

34333

T.C.  
CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

**KEYFİ PERİYODİK POTANSİYELLERİN  
BİR BOYUTTA SCHRÖDİNGER  
DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ**

34333

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Selin ERZİN**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

**Şubat - 1994  
SİVAS**

## FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu çalışma, jürimiz tarafından, Fizik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : ..... Prof. Dr. Bünjamin Özbay  
Üye : ..... Prof. Dr. İsmail Sökmen  
Üye : ..... Yr. Doç. Dr. Yüksel Ergün  
Üye : ..... Yr. Doç. Dr. Hüseyin Soru  
Üye : .....

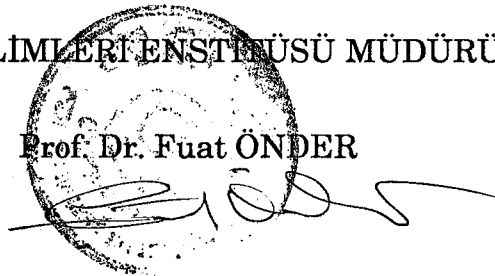
ONAY

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

26.104.1994

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Prof. Dr. Fuat ÖNDER



## İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET

ABSTRACT

TEŞEKKÜR

BÖLÜM I-GİRİŞ ..... 1

BÖLÜM II- SÜPERÖRGÜLER..... 3

BÖLÜM III- BİR BOYUTLU PERİYODİK

PARABOLİK POTANSİYEL ..... 9

III.I- Bir Boyutlu Parabolik Kuantum Kuyusunda

Enerji Durumları ..... 9

I-I. Seri Çözüm ..... 9

I-II. Hermite Tipi Çözüm ..... 19

III.II- Bir Boyutlu Periyodik Parabolik Kuantum

Kuyularının Dağılım Bağıntısı ..... 22

II-I. Seri Çözüm ..... 25

II-II. Hermite Tipi Çözüm ..... 37

BÖLÜM IV-SONUÇ ..... 47

KAYNAKLAR ..... 48

ÖZGEÇMİŞ ..... 50

**ÖZET****Yüksek Lisans Tezi**

**Keyfi Periyodik Potansiyellerin Bir Boyutta  
Schrödinger Denkleminin Çözümü**

**Selin ERZİN**

**Cumhuriyet Üniversitesi**

**Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Fizik Anabilim Dalı**

**Danışman: Prof. Dr. İsmail SÖKMEN**

Bu çalışmada bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunun bağlı durumları incelendi. Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularının dağılım bağıntısı türetildi ve bu potansiyel profilinin band yapısı incelendi.

**Anahtar Kelimeler:** Süperörgü, Parabolik kuantum kuyusu,  
Periyodik potansiyel.

**ABSTRACT****M. Sc. Thesis**

**Solution of the One-Dimensional Schrödinger Equation  
in an Arbitrary Periodic Potential**

**Selin ERZİN**

Cumhuriyet University  
Graduate School of natural  
and applied sciences  
Department of Physics

**Supervisor: Prof. Dr. İsmail SÖKMEN**

In this study, the bound states of one-dimensional parabolic quantum well has been investigated. The dispersion relation of one-dimensional periodic parabolic wells have been derivated and the band structure of this potential profile was investigated.

**Key words:** Superlattice, Parabolic quantum well,  
Periodic potential.

## **TEŞEKKÜR**

Bu çalışmada tez konusunu öneren ve hesaplamalarımnda yardımcı olan danışman hocam Prof.Dr. İsmail SÖKMEN'e, bilgisayar çalıőmalarımnda bilgi ve desteğini gördüğüm Yrd.Doç.Dr. Yüksel ERGÜN ve Yrd.Doç.Dr. Hüseyin SARI'ya ayrıca bu çalıőmam süresince ilgisini esirgemeyen arkadaşım Canan ÖKTEMGİL'e teşekkürlerimi sunarım.

## BÖLÜM I- GİRİŞ

Bir katıdaki yüklü bir parçacığın hareketi her şeyden önce katıyı meydana getiren atomlara ve onların sıralanışlarına (kristal yapısı) bağlıdır. Yabancı atomlar ve atomik boşluklar ise yüklü parçacığın hareketini sınırlayan ya da frenleyen mekanizmaların kaynağıdır.

Kuantum çukurları ve süper örgüler yüklü parçacıkların iki boyutlu davranış gösterdiği yapılardır. Bu tür yarıiletken yapıların gelişmesi M.B.E (Molecular Beam Epitaxy), M.O.C.V.D. (Metal Organic Chemical Vapor Deposition) ve L.P.E. (Liquid - Phase - Epitaxy) gibi kristal büyütme tekniklerine bağlı olarak son 10 yılda hızlanmıştır.

Yarıiletkenler günümüzde çok yaygın bir kullanım alanına sahip olup, bir çok elektronik devrenin ve çeşitli düzeneklerin temel yapı elemanlarını oluştururlar. Yarıiletkenlerle, gelişen teknolojiye paralel olarak çeşitli biçimlerde ve çok işlevli devre elemanlarını giderek daha küçük hacimler içerisine değişik görevler yüklenecek şekilde yerleştirelebilmeleri bu maddelerin temel tercih nedenlerinden biri olmuştur.

Yarıiletken bir malzemenin diyod ya da transistör yapımında kullanılabilmesi için diğer malzemelerle katkılanması zorunludur. Bu durumda yaratılan çoğunluk taşıyıcıları, kendini yaratan katkılama atomlarının etkilerini üzerlerinde hissedeceklerdir.

Elektronik devrelerin temel elemanları olan kristal diyod ve transistörler; akım yükseltme katsayılarının büyüklüğü, her hangi bir ısıtma gerilimine gerek göstermeyişleri, çok küçük bir hacime buna karşılık son derece sağlam bir yapıya sahip bulunmaları, ..... gibi nedenlerle bu gün elektron tüplerinin yerini almış durumdadır. Gelişen tek-

nolojiye paralel olarak 0.1 - 1 cm<sup>3</sup>'lük çok küçük hacimler içine çeşitli devre elemanlarının sığdırılması, böylece çok amaçlı "integre - veya tümleşik - devre elemanları"nın seri olarak üretimine gidilmesi ile, yarıiletkenlerin yaşantımızdaki önemlerinin arttığını ifade eder.

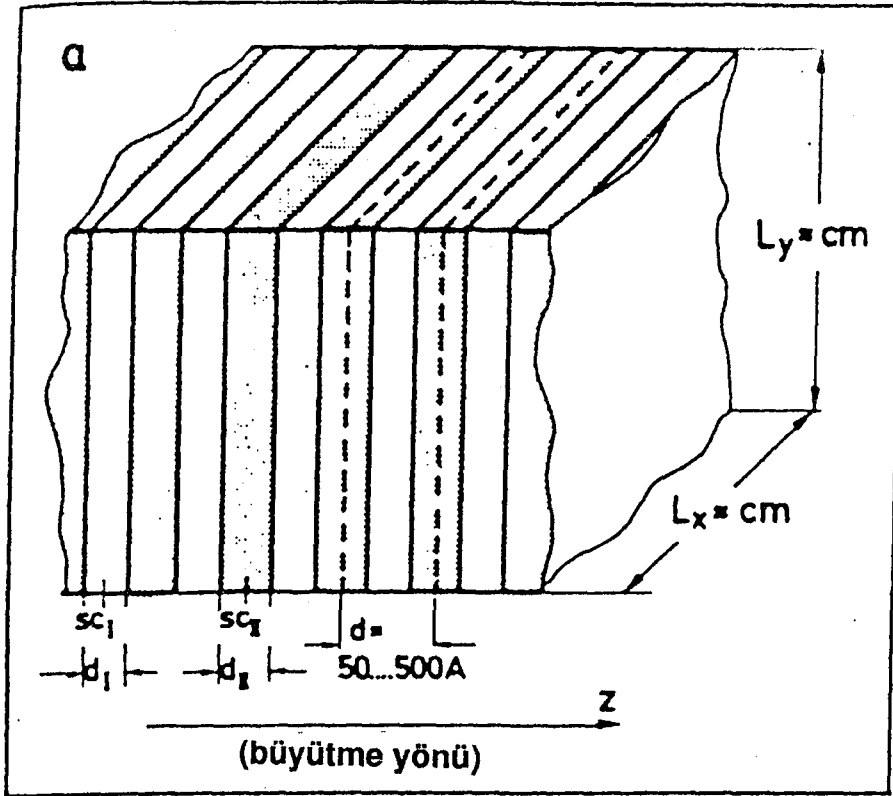
Elektronik devre elemanlarının fiziksel özelliklerini anlamada ve bunları en iyi şekilde kullanmada süperörgü yapıları ve kuantum kuyuları için özdeğer problemlerini ve rezonant tunelleme'yi çözmek gerekmektedir. Yüksek hızlı ve pratik elektronik aletlerin üretiminde bu yapıların kullanılması, yaygın bir şekilde çalışılmalarına olan ilgiyi artırmıştır.

Çalışmamızda incelediğimiz bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyuları doping veya nipi süperörgülerin bir sonucudur.

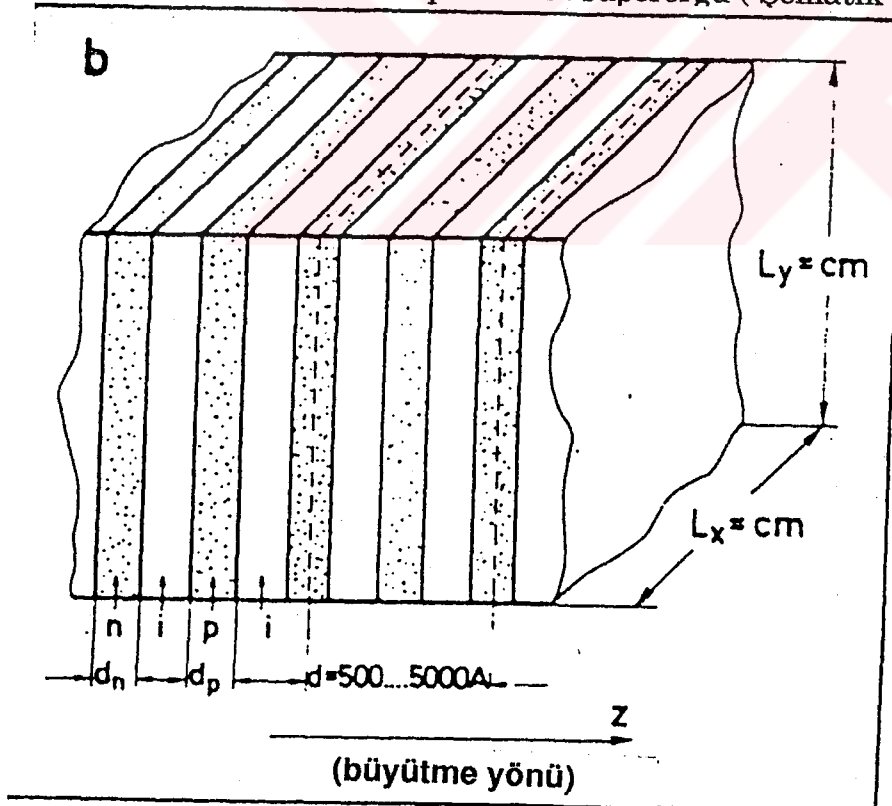
## BÖLÜM II- SÜPERÖRGÜLER

Süperörgüler, birbiri ardına sıralanmış çok ince epitaxial tabakalardır. Bu yapıların tek boyutlu potansiyeli, background kristalin kristal potansiyeli üzerine eklenmiştir. Bir boyutlu potansiyel bir compositional süperörgüdeki hetero tabakaların band süreksizliği ile veya n ve p katkıli yarıiletken tabakaları, aralarında katkısız tabakalar olacak şekilde periyodik olarak büyütmele oluşturulur. Gerçek kristalin potansiyeli, kristal örgüsüyle aynı periyoda sahip olurken, süperörgünün periyodu sıralı tabakaların periyoduyla aynıdır. Uygun olması açısından sıralı tabakaların bir periyodu, süperörgülerin tabanı olarak adlandırılır. Bu yapıların çalışılmaya başlanıldığı 1969'dan bu yana süperörgü periyodu analizin basit olması için daima engel-kuyu olarak alınır [2].

Son yıllarda kristal büyütme tekniklerindeki ilerlemeler çok ince tabakalardan oluşan periyodik yarıiletken yapıların gerçekleştirilmesini mümkün kılmıştır. İnsan yapımı iki tip süperörgü vardır. Bunlardan ilki; örgü sabitleri uyumlu farklı iki tip yarıiletken malzemenin periyodik diziliminden oluşan compositional süperörgülerdir. İkincisi; aynı yarıiletkenin katkılanarak n ve p tipi olarak elde edilmesinden oluşan katkılanmış (doping) süperörgülerdir. Ayrıca yarıiletkenin katkılanmış tabakaları arasında katkısız tabakaların olduğu n-i-p-i yapılar [4].

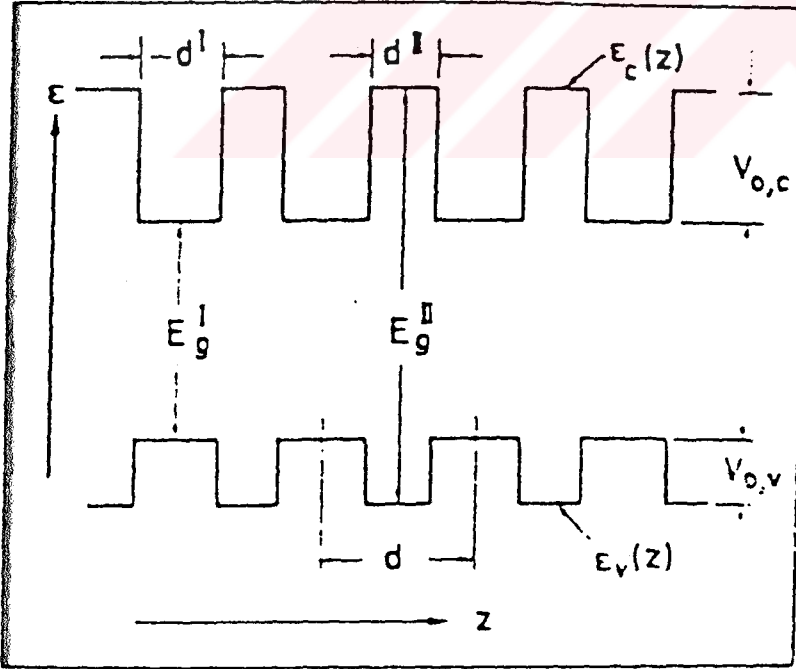


Şekil II-a SC<sup>I</sup> ve SC<sup>II</sup> yarıiletken malzemelerin çok ince tabakalarından ibaret compositional süperörgü (Şematik olarak)

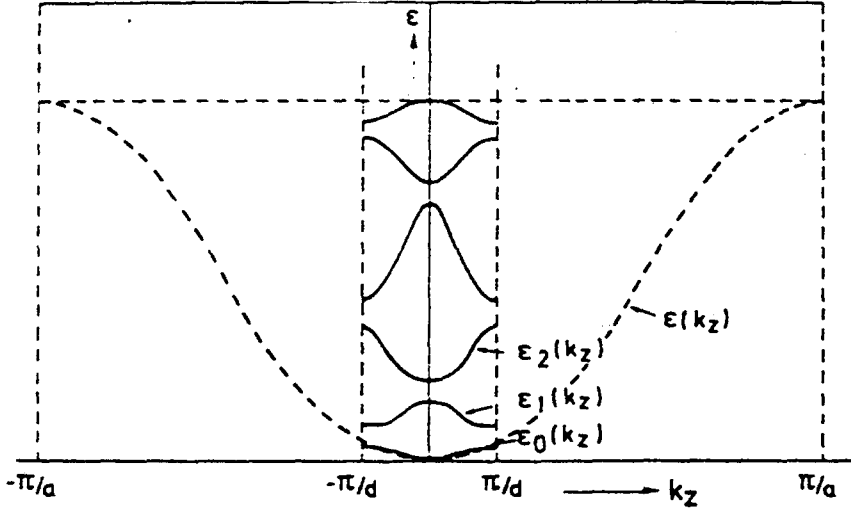


Şekil II-b Aynı yarıiletkenin katkılanmış süperörgüsü (Şematik olarak).

Compositional tipi süperörgü Şekil II-a'da görülmektedir. Kuşkusuz iyi bir kristal elde etmek için bileşenler arasında (I-II) yeteri derecede küçük örgü uyumsuzluğunun olması gerekmektedir. Bu tip süperörgülerin en tanınmış örneği  $\text{GaAs-Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  süperörgüsüdür. Süperörgü periyodu  $d$ 'nin ilginç değerleri Şekil II-a'da verilmiştir. Böyle imelikli yapıların hazırlanmasında birçok problem vardır. Bununla birlikte M.B.E (Moleküler Beam Epitaxy) tekniği bu amaç için son derece başarılı bir araçtır. Moleküler Beam Epitaxy, çok yüksek vakum şartlarında gerçekleşen bir buharlaşma yöntemidir. Bu yöntem iki adımda gerçekleşir. Birinci adım kristal yüzeyine gelen atomun yerleştirilmesini, ikinci adım ise kristalin yüzeyi üzerine isabetli yerleştirme hareketini kapsar. Bu adımlar kristal yüzeyine, sıcaklığa ve görünümüne bağlıdır. Son zamanlarda ikinci bir teknik olan Metal Organic Chemical Vapor Deposition (M.O.C.V.D) yöntemiyle de periyodik yarıiletken yapıların gerçekleştirilmesi mümkün olmuştur.



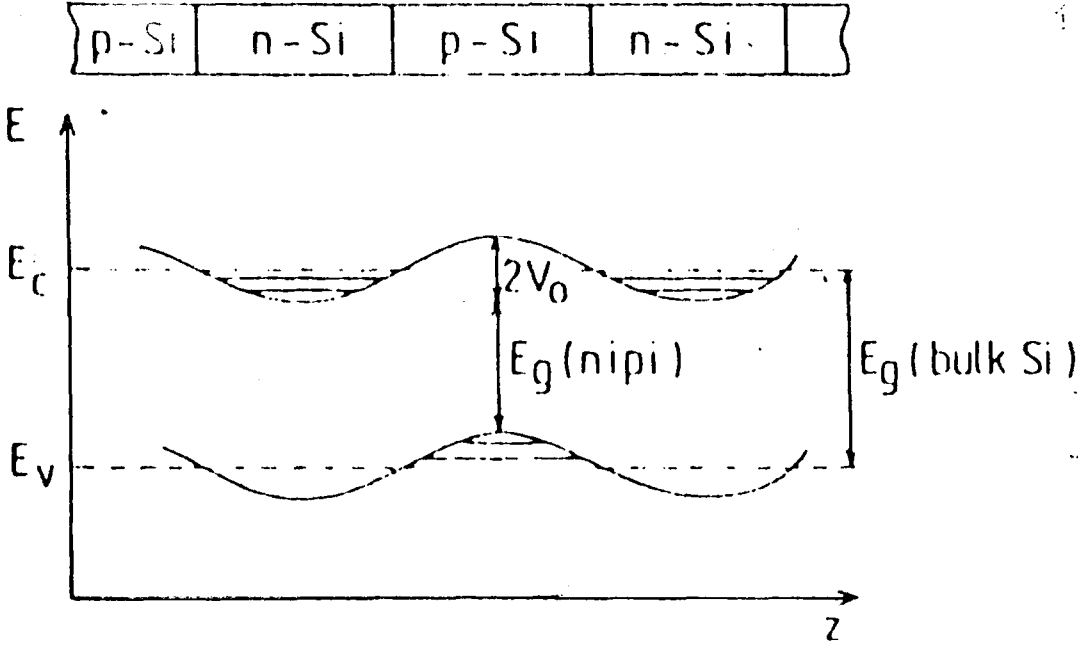
Şekil II-1 Compositional süperörgünün band profili.



Şekil II-2 d periyodik süperörgü potansiyeli ile  $\epsilon_v(k_z)$  alt bandlarında  $\epsilon(k_z)$  bandının ayrılması

GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  süperörgüsün band profili Şekil II-1'deki gibi olacaktır.  $E_g^I$  ve  $E_g^{II}$  ( $I = \text{GaAs}$ ,  $II = \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  olmak üzere) yarıiletken malzemelerin band aralıkları,  $d^I$  ve  $d^{II}$  ise tabaka kalınlıklarıdır. Band aralığı enerji farkı  $V_0$  ( $E_g^{II} - E_g^I$ );  $\epsilon_c(z)$  iletkenlik band kısmında bir belirsizlik olarak ortaya çıkan  $V_{0,c}$  parçasına diğer kısmı  $\epsilon_v(z)$  valans band kısmını modüle eden  $V_{0,v}$  parçasına ayrılır. Yük taşıyıcıların tabakalara paralel hareketi periyodik potansiyelden kuvvetlice etkilenmezken, periyodik büyütme yönündeki ( $z$  yönündeki) hareket sistemi  $d$  periyodu boyunca olan harekete karşılık gelir. Sonuç olarak  $\epsilon(k_z)$  dağılım eğrisi  $k_z \leq \pi/d$  ile tanımlanan indirgenmiş yeni bir küçük Brillouin bölgesine ayrılacaktır. Daha da fazlası  $\epsilon(k_z)$  bandı,  $k_z = 0$  ve bölge sınırları  $k_z = +\pi/d$  de çok küçük aralıklarla ayrılan  $\epsilon_v(k_z)$  mini-bandlara ayrılacaktır (Şekil II-2). Böylece  $\epsilon_c(z)$  ve  $\epsilon_v(z)$  band kenarlarının periyodik modülasyonu sırasıyla elektron ve hol hareketleri için kuvvetli bir potansiyeli sağlar [4].

Aynı tür yarıiletkenin katkılanarak  $n$  ve  $p$  tipi olarak elde edilen katkılanmış (doping) süperörgünün temel yapısı Şekil II-b'deki gibidir.



Şekil II-3 Bir n-i-p-i yapının enerji diyagramının şematik olarak gösterimi.

Katkılanmış (Doping) süperörgülerin alışılmamış elektronik özellikleri süperörgü potansiyellerin farklı doğasından kaynaklanır ki bu durumda bu potansiyel, katkılanmış tabakalardaki yabancı atomlar nedeniyledir. Şekil II-3 bir nipi yapının enerji diyagramını şematik olarak göstermektedir. Denge durumunda, elektronlar donör tabakalarından, akseptör tabakalarındaki boş (hol) hollere doğru transfer olurlar. Kendi arkalarında ise pozitif yüklü donörler bırakırlar. Akseptör tabakalarında negatif yüklü olur. Böylelikle bu geçişler yük yoğunluğunun ve dolayısıyla potansiyelin değişmesine yol açar. Bu p-n eklemesinin yapısında görülen elektrostatik potansiyelle neden olur. Katkılanmamış kristalin band yapısı üzerinde yeni ortaya çıkan katkılanmış yapının elektrostatik potansiyeli Şekil II-3'ün alt kısmında görülmektedir. Burada  $E_c$  ve  $E_v$  iletkenlik ve valans band kenarlarını göstermektedir. Normalde her bir katkılı tabakanın kalınlığı yaklaşık  $100 \text{ \AA}$  -  $300 \text{ \AA}$  civarında olmalıdır. Bu durumda potansiyelin minimumlarına yakın olan en dipdeki sınırlanmış enerji düzeyleri tam olarak birbirinden bağımsızdır. Sınırlanmış enerji düzeylerinin yeri şekilde sürekli çizgilerle gösterilmektedir.

Külçe (bulk)'nin iletkenlik band kenarının altında sınırlanmış olan enerji düzeylerinin tam yeri, Schrödinger denkleminde elde edilebilir;

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{2} qz^2 \right\} \psi(z) = E\psi(z)$$

Burada  $q$ ; katkılanmış tabakanın genişliğine ve doping konsantrasyonuna bağlı olan bir parametredir.  $m_e^*$ ; katkılanan yarı iletkenin iletkenlik bandındaki etkin kütesidir. Denklemdaki parabolik potansiyel, yalnızca kuyunun dibinin yakınlığında geçerlidir. Bu denklem basit bir-boyutlu harmonik osilatörün özelliklerini tanımladığı için temel kuantum mekaniksel kitaplarında bulunan standart bir problem-dir. Burada;

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar w ; \quad n=0,1,2,3 \dots ; \quad w = \left( \frac{q}{m_e^*} \right)^{1/2}$$

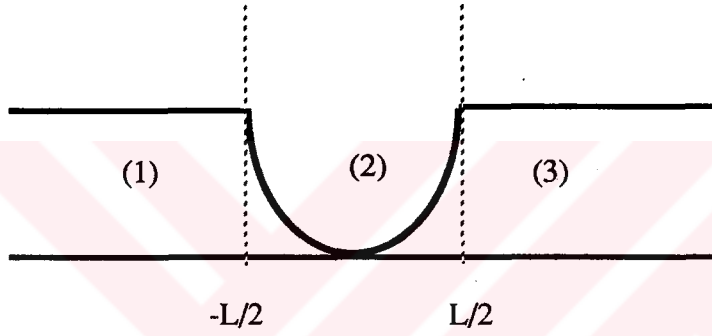
dir. Valans bandındaki hol enerji düzeyleride aynı şekilde hesaplanabilir. Yalnızca  $m_e^*$  yerine ya  $m_{lh}^*$  veya  $m_{hh}^*$  alınmalıdır [7].

Doping süperörgüler, süperörgü periyodunun ve doping konsantrasyonunun seçiminden başka, herhangi bir yarıiletkeni temel malzeme olarak seçme avantajına sahiptirler. Bu compositional süperörgülerdeki durumlara terstir. Çünkü örgü uyuşumu gibi bir gereksinmeye ihtiyaç yoktur [5].

Buraya kadar değindiğimiz süperörgüler doğada bulunmazlar. Doğada bulunanlar;  $TaS_2$ ,  $TaS_2$ ,  $ZnS$  ve  $SiC$  tabakalı bileşiklerdir. Tabakalar arasında periyodik bir değişim vardır. Doğal olmayan süper yapıları doğal olanlardan ayırt etmek için onları insan yapımı süperörgüler olarak adlandırıyoruz. İnsan yapımı süperörgülere sahip olmanın en büyük avantajı, artık yalnızca doğada varolanlarla yetinilmemesidir. Bunun yerine bu yapay yarıiletkenler birçok çeşitte istenilen şekilde biçimlendirilmekte ve dizayn edilmektedir [4].

## BÖLÜM III- BİR BOYUTLU PERİYODİK PARABOLİK POTANSİYEL

Çalışmamızda ilk önce bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda enerji durumları ve genel çözümü, daha sonra da bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularının dağılım bağıntısı Seri ve Hermite tipi çözümler kullanılarak elde edilmiştir. Dağılım bağıntısının bir sonucu olarak da periyodik yapının izinli band enerjileri bulunmuştur.



Şekil III: Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusu

### III.I Bir Boyutlu Parabolik Kuantum Kuyusunda Enerji Durumları

#### I-I. Seri Çözüm

Şekil III'deki L genişlikli kuantum kuyusunu gözönüne alalım.

$V_0(x)$  potansiyeli  $x$ 'in bir fonksiyonudur.

$$V_0(x) = V_0 \left( \frac{2}{L} \right)^2 x^2 \quad \text{I-1}$$

$E < V_0$  olduğu durumdaki genel çözüm için Şekil III'deki (1)'inci, (2)'inci ve (3)'üncü bölgeler için sırasıyla Schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V_0 \psi(x) = E\psi(x) \quad \text{I-2}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V_0 \left(\frac{2}{L}\right)^2 x^2 \psi(x) = E\psi(x) \quad \text{I-3}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V_0 \psi(x) = E\psi(x) \quad \text{I-4}$$

biçiminde yazılır. Burada ilk önce (I-3) nolu denklemin genel çözümünü oluşturalım:

(I-3) denkleminde  $x$  yerine  $x = \alpha y = (1/k) y$  dönüşümü uygulanırsa denklem

$$\frac{\partial^2 \psi(y)}{\partial y^2} + \left( \alpha^2 k^2 - \frac{V_0}{E} \left(\frac{2}{L}\right)^2 k^2 \alpha^4 y^2 \right) \psi(y) = 0 \quad \text{I-5}$$

biçimini alır. Burada

$$k = \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \quad \text{I-6}$$

dalga vektörü olmak üzere  $\alpha^2 k^2 = 1$  seçilirse (I-5) denklemini

$$\frac{\partial^2 \psi(y)}{\partial y^2} + \left( 1 - \frac{V_0}{E} \left(\frac{2}{L}\right)^2 \frac{1}{k^2} y^2 \right) \psi(y) = 0 \quad \text{I-7}$$

biçiminde elde edilip;

$$f = \frac{V_0}{E} \left(\frac{2}{L}\right)^2 \frac{1}{k^2} \quad \text{I-8}$$

olarak seçilirse (I-7) denklemi

$$\frac{\partial^2 \psi(y)}{\partial y^2} + (1-fy^2) \psi(y) = 0 \quad \text{I-9}$$

biçimini alır. Böylece (I-9) denkleminin genel çözümü

$$\psi^{(2)}(kx) = B\psi_c(kx) + C\psi_t(kx) \quad \text{I-10}$$

biçimindedir. Burada ( $y=kx$  olmak üzere)

$$\psi_c(y) = \sum_{n=0}^{no} a_n y^n ; \{n, 0, no\}, (\text{çift}) \quad \text{I-11}$$

$$\psi_t(y) = \sum_{n=0}^{no} b_n y^n ; \{n, 0, no\}, (\text{tek}) \quad \text{I-12}$$

biçiminde çift ve tek seri çözümleri belirtirler.

(I-11) de serinin ilk üç terimi;

$$a_0=1; a_1=0; a_2=-\frac{1}{2}; a_3=0 \text{ olmak üzere}$$

$$a_n = \frac{(f a_{n-4} - a_{n-2})}{n(n-1)} ; n \geq 4 \quad \text{I-13}$$

ve (I-12) de serinin ilk üç terimi;

$$b_0=0; b_1=1; b_2=0; b_3=-\frac{1}{6} \text{ olmak üzere}$$

$$b_n = \frac{(f b_{n-4} - b_{n-2})}{n(n-1)} ; n \geq 4 \quad \text{I-14}$$

serinin genel terimleridir. (I-2) ve (I-4) denklemlerinin genel çözümü ise

$$\psi^1(x) = A e^{Kx} \quad \text{I-15}$$

$$\psi^3(x) = D e^{-Kx} \quad \text{I-16}$$

biçimindedir. A,B,C,D dalga fonksiyonu sabitleri ve

$$K = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_0(x) - E)} \quad \text{I-17}$$

dalga vektörüdür.  $\psi(x)$  genel çözümünün ve türevinin  $\partial\psi(x)/dx$ ,

$x = -L/2$  ve  $x=L/2$  konumunda süreklilik koşulunu kullanarak;

$$\psi^1(x = -L/2) = \psi^2(x = -L/2) \quad \text{I-18}$$

$$\frac{\partial \psi^1}{\partial x} (x = -L/2) = \frac{\partial \psi^2}{\partial x} (x = -L/2)$$

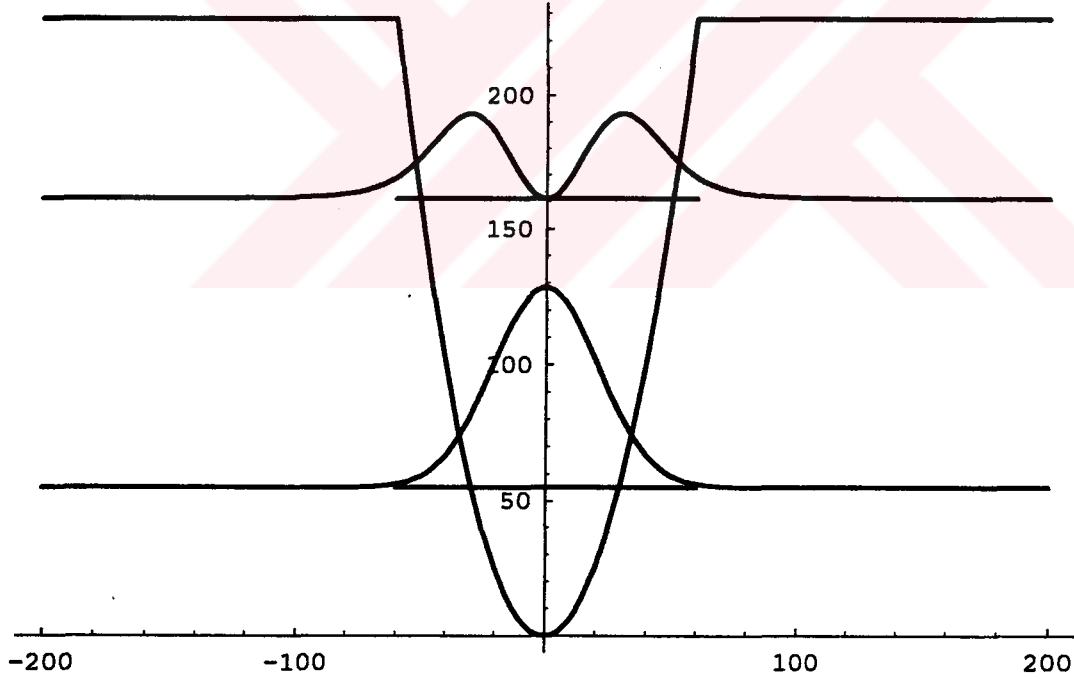
$$\psi^2(x = L/2) = \psi^3(x = L/2) \quad \text{I-19}$$

$$\frac{\partial \psi^2}{\partial x} (x = L/2) = \frac{\partial \psi^3}{\partial x} (x = L/2)$$

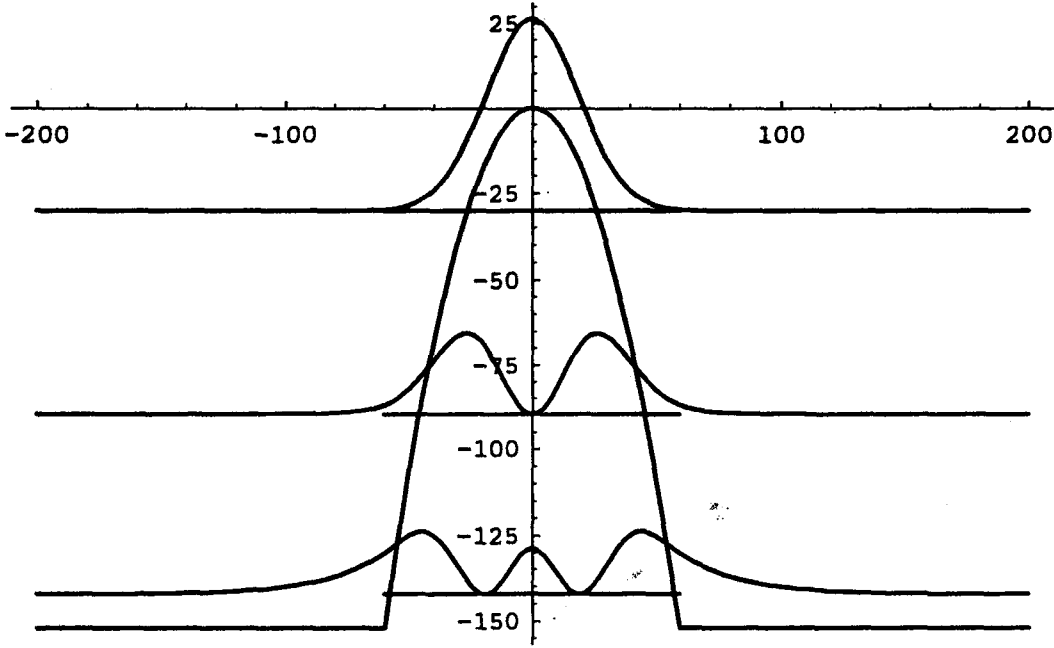
elde edilir. Bu koşulları yerine getiren genel matris

$$M = \begin{bmatrix} 1; & \psi_{\phi}(x=-L/2); & \psi_t(x=-L/2); & 0 \\ K/k; & \frac{\partial \psi_{\phi}}{\partial x} (x=-L/2); & \frac{\partial \psi_t}{\partial x} (x=-L/2); & 0 \\ 0; & \psi_{\phi}(x=L/2); & \psi_t(x=L/2); & 1 \\ 0; & \frac{\partial \psi_{\phi}}{\partial x} (x=L/2); & \frac{\partial \psi_t}{\partial x} (x=L/2); & -K/k \end{bmatrix}$$

biçimindedir.  $M$  matrisinin determinant değerinden enerji özdeğerleri elde edildi. Burada ilk aşamada;  $n_0=40$ ,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793 m_0$  parametreleri, ikinci aşamada;  $V_0=152$  meV,  $m^*=0.177 m_0$  parametreleri kullanılarak, kuyu genişliği  $L=5-250$  Å kadar değerler verilerek, kuyu genişliğine karşı gelen enerji değerleri bulundu. Üçüncü aşamada;  $m^*=0.0793 m_0$ ,  $L=120$  Å parametreleri kullanılarak, potansiyel engel yüksekliği  $V_0=10-350$  meV kadar değerler verilerek, engel yüksekliğine karşı gelen enerji değerleri elde edildi. Dördüncü aşamada; engel genişliği  $s=200$  Å,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793 m_0$ ,  $L=120$  Å parametreleri kullanılarak elde edilen enerji değerlerine karşılık gelen dalga fonksiyonları bulundu.



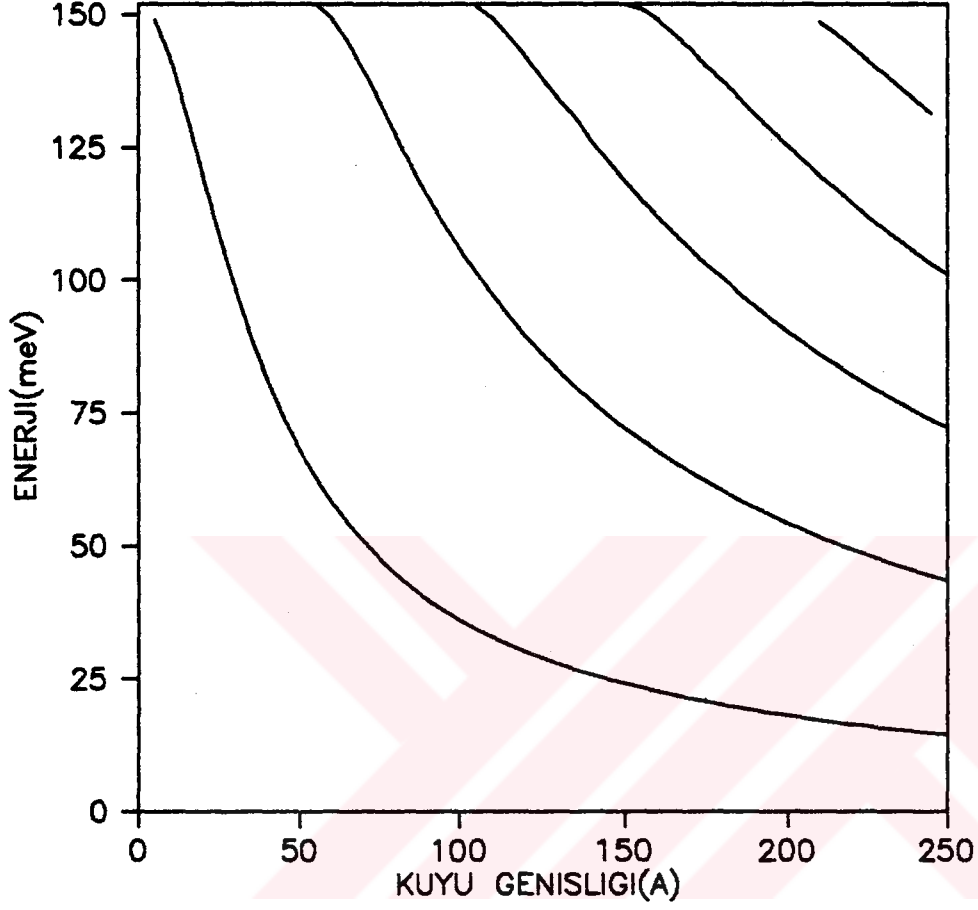
Şekil III-4 Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda  $n_0=40$ ,  $s=200$  Å,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793 m_0$ ,  $L=120$  Å parametrelerinin kullanılarak elde edildiği enerji değerlerine karşılık gelen normalize edilmiş dalga fonksiyonları



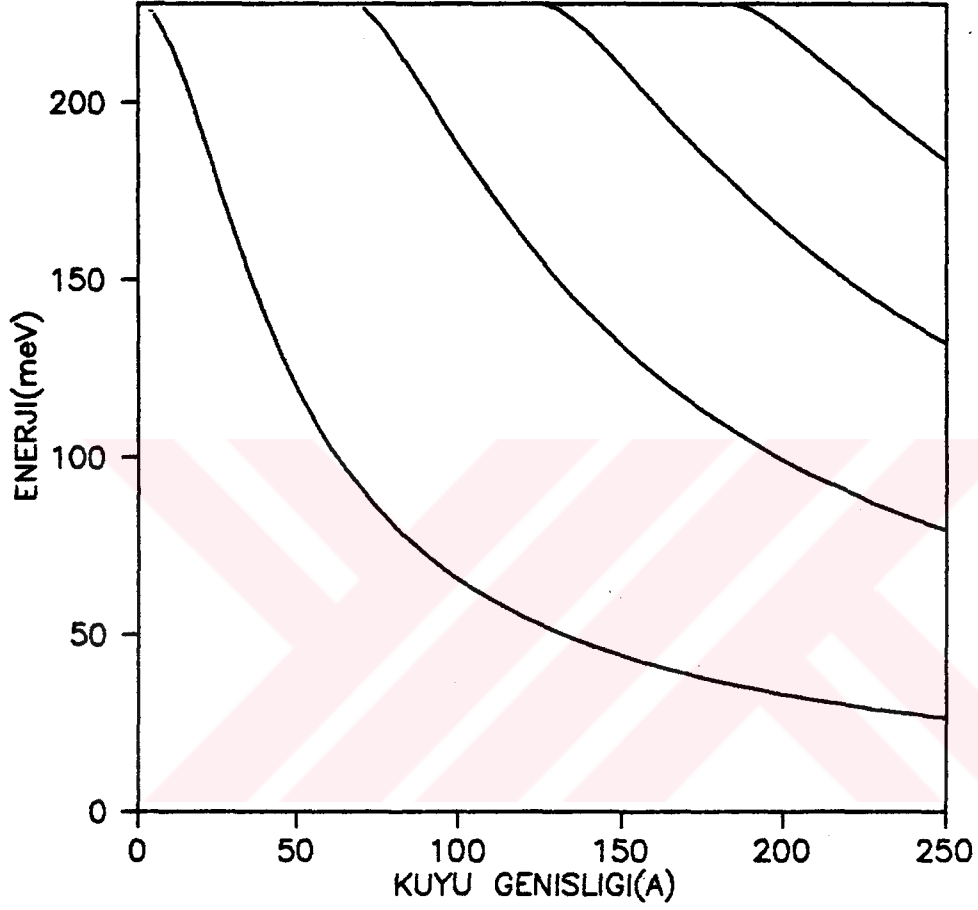
Şekil III-5 Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda  $n_0=40$ ,  $s=200\text{\AA}$ ,  $V_0=152\text{ meV}$ ,  $m^*=0.177 m_0$ ,  $L=120\text{\AA}$  parametrelerinin kullanılarak elde edildiği enerji değerlerine karşılık gelen normalize edilmiş dalga fonksiyonları

Beşinci aşamada ise;  $s=200\text{\AA}$ ,  $V_0=152\text{ meV}$ ,  $m^*=0.177 m_0$ ,  $L=120\text{\AA}$  parametreleri kullanılarak elde edilen enerji değerlerine karşılık gelen dalga fonksiyonları bulundu. Şekil III-1 ve Şekil III-2 bir parabolik kuantum kuyusundaki bağlı durum enerjisini göstermektedir. Şekil III-3 potansiyel engel yüksekliğine göre elde edilen enerji durumlarını, Şekil III-4 ve Şekil III-5 ise normalize edilmiş dalga fonksiyonlarını göstermektedir.

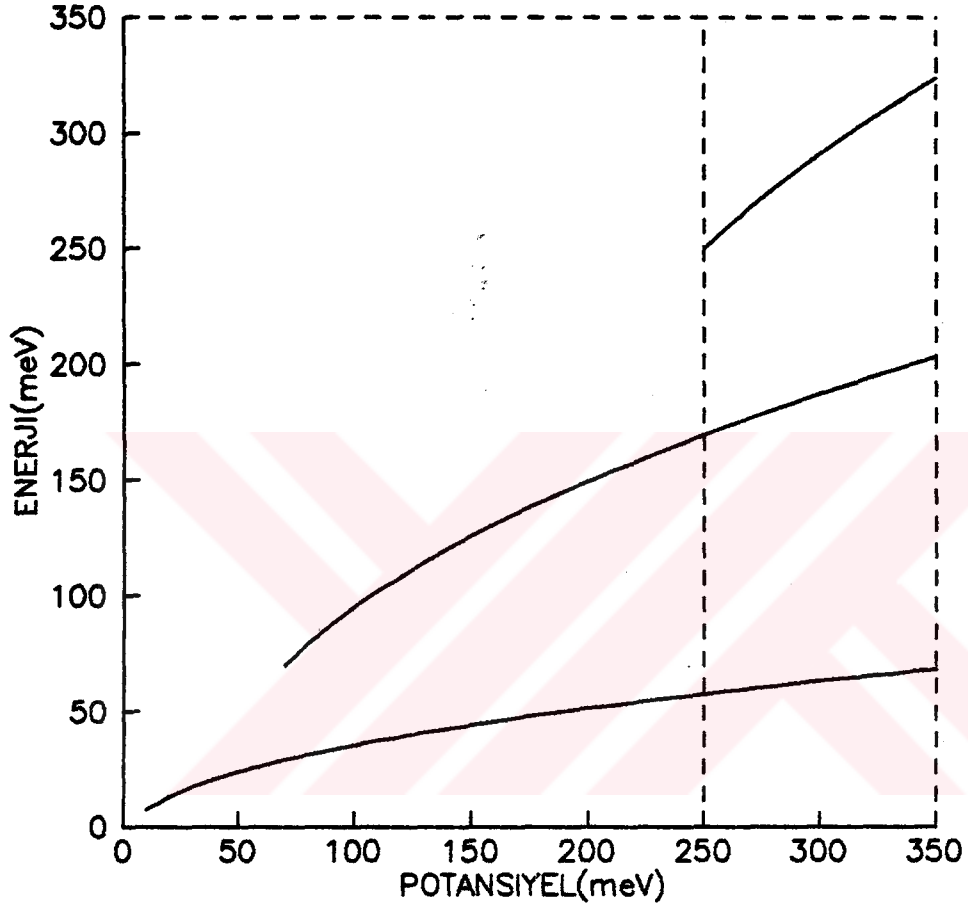
Şekil III-1 ve Şekil III-2 den görüldüğü gibi kuyu genişliği arttıkça enerji değerleri azalmaktadır. Şekil III-3 de ise potansiyel engel yüksekliği arttıkça enerji değerleri artmaktadır.



Şekil III-1 Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda ( $m^*=0.177 m_0$ ,  $V_0= 152 \text{ meV}$ ,  $n_0= 40$ ) kuyu genişliğine göre elde edilen enerji durumları.



Şekil III-2 Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda ( $m^*=0.0793 m_0$ ,  $V_0= 228$  meV,  $n_0= 40$ ) kuyu genişliğine göre elde edilen enerji durumları.



Şekil III-3 Bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunda ( $m^*=0.0793 m_0$ ,  $L=120 \text{ \AA}$ ,  $n_0=40$ ) potansiyel engel yüksekliğine göre elde edilen enerji durumları.

Grafiklerden görüldüğü üzere parabolik kuyunun özdeğerleri basitçe harmonik osilatör probleminin çözümlerini vermektedir. Enerji seviyelerinin özdeğerleri

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ile verilir. Şekil III-4, Şekil III-5 sırasıyla parabolik kuyunun  $n=0,1$  ve  $n=0,1,2$  enerji seviyelerine karşılık gelen normalize edilmiş dalga fonksiyonlarını göstermektedir. Bu fonksiyonlar harmonik osilatörün normalize edilmiş dalga fonksiyonlarının benzeridir [3].



## I-II. Hermite Tipi Çözüm

Yine  $E < V_0$  olduğu durumda Şekil III deki (2)'inci bölgenin genel çözümüne bakılsın. I-9 denklemini tekrar yazalım.

$$\frac{\partial^2 \psi(y)}{\partial y^2} + (1 - fy^2) \psi(y) = 0 \quad \text{I-9}$$

bu denkleme

$$\psi(y) = e^{-\lambda y^2} F(y) \quad \text{II-I}$$

biçiminde bir çözüm önerilsin. (II-I) çözümü (I-9) denklemine uyarlanırsa

$$\frac{\partial^2 F(y)}{\partial y^2} - 4\lambda y \frac{\partial F(y)}{\partial y} + (4\lambda^2 y^2 - fy^2 - 2\lambda + 1) F(y) = 0 \quad \text{II-2}$$

elde edilir. Burada

$$\lambda = \sqrt{f/2} \quad \text{II-3}$$

olarak elde edilir. (II-2) denklemi de

$$\frac{\partial^2 F(y)}{\partial y^2} - 4\lambda y \frac{\partial F(y)}{\partial y} + (1 - 2\lambda) F(y) = 0 \quad \text{II-4}$$

biçimini alır. Burada

$$F(y) = \sum_{n=0}^{n_0} a_n x^n \quad \{n, 0, n_0\} \quad \text{II-5}$$

biçiminde seri çözümdür. O halde (I-9) denkleminin genel çözümü;

$$\psi(kx) = B \psi_{\zeta}(kx) + C \psi_t(kx) \quad \text{II-6}$$

olarak elde edilir. Burada

$$\psi_{\zeta}(kx) = e^{-\lambda k^2 x^2} F_{\zeta}(kx) \quad \text{II-7}$$

$$\psi_t(kx) = e^{-\lambda k^2 x^2} F_t(kx)$$

biçimindedir. (II-7), (II-6) denkleminde yazıldığında

$$\psi(kx) = B e^{-\lambda k^2 x^2} F_{\phi}(kx) + C e^{-\lambda k^2 x^2} F_t(kx) \quad \text{II-8}$$

biçiminde (2)'inci bölgedeki Schrödinger denkleminin genel çözümü elde edilir. (1)'inci ve (3)'üncü bölgelerdeki Schrödinger denklemlerinin genel çözümleride

$$\psi^1(x) = A e^{Kx} \quad \text{II-9}$$

$$\psi^3(x) = D e^{-Kx} \quad \text{II-10}$$

(I-2) ve (I-4) denklemlerinden I-I. Seri Çözüm de elde edilmişti. Burada A,B,C, ve D dalga fonksiyonu sabitleri ve

$$K = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_0(x) - E)} \quad \text{II-11}$$

$$k = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} E} \quad \text{II-12}$$

dalga vektörleridir.  $\psi(x)$  genel çözümünün ve türevinin  $\partial \psi(x)/\partial x$

$x = -L/2$  ve  $x = L/2$  konumunda süreklilik koşulunu kullanarak;

$$\psi^1(x = -L/2) = \psi^2(x = -L/2)$$

$$\frac{\partial \psi^1}{\partial x}(x = -L/2) = \frac{\partial \psi^2}{\partial x}(x = -L/2) \quad \text{II-13}$$

$$\psi^2(x = L/2) = \psi^3(x = L/2)$$

II-14

$$\frac{\partial \psi^2}{\partial x}(x = L/2) = \frac{\partial \psi^3}{\partial x}(x = L/2)$$

elde edilir. Bu koşulları yerine getiren genel matris;

$$M_I = \begin{bmatrix}
 1; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} F_{\zeta}(x=-L/2); & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} F_t(x=-L/2); & 0 \\
 K/k; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} \{ \lambda k L F_{\zeta}(x=-L/2) +; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} \{ \lambda k L F_t(x=-L/2) +; & 0 \\
 & \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x} (x=-L/2) \} & \frac{\partial F_t}{\partial x} (x=-L/2) \} & \\
 0; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} F_{\zeta}(x=L/2); & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} F_t(x=L/2); & 1 \\
 0; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} \{ -\lambda k L F_{\zeta}(x=L/2) +; & e^{-\lambda k^2 L^2 / 4} \{ -\lambda k L F_t(x=L/2) +; & -K/k \\
 & \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x} (x=L/2) \} & \frac{\partial F_t}{\partial x} (x=L/2) \} &
 \end{bmatrix}$$

biçimindedir.  $M_I$  matrisinin determinant değerinden enerji özdeğerleri elde edildi. Bu enerji özdeğerleri I-I. Seri Çözümde kullanılan parametrelere elde edilmiştir. Sonuçta elde edilen enerji özdeğerlerinin Seri Çözümde elde edilen enerji özdeğerlerinin aynısı olduğu görülmüştür. Sonuçta Şekil III-1, Şekil III-2, Şekil III-3, Şekil III-4 ve Şekil III-5 Hermite tipi çözümünde bir sonucudur.

### III.II- Bir Boyutlu Periyodik Parabolik Kuantum Kuyularının Dağılım Bağıntısı

Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularının dağılım bağıntısının elde edilmesine geçmeden önce periyodik ortamda dalga fonksiyonlarının genel özellikleri düşünölmelidir. Bloch teoreminde periyodik ortamda dalga denkleminin çözüümü;

$$\Psi_K(r) = U_K(r) e^{iKr} \quad \text{II-1}$$

biçimindedir. Bir boyutta

$$\Psi_K(x) = U_K(x) e^{iKx} \quad \text{II-2}$$

olur. Burada  $\Lambda$  yapının periyodu olmak üzere,

$$U_K(x + \Lambda) = U_K(x) \quad \text{II-3}$$

dir.  $\Psi(x)$ 'in Bloch formunda olduğunu görmek için  $T_\Lambda$  öteleme operatörü kullanılsın. Bu operatör  $f(x)$  herhangi bir keyfi fonksiyon olmak üzere

$$T_\Lambda f(x) = f(x + \Lambda) \quad \text{II-4}$$

biçiminde tanımlanır. İlk olarak bu operatörün  $H$  hamiltoniyen ile sıra değiştirdiği görölsün.

Mademki  $\Psi(x)$ ,  $H$  hamiltoniyenin öz fonksiyonudur. O halde  $E$  elektronun enerjisi olmak üzere;

$$H \Psi(x) = E \Psi(x) \quad \text{II-5}$$

dir. II-4 ifadesi kullanılırsa

$$\begin{aligned} T_\Lambda H \Psi(x) &= E T_\Lambda \Psi(x) \\ &= E \Psi(x + \Lambda) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H T_\Lambda \Psi(x) &= H \Psi(x + \Lambda) \\ &= E \Psi(x + \Lambda) \end{aligned}$$

$$H T_{\Lambda} - T_{\Lambda} H = 0$$

elde edilir. Böylece H ile  $T_{\Lambda}$  'nın sıra değiştirdiği görülmüştür. Eğer iki işlemci sıra değiştiriyorsa, ortak özfonksiyonları bulunacağından  $\Psi(x)$ ,  $T_{\Lambda}$  ve H'nin özfonksiyonları olacaktır. C zdeğer olmak üzere

$$\begin{aligned} T_{\Lambda} \Psi(x) &= \Psi(x+\Lambda) \\ &= C \Psi(x) \end{aligned} \quad \text{II-6a}$$

ve

$$\Psi(x+g\Lambda) = C^g \Psi(x) \quad \text{II-6b}$$

olacaktır. C'nin tanımlanabilmesi için  $\Psi(x)$ 'e sınır şartlarının uygulanması gereklidir.

$L = N\Lambda$  bir boyutlu kristalin uzunluğu olmak üzere,

$$\begin{aligned} \Psi(x+N\Lambda) &= C^N \Psi(x) \\ &= \Psi(x) \end{aligned} \quad \text{II-7}$$

dir. Burada

$$C^N = 1 \text{ olması için, } C = e^{i(2\pi g/N)} \quad (g = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad \text{II-8}$$

olmalıdır. (II-4) ve (II-7) ifadelerini sağlayan zm

$$\Psi_g(x) = e^{i2\pi g(x/\Lambda N)} U_g(x) \quad \text{II-9}$$

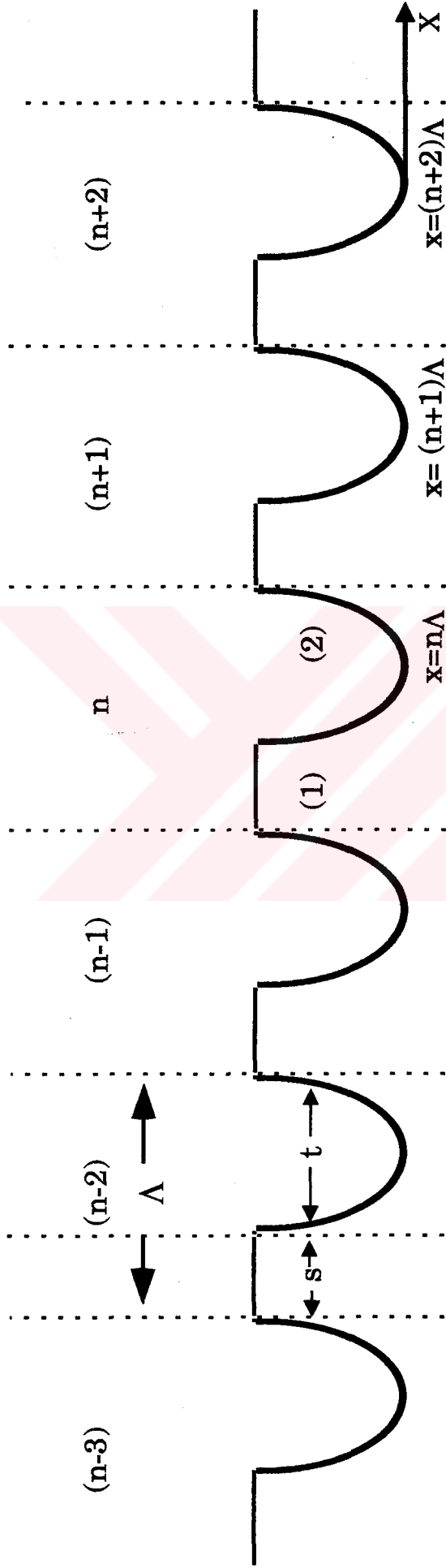
biçiminde olabilir.  $U_g(x)$   $\Lambda$ 'dada periyodiktir.

$$K = \frac{2\pi g}{N\Lambda} = \frac{2\pi}{L} g \quad (g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{II-10}$$

olarak seçilirse, bütün zfonksiyon

$$\Psi_K(x) = U_K(x) e^{iKx} \quad \text{II-11}$$

biçiminde yazılabilir. Bu ise  $\Psi(x)$ 'in Bloch formudur [3].



Şekil IV: Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyuları

## II-I. Seri Çözüm

Şekil IV'deki gibi s genişlikli engeller tarafından ayrılmış t genişlikli ardarda sıralanmış kuantum kuyularını gözönüne alalım.  $V_0(x)$  potansiyeli,  $\Lambda$  periyodu ile  $x$ 'in bir fonksiyonudur.  $E < V_0$  olduğu durumdaki genel çözüm için, Şekil IV'deki (1)'inci ve (2)'inci bölgelerdeki Schrödinger denklemi sırasıyla,

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + V_0 \Psi(x) = E \Psi(x) \quad \text{I-1}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} + V_0 \left( \frac{2}{t} \right)^2 x^2 \Psi(x) = E \Psi(x) \quad \text{I-2}$$

biçiminde yazılır. Şimdi ilk önce (I-2) nolu denklemin genel çözümü elde edilsin.

$V(x) = V(x+\Lambda)$  periyodiklik koşulundan potansiyelimiz;

$$V(x) = V_0 \left( \frac{2}{t} \right)^2 (x-n\Lambda)^2$$

biçimindedir. Buna göre (I-2) denklemi

$$\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} - \frac{2m^*}{\hbar^2} V_0 \left( \frac{2}{t} \right)^2 (x-n\Lambda)^2 \Psi(x) = - \frac{2m^* E \Psi(x)}{\hbar^2} \quad \text{I-3}$$

olarak elde edilir. Burada (I-3) denkleminde

$$x-n\Lambda = \alpha y$$

dönüşümü uygulanırsa denklem,

$$\frac{\partial^2 \Psi(y)}{\partial y^2} + \left( \alpha^2 k^2 - \frac{2m^*}{\hbar^2} V_0 \left( \frac{2}{t} \right)^2 \alpha^4 y^2 \right) \Psi(y) = 0$$

biçimini alır.

Burada

$$k = \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \quad \text{I-5}$$

dalga vektörü olmak üzere  $\alpha^2 k^2 = 1$  seçilirse, (I-4) denklemi

$$\frac{\partial^2 \Psi(y)}{\partial y^2} + \left( 1 - \frac{V_0}{E} \left( \frac{2}{t} \right)^2 \frac{1}{k^2} y^2 \right) \Psi(y) = 0 \quad \text{I-6}$$

biçiminde elde edilip,

$$f = \frac{V_0}{E} \left( \frac{2}{t} \right)^2 \frac{1}{k^2} \quad \text{I-7}$$

olarak seçilirse (I-6) denklemi

$$\frac{\partial^2 \Psi(y)}{\partial y^2} + (1 - fy^2) \Psi(y) = 0 \quad \text{I-8}$$

biçimini alır. Böylece (I-8) denkleminin genel çözümü (n)'inci bölge için

$$\Psi_n^2(k(x-n\Lambda)) = C_n \Psi_\zeta(k(x-n\Lambda)) + D_n \Psi_t(k(x-n\Lambda)) \quad \text{I-9}$$

biçimindedir. Burada;

$$\Psi_\zeta(y) = \sum_{n=0}^{n_0} a_n y^n; \{n, 0, n_0\}, \quad (\text{Çift}) \quad \text{I-10}$$

$$\Psi_t(y) = \sum_{n=0}^{n_0} b_n y^n; \{n, 0, n_0\}, \quad (\text{Tek}) \quad \text{I-11}$$

çift ve tek seri çözümleri belirtirler. (I-10) da serinin ilk üç terimi;

$$a_0 = 1; a_1 = 0; a_2 = -1/2; a_3 = 0 \text{ olmak üzere,}$$

$$a_n = \frac{(f a_{n-4} - a_{n-2})}{n(n-1)} ; \quad n \geq 4 \quad \text{I-12}$$

ve (I-11) de serinin ilk üç terimi;

$$b_0 = 0; \quad b_1 = 1; \quad b_2 = 0; \quad b_3 = -1/6 \text{ olmak üzere,}$$

$$b_n = \frac{(f b_{n-4} - b_{n-2})}{n(n-1)} ; \quad n \geq 4 \quad \text{I-13}$$

serinin genel terim ifadeleridir. (I-1) denkleminin (n)'inci bölge için genel çözümü ise,

$$\Psi_n^1(x) = A_n e^{K(x-n\Lambda)} + B_n e^{-K(x-n\Lambda)} \quad \text{I-14}$$

biçimindedir. Bu genel çözümler (n+1)'inci bölge içinde yazılırsa;

$$\Psi_{n+1}^1(x) = A_{n+1} e^{K(x-(n+1)\Lambda)} + B_{n+1} e^{-K(x-(n+1)\Lambda)} \quad \text{I-15}$$

$$\Psi_{n+1}^2(k(x-(n+1)\Lambda)) = C_{n+1} \Psi_\zeta(k(x-(n+1)\Lambda)) + D_{n+1} \Psi_t(k(x-(n+1)\Lambda)) \quad \text{I-16}$$

elde edilir. Burada  $A_n, B_n, C_n, D_n, A_{n+1}, B_{n+1}, C_{n+1}, D_{n+1}$  dalga fonksiyonu sabitleri ve

$$K = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_0(x) - E)} \quad \text{I-17}$$

dalga vektörüdür.  $\Psi(x)$  genel çözümünün ve türevinin  $\partial\Psi(x) / \partial x$   $x = n\Lambda - t/2$  ve  $x = n\Lambda + t/2$  konumunda süreklilik koşulunu kullanarak,

$$\Psi_n^1(x = n\Lambda - t/2) = \Psi_n^2(x = n\Lambda - t/2)$$

$$\frac{\partial \Psi_n^1}{\partial x}(x = n\Lambda - t/2) = \frac{\partial \Psi_n^2}{\partial x}(x = n\Lambda - t/2) \quad \text{I-18}$$

$$\Psi_n^2(x = n\Lambda + t/2) = \Psi_{n+1}^1(x = n\Lambda + t/2)$$

I-19

$$\frac{\partial \Psi_n^2}{\partial x}(x = n\Lambda + t/2) = \frac{\partial \Psi_{n+1}^1}{\partial x}(x = n\Lambda + t/2)$$

elde edilir. Bu koşulları yerine getiren ifadeleri matris formunda yazabiliriz. (I-18) ifadesini kullanarak;

$$\begin{bmatrix} \frac{Kt}{2} & \frac{Kt}{2} \\ e & e \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} \frac{Kt}{2} & \frac{Kt}{2} \\ e & -e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_\zeta(x=-t/2) & ; & \Psi_t(x=-t/2) \\ \frac{k}{K} \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=-t/2) & ; & \frac{k}{K} \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=-t/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix}$$

$M_1$   $M_2$

I-20

eşitliğini ve (I-19) ifadesini kullanarak da



$$\begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2); & -\Psi_t(x=t/2) \\ \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2); & \Psi_t(x=t/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K \left( \frac{t+s}{2} \right) & K \left( \frac{t+s}{2} \right) \\ e & e \\ -K \left( \frac{t+s}{2} \right) & K \left( \frac{t+s}{2} \right) \\ \frac{K}{k} e & -\frac{K}{k} e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix}$$

$M_3^{-1}$ 
 $M_4$

I-23

eşitliği elde edilir. (Burada bir noktaya değinmek gerekir ki oda  $M_3$  matrisinin tersi alınırken determinant değeri Wronskian sabitine eşit olup, Wronskian sabiti  $x$ 'ten bağımsız olduğundan değeri 1 olarak kabul edilmiştir. Bu yüzden  $M_3$  matrisinin tersinde gözükmemektedir.)

Bu eşitliklerden (I-23), (I-22)'de yerine yazılmasıyla,

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1^{-1} M_2 M_3^{-1} M_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{I-24}$$

genelleştirilmiş ifadeyi elde ederiz. İfadeyi

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{I-25}$$

biçiminde de yazabiliriz. Burada A,B,C,D elemanlarından oluşan genel matris birim hücrenin dönüşüm matrisidir.

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{I-26}$$

olabilmesi için,

$$AD-BC = 1 \quad \text{I-27}$$

olmalıdır. (II-1)  $\Psi(x)$ 'in Bloch formundan yararlanarak

$$\Psi(x) = \Psi(x+\Lambda) e^{-iK_b\Lambda} \quad \text{I-28}$$

eşitliği yazılır.  $K_b$  süperörgü dalga vektörü olmak üzere

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} e^{-iK_b\Lambda} \quad \text{I-29}$$

elde edilir. (I-25) eşitliği kullanıp  $(n+1) \rightarrow n$  olarak seçilirse,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} e^{-iK_b\Lambda} \quad \text{I-30}$$

biçimini alır. Bu eşitlikten

$$\begin{bmatrix} A - e^{-iK_b\Lambda} & B \\ C & D - e^{-iK_b\Lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = 0 \quad \text{I-31}$$

elde edilir. Önemli çözümlerin bulunabilmesi için determinantın sıfıra eşit olması gerektiğinden,

$$\cos(K_b \Lambda) = \frac{1}{2} (A+D) \quad \text{I-32}$$

biçiminde dağıtkanlık bağıntısı elde edilmiş olur. A ve D katsayıları;

$$A = e^{-Ks} \left( \Psi_\zeta(x=t/2) \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2) - \frac{K}{k} \Psi_\zeta(x=t/2) \Psi_t(x=t/2) - \frac{k}{K} \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2) + \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \Psi_t(x=t/2) \right) \quad \text{II-33}$$

$$D = e^{Ks} \left( \Psi_\zeta(x=t/2) \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2) + \frac{K}{k} \Psi_\zeta(x=t/2) \Psi_t(x=t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2) + \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \Psi_t(x=t/2) \right) \quad \text{II-34}$$

biçimindedir. (I-33) ve (I-34) eşitlikleri (I-32) eşitliğinde yerine konursa;

$$\cos(K_b \Lambda) = \cosh Ks \left( 1 + 2 \Psi_t(x=t/2) + \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \right)$$

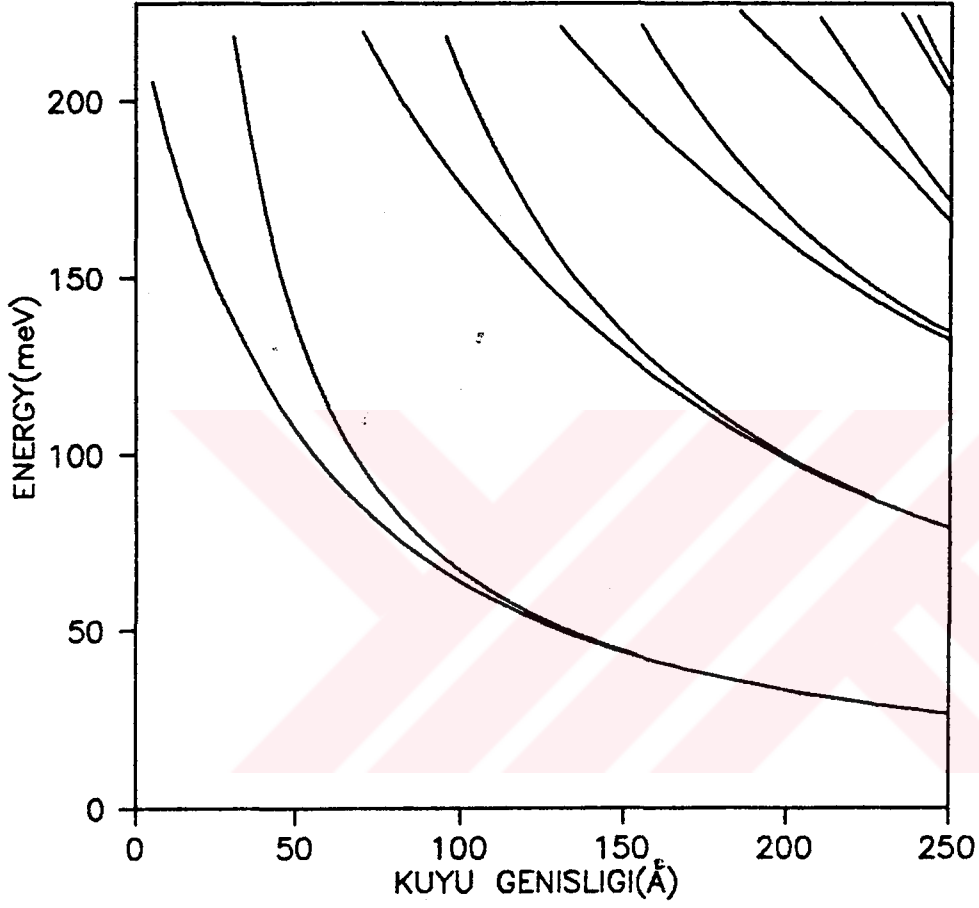
$$\sin h Ks \left( \frac{K}{k} \Psi_\zeta(x=t/2) \Psi_t(x=t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial \Psi_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial \Psi_t}{\partial x}(x=t/2) \right)$$

biçiminde dağılım bağıntımızı elde etmiş oluruz. Burada  $\cos(K_b \Lambda) = \pm 1$  olduğu durumlarda band enerji özdeğerleri elde edilir. Burada kullandığımız parametreler  $n_0=30$ ,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793$  mo dır. İlk aşamada engel genişliği  $s=30\text{Å}$  olmak üzere, kuyu genişliği

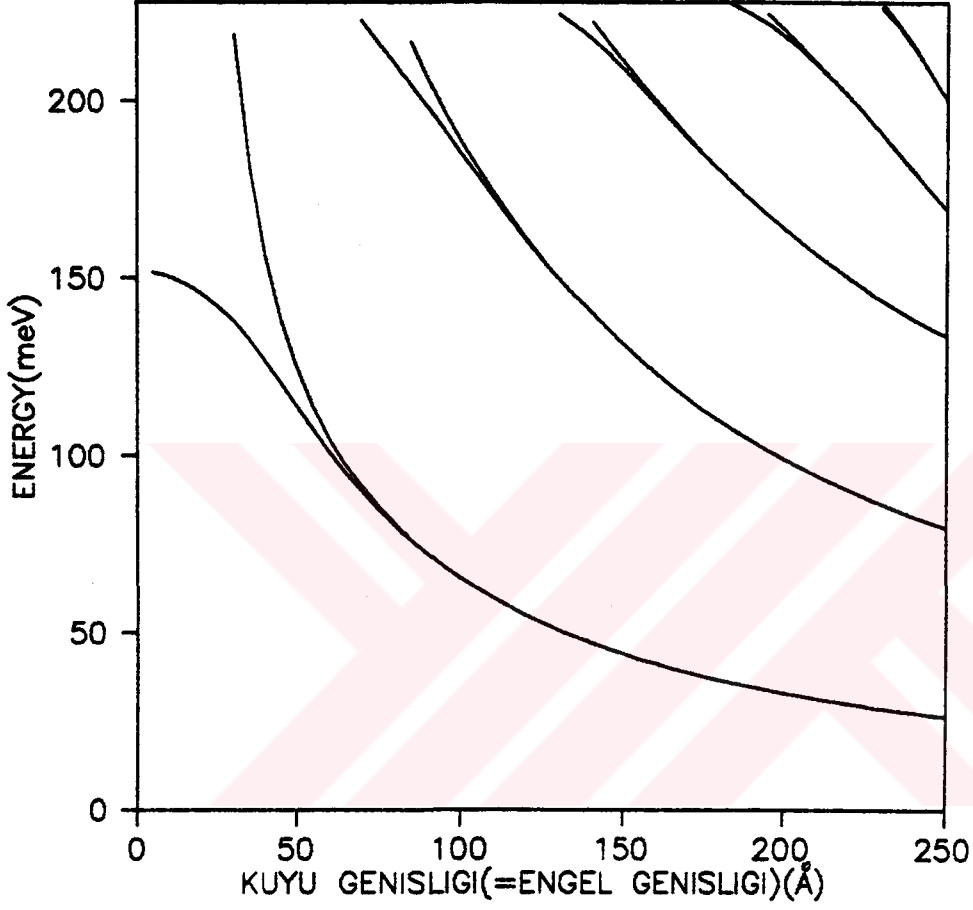
$t=5-250\text{\AA}$  kadar, değerler verilerek kuyu genişliğine karşı gelen band enerji değerleri bulundu. İkinci aşamada hem engel genişliği  $s=5-250\text{\AA}$  kadar hemde kuyu genişliği  $t=5-250\text{\AA}$  kadar değerler verilerek, kuyu genişliği (=engel genişliği)'ne karşı gelen band enerji değerleri bulundu.

şekil IV-1 periyodik parabolik kuantum kuyularındaki kuyu genişliğine göre band enerji durumlarını göstermektedir. şekil IV-2 aynı yapıdaki kuyu genişliği (=engel genişliği)'ne göre band enerji durumlarını göstermektedir.





Şekil IV-1 Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularında ( $n_0=30$ ,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793 m_0$ ,  $s=30\text{Å}$ ) kuyu genişliğine göre elde edilen band enerji durumları



Şekil IV-2 Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularında ( $n_0=30$ ,  $V_0=228$  meV,  $m^*=0.0793 m_0$ ) kuyu genişliği (= engel genişliği)'ne göre elde edilen band enerji durumları

Sonsuz kuantum sayısı içeren bir sistemde engel genişliğine bağlı olmak üzere seviyeler belirli bir genişlikte bandlaşma karakteri gösterirler. Kuyu içindeki parçacığın enerjisini kuantum kuyusunun genişliği belirler ve belirli bir kuyu genişliği için tünelleme olasılığı engel genişliği ile ters orantılı olarak hızla artar [1].

Şekil IV-1'de kuyu genişliği artarken band enerjileri azalmakta ve daha yüksek enerji düzeyindeki haller ortaya çıkmaktadır. Band enerjisi ne kadar düşükse band genişlikleride o kadar küçüktür. Bu da gösterir ki, bandların yeri kuyu genişliğine kuvvetli bir şekilde bağlıdır [2].

Şekil IV-2'de ise engel genişliği ve kuyu genişliği birlikte artarken enerjiler yine azalmaktadır. Bandların yerleri nasıl kuyu genişliğine bağlı ise band genişlikleride engel genişliğinin bir fonksiyonudur. Engel genişliğinin büyük değerlerinde bandlar birbirinden ayrılmış kuantum kuyularının kesikli enerji seviyelerine yaklaşır [2].

## II-II. Hermite Tipi Çözüm

Yine Şekil IV'deki periyodik parabolik kuantum kuyularını gözönüne alalım.

$E < V_0$  olduğu durumda, Şekil IV'deki (2)'inci bölgenin genel çözümüne bakılsın. (I-8) denklemini tekrar yazalım.

$$\frac{\partial^2 \Psi(y)}{\partial y^2} + (1 - fy^2) \Psi(y) = 0 \quad \text{I-8}$$

Bu denkleme

$$\Psi(y) = e^{-\lambda y^2} F(y) \quad \text{II-1}$$

biçiminde bir çözüm önerilsin. (II-1) ifadesi (I-8) denklemine uygulanırsa

$$\frac{\partial^2 F(y)}{\partial y^2} - 4\lambda y \frac{\partial F(y)}{\partial y} + (4\lambda^2 y^2 - fy^2 - 2\lambda + 1) F(y) = 0 \quad \text{II-2}$$

elde edilir. Burada

$$\lambda = \frac{\sqrt{f}}{2} \quad \text{II-3}$$

olarak elde edilir. (II-2) denklemini de

$$\frac{\partial^2 F(y)}{\partial y^2} - 4\lambda y \frac{\partial F(y)}{\partial y} + (1 - 2\lambda) F(y) = 0 \quad \text{II-4}$$

biçimini alır. Burada

$$F(y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n; \{n, 0, n\} \quad \text{II-5}$$

seri çözümdür.

Böylece (I-8) denkleminin genel çözümü (n)'inci bölge için (y=k(x-nΛ) olmak üzere) genel çözümü

$$\Psi_n^2(k(x-n\Lambda)) = C_n \Psi_\zeta(k(x-n\Lambda)) + D_n \Psi_t(k(x-n\Lambda)) \quad \text{II-6}$$

olarak elde edilir. Burada

$$\begin{aligned} \Psi_\zeta(k(x-n\Lambda)) &= e^{-\lambda k^2 (x-n\Lambda)^2} F_\zeta(k(x-n\Lambda)) \\ \Psi_t(k(x-n\Lambda)) &= e^{-\lambda k^2 (x-n\Lambda)^2} F_t(k(x-n\Lambda)) \end{aligned} \quad \text{II-7}$$

biçimindedir. (II-7) ifadesi (II-6) ifadesinde yazıldığında

$$\Psi_n^2(k(x-n\Lambda)) = C_n e^{-\lambda k^2 (x-n\Lambda)^2} F_\zeta(k(x-n\Lambda)) + D_n e^{-\lambda k^2 (x-n\Lambda)^2} F_t(k(x-n\Lambda)) \quad \text{II-8}$$

elde edilir. Burada

$$F_\zeta(y) = \sum_{n=0}^{no} a_n y^n; \{n, 0, no\}, \quad (\text{Çift}) \quad \text{II-9}$$

$$F_t(y) = \sum_{n=0}^{no} b_n x^n; \{n, 0, no\}, \quad (\text{Tek}) \quad \text{II-10}$$

çift ve tek seri çözümleri belirtirler. (II-9) da serinin ilk üç terimi;

$$a_0 = 1; a_1 = 0; a_2 = \frac{(2\lambda - 1)}{2} a_0 \text{ olmak üzere,}$$

$$a_n = \frac{(4\lambda n - 1 - 6\lambda)}{n(n-1)} a_{n-2} \quad ; \quad n \geq 2 \quad \text{II-11}$$

ve (II-11) de serinin ilk üç terimi;

$$b_0 = 0; b_1 = 1; b_2 = 0; b_3 = \frac{(6\lambda - 1)}{6} b_1 \text{ olmak üzere}$$

$$b_n = \frac{(4\lambda n - 1 - 6\lambda)}{n(n-1)} b_{n-2} \quad ; \quad n \geq 2 \quad \text{II-12}$$

serinin genel terimleridir. Şekil IV'deki (1)'inci bölgenin Schrödinger denkleminin genel çözümü (n)'inci bölge için

$$\psi_n^1(x) = A_n e^{K(x-n\Lambda)} + B_n e^{-K(x-n\Lambda)} \quad \text{II-13}$$

biçimindedir. Bu genel çözümler (n+1)'inci bölge içinde yazılırsa;

$$\psi_{n+1}^1(x) = A_{n+1} e^{K(x-(n+1)\Lambda)} + B_{n+1} e^{-K(x-(n+1)\Lambda)} \quad \text{II-14}$$

$$\psi_{n+1}^2(k(x-(n+1)\Lambda)) = C_{n+1} e^{-\lambda k^2(x-(n+1)\Lambda)^2} F_\zeta(k(x-(n+1)\Lambda)) +$$

$$D_{n+1} e^{-\lambda k^2(x-(n+1)\Lambda)^2} F_t(k(x-(n+1)\Lambda)) \quad \text{II-15}$$

elde edilir. Burda  $A_n, B_n, C_n, D_n, A_{n+1}, B_{n+1}, C_{n+1}, D_{n+1}$  dalga fonksiyonu sabitleri ve

$$K = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (V_0(x) - E)} \quad \text{II-16}$$

$$k = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} E} \quad \text{II-17}$$

dalga vektörleridir.  $\psi(x)$  genel çözümünün ve türevinin  $\partial\psi(x)/\partial x$   $x=n\Lambda-t/2$  ve  $x=n\Lambda+t/2$  konumunda süreklilik koşulunu kullanarak

$$\psi^1_n(x=n\lambda -t/2) = \psi^2_n(x=n\lambda -t/2)$$

II-18

$$\frac{\partial \psi^1_n}{\partial x}(x=n\lambda -t/2) = \frac{\partial \psi^2_n}{\partial x}(x=n\lambda -t/2)$$

$$\psi^2_n(x=n\lambda +t/2) = \psi^1_{n+1}(x=n\lambda +t/2)$$

$$\frac{\partial \psi^2_n}{\partial x}(x=n\lambda +t/2) = \frac{\partial \psi^1_{n+1}}{\partial x}(x=n\lambda +t/2)$$

II-19

elde edilir. Bu koşulları yerine getiren ifadeleri matris formunda yazabiliriz. (II-18) ifadesini kullanarak,

$$\begin{bmatrix} \frac{Kt}{2} & \frac{Kt}{2} \\ e & e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} \\ e^{F_\zeta(x=-t/2)} & e^{F_t(x=-t/2)} \\ \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} \\ e^{\left( \lambda t \frac{k^2}{K} F_\zeta(x=-t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=-t/2) \right)} & e^{\left( \lambda t \frac{k^2}{K} F_t(x=-t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=-t/2) \right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix}$$

$M_1 \qquad \qquad \qquad M_2$

II-20

eşitliğini ve (II-19) ifadesini kullanarak da

$$\begin{bmatrix} \frac{-\lambda k^2 t^2}{e^4} F_{\zeta}(x=t/2) & ; & \frac{-\lambda k^2 t^2}{e^4} F_t(x=t/2) \\ \frac{-\lambda k^2 t^2}{e^4} \left( -\lambda t k F_{\zeta}(x=t/2) + \frac{\partial F_{\zeta}(x=t/2)}{\partial x} \right) & ; & \frac{-\lambda k^2 t^2}{e^4} \left( -\lambda t k F_t(x=t/2) + \frac{\partial F_t(x=t/2)}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} =$$

$M_3$

II-21

$$\begin{bmatrix} -K \left( \frac{t}{2} + s \right) & K \left( \frac{t}{2} + s \right) \\ e & ; & e \\ -K \left( \frac{t}{2} + s \right) & K \left( \frac{t}{2} + s \right) \\ \frac{K}{k} e & ; & -\frac{K}{k} e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix}$$

$M_4$

eşitliğini elde ederiz.  $M_1, M_2, M_3, M_4$  matrisleri yardımıyla (n)'inci bölgeyi (n+1)'inci bölgeye bağlayan geçiş matrisini elde etmek için (II-20) eşitliğindeki  $M_1$  matrisinin tersini alarak

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Kt}{2} & \frac{Kt}{2} \\ e^{-\frac{t}{2}} & e^{-\frac{t}{2}} \\ -\frac{Kt}{2} & -\frac{Kt}{2} \\ e^{-\frac{t}{2}} & -e^{-\frac{t}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} \\ e^{F_\zeta(x=-t/2)} & ; e^{F_t(x=-t/2)} \\ \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \\ e^{\left( \lambda t \frac{k^2}{K} F_\zeta(x=-t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=-t/2) \right)} & ; e^{\left( \lambda t \frac{k^2}{K} F_t(x=-t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=-t/2) \right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix}$$

$M_1^{-1} \qquad \qquad \qquad M_2$

II-22

eşitliğini ve (II-21) eşitliğindeki  $M_3$  matrisinin tersini alarakta,

$$\begin{bmatrix} C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} \\ e^{\left( -\lambda t k F_t(x=t/2) + \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) \right)} & ; e^{F_t(x=t/2)} \\ \frac{-\lambda k^2 t^2}{4} & \\ e^{\left( \lambda t k F_\zeta(x=t/2) - \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \right)} & ; e^{F_\zeta(x=t/2)} \end{bmatrix}$$

$M_3^{-1}$

II-23

$$\begin{bmatrix} -K \left( \frac{t}{2} + s \right) & K \left( \frac{t}{2} + s \right) \\ e & ; e \\ -K \left( \frac{t}{2} + s \right) & K \left( \frac{t}{2} + s \right) \\ \frac{K}{k} e & ; -\frac{K}{k} e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix}$$

$M_4$

eşitliği elde edilir. (Burada  $M_3$  matrisinin determinant değeri Wronskian sabitine eşit olup çözümümüz için değeri 1'dir.) Bu eşitliklerden (II-23), (II-22) de yerine yazılmasıyla,

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1^{-1} M_2 M_3^{-1} M_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{II-24}$$

genelleştirilmiş ifadeyi elde ederiz. İfadeyi,

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{II-25}$$

biçiminde yazabiliriz. Burada A,B,C,D elemanlarından oluşan genel matris birim hücrenin dönüşüm matrisidir.

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} \quad \text{II-26}$$

olabilmesi için,  $AD-BC = 1$  olmalıdır. (I-28) eşitliğinden

$$\begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \end{bmatrix} e^{-iK_b \Lambda} \quad \text{II-27}$$

eşitliği elde edilir.

(II-25) ifadesi kullanılıp  $(n+1) \rightarrow n$  olarak seçilirse,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} e^{-iK_b \Lambda} \quad \text{II-28}$$

elde edilir. Bu eşitlikten,

$$\begin{bmatrix} A - e^{-iK_b \Lambda} & B \\ C & D - e^{-iK_b \Lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = 0 \quad \text{II-29}$$

eşitliği elde edilir. Determinantın sıfıra eşitlenmesinden,

$$\cos(K_b \Lambda) = \frac{1}{2} (A+D) \quad \text{II-30}$$

biçiminde dağılım bağıntısı elde edilmiş olur. A ve D katsayıları;

$$A = e^{-\lambda k^2 t^2} e^{-Ks} \left( -F_\zeta(x=t/2) F_t(x=t/2) \left\{ \frac{K}{k} + 2\lambda t k + \lambda^2 t^2 \frac{k^3}{K} \right\} + \right. \\ \left. F_\zeta(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) + \lambda t \frac{k^2}{K} F_\zeta(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) + \right. \\ \left. F_t(x=t/2) \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=t/2) + \lambda t \frac{k^2}{K} F_t(x=t/2) \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=t/2) - \right. \\ \left. \frac{k}{K} \frac{\partial F_\zeta}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) \right) \quad \text{II-31}$$

$$\begin{aligned}
D = & e^{\frac{-\lambda k^2 t^2}{2}} e^{Ks} \left( F_{\zeta}(x=t/2) F_t(x=t/2) \left\{ \frac{K}{k} - 2\lambda tk + \lambda^2 t^2 \frac{k^3}{K} \right\} + \right. \\
& F_{\zeta}(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) - \lambda t \frac{k^2}{K} F_{\zeta}(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) + \\
& F_t(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) - \lambda t \frac{k^2}{K} F_t(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) + \\
& \left. \frac{k}{K} \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) \right) \quad \text{II-32}
\end{aligned}$$

biçimindedir. (II-31) ve (II-32) eşitlikleri (II-30) eşitliğinde yerine konursa,

$$\begin{aligned}
\text{Cos}(K_b \Lambda) = & \text{Cosh} Ks \left\{ e^{\frac{-\lambda k^2 t^2}{2}} \left\{ F_t(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) + \right. \right. \\
& \left. \left. F_{\zeta}(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) - 2\lambda tk F_{\zeta}(x=t/2) F_t(x=t/2) \right\} \right\} + \\
\text{Sinh} Ks & \left\{ e^{\frac{-\lambda k^2 t^2}{2}} \left\{ \frac{K}{k} F_{\zeta}(x=t/2) F_t(x=t/2) + \frac{k}{K} \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) \right. \right. \\
& \left. \left. + \lambda^2 t^2 \frac{k^3}{K} F_{\zeta}(x=t/2) F_t(x=t/2) - \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \lambda t \frac{k^2}{K} \left\{ F_{\zeta}(x=t/2) \frac{\partial F_t}{\partial x}(x=t/2) + F_t(x=t/2) \frac{\partial F_{\zeta}}{\partial x}(x=t/2) \right\} \right\} \right\}
\end{aligned}$$

biçiminde genel dağılım bağıntımızı elde etmiş oluruz. Burada  $\text{Cos}(K_b\Lambda) = \pm 1$  olduğu durumlarda band enerji özdeğerleri elde edilir. II-I. Seri Çözümünde kullandığımız parametreleri kullanarak kuyu genişliğine karşı gelen band enerji değerleri bulundu. Yine Seri Çözümdeki parametreleri kullanarak kuyu genişliği (=engel genişliği)'ne karşı gelen band enerji değerleri bulundu. Elde edilen enerji değerleri, Seri Çözümde bulunan enerji değerleriyle aynıdır. Dolayısıyla Şekil IV-1 ve Şekil IV-2'in benzeri grafikler elde edilmiştir. Bu da gösteriyor ki her iki çözümden bulunan sonuçlar aynıdır.



## BÖLÜM IV- SONUÇ

Son zamanlarda kuantum kuyuları ve süperörgü yapıların elektronik devre elemanlarına uygulanması büyük ilgi uyandırmıştır. Örnek olarak; kuantum kuyu laser'lar, "kuantum tünelleme devre elemanları" vb. gibi. Bu devre elemanlarının fiziksel özelliklerini anlamada ve yapılarını en iyi şekilde kullanmada süperörgü yapıları ve kuantum kuyuları için özdeğer problemlerini çözmek gerekmektedir [6].

Yapılan bu çalışmada bir boyutlu parabolik kuantum kuyusunun bağlı durum enerjileri ve dalga fonksiyonları incelenmiştir. Bir boyutlu periyodik parabolik kuantum kuyularının dağılım bağıntısı çıkarılıp, bu bağıntıdan periyodik yapının band enerjileri elde edilmiştir.  $V_0=228$  meV,  $m^* = 0.0793 m_0$ ,  $s = 30\text{Å}$  parametreleri kullanılarak  $t= 5-250$  Å olarak alınan kuyu genişliği için, sonra  $V_0 = 228$  meV,  $m^*= 0.0793 m_0$  olmak üzere  $s= 5-250$  Å ve  $t = 5-250$  Å olarak alınan engel ve kuyu genişliği için band enerjileri gösterilmiştir. İncelemeler sonucunda bandların yerlerinin ve genişliklerin kuyu ve engel genişliğinin bir fonksiyonu olduğu görülmüştür.

**KAYNAKLAR**

- 1- Schiff, L.J., 1968. Quantum Mechanics: Mc Graw Hill, New York.
- 2- Yuh, P.F. and Wang, K.L., 1988. Formalism of the Kronig-Penney model for superlattices of variable basis: Physical Review B, vol. 38, no.18.
- 3- Yariv, A., 1982. Theory and Applications of Quantum Mechanics: New York.
- 4- Gottfried, H. D., 1981. Semiconductor Superlattices - A New Material For Research and Applications: Physical Scripta, vol. 24, p. 430-439.
- 5- Gottfried H. D., 1986. Doping Superlattices (n-i-p-i Crystals): IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. QE-22, no.9.
- 6- Huang, Y.Z. and Wang, C. M., 1992. Resonant Tunneling, Eigenvalue and Energy Band Calculation For Potential and Periodic Potential Structures: Appl. Phys, A 54, p. 191-195.
- 7- Jaros, M., 1989. Physics and Applications of Semiconductor Microstructures: Clarendon Press-Oxford.
- 8- Nakamura, K. and Ark., 1991. Finite - Element Analysis of the Miniband Structures of Semiconductor Superlattices with Arbitrary Periodic Potential Profiles: IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 27, no. 8.
- 9- Wayne, W. L. and Masao, F., 1986. Exact solution of the Schrodinger equation across an arbitrary one-dimensional piecewise - linear potential barrier: J. Appl. Phys., vol. 60, no. 5.

- 10- Ando, Y. and Tomohiro, I., 1986. Calculation of transmission tunneling current across arbitrary potential barriers: J. Appl. Phys., vol. 61, no. 4.
- 11- Khondker, A. N. and Ark., 1988. Transmission line analogy of resonance tunneling phenomena: J. Appl. Phys., vol. 63, no. 10.
- 12- Haque, A. and Ark., 1990. Energy - band calculation for periodic potential structure using quantum mechanical impedance: J. Appl. Phys., vol. 68, no. 4.
- 13- Gossard, A.C. and Ark., 1987. Observation of resonant tunneling through a compositionally graded parabolic quantum wells: Appl. Phys. Lett., vol. 51, no. 8.
- 14- Cruz, H. and Ark., 1990. Resonant tunnelling of electrons through parabolic quantum wells: Semicond. Sci. Technol., vol.6, p. 218-222.
- 15- Jiang, H.X. and Lin, J.Y., 1987. Band structure of superlattice with graded interfaces: J. Appl. Phys., vol. 61, no. 2.

## ÖZGEÇMİŞ

1971 yılında Sivas'ta doğdu. İlk ve orta öğrenimini Sivas'ta tamamladıktan sonra 1987 yılında Cumhuriyet Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde Lisans öğrenimini birincilikle tamamladı. Daha sonra 1991 Eylül döneminde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 1992 yılının Şubat ayında Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. 1994 yılının Nisan ayında Yüksek Lisans öğrenimini tamamladı. Halen Fizik Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANTASYON MERKEZİ