

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ PROGRAMI
DOKTORA TEZİ

FARKLI HİSSE SENEDİ PİYASALARINDA İŞLEM
GÖREN HİSSE SENEDİ GETİRİLERİNİN
OYNAKLIĞININ TAHMİNLENMESİ VE OYNAKLIK
MODELLERİNİN ÖNGÖRÜMLEME
PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Emrah GÜLAY

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Hamdi EMEÇ

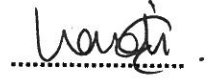
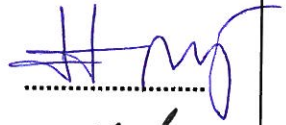
İZMİR - 2013

DOKTORA
TEZ ONAY SAYFASI

2008800765

Üniversite : Dokuz Eylül Üniversitesi
Enstitü : Sosyal Bilimler Enstitüsü
Adı ve Soyadı : Emrah GÜLAY
Tez Başlığı : Farklı Hisse Senedi Piyasalarında İşlem Gören Hisse Senedi Getirilerinin Oynaklığının Tahminlenmesi ve Oynaklık Modellerinin Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması
Savunma Tarihi : 26.09.2013
Danışmanı : Yrd.Doç.Dr.Hamdi EMEÇ

JÜRİ ÜYELERİ

<u>Ünvanı, Adı, Soyadı</u>	<u>Üniversitesi</u>	<u>İmza</u>
Yrd.Doç.Dr.Hamdi EMEÇ	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Prof.Dr.Vedat PAZARLIOĞLU	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.İsmail MAZGİT	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Kadir ERTAŞ	DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ	
Doç.Dr.Sibel SELİM	CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ	

Oybirliği (X)

Oy Çokluğu ()

Emrah GÜLAY tarafından hazırlanmış ve sunulmuş "Farklı Hisse Senedi Piyasalarında İşlem Gören Hisse Senedi Getirilerinin Oynaklığının Tahminlenmesi ve Oynaklık Modellerinin Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması" başlıklı tezi kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Utku UTKULU
Enstitü Müdürü

YEMİN METNİ

Doktora tezi olarak sunduğum “**Farklı Hisse senedi Piyasalarında İşlem Gören Hisse senedi Getirilerinin Oynaklığının Tahminlenmesi ve Oynaklık Modellerinin Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması**” adlı çalışmanın, tarafımdan, akademik kurallara ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

.../.../...

Emrah GÜLAY

İmza

ÖZET

Doktora Tezi

**Farklı Hisse Senedi Piyasalarında İşlem Gören Hisse Senedi Getirilerinin
Oynaklığının Tahminlenmesi ve Oynaklık Modellerinin Öngörümleme
Performanslarının Karşılaştırılması
Emrah GÜLAY**

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

Ekonometri Anabilim Dalı

Ekonometri Programı

Finansal zaman serilerinin oynaklığının modellenmesinde kullanılan ARCH/GARCH modellerinin karesel getirilerin oynaklığının öngörülenmesinde zayıf bir öngörümleme performansına sahip olduğu bilinmektedir. Özellikle, ARCH/GARCH modellerinin örneklem dışı öngörümleme performansının oldukça kötü olduğu vurgulanmaktadır. Bu yüzden, çalışmanın amacı, çalışma boyunca ele alınan modellerin örneklem dışı öngörümleme performanslarını karşılaştırmak ve literatürde söylenenin aksine bu modellerin geçerli bir öngörümleme performansına sahip olduklarını göstermektir. Çalışmada, NASDAQ, S&P 500, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serileri olmak üzere dört farklı veri seti üzerine odaklanılmıştır. Ele alınan veri setleri incelendiğinde, finansal getirilerin sonlu dördüncü momente sahip olmayabilecekleri görülmektedir. Bu durumu dikkate alarak, uygun bir şekilde uygulandığında ve değerlendirildiğinde, ARCH/GARCH modellerinin oynaklığın öngörülenmesinde nasıl ve niçin iyi bir öngörümleme performansına sahip oldukları gösterilmektedir. Bu doğrultuda, student-t dağılımı gibi kalın kuyruk özelliği gösteren dağılıma alternatif olarak normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliği gösteren budanmış standart normal dağılım ele alınmıştır. Budanmış standart normal dağılım altında tahminlenen

GARCH(1,1) modelinden elde edilen örneklem dışı öngörümleme performansının, normal ve student-t dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinden elde edilen örneklem dışı öngörümleme performanslarına göre kısmen daha iyi olduğu görülmüştür.

Oynaklığın daha iyi bir şekilde öngörümlenmesi finansal piyasalar ile ilgilenilmesi durumunda oldukça önem arz etmektedir. Bu nedenle, GARCH(1,1) modelinin öngörümleme performansı ile karşılaştırılmak üzere NoVaS yöntemi tanıtılmıştır. NoVaS yönteminden elde edilen sonuçların normal, student-t ve genelleştirilmiş hata dağılımı gibi farklı dağılımlar altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerine göre daha iyi performans gösterdiği belirlenmiştir. NoVaS yöntemi, normalleştirme ve varyans durağanlaştırma gibi dönüştürme işlemine dayanmaktadır. Bu dönüşümlerin özelliklerinin tartışıldığı bu çalışmada, Basit ve Üstel NoVaS yöntemleri olarak iki farklı şekilde ele alınan NoVaS yöntemleri için algoritmalar verilerek bu algoritmaların optimizasyonları üzerinde durulmuştur.

Çalışmada elde edilen diğer bir önemli sonuç, ARCH denkleminde yer alan hataların normal dağılıma uymaması durumunda, karesel getirilerin oynaklığının öngörümlenmesinde koşullu beklenen değer tahminleyicisi yerine koşullu medyan tahminleyicisinin kullanılmasının, elde edilen örneklem dışı öngörümleme performansları açısından oldukça iyi olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Oynaklık, Finansal Zaman Serileri, ARCH/GARCH Modelleri, Öngörümleme, NoVaS, Öngörümleme Performans Ölçüleri.

ABSTRACT
Doctoral Thesis
Doctor of Philosophy(PhD)
The Prediction of Volatility of Stock RETURNS in Different Stock Markets and
Comparison Forecasting Performances of Volatility Models
Emrah GÜLAY

Dokuz Eylül University
Graduate School of Social Sciences
Department of Econometrics
Econometrics Program

It is known that ARCH/GARCH models using the modeling of volatility of financial time series have poor forecasting performance for squared return series. Particularly, It is emphasized that ARCH/GARCH models have poor out of sample forecasting performance. Therefore, the aim of this study is to compare out of sample forecasting performance of models used throughout the study and to show that these models have forecasting validity for volatility unlike literature. In this study, we focused on different data set such as NASDAQ, S&P 500, BİST 100 logarithmic and arithmetic return series. When we analysis data set, It is seen that financial returns may not have finite fourth moment. Taking this into account, we show How and Why ARCH/GARCH models –When properly applied and evaluated – actually do have nontrivial forecasting validity for volatility. Accordingly, we use truncated standart normal distribution which has heavier tails than normal distribution to alternative student-t distribution which has heavy tails. Out of sample forecasting performance estimated GARCH(1,1) under truncated standart normal distribution is better than out of sample forecasting performance estimated GARCH(1,1) under normal and studen-t distributions.

It is important for people interested with financial markets to better estimate for volatility. Thus, we introduce NoVaS method to compare it to forecasting performance of GARCH(1,1) model. It is determined that results obtained from NoVaS method shows better forecasting performance than GARCH(1,1) models estimated under different distributions like normal, student-t and generalised error distributions. NoVaS method is based on a novel normalizing and variance stabilizing transformation. In this study, we discussed properties of this transformation and we give algorithms for NoVaS method which is formed two parts like Simple and Exponential NoVaS and we focused on optimization of these algorithms.

The other important result obtained from this study is to show that when innovation in ARCH equation is not normal distribution, using conditional median rather than using conditional expectation to forecast volatility for squared returns is better in terms of out of sample forecasting performance.

Keywords: Volatility, Financial Time Series, ARCH/GARCH models, Forecasting, NoVaS, Forecasting Performance Measures.

**FARKLI HİSSE SENEDİ PİYASALARINDA İŞLEM GÖREN HİSSE
SENEĞİ GETİRİLERİNİN OYNAKLIĞININ TAHMİNLENMESİ VE
OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖNGÖRÜMLEME PERFORMANSLARININ
KARŞILAŞTIRILMASI**

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAY SAYFASI	ii
YEMİN METNİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
KISALTMALAR	xiii
TABLolar LİSTESİ	xv
ŞEKİLLER LİSTESİ	xvii
EKLER LİSTESİ	xx
 GİRİŞ	 1

BİRİNCİ BÖLÜM

**OYNAKLIK KAVRAMI VE FİNANSAL ZAMAN SERİSİNE İLİŞKİN
ÖZELLİKLER**

1.1.	OYNAKLIĞIN TANIMI VE TAHMİNİ	6
1.1.1.	Oynaklık Kavramı	6
1.1.2.	Oynaklılığın Ölçülmesinde Kullanılan Kavramlar	8
1.1.2.1.	Tarihsel Oynaklık	10
1.1.2.2.	Zımnı Oynaklık	10
1.1.2.3.	Gün İçerisinde Gerçekleşen Oynaklık	11

1.1.3.	Oynaklığı Etkileyen Nedenler	11
1.1.3.1.	Oynaklık Değişimlerinin Belirleyicileri	12
1.1.3.2.	Oynaklığı Etkileyen Uzun ve Kısa Dönem Faktörler	13
1.1.4.	Oynaklık Tahmin Süreci Belirleyicileri	13
1.2.	HİSSE SENEDİ PİYASASI OYNAKLIğININ NEDENLERİ VE ETKİLERİ	14
1.3.	PİYASA RİSKİNİN TAHMİNİNDE OYNAKLIğIN ROLÜ VE FARKLI AÇILARDAN RİSK ALGILARI	16
1.4.	VARLIK FİYATLARI OYNAKLIğINA İLİŞKİN KABUL GÖREN GERÇEKLER	18
1.4.1.	Oynaklığın Süreklilik Göstermesi	18
1.4.2.	Oynaklığın Ortalama Değere Dönmesi	19
1.4.3.	Oynaklık Üzerinde Değişimlerin Asimetrik Bir Etkiye Sahip Olabilmesi	19
1.4.4.	Kuyruk Olasılıkları	20
1.5.	FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ VE GÖZLEMLERE DAYALI ÖZELLİKLER	20
1.5.1.	Basıklık	22
1.5.2.	Otokorelasyon	23
1.5.3.	Tatil Etkisi	24
1.6.	FİNANSAL VERİLERE İLİŞKİN AMPİRİK BULGULAR VE EN ÇOK KARŞILAŞILAN DAĞILIM TÜRLERİ	25
1.6.1.	Normal Dağılım	26
1.6.2.	Student-t Dağılımı	26
1.6.3.	Genelleştirilmiş Hata Dağılımı	27

İKİNCİ BÖLÜM

OYNAKLIğIN TAHMİNİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER VE TAHMİNLEME METODLARI

2.1.	DOĞRUSAL METOTLAR	30
2.1.1.	Durağanlık Kavramı	31
2.1.1.1.	Kesin Durağan Süreç	31

2.1.1.2. İkinci Dereceden Durağanlık	31
2.1.1.3. Zayıf Beyaz Gürültü Süreci	32
2.1.2. Otoregresif Hareketli Ortalama(ARMA) Modeli	32
2.1.3. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama(ARIMA) Modeli	33
2.1.4. Zaman Serisine Uygulanacak Modelin Belirlenmesi	35
2.2. DOĞRUSAL OLMAYAN METOTLAR	36
2.2.1. ARCH Modeli	36
2.2.1.1. ARCH Modelinin Özellikleri	40
2.2.1.2. Niçin ARCH Modellerine İhtiyaç Duyarız	41
2.2.1.3. ARCH Modelinin Zayıflıkları	43
2.2.2. Genelleştirilmiş ARCH Modeli (GARCH)	44
2.2.3. EGARCH Modeli	47
2.2.4. IGARCH Modeli	48
2.2.5. Glosten-Jagannathan-Runkle Modeli(GJR)	48
2.2.6. APARCH Modeli	49
2.3. ARCH/GARCH MODELLERİ KULLANILARAK OYNAKLIK TAHMİNİNE İLİŞKİN YAPILAN ÇALIŞMALAR	50
2.4. MODEL PARAMETRELERİNİN TAHMİNİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER	55
2.4.1. Ençok Olabilirlik Tahmin Yöntemi (MLE)	55
2.4.2. Quasi-Maksimum Olabilirlik Tahmini (QMLE)	56
2.5. HATA DAĞILIMLARI İÇİN NORMALLİK TESTLERİ	58
2.5.1. Kartil-Kartil Grafiği (Q-Q Grafiği)	59
2.5.2. Jarque-Bera Testi(JB Test)	60
2.5.3. Kolmogorov-Smirnov Testi(KS Test)	60
2.5.4. Shapiro-Wilk Testi(SW Test)	61
2.5.5. Shapiro-Francia Testi (SF Test)	62
2.5.6. Anderson-Darling Testi(AD Test)	63
2.6. ÖNGÖRÜMLENEN MODELLERİN KARŞILAŞTIRILMASINDA PERFORMANS ÖLÇÜSÜ KRİTERLERİ	64
2.6.1. Ortalama Karesel Hata (OKH)	64
2.6.2. Ortalama Mutlak Hata (OMH)	65
2.6.3. Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata(AOMYH)	65

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM
FİNANSAL GETİRİLERİN OYNAKLIĞININ TAHMİNLENMESİ VE
OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖNGÖRÜMLEME PERFORMANSLARI
ÜZERİNE UYGULAMA

3.1.	UYGULAMANIN KAPSAMI	67
3.2.	VERİ SETİ VE VERİ SETİNE İLİŞKİN KARAKTERİSTİK ÖZELLİKLER	68
3.3.	ÖNERİLEN ARCH MODELİ	70
3.3.1.	Giriş	71
3.3.2.	Önerilen ARCH Modelinin Tanımlanması	71
3.3.2.1.	ARCH Hataları İçin Kalın Kuyruk Dağılımı	74
3.3.2.2.	Maksimum Olabilirlik Oranı	78
3.3.2.3.	ARCH ve GARCH Modelleri İle Karesel Getirilerin Tahmini	79
3.3.2.4.	Modellerin Örneklem İçi ve Örneklem Dışı Öngörümleme Performansları	91
3.3.2.4.1.	Örneklem İçi Öngörümleme Performansları	92
3.3.2.4.2.	Örneklem Dışı Öngörümleme Performansları	93
3.4.	OYNAKLIĞIN KESTİRİMİ İÇİN MODEL-FREE YAKLAŞIM	94
3.4.1.	Normalizasyon ve Varyans Durağanlaştırma	96
3.4.2.	NoVaS Parametrelerinin Seçilmesi	97
3.4.2.1.	Basit NoVaS Yöntemi	98
3.4.2.2.	Üstel NoVaS Yöntemi	106
3.4.3.	Oynaklık Tahmini	110
3.4.4.	NoVaS Yöntemi İle Oynaklığın Tahmini	117
	SONUÇ	125
	KAYNAKÇA	132
	EKLER	

KISALTMALAR

ACF	Otokorelasyon Fonksiyonu
AD	Anderson-Darling Testi
AOMYH	Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata
AR(p)	p'inci Dereceden Otoregresif Süreç
ARCH	Otoregresif Koşullu Farklı Varyans
ARIMA	Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama Modeli
ARMA(p,q)	p ve q uncu Dereceden Otoregresif Hareketli Ortalama Süreci
BİST	Borsa İstanbul
bknz.	Bakınız
BSN	Budanmış Standart Normal Dağılım
GARCH	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Farklı Varyans
GHD	Genelleştirilmiş Hata Dağılımı
GJR	Glosten-Jagannathan-Runkle Modeli
i.i.d.	Bağımsız ve Özdeş Dağılan
JB	Jarque-Bera Testi
$K_i^j(Y)$	Örneklem Basıklığı
KS	Kolmogorov-Smirnov Testi
MA(q)	q'uncu Dereceden Hareketli Ortalama Süreci
MLE	Ençok Olabilirlik Tahmin Yöntemi
NASDAQ	ABD Menkul Kıymetler Aracı Kurumları Ulusal Birliği'nin Bilgisayar Ağı İle Sağladığı Menkul Değer Alım Satım Hizmeti
N(0,1)	“0” Ortalama ve “1” Varyanslı Standart Normal Dağılım
ND	Normal Dağılım
NoVaS	Normalleştirme ve Varyans Durağanlaştırma
NYSE	New York Menkul Kıymetler Borsası
OKH	Ortalama Karesel Hata
OMH	Ortalama Mutlak Hata
PACF	Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu

QMLE	Quasi-Maksimum Olabilirlik Tahmini
Q-Q	Kartil-Kartil Grafiği
SF	Shapiro-Francia Testi
s.	Sayfa Sayısı
ss.	Sayfadan Sayfaya
SW	Shapiro-Wilk Testi
t_v	v serbestlik dereceli Student-t dağılımı
$V_i^j(Y)$	Örneklem Varyansı
Φ	Standart Normal Dağılım Fonksiyonu

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: Zaman Serisine İlişkin Modelin, Otokorelasyon Fonsiyonu(ACF) ve Kısmi Otokorelasyon Fonsiyonu(PACF) İle Belirlenmesi	s. 35
Tablo 2: ARMA ve GARCH Modellerinin Karşılaştırılması	s. 47
Tablo 3: Getiri Serilerine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler	s. 70
Tablo 4: Budanmış Standart Normal Dağılım Fonsiyonunun Momentleri ile t_2 ve t_5 Dağılımlarının Yoğunluk Fonsiyonlarının Momentlerinin Karşılaştırılması	s. 76
Tablo 5: U_t^2 için Yaklaşık Medyan Değeri m_2	s. 84
Tablo 6: GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri	s. 85
Tablo 7: Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem	s. 87
Tablo 8: Logaritmik BİST 100 Getiri Serisi Kullanılarak Elde Edilen GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri	s. 87
Tablo 9: Aritmetik BİST 100 Getiri Serisi Kullanılarak Elde Edilen GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri	s. 87
Tablo 10: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem	s. 89
Tablo 11: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem	s. 91
Tablo 12: Modellerin Örneklem İçi Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması	s. 92
Tablo 13: Modellerin Örneklem Dışı Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması	s. 94
Tablo 14: OKH ve OMH ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri	s. 114
Tablo 15: OMH ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri	s. 116
Tablo 16: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemi İçin a_0 Katsayı Değerleri	s. 119
Tablo 17: NoVaS Yöntemine Göre Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı	s. 119
Tablo 18: OMH ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri	s. 121
Tablo 19: OMH ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri	s. 121
Tablo 20: NoVaS Yöntemine Göre Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı	s. 122
Tablo 21: Basit ve Üstel NoVaS Yönteminin Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı	s. 124

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Oynaklık Kavramının Görsel Gösterimi	s. 9
Şekil 2: Ekim, 1 1984 : Ağustos, 30 1991 S&P 500 Getiri Serisi	s. 21
Şekil 3: Aşırı Basık ve Yassı Basıklık Durumunun Dağılımsal Gösterimi	s. 22
Şekil 4: Dağılımların Yoğunluk Fonksiyonları	s. 28
Şekil 5: Tahmin Metotlarının Sınıflandırılması	s. 30
Şekil 6: ARIMA Modelinin Tahminlenme Süreci	s. 35
Şekil 7: GARCH(1,1) Modelinin Momentlerinin Alansal Gösterimi	s. 45
Şekil 8: GARCH Metodolojisine İlişkin Akış Diyagramı	s. 46
Şekil 9: Standart Normal Dağılım İle t_5 -Dağılımının Karşılaştırılması	s. 76
Şekil 10: Budanmış Standart Normal Dağılım İle t_5 -Dağılımının Karşılaştırılması	s. 77
Şekil 11: Budanmış Standart Normal Dağılım İle Standart Normal Dağılımının Karşılaştırılması	s. 77
Şekil 12: Budanmış Standart Normal Dağılım ile t_1 - Dağılımının Karşılaştırılması	s. 77
Şekil 13: NASDAQ Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği	s. 81
Şekil 14: NASDAQ Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği	s. 81
Şekil 15: Logaritmik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği	s. 82
Şekil 16: Logaritmik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği	s. 82
Şekil 17: Aritmetik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği	s. 83
Şekil 18: Aritmetik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği	s. 83
Şekil 19: $NASDAQ \sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin Hataların Normal Olasılık Grafiği	s. 86
Şekil 20: $NASDAQ \sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin Hataların Kartil-Kartil Grafiği	s. 86

Şekil 21: Logaritmik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Normal Olasılık Grafiği	s. 88
Şekil 22: Logaritmik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Kartil-Kartil Grafiği	s. 89
Şekil 23: Aritmetik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Normal Olasılık Grafiği	s. 90
Şekil 24: Aritmetik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Kartil-Kartil Grafiği	s. 90
Şekil 25: S&P 500 Getiri Serisinin Zaman Grafiği	s. 99
Şekil 26: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Zaman Grafiği	s. 99
Şekil 27: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Zaman Grafiği	s. 99
Şekil 28: S&P 500 Getiri Serisinin Q-Q Grafiği	s. 100
Şekil 29: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Q-Q Grafiği	s. 100
Şekil 30: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Q-Q Grafiği	s. 101
Şekil 31: S&P 500 Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması İle p Değerinin Belirlenmesi	s. 101
Şekil 32: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması ile p Değerinin Belirlenmesi	s. 102
Şekil 33: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması ile p Değerinin Belirlenmesi	s. 102
Şekil 34: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafiği	s. 103
Şekil 35: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafiği	s. 103
Şekil 36: Aritmetik BİST 100 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafiği	s. 104
Şekil 37: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği	s. 105
Şekil 38: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği	s. 105
Şekil 39: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği	s. 106
Şekil 40: S&P 500 Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi	s. 107

Şekil 41: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi	s. 107
Şekil 42: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi	s. 108
Şekil 43: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin $i=1,...,p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği	s. 108
Şekil 44: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin $i=1,...,p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği	s. 109
Şekil 45: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin $i=1,...,p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği	s. 109
Şekil 46: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 110
Şekil 47: S&P 500 Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram	s. 111
Şekil 48: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen S&P500 Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 111
Şekil 49: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 111
Şekil 50: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram	s. 112
Şekil 51: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 112
Şekil 52: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 112
Şekil 53: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram	s. 113
Şekil 54: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Korelogram	s. 113

EKLER LİSTESİ

EK 1: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 1
EK 2: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 1
EK 3: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 1
EK 4: Modellerin Örneklem Dışı Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması	ek. s. 2
EK 5: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 2
EK 6: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 3
EK 7: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 3
EK 8: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 3
EK 9: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 3
EK 10: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 4
EK 11: S&P 500 Getiri Serisi İçin ARCH Testi	ek. s. 4
EK 12: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin ARCH Testi	ek. s. 4
EK 13: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin ARCH Testi	ek. s. 4
EK 14: S&P 500 Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 5
EK 15: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 5
EK 16: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 5
EK 17: S&P 500 Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“v” ve “λ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması	ek. s. 6

EK 18: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması	ek. s. 6
EK 19: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması	ek. s. 7
EK 20: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemine İlişkin OMH Değerleri	ek. s. 7
EK 21: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 8
EK 22: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 8
EK 23: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 8
EK 24: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 8
EK 25: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 9
EK 26: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi	ek. s. 9
EK 27: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 9
EK 28: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 10
EK 29: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 10
EK 30: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 11
EK 31: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 11
EK 32: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler	ek. s. 12
EK 33: S&P 500 Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 12
EK 34: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 12
EK 35: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri	ek. s. 13
EK 36: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemi İçin a_0 Katsayı Değerleri	ek. s. 13

- EK 37:** S&P 500 Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması ek. s. 13
- EK 38:** BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması ek. s. 14
- EK 39:** BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması ek. s. 14
- EK 40:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 15
- EK 41:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 15
- EK 42:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 15
- EK 43:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 15
- EK 44:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 16
- EK 45:** Veri Setinin %80’ni Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi ek. s. 16
- EK 46:** Üstel NoVaS Algoritması ek. s. 16
- EK 47:** Basit NoVaS Algoritması ek. s. 16
- EK 48:** Farklı Serbestlik Dereceli Karesel Student-t Dağılımının Kuyruk Kalınlıklarının Karşılaştırılması ek. s. 17
- EK 49:** Farklı Serbestlik Dereceli Karesel GHD Dağılımının Kuyruk Kalınlıklarının Karşılaştırılması ek. s. 17

GİRİŞ

Finansal piyasalarda önemli bir rol oynayan oynaklığın modellenmesi ve öngörülenmesi üzerine çalışmalar yapan birçok araştırmacının özellikle son yıllarda bu konuya olan ilgilerinin her geçen gün arttığı görülmektedir. Portföy yöneticileri, opsiyon alım satım işlemleri ile uğraşan kuruluşlar ve piyasa düzenleyicileri, uygun bir doğruluk seviyesi ile oynaklığın öngörülenmesi ile ilgilenmektedirler. Bunun en önemli nedenlerinden birisi, elde edilecek öngörü değerinin, portföy optimizasyonunun, türev ürün fiyatlamasının ve riske maruz değerin temel bir parçasını oluşturmamasından kaynaklanmaktadır.

Literatürde, oynaklığın modellenmesi ile ilgili yapılan çalışmalarda çeşitli modellerin kullanıldığı görülmektedir. Bu modellerden en başarılısının Bollerslev(1986) tarafından önerilen GARCH modelleri olduğu bilinmektedir. Bu modellerin çıkış noktası olarak, Engle(1982) tarafından önerilen ARCH modellerinin ortaya çıkmasında etkili olan düşünce gösterilebilir. Bollerslev(1986), ARCH modelleri yapısına, asimetriklik, uzun hafıza veya yapısal kırılma gibi özellikler ekleyerek Engle(1982) tarafından önerilen ARCH modelini geliştirmiştir. GARCH modellerinin gerek finansal piyasalar ile gerek diğer bilim dalları ile çalışanlar açısından popüler olmasının en önemli nedeni, zamanla değişen oynaklık, süreklilik ve oynaklık kümelenmesi gibi olguları yakalamasından kaynaklanmaktadır.

Andersen ve Bollerslev (1998) in çalışmalarında belirttiği üzere, GARCH modelleri, gözlemlenemeyen oynaklık için tarihsel oynaklık gibi iyi bir vekil değişken seçildiği zaman aslında oldukça iyi oynaklık öngörümlemesi sağlamaktadır. Buna karşılık, gerçekleşen oynaklık için getirilerin karesi gibi bir ölçü seçildiğinde, GARCH modelleri örneklem içi iyi sonuç vermelerine rağmen oldukça kötü bir örneklem dışı öngörümleme performansı gösterdiği belirtilmektedir. Terasvirta(1996), Malsmten ve Terasvirta(2004), çalışmalarında GARCH modellerinin kötü öngörümleme performansına sahip olmalarının nedeni olarak modelin spesifikasyonunun yanlış belirlenmesini göstermektedir. Aynı zamanda, Clements ve Smith(1997), Lundbergh ve Terasvirta(2002) ve Van Dijk ve diğerleri(2002) gibi doğrusal olmayan zaman serileri ile ilgili literatürde yer alan

alışmalar, doğru model altında tahminleme yapıldığı zaman bile öngörümleme performansının daha basit doğrusal modeller ile yapılan tahminlerden istatistiksel açıdan bir farkının olmadığını ifade etmektedir.

Modellerin ngrmleme performanslarının iyileştirilmesi üzerine yoğunlaşan çalışmalar, hataların farklı dağılımlardan geldiği varsayımı üzerine yoğunlaşmıştır. Literatürde birçok çalışmaya konu olan ve hataların normal dağılım gösterdiği varsayımı altında tahminlenen modellerin, aynı zamanda hataların student-t dağılımı veya genelleştirilmiş hata dağılımı(GHD) altında dağıldığı varsayımı ile de tahminlenerek, tahminlenen modellere ilişkin öngörümleme performanslarının karşılaştırıldığı görülmektedir. ngrmleme konusunda literatürde yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlara göre, örneklem içi ve örneklem dışı öngörümleme performanslarının birbirinden çok farklı oldukları vurgulanmaktadır. Örneğin, Lopez(2001), günlük döviz kuru serisini kullanarak yaptığı çalışmasında, GARCH(1,1) modelinin performansını normal, student-t ve GHD dağılımı altında değerlendirmiştir. Sonuç olarak, her üç modelin gerek örneklem içi gerek örneklem dışı öngörümleme performanslarının oldukça farklı olduğunu belirlemiştir. Aynı zamanda, Franses ve Ghijsels(1999), Avrupa hisse senedi piyasasından elde ettiği haftalık veri setine, sapan gözlem değerlerinin etkisini ortdan kaldırdıktan sonra farklı dağılımlar altında GARCH modelleri uygulamış ve hataların student-t dağılımı altında dağıldığı varsayılarak tahminlenen modelin en kötü performansı gösterdiğini bulmuştur.

Model spesifikasyonu doğruluğunun veya farklı dağılım varsayımlarının, oynaklığın ngrmlenmesi doğrultusunda tek başına yeterli olmadıkları görülmektedir. Ayrıca, GARCH modelleri kullanılarak oynaklığın ngrmlenmesi üzerine yapılan çalışmalarda, çeşitli performans llerinin kullanıldığı belirlenmiştir. En yaygın olarak kullanılan performans ölçüleri, ortalama karesel hata, ortalama mutlak hata ve ağırlıklandırılmış ortalama mutlak yüzde hata ölçüleridir.

Bu çalışmanın amacı, literatürde çoğunlukla kullanılan GARCH(1,1) modelinin karesel getiriler için iyi bir örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu ve iyi bir örneklem dışı öngörümleme sonucunun elde edilmesi için,

doğru bir performans ölçüsünün yanı sıra getiri serilerinin özelliklerine göre doğru bir tahminleyici kullanılmasının gerekli olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın amacı doğrultusunda, oynaklık modellerinin tahminlenmesi çalışmanın temel amacını oluşturmamaktadır. Örneklem dışı öngörümleme performanslarının belirlenebilmesi için öncelikle oynaklık modeline ilişkin katsayıların tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, oynaklık modelinin tahminlenmesi bir amaç olmayıp modellerin öngörümleme performanslarının değerlendirilmesinde bir araç olarak kullanılmaktadır. Literatürde en çok kullanılan normal ve student-t dağılımlı GARCH(1,1) modellerine ek olarak budanmış standart normal dağılımlı(BSN) GARCH(1,1) modeli tanıtılmaktadır. GARCH(1,1)~BSN modelinin student-t dağılımı yerine kullanılabilir olduğu görülmektedir. Student-t, üstel dağılım veya diğer kalın kuyruğa sahip dağılımların serbestlik derecelerinin belirlenmesinin keyfi olduğu bilinmektedir. BSN dağılımının student-t dağılımına göre avantajı, serbestlik derecesinin seçiminin keyfi olmamasından kaynaklanmaktadır. BSN dağılımında serbestlik derecesi yerine şekil parametresi a_0 bulunmaktadır. Bu parametrenin seçimi GARCH(1,1) modelinin tahminlenmesi aşamasında ençok olabilirlik yöntemi ile belirlenmektedir. Bu sonuç, BSN dağılımında student-t dağılımı gibi parametre seçiminin keyfi olmadığını ifade etmektedir. Aynı zamanda, BSN dağılımının kalın kuyruk dağılımı göstermekte olduğu ve 5 serbestlik dereceli student-t dağılımına göre biraz daha ince kuyruğa sahip bir dağılım olduğu belirlenmiştir.

Çalışmanın uygulama bölümünde, GARCH(1,1) modellerine alternatif olarak önerilen diğer bir yöntem ise NoVaS yöntemidir. Bu yöntem iki kısımdan oluşmaktadır. Bunlardan ilki Basit NoVaS, ikincisi Üstel NoVaS yöntemidir. NoVaS yöntemi bir modelleme yöntemi olmayıp herhangi bir katsayı tahmini gerektirmemektedir. Basit ve Üstel NoVaS yöntemleri sadece veri setine ve veri setinin geçmiş gözlemlerine dayanan bir öngörümleme yöntemidir. NoVaS yönteminden elde edilen sonuçlar, gerek Basit, gerek Üstel NoVaS yönteminin normal ve student-t dağılımlı GARCH(1,1) modellerine göre daha iyi bir örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu göstermektedir. Basit ve Üstel NoVaS algoritmalarında yer alan α katsayısının değiştirilmesi, elde edilen sonuçların pozitif yönde gelişmesine katkıda bulunmaktadır.

BSN dağılımının oluşturulmasında ve NoVaS yönteminin ortaya çıkmasında Engle(1982) tarafından önerilen ARCH modeli yapısı önemli bir rol oynamaktadır. Her iki yaklaşımın da ele alınmasının nedeni karesel getiriler için daha iyi bir öngörümleme performansı elde edebilmektir. Ancak, daha iyi bir öngörümleme performansının elde edilebilmesi ilk olarak getiri serilerinin oynaklığının tahmin edilmesine bağlıdır. Bu bağlamda, getiri serilerinin oynaklığının ne anlama geldiğinin ve oynaklık modellerinin ne olduğunun ayrıntılı bir şekilde ele alınması gerekmektedir. Bu nedenle, çalışmada ele alınacak konular aşağıdaki gibi sıralanmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde, oynaklığın tanımı ve tahmini, oynaklığın ölçülmesinde kullanılan kavramlar, oynaklığı etkileyen nedenler, hisse senedi piyasa oynaklığı ve nedenleri, piyasa riskinin tahmininde oynaklığın rolü, varlık fiyatları oynaklığına ilişkin kabul gören gerçekler, finansal zaman serileri ve finansal zaman serilerine ilişkin özelliklere yer verilmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde, durağanlık kavramı, doğrusal tahminleme metotlarından AR, MA, ARMA ve ARİMA modelleri, doğrusal olmayan metotlardan ARCH, GARCH, EGARCH, IGARCH, GJR-GARCH, APARCH modelleri, oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan yöntemler için literatür taraması, model parametrelerinin tahminlenmesinde kullanılan yöntemler, model hataları için normallik testleri ve öngörümleme performans ölçüsü kriterleri ele alınmaktadır.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, uygulamanın kapsamı, veri seti ve veri setine ilişkin karakteristik özellikler, BSN dağılımlı GARCH modelinin tanıtımı, Basit ve Üstel NoVaS yöntemlerinin elde edilmesi ve algoritmalarının oluşturulması ve kullanılan model ve yöntemlere ilişkin örneklem dışı öngörümleme performansları ve bunlara ilişkin sonuçlar yer almaktadır.

BİRİNCİ BÖLÜM

OYNAKLIK KAVRAMI VE FİNANSAL ZAMAN SERİSİNE İLİŞKİN ÖZELLİKLER

En önemli risk göstergelerinden biri olan oynaklığın gerek piyasa katılımcıları gerekse finansal piyasalar alanında çalışanlar için hisse senedi piyasalarının istenmeyen bir özelliği olmasının yanı sıra bu durumu avantajlı bir hale getirmek isteyen sabırlı ve cesaretli yatırımcılar için çok avantajlı yatırımlar yapma fırsatı sunduğu bilinmektedir. Oynaklık akıllı yatırımcılara, fiyatlar, şirketin değerinin altına düştüğünde hızlı bir şekilde hisse senedi satın alma; fiyatlar, şirketin gerçek değerinin üzerine çıktığında ise hızlı bir şekilde sahip olduğu hisse senetlerini satma fırsatı vermektedir.

Hisse senedi piyasa oynaklığına katkı yapan birçok etken bulunmaktadır. Ancak bu etkenlerden en önemlisi insan duyguları olmaktadır. Duygularda meydana gelen bu hızlı değişim, yatırımcıların hisse senedi satın alma veya satma işlemini hızlandırmalarına neden olur. Bu durum ise ileride piyasada oynaklığın meydana gelmesini sağlayacaktır. Ancak, bunun dışında piyasa hareketlerini etkileyen birçok dış faktör bulunmaktadır.

Hisse senedi getirisine ilişkin oynaklık, belli bir zaman içinde değişen hisse senedi fiyatının değişkenliğini göstermektedir. Yatırımcılar, analistler ve piyasa düzenleyicileri hisse senedi getirisinin oynaklığı ile sadece riskin bir ölçüsü olduğu için ilgilenmemektedir. Aynı zamanda, bir bütün olarak piyasa veya şirket ile ilgili herhangi bir önemli haber olmaksızın şirketin hisse senedi fiyatlarında gözlemlenen aşırı oynaklık olarak adlandırılan dalgalanmalar için endişe duymaktadırlar. Aşırı oynaklığın var olması, bir şirketin gerçek değerine ilişkin bir işaret olarak hisse senedi fiyatlarından faydalanmayı ortadan kaldırmaktadır.

Çalışmada Bölüm 1.1’ de ve altbölümlerinde oynaklığın tanımına, oynaklık ölçüsü türlerine, oynaklığı nelerin etkilediğine, oynaklıkta meydana gelen değişimleri etkileyen faktörlere, Bölüm 1.2’de hisse senedi piyasa oynaklığının nedenleri ve etkilerine, Bölüm 1.3’te piyasa riskinin tahmin edilmesinde oynaklığın rolü ile ilgili bilgilere, Bölüm 1.4’te varlık fiyatlarına ilişkin kabul gören gerçeklere, Bölüm 1.5’te finansal zaman serilerine, Bölüm 1.6’da finansal zaman serilerine

ilişkin ampirik özelliklere ve finansal zaman serilerinde çoğunlukla görülen dağılım türlerine yer verilmektedir.

1.1. OYNAKLIĞIN TANIMI VE TAHMİNİ

Çalışmanın bu bölümünde oynaklığın tanımına, oynaklığın ölçülmesinde kullanılan kavramlara ve oynaklığı etkileyen uzun ve kısa dönem faktörlere yer verilmektedir.

1.1.1. Oynaklık Kavramı

Oynaklık, finans disiplininde önemli bir yere sahip olup finansal piyasalar ile uğraşan hatta dışarıdan izleyici olan biri için bile çok önemli bir konu haline gelmiştir. Oynaklığın niçin bu kadar önemli olduğu konusunda bazı nedenler ortaya koyulmaktadır. İlk olarak, varlık fiyatları zaman içerisinde aşırı dalgalanma gösterdiğinde, yatırımcılar temel ekonomik faktörlere ilişkin bilgilerde meydana gelen bu değişimlerin açıklanmasını kabul etmede zorluk yaşamaktadırlar. Bu durum sermaye piyasalarına olan güvenin sarsılmasına neden olabilmektedir. İkinci olarak, bireysel firmalar için firmanın oynaklığı, iflas olasılığının belirlenmesinde önemli bir faktördür. Şirketin belirlenmiş özsermayesinin yüksek düzeyde oynaklık göstermesi, yüksek oranda şirketin yükümlülüklerini yerine getirememesi olasılığını (temerrüt olasılığı) ifade etmektedir. Üçüncü olarak, oynaklık aynı zamanda talep fiyatı ile teklif fiyatı arasındaki farkın belirlenmesinde önemli bir faktör olarak ortaya çıkmaktadır. Hisse senedinin oynaklığının daha yüksek olması, piyasa düzenleyicilerinin belirlediği talep fiyatı ile teklif fiyatı arasındaki farkın daha büyük olması anlamına gelmektedir. Bu nedenle hisse senedinin oynaklığı, piyasanın likitidesini etkilemektedir. Dördüncü olarak, portföy sigortası gibi riskten korunma teknikleri oynaklık düzeyine göre etkilenmektedir. Sigorta fiyatları, oynaklık düzeyi arttıkça yükselmektedir. Beşinci olarak, ekonomi ve finans teorisi, tüketicilerin riske karşı korunduklarını öne sürmektedir. Belirli bir ekonomik etkinlikle ilişkili risk arttığında, bu etkinliğe olan katılım düzeyinin azaldığı görülmektedir. Bu durum yatırımcı için istenmeyen sonuçlar doğuracaktır. Zaman içerisinde artan Oynaklık,

devletin kural koyucularının ve sermaye sağlayıcılarının, firmaların mevcut sermayelerinin büyük bir yüzdesinin nakit eşdeğer yatırımlara ayrılmasında baskı yapmasına neden olabilmektedir(Daly, 2011: 46). Oynaklığın biraz daha ayrıntılı şekilde ele alınmasının önemini göstermek için, 1987 yılında Amerika Birleşik Devletleri'nde hisse senedi piyasasında yaşanan olay örnek gösterebilir:

19 Ekim 1987'de Dow Jones ortalaması 2246.7 den 1738.4 değerine gerileyerek yaklaşık 508 puanın üzerinde bir düşüş göstermiştir. Bu gerileme, Dow Jones endeksinin hesaplanmaya başlandığı 1885 yılından bu yana birgün içerisinde görülen en yüksek düşüş olmuştur. Aynı zamanda bu sonuç, %22.5 ile gerçekleşen en yüksek yüzde düşüş olarak ortaya çıkmıştır. Bütün bunlara rağmen, tüm dikkatler düşüşteki mutlak büyüklüğe odaklanmıştır. 13 Ekim 1989 da meydana gelen 190 puanlık bir düşüş endeks değerinde sadece %6.9'luk bir azalış göstermesine karşın, finansal piyasalar ile ilgilenenler arasında büyük bir reaksiyona yol açmıştır. Finans alanında çalışan akademisyenlerin büyük bir çoğunluğu, oynaklığın fiyatlardaki veya getiri oranlarındaki değişimin bir yüzdesi olarak ölçülmesi gerektiğini savunmaktadır(Schwert, 1990: 24).

Oynaklık terimi genellikle basit olarak risk ile eşanlamlıdır. Yüksek oynaklık piyasa dalgalanmasının bir göstergesi olarak düşünülmektedir. Oynaklığın gerçekte ne anlama geldiği sorusunun açıklanması ile başlamak en azından çalışmanın amacının açıklanmasına yönelik olarak yararlı olacaktır. Oynaklık, belirsiz bir değişkenin tüm olası sonuçlarının yayılımına karşılık gelmektedir. Finansal piyasalarda, genellikle varlık getirilerinin yayılımı ile ilgilenilmektedir. İstatistiksel olarak, oynaklık çoğunlukla örneklem standart sapması(σ) olarak ölçülmektedir (Poon ve Granger, 2003: 479-480):

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \mu)^2} \quad (1.1)$$

burada r_t , t günündeki getiriye göstermektedir ve μ ise tüm T gün üzerinden ortalama getiriye ifade etmektedir.

Bazı zamanlar, σ^2 , oynaklık ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Varyans, basitçe standart sapmanın karekökü olduğu için, iki finansal varlığın oynaklığı karşılaştırıldığında hangi ölçünün kullanıldığı fark yaratmamaktadır. Ancak varyans,

standart sapmaya göre oynaklık tahmininin belirlenmesinde kriter olarak daha az kullanılmakta ve tercih edilmektedir. Ayrıca, standart sapma, ortalama ile aynı ölçü birimine sahiptir.

Örneğin; ortalama dolar ise standart sapma da dolar ile ifade edilmektedir. Ancak varyans, dolar kare olarak ifade edilecektir. Bu nedenden dolayı, oynaklıkta standart sapma daha uygun ve algılanabilir bir ölçüm aracı olarak ele alınmaktadır(<http://www.kevinsheppard.com/images/0/0f/Chapter7.pdf>).

Oynaklık tam olarak aynı olmasa da risk ile ilişkilidir. Risk, istenmeyen sonuçlarla ilgilidir. Ancak pozitif bir sonuç nedeniyle de oynaklık olabilir. Bu önemli fark genellikle gözden kaçmaktadır. Örneğin Sharpe oranı ele alınsın. Sharpe oranı, bir yatırımın performansını ölçmek için kullanılmaktadır(McLeod ve Vuuren, 2004: 15).

$$\text{Sharpe oranı} = \frac{(\text{ortalama getiri}) - (\text{risksiz faiz oranı})}{\sigma} \quad (1.2)$$

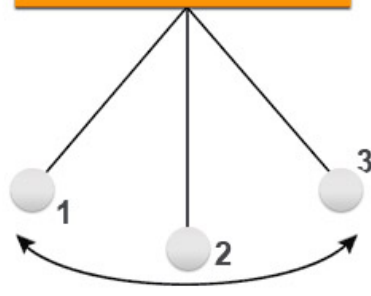
Bu oranın büyük olması tercih edilmektedir. Arzulanan bir durum olan büyük bir pozitif getiri, standart sapmada büyük bir etkiye sahip olmakta ve bunun sonucunda Sharpe oranında bir azalmaya neden olabilmektedir.

Bununla birlikte, oynaklığın risk için iyi ve mükemmel bir ölçü olmamasının nedeni, sadece dağılımın bir yayılım ölçüsü olması ve dağılımın şekli ile ilgili herhangi bir bilgiye sahip olmamasındandır. Normal dağılım veya lognormal dağılım ise bu durumu kapsamamaktadır. Bu dağılımlarda ortalama ve standart sapma tüm dağılım için yeterli istatistiklerdir.

1.1.2. Oynaklığın Ölçülmesinde Kullanılan Kavramlar

Oynaklık ölçümlerine ilişkin kavramları incelemeden önce Bölüm 1.1’de yer alan oynaklık kavramının daha iyi anlaşılması için oynaklık kavramı görsel olarak Şekil 1’deki gibi açıklanmaktadır.

Şekil 1: Oynaklık Kavramının Görsel Gösterimi



Kaynak: <http://www.thestreet.com/story/10343098/1/understanding-the-four-measures-of-volatility.html>

Yukarıdaki Şekil 1’de görüldüğü üzere, sarkaç üzerindeki başlangıç noktası topun hareketsiz durumda olduğu 2 noktasıdır(ortalama). Topun, 1 noktasına çekilip bırakıldığı zaman 3 noktasına geldiği gözlemlenmektedir ve zaman içerisinde topun 2 noktasından geçerek bir ileri bir geri hareket ettiği görülmektedir. Şekil 1’de yer alan topu bir hisse senedinin temsil ettiği düşünölsün, bu durumda 1 noktasından 2 noktasına veya 2 noktasından 3 noktasına olan uzaklığa ilişkin fark, hisse senedi fiyat hareketindeki oynaklığı gösterecektir. Daha sonraki bölümlerde ele alınacak olan oynaklığın ortalama değere dönüş özelliği düşünüldüğünde topun son olarak 2 noktasına geleceğı bilinmektedir.

Fiziksel bakış açısı ile ele alınan oynaklık kavramının gerçek hayatta birebir aynı durumu yansıtmadığı söylenebilir. Şekil 1’de, 1 noktasından 2 noktasına veya 2 noktasından 3 noktasına olan değişimlerin büyüklüğünün her zaman aynı olmadığı bu nedenle bazen bir hisse senedi getirisinin oynaklığının diğer bir hisse senedi getirisi oynaklığından büyük olduğu görölmektedir

(<http://www.thestreet.com/story/10343098/1/understanding-the-four-measures-of-volatility.html>).

1.1.2.1. Tarihsel Oynaklık

Tarihsel oynaklık zaman içerisinde fiyat dalgalanmalarının bir ölçüsü olarak ele alınmaktadır. Aynı zamanda, literatürde belirli bir zaman üzerinden bir menkul kıymetin istikrarlılığının ölçüsü olarak tanımlanmaktadır. Geçmişe ait fiyat verilerini kullanan tarihsel oynaklık ölçümü günlük, haftalık, aylık, çeyreklik veya yıllık olabilmektedir. Genellikle, günlük oynaklık ölçümü haftalık oynaklık ölçümüne göre veri setinde 5 kat daha fazla gözlem değerine sahip olduğu için tercih edilmektedir. Uzun dönem üzerinden iki farklı piyasa arasındaki oynaklık incelendiğinde, haftalık oynaklık ölçümü farklı resmi tatil günlerinin etkisini azaltmak için en iyi ölçüm olabilmektedir. Eğer hisse senedi fiyat getirileri bağımsız ise, günlük ve haftalık tarihsel oynaklık ortalama olarak aynı olmalıdır(Bennett ve Gil, 2012: 4).

Tarihsel oynaklığı hesaplamak için birçok yol olmasına karşılık, en yaygın olarak kullanılan yöntem, ölçülmek istenen dönem üzerinden ortalama fiyatlardan, ortalama sapmaları hesaplamaktır.

Tarihsel oynaklık çoğunlukla menkul kıymetin aşırı veya eksik değerlendirilmiş olup olmadığını belirlemek için zımni oynaklık ile karşılaştırılmaktadır.

Genellikle, daha yüksek tarihsel oynaklığa sahip menkul kıymetler daha riskli olmaktadır (<http://financial-dictionary.thefreedictionary.com/Historical+Volatility>).

1.1.2.2. Zımni Oynaklık

Bir opsiyonun fiyatı, opsiyon sözleşmesine konu olan menkul kıymetin fiyatına, opsiyonun kullanılacağı anda kullanım(alma veya satma) fiyatına, opsiyon sözleşmesine konu olan menkul kıymetin oynaklığına, opsiyonun vade tarihinden önce kalan zamanına, risksiz yatırım getirisi oranına ve kar payı getirisine bağlıdır. Oynaklık haricinde tüm bu faktörler bilinmekte veya kolayca modellenebilmektedir. Aynı zamanda, bugünkü opsiyon primi, piyasa tarafından bilinmektedir. Bu nedenle, teorik olarak fiyatlama modeli, gelecek bir dönemdeki oynaklığın beklenen değerini hesaplamak için bugünkü opsiyon primini kullanmaktadır. Bu oynaklığın beklenen değeri zımni oynaklık olarak bilinmektedir. Zımni oynaklık, genellikle opsiyon sözleşmesine konu olan menkul kıymetin oynaklığına ilişkin piyasanın bakış açısına

iyi bir gösterge sağlamaktadır. Opsiyon fiyatlama modeli olarak adlandırılan ve ilk olarak Black ve Scholes(1973) tarafından ele alınan Black-Scholes modelinin en önemli kullanım amaçlarından biri zımni oynaklıkları hesaplamasıdır. Bir satın alma opsiyonunun fiyatı verildiğinde zımni oynaklık Black-Scholes modelinden hesaplanabilmektedir. Denklemlerin nümerik olarak çözümünde kullanılan, teğetler yöntemi olarak da bilinen ve güçlü bir teknik olan Newton-Raphson veya Newton Yöntemi, zımni oynaklık hesaplanırken kullanılmaktadır(http://beta-iima.com/files/2011/09/09_29_2011_BETA_WOTD.pdf).

1.1.2.3. Gün İçerisinde Gerçekleşen Oynaklık

Gün içerisinde gerçekleşen oynaklığın ölçülmesi problemi finansal araştırmacılar ve uygulamacıların en çok zorlandığı konulardan birini oluşturmaktadır. Oynaklığın tahmin edilmesinde kullanılan çeşitli etkin yöntemler olmasına karşın, getiri serisi dağılımlarının basıklık derecesi arttığında, elde edilen oynaklık tahmincilerinin etkinliğinin azaldığı gözlemlenmektedir. Gün içerisinde gerçekleşen verilerin dağılımlarının kalın kuyruğa sahip oldukları bilinmektedir (Spurgin ve Schneeweis, 1997: 1). Gün içerisinde gerçekleşen oynaklık, gün içerisindeki en yüksek fiyattan en düşük fiyatın çıkarılması ile elde edilen farkın, o gün gerçekleşen kapanış fiyatına oranlanması ile hesaplanmaktadır.

1.1.3. Oynaklığı Etkileyen Nedenler

Oynaklık üzerindeki etkileri incelemenin bir yolu, birkaç farklı frekans üzerinden oynaklığı hesaplamaktır. Geçmişe dayalı gözlemler, bazı oynaklık kümelerinin 10 yıl gibi bir zaman diliminde devamlılığının olduğunu gösterirken, bazılarının birkaç saat gibi kısa ömürlü olduğunu belirtmektedir. Piyasa fiyatlarındaki değişimin ana kaynağı, bir varlığın gerçek değerine ilişkin haberlerin ortaya çıkmasıdır. Eğer haberler birbiri ardına ortaya çıkıyor ve veri seti bu haberlerin ortaya çıkışını içerecek şekilde yüksek frekansa sahip ise getiriler oynaklık kümelenmesi göstermektedir. Daha yüksek frekanslarda ise büyük bir olasılıkla oynaklığa neden olan durumlar baskılar ve düzensizliklerdir. Bu baskılar ve

düzensizlikler çoğunlukla gürültü olarak adlandırılmaktadır. Daha düşük frekanslarda ise, makroekonomik ve kurumsal değişimler büyük olasılıkla oynaklığın nedeni olmaktadır. Örneğin 1930'larda meydana gelen yüksek oynaklık makroekonomik olaylara bağlanmıştır. Genellikle verinin frekansı hangi tür oynaklık kümelerinin görülebileceğini söylemektedir. Düşük frekanslı veri sadece düşük frekanslı veya makroekonomik dalgalanmaların görülmesine izin verirken, yüksek frekanslı veri, oynaklığın özelliklerini daha çok yansıtmaktadır(Demetrescu, 2007: 1).

1.1.3.1. Oynaklık Değişimlerinin Belirleyicileri

Nelson(1996), çalışmasında piyasa oynaklığı değişimleri ile ilişkili bazı faktörleri liste halinde belirtmektedir. Bunlardan en önemlileri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

1) Bunlardan ilki, oynaklıktaki pozitif ardışık korelasyondur. Mandelbrot(1963), yaptığı çalışmasında büyük değişimlerin büyük değişimler tarafından, küçük değişimlerin de küçük değişimler tarafından takip edildiğini ifade etmiştir.

2) Fama(1965) ve French ve Roll(1986), alım-satımın yapıldığı ve yapılmadığı günlerin piyasa oynaklığına katkısı olduğunu göstermiştir. Örneğin, hisse senedi piyasası oynaklığı, haftanın diğer günlerine göre Pazartesi daha yüksek olma eğilimindedir. Bunun nedeni olarak, 72 saatlik zaman dilimi üzerinden elde edilen bilgilere dayalı hisse senedi fiyat hareketleri yansıtılırken, diğer alım-satım günlerinde fiyat hareketlerinin 24 saat üzerinden ortaya çıkan bilgileri yansıtması gösterilmektedir.

3) Kaldıraç etkileri piyasa oynaklık değişimlerini kısmen açıklamaktadır. Firmaların hisse senedi fiyatları düştüğü zaman, firma daha fazla risk almakta ve firmanın getirisinin oynaklığı, genellikle artmaktadır.

4) Durgunluk ve finansal kriz dönemlerinde hisse senedi piyasa oynaklığı yüksek olma eğilimindedir. Örneğin 1930'larda Büyük Buhran döneminde hisse senedi piyasa oynaklığı önemli bir yüksekliğe ulaşmıştır.

5) Fama ve Schwert(1977) ve Christie(1982) yaptıkları çalışmalarında, yüksek nominal faiz oranlarının yüksek piyasa oynaklığı ile ilişkili olduğunu ifade etmiştir.

1.1.3.2. Oynaklığı Etkileyen Uzun ve Kısa Dönem Faktörler

Uzun ve kısa dönem faktörler içerisinde oynaklığı etkileyen faktörleri ayırmak biraz sezgisel bir durum olarak görülmektedir. Oynaklık üzerindeki uzun dönem etkiler arasında şirket kaldıracı bulunmaktadır. Şirket kaldıracı borç/özsermaye oranı kullanılarak hesaplanmaktadır. Borç/özsermaye oranının artmasından dolayı yaşanacak hisse senedi fiyat düşüşleri finansal riski arttıracaktır. Finansal riskteki artış, mevcut hisse senedi fiyatlarını azaltan beklenen getirilerin özsermayeye olan oranını arttıracaktır.

Kısa dönem üzerinde oynaklığı etkileyen faktörler, işlem hacminden, fiyatı düşük piyasalarda alış yaparak fiyatı yüksek olan piyasalarda satış yapan alsatçılardan, vadeli sözleşmeler ve opsiyon türlerinden oluşmaktadır. Piyasadaki ortak görüş, ticaret hacmi ve oynaklığın pozitif ilişkili olduğu yönündedir. Karpoff (1987) yaptığı çalışmada, bu teoriyi güçlü bir şekilde destekler sonuçlara ulaşmıştır. French ve Roll (1986) yaptıkları çalışmalarında, işlem saatleri sırasında New York Menkul Kıymetler Borsasındaki(NYSE) oynaklığın, haftasonu işlem saatleri dışındakine göre çok daha büyük olduğunu ifade etmektedir.

1.1.4. Oynaklık Tahmin Süreci Belirleyicileri

r_t , $t = 1, \dots, T$ bir getiri zaman serisi olsun. Denklem (1.1) deki standart sapma σ , T dönemi üzerinden koşulsuz oynaklıktır. Oynaklık zaman boyunca sabit kalmadığı için, koşullu oynaklık $\sigma_{t,\tau}$, t zamanındaki risk yönetimi ve varlık fiyatlama için daha anlamlı bilgi sağlamaktadır. Oynaklık tahmin süreci, her bir alt aralık t de ne kadar bilgiye sahip olduğumuza ve oynaklık referans periyodu τ nun uzunluğuna bağlı olarak büyük değişim göstermektedir. Birçok finansal zaman serisi günlük aralıkta mevcuttur. τ nun değeri, risk yönetimi için 1 ile 10 gün arasında, opsiyon fiyatlandırma için 1 ile 10 ay arasında ve yatırım analizi için 1 ile 10 yıl

arasında değişebilmektedir. Son yıllarda oynaklığın daha doğru bir şekilde tahminlenmesi ve öngörülenmesi için gün içerisinde gerçekleşen işlem verilerinin kullanımı daha yaygın olmaktadır(Poon, 2008: 3-4). Özellikle son 10 yıldır yapılan çalışmaların çoğunun bu alana yoğunlaştığı görülmektedir.

1.2. HİSSE SENEDİ PİYASASI OYNAKLIĞININ NEDENLERİ VE ETKİLERİ

Hisse senedi piyasa oynaklığı, bir menkul kıymetin değerinde meydana gelen değişimlerin büyüklüğüne ilişkin belirsizlik veya risk anlamına gelmektedir. Daha yüksek bir oynaklık, menkul kıymetin değerinin daha geniş bir aralık değerinde yayılım gösterebildiği anlamını ifade etmektedir. Bu ifade, menkul kıymetin fiyatının kısa dönemde önemli ölçüde pozitif veya negatif yönde değişebildiğini göstermektedir. Daha düşük bir oynaklık ise menkul kıymetin değerinin büyük bir dalgalanma göstermediğini, fakat menkul kıymetin değerindeki değişimlerin zaman dilimi süresince sabit düzeyde kaldığını belirtmektedir (http://ripsink.com/posts_finance_2013/money/stock_volatility_cause_and_effect.html).

Güven faktörü hisse senedi piyasasında yapılan işlemlerde önemli bir rol oynamaktadır. Piyasaya güveni olan yatırımcılar daha fazla risk alarak, hisse senedi satın almakta ve bu durum hisse senedinin fiyatının yukarıya çekilmesine neden olmaktadır. Yatırımcıların piyasaya duyduğu güven ortadan kalktığı zaman bu durumda piyasa düşüşe geçmektedir. Bunun en iyi örnekleri finansal kriz zamanlarında görülmektedir. Şirketler kapanmaya başladıklarında yatırımcılarda oluşan güven kaybı, yatırımcıların risk almaktan ve yatırım yapmaktan kaçınmalarına neden olmaktadır. Bu nedenle piyasa oynaklığını değerlendirmenin en iyi yolu yatırımcının duyduğu güveni göz önüne almaktır(<http://online-stock-trading-review.toptenreviews.com/what-causes-stock-market-volatility-.html>).

Sonuç olarak, hisse senedi piyasa oynaklığını etkileyen faktörler aşağıdaki gibi üç başlık altında toplanmaktadır(http://www.ehow.com/list_7355040_stock-market-volatility-factors.html).

1) Ekonomik Haberler: Genellikle ülke ekonomilerinin hisse senedi piyasalarını etkilemesinden dolayı hisse senedi piyasası, ekonominin önemli bir unsurunu oluşturmaktadır. Ayrıca hisse senedi piyasası, ekonominin temel sektörlerinin büyümesinde önemli bir rol oynamaktadır. Aynı zamanda maksimum kar elde etmek için hisse senedi piyasasına yatırım yapan yatırımcılar için de önemli bir konumdur. Ülkelerin ilgili kurumları aylık veya çeyrek dönemler üzerinden istatistikler yayınladığında, birçok yatırımcı hisse senedi satın alarak veya satarak bu haberlere tepki vermektedir. Parakende satışlar, piyasada oynaklığa neden olan ekonomik bir gösterge olup, kullanılabilir gelirin harcanmasında tüketicinin niyetini göstermektedir. Eğer satışlar azalır ise, yatırımcıların kar üretme konusunda şirketin becerisine olan endişesi artmaktadır ve bu durum yatırımcının hisse senedini elinden çıkarmasına neden olabilmektedir. Diğer bir gösterge ise işsizlik oranıdır. Ülkede yüksek oranda işsizlik olduğu yönündeki haberler hisse senedi piyasasındaki menkul kıymet fiyatlarının daha da aşağılara düşmesine neden olmaktadır. Yüksek bir işsizlik oranı, aynı zamanda ekonomide dolaşan kullanılabilir gelirdeki bir azalışı göstermektedir.

2) Finansal Haberler: Hem yurtiçi hem de yurtdışı finansal haberler, piyasanın veya bir hisse senedinin genel fiyat seviyesinin altına düşmesinden sonra piyasanın yeniden hareketliliğine veya hisse senedinin yeniden yükselişine neden olabilmektedir. Ülkelerde para tedarikini ayarlayan kurumlar faiz oranlarını yükselttiği veya düşürdüğü zaman bu gelişme sonucu ortaya çıkan durum, piyasanın sağlıklı veya zayıf olduğunun bir işareti olarak algılanmaktadır. Humpe ve Macmillan(2007), hisse senedi fiyatları ile faiz oranının negatif yönde ilişkili olduğunu belirtmektedir. Ahmed ve Imam(2007) ise, faiz oranındaki değişimlerin piyasa getirisi üzerinde etkisi olabileceğini ifade etmektedir.

Yatırımcılar, ülkelerin hazine bonusu veya diğer bono türleri satışları aracılığı ile diğer ülkelere olan borçlanma durumlarına ilgi göstermektedir. Örneğin Amerika Birleşik Devletleri'nin diğer ülkelere verilen borç hacmi yüksek ise, yatırımcılar doların güçlü bir durumda olduğunu algılayarak daha fazla hisse senedi satın almak isteyeceklerdir.

Önemli şirketler tarafından ortaya çıkarılan finansal haberler de hisse senedi piyasasını etkilemektedir. Finansal kuruluşlar ödünç para verebilmelerinden dolayı hisse senedi piyasasını etkilemede güçlü bir pozisyona sahiptir. Bankalar ödünç para verme konusunda isteksiz olduğunda ve kredi piyasaları kredi verilmesini kısıtladığında, hisse senedi piyasasında işlem gören şirketlerin hisseleri bu durumdan etkilenmektedir.

3) Tahmin Edilemeyen Olaylar: Terörist saldırıları, fırtına veya deprem gibi doğal afet durumları piyasayı negatif yönde etkilemektedir. Bunun gibi tahmin edilemeyen durumlarda, şirketler, hükümetler veya bireyler ellerindeki kaynakları problemleri düzeltmek için harcamalıdır. Fonların başka tarafa yönlendirilmesi, yatırımcıların endişe duymasına neden olmaktadır. Bunun sonucu olarak, piyasa düşüşe geçmektedir. Amerika Birleşik Devletleri'nde yaşanan 11 Eylül 2001 terörist saldırısı ve 2005 Katrina kasırgası bu durumlara örnek verilebilir.

1.3. PİYASA RİSKİNİN TAHMİNİNDE OYNAKLIĞIN ROLÜ

Piyasa riski, riskli varlıkları elinde tutan herhangi bir finans kuruluşu için belirsizliğin ana kaynaklarından biri olmaktadır. Genellikle piyasa riski, piyasa faktörlerindeki değişimlerden dolayı portföy değerinin azalma olasılığına karşılık gelmektedir. Piyasa faktörlerine örnek olarak, menkul kıymet fiyatlarındaki, faiz oranlarındaki ve döviz kurunda meydana gelen değişimler verilebilir. Piyasa şartlarında tahmin edilemeyen değişimler büyük kayıplara yol açabilmektedir. Bu yüzden, piyasa riski, menkul kıymetler piyasasında yer alan her bir kuruluş tarafından tahmin edilmesi gereken bir faktördür. Finansal kuruluşun maruz kaldığı piyasa riskini tahmin etmek için birkaç yaklaşım bulunmaktadır. Riske Maruz Değer yöntemi pratik uygulamalarda piyasa riski tahminleri için çoğunlukla kullanılmaktadır. Oynaklık kavramı bu yöntemde önemli bir rol oynamaktadır. Bir varlığın oynaklığı, belirli bir zaman dönemi üzerinden riskli varlıkları elinde bulunduranlar açısından getirilerin değerlerinin belirsiz olmasına karşılık gelmektedir. Oynaklığın doğru tahmin edilmesi finansal kuruluş için önemli bir avantaj sağlamaktadır. Riske Maruz Değer yönteminin parametreleri farklı dönemler

üzerinden (yıllık, aylık, haftalık vb.) tahmin edilebilir. Dinamik risk yönetimi günlük olarak piyasa riskini gözlemleyen bir tekniktir. Dinamik risk yönetimi sadece tarihsel oynaklığın doğru bir tahminini değil aynı zamanda kısa dönemli öngörümlemeyi gerektirmektedir. Bu öngörümleme bazı zamanlarda koşullu oynaklık tahminine dayanmaktadır (Ladokhin, 2009: 4).

Oynaklık kavramı ile ilgilenen finansal araçların çeşitliliği bu kavramın tahminlenmesinde kullanılan yaklaşımların çeşitliliğini açıklamaktadır. Piyasa katılımcılarının tümü kendi risk algılarına sahiptir. Buradaki problem, oynaklık kavramını benimseyen yatırımcılar tarafından yapılan risk tahminleri ile riskin teorik kavramlarını ilişkilendirmektir (Grouard, Levy ve Lubochinsky, 2003: 60).

- Opsiyon fiyatlama teorisi ile ilgilenen matematikçiler sürekli zaman yaklaşımını kullanmaktadır.

Fiyat oynaklığı tahmininin opsiyon fiyatlama modeline dahil edilme gerekliliği bu öngörümlemenin kusursuz olarak modellenmesini sağlamaktadır. Oynaklık, bir opsiyon fiyatında gözlemlenemeyen bileşen olduğu için doğrudan oynaklıkla ilgili olan çıkarımlar fiyatla ilgili olan çıkarımlar ile aynıdır. Bu nedenle de zımni oynaklık kavramı ortaya çıkmıştır.

- Ekonometriciler ve istatistikçiler farklı varyanslık olgusunu ve oynaklık sürekliliğini ortaya çıkarmak için ARCH/GARCH ve diğer modelleri kullanmaktadır. Bu yaklaşımlar, getirilerin normal dağıldığı varsayımına ve böylece ortalama değere geri dönüş özelliği olan oynaklığın yanı sıra piyasa riskinin değerlendirilmesinde tarihsel oynaklık sınırlamalarına dikkat çekmektedir.

- Ekonomistler ise belirsizlik teorisini kullanmaktadır. Portföy teorisi, portföy çeşitlendirmesinin faydaları, spesifik risk ile simetrik risk arasındaki ayrım ve getirilerin belirlenmesinde oynaklığın önemli bir rol oynadığı Varlık Fiyatlama Modeli üzerine çalışmaktadır.

- Fon operasyon sorumluları ve al-sat işi ile uğraşan piyasa profesyonelleri, kendi alım-satım işlemleri üzerindeki getirilerin maksimize edilmesi ile ilgilenmektedir. Bu kişiler için fiyat tahmin edilebilirliği oynaklığa bağlı olmaktadır. Piyasa profesyonellerinin davranışları bazen oynaklığın açıklayıcı bir değişkeni olarak ele alınmaktadır. Yatırım fonları açısından, bu kişilerin farklı stratejilerinin olması, bunların kendi davranışlarının oynaklık üzerindeki etkisine ilişkin herhangi

bir sonuca ulaşılmasını olanaksız kılmaktadır. Buna rağmen, uyguladıkları arbitraj stratejilerinin piyasa etkinliğini arttırdığı ve yaptıkları alım-satım işlemlerinin piyasa likitidesini yükselttiği görüşü yaygın olarak kabul edilmektedir.

- Bireysel yatırımcılar ise özellikle emeklilik maaşları hisse senedi piyasası yatırımlarına bağlı olduğunda fiyatlardaki düşüşler ile ilgilenmektedir. Aynı zamanda, hisse senedi piyasa endekslerinin oynaklığından daha çok belirli menkul kıymetlerin oynaklığına ilgi duymaktadır. Bu endeksler menkul kıymetler arasında düşük bir korelasyon var ise düşük bir oynaklığı göstermektedir(Grouard, Levy ve Lubochinsky, 2003: 60).

1.4. VARLIK FİYATLARI OYNAKLIĞINA İLİŞKİN KABUL GÖREN GERÇEKLER

Finansal varlık fiyatlarının oynaklığı ile ilgili kabul gören gerçeklerin bazıları yıllar içerisinde ortaya çıkmıştır. İyi bir oynaklık modeli, var olan bu gerçekleri yakalayabilmeli ve yansıtabilmelidir. Bu bölümde varlık fiyatları oynaklığı ile ilgili süreçlerin yaygın özellikleri ele alınmaktadır.

1.4.1. Oynaklığın Süreklilik Göstermesi

Fiyat sürecinde büyük ve küçük hareketlerin kümelenme olgusu, varlık fiyatları oynaklık sürecinin ilk göze çarpan özelliklerinden biridir. Mandelbrot(1963) ve Fama(1965) yaptıkları çalışmalarında, varlık fiyatındaki büyük değişimleri diğer büyük değişimlerin, küçük değişimleri ise küçük değişimlerin izlediğini belirlemiştir. Bu özellik aynı zamanda Chou(1988) , Schwert(1989) ve Bailie ve diğerleri(1996) gibi yapılan birçok çalışmada belirtilmektedir. Bu tür oynaklık kümelenmelerinin anlamı, bugün meydana gelen oynaklık şoklarının gelecekte birçok dönemde oynaklığın ortaya çıkmasını etkileyecek olmasıdır. Bunun nedeni, gelecekteki oynaklığın öngörülenmesinin bugünkü getiriler gibi bugüne ait bilgi kümesi üzerindeki bilgiye bağlı olacak olmasındandır. Bugünün getirileri gelecekte birçok dönemde varyansın öngörülenmesi üzerinde büyük bir etkiye sahip ise oynaklığın sürekliliğinden söz edilebilmektedir.

1.4.2. Oynaklığın Ortalama Değere Dönmesi

Oynaklık kümelenmesi, oynaklığın ara ara ortaya çıktığını ifade etmektedir. Bu ifade, yüksek bir oynaklık döneminin sonuç itibari ile yerini daha normal bir oynaklık düzeyine bıraktığını söylemektedir. Benzer şekilde, daha düşük bir oynaklık dönemi yerini meydana gelen bir artış ile normal oynaklık düzeyine bırakacaktır. Oynaklıktaki ortalama değere geri dönüş, oynaklığın en sonunda geri dönüş yapacağı bir oynaklık düzeyinin olduğu anlamında yorumlanmaktadır. Birçok araştırmacı, bunun oynaklığın bir özelliği olduğuna inanmaktadır. Kısacası, oynaklıktaki ortalama değere geri dönüş, şuanki bilginin uzun dönem öngörüleme üzerinde bir etkisinin olmadığını ifade etmektedir(Engle ve Patton, 2001: 7).

1.4.3. Oynaklık Üzerinde Değişimlerin Asimetrik Bir Etkiye Sahip Olabilmesi

Önerilen birçok oynaklık modellerinde kabul edilen varsayım, varlıkların koşullu oynaklığının, simetrik olarak pozitif ve negatif değişimler tarafından etkilendiğidir. Örneğin, GARCH(1,1) modeli, varyansta meydana gelen değişimlerin işaretini önemsemeksizin değişimlerin gecikmelerin karelerinden etkilenmesine izin vermektedir.

Özsermaye getirileri için pozitif ve negatif şokların oynaklık üzerinde aynı etkiye sahip olması özellikle mümkün olmamaktadır. Bu asimetri özelliği bazen kaldıraç etkisi ve bazen de risk primi etkisi olarak adlandırılmaktadır. Black(1976), Christie(1982), Nelson(1991), Glosten ve diğerleri(1993) ve Engle ve Ng(1993), yaptıkları çalışmalarında, oynaklığın özsermaye getirileri ile negatif ilişkili olduğunu bulmuştur. Oynaklığın asimetrik yapısı, öngörü fiyatlarının dağılımının çarpık olmasına neden olmaktadır.

1.4.4. Kuyruk Olasılıkları

Varlık getirilerinin koşulsuz dağılımının kalın kuyruk özelliğine sahip olduğu bilinmektedir. 4 ten büyük olarak gerçekleşen basıklık tahminlerinin aşırı bir biçimde normallik dışı bir durum gösterdiği söylenebilmektedir. Bu durum, herhangi bir oynaklık modelinde olması gereken bir özelliktir. Getirilerin koşullu yoğunluk fonksiyonu ve koşulsuz yoğunluk fonksiyonu arasındaki ilişki, kısmen kalın kuyruk özelliğini ortaya çıkarmaktadır. Eğer koşullu yoğunluk fonksiyonu Gaussian ise, koşulsuz olasılık fonksiyonu aşırı basıklığa sahip olacaktır. Koşullu yoğunluk fonksiyonunun Gaussian olduğu varsayım genellikle doğru olmamakta ve birçok oynaklık modelleri koşullu yoğunluk fonksiyonunun kalın kuyruk özelliği gösterdiğini varsaymaktadır(Engle ve Patton, 2001: 7).

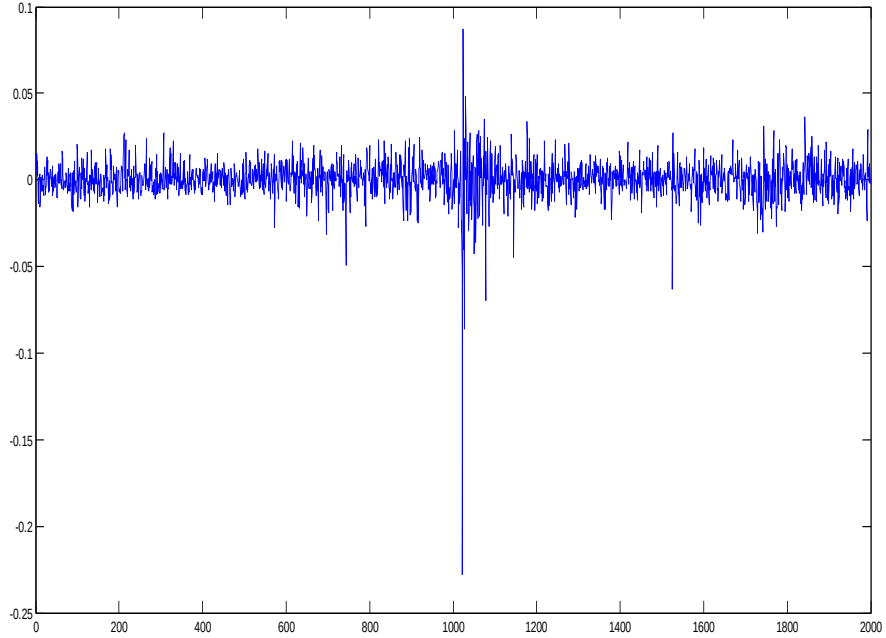
1.5. FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ VE GÖZLEMLERE DAYALI ÖZELLİKLER

Finansal zaman serisi analizleri, verilen bir zaman serisi verisini kontrol eden mekanizmanın nasıl çalıştığının anlaşılması üzerine yapılmaktadır. Diğer bir ifadeyle, finansal zaman serisi analizleri, verinin arkasında yatan gerçeğe odaklanmaktadır. Öyle ki, gerçek yaşamdan alınan verilerin gözlemlenen özelliklerini açıklamak için modeller uygulanabilir ve zaman serisindeki gelecek gözlem değerleri için dağılımsal bir öngörümleme yapabilmektedir (<http://userwww.sfsu.edu/efc/classes/biol710/timeseries/timeseries1.htm>).

Farklı türlerde finansal veriler bulunmaktadır. Literatürde yer alan çalışmaların çoğunda hisse senedi fiyatları, borsa endeksleri ve döviz arbitrajları kullanılmaktadır. Örneğin, P_t yukarıda belirtilenlerden herhangi biri olsun. Burada ölçü birimi($t = 1, 2, \dots$) dakika, saat, gün veya herhangi bir ölçü birimi olabilir. Uzun dönem getiri serisi(X_t) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. Buradaki en önemli avantajlardan birtanesi dönüşüm yapıldıktan sonra elde edilen serinin herhangi bir birim içermemesidir.

$$X_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log P_t - \log P_{t-1} \quad (1.3)$$

Şekil 2: Ekim, 1 1984 : Ağustos, 30 1991 S&P 500 Getiri Serisi



Bu dönüşümdeki en önemli sorunlardan birtanesi, zaman serisi(X_t) nin durağan bir stokastik süreç ile modellenebileceğinin varsayılması olabilir. Durağan stokastik süreçten ifade edilmek istenen sürecin karakteristik özelliklerinin zaman içerisinde değişmemesidir. Ancak, büyük örnek hacimleri için durağanlık varsayımının güvenilir olmadığı bilinmektedir.

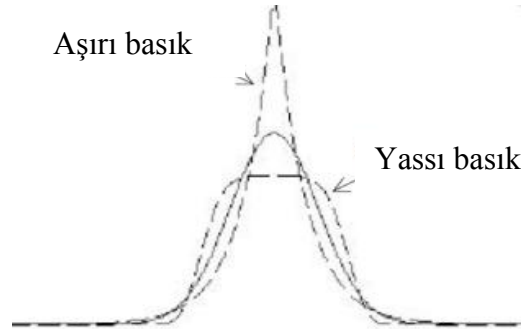
Logaritmik getiri serileri ile çalışıldığında, zaman serisinde kullanılan ölçü biriminin küçüklüğüne göre kalitatif farklılıklar beklenebilmektedir. Dakika, saniye gibi çok küçük zaman birimleri ile çalışıldığı zaman P_t nin küçük bir değişim gösterdiği hatta görece uzun dönem üzerinde bir değişim göstermediği gözlemlenmektedir. Bu durum ölçü birimi saatler, günler veya haftalar olan P_t nin göstermiş olduğu davranış ile karşılaştırıldığında ele alınan ölçü biriminin ne kadar uzun olduğuna bağlı olarak farklı modeller uygulanması gerektiğini açıkça göstermektedir.

Finansal zaman serilerinde gözlemlere dayalı özellikler veri setine ilişkin özellikleri yansıtmakta olup üç başlık altında ele alınmaktadır.

1.5.1. Basıklık

Zaman serisine(X_t) ilişkin gözlemlerin bir dağılıma sahip olduğu ve genellikle bu dağılımın normal dağılım olduğu varsayılmaktadır. Ancak finansal zaman serisi ile ilgili yapılan çalışmalar bunun tamamen doğru olmadığını göstermektedir. Bunu ölçmenin bir yolu dağılımın basıklık değerini bulmaktır. Basıklık; gözlemlenen verilerin, bir dağılımın merkezinin etrafına veya dağılımın kuyruk kısımlarına düştüğü yerdeki yüksekliğin bir ölçüsü olarak ifade edilmektedir. Eğer dağılım normal dağılımın basıklık ölçüsünden(bu değer 3 e eşittir) daha küçük bir dağılıma sahip ise buna yassı basıklık adı verilmektedir. Eğer ki, basıklık değeri normal dağılımın basıklık değerinden büyük ise buna aşırı basıklık denilmektedir (DeCarlo, 1997: 297).

Şekil 3: Aşırı Basık ve Yassı Basıklık Durumunun Dağılımsal Gösterimi



Kaynak: Karlsson, 2002: 9

İkinci olarak tanımlanan özellik getiri serilerinde oldukça sık karşımıza çıkmaktadır. Zaman serilerinde basıklık denildiğinde genellikle kullanılan ölçü Fisher basıklık ölçüsüdür ve aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\gamma_2 \equiv \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{\mu_4}{\sigma^4 - 3} \quad (1.4)$$

Burada,

$$\mu_k = E[(X - \mu)^k], \quad \mu = E[X] \quad (1.5)$$

k ' nıncı dereceden merkezi momenti göstermektedir. Basıklık ölçüsü sadece ve sadece dördüncü moment var olduğunda ve sonlu ise var olmaktadır. Eğer $X_t \sim N(0,1)$ olarak dağılıyor ise dördüncü ve ikinci momentler aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\mu_4 = E[(X - \mu)^4] = E[X^4] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} t^4 e^{-t^2/2} dt = 3 \quad (1.6)$$

$$\mu_2 = E[(X - \mu)^2] = Var(X) = 1 \quad (1.7)$$

Bu durum bize normal dağılım için Fisher basıklık ölçüsünün sıfır olduğunu göstermektedir(Mansour ve diğerleri, 98: 40-41).

1.5.2. Otokorelasyon

Gözlemlenen veri setindeki bağımlılık derecesinin değerlendirilmesinde kullanılan önemli araçlardan birisi, verinin örnek otokorelasyon fonksiyonudur.

$x_1, \dots, x_n$ bir zaman serisinin gözlemleri olsun. Bu serilerin örnek ortalaması aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t \quad (1.8)$$

Örnek otokovaryans fonksiyonu ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-|h|} (x_{t+|h|} - \bar{x})(x_t - \bar{x}), \quad -n < h < n \quad (1.9)$$

Denklem(1.10), h 'ıncı dereceden gecikmeye ilişkin otokovaryans fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$\gamma_X(h) = Cov(X_{t+h}, X_t) \quad (1.10)$$

Örnek otokorelasyon fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir.

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)}, \quad -n < h < n \quad (1.11)$$

Karesel veya mutlak değerlerin örnek otokorelasyonları büyük gecikme sayılarında farklılık göstermektedir. Mutlak ve karesel logaritmik getirilere bakılmasının birkaç nedeni olabilir. Bunlardan birtanesi; gözleme dayalı elde edilen sonuçların, bir logaritmik getiri serisinin işaret dizisinin, i.i.d.(bağımsız ve özdeş dağılan) simetrik Bernoulli rastgele değişkenlerinin bir dizisi gibi benzer istatistiksel özelliklere sahip olduğunu göstermesidir. Bu nedenle çok sayıda model, $X_t = |X_t| \text{sign}(X_t)$ biçiminde tanımlanmaktadır. $\{\text{sign}(X_t)\}$ dizisi i.i.d. simetrik Bernoulli rastgele değişkenlerinden oluşmaktadır. GARCH modelleri gibi çeşitli popüler modeller $X_t = \sigma_t Z_t$ biçimindedir. Burada $\{Z_t\}$ i.i.d. simetrik bir dizidir. Oynaklık süreci $\{\sigma_t\}$ ise durağan olup negatif değildir. Ayrıca, σ_t ve Z_t her sabit t değeri için birbirinden bağımsızdır. Böylece, dizi $\{\text{sign}(X_t)\} = \{\text{sign}(Z_t)\}$ istenildiği gibi i.i.d. Bernoulli özelliğine sahip olmaktadır(Karlsson, 2002: 11).

Araştırmacılar logaritmik getirilerin oynaklığının tahminlenmesi ile ilgilenebilirler ancak bu durum gözlemlenememektedir. Bu nedenle gözlenebilir olan $|X_t|$ ve X_t^2 çoğunlukla sırasıyla σ_t veya σ_t^2 yerine kullanılabilir.

1.5.3. Tatil Etkisi

Hisse senedi piyasalarının haftasonu veya tatil süresince kapalı olmasından dolayı bilgiler sürekli birikmektedir. Ancak, piyasalar yeniden açıldığında bu durum fiyatlara yansıtılabilir. Amerika Birleşik Devletleri borsalarında eğer bu bilgi akımının sabit olduğu varsayılırsa, Cuma kapanış zamanından Pazartesi kapanış zamanını kapsayan dönem ele alındığında getirilerin varyansı, Pazartesi kapanış zamanından Salı kapanış zamanına kadar olan varyanstan 3 kat büyük olmalıdır (French ve Roll, 1986: 6-7). Ancak sabit bilgi akımı varsayımı gerçekçi bakış açısından içinde bulunduğumuz yaşam koşullarında mümkün olmamaktadır. Haftasonu ve tatillerdeki bilgi oranı çalışma günlerinkinden daha düşüktür.

1.6. FİNANSAL VERİLERE İLİŞKİN AMPİRİK BULGULAR VE EN ÇOK KARŞILAŞILAN DAĞILIM TÜRLERİ

Hisse senedi fiyatlarının, borsa endekslerinin veya döviz kurlarının logaritmik olarak hesaplanan getirileri ($X_t = \log P_t - \log P_{t-1}$, $t = 1, 2, \dots$) çoğunlukla aşağıdaki özellikleri göstermektedir (Cont, 2001:223-226).

1) Veri aralığına ilişkin küçük ve büyük değişimlerin frekansı oldukça yüksek ise bu durum verinin normal dağılımdan gelmediğini aksine kalın kuyruk dağılımı gösteren bir dağılımdan geldiği yönünde bir düşüncenin oluşmasını sağlamaktadır.

2) Bir logaritmik getirideki küçük ve büyük değerler kümelenme olgusu eğilimindedir. Bu durum kuyruklarda bir bağımlılığın olduğunu göstermektedir. Mandelbrot(1963), “büyük değişimlerin büyük değişimler, küçük değişimlerin küçük değişimler tarafından takip edilme eğiliminde” olduğunu ifade etmektedir. Bu özellik oynaklık kümelenmesi olarak adlandırılmaktadır.

3) Hisse senedi fiyatlarındaki değişimler oynaklıktaki değişimler ile negatif ilişkili olma eğilimindedir. Oynaklık aynı büyüklükteki pozitif bir şok sonrasında göre negatif şok sonrası daha yüksektir. Buna kaldıraç etkisi denilmektedir.

4) Diğer bir özellik ise verideki uzun hafıza durumudur. Verinin örnek otokorelasyonları küçük olmakta ancak mutlak ve karesel değerlerin örnek otokorelasyonları büyük gecikme değerlerinde bile önemli ölçüde sıfırdan farklı olmaktadır. Bu davranış, veri setinde bir tür uzun hafıza özelliğinin olduğu düşüncesini bize vermektedir.

5) Aylık, altı aylık veya yıllık logaritmik getirilerin dağılımının saatlik veya günlük logaritmik getirilerin dağılımına göre, normal dağılıma daha yakın olduğu gözlemlenmektedir.

Finansal zaman serisi $\{X_t\}$ nin gözlemleri çoğunlukla normal(Gaussian) olarak varsayılan bir dağılıma sahiptir. Yapılan çalışmaların çoğunda elde edilen ampirik bulgular gerçekte bu durumun farklı olduğunu ve finansal zaman serisi gözlemlerinin normal dağılımdan çok kalın kuyruk dağılımına sahip olduğunu göstermektedir. İleriki bölümlerde ele alınacak olan kartil-kartil grafikleri hangi

dağılımın kullanılması gerektiğine karar verilmesi aşamasında önemli bir araç olarak kullanılmaktadır. Literatürde yer alan çoğu çalışmada yaygın bir biçimde kullanılan dağılım türleri aşağıdaki gibi özetlenmektedir.

1.6.1. Normal Dağılım

Normal dağılım simetrik bir dağılım olup, yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (1.12)$$

Burada μ stokastik değişkenin beklenen değerini, σ^2 ise varyansını göstermektedir. Yoğunluk fonksiyonunun, $\mu=0$ ve $\sigma^2=1$ olduğu durum standart normal dağılım olarak adlandırılmaktadır(http://www.pearsonhighered.com/assets/hip/us/hip_us_pearsonhighered/samplechapter/0205739873.pdf).

1.6.2. Student-t Dağılımı

Student-t dağılımı veya t-dağılımı aşağıdaki yoğunluk fonksiyonu ile ifade edilmektedir(<http://www.aomori-u.ac.jp/staff/midori/ProbDistr/t-e.pdf>).

$$f_x(x;v) = \frac{\Gamma[(v+1)/2]}{\sqrt{v\pi}\Gamma(v/2)} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-(v+1)/2} \quad (1.13)$$

Burada v serbestlik derecesidir($v>2$). Normal dağılımda olduğu gibi t-dağılımı da simetrik bir dağılımdır. Dağılımın ortalaması, varyansı ve basıklığı aşağıdaki gibidir.

$$1) \mu = 0, \quad v \geq 2 \quad 2) \sigma^2 = \frac{v}{v-2}, \quad v \geq 3 \quad 3) \gamma_2 = \frac{6}{v-4}, \quad v \geq 5$$

Birim varyanslı student-t dağılımının yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$f_x(x;v) = \frac{\Gamma[(v+1)/2]}{\sqrt{v\pi}\Gamma(v/2)} \left(1 + \frac{x^2}{v-2}\right)^{-(v+1)/2} \quad (1.14)$$

1.6.3. Genelleştirilmiş Hata Dağılımı

GHD simetrik bir dağılım olup serbestlik derecesine($v, v>1$) bağlı olarak aşırı basık veya yassı basık özelliği gösterebilmektedir. Aynı zamanda, GHD dağılımı üstel kuvvet dağılımı olarak da adlandırılmaktadır.

GHD nin yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (<http://people.ucsc.edu/~ealdrich/Teaching/Econ114/S2013/LectureSlides/unit2-sec2-heavyDist.pdf>).

$$f_x(x;v) = \frac{ve^{-\frac{1}{2}\left|\frac{x}{\lambda}\right|^v}}{\lambda 2^{(v+1)/v} \Gamma[1/v]} \quad (1.15)$$

Denklem(1.15) te yer alan λ değeri Denklem(1.16) daki gibi hesaplanmaktadır.

$$\lambda = \left[\frac{2^{-2/v} \Gamma[1/v]}{\Gamma[3/v]} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.16)$$

Birim varyansa sahip GHD nin yoğunluk fonksiyonu ise aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$f_x(x;v) = \frac{ve^{-\frac{1}{2}\left|\frac{x}{\lambda}\right|^v}}{\lambda 2^{(v+1)/v} \Gamma[1/v] \sqrt{v/(v-2)}} \quad (1.17)$$

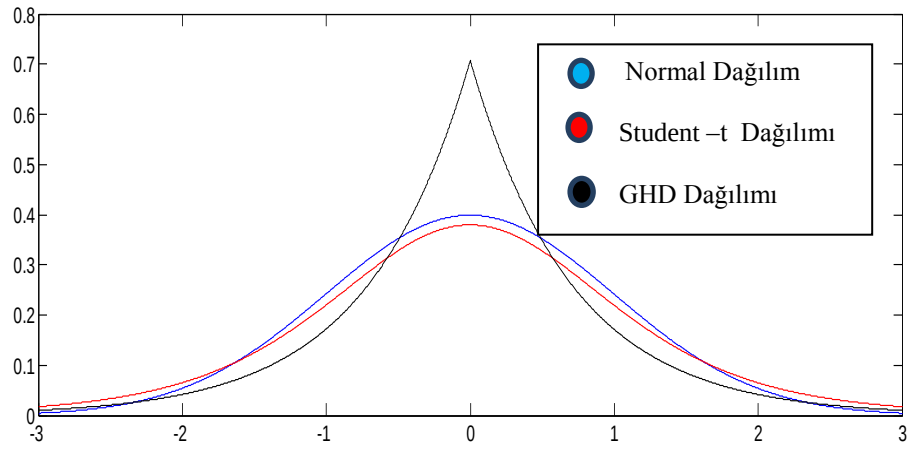
Yoğunluk fonksiyonunda serbestlik derecesi $v=2$ olduğunda standart normal dağılım elde edilmekte ancak serbestlik derecesi $v<2$ ise kuyruklar normal dağılıma göre daha kalın, $v>2$ olduğunda ise daha ince olmaktadır.

Yukarıdaki üç dağılıma ilişkin yoğunluk fonksiyonlarını daha iyi anlamak ve aralarındaki farkı daha iyi görebilmek açısından $[-3,3]$ aralığında yaklaşık 6000 tane

veri türetilerek grafikleri çizilmiştir. Bu örnekte, standart normal dağılım, 5 serbestlik dereceli t-dağılımı ve 1 serbestlik dereceli GHD dağılımı karşılaştırılmaktadır.

Şekil 4 ten de anlaşılacağı üzere, t-dağılımının normal dağılıma göre daha fazla kalın kuyruk özelliği gösterdiği ve 1 serbestlik dereceli GHD dağılımının ise normal dağılıma oranla daha kalın bir kuyruğa sahip olduğu görülmektedir.

Şekil 4: Dağılımların Yoğunluk Fonksiyonları



İKİNCİ BÖLÜM

OYNAKLIĞIN TAHMİNİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER VE TAHMİNLEME METOTLARI

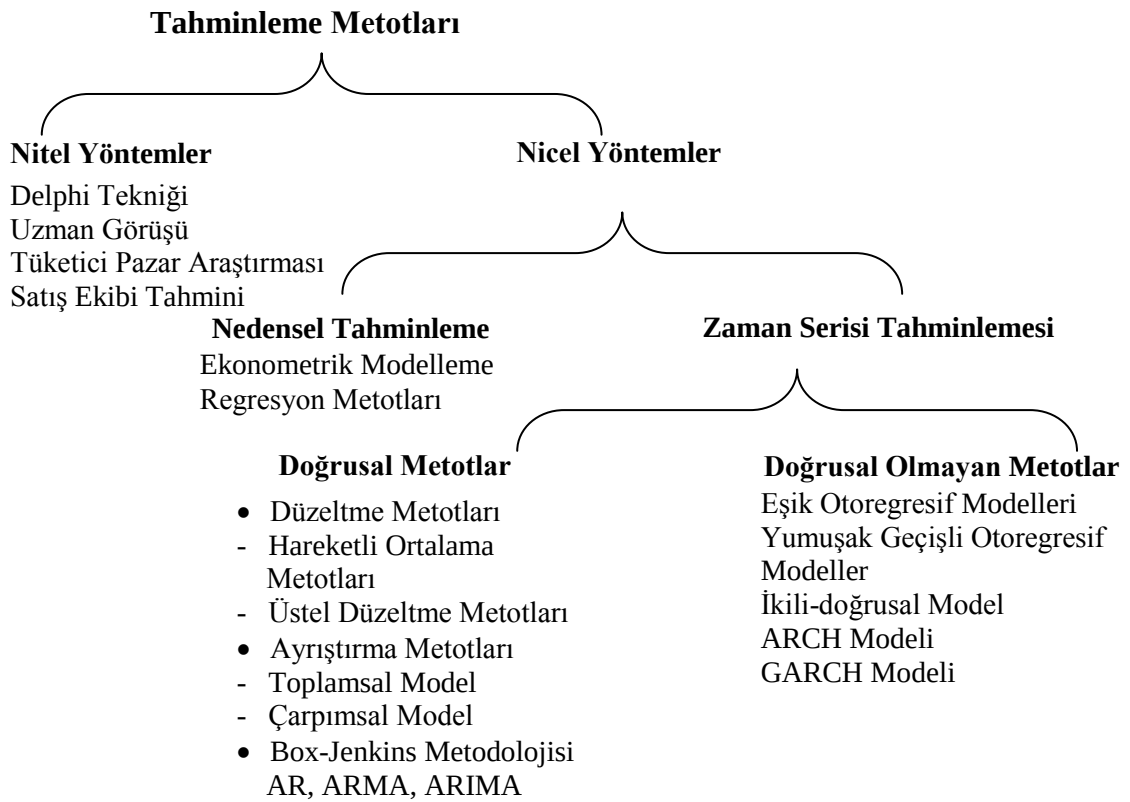
Günümüzde hisse senedi piyasaları finansal piyasaların önemli ve aktif bir parçasını oluşturmaktadır. Finansal piyasalarda gün geçtikçe artan rekabet düzeyi son 10 yılda yapılan çalışmaların çoğunda hisse senedi fiyatları oynaklığının tahminlenmesinin önemini oldukça arttırmıştır. Zaman serileri analizinde yıllarca kullanılan otoregresif ve hareketli ortalama yöntemleri popüler olan oynaklık tahminlerinden sadece birkaçını oluşturmaktadır. Programlama teknolojisindeki ilerleme, veri madenciliği teknikleri hisse senedi fiyatları tahmininde yaygınca kullanılmaktadır. Aynı zamanda yapay sinir ağları gibi yaklaşımların da kullanıldığı görülmektedir. Ancak bu tür yaklaşımların zayıf noktası olarak geçmiş hisse senedi fiyatlarına bağlı kalınması ve diğer bilgileri ve bu bilgilerin piyasa oynaklığı üzerindeki etkilerini önemsememesi gösterilebilmektedir.

15 yıl öncesine kadar yapılan çalışmaların çoğunda, zaman serisine ilişkin istatistiksel analizler koşullu birinci moment üzerine odaklanmıştır. Ekonomik karar alma modellerinde risk ve belirsizliğin artan bir rol oynaması ve aynı zamanda risk ve oynaklık ölçümlerinin zaman içerisinde değişkenlik göstermesi zaman serisi verilerine ilişkin ikinci momentin modellenmesi için yeni zaman serisi tekniklerinin gelişmesini sağlamıştır. Otoregresif Koşullu Farklı Varyans(ARCH) ve Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Farklı Varyans (GARCH) modelleri koşullu ikinci momentin bağımlılığı ile ilgilenmekte ve dalgalanma derecesinin yüksek olduğu durumdaki süreçlerin modellenmesinde önemli katkılar yapmaktadır. Özellikle kalın kuyruk dağılımı gösteren finansal zaman serilerinin analizinde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Zaman serisi analizlerinde kullanılan tahminleme metotlarını, çalışmanın amacı doğrultusunda sınıflandırmak çalışmanın daha iyi anlaşılması açısından faydalı olacaktır. Çalışmanın bu bölümünde, klasik zaman serisi modellerine kısa bir giriş yapılmakta ve ARMA ve ARIMA modelleri ile ilgili temel bilgiler verilmektedir. Bununla birlikte, oynaklığın tahmin edilmesinde literatürde çoğunlukla kullanılan doğrusal olmayan metotlardan ARCH ve GARCH

modellerinin teorik yapısı ele alınarak üzerinde ayrıntılı bir şekilde durulmaktadır. Bunun yanı sıra GARCH modellerinde parametrelerin tahminlenmesinde kullanılan yöntemlere ve oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan ARCH/GARCH modellerine ilişkin literatürde yer alan çalışmalara ve hata dağılımlarına ilişkin normallik testlerine yer verilmektedir. Bölüm 2.1 ve 2.2 nin kapsamı Şekil 5 te yer alan sınıflandırma ile ele alınmaktadır.

Şekil 5: Tahmin Metotlarının Sınıflandırılması



Kaynak: Setyawati, 2005:2

2.1. DOĞRUSAL METOTLAR

Standart zaman serisi analizleri durağanlık, beyaz gürültü gibi önemli kavramlara dayanmaktadır. Bu nedenle, klasik zaman serisi modellerine geçmeden önce durağanlık kavramı Bölüm 2.1.1’de ele alınmaktadır.

2.1.1. Durağanlık Kavramı

Durağanlık, zaman serisi analizlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Bunun en önemli nedeni olarak, standart istatistiklerde gözlemlerin bağımsız ve özdeş olarak dağıldığının bir ifadesi olarak kullanılması gösterilmektedir. Zaman serilerinin durağan olması, sonlu bir varyansı, sabit bir birinci momenti ve gecikmeli iki zaman periyodundaki değişkenlerin kovaryansının zamana bağlı olmayıp gecikme değerleri arasındaki farka bağlı olmasını gerektirmektedir.

2.1.1.1. Kesin Durağan Süreç

$(X_1, \dots, X_k)'$ ve $(X_{1+h}, \dots, X_{k+h})'$ vektörleri, herhangi $k \in \mathbb{N}$ ve herhangi $h \in \mathbb{Z}$ olmak üzere aynı birleşik dağılıma sahip ise (X_t) sürecinin kesin durağan olduğu söylenebilmektedir. Kesin durağanlık kavramı güçlü bir varsayımdır. Çünkü sürecin davranışlarının tüm açılardan zaman içerisinde sabit olması gerekmektedir (Zivot, 2013: 3).

2.1.1.2. İkinci Dereceden Durağanlık

(X_t) süreci aşağıdaki koşulları sağlıyor ise ikinci dereceden durağan süreç olarak tanımlanmaktadır (Verbeek, 2004: 259).

- 1) $EX_t^2 < \infty, \forall t \in \mathbb{Z}$
- 2) $EX_t = m, \forall t \in \mathbb{Z}$
- 3) $\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma_X(h), \forall t, h \in \mathbb{Z}$

Burada $\gamma_X(\cdot)$ fonksiyonu otokovaryans fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. İkinci dereceden durağan sürece zayıf durağan süreç de denilmektedir. Basıklık, çarpıklık gibi diğer dağılımsal karakteristikler zayıf durağan süreç için değişebilmektedir. Bu durumda, her kesin durağan süreç bir zayıf durağan süreç iken, her zayıf durağan süreç bir kesin durağan süreç olmamaktadır.

İkinci dereceden durağanlık sürecinin en basit şekli beyaz gürültü sürecidir. Daha karmaşık durağanlık süreçlerinin anlaşılmasında önemli bir rol oynadığı için beyaz gürültü sürecinin en iyi şekilde ele alınarak incelenmesi oldukça önem kazanmaktadır.

2.1.1.3. Zayıf Beyaz Gürültü Süreci

(ε_t) süreci aşağıdaki özellikleri sağlıyor ise beyaz gürültü süreci olarak adlandırılmaktadır(Heij ve diğerleri, 2004: 537).

- 1) $E\varepsilon_t = 0, \forall t \in \mathbf{Z}$
- 2) $E\varepsilon_t^2 = \sigma^2, \forall t \in \mathbf{Z}$
- 3) $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = 0, \forall t, h \in \mathbf{Z}, h \neq 0$

Yukarıdaki zayıf beyaz gürültü sürecinin tanımlanmasında, bağımsız olmama varsayımı yapılmamaktadır. Farklı dönemlerdeki değişkenler sadece ilişkisiz olmaktadır. Bu ayırım, özellikle finansal zaman serileri çalışmalarında hayati bir önem taşımaktadır.

2.1.2. Otoregresif Hareketli Ortalama(ARMA) Modelleri

Otoregresif Hareketli Ortalama(ARMA) modelleri durağan zaman serisi modelleri sınıfının özel bir durumu olup, bir zaman serisinde otokorelasyon veya sürekliliğin matematiksel modellerini oluşturmaktadır. ARMA modelleri iktisadi zaman serilerinin tahminlenmesinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Otoregresif kısmı AR modeli ve hareketli ortalamalar kısmı ise MA modeli olarak adlandırılmaktadır. AR modeli, bir zaman serisinin kendi geçmiş değerlerinin doğrusal bir fonksiyonunu ifade etmektedir. Bu modelin derecesi p ile gösterilmektedir. MA modeli ise bir zaman serisinin, rassal şok serisi olarak adlandırılan hatalarının gecikmelerinin bir fonksiyonu olarak ele alındığı modeldir. MA modelinin derecesi q ile gösterilmektedir. AR(p) ve MA(q) modellerinin genel

gösterimi aşağıda sırasıyla Denklem(2.1) ve Denklem(2.2) de verilmektedir(Brooks, 2008: 223).

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + e_t \quad (2.1)$$

$$y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (2.2)$$

Bu iki kavramın daha iyi anlaşılması açısından $p=1$ ve $q=1$ olduğu durumlara ilişkin örnek olan AR(1) ve MA(1) modelleri sırasıyla aşağıda Denklem(2.3) ve Denklem(2.4) te verilmektedir.

$$y_t = \Phi_0 + \Phi_1 y_{t-1} + e_t \quad (2.3)$$

$$y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1} \quad (2.4)$$

ARMA modeli, hem zaman serisinin kendi gecikmesinin hem de hataların gecikmelerinin yer aldığı modeldir. Kısacası, AR ve MA modellerinin birlikte bir araya gelerek oluşturduğu model ARMA modeli olarak adlandırılmaktadır. ARMA modelinin derecesi, AR modelinin derecesi p ve MA modelinin derecesi q ile belirlenmektedir. Genel gösterimi ARMA(p,q) şeklindedir ve Denklem(2.5) te yer almaktadır.

$$y_t = c + e_t + \sum_{i=1}^p \Phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i e_{t-i} \quad (2.5)$$

Birinci dereceden otoregresif($p=1$) ve birinci dereceden hareketli ortalama($q=1$) veya ARMA(1,1) modeli aşağıda Denklem(2.6) da gösterilmektedir.

$$Y_t + \Phi_1 Y_{t-1} = e_t + \theta_1 e_{t-1} \quad (2.6)$$

2.1.3. Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA) Modeli

Zaman serisi analizlerinde ele alınan zaman serilerinin durağan olması durumunda uygulanabilecek olan AR, MA ve ARMA modelleri yukarıda Bölüm 2.1.2 de verilmiştir. Bazı durumlarda ele alınan zaman serisinin durağan dışı bir

süreç özelliği gösterdiği görülmektedir. Özellikle, hisse senedi getirisi gibi finansal zaman serisi ile çalışılması durumunda serilerin durağanlık koşullarını sağlamadıkları belirlenmiştir. Bu nedenle bu bölümde sürecin durağan hale gelmesini sağlayan ARIMA modeli tanıtılmaktadır.

ARIMA yaklaşımı ilk olarak Box ve Jenkis tarafından popüler hale getirildiği için çoğunlukla Box-Jenkis modelleri olarak adlandırılmaktadır. ARIMA modeli aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır(Reagan, 1984: 17-18).

AR(**p**) : p = otokorelasyon derecesi

I(**d**) : d = bütünleşme derecesi(fark alma)

MA(**q**) : q = hareketli ortalama derecesi

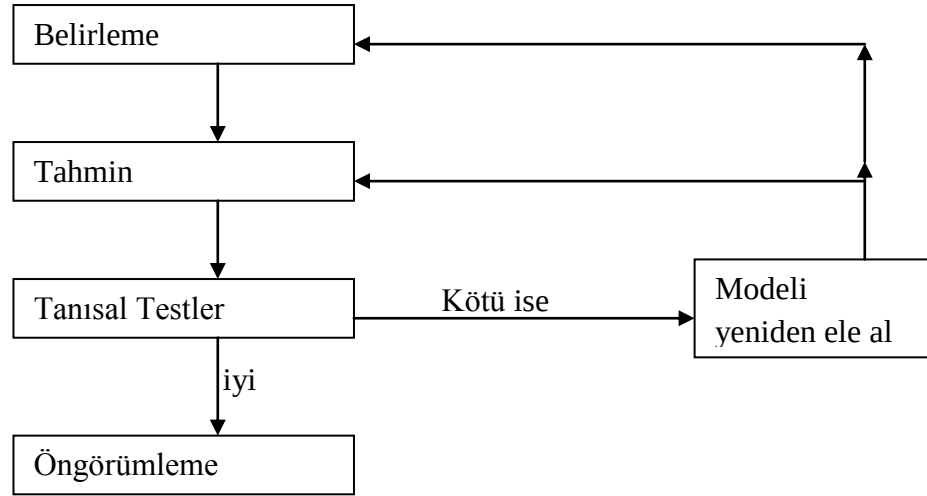
ARIMA modelinin genel gösterimi aşağıdaki Denklem(2.7) de verilmektedir.

$$\underbrace{(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p)}_{AR(p)} \underbrace{(1 - B)^d}_{I(d)} y_t = c + \underbrace{(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)}_{MA(q)} e_t \quad (2.7)$$

ARIMA modelinin elde edilmesi dört aşamadan oluşmaktadır. Bunlardan ilki, serinin durağan hale getirilmesini sağlayacak olan bütünleşme derecesinin(d), otokorelasyon fonksiyonu ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları yardımı ile otokorelasyon derecesini gösteren p değerinin ve hareketli ortalama derecesi olan q değerinin belirlenmesidir. İkincisi, en küçük kareler yöntemi veya maksimum olabilirlik yöntemi ile katsayıların tahmin edilmesidir. Üçüncü aşama, modelin geçerliliğini sağlayacak olan tanısal istatistiklerin elde edilerek yorumlanması ve eğer model geçerli değil ise yeniden belirlenme durumu olan ilk aşamaya dönülerek tüm yapılanların yeniden tekrarlanmasıdır. Dördüncü ve son aşama ise basit istatistikler ve güven aralıkları kullanarak öngörümlemenin doğruluğunu belirlemektir.

Yukarıda anlatılan aşamalar bir akış şeması yardımı ile aşağıdaki gibi gösterilmektedir(Makridakis ve diğerleri, 1998: 335) .

Şekil 6: ARIMA Modelinin Tahminlenme Süreci



Kaynak: Makridakis ve diğerleri, 1998: 335

2.1.4. Zaman Serisine Uygulanacak Modelin Belirlenmesi

Zaman serisine ait veri seti kullanılarak yapılan çalışmalarda, araştırmacıların karşılaştığı en büyük zorluklardan birisi, veri setine uygulanacak modelin seçilmesi problemidir. Bölüm 2.1.2 ve 2.1.3 te anlatılan modellerin uygulanmasında hangi kriterlerin göz önüne alınması ve bu modellerin derecelerini belirlemede veri setine ilişkin hangi özelliğin kullanılması gerektiği Tablo 1’de ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.

Tablo 1: Zaman Serisine İlişkin Modelin, Otokorelasyon Fonsiyonu(ACF) ve Kısmi Otokorelasyon Fonsiyonu(PACF) İle Belirlenmesi

ACF nin Şekli	Belirtilen Model
Üstel, sıfıra doğru azalıyor ise	Otoregresif Model Derecesini belirlemek için PACF nin grafiğinden yararlanılır
Pozitif ve negatif olarak değişim gösteriyor, sıfıra doğru azalıyor ise	Otoregresif Model Derecesini belirlemek için PACF nin grafiğinden yararlanılır
Bir veya daha fazla yüksek nokta var, geri kalanlar sıfır ise	Hareketli Ortalama Modeli PACF Grafiğinde sıfır olan değer derece olarak belirlenir
Hepsi sıfır veya sıfıra yakın ise	Veri seti rastsaldır
Sıfıra doğru bir azalma yok ise	Seri durağan değildir

Kaynak: Yang, 2008: 17

2.2. DOĞRUSAL OLMAYAN METOTLAR

Finansal ekonomistlerin çoğu varlık getirilerinde oynaklığın modellenmesi ile ilgilenmektedir. Riskin bir ölçümü olarak ele alınan oynaklığın, riskli varlıklara yatırım yaparak getiri elde etmek isteyen yatırımcılar açısından modellenme isteğinin ne kadar önemli olduğu görülmektedir. Bankalar ve diğer finansal kuruluşlar, risklerin değerlendirilmesinde riske maruz değer olarak adlandırılan modeller uygulamaktadır. Riske maruz değer, belirli bir zaman aralığında ve belirli bir güven düzeyinde ortaya çıkması beklenen kayıp olarak tanımlanabilmektedir (<http://www.yieldcurve.com/mktresearch/learningcurve/learningcurve3.pdf>).

Oynaklığın modellenmesi ve öngörülenmesi veya diğer bir ifadeyle varlık getirilerinin kovaryans yapısı bu nedenle önemlidir.

Getiri serilerinde gözlemlenen oynaklığın zaman içerisinde dalgalanma gösterdiği çok uzun süredir bilinen bir gerçektir. Aslında, getiri serilerinin marjinal dağılımlarının aşırı basık olduğu yaklaşımı ile getiri serilerine farklı bir bakış açısı oluşturularak bunun üzerine vurgu yapılmaktadır. Getiri serileri zaman içerisinde bağımsız ve özdeş dağılır varsayımı ile modellenmektedir.

Haftalık ve daha yüksek frekanslarda elde edilen finansal varlıklara ilişkin getiri serilerindeki gözlemler, gerçekte bağımsız olmamaktadır. Bu serilerdeki gözlemler ilişkisiz veya hemen hemen ilişkisiz olmasına rağmen, getiri serileri yüksek dereceli bağımlılık içermektedir. Bu bağımlılığı parametre ile açıklamak için kullanılan en popüler yollardan birtanesi Otoregresif Koşullu Farklı Varyanslık olarak adlandırılan ARCH ve GARCH modelleri ailesidir.

2.2.1. ARCH Modeli

Birçok zaman serisi nadiren olsa da bazı dönemlerde büyük oynaklıklar göstermektedir. Bu şartlarda, sabit varyans varsayımı uygun olmamaktadır. Serinin koşullu varyansının öngörülenmesini isteyebileceğimiz birçok örnek mevcuttur. Varlığı elinde bulunduranlar getiri oranının veya varlığın elde tutulduğu dönem üzerinden varyansının öngörülenmesi ile ilgilenmek isteyebilir. Eger t -zamanında bir varlık alıp, $t+1$ zamanında satılması planlanıyor ise bu durumda koşulsuz varyans

önemsiz olacaktır. Bu nedenle ilk olarak koşullu ve koşulsuz varyans arasındaki ayrım gösterilmektedir. Bu farkı görebilmek için basit AR(1) modeli ele alınsın.

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

AR(1) modelinde, $Var(\varepsilon_t) \equiv \sigma_\varepsilon^2$ olduğu varsayılınsın. Bu aynı zamanda koşullu y_{t-1} üzerinde y_t nin varyansıdır, $Var(y_t | y_{t-1})$. Öyle ki, y_{t-1} ' i sabitleyerek, y_t deki değişimin kaynağının sadece ε_t olduğu görülmektedir. Bu ifade aşağıdaki gibi gösterilebilmektedir(Patterson, 2000: 709-710).

$$Var(y_t | y_{t-1}) = Var[(\phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t) | y_{t-1}] \quad (2.9)$$

$$Var(y_t | y_{t-1}) = 0 + Var(\phi_1 y_{t-1} | y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t | y_{t-1}) \quad (2.10)$$

$$Var(y_t | y_{t-1}) = 0 + 0 + Var(\varepsilon_t | y_{t-1}) \quad (2.11)$$

$$Var(y_t | y_{t-1}) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.12)$$

Denklem(2.9) da, (ϕ_0) ve $(\phi_1 y_{t-1})$, y_{t-1} verildiği zaman sabitler olmaktadır. Eğer ε_t nin koşullu varyansı sabit değil ise y_{t-1} in koşullu varyansı aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$Var(y_t | y_{t-1}) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.13)$$

y_t nin koşulsuz varyansı ise aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$Var(y_t) = Var(\phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t) \quad (2.14)$$

$$Var(y_t) = \phi_1^2 Var(y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t) \quad (2.15)$$

$$\sigma_y^2 = \phi_1^2 \sigma_y^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.16)$$

$$\sigma_y^2 (1 - \phi_1^2) = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.17)$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_\varepsilon^2 / (1 - \phi_1^2) \quad (2.18)$$

Burada $Var(y_t) = Var(y_{t-1}) = \sigma_y^2$ ve $Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ dir.

Yukarıdaki denklemlerde σ_y^2 koşulsuz varyansı göstermektedir. Otoregresif Koşullu Varyanslık Modeli(ARCH) ilk koşullu varyanslık modelidir.

Engle(2004) yaptığı çalışmasında, ARCH modelinin, Friedmanın(1977) ele aldığı “enflasyon öngörümlenemezliğinin konjoktör dalgalanmalarının birinci nedeni” olduğunu söyleyen varsayımın geçerliliğini değerlendirebilecek bir modelin bulunması amacıyla ortaya çıktığını ifade etmektedir. Bu öngörümlenemezlikten dolayı ortaya çıkan belirsizlik yatırımcıların davranışlarını ve kararlarını etkilemektedir. Bu nedenle belirsizliğin zamanla değişebildiği bir modelin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Engle(1982) yaptığı çalışmasında, ücret-fiyat denklemindeki koşullu varyanslığı parametreleştirmek için ARCH modelini uygulamıştır.

ε_t , koşullu olarak F_{t-1} bilgi kümesi üzerinde bir varyans ve bir ortalamaya sahip rastgele bir değişken olsun. ε_t aşağıdaki özellikleri göstermektedir.

$$1) E\{\varepsilon_t | F_{t-1}\} = 0$$

$$2) h_t = E\{\varepsilon_t^2 | F_{t-1}\} \text{ koşullu varyansı, } F_{t-1} \text{ in sıfır olmayan pozitif değerli parametrik bir fonksiyonudur.}$$

ε_t dizisi doğrudan gözlemlenebilir veya ekonometrik bir modelin hata dizisi olabilir. Öyleyse ε_t aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\varepsilon_t = y_t - \mu_t(y_t) \quad (2.19)$$

Burada y_t gözlemlenebilir rastgele değişken olup, $\mu_t(y_t) = E\{y_t | F_{t-1}\}$ dir. Engle(1982) ele aldığı çalışmasında bu yapıyı kullanmıştır. Bu bölümde h_t nin parametrik biçimleri üzerine odaklanacağından F_{t-1} verildiğinde y_t nin koşullu beklenen değeri sıfır varsayılmaktadır.

Engle, ε_t nin aşağıdaki gibi bileşenlerine ayrılabilceğini varsaymaktadır.

$$\varepsilon_t = z_t h_t^{1/2} \quad (2.20)$$

Burada z_t , sıfır ortalamalı ve birim varyanslı bağımsız ve özdeş olarak dağılan rastgele değişkenler dizisidir. Bu tanımlama $\varepsilon_t | F_{t-1} \sim D(0, h_t)$ olduğunu ifade etmektedir. D notasyonu herhangi bir dağılımı temsil etmekte olup, çoğunlukla normal veya aşırı basıklık gösteren dağılımlardan biri olduğu varsayılmaktadır. Aşağıdaki ARCH(q) modeli, q dereceden koşullu varyansı tanımlamaktadır.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 \quad (2.21)$$

$\alpha_0 \geq 0$, $\alpha_j \geq 0$, $j = 1, \dots, q-1$ ve ayrıca $\alpha_q > 0$ dir. Denklem(2.21) deki parametre kısıtlamaları koşullu varyansın pozitif olması için gerekli ve yeterli koşul oluşturmaktadır. Aynı zamanda, koşulsuz varyansın $E\varepsilon^2 = \sigma^2 < \infty$ olduğu varsayılmaktadır. $\{z_t\}$ bağımsız ve özdeş dağılan değişkenler dizisi olduğu için ve $\{\varepsilon_t\}$ nin tanımı ayrışım denkleminde z_t içerdiğinden, $\{\varepsilon_t\}$ dizisi beyaz gürültü özelliğine sahiptir. Engle(1982) de gerçekleştirdiği uygulaması, finansal bir uygulama olmasa da, Engle ve diğerleri kısa bir süre sonra oynaklığın öngörülenmesini gerektiren finansal uygulamalarda ARCH modelinin gücünün farkına varmışlardır. Bera ve Higgins(1993), ARCH modelinin başarısını aşağıdaki nedenlere dayandırmaktadır.

- ARCH modelleri basit ve uygulama açısından kolaydır.
- ARCH modelleri kümelenmiş hatalar ile ilgilenmektedir.
- ARCH modelleri doğrusal olmama durumları ile ilgilenmektedir.

ARCH modelleri; faiz oranları, döviz kurları, hisse senedi fiyatları ve hisse senedi endeks getirilerini modellemek için uygulanmaktadır. Bu serilerin oynaklığının öngörülenmesi bir sürecin koşullu ortalamasının öngörülenmesinden farklıdır. Çünkü oynaklık yani öngörülenmek istenen hedef gözlemlenmemektedir. Burada üzerinde durulması gereken asıl konu oynaklık nasıl ölçülmelidir sorusunun cevabı olmalıdır. ε_t^2 nin kullanılması gerekliliği çoğunlukla geçerli olmasına karşılık yüksek frekanslı veriler mevcut ise bu iyi bir çözüm olmamaktadır.

2.2.1.1. ARCH Modelinin Özellikleri

Denklem (2.21) de tanımlanan ARCH modelinde hatalar Denklem (2.20) deki gibi ifade edilmektedir. Burada hataların beyaz gürültü süreci olduğu bilinmektedir. Bu doğrultuda, Johnston ve DiNardo (1997)'de ele aldıkları çalışmalarında ARCH modelinin aşağıdaki özelliklerini tanıtmışlardır.

1) Hataların beklenen değeri sıfıra eşittir.

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= z_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \\ E_{t-1}[\varepsilon_t] &= \underbrace{E_{t-1}[\varepsilon_t]} \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \\ &= 0 \\ E_{t-2}E_{t-1}[\varepsilon_t] &= 0 \\ (\dots) \\ E[\varepsilon_t] &= 0\end{aligned}\tag{2.22}$$

2) Koşullu varyans $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ e eşittir.

$$\begin{aligned}\varepsilon_t^2 &= z_t^2 [\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ E_{t-1}[\varepsilon_t^2] &= \sigma_z^2 [\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ &= 1 [\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \sigma_t^2\end{aligned}\tag{2.23}$$

3) Koşulsuz varyans $\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}$ e eşittir.

$$\begin{aligned}E_{t-2}E_{t-1}[\varepsilon_t^2] &= E_{t-2}[\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 E_{t-2}[\varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \alpha_0 + \alpha_0 \alpha_1 + \alpha_1^2 \varepsilon_{t-2}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{t-3}E_{t-2}E_{t-1}[\varepsilon_t^2] &= E_{t-3}[\alpha_0 + \alpha_0\alpha_1 + \alpha_1^2\varepsilon_{t-2}^2] \\
&= \alpha_0 + \alpha_0\alpha_1 + \alpha_1^2E_{t-3}[\varepsilon_{t-2}^2] \\
&= \alpha_0 + \alpha_0\alpha_1 + \alpha_0\alpha_1^2 + \alpha_1^3\varepsilon_{t-3} \\
&(\dots\dots\dots) \\
E_0E_1E_2(\dots)E_{t-2}E_{t-1}[\varepsilon_t^2] &= \alpha_0(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \dots + \alpha_1^{t-1}) + \alpha_1^t\varepsilon_0^2 \\
&= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \\
&= \sigma^2
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Bu sonuca göre, koşulsuz olarak süreç eşdeğişkenli (Homoskedastic) bir süreçtir.

4) Hataların otokovaryansı sifıra eşittir.

$$E_{t-1}[\varepsilon_t\varepsilon_{t-1}] = \varepsilon_{t-1}E_{t-1}[\varepsilon_t] = 0 \tag{2.25}$$

2.2.1.2. Niçin ARCH Modellerine İhtiyaç Duyarız

Wold's ayrışım teoremi, herhangi kovaryans durağan bir sürecin $\{y_t\}$, doğrusal deterministik bileşen ve kareleri toplanabilen tek taraflı hareketli ortalama sürecini temsil eden doğrusal stokastik bir sürecin toplamı olarak yazılabileceğini ifade etmektedir. Bu ifade, Denklem (2.26) daki gibi gösterilmektedir (Rossi, 2004: 2-3).

$$y_t = d_t + u_t \tag{2.26}$$

Burada, d_t doğrusal deterministik bileşen olup, u_t , doğrusal kovaryans durağan stokastik bir süreci göstermektedir. u_t aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$u_t = B(L)\varepsilon_t \tag{2.27}$$

Denklem (2.27) de sağ tarafta yer alan terimlere ilişkin özellikler Denklem(2.28 ve 2.29) da yer almaktadır.

$$B(L) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i L^i ; \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 < \infty ; b_0 = 1 \quad (2.28)$$

$$E[\varepsilon_t] = 0 ; E[\varepsilon_t \varepsilon_\tau] = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 < \infty, \text{ eğer } t = \tau \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.29)$$

İlişkisiz hatalar dizisinin Gaussian dağılıma uyması gerekmediği için bağımsız olması da gerekmemektedir. Bağımlılık gösteren hatalar genellikle doğrusal olmayan zaman serilerinin bir özelliği olup, bu durumlarda özellikle seride koşullu farklı varyanslık söz konusu olmaktadır.

y_t nin i.i.d. hata dizisine sahip doğrusal kovaryans durağan olan bir süreç olduğu varsayılın. Koşulsuz ortalama ve varyans Denklem (2.30) daki gibi tanımlanmaktadır.

$$E(y_t) = 0 ; E[y_t^2] = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} b_i^2 \quad (2.30)$$

Denklem (2.30) da yer alan eşitliklerin her ikisi de zaman içerisinde sabit kalmaktadır. Koşullu ortalama ise zaman içerisinde değişmekte olup aşağıdaki Denklem (2.31) de verilmektedir.

$$E[y_t | \theta_{t-1}] = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \varepsilon_{t-i} \quad (2.31)$$

Denklem (2.31) in sol tarafında yer alan $\theta_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$ bilgi kümesini göstermektedir. Bu model koşullu varyans dinamiklerini yakalamada başarısız kalmaktadır. Gerçekte y_t nin koşullu varyansı Denklem (2.32) den görüldüğü üzere sabit olmaktadır.

$$E\left[(y_t - E[y_t | \theta_{t-1}])^2 | \theta_{t-1}\right] = \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.32)$$

Bu kısıtlama, koşullu hata varyansının k-adım-ileri tahmininin özelliklerinde kendini açıkça göstermektedir. k-adım-ileri koşullu tahmin Denklem(2.33) teki gibi hesaplanmaktadır.

$$E[y_{t+k} | \theta_t] = \sum_{i=0}^{\infty} b_{k+i} \varepsilon_{t-i} \quad (2.33)$$

Denklem (2.33) ten yola çıkarak elde edilen hata tahmini ise Denklem (2.34) te gösterilmektedir.

$$y_{t+k} - E[y_{t+k} | \theta_t] = \sum_{i=0}^{k-1} b_i \varepsilon_{t+k-i} \quad (2.34)$$

Koşullu hata varyansının tahmini ise aşağıda Denklem (2.35) deki gibi elde edilmektedir.

$$E\left[(y_{t+k} - E[y_{t+k} | \theta_t])^2 | \theta_t\right] = \sigma_{\varepsilon}^2 \sum_{i=0}^{k-1} b_i^2 \quad (2.35)$$

Denklem (2.35) de $k \rightarrow \infty$, koşullu hata varyansının tahmini koşulsuz varyansa yakınsamaktadır(bknz: Denklem (2.30)). Herhangi bir k değeri için, koşullu hata varyansının tahmini sadece k ya bağlı olup θ_t 'ye bağlı olmamaktadır. Sonuç olarak, i.i.d. hata dizisine sahip olan model t-zamanında mevcut olan ilgili bilgiyi göz önünde bulundurma konusunda başarısız olmaktadır.

2.2.1.3. ARCH Modelinin Zayıflıkları

ARCH modelleri, finansal getiri serilerine ilişkin oynaklığın tahmin edilmesinde klasik zaman serisi metotlarına göre daha fazla özelliklerin yakalanmasına izin vermesine olanak sağlasa bile bazı zayıflıkları bulunmaktadır. Bu zayıf noktalar aşağıdaki gibi sıralanabilir(Songül, 2010: 12):

- 1) Önceki dönemlerde meydana gelen şokların etkisini ölçmek için modele dahil edilen getiri serisinin kareleri pozitif ve negatif şokların etkisini aynı olarak kabul etmektedir.
- 2) ARCH modeli sadece koşullu varyansın davranışı üzerine odaklanmaktadır.
- 3) Finansal piyasalara yansıyan büyük şokların finansal getiriler üzerindeki etkisinin belirlenmesinde yavaş tepki vermesi tahmin edilen oynaklığın gerçek değerinden daha büyük olmasına neden olmaktadır.

2.2.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Değişen Varyans Modeli (GARCH)

Finansal zaman serilerini modellemede çoğunlukla ARCH modeli yerine Bollerslev (1986) ve Taylor (1986) tarafından herbirinin birbirinden bağımsız olarak önerdiği Genelleştirilmiş ARCH(GARCH) modeli olarak adlandırılan model kullanılmaktadır. Bu modelde koşullu varyans aynı zamanda kendisinin gecikmelerinin bir doğrusal fonksiyonudur ve aşağıdaki biçimde ifade edilmektedir.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} \quad (2.36)$$

Uygulamalarda en popüler GARCH modeli GARCH(1,1) modelidir. GARCH(1,1) modeli $p = q = 1$ olduğu durumu ifade etmektedir. Koşullu varyansın pozitif olabilmesi için yeterli koşul aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\alpha_0 > 0, \alpha_j \geq 0, j = 1, \dots, q-1 \text{ ve } \beta_j \geq 0, j = 1, \dots, p \quad (2.37)$$

Yüksek dereceli GARCH modellerinde koşullu varyansın pozitifliği için gerekli ve yeterli koşulların bahsedilen yeterli koşullardan daha karmaşık olduğu Nelson ve Cao (1992) tarafından belirtilmektedir. GARCH(2,2) durumu, He ve Terasvirta (1999) tarafından detaylı bir biçimde çalışılmıştır.

GARCH modelinin tanımlanabilmesi için en azından bir $\beta_j > 0$ ve bir $\alpha_j > 0$ olması gerekmektedir. Eğer $\alpha_1 = \dots = \alpha_q = 0$ ise, ε_t nin koşullu ve koşulsuz varyansları birbirine eşit olmaktadır ve $\beta_1, \dots, \beta_p$ ler tanımlanamayan ikincil parametreler durumuna gelmektedir. GARCH(p,q) süreci ancak ve ancak aşağıdaki koşulu sağlaması durumunda zayıf durağandır.

$$\sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1 \quad (2.38)$$

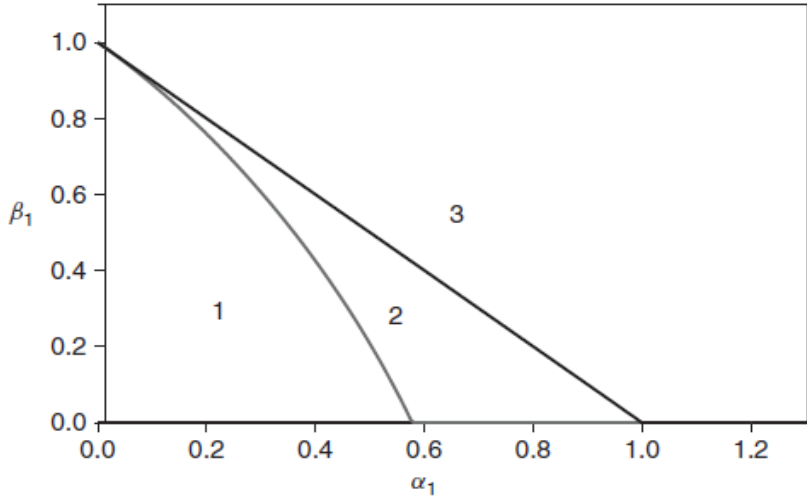
Bollerslev(1986) yaptığı çalışmasında, GARCH(1,1) modelini ele alarak, eğer $3\alpha_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 < 1$ ise paydaların pozitif olması koşulu ile ε_t nin ikinci ve dördüncü momentlerinin var olduğunu göstermektedir.

İkinci moment: $E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 / (1 - \alpha_1 - \beta_1)$

Dördüncü moment: $E(\varepsilon_t^4) = \frac{3\alpha_0^2(1+\alpha_1+\beta_1)}{(1-\alpha_1-\beta_1)(1-\beta_1^2-2\alpha_1\beta_1-3\alpha_1^2)}$, eğer $(1-\beta_1^2-2\alpha_1\beta_1-3\alpha_1^2) \neq 0$

GARCH(1,1) modeline ilişkin momentlerin grafiksel gösterimi Şekil 7'deki gibi tanımlanmaktadır.

Şekil 7: GARCH(1,1) Modelinin Momentlerinin Alansal Gösterimi



Kaynak: Francq ve Zakoian, 2010: 46

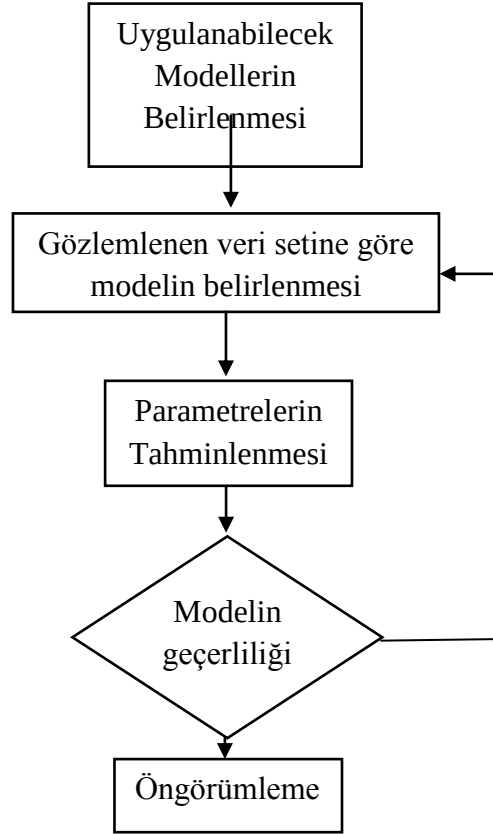
Şekil 7, 1. bölgede dördüncü momentin; 1. ve 2. bölgede ikinci momentin var olduğunu söylerken 3. bölgede varyansın sonsuz olduğu görülmektedir.

GARCH süreci sabit ortalamalı olup ardışık olarak ilişkisizdir. Eğer varyans mevcut ise süreç zayıf durağan bir süreç olmaktadır. GARCH süreci, ortalama, varyans ve otokovaryansın sabit ve zaman içerisinde değişmemesini gerektiren zayıf durağanlık özelliği olmaksızın kesin durağan bir süreç olabilmektedir. Kesin durağanlık ε_t nin herhangi bir kümesinin dağılım fonksiyonunun, zaman geçişleri altında sabit olmasını gerektirmektedir. Sonlu momentler kesin durağanlık için gerekli olmamaktadır (Yang, 2001: 18).

Finansal zaman serisi verisi ile ilgilenen ve oynaklık tahmini üzerine odaklanan kişilerin en çok tercih ettikleri modellerin GARCH ailesi modelleri olduğu bilinmektedir. Özellikle, GARCH(1,1) modelinin bu alanda en yaygın biçimde kullanılan model olduğu ve literatürde bu alanda var olan birçok çalışmanın temelini oluşturduğu görülmektedir(Walenkamp, 2008: 5).

Oynaklığın tahminlenmesi üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu alanda çalışma yapmak isteyen kişilerin, yaptıkları çalışmaların doğruluğu açısından izlemeleri gereken bir tahminleme sürecinin olduğu belirtilmektedir. GARCH metodolojisine ilişkin akış diyagramı Şekil 8’de ele alınmaktadır.

Şekil 8: GARCH Metodolojisine İlişkin Akış Diyagramı



Kaynak: Garcia ve diğerleri, 2005: 868

Finansal getiri serileri gibi finansal zaman serisi uygulamalarında GARCH modelinin Bölüm 2.1.2 de anlatılan ARMA modeline göre daha çok tercih edilmesinin en önemli nedeni modellerin kendi içerisinde sahip oldukları

özelliklerden kaynaklanmaktadır. Modellerin özelliklerini daha iyi ayırt edebilmek için aşağıdaki Tablo 2 ele alınmaktadır(Ruppert, 2004: 372). Tablo 2 de yer alan Gaussian Beyaz Gürültü süreci referans süreç olarak gösterilmektedir.

Tablo 2: ARMA ve GARCH Modellerinin Karşılaştırılması

Özellikler	Gaussian Beyaz Gürültü Süreci	ARMA	GARCH
Koşullu Ortalama	Sabit	Sabit değil	Sıfır
Koşullu Varyans	Sabit	Sabit	Sabit değil
Koşullu Dağılım	Normal Dağılım	Normal Dağılım	Normal
Marjinal Ortalama ve Varyans	Sabit	Sabit	Sabit
Marjinal Dağılım	Normal Dağılım	Normal Dağılım	Kalın Kuyruk Dağılımı

Kaynak: Ruppert, 2004:372

Tüm süreçler durağan ise marjinal ortalamalar ve varyanslar sabit olmaktadır. Gaussian süreç, koşullu dağılımların marjinal dağılımlar ile aynı olduğu bağımsız bir süreçtir. Bu nedenle, beyaz gürültü sürecinin koşullu ortalaması ve varyansı sabit olup, koşullu ve marjinal dağılımları normal dağılım göstermektedir.

Tablo 2’de modellere ilişkin özellikler, GARCH modellerinin, gerçek hayattaki hisse senedi getiri serisi gibi finansal piyasalarda mevcut olan veri setleri açısından düşünüldüğünde, bu veri setine ilişkin özellikleri yakalaması açısından daha doğru bir yaklaşım yöntemi olduğunu göstermektedir.

2.2.3. EGARCH Modeli

Asimetrik GARCH modeli olarak adlandırılan EGARCH modeli Nelson(1991) tarafından hisse senedi getirilerinin oynaklığını ölçmek için ortaya konmuştur. EGARCH modeli aşağıdaki Denklem (2.39) da verilmektedir.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^q b_j h_{t-j} \quad (2.39)$$

Burada $h_t = \log \sigma_t^2$ veya $\sigma_t^2 = e^{h_t}$ eşittir. Aynı zamanda, ε_{t-i} pozitif olduğunda veya iyi haberlerin olması durumunda ε_{t-i} in toplam etkisi $(1+\gamma_i)|\varepsilon_{t-i}|$ 'ne eşit olurken, negatif veya kötü haberlerin olması ε_{t-i} in toplam etkisini $(1-\gamma_i)|\varepsilon_{t-i}|$ olarak değiştirmektedir. Kötü haberler oynaklık üzerinde daha fazla etkiye sahip olabilmektedir. Bu durumda γ_i nin değerinin negatif olması beklenmektedir. Bununla birlikte, EGARCH modeli, katsayı tahmin değerlerine bakılmaksızın varyans σ_t^2 nin pozitif olmasını garanti etmektedir(Goudarzi, 2011: 222).

2.2.4. IGARCH Modeli

Literatürde finansal veriler üzerinde kullanılan GARCH(1,1) modelinden elde edilen sonuçların çoğunda $\beta_1 > 0.7$ ve $\alpha_1 \approx 1 - \beta_1$ olarak hesaplanmaktadır. Bu sonuçlar bütünleşik GARCH(p,q) modelinin ele alınmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır. Aynı zamanda, Bollerslev(1986), IGARCH(p,q) ifadesinde $\alpha_1 + \beta_1 = 1$ olduğunu belirtmektedir. Eğer GARCH gösteriminin AR polinomu birim köke sahip ise o zaman ortaya çıkan model IGARCH modelidir. IGARCH modelinin temel özelliği, şokların karelerinin geçmiş değerlerinin etkisinin sürekli olmasıdır (Tayefi ve Ramanathan, 2012: 176). IGARCH(1,1) modeli aşağıdaki Denklem(2.40) daki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_t = z_t h_t^{1/2}, \quad h_t = \alpha_0 + \beta_1 h_{t-1} + (1 - \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 \quad (2.40)$$

2.2.5. Glosten-Jagannathan-Runkle Modeli(GJR)

GJR modeli, Glosten, Jagannathan ve Runkle(1993) tarafından kaldıraç etkilerini yakalamak için ortaya çıkarılmıştır. Eşik değeri olarak a_{t-1} kullanılarak iyi veya kötü haberlerin oynaklık üzerinde farklı etkiye sahip oldukları gösterilmek istenmektedir. Bir GJR-GARCH(1,1) modeli aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^m I(a_{t-i}) \alpha_i^* a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^r \beta_j h_{t-j} \quad (2.41)$$

Burada eğer $a_{t-i} < 0$ ise, $I(a_{t-1})=1$ dir. Tam tersi şekilde $a_{t-i} \geq 0$ ise $I(a_{t-1})=0$ olmaktadır. GJR-GARCH modeli Eşikli GARCH modellerinin(TGARCH) özel bir durumunu göstermektedir(Stokes, Liu ve Lattyak, 2005: 7).

2.2.6. APARCH Modeli

Finansal zaman serilerinin bazılarında negatif getirilerin aynı büyüklükteki pozitif getirilerden oynaklığı daha çok arttırdığı görülmektedir. Bu özellik kaldıraç etkisi olarak adlandırılmaktadır. Standart GARCH modellerinde, h_t , ε_t^2 lerin geçmiş değerlerinin bir fonksiyonu olarak ele alındığı için kaldıraç etkisini modelleyemeyebilir. Çünkü ε_t geçmiş değerlerinin pozitif veya negatif olma durumu ele alınmamaktadır. Bunun üzerine Ding, Granger ve Engle(1993) te APARCH modelini önermiştir. Bu model, kalın kuyruk, aşırı basıklık ve kaldıraç etkisi gibi özellikleri oldukça iyi ifade edebilmektedir. APARCH modeli Denklem (2.42) de gösterilmektedir.

$$h_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i} - \gamma_i \varepsilon_{t-i}|)^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j (h_{t-j})^\delta \quad (2.42)$$

Yukarıda Denklem(2.42) de yer alan model aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$1) \omega > 0, \alpha_i \geq 0; i = 1, \dots, p, \beta_j \geq 0; j = 1, 2, \dots, q$$

$$2) 0 \leq \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j \leq 1$$

Denklem(2.42) de yer alan parametrelerin farklı değerlerine göre aşağıdaki modeller elde edilmektedir(Ding, 2011: 6).

- $\delta = 2, \beta_j = 0(j = 1, 2, \dots, q), \gamma_i = 0(i = 1, \dots, p)$ ise APARCH modeli ARCH modelidir
- $\delta = 2, \gamma_i = 0(i = 1, \dots, p)$ ise APARCH modeli GARCH modelidir.
- $\delta = 2$ olduğunda APARCH modeli GJR-GARCH modelidir
- $\delta = 1$ olduğunda APARCH modeli TARCH modelidir
- $\delta = \infty$ olduğunda APARCH modeli Log-ARCH modelidir.

2.3. ARCH/GARCH MODELLERİ KULLANILARAK OYNAKLIK TAHMİNİNE İLİŞKİN YAPILAN ÇALIŞMALAR

Oynaklığın tahmin edilmesi ve öngörülenmesi finansal piyasalar için önemli bir konu haline gelmiştir. Son 20 yıldır gerek akademik alanda çalışan gerek finansal piyasalar ile ilgili çalışmalar yapan uygulamacıların oynaklığın tahmin edilmesi üzerine olan ilgilerinin gittikçe arttığı görülmektedir. Literatürde yer alan çalışmaların bazılarına aşağıda yer verilmiştir.

Lamoureux ve Lastrapes (1990) yaptıkları çalışmalarında, koşullu değişen varyansa yani oynaklığa, bir zamana bağlı olarak piyasaya gelen bilgi oranının neden olabileceğini ifade etmişlerdir. Bunu gösterebilmek için proxy değişken olarak hisse senedi piyasalarının günlük işlem hacimlerini kullanmışlardır. Sonuç olarak, günlük işlem hacimlerinin oynaklık üzerinde anlamlı bir etkiye sahip olduğunu göstermişlerdir.

De Santis ve Imrohoroglu (1994), hisse senedi getirilerinin dinamik davranışını ve yükselen finansal piyasalardaki oynaklığı incelemişlerdir. Aynı zamanda, yükselen finansal piyasalardaki hisse senedi getiri oynaklığının zamanla değişip değişmediği, eğer değişiyor ise oynaklık değişimlerinin tahmin edilebilir olup olmadığı, piyasa riski ve beklenen getiriler arasında herhangi bir ilişkinin var olup olmadığı ve finansal serbestleşmenin piyasalardaki getiri oynaklığını etkileyip etkilemediği sorularının cevabını aramışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, hemen hemen tüm ülkelerde zamanla değişen oynaklığın tahmin edilebilir olduğunu, oynaklıktaki değişimlerin büyük ölçüde süreklilik gösterdiğini, kalın kuyruk dağılımlarının kullanılmasının model tahmin gücünü geliştirdiğini ve hisse senedi piyasa oynaklığı üzerinde serbestleşmenin herhangi bir etkisinin olmadığını bulmuşlardır.

Bollerslev ve Ghysels (1996) ise, çoğunlukla yüksek frekanslı varlık getirilerinin mevsimsel oynaklık gösterdiğinden, koşullu farklı varyanslıkta periyodik özellikler gösteren yeni bir model sınıfını ele almışlardır. Bu model, ikinci dereceden momentte tekrarlanan mevsimselliğin zamanla değişimini yakalayabilmek için tasarlanmıştır. Periyodik Otoresif Koşullu Farklı Varyanslık veya P-ARCH

modelleri ortalamada periyodik ARMA modelleri ile doğrudan ilişkilidir. Çalışmanın amacı doğrultusunda, periyodik genelleştirilmiş ARCH(PGARCH) yapılarını günlük Mark/Pound ve gün içerisinde gerçekleşen Mark/Dolar döviz kuruna uyarlamışlardır. Sonuç olarak, yüksek frekanslı hisse senedi piyasa oynaklığının incelenmesinde asimetrik P-GARCH modelinin öngörümleme için daha faydalı olduğunu belirtmişlerdir.

Chong ve diğerleri (1999) GARCH modellerinin performansını değerlendirmek için yaptıkları çalışmalarında, hisse senedi piyasası günlük getiri oranlarını kullanmışlardır. Ele alınan modeller, durağan GARCH, negatif olmayan GARCH, sınırlandırılmamış GARCH, üstel GARCH ve bütünleşik GARCH modellerinden oluşmaktadır. Modellerin parametreleri ve varyans süreçleri en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak tahminlenmiştir. Örneklem içi tahmin performansı bazı iyi uyum istatistikleri kullanılarak tanımlanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, üstel GARCH modeli iyi uyum istatistikleri açısından en iyi model olmasa da, hisse senedi getiri serisindeki çarpıklığı yakalamada ve örneklem dışı öngörümleme performansında en iyi model olarak elde edilmiştir. Bütünleşik GARCH modeli ise her iki açıdan da zayıf bir model olarak belirlenmiştir.

Johnston ve Scott (2000), temel döviz kuru fiyat değişimlerinin stokastik sürecinin anlaşılması için GARCH modelini uyarlamışlardır. Hataların normal dağıldığı varsayımı altında yapılan analiz sonucunda, GARCH modelinin zayıf bir performans gösterdiğini bulmuşlardır. Sonuç olarak, oynaklık kümelenmesinin stokastik sürecin belirlenmesinde önemli bir role sahip olduğunu belirtmişlerdir.

Engle ve Patton (2001)' nun bir oynaklık modelinin oynaklık öngörümleme yeteneğine sahip olması gerektiğini söyledikleri çalışmalarında, bir modele oynaklık ile ilgili var olan geleneksel özelliklerin dahil olması gerektiğini belirtip süreklilik, ortalama değere geri dönüş ve hataların işaretleri ile ilişkili olan asimetri gibi özelliklerin oynaklığı etkilediğini ifade etmişlerdir. Dow Jones sanayi endeksinin kullanıldığı çalışmada oynaklık ile ilgili var olan özellikleri örneklendirerek GARCH tipi modellerin bu özellikleri yakalayabilme yeteneğinin olduğu sonucuna varmışlardır.

Peters (2001) yapmış olduğu çalışmada, normal, student-t ve çarpık student-t dağılımları altında GARCH, EGARCH, GJR ve APARCH gibi dört farklı

GARCH(1,1) modellerinin öngörümleme performanslarını karşılaştırmıştır. Bu durum, çarpık dağılımların, kalın kuyruklu dağılımların ve koşullu varyansta asimetriklik gibi özelliklerin öngörümleme performansı üzerindeki etkisinin incelenmesine olanak sağlamaktadır. 15 yıllık bir dönem üzerinden Londra Borsa endeksi FTSE 100 ve Alman Borsa endeksi DAX 30 gibi iki önemli günlük veri setinin kullanıldığı çalışmada, koşullu varyans göz önüne alındığında asimetrik GARCH ve kalın kuyruk dağılımının kullanılması durumunda elde edilen tüm tahminlerin daha iyi olduğu gözlemlenmiştir.

Morelli (2002), yaptığı çalışmasında aylık veriler üzerinden Büyük Britanya için koşullu hisse senedi oynaklığı ve koşullu makroekonomik oynaklık arasındaki ilişkiyi ele almıştır. Koşullu oynaklık ARCH ve GARCH modelleri kullanılarak tahminlenmiştir. Makroekonomik değişkenler olarak Mark/Dolar yanı sıra sanayi üretimi, perakende satışlar, para arzı, enflasyon ve döviz kuru değişkenleri kullanılmıştır. Sonuç olarak, hisse senedi piyasa oynaklığı ile makroekonomik oynaklık arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Batra (2004), yaptığı çalışmasında, 1979-2003 dönemleri arasında Hindistan hisse senedi piyasasındaki oynaklığı analiz etmiştir. Hindistan'da finansal serbestleşme sonrası hisse senedi piyasasında oynaklığın sürekliliğinde bir artış olup olmadığı incelenmiştir. Aylık hisse senedi getirilerinin kullanıldığı çalışmada, oynaklığın tahmininde asimetrik GARCH modeli kullanılmıştır. Ayrıca yapısal değişim analizinin bir sonucu olarak, kukla değişkenler oynaklığın sürekliliğini incelemek için modele dahil edilmiştir. Sonuç olarak, kriz ve Hindistan'daki ekonomik reformlar döneminde hisse senedi piyasasının daha oynak bir yapı gösterdiği belirlenmiştir. Oynaklıktaki yapısal değişimlerin önemli politik değişimlerin bir sonucu olduğu görülmüştür.

Venter ve Jongh (2004), finansal zaman serilerine uyarlanan GARCH modellerinin çoğunlukla quasi-ençok olabilirlik yöntemi ile ele alındığını ifade ettikleri çalışmalarında, GARCH modelleri parametrelerinin, oynaklık ve risk ölçümlerinin tahmin edilmesinde ençok olabilirlik tahminine dayanan yöntemlerden bazılarını ele alarak incelemiştir. Bu amaçları doğrultusunda, normal ters Gaussian dağılımı, çarpık-t dağılımı, student-t dağılımı ve parametrik olmayan Kernel yoğunluk fonksiyonunu kullanarak normal dağılım ile karşılaştırmışlardır.

normal ters Gaussian dağılımlı yaklaşımın diğer dağılımlara göre daha iyi olduğu sonucunu bulmuşlardır.

Thomas ve Mitchell (2005) yaptıkları çalışmalarında, Avustralya'nın elektrik fiyatlarındaki oynaklık sürecini ele alarak Ulusal Elektrik Piyasası'ndaki 5 farklı bölge için GARCH modellerinin uygulanabilirliğini araştırmışlardır. Bu çalışmada GARCH, TARCH, EGARCH ve PARCH modellerinin uygulandığı görülmektedir. Oynaklık sürecinin herhangi bir gürültüden etkilenmemesi için mevsimsel etkiler ve sapan gözlemler farklı GARCH modelleri uygulanırken göz ardı edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, üç bölgeye göre PARCH modelinin ve iki bölgeye göre EGARCH modelinin oynaklığı tahmin etmede daha iyi olduğunu göstermektedir.

Karmakar (2005), Hindistan'daki hisse senedi piyasa oynaklığının dikkat çekici özelliklerini yakalamak için koşullu oynaklık modellerinin tahminlenmesini ele alarak örneklem dışı öngörüleme doğruluğu açısından modelleri değerlendirmiştir. Çalışmanın amacına uygun olarak GARCH(1,1) modeli uyarlanmış ve oynaklığın zaman ile değiştiği, yüksek ve düşük oynaklıkların kümelenme eğiliminde olduğu ve oynaklığın yüksek bir sürekliliğe ve tahmin edilebilirliğe sahip olduğu yönünde bulgular elde etmiştir.

Wilhemsson (2006) S&P 500 getiri endeksini kullanarak yaptığı çalışmada, dokuz farklı hata dağılımı ile GARCH(1,1) modelini tahminleyerek modelin öngörüleme performansını araştırmıştır. Gün içinde gerçekleşen verileri kullanarak aşırı basıklık gösteren hata dağılımlarının, normal dağılım gösteren hata dağılımlarının kullanılmasına göre varyansların öngörülenmesinde daha iyi sonuçların elde edildiğini göstermiştir. Aynı zamanda, elde edilen bu sonuçların günlük, haftalık ve aylık veri kullanılması durumunda da geçerli olduğunu belirtmiştir. Sonuç olarak, dağılımın daha yüksek dereceden momentlerinin zaman içerisinde değişmesine ve çarpıklık göstermesine izin vermenin öngörüleme sonuçlarında herhangi bir iyileşme meydana getirmediği sonucunu bulmuştur.

Hien(2008), Mart, 2002- Mart, 2008 dönemleri arasında Vietnam hisse senedi piyasasındaki hisse senedi getirilerinin oynaklığını tahmin etmek için simetrik ve asimetrik GARCH modellerini kullanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, Vietnam hisse senedi getiri oynaklığının tahmin edilmesinde asimetrik GARCH modelinin uygun olmadığı belirtilmektedir. Uygulanan tüm GARCH modelleri arasından

GARCH(1,1) ve GARCH(2,1) modellerinin diğer GARCH modellerine göre daha üstün olduğunu ifade etmektedir. Aynı zamanda, Vietnam hisse senedi getirilerinin hatalarında aşırı basıklık ve çarpıklığın en iyi performanslı GARCH modellerinde bile hala ortaya çıktığı görülmektedir.

Miron ve Tudor (2010), örneklem ve örneklem dışı öngörümleme yeterliliği açısından günlük hisse senedi getiri oynaklığı için bazı istatistiksel modelleri karşılaştırmıştır. 2002-2010 dönemleri arasında Amerika Birleşik Devletleri ve Romanya'daki günlük hisse senedi getiri serisi üzerine odaklanmışlardır. Normal, student-t ve GHD dağılımı altında EGARCH, PGARCH ve TGARCH gibi farklı asimetrik GARCH ailesi modellerini tahminleyerek ampirik zaman serisinde kaldıraç etkisinin olup olmadığını araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, GARCH ailesi modellerinin normal dağılım altında ampirik zaman serisinde aşırı basıklığı yakalamada yeterli olmadıkları belirlenmiştir. Buna karşılık, GHD ve student-t dağılımı gösteren hataların koşullu oynaklık için daha iyi bir tanımlama sağladığı ifade edilmektedir.

Choi(2011), S&P 500 endeksini ele alarak yaptığı çalışmasında, farklı yapıdaki GARCH modellerini ele alarak bu modellerin oynaklık öngörümleme performanslarını incelemiştir. Özellikle, GARCH, EGARCH ve GJR-GARCH modelleri üzerine odaklanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, modeldeki değişkenlerin gecikmelerinin modellerin performansı üzerinde etkili olduğunu ve ayrıca asimetrik modellerin simetrik modellere göre daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur.

Zheng (2012), hisse senedi piyasa oynaklığının makro ekonomik değişimleri ve piyasa katılımcılarının beklentilerini yansıttığını ifade ettiği çalışmasında, hisse senedi getirilerinin dağılımlarının oynaklık öngörümleme performansı üzerine olan etkisini araştırmıştır. Bu bağlamda, normal, student-t ve çarpık-GHD dağılımlı GARCH modelleri günlük, haftalık ve aylık getiri serilerine uyarlanmıştır. Kısa dönem öngörümleme dönemi üzerinden student-t dağılımlı GARCH modelinin diğerlerine göre daha iyi performans gösterdiğini belirlerken, uzun dönem üzerinden çarpık-GHD dağılımlı GARCH modelinin daha iyi performans ortaya koyduğu sonucuna ulaşmıştır.

2.4. MODEL PARAMETRELERİNİN TAHMİNİNDE KULLANILAN YÖNTEMLER

Farklı veri türetme süreçleri için en iyi doğrusal yansız tahmincileri belirlemede matematik ve istatistik kullanılmaktadır. Asimptotik olarak etkin tahmincilerin elde edilmesinde kullanılan daha uygun bir yöntem ençok olabilirlik yöntemi olarak adlandırılır.

Bir zaman serisine ilişkin oynaklığının tahminlenebilmesi için daha önceki bölümlerde ifade edildiği üzere zaman serisine GARCH modellerinin uyarlanması gerekmektedir. Uyarlanan modellerdeki parametrelerin tahmini çoğunlukla ençok olabilirlik tahmin yöntemi kullanılarak yapılmaktadır.

2.4.1. Ençok Olabilirlik Tahmin Yöntemi (MLE)

$x_1, \dots, x_n$ verisinin bir $F_X(x; \theta)$ dağılımından rastgele gözlemler olduğu varsayalım. Burada θ , GARCH(p,q) modelindeki bilinmeyen parametreleri göstermektedir. X , $p_X(X; \theta)$ olasılık dağılımına sahiptir ve $p_X(X; \theta)$, ($X = x$) olasılığını göstermektedir. Olasılık fonksiyonunun bilindiği varsayalım. Olabilirlik fonksiyonunun elde edilmesi ile bilinmeyen parametreleri elde etmek mümkün olmaktadır. Olabilirlik fonksiyonu “L” ile gösterilmektedir:

$$L(\theta) = p_X(x_1; \theta) \cdot p_X(x_2; \theta) \cdot \dots \cdot p_X(x_n; \theta) \quad (2.43)$$

$L(\theta)$, dağılımdan gözlemlenen $x_1, \dots, x_n$ değerlerinin olasılığını tanımlamaktadır. Buradaki önemli nokta bilinmeyen parametreleri gösteren θ , hangi değerleri için $L(\theta)$ ‘nin maksimum değerini aldığıdır. Bu değerler θ^* ile gösterilmektedir. Böylece θ^* tahmini, $L(\theta^*)$ fonksiyonunu maksimize eden, gözlemlenen $x_1, \dots, x_n$ lere göre seçilmektedir.

2.4.2. Quasi-Maksimum Olabilirlik Tahmini (QMLE)

Nelson(1988) ve Harvey ve diğerleri(1994) tarafından stokastik oynaklık modellerini tahmin etmek için önerilen diğer bir tahminleme yöntemi Quasi-Maksimum olabilirlik yaklaşımıdır. Olabilirlik fonksiyonunun spesifikasyonuna ilişkin yapılan varsayımlardan en önemlisi değişkenlerin birleşik olasılık dağılımının doğru olduğudur. Bu koşullar altında ençok olabilirlik tahmincisi tutarlılık özelliklerine sahip olup, istatistiksel çıkarsama teorisinde önemli bir kavram olan ve gözlemlenen bilginin beklenen değeri olarak tanımlanan bilgi matrisinin tersi ve asimptotik normallik ile belirlenen bir Cramer-Rao alt sınırı gerçekleştirilmektedir.

Bu bölümde olabilirlik fonksiyonunun, spesifikasyon hatası durumunda ortaya çıkan problemi ele alınmaktadır. Genellikle, spesifikasyon hatası durumunda ençok olabilirlik tahmincisi olağan özelliklerini göstermemektedir. Ancak, hatalı belirlenmiş bir modelin ençok olabilirlik tahmincisinin, doğru modelin popülasyon parametresinin hala tutarlı bir tahmincisi olduğu durumlar söz konusudur. Bu durumda elde edilen bu tahminci quasi-ençok olabilirlik tahmincisine karşılık gelmektedir. Doğru olasılık dağılımına dayanan ençok olabilirlik tahmincisi ile quasi-olabilirlik tahmincisi arasındaki en önemli fark, bilgi matrisine ya da gradiyent matrisinin dış çarpımına ilişkin alışılmış varyans formüllerinin artık uygun olmamasıdır. Bu nedenle, varyans tahminleri bu matrislerin birleştirilmesi ile hesaplanabilmektedir (Hurn, 2009: 65).

Aşağıdaki gibi bir $\{y_t\}$ dizisini gözlemlediğimiz varsayalım(Lee ve Hansen, 1994: 31-32):

$$y_t = \gamma_0 + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (2.44)$$

Burada $E(\varepsilon_t | F_{t-1}) = 0$ ve $F_t = \sigma(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots)$ olarak tanımlanmaktadır. Koşullu olasılık ise $h_t \equiv E(\varepsilon_t^2 | F_{t-1})$ ile gösterilmektedir. Koşullu varyansın aşağıdaki Denklem (2.45) teki GARCH sürecine karşılık geldiği varsayalım.

$$h_t = \omega_0 (1 - \beta_0) + \alpha_0 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_0 h_{t-1} \quad (2.45)$$

Koşullu varyansa karşılık gelen özdeş gösterim Denklem(2.46) daki gibidir.

$$h_t = \omega_0 + \alpha_0 \sum_{k=0}^{\infty} \beta_0^k \varepsilon_{t-1-k}^2 \quad (2.46)$$

Bu süreç parametre vektörü $\theta_0 \equiv [\gamma_0 \ \omega_0 \ \alpha_0 \ \beta_0]$ ile tanımlanmaktadır. Bilinmeyen parametreler $\theta \equiv [\gamma \ \omega \ \alpha \ \beta]$ için model Denklem(2.47)'de yer almaktadır.

$$y_t = \gamma + e_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (2.47)$$

Koşullu varyansın gösterimi Denklem (2.48) ile ifade edilmektedir.

$$h_t^*(\theta) = \omega(1 - \beta) + \alpha e_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}^*(\theta), \quad t = 2, \dots, n \quad (2.48)$$

Başlangıç koşulu $h_1^*(\theta) = \omega$ olsun. Bu durum varyans süreci için uygun bir tanımlama sağlamaktadır.

$$h_t^*(\theta) = \omega + \alpha \sum_{k=0}^{t-2} \beta^k e_{t-1-k}^2 \quad (2.49)$$

Bu durumda kompakt parametre uzayı aşağıda Denklem(2.50) de gösterilmektedir.

$$\theta \equiv \{\theta: \gamma_l \leq \gamma \leq \gamma_u, 0 < \omega_l \leq \omega \leq \omega_u, 0 < \alpha_l \leq \alpha \leq \alpha_u, 0 < \beta_l \leq \beta \leq \beta_u < 1\} \quad (2.50)$$

$\theta_0 \in \theta$ olduğu varsayalım. Bu durum $\alpha_0 > 0$ ve $\beta_0 > 0$ olduğunu ifade etmektedir. Bu sonuç, ε_t nin ya sadece ARCH modeli yada hatta i.i.d. süreci olmasını gözardı edip kesin bir GARCH süreci olduğunu söylemektedir.

Yeniden ölçeklendirilen z_t değişkeni Denklem (2.51) deki gibi tanımlanmaktadır.

$$z_t = \varepsilon_t / h_t^{1/2} \quad (2.51)$$

Denklem(2.51) deki tanımlama altında, $E(z_t | F_{t-1}) = 0$ ve $E(z_t^2 | F_{t-1}) = 1$ olmaktadır. GARCH modeli tahmini çoğunlukla $z_t \sim i.i.d.N(0,1)$ olduğu varsayımı

altında yapılmaktadır. Böylece olabilirlik kolayca belirlenebilmektedir. Bu örnek için, tahminciyi elde etmede Gaussian olabilirliğin kullanıldığı varsayımı yapılmaktadır. Bu nedenle logaritmik olabilirlik aşağıdaki biçimi almaktadır (sabitler ihmal edilmektedir).

$$L_n^*(\theta) = \frac{1}{2n} \sum_{t=1}^n l_t^*(\theta) \quad (2.52)$$

Burada $l_t^*(\theta) \equiv -\left(\ln h_t^*(\theta) + \frac{e_t^2}{h_t^*(\theta)}\right)$ göstermektedir.

Olabilirlik, doğru yoğunluk fonksiyonunu gerektirmediği için genellikle quasi-olabilirlik olarak adlandırılmaktadır.

2.5. HATA DAĞILIMLARI İÇİN NORMALLİK TESTLERİ

Normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesi istatistiksel süreçlerin çoğu için gerekli bir durumdur. Normallik varsayımının belirlenmesinin önemini göstermek için parametrik istatistiksel analiz en iyi örneklerden birisi olmaktadır. Parametrik istatistiksel analiz, veri setinin belirli bir dağılıma uyduğunu varsaymaktadır. Genellikle bu varsayım normal dağılım varsayımıdır. Eğer normallik varsayımı ihlal edilir ise, yapılan yorumlama ve çıkarsamalar güvenilir veya geçerli olmayabilir. Literatürde normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığını belirlemek için çeşitli yollar bulunmaktadır. Bunların en kolay yolu grafiksel yöntemleri kullanmaktır. Bu yöntemlerden birisi olan normal kartil-kartil grafiği en yaygın olarak kullanılan grafik türüdür. Çubuk grafiği, kutu grafiği ve gövde ve yaprak grafiği diğer grafik yöntemlerine örnek olarak verilebilir. Bu yöntemler, normallik varsayımının geçerli olduğuna yönelik yeterli ve kesin bir bulgu sağlamamaktadır. Bu durumlarda normalik testlerinin uygulanması gerekmektedir (Razali ve Wah, 2011: 21-22).

Normal olmama durumu veri setinde sapan gözlemlerin olmasından veya verinin kendi doğasında rassal bir yapıya sahip olmasından dolayı ortaya çıkabilmektedir. İstatistikçiler tarafından günümüze kadar geçen zaman içerisinde çok sayıda normallik testleri önerilmiştir. Bu testlerin performansları dağılımın

türüne ve örneklem hacmine göre değişiklik göstermektedir (Trawinski ve diğerleri, 2012: 869).

Bu doğrultuda, çalışmanın bu bölümünde literatürde yaygın olarak kullanılan grafik yöntemlerinden kartil-kartil(Q-Q) grafiğinin yanı sıra bazı normallik testleri ele alınarak incelenmektedir.

2.5.1. Kartil-Kartil Grafiği (Q-Q Grafiği)

İki dağılımın şekil açısından karşılaştırılması çalışmaların amacı doğrultusunda çoğunlukla önemli olmaktadır. Çubuk grafiği ve kutu grafiği bu işlemi gerçekleştirmenin yollarından biridir. Çubuk grafikleri dağılımın şekli ile ilgili bilgi vermesine karşılık eğer dağılımın şekli normal dağılıma daha yakınsa daha duyarlı bir yöntem olan Q-Q grafiği kullanılmaktadır.

Q-Q grafiği gözlemlenen verinin ilgili yüzdeliklerine (kartillerine) karşılık gelen standart normal dağılımın yüzdeliklerinin grafiği olarak tanımlanmaktadır. Eğer gözlemler yaklaşık olarak normal dağılıma uyuyor ise gözlem noktaları doğru üzerinde yer almaktadır. Standart normal kartiller kullanılarak yapılan teorik Q-Q grafiği genellikle normal veya normal olasılık grafiği olarak adlandırılmaktadır(Tanbakuchi, 2009: 2-3).

2.5.2. Jarque-Bera Testi(JB Test)

JB testi üçüncü ve dördüncü örneklem momentlerine dayanan bir yöntemdir. JB testi çok popüler bir test olup, sadece ekonomi biliminde değil diğer bilim dallarında da normallik varsayımının testinde sıklıkla kullanılan moment testidir. JB testi, temelinde çarpıklık(b_1) ve basıklık(b_2) gibi iki istatistiğin toplamından oluşmaktadır. Test istatistiği Denklem(2.53)'teki gibi hesaplanmaktadır.

$$JB = n \left(\frac{(\sqrt{b_1})^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24} \right) = \frac{n}{6} \left((\sqrt{b_1})^2 + \frac{(b_2 - 3)^2}{4} \right) \quad (2.53)$$

Denklem(2.53)'te:

$E(\sqrt{b_1}) = 0; Var(\sqrt{b_1}) = 6; E(b_2) = 3$ ve $Var(b_2) = 24$ olduğu bilinmektedir. Eğer $\sqrt{b_1}$ ve b_2 bağımsız ise, JB test istatistiği iki serbestlik dereceli χ^2_2 dağılımı göstermektedir(Von ve Hain, 2010: 62).

2.5.3. Kolmogorov-Smirnov Testi(KS Test)

Kolmogorov-Smirnov istatistiği, gözlemler kümesinin tamamen belirlenmiş sürekli bir dağılımdan gelip gelmediğinin test edilmesinde bir kolaylık sağlamaktadır. Çoğunlukla literatürde bu teste alternatif bir test olarak Ki-Kare testi kullanılmaktadır. Kolmogorov-Smirnov testinin Ki-Kare testine göre iki önemli avantajı bulunmaktadır (Lilliefors, 1967: 399).

1. Kolmogorov-Smirnov testi küçük örneklem için kullanılabilirken, Ki-Kare testinin geçerliliği bu durumlarda tartışılmaktadır.
2. Herhangi bir örneklem hacmi için Kolmogorov-Smirnov testinin Ki-Kare testinden daha güçlü bir test olduğu görülmektedir.

Kolmogorov-Smirnov testi ilk kez Kolmogorov tarafından önerilmiş ve Smirnov tarafından geliştirilmiştir. KS testi, verinin kümülatif dağılımı ile beklenen kümülatif normal dağılımını karşılaştırmaktadır. Test istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x, \mu, \sigma)| \quad (2.54)$$

Burada $F(x, \mu, \sigma)$, normal dağılım fonksiyonunun teorik kümülatif dağılım fonksiyonuna karşılık gelmektedir. $F_n(x)$ ise veri setine ilişkin ampirik dağılım fonksiyonudur. Büyük D değerleri normal olmama durumunu göstermektedir. Eğer anakitle parametreleri (μ, σ) biliniyorsa, orjinal KS testi kullanılabilir. Bu parametreler bilinmediği zaman örneklemden elde edilen ortalama ve standart sapma tahminleri anakitle parametreleri yerine kullanılabilir. Eğer bilinmeyen anakitle

parametreleri tahminleniyor ise kullanılan KS testi Lilliefors düzeltmeli KS testi olarak adlandırılmaktadır. İki teste ilişkin kullanılan tablo değerleri farklı olmaktadır(Öztuna ve diğerleri, 2006: 172).

Özellikle büyük örneklem hacimleri ile çalışıldığı durumlarda veri setinde sapan gözlemler mevcut ise çok hassas olan Kolmogorov-Smirnov testi çoğunlukla verilerin normal dağıldığını söyleyen H_0 hipotezini reddetmektedir (Ghasemi ve Zahediasl, 2012: 487).

2.5.4. Shapiro-Wilk Testi(SW Test)

F, Z ve T-testleri gibi istatistiksel analizlerin çoğunda verinin normal dağıldığı varsayılmaktadır. Normallik varsayımının incelenmesinde kullanılan üç ana testten birisi de SW testidir.

Normallik varsayımının sağlanıp sağlanmadığının test edilmesinde kullanılan SW testi, Shapiro ve Wilk (1965) tarafından geliştirilmiştir. Son yıllarda yapılan çalışmaların çoğunda SW testinin diğer testlere göre daha çok tercih edilmesi, daha güçlü bir test özelliği göstermesinden kaynaklanmaktadır(Mendes ve Pala, 2003: 135).

SW test istatistiği en iyi varyans tahmincisi oranı olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Ahad ve diğerleri, 2011: 639).

$$W_n = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.55)$$

Burada $X_{(i)}$, i'inci en büyük sıra istatistiğidir. $\bar{X}$ örneklem ortalaması olup n, gözlem sayısını göstermektedir. Shapiro ve Wilk(1965) yaptıkları çalışmalarında W_n test istatistiğini ve n gözlem değerini aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

$$0 < W_n \leq 1 ; 7 \leq n < 2000 \quad (2.56)$$

SW test istatistiği sonucu H_0 reddedilir ise gözlem değerlerinin normal dağılıma uymadığı söylenmektedir. Örneklem hacminin 50 den küçük olduğu durumlarda en iyi sonucu verdiği görülmektedir(Mooi ve Sarstedt, 2011: 148-151).

Aynı zamanda, gözlem değerlerinde sapan gözlemler mevcut ise normal olmama durumuna karşı hassas olan SW testi sonucuna güvenilememektedir (Gibbons ve diğerleri, 2009: 262-264).

2.5.5. Shapiro-Francia Testi (SF Test)

SF testi, Shapiro ve Francia(1972) tarafından literatüre kazandırılan normallik testlerinden biridir. Bu test, SW testinin modifiye edilmiş şeklidir. SF testi, SW testinin performansının yetersiz olduğu büyük örneklem hacimleri ile çalışılması durumunda tercih edilmektedir(Chaichatschwal ve Budsaba, 2007: 58). SF test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır(Lira ve Neto, 2013: 106).

$$W' = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^n b_i X_{(i)} \right\}^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.57)$$

Denklem(2.57) deki test istatistiği sadece sıra istatistiğinin beklenen değerine(m) bağlıdır.

$$(b_1, b_2, \dots, b_n) = \frac{m'}{(m'm)^{1/2}} \quad (2.58)$$

SF testinin test istatistiği, sıralı örneklem değerleri ve standart normal dağılımın sıralı beklenen kartilleri arasındaki korelasyonun karesidir. SF testinin iyi bir performans gücüne sahip olduğu bilinmektedir(Trawinski ve diğerleri, 2012: 869).

2.5.6. Anderson-Darling Testi(AD Test)

AD testi, veri kümesinin belirli bir dağılım gösteren bir popülasyondan gelip gelmediğinin test edilmesi için kullanılmaktadır. İlk defa 1952 yılında Anderson ve Darling tarafından yayınlanmıştır. Kolmogorov-Smirnov testinin modifiye edilmiş hali olup KS testine göre kuyruklara daha fazla ağırlık vermektedir. AD testi, kritik değerlerin hesaplanmasında belirli bir dağılımı kullanmaktadır. Bu durum, daha duyarlı bir testin gerçekleştirilmesi avantajını sağlarken, her bir dağılım için kritik değerlerin hesaplanması zorunluluğu, dezavantaj oluşturmaktadır. Kritik değerler tablosu normal, logaritmik normal, üstel ve Weibull dağılımları için elde edilmiştir(<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35e.htm>).

Normallikten olan ayrılmaları ortaya çıkarmak için kullanılan en güçlü istatistiklerden biri olan AD testi örneklem hacminin 25'e eşit veya küçük olduğu durumlarda daha güvenilir sonuçlar vermektedir. Ancak çok büyük örneklem hacimlerinde sadece çok küçük sapmalar bile normallik varsayımının reddedilmesine neden olabilmektedir. AD test istatistiği aşağıdaki süreçte tanımlanan adımlar doğrultusunda elde edilmektedir(Stephens, 1974: 731).

1. Veri setindeki gözlemler küçükten büyüğe doğru sıralanır.
2. Veri setinden örneklem ortalaması ve standart sapması hesaplanır.
3. Her bir gözlem değerinden ortalama değer çıkarılıp standart sapmaya oranlanarak gözlemler standardize edilir(Y_i).
4. Standart normal kümülatif dağılım fonksiyonu(Φ) ile AD testi hesaplanır:

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[(2i-1) \left(\ln \Phi(Y_i) + \ln (1 - \Phi(Y_{n+1-i})) \right) \right] \quad (2.59)$$

5. Örneklem hacmi için yapılan düzeltme ile yeni AD istatistiği elde edilir:

$$AD^* = AD \left(1 + \frac{0.75}{n} + \frac{2.25}{n^2} \right) \quad (2.60)$$

6. Eğer AD^* istatistiği 0.752 yi aşar ise normal olduğu şeklinde tanımlanan sıfır hipotezi reddedilir.

2.6. ÖNGÖRÜMLENEN OYNAKLIKLARIN KARŞILAŞTIRILMASINDA PERFORMANS ÖLÇÜSÜ KRİTERLERİ

Oynaklık, bir zaman serisinin rastgele bileşeninin bir ölçüsü olarak bilinmektedir. Finansal piyasalarda oynaklığın modellenmesi ve öngörülenmesi oldukça önemli bir konudur.

Finansal piyasalarda, getiri serilerinin oynaklığının öngörülenmesi ile ilgilenen kişiler tahmin ettikleri oynaklık değerinin hedefine ne kadar yakın olduğunu bilmek isterler. Bu nedenle, öngörümleme hataları için kayıp fonksiyonun seçilmesi gerekmektedir. Kayıp fonksiyonun seçimi araştırmacının tercihine bağlı olmaktadır. Bu bölümde, literatürde GARCH modellerinin öngörümleme performanslarının karşılaştırılmasında en çok kullanılan performans ölçülerine yer verilmektedir.

2.6.1. Ortalama Karesel Hata (OKH)

OKH yöntemi, bir tahmincinin tahmin değerinin gerçek değere olan yakınlığını belirlemek için kullanılan birçok yöntemden biridir. Gözlem değerlerindeki yüksek değerlerden etkilenmektedir. OKH değeri ne kadar küçük olursa öngörümlemenin o kadar iyi olduğu söylenebilir. Çalışmanın amacına yönelik olarak GARCH modellerine ilişkin OKH yöntemi Denklem(2.61)'de gösterilmektedir(Hansen ve Lunde, 2001: 10).

$$OKH = \frac{1}{n} E \left(\hat{h}_t - h_t \right)^2 \quad (2.61)$$

2.6.2. Ortalama Mutlak Hata (OMH)

OMH performans ölçüsü öngörülenme kümesinde hataların ortalama büyüklüklerini, yönlerine bakmaksızın ölçmektedir. İlgili gözlem değerlerinin öngörümleme değerleri ile olan farkının mutlak değerlerinin ortalamasına eşit olmaktadır. Diğer bir ifadeyle, hataların mutlak değerlerine ilişkin büyüklükler

toplanarak toplam hata elde edilmekte ve n gözlem sayısına bölünmektedir. OMH ölçüsü gözlem değerlerindeki sapan gözlemlere OKH ölçüsüne göre daha az duyarlı olmaktadır. GARCH modellerinde OMH ölçüsünün kullanımı Denklem (2.62) de yer almaktadır (Willmot ve Matsuura, 2005: 80).

$$OMH = \frac{1}{n} E \left| \hat{h}_t - h_t \right| \quad (2.62)$$

2.6.3. Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata(AOMYH)

AOMYH, Ortalama Mutlak Yüzde Hata'yı ağırlıklandırarak hesaplamakta ve değerlere farklı ağırlıklar vermektedir. AOMYH, Denklem(2.63) teki gibi hesaplanmaktadır(Jassal, 2010: 14).

$$AOMYH = \frac{\sum \left| \frac{G_t - \hat{O}_t}{G_t} \right| * G_t}{\sum G_t} \quad (2.63)$$

Denklem(2.63) te, G_t , gerçek değeri gösterirken, $\hat{O}_t$, öngörülen değeri göstermektedir.

Mutlak Hata'nın, hem OMH' ın hem de AOMYH' ın hesaplanmasında temel parçayı oluşturması, AOMYH'ın OMH gibi aynı özelliklere sahip olmasını sağlamaktadır. Bölüm 2.6.2 den hatırlanacağı üzere, OMH, öngörü değerlerinin gerçek değerlerden mutlak sapmasını ölçmektedir. OMH, toplam mutlak hataların ortalamasını verirken, AOMYH ise her değere bir ağırlık atayarak hesaplama yapmaktadır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

FINANSAL GETİRİLERİN OYNAKLIĞININ TAHMİNLENMESİ VE OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖNGÖRÜMLEME PERFORMANSLARI ÜZERİNE UYGULAMA

Yüksek frekanslı zaman serilerinin oynaklığının tahminlenmesinde literatürde yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biri ARCH/GARCH modelleridir. Günlük, saatlik, dakikalık ve hatta saniyelik veriler yüksek frekanslı verilere örnek olarak verilebilir. Finansal ekonomi alanında yapılan uygulamalarda son 10 yıl içerisinde yüksek frekanslı verilere ulaşmanın daha önceki yıllara göre kolaylaşması bu alanda mevcut olan yüksek frekanslı verilerin araştırmacılar tarafından kullanımını arttırmıştır.

Oynaklığın öngörülenmesi probleminde yüksek frekansa sahip veri setinin kullanılması birkaç açıdan önem taşımaktadır. Yüksek frekansa sahip veri seti kullanıldığı zaman, öngörümleme doğruluğunda meydana gelen pozitif yönlü gelişimin ana nedeni basit olarak elde edilen oynaklığın oldukça kalıcı olmasından kaynaklanmaktadır. Aynı zamanda yüksek frekanslı veri setinin kullanılması öngörümleme için önemli bir yeri olan oynaklığın dinamik özelliklerinin anlaşılması açısından önem taşımaktadır.

Çalışmanın bu bölümünde farklı piyasalarda işlem gören günlük hisse senedi getiri verileri ele alınarak oynaklık tahminleri yapılmaktadır. Bu alanda yapılan çalışmaların çoğunda, oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan ARCH/GARCH modellerinin getirilerin tahmininde yetersiz olduğu belirtilmektedir. Bu durum finansal getirilerin ikinci momentine karşılık gelen oynaklığın nasıl modellenebileceği üzerine farklı önerilerin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu bağlamda birçok araştırmacı farklı dağılımlar altında GARCH modellerinin öngörümleme performansını araştırmıştır. Bu modellerin öngörümleme performansının değerlendirilmesi konusu ile ilgili literatürde birçok çalışmanın olmasının yanı sıra, günümüzde ARCH/GARCH modellerinin performansı üzerine devam eden tartışmalar ve bu konudaki belirsizlik çalışmanın bu bölümünün ana konusunu oluşturmaktadır.

3.1. Uygulamanın Kapsamı

Finansal piyasalarda oynaklığın tahmin edilmesi üzerine çalışan araştırmacıların çoğunun normal dağılım, t-dağılımı ve üstel dağılım altında gerçekleştirilen ARCH/GARCH modellerini ele aldıkları görülmektedir. Çoğunlukla, finansal piyasalarda mevcut olan verilerin normal dağılım göstermeyip kalın kuyruk özelliğine sahip bir dağılım gösterdiği bilinmektedir. Aynı zamanda, t-dağılımı ve üstel dağılım gibi kalın kuyruk dağılımı gösteren diğer dağılımlarında serbestlik derecelerinin seçimlerinin keyfi olması literatürde bu konu ile ilgili yapılan çalışmalar açısından tatmin edici olmayan bir durum ortaya çıkarmaktadır. Bu nedenle Bölüm 3.3.1 de, normal dağılıma göre daha kalın fakat t-dağılımına göre daha ince kuyruğa sahip olan BSN dağılımı altında Andersen ve Bollerslev(1986) tarafından önerilen GARCH(1,1) modeli ele alınmaktadır.

Çalışmanın bu bölümünde özellikle ele alınan ARCH/GARCH modellerinin, finansal getirilerin tahmininde zayıf performans göstermesine karşılık karesel getirilerin tahmininde daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Çoğunlukla performans ölçüsü olarak OKH ölçüsü kullanılmaktadır. Aynı zamanda, eğer finansal getiri serisi sonlu bir dördüncü momente sahip değilse veya normal dağılmıyor ise OKH yerine OMH ölçüsünün kullanılması gerektiği belirtilmektedir.

Oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan popüler ARCH/GARCH modellerine alternatif olarak herhangi bir modellemeye dayanmayan ve parametre tahmini gerektirmeyen NoVaS yöntemi Bölüm 3.4 te detaylı olarak ele alınmaktadır. Basit NoVaS ve Üstel NoVaS olmak üzere iki farklı hesaplama yöntemi kullanılmaktadır. Elde edilen sonuçlar, ARCH/GARCH modellerinin performans ölçüleri ile karşılaştırılıp daha iyi sonuçların elde edilmesi amaçlanarak bu alanda çalışan araştırmacılar için farklı bir bakış açısı verilmeye çalışılmıştır.

Bölüm 3.4.3 te ele alınan diğer önemli bir konu, ARCH/GARCH modellerinin temel varsayımlarından olan hataların normal dağıldığı varsayımının gerçekleşmediği durumda karesel getirilerin tahminlenmesinde koşullu beklenen değer kavramının artık kullanılamamasıdır. Bu noktada, koşullu medyanın kullanılmasının daha doğru olduğu belirtilmektedir. Bu bağlamda elde edilen

performans ölçüleri karşılaştırıldığında, koşullu medyanın, koşullu beklenen değere göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmektedir.

3.2. Veri Seti ve Veri Setine İlişkin Karakteristik Özellikler

Çalışmada kullanılan veri seti, BSN dağılımlı ARCH/GARCH modelleri için 01.03.2000 ile 02.27.2013 dönemleri arası NASDAQ günlük getiri serisi ve 18.01.2006 ile 15.03.2013 dönemleri arasında BİST 100 günlük getiri serisini kapsarken farklı veri setlerinin kullanılması açısından NoVaS yönteminin uygulandığı bölümde BİST 100 günlük getiri serisi ile NASDAQ veri seti yerine 01.10.1983 ile 30.08.1991 dönemleri arası S&P 500 günlük getiri serisi kullanılmaktadır.

BİST 100 getiri serisi hem logaritmik hem de aritmetik ortalama yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Literatürde yapılan çalışmaların hemen hemen hepsinde getiri serisinin logaritmik formül kullanılarak hesaplandığı görülmektedir. Logaritma alma işleminin aritmetik formüle göre bir sonraki yıl için kazanılan getiri oranını daha düşük hesapladığı belirlenirken, bu durum gözlem değerlerindeki aşırı sapmaları önlemek için farklı bir bakış açısı olarak düşünülebilir. Bu nedenle, sapan gözlemlerin veri setinde var olduğu durumda önerilen modellerin nasıl bir performans ortaya koyacağını görmek açısından getiri serisi aritmetik formül kullanılarak da hesaplanmıştır. Çalışmada kullanılan veri setlerine ilişkin tanımlamalar aşağıda belirtilmektedir.

- 1) **NASDAQ** : 1971 yılında Amerika Birleşik Devletleri'nde kurulan ilk elektronik borsadır. Kuruluşunda hisse senedi alım satımından çok elektronik ilan tahtası sistemi ile alıcı ve satıcıları bir araya getirmekteyken, daha sonraları büyüyerek şu anda yaklaşık 3200 şirketin bulunduğu, New York Menkul Kıymetler Borsası(NYSE)'ndan sonra Amerika Birleşik Devletleri'nin en büyük ikinci borsası durumuna gelmiştir. Teknoloji şirketlerinin işlem gördüğü borsa olarak bilinmektedir. Fakat ulaştığı hacim ve gösterdiği gelişim inanılmaz boyutlardadır. Teknoloji şirketlerinin yanı sıra neredeyse tüm sektörlerden

şirketler bu borsada işlem görmektedir(John Kırshon, NASDAQ, 1971’de Açıldığı Gün”, <http://www.examiner.com/article/nasdaq-has-opening-day-1971>). NASDAQ bileşik endeksi ise hisse senetlerinin sadece elektronik olarak işlem gördüğü NASDAQ borsasının gösterge endeksidir. New York Borsası’nda bulunan ve “pit” denen, alıcılarla satıcıların yüzyüze anlaştığı geleneksel yapı NASDAQ da bulunmaz. 1995 yılından beri var olan endeks yaklaşık 3000 şirketi kapsar. Teknoloji şirketleri ağırlıkta olduğu için NASDAQ teknoloji endeksi olarak da bilinir(Fercan Yalınkılıç, “Uzmanı olmayanlar için ABD borsaları. Wall Street nasıl çalışır? Nasıl işlem yapılır?Dow Jones, Nasdaq, S&p 500 ne zaman ve nasıl oluştu?”, <http://www.bankakodlari.com/uzmani-olmayanlar-icin-abd-borsalari-wall-street-nasil-calisir-nasil-islem-yapilirdow-jones-nasdaq-sp-500-ne-zaman-ve-nasil-olustu>).

- 2) **BİST 100** : Ulusal Pazarda işlem gören şirketler ile Kurumsal Ürünler Pazarında işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları ve girişim sermayesi yatırım ortaklıklarının hisse senetlerinden, belirlenen şartlara göre seçilen 100 hisse senedinden oluşmaktadır. BİST 100 endeksi, BİST 30 ve BİST 50 endeksinde yer alan hisse senetlerini otomatik olarak kapsamaktadır(İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2010: 3).
- 3) **S&P 500** : İlk olarak 1923 yılında tanıtılan S&P 500 endeksi 233 şirketi kapsarken, bugünkü hali ile bilinen bu endeks, 1957’de yeniden düzenlenerek 500 şirketi kapsar hale getirilmiştir. Amerika Birleşik Devletleri hisse senedi piyasası’nın %75’lik kısmını oluşturup, endeks değeri en yüksek 500 hisse senedinin alım satımlarını kapsamaktadır(Güray Küçükkoçaoğlu, “Finansal Pazarlar: Derecelendirme Kurumları, Enformasyon Servisleri”, www.baskent.edu.tr/~gurayk/).

Çalışmanın uygulama bölümünde kullanılan dört hisse senedi getiri serisine ilişkin tanımlayıcı istatistikler aşağıda Tablo 3 te gösterilmektedir.

Tablo 3: Getiri Serilerine İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

Tanımlayıcı İstatistikler/Getiri Serileri	LOGARİTMİK BİST 100 GETİRİ SERİSİ	ARİTMETİK BİST 100 GETİRİ SERİSİ	NASDAQ GETİRİ SERİSİ	S&P 500 GETİRİ SERİSİ
Ortalama	0.000220	0.000300	0.0000843	0.000435
Medyan	0.000648	0.000648	0.000650	0.000662
Maksimum	0.085346	0.089094	0.141732	0.087089
Minimum	-0.078111	-0.075139	-0.096685	-0.228006
Standart sapma	0.012629	0.012607	0.017937	0.011213
Çarpıklık	-0.358240	-0.246337	0.239071	-4.489658
Basıklık	7.027062	6.992785	7.944115	94.00077
Jarque-Bera Test istatistiği (olasılık değeri)	2509.587 (0.000)	2427.759 (0.000)	3400.747 (0.000)	696814 (0.000)
Gözlem sayısı	3600	3600	3308	2000

Tablo 3'ten elde edilen sonuçlara göre, tüm getiri serileri aşırı basık olup, logaritmik ve aritmetik BİST 100 getiri serisi ile S&P 500 getiri serisi sola çarpık bir dağılım gösterirken, NASDAQ getiri serisi sağa çarpık bir dağılım göstermektedir. Aynı zamanda, tüm getiri serilerinin normal dağılıma uymadığı görülmektedir. Bu sonuçlar, varsayılan ile gerçek hayatta var olan getiri serilerinin aynı özelliklere sahip olmayıp, normal dağılım göstermediğini ispatlamaktadır.

3.3. Önerilen ARCH Modeli

Bu bölümde, normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliğine sahip olan BSN dağılımı tanıtılmakta ve farklı dağılımlar altında GARCH(1,1) modeli tahminlenerek örneklem dışı öngörüleme performansları karşılaştırılmaktadır.

3.3.1. Giriş

$X_1, X_2, \dots, X_n$ gibi bir finansal getiri zaman serisinden gözlemlenmiş veri seti ele alınsın. Ele alınan zaman serisi bir hisse senedi getirisinin yüzdesi, hisse senedi endeksi veya döviz kuru olabilmektedir. Getiri serisi $\{X_t\}$ nin sıfır ortalamalı kesin durağan bir süreç olduğu varsayılmaktadır. Uygulama açısından ele alındığında, bu ifade serinin trend ve durağan dışılıktan başarılı bir şekilde arındırıldığını belirtmektedir.

Engle(1982) tarafından ortaya koyulan ARCH modelleri, getiri serilerindeki oynaklık kümelenmesi olgusunu yakalamak için tasarlanmışlardır. ARCH(p) modeli aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$X_t = Z_t \sqrt{a + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2} \quad (3.1)$$

Buradaki varsayım, $\{Z_t\}$ serisinin i.i.d. ve $N(0,1)$ olduğudur. Buna rağmen ARCH(p) modelinden elde edilen hatalar $\{\hat{Z}_t\}$, normallik varsayımına uygun olmamakla birlikte kalın kuyruk dağılımı göstermektedir.

Bunun sonucu olarak, kalın kuyruk dağılımı gösteren ARCH modelleri kullanılmaktadır. $\{Z_t\}$ nin dağılımına ilişkin ele alınan varsayımlardan biri çoğunlukla student-t dağılımıdır. Student-t dağılımının serbestlik derecesi belli bir kalın kuyruk derecesi ile eşleşmesi yönünden ampirik olarak seçilmektedir. Bu durum yeterince memnun edici bir yaklaşım olmamaktadır. Çünkü burada t-dağılımının seçimi keyfi görünmektedir. Bu durumun aynısı diğer popüler kalın kuyruk dağılımları için de geçerli olmaktadır. Bundan sonraki bölümde mevcut olan ARCH modelleri yeni bir bakış açısı ile ele alınmaktadır.

3.3.2. Önerilen ARCH Modelinin Tanımlanması

Denklem(3.1) altında hatalar aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\hat{Z}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\hat{a} + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i X_{t-i}^2}} \quad (3.2)$$

Denklem(3.2) de yer alan hataların ARCH denkleminde olduğu gibi(bknz: Denklem(3.1)) i.i.d. olarak davranması gerekmektedir. Yukarıdaki $\hat{a}, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots$ parametreleri, negatif olmayan $a, a_1, a_2, \dots$ parametrelerinin tahminleridir. Normallik varsayımının sağlanıp sağlanamadığı birkaç yoldan belirlenebilmektedir. Bunlardan en yaygın olanı normal dağılımın basıklık ölçüsü olan 3 değeri ile ampirik basıklık ölçüsünü hesaplayarak karşılaştırmaktır. Öyle ki, $K_i^j(Y), \{Y_i, Y_{i+1}, \dots, Y_j\}$ veri setinin ampirik(örnek) basıklığını gösterebilir. Genellikle, $K_1^n(\hat{Z})$ değeri $K_1^n(X)$ değerinden oldukça küçük ancak yine de 3 ten oldukça büyüktür $3 < K_1^n(\hat{Z}) < K_1^n(X)$.

$K_1^n(\hat{Z}), \hat{a}, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots$ parametrelerinin sürekli bir fonksiyonudur. Bu noktada sorulması gereken soru, hataların $K_1^n(\hat{Z})$ basıklığını yaklaşık 3 olmasını sağlayacak $\hat{a}, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots$ parametreleri için bir spesifikasyonun olup olmadığıdır. Bu sorunun cevabı genellikle olmadığı yönündedir.

Denklem(3.2) tekrar ele alındığında, X_t getirisinin standart sapma ölçüsü ile bölünerek studentize haline getirilmesi işlemi olarak yorumlanabilmektedir. Buna rağmen, aynı X_t nin ampirik standart sapma değerinden X_t nin kendi değerinin çıkarılması için bir sebep görülmemektedir. Bu nedenle, X_t^2 terimi studentleştirme işlemine dahil edildiği zaman aşağıdaki denklem elde edilmektedir.

$$\hat{W}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\hat{a} + \hat{a}_0 X_t^2 + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i X_{t-i}^2}} \quad (3.3)$$

Bu noktada yukarıda daha önce sorulan soru yeniden cevaplandırılabilir. Yeni hataların $(\hat{W}_t)$ basıklığını yaklaşık olarak 3 olmasını sağlayacak $\hat{a}, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots$ parametreleri için bir spesifikasyon var mıdır? Bu sorunun yanıtı, evet böyle bir spesifikasyonun var olduğu yönünde olmaktadır.

Bunun nedenini daha iyi anlayabilmek için basit spesifikasyonlar ele alınsın. $\hat{a} = 0$, $\hat{a}_0 = 1$ ve $\hat{a}_j = 0 (j \geq 1)$ olsun. Bunun sonucunda, $\hat{W}_t = \text{sign}(X_t)$ olmakta ve $K_1^n(\hat{W}) = 1$ dir. Ancak daha önce ifade edildiği üzere $\hat{a}_0 = 0$ olması genellikle $K_1^n(\hat{W}) > 3$ olmasına neden olmaktadır. Ortalama değer teoremi $K_1^n(\hat{W}) = 3$ olmasını sağlayan bir spesifikasyonun varlığını garanti etmektedir.

Basıklık ölçüsünün 3 olması hataların($\hat{W}$) yaklaşık olarak sıfır etrafında simetrik dağılıma sahip olduğunu belirtmektedir. Bu nedenle W_t nin en azından yaklaşık olarak sıfır ortalamalı normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca, $a, a_1, a_2, \dots$ parametrelerinin yeniden ölçeklendirilmesi ile W_t nin yaklaşık olarak standart normal dağılım gösterdiği varsayılabilir.

Denklem(3.3) aşağıdaki Denklem(3.4) ile elde edilmektedir(Politis, 2004: 285).

$$X_t = W_t \sqrt{a + a_0 X_t^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2} \quad (3.4)$$

Denklem (3.4) önerilen ARCH modelini temsil etmektedir. Burada denklemin her iki tarafında da X_t nin yer aldığı görülmektedir. Bu nedenle Denklem (3.4) aşağıdaki gibi çözülebilmektedir.

$$X_t = U_t \sqrt{a + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2} \quad (3.5)$$

Burada,

$$U_t = \frac{W_t}{\sqrt{1 - a_0 W_t^2}} \quad (3.6)$$

Denklem(3.4) de önerilen ARCH modelinin, yeni hata terimi U_t ile ilişkili olan Denklem(3.5) teki bilinen ARCH(p) modeli ile eşit olduğu görülmektedir. Ancak, Denklem(3.6) daki paydadan dolayı W_t için tam olarak normallik varsayımı kabul edilemeyebilir. Gerçekte, W_t ve $\hat{W}_t$ sınırlandırılmışlardır.

$$\frac{1}{W_t^2} = \frac{a + a_0 X_t^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2}{X_t^2} \geq a_0 \quad (3.7)$$

Bu nedenle, $|W_t| \leq 1/\sqrt{a_0}$ ve benzer olarak $|\widehat{W}_t| \leq 1/\sqrt{\widehat{a}_0}$ dir.

W_t nin normal dağılıma yakın olduğu düşünüldüğünde bunu modellemek için kullanılacak yol standart normal dağılımdır ancak bu dağılım sınırlandırıldığı için BSN dağılımı olarak kullanmak daha doğru olmaktadır. $W_t \sim i.i.d.$ olup aşağıdaki yoğunluk fonksiyonuna sahiptir.

$$\frac{\phi(x)1\{|x| \leq C\}}{\int_{-C_0}^{C_0} \phi(y) dy}, \quad x \in R \quad (3.8)$$

Burada ϕ standart normal yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. Ayrıca, $C_0 = 1/\sqrt{a_0}$ olarak tanımlanmaktadır.

3.3.2.1. ARCH Hataları İçin Kalın Kuyruk Dağılımı

W_t nin BSN dağılımı olduğu varsayılırsa, değişken dönüşümü yardımı ile Denklem (3.5) de yer alan ARCH modelindeki U_t hata terimi aşağıdaki gibi tanımlanan $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonuna sahip olmaktadır.

$$f(u; a_0, 1) = \frac{(1 + a_0 u^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2(1 + a_0 u^2)}\right)}{\sqrt{2\pi} \left(\Phi(1/\sqrt{a_0}) - \Phi(-1/\sqrt{a_0})\right)}, u \in R \quad (3.9)$$

Burada Φ standart normal dağılım fonksiyonudur. Denklem(3.9), ARCH hataları için önerilen yoğunluk fonksiyonudur. Negatif olmayan parametre a_0 bir şekil parametresidir. Bu parametre kalın kuyruk derecesi ile ilişkili olmaktadır. Aynı zamanda, $a_0 \rightarrow 0$ iken $f(u; a_0, 1) \rightarrow \phi(u)$ olduğu Denklem(3.9) dan görülmektedir.

Denklem(3.9) daki, $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonu kalın kuyruğa sahiptir ($a_0 = 0$ hariç) ve ayrıca tüm momentler sonludur. Genellikle momentler ikinci dereceye kadar sonlu olmaktadır. Diğer bir ifadeyle, eğer bir rastgele değişken U , $a_0 > 0$ olmak üzere $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonuna sahip ise aşağıdaki durumlar ile karşılaşılmaktadır.

$$E|U|^d < \infty, \quad d \in [0, 2) \quad \text{ve} \quad E|U|^d = \infty, \quad d \in [2, \infty)$$

Yukarıdaki özellik t_2 dağılımını anımsatmaktadır. Aşağıdaki Denklem (3.10), iki serbestlik dereceli t-dağılımı gibi düşünülebilmektedir.

$$f(u; a_0, 1) \sim c(a_0)(1 + a_0 u^2)^{-3/2}, \quad u \rightarrow \infty \quad (3.10)$$

Burada,

$$1/c(a_0) = \sqrt{2\pi} \left(\Phi(1/\sqrt{a_0}) - \Phi(-1/\sqrt{a_0}) \right) \exp(1/(2a_0)) \quad (3.11)$$

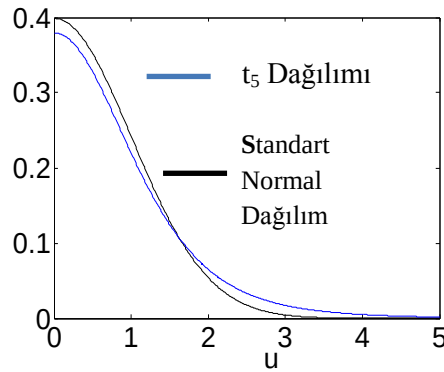
Denklem(3.10) da, u değeri sonsuza giderken yoğunluk fonksiyonu aynı 2 serbestlik dereceli t-dağılımı gibi sıfıra doğru gitmektedir. Ancak, $f(u; a_0, 1)$ fonksiyonu t_2 dağılımının kuyruğuna göre daha ince bir kuyruğa sahiptir. Çünkü her iki dağılımdaki sabit değerler birbirinden çok farklı olmaktadır. Bu doğrultuda $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonu t_2 (f_{t_2}) ve t_5 (f_{t_5}) dağılımlarının fonksiyonları ile karşılaştırılmaktadır. Tablo 4'te yer alan değer Matlab programı yardımı ile hesaplanmıştır.

Tablo 4: Budanmış Standart Normal Dağılım Fonksiyonunun Momentleri ile t_2 ve t_5 Dağılımlarının Yoğunluk Fonksiyonlarının Momentlerinin Karşılaştırılması

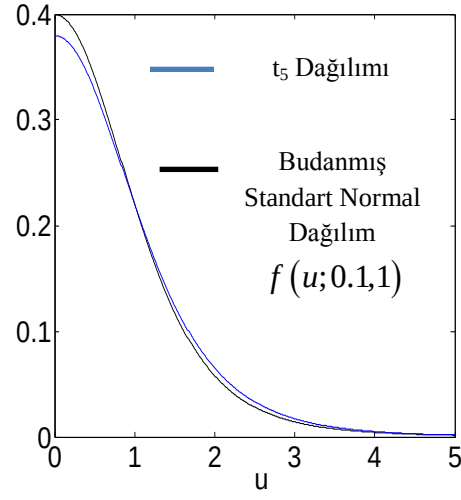
a =	1	1.9	2	2.1	3	4
$\int_{-10}^{10} u ^a f(u; 0.1, 1) du$	0.905	1.444	1.561	1.695	4.401	18.74
$\int_{-100}^{100} u ^a f(u; 0.1, 1) du$	0.923	1.745	1.983	2.290	20.27	875.45
$\int_{-10}^{10} u ^a f_{t_2}(u) du$	1.216	2.931	3.328	3.798	14.94	89.03
$\int_{-100}^{100} u ^a f_{t_2}(u) du$	1.394	6.176	7.904	10.278	194.40	9975.3
$\int_{-10}^{10} u ^a f_{t_5}(u) du$	0.947	1.519	1.638	1.773	4.304	15.96
$\int_{-100}^{100} u ^a f_{t_5}(u) du$	0.949	1.541	1.667	1.811	4.740	24.05

Yukarıdaki Tablo 4 incelendiğinde, ikinci momente hatta 2.1 inci dereceden momente kadar $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonunun momentlerinin t_5 dağılımının yoğunluk fonksiyonunun momentlerine yakın olduğu görülmektedir. Ancak aynı durum üçüncü ve dördüncü momentler için geçerli olmamaktadır. Ayrıca, t_2 dağılımı ile $f(u; a_0, 1)$ dağılımı karşılaştırıldığında, $f(u; a_0, 1)$ nin daha ince bir kuyruğa sahip olduğu açık olarak görülmektedir(bknz: Şekil 9,10,11 ve 12).

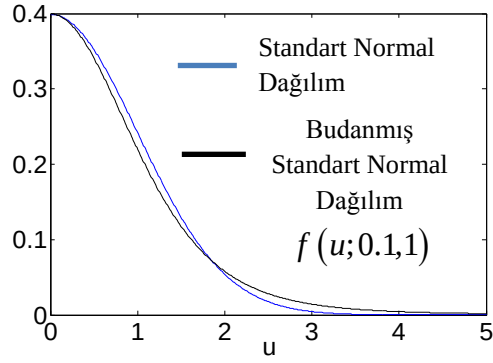
Şekil 9: Standart Normal Dağılım ile t_5 -Dağılımının Karşılaştırılması



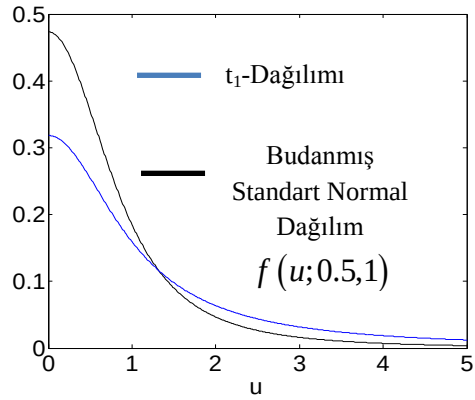
Şekil 10: Budanmış Standart Normal Dağılım ile t_5 -Dağılımının Karşılaştırılması



Şekil 11: Budanmış Standart Normal Dağılım İle Standart Normal Dağılımının Karşılaştırılması



Şekil 12: Budanmış Standart Normal Dağılım ile t_1 - Dağılımının Karşılaştırılması



Yukarıdaki şekillerden özellikle Şekil 12, dağılımlar arasındaki farkın görülmesi açısından önem arz etmektedir. BSN dağılımındaki kalın kuyruk derecesini ölçen a_0 ile t-dağılımın kalın kuyruk derecesi arttıkça, her iki yoğunluk fonksiyonu orijin etrafında zıt yönde değişim göstermektedir. BSN dağılımı artış gösterirken, t-dağılımı azalış göstermektedir. Bu nedenle BSN dağılımının t-dağılımı ailesine göre daha aşırı basık bir dağılım olduğu söylenebilmektedir. Bir anlamda BSN dağılımı, dağılımın kalın kuyruk derecesi arttığı zaman orijin yakınında daha fazla yoğunlaşmaktadır. Ancak aynı zamanda $u \rightarrow \infty$, $f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonu $t_v(v>2)$ dağılımından daha yavaş oranda sıfıra doğru eğilim göstermektedir.

3.3.2.2. Maksimum Olabilirlik Oranı

Bu bölümde, $X_1, X_2, \dots, X_n$ veri setine, Bölüm 3.3.3 te önerilen BSN dağılımı fonksiyonuna göre $U_1, U_2, \dots, U_n$ lerin i.i.d. olduğu varsayımı altında ARCH modeli(Denklem(3.5)) uygulanmaktadır.

$f(u; a_0, 1)$ yoğunluk fonksiyonu, yoğunluk fonksiyonlarının iki parametrelili bir ailesini oluşturmak için ölçeklendirilmektedir.

$$f(x; a_0, s) = \frac{1}{s} f\left(\frac{x}{s}; a_0, 1\right), \quad x \in R \quad (3.12)$$

Burada, a_0 şekil parametresidir. Pozitif parametre olan s ise ölçek parametresini göstermektedir.

Sonuç olarak, herhangi $t > p$ için, geçmiş gözlemlere dayanarak koşullu biçimde X_t nin yoğunluk fonksiyonu $F_{t-1}\{X_s, 0 < s \leq t - 1\}$, $f(x; a_0, s)$ tarafından belirlenmektedir. Burada oynaklık $s_t = \sqrt{a + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2}$, F_{t-1} verildiğinde sabit olarak ele alınmaktadır. Bu nedenle, veri seti $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ nin olabilirliği F_p üzerine koşullandırılmaktadır. F_p , pseudo-olabilirlik olarak adlandırılmaktadır.

$$L(a, a_0, a_1, \dots, a_p | X) = \prod_{t=p+1}^n f(X_t; a_0, s_t) \quad (3.13)$$

$\hat{a}, \hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p$ parametreleri $a, a_0, a_1, \dots, a_p$ parametrelerinin maksimum(pseudo) olabilirlik tahmincileri olarak tanımlanmaktadır. Negatif olmayan kısıtlara bağlı olarak ($a \geq 0, a_i \geq 0, i \geq 0$), $L(a, a_0, a_1, \dots, a_p | X)$ fonksiyonu maksimize edilmektedir. Maksimum olabilirlik tahmincileri, dördüncü momentin sonlu olmaması durumunda bile tutarlılık göstermektedir.

Bu bölümün geri kalanında Bollerslev (1986) tarafından önerilen GARCH(1,1) modelinin ele alınarak parametrelerinin tahminlenme süreci açıklanmaktadır.

$$X_t = s_t U_t, \quad s_t^2 = C + A X_{t-1}^2 + B s_{t-1}^2 \quad (3.14)$$

Burada U_t nin dağılımı Denklem(3.15) gösterilmektedir.

$$U_t \sim i.i.d. f(u; a_0, 1) \quad (3.15)$$

A, B ve C parametreleri negatif olmamakla beraber $A+B < 1$ zayıf durağanlık koşulu bulunmaktadır. Denklem(3.14) teki GARCH modelinin, $p = \infty$ olduğunda Denklem(3.5) deki ARCH modeline eş olduğu gözlemlenmektedir. Bu doğrultuda, Denklem(3.5) te yer alan parametreler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$a = \frac{C}{1-B}, \quad a_i = A B^{i-1}, i = 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

Denklem(3.16) da parametre a_0 yer almamaktadır. Çünkü bu parametre U_t hatalarının dağılımı ile ilişkilidir. GARCH modeli için pseudo olabilirliğini yazmak oldukça zor iken, böyle bir yaklaşım kullanmak sonuca ulaşmak açısından daha basit olmaktadır. Burada A, B, C ve a_0 olmak üzere dört parametre tahminlenecektir. Bu parametrelerin maksimum olabilirlik tahmini, Denklem(3.13) ün dört parametreye göre maksimize edilmesi ile bulunmaktadır.

3.3.2.3. ARCH ve GARCH Modelleri ile Karesel Getirilerin Tahmini

ARCH modellerinin başarılı bir şekilde X_t getirilerini tahmin etmesi beklenemez bir durum iken, X_t^2 karesel getirileri için tahmin yeteneğine sahip olması beklenebilen bir durumdur. Bütün bunlara rağmen, literatürde bu önerilere karşı olan

görüşler bulunmaktadır. Çoğunlukla ortaya konan ortak görüş, ARCH/GARCH modellerinin günlük karesel getiriler karşısında zayıf örneklem dışı öngörümleme performansı ile tanımlandığı yönünde olmaktadır (Anderen ve Bollerslev, 1998: 1). Ayrıca, çok sayıda çalışma ARCH ve stokastik oynaklık modellerinin zayıf oynaklık öngörümlemesi sağladığını ifade etmektedir. Ancak yapılan bu olumsuz yorumlar genellikle uygulanan tahmin yöntemi ile ilişkilidir. Bu durum, karesel oynaklık olan $\hat{s}_t^2 = \hat{C} + \hat{A}X_{t-1}^2 + \hat{B}s_{t-1}^2$ ile X_t^2 nin tahminlenmesidir.

X_t^2 için $\hat{s}_t^2$ nin tahminci olarak kullanılması aşağıdaki özellikleri sağlanması durumunda en iyi olacaktır.

- a) GARCH hataları $N(0,1)$ olduğunda
- b) Tahminin ne kadar iyi olduğunu ölçmek için OKH kullanıldığında
- c) X_t getirileri sonlu dördüncü momente sahip olduğunda

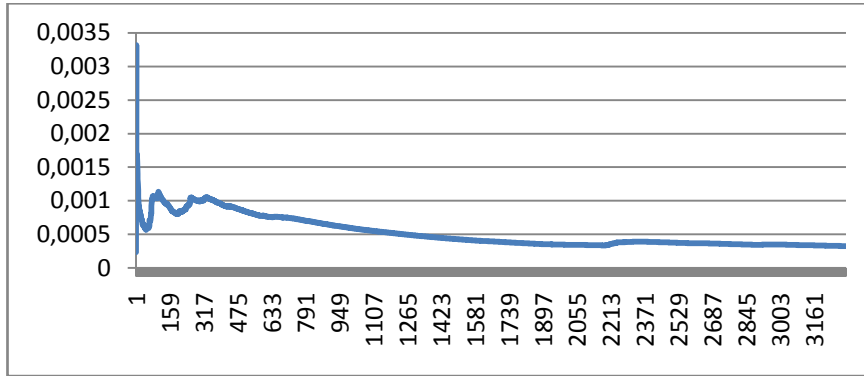
Bu durumda $\hat{s}_t^2$, s_t^2 için kullanılan en iyi vekil değişken olmaktadır. Böylece, tahminci olarak $\hat{s}_t^2$ nin kullanımı gerekmektedir. Ancak, $\hat{s}_t^2$ tahmincisinin benzer bir performans gösterdiği hatta bazen veri setinin örnek varyansına göre kısmen daha kötü performans gösterdiği de görülmektedir.

$\hat{s}_t^2$ nin zayıf performans göstermesi GARCH modeline karşılık olumsuz bir sonuç olmamaktadır. Bu durum (a), (b) ve (c) koşullarından birinin veya daha fazlasının gerçekleşmediğinin kanıtı olabilir.

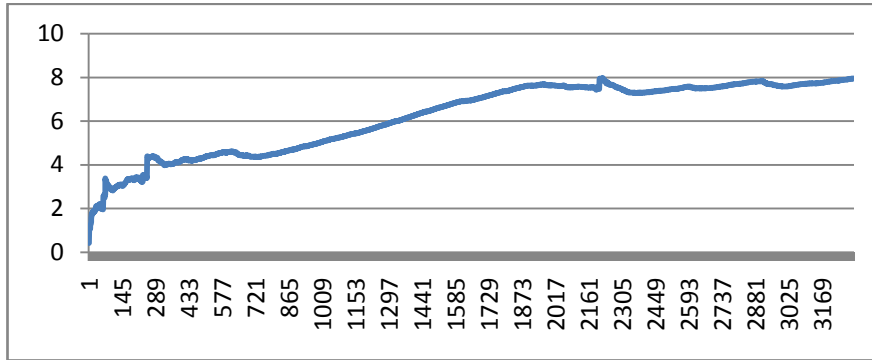
Çoğunlukla ilk koşulun gerçekleşmediği görülmektedir. Bazı durumlarda üçüncü koşulun da sağlanmadığı görülebilmektedir.

$V_i^j(Y)$ ve $K_i^j(Y)$ sırasıyla $\{Y_i, Y_{i+1}, \dots, Y_j\}$ veri setinin ampirik varyans ve basıklık ölçüsünü temsil etmektedir. Şekil 13 ve Şekil 14, NASDAQ getiri serisi, Şekil 15 ve Şekil 16 ise BİST 100 getiri serisine ilişkin $X_1, X_2, \dots$ verisinin k 'ıncı fonksiyonu olarak $V_1^k(X)$ ve $K_1^k(X)$ in grafiklerini göstermektedir.

Şekil 13: NASDAQ Günlük Getiri Serisinin k'ncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği



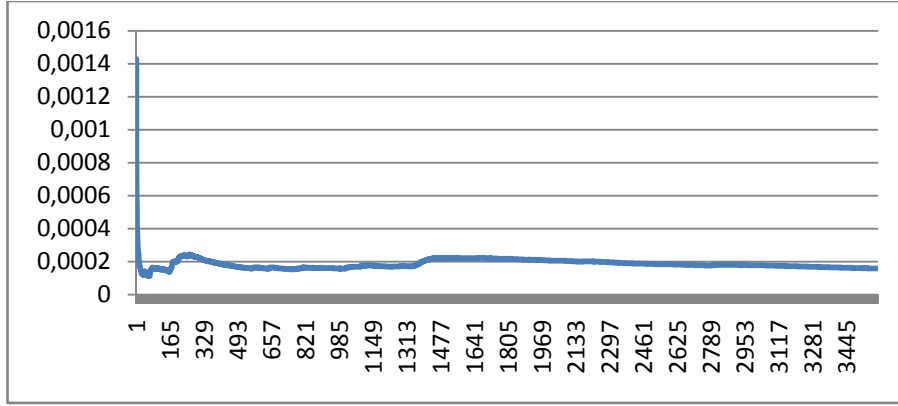
Şekil 14: NASDAQ Günlük Getiri Serisinin k'ncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği



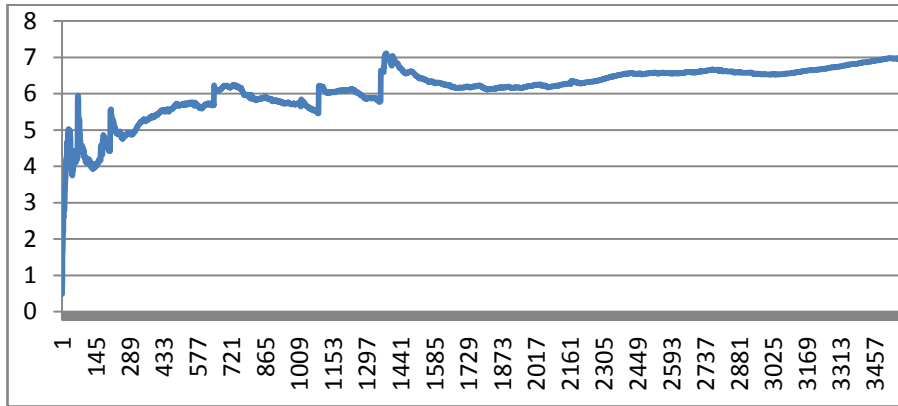
Yukarıdaki şekiller incelendiği zaman, NASDAQ getiri serisinin sonlu ikinci momente sahip olabileceği ancak sonlu dördüncü momente sahip olmayabileceği görülmektedir.

Logaritmik olarak hesaplanan BİST 100 getiri serisine ilişkin varyans grafiği Şekil 15 ve dördüncü momentine ilişkin grafik Şekil 16 da gösterilmektedir.

Şekil 15: Logaritmik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği

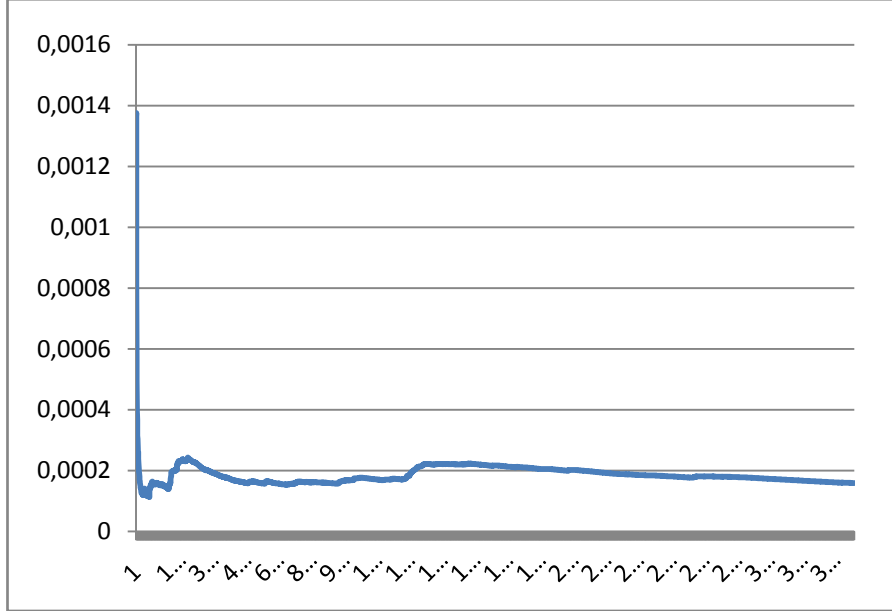


Şekil 16: Logaritmik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği

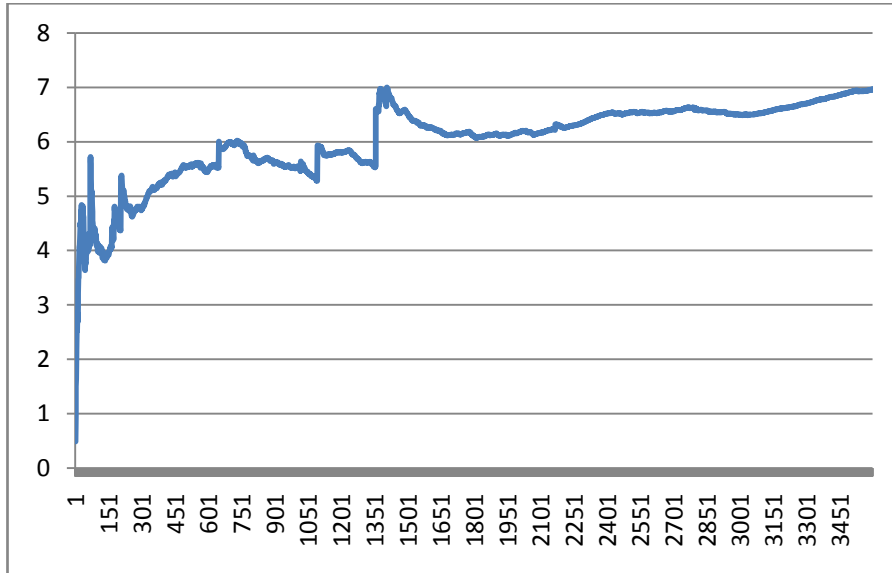


Şekil 15 ve Şekil 16 incelendiği zaman, logaritmik BİST 100 getiri serisinin sonlu ikinci momente sahip olabileceği ancak sonlu dördüncü momente sahip olmayabileceği görülmektedir. Aynı şekilde, aritmetik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serisinin varyansına ve dördüncü momentine ilişkin grafikler Şekil 17 ve Şekil 18 de yer almaktadır.

Şekil 17: Aritmetik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Varyansının Grafiği



Şekil 18: Aritmetik BİST 100 Günlük Getiri Serisinin k'ıncı Fonksiyonu Olarak Dördüncü Momentinin Grafiği



Yukarıda her üç getiri serisi için elde edilen grafikler incelendiğinde varyanslarının sonlu bir değere yaklaştığı ancak dördüncü momentlerinin sonlu bir değere yakınsamadığı görülmektedir. Bu durumda, üçüncü koşul başarısız olmaktadır. Bu nedenle $\hat{s}_t^2$ nin başarısızlığının (a), (b) ve (c) koşullarının başarısızlığından dolayı olduğu doğrulanmaktadır. Bu durumda bu üç koşulda değişiklik yapılması gerekmektedir.

- A) GARCH hataları muhtemelen kalın kuyruk dağılımına sahiptir.
- B) Tahminin iyi olup olmadığını ölçmek için OMH gibi bir ölçü kullanılmalıdır.
- C) X_t getirileri sonlu olmayan dördüncü momente fakat sonlu bir ikinci momente sahiptir veya en azından daima sonlu bir ikinci momente sahip olmaktadır.

Yukarıdaki A, B ve C koşulları altında X_t^2 nin en iyi tahmincisi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$m_2 \hat{s}_t^2 \quad (3.17)$$

Burada m_2 , U_t^2 dağılımının medyan değeridir. Eğer $U_t \sim N(0,1)$ ise, $m_2 \cong 0.455$; Eğer $U_t \sim t_5$ ise $m_2 \cong 0.528$ dir.

GARCH hatalarının $f(u; a_0, 1)$ dağılımı gösterdiği varsayıldığı zaman, şekil parametresinin(a_0) farklı değerlerine göre m_2 değerleri aşağıdaki tabloda hesaplanmaktadır. Tablo 5'te yer alan değerler Matlab programı yardımı ile hesaplanmıştır.

Tablo 5: U_t^2 için Yaklaşık Medyan Değeri m_2

a_0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
m_2	0.457	0.459	0.461	0.463	0.465	0.467	0.469	0.471	0.473	0.475

Bundan sonraki bölümde ilk olarak GARCH(1,1) modelinin parametreleri, hataların normal dağılım, t_5 -dağılımı ve BSN dağılımı varsayımı altında tahminlenmektedir. Normal dağılım ve t_5 dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinin parametre tahminleri için Matlab programı kullanılırken, BSN dağılımı altında yapılan parametre tahminleri için R-paket programı kullanılmıştır.

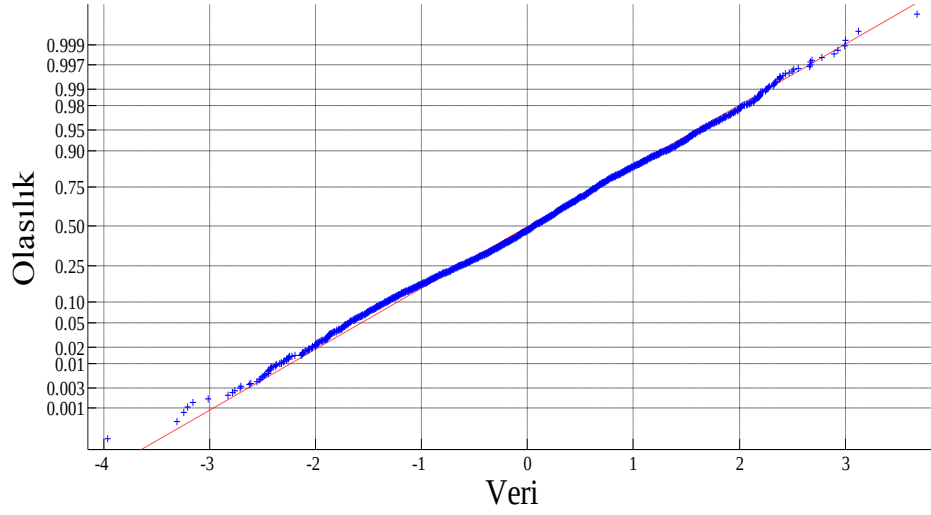
Tablo 6: GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri

	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
NASDAQ $\sim N(0,1)$	-	0.075	0.919	1.58e-06
NASDAQ $\sim t_5$ Dağılımı	-	0.071	0.928	1.83e-06
NASDAQ $\sim f(u; a_0, 1)$	0.034	0.067	0.922	1.24e-06

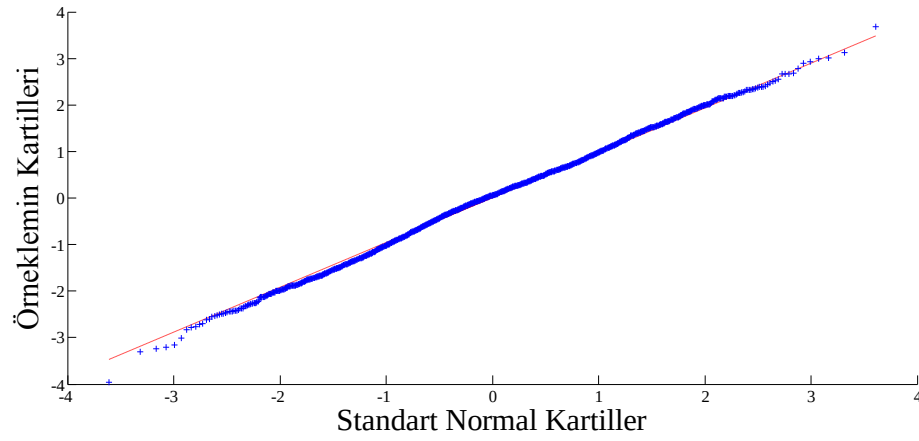
Yukarıdaki Tablo 6 da, $\hat{a}_0 = 0.034$ olarak hesaplanmaktadır. Bu durum, daha önceki bölümlerde anlatıldığı üzere quasi-normal hatalar olan $\hat{W}_t$ lerin -5.34 ile 5.34 arasında değişim gösterdiğini ifade etmektedir $(\mp 1/\sqrt{\hat{a}_0})$. Normal dağılımın %99.7 sinin ∓ 3 arasında olduğu bilinmektedir. Bu durum da $\hat{W}_t$ hataların budanmış olmasının normallik varsayımını bozmadığı söylenebilir. BSN dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruk göstermesi yani kuyruk kısımlarında daha fazla gözlemlerin birikmesi Jarque-Bera, Kolmogorov-Smirnov gibi diğer olağan normallik testlerinin uygulanmasını olanaksız kılmaktadır. Normallik testi için en iyi test istatistiği, Bölüm 2’de anlatıldığı üzere Shapiro-Francia testidir. Bu nedenle, BSN dağılımı altında GARCH(1,1) modelinden elde edilen hatalara Shapiro-Francia testinin uygulanmasının yanı sıra $\hat{W}_t$ hataların normal olasılık ve kartil-kartil grafikleri elde edilerek normal dağılıma yakın bir dağılım gösterdiği belirlenmiştir. Sonuçlar, BSN dağılımının normallik varsayımını bozmadığı şeklinde yorumlanabilir.

Aynı zamanda, aynı gözlem sayısında standart normal dağılımdan gelen veriler türetilerek, çalışmada kullanılan veri seti ile aynı dağılımdan gelip gelmediği 2 örneklem için uygulanan Kolmogorov-Smirnov testi ile test edilmiştir.

Şekil 19: NASDAQ $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin Hataların Normal Olasılık Grafiği



Şekil 20: NASDAQ $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin Hataların Kartil-Kartil Grafiği



Şekil 19 ve Şekil 20, $\hat{W}_t$ hatalarının normal dağılıma yakın bir dağılım gösterdiğini ifade etmektedir. BSN dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliği göstermesi ∓ 3 aralığının dışında gözlemlerin yer almasına neden olmaktadır. Şekil 19 ve Şekil 20’den de görüldüğü gibi gözlemlerin çoğunun, normal doğru üzerinde yer alması normal dağılıma yakın bir dağılım özelliği gösterdiği

şeklinde yorumlanabilir. SF test istatistiği ve 2 örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi sonuçları Tablo 7 de yer almaktadır.

Tablo 7: Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi	Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem
H-istatistiği	0	0
Olasılık Değeri	0.096	0.0531

Tablo 7 de, H-istatistiğinin sıfır olarak hesaplanması hataların normal dağıldığını söyleyen sıfır hipotezinin reddedilemediğini göstermektedir. Önem düzeyi %5 alındığında her iki testin sonucuna göre hataların normal dağılıma uymadığı söylenememektedir.

Logaritmik ve aritmetik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serisi için elde edilen GARCH(1,1) tahminleri aşağıdaki Tablo 8 ve Tablo 9 da sırasıyla yer almaktadır.

Tablo 8: Logaritmik BİST 100 Getiri Serisi Kullanılarak Elde Edilen GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri

Logaritmik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	-	0.0818	0.899	3.07e-06
BİST 100 ~ t_5 Dağılımı	-	0.0454	0.915	1.58e-06
BİST 100 ~ $f(u; a_0, 1)$	0.063	0.0561	0.912	2.03e-06

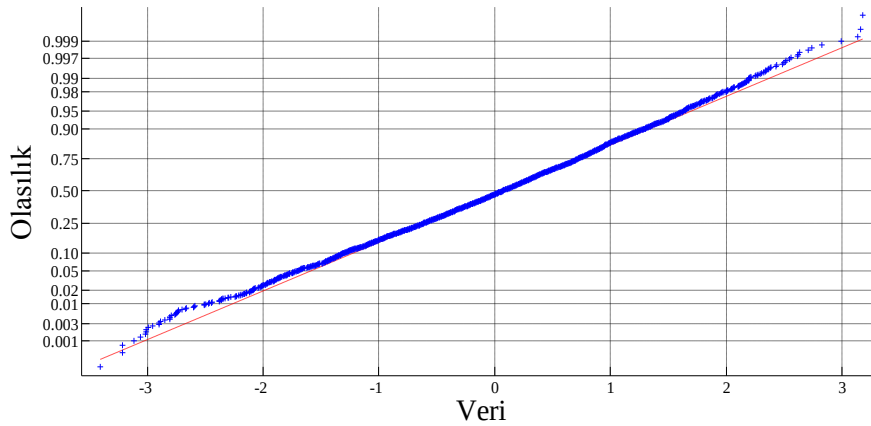
Tablo 9: Aritmetik BİST 100 Getiri Serisi Kullanılarak Elde Edilen GARCH(1,1) Modelinin Maksimum Olabilirlik Tahminleri

Aritmetik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	-	0.0798	0.902	2.93e-06
BİST 100 ~ t_5 Dağılımı	-	0.0452	0.915	1.57e-06
BİST 100 ~ $f(u; a_0, 1)$	0.0618	0.0559	0.913	2.002e-06

Yukarıdaki Tablo 8 ve Tablo 9 da, sırasıyla $\hat{a}_0 = 0.063$ ve $\hat{a}_0 = 0.0618$ olarak hesaplanmıştır. Bu durum, daha önceki bölümlerde anlatıldığı üzere quasi-normal hatalar olan $\hat{W}_t$ nin logaritmik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serisi için -3.98 ile 3.98 arasında değişim gösterdiğini ifade etmektedir ($\mp 1/\sqrt{\hat{a}_0}$). Aynı şekilde, aritmetik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serisi için $\hat{W}_t$ nin değişim aralığı -4.02 ile 4.02 olarak elde edilmektedir.

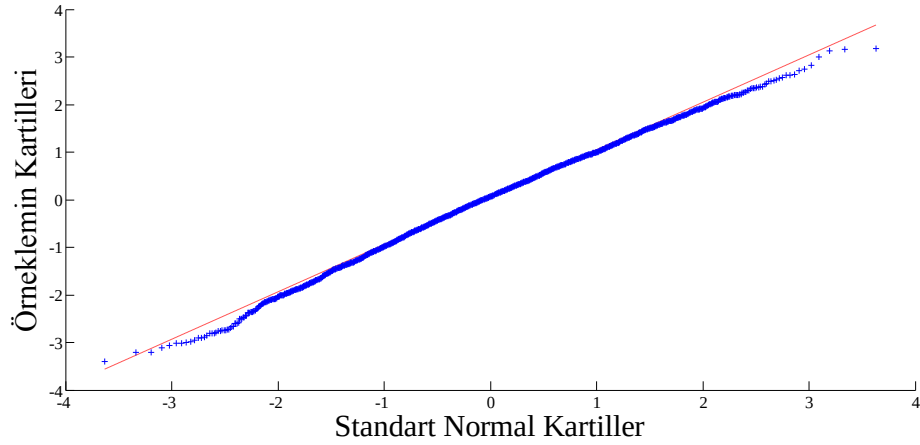
Normal dağılımın %99.7 sinin ∓ 3 arasında olduğu bilindiğinden $\hat{W}_t$ hataların normallik varsayımını bozmadığı söylenebilir. Bunun gerek grafiksel gerek istatistiksel olarak doğruluğunu göstermek için $\hat{W}_t$ hataların normal olasılık ve kartil-kartil grafikleri ile SF ve Kolmogorov-Smirnov testi sonuçları elde edilerek normal dağılıma uygun olup olmadığı belirlenmiştir.

Şekil 21: Logaritmik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\hat{W}_t$ Hataların Normal Olasılık Grafiği



Şekil 21, $\hat{W}_t$ hatalarının normal dağılıma yakın bir dağılım gösterdiğini ifade etmektedir. BSN dağılımının normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliği göstermesi ∓ 3 aralığının dışında gözlemlerin yer almasına neden olmaktadır.

Şekil 22: Logaritmik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\hat{W}_t$ Hataların Kartil-Kartil Grafiği



Şekil 22’den de görüldüğü üzere, gözlemlerin çoğunun normal doğru üzerinde yer alması normal dağılıma yakın bir dağılım özelliği gösterdiği şeklinde yorumlanabilmektedir. SF test istatistiği ve 2 örneklem için Kolmogorov-Smirnov testi sonuçları Tablo 10 da yer almaktadır.

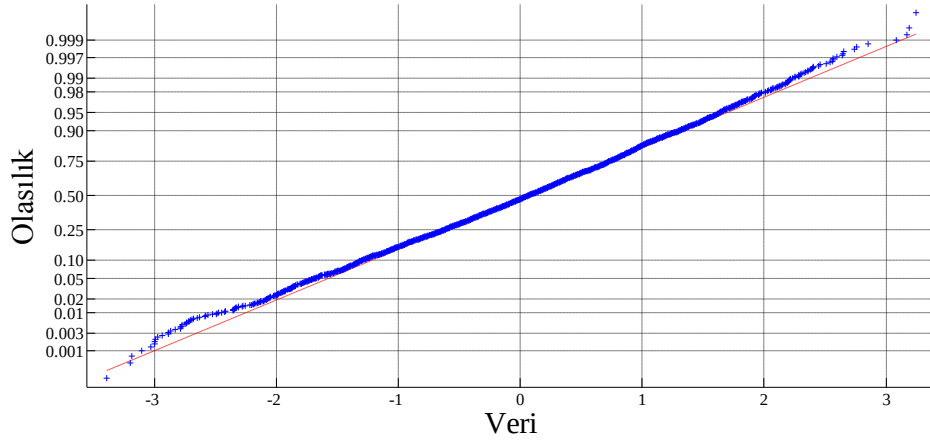
Tablo 10: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi	Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem
H-istatistiği	0	0
Olasılık Değeri	0.048	0.2456

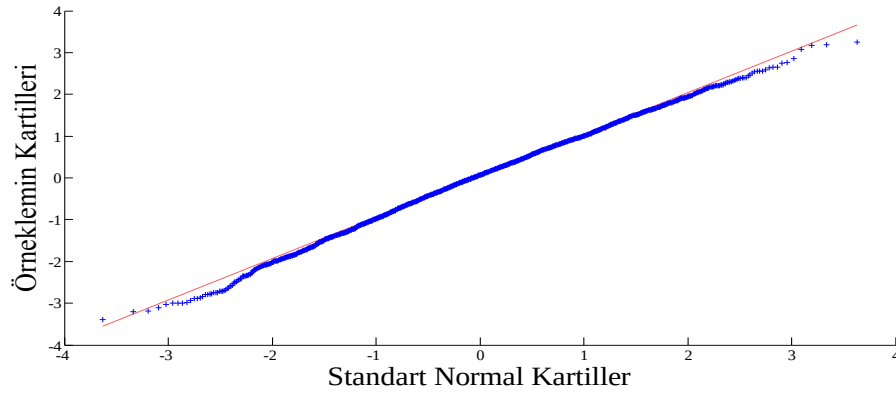
Yukarıdaki Tablo 10’da yer alan test sonuçları incelendiğinde, SF testine göre, %1 önem düzeyinde hataların normal dağılıma uymadığı söylenemez iken, Kolmogorov-Smirnov testine göre gerek %1 gerek %5 önem seviyesinde hataların normal dağılıma uymayan bir dağılımdan gelmediği söylenemez.

Aritmetiksel formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serisine ilişkin grafiksel(bknz: Şekil 23-24) ve parametrik olmayan normallik testi sonuçları(bknz: Tablo 11) aşağıda sırasıyla gösterilmektedir.

Şekil 23: Aritmetik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Normal Olasılık Grafiği



Şekil 24: Aritmetik Formül İle Hesaplanan BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$ Getiri Serisine İlişkin $\widehat{W}_t$ Hataların Kartil-Kartil Grafiği



Tablo 11: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Hatalara İlişkin Shapiro-Francia Testi ve Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi	Kolmogorov-Smirnov Testi: 2 Örneklem
H-istatistiği	0	0
Olasılık Değeri	0.0770	0.2456

Yukarıdaki Şekil 23-24 ve Tablo 11’den görüleceği üzere, GARCH(1,1) modelinden elde edilen hataların normallik varsayımını bozmadığı görülmektedir. Tablo 5, 7 ve 8 den elde edilen sonuçlara göre ise, GARCH(1,1) modelinin parametreleri olan $\hat{A}$, $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ değerlerinin toplamı 1’den küçük olarak hesaplanmaktadır. GARCH modelinin kısıtlamalarından biri olan bu sonucun doğrulanması bu noktada önem taşımaktadır. BSN dağılımı altında tahminlenen $\hat{a}_0$ parametresi ise GARCH modelinin p değeri sonsuza doğru giderken ARCH modeline dönüştüğü varsayımı altında Denklem(3.5) ten hesaplanmaktadır.

3.3.2.4. Modellerin Örneklem İçi ve Örneklem Dışı Öngörümleme Performansları

Oynaklığın öngörülenmesi üzerine yapılan çalışmaların çoğunda GARCH(1,1) modelinin kullanıldığı görülmektedir. Bununla beraber, akademik literatürde, GARCH(1,1) modeli finansal getiriler için gerçeğe uygun veri türetme süreci olarak algılanmaktadır(Starica, 2003: 5). Öngörümleme sonuçlarını, örneklem içi ve örneklem dışı şeklinde iki bölüme ayırarak değerlendirmek daha doğru bir yaklaşımdır. Bunun en önemli nedeni olarak, örneklem içi ve örneklem dışı öngörümleme performansının farklı olması gösterilebilir. Literatürde yer alan çalışmalarda, GARCH(1,1) modelinin iyi bir örneklem içi performansa sahip olduğu ancak örneklem dışı performansının kötü olduğu ifade edildiğinden, bu bölümde daha çok modellerin örneklem dışı öngörümleme performansları üzerinde durulmaktadır. Aynı zamanda, öngörümleme performanslarının karşılaştırılmasında kullanılan ölçümlerin, elde edilen sonuçlar üzerinde etkili olduğu bilinmektedir.

Örnekleme dışı öngörümleme performansı için gözlem değerlerinin ilk yarısı model parametrelerinin tahmin edilmesinde kullanıldıktan sonra gözlem değerlerinin kalan ikinci kısmı için öngörümleme yapılmaktadır. Örnekleme içi öngörümlemede ise tüm veri seti kullanılmaktadır.

3.3.2.4.1. Örnekleme İçi Öngörümleme Performansları

Öngörümleme performanslarına geçmeden önce Bölüm 3.1.5 te tahminlenen model parametrelerinin değerlerini hatırlamak gerekmektedir(bknz: Tablo 5, 7 ve 8). Performans ölçütleri olarak OMH, AOMYH ve getirilerin sonlu dördüncü momente sahip olmaması durumunda Denklem(3.17) de verilen kriter göz önüne alınarak hesaplanan OMH ve AOMYH değerleri Tablo 12 de verilmektedir.

Tablo 12: Modellerin Örnekleme İçi Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması

	Ortalama Mutlak Hata			Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata		
	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$
NASDAQ Getiri Serisi						
NASDAQ $\sim N(0,1)$	0.387	0.321	0.280	1.203	0.997	0.870
NASDAQ $\sim t_5$ dağılımı	0.387	0.463	0.283	1.203	1.440	0.880
NASDAQ $\sim f(u; a_0, 1)$	0.387	0.460	0.280	1.203	1.431	0.869
Logaritmik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 $\sim N(0,1)$	0.181	0.166	0.141	1.138	1.045	0.889
BİST 100 $\sim t_5$ dağılımı	0.181	0.173	0.141	1.138	1.085	0.886
BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$	0.181	0.215	0.141	1.138	1.348	0.886
Aritmetik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 $\sim N(0,1)$	0.181	0.166	0.141	1.138	1.045	0.889
BİST 100 $\sim t_5$ dağılımı	0.181	0.172	0.141	1.138	1.083	0.886
BİST 100 $\sim f(u; a_0, 1)$	0.181	0.215	0.140	1.138	1.353	0.886

Not: B, benchmark değerini göstermektedir ve o sütunda yer alan değerler OMH'a göre hesaplanmıştır. Tablo içindeki değerler 1000 ile çarpılarak kısaltılmıştır. Gözlemlenemeyen GARCH varyansının ilk gözlem değeri (C/1-A-B) olarak alınmıştır.

Tablo 12’den elde edilen örneklem içi öngörümleme performansı sonuçlarına göre, BİST 100 getiri serisi için, BSN dağılımı ve 5-serbestlik dereceli t-dağılımı açısından bir fark görülemez iken, NASDAQ getiri serisi dikkate alındığında BSN dağılımının daha iyi performansa sahip olduğu belirlenmiştir.

Aynı zamanda, $m_2 \hat{S}_t^2$ tahminleyicisi kullanılarak elde edilen öngörümleme sonuçlarının diğer kriterler olan benchmark ve $\hat{S}_t^2$ ye göre daha iyi olduğu görülmektedir.

3.3.2.4.2. Örneklem Dışı Öngörümleme Performansları

Çalışmanın bu bölümünde hisse senedi getiri serilerine farklı dağılım varsayımları altında uygulanan GARCH(1,1) modellerinin örneklem dışı öngörümleme performansları iki ayrı performans ölçüsü kullanılarak incelenmiştir. Benchmark olarak kullanılan kıyaslama noktası, örneklem dışı veri seti üzerinden hesaplanıp örneklem varyansı olarak adlandırılan tarihsel oynaklığa karşılık gelmektedir(Minkah, 2007: 12). Elde edilen sonuçlara göre, 5-serbestlik dereceli t-dağılımı ve BSN dağılımı altında tahminlenen modellerin normal dağılım varsayımı altında tahminlenen modele göre örneklem dışı öngörümleme performansının daha iyi olduğu görülmektedir.

BSN dağılımlı ve 5-serbestlik dereceli t-dağılımlı GARCH(1,1) modellerinden elde edilen öngörümleme performansları arasında önemli bir farkın olmadığı belirlenmiştir. Aynı zamanda, $m_2 \hat{S}_t^2$ kullanılarak hesaplanan öngörülerin gerçek değerlere daha yakın oldukları OMH ve AOMYH öngörümleme performanslarından anlaşılmaktadır. Bu nedenle koşullu medyan tahminleyicisini kullanmak, elde edilen örneklem dışı öngörümleme performanslarının daha iyi olmasını sağlamaktadır.

Tablo 13 te yer alan değerler, veri setinin ilk yarısı kullanılarak hesaplanan katsayılar yardımı ile elde edilmiştir. Bu katsayılara ve aynı zamanda veri setinin %80 ni kullanılarak elde edilen katsayılara ilişkin sonuçlar EK 1-3 te gösterilmektedir. Aynı zamanda, t-dağılımının serbestlik derecesinin en çok olabilirlik tahmini ile elde edilmesi ile belirlenen GARCH(1,1)~ t_v (v serbestlik derecesini göstermektedir) modeline ilişkin sonuçlar EK 4 te verilmektedir.

Tablo 13: Modellerin Örneklem Dışı Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması

	Ortalama Mutlak Hata			Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata		
	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$
NASDAQ Getiri Serisi						
NASDAQ ~ N(0,1)	0.307 (0.177)	0.269 (0.179)	0.223 (0.142)	1.230 (1.149)	1.077 (1.160)	0.893 (0.925)
NASDAQ ~ t_5 Dağılımı	0.307 (0.177)	0.287 (0.182)	0.222 (0.137)	1.230 (1.149)	1.148 (1.183)	0.888 (0.891)
NASDAQ ~ $f(u; a_0, 1)$	0.307 (0.177)	0.403 (0.251)	0.221 (0.138)	1.230 (1.149)	1.611 (1.629)	0.888 (0.897)
Logaritmik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 ~ N(0,1)	0.111 (0.075)	0.122 (0.089)	0.092 (0.065)	1.098 (1.057)	1.210 (1.254)	0.910 (0.910)
BİST 100 ~ t_5 Dağılımı	0.111 (0.075)	0.128 (0.092)	0.090 (0.063)	1.098 (1.057)	1.265 (1.299)	0.890 (0.884)
BİST 100 ~ $f(u; a_0, 1)$	0.111 (0.075)	0.169 (0.122)	0.090 (0.062)	1.098 (1.057)	1.672 (1.721)	0.890 (0.886)
Aritmetik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 ~ N(0,1)	0.110 (0.075)	0.122 (0.089)	0.092 (0.065)	1.097 (1.057)	1.208 (1.254)	0.910 (0.910)
BİST 100 ~ t_5 Dağılımı	0.110 (0.075)	0.128 (0.092)	0.090 (0.063)	1.097 (1.057)	1.265 (1.299)	0.890 (0.884)
BİST 100 ~ $f(u; a_0, 1)$	0.110 (0.075)	0.169 (0.122)	0.090 (0.063)	1.097 (1.057)	1.672 (1.721)	0.891 (0.886)

Not: B, benchmark değerini göstermektedir ve o sütunda yer alan değerler OMH' a göre hesaplanmıştır. Tablo içindeki değerler 1000 ile çarpılarak kısaltılmıştır. Gözlemlenemeyen GARCH varyansının ilk gözlem değeri $(C/1-A-B)$ alınarak hesaplanmıştır. Parantez içerisindeki değerler veri setinin %80 ni kullanılarak elde edilmiştir.

3.4. Oynaklığın Kestirimi İçin Model-Free Yaklaşım

Bu bölümde, Bölüm 3.3 te anlatılan X_t getiri serisine ilişkin bazı özellikleri hatırlamak önem arz etmektedir. $X_1, \dots, X_n$ verisi, hisse senedi getirileri gibi bir finansal zaman serisinden gözlemlenen değerler olsun. Burada $\{X_t\}$ serisinin sıfır ortalamalı kesin durağan olduğu varsayılacaktır.

Bachelier (1900), logaritması alınmış hisse senedi fiyatları için Gaussian rassal yürüyüş modelini önermiştir. Hisse senedi getirilerinin logaritmik farkının, kar getirilerine özdeş olmasından dolayı, Bachelier'in tezinde ifade ettiği nokta, getiri serilerinin $\{X_t\}$, Gaussian $N(0, \sigma^2)$ olan ve bağımsız ve özdeş olarak dağılan rastgele değişkenler olarak modellenebileceğidir.

Fama (1965)'te getiri serilerinin normal dağılımdan daha fazla kalın kuyruk özelliği gösterdiğinin belirlenmesinden sonra modellenme noktasında çözüm olması açısından bazı normal olmayan uyarlamalar denemiştir. Mandelbrot(1963), yaptığı çalışmasında oynaklık kümelenmesi olgusuna işaret etmektedir. Burada ifade ettiği nokta, yüksek oynaklık gösteren günler bir arada kümelenmekte, düşük oynaklık gösteren günler ise bir arada kümelenmektedir. Bu durum getirilerin bağımsız olduğu varsayımını ihmal etmektedir. Yani getirilerin mutlak değeri veya kareleri pozitif olarak ilişkilidir.

Engle (1982) tarafından önerilen popüler ARCH modelleri, karesel getirilerden oluşan $\{X_t^2\}$ zaman serileri için belirli bir bağımlı yapı varsayarak oynaklık kümelenme olgusunu yakalaması için tasarlanmıştır(bknz: Denklem(3.1)).

ARCH(p) modeli altında, X_{n+1}^2 'in en iyi kestirimi koşullu biçimde geçmiş gözlemlere dayanmaktadır. $F_n = \{X_t, 1 \leq t \leq n\}$.

$$E(X_{n+1}^2 / F_n) = a + \sum_{i=1}^p a_i X_{n+1-i}^2 \quad (3.18)$$

ARCH modelini gösteren Denklem(3.1) in, koşullu varyans için sadece bir model olmadığı aynı zamanda X_t veri serisinin bütünü için veri türetme süreci modeli olduğu görülmektedir. Bu anlamda, $F_n = \{X_t, t \leq n\}$ verildiğinde, X_{n+1} için ARCH modeline dayanan kestirim önemsiz olmaktadır. Bunun nedeni Denklem(7)'de Z_t 'nin işaretinin rastgele olmasından kaynaklanmaktadır. ARCH modeli X_{n+1} getirisinin işaretini kestiremeyeceği için, en azından karesel getirilerin kestirim kabiliyetine sahip olmalıdır. Eğer $\{X_t\}$, Denklem(3.1) deki ARCH(p) modelini gösteriyorsa, o zaman $\{X_t^2\}$ AR(p) modelini göstermektedir. Bu durum

ARCH modelinin karesel getirilerin kestirim gücüne sahip olmalıdır ifadesini doğrulamaktadır.

Bu bölümün amacı, ARCH/GARCH modellerinin uygun bir performans ölçüsü kullanıldığında (L_1 (OMH) kayıp fonksiyonu gibi) karesel getiriler için kestirim yeteneğine sahip olduğunu göstermektir. Aynı zamanda, S&P 500, BİST 100 getiri serileri üzerinden NoVaS yöntemi kullanılarak oynaklık kestirimi yapılmaktadır.

3.4.1. Normalleştirme ve Varyans Durağanlaştırma

ARCH modelini ifade eden Denklem(3.1) aşağıdaki gibi ele alındığında, Z_t 'nin bağımsız, özdeş $N(0,1)$ olarak dağıldığı varsayıldığı için normalleştirilmiş ve varyansın durağanlaştırılmış olduğu düşünülebilir (Politis ve Thomakos, 2008: 4).

$$\frac{X_t}{\sqrt{a + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2}} \quad (3.19)$$

Uygulamalı istatistik bakış açısından ele alındığında yukarıdaki oran, X_t getirisinin, X_t 'nin standart sapma ölçüsüne bölünmesi ile studentize haline getirilmesi olarak yorumlanabilmektedir. Yinede X_t standart sapmasının tahmininde, X_t değerinin çıkarılması için bir neden görülmemektedir. Bu nedenle yeni studentize ifadesi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$w_{t,a} = \frac{X_t}{\sqrt{\alpha S_{t-1}^2 + a_0 X_t^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2}}, \quad t = p+1, p+2, \dots, n \quad (3.20)$$

S_{t-1}^2 , t-zamanına kadar $\sigma_X^2 = \text{Var}(X_1)$ 'in tahmincisidir. X_1 için sıfır ortalama varsayımı altında Denklem(3.21) elde edilmektedir.

$$S_{t-1}^2 = (t-1) \sum_{k=1}^{t-1} X_k^2 \quad (3.21)$$

Denklem(3.20), normalleştirme ve varyans durağanlaştırma olarak tanımlanmaktadır. $\{X_t\}$ serisi, $\{W_{t,a}\}$ serisi ile yer değiştirmiştir. Burada p değeri ve negatif olmayan parametre vektörü $(\alpha, a_0, \dots, a_p)$ normalleştirme ve varyans durağanlaştırma hedefi doğrultusunda araştırmacı tarafından seçilmektedir. NoVaS denklemi aşağıdaki gibi yeniden düzenlenmektedir.

$$X_t = W_{t,a} \sqrt{\alpha S_{t-1}^2 + a_0 X_t^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i}^2} \quad (3.22)$$

Denklem(3.1) ve NoVaS Denklem(3.22) arasındaki gerçek fark a_0 katsayılı X_t^2 ifadesinin varlığıdır. Aynı zamanda, Denklem(3.1) deki a, değişebilen bir ölçektir, ancak Denklem(3.22) deki α terimi değişmez bir ölçektir.

NoVaS yaklaşımını uygulamanın amacı, modeldeki yüksek oynaklık, bağımlılık ve Gaussian dağılmama gibi problemleri azaltıcı veya ortadan kaldıran uygun bir dönüşüm ile problemi basitleştirerek çıkarsama yapmaktır.

NoVaS dönüşümü bir model değildir, açıklayıcı veri analizi niteliğinde bir model-free yaklaşımdır. Yani yapısal varsayımlar ve herhangi bir sabit ve bilinmeyen parametre tahmini gerekmemektedir.

3.4.2. NoVaS Parametrelerinin Seçilmesi

Bu bölümde, NoVaS parametrelerinin belirlenmesi ve bu parametrelerin belirlenmesinde kullanılacak olan yöntemler ele alınmaktadır. Yöntemlere geçmeden önce aşağıdaki adımların izlenmesi gerekmektedir.

p'nin derecesinin ve $(\alpha, a_0, \dots, a_p)$ parametrelerinin seçilmesinde, dönüştürülmüş serinin $\{W_{t,a}\}$ normalizasyonu ve varyans durağanlaştırma hedefleri ilk olarak hesaba katılmaktadır. İkinci olarak, NoVaS parametreleri gözönüne alınan belirli bir kriter ile optimize edilmektedir. Parametrelerin optimizasyonunda kullanılan bu kriter, her bir NoVaS yöntemi için oluşturulan algoritmalarda gösterilmektedir.

Varyans durağanlaştırma hedefi daha kolay olup, getiri serilerinin varsayılan yapısı bilindiğinden, studentleştirme amaçları için yerel bir ölçek tahmincisinin oluşturulması anlamına gelmektedir. Bu nedenle aşağıdaki kısaltmalar gerekli olmaktadır.

$$\alpha \geq 0, \quad a_i \geq 0 (i \geq 0) \quad \text{ve} \quad \alpha + \sum_{i=0}^p a_i = 1 \quad (3.23)$$

Denklem(3.23) ilginç bir çıkarıma sahip olup, $\{W_{t,a}\}$ serisinin koşulsuz varyansa yani birim varyansa sahip olduğu varsayılabilir. Yinede p ve a_i katsayıları koşullu homojenlik derecesini sağlamak için dikkatlice seçilmelidir.

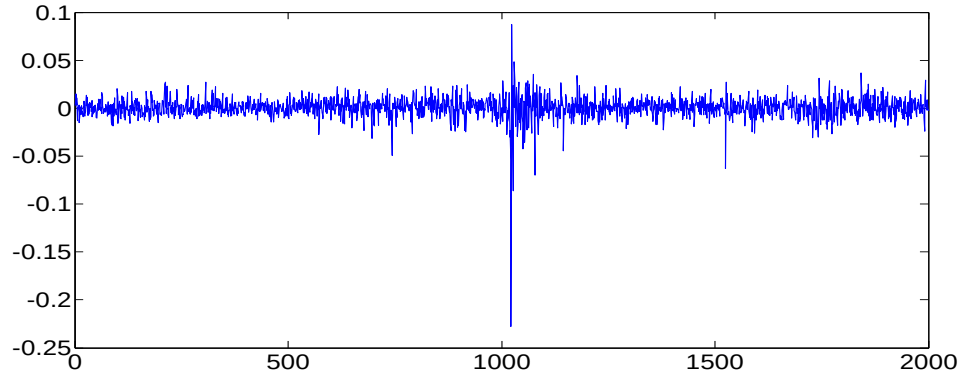
Bunu yapmak için p'nin yeterince küçük alınması gereklidir. Bunun yanı sıra α yeterince küçük olmalı veya hatta sıfıra eşit olmalıdır. Böylece yerel bir ölçek tahmincisi elde edilmektedir. Bu doğrultuda NoVaS yönteminde parametrelerin seçilmesi 2 farklı şekilde yapılmaktadır. Bunlardan ilki Basit NoVaS yöntemi, ikincisi Üstel NoVaS yöntemi olarak adlandırılmaktadır(Politis ve Thomakos, 2006: 8).

3.4.2.1. Basit NoVaS Yöntemi

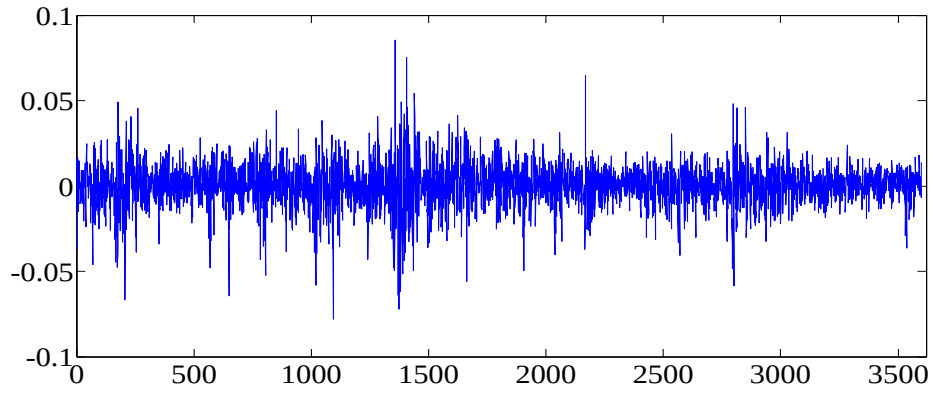
Basit NoVaS dönüşümünün optimizasyonu için spesifik bir algoritma verilmektedir. Finansal getirilerin dağılımının simetrik olduğu, yaygın bir biçimde uygulamalarda kullanılan bir varsayımdır. Bu nedenle finansal getirilerin çarpıklığı çoğunlukla önemsenmemektedir. Buna karşılık, finansal getirilere ilişkin basıklık genellikle çok büyük olup kalın kuyruk dağılımı göstermektedir.

İlk olarak, S&P 500 ve BİST 100 getiri serilerine ait grafikler verilmektedir. Buradaki amaç Basit NoVaS yöntemi ile dönüşüm yapıldıktan sonra iki serinin zaman çizelgesi arasındaki farkı daha iyi görebilmektir.

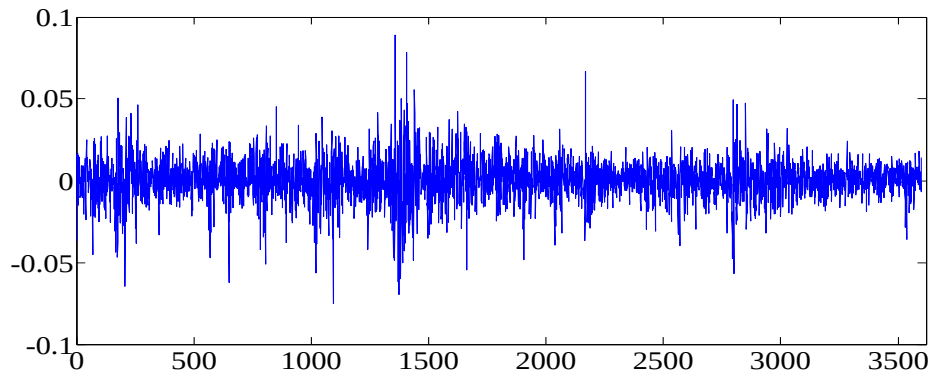
Şekil 25: S&P 500 Getiri Serisinin Zaman Grafiği



Şekil 26: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Zaman Grafiği

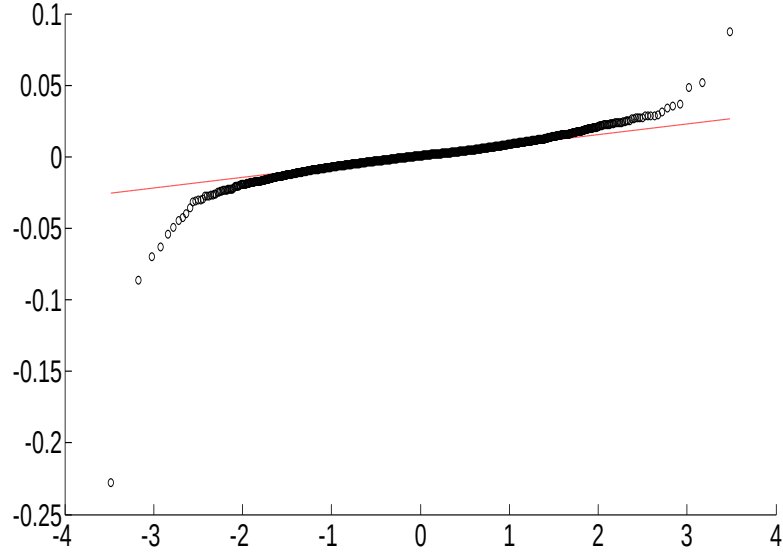


Şekil 27: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Zaman Grafiği

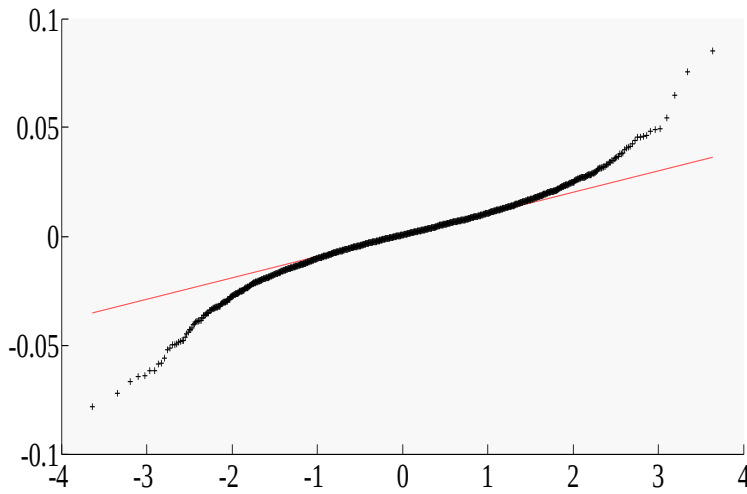


Aynı zamanda getiri serilerinin Q-Q grafikleri aşağıda Şekil 28-30 da gösterilmektedir.

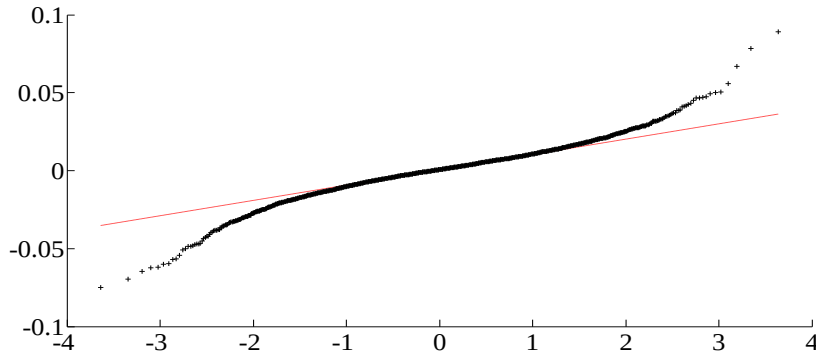
Şekil 28: S&P 500 Getiri Serisinin Q-Q Grafiği



Şekil 29: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Q-Q Grafiği



Şekil 30: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Q-Q Grafiği



Bir sonraki adım olarak, dönüştürülmüş S&P 500 ve BİST 100 getiri serileri Basit NoVaS yöntemi ile elde edilmektedir. Bunun için uygulanacak adımlar aşağıdaki gibi belirlenmektedir.

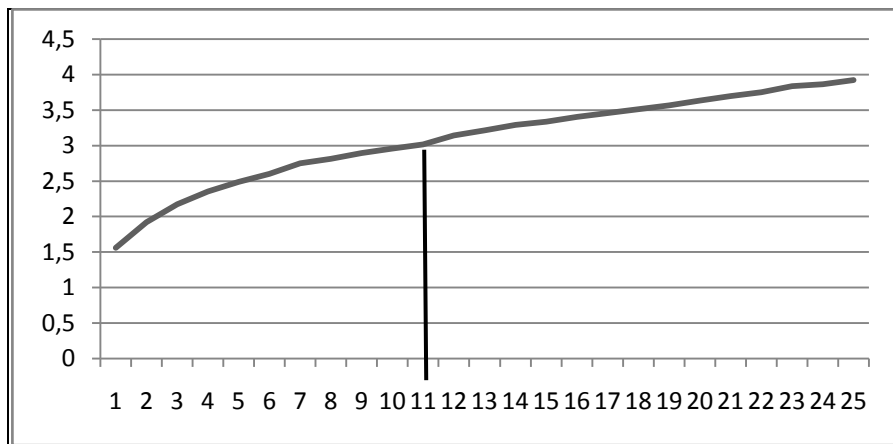
1) $\alpha = 0$ olsun ve $a_i = \frac{1}{p+1}$, $0 \leq i \leq p$ dir.

2) p değeri, $|KURT_n(W_{t,p}^s) - 3|$ minimize eden değer olarak seçilmektedir.

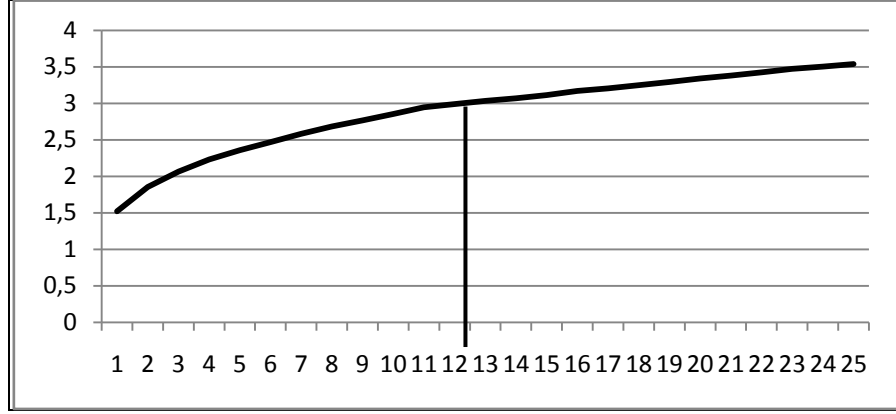
$KURT_n(W_{t,p}^s) \cong 3$ değeri olduğu değer p değeri olarak seçilir. Çünkü Gaussian dağılımına karşılık gelen basıklık değeri 3'tür.

Yukarıda anlatılan ilk iki aşama uygulandığı zaman her bir getiri serisi için sırasıyla aşağıdaki Şekil 31-33 elde edilmektedir.

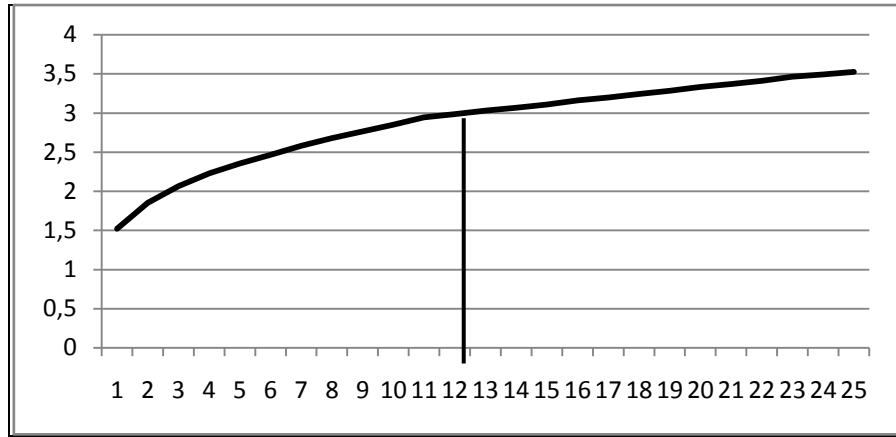
Şekil 31: S&P 500 Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması İle p -Değerinin Belirlenmesi



Şekil 32: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması İle p-Değerinin Belirlenmesi

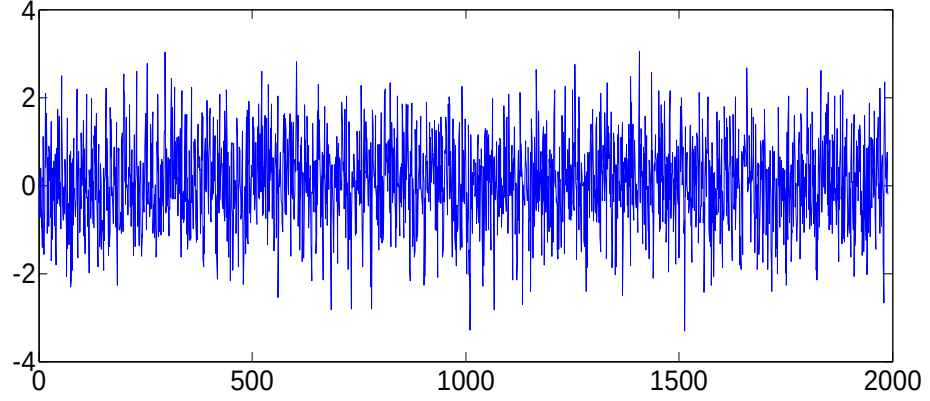


Şekil 33: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Basit NoVaS Algoritması İle p-Değerinin Belirlenmesi



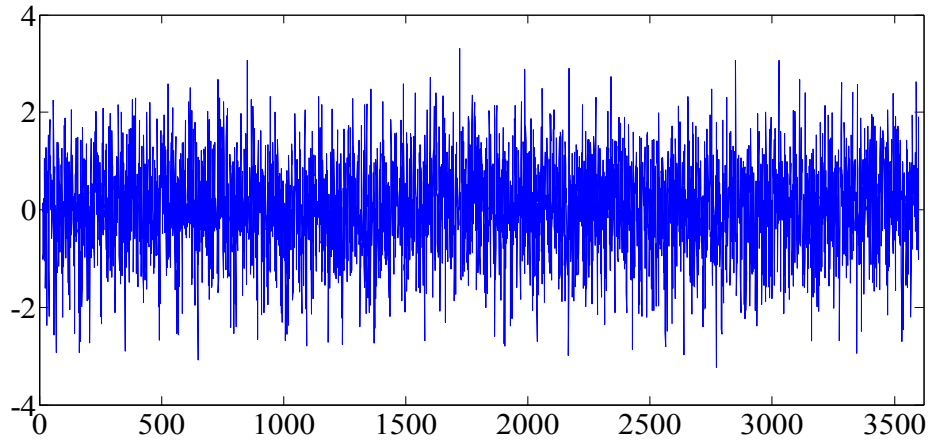
Şekil 31-32 ve 33 den görüleceği üzere, p değerleri sırasıyla 11, 12 ve 12 olarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda dönüşümü yapılan serilerin grafikleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

Şekil 34: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafı



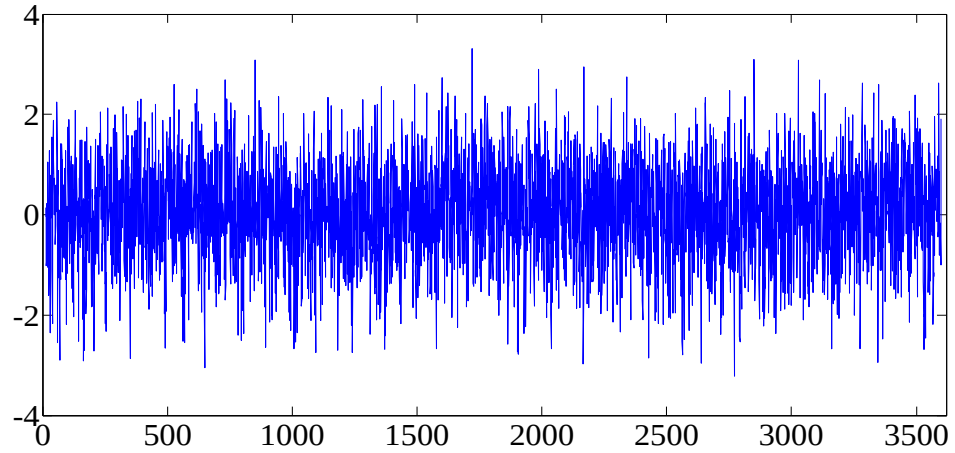
Şekil 34 ve Şekil 25 karşılaştırıldığında, Basit NoVaS yöntemi ile dönüşüm yapılmadan önceki seriye ilişkin 1987 yılında gerçekleşen krizin etkisinin(1000’inci gözlemden hemen sonraki değer), dönüşüm yapılan serinin zaman grafiğinde etkisinin azaldığı ve bunun sonucu olarak normalleştirme ve varyans durağanlaştırma işleminin başarılı bir şekilde gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 35: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafı



BİST 100 logaritmik serisine ilişkin Şekil 35 ve Şekil 26 incelendiği zaman, iki seri arasındaki fark açıkça gözlemlenmektedir. Serinin, yapılan dönüşüm işlemi sonucunda normal ve varyans durağan hale geldiği görülmektedir.

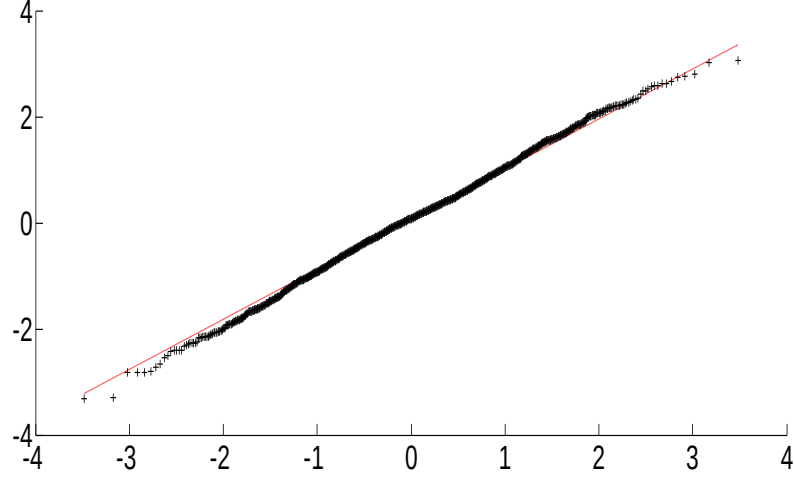
Şekil 36: Aritmetik BİST 100 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Grafığı



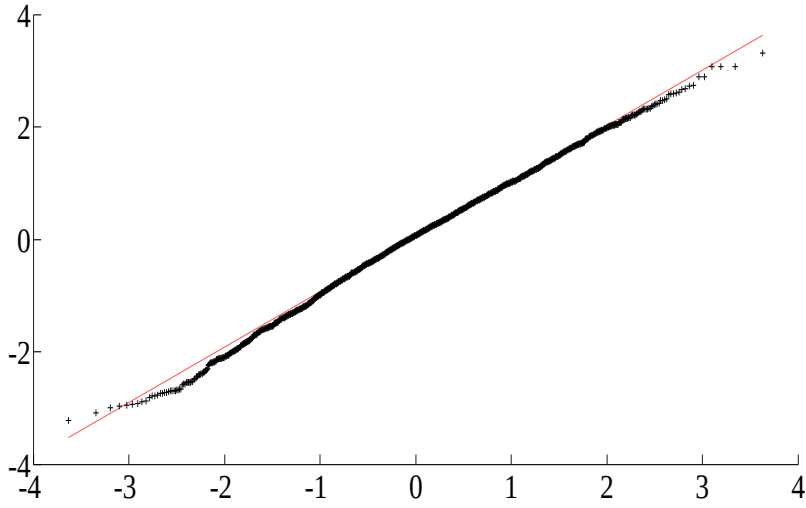
Aritmetik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serine ilişkin Şekil 36 ve Şekil 27 incelendiğinde, S&P 500 ve BİST 100 logaritmik getiri serilerinde olduğu gibi normalleştirme ve varyans durağanlaştırma işleminin gerçekleştiği görülmektedir.

Aynı zamanda, dönüştürülen getiri serilerinin Q-Q grafikleri de aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

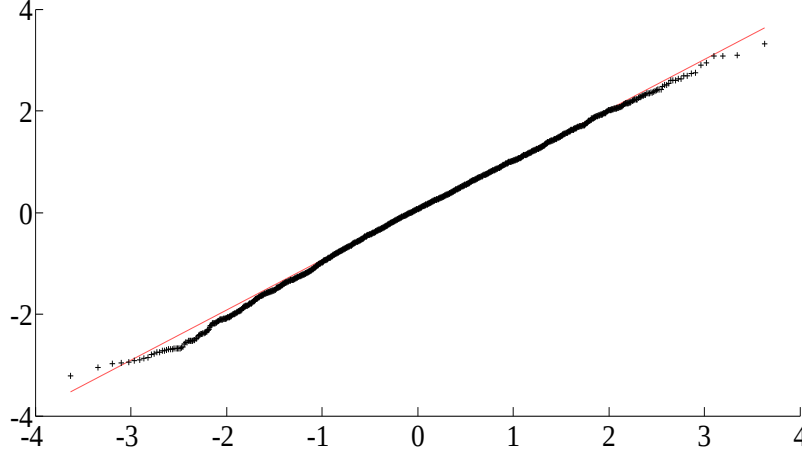
Şekil 37: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği



Şekil 38: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği



Şekil 39: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Basit NoVaS Yöntemi Sonucu Elde Edilen Dönüştürülmüş Serinin Q-Q Grafiği



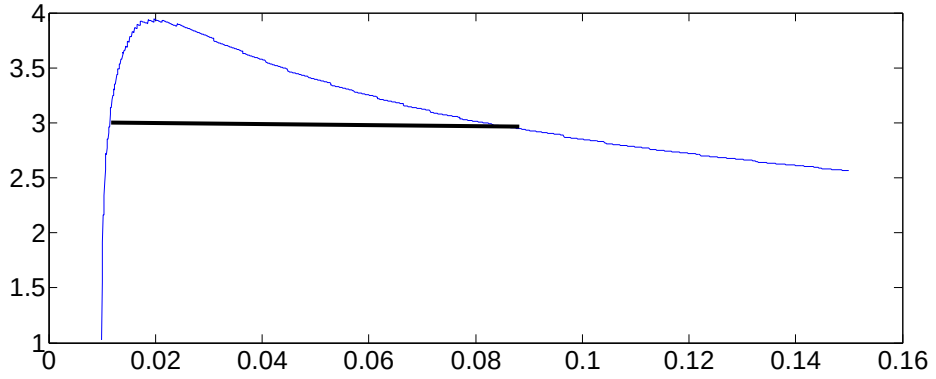
Şekil 37-39 Q-Q grafikleri ele alındığında, Şekil 28-30 da gösterilen Q-Q grafiklerine göre daha fazla doğru üzerinde bir toplanmanın olduğu ve bunun sonucu olarak, elde edilen dönüştürülmüş getiri serilerinin daha fazla normal dağılıma uyduğu sonucu çıkarılabilir. Bu serilere ilişkin normallik testi için SF testi uygulanmış ve bu testin sonuçlarına EK 5-7 de yer verilmiştir.

3.4.2.2. Üstel NoVaS Yöntemi

Üstel NoVaS yönteminde tüm a_i katsayılarını belirlemek için sadece iki parametre olan p ve $c(>0)$ nin belirlenmesi gerekmektedir. Ancak aşağıdaki aşamalardan da anlaşılacağı üzere üstel azalmadan dolayı p parametresi ikincil dereceden önem arz etmektedir. Bu nedenle Üstel NoVaS dönüşümü $W_{t,c}^U$ ile gösterilmektedir.

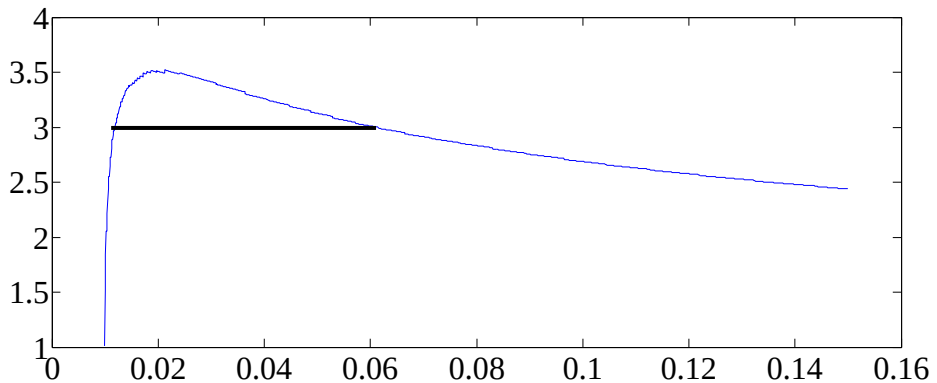
- 1) “p” için yüksek bir başlangıç değeri alınır($p \approx n/4$ veya $p \approx n/5$)
- 2) $\alpha = 0$ olsun ve $a_i = c' e^{-ci}$, $0 \leq i \leq p$. Burada $c' = 1 / \sum_{i=0}^p e^{-ci}$ eşittir.
- 3) c değeri $|KURT_n(W_{t,p,c}^s) - 3|$ minimize eden değer olarak seçilmektedir.

Şekil 40: S&P 500 Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi

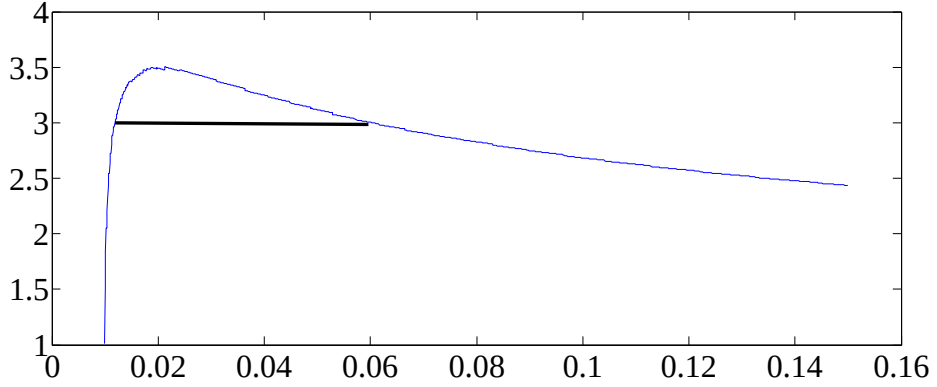


Yukarıdaki Şekil 40 tan görüleceği üzere, iki farklı c noktası elde edilmektedir. Bu değerler, $c = 0.0114$ ve $c = 0.0817$ olarak hesaplanmaktadır. $c = 0.0114$ olduğu nokta da $p = 14$, $c = 0.0817$ olduğunda $p = 25$ olarak bulunmuştur. İlk elde edilen değer Basit NoVaS yöntemine benzediği görülmektedir. Bunun sebebi çok yavaş bir azalış göstermesi hatta $i = 1, \dots, p$ için sabit olmaya çok yakın olmasından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, en düşük c değeri genellikle kullanışsız olmakta ancak sadece Basit NoVaS yöntemindeki p nin iyi bir göstergesi olarak kullanılmaktadır. BİST 100 logaritmik getiri serisi ve BİST 100 aritmetik getiri serisinin Üstel NoVaS algoritmasına ilişkin grafikler sırasıyla Şekil 41 ve Şekil 42 de gösterilmektedir.

Şekil 41: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi

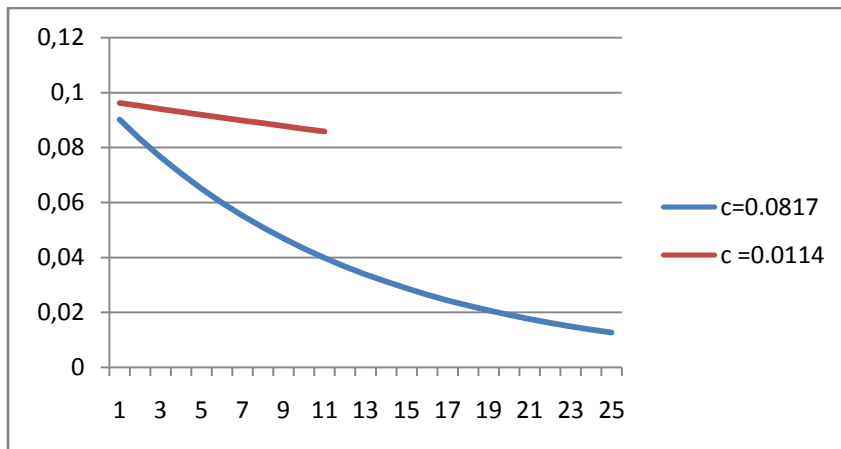


Şekil 42: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Üstel NoVaS Algoritmasının Grafik Gösterimi

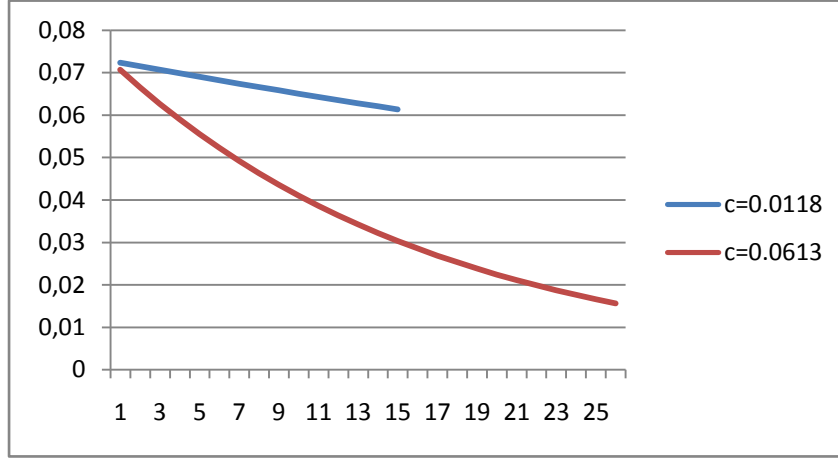


Şekil 41 ve Şekil 42 incelendiği zaman, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serileri için sırasıyla $c = 0.0118$, $c = 0.0118$ olarak elde edilirken, bu c değerlerindeki p gecikme sayıları sırasıyla $p = 14$ ve $p = 14$ olarak hesaplanmıştır. Basıklık değeri 3'e en yakın olan ikinci c değerleri sırasıyla $c = 0.0613$ ve $c = 0.0604$ olarak belirlenmiştir. İkinci c değerlerinde elde edilen p gecikme sayıları ise her iki BİST 100 getiri serisi için $p = 29$ olarak elde edilmiştir. İkinci c değerlerinin seçilmesinin nedeni olarak aşağıda gösterilen Şekil 43-45 ele alınmaktadır.

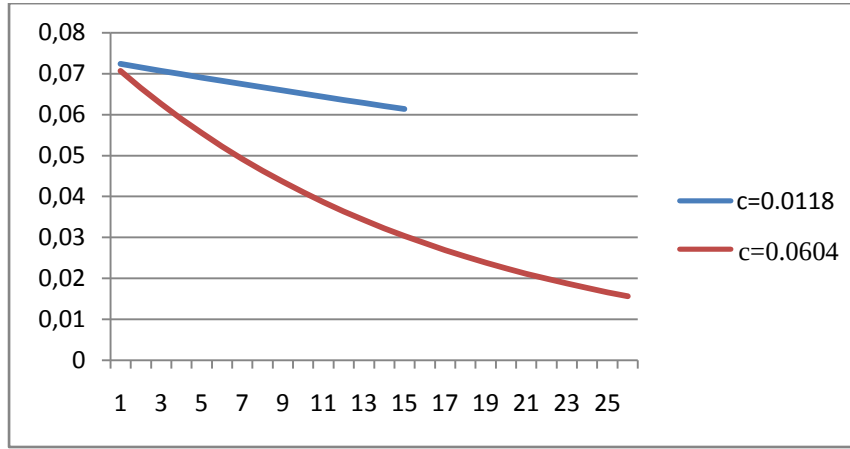
Şekil 43: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin $i = 1, \dots, p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği



Şekil 44: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin $i=1,...,p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği



Şekil 45: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin $i=1,...,p$ Değerlerine Karşılık Gelen Üstel Katsayıların(a_i) Grafiği



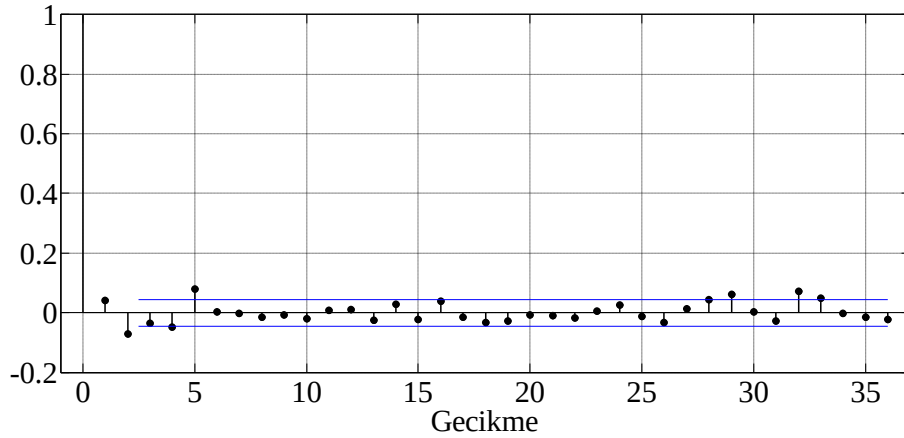
Yukarıdaki Şekil 43-45 ten görüleceği üzere, düşük c değerlerine karşılık gelen a_i katsayılarının üstel bir azalma göstermediği belirlenmiştir. Bu nedenle Üstel NoVaS yönteminde büyük olan c değerlerinin ve bu değerlere karşılık gelen p gecikme sayılarının seçilmesi gerekmektedir. Bu sonuçlara göre, S&P 500 getiri serisi, BİST 100 logaritmik getiri serisi ve BİST 100 aritmetik getiri serisi için sırasıyla $c = 0.0817$; $p = 25$, $c = 0.0613$; $p = 29$ ve $c = 0.0604$; $p = 29$ olarak ele

alınmaktadır. Aynı zamanda, Üstel NoVaS yöntemi ile elde edilen dönüştürülmüş $W_{t,p,c}^s$ serisine ilişkin normallik testleri EK 8-10 da verilmektedir.

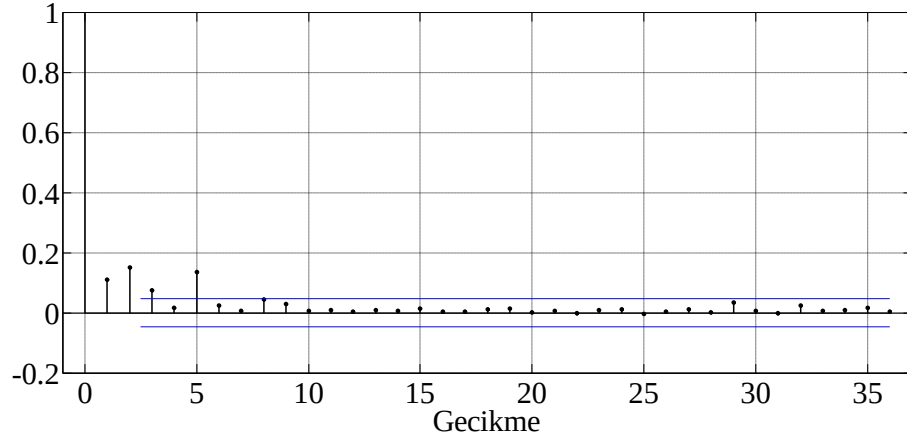
3.4.3. Oynaklık Tahmini

Bu bölümde, geçmiş gözlem değerleri üzerinden X_{n+1}^2 in tahminlenmesi problemi üzerinde durulmaktadır. İlk tahminci olarak, sıfır ortalama varsayımı altında serinin koşulsuz varyansının basit bir tahmincisi ele alınmaktadır. Örneğin, $s_n^2 = n^{-1} \sum_{k=1}^n X_k^2$, karşılaştırmalar için bizim kıyaslama noktamız olarak belirlenmektedir. Yukarıdaki tahminci, karesel getirilerin bağımsız olduğunu varsaymaktadır ancak gerçekte bu durum doğru olmamaktadır. Aslında, finansal getiriler ilişkisiz olmalarına rağmen bağımlıdırlar. Mutlak ve karesel getirilerin otokorelasyonu daima pozitif ve anlamlı olup, yavaş bir azalış göstermektedir. Akgiray(1989), günlük getiri serisi kullanarak yaptığı çalışmasında, mutlak ve karesel getiri serilerinin otokorelasyonunun daha yüksek olduğunu ve 60 güne kadar olan gecikmelerde pozitif ve anlamlı olduğunu ifade etmiştir. GARCH modellerinin, getirilerdeki oynaklık kümelenmelerinin etkisini yakalaması için tasarlandığı düşünüldüğünde, GARCH(1,1) modelinin karesel getirilerdeki bu bağımlılığı modelleyebileceği düşünülmektedir(Politis, 2007: 373-375).

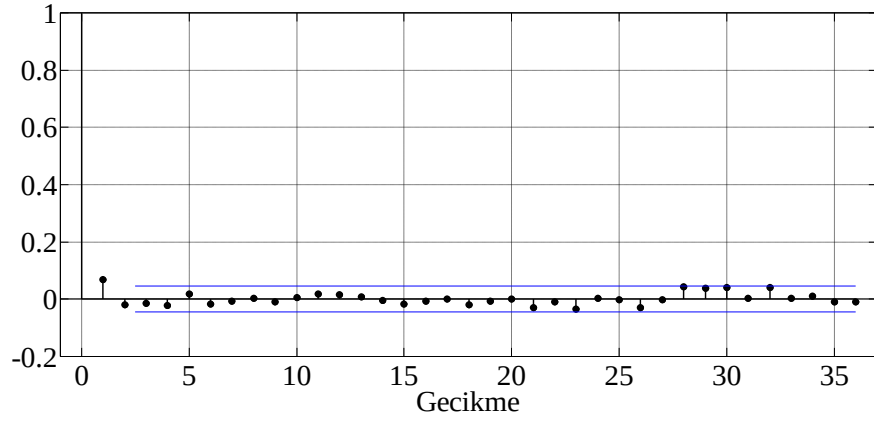
Şekil 46: S&P500 Getiri Serisine İlişkin Korelogram



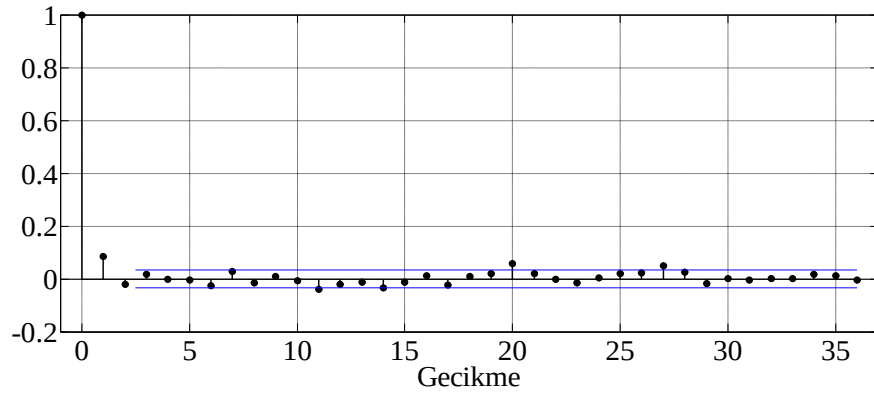
Şekil 47: S&P500 Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram



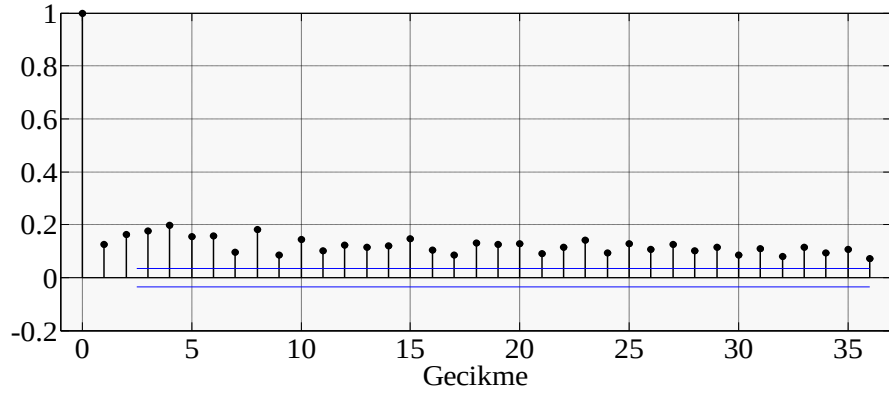
Şekil 48: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen S&P500 Getiri Serisine İlişkin Korelogram



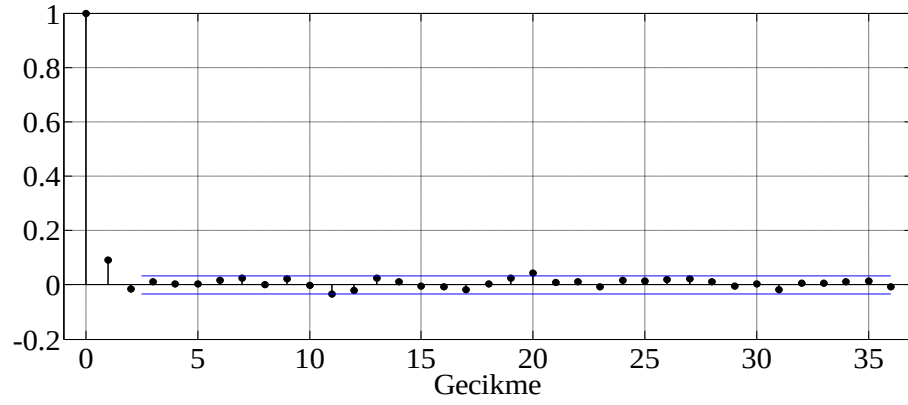
Şekil 49: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Korelogram



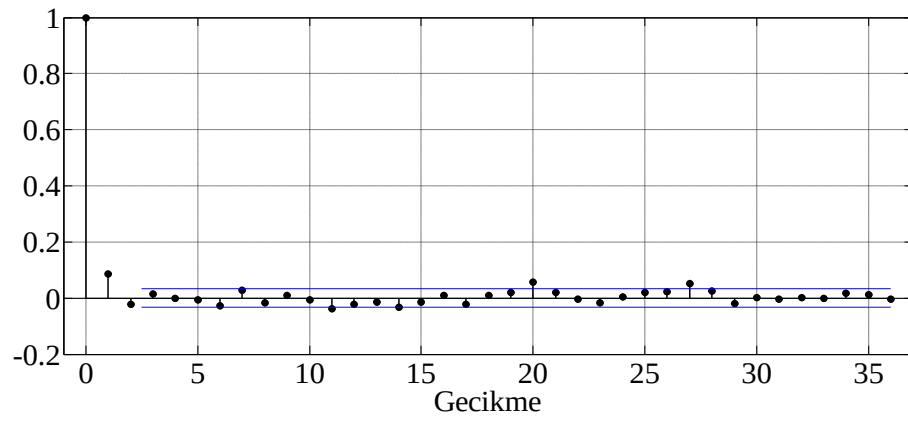
Şekil 50: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram



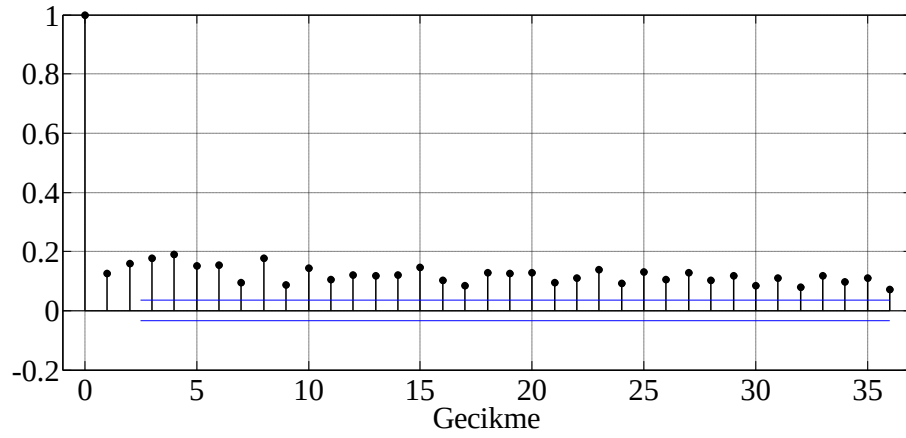
Şekil 51: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Korelogram



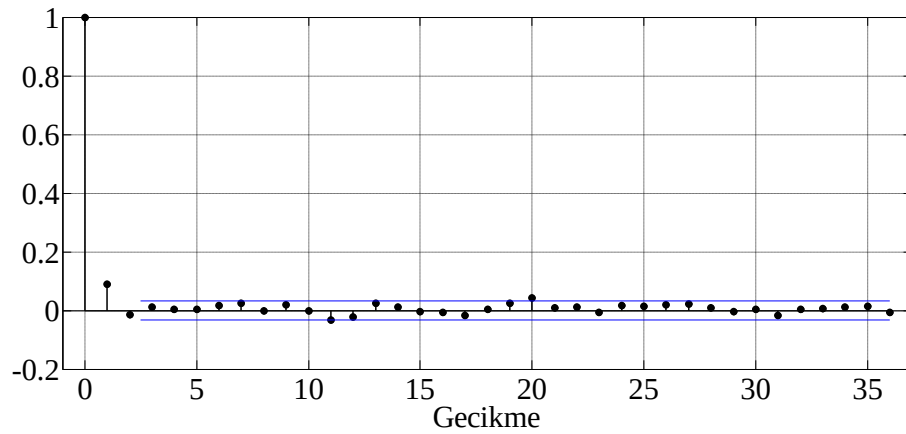
Şekil 52: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Korelogram



Şekil 53: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinin Karesine İlişkin Korelogram



Şekil 54: Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Korelogram



Yukarıdaki Şekil 46-54 incelendiğinde, karesel getirilerin ilişkili olduğu söylenebilir. Her üç getiri serisine ARCH testi uygulanmıştır(bknz: 11-13). Elde edilen sonuçlar, getiri serilerinin modellenmesinde, varyans ve hataların karelerinin gecikmelerinden oluşan GARCH modelinin uygun olabileceğini göstermektedir. Aynı zamanda, finansal getiri serilerinin bir özelliği olan karesel getirilerin bağımlı olduğunu ifade eden uzun hafıza özelliğinin var olduğu görülmektedir. Karesel getirilerin farklı tahmincilerini karşılaştırmak için literatürde sıkça kullanılan ve İkinci Bölümde ayrıntılı bir şekilde ele alınan iki popüler performans ölçüsü bulunmaktadır. Bunlardan ilki OKH, ikincisi ise OMH ölçüsüdür. Oynaklığın

modellenmesinde en çok kullanılan GARCH(1,1) modelinin örneklem dışı öngörümleme performansının zayıf olduğunu söyleyen literatürde yer alan çalışmaların fazla olması nedeniyle bu konuya farklı bir bakış açısı kazandırmak için oluşturulan Tablo 14, karşılaştırma için kullanılan kıyaslama noktasına göre karesel getirilerin örneklem dışı öngörümleme performanslarına ilişkin OKH ve OMH değerlerini vermektedir. Tablo 14 de yer alan değerler, veri setinin ilk yarısı kullanılarak elde edilen katsayı tahminleri yardımı ile hesaplanmıştır. Bu katsayı tahminlerine ilişkin sonuçlar EK 14-16 da yer almaktadır.

Tablo 14: OKH ve OMH'ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri

Tahminci Türü	OKH	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>		
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.993	0.904
t-hatalı GARCH(1,1)	0.986	0.798
GHD~GARCH(1,1)	0.997	1.023
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>		
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.954	1.100
t-hatalı GARCH(1,1)	0.938	0.923
GHD~GARCH(1,1)	0.953	1.095
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>		
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.954	1.110
t-hatalı GARCH(1,1)	0.938	0.923
GHD~GARCH(1,1)	0.953	1.095

Not: Tablo içerisinde yer alan değerler örneklem dışı öngörümleme performanslarını göstermektedir.

Yukarıdaki değerler, S&P 500 getiri serisi için OMH ölçüsünün, BİST 100 getiri serileri için normal dağılım ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinden elde edilen OKH ölçüsünün daha iyi olduğunu gösterirken t-dağılımlı GARCH(1,1) modeli için ise OMH ölçüsünün daha iyi olduğunu göstermektedir. Ancak, tüm getiri serileri dikkate alındığında en iyi örneklem dışı öngörümleme performansını veren öngörümleme ölçüsünün OMH olduğu görülmektedir. Getiri serilerinin sonlu bir dördüncü momente sahip olmaması nedeniyle öngörümleme performanslarının değerlendirilmesinde daha iyi bir tahmincinin seçilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

NoVaS yöntemi ile oynaklık tahminine geçmeden önce performans ölçüleri tekrar ele alınmaktadır. Denklem(3.1) ele alındığında, standart normal hatalı ARCH(p) modelinde eğer hatalar standart normal değil ise, Denklem(3.18), artık koşullu beklenen değer olmamaktadır. Örneğin, $E(t_5^2) \cong 1.67$ eşittir. Bu değer normallik varsayımı altında kabul edilen “1” değerinden oldukça büyüktür. Burada t_5 , 5 serbestlik dereceli student-t dağılımına göre dağılan rastgele bir değişkeni göstermektedir.

Ayrıca, OMH ölçüsü altında en iyi tahminci koşullu beklenen yerine koşullu medyan olmaktadır. Bu durumda, X_{n+1}^2 için en iyi GARCH(1,1) tahmincisi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$Medyan(X_{n+1}^2 | F_n) = \left(a + \sum_{i=1}^p a_i X_{n+1-i}^2 \right) Medyan(Z_{n+1}^2) \quad (3.24)$$

Eğer $Z_t \sim N(0,1)$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.45$ ancak $Z_t \sim t_5$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.53$ olarak hesaplanmaktadır.

Tablo 15’te yer alan değerler, Denklem(3.24) teki en iyi tahminciyi temel olarak normal, student- t dağılımı ve GHD dağılımı altında elde edilen GARCH(1,1) modellerinin tahmin performansını göstermektedir.

a_i katsayılarının ise GARCH yapısına göre üstel olarak azalış gösterdiği unutulmamalıdır(Gourieroux, 1997:51).

Pozitif basıklığa izin veren dağılım sınıflarından birtanesi student-t dağılımı ailesidir. Dağılımın kuyruk şekli serbestlik derecesi parametresi ile belirlenmektedir. Student-t dağılımı, dağılımın basıklığı ve serbestlik derecesinin birbiri ile ilişkili olduğu bir özelliğe sahiptir. Literatürde yapılan çalışmalarda çoğunlukla, tam sayılı serbestlik dereceli student-t dağılımının kullanıldığı görülmektedir. Ancak, serbestlik derecesinin niçin tam sayısı olması gerektiğini açıklayan matematiksel bir neden bulunmamaktadır(Heikkinen ve Kanto, 2002: 77). Aynı zamanda, Jurun ve diğerleri(2006) yaptıkları çalışmalarında, student-t dağılımı altında GARCH modeli tahminleyerek piyasa riskini öngörümlemenin daha iyi olduğunu ve tam sayı olmayan serbestlik dereceli student-t dağılımı kullanmanın teorik ve gerçek değerler arasındaki farkı minimuma indirdiğini ifade etmektedirler. Karesel student-t

dağılımının F dağılımı olduğu düşünüldüğünde F dağılımı fonksiyonunun hem tam sayı hem tam sayı olmayan serbestlik derecesini kabul ettiği görülmektedir(Proust, 2009: 474). Bu nedenle, çalışmanın bundan sonraki bölümünde Matlab program ile studen-t dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modeli için Program tarafından belirlenen tam sayı olmayan serbestlik derecesi ele alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

Tablo 15: OMH'ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri

Tahminci Türü	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.732
t-hatalı GARCH(1,1)	0.703
GHD~GARCH(1,1)	0.718
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.829
t-hatalı GARCH(1,1)	0.811
GHD~GARCH(1,1)	0.810
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.829
t-hatalı GARCH(1,1)	0.811
GHD~GARCH(1,1)	0.811

Not: Denklem(3.24) kullanılarak hesaplanmıştır. BİST 100 getiri serileri için t-dağılımının serbestlik derecesi 6.747812 olup, $Z_t \sim t_{6.747812}$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.5077$ dir. S&P 500 getiri serisi için t-dağılımının serbestlik derecesi 5.932067 olup, $Z_t \sim t_{5.932067}$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.5155$ tir. S&P 500 getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.3396$ ve $\lambda = 0.6229$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.3324$ tür. BİST 100 logaritmik getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.3977$ ve $\lambda = 0.6643$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.346$ dır. BİST 100 aritmetik getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.4052$ ve $\lambda = 0.6695$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.3476$ dır.

Sonuç olarak, Denklem(3.1) de yer alan hataların normal dağılmadığı varsayıldığında koşullu medyanın kullanılması daha iyi bir performans ölçüsünün elde edilmesini sağlamaktadır. Bu sonuçlar, ARCH/GARCH modellerinin karesel getiriler için öngörüleme geçerliliğine sahip olduğunu göstermektedir. Ancak bunun için daha anlamlı bir tahmin ölçüsü olan OMH ve OMH in tahmininde koşullu medyan gibi uygun bir tahminci kullanmak modellerin başarısı açısından oldukça önemlidir. Tablo 15'ten elde edilen sonuçlar, S&P 500 getiri serisi için student-t dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinden elde edilen örneklem dışı

öngörümleme performansının iyi olduğunu belirtirken, BİST 100 logaritmik getiri serisi için GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinin daha iyi olduğunu ve BİST 100 aritmetik getiri serisi için student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinin aynı örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu göstermektedir. GHD dağılımı, her üç getiri serisi için GARCH(1,1)~GHD modeli ile tahminlenen “v” ve λ parametreleri ile normal dağılıma göre biraz daha kalın kuyruk özelliği göstermektedir(bknz: EK 17-19).

3.4.4. NoVaS Yöntemi İle Oynaklığın Tahmini

Karesel getirilerin oynaklık tahmini için diğer bir yöntem olarak NoVaS yöntemi kullanılmaktadır.

Denklem(3.20) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilmektedir.

$$X_t^2 = \frac{W_{t,a}^2}{1 - a_0 W_{t,a}^2} \left(\alpha s_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-1}^2 \right) \quad (3.25)$$

Denklem(3.25)’in karekökü alındığında, Denklem(3.26) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$X_t = \frac{W_{t,a}}{\sqrt{1 - a_0 W_{t,a}^2}} \sqrt{\alpha s_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-1}^2} \quad (3.26)$$

Bir adım sonrasında ise tahminin genel olarak nasıl yapılacağı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır. Bunun için g ölçülebilen bir fonksiyon olsun.

Örneğimiz $g_0(x) = x$, $g_1(x) = |x|$ ve $g_2(x) = x^2$ fonksiyonlarını içermektedir ve sonuncu fonksiyon oynaklık tahmini için ilgilenilen fonksiyon olsun. Denklem(3.26) aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$g \left(A_n \frac{W}{\sqrt{1 - a_0 W^2}} \right) \quad (3.27)$$

Burada, $A_n = \sqrt{\alpha s_n^2 + \sum_{i=1}^p a_i X_{n+1-i}^2}$ olup, geçmiş gözlemler F_n kümesi göz önüne alındığında bir sabit olarak ele alınmaktadır. Rastgele değişken W , rastgele değişken $W_{n+1,\alpha}$ nın(F_n üzerinde) koşullu dağılımı gibi aynı dağılıma sahiptir. Bu yüzden, F_n verildiğinde $g(X_{n+1})$ in en iyi tahmini, $g(X_{n+1})$ in koşullu dağılımının medyanı ile belirlenmektedir.

$$g(X_{n+1}) = \text{Medyan} \left(g \left(A_n \frac{W_{n+1,\alpha}}{\sqrt{1 - a_0 W_{n+1,\alpha}^2}} \mid F_n \right) \right) \quad (3.28)$$

İlgilenilen durumu özetlemek için, oynaklık tahmini ve $g_2(x) = x^2$ fonksiyonu ele alınmaktadır.

$$\hat{X}_{n+1}^2 = \mu_2 A_n^2 \quad (3.29)$$

burada

$$\mu_2 = \text{Medyan} \left(\frac{W_{n+1,\alpha}^2}{1 - a_0 W_{n+1,\alpha}^2} \mid F_n \right) \quad (3.30)$$

eşittir. $F_n = \{X_t, 1 \leq t \leq n\}$ bilgi kümesi yaklaşık olarak $F_n = \{W_{t,\alpha}, p < t \leq n\}$ bilgi kümesi ile özdeştir. Bunu görmek için, Denklem(3.26) ele alındığında $\tilde{F}_n$ ya göre X_t nin tanımının verildiğinin, tam tersi olarak Denklem(3.20) de ise F_n ye göre $W_{t,\alpha}$ nın tanımlandığına dikkat çekilmektedir. Bunların sonucunda Denklem(3.30) da verilen tahminci ile bağlantılı olarak aşağıdaki Denklem(3.31) kullanılabilmektedir. Burada μ_2 örneklem medyanı olarak kullanılmaktadır.

$$\mu_2 \approx \text{Medyan} \left(\frac{W_{n+1,\alpha}^2}{1 - a_0 W_{n+1,\alpha}^2} \mid \tilde{F}_n \right) \quad (3.31)$$

Yukarıdaki Denklem(3.31)'de yer alan a_0 katsayısı, örneklem dışı öngörümleme performansları açısından ele alındığında, Basit NoVaS ve Üstel NoVaS yöntemi uygulandığı zaman S&P 500 getiri serisi, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serileri için aşağıdaki Tablo 16 da yer alan katsayı değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 16: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemi İçin a_0 Katsayı Değerleri

Katsayı	Yöntem	S&P 500 Getiri Serisi	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi
a_0	Basit NoVaS	0.07690	0.071400	0.071400
	Üstel NoVaS	0.07034	0.070268	0.070268

Tablo 17: NoVaS Yöntemine Göre Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı

Tahminci Türü	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.736
Üstel NoVaS Yöntemi	0.743
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.825
Üstel NoVaS Yöntemi	0.819
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.825
Üstel NoVaS Yöntemi	0.819

Tablo 17 incelendiğinde, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serisi için Basit ve Üstel NoVaS yönteminin normal dağılım altında tahminlenen GARCH(1,1) modeline göre öngörümleme performansının iyi olduğu gözlemlenirken, student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerine göre ise örneklem dışı öngörümleme performansının biraz gerisinde kaldığı belirlenmiştir. S&P 500 getiri serisinin hem normal dağılım altında hem de student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerine göre daha yüksek OMH değerleri verdiği

görülmektedir. α katsayısının değiştirilmesi ile Üstel NoVaS yönteminin OMH değerlerinin giderek küçüldüğünü gösteren değerler EK 20 de verilmektedir. Ayrıca, hem Basit hem de Üstel NoVaS yönteminden elde edilen dönüştürülmüş serilere ilişkin normallik testi sonuçları EK 21-26 da gösterilmektedir.

Literatürde yer alan çalışmalar, örneklem dışı öngörümleme için eldeki veri setinin %80 ninin kullanılarak geriye kalan %20'lik kısım üzerinden öngörümlemenin yapılmasının elde edilen sonuçlar üzerinde daha iyi olduğunu göstermektedir(<http://faculty.smu.edu/tfomby/eco5375/data/Notes/Forecasting%20Experiments.pdf>)(bknz:Tablo 13). Aynı zamanda, Granger(1993) yaptığı çalışmasında, doğrusal olmayan öngörümleme modelleri için veri setinin en az %20'sinin örneklem dışı öngörümleme performansı için kullanılması gerektiğini ifade etmektedir.

Hansen ve Timmermann(2012) yaptıkları çalışmalarında, örneklem uzunluğunun seçiminin örneklem dışı öngörümleme performansını etkilediğini belirtmiştir. Bu nedenle, veri setinin %50'sinin alınarak geri kalan %50'lik kısmın tahminlenmesi, veri setine ilişkin karakteristik özelliklerin incelenmesi sonucunda doğruyu yansıtmadığı görülmüştür. Örneğin, S&P 500 getiri serisinin Bölüm 3.2 de verilen karakteristik özellikleri incelendiğinde, basıklık derecesinin 94 olduğu görülmektedir. Ancak, veri setinin ilk %50 si alındığında, bu veri setine ilişkin basıklık değeri 5 olarak hesaplanmıştır(bknz: EK 27-29). Bu nedenle, S&P 500 getiri serisinin ilk yarısının kullanılması veri setinin gerçek özelliğini tam yansıtmadığı için yanlış yorumlama yapılmasına neden olabilir. Bu nedenle, çalışmanın bundan sonraki bölümünde veri setinin %80 ni kullanılmış ve buna ilişkin elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur. Aynı zamanda, veri setinin %80'lik kısmına karşılık gelen karakteristik özellikler EK 30-32 de yer almaktadır. Model katsayılarına ilişkin sonuçlar ise EK 33-35 te verilmektedir. OMH'nın OKH' a göre daha uygun bir ölçü olması nedeniyle sadece OMH' a ilişkin sonuçlara yer verilmiştir.

Tablo 18: OMH'ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri

Tahminci Türü	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	1.021
t-hatalı GARCH(1,1)	0.860
GHD~GARCH(1,1)	0.969
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	1.186
t-hatalı GARCH(1,1)	0.970
GHD~GARCH(1,1)	1.173
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	1.185
t-hatalı GARCH(1,1)	0.972
GHD~GARCH(1,1)	1.173

Tablo 19: OMH'ın Kıyaslama Noktasına Göre Karşılaştırmalı Değerleri

Tahminci Türü	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.859
t-hatalı GARCH(1,1)	0.859
GHD~GARCH(1,1)	0.861
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.861
t-hatalı GARCH(1,1)	0.838
GHD~GARCH(1,1)	0.837
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>	
Normal hatalı GARCH(1,1)	0.861
t-hatalı GARCH(1,1)	0.838
GHD~GARCH(1,1)	0.837

Not: Koşullu medyan tahminleyicisi kullanılarak elde edilmiştir. S&P 500 getiri serisi için t-dağılımının serbestlik derecesi 4.492896 olup, $Z_t \sim t_{4.492896}$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.5371$ dir.

BİST 100 getiri serileri için t-dağılımının serbestlik derecesi 6.645173 olup, $Z_t \sim t_{6.645173}$ ise $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.5087$ dir. S&P 500 getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.1222$ ve $\lambda = 0.4548$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.3324$ tür. BİST 100 logaritmik getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.3964$ ve $\lambda = 0.6634$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.3457$ dir. BİST 100 aritmetik getiri serisi için GHD dağılımının iki parametresi $v = 1.4024$ ve $\lambda = 0.6675$ olup, bu dağılıma ilişkin $Medyan(Z_{n+1}^2) \cong 0.347$ dir.

Basit ve Üstel NoVaS yöntemine göre elde edilen sonuçlar Tablo 20 de gösterilmektedir. Denklem(3.31)'de yer alan a_0 katsayısı, örneklem dışı öngörümleme performansları açısından ele alındığında, Basit NoVaS ve Üstel NoVaS yönteminde S&P 500 getiri serisi, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serileri için ayrı ayrı hesaplanmıştır(bknz: EK 36).

Tablo 20: NoVaS Yöntemine Göre Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı

Tahminci Türü	OMH
<i>S&P 500 Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.859
Üstel NoVaS Yöntemi	0.853
<i>BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.845
Üstel NoVaS Yöntemi	0.841
<i>BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi</i>	
Basit NoVaS Yöntemi	0.845
Üstel NoVaS Yöntemi	0.841

Tablo 20 den elde edilen sonuçlara göre, hem Basit hem Üstel NoVaS yönteminin, S&P 500 getiri serisi için GARCH(1,1) normal, student t ve GHD dağılımı altında tahminlenen modellere göre daha iyi örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğu görülmektedir. BİST 100 getiri serileri için ise GARCH(1,1) normal dağılım altında tahminlenen modele göre daha iyi örneklem dışı öngörümleme performansına sahip iken, student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinden elde edilen OMH değerlerine yakın değerler elde edilmesine rağmen örneklem dışı öngörümleme performansının biraz zayıf olduğu belirlenmiştir. Ancak, elde edilen bu sonuçlar yine de Basit ve Üstel NoVaS yönteminin GARCH(1,1) modellerine göre kullanılabilirliğini göstermektedir. GARCH(1,1)-GHD dağılımı altında tahminlenen modelden elde edilen “v” ve “λ” parametreleri ile elde edilen dağılımın normal dağılıma göre daha kalın kuyruk özelliğine sahip olduğu ve Basit ve Üstel NoVaS yöntemi sonucunda elde edilen dönüştürülmüş W_t serilerinin normallik testi sonuçlarına göre, istenildiği ve beklenildiği gibi normal dağılıma sahip oldukları belirlenmiştir(bknz EK 37-45).

NoVaS yönteminin bir model olmaması, gerek Basit gerek Üstel NoVaS yönteminin hesaplanmasının sadece veri setindeki geçmiş gözlemlere bağlı olması, örneklem dışı öngörümleme için literatürde çoğunlukla önerilen veri setinin %80’lik kısmının kullanılması sonucunda sadece S&P 500 getiri serisinde öngörümleme performansının her üç dağılım altında GARCH(1,1) modeline göre daha iyi sonuç vermesini sağlamıştır. Aynı zamanda, Denklem(3.20) de yer alan ve ilk hesaplamalarda sıfır olarak kabul edilen α katsayısı çalışmanın bu bölümünde [0.1, 0.7] aralığında değerler alarak, S&P 500, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serilerinin örneklem dışı öngörümleme performansları yeniden değerlendirilmiştir.

Tablo 16 ve Tablo 19 dan elde edilen sonuçlardan görüleceği üzere, Üstel NoVaS veya Basit NoVaS yönteminden en az birinin normal, student t ve GHD dağılımlı GARCH(1,1) modellerine göre daha iyi örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olmasından dolayı α katsayısının değiştirilmesi sonucunda hem Üstel NoVaS hem de Basit NoVaS yöntemine ilişkin sonuçlar Tablo 21 de gösterilmektedir. Ancak, α katsayısının değiştirilmesi gerek Basit NoVaS gerekse Üstel NoVaS yönteminin önceden belirlenen algoritmalarının yeniden ele alınarak düzenlenmesini gerektirmektedir. Hesaplamalarda kullanılacak yeni Üstel ve Basit NoVaS algoritmaları EK 46-47 de yer verilmektedir.

Aşağıdaki Tablo 21’den elde edilen sonuçlara göre α katsayısının değiştirilmesi sonucunda, S&P 500, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serileri için Normal ve t-dağılımlı GARCH(1,1) modellerine göre Basit ve Üstel NoVaS yönteminin aslında daha iyi örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 21: Basit ve Üstel NoVaS Yönteminin Örneklem Dışı Öngörümleme Performansı

Üstel NoVaS	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi	S&P 500 Getiri Serisi
$\alpha = 0.1$	0.727	0.727	0.813
$\alpha = 0.2$	0.717	0.717	0.806
$\alpha = 0.3$	0.708	0.708	0.797
$\alpha = 0.4$	0.699	0.699	—
$\alpha = 0.5$	—	—	—
$\alpha = 0.6$	—	—	—
$\alpha = 0.7$	—	—	—
Basit NoVaS	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi	S&P 500 Getiri Serisi
$\alpha = 0.1$	0.735	0.736	0.818
$\alpha = 0.2$	0.730	0.730	0.808
$\alpha = 0.3$	0.722	0.722	0.800
$\alpha = 0.4$	0.711	0.711	0.790
$\alpha = 0.5$	0.702	0.702	0.786
$\alpha = 0.6$	0.700	0.700	0.780
$\alpha = 0.7$	—	—	—

Not: Tablo içerisindeki değerler OMH yı göstermekte olup veri setinin %80 ni kullanılarak elde edilen örneklem dışı öngörümleme performanslarını vermektedir

SONUÇ

Bu çalışmanın amacı, farklı hisse senedi piyasalarında işlem gören çeşitli hisse senedi getirilerinin oynaklığının modellenmesinde, normal, student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinin, karesel getiriler için kabul edilebilir bir örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu göstermek ve örneklem dışı öngörümleme performansı açısından Bollerslev(1986) tarafından önerilen GARCH(1,1) modeline alternatif yaklaşımlar ortaya koymaktır. Bölüm 3'ten elde edilen sonuçlar, normal, student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinin literatürde söylenenin aksine aslında iyi bir örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu göstermektedir. Farklı hisse senedi getiri serilerinin kullanılmasının uygulama açısından en önemli nedeni, basıklık ve çarpıklık gibi farklı karakteristik özelliklere sahip olan getiri serilerine ilişkin oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan modellerin, veri setinin özelliklerine bakılmaksızın kullanılabilir olduğunu ve bu nedenle gerek aşırı basık/yassı basık gerek sağa/sola çarpık özelliklere sahip veri setleri içinde uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

Getiri serilerinin oynaklığının tahminlenmesinde çoğunlukla tercih edilen hata dağılımı türlerinin normal, student-t ve GHD dağılımı gibi kalın kuyruk özelliği gösteren dağılımlar olduğu bilinmektedir. Hataların normal dağıldığı varsayımına dayanan ARCH ve GARCH modelleri kullanılarak hisse senedi getiri serilerinin oynaklığının tahminlenmesi sonrasında elde edilen hata tahminlerinin dağılımının aslında normal dağılıma uymadığı görülmektedir. Bu sonuç, hataların dağılımının normal dağılımın aksine daha fazla kalın kuyruk özelliği gösterdiğini ve bu nedenle getiri serilerinin oynaklığının modellenmesinde hataların kalın kuyruk özelliği gösteren farklı türde dağılımlar altında ele alınmasının gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Kalın kuyruk özelliği gösteren dağılımların seçilmesinde ortaya çıkan en büyük zorluk, serbestlik derecesinin belirlenmesi sorunudur. Bu nedenle, kalın kuyruk özelliği gösteren dağılımların serbestlik derecesinin seçiminin keyfi olması, hisse senedi getiri serilerinin oynaklığının modellenmesinde ve örneklem dışı öngörümleme performanslarının değerlendirilmesinde normal dağılıma göre daha

fazla kalın kuyruk özelliği gösteren bir dağılımın ele alınmasını gerektirmektedir. Ayrıca, normal dağılıma göre daha iyi ve student-t dağılımı ile en azından aynı veya daha iyi performans ortaya koyması, bununla beraber serbestlik derecesi seçiminin keyfi olmayacağı bir dağılım olması için amaçlanan bu dağılım BSN dağılımı olarak adlandırılmaktadır. Dağılımın şekil parametresi a_0 ile gösterilmektedir. Bu parametre, GARCH(1,1)~BSN modeli ile getiri serilerinin oynaklığının tahminlenmesi aşamasında pseudo olabilirlik yöntemi ile tahminlenmektedir. Bu sonuç, parametre seçiminin keyfi olmadığını göstermektedir.

BSN dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinin normal ve student-t dağılımları altında tahminlenen GARCH(1,1) modeline göre iyi olduğunu göstermek için NASDAQ ve hem logaritmik hem de aritmetik formül ile hesaplanan BİST 100 getiri serileri kullanılmıştır. Her üç getiri serisi de farklı karakteristik özelliklere sahip olup farklı gözlem sayılarından oluşmaktadır. GARCH(1,1) modelinin iyi bir örneklem içi öngörümleme performansına sahip olduğunu söyleyen çalışmaları destekler sonuçlar bulunurken, zayıf örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu ifade eden birçok çalışmanın aksine, aslında OMH gibi iyi bir öngörümleme performans ölçüsü kullanıldığında ele alınan modellerin kabul edilebilir örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğu görülmüştür. Getiri serilerinin sonlu bir dördüncü momente sahip olmaması durumunda literatürde de sıkça kullanılan OKH ölçüsünün seçiminin karesel getiriler açısından doğru olmadığı ve modellerin gerçekte örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olması durumunda bile, kötü bir öngörümleme performansına sahip olduğu görüntüsü verdiği ifade edilmektedir. Karesel getirilerin dördüncü momentinin serinin basıklığına karşılık gelmesi, uygulamaya başlamadan önce öngörümleme performans ölçüsünün belirlenmesinde, serilerin zaman içerisindeki basıklık grafiğine bakılmasının ne kadar önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

BSN dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinin normal ve student-t dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modeline göre daha iyi örneklem içi öngörümleme performansına sahip olduğu belirlenmiştir. Ancak, çalışmanın amacı doğrultusunda önemli olan modellerin örneklem dışı öngörümleme performanslarının karşılaştırılmasıdır. Örneklem dışı öngörümleme performansları açısından da, önerilen GARCH(1,1)~BSN modelinin normal dağılım altında

tahminlenen GARCH(1,1) modeline göre daha üstün olduğu görülürken student-t dağılımlı GARCH(1,1) modeli ile aynı veya daha iyi performans gösterdiği bulunmuştur. Diğer bir önemli nokta ise, logaritmik olarak hesaplanan getiri serileri ile aritmetik formül ile hesaplanan getiri serilerinin oynaklığın modellenmesi noktasında bir farkının olmadığıdır. Elde edilen katsayı tahminleri benzer veya birbirine çok yakın olmakla beraber, örneklem dışı öngörümleme performansları açısından da bir farkının olmadığı görülmüştür.

BSN dağılımı şekil parametresi a_0 ın farklı değerlerine göre v-serbestlik dereceli t_v -dağılımı ile benzerlikler göstermektedir. Örneğin, $a_0 = 0.1$ olduğunda, BSN dağılımı 5 serbestlik dereceli t-dağılımına oldukça yakın bir dağılım sergilemektedir. Ancak, dağılımın kuyruğunun t_5 -dağılımına göre biraz daha ince kuyruk özelliği gösterdiği belirlenmiştir. Bu nedenle, GARCH(1,1)~BSN modeli ilk olarak GARCH(1,1)~ t_5 dağılımı ile örneklem dışı öngörümleme performansları açısından karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçların yorumlanması aşamasında herhangi bir yanlış yorumlama yapılmaması açısından daha sonraki adımda t-dağılımın serbestlik derecesi model katsayıların tahmin edilmesinde kullanılan matlab programı tarafından belirlenmiştir. Serbestlik derecesinin 5 ten farklı olduğu durumlarda bile GARCH(1,1)~BSN modelinin, GARCH(1,1)~ t_v modeline göre örneklem dışı öngörümleme performansının aynı veya biraz daha iyi olduğu görülmektedir.

Örneklem dışı öngörümleme performanslarının değerlendirilmesinde, veri seti iki kısma ayrılarak ilk kısmının modellerin tahmin edilmesinde kullanılmasının ve diğer kalan kısmının öngörümleme performansını belirlemek için ele alınmasının elde edilen öngörümleme performansları üzerinde etkili olduğu literatürde yapılan birçok çalışmada belirtilmektedir. GARCH(1,1)~BSN modeli ilk olarak veri setinin ilk yarısı kullanılarak tahminlenmiştir. Ancak, ele alınan veri setlerinin karakteristik özelliklerinin, gerçek veri setine ilişkin karakteristik özellikleri taşımasından dolayı ikinci aşamada, veri setinin %80'lik kısmı ele alınmış ve geri kalan %20'lik kısım öngörümleme performansı için kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, deneme seti olarak adlandırılan ve modellerin tahmin edilmesinde kullanılan veri setindeki gözlem sayısının artırılmasının, öngörümleme performanslarının ölçülmesinde kullanılan OMH değerlerinin küçülmesine ve böylece literatürü destekler sonuçların bulunmasına neden olmuştur. Aynı zamanda, gerek GARCH(1,1)~ND gerek

GARCH(1,1) $\sim t_v$ modelleri için veri setinin %80 ni alınarak tahminlenen katsayılardan hareketle öngörülen %20'lik kısma ilişkin OMH değerlerinde küçülmelerin meydana geldiği belirlenmiştir. Bu sonuçlar, uygun bir öngörümleme performans ölçüsü kullanıldığında GARCH modellerinin örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğunu göstermektedir.

Daha iyi bir örneklem dışı öngörümleme performansının elde edilmesi amacını taşıyan bu çalışmada, GARCH(1,1) modeline alternatif olarak NoVaS yöntemi tanıtılmaktadır. NoVaS bir modelleme olmayıp, sadece veri setindeki gözlemlere ve gözlemlerin geçmiş değerlerine bağlı olarak hesaplanan bir yöntemdir. NoVaS, normalleştirme ve varyans durağanlaştırma anlamına gelmektedir. Engle(1982) tarafından önerilen ARCH modeli, NoVaS yönteminin ortaya çıkış noktasını oluşturmaktadır. Çalışmada NoVaS yöntemi, Basit ve Üstel NoVaS olmak üzere iki bölümde ele alınmıştır.

Basit NoVaS ve Üstel NoVaS yöntemi ile dönüştürülen serinin NoVaS yönteminin doğası gereği normal dağılıma uyması gerekmektedir. Dönüştürülen serilere uygulanan SF normallik testi, hem Basit hem de Üstel NoVaS yönteminden elde edilen serilerin normal dağılıma uyduğunu göstermektedir. Literatürde yapılan çalışmalarda(Sarkadi, 1980: 282), normallik testleri içerisinde en güçlü testlerden birinin Shapiro-Wilk testi olduğu görülürken, büyük örneklem ile çalışıldığı durumlarda bu testin çoğunlukla serinin normal dağıldığını söyleyen sıfır hipotezini reddettiği belirlenmiştir. Bu noktada, büyük örneklem sorununu ele alan ve Shapiro-Wilk testi ile benzer çalışan ve diğer en güçlü testlerden biri olarak görülen SF testi normallik sınamaları için kullanılmıştır.

S&P 500, BİST 100 logaritmik ve aritmetik getiri serilerine Basit ve Üstel NoVaS yönteminin uygulanması ile elde edilen dönüştürülmüş serilerin normal dağılıma uyduğunun belirlenmesinden sonra normal, student-t ve GHD dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modellerinin örneklem dışı öngörümleme performansları ile Basit ve Üstel NoVaS yöntemlerinin örneklem dışı öngörümleme performansları karşılaştırılmıştır. Hisse senedi getiri serileri gibi finansal zaman serileri ile çalışıldığında ve çoğunlukla finansal zaman serilerin sonlu bir dördüncü momente sahip olmadığı dikkate alındığında, örneklem dışı öngörümleme

performanslarının karşılaştırılmasında OMH ölçüsünün kullanılması, elde edilen sonuçların yorumlanması ve güvenilirliği açısından daha doğru bir ölçü olmaktadır.

Basit ve Üstel NoVaS yöntemine ilişkin denklemlerde yer alan α katsayısının ilk aşamada sıfır olarak ele alınması ve deneme seti olarak veri setinin ilk yarısının kullanılması durumunda elde edilen sonuçlara göre, NoVaS yönteminin normal dağılımlı GARCH(1,1) modellerine göre daha iyi örneklem dışı öngörümleme performansına sahip olduğu görülmektedir. GARCH(1,1)~ t_v ve GARCH~GHD modellerine göre ise yakın sonuçlar elde edilmesine karşılık, örneklem dışı öngörümleme performansları açısından geri kaldığı belirlenmiştir.

NoVaS denkleminde yer alan α katsayısının sıfırdan farklı değerler alması sonucunda elde edilen OMH değerleri, normal, student-t ve GHD dağılımlı GARCH(1,1) modellerinden elde edilen OMH değerlerine göre daha küçük olarak hesaplanmıştır. OMH değerlerinin küçülmesi, modellerin öngörümleme performansının arttığını ifade etmektedir. Çalışmada α katsayısı [0.1, 0.7] arasında değerler almakta olup, 0.7 ye doğru artış oldukça örneklem dışı öngörümleme performanslarının iyileştiği belirlenmiştir. Ancak, 0.7 değerinden sonra hem Basit hem Üstel NoVaS için OMH değeri hesaplanamamaktadır. Basit ve Üstel NoVaS algoritmaları ele alındığında, veri setini en iyi şekilde temsil eden dönüştürülmüş serilerin seçilmesi, dönüştürülmüş serinin basıklık derecesi ile normal dağılımın basıklık derecesi arasındaki farkın minimum olmasına bağlıdır. α katsayısının 0.7 den sonraki değerleri için böyle bir minimum değer elde edilemediğinden OMH değerleri belirlenmemektedir.

Basit ve Üstel NoVaS yöntemleri, GARCH(1,1) modellerine göre daha üstün bir örneklem dışı öngörümleme performansı gösterirken, birbirlerine olan üstünlükleri ise veri setinden veri setine ve öngörümleme için ele alınan veri setindeki gözlem sayısına göre değişiklik göstermektedir. Örneğin, veri setinin ilk yarısının kullanıldığı örneklem dışı öngörümleme performansları açısından Basit NoVaS yöntemi her üç getiri serisi için de Üstel NoVaS yöntemine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Ancak, veri setinin %80'nin kullanılıp geri kalan %20'lik kısım üzerinden elde edilen öngörümleme performansları açısından değerlendirildiğinde, BİST 100 getiri serileri için Üstel NoVaS yönteminin, S&P 500 getiri serisi için de Basit NoVaS yönteminin daha iyi OMH değerleri verdiği

bulunmuştur. Bu sonuç, öngörümleme konusunda çalışmalar yapan akademisyenler ve araştırmacılar için örneklem dışı öngörümlemede ele alınan veri setinin seçiminin ne kadar önemli olduğunu ve sonuçları nasıl etkilediğini göstermektedir. Çalışmanın amacı doğrultusunda önemli olan nokta, veri setinin ilk yarısı veya %80’lik kısmından hangisinin kullanıldığına bakılmaksızın NoVaS yöntemi ile elde edilen sonuçların normal, student-t ve GHD dağılımlı GARCH(1,1) modellerine göre daha iyi olduğudur.

Çalışmada önemli olan bir diğer sonuç, oynaklığın tahminlenmesinde kullanılan koşullu beklenen değerin yerine koşullu medyan tahminleyicisinin kullanılmasıdır. Normal, student-t ve GHD dağılımlı GARCH(1,1) modellerinin koşullu medyan tahminleyicisi kullanılması ile elde edilen örneklem dışı öngörümleme performansının, normal, student-t ve GHD dağılımlı GARCH(1,1) modellerinin koşullu beklenen değer tahminleyicisi kullanılması sonucunda elde edilen örneklem dışı öngörümleme performanslarına göre daha iyi olduğu görülmektedir. Bunun en önemli nedeni olarak Denklem(3.1) de yer alan ARCH modelindeki hataların normal dağıldığı varsayımının geçerli olmaması gösterilebilir. Normal varsayım altında, karesel getirilerin kestiriminde Denklem(3.1)’in her iki tarafının karesinin koşullu beklenen değeri alındığı zaman, hataların karesinin beklenen değeri “1” e eşit olacaktır. Ancak bu durum sadece normal dağılım varsayımı geçerli olduğunda sağlanmaktadır. Örneğin hatalar, gerçekte student- t_2 dağılımı gösteriyor ise, $E(t_3^2) = 3$ e eşit olmaktadır. Bu değer normal dağılım varsayımından elde edilen “1” değerinin oldukça uzağında kalmaktadır. Bu nedenle, koşullu beklenen değer tahminleyicisi kullanılarak elde edilen öngörümlemeler gerçeği yansıtmayacaktır. Bu durumda, koşullu medyan tahminleyicisi kullanmak sonuçlarının doğru bir şekilde yorumlanması açısından daha faydalı olmaktadır. Koenker(2005) yaptığı çalışmasında, dağılımlar kalın kuyruğa sahip oldukları zaman, koşullu medyan tahminlerinin koşullu ortalama tahminlerinden daha robust olduğunu ifade etmektedir. Veri seti kalın kuyruk özelliği gösteren bir dağılımdan geliyorsa, örneklem medyanı daha etkin olmaktadır. Ancak, normal dağılım gibi daha ince kuyruklu dağılımlardan geliyorsa, örneklem ortalaması daha etkindir. Aynı zamanda, veri setinde sapan gözlemlerin olması koşullu medyanı tercih edilebilir bir tahminci yapmaktadır. Örneğin, student-t dağılımı serbestlik derecesi arttıkça, kalın

kuyruk özelliği gösteren dağılımdan ince kuyruk özelliği gösteren dağılıma dönüşmektedir. Serbestlik derecesi arttığı zaman student-t dağılımı daha çok normal dağılım gibi olmaktadır. Bu durumda medyan değeri azalış göstermektedir. Çalışmadan elde edilen sonuçlara bakıldığında, student-t dağılımının serbestlik derecesi arttığı zaman, hesaplanan koşullu medyan değerinin küçüldüğü görülmektedir. Elde edilen bu sonuçların, literatürü desteklediği belirlenmiştir.

Karesel getiri serilerine ilişkin öngörümleme gücünün ele alınması nedeniyle, değişken dönüşümü yardımı ile student-t ve GHD dağılımlarının karesine ilişkin dağılımların koşullu medyan değeri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar, karesel student-t dağılımının serbestlik derecesi arttığında ve aynı zamanda karesel GHD dağılımının serbestlik derecesi azaldığında koşullu medyan değerlerinin küçüldüğünü göstermektedir. Bunun nedeni, karesel student-t dağılımının serbestlik derecesinin artması ile beraber kalın kuyruk özelliğinden ince kuyruk özelliğine doğru değişim göstermesi iken, karesel GHD dağılımının serbestlik derecesi azaldığında ince kuyruk özelliği göstermesidir(bknz: EK 48-49).

Faklı dağılımlar altında GARCH(1,1) yapısı kullanarak modellenen getiri serilerinin örneklem dışı öngörümleme performanslarının birbirinden farklı olduğu bilinmektedir. Bu çalışmada önerilen BSN dağılımı altında tahminlenen GARCH(1,1) modelinin özellikle literatürde sıkça kullanılan normal ve student-t dağılımları ile rekabet edebilir düzeyde olması, bundan sonra yapılacak olan çalışmalara bir ışık tutmaktadır.

NoVaS yönteminin öngörümleme performansının incelendiği bu çalışmada oynaklık tahminleri gerçek veri setleri kullanılarak yapılmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, getiri oynaklığının öngörülenmesinde NoVaS yaklaşımının GARCH(1,1) modeli ile rekabet edebilecek düzeyde ve uygulanabilirliği açısından oldukça umut verici olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda, bu çalışmanın konusu olmasa da mutlak getiri serilerine ilişkin örneklem dışı öngörümleme performansları da ele alınarak NoVaS yönteminin GARCH(1,1) modeline göre olan başarısı incelenebilir. Bundan sonra yapılacak olan çalışmalar, yöntemin potansiyelini ve tam olarak yapabileceklerini araştırmak üzerine odaklanmalıdır. Özellikle, daha karmaşık ve daha zor olmasına karşın çok değişkenli olarak ele alınması ve bu doğrultuda çalışmaların yapılması gerekmektedir.

KAYNAKÇA

Ahad, N.A., Yin, T.S., Othman, A.R. ve Yaacob, C.R. (2011). Sensitivity of Normality Tests to Non-Normal Data. *Sains Malaysiana*. 40(6): 637-641.

Ahmed, M.N. ve Imam, M.O. (2007). Macroeconomic Factors and Bangladesh Stock Market. *International Review of Business Research Paper*. 3(5): 21-35.

Aldrich, E.M. Lecture Notes. Heavy-Tailed Distirbutions. <http://people.ucsc.edu/~ealdrich/Teaching/Econ114/S2013/LectureSlides/unit2-sec2-heavyDist.pdf>, (19.06.2012).

Akgiray, V. (1989). Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts. *The Journal of Business*. 62(1): 55-80.

Andersen, T.G. ve Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standart Volatility Models do Provide Accurate Forecasts. *International Economic Review*. 39(4): 885-905.

Bachelier, L. (1990). The Theory of Speculation. Translated by D. May. *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*. 3(17): 21-86.

Ballie, R., Bollerslev, T. ve Mikkelsen, H. (1996). Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity. *Journal of Econometrics*. 74(1): 3-30.

Batra, A. (2004). Stock Return Volatility Patterns in India. Working Paper No. 124.

Bennett, C. ve Gil, M.A. (2012). Measuring Historical Volatility. Düzenleyen Santander Global Banking & Markets. Madrid. 3 February 2012.

Bera, A.K. ve Higgins, M.L. (1993). ARCH Models: Properties, Estimation and Testing. *Journal of Economic Surveys*. 7(4): 305-362.

Black, F. (1976). Studies of Stock Price Volatility Changes. Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association (ss. 177-181). Business and Economical Statistics Section. Boston. 1976.

Black, F ve Sholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*. 81(3): 637-654.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*. 31(3): 307-327.

Bollerslev, T. ve Ghysels, E. (1996). Periodic Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Business and Economic Statistics*. 14(2): 139-151.

Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. New York: Cambridge University Press.

Capozzi, C. Stock Market Volatility Factors.
http://www.ehow.com/list_7355040_stock-market-volatility-factors.html,
(08.03.2012).

Chaichatschwal. R. ve Budsaba, K. (2007). A Power Comparison of Goodness of fit Tests for Normality based on the Likelihood Ratio and the Non-Likelihood Ratio. *Journal of Thai Statistician Association*. 5(1): 57-68.

Choi, J. (2011). Volatility Forecasting with GARCH. (Published Graduate coursework). University of California, Berkeley: Department of Economics.

Chong, W.C., Ahmad, W.I. ve Abdullah, M.Y. (1999). Performance of GARCH Models in Forecasting Stock Market Volatility. *Journal of Forecasting*. 18(5):333-343.

Chou, R.Y. (1988). Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using Garch. *Journal of Applied Econometrics*. 3(4): 279-294.

Christie, A.A. (1982). The Stochastic Behavior of Common Stock Variances. *Journal of Financial Economics*. 10(4): 407-432.

Clements, M. ve Smith, J. (1997). The Performance of Alternative Forecasting Methods for SETAR Models. *International Journal of Forecasting*. 13(4): 463-475.

Cont, R. (2001). Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues. *Quantitative Finance*. 1(2): 223-236.

Daly, K. (2011). An Overview of the Determinants of Financial Volatility: An Explanation of Measuring Techniques. *Modern Applied Science*. 5(5): 46-63.

DeCarlo, L.T. (1997). On the Meaning and Use of Kurtosis. *Psychological Methods*. 2(3): 292-307.

Demetrscu, M. (2007). Volatility Clustering in High Frequency Data: A Self-fulfilling prophecy?. *Economics Bulletin*. 7(15): 1-8.

De Santis, R.A. ve Imrohoroglu, S. (1994). Stock Returns and Volatility in Emerging Financial Markets. Discussion Paper. Institute for Empirical Macroeconomics 93. Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Ding, D. (2011). Modeling of Market Volatility with APARCH Model. U.U.D.M. Project Report. Uppsala University: Department of Mathematics.

Ding, Z., Granger, C.W.J. ve Engle, R.F. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*. 1(1): 83-106.

Engineering Statistics Handbook. Anderson-Darling Test.

<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35e.htm>, (12.09.2012).

Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*. 50(4): 987-1007.

Engle, R.F. (2004). Risk and Volatility: Econometric Models and Financial Practice. *American Economic Review*. 94(3): 405-420.

Engle, R.F. ve Ng, V. (1993). Measuring and Testing the Impact of news on Volatility. *Journal of Finance*. 48(5): 1749-1778.

Engle, R.F. ve Patton, A.J. (2001). What good is a volatility model?. *Quantitative Finance*. 1(2): 237-245.

Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *The Journal of Business*. 38(1):34-105.

Fama, E.F. ve Schwert, G.W. (1977). Asset Returns and Inflation. *Journal of Financial Economics*. 5(2): 115-146.

Financial Dictionary, "Historical Volatility",

<http://financial-dictionary.thefreedictionary.com/Historical+Volatility>, (24.12.2012).

Fomby, T.B. (2004). Out-of Sample Forecasting Experiment.

<http://faculty.smu.edu/tfomby/eco5375/data/Notes/Forecasting%20Experiments.pdf>, (17.03.2013).

Francq, C. ve Zakoian, J.M. (2010). *GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd.

Franses, P. ve Ghijsels, H. (1999). Additive Outliers, GARCH and Forecasting Volatility. *International Journal of Forecasting*. 15(1): 1-9.

French, K.R. ve Roll, R. (1986). Stock Return Variances: The Arrival of Information and the Reaction of Traders. *Journal of Financial Economics*. 17(1): 5-26.

Friedman, M. (1977). Nobel Lecture: Inflation and Unemployment. *Journal of Political Economy*. 85(3): 451-472.

Garcia, R.C., Contreras, J., Akkeren, M.V. ve Garcia, J.B.C. (2005). A GARCH Forecasting Model to Predict Day-Ahead Electricity Prices. *IEEE Transactions on Power Systems*. 20(2): 867-874.

Ghasemi, A. ve Zahediasl, S. (2012). Normality Test for Statistical Analysis: A Guide for Non-Statisticians. *International Journal of Endocrinology Metabolism*. 10(2): 486-489.

Gibbons, R.D., Bhaumik, D.K. ve Aryal, S. (2009). *Test for Departure From Normality. Statistical Method for Groundwater Monitoring*(ss. 257-277). New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.

Glosten, L.R., Jagannathan, R. ve Runkle, D.E. (1993). On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*. 48(5): 1779-1801.

Goudarzi, H. (2011). Modelling Asymmetric Volatility in the Indian Stock Market. *International Journal of Business and Management*. 6(3): 221-231.

Granger, C.W.J. (1993). Strategies for Modelling Nonlinear Time Series Relationships. *The Economic Record*. 69(206): 233-238.

Grouard, M.H., Levy, S. ve Lubochinsky, C. (2003). Stock Market Volatility: From Empirical Data to Their Interpretation. *Financial Stability Review*. 2: 57-74.

Hansen, P.R. ve Lunde, A. (2001). A Comparison of Volatility Models: Does anything Beat a GARCH(1,1)? Working Paper Series No. 84. University of AARHUS: AARHUS School of Business.

Hansen, P.R. ve Timmermann, A. (2012). Choice of Sample Split in Out of Sample Forecast Evaluation. EUI Working Ppapers. European University Institute: Department of Economics.

Harvey, A.C., Ruiz, E. ve Shephard, N. (1994). Multivariate Stochastic Variance Models. *Review of Economic Studies*. 61(2): 247-264.

He, C. ve Treasvirta, T. (1999). Properties of Moments of a Family of GARCH Processes. *Journal of Econometrics*. 92(1): 173-192.

Heij, C., De Boer, P., Franses, P.H., Kloek, T. ve Van Dijk, H.K. (2004). *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*. Oxford: Oxford University Press.

Heikkinen, V.P. ve Kanto, A. (2002). Value at Risk Estimation Using-Non-Integer Degrees of Freedom of Student's Distribution. *Journal of Risk*. 4(4): 77-84.

Hien, M.M.T. (2008). Modelling and Forecasting Volatility By GARCH-Type Models: The Case of Vietnam Stock Exchange. (Published Master Dissertation). University of Nottingham: Finance and Investment.

Howard, A. What causes Stock Market Volatility. <http://online-stock-trading-review.toptenreviews.com/what-causes-stock-market-volatility-.html>, (14.02.2012).

Humpe, A. ve Macmillan, P. (2007). Can Macroeconomic Variables Explain Long Term Stock Market Movements? :A Comparison of USA and Japan. CDMA Working Paper. No. 20.

Hurn, S. (2009). Likelihood Methods in Financial Econometrics. Three Day Course Notes. University of Stellenbosch: Economic Research.

İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASI, “İMKB ENDEKSLERİ”. 2010. <http://borsaistanbul.com/data/kilavuzlar/IMKB%20Endeksleri.pdf>, (30.04.2013).

Jassal, M.K. (2010). The Effect of Optimization of Error Metrics: Sales Forecasting Domain. (Published Master Dissertation). University of Boras: School of Business and Informatics.

Johnston, J. ve DiNardo, J. (1997). Econometric Methods. New York: McGraw-Hill.

Johnston, K. ve Scott, E. (2000). GARCH Models and The Stochastic Process Underlying Exchange Rate Price Changes. *Journal of Financial and Strategic Decisions*. 13(2): 13-24.

Jurun, E., Pivac, Z. ve Americ, J. (2006). Historical and Prognostic Risk Measuring Across Stocks and Markets. *WSEAS Transactions on Business and Economics*. 8(4): 126-134.

Karlsson, L. (2002). Theoretical Survey, Model Implementation and Robustness Analysis. (Published Master Thesis). Kungl Tekniska Högskolan: Institutionen för Matematik.

Karmakar, M. (2005). Modelling Conditional Volatility of the Indian Stock Markets. *Vikalpa*. 30(3): 21-37.

Karpoff, J.M. (1987). The Relation Between Price Changes and Trading Volume. *Journal of Financial and Quantative Analysis*. 22(1): 109-126.

Kırshon, J. (2012). NASDAQ ha opening Day in 1971.

<http://www.examiner.com/article/nasdaq-has-opening-day-1971>, (18.04.2012).

Koenker, R. (2005). Quantile Regression. New York: Cambridge University Press.

Küçükkocaoğlu, G. Finansal Pazarlar: Derecelendirme Kurumları, Enformasyon Servisleri, <http://www.baskent.edu.tr/~gurayk/>, (10.11.2012).

Ladokhin, S. (2009). Volatility Modelling in Financial Markets. (Published Master Dissetation). VU University Amsterdam: Faculty of Sciences, Business Mathematics and Informatics.

Lamoureux, C.G. ve Lastrapes, W.D. (1990). Heteroskedasticity in Stock Return Data: Volume versus GARCH Effects. *Journal of Finance*. 45(1): 221-229.

Lee, S.W. ve Hansen, B.E. (1994). Asymtotic Theory for the GARCH(1,1) Quasi-Maximum Likelihood Estimator. *Econometric Theory*. 10(1): 29-52.

Lilliefors, H.W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of American Statisstical Association*. 62(318): 399-402.

Lira, S.A. ve Neto, A.C. (2013). Assessing the Efficiency of Data Normality Verification Tests. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*. 7(2): 106-115.

Lopez, J. (2001). Evaluating the Predictive Accuracy of Variance Models. *Journal of Forecasting*. 20(2): 87-109.

Lundberg, S. ve Terasvirta, T. (2002). Evaluating GARCH Models. *Journal of Econometrics*. 110(2): 417-435.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C. ve Hyndman, R.J. (1998). *Forecasting Methods and Applications*. New York: John Wiley and Sons Ltd.

Malmsten, H. ve Terasvirta, T. (2004). Stylized Facts of Financial Time Series and Three Popular Models of Volatility. SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance. No. 563.

Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*. 36(4): 394-419.

Mansour, A., Jutten, C. ve Ohnishi, N. (1998). Kurtosis: Definition and Properties. *FUSHION'98 International Conference*(ss. 40-46). The University of Georgia: Department of Computer Science.

Mendes, M. ve Pala, A. (2003). Type 1 Error Rate and Power of Three Normality Tests. *Pakistan Journal of Information and Technology*. 2(2): 135-139.

McLeod, W. ve Vuuren, G.V. (2004). Interpreting the Sharp Ratio When excess returns are negative. *Investment Analysts Journal*. 59(1): 15-20.

Midorikawa, S. Derivation of the t-Distribution.
<http://www.aomori-u.ac.jp/staff/midori/ProbDistr/t-e.pdf>, (02.02.2012).

Miron, D. ve Tudor, C. (2010). Asymmetric Conditional Volatility Models: Empirical Estimation and Comparison of Forecasting Accuracy. *Romanian Journal of Economic Forecasting*. 13(3): 74-92.

Mooi, E. ve Sarstedt, M. (2011). *A Concise Guide to Market Research*. Berlin: Springer.

Morelli, D. (2002). The Relationship Between Conditional Stock Market Volatility and Conditional Macroeconomic Volatility: Empirical Evidence based on UK Data. *International Review of Financial Analysis*. 11(1): 101-110.

Nelson, D.B. (1988). Time Series Behavior of Stock Market Volatility and Returns. (unpublished Ph.D. Dissertation). Massachusetts Institute of Technology, Economics Department.

Nelson, D.B. (1991). Conditional Heterokedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*. 59(2): 347-370.

Nelson, D.B. (1996). *Modelling Stock Market Volatility Changes*. California: Academic Press.

Nelson, D.B. ve Cao, C.Q. (1992). Inequality Constraints in the Univariate GARCH Model. *Journal of Business and Economic Statistics*. 10(2): 229-235.

Normal Distributions.

http://www.pearsonhighered.com/assets/hip/us/hip_us_pearsonhighered/samplechapter/0205739873.pdf, (17.02.2011).

Öztuna, D., Elhan, A.H., Tüccar, E. (2006). Investigation of Four Different Normality Tests in Terms of Type 1 Error Rate and Power Under Different Distributions. *Turkish Journal of Medical Sciences*. 36(3): 171-176.

Patterson, K. (2000). *An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach*. New York: PALGRAVE.

Peters, J.P. (2001). Estimating and Forecasting Volatility of Stock Indices Using Asymmetric GARCH Models and (Skewed) Student-t Densities. Working Paper. EAA Business School. University of Liege.

Politis, D.N. (2004). A Heavy-Tailed Distribution for ARCH residuals with Application to Volatility Prediction. *Annals of Economics and Finance*. 5(2): 283-298.

Politis, D.N. (2007). Model-Free vs. Model-based Volatility Prediction. *Journal of Financial Econometrics*. 5(3): 358-389.

Politis, D.N. ve Thomakos, D.D. (2006). Financial Time Series and Volatility Prediction using NoVaS. Working Paper. UCSD: Department of Mathematics and Department of Economics.

Politis, D.N. ve Thomakos, D.D. (2008). Financial Time Series and Volatility Prediction using NoVaS. Transformations. *Frontiers of Economics and Globalization*(ss. 417-447). United Kingdom: Emerald Group Publishing.

Poon, S.H. (2008). Modelling Volatility. London, Incisive events. 8-9 December 2008.

Poon, S.H. ve Granger, C.W.J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A review. *Journal of Economic Literature*. 41(2): 478-539.

Proust, M. (2009). *User Guide Second Edition JMP 8*. NC, USA: Sas Institute Inc.

Razali, N.M. ve Wah, Y.B. (2011). Power Comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling Tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*. 2(1): 21-33.

Reagan, K.M. (1984). An Evaluation of ARIMA(Box-Jenkins) Models for Forecasting Wastewater Treatment Process Variables. (Published Master Dissertation). University of California, Los Angeles: Science in Engineering.

Ripsink.com. "Stock Volatility Cause and Effect".
http://ripsink.com/posts_finance_2013/money/stock_volatility_cause_and_effect.html, (05.01.2012).

Rossi, E. (2004). Lecture Notes on GARCH Models. 1-63.

Rothbort, S. (2007). Understanding the Four Measures of Volatility.
<http://www.thestreet.com/story/10343098/1/understanding-the-four-measures-of-volatility.html>, (15.05.2012).

Ruppert, D. (2004). *Statistics and Finance: An Introduction*. New York: Springer-Verlag New York Inc.

Sarkadi, K. (1980). Testing for Normality. Mathematical Statistics. (ss. 281-287). Warsaw: Banach Center Publications.

Schwert, G.W. (1989). Why Does Stock Market Volatility Change Over Time. *The Journal of Finance*. 44(5): 1115-1153.

Schwert, G.W. (1990). Stock Market Volatility. *Financial Analysts Journal*. 46(3): 23-34.

Senter, A. Time Series Analysis.
<http://userwww.sfsu.edu/efc/classes/biol710/timeseries/timeseries1.htm>,
(13.09.2012).

Setyawati, B.R. (2005). Multi-Layer Feed Forward Neural Networks For Foreign Exchange Time Series Forecasting. (Published Doctoral Dissertation). West Virginia University: Department of Industrial and Management Systems Engineering.

Shapiro, S.S. ve Francia, R. (1972). An Approximation Analysis of Variance Test for Normality. *Journal of the American Statistical Association*. 67(337): 215-216.

Shapiro, S.S. ve Wilk, M.B. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality(Complete Samples). *Biometrika*. 52(3/4): 591-611.

Sheppard, K. <http://www.kevinshppard.com/images/0/0f/Chapter7.pdf>, (15.02.2013).

Songül, H. (2010). Otoregresif Değişen Varyans Modelleri: Döviz Kurları Üzerine Uygulama. (Yayınlanmış Uzmanlık Yeterlilik Tezi). Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü.

Spurgin, R.B. ve Schneeweis, T. (1997). *Efficient Estimation of Intraday Volatility: A Method of Moments Approach Incorporating the Trading Range. Financial Markets Tick by Tick* .(ss. 3-27). England: John Wiley and Sons Ltd.

Stephens, M.A. (1974). EDF Statistics for Goodness of fit and Some Comparisons. *Journal of the American Statistical Association*. 69(347): 730-737.

Stokes, H.H., Liu, L.M. ve Lattiyak, W. (2005). General Autoregressive Conditional Heteroscedastic(GARCH) Modelling Using the SCAS34S-GARCH and SCA WorkBench. Working Paper.

Stracia, C. (2003). Is GARCH(1,1) As Good a Model As the Nobel Prize Accolades Would Imply?. Working Paper. Chalmers University of Technology: Department of Mathematical Statistics.

Tanbakuchi, A. (2009). Introductory Statistics: Assessing Normality. Lecture Notes. Pima Community College: Department of Mathematics.

Tayefi, M. ve Ramanathan, T.V. (2012). An Overview of FIGARCH and Related Time Series Model. *Austrian Journal of Statistics*. 41(3): 175-196.

Taylor, S. (1986). *Modelling Financial Time Series*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Terasvirta, T. (1996). Two Stylized Facts and Garch(1,1) Model. Stockholm School of Economics, Working Paper series in Economics and Finance. No. 96.

Thomas, S. ve Mitchell, H. (2005). GARCH Modelling of High Frequency Volatility in Australia's National Electricity Market. Discussion Paper. Melbourne Center for Financial Studies.

Trawinski, B., Smetek, M., Telek, Z. ve Lasota, T. (2012). Nonparametric Statistical Analysis for Multiple Comparison of Machine Learning Regression Algorithms. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 22(4): 867-881.

Van Dijk, D., Terasvirta, T. ve Franses, F.H. (2002). Smooth Transition Autoregressive Models-A Survey of Recent Developments. *Econometric Reviews*. 21(1):1-47.

Verbeek, M. (2004). *A Guide to Modern Econometrics*. England: John Wiley and Sons Ltd.

Venter, J.H. ve De Jongh, P.J. (2004). Selecting an Innovation Distribution for GARCH Models to Improve Efficiency of Risk and Volatility Estimation. *Journal of Risk*. 6(3): 27-52.

Von, V. ve Hain, J. (2010). Comparison of Common Tests for Normality. (Published Diplomarbeit). Julius-Maximilians-Universitat Würzburg: Institut für Mathematik und Informatik.

Yalınkılıç, F. Uzmanı Olmayanlar İçin ABD Borsaları: Wall Street Nasıl Çalışır? Nasıl İşlem Yapılır? DOW JONES, NASDAQ, S&P 500 Ne Zaman ve Nasıl Oluşturdu?. <http://www.bankakodlari.com/uzmani-olmayanlar-icin-abd-borsalari-wall-street-nasil-calisir-nasil-islem-yapilirdow-jones-nasdaq-sp-500-ne-zaman-ve-nasil-olustu>, (22.05.2013).

Walenkamp, M. (2008). Forecasting Stock Index Volatility. (Published Master Dissertation). Universiteit Leiden: Mathematisch Instituut.

Wilhelmsson, A. (2006). GARCH Forecasting Performance under Different Distribution Assumptions. *Journal of Forecasting*. 25(8): 561-578.

Willmott, C.J. ve Matsuura, K. (2005). Advantages of the Mean Absolute Error(MAE) over the Root Mean Square Error(RMSE) in Assessing Average Model Performance. *Climate Research*. 30(1): 79-82.

Word Of The Day. “Options-Implied Volatility”.
http://beta-iima.com/files/2011/09/09_29_2011_BETA_WOTD.pdf, (3.11.2012).

Yang, M. (2001). Model Selection for GARCH Models Using AIC and BIC. (published Master Dissertation). Dalhousie University: Department of Mathematics and Statistics.

Yang, X. (2008). Forecasting Volatility in Stock Market Using GARCH Models. (Published Master Dissertation). University of Kansas: Mathematics and the Graduate Faculty.

YieldCurve.com. (2003). An Introduction to Value at Risk.

<http://www.yieldcurve.com/mktresearch/learningcurve/learningcurve3.pdf>,

(27.02.2013)

Zheng, X. (2012). Empirical Analysis of Stock Return Distribution's Impact Upon Market Volatility: Experiences from Australia. *International Review of Business Research Papers*. 8(5): 156-175.

Zivot, E. (2013). A primer on Asymptotics: Time Series Concepts. (Lecture Notes on Econometric Theory I). 1-33.

EKLER

EK 1: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
NASDAQ ~ N(0,1)	-	0.177(0.234)	0.822(0.765)	4.5e-06(8.1e-06)
NASDAQ ~ t_5 dağılımı	-	0.035(0.045)	0.951(0.935)	3.5e-07(5.4e-07)
NASDAQ ~ $f(u; a_0)$	0.015(0.029)	0.061(0.067)	0.937(0.925)	7.2e-07(1.08e-06)

Not: Parantez içindeki değerler veri setinin %80 ni kullanılarak hesaplanmıştır

EK 2: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

Logaritmik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	-	0.094(0.100)	0.873(0.865)	7.07e-06(6.36e-06)
BİST 100 ~ t_5 dağılımı	-	0.057(0.058)	0.884(0.882)	4.04e-06(3.3e-06)
BİST 100 ~ $f(u; a_0)$	0.063(0.064)	0.066(0.067)	0.890(0.886)	4.6e-06(3.8e-06)

Not: Parantez içindeki değerler veri setinin %80 ni kullanılarak hesaplanmıştır

EK 3: GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

Aritmetik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{a}_0$	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	-	0.093(0.099)	0.876(0.867)	6.93e-06(6.23e-06)
BİST 100 ~ t_5 dağılımı	-	0.057(0.058)	0.884(0.883)	4.01e-06(3.3e-06)
BİST 100 ~ $f(u; a_0)$	0.062(0.063)	0.066(0.067)	0.890(0.886)	4.51e-06(3.77e-06)

Not: Parantez içindeki değerler veri setinin %80 ni kullanılarak hesaplanmıştır

EK 4: Modellerin Örneklem Dışı Öngörümleme Performanslarının Karşılaştırılması

	Ortalama Mutlak Hata			Ağırlıklandırılmış Ortalama Mutlak Yüzde Hata		
	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$	B	$\hat{s}_t^2$	$m_2 \hat{s}_t^2$
NASDAQ Getiri Serisi						
NASDAQ $\sim N(0,1)$	0.177	0.179	0.142	1.149	1.160	0.925
NASDAQ $\sim t$ dağılımı	0.177	0.159	0.138	1.149	1.033	0.895
NASDAQ $\sim f_{u;a_0,1}$	0.177	0.163	0.138	1.149	1.056	0.897
Logaritmik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 $\sim N(0,1)$	0.075	0.089	0.065	1.057	1.254	0.910
BİST 100 $\sim t$ dağılımı	0.075	0.073	0.063	1.057	1.026	0.886
BİST 100 $\sim f_{u;a_0,1}$	0.075	0.076	0.062	1.057	1.070	0.886
Aritmetik BİST 100 Getiri Serisi						
BİST 100 $\sim N(0,1)$	0.075	0.089	0.065	1.057	1.254	0.910
BİST 100 $\sim t$ dağılımı	0.075	0.073	0.063	1.057	1.026	0.886
BİST 100 $\sim f_{u;a_0,1}$	0.075	0.076	0.062	1.057	1.070	0.886

Not: B, benchmark değerini göstermektedir ve o sütünde yer alan değerler OMH a göre hesaplanmıştır. Tablo içindeki değerler 1000 ile çarpılarak kısaltılmıştır. Gözlemlenemeyen GARCH varyansının ilk gözlem değeri $(C/1-A-B)$ alınarak hesaplanmıştır. NASDAQ getiri serisi için t-dağılımının serbestlik derecesi 16.17386 olup, $Z_t \sim t_{16.17386}$ ise $Medyan Z_{n+1}^2 \cong 0.4760$ tir. BİST 100 getiri serileri için t-dağılımının serbestlik derecesi 6.645173 olup, $Z_t \sim t_{6.645173}$ ise $Medyan Z_{n+1}^2 \cong 0.5087$ dir. Veri setinin %80'ni kullanılarak hesaplanmıştır.

EK 5: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3047

EK 6: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.0642

EK 7: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.0925

EK 8: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.2986

EK 9: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.0589

EK 10: Veri Setinin Tamamı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.0892

EK 11: S&P 500 Getiri Serisi İçin ARCH Testi

	ARCH testi
H testi	1
Olasılık	0

Not: Gecikme sayısı 2 olarak alınmıştır. 2 gecikme hatalı ARCH modeli yerel olarak GARCH(1,1) modeli ile özdeşdir.

EK 12: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin ARCH Testi

	ARCH testi
H testi	1
Olasılık	0

Not: Gecikme sayısı 2 olarak alınmıştır. 2 gecikme hatalı ARCH modeli yerel olarak GARCH(1,1) modeli ile özdeşdir.

EK 13: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin ARCH Testi

	ARCH testi
H testi	1
Olasılık	0

Not: Gecikme sayısı 2 olarak alınmıştır. 2 gecikme hatalı ARCH modeli yerel olarak GARCH(1,1) modeli ile özdeşdir.

EK 14: S&P 500 Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

S&P 500 Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
S&P 500 ~ N(0,1)	0.018	0.978	3e-07
S&P 500 ~ t dağılımı	0.016	0.952	1.1e-06
S&P 500 ~ GHD dağılımı	0.013	0.983	2.53e-07

Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

EK 15: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

Logaritmik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	0.094	0.874	7.08e-06
BİST 100 ~ t dağılımı	0.062	0.884	4.43e-06
BİST 100 ~ GHD dağılımı	0.090	0.880	6.51e-06

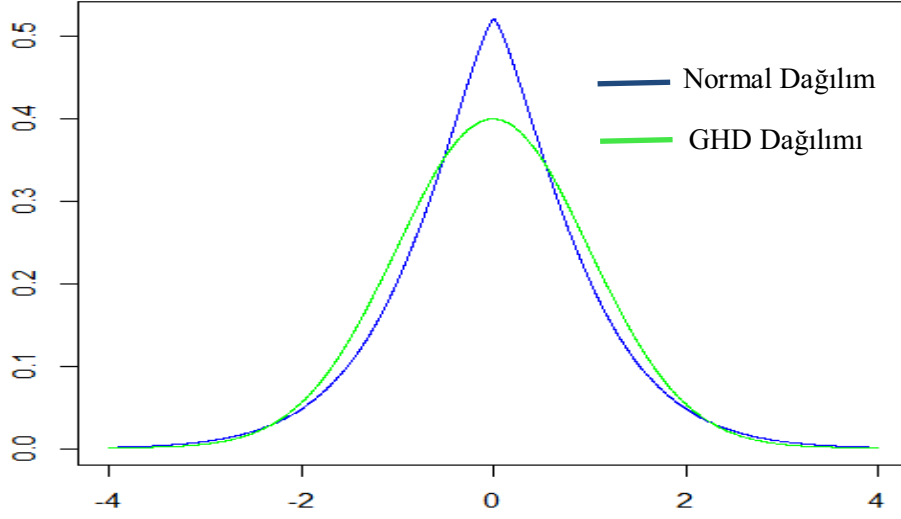
Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

EK 16: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

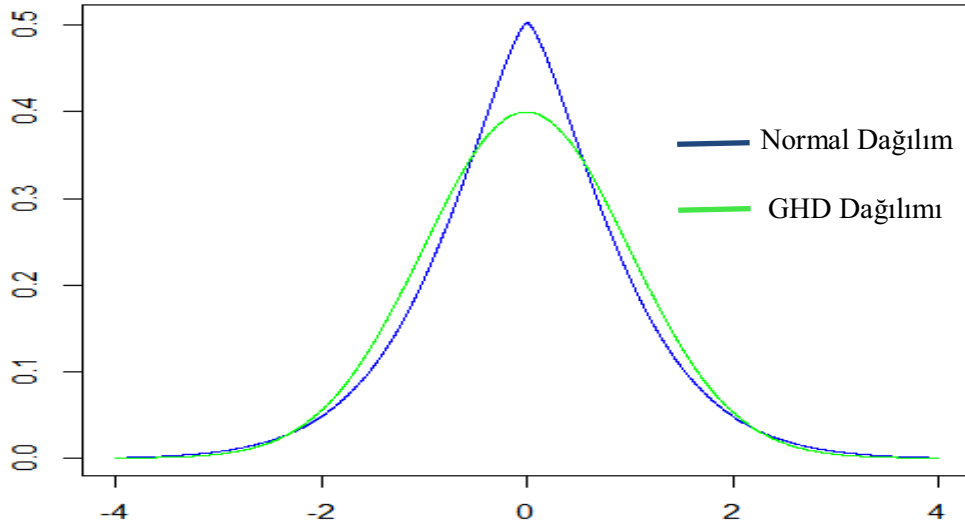
Aritmetik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	0.092	0.876	6.90e-06
BİST 100 ~ t dağılımı	0.062	0.885	4.39e-06
BİST 100 ~ GHD dağılımı	0.089	0.882	6.38e-6

Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

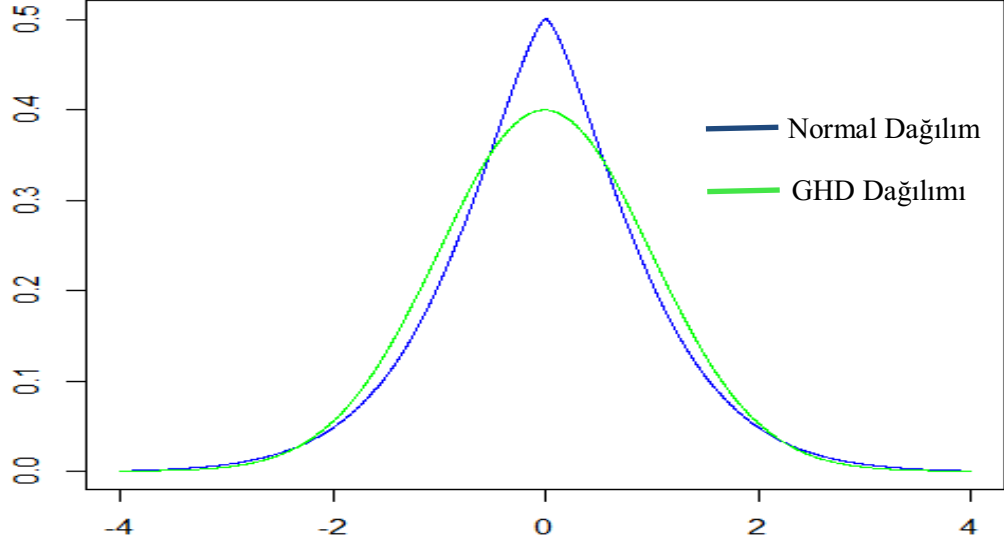
EK 17: S&P 500 Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 18: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 19: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“v” ve “λ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 20: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemine İlişkin OMH Değerleri

Üstel NoVaS	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi	S&P 500 Getiri Serisi
$\alpha = 0.1$	0.696	0.696	0.727
$\alpha = 0.2$	0.683	0.683	0.713
$\alpha = 0.3$	0.672	0.672	0.703
$\alpha = 0.4$	0.644	0.644	0.696
$\alpha = 0.5$	0.632	0.632	0.690
$\alpha = 0.6$	—	—	—
$\alpha = 0.7$	—	—	—
Basit NoVaS	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi	S&P 500 Getiri Serisi
$\alpha = 0.1$	0.712	0.712	0.723
$\alpha = 0.2$	0.697	0.697	0.711
$\alpha = 0.3$	0.683	0.683	0.699
$\alpha = 0.4$	0.658	0.658	0.699
$\alpha = 0.5$	0.643	0.643	0.692
$\alpha = 0.6$	0.619	0.619	0.688
$\alpha = 0.7$	—	—	0.689

EK 21: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.4989

EK 22: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3055

EK 23: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3605

EK 24: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.4758

EK 25: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3033

EK 26: Veri Setinin İlk Yarısı Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3926

EK 27: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri Setinin İlk yarısı	Veri Setinin İkinci yarısı
Ortalama	0.000642	0.000228
Medyan	0.000569	0.000716
Maksimum	0.027223	0.087089
Minimum	-0.04937	-0.22801
Standart sapma	0.008253	0.013542
Çarpıklık	-0.17651	-5.03181
Basıklık	5.085161	87.43721
Jarque-Bera Testi	186.3551	301288.3
Olasılık	0.000000	0.000000
Gözlem sayısı	1000	1000

EK 28: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri setinin İlk yarısı	Veri Setinin İkinci yarısı
Ortalama	6.36E-05	0.000377
Medyan	0.000438	0.000798
Maksimum	0.085346	0.064684
Minimum	-0.07811	-0.05865
Standart sapma	0.014763	0.010054
Çarpıklık	-0.32948	-0.32357
Basıklık	6.152689	6.357676
Jarque-Bera Testi	778.0249	876.9589
Olasılık	0.000000	0.000000
Gözlem sayısı	1800	1800

EK 29: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri Setinin İlk yarısı	Veri Setinin İkinci yarısı
Ortalama	0.000172	0.000427
Medyan	0.000438	0.000798
Maksimum	0.089094	0.066821
Minimum	-0.075139	-0.05696
Standart sapma	0.014733	0.010043
Çarpıklık	-0.217651	-0.243966
Basıklık	6.118394	6.383871
Jarque-Bera Testi	743.54	876.6498
Olasılık	0.000000	0.000000
Gözlem sayısı	1800	1800

EK 30: S&P 500 Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri Setinin %80'lik Kısım	Veri Setinin %20'lik Kısım
Ortalama	0.000428	0.000459
Medyan	0.000649	0.000752
Maksimum	0.087089	0.036642
Minimum	-0.228006	-0.030711
Standart sapma	0.011567	0.00968
Çarpıklık	-5.120079	0.052774
Basıklık	103.297	3.850255
Jarque-Bera Testi	677622.8	12.23456
Olasılık	0.000000	0.002204
Gözlem sayısı	1600	400

EK 31: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri Setinin %80'lik Kısım	Veri Setinin %20'lik Kısım
Ortalama	0.000144	0.000524
Medyan	0.000601	0.000763
Maksimum	0.085346	0.031291
Minimum	-0.078111	-0.036396
Standart sapma	0.013478	0.008419
Çarpıklık	-0.340704	-0.286669
Basıklık	6.602642	4.303188
Jarque-Bera Testi	1613.201	60.8105
Olasılık	0.000000	0.000000
Gözlem sayısı	2880	720

EK 32: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisine İlişkin Karakteristik Özellikler

Özellikler	Veri Setinin %80'lik Kısım	Veri Setinin %20'lik Kısım
Ortalama	0.000235	0.000559
Medyan	0.000602	0.000763
Maksimum	0.089094	0.031785
Minimum	-0.075139	-0.035742
Standart sapma	0.013453	0.008414
Çarpıklık	-0.229587	-0.246053
Basıklık	6.575214	4.276241
Jarque-Bera Testi	1559.16	56.12875
Olasılık	0.000000	0.000000
Gözlem sayısı	2880	720

EK 33: S&P 500 Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

S&P 500 Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
S&P 500 ~ N(0,1)	0.127	0.809	7.34e-06
S&P 500 ~ t dağılımı	0.020	0.925	1.83e-06
S&P 500 ~ GHD dağılımı	0.051	0.908	3.62e-06

Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

EK 34: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

Logaritmik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	0.100	0.865	6.36e-06
BİST 100 ~ t dağılımı	0.063	0.882	3.65e-06
BİST 100 ~ GHD dağılımı	0.095	0.873	5.70e-06

Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

EK 35: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin GARCH(1,1) Modeline İlişkin Katsayı Değerleri

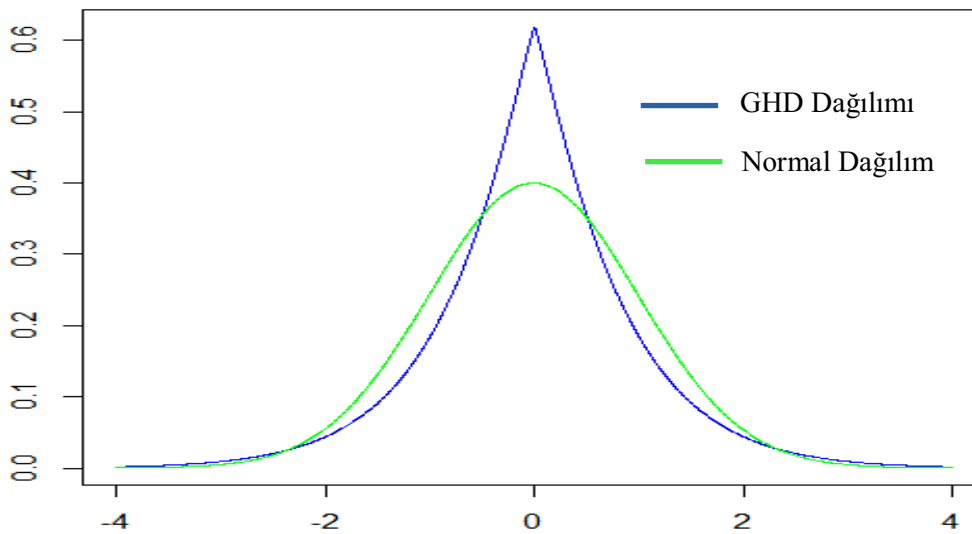
Aritmetik Formül İle Hesaplanan Getiri Serisi	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
BİST 100 ~ N(0,1)	0.099	0.867	6.23e-06
BİST 100 ~ t dağılımı	0.063	0.882	3.64e-06
BİST 100 ~ GHD dağılımı	0.094	0.875	5.64e-06

Not: t-dağılımın serbestlik derecesi modelin tahmininde program tarafından otomatik olarak belirlenmiştir.

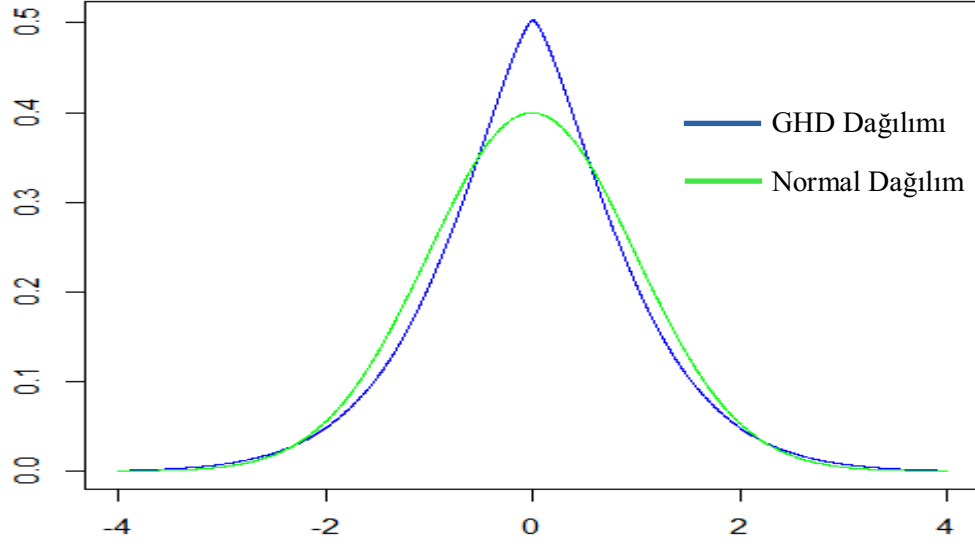
EK 36: Basit ve Üstel NoVaS Yöntemi İçin a_0 Katsayı Değerleri

Katsayı	Yöntem	S&P 500 Getiri Serisi	BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi	BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi
a_0	Basit NoVaS	0.09090	0.07690	0.07690
	Üstel NoVaS	0.097216	0.07255	0.07255

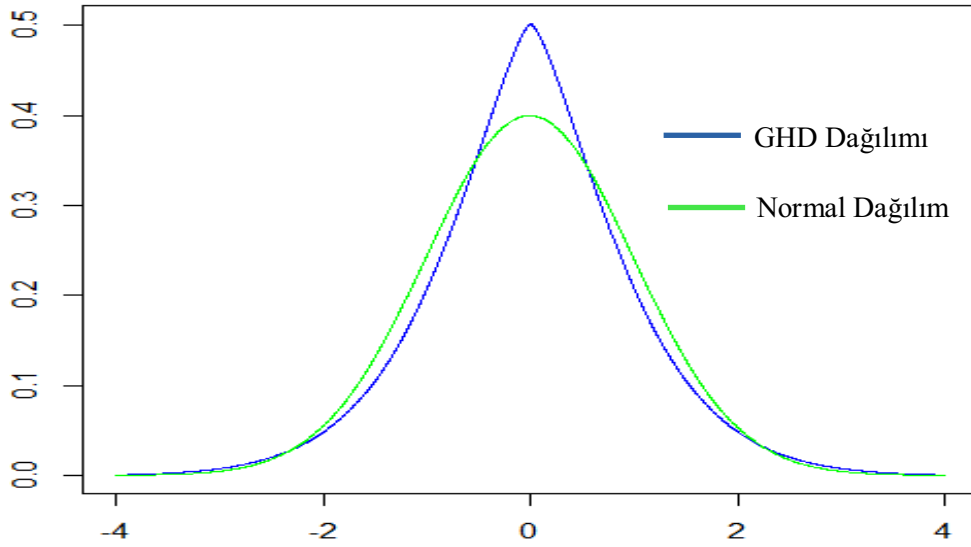
EK 37: S&P 500 Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda (“v” ve “λ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 38: BİST 100 Logaritmik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 39: BİST 100 Aritmetik Getiri Serisi İçin Normal Dağılım ve Getiri Serisinden Elde Edilen Parametreler Doğrultusunda(“ v ” ve “ λ ”) GHD Dağılımının Karşılaştırılması



EK 40: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3473

EK 41: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.1058

EK 42: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Basit NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.1493

EK 43: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak S&P 500 Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.3009

EK 44: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak BİST 100 Logaritmik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.0960

EK 45: Veri Setinin %80'ni Kullanılarak BİST 100 Aritmetik Getiri Serisinden Üstel NoVaS Yöntemi İle Elde Edilen W_t Serisine İlişkin Normallik Testi

Test istatistiği ve Olasılık Değeri	Shapiro-Francia Testi
H-istatistiği	0
Olasılık Değeri	0.1410

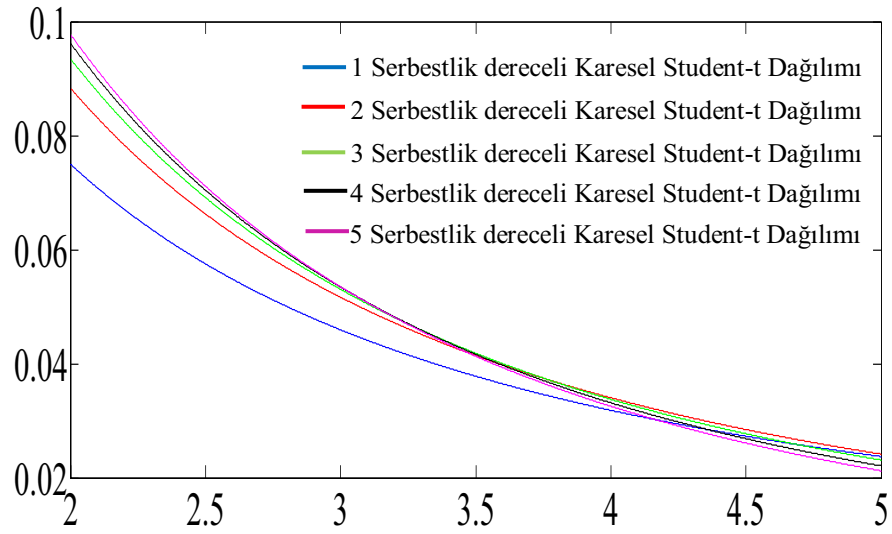
EK 46: Üstel NoVaS Algoritması

- 1) “p” için yüksek bir başlangıç değeri alınır($p \approx n/4$ veya $p \approx n/5$)
- 2) $\alpha = \alpha_k$ olsun ve $a_i = c' e^{-ci}$, $0 \leq i \leq p$.Burada $c' = 1 - \alpha_k / \sum_{i=0}^p e^{-ci}$ eşittir.
- 3) c değeri $\left| KURT_n W_{t,c;\alpha_k}^s - 3 \right|$ minimize eden değer olarak seçilmektedir.

EK 47: Basit NoVaS Algoritması

- 1) $\alpha = \alpha_k$ olsun ve $a_i = \frac{1-\alpha_k}{p+1}$, $0 \leq i \leq p$ dir.
- 2) p değeri, $\left| KURT_n W_{t,p}^s - 3 \right|$ minimize eden değer olarak seçilmektedir.
 $KURT_n W_{t,p}^s \cong 3$ değeri, olduğu değer p değeri olarak seçilir. Çünkü Gaussian dağılımına karşılık gelen basıklık değeri 3'tür.

EK 48: Farklı Serbestlik Dereceli Karesel Student-t Dağılımının Kuyruk Kalınlıklarının Karşılaştırılması



EK 49: Farklı Serbestlik Dereceli Karesel GHD Dağılımının Kuyruk Kalınlıklarının Karşılaştırılması

