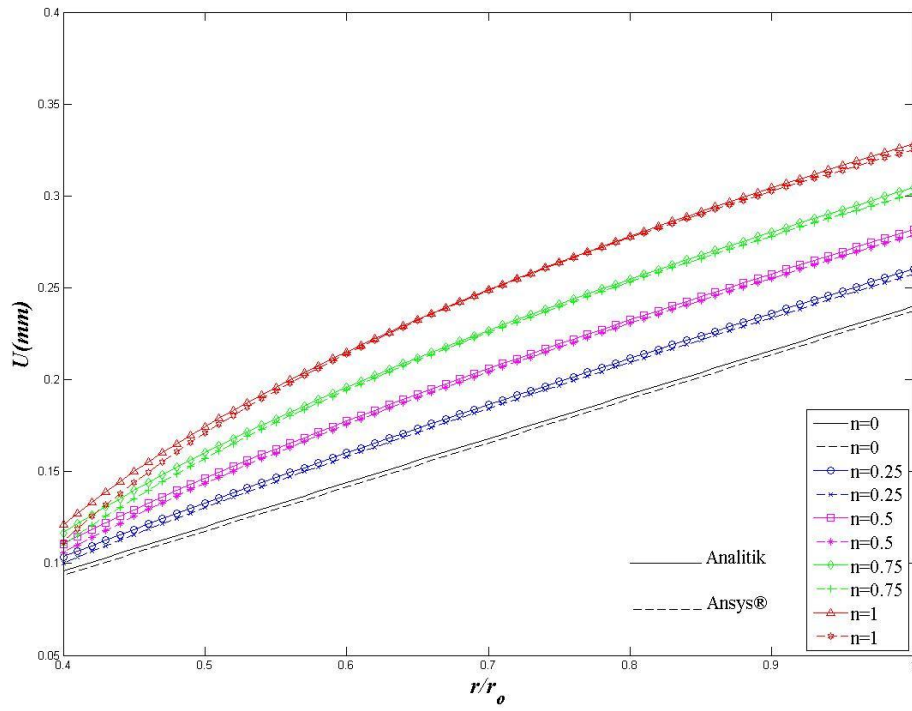


a)



b)

Şekil 3.6 : 200 °C sabit sıcaklıkta diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.7 : 200 °C sabit sıcaklıkta diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler

Şekil 3.6b’de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresinin arttıkça Şekil 3.6b’de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskın iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür.

Şekil 3.7’de sabit sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün arttığı Şekil 3.7’de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskın dış yüzeyinde almıştır. Yapılan analitik çözümle sonlu elemanlar çözümünün örtüştüğü görülmektedir. Homojen malzeme için herhangi bir gerilme değeri oluşmamasına rağmen radyal yönde yer değiştirme meydana gelmektedir.

3.3.2 Lineer azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi

Lineer azalan sıcaklık altında gerilmelerin dağılımını bulmak için denklem (3.46)'da gösterilen diferansiyel eşitlik kullanılabilir. Lineer azalan sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$T(r) = T_0 \frac{r_o - r}{r_o - r_i} \quad (3.61)$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-T_0}{r_o - r_i} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = \\ - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i)} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i)} (\beta + 1) e^{(\beta+n+2)t}, \quad (r = e^t) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Denklem (3.63) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.64)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = C e^{(\beta+n+1)t} + D e^{(\beta+n+2)t} \quad (3.65)$$

$$\frac{dF}{dt} = (\beta + n + 1) C e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n + 2) D e^{(\beta+n+2)t} \quad (3.66)$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = (\beta + n + 1)^2 C e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n + 2)^2 D e^{(\beta+n+2)t} \quad (3.67)$$

Denklem (3.65-67)'deki değerler denklem (3.63)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned}
& Ce^{(\beta+n+1)t} \left((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1 \right) \\
& + De^{(\beta+n+2)t} \left((\beta+n+2)^2 - n(\beta+n+2) + vn - 1 \right) = \\
& - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i)} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i)} (\beta+1) e^{(\beta+n+2)t}
\end{aligned} \tag{3.68}$$

$$C = - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i) \left((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1 \right)} \tag{3.69}$$

$$D = \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o - r_i) \left((\beta+n+2)^2 - n(\beta+n+2) + vn - 1 \right)} (\beta+1) \tag{3.70}$$

Özel çözüm,

$$F_p = Ce^{(\beta+n+1)t} + De^{(\beta+n+2)t} = Cr^{(\beta+n+1)} + Dr^{(\beta+n+2)} \tag{3.71}$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + Cr^{(\beta+n+1)} + Dr^{(\beta+n+2)} \tag{3.72}$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.72)'deki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan

σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = \frac{F}{r} = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Cr^{(\beta+n)} + Dr^{(\beta+n+1)} \tag{3.73}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_\theta = & \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \\
& + (\beta+n+1)Cr^{(\beta+n)} + (\beta+n+2)Dr^{(\beta+n+1)}
\end{aligned} \tag{3.74}$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \tag{3.75}$$

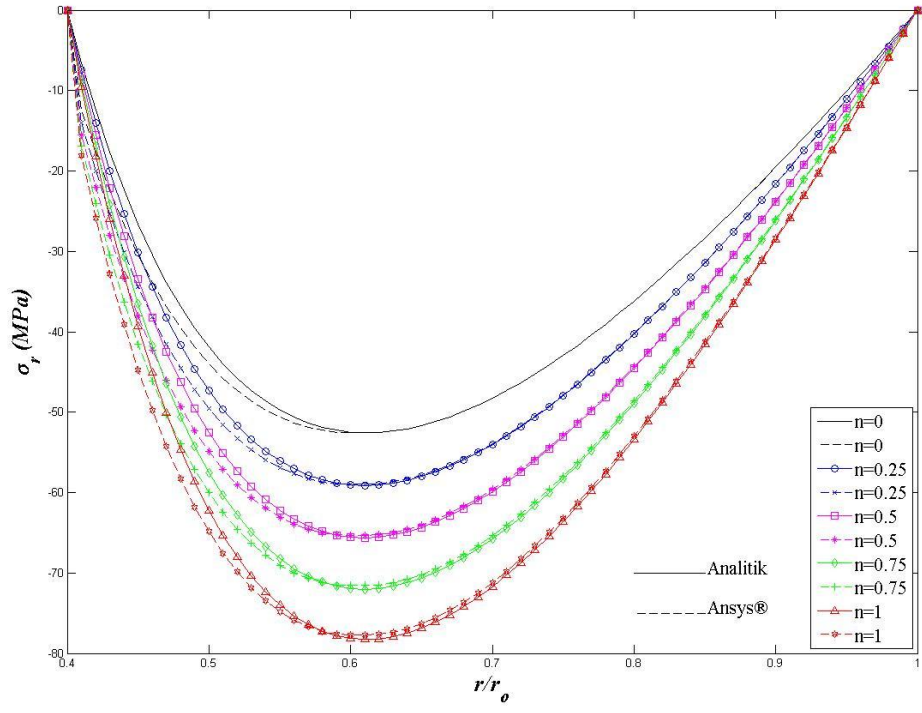
$$C_1 = \frac{-\left(Cr_i^{(\beta+n)} + Dr_i^{(\beta+n+1)}\right)r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(Cr_o^{(\beta+n)} + Dr_o^{(\beta+n+1)}\right)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.76)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Cr_o^{(\beta+n)} + Dr_o^{(\beta+n+1)}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(Cr_i^{(\beta+n)} + Dr_i^{(\beta+n+1)}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.77)$$

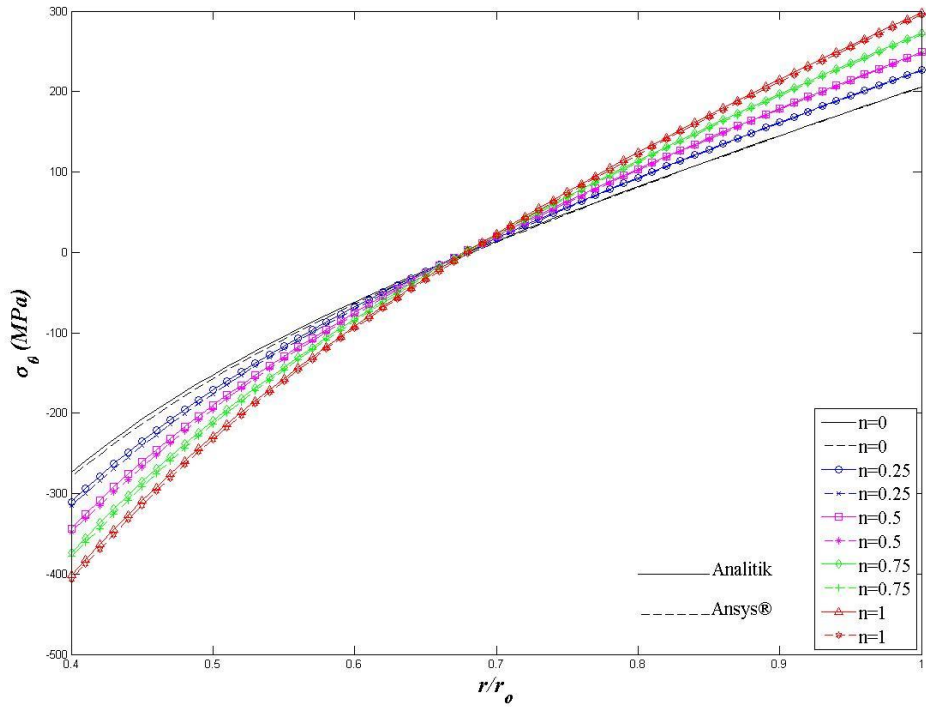
Radyal deplasman u , denklem (3.60)'dan bulunabilir.

Lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.8 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.8a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça hem radyal hem de teğetsel gerilme değerlerinin arttığı Şekil 3.8a ve b'de açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Minimum radyal gerilme dağılımı homojen malzemede oluşmuştur. Maksimum radyal gerilme değeri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.8b'de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresinin arttıkça Şekil 3.8b'de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür.

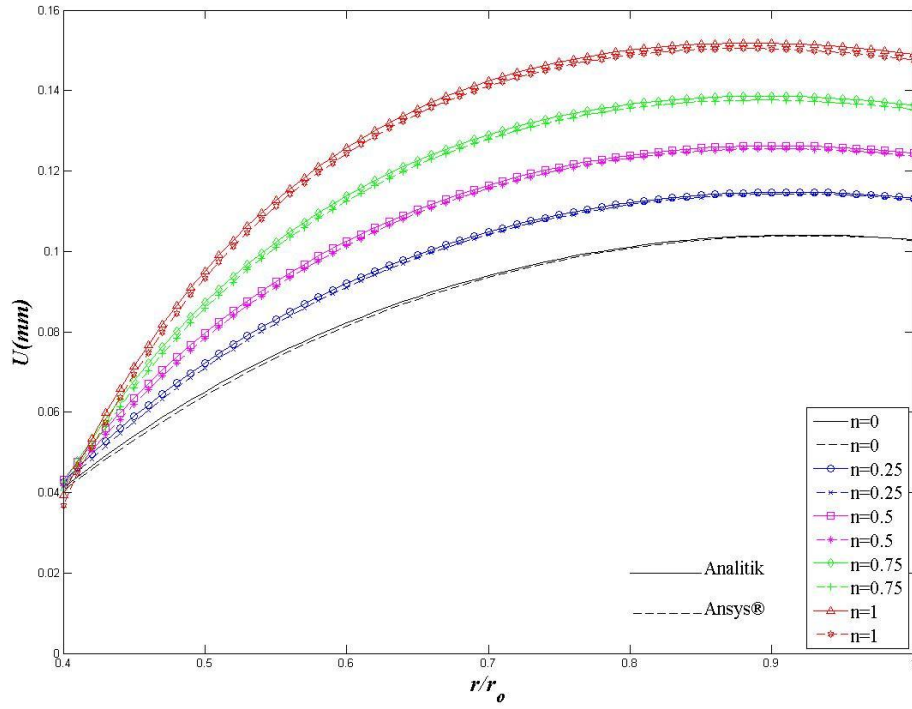


a)



b)

Şekil 3.8 : 200 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.9 : 200 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler

Şekil 3.9’de lineer azalan sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün artığı Şekil 3.9’de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskten dış yüzeyinde almıştır. Homojen malzeme minimum radyal yönde yer değiştirme dağılımı bulunmuştur. Sunulan analitik çözümle ANSYS® paket programı kullanılarak yapılan nümerik çözümün son derece uyumluluğu Şekil 3.9’de görülmektedir.

3.3.3 Parabolik azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi

Parabolik azalan sıcaklık altında gerilmelerin dağılımını bulmak için denklem (3.46)’da gösterilen diferansiyel denklem kullanılabilir. Parabolik azalan sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$T(r) = T_0 \frac{r_o^2 - r^2}{r_o^2 - r_i^2} \quad (3.78)$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-2rT_0}{r_o^2 - r_i^2} \quad (3.79)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = \\ - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o^2}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2)} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2)} (\beta + 2) e^{(\beta+n+3)t}, \quad (r = e^t) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Denklem (3.80) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.81)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = H e^{(\beta+n+1)t} + G e^{(\beta+n+3)t} \quad (3.82)$$

$$\frac{dF}{dt} = (\beta + n + 1) H e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n + 3) G e^{(\beta+n+3)t} \quad (3.83)$$

$$\frac{d^2F}{dt^2} = (\beta + n + 1)^2 H e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n + 3)^2 G e^{(\beta+n+3)t} \quad (3.84)$$

Denklem (3.82-84)'deki değerler denklem (3.80)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned} H e^{(\beta+n+1)t} \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right) \\ + G e^{(\beta+n+3)t} \left((\beta + n + 3)^2 - n(\beta + n + 3) + vn - 1 \right) = \\ - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o^2}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2)} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2)} (\beta + 2) e^{(\beta+n+3)t} \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$H = - \frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o^2}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2) \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (3.86)$$

$$G = \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^2 - r_i^2) \left((\beta + n + 3)^2 - n(\beta + n + 3) + vn - 1 \right)} (\beta + 2) \quad (3.87)$$

Özel çözüm,

$$F_p = He^{(\beta+n+1)t} + Ge^{(\beta+n+3)t} = Hr^{(\beta+n+1)} + Gr^{(\beta+n+3)} \quad (3.88)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + Hr^{(\beta+n+1)} + Gr^{(\beta+n+3)} \quad (3.89)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.89)'daki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan

σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Hr^{(\beta+n)} + Gr^{(\beta+n+2)} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \\ & + (\beta+n+1) Hr^{(\beta+n)} + (\beta+n+3) Gr^{(\beta+n+2)} \end{aligned} \quad (3.91)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.92)$$

$$C_1 = \frac{-\left(Hr_i^{(\beta+n)} + Gr_i^{(\beta+n+2)}\right)r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(Hr_o^{(\beta+n)} + Gr_o^{(\beta+n+2)}\right)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.93)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Hr_o^{(\beta+n)} + Gr_o^{(\beta+n+2)}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(Hr_i^{(\beta+n)} + Gr_i^{(\beta+n+2)}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.94)$$

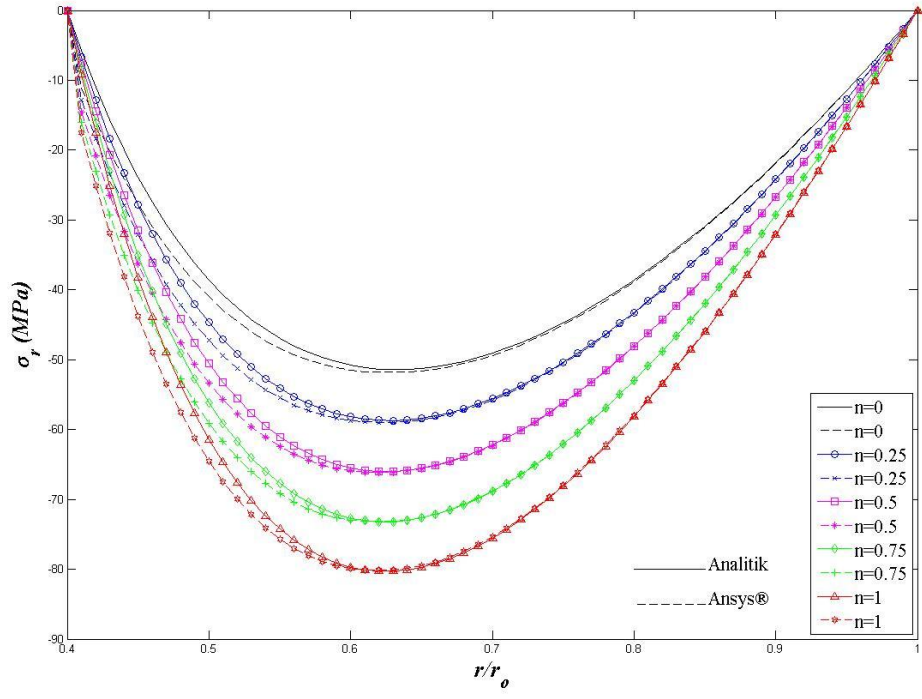
Radyal deplasman u, denklem (3.60)'dan bulunabilir.

Parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.10 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.10a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça radyal gerilme

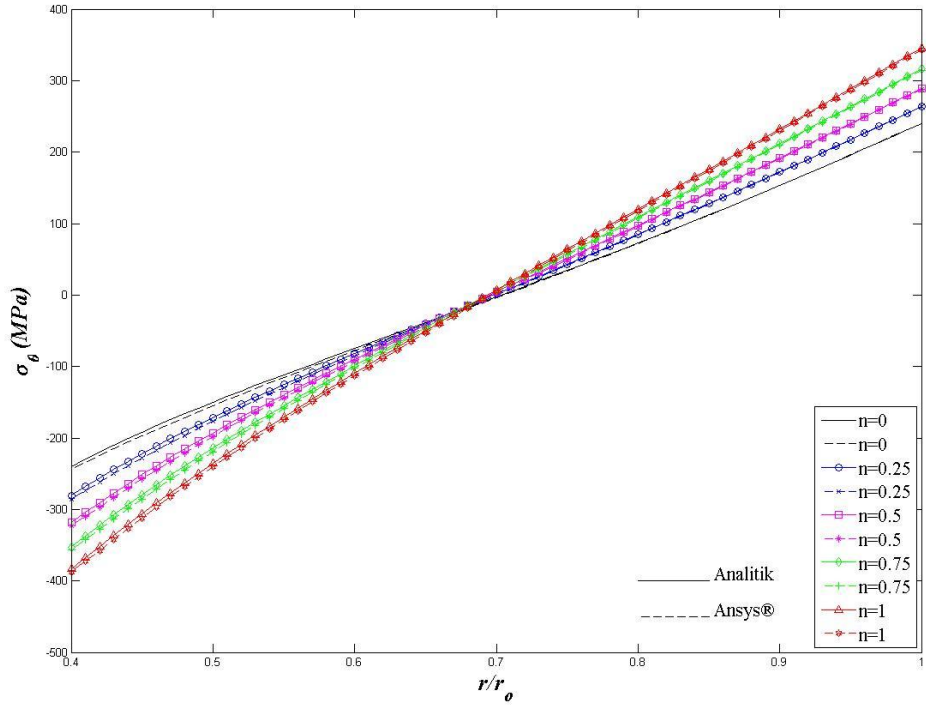
değerlerindeki sürekli arttığı Şekil 3.10a'da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Minimum radyal gerilme dağılımı homojen malzemede oluşmuştur. Maksimum radyal gerilme değeri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.10b'de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresinin arttıkça Şekil 3.10b'de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bası durumunda elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür. Sunulan analitik çözümden elde edilen sonuçlarla ANSYS® paket programı kullanılarak elde edilen sonuçlar Şekil 3.10 a ve b' de görüldüğü gibi son derece uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Şekil 3.11'de parabolik azalan sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün bir şekilde arttığı Şekil 3.11'de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskin dış yüzeyinde almıştır. Homojen malzeme minimum radyal yönde yer değiştirme dağılımı bulunmuştur. Sunulan analitik çözümle ANSYS ® paket programı kullanılarak yapılan nümerik çözümün son derece uyumluluğu Şekil 3.11'de gözükmemektedir.

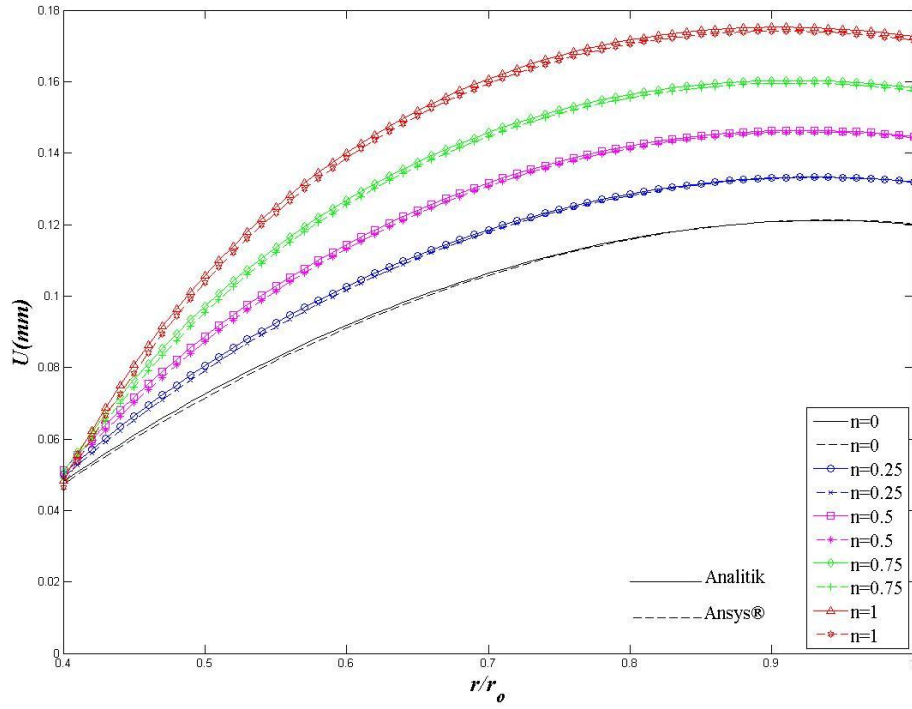


a)



b)

Şekil 3.10 : 200 °C ‘de parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.11 : 200 °C ‘de parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğıştirmeler

3.3.4 Logaritmik azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi

Logaritmik azalan sıcaklık altında gerilmelerin yayılışını bulmak için denklem (3.46)’da gösterilen diferansiyel eşitlik kullanılır. Logaritmik azalan sıcaklık dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$T(r) = T_0 \frac{\ln(r_o/r)}{\ln(r_o/r_i)} \quad (3.95)$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{T_0}{r \log(r_o/r_i)} \quad (3.96)$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i)} (1 - \beta \log(r_o)) e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i)} \log(e^t) e^{(\beta+n+1)t} \quad (3.97)$$

Denklem (3.97) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.98)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = Le^{(\beta+n+1)t} + K \log(e^t) e^{(\beta+n+1)t} \quad (3.99)$$

$$\frac{dF}{dt} = (\beta + n + 1)Le^{(\beta+n+1)t} + Ke^{(\beta+n+1)t} + K \log(e^t)(\beta + n + 1)e^{(\beta+n+1)t} \quad (3.100)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} &= (\beta + n + 1)^2 Le^{(\beta+n+1)t} + 2(\beta + n + 1)Ke^{(\beta+n+1)t} \\ &+ K \log(e^t)(\beta + n + 1)^2 e^{(\beta+n+1)t} \end{aligned} \quad (3.101)$$

Denklem (3.99-101)'deki değerler denklem (3.97)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned} &K \log(e^t) e^{(\beta+n+1)t} \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right) \\ &+ Le^{(\beta+n+1)t} \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right) \\ &+ Ke^{(\beta+n+1)t} (2(\beta + n + 1) - n) = \\ &\frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i)} (1 - \beta \log(r_o)) e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} l \log(r_o/r_i)} \log(e^t) e^{(\beta+n+1)t} \end{aligned} \quad (3.102)$$

$$K = \frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} l \log(r_o/r_i) \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (3.103)$$

$$L = \frac{E_o \alpha_o T_o (1 - \beta \log(r_o)) - K r_o^{(\beta+n)} l \log(r_o/r_i) (2\beta + n + 2)}{r_o^{(\beta+n)} l \log(r_o/r_i) \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (3.104)$$

Özel çözüm,

$$F_p = Le^{(\beta+n+1)t} + K \log(e^t) e^{(\beta+n+1)t} = L r^{(\beta+n+1)} + K \log(r) r^{(\beta+n+1)} \quad (3.105)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + L r^{(\beta+n+1)} + K \log(r) r^{(\beta+n+1)} \quad (3.106)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.106)'daki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan

σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + L r^{(\beta+n)} + K \log(r) r^{(\beta+n)} \quad (3.107)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \\ & + (\beta+n+1) L r^{(\beta+n)} + K r^{(\beta+n)} + K \log(r) (\beta+n+1) r^{(\beta+n)} \end{aligned} \quad (3.108)$$

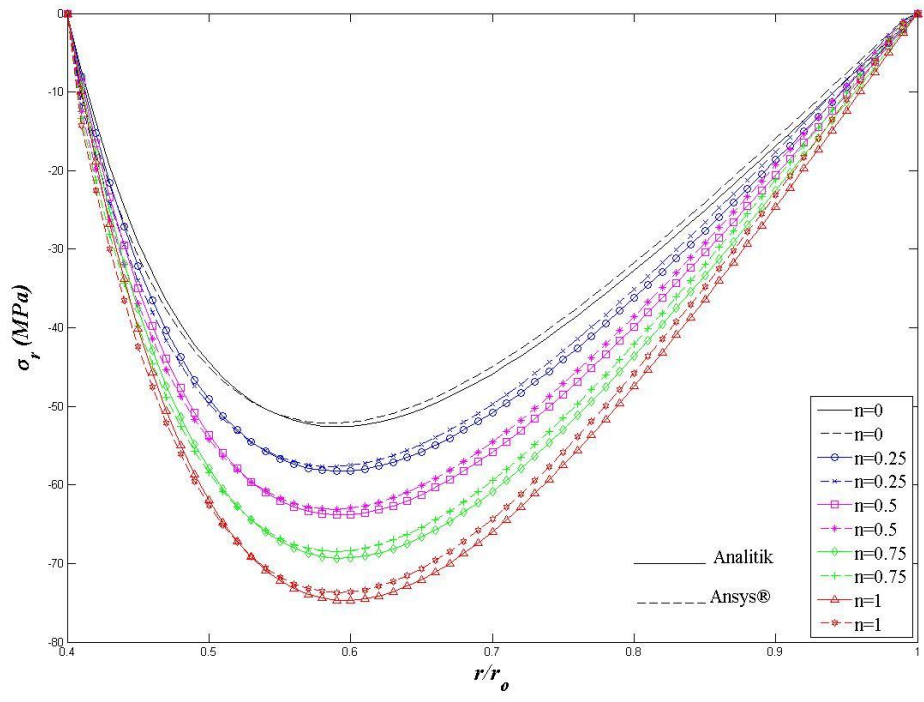
C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.109)$$

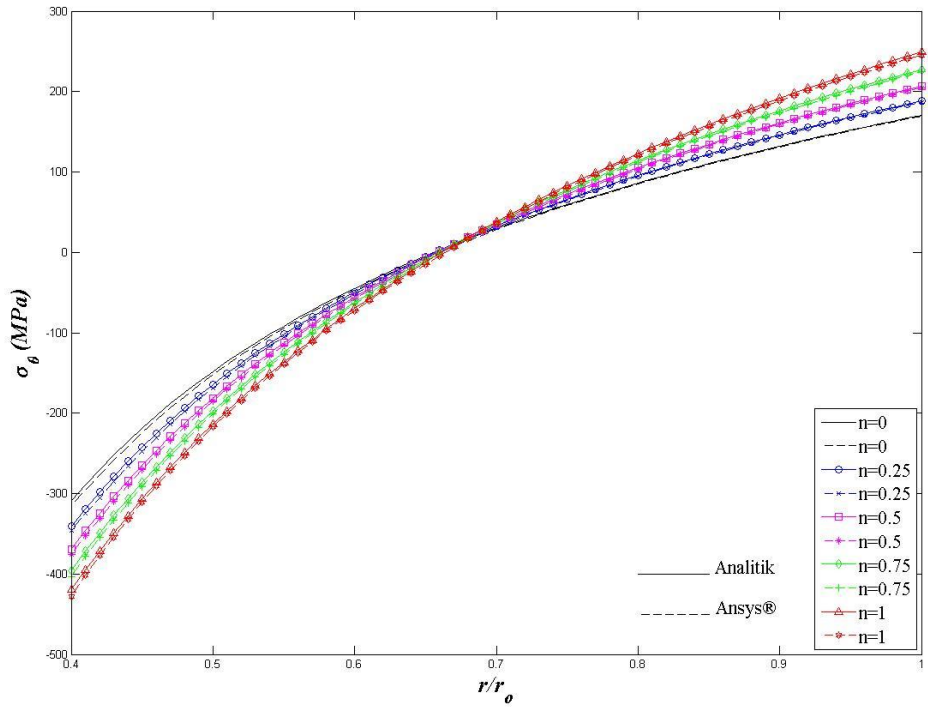
$$C_1 = \frac{-\left(L r_i^{(\beta+n)} + K \log(r_i) r_i^{(\beta+n)} \right) r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(L r_o^{(\beta+n)} + K \log(r_o) r_o^{(\beta+n)} \right) r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.110)$$

$$C_2 = \frac{-\left(L r_o^{(\beta+n)} + K \log(r_o) r_o^{(\beta+n)} \right) r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(L r_i^{(\beta+n)} + K \log(r_i) r_i^{(\beta+n)} \right) r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.111)$$

Radyal deplasman u , denklem (3.60)'dan bulunabilir. Şekil 3.12'de logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilmeler gösterilmiştir.



a)



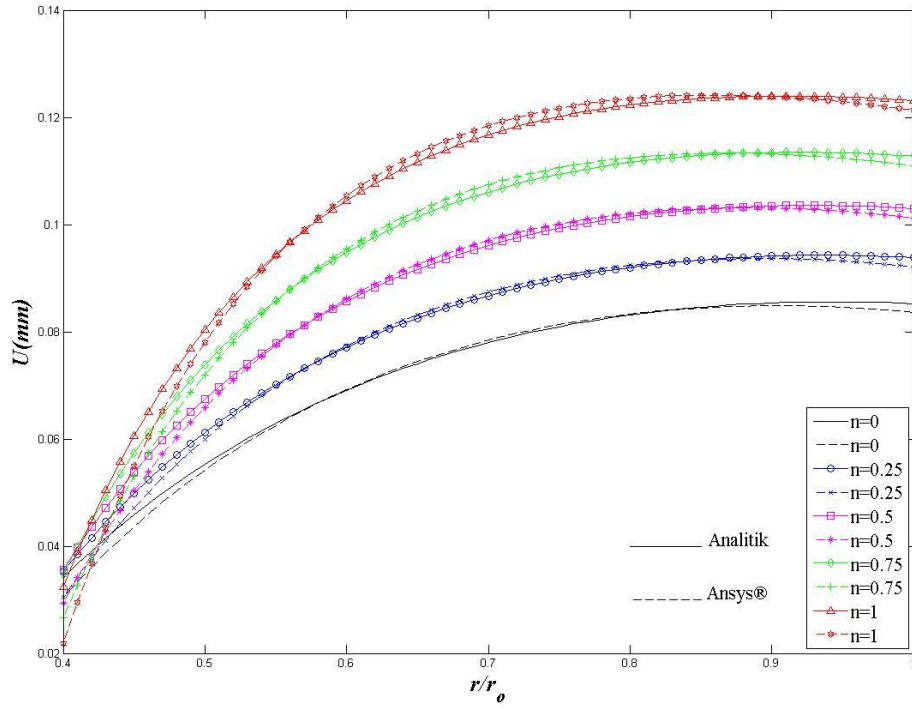
b)

Şekil 3.12 : 200 °C ‘de logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme dağılımı

Logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.12 a ve b’de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.12a’da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça radyal gerilme değerlerindeki sürekli arttığı Şekil 3.12a’da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Minimum radyal gerilme dağılımı homojen malzemede oluşmuştur. Maksimum radyal gerilme değeri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.12b’de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresinin arttıkça Şekil 3.12b’de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bası durumunda elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür. Sunulan analitik çözümden elde edilen sonuçlarla ANSYS® paket programı kullanılarak elde edilen sonuçlar kıyaslandığında Şekil 3.12 a ve b’ de görüldüğü gibi bir biriyle uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

Şekil 3.13’de logaritmik azalan sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün bir şekilde arttığı Şekil 3.13’de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskin dış yüzeyinde almıştır. Homojen malzemede minimum radyal yönde yer değiştirme dağılımı oluşmuştur.



Şekil 3.13 : 200 °C ‘de logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler

Tablo 3.2’de radyal yöndeki yer değıştirmenin sırasıyla sabit sıcaklığa, lineer, parabolik ve logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yöndeki yer değıştirme değeri diskin iç ve dış yüzeyleri için verilmiştir. Dikkat edilecek olursa sabit sıcaklıkta homojen malzemedde gerilme oluşmamasına rağmen radyal yönde yer değıştirme mevcuttur. En büyük radyal yönde yer değıştirme diskin dış yüzeyinde sabit sıcaklığa maruz derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. En küçük radyal yöndeki yer değıştirme değeri ise diskin iç yüzeyinde logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte meydana gelmektedir. Genel olarak bütün sıcaklık dağılımlarında ve derecelendirme parametreleri için, radyal yöndeki yer değıştirme diskin iç kısmında dış kısmına göre daha küçüktür. Fakat diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine gittikçe, radyal yöndeki yer değıştirmenin artığı önemli sonuçlar arasındadır.

Tablo 3.2: Sıcaklık dağılımına göre, teğetsel gerilme , radyal gerilme ve radyal yöndeki yer değiştirme değerleri

Yükleme durumu		Derecelendirme Parametresi				
Sabit	Değerler	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
$\sigma_r(MPa)$	Maksimum	-	-11.991	-23.850	-35.514	-46.967
	r/r_o	-	0.600	0.600	0.610	0.610
$\sigma_\theta(MPa)$	İç	-	-68.213	-131.060	-188.586	-240.884
	Dış	-	40.467	83.769	129.905	178.847
$U(mm)$	İç	0.096	0.104	0.110	0.116	0.120
	Dış	0.240	0.260	0.282	0.305	0.329
Lineer		Değerler				
$\sigma_r(MPa)$	Maksimum	-52.573	-59.113	-65.603	-72.004	-78.278
	r/r_o	0.610	0.610	0.610	0.610	0.610
$\sigma_\theta(MPa)$	İç	-274.286	-310.412	-343.634	-373.971	-401.474
	Dış	205.714	226.508	248.836	272.697	298.079
$U(mm)$	İç	0.041	0.043	0.043	0.042	0.039
	Dış	0.103	0.113	0.124	0.136	0.149
Parabolik		Değerler				
$\sigma_r(MPa)$	Maksimum	-51.425	-58.713	-65.983	-73.202	-80.294
	r/r_o	0.630	0.630	0.620	0.620	0.620
$\sigma_\theta(MPa)$	İç	-240.000	-280.765	-318.247	-352.471	-383.493
	Dış	240.000	263.781	289.295	316.544	345.511
$U(mm)$	İç	0.048	0.050	0.051	0.051	0.048
	Dış	0.120	0.132	0.145	0.158	0.173
Logaritmik		Değerler				
$\sigma_r(MPa)$	Maksimum	-52.590	-58.245	-63.829	-69.309	-74.679
	r/r_o	0.590	0.590	0.590	0.590	0.600
$\sigma_\theta(MPa)$	İç	-309.503	-340.682	-369.363	-395.562	-419.320
	Dış	170.497	188.129	207.078	227.346	248.923
$U(mm)$	İç	0.034	0.035	0.035	0.034	0.030
	Dış	0.085	0.094	0.104	0.114	0.124

Tablo 3.2’de yükleme durumu ve derecelendirme parametresine göre, diskin iç ve dış yüzeylerindeki teğetsel gerilme, radyal yöndeki yer değiştirme değerleri ve radyal gerilmenin maksimum değeri ve olduğu yer verilmiştir. Tablo 3.2’de görüleceği gibi yaklaşık olarak $r/r_o=0.61$ ’ de bütün sıcaklık dağılımlarında radyal gerilme maksimum değerine ulaşmaktadır. Sıcaklık dağılımının etkisi radyal gerilmeye göre incelenecek olursa en büyük radyal gerilme parabolik sıcaklık dağılımında derecelendirme parametresinin en büyük değeri için $r/r_o=0.62$ ’de oluşmaktadır. Tablo 3.2’den de anlaşılabileceği gibi malzeme içerisinde oluşan gerilmelerin değerlerinde de sıcaklık dağılımının etkisi mevcuttur.

Tablo 3.2’de diskin iç ve dış yüzeylerinde oluşan teğetsel gerilme değerleri verilmiştir. Genel olarak bütün sıcaklık dağılımlarında diskin iç yüzeyinde oluşan teğetsel gerilme değeri diskin dış yüzeyinde oluşan gerilme değerinden daha büyüktür. Tablo 3.2’den bakılacak olursa en büyük teğetsel gerilme diskin iç yüzeyinde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için logaritmik sıcaklık dağılımında elde edilmiştir.

3.3.5 Kararlı hal azalan sıcaklık altında termal gerilme analizi

3.3.5.1 Termal analiz

Homojen olmayan bir diskte sıcaklık dağılımını elde etmek için aşağıdaki silindirik koordinatlarda yazılmış ısı yayılım denklemi aşağıdaki haliyle kullanılabilir.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.112)$$

Burada ;

z, r ve θ : silindirik koordinatlar

t : zaman

T : sıcaklık dağılımı

k : ısı iletkenlik katsayısı

q''' : birim zamanda birim hacime düşen ısı üretimi

ρ : yoğunluğu

C_p : özgül ısıyı göstermektedir.

Problemdeki sıcaklık değişimi yalnızca yarıçap yönünde, sıcaklık değişimi zamandan bağımsız (steady state) olduğundan eşitliğin sağ tarafı tamamen sıfıra eşit olur ve herhangi bir ısı üretimi olmadığından eşitlik denklem (3.113)'deki halini alır.

$$rk \frac{d^2T}{dr^2} + \left(k + r \frac{dk}{dr} \right) \frac{dT}{dr} = 0 \quad (3.113)$$

Burada k , ısı iletim katsayısını göstermektedir, denklem (3.1)' de tanımlanmıştır. Denklem (3.1)'deki ısı iletim katsayısı denklem (3.113)'de yerine konulur ve çözülürse;

$$T(r) = C_1 + C_2 r^{-\lambda} \quad (3.114)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$T(r_i) = T_i, \quad T(r_o) = T_o \quad (3.115)$$

$$C_1 = \frac{T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda}}{r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}} \quad (3.116)$$

$$C_2 = \frac{T_o - T_i}{r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}} \quad (3.117)$$

$$T(r) = \frac{T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda}}{r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}} + \frac{T_o - T_i}{r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}} r^{-\lambda} \quad (3.118)$$

Malzemenin homejen olması durumu için denklem (3.113) yeniden çözülürse sıcaklık dağılımı denklem (3.119) ile bulunabilir.

$$T(r) = C_1 + C_2 \log(r) \quad (3.119)$$

C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, denklem (3.115)'deki sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$C_1 = \frac{T_i \log(r_o) - T_o \log(r_i)}{\log(r_o/r_i)} \quad (3.120)$$

$$C_2 = \frac{T_o - T_i}{\log(r_o/r_i)} \quad (3.121)$$

3.3.5.2 Termal gerilme analizi

Denklem (3.46)'daki sıcaklık fonksiyonunun yerine, denklem (3.118)'deki değerleri yerine konulur ve $r = e^t$ değişken dönüşümü yapılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F = \\ - \frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} (\lambda - \beta) e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \end{aligned} \quad (3.122)$$

Denklem (3.122) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.123)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = J e^{(\beta+n+1)t} + Q e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.124)$$

$$\frac{dF}{dt} = (\beta + n + 1) J e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n - \lambda + 1) Q e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.125)$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = (\beta + n + 1)^2 J e^{(\beta+n+1)t} + (\beta + n - \lambda + 1)^2 Q e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.126)$$

Denklem (3.124-126)'daki değerler denklem (3.122)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned} J e^{(\beta+n+1)t} ((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1) \\ + Q e^{(\beta+n-\lambda+1)t} ((\beta + n - \lambda + 1)^2 - n(\beta + n - \lambda + 1) + vn - 1) = \\ - \frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} (\lambda - \beta) e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \end{aligned} \quad (3.127)$$

$$J = -\frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1)} \quad (3.128)$$

$$Q = \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n-\lambda+1)^2 - n(\beta+n-\lambda+1) + vn - 1)} (\lambda - \beta) \quad (3.129)$$

Özel çözüm,

$$F_p = J e^{(\beta+n+1)t} + Q e^{(\beta+n-\lambda+1)t} = J r^{(\beta+n+1)} + Q r^{(\beta+n-\lambda+1)} \quad (3.130)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + J r^{(\beta+n+1)} + Q r^{(\beta+n-\lambda+1)} \quad (3.131)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.131)'deki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan

σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + J r^{(\beta+n)} + Q r^{(\beta+n-\lambda)} \quad (3.132)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \\ & + (\beta+n+1) J r^{(\beta+n)} + Q (\beta+n-\lambda+1) r^{(\beta+n-\lambda)} \end{aligned} \quad (3.133)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.134)$$

$$C_1 = \frac{-\left(J r_i^{(\beta+n)} + Q r_i^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(J r_o^{(\beta+n)} + Q r_o^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.135)$$

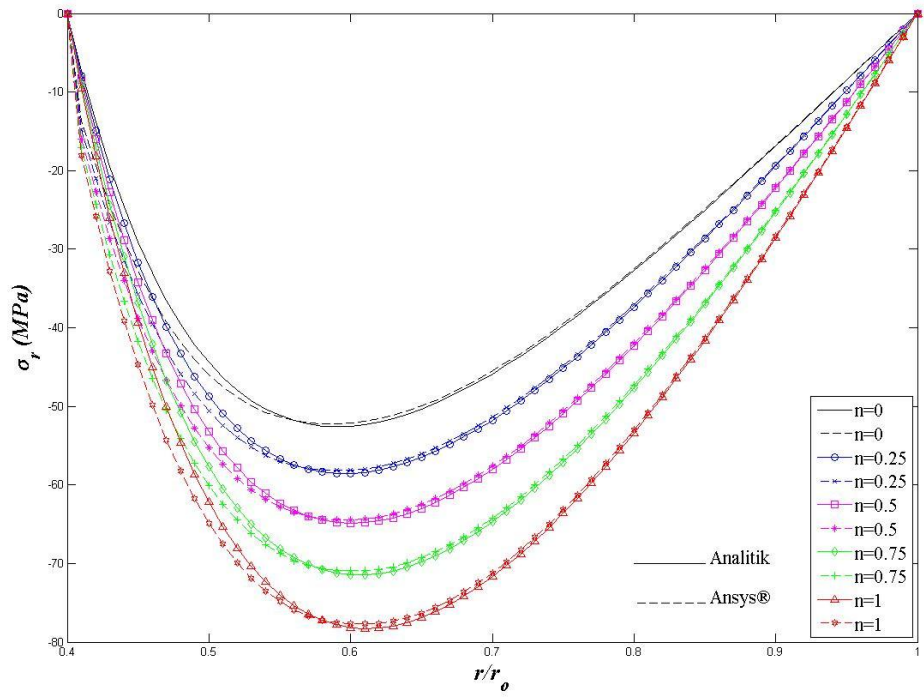
$$C_2 = \frac{-\left(J r_o^{(\beta+n)} + Q r_o^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(J r_i^{(\beta+n)} + Q r_i^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (3.136)$$

Radyal deplasman u , denklem (3.60)'dan bulunabilir.

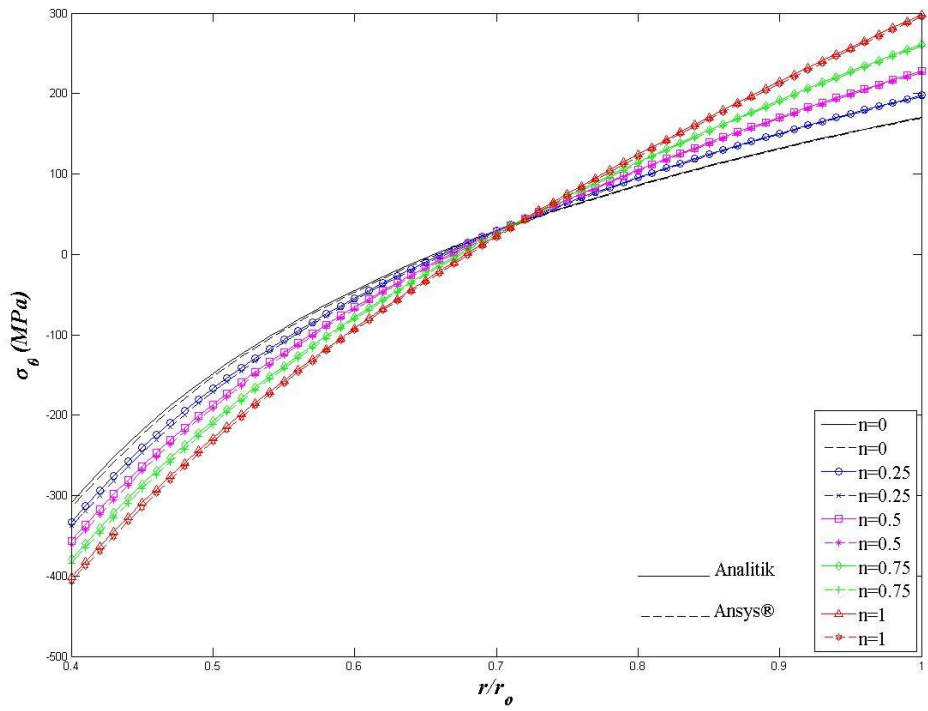
Kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal ve teğetsel gerilme dağılımları Şekil 3.14 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 3.14a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça radyal gerilme değerlerinde sürekli arttığı Şekil 3.14a'da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Minimum radyal gerilme dağılımı homojen malzemede oluşmuştur. Maksimum radyal gerilme değerleri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.14b'de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresinin arttıkça Şekil 3.14b'de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bası durumunda elde edilmiştir. Diskin iç yüzeyinde oluşan gerilme değerleri dış yüzeyinde oluşan gerilme değerlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür. Sunulan analitik çözümden elde edilen sonuçlarla ANSYS® paket programı kullanılarak elde edilen sonuçlar kıyaslandığında Şekil 3.14 a ve b' de görüldüğü gibi bir biriyle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

Şekil 3.15'de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün bir şekilde arttığı Şekil 3.15'de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskin dış yüzeyinde almıştır. Homojen malzemede minimum radyal yönde yer değiştirme dağılımı oluşmuştur. Isı iletim katsayısının derecelendirme parametresine bağlı olarak, λ 'nın sıfır ve bir olması durumunda sırasıyla, logaritmik ve lineer sıcaklık dağılımı göstermektedir. Dolayısıyla kararlı hal'den elde edilen sonuçlar ile logaritmik ve lineer sıcaklık dağılımından elde edilen sonuçlar bu değerler için aynı çıkmaktadır.

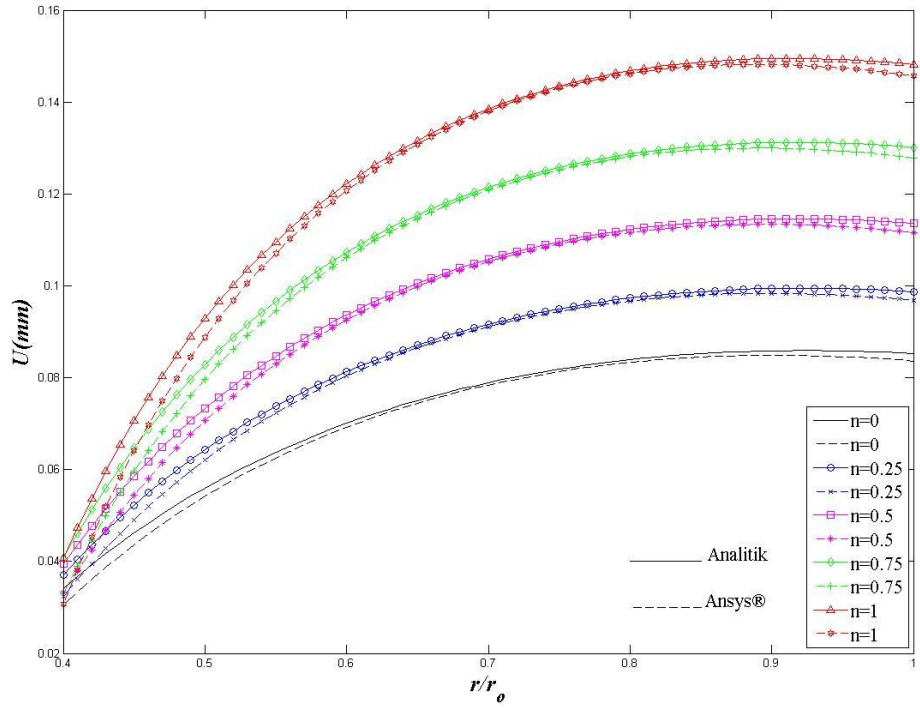


a)



b)

Şekil 3.14 : 200 °C 'de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.15 : 200 °C ‘de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler

3.4 Termomekanik Yükler

Denklem (3.137) termo mekanik yükler altında diskte oluşan, elastik gerilme dağılımlarının tayin edilmesinde kullanılır.

$$r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = \rho(r) \omega^2 r^3 \left(r \frac{E'(r)}{E(r)} - r \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} - 3 - \nu \right) - E(r) r^2 \alpha'(r) T(r) - E(r) r^2 \alpha(r) T'(r) \quad (3.137)$$

Denklem (3.137)’ de elde edilen diferansiyel denklem, termo mekanik yükler altında diskte oluşan, elastik gerilme dağılımlarının tayin edilmesinde kullanılır. Denklem (3.137)’ deki sıcaklık fonksiyonunun yerine, denklem (3.118)’daki değerleri yerine konulur ve $r = e^t$ değişken dönüşümü yapılırsa;

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F}{dt^2} - n \frac{dF}{dt} + (nv - 1)F &= \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - v)}{r_o^\gamma} e^{(3+\gamma)t} \\ &- \frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} (\lambda - \beta) e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \end{aligned} \quad (3.138)$$

Denklem (3.138) ikinci dereceden sabit katsayılı homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir çözümü, homojen ve özel çözüm olarak yapılmaktadır. Homojen çözüm,

$$F_h = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} \quad (r = e^t) \quad (3.139)$$

Burada C_1 ve C_2 denklemin integral sabitleridir, özel çözüm için ise gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$F = X e^{(3+\gamma)t} + Y e^{(\beta+n+1)t} + Z e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.140)$$

$$\frac{dF}{dt} = (3+\gamma) X e^{(3+\gamma)t} + (\beta+n+1) Y e^{(\beta+n+1)t} + (\beta+n-\lambda+1) Z e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.141)$$

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = (3+\gamma)^2 X e^{(3+\gamma)t} + (\beta+n+1)^2 Y e^{(\beta+n+1)t} + (\beta+n-\lambda+1)^2 Z e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \quad (3.142)$$

Denklem (3.140-142)'deki değerler denklem (3.138)'de yerine konulursa,

$$\begin{aligned} &X e^{(3+\gamma)t} \left((3+\gamma)^2 - n(3+\gamma) + vn - 1 \right) \\ &+ Y e^{(\beta+n+1)t} \left((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1 \right) \\ &+ Z e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \left((\beta+n-\lambda+1)^2 - n(\beta+n-\lambda+1) + vn - 1 \right) = \\ &\frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - v)}{r_o^\gamma} e^{(3+\gamma)t} \\ &- \frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} e^{(\beta+n+1)t} + \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda})} (\lambda - \beta) e^{(\beta+n-\lambda+1)t} \end{aligned} \quad (3.143)$$

$$X = \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - v)}{r_o^\gamma \left((3+\gamma)^2 - n(3+\gamma) + vn - 1 \right)} \quad (3.144)$$

$$Y = -\frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1)} \quad (3.145)$$

$$Z = \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n-\lambda+1)^2 - n(\beta+n-\lambda+1) + vn - 1)} (\lambda - \beta) \quad (3.146)$$

Özel çözüm,

$$F_p = X e^{(3+\gamma)t} + Y e^{(\beta+n+1)t} + Z e^{(\beta+n-\lambda+1)t} = X r^{(3+\gamma)} + Y r^{(\beta+n+1)} + Z r^{(\beta+n-\lambda+1)} \quad (3.147)$$

Genel çözüm homojen çözümle özel çözümün toplamıdır.

$$F = C_1 r^{\frac{n+k}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k}{2}} + X r^{(3+\gamma)} + Y r^{(\beta+n+1)} + Z r^{(\beta+n-\lambda+1)} \quad (3.148)$$

Gerilme fonksiyonu denklem (3.148)'daki gibi elde edilir, gerilme fonksiyonundan

σ_r ve σ_θ gerilme bileşenleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_r = C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + X r^{(2+\gamma)} + Y r^{(\beta+n)} + Z r^{(\beta+n-\lambda)} \quad (3.149)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \\ &+ (3+\gamma) X r^{(2+\gamma)} + (\beta+n+1) Y r^{(\beta+n)} + (\beta+n-\lambda+1) Z r^{(\beta+n-\lambda)} \end{aligned} \quad (3.150)$$

C_1 ve C_2 denklemin keyfi sabitleri, aşağıda verilen sınır şartları kullanılarak bulunabilir.

$$\sigma_r(r_i) = 0, \quad \sigma_r(r_o) = 0 \quad (3.151)$$

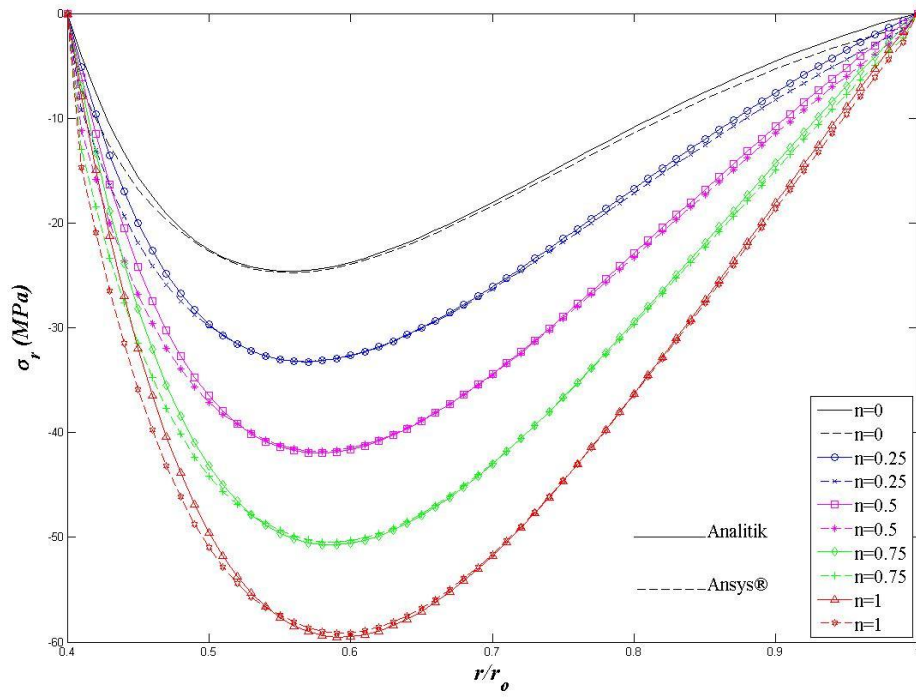
$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{-\left(X r_i^{(2+\gamma)} + Y r_i^{(\beta+n)} + Z r_i^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \\ &+ \frac{\left(X r_o^{(2+\gamma)} + Y r_o^{(\beta+n)} + Z r_o^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \end{aligned} \quad (3.152)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Xr_o^{(2+\gamma)} + Yr_o^{(\beta+n)} + Zr_o^{(\beta+n-\lambda)}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}}}{\frac{n+k-2}{r_i^2} \frac{n-k-2}{r_o^2} - \frac{n+k-2}{r_o^2} \frac{n-k-2}{r_i^2}} + \frac{\left(Xr_i^{(2+\gamma)} + Yr_i^{(\beta+n)} + Zr_i^{(\beta+n-\lambda)}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{\frac{n+k-2}{r_i^2} \frac{n-k-2}{r_o^2} - \frac{n+k-2}{r_o^2} \frac{n-k-2}{r_i^2}} \quad (3.153)$$

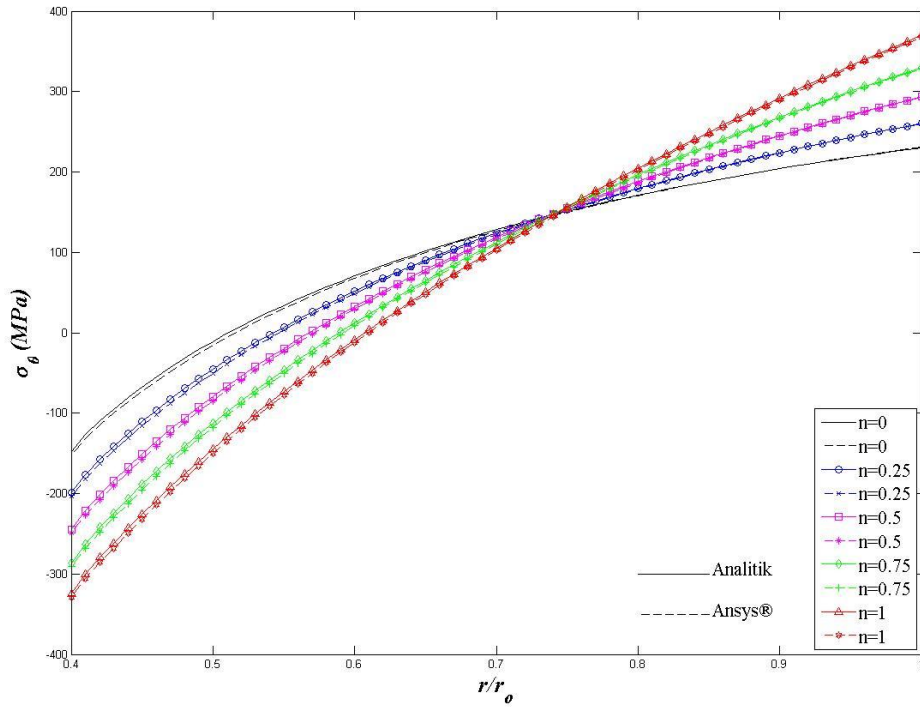
Radyal deplasman u, denklem (3.60)'dan bulunabilir.

Şekil 3.16 a ve b'de 50 rad/sn'lik açısal hıza 200 °C' kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan sırasıyla radyal ve teğetsel gerilmeler gösterilmiştir. Şekil 3.16a'da görüldüğü gibi radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal gerilme dağılımında en büyük gerilme değerini derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulmuştur. Derecelendirme parametresinin arttıkça radyal gerilme değerlerindeki sürekli arttığı Şekil 3.16a'da açıkça gözükmemektedir. Radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. Minimum radyal gerilme dağılımı homojen malzemede oluşmuştur. Maksimum radyal gerilme değerleri diskin iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 3.16b'de ise teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Derecelendirme parametresi arttıkça Şekil 3.16b'de görüldüğü gibi teğetsel gerilmelerde artmaktadır. Teğetsel gerilme maksimum iç yüzeyde derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bası durumunda elde edilmiştir. Teğetsel gerilme bileşenleri radyal gerilme bileşenlerinden daha büyüktür, gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadırlar.. Sunulan analitik çözümden elde edilen sonuçlarla ANSYS® paket programı kullanılarak elde edilen sonuçlar kıyaslandığında Şekil 3.16 a ve b' de görüldüğü gibi bir biriyle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

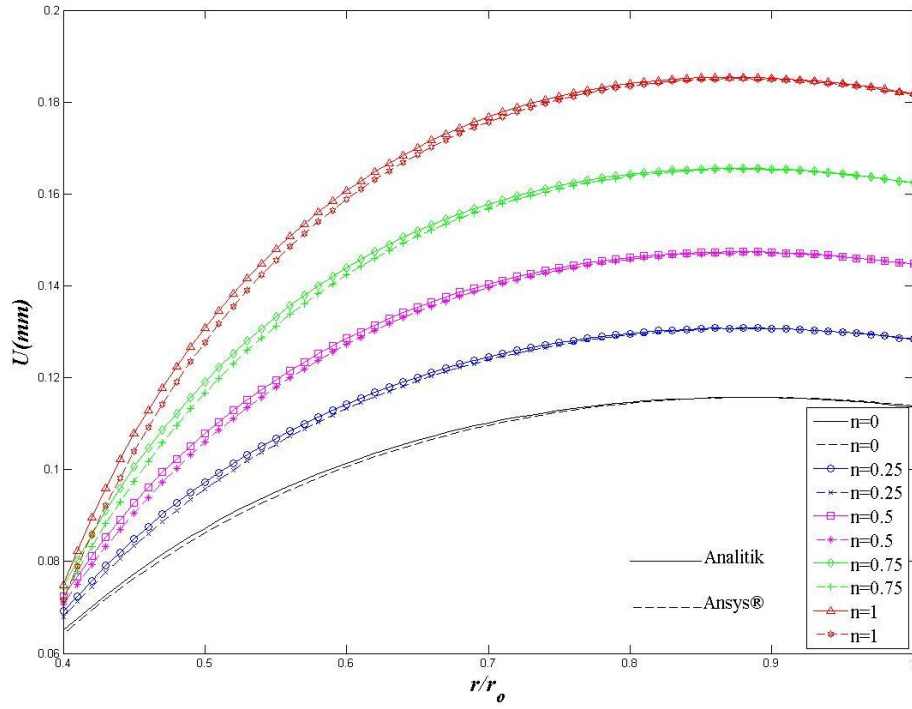


a)



b)

Şekil 3.16 : 50 rad/sn açısal hıza ve 200 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



Şekil 3.17 : 50 rad/sn açısal hıza ve 200 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal yerdeğiştirmeler

Şekil 3.17’de kararlı hal azalan sıcaklığa maruz bir diskte oluşan radyal yöndeki yer değiştirmeler gösterilmiştir. Diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru gittikçe radyal yöndeki yer değiştirme değerleri sürekli ve düzgün bir şekilde arttığı Şekil 3.17’de açıkça görülmektedir. Radyal yer değiştirme, maksimum değerini, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskten dış yüzeyinde almıştır. Homojen malzemede minimum radyal yönde yer değiştirme dağılımı oluşmuştur. Diğer bütün şekillerde olduğu gibi Şekil 3.17’de de analitik sonuçlarla ANSYS® paket programı kullanılarak yapılan sonlu elemanlar çözümü arasındaki uyum sonuçların geçerliliğini kanıtlamaktadır.

4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DİSKDE ELASTOPASTİK GERİLME ANALİZİ

4.1 Akma Kriterleri

Gevrek malzemelerde akma pek görülmez yalnızca kırılma meydana gelir, sünek mazlemelerde ise önce akma, daha sonra plastik deformasyon ve kopma meydana gelmektedir. Bu yüzden gevrek malzemelerde krtik gerilme olarak kırılma gerilmesi, sünek malzemelerde ise akma gerilmesi alınır. Malzemelerin akma ve kırılma değerleri laboratuar ortamında genelde tekeksenli yüklemelerle bulunmaktadır. Fakat pratikte çok eksenli bileşik gerilme halleri mevcuttur. Bileşik gerilme halleri için uygun gerilme kriterlerinin tesis edilmesi gerekmektedir.

4.1.1 Tresca akma kriteri

Genelde sünek malzemeler için kullanılan akma kriteridir. Bu kritere göre bir malzemenin akması genel durumda maksimum kayma gerilmesinin tek eksenli haldeki kayma gerilmesine ulaşmasıyla oluşur (Onur Sayman ve arkadaşları 1997). Genel halde Tresca akma kriteri denklem (4.1)'de verilmiştir.

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (4.1)$$

Tek eksenli halde ise

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_o}{2} \quad (4.2)$$

4.1.2 Von-Misses akma kriteri

Von-Misses akma kriteri'ne göre malzemedeki çarpılma enerjisi, tek başına çekme kuvveti altında oluşan çarpılma enerji seviyesine ulaşınca akma meydana gelir (Onur Sayman ve arkadaşları 1997). Birim hacim için asal gerilmeler cinsinden çarpılma enerjisi yazılacak olursa;

$$u_g = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (4.3)$$

tek eksenli halde çarpılma enerjisi ;

$$u_g = \frac{1}{6G} \sigma_o^2 \quad (4.4)$$

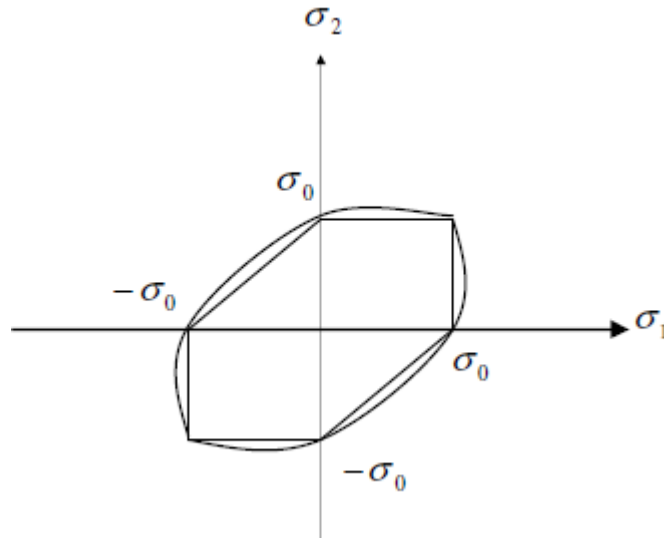
Denklem (4.4) ve denklem (4.3)'ün eşitliğinden

$$\sigma_o^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (4.5)$$

Düzlem gerilme durumu için denklem (4.5) yeniden düzenlenirse

$$\sigma_o = \sqrt{\sigma_\theta^2 - \sigma_\theta \sigma_r + \sigma_r^2} \quad (4.6)$$

Denklem (4.6) düzlem gerilme durumunda Von-Misses akma kriterini göstermektedir. Tresca akma kriteri ile Von-Misses akma kriteri iki boyutlu gerilme durumu için karşılaştırılacak olursa; Şekil 4.1' de görüldüğü gibi Tresca kriteri altıgen diyagram Von-Misses kriteri ise bu altı genin köşe noktalarında geçen elipstir.



Şekil 4.1 : İki boyutlu gerilme durumu için Tresca altıgeni ve Von Misses elipsinin aynı düzlemde gösterimi

Şekil 4.1’de görüldüğü gibi Tresca akma kriteri Von-Misses akma kriterinden daha güvenilirdir. Elastoplastik çözüm için denklem (4.6)’da verilen Von Misses akma kriteri kullanılarak çözüm yapılmıştır.

4.2 Genel Elastoplastik Çözüm

Silindirik koordinatlarda düzlem gerilme durumu için denge denklemi,

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho\omega^2 r = 0 \quad (4.7)$$

Burada σ_r ve σ_θ , sırasıyla radyal ve teğetsel gerilmeleri gösterir. radyal ve teğetsel gerilmeler, bir gerilme fonksiyonu olarak denklem (4.8)’deki gibi tanımlanabilir, denklem (4.8)’deki gerilme fonksiyonu cinsinden gerilmeler denklem (4.7)’deki denge denklemini sağlar.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{F}{r} \\ \sigma_\theta &= \frac{dF}{dr} + \rho\omega^2 r^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Toplam şekil değiştirme aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_r^{tot} = \frac{1}{E(r)}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \varepsilon_r^p + \alpha(r)T(r) \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_\theta^{tot} = \frac{1}{E(r)}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \varepsilon_\theta^p + \alpha(r)T(r) \quad (4.10)$$

Burada ν poison oranını, $T(r)$ ise r ye bağlı sıcaklık dağılımını göstermektedir. Gerinim-şekil değiştirme arasında ilişki aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (4.12)$$

Burada u radyal yöndeki yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Süreklilik denklem (4.13)'deki gibi tanımlanabilir.

$$\varepsilon_r = \frac{d}{dr}(r \varepsilon_\theta) \quad (4.13)$$

Denklem (3.8)'deki gerilme değerleri, gerilme fonksiyonları cinsinden, denklem (4.9) ve (4.10)'da yerine konulursa,

$$\frac{du}{dr} = \frac{1}{E(r)} \left(\frac{F}{r} - \nu \left(\frac{dF}{dr} + \rho \omega^2 r^2 \right) \right) + \varepsilon_r^p + \alpha(r)T(r) \quad (4.14)$$

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{E(r)} \left(\frac{dF}{dr} + \rho \omega^2 r^2 - \nu \frac{F}{r} \right) + \varepsilon_\theta^p + \alpha(r)T(r) \quad (4.15)$$

Denklem (4.14) ve (4.15)'deki değerler denklem (4.13)' da yerine konulur ve düzenlenirse, denklem (4.16) elde edilir.

$$\begin{aligned} r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - \nu \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = \\ \rho(r) \omega^2 r^3 \left(r \frac{E'(r)}{E(r)} - r \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} - 3 - \nu \right) - E(r) r^2 \alpha'(r) T(r) - E(r) r^2 \alpha(r) T'(r) \\ + E(r) (\varepsilon_r^p - \varepsilon_\theta^p - r d \varepsilon_\theta^p) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Denklem (4.16)' da elde edilen diferansiyel denklem, termo mekanik yükler altında diskte oluşan, elasto-plastik gerilme dağılımlarının tayin edilmesinde kullanılır. Eğer diskte akma meydana gelmez ise denklem (4.16) denklem (3.53)'e dönüşür.

Eşdeğer gerilme Von-Misses akma kriteri kullanılarak gerilme fonksiyonu cinsinden yazılacak olursa,

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{dF}{dr} + \rho \omega^2 r^2 \right)^2 - \left(\frac{dF}{dr} + \rho \omega^2 r^2 \right) \frac{F}{r} + \left(\frac{F}{r} \right)^2} \quad (4.17)$$

Elastik ve plastik bölgedeki şekil değiştirmeler elastik lineer sertleşebilen malzemeler için aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{\sigma}{E(r)} && \text{elastik bölge} \\
\varepsilon &= \frac{\sigma(r)_y}{E(r)} + \frac{1}{Et(r)} (\sigma - \sigma(r)_y) && \text{plastik bölge}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Burada $\sigma(r)_y$ ve $Et(r)$ sırasıyla akma dayanımı ve tangant modülü göstermektedir ve aşağıdaki gibi değiştiği varsayılmıştır.

$$\begin{aligned}
\sigma_y(r) &= \sigma_o \left(\frac{r}{r_o} \right)^\xi \\
E_t(r) &= E_{t0} \left(\frac{r}{r_o} \right)^\psi
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Plastik şekil değiştirme, tensörü deviotrik gerilmeler cinsinden Hencky şekil değiştirme teorisine göre yazılırsa (Hencky 1924),

$$\varepsilon_{ij}^p = \phi S_{ij} \tag{4.20}$$

burada S_{ij} deviotrik gerilme tensörüdür ve aşağıdaki gibi elde edilebilir,

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} S_{ij} \tag{4.21}$$

burada σ_{ij} gerilme bileşenidir. Deviotrik gerilme tensörü ise aşağıdaki gibi tanımlanabilir,

$$S_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \tag{4.22}$$

ve ϕ ise skalar bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\phi = \frac{3\varepsilon_{eq}^p}{2\sigma_{eq}} \tag{4.23}$$

Bu model kullanılarak radyal ve teğetsel yöndeki plastik şekil değiştirmeler denklem (4.24) ve (4.25)'deki gibi hesaplanabilir.

$$\varepsilon_r^p = \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}} \left(\sigma_r - \frac{1}{2} \sigma_\theta \right) \quad (4.24)$$

$$\varepsilon_\theta^p = \frac{\varepsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}} \left(\sigma_\theta - \frac{1}{2} \sigma_r \right) \quad (4.25)$$

Eşdeğer şekil değiştirme değerleri denklem (4.24) ve (4.25)' de yerine konulursa, radyal ve teğetsel yöndeki plastik şekil değiştirmeler aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\varepsilon_r^p = \frac{\sigma_{eq} - \sigma(r)_y}{\sigma_{eq}} \left(\frac{1}{Et(r)} - \frac{1}{E(r)} \right) \left(\sigma_r - \frac{1}{2} \sigma_\theta \right) \quad (4.26)$$

$$\varepsilon_\theta^p = \frac{\sigma_{eq} - \sigma(r)_y}{\sigma_{eq}} \left(\frac{1}{Et(r)} - \frac{1}{E(r)} \right) \left(\sigma_\theta - \frac{1}{2} \sigma_r \right) \quad (4.27)$$

Denklem (4.26) ve (4.27)'deki değerler denklem (4.16)'da yerine konulursa

$$\begin{aligned} & r^2 \frac{d^2 F}{dr^2} + r \left(1 - r \frac{E'(r)}{E(r)} \right) \frac{dF}{dr} + \left(\nu r \frac{E'(r)}{E(r)} - 1 \right) F = \\ & \rho(r) \omega^2 r^3 \left(r \frac{E'(r)}{E(r)} - r \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} - 3 - \nu \right) - E(r) r^2 \alpha'(r) T(r) - E(r) r^2 \alpha(r) T'(r) \\ & + E(r) \left[\frac{\sigma_{eq} - \sigma(r)_y}{\sigma_{eq}} \left(\frac{1}{Et(r)} - \frac{1}{E(r)} \right) \left(\sigma_r - \frac{1}{2} \sigma_\theta \right) \right. \\ & \left. - \frac{\sigma_{eq} - \sigma(r)_y}{\sigma_{eq}} \left(\frac{1}{Et(r)} - \frac{1}{E(r)} \right) \left(\sigma_\theta - \frac{1}{2} \sigma_r \right) \right. \\ & \left. - r \left(\frac{\sigma_{eq} - \sigma(r)_y}{\sigma_{eq}} \left(\frac{1}{Et(r)} - \frac{1}{E(r)} \right) \left(\sigma_\theta - \frac{1}{2} \sigma_r \right) \right) \frac{d}{dr} \right] \end{aligned} \quad (4.28)$$

Denklem (4.28)'de eş değer gerilme, gerilme fonksiyonu cinsinden yerine konulduğunda elde edilen deklemler nonlineer, değişken katsayılı ve homojen olmayan bir denklem elde edilmektedir. Denklem (4.28)'in çözümü oldukça zor olduğundan ANSYS® APDL (ANSYS Parametric Design Language) yazılan program yardımıyla çözüm elde edilmiştir.

4.3 Mekanik Yükler

4.3.1 İç basınçlı diskte elastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. İçten basınçlı disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik iç basınç bulunacak olursa, denklem (4.6)'daki gerilme değerleri yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\sigma_{yi}^2 = \left(\frac{-Pr_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n+k-2}{2}} + \frac{Pr_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n-k-2}{2}} \right)^2 + \left(\frac{n+k}{2} \frac{-Pr_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n+k-2}{2}} + \frac{n-k}{2} \frac{Pr_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n-k-2}{2}} \right)^2 - \left(\frac{-Pr_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n+k-2}{2}} + \frac{Pr_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n-k-2}{2}} \right) \cdot \left(\frac{n+k}{2} \frac{-Pr_o^{\frac{n-k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n+k-2}{2}} + \frac{n-k}{2} \frac{Pr_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{C} r^{\frac{n-k-2}{2}} \right) \quad (4.29)$$

Buradan P çekilirse kritik iç basınç bulunmuş olur. Denklem (4.29)'un analitik çözümü matlab'da yapılmıştır. Burada C ;

$$C = r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}} \quad (4.30)$$

Tablo 4.1'de derecelendirme parametresine göre kritik iç basınç değerleri verilmiştir.

Tablo 4.1: Derecelendirme parametresine göre kritik iç basınç

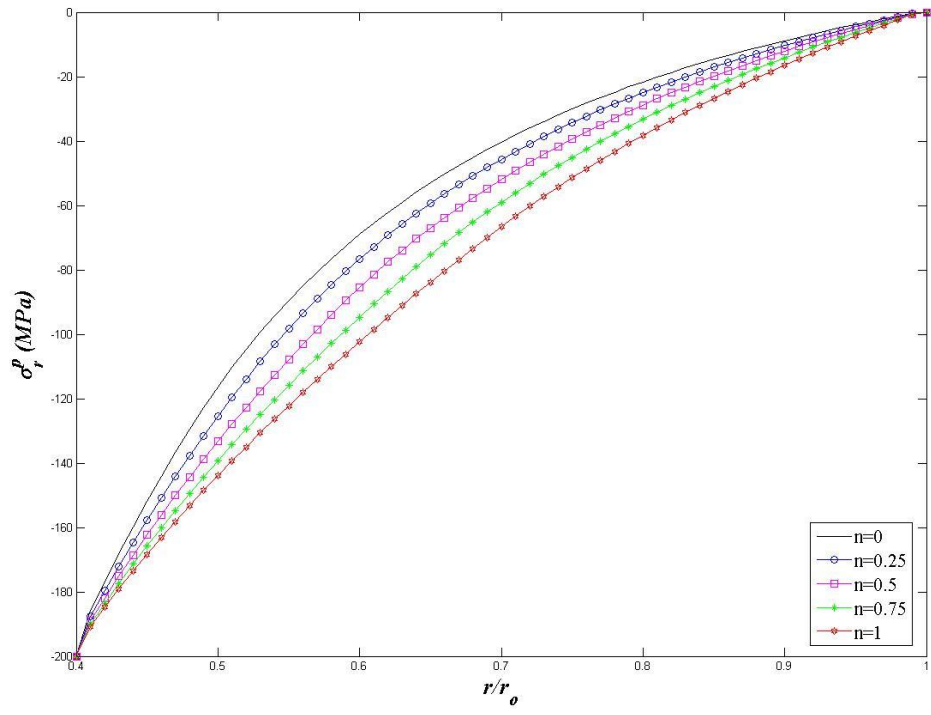
Derecelendirme Parametresi					
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
P_{ak} (MPa)	144.875	122.893	104.156	88.155	74.471

Tablo 4.1 incelenecek olursa derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük kritik basınç değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi arttıkça kritik basınç azalmaktadır. Kritik basınç en büyük değerini homojen malzeme için almıştır. Disk Tablo 4.1'deki kritik iç basınçın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya

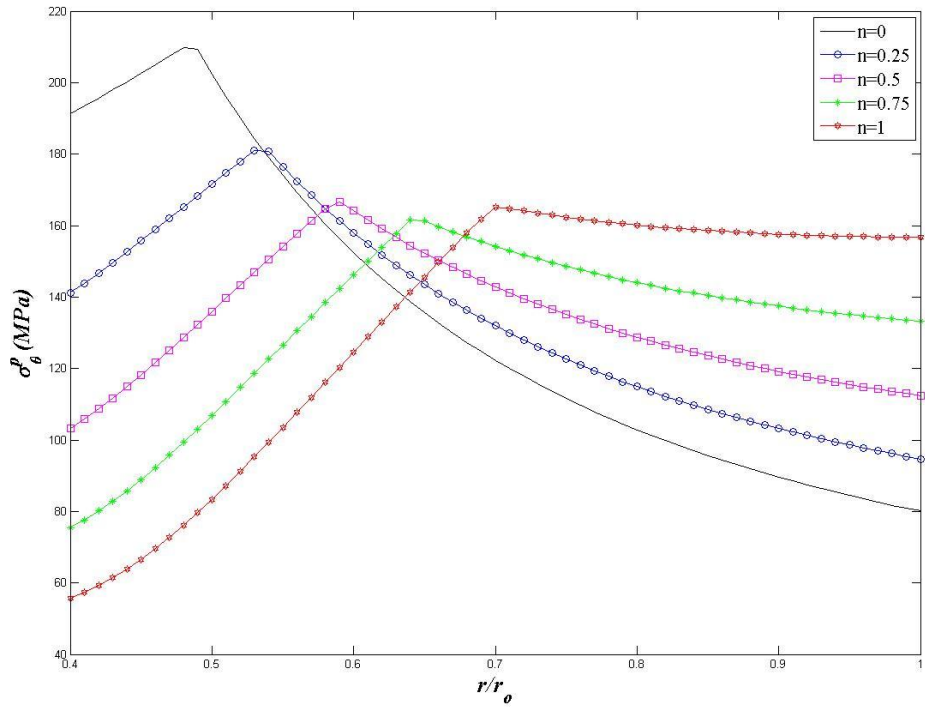
başlayacaktır. Şekil 4.2' de görüldüğü gibi elastoplastik bir durum söz konusu olacaktır.

Elastoplastik radyal gerilmelerin ve teğetsel gerilmelerin yarıçap boyunca dağılımları Şekil 4.2 a ve b'de sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 4.2a'da görüldüğü gibi elastoplastik radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında uygulanan iç basınca dış kısmında ise sıfıra eşit bulunmuştur. En büyük elastoplastik radyal gerilme, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Derecelendirme parametresinin artmasıyla elastoplastik radyal gerilmenin de yarıçap boyunca arttığı Şekil 4.2a'da açıkça gözükmemektedir. Elastoplastik radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima bası durumundadır. İç basınçlı disk için elastoplastik radyal gerilme bileşeni maksimum iç yüzeyde elde edilmiştir.

Şekil 4.2b'de ise elastoplastik teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Plastik bölgeden elastik bölgeye geçiş Şekil 4.2b'de daha da açık gözükmemektedir. Plastik bölgeden elastik bölgeye geçerken eğri yön değiştirmektedir. Plastik bölgede artan teğetsel gerilme değerleri mevcutken, elastik bölgede azalan teğetsel gerilmeler mevcuttur. Plastik bölgedeki gerilmelerdeki artış malzemenin sertleşen (strain hardening) olmasından kaynaklanmaktadır Elastoplastik teğetsel gerilme bileşeni en büyük değerini homojen malzeme için almıştır. Derecelendirme parametresinin artmasıyla, elastoplastik teğetsel gerilmelerde Şekil 4.2b'de görüldüğü gibi kayda değer ölçüde yarı çap boyunca homojen dağılımın olduğu gözükmemektedir.

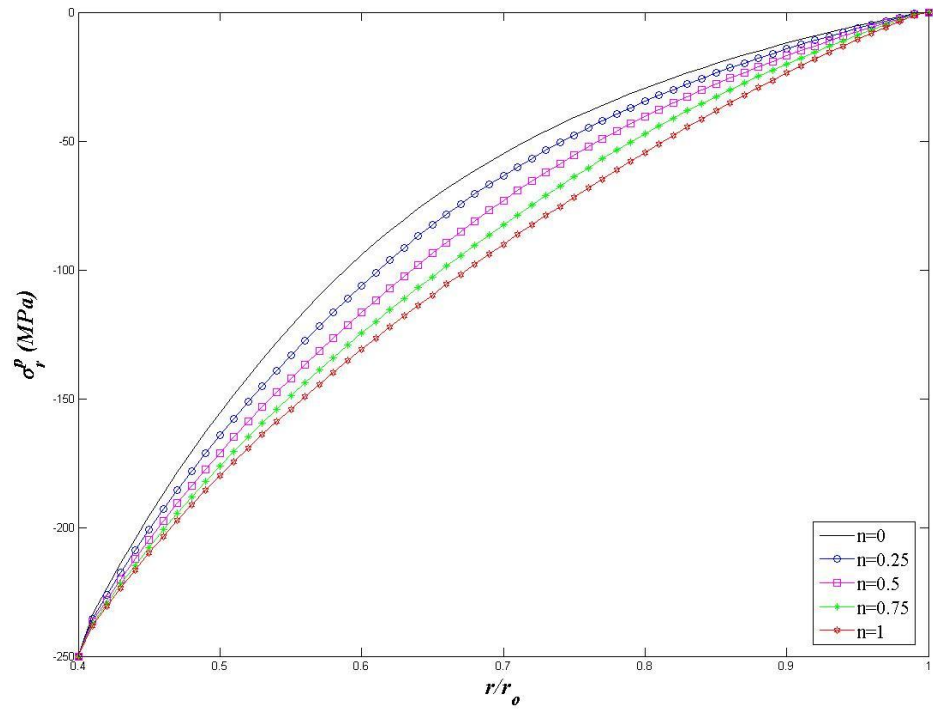


a)

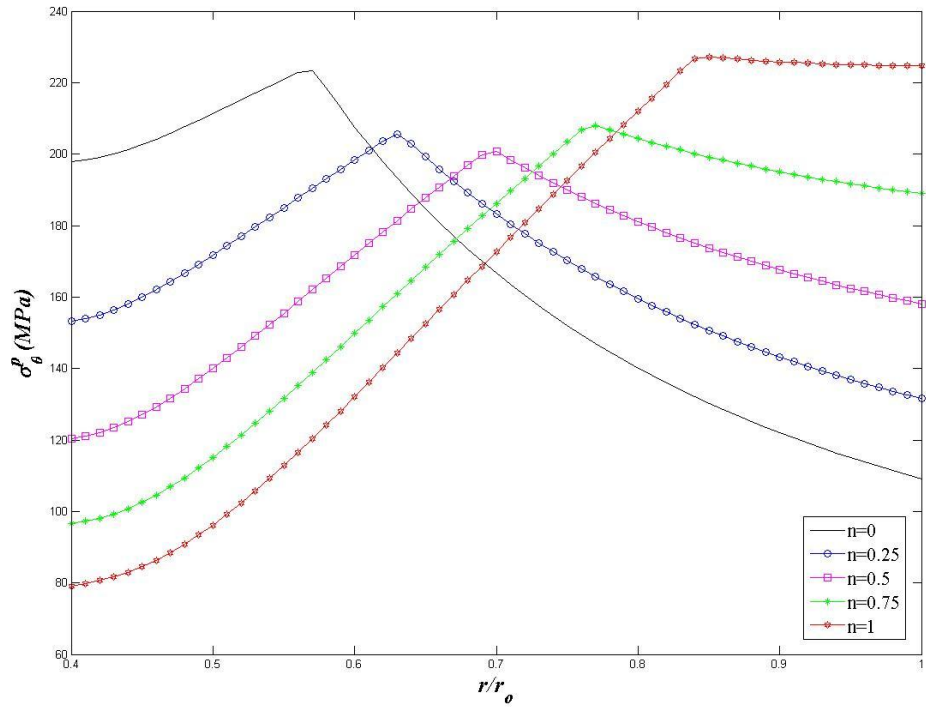


b)

Şekil 4.2 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.3 : 250 MPa iç basınca maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.3 a ve b’de ise 250 MPa iç basınca maruz diskte oluşan sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri gösterilmiştir. Şekil 4.3b’de açıkça görüldüğü gibi yük arttırıldıkça plastik bölge yayılmaktadır. Plastik bölgedeki en büyük yayılmanın, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için olduğu, Şekil 4.2b ile Şekil 4.3b karşılaştırıldığında açıkça gözükmetedir. Bütün elastoplastik gerilme dağılımlarında plastik bölgeden elastik bölgeye geçişte gerilme değerleri eşit bulunmuştur.

4.3.1.1 İç basınçlı diskte artık gerilme hesabı

Artık gerilmeler, elastik yüklemenin üzerinde bir yükleme yapıldığında meydana gelir, yük kaldırılrsa dahi mazleme içinde etkiyen gerilmeler vardır, bunlara artık gerilmeler denir (Topçu, 1991). Artık gerilmelerin dağılımı ve dış yüklemelere bağlı olarak iç gerilmeli durum olumlu veya olumsuz etki yapabilir. Artık gerilmeler etkili oldukları bölgenin büyüklüğüne göre makro ve mikro iç gerilmeler olarak ikiye ayrılır. Mikro iç gerilmeler, büyüklük ve yön olarak bir taneyi kapsarken, makro iç gerilmeler ise çok sayıda taneyi kapsar (Almer,1999). Artık gerilmeleden dolayı çoğu kez malzemede yorulma ve diğer mekaniksel davranışlar önem kazanır. Bu yüzden mazlemeye oluşan artık gerilmelerin bulunması, malzeme performansı açısından oldukça önemlidir.

Bilindiği gibi elastik bölgede bir yük uygulanır ve uygulanan yük sonlandırılır ise, malzeme içerisinde herhangi bir bozulma olmaz ve dolayısıyla malzeme ilk halini geri alır. Malzeme akma sınırının üzerinde bir yükle yüklenirse, malzemede akma meydana gelir ve yük sonlandırılırsa, akma gösteren bölgeler dışındaki bölge ilk haline dönerken, akma gösteren bölgeler ilk haline dönmez. Akmanın olduğu bölgelerde gerilmeler oluşur, oluşan bu gerilmelerin bulanbilmesi için malzemenin elastik davranış gösterdiği kabul edilerek çözüm yapılır, yapılan bu çözümden elde edilen sonuçlardan elastoplastik gerilme analizinden elde edilen sonuçlar çıkarılırsa artık gerilmeler bulunmuş olur. Denklem (4.31) ve denklem (4.32)’de sırasıyla radyal ve teğetsel yönde oluşan artık gerilmelerin bulunmasında kullanılan formulasyon verilmiştir.

$$\sigma_r^{rs} = \sigma_r^p - \sigma_r^e \quad (4.31)$$

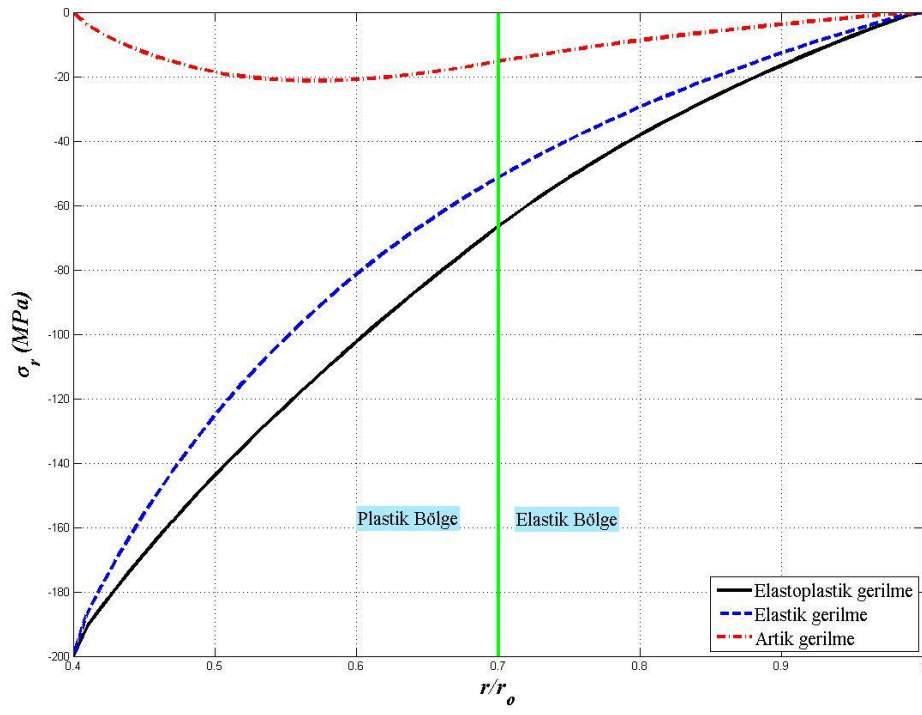
$$\sigma_{\theta}^{rs} = \sigma_{\theta}^p - \sigma_{\theta}^e \quad (4.32)$$

Şekil 4.4 a ve b’de iç basınçlı diskte oluşan sırasıyla radyal artık gerilmeler ve teğetsel artık gerilmelerin bulunması gösterilmiştir. Eğer disk kritik basıncın üzerinde tam plastik yükünün altında bir yükle yüklenirse Şekil 4.4 a ve b de gözüktüğü gibi disk iki bölgeden oluşmaktadır. Diskin iç kısmı birinci bölge yani plastik bölge ikinci kısmı ise elastik bölgedir. Plastik bölgede gerilmeler hafif artarak gittiği Şekil 4.4’de gözükmemektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşen olmasıdır.

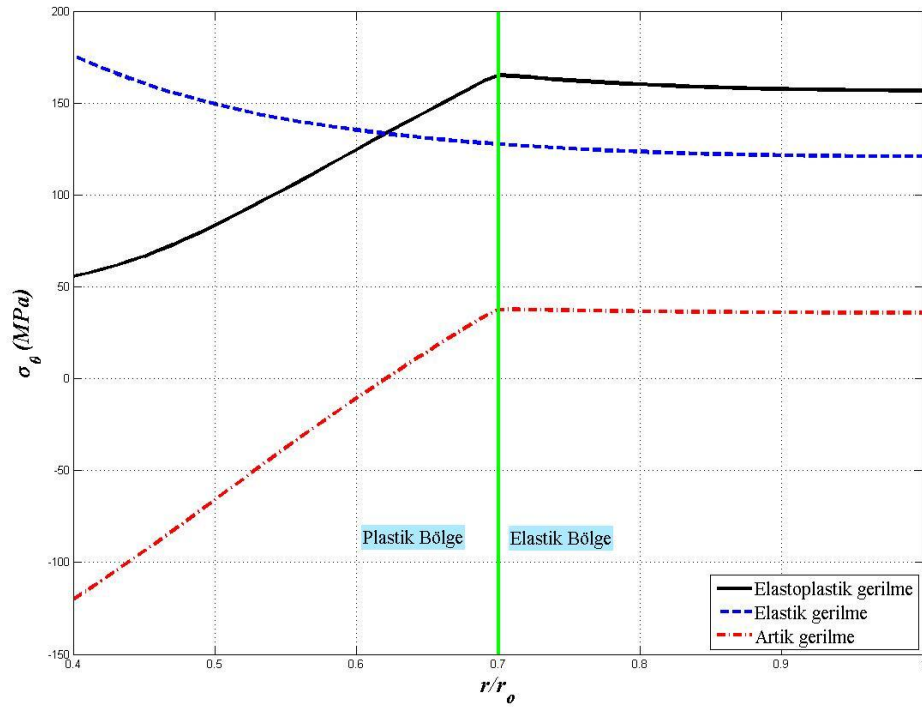
Şekil 4.5 ve 4.6’ da ise sırasıyla 200 ve 250 MPa iç basınca maruz diskte yükleme sonrasında diskte oluşan artık gerilmeler gösterilmiştir.

Şekil 4.5 a ve 4.6a’da radyal artık gerilmeler gösterilmiştir. Şekil’de görüldüğü gibi radyal artık gerilme bileşenleri diskın iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal artık gerilme dağılımında en büyük artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Derecelendirme parametresinin artmasıyla artık gerilmede de yarıçap boyunca arttığı Şekil 4.5 ve 4.6a’da açıkça gözükmemektedir. Radyal artık gerilme bileşenleri diskın her yerinde daima bası durumundadır. Radyal artık gerilme bileşenleri teğetsel artık gerilme bileşenleri ile yarı çap boyunca karşılaştırıldığında radyal artık gerilme bileşenlerinin küçük olduğu gözlemlenmektedir. Maksimum radyal artık gerilme değerleri diskın iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

Şekil 4.5b ve 4.6b’ de teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler plastik bölgede azalan bir eğilim göstermekte iken elastik bölgede sabit bir dağılım göstermektedirler. Yük arttırıldıkça plastik bölgenin yayıldığı buna bağlı olarakda, oluşan plastik bölgede artık gerilme dağılımının oluştuğu Şekil 4.5 ve 4.6’da gözükmemektedir. Teğetel artık gerilme diskın iç yüzeyinde bası durumundayken dış yüzeyinde çeki durumundadır, basıdan çekiye bir geçiş söz konusudur.

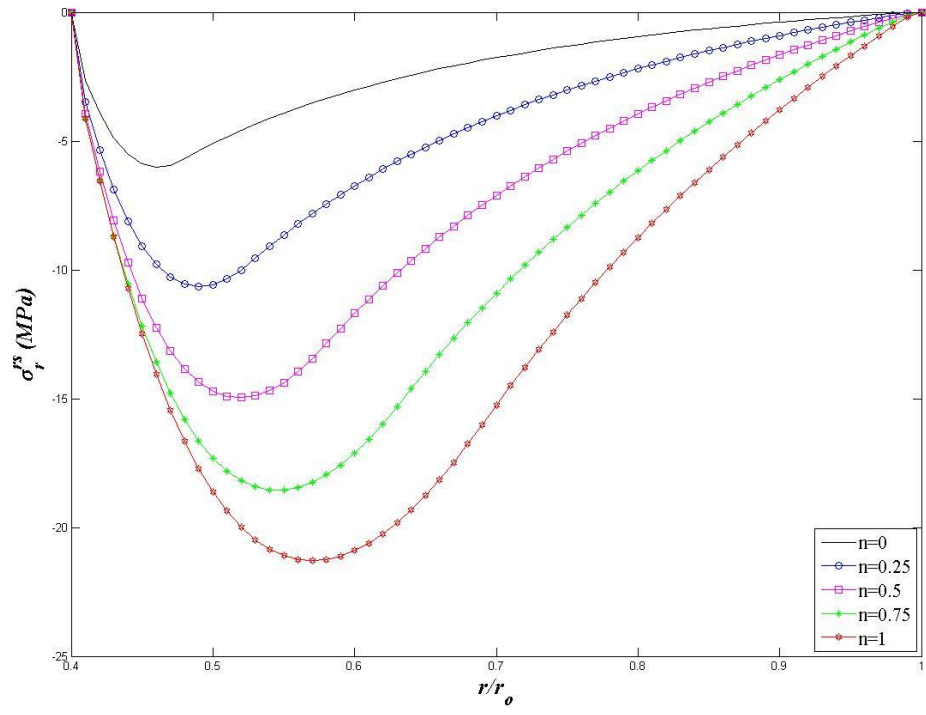


a)

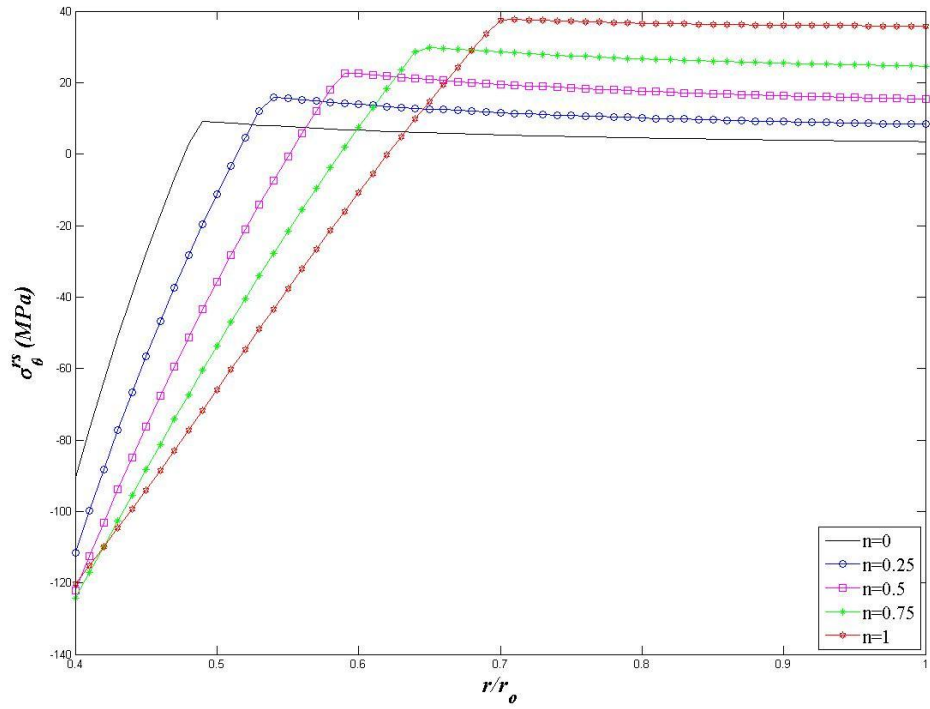


b)

Şekil 4.4 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

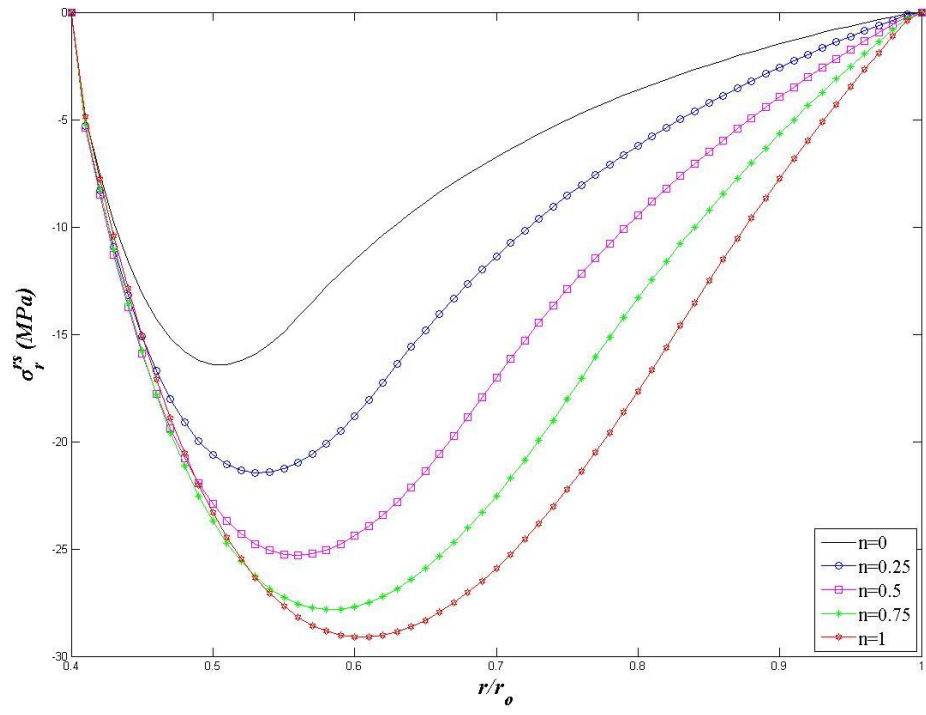


a)

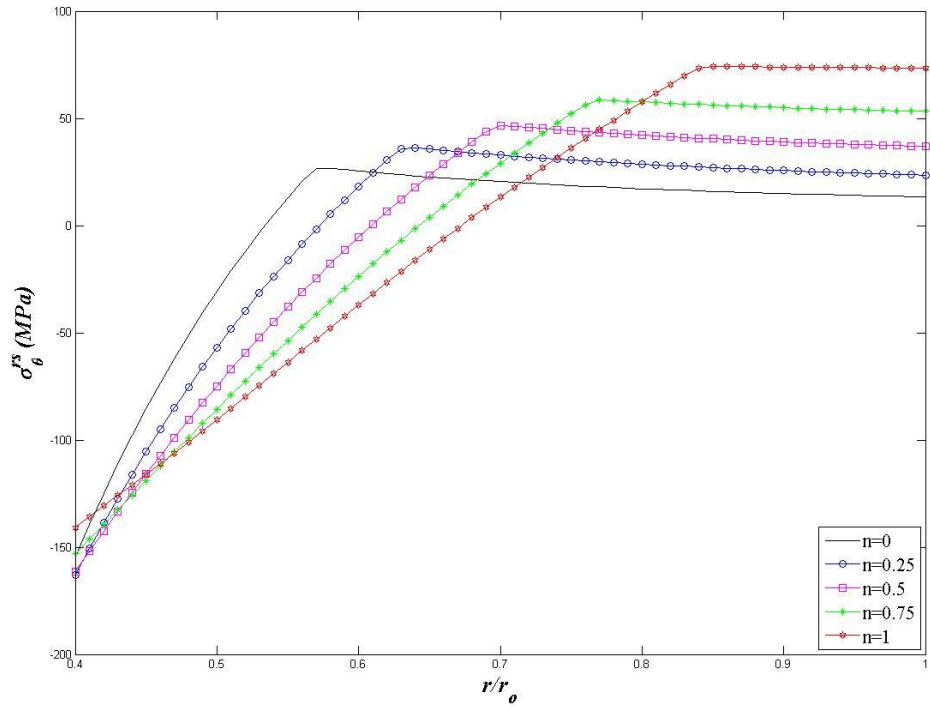


b)

Şekil 4.5 : 200 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.6 : 250 MPa iç basınca maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

4.3.2 Dönen diskte elastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. Dönen disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik açısal hız bulunacak olursa, denklem (3.41) ve (3.42)'deki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)'daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned} \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + A r^{(2+\gamma)} \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (3+\gamma) A r^{(2+\gamma)} + \rho(r) \omega^2 r^2 \right)^2 \\ & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + A r^{(2+\gamma)} \right) \cdot \\ & \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (3+\gamma) A r^{(2+\gamma)} + \rho(r) \omega^2 r^2 \right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Burada sırasıyla C_1 , C_2 ve A denklem (4.34), (4.35) ve denklem (4.36)'da verilmiştir.

$$C_1 = \frac{A \left(-r_i^{(\gamma+2)} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + r_o^{(\gamma+2)} r_i^{\frac{n-k-2}{2}} \right)}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.34)$$

$$C_2 = \frac{A \left(-r_o^{(\gamma+2)} r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + r_i^{(\gamma+2)} r_o^{\frac{n+k-2}{2}} \right)}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.35)$$

$$A = \frac{\rho_o \omega^2 (n - \gamma - 3 - \nu)}{r_o^\gamma \left((3 + \gamma)^2 - n(3 + \gamma) + \nu n - 1 \right)} \quad (4.36)$$

Denklem (4.34), (4.35) ve denklem (4.36)'daki değerleri denklem (4.33)'de yerine konulur ve burada ω çekilirse kritik açısal hız bulunmuş olur. Denklem (4.33)'ün analitik çözümü matlab'da yapılmıştır.

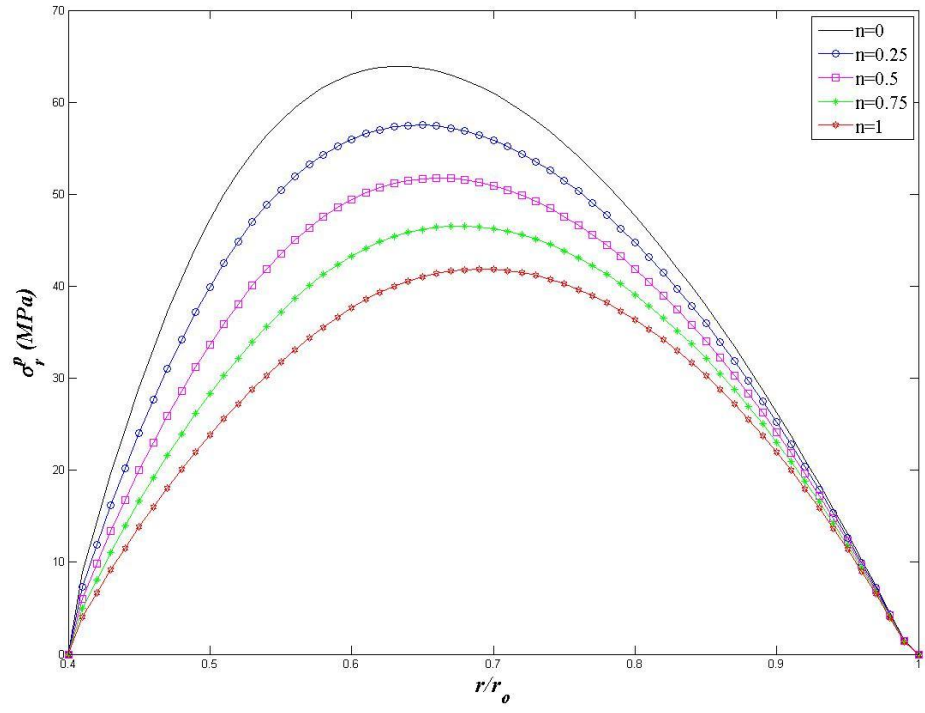
Tablo 4.2: Derecelendirme parametresine göre kritik açısal hız

	Derecelendirme Parametresi				
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
ω_{ak} (rad/sn)	66.935	65.248	63.636	62.099	60.639

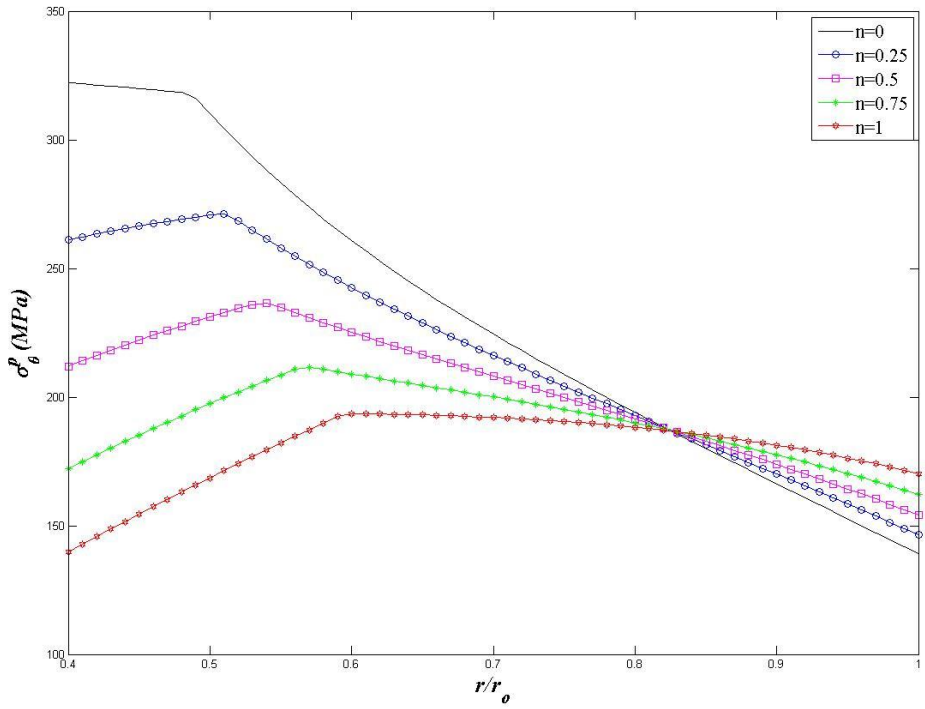
Tablo 4.2’de görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük kritik açısal hız değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi arttıkça kritik açısal hız azalmaktadır. Kritik açısal hız en büyük değerini homojen malzeme için almıştır. Disk Tablo 4.2’deki kritik açısal hızın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır.

Şekil 4.7a ve b’de 75 rad/sn açısal hıza maruz diskte oluşan elastoplastik radyal gerilmelerin ve teğetsel gerilmelerin yarıçap boyunca dağılımları sırasıyla gösterilmiştir. Şekil 4.7a’da görüldüğü gibi elastoplastik radyal gerilme bileşenleri diskin iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. En büyük elastoplastik radyal gerilme, homojen malzeme için elde edilmiştir. Derecelendirme parametresinin artmasıyla elastoplastik radyal gerilmenin de yarıçap boyunca azaldığı Şekil 4.7a’da açıkça gözükmemektedir. Elastoplastik radyal gerilme bileşenleri diskin her yerinde daima çeki durumundadır. Maksimum elastoplastik radyal gerilme bileşeni diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında elde edilmiştir.

Şekil 4.7b’de ise elastoplastik teğetsel gerilme bileşenlerinin yarıçap boyunca dağılımı gösterilmiştir. Plastik bölgeden elastik bölgeye geçiş Şekil 4.7b’de daha da açık gözükmemektedir. Plastik bölgeden elastik bölgeye geçerken eğri yön değiştirmektedir. Plastik bölgede artan teğetsel gerilme değerleri mevcutken, elastik bölgede azalan teğetsel gerilmeler mevcuttur. Plastik bölgedeki gerilmelerdeki artış malzemenin sertleşen (strain hardening) olmasından kaynaklanmaktadır Elastoplastik teğetsel gerilme bileşeni en büyük değerini homojen malzeme için almıştır. Derecelendirme parametresinin artmasıyla, elastoplastik teğetsel gerilmelerde Şekil 4.7b’de görüldüğü gibi kayda değer ölçüde yarı çap boyunca homojen dağılımın olduğu gözükmemektedir.

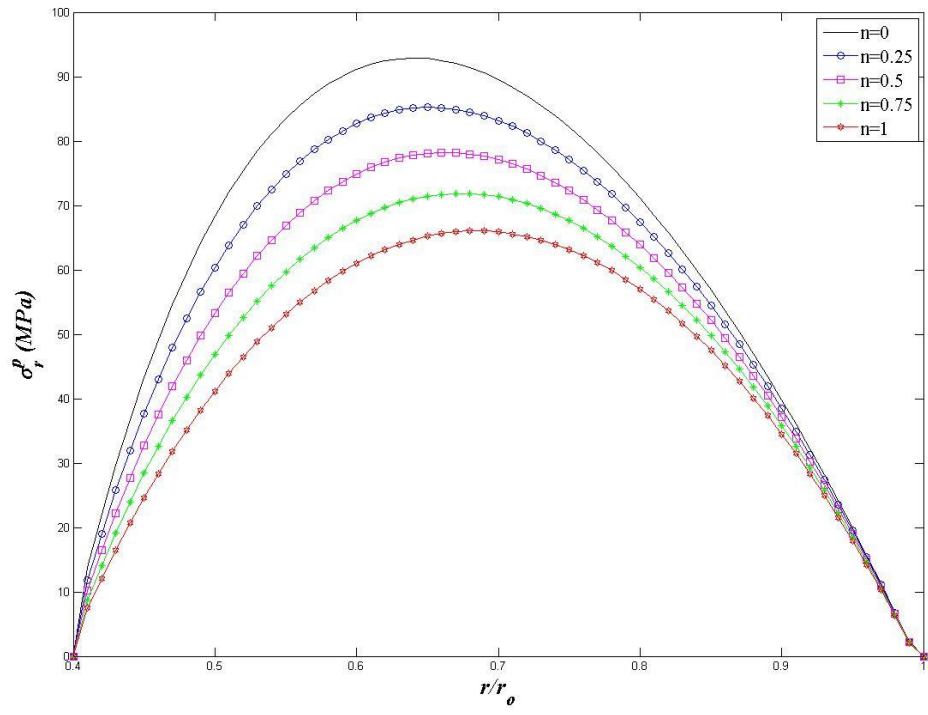


a)

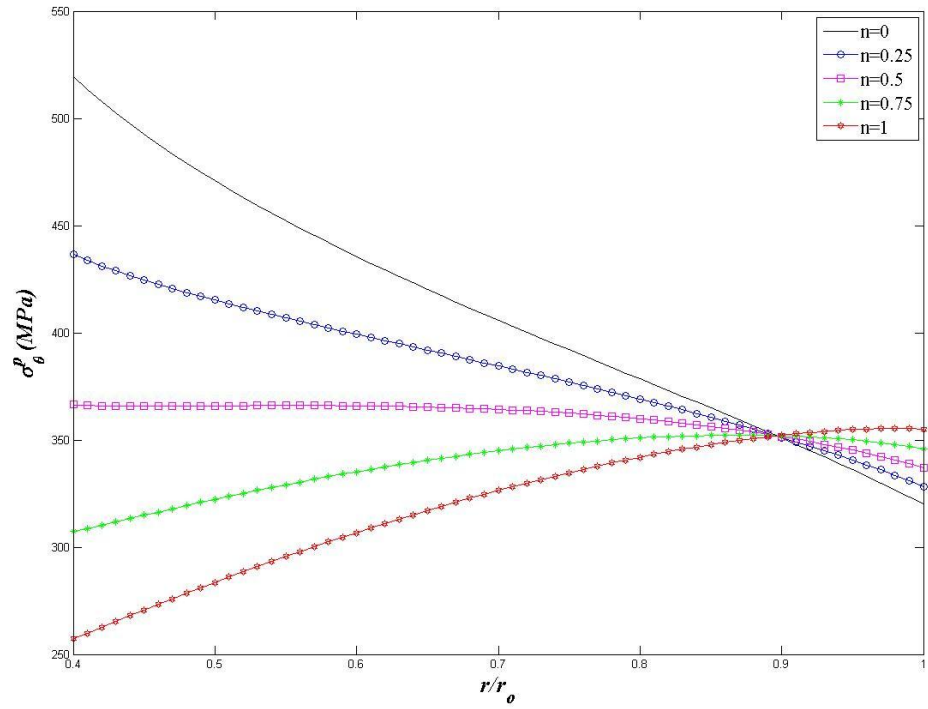


b)

Şekil 4.7 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.8 : 100 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı

a) radyal ve b) teğetsel

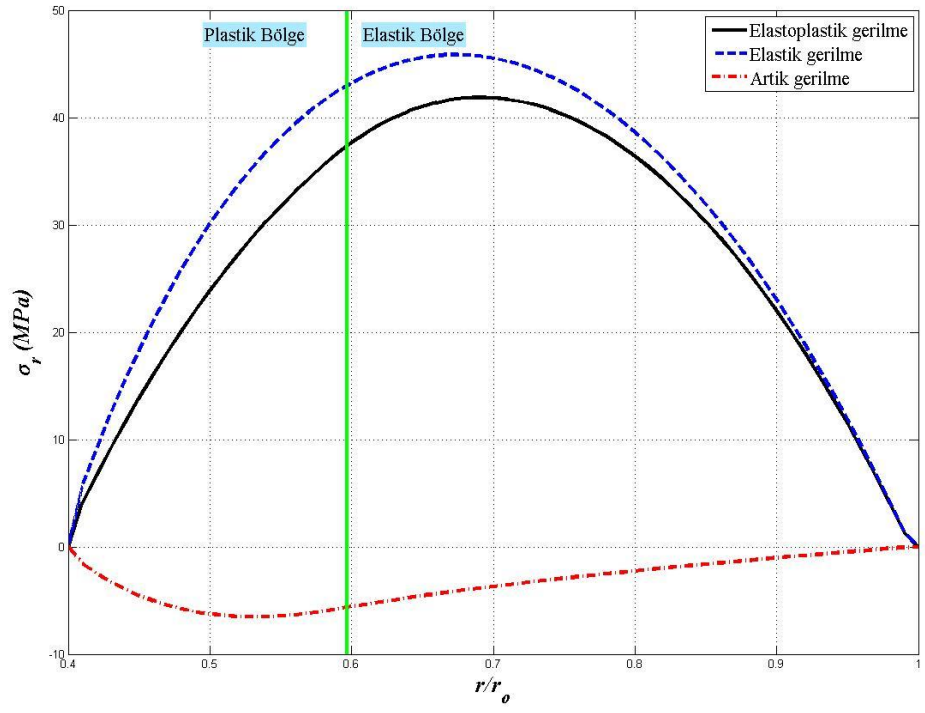
Şekil 4.8 a ve b’de ise 100 rad/sn açısal hıza maruz diskte oluşan sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri gösterilmiştir. Şekil 4.8b’de açıkça görüldüğü gibi disk kritik açısal hızın oldukça üstünde bir yük ile yüklendiği için neredeyse ikinci elastik bölge oluşmamıştır, yani disk tamamen plastik bölgeden oluşmaktadır. Yükün arttırılmasıyla birlikte plastik bölgede yayılma meydana gelmektedir. Bütün elastoplastik gerilme dağılımlarında plastik bölgeden elastik bölgeye geçişte gerilme değerleri eşit bulunmuştur.

4.3.2.1 Dönen diskte artık gerilme hesabı

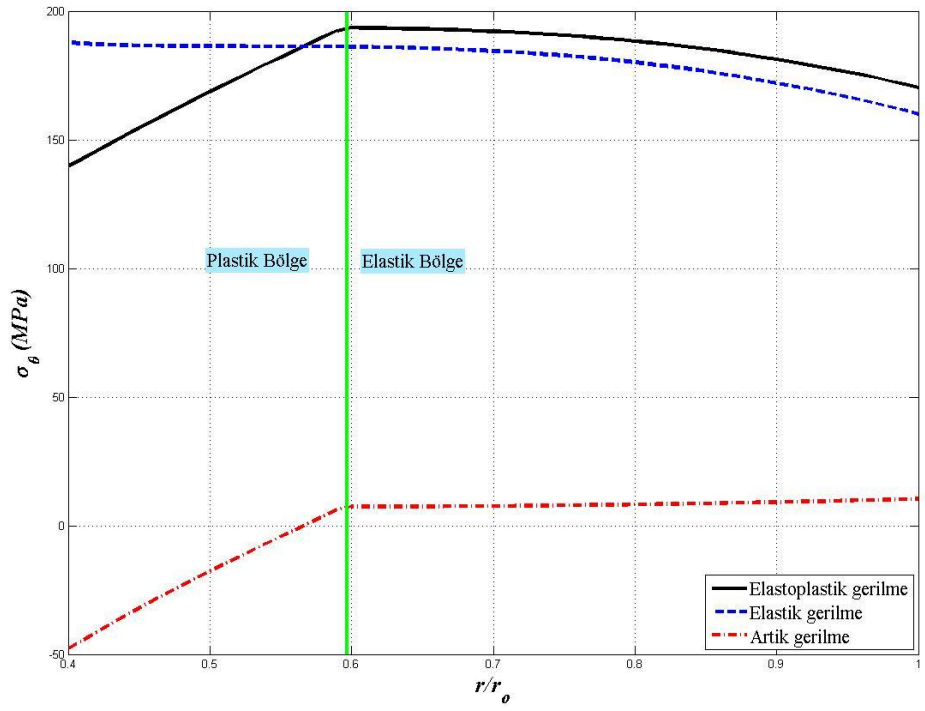
Dönen diskte oluşan artık gerilmeler denklem (4.31) ve (4.32) sırasıyla radyal artık gerilmeler ve teğetsel yönde oluşan artık gerilmeleri bulmak için kullanılabilir.

Şekil 4.9 a ve b’de dönen diskte oluşan sırasıyla radyal artık gerilmeler ve teğetsel artık gerilmelerin bulunması gösterilmiştir. Eğer disk kritik açısal hızın üzerinde tam plastik yüklemenin altında bir yük ile yüklenirse Şekil 4.9 a ve b de gözüktüğü gibi disk iki bölgeden oluşmaktadır. Diskin iç kısmı birinci bölge yani plastik bölge ikinci kısmı ise elastik bölgedir. Plastik bölgede gerilmeler hafif artarak gittiği Şekil 4.9’da gözükmemektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilir olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskın iç yüzeyinde bası iken dış yüzeyinde çeki durumundadır.

Şekil 4.10 a ve 4.11a’da radyal artık gerilmeler gösterilmiştir. Şekil’de görüldüğü gibi radyal artık gerilme bileşenleri diskın iç kısmında ve dış kısmında sıfırdır. Radyal artık gerilme dağılımı 75 rad/sn’lik açısal hız için, en büyük artık gerilme, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için oluşurken, 100 rad/sn için homojen malzemede oluşmaktadır. Radyal artık gerilme bileşenleri diskın her yerinde daima bası durumundadır. Radyal artık gerilme bileşenleri teğetsel artık gerilme bileşenleri ile yarı çap boyunca karşılaştırıldığında radyal artık gerilme bileşenlerinin küçük olduğu gözlemlenmektedir. Maksimum radyal artık gerilme değerleri diskın iç kısmına daha yakın orta bölgede oluşmuştur.

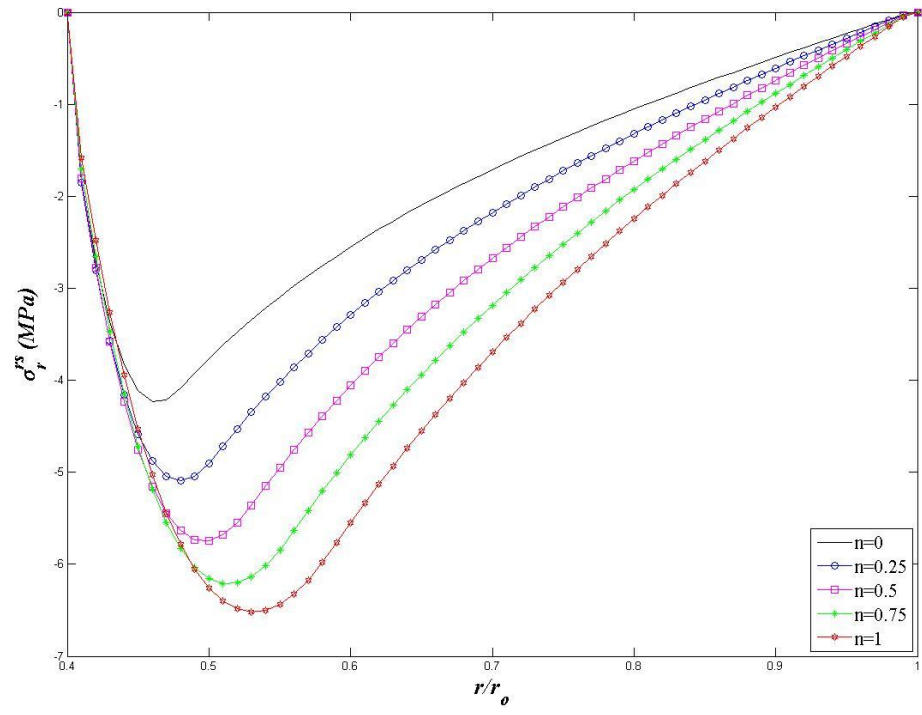


a)

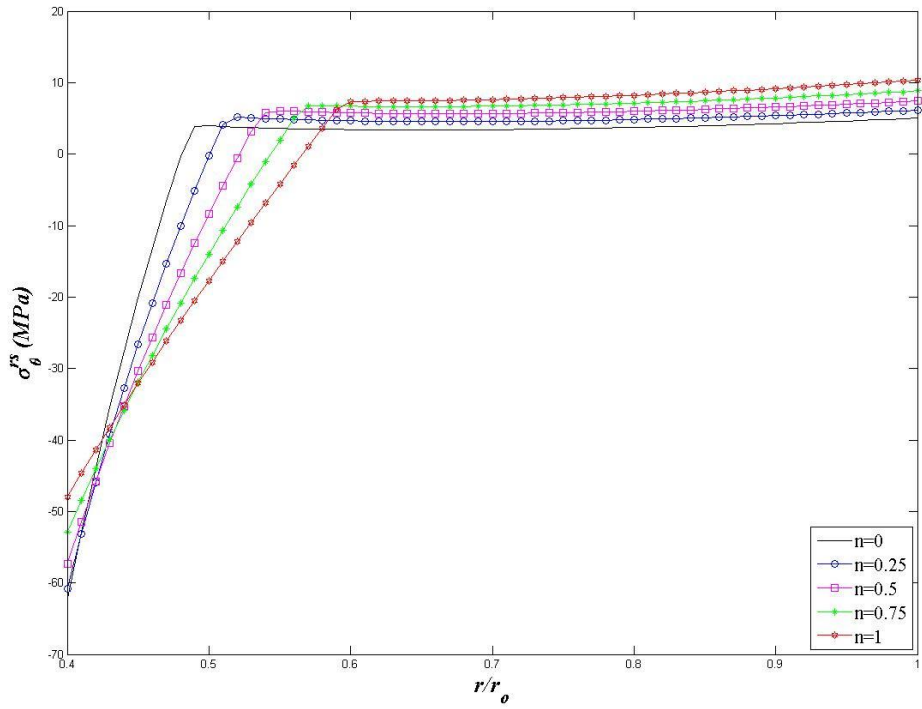


b)

Şekil 4.9 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan atrık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel



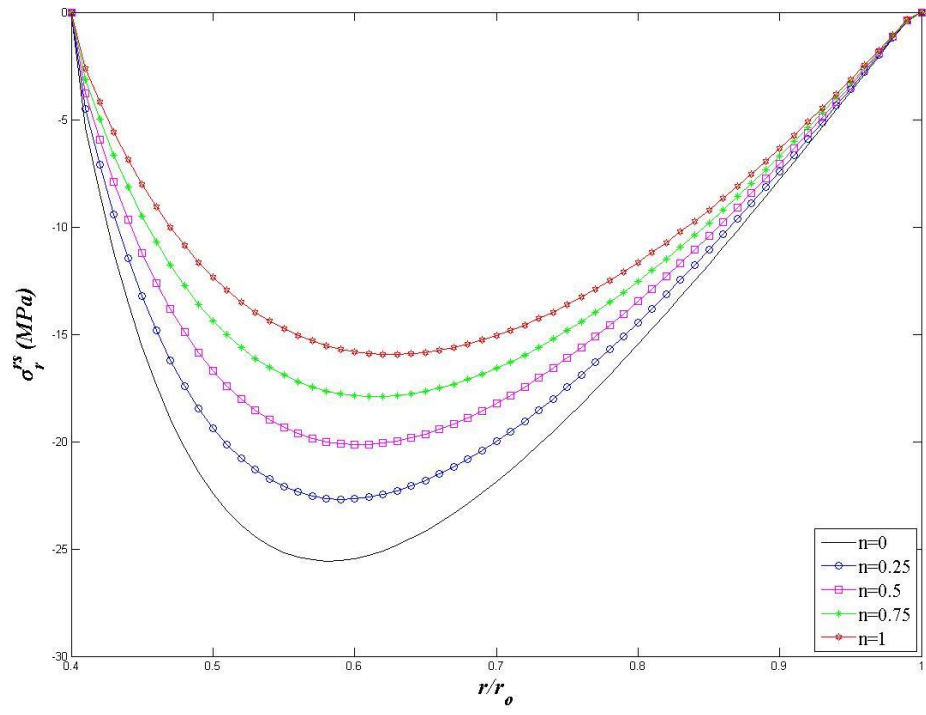
a)



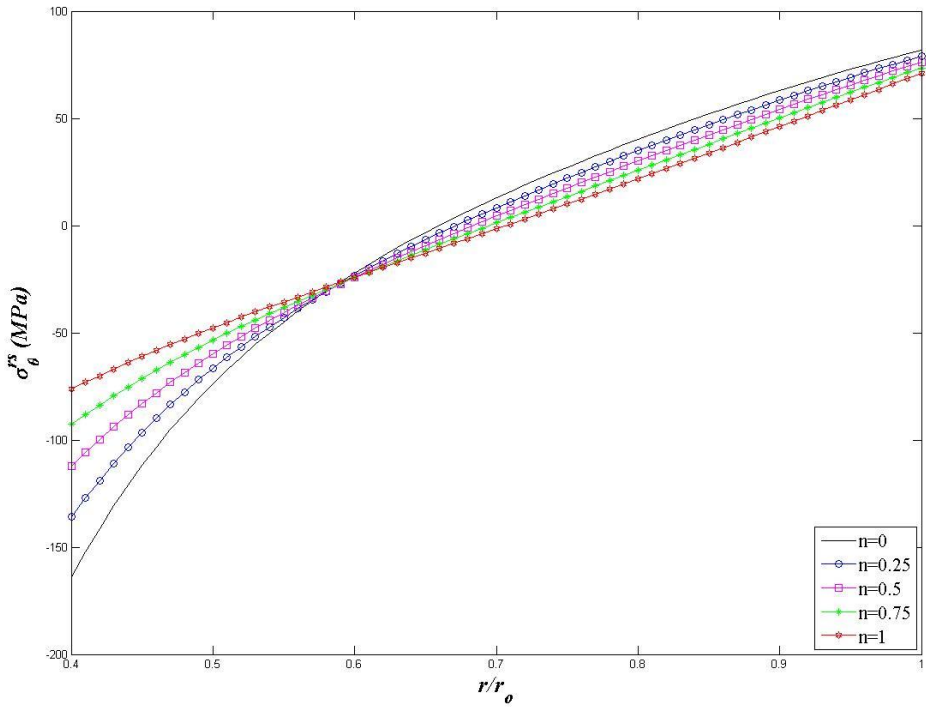
b)

Şekil 4.10 : 75 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı

a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.11 : 100 rad/sn açısal hızla dönen diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.10b ve 4.11b' de teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler plastik bölgede azalan bir eğilim göstermekte iken elastik bölgede sabit bir dağılım göstermektedirler. Yük arttırıldıkça plastik bölgenin yayıldığı buna bağlı olarakda, oluşan plastik bölgede artık gerilme dağılımının olduğu Şekil 4.10 ve 4.11'de gözükmemektedir. Teğetsel artık gerilme diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadır, çekiden basıya bir geçiş söz konusudur.

4.4 Termal Yükler

4.4.1 Sabit sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. Sabit sıcaklığa maruz disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik sabit sıcaklık bulunacak olursa, denklem (3.55) ve (3.56)'daki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)'daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned} \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Br^{(\beta+n)} \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (\beta+n+1)Br^{(\beta+n)} \right)^2 \\ & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + Br^{(\beta+n)} \right) \cdot \\ & \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + (\beta+n+1)Br^{(\beta+n)} \right) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Burada sırasıyla C_1 , C_2 ve B denklem (4.17), (4.18) ve denklem (4.19)'de verilmiştir.

$$C_1 = \frac{B \left(-r_i^{(\beta+n)} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + r_o^{(\beta+n)} r_i^{\frac{n-k-2}{2}} \right)}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.38)$$

$$C_2 = \frac{B \left(-r_o^{(\beta+n)} r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + r_i^{(\beta+n)} r_o^{\frac{n+k-2}{2}} \right)}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.39)$$

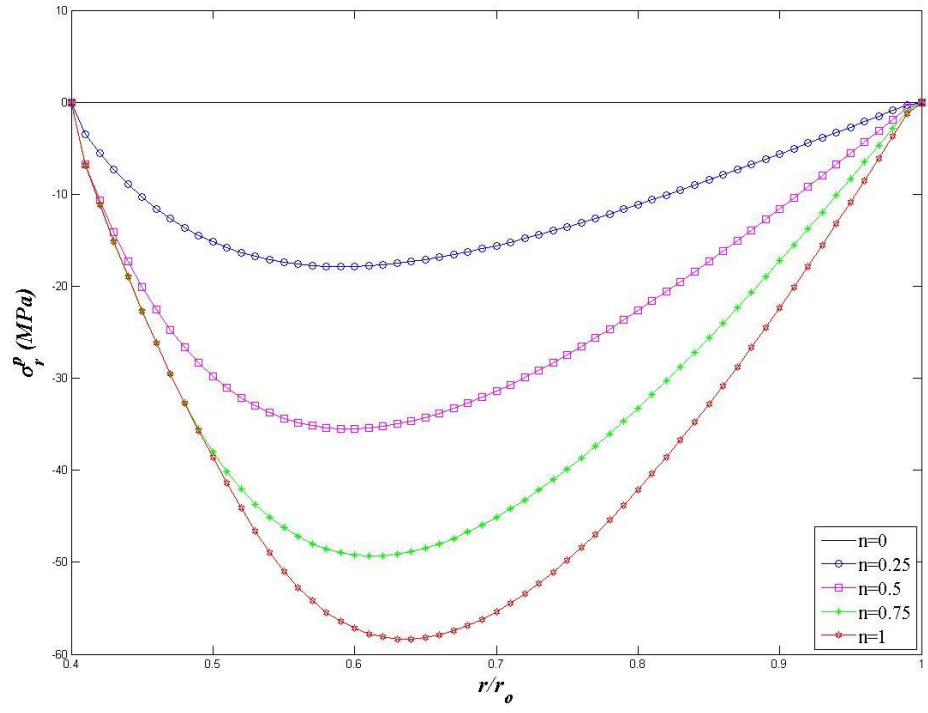
$$B = -\frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (4.40)$$

Denklem (4.38), (4.39) ve denklem (4.40)'daki değerleri denklem (4.37)'de yerine konulur ve burada T_o çekilirse kritik sabit sıcaklık bulunmuş olur. Denklem (4.16)'nın analitik çözümü matlab'da yapılmıştır.

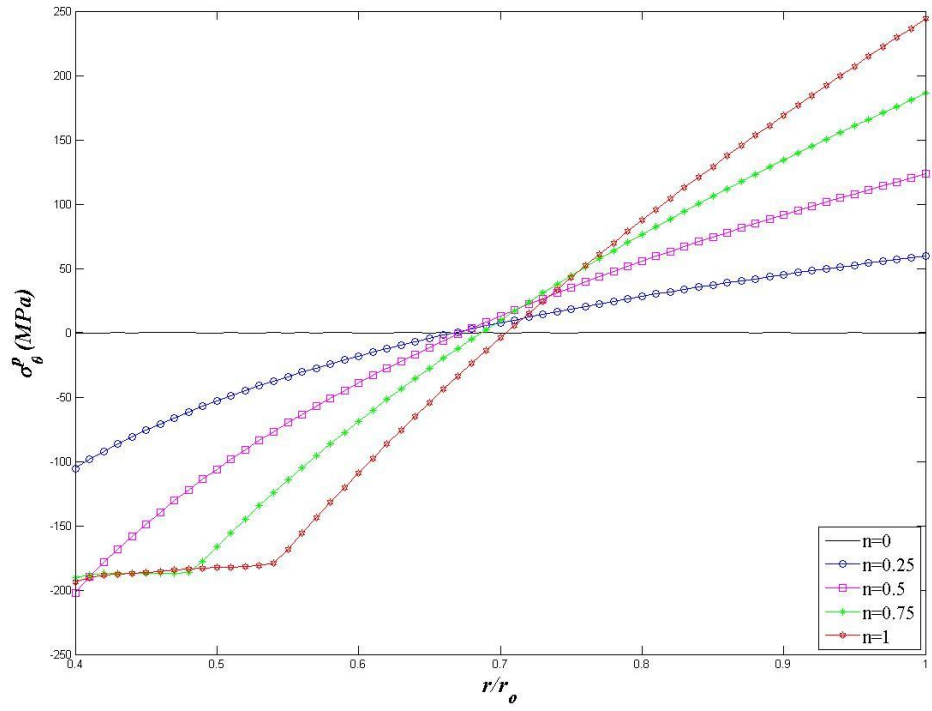
Tablo 4.3: Derecelendirme parametresine göre kritik sıcaklık

Derecelendirme Parametresi					
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
$T_{ak} (^{\circ}C)$	Gerilme oluşmaz	699.514	289.540	160.024	99.633

Tablo 4.3'de görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük sabit sıcaklık değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresinin artmasıyla kritik sıcaklık düşmektedir. Tablo 4.3'de görüldüğü gibi homojen malzeme için her hangi bir kritik sıcaklık değeri yoktur. Homojen malzemede sabit sıcaklıkta gerilme oluşmaz. Bunun sebebi hem malzemenin homojen olması yani içerisinde her hangi bir düzensizliğin olmaması hem de yükün homojen olmasıdır, ayrıca sınır şartları da içten ve dıştan serbest bırakıldığı için her hangi bir gerilme oluşmaz. Buna karşın radyal yönde yer değiştirme meydana gelmektedir. Tablo 4.3'deki kritik sabit sıcaklığın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır.

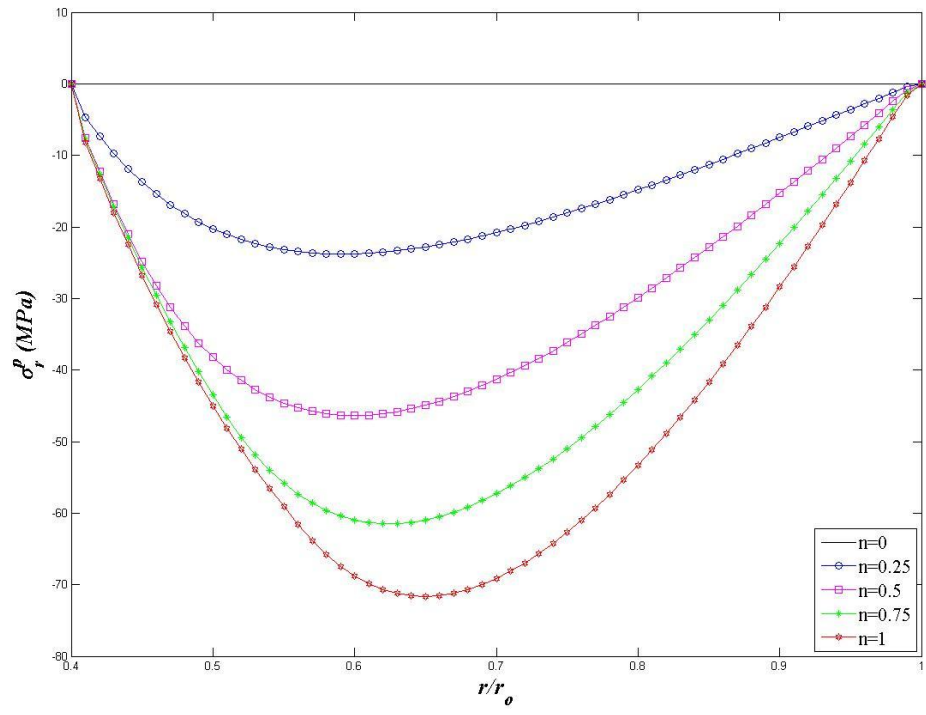


a)

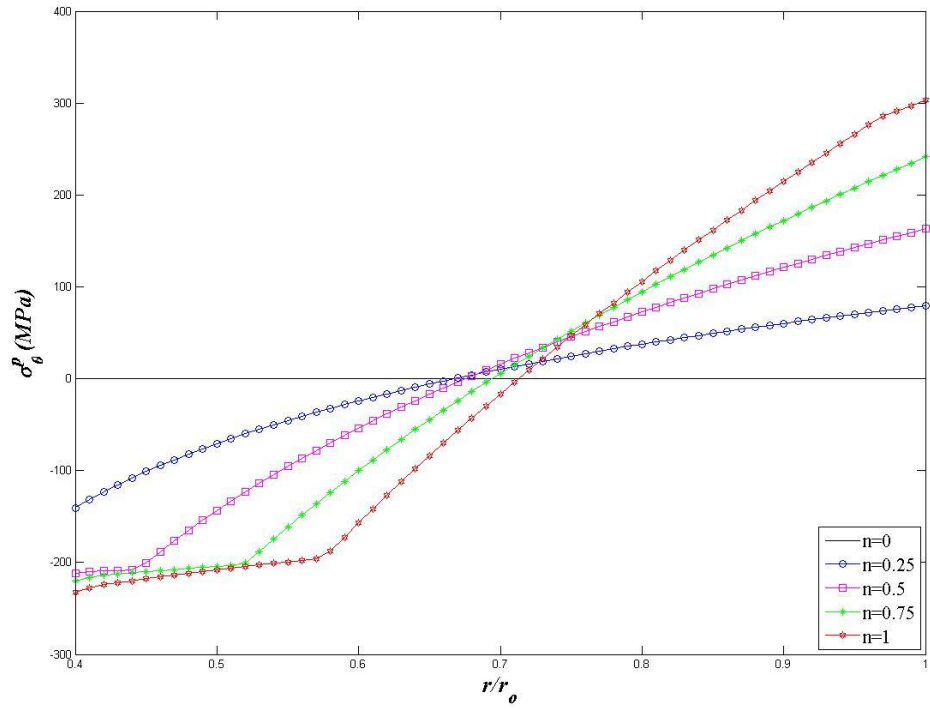


b)

Şekil 4.12 : 300 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.13 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.12 a ve b’de sırasıyla 300 °C sabit sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için diskin iç ve dış yüzeyinde radyal gerilme sıfırdır. Homojen malzeme için herhangi bir gerilme dağılımı söz konusu olmamıştır. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Sabit sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.12’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.12b’de açıkça gözükmektedir.

Şekil 4.13 a ve b’de görüldüğü gibi yük artmasına rağmen homojen malzemede herhangi bir gerilme dağılımı söz konusu değildir, fakat FDM diskler bakıldığında, yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.13a’da elastoplastik radyal gerilme dağılımının FDM diskin her yerinde bası durumunda olduğu gözükmete iken, Şekil 4.13b’de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımının diskin iç yüzeyinde bası, dış yüzeyinde ise çeki olduğu gözükmektedir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için Şekil 4.13b’de diskin dış yüzeyinde akmanın başladığı açıkça gözükmektedir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir.

4.4.1.1 Sabit sıcaklık altında artık gerilme hesabı

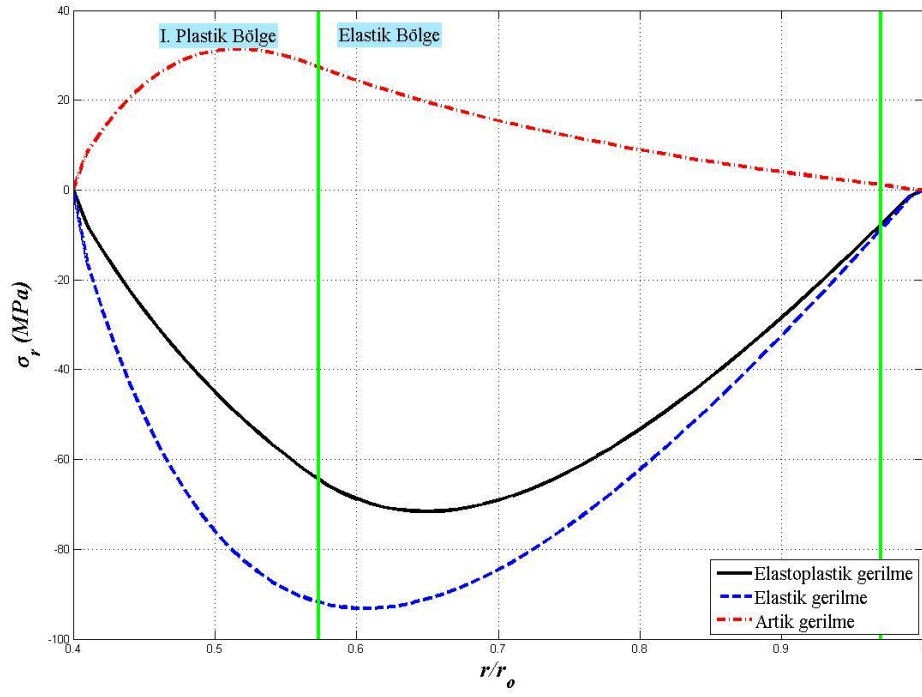
Şekil 4.14a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla, hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin, bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem (4.32) kullanılabilir. Eğer disk kritik sabit sıcaklığın üzerinde bir yükte yüklenirse malzemede akma meydana gelir, ve yük tam plastik yükün altında bir değerde ise elastoplastik durum söz konusu olur. Plastik bölgede gerilmelerin hafif artarak gittiği

Şekil 4.14’da gözükmemektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilen olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa Şekil 4.14a’da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmın da radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir.

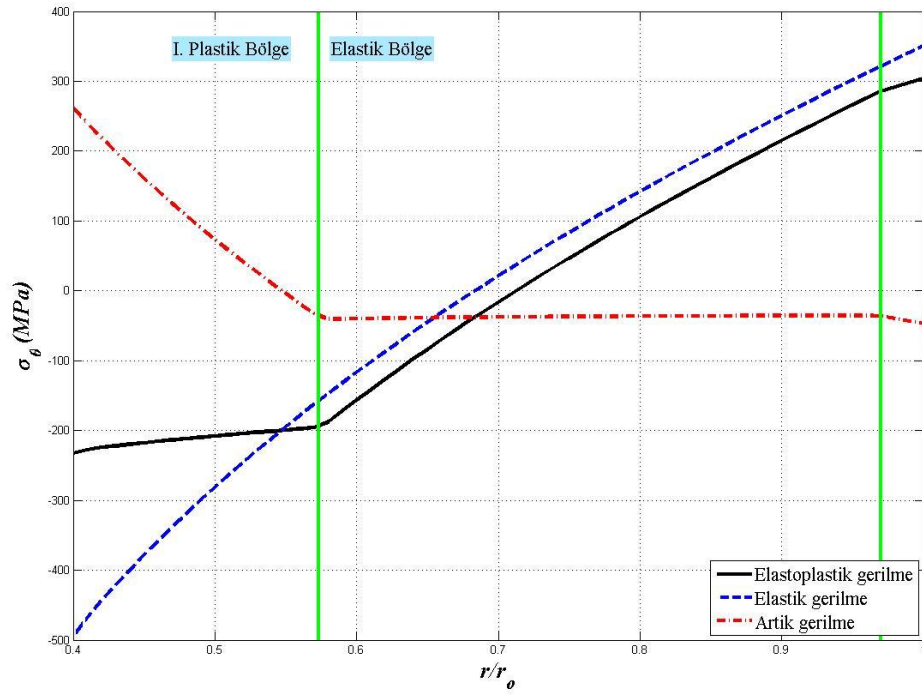
Şekil 4.15 ve 4.16’da sırasıyla 300 ve 400 °C sabit sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı gösterilmiştir.

Şekil 4.15a’da radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Derecelendirme parametresi en büyük iki değeri için elastoplastik durum söz konusu olduğu açıkça Şekil 4.15a’da gözükmemektedir. Dikkat edilecek olursa tablo 4.3’ de verilen kritik sıcaklık değerlerine bakıldığında derecelendirme parametresinin bu değerlerindeki kritik sıcaklık değerlerinin uygulanan yükten daha küçük olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarakda malzemede akma meydana gelmiştir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir.

Şekil 4.15b’de ise teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken elastik bölgede ise uniform bir dağılım göstermektedirler.



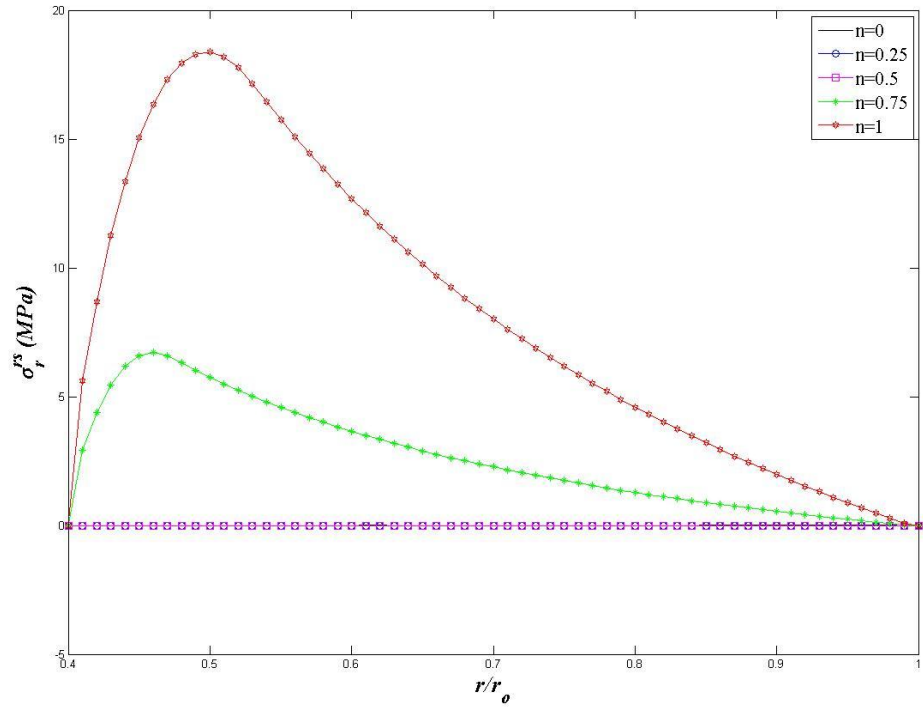
a)



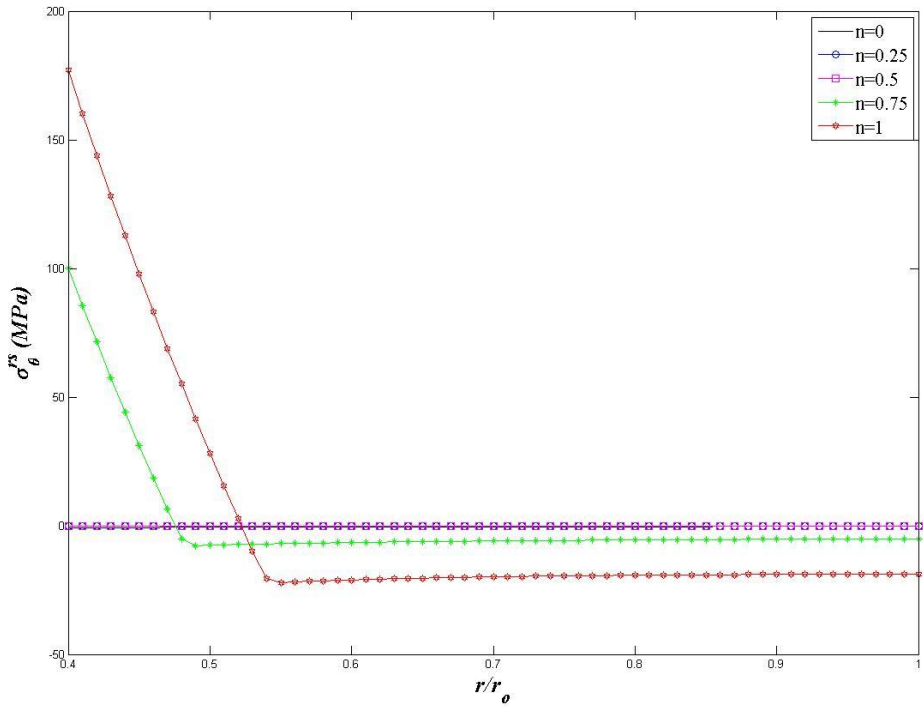
b)

Şekil 4.14 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması

a) radyal ve b) teğetsel

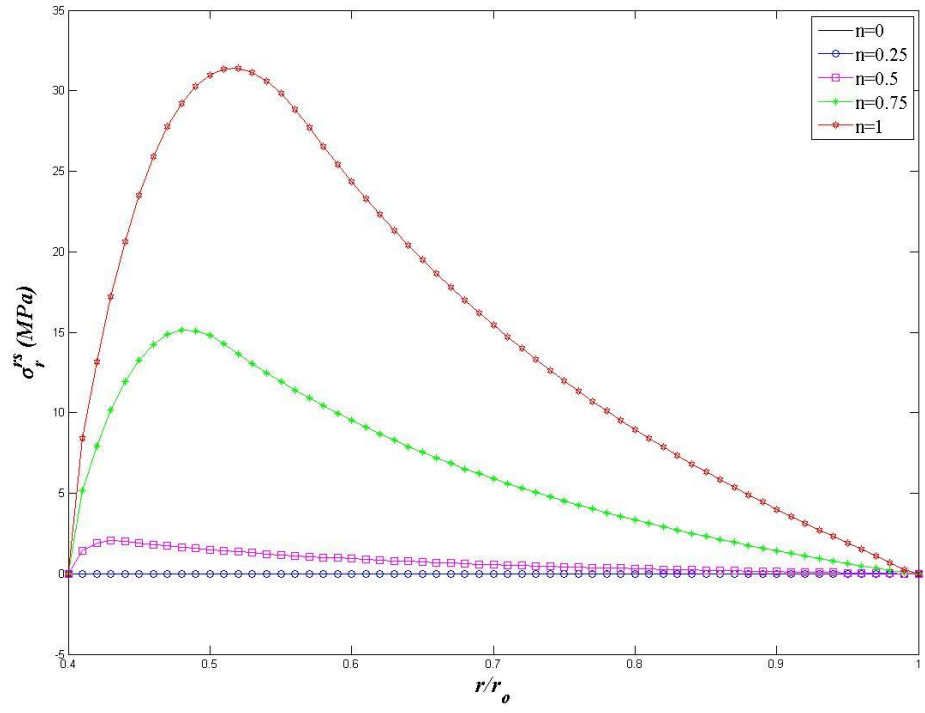


a)

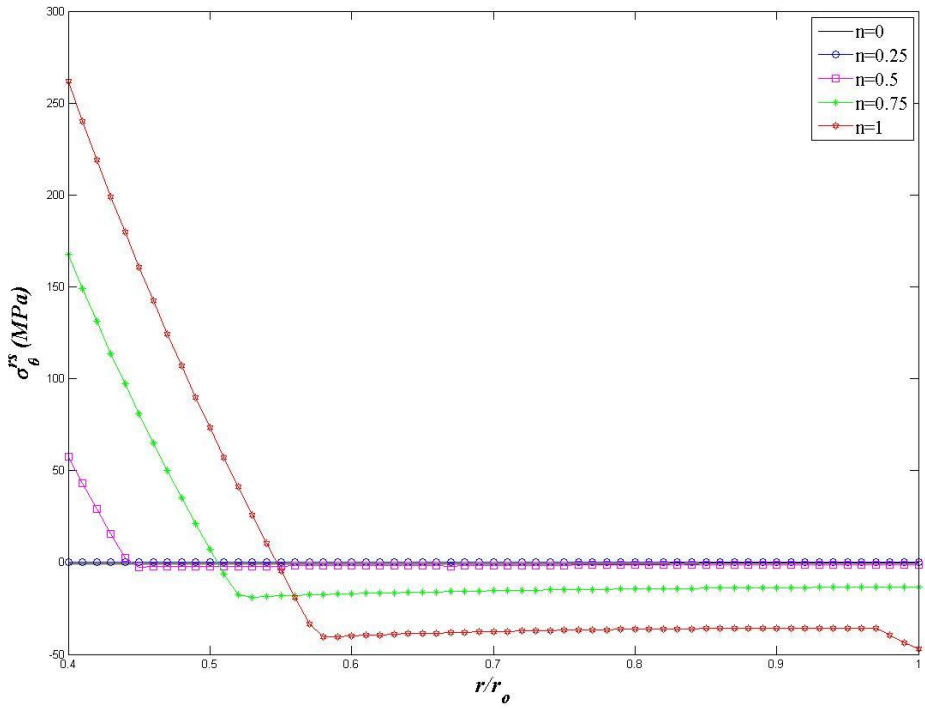


b)

Şekil 4.15 : 300 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.16 : 400 °C Sabit sıcaklıkta diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.16a ve b’de ise yük artırılarak yani 400 °C sabit sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük üç değeri için elde edilmiştir. Tablo 4.3’den bakıldığında yüklenilen yük değerinin bu üç derecelendirme parametresi için verilen kritik sıcaklık değerlerinden büyük olduğu görülür. Yük artırıldığında Şekil 4.16a’da ve b’de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı gözlemlenmiştir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.16b’de açıkça görülmektedir. Bu değer için disk hem iç yüzeyden hem de dış yüzeyden aktığı görülmektedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir.

4.4.2 Lineer azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. Lineer azalan sıcaklığa maruz disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik lineer azalan sıcaklık bulunacak olursa, denklem (3.70) ve (3.71)’deki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)’daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned} \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + C r^{(\beta+n)} + D r^{(\beta+n+1)} \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \left. + (\beta+n+1) C r^{(\beta+n)} + (\beta+n+2) D r^{(\beta+n+1)} \right)^2 \\ & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + C r^{(\beta+n)} + D r^{(\beta+n+1)} \right) \\ & \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \left. + (\beta+n+1) C r^{(\beta+n)} + (\beta+n+2) D r^{(\beta+n+1)} \right) \end{aligned} \quad (4.41)$$

Burada sırasıyla C1, C2, C ve D denklem (4.42), (4.43), (4.44) ve denklem (4.45)’de verilmiştir.

$$C_1 = \frac{-\left(Cr_i^{(\beta+n)} + Dr_i^{(\beta+n+1)}\right)r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(Cr_o^{(\beta+n)} + Dr_o^{(\beta+n+1)}\right)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.42)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Cr_o^{(\beta+n)} + Dr_o^{(\beta+n+1)}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(Cr_i^{(\beta+n)} + Dr_i^{(\beta+n+1)}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.43)$$

$$C = -\frac{E_o \beta \alpha_o T_o r_o}{r_o^{(\beta+n)}(r_o - r_i)((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1)} \quad (4.44)$$

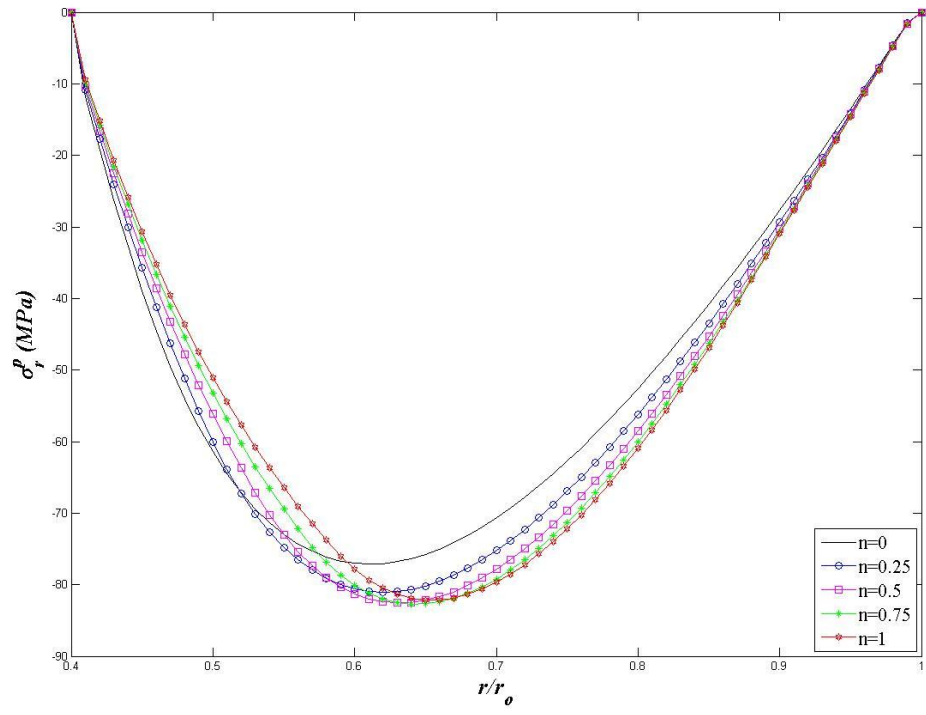
$$D = \frac{E_o \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)}(r_o - r_i)((\beta + n + 2)^2 - n(\beta + n + 2) + vn - 1)}(\beta + 1) \quad (4.45)$$

Denklem (4.42), (4.43), (4.44) ve denklem (4.45)'deki değerleri denklem (4.42)'de yerine konulur ve burada T_o çekilirse kritik lineer azalan referans sıcaklığı bulunmuş olur. Kritik lineer azalan referans sıcaklık için analitik çözüm matlab'da yapılmıştır.

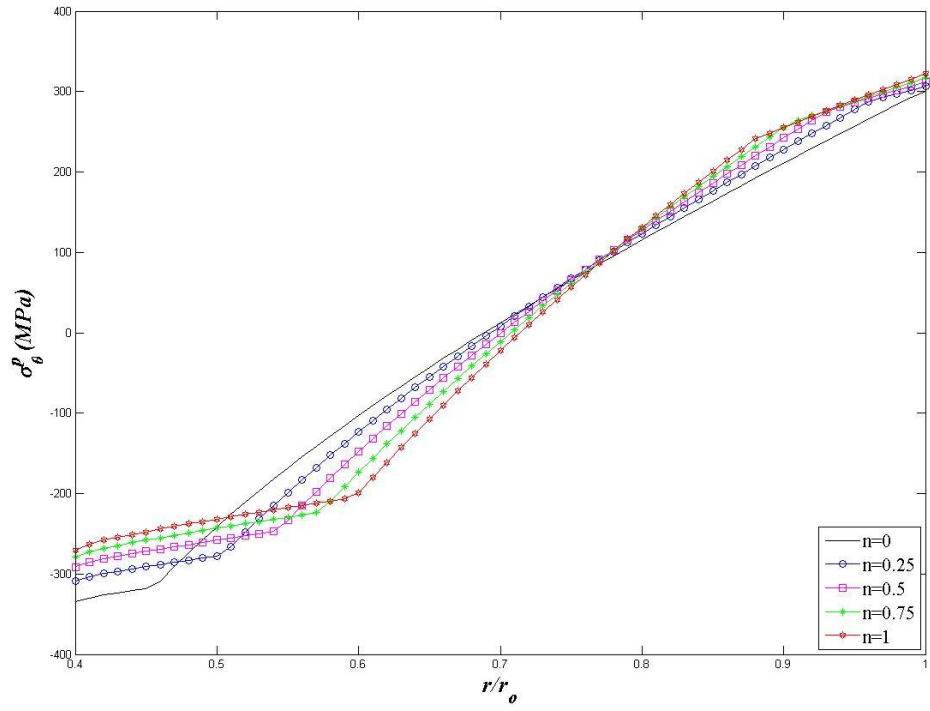
Tablo 4.4: Derecelendirme parametresine göre kritik lineer azalan iç sıcaklık

	Derecelendirme Parametresi				
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
$T_{ak}(^{\circ}C)$	218.750	153.719	110.430	80.697	59.780

Tablo 4.4'de görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük lineer azalan kritik sıcaklık değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi arttıkça kritik lineer azalan sıcaklık azalmaktadır. Tablo 4.4'deki kritik lineer azalan sıcaklığın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır.

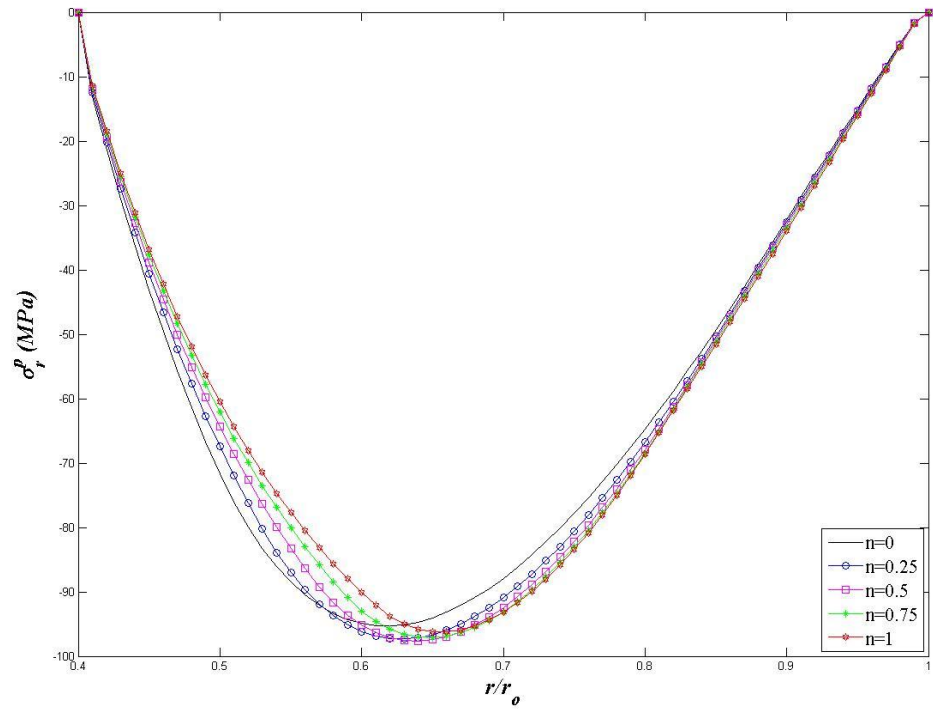


a)

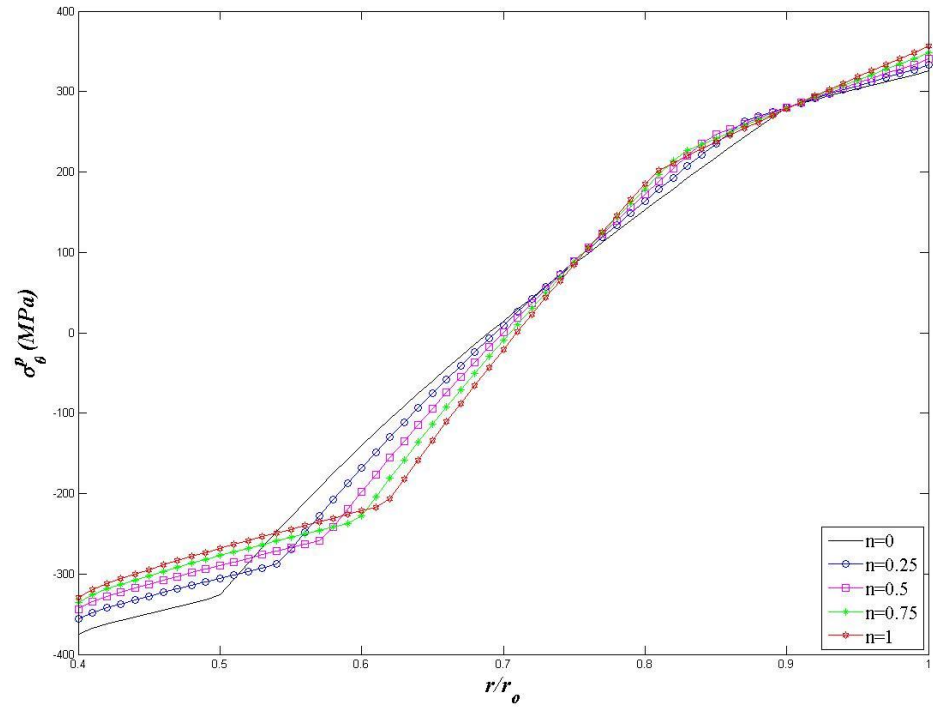


b)

Şekil 4.17 : 300 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.18 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.17 a ve b’de sırasıyla 300 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için, diskin iç ve dış yüzeyinde, radyal gerilme değeri sıfırdır. En küçük elastoplastik radyal gerilme homojen malzemede elde edilmiştir. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Lineer azalan sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.17’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.17b’de açıkça gözükmetedir. FDM disk iç yüzeyde aktığı gibi diskin dış yüzeyinde de akma meydana geldiği Şekil 4.17b’de açıkça gözükmetedir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için hem diskin iç yüzeyinde hem de diskin dış yüzeyinde en büyük plastik bölge olduğu gözlemlenmiş, ayrıca derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin hem iç kısım hem de dış kısımda daraldığı şekil 4.17b’de açıkça gözükmetedir.

Şekil 4.18 a ve b’de 400°C’de sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.18a’da elastoplastik radyal gerilme dağılımının FDM diskin her yerinde bası durumunda olduğu gözükmete iken, Şekil 4.18b’de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımının diskin iç yüzeyinde bası, dış yüzeyinde ise çeki olduğu gözükmetedir. Şekil 4.18b’de diskin dış yüzeyinde akmanın gerçekleştiği açıkça gözükmetedir, disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir.

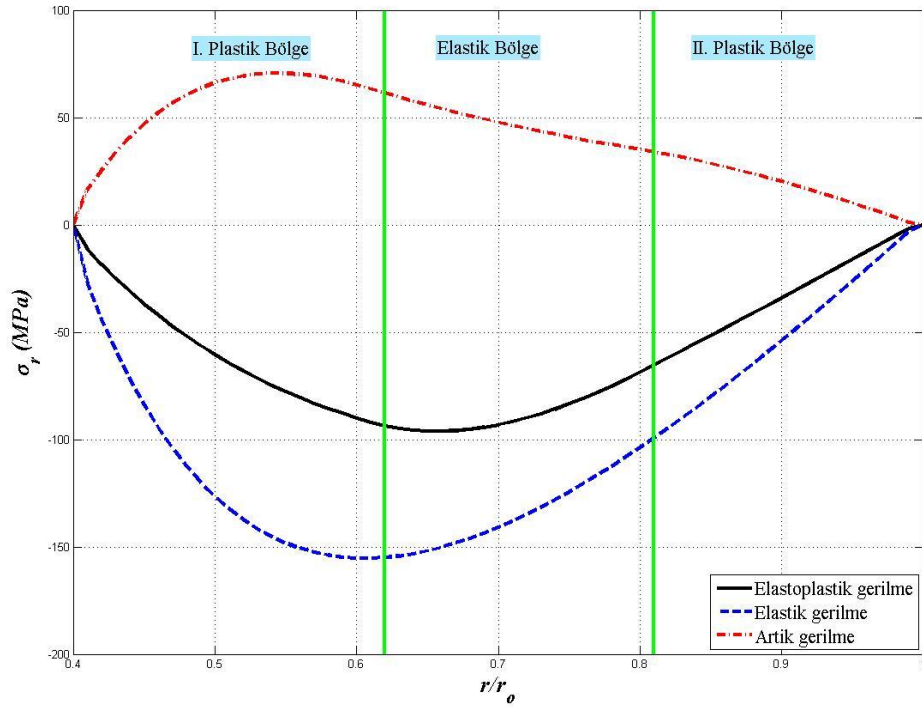
4.4.2.1 Lineer azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı

Şekil 4.19a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem

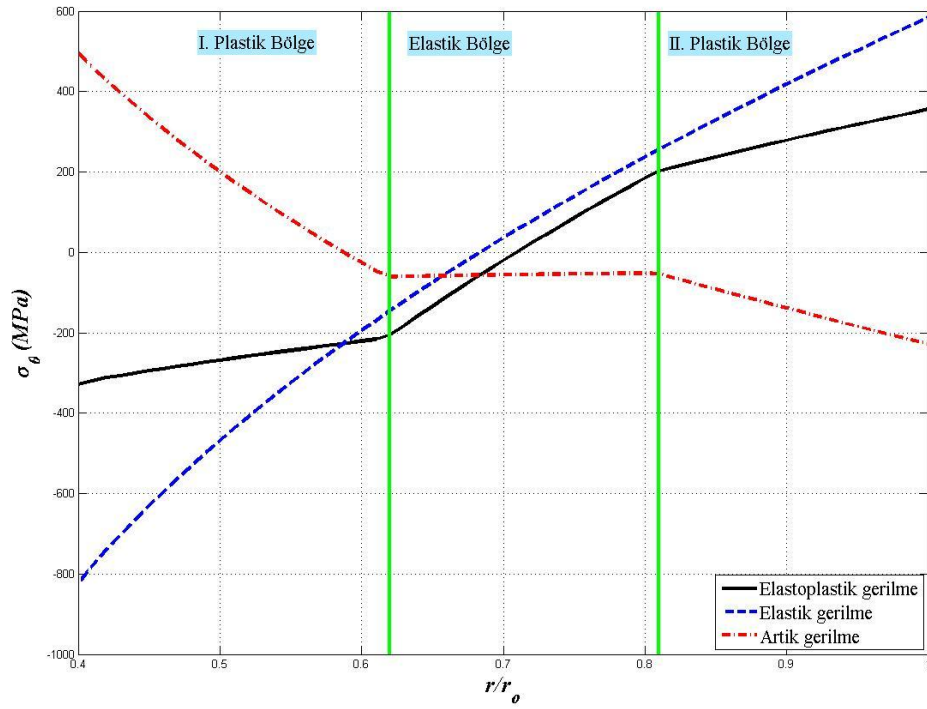
(4.32) kullanılabilir. Eğer disk kritik lineer azalan sıcaklığın üzerinde bir yük ile yüklenirse malzemede akma meydana gelir, ve yük tam plastik yükün altında bir değerde ise elastoplastik durum söz konusu olur. Plastik bölgede gerilmelerin hafif artarak gittiği Şekil 4.19'da görülmektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilir olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa Şekil 4.19a'da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmın da radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar; birinci plastik bölge, elastik bölge, ikinci plastik bölgedir.

Şekil 4.20a'da radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Diskin iç yüzeyinde bütün derecelendirme parametreleri için malzemede akma gözlemlenirken, diskin dış yüzeyinde ise derecelendirme parametresi en büyük üç değeri için akmanın söz konusu olduğu açıkça Şekil 4.20a'da görülmektedir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir.

Şekil 4.20b'de 300°C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken elastik bölgede ise uniform bir dağılım ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler. Homojen malzeme diskin sadece iç yüzeyinde akma göstermiştir.

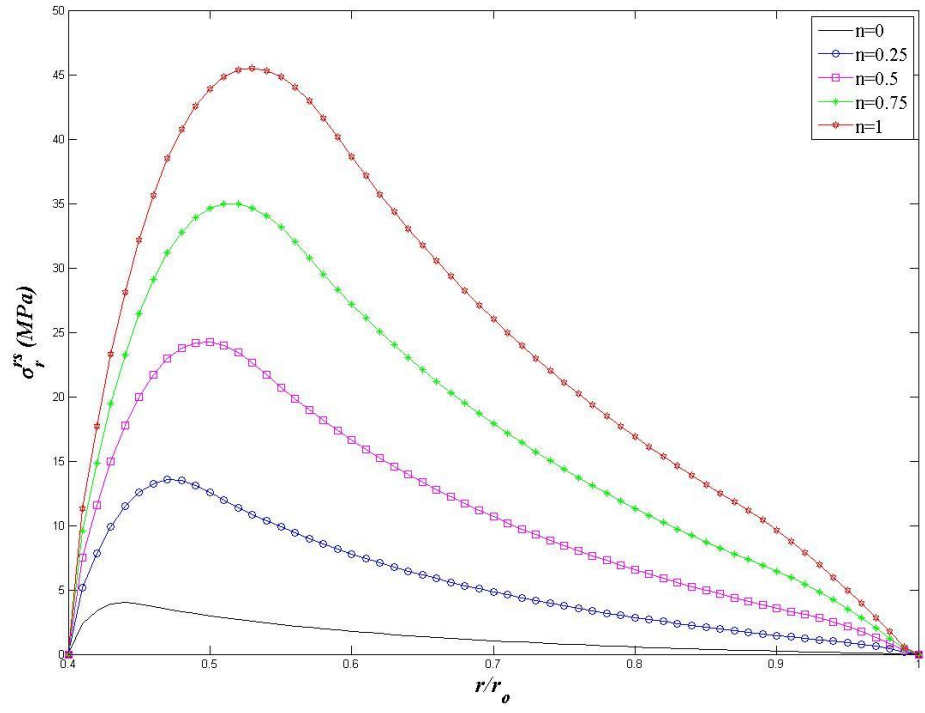


a)

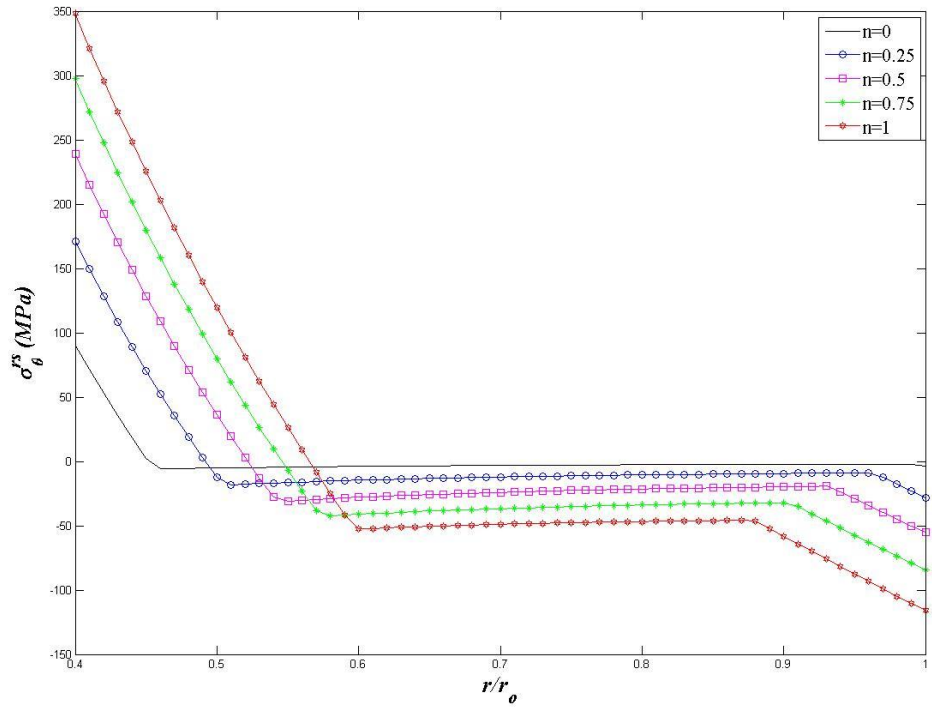


b)

Şekil 4.19 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

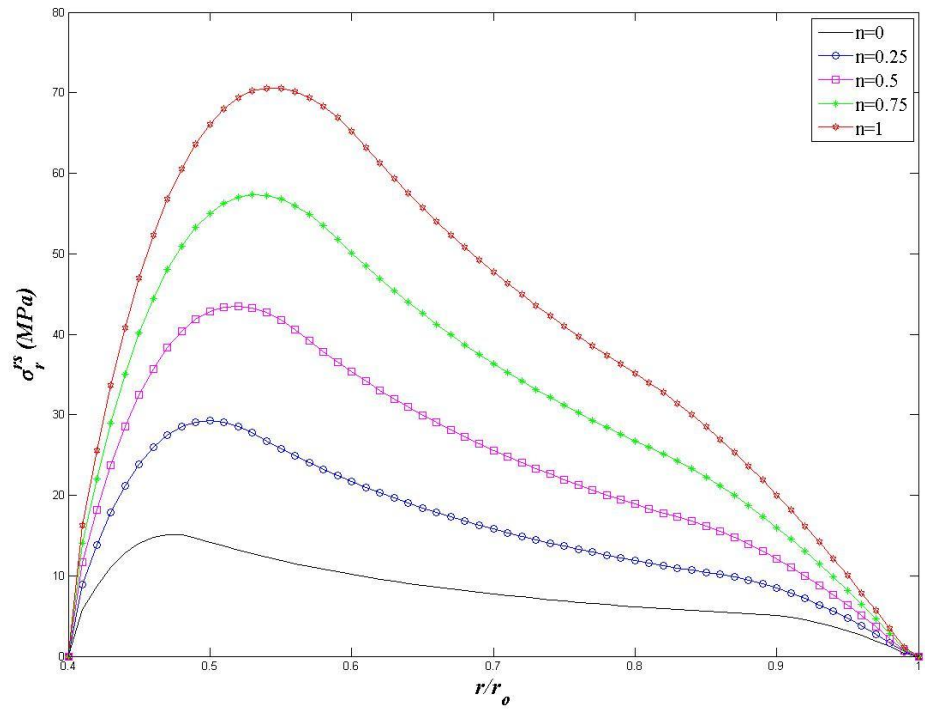


a)

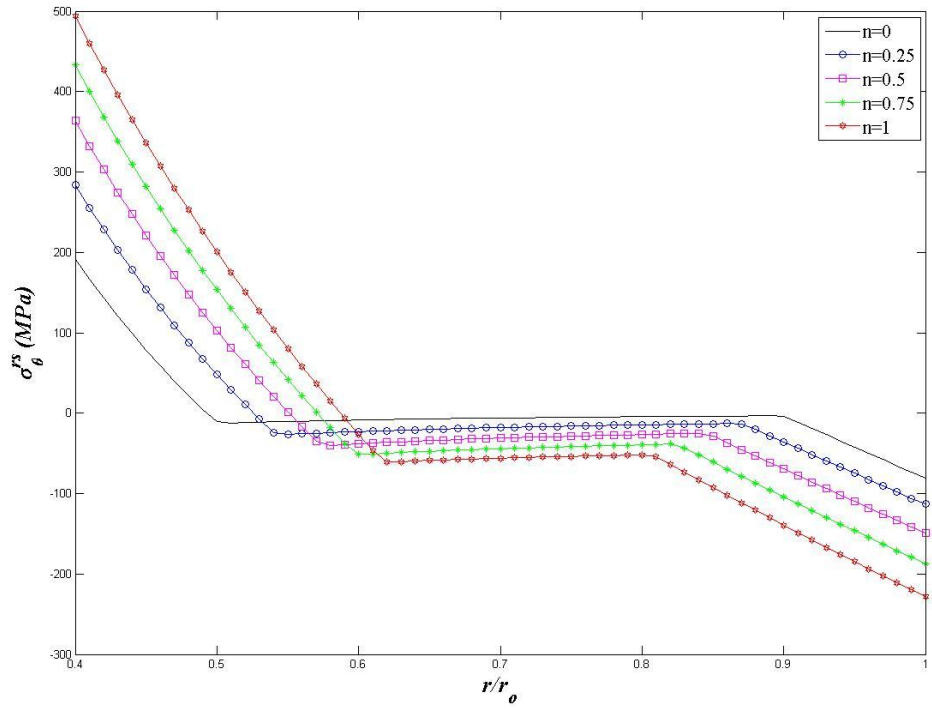


b)

Şekil 4.20 : 300 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.21 : 400 °C lineer azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.21a ve b’de ise 400 °C lineer azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Yük artırıldığında Şekil 4.21a’da ve b’de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı görülmektedir. Bütün derecendirme parametreleri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.21b’de açıkça gözükmemektedir. Bunlar sırasıyla birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir. Hem birinci plastik bölgede hem de ikinci plastik bölgede en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgelerde de daralma Şekil 4.21b’de açıkça gözükmemektedir.

4.4.3 Parabolik azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. parabolik azalan sıcaklığa maruz disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik parabolik azalan sıcaklık bulunacak olursa, denklem (3.88) ve (3.87)’deki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)’daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned} \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + H r^{(\beta+n)} + G r^{(\beta+n+2)} \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \left. + (\beta+n+1) H r^{(\beta+n)} + (\beta+n+3) G r^{(\beta+n+2)} \right)^2 \\ & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + H r^{(\beta+n)} + G r^{(\beta+n+2)} \right) \\ & \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \left. + (\beta+n+1) H r^{(\beta+n)} + (\beta+n+3) G r^{(\beta+n+2)} \right) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Burada sırasıyla C_1 , C_2 , H ve G denklem (4.47), (4.48), (4.49) ve denklem (4.50)’de verilmiştir. Denklem (4.47), (4.48), (4.49) ve denklem (4.50)’deki değerleri denklem (4.46)’de yerine konulur ve burada T_o çekilirse kritik parabolik azalan referans sıcaklığı bulunmuş olur. Kritik parabolik azalan referans sıcaklık için analitik çözüm matlab’da yapılmıştır.

$$C_1 = \frac{-\left(Hr_i^{(\beta+n)} + Gr_i^{(\beta+n+2)}\right)r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(Hr_o^{(\beta+n)} + Gr_o^{(\beta+n+2)}\right)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.47)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Hr_o^{(\beta+n)} + Gr_o^{(\beta+n+2)}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(Hr_i^{(\beta+n)} + Gr_i^{(\beta+n+2)}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.48)$$

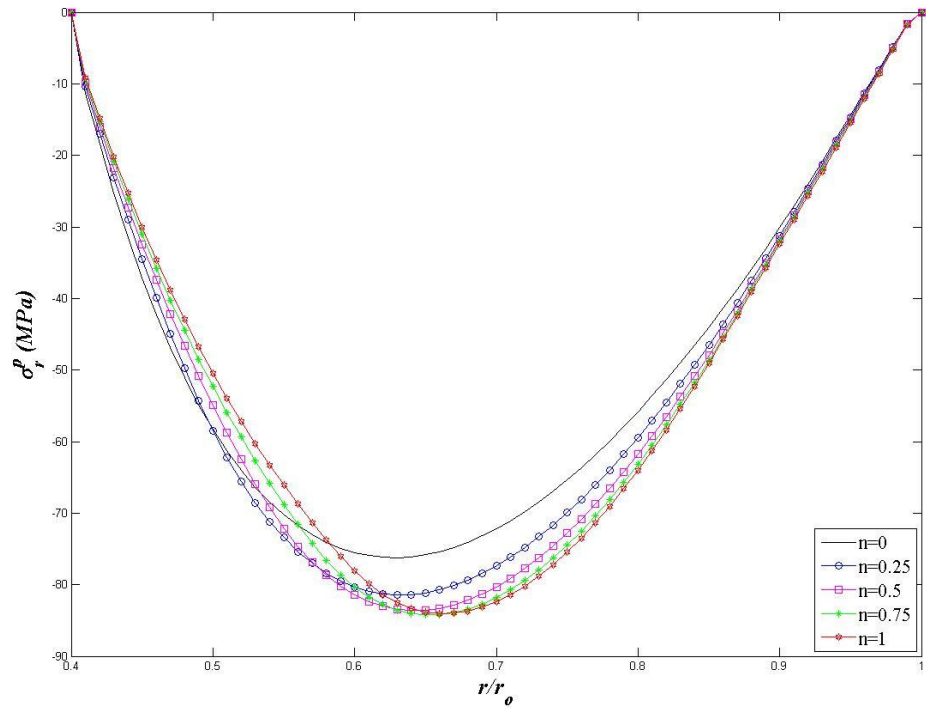
$$H = -\frac{E_o\beta\alpha_oT_o^2}{r_o^{(\beta+n)}(r_o^2 - r_i^2)((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + \nu n - 1)} \quad (4.49)$$

$$G = \frac{E_o\alpha_oT_o}{r_o^{(\beta+n)}(r_o^2 - r_i^2)((\beta+n+3)^2 - n(\beta+n+3) + \nu n - 1)}(\beta+2) \quad (4.50)$$

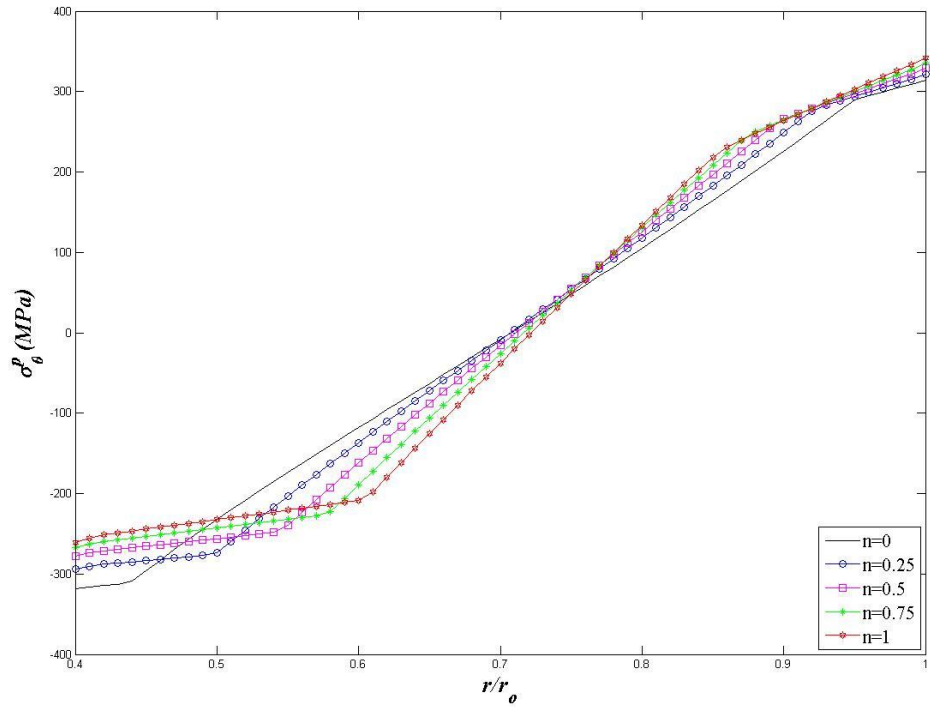
Tablo 4.5: Derecelendirme parametresine göre kritik parabolik azalan iç sıcaklık

	Derecelendirme Parametresi				
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
T _{ak} (°C)	250.000	169.951	119.239	85.620	62.583

Tablo 4.5’de görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük parabolik azalan kritik sıcaklık değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi arttıkça kritik parabolik azalan sıcaklık azalmaktadır. Tablo 4.5’deki kritik parabolik azalan sıcaklığın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır.

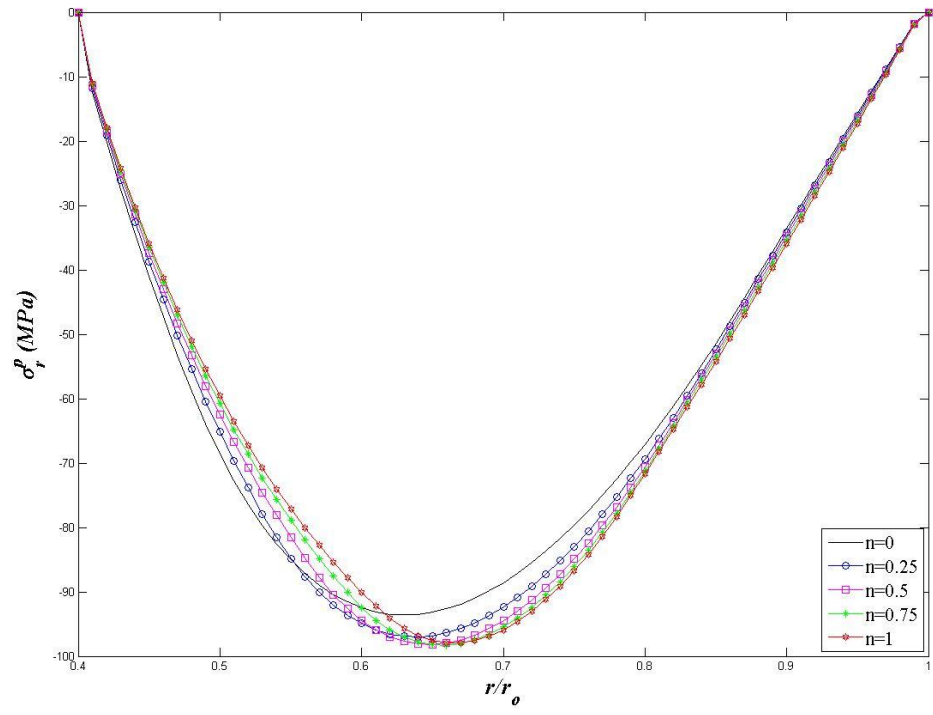


a)

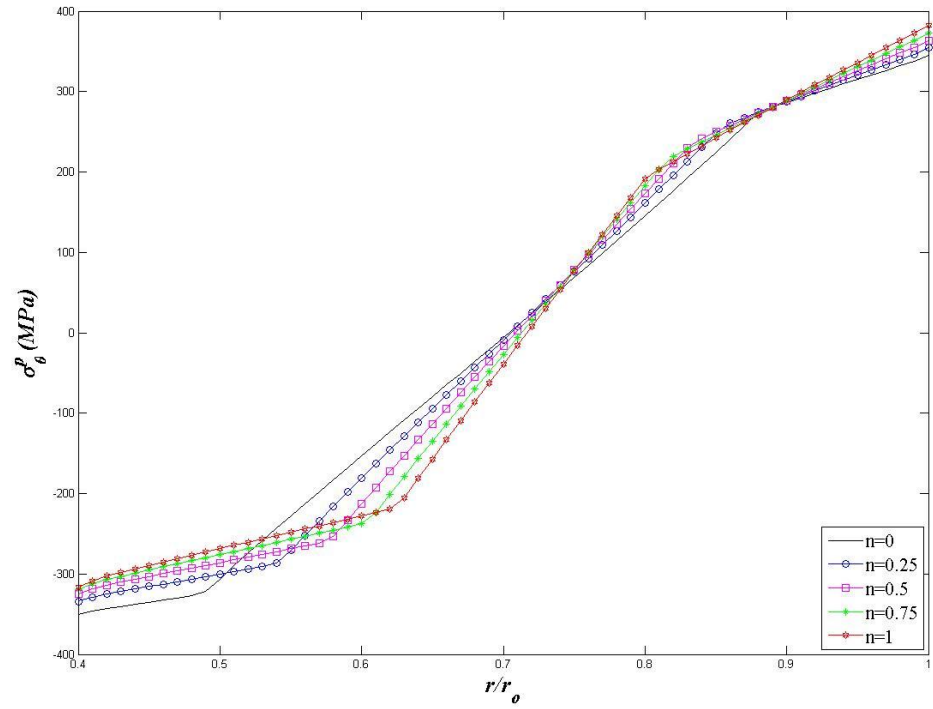


b)

Şekil 4.22 : 300 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.23 : 400 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.22 a ve b’de sırasıyla 300 °C parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için, diskin iç ve dış yüzeyinde, radyal gerilme değeri sıfırdır. En küçük elastoplastik radyal gerilme homojen malzemede elde edilmiştir. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Parabolik azalan sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.22’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.22b’de açıkça gözükmektedir. Diskin iç yüzeyinde akma meydana geldiği gibi diskin dış yüzeyinde de akma meydana gelmiştir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için hem diskin iç yüzeyinde hem de diskin dış yüzeyinde en büyük plastik bölge olduğu gözlemlenmiş, ayrıca derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin hem iç kısım hem de dış kısımda daraldığı Şekil 4.22b’de açıkça gözükmektedir.

Şekil 4.23 a ve b’de 400°C’de sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.23b’de diskin dış yüzeyinde akmanın gerçekleştiği açıkça gözükmektedir, disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir.

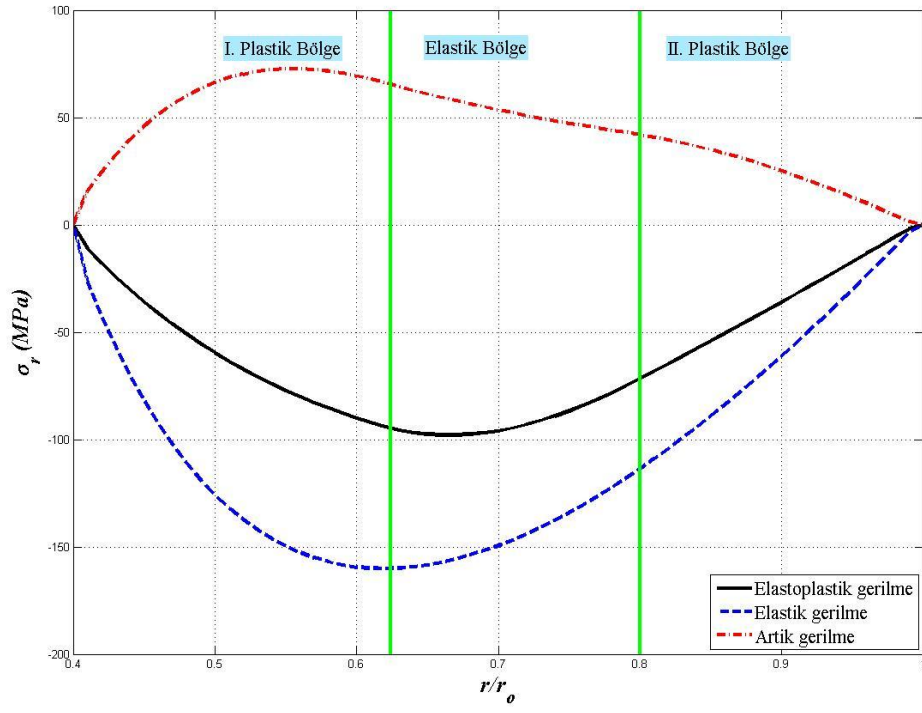
4.4.3.1 Parabolik azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı

Şekil 4.24a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem (4.32) kullanılabilir. Eğer disk kritik parabolik azalan sıcaklığın üzerinde bir yükte yüklenirse malzemede akma meydana gelir, ve yük tam plastik yükün altında bir değerde ise elastoplastik durum söz konusu olur. Plastik bölgede gerilmelerin hafif

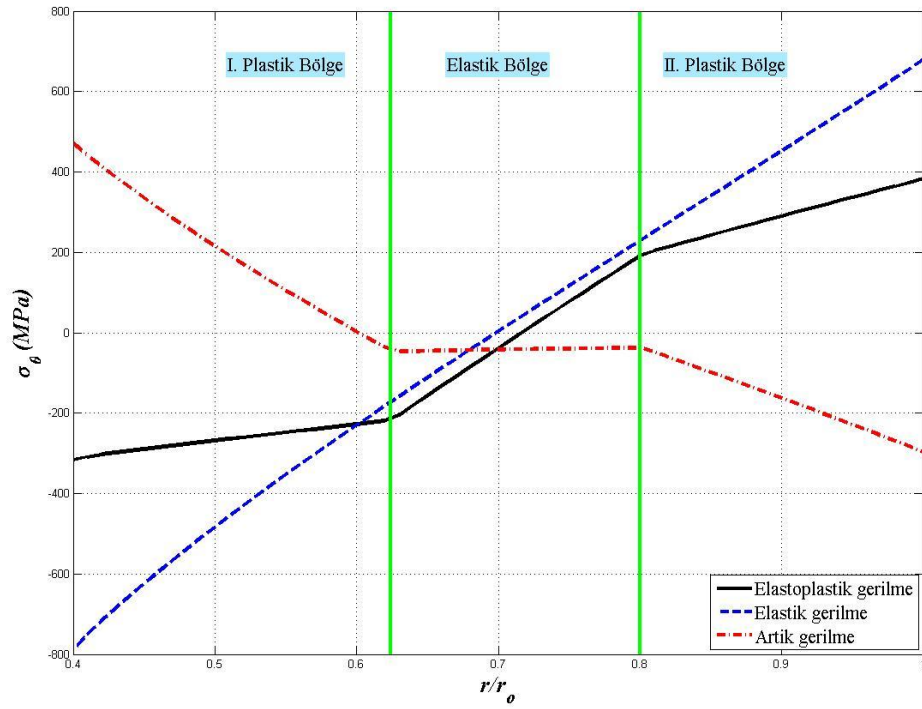
artarak gittiği Şekil 4.24'de gözükmemektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilir olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa Şekil 4.24a'da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmında radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar; birinci plastik bölge, elastik bölge, ikinci plastik bölgedir. Şekil 4.24b'ye bakıldığında teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgelerde azalan, ikinci plastik bölgede artan bir eğilim gösterirken elastik bölgede sabit olduğu görülmektedir.

Şekil 4.25a'da radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir.

Şekil 4.25b'de 300°C parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken, elastik bölgede ise uniform bir dağılım, ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler.

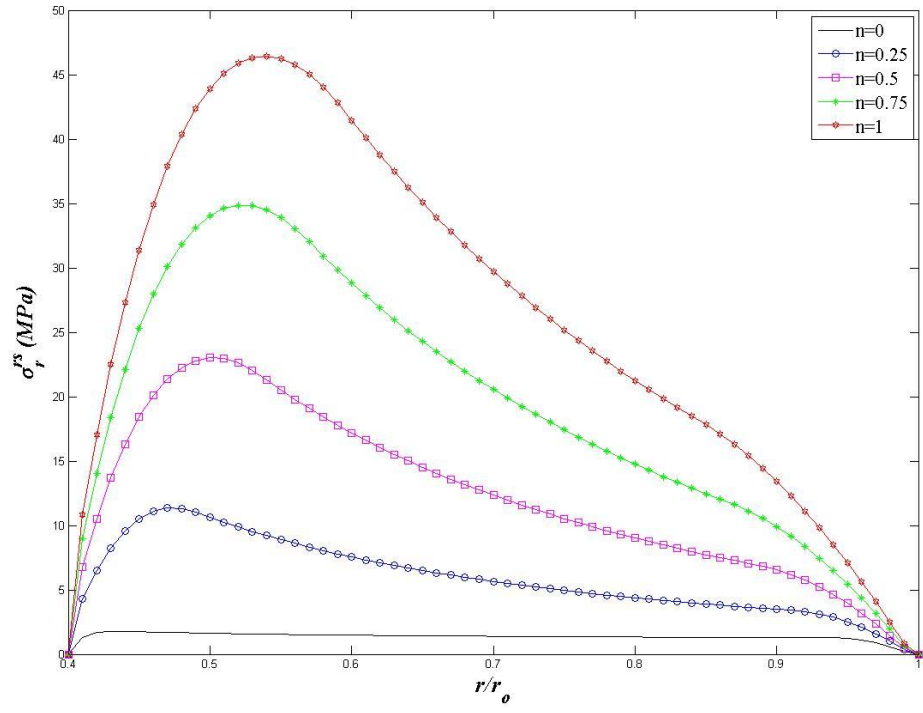


a)

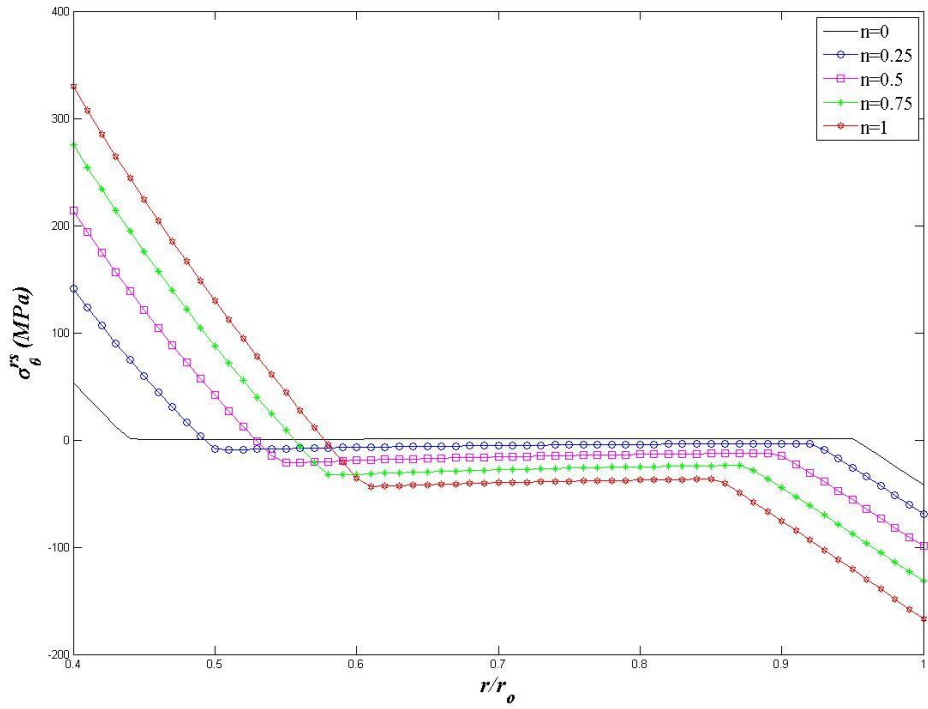


b)

Şekil 4.24 : 400 °C Parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

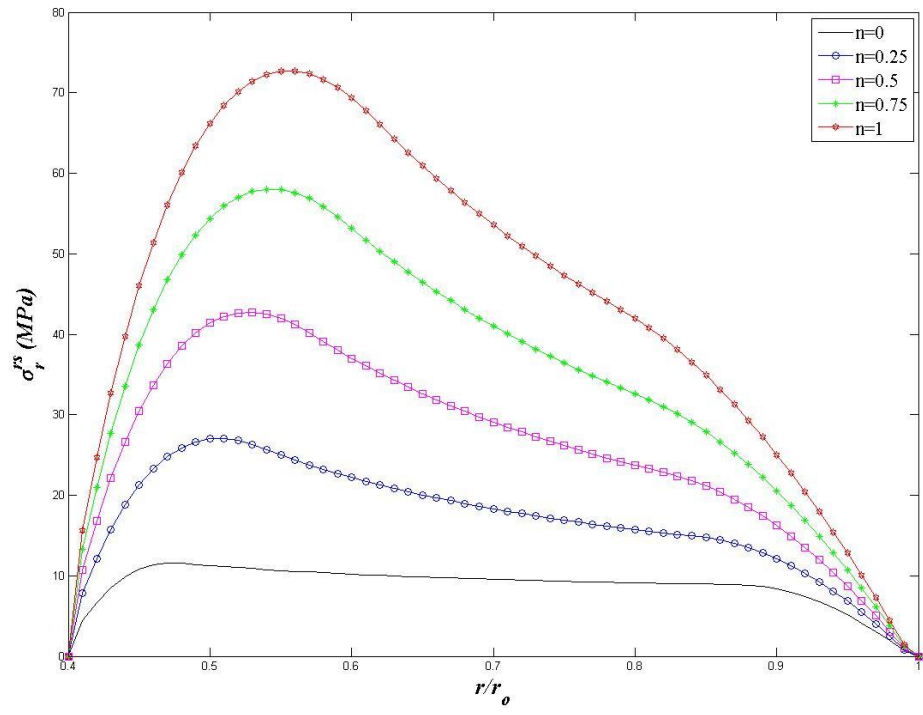


a)

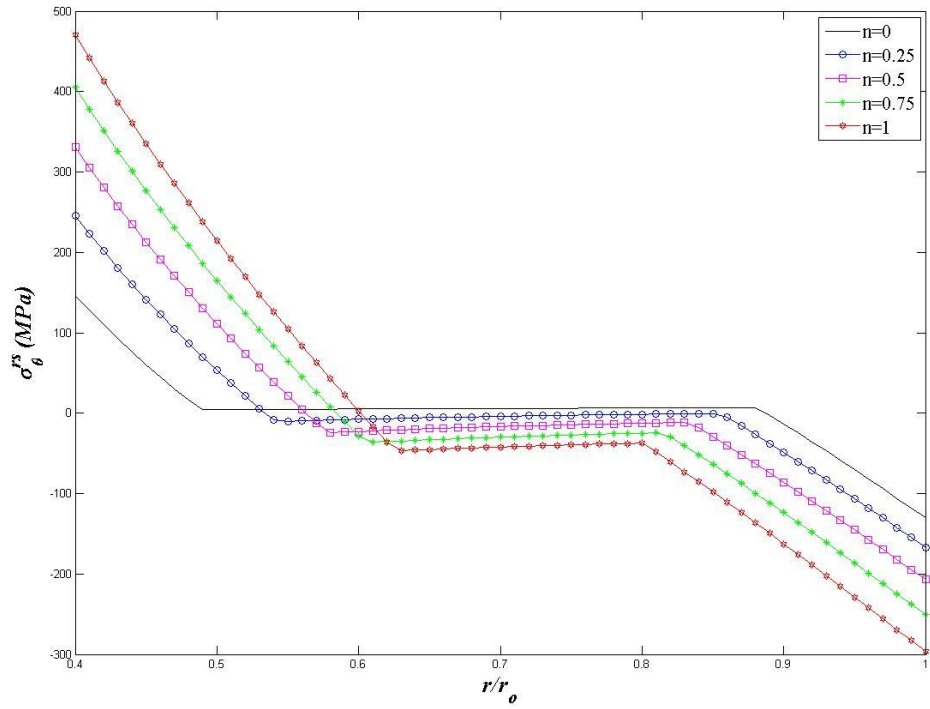


b)

Şekil 4.25 : 300 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.26 : 400 °C parabolik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.26a ve b’de ise 400 °C parabolik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Yük artırıldığında Şekil 4.26a’da ve b’de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı görülmektedir. Bütün derecendirme parametreleri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.26b’de açıkça gözükmemektedir. Bunlar sırasıyla birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir. Hem birinci plastik bölgede hem de ikinci plastik bölgede en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgelerde de daralma Şekil 4.26b’de açıkça gözükmemektedir. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan, elastik bölgede uniform ve ikinci plastik bölgede ise artan bir eğilim göstermektedirler.

4.4.4 Logaritmik azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. parabolik azalan sıcaklığa maruz disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik parabolik azalan sıcaklık bulunacak olursa, denklem (3.105) ve (3.106)’daki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)’daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned}
 \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + L r^{(\beta+n)} + K \log(r) r^{(\beta+n)} \right)^2 \\
 & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\
 & \quad \left. + (\beta+n+1) L r^{(\beta+n)} + K r^{(\beta+n)} + K \log(r) (\beta+n+1) r^{(\beta+n)} \right)^2 \\
 & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + L r^{(\beta+n)} + K \log(r) r^{(\beta+n)} \right). \tag{4.51} \\
 & \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\
 & \quad \left. + (\beta+n+1) L r^{(\beta+n)} + K r^{(\beta+n)} + K \log(r) (\beta+n+1) r^{(\beta+n)} \right)
 \end{aligned}$$

Burada sırasıyla C_1 , C_2 , K ve L denklem (4.52), (4.53), (4.54) ve denklem (4.55)’de verilmiştir. Denklem (4.52), (4.53), (4.54) ve denklem (4.55)’deki değerleri denklem (4.51)’de yerine konulur ve burada T_o çekilirse kritik logaritmik azalan referans

sıcaklığı bulunmuş olur. Kritik logaritmik azalan referans sıcaklık için analitik çözüm matlab’da yapılmıştır.

$$C_1 = \frac{-\left(Lr_i^{(\beta+n)} + K \log(r_i)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}\right)r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(Lr_o^{(\beta+n)} + K \log(r_o)r_o^{\frac{n-k-2}{2}}\right)r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.52)$$

$$C_2 = \frac{-\left(Lr_o^{(\beta+n)} + K \log(r_o)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}\right)r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(Lr_i^{(\beta+n)} + K \log(r_i)r_i^{\frac{n+k-2}{2}}\right)r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}}r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}}r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.53)$$

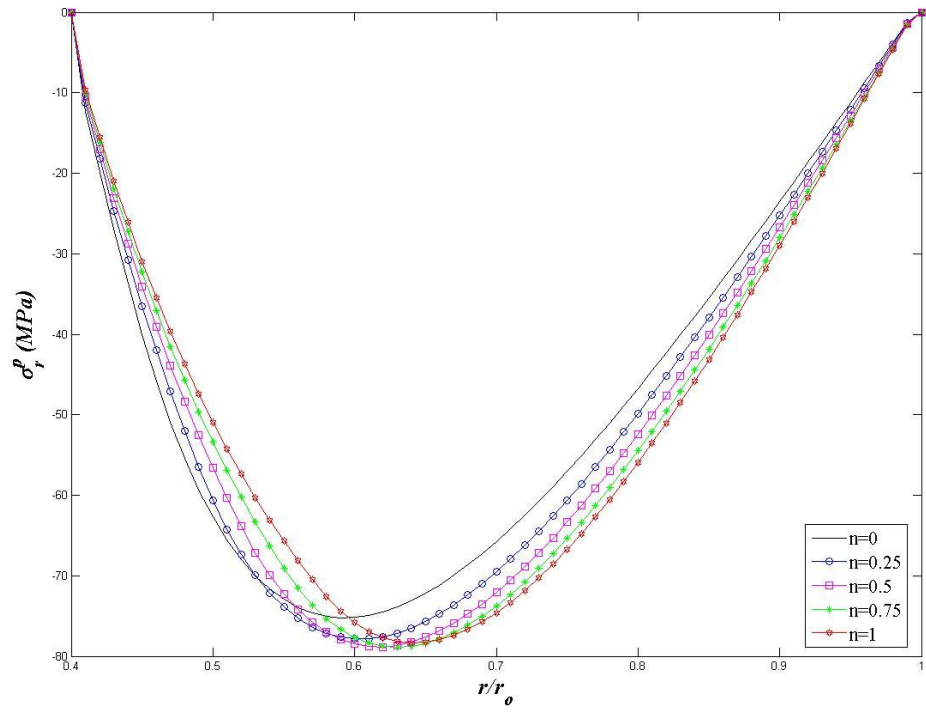
$$K = \frac{E_o \beta \alpha_o T_o}{r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i) \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (4.54)$$

$$L = \frac{E_o \alpha_o T_o (1 - \beta \log(r_o)) - K r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i) (2\beta + n + 2)}{r_o^{(\beta+n)} \log(r_o/r_i) \left((\beta + n + 1)^2 - n(\beta + n + 1) + vn - 1 \right)} \quad (4.55)$$

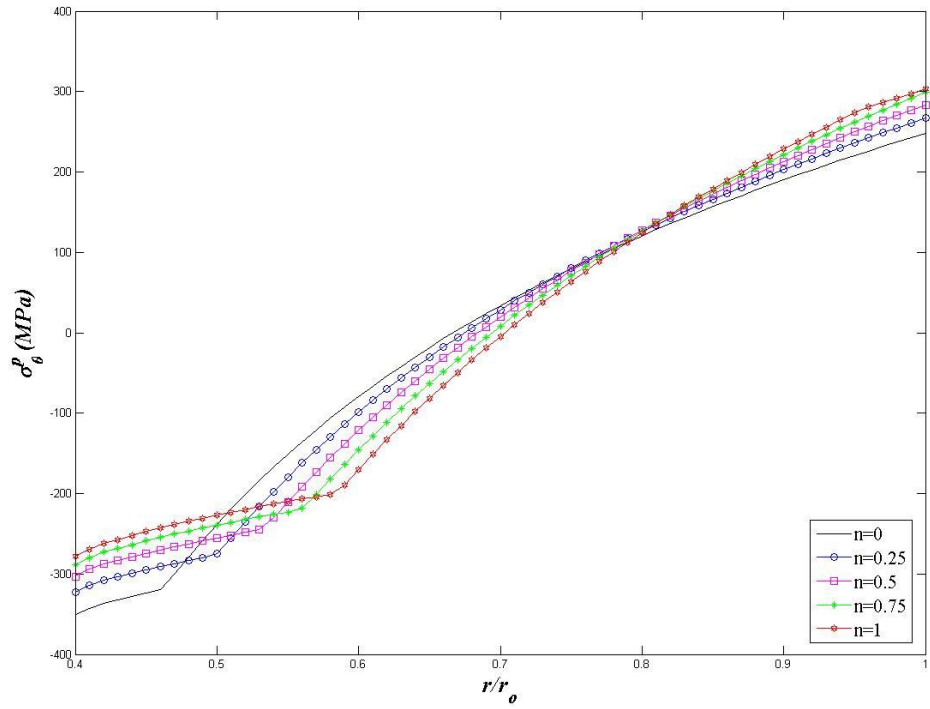
Tablo 4.6: Derecelendirme parametresine göre kritik logaritmik azalan iç sıcaklık

Derecelendirme Parametresi					
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
T _{ak} (°C)	193.859	140.061	102.737	76.292	57.236

Tablo 4.6’da görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük logaritmik azalan kritik sıcaklık değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi artıkça kritik parabolik azalan sıcaklık azalmaktadır. Tablo 4.6’daki kritik logaritmik azalan sıcaklığın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır. Homojen malzeme maksimum kritik sıcaklık değerine sahiptir.

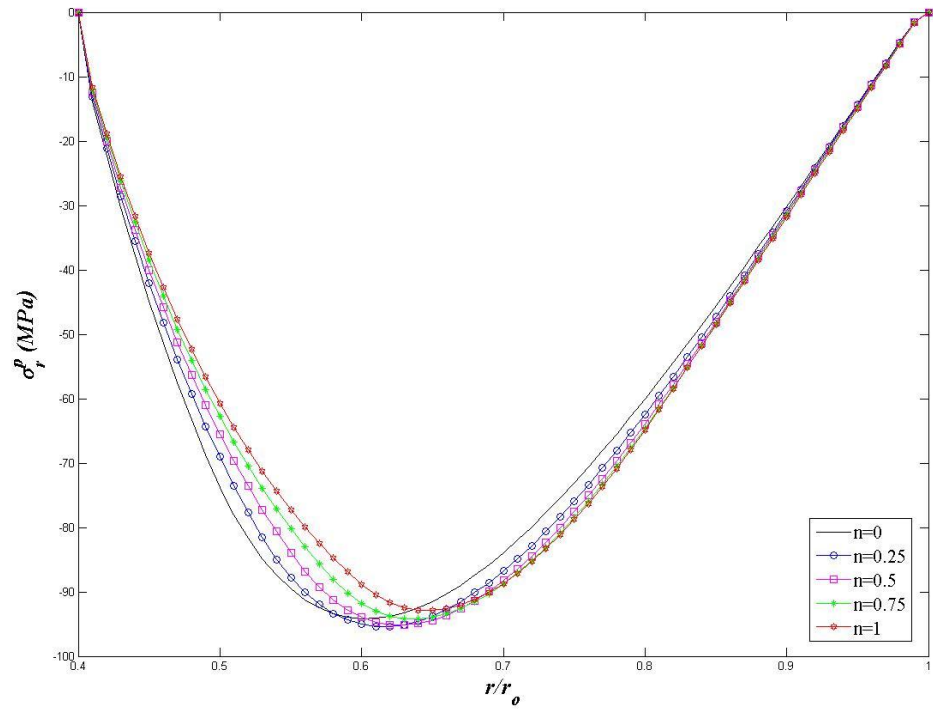


a)

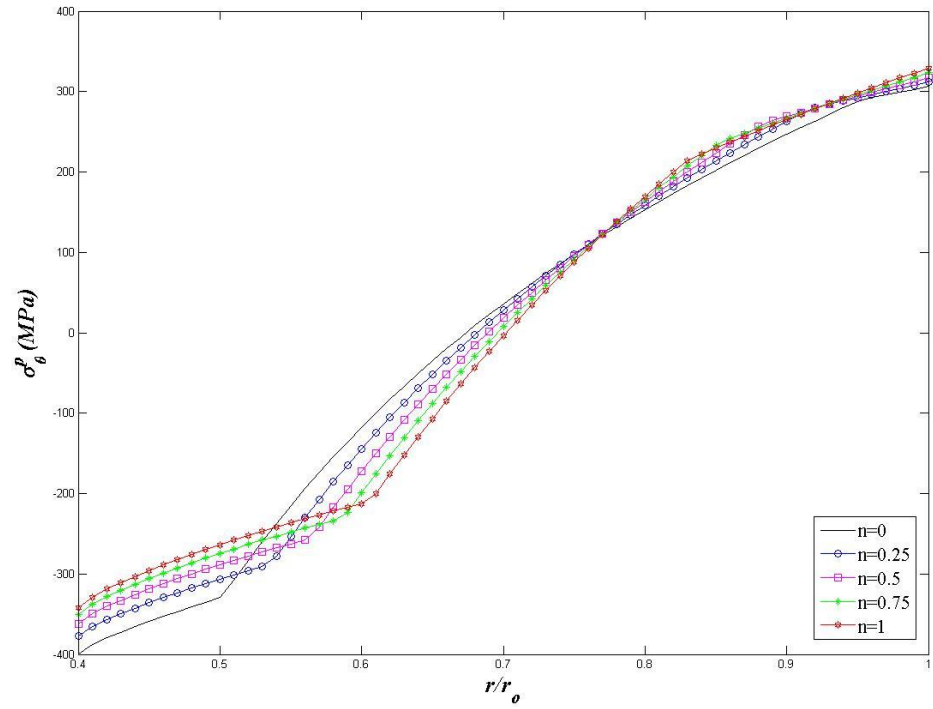


b)

Şekil 4.27 : 300 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.28 : 400 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.27 a ve b’de sırasıyla 300 °C logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için, diskin iç ve dış yüzeyinde, radyal gerilme değeri sıfırdır. En küçük elastoplastik radyal gerilme homojen malzemede elde edilmiştir. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Logaritmik azalan sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.27’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.27b’de açıkça gözükmemektedir. Derecelendirme parametresinin en büyük değeri için, diskin iç yüzeyinde akma meydana geldiği gibi diskin dış yüzeyinde de akma meydana gelmiştir.

Şekil 4.28 a ve b’de 400°C’de sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.28b’de diskin dış yüzeyinde akmanın gerçekleştiği açıkça gözükmemektedir, disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Plastik bölgelerdeki artış malzemenin strain hardening olmasından kaynaklanmaktadır.

4.4.4.1 Logaritmik azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı

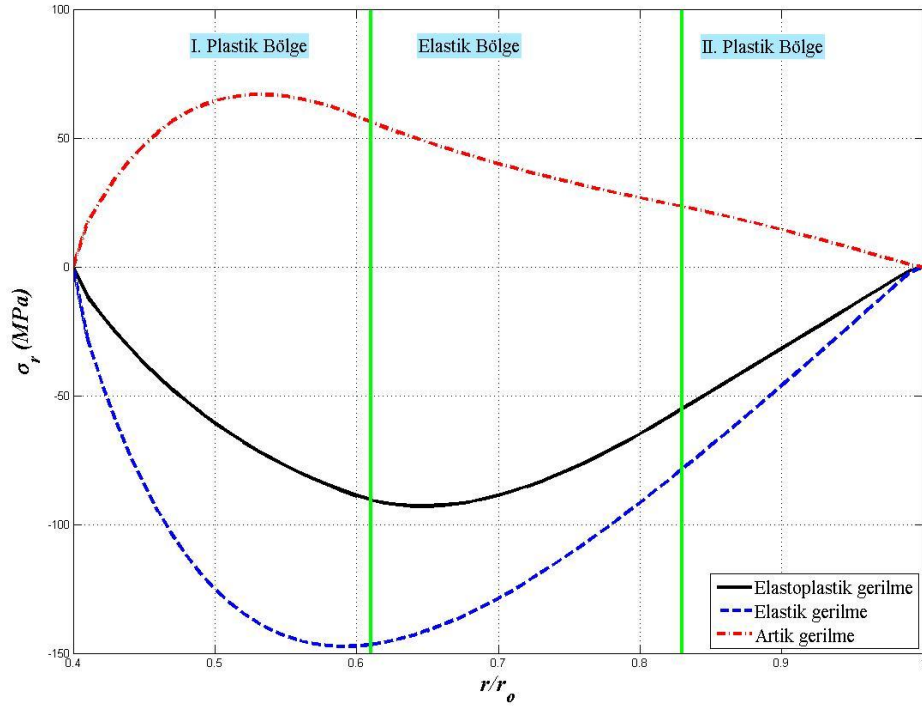
Şekil 4.29a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem (4.32) kullanılabilir. Eğer disk kritik logaritmik azalan sıcaklığın üzerinde bir yük ile yüklenirse malzemede akma meydana gelir, ve yük tam plastik yükün altında bir değerde ise elastoplastik durum söz konusu olur. Plastik bölgede gerilmelerin hafif artarak gittiği Şekil 4.29’de gözükmemektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilir olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç

yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa Şekil 4.29a'da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmında radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar; birinci plastik bölge, elastik bölge, ikinci plastik bölgedir. Şekil 4.29b'ye bakıldığında teğetsel artık gerilmeler plastik bölgelerde birincide azalan, ikincide artan bir eğilim gösterirken elastik bölgede sabit olduğu görülmektedir.

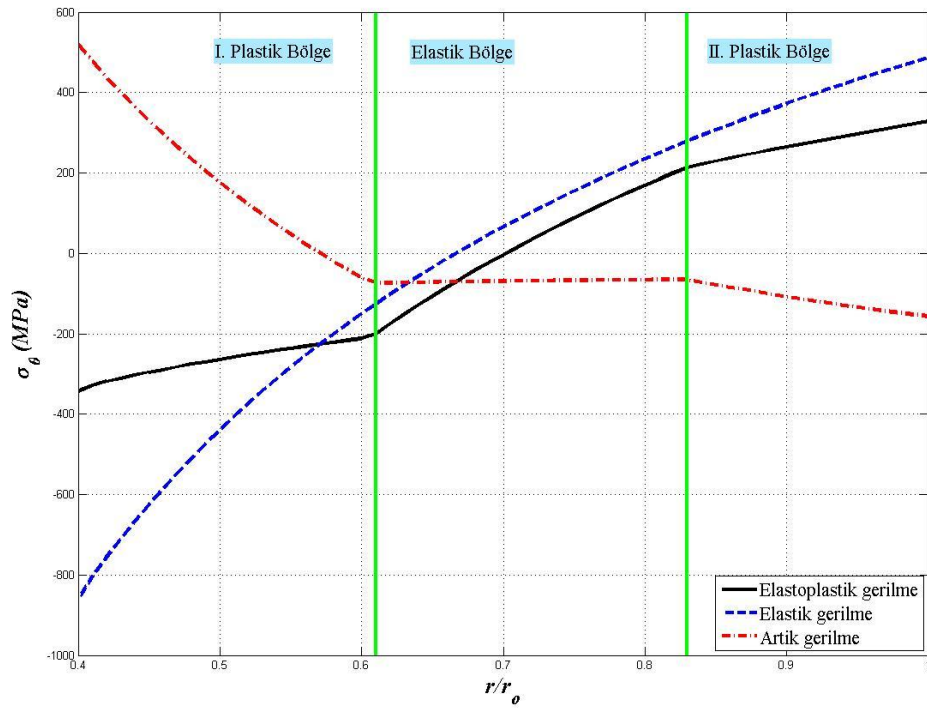
Şekil 4.30a'da 300°C logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Radyal artık gerilmeler diskin her yerinde daima çeki durumundadırlar.

Şekil 4.30b'de 300°C logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken, elastik bölgede ise uniform bir dağılım, ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler. İkinci plastik bölge sadece $n=1$ için oluşmuştur.

Şekil 4.31a ve b'de ise 400°C logaritmik azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Yük artırıldığında Şekil 4.31a'da ve b'de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı görülmektedir. Bütün derecendirme parametreleri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.31b'de açıkça gözükmemektedir. Bunlar sırasıyla birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir. Hem birinci plastik bölgede hem de ikinci plastik bölgede en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgelerde de daralma Şekil 4.31b'de açıkça gözükmemektedir. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan, elastik bölgede uniform ve ikinci plastik bölgede ise artan bir eğilim göstermektedirler.

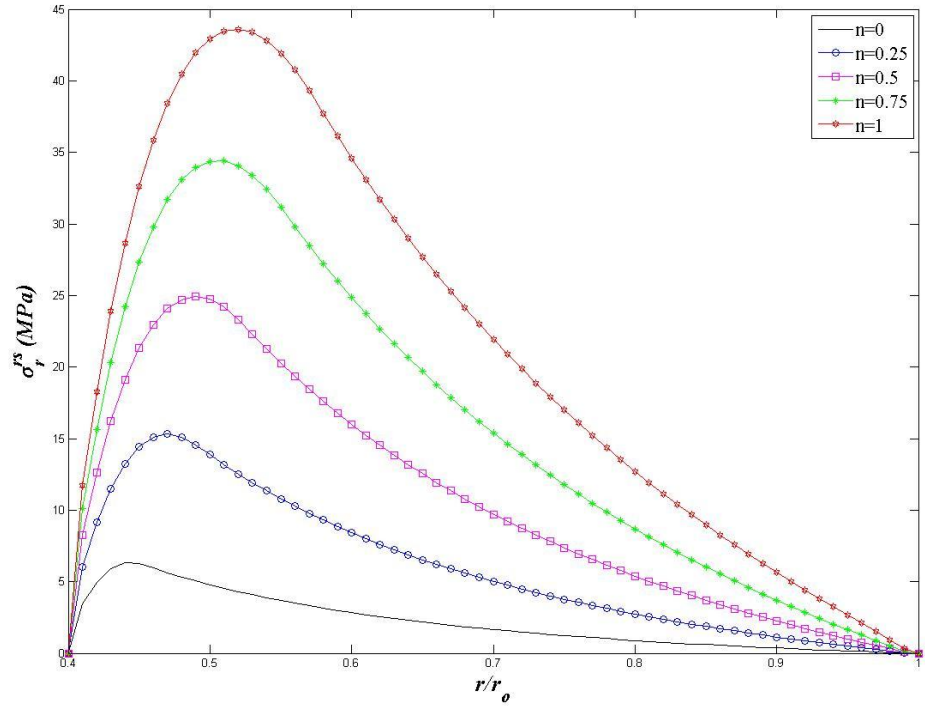


a)

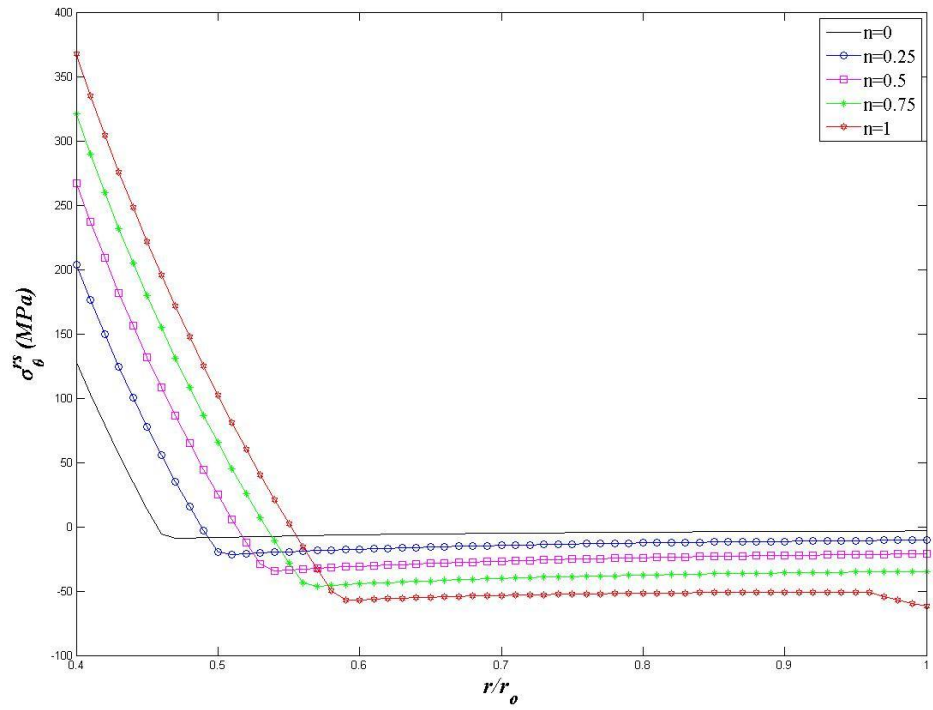


b)

Şekil 4.29 : 400 °C Logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

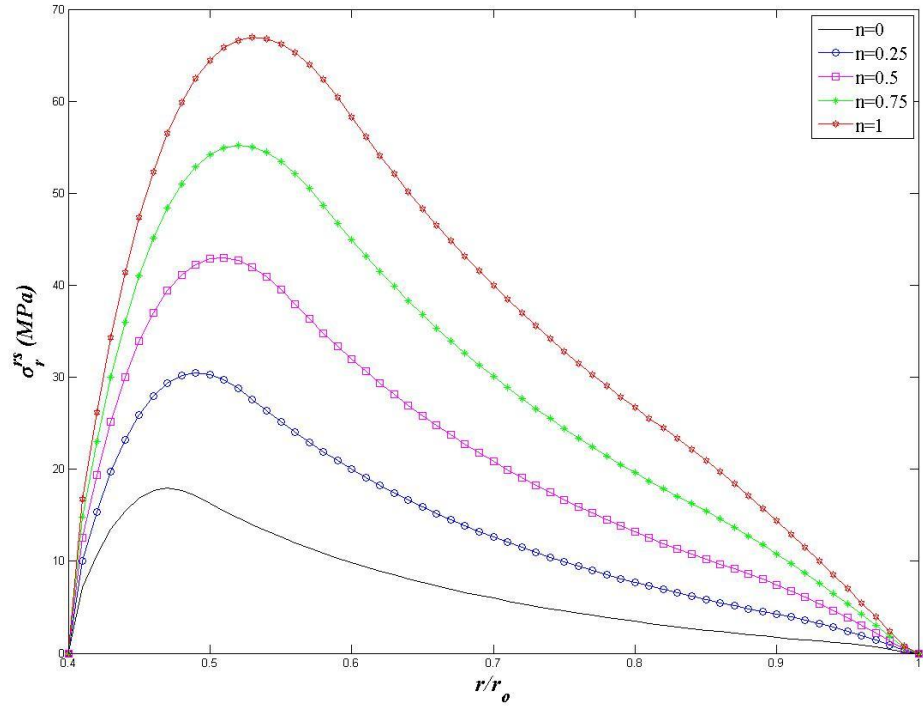


a)

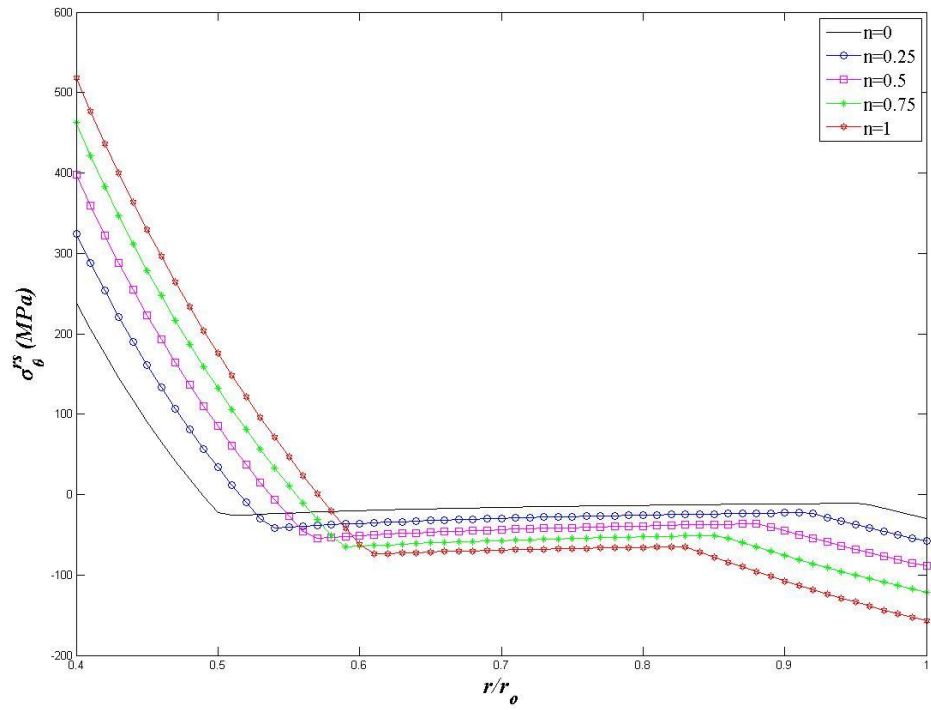


b)

Şekil 4.30 : 300 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.31 : 400 °C logaritmik azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

4.4.5 Kararlı hal azalan sıcaklık altında termoelastoplastik gerilme analizi

Akma eşdeğer gerilmenin en büyük olduğu yerde başlamaktadır. Kararlı hal azalan sıcaklığa maruz disk için akmanın başlangıcı iç yüzeydir. Von-Misses akma kriteri kullanılarak kritik kararlı azalan sıcaklık bulunacak olursa, denklem (3.130) ve (3.131)'deki sırasıyla radyal ve teğetsel gerilme bileşenleri denklem (4.6)'daki radyal ve teğetsel gerilme bileşenlerinin yerine konulur ve iç yüzeydeki akma gerilmesinin karesine eşitlenirse;

$$\begin{aligned} \sigma_{yi}^2 = & \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + J r^{(\beta+n)} + Q r^{(\beta+n-\lambda)} \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \quad \left. + (\beta+n+1) J r^{(\beta+n)} + Q(\beta+n-\lambda+1) r^{(\beta+n-\lambda)} \right)^2 \\ & - \left(C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} + J r^{(\beta+n)} + Q r^{(\beta+n-\lambda)} \right) \\ & \quad \left(\left(\frac{n+k}{2} \right) C_1 r^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(\frac{n-k}{2} \right) C_2 r^{\frac{n-k-2}{2}} \right. \\ & \quad \left. + (\beta+n+1) J r^{(\beta+n)} + Q(\beta+n-\lambda+1) r^{(\beta+n-\lambda)} \right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

Burada sırasıyla C_1 , C_2 , J ve Q denklem (4.57), (4.58), (4.59) ve denklem (4.60)'da verilmiştir. Denklem (4.57), (4.58), (4.59) ve denklem (4.60)'daki değerleri denklem (4.56)'da yerine konulur ve burada T_i çekilirse kritik azalan iç yüzey sıcaklığı bulunmuş olur. Kritik kararlı hal azalan referans sıcaklık için analitik çözüm matlab'da yapılmıştır.

$$C_1 = \frac{-\left(J r_i^{(\beta+n)} + Q r_i^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_o^{\frac{n-k-2}{2}} + \left(J r_o^{(\beta+n)} + Q r_o^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_i^{\frac{n-k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.57)$$

$$C_2 = \frac{-\left(J r_o^{(\beta+n)} + Q r_o^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_i^{\frac{n+k-2}{2}} + \left(J r_i^{(\beta+n)} + Q r_i^{(\beta+n-\lambda)} \right) r_o^{\frac{n+k-2}{2}}}{r_i^{\frac{n+k-2}{2}} r_o^{\frac{n-k-2}{2}} - r_o^{\frac{n+k-2}{2}} r_i^{\frac{n-k-2}{2}}} \quad (4.58)$$

$$J = -\frac{E_o \alpha_o \beta (T_i r_o^{-\lambda} - T_o r_i^{-\lambda})}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n+1)^2 - n(\beta+n+1) + vn - 1)} \quad (4.59)$$

$$Q = \frac{E_o \alpha_o (T_i - T_o)}{r_o^{(\beta+n)} (r_o^{-\lambda} - r_i^{-\lambda}) ((\beta+n-\lambda+1)^2 - n(\beta+n-\lambda+1) + vn - 1)} (\lambda - \beta) \quad (4.60)$$

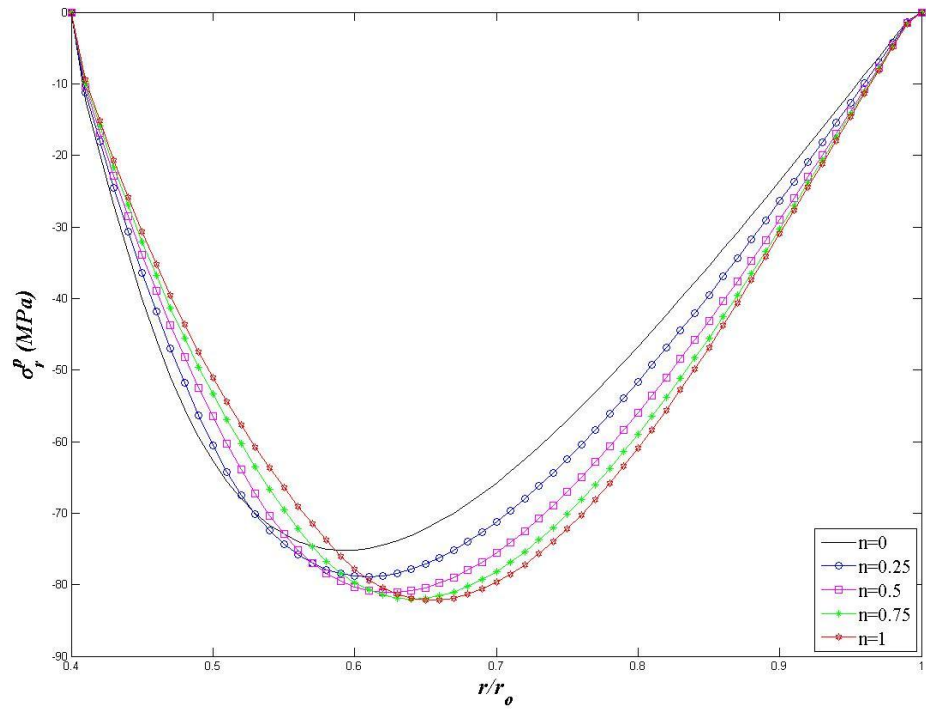
Tablo 4.7’de görüldüğü gibi derecelendirme parametresinin en büyük değeri için en küçük kararlı hal azalan kritik sıcaklık değeri bulunmuştur. Bunun sebebi disk derecelendirilirken mekanik özelliklerin, diskin dış yüzeyinden iç yüzeyine doğru azalan bir şekilde derecelendirilmiş olmasıdır. Derecelendirme parametresi arttıkça kritik kararlı hal azalan sıcaklık azalmaktadır. Tablo 4.7’deki kritik kararlı hal azalan sıcaklığın üzerinde bir yükleme yapılırsa disk akmaya başlayacaktır. Homojen malzeme maksimum kritik sıcaklık değerine ulaşmıştır.

Tablo 4.7: Derecelendirme parametresine göre kritik kararlı hal azalan iç sıcaklık

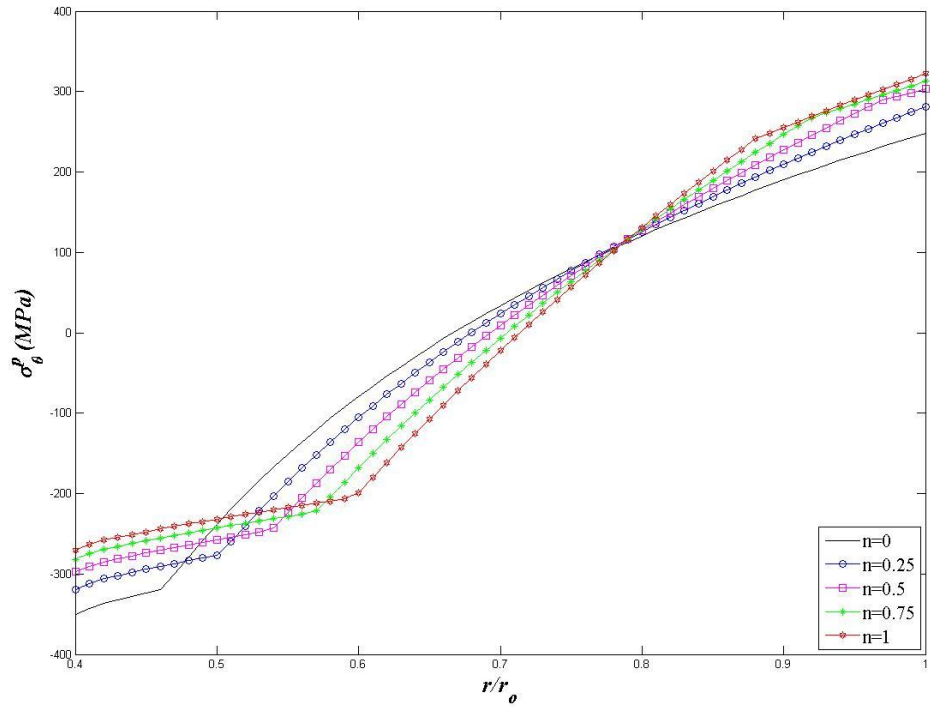
	Derecelendirme Parametresi				
	n=0	n=0.25	n=0.5	n=0.75	n=1
T _{ak} (°C)	193.859	143.211	106.419	79.536	59.780

Şekil 4.32 a ve b’de sırasıyla 300 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için, diskin iç ve dış yüzeyinde, radyal gerilme değeri sıfırdır. En küçük elastoplastik radyal gerilme homojen malzemede elde edilmiştir. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Kararlı hal azalan sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.32’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.32b’de açıkça gözükmemektedir. Derecelendirme parametresinin en büyük üç değeri için, diskin iç yüzeyinde akma meydana geldiği gibi diskin dış yüzeyinde de akma meydana gelmiştir.

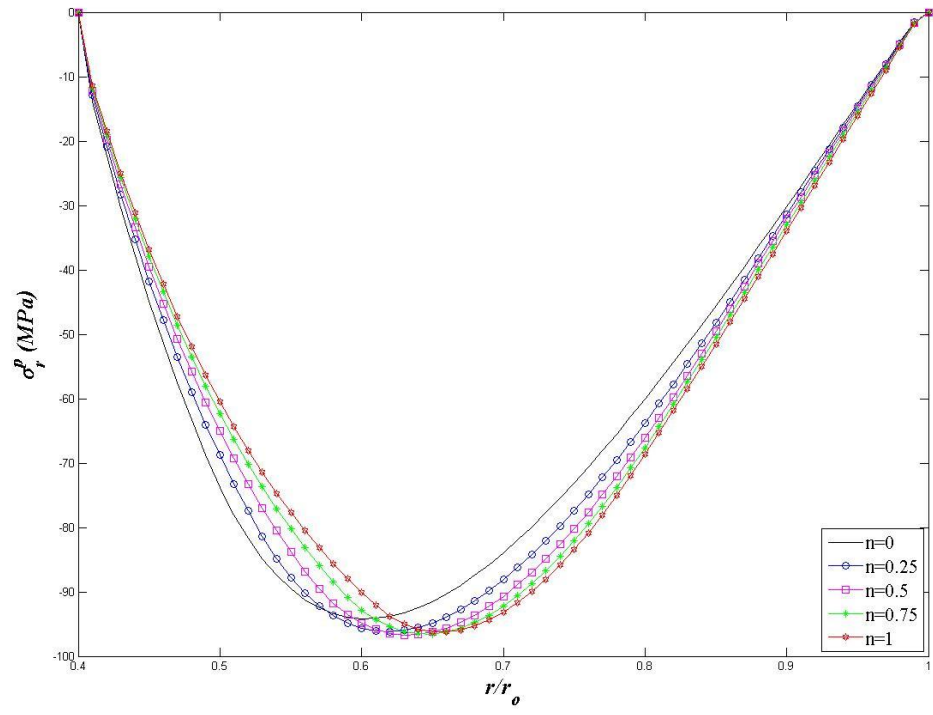


a)

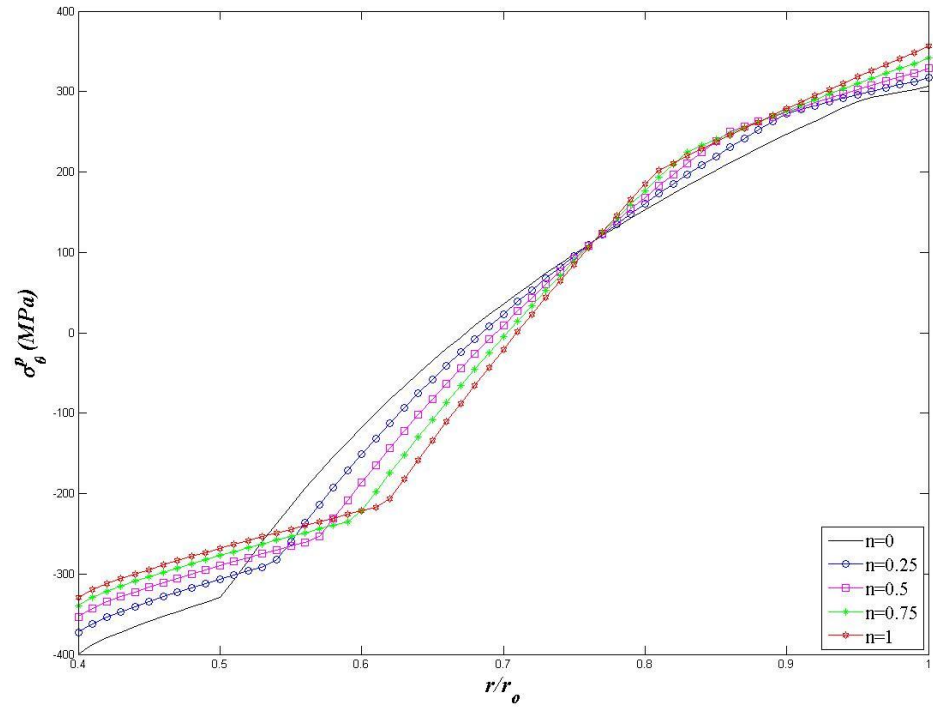


b)

Şekil 4.32 : 300 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

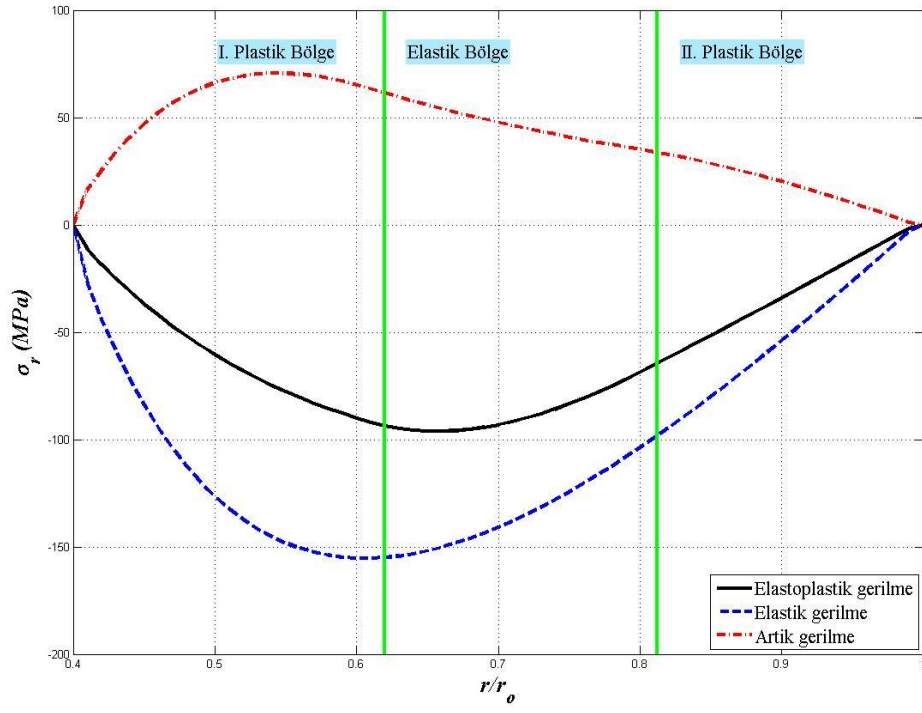
Şekil 4.33 : 400 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.33 a ve b’de 400°C’de sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.33b’de diskin dış yüzeyinde akmanın gerçekleştiği açıkça gözükmemektedir, disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Plastik bölgelerdeki gerilmedeki artış malzemenin strain hardening olmasından kaynaklanmaktadır. En büyük plastik bölge diskin hem iç kısmında hem de dış kısmında en büyük derecelendirme parametresi için elde edilmiştir.

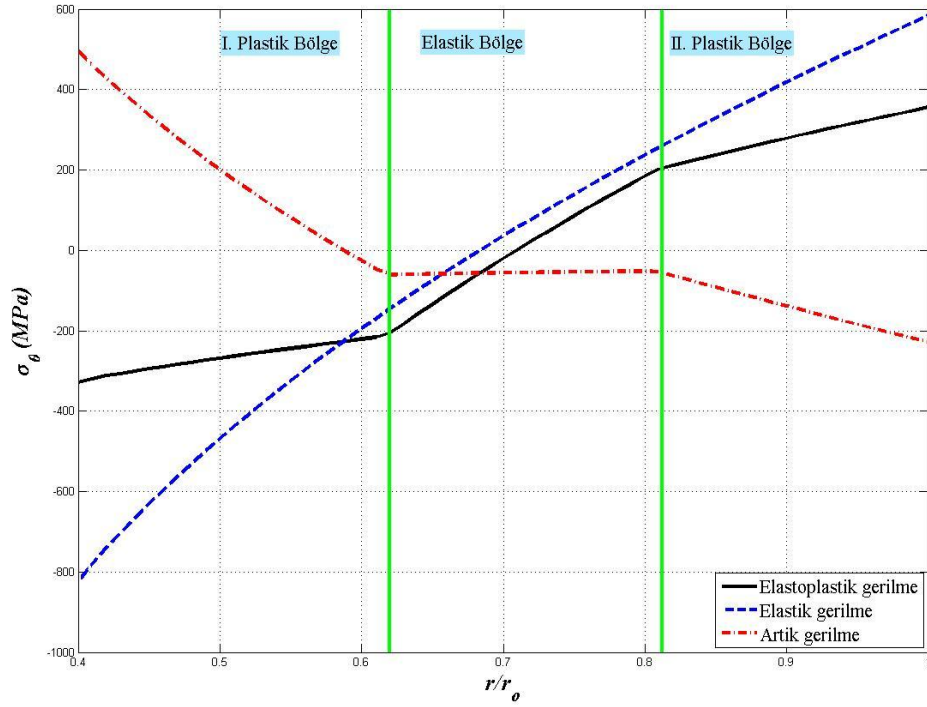
4.4.5.1 Kararlı hal azalan sıcaklık altında artık gerilme hesabı

Şekil 4.34a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem (4.32) kullanılabilir. Eğer disk kritik kararlı hal azalan sıcaklığın üzerinde bir yük ile yüklenirse malzemede akma meydana gelir, ve yük tam plastik yükün altında bir değerde ise elastoplastik durum söz konusu olur. Plastik bölgede gerilmelerin hafif artarak gittiği Şekil 4.34’de görülmektedir, bunun sebebi ise disk malzemesinin lineer sertleşebilir olmasıdır. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa Şekil 4.34a’da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmın da radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar; birinci plastik bölge, elastik bölge, ikinci plastik bölgedir. Teğetsel artık gerilmelere bakıldığında birinci plastik bölgede azalarak, elastik bölgede uniform ve iki plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler.

Şekil 4.35a’da radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Diskin iç yüzeyinde bütün derecelendirme parametreleri için malzemede akma gözlemlenirken, diskin dış yüzeyinde ise derecelendirme parametresi en büyük üç değeri için akmanın söz konusu olduğu açıkça Şekil 4.35a’da görülmektedir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir. Homojen mazelme için ise sadece iç yüzeyde akma meydana geldiği belirlenmiştir.

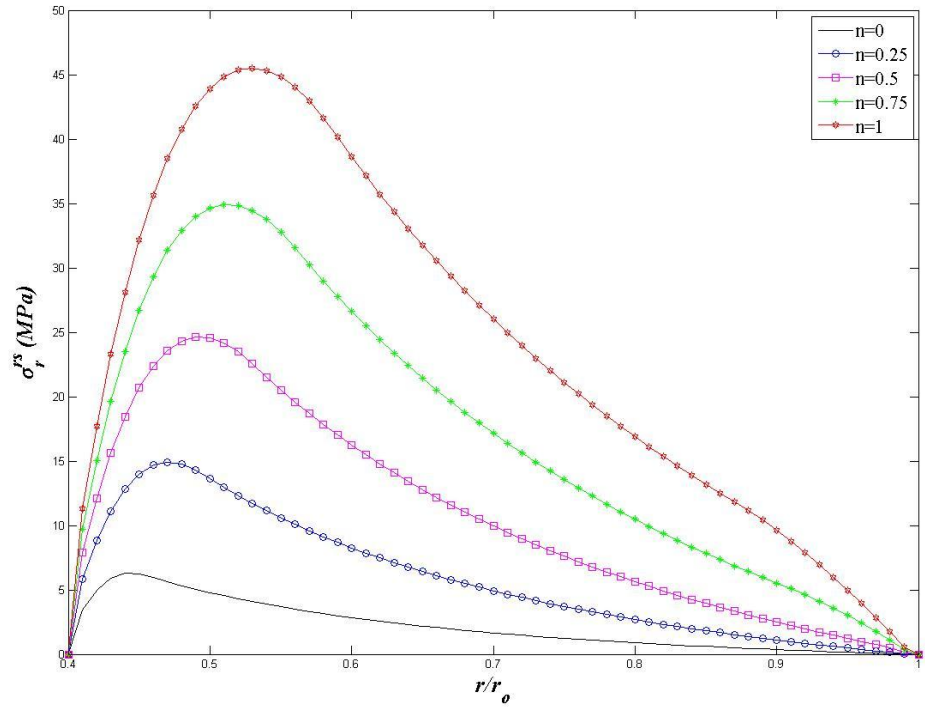


a)

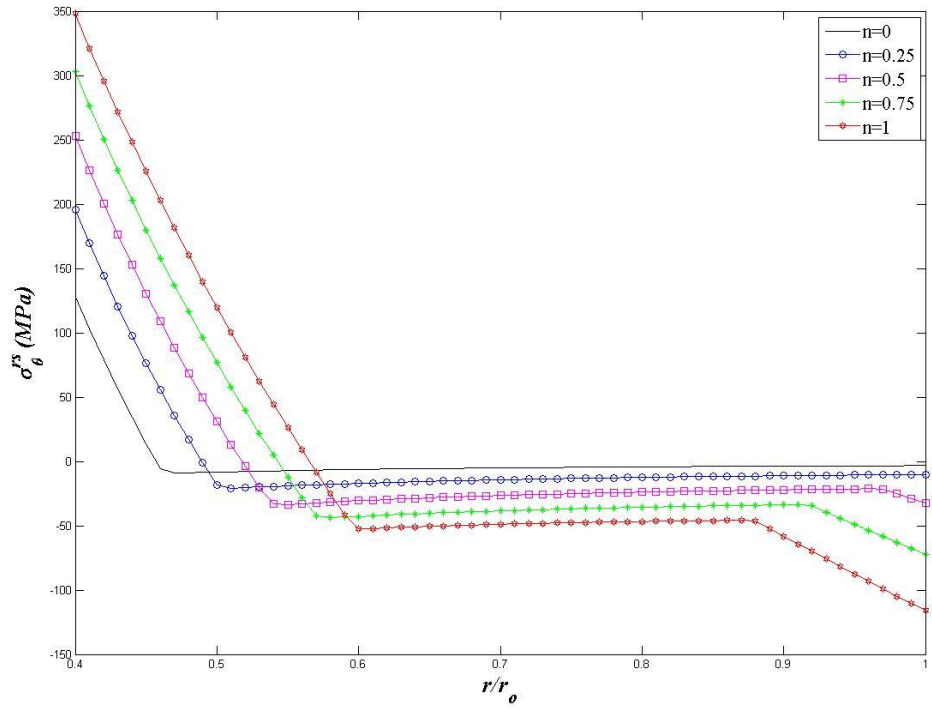


b)

Şekil 4.34 : 400 °C Kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

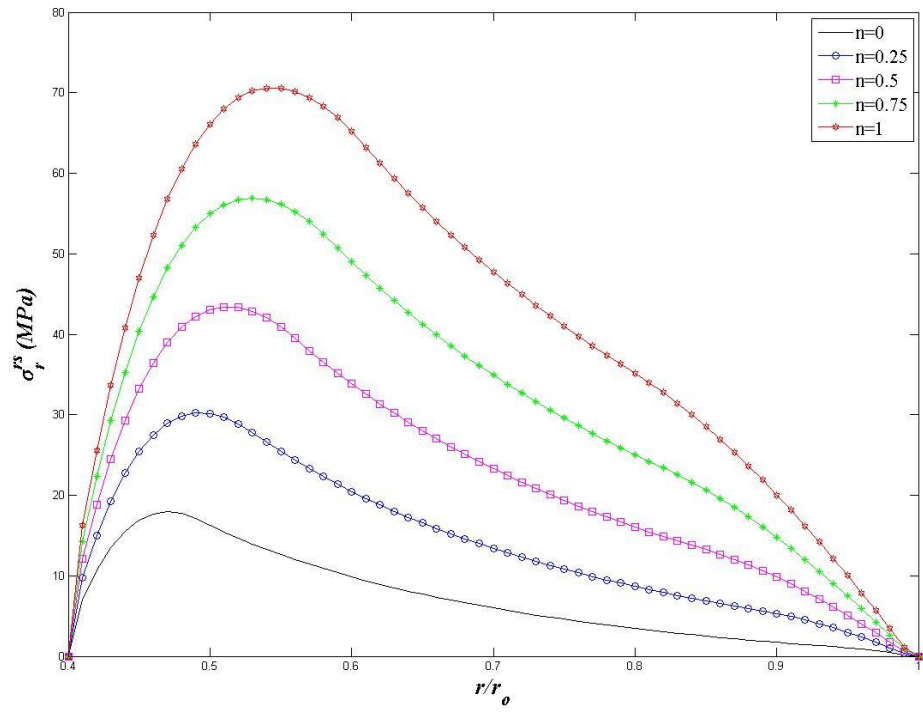


a)

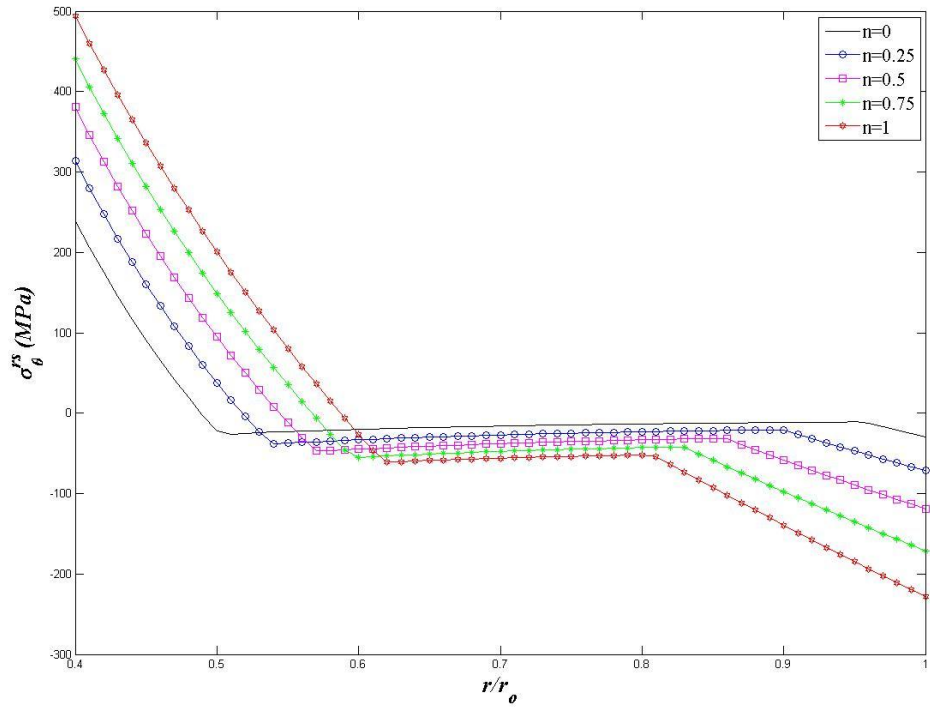


b)

Şekil 4.35 : 300 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

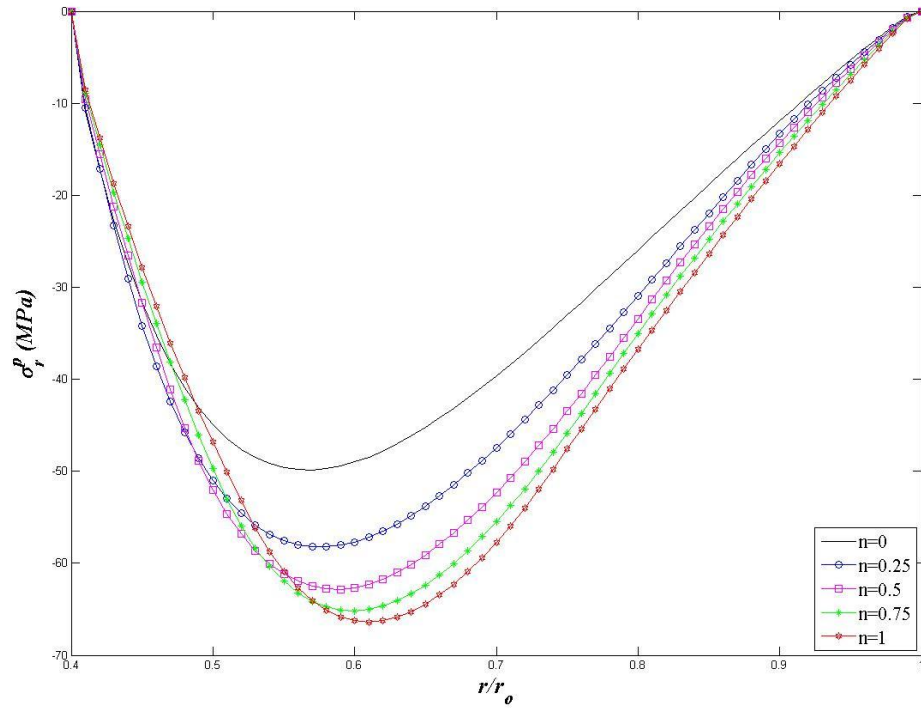
Şekil 4.36 : 400 °C kararlı hal azalan sıcaklık dağılımında diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.35b’de 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken, elastik bölgede ise uniform bir dağılım, ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler.

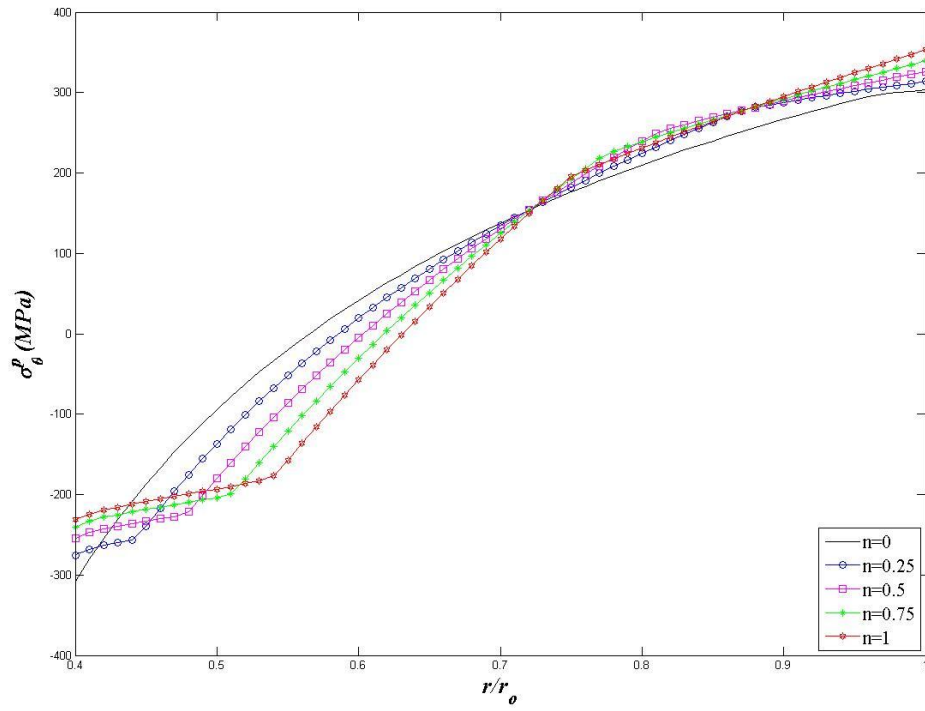
Şekil 4.36a ve b’de ise 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Yük artırıldığında Şekil 4.36a’da ve b’de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı görülmektedir. Bütün derecelendirme parametreleri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.36b’de açıkça gözükmektedir. Bunlar sırasıyla birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir. Hem birinci plastik bölgede hem de ikinci plastik bölgede en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgelerde de daralma Şekil 4.36b’de açıkça gözükmektedir. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan, elastik bölgede uniform ve ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki , dış yüzeyinde ise bası durumundayken, radyal artık gerilmeler ise diskin her yerinde daima çeki durumundadır.

4.5 Termomekanik Yükler

Termomekanik yüklerde yükleme türü açısından her hangi bir kritik yük hesabı yapılamamaktadır. Yapılsa bile sadece yapılan problem özğü çözümdür. Termal yüklerle mekanik yükler bazen birbirini destekler durumda olduğu gibi bazende bir birinin tam tersi etki gösterebilirler. Bu yüzden bazen yükleme sonucunda disk, termal ve mekanik yükler ayrı ayrı yüklense disk plastik bölgeye geçmesine rağmen ikisi bir yükleme yapıldığında disk plastik bölgeye geçmeyebilir.

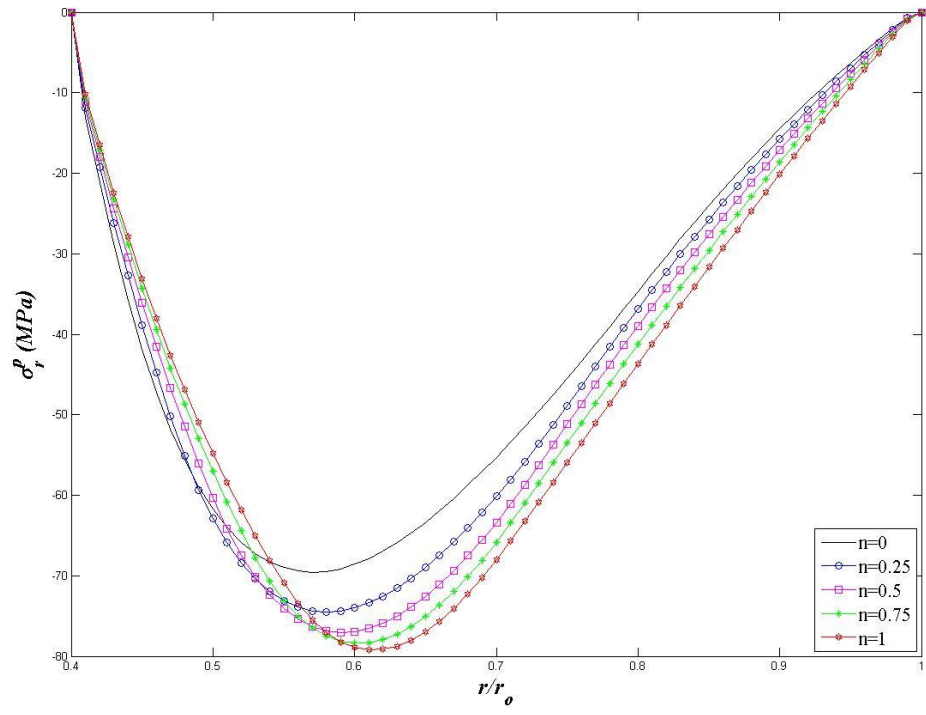


a)

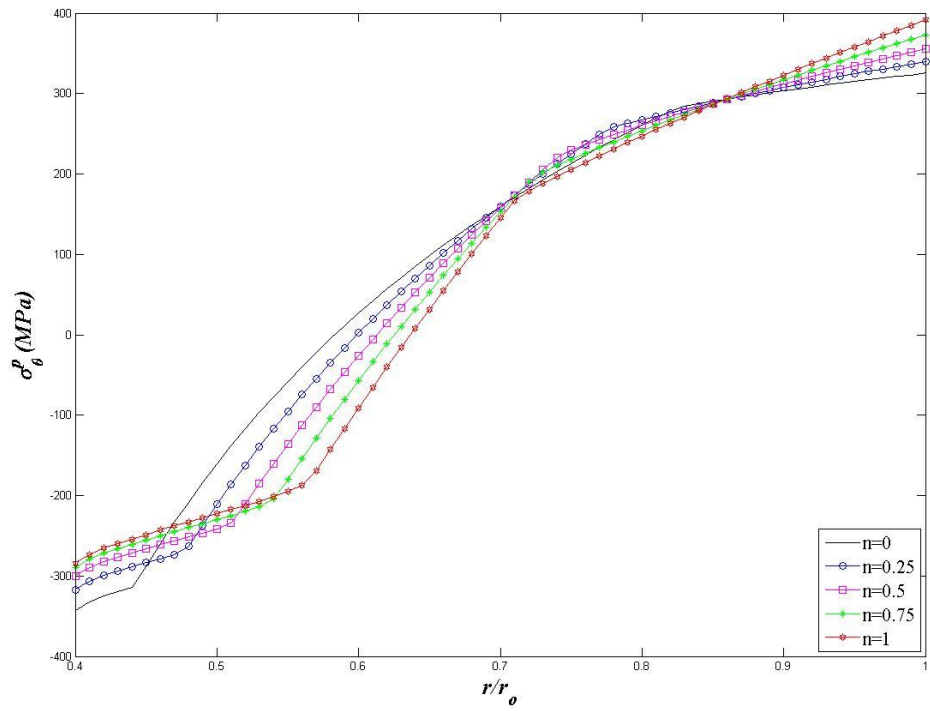


b)

Şekil 4.37 : 50 rad/sn açısal hızla ve 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.38 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan elastoplastik gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

Şekil 4.37 a ve b’de 50 rad/sn açısal hıza ve 300 °C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik radyal gerilme dağılımında, bütün derecelendirme parametreleri için, diskin iç ve dış yüzeyinde, radyal gerilme değeri sıfırdır. En küçük elastoplastik radyal gerilme homojen malzemede elde edilmiştir. En büyük elastoplastik radyal gerilme dağılımı derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Genelde gerilmeler diskin iç yüzeyine yakın orta kısmında maksimum değerine ulaşmaktadır. Kararlı hal azalan sıcaklık altındaki FDM diskte elastoplastik radyal gerilme dağılımı diskin her yerinde daima bası durumundadır.

Şekil 4.37’b de ise elastoplastik teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elastoplastik gerilme dağılımı diskin iç kısmında bası durumundayken dış kısmında ise çeki durumundadır. FDM disklerde en büyük plastik bölge, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin daraldığı Şekil 4.37b’de açıkça gözükmemektedir. Diskin iç yüzeyinde akma meydana geldiği gibi diskin dış yüzeyinde de akma meydana gelmiştir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar, birinci plastik bölge , elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir.

Şekil 4.38 a ve b’de 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C’de sırasıyla elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme dağılımı gösterilmiştir. Yük artımıyla birlikte plastik bölgenin yayıldığı ve buna bağlı olarakda elastoplastik radyal ve teğetsel gerilme değerlerinde artma gözlemlenmiştir. Şekil 4.38b’de diskin dış yüzeyinde akmanın gerçekleştiği açıkça gözükmemektedir, disk üç bölgeden oluşmaktadır; bunlar sırasıyla içten dışa doğru birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Plastik bölgelerdeki gerilmedeki artış malzemenin strain hardening olmasından kaynaklanmaktadır. En büyük plastik bölge diskin hem iç kısmında hem de dış kısmında en büyük derecelendirme parametresi için elde edilmiştir.

4.5.1 Termomekanik yük altında artık gerilme hesabı

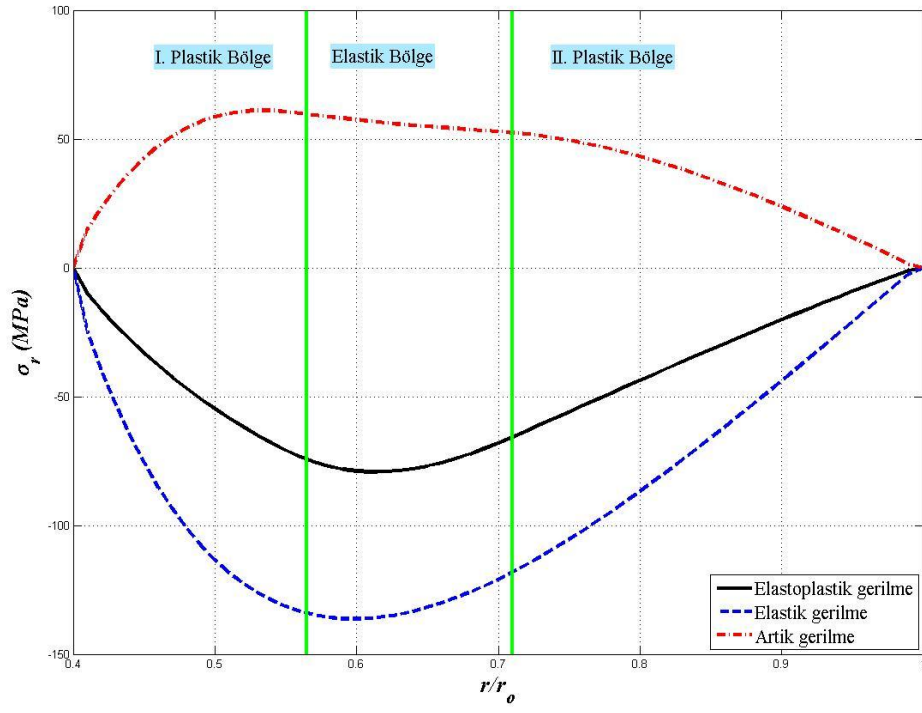
Şekil 4.39a ve b’de artık gerilmenin nasıl bulunduğu sırasıyla hem radyal hem de teğetsel artık gerilmenin bulunması gösterilmiştir. Artık gerilmenin bulunmasında radyal artık gerilme için denklem (4.31) ve teğetsel artık gerilme için ise denklem (4.32) kullanılabilir. Teğetsel artık gerilmeye bakıldığında ise diskin iç yüzeyinde çeki iken dış yüzeyinde bası durumundadır. Radyal artık gerilmeye bakılacak olursa

Şekil 4.39a’da görüldüğü gibi diskin her yerinde daima çeki durumunda olduğu görülmekte olup, aynı zamanda diskin iç ve dış kısmın da radyal artık gerilme değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Disk üç bölgeden oluşmaktadır bunlar; birinci plastik bölge, elastik bölge, ikinci plastik bölgedir. Şekil 4.39b’ de görüldüğü gibi ikinci plastik bölge birinci plastik bölgeden daha geniş olduğu görülür, bunun sebebi eş değer gerilme dağılımıdır.

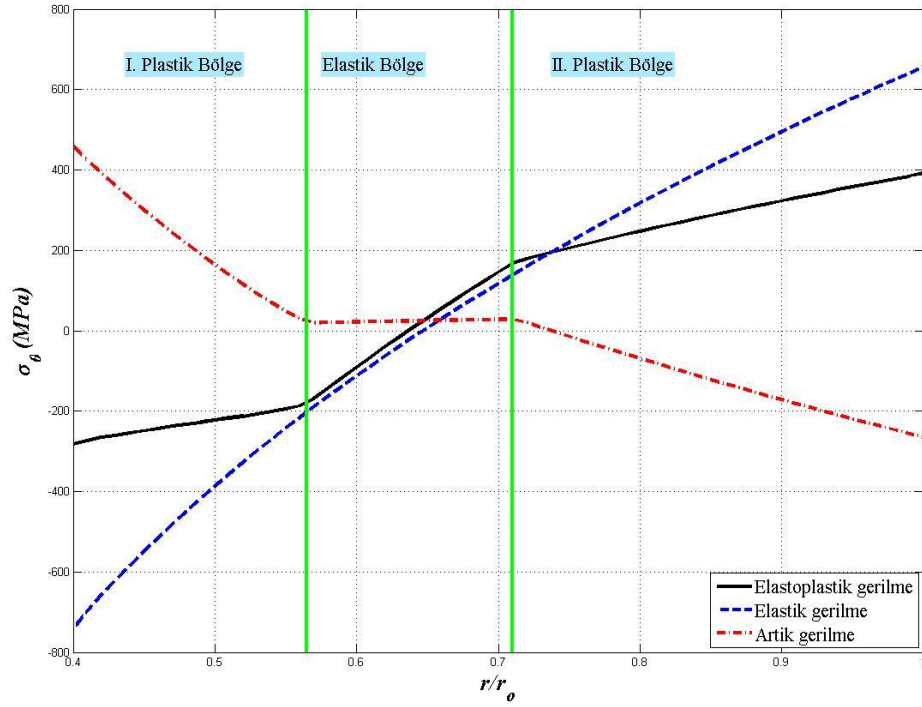
Şekil 4.40a’da radyal artık gerilme dağılımı verilmiştir. Radyal artık gerilmeler diskin iç ve dış kısmında sıfırdır. En büyük radyal artık gerilme derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir.

Şekil 4.40b’de 50 rad/sn’lik açısal hıza ve 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan teğetsel artık gerilme dağılımı gösterilmiştir. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki durumundayken dış yüzeyinde bası durumundadırlar. En geniş plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş ve derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgenin de küçüldüğü önemli sonuçlar arasındadır. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan bir dağılım gösterirken, elastik bölgede ise uniform bir dağılım, ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler.

Şekil 4.41a ve b’de ise 50 rad/sn’lik açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı sırasıyla radyal ve teğetsel yöndeki dağılımları gösterilmiştir. Yük artırıldığında Şekil 4.41a’da ve b’de görüldüğü gibi plastik bölgenin yayıldığı görülmektedir. Bütün derecelendirme parametreleri için diskte üç bölgenin oluştuğu Şekil 4.41b’de açıkça gözükmemektedir. Bunlar sırasıyla birinci plastik bölge, elastik bölge ve ikinci plastik bölgedir. Yani eş değer gerilme dağılımı akma gerilme dağılımı ile iki noktada kesişmektedir. Hem birinci plastik bölgede hem de ikinci plastik bölgede en büyük plastik bölge derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur. Derecelendirme parametresi küçüldükçe plastik bölgelerde de daralma Şekil 4.41b’de açıkça gözükmemektedir. Teğetsel artık gerilmeler birinci plastik bölgede azalan, elastik bölgede uniform ve ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler. Teğetsel artık gerilmeler diskin iç yüzeyinde çeki , dış yüzeyinde ise bası durumundayken, radyal artık gerilmeler ise diskin her yerinde daima çeki durumundadır. Radyal artık gerilmeler diskin hem iç yüzeyinde hem de dış yüzeyinde sıfırdır.

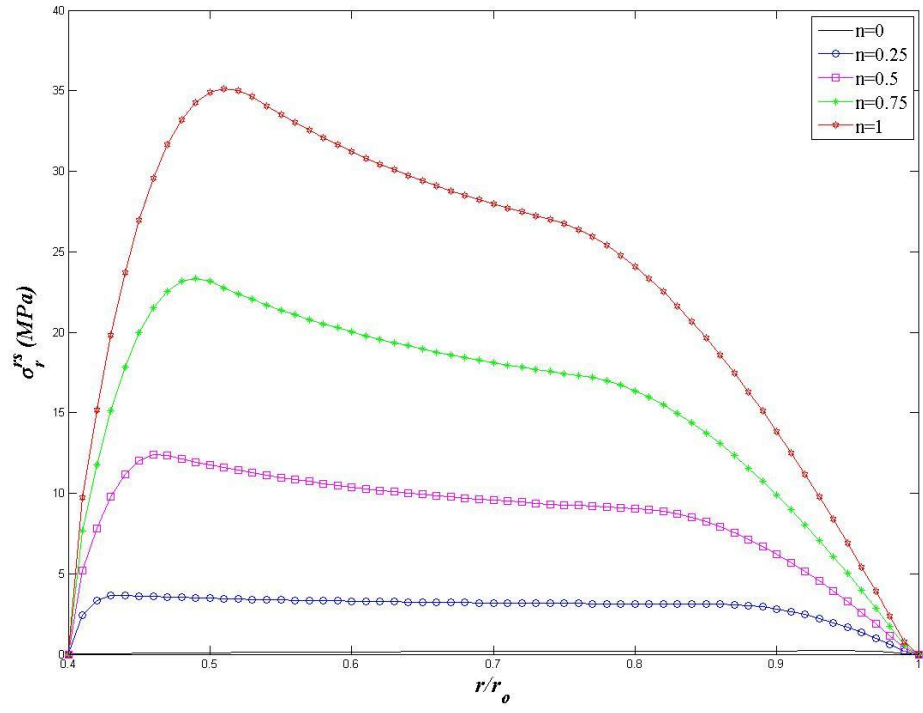


a)

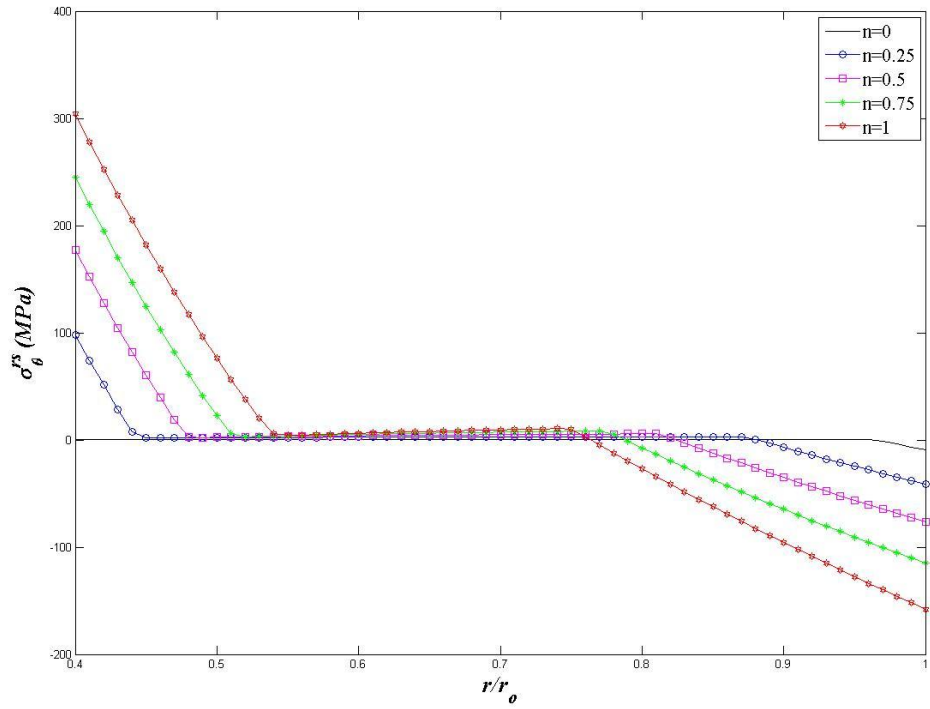


b)

Şekil 4.39 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımının bulunması a) radyal ve b) teğetsel

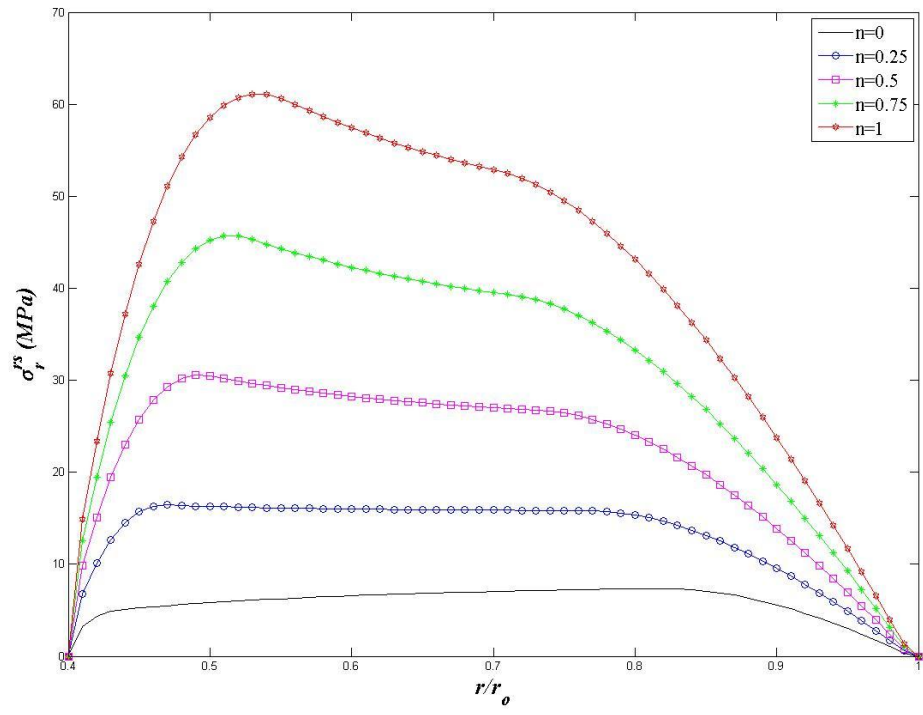


a)

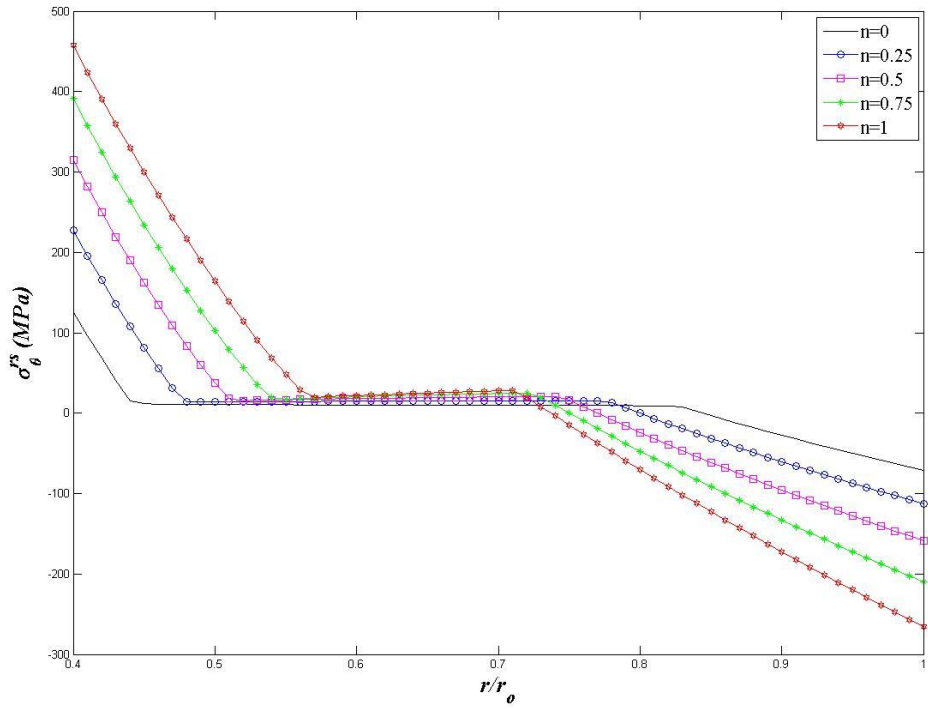


b)

Şekil 4.40 : 50 rad/sn açısal hıza ve 300°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel



a)



b)

Şekil 4.41 : 50 rad/sn açısal hıza ve 400°C kararlı hal azalan sıcaklığa maruz diskte oluşan artık gerilme dağılımı a) radyal ve b) teğetsel

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan bu çalışmada, termal ve mekanik yükler altında fonksiyonel derecelendirilmiş diskte oluşan gerilmeler, hem analitik metod hem de sonlu elemanlar metodu kullanılarak tayin edilmiştir. Çözüm esnasında malzemenin lineer sertleşen ve malzeme özelliklerinin yüksek sıcaklıklarda değişmediği kabul edilmiştir. Yapılan bu kabullere göre disk içten basınç, dönme ve diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru azalan çeşitli sıcaklık dağılımlarında meydana gelen elastik, elastoplastik ve artık radyal ve teğetsel gerilmeler bulunmuştur.

Üçüncü bölümde malzeme özellikleri yarıçapa bağlı olarak dış yüzeyden iç yüzeye doğru üssel değiştiği varsayımı ile klasik elastisite teorisi bünye denklemleri kullanılarak çözüm yapılmıştır. Disk iç basınca, dönmeye ve iç yüzeyden dış yüzeye azalan lineer, parabolik, logaritmik, kararlı hal ve sabit sıcaklığa maruz bırakılmıştır. Radyal gerilme bileşenleri içten basınçlı diskte iç yüzeyde uygulanan iç basınca ve dış yüzeyde ise sıfıra eşit bulunmuştur. Dönmeye ve termal yüklere maruz diskte oluşan radyal gerilmeler ise diskin hem iç hem de dış yüzeyinde sıfırdır. Radyal gerilme maksimum, diskin iç yüzeyine yakın orta kısımda oluşmaktadır. Radyal gerilme en büyük değeri, derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuş, fakat dönen diskte bu durum tam tersi olarak homojen malzemede en büyük radyal gerilme oluşmuştur. Radyal gerilme bileşenleri iç basınç ve termal yük altında diskte daima bası durumundayken, açılal yük altında ise daima çeki durumundadır.

Teğetsel gerilme bileşenleri içten basınçlı ve dönen diskte, derecelendirme parametresi artıka daha homojen bir dağılım göstermelerine rağmen, termal yüke maruz diskte derecelendirme parametresindeki artış hem radyal hem de teğetsel gerilme bileşenlerinde artışa sebep olmaktadır. İçten basınçlı disk ve dönen diskte teğetsel gerilme bileşenleri, diskin iç yüzeyinde maksimum ve dış yüzeyine doğru azalan bir gerilme dağılımı göstermekteyken, termal yük altında diskte oluşan teğetsel gerilme bileşenleri, diskin iç yüzeyinde maksimum ve bası durumunda, daha sonra azalan bir dağılım ve sonrasında çeki durumuna geçer ve artan bir dağılım

göstermektedirler. Teğetsel gerilme bileşenleri iç basınca ve dönmeye maruz diskte daima çeki durumundayken termal yükler altında diskin iç yüzeyinde bası dış yüzeyinde ise çeki durumundadır.

Radyal yöndeki yer değiştirmeler mekanik yük altında maksimum diskin iç yüzeyinde ve daha sonra diskin iç yüzeyinden dış yüzeyine doğru azalan bir dağılım göstermektedirler. Fakat termal yük altında ise minimum diskin iç yüzeyinde ve daha sonra artan bir dağılım göstermektedirler. En büyük radyal yer değiştirme hem mekanik yüke hem de termal yüke maruz diskte derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde ise fonksiyonel derecelendirilmiş diskte oluşan hem elastoplastik gerilme hem de artık gerilme dağılımı verilmiştir. Elastoplastik radyal gerilmeler iç basınçlı diskte iç yüzeyde iç basınca dış yüzeyde ise sıfıra eşitken, dönen ve termal yüke maruz diskte elastoplastik radyal gerilmeler diskin hem iç hem de dış yüzeyinde sıfırdır. İç basınca ve termal yüke maruz diskte oluşan elastoplastik radyal gerilme daima bası durumundayken dönmeye maruz diskte daima çeki durumundadır. Elastoplastik radyal gerilme bileşenleri yarıçap boyunca derecelendirme parametresi artarken, iç basınca ve termal yüke maruz disklerde gerilme de artmaktadır. Fakat dönmeye maruz diskte bu durum tam tersidir.

Mekanik yük altında diskte oluşan teğetsel elastoplastik gerilmeler plastik bölgede artan elastik bölgede ise azalan bir eğilim gösterirler ve diskin her yerinde daima çeki durumundadırlar. Termal yük altında ise diskte elastoplastik teğetsel gerilmeler diskin iç yüzeyinde bası durumunda ve dış yüzeyine doğru basıdan çeki durumuna geçiş vardır. Elastoplastik teğetsel gerilmeler birinci plastik bölgede azalan, elastik bölgede ise bası durumundayken azalan çeki durumundayken artan ve ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler. Diskin hem iç yüzeyinde hem de dış yüzeyinde oluşan plastik bölge en büyük derecelendirme parametresinin en büyük değeri için bulunmuştur.

Radyal artık gerilmeler, hem mekanik yüke hem de termal yüke maruz diskte iç yüzeyde ve dış yüzeyde sıfırdır. Mekanik yüke maruz diskte radyal artık gerilmeler bası durumundayken termal yüke maruz diskte radyal artık gerilmeler daima çeki durumundadır. En büyük radyal artık gerilme hem mekanik yük hem de termal yüke

maruz diskte derecelendirme parametresinin en büyük değeri için elde edilmiştir, buna bağlı olarakda plastik bölgedeki ilerlemede diğerlerine göre daha fazladır.

Teğetsel artık gerilmeler mekanik yüke maruz disklerde iç yüzeyden dış yüzeye doğru basıdan çeki durumuna geçiş varken termal yüke maruz diskte ise tam tersi çekiden bası durumuna bir geçiş vardır. Bütün yüklemelerde diskte teğetsel artık gerilmeler maksimum diskin iç yüzeyinde meydana gelmişlerdir. Teğetsel artık gerilmeler mekanik yüke maruz diskte plastik bölgede bası durumundayken azalan, çeki durumundayken artan bir dağılım gösterirken elastik bölgede uniform bir dağılım gösterirler. Termal yüke maruz diskte ise birinci plastik bölgede çeki durumundayken azalan bası durumundayken artan, elastik bölgede uniform ve ikinci plastik bölgede ise artan bir dağılım göstermektedirler.

Sonuç olarak literatür tam olarak yapılmayan fonksiyonel derecelendirilmiş diskin hem mekanik hem de termal yükler altında diskte oluşan elastoplastik gerilme bileşenleri ve artık gerilme bileşenleri tespit edilmiş ve diskte oluşan gerilme dağılımları belirlenmiştir. Ayrıca sıcaklık dağılımının da gerilme dağılımına etkileri tespit edilmiştir. Herhangi bir FDM tasarımında hangi özelliklerin fonksiyonel değişeceği ve malzemeye gelen yüklerin dağılımı ve çeşiti oldukça önemlidir. Tasarımcıların da bunları tasarım aşamasında dikkate almaları malzeme ömür ve dayanımı açısından son derece önemlidir.

KAYNAKLAR

- Anne, G., Hecht-Mijic, S., Richter, H., Van der Biest, O., Vleugels, J., 2006: Strength and residual stresses of functionally graded $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{ZrO}_2$ discs prepared by electrophoretic deposition, *Scripta Materialia*, **54**, 2053–2056.
- Afsar, A.M., Go, J., 2010: Finite element analysis of thermoelastic field in a rotating FGM circular disk, *Appl. Math. Model.* **34**, 3309–3320.
- Asghari, M., Ghafoori, E., 2010: A three-dimensional elasticity solution for functionally graded rotating disks. *Compos. Struct.* **92**, 1092–1099.
- Batra, R.C., Nie, G.J., 2010: Analytical solutions for functionally graded incompressible eccentric and non-axisymmetrically loaded circular cylinders, *Compos. Struct.* **92**, 1229–1245.
- Bayat, M., Saleem, M., Sahari, B.B., Hamouda, A.M.S., Mahdi, E., 2008: Analysis of functionally graded rotating disks with variable thickness. *Mech. Res. Commun.* **35**, 283–309.
- Bayat, M., Sahari, B.B., Saleem, M., Ali, A., Wong, S.V., 2009a: Bending analysis of a functionally graded rotating disk based on the first order shear deformation theory, *Applied Mathematical Modelling* **33**, 4215–4230.
- Bayat, M., Saleem, M., Sahari, B.B., Hamouda, A.M.S., Mahdi, E., 2009b: Mechanical and thermal stresses in a functionally graded rotating disk with variable thickness due to radially symmetry loads, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* **86**, 357–372.
- Bayat, M., Saleem, M., Sahari, B.B., Hamouda, A.M.S., Mahdi, E., 2007: Thermo elastic analysis of a functionally graded rotating disk with small and large deflections. *Thin-Wall. Struct.* **45**, 677–691.
- Bayat, M., Sahari, B.B., Saleem, M., Ali, A., Wong, S.V., 2009c: Thermoelastic solution of a functionally graded variable thickness rotating disk with bending based on the first-order shear deformation theory, *Thin-Wall. Struct.* **47**, 568–582.
- Benveniste, Y., 1987: A new approach to the application of Mori–Tanaka’s theory of composite materials, *Mechanics of Materials*, **6**, 147–157.
- Burris, K.W., Beardsley, M.B., Chuzhoy, L., 2000: Process for applying a functionally gradient coating to a component for improved performance, U.S.A. Patent, Patent number 6048586.
- Calhoğlu, H., 2008: Stress analysis of functionally graded isotropic rotating discs, *Advanced composites letters*, **17(5)**, 147–153.

- Cetinel, H., Uyulgan, B., Tekmen, C., Ozdemir, I., Celik, E.,** 2003: Wear properties of functionally gradient layers on stainless steel substrates for high temperature applications, *Surface and Coatings Technology*, **174–175**, 1089–1094.
- Chan, S.H.,** 2001: Performance and emissions characteristics of a partially insulated gasoline engine, *International Journal of Thermal Science*, **40**, 255–261.
- Chareonsuk, J., Vessakosol, P.,** 2011: Numerical solutions for functionally graded solids under thermal and mechanical loads using a high-order control volume finite element method, *Appl. Therm. Eng.* **31**, 213–227.
- Chi, S.H., Chung, Y.L.,** 2006a: Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part I: Analysis, *International Journal of Solids and Structures*, **43**, 3657–3674.
- Chi, S.H., Chung, Y.L.,** 2006b: Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part II: Numerical results, *International Journal of Solids and Structures*, **43**, 3675–3691.
- Dahan, I., Admon, U., Frage, N., Sariel J., Dariel M.P., Moore J.J.,** 2001: The Development of a Functionally Graded TiC-Ti Multilayer Hard Coating, *Surface and Coatings Technology*, **137**, 111–115.
- Dao, M., Gu, P., Maewal, A., Asaro, R. J.,** 1997: A Micromechanical Study of Residual Stresses in Functionally Graded Materials, *Acta Metallurgica*, **45(8)**, 3265–3276.
- Demirkıran, A.S., Celik, E., Yargan, M., Avci, E.,** 2001: Oxidation behaviour of functionally gradient coatings including different composition of cermets, *Surface and Coatings Technology*, **142–144**, 551–556.
- Durodola, J.F., Attia, O.,** 2000: Deformation and Stresses in FG Rotating Disks, *Compos. Sci. Technol.*, **60**, 987–995.
- Eraslan, A.N., Akış, T.,** 2006: Plane strain analytical solutions for a functionally graded elastic–plastic pressurized tube, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* **83**, 635–644.
- Eraslan, A.N., Apatay, T., Gülgeç, M.,** 2008 : Homojen olmayan malzemeden yapılmış içi dolu dönen disklerin elastik-plastik gerilme analizi, *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.*, **23(3)**, 627–635.
- Esteban, S.L., Bartolome, J.F., Pecharroman, C., Moya, J.S.,** 2002: Zirconia/stainless-steel continuous functionally graded material, *Journal of the European Ceramic Society*, **22**, 2799–2804.
- Gibson, R.E.,** 1967: Some results concerning displacements and stresses in a nonhomogeneous elastic half space, *Geotechnique*, **17**, 58–67.
- Gilhooley, D.F., Xiao, J.R., Batra, R.C., McCarthy, M.A.,** 2008: Two-dimensional stress analysis of functionally graded solids using the mlp method with radial basis function, *Computational Materials Science*, **41**, 467–481.
- Groves, J.F., Wadley, H.N.G.,** 1996: Functionally graded materials synthesis via low vacuum directed vapor deposition, *Composite Part B*, **28B**, 57–69.

- Groza, J.R., Kodash, V.,** 2006: Methods for production of FGM net shaped body for various applications, United States Patent, Patent number 0172073.
- Gupta M.,** 2002: Functionally gradient materials and the manufacture thereof, U.S.A. Patent, Patent number 6495212.
- Ha, S.K., Yoon, Y.B., Han, S.C.,** 2000: Effects of Material Properties on the Total Stored Energy of a Hybrid Flywheel Rotor, *Archive of Applied Mechanics*, **70(8–9)**, 571–584.
- Hart, N.T., Brandon, N.P., Day, M.J., Lapena-Rey, N.,** 2002: functionally graded composite cathodes for solid oxide fuel cells, *Journal of Power Sources*, **106**, 42-50.
- Hassani, A., Hojjati, M.H., Farrahi, G.H., Alashti R.A.,** 2012: Semi-exact solution for thermo-mechanical analysis of functionally graded elastic-strain hardening rotating disks. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **17**, 3747–3762.
- Hencky, H.,** 1924: Zur theorie plastischer deformationen und der hierdurch im material hervorgerufenen nachspannungen, *Z., Angew Math. Mech.* 4-323.
- Hill, R.,** 1965: A self-consistent mechanics of composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **13**, 213–222.
- Hirai, T., Chen, L.,** 1999: Recent and prospective development of functionally graded materials in Japan, *Materials Science Forum*, **308–311**, 509–514.
- Hirano, T., Teraki, J., Yamada, T.,** 1990: on the design of functionally graded materials, *Proceeding of the first international symposium on functionally graded materials*, Sendai, Japan, 5-10.
- Hong, C.W., Müller, F., Greil, P.,** 1996: Fabrication of Pore-Gradient Membranes via Centrifugal Casting, *Functionally Graded Materials*, 173-178.
- Hongjun, X., Zhifei, S., Taotao, Z.,** 2006: Elastic analyses of heterogeneous hollow cylinders, *Mech. Res. Commun.*, **33**, 681–691.
- Horgan, C.O., Chan, A.M.,** 1999a: The pressurized hollow cylinder or disk problem for functionally graded isotropic linearly elastic materials, *Journal of Elasticity*, **55(1)**, 43–59.
- Horgan, C.O., Chan, A.M.,** 1999b: The Stress Response of Functionally Graded Isotropic Linearly Elastic Rotating Disks, *Journal of Elasticity*, **55(3)**, 219–230.
- Hvizdoš, P., Jonsson, D., Marc, A., Anné, G., Biest O.V.D.,** 2007: Mechanical properties and thermal shock behaviour of an alumina/zirconia functionally graded material prepared by electrophoretic deposition”, *Journal of the European Ceramic Society*, **27(2-3)**, 1365-1371.
- Igari, T., Notomi, A., Tsunado, H., Hida, K., Kotoh, T., Kunishima, S.,** 1990: materials properties of functionally graded material for fast breeder reactor, *Proceeding of the first international symposium on functionally graded materials*, Sendai, Japan, 209-214.

- Ilchner, B.**, 1996: Processing microstructures property relationships in graded materials, *Journal of the mechanics and physics of solids*, **44(5)**, 647-656.
- Jang, B.K., Matsubara, H.**, 2006: Influence of porosity on thermophysical properties of nano-porous zirconia coatings grown by electron beam-physical vapor deposition, *Scripta Materialia*, **54**, 1655–1659.
- Jahromi, B. H., Farrahi, G.H., Maleki, M., Nayeb-Hashemi, H., Vaziri, A.**, 2009: Residual stresses in autofrettaged vessel made of functionally graded material, *Engineering Structures*, **31**, 2930-2935.
- Johnson, C.A., Raud, J.A., Bruce, R., Wortman, D.**, 1998: Relationships between residual stress, microstructure and mechanical properties of electron beam–physical vapor deposition thermal barrier coatings, *Surface and Coatings Technology*, 108–109: 80–85.
- Joshi, S. C., Ng, H.W.**, 2011: Optimizing functionally graded nickel–zirconia coating profiles for thermal stress relaxation, *Simulation Modelling Practice and Theory*, **19**, 586–598.
- Katakam, S., Krishna, D.S.R., Kumar, T.S.S.**, 2003: Microwave processing of functionally graded bioactive materials, *Materials Letters*, **57**, 2716–2721.
- Kawasaki, A., Watanabe, R.**, 1997: Evaluation of thermomechanical performance for thermal barrier type of sintered functionally graded materials, *Composites Part B* **28B**, 29 – 35
- Ke, L.L., Wang, Y.S.**, 2007: Two-dimensional sliding frictional contact of functionally graded materials, *European Journal of Mechanics A/Solids*, **26**, 171–188.
- Kieback, B., Neubrand, A., Riedel, H.**, 2003: Processing techniques for functionally graded materials”, *Materials Science and Engineering A*, **62**, 81-106.
- Kim, J.K., Kestursatya, M., Rohatgi, P.K.**, 2000: Tribological Properties of Centrifugally Cast Copper Alloy–Graphite Particle Composite, *Metallurgical and Materials transactions A*, **31(4)**, 1283-1293.
- Kohri, H., Shiota, I.**, 2006: Development of Thermoelectric Cooling Devices with Graded Structure, *Materials Science Forum*, **492–493**, 151–156.
- Koizumi, M.**, 1993: The concept of FGM. *Ceramic Transactions. Functionally Gradient Materials*. **34**, 3–10.
- Koizumi, M.**, 1997: FGM activities in Japan, *Composites Part B*, **28**, 1-4.
- Kordkheili, H.S.A., Naghdabadi, R.**, 2007: Thermoelastic analysis of a functionally graded rotating disk, *Comp. Struc.*, **79**, 508-516.
- Kurşun, A., Topçu, M., Tetik, T.**, 2011: Stress Analysis of Functionally Graded Disc under Thermal and Mechanical Loads, *Procedia Engineering*, **10**, 2949–2954..
- Lidong, T., Wenchao, L.**, 2002: Residual stress analysis of Ti–ZrO₂ thermal barrier graded materials, *Materials and Design*, **23**, 627–632.

- Lipton, R.,** 2002: Design of functionally graded composite structures in the presence of stress constraints, *International Journal of Solids and Structures*, **39**, 2575–2586.
- Liu, Y., Compson, C., Liu M.,** 2005: Nanostructured and functionally graded cathodes intermediate temperature solid oxide fuel cells, *Journal of Power Sources*, **138**, 194–198.
- Liu, L.S., Zhang, Q.J., Zhai, P.C.,** 2003: The optimization design of metal/ceramic FGM armor with neural net and conjugate gradient method, *Materials Science Forum*, **423–425**, 791–796.
- Malinina, M., Sammi, T., Gasik, M.,** 2005: Corrosion Resistance of Homogeneous and FGM Coatings, *Materials Science Forum*, **492-493**, 305–310.
- Miyamoto, Y., Kaysser, W.A., Rabin, B.H., Kawasaki, A., Ford, R.G.,** 1999: *Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications*. MA, Kluwer Academic, 331 p, Boston.
- Mori, T., Tanaka, K.,** 1973: Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, **2**, 1571–574.
- Müller, E., Drašar, C., Schilz, J., Kaysser, W.A.,** 2003: Functionally graded materials for sensor and energy applications. *Materials Science Engineering A*, **362(1– 2)**, 17–39.
- Nagata, F.,** 1999: Intelligent modeling mechanisms and design concepts of FGMs in natural composites, *materials science forum*, 308-311:331-337.
- Nai, S.M.L., Gupta, M., Lim, C.Y.H.,** 2003: Synthesis and wear characterization of Al based, free standing functionally graded materials: effects of different matrix compositions, *Composites Science and Technology*, **63**, 1895–1909.
- Neubrand, A., Rödel, J.,** 1997: gradient materials: An overview of novel concepts, *zeit metal*, **88**, 358-371.
- Niino, M., Maeda, S.,** 1990: Recent Development Status of Functionally Gradient Materials, *ISIJ International*, **30**, 699–703.
- Nirmala, K., Upadhyay, P.C., Prucz, J., Loyns, D.,** 2005: Thermoelastic Stresses in composite beams with functionally graded layer, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, **24**, 1965-1977.
- Noda, N.,** 1999: Thermal Stresses in Functionally Graded Materials, *Third International Congress on Thermal Stresses*, Cracow, Poland; June 13-17.
- Oonishi, H., Noda, T., Ito, S., Kohda, A., Yamamoto, H., Tsuji, E.,** 1994: Effect of hydroxyapatite coating on bone growth into porous titanium alloy implants under loaded conditions, *Journal of Applied Biomaterials*, **5(1)**, 23-27.
- Oral, A., Anlas, G.,** 2005: Effects of radially varying moduli on stress distribution of nonhomogeneous anisotropic cylindrical bodies, *Int. J. Solids Struct.* **42**, 5568–5588.

- Osaka, T., Matsubara, H., Homma, T., Mitamura, S., Noda, K.,** 1990: microstructural study of electroless plated CoNiReP/NiMoP double-layered media for perpendicular magnetic recording, *Japanese Journal of Applied Physics*, **29(10)**, 1939-1943.
- Oyelayo, A.O., Haselkorn, M.H.,** 2002: Modified boron containing coating for improved wear and pitting resistance, U.S.A. Patent, Patent number 6432480.
- Paszkiewicz, B., Paszkiewicz, R., Wosko, M., Radziewicz, D., Sciana, B., Szyszka, A., Macherzynski, W., Tlaczala, M.,** 2008: Functionally graded semiconductor layers for devices application, *Vacuum*, **82**, 389–394.
- Peng, X.L., Li, X.F.,** 2010a: Thermal stress in rotating functionally graded hollow circular disks. *Compos. Struct.* **92**, 1896–1904.
- Peng, X.L., Li, X.F.,** 2010b: Thermoelastic analysis of a cylindrical vessel of functionally graded materials, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* **87**, 203-210.
- Pietrzak, K., Kalinski, D., Chmielewski, M.,** 2007: Interlayer of Al₂O₃–Cr functionally graded material for reduction of thermal stresses in alumina–heat resisting steel joints, *Journal of the European Ceramic Society*, **27**, 1281–1286.
- Pompe, W., Worchorch, H., Epple, M., Friess, W., Gelinsky, M., Greil, P., Hempel, U., Scharnweber, D., Schulte, K.,** 2003: Functionally graded materials for biomedical applications. *Materials Science Engineering A*, **362(1–2)**, 40–60.
- Poultangari, R., Jabbari, M., Eslami, M.R.,** 2008: Functionally graded hollow spheres under non-axisymmetric thermo-mechanical loads, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* **85**, 295–305.
- Qin, X.H., Han, W.X., Fan, C.G., Rong, L.J., Li Y.Y.,** 2002: Research on distribution of SiC particles in aluminum-alloy matrix functionally graded composite tube manufactured by centrifugal casting, *Journal of Materials Science Letters*, **21**, 665-667.
- Qiu, J., Tani, J., Ueno, T., Morita, T., Takahashi, H., Du, H.,** 2003: Fabrication and high durability of functionally graded piezoelectric bending actuators, *Smart Materials and Structures*, **12**, 115–121.
- Rabiei, A., Thomas, B., Neville, B., Lee, J.W., Cuomo, J.,** 2007: A novel technique for processing functionally graded HA coatings, *Materials Science and Engineering C*, **27**, 523–528.
- Rassbach, S., Lehnert, W.,** 2000: Investigations of deformation of FGM, *Computational Materials Science*, **19**, 298-303.
- Reddy, J.N.,** 2000: Analysis of functionally graded plates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **47**, 663- 684.
- Reddy, J.N., Chin, C.D.,** 1998: Thermal-mechanical analysis of functionally graded cylinders and plates. *Journal of Thermal Stresses*, **21**, 593–626.
- Reiter, T., Dvorak, G.J.,** 1998: Micromechanical Modeling of Functionally Graded Materials, *IUTAM Symposium on Transformation Problems in*

Composite and Active Materials, Hingham, MA, USA, Kluwer Academic Publishers, p 173.

- Reuter, T., Dvorak, G.J., Tvergaard, V.,** 1997: Micromechanical models for graded composite materials, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, **45**, 1281–1302.
- Reuter, T., Dvorak, G.,J.,** 1998, Micromechanical models for graded composite Materials: II. Thermomechanical loading, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, **46**, 1655–1673.
- Sato, N., Shiota, I., Hatta, H., Aoki, T., Fukuda, H.,** 1996: Oxidation-Resistant SiC Coating System of C/C Composites, *Functionally Graded Materials*, 257-262.
- Schmauder, S., Weber, U.,** 2001: Modelling of functionally graded materials by numerical homojenization, *Applied Mechanics*, **71**, 182-192.
- Sepahi, O., Forouzan, M.R., Malekzadeh, P.,** 2011: Thermal buckling and postbuckling analysis of functionally graded annular plates with temperature-dependent material properties, *Materials and Design*, doi:10.1016.
- Shahzamanian, M.M., Sahari, B.B., Bayat, M., Ismarrubie, Z.N., Mustapha, F.,** 2010a: Transient and thermal contact analysis for the elastic behavior of functionally graded brake disks due to mechanical and thermal loads, *Materials and Design*, **31**,4655–4665.
- Shahzamanian, M.M., Sahari, B.B., Bayat, M., Ismarrubie, Z.N., Mustapha, F.,** 2010b: Finite element analysis of thermoelastic contact problem in functionally graded axisymmetric brake disks, *Composite Structures* **92**, 1591–1602
- Silva, E.C.N., Walters, M.C., Paulino, G.H.,** 2006: Modeling bamboo as a functionally graded material: lessons for the analysis of affordable materials, *Journal of materials science*, **41**, 6991-7004.
- Spencer, A. J.M.,** 1998: A Stress Function Formulation For A Class Of Exact Solutions For Functionally Graded Elastic Plates, *IUTAM Symposium on Transformation Problems in Composite and Active Materials*, Hingham, MA, USA, Kluwer Academic Publishers, p.161.
- Sugano, Y., Chiba, R., Hirose, K., Takahashi, K.,** 2004: Material design for reduction of thermal stress in a functionally graded material rotating disks, *JSME International Journal* **47(2)**, 189-197.
- Suresh, S.,** 1997: Modeling and Design of Multi-Layered and Graded Materials, *Progress in Materials Science*, **42**, 243-251.
- Suresh, S., Mortensen, A.,** 1998: Fundamentals of functionally graded materials: processing and thermo-mechanical behavior of graded metals and metalceramic composites. IOM Communications, London.
- Szymczyk, W.,** 2005: Numerical simulation of composite surface coating as a functionally graded material”, *Materials Science and Engineering A*, **412**, 61–65.

- Tarn, J.Q.**, 2001: Exact solutions for functionally graded anisotropic cylinders subjected to thermal and mechanical loads, *Int. J. Solids Struct.* **38**, 8189-8206.
- Timoshenko, S.P., Goodier, J.N.**, 1970: *Theory of Elasticity*, 3rd Edition, McGraw Hill, New York.
- Tokovyy, Y.V., Ma, C.C.**, 2008: Analysis of 2D non-axisymmetric elasticity and thermoelasticity problems for radially inhomogeneous hollow cylinders, *J. Eng. Math.* **61**, 171–184.
- Topçu, M., Sayman, O.**, 1991: Increasing of strength of transmission plates by residual stresses. *Proceeding Int., ASME conference, Modeling and Simulation*, New Orleans, Louisiana, USA, ASME Press, **3**, 11-15.
- Tutuncu, N.**, 2007: Stresses in thick-walled FGM cylinders with exponentially-varying properties, *Eng. Struct.* **29**, 2032–2035.
- Türkmen, D.**, 2010: Functionally graded rotating discs subjected to uniform temperature loading, *Science and Engineering of Composite Materials*, **17(1)**, 39-46.
- Uemura, S.**, 2003: The activities of FGM on new applications, *Materials Science Forum*, **423–425**, 1–10.
- Vel, S.S., Batra, R.C.**, 2003: Three-dimensional analysis of transient thermal stresses in functionally graded plates, *International Journal of Solids and Structures*, **40**, 7181-7196.
- Vullo, V., Vivio, F.**, 2008: Elastic stress analysis of non-linear variable thickness rotating disks subjected to thermal load and having variable density along the radius, *International Journal of Solids and Structures* **45**, 5337–5355.
- Watari, F., Yokoyama, A., Omori, M., Hirai, T., Kondo, H., Uo, M., Kawasaki, T.**, 2004: Biocompatibility of materials and development to functionally graded implant for bio-medical application, *Composites Science and Technology*, **64**, 893–908.
- Wolfe, D.E., Singh, J., Narasimhan, K.**, 2003: Synthesis and characterization of multilayered TiC/TiB₂ coatings deposited by ion beam assisted, electron beam–physical vapor deposition (EB–PVD), *Surface and Coatings Technology*, **165**, 8–25.
- Yamanoushi, M., Koizumi, M., Hirai, T., Shiota, I.** 1990: *Proceedings of the First International Symposium on Functionally Gradient Materials*, Japan.
- Yang, Z.M., Zhou, Z.G., Zhang, L.M.**, 2003: Characteristics of residual stress in Mo-Ti functionally graded material with a continuous change of composition, *Materials and Engineering A*, **358**, 214 – 218.
- Yin, H.M., Sun, L.Z., Paulino, G.H.**, 2004: Micromechanics-based elastic model for functionally graded materials with particle interactions, *Acta Materialia*, **52**, 3535–3543.
- You, L.H., Zhang, J.J., You, X.Y.**, 2005: Elastic analysis of internally pressurized thick-walled spherical pressure vessels of functionally graded materials, *Int. J. Pres. Ves. Pip.* **82**, 347–354.

- Zenkour, A.M.**, 2005: A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 1—Deflection and stresses, *International Journal of Solids and Structures* **42**, 5224–5242.
- Zenkour, A.M.**, 2009: Stress distribution in rotating composite structures of functionally graded solid disks, *Journal of Materials Processing Technology*, **209**, 3511–3517.
- Zhang, X.Z., Kitipornchai, S., Liew, K.M., Lim, C.W., Peng, L.X.**, 2003: Thermal stresses around a circular hole in a functionally graded plate, *Journal of Thermal Stresses*, **26**, 379-390.

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Ali KURŞUN

Doğum Yeri ve Tarihi: ORTAKÖY 28-04-1986

Adres: Hitit Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü ÇORUM

Lisans Üniversitesi: Dumlupınar Üniversitesi

Yayın Listesi:

Kurşun, A., Şenel, M., (2011): Investigation of the effect of low-velocity impact on composite plates with preloading, *Experimental Techniques* **35** (2), 1-8.

Kurşun, A., Topçu, M., Tetik, T., (2011): Stress analysis of functionally graded disc under thermal and mechanical loads, *Procedia Engineering*, **10**, 2949–2954.

Kurşun, A., Topçu, M., (2012): Thermal stress analysis of functionally graded disc with variable thickness due to linearly increasing temperature loads, *AJSE*, (kabul)

Kurşun, A., Topçu, M. (2012), Thermal Stress Analysis of Functionally Graded Disc, *DYNA-Colombia* (in review).

Bektaş, B., N., Kurşun, A., Topçu, M., (2013): Thermo elasto-plastic stress analysis of functionally graded disc under steady state temperature, *journal of reinforced plastics and composites* (in review)

Kurşun, A., Bektaş, B., N., Topçu, M., (2013): Elasto-plastic stress analysis of fgm rotating disc, *Int. J. for Num. Meth. In Eng.* (in review).

Kurşun, A., Bektaş, B., N., AYKUL H., Topçu, M., (2013): Elasto-plastic stress analysis of fgm disk under logarithmic temperature distribution, *Mathematical and Computational Applications* (in review).

Kurşun, A., Tarakçılar, A. (2010), Failure and mechanic of environmental conditions will be evaluated effect on mechanically fastened joints in polymer–matrix composites, *Metal World* 202, 78-82.

Şenel, M., Kırılı, A., Kurşun, A., (2009): Düşük hızlı darbe deney düzeneği için geri sekme (rebound) frenleme ve kontrol sistemi. (İATS'09), 13-15 Mayıs 2009, Karabük, Türkiye.

Kursun, A., Şenel, M., (2010): Investigations of tension-tension pre-stress effects on glass fiber reinforced composite plates under the low-velocity impact, *ICOME 2010* - 27th – 30 th of April 2010, Craiova, Romania.

Kurşun, A., Topçu, M., Tetik, T., (2011): Stress analysis of functionally graded disc under thermal and mechanical loads, ICM11, 5th-9th June 2011, Milano, Italy.

Kurşun, A., Topçu, M., Yücel, U., (2012): Stress analysis of a rotating fgm circular disc with exponentially-varying properties, ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, November 9th -15th 2012 HOUSTON, TEXAS ,USA.

Kurşun, A., Ağır, İ., Topçu, M., (2013): Elastoplastic stress analysis of functionally graded disc under internal pressure, COMPLAS XII, September 3th -5th BARCELONA, SPAIN.

Ağır, İ., Kurşun, A., Bektaş, B. N., (2013): Investigation of experimental research on the low velocity impact damage behavior of NCF composite plates, COMPLAS XII, September 3th -5th BARCELONA, SPAIN.