

T. C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Ekonometri Anabilim Dalı

Doktora Tezi

**Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol
Piyasası ile Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi
Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi
Üzerine Bir Uygulama**

Aycan HEPSAĞ
2502070055

Tez Danışmanı
Prof. Dr. Ahmet GÖKÇEN

İSTANBUL, 2013



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
MÜDÜRLÜĞÜ

D O K T O R A

T E Z O N A Y I

ÖĞRENCİNİN

Adı ve Soyadı : Aycan HEPSAĞ Numarası : 2502070055

Anabilim/Bilim Dalı : Ekonometri Anabilim Dalı Danışman Öğretim Üyesi: Prof. Dr. Ahmet GÖKÇEN

Tez Savunma Tarihi : 24.01.2013 Tez Savunma Saati : 10:00

Tez Başlığı : “Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası İle Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama”.

TEZ SAVUNMA SINAVI, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği'nin **35. Maddesi** uyarınca yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin **KABULÜ'NE** OYBİRLİĞİ / ~~OYÇOKLUĞUYLA~~ karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	İMZA	KANAATİ (KABUL / RED / DÜZELTME)
3- Prof. Dr. Ahmet GÖKÇEN		Kabul
10- Prof. Dr. Selahattin GÜRİŞ		Kabul
11- Prof. Dr. Targan ÜNAL		KABUL
12- Doç. Dr. Nilgün ÇİL YAVUZ		Kabul
13- Yrd. Doç. Dr. Özlem GÖKTAŞ		Kabul

ÖZ

Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri: Petrol Piyasası ile Finansal Piyasalarda İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi Arasındaki Oynaklık Etkileşimi Üzerine Bir Uygulama

Aycan HEPSAĞ

Bu çalışmada finansal varlıklara ait oynaklığın modellenmesinde kullanılan tek değişkenli ve çok değişkenli deterministik oynaklık modelleri ile tek değişkenli ve çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri anlatılmıştır. Ampirik analizde petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi arasındaki oynaklık etkileşimi çok değişkenli deterministik modellerden CCC-GARCH ve DCC-GARCH, çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinden CCC-MSV ve DCC-MSV modelleri ile analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre oynaklık etkileşimini gösteren aktarım parametreleri deterministik modellerde değer olarak daha büyük olarak elde edilmiştir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde ise aktarım parametreleri daha küçük olarak bulunmuştur. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde tahmin edilen sanayi sektörü endeksi oynaklığını ve ham petrol oynaklığını gösteren parametre değerleri deterministik modellerden elde edilenlere göre daha büyüktür. Dolayısıyla çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin oynaklık parametrelerine ilişkin süreklilik etkilerini ve oynaklık kümelenmelerini daha yoğun şekilde belirlediğini ifade etmek mümkündür.

Ayrıca tahmin edilen tüm modeller dikkate alındığında tüm ülkeler için sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasında bir korelasyon olduğu ve bu korelasyon yapısının zamana bağlı değiştiği, dinamik olduğu anlaşılmıştır.

ABSTRACT

Multivariate Stochastic Volatility Models: An Application to Volatility Spillovers between Oil Market and Industrial Sector Indices Traded in Financial Markets

Aycan HEPSAĞ

In this study, the univariate and multivariate deterministic volatility models and univariate and multivariate stochastic volatility models are described. In empirical analysis, the volatility spillovers between oil market and industrial sector indices traded in MIST countries' financial markets. According to results, multivariate deterministic volatility models estimates the transmission parameters greater than the multivariate stochastic volatility models. Otherwise, the multivariate stochastic volatility models specify the volatility parameters of oil price and industrial sector indices greater than the multivariate stochastic volatility models. Therefore, the parameters of multivariate stochastic volatility models determine the persistency and volatility clustering in more intense way.

In addition, it is pointed out that there is a significant dynamic correlation structure between the returns of industrial sector indices and oil returns.

ÖNSÖZ

Finansal sistemlerin küreselleşmesi ülkelerin finansal piyasalarının birbirleriyle etkileşim içinde olmasına imkân sağlamaktadır. Bu etkileşimden hareketle, herhangi bir ülkede gelişen olumlu ya da olumsuz gelişmeler, o ülkenin finans piyasasının yanı sıra diğer ülkelerin finans piyasalarını da olumlu ya da olumsuz şekilde etkileyebilmektedir. Finansal piyasalarda meydana gelen olumlu ya da olumsuz gelişmelerin makroekonomik dengeler üzerindeki etkileri dikkate alındığında, finansal piyasalardaki olumsuzlukların yarattığı belirsizliklerin tespit edilebilmesi ve bu doğrultuda politikaların geliştirilmesi önem arz etmektedir.

Bu çalışmada petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimi ve aktarım mekanizması analiz edilmiştir. Çok değişkenli deterministik ve stokastik oynaklık modellerine ait sonuçlar kıyaslandığında, oynaklık etkileşimini gösteren aktarım parametreleri deterministik modellerde değer olarak daha büyük olarak elde edilmiştir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde ise aktarım parametreleri daha küçük olarak bulunmuştur. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde tahmin edilen sanayi sektörü endeksi oynaklığını ve ham petrol oynaklığını gösteren parametre değerleri deterministik modellerden elde edilenlere göre daha büyüktür. Dolayısıyla çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin oynaklık parametrelerine ilişkin süreklilik etkilerini ve oynaklık kümelenmelerini daha yoğun şekilde belirlediğini ifade etmek mümkündür. Ayrıca tahmin edilen tüm modeller dikkate alındığında tüm ülkeler için sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasında bir korelasyon olduğu ve bu korelasyon yapısının zamana bağlı değiştiği, dinamik olduğu anlaşılmıştır.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kapsamında literatüre kazandırılmış ilk Türkçe kaynak olan bu eserin oluşturulması ve geliştirilmesi aşamasında katkıda bulunan, danışmanım Prof. Dr. Ahmet Gökçen'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca çalışmanın gelişiminde değerli görüşlerini

esirgemeyen, hocalarım Doç. Dr. Nilgün il Yavuz ve Yrd. Doç. Dr. Özlem Göktaş’a da müteşekkirim.

Bu çalışmayı, her zaman yanımda olduğunu hissettiren, manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, bu eserin ortaya çıkma sürecinde fazlasıyla ihmal ettiğimi düşündüğüm sevgili eşim Biray Bahçeci Hepsağ’a, annem Aysel Hepsağ’a, babam Yusuf Hepsağ’a ve kardeşim Caner Hepsağ’a ithaf ediyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZ	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar	xi
KISALTMALAR	xiii
GİRİŞ	1

1. BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

1.1. FİNANSAL ZAMAN SERİLERİNİN ÖZELLİKLERİ VE OYNAKLIK KAVRAMI..... 3

1.2. TEK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS (ARCH) MODELLERİ 7

1.2.1. Tek Değişkenli Simetrik Otoresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri... 7

1.2.1.1. Otoresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli..... 8

1.2.1.2. Genelleştirilmiş Otoresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli..... 13

1.2.1.3. Ortalamada Otoresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-M) Modeli ve Ortalamada Genelleştirilmiş Otoresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH-M) Modeli 16

1.2.2. Tek Değişkenli Asimetrik Otoresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri18

1.2.2.1. Üssel GARCH (EGARCH) Modeli 18

1.2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modeli 20

1.3. ÇOK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU VARYANS (ARCH) VE GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU VARYANS (GARCH) MODELLERİ..... 21

1.3.1. VEC-GARCH Modeli	23
1.3.2. BEKK-GARCH Modeli	26
1.3.3. CCC-GARCH Modeli	31
1.3.4. DCC-GARCH Modeli	33

2. BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

2.1. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖZELLİKLERİ VE ARCH/GARCH MODELLERİNDEN GENEL FARKLARI 37

2.2. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİ..... 42

2.3. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ 48

2.3.1. İki Faktörlü Stokastik Oynaklık Modeli.....	49
2.3.2. Doğrusal Olmayan Stokastik Oynaklık Modeli	51
2.3.3. Eşik Değerli Stokastik Oynaklık Modeli.....	54
2.3.4. Ortalamada Stokastik Oynaklık Modeli	59
2.3.5. Uzun Hafızalı Stokastik Oynaklık Modeli	60
2.3.6. Asimetrik Stokastik Oynaklık Modeli.....	62

2.4. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ 70

2.4.1. Zaman Serisinin İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Tahminciler	72
---	----

2.4.1.1. Momentler Yöntemine Dayalı Tahminciler.....	72
2.4.1.2. En Çok Benzerlik İlkesine Dayalı Tahminciler.....	73
2.4.1.3. Yardımcı Regresyon Yöntemine Dayalı Tahminciler	80
2.4.2. Zaman Serisinin Karesinin Logaritmasının İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Tahminciler	82

3. BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

3.1. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖZELLİKLERİ	88
--	-----------

3.2. TEMEL ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ	94
---	-----------

3.3. ASİMETRİK ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ.....	101
--	------------

3.3.1. Kaldıraç Etkili Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri.....	102
---	-----

3.3.2. Eşik Değerli Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri	107
---	-----

3.4. UZUN HAFIZALI ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ.....	109
--	------------

3.5. FAKTÖR ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ	111
--	------------

3.5.1. Toplamsal Faktör Modelleri	112
---	-----

3.5.2. Çarpımsal Faktör Modelleri	116
---	-----

3.6. DİNAMİK KORELÂSYONLU ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ.....	118
---	------------

3.6.1. Tekrarlı Parametrizasyonu Dikkate Alan Modeller	119
3.6.2. Matris Üsseli Dönüştürmesini Dikkate Alan Modeller	121
3.6.3. Wishart Süreci Modelleri	123
3.7. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ	128

4. BÖLÜM

PETROL PİYASASI İLE FİNANSAL PİYASALARDA İŞLEM GÖREN SANAYİ SEKTÖRÜ ENDEKSİ ARASINDAKİ OYNAKLIK ETKİLEŞİMİNİN ANALİZİ: MIST ÜLKELERİ ÖRNEĞİ

4.1. AMAÇ VE KAPSAM	136
4.2. VERİ, MODEL VE YÖNTEM	145
4.2.1. CCC-GARCH ve DCC-GARCH Modelleri.....	147
4.2.2. CCC-MSV ve DCC-MSV Modelleri	153
4.3. AMPİRİK BULGULAR.....	162
SONUÇ.....	191
EKLER.....	196
KAYNAKÇA	212
ÖZGEÇMİŞ.....	230

TABLÖLER

Tablo 4.1: MIST Ülkelerinin 2011 Yılı Başlıca Ekonomik Göstergeleri	139
Tablo 4.2: Değişkenlerin Getirilerine Ait Tanımlayıcı İstatistikler	163
Tablo 4.3: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları	164
Tablo 4.4: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	164
Tablo 4.5: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	165
Tablo 4.6: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları	165
Tablo 4.7: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları	170
Tablo 4.8: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları	171
Tablo 4.9: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları.....	171
Tablo 4.10: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları	172
Tablo 4.11: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları	178

Tablo 4.12: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları.....	178
Tablo 4.13: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları.....	179
Tablo 4.14: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları	179
Tablo 4.15: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları	184
Tablo 4.16: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları.....	184
Tablo 4.17: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları.....	185
Tablo 4.18: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları	185

KISALTMALAR

ADK-GARCH	:	Asimetrik Dinamik Kovaryans-Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
AGIS:	:	Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örneklemesi
APM	:	Arbitraj Fiyatlama Modeli
AR	:	Otoregresif
ARCH	:	Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARCH-LM	:	Langrange Çarpanı Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Testi
ARCH-M	:	Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
ARFIMA	:	Kesirli Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama
BHHH	:	Berndt-Hall-Hall-Hausman
BEKK	:	Baba-Engle-Kraft-Kroner Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
BRIC	:	Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin
CAPM	:	Finansal Varlık Fiyatlama Modeli
CCC-GARCH	:	Sabit Korelasyonlu Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
CCC-MSV	:	Sabit Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
DCC-GARCH	:	Dinamik Korelasyonlu Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
DCC-MSV	:	Dinamik Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
DVEC-GARCH	:	Köşegen Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
EÇB	:	En Çok Benzerlik
EGARCH	:	Üssel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
EIS	:	Etkin Önem Örneklemesi
EKK	:	En Küçük Kareler
EM	:	Beklenti Maksimizasyonu

EMM	:	Etkin Momentler Yöntemi
FGARCH	:	Faktör Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GARCH	:	Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GARCH-M	:	Ortalamada Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
GED	:	Genelleştirilmiş Hata Dağılımı
İMKB	:	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
MA	:	Haraketli Ortalama
MC	:	Markov Zinciri
MCB	:	Monte Carlo En Çok Benzerlik
MCMC	:	Markov Zinciri Monte Carlo
M-H	:	Metropolis-Hastings
MIST	:	Meksika, Endonezya, Güney Kore, Türkiye
ML-EIS	:	En Çok Benzerlik Etkin Önem Örneklemesi
MM	:	Momentler Yöntemi
MSV-L	:	Kaldıraç Etkili Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
MSV-LSE	:	Kaldıraç ve Boyut Etkili Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık
SETAR	:	Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif
SMM	:	Simule Edilmiş Momentler Yöntemi
SV-L	:	Kaldıraç Etkili Stokastik Oynaklık
SV-LSE	:	Kaldıraç ve Boyut Etkili Stokastik Oynaklık
TARCH	:	Eşik Değerli Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
VAR	:	Vektör Otoregresif
VARMA	:	Vektör Otoregresif Hareketli Ortalama
vb.	:	Ve Benzeri
VEC-GARCH	:	Vektörel Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans
WAR	:	Otoregresif Wishart
YEÇB	:	Yarı En Çok Benzerlik

GİRİŞ

Finansal sistemlerin küreselleşmesi ülkelerin finansal piyasalarının birbirleriyle etkileşim içinde olmasına imkân sağlamaktadır. Bu etkileşimden hareketle, herhangi bir ülkede gelişen olumlu ya da olumsuz gelişmeler, o ülkenin finans piyasasının yanı sıra diğer ülkelerin finans piyasalarını da olumlu ya da olumsuz şekilde etkileyebilmektedir. Finansal piyasalarda meydana gelen olumlu ya da olumsuz gelişmelerin makroekonomik dengeler üzerindeki etkileri dikkate alındığında, finansal piyasalardaki olumsuzlukların yarattığı belirsizliklerin tespit edilebilmesi ve bu doğrultuda politikaların geliştirilmesi önem arz etmektedir.

Finansal piyasalarda yaşanan belirsizliklerin yarattığı oynaklık genel olarak oynaklık modelleri olarak adlandırılan modeller yardımıyla belirlenebilmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın ilk bölümünde oynaklık modellerinin temeli kabul edilen tek değişkenli deterministik oynaklık modelleri anlatıldıktan sonra çok değişkenli deterministik oynaklık modellerine de ilk bölümde yer verilmiştir. Ayrıca bu modellerin tahmininde kullanılan yöntemlere ilişkin açıklamalarda da bulunulmuştur.

İlk bölümde anlatılan oynaklık modellerinde oynaklığın deterministik bir süreç izlediğinin varsayılması nedeniyle bu duruma getirilen eleştiriler sonucu geliştirilmiş tek değişkenli stokastik oynaklık modelleri ikinci bölümde anlatılmaktadır. Oynaklığın stokastik gözlenemeyen bir latent (gizli) değişkene bağlı olduğu varsayılan tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmin edilmesinde kullanılan yöntemler de ikinci bölümde yer almaktadır.

Üçüncü bölümde ise çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinden bahsedilmektedir. Bu modeller birden fazla finansal varlığa ait oynaklığın modellenmesine imkân veren ve finansal varlıklar arasındaki oynaklık etkileşiminin belirlenebildiği modellerdir. Yine üçüncü bölümde bu modellerin çözümünde kullanılan tahmin yöntemleri ele alınmıştır.

Dördüncü ve son bölümde ise petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimi ve aktarım mekanizması analiz edilmiş ve elde edilen ampirik bulgular değerlendirilmiştir.

1. BÖLÜM

OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS MODELLERİ

1.1. FİNANSAL SERİLERİN ÖZELLİKLERİ VE OYNAKLIK KAVRAMI

Dünyada gelişme gösteren ve yaygınlaşan küreselleşme olgusu, ülkelerin finans piyasalarının birbirleriyle etkileşim içinde olmasına imkân sağlamaktadır. Bu etkileşimden hareketle, herhangi bir ülkede yaşanan olumlu ya da olumsuz gelişmeler, o ülkenin finans piyasasının yanı sıra diğer ülkelerin finans piyasalarını da olumlu ya da olumsuz şekilde etkileyebilmektedir. Bu etkileşimden doğan gelişmeler finansal varlıkların fiyatlarına yansımakta ve finansal varlıkların fiyatlarında aşağı ve yukarı yönlü hareketlerin oluşmasına neden olmaktadır. Finansal varlıkların fiyatlarında meydana gelen azalış ve artış biçimindeki hareketler literatürde oynaklık olarak adlandırılmaktadır.

Finansal varlıklar içerisinde özellikle hisse senetlerinin yatırımcılar tarafından spekülasyon amacıyla gelir elde etmekte kullanılması, bu varlıkların fiyatlarındaki aşağı ve yukarı yönlü hareketlerin daha yoğun şekilde yaşanmasına neden olmaktadır. Oynaklık olarak ifade edilen aşağı ve yukarı yönlü hareketlerin varlığının yanı sıra bu hareketlerin büyüklüğü de önem taşımaktadır.

Mali sistemlerin geliştirilmesi ve etkinliğinin artırılması amacıyla özellikle gelişmekte olan ülkelerde uygulanan finansal liberalizasyon politikaları ile faiz oranlarının serbestleştirilmesi ve finansal dışa açılma süreci, finansal varlıkların daha oynak davranışlar sergilemesine neden olmaktadır. Ayrıca uygulanan finansal liberalizasyon politikaları finans piyasalarının gelişimine katkı sağlamasının yanında makro ekonomik değişkenler üzerinde de etkili olmakta ve finans piyasaları ile makro ekonomik yapı arasındaki etkileşimi artırmaktadır. Bu etkileşim açısından bakıldığında finans piyasalarındaki gelişmelerin ve bu gelişmelerin finansal

varlıklarda yarattığı oynaklık, makro ekonomik değişkenlerin de oynak davranışlar sergilemesine yol açmaktadır. Finans piyasalarında yaşanan hareketler makro ekonomik yapıda da hareketliliği tetiklemektedir. Bu nedenle oynaklık kavramını yalnızca finansal verilere özgü bir kavram olarak ele almak doğru bir yaklaşım değildir. Makro ekonomik değişkenler arasında özellikle faiz oranı, enflasyon gibi değişkenlerin finansal değişkenlerle yoğun bir etkileşim içerisinde olduğu ve bu etkileşimden dolayı finansal değişkenlerdeki kadar yoğun olmasa da oynak davranışlar sergilediği bilinmektedir.

Mandelbrot (1963)¹ tarafından ortaya konulan görüş, finansal varlıklarda meydana gelen büyük çaptaki fiyat değişmelerinin büyük çaplı fiyat değişmelerini; küçük çaptaki fiyat değişmelerinin ise küçük çaplı fiyat değişmelerini izlediği şeklinde küme oluşturduğu yönündedir. Bu durum “oynaklık kümelenmeleri” (volatility clustering) şeklinde ifade edilmektedir.

Finansal varlıklardaki oynaklık her ne kadar fiyat hareketleri üzerinden tanımlansa da oynaklığın ölçülmesinde ve modellenmesinde finansal varlık getirileri fiyatlara göre bir takım avantajları nedeniyle daha fazla kullanılmaktadır. Bu avantajlardan biri yatırımcılar için finansal piyasaların tam rekabete yakın piyasalar olarak değerlendirilmesi ve böylece yatırımların boyutunun fiyat değişmelerini etkilememesidir. Diğer bir avantaj ise, finansal varlık getirilerinin fiyatlara nazaran durağanlık gibi daha etkin istatistiksel özelliklere sahip olmasıdır.²

Oynaklık kavramının belirsizlik durumunu karşıladığı dikkate alındığında, oynaklık herhangi bir finansal varlığa ilişkin toplam risk olarak da ifade edilmektedir. Risk kavramı finansal varlık getirilerinin olasılık dağılımının varyansı olarak kabul edilmektedir ve risk ölçütü finansal varlıklar getirilerinin varyansı ya da standart sapması olarak ele alınmaktadır. Finansal varlıkların getirilerinin

¹ Benoit Mandelbrot, “The Variation of Certain Speculative Prices”, **The Journal of Business**, Vol. 36, No: 4, 1963, pp. 394-419.

² John Y. Campbell, Andrew W. Lo, A. Craig Mackinlay, **The Econometrics of Financial Markets**, Princeton University Press, 1997, p. 9.

oynaklığının belirlenmesinde ve modellenmesinde, getirilerin koşullu (conditional) ve koşulsuz (unconditional) dağılım özellikleri önem taşımaktadır. Koşullu dağılım özellikleri getirilerin tahmin edilebilirliği için gerekli durumları kapsarken, koşulsuz dağılım özellikleri ise getirilerin doğrudan tahmin edilebilirliği üzerinde durmamaktadır.³

Finansal varlık getirilerinin en önemli özelliklerinden biri tesadüflüktür. Tesadüflük özelliği herhangi bir finansal varlığa ait getirinin gelecek dönem(ler)de kesin olarak bilinemeyeceğini ve bu nedenle getirilerin gelecek dönemlerde alacakları değerler için belirsizlik halinin varlığını ifade etmektedir. Diğer taraftan finansal varlıklara ait verilerin istatistiksel olarak bağımsız benzer olasılık dağılımlarına (i.i.d.) sahip olduğu ve normal dağılıma uygunluk gösterdiği varsayılmaktadır. Özellikle finansal varlıklara ilişkin yapılan ekonometrik modellemelerde, elde edilen modellere ait hata terimlerinin de normal dağılıma uygunluk gösterdiği, hata terimlerinin birbirini izleyen değerlerinin ilişkili olmadığı yani otokorelasyonsuz olduğu ve hata terimlerine ait varyansların gözlemler itibarıyla sabit olduğu diğer bir ifadeyle değişen varyans sorunun bulunmadığı varsayılmaktadır. Örneğin finansal varlık getirilerini açıklamaya ilişkin Sharpe (1964)⁴ ve Lintner (1965)⁵ tarafından ortaya konulan finansal varlık fiyatlama modelleri (CAPM) ve Arbitraj Fiyatlama Modelleri (APM) yukarıda bahsedilen varsayımları temel alarak oluşturulmuş modellerdir.

Fiyat hareketlerinin birbiriyle oynaklık kümeleri oluşturacak şekilde etkileşim içinde olması finansal varlıklara ait fiyatların birbirinden bağımsız şekilde gerçekleşmemesine neden olmaktadır. Bu durum da hata varyanslarının sabit olmaması diğer bir ifadeyle zamandan bağımsız şekilde gerçekleşmemesi değişen varyans sorununu ortaya çıkarmaktadır. Finansal varlıklara ilişkin modellemelerde değişen varyans sorununun yanı sıra karşılaşılan diğer durum ise hata terimlerinin

³ A.e. s. 15.

⁴ William Sharpe, "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk", **Journal of Finance**, 1964, No: 19, pp. 425–442.

⁵ John Lintner, "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", **Review of Economics and Statistics**, 1965, No: 47, pp. 13–37.

normal dağılıma uygunluk göstermemesidir. Özellikle finansal varlıkların modellenmesi ile elde edilen hata terimlerine ait serilerin üçüncü ve dördüncü momentleri incelendiğinde, basıklık (kurtosis) ölçüsü olarak ifade edilen dördüncü momentin normal dağılım durumunda “üç” olan değerinin çok daha büyük değerler şeklinde elde edildiği ve aşırı sivrilik olarak ifade edilen durumun ortaya çıktığı bilinmekte ve gözlenmektedir. Diğer taraftan normal dağılım durumunda “sıfır” olan üçüncü moment yani çarpıklık (skewness) ölçüsünün de sıfır değerinden farklı olarak gerçekleştiği bilinmekte ve gözlenmektedir.

Bu noktadan hareketle finansal varlıkların özelliklerini aşağıdaki şekilde sıralamak mümkündür:⁶

- **Aşırı Basıklık:** Finansal varlık getirilerinin dağılımları, kalın kuyruk (fat-tail) olarak ifade edilen, dağılımın kuyruk kısmında normal dağılıma oranla daha kalın, ortalamada ise daha sivri bir dağılım özelliğine sahiptir ve getiriler normal dağılıma uygunluk göstermemektedir.
- **Oynaklık Kümelenmesi:** Söz konusu kümelenmeler doğrultusunda varlık getirilerinin düşük olduğu dönemleri düşük getirili dönemler, yüksek getirili dönemleri ise yüksek getirili dönemler izlemektedir.
- **Kaldıraç Etkisi:** Zaman içerisinde finansal varlık fiyatlarında meydana gelen büyük miktardaki fiyat düşüşleri, aynı oranda gerçekleşen fiyat yükselişlerinden daha büyük oynaklığa neden olmakta ve finansal varlığa ait riski arttırmaktadır.

⁶ Murat Mazıbaşı, “İMKB Piyasalarında Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri ile bir Uygulama”, (Çevrimiçi) <http://eidergisi.istanbul.edu.tr/sempozyum.pdf>, 08.06.2010.

1.2. TEK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU DEĞİŞEN VARYANS (ARCH) MODELLERİ

Finansal piyasalarda meydana gelen gelişmelerin finansal varlıkların oynak davranışlarını ne şekilde etkilediği otoregresif koşullu değişen varyans modellerinin geliştirilmesindeki temel noktayı oluşturmaktadır. Piyasaya gelen olumlu bir haber (şok) ile olumsuz bir haberin finansal varlıkların oynaklığı üzerinde aynı etkiye sahip olması durumu simetrik otoregresif koşullu değişen varyans modellerinin konusu olmaktadır. Bu modeller Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) modeli, Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) modeli, Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-M) ve Ortalamada Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH-M) modelleridir.

Piyasaya gelen olumlu bir haber ile olumsuz bir haberin finansal varlıkların oynaklığı üzerinde farklı etkiye sahip olması durumu ise asimetrik otoregresif koşullu varyans modelleri başlığı altında incelenmektedir. Bu modeller içinde öne çıkan modeller ise Üssel GARCH (EGARCH) ve Eşik Değerli ARCH (TARCH) modelleridir.

1.2.1. Tek Değişkenli Simetrik Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modelleri

Çalışmanın bu kısmında tek değişkenli simetrik koşullu değişen varyans (ARCH) modelleri incelenmektedir. Literatürde otoregresif koşullu değişen varyans kavramını kazandıran ilk model olan ARCH modelidir ve bu model aynı zamanda literatürdeki ilk simetrik koşullu değişen varyans modeli olarak da ifade edilebilmektedir. Bu kısımda incelenen diğer tek değişkenli simetrik koşullu değişen varyans modelleri GARCH, ARCH-M ve GARCH-M modelleridir.

1.2.1.1. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli

Genel olarak zaman serileri özel olarak ise finansal zaman serilerinde gözlenen oynaklık kümeleri nedeniyle ortaya çıkan, zaman içerisinde değişen varyans durumunu modellemek amacıyla Engle (1982)⁷ tarafından otoregresif koşullu değişen varyans modelleri (ARCH) geliştirilmiştir. ARCH modellerinde oynaklık otoregresif bir sürece bağlı koşullu varyans olarak ele alınmaktadır ve koşullu varyans, koşullu bir ortalama modelinden elde edilen hata terimlerinin karelerinin gecikmeli değerleri olarak modellenmektedir. Diğer bir ifadeyle ARCH modellerinde koşullu varyans geçmiş dönem bilgilerini kullanarak modellenmektedir. Engle (1982)'de geliştirilen yöntemi anlamak için koşullu öngörü varyansının koşulsuz öngörü varyansından daha üstün olduğunu bilmek gerekmektedir. Çünkü koşullu öngörü koşulsuz öngörüye göre daha küçük bir varyansa sahiptir.⁸

Engle (1982) tarafından yapılan çalışmada 1. mertebeden otoregresif bir süreç aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.1)$$

Yukarıdaki 1.1 no'lu modelde hata teriminin varyansı $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ olarak gösterilmektedir. Burada bağımlı değişken olan y_t 'nin koşullu ortalaması γy_{t-1} , koşulsuz ortalaması ise sıfırdır. Diğer taraftan y_t 'nin koşullu varyansı σ^2 , koşulsuz varyansı ise $\sigma^2 / (1 - \gamma^2)$ 'dir.⁹

Engle (1982), koşulsuz varyans sabit iken koşullu varyansın zamana bağımlı olduğu durumlarda, bu koşullu varyansı hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu

⁷ Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, Vol.50, No: 4, 1982, pp. 987-1007.

⁸ Yeliz Yalçın, **Türkiye'deki Finansal Serilerin Oynaklık Yapısı**, Doktora Tezi, Ankara, Gazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2008, s. 32.

⁹ Robert F. Engle, **a.g.e.**, p. 987.

olarak modellemiştir.¹⁰ 1.1 no'lu modelin daha anlaşılır olması açısından hata terimi varyansının $Var(\varepsilon_t)=1$ olduğu 1. mertebeden otoregresif model aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$y_t = \varepsilon_t \sqrt{h_t} \quad (1.2)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (1.3)$$

1.2 ve 1.3 denklemlerinde yer alan h_t koşullu varyansı ifade etmektedir ve 1.3 denklemi otoregresif koşullu varyans (ARCH) modeli olarak adlandırılmaktadır.

Koşullu varyansın modellenmesi aşamasında koşullu ortalama denkleminde otoregresif değişkenlerin kullanılabileceği gibi farklı bağımsız değişkenlerin ve bu bağımsız değişkenlerin gecikmeli değerlerinin de kullanılması mümkündür. Kullanılabilecek farklı bağımsız değişkenlerin ve normal dağılım varsayımının dikkate alınmasıyla elde edilen q . mertebeden ARCH(q) modeli aşağıdaki forma ulaşmaktadır:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta, h_t) \quad (1.5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (1.6)$$

Burada y_t zaman serisinin koşullu ortalaması $x_t \beta$ olarak ele alınmaktadır ve ψ_{t-1} bağımsız değişkenler matrisini ifade etmektedir. $y_t | \psi_{t-1}$ 'nin yani gözlenen bağımsız değişkenlere göre y_t zaman serisinin koşullu varyansı h_t olarak gösterilmektedir.

¹⁰ Fela Özbey, **Çok Değişkenli GARCH Modelleri ve Bir Uygulama: Türkiye'de Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktıdaki Büyüme Üzerine Etkisi**, Yüksek Lisans Tezi, Adana, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2005, s. 6.

ARCH(q) modelinde ε_t 'nin koşullu varyansı ε_{t-i}^2 'lerin ($i=1, \dots, q$) gerçekleşmiş değerlerine bağlı olmaktadır. ε_{t-i}^2 'ler büyük ise koşullu varyans da büyük, küçük ise koşullu varyans da küçük olmaktadır. Koşullu varyans, ε_t 'nin gerçekleşmiş tüm değerleri için pozitif olmalıdır. Bunun garantiye alınması için de α_0 ve α_i ($i=1, \dots, q$) parametreleri pozitif olmalıdır.¹¹

1.3 no'lu denklemde yer alan birinci mertebeden ARCH(1) modeli geçerli bir spesifikasyon formu olmasına rağmen bazı uygulamalarda varyans modelinin farklı matematiksel formlarının kullanılması daha uygun olabilmektedir. Bu formlar üssel form ya da mutlak değer formu olarak aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:¹²

$$h_t = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2) \quad (1.7)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 |y_{t-1}| \quad (1.8)$$

Üssel form ile gösterilen 1.7 no'lu denklem, varyansın tüm α değerleri için pozitif değerler alması açısından avantajlı bir matematiksel form olarak kabul edilmektedir. Diğer taraftan mutlak değer form ile gösterilen 1.8 no'lu modelin her iki parametresinin de pozitif değer alması beklenmektedir.

Engle (1982), değişen varyansın modellenmesinde En Küçük Kareler (EKK) yönteminin kullanılması durumunda etkin tahminler elde edilemeyeceğinden hareketle ARCH modellerin “En Çok Benzerlik” (EÇB) yöntemi ile tahmin edilebileceğini ileri sürmüştür. Ancak Engle (1982) koşullu değişen varyansın modellenmesi aşamasından önce koşullu değişen varyansın varlığının sınanmasını önermiştir. Herhangi bir zaman serisinde koşullu değişen varyansın diğer bir ifadeyle ARCH etkisinin varlığının belirlenmesinin ardından koşullu değişen varyansın

¹¹ Burcu Kıran, **Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri Volatilitésinin Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri ile Tahmini**, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2006, s. 33.

¹² Engle, **a.g.e.**, p. 993.

modellenmesi aşamasına geçilebilmektedir. ARCH etkisinin varlığının araştırılmasında yine Engle (1982) tarafından ARCH-LM testi geliştirilmiştir. Buna göre koşullu varyansı zaman içerisinde değişen herhangi bir zaman serisinde ARCH etkisinin varlığının belirlenebilmesi için öncelikle zaman serisine ait bir koşullu ortalama denklemi EKK yöntemi tahmin edilir:

$$y_t = X_t' \beta + \varepsilon_t \quad (1.9)$$

1.9 no'lu koşullu ortalama denklemi y_t zaman serisine ait otoregresif değişken içerebileceği gibi, otoregresif olmayan farklı bağımsız değişkenler de içerebilmektedir. Koşullu ortalama modelinin tahmin edilmesinin ardından bu modelin kalıntıları elde edilerek aşağıda gösterilen yardımcı regresyon modeli EKK yöntemi ile tahmin edilir:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + v_t \quad (1.10)$$

1.10 no'lu modelin EKK yöntemi ile tahmin edilmesinin ardından ARCH etkisinin yokluğunu ifade eden $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$ sıfır hipotezi sınanır. ARCH-LM testi χ^2 dağılımına uygunluk gösteren bir test olup hesap istatistiği n , gözlem sayısını, R^2 ise 1.10 modeline ait belirginlik katsayısını ifade etmek üzere $n.R^2$ ile hesaplanmaktadır. Hesaplanan test istatistiğinin p serbestlik dereceli χ^2 tablo değerinden büyük olması durumunda sıfır hipotezinin reddedilmesi gerekliliğini ve y_t zaman serisi için ARCH etkisinin varlığını göstermektedir.

ARCH etkisinin varlığının belirlenmesinin ardından otoregresif koşullu değişen varyans modelinin çözümünde Engle (1982) tarafından önerilen EÇB yöntemi kullanılabilir. EÇB yönteminde kullanılan benzerlik fonksiyonu aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$\ln l = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \ln l_t \quad (1.11)$$

$$\ln l_t = -\frac{1}{2} \ln h_t - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) \quad (1.12)$$

$$\ln l_t = -\frac{1}{2} \ln h_t - \frac{1}{2} \left(\frac{(y_t - x_t \beta)^2}{h_t} \right) \quad (1.13)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (1.14)$$

Koşullu ortalama modelinin parametre vektörü olan β vektörüne göre kısmi türevler alındığında ise aşağıdaki denklemlere ulaşılmaktadır:

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \beta} - \frac{1}{2} (y_t - x_t \beta)^2 \left(-\frac{1}{h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \beta} - \frac{1}{2} 2 \left(\frac{y_t - x_t \beta}{h_t} \right) (-x_t) \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = -\frac{1}{2} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} + \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} + \frac{\varepsilon_t x'_t}{h_t} \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = \frac{1}{2h_t} \frac{\partial h_t}{\partial \beta} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) + \frac{\varepsilon_t x'_t}{h_t} \quad (1.17)$$

Koşullu varyans modeline göre kısmi türevler alındığında ise aşağıdaki denklemlere ulaşılmaktadır:

$$\frac{\partial \ln l_t}{\partial \beta} = \frac{1}{T} \sum \frac{\varepsilon_t x'_t}{h_t} - \frac{1}{h_t} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \sum_j \alpha_j + \varepsilon_{t-j} x'_{t-j} \quad (1.18)$$

Burada bilinmeyen parametreler olan, ARCH modelinin mertebesinin de göstergesi olan α ile koşullu ortalama denkleminde yer alan ve ilişkisel parametreyi gösteren β parametrelerine göre benzerlik fonksiyonu “skorlama algoritması” kullanılarak maksimizasyon yapılmakta ve koşullu değişen varyans tahmin edilmeye çalışılmaktadır.

Engle (1982) tarafından ortaya konulan ARCH modeli zaman serilerinde koşullu varyansın zaman içerisinde değiştiği fikrinden hareketle oynaklığın modellenmesinde ve gelecekte gerçekleşeceği değerlerin tahmininde kullanılan ilk ve temel modeldir. Ancak ARCH modelinin mertebesinin belirlenmesi aşamasında uygun mertebe sayısının çok fazla olma durumunun ortaya çıkabilmesi bu modelin sakıncası olarak görülmektedir. ARCH modelinin mertebesi arttıkça, pozitif olması beklenen model katsayılarının negatif olarak elde edilmesi sorunuyla karşılaşabilmektedir. ARCH modelin katsayılarının negatif olarak elde edilmesi ise modelle ilgili varsayımların yerine gelmemesi anlamını taşımaktadır. Bollerslev (1986)¹³ tarafından bu sorunların varlığı nedeniyle Genelleştirilmiş Otoregresif Koşul Değişen Varyans (GARCH) modeli geliştirilmiştir.

1.2.1.2. Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli

Geleneksel zaman serileri ve ekonometrik modeller için sabit varyans varsayımı yapılmasına rağmen, Engle (1982) tarafından ortaya konulan ARCH süreci koşullu varyansın geçmiş dönem hata terimlerinin bir fonksiyonu olarak zaman içerisinde değişmesine izin vermektedir.¹⁴ Bollerslev (1986) tarafından geliştirilen (Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans) GARCH(p,q) modelinde ise koşullu varyans sadece geçmiş dönem hata terimlerinin yanında geçmiş dönem koşullu varyans değerleri de yer almaktadır. GARCH(p,q) modeli ARCH(q) modeline göre modelin mertebesinin belirlenmesinde daha esnek bir yapıya sahiptir

¹³ Tim Bollerslev, “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedacity”, **Journal of Econometrics**, Vol. 31, No: 3, 1986, pp. 307-327.

¹⁴ A.e., p. 307

ve Box-Jenkins modellerindeki AR (otoregresif) sürecinin ARMA (otoregresif hareketli ortalama) sürecine doğru genişletilmesine benzemektedir.¹⁵

GARCH(p,q) modeli aşağıda gösterildiği şekilde ifade edilmektedir:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (1.19)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (1.20)$$

$$h_t = \alpha_0 + A(L) \varepsilon_t^2 + B(L) h_t \quad (1.21)$$

$$\begin{aligned} p &\geq 0, & q &> 0, \\ \alpha_0 &> 0, & \alpha_i &\geq 0, & i &= 1, \dots, q \\ \beta_i &\geq 0, & i &= 1, \dots, p \end{aligned}$$

Bollerslev (1986) tarafından ortaya konan genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans modelleri içerisinde en basit ancak en çok kullanılan model GARCH(1,1) modelidir:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad \alpha_0 > 0, \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \beta_1 \geq 0$$

GARCH(1,1) modelinin durağanlık koşulu ise $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ koşuluna bağlıdır. Bu koşulun yerine gelmesi durumu GARCH(1,1) modelinin durağan olduğu sonucunu ortaya koymaktadır.

GARCH modelinin tahmininde de ARCH modelinin tahmininde olduğu gibi EKK yönteminin kullanılması durumunda etkin tahminler üretilmemektedir ve bu

¹⁵ A.e., p. 308.

nedenle iterasyona dayalı EÇB yöntemi kullanılmaktadır. GARCH modeli aşağıdaki şekilde tekrar yazılırsa:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = z_t' \omega$$

$$z_t' = (1, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-p}) \quad \omega' = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p)$$

elde edilmektedir. T sayıdaki gözlem için log olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:¹⁶

$$L_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t(\theta) \quad (1.22)$$

$$l_t(\theta) = -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) \quad (1.23)$$

Koşullu varyans modelinin parametre vektörü olan ω vektörüne göre kısmi türevlerin alınmasıyla aşağıdaki denklemlere ulaşılmaktadır:

$$\frac{\partial l_t}{\partial \omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial^2 l_t}{\partial \omega \partial \omega'} = \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial \omega'} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t} \right) \frac{\partial h_t}{\partial \omega} \frac{\partial h_t}{\partial \omega'} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \quad (1.25)$$

¹⁶ A.e., p. 315.

$$\frac{\partial h_t}{\partial \omega} = z_t + \sum_{i=1}^p \beta_i \frac{\partial h_{t-i}}{\partial \omega} \quad (1.26)$$

Koşullu ortalama modelinin parametre vektörü olan b vektörüne göre kısmi türevler alındığında ise aşağıdaki denklemlere ulaşılmaktadır:

$$\frac{\partial l_t}{\partial b} = \frac{\varepsilon_t x_t}{h_t} + \frac{1}{2} h_t \frac{\partial h_t}{\partial b} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 l_t}{\partial b \partial b'} = & -\frac{1}{h_t} x_t x_t' - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t^2} \right) \frac{\partial h_t}{\partial b} \frac{\partial h_t}{\partial b'} \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) - 2 \left(\frac{1}{h_t^2} \right) \varepsilon_t x_t \frac{\partial h_t}{\partial b} \\ & + \left(\frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial b'} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{h_t} \right) \frac{\partial h_t}{\partial b} \right] \end{aligned} \quad (1.28)$$

$$\frac{\partial h_t}{\partial b} = -2 \sum_{j=1}^q \alpha_j x_{t-j} \varepsilon_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_j \frac{\partial h_{t-j}}{\partial b} \quad (1.29)$$

Koşullu ortalamanın ve koşullu varyansın parametreleri yine ayrı ayrı tahmin edilebilir. Ancak 1.26 ve 1.29'daki ikinci terimler nedeniyle ARCH için kolaylıkla kullanılabilen skarlama yönteminin hesaplama süreci oldukça karmaşık hale gelmektedir. Bu nedenle Bollerslev (1986), Berndt, Hall, Hall, Hausman (BHHH) algoritmasını önermektedir.¹⁷

1.2.1.3. Ortalamada Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-M) ve Ortalamada Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH-M) Modeli

ARCH ve GARCH modellerin tahmininde öncelikle zaman serisine ait koşullu ortalama modeli elde edilmektedir ve daha sonra bu koşullu ortalama modelinin kalıntıları kullanılarak koşullu varyans modellenmeye çalışılmaktadır.

¹⁷ Fela Özbey, **a.g.e.**, s. 19.

Diğer bir ifadeyle koşullu varyans koşullu ortalamadan etkilenmemektedir. Bu yüzden de koşullu ortalama modellerin içerisinde koşullu varyans değişkeni yer almamaktadır. Engle, Lilien ve Robins (1987)¹⁸ tarafından geliştirilen ortalama otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH-M) modeli ile koşullu varyansın, ortalama modelinin bir unsuru olmasına izin veren bir model geliştirilmiştir. ARCH-M modeli, ARCH modelinin genişletilmiş bir halidir ve koşullu varyansın ortalamayı etkilemesine izin vermektedir.¹⁹

ARCH-M modeli aşağıdaki gösterildiği şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta' x_t + \delta h_t, h_t) \quad (1.30)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (1.31)$$

$$\varepsilon_t = y_t - \beta' x_t - \delta h_t \quad (1.32)$$

1.30 no'lu gösterim dikkate alındığında ARCH-M modelinin temelinde koşullu ortalama denkleminde h_t koşullu varyans değişkeninin bağımsız değişken olarak yer aldığı görülmektedir. Koşullu ortalama modelinde yer alan δ katsayısı zamana bağlı değişen risk primi katsayısıdır. Ortalama denkleminde koşullu varyans olarak gösterilen h_t değişkeni kullanılabileceği gibi koşullu standart sapma $\sqrt{h_t}$ değişkeni de yer alabilmektedir.

ARCH-M modeli genellikle varlık piyasalarına uygulanmakta ve bir finansal varlığın beklenen getirisinin, o varlığın taşıdığı riske bağlı olduğu durumlarda kullanılmaktadır.²⁰

¹⁸ Robert F. Engle, David M. Lilien ve Russell P. Robins, "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model", **Econometrica**, Vol. 55, No: 2, 1987, pp. 391-407.

¹⁹ **A.e.**, p. 391.

²⁰ Aziz Kutlar, **Ekonometrik Zaman Serileri**, Ankara, Gazi Kitabevi, 2000, s. 115.

ARCH-M modelinin gösterildiği 1.31 no’lu koşullu varyans denklemi aşağıda gösterildiği şekilde düzenlenerek GARCH-M modeline ulaşılabilmektedir:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\beta' x_t + \delta h_t, h_t) \quad (1.33)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (1.34)$$

$$\varepsilon_t = y_t - \beta' x_t - \delta h_t \quad (1.35)$$

1.2.2. Tek Değişkenli Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri

Çalışmanın bu kısmında tek değişkenli asimetrik koşullu değişen varyans modelleri olarak adlandırılan modeller incelenmektedir. Literatürde ilk asimetrik model olarak nitelendirilen Üssel GARCH (EGARCH) modelinin yanı sıra eşik değerli ARCH (TARCH) modeli de bu kısımda incelenen modellerdir.

1.2.2.1. Üssel GARCH (EGARCH) Modeli

Finansal piyasaların algılama şekillerine göre olumlu bir haber ile olumsuz bir haberin finansal varlıkların oynaklığı üzerinde farklı etkilere sahip olduğu mantığından hareketle geliştirilen asimetrik modellerden biri Nelson (1991)²¹’nin EGARCH modelidir. Bu model, hata terimlerinin genelleştirilmiş hata dağılımına (Generalized Error Distribution, GED) uygunluk gösterdiği varsayımını taşımaktadır. EGARCH modeli asimetrik ilişkinin varlığının yanında “kaldıraç etkisi” olarak bilinen etkinin belirlenmesine de olanak tanımaktadır. Kaldıraç etkisi piyasaya gelen olumsuz bir haberin olumlu bir habere göre finansal varlıkların oynaklığı üzerinde

²¹ Daniel B. Nelson, “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”, *Econometrica*, Vol. 59, No: 2, 1991, pp. 347-370.

daha fazla oynaklık yaratması durumudur. EGARCH modeli aşağıda gösterildiği gibidir:²²

$$\ln h_t = \alpha_t + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k g(Z_{t-k}) \quad \beta_1 \equiv 1 \quad (1.36)$$

Koşullu varyansın negatif olmaması garantilenmelidir. GARCH modellerinde koşullu varyansın pozitif olması durumu, pozitif rassal değişkenlerin (pozitif ağırlıklar kullanarak) doğrusal kombinasyonları cinsinden ifade edilmesiyle sağlanmaktadır. EGARCH modellerinde ise bu, $\ln h_t$ 'nin, zamanın ve z_t 'nin gecikmelerinin doğrusal fonksiyonları şeklinde modellenmesiyle garantilenmektedir.²³

EGARCH(1,1) modeline ait gösterim ise aşağıdaki gibidir:

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \frac{e_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left| \frac{e_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| \quad (1.37)$$

1.37 no'lu modelde yer alan θ parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olması; asimetrik bir ilişkinin yani piyasaya gelen olumsuz bir haberin olumlu bir habere göre finansal varlığın oynaklığını daha fazla arttırdığını göstermektedir. Diğer bir ifadeyle θ parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olmasının yanında sıfırdan küçük bir değer alması ise “kaldıraç etkisinin” varlığını ifade etmektedir. 1.37 no'lu gösterimde $\frac{e_t}{\sqrt{h_t}}$, standardize edilmiş hata terimlerini göstermektedir.

²² A.e., p. 350.

²³ Fela Özbey, a.g.e., s. 21.

EGARCH modelinin tahmini aşamasında en çok benzerlik yöntemi kullanılmaktadır ve EGARCH(p,q) modelinin tahmininde ele alınan benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:²⁴

$$\begin{aligned}
L_t &= c - (1/2) \sum_{t=1}^T \ln h_t - (1/2) \sum_{t=1}^T (e_t^2 / h_t) \\
\ln h_t &= \alpha_0 + \sum_{k=1}^q \{ \theta_k Z_{t-k} + \gamma_k (|Z_{t-k}| - E|Z_t|) \} + \sum_{k=1}^p \beta_k \ln h_{t-k} \\
\beta &= (\alpha_0, \theta_1, \dots, \theta_q, \gamma_1, \dots, \gamma_q, \beta_1, \dots, \beta_p)
\end{aligned} \tag{1.38}$$

1.38 no'lu gösterimde L_t log-benzerliği göstermektedir. β ise tahmin edilecek bilinmeyen parametre vektörünü ifade etmektedir.

1.2.2.2. Eşik Değerli ARCH (TARCH) Modeli

Finansal varlıkların oynaklığında asimetrik etkiyi dikkate alan diğer bir model ise eşik değerli ARCH (TARCH) modelidir. TARCH modelini diğer modellerden ayıran en önemli özellik, ε_{t-i} için bir eşik değer temel alınarak koşullu varyans modeline eşiği ifade eden bir gölge değişken eklenmesidir. TARCH(1,1) modeline ait gösterim şu şekildedir:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 * D_{t-1} \tag{1.39}$$

1.39 no'lu gösterimde eşik değişkeni olarak ele alınan gölge değişken $D_{t-1} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0, & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$ şeklinde tanımlanmaktadır. TARCH modelinde γ_1 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olması eşik etkisinin varlığından bahsedilmektedir. Bu modelden anlaşılacağı üzere h_t koşullu varyans, hata teriminin karesinin bir dönem önceki değeri, bir dönem önceki koşullu varyans ve

²⁴ Burcu Kıran, **a.g.e.**, ss. 57-58.

buna ek olarak hata teriminin karesinin bir dönem önceki değerinin eşik değişkeninin bir dönem önceki değeriyle çarpımı tarafından belirlenmektedir.

1.3. ÇOK DEĞİŞKENLİ OTOREGRESİF KOŞULLU VARYANS (ARCH) VE GENELLEŞTİRİLMİŞ OTOREGRESİF KOŞULLU VARYANS (GARCH) MODELLERİ

Koşullu varyansın zamana bağlı olarak değişmesi durumundan hareketle geliştirilen ARCH ve GARCH modelleri, tek değişkenli yapılar için oynaklığı modellemeye çalışan koşullu değişen varyans modelleridir. Tek bir finansal varlığa ait oynaklığın modellenmesinde kullanılabilen ARCH ve GARCH modelleri birden fazla finansal varlığın modellenmesi durumunda yetersiz kalmaktadır. Özellikle birçok ülkenin finansal piyasalarının birbirleriyle ilişki ve etkileşim halinde olması, finansal piyasalarda işlem gören finansal varlıkların da birbirleriyle ilişki ve etkileşim içerisinde bulunmasını beraberinde getirmiştir.

Finansal piyasalar arasındaki bu özelliklerin varlığı, çok değişkenli modellemelerin, tek değişkenli modellemelerden daha geçerli ampirik yapılar olduğunu ortaya koymaktadır. Bu açıdan bakıldığında çok değişkenli yapılar, varlık fiyatlama, portföy seçimi, opsiyon fiyatlama ve risk yönetimi gibi çeşitli alanlarda daha rasyonel kararların alınmasında etkin bir araç olarak kullanılmaktadır.²⁵ Çok değişkenli ARCH/GARCH modeller, koşullu varyanslar ve kovaryanslardaki dinamik ilişkileri kapsayan bir yaklaşımdır.²⁶ Tek değişkenli ARCH/GARCH modeller ile çok değişkenli ARCH/GARCH modelleri arasındaki en temel farklılık koşullu varyans ve koşullu kovaryansların elde edilmesi noktasında ortaya çıkmaktadır. Tek değişkenli ARCH/GARCH modellerde tek bir zaman serisi değişkenin varlığından dolayı koşullu varyansların elde edilmesi yeterliyken, çok

²⁵ Luc Bauwens, Sebastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts, “Multivariate GARCH Models: A Survey”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 21, No: 1, 2006, p. 79.

²⁶ Tim Bollerslev, Robert F. Engle, Daniel B. Nelson, “ARCH Models”, **Department of Economics, University of California, San Diego, Discussion Paper**, 1993, No: 93-49, p. 47.

değişkenli ARCH/GARCH modellerde koşullu varyansların yanı sıra kovaryanslara da ihtiyaç duyulmaktadır.

Çok değişkenli GARCH modeli ilk olarak Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988)²⁷ tarafından birden fazla zaman serisi değişkeni için, tek değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH/GARCH) modellerinin genişletilmesi ile ortaya konulmuştur. Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) çok değişkenli GARCH modeli için “VEC parametrizasyonu” olarak adlandırılan bir çözüm tekniği geliştirmişlerdir. Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) tarafından ortaya konulan çok değişkenli GARCH modeli VEC-GARCH modeli olarak ifade edilmektedir. VEC parametrizasyonunun sahip olduğu, ileriki kısımlarda değinilecek bir takım sorunların varlığından hareketle, Engle ve Kroner (1995)²⁸, VEC parametrizasyonu yerine BEKK (Baba, Engle, Kraft ve Kroner) parametrizasyonunu kullanarak çok değişkenli GARCH modeller için BEKK-GARCH modelini geliştirmişlerdir.

Bollerslev (1990)²⁹, çok değişkenli GARCH modelinin çözümünde koşullu varyansların yanında koşullu korelasyonları da dikkate alan “Sabit Koşullu Korelasyonlar” (Constant Conditional Correlations, CCC) parametrizasyonunu önermiştir. Bu durumda elde edilen çok değişkenli GARCH modeli; CCC-GARCH modeli olarak adlandırılmaktadır. Tse ve Tsui (2002)³⁰ ve Engle (2002)³¹ ise CCC-GARCH modelinde koşullu korelasyonlar parametrizasyonu yerine “Dinamik Koşullu Korelasyonlar” (Dynamic Conditional Correlations, DCC) parametrizasyonunu kullanarak DCC-GARCH modelini geliştirmişlerdir.

²⁷ Tim Bollerslev, Robert F. Engle, Jeffrey M. Wooldridge, “A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances”, **The Journal of Political Economy**, Vol. 96, No: 1, 1988, pp. 116-131.

²⁸ Robert F. Engle, Kenneth F. Kroner, “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH”, **Econometric Theory**, Vol. 11, No: 1, 1995, pp. 122-150.

²⁹ Tim Bollerslev, “Modeling the Coherence in Short-Term Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach”, **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 72, No: 3, 1990, pp. 498-505.

³⁰ Yiu Kuen Tse, Albert K. C. Tsui, “A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3, 2002, pp. 351-362.

³¹ Robert F. Engle, “Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3, 2002, pp. 339-350.

İlk iki yöntemde (VEC ve BEKK) koşullu varyansların yanı sıra koşullu kovaryanslar, diğer iki yöntemde (CCC ve DCC) ise koşullu varyanslarla birlikte koşullu korelasyonlar da tanımlanmaktadır.³²

N değişkene sahip çok değişkenli GARCH modeli genel olarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilmektedir:³³

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad y_t = (y_{1,t}, \dots, y_{N,t})' \quad (1.40)$$

$$\varepsilon_t | \Phi_{t-1} \sim N_N(0, H_t) \quad (1.41)$$

1.40 no'lu gösterimde yer alan μ , $N \times 1$ boyutlu sabitler vektörünü, ε_t ise ortalama modelindeki hata terimlerini ifade etmektedir. 1.41 no'lu gösterimde, Φ_{t-1} , $t-1$ zamanındaki gözlenen bağımsız değişkenler matrisini, H_t ise $N \times N$ boyutlu koşullu varyans-kovaryans matrisini göstermektedir. H_t koşullu varyans-kovaryans matrisinin elemanları olan $\sigma_{i,t}^2$ ($i=1, \dots, N$), i . değişkenin t zamanındaki koşullu varyansını, $\sigma_{i,j,t}$ ($j=i+1, \dots, N$), t zamanında i . değişken ile j . değişken arasındaki koşullu kovaryansı ifade etmektedir.

Yukarıdaki anlatılan çok değişkenli GARCH modellerinin çözümünde kullanılan parametrizasyonlar arasındaki temel farklılık H_t koşullu varyans-kovaryans matrisinin tahmininde yararlanılan kısıtlamalardan kaynaklanmaktadır.

1.3.1. VEC-GARCH Modeli

VEC-GARCH modeli, tek değişkenli GARCH modelinin genelleştirilmiş basit bir halidir. Bu modelde tüm koşullu varyanslar ve koşullu kovaryanslar, geçmiş dönem koşullu varyansların ve kovaryansların, geçmiş dönem hata terimlerin

³² Fela Özbey, **a.g.e.**, s. 25.

³³ Ioannis D. Vrontos, Petros Dellaportas, Dimitris N. Politis, "Inference for some Multivariate ARCH and GARCH Models", **Journal of Forecasting**, Vol. 22, No: 6-7, 2003, p. 428.

karelerinin ve hata terimlerinin çapraz çarpımlarının bir fonksiyonudur.³⁴ VEC-GARCH modelinin en temel gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$vech(H_t) = C_0 + \sum_{j=1}^q A_j vech(\varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j}) + \sum_{i=1}^p B_i vech(H_{t-i}) \quad (1.42)$$

1.42 no'lu denklemde yer alan $vech(.)$ ifadesi $N \times N$ boyutlu simetrik bir matrisin asal köşegeni dikkate alındığında asal köşegeninin sol alt tarafında kalan üçgensel bölgeye ait elamanları $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$ boyutlu bir vektör oluşturacak şekilde alt alta dizilen operatördür.³⁵ Aynı denklemde bulunan A_j ve B_i , $\frac{N(N+1)}{2} \times \frac{N(N+1)}{2}$ boyutlu parametre matrislerini, C ise $\frac{N(N+1)}{2} \times 1$ boyutlu sabitler vektörünü ifade etmektedir.

VEC-GARCH modelinin iki önemli dezavantajı bulunmaktadır. Bu dezavantajlardan ilki, N değişken sayısını göstermek üzere $\left(\frac{N(N+1)(N(N+1)+1)}{2} \right)$ adet parametrenin tahmin edilmesidir. N arttıkça tahmin edilecek parametre sayısı artmakta ve VEC-GARCH modelinin tahmini zorlaşmaktadır. ($N=2$ olması durumunda dahi 21 adet parametre tahmin edilmektedir.) İkincisi ise A_j ve B_i matrislerine ait parametreler, koşullu varyans-kovaryans matrisi H_t 'nin pozitif tanımlı olması şartını yerine getirmekte zorlanmaktadır.³⁶

³⁴ Annastiina Silvennoien, Timo Terasvirta, "Multivariate GARCH Models", **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, p. 204.

³⁵ Luc Bauwens, Sebastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts, **a.g.e.**, p. 82.

³⁶ Philip Hans Franses, Dick van Dick, **Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance**, Cambridge University Press, Second Edition, 2003, pp. 200-201.

Bu sorunların varlığından hareketle Bollerslev, Engle ve Wooldridge (1988) Köşegen (Diagonal) VEC-GARCH (DVEC-GARCH) modelini geliştirmişlerdir. DVEC-GARCH modelinde B_i ve A_j parametre matrislerinin köşegen (diagonal) matrisler oldukları varsayılmaktadır ve VEC-GARCH modelinden farklı olarak $\frac{(p+q+1)(N(N+1))}{2}$ adet parametre tahmin edilmektedir. Ayrıca DVEC-GARCH modelinde koşullu varyans, geçmiş dönem koşullu varyansların-kovaryansların ve geçmiş dönem hata terimlerin karelerinin bir fonksiyonudur.

DVEC-GARCH modelinin gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$H_t = C_0 + \sum_{j=1}^q A_j \square \varepsilon_{t-j} \varepsilon'_{t-j} + \sum_{i=1}^p B_i \square H_{t-i} \quad (1.43)$$

1.43 no'lu denklemde yer alan “ $\square$ ”, Hadamard çarpımını³⁷ ifade etmektedir. Hadamard çarpımı, herhangi iki matriste aynı satır ve aynı sütunda yer alan elemanların birbirleriyle çarpılması durumudur. DVEC-GARCH modelinin daha rahat anlaşılabilmesi amacıyla örnek olarak iki değişkenli DVEC-GARCH(1,1) modelini aşağıdaki biçimde göstermek mümkündür:³⁸

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{21,t} \\ h_{22,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{21,0} \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{21,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix} \square \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11,1} & B_{21,1} \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix} \square \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{21,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

³⁷ $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ ve $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ gibi 2x2 boyutlu matrislerin tanımlanması durumunda A

ve B matrislerinin Hadamard çarpımı $A \square B = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$ şeklinde elde edilmektedir.

³⁸ Ruey S. Tsay, **Analysis of Financial Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Third Edition, 2010, p. 510.

$$h_{11,t} = c_{11,0} + A_{11,1}\epsilon_{1,t-1}^2 + B_{11,1}h_{11,t-1} \quad (1.45)$$

$$h_{21,t} = c_{21,0} + A_{21,1}\epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} + B_{21,1}h_{21,t-1} \quad (1.46)$$

$$h_{22,t} = c_{22,0} + A_{22,1}\epsilon_{2,t-1}^2 + B_{22,1}h_{22,t-1} \quad (1.47)$$

DVEC-GARCH modeline yapılan en önemli eleştiriler, bu modelde tahmin edilen parametrelerin çok fazla sayıda kısıtlamalar içermesi ve sistem içerisinde yer alan herhangi bir değişkenin koşullu varyansının, sistemdeki başka bir değişkenin koşullu varyansına bağlı olmasına izin vermemesidir.³⁹ Diğer taraftan pozitif tanımlı olma şartını sağlaması gereken koşullu varyans-kovaryans matrisi H_t , bu şartı her zaman sağlayamamaktadır.

DVEC-GARCH modelindeki yukarıda anlatılan sorunlardan hareketle Engle ve Kroner (1995) DVEC parametrisasyonu yerine BEKK (Baba, Engle, Kraft ve Kroner) parametrisasyonunu kullanarak çok değişkenli GARCH modeller için BEKK-GARCH modelini geliştirmişlerdir.

1.3.2. BEKK-GARCH Modeli

DVEC-GARCH modelindeki sorunlardan hareketle Engle ve Kroner (1995), koşullu varyans-kovaryans matrisi H_t 'nin pozitif tanımlı olmasını garantileyen BEKK-GARCH modelini geliştirmişlerdir. BEKK-GARCH modelinin gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$H_t = C_0' C_0 + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^q A_{kj}' \epsilon_{t-j} \epsilon_{t-j}' A_{kj} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p B_{ki}' H_{t-i} B_{ki} \quad (1.48)$$

³⁹ Philip Hans Franses, Dick van Dick, **a.g.e.**, p. 201.

1.48 no'lu denklemde yer alan C_0 , $N \times N$ boyutlu sabitler matrisini, A_{kj} ve B_{ki} yine $N \times N$ boyutlu parametre matrislerini göstermektedir. K ise modelleme sürecinin genellenebileceği en üst limit değeridir.⁴⁰

$K = 1$ için BEKK-GARCH(1,1) modeline ait gösterim ise aşağıdaki gibidir:

$$H_t = C_0' C_0 + A_1' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_1 + B_1' H_{t-1} B_1 \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{12,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1} \varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11,1} & A_{12,1} \\ A_{21,1} & A_{22,1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & B_{12,1} \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11,1} & B_{12,1} \\ B_{21,1} & B_{22,1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.50)$$

1.50 no'lu gösterimin köşegen elemanları kullanılarak birçok çıkarıma ve analiz yapmak mümkündür. Örneğin iki değişkenden oluşan bir sistemde $h_{12,t}$ ve $h_{21,t}$, herhangi bir değişkendeki meydana gelen şokun, diğer değişkenin oynaklığı üzerindeki etkisini göstermektedir. Diğer taraftan önceki şokların etkisini gösteren köşegen elemanlar $(A_{11,1} \varepsilon_{1,t-1} + A_{21,1} \varepsilon_{2,t-1})^2$ ve $(A_{12,1} \varepsilon_{1,t-1} + A_{22,1} \varepsilon_{2,t-1})^2$ şeklinde tekrar düzenlendiğinde $A_{11,1}$, $A_{22,1}$, $A_{21,1}$ ve $A_{12,1}$ parametreleri değişkenlerin gelecek dönemdeki oynaklıkları hakkında bilgi verebilmektedirler.⁴¹ $A_{11,1}$ parametresi, sistemde yer alan iki değişkenden ilk değişkende meydana gelen bir şokun yine ilk değişkenin oynaklığı üzerindeki etkisini, $A_{22,1}$ parametresi ikinci değişkende meydana gelen bir şokun ikinci değişkenin oynaklığı üzerindeki etkisini göstermektedir. $A_{21,1}$ parametresi ilk değişkende meydana gelen bir şokun ikinci

⁴⁰ Robert F. Engle, Kenneth F. Kroner, **a.g.e.**, p. 127.

⁴¹ Peijie Wang, **Financial Econometrics**, Routledge, New York, Second Edition, 2009, pp. 72-73.

değişkenin gelecekteki oynaklığı üzerindeki etkisini, $A_{12,1}$ parametresi ise ikinci değişkende meydana gelen bir şokun ilk değişkenin oynaklığı üzerindeki etkisini göstermektedir.

BEKK-GARCH modelinin en önemli avantajı, kuadratik (ikinci dereceden) formların kullanılmasıyla A_{kj} ve B_{ki} parametrelerine herhangi bir kısıtlama getirilmeksizin H_t koşullu varyans-kovaryans matrisinin pozitif tanımlı olmasının sağlanmasıdır.⁴² BEKK-GARCH modelinin diğer bir avantajı ise VEC-GARCH modeli ile kıyaslandığında $\frac{N(5N+1)}{2}$ formülünden hareketle daha az sayıda parametre tahmin edilmesidir.

Ayrıca BEKK-GARCH modeli DVEC-GARCH modelinde olduğu gibi köşegen elemanlar dikkate alınarak tekrar elde edilebilmektedir. Köşegen form kullanılarak $K=1$ BEKK-GARCH(1,1) modelinin aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir:⁴³

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11,0} & 0 \\ c_{21,0} & c_{22,0} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c_{11,0} & c_{12,0} \\ 0 & c_{22,0} \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

$$+ \begin{bmatrix} A_{11,1} & 0 \\ 0 & A_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11,1} & 0 \\ 0 & A_{22,1} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} B_{11,1} & 0 \\ 0 & B_{22,1} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11,1} & 0 \\ 0 & B_{22,1} \end{bmatrix}$$

$$h_{11,t} = c_{11}^2 + A_{11}^2 \varepsilon_{1,t-1}^2 + B_{11}^2 h_{11,t-1} \quad (1.52)$$

$$h_{21,t} = c_{11}c_{21} + A_{11}A_{22}\varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} + B_{11}B_{22}h_{21,t-1} \quad (1.53)$$

$$h_{22,t} = (c_{21}^2 + c_{22}^2) + A_{22}^2 \varepsilon_{2,t-1}^2 + B_{22}^2 h_{22,t-1} \quad (1.54)$$

⁴² Philip Hans Franses, Dick van Dick, **a.g.e.**, p. 202.

⁴³ Fela Özbey, **a.g.e.**, s. 33.

Literatürde BEKK-GARCH modelinden hareketle Bollerslev ve Engle (1993)⁴⁴ tarafından geliştirilen diğer bir model ise Faktör GARCH (FGARCH) modelidir. Bollerslev ve Engle (1993) koşullu varyanstaki benzer “sürekliliği” modellemek amacıyla faktör olarak adlandırılan ve zaman serilerinin birlikte hareketlerinin az sayıdaki benzer temel değişken tarafından belirlendiği bu parametrisasyonu geliştirmişlerdir.⁴⁵ K faktörlü diğer bir ifadeyle N değişkenli FGARCH(1,1) modeline ait denklem aşağıdaki gösterildiği gibidir:

$$H_t = C_0' C_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k \lambda_k' (A_k^2 w_k' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' w_k + B_k^2 w_k' H_{t-1} w_k) \quad k=1, \dots, K \quad (1.55)$$

$$w_k' \lambda_i = \begin{cases} 0, & k \neq i \text{ için} \\ 1, & k = i \text{ için} \end{cases}$$

FGARCH modelde tahmin edilmesi gereken parametre sayısı, $\frac{N(N+5)}{2}$

formülü yardımıyla hesaplanmaktadır. FGARCH modelinde tahmin edilen parametre sayısı, BEKK-GARCH modeline göre daha azdır. FGARCH modeli, tüm sistem içerisinde tek bir faktörün (veya tek bir portföyün) varyansının sistemdeki diğer tüm değişkenlerin koşullu varyans ve kovaryanslarını belirleyebildiğini varsaymaktadır ve bu baskın olan faktör, GARCH süreci izlemektedir.

Kroner ve Ng (1998)⁴⁶, negatif şokların (olumsuz haberlerin) pozitif şoklara (olumlu haberlere) oranla herhangi bir değişkenin oynaklığını daha fazla etkilediğini varsayan, BEKK-GARCH modeli asimetrik ilişkilere izin veren bir model yapısıyla

⁴⁴ Tim Bollerslev, Robert F. Engle, “Common Persistence in Conditional Variances”, **Econometrica**, Vol. 61, No: 1, 1993, pp. 167-186.

⁴⁵ Luc Bauwens, Sebastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts, **a.g.e.**, p. 84.

⁴⁶ Kenneth F. Kroner; Victor K. Ng, “Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns”, **The Review of Financial Studies**, Vol. 11, No: 4, 1998, pp. 817-844.

geliştirmişlerdir.⁴⁷ Asimetrik Dinamik Kovaryans, ADK-GARCH(1,1) modeli aşağıdaki gibidir:

$$H_t = C_0' C_0 + A_1' \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_1 + B_1' H_{t-1} B_1 + D_1' \xi_{t-1}' \xi_{t-1} D_1 \quad (1.56)$$

1.56 no'lu modelde sağ tarafında yer alan $D_1' \xi_{t-1}' \xi_{t-1} D_1$ kısmı zamana bağlı olarak değişen koşullu varyans ve kovaryansın asimetrik özelliklerini kapsamaktadır. Eğer $\varepsilon_t < 0$ ise $\xi_t = \varepsilon_t$ değerini almakta, diğer durumda ise $\xi_t = 0$ değerini almaktadır.

Gerek FGARCH gerekse ADK-GARCH modelleri BEKK-GARCH modelinin özel halleridir. Bu açıdan bakıldığında FGARCH ve ADK-GARCH modellerinin de BEKK-GARCH modelinde olduğu gibi bir takım varsayımları sağlamak durumundadır. Bu varsayımlardan en önemlisi bu modellerin zayıf durağanlık koşulunu yerine getirmesidir. BEKK-GARCH modelinin zayıf durağanlık koşulu $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^q (A_{jk} \otimes A_{jk}) + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p (B_{ik} \otimes B_{ik})$ ($\otimes$, kronecker çarpımını ifade etmektedir) matrisinin özdeğerlerinin modülünün 1'den küçük olmasına bağlıdır. Söz konusu gösterimin özdeğerlerinin modülü 1'den küçükse BEKK-GARCH modelinin zayıf durağanlık sağlanmış demektir.

Köşegen (diagonal) VEC parametrizasyonundaki gibi köşegen (diagonal) BEKK parametrizasyonunda da durağanlığı sadece köşegen elemanları belirlediğinden, model ancak ve ancak tüm i 'ler ve j 'ler için $\sum_{k=1}^N (A_{jj,k}^2 + B_{ii,k}^2) < 1$ olması durumunda durağandır.⁴⁸

⁴⁷ Hong Li, Ewa Majerowska, "Testing Stock Market Linkages for Poland and Hungary: A Multivariate GARCH Approach", **Research in International Business and Finance**, Vol. 22, No: 3, 2008, p. 253.

⁴⁸ Fela Özbey, **a.g.e.**, s. 34.

BEKK-GARCH modelinin çözümünde en çok benzerlik yöntemi kullanılmaktadır. En çok benzerlik yöntemi içerisinde ise Berndt, Hall, Hall ve Hausman (BHHH) algoritması kullanılarak optimizasyonlar yapılmaktadır. T adet gözlem sayısının varlığında BEKK-GARCH modelinin tahmininde kullanılan koşullu log olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:⁴⁹

$$L(\theta) = \sum_{t=1}^T I_t(\theta) \quad (1.57)$$

$$I_t(\theta) = -\log 2\pi - \frac{1}{2} \log |H_t(\theta)| - \frac{1}{2} \varepsilon_t'(\theta) H_t^{-1}(\theta) \varepsilon_t(\theta) \quad (1.58)$$

1.3.3. CCC-GARCH Modeli

Bollerslev (1990), koşullu korelasyonların zaman bağılı olarak değişmediği diğer bir ifadeyle sabit olduğu ve böylece koşullu kovaryansların ilgili koşullu standart sapmaların çarpımı ile orantılı olduğu bir takım çok değişkenli GARCH modeller geliştirmiştir.⁵⁰ Korelasyon modelleri koşullu kovaryans matrisinin, koşullu standart sapmalara ve korelasyonlara ayrıştırılmasını temel almaktadır.⁵¹

N değişken sayısını göstermek üzere y_t $N \times 1$ boyutlu vektörü ve H_t zamana bağılı olarak değişen koşullu kovaryans matrisini göstermek üzere çok değişkenli model aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

$$y_t = E(y_t | \psi_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (1.59)$$

$$Var(\varepsilon_t | \psi_{t-1}) = H_t \quad (1.60)$$

⁴⁹ Kashif Saleem, "International Linkage of the Russian Market and the Russian Financial Crisis: A Multivariate GARCH Analysis", **Research in International Business and Finance**, Vol. 23, No: 3, 2009, p. 246.

⁵⁰ Luc Bauwens, Sebastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts, **a.g.e.**, p. 88.

⁵¹ Annastiina Silvennoien, Timo Terasvirta, **a.g.e.**, p. 210.

H_t , pozitif tanımlı bir matris olup 1.59 ve 1.60'daki gösterimler hem koşullu hem de (varsa) koşulsuz değişen varyansa izin vermektedir. Buna ilaveten $h_{ij,t}$, H_t 'nin ij . elemanı, y_{it} ve ε_{it} sırasıyla y_t ve ε_t 'nin i . elemanı olmak üzere, $t-1$ zamanda y_{it} ile y_{jt} arasındaki tutarlılığın zamana bağlı olmayan ölçüsü $\rho_{ij,t} = h_{ij,t} / \sqrt{h_{ii,t}h_{jj,t}}$ şeklinde gösterilmektedir.⁵² Her bir koşullu varyansın tek değişkenli GARCH(1,1) süreci izlediği varsayılan CCC-GARCH modellerinde köşegen (diagonal) model aşağıda gösterildiği gibidir:⁵³

$$h_{ii,t} = \omega_i + \alpha_{ii}\varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_{ii}h_{ii,t-1} \quad i = 1, \dots, N \text{ için} \quad (1.61)$$

$$h_{ij,t} = \rho_{ij} / \sqrt{h_{ii,t}h_{jj,t}} \quad \text{tüm } i \neq j \text{ için} \quad (1.62)$$

$$H_t = \sqrt{D_t} R \sqrt{D_t} \quad (1.63)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

1.63 ve 1.64 no'lu gösterimlerde yer alan D_t , köşegeninde $h_{ii,t}$ koşullu varyansları bulunduran $N \times N$ boyutlu bir matris, R ise $N \times N$ boyutlu ρ_{ij} korelasyon katsayılarını içeren bir matristir. 1.64 no'lu gösterimden hareketle koşullu kovaryans H_t matrisinin dinamik özellikleri bütünüyle D_t matrisindeki koşullu varyanslar tarafından belirlendiği ifade edilebilmektedir.

CCC-GARCH modeli ile $\frac{N(N+5)}{2}$ sayıda parametre tahmini yapılmaktadır. CCC-GARCH modelinin tahmininde normallik varsayımı altında

⁵² Tim Bollerslev, **a.g.e.**, 1990, p. 499.

⁵³ Philip Hans Franses, Dick van Dick, **a.g.e.**, pp. 202-203.

kullanılan koşullu log olabilirlik fonksiyonu, T gözlem sayısını ve N değişken sayısını göstermek üzere aşağıdaki gibidir:⁵⁴

$$L(\theta) = -\frac{TN}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\log |H_t| - \varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t) \quad (1.65)$$

CCC-GARCH modelinin en önemli avantajı spesifikasyonu açısından basit olmasıdır. Bununla birlikte bu model sadece iki belirsizlik (oynaklık) arasında bir bağlantı sunabilmekte, belirsizliğin iki kaynağı arasındaki oynaklık yayılmalarının (dağılmalarının) yönü hakkında bilgi verememektedir.⁵⁵

1.3.4. DCC-GARCH Modeli

Koşullu korelasyonların sabit olduğu varsayımının birçok ampirik uygulamada gerçekçi olmayan bir yaklaşım olacağının anlaşılmasıyla Engle (2002) ve Tse ve Tsui (2002) koşullu korelasyon matrisini zamana bağlı değişen bir yapıya oturtarak CCC-GARCH modelini geliştirmişlerdir ve bu modeli DCC-GARCH modeli olarak adlandırmışlardır.⁵⁶

Tse ve Tsui (2002), korelasyonun zaman boyutu içinde sabit değil, değişebilir olabileceği varsayımı altında, $H_t = D_t \rho_t D_t$ eşitliğinde çok değişkenli GARCH modelini tahmin etmişlerdir. Her bir koşullu varyans tek değişkenli GARCH modeli ile tahmin edilmekte ve koşullu korelasyon matrisi otoregresif hareketli ortalama formu ile ifade edilmektedir. Model; VEC gösterimi üzerine kurulmuştur. Koşullu korelasyon matrisinin pozitif belirli olmasını sağlamak amacıyla sabit koşullu korelasyonlu CCC-GARCH yerine, korelasyonların değişebileceği varsayımı altında oluşturdukları modeli, En Çok Benzerlik yöntemi ile tahmin etmişlerdir.⁵⁷

⁵⁴ Tim Bollerslev, **a.g.e.**, 1990, p. 499.

⁵⁵ Peijie Wang, **a.g.e.**, p. 71.

⁵⁶ Luc Bauwens, Sebastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts, **a.g.e.**, p. 89.

⁵⁷ Hilal Bozkurt, "M-GARCH Modellerinin Karşılaştırmalı Analizi", **Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi**, C. 18, No: 2, 2009, s. 133.

N adet değişkenin varlığında Tse ve Tsui (2002) koşullu korelasyon matrisi ρ_t 'nin aşağıdaki şekilde olduğunu varsaymışlardır:⁵⁸

$$\rho_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \rho + \theta_1 \rho_{t-1} + \theta_2 \psi_{t-1} \quad (1.66)$$

1.66 no'lu gösterimde ρ , $N \times N$ boyutlu köşegen elemanları “1” olan pozitif tanımlı matris, ψ_{t-1} ise $N \times N$ boyutlu ve elemanları y_t değişkenin geçmiş değerlerinin fonksiyonundan oluşan bir matristir.⁵⁹ ρ korelasyon matrisinin pozitif tanımlı olabilmesi için $0 \leq \theta_1, \theta_2 < 1$ ve $\theta_1 + \theta_2 \leq 1$ koşullarının sağlanması gerekmektedir.

Tek değişkenli GARCH(1,1) modelinde ψ_{t-1} , $y_{i,t-1}^2$ ile benzerlik göstermektedir. Standardize olarak ifade edilmiş ρ_t gibi, ψ_{t-1} 'nin de standardize edilmiş kalıntıların (ε_t) bir dönem önceki değerine bağlı olması istenmektedir. $\Psi_t = \{\psi_{ij}\}$ olduğu dikkate alınırsa Ψ_{t-1} için aşağıdaki gösterimi elde etmek mümkündür:⁶⁰

$$\psi_{ij,t-1} = \frac{\sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h} \varepsilon_{j,t-h}}{\sqrt{\left(\sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h}^2 \right) \left(\sum_{h=1}^M \varepsilon_{j,t-h}^2 \right)}} \quad 1 \leq i < j \leq N \quad (1.67)$$

1.67 no'lu gösterimde ψ_{t-1} , $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-M}$ 'in örnek korelasyon matrisidir. $E_{t-1} = \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-M}$, B_{t-1} $N \times N$ boyutlu köşegen (diagonal) matris ve B_{t-1} 'in i . köşegen elamanı $\sqrt{\left(\sum_{h=1}^M \varepsilon_{i,t-h}^2 \right)}$ olduğu varsayılarak Ψ_{t-1} aşağıdaki şekilde yazılabilir:

⁵⁸ Ruey S. Tsay, **a.g.e.**, p. 531.

⁵⁹ Yiu Kuen Tse, Albert K. C. Tsui, **a.g.e.**, p. 352.

⁶⁰ **A.e.**, p. 353.

$$\Psi_{t-1} = B_{t-1}^{-1} E_{t-1} E_{t-1}' B_{t-1}^{-1} \quad (1.68)$$

Normallik varsayımı altında Tse ve Tsui (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelinin tahmininde kullanılan koşullu log olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$l_t = -\frac{1}{2} \log |D_t \rho_t D_t| - \frac{1}{2} y_t' D_t^{-1} \rho_t^{-1} D_t^{-1} y_t \quad (1.69)$$

Engle (2002) ve Tse ve Tsui (2002) tarafından ortaya konulan DCC-GARCH modelini geliştirerek dinamik koşullu korelasyonu aşağıdaki gösterildiği gibi modellemiştir:

$$\rho_t = J_t Q_t J_t \quad (1.70)$$

1.70 no'lu gösterimde $Q_t = \{q_{ij,t}\}$ şeklinde ifade edilen $N \times N$ boyutlu pozitif tanımlı bir matris ve J_t köşegen elemanları $\left\{ \frac{1}{\sqrt{q_{11,t}}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{q_{NN,t}}} \right\}$ şeklinde olan köşegen bir matristir. Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modeli aşağıdaki gibidir:

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \bar{Q} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' + \theta_2 Q_{t-1} \quad (0 < \theta_1 + \theta_2 < 1) \quad (1.71)$$

1.71 no'lu gösterimde ε_t , elemanları $\varepsilon_{it} = A_{it} / \sqrt{h_{ii,t}}$ şeklinde olan standardize edilmiş vektörü, $\bar{Q}$, ε_t 'nin koşulsuz kovaryans matrisini ifade etmektedir. Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelinin log olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$l_t = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(N \log(2\pi) + 2 \log |J_t| + y_t' J_t^{-1} J_t^{-1} y_t - \varepsilon_t' \varepsilon_t + \log |Q_t| + \varepsilon_t' Q_t^{-1} \varepsilon_t \right) \quad (1.72)$$

Tse ve Tsui (2002) ve Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modellerinde en önemli dezavantajı θ_1 ve θ_2 parametrelerinin skaler olmasından dolayı tüm koşullu korelasyonların aynı dinamiklere sahip olmasıdır. Bu durum özellikle değişken sayısı arttıkça, ampirik uygulamalarda rasyonel açıdan zor bir durum olabilmektedir.⁶¹

⁶¹ Ruey S. Tsay, **a.g.e.**, p. 531.

2. BÖLÜM

TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

2.1. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖZELLİKLERİ VE ARCH/GARCH MODELLERİNDEN GENEL FARKLARI

Zamana bağlı olarak değişen koşullu varyans (oynaklık) birçok finansal zaman serisinin karakteristik özelliği olarak ortaya çıkmaktadır. Oynaklığın modellenmesinde kullanılan ARCH tipi modellere alternatif olarak geliştirilen stokastik oynaklık modelleri ilk kez Taylor (1986)¹ tarafından literatüre kazandırılmıştır.

Stokastik oynaklık modelleri, finansal piyasalarda ve karar alma süreçlerinde zamana bağlı olarak değişen oynaklığın etkisini belirlemek amacıyla matematiksel finans ve finansal ekonomi alanlarında sıklıkla kullanılmaktadır. Disiplinler arası bir yapıya sahip olan bu modeller finansal ekonomi, olasılık teorisi ve ekonometri disiplinlerini harmanlayarak opsiyon fiyatlama, etkin portföy tahsisi, risk değerlendirmesi alanlarında yöntemler sunmaktadır.²

Stokastik oynaklık modellerinin temel karakteristiği, bu modellerde oynaklığın gözlenemeyen, gizli (latent) bir değişken olarak modellenmesidir.³ ARCH ve GARCH modellerinde oynaklık gözlenebilir bir değişken olarak deterministik bir yapıda modellenebilirken, stokastik oynaklık modellerinde oynaklık gözlenemeyen bir değişken olarak ele alınmakta ve stokastik yapıda modellenebilmektedir.

¹ Stephan J. Taylor, **Modelling Financial Time Series**, 1986, Chichester, U.K. John Wiley.

² Neil Shephard, Torben G. Andersen, “Stochastic Volatility: Origins and Overview”, **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by. Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, p. 233.

³ Carmen Broto, Esther Luiz, “Estimation Methods for Stochastic Volatility Models: A Survey”, **Journal of Economic Survey**, Vol. 18, No: 5, 2004, p. 613.

Stokastik oynaklık modellerinde oynaklık önceden öngörülemeyen başka bir ifadeyle tahmin edilemeyen bir şok tarafından belirlenmektedir.

Stokastik oynaklık modellerinde ARCH modellerinden farklı olarak hem koşullu ortalama ve hem de koşullu varyans stokastik süreçler izlemektedir. Başka bir ifadeyle ARCH tipi modellerde sadece koşullu ortalama modeli stokastik süreç izlerken, stokastik oynaklık modellerinde hem koşullu ortalama hem de koşullu varyans denklemi stokastik süreç izlemektedir. r_t gibi bir zaman serisinin oynaklığının belirlenmesi amacıyla kullanılan modelin genel hali aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} r_t &= \mu_t + y_t \\ y_t &= \sigma_t \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.1 no'lu gösterimde yer alan μ_t sabit terimi ya da otoregresif bir değişkeni, y_t ise stokastik bir süreç olan hata terimini ifade etmektedir. ε_t ise sıfır ortalamalı ve birim varyanslı tesadüfi bir değişkendir. Bu gösterimde yer alan σ_t , r_t zaman serisinin geçmiş değerlerine bağlı olan deterministik ya da stokastik bir süreç izlemektedir.⁴ ARCH tipi modeller ile stokastik oynaklık modelleri arasındaki temel ayrım σ_t 'nin izlediği sürecin deterministik veya stokastik olması durumundan kaynaklanmaktadır. σ_t , r_t zaman serisinin kareli gecikmeli değerlerinin deterministik bir fonksiyonu olarak belirleniyorsa; bu durumda oynaklık ARCH tipi modeller yardımıyla modellenebilmektedir. Diğer taraftan σ_t otoregresif, gözlenemeyen latent (gizli) stokastik bir süreç tarafından belirlenebiliyorsa; bu durumda oynaklık stokastik oynaklık modelleri yardımıyla modellenebilmektedir.

⁴ Santiago Pellegrini, Alejandro Rodriguez, "Financial Econometrics and SV models", (Çevrimiçi) http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/spellegr/esp/Curso_Cordoba/Tutorial_Guide.pdf, 06.07.2011.

Stokastik oynaklık modellerine ait literatür incelendiğinde oynaklığa ait modellerin iki farklı şekilde ifade edildiği görülmektedir. Bu gösterimlerden ilki aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.2 no'lu gösterimde ε_t ve η_t 'nin birbirinden bağımsız ve homojen (i.i.d.) dağılımlı olan tesadüfî değişkenler olduğu varsayılmaktadır. h_t ise gözlenemeyen latent (gizli) oynaklığı ifade etmektedir.

Taylor (1986) tarafından geliştirilen ve otoregresif Taylor stokastik oynaklık modeli olarak bilinen 2.2 no'lu gösterimde yer alan modelde h_t 'nin pozitif olması gerektiği varsayımından hareketle, oynaklık sürecini logaritmik ($\log h_t$) olarak ele alan modeli aşağıdaki şekilde gösterilebilmektedir:

$$\begin{aligned} y_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t \\ \log h_t &= \gamma + \phi \log h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.2 ile 2.3 no'lu gösterimler arasındaki fark oynaklık sürecinin logaritmik olarak ele alınmasından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle 2.3 no'lu gösterimde yer alan stokastik oynaklık modeline log-normal stokastik oynaklık modeli adı verilmektedir.

Literatürde stokastik oynaklık modellerine ait ikinci gösterim ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= \beta \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.4 no'lu gösterimde ortalama modelinde yer alan β parametresi ölçek parametresi olarak adlandırılmakta ve oynaklık modeline sabit parametre eklenmesi gerekliliğini ortadan kaldırmaktadır. 2.4 no'lu gösterimde yer alan modeller, 2.3 no'lu gösterime benzer şekilde logaritmik olarak ifade edilebilmektedir.

2.2, 2.3 ve 2.4 no'lu gösterimlerdeki ϕ parametresi, oynaklığa gelen şokların sürekliliğini (kararlılığını) ölçmektedir. Oynaklık denkleminin dağılımını ifade eden, varyansı σ_η^2 olan η_t 'nin, ortalama denkleminde yer alan ε_t 'den bağımsız olduğu ve Gaussian sürece sahip olduğu varsayılmaktadır. Oynaklık sürecinin varyansı olan σ_η^2 gelecek dönemlerdeki oynaklıkla ilgili belirsizliğin ölçüsü olarak ele alınmaktadır.⁵ $|\phi| < 1$ ise h_t kuvvetli formda durağandır ve ortalaması ve koşulsuz sırasıyla $\mu_h = E(h_t) = \frac{\gamma}{1-\phi}$ ve $\sigma_h^2 = Var(h_t) = \frac{\sigma_\eta^2}{(1-\phi^2)}$ şeklinde elde edilmektedir.⁶

Gelecek dönemlerdeki belirsizliğin ölçüsü olarak ifade edilen σ_η^2 değerinin sıfır olması durumunda stokastik oynaklık modeli tanımsız hale gelmektedir. Ayrıca ϕ parametresi ile σ_η^2 arasında ters yönlü bir ilişki bulunmaktadır. ϕ parametresi 1'e yaklaştıkça σ_η^2 de sıfıra yaklaşmaktadır. Buradan hareketle $\phi = 1$ ve $\sigma_\eta^2 = 0$ olduğu durumda koşullu varyans zamana bağlı olarak değişmeyecek ve y_t zaman serisi sabit varyanslı (homoskedastik) bir süreç izleyecektir.

Stokastik oynaklık literatüründe her ne kadar ε_t ile η_t 'nin birbiriyle ilişkisiz olduğu varsayılsa da; ε_t ve η_t 'nin eş zamanlı olarak ilişkili olması durumu asimetrik ilişkinin göstergesi olarak kabul edilmektedir. ε_t ve η_t 'nin ilişkili olmasına izin verildiği takdirde, stokastik oynaklık modelinin, finansal varlıklarda sıklıkla gözlenebilen asimetrik davranışlar sergilediği kabul edilmektedir. Ayrıca ε_t ve

⁵ Carmen Broto, Esther Luiz, **a.g.e.**, p. 614.

⁶ Andrew Harvey, Esther Ruiz, Neil Shephard, "Multivariate Stochastic Variance Models", **The Review of Economic Studies**, Vol. 61, No: 2, 1994, p. 249.

η_t 'nin ilişkili olmasından hareketle iki hata terimi arasındaki negatif korelasyon da kaldıraç etkisinin varlığını göstermektedir.⁷

Stokastik oynaklık modellerinin en önemli avantajı, GARCH modeller ile karşılaştırıldığında bir dönem sonrası için yapılan gelecek tahminlerinde ve finansal verilerde karşılaşılan aşırı basıklık durumunda daha başarılı sonuçlar vermesidir.⁸ Stokastik oynaklık modellerinin diğer avantajlarını aşağıdaki şekilde sıralamak mümkündür:⁹

-Stokastik oynaklık modellerinin istatistiksel özelliklerinin belirlenmesi ve anlaşılması daha kolaydır.

-Stokastik oynaklık modellerinin çok değişkenli yapılara genelleştirilmesi daha kolaydır.

-Varlık fiyatlama için finans teorisinde kullanılan modellere daha yakın modeller oldukları için oldukça caziptirler.

-Finansal varlık getirilerinin gözlenen ampirik özelliklerini daha iyi şekilde kapsamaktadır.

Diğer taraftan stokastik oynaklık modellerinin en büyük dezavantajı ise benzerlik fonksiyonlarının çok boyutlu integral çözümlemelerine bağlı olması, dolayısıyla oldukça karmaşık bir yapıya sahip olması ve bu nedenle de parametre tahminlerinin basit şekilde yapılamamasıdır. Literatürde söz konusu zorlukların üstesinden gelen ve stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanılan yöntemlere ilişkin bilgiler ikinci bölümün ilerleyen kısımlarında sunulmaktadır.

⁷ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, "Stochastic Volatility", **Handbook of Statistics 14: Statistical Methods in Finance**, Ed. by G. S. Maddala, C. R. Rao, Amsterdam, 1996, p. 139.

⁸ Atanu Das, Tapan Kumar Ghoshal, Pramatha Nath Basu, "A Review of on Recent Trends of Stochastic Volatility Models", **International Review of Applied Financial Issues and Economics**, Vol. 1, No: 1, 2009, p. 84.

⁹ Santiago Pellegrini, Alejandro Rodriguez, **a.g.e.**, 20.09.2011.

2.2. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN İSTATİSTİKSEL ÖZELLİKLERİ

Finans teorisinde modellerin büyük çoğunluğu sürekli zaman (continuous time) durumunu dikkate alarak formüle edilmesine rağmen finansal zaman serileri kesikli zaman (discrete time) aralıklarında gözlenirler.¹⁰ Stokastik oynaklık modellerinin modern hali sürekli zaman temelinde modellenirken, daha önceki birçok spesifikasyon stokastik oynaklık modellerini kesikli zaman temelinde modellemiştir. Finansal matematikçiler ve finansal iktisatçılar, varlık fiyatlama ve portföy seçimi için yapılan ayrıntılı tespitlerden dolayı sorunlarla karşılaşınca kadar ekonometrik çalışmalar kesikli zaman spesifikasyonlarını destekleyen bir eğilimdeydi.¹¹

Stokastik oynaklık modellerinde oynaklık, bazı stokastik fark denklemlerine veya bazı kesikli tesadüfî süreçlere bağlı olarak zaman içerisinde değişen bir yapı göstermektedir.¹² Bir stokastik oynaklık modelinde finansal varlık fiyatı (S) aşağıdaki stokastik fark denklemi ile gösterilmektedir:

$$dS(t) = \alpha S(t)dt + \sigma(t)S(t)dW(t) \quad (2.5)$$

2.5 no'lu gösterimde $\sigma(t)$ oynaklık sürecini, $W(t)$ ise standart Wiener sürecini, diğer bir ifadeyle geometrik Brownian hareketini ifade etmektedir. Deterministik oynaklık modelleri ile stokastik oynaklık modellerinin yoğunluk fonksiyonları karşılaştırıldığında, stokastik oynaklık modellerinde yoğunluk fonksiyonlarının daha kalın kuyruk (fat tails) dağılımlarına izin verdikleri görülmektedir. 2.3 no'lu gösterim aynı zamanda Black-Scholes formülü olarak bilinen “genel fiyatlama” modeli olarak da adlandırılmaktadır.

¹⁰ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, **a.g.e.**, p. 134.

¹¹ Neil Shephard, Torben G. Andersen, **a.g.e.**, p. 235.

¹² Kristina Andersson, “Stochastic Volatility”, **U. U. D. M. Project Report**, 2003: 18, p. 3.

Literatürde stokastik oynaklık modellerine temel oluşturan üç model bulunmaktadır. Bu modeller; Hull-White, Cox-Ingersoll-Ross ve Log Ornstein-Uhlenbeck modelleridir. Bu modellerden Hull-White modeli kesikli zamanı, Cox-Ingersoll-Ross ve Log Ornstein-Uhlenbeck modelleri ise sürekli zamanı dikkate alan modellerdir. Oynaklık belirli bir zaman diliminde düşük seyir sahipken, başka bir dönem boyunca yüksek bir seyir izleyebilmektedir. Bu durum oynaklığın ortalamaya geri dönen (mean reverting) bir süreç şeklinde gerçekleştiğini ifade etmektedir. Yukarıda bahsedilen üç modelden Hull-White modeli ortalamaya geri dönmeyen bir süreç izlerken, Cox-Ingersoll-Ross ve Log Ornstein-Uhlenbeck modelleri ise ortalamaya geri dönen süreçler izlemektedir.

Hull-White, Cox-Ingersoll-Ross ve Log Ornstein-Uhlenbeck modelleri, “Genel Fiyatlama” (General Pricing) modeli olarak bilinen modelin özel durumlarıdır ve bu modeller genel fiyatlama modelinden türetilmiş modellerdir. Bu nedenle Hull-White, Cox-Ingersoll-Ross ve Log Ornstein-Uhlenbeck modellerinin tanıtılmasından önce genel fiyatlama modeline ait özelliklerden bahsedilmesi gerekmektedir. Genel fiyatlama modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir:¹³

$$dS(t) = \alpha S(t)dt + \sigma(t)S(t)dW(t) \quad (2.6)$$

$$\sigma(t) = f(Y(t)) \quad (2.7)$$

$$dY(t) = (a + bY(t))dt + cY(t)dV(t) \quad (2.8)$$

$$dV(t) = \rho dW(t) + \sqrt{1 - \rho^2} dZ(t) \quad (2.9)$$

Yukarıda yer alan modellerde $\sigma(t) = f(Y(t))$ oynaklık sürecini ifade etmektedir. Genel fiyatlama modelinde W ve Z süreçlerinin birbirinden bağımsız W ve V süreçlerinin ise birbiriyle bağımlı olduğu varsayılmaktadır.

¹³ A.e., p. 4.

Hull-White modelinde 2.5 no'lu genel fiyatlama modelinden hareketle geliştirilen kesikli zaman stokastik oynaklık modelidir ve aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} dS(t) &= \alpha S(t) dt + \sigma(t) S(t) dW(t) \\ dY(t) &= bY(t) dt + cY(t) dV(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.6 ile gösterilen Hull-White modelinde oynaklık $\sigma(t) = f(Y(t))$ olarak tanımlanmaktadır ve $f(y) = \sqrt{y}$ olarak ifade edilmektedir. Modelde $b < 0$ olduğu ve W ve V süreçlerinin ise birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca bu modeldeki diğer bir varsayım, $\rho = 0$ olması nedeniyle oynaklığın korelasyonsuz olduğudur.

Kesikli zaman için tek değişkenli stokastik oynaklık modeli aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir:

$$y_t = \sigma_t u_t = \beta \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.7)$$

2.7 no'lu gösterimde, ε_t ve u_t homojen ve benzer dağılıma sahip (i.i.d.) olduğu varsayılan hata terimini göstermektedir. $\log \sigma_t^2$ 'nin birinci mertebeden otoregresif süreç izlemektedir. Genellikle ε_t 'nin standart bir dağılıma sahip olduğu ve varyansının σ_ε^2 olarak bilindiği varsayılmaktadır. Böylece t dağılımı için elde edilen değer, v serbestlik derecesiyle $v/(v-2)$ iken normal dağılım için $\sigma_\varepsilon^2 = 1$ değerini almaktadır. $h_t = \log \sigma_t^2$ olduğu varsayımından hareketle birinci mertebeden stokastik oynaklık modeli aşağıdaki şekilde yazılmaktadır:

$$h_t = \phi h_{t-1} + \eta_t \quad (2.8)$$

Genel olarak stokastik oynaklık modellerinin istatistiksel özellikleri 2.7 no'lu ε_t ile 2.8 no'lu gösterimde yer alan η_t arasındaki ilişki tarafından belirlenmektedir. Aynı durum kesikli zamanı dikkate alan stokastik oynaklık modelleri için de geçerlidir. ε_t ve η_t 'nin eş zamanlı olarak birbirleriyle ilişkili olması diğer bir ifadeyle aralarındaki korelasyonun sıfırdan farklı olması durumu daha önce de belirtildiği gibi asimetrik ilişkinin varlığını, negatif korelasyonlu olması durumu ise kaldıraç etkisinin varlığını ifade etmektedir.

Kesikli zamanı dikkate alan stokastik oynaklık modellerinde üç istatistiksel özellik ön plana çıkmaktadır. Bu özelliklerinden ilki; y_t serisinin martingale fark olduğudur. İkincisi $|\phi| < 1$ koşulu sağlandığı takdirde, oynaklık sürecini ifade eden h_t 'nin durağanlığı y_t 'nin durağanlığına bağlıdır. Üçüncüsü ise eğer η_t normal dağılıma sahipse, beklenen değeri $E[\exp(h_t)] = \exp(\sigma_h^2/2)$ olan lognormal dağılımın özelliklerini izlediği varsayılmaktadır. Burada h_t 'nin varyansı $\sigma_h^2 = \sigma_\eta^2 / (1 - \phi^2)$ olarak ifade edilmektedir. Yukarıda sayılan üç istatistiksel özelliğin geçerliliği ε_t ve η_t 'nin eş zamanlı olarak birbirleriyle ilişkili olmasına bağlıdır.¹⁴

Kesikli zaman stokastik oynaklık modellerinin diğer önemli bir özelliği ise y_t 'nin basıklığı ile ilgilidir. y_t 'nin basıklığı aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\kappa_y = \kappa_\varepsilon \exp(\sigma_h^2) \quad (2.9)$$

2.9 no'lu gösterimde κ_y , y_t 'nin, κ_ε ise ε_t 'nin basıklığını göstermektedir. Buna göre y_t , ε_t 'ye göre daha basık davranışlar sergilemektedir. y_t 'nin ε_t 'ye göre daha basık davranışlar sergilemesi, ε_t 'nin dördüncü momentinin mevcut olması ile

¹⁴ Santiago Pellegrini, Alejandro Rodriguez, **a.g.e.**, 22.09.2011.

mümkün olabilmektedir.¹⁵ ε_t 'ye ait basıklık κ_ε 'nin ölçülebilir olması, $|\phi| < 1$ koşuluna bağlıdır ve böylece model durağansa, oynaklığın dinamik gelişiminde (yayılımında) dördüncü mertebeden momentin varlığını garantilemek için herhangi bir sınırlamaya ihtiyaç duyulmamaktadır. Ayrıca ε_t 'nin simetrik olmasından dolayı y_t 'nin tüm tek momentleri sıfırdır.¹⁶

Diğer taraftan oynaklığın zaman içerisinde değişen bir yapıya sahip olması için ϕ parametresinin artışı karşısında σ_η^2 'nin azalması gerekmektedir.¹⁷ Bu durumda varyans modelinin otoregresif parametresi olarak ifade edilen ϕ ile hata teriminin varyansı olarak ifade edilen σ_η^2 arasında ters yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Bu ters yönlü ilişkinin var olmaması durumunda ise model homoskedastik (sabit varyanslı) özellik göstermektedir.

Stokastik oynaklık modellerinin otokorelasyon fonksiyonları Taylor (1986) tarafından aşağıda gösterildiği şekilde ifade edilmiştir:

$$\rho_2(\tau) = \frac{\exp(\sigma_h^2 \rho_h(\tau)) - 1}{\kappa_\varepsilon \exp(\sigma_h^2) - 1}, \quad \tau \geq 1, \quad \rho_h(\tau) = \phi^\tau \quad (2.10)$$

2.10 no'lu gösterimde $\rho_h(\tau)$, τ mertebeden otokorelasyonu göstermektedir. Taylor (1986) oynaklığın varyansı olan σ_h^2 'nin küçük bir değer alması durumunda ve/veya ϕ parametresinin 1'e yakın bir değer olması durumunda otokorelasyon fonksiyonunun aşağıdaki değere yaklaşacağını ortaya koymuştur:

$$\rho_2(\tau) \equiv \frac{\exp(\sigma_h^2) - 1}{\kappa_\varepsilon \exp(\sigma_h^2) - 1} \phi^\tau \quad (2.11)$$

¹⁵ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, **a.g.e.**, p. 140.

¹⁶ Andrew Harvey, Esther Ruiz, Neil Shephard, **a.g.e.**, p. 249.

¹⁷ Santiago Pellegrini, Alejandro Rodriguez, **a.g.e.**, 22.09.2011.

Otokorelasyon fonksiyonlarının hesaplanmasında 2.7 no'lu modeldeki unsurların kareleri alınıp daha sonra logaritmalarının alınmasıyla doğrusallaştırılan modelden de faydalanılmaktadır:¹⁸

$$\log y_t^2 = \log \beta^2 + h_t + \log \varepsilon_t^2 \quad (2.12)$$

$$\log y_t^2 = \omega + h_t + \xi_t \quad (2.13)$$

2.13 no'lu gösterimde $\omega = \log \beta^2 + E(\log \varepsilon_t^2)$, $h_t = \log \sigma_t^2$ ve $\xi_t = \log \varepsilon_t^2 - E(\log \varepsilon_t^2)$ şeklinde ifade edilmektedir. ε_t normal dağılıma uygunluk gösterdiğinde $\log \varepsilon_t^2$ 'nin ortalaması -1.27 ve varyansı $\pi^2/2 = 4.93$ olmaktadır. Ancak $\log \varepsilon_t^2$ 'nin dağılımı normal olmaktan çok uzaktır ve uzun kuyruklu yüksek bir çarpıklık göstermektedir. Daha genel olarak ε_t 'nin ν serbestlik derecesi t dağılımına uygunluk gösterirse:

$$\varepsilon_t = \zeta_t K_t^{-0.5} \quad (2.14)$$

$$\log \varepsilon_t^2 = \log \zeta_t^2 - \log K_t \quad (2.15)$$

Bu gösterimlerden hareketle $\log \varepsilon_t^2$ 'nin ortalaması $-1.27 - \psi(\nu/2) - \log(\nu/2)$ ve varyansı $4.93 + \psi'(\nu/2)$ olarak elde edilmektedir. $\psi(\cdot)$ digamma fonksiyonudur. Buradan hareketle otokorelasyon fonksiyonu:

$$\rho(\tau) = \frac{\sigma_h^2}{\sigma_h^2 + \sigma_\xi^2} \phi^\tau \quad (2.16)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

¹⁸ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, **a.g.e.**, p. 141.

Sürekli zamanı dikkate alan modellerden biri olan Cox-Ingersoll-Ross modeli ortalamaya geri dönen bir özelliğe sahip olup aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} dS(t) &= \alpha S(t)dt + \sigma(t)S(t)dW(t) \\ dY(t) &= (a + bY(t))dt + c\sqrt{Y(t)}dV(t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.17 no'lu gösterimde diğer modellerde olduğu gibi oynaklık süreci $\sigma(t) = f(Y(t))$ şeklinde ifade edilmektedir. $dV(t) = \rho dW(t) + \sqrt{1 - \rho^2} dZ(t)$ denkleminde hareketle W ve V süreçleri korelasyonlu ancak W ve Z süreçleri korelasyonsuzdur. Bu modelle ilgili diğer bir varsayım ise ancak $a > 0$ ve $b < 0$ olduğu durumda model ortalamaya geri dönen bir süreç izlemektedir.

Log Ornstein-Uhlenbeck modeli ise yine sürekli zamanı dikkate alan ve ortalamaya geri dönen özelliğe sahip olan bir modeldir:

$$\begin{aligned} dS(t) &= \alpha S(t)dt + \sigma(t)S(t)dW(t) \\ dY(t) &= (a + bY(t))dt + c dV(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Bu modelde oynaklık süreci $f(y) = e^y$ olduğu durumda $\sigma(t) = f(Y(t))$ şeklinde ifade edilmektedir. Log Ornstein-Uhlenbeck modelinde de $dV(t) = \rho dW(t) + \sqrt{1 - \rho^2} dZ(t)$ denkleminde hareketle W ve V süreçleri korelasyonlu ancak W ve Z süreçleri korelasyonsuzdur.

2.3. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLILIK MODELLERİ

Çalışmanın bu kısmında literatürde yer alan stokastik oynaklık modelleri anlatılmaktadır. Taylor (1986) tarafından ortaya konulan stokastik oynaklık modeli daha sonra geliştirilerek literatüre birçok stokastik oynaklık modeli kazandırılmıştır.

Stokastik oynaklık modellerinden bu kısımda “İki faktörlü stokastik oynaklık modeli”, “Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeli”, “Eşik değerli stokastik oynaklık modeli”, “Ortalamada stokastik oynaklık modeli”, “Uzun hafızalı stokastik oynaklık modeli” ve “Asimetrik stokastik oynaklık modeli” incelenmektedir.

2.3.1. İki Faktörlü Stokastik Oynaklık Modeli

Gallant vd. (1999)¹⁹ ve Alizadeh vd. (2002)²⁰ tarafından geliştirilen iki faktörlü stokastik oynaklık modelinde, Taylor (1986) tarafından ortaya konulan temel stokastik oynaklık modelinden farklı olarak iki adet gözlenemeyen stokastik oynaklık süreci (değişkeni) bulunmaktadır. Finansal zaman serilerinin en önemli özelliklerinden Gaussyan olmama özelliğini kapsayan bir yaklaşım ikinci bir oynaklık faktörünü dikkate almaktır.²¹

Stokastik oynaklık modellerinde gözlemlenen ε_t hata teriminin normal dağılıma uygunluk göstermeme durumu karşısında hata teriminin t dağılımına uygunluk gösterdiği varsayılmaktaydı. t dağılımı, ters gamma dağılımı izleyen stokastik varyans ile normal dağılımın bir karışımı olarak değerlendirilmektedir. Bundan dolayı t dağılımına uygunluk gösteren hataları içeren stokastik oynaklık modeli, birbirinden bağımsız iki oynaklık süreçli stokastik oynaklık modeli olarak değerlendirilebilmektedir.²²

İki faktörlü stokastik oynaklık modeline ait oynaklık denklemlerinin stokastik fark denklemleri ile gösterimi aşağıdaki gibidir²³:

¹⁹ A. Ronald Gallant, Chien-Te Hsu, George Tauchen, “Using Daily Range Data to Calibrate Volatility Diffusions and Extract the Forward Integrated Variance”, **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 81, No: 4, 1999, pp. 617-631.

²⁰ Sassan Alizadeh, Michael W. Brandt, Francis X. Diebold, “Range –Based Estimation of Stochastic Volatility Models”, **The Journal of Finance**, Vol. 57, No: 3, 2002, pp. 1047-1091.

²¹ Garland B. Durham, “Monte Carlo Methods for Estimating, Smoothing and Filtering One and Two Factor Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 133, No: 1, 2006, p. 281.

²² Roman Liesenfeld, Jean-François Richard, “Univariate and Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and Diagnostics”, **Journal of Empirical Finance**, Vol. 10, No: 4, 2003, p. 522.

²³ A. Ronald Gallant, Chien-Te Hsu, George Tauchen, **a.g.e.**, p. 617.

$$\begin{aligned} dU_{1t} &= \alpha_{10}dt + \beta_{10} \exp(U_{2t}) dW_{1t} \\ dU_{2t} &= \alpha_{22}U_{2t}dt + (\beta_{20} + \beta_{22}U_{2t}) dW_{2t} \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.19 no'lu gösterimde bulunan ilk denklem finansal zaman serisinin açılımını göstermektedir. Bu denklem aynı zamanda $\alpha_{10}dt$ gibi bir sapma bileşeninin varlığına izin vermektedir. Denklemlerde yer alan W_{1t} ve W_{2t} süreçleri birbirinden bağımsız Brownian hareketlerini ifade etmektedir. U_{1t} ve U_{2t} süreçleri ise birbirinden bağımsız stokastik oynaklık süreçlerini göstermektedir.

İki faktörlü stokastik oynaklık modelinin ekonometrik modeller şeklinde gösterimi ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned} y_t &= \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \alpha + h_{1t} + h_{2t} \\ h_{1t} &= \gamma + \phi_1 h_{1t-1} + \eta_{1t} \\ h_{2t} &= \phi_2 h_{2t-1} + \eta_{2t} \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.20 no'lu gösterimde yer alan ε_t , η_{1t} ve η_{2t} birbirinden bağımsız sıfır ortalamalı ve birim varyanslı tesadüfî değişkenlerdir. 2.20 no'lu gösterim incelendiğinde koşullu oynaklığın h_{1t} ve h_{2t} gibi birbirinden bağımsız iki oynaklık faktörü tarafından belirlendiği görülmektedir. İki faktörlü stokastik oynaklık modelinde koşullu oynaklık dinamiklerinin birbirinden bağımsız iki faktör tarafından belirlenmesine izin verilmektedir.²⁴ İlk oynaklık faktörü (süreci) yüksek oranda sürekli (kalıcı) özellik göstermekte olup oynaklık kümelerini kapsamaktadır ve oynaklığın tüm düzeylerini kontrol etmektedir. İkinci oynaklık faktörü (süreci) ise daha az sürekli özellik göstermektedir. İkinci oynaklık sürecinin öncelikli görevi daha ziyade y_t değişkeninin dağılımının şeklini kontrol etmektir.²⁵ Ayrıca ikinci

²⁴ Adam Clements, Stan Hurn, Scott White, "Estimating Stochastic Volatility Models Using a Discrete Non-Linear Filter", **National Centre for Econometric Research Working Paper #3**, 2006, p. 20.

²⁵ Garland B. Durham, **a.g.e.**, p. 281.

faktör yapısı oynaklıkta meydana gelen geçici şoklar ile y_t değişkeninin dağılımının kuyruk davranışları arasındaki bağlantıyı sağlamaktır.²⁶

İki faktörlü stokastik oynaklık modelinde y_t değişkeninin durağanlığının sağlanabilmesi için $|\phi_1| < 1$ ve $|\phi_2| < 1$ koşullarının yerine gelmesi gerekmektedir. İkinci oynaklık faktörü olarak ifade edilen h_{2t} 'ye ait denklemde sabit terimin yer almaması belirlenebilirlik (tanımlanabilirlik) sorunu ortaya çıkarmaktadır. Tam anlamıyla bir belirlenebilirlik için ek bir koşul olarak $\phi_1 > \phi_2$ kısıtı tanımlanmaktadır.²⁷ Bu modelde $\phi_1 > \phi_2$ koşulu sağlandığı müddetçe birinci oynaklık faktörü olan h_{1t} uzun dönem oynaklık bileşeni, h_{2t} ise kısa dönem oynaklık bileşeni olarak nitelendirilmektedir. Ayrıca $\phi_2 = 0$ ve $\eta_{2t} \rightarrow 0$ olduğu durumda ikinci oynaklık faktörü ortadan kalkmakta ve iki faktörlü stokastik oynaklık modeli temel stokastik oynaklık modeline dönüşmektedir.

Alizadeh vd. (2002) ve Liesenfeld ve Richard (2003) tarafından bir adet latent faktörün koşullu oynaklığı açıklamaya çalıştığı temel stokastik oynaklık modeliyle karşılaştırıldığında, iki faktörlü stokastik oynaklık modelinin ampirik sonuçları itibariyle daha başarılı bir model olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.3.2. Doğrusal Olmayan Stokastik Oynaklık Modeli

Yu vd. (2006)²⁸ tarafından geliştirilen doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeli Box-Cox dönüştürmelerini temel almaktadır. Taylor (1986) tarafından ortaya konulan klasik stokastik oynaklık modelinde logaritmik olarak ifade edilen oynaklığın birinci mertebeden otoregresif AR(1) süreci izlediği varsayılmaktadır. Ancak Yu vd. (2006) kullanılan veri seti dolayısıyla bu durumun her zaman mümkün

²⁶ Adam Clements, Stan Hurn, Scott White, **a.g.e.**, p. 21.

²⁷ Roman Liesenfeld, Jean-François Richard, **a.g.e.**, p. 523.

²⁸ Jun Yu, Zhenlin Yang, Xibin Zhang, "A class of nonlinear stochastic volatility models and its implications for pricing currency options", **Computational Statistics & Data Analysis**, Vol. 51, No: 4, 2006, pp. 2218-2231.

olamayacağını belirtmişlerdir. Logaritmik oynaklığın birinci mertebeden otoregresif süreç izlediği varsayımına genel bir yaklaşım olarak, oynaklığın doğrusal olmayan yumuşak (smooth) bir fonksiyonun birinci mertebeden otoregresif süreç izlemesine izin veren doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeli geliştirilmiştir.

Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeline ait gösterim aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= [g(h_t, \delta)]^{1/2} \varepsilon_t \\ h_t &= \mu + \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.21 no'lu gösterimde h_t fonksiyonu $h_t = h(\sigma_t^2, \delta)$ olarak tanımlanmaktadır. $g(h_t, \delta)$ ise ters Box-Cox transformasyonunu ifade etmektedir. Bu fonksiyona ait durum aşağıda gösterilen kısıtlara göre belirlenmektedir:

$$g(h_t, \delta) = \begin{cases} (1 + \delta h_t)^{1/\delta}, & \text{eğer } \delta \neq 0 \text{ ise} \\ \exp(h_t), & \text{eğer } \delta = 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (2.22)$$

2.22 no'lu gösterimde görüldüğü üzere $g(h_t, \delta)$ fonksiyonu, δ parametresinin sıfırdan farklı olup olmamasına göre belirlenmektedir.

Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeline ait diğer bir gösterim ise şu şekildedir:

$$\frac{(\sigma_t^2)^\delta - 1}{\delta} = \mu + \phi \left(\frac{\sigma_{t-1}^2 - 1}{\delta} \right) + \eta_t \quad (2.23)$$

Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modelinin istatistiksel özellikleri incelendiğinde klasik stokastik oynaklık modelinin istatistiksel özellikleri ile benzerlik gösterdiği anlaşılmaktadır. Doğrusal olmayan stokastik oynaklık

modelinde de $\phi < 1$ olduğu takdirde h_t süreci durağan bir süreç olmaktadır. h_t 'nin beklenen değeri diğer bir ifadeyle ortalaması $E(h_t) = \mu$, varyansı ise $\sigma_h^2 = Var(h_t) = \frac{\sigma^2}{1-\phi}$ şeklindedir. Oynaklık sürecine ait otokorelasyon fonksiyonu ise $\rho(l) = Corr(h_t, h_{t-l}) = \phi^l$ formülü ile elde edilmektedir.

Ayrıca y_t süreci de iki durağan sürecin çarpımı olarak ifade edildiğinden durağandır ve σ_t^2 negatif değerler almamaktadır. Ancak $\delta = 0$ değilse ve $1/\delta$ değeri çift bir tamsayı olarak elde edilemiyorsa η_t normal dağılıma uygunluk göstermemektedir. Bu durum Box-Cox dönüştürmelerindeki kesme (truncation) sorunundan kaynaklanmaktadır ve bu kesme sorunu $\delta\sigma_h / (1 + \delta\mu)$ değeri küçükse göz ardı edilebilmektedir.

Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modelinin en önemli özellikleri şunlardır:²⁹

- Klasik stokastik oynaklık modeli ve diğer bilinen stokastik oynaklık modelleri doğrusal olmayan stokastik oynaklık modelinin özel halleridir.
- Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modeli fonksiyonel form açısından büyük bir esnekliğe sahiptir.
- Klasik oynaklık modelinden sapma durumuna ait derecesine ait bir ölçü belirleyebilmektedir.
- Klasik stokastik oynaklık modeli için $H_0 : \delta = 0$ hipotezinin test edilmesi gibi basit bir test imkânı sunmaktadır.

²⁹ Jun Yu, Zhenlin Yang, Xibin Zhang, **a.g.e.**, p. 2220.

Bu yaklaşımın en büyük avantajlarından biri finansal piyasalara gelen olumlu ya da olumsuz haber sayısının ortalama olarak belirlenebilmesidir. Piyasada gün içinde oynaklıkların yaşanmasının en temel nedeni, piyasaya yeni bilgi girişlerinin yaşanmasıdır. Bu bilgi girişlerinin ortalama olarak sayısının belirlenebilmesi amacıyla aşağıdaki şekilde bir Box-Cox dönüşürmesi yazılabilmektedir:

$$\sigma_t^2 = \left(1 + \frac{h_t}{m}\right)^m = \prod_{i=1}^m (1 + h_{it}) \quad (2.24)$$

2.24 no’lu gösterimde $m = 1/\delta$ olarak hesaplanmaktadır ve gün başına piyasaya yeni bilgi girişlerinin ortalama sayısını göstermektedir. h_{it} ise gün içi oynaklık hareketlerinin birbirini izleyen sırası olarak ifade edilmektedir. Doğrusal olmayan stokastik oynaklık modelinde δ ’nin alacağı pozitif değerlerle piyasaya yeni bilgi girişinin ortalama sayısı belirlenebilecektir. Örneğin δ , 0.25 değerini aldığı anda piyasaya ortalama olarak günde 4 defa yeni bilgi girişi gerçekleşecektir.³⁰

2.3.3. Eşik Değerli Stokastik Oynaklık Modeli

Çalışmanın bu kısmında stokastik oynaklık modellerinden eşik değerli (threshold) stokastik oynaklık modeli anlatılmaktadır. Finansal zaman serilerinde asimetric davranışların varlığı birçok ampirik ve teorik çalışmanın konusu olmuştur. Bilindiği üzere finansal piyasalar, gerek ulusal gerekse uluslararası düzeyde meydana gelen olumlu ve olumsuz gelişmelerden etkilenmektedir. Genel görüş, finansal zaman serilerindeki oynaklık üzerinde olumsuz haberlerin olumlu haberlere oranla daha etkili olduğu yönündedir. Bu durum asimetri olarak ifade edilen durumdur ve ayrıca “kaldıraç etkisinin” bir göstergesi olarak nitelendirilmektedir. Stokastik oynaklık modeli kapsamında, oynaklık üzerinde etkisi bulunan asimetric davranışları dikkate alan yaklaşımlardan birisi eşik değerli (threshold) stokastik oynaklık modelidir. Stokastik oynaklık literatüründe asimetric davranışları dikkate alan farklı modeller de bulunmaktadır, bu yaklaşımlara çalışmada “asimetric stokastik oynaklık

³⁰ A.e., p. 2222.

modeli” başlığı altında yer verilmektedir. Asimetrik ilişkilerin varlığına ilk olarak literatürde Harvey ve Shephard (1996)³¹ tarafından yapılan çalışmayla değinilmiştir.

Birçok çalışma varyansın geçmiş döneme ait getirilerden asimetrik olarak etkilendiğini göstermektedir. Bu asimetrik etkinin ortaya çıkmasının nedeni varyansın, olumlu haberlere kıyasla olumsuz haberler karşısında daha yüksek olma eğiliminden kaynaklanmaktadır.³² Finansal piyasalarda finansal zaman serilerinin pozitif ve negatif şoklara karşı asimetrik tepkiler gösterdiği büyük bir kanıttır.³³

Eşik değerli stokastik oynaklık modeline ait literatür incelendiğinde bu modele ilişkin ilk çalışmanın Breidt (1996)³⁴ tarafından yapıldığı anlaşılmaktadır. Ancak Breidt (1996) tarafından yapılan çalışma yetersiz kalmış ve eşik değerli stokastik oynaklık modeli, literatürde So vd. (2002) tarafından geliştirilen model ile yerini almıştır.

So vd. (2002) tarafından geliştirilen eşik değerli stokastik oynaklık modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$r_t = \psi_{0s_t} + \psi_{1s_t} r_{t-1} + y_t \quad (2.25)$$

$$y_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (2.26)$$

$$\log h_{t+1} = \alpha_{s_{t+1}} + \phi_{s_{t+1}} \log h_t + \eta_t \quad \eta_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.27)$$

$$s_t = \begin{cases} 0, & \text{eğer } r_{t-1} < 0 \text{ ise} \\ 1, & \text{eğer } r_{t-1} \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

³¹ Andrew C. Harvey, Neil Shephard, “Estimation of a Asymmetric Stochastic Volatility Model for Asset Returns”, **Journal of Business and Economics Statistics**, Vol. 14, No: 4, 1996, pp. 429-434.

³² Mike K. P. So, W. K. Li, K. Lam, “A Threshold Stochastic Volatility Model”, **Journal of Forecasting**, Vol. 21, No: 7, 2002, p. 474.

³³ Cathy W. S. Chen, F. C. Liu, Mike K. P. So, “Heavy-Tailed-Distributed Threshold Stochastic Volatility Models in Financial Time Series”, **Australian & New Zealand Journal of Statistics**, Vol. 50, No: 1, 2008, p. 30.

³⁴ F. Jay Breidt, “A Threshold Autoregressive Stochastic Volatility Model”, **VI Latin American Congress of Probability and Mathematical Statistics (CLAPEM)**, 1996, pp. 1-20.

Yukarıda gösterimlerden 2.25 no'lu gösterimde yer alan ψ_0 ve ψ_1 parametrelerinin Taylor (1986) tarafından geliştirilen klasik stokastik oynaklık modelinde bulunmadığı varsayılmaktadır. Eşik değerli stokastik oynaklık modeline ait denklemlerde yer alan ε_t ve η_t hata terimlerinin birbirleriyle ilişkisiz olduğu varsayılmaktadır.

Olumsuz haberlere bağlı olarak $t-1$ zamanda fiyatlarda beklenmeyen bir düşüş yaşandığında $r_{t-1} < 0$ ve dolayısıyla $s_t = 0$ olmaktadır. Diğer taraftan $t-1$ zamanda olumlu haberlerin varlığında ise $r_{t-1} \geq 0$ ve $s_t = 1$ olmaktadır. Eşik değerli stokastik oynaklık modelinde yer alan ψ_0 , ψ_1 , α ve β parametreleri varlık fiyatlarındaki düşüş ve yükseliş ile ilgili olan iki rejim arasında geçiş sağlamaktadır.³⁵

So vd. (2002) tarafından geliştirilen eşik değerli stokastik oynaklık modelinde geçmiş dönem varyansın bugünkü varyans üzerindeki etkisini ölçen parametre ϕ_{s_t} parametresidir. $\phi_0 > \phi_1$ olması fiyat düşüşleri sonrasında geçmiş dönem oynaklık bugünkü oynaklık üzerinde daha büyük etkiye sahip olmaktadır. Böyle bir durumda geçmiş dönem varyanstaki olumsuz haberlerin piyasa tarafından emilmesinin daha uzun süreceği beklenmektedir.

So vd. (2002) tarafından ortaya konulan model, aslında sıfır eşik değeri ile koşullu ortalama spesifikasyonuna ve koşullu oynaklık dinamikleri için eşik değerli spesifikasyona sahip olan bir SETAR (Self-Exciting Threshold Autoregressive Model) modelidir. Bu model klasik SETAR modelini, oynaklık dinamiklerinin geçmiş dönem getirilerinin işaretine bağlı olarak belirlendiği bir stokastik oynaklık modeline dönüştürmektedir.³⁶

³⁵ Mike K. P. So, W. K. Li, K. Lam, **a.g.e.**, p. 476.

³⁶ Daniel R. Smith, "Asymmetry in Stochastic Volatility Models: Threshold or Correlation?", **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, Vol. 13, No:1, 2009, p. 3.

So vd. (2002) tarafından ortaya konulan eşik değerli stokastik oynaklık modelindeki eksikliklerden hareketle Chen vd. (2008) tarafından farklı bir eşik değerli stokastik oynaklık modeli geliştirilmiştir. Chen vd. (2008) tarafından geliştirilen modeli ile So vd. (2002)'ne ait eşik değerli stokastik oynaklık modeli arasındaki en belirgin farklardan ilki, eşik değerın göstergesi olarak ifade edilen dışsal bir değişkenin ortalama modeline dâhil edilmiş olmasıdır. İkincisi ise ortalama modeline ait hata teriminin, finansal zaman serilerindeki sivri kuyruk özelliklerini dikkate alması nedeniyle standart t dağılımına uygunluk gösterdiğinin varsayılmasıdır.

Bu yaklaşıma ait eşik değerli stokastik oynaklık modeline ait gösterim aşağıdaki şekildedir:³⁷

$$R_t = (\psi_0 + \delta_0 s_t) + \sum_{i=1}^p (\psi_1 + \delta_1 s_t) R_{t-i} + \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^{q_k} (\phi_{k,j} + \gamma_{k,j} s_t) x_{k,t-j} + y_t \quad (2.28)$$

$$y_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim t_v(0,1) \quad (2.29)$$

$$\log h_{t+1} = (\alpha_0 + \beta_0 s_{t+1}) + \sum_{k=1}^g (\alpha_k + \beta_k s_{t+1}) \log h_{t+1-k} + \eta_t \quad \eta_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (2.30)$$

$$s_t = \begin{cases} 0, & \text{eğer } z_{t-d} < r \text{ ise} \\ 1, & \text{eğer } z_{t-d} \geq r \text{ ise} \end{cases}$$

Yukarıdaki gösterimlerde yer alan p ve g sırasıyla ortalama ve varyans denklemlerine ait otoregresif süreçlerin mertebelerini ifade etmektedir. Ayrıca m dışsal değişken sayısını, q_k ise k . dışsal değişkenin gecikmesini göstermektedir. Eşik değeri r ve d gecikme parametreleri bilinmeyen parametrelerdir. Eşik değeri değişkeni olan z_{t-d} , R_t 'nin geçmiş değeri olabileceği gibi finansal endeks, faiz oranı vb. başka bir dışsal değişken de olabilmektedir.

³⁷ Cathy W. S. Chen, F. C. Liu, Mike K. P. So, **a.g.e.**, p. 31.

Eşik değerli stokastik oynaklık modeline ait literatürde yer alan son model Huang (2009)³⁸ tarafından geliştirilen modeldir. Huang (2009) klasik stokastik oynaklık modelini, iç ve dış şokların oynaklık dinamiklerinin eşik değerli doğrusal olmama durumu üzerindeki etkisini dikkate alarak geliştirmiştir. Bu modelde diğer eşik değerli stokastik oynaklık modellerinden farklı olarak iç ve dış piyasalarda (faktörlerde) meydana gelen gelişmeler doğrudan eşik değer olarak kabul edilmektedir.

Huang (2009) tarafından geliştirilen eşik değerli stokastik oynaklık modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (2.31)$$

$$h_t = \mu + \phi h_{t-1} + \beta_1 y_{t-1} I_{y_{t-1} > 0} + \beta_2 y_{t-1} I_{y_{t-1} \leq 0} + \beta_3 x_{t-1} I_{x_{t-1} > 0} + \beta_4 x_{t-1} I_{x_{t-1} \leq 0} + \eta_t \quad \eta_t \sim N(0,1) \quad (2.32)$$

2.32 no'lu gösterimde yer alan y_t , iç piyasayı (faktörü) x_t dış piyasayı (faktörü) ifade etmektedir. $I_{\{\cdot\}}$ ise gösterge fonksiyonudur. Bu gösterimlerde örneğin $y_{t-1} > 0$ ise gösterge fonksiyonu $I_{y_{t-1} > 0}$ gösterimine sahip olmaktadır. Bu modelde β_1 ve β_2 parametreleri iç piyasa şoklarına ait eşik değer bağlı doğrusal olmama durumunu ifade etmek için kullanılmaktadır. β_3 ve β_4 parametreleri ise dış piyasadan kaynaklanan eşik değere bağlı doğrusal olmama durumunu dikkate almak için kullanılmaktadır.³⁹

³⁸ Shian-Chang Huang, "Threshold and Leverage Effects of Major Asian Stock Markets Based on Stochastic Volatility Models", **International Research Journal of Finance and Economics**, No: 27, 2009, pp. 106-116.

³⁹ A.e., p. 108.

2.3.4. Ortalamada Stokastik Oynaklık Modeli

Ortalamada stokastik oynaklık (stochastic volatility in mean) modeli Koopman ve Uspensky (2002)⁴⁰ tarafından literatüre kazandırılan bir stokastik oynaklık modelidir. Bu modelin amacı oynaklığın etkisinin ortalama denklemine dâhil edilmesidir. Koopman ve Uspensky (2002) de klasik stokastik oynaklık modelinden faydalananarak ortalama stokastik oynaklık modelini geliştirmişlerdir.

Ortalamada stokastik oynaklık modeli aşağıda gösterildiği şekildedir:⁴¹

$$\begin{aligned} y_t &= d\sigma^{*2} \exp(h_t) + \sigma^* \exp(0.5h_t) \varepsilon_t \\ h_t &= \phi h_{t-1} + \sigma_\eta \eta_t \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.33 no'lu gösterimde yer alan d parametresi ortalama denklemine dâhil edilen oynaklık etkisini ölçmeye yarayan parametredir. Bununla birlikte d parametresi, getiri ile oynaklık arasındaki ilişkiyi ve aynı zamanda oynaklıktaki geri besleme etkisini ölçmektedir.⁴² Ortalamada stokastik oynaklık modelinde yer alan ε_t ve η_t hata terimleri standart normal dağılıma sahip birbirleriyle ilişkisiz ve otokorelasyonsuz hata terimleridir. h_t değişkeni ise birinci mertebeden durağan olan ve otoregresif süreç izleyen latent değişkendir.

Ortalamada stokastik oynaklık modelinde d parametresi üzerinden getiriye ait beklenen bileşenler ile oynaklık arasındaki ilişki ölçülebilirken; stokastik oynaklık modelinin yapısı gereği getirinin beklenmeyen bileşenleri ile oynaklık arasındaki ilişki de ölçülebilmektedir. Ortalamada stokastik oynaklık modelinin sahip olduğu bu

⁴⁰ Siem Jan Koopman, Eugenie Hol Uspensky, "The Stochastic Volatility in Mean Model: Empirical Evidence from International Stock Markets", **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 17, No: 6, 2002, pp. 667-689.

⁴¹ **A.e.**, p. 672.

⁴² Yeliz Yalçın, "Stokastik Oynaklık Modeli ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Kaldıraç Etkisinin İncelenmesi", **Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, C. 22, No: 2, 2007, s. 361.

özellik ile deterministik modeller olarak nitelendirilen GARCH-M ve ARCH-M modellerinden ayrılmaktadır.

2.3.5. Uzun Hafızalı Stokastik Oynaklık Modeli

Uzun hafızalı stokastik oynaklık modeli literatüre ilk olarak Breidt vd. (1998)⁴³ tarafından geliştirilen bir model sayesinde kazandırılmıştır. Uzun hafızalı stokastik oynaklık modeli bir otoregresif kesirli bütünleşik hareketli ortalama (ARFIMA) sürecinin klasik stokastik oynaklık modeli yapısının içerisine dâhil edilmesiyle oluşturulan bir modeldir.⁴⁴ Bu modelde de klasik stokastik oynaklık modelinde olduğu gibi ortalama ve varyans denklemlerinin hata terimleri bulunmaktadır ve oynaklık süreci ARFIMA sürecine uygunluk göstermektedir.

Uzun hafızalı stokastik oynaklık modeline ait gösterim aşağıdaki gösterildiği şekildedir:

$$\begin{aligned} y_t &= \sigma_t \varepsilon_t \\ \sigma_t &= \sigma \exp(h_t / 2) \quad \sigma > 0 \end{aligned} \tag{2.34}$$

2.34 no'lu gösterimde yer alan ve oynaklık sürecini ifade eden h_t 'nin ε_t 'den bağımsız olduğu varsayılmaktadır. ε_t , sıfır ortalamalı birim varyanslıdır. Uzun hafızalı stokastik oynaklık modelinde h_t durağan bir uzun hafızalı süreç olarak ifade edilmektedir. Diğer bir ifadeyle h_t ARFIMA(p,d,q) süreci izlemektedir.

Klasik stokastik oynaklık modeli için yapılan logaritmik dönüşümler bu modeli için de uygulandığında;

⁴³ F. Jay Breidt, Nuno Crato, Pedro de Lima, "The Detection and Estimation of Long Memory in Stochastic Volatility", **Journal of Econometrics**, Vol. 83, No: 1-2, 1998, pp. 325-348.

⁴⁴ A.e., p. 326.

$$\begin{aligned}
x_t &= \log y_t^2 = \log \sigma^2 + E(\log \varepsilon_t^2) + h_t + (\log \varepsilon_t^2 - E(\log \varepsilon_t^2)) \\
x_t &= \mu + h_t + u_t
\end{aligned} \tag{2.35}$$

2.35 no'lu gösterimde x_t süreci, kendi beklenen değeri μ , uzun hafızalı Gaussian süreci olan h_t ve u_t sürecinin toplamı olarak ifade edilmektedir. u_t için literatürde iki farklı varsayım bulunmaktadır; ilki u_t 'nin standart normal dağılıma uygunluk gösterdiği, ikincisi ise v serbestlik derecesi ile normalleştirilmiş t dağılımına uygunluk gösterdiği'dir.⁴⁵

Oynaklık süreci h_t 'nin uzun hafızalı kesirli bütünleşik bir süreç olmasından hareketle oynaklık sürecini ARFIMA(p,d,q) modeli aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\Phi(B)(1-B)^d h_t = \Theta(B)\eta_t \quad \eta_t \sim iidN(0, \sigma_\eta^2) \tag{2.36}$$

2.36 no'lu gösterimde B gecikme operatörü, $\Phi(B)$ ve $\Theta(B)$ ise sırasıyla birim çember dışında kalan tüm köklere ait p ve q mertebeleridir. Kesirli bütünleşmenin mertebesini ifade eden d 'nin alabileceği değer aralığı için literatürde farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Hurvich ve Soulier (2009)⁴⁶ ve Deo vd. (2006) d 'nin 0 ile 0.5 aralığında yer alabileceğini belirtirken, Breidt vd. (1998) ise -0.5 ile 0.5 aralığında yer alacağını ifade etmektedir.

Uzun hafızanın test edilmesinde başka bir ifadeyle d 'nin belirlenmesinde Geweke ve Porter-Hudak (1983)⁴⁷ tarafından geliştirilen test kullanılmaktadır. Bu

⁴⁵ Rohit Deo, Clifford Hurvich, Yi Lu, "Forecasting Realized Volatility Using a Long Memory Stochastic Volatility Model: Estimation, Prediction and Seasonal Adjustment", **Journal of Econometrics**, Vol. 131, No: 1-2, 2006, p. 30.

⁴⁶ Clifford M. Hurvich, Philippe Soulier, "Stochastic Volatility Models with Long Memory", **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by. Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 345-354.

⁴⁷ John Geweke, Susan Porter-Hudak, "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 4, No: 4, 1983, pp. 221-238.

testte sıfır hipotezde yer alan kısa hafızanın varlığı hipotezine karşın alternatif hipotezde uzun hafızanın varlığı hipotezi sınanmaktadır.⁴⁸

2.3.6. Asimetrik Stokastik Oynaklık Modeli

Asimetrik stokastik oynaklık modeli diğer stokastik oynaklık modelleri ile karşılaştırıldığında literatürde en fazla ilgi gören ve üzerinde en çok çalışılan model olarak karşımıza çıkmaktadır. Asimetrik stokastik oynaklık modeline olan ilginin nedeni, olumsuz olarak nitelenen haberlerin herhangi bir finansal varlığın oynaklığını olumlu haberlere oranla daha fazla arttırdığı görüşüdür. Bu görüş stokastik oynaklık modelleri literatüründe daha “rasyonel” olarak değerlendirilmektedir.

Piyasalarda işlem gören herhangi bir firmaya ait hisselerin fiyatını düşüren ve bu düşüşten dolayı da borç/öz kaynak (finansal kaldıraç) oranını arttıran olumsuz bir haberin varlığı firmayı daha riskli hale getirmektedir ve gelecekte beklenen oynaklığın artmasına neden olmaktadır.⁴⁹ Buna göre finansal varlığın getirisinde meydana gelen aynı şiddetteki olumsuz ve olumlu şoklardan, olumsuz olanının ardından ortaya çıkan oynaklıktaki mutlak değişme, olumlu bir şoktan sonra ortaya çıkan oynaklıktaki mutlak değişmeden daha yüksektir.⁵⁰ Bu durum literatürde asimetrik oynaklık olarak adlandırılmaktadır.

Asimetrik oynaklık, finansal krizlerin yaşandığı dönemlerde hisse senedi fiyatlarındaki büyük düşüşler nedeniyle piyasa oynaklığında ortaya çıkan anlamlı bir artışla birlikte daha belirgin olarak gözlenmektedir.⁵¹ Asimetrik oynaklık kavramında hisse senedi fiyatları (getirileri) ile koşullu varyans (oynaklık) arasında negatif korelasyonlu bir ilişki bulunmaktadır. Bu ilişkinin tanımlanmasında literatürde “kaldıraç etkisi” kavramı da kullanılmaktadır. Asimetrik oynaklık ile kaldıraç etkisi

⁴⁸ F. Jay Breidt, Nuno Crato, Pedro de Lima, **a.g.e.**, p. 331.

⁴⁹ Jun Yu, “On Leverage in a Stochastic Volatility Model”, **Journal of Econometrics**, Vol. 127, No: 2, 2005, p. 167.

⁵⁰ Faruk Selçuk, “Asymmetric Stochastic Volatility in Emerging Markets”, **Applied Financial Economics**, Vol. 15, No: 12, 2005, p. 867.

⁵¹ Guojun Wu, “The Determinants of Asymmetric Volatility”, **The Review of Financial Studies**, Vol. 14, No: 3, 2001, p. 837.

kavramları birbiri yerine geçen kavramlar olarak bilinmektedir. Bu nitelendirmenin nedeni finansal varlık fiyatlarında meydana düşüşler sonrasında borç / öz kaynak (kaldıraç) oranının yükselerek finansal varlığa ait oynaklığın artmasıdır ki bu oynaklık asimetrik oynaklık olara ifade edilmektedir. Başka bir ifadeyle kaldıraç etkisinin ortaya çıkması asimetrik oynaklığı da beraberinde getirmektedir. Piyasalarda meydana gelen oynaklığın fiyatlanması ardından oynaklıktaki beklenen bir artış gerekli öz kaynak getirisini yükseltmekte bu yükseliş ise finansal varlık fiyatlarında ani düşüşlere yol açmaktadır. Bu durum literatürde “oynaklığın geri besleme etkisi” olarak adlandırılmaktadır.

Yukarıda belirtildiği üzere asimetrik stokastik oynaklık modeli literatürde çok fazla ilgi uyandıran bir model olmuştur. Bu nedenle asimetrik stokastik oynaklık modeli çerçevesinde literatürde yazarlarca geliştirilen birçok model bulunmaktadır. Asimetrik stokastik oynaklık modeli ilk kez Harvey ve Shephard (1996) tarafından geliştirilmiş bir stokastik oynaklık modelidir. Harvey ve Shephard (1996) asimetrik stokastik oynaklık modelinde Kalman filtresi kullanılarak elde edilen oynaklık ile getiri serisinin işaretini ilişkilendirmişlerdir.⁵²

Asimetrik stokastik oynaklık modeli de klasik stokastik oynaklık modelinde olduğu gibi stokastik fark denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde gösterilebilmektedir:

$$\begin{aligned} ds(t) &= \sigma(t) dB_1(t) \\ d \ln \sigma^2(t) &= \alpha + \beta \ln \sigma^2(t) dt + \sigma_v dB_2(t) \end{aligned} \quad (2.37)$$

2.37 no’lu gösterimde yer alan $s(t)$ logaritmik varlık fiyatını, $B_1(t)$ ve $B_2(t)$ Brownian hareketleri, $\sigma^2(t)$ ise oynaklığı ifade etmektedir. Bu denklemde asimetrik oynaklık $\text{corr}(dB_1(t), dB_2(t)) = \rho$ ifadesinin gerçekleşmesiyle ortaya çıkmaktadır. Diğer bir ifadeyle $B_1(t)$ ve $B_2(t)$ süreçleri arasındaki korelasyon

⁵² Jun Yu, **a.g.e.**, p. 167.

sıfırdan farklıysa bu durum asimetrik oynaklığın varlığı olarak ifade edilmektedir. Ayrıca $\rho < 0$ olması durumu da kaldıraç etkisinin göstergesidir.

Harvey ve Shephard (1996) tarafından geliştirilen asimetrik stokastik oynaklık modeline ait gösterim ile klasik stokastik oynaklık modeline ait gösterim aynı şekildedir. Asimetrik stokastik oynaklık modelinde ε_t ile varyans modelinin hata terimi η_t arasındaki korelasyonun sıfırdan farklı olmasına izin verilmektedir. Bu iki hata terimi korelasyon ilişkisi, $\text{corr}(\varepsilon_t, \eta_t) = \rho$ şeklinde gösterilmektedir. Harvey ve Shephard (1996) asimetrik oynaklığın varlığını $\text{corr}(\varepsilon_t, \eta_t) = \rho$ ilişkisine dayandırarak açıklarken ε_t ile η_t arasında eş zamanlı bir ilişkinin (bağımlılığın) olduğunu varsaymaktadırlar. ε_t ile η_t arasındaki olası bir bağımlılık, hisse senetlerinde sıklıkla görülen ve asimetrik davranışların bir türü olan sıçrayışlara (pick up) izin vermektedir.⁵³

Harvey ve Shephard (1996) tarafından ortaya konulan asimetrik oynaklık tanımlamasında $\text{corr}(\varepsilon_t, \eta_t) = \rho$ ilişkisinin yerine Jacquier vd. (2004)⁵⁴, $\text{corr}(\varepsilon_t, \eta_{t-1}) = \rho$ şeklinde bir ilişki tanımlayarak asimetrik stokastik oynaklık modeli için katkı sunmuştur. Jacquier vd. (2004) tarafından asimetrik oynaklık modeli için geliştirilen yapıda ε_t ile η_t arasındaki eş zamanlı bağımlılık yerine dönemler arası bağımlılığa izin verilmektedir. Korelasyon katsayısı ρ negatif ise ε_t 'deki negatif değişimler daha yüksek, birbirini izleyen ve dönemler arası oynaklıkları ortaya çıkarmaktadır. Diğer taraftan ε_t 'deki pozitif değişimler oynaklıkta düşüşler ile ilişkilidir. Bu durumda asimetri kaldıraç etkisine dönüşmektedir.⁵⁵

⁵³ Andrew C. Harvey, Neil Shephard, **a.g.e.**, p. 429.

⁵⁴ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, "Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with Fat-tails and Correlated Errors", **Journal of Econometrics**, Vol. 122, No: 1, 2004, pp. 185-212.

⁵⁵ **A.e.**, p. 193.

Harvey ve Shephard (1996) ve Jacquier vd. (2004) tarafından geliştirilen modellerde asimetrik ilişkinin varlığının ρ korelasyon katsayısına bağlı olması nedeniyle asimetrik stokastik oynaklık modelinde ρ korelasyon katsayısı büyük önem arz etmektedir. Yu (2005) tarafından geliştirilen başka bir asimetrik model yapısında da yine ρ korelasyon katsayısı önemi üzerinde durulmuştur.

Yu (2005) tarafından ortaya konulan asimetrik stokastik modeli ve ρ korelasyon katsayısına ait gösterim aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= \sigma_t \varepsilon_t \\ \ln \sigma_t^2 &= \alpha + \phi \ln \sigma_{t-1}^2 + \rho \sigma_\eta \sigma_t^{-1} y_t + \sigma_\eta \sqrt{1 - \rho^2} w_t \end{aligned} \quad (2.38)$$

2.38 no'lu gösterimde yer alan w_t terimi, $w_t = \eta_t - \rho u_{t-1}$ şeklinde elde edilmekte olup asimetrik ilişkiyi tanımlayan terim olarak varyans modelinde yer almaktadır. Yu (2005) tarafından geliştirilen modelde, asimetrik ilişki yukarıda gösterilen şekilde tanımlandıktan sonra ε_t ve w_t arasındaki korelasyon ilişkisinin $\text{corr}(\varepsilon_t, w_t) = 0$ şeklinde olduğu varsayılmaktadır. Bu spesifikasyona göre ρ korelasyon katsayısının negatif olması durumunda $t-1$ döneminde finansal varlık fiyatlarında meydana gelen bir birimlik düşüş t zamanda varyansta $e^{\rho \sigma_\eta \sigma_t^{-1}}$ birim kadar artış sağlamaktadır.⁵⁶

Asimetrik stokastik oynaklık modeline yapılan katkılar Asai ve McAleer (2005)⁵⁷, Asai ve McAleer (2011)⁵⁸ tarafından yapılan çalışmalarla devam etmiştir. Asai ve McAleer (2005), Harvey ve Shephard (1996) tarafından geliştirilen asimetrik stokastik oynaklık modeline getirdikleri eleştiriler doğrultusunda literatüre farklı yapılar kazandırmışlardır.

⁵⁶ Faruk Selçuk, **a.g.e.**, p. 869.

⁵⁷ Manabu Asai, Michael McAleer, "Dynamic Asymmetric Leverage in Stochastic Volatility Models", **Econometric Reviews**, Vol. 24, No: 3, 2005, pp. 317-332.

⁵⁸ Manabu Asai, Michael McAleer, "Alternative Asymmetric Stochastic Volatility Models", **Econometric Reviews**, Vol. 30, No: 5, 2005, pp. 548-564.

Harvey ve Shephard (1996) finansal varlık getirileri ve oynaklıktaki değişimler arasında doğrudan (negatif) korelasyona bağlı olan bir spesifikasyon geliştirmişlerdir. Asai ve McAleer (2005) finansal varlık getirileri ve oynaklıktaki değişimler arasında doğrudan korelasyonu temel alan asimetrik davranışları, “dinamik kaldıraç etkili stokastik oynaklık” ve “dinamik asimetrik kaldıraç etkili stokastik oynaklık” modelleri ile açıklamaya çalışmışlardır. Dinamik asimetrik kaldıraç etkili modelde, klasik stokastik oynaklık modelindeki geçmiş dönem getirilerinin işaretinin ve şiddetinin etkisi dikkate alınmaktadır.

Oynaklıktaki değişimler ile getiriler arasındaki doğrudan negatif korelasyona bağlı olarak asimetrik ilişkileri kapsayan dinamik kaldıraç etkili model aşağıdaki gibidir:⁵⁹

$$\begin{aligned} y_t &= \varepsilon_t \exp(h_t / 2) \\ h_{t+1} &= \mu + \phi h_t + \eta_t \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \\ E(\varepsilon_t \eta_t) &= \rho \sigma_\eta \end{aligned} \quad (2.39)$$

2.39 no’lu gösterimde $\rho < 0$ olması durumunda asimetrik ilişki dinamik kaldıraç etkili stokastik oynaklık modeli ile ifade edilebilmektedir.

Oynaklığın, finansal varlıklara ait geçmiş dönem getirilerinin işareti ve şiddetinin her ikisinden de etkilendiği dinamik asimetrik kaldıraç etkili stokastik oynaklık modeli aşağıdaki gibidir:⁶⁰

$$\begin{aligned} h_{t+1} &= \mu + \phi h_t + \gamma_1 y_t + \gamma_2 |y_t| + \eta_t \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \\ E(\varepsilon_t \eta_t) &= \rho \sigma_\eta \end{aligned} \quad (2.40)$$

Asai ve McAleer (2005) tarafından geliştirilen dinamik kaldıraç etkili stokastik oynaklık modeli ile dinamik asimetrik kaldıraç etkili stokastik oynaklık

⁵⁹ Manabu Asai, Michael McAleer, **a.g.e.**, 2005, p. 319.

⁶⁰ **A.e.**

modeli arasındaki temel fark γ_1 ve γ_2 parametrelerinin varyans denkleminde yer almasıdır. 2.40 no'lu gösterimdeki dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modeline $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ kısıtı getirildiği takdirde 2.39 no'lu gösterimdeki dinamik kaldır   etkili stokastik oynaklık modeline ulaşılmaktadır.

Dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modeline ait en önemli varsayım, $\gamma_1 + \gamma_2 < -(\gamma_1 - \gamma_2)$ dolayısıyla $\gamma_1 < 0$ olması varsayımdır. Bu varsayım yerine geldiğinde bir birimlik pozitif şokun şiddetinin etkisi bir birimlik negatif şokun etkisinden daha küçük olmaktadır.

Dinamik asimetric stokastik oynaklık modelinin uygulamada karşılaşılan bir takım sorunları bulunmaktadır. 2.40 no'lu gösterimde yer alan y_t değişkeni yerine $\varepsilon_t \exp(h_t / 2)$ kullanıldığında dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modeli aşağıdaki gibi tekrar yazılabilmektedir:

$$h_{t+1} = \mu + \phi h_t + \rho \sigma_\eta \varepsilon_t + \{\gamma_1 \varepsilon_t + \gamma_2 |\varepsilon_t|\} \exp(h_t / 2) + \eta_t^* \quad (2.41)$$

2.41 no'lu gösterimde $\eta_t^* \sim N(0, \sigma_\eta^2 (1 - \rho^2))$ şeklinde tanımlanmaktadır. ε_t ve $\varepsilon_t \exp(h_t / 2)$ değişkenlerinin birlikte kullanılmaları nedeniyle dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modelinde çoklu doğrusal bağlantı sorunu ortaya çıkmaktadır. Bu sorunun üstesinden gelebilmek amacıyla, 2.40 no'lu modele $\gamma_1 = 0$ kısıtı getirilerek dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modeli elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} h_{t+1} &= \mu + \phi h_t + \gamma_2 |y_t| + \eta_t \\ E(\varepsilon_t \eta_t) &= \rho \sigma_\eta \end{aligned} \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \quad (2.42)$$

$\gamma_1 = 0$ kısıtının getirilmesiyle elde edilen dinamik asimetric kaldır   etkili stokastik oynaklık modeli sorunsuz şekilde tahmin edilebilmektedir.

Asimetrik stokastik oynaklık modeli literatürüne kazandırılan diğer bir yapı Asai ve McAleer (2011) tarafından geliştirilmiştir. Bu yeni asimetrik stokastik modeli aşağıdaki şekilde en geniş hali ile gösterilmekte ve bu modele getirilen çeşitli kısıtlarla farklı model yapıları elde edilebilmektedir:⁶¹

$$\begin{aligned} y_t &= \varepsilon_t \exp(h_t / 2) \\ h_{t+1} &= (1 - \phi)\mu + \phi h_t + \gamma_1 \varepsilon_t + \gamma_2 \{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\} + \eta_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, 1) \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \quad E(\varepsilon_t \eta_s) = 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

2.43 no'lu gösterimdeki varyans modeli üzerinden birbirinden farklı modeller türetilmektedir. Ayrıca 2.43 no'lu gösterimde yer alan model, Nelson (1991) tarafından geliştirilen ve deterministik bir oynaklık modeli olan EGARCH modelinin stokastik versiyonu olarak değerlendirilebilmektedir.

Yukarıda da bahsedildiği üzere 2.43 no'lu gösterimde yer alan modelin parametrelerine çeşitli kısıtlar getirilerek farklı model yapıları türetilmektedir. İlk durumda $\sigma_\eta = 0$ yani oynaklık modeline ait hata teriminin standart sapmasının sıfır olması durumunda model deterministik bir asimetrik oynaklık modeli olan EGARCH modeline dönüşmektedir. $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ kısıtının yerine gelmesi durumunda ise ikinci model yapısı olan klasik stokastik oynaklık modeline ulaşılmaktadır.

2.43 no'lu gösterimde yer alan oynaklık modeline $\gamma_2 = 0$ kısıtının getirilmesiyle elde edilen üçüncü durumda ise Harvey ve Shephard (1996) tarafından geliştirilen asimetrik stokastik oynaklık modeli türetilmiş olmaktadır:⁶²

⁶¹ Manabu Asai, Michael McAleer, **a.g.e.**, 2011, p. 551.

⁶² **A.e.**, p. 552.

$$\begin{aligned}
y_t &= \varepsilon_t \exp(h_t / 2) \\
h_{t+1} &= (1 - \phi)\mu + \phi h_t + \eta_t^* \\
\begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t^* \end{pmatrix} &\sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \rho\sigma_\eta^* \\ \rho\sigma_\eta^* & \rho^2\sigma_\eta^{*2} \end{bmatrix} \right)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

2.44 no'lu gösterimde $\sigma_\eta^{*2} = \sigma_\eta^2 + \gamma_1^2$ ve $\rho = \gamma_1 / \sqrt{\sigma_\eta^2 + \gamma_1^2}$ olarak tanımlanmaktadır. Bu gösterimde kaldıraç etkisinin belirlenebilmesi için $\gamma_1 < 0$ olması gerekmektedir.

Son durum olan dördüncü durumda ise 2.43 no'lu gösterimdeki oynaklık modeline $\gamma_1 = 0$ kısıtı getirilerek simetrik bir stokastik oynaklık modeli geliştirilebilmektedir. Bu şekilde türetilen simetrik bir stokastik oynaklık modelinde $\gamma_2 > 0$ olması koşuluyla pozitif ve negatif şoklar gelecek dönemdeki oynaklığı aynı düzeyde attırmaktadır.

2.43 no'lu gösterimde yer alan genel model Asai ve McAleer (2011) tarafından kaldıraç (leverage) ve boyut (size) etkili asimetrik stokastik oynaklık modeli olarak nitelendirilmektedir. Aynı zamanda bu model eşik değer etkisini ve kaldıraç etkisini aynı anda barındıran bir asimetrik modeldir. Ancak 2.43 no'lu modelin hem kaldıraç etkisini hem de eşik değer (boyut) etkisini barındırabilmesi için γ_1 ve γ_2 parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı olması gerekmektedir. Bu noktadan hareketle özet olarak bir çıkarsama yapıldığında γ_1 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlılığı kaldıraç etkisinin, γ_2 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlılığı ise eşik değer (boyut) etkisinin göstergesi olmaktadır.

Finansal varlık getirilerinde rastlanılan bir durum olan kalın kuyruk dağılımlarıyla karşılaşıldığında da 2.43 no'lu modelde yer alan ε_t hata teriminin standardize t dağılımına uygunluk gösterdiği varsayılarak kaldıraç ve eşik değer etkili asimetrik stokastik oynaklık modeli kullanılabilmektedir.

Çalışmanın asimetrik stokastik oynaklık modeli kısmında değinilen son model Huang (2009) tarafından geliştirilen eşik değer etkili ve kaldıraç etkili stokastik oynaklık modelidir. Aslında bu model çalışmanın eşik değerli stokastik oynaklık modeli kısmında yine Huang (2009) tarafından geliştirilen eşik değerli stokastik oynaklık modeli içerisinde kaldıraç etkisinin dahil edilmesiyle oluşturulmuş bir modeldir.

Huang (2009) tarafından geliştirilen eşik değer etkili ve kaldıraç etkili stokastik oynaklık modeli aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$\begin{aligned} y_t &= \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \mu + \phi h_{t-1} + \beta_3 x_{t-1} I_{x_{t-1} > 0} + \beta_4 x_{t-1} I_{x_{t-1} \leq 0} + \eta_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0,1) \quad \eta_t \sim N(0,1) \end{aligned} \quad (2.45)$$

2.45 no'lu gösterimde yer alan x_t dış piyasayı (faktörü) ifade etmektedir. $I_{\{\cdot\}}$ ise gösterge fonksiyonudur ve $x_{t-1} > 0$ ise gösterge fonksiyonu $I_{x_{t-1} > 0}$ ile ifade edilmektedir. Bu modelde asimetrik ilişki $\text{corr}(\varepsilon_{t-1}, \eta_t) = \rho$ ile tanımlanmaktadır.⁶³

2.4. TEK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ

Stokastik oynaklık modelleri deterministik oynaklık modelleri (ARCH/GARCH) ile karşılaştırıldığında teorik açıdan daha kolay şekilde geliştirilebilmektedir. Ancak stokastik oynaklık modellerinin tahmininde bir takım zorluklar yaşanmaktadır. Deterministik oynaklık modellerinin tahmini için gerekli benzerlik fonksiyonları kolaylıkla elde edilebilirken aynı durum stokastik oynaklık modellerinin tahmini aşamasında mümkün olamamaktadır. Stokastik oynaklık

⁶³ Shian-Chang Huang, **a.g.e.**, p. 108.

modelleri için benzerlik fonksiyonunu elde etmek mümkün değildir. Bu durum tüm doğrusal olmayan gizli (latent) değişkenli modeller için ortak bir özelliktir.⁶⁴

Stokastik oynaklık modellerinin tahminindeki temel sorun, gizli (latent) oynaklık sürecinin yüksek boyutlu integrallere bağlı olan bir benzerlik fonksiyonu nedeniyle modele doğrusal olmayan şekilde dâhil edilmesidir.⁶⁵ Stokastik oynaklık modellerinin tahmininde yaşanan zorlukların üstesinden gelebilmek amacıyla literatürde birçok tahmin yöntemi geliştirilmiştir.

Stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanılan yöntemleri iki ana grup altında toplamak mümkündür; bu gruplardan ilkinde 2.2 no'lu gösterimde yer alan y_t 'nin istatistiksel özelliklerini, ikincisinde ise 2.12 no'lu gösterimde yer alan $\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahminciler yer almaktadır. y_t 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahminciler de kendi arasında üç gruba ayrılmaktadır. Bunlar; momentler yöntemine dayanan tahminciler, en çok benzerlik ilkesine dayalı tahminciler ve yardımcı regresyon modeline dayalı tahmincilerdir. Stokastik oynaklık modellerinin tahmini için geliştirilen birçok yöntem bulunmaktadır ve bu yöntemlerin tamamı yoğun şekilde sayısal hesaplamalar gerektirmektedir. Literatürde bu tahmin yöntemlerini karşılaştırmalı olarak değerlendiren çalışmalarda dikkat çekici nokta, tahmin yöntemlerinin kıyaslanmasında tahmincilerin etkinliği üzerinde durulmasıdır.

Çalışmanın bu kısmında stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanılan yöntemler, yukarıda anlatıldığı şekilde y_t ve $\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahminciler şeklinde iki başlık altında anlatılmaktadır.

⁶⁴ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, **a.g.e.**, p. 167.

⁶⁵ Roman Liesenfeld, Jean-François Richard, **a.g.e.**, p. 506.

2.4.1. Zaman Serisinin İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Tahminciler

y_t 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahminciler de literatürde üç farklı gruba ayrılmaktadır. Bunlar yukarıda da belirtildiği üzere, momentler yöntemine dayanan tahminciler, en çok benzerlik ilkesine dayalı tahminciler ve yardımcı regresyon modeline dayalı tahmincilerdir.

2.4.1.1. Momentler Yöntemine Dayalı Tahminciler

Momentler yöntemine dayalı tahmincilerin ampirik olarak uygulaması çok kolaydır ve bu nedenle stokastik oynaklık modellerinin tahmininde çok fazla kullanım alanına sahip olmuşlardır. Ancak bu tahmincilerin istatistiksel özellikleri sonlu örneklerde zayıftır ve etkinlikleri özellikle en çok benzerlik yöntemine dayalı tahmincilerle kıyaslandığında vasatın altındadır.⁶⁶

Taylor (1986) tarafından geliştirilen klasik stokastik oynaklık modelinin tahmininde ilk olarak kullanılan yöntem momentler yöntemidir. Daha sonra Melino ve Turnbull (1990)⁶⁷ tarafından stokastik oynaklık modellerinin tahmininde geliştirilmiş momentler yöntemi kullanılması önerilmiştir.

Bu tahmincilerin dışında stokastik oynaklık modellerinin tahmininde Duffie ve Singleton (1993)⁶⁸ tarafından alternatif olarak “benzetilmiş (simüle edilmiş) momentler yöntemi geliştirilmiştir. Duffie ve Singleton (1993) tarafından geliştirilen benzetilmiş momentler yöntemi benzetim ve tahmin yöntemlerini birlikte kullanmaktadır. Bu yöntemde öncelikler öncelikle parametrelerin belirli (kısmi)

⁶⁶ Carmen Broto, Esther Luiz, **a.g.e.**, p. 619.

⁶⁷ Angelo Melino, Stuart M. Turnbull, “Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility”, **Journal of Econometrics**, Vol. 45, No: 1-2, 1990, pp. 239-265.

⁶⁸ Darrell Duffie, Kenneth J. Singleton, “Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices”, **Econometrica**, Vol. 61, No: 4, 1993, pp. 929-952.

değerleri için modelden veri benzetilmekte daha sonra benzetilmiş veriden eşlenen momentler ile örneklem momentleri arasında değiş tokuş yapılmaktadır.⁶⁹

Benzetilmiş momentler yönteminde H adet benzetimden hareketle tahminci aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\Delta \hat{y}_t^i(\theta) = \mu(\hat{y}_t^i(\theta); \theta) + \sigma(\hat{y}_t^i(\theta); \theta) \varepsilon_t \quad (i=1, \dots, H) \quad (t=1, \dots, T) \quad (2.46)$$

2.46 no'lu gösterimde yer alan H yapılan benzetim sayısını, T ise gözlem sayısını ifade etmektedir. Bu yöntemde $\hat{y}_t^i(\theta)$, θ parametresine göre benzetilmektedir ve ε_t Gaussiyandır. Tanımlama ve diğer düzenlilik koşullarına bağlı olarak θ için uygun bir norm ve veriye ait f fonksiyonu ile aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir:

$$\hat{\theta}_T^H = \underset{\theta}{\operatorname{Arg\,min}} \left\| f(y_1, \dots, y_T) - \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H f(\hat{y}_1^i(\theta), \dots, \hat{y}_T^i(\theta)) \right\| \quad (2.47)$$

Bu yöntemde tahmincinin etkinlik kaybı H 'ın seçimi ile doğrudan ilişki halindedir. Jacquier vd. (1994)⁷⁰ momentler yöntemine dayalı tahmincilerin performansının varyans modelinde yer alan ϕ parametresinin 1'e yakın değerler alması durumunda kötü olduğunu verdiği ortaya koymuşlardır.⁷¹

2.4.1.2. En Çok Benzerlik İlkesine Dayalı Tahminciler

Stokastik oynaklık modellerinin tahmini için literatürde üzerinde en fazla durulan tahminci grubu en çok benzerlik ilkesine dayalı tahmincilerdir. Bunun en

⁶⁹ Eric Ghysels, Andrew C. Harvey, Eric Renault, **a.g.e.**, p. 174.

⁷⁰ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, "Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models", **Journal of Business and Economic Statistics**, Vol. 12, No: 4, 1994, pp. 69-87.

⁷¹ Carmen Broto, Esther Luiz, **a.g.e.**, p. 619.

büyük nedeni bu tahmincilerin kullanılmasına ilişkin sayısal yöntemlerin ve bilgisayar programlarının gelişme göstermesidir.

Stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanılan, bu kısımda incelenen en çok benzerlik ilkesine dayalı yöntemler, Jacquier vd. (1994) tarafından geliştirilen “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC), Liesenfeld ve Richard (2003) tarafından geliştirilen “Etkin Önem Örnekleme” (EIS) yöntemleridir.

Stokastik oynaklık modelinin tahmini için Jacquier vd. (1994) tarafından geliştirilen MCMC tahmincisi, Bayesyen teoriyi kullanarak birleşik sonsal (posterior) dağılıma dayalı tahminler üretmektedir. MCMC tahmincisi kullanılarak tahmin edilen stokastik oynaklık modeli şu şekildedir:⁷²

$$\begin{aligned} y_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t \\ \log h_t &= \gamma + \phi \log h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.48)$$

2.48 no’lu gösterimde tahmin edilecek olan stokastik oynaklık modelinin parametreleri $\omega' = (\gamma, \phi, \sigma_\eta)$ şeklindedir. Bu klasik stokastik oynaklık modelinde y_t serisi, incelenen zaman serisinin gözlenemeyen oynaklıklara göre $p(y|h)$ gibi bir koşullu olasılık modelinden elde edilen vektör olarak tanımlanmaktadır.

2.48 no’lu gösterimdeki stokastik oynaklık modeli üç koşullu dağılımın hiyerarşik yapısı olarak nitelendirilebilmektedir: $p(y|h)$, $p(h|\omega)$ ve $p(\omega)$. Burada y ve h sırasıyla gözlenen zaman serisi vektörünü ve gözlenemeyen oynaklık vektörünü ifade etmektedir.⁷³ Stokastik oynaklık modelinde gözlenen veri setinin gözlenemeyen oynaklık üzerindeki yoğunluk fonksiyonu $p(y|\omega) = \int p(y|h) p(h|\omega) dh$ şeklindedir.

⁷² Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, **a.g.e.**, 1994, p. 70.

⁷³ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, **a.g.e.**, 2004, p. 187.

Stokastik oynaklık modelinde Bayesyen çözümleme yapabilmek için bilinmeyenlerin birleşik önsel (prior) dağılımları ile gözlemlerin olabilirlik fonksiyonuna ihtiyaç vardır.⁷⁴ Bilinmeyenlerin birleşik önsel yoğunluk fonksiyonu ile olabilirlik fonksiyonu sırasıyla aşağıdaki gibidir:⁷⁵

$$p(\gamma, \phi, \sigma_\eta, h_0, h_1, \dots, h_n) = p(\gamma, \phi, \sigma_\eta) p(h_0 | \gamma, \sigma_\eta) \prod_{t=1}^n p(h_t | h_{t-1}, \gamma, \phi, \sigma_\eta) \quad (2.49)$$

$$p(y_1, \dots, y_n | \gamma, \phi, \sigma_\eta, h_0, h_1, \dots, h_n) \quad (2.50)$$

Stokastik oynaklık modelinin MCMC tahmincisiyle çözümü için birleşik önsel fonksiyonu ve olabilirlik fonksiyonu kullanılarak birleşik sonsal (posterior) yoğunluk fonksiyonun elde edilmesi gerekmektedir. Birleşik sonsal yoğunluk fonksiyonunun Markov zinciri ile bağlanmış şekli aşağıdaki gibidir:

$$p(\gamma, \phi, \sigma_\eta, h_0, \dots, h_n | y_1, \dots, y_n) \propto p(\gamma) p(\phi) p(\sigma_\eta) p(h_0 | \gamma, \sigma_\eta) \prod_{t=1}^n p(h_t | h_{t-1}, \gamma, \phi, \sigma_\eta) \prod_{t=1}^n (y_t | h_t) \quad (2.51)$$

2.51 no'lu gösterimin Bayes teoreminden hareketle birleşik sonsal yoğunluk fonksiyonunu başka bir gösterimi ise şu şekildedir:

$$\pi(h, \omega | y) \propto p(h | y) p(h | \omega) p(\omega) \quad (2.52)$$

2.52'deki gösterimden hareketle marjinal $\pi(\omega | y)$ dağılımından stokastik oynaklık modellerinin parametrelerine ait çıkarsamalar yapılabilmektedir. Bu marjinal dağılımları elde edebilmek için değişmeyen bir π dağılımı ile bir Markov

⁷⁴ Derya Aysel, Yasemin Kayhan Atılgan, Süleyman Günay, "Olasılıksal Oynaklık Modellerinin Bayesci Çözümlemesi ve Bir Uygulama", **SDU Journal of Science (E-Journal)**, C. 6, No: 1, 2010, s. 65.

⁷⁵ Oya Ekici, **İktisadi Zaman Serilerinin Modellemesinde Bayesyen Analizlerin Etkinliği**, Doktora Tezi, İstanbul, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2010, s. 135.

zinciri kurulmaktadır. Birleşik sonsal dağılımını çeşitli koşullu dağılımlara ayırmak uygun Markov zinciri örnekleyicisi için anahtar rol oynamaktadır.⁷⁶

Stokastik oynaklık modelinin MCMC tahmini için 2.52 no'lu gösterimdeki hiyerarşik yapıyı kullanmaktadır. Birleşik sonsal dağılımın belirlenmesinde öncelikle $p(\omega)$ 'nin dağılımı, bundan hareketle $p(h|\omega)$ 'nin dağılımı ve yine bundan hareketle $p(h|y)$ 'nin dağılımı dikkate alınmaktadır. Tahmin aşamasında $p(\omega)$ için Normal-Gamma önseli kullanılmaktadır. Bu dağılımdan hareketle σ_η için $v_0=1$ serbestlik dereceli ve çok küçük bir kareler toplamı ($s=0.005$) için $p(\sigma_\eta) \propto e^{-v_0 s_0^2 / 2\sigma^2} / \sigma^{v_0+1}$ gibi bir ters gamma dağılımı kullanılmaktadır. γ ve ϕ parametreleri birbirinden bağımsız olarak nitelendirilmekte $\gamma \sim N(0,100)$ ve $\phi \sim N(0,10)$ olarak kabul edilmektedir. Ayrıca ϕ 0 ile 1 arasında değer almaktadır.⁷⁷

Bu varsayımların ardından stokastik oynaklık modeli Gibbs ve Metropolis-Hastings gibi MCMC algoritmaları kullanılarak çözümlenmektedir. Bu algoritmalar veri setini temel alarak parametrelere göre birleşik sonsal dağılımlar ile Markov zincirleri oluşturmaktadır.

Gibbs algoritması (örnekleyicisi) ile gizli oynaklıklar aşağıdaki dağılım kullanılarak tahmin edilmektedir:

$$p(h_t | h_{t-1}, h_{t+1}, \gamma, \phi, \sigma_\eta, \mathbf{y}) \propto \frac{1}{h_t^{0.5}} \exp \frac{-y_t^2}{2h_t} \times \frac{1}{h_t} \exp \frac{-(\log h_t - \mu_t)}{2\sigma^2}$$

$$\mu_t = \frac{(\gamma(1-\phi)) + \phi(\log h_{t+1} - \log h_{t-1})}{(1+\phi^2)} \quad (2.53)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_\eta^2}{(1+\phi^2)}$$

⁷⁶ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, **a.g.e.**, 1994, p. 72.

⁷⁷ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, **a.g.e.**, 2004, p. 187.

2.53 no'lu gösterimde yer alan p dağılımından elde edilen etkin çizimlerin (draws) MCMC algoritmalarının performansı açısından kritik öneme sahiptir. Stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanılan bir diğer MCMC algoritması ise Metropolis-Hastings algoritmasıdır. Jacquier vd. (2004) kabul/ret örnekleme ile Metropolis-Hastings algoritmasını birleştirerek yeni bir algoritma ortaya koymuştur. Bunun dışında Kim vd.(1998)⁷⁸ tarafından MCMC tahmin yönteminde Gibbs örnekleycisini geliştiren bir yaklaşım sunmuştur. Chib vd. (2002)⁷⁹ stokastik oynaklık modellerinin MCMC ile tahmininde t dağılımına izin veren ve sıçramaları modele bir değişken olarak ekleyen yaklaşımlar geliştirmişlerdir.

Stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanılan en çok benzerlik ilkesine dayalı tahmincilerden ikincisi Liesenfeld ve Richard (2003) tarafından geliştirilen En Çok Benzerlik Etkin Önem Örnekleme (ML-EIS) yöntemidir. Liesenfeld ve Richard (2003) tarafından geliştirilen ML-EIS yönteminin temeli Danielsson ve Richard (1993)⁸⁰ tarafından ortaya konulan “Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örnekleme” (AGIS) yöntemine dayanmaktadır. Etkin önem örnekleme (EIS) yöntemi, stokastik oynaklık modeli için benzerlik fonksiyonunun hesaplanmasında oldukça ideal olan ve yüksek boyutlu integrallerin çözümü için kullanılan bir Monte Carlo tekniğidir.⁸¹

EIS algoritmasının en önemli avantajı genel bir algoritma olması sebebiyle modelde yapılabilecek değişikliklerin kolayca uyarlanabilir olmasıdır. Bu uyarlamalar sonucunda algoritma üzerinde yapılabilecek küçük değişiklikler yardımıyla model kolayca çözülebilmektedir. Ayrıca EIS yöntemi stokastik oynaklık modeli için çeşitli diagnostik testlere temel oluşturacak şekilde latent oynaklık sürecinin filtre edilmiş tahminlerinin yapılmasında kullanılabilir.

⁷⁸ Sangjoon Kim, Neil Shephard, Siddhartha Chib, “Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models”, **The Review of Economic Studies**, Vol. 65, No: 3, 1998, pp. 361-393.

⁷⁹ Siddhartha Chib, Federico Nardari, Neil Shephard, “Markov Chain Monte Carlo Methods for Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 108, No: 2, 2002, pp. 281-316.

⁸⁰ Jon Danielsson, Jean-François Richard, “Accelerated Gaussian Importance Sampler with Application to Dynamic Latent Variable Models”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 8, No: S1, 1993, pp. 153-173.

⁸¹ Roman Liesenfeld, Jean-François Richard, **a.g.e.**, p. 506.

En çok benzerlik etkin önem örnekleme yönteminin temel aldığı stokastik oynaklık modeli şu şekildedir:

$$\begin{aligned} y_t &= \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.54 no'lu gösterimde yer alan modelde bilinmeyen parametreler γ , ϕ ve σ_η şeklindedir. Bilinmeyen parametre vektörü $\theta' = (\gamma, \phi, \sigma_\eta)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Bu yöntemde ele alınan benzerlik fonksiyonu aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} L(\theta; Y) &= \int \prod_{t=1}^T f(y_t, h_t | H_{t-1}, Y_{t-1}, \theta) dH \\ f(y_t, h_t | H_{t-1}, Y_{t-1}, \theta) &= g(y_t | h_t, Y_{t-1}, \theta) p(h_t | H_{t-1}, Y_{t-1}, \theta) \end{aligned} \quad (2.55)$$

2.55 no'lu gösterimde $Y_t = \{y_\tau\}_{\tau=1}^t$ ve $H_t = \{h_\tau\}_{\tau=1}^t$ şeklindedir. Ayrıca bu gösterimde $f(\cdot)$ (Y_{t-1}, H_{t-1}) 'ye göre (y_t, h_t) 'nin koşullu yoğunluk fonksiyonunu, $g(\cdot)$ (h_t, Y_{t-1}) 'ye göre y_t 'nin koşullu yoğunluk fonksiyonunu, $p(\cdot)$ ise (H_{t-1}, Y_{t-1}) 'ye göre h_t 'nin koşullu yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir.

2.55'teki benzerlik fonksiyonunun Monte Carlo tahmini şu şekildedir:

$$\hat{L}_N(\theta; Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\prod_{t=1}^T g(y_t | \tilde{h}_t^{(i)}(\theta), Y_{t-1}, \theta) \right] \quad (2.56)$$

2.56 no'lu denklemdeki $\tilde{h}_t^{(i)}(\theta)$, p yoğunluk fonksiyonu dizilerinden çizilen yörüngeleri (eğrileri) ifade etmektedir ve $p(h_t | \tilde{H}_{t-1}^{(i)}(\theta), Y_{t-1}, \theta)$ koşullu yoğunluk fonksiyonundan çizilmektedir.

EIS tahmin yönteminin ilk aşamasında $\{\tilde{h}_t^{(i)}(\theta)\}_{t=1}^T$ latent değişkeninin N yörüngelerinin (eğrilerinin) çiziminin yapılması için p 'nin doğal örnekleyicileri kullanılır. Elde edilen bu çizimler $t:T \rightarrow 1$ 'e giderken t kez aşağıdaki denklemde tanımlanan en küçük kareler probleminin çözmek için kullanılır:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \left[y_t^2 \exp(-\tilde{h}_t^{(i)}(\theta) + \tilde{h}_t^{(i)}(\theta)) \right] + \ln \chi(\tilde{h}_t^{(i)}(\theta) + \hat{a}_{t+1}(\theta)) \\ & = \text{constant} + a_{1,t} \tilde{h}_t^{(i)}(\theta) + a_{2,t} [\tilde{h}_t^{(i)}(\theta)]^2 + \eta_t^{(i)} \end{aligned} \quad i=1,..,N \quad (2.57)$$

$$\chi(h_{t-1}, a_t) \propto \left\{ \frac{\mu_t^2}{2\sigma_t^2} - \frac{(\gamma + \phi h_{t-1})^2}{2\sigma_\eta^2} \right\} \quad (2.58)$$

$$\mu_t = \sigma_t^2 \left(\frac{\gamma + \phi h_{t-1}}{\sigma_\eta^2} + a_{1,t} \right) \quad \sigma_t^2 = \frac{\sigma_\eta^2}{1 - 2\sigma_\eta^2 a_{2,t}} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \hat{a}_t(\theta) = \arg \min_{a_t} \sum_{i=1}^N & \left\{ \ln \left[f(y_t, \tilde{h}_t^{(i)}(\theta) | \tilde{H}_{t-1}(\theta), Y_{t-1}, \theta) \cdot \chi(\tilde{H}_t^{(i)}(\theta); \hat{a}_{t+1}(\theta)) \right] \right. \\ & \left. - c_t - \ln k(\tilde{H}_t^{(i)}(\theta); \hat{a}_t) \right\}^2 \quad t:T \rightarrow 1, \quad \chi(H_T; a_{t+1}) \equiv 1 \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$m(h_t | H_{t-1}, a_t) = \frac{k(H_t; a_t)}{\chi(H_{t-1}; a_t)} \quad \chi(H_{t-1}; a_t) = \int k(H_t; a_t) dh_t \quad (2.61)$$

$T+1$. Aşama olan bir sonraki aşamada 2.59 no'lu gösterimde verilen koşullu ortalama ve koşullu varyans tarafından belirlenen $\{m(h_t | H_{t-1}, \hat{a}_t(\theta))\}_{t=1}^T$ EIS örnekleyicisi $\{\tilde{h}_t^{(i)}(\hat{a}_t(\theta))\}_{t=1}^T$ 'nin N yörüngelerini (eğrilerini) çizmek için kullanılmaktadır.

2.4.1.3. Yardımcı Regresyon Yöntemine Dayalı Tahminciler

Etkin momentler yöntemi (EMM) Gallant ve Tauchen (1996)⁸² tarafından geliştirilmiş genel bir yöntemdir. Gallant vd. (1997)⁸³ ise EMM'yi stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanmışlardır. Stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanılan EMM tahmincisi yardımcı regresyon yöntemine dayalı bir tahminci olup simülasyon temelli moment eşleyen bir yöntemi içermektedir.

EMM en çok benzerlik yönteminin uygulanmasında karşılaşılan yoğun ve zor durumlarda tahmin için uygun bir yaklaşım sağlayan moment yöntemidir.⁸⁴ EMM'de kullanılan stokastik oynaklık modeli 2.48 no'lu gösterimde yer alan MCMC yönteminin de kullanılan model yapısı ile aynıdır.

EMM'deki temel ilke bu yöntemin moment eşleyen bir yöntem olmasından hareketle eşlenen momentlerin skor üretici (score generator) olarak adlandırılan yardımcı regresyon modelinin skorlarını oluşturmasıdır. EMM tahmincisi gözlenen değişkene ait veri setini iyi şekilde temsil eden yardımcı regresyon modelinin skor vektörünü kullanmaktadır.⁸⁵

EMM'nin uygulanması aşamasında yardımcı regresyon modeli için θ gibi bir yardımcı parametre vektörü kullanılmaktadır. Bu parametre vektöründen hareketle $f(y_t | Y_{t-1}, \theta)$ ($Y_t = \{y_t, \dots, y_1\}$) koşullu yoğunluk fonksiyonu şeklinde tanımlanmaktadır. EMM'nin ilk aşaması θ 'yı yarı (quasi) en çok benzerlik yöntemi (YEÇB) ile tahmin etmektir:

⁸² A. Ronald Gallant, George Tauchen, "Which moments to match?", **Econometric Theory**, Vol. 12, No: 4, 1996, pp. 657-681.

⁸³ A. Ronald Gallant, David Hsieh, George Tauchen, "Estimation of Stochastic Volatility Models with Diagnostics", **Journal of Econometrics**, Vol. 81, No: 1, 1997, pp. 159-192.

⁸⁴ Torben G. Andersen, Hyung-Jin Chung, Bent E. Sorensen, "Efficient Method of Moments Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study", **Journal of Econometrics**, Vol. 91, No: 1, 1999, p. 65.

⁸⁵ Ronald Gallant, David Hsieh, George Tauchen, **a.g.e.**, p. 163.

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(y_t | Y_{t-1}, \hat{\theta}_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s_f(Y_{t-1}, \hat{\theta}_T) = 0 \quad (2.62)$$

2.62 no'lu gösterimde s_f skor fonksiyonu olarak nitelendirilmektedir. Daha sonra ise yardımcı parametre tahminlerini başka bir ifadeyle 2.62 no'lu gösterimde yer alan skor fonksiyonunu tersine çevirerek ρ olarak tanımlanan yapısal parametrelerinin tutarlı tahminleri gerçekleştirilir. Yapısal parametrelerini tanımlayan momentler şu şekildedir:

$$m(\rho, \theta_0) = E_{\rho} [s_f(Y_t, \theta_0)] = \int s_f(Y_t, \theta_0) dP(Y_t, \rho) \quad (2.63)$$

Latent değişkenin varlığı moment koşulu için analitik bir ifadeyi olanaksız hale getirmektedir. Bu nedenle örneklem momentlerinin Monte Carlo integrasyonu ile hesaplanması gerekmektedir. Dolayısıyla EMM'nin ikinci aşamasında Duffie ve Singleton (1993)'un simule edilmiş momentler yönteminin (SMM) uygulanması olarak karşımıza çıkmaktadır.⁸⁶

Bu aşamada simule edilmiş $\hat{y}_n(\rho)$ ($n=1, \dots, N$) serisi verilen ρ için yapısal modelden oluşturulur ve $\hat{\theta}_T$ 'nin YEÇB tahmini aşamasında örneklem momentlerinin elde edilmesinde kullanılır:

$$m_N(\rho, \hat{\theta}_T) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(\hat{y}_n(\rho) | \hat{Y}_{n-1}(\rho), \hat{\theta}_T) \quad (2.64)$$

$N \rightarrow \infty$ gittikçe $m_N(\rho, \hat{\theta}_T) \rightarrow m(\rho, \hat{\theta}_T)$ olmaktadır. Bu ifade simule edilmiş yeterince büyük bir örneklem için Monte Carlo hataları anlamsız hale geldiğini göstermektedir. ρ 'nin EMM tahmincisinin elde edilmesinde aşağıdaki en küçük kriteri dikkate alınmaktadır:

⁸⁶ Torben G. Andersen, Hyung-Jin Chung, Bent E. Sorensen, **a.g.e.**, p. 66.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_T &= \arg \min_{\rho} \left[m_N(\rho, \hat{\theta}_T)' \hat{I}_T^{-1} m_N(\rho, \hat{\theta}_T) \right] \\ \hat{I}_T &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(y_t | Y_{t-1}, \hat{\theta}_T) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f(y_t | Y_{t-1}, \hat{\theta}_T)'\end{aligned}\quad (2.65)$$

2.65 no'lu gösterimde yer alan $\hat{I}_T$ örneklem yarı-skor vektörünün asimtotik varyans-kovaryans matrisinin tutarlı tahmincisidir. Stokastik oynaklık modelinin tahminin ardından parametreleri test etmek amacıyla gerekli olan asimtotik varyans-kovaryans matrisinin tutarlı tahminleri aşağıda gösterildiği şekilde gerçekleştirilebilmektedir:

$$Cov(\hat{\rho}_T) = \frac{1}{T} \left[\frac{\partial m_N(\hat{\rho}_T, \hat{\theta}_T)'}{\partial \rho} \hat{I}_T^{-1} \frac{\partial m_N(\hat{\rho}_T, \hat{\theta}_T)'}{\partial \rho'} \right]^{-1} \quad (2.66)$$

EMM ile etkin tahminlerin gerçekleştirilebilmesi $f(y_t | Y_{t-1}, \theta)$ skor üreticisi fonksiyonunun veri setini iyi şekilde temsil etmesine bağlıdır. Bu noktada yarı-parametrik yoğunluk fonksiyonlarının kullanılması önerilmektedir.⁸⁷

2.4.2. Zaman Serisinin Karesinin Logaritmasının İstatistiksel Özelliklerini Dikkate Alan Tahminciler

Stokastik oynaklık modelinin tahmininde y_t zaman serisinin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahmincilerin dışında $\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahminciler de bulunmaktadır. Bu kısımda $\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahmin yöntemlerinden Yarı En Çok Benzerlik (YEÇB) ve Monte Carlo Benzerlik (MCB) yöntemleri anlatılmaktadır.

⁸⁷ Ronald Gallant, David Hsieh, George Tauchen, **a.g.e.**, p. 166.

YEÇB yöntemi stokastik oynaklık modelinin tahmininde en sık kullanılan yöntemlerin başında gelmektedir. YEÇB tahmincisine ait en temel özellik stokastik oynaklık modelinde yer alan değişkenlerin karelerinin logaritmalarının alınmasıyla doğrusal hale getirilmesine dayalı olmasıdır. Stokastik oynaklık modelinin YEÇB tahmin yöntemi ile çözümü ilk olarak Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilmiştir.

YEÇB yöntemi Kalman filtresini temel alan bir yöntem olup bu filtrenin $\ln y_t^2$ serisine uygulanmasıyla bir dönem sonraki hatalar ve varyanslar elde edilmektedir. Daha sonra bu değerler yarı en çok benzerlik fonksiyonunun oluşturulmasında kullanılmaktadır.⁸⁸ $\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan YEÇB tahmin yönteminin temel aldığı model 2.2 ve/veya 2.4 no'lu gösterimde yer alan modellerdir. Bu modellerin ortalama denklemlerindeki değişkenlerin karelerinin logaritmalarının alınmasıyla YEÇB yönteminde ele alınan modele ulaşılmaktadır:

$$\begin{aligned}\ln y_t^2 &= \mu + h_t + \xi_t \\ h_t &= \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t\end{aligned}\tag{2.67}$$

Uzay-durum (state-space) modeli olarak da adlandırılan 2.67 no'lu gösterimde $\mu = E(\ln \varepsilon_t^2)$, $\xi_t = \ln \varepsilon_t^2 - E(\ln \varepsilon_t^2)$ olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle ξ_t 'nin dağılımı ε_t 'ye bağlıdır ve ε_t 'nin normal dağılıma uygunluk göstermesi durumunda ortalama ve varyans değerleri sırasıyla -1.27 ve 4.934 ($\sigma_\xi^2 = \pi^2/2$) değerlerine eşittir. Bu durumda ortalama denklemi $\ln y_t^2 = -1.27 + h_t + \xi_t$ şeklinde yazılabilmektedir. Ayrıca 2.67 no'lu gösterimde yer alan ξ_t , Gaussyan olmayan sıfır ortalamalı bir dağılıma sahiptir ve $\ln y_t^2$ değişkeni de Gaussyan olmayan bir özellik göstermektedir.

⁸⁸ Esther Ruiz, "Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models", **Journal of Econometrics**, Vol. 63, No: 1, 1994, p. 292.

$\theta = (\mu, \gamma, \phi, \sigma_\eta^2, \sigma_\xi^2)'$ tahmin edilmesi gereken parametre vektörü olarak tanımlandığında eğer ε_t 'nin normal dağılıma sahip olduğu varsayılıyorsa σ_ξ^2 'nin tahmin edilmesine ihtiyaç duyulmamaktadır.⁸⁹ Bu yöntemde kullanılan birleşik yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$f(y_1, \dots, y_T; \theta) = \sum_{t=1}^T f(y_t | Y_{t-1}; \theta) \quad (2.68)$$

2.68 no'lu gösterimdeki Y_{t-1} , $t-1$ dönemindeki bilgiyi göstermektedir. YEÇB yönteminin sonlu örnek özellikleri dikkate alındığında σ_η^2 'nin değeri düştükçe σ_η^2 'nin tahmincisinin eğilimi artmaktadır. Ayrıca oynaklığın kalıcılığı (sürekliliği) yüksek ve σ_η^2 küçük iken YEÇB yönteminin sonlu örnek özelliklerinin yetersiz olduğu ifade edilmektedir.

YEÇB tahmincisi $\ln y_t^2$ 'nin benzerlik fonksiyonunu elde edemediği için etkin olmayan bir tahminci olarak nitelendirilmektedir. Ayrıca y_t serisi sıfıra yaklaştıkça log-oynaklık dönüştürmesi negatif değerler almakta ve özellikle y_t 'nin sıfıra eşit olduğu durumlarda log-oynaklık dönüştürmesi tanımsız olmaktadır.⁹⁰ Harvey ve Shephard (1996) tarafından belirtildiği üzere YEÇB yöntemi asimetrik stokastik oynaklık modelinin tahminin de kullanılmaktadır.

$\ln y_t^2$ 'nin istatistiksel özelliklerini dikkate alan tahmin yöntemlerinden diğeri ise Durbin ve Koopman (1997)⁹¹ tarafından geliştirilen Monte Carlo En Çok Benzerlik (MCB) yöntemidir. MCB yöntemi daha sonra Sandmann ve Koopman

⁸⁹ Andrew C. Harvey, Neil Shephard, **a.g.e.**, p. 430.

⁹⁰ Carmen Broto, Esther Luiz, **a.g.e.**, p. 626.

⁹¹ James Durbin, Siem Jan Koopman, "Monte Carlo Maximum Likelihood Estimation for Non-Gaussian State Space Models", **Biometrika**, Vol. 84, No: 3, 1997, pp. 669-684.

(1998)⁹² tarafından stokastik oynaklık modelinin tahmini için uyarlanmıştır. Bu yöntem de YEÇB yöntemi gibi uzay-durum modelini temel almaktadır.

MCB yönteminde kullanılan stokastik oynaklık modeli aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= \beta \exp(h_t / 2) \varepsilon_t \\ h_t &= \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.69)$$

2.69 no'lu stokastik oynaklık modelindeki ortalama denkleminde bulunan değişkenlerin karelerinin logaritmaları alındığında aşağıdaki modele ulaşılmaktadır:

$$\begin{aligned} \ln y_t^2 &= \ln \beta^2 + h_t + \xi_t \\ h_t &= \phi h_{t-1} + \eta_t \end{aligned} \quad (2.70)$$

Bu gösterimde $\xi_t = \ln \varepsilon_t^2$ olarak ifade edilmekte ve Gaussyan olmayan bir özellik göstermektedir. Önem örneklemesi tekniklerine dayanan MCB yönteminde 2.70 no'lu gösterimdeki uzay durum modeli için log benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\ln L(z | \psi) = \ln L_G(z | \psi) + \ln E_G \left[\frac{p_{doğru}(\xi | \psi)}{p_G(\xi | \psi)} \right] \quad (2.71)$$

2.71 no'lu gösterimde $z = (z_1, z_2, \dots, z_T)'$, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T)'$, $\psi = (\beta, \phi, \sigma_\eta^2, \sigma_\xi^2)'$ şeklinde tanımlanmaktadır. Burada ifade kolaylığı olması açısından $z_t = \ln y_t^2$ olarak ele alınmıştır. $L_G(z | \psi)$ Gaussyan modele yaklaşan log benzerlik fonksiyonunu, $p_{doğru}(\xi | \psi)$ ölçme hatalarının yoğunluk fonksiyonunu,

⁹² Gleb Sandmann, Siem Jan Koopman, "Estimation of Stochastic Volatility Models via Monte Carlo Maximum Likelihood", **Journal of Econometrics**, Vol. 87, No: 2, 1998, pp. 271-301.

$p_G(\xi|\psi)$ Gaussyan yaklaşım modelinin ölçüm dağılımlarının yoğunluk fonksiyonunun temsil etmektedir. E_G ise yaklaşım modeli ile ilişkili olan $p_G(\xi|z,\psi)$ önem yoğunluk fonksiyonunun beklenen değeridir.⁹³

2.71'deki benzerlik fonksiyonun eğilimsiz tahmini şu şekildedir:

$$\ln \hat{L}(\psi) = \ln L_G(z|\psi) + \ln \bar{w} + \frac{s_w^2}{2N\bar{w}^2} \quad (2.72)$$

2.72 no'lu gösterimdeki $\bar{w}$ ve s_w^2 MCB yöntemi ile tahmin aşamasında anahtar rol oynamaktadır. Bu yöntemin uygulanmasında kullanılan algoritmaya ait aşamalar Durbin ve Koopman (1997) tarafından aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır:

1. $p_G(\xi|z,\psi)$ önem yoğunluk fonksiyonuna dayalı uygun örnekleme şemasından çıkarılabilen Gaussyan yaklaşım modeli seçilir.

2. Kalman filtresi yöntemi ile yaklaşım modeli için $\ln L_G(z|\psi)$ ve $\hat{\xi} = E(\xi|z,\psi)$ hesaplanır ve bu hesaplanan değerler kaydedilir.

3. $p_G(\xi|z,\psi)$ önem yoğunluk fonksiyonundan $\xi^{(i)} = (\xi_1^{(i)}, \dots, \xi_T^{(i)})$ gibi bir örneklem oluşturulur.

4. Bu örneklemin karşıtı olarak nitelendirilen $\tilde{\xi}^{(i)} = 2\hat{\xi} - \xi^{(i)}$ şeklinde bir örneklem oluşturulur.

5. $w^{(i)} = \frac{w(\xi^{(i)}) + w(\tilde{\xi}^{(i)})}{2}$ ve $w(\xi) = \frac{p_{\ln \chi^2_1}(\xi|\psi)}{p_G(\xi|\psi)}$ değerleri hesaplanarak

kaydedilir.

⁹³ A.e., p. 277.

6. 3 ile 5 arasındaki N kez örneklem çekilene kadar tekrar edilir.

7. $i=1, \dots, N$ olmak üzere $w^{(i)}$ 'nin örnek ortalaması ve varyansı olan $\bar{w}$ ve s_w^2 hesaplanır.

Bu algorithmadan faydalanılarak $\psi = (\beta, \phi, \sigma_\eta^2, \sigma_\xi^2)'$ parametre vektörü 2.72 no'lu denklemin sayısal optimizasyonu ile elde edilmektedir. Modelin benzerlik fonksiyonu olan $\ln L_G(z|\psi)$ algoritma için başlangıç değerlerinin belirlenmesinde kullanılabilmektedir. Bu algorithmadaki önemli noktalardan birisi de N 'nin seçimidir. Buna göre N 'nin seçimi benzerlik fonksiyonuna olan yaklaşımın geçerliliğini belirlemektedir. N arttıkça daha bu yaklaşım daha geçerli bir yaklaşım haline gelmektedir.

MCB yöntemi kalın kuyruk özelliğinin ve asimetrik etkinin varlığı durumunda kolaylıkla kullanılabilmektedir. Ayrıca bu yöntem modele başka bir bağımsız değişkenin dâhil edilmesi durumunda da kullanılabilmektedir. Asai ve McAleer (2005, 2011) MCB yöntemini asimetrik stokastik oynaklık modelinin tahmininde kullanarak bu yöntemin oldukça başarılı sonuçlara sahip olduğunu göstermişlerdir.

3. BÖLÜM

ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

3.1. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN ÖZELLİKLERİ

Finansal varlıkların oynaklığının modellenmesinde kullanılan stokastik oynaklık modellerinin deterministik oynaklık modelleri olarak bilinen ARCH tipi oynaklık modellerine göre daha üstün ve güçlü alternatifler sunduğu bilinmektedir. Stokastik oynaklık modellerinin bu üstünlüğünün temelinde oynaklığın hem koşullu hem de koşulsuz özelliklerinin dikkate alınması yer almaktadır. Oysa ARCH tipi deterministik modeller oynaklığın sadece koşullu özellikleri ile ilgilenmektedir.

Tek değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile tek değişkenli ARCH modellerindeki ayrım çok değişkenli yapılar için de geçerlidir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin varyans denklemlerinde deterministik olanlarından farklı olarak hata terimi bulunmaktadır ve oynaklık süreci gözlenemeyen, latent (gizli) oynaklık olarak ortaya çıkmaktadır. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde ek bir hata teriminin varlığı bu modelleri, alternatifi olan çok değişkenli deterministik modellere göre daha esnek hale getirmektedir.

Stokastik oynaklık modelleri çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine teorik açıdan kolaylıkla genişletilebilmektedir. Ancak tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmini aşamasındaki zorluklar çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde de görülmektedir.

Çok değişkenli oynaklık modellerinin önemli olmasının iktisadi ve ekonometrik açılardan sebepleri bulunmaktadır. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde korelasyon yapılarına ait bilgi varlık fiyatlama, optimal portföye ait riskin yönetimi, portföy dağılımı gibi birçok finansal uygulamada hayati önem

taşımaktadır. Finansal oynaklığın birden fazla finansal varlık ve/veya piyasa arasındaki etkileşimi ve birlikte hareket etmesi dikkate alındığında, bu oynaklığı çok değişkenli bir yapıda modellemek istatistiksel açıdan daha etkin sonuçlar ortaya çıkmaktadır.¹ Finansal piyasalarda görülen oynaklıkların birbirleriyle etkileşim içerisinde olduğu literatürde iyi bilinen bir durum olarak nitelendirilmektedir.² GARCH modellerde çok değişkenli yapılar karmaşık ve çok parametrelili gecikme yapıları gerektirirken çok değişkenli stokastik oynaklık modeli daha az parametre gerektirmekte ve korelasyonlara dayalı olarak oluşturulmaktadır.³

Literatür incelendiğinde çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile az sayıda ampirik çalışmanın bulunduğu görülmektedir. Tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmininde yaşanan güçlüklerin benzerine çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde de rastlanmaktadır. Bu güçlüklerin temelinde çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin yapısı gereği birden fazla değişkenin oynaklığını dikkate alması neticesinde parametre uzayının yüksek boyutlu olması yatmaktadır. Diğer taraftan yaşanan önemli güçlüklerden birisi de yine birden fazla değişkenin varlığı nedeniyle oluşturulan oynaklıkları gösteren matrislerin pozitif tanımlı olması gerekliliğidir.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri finansal varlık getirilerinin dinamiklerini tanımlamak için oldukça kullanışlı modellerdir. Finansal varlık getirilerinin özellikleri aşağıdaki gibi sıralanmaktadır:⁴

- Varlık getirileri sivri dağılımlara sahiptir.
- Getiriler karşılıklı olarak birbiriyle bağımlıdır.
- Oynaklıklar karşılıklı olarak birbiriyle bağımlıdır.

¹ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, “Multivariate Stochastic Volatility: A Review”, **Econometrics Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, p. 146.

² Jun Yu, Renate Meyer, “Multivariate Stochastic Volatility Models: Bayesian Estimation and Model Comparison”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, p. 362.

³ Jon Danielsson, “Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and a Comparison with VGARCH Models”, **Journal of Empirical Finance**, Vol. 5, No: 2, 1998, p. 159.

⁴ Jun Yu, Renate Meyer, **a.g.e.**, p. 364.

- Herhangi bir finansal varlığın oynaklık diğer bir varlığın oynaklığının nedeni olabilmektedir. Bu durum bir piyasadan diğerine olan oynaklık yayılması (volatility spillover) olarak nitelendirilmektedir.
- Korelasyonlar zamana bağlı olarak değişen özellik göstermektedir.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri literatüre Harvey vd. (1994)⁵ tarafından kazandırılmıştır. Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri de tek değişkenli modeller gibi kesikli ve sürekli zamanı dikkate alan şekilde ifade edilebilmektedir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modeline ait sürekli zaman geçişi (yayılımı) modeli aşağıdaki gibidir:⁶

$$\begin{aligned} dS(t) &= H^{1/2}(t) dW^{(1)}(t) \\ df(\text{vech}(H(t))) &= a(\text{vech}(H(t))) dt + b(\text{vech}(H(t))) dW^{(2)}(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

3.1 no'lu gösterimde yer alan $S = (S_1, \dots, S_m)'$, m adet finansal varlığa ait logaritmik fiyat serisini gösteren vektördür. $\text{vech}(\cdot)$ işlemcisi ise alt üçgen matris olarak tanımlanan matrisin her bir sütununu kümeleyen işlemci olarak ifade edilmektedir. Ayrıca $W^{(1)}(t)$ ve $W^{(2)}(t)$, elemanları karşılıklı olarak korelasyonlu olabilen Brownian harekete sahip iki vektördür.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin kesikli zamanı dikkate alan şekilde gösterimi ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} y_t &= H_t^{1/2} \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, I_m) \\ f(\text{vech}(H_t)) &= a(\text{vech}(H_{t-1})) + f(\text{vech}(H_{t-1})) + b(\text{vech}(H_t)) \eta_{t-1} \\ \eta_{t-1} &\sim N(0, \Sigma_\eta) \end{aligned} \quad (3.2)$$

⁵ Andrew Harvey, Esther Ruiz, Neil Shephard, "Multivariate Stochastic Variance Models", **The Review of Economic Studies**, Vol. 61, No: 2, 1994, pp. 247-264.

⁶ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 147.

Çok değişkenli literatürde, $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{pt})$ gibi p adet finansal zaman serileri dikkate alındığında asıl amaç $\mathbf{y}_t$ 'nin zamana bağlı değişen koşullu kovaryans matrisini modellemektir.⁷

Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen ve temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeli olarak adlandırılan modelde, $\mathbf{y}_t$ $N \times 1$ boyutlu bir vektörü gösterdiği takdirde (N değişken sayısıdır) aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t & t &= 1, \dots, T \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t & t &= 1, \dots, T-1 \\ \mathbf{H}_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{Nt}/2)) \\ \mathbf{h}_1 &\sim N_N(\boldsymbol{\mu}, \Sigma_0) \\ \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \boldsymbol{\eta}_t \end{pmatrix} | \mathbf{h}_t &\sim N_{2N}(0, \Sigma) & \Sigma &= \begin{pmatrix} \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} & 0 \\ 0 & \Sigma_{\eta\eta} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.3 no'lu gösterimde $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{Nt})'$ sıfır ortalamalı $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılıma uygunluk gösteren hata terimidir. Kovaryans matrisinin köşegen elemanları varyansı, köşegen olmayan elemanları ise ρ_{ij} olarak ifade edilmekte ve kovaryans değerlerini göstermektedir. Aslında $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ aynı zamanda bir korelasyon matrisi olarak da nitelendirilmektedir. Bu matris $\rho_{ii} = 1$ ve $i \neq j$ için $|\rho_{ij}| < 1$ olan pozitif tanımlı bir matristir.⁸ Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen geleneksel çok değişkenli stokastik oynaklık modelinde $\text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_t, \boldsymbol{\eta}_t) | \mathbf{h}_t = 0$ varsayımı yapılarak, kaldıraç etkisinin varlığına izin verilmemektedir.

⁷ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, "Multivariate Stochastic Volatility", **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, p. 367.

⁸ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 148.

3.3 no'lu gösterimde kovaryansların varyanslardan bağımsız olarak zaman içerisinde hareket etmesine izin vermemektedir.⁹

3.3 no'lu gösterimdeki varyans modelinde yer alan $\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{Nt})'$ $\Sigma_{\eta\eta}$ kovaryans matrisli sıfır ortalamalı çok değişkenli normal dağılıma uygunluk gösteren hata terimidir. $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_N)'$ varyans modelindeki sabitler vektörünü, $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_N)$ ise parametre matrisinin köşegen elemanlarını ifade etmektedir. Oynaklıkları gösteren $\mathbf{H}_t$ oynaklıklara ait matriste de yine bu matrisin köşegen elemanları başka bir ifadeyle sadece o finansal varlık getirisinin oynaklığı dikkate alınmaktadır. Bu açıdan bakıldığında Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen ilk çok değişkenli stokastik oynaklık modeli finansal varlıklara ait getirilerin oynaklıkları arasındaki etkileşim ortaya koyulamamaktadır. Bu model spesifikasyonu finansal varlıklara ait getirilerin oynaklıkları arasındaki nedensellik ilişkisine, karşılıklı korelasyonlar ve getiriler arasındaki karşılıklı ilişkiye izin vermemektedir. Ancak bu model sivri dağılımlara ve oynaklık kümelenmelerine izin vermektedir.¹⁰

3.3 no'lu gösterimin varyans modelinde yer alan $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, \dots, h_{Nt})'$ $N \times 1$ boyutlu çok değişkenli AR(1) sürecine ve/veya ARMA süreçlerine genelleştirilebilmektedir. Ancak bu durum uygulamada çok fazla karşılaşılan bir durum değildir. Bunun yerine $\mathbf{h}_t$ 'nin rassal yürüyüş sürecini dikkate alan özel bir durum üzerinde durulmaktadır:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t &= (-1.27)\mathbf{1} + \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\xi}_t \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{h}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t \end{aligned} \tag{3.4}$$

Bu gösterim uzay-durum modeli olarak nitelendirilmekte ve bu uzay-durum modelinin tek değişkenli yapıyı dikkate alan türü yine Harvey vd. (1994) tarafından

⁹ Andrew Harvey, Esther Ruiz, Neil Shephard, **a.g.e.**, p. 251.

¹⁰ Jun Yu, Renate Meyer, **a.g.e.**, p. 365.

geliştirilmiştir. Bu modelde de değişkenlerin karelerinin logaritmaları alınmaktadır. 3.4 no'lu gösterimde $\mathbf{w}_t = (w_{1t}, \dots, w_{Nt})'$ ve $\boldsymbol{\xi}_t = (\xi_{1t}, \dots, \xi_{Nt})'$ olarak gösterilmekte ayrıca $w_{it} = \log y_{it}^2$ ve $\xi_{it} = \log \varepsilon_{it}^2 + (1.27)\mathbf{1}$ şeklinde ifade edilmektedir. $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)'$ ise $N \times 1$ boyutlu sabitler vektörüdür. Bu gösterimde yer alan $\boldsymbol{\xi}_t$ çok değişkenli normal dağılıma uymamaktadır. Harvey vd. (1994) $\boldsymbol{\xi}_t$ 'nin kovaryans matrisinin (i, j) . elemanını $(\pi^2 / 2) \rho_{ij}^*$ ($\rho_{ii}^* = 1$) şeklinde göstermişlerdir:

$$\rho_{ij}^* = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{\left\{ \prod_{k=1}^n (x+k-1) \right\} n} \rho_{ij}^{2n} \quad (3.5)$$

Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde en sık karşılaşılan sorun oynaklıklar matrisi $\mathbf{H}_t$ 'nin pozitif tanımlı olması gerekliliği ve çok değişkenli yapıdan kaynaklanan yüksek boyut sorunudur. $\mathbf{H}_t$ matrisinin gizli (latent) özelliği pozitif tanımlılığı daha zor hale getirmektedir ve bu matrisin pozitif tanımlı olmasının gerekliliği bazı kısıtlamaları da beraberinde getirmektedir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin spesifikasyonu açısından bakıldığında bu kısıtlamaların varlığı modellerin esnekliğini etkilemektedir ve tahmin açısından da sorunlar çıkarmaktadır. Bu nedenle çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin spesifikasyonuna ait esneklik ile yüksek boyut sorunu arasında bir değiş tokuş ilişkisi bulunmaktadır.¹¹ Literatürdeki tüm çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri bu değiş tokuş ilişkisinden hareketle $\mathbf{H}_t$ 'nin pozitif tanımlılığı ile boyut sorunu birlikte dikkate alınarak geliştirilmiştir.

$\mathbf{H}_t$ 'nin boyut sorunu karşısında geliştirilen çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin cimrilik ilkesine sahip olması beklenmektedir. Cimrilik ilkesinin temelinde ise tahmin edilecek parametre sayısının mümkün olduğunca az sayıda olması yer almaktadır. Bu matrisin gerek pozitif tanımlı olması koşulu gerekse

¹¹ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 148.

cimrilik ilkesinin yerine gelmesi ancak $\mathbf{H}_t$ matrisinin köşegen bir matris olması kısıtı altında mümkün olmaktadır. Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelinde tahmin edilecek parametre sayısı N değişken sayısını göstermek üzere $2N + N^2$ şeklindedir.

3.2. TEMEL ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeli daha sonraları birçok yazar tarafından teorik olarak geliştirilmiştir. Ancak buna rağmen ampirik olarak literatürde çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin türleri ile ilgili az sayıda çalışma bulunmaktadır. Çalışmanın bir sonraki kısmında literatürde geliştirilmiş olan çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri anlatılmaktadır.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeline başka bir yaklaşım So vd. (1997)¹² tarafından geliştirilmiştir. So vd. (1997) tarafından geliştirilen model ile Harvey vd. (1994) tarafından ortaya konulan temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeli arasındaki en temel farklılık modellerin spesifikasyonundaki latent (gizli) oynaklığın izlediği süreçten kaynaklanmaktadır. Harvey vd. (1994)'teki modelde latent oynaklık sürecinin rassal yürüyüş süreci izlediği varsayılırken So vd. (1997) de latent oynaklığın birinci mertebeden otoregresif sürece uygunluk gösterdiği varsayılmaktadır. So vd. (1997) tarafından geliştirilen model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{w}}_t &= \mathbf{h}_t + \tilde{\xi}_t \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t\end{aligned}\tag{3.6}$$

¹² Mike K. P. So, W. K. Li, K. Lam, "Multivariate Modelling of the Autoregressive Random Variance process", **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 18, No: 4, 1997, pp. 429-446.

3.6 no'lu modeldeki $\tilde{\mathbf{w}}_t = (\tilde{w}_{1t}, \dots, \tilde{w}_{Nt})'$ ve $\tilde{\boldsymbol{\xi}}_t = (\tilde{\xi}_{1t}, \dots, \tilde{\xi}_{Nt})'$ şeklinde ifade edilmektedir. So vd. (1997) tarafından önerilen modelde $\tilde{w}_{it} = \log|y_{it} - \bar{y}_i|$ ve $\bar{y}_i = \sum_{t=1}^T y_{it} / T$ gösterimleri Harvey vd. (1994)'ün modelindekinden farklı olarak karşımıza çıkmaktadır.

$\tilde{\boldsymbol{\xi}}_t$ ortalama modelinin hata terimine ait ortalama ve varyans değerleri sırasıyla $E(\tilde{\boldsymbol{\xi}}_t) = (-0.635)\mathbf{1}$ ve $Var(\tilde{\boldsymbol{\xi}}_t) = (\pi^2/8)\mathbf{I}$ şeklindedir. Burada $\mathbf{1}$, birler vektörünü, $\mathbf{I}$ ise birim matrisi göstermektedir.

Harvey vd. (1994)'ün modelinde latent oynaklık sürecinin teorik olarak AR(1) sürecine genelleştirilebileceğini ancak uygulamada bunun çok da mümkün olmayan bir durum olduğunu belirtilmektedir. So vd. (1997) ise 3.6 no'lu modelden görülebileceği üzere bu durumun uygulamada da mümkün olduğunu ortaya koymuşlardır. Harvey vd. (1994) ve So vd. (1997) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli modeller olarak nitelendirilen modeller tahmin yöntemleri açısından da farklılaşmaktadır. Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen modelin tahmini aşamasında Yarı En Çok Benzerlik (YEÇB) yöntemi kullanılırken, So vd. (1997) tarafından geliştirilen modelin tahmini Beklenti Maksimizasyonu (EM) yöntemi ile gerçekleştirilmektedir. EM yöntemi YEÇB yöntemine göre hesaplama açısından daha etkin olan ve sayısal olarak daha iyi sonuçlar bir veren algoritmaya sahiptir.¹³

Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin 3.6 no'lu modelde yer alan otoregresif parametre matrisi Φ için $\Phi = \mathbf{I}$ varsayımı yapılarak latent oynaklığın rassal yürüyüş süreci izlediği varsayılmaktadır. Bu varsayımın altında Φ parametre matrisinin köşegen olmayan elemanlarının sıfıra eşit olması durumu yatmaktadır. Ancak zaman serileri arasında nedensel ilişkiler bulunmaktadır ve bu yüzden varyanstaki söz konusu ilişkiler

¹³ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 370.

üzerinde çalışılırken Φ 'nın köşegen olmayan elemanlarını dikkate almak yararlı olabilmektedir.¹⁴

So vd. (1997)'nin Φ 'nın köşegen olmayan elemanlarının sıfırdan farklı olabileceği durumunu değerlendirmesi aslında finansal varlıkların oynaklıkları arasında ilişki bulunması anlamını taşımaktadır. So vd. (1997) tarafından geliştirilen model bu yaklaşımla da Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen modelden farklılık göstermektedir. 3.4 ve 3.6 no'lu gösterimlerden anlaşılabileceği üzere Harvey vd. (1994) ile So vd. (1997) tarafından geliştirilen modeller arasındaki en büyük benzerlik bu modellerin her ikisinin de uzay-durum modeli temelinde ele alınmasıdır.

Harvey vd. (1994) ve So vd. (1997) tarafından yapılan çalışmalarda $\Sigma_{\eta\eta}$ matrisinin köşegen olmayan elemanlarının sıfıra eşit olduğu varsayılmaktadır. $\Sigma_{\eta\eta}$ 'nin köşegen olmayan elemanları sıfıra eşitse bu durumda oynaklık süreçleri korelasyonsuz, birbiriyle ilişkisiz olmaktadır. Bu durum başka bir ifadeyle finansal varlıkların oynaklıkları arasında herhangi bir dağılma (spillover) bulunmadığı anlamını taşımaktadır.

Literatürde Harvey vd. (1994)'ün temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelindeki $\mathbf{h}_t$ latent oynaklığın VARMA sürecine genişletilebileceğini belirten çalışmalar da bulunmaktadır. Asai vd. (2006) bu durumu aşağıdaki biçimde göstermişlerdir:

$$\begin{aligned}\Phi(L)\mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \Theta(L)\boldsymbol{\eta}_t \\ \Phi(L) &= I_m - \sum_{i=1}^p \Phi_i L^i \\ \Theta(L) &= I_m - \sum_{j=1}^q \Theta_j L^j\end{aligned}\tag{3.7}$$

¹⁴ Mike K. P. So, W. K. Li, K. Lam, **a.g.e.**, p. 432.

3.7 no'lu modelde yer alan L gecikme işlemcisidir. Bu modelde p , AR sürecinin mertebesini ifade etmektedir ve latent oynaklık otoregresif süreç izlemektedir. q ise MA sürecinin mertebesini göstermekte ve oynaklık modelinin hata terimi hareketli ortalama süreci izlemektedir.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeli kapsamında geliştirilen bir diğer model Smith ve Pitts (2006)¹⁵,ya aittir. Bu model iki değişkenli bir yapıyı dikkate almaktadır:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_2(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{Z}_{t-1} \boldsymbol{\alpha}) + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_2(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\ \mathbf{h}_1 &\sim N_2(\mathbf{Z}_1 \boldsymbol{\alpha}_1, \Sigma_0) \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.8 no'lu gösterimde yer alan iki değişkenli stokastik oynaklık modelinde $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t})'$, $\mathbf{H}_t^{1/2} = \text{diag}(\exp(h_{1t}), \exp(h_{2t}))$, $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, h_{2t})'$ ve $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\phi_1, \phi_2)$ olarak ifade edilmektedir. $\mathbf{Z}_t = b\text{diag}(z'_{1t}, z'_{2t})$ matrisi oynaklık denkleminde giren açıklayıcı (bağımsız) değişkenlere ait sütun köşegen matrisi olarak ifade edilmektedir. $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha'_1, \alpha'_2)'$ ise açıklayıcı değişkenlere ait katsayılarıdır.

Σ_0 'ın (i, j) . elemanı, $\Sigma_{\eta\eta}$ 'nin (i, j) . elemanının $1 - \phi_i \phi_j$ 'ye bölünmesiyle elde edilmektedir ve durum $\mathbf{h}_t - \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha}$ 'nın durağanlık koşulunu güçlü hale getirmektedir.¹⁶

Smith ve Pitt (2006) tarafından geliştirilen iki değişkenli stokastik oynaklık modelinde $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ile $\boldsymbol{\eta}_t$ arasında bir korelasyon bulunmamaktadır dolayısıyla bu modelde kaldıraç etkisine izin verilmemektedir. Smith ve Pitt (2006) geliştirmiş

¹⁵ Michael Smith, Andrew Pitts, "Foreign Exchange Intervention by the Bank of Japan: Bayesian Analysis Using a Bivariate Stochastic Volatility Model", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 425-451.

¹⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 370.

oldukları modelin tahmini aşamasında “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemini kullanmışlardır.

Bos ve Shephard (2006)¹⁷, Smith ve Pitts (2006) tarafından geliştirilen modele benzer spesifikasyona sahip çok değişkenli stokastik oynaklık modeli geliştirmişlerdir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{G}_t \mathbf{u}_t \\ \boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{V}_t \mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_N(0, \mathbf{I}) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_N(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.9 no’lu modelde Smith ve Pitts (2006) tarafından geliştirilen modelden farklı olarak $\boldsymbol{\alpha}_t$ oynaklık modelinde yer almamaktadır. Bu modelde $\mathbf{H}_t^{1/2} = \text{diag}(\exp(h_{1t}), \dots, \exp(h_{Nt}))$, $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, \dots, h_{Nt})'$ ve $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_N)$ şeklinde tanımlanmaktadır. $\mathbf{G}_t \mathbf{u}_t$ ve $\mathbf{V}_t \mathbf{u}_t$ ’nin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca $\boldsymbol{\Phi}$ parametre matrisinin köşegen elemanları sıfırdan farklı olabilmektedir.

Bos ve Shephard (2006) tarafından geliştirilen model uzay-durum modeli ile de ifade edilebilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{u}_t^* \quad \mathbf{u}_t^* \sim N_N(0, \mathbf{G}_t \mathbf{H}_t \mathbf{G}_t') \\ \boldsymbol{\alpha}_{t+1} &= \mathbf{T}_t \boldsymbol{\alpha}_t + \mathbf{v}_t^* \quad \mathbf{v}_t^* \sim N_{N-1}(0, \mathbf{V}_t \mathbf{H}_t \mathbf{V}_t') \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.10 no’lu uzay-durum modelinde $\mathbf{u}_t^*$ ve $\mathbf{v}_t^*$ birbirinden bağımsızdır dolayısıyla bu modelde de diğer temel çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde olduğu gibi kaldıraç etkisine izin verilmemektedir. Bos ve Shephard

¹⁷ Charles S. Bos, Neil Shephard, “Inference for Adaptive Time Series Models: Stochastic Volatility and Conditionally Gaussian State Space Form”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 219-244.

(2006) geliştirdikleri modeli “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemi ile tahmin edilmesini önermişlerdir.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri için bir diğer katkı Yu ve Meyer (2006) tarafından yapılan çalışmayla sunulmuştur. Yu ve Meyer (2006) tarafından geliştirilen modelde finansal varlıkların getirileri arasındaki oynaklık etkileşimine izin verilmektedir başka bir ifadeyle oynaklık arasında Granger nedensellik ilişkisi bulunduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle Yu ve Meyer (2006) tarafından geliştirilen modele “Granger Nedensellik Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık” (GC-MSV) modeli adı verilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t & \boldsymbol{\varepsilon}_t &\sim N(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t & \boldsymbol{\eta}_t &\sim N(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Yu ve Meyer (2006) 3.11 no’lu gösterimde yer alan modeli basitlik amacıyla iki değişkenli olarak ifade etmişlerdir. Buna göre $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, y_{2t})'$, $\mathbf{H}_t^{1/2} = \text{diag}(\exp(h_{1t}), \exp(h_{2t}))$, $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, h_{2t})'$, $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\phi_1, \phi_2)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$, $\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_{1t}, \eta_{2t})'$ ve $\boldsymbol{\mu} = (\mu_{1t}, \mu_{2t})'$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Granger nedensellik çok değişkenli stokastik oynaklık modelinde oynaklıkların birbirleriyle etkileşim içerisinde olduğu varsayımı yapılmaktadır.

$\boldsymbol{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix}$ parametre matrisinde yer alan parametrelerden $\phi_{21} \neq 0$ ise birinci

finansal varlığın oynaklığı ikinci finansal varlığın oynaklığının Granger nedeni olmaktadır. Başka bir ifadeyle birinci finansal varlığın oynaklığından ikinci finansal varlığın oynaklığına doğru tek yönlü bir nedensellik bulunmaktadır. Diğer taraftan $\phi_{12} \neq 0$ ise ikinci finansal varlığın oynaklığı birinci finansal varlığın oynaklığının nedenidir ve ikinci finansal varlığın oynaklığından birinci finansal varlığın oynaklığına doğru tek yönlü bir nedensellik mevcuttur. $\phi_{21} \neq 0$ ve $\phi_{12} \neq 0$ olması

durumunda ise finansal varlıkların oynaklıkları arasında çift yönlü nedensellik ilişkisi bulunmaktadır.

Bu modelde finansal varlıkların getirileri ve oynaklıkları arasında karşılıklı bağımlılık bulunmaktadır. Ancak oynaklıklar arasındaki karşılıklı bağımlılık Granger nedenselliğe ve oynaklık kümelenmelerine bağlı olarak ortaya çıkmaktadır.¹⁸ Granger nedensellik çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin tahmininde de “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemi kullanılmaktadır.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri çerçevesinde değerlendirilebilecek bir diğer model ise Yu ve Meyer (2006) tarafından geliştirilen “kalın kuyruklu çok değişkenli stokastik oynaklık” modelidir. Yu ve Meyer (2006), Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel stokastik oynaklık modelinde yer alan hata terimi ε_t ’nin çok değişkenli *Student – t* dağılımına uygunluk gösterdiğini varsaymaktadır. Finansal varlık getirilerine ait dağılımların kuyrukları normal dağılıma ait kuyruk özelliklerine göre daha kalındır.¹⁹ Bu nedenle çok değişkenli *Student – t* dağılımına ait varsayımla aşırı basıklığa izin verilmektedir.

Çok değişkenli *Student – t* dağılımının ele alınmasında iki farklı genelleştirme yoluna gidilebilmektedir; ilki her bir finansal varlık getirisinin kendi serbestlik derecesiyle tek değişkenli *t* dağılımına sahip olduğu varsayılabilir. İkincisi, çok değişkenli bir *t* dağılımının çok değişkenli normal dağılım ile ters gamma dağılımının karışımı olduğu dikkate alınarak bu *t* dağılımı hiperbolik dağılıma genelleştirilebilmektedir.²⁰ Kalın kuyruklu çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin tahmini MCMC yöntemi ile gerçekleştirilmektedir.

¹⁸ Jun Yu, Renate Meyer, **a.g.e.**, p. 365.

¹⁹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 377.

²⁰ Jun Yu, Renate Meyer, **a.g.e.**, p. 367.

3.3. ASİMETRİK ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin temeli olan Harvey vd. (1994) tarafından ortaya konulan modeli So vd. (1997), Smith ve Pitts (2006), Bos ve Shephard (2006), Yu ve Meyer (2006) geliştirerek literatüre katkıda bulunmuşlardır. Ancak söz konusu yazarlara ait modellerin her ikisi de finansal varlıkların getirileri arasındaki asimetrik ilişkileri dikkate almamaktadır.

Finansal varlıkların oynaklıklarının gerek tek değişkenli deterministik modellerin gerekse tek ve çok değişkenli stokastik oynaklık modellerin yardımıyla açıklanmasında asimetrik ilişkiler neredeyse genel bir kabul haline gelmiştir. Bunun nedeni finansal varlıkların oynaklıklarının piyasada meydana gelen iyi ve kötü haberlere karşı farklı reaksiyonlar göstermesidir. Özellikle kötü haberler gelecekteki oynaklığı artırma eğilimindeyken, aynı boyuttaki iyi haberler ise gelecekteki oynaklığı daha az arttırmakta ya da gelecekteki oynaklığı azaltmaktadır.

Oynaklık asimetrisinin analizinde Engle ve Ng (1993)²¹ tarafından geliştirilen “Haber Etki Fonksiyonu” (NIF) önemli bir araç olarak literatürde yerini almıştır. Haber etki fonksiyonunun altında yatan temel fikir, $t+1$ dönemindeki koşullu oynaklık (σ_{t+1}^2) ile t dönemindeki getiri şokları (ε_t) arasındaki mevcut ilişkidir. Her ne kadar bu fonksiyon deterministik oynaklık modelleri için açıklanmış olsa da finansal varlıkların asimetrik ilişkilerin tanımlanmasında en önemli rolü oynamıştır.

Literatürde asimetrik etki kavramı ile kaldıraç etkisi kavramı arasında anlam karmaşası bulunmaktadır. Asimetrik etki, oynaklık üzerinde aynı şiddete sahip pozitif haberlerle negatif haberlerin etkilerinin farklı olması durumudur. Kaldıraç etkisi ise cari dönem getirileri ile gelecekteki oynaklık arasındaki negatif ilişkinin varlığında ortaya çıkan etkidir. Dolayısıyla kaldıraç etkisi kavramı tanımı gereği

²¹ Robert F. Engle, Victor K. Ng, “Measuring and Testing the Impact of News on Volatility”, **Journal of Finance**, Vol. 43, No: 5, 1993, pp. 1749-1778.

asimetrik etkiyi içinde barındırırken, tüm asimetrik etkiler kaldıraç etkisi olarak nitelendirilememektedir.²²

Çalışmanın bu kısmında finansal zaman serilerinde gözlenen oynaklığın modellenmesine ait literatürde önemli bir yere sahip olan asimetrik ilişkiler üç farklı çok değişkenli stokastik oynaklık modeli çerçevesinde incelenmektedir. Bu modeller; “Kaldıraç Etkili Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri”, “Eşik Değerli Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri” ve “Asimetrik Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri”dir.

Asimetrik çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin birçoğu Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeline dayanmaktadır. Literatürde asimetrik çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ilk kez Danielsson (1998) tarafından önerilmiştir. Danielsson (1998) tarafından geliştirilen model asimetrik ilişkiyi kaldıraç etkisi şeklinde ele alan ve modelleyen bir yapıya sahiptir.

3.3.1. Kaldıraç Etkili Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri

Yukarıdaki kısımlarda da açıklandığı üzere özünde asimetrik bir kavramı karşılayan kaldıraç etkisi, genellikle finansal varlıklara ait zaman serilerinde rastlanılan, cari dönem finansal varlık getirileri ile gelecek dönemdeki oynaklık arasındaki negatif yönlü ilişki olarak tanımlanmaktadır. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde asimetrik ilişkiler ilk olarak Danielsson (1998) tarafından dikkate alınmıştır ve Danielsson (1998) tarafından geliştirilen model aynı zamanda kaldıraç etkisini dikkate alan ilk asimetrik çok değişkenli stokastik oynaklık modelidir. Ancak bu model sadece teorik olarak ele alınabilmiş ve Danielsson (1998) tarafından herhangi bir ampirik uygulaması yapılmamıştır.

²² Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 149.

Kaldıraç etkili çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri temel çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine ε_t ve η_t arasındaki negatif korelasyonu ($\Sigma_{\varepsilon\eta} \neq 0$) dikkate alarak kaldıraç etkisinin dâhil edilmesiyle oluşturulmaktadır.²³

Çok değişkenli deterministik (GARCH) modelleri karmaşık ve çok parametrelili gecikmeli yapıları içermektedir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ise oynaklığın modellenmesinde daha az sayıda parametreye ihtiyaç duymakta ve bu modeller korelasyonlara dayalı olarak oluşturulmaktadır.²⁴ Danielsson (1998) tarafından geliştirilen model aslında Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel stokastik oynaklık modelinin aynısıdır. Ancak Danielsson (1998)'in modeli daha esnek bir model olup kaldıraç etkisine ve zamana bağlı olarak değişen korelasyonlara izin vermektedir. İki model arasındaki bir diğer farklılık da modelin tahmin aşamasında kullanılan yöntemdir. Danielsson (1998) tarafından geliştirilen modelde Yarı En Çok Benzerlik (YEÇB) yöntemi yerine Benzetilmiş En Çok Benzerlik (SML) yöntemini önermiştir ancak bu modelin tahminini gerçekleştirmemiştir. Ayrıca bir diğer farklılık da Danielsson (1998) tarafından geliştirilen kaldıraç etkili çok değişkenli stokastik oynaklık modeli uzay-durum spesifikasyonu ile ifade edilmemektedir.

Kaldıraç etkili çok değişkenli stokastik oynaklık modeline getirilen bir diğer yaklaşım ise Chan vd. (2006)²⁵ tarafından yapılan çalışmayla literatürde yerini almıştır. Chan vd. (2006) tarafından geliştirilen modele ait gösterim aşağıdaki gibidir:

²³ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 373.

²⁴ Jon Danielsson, **a.g.e.**, p. 159.

²⁵ David Chan, Robert Kohn, Chris Korby, "Multivariate Stochastic Volatility with Correlated Errors", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 245-274.

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t & t=1, \dots, T \\
\mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\Psi}^{1/2} \boldsymbol{\eta}_t & t=1, \dots, T-1 \\
\mathbf{H}_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{N_t}/2)) \\
\mathbf{h}_1 &\sim N_N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Psi}^{1/2} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Psi}^{1/2}) \\
\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \boldsymbol{\eta}_t \end{pmatrix} | \mathbf{h}_t &\sim N_{2N}(0, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\varepsilon} & \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\eta} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\eta\varepsilon} & \boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

3.12 no'lu gösterimde yer alan modellerde kaldıraç etkisinin varlığı $\boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\eta} \neq 0$ veya $\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\varepsilon} \neq 0$ olması durumuyla ilişkilendirilmektedir. $\boldsymbol{\Sigma}_0$ 'ın (i, j) . elemanı, $\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta}$ 'nin (i, j) . elemanının $1 - \phi_i \phi_j$ 'ye bölünmesiyle elde edilmektedir.

Bu spesifikasyona Chib vd. (2009) tarafından getirilen eleştiriler bulunmaktadır. Bu eleştiriler oynaklık sürecinin durağanlık koşulunun sağlanmasıyla ilgilidir. Buna göre durağanlık koşulunun sağlanması için $\boldsymbol{\Sigma}_0 = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma}_0 \boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta}$ durumunun yerine gelmesi gerekmektedir. Chib vd. (2009) tarafından getirilen bir diğer eleştiri ise Chan vd. (2007) tarafından yapılan çalışmada aslında kaldıraç etkisinin ε_t ile η_{t-1} arasındaki negatif korelasyona bağlı olarak belirlenmesidir. Oysa kaldıraç etkisi ε_t ile η_t arasındaki negatif korelasyon olarak dikkate alınmaktadır ve $\boldsymbol{\Sigma}^{-1} = \mathbf{T} \mathbf{G} \mathbf{T}$ dönüştürmesi ile bu ilişkiyi kurmak mümkün olmaktadır. Burada $\mathbf{T} = \text{diag}(\sqrt{G^{11}}, \dots, \sqrt{G^{NN}})$ şeklinde tanımlanmaktadır. $\mathbf{G}$ korelasyon matrisi ve G^{ii} , $\mathbf{G}$ 'nin ters matrisinin (i, i) . elemanı olarak ifade edilmektedir.²⁶ Chan vd. (2006) bu modelin tahmini için “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemini kullanmışlardır.

Chan vd. (2006) tarafından yapılan çalışmada finansal zaman serilerinin oynaklık süreçlerinin kaldıraç etkisinden ziyade çalışmanın ileriki kısımlarında da

²⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, a.g.e., p. 374.

değerlendirilecek olan faktör yapısına sahip olması durumunda oluşturulacak modellerin daha rasyonel bir seçim olduğunu varsaymaktadırlar.

Kaldıraç etkili çok değişkenli stokastik oynaklık modeli için diğer bir yaklaşım Asai ve McAleer (2006)²⁷ tarafından yapılan çalışma ile ortaya konulmuştur. Asai ve McAleer (2006), Danielsson (1998) tarafından geliştirilen kaldıraç etkili çok değişkenli stokastik oynaklık modelini temel almışlar ve Danielsson (1998) tarafından geliştirilen modeli MSV-L (Multivariate Stochastic Volatility-Leverage Effect) modeli olarak adlandırmışlardır. Asai ve McAleer (2006) tarafından yeniden tanımlanan modele ait gösterim aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
 y_t &= H_t^{1/2} \varepsilon_t \\
 H_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{Nt}/2)) \\
 h_{t+1} &= \mu + \phi \square h_t + \eta_t \\
 \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} &\sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} P_\varepsilon & L \\ L & \Sigma_\eta \end{pmatrix} \right] \\
 L &= \text{diag}\{\lambda_1 \sigma_{11}^{1/2}, \dots, \lambda_N \sigma_{NN}^{1/2}\}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

3.13 no'lu gösterimde $h_t = (h_{1t}, \dots, h_{Nt})'$ log-oynaklıklar vektörüdür. μ ve ϕ $N \times 1$ parametre vektörleridir. $\square$ ise Hadamard çarpımına ait operatörü ifade etmektedir.

Asai ve McAleer (2006) tarafından yeniden tanımlanan MSV-L modelinde $\Sigma_\eta = \{\sigma_{\eta,ij}\}$ pozitif tanımlı kovaryans matrisi, $P_\varepsilon = \{\rho_{ij}\}$ korelasyon matrisidir. P_ε korelasyon matrisinin pozitif tanımlılığı iki koşula bağlıdır; ilki $\rho_{ii} = 1$ koşulu, ikincisi ise $\rho_{ij} < 1$ koşuludur. 3.13 no'lu modelde $\lambda_1 = \dots = \lambda_N = 0$ olması durumunda model Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modeline indirgenmektedir. Buna göre $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ parametreleri

²⁷ Manabu Asai, Michael McAleer, "Asymmetric Multivariate Stochastic Volatility", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 453-473.

asimetrik ilişkinin varlığını belirleyen parametrelerdir ve bu parametrelerin negatif olması beklenmektedir. Ayrıca bu modelde tahmin edilmesi gereken parametre sayısı $3N + N^2$ 'dir.²⁸

Σ_η ve P_ε matrislerinin köşegen olmayan elemanlarının sıfıra eşit olması durumunda model tek değişkenli model olan SV-L modeline dönüşmektedir. Bu açıdan bakıldığında Σ_η matrisinin köşegen olmayan tüm elemanlarının sıfıra eşit değilse h_t matrisinin elemanları varlıkları üzerinde yayılma (spillover) etkisine sahip olmaktadır.²⁹ 3.13 no'lu model, Asai ve McAleer (2006) tarafından uzay-durum modeli biçiminde de ele alınmıştır.

Asai ve McAleer (2006) tarafından geliştirilen bir diğer model ise MSV-LSE modeli olarak adlandırılan modeldir. Aslında bu model, Asai ve McAleer (2005)³⁰ tarafından geliştirilen tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinden “Dinamik Asimetrik Kaldıraç Etkili Model”in çok değişkenli forma genelleştirilmiş halidir:

$$\begin{aligned}
 y_t &= H_t^{1/2} \varepsilon_t \\
 H_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{Nt}/2)) \\
 h_{t+1} &= \mu + \gamma_1 \square \gamma_1 + \gamma_2 \square |\gamma_1| + \phi \square h_t + \eta_t \\
 \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ \eta_t \end{pmatrix} &\sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_\varepsilon & 0 \\ 0 & \Sigma_\eta \end{pmatrix} \right]
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.14 no'lu gösterimde γ_1 ve γ_2 $N \times 1$ boyutlu parametre vektörleridir. Bu model mutlak değer fonksiyonunu kullanarak geçmiş dönem getirilerin şiddet etkisini ve kaldıraç etkisini birlikte dikkate almaktadır.³¹

²⁸ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 151.

²⁹ Manabu Asai, Michael McAleer, **a.g.e.**, p. 458.

³⁰ Manabu Asai, Michael McAleer, “Dynamic Asymmetric Leverage in Stochastic Volatility Models”, **Econometric Reviews**, Vol. 24, No: 3, 2005, pp. 317-332.

³¹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 377.

MSV-LSE modelinde Σ_η ve P_ε matrislerinin köşegen olmayan elemanlarının tümü sıfıra eşit ise y_t 'nin her bir elemanı tek değişkenli SV-LSE modeline dönüşmektedir. Asai ve McAleer (2006) MSV-L ve MSV-LSE modellerinin çözümü için “Monte Carlo En Çok Benzerlik” (MCB) yöntemini önermişlerdir.

3.3.2. Eşik Değerli Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık Modelleri

Kaldıraç etkisini dikkate alan modellerin dışında asimetrik çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kapsamında ele alınan bir diğer model ise eşik değer (threshold) etkisini dikkate alan modeldir. Eşik değerli çok değişkenli stokastik oynaklık modeli So ve Choi (2008)³² tarafından geliştirilmiştir. Özü itibariyle bu model So vd. (2002)³³ tarafından geliştirilen eşik değerli tek değişkenli stokastik oynaklık modelinin çok değişkenli yapıya genelleştirilmiş halidir.

So ve Choi (2008) tarafından geliştirilen eşik değerli çok değişkenli stokastik oynaklık modeli aşağıdaki gibi gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_t &= \Psi_{0s_t} + \Psi_{1s_t} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\ \mathbf{H}_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{Nt}/2)) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \Phi_{0s_{t+1}} + \Phi_{1s_{t+1}} \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

3.15 no'lu modelde $\mathbf{r}_t = (r_{1t}, \dots, r_{Nt})'$ N adet zaman serisini ifade etmektedir. $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ve $\boldsymbol{\eta}_t$ hata terimlerinin birbiriyle ilişkisiz olduğu varsayılan eşik değerli çok değişkenli stokastik oynaklık modelinde, $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{Nt})'$, $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{Nt})'$,

³² Mike K. P. So, C. Y. Choi, “A Multivariate Threshold Stochastic Volatility Model”, **Mathematics and Computers in Simulation**, Vol. 79, No: 3, 2008, pp. 306-317.

³³ Mike K. P. So, W. K. Li, K. Lam, “A Threshold Stochastic Volatility Model”, **Journal of Forecasting**, Vol. 21, No: 7, 2002, pp. 473-500.

$\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{Nt})'$ ve $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, \dots, h_{Nt})'$ şeklinde tanımlanmaktadır. So ve Choi (2008) eşik değer değişkenini ise şu şekilde ifade etmektedir:

$$\mathbf{s}_t = \begin{cases} 0, & \text{eğer } \mathbf{z}_{t-1} < 0 \text{ ise} \\ 1, & \text{eğer } \mathbf{z}_{t-1} \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

Burada $\mathbf{s}_t = (s_{1t}, \dots, s_{Nt})'$ Bernoulli tesadüfi değişkenidir ve $\mathbf{z}_t = (z_{1t}, \dots, z_{Nt})'$ eşik değer değişkeni olarak tanımlanmaktadır. $\mathbf{z}_t$ eşik değer değişkeni $\mathbf{r}_t$ değişkeninin bir fonksiyonu olara ele alınabilirken herhangi bir dışsal değişken olarak da belirlenebilmektedir. So vd. (2002) tarafından geliştirilen tek değişkenli stokastik oynaklık modelinde $\mathbf{z}_t$ eşik değer değişkeni, $\mathbf{r}_t$ 'nin bir dönem önceki değerine göre elde edilmektedir.

Eşik değerli çok değişkenli stokastik oynaklık modelini Harvey vd. (1994)'ün temel çok değişkenli stokastik modelinde ayıran en önemli özellik, $\boldsymbol{\psi}_{0s_t}$, $\boldsymbol{\psi}_{1s_t}$, $\boldsymbol{\Phi}_{0s_{t+1}}$ ve $\boldsymbol{\Phi}_{1s_{t+1}}$ parametre matrislerinin $\mathbf{z}_t$ eşik değer değişkenine bağlı olarak değişmesine izin verilmesidir.³⁴ Söz konusu parametreleri aşağıdaki gibi ifade etmek mümkündür:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_{0s_t} &= \boldsymbol{\psi}_0 + \boldsymbol{\Delta} \mathbf{s}_t & \boldsymbol{\psi}_{1s_t} &= \boldsymbol{\psi}_1 + \mathbf{C} \mathbf{s}_t \\ \boldsymbol{\Phi}_{0s_t} &= \boldsymbol{\Phi}_0 + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{s}_t & \boldsymbol{\Phi}_{1s_t} &= \boldsymbol{\Phi}_1 + \mathbf{D} \mathbf{s}_t \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.16 no'lu gösterimde $\boldsymbol{\psi}_{0s_t}$, $\boldsymbol{\Delta}$, $\boldsymbol{\Phi}_0$ ve $\boldsymbol{\Gamma}$ $N \times 1$ boyutlu, $\boldsymbol{\psi}_1$, $\mathbf{C}$, $\boldsymbol{\Phi}_1$ ve $\mathbf{D}$ ise $N \times N$ boyutlu tahmin edilmesi gereken parametreleri göstermektedir.

3.15 no'lu modeldeki $\mathbf{r}_t$ 'nin birbiriyle ilişkisiz zaman serilerini içermesi gerekmektedir. So ve Choi (2008) korelasyonlu olması muhtemel zaman serilerini kapsayan $\mathbf{r}_t$ değişkenine önsel olarak “Asal Bileşenler Analizi” uygulayarak bu

³⁴ Mike K. P. So, C. Y. Choi, **a.g.e.**, p. 308.

zaman serilerinin korelasyonsuz hale getirilmesini önermişlerdir. Asal bileşenler analizi sonucunda elde edilen dönüştürülmüş serilerin kullanılarak eşik değerli çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin çözümünün gerçekleştirilmesi gerektiğini savunmuşlardır. So ve Choi (2008) geliştirdikleri modelin tahmini aşamasında “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemini kullanmışlardır.

3.4. UZUN HAFIZALI ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kapsamında incelenen bir diğer model ise So ve Kwok (2006)³⁵ tarafından geliştirilen uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modelidir. Literatürde tek bir örneği olan uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modeli oynaklık sürecinde çok sayıda varlığın uzun dönem bağımlılığına (ilişkisine) izin veren bir model olarak ifade edilmektedir. So ve Kwok (2006) tarafından geliştirilen modele ait gösterim aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_N(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\
\mathbf{H}_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \dots, \exp(h_{Nt}/2)) \\
\boldsymbol{\Phi}(B)D(B)(\mathbf{h}_{t+1} - \boldsymbol{\mu}) &= \boldsymbol{\Theta}(B)\boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_N(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\
D(B) &= \text{diag}((1-B)^{d_1}, \dots, (1-B)^{d_N}) \quad |d_i| < 1/2 \\
\boldsymbol{\Phi}(B) &= \mathbf{I} - \boldsymbol{\Phi}_1 B - \dots - \boldsymbol{\Phi}_p B^p \\
\boldsymbol{\Theta}(B) &= \mathbf{I} + \boldsymbol{\Theta}_1 B + \dots + \boldsymbol{\Theta}_p B^p
\end{aligned} \tag{3.17}$$

3.17 no’lu modelde oynaklık sürecinin kesirli bütünleşik vektör otoregresif hareketli ortalama ($ARFIMA(p, \mathbf{d}, q)$) süreci izlediği varsayılmaktadır ve B geriye doğru işlemciyi ifade etmektedir. Ayrıca $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ile $\boldsymbol{\eta}_t$ ’nin birbirinden bağımsız olduğu

³⁵ Mike K. P. So, Susanna W. Y. Kwok, “A Multivariate Long Memory Stochastic Volatility Model”, *Physica A*, Vol. 362, No: 2, 2006, pp. 450-464.

varsayılmaktadır.³⁶ Bu modelde d kesirli bütünleşme mertebesini göstermektedir ve $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_N)'$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modelinde finansal zaman serilerine ait getirilerin oynaklık kümelenmeleri ve aşırı basıklık durumu $\exp(h_{it}/2)$ sayesinde modellenmektedir. Ayrıca kısa dönem hafızaya ait dinamikler $\Phi(B)$ ve $\Theta(B)$ tarafından belirlenmektedir. Modelin durağanlığı ve çevrilebilir olması $|\Phi(B)| = 0$ ve $|\Theta(B)| = 0$ köklerinin birim çember dışında yer almasına bağlıdır.³⁷

So ve Kwok (2006), Harvey vd. (1994)'te olduğu gibi uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin tahmininde Yarı En Çok Benzerlik (YEÇB) yöntemini temel almışlar ve uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modelini uzay-durum spesifikasyonu ile ifade etmişlerdir:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t &= (-1.27)\mathbf{1} + \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\xi}_t \\ \Phi(B)D(B)(\mathbf{h}_{t+1} - \boldsymbol{\mu}) &= \Theta(B)\boldsymbol{\eta}_t \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.18 no'lu modelde $\mathbf{w}_t = (w_{1t}, \dots, w_{Nt})'$, $w_{it} = \log y_{it}^2$, $\boldsymbol{\xi}_t = (\xi_{1t}, \dots, \xi_{Nt})'$, $\xi_{it} = \log \varepsilon_{it}^2$, $\boldsymbol{\eta}_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{Nt})'$ ve $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)'$ şeklinde tanımlanmaktadır. So ve Kwok (2006) $\boldsymbol{\xi}_t$ 'nin normal dağılıma uygunluk gösterdiğini varsaymaktadırlar. $\boldsymbol{\xi}_t$ 'nin kovaryans matrisi Harvey vd. (1994) tarafından elde edildiği şekilde bulunabilmektedir.

So ve Kwok (2006) uzun hafızalı çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin tahmininde geleneksel Kalman filtresi ve yarı log-benzerlik fonksiyonlarını kullanamamışlardır. Bunun nedeni $ARFIMA(p, d, q)$ süreci izleyen $(\mathbf{h}_{t+1} - \boldsymbol{\mu})$

³⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, pp. 372-373.

³⁷ Mike K. P. So, Susanna W. Y. Kwok, **a.g.e.**, p. 455.

vektörünün varlığı nedeniyle tahmin aşamasında gerekli kovaryans matrisinin tersinin ve determinantının hesaplanamamasıdır. Bu zorluğun üstesinde gelmek için So ve Kwok (2006) Fourier dönüştürmesine dayalı bir spektral fonksiyon ile yarı log- benzerlik fonksiyonunu kullanmışlardır.³⁸

3.5. FAKTÖR ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Çalışmanın bu kısmında çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine ait literatürde ilgi uyandıran bir diğer model yapısı olan faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri incelenmektedir. Genel olarak çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde karşılaşılan en önemli iki sorun yüksek boyut sorunu ve oynaklık matrisinin pozitif tanımlılığının gerekliliğidir. Bu kısımdan önce değinilen çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde pozitif tanımlılık gerekliliği ile ilgili şartlar yerine gelmektedir. Ayrıca daha önceki kısımlarda anlatılan modeller ile yüksek boyut sorunu ile ilgili sorunun da üstesinden gelinmektedir ancak değişken sayısının artmasıyla birlikte parametre sayısı da artmaktadır. Faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modellerini söz konusu modellerden ayıran en önemli özellik parametre sayısı konusunda “cimri” davranmasıdır. Faktör çok değişkenli modeller ile daha az sayıda parametre tahmini gerçekleştirilebilmektedir.

Parametre sayısındaki cimriliği sağlamasındaki özelliği dışında faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri oynaklıklardaki ve getirilerdeki ortak özellikleri kapsayabilmektedir dolayısıyla bu modellerin “Arbitraj Fiyatlama” teorisi ile doğal bir bağlantısı bulunmaktadır.³⁹

Faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine ait ayırım faktörlerin modele ne şekilde dâhil edileceğine bağlı olarak iki şekilde yapılabilmektedir. Faktörler model yapısı içerisine toplamsal ve çarpımsal olarak iki şekilde dâhil

³⁸ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 373.

³⁹ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 153.

edilmektedir. Çalışmanın bu kısmında faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri bahsedilen ayırım dikkate alınarak “Toplamsal Faktör Modelleri” ve “Çarpımsal Faktör Modelleri” olarak iki alt başlıkta incelenmektedir.

3.5.1. Toplamsal Faktör Modelleri

Toplamsal faktör modelleri adından da anlaşıldığı üzere faktörlerin modele toplamsal olarak dâhil edilmesiyle oluşturulan modellerdir. Çok değişkenli istatistiksel analizlerdeki kovaryans yapılarının faktör ayrıştırmalarını temel alan toplamsal faktör modellerinde, finansal varlıklara ait getiriler iki toplamsal bileşen tarafından belirlenmektedir. İlk bileşen tüm varlıkların fiyatlamasına ilişkin uygun bilgileri kapsayan daha az sayıdaki faktörden oluşmaktayken ikinci bileşen ise varlığın kendine özgü (idiosyncratic) bilgileri içeren hatadan oluşmaktadır.

Faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modeli içerisinde incelenen toplamsal faktör modelleri ilk olarak Kim vd. (1998)⁴⁰ tarafından ortaya konulmuştur. Yazarlar tarafından geliştirilen toplamsal faktör modeli şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_t &= \mathbf{B}\mathbf{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \\
 \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \mathbf{f}_t \end{pmatrix} &\sim N\left(0, \text{diag}\left\{\exp(h_{1t}), \dots, \exp(h_{Nt}), \exp(h_{N+1t}), \dots, \exp(h_{N+Kt})\right\}\right) \\
 (\mathbf{h}_{t+1} - \boldsymbol{\mu}) &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi}_\varepsilon & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Phi}_f \end{pmatrix} (\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t \\
 \boldsymbol{\eta}_t &\sim N\left\{0, \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\varepsilon\eta} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Sigma}_{f\eta} \end{pmatrix}\right\}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

3.19 no’lu modelde $\mathbf{f}_t$, $K \times 1$ boyutlu faktör vektörünü ifade etmektedir. $\mathbf{B}$ ise $N \times K$ boyutlu faktör yüklerine ait matristir. Bu modele getirilen en önemli eleştiri çok fazla sayıda parametreye sahip olmasıdır. Bu model ancak ve ancak $\boldsymbol{\Phi}_\varepsilon$,

⁴⁰ Sangjoon Kim, Neil Shephard, Siddhartha Chib, “Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with ARCH Models”, **The Review of Economic Studies**, Vol. 65, No: 3, 1998, pp. 361-393.

Φ_f , $\Sigma_{\varepsilon\eta}$ ve $\Sigma_{f\eta}$ matrislerinin köşegen matrisler olması durumunda başarılı sonuçlar verebilmektedir. Bu modelin MCMC yöntemi ile tahmin edilmesi önerilmektedir.

Pitt ve Shephard (1999)⁴¹ tarafından geliştirilen modelde, Kim vd. (1998) tarafından ortaya konulan modelden farklı olarak $K \times 1$ boyutlu f_t vektörünün doğrusal bir kombinasyonu dikkate alınmıştır.⁴²

$$\begin{aligned}
y_t &= Bf_t + H_t^{1/2} \varepsilon_t & \varepsilon_t &\sim N_N(0, I) \\
f_t &= D_t^{1/2} \gamma_t & \gamma_t &\sim N_K(0, I) \\
h_{t+1} &= \mu + \Phi(h_t - \mu) + \eta_t & \eta_t &\sim N_{N+K}(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\
H_t &= \text{diag}(\exp(h_{1t}), \dots, \exp(h_{Nt})) \\
D_t &= \text{diag}(\exp(h_{N+1t}), \dots, \exp(h_{N+Kt})) \\
\Phi &= \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_{N+K}) \\
\Sigma_{\eta\eta} &= \text{diag}(\sigma_{1,\eta\eta}, \dots, \sigma_{N+K,\eta\eta}) \\
h_t &= (h_{1t}, \dots, h_{Nt}, h_{N+1t}, \dots, h_{N+Kt})
\end{aligned} \tag{3.20}$$

3.19 ile 3.20 no'lu model arasındaki temel fark, 3.19 no'lu modelde sadece f_t faktör vektörü bulunurken 3.20 no'lu modelde ise f_t faktör vektörü ile H_t oynaklıklara ait matris birlikte yer almaktadır. 3.20 no'lu modelde ε_t , γ_t ve η_t hata terimlerinin eş anlı olarak birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktadır.⁴³

3.20 no'lu modelde sadece $N \times K$ boyutlu faktör yükleri matrisi olan B matrisi için $b_{ij} = 0$ ($i < j, i \leq K$) ve $b_{ii} = 1$ ($i \leq K$) ($i = 1, \dots, N$) kısıtlaması getirilmektedir. Bu kısıtlama B matrisinin tanımlanabilir bir matris olması için gereklidir. Bu modelde f_t faktörlerinin ve ε_t hata terimlerinin her biri elemanı tek değişkenli stokastik oynaklık sürecine göre modellenmektedir. 3.20 no'lu model

⁴¹ Michael K. Pitt, Neil Shephard, "Time-Varying Covariances: A Factor Stochastic Volatility Approach", **Bayesian Statistics 6**, Ed. by José M. Bernardo, James O. Berger, A. P. Dawid, and Adrian F. M. Smith, India, 1999, pp. 547-570.

⁴² Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 382.

⁴³ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 153.

MCMC yöntemi kullanılarak tahmin edilebilmektedir ve tahmin edilmesi gereken parametre sayısı da $8N - 1$ şeklinde ortaya çıkmaktadır.

Toplamsal faktör modelleri literatürüne sunulan diğer bir çalışma Aguilar ve West (2000)⁴⁴ tarafından yapılan çalışmadır. Aguilar ve West (2000), Kim vd. (1998) ve Pitt ve Shephard (1999) tarafından yapılan çalışmalarda $\mathbf{f}_t$ faktörlerinin tek değişkenli standart stokastik oynaklık süreci izlediğini belirtmiş ve faktörlerin log-oynaklıklarının korelasyonlu hata terimleri ile bir vektör otoregresif süreç izlediğini ortaya koyarak adı geçen çalışmaları genişletmiştir. Aguilar ve West (2000) tarafından geliştirilen modele ait oynaklık denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{B}\mathbf{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t & \boldsymbol{\varepsilon}_t &\sim N(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\ \boldsymbol{\lambda}_t &= \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\lambda}_{t-1} - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t & \boldsymbol{\eta}_t &\sim N(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.21 no'lu modelde $\lambda_{it} = \log(h_{it})$, $\boldsymbol{\lambda}_t = (\lambda_{1t}, \dots, \lambda_{Kt})'$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_K)'$ ve $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_K)$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu modelde $\mathbf{f}_t$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ sırasıyla $\mathbf{f}_t \sim N(\mathbf{f}_t | 0, \mathbf{H}_t)$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(\boldsymbol{\varepsilon}_t | 0, \boldsymbol{\Psi}_t)$ şeklinde ifade edilen dağılımlara sahiptir. $\mathbf{H}_t = \text{diag}(h_{1t}, \dots, h_{Kt})$ latent faktörlerin varyanslarını, $\boldsymbol{\Psi}_t = \text{diag}(\psi_{1t}, \dots, \psi_{Kt})$ ise kendine özgü (idiosyncratic) varyansları göstermektedir. Aguilar ve West (2000) tarafından geliştirilen modeli diğer toplamsal faktör modellerinden ayıran en önemli özellik, Aguilar ve West (2000)'e ait modelde oynaklık süreci sadece faktörlerin oynaklığı olarak ele alınmaktadır.

Aguilar ve West (2000) tarafından geliştirilen modelinde yer alan oynaklık denkleminin hata terimine ait dağılım $\boldsymbol{\eta}_t \sim N(\boldsymbol{\eta}_t | 0, \mathbf{U})$ şeklinde, oynaklık sürecinin dağılımı ise $\boldsymbol{\lambda}_t \sim N(\boldsymbol{\lambda}_t | 0, \mathbf{W})$ şeklinde ifade edilmektedir. Buradan hareketle

⁴⁴ Omar Aguilar, Mike West, "Bayesian Dynamic Factor Models and Portfolio Allocation", **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 18, No: 3, 2000, pp. 338-357.

$\mathbf{W} = \Phi \mathbf{W} \Phi + \mathbf{U}$ şeklinde tanımlanmaktadır ve $W_{ij} = U_{ij} / ((1 - \phi_i)(1 - \phi_j))$ ile hesaplanabilmektedir. Ayrıca modelde $\mathbf{W}$ ve $\mathbf{U}$ matrislerinin sıfırdan farklı köşegen olmayan elemanları sayesinde oynaklıklar arasında karşılıklı bağımlılığa (korelasyona) izin verilmektedir. 3.21 no'lu modelin tahmininde de MCMC yöntemi kullanılmaktadır.

Toplamsal faktör modelleri çerçevesinde yukarıda bahsedilen model yapılarından daha farklı olan alternatif bir yaklaşım Lopez ve Carvalho (2007)⁴⁵ tarafından geliştirilmiştir. Lopez ve Carvalho (2007) tarafından geliştirilen model mevcut toplamsal faktör modellerine iki şekilde katkı sunmuştur. Bu katkılardan ilki modelin faktör yükleri matrisinin zamana bağlı olarak değişmesine ve ikinci olarak da ortak faktör oynaklıklarında “Markov Zinciri”nin varlığına izin vermesidir.⁴⁶ Lopez ve Carvalho (2007) tarafından geliştirilen model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{B}_t \mathbf{f}_t + \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t & \boldsymbol{\varepsilon}_t &\sim N_N(0, \mathbf{I}) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu}_{s_t} + \Phi(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t & \boldsymbol{\eta}_t &\sim N_K(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\ \mathbf{H}_t &= \text{diag}(\exp(h_{1t}), \dots, \exp(h_{Nt})) \\ \Phi &= \text{diag}(\phi_{N+1}, \dots, \phi_{N+K}) \\ \mathbf{h}_t &= (h_{N+1t}, \dots, h_{N+Kt})' \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.22 no'lu modelde $\Sigma_{\eta\eta}$ köşegen olmayan kovaryans matristir. Bu modelde faktör yükleri matrisi $\mathbf{B}_t$ zamana bağlı değişen özellik göstermektedir. Burada $\mathbf{B}_t$ zamana bağlı değişen faktör yükleri matrisi $NK - (K(K+1)/2)$ boyutlu vektöre indirgenmektedir. Bu vektör $\text{vec}(\mathbf{B}_t) = (b_{21,t}, b_{31,t}, \dots, b_{NK,t})'$ şeklinde

⁴⁵ Hedibert Freitas Lopez, Carlos Marinho Carvalho, “Factor Stochastic Volatility with Time Varying Loadings and Markov Switching Regimes”, **Journal of Statistical Planning and Inference**, Vol. 137, No: 10, 2007, pp. 3082-3091.

⁴⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 383.

tanımlanmaktadır ve $vec(B_t)$ 'nin her bir elemanının birinci mertebeden otoregresif süreç izlediği varsayılmaktadır.

Lopez ve Carvalho (2007) aynı çalışmada ortak faktörlerin oynaklık sürecinin “Markov Zinciri” süreci izleyebileceğini ortaya koymuşlardır. Bu yapının arkasındaki temel fikir, ϕ parametrelerinin kalıcılığının (sürekliliğinin) artmasını önlemek amacıyla oynaklık sürecindeki yapısal kırımları dikkate almaktır. Bu sayede piyasalarda ve ekonomide meydana gelen uç olayların oynaklıklar üzerindeki etkileri daha rahat şekilde anlaşılmaktadır.⁴⁷ Lopez ve Carvalho (2007) tarafından geliştirilen modelin de tahmin aşamasında MCMC yöntemi kullanılmaktadır.

3.5.2. Çarpımsal Faktör Modelleri

Faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri içerisinde incelenen bir diğer model olan çarpımsal faktör modelinde finansal varlıkların getirileri iki çarpımsal bileşene ayrıştırılmaktadır. Bu bileşenlerden ilki sayısal bir değer olduğu kabul edilen ortak oynaklık faktörü ikincisi ise kendine özgü hata vektörüdür.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin zayıflığı koşullu korelasyon matrisinin zamana bağlı olarak değişmemesi olarak değerlendirilmektedir. Bu değerlendirme çerçevesinde zamana bağlı değişen korelasyonlara izin veren, faktörlerin stokastik oynaklık süreci izlediği faktör modelleri geliştirilmiştir.⁴⁸

Çarpımsal faktör modeli ilk olarak Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilmiştir. Harvey vd. (1994), Diebold ve Nerlove (1989)⁴⁹ tarafından geliştirilen çok değişkenli deterministik modeller kapsamında latent faktör yapısını

⁴⁷ Hedibert Freitas Lopes, Carlos Marinho Carvalho, **a.g.e.**, p. 3085.

⁴⁸ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 379.

⁴⁹ Francis X. Diebold, Marc Nerlove, “The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent ARCH Model”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 4, No: 1, 1989, pp. 1-21.

dikkate alan çalışmayı temel almışlardır. Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t &= (-1.27)\mathbf{1} + \mathbf{\Theta}\mathbf{h}_t + \bar{\mathbf{h}} + \xi_t \\ \mathbf{h}_t &= \mathbf{h}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_K(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.23 no'lu model, 3.4 no'lu modeli ile benzerlik göstermektedir. $\mathbf{\Theta}$, $N \times K$ ($K \leq N$) boyutlu faktör yükleri matrisi, $\mathbf{h}_t$ ve $\boldsymbol{\eta}_t$ $K \times 1$ boyutlu vektörler, $\Sigma_{\eta\eta}$ ise $K \times K$ boyutlu, pozitif tanımlı matristir ve $\bar{\mathbf{h}} = (0, \bar{\mathbf{h}}_{K+1}, \dots, \bar{\mathbf{h}}_N)'$ şeklinde tanımlanmaktadır. Harvey vd. (1994) faktör yüklerinin yorumlanabilmesi amacıyla $\mathbf{\Theta}^* = \mathbf{\Theta}\mathbf{R}'$ ve $\mathbf{h}_t^* = \mathbf{R}\mathbf{h}_t$ gibi bir dönüştürme önermişlerdir. Burada $\mathbf{R}$ ortogonal bir matristir. Bu model “Yarı En Çok Benzerlik” (YEÇB) yöntemi ile çözülebilmektedir.

Jungbacker ve Koopman (2006)⁵⁰, Harvey vd. (1994) tarafından ortaya konulan modeli geliştirmişlerdir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{B}\Sigma_t\boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_N(0, \mathbf{I}) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \mathbf{\Phi}\mathbf{h}_t + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_K(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\ \Sigma_t &= \exp\left\{\frac{1}{2}\text{diag}(\mathbf{h}_t)\right\} \\ \mathbf{H}_t &= \mathbf{B}\Sigma_t^2\mathbf{B}' \end{aligned} \quad (3.24)$$

Bu gösterimde $\mathbf{B}$ $N \times K$ boyutlu tekil olmayan yükler matrisidir ve modelde $K < N$ sayıda oynaklık faktörüne ve buna ek olarak $\mathbf{y}_t$ 'ye özgü hataya izin verilmektedir. Bu modeldeki temel fikir, $\mathbf{H}_t$ varyans matrisinin $\mathbf{B}\Sigma_t^2\mathbf{B}'$ şeklindeki Cholesky ayrıştırmasına tabi tutularak varyansların ve korelasyonların her ikisinin de zamana bağlı değişmesine izin verilmesidir. Jungbacker ve Koopman (2006)

⁵⁰ Borus Jungbacker, Siem Jan Koopman, “Monte Carlo Likelihood Estimation for Three Multivariate Stochastic Volatility Models”, *Econometric Reviews*, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 385-408.

yukarıda gösterilen çarpımsal faktör modeli için çözümünde “Monte Carlo En Çok Benzerlik” (MCB) tahmin yöntemini kullanmışlardır.

Çarpımsal faktör modelleri çerçevesinde ele alınan bir diğer model de Tims ve Mahieu (2006)⁵¹ tarafından geliştirilmiştir. Tims ve Mahieu (2006), Harvey vd. (1994)’ün modeline benzer ama daha basit yapıda geliştirmiş oldukları modeli uzay durum spesifikasyonu ile ifade etmişlerdir:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_t &= \mathbf{c} + \mathbf{Z}\mathbf{h}_t + \boldsymbol{\xi}_t & \boldsymbol{\xi}_t &\sim N_N(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon}) \\ \mathbf{h}_{t+1} &= \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_K)\mathbf{h}_t + \boldsymbol{\eta}_t & \boldsymbol{\eta}_t &\sim N_K(0, \Sigma_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

3.25 no’lu modelde $\mathbf{Z}$ faktör yükleri matrisi ve $\mathbf{c}$ ortalama vektörüdür. Tims ve Mahieu (2006) geliştirmiş oldukları bu modelde dört farklı döviz kuru kullanmışlardır ve döviz kurları getirileri için logaritmik aralıklar tanımlamışlardır. Buradan hareketle w_{ij} , i . döviz kurunun j . döviz kuruna göre logaritmik aralığını ifade etmektedir. Dört döviz kuru için $\mathbf{w}_t = (w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{23}, w_{24}, w_{34})'$ ve $\mathbf{h}_t = (h_{1t}, h_{2t}, h_{3t}, h_{4t})'$ şeklinde tanımlanmaktadır. Dolayısıyla bu modeldeki temel fikir, her bir döviz kuruna ait logaritmik aralığı, bir sabite, ilgili spesifik bir faktöre ve bir hata terimine ayırmaktır. Bu modelin çözümünde “Etkin Momentler” yönteminin (EMM) kullanılması önerilmektedir. Bu yöntem ile $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ ’nin pozitif tanımlılığı garantilenmekte ve tahmin süreci kolay şekilde gerçekleştirilebilmektedir.

3.6. DİNAMİK KORELÂSYONLU ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİ

Çalışmanın bu kısmında “Dinamik Korelasyonlu Çok Değişkenli Stokastik Oynaklık” modellerine değinilmektedir. Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin en zayıf yönü koşullu korelasyon matrisinin zamana bağlı değişen bir

⁵¹ Ben Tims, Ronald Mahieu, “A Range-Based Multivariate Stochastic Volatility Model for Exchange Rates”, *Econometric Reviews*, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 409-424.

yapıya sahip olmamasıdır. Bu sorunun üstesinden toplamsal faktör modelleri ile gelinmeye çalışılmıştır.⁵² Faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile bu sorunun üstesinden gelinmeye çalışılsa da bu modellerde zamana bağlı değişen korelasyonlar ile zamana bağlı değişen oynaklıklar aynı parametre setleri tarafından belirlenmektedir. Alternatif olarak daha etkin bir durum için bu dinamikler ayrı ayrı modellenebilmektedir. Bu şekilde zamana bağlı değişen korelasyonlar doğrudan modellenebilmektedir.

Çalışmanın bu kısmında üç farklı dinamik korelasyonlu model incelenmektedir. Bunlar; “Tekrarlı Parametrizasyonu Dikkate Alan Modeller”, “Matris Üsseli Dikkate Alan Modeller” ve “Wishart Süreci Modelleri”dir.

3.6.1. Tekrarlı Parametrizasyonu Dikkate Alan Modeller

Tekrarlı parametrizasyonu dikkate alan modellere ilişkin ilk spesifikasyon Yu ve Meyer (2006) tarafından geliştirilmiştir. Yu ve Meyer (2006) tarafından literatüre kazandırılan iki değişkenli yapıyı dikkate alan model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_t &= \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_2(0, \Sigma_{\varepsilon\varepsilon,t}) \\
\mathbf{h}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \text{diag}(\phi_1, \phi_2)(\mathbf{h}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t \\
\boldsymbol{\eta}_t &\sim N_2(0, \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)) \\
\mathbf{H}_t^{1/2} &= \text{diag}(\exp(h_{1t}/2), \exp(h_{2t}/2)) \\
\Sigma_{\varepsilon\varepsilon,t} &= \begin{pmatrix} 1 & \rho_t \\ \rho_t & 1 \end{pmatrix} \\
q_{t+1} &= \psi_0 + \psi_1(q_t - \psi_0) + \sigma_\rho v_t \\
\rho_t &= \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

⁵² Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 388.

3.26 no'lu gösterimde $\mathbf{h}_0 = \boldsymbol{\mu}$ ve $q_0 = \psi_0$ olarak kabul edilmektedir. $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon,t}$ 'nin iyi tanımlanmış bir korelasyon matrisi olabilmesi için ρ_t 'nin -1 ile 1 arasında değerler alması gerekmektedir. Bu modelde dikkat edileceği üzere sadece oynaklıklar değil, korelasyon katsayıları da zamana bağlı olarak değişmektedir. ρ_t korelasyon katsayısı Fisher dönüştürmesi kullanılarak q_t aracılığıyla elde edilmektedir.⁵³

Bu modele getirilebilecek en önemli eleştiri, daha yüksek boyutlu spesifikasyonlara başka bir ifadeyle çok sayıda finansal zaman serisinin getirilerinin dikkate alındığı durumlara genelleştirmek kolay değildir. Bunun nedeni yüksek boyutlu spesifikasyonlarda $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon,t}$ korelasyon matrisinin pozitif tanımlılığının sağlanamamasıdır.⁵⁴ Yu ve Meyer (2006) geliştirmiş oldukları Tekrarlı parametrisasyonu dikkate alan modeli MCMC tahmin yöntemi ile çözümlemişlerdir.

Bu kısımda incelenen bir diğer model Tsay (2005)⁵⁵ tarafından geliştirilmiştir. Tsay (2005)'in modelini, Yu ve Meyer (2006)'in modelinden ayıran temel özellik zamana bağlı değişen korelasyon matrisinin Cholesky ayrıştırmasına dayalı olarak elde edilmesidir. $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon,t}$ zamana bağlı değişen korelasyon matrisinin $\text{Cov}(\mathbf{y}_t | \mathbf{h}_t) = \mathbf{L}_t \mathbf{H}_t \mathbf{L}_t'$ gibi bir Cholesky ayrıştırmasına tabi tutulmasıyla elde edilen model $\mathbf{y}_t = \mathbf{L}_t \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t$ ($\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_N(0, \mathbf{I})$) şeklinde oluşturulmaktadır.⁵⁶ İki değişkenli bir yapı ele alınırsa aşağıda gösterilen modellere ulaşılmaktadır:

⁵³ Jun Yu, Renate Meyer, **a.g.e.**, p. 366.

⁵⁴ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 388.

⁵⁵ Ruey S. Tsay, **Analysis of Financial Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Second Edition, 2005.

⁵⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 388.

$$\begin{aligned}
y_{1t} &= \varepsilon_{1t} \exp(h_{1t}) \\
y_{2t} &= q_t \varepsilon_{1t} \exp(h_{1t}) + \varepsilon_{2t} \exp(h_{2t}) \\
\mathbf{H}_t &= \text{diag}(\exp(h_{1t}), \exp(h_{2t})) \\
\mathbf{L}_t &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ q_t & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

3.27 no'lu gösterim $\mathbf{y}_t$ 'nin dağılımının ardışık olarak modellendiğini ifade etmektedir. $\mathbf{y}_t$ 'nin dağılımı için ilk olarak $y_{1t} \sim N(0, \exp(h_{1t}))$ olmasına daha sonra $y_{2t} | y_{1t} \sim N(q_t y_{1t}, \exp(h_{2t}))$ olmasına izin verilmektedir. Buradan hareketle y_{1t} ve y_{2t} için varyans, kovaryans ve korelasyon değerleri şu şekilde hesaplanabilmektedir: $\text{Var}(y_{1t}) = \exp(h_{1t})$, $\text{Var}(y_{2t}) = q_t^2 \exp(h_{1t}) + \exp(h_{2t})$, $\text{Cov}(y_{1t}, y_{2t}) = q_t \exp(h_{1t})$, $\text{Corr}(y_{1t}, y_{2t}) = \frac{q_t}{\sqrt{q_t^2 + \exp(h_{2t} - h_{1t})}}$. Tsay (2005) tarafından iki değişkenli yapı için yukarıda anlatılan model daha yüksek boyutlu modellere kolaylıkla genişletilebilmektedir. Tsay (2005) tarafından geliştirilen modelin tahmin aşamasında MCMC yöntemi kullanılmaktadır.

3.6.2. Matris Üsseli Dönüştürmesini Dikkate Alan Modeller

Literatürde matris üsseli dönüştürmesini kullanarak zamana bağlı değişen korelasyonları dikkate alan modeller de bulunmaktadır. Korelasyon matrisinin pozitif tanımlılığının garantilenmesi amacıyla Chiu vd. (1996)⁵⁷ matris üsseli dönüştürmesine dayalı genel bir çatı geliştirmiştir.⁵⁸ Herhangi bir $N \times N$ boyutlu A matrisi için matris üsseli dönüştürmesi aşağıdaki güç (power) serisinin açılımı ise elde edilmektedir:

$$\text{Exp}(A) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} A^s \tag{3.28}$$

⁵⁷ Tom Y. M. Chiu, Tom Leonard, Kam-Wah Tsui, "The Matrix-Logarithmic Covariance Model", **Journal of the American Statistical Association**, Vol. 91, No: 433, 1996, pp. 198-210.

⁵⁸ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 157.

3.28 no'lu gösterimde $Exp(A)$, A matrisinin üssel dönüştürmesini ifade eden işlemciyi, A^s ise A matrisinin s kez standart matris çarpımını ifade etmektedir. A^0 $N \times N$ boyutlu birim matristir.

Asai vd. (2006) zamana bağlı değişen korelasyon matrisi için yukarıda gösterilen matris üsseli dönüştürmesinden hareketle alternatif bir spesifikasyon önermişlerdir. Bu spesifikasyon için tanımlanan matrisler şu şekildedir; $N \times N$ boyutlu olan simetrik $\mathbf{A}_t$ matrisi, $N \times N$ boyutlu ve ortogonal $\mathbf{B}_t$ matrisi ve $N \times N$ boyutlu ve $\mathbf{A}_t$ matrisinin öz değerlerinden oluşan köşegen $\mathbf{V}_t$ matrisidir. $\mathbf{A}_t = \mathbf{B}_t \mathbf{V}_t \mathbf{B}_t'$ şeklinde elde edilmektedir ve $Exp(\mathbf{A}_t)$ aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:⁵⁹

$$Exp(\mathbf{A}_t) = \mathbf{B}_t \left(\sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \mathbf{V}_t^s \right) \mathbf{B}_t' = \mathbf{B}_t Exp(\mathbf{V}_t) \mathbf{B}_t' \quad (3.29)$$

3.29 no'lu gösterimdeki matris üsseli dönüştürmesi ile korelasyon (kovaryans) matrisi $Var(\mathbf{y}_t) = \mathbf{\Sigma}_t = Exp(\mathbf{A}_t)$ şeklinde elde edilebilmektedir. Ayrıca bu gösterinde $\mathbf{V}_t = diag(h_{1t}, \dots, h_{Nt})$ olarak ifade edilmektedir.

Korelasyon matrisi $\mathbf{\Sigma}_t = \mathbf{B}_t \mathbf{H}_t \mathbf{B}_t'$ ($\mathbf{H}_t = diag(\exp(h_{1t}), \dots, \exp(h_{Nt}))$) olarak gösterilmekte, korelasyon matrisinin tersi $\mathbf{\Sigma}_t^{-1} = \mathbf{B}_t' \mathbf{H}_t^{-1} \mathbf{B}_t$ ve mutlak değeri ise $|\mathbf{\Sigma}_t| = Exp\left(\sum_{i=1}^N h_{it}\right)$ olarak tanımlanmaktadır. Bu verilenlerin ardından model aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

⁵⁹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 390.

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_t | \mathbf{A}_t &\sim N_N(0, \Sigma_t) \\
\mathbf{a}_{t+1} &= \boldsymbol{\mu} + \Phi(\mathbf{a}_t - \boldsymbol{\mu}) + \boldsymbol{\eta}_t \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N_{N(N+1)/2}(0, \Sigma_{\eta\eta}) \\
\mathbf{a}_t &= \text{vech}(\mathbf{A}_t)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

3.30 no’lu gösterimde $\text{vech}(\cdot)$ işlemcisi $\mathbf{A}_t$ simetrik matrisinin alt ve ya üst üçgen matrisinin elemanlarını vektör haline getiren işlemcidir. Bu modelin tahmini MCMC veya “Benzetilmiş En Çok Benzerlik” (SML) yöntemi ile gerçekleştirilebilmektedir ancak elde edilen parametrelerin yorumlanması açısından sorunlar yaşanmaktadır.

3.6.3. Wishart Süreci Modelleri

Dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kapsamında çalışmanın bu kısmında son olarak “Wishart süreci modelleri” incelenmektedir. Bu modellerin temel mantığı zamana bağlı değişen koşullu korelasyon (kovaryans) matrisinin Wishart dağılımı izlemesidir. Wishart dağılımı, çok değişkenli istatistiksel yöntemlerde N adet ana kütlede çekilmiş örneklemelerden elde edilen değişken ve ortak değişkenlerin birleşik dağılımıdır. Genel olarak Wishart dağılımı kovaryans matrisinin tahmininde önemli rol oynamaktadır ve söz konusu dağılımın bu özelliğinden hareketle dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik modelleri için uygun bir alternatif olarak değerlendirilmektedir.

Wishart dağılımını dikkate alan dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri çerçevesinde Philipov ve Glickman (2006a)⁶⁰ tarafından geliştirilen çalışmada Σ_t koşullu kovaryans matrisinin, geçmiş dönem kovaryans matrisi Σ_{t-1} ’ye dayalı parametreler ile ters Wishart dağılımı izlediği varsayılmaktadır.⁶¹ Philipov ve Glickman (2006a) tarafından geliştirilen ve finansal

⁶⁰ Alexander Philipov, Mark E. Glickman, “Multivariate Stochastic Volatility via Wishart Processes”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 24, No: 3, 2006a, pp. 313-328.

⁶¹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 391.

varlık getirilerine ait Wishart dağılımına dayalı stokastik bir süreç izlediği model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t | \boldsymbol{\Sigma}_t &\sim N_N(0, \boldsymbol{\Sigma}_t) \\ \boldsymbol{\Sigma}_t | \nu, \mathbf{S}_{t-1} &\sim \text{Wishart}_N(\nu, \mathbf{S}_{t-1}) \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.31 no'lu gösterimde $\mathbf{y}_t$ finansal varlıklara ait getirileri ifade etmektedir. Bu modelin önemli bir özelliği olarak $\mathbf{y}_t$ getiri serileri AR(1) filtresi kullanılarak elde edilmektedir ve bu durum model içerisinde bir ortalama parametresinin tahmin edilmesini sağlayarak sadece oynaklık modeli üzerine yoğunlaşılmasını sağlamaktadır. Diğer taraftan $\boldsymbol{\Sigma}_t$ finansal varlıkların getirilerine ait kovaryans matrisi, ν Wishart dağılımına ait serbestlik derecesi, $\mathbf{S}_t$ ise bu dağılımın zamana bağımlı ölçek parametresidir.

Ancak 3.31 no'lu modelde finansal varlıkların getirilerine ait davranışlar Wishart dağılımı ile zamana bağlı değişmeyen bir kovaryans yapısını dikkate almaktadır. Bu noktadan hareketle Philipov ve Glickman (2006a) aynı çalışmasında Wishart dağılımının $\mathbf{S}_t$ ölçek parametresinin zaman içindeki değişimini dikkate alan model üzerinde durmuşlardır. Burada Wishart dağılımının t zamanındaki $\mathbf{S}_t$ ölçek parametresi aynı dönemdeki kovaryans matrisinin bir fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır:⁶²

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_t &= \frac{1}{\nu} (\mathbf{A}^{1/2}) (\boldsymbol{\Sigma}_t^{-1})^d (\mathbf{A}^{1/2})' \\ \mathbf{A} &= (\mathbf{A}^{1/2}) (\mathbf{A}^{1/2})' \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.32 no'lu gösterimde $\mathbf{A}^{1/2}$, $N \times N$ boyutlu pozitif tanımlı simetrik matris olan $\mathbf{A}$ matrisinin Cholesky ayrıştırması sonucunda elde edilen matristir. -1 ile 1

⁶² Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 157.

arasında değer alan bir ölçek parametresi olup kovaryans matrisinin zaman içerisindeki serisel kalıcılığının (sürekliliğinin) gücünü ifade etmektedir.⁶³

S_t ölçek parametresinin kuadratik yapıya sahip olması kovaryansların zamana bağlı değişimini tanımlarken aynı zamanda kovaryans matrisinin pozitif tanımlı ve simetrik bir matris olduğunu da garantilemektedir.⁶⁴ Wishart dağılımının özellikleri kullanılarak Σ_t^{-1} korelasyon (kovaryans) ters matrisinin ve Σ_t korelasyon (kovaryans) matrisinin koşullu beklentisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} E(\Sigma_t^{-1} | v, S_{t-1}) &= v S_{t-1} = (\mathbf{A}^{1/2}) (\Sigma_t^{-1})^d (\mathbf{A}^{1/2})' \\ E(\Sigma_t | v, S_{t-1}) &= \frac{1}{v - N - 1} S_{t-1}^{-1} = (\mathbf{A}^{-1/2}) (\Sigma_t)^d (\mathbf{A}^{-1/2})' \end{aligned} \quad (3.33)$$

Philipov ve Glickman (2006a) tarafından geliştirilen modelde yer alan $\mathbf{A}$ ve d kovaryans yapılarının dinamik davranışlarının belirlenmesi açısından önemli rol oynamaktadır. $\mathbf{A}$ matrisi zamanlar arası hassasiyetin ölçüsü olarak yorumlanabilmektedir ve cari dönem kovaryans matrisinin her bir elemanının, geçmiş dönem kovaryans matrisinin elemanlarına ne şekilde bağlı olduğunu ortaya koymaktadır. Diğer taraftan -1 ile 1 arasında değerler aldığı kabul edilen ancak uygulamada finansal zaman serileri için 0 ile 1 arasında değerler alan d parametresinin sıfıra yakın olması durumunda cari dönemdeki oynaklığın gelecekteki değerler üzerinde zayıf bir etkiye sahiptir. d parametresinin bir değerine yakın olması durumu ise cari dönemdeki oynaklığın yüksek derecede bir sürekliliğe sahip olduğu anlamını taşımaktadır. $d \geq 1$ olması ise oynaklık yapısının durağan olmadığını göstermektedir. Philipov ve Glickman (2006a) geliştirmiş oldukları modelin tahmin aşamasında MCMC yöntemini kullanmışlardır.

⁶³ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 392.

⁶⁴ Alexander Philipov, Mark E. Glickman, **a.g.e.**, 2006a, p. 318.

Wishart dağılımını dikkate alan bir diğer model ise Gourioux vd. (2009)⁶⁵ tarafından geliştirilen otoregresif Wishart (WAR) sürecini dikkate alan modeldir. Gourioux vd. (2009), alternatif yaklaşımlarında $\mathbf{Y}_t$ şeklinde Wishart otoregresif süreci izleyen $N \times N$ boyutlu stokastik, simetrik, pozitif tanımlı matrisi dikkate almaktadır. Sürecin dağılımı, $\mathbf{Y}_{t+1}$ matrisinin elemanlarının Laplace dönüşümünün koşullu beklentisi ile aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:⁶⁶

$$\psi_t(\Gamma) = \mathbf{E}_t \left[\exp \{ \text{tr}(\Gamma \mathbf{Y}_{t+1}) \} \right] = \frac{\exp \left[\text{tr} \{ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{Y}_t \} \right]}{|\mathbf{I} - 2\mathbf{\Sigma}\Gamma|^{K/2}} \quad (3.34)$$

3.34 no'lu gösterim birinci mertebeden Wishart otoregresif (WAR(1)) süreci izlemekte olup $\text{Wishart}_N(K, \mathbf{M}, \mathbf{\Sigma})$ ile tanımlanmaktadır. Bu gösterimde $\mathbf{E}_t$, $\mathbf{Y}_t$ 'in bugünkü ve gecikmeli elemanlarının koşullu beklentisini, Γ , $N \times N$ boyutlu deterministik simetrik matristir. K sayısal bir büyüklük olup serbestlik derecesini ifade etmektedir ve kesin olarak $K \geq N - 1$ olmaktadır. $\mathbf{M}$, $N \times N$ boyutlu otoregresif parametre matrisi ve $\mathbf{\Sigma}$ yine $N \times N$ boyutlu pozitif tanımlı simetrik bir matristir ve bu matrizen hareketle $2\mathbf{\Sigma}\Gamma$ 'nin maksimum öz değeri birden küçüktür. $\|\mathbf{\Sigma}^{1/2}\Gamma\mathbf{\Sigma}^{1/2}\| < 1$ olması durumu da Laplace dönüşümün iyi tanımlandığı şeklinde nitelendirilmektedir. WAR(1) süreci $1 + \frac{N(N+1)}{2} + N^2$ sayıda parametre içermektedir. Bu açıdan bakıldığında WAR(1) modeli çok değişkenli stokastik oynaklık modellerindeki boyut sorunu azaltmaktadır.⁶⁷

WAR modeller, K serbestlik derecesi bir tamsayı olduğunda Gaussyan vektör otoregresif süreçlerin bir yansıması olarak kabul edilebilmektedir. $\mathbf{Y}_t$ süreci için VAR(1) model aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

⁶⁵ Christian Gourioux, Joann Jasiak, Razvan Sufana, "The Wishart Autoregressive Process of Multivariate Stochastic Volatility", **Journal of Econometrics**, Vol. 150, No: 2, 2009, pp. 167-181.

⁶⁶ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 394.

⁶⁷ Christian Gourioux, Joann Jasiak, Razvan Sufana, **a.g.e.**, p. 168.

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{j=1}^K \mathbf{x}_{jt} \mathbf{x}_{jt}' \quad (3.35)$$

$$\mathbf{x}_{jt} = \mathbf{M} \mathbf{x}_{j,t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{jt} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{jt} \sim N_N(0, \boldsymbol{\Sigma})$$

3.35 no'lu modelde $\mathbf{x}_{jt}$, $\mathbf{M}$ aynı otoregresif parametre matrisi ve $\boldsymbol{\Sigma}$ varyansı ile N boyutlu bağımsız Gaussyan VAR(1) süreci izlemektedir. Gourioux vd. (2009) bu modelin tahmininde Momentler Yöntemi (MM) ve En Çok Benzerlik yöntemlerinin kullanılmasını önermişlerdir. Ancak Wishart süreci birleşik otoregresif süreçleri dikkate alan bir yapıya sahiptir ve doğrusal olmayan bu yapıya ait tahminler koşullu Laplace dönüşümün üssel afin fonksiyonunun* formu nedeniyle kapalı formdadır.

Triantafyllopoulos (2012)⁶⁸, Gourioux vd. (2009) tarafından geliştirilen modelinde kullanılan tahmin yönteminin kapalı forma sahip olmasını eleştirerek iki aşamalı bir tahmin yöntemi önermiştir. Bu yöntemde simülasyon temelli tahmin algoritmaları ile kapalı form tahmin algoritmaları birlikte kullanılmaktadır.

Wishart dağılımına dayalı dinamik korelasyonlu modeller kapsamında incelenen son model Philipov ve Glickman (2006b)⁶⁹ tarafından geliştirilen modeldir. Bu modelde faktör oynaklıklarının Wishart dağılımı izlediği varsayılmaktadır.⁷⁰ Ayrıca mevcut faktör çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile karşılaştırıldığında Philipov ve Glickman (2006b) tarafından geliştirilen model birçok avantaja sahiptir. Bu avantajlardan ilki bu yaklaşımda faktörler arasında, faktörlerin varyansları ve kovaryansları arasında etkileşime izin verilmesidir. Bu sayede gözlenen fiyatlanmış faktörlerle ilgili ampirik olarak daha rasyonel sonuçlara ulaşılmaktadır. İkincisi, faktör kovaryanslarının kısıtlanmamış bir Wishart süreci izlediği ve finansal varlık getirilerindeki ortak değişmelerin, kovaryans matrisi

* Afin fonksiyon: İki vektör uzayı arasında doğrusal dönüşüm ile bir ötelemenin bileşkesi olan fonksiyondur.

⁶⁸ Kostas Triantafyllopoulos, "Multivariate Stochastic Volatility Modelling using Wishart Autoregressive Processes", **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 33, No: 1, 2012, pp. 48-60.

⁶⁹ Alexander Philipov, Mark E. Glickman, "Factor Multivariate Stochastic Volatility via Wishart Processes", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006b, pp. 311-334.

⁷⁰ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 395.

stokastik bir Wishart süreci izleyen, gözlenen faktör seti tarafından yönlendirildiği varsayılmaktadır.⁷¹

Philipov ve Glickman (2006b) tarafından geliştirilen model aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \mathbf{B}\mathbf{f}_t + \mathbf{H}^{1/2}\boldsymbol{\varepsilon}_t & \boldsymbol{\varepsilon}_t &\sim N_N(0, \mathbf{I}) \\ \mathbf{f}_t | \boldsymbol{\Sigma}_t &\sim N_K(0, \boldsymbol{\Sigma}_t) \\ \boldsymbol{\Sigma}_t | v, \mathbf{S}_{t-1} &\sim Wishart_K(v, \mathbf{S}_{t-1}) \end{aligned} \quad (3.36)$$

3.36 no'lu gösterimde $\mathbf{y}_t$, N adet getiri serisini, K faktör sayısını ve $\mathbf{f}_t$ ise faktörleri göstermektedir. Bu modelde $\mathbf{f}_t$ faktörlerinin koşullu kovaryans matrisi $\boldsymbol{\Sigma}_t$, geçmiş dönem kovaryans matrisi $\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}$ 'e bağlı Wishart dağılımı izlemektedir.

Bu modelde $\mathbf{S}_{t-1} = \frac{1}{v}(\mathbf{A}^{1/2})(\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{-1})^d(\mathbf{A}^{1/2})'$ şeklinde ifade edilmektedir ve $\mathbf{S}_{t-1}$

Wishart dağılımının ölçek parametresidir. $\boldsymbol{\Sigma}_t$ faktör oynaklıklarına ait matris, $\mathbf{A}$ zamanlar arası duyarlılığın ölçüsü olan simetrik pozitif tanımlı matris, d sayısal bir büyüklük olan kalıcılık (süreklilik) parametresi, v ise faktör oynaklıklarının Wishart dağılımı için serbestlik derecesi parametresidir. $\mathbf{B}$, $N \times K$ boyutlu faktör yükleri matrisidir. Philipov ve Glickman (2006b) bu modelin tahmininde MCMC yöntemini kullanmaktadır.

3.7. ÇOK DEĞİŞKENLİ STOKASTİK OYNAKLIK MODELLERİNİN TAHMİN YÖNTEMLERİ

Çalışmanın üçüncü bölümüne ait son kısımda çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine ait tahmin yöntemlerinden bahsedilmektedir. Çok değişkenli deterministik (GARCH) modelleri ile kıyaslandığında - tıpkı tek değişkenli yapıların

⁷¹ Alexander Philipov, Mark E. Glickman, **a.g.e.**, 2006b, p. 313.

kıyaslanmasında olduğu gibi - çok değişkenli stokastik oynaklık modellerin tahmini aşamasında büyük güçlüklerle karşılaşmaktadır. Çok değişkenli deterministik modellerde t zamanındaki koşullu kovaryans, $t-1$ zamanındaki bilinen, gözlenen bilgi setine bağlı şekilde belirlenebilmektedir. Oysa çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde koşullu kovaryans latent (gizli) özelliğe sahiptir ve bu koşullu kovaryans finansal varlıkların getirilerinin ve koşullu kovaryansın birleşik benzerlik fonksiyonu üzerinden entegre olmalıdır.⁷²

Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerin tahmininde yaşanan en büyük sorunlardan birisi benzerlik fonksiyonlarının “kesin” şekilde belirlenememesidir. Bu yüzden tahmin aşamasında çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri için yöntemlere ilişkin standart bir yol bulunmamaktadır. Başka bir ifadeyle çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanılan yöntemler geliştirilen modellerin yapısına uygun şekilde uyarlanabilmektedir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri için kullanılan tahmin yöntemlerinde aranan bir takım özellikler bulunmaktadır. Bu özelliklerden en önemlisi tahmin yönteminin istatistiksel açıdan etkin olmasıdır. İstatistiksel etkinliğin yanında tahmin yönteminin hesaplama ve çözümleme açısından da etkin ve esnek olması beklenmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmin aşamasında kullanılan yöntemler anlatılmıştı. Çok değişkenli stokastik modellerin çözümünde de aynı yöntemler çok değişkenli yapılara genişletilerek kullanılmaktadır. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmininde kullanılan yöntemleri üç grupta incelemek mümkündür. İlk grupta Harvey vd. (1994) tarafından temel çok değişkenli stokastik modelleri için geliştirilen “Yarı En Çok Benzerlik” (YEÇB) yöntemi yer almaktadır. İkinci grup tahmin yöntemleri ile genel olarak simülasyon temelli en çok benzerlik yöntemleri, üçüncü ve son grupta ise Jacquier vd. (1994)⁷³ tarafından geliştirilen ve birçok yazar tarafından çok değişkenli

⁷² Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 162.

⁷³ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, “Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models”, **Journal of Business and Economic Statistics**, Vol. 12, No: 4, 1994, pp. 69-87.

yapılara genişletilen “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemi bulunmaktadır.

Yarı en çok benzerlik yöntemi Harvey vd. (1994) tarafından geliştirilen temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelinin çözümünde kullanılmıştır. 3.4 no’lu gösterimde yer alan uzay durum spesifikasyonu ile ifade edilen modeli bu yöntem ile tahmin etmişlerdir. Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin çözümünde YEÇB tahminleri, tek değişkenli stokastik oynaklık modellerinin tahmininde olduğu gibi, 3.4 no’lu gösterimde yer alan denklemlere Kalman filtresi uygulanarak gerçekleştirilmektedir.⁷⁴ YEÇB tahmin yöntemi diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında etkinlik açısından daha kötü bir performansa sahiptir.

İkinci grupta incelenen simülasyona dayalı en çok benzerlik yöntemleri, sayısal olarak çözümlenmesi zor olan yüksek boyutlu integral işlemlerinin simülasyon yöntemleri çözümlenmesi daha sonra benzerlik fonksiyonunun maksimize etmesine dayanmaktadır. Bu grup içerisinde incelenen tahmin yöntemleri “Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örnekleme” (AGIS) yöntemi ve “Monte Carlo Benzerlik” (MCB) yöntemidir.

“Hızlandırılmış Gaussyan Önem Örnekleme” (AGIS) yöntemi, ilk olarak tek değişkenli stokastik oynaklık modelleri için Danielsson ve Richard (1993)⁷⁵ tarafından geliştirilmiş bir tahmin yöntemidir. Danielsson (1998), kendisi tarafından geliştirilen çok değişkenli stokastik oynaklık modeli için bu tahmin yöntemini uyarlamıştır. AGIS tahmin yöntemi için kullanılan fonksiyonlar ve sayısal ifadeler aşağıda gösterildiği gibidir:⁷⁶

⁷⁴ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 163.

⁷⁵ Jon Danielsson, Jean-François Richard, “Accelerated Gaussian Importance Sampler with Application to Dynamic Latent Variable Models”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 8, No: S1, 1993, pp. 153-173.

⁷⁶ Jon Danielsson, **a.g.e.**, p. 161.

$$f(Y_T | \theta) = \int_{\Delta} h(\tilde{X}_T, Y_T | \theta) \cdot \mu(\tilde{X}_T | Y_T, \theta) dX_T$$

$$h(\tilde{X}_T, Y_T | \theta) \equiv \frac{f(\tilde{X}_T, Y_T | \theta)}{\mu(\tilde{X}_T | Y_T, \theta)} \quad (3.37)$$

Burada $\tilde{X}_T$, simule edilmiş oynaklıkları, θ , tahmin edilecek olan parametre vektörünü, Y_T ise finansal varlık getirilerini ifade etmektedir. $\mu(\tilde{X}_T | Y_T, \theta)$ önem örnekleme fonksiyonunu, $h(\tilde{X}_T, Y_T | \theta)$ ise yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir.

Monte Carlo benzerlik (MCB) tahmin yöntemi tek değişkenli stokastik oynaklık modelleri için Sandmann ve Koopman (1998)⁷⁷ tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntem doğrusal Gaussyan olmayan uzay durum modellerinin benzerlik fonksiyonlarının ölçülmesi amacıyla geliştirilmiştir.⁷⁸ Gaussyan olmayan ölçme dağılımlarına sahip uzay durum modellerinin log-benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\ln L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) = \ln L_G(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) + \ln E_G \left[\frac{p_{doğru}(\boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\theta})}{p_G(\boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\theta})} \right] \quad (3.38)$$

3.38 no'lu log-benzerlik fonksiyonunda $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_T)'$, $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{N_t})'$, $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_T)'$ ve $\boldsymbol{\theta}$ tahmin edilecek parametreler olarak tanımlanmaktadır. $\ln L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta})$ Gaussyan modele yaklaşan log benzerlik fonksiyonunu, $p_{doğru}(\boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\theta})$ doğru yoğunluk fonksiyonun ve $p_G(\boldsymbol{\xi} | \boldsymbol{\theta})$ yaklaşık modelin ölçme dağılımlarının Gaussyan yoğunluk fonksiyonunu göstermektedir. E_G ise yaklaşım modeli ile ilişkili olan $p_G(\boldsymbol{\xi} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\theta})$ önem yoğunluk fonksiyonun beklenen değeridir.

⁷⁷ Gleb Sandmann, Siem Jan Koopman, "Estimation of Stochastic Volatility Models via Monte Carlo Maximum Likelihood", **Journal of Econometrics**, Vol. 87, No: 2, 1998, pp. 271-301.

⁷⁸ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 165.

MCB yönteminin en önemli özelliği diğer SML yöntemlerinden farklı olarak benzerlik fonksiyonunun çok küçük bir kısmının simülasyona ihtiyaç duymasındır. θ parametrelerine ait MCB tahminleri 3.38 no’lu denklemin eğilimsiz tahminlerinin sayısal optimizasyonu ile elde edilmektedir.

Üçüncü grup tahmin yöntemleri içerisinde ele alınan ve çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri literatüründe en fazla kullanılan tahmin yöntemi “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemidir. MCMC yöntemi Bayesyen yöntemlere dayanan bir tahmin yöntemidir. MCMC tahmincisi, Bayesyen teoriyi kullanarak birleşik sonsal (posterior) dağılıma dayalı tahminler üretmektedir.⁷⁹

MCMC yöntemi parametre tahminlerini gerçekleştirebilmesinin yanı sıra latent oynaklığın tahminlerini ve oynaklık için tahmini dağılımların elde edilmesini sağlayan bir yöntemdir. Bayesyen bir yaklaşım olan MCMC yönteminin temelinde yatan fikir, değişmeyen dağılımı, ilgilenilen yoğunluk fonksiyonunun hedefi olan, tekrarlı olarak bir Markov zinciri örnekleyerek belirli birçok değişkenli dağılımdan değişkenler üretmektir.⁸⁰

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri çerçevesinde MCMC yöntemini kullanan çalışmalardan biri Smith ve Pitts (2006) tarafından yapılan çalışmadır. Smith ve Pitts (2006) geliştirmiş oldukları 3.8 no’lu gösterimde yer alan iki değişkenli yapıyı MCMC yöntemini kullanarak tahmin etmişlerdir ve MCMC yönteminin etkinliğini arttırmak için $\mathbf{h}_t$ ’leri bloklar (sütunlar) şeklinde örneklemişlerdir. Bu modelde kullanılan MCMC algoritması aşağıdaki gösterildiği gibidir:⁸¹

İlk olarak $\{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n | \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \alpha, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n$ ’ e göre örnekleme yapılır. $\mathbf{h}_t$, çok sayıda bloğa ayrılır ve herhangi bir blok, belirli zamanda verilen diğer bloklara göre örneklenir. Burada n algoritma içerisinde yapılan tekrarlamayı ifade etmektedir.

⁷⁹ Eric Jacquier, Nicholas G. Polson, Peter E. Rossi, **a.g.e.**, p. 70.

⁸⁰ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, p. 167.

⁸¹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 371.

$\mathbf{h}_{a:b} = (\mathbf{h}'_a, \dots, \mathbf{h}'_b)'$ olduğunda, verilen diğer $\mathbf{h}_j$ 'lere göre $\mathbf{h}_{a:b}$ bloğunu örneklemek için Metropolis-Hastings (M-H) algoritması kullanılmaktadır. Daha sonra sırasıyla $\rho_{12} | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, \phi_1, \phi_2, \boldsymbol{\alpha}, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n, \phi_1, \phi_2 | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, \rho_{12}, \boldsymbol{\alpha}, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n, \boldsymbol{\alpha} | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \Sigma_{\eta\eta}, Y_n$ ve $\Sigma_{\eta\eta} | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, \rho_{12}, \phi_1, \phi_2, \boldsymbol{\alpha}, Y_n$ şeklinde Metropolis-Hastings algoritması kullanılarak örneklenir.

Temel çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kapsamında MCMC yöntemini öneren bir diğer çalışma Bos ve Shephard (2006)'a aittir. Bos ve Shephard (2006) geliştirdikleri 3.10 no'lu modelin çözümünde MCMC yöntemini kullanmışlardır ve bu yöntemi uygularken MCMC simülasyonunu iki blok şeklinde oluşturmuştur. $\theta = (\psi, \lambda)$ şeklinde tanımlanmış ve $\psi, \mathbf{Z}_t, \mathbf{T}_t, \mathbf{G}_t, \mathbf{V}_t$ matrislerindeki bilinmeyen parametreleri kapsamaktadır. λ ise $\mathbf{u}_t$ 'nin stokastik oynaklık süreci izleyen parametresini ifade etmektedir. Bos ve Shephard (2006) tarafından kullanılan MCMC algoritması aşağıdaki gibidir:

İlk aşamada $\theta, \{\boldsymbol{\alpha}_t\}_{t=1}^n | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, Y_n$ örnekleme yapılmaktadır. Bunun için öncelikle Metropolis-Hastings algoritması ile $\theta | \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, Y_n$ örneklenir. Daha sonra $\{\boldsymbol{\alpha}_t\}_{t=1}^n | \theta, \{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n, Y_n$ örneklenir. Burada doğrusal Gaussyan uzay durum modelinin dağılımları örneklenir ve ardışık olarak $\boldsymbol{\alpha}_t$ 'nin örnekleme elde edilir. İkinci aşamada $\{\mathbf{h}_t\}_{t=1}^n | \theta, \{\boldsymbol{\alpha}_t\}_{t=1}^n, Y_n$ 'nin örnekleme Metropolis-Hastings algoritması kullanılır.⁸²

Toplamsal faktör modelleri kapsamında Pitt ve Shephard (1999), Aguilar ve West (2000) ve Lopez ve Carvalho (2007) tarafından geliştirilen modellerin tahmininde MCMC yöntemini kullanılmıştır. Bu modellerde de toplamsal faktör

⁸² Charles S. Bos, Neil Shephard, **a.g.e.**, p. 223.

modellerinin spesifikasyonuna bağı olarak uygun birleşik önsel ve sonsal yoğunluk fonksiyonları kullanılmaktadır ve tahmin aşaması gerçekleştirilmektedir.⁸³

Wishart süreci izleyen çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinden Philipov ve Glickman (2006a) ve Philipov ve Glickman (2006b) tarafından yapılan çalışmalarda da yine MCMC tahmin yöntemi kullanılmıştır. Yu ve Meyer (2006) tarafından yapılan çalışmada 9 farklı çok değişkenli stokastik oynaklık modeli, WinBUGS adı verilen Bayesyen analizi temel alan paket program sayesinde MCMC yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir ve bu modeller birbiriyle karşılaştırılmıştır.

Yukarıda bahsedilen Pitt ve Shephard (1999), Aguilar ve West (2000), Lopez ve Carvalho (2007), Philipov ve Glickman (2006a), Philipov ve Glickman (2006b), Yu ve Meyer (2006) tarafından geliştirilen modellerin tahmininde MCMC yöntemi tek adımlı (single move) algoritmaları esas almaktadır. Simülasyonunu etkinliğinin artırılması amacıyla Chib vd. (2006)⁸⁴ tarafından çok adımlı (multi-move) MCMC algoritması geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda MCMC algoritması modelde olası sıçrayışları dikkate alacak şekilde uyarlanarak simülasyonun etkinliğinin artırılması hedeflenmektedir.

MCMC yönteminin diğer tahmin yöntemlerine göre en büyük avantajı MCMC yönteminde sayısal optimizasyona ihtiyaç duyulmamasıdır. Bu avantaj tahmin edilecek parametre sayısının fazla olması durumunda daha da büyük öneme sahip olmaktadır. MCMC yöntemi her ne kadar sayısal optimizasyona ihtiyaç duymasa da bazı optimizasyon adımlarını algoritmanın içerisine dahil etmek mümkündür ve bu sayede hesaplama açısından etkinlik sağlanabilmektedir.⁸⁵

⁸³ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, **a.g.e.**, p. 384.

⁸⁴ Siddhartha Chib, Federico Nardari, Neil Shephard, “Analysis of High Dimensional Multivariate Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 134, No: 2, 2006, pp. 341-371.

⁸⁵ Manabu Asai, Michael McAleer, Jun Yu, **a.g.e.**, pp. 167-168.

4. BÖLÜM

PETROL PİYASASI İLE FİNANSAL PİYASALARDA İŞLEM GÖREN SANAYİ SEKTÖRÜ ENDEKSİ ARASINDAKİ OYNAKLIK ETKİLEŞİMİNİN ANALİZİ: MIST ÜLKELERİ ÖRNEĞİ

4.1. AMAÇ VE KAPSAM

Çalışmanın bu bölümünde petrol piyasası ile MIST* ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü hisse senetleri arasındaki oynaklık etkileşimi analiz edilmektedir. Bu kapsamda petrol piyasasını temsil eden değişken olarak ham petrol fiyatları kullanılmıştır. Finansal piyasalarda işlem gören sanayi sektörü hisse senetlerini temsil etmesi açısından da bu hisse senetlerinden oluşan sanayi sektörü endeksleri dikkate alınmıştır. Kullanılan değişkenlere ilişkin bilgiler “Veri ve Yöntem” kısmında detaylı olarak yer almaktadır.

Petrol piyasası dünya ekonomileri açısından gerek makro düzeyde gerekse mikro düzeyde çok önemli bir role sahiptir. Öncelikle bir doğal ve kıt kaynak olan ham petrol, ekonomiler içerisinde en önemli üretim faktörlerinden biri olarak nitelendirilmektedir. Önemli bir üretim girdisi olan ham petrolün fiyatında meydana gelen dalgalanmalar üretim ve ulaştırma vb. maliyetleri doğrudan etkilemektedir. Ham petrol fiyatlarının artması söz konusu maliyetleri arttırmaktadır. Bu durumda ülke ekonomileri açısından makro düzeyde enflasyon artmakta ve buna bağlı olarak da iktisadi büyümede düşüş meydana gelmektedir. Ayrıca enflasyonda meydana gelen artışla birlikte faiz oranları da artmaktadır ve bu durumdan Merkez Bankaları tarafından uygulanan para politikaları da etkilenmektedir. Bu açıdan bakıldığında ham petrol fiyatlarındaki dalgalanmalar ile iktisadi büyüme ve fiyat istikrarı arasında güçlü bir ilişkinin varlığı ifade edilebilmektedir.

* MIST ülkeleri, Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye’dir.

Ham petrol fiyatlarındaki dalgalanmalar mikro düzeyde firmaların maliyetlerini de doğrudan etkilemektedir. Bir firmanın değeri teorik olarak gelecekte beklenen nakit akımlarının bugünkü değeri olarak tanımlanmaktadır. Petrol fiyatlarındaki dalgalanmalar girdi maliyetlerine yansımaktadır ve firmaların gelecekteki nakit akımlarını dolayısıyla firmaların değerini etkilemektedir. Firmaların petrol fiyatlarındaki artışa ne şekilde tepki göstereceği firmanın faaliyet gösterdiği ülkenin ve/veya sektörün petrol ihracatçısı ya da ithalatçısı olup olmamasına bağlıdır. Eğer firma petrol ihracatçısı bir ülkede faaliyet gösteriyorsa, petrol fiyatlarındaki artış firmanın gelecekteki nakit akışları üzerinde olumlu bir etki yaratmaktadır, petrol ithalatçısı bir ülkede faaliyet gösteriyorsa da olumsuz bir etki ortaya çıkmaktadır.

Ham petrol fiyatlarındaki dalgalanmalar girdi fiyatlarını etkilediğinden ülkelerin sanayi sektörlerinde faaliyet gösteren firmalar bu durumdan ilk etkilenen firmalardır. Bu nedenle firmaların piyasa değerleri dolayısıyla fiyatları ham petrol fiyatlarındaki dalgalanmalara duyarlıdır ve ham petrol fiyatları ile finansal varlık fiyatları arasında güçlü bir ilişki bulunmaktadır. Ancak bu ilişkiyi sadece fiyatlar ya da bu değişkenlerin getirileri açısından araştırmak ampirik açıdan yetersiz kalabilmektedir. Ham petrol fiyatlarının ve finansal varlık fiyatlarının zaman içerisinde yaşanan politika değişiklikleri, krizler vb. nedenlerle oynak davranışlar sergilediği bir kabul haline gelmiştir. Bu açıdan bakıldığında petrol fiyatları ile finansal varlık fiyatları arasındaki ilişkinin araştırılmasında bu değişkenlerin oynak davranışlarının rolünün de ampirik açıdan incelenmesi gerekmektedir. Özellikle değişkenler arası oynaklık etkileşiminden hareketle ham petrol fiyatlarında oynaklığın finansal varlıkların oynaklığı üzerindeki etkisi veya tam tersi durumun araştırılması, değişkenler arası ilişkileri açıklamada yeni bir perspektif sunmaktadır.

Çalışmada ham petrol fiyatları ile finansal piyasalarda işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimi ve aktarım (transmission) mekanizmasının araştırılmasında MIST ülkeleri dikkate alınmıştır. Çalışmada MIST ülkelerinin tercih edilmesinin nedenlerinden ilki, bu uluslararası ekonomik sınıflamada Türkiye'nin de bulunmasıdır. İkinci neden, MIST ülkelerinden

Endonezya ve Meksika'nın petrol ihracatçısı, Türkiye ve Güney Kore'nin ise petrol ithalatçısı ülkeler olmasıdır. Buradan hareketle petrol fiyatları ile bu ülkelerin finansal piyasalarının sanayi sektörü endeksi arasındaki oynaklık etkileşiminin araştırılması ekonomik göstergeler açısından birbirine yakın olarak kabul edilen bu ülkeler için önem taşımaktadır. Ayrıca mevcut literatürde bu oynaklık etkileşimini MIST ülkelerini dikkate alarak analiz eden herhangi bir çalışma bulunmamaktadır.

Ülkelerin İngilizce baş harflerinin kullanılmasıyla ifade edilen MIST, uluslararası yatırım kuruluşu olan Goldman Sachs yönetim kurulu başkanı Jim O'Neil tarafından ortaya konulmuştur. Jim O'Neil, aynı zamanda başka bir uluslararası sınıflama olan BRIC (Brezilya, Rusya, Hindistan ve Çin) oluşumunun da mimarıdır. 2011 yılında oluşturulan ve "hızlı büyüyen ekonomileri" kapsayan MIST, BRIC sınıflamasına alternatif olarak sunulmuştur. Bilindiği üzere Türkiye ekonomisi BRIC sınıflamasına dâhil olamamıştır ancak MIST sınıflamasında yer almaktadır.

MIST sınıflandırmasının henüz çok yeni bir ekonomik sınıflandırma olması, bu sınıflandırmaya bazı eleştirileri de beraberinde getirmektedir. Ancak Goldman Sachs tarafından yapılan bu sınıflandırma özellikle ülkelerin ekonomik ve jeopolitik koşulları göz önüne alınarak yapılmıştır. Ülkelerin siyasal ve sosyal koşullarının bu sınıflandırmanın yapılması üzerinde herhangi bir etkisi bulunmaktadır. MIST ülkeleri içerisinde Meksika, Endonezya ve Türkiye gelişmekte olan ülkeler olarak nitelendirilirken, Güney Kore ise gelişmiş ülke olarak nitelendirilmektedir. Ayrıca MIST üyesi tüm ülkeler G-20 grubunun da üyesidirler. MIST grubunun en dikkat çekici özelliği grubun içerisinde yer alan her bir ülkenin milli geliri dünya milli gelirinin yaklaşık olarak %1'i civarındadır. Diğer taraftan bu ülkelerin ortak özellikleri kalabalık ve genç nüfus yoğunluğu, sürekli büyüyen pazar olmaları ve yüksek büyüme hızlarıdır. MIST ülkelerinin 2011 yılı başlıca ekonomik göstergelerine ait değerler Tablo 4.1'de verilmiştir.

MIST ülkelerinin 2011 yılı bazı ekonomik göstergeleri dikkate alındığında yukarıda da bahsedildiği üzere Güney Kore'nin gelişmiş ülke kategorisinde olduğu açıkça görülmektedir. Gerek kişi başı GSYİH miktarı, gerekse enflasyon ve işgücüne

katılım oranları dikkate alındığında gruptaki diğer ülkelerden daha gelişmiş bir ülke olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 4.1: MIST Ülkelerinin 2011 Yılı Başlıca Ekonomik Göstergeleri

	Meksika	Endonezya	Güney Kore	Türkiye
Kişi Başı GSYİH (\$)	6269.90	1206.99	16684.21	5740.64
Enflasyon (%)	5.50	8.40	1.74	8.63
Büyüme (%)	3.94	6.46	3.63	8.49
İşgücüne Katılım (%)	78.11	50.69	83.20	71.41
Nüfus (Kişi)	114793341	242325638	49779000	73639596

Kaynak: Dünya Bankası Veritabanı

Ekonomik göstergeler itibariyle Endonezya, grup içerisinde en kötü değerlere sahip ülke olarak görülmektedir. Bu durumun nüfus yoğunluğuna bağlı bir durum olduğu ifade edilebilmektedir. Türkiye ise özellikle büyüme hızı dikkate alındığında MIST ülkeleri içerisinde ön plana çıkmaktadır. MIST ülkelerinin, “yükselen piyasa liderleri” olacağı öngörüsünden hareketle, önümüzdeki yıllar içerisinde küresel ekonomik büyüme üzerinde kilit rol oynayacağı düşünülmektedir.

Literatürde petrol piyasası ile finansal piyasalar arasındaki ilişkiyi araştıran birçok çalışma bulunmaktadır. Ancak bu çalışmaların çoğu ham petrol fiyatlarına ait getiriler ile finansal piyasalardaki fiyat endekslerinin getirileri arasındaki ilişkiyi temel alan çalışmalardır. Her iki piyasadaki oynaklıklar arasındaki ilişkiyi çok değişkenli oynaklık modelleri çerçevesinde araştıran çalışma sayısı çok azdır.

Cong vd. (2008)¹ tarafından yapılan çalışmada Çin finansal piyasasına ait endeks getirileri ile ham petrol fiyatlarındaki belirsizliği (şoku) Vektör Otoregresif Modeller yardımıyla araştırmıştır. Kullanılan VAR modelinde bu değişkenler dışında bir takım makro ekonomik değişkenler de kullanılmıştır. Analiz sonucunda ham petrol belirsizliğinin Çin borsası endeksi getirileri üzerinde herhangi bir etkisi bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

¹ Rong-Gang Cong, Yi-Ming Wei, Jian-Lin Jiao, Ying Fan, “Relationships between Oil Price Shocks and Stock Market: An Empirical Analysis from China”, **Energy Policy**, Vol. 36, No: 9, 2008, pp. 3544-3553.

Constantinos vd. (2010)² tarafından yapılan çalışmada Yunanistan borsasında işlem gören hisse senetleri endeksine ait getiriler ile ham petrol getirileri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bu çalışmada da VAR analizi kullanılmıştır. VAR modelde ham petrol fiyatlarına ve fiyat endeksine ait getirilerin yanı sıra ham petrol fiyatlarında ve endeksteeki oynaklıklar da modele dâhil edilmiştir. Fiyat endeksi ve ham petrol fiyatlarına ait oynaklığın belirlenmesinde EGARCH modeli kullanılmıştır. Constantinos vd. (2010) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarına göre petrol piyasası ile Yunan finansal piyasası arasında güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Arouri ve Nguyen (2011)³, ham petrol fiyatları ile Dow Jones Endeksi ve 12 Avrupa endeksi arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Bu çalışmada ham petrol fiyatlarına ait getiriler ile endeks getirileri arasındaki ilişkinin araştırılmasında VAR modeller kullanılmış ve değişken arasında çift yönlü nedensellik ilişkisi olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Zhang ve Chen (2011)⁴ tarafından yapılan diğer bir çalışmada Şanghai borsasına ait endeks getirileri ile ham petrol fiyatına ait getiriler arasındaki ilişki araştırılmıştır. Bu çalışmada ham petrol fiyatlarındaki değişimler, endeks getirisi için kurulan EGARCH modelinin içine dâhil edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre petrol fiyatlarındaki değişimler Şanghai borsasına ait endeks getirileri üzerinde pozitif ve anlamlı bir etkiye sahiptir.

Fayyad ve Daly (2011)⁵, petrol ihracatçısı olan “Körfez Ülkeleri İşbirliği Konseyi” üyesi ülkelerden Kuveyt, Umman, Birleşik Arap Emirlikleri, Bahreyn, Katar ülkeleri ile İngiltere ve Amerika Birleşik Devletleri borsa getirileri ile petrol

² Katrakilidis Constantinos, Lake Andreas Ektor, Mardas Dimitrios, “Oil Price and Stock Market Linkages in a Small and Oil Dependent Economy: The Case of Greece”, **The Journal of Applied Business Research**, Vol. 26, No: 4, 2010, pp. 55-64.

³ Mohamed El Hedi Arouri, Duc Khuong Nguyen, “Oil Prices, Stock Markets and Portfolio Investment: Evidence from Sector Analysis in Europe over the Last Decade”, **Energy Policy**, Vol. 238, No: 8, 2011, pp. 4528-4539.

⁴ Chuanguo Zhang, Xiaoqing Chen, “The Impact of Global Oil Price Shocks on China’s Stock Returns: Evidence from the ARJI(-ht)-EGARCH Model”, **Energy**, Vol. 36, No: 11, 2011, pp. 6627-6633.

⁵ Abdallah Fayad, Kevin Daly, “The Impact of Oil Price Shocks on Stock Market Returns: Comparing GCC Countries with the UK and USA”, **Emerging Markets Review**, Vol. 12, No: 1, 2011, pp. 61-78.

fiyatı getirileri arasındaki ilişkiyi VAR analizi kullanarak incelemişlerdir. Analiz sonuçlarına göre petrol fiyatları getirileri ile bazı ülkelere ait endeks getirileri arasında ilişki olduğu belirtilmiştir.

Kapusuzoğlu (2011)⁶ tarafından yapılan çalışmada İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda (İMKB) işlem gören İMKB-100, İMKB-50 ve İMKB-30 fiyat endeksleri ile ham petrol fiyatları arasındaki ilişki eşbütünleşme analizi ile araştırılmıştır. Kapusuzoğlu (2011), ham petrol fiyatlarının İMKB endeksleri üzerinde etkili olmadığını, İMKB endekslerinin ise ham petrol fiyatları üzerinde etkili olduğunu ortaya koymuştur.

Soytaş ve Oran (2011)⁷ da İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda (İMKB) işlem gören İMKB-100, Elektrik sektörü endeksi ve ham petrol fiyatları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bu çalışmada değişkenlerin getirileri arasındaki ilişki VAR model yardımıyla analiz edilirken, varyanslar arasındaki ilişki ise EGARCH modeli kullanılarak incelenmiştir. Ham petrol fiyatlarına ait getiriler ile Elektrik sektörü endeksi getirileri arasında ilişkinin varlığı bulgulanmışken, İMKB-100 endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasında herhangi bir ilişkinin olmadığı tespit edilmiştir.

Arouri ve Rault (2012)⁸, Körfez Ülkeleri İşbirliği Konseyi" üyesi ülkelerden Kuveyt, Umman, Bahreyn, Suudi Arabistan ülkelerinin borsalarına ait fiyat endeksleri ve ham petrol fiyatı değişkenleri arasındaki ilişkiyi panel veri analizi kullanarak araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre Suudi Arabistan dışındaki ülkelerin borsa endeksleri ile ham petrol fiyatı arasındaki ilişki saptanmıştır.

⁶ Ayhan Kapusuzoğlu, "Relationships between Oil Price and Stock Market: An Empirical Analysis from Istanbul Stock Exchange (ISE)", **International Journal of Economics and Finance**, Vol. 3, No: 6, 2011, pp. 99-106.

⁷ Uğur Soytaş, Adil Oran, "Volatility Spillover from World Oil Spot Markets to Aggregate and Electricity Stock Index Returns in Turkey", **Applied Energy**, Vol. 88, No: 1, 2011, pp. 354-360.

⁸ Mohamed El Hedi Arouri, Christophe Rault, "Oil Prices and Stock Markets and GCC Countries: Empirical Evidence from Panel Analysis", **International Journal of Finance and Economics**, Vol. 17, No: 3, 2012, pp. 242-253.

Agren (2006)⁹ tarafından yapılan çalışmada Japonya, İsveç, Norveç ve İngiltere borsaları endekslerine ait getiriler ile petrol fiyatları getirileri arasındaki oynaklık etkileşimi çok değişkenli deterministik oynaklık modellerinden BEKK-GARCH modeli kullanılarak araştırılmıştır. Çalışmadan ortaya çıkan sonuçlara göre ham petrol fiyatları ile Japonya, İsveç ve İngiltere borsaları arasında güçlü bir oynaklık etkileşimi olduğu belirlenmiştir.

Chang vd. (2009)¹⁰, çok değişkenli deterministik modelleri kullanarak borsalarda işlem gören petrol şirketlerine ait getiriler ile ham petrol fiyatlarına ait getiriler arasındaki oynaklık etkileşimini araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre borsalarda işlem gören petrol şirketleri getirileri ile ham petrol fiyatları arasında herhangi bir oynaklık etkileşimine rastlanmamıştır.

Malik ve Ewing (2009)¹¹, Dow Jones borsasında işlem gören finans, sanayi, hizmetler, sağlık ve teknoloji sektörlerinin getirileri ile ham petrol fiyatları getirileri arasındaki oynaklık etkileşiminin varlığı araştırmışlardır. BEKK-GARCH modelinin kullanıldığı çalışmada ele alınan sektörlerden bir kısmının getirileri ile petrol fiyatları getirileri arasında oynaklık etkileşiminin varlığı tespit edilmiştir.

Filis vd. (2011)¹² tarafından yapılan çalışmada ham petrol getirisi ile petrol ihraç eden ve ithal eden ülkelerin hisse senedi piyasalarının getirileri arasındaki dinamik korelasyon yapısı çok değişkenli deterministik modellerden DCC-GARCH modeli kullanılarak araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar petrol piyasası ile hisse senedi piyasası arasında bir dinamik korelasyonun varlığını ortaya koymaktadır.

⁹ Martin Agren, "Does Oil Price Uncertainty Transmit to Stock Markets?", **Department of Economics, Uppsala University, Sweden, Working Paper**, No: 2006:23, 2006, pp. 1-29.

¹⁰ Chia-Lin Chang, Michael McAleer, Roengchai Tansuchat, "Volatility Spillovers Between Crude Oil Futures Returns and Oil Company Stocks Return", **Department of Economics, University of Tokyo, CIRJE Discussion Papers**, CIRJE-F-639, 2009, pp. 1-18.

¹¹ Farooq Malik, Bradley T. Ewing, "Volatility Transmission between Oil Prices and Equity Sector Returns", **International Review of Financial Analysis**, Vol. 18, No: 3, 2009, pp. 95-100.

¹² George Filis, Stavros Degiannakis, Christos Floros, "Dynamic Correlation between Stock Market and Oil Prices: The Case of Oil-Importing and Oil-Exporting Countries", **International Review of Financial Analysis**, Vol. 20, No: 3, 2011, pp. 152-164.

Ülkelerin petrol ihracatçısı ya da ithalatçısı olması dinamik korelasyonun varlığı açısından farklılık göstermemektedir.

Sadorsky (2012)¹³, enerji ve teknoloji sektörleri ile ham petrol fiyatları arasındaki oynaklık etkileşimini çeşitli çok değişkenli deterministik oynaklık modelleri ile incelemiştir. Yapılan analiz sonucunda enerji sektörü, teknoloji sektörüne kıyasla petrol fiyatları ile daha güçlü bir oynaklık etkileşimi içerisindedir.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri çerçevesinde petrol piyasası ile finansal piyasalardaki oynaklık etkileşimini inceleyen -bilindiği kadarıyla- tek çalışma Vo (2011)¹⁴ tarafından yapılan çalışmadır. Bu çalışmada S&P 500 endeksi ile ham petrol fiyatları arasındaki oynaklık etkileşimi sabit korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık modeli (CCC-MSV) ve dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık modeli (DCC-MSV) kullanılarak araştırılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre petrol piyasası ile S&P 500 endeksi arasında güçlü oynaklık etkileşiminin varlığı tespit edilmiştir.

Oynaklık etkileşimini inceleyen çalışmalar dikkate alındığında, finansal piyasalar ile petrol piyasası arasındaki oynaklık etkileşiminin varlığıyla ilgili elde edilen sonuçlar farklılık göstermektedir. Bu farklılığın en önemli nedenlerinden biri kullanılan modellerdir. Özellikle çok değişkenli deterministik oynaklık modellerinin kullanıldığı çalışmalarda söz konusu modellerin zayıf yönleri, bu modellerin kullanıldığı çalışmalarda elde edilen sonuçları da etkilemektedir.

Çalışmanın bu bölümünde ele alınan ampirik analizin amacı, petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi endeksleri arasındaki ilişkiyi çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile analiz etmektir. Bu analizde sadece ham petrol getirileri ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endekslerinin getirileri arasındaki ilişki üzerine

¹³ Perry Sadorsky, “Correlations and Volatility Spillovers between Oil Prices and the Stock Prices of Clean Energy and Technology Companies”, **Energy Economics**, Vol. 34, No: 1, 2012, pp. 248-255.

¹⁴ Minh Vo, “Oil and Stock Market Volatility: A Multivariate Stochastic Volatility Perspective”, **Energy Economics**, Vol. 33, No: 5, 2011, pp. 956-965.

yoğunlaşmamaktadır. Bunun yanında petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sektörel endeksler arasındaki oynaklık etkileşimi de araştırılmaktadır. Gerek petrol piyasası gerekse finansal piyasalar oynak davranışlar sergilediğinden bu yapılar arasındaki ilişkiyi sadece getiriler üzerinden araştırmak, bu ilişkileri açıklamakta yetersiz kalmaktadır ve iki piyasa arasındaki oynaklık etkileşimini dikkate almak daha açıklayıcı olmaktadır.

Çalışmanın amacı doğrultusunda ham petrol getirileri ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endekslerinin getirileri arasındaki oynaklık ilişkisi çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile araştırılmaktadır. Literatürde bilindiği kadarıyla petrol piyasası ile sektörel temelde finansal piyasalarda işlem gören endeksler arasındaki oynaklık etkileşimini çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile araştıran herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Bu anlamda bu çalışma literatüre kazandırılan ilk çalışmadır.

Ampirik analizde değişkenler arasındaki korelasyon yapısı da incelenmektedir. Petrol piyasası ile sanayi sektörü endeksleri arasındaki korelasyon yapısı zaman içerisinde sabit olan ve zaman içerisinde değişen korelasyon olarak iki farklı şekilde dikkate alınmaktadır. Değişkenler arasındaki oynaklık etkileşimi ile birlikte değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlayan ampirik analizde, korelasyonlar sayesinde değişkenler arasındaki ilişkilerin belirlenmesine olanak sağlanmaktadır.

Petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşiminin araştırılmasında çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinden sabit korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık (CCC-MSV) ve dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık (DCC-MSV) modelleri kullanılmıştır. Çalışmada ayrıca çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile çok değişkenli deterministik modeller arasında karşılaştırma yapılması amaçlanmış ve bu modellerin birbirlerine göre üstünlükleri araştırılmıştır. Bu nedenle çalışmada sabit korelasyonlu çok değişkenli deterministik (CCC-

GARCH) ile dinamik korelasyonlu çok değişkenli deterministik (DCC-GARCH) modelleri de tahmin edilmiştir.

Petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimini analiz etmek çalışmanın asıl amacı olarak ifade edilse de yukarıda bahsedilen modeller yardımıyla petrol piyasasının ve her bir sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklık yapısı da analiz edilmektedir.

CCC-MSV, DCC-MSV, CCC-GARCH ve DCC-GARCH modellerinin kullanıldığı çalışmada modeller ikili yapılar olarak tahmin edilmiştir. Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksine ait getiri değişkenleri ile ham petrol getirileri ayrı ayrı modellenmiştir. Modellerin bu şekilde tahmin edilmesinin nedeni, her bir ülkenin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü ile ham petrol piyasası arasındaki ilişki üzerine yoğunlaşılmasıdır. İkili değişkenler ile çalışılarak hem çalışmanın amacına sadık kalınmakta hem de yüksek boyut sorunuyla karşılaşılmamaktadır. Ülkelerin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endekslerinin getirileri arasındaki ilişki çalışmanın konusu içerisinde yer almamaktadır.

4.2. VERİ, MODEL VE YÖNTEM

Petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki ilişkiyi ve oynaklık etkileşimini araştıran çalışmada ham petrol fiyatları ve söz konusu ülkelerin sanayi sektörü endeks değerleri dikkate alınmıştır. Ham petrol fiyatları, Brent petrol fiyatları olarak ele alınmıştır. Değişkenlere ait veriler günlük olarak elde edilmiş ve gözlem dönemi olarak 29.11.2007-30.11.2012 belirlenmiştir.

Analizde kullanılan tüm değişkenlere ait veriler “Bloomberg” veritabanından elde edilmiştir. Ham petrol fiyatları ile Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye

lkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri Amerikan doları cinsinden ifade edilmektedir. Tüm değişkenler için $[\ln X_t - \ln X_{t-1}] \times 100$ formülü kullanılarak getiri serileri hesaplanmıştır. Ham petrol için P , Meksika borsası sanayi sektörü endeksi için M , Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi için E , Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi için G ve Türkiye borsası sanayi sektörü endeksi için T gösterimleri kullanılmıştır.

Analizde ham petrol getirileri ile MIST lkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki ilişkiyi ve oynaklık etkileşimini araştırmak amacıyla değişkenler arasındaki korelasyon yapısını dikkate alan çok değişkenli deterministik oynaklık modelleri ile çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri kullanılmıştır. Değişkenler arasındaki korelasyonun zamana göre sabit ya da değişken olmasına bağlı olarak gerek çok değişkenli deterministik modeller için gerekse çok değişkenli stokastik modeller için iki farklı model yapısı dikkate alınmıştır. Çok değişkenli deterministik oynaklık modelleri içerisinde sabit korelasyonu dikkate alan CCC-GARCH ve dinamik korelasyonu dikkate alan DCC-GARCH modelleri, çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri için ise CCC-MSV ve DCC-MSV modelleri kullanılmıştır.

CCC-GARCH modeli Bollerslev (1990)¹⁵ tarafından geliştirilmiş bir model olup değişkenlere ait koşullu korelasyonların zaman içerisinde sabit olduğu varsayımına dayanmaktadır. Tse ve Tsui (2002)¹⁶ ve Engle (2002)¹⁷ tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelinde koşullu korelasyonların zamana bağlı değiştiği varsayılmaktadır.

¹⁵ Tim Bollerslev, "Modeling the Coherence in Short-Term Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach", **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 72, No: 3, 1990, pp. 498-505.

¹⁶ Yiu Kuen Tse, Albert K. C. Tsui, "A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations", **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3, 2002, pp. 351-362.

¹⁷ Robert F. Engle, "Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model", **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3, 2002, pp. 339-350.

Ampirik analizde CCC-MSV ve DCC-MSV modelleri olarak Yu ve Meyer (2006)¹⁸ tarafından yapılan çalışmadaki model yapıları kullanılmıştır. Gerek DCC-GARCH gerekse DCC-MSV modellerinde oynaklıkların zamana bağlı değişmesinin yanında korelasyon katsayıları da zamana bağlı olarak değişmektedir.

CCC-MSV, DCC-MSV, CCC-GARCH ve DCC-GARCH modelleri, MIST ülkeleri olan Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye'nin sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirisi için ikili yapılar şeklinde tahmin edilmiştir. Her bir ülke için ifade edilen modellerin çalışmaya uyarlanmış biçimleri aşağıda anlatılmıştır.

4.2.1. CCC-GARCH ve DCC-GARCH Modelleri

Çalışmanın bu kısmında analizde kullanılan değişkenlerin CCC-GARCH ve DCC-GARCH modellerine ait gösterimler yer almaktadır. Analiz kapsamında Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye ülkelerinin her biri için toplam dört CCC-GARCH modeli bulunmaktadır. Bu kısımdaki sabit korelasyonlu çok değişkenli deterministik oynaklık modellerinin tümü CCC-GARCH(1,1) modeli olarak tahmin edilmektedir. CCC-GARCH modellerine ait genel gösterimler çalışmanın ilk bölümünde 1.59-1.64 no'lu denklemler de yer almaktadır.

Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{M,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-GARCH(1,1) modeli aşağıda gösterildiği gibidir:

¹⁸ Jun Yu, Renate Meyer, "Multivariate Stochastic Volatility Models: Bayesian Estimation and Model Comparison", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, p. 362.

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
y_{M,t} &= \sqrt{h_{M,t}} \varepsilon_{M,t} \\
y_{P,t} &= \sqrt{h_{P,t}} \varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{M,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
\begin{bmatrix} h_{M,t} \\ h_{P,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{M,t-1}^2 \\ y_{P,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{M,t-1} \\ h_{P,t-1} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

4.1 no'lu model Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{M,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) değişkenlerine ait CCC-GARCH(1,1) modelidir. Bu gösterimdeki $\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t$ modeli iki değişkenli yapıyı dikkate alan birinci mertebeden vektör otoregresif (VAR(1)) süreç izleyen ortalama modelidir. VAR(1) süreci, Yu ve Meyer (2006), Chib vd. (2009)¹⁹, Vo (2011) tarafından yapılan çalışmalardan hareketle belirlenmiştir. $\mathbf{r}_t = (r_{M,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{M,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. CCC-GARCH modelinde ρ , zamana göre değişmeyen sabit olan korelasyon katsayısıdır. $h_{M,t}$ ve $h_{P,t}$ sırasıyla Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir.

CCC-GARCH modelinde b_{11} , b_{22} , c_{11} ve c_{22} parametreleri oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren parametrelerdir. $b_{11} + c_{11}$, 1 değerine ne kadar yakınsa Meksika borsasına ait sanayi sektörü endeksinin oynaklığı o kadar kalıcı (sürekli) etkiye sahip olmaktadır. Aynı şekilde $b_{22} + c_{22}$, 1 değerine ne kadar yakınsa ham petrol fiyatlarının oynaklığı o kadar kalıcı (sürekli) etkiye sahiptir. Ayrıca

¹⁹ Siddhartha Chib, Yasuhiro Omori, Manabu Asai, "Multivariate Stochastic Volatility", **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 365-400.

$b_{11} + c_{11}$ ve $b_{22} + c_{22}$ toplamlarının 1'e yakın olması oynaklık kümelenmelerinin varlığına işaret etmektedir.²⁰

CCC-GARCH(1,1) modelinde yer alan b_{12} , b_{21} , c_{12} ve c_{21} parametreleri ise oynaklık etkileşimini gösteren aktarım (transmission) parametreleri olarak nitelendirilmektedir. b_{12} ve c_{12} parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı parametreler olması, ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir etkileşim bulunduğunu göstermektedir. b_{21} ve c_{21} parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı parametreler olması ise Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru bir etkileşimin varlığına işaret etmektedir.

Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{E,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-GARCH(1,1) modeli aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\omega} \mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\ y_{E,t} &= \sqrt{h_{E,t}} \boldsymbol{\varepsilon}_{E,t} \\ y_{P,t} &= \sqrt{h_{P,t}} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,t} \\ \rho &= \text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_{E,t}, \boldsymbol{\varepsilon}_{P,t}) \\ \begin{bmatrix} h_{E,t} \\ h_{P,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{E,t-1}^2 \\ y_{P,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{E,t-1} \\ h_{P,t-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$

4.2 no'lu gösterimde $\mathbf{r}_t = (r_{E,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{E,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. $h_{E,t}$ Endonezya borsasında işlem göre sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir. $e_{11} + f_{11}$

²⁰ Liang Ding, Minh Vo, "Exchange Rates and Oil Prices: A Multivariate Stochastic Volatility Analysis", **The Quarterly Review of Economics and Finance**, Vol. 52, No: 1, 2012, p. 26.

parametrelerinin toplamının 1 değerine yakın olması Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksinin oynaklığının kalıcı (sürekli) etkiye sahip olduğu anlamına gelmektedir. $e_{22} + f_{22}$ parametrelerinin toplamının 1 değerine yakın olması ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığının kalıcılığının (sürekliliğinin) yüksek derecede olduğunu göstermektedir. Ham petrol fiyatları oynaklığının Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına etkisi e_{12} ve f_{12} parametrelerinin istatistiksel olarak anlamlı olması ile ölçülebilmektedir. Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığının ham petrol fiyatlarına oynaklığının etkisi ise e_{21} ve f_{21} parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlılığına bağlı olarak belirlenmektedir.

Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{G,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-GARCH(1,1) modeli aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\
y_{G,t} &= \sqrt{h_{G,t}}\varepsilon_{G,t} \\
y_{P,t} &= \sqrt{h_{P,t}}\varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{G,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
\begin{bmatrix} h_{G,t} \\ h_{P,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{G,t-1}^2 \\ y_{P,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{G,t-1} \\ h_{P,t-1} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

4.3 no'lu CCC-GARCH(1,1) modelinde $\mathbf{r}_t = (r_{G,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{G,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. $h_{G,t}$ Güney Kore borsasında işlem göre sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir. Bu modelde $\delta_{11} + \psi_{11}$ Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığının kalıcılığını (sürekliliğini), $\delta_{22} + \psi_{22}$ ise ham petrol fiyatları oynaklığının kalıcılığını (sürekliliğini) göstermektedir. δ_{12} ve ψ_{12}

parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı parametreler olması durumunda ham petrol fiyatları oynaklığının Güney Kore borsasının sanayi sektörü endeksinin oynaklığı üzerindeki etkisi belirlenebilmekteyken, δ_{21} ve ψ_{21} parametreleri ise istatistiksel açıdan anlamlı parametreler ise Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığının ham petrol oynaklığı üzerindeki etkisi belirlenebilmektedir.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{T,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-GARCH(1,1) modeli aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
 y_{T,t} &= \sqrt{h_{T,t}} \boldsymbol{\varepsilon}_{T,t} \\
 y_{P,t} &= \sqrt{h_{P,t}} \boldsymbol{\varepsilon}_{P,t} \\
 \rho &= \text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_{T,t}, \boldsymbol{\varepsilon}_{P,t}) \\
 \begin{bmatrix} h_{T,t} \\ h_{P,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{T,t-1}^2 \\ y_{P,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{T,t-1} \\ h_{P,t-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

4.4 no'lu gösterimde $\mathbf{r}_t = (r_{T,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{T,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. $h_{T,t}$ Türkiye borsasında işlem göre sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir. $m_{11} + n_{11}$ Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığının kalıcılığını (sürekliliğini), $m_{22} + n_{22}$ de ham petrol fiyatları oynaklığının kalıcılığını (sürekliliğini) göstermektedir. Ham petrol fiyatları oynaklığının Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına olan etkisi m_{12} ve n_{12} parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı olması durumunda belirlenmektedir. m_{21} ve n_{21} parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlılığı ise aksi yöndeki etkileşimi ifade etmektedir.

Analizde CCC-GARCH(1,1) modellerinin dışında MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri ile ham petrol fiyatları arasındaki oynaklık etkileşimi DCC-GARCH(1,1) modelleri ile araştırılmıştır. DCC-GARCH(1,1) modellerinin spesifikasyonu ile 4.1, 4.2, 4.3 ve 4.4 no'lu modelleri ile ifade edilen CCC-GARCH(1,1) modellerinin spesifikasyonu oldukça benzerdir. DCC-GARCH(1,1) modelinde en büyük farklılık korelasyonun dinamik özellik göstermesidir. DCC-GARCH(1,1) modellerinde değişkenler arasındaki dinamik korelasyon 4.1, 4.2, 4.3 ve 4.4 no'lu modeller için sırasıyla $\rho_t = \text{cov}(\varepsilon_{M,t}, \varepsilon_{P,t})$, $\rho_t = \text{cov}(\varepsilon_{E,t}, \varepsilon_{P,t})$, $\rho_t = \text{cov}(\varepsilon_{G,t}, \varepsilon_{P,t})$ ve $\rho_t = \text{cov}(\varepsilon_{T,t}, \varepsilon_{P,t})$ şeklinde ifade edilmektedir. Tse ve Tsui (2002) ve Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modellerine ait genel gösterimler çalışmanın ilk bölümünde yer alan 1.66-1.68, Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelleri ise yine çalışmanın ilk bölümündeki 1.70-1.71 no'lu modellerde verilmiştir. DCC-GARCH(1,1) modelinin CCC-GARCH(1,1) modelinden bir diğer farkı, DCC-GARCH(1,1) modelinin tahmininde çalışmanın ilk bölümünde verilen 1.66 ve 1.71 no'lu modellerde ρ_t korelasyon katsayılarının elde edilmesinde kullanılan θ_1 ve θ_2 negatif değerler almaması beklenen parametrelerinin varlığıdır. $\theta_1 + \theta_2 < 1$ koşulunun sağlanması modelin durağan olduğunu göstermektedir.

CCC-GARCH ve DCC-GARCH modellerinin tahmini aşamasında “En Çok Benzerlik Yöntemi” kullanılmaktadır. Tse ve Tsui (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelinde kullanılan log-benzerlik fonksiyonu 1.69 no'lu gösterimde görülebilmektedir. Engle (2002) tarafından geliştirilen DCC-GARCH modelinin tahmininde kullanılan log-benzerlik fonksiyonu ise 1.72 no'lu gösterimdeki gibidir.

CCC-GARCH(1,1) modelleri kapsamında en çok benzerlik yöntemi kullanılarak tahmin edilecek parametreler 4.1 no'lu model için $(a_1, a_2, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}, \rho)'$ şeklindedir. 4.2 no'lu model için tahmin edilecek parametreler, $(d_1, d_2, e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}, f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}, \rho)'$ parametreleridir. 4.3

no'lu model için $(\lambda_1, \lambda_2, \delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}, \psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{21}, \psi_{22}, \rho)'$ parametreleri tahmin edilecekken son olarak 4.4 no'lu model için ise $(k_1, k_2, m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}, n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}, \rho)'$ parametreleri tahmin edilecektir.

DCC-GARCH(1,1) modelleri kapsamında en çok benzerlik yöntemi ile tahmin edilecek parametreler 4.1, 4.2, 4.3 ve 4.4 no'lu modellerde tahmin edilecek parametrelere ek olarak sırasıyla;

$$\begin{aligned} &(a_1, a_2, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}, \theta_1, \theta_2)', \\ &(d_1, d_2, e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}, f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}, \theta_1, \theta_2)', \\ &(\lambda_1, \lambda_2, \delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}, \psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{21}, \psi_{22}, \theta_1, \theta_2)', \\ &(k_1, k_2, m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}, n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}, \theta_1, \theta_2)' \end{aligned}$$

şeklindedir.

4.2.2. CCC-MSV ve DCC-MSV Modelleri

Çalışmanın bu kısmında ise MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri ile ham petrol fiyatları arasındaki oynaklık etkileşiminin analizinde kullanılan CCC-MSV ve DCC-MSV modelleri tanıtılmaktadır. Çalışmada tahmin edilen CCC-MSV ve DCC-MSV modelleri Yu ve Meyer (2006) tarafından yapılan çalışmadaki modelleri temel almaktadır.

Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde değişkenler arasında sabit korelasyon yapısını dikkate alan CCC-MSV ve DCC-MSV modellerinde de CCC-GARCH ve DCC-GARCH modellerinde olduğu gibi MIST üyesi her bir ülkenin ham petrol fiyatları ile olan oynaklık etkileşimi ikili yapılar şeklinde incelenmiştir.

Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{M,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-MSV modeli aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
y_{M,t} &= \exp(h_{M,t}/2) \varepsilon_{M,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2) \varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{M,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
h_{M,t+1} &= \mu_M + \phi_{MM}(h_{M,t} - \mu_M) + \phi_{MP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{M,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PM}(h_{M,t} - \mu_M) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

4.5 no'lu gösterimdeki $\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t$ modeli iki değişkenli yapıyı dikkate alan birinci mertebeden vektör otoregresif süreç izleyen ortalama modelidir. $\mathbf{r}_t = (r_{M,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{M,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. CCC-MSV modelinde μ_M ve μ_P oynaklık modellerine ait sabit parametrelerdir ve ρ , zamana göre değişmeyen, sabit olan korelasyon katsayısıdır. $h_{M,t}$, Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir.

Meksika borsasına ait sanayi endeksi oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) ölçen parametre ϕ_{MM} parametresidir. Bu parametrenin istatistiksel açıdan anlamlı olması ile birlikte 1'e yakın değerler alması Meksika borsasının sanayi sektörü endeksinin oynaklığının kalıcı etki gösterdiğini ifade etmektedir. 4.5 no'lu modelden hareketle ham petrol oynaklığının kalıcılığını ölçen parametre ise ϕ_{PP} parametresidir. Bu parametrenin kalıcı etkilere sahip olması durumu ϕ_{MM} parametresi için ifade edilenlerle aynı koşullara bağlıdır. ϕ_{MP} ve ϕ_{PM} parametreleri ise oynaklık etkileşimini belirleyen parametrelerdir. ϕ_{MP} parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olması, ham petrol fiyatları oynaklığının Meksika borsasında işlem gören

sanayi sektörü endeksi oynaklığı üzerinde etkisi olduğu anlamını taşımaktadır. ϕ_{PM} parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olması aksi durumun göstergesidir.

Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{E,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-MSV modeli aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \mathbf{a} + \mathbf{b}\mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{w}\mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\
y_{E,t} &= \exp(h_{E,t}/2)\varepsilon_{E,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2)\varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{E,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
h_{E,t+1} &= \mu_E + \phi_{EE}(h_{E,t} - \mu_E) + \phi_{EP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{E,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PE}(h_{E,t} - \mu_E) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

4.6 no'lu modelde $\mathbf{r}_t = (r_{E,t}, r_{P,t})'$, $\mathbf{y}_t = (y_{E,t}, y_{P,t})'$ şeklinde ifade edilmektedir. μ_E ve μ_P oynaklık modellerindeki sabit parametrelerdir. ρ , zamana göre değişmeyen, sabit olan korelasyon katsayısıdır. $h_{E,t}$, Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörüne endeksine ait oynaklığı ve $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarına ait oynaklığı göstermektedir.

ϕ_{EE} ve ϕ_{PP} parametreleri oynaklıklara ilişkin süreklilik parametreleridir. ϕ_{EP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlı ise ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir etkileşim olduğu ifade edilmektedir. ϕ_{PE} parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı olması durumunda Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru bir etkinin var olduğu belirtilmektedir.

Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi $(r_{G,t})$ ile ham petrol getirisi $(r_{P,t})$ arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-MSV modeli aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\
y_{G,t} &= \exp(h_{G,t}/2)\varepsilon_{G,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2)\varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{G,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
h_{G,t+1} &= \mu_G + \phi_{GG}(h_{G,t} - \mu_G) + \phi_{GP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{G,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PG}(h_{G,t} - \mu_G) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

4.7 no'lu gösterimde $\mathbf{r}_t = (r_{G,t}, r_{P,t})'$ ve $\mathbf{y}_t = (y_{G,t}, y_{P,t})'$ şeklindedir. μ_G ve μ_P parametreleri oynaklık modellerine ait sabit parametrelerdir. $h_{G,t}$, Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksine ait oynaklığı, $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarındaki oynaklığı temsil etmektedir. ϕ_{GG} ve ϕ_{PP} parametreleri sırasıyla Güney Kore borsasının sanayi sektörü endeksi oynaklığının ve ham petrol fiyatları oynaklığının kalıcılığını ifade eden parametrelerdir. ϕ_{GP} ve ϕ_{PG} parametreleri ise oynaklık etkileşiminin belirlendiği aktarım parametreleridir.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi $(r_{T,t})$ ile ham petrol getirisi $(r_{P,t})$ arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan CCC-MSV modeli aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
y_{T,t} &= \exp(h_{T,t}/2) \varepsilon_{T,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2) \varepsilon_{P,t} \\
\rho &= \text{cov}(\varepsilon_{T,t}, \varepsilon_{P,t}) \\
h_{T,t+1} &= \mu_T + \phi_{TT}(h_{T,t} - \mu_T) + \phi_{TP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{T,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PT}(h_{T,t} - \mu_T) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

4.8 no'lu modelde $\mathbf{r}_t = (r_{T,t}, r_{P,t})'$ ve $\mathbf{y}_t = (y_{T,t}, y_{P,t})'$ şeklindedir. μ_T ve μ_P parametreleri oynaklık modellerine ait sabit parametrelerdir. $h_{T,t}$, Türkiye borsasına ait sanayi sektörü endeksine ait oynaklığı, $h_{P,t}$ ise ham petrol fiyatlarındaki oynaklığı belirtmektedir. ϕ_{TT} ve ϕ_{PP} parametreleri sırasıyla Türkiye borsasının sanayi sektörü endeksi oynaklığının ve ham petrol fiyatları oynaklığının kalıcılığını ifade eden parametrelerdir. ϕ_{TP} ve ϕ_{PT} parametreleri de oynaklık etkileşiminin belirlendiği aktarım parametreleridir.

MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri ile ham petrol fiyatları arasındaki oynaklık etkileşimi ve değişkenlerin getirileri arasındaki ilişki CCC-MSV modellerinin dışında DCC-MSV modelleri ile de araştırılmıştır.

Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{M,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan DCC-MSV modeli aşağıda gösterildiği gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
y_{M,t} &= \exp(h_{M,t}/2) \varepsilon_{M,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2) \varepsilon_{P,t} \\
\rho_t &= \text{cov}(\varepsilon_{M,t}, \varepsilon_{P,t}) = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \\
q_{t+1} &= \psi_0 + \psi_1 (q_t - \psi_0) + \sigma_q v_t \\
h_{M,t+1} &= \mu_M + \phi_{MM} (h_{M,t} - \mu_M) + \phi_{MP} (h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{M,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP} (h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PM} (h_{M,t} - \mu_M) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

4.9 no'lu gösterimde yer alan DCC-MSV modelinde yer alan parametreler ve değişkenler, 4.5 no'lu gösterimle verilen CCC-MSV modelindeki değişkenlere ve parametreler ile aynıdır. DCC-MSV modelinin, CCC-MSV modelinden tek farkı ρ_t korelasyon katsayısının zamana bağlı değişeni, dinamik bir özellik göstermesidir. ρ_t dinamik korelasyon katsayısı Fisher dönüştürmesi kullanılarak q_t gibi bir değişken kullanılarak elde edilmektedir. q_t 'nin birinci mertebeden otoregresif bir süreç izlediği varsayılmaktadır.

Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ($r_{E,t}$) ile ham petrol getirisi ($r_{P,t}$) arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan DCC-MSV modeli aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} \mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\omega} \mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\
y_{E,t} &= \exp(h_{E,t}/2) \varepsilon_{E,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2) \varepsilon_{P,t} \\
\rho_t &= \text{cov}(\varepsilon_{E,t}, \varepsilon_{P,t}) = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \\
q_{t+1} &= \psi_0 + \psi_1 (q_t - \psi_0) + \sigma_q v_t \\
h_{E,t+1} &= \mu_E + \phi_{EE} (h_{E,t} - \mu_E) + \phi_{EP} (h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{E,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP} (h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PE} (h_{E,t} - \mu_E) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi $(r_{G,t})$ ile ham petrol getirisi $(r_{P,t})$ arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan DCC-MSV modeli aşağıdaki verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{r}_{t-1} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_{t-2} + \mathbf{y}_t \\
y_{G,t} &= \exp(h_{G,t}/2)\varepsilon_{G,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2)\varepsilon_{P,t} \\
\rho_t &= \text{cov}(\varepsilon_{G,t}, \varepsilon_{P,t}) = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \\
q_{t+1} &= \psi_0 + \psi_1(q_t - \psi_0) + \sigma_q v_t \\
h_{G,t+1} &= \mu_G + \phi_{GG}(h_{G,t} - \mu_G) + \phi_{GP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{G,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PG}(h_{G,t} - \mu_G) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi $(r_{T,t})$ ile ham petrol getirisi $(r_{P,t})$ arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında kullanılan DCC-MSV modeli aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_t &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{r}_{t-1} + \mathbf{y}_t \\
y_{T,t} &= \exp(h_{T,t}/2)\varepsilon_{T,t} \\
y_{P,t} &= \exp(h_{P,t}/2)\varepsilon_{P,t} \\
\rho_t &= \text{cov}(\varepsilon_{T,t}, \varepsilon_{P,t}) = \frac{\exp(q_t) - 1}{\exp(q_t) + 1} \\
q_{t+1} &= \psi_0 + \psi_1(q_t - \psi_0) + \sigma_q v_t \\
h_{T,t+1} &= \mu_T + \phi_{TT}(h_{T,t} - \mu_T) + \phi_{TP}(h_{P,t} - \mu_P) + \eta_{T,t} \\
h_{P,t+1} &= \mu_P + \phi_{PP}(h_{P,t} - \mu_P) + \phi_{PT}(h_{T,t} - \mu_T) + \eta_{P,t}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

CCC-MSV ve DCC-MSV modellerin tahmininde Bayesyen bir yöntem olan ve çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin birçoğunda sıklıkla kullanılan “Markov Zinciri Monte Carlo” (MCMC) yöntemi kullanılmıştır. MCMC yönteminin

altında yatan temel fikir, tahmin edilecek parametrelerin sonsal birleşik dağılım fonksiyonunun, önsel dağılım fonksiyonu ile veri setine ait benzerlik fonksiyonunun çarpımı ile orantılı olmasıdır:

$$f(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{H}_t | \mathbf{r}_t) \propto f(\mathbf{r}_t | \boldsymbol{\psi}, \mathbf{H}_t) f(\mathbf{H}_t | \boldsymbol{\psi}) f(\boldsymbol{\psi}) \quad (4.13)$$

4.13 no'lu gösterimde $\mathbf{H}_t$ latent log-oynaklıklar vektörünü, $\boldsymbol{\psi}$ tahmin edilecek parametre vektörünü, $\mathbf{r}_t$ getirilere ait vektörü ifade etmektedir. 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8 no'lu gösterimlerde yer alan CCC-MSV modelleri için tahmin edilecek parametre vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} & (\mu_M, \phi_{MM}, \phi_{MP}, \sigma_{\eta_M}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PM}, \sigma_{\eta_P}, \rho)' \\ & (\mu_E, \phi_{EE}, \phi_{EP}, \sigma_{\eta_E}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PE}, \sigma_{\eta_P}, \rho)' \\ & (\mu_G, \phi_{GG}, \phi_{GP}, \sigma_{\eta_G}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PG}, \sigma_{\eta_P}, \rho)' \\ & (\mu_T, \phi_{TT}, \phi_{TP}, \sigma_{\eta_T}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PT}, \sigma_{\eta_P}, \rho)' \end{aligned}$$

4.9, 4.10, 4.11, 4.12 no'lu gösterimlerde yer alan DCC-MSV modelleri için tahmin edilecek parametre vektörleri ise sırasıyla aşağıda gösterilmiştir:

$$\begin{aligned} & (\mu_M, \phi_{MM}, \phi_{MP}, \sigma_{\eta_M}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PM}, \sigma_{\eta_P}, \psi_0, \psi_1, \sigma_q)' \\ & (\mu_E, \phi_{EE}, \phi_{EP}, \sigma_{\eta_E}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PE}, \sigma_{\eta_P}, \psi_0, \psi_1, \sigma_q)' \\ & (\mu_G, \phi_{GG}, \phi_{GP}, \sigma_{\eta_G}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PG}, \sigma_{\eta_P}, \psi_0, \psi_1, \sigma_q)' \\ & (\mu_T, \phi_{TT}, \phi_{TP}, \sigma_{\eta_T}, \mu_P, \phi_{PP}, \phi_{PT}, \sigma_{\eta_P}, \psi_0, \psi_1, \sigma_q)' \end{aligned}$$

Gibbs örnekleyicisi adı verilen MCMC algoritmasının kullanıldığı CCC-MSV modellerinin parametrelerine ait önsel dağılım fonksiyonları aşağıdaki gibidir. Aşağıda yer alan önsel dağılımlar sadece 4.5 no’lu model için gösterilmiştir. Ele alınan 4.6, 4.7 ve 4.8 no’lu modellere ait parametreler için de aynı önsel dağılımlar kullanılmıştır. Bu önsel dağılımlar Yu ve Meyer (2006) ve Vo (2011)’den faydalanılarak belirlenmiştir.

$$\begin{aligned}
\mu_M &\sim N(0, 0.04) \\
\phi_{MM} &= 2\phi_{MM}^* - 1 \quad \phi_{MM}^* \sim \text{beta}(20, 1.5) \\
\phi_{MP} &\sim N(0, 0.1) \\
\sigma_{\eta_M}^2 &\sim \text{Ters-gamma}(2.5, 0.025) \\
\mu_P &\sim N(0, 0.04) \\
\phi_{PP} &= 2\phi_{PP}^* - 1 \quad \phi_{PP}^* \sim \text{beta}(20, 1.5) \\
\phi_{PM} &\sim N(0, 0.1) \\
\sigma_{\eta_P}^2 &\sim \text{Ters-gamma}(2.5, 0.025) \\
\rho &\sim \text{uniform}(-1, 1)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

DCC-MSV modellerinin Gibbs örnekleyicisi kullanılarak tahmin edilecek parametrelerine ilişkin önsel dağılımlar aşağıda sunulmuştur. Aşağıdaki gösterimde yer alan önsel dağılımlar sadece 4.9 no’lu model için verilmiştir. Diğer DCC-MSV modelleri olan 4.10, 4.11 ve 4.12 no’lu modellere ait parametreler için de aşağıdaki önsel dağılımlar kullanılmıştır:

$$\begin{aligned}
\mu_M &\sim N(0, 0.04) \\
\phi_{MM} &= 2\phi_{MM}^* - 1 \quad \phi_{MM}^* \sim \text{beta}(20, 1.5) \\
\phi_{MP} &\sim N(0, 0.1) \\
\sigma_{\eta_M}^2 &\sim \text{Ters} - \text{gamma}(2.5, 0.025) \\
\mu_P &\sim N(0, 0.04) \\
\phi_{PP} &= 2\phi_{PP}^* - 1 \quad \phi_{PP}^* \sim \text{beta}(20, 1.5) \\
\phi_{PM} &\sim N(0, 0.1) \\
\sigma_{\eta_P}^2 &\sim \text{Ters} - \text{gamma}(2.5, 0.025) \\
\psi_0 &\sim N(0.7, 0.1) \\
\psi_1 &= 2\psi_1^* - 1 \quad 2\psi_1^* \sim \text{beta}(20, 1.5) \\
\sigma_q^2 &\sim \text{Ters} - \text{gamma}(2.5, 0.025)
\end{aligned} \tag{4.15}$$

CCC-MSV ve DCC-MSV modellerinin önsel dağılımları arasındaki temel fark, ρ_t korelasyon katsayısının elde edilmesinde Fisher dönüştürmesi sonucu tahmin edilmesi gereken modelde yer alan parametrelerin de önsel dağılımlarının varlığıdır.

4.3. AMPİRİK BULGULAR

Çalışmanın bu kısmında petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin analizine ait ampirik bulgular yer almaktadır. Modellerin tahmininde iki aşamalı bir yöntem izlenmiştir. İlk aşamada vektör otoregresif modeller çözülerek bu modellerin hata terimleri olan y_t değerleri elde edilmiştir. İkinci aşamada ise y_t değerleri kullanılarak yukarıda gösterilen oynaklık modelleri tahmin edilmiştir. Analizde MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol fiyatları getirileri arasındaki ilişkinin ve oynaklık etkileşiminin araştırılmasında ikili yapılar dikkate alınmıştır. Ülkelerin finansal piyasalarındaki işlem günleri ile petrol piyasasındaki işlem günü birbirinden farklılık gösterdiği için kurulan modellerde kullanılan gözlem sayısı da birbirinden farklılık göstermektedir. Çalışmada CCC-GARCH ve DCC-GARCH modellerin tahmininde

WinRATS 8.0, CCC-MSV ve DCC-MSV modellerinin tahmininde ise WinBUGS 1.4 paket programları kullanılmıştır.

Tablo 4.2’de çalışmada kullanılan değişkenlerin getirilerine ait tanımlayıcı istatistikler sunulmuştur.

Tablo 4.2: Değişkenlere Ait Tanımlayıcı İstatistikler

	r_P	r_M	r_E	r_G	r_T
Ortalama	0.02305	0.06050	0.01495	-0.04267	-0.01228
Medyan	0.05936	0.17790	0.00000	0.00576	0.08608
Maksimum	7.13726	24.50134	18.13635	13.83406	13.68240
Minimum	-8.50173	-13.33253	-25.01741	-15.19939	-11.95114
Standart Sapma	1.64048	2.29897	3.17637	2.37756	2.08015
Çarpıklık	-0.14532	0.15274	0.18537	-0.41274	-0.27270
Basıklık	4.98767	16.97865	11.30774	9.36892	7.52936
Jarque-Bera	217.57	10638.24	3512.55	2148.15	1091.79
Olasılık	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Değişkenlerin getirilerine ait tanımlayıcı istatistikler incelendiğinde, getirilere ait ortalama değerlerinin oldukça küçük olduğu görülmektedir. Güney Kore ve Türkiye borsalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirilerine ait ortalama değerleri negatif değere sahiptir. Ayrıca getirilerin ortalama değerlerinin standart sapma değerlerinden daha küçük olduğu gözlenmektedir. Bu durum finansal zaman serilerinin genellikle tesadüfî yürüyüş süreci izlediği bilgisi ile tutarlıdır.²¹ Getiri serilerinin basıklık değerlerine bakıldığında ise yine finansal zaman serilerinde sıklıkla görülen kalın kuyruk özellikleri dikkate çarpmaktadır.

Ampirik uygulamada ilk olarak 4.1, 4.2, 4.3 ve 4.4 no’lu CCC-GARCH(1,1) modellerinin tahmini gerçekleştirilmiştir. Modellere ilişkin tahmin sonuçları sırasıyla Tablo 4.3, 4.4, 4.5 ve 4.6’da verilmiştir. CCC-GARCH(1,1) modellerin çözümünde en çok benzerlik yöntemi ve yöntem içerisinde yapılan iterasyonlar için ise BHHH (Berndt, Hall, Hall ve Hausman) algoritması kullanılmıştır.

²¹ Liang Ding, Minh Vo, **a.g.e.**, p. 16.

Tablo 4.3: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
a_1	-0.00559	0.04647	-0.12028
a_2	0.37063	0.08706	4.25740*
b_{11}	0.08212	0.01352	6.07281*
b_{12}	0.08566	0.01802	4.75448*
b_{21}	-0.04587	0.03025	-1.51638
b_{22}	0.19365	0.03574	5.41792*
c_{11}	0.75637	0.04576	16.52982*
c_{12}	1.36034	0.50547	2.69124*
c_{21}	1.44156	0.57972	2.48665*
c_{22}	0.42579	0.11982	3.55345*
ρ	0.14337	0.02537	5.65097*
log-benzerlik		-5007.3328	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.4: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
d_1	-0.02207	0.11698	-0.18864
d_2	0.47520	0.10723	4.43157*
e_{11}	0.10665	0.01635	6.52387*
e_{12}	0.09983	0.03013	3.31305*
e_{21}	0.00897	0.02316	0.38726
e_{22}	0.24058	0.03876	6.20751*
f_{11}	0.69425	0.06060	11.45717*
f_{12}	3.60539	1.72327	2.09218*
f_{21}	1.82514	0.78471	2.32589*
f_{22}	0.32034	0.11610	2.75917*
ρ	0.09502	0.02741	3.46629*
log-benzerlik		-5154.4027	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.5: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
λ_1	-0.03819	0.04684	-0.81528
λ_2	0.45081	0.12905	3.49326*
δ_{11}	0.07514	0.01168	6.43379*
δ_{12}	0.02530	0.01615	1.56659
δ_{21}	0.02536	0.03114	0.81422
δ_{22}	0.15663	0.03399	4.60853*
ψ_{11}	0.83223	0.04333	19.20676*
ψ_{12}	2.04048	1.27627	1.59879
ψ_{21}	4.59457	2.45217	1.87367
ψ_{22}	0.30490	0.17241	1.76845
ρ	0.06406	0.02621	2.44405*
log–benzerlik		-4861.6668	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.6: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
k_1	-0.07674	0.05912	-1.29817
k_2	0.54551	0.11175	4.88155*
m_{11}	0.10339	0.01624	6.36783*
m_{12}	0.02143	0.01802	1.18949
m_{21}	-0.05313	0.02943	-1.80561
m_{22}	0.22831	0.03593	6.35451*
n_{11}	0.69656	0.05984	11.64044*
n_{12}	2.11008	0.74834	2.81969*
n_{21}	2.91828	1.00752	2.89650*
n_{22}	0.14190	0.13920	1.01938
ρ	0.12873	0.02638	4.88073*
log–benzerlik		-4837.9721	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.3'te verilen Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan CCC-GARCH(1,1) modeli

sonuçlarına göre sanayi sektörünün kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren b_{11} ve c_{11} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu parametrelerin toplamı olan $b_{11} + c_{11}$ değeri 0.83849 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1'e yakın bir değer olduğundan Meksika borsası sanayi sektörü endeksine ait oynaklık kalıcı (sürekli) özelliklere sahiptir ve bu piyasada oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. Meksika borsası sanayi sektörü endeksinde meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde sürekli bir etkiye sahip olmaktadır.

Ham petrol fiyatlarının kendi oynaklığını ifade eden ve b_{22} ve c_{22} parametreleri istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. Buradan hareketle $b_{22} + c_{22}$ değeri 0.61944 olarak elde edilmiştir. Adı geçen iki değişken dikkate alınarak tahmin edilen CCC-GARCH(1,1) modelinden hareketle ham petrol oynaklığını gösteren bu parametrenin 1 değerine çok yakın bir değer olmadığı belirlenmiştir. Bu nedenle ham petrol fiyatlarının oynaklığının süreklilik özelliği taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren b_{12} ve c_{12} aktarım parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Bu ilişkiden hareketle bu parametre değerlerinin toplamı 1.446 olarak elde edilmiş olup, ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok sanayi sektörü endeksi oynaklığını bir sonraki işlem günü %1.446 kadar arttırmaktadır.

Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren b_{21} ve c_{21} aktarım parametrelerinden sadece c_{21} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol

fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok ham petrol fiyatları oynaklığını bir sonraki işlem günü %1.44156 kadar arttırmaktadır.

Bu sonuçlara göre Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Ayrıca sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki sabit korelasyon katsayısı ρ %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı bir katsayı olarak belirlenmiştir. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında bir korelasyon bulunmaktadır ancak bu korelasyon katsayısı 0.14337’dir ve bu katsayı sıfıra yakın bir değer olarak bulunmuştur. Buna göre ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ancak zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Tablo 4.4’te yer alan sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden e_{11} ve f_{11} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. $e_{11} + f_{11}$ toplamı 0.8009 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığı sürekliliği ise $e_{22} + f_{22}$ toplamı şeklinde 0.56092 olarak elde edilmiştir. Ham petrol fiyatlarının oynaklığı sürekli bir etki taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren e_{12} ve f_{12} aktarım parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. e_{12} ve f_{12} parametre değerlerinin toplamı 3.70522’dir ve ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok sanayi sektörü endeksi oynaklığını bir sonraki işlem günü %3.70522 kadar arttırmaktadır.

Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren e_{21} ve f_{21} aktarım parametrelerinden sadece f_{21} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %1.82514 kadar arttırmaktadır.

Bu sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Ayrıca sanayi sektörü endeksi getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki sabit korelasyon katsayısı ρ %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı bir katsayı olarak belirlenmiştir. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında bir korelasyon bulunmaktadır ancak bu korelasyon katsayısı 0.09502'dir ve ρ katsayısı sıfıra yakın bir değer olarak bulunmuştur. Buna göre ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ancak zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Tablo 4.5'te verilen sonuçlara göre Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden δ_{11} ve ψ_{11} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. $\delta_{11} + \psi_{11}$ toplamı 0.90737 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren δ_{22} ve ψ_{22} parametrelerinden sadece δ_{22} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve katsayı 0.15663 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden δ_{12} ve ψ_{12}

aktarım parametreleri ile sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru olan etkileşimi gösteren δ_{21} ve ψ_{21} aktarım parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametreler değildir. Bu nedenle Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında herhangi bir etkileşim ilişkisi olmadığı anlaşılmaktadır. Diğer taraftan Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki korelasyon katsayısı olan 0.06406 değerinden dolayı bu iki değişken arasında pozitif yönlü ancak çok zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan CCC-GARCH(1,1) modeli sonuçları Tablo 4.6’da sunulmuştur. Bu sonuçlara göre sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden m_{11} ve n_{11} parametrelerinin her ikisi de %5 anlamlılık seviyesinde anlamlı parametrelerdir. $m_{11} + n_{11}$ değeri 0.79995 olarak elde edilmiştir dolayısıyla sanayi sektörü oynaklığı sürekli özellik taşımaktadır ancak bu sürekliliğin derecesi çok büyük etkiye sahip değildir. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren m_{22} ve n_{22} parametrelerinden sadece m_{22} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve parametre değeri 0.22831 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden m_{12} ve n_{12} aktarım parametrelerinden sadece n_{12} parametresi anlamlıdır. Ham petrol fiyatlarından sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok sanayi sektörü endeksi oynaklığını bir sonraki işlem günü %2.11008 kadar arttırmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimi gösteren m_{21} ve n_{21} aktarım parametrelerinden de sadece n_{21} parametresi anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok ham petrol fiyatları oynaklığını bir sonraki

işlem günü %2.91828 kadar arttırmaktadır. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki korelasyon katsayısı olan 0.12873 değerinden dolayı bu iki değişken arasında pozitif yönlü ancak çok zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Analizde CCC-GARCH(1,1) modellerinin tahmin edilmesinin ardından DCC-GARCH(1,1) modellerinin tahmini gerçekleştirilmiştir. Modellere ilişkin tahmin sonuçları sırasıyla Tablo 4.7, 4.8, 4.9 ve 4.10’da verilmiştir. DCC-GARCH(1,1) modellerin çözümünde de en çok benzerlik yöntemi kullanılmış ve yöntem içerisinde yapılan iterasyonlar için yine BHHH (Berndt, Hall, Hall ve Hausman) algoritması kullanılmıştır.

Tablo 4.7: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
a_1	-0.02346	0.07272	-0.32262
a_2	0.33991	0.06738	5.04500*
b_{11}	0.09372	0.01739	5.38854*
b_{12}	0.06646	0.02462	2.69915*
b_{21}	-0.04914	0.02767	-1.77572
b_{22}	0.16967	0.03019	5.62081*
c_{11}	0.69023	0.06422	10.74785*
c_{12}	1.27557	0.44109	2.89187*
c_{21}	0.38223	0.16003	2.38851*
c_{22}	0.61349	0.06885	8.91115*
θ_1	0.01139	0.00738	1.54312
θ_2	0.84105	0.10428	8.06533*
log–benzerlik		-5009.2631	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.8: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
d_1	-0.04942	0.21420	-0.23074
d_2	0.60311	0.11181	5.39402*
e_{11}	0.13511	0.02438	5.54114*
e_{12}	0.02492	0.03846	0.64793
e_{21}	0.00023	0.02046	0.01124
e_{22}	0.23538	0.03670	6.41385*
f_{11}	0.50258	0.09585	5.24338*
f_{12}	4.27641	1.26765	3.37350*
f_{21}	0.38523	0.14891	2.58698*
f_{22}	0.46400	0.08644	5.36798*
θ_1	0.00598	0.00180	3.31366*
θ_2	0.95996	0.00678	141.53768*
log–benzerlik		-5149.0083	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.9: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
λ_1	-0.05053	0.04949	-1.02092
λ_2	0.48798	0.13973	3.49218*
δ_{11}	0.07514	0.01212	6.20151*
δ_{12}	0.01680	0.01977	0.84985
δ_{21}	0.01863	0.03233	0.57634
δ_{22}	0.15705	0.03484	4.50814*
ψ_{11}	0.82138	0.04676	17.56447*
ψ_{12}	1.43120	0.67534	2.11923*
ψ_{21}	2.83007	0.93944	3.01250*
ψ_{22}	0.28856	0.17755	1.62522
θ_1	0.00065	0.00127	0.50769
θ_2	0.90470	0.18741	4.82737*
log–benzerlik		-4862.3848	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.10: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-GARCH(1,1) Modeli Sonuçları

	Katsayılar	Standart Hata	t İstatistikleri
k_1	-0.07380	0.06399	-1.15326
k_2	0.61699	0.12674	4.86826*
m_{11}	0.11009	0.01776	6.19777*
m_{12}	0.01171	0.01954	0.59908
m_{21}	-0.05345	0.02785	-1.91957
m_{22}	0.22905	0.03662	6.25425*
n_{11}	0.68766	0.06227	11.04298*
n_{12}	1.52302	0.45411	3.35383*
n_{21}	1.85498	0.53386	3.47469*
n_{22}	0.15836	0.13798	1.14771
θ_1	0.00031	0.00030	1.04739
θ_2	0.98952	0.01125	87.95943*
log–benzerlik		-4838.6592	

* %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel açıdan anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 4.7’de yer alan Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan DCC-GARCH(1,1) modeli sonuçlarına göre sanayi sektörünün kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren b_{11} ve c_{11} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu parametrelerin toplamı olan $b_{11} + c_{11}$ değeri 0.78395 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1’e yakın bir değer olduğundan Meksika borsası sanayi sektörü endeksine ait oynaklık kalıcı (sürekli) özelliklere sahiptir ve bu piyasada oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. Meksika borsası sanayi sektörü endeksinde meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde sürekli bir etkiye sahip olmaktadır.

Ham petrol fiyatlarının kendi oynaklığını ifade eden ve b_{22} ve c_{22} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. Buradan hareketle $b_{22} + c_{22}$ değeri 0.78316 olarak elde edilmiştir. 0.78316 değerinin 1 değerine yakın olduğu nitelendirildiğinde ham petrol fiyatlarının oynaklığının

süreklilik özelliği taşımakta ve ham petrol fiyatlarında meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde kalıcı bir etkiye sahip olmaktadır.

Ham petrol oynaklığından Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığında doğru etkileşimin varlığını gösteren b_{12} ve c_{12} aktarım parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Bu ilişkiden hareketle bu parametre değerlerinin toplamından hareketle, ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok sanayi sektörü endeksi oynaklığını bir sonraki işlem günü %1.34202 kadar arttırmaktadır.

Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren b_{21} ve c_{21} aktarım parametrelerinden sadece c_{21} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok, bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.38223 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır.

Sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki korelasyon yapısı θ_2 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. 0.84105 olarak elde edilen dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Tablo 4.8’de yer alan sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden e_{11} ve f_{11} parametreleri %5

anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. $e_{11} + f_{11}$ toplamı 0.63769 olarak elde edilmiştir. Ham petrol fiyatları oynaklığı sürekliliği ise $e_{22} + f_{22}$ toplamı şeklinde 0.69938 olarak elde edilmiştir. Sanayi sektörü endeksi ve ham petrol fiyatlarının oynaklığı sürekli bir etki taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren e_{12} ve f_{12} aktarım parametrelerinden sadece f_{12} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. f_{12} parametresinin değeri 4.27641'dir ve ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok sanayi sektörü endeksi oynaklığını bir sonraki işlem günü %4.27641 kadar arttırmaktadır.

Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren e_{21} ve f_{21} aktarım parametrelerinden sadece f_{21} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok, bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.38523 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır.

Ayrıca sanayi sektörü endeksi ile ham petrol fiyatları getirileri arasındaki korelasyon yapısı θ_1 ve θ_2 parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametreler olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. 0.95996 olarak elde edilen θ_2 dinamik korelasyon katsayısından

hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Tablo 4.9’da verilen sonuçlara göre Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden δ_{11} ve ψ_{11} parametreleri %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. $\delta_{11} + \psi_{11}$ toplamı 0.89652 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren δ_{22} ve ψ_{22} parametrelerinden sadece δ_{22} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve katsayı 0.15705 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden δ_{12} ve ψ_{12} aktarım parametrelerinden sadece ψ_{12} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok, bir sonraki işlem günü sanayi sektörü endeksi oynaklığını %1.43120 kadar arttırmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru bir etkileşimi gösteren δ_{21} ve ψ_{21} aktarım parametrelerinden ψ_{21} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır. Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok ham petrol fiyatları oynaklığını bir sonraki işlem günü %2.83007 kadar attırmaktadır. Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim olduğu anlaşılmaktadır.

Sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki korelasyon yapısı θ_2 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir.

0.90470 olarak elde edilen dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan DCC-GARCH(1,1) modeli sonuçları 4.10'da sunulmuştur. Bu sonuçlara göre sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden m_{11} ve n_{11} parametrelerinin her ikisi de %5 anlamlılık seviyesinde anlamlı parametrelerdir. $m_{11} + n_{11}$ değeri 0.79775 olarak elde edilmiştir dolayısıyla sanayi sektörü oynaklığı sürekli özellik taşımaktadır ancak bu sürekliliğin derecesi çok büyük etkiye sahip değildir. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren m_{22} ve n_{22} parametrelerinden sadece m_{22} parametresi %5 anlamlılık seviyesinde istatistiksel açıdan anlamlıdır ve parametre değeri 0.22905 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olmadığı anlaşılmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden m_{12} ve n_{12} aktarım parametrelerinden sadece n_{12} parametresi anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok, bir sonraki işlem günü sanayi sektörü endeksi oynaklığını %1.52302 kadar arttırmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimi gösteren m_{21} ve n_{21} aktarım parametrelerinden de sadece n_{21} parametresi anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok, bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %1.85498 kadar arttırmaktadır. Buna göre sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir oynaklık etkileşimi bulunmaktadır.

Sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki korelasyon yapısı θ_2 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. 0.98952 olarak elde edilen dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve çok güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Çok değişkenli deterministik modeller olan CCC-GARCH(1,1) ve DCC-GARCH(1,1) modellerinin tahmin edilmesinin ardından 4.5, 4.6, 4.7 ve 4.8 no'lu gösterimlerde yer alan CCC-MSV modelleri ve 4.9, 4.10, 4.11 ve 4.12 no'lu modeller ile gösterilen DCC-MSV modellerinin tahmini gerçekleştirilmiştir. CCC-MSV ve DCC-MSV modellerinin tahmininde Markov Zinciri Monte Carlo (MCMC) yöntemi ve bu yöntemin uygulanmasında da örnekleyici olarak da Gibbs örnekleme yöntemi kullanılmıştır. CCC-MSV ve DCC-MSV modellerine ait parametrelerin sonsal dağılımlarına ait tahminler gerçekleştirilirken sırasıyla 4.14 ve 4.15 no'lu gösterimlerde yer alan önsel dağılımlar kullanılmıştır. WinBUGS1.4 paket programı kullanılarak yapılan tahminlerde tahmin yöntemine ilişkin başlangıç değerleri paket program tarafından belirlenerek 100000 adet örnekleme yapılmıştır.

CCC-MSV modellerine ait tahmin sonuçları sırasıyla Tablo 4.11, 4.12, 4.13 ve 4.14'te verilmiştir.

Tablo 4.11: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_M	1.03700*	0.23410	0.00642	(0.64880	1.40600)
μ_P	0.66070*	0.15350	0.00432	(0.40440	0.90270)
ϕ_{MM}	0.92490*	0.03011	0.00144	(0.87120	0.96150)
ϕ_{MP}	0.09087*	0.04392	0.00212	(0.03613	0.16630)
ϕ_{PP}	0.79740*	0.08286	0.00410	(0.64700	0.91790)
ϕ_{PM}	0.09841	0.05012	0.00236	(0.02971	0.19190)
σ_{η_M}	0.19750*	0.03784	0.00196	(0.14120	0.26440)
σ_{η_P}	0.34660*	0.08469	0.00448	(0.20640	0.48740)
ρ	0.12330*	0.02906	0.00039	(0.07532	0.17070)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.12: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_E	1.58900*	0.18640	0.00345	(1.27800	1.88000)
μ_P	0.66930*	0.12700	0.00268	(0.45820	0.86830)
ϕ_{EE}	0.86770*	0.04370	0.00199	(0.78820	0.92980)
ϕ_{EP}	0.14180*	0.05972	0.00263	(0.05896	0.25200)
ϕ_{PP}	0.75770*	0.08201	0.00375	(0.61180	0.88200)
ϕ_{PE}	0.09898*	0.04662	0.00192	(0.03240	0.18440)
σ_{η_E}	0.34440*	0.06447	0.00327	(0.24100	0.45610)
σ_{η_P}	0.43040*	0.07890	0.00388	(0.30380	0.56240)
ρ	0.07429*	0.03038	0.00029	(0.02446	0.12440)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.13: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)
μ_G	1.16500*	0.29880	0.01107	(0.68740 1.66400)
μ_P	0.73760*	0.17630	0.00638	(0.45340 1.03000)
ϕ_{GG}	0.97060*	0.01884	0.00091	(0.93270 0.99310)
ϕ_{GP}	0.03260	0.03129	0.00154	(-0.00524 0.09465)
ϕ_{PP}	0.77740*	0.08957	0.00450	(0.61780 0.90800)
ϕ_{PG}	0.11600*	0.05223	0.00254	(0.04301 0.21110)
σ_{η_G}	0.14180*	0.02154	0.00108	(0.11040 0.17770)
σ_{η_P}	0.33630*	0.08407	0.00443	(0.19270 0.47640)
ρ	0.04479	0.02988	0.00035	(-0.00443 0.09372)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.14: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)
μ_T	0.97310*	0.22370	0.00655	(0.59070 1.31100)
μ_P	0.64190*	0.15340	0.00462	(0.38130 0.87340)
ϕ_{TT}	0.93130*	0.02959	0.00140	(0.87520 0.97140)
ϕ_{TP}	0.07084	0.04283	0.00209	(0.01382 0.15280)
ϕ_{PP}	0.72990*	0.09196	0.00438	(0.56770 0.86340)
ϕ_{PT}	0.14330*	0.06223	0.00282	(0.05649 0.25780)
σ_{η_T}	0.18870*	0.03483	0.00179	(0.13740 0.24870)
σ_{η_P}	0.41160*	0.08385	0.00431	(0.28180 0.55440)
ρ	0.11570*	0.02964	0.00037	(0.06703 0.16430)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.11’de verilen yer alan Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan CCC-MSV modeli sonuçlarına göre sanayi sektörünün kendi oynaklığını ifade eden ve oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren ϕ_{MM} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. ϕ_{MM} parametresi 0.92490 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1’e yakın bir değer olduğundan Meksika borsası sanayi sektörü endeksine ait oynaklık kalıcı (sürekli)

özelliklere sahiptir ve bu piyasada oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. Meksika borsası sanayi sektörü endeksinde meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde sürekli bir etkiye sahip olmaktadır. Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını %0.92490 kadar attırmaktadır.

Ham petrol fiyatlarının kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{PP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlı bir parametredir. Bu parametreye ait 0.79740 değeri, 1 değerine çok yakın bir değer değildir. Bu nedenle ham petrol fiyatlarının oynaklığının süreklilik özelliği taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını %0.79740 kadar arttırmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{MP} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü sanayi sektörü endeksi oynaklığını %0.09087 kadar arttırmaktadır.

Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{PM} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır ve sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatlarındaki oynaklığını %0.09841 kadar arttırmaktadır.

Bu sonuçlara göre Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Ayrıca sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki sabit korelasyon katsayısı ρ istatistiksel açıdan anlamlı bir katsayı

olarak belirlenmiştir. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında bir korelasyon bulunmaktadır ancak bu korelasyon katsayısı 0.12330'dur ve bu katsayı sıfıra yakın bir değer olarak bulunmuştur. Buna göre ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ancak zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Tablo 4.12'de yer alan sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{EE} parametresi istatistiksel açıdan anlamlı parametrelerdir. ϕ_{EE} 'ye ait olan 0.86770 değeri, 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığı sürekliliğini gösteren ϕ_{PP} ise şeklinde 0.75770 olarak elde edilmiştir. Ham petrol fiyatlarının oynaklığı sürekli bir etki taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok kendi oynaklığını bir sonraki işlem günü %0.86770 kadar arttırmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını %0.75770 kadar arttırmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{EP} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü sanayi sektörü endeksi oynaklığını %0.14180 kadar arttırmaktadır.

Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{PE} aktarım parametresi de istatistiksel açıdan anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok ham petrol fiyatları oynaklığını %0.09898 kadar arttırmaktadır.

Bu sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Ayrıca sanayi sektörü endeksi getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki sabit korelasyon katsayısı ρ istatistiksel açıdan anlamlı bir katsayı olarak belirlenmiştir. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında bir korelasyon bulunmaktadır ancak bu korelasyon katsayısı 0.07429'dur ve ρ katsayısı sifıra yakın bir değer olarak bulunmuştur. Buna göre ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ancak zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Tablo 4.13'te verilen sonuçlardan hareketle Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{GG} parametresi istatistiksel açıdan anlamlı parametredir. 0.97060 olarak elde edilen katsayı değeri, 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren ϕ_{PP} parametresi de istatistiksel açıdan anlamlıdır ve katsayı 0.77740 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle Ham petrol fiyatlarının oynaklığı sürekli bir etki taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden ϕ_{GP} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre değildir. Ancak Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru olan etkileşimi gösteren ϕ_{PG} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok ham petrol fiyatları oynaklığını bir sonraki işlem günü %0.11600 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru tek yönlü bir oynaklık etkileşiminin bulunduğu anlaşılmaktadır. Diğer taraftan ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki korelasyon katsayısı olan 0.04479 değerinden dolayı bu iki değişken arasında pozitif yönlü ancak çok zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan CCC-MSV modeli sonuçları Tablo 4.14'te sunulmuştur. Bu sonuçlara göre sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{TT} parametresi anlamlı bir parametredir. 0.93130 olarak elde edilen bu parametre dolayısıyla sanayi sektörü endeksi oynaklığı sürekli özellik taşımaktadır. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren ϕ_{PP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve parametre değeri 0.72990 olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok kendi oynaklığını bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını %0.93130 kadar arttırmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü kendi oynaklığını %0.72990 kadar arttırmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden ϕ_{TP} aktarım parametresi istatistiksel olarak anlamsız bir parametredir. Ham petrol fiyatları oynaklığından sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmamaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşim ilişkisini gösteren ϕ_{PT} parametresi anlamlı bir parametredir ve sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.14330 kadar arttırmaktadır. Ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasındaki korelasyon katsayısı olan 0.11570 değerinden dolayı bu iki değişken arasında pozitif yönlü ancak çok zayıf bir korelasyon ilişkisi bulunmaktadır.

CCC-MSV modellerinden sonra tahmin edilen 4.9, 4.10, 4.11 ve 4.12 no'lu modeller ile gösterilen DC-MSV modellerine ait sonuçlar ise sırasıyla Tablo 4.15, 4.16, 4.17 ve 4.18'de verilmiştir.

Tablo 4.15: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_M	1.01800*	0.23870	0.00683	(0.60740	1.38800)
μ_P	0.65730*	0.15740	0.00464	(0.39320	0.90620)
ϕ_{MM}	0.92840*	0.02742	0.00130	(0.87720	0.96510)
ϕ_{MP}	0.08715*	0.04146	0.00200	(0.03123	0.16450)
ϕ_{PP}	0.81190*	0.07329	0.00358	(0.68000	0.91610)
ϕ_{PM}	0.09115*	0.04364	0.00203	(0.03175	0.16850)
σ_{η_M}	0.19720*	0.03652	0.00188	(0.14040	0.26140)
σ_{η_P}	0.32300*	0.07547	0.00400	(0.20120	0.44800)
ψ_0	0.24740	0.17440	0.00648	(-0.03361	0.52550)
ψ_1	0.97860*	0.01084	0.00049	(0.95850	0.99240)
σ_q	0.10830*	0.02204	0.00118	(0.07858	0.14960)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.16: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_E	1.58800*	0.19000	0.00364	(1.27100	1.88500)
μ_P	0.67340*	0.12810	0.00284	(0.46100	0.87660)
ϕ_{EE}	0.86940*	0.04671	0.00217	(0.78140	0.93130)
ϕ_{EP}	0.13870*	0.06137	0.00276	(0.05595	0.25150)
ϕ_{PP}	0.77160*	0.08070	0.00379	(0.62510	0.88950)
ϕ_{PE}	0.09175*	0.04535	0.00195	(0.02852	0.17490)
σ_{η_E}	0.35010*	0.06665	0.00336	(0.25180	0.47010)
σ_{η_P}	0.41630*	0.08241	0.00416	(0.28550	0.55700)
ψ_0	0.14080*	0.06628	0.00322	(0.03225	0.24490)
ψ_1	0.85280*	0.08966	0.00471	(0.65900	0.94890)
σ_q	0.11150*	0.03390	0.00183	(0.06770	0.16810)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.17: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_G	1.18000*	0.30810	0.01199	(0.69530	1.70100)
μ_P	0.74420*	0.17680	0.00650	(0.46000	1.04100)
ϕ_{GG}	0.97120*	0.01445	0.00062	(0.94480	0.99100)
ϕ_{GP}	0.03248	0.02390	0.00105	(-0.00125	0.07437)
ϕ_{PP}	0.77590*	0.08552	0.00416	(0.62140	0.89810)
ϕ_{PG}	0.11520*	0.05007	0.00237	(0.04591	0.20440)
σ_{η_G}	0.14250*	0.02331	0.00118	(0.10720	0.18240)
σ_{η_P}	0.34230*	0.07463	0.00382	(0.22640	0.47360)
ψ_0	0.10780	0.08005	0.00392	(-0.01913	0.24290)
ψ_1	0.85790*	0.08342	0.00440	(0.70090	0.95850)
σ_q	0.12430*	0.04990	0.00276	(0.06926	0.21810)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.18: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modeli Sonuçları

	Ortalama	Standart Sapma	MC Hatası	Güven Aralığı (%95)	
μ_T	0.96220*	0.21470	0.00611	(0.59280	1.28800)
μ_P	0.64840*	0.14480	0.00399	(0.40490	0.87130)
ϕ_{TT}	0.93220*	0.03055	0.00148	(0.88330	0.97010)
ϕ_{TP}	0.06653	0.04260	0.00209	(0.01418	0.13480)
ϕ_{PP}	0.74910*	0.09714	0.00481	(0.57230	0.89310)
ϕ_{PT}	0.12750*	0.06229	0.00292	(0.03976	0.24150)
σ_{η_T}	0.20140*	0.03640	0.00187	(0.14750	0.26640)
σ_{η_P}	0.40050*	0.08707	0.00451	(0.26130	0.55030)
ψ_0	0.24530*	0.07963	0.00363	(0.10870	0.36780)
ψ_1	0.91700*	0.04270	0.00222	(0.83180	0.96550)
σ_q	0.11040*	0.03043	0.00166	(0.07001	0.16690)

*İstatistiksel açıdan anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 4.15'te yer alan Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan DCC-MSV modeli sonuçlarına göre sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ve

oynaklığın kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren ϕ_{MM} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu parametre değeri 0.92840 olarak elde edilmiştir. Bu değer 1'e yakın bir değer olduğundan Meksika borsası sanayi sektörü endeksine ait oynaklık kalıcı (sürekli) özelliklere sahiptir ve bu piyasada oynaklık kümelenmeleri oluşmaktadır. Meksika borsası sanayi sektörü endeksinde meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde sürekli bir etkiye sahip olmaktadır.

Ham petrol fiyatlarının kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{PP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlı parametredir. 0.81190 değerinin 1 değerine yakın olduğu nitelendirildiğinde ham petrol fiyatlarının oynaklığının süreklilik özelliği taşımakta ve ham petrol fiyatlarında meydana gelen bir oynaklık şoku kendi oynaklığı üzerinde kalıcı bir etkiye sahip olmaktadır.

Ham petrol oynaklığından Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığında doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{MP} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Bu ilişkiden hareketle bu parametre değerlerinin toplamından hareketle, ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem gününde sanayi sektörü endeksi oynaklığını %0.08715 kadar arttırmaktadır.

Meksika borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{PM} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1'lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.09115 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır.

Sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki korelasyon yapısı ψ_2 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. 0.97860 olarak elde edilen dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve çok güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Tablo 4.16’da yer alan sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{EE} parametresi anlamlı bir parametredir. Bu parametre 0.86940 olarak elde edilmiştir. Ham petrol fiyatları oynaklığı sürekliliği ise ϕ_{PP} parametresinden hareketle 0.77160 olarak elde edilmiştir. Sanayi sektörü endeksi oynaklığı sürekli bir etki taşımaktadır. Ham petrol fiyatlarının oynaklığı sürekli bir etki taşımakta ancak bu etki çok büyük olarak ortaya çıkmamaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{EP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Ham petrol fiyatları oynaklığından Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmaktadır. Ham petrol fiyatları oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü sanayi sektörü endeksi oynaklığını %0.13870 kadar arttırmaktadır.

Endonezya borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimin varlığını gösteren ϕ_{PE} parametresi anlamlı bir parametredir. Bu sonuca göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatlarına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.09175 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre Endonezya borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında çift yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır.

Ayrıca sanayi sektörü endeksi ile ham petrol fiyatları getirileri arasındaki korelasyon yapısı ψ_0 ve ψ_1 parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametreler olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. Dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Tablo 4.17’de verilen sonuçlara göre Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{GG} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. 0.97120 değeri, 1 değerine yakın olduğundan sanayi sektörü endeksi oynaklığının sürekli özellik taşıdığı anlaşılmaktadır. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren ϕ_{PP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve katsayı 0.77590 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olduğu ancak bu etkinin büyük ölçüde olmadığı anlaşılmaktadır.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden ϕ_{GP} aktarım parametresi istatistiksel açıdan anlamlı değildir. Ham petrol fiyatları oynaklığından Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir aktarım mekanizması bulunmamaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru bir etkileşimi gösteren aktarım ϕ_{PG} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır. Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.11520 kadar attırmaktadır. Güney Kore borsası sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol fiyatları oynaklığı arasında, sanayi sektörü oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru tek yönlü bir etkileşim olduğu anlaşılmaktadır.

Sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasındaki korelasyon yapısı ψ_1 parametresinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametre olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik göstermektedir. 0.85790 olarak elde edilen dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi getirisi ile ham petrol getirisi değişkenleri için kurulan DCC-MSV modeli sonuçları Tablo 4.18’de sunulmuştur. Bu sonuçlara göre sanayi sektörü endeksinin kendi oynaklığını ifade eden ϕ_{TT} parametresi anlamlı bir parametredir. ϕ_{TT} değeri 0.93220 olarak elde edilmiştir dolayısıyla sanayi sektörü endeksi oynaklığı sürekli özellik taşımaktadır ve bu sürekliliğin derecesi büyük etkiye sahiptir. Ham petrol fiyatlarını oynaklığını gösteren ϕ_{PP} parametresi istatistiksel açıdan anlamlıdır ve parametre değeri 0.74910 olarak elde edilmiştir. Buradan hareketle ham petrol fiyatlarının oynaklığının sürekli bir özelliğe sahip olduğu ancak bu etkinin büyük ölçüde olmadığı belirlenmiştir.

Ham petrol fiyatları oynaklığından Türkiye borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru olan etkileşimi ifade eden ϕ_{TP} aktarım parametresi istatistiksel olarak anlamsızdır. Ham petrol fiyatları oynaklığından sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru bir etkileşim ilişkisi bulunmamaktadır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru etkileşimi gösteren ϕ_{PT} aktarım parametresi ise anlamlıdır. Sanayi sektörü endeksi oynaklığını arttıran %1’lik şok bir sonraki işlem günü ham petrol fiyatları oynaklığını %0.12750 kadar arttırmaktadır. Bu sonuçlara göre sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol oynaklığına doğru tek yönlü bir etkileşim ilişkisi bulunmaktadır.

Ayrıca sanayi sektörü endeksi ile ham petrol fiyatları getirileri arasındaki korelasyon yapısı ψ_0 ve ψ_1 parametrelerinin istatistiksel açıdan anlamlı bir parametreler olmasından dolayı zamana bağlı değişen, dinamik bir özellik

göstermektedir. Dinamik korelasyon katsayısından hareketle ham petrol getirileri ile sanayi sektörü endeksi getirileri arasında pozitif yönlü ve çok güçlü bir ilişki bulunmaktadır.

CCC-MSV ve DCC-MSV modellerinin tümüne ait ampirik bulgular incelendiğinde tahmin edilen parameterlere ait Markov Zinciri (MC) hatasının 0.05 değerinden daha küçük olduğu görülmektedir. Parametrelere ait Markov Zinciri hatasının 0.05'ten küçük olmasıyla yapılan tahminlerin gerçek değerlerine yakınsadığı sonucuna ulaşılmaktadır.

CCC-MSV ve DCC-MSV modellerine ait tahmin edilen parametrelerin yoğunluk dağılımlarına ilişkin grafikler çalışmanın Ek kısmında sunulmuştur.

SONUÇ

Finansal sistemlerin küreselleşmesi ülkelerin finansal piyasalarının birbirleriyle etkileşim içinde olmasına imkân sağlamaktadır. Bu etkileşimden hareketle, herhangi bir ülkede ortaya çıkan olumlu ya da olumsuz gelişmeler, o ülkenin finans piyasasının yanı sıra diğer ülkelerin finans piyasalarını da olumlu ya da olumsuz şekilde etkileyebilmektedir. Finansal piyasalarda meydana gelen olumlu ya da olumsuz gelişmelerin makroekonomik dengeler üzerindeki etkileri dikkate alındığında, finansal piyasalardaki olumsuzlukların yarattığı belirsizliklerin tespit edilebilmesi ve bu doğrultuda politikaların geliştirilmesi önem arz etmektedir.

Finansal piyasalarda yaşanan belirsizliklerin yarattığı oynaklık genel olarak oynaklık modelleri olarak adlandırılan modeller yardımıyla belirlenebilmektedir. İlk kez Engle (1982) tarafından ortaya konulan otoregresif koşullu değişen varyans (ARCH) modeli ile birlikte oynaklığın modellenmesine imkân sağlanmıştır. Daha sonra birçok yazar tarafından oynaklık modelleri geliştirilmiştir. Literatürün bu şekilde gelişim göstermesi ile birlikte oynaklık modelleri içerisinde ayrımlar oluşmaya başlamıştır. Özellikle ARCH modelinde oynaklığın deterministik bir süreç izlediğine dair eleştirel bir yaklaşım sunan Taylor (1986), oynaklığın stokastik bir süreç izlediğini varsayarak “stokastik oynaklık” modellerini geliştirmiştir. Bu gelişimle birlikte gerek deterministik oynaklık modelleri gerekse stokastik oynaklık modelleri çok değişkenli yapılara genişletilerek, finansal varlık getirilerinin kendi oynaklıklarının yanında birden fazla finansal varlık arasındaki oynaklık etkileşiminin de analiz edilmesi mümkün olmuştur.

Harvey, Ruiz ve Shephard (1994) tarafından geliştirilen çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile oynaklığın stokastik bir süreç izlediği varsayımından hareketle birden fazla finansal varlığın oynaklığı ve oynaklık etkileşimi modellenebilmektedir. Harvey, Ruiz ve Shephard (1994) tarafından geliştirilen çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri de birçok yazar tarafından geliştirilerek

birden fazla finansal varlığın ya da piyasanın karşılıklı oynaklık etkileşimini de belirleyebilen modellerin gelişimine katkıda bulunmuşlardır.

Bu çalışmada petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşimi ve aktarım mekanizması analiz edilmiştir. Çalışmada sadece ham petrol getirileri ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endekslerinin getirileri arasındaki ilişki üzerine yoğunlaşılmamıştır. Bunun yanında petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sektörel endeksler arasındaki oynaklık etkileşimi de araştırılmaktadır. Gerek petrol piyasası gerekse finansal piyasalar oynak davranışlar sergilediğinden bu yapılar arasındaki ilişkiyi sadece getiriler üzerinden araştırmak, bu ilişkileri açıklamakta yetersiz kalmaktadır ve iki piyasa arasındaki oynaklık etkileşimini dikkate almak daha açıklayıcı olmaktadır.

Ampirik analizde değişkenler arasındaki korelasyon yapısı da incelenmektedir. Petrol piyasası ile sanayi sektörü endeksleri arasındaki korelasyon yapısı zaman içerisinde sabit olan ve zaman içerisinde değişen korelasyon olarak iki farklı şekilde dikkate alınmıştır. Değişkenler arasındaki oynaklık etkileşimi ile birlikte değişkenler arasındaki ilişki de araştırılmıştır. Petrol piyasası ile sektörel temelde finansal piyasalarda işlem gören endeksler arasındaki oynaklık etkileşimini çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile araştıran herhangi bir çalışma bulunmamaktadır. Bu anlamda bu çalışma literatüre kazandırılan ilk çalışma olmuştur.

Petrol piyasası ile MIST ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri arasındaki oynaklık etkileşiminin araştırılmasında çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin kullanıldığı çalışmada sabit korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık (CCC-MSV) ve dinamik korelasyonlu çok değişkenli stokastik oynaklık (DCC-MSV) modelleri kullanılmıştır. Çalışmada ayrıca çok değişkenli stokastik oynaklık modelleri ile çok değişkenli deterministik modelleri arasında karşılaştırma yapmak amaçlanmış ve bu modellerin birbirlerine göre üstünlükleri araştırılmıştır. Bu nedenle çalışmada sabit korelasyonlu çok değişkenli

deterministik (CCC-GARCH) ile dinamik korelasyonlu çok değişkenli deterministik (DCC-GARCH) modelleri de tahmin edilmiştir.

Analizde Meksika, Endonezya, Güney Kore ve Türkiye ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksine ait getiri değişkenleri ile ham petrol getirileri ikili yapılar şeklinde ayrı ayrı modellenmiştir. Analiz sonuçlarına göre CCC-GARCH modellerinde Meksika, Endonezya ve Türkiye ülkelerinin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi ile ham petrol fiyatları arasında çift yönlü bir oynaklık etkileşiminin varlığı tespit edilmiştir. Güney Kore borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi ile ham petrol fiyatları arasında ise herhangi bir oynaklık etkileşiminin olmadığı belirlenmiştir. Bu ülkeler içerisinde ise ham petrol fiyatlarındaki oynaklıktan en fazla etkilenen sanayi sektörü endeksi oynaklığı, Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır. Ham petrol fiyatları oynaklığını en fazla etkileyen endeks oynaklığı ise Türkiye borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır.

DCC-GARCH modelleri sonuçlarına göre ise tüm ülkelerin finansal piyasalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı ile ham petrol oynaklığı arasında çift yönlü oynaklık etkileşimi bulunmaktadır. Bu ülkeler içerisinde ise ham petrol fiyatlarındaki oynaklıktan en fazla etkilenen sanayi sektörü endeksi oynaklığı yine Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır. Ham petrol fiyatları oynaklığını en fazla etkileyen endeks oynaklığı ise Güney Kore borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır.

CCC-MSV modellerine ait sonuçlardan hareketle ham petrol fiyatları oynaklığından Meksika borsasında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığına doğru tek yönlü bir etkileşim ilişkisi belirlenirken, sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru tek yönlü etkileşim ilişkisi Güney Kore ve Türkiye ülkeleri için belirlenmiştir. Çift yönlü oynaklık etkileşimi ise sadece Endonezya için tespit edilmiştir. Bu modelden elde edilen sonuçlara göre de ham petrol fiyatlarındaki oynaklıktan en fazla etkilenen sanayi sektörü endeksi oynaklığı Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır. Ham petrol

fiyatları oynaklığını en fazla etkileyen endeks oynaklığı ise Türkiye borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır.

DCC-MSV modellerine ait sonuçlardan hareketle ise sanayi sektörü endeksi oynaklığı ve ham petrol fiyatları oynaklığı arasındaki çift yönlü oynaklık etkileşimi sadece Meksika ve Endonezya ülkeleri için tespit edilmiştir. Sanayi sektörü endeksi oynaklığından ham petrol fiyatları oynaklığına doğru tek yönlü oynaklık etkileşimi ise Güney Kore ve Türkiye için belirlenmiştir. Bu modelden elde edilen sonuçlara göre de ham petrol fiyatlarındaki oynaklıktan en fazla etkilenen sanayi sektörü endeksi oynaklığı, Endonezya borsasına ait sanayi sektörü endeksi oynaklığıdır. Ham petrol oynaklığını en fazla etkileyen sanayi sektörü oynaklığı ise Türkiye'nin sanayi sektörü endeksidir.

Çok değişkenli deterministik ve stokastik oynaklık modelleri kıyaslandığında oynaklık etkileşimini gösteren aktarım parametreleri deterministik modellerde değer olarak daha büyük olarak elde edilmiştir. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde ise aktarım parametreleri daha küçük olarak bulunmuştur. Çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinde tahmin edilen sanayi sektörü endeksi oynaklığını ve ham petrol oynaklığını gösteren parametre değerleri deterministik modellerden elde edilenlere göre daha büyüktür. Dolayısıyla çok değişkenli stokastik oynaklık modellerinin oynaklık parametrelerine ilişkin süreklilik etkilerini ve oynaklık kümelenmelerini daha yoğun şekilde belirlediğini ifade etmek mümkündür.

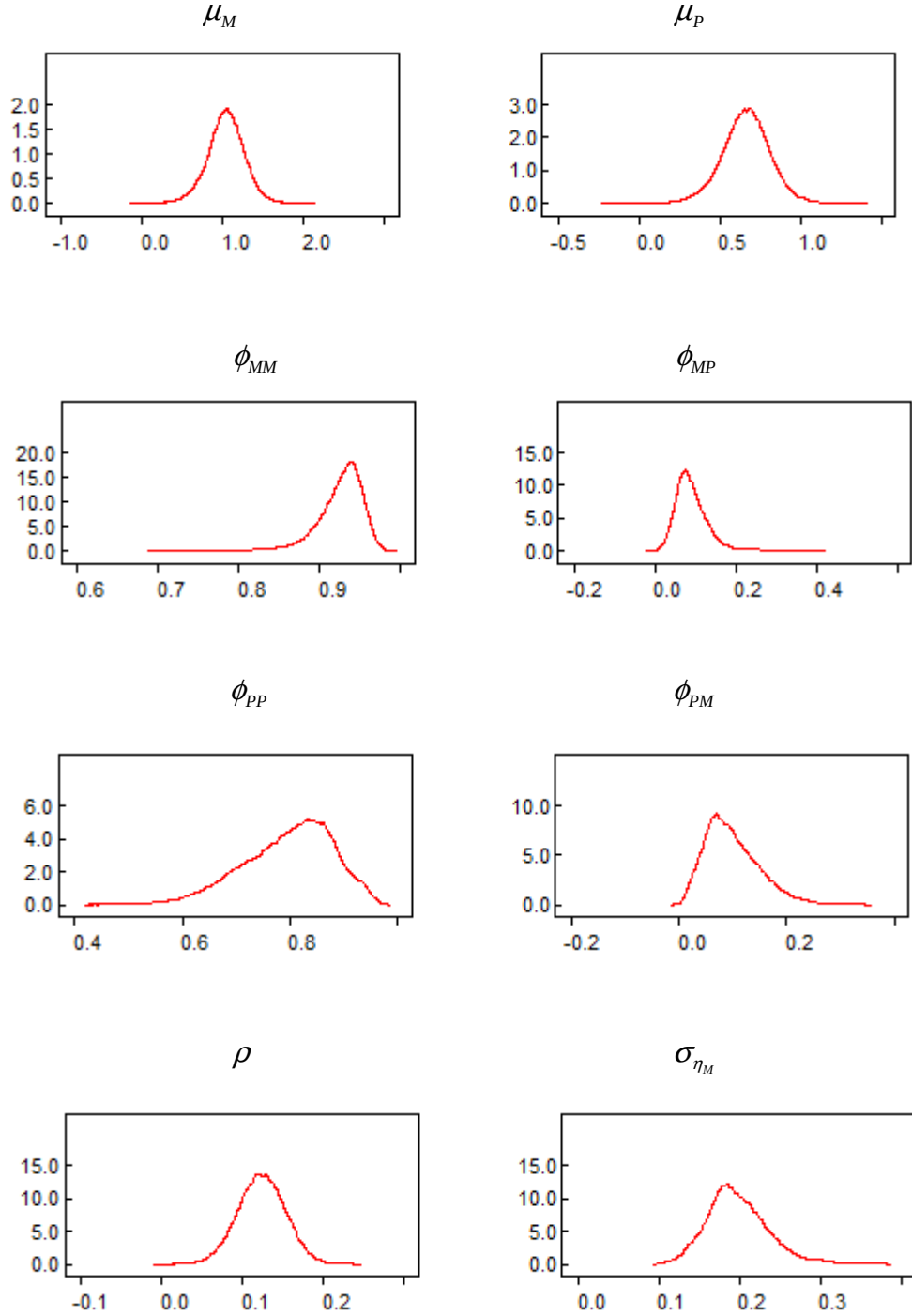
Tahmin edilen çok değişkenli deterministik ve stokastik oynaklık modellerinin sonuçlarına göre, MIST ülkeleri içerisinde petrol ithalatçısı ülkeler olan Güney Kore ve Türkiye'nin sanayi sektörü endeksleri oynaklığının, petrol ihracatçısı ülkeler olan Meksika ve Endonezya'nın sanayi sektörleri endeksleri oynaklığına kıyasla daha kalıcı (sürekli) etkilere sahip olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca çok değişkenli stokastik oynaklık modellerine ait sonuçlardan hareketle ham petrol fiyatları oynaklığının, sadece petrol ihracatçısı ülkeler olan Meksika ve Endonezya borsalarında işlem gören sanayi sektörü endeksi oynaklığı üzerinde etkisi olduğu görülmektedir. Ham petrol fiyatları oynaklığının petrol ithalatçısı ülkeler olan Güney

Kore ve Türkiye borsalarında işlem gören sanayi sektörü endeksleri oynaklığı üzerinde bir etki yaratmamaktadır.

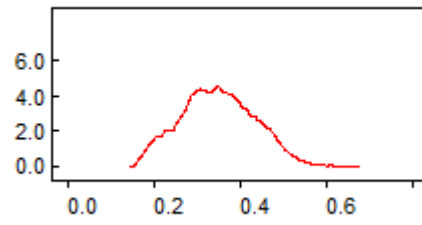
Ayrıca tahmin edilen tüm modeller dikkate alındığında tüm ülkeler için sanayi sektörü endeksi getirileri ile ham petrol getirileri arasında bir korelasyon bulunduğu ve bu korelasyon yapısının zamana bağlı değiştiği, dinamik olduğu anlaşılmıştır.

EKLER

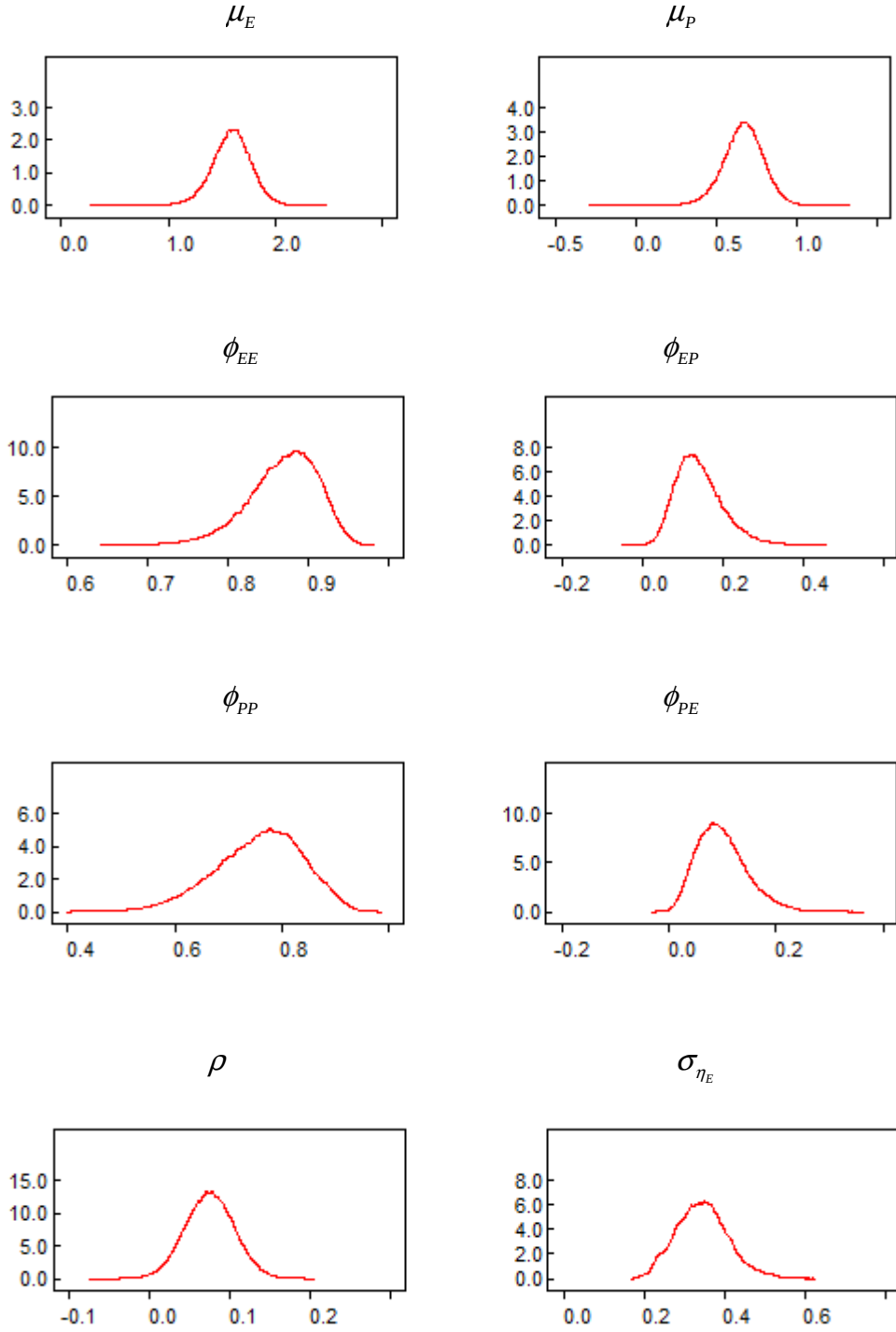
EK-1: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



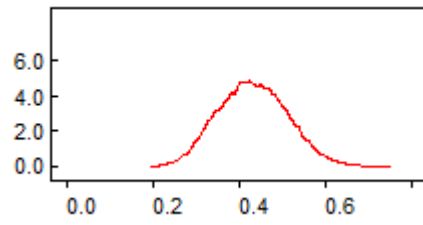
$$\sigma_{\eta_P}$$



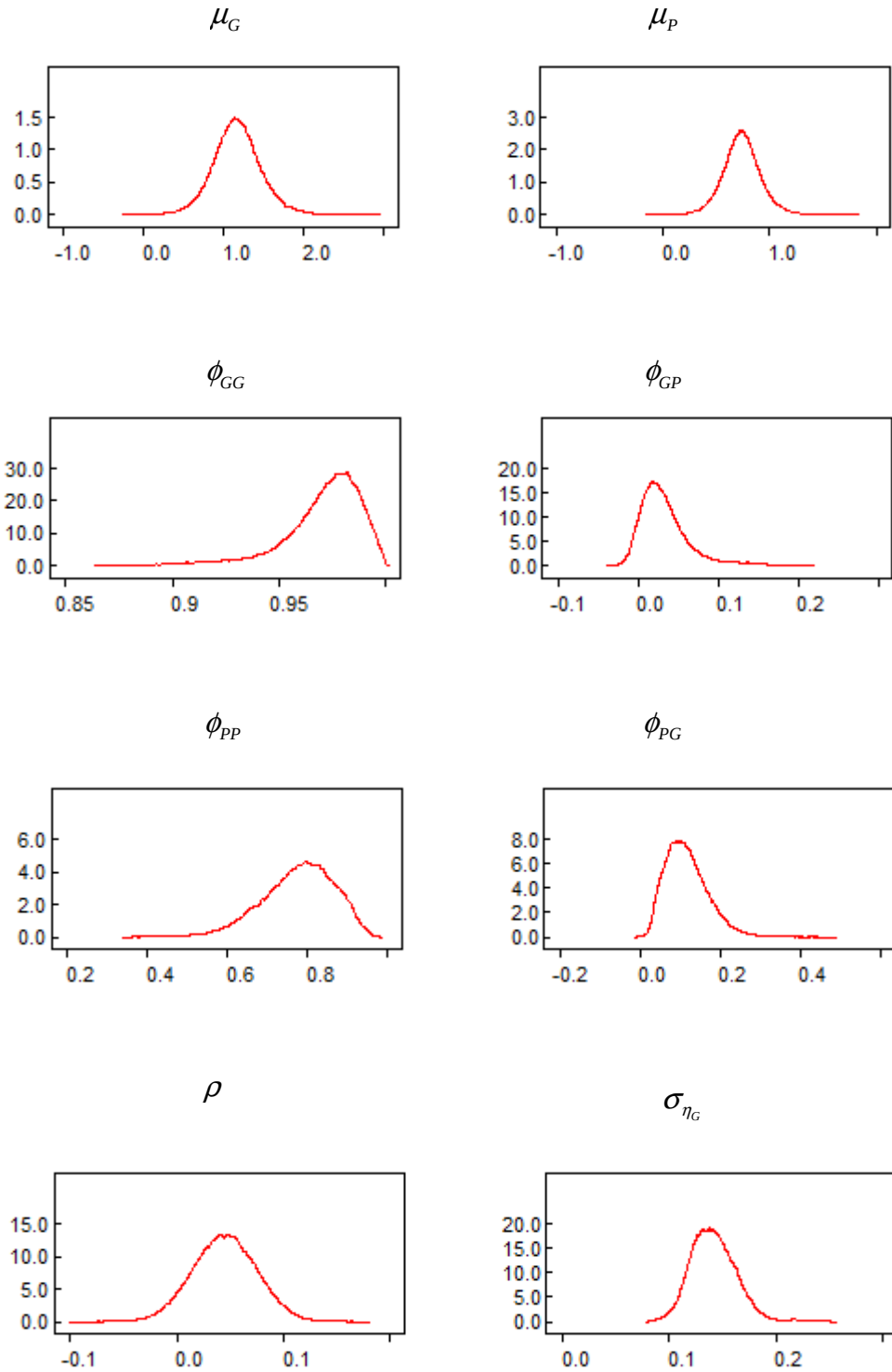
EK-2: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



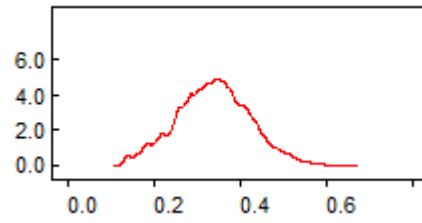
$$\sigma_{\eta_P}$$



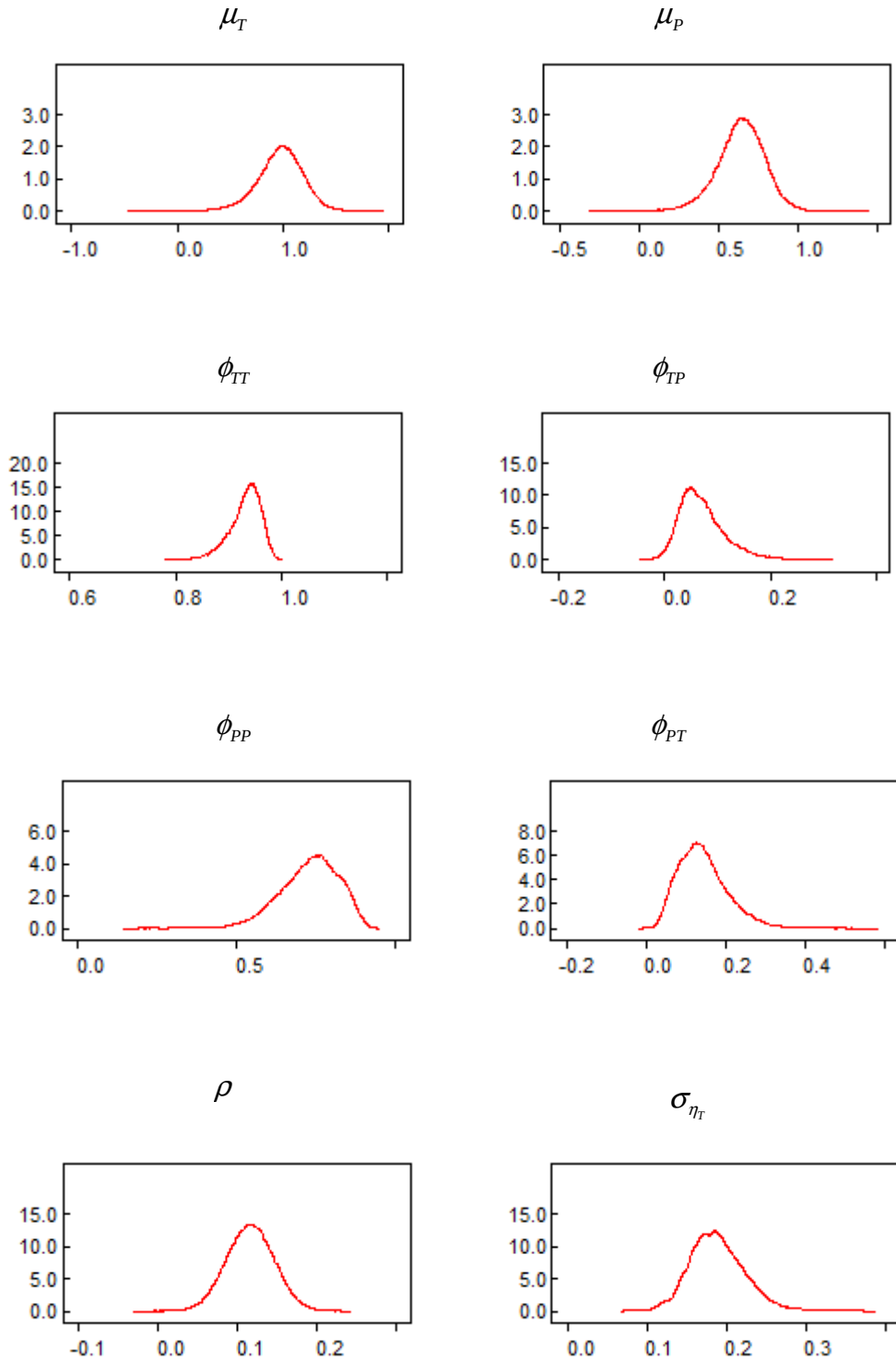
EK-3: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



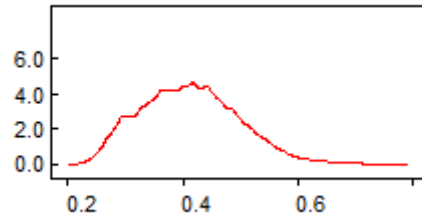
$$\sigma_{\eta_p}$$



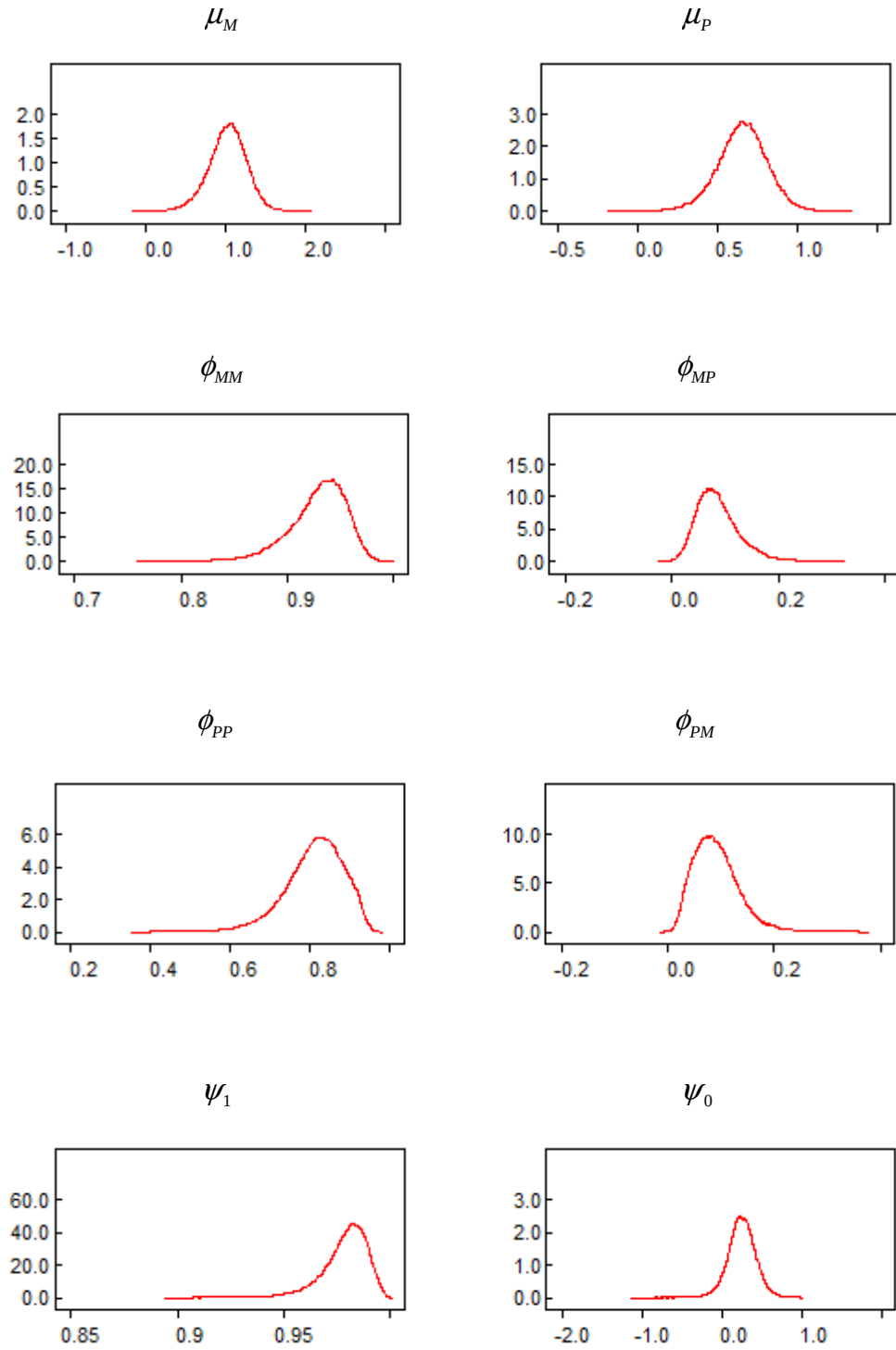
EK-4: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait CCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



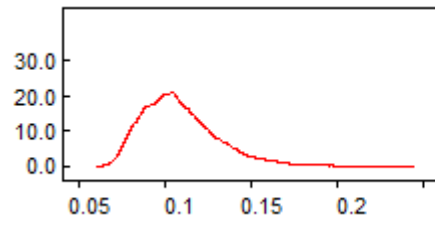
$$\sigma_{\eta_p}$$



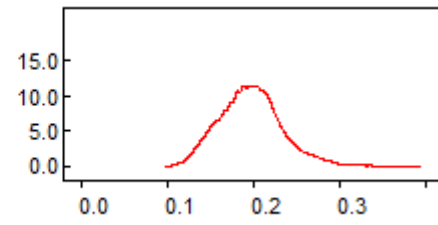
EK-5: Meksika Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



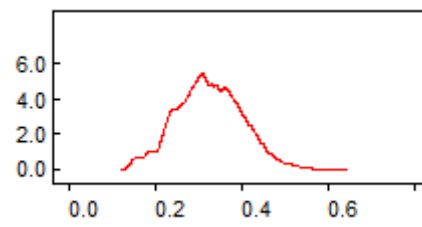
$$\sigma_q$$



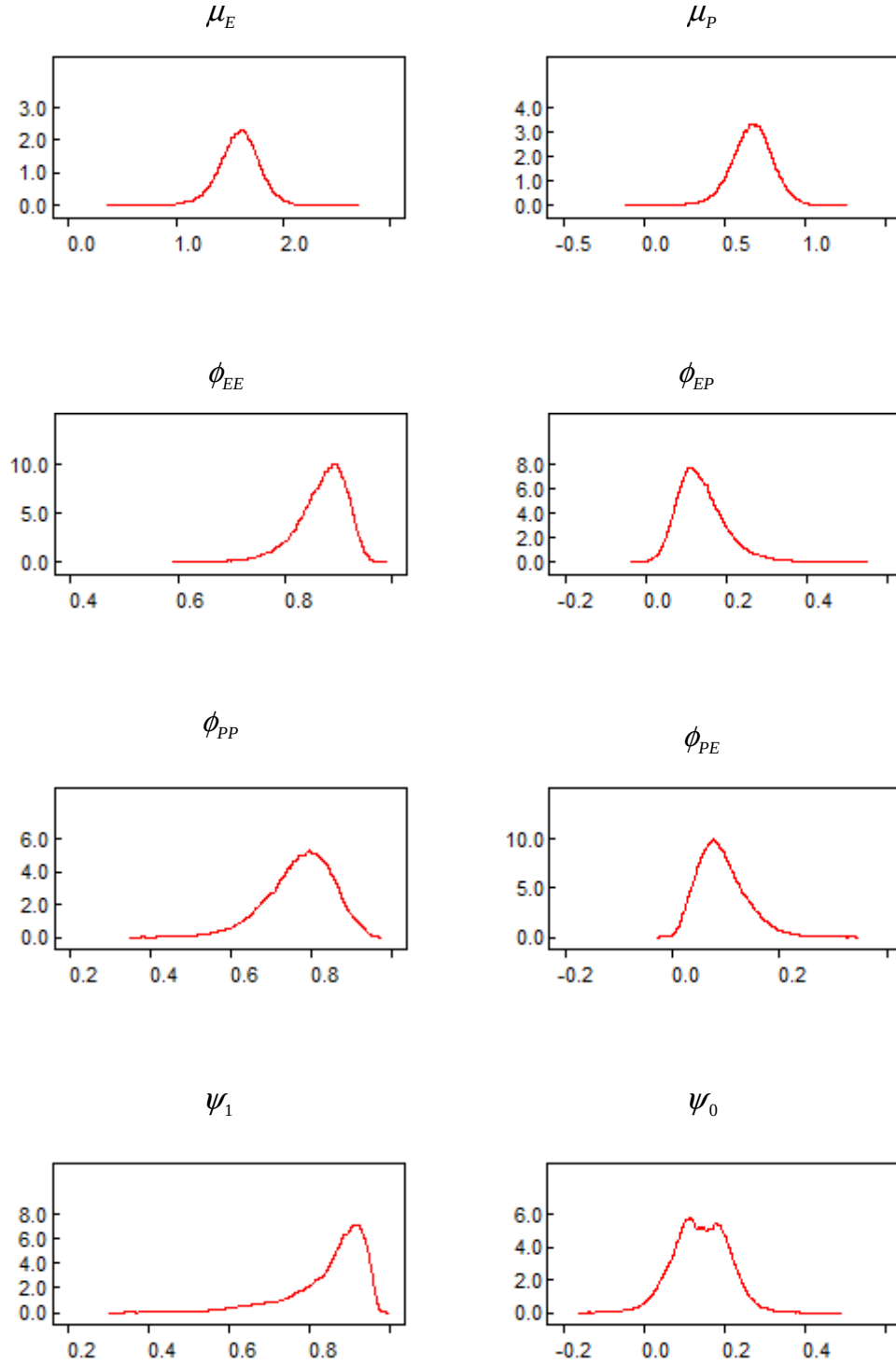
$$\sigma_{\eta_M}$$

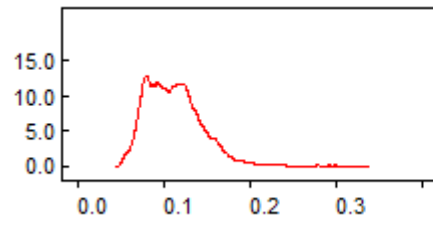
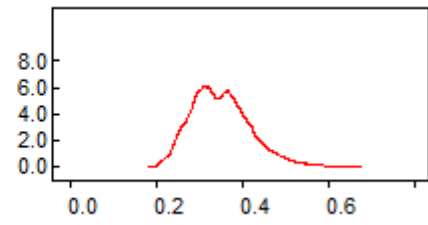
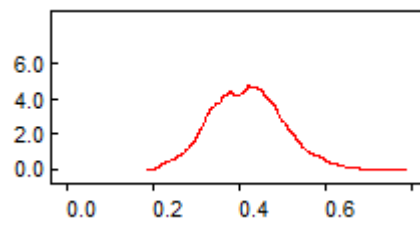


$$\sigma_{\eta_P}$$

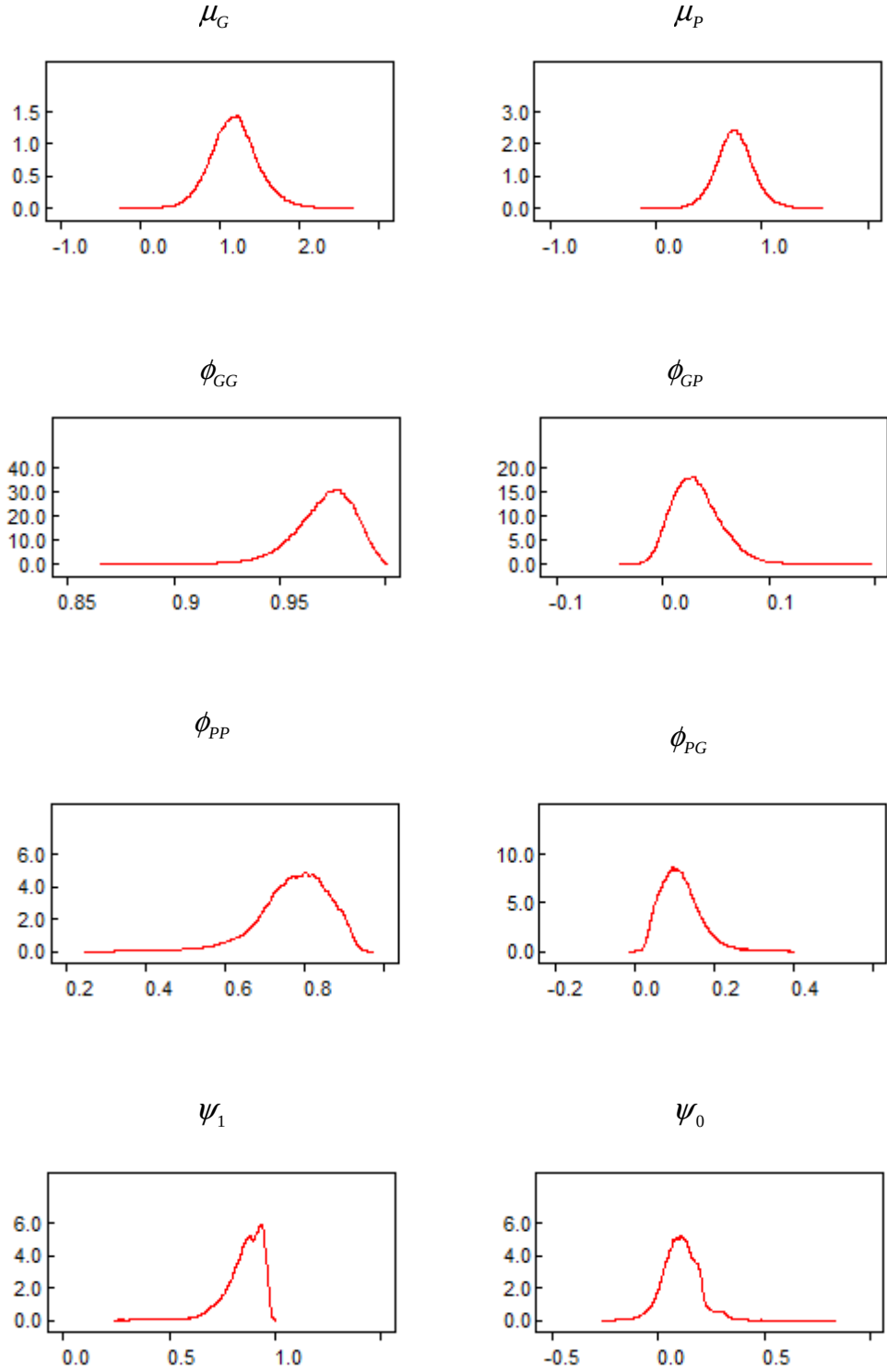


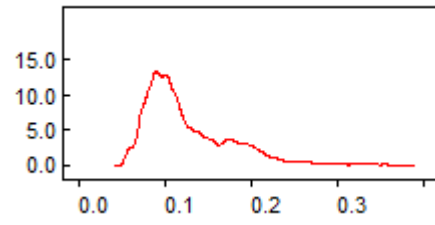
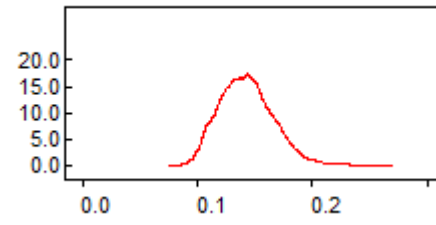
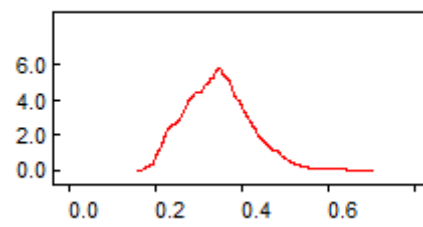
EK-6: Endonezya Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



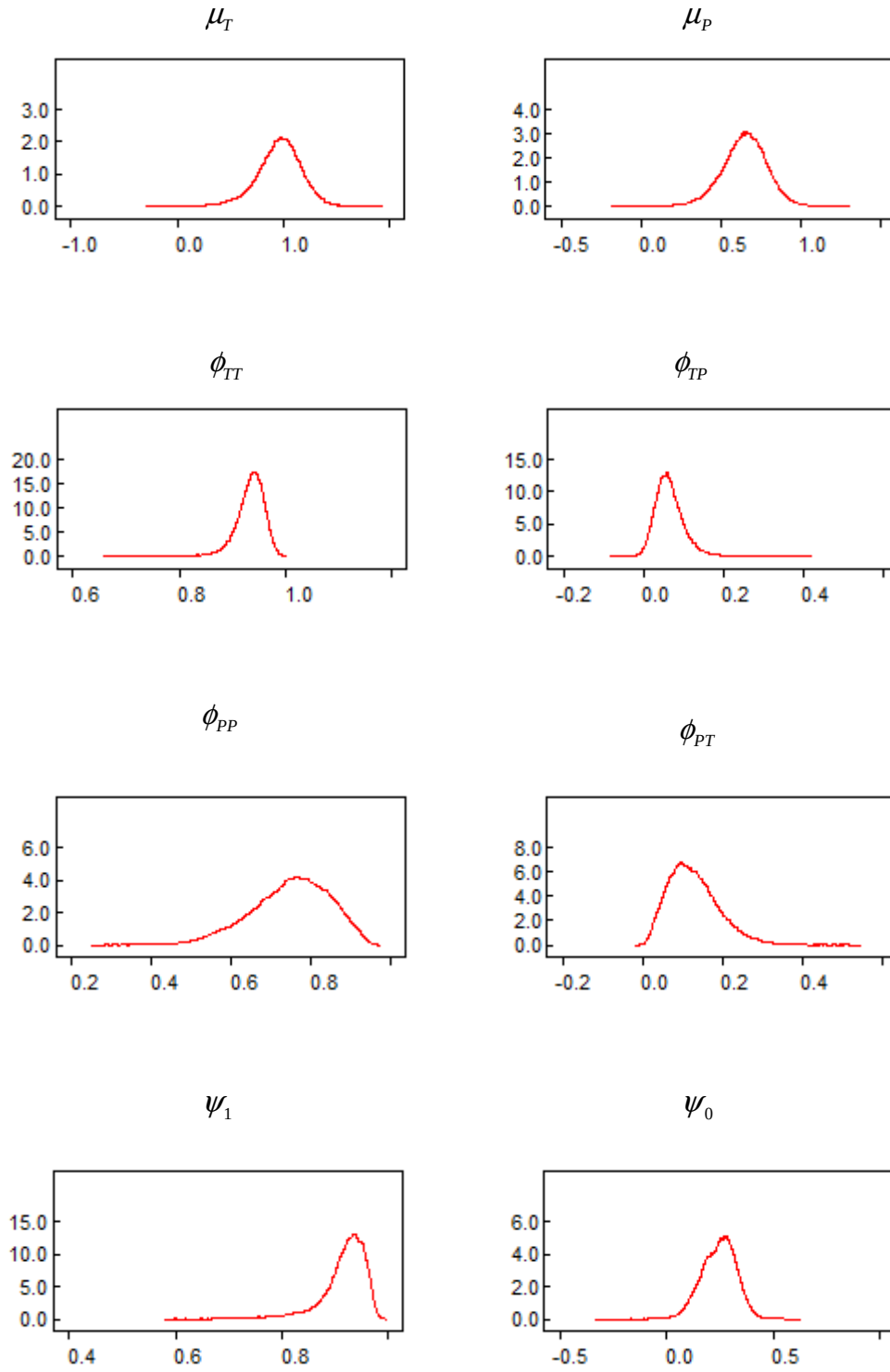
σ_q  σ_{η_E}  σ_{η_P} 

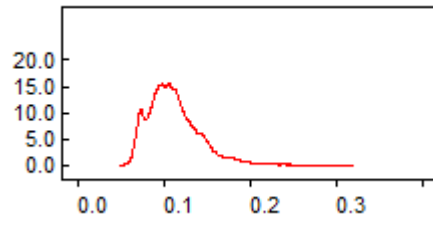
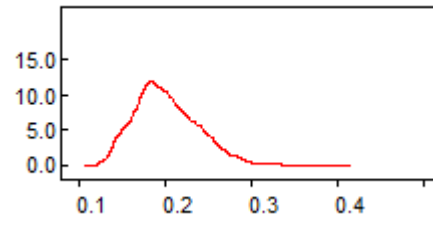
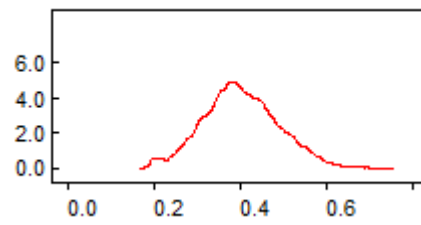
EK-7: Güney Kore Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



σ_q  σ_{η_G}  σ_{η_P} 

EK-8: Türkiye Borsasında İşlem Gören Sanayi Sektörü Endeksi ve Ham Petrol Getirilerine Ait DCC-MSV Modelinin Parametrelerine ait Yoğunluk Fonksiyonları



σ_q  σ_{η_T}  σ_{η_p} 

KAYNAKÇA

- Agren, Martin: “Does Oil Price Uncertainty Transmit to Stock Markets?”, **Department of Economics, Uppsala University, Sweden, Working Paper**, No: 2006: 23, 2006, pp. 1-29.
- Aguilar, Omar, West, Mike: “Bayesian Dynamic Factor Models and Portfolio Allocation”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 18, No: 3, 2000, pp. 338-357.
- Alizadeh, Sassan, Brandt, Michael W., Diebold, Francis X.: “Range –Based Estimation of Stochastic Volatility Models”, **The Journal of Finance**, Vol. 57, No: 3, 2002, pp. 1047-1091.
- Andersen, Torben G., Chung, Hyung-Jin, Sorensen, Bent E.: “Efficient Method of Moments Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study”, **Journal of Econometrics**, Vol. 91, No: 1, 1999, pp. 61-87.
- Andersson, Kristina: “Stochastic Volatility”, **U. U. D. M. Project Report**, 2003: 18, pp. 1-34.
- Arouri, Mohamed El Hedi, Nguyen, Duc Khuong: “Oil Prices, Stock Markets and Portfolio Investment: Evidence from Sector Analysis in Europe over the Last Decade”, **Energy Policy**, Vol. 238, No: 8, 2011, pp. 4528-4539.
- Arouri, Mohamed El Hedi, Rault, Christophe: “Oil Prices and Stock Markets and GCC Countries: Empirical Evidence from Panel Analysis”, **International Journal of Finance and Economics**, Vol. 17, No: 3, 2012, pp. 242-253.

- Asai, Manabu, McAleer, Michael: “Dynamic Asymmetric Leverage in Stochastic Volatility Models”, **Econometric Reviews**, Vol. 24, No: 3, 2005, pp. 317-332.
- Asai, Manabu, McAleer, Michael: “Asymmetric Multivariate Stochastic Volatility”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 453-473.
- Asai, Manabu, McAleer, Michael, Yu, Jun: “Multivariate Stochastic Volatility: A Review”, **Econometrics Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 145-175.
- Aysel, Derya, Kayhan Atılğan, Yasemin, Günay, Süleyman: “Olasılıksal Oynaklık Modellerinin Bayesci Çözümlemesi ve Bir Uygulama”, **SDU Journal of Science (E-Journal)**, C. 6, No: 1, 2010, ss. 62-72.
- Asai, Manabu, McAleer, Michael: “Alternative Asymmetric Stochastic Volatility Models”, **Econometric Reviews**, Vol. 30, No: 5, 2005, pp. 548-564.
- Bauwens, Luc, Laurent, Sebastien, Rombouts, Jeroen V. K.: “Multivariate GARCH Models: A Survey”, **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 21, No: 1, 2006, pp. 79-109.
- Bollerslev, Tim: “Modelling the Coherence in the Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model”, **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 72, No: 3, pp. 498-505.

- Bollerslev, Tim: "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", **Journal of Econometrics**, Vol. 31, 1986, pp. 307-327.
- Bollerslev, Tim, Engle, Robert F., Nelson, Daniel B.: "ARCH Models", **Department of Economics, University of California, San Diego, Discussion Paper**, 1993, No: 93-49, pp. 1-90.
- Bollerslev, Tim, Engle, Robert F., Wooldridge, Jeffrey M.: "A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances", **The Journal of Political Economy**, Vol. 96, No: 1, 1988, pp. 116-131.
- Bos, Charles S., Shephard, Neil: "Inference for Adaptive Time Series Models: Stochastic Volatility and Conditionally Gaussian State Space Form", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 219-244.
- Bozkurt, Hilal: "M-GARCH Modellerinin Karşılaştırmalı Analizi", **Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi**, C. 18, No: 2, 2009, ss. 126-145.
- Breidt, F. Jay: "A Threshold Autoregressive Stochastic Volatility Model", **VI Latin American Congress of Probability and Mathematical Statistics (CLAPEM)**, 1996, pp. 1-20.
- Breidt, F. Jay, Crato, Nuno, Lima, Pedro de: "The Detection and Estimation of Long Memory in Stochastic Volatility", **Journal of Econometrics**, Vol. 83, No: 1-2, 1998, pp. 325-348.

- Broto, Carmen, Luiz Esther: "Estimation Methods for Stochastic Volatility Models: A Survey", **Journal of Economic Survey**, Vol. 18, No: 5, 2004, pp. 613-649.
- Campbell, John Y., Lo, Andrew W., Mackinlay, A. Craig: **The Econometrics of Financial Markets**, Princeton University Press, 1997.
- Chan, David, Kohn, Robert, Korby, Chris: "Multivariate Stochastic Volatility with Correlated Errors", **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 245-274.
- Chang, Chia-Lin, McAleer, Michael, Tansuchat, Roengchai: "Volatility Spillovers Between Crude Oil Futures Returns and Oil Company Stocks Return", **Department of Economics, University of Tokyo, CIRJE Discussion Papers**, CIRJE-F-639, 2009, pp. 1-18.
- Chen, Cathy W. S., Liu, F. C., So, Mike K. P.: "Heavy-Tailed-Distributed Threshold Stochastic Volatility Models in Financial Time Series", **Australian & New Zealand Journal of Statistics**, Vol. 50, No: 1, 2008, pp. 29-51.
- Chib, Siddhartha, Nardari, Federico, Shephard, Neil: "Markov Chain Monte Carlo Methods for Stochastic Volatility Models", **Journal of Econometrics**, Vol. 108, No: 2, 2002, pp. 281-316.

- Chib, Siddhartha, Nardari, Federico, Shephard, Neil: “Analysis of High Dimensional Multivariate Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 134, No: 2, 2006, pp. 341-371.
- Chib, Siddhartha, Omori, Yasuhiro, Asai, Manabu: “Multivariate Stochastic Volatility”, **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 365-400.
- Chiu, Tom Y. M., Leonard, Tom, Tsui, Kam-Wah: “The Matrix-Logarithmic Covariance Model”, **Journal of the American Statistical Association**, Vol. 91, No: 433, 1996, pp. 198-210.
- Clements, Adam, Hurn, Stan, White, Scott: “Estimating Stochastic Volatility Models Using a Discrete Non-Linear Filter”, **National Centre for Econometric Research Working Paper #3**, 2006, pp. 1-32.
- Cong, Rong-Gang, Wei, Yi-Ming, Jiao, Jian-Lin, Fan Ying: “Relationships between Oil Price Shocks and Stock Market: An Empirical Analysis from China”, **Energy Policy**, Vol. 36, No: 9, 2008, pp. 3544-3553.
- Constantinos, Katrakilidis, Ektor, Lake Andreas, Dimitrios, Mardas: “Oil Price and Stock Market Linkages in a Small and Oil Dependent Economy: The Case of Greece”, **The Journal of Applied Business Research**, Vol. 26, No: 4, 2010, pp. 55-64.

- Danielsson, Jon: "Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and a Comparison with VGARCH Models", **Journal of Empirical Finance**, Vol. 5, No: 2, 1998, pp. 155-173.
- Danielsson, Jon, Richard, Jean-François: "Accelerated Gaussian Importance Sampler with Application to Dynamic Latent Variable Models", **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 8, No: S1, 1993, pp. 153-173.
- Das, Atanu, Ghoshal, Tapan Kumar, Basu, Pramatha Nath: "A Review of on Recent Trends of Stochastic Volatility Models", **International Review of Applied Financial Issues and Economics**, Vol. 1, No: 1, 2009, pp. 83-116.
- Deo, Rohit, Hurvich, Clifford, Lu, Yi: "Forecasting Realized Volatility Using a Long Memory Stochastic Volatility Model: Estimation, Prediction and Seasonal Adjustment", **Journal of Econometrics**, Vol. 31, No: 1-2, 2006, pp. 29-58.
- Diebold, Francis X., Nerlove, Marc: "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent ARCH Model", **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 4, No: 1, 1989, pp. 1-21.
- Ding, Liang, Vo, Minh: "Exchange Rates and Oil Prices: A Multivariate Stochastic Volatility Analysis", **The Quarterly Review of Economics and Finance**, Vol. 52, No: 1, 2012, pp. 15-37.
- Duffie, Darrell, Singleton, Kenneth J.: "Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices", **Econometrica**, Vol. 61, No: 4, 1993, pp. 929-952.

- Durbin, James, Koopman, Siem Jan: “Monte Carlo Maximum Likelihood Estimation for Non-Gaussian State Space Models”, **Biometrika**, Vol. 84, No: 3, 1997, pp. 669-684.
- Durham, Garland B.: “Monte Carlo Methods for Estimating, Smoothing and Filtering One and Two Factor Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 133, No: 1, 2006, pp. 273-305.
- Ekici, Oya: **İktisadi Zaman Serilerinin Modellemesinde Bayesyen Analizlerin Etkinliği**, Doktora Tezi, İstanbul, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2010.
- Engle, Robert F.: “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”, **Econometrica**, Vol. 50, 1982, pp. 987-1007.
- Engle, Robert F.: “Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3, 2002, pp. 339-350.
- Engle, Robert F., Lilien, David M., Robins, Russell P.: “Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model”, **Econometrica**, Vol. 55, No: 2, 1987, pp. 391-407.
- Engle, Robert F., Kroner, Kenneth F.: “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH”, **Econometric Theory**, Vol. 11, No: 1, 1995, pp. 122-150.

- Engle, Robert F., Ng, Victor K.: "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", **Journal of Finance**, Vol. 43, No: 5, 1993, pp. 1749-1778.
- Fayad, Abdallah, Daly, Kevin: "The Impact of Oil Price Shocks on Stock Market Returns: Comparing GCC Countries with the UK and USA", **Emerging Markets Review**, Vol. 12, No: 1, 2011, pp. 61-78.
- Filis, George, Degiannakis, Stavros, Floros, Christos: "Dynamic Correlation between Stock Market and Oil Prices: The Case of Oil-Importing and Oil-Exporting Countries", **International Review of Financial Analysis**, Vol. 20, No: 3, 2011, pp. 152-164.
- Franses, Philip Hans, Dijk, Dick van: **Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance**, Cambridge University Press, Second Edition, 2003.
- Gallant, A. Ronald, Hsu, Chien-Te, Tauchen, George: "Using Daily Range Data to Calibrate Volatility Diffusions and Extract the Forward Integrated Variance", **The Review of Economics and Statistics**, Vol. 81, No: 4, 1999, pp. 617-631.
- Gallant, A. Ronald, Hsieh, David, Tauchen, George: "Estimation of Stochastic Volatility Models with Diagnostics", **Journal of Econometrics**, Vol. 81, No: 1, 1997, pp. 159-192.
- Gallant, A. Ronald, Tauchen, George: "Which moments to match?", **Econometric Theory**, Vol. 12, No: 4, 1996, pp. 657-681.

- Geweke, John, Porter-Hudak, Susan: "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models", **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 4, No: 4, 1983, pp. 221-238.
- Ghysels, Eric, Harvey Andrew C., Renault, Eric: "Stochastic Volatility", **Handbook of Statistics 14: Statistical Methods in Finance**, Ed. by G. S. Maddala, C. R. Rao, Amsterdam, 1996, pp. 119-191.
- Gourieroux, Christian, Jasiak, Joann, Sufana, Razvan: "The Wishart Autoregressive Process of Multivariate Stochastic Volatility", **Journal of Econometrics**, Vol. 150, No: 2, 2009, pp. 167-181.
- Harvey, Andrew, Ruiz, Esther, Shephard, Neil: "Multivariate Stochastic Variance Models", **The Review of Economic Studies**, Vol. 61, No: 2, 1994, pp. 247-264.
- Harvey, Andrew C., Shephard, Neil: "Estimation of a Asymmetric Stochastic Volatility Model for Asset Returns", **Journal of Business and Economics Statistics**, Vol. 14, No: 4, 1996, pp. 429-434.
- Huang, Shian-Chang: "Threshold and Leverage Effects of Major Asian Stock Markets Based on Stochastic Volatility Models", **International Research Journal of Finance and Economics**, No: 27, 2009, pp. 106-116.
- Hurvich, Clifford M., Soulier, Philippe: "Stochastic Volatility Models with Long Memory", **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by. Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 345-354.

Jacquier, Eric, Polson,
Nicholas G., Rossi, Peter
E.:

“Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models”,
Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 12,
No: 4, 1994, pp. 69-87.

Kapusuzoğlu, Ayhan:

“Relationships between Oil Price and Stock Market: An
Empirical Analysis from Istanbul Stock Exchange (ISE)”,
International Journal of Economics and Finance, Vol. 3,
No: 6, 2011, pp. 99-106.

Jacquier, Eric, Polson,
Nicholas G., Rossi, Peter
E.:

“Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models with
Fat-tails and Correlated Errors”, **Journal of Econometrics**,
Vol. 122, No: 1, 2004, pp. 185-212.

Jungbacker, Borus,
Koopman, Siem Jan:

“Monte Carlo Likelihood Estimation for Three Multivariate
Stochastic Volatility Models”, **Econometric Reviews**, Vol.
25, No: 2-3, 2006, pp. 385-408.

Kıran, Burcu:

**Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri Volatilitésinin
Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri ile
Tahmini**, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, İstanbul
Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, 2006.

Kim, Sangjoon, Shephard,
Neil, Chib, Siddhartha:

“Stochastic Volatility: Likelihood Inference and
Comparison with ARCH Models”, **The Review of
Economic Studies**, Vol. 65, No: 3, 1998, pp. 361-393.

- Koopman, Siem Jan,
Uspensky, Eugenie Hol: "The Stochastic Volatility in Mean Model: Empirical Evidence from International Stock Markets", **Journal of Applied Econometrics**, Vol. 17, No: 6, 2002, pp. 667-689.
- Kroner, Kenneth F., Ng,
Victor K.: "Modeling Asymmetric Comovements of Asset Returns", **The Review of Financial Studies**, Vol. 11, No: 4, 1998, pp. 817-844
- Kutlar, Aziz: **Ekonometrik Zaman Serileri**, Ankara, Gazi Kitabevi, 2000.
- Li, Hong, Majerowska,
Ewa: "Testing Stock Market Linkages for Poland and Hungary: A Multivariate GARCH Approach", **Research in International Business and Finance**, Vol. 22, No: 3, 2008, pp. 247-276.
- Liesenfeld, Roman,
Richard, Jean-François: "Univariate and Multivariate Stochastic Volatility Models: Estimation and Diagnostics", **Journal of Empirical Finance**, Vol. 10, No: 4, 2003, pp. 505-531.
- Lintner, John: "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", **Review of Economics and Statistics**, 1965, No: 47, pp. 13-37.

- Lopez, Hedibert Freitas,
Carvalho, Carlos Marinho: "Factor Stochastic Volatility with Time Varying Loadings and Markov Switching Regimes", **Journal of Statistical Planning and Inference**, Vol. 137, No: 10, 2007, pp. 3082-3091.
- Malik, Farooq, Ewing,
Bradley T.: "Volatility Transmission between Oil Prices and Equity Sector Returns", **International Review of Financial Analysis**, Vol. 18, No: 3, 2009, pp. 95-100.
- Mazıbaş, Murat: "İMKB Piyasalarındaki Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesi: Asimetrik GARCH Modelleri ile Bir Uygulama", **VII. Ulusal Ekonometri Ve İstatistik Sempozyumu**, 26-27 Mayıs 2005.
- Mandelbrot, Benoit "The Variation of Certain Speculative Prices", **The Journal of Business**, Vol. 36, No: 4, 1963, pp. 394-419.
- Melino, Angelo, Turnbull,
Stuart M.: "Pricing Foreign Currency Options with Stochastic Volatility", **Journal of Econometrics**, Vol. 45, No: 1-2, 1990, pp. 239-265.
- Nelson, Daniel B.: "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", **Econometrica**, Vol. 59, No: 2, 1991, pp. 347-370.

- Özbey, Fela: **Çok Değişkenli GARCH Modelleri ve Bir Uygulama: Türkiye’de Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktıdaki Büyüme Üzerine Etkisi**, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, 2005.
- Pellegrini, Santiago, Rodriguez Alejandro: “Financial Econometrics and SV models”, (Çevrimiçi) http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/spellegr/esp/Curso_Cordoba/Tutorial_Guide.pdf.
- Philipov, Alexander, Glickman, Mark E.: “Multivariate Stochastic Volatility via Wishart Processes”, **Journal of Business & Economic Statistics**, Vol. 24, No: 3, 2006a, pp. 313-328.
- Philipov, Alexander, Glickman, Mark E.: “Factor Multivariate Stochastic Volatility via Wishart Processes”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006b, pp. 311-334.
- Pitt, Michael K., Shephard, Neil: “Time-Varying Covariances: A Factor Stochastic Volatility Approach”, **Bayesian Statistics 6**, Ed. by José M. Bernardo, James O. Berger, A. P. Dawid, and Adrian F. M. Smith, India, 1999, pp. 547-570.
- Ruiz, Esther: “Quasi-Maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models”, **Journal of Econometrics**, Vol. 63, No: 1, 1994, pp. 289-306.

- Sadorsky, Perry: “Correlations and Volatility Spillovers between Oil Prices and the Stock Prices of Clean Energy and Technology Companies”, **Energy Economics**, Vol. 34, No: 1, 2012, pp. 248-255.
- Saleem, Kashif: “International Linkage of the Russian Market and the Russian Financial Crisis: A Multivariate GARCH Analysis”, **Research in International Business and Finance**, Vol. 23, No: 3, 2009, pp. 243-256.
- Sandmann, Gleb,
Koopman, Siem Jan: “Estimation of Stochastic Volatility Models via Monte Carlo Maximum Likelihood”, **Journal of Econometrics**, Vol. 87, No: 2, 1998, pp. 271-301.
- Shephard, Neil, Andersen,
Torben G.: “Stochastic Volatility: Origins and Overview”, **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by. Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 233-254.
- Sharpe, William: “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, **Journal of Finance**, 1964, No: 19, pp. 425–442.
- Selçuk, Faruk: “Asymmetric Stochastic Volatility in Emerging Markets”, **Applied Financial Economics**, Vol. 15, No: 12, 2005, pp. 867-874.

- Silvennoien, Annastiina,
Terasvirta, Timo: “Multivariate GARCH Models”, **Handbook of Financial Time Series**, Ed. by. Torben G. Andersen, Richard A. Davis, Jens-Peter Kreiß, Thomas Mikosch, Berlin, 2009, pp. 201-229.
- Smith, Daniel R.: “Asymmetry in Stochastic Volatility Models: Threshold or Correlation?”, **Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics**, Vol. 13, No:1, 2009, pp. 1-34.
- Smith, Michael, Pitts, Andrew: “Foreign Exchange Intervention by the Bank of Japan: Bayesian Analysis Using a Bivariate Stochastic Volatility Model”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 425-451.
- So, Mike K. P., Li, W. K.,
Lam, K.: “A Threshold Stochastic Volatility Model”, **Journal of Forecasting**, Vol. 21, No: 7, 2002, pp. 473-500.
- So, Mike K. P., Li, W. K.,
Lam, K.: “Multivariate Modelling of the Autoregressive Random Variance process”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 18, No: 4, 1997, pp. 429-446.
- So, Mike K. P., Choi, Y. C.: “A Multivariate Threshold Stochastic Volatility Model”, **Mathematics and Computers in Simulation**, Vol. 79, No: 3, 2008, pp. 306-317.

- So, Mike K. P., Kwok, W. Y. Susanna: “A Multivariate Long Memory Stochastic Volatility Model”, **Physica A**, Vol. 362, No: 2, 2006, pp. 450-464.
- Soytaş,Uğur, Oran, Adil: “Volatility Spillover from World Oil Spot Markets to Aggregate and Electricity Stock Index Returns in Turkey”, **Applied Energy**, Vol. 88, No: 1, 2011, pp. 354-360.
- Taylor, Stephan J.: **Modelling Financial Time Series**, 1986, Chichester, U.K. John Wiley.
- Tims, Ben, Mahieu, Ronald: “A Range-Based Multivariate Stochastic Volatility Model for Exchange Rates”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 409-424.
- Triantafyllopoulos, Kostas: “Multivariate Stochastic Volatility Modelling using Wishart Autoregressive Processes”, **Journal of Time Series Analysis**, Vol. 33, No: 1, 2012, pp. 48-60.
- Tsay, Ruey S.: **Analysis of Financial Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Second Edition, 2005.
- Tsay, Ruey S.: **Analysis of Financial Time Series**, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, Third Edition, 2010.

- Tse, Yiu Kuen, Tsui, Albert K. C.: “A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations”, **Journal of Business and Economic Statistics**, Vol. 20, No: 3. 2002, pp. 351-362.
- Vo, Minh: “Oil and Stock Market Volatility: A Multivariate Stochastic Volatility Perspective”, **Energy Economics**, Vol. 33, No: 5, 2011, pp. 956-965.
- Vrontos, Ioannis D., Dellaportas, Petros, Politis, Dimitris N.: “Inference for some Multivariate ARCH and GARCH Models”, **Journal of Forecasting**, Vol. 22, No: 6-7, 2003, pp. 427-446.
- Wang, Peijie: **Financial Econometrics**, Routledge, New York, Second Edition, 2009.
- Wu, Guojun: “The Determinants of Asymmetric Volatility”, **The Review of Financial Studies**, Vol. 14, No: 3, 2001, pp. 837-859.
- Yalçın, Yeliz: **Türkiye’deki Finansal Serilerin Oynaklık Yapısı**, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, 2008.
- Yalçın, Yeliz: “Stokastik Oynaklık Modeli ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Kaldıraç Etkisinin İncelenmesi”, **Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, C.22, No: 2, 2007, ss. 357-365.

- Yu, Jun, Yang, Zhenlin,
Zhang, Xibin: “A class of nonlinear stochastic volatility models and its implications for pricing currency options”, **Computational Statistics & Data Analysis**, Vol. 51, No: 4, 2006, pp. 2218-2231.
- Yu, Jun: “On Leverage in a Stochastic Volatility Model”, **Journal of Econometrics**, Vol. 127, No: 2, 2005, pp. 165-178.
- Yu, Jun: “Multivariate Stochastic Volatility Models: Bayesian Estimation and Model Comparison”, **Econometric Reviews**, Vol. 25, No: 2-3, 2006, pp. 361-384.
- Zhang, Chuanguo, Chen,
Xiaoqing: “The Impact of Global Oil Price Shocks on China’s Stock Returns: Evidence from the ARJI(-ht)-EGARCH Model”, **Energy**, Vol. 36, No: 11, 2011, pp. 6627-6633.

ÖZGEÇMİŞ

1983 yılında Adana’da doğan Aycan Hepsağ, Lisans eğitimini 2005 yılında İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümünde tamamlamıştır. Lisans mezuniyetinin ardından aynı yıl İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Yüksek lisans eğitimini vermiş olduğu “Parametrik Olmayan Regresyon ve Tahmin Yöntemleri: İMKB’de İşlem Gören Hisse Senetlerine Ait Piyasa Riskinin Tahmini Üzerine Bir Uygulama” isimli teziyle 2007 yılında tamamlamıştır. 2005 yılı Aralık ayından bu yana İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Ekonometri Anabilim Dalı’nda Araştırma Görevlisi olarak görev yapan Aycan Hepsağ’ın Zaman Serileri Analizlerini temel alan ulusal ve uluslararası bilimsel çalışmaları bulunmaktadır.