

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PIŞIRMENİN SAYISAL MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Onur TEMEL

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Isı Akışkan Programı

OCAK 2014

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

PIŞIRMENİN SAYISAL MODELLENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Onur TEMEL
(503101119)**

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Isı Akışkan Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Seyhan Uygur ONBAŞIOĞLU

OCAK 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün **503101119** numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Onur TEMEL**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**PİŞİRMENİN SAYISAL MODELLENMESİ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Seyhan Uygur ONBAŞIOĞLU**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof.Dr. İsmail Cem PARMAKSIZOĞLU**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof.Dr. İsmail TEKE

Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 16 Aralık 2013
Savunma Tarihi : 20 Ocak 2014

ÖNSÖZ

Bu yüksek lisans tezi çalışmasında, kek pişirme işlemi sayısal olarak modellenmiştir. Modelleme çalışmaları kapsamında, pişirmeye etki eden parametreler belirlenmiştir ve kek pişirme sırasında oluşan ısı ve kütle geçişi ile birlikte kabarma, renk değişimi gibi etkiler modellenmiştir.

Bu yüksek lisans tezi çalışmalarını yöneten, yönlendiren, değerli görüş ve eleştirileri ile tez çalışmalarımı destekleyen çok değerli danışman hocam Sn. Prof. Dr. Seyhan Uygur ONBAŞIOĞLU'na teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Yüksek lisans tezi çalışmam için sağladıkları imkan ile bana destek olan Arçelik A.Ş. Araştırma ve Geliştirme Merkezi'ne, Sn. Dr. Cemil İNAN'a , Sn. Cem KURAL'a, Sn. Dr. Faruk BAYRAKTAR'a çok teşekkür ederim.

Tez çalışmalarının her aşamasında bana gerekli desteklerini sabırla sunan ve tez çalışmalarım boyunca değerli görüşleri ile bilgi ve tecrübelerini hiçbir zaman eksik etmeyerek bana yol gösteren Sn. Murat KANTAŞ'a çok teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca, uzmanlık desteğini, bilgi ve tecrübelerini hiçbir zaman eksik etmeyerek bana yol gösteren Sn Dr. Bekir ÖZYURT'a ve Sn Dr. Levent AKDAĞ'a, Sn. Dr. Aslı KAYIHAN'a ve Sn. Haluk KARATAŞ'a çok teşekkür ederim.

Tez çalışması kapsamında, deney düzeneğinin kurulması, devreye alınması ve deney sırasında çıkan teknik problemlerin çözümünde büyük katkıda bulunan Sn. Mehmet MARAŞLI, Sn. Nihat KARGI, Sn. Nihat KANDEMİR başta olmak üzere tüm Arçelik A.Ş. Ar-Ge Akışkanlar Dinamiği Teknoloji Ailesine, Termodinamik Teknoloji Ailesine ve Malzeme Teknolojileri Ailesine teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım boyunca beraber vakit geçirdiğim tüm lisans ve yüksek lisans öğrencisi çalışma arkadaşlarıma içtenlikle teşekkür ederim.

Yüksek lisans hayatım boyunca bilgi birikimini hiç esirgememiş olan ve bana hep destek olan arkadaşım Koray BEDİR'e ayrıca teşekkür ederim.

Son olarak, benden maddi-manevi hiçbir desteği esirgemeyen, daima yanımda olan canım aileme çok teşekkür ederim.

Aralık 2013

Onur TEMEL
(Makine Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ	xvii
ÖZET.....	xxi
SUMMARY	xxiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Literatür Araştırması	1
1.2.1 Isı ve kütle geçişinin modellenmesi	2
1.2.2 Yükseklik ve hacim değişimi	15
1.2.3 Kabuk kalınlığı ve renk değişimi	23
2. DENEYSEL ÇALIŞMALAR.....	43
2.1 Deney Düzeniği	44
2.1.1 Sıcaklık ve nem kaybının ölçümü	44
2.1.2 Kabarmanın ve yüzey kabuk kalınlığının ölçümü	45
2.1.3 Yüzey renk değişimi	45
2.1.4 Nem tayini	47
2.2 Belirsizlik Analizi	48
3. PIŞİRMENİN DİNAMİĞİ	51
3.1 Girdi Parametreler	52
3.1.1 Sıcaklık.....	52
3.1.2 Nem.....	52
3.1.3 Pişirme süresi	52
3.1.4 Hava hızı	52
3.2 Çıktı Parametreler	53
3.2.1 Farklı pişirme sıcaklıklarında üst yüzey sıcaklığı değişimi	53
3.2.2 Farklı pişirme sıcaklıklarında kütle değişimi.....	53
3.2.3 Farklı pişirme sıcaklıklarında üst yüzey renk değişimi.....	54
3.2.4 Farklı pişirme sıcaklıklarında kabarma.....	55
4. ISI VE KÜTLE GEÇİŞİNİN ANALİTİK VE SAYISAL MODELLENMESİ	57
4.1 Isı ve Kütle Geçişinin Analitik Modellenmesi	57
4.1.1 Analitik ısı geçişi çözümü.....	58
4.1.1.1 Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi.....	58
4.1.1.2 Sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi.....	64
4.1.1.3 Sonlu silindirde geçici rejimde ısı geçişi	69

4.1.2 Analitik kütle geçişi çözümü.....	70
4.1.2.1 Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi	70
4.1.2.2 Sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi.....	76
4.1.2.3 Sonlu silindirde geçici rejimde kütle geçişi	81
4.2 Isı ve Kütle Geçişinin Sayısal Modellenmesi.....	82
4.2.1 Açık yaklaşım.....	82
4.2.2 Silindirik koordinatlarda açık yaklaşım	86
4.2.3 Isı ve kütle geçişinde başlangıç ve sınır koşulları.....	91
4.2.3.1 Isı geçişinde başlangıç ve sınır koşulları.....	91
4.2.3.2 Kütle geçişinde başlangıç ve sınır koşulları.....	92
4.2.3.3 Kinetik değişimler	94
4.2.3.4 Modelin algoritması	96
5. DOĞRULAMA DENEYLERİ.....	99
5.1 Analitik ve Sayısal Model ile Deneysel Verilerin Kıyaslanması ve Uygun Modelin Seçimi	99
5.2 Sayısal Model ile Deneysel Verilerin Kıyaslanması	102
5.2.1 160°C Pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması	102
5.2.2 180°C Pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması	105
5.2.3 200°C Pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması	107
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	111
KAYNAKLAR.....	113
ÖZGEÇMİŞ.....	117

KISALTMALAR

AACC	: American Association of Cereal Chemists
ASHRAE	: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers
BSI	: British Standard Institute
CFD	: Computational Fluid Dynamics
CIE	: International Commission on Illumination
CVS	: Computer Vision System
DOE	: Design of Experiment
HMF	: Hidroksimetilfurfural
Lab	: Lab Renk Evreni
MBP	: Moving Boundary Problem
RGB	: Red - Green - Blue Renk Evreni
RPM	: Revolution per minute
spv	: Surface per Volume
XYZ	: XYZ Renk Evreni

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 1.1 : CIE aydınlatma ve ışık kaynakları için genel olarak.....	28
Çizelge 1.2 : Dış kabuk, iç kısım ve iç kabuğa ait renk değerleri [27].....	30
Çizelge 1.3 : Kamera Ayarları [30].	36
Çizelge 2.1 : Standart kek hamuru içeriği.	43
Çizelge 5.1 : Analitik modelde kullanılan parametreler	99
Çizelge 5.2 : Sayısal modelde kullanılan parametreler	100

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Sakin vd. modellemelerinde kullandığı ısı ve kütle geçiş mekanizması [2].	3
Şekil 1.2 : Sayısal çözümde ısı ve kütle geçişi için kullanılmış olan dikdörtgen kesit [7].	6
Şekil 1.3 : Üst yüzey için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].	7
Şekil 1.4 : Alt yüzey için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].	7
Şekil 1.5 : Üst yüzeyden 2 cm aşağısı için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].	7
Şekil 1.6 : Alt yüzeyden 3 cm yukarısı için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].	8
Şekil 1.7 : Sıcaklığa ait deneysel veriler ile modelin kıyaslanması [8].	9
Şekil 1.8 : Neme ait deneysel veriler ile modelin kıyaslanması [8].	9
Şekil 1.9 : Ekmeğin içindeki sıcaklık değişimi [9].	10
Şekil 1.10 : Ekmeğin merkez noktasında yapılan ölçümler [9].	11
Şekil 1.11 : Ekmeğin üst yüzeyine 10 mm mesafede yapılan ölçümler [9].	11
Şekil 1.12 : Deney Düzenegi [10].	12
Şekil 1.13 : Tuğladaki buharlaşma ve yayılım [15].	14
Şekil 1.14 : Lazer hattı ile ölçüm yöntemi [18].	16
Şekil 1.15 : Hacim ve dış çizgilerin belirlenmesi için kullanılan yükseklik ölçüm aparatı [20].	18
Şekil 1.16 : Kek yüksekliği ile çap değerlerine bağlı hesaplama [20].	18
Şekil 1.17 : Klor seviyesine bağlı olarak PH değerleri farklı beş çeşit undan yapılmış keklerin hacimlerinin, farklı hacim ölçme yöntemlerine göre kıyaslanması [20].	19
Şekil 1.18 : Hamur yükseklik takipçisi [21].	20
Şekil 1.19 : Görüntünün işlenmesi [22].	21
Şekil 1.20 : Ekmeğin hacminin hesaplanabilmesi için oluşturulmuş görüntü [22].	22
Şekil 1.21 : Yxy kromatik diagramı [24].	24
Şekil 1.22 : CIELab renk evreni [25].	27
Şekil 1.23 : Ekmeğin üst ve iç bölgesine ait renklerin ölçüldüğü noktalar [27].	30
Şekil 1.24 : Adobe Photoshop yardımı ile kabuk kalınlığı ölçümü [27].	31
Şekil 1.25 : 185 °C (◆), 195 °C (■) ve 200 °C (▲) pişirme sıcaklığında sırasıyla L, a, b değerlerinde zamana bağlı değişim gösterilmiştir [27].	32
Şekil 1.26 : Kabuk kalınlığına bağlı olarak L, a, b değerlerindeki değişim [27].	32
Şekil 1.27 : Kabuk kalınlığı ile kabuğun renk değeri arasındaki ilişki [27].	33
Şekil 1.28 : Patates cipsi görüntü alma düzenegi [29].	34
Şekil 1.29 : RGB cinsinden alınan görüntülerin Lab cinsinden elde edilmesi [29].	35
Şekil 1.30 : Patates cipsinin renkli (K), gri tonlamalı (J) ve bölünmüş görüntüsü (R) [29].	35

Şekil 1.31 : Kalibrasyon amacıyla kullanılan renkler [30].	37
Şekil 1.32 : Renk kutularının incelenişinin esası [30].	37
Şekil 1.33 : Algoritmanın çalışma prensibi [30].	38
Şekil 1.34 : Renk değerlerinin ve kütle değişiminin elde edildiği deney düzeneği [31]	39
Şekil 2.1 : Temel deney düzeneği	45
Şekil 2.3 : Renk ölçüm cihazı.	46
Şekil 2.4 : BSI skalasındaki renklerin sayısal karşılığı.	46
Şekil 2.5 : Keklerin renk ölçüm cihazına yerleştirilmesi	47
Şekil 2.6 : Cihaz tarafından çekilmiş kek fotoğrafları.	47
Şekil 2.7 : Keklerin renk farklılıkları.	47
Şekil 2.8 : Nem ölçüm cihazı.	48
Şekil 3.1 : Kabaran gıdaların pişirilme süreci.	51
Şekil 3.2 : Pişirme sıcaklığı ile kek yüzey sıcaklığı arasındaki ilişki.	53
Şekil 3.3 : Pişirme sıcaklığı ile kütle kaybı arasındaki ilişki.	54
Şekil 3.4 : Pişirme sıcaklığı ile renk değişimi arasındaki ilişki.	54
Şekil 3.5 : Pişirme sıcaklığının kabarma üzerindeki etkisi.	55
Şekil 4.1 : Silindir geometri kabulü.	57
Şekil 4.2 : Sonsuz büyüklükte bir levhanın iki yüzünün aniden T_{∞} sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa gelmesi halinde geçici rejimde ısı geçişi [35]	58
Şekil 4.3 : Başlangıçtaki sıcaklığı T_0 , yarıçapı r_0 olan sonsuz uzunlukta dolu bir silindirin dış yüzeyinin aniden T_{∞} sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa gelmesi halinde geçici rejimde ısı değişikliği	64
Şekil 4.4 : İki boyutlu durum için kontrol hacmi [38].	84
Şekil 4.5 : Silindirik koordinatlarda kontrol hacmi [38].	86
Şekil 4.6 : Silindirik koordinatlarda kontrol hacmi [37].	87
Şekil 4.7 : Geometrinin şematik olarak ayrıklaştırılmış hali.	88
Şekil 4.8 : Geometrinin üst yüzeyinde numaralandırma.	88
Şekil 4.9 : Geometrinin yan-ön yüzeyinde numaralandırma.	89
Şekil 4.10 : Geometrinin alt yüzeyinde numaralandırma.	89
Şekil 4.11 : Kabarmanın şematik olarak gösterilmesi.	90
Şekil 4.12 : Isı ve kütle geçişi şematik gösterim.	91
Şekil 4.13 : Üst yüzeyin ortalama sıcaklığı ile ortalama renk indisi	95
Şekil 4.14 : Pişirme boyunca meydana gelen değişimlerin takibini kolaylaştıran arayüz.	98
Şekil 4.15 : Sayısal çözümün akış şeması.	97
Şekil 5.1 : Kek üst yüzey sıcaklığı deneysel ve hesaplanan sıcaklık verileri.	101
Şekil 5.2 : Deneysel ve hesaplanan kütle kaybı (%) verileri.	101
Şekil 5.3 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.	103
Şekil 5.4 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.	103
Şekil 5.5 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.	104
Şekil 5.6 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.	105
Şekil 5.7 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.	105
Şekil 5.8 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.	106
Şekil 5.9 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.	106
Şekil 5.10 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.	107
Şekil 5.11 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.	108

Şekil 5.12 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.....	108
Şekil 5.13 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.	109
Şekil 5.14 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.	109

SEMBOL LİSTESİ

a	: Eksenel doğrultuya dik alan
a	: Lab renk evreninde
A	: Akışa dik alan
b	: Lab renk evreninde mavi – sarı arası renk değeri
c_p	: Özgül ısı (J/kgK)
C	: Kroma
C	: İntegral sabiti
CT	: Renk Sıcaklığı
D	: Kütle Yayılım Katsayısı
E	: Ağ yapısında bir sağdaki koordinat
h	: Hue açısı
h	: Isı taşınım katsayısı (W/m ² K)
h_m	: Kütle taşınım katsayısı (m/s)
J_n	: n. dereceden birinci çeşit Bessel fonksiyonu
k	: Isı iletim katsayısı (W/mK)
l	: Doğrultu
L	: Lab renk evreninde aydınlık değeri
L	: Uzunluk (m)
m	: Doğrultu
m'''	: Buharlaştıran su miktarı (kg)
n	: Doğrultu
N	: Ağ yapısında bir üstteki koordinat
P	: Basınç (Pa)
Q	: Isı enerjisi (J)
Q_{buharlaştırma}	: Buharlaştırma gizli ısı (J)
Q_{iletim}	: İletimle ısı geçişi (J)
Q_{taşınım}	: Taşınım ile ısı geçişi (J)
r	: Yarıçap doğrultusuna ait koordinat
r	: Yarıçap (m)
R	: Kekin yarıçapı (m)
R	: Sadece yarıçap koordinatına bağlı fonksiyon
R	: Belirsizlik analizinde sistemde ölçülmesi gereken büyüklük
spv	: surface per unit volume (cm ⁻¹)
S	: Üretim terimi (W/m ³)
S	: Ağ yapısında bir alttaki koordinat
t	: Zaman (s)
T	: Sıcaklık (K)
TE	: Sonlu hacmin incelenen koordinatında sıcaklık değeri
TY	: Bir ileri zaman adımında sonlu hacmin sıcaklık değeri
V	: Hacim (m ³)

w	: Belirsizlik analizinde
W	: Özgül Kütle (kg su buharı / kg kuru kütle)
W	: Ağ yapısında bir soldaki koordinat
x	: x koordinatı
x	: Belirsizlik analizinde bağımsız değişken
x	: Birim hacimde özgül nem (kg su / kg kuru kütle)
X	: Sadece z koordinatına bağlı fonksiyon
y	: y koordinatı
Y_n	: n. dereceden ikinci çeşit Bessel fonksiyonu
z	: z koordinatı

Yunan Harfleri

α	: Isı yayılım katsayısı (m ² /s)
Γ	: Gözenekli ortam geçirgenlik katsayısı (kg/smPa)
γ	: Kütle geçişi denklemlerinde özdeğer
δ	: Eksenel doğrultuda adım
ε	: Sıcaklık farkı (K)
θ	: Açık (radyan)
θ	: Gözeneklilik
φ	: Açık (radyan)
Θ	: Sadece zamana bağlı fonksiyon
Σ	: Toplam
λ	: Isı geçişi denklemlerinde özdeğer
ξ	: Özgül kütle farkı (kg su buharı / kg kuru kütle)
ρ	: Yoğunluk (kg/m ³)
Δ	: Fark
Δy	: Tabaka kalınlığı (m)

Alt İndisler

acisal	: Açısal doğrultu
b	: Ayrıklaştırılmış denklemde sabit terim
B	: Ağ yapısında z koordinatında bir gerideki koordinat
e	: Ağ yapısında x ekseninde bir ilerideki koordinat
eff	: Efektif
k	: Kütleli
kek	: Keke ait özellik
kuru	: Kuru kütle
l	: z ekseninde iteratif adım
m	: kütleli
m	: x ekseninde iteratif adım
maksimum	: Maksimum değer
n	: y ekseninde bir ilerideki koordinat
ort	: Ortalama
T	: Ağ yapısında z koordinatında bir ilerideki koordinat
r	: r koordinatına bağlı
s	: y ekseninde bir gerideki koordinat
sRGB	: Kırmızı, yeşil veya mavi rengin sayısal olarak karşılığı

üst	: Cismin üst yüzeyi
w	: Ağ yapısında x ekseninde bir gerideki koordinat
yan	: Cismin yan yüzeyi
yüzey ortalama	: Yüzey ortalama sıcaklık değeri
z	: z koordinatına bağlı
0	: Başlangıç
∞	: Sonsuz
∞	: Çevre

Üst İndisler

p	: Zaman adımı
----------	---------------

Boyutsuz Sayılar

Bi	: Biot sayısı
Fo	: Fourier sayısı

PİŞİRMENİN SAYISAL MODELLENMESİ

ÖZET

Tez çalışması kapsamında, ev tipi fırınlarda turbo modda muffin kek pişirmenin ısı ve kütle geçişi modellenmiştir. Buna ek olarak, kek pişirme sırasında meydana gelen dinamik olaylar da incelenmiştir.

Muffin kek pişirme sırasında ısı ve kütle geçişine ek olarak gözle görülür bir takım değişimler de meydana gelmektedir. Fırın içerisindeki kek hamuru, meydana gelen kimyasal reaksiyonların etkisiyle kabarak şekil değiştirmektedir. Böylece pişme sırasında hacim değişikliği, buna bağlı olarak ısı ve kütle geçiş yüzey alanı değişmektedir. Deneysel olarak, yüzey sıcaklığı 100°C civarına eriştiğinde kabarmanın durduğu gözlemlenmiştir. Yapılan literatür araştırmaları sonucunda bu durumun kabuk oluşumu ile ilişkili olduğu belirlenmiştir. 100°C sıcaklıkta yüzeydeki su zerrecikleri faz değiştirmektedir. Kütle kaybı sırasında hamur yüzeyi kurumakta ve sertleşmektedir. Böylece kabuk oluşmaktadır. Kabuğun oluşumundan sonra kabuk rengi koyulaşmaktadır ve iç kısımlardan farklı bir renk değeri almaktadır. Kabarma, kabuk oluşumu ve renk gibi parametreler, ısı ve kütle geçişi sebebiyle meydana gelen dinamik değişikliklerdir.

Genel olarak kek pişirme prosesi incelendiğinde; pişirme sıcaklığı, hamurun başlangıç sıcaklığı ve başlangıç özgül nemi, ortamın özgül nemi, fırın içi hava hızı, kek hamurunun termofiziksel özellikleri (ısı iletim katsayısı, kütle yayılım katsayısı gibi) girdi parametrelerdir. Kekin son sıcaklık değeri, kütle kaybı, kabarma miktarı, kabuk oluşumu ve renk değişimi ise çıktı parametrelerdir.

Tez çalışmasının birinci bölümünde kek ile birlikte, hamur içeriği ve yapısı keke çok benzeyen ekmek başta olmak üzere fırıncılık ürünlerinin pişirilmesi sırasında oluşan ısı ve kütle geçişinin modellenmesi ile ilgili literatür araştırması yapılmıştır. Ayrıca yükseklik, hacim değişimi ve renk değişimi gibi dinamik değişimlere yönelik literatür araştırması da yapılmıştır. Böylece modelleme çalışmaları kapsamında; incelenmesi gereken parametreler, deney düzeneği kurulumu, pişirme sırasında meydana gelen dinamik değişiklikler ve modelleme üzerine yapılmış çalışmalar incelenmiştir.

İkinci bölümde; kurulan deney düzeneği, ölçüm aletleri ve metodları anlatılmıştır. Üst yüzey ortalama sıcaklığı, kütle kaybı, kabarma sonucu kek üst yüzeyi ile tabanı arasında oluşan yükseklik farkı ve üst yüzey ortalama renk değeri değişimi ölçülmüştür. Ölçümler, deney başlangıcından itibaren kek hamurunda meydana gelen değişimlerin belirli aralıklarda ölçülmesi ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca nem ölçüm cihazı kullanılarak kek hamurunun toplam kütlelerinin içerdiği nem oranı belirlenmiştir. Bunlara ek olarak deneysel bulguların hata analizi için belirsizlik analizi yöntemi kullanılmıştır.

Üçüncü bölümde, farklı pişirme sıcaklıklarında gerçekleştirilen deneylerin sonuçları paylaşılmıştır. Pişirme sıcaklığı, pişirme işleminin temelinde yer alan önemli bir parametredir. Çünkü sadece pişirilmekte olan kekin sıcaklığını değil; kütle kaybı, kabarma ve yüzey renk değişimini de etkilemektedir. Farklı pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deneyler incelendiğinde, pişirme sıcaklığı sebebiyle çıktı parametrelerde meydana gelen değişimler daha net görülmüştür. Bu sebeple deneyler, belirlenen farklı pişirme sıcaklıklarında gerçekleştirilmiştir. Her bir pişirme sıcaklığı için deneyler üç tekrarlı olarak gerçekleştirilmiştir.

Dördüncü bölümde analitik ve sayısal modelleme çalışmalarına yer verilmiştir. Analitik modelde açısız simetri kabulü ile silindirik koordinatlarda aksel ve radyal yönde, zorlanmış ısı ve kütle taşınımı göz önünde bulundurularak, geçici rejimde ısı ve kütle geçişi ayrı ayrı modellenmiştir. Analitik model için gerekli olan kabullerin çözüm için yeterli olmaması üzerine çalışmalara sayısal modelleme ile devam edilmiştir. Eşzamanlı ısı ve kütle geçişi denklemi sayısal olarak çözülmüştür. Sayısal modellemede, geçici rejimde silindirik koordinatlarda, zorlanmış ısı ve kütle taşınımı göz önünde bulundurularak modelleme çalışmaları yapılmıştır.

Son bölümde oluşturulan modeller, gerçekleştirilmiş olan deneysel çalışmalar ile kıyaslanmıştır. İlk önce deneysel veriler ile analitik ve sayısal model kıyaslanmıştır. Karmaşık bir proses olan kek pişirme işlemi için sayısal model, deneysel veriler ile uyum içinde olmuştur. Çünkü analitik modelin kısıtlayıcılığı sebebiyle çeşitli kabuller yapılmış olup, bu kabuller gerçeklikten uzaklaşmaya sebep olmuştur. Analitik çözümdeki kütle geçiş hesaplarında sadece suyun geçişi incelenebilmiştir. Sayısal modelleme için ısı ve kütle geçişinin birbirlerinden etkilendiği ve kabarma gibi önemli bir dinamik bir değişimin de hesaplara dahil edildiği bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Kabarma sebebiyle oluşan gözeneklerin ısı ve kütle geçişine etkisi de modele yansıtılmıştır. Ayrıca kütle geçişinde hem suyun hem de buharın geçişi hesaplanmıştır. Bu sebeple deneysel veriler ile sayısal model arasında uyumluluk gözlemlenebilmiştir. Sonuç olarak farklı pişirme sıcaklıklarında deneysel veriler ile kıyaslanacak modelin, sayısal model olmasına karar verilmiştir. Çıktı parametrelerden sıcaklık, kabarma ve kütle kaybı ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Pişirme sıcaklığı değeri yükseldikçe renk değişiminde diğer parametrelerdeki kadar uyumlu sonuç gözlemlenmemiştir.

NUMERICAL MODELLING OF BAKING

SUMMARY

In this master thesis, heat and mass transfer model of baking muffin cake by a household oven is investigated and the results of the model and experimental data are compared with each other. The dynamics of baking are also investigated and entegrated to numerical model.

While baking muffin cakes, some other changes are observed, in addition to heat and mass transfer. Chemical reactions make the cake dough rise so the shape of dough changes while being cooked. As a result of this situation, value of volume rises, so the heat and mass transfer area value gets greater. It's experimentally determined that dough stops rising when the top surface average temperature is about 100 °C. According to literature survey, it is known that this situation is related with the crust formation. While the surface of the dough is about 100°C, the crust formation occurs because of phase change of the water particles on the surface. Crust of the cake gets harder texturally because of water loss. As a result, dough surface loses its elasticity and resistance occurs against dough rise. After the crust occurs, the surface color gets darker. Finally, the color of crust becomes different than crumb. Parameters like rise of the dough, crust formation and color difference are some examples of dynamics of baking as an effect of heat and mass transfer.

Generally, the input parameters of cake baking process are accepted as cooking temperature, initial temperature and initial specific mass of cake dough, specific mass of ambient, the speed of the air inside oven and some thermophysical properties of cake dough, for example coefficient of heat conduction, coefficient of mass diffusion... The output parameters of baking process are the last temperature value, mass loss, height difference according to rise of dough, crust formation and color difference of cake.

In the first section of the thesis, literature survey was made which includes heat and mass transfer of baking process of cake dough and other baking products that has similar ingredients with cake dough. Also dynamics of baking process like increase of height and volume of dough, color difference in crust were included to the literature survey. Within the scope of literature survey; the parameters that have to be investigated, experimental setup of testing apparatus, measurement techniques of inputs and outputs of baking dynamics, heat and mass transfer models of baking process were researched.

In the second section of the study, experimental setup, testing apparatus and measurement techniques were explained. Average value of top surface temperature, mass loss, height difference value between top and bottom surface of cake which changes according to the rising of the dough while cooking, and average color value

of the top surface of the cake. These parameters are measured from beginning to end of the experiments in a time period.

Duration for the experiments were determined as forty minutes for each experiment. Time periods to measure the output parameters were determined as two minutes for each experiment. Also a standard ingredients list was prepared for the experiments. Each ingredient in cake dough had fixed mass value. That's why there was no ingredient added to dough which measured with spoon, teaspoon or cups. Ingredients bought from supermarket were always same brand and same product to contribute the standardization of ingredients list. For every experiments, cake dough was poured in to paper cake moulds to prepare twenty muffin cakes. All moulds filled with cake dough were measured to check whether each of their mass value was equal to determined mass value.

Center temperature of oven cavity was accepted as cooking temperature. Before baking was started, center temperature of oven cavity was measured to check whether it was equal to targeted cooking temperature.

While baking, in every two minutes, one of the muffin cakes was taken out of oven cavity to measure its average value of top surface temperature and last mass value. Muffin cakes which were taken out from oven cavity were discarded and the experiments continued with the remaining muffin cakes in the oven cavity. Muffin cakes were taken out in same order in each experiment. While taking them out of oven cavity one by one in every two minutes during forty minutes long experiments, the center temperature of oven cavity decreases caused by opening and closing the oven door. This decrease in center temperature value was measured. While modelling cake baking process, this situation was considered.

An experimental setup was prepared to avoid the loss of surface temperature and last mass value of muffin cakes while muffin cakes were taken out of the oven cavity in each two minutes time period. A thermal camera and a precision scale were located next to oven. Precision scale was viewed by thermal camera. When a muffin cake was put on the precision scale, both average value of top surface temperature and last mass value of muffin cake were measured without losing time. These values were recorded simultaneously by a computer which was connected with thermal camera and precision scale. After measuring average value of top surface temperature and last mass value, the height of muffin cake was measured by a caliper. Height value is defined as it is the distance between the top and bottom surface of muffin cake. After measuring the average value of top surface temperature, mass loss and height value of twenty muffin cakes during forty minutes long experiments, they were lined up inside an image processor. Muffin cakes were lined up like they had been lined up on tray before experiments. After the image process, color values were detected in BSI color scale unit. In addition to these experimental setup information, it should be remarked that moisture ratio of muffin cake dough was measured by a moisture analyser device to calculate specific humidity.

In the third part of the study, the results of experimental studies were shared. Input and output parameters and the relations between them were explained. Three different cooking temperature values were selected while making experiments. Cooking temperature is a very important input parameter in baking process. It is not just effective in temperature increase of muffin cakes. It affects mass transfer and

chemical reactions for rising of cake dough. It's also effective in color transformation of dough. It triggers the baking process. This parameter affects all output parameters of baking process. When experimental results were analysed, it was seen that cooking temperature difference affected all output parameters.

It was determined that the temperature value of top surface increases more quickly and its color gets darker if cooking temperature increases. Also mass loss rate gets greater and cakes rise more. In addition to all these information, in section three, uncertainty analysis study was made.

In the fourth section of the thesis, the analytical and numerical models were explained. Muffin cake geometry was assumed to be cylinder for the models. While modelling the heat and mass transfer of baking process analytically, azimuthal symmetry was assumed and convective heat and mass transfer conditions were considered. Model was based on unsteady conditions. Heat and mass transfer were solved separately. Results of analytical model was not compatible with experimental data. Analytical model had too many assumptions. Temperature and mass loss rate trends of analytical model were not similar to experimental data. This model was so restrictive for modelling baking process. That's why studies were continued with numerical modelling. Also numerical model was based on unsteady convective heat and mass transfer conditions. Heat and mass transfer were conjugated in numerical model. Also dough rising, an important parameter, was adapted to numerical model. Cake dough involves baking powder so dough rises for a while and then it stops rising in baking process. That's why the heat and mass transfer area changes in cake baking process. This is the reason that cake height is an important parameter. In analytical model, mass transfer included only water diffusion. But in numerical model, mass transfer included both liquid water and water vapor transfer. Water vapor filled the pores which are inside cakes. Also thermophysical properties of muffin cake were affected by simultaneous thermophysical changes in cake dough. These situations were adopted to numerical model.

In the fifth section, the results of analytical and numerical models were compared with experimental results to select the appropriate model. Only average value of top surface temperature and mass loss rates were compared at the beginning. Baking is a complicated process so data from numerical model fit well with experimental results. As mentioned in previous paragraph, heat and mass transfer area increases while baking. When the cake height value before baking and after baking process finished were compared, it was determined that cake height value gets at least two times greater. While cake rises, pores occur. Mass loss, temperature value and porosity directly effects thermophysical properties. Heat conduction coefficient and specific heat capacity was calculated according to simultaneous mass, temperature and porosity values in numerical modelling. Also mass transfer involved liquid water and water vapor. These are the reasons why numerical model fit well with experimental results. The numerical model was chosen to compare with experimental results. In the second part of section five, numerical model and experimental results were compared. Not just average value of top surface temperature and mass loss rates, also cake rising ratio (according to first height value) and color values (in BSI color scale unit) were compared.

When numerical model and experimental results were compared, average value of top surface temperature, mass loss rate, cake rising ratio data (according to first

height value) were compatible. Average value of top surface color was not as compatible as other output parameters when cooking temperature value gets greater. But trends in average value of top surface color look similar when numerical model and experimental results are compared.

1. GİRİŞ

Tez çalışması, pişirme sırasında gıdada meydana gelen değişikliklerin belirlenmesi ve elde edilen sonuçların modellemede kullanılmasına yönelik çalışmaları kapsamaktadır.

Tez çalışması sırasında, fırıncılık ürünlerinden kekin ısı ve kütle geçişi modellenmiştir. Kek pişirme sırasında ısı ve kütle geçişinin yanı sıra; kabarma, renk değişimi gibi etkiler de incelenmiştir.

Kek; içeriğindeki şeker ve sıvı (yumurta,süt, su) miktarı kütsel olarak una kıyasla daha fazla olan, ekmeğin daha şekerli hali olarak tanımlanmıştır. Fırıncılık ürünleri arasında yapımı en kolay olan ürünlerden biri olarak bilinmektedir. Tepsi ya da kalıp içerisinde pişirilerek farklı şekil ve hacimlerde ürün elde edilebilmektedir. Sulu hamurların viskoz değerleri, kek hamurunun serbest olarak pişmesindense kalıp ile pişirilmesi gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır [1].

1.1 Tezin Amacı

Tez çalışmasının amacı, kabaran gıdalarda pişirme sürecinin öğrenilmesi ve bu sürecin modellenmesidir. Pişirmenin modellenmesi ile yeni şasi ve fırın tasarımlarında; metal prototip öncesinde pişirme sonuçlarının nasıl olacağına dair bilgi elde edilebilecek, prototip fırın ve yoğun pişirme deneyi ihtiyacı azaltılacaktır. Proje amaçları doğrultusunda pişirmenin modellenmesi için ihtiyaç duyulan parametreler ve ölçüm metodları literatür araştırması sonucunda belirlenmiştir. Elde edilen bilgiler doğrultusunda; yapılan deneyler, parametrelerin değişimi ve birbirleriyle olan ilişkileri incelenmiştir.

1.2 Literatür Araştırması

Literatür araştırması, pişirme sırasında gıdada meydana gelen değişikliklerin belirlenmesi ve elde edilen sonuçların modellemede kullanılmasına yönelik

çalışmaları kapsamaktadır. Literatür çalışması sırasında; ısı ve kütle geçişinin modellenmesi, kabarma sebebiyle gerçekleşen yükseklik değişimi yani hacim değişimi, kabuk kalınlığı ve renk değişimi incelenmiş olan konu başlıklarıdır.

1.2.1 Isı ve kütle geçişinin modellenmesi

Fırıncılık ürünlerinin hazırlanışı pişirme esaslı olduğundan, en önemli girdi parametre sıcaklıktır. Ürünün ısı iletim katsayısı ve sahip olduğu hacim, ısı geçişini doğrudan etkilemektedir. Ayrıca kek hamurunun pişirilmesi gibi durumlarda ısı taşınımı da oldukça önemli bir parametredir. Isı geçişi, ürün kalitesini doğrudan etkileyen nem kaybını ve kekin hamurdan süngerimsi yapıya geçişini doğrudan etkilemektedir [1].

Sakin vd. [2] tarafından yapılan çalışmalarda cup kekin pişirilmesi sırasında ısı ve kütle geçişi modellemeye yönelik (Şekil 1.1) deneysel çalışmalar yapılmıştır, ardından modelleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

Deneysel çalışmalar sırasında çok kanallı dataloggerlara bağlı j tipi termokupllar, keklerin farklı noktalarında sıcaklık ölçümleri için kullanılmıştır. En üst noktadan veri alınırken termokupl, hamurun en üst noktasında, ısı ve kütle geçişini etkilemeyecek biçimde yerleştirilmiş olup, hamura batmadığı gözlemlenmiştir. Kek yüksekliğindeki değişim kumpas ile incelenmiştir.

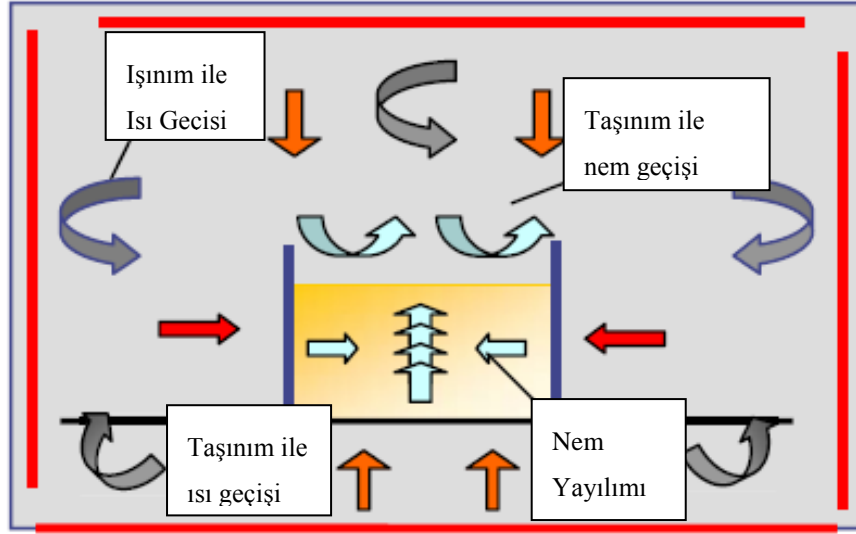
Turbo modda yapılan pişirme deneylerinde, üç farklı pişirme sıcaklığında (135°C - 180°C - 225°C) deneyler gerçekleştirilmiştir. Fırın duvarlarında sabit sıcaklık, sabit radyasyon değeri elde etmek amacıyla fırın ön ısıtma işlemine tabi tutulmuştur.

Ohaus MB200 nem ölçüm cihazı ile nem tayini gerçekleştirilmiştir. Kekin tamamının ve kabuğunun nem değeri bulunmuştur.

Deneyler sırasında numunelerin farklı pişirme sürelerinde incelenebilmesi için, numuneler belirli aralıklarda fırından çıkarılmışlardır. İncelenen yarı mamul halindeki numuneler, sonrasında yok edilmiştir. Pişirmenin etkisinin zamana bağlı değişimi incelenirken, belirlenmiş her pişirme süresi için yeni numune kullanılmıştır. Her yeni numune ile yeni deneyler yapılmıştır.

Modelleme çalışmaları sırasında kek bir silindir olarak düşünülmüş olup, açısız simetri kabulü yapılmıştır. Kekin kalıba temas eden dış yüzeylerinin sıcaklığı iç

bölgelere kıyasla daha çabuk artar. Nem, kekin üst yüzeyine doğru hareket etmektedir ve taşınım yolu ile kekin üst yüzeyinden ayrılmaktadır.



Şekil 1.1 : Sakin vd. modellemelerinde kullandığı ısı ve kütle geçiş mekanizması [2].

Therdthai vd. [3] tarafından, endüstriyel bir fırında ekmek pişirme incelenmiştir. İki boyutlu ve daimi yaklaşımın yetersiz olduğu belirtilmiştir ve geçici rejim üzerinden üç boyutlu CFD çalışması gerçekleştirilmiştir.

Pişirme sırasında, değişikliklerin sıcaklık ve neme bağlı olarak değiştiği belirtilmiştir. Hamura kıyasla, iç kısımların nem değerinin, merkezdeki yoğunluktan dolayı, fazla değişmediği fakat yoğunluk, özgül ısı ve iletim katsayısında değişimin meydana geldiği belirtilmiştir. Yüzey sıcaklığı 100°C'yi aştığında üst yüzeyde kabuk oluştuğu belirtilmiştir.

Purlis vd. [4,5] tarafından, ekmek pişirme işleminin matematiksel modellenmesine yönelik deneysel ve sayısal çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Deneysel çalışmalarda incelenen parametreler arasında sıcaklık, nem miktarı, kabuk kalınlığı vardır.

Yazarların başka makaleleri inceleyerek çıkarmış oldukları proses adımları şunlardır:

1. Gözeneklerin sıcak olduğu yerlerde bulunan su, gizli ısı için yeterli gelecek ısıyı çeker ve buharlaşır.
2. Su, gözeneklerden geçer.
3. Gözeneklerin soğuk olduğu yerlerde çektiği gizli ısıyı geri verir.

4. Isı ve kütle geçişi, iletim ve yayılım ile aktarılır.

İki farklı pişirme modu tercih edilmiştir. Statik modda ve turbo modda (0.9 m/s) 180, 200, 220 °C sıcaklıkta deneyler gerçekleştirilmiştir. Sıcaklık T tipi termokupl ile ölçülmüştür. Termokuplar bir dataloggera bağlanmıştır. Her 5 saniyede bir ölçüm alınmıştır. Ekmek içindeki toplam su miktarı, 80°C sıcaklıktaki bir vakumlu fırına verilmiş olup, kütle değişimi durana dek pişirilmeye devam edilerek bulunmuştur. Kabuk kalınlığı kumpas ile ölçülmüştür. Yapılan deneylerde kaydedilen verilerin ortalaması alınarak ortalama değerler saptanmıştır. Pişirme sırasında kütle kaybı, her beş dakikada bir, tepsi ile birlikte çıkarılan numunenin kütlesinin ölçümü ile saptanmıştır. Her ölçme süresi yaklaşık 5 saniye sürmüştür. Her bir test daimi rejimde ikişer defa yapılan ölçümler sonucunda veri olarak yansıtılmıştır.

Matematiksel modelleme yapılacakken, ekmeğin üç farklı yapı içerdiğinin unutulmaması gerektiği belirtilmiştir:

1. İç kısım: Nemli iç bölgedir, sıcaklık 100°C'yi aşmaz ve dehidrasyon gözlenmez.
2. Kabuk: Sıcaklığın 100°C'yi aştığı, kuru bölgedir. Dehidrasyon gerçekleşir
3. Buharlaşma cephesi: Kabuk ile iç kısım arası bölgedir. 100°C civarında sıcaklık vardır ve su buharlaşır.

Buharlaşma cephesi, hareket eden bir ara yüzey olarak adlandırılmıştır. Buharlaşma cephesinde faz değişiminin meydana geldiği belirtilmiştir. Donma ya da diğer faz geçişlerinin olduğu pek çok proseste, mesela metal dökümü, buz imalatı, gıdaların dondurulması ya da eritilmesi, kızartma, yüksek sıcaklıkta kurutma bunlardan bazılarıdır. Bütün bu proses hareket eden sınır tabaka problemi (MBP-Moving Boundary Problems) olarak adlandırılır. Buharın kurumuş bölgeden yayılımı, yukarıdaki ikinci gruba örnektir. Ekmeğin bu sebepten dolayı MBP olarak kabul edileceği bildirilmiştir.

Matematiksel olarak bir MBP (Stefan problemi olarak da adlandırılabilir) zamana bağlı problemdir. Sınır tabakanın zamana ve yere bağlı fonksiyon olarak belirlenmesi gerektiği söylenmiştir.

Makalede tarif edilen MBP formülasyonu temel alınarak, ekmek pişirmenin matematiksel formülü çıkarılmıştır. Ara yüzün belirlenmesi için bahsi geçen çıkarımlara herhangi bir deneysel katsayı eklemeye gerek yoktur. Ayrıca ekmekteki buharlaşma cephesi olarak tarif edilen bölge için herhangi bir ilave koşula ihtiyaç olmadığı söylenmiştir.

Ayrıca, matematiksel modelleme için aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

1. Kontrol hacmi homojen ve süreklidir. Termofiziksel özelliklere ortamın gözenekli oluşu da eklenmiştir.
2. Pişirme boyunca hacim değişimi ihmal edilmiştir.
3. Yerel termodinamik eşitliklere yer verilmiştir.
4. Yüzeyden hacim merkezine doğru, Fourier kuralına uygun olacak biçimde ısı iletimi gerçekleşmektedir. Ancak ısı iletimi buharlaşma-yoğuşma mekanizmasına uygun olarak ele alınmıştır.
5. Fırın içi havadan ekmeğe geçen enerji, taşınım ve ışıınım ile gerçekleşmiştir.
6. İç kısımda sadece sıvının yayılımı ve kabukta da sadece buhar yayılımı kabulü yapılmıştır.
7. Su, halen sıvı haldeyken, su yoğunluğu gradyanına bağlı olarak merkezden buharlaşma cephesine doğru yol alır. Bu durum Fick kanununa uygun biçimde gerçekleşmiştir.
8. Su, 100°C'de buharlaşır.
9. Su buharı, kaviteye taşınım ile aktarılmıştır.

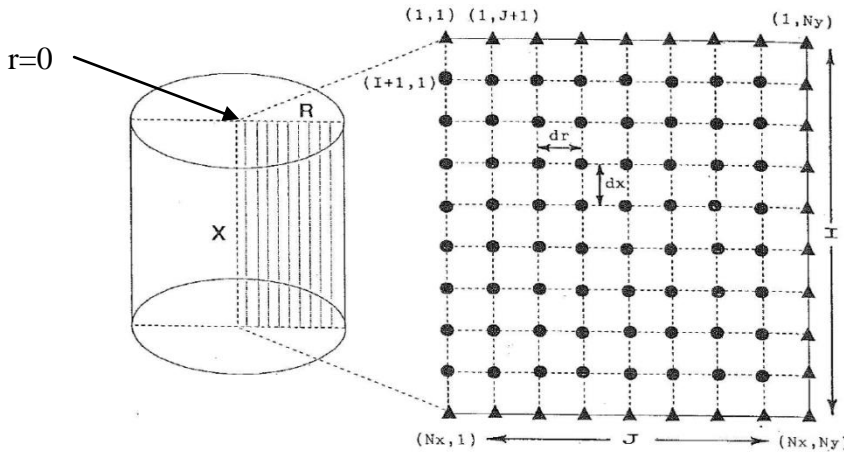
Buharlaşma-yoğuşma, gözenekli ortamın karakteristik mekanizması olarak ele alınmıştır. Sıcaklık 100°C'ye ulaşına dek, ortam ister kapalı (hamur) olsun ister açık (iç kısım), bu mekanizmanın devam ettiği görülmüştür. Ayrıca ekmek pişirme prosesinde gitgide gelişen buharlaşma cephesi varlığı, gelişmekte olan ara yüz, dış kabuğu oluşturmuştur. Yapısal özelliği gereği su buharının ekmekten fırın kavitesine geçişine engel olan kabuk, iç kısmı dehidrasyondan korumuştur.

Son olarak bu çalışmadaki matematiksel modellemenin bisküvi, kek ya da başka ekmek tipleri gibi çeşitli fırıncılık uygulamalarında kullanılabileceği belirtilmiştir.

Zanoni vd. tarafından ekmeğin pişirme işleminin modellenmesine yönelik deneysel [6] ve sayısal [7] çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Deneysel çalışmalar kapsamında sıcaklık, nem, hacim ve kabuk kalınlığı değişimi incelenmiştir.

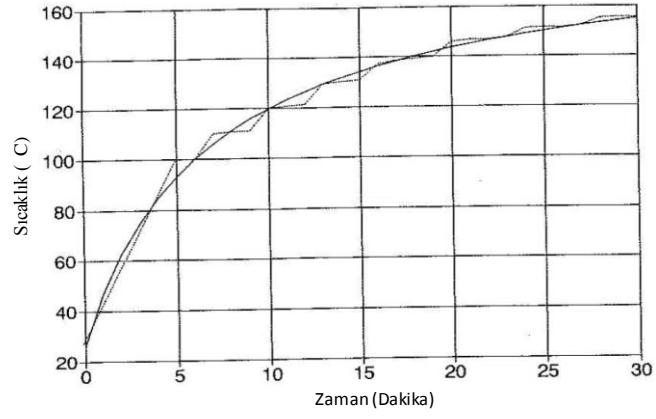
Ekmeğin sonlu bir silindir (Şekil 1.2) olarak düşünülmüştür. Yükseklik X , çap R ile gösterilmiştir. İncelenmekte olan silindir model, dikdörtgenel kesit alanı ile hesaplanmıştır. Bu alanda dik uzunluk yani yükseklik ile radyal değişim için elemanlar I ve J olarak belirlenmiştir.



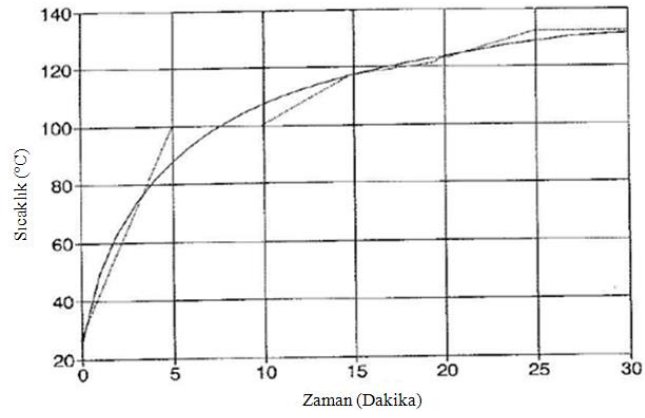
Şekil 1.2 : Sayısal çözümde ısı ve kütle geçişi için kullanılmış olan dikdörtgenel kesit [7].

Çalışmanın devamında, belirlenen sınır koşullara bağlı olarak ve Fortran programı kullanılarak hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Kullanılan temel denklemlerin yanı sıra bazı önemli parametrelerin hesaplama yöntemleri verilmiştir. Isı iletim katsayısı, suyun ve hamurun katı kısmının ısı iletim katsayılarından yola çıkılarak bulunmuştur. Su ve katının ısı iletim katsayısı değerleri ise doğrudan başka makalelerden alınmıştır. Deneysel veriler ile hesaplama sonucu elde edilen veriler karşılaştırıldığı zaman, yapılan matematiksel modele ve bu çalışma için elde edilmiş olan termofiziksel sabitlere bağlı olarak, gerçek ısı ve kütle geçişi eğrilerine tatmin edici biçimde yaklaşıldığı belirtilmiştir.

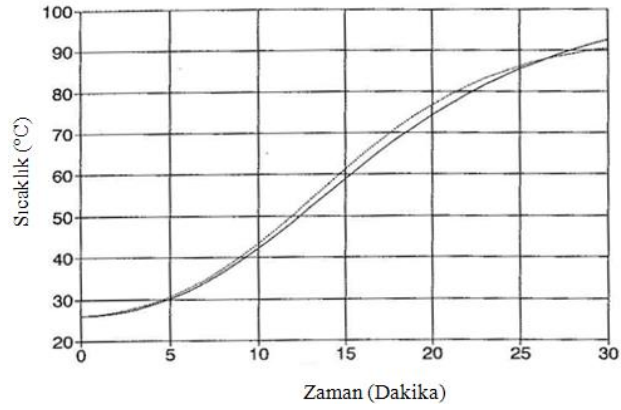
Kesikli çizgiler model sonuçları ve düz çizgiler deneysel sonuçlar olmak üzere çalışmanın sonuçları Şekil 1.3, Şekil 1.4 ve Şekil 1.5 ve Şekil 1.6'da verilmiştir.



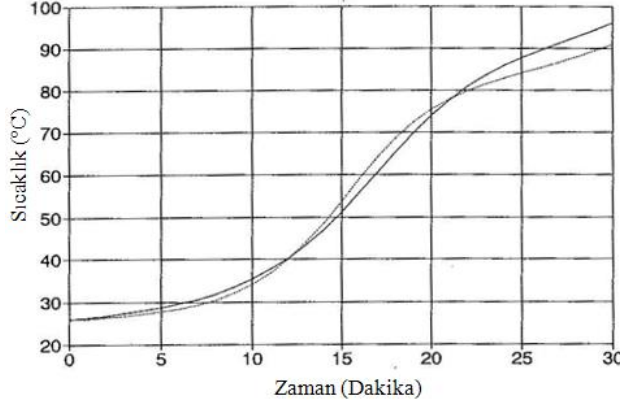
Şekil 1.3 : Üst yüzey için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].



Şekil 1.4 : Alt yüzey için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].



Şekil 1.5 : Üst yüzeyden 2 cm aşağısı için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].



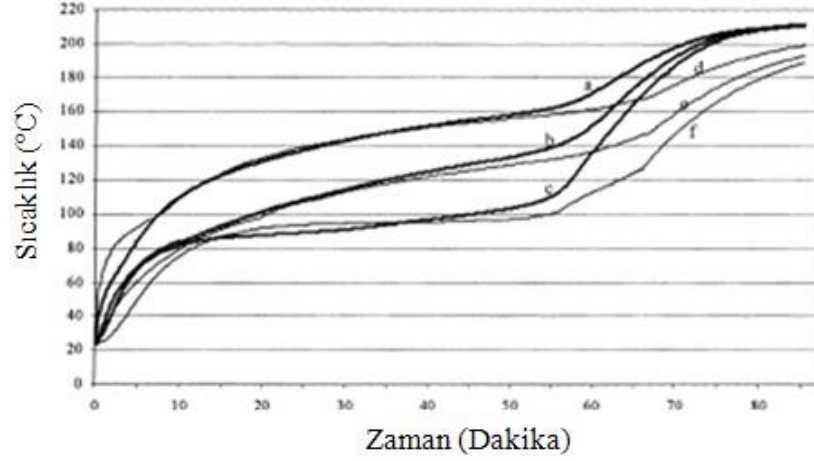
Şekil 1.6 : Alt yüzeyden 3 cm yukarısı için hesaplanan ve deneysel sıcaklık profili ($r=0$) [7].

Thorvaldsson vd. [8] tarafından ekmeğin iç kısmından alınmış olan $12 \times 12 \times 2 \text{ cm}^3$ hacminde bir numunenin merkez, üst yüzey ve merkez-üst yüzey arası mesafede ısı ve kütle geçişi incelenmiştir. Yapılan deneysel çalışma ile matematiksel model kıyaslanmıştır.

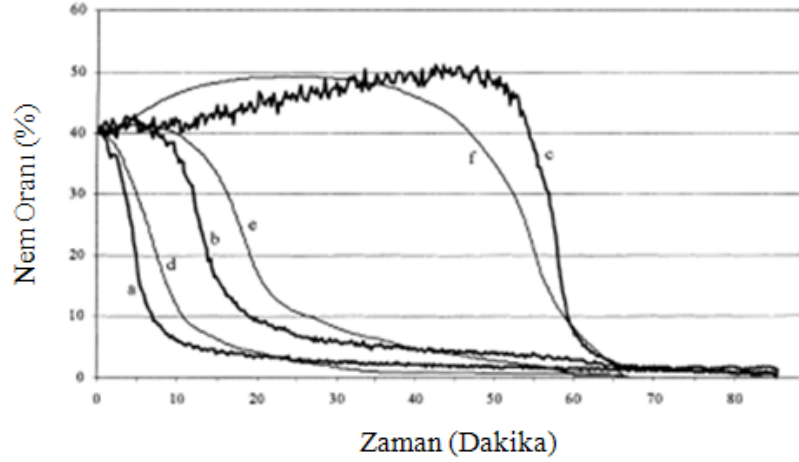
Yapılan matematiksel model tek boyutludur, ısı ve kütle geçişinin bir arada olduğu kabulü yapılmıştır. Üç çeşit denklem kullanılmıştır. Denklemlerden biri enerjinin, biri su buharının, biri de sıvı suyun transportunu hesaplamaktadır. Isı geçişinin, suyun kek yüzeyini terk etmesi sebebiyle oluşan buharlaşma gizli ısısından etkilendiği belirtilmiştir. 25°C ve %40 nemli bir ortamda, ekmeğin tahmini karakteristik değerleri ile sıcaklık ve özgül neme bağlı termofiziksel özellikleri bir tablo halinde verilmiştir.

Deneysel sıcaklık ölçümü termokupullar ile gerçekleştirilmiştir. Nem için ise fiber optik NIR kullanılmıştır. Merkez, üst yüzey ve merkez-üst yüzey arası mesafede yapılan ölçümler ile kurulan matematiksel model kıyaslanmıştır. Yaklaşık 55 dakikalık pişirme süresince sıcaklık değerlerinde uyumluluk gözlenmişken, daha sonra deneysel veriler ile uyumsuzluk görülmektedir. Nem ölçümünde ise merkez nokta haricinde, belirli bir süreye kadar uyumluluk gözlemlenmiştir.

Şekil 1.7'de, ölçülen üst yüzeye ait sıcaklık (a), ölçülen üst yüzey-merkez nokta arası sıcaklık (b), ölçülen merkez noktaya ait sıcaklık (c), hesaplanan üst yüzeye ait sıcaklık (d), hesaplanan üst yüzey-merkez nokta arası sıcaklık (e), hesaplanan merkez noktaya ait sıcaklık değerlerinin değişimi (f) gösterilmiştir.



Şekil 1.7 : Sıcaklığa ait deneysel veriler ile modelin kıyaslanması [8].



Şekil 1.8 : Neme ait deneysel veriler ile modelin kıyaslanması [8].

Şekil 1.8'de ölçülen üst yüzey nem oranı (a), ölçülen üst yüzey-merkez nokta arası nem oranı (b), ölçülen merkez nokta nem oranı (c), hesaplanan üst yüzey nem oranı (d), hesaplanan üst yüzey-merkez nokta arası nem oranı (e), hesaplanan merkez nokta nem oranı (f) gösterilmiştir.

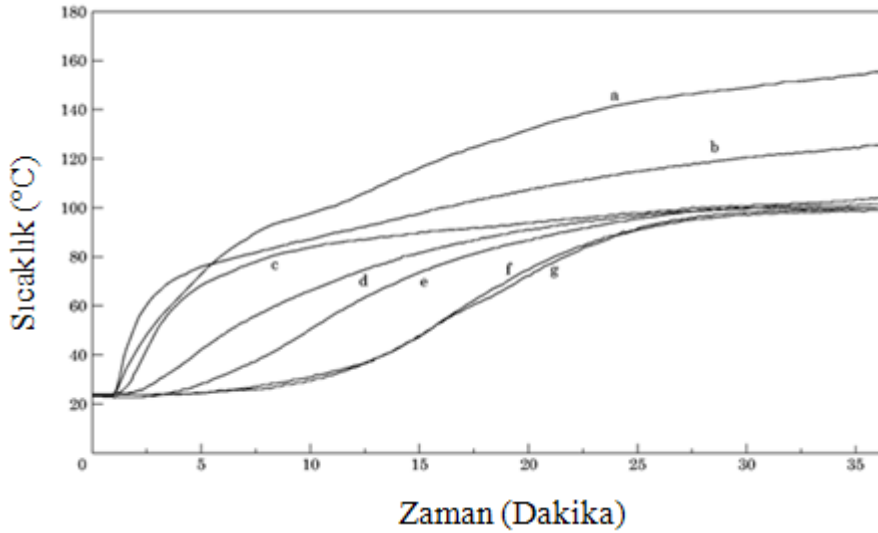
Makalede pişirme boyunca nem dağılımından da bahsedilmektedir. Pişme başladıktan sonra, hamurun dışının ısınmaya içeriden daha erken başladığı gözlemlenmiştir. Bu sırada hamur ise biraz kabarmış haldedir. Hamur içindeki buharın kısmi basıncı kenara yakın yerlerde daha fazlayken, merkezde daha azdır. Dolayısıyla pişirmeye yeni başladığında hareket büyük ölçüde ekmek merkezine doğru olur. (Merkeze yakın kısımlarda). Ekmek merkezine doğru hareketin

gerçekleştiği sırada bir miktar yoğunlaşmanın gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Bu sefer kek merkezinde su fazla olduğu için, suyun merkezden dışarı doğru hareket ettiği belirtilmiştir. Bu hareketin, buharın merkeze doğru yaptığı harekete kıyasla daha yavaş olduğu söylenmiştir. Sonrasında merkezdeki su da buharlaşmaya başlayacağı için bu kez dışarı doğru geçişin başladığı belirtilmiştir. Bu sırada ekmeğin kabarmıştır. Gözenekler açıldıkça buhar daha hızlı dışarı çıkmıştır.

Makalede, ısı iletim katsayısının literatürdekilere kıyasla daha küçük olduğu belirtilmiş olup, bunun sebebi olarak da suyun buharlaşması ve buharın yoğunlaşması olarak iki aşamalı işlem yapılmış olması gösterilmiştir. Bu makaledeki gibi birbirine bağlı pek çok parametre içeren çalışmalarda algoritma yazmanın, pişirmenin modellenmesinde kullanışlı olacağı belirtilmiştir.

Thorvaldsson vd. [9] tarafından suyun pişirme sırasında ekmeğin içerisindeki dağılımı, su hareketinin başlangıcı ve yönü incelenmiştir. İkinci bir amaç olarak ise ekmeğin içindeki su yoğunluğunun en belirgin olduğu yer belirlenmeye çalışılmıştır.

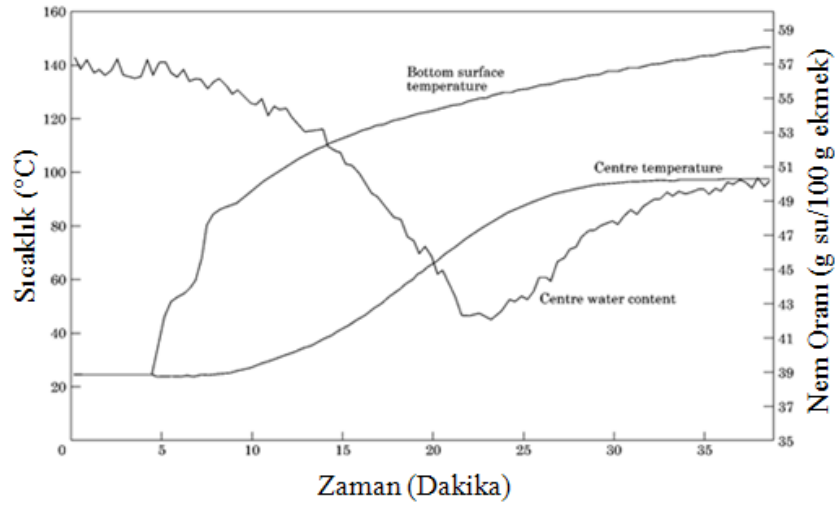
Ekmeğin yapımından kütle cinsinden standart tarif kullanılmıştır. Ölçümler için termokupullar ve fiber optik NIR kullanılmıştır. Ekmeğin içindeki nemin bölge bölge dağılımı, numuneye zarar vermeden incelenmiştir.



Şekil 1.9 : Ekmeğin içindeki sıcaklık değişimi [9].

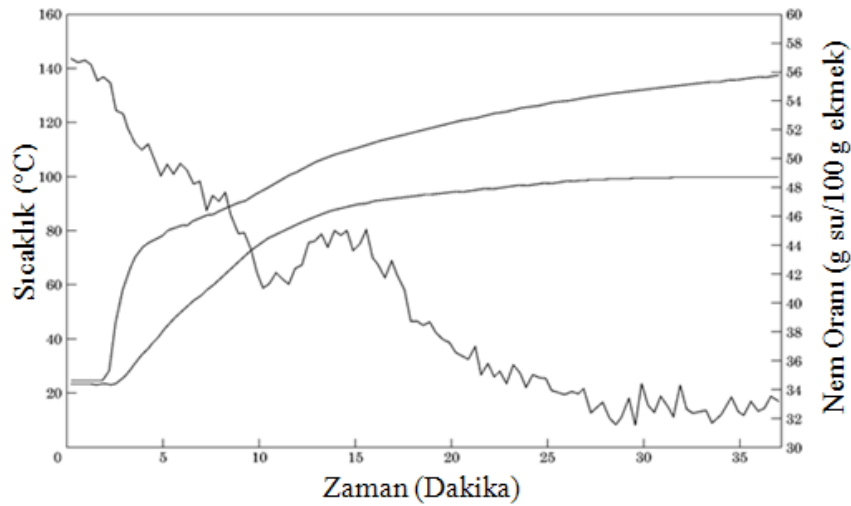
Şekil 1.9'da üst yüzey (a), alt yüzey (b), yan yüzey (c), alt yüzeyden 10 mm yukarısı (d), alt yüzeyden 68 mm yukarısı (e), merkez yani alt yüzeyden 46 mm yukarısı (f),

alt yüzeyden 35 mm yukarı (g) gösterilmiştir. Toplam yükseklik 90 mm olarak belirtilmiştir.



Şekil 1.10 : Ekmeğin merkez noktasında yapılan ölçümler [9].

Merkezde (Şekil 1.10) başlangıçtaki kütle azalma sürekli olmamıştır. Merkez sıcaklığın belirli bir değeri geçmesinden sonra, merkez bölgede nem oranı değerinde artış gerçekleşmiştir. Ayrıca üst yüzeydeki sıcaklık ve nem oranı da (Şekil 1.11) paylaşılmıştır.



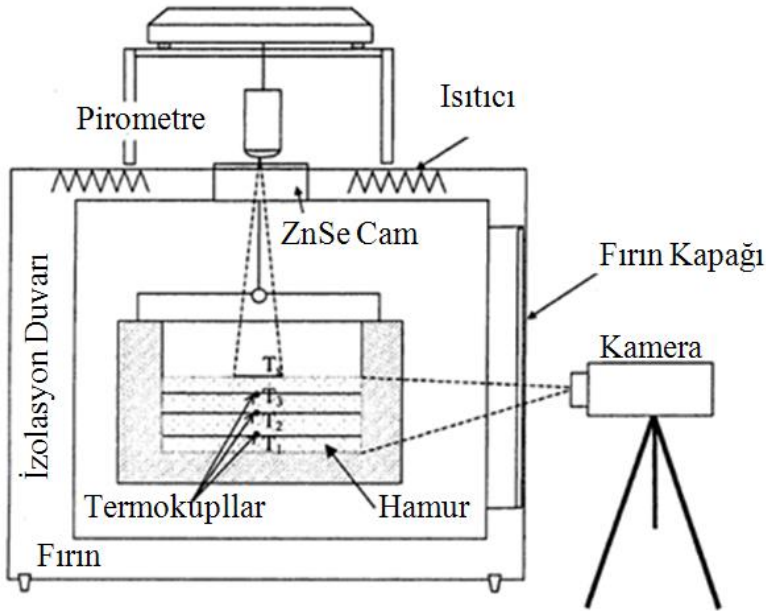
Şekil 1.11 : Ekmeğin üst yüzeyine 10 mm mesafede yapılan ölçümler [9].

Sonuç olarak ekmeğin merkezindeki su yoğunluğu pişirme süresince artış göstermiştir. Buna sebep olarak da yan yüzeylerdeki buharlaşma ve sıcaklık artışı gösterilmiştir. Merkeze doğru harekete geçen suyun, merkez noktanın kısmen daha düşük sıcaklıkta olması sonucu yoğunlaştığı belirtilmiştir. Merkeze doğru olan bu

hareketin $70\pm 5^{\circ}\text{C}$ 'de başladığı gözlemlenmiştir. Burada yapılan yorum, hamurun ekmeğe dönüşmeye, gözeneklilik oluşumu ile beraber ekmeğin iç kısımlarını oluşmaya başladığı anın, bu noktanın sıcaklığının $70\pm 5^{\circ}\text{C}$ 'den biraz önceki bir sıcaklık değerine ulaştığı an olarak belirtilmiştir. Merkezdeki değerleri yansıtan grafiğe bakıldığı zaman $70\pm 5^{\circ}\text{C}$ 'de başlayan artışın, 100°C 'ye ulaştığı anda durduğu belirtilmiştir.

Lostie vd. tarafından pandispanyanın pişirilmesine yönelik deneysel çalışmalar [10] ve modelleme çalışmaları [11] gerçekleştirilmiştir.

Şekil 1.12'de görüldüğü gibi, sıcaklık ölçmek amacıyla termokupl ve pirometre kullanılmıştır. Üç adet termokupl, izotermal plakalar ve kek kalıbı duvarında geçirilerek, tabandan itibaren 1,2,3 cm yukarıya doğru yerleştirilmiştir. Kek yüzeyi, yuvası çinko-selenyum malzemeden yapılmış pirometre ile ölçülmüştür. Yüzey emisivitesinin (ϵ) 1'e eşit olması için yüzey ince siyah (karbon) bir tabaka ile kaplanmıştır. Kalibrasyon amacıyla, üzeri fırın içi kaplama malzemesi ile kaplanmış olan bakır blok ile gerçekleştirilmiştir. Şekilde görüldüğü biçimde yerleştirilmiş elektronik terazi ile kütle kaybı ölçülmüştür. Video kamera ile kek hacmi değişimi incelenmiştir.



Şekil 1.12 : Deney Düzenegi [10].

Keklerin su aktivitesi cihaz yardımı ile ölçülmüşken, nem miktarları başlangıç anı ile keklerin kurutulması (4 saat-120 °C) sonucu elde edilen veriler doğrultusunda ölçülmüştür.

Sıcaklık ve nem değişimi incelenirken, pişirmenin iki kademeli olduğu belirlenmiştir. Pişirmenin ilk 10000 saniyesinde sıcaklık sürekli artmış olup, aslında sıcaklık 100°C'ye yaklaştıkça, sıcaklık gradyanı azalış göstermiştir. İkinci aşamada yani 10000 saniyeden sonra ise yüzey sıcaklığı artmaya devam ederken, merkez bölgede sıcaklık değerleri neredeyse sabit kalmıştır.

Nem değişiminde de benzer durum söz konusudur. İlk 10000 saniye ilk periyottur. Nem azalış hızı giderek artmıştır. 10000. saniyeden sonra kabuk oluşumu başladığı için nem kaybı hızı gitgide azalmıştır. Kek yüksekliğinin, sıcaklık 90°C'ye geldiğinde durduğu gözlemlenmiştir.

Modelleme çalışmalarında ısı ve kütle geçişi bir boyutlu olarak ele alınmıştır. İdeal gaz varsayımı yapılmıştır. Kızılötesi ışınlarla karşı opak cisim kabulü yapılmıştır. Suyun yüzeye geçişi ise Fick kanununa göre yapılmıştır.

Çalışmanın sonunda, bu çalışmanın 2 veya 3 boyutlu hale getirilip, daha doğru parametrelerin belirlenmesi ile endüstriyel kek simülasyonu yapılabileceği belirtilmiştir.

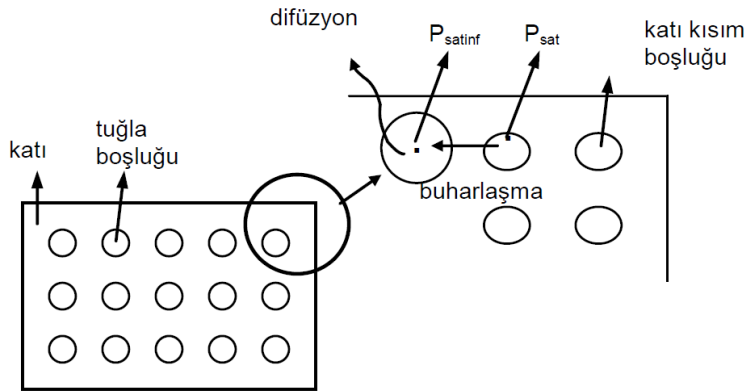
Ousegui vd. [12] tarafından ekmek pişirmenin modellenmesine yönelik çalışma gerçekleştirilmiştir. Isı ve kütle geçişinde kullanılan katsayıların; hamurun değişen sıcaklık, özgül nem ve gözeneklilik değerleri ile doğrudan ilişkili olduğu belirtilmiştir. Kütle geçişi, su ve buhar olmak üzere iki fazda ayrı ayrı çözümlenmiştir.

Carson vd. [13] tarafından, gözenekli gıdalarda efektif ısı iletim katsayısının belirlenmesine yönelik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, gıdanın barındırdığı bileşenlerin aralarındaki hacimsel oranları ile efektif ısı iletim katsayısı arasındaki ilişki incelenmiştir.

Baik vd. [14] tarafından kek hamurlarında kütle yayılım katsayısının belirlenmesine yönelik çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada 30x15x1 cm'lik tepsiye kek hamuru yerleştirilmiştir. Kek, tepsi yüzeyine dağıtılmıştır. Böylece kütle geçişi tek

boyutlu olarak incelenebilmiştir. Kek hamuru 40°C, 70°C, 100°C ve 200°C fırın sıcaklığında pişirilmiştir. Zamana bağlı kütle kayıp verilerinden yola çıkılarak ortalama yayılım katsayısı değerleri hesaplanmıştır.

Kayıhan [15] tarafından gerçekleştirilen çalışmada, fırınlarda enerji tüketiminde içinde nem kaynağı bulunan hacimlerde, eş zamanlı ısı ve kütle geçişi sayısal ve deneysel olarak incelenerek, hacime ait havalandırma sisteminin hacimdeki ısı ve kütle hareketleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Su emdirilmiş tuğla bu kabine yerleştirilerek tuğlanın kuruma süreci takip edilmiştir. Sonrasında tuğlanın kurutulması modellenmiştir. Isı ve kütle geçişinin modellenmesi aşamasında, kütle geçişi su ve buhar olarak ayrı ayrı ele alınmıştır.



Şekil 1.13 : Tuğladaki buharlaşma ve yayılım [15].

Su emdirilen tuğlanın içindeki boşluklarda bulunan havanın (Şekil 1.13) doymuş halde olduğu (%100 bağıl nem) kabul edilmiştir. Kabin içindeki havanın içerdiği nem daha düşük olduğu için, su buharının tuğla boşluklarından kabin içi havaya yayılımının gerçekleştiği kabul edilmiştir. Tuğlanın ısınması ile birlikte, katı kısımdaki su, buharlaşarak tuğlanın içindeki boşluklara geçip, yayılımla kabine geçen su buharının yerini aldığı belirtilmiştir. Bu sebeple kütle geçiş denkleminde bir kaynak terim eklenmiştir. Bunun için ASHRAE el kitabında yer alan ve poroz yapılarda yoğuşma ve kurutma durumlarında, yoğuşan su buharının ve buharlaşan su miktarının hesabını içeren basit “çiğ noktası” metodu (1.1) kullanılmıştır.

$$m_b''' = -\Gamma \frac{\Delta P}{\Delta y} \quad (1.1)$$

Burada m_b''' ; malzeme tabakasından geçen su buharı akısını, Γ ; malzemenin su buharı geçirgenliğini, ΔP ; katı yüzey ve hava arasındaki kısmi buhar basıncı farkını, Δy ise tabakanın kalınlığını göstermektedir. Geçirgenliğin birimi kg/sm^2 'dir. Buharlaşan su miktarının tuğla hacminde ifade edilebilmesi için yukarıdaki denklem “birim hacimdeki geçirgen yüzey alanı” (surface per unit volume (spv)) faktörü ile çarpılmıştır (1.2):

$$m_b''' = -\Gamma \text{ spv} \frac{\Delta P}{\Delta y} \quad (1.2)$$

Buharlaşma terimi, yukarıda anlatıldığı şekilde kütle geçişine dahil edilmiştir. Isı ve kütle geçiş modeli ile deneysel veriler arasında uyumluluk gözlemlenmiştir.

Temel vd. [16] tarafından, farklı pişirme koşulları altında kekin kabarmasının durma süresi ve kabarma miktarının belirlenmesine yönelik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Design of Experiment (DOE) yöntemi ile farklı pişirme koşulları altında muffin keklerin kabarma miktarları ve kabarmanın durduğu süreler ölçülmüştür. Elde edilen deneysel verilerle pişirme sıcaklığı, fan devri ve pişirme süresine bağlı olarak muffin keklerde kabarmanın durduğu süre ve kabarma miktarını veren korelasyonlar elde edilmiştir.

1.2.2 Yükseklik ve hacim değişimi

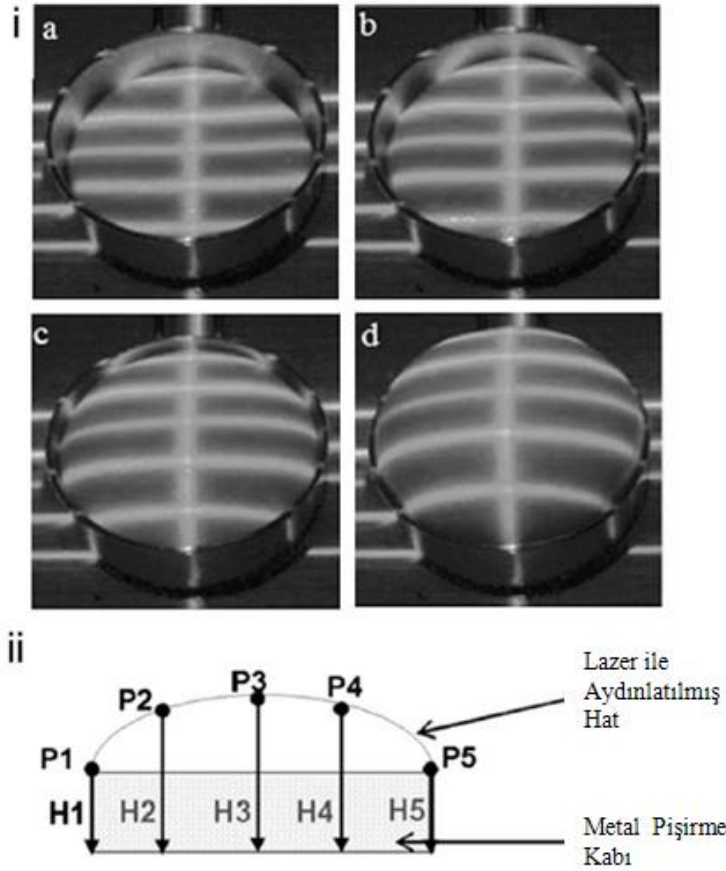
Gıdalarda önemli bir nitelik olan boyut ve şeklin, ısı ve kütle geçişi hesaplamalarında önemli bir parametre olduğu belirtilmiştir [17]. Gıdalarda boyutun yaklaşık olarak hesaplanacağı durumlarda basit bir ölçüm metodu seçmenin mümkün olduğu belirtilmiştir. Mayalı ürünlerin ve kalıpta pişirilmiş keklerin hacimleri inceleneceği zaman en pratik ölçümün yüksekliğin belirlenmesi ile olacağı belirtilmiştir. Sebep olarak kalıpta pişen numunenin zaten kalıp şekline uygun biçimde yükselmesi gösterilmiştir. Çünkü kalıp boyutlarının değişmemesi, kabaran numunenin sadece yukarı hareket etmesine sebep olmaktadır. Gazın hamur içinden dışarı doğru çıkma isteği ve bunun sonucu olarak da hamurun kabarması yükseklik değişiminin temel sebebi olarak gösterilmiştir [1].

Sakin vd. [2] kekin pişmesi sebebiyle oluşan kabarma miktarını kumpas kullanarak gerçekleştirmişlerdir.

Ktenioudakivd. [18] tarafından yoğunluk ölçümü amacıyla hamur hacminin ölçülmesine yönelik farklı yöntemler ele alınmıştır. Silikon yağa daldırma ve ışıklandırma ile görüntü üzerinden hacim ölçme, bu yöntemlerden ikisidir.

Silikon yağa daldırmayı esas alan yağ değişim metodu uygulanırken, başlangıçta metal bir çerçeveye bağlı kabloya tutturulmuş hamur örneği yerleştirilmiştir. Ceketli beher, su banyosu ile bağlantılı olacak biçimde ayarlanmıştır. Metal kabloya bağlı bulunan numune, içi silikon yağ dolu kabın hemen üzerine durmaktadır. Henüz batırılmamış haldeki ağırlık ile batırılmış haldeki ağırlıklar kaydedilmiştir. Buradan yola çıkılarak yoğunluk hesaplanmıştır.

Işıklandırma metodu ise (Şekil 1.14) 45 dakika boyunca mayalanan hamurun değişimini incelemek amacıyla yapılmıştır. Dizüstü bilgisayara bağlı bir adet dijital kamera, numuneye belirli bir mesafeden, belirli bir açı ile yerleştirilmiştir. Ölçümlerde her bir lazerin aydınlattığı yerin piksel genişliği ve silindir kek kalıbının ölçüleri bilindiği için, kalibrasyon faktörleri elde edilmiştir.



Şekil 1.14 : Lazer hattı ile ölçüm yöntemi [18].

Sonrasında bir yazılım ile (UTHSCSA v1.27) görüntüler beş dakikada bir takip edilerek, lazerlerin kesişim noktaları kayıt altına alınmıştır. JPEG formatında alınan bu görüntülerden beş adet lazer hattının da birbirlerine eşit uzaklıkta olan beş noktasından yükseklikleri hesaplatılmıştır. Elde edilen yüksekliklerden profiller elde edilmiştir ve Simpson kuralı ile hacim hesaplanmıştır. Son olarak kenarlarda kalan hesaplanmamış bölümler dikey pozisyonda bir silindire ait parçalar gibi düşünülmüştür. Böylece toplam hacim hesaplanmıştır. Toplam kütle bilindiği için yoğunluk kolaylıkla hesaplanmıştır.

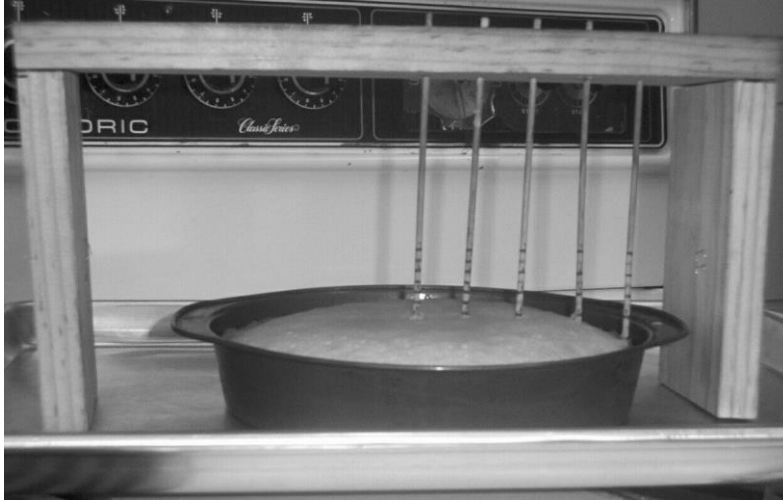
Cloke vd. [19] tarafından, kolza tohumu ile kek hacmi ölçümü üzerine çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Kolza tohumu ile hacim ölçümü sırasında, kolza tohumlarının kek yüzeyi için sert olduğuna ve kekin şeklini değiştirebildiğine dikkat çekilmiştir. Bu duruma önlem olarak kekler düşük sıcaklıklara soğutulmuştur. Böylece kekler sertleştirilmiştir. Bu durumda ise kek kabuğunun, hacim ölçümü sırasında ağırlıktan dolayı çatlayabileceği belirtilmiştir. Yapılan çalışmalarda bu sorun ile karşılaşmıştır. Keklerin hacimlerinin soğutulmaksızın, kolza tohumu ile ölçülmesi durumunda, keklerin üst bölgesi takip edilmiştir. İlk yöntemle kıyasla daha küçük değerler elde edilmiştir. Bunun sebebinin kolza tohumlarının, yumuşak olan kek hacmini küçültmesi olduğu belirtilmiştir. Ayrıca kek üst bölgesinin takip edilerek hacminin ölçüldüğü yöntemde ise, simetri koşulunun oluşmaması durumunda sonucun yanlış çıkabileceği belirtilmiştir.

Whitaker vd. [20] tarafından un içerisindeki klor miktarına bağlı olarak hamur hacmindeki değişim incelenmiştir. Üç farklı hacim ölçüm metodu kıyaslanmıştır. Çalışma sırasında kabarmış keklerin belirli bir süre sonra çökmesi göz ardı edilmiştir. Bu yöntemler kolza tohumu, profil takibi ve çivi ile yükseklik belirlenmesi şeklinde sıralanmıştır. Klor değişimi, unun PH değerini değiştirmiştir. Bu değişim pişirme sonunda kek hacmini doğrudan etkilemiştir.

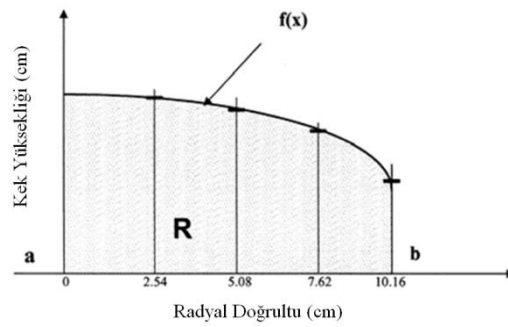
Kolza tohumu yöntemi Approved Method 10-05 (AACC- American Association of Cereal Chemists 2000) olarak bilinen yöntemdir. Hacmi ölçülmek istenen nesnenin, büyük bir metal kabın içine yerleştirilmesi ve toplam hacmi bilinen kolza tohumunun, bahsedilen yere bir huni yardımı ile dökülmesi ile gerçekleştirilmiştir. Diğer iki yöntem ise görüntüleri elde edilen bir düzenele gerçekleştirilmiştir.

Tahtadan yapılmış bir desteğe, birbirleri arasındaki mesafe 2.54 cm olacak biçimde beş adet tahta çivi yerleştirilmiş olup, bunların üzerine 5 mm aralıklarla kalıcı boya yerleştirilmiştir.

İkinci yönteme takip yöntemi adı verilmiştir. Bu yöntemde Kodak Easyshare DX3215 dijital fotoğraf makinesi ile görüntüler elde edilmiştir. Üzeri çizgilerle işaretli çiviler kullanılarak çap-yükseklik değerleri belirlenmiştir. Şekil 1.15'te görüldüğü gibi kekin merkezinden bir kenara doğru çiviler sıralanmıştır. Kekin simetrik kabardığı kabul edilmiştir. Kekin en üst bölgesi profilden incelenmiş olup, üst yüzeye ait eğriler (Şekil 1.16) belirlenmiştir. Microsoft Excel ve SPSS 8.0 yardımıyla ölçüm yapılan her bir pişirme süresi için $f(x)$ polinomal eğrileri uydurulmuştur. Ardından y eksenini $x=b$ doğrusu arasındaki alan, oluşturulan $f(x)$ polinomal eğrisi kullanılarak hesaplanmıştır. V_{kek} yani hacim değeri, dairesel taban göz önünde bulundurularak hesaplanmıştır (1.3).



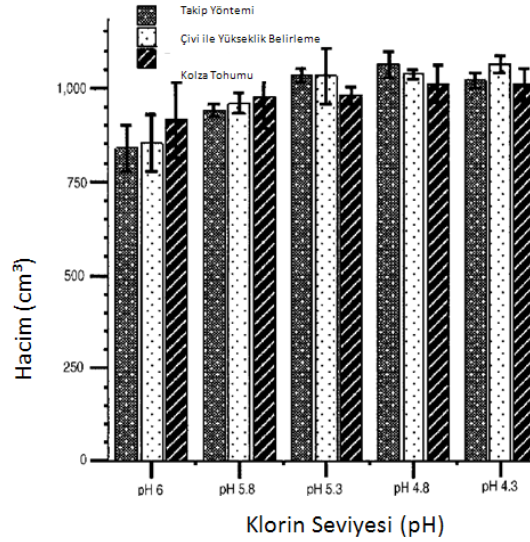
Şekil 1.15 : Hacim ve dış çizgilerin belirlenmesi için kullanılan yükseklik ölçüm aparatı [20].



Şekil 1.16 : Kek yüksekliği ile çap değerlerine bağlı hesaplama [20].

$$V_{kek} = \int_{10.16}^0 2\pi x f(x) dx \quad (1.3)$$

Yükseklik yöntemi adı verilen diğer yöntemde de fotoğraf makinesi kullanılmaktadır. Fakat bu sefer ölçüme yardımcı olan çiviler kullanılmamıştır. Kamera ile elde edilen görüntülerden yola çıkılarak yükseklik belirlenmiştir. Çap-yükseklik ilişkisinden yola çıkılarak (tıpkı takip yönteminde olduğu gibi) hacim hesaplanmıştır. Kolza tohumu ile yapılan hacim ölçümü yöntemi ile bu yöntem kıyaslanmıştır. Kıyaslama Şekil 1.17’de gösterilmiştir. Çalışmanın devamında bu üç yöntemde göre hesaplanmış olan hacim değerleri, unun pH değerleri de göz önünde bulundurularak kıyaslanmıştır.

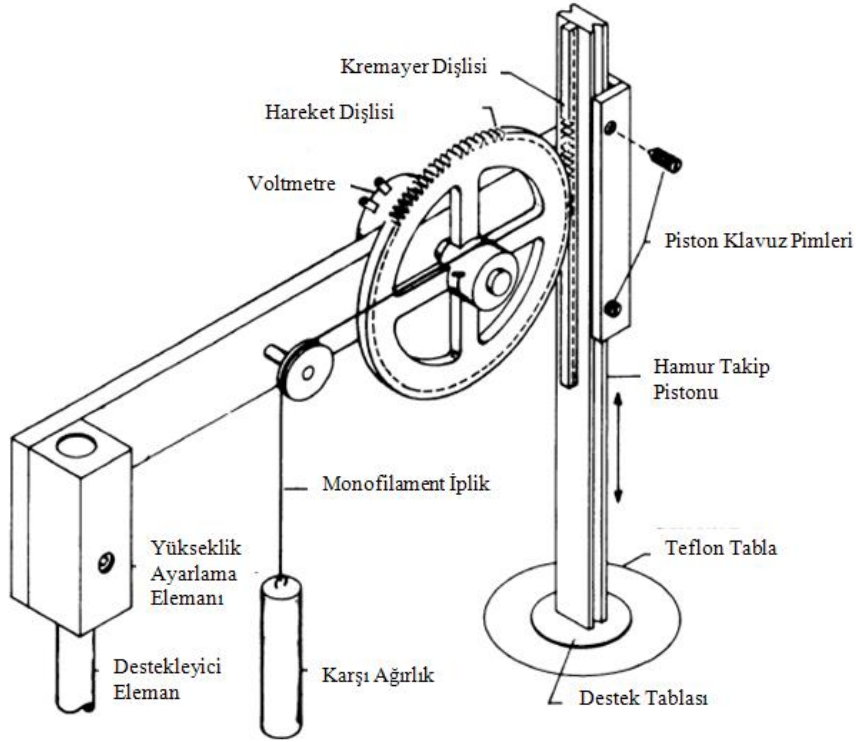


Şekil 1.17 : Klor seviyesine bağlı olarak PH değerleri farklı beş çeşit undan yapılmış keklerin hacimlerinin, farklı hacim ölçme yöntemlerine göre kıyaslanması [20].

Makalenin devamında zamana bağlı grafikler de oluşturulmuştur. Çalışmada görüntüleme yöntemi sayesinde kekin deforme edilmeden ölçülmesi üzerine çalışılmış olup, kekin kabarmasında malzemelerin ne derece etkili olduğu gösterilmiştir.

Kilborn vd. [21], Grain Research Laboratory adlı hamur yüksekliği takipçisi cihazının (Şekil 1.18) hamurun yükselişini (ya da çöküşünü) nasıl ölçtüğü anlatılmıştır ve farklı tip buğdaydan üretilmiş un ile yapılmış hamurların mayalanma sırasında yükselişleri kıyaslanmıştır.

Teflon yüzey, yüksekliği ölçülecek olan hamurun yüzeyi ile test süresince teması kesmemiştir. Karşı ağırlığa sahip ve düşük sürtünmeli teflon pistonu bağlı olan teflon yüzeyin dikey hareketi hamur yüksekliğinin takibini sağlamıştır. Dikey hareket, dişli mekanizma ile dairesel harekete dönüştürülmektedir. Dişli çarkın göbeği düşük torkta çalışabilen potansiyometreye bağlanmıştır. Böylece teflon yüzeyin dikey hareketine bağlı olarak yükseklik değişim değerleri bir kaydedici yardımı ile okunabilecek hale getirilmiştir. Teflon yüzey hareket ettiği zaman, hareket sebebiyle oluşacak voltaj değerine bağlı olarak, potansiyometre konumu tespit etmiştir. Yükseklik değişimi maksimum 110 mm'ye kadar okunabilmektedir. Şeklin en solunda görülmekte olan yükseklik ayarlama kolu ile 50 mm başlangıç yüksekliğine sahip hamurlarda, hamur 160 mm yüksekliğe erişinceye dek ölçüm yapmaya devam edilebildiği belirtilmiştir.



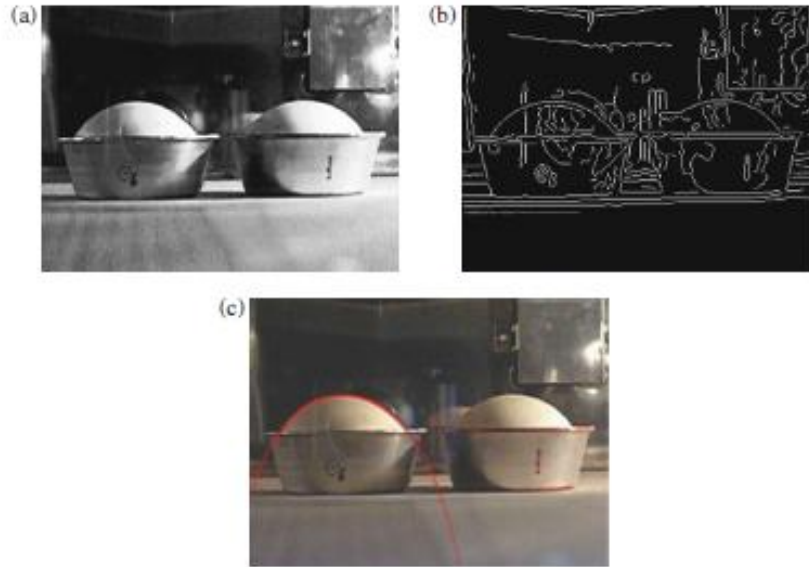
Şekil 1.18 : Hamur yükseklik takipçisi [21].

Bai vd. [22] tarafından, görüntü analizinden yola çıkılarak pişirilmekte olan ekmeğin kabarmasını ve bu parametrenin pişirme karakteristiği ile olan ilişkisi incelenmiştir. Pişirme prosesinde hacim değişimi, dijital kamera ile elde edilen görüntünün bölünmesi esasına göre analiz edilmiştir. Ayrıca ekmeğin pişme karakteristiğini

doğrudan etkileyebilecek bir madde olarak yeşil çay özü kullanılmıştır. Bu maddenin kabarmaya olan katkısını incelenmiştir.

Piştirilmiş olan ekmeğin, Olympus C750UZ marka dijital kamera ile 11 dakika boyunca takip edilmiştir. Video çözünürlüğü 320x240'tır. Saniyede 15 kare kayıt altına alınabildiği belirtilmiştir. Kayıt sırasında kameranın aldığı pozisyon, ekmeğin kalıbının kenarlarını yatay göreceğ biçimde ayarlanmıştır. JPG formatındaki görüntüler üzerinde yapılmış olan gerekli işlemler Matlab 6.5 ile gerçekleştirilmiştir. Bütün görüntüler gri tonlamalı hale getirilmiştir. Ardından görüntüdeki kontörler taranarak, ekmeğe ait piksellerin konumları kayıt altına alınmıştır. Elde edilen bu veriler ile ekmeğin hacmine ait tek bir açıdan iki boyutlu noktalar kümesi elde edilmiştir. Buradan da eğriler oluşturulmuştur.

Görüldüğü gibi ekmeğin yüksekliği kalıp yüksekliğinden fazladır. Görüntünün iki boyutlu olması sebebiyle kalıbın üst noktası düz bir çizgi olarak görünmektedir. Bölünme yüzeyi olarak tanımlanmış olan bu bölge, cc ve dd noktaları arasındaki bir doğru (ayrım çizgisi) olarak kabul edilmiştir.

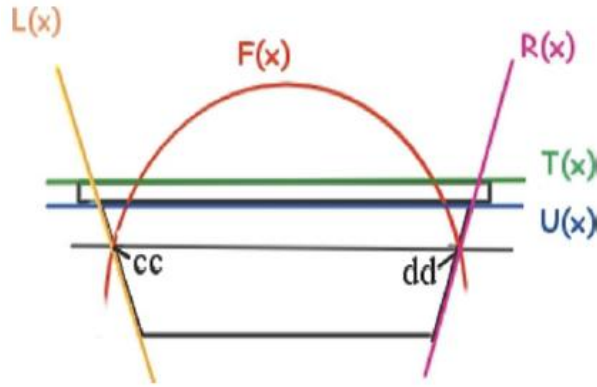


Şekil 1.19 : Görüntünün işlenmesi [22].

Şekil 1.19'da videodan elde edilmiş görüntünün gri tonlamalı hale getirilişi (a), kenarların saptanması (b) ve eğrilerin görüntü üstünde saptanması (c) işlemi gösterilmiştir.

Şekil 1.20’de yer alan $F(x)$, $R(x)$, $T(x)$, $U(x)$ ve $L(x)$ fonksiyonlarının, ekmeğin ve kalıbın sınırlarını tanımlayan ve x 'e bağlı lineer fonksiyonlar olduğu belirtilmiştir. Ayrıca $F(x)$ 'in, x 'e bağlı bir polinom olduğu belirtilmiştir. Görüntüdeki yatay koordinatlar x değişkeniyle temsil edilmiştir.

Dilimleme adı verilen bir metot ile hacim hesaplanacaktır. Hacim birimi piksel olacaktır. Metot, her bir diskin 0.5 piksel yükseklikte ve değişen çaplarda olduğu esasında dayandırılmıştır.



Şekil 1.20 : Ekmek hacminin hesaplanabilmesi için oluşturulmuş görüntü [22].

Üst kısımlara ait çap değerleri için $F(x)$ fonksiyonları oluşturulmuştur. Altta, yani kalıp içinde kalan kısımlar için $L(x)$, $R(x)$, $T(x)$ ve $U(x)$ fonksiyonları ile cc ve dd noktaları arasında kalan ayırım çizgisi kullanılarak hesaplanmıştır. Bahsi geçen disklerin hacimlerinin toplanması ile toplam hacim elde edilmiştir. Piksel biriminde uzunluk ölçülerinden faydalanılarak yapılan hacim hesabı, mm^3 cinsine çevrilmiştir. Bu işlem, standart kalıp ölçüleri referans alınarak gerçekleştirilmiştir. İlk hacimden son hacme kadar kabarma incelenmiştir. Hacim-zaman ilişkisi kurulmuştur (1.4). Bu ilişki eksponansiyel olarak ifade edilmiştir.

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)_{\text{maksimum}} - \left(\frac{V}{V_0}\right) = Ae^{-kt} \quad (1.4)$$

Anlık hacim için V , ilk hacim için V_0 , ve zaman için t ifadesi kullanılmıştır. A ve k ifadeleri model parametreleridir. $t=0$ olduğu zaman $V/V_0=1$ ve t sonsuza giderken $V/V_0= (V/V_0)_{\text{maksimum}}$ olduğu belirtilmiştir. Bu sebepten dolayı $A=(V/V_0)_{\text{maksimum}}-1$ olarak tanımlanmıştır. Eşitlik aşağıdaki hali almıştır (1.5).

$$\ln \left[\frac{\left(\frac{V}{V_0}\right)_{maksimum} - \left(\frac{V}{V_0}\right)}{\left(\frac{V}{V_0}\right)_{maksimum} - 1} \right] = -kt \quad (1.5)$$

$(V/V_0)_{maksimum}$ değerinin her bir koşul için sabit bir değere sahip olduğu belirtilmiştir. Böylece hacim hesabının k ifadesi ile karakterize edildiği belirtilmiştir. $\ln[(V/V_0)_{maksimum} - (V/V_0)] / [(V/V_0)_{maksimum} - 1]$ ile t arasındaki ilişki grafik haline getirilmiştir. k değeri, elde edilen noktalardan yola çıkılarak uydurulan bir doğru ile ifade edilmiştir.

k değeri, hacmin maksimum hacime oranını vermektedir. Bu sebepten dolayı k değeri de koşullara bağlı olarak değişmektedir. 1 veya 2 gram yeşil çay özü katmanın ya da hiç katmamanın, dört ve altı dakikalık karıştırma süresine bağlı olarak k değerini nasıl etkilediği incelenmiştir.

1.2.3 Kabuk kalınlığı ve renk değişimi

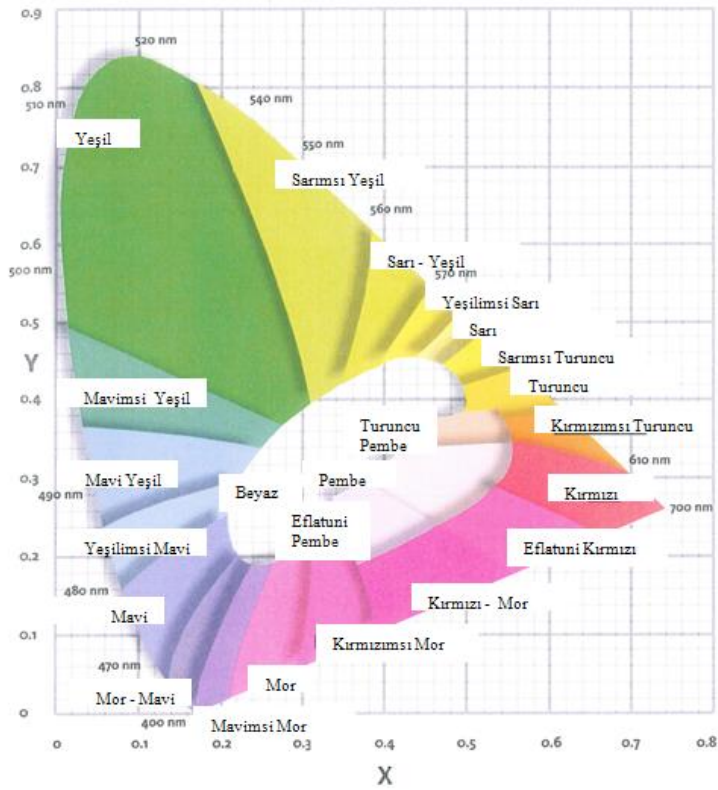
Kabuk; yumuşak ve süngerimsi dokunun dışını kaplayan kuru ve ince tabakaya verilen addır. Genellikle açık kırmızı-kahverengine sahiptir (bazı ürünlerde değişiklik gösterebileceği belirtilmiştir, örneğin kepekli ekmek). İç kısımlara kıyasla nem değeri daha düşüktür [1].

İncelenen makalelerde; kumpas, cetvel gibi ölçüm metotlarının yanı sıra alternatif kabuk kalınlığı ölçüm metotları da kullanılmıştır. Bu metotlardan biri de, kek kesitinin fotoğrafının çekilmesi ve bu kesitteki renk dağılımından yola çıkarak kabuk kalınlığının belirlenmesini sağlayan görüntü işleme algoritmalarıdır. Konu ile ilgili olan makalelerde yoğun olarak CIELab renk standardının kullanıldığı görülmektedir. Çekilen fotoğraflar RGB renk uzayında olup, CIELab'a dönüştürmek için çeşitli dönüşümlerin yapılması gerekmektedir.

CIE, yani uluslararası aydınlatma komisyonu, kar amacı olmayan bilimsel ve teknik bir kuruluştur. Komisyonun amacı; ışık ve aydınlatma ile ilgili konuları bilimsel ve teknolojik bakımdan tüm yönleriyle ele alacak uluslararası bir forum oluşturmak, ayrıca ülkeler arasında bilgi alışverişini sağlamaktır [23]. CIE renk evreni, her rengi belirli koordinatlarda ifade eden grafiklerdir. CIE tarafından, insanların renk algıları esas alınarak kaydıyla 1931 yılında renkler standartlaştırılmıştır. CIELab renk

sistemine ait parametreler sırasıyla; renklerin açık ya da koyuluğuna (L), kırmızıya veya yeşile olan yakınlığına (a), maviye ya da sarıya olan yakınlığına bağlı olarak (b) renk evreni olarak isimlendirilen bir konsepte yerleştirilmesini esas alır [24].

XYZ renk evreni, 1931 yılında CIE tarafından kabul edilmiştir. XYZ renk evreni, destek amaçlı olarak görüntü işlemede rol oynar [25]. Renkleri üç boyutlu koordinatlarda tutan ilk uygulama XYZ renk evreni olmuştur. X, Y, Z eksenleri üzerinde renk tanımlaması mümkündür. Tamamen matematik temelli bu modelde üç boyutlu koordinatlarda renk dağılımının somut bir biçimde ortaya konulması yani modele bağlı kromatik diyagram oluşturmak çok zor olmuştur. Böylece daha basit algoritmalarla, görselleştirmenin daha kolay olduğu xyz veya Şekil 1.21’de verilen Yxy gibi kromatik diyagramlar geliştirilmiştir. Ancak bu sistemlerin de yeterince üniform olmadığı anlaşılmıştır. Diyagramda yeşil ve tonlarının kapladığı alan, kırmızı ve tonlarının kapladığı alandan daha fazladır [24]. Yani yeşil tonların bulunduğu bölgede koordinatlar arası geçiş daha yumuşakken, kırmızıda daha serttir.



Şekil 1.21 : Yxy kromatik diyagramı [24].

RGB Renk Evreni ise görüntü işleme (imaj proses) sırasında çokça kullanılan bir çeşit renk evrenidir. Renkli kamera veya tarayıcı gibi cihazlarda veri giriş çıkışları bu renk sistemi ile gerçekleştirilmektedir. Renk çeşitleri bir küp ile gösterilmiştir. Her bir renk, küpün içinde veya yüzeyinde bir nokta olarak yer almıştır [25]. Üç boyutlu ortogonal renk-vektör evreninde "sıfır vektör" siyahı temsil etmektedir. RGB renk evreninde herhangi bir renk üç komponentten oluşan bir vektör ile temsil edilmiştir. R,G,B (Sırasıyla kırmızı, yeşil ve mavi) uluslararası standartlara bağlı olarak ana renkleri temsil etmektedir. Her bir renk, bu üçlüye bağlı olarak karakterize edilmiştir. $0 \leq R, G, B \leq G_{\text{maksimum}}$ olmak kaydı ile belirli bir aralıkta ifade edilmiştir. $G_{\text{maksimum}}=255$ 'tir.

1996 yılında Uluslararası Renk Komisyonu (International Color Consortium-ICC) internet için standart sRGB renk evrenini önermiştir. Standart, katot ışın tüplerini barındıran monitörler ve D_{65} gün ışığına göre ele alınmıştır. sRGB yani RGB renk evreninde yer alan rengin sayısal üçlü değerleri, CIEXYZ değerleri ile basit bir lineer kombinasyon içermektedir. Aralarındaki ilişki **(1.6)** gösterilmiştir:

$$\begin{pmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2410 & -1.5370 & -0.4986 \\ -0.9692 & 1.8760 & 0.0416 \\ 0.05556 & -0.2040 & 1.0570 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Veri aktarımının sRGB üzerinden gerçekleştirilmesi, CIEXYZ ve CIELab'a kıyasla daha hızlıdır çünkü bilgisayar aynı işi daha az işlem yaparak gerçekleştirmektedir [26, 24].

Proseste ikinci bir basamak olarak lineer olmayan sR'G'B' değerlerine dönüşüm yapılmıştır.

Eğer $R_{sRGB}, G_{sRGB}, B_{sRGB} \leq 0.0034$ ise **(1.7)**, **(1.8)**, **(1.9)**,

$$sR' = 12.92R_{sRGB} \quad (1.7)$$

$$sG' = 12.92G_{sRGB} \quad (1.8)$$

$$sB' = 12.92B_{sRGB} \quad (1.9)$$

Eğer $R_{sRGB}, G_{sRGB}, B_{sRGB} > 0.0034$ ise **(1.10)**, **(1.11)**, **(1.12)**,

$$sR' = 1.055R_{sRGB}^{1/2.4} - 0.055 \quad (1.10)$$

$$sG' = 1.055G_{sRGB}^{1/2.4} - 0.055 \quad (1.11)$$

$$sB' = 1.055B_{sRGB}^{1/2.4} - 0.055 \quad (1.12)$$

Son olarak lineer olmayan sR'G'B' değerleri dijital kodlara çevrilmiştir (1.13), (1.14), (1.15):

$$R = G_{maksimum}sR' \quad (1.13)$$

$$G = G_{maksimum}sG' \quad (1.14)$$

$$B = G_{maksimum}sB' \quad (1.15)$$

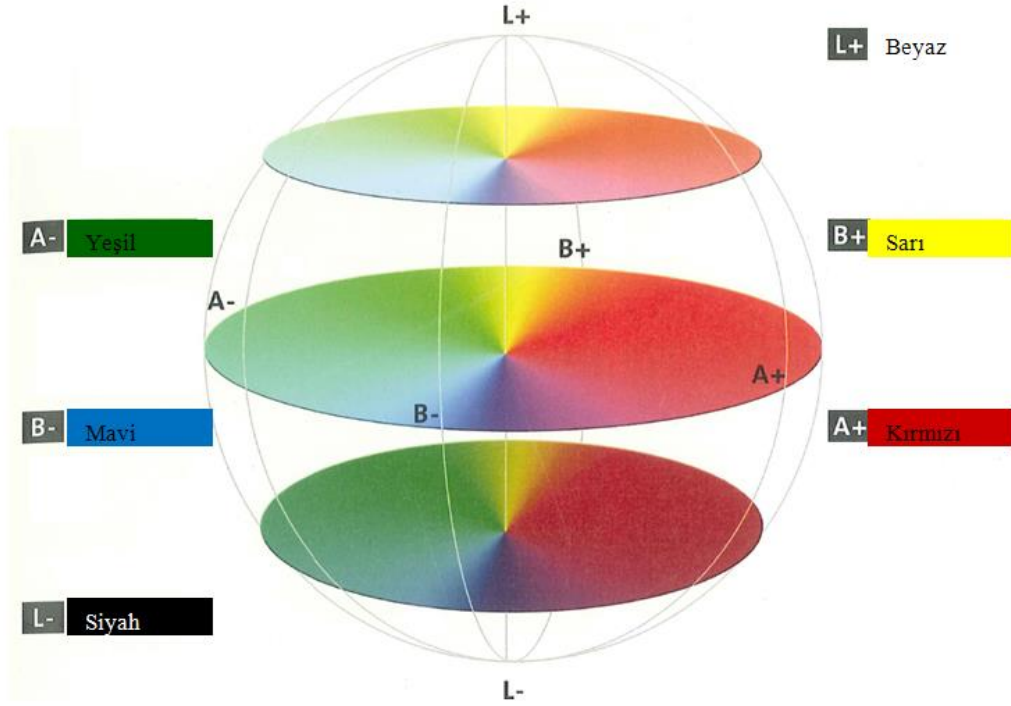
İnternetteki sRGB gün ışığı kurallarına uygun olarak CRT monitörlere göre düzenlenmiştir. [26]. Yukarıdaki dönüşüm sırasına tersten gidildiğinde, 0.0034 değeri 0.04045 olarak alınmalıdır [25].

CIELab renk evreni üniform sistemdir [25]. Üniform renk sistemlerinde renklerin koordinatlarına bakıldığı zaman, tonların değişimi gözle fark edilebilecek kadar orantılı bir biçimde değişmektedir. Bu durum RGB gibi sistemler için geçerli değildir [26].

1976'da XYZ modeli matematiksel olarak CIELab renk toleransları (CIEL*a*b veya kısaca Lab olarak da isimlendirilmektedir) ile ilişkilendirilmiştir. CIELab renk evreni (Şekil 1.22) bir küre ile görselleştirilmiştir. Bu renk evreninde incelenen her bir düzlemde, açıklık (renk açıklığı-lightness, Bir yüzeyin parlaklığı ile o yüzeyin referans beyaz ışık ile aydınlatıldığında ortaya çıkan parlaklık arasındaki algılama farkıdır) belirli bir değere sahip olacak biçimde tasarlanmıştır [24].

Lab renk sistemi, renklerin aydınlığına (L), kırmızıya veya yeşile olan yakınlığına (a), maviye ya da sarıya olan yakınlığına bağlı olarak (b) renk evreni olarak isimlendirilen bir konsepte yerleştirilmesini esas alır. L,a ve b değerlerinin her biri aslında koordinat temsil eder. L parametresi 0 ila 100 arası değerler alırken, a ve b parametreleri -120 ila +120 arası değerler alır. L'nin 0'a yaklaşması karanlığı (rengin koyulaşması), 100'e yaklaşması ise rengin açıklaşmasını esas alır. a değerinin negatif

olması yeşile yakınlığı, pozitif olması ise kırmızıya olan yakınlığı temsil eder. Benzer şekilde b değerinin negatif olması maviye yakınlığı, pozitif olması ise sarıya olan yakınlığı temsil eder [27].



Şekil 1.22 : CIELab renk evreni [25].

Kürede en alt noktadan en üst noktaya doğru renkler açılmaktadır. Bu sistem RGB gibi sistemler ile kıyaslandığı zaman spektrumun algılamak daha kolaydır. Bu durum sisteme dair önemli bir avantajdır. Hangi aralıkta hangi rengin kullanıldığını belirlemek, bu sistem ile kolay hale getirilmiştir [25].

CIELab, renk hesaplamalarında da kolaylık sağlamaktadır. Sistem X/X_n , Y/Y_n , Z/Z_n ifadelerinin aldığı değere bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplandığı (1.16), (1.17), (1.18), (1.19), (1.20), (1.21), (1.20), (1.21) belirtilmiştir:

$$X^* = \sqrt[3]{X/X_n}, \quad \frac{X}{X_n} > 0.008856 \quad (1.16)$$

$$X^* = 7.787(X/X_n) + \frac{16}{116}, \quad \frac{X}{X_n} \leq 0.008856 \quad (1.17)$$

$$Y^* = \sqrt[3]{Y/Y_n}, \quad \frac{Y}{Y_n} > 0.008856 \quad (1.18)$$

$$Y^* = 7.787(Y/Y_n) + \frac{16}{116}, \quad \frac{Y}{Y_n} \leq 0.008856 \quad (1.19)$$

$$Z^* = \sqrt[3]{Z/Z_n}, \quad \frac{Z}{Z_n} > 0.008856 \quad (1.20)$$

$$Z^* = 7.787(Z/Z_n) + \frac{16}{116}, \quad \frac{Z}{Z_n} \leq 0.008856 \quad (1.21)$$

X,Y,Z ve X_n,Y_n,Z_n üçlü değerleri sırasıyla örneğe ve referans beyaza ait değerlerdir. CIE aydınlatma ve ışık kaynakları için genel olarak kullanılan üçlü değerler Çizelge 1.1'de verilmiştir [25, 26]. Bu çizelgede yer alan CT ifadesi ile renk sıcaklığı (Color Temperature) belirtilmiştir [26]. Sonuç olarak L_a ve b değerlerinin hesaplanmasına yönelik denklemler (1.22), (1.23), (1.24) verilmiştir.

Çizelge 1.1 : CIE aydınlatma ve ışık kaynakları için genel olarak kullanılan üçlü değerler [26]:

	CT	X	Y	Z	X ₁₀	Y ₁₀	Z ₁₀
A	2856	109.85	100.0	35.56	111.14	100.0	35.20
C	6774	98.07	100.0	118.23	97.29	100.0	116.15
D₅₀	5000	96.42	100.0	82.49	96.72	100.0	81.41
D₆₅	6500	95.05	100.0	108.88	94.81	100.0	107.30

$$L^* = (116Y^*) - 16 \quad (1.22)$$

$$a^* = 500 (X^* - Y^*) \quad (1.23)$$

$$b^* = 200 (Y^* - Z^*) \quad (1.24)$$

L, a ve b değerleri ile ilişkili olan hue açısı (h) ve kroma (C) ifadeleri (1.25), (1.26) turetilmiştir:

$$h_{ab}^* = \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right) \quad (1.25)$$

$$C_{ab}^* = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.26)$$

Hue açısı (Bir alan uzerindeki kırmızı-yeşil ve sarı-mavi renklerin oranlarını temsil eden gorsel algılama ölçüsüdür, CIELab renk sisteminde 0°-360° arasında bir değere sahiptir) ile doygunluğa (bir alanın renkliliği ile o alanın parlaklığı arasındaki ilişki) ait eşik değerlerinin saptanması önemlidir.

Renk farklılığı için aşağıdaki ifade (1.27) ile belirlenebilir:

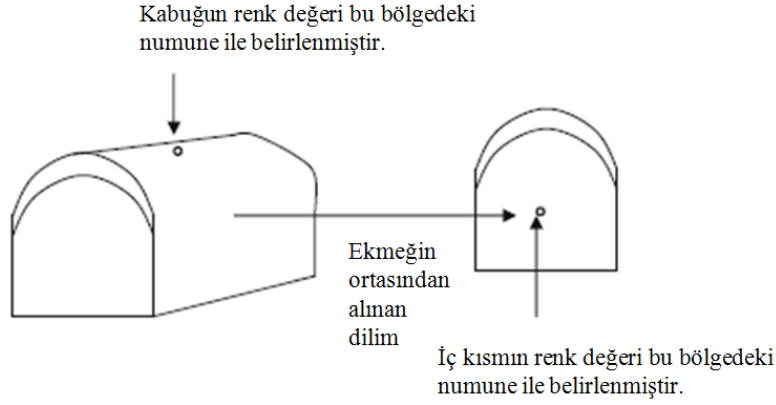
$$\Delta E_{ab} = \sqrt{\Delta L^{*2} + \Delta a^{*2} + \Delta b^{*2}} \quad (1.27)$$

Standart aydınlatmada A ifadesi, tungsten ışık altında aydınlatmayı temsil etmektedir. Renk sıcaklığı 2856K'dir. Ortalama gün ışığına bağlı durumlarda yani 6500K renk sıcaklığında ise referans değerler D₆₅ ile gösterilmektedir. Çok daha eski hesaplama yöntemlerinde ise gün ışığı ile aydınlatma için C (6500K dolaylarında renk sıcaklığına sahiptir) ifadesinin kullanılmakta olduğu belirtilmiştir. D₆₅'in çıkma sebebi olarak, C'nin bütün dalga boylarında hesaplama yapmaya yetmemesi gösterilmiştir. Günümüzde filtrelenmiş kısa ark zenon ışıkları, D₆₅ için gerekli şartlara en yakın aydınlatma aracıdır [25].

Literatür araştırmaları sırasında Purlis vd.'nin [4] kabuk kalınlığını kumpas ile ölçmüş oldukları görülmüştür. Herhangi bir deney düzeneği hazırlığı veya algoritma çalışması gerekmediği için aslında pratik bir yöntem olarak görünmektedir. Ancak çok pişmemiş ekmek veya kek gibi bir fırıncılık ürününün kabuğunun yumuşak olması sebebiyle, bu ölüm yönteminde çok dikkatli davranılması gerekmektedir.

Mohd Jusoh vd. tarafından [27], ekmeğin kabuk kalınlığının ölümü için pratik bir yöntem ortaya koyulmuştur. CIELab renk ölüm yöntemi sayesinde, ekmeğin kabuk ve i kısmın renk farklılıklarından yola çıkılarak, kabuk kalınlığı ölümü gerçekleştirilmiştir.

Piştirme sırasında ekmek hamurunun sıcaklığa bağlı olarak esas fiziksel ve biyokimyasal değişimi sonucunda iki esas yapı oluşumu gözlemlenmiştir. Bunlar kabuk ve iç kısımlardır. Kabuk, koyulaşmış ve sertleşmiş dış yüzeyi oluştururken; süngerimsi yapıyı andıran ve nispeten açık renkli yumuşak taraf ise ekmeğin iç kısmını oluşturmaktadır. Nem kaybının ve raf ömrü açısından kabuk kalınlığının, incelenen önemli parametrelerden biri olduğu belirtilmiştir.



Şekil 1.23 : Ekmeğin üst ve iç bölgesine ait renklerin ölçüldüğü noktalar [27].

Renk ölçer cihaz (Konica Minolta) ile ekmeklerin kabuk ve iç kısımlarının Lab değerleri ölçülüp (Şekil 1.23) ortalaması alınmıştır. Böylece Lab cinsinden ortalama kabuk renk değerleri ile ortalama iç renk değerleri elde edilmiştir. Kabuk üst kısmı renk değerleri ile ekmeğin iç kısım renk değeri arasındaki değerlere sahip olacak biçimde iç kabuk değerleri (Çizelge 1.2) belirlenmiştir.

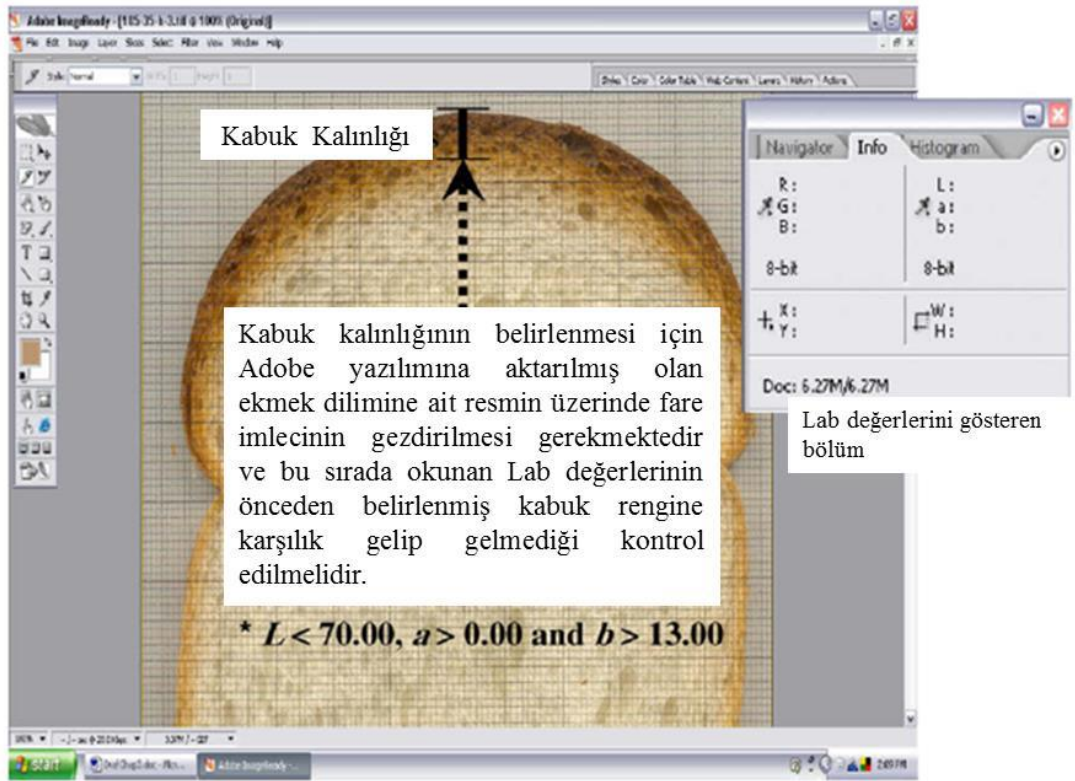
Çizelge 1.2 : Dış kabuk, iç kısım ve iç kabuğa ait renk değerleri [27].

Bölge	L Değeri	a değeri	b değeri
Dış Kabuk	29.41-48.66	8.78-14.66	5.80-26.65
İç Kısım	70.50-79.00	-0,81'den 0.00'a	5.90-13.00
İç Kabuk	48.66-70.50	>0.00	>13.00

Ekmek dilimleri (kesitleri) tarayıcı vasıtası ile bilgisayar ortamında Tiff formatında kaydedilmiştir. Görüntüler Adobe Photoshop yazılımıyla (Şekil 1.24) RGB'den

CIELab renk uzayına dönüştürülmüştür. Bu fotoğraf üzerinden kabuktan iç bölgeye kadar CIELab renk değerleri elde edilmiştir.

Çalışmanın devamında, farklı sıcaklık değerlerinde kabuk ve iç kısma ait farklı renk değerleri ölçülmüş ve kıyaslamalar yapılmıştır. İç ve kabuk kısmı için L ve a değerleri her sıcaklıkta oldukça farklı değerler alırken, pişirme sıcaklığının ve süresinin yükselmesine bağlı olarak b değerinin iç ve kabuk bölgeler arasındaki farkı gitgide azalmaktadır. Kabuk renk değerleri pişirme koşullarına karşı daha hassasken, iç kısımlar, kabuğa kıyasla daha az duyarlıdır. Buna sebep olarak iç kısmın kabukla çevrili olması ve iç kısmın kabuk tarafından izole edilmiş olması gösterilmiştir.

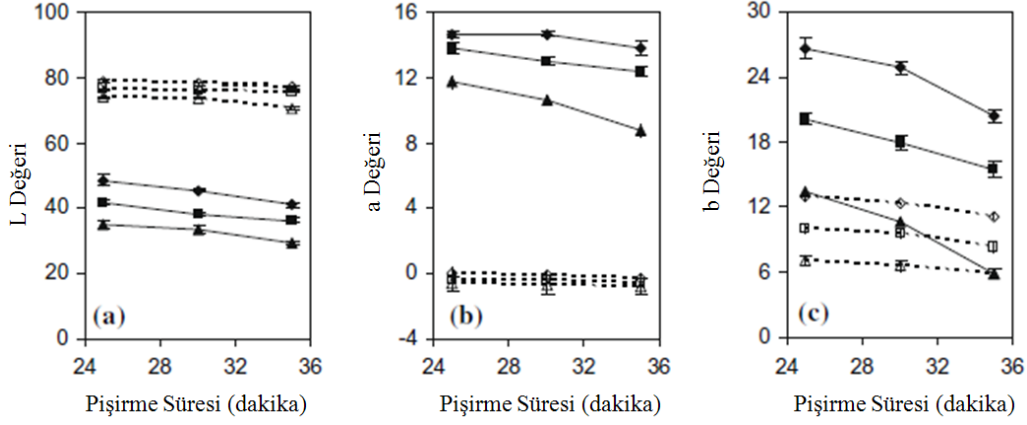


Şekil 1.24 : Adobe Photoshop yardımı ile kabuk kalınlığı ölçümü [27].

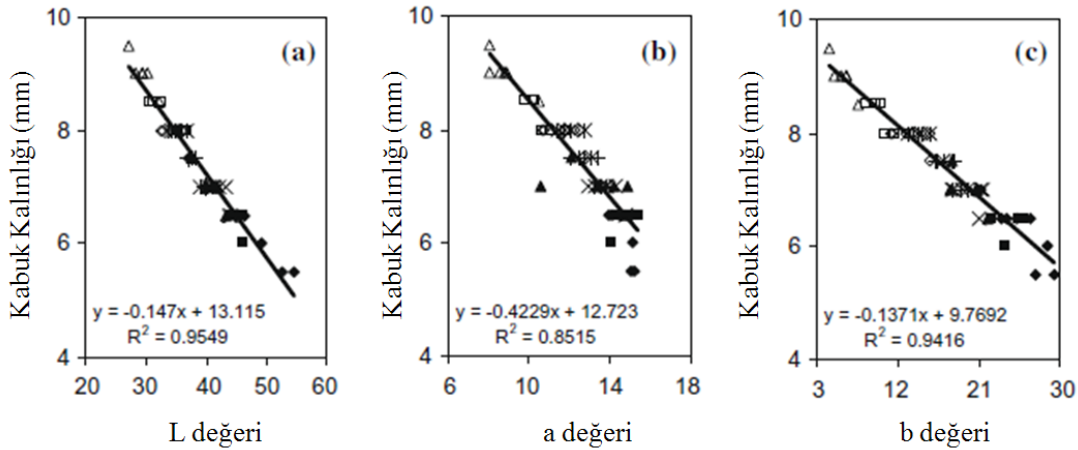
Şekil 1.25'te dış kabuğun pişirme süresine bağlı olarak değişimi (düz çizgi ile ifade edilmiştir) ve ekmeğin iç kısmının pişirme süresine bağlı olarak değişimi (noktalar ile ifade edilmiştir) gösterilmiştir. L değerinin en güvenilir parametre olduğu belirtilmiştir.

Şekil 1.26'da farklı pişirme sıcaklığı ve sürelerine bağlı renk değişimi (◆=185°C, 25 dakika, ▲=185°C, 35 dakika, x=195°C, 25 dakika, +=195°C, 30 dakika, ◇=205°C, 25

dakika, $\square=205^{\circ}\text{C}$, 30 dakika ve $\Delta=205^{\circ}\text{C}$, 35 dakika) değerleri verilmiştir. Kabuk kalınlığı arttıkça, kabuk renginin koyuluğunu belirten L,a, ve b değerlerinin azaldığı belirtilmiştir. Bu ilişkiden yola çıkılarak korelasyonlar oluşturulabileceği belirtilmiştir.



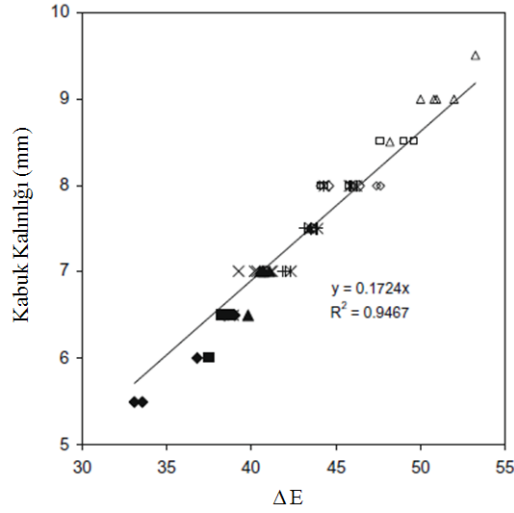
Şekil 1.25 : 185°C (\diamond), 195°C (\blacksquare) ve 200°C (\blacktriangle) pişirme sıcaklığında sırasıyla L, a ve b değerlerinde zamana bağlı değişim gösterilmiştir [27].



Şekil 1.26 : Kabuk kalınlığına bağlı olarak L, a, b değerlerindeki değişim [27].

Şekil 1.27’de, toplam renk değeri ile kabuk kalınlık değerinin değişimi arasındaki ilişki gösterilmiştir. Renk değerlerindeki değişimden yola çıkılarak kabuk kalınlığı değerinin elde edilebileceği görülmüştür.

Sonuç olarak bu yöntemin hızlı, düşük maliyetli ve pek çok fırıncılık ürünü için kullanılacak bir yöntem olduğu belirtilmiştir.



Şekil 1.27 : Kabuk kalınlığı ile kabuğun renk değeri arasındaki ilişki [27].

Della Valle vd. [28] ekmek kabuğunun kalınlığını bilgisayarda görüntü işleme metodu ile incelemişlerdir. Kesit görüntüleri alınan ekmek dilimlerinin, iç bölgesi ile kabuk bölgesi arasında renk farklılığı sayesinde, açık renkli olan iç kısım görüntülerde filtrelenmiştir. Böylece geriye kalan koyu renkli bölge yani kabuk bölgesinin incelenmesi kolaylaşmıştır.

Pedreschi vd. [29] tarafından, pişmesi durumunda yüzeyindeki renk dağılımı heterojen olan patates gibi bir yiyeceğin renk değerlerinin, maliyeti düşük bir yöntem yardımı ile belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun için Bilgisayarlı Görüntüleme Sistemi (CVS-Computer Vision System) adlı düzenek (Şekil 1.28) kurulmuştur. Bilgisayarlı görüntüleme sistemi için bir adet bilgisayar, bir adet dijital kamera ve Matlab programı kullanılmıştır. Matlab programı ile çekilen görüntülerin RGB cinsinden renk değerleri Lab cinsinden renk değerlerine çevrilmiştir.

Deneyler dört farklı pişirme sıcaklıklarında (120° - 140° - 160° - 180° C) gerçekleştirilmiştir. Deney öncesi patateslerin ortalama nem değeri, korunma değeri ve koşulları verilmiştir. Bir makine ile birbirine yakın kalınlıkta ve dairesel kesitte kesilmişlerdir. Pişirme öncesi yağın ısıtılma sürelerinin sabit olduğu belirtilmiştir.

Dijital kamera ile çekim için bir düzenek hazırlanmıştır. Dört adet flüoresan lambanın uzunluğu (600 mm), ışığın gücü, şiddeti (18W, 6500 K), renksel geriverim indisi (%95'e yakın) ve numuneye geliş açısı (45°), numuneye olan uzaklığı (350 mm) sabittir ve eşit miktardadır.

Kamera ise ışık ile 45° açı yapacak biçimde, ışık ve yansımadan korunmak amacıyla, içi siyaha boyalı tahta bir kutu içerisinde ve numuneye 225 mm uzaklıkta bulunmaktadır.

Kameranın beyazlık dengesi, Kodak tarafından standartlaştırılmış olan gri renk tablosuna ayarlanmıştır. Işıklandırma ve kameranın ayarını kontrol etmek için belirli aralıklarda renk standartlarının fotoğrafları çekilmiştir. Çekilen görüntüler bilgisayara USB bağlantısıyla aktarılmıştır ve sıkıştırma yapılmaksızın, tiff formatında kaydedilmiştir.

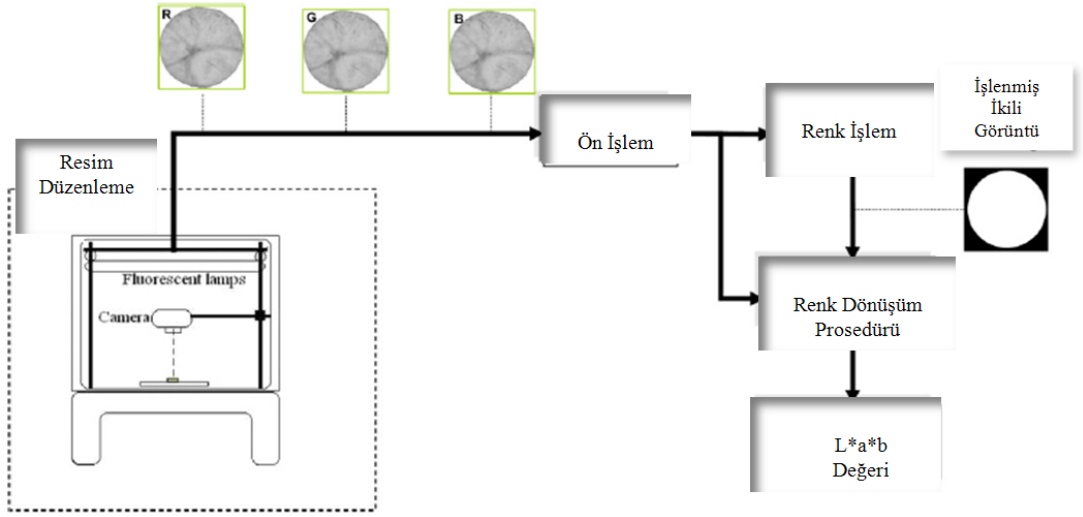
Görüntüler üzerinde çalışılmaya başlanmadan önce, yani proses aşaması öncesinde, görüntü kalitesinin artırılması gerektiği belirtilmiştir. Görüntüdeki kumlanma (noise) dijital filtreleme ile giderilmişken, kontrast değeri artırılmıştır. Ayrıca görüntü gri tonlamalı hale getirilmiş olup, buna yoğun görüntü adı verilmiştir. Hesaplama aşamasının azalması için piksel sayısı yarı değerine düşürülmüştür. Gauss düşük geçişli filtre ile görüntüdeki kumlanma azaltılmıştır. Şekil 1.29'da gösterilen algoritma sayesinde pişirme sırasında Lab cinsinden renk değerleri alınmış olup, bu yöntem farklı gıdalar için (görüntü alımı için doğru ayarlamalar yapılması kaydıyla) uygulanmıştır.



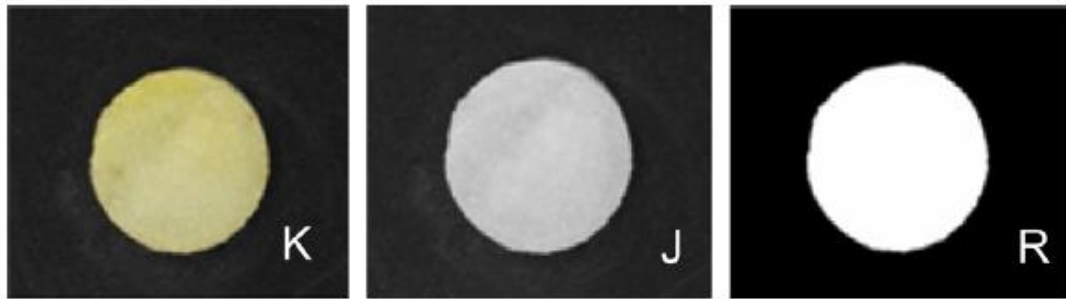
Şekil 1.28 : Patates cipsi görüntü alma düzeneği [29].

Deney numunesinin sadece incelenen kısmını ele alıp, arka planda kalan yerlerin atılması amaçlanmıştır. Görüntüde ayırıştırılması gereken alanın tespiti için

önceden elde edilmiş olan yoğun görüntü kullanılmıştır. Bu bölünmüş görüntü sadece siyah ve beyaz pikseller içeren, siyahın "0", beyazın ise "1" olduğu ikili görüntüdür. Görüntünün bölünmesi (patates cipsinin gerçek resminin arka plandan ayrıştırılması), Laplace-Gauss filtresi temeline dayanan kenar saptama tekniğine dayalı olduğu belirtilmiştir. Bahsedilen işlemin aşamalarında elde edilen görüntüler Şekil 1.30'da verilmiştir.



Şekil 1.29 : RGB cinsinden alınan görüntülerin Lab cinsinden elde edilmesi [29].



Şekil 1.30 : Patates cipsinin renkli (K), gri tonlamalı (J) ve bölünmüş görüntüsü (R) [29].

Yapılan çalışmalarda elde edilen Lab değerlerinden yola çıkılarak ΔE değeri hesaplanmıştır (1.28).

$$\Delta E = \sqrt{(L - L_0)^2 + (a - a_0)^2 + (b - b_0)^2} \quad (1.28)$$

Burada $L_0 a_0 b_0$ değerleri, patatesin pişirme öncesindeki renk değerleridir. Deneysel verilerden yola çıkılarak ΔE değeri aşağıdaki hale getirilmiştir (1.29):

$$\Delta E = b_1 + b_2 \exp\left(\frac{-t}{b_3}\right) \quad (1.29)$$

Her deney üç kez tekrarlanmıştır. t pişirme süresi, b_1 , b_2 , b_3 parametrelerinin ise regresyon katsayıları olduğu belirtilmiştir.

Sonuç olarak yöntemin düşük maliyetli, uygulanabilir ve kolay olduğu belirtilmiştir. ΔE değerinin, düşen pişirme sıcaklığına bağlı olarak azaldığı, bunun da sebebinin enzimatik olmayan esmerleşme reaksiyonunun etkisi olduğu belirtilmiştir. Bu çalışma ile patates içerisinde, sıcaklığa bağlı olarak etkisini gösteren akrilamid miktarının incelenmesinde kullanılabileceği belirtilmiştir.

Leon vd. [30] tarafından CIE standartlarına göre gıdaların renklerini ölçmeye yönelik bir çalışma gerçekleştirilmiştir. Makalede bir dijital fotoğraf makinesi ile alınan görüntünün renk değerlerinin, RGB cinsinden CIELab cinsine dönüştürülmesine yönelik teknikler anlatılmıştır.

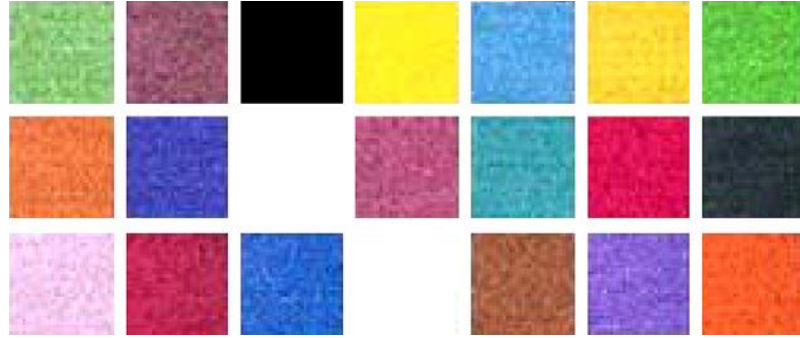
Çizelge 1.3 : Kamera Ayarları [30].

Değişken	Değeri
Odak noktası uzaklığı	20.7 mm
Zoom	9
Flash	Kapalı
Iso Velocity	100
Beyazlık Dengesi	Flüoresan
Çalışma Modu	El ile
Aperture AV	f/8.0
Exposure Tv	1/15 s
Kalite	Raw
Makro	On

Deney düzeneğinde bir adet dijital kamera ile çekim gerçekleştirilmiştir. Işık kaynağı ve lens eksenini ile aralarında 45°C açı vardır. Numuneden uzaklık 225 mm'dir. Dört adet flüoresan lambanın (Philips-Natural Daylight, 18W) numuneye olan uzaklığı 600 mm'dir. Renksel geriverim indisi %95'e yakındır. Çekimlerde ışık ve

yansımadan korunmak amacıyla içi siyaha boyalı tahta bir kutu kullanılmıştır. Kamera ayarları hakkında daha detaylı bilgi izelge 1.3'te verilmiştir.

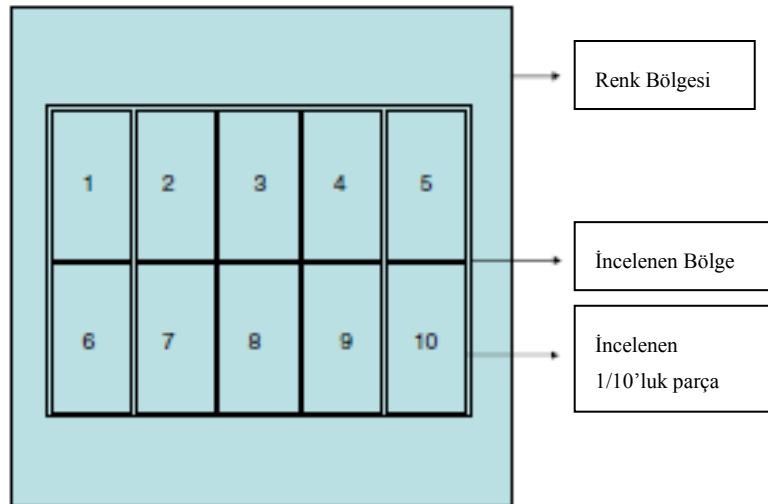
Kalibrasyon amacıyla farklı renkler içeren tablo (şekil 1.31) hazırlanmıştır ve hesaplamalar yapılmıştır. Her renge ait kutular 10 parçaya ayrılmış olup (şekil 1.32), her parçanın teker teker Lab değerleri Hunter Lab renk olum cihazı ile olulmüştür. Bu veriler Matlab kullanılarak RGB'den Lab değerlerine donüştürülmüştür.



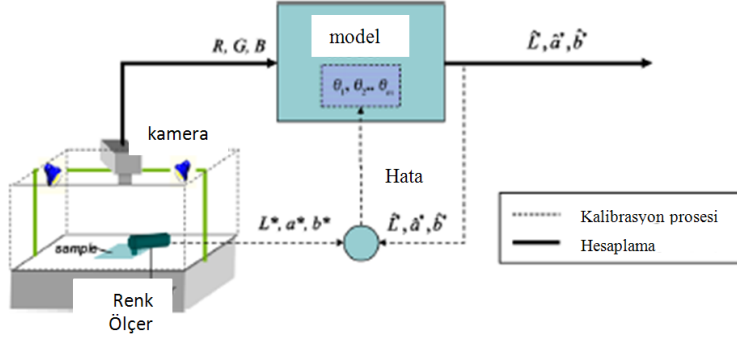
şekil 1.31 : Kalibrasyon amacıyla kullanılan renkler [30].

En başta renk olum cihazı ile renk tayin edilmiştir. Sonrasında fotoğraf makinesi ile RGB cinsinden elde edilen renk değerlerini algoritmaya (şekil 1.33) girdi olarak verilmiştir ve Lab cinsinden çıktı olarak alınmıştır.

Bu yaklaşım ile piksel seviyesinde hassas incelemeler yapmanın, boylce gıda karakteristiklerini daha iyi inceleyebilmenin mümkün olduğu belirtilmiştir.



şekil 1.32 : Renk kutularının incelenişinin esası [30].



Şekil 1.33 : Algoritmanın çalışma prensibi [30].

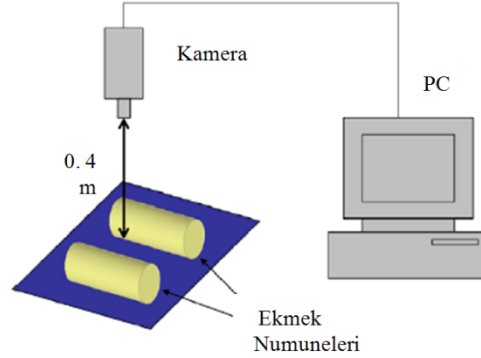
Purlis vd. tarafından [31], pişirme boyunca renk değişimi ve kütle kaybı incelenmiştir. Altın sarısı renk oluşumu kahverengileşme olarak ifade edilmiştir. Bu dönüşümde karamelizasyonun ve Maillard reaksiyonunun önemi üzerinde durulmuştur. Maillard reaksiyonu için protein, şeker ve bir miktar su olması gerektiği belirtilmiştir. Maillard reaksiyonunun sıcaklığa, neme, pH'a, metalik kationların varlığına ve şekerin yapısına bağlı olduğu belirtilmiştir.

Çalışmalar sırasında pişirme işlemi doğal ve zorlanmış (0.3 m/s) taşınım ile gerçekleştirilmiştir. Pişirme sıcaklıkları 180, 200 ve 220 °C olarak belirtilmiştir. Kütle kaybını incelemek için numuneler beş dakikada bir tepsi ile birlikte fırından çıkarılarak tartılmıştır. İlk kütle referans alınarak, kaybedilen kütlelerin yüzdelik değerine bakılmıştır. Doğal taşınıma kıyasla, zorlanmış taşınımında renk değişimi daha belirgin olmuştur. Buna sebebi olarak ekmek yüzeyinin daha hızlı pişmesi gösterilmiştir.

Yüzeydeki kahverengileşme, bilgisayardan görüntü alınarak gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemin düşük maliyetli ve pratik olduğu belirtilmiştir. Deney düzeneği Şekil 1.34'te gösterilmiştir. Bu sistem için bir adet dijital kamera ve bir adet bilgisayar kullanılmıştır. Ekmek yüzeyinin aydınlatılmasında doğal ışık koşullarından faydalanılmıştır. Kamera, numuneye 0.4 m mesafeden, dik bir açı ile konumlandırılmıştır. Görüntüler, kütle ölçümü sırasında alınmıştır. Kamera, tartının hemen üzerine bakacak biçimde yerleştirilmiştir.

Görüntülerin .jpg formatında olduğu ve 640x480 piksellik çözünürlüğe sahip olduğu belirtilmiştir. Görüntülerde sadece ekmeklerin yüzeyi incelenmiştir. Kaydedilen ekmek yüzeyi üzerinden bir dikdörtgen parçası seçilmiştir ve inceleme

gerçekleştirilmiştir. Görüntülerin işlenmesi için Matlab 6.5'te algoritma geliştirilmiştir. Renk değişimi, bahsi geçen algoritma ile ölçülmüştür.



Şekil 1.34 : Renk değerlerinin ve kütle değişiminin elde edildiği deney düzeneği [31].

Fırın sıcaklığı ve taşınımdan bağımsız olarak, renk değeri için iki basamağın söz konusu olabileceğinin altı çizilmiştir. İlk dakikalarda, hamurun fırına yerleştirilmeden önceki haline kıyasla daha açık renge sahip olduğu incelenmiştir. Makale yazarlarının yapmış oldukları literatür çalışmalarında, renk açılmasının yüzeydeki kuruma veya ilk anki hacim değişimi ile ilişkilendirildiği makalelere rastlanmıştır. Yorumların numune yüzeyindeki fiziksel değişime bağlı olarak yapıldığı düşünülmüştür. Denemelerde ekmek yüzeyinin buruştuğu gözlemlenmiştir. Ancak pişirme birkaç dakika daha devam ettiğinde hamur yüzeyinin düzleştiği gözlemlenmiştir. Yüzey tekstüründeki bu değişim başlangıç aydınlanması olarak tanımlanmıştır. Parlak ve düzgün bir yüzeyin buruşuk bir yüzeye kıyasla daha fazla yansıtma kabiliyetine sahip olduğu belirtilmiştir.

İkinci basamak olarak Maillard ve karamelizasyon reaksiyonlarına bağlı olarak rengin koyulaşması gösterilmiştir. Esas olarak ekmek yüzeyindeki HMF'nin (hidroksimetilfurfural) kahverengileşmede önemli olduğu belirtilmiştir. Pişirme süresi ile HMF arasında ekmekler için eksponansiyel bir ilişki varken, kurabiyelerde birinci dereceden ilişki olduğu belirtilmiştir.

Primo-Martin vd. [32] tarafından farklı hamur içeriklerinin kabuk sertliğine etkisi incelenmiştir. İncelemeler sırasında mekanik deneylere de yer verilmiştir. Mekanik testler tekstür analizörü ile gerçekleştirilmiştir. 30°C açılı, 15 mm genişliğinde alüminyum prob kullanılmıştır. Probu, ön dişlerin ısırma hızına yakın bir hıza sahip

olması amacıyla, kesme hızı 40 mm/s olarak belirlenmiştir. Her bir hamur içeriği için 10 deney yapılmıştır. Deneyler dijital kamera ile kayıt altına alınmıştır.

Ramirez-Jimenez vd. [33] tarafından, kahverengileşmenin furosin ve hidroksimetilfurfural (HMF) ile arasındaki ilişki incelenmiştir. Maillard reaksiyonu ve karamelizasyon için gerekli koşullar hakkında genel bilgi verilmiştir. Maillard reaksiyonu için yüksek miktarda protein ve karbonhidrat varlığı, bir miktar nem, sıcaklığın 50°C'yi aşması ve pH seviyesinin 4-7 arasında bir değere sahip olması gerektiği belirtilmiştir. Karamelizasyon için sıcaklığın 120°C'nin altında olması, pH seviyesinin 3'ten küçük veya 9'dan büyük olması, nem oranının düşük seviyelerde olması gerektiği belirtilmiştir. Çalışmalar sırasında, numunelerin renkleri CIELab renk sistemi ile belirlenmiştir.

HMF'nin Maillard reaksiyonunda bir ara ürün olduğu belirtilmiştir. Şekerlerin yüksek sıcaklıkta yıkıma uğraması, HMF'nin oluşum sebebi olarak gösterilmiştir.

Mayalanma ve pişirme süresi diğerinden daha uzun olan ancak aynı içeriğe sahip iki ekmek kıyaslanmıştır. Mayalanma ve pişirme süresi daha uzun olan numunenin daha koyu renge sahip olduğu belirlenmiştir. HMF ile renk değeri arasında doğru orantılı bir ilişki kurulmuştur. Ancak yazarlar, yapmış oldukları bir başka deneyden bahsetmişlerdir. Kızartılmış ekmeklerden beş dilim almışlardır. Aynı içeriğe sahip bu numunelerin renkleri aynı olmasına karşın HMF değerleri farklı çıkmıştır. Pişirme işlemleri sırasında numunelerin tepki olarak renk değiştirmelerine kıyasla HMF değerlerindeki değişime bakılması ile daha hassas incelemelerde bulunulabileceği belirtilmiştir. Ayrıca çalışmalarda furosin'in etkisi de incelenmiştir ancak HMF veya pişirme sıcaklığı ile alakalı net bir ilişki bulunamamıştır.

Yapılan literatür araştırması sonunda, ısı ve kütle geçişinin, pişirmenin modellenmesine yönelik çalışmaların temelinde yer aldığı belirlenmiştir. Kabarma, renk değişimi gibi fırıncılık ürünlerinin pişirilmesi sırasında gerçekleşen kinetik değişimler, ısı ve kütle geçişi ile ilişkilidir. Kinetik değişimler, pişirme işlemini gerçekleştiren kişiler için önem arz eden faktörlerdir. Bu sebeple pişirme işleminin modellenmesine yönelik gerçekleştirilen çalışmalara kinetik değişimlerin de eklenmesi gerekmektedir. Bu sebeple pişirmeye yönelik kinetik değişimlerin belirlenmesi ve ölçümü de literatür çalışmaları kapsamında incelenmiştir. Böylece

pişirmenin sayısal modellenmesi çalışmaları kapsamında kinetik değişimler de doğru bir biçimde ele alınmıştır.

2. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Literatür çalışması doğrultusunda, pişirmenin modellenmesi için bilinmesi gereken parametrelerin neler olduğu belirlenmiştir. Bu parametreler, literatürden edinilen tekniklerinden yola çıkılarak ölçülmüştür. Her bir parametrenin ölçümü için yapılan deneyler açıklanmıştır.

Deneylerde pişirme işlemi turbo modda gerçekleştirilmiştir. Her iki dakikada bir adet kek fırından çıkartılmıştır. Toplam 20 adet kek ile çalışıldığı için numunelerin pişirilme süreleri 2-40 dakika arasında değişmiştir. Deneylerde farklı pişirme sıcaklıklarının etkisini incelemek amacıyla 160°C, 180°C ve 200°C pişirme sıcaklıklarında deneyler gerçekleştirilmiştir. Deneylerde hassasiyeti artırabilmek için kek hamuru içeriği standart hale (Çizelge 2.1) getirilmiştir. Her seferinde aynı miktarda hamur hazırlanmıştır. Kek kalıplarının her birine 0.1 g hassasiyette hamur dökülmüştür.

Çizelge 2.1 : Standart kek hamuru içeriği.

Sıra	Malzeme	Miktar (gram)
1	Yumurta	170.2 g
2	Şeker	257 g
3	Süt	190 g
4	Yağ	80 g
5	Kabartma Tozu	10 g
6	Vanilya	2.5 g
7	Un	339 g

2.1 Deney Düzenegi

2.1.1 Sıcaklık ve nem kaybının ölçümü

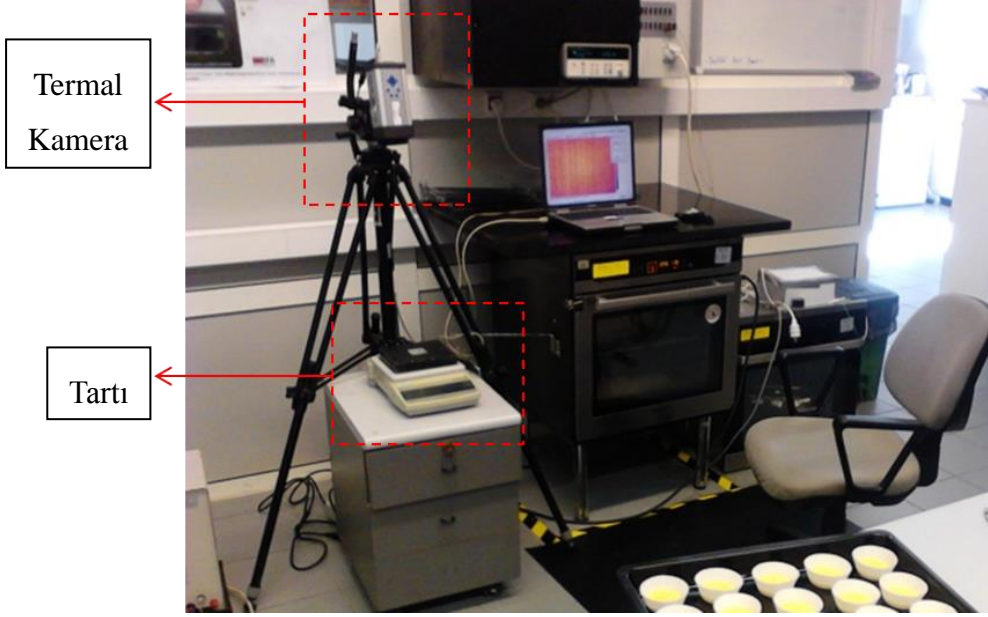
Pişirmenin temel parametresi sıcaklıktır. Bu sebeple keklerin yüzey sıcaklığı, çalışmada ele alınmış olan diğer parametreleri doğrudan etkileyen unsur olarak belirlenmiştir.

Deneylerde bir adet tepsiye 20 kek yerleştirilmiştir. Her bir numuneye teker teker termokupl yerleştirmenin zahmetli bir iş olacağı çalışmaların en başında görülmüştür. Her bir kekin yüzey sıcaklığı için fırın içerisinde pirometre yerleştirilmesi durumunda ise, fırının enerji kaybı değerlerinin çok değişeceği, pişirilen kek sayısına bağlı olarak pirometrelerin çok yer kaplayacağı, bu sebeple ideallikten uzaklaşılacağı düşünölmüştür.

20 adet kekin fırından ikişer dakika ara ile teker teker çıkarılmasının ise enerji değerlerinin ihmal edilebilecek kadar değişmesine sebep olduğu belirlenmiştir. Kekin yüzey sıcaklığı değişiminin, iç sıcaklık değişimi ile ilişkili olduğu görülmüştür. Bütün bu sebepler göz önünde bulundurularak termal kamera kullanımına karar verilmiştir. Kekin yüzey sıcaklığı termal kamera ile ölçölmüştür. Bu ölçüm yönteminin pratikliği sayesinde, deney öncesi hazırlıklar kısalmıştır.

Kütle değişimi ise dijital tartı kullanılarak gerçekteştirilmiştir. Fırına yerleştirilmeden önceki son işlem olarak keklerin başlangıç kütle değerleri ölçümü gerçekteştirilmiştir. Deney sırasında çıkarılan keklerin kütleleri, yine dijital tartı ile yapılan ölçüm işlemi sonucunda belirlenmiştir. Ölçümlerin pratikleştirilmesi için tartı bilgisayara bağlanmıştır. Aynı zamanda termal kamera da tartıya bakacak biçimde (Şekil 2.1) konumlandırılmıştır. Fırından çıkarılan kekler tartı üzerine bırakılmıştır. Böylece yüzey sıcaklığı ve kütle kaybı değerleri aynı anda ölçölebilmıştır. Sıcaklık ve kütle ölçümü fırından çıkar çıkmaz yapılmıştır. Çünkü deneysel çalışmalar sırasında yapılan incelemelerde, fırından çıkan numunenin yüzey sıcaklığı ve kütle değişimi değerlerinin ortam şartlarından çabuk etkilendiği görölmüştür.

Her deneysel çalışmada fırın ön ısıtma işlemi, datalogger ve fırın kavitesi merkezine yerleştirilmiş olan termokupl ile takip edilmiştir. Deneylere başlanmadan önce fırın rejiminin düzenli hale gelip gelmediği kontrol edilmiştir.



Şekil 2.1 : Temel deney düzeneği

2.1.2 Kabarmanın ve yüzey kabuk kalınlığının ölçümü

İlk deneysel çalışmalarda, gerek deneye başlamadan önce gerek pişirme işlemi bitirildiği zaman, dijital kumpas kullanılmıştır. Literatür araştırmalarında, bu yöntemin geçerli olduğu belirlenmiştir.

Hamurun akışkan olması, kek kalıbına döküldüğünde yüzeydeki her noktanın eşit yüksekliğe sahip olmasını sağlamıştır. Dolayısıyla başlangıç yüksekliklerinin ölçümü kolay olmuştur. Dijital kumpasla, hamur yüzeyi ile kalıbın tabanı arasındaki mesafe ölçülerek başlangıç yükseklikleri elde edilmiştir. Son yükseklik değeri için kabarmış olan numunenin en yüksek noktası ile kek kalıbının tabanı arasındaki mesafe ölçülmüştür.

2.1.3 Yüzey renk değişimi

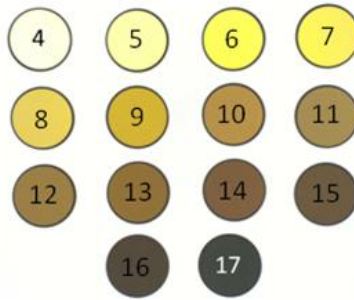
BSI renk skalası, gıdalarda kızartma/kahverengileştirme miktarı ve gıda üzerinde bu kızartmanın eşit dağılma oranı için kullanılmaktadır. Özellikle hamurlu gıdalar için, önemli bir kalite kriteridir. Üst yüzey renk değişimleri, Şekil 2.2’de gösterilen ve BSI skalasına göre renk ölçümü yapabilen bir cihaz yardımı ile gerçekleştirilmiştir. Deney düzeneği, içi beyaz görüntü kabini, aydınlatma, kamera ve Optimas isimli görüntü analiz yazılımından oluşmaktadır.



Şekil 2.2 : Renk ölçüm cihazı.

BSI skalasında kek renkleri (Şekil 2.3) 4-17 arasında değişkenlik göstermektedir. 4 numara beyaz, 17 numara siyaha karşılık gelmektedir. Aynı zamanda 17 numara yanmış kekin karşılık geldiği değerdir. 5-16 arası diğer renkler ise sarıdan koyu kahverengiye doğru geçişlere karşılık gelmektedir.

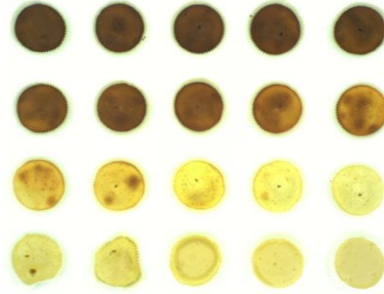
Kekler kabin merkezine düzgünce yerleştirildikten (Şekil 2.4) sonra cihaz kekleri algılar ve görüntülerini kaydeder (Şekil 2.5). Her bir kekin üst yüzeyini 13 farklı bölgeye ayırarak, her bir bölgenin ortalama rengini BSI skalasına uygun olarak ölçer. Ayrıca 13 parçaya ayrılmış olan bir adet kekin üst yüzey renk farklılıklarının kullanıcı tarafından kolayca görülebilmesi için her bir BSI rengine karşılık, açık maviden koyu kırmızıya geçici renk değerleri belirlenmiştir. Her bir renk, BSI skalasında 4-17 aralığındaki bir renge karşılık gelmektedir. Yazılım sayesinde her bir kekin üst yüzeyindeki 13 farklı alan ve geçici renkler kullanıcıya gösterilmektedir (Şekil 2.6).



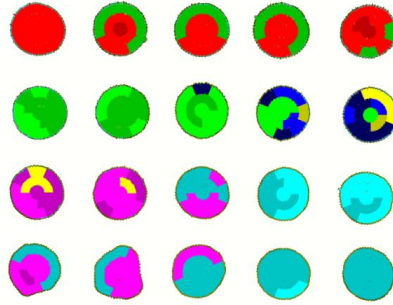
Şekil 2.3 : BSI skalasındaki renklerin sayısal karşılığı.



Şekil 2.4 : Keklerin renk ölçüm cihazına yerleştirilmesi



Şekil 2.5 : Cihaz tarafından çekilmiş kek fotoğrafları.



Şekil 2.6 : Keklerin renk farklılıkları.

2.1.4 Nem tayini

Nem tayini işlemi, Şekil 2.8’de gösterilen nem ölçüm cihazı ile belirlenmiştir. Cihaz, içinde nem barındıran farklı tipte numunelerin nem miktarını ölçebilmektedir. Cihaz, içine yerleştirilen numunelerin nem analizini yapmaya başlamadan önce, numunelerin kütlesini ölçmektedir. Cihaz ölçüme başladığında, dahili halojen ısıtıcı modülü ile ısıtılmakta olan numunenin içinde barındırdığı su moleküllerini buharlaştırmaya başlar. Buharlaşıma ile birlikte kütle kaybı başlar. Cihaz, numunenin

kütlesini, kütle azalışı duruncaya dek sürekli ölçmektedir. Numunenin kütle kaybının durduğu anda son kütle ile ilk kütle birbirine oranlanır ve numunenin başlangıçta sahip olduğu nem miktarı oransal olarak cihazın ekranında gösterilir.

Yapılan ölçümlerin sonucunda, kek hamurunun yaklaşık olarak %29'unun sudan oluştuğu, %71'inin ise katı kısımdan oluştuğu belirlenmiştir. Bu durumda kek hamurunun özgül nemi yaklaşık 0.41 kg su/kg kuru kütle olarak hesaplanmıştır (2.1).

$$\frac{0.29}{1 - 0.29} = \frac{0.29}{0.71} \cong 0.41 \frac{kg\ su}{kg\ kuru\ kütle} \quad (2.1)$$



Şekil 2.7 : Nem ölçüm cihazı.

2.2 Belirsizlik Analizi

DeneySEL bulguların hata analizi için belirsizlik analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde göre sistemde ölçülmesi gereken büyüklük olan R, bu büyüklüğe etki eden n adet bağımsız değişken ise $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ olsun. Bu durumda,

$$R = R(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (2.2)$$

yazılabilir (2.2). Her bir bağımsız değişkene ait hata oranları $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ ile gösterilirse ve R büyüklüğünün hata oranı w_R ile gösterilirse, hata oranı (2.3)

$$w_R = \left[\left(\frac{\partial R}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial R}{\partial x_n} w_n \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.3)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Bu yöntemin diğer yöntemlere göre üstünlüğü buradaki en büyük hataya neden olan ilişkinin hemen belirlenebilmesidir. En büyük hataya neden olan değişken yanında diğer değişkenler ihmal edilebilir ve incelemeler bu hatayı yapan cihaz üzerinde yoğunlaştırılabilir [34].

Tez kapsamında yapılan çalışmalarda; termal kamera, hassas terazi, kumpas, yüzey renk değişimi ve nem tayin cihazı kullanılmıştır. Ayrıca deneylere başlamadan önce fırın merkez sıcaklığının, hedeflenen pişirme sıcaklığına ulaşır ulaşmadığı kontrol edilmiştir. Bunun için fırının kavite merkezine bir adet termokupl yerleştirilmiştir. Termokuplda ölçülen sıcaklık değerleri, saniye saniye bir datalogger ile bilgisayara aktarılmıştır ve ölçümler kayıt altına alınmıştır.

Termokupldan gelen belirsizlik 0.4°C, bağlantıdan gelen belirsizlik 0.2°C ve veri toplama sisteminden gelen belirsizlik 0.1°C olmak üzere fırın merkez sıcaklığı ölçümlerine yönelik belirsizlik,

$$w_R = \sqrt{(\mp 0.4)^2 + (\mp 0.2)^2 + (\mp 0.1)^2} = 0.46^\circ\text{C} \quad (2.4)$$

olarak hesaplanmıştır (2.4). Deneylerde kullanılan termal kameranın ölçüm hassasiyeti 0.6°C'dir. Keklerin üst yüzey ortalama sıcaklık değerlerine yönelik belirsizlik,

$$w_R = \sqrt{(\mp 0.6)^2} = 0.6^\circ\text{C} \quad (2.5)$$

olarak hesaplanmıştır (2.5). Deneylerde kullanılan hassas terazinin hassasiyet değeri 0.03 gramdır. Bu durumda kütle ölçümlerine göre belirsizlik,

$$w_R = \sqrt{(\mp 0.03)^2} = 0.03\text{g} \quad (2.6)$$

olarak hesaplanmıştır (2.6). Deneylerde kullanılan kumpasın hassasiyet değeri 0.02 mm'dir. Bu durumda yükseklik ölçümlerine yönelik belirsizlik,

$$w_R = \sqrt{(\mp 0.02)^2} = 0.02\text{mm} \quad (2.7)$$

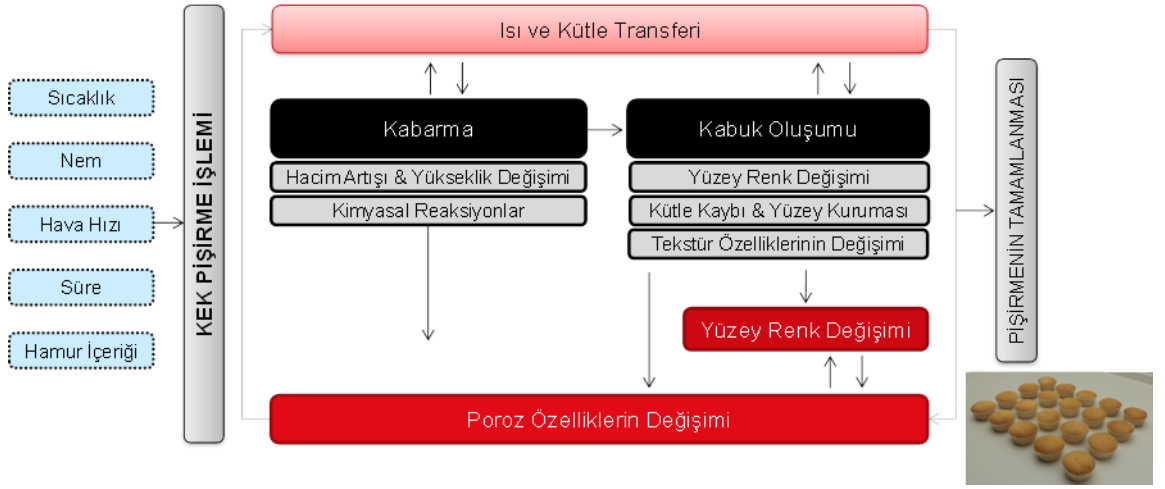
olarak hesaplanmıştır (2.7). Ayrıca, nem tayin deneylerinde kullanılan nem ölçüm cihazının hassasiyet değeri 0.01 g'dır. Bu durumda nem tayin ölçümlerine yönelik belirsizlik,

$$w_R = \sqrt{(\mp 0.01)^2} = 0.01g \quad (2.8)$$

olarak hesaplanmıştır(2.8).

3. PİŞİRMENİN DİNAMİĞİ

Tez çalışması kapsamında, kek pişirme işlemi sırasında çeşitli deneysel çalışmalar yapılarak etkin parametrelerin değişimleri incelenmiştir ve birbirleri arasındaki ilişkiler (Şekil 3.1) ortaya konulmuştur.



Şekil 3.1 : Kabaran gıdaların pişirilme süreci.

Pişirme işleminde, pişirme şartlarını tanımlayan; sıcaklık, nem, hava hızı, süre, hamur içeriği ve miktarı gibi “girdi parametreler” bulunmaktadır. Ayrıca pişirme sürecinde meydana gelen ısı/kütle geçişi ve kimyasal reaksiyonlar sonucunda ortaya çıkan “çıktı parametreler” bulunmaktadır. Tez çalışması kapsamında; girdi ve çıktı parametreler arasındaki ilişkinin belirlenmesi, elde edilen bilgiler doğrultusunda farklı pişirme koşullarında pişirmenin sayısal modellenmesi amaçlanmıştır. 160°C, 180°C ve 200°C pişirme sıcaklığında, her bir pişirme sıcaklığı için üç tekrarlı deneyler gerçekleştirilmiştir.

3.1 Girdi Parametreler

3.1.1 Sıcaklık

Piştirilen gıda içerisindeki reaksiyonların başlamasında sıcaklık etkili rol oynamaktadır. Ayrıca piştirme sürecindeki birçok parametre sıcaklığa bağlı olarak başlamakta ya da bitmektedir. Bu nedenle piştirme hacminin sıcaklığına ilave olarak kek yüzeyi sıcaklık değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

Piştirme sıcaklığı, önceden belirtildiği gibi, fırın kavitesinin merkezine yerleştirilmiş olan termokupl ile ölçülmüştür. Fırın rejime oturduktan sonra, hedeflenen piştirme sıcaklığına erişilip erişilmediği kontrol edilmiştir. Sonrasında deneylere başlanmıştır. Deney boyunca fırın kapağının iki dakikada bir açılıp kapanması sebebiyle fırın içerisindeki havanın ortalama sıcaklık değerinde bir miktar düşüş gerçekleşmiştir. Bahsi geçen bu düşüş hesaba katılarak, modelleme çalışmalarında girdi parametrelerden piştirme sıcaklığı değerine yansıtılmıştır.

3.1.2 Nem

Literatür çalışmaları kapsamında, kekta kabuk oluşumunun nem kaybı ile doğrudan ilişkili olduğu görülmüştür. Buharlaştırma sonucu oluşan kabuk sert olduğu için, daha fazla kabarmaya engel olmaktadır. Ayrıca kekin içindeki nem miktarının azalması ile piştirme işleminin sonlanması doğrudan ilişkilidir. Bu sebeple nem, piştirme işleminde önemli bir parametredir. Piştirme boyunca oluşan nem kaybı, piştirilmekte olan gıdanın sahip olduğu nem ve dış ortamın sahip olduğu bağıl nem ile ilişkilidir. Çalışmalarda nem kaybı, kütle kaybı ile doğrudan ilişkilendirilmiştir.

3.1.3 Piştirme süresi

Piştirme işleminin tamamlanması için gıdanın belirli bir sıcaklık altında, belirli miktarda nem kaybetmesi ve belirli bir takım reaksiyonların devam etmesi sonucunda gerçekleşmektedir. Bu durum ısı ve kütle geçişinin belirli bir süre devam etmesi sonucunda oluşmaktadır.

3.1.4 Hava hızı

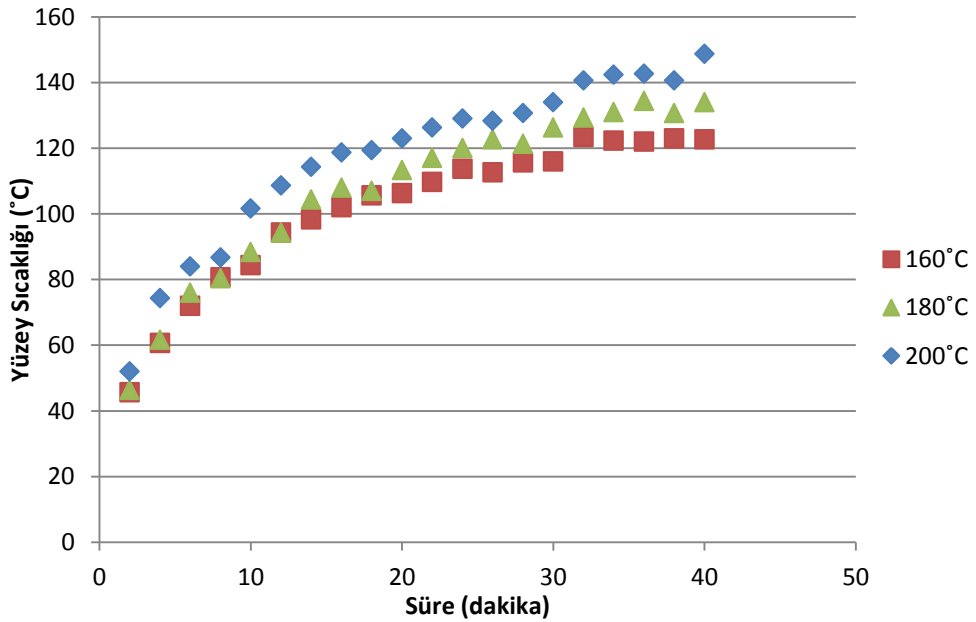
Tez kapsamında turbo modda piştirme işleminin modelleme çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Ayrıca literatür çalışmalarında da hava hızının kahverengileştirme

üzerindeki etkileri görülmüştür. Hava hızı, ısı ve kütle taşınım katsayılarını etkilediği için hızın artması ile kabuk oluşumu, renk değişimi gibi çıktı parametreler doğrudan etkilenmektedir.

3.2 Çıktı Parametreler

3.2.1 Farklı pişirme sıcaklıklarında üst yüzey sıcaklığı değişimi

1500 rpm fan devrinde 160°C, 180°C, 200°C pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deneylerde, pişirme süresince numunelerin yüzey sıcaklığının pişirme süresine bağlı olarak değişimi Şekil 3.2’de verilmiştir. Fırının pişirme sıcaklığı ile numunelerin yüzey sıcaklıkları arasında doğru orantılı bir ilişki belirlenmiştir.

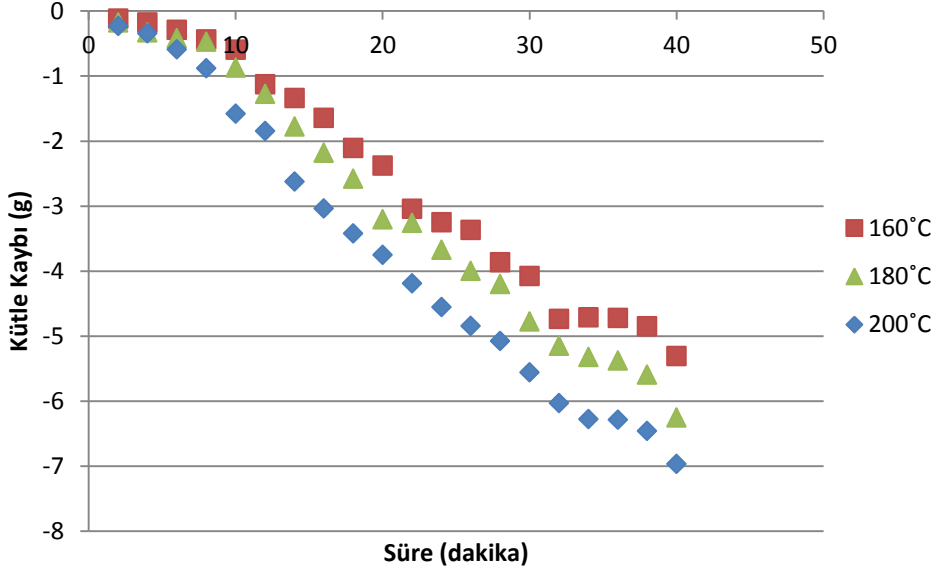


Şekil 3.2 : Pişirme sıcaklığı ile kek yüzey sıcaklığı arasındaki ilişki.

3.2.2 Farklı pişirme sıcaklıklarında kütle değişimi

1500 rpm fan devrinde 160°C, 180°C, 200°C pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deneylerde, pişirme süresince numunelerin kütlelerindeki değişim Şekil 3.3’te verilmiştir.

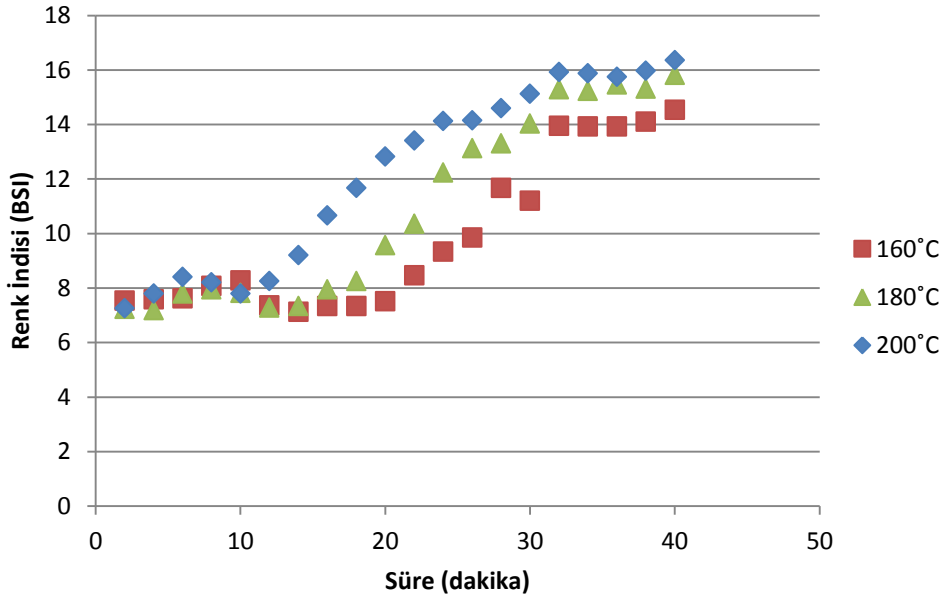
Fırının pişirme sıcaklığı arttıkça numunelerin kütle kaybı daha fazla olmuştur. Pişirme süresi olan 40 dakika boyunca kütlede sürekli azalma olurken, azalma hızında karakteristik bir değişikliğe rastlanmamıştır.



Şekil 3.3 : Pişirme sıcaklığı ile kütle kaybı arasındaki ilişki.

3.2.3 Farklı pişirme sıcaklıklarında üst yüzey renk değişimi

Pişirme sıcaklığı dışındaki tüm girdi parametreler sabit tutularak, farklı pişirme sıcaklıklarında renk değişimi incelenmiştir. Şekil 3.4'te görüldüğü gibi, aynı süre için sıcaklık arttıkça kek yüzey renginin daha koyu renkli olduğu görülmektedir. Pişirme sıcaklığı arttıkça yüzeydeki koyulaşma daha da artmıştır.

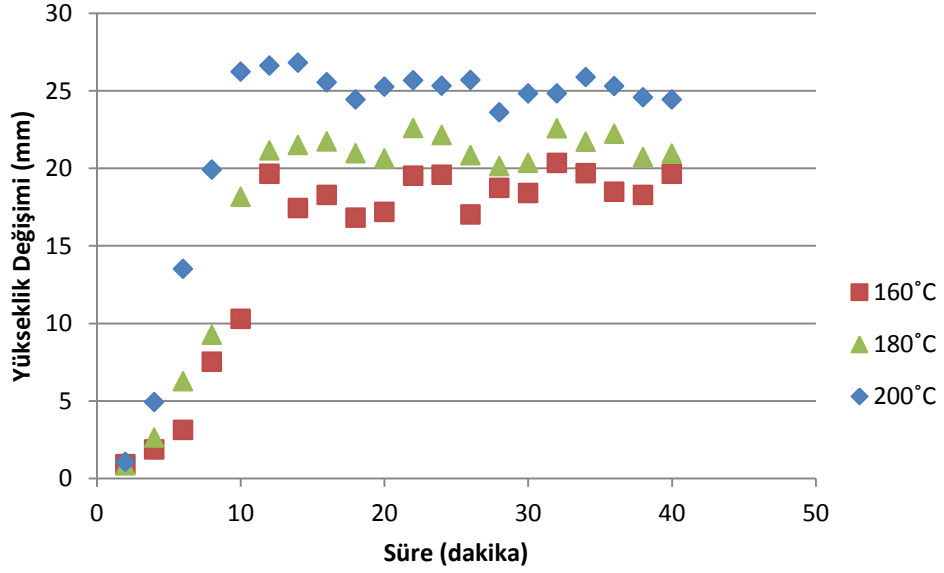


Şekil 3.4 : Pişirme sıcaklığı ile renk değişimi arasındaki ilişki.

3.2.4 Farklı pişirme sıcaklıklarında kabarma

Fırın içi sıcaklığın yükselmeye olan etkisini incelemek için 1500 rpm fan devrinde sırasıyla 160°C, 180°C, 200°C pişirme sıcaklığında deneyler gerçekleştirilmiştir. Deneylerde her bir pişirme sıcaklığı için üçer tekrar yapılmıştır.

Pişirme sıcaklığı arttıkça keklerin daha çok kabardığı (Şekil 3.5) gözlemlenmiştir. Ayrıca pişirme sıcaklığı arttıkça kabarmanın daha erken durduğu belirlenmiştir. Kabarma durduktan sonra pişirme süresinin sonuna kadar yükseklik değişiminde bir miktar dalgalanma görülmüştür. Bunun sebebi fırın içerisindeki sıcak havanın yeterince homojen dağılmamasıdır.



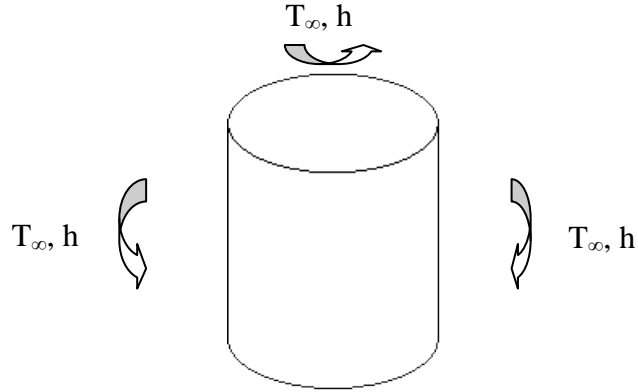
Şekil 3.5 : Pişirme sıcaklığının kabarma üzerindeki etkisi.

4. ISI VE KÜTLE GEÇİŞİNİN ANALİTİK VE SAYISAL MODELLENMESİ

Pişirmenin modellenmesi ile yeni şasi ve fırın tasarımlarında; metal prototip öncesinde pişirme sonuçlarının nasıl olacağına dair bilgi elde edilebilecek, prototip fırın ve yoğun pişirme deneyi ihtiyacı azaltılacaktır. Çalışmanın amaçları doğrultusunda pişirmenin modellenmesi için ihtiyaç duyulan parametreler ve ölçüm metodları literatür araştırması sonucunda belirlenmiştir. Elde edilen bilgiler doğrultusunda deneyler gerçekleştirilmiştir. Bir sonraki aşama olarak modelleme işlemi gerçekleştirilmiştir.

4.1 Isı ve Kütle Geçişinin Analitik Modellenmesi

Her ne kadar pişirme işlemi karmaşık bir proses de olsa, modelleme çalışmalarına basit koşulların çözümünde kullanılan analitik yöntemlerle başlanmıştır. Böylece analitik çözümün, pişirme işlemi için yeterli olup olmadığı belirlenmiştir. Tez çalışması kapsamında yapılan analitik çözümlemede, silindir geometrisinde (Şekil 4.1) ısı ve kütle geçişi ayrı ayrı hesaplanmıştır. Hem ısı hem de kütle geçişi için öncelikle kartezyen koordinatlarda, ardından silindirik koordinatlarda çözümleme gerçekleştirilmiştir. Silindirik koordinatlarda gerçekleştirilen çözümlerde açılal geometri kabulü yapılmıştır. Kartezyen ve silindirik koordinatlarda elde edilen denklemler transpoze edilmiştir.

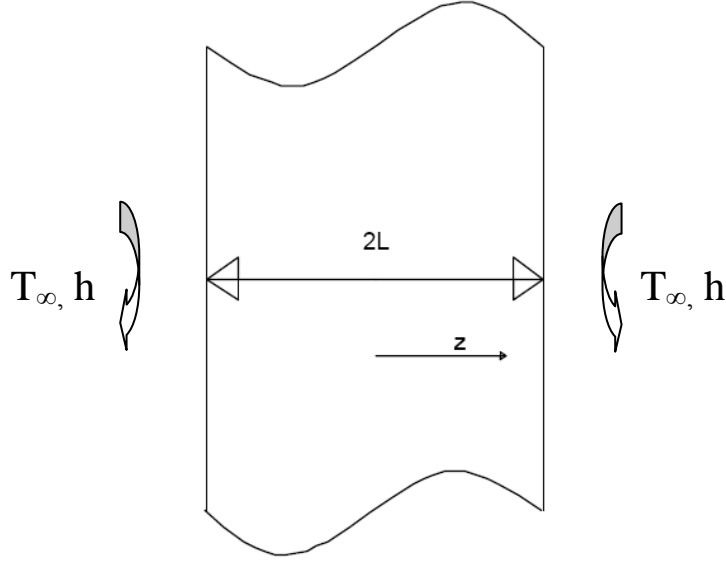


Şekil 4.1 : Silindir geometri kabulü.

4.1.1 Analitik ısı geçişi çözümlü

4.1.1.1 Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi

Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levhanın (Şekil 4.2) iki yüzünün aniden T_∞ sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa geçmesi halinde oluşan geçici rejime ait tek boyutlu ve zamana bağlı ısı geçişi denklemi ve çözümlü Genceli [35] tarafından verilmiştir.



Şekil 4.2 : Sonsuz büyüklükte bir levhanın iki yüzünün aniden T_∞ sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa gelmesi halinde geçici rejimde ısı geçişi [35].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (4.1)$$

α ısı yayılım katsayısıdır. T_∞ ortam sıcaklığı olmak üzere, $\theta = T - T_\infty$ olarak tanımlanırsa, genel denklem (4.1) dönüşüme uğrar ve

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial z^2} \quad (4.2)$$

(4.2) yukarıda görüldüğü gibi yeniden yazılabilir. T_0 başlangıç sıcaklık değeridir. Bu denkleme ait başlangıç sınır şartı (4.3),

$$t = 0 \text{ için } \theta_z = \theta_{z_0} = T_0 - T_\infty \quad (4.3)$$

cidar şartları (4.4), (4.5)

$$z = 0 \text{ (simetri eksenini) için } \frac{\partial \theta_z}{\partial z} = 0 \quad (4.4)$$

$$z = L \text{ (yüzey) için } \frac{\partial \theta_z}{\partial z} = -\frac{h}{k} \theta_z \quad (4.5)$$

olarak verilebilir. Isı iletim katsayısı k ile gösterilmiştir. Isı taşınım katsayısı h ile gösterilmiştir.

$\frac{\partial \theta_z}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial z^2}$ denkleminin çözümü, biri sadece z koordinatına, diğeri sadece t zamanına bağlı X ve Θ ifadeleri ile gösterilen iki fonksiyonun çarpımı olarak (4.6) alınır.

$$\theta_z(z, t) = X(z)\Theta(t) \quad (4.6)$$

yazılabilir. Bu denklem genel denkleme taşınırsa (4.7) ve düzenlenirse,

$$X \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \alpha \Theta \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\Theta'}{\Theta} = \frac{X''}{X} \quad (4.8)$$

(4.8) elde edilebilir. Bu eşitliğin bir tarafının sadece t zamanına, diğeri tarafının sadece z koordinatına bağlı olması nedeniyle, bu eşitliğin $-\lambda^2$ ile gösterilebilecek bir sabite eşitlemek mümkündür (4.9). Bu durumda,

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\Theta'}{\Theta} = \frac{X''}{X} = -\lambda_z^2 \quad (4.9)$$

veya

$$\frac{\Theta'}{\Theta} + \alpha \lambda_z^2 = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{X''}{X} + \lambda_z^2 = 0 \quad (4.11)$$

(4.10), (4.11) diferansiyel denklemlerine ulaşılabilir. $\frac{\Theta'}{\Theta} + \alpha\lambda_z^2 = 0$ denkleminin çözümü verilmiştir (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.16), (4.17), (4.18):

$$\frac{\Theta'}{\Theta} + \alpha\lambda_z^2 = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = -\alpha\lambda_z^2 \quad (4.13)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = -\alpha\lambda_z^2 \quad (4.14)$$

$$\ln(\Theta) = -\alpha\lambda_z^2 t + \ln C_1 \quad (4.15)$$

$$\ln\left(\frac{\Theta}{C_1}\right) = -\alpha\lambda_z^2 t \quad (4.16)$$

$$\frac{\Theta}{C_1} = e^{-\alpha\lambda_z^2 t} \quad (4.17)$$

$$\Theta = C_1 e^{-\alpha\lambda_z^2 t} \quad (4.18)$$

$\frac{X''}{X} + \lambda_z^2 = 0$ denkleminin çözümü verilmiştir (4.19), (4.20), (4.21), (4.22):

$$\frac{X''}{X} + \lambda_z^2 = 0 \quad (4.19)$$

$$X'' + \lambda_z^2 X = 0 \quad (4.20)$$

$$X'' + \lambda_z^2 X = 0 \quad (4.21)$$

$$X(z) = C_2 \sin(\lambda_z z) + C_3 \cos(\lambda_z z) \quad (4.22)$$

$\theta(z, t) = X(z)\Theta(t)$ fonksiyonu aşağıdaki hali alır (4.23):

$$\theta_z = [C_2 \sin(\lambda_z z) + C_3 \cos(\lambda_z z)]C_1 e^{-\alpha\lambda_z^2 t} \quad (4.23)$$

Bu eşitlikte C_1, C_2, C_3 başlangıç ve cidar şartlarından bulunacak olan sabitlerdir.

$z=0$ için (4.24), (4.25),

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial z} = 0 \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial x} = \lambda_z [C_2 \cos(0) + C_3 \sin(0)] C_1 e^{-\alpha \lambda_z^2 t} = 0 \quad (4.25)$$

olmaktadır. $C_2 \cos(0) = C_3 \sin(0)$ eşitliğinden $C_2 = 0$ elde edilebilir. Yeni bir sabit olarak $C_1 C_3 = D_z$ olarak alınırsa (4.26),

$$\theta_z = D_z \cos(\lambda_z z) e^{-\alpha \lambda_z^2 t} \quad (4.26)$$

bulunabilir.

$z=L$ için sınır koşullar uygulanırsa (4.27), (4.28), (4.29), (4.30), (4.31),

$$\frac{\partial \theta_z}{\partial z} = -\frac{h}{k} \theta_z \quad (4.27)$$

$$\lambda D_z \sin(\lambda_z L) e^{-\alpha \lambda_z^2 t} = \frac{h}{k} D_z \cos(\lambda_z L) e^{-\alpha \lambda_z^2 t} \quad (4.28)$$

$$\frac{\lambda_z}{\frac{h}{k}} = \cot(\lambda_z L) \quad (4.29)$$

$$\frac{\lambda_z L}{\frac{h}{k} L} = \cot(\lambda_z L) \quad (4.30)$$

$$\frac{\lambda_z L}{Bi} = \cot(\lambda_z L) \quad (4.31)$$

Bu eşitlikte $\frac{hL}{k}$ Biot sayısı anlamındadır. Transendal olan bu eşitliğin kökleri λ_n karakteristik değerleridir. Herhangi bir Biot sayısı için, karakteristik değerler adını alan sonsuz adet $\lambda_z L$ çözüm değeri mevcuttur. Genel çözüm ise sonsuz sayıdaki çözümün toplamı (4.32) olarak,

$$\theta_z = \sum_{n=1}^{\infty} D_{zn} \cos(\lambda_{zn} z) e^{-\alpha \lambda_{zn}^2 t} \quad (4.32)$$

bulunabilir. Bu eşitliğe başlangıç şartının uygulanmasıyla (4.33),

$$\theta_{z_0} = \sum_{n=1}^{\infty} D_{z_n} \cos(\lambda_{z_n} z) \quad (4.33)$$

yazılabilir. D_n katsayılarının bulunabilmesi için denklemin her iki tarafı $\cos(\lambda_z z) dz$ ile çarpılıp, $-L$ ile $+L$ arasında integrasyon yapılır (4.34).

$$\theta_{z_0} \int_{-L}^{+L} \cos(\lambda_{z_n} z) dz = D_{z_n} \int_{-L}^{+L} \cos^2(\lambda_{z_n} z) dz \quad (4.34)$$

$\cos^2(\lambda_{z_n} z)$ ifadesinin yer aldığı integral içinde düzenleme yapılır (4.35), (4.36), (4.37), (4.38).

$$\cos^2(\lambda_{z_n} z) = \cos 2(\lambda_{z_n} z) + \sin^2(\lambda_{z_n} z) \quad (4.35)$$

$$\cos^2(\lambda_{z_n} z) = \cos 2(\lambda_{z_n} z) + 1 - \cos^2(\lambda_{z_n} z) \quad (4.36)$$

$$2\cos^2(\lambda_{z_n} z) = \cos 2(\lambda_{z_n} z) + 1 \quad (4.37)$$

$$\cos^2(\lambda_{z_n} z) = \frac{1}{2} [\cos 2(\lambda_{z_n} z) + 1] \quad (4.38)$$

Denklem düzenlenir (4.39), (4.40), (4.41), (4.42), (4.43).

$$\theta_{z_0} \int_{-L}^{+L} \cos(\lambda_{z_n} z) dz = D_{z_n} \int_{-L}^{+L} \frac{1}{2} [\cos 2(\lambda_{z_n} z) + 1] dz \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \theta_{z_0} \frac{1}{\lambda_{z_n}} [\sin(\lambda_{z_n} L) - \sin(-\lambda_{z_n} L)] \\ = D_{z_n} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\lambda_{z_n}} \sin 2(\lambda_{z_n} z) + L - \frac{1}{2\lambda_{z_n}} \sin 2(\lambda_{z_n} z) - (-L) \right] \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\theta_{z_0} \frac{2}{\lambda_{z_n}} \sin(\lambda_{z_n} L) = D_{z_n} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\lambda_{z_n}} \sin 2(\lambda_{z_n} z) + 2L \right] \quad (4.41)$$

$$D_{zn} = \theta_{z0} \frac{\frac{2}{\lambda_{zn}} \sin(\lambda_{zn}L)}{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\lambda_{zn}} 2 \sin(\lambda_{zn}z) \cos(\lambda_{zn}z) + 2L \right]} \quad (4.42)$$

$$D_{zn} = \theta_{z0} \frac{2 \sin(\lambda_{zn}L)}{\lambda_{zn}L + \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} \quad (4.43)$$

Bu durumda levha içindeki sıcaklık değişimi için,

$$\theta_z = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{z0} \frac{2 \sin(\lambda_{zn}L)}{\lambda_{zn}L + \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} \cos(\lambda_{zn}z) e^{-\alpha \lambda_{zn}^2 t} \quad (4.44)$$

$$\frac{\theta_z}{\theta_{z0}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\lambda_{zn}L)}{\lambda_{zn}L + \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} \cos(\lambda_{zn}z) e^{-\alpha \lambda_{zn}^2 t} \quad (4.45)$$

(4.44), (4.45) bulunabilir. İstenirse, zamana bağlı kısım düzenlenerek (4.46), Fourier sayısı ($Fo = \alpha t / L^2$) ile gösterilebilir. Denklem düzenlenir (4.47).

$$\frac{\theta_z}{\theta_{z0}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\lambda_{zn}L)}{\lambda_{zn}L + \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} \cos(\lambda_{zn}z) e^{-(\lambda_{zn}L)^2 Fo} \quad (4.46)$$

$$T_z = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\lambda_{zn}L)}{\lambda_{zn}L + \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} \cos(\lambda_{zn}z) e^{-(\lambda_{zn}L)^2 Fo} \right] \quad (4.47)$$

Herhangi bir anda levhanın ortalama sıcaklığı (T_{ort}), sıcaklık değişiminin $z = 0$ ve $z = L$ arasında integrasyonunun alınıp, L kalınlığına bölünmesi ile (4.48) bulunabilir.

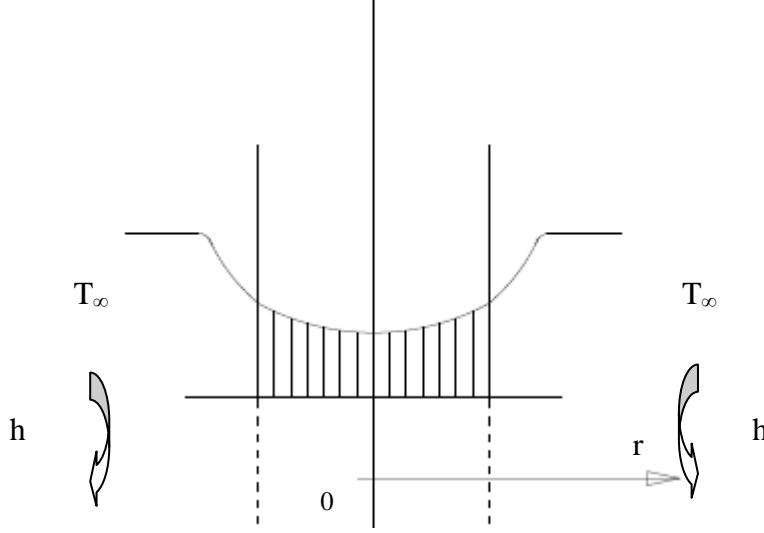
$$T_{ort} = \frac{1}{L} \int_0^L T dz \quad (4.48)$$

$$T_{z_{ort}} = T_{\infty} + (T_{z0} - T_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin^2(\lambda_{zn}L)}{(\lambda_{zn}L)^2 + (\lambda_{zn}L) \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} e^{-(\lambda_{zn}L)^2 Fo} \quad (4.49)$$

Böylece sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi için ortalama sıcaklığı ifade eden denklem (4.49) bulunabilir [35].

4.1.1.2 Sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi

Sonsuz uzunlukta dolu bir silindirin (Şekil 4.3) dış yüzeyinin aniden T_∞ sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa gelmesi halinde oluşan geçici rejime ait tek boyutlu ve zamana bağlı ısı geçişi denklemi ve çözümü Genceli [35] tarafından verilmiştir.



Şekil 4.3 : Başlangıçtaki sıcaklığı T_0 , yarıçapı r_0 olan sonsuz uzunlukta dolu bir silindirin dış yüzeyinin aniden T_∞ sıcaklığındaki bir akışkan ile temasa gelmesi halinde geçici rejimde ısı geçişi [35].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (4.50)$$

α ısı yayılım katsayısıdır. T_∞ ortam sıcaklığı olarak alınmak üzere, $\theta = T - T_\infty$ olarak tanımlanırsa, genel denklem (4.50) dönüşüme uğrar ve

$$\frac{\partial \theta_r}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta_r}{\partial r} \right) \quad (4.51)$$

(4.51) yukarıda görüldüğü gibi yeniden yazılabilir. T_0 başlangıç sıcaklık değeridir. Bu denkleme ait başlangıç sınır şartı (4.52),

$$t = 0 \text{ için } \theta_r = \theta_{r_0} = T_0 - T_\infty \quad (4.52)$$

cidar şartları (4.53), (4.54)

$$r = 0 \text{ (simetri eksenini) için } \frac{\partial \theta_r}{\partial r} = 0 \quad (4.53)$$

$$r = r_0 \text{ (yüzey) için } \frac{\partial \theta_r}{\partial r} = -\frac{h}{k} \theta_r \quad (4.54)$$

olarak verilebilir. Isı iletim katsayısı k ile gösterilmiştir. Isı taşınım katsayısı h ile gösterilmiştir.

$\frac{\partial \theta_r}{\partial t} = \alpha \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta_r}{\partial r} \right)$ denkleminin çözümü, biri sadece r koordinatına, diğeri sadece t zamanına bağlı R ve Θ ifadeleri ile gösterilen iki fonksiyonun çarpımı olarak (4.55) alınır.

$$\theta_r(r, t) = R(r)\Theta(t) \quad (4.55)$$

yazılabilir. Bu denklem genel denkleme taşınırsa (4.56) ,

$$R\Theta' = \frac{\alpha\Theta}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rR') \quad (4.56)$$

yazılabilir. t zamanına ve r koordinatlarına bağlı fonksiyonlar bir araya toplanırsa,

$$\frac{R}{\alpha\Theta} \Theta' = \frac{\alpha\Theta}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') \quad (4.57)$$

(4.57), elde edilebilir. Bu eşitliğin bir tarafının sadece t zamanına, diğeri tarafının sadece r koordinatına bağlı olması nedeniyle, bu eşitliğin $-\lambda^2$ ile gösterilebilecek bir sabite eşitlemek mümkündür (4.58). Bu durumda,

$$\frac{1}{\alpha\Theta} \Theta' = \frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') = -\lambda_r^2 \quad (4.58)$$

veya

$$\frac{1}{\alpha\Theta} \Theta' + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.59)$$

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.60)$$

(4.59), (4.60) diferansiyel denklemlerine ulaşılabilir. $\frac{1}{\alpha\Theta} \Theta' + \lambda_r^2 = 0$ denkleminin çözümü (4.61), (4.62), (4.63), (4.64), (4.65):

$$\frac{1}{\alpha\Theta} \Theta' + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.61)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = -\alpha\lambda_r^2 \quad (4.62)$$

$$\ln(\Theta) = -\alpha\lambda_r^2 t + \ln C_4 \quad (4.63)$$

$$\ln\left(\frac{\Theta}{C_4}\right) = -\alpha\lambda_r^2 t \quad (4.64)$$

$$\Theta = C_4 e^{-\alpha\lambda_r^2 t} \quad (4.65)$$

olarak verilmiştir. $\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \lambda_r^2 = 0$ denkleminin çözümü,

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.66)$$

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.67)$$

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{rR} R' + \lambda_r^2 = 0 \quad (4.68)$$

(4.66), (4.67), (4.68), olarak verilmiştir. Bu denklem, Bessel diferansiyel denklemdir. Çözümü ise (4.69),

$$R(r) = C_5 J_0(\lambda_r r) + C_6 Y_0(\lambda_r r) \quad (4.69)$$

olarak verilmiştir. Burada J_0 ve Y_0 sıfırıncı dereceden birinci ve ikinci çeşit Bessel fonksiyonlarıdır. $\theta(r, t) = R(r)\Theta(t)$ denkleminin son hali (4.70) verilmiştir:

$$\theta_r = [C_5 J_0(\lambda_r r) + C_6 Y_0(\lambda_r r)] C_4 e^{-\alpha\lambda_r^2 t} \quad (4.70)$$

$r = 0$ için (4.71),

$$\frac{\partial \theta_r}{\partial r} = 0 \quad (4.71)$$

olmaktadır. Bu durumda Y_0 sonsuza gittiğinden $C_6 = 0$ olmaktadır. Genel denklem

$$\theta_r = C_5 J_0(\lambda_r r) C_4 e^{-\alpha \lambda_r^2 t} \quad (4.72)$$

(4.72) halini alır. Bu eşitlikte $D_r = C_4 C_5$ şeklinde yeni bir sabittir. Bu eşitlikteki D_r ve λ başlangıç ve cidar şartlarından bulunacak olan sabitlerdir.

$r=r_0$ için (4.73), (4.74), (4.75), (4.76), (4.77),

$$\frac{\partial \theta_r}{\partial r} = -\frac{h}{k} \theta_r \quad (4.73)$$

$$D_r \left[-\lambda_r J_1(\lambda_r r_0) e^{-\alpha \lambda_r^2 t} \right] = -\frac{h}{k} D_r J_0(\lambda_r r_0) e^{-\alpha \lambda_r^2 t} \quad (4.74)$$

$$\frac{\lambda_r}{\frac{h}{k}} = \frac{J_0(\lambda_r r_0)}{J_1(\lambda_r r_0)} \quad (4.75)$$

$$\frac{\lambda_r r_0}{\frac{h}{k}} = \frac{J_0(\lambda_r r_0)}{J_1(\lambda_r r_0)} \quad (4.76)$$

$$\frac{\lambda_r r_0}{Bi} = \frac{J_0(\lambda_r r_0)}{J_1(\lambda_r r_0)} \quad (4.77)$$

$$\lambda_r r_0 J_1(\lambda_r r_0) - Bi J_0(\lambda_r r_0) = 0 \quad (4.78)$$

Eşitlikte (4.78) J_0 ve J_1 sıfıncı ve birinci dereceden Bessel fonksiyonlarıdır. Trigonometrik bir fonksiyon olan bu eşitlik, herhangi bir Bi sayısı için, karakteristik değerler adını alan sonsuz adet λ_{r_0} çözüm değeri mevcuttur. Genel çözüm ise sonsuz sayıdaki çözümün toplamı (4.79) olarak,

$$\theta_r = \sum_{n=1}^{\infty} D_{r_n} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-\alpha \lambda_{r_n}^2 t} \quad (4.79)$$

yazılabilir. Başlangıç şartının uygulanmasıyla (4.80),

$$\theta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} D_{r_n} J_0(\lambda_{r_n} r) \quad (4.80)$$

yazılabilir. D_{r_n} katsayılarının bulunabilmesi için, her iki tarafı $rJ_0(\lambda_{r_n} r)dr$ ile çarpılıp, 0 ile r_0 arası integrasyonu yapılır (4.81), (4.82).

$$\theta_0 \int_0^{r_0} rJ_0(\lambda_{r_n} r)dr = \sum_{n=1}^{\infty} D_{r_n} \int_0^{r_0} rJ_0(\lambda_{r_n} r)J_0(\lambda_{r_n} r)dr \quad (4.81)$$

$$D_{r_n} = \theta_0 \frac{2}{\lambda_{r_n} r_0} \frac{J_1(\lambda_{r_n} r_0)}{\left(J_0(\lambda_{r_n} r_0) \right)^2 + \left(J_1(\lambda_{r_n} r_0) \right)^2} \quad (4.82)$$

$\frac{\lambda_r r_0}{Bi} = \frac{J_0(\lambda_r r_0)}{J_1(\lambda_r r_0)}$ eşitliğinde J_1 ifadesi yalnız bırakılır (4.83), (4.84), (4.85).

$$D_{r_n} = \theta_0 \frac{2}{\lambda_{r_n} r_0} \frac{\frac{Bi}{\lambda_r r_0} J_0(\lambda_{r_n} r_0)}{\left(J_0(\lambda_{r_n} r_0) \right)^2 + \left(\frac{Bi}{\lambda_r r_0} J_0(\lambda_{r_n} r_0) \right)^2} \quad (4.83)$$

$$D_{r_n} = \theta_0 \frac{2}{\lambda_{r_n} r_0} \frac{1}{\lambda_{r_n} r_0} \frac{Bi J_0(\lambda_{r_n} r_0)}{\left(J_0(\lambda_{r_n} r_0) \right)^2 \left(1 + \left(\frac{Bi}{\lambda_r r_0} \right)^2 \right)} \quad (4.84)$$

$$D_{r_n} = \theta_0 \frac{2}{(\lambda_{r_n} r_0)^2} \frac{Bi}{J_0(\lambda_{r_n} r_0) \left(\frac{(\lambda_{r_n} r_0)^2 + Bi^2}{(\lambda_{r_n} r_0)^2} \right)} \quad (4.85)$$

$$D_{r_n} = \theta_0 \frac{2Bi}{(\lambda_{r_n}^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_{r_n} r_0)} \quad (4.86)$$

(4.86) ifadesi elde edilir. Bu durumda silindir içindeki sıcaklık değişimi için

$$\theta_r = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_0 \frac{2Bi}{(\lambda_{r_n}^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_{r_n} r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-\alpha \lambda_{r_n}^2 t} \quad (4.87)$$

$$\frac{\theta_r}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{(\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_r r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-\alpha \lambda_{r_n}^2 t} \quad (4.88)$$

(4.87), (4.88) sonucuna ulaşılabilir. İstenirse, zamana bağlı kısım düzenlenerek Fourier sayısı ile gösterilebilir (4.89). Denklem düzenlenir (4.90), (4.91).

$$\frac{\theta_r}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{(\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_r r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-(\lambda_{r_n} r_0)^2 Fo} \quad (4.89)$$

$$\frac{T_r - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{(\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_r r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-(\lambda_{r_n} r_0)^2 Fo} \quad (4.90)$$

$$T_r = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{(\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_r r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-(\lambda_{r_n} r_0)^2 Fo} \quad (4.91)$$

Herhangi bir anda levhanın ortalama sıcaklığı (T_{ort}), sıcaklık değişiminin $r = 0$ ve $r = r_0$ arasında integrasyonunun alınıp, πr_0^2 ile bölünmesi ile (4.92) bulunabilir.

$$T_{ort} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} T(2\pi r) dr \quad (4.92)$$

$$T_{ort} = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi}{(\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2) J_0(\lambda_r r_0)} J_0(\lambda_{r_n} r) e^{-(\lambda_{r_n} r_0)^2 Fo} (2\pi r) dr \quad (4.93)$$

$$T_{ort} = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4Bi^2}{\lambda_r^2 r_0^2 (\lambda_r^2 r_0^2 + Bi^2)} e^{-(\lambda_{r_n} r_0)^2 Fo} \quad (4.94)$$

Denklem düzenlenir (4.93). Böylece sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi için ortalama sıcaklığı ifade eden denklem (4.94) bulunabilir [35].

4.1.1.3 Sonlu silindirde geçici rejimde ısı geçişi

Tüm yüzeylerinden ısı taşınımına maruz kalmış sonlu silindir geometrisine ait denklem (4.95) ve düzenlenmiş hali (4.96) aşağıda verilmiştir:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (4.96)$$

z ile aksenal doğrultuda uzunluk, r ile yarıçap ifade edilmiştir. z=0, r=0 olduğu yer cismin merkezidir. 2L uzunluğunda ve 2R çapındaki silindire ait çözüm Newman tarafından [36]

$$T - T_{\infty} = \theta_r \theta_z \quad (4.97)$$

(4.97) olarak verilmiştir.

4.1.2 Analitik kütle geçişi çözümü

Analitik kütle geçişi çözümü, analitik ısı geçişi çözümü ile aynı temellere dayanmaktadır. Dolayısı ile çözümler birbirine çok benzemektedir.

4.1.2.1 Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi

Sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levhanın bir yüzünün izole edilmesi ve diğer yüzünün aniden X_{∞} özgül nemindeki bir akışkan ile temasa geçmesi halinde oluşan geçici rejime ait tek boyutlu ve zamana bağlı kütle geçişi denklemi (4.98) verilmiştir.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \quad (4.98)$$

Çözümleme, Genceli [35] tarafından verilen ısı geçişi denklemine ait çözüm yöntemine benzetilerek gerçekleştirilmiştir. D_{eff} kütle yayılım katsayısıdır. W_{∞} ortam sıcaklığı olarak alınmak üzere, $\xi_z = W - W_{\infty}$ olarak tanımlanırsa; genel denklem dönüşüme uğrar (4.99).

$$\frac{\partial \xi_z}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2} \quad (4.99)$$

Bu denkleme ait başlangıç sınır şartı (4.100),

$$t = 0 \text{ için } \xi_z = \xi_{z_0} = W_0 - W_\infty \quad (4.100)$$

cidar şartları (4.101), (4.102),

$$z = 0 \text{ (taban yüzeyi) için } \frac{\partial \xi_z}{\partial z} = 0 \quad (4.101)$$

$$z = 2L \text{ (yüzey) için } \frac{\partial \xi_z}{\partial z} = -\frac{h_m}{D_{eff}} \xi_z \quad (4.102)$$

olarak verilebilir. Kütle taşınım katsayısı h_m olarak gösterilmiştir.

$\frac{\partial \xi_z}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2}$ denkleminin çözümü, biri sadece z koordinatına, diğeri sadece t zamanına bağlı X ve Θ ifadeleri ile gösterilen iki fonksiyonun çarpımı olarak (4.103) alınır.

$$\xi_z(z, t) = X(z)\Theta(t) \quad (4.103)$$

Bu denklem genel denkleme taşınırsa (4.104) ve düzenlenirse,

$$X \frac{\partial \Theta}{\partial t} = D_{eff} \Theta \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \quad (4.104)$$

$$\frac{1}{D_{eff}} \frac{\Theta'}{\Theta} = \Theta \frac{X''}{X} \quad (4.105)$$

(4.105) elde edilebilir. Bu eşitliğin bir tarafının sadece t zamanına, diğeri tarafının sadece z koordinatına bağlı olması nedeniyle, bu eşitliğin $-\gamma^2$ ile gösterilebilecek bir sabite eşitlemek mümkündür (4.106). Bu durumda,

$$\frac{1}{D_{eff}} \frac{\Theta'}{\Theta} = \Theta \frac{X''}{X} = -\gamma_z^2 \quad (4.106)$$

veya

$$\frac{\Theta'}{\Theta} + \alpha \gamma_z^2 = 0 \quad (4.107)$$

$$\frac{X''}{X} + \gamma_z^2 = 0 \quad (4.108)$$

(4.107), (4.108) diferansiyel denklemlerine ulaşılabilir. $\frac{\Theta'}{\Theta} + D_{eff}\gamma_z^2 = 0$ denkleminin çözümü verilmiştir (4.109), (4.110) (4.111), (4.112) (4.113), (4.114) (4.115).

$$\frac{\Theta'}{\Theta} + D_{eff}\gamma_z^2 = 0 \quad (4.109)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = -D_{eff}\gamma_z^2 \quad (4.110)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = -D_{eff}\gamma_z^2 \quad (4.111)$$

$$\ln(\Theta) = -D_{eff}\gamma_z^2 t + \ln C_7 \quad (4.112)$$

$$\ln\left(\frac{\Theta}{C_7}\right) = -D_{eff}\gamma_z^2 t \quad (4.113)$$

$$\frac{\Theta}{C_7} = e^{-D_{eff}\gamma_z^2 t} \quad (4.114)$$

$$\Theta = C_7 e^{-D_{eff}\gamma_z^2 t} \quad (4.115)$$

$\frac{X''}{X} + \gamma_z^2 = 0$ denkleminin çözümü verilmiştir (4.116) , (4.117) , (4.118) , (4.119) .

$$\frac{X''}{X} + \gamma_z^2 = 0 \quad (4.116)$$

$$X'' + \gamma_z^2 X = 0 \quad (4.117)$$

$$X'' + \gamma_z^2 X = 0 \quad (4.118)$$

$$X = C_8 \sin(\gamma_z z) + C_9 \cos(\gamma_z z) \quad (4.119)$$

$\xi_z(z, t) = X(z)\Theta(t)$ fonksiyonu aşağıdaki hali alır (4.120):

$$\xi_z = [C_8 \sin(\gamma_z z) + C_9 \cos(\gamma_z z)] C_7 e^{-D_{eff} \gamma_z^2 t} \quad (4.120)$$

Bu eşitlikte C_7 , C_8 , C_9 başlangıç ve cidar şartlarından bulunacak olan sabitlerdir.

$z=0$ için (4.121), (4.122),

$$\frac{\partial \xi_z}{\partial z} = 0 \quad (4.121)$$

$$\frac{\partial \xi_z}{\partial x} = \gamma_z [C_8 \cos(0) + C_9 \sin(0)] C_7 e^{-D_{eff} \gamma_z^2 t} = 0 \quad (4.122)$$

olmaktadır. $C_8 \cos(0) = C_9 \sin(0)$ eşitliğinden $C_8 = 0$ elde edilebilir. Yeni bir sabit olarak $C_7 C_8 = D_{m_z}$ olarak alınırsa (4.123),

$$\xi_z = D_{m_z} \cos(\gamma_z z) e^{-D_{eff} \gamma_z^2 t} \quad (4.123)$$

bulunabilir.

$z=2L$ için sınır koşullar uygulanırsa (4.124), (4.125), (4.126), (4.127), (4.128),

$$\frac{\partial \xi_z}{\partial z} = -\frac{h_m}{D_{eff}} \xi_z \quad (4.124)$$

$$\gamma_z D_{m_z} \sin(\gamma_z 2L) e^{-D_{eff} \gamma_z^2 t} = \frac{h_m}{D_{eff}} D_{m_z} \cos(\gamma_z 2L) e^{-D_{eff} \gamma_z^2 t} \quad (4.125)$$

$$\frac{\gamma_z}{\frac{h_m}{D_{eff}}} = \cot(2\gamma_z L) \quad (4.126)$$

$$\frac{\gamma_z}{\frac{h_m}{D_{eff}}} \frac{2L}{2L} = \cot(2\gamma_z L) \quad (4.127)$$

$$\frac{2\gamma_z L}{Bi_m} = \cot(2\gamma_z L) \quad (4.128)$$

Bu eşitlikte $\frac{2h_m L}{k}$ Biot sayısı anlamındadır. Transendal olan bu eşitliğin kökleri γ_{z_n} karakteristik değerleridir. Herhangi bir Biot sayısı için, karakteristik değerler adını

alan sonsuz adet $2\gamma_z L$ çözüm değeri mevcuttur. Genel çözüm ise sonsuz sayıdaki çözümün toplamı **(4.129)** olarak

$$\xi_z = \sum_{n=1}^{\infty} D_{m_{zn}} \cos(\gamma_{zn} z) e^{-D_{eff} \gamma_{zn}^2 t} \quad (4.129)$$

bulunabilir. Bu eşitliğe başlangıç şartının uygulanmasıyla **(4.130)**,

$$\xi_{z0} = \sum_{n=1}^{\infty} D_{m_{zn}} \cos(\gamma_{zn} z) \quad (4.130)$$

yazılabilir. D_n katsayılarının bulunabilmesi için denklemin her iki tarafı $\cos(\lambda_z z) dz$ ile çarpılıp, 0 ile $+2L$ arasında integrasyon yapılır **(4.131)**.

$$\xi_{z0} \int_0^{2L} \cos(\gamma_{zn} z) dz = D_{m_{zn}} \int_0^{2L} \cos^2(\gamma_{zn} z) dz \quad (4.131)$$

$\cos^2(\gamma_{zn} z)$ ifadesinin yer aldığı integral içinde düzenleme yapılır **(4.132)**, **(4.133)**, **(4.134)**, **(4.135)**.

$$\cos^2(\gamma_{zn} z) = \cos 2(\gamma_{zn} z) + \sin^2(\gamma_{zn} z) \quad (4.132)$$

$$\cos^2(\gamma_{zn} z) = \cos 2(\gamma_{zn} z) + 1 - \cos^2(\gamma_{zn} z) \quad (4.133)$$

$$2\cos^2(\gamma_{zn} z) = \cos 2(\gamma_{zn} z) + 1 \quad (4.134)$$

$$\cos^2(\gamma_{zn} z) = \frac{1}{2} [\cos 2(\gamma_{zn} z) + 1] \quad (4.135)$$

Denklem düzenlenir **(4.136)**, **(4.137)**, **(4.138)**, **(4.139)**, **(4.140)**.

$$\xi_{z0} \int_0^{2L} \cos(\gamma_{zn} z) dz = D_{m_{zn}} \int_0^{2L} \frac{1}{2} [\cos 2(\gamma_{zn} z) + 1] dz \quad (4.136)$$

$$\begin{aligned} \xi_{z_0} \frac{1}{\gamma_{z_n}} [\sin(2\gamma_{z_n}L) - \sin(0)] \\ = D_{m_{z_n}} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\gamma_{z_n}} \sin 2(2\gamma_{z_n}L) + L - \frac{1}{2\gamma_{z_n}} \sin(0) - (-L) \right] \end{aligned} \quad (4.137)$$

$$\xi_{z_0} \frac{1}{\gamma_{z_n}} \sin(2\gamma_{z_n}L) = D_{m_{z_n}} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\gamma_{z_n}} \sin 2(2\gamma_{z_n}L) + 2L \right] \quad (4.138)$$

$$D_{m_{z_n}} = \xi_{z_0} \frac{\frac{1}{\gamma_{z_n}} \sin(2\lambda_{z_n}L)}{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2\gamma_{z_n}} 2\sin(2\lambda_{z_n}L)\cos(2\lambda_{z_n}z) + 2L \right]} \quad (4.139)$$

$$D_{m_{z_n}} = \xi_{z_0} \frac{2\sin(2\gamma_{z_n}L)}{\gamma_{z_n}L + \frac{1}{2}\sin(2\gamma_{z_n}L)\cos(2\gamma_{z_n}L)} \quad (4.140)$$

Bu durumda levha içindeki özgül kütle değişimi için,

$$\xi_z = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_{z_0} \frac{2\sin(\gamma_{z_n}z)}{\gamma_{z_n}z + \frac{1}{2}\sin(\gamma_{z_n}z)\cos(\gamma_{z_n}z)} \cos(\gamma_{z_n}z) e^{-D_{eff}\gamma_{z_n}^2 t} \quad (4.141)$$

$$\frac{\xi_z}{\xi_{z_0}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\gamma_{z_n}L)}{\gamma_{z_n}L + \frac{1}{2}\sin(\gamma_{z_n}L)\cos(\gamma_{z_n}L)} \cos(\gamma_{z_n}L) e^{-D_{eff}\gamma_{z_n}^2 t} \quad (4.142)$$

(4.141), (4.142) bulunabilir. İstenirse, zamana bağlı kısım düzenlenerek (4.143) Fourier sayısı ($Fo_m = D_{eff}t/4L^2$) ile gösterilebilir. Denklemler düzenlenir (4.144), (4.145).

$$\frac{\xi_z}{\xi_{z_0}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\gamma_{z_n}L)}{\gamma_{z_n}L + \frac{1}{2}\sin(\gamma_{z_n}L)\cos(\gamma_{z_n}L)} \cos(\gamma_{z_n}L) e^{-(D_{eff}2L)^2 Fo} \quad (4.143)$$

$$\frac{W_z - W_{\infty}}{W_0 - W_{\infty}} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\gamma_{z_n}L)}{\gamma_{z_n}L + \frac{1}{2}\sin(\gamma_{z_n}L)\cos(\gamma_{z_n}L)} \cos(\gamma_{z_n}L) e^{-(D_{eff}2L)^2 Fo} \quad (4.144)$$

$$W_z = W_\infty + (W_0 - W_\infty) \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\gamma_{zn}L)}{\gamma_{zn}L + \frac{1}{2} \sin(\gamma_{zn}L) \cos(\gamma_{zn}L)} \cos(\gamma_{zn}L) e^{-(D_{eff}2L)^2 Fo} \right] \quad (4.145)$$

Herhangi bir anda levhanın ortalama özgül kütle değeri (W_{ort}), değişimin $z = 0$ ve $z = L$ arasında integrasyonunun alınıp, L kalınlığına bölünmesi ile (4.146) bulunabilir.

$$W_{z_{ort}} = \frac{1}{L} \int_0^L W_z dz \quad (4.146)$$

$$W_{z_{ort}} = W_\infty + (W_0 - W_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin^2(\lambda_{zn}L)}{(\lambda_{zn}L)^2 + \frac{1}{2} (\lambda_{zn}L) \sin(\lambda_{zn}L) \cos(\lambda_{zn}L)} e^{-(\lambda_{zn}2L)^2 Fo} \quad (4.147)$$

Böylece sonsuz büyüklükteki bir düzlemsel levha geometrisi için ortalama özgül kütle ifade eden denklem (4.147) bulunabilir [35].

4.1.2.2 Sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi

Sonsuz uzunlukta dolu bir silindirin dış yüzeyinin aniden W_∞ özgül kütledeki bir akışkan ile temas gelmesi halinde oluşan geçici rejime ait tek boyutlu ve zamana bağlı kütle geçişi denklemi (4.148) verilmiştir.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right) \quad (4.148)$$

Çözümleme, Genceli [35] tarafından verilen ısı geçişi denklemine ait çözüm yöntemine benzetilerek gerçekleştirilmiştir. W_∞ ortam sıcaklığı olarak alınmak üzere, $\xi_z = W - W_\infty$ olarak tanımlanırsa, genel denklem dönüşüme uğrar (4.149).

$$\frac{\partial \xi_r}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right) \quad (4.149)$$

Bu denkleme ait başlangıç sınır şartı (4.150),

$$t = 0 \text{ için } \xi_r = \xi_{r0} = T_0 - T_\infty \quad (4.150)$$

cidar şartları (4.151), (4.152),

$$r = 0 \text{ (simetri eksenini) için } \frac{\partial \xi_r}{\partial r} = 0 \quad (4.151)$$

$$r = r_0 \text{ (yüzey) için } \frac{\partial \xi_r}{\partial r} = -\frac{h_m}{D_{eff}} \xi_r \quad (4.152)$$

olarak verilebilir. Kütle taşınım katsayısı h_m olarak gösterilmiştir.

$\frac{\partial \xi_r}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right)$ denkleminin çözümü, biri sadece r koordinatına, diğeri sadece t zamanına bağlı iki fonksiyonun çarpımı olarak **(4.153)** alınır.

$$\xi_r(r, t) = R(r)\Theta(t) \quad (4.153)$$

Bu denklem genel denkleme taşınırsa **(4.154)** ve düzenlenirse,

$$R\Theta' = \frac{D_{eff}\Theta}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rR') \quad (4.154)$$

elde edilebilir. t zamanına ve r koordinatlarına bağlı fonksiyonlar bir araya toplanırsa,

$$\frac{R}{D_{eff}\Theta} \Theta' = \frac{D_{eff}\Theta}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') \quad (4.155)$$

(4.155) elde edilebilir. Bu eşitliğin bir tarafının sadece t zamanına, diğeri tarafının sadece r koordinatına bağlı olması nedeniyle, bu eşitliğin $-\gamma^2$ ile gösterilebilecek bir sabite eşitlemek mümkündür **(4.156)**. Bu durumda,

$$\frac{1}{D_{eff}\Theta} \Theta' = \frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') = -\gamma_r^2 \quad (4.156)$$

veya

$$\frac{1}{D_{eff}\Theta} \Theta' + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.157)$$

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.158)$$

(4.157), (4.158) diferansiyel denklemlerine ulaşılabilir. $\frac{1}{D_{eff}\Theta} \Theta' + \gamma_r^2 = 0$ denkleminin çözümü (4.159), (4.160), (4.161), (4.162), (4.163):

$$\frac{1}{D_{eff}\Theta} \Theta' + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.159)$$

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = D_{eff}\gamma_r^2 \quad (4.160)$$

$$\ln(\Theta) = -D_{eff}\gamma_r^2 t + \ln C_{10} \quad (4.161)$$

$$\ln\left(\frac{\Theta}{C_{10}}\right) = -D_{eff}\gamma_r^2 t \quad (4.162)$$

$$\Theta = C_{10}e^{-D_{eff}\gamma_r^2 t} \quad (4.163)$$

olarak verilmiştir. $\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \gamma_r^2 = 0$ denkleminin çözümü,

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.164)$$

$$\frac{1}{rR} \frac{\partial}{\partial r} (rR') + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.165)$$

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{rR} R' + \gamma_r^2 = 0 \quad (4.166)$$

(4.164), (4.165), (4.166) olarak verilmiştir Bu denklem, Bessel diferansiyel denklemdir. Çözümü ise (4.167),

$$R(r) = C_{11}J_0(\gamma_r r) + C_{12}Y_0(\gamma_r r) \quad (4.167)$$

olarak verilmiştir. Burada J_0 ve Y_0 sıfırıncı dereceden birinci ve ikinci çeşit Bessel fonksiyonlarıdır. $\xi(r, t) = R(r)\Theta(t)$ denkleminin son hali (4.168) verilmiştir.

$$\xi_r = [C_{11}J_0(\gamma_r r) + C_{12}Y_0(\gamma_r r)]C_{10}e^{-D_{eff}\gamma_r^2 t} \quad (4.168)$$

$r = 0$ için (4.169),

$$\frac{\partial \xi_r}{\partial r} = 0 \quad (4.169)$$

Bu durumda Y_0 sonsuza gittiğinden $C_{12} = 0$ olmaktadır. Genel denklem

$$\xi_r = C_{11} J_0(\lambda_r r) C_{10} e^{-D_{eff} \gamma_r^2 t} \quad (4.170)$$

(4.170) halini alır. Bu eşitlikte $D_{m_r} = C_{10} C_{11}$ şeklinde yeni bir sabittir. Bu eşitlikteki D_{m_r} ve γ_r başlangıç ve cidar şartlarından bulunacak olan sabitlerdir.

$r=r_0$ için (4.171), (4.172), (4.173), (4.174), (4.175),

$$\frac{\partial \xi_r}{\partial r} = -\frac{h_m}{D_{eff}} \xi_r \quad (4.171)$$

$$D_{m_r} [-\gamma_r^2 J_1(\gamma_r r_0) e^{-D_{eff} \gamma_r^2 t}] = -\frac{h_m}{D_{eff}} D_{m_r} J_0(\gamma_r r_0) e^{-D_{eff} \gamma_r^2 t} \quad (4.172)$$

$$\frac{\gamma_r}{\frac{h_m}{D_{eff}}} = \frac{J_0(\lambda_r r_0)}{J_1(\lambda_r r_0)} \quad (4.173)$$

$$\frac{\gamma_r}{\frac{h_m}{D_{eff}}} \frac{r_0}{r_0} = \frac{J_0(\gamma_r r_0)}{J_1(\gamma_r r_0)} \quad (4.174)$$

$$\frac{\gamma_r r_0}{Bi_m} = \frac{J_0(\gamma_r r_0)}{J_1(\gamma_r r_0)} \quad (4.175)$$

$$\gamma_r r_0 J_1(\gamma_r r_0) - Bi J_0(\gamma_r r_0) = 0 \quad (4.176)$$

Eşitlikte (4.176) J_0 ve J_1 sıfırncı ve birinci dereceden Bessel fonksiyonlarıdır. Trigonometrik bir fonksiyon olan bu eşitlik, herhangi bir Bi sayısı için, karakteristik değerler adını alan sonsuz adet $\gamma_r r_0$ çözüm değeri mevcuttur. Genel çözüm ise sonsuz sayıdaki çözümün toplamı (4.177) olarak,

$$\xi_r = \sum_{n=1}^{\infty} D_{m_r n} J_0(\gamma_{r_n} r_0) e^{-D_{eff} \gamma_{r_n}^2 t} \quad (4.177)$$

yazılabilir. Başlangıç şartının uygulanmasıyla (4.178),

$$\xi_0 = \sum_{n=1}^{\infty} D_{m_{r_n}} J_0(\gamma_{r_n} r) \quad (4.178)$$

yazılabilir. $D_{m_{r_n}}$ katsayılarının bulunabilmesi için, her iki tarafı $rJ_0(\gamma_{r_n} r)dr$ ile çarpılıp, 0 ile r_0 arası integrasyonu yapılırsa (4.179), (4.180).

$$\xi_0 \int_0^{r_0} rJ_0(\gamma_{r_n} r)dr = \sum_{n=1}^{\infty} D_{m_{r_n}} \int_0^{r_0} rJ_0(\gamma_{r_n} r)J_0(\gamma_{r_n} r)dr \quad (4.179)$$

$$D_{m_{r_n}} = \xi_0 \frac{2}{\gamma_{r_n} r} \frac{J_1(\gamma_{r_n} r)}{(J_0(\gamma_{r_n} r))^2 + (J_1(\gamma_{r_n} r))^2} \quad (4.180)$$

$\frac{\gamma_{r_n} r_0}{Bi_m} = \frac{J_0(\gamma_{r_n} r)}{J_1(\gamma_{r_n} r)}$ eşitliğinde J_1 ifadesi yalnız bırakılır (4.181), (4.182), (4.183).

$$D_{m_{r_n}} = \xi_0 \frac{2}{\gamma_{r_n} r_0} \frac{\frac{Bi_m}{\gamma_{r_n} r_0} J_0(\gamma_{r_n} r)}{(J_0(\gamma_{r_n} r))^2 \left(1 + \left(\frac{Bi_m}{\gamma_{r_n} r}\right)^2\right)} \quad (4.181)$$

$$D_{m_{r_n}} = \xi_0 \frac{2}{\gamma_{r_n} r_0} \frac{1}{\gamma_{r_n} r_0} \frac{Bi_m J_0(\gamma_{r_n} r_0)}{(J_0(\gamma_{r_n} r_0))^2 \left(1 + \left(\frac{Bi_m}{\gamma_{r_n} r_0}\right)^2\right)} \quad (4.182)$$

$$D_{m_{r_n}} = \xi_0 \frac{2}{(\gamma_{r_n} r_0)^2} \frac{Bi_m}{J_0(\gamma_{r_n} r_0) \left(\frac{(\gamma_{r_n} r_0)^2 + Bi_m^2}{(\gamma_{r_n} r_0)^2}\right)} \quad (4.183)$$

$$D_{m_{r_n}} = \xi_0 \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} \quad (4.184)$$

(4.184) ifadesi elde edilir. Bu durumda silindir içindeki özgül kütle değişimi

$$\xi_r = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_0 \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-D_{eff} \gamma_{r_n}^2 t} \quad (4.185)$$

$$\frac{\xi_r}{\xi_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-D_{eff} \gamma_{r_n}^2 t} \quad (4.186)$$

(4.185), (4.186) sonucuna ulaşılabilir. İstenirse, zamana bağlı kısım dzenlenerek Fourier sayısı ile gsterilebilir (4.187). Denklem dzenlenir (4.188), (4.189).

$$\frac{\xi_r}{\xi_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-(D_{eff} r_0)^2 Fo} \quad (4.187)$$

$$\frac{W_r - W_{\infty}}{W_0 - W_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-(D_{eff} r_0)^2 Fo} \quad (4.188)$$

$$W_r = W_{\infty} + (W_0 - W_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-(D_{eff} r_0)^2 Fo} \quad (4.189)$$

Herhangi bir anda levhanın ortalama özgül kütlesi (W_{ort}), değişimin $r = 0$ ve $r = r_0$ arasında integrasyonunun alınıp, πr_0^2 ile bölünmesi ile (4.190) bulunabilir.

$$W_{ort} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} W_r (2\pi r) dr \quad (4.190)$$

$$W_{z_{ort}} = W_{\infty} + (W_0 - W_{\infty}) \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi_m}{(\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2) J_0(\gamma_{r_n} r_0)} J_0(\gamma_{r_n} r) e^{-(D_{eff} r_0)^2 Fo} (2\pi r) dr \quad (4.191)$$

$$W_{z_{ort}} = W_{\infty} + (W_0 - W_{\infty}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4Bi_m^2}{\gamma_{r_n}^2 r_0^2 (\gamma_{r_n}^2 r_0^2 + Bi_m^2)} e^{-(D_{eff} r_0)^2 Fo} \quad (4.192)$$

Denklem dzenlenir (4.191). Böylece sonsuz uzunlukta dolu bir silindir geometrisi için ortalama sıcaklığı ifade eden denklem (4.192) bulunabilir

4.1.2.3 Sonlu silindirde geçici rejimde kütle geçişi

Alt yüzeyi hariç her yüzeyinden kütle taşınımına maruz kalmış sonlu silindir geometrisine ait denklem (4.193) ve dzenlenmiş hali (4.194) verilmiştir:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial W}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right] \quad (4.193)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right] \quad (4.194)$$

z ile aksenal doğrultuda uzunluk, r ile yarıçap ifade edilmiştir. z=0, r=0 olduğu yer cismin taban yüzeyidir. 2L uzunluğunda ve 2R çapındaki silindire ait çözüm Newman [36] tarafından verilen ısı geçişi denkleminde ait çözüm yöntemine benzetilerek gerçekleştirilmiştir. Bu durumda sonuç,

$$\frac{W - W_{\infty}}{W_0 - W_{\infty}} = \xi_r \xi_z \quad (4.195)$$

(4.195) olarak verilmiştir.

4.2 Isı ve Kütle Geçişinin Sayısal Modellenmesi

Analitik çözümde ısı ve kütle geçişi ayrı ayrı çözüldüğünden, buhar üretimi ve üretilen buharın transportunun hesaplanması olanaklı değildir. Ayrıca buharlaşma gizli ısılarının sıcaklık verileri üzerindeki etkisi de incelenememektedir. Bu sebeple sayısal modele geçişe karar verilmiştir. Muffin kek geometrisi silindir olarak kabul edildiğinden dolayı, sayısal modelde ısı ve kütle geçişi silindirik koordinatlarda modellenmiştir.

4.2.1 Açık yaklaşım

Sayısal modelleme çalışmaları, açık (explicit) yaklaşım ile gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım, Incropera vd. [37] tarafından da incelenmiştir. Sabit özellikler ve ısı üretimi yokken, zamana bağlı ısı iletim denkleminin (4.196),

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.196)$$

biçiminde yazılabilir. m ve n alt indisleri, ayrık düğüm noktalarının x ve y koordinatlarını göstermek için kullanılmıştır. Ayrıca uzaydaki ayrıklaştırmaya ek

olarak zamana göre de ayrıklaştırma yapılmalıdır. p tamsayı değişkeni bu amaçla kullanılırsa (4.197),

$$t = p\Delta t \quad (4.197)$$

olmak kaydıyla ısı iletim denklemi (4.198),

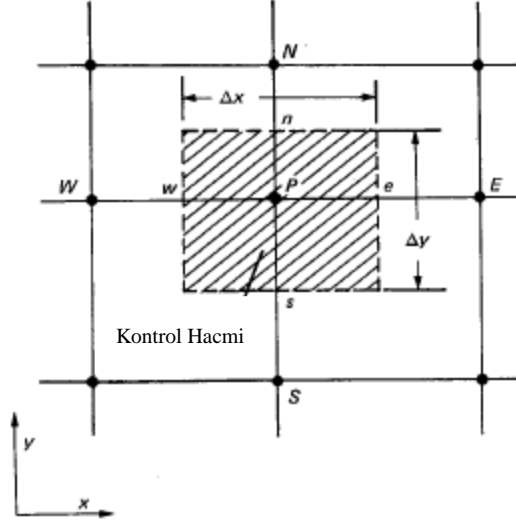
$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_{m,n}^{p+1} - T_{m,n}^p}{\Delta t} = \frac{T_{m+1,n}^p + T_{m-1,n}^p - 2T_{m,n}^p}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{m,n+1}^p + T_{m,n-1}^p - 2T_{m,n}^p}{(\Delta y)^2} \quad (4.198)$$

halini alır. Burada $T_{m,n}^{p+1}$ ifadesinin eşitliğin sol tarafında yalnız bırakılması kaydıyla, eşitlik tekrar yazılırsa, belirlenen bu yöntem açık (explicit) yaklaşım olarak adlandırılır. Çünkü bir sonraki adımda sıcaklıklar, sadece önceki adımda bulunan sıcaklıklara bağlıdır. Tüm iç düğüm noktalarındaki sıcaklıklar başlangıç koşullarından bilinmektedir. $t=\Delta t$ (ilk zaman adımında) sıcaklıklar hesaplanır. Ardından ikinci zaman adımındaki yani $t=2\Delta t$ 'deki sıcaklıkları bulmak için işlemler tekrarlanır. Bu yöntemle çözüme adım adım ilerleyerek ulaşılr.

Sonlu fark çözümünün hassaslığı, Δx ve Δt değerlerini küçülterek artırılır. Doğal olarak, iç düğüm noktalarının sayısı, Δx küçüldükçe artar. Ayrıca çözümü elde etmek için gereken zaman adımlarının sayısı, Δt küçüldükçe artar. Böylece hesaplama süresi Δx ve Δt 'nin küçülmeleri ile artar [37].

Isı iletim katsayısı, yoğunluk gibi ifadelerin modelleme aşamasında tekrar tekrar yazılmaması için bu parametrelerin bir arada geçtiği ifadeler düzenlenmelidir. Bu düzenlemeye yönelik olarak; kartezyen koordinatlarda iki boyutlu ve üç boyutlu ayrıklaştırılmış denklem ile silindirik koordinatlarda iki boyutlu ayrıklaştırılmış denklem Patankar [38] tarafından incelenmiştir.

Şekil 4.4'te iki boyutlu ağ yapısı görülmektedir. P noktası merkez noktadır. w ve e noktaları, x eksenini doğrultusunda P noktasına komşu noktalardır. n ve s noktaları, y eksenini doğrultusunda P noktasına komşu noktalardır. P noktası civarındaki taralı alan kontrol hacmini göstermektedir. z eksenini doğrultusundaki kalınlık terimi birim uzunluk olarak kabul edilmiştir.



Şekil 4.4 : İki boyutlu durum için kontrol hacmi [38].

Isı iletimini ifade eden diferansiyel denklem (4.199),

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + S \quad (4.199)$$

olarak verilmiştir. Bu denklemin ayrıklaştırılmış hali (4.200) ve bu denklemi oluşturan ifadeler (4.201), (4.202), (4.203), (4.204), (4.205), (4.206), (4.207) verilmiştir.

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + a_n T_n + a_s T_s + b \quad (4.200)$$

$$a_e = \frac{k_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (4.201)$$

$$a_w = \frac{k_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (4.202)$$

$$a_n = \frac{k_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (4.203)$$

$$a_s = \frac{k_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (4.204)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (4.205)$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y + a_p^0 T_p^0 \quad (4.206)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_p^0 - S_p \Delta x \Delta y \quad (4.207)$$

Burada; a ayrıklaştırılmış denklemde katsayı, δ iki komşu nokta arasındaki mesafe, S üretim terimi, b ayrıklaştırılmış denklemde sabit terim, S_c lineerize edilmiş kaynak teriminin sabit kısmı, S_p lineerize edilmiş kaynak terime ait T_p ifadesinin katsayısı olduğu belirtilmiştir.

Kartezyen koordinatlarda, dizilimi üç boyutlu hale getirebilmek için z ekseninde T ve B (üst ve alt noktayı temsil etmektedir) olarak adlandırılmış iki nokta daha eklenmiştir. Bu denklemin ayrıklaştırılmış hali (4.208) ve bu denklemi oluşturan ifadeler (4.209), (4.210), (4.211), (4.212), (4.213), (4.214), (4.215), (4.216) (4.217) verilmiştir.

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + a_n T_n + a_s T_s + a_T T_T + a_B T_B + b \quad (4.208)$$

$$a_e = \frac{k_e \Delta y \Delta z}{(\delta x)_e} \quad (4.209)$$

$$a_w = \frac{k_w \Delta y \Delta z}{(\delta x)_w} \quad (4.210)$$

$$a_n = \frac{k_n \Delta z \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (4.211)$$

$$a_s = \frac{k_s \Delta z \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (4.212)$$

$$a_T = \frac{k_T \Delta x \Delta y}{(\delta z)_T} \quad (4.213)$$

$$a_B = \frac{k_B \Delta x \Delta y}{(\delta z)_B} \quad (4.214)$$

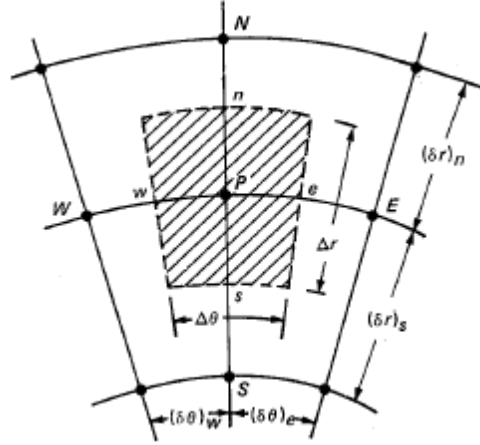
$$a_p^0 = \frac{\rho c \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta t} \quad (4.215)$$

$$b = S_C \Delta x \Delta y \Delta z + a_p^0 T_p^0 \quad (4.216)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T + a_B + a_p^0 - S_p \Delta x \Delta y \Delta z \quad (4.217)$$

Burada a_e , a_w , a_n , a_s , a_T , a_B ifadeleri, P noktası ile ısı iletimini ifade eden katsayılarıdır. $a_p^0 T_p^0$ ifadesi birim hacimde zamana bağlı iç enerjiyi ifade etmektedir. b ifadesi ise bahsi geçen iç enerji ile enerji üretim ifadelerini temsil etmektedir. Merkez nokta katsayısı olan a_p ifadesi koordinat ekseninde komşu katsayılar olan a_e , a_w , a_n , a_s , a_T , a_B ifadeleri ile zamanda komşuluk olarak ifade edilmiş olan a_p^0 ifadesinin toplamından meydana gelmiştir [38].

Çözüm yönteminin diğer geometriler için geçerli olduğu da belirtilmiştir. Dolayısıyla yöntem, silindirik koordinatlarda (Şekil 4.5) uygulanabilmektedir.



Şekil 4.5 : Silindirik koordinatlarda kontrol hacmi [38].

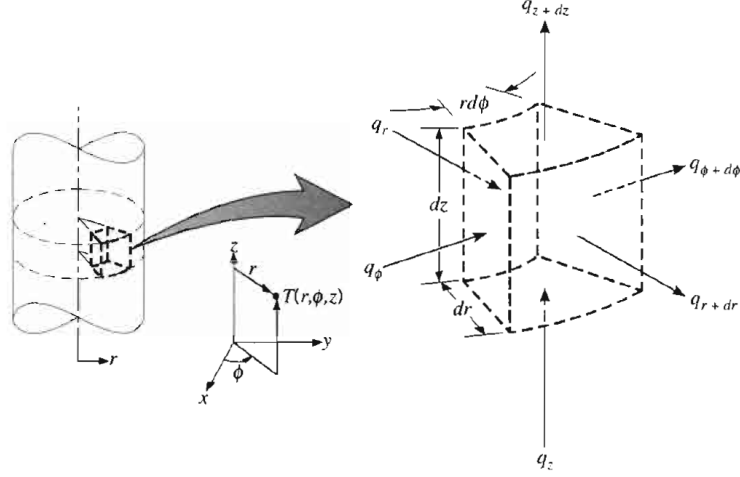
4.2.2 Silindirik koordinatlarda açık yaklaşım

Muffin kek modelleme çalışmaları kapsamında, sonlu hacim yaklaşımıyla 3 boyutlu ısı ve kütle geçişi modeli oluşturulmuştur. Geometri olarak silindir (Şekil 4.6) seçilmiştir. Incropera vd.[37] ile Özışık [39] tarafından açıklanmış olan silindirik koordinatlarda üç boyutlu denklemlerden faydalanılarak, silindirik koordinatlarda üç boyutlu ısı ve kütle geçişi incelenmiştir.

Isı iletiminin silindirik koordinat sisteminde üç boyutlu, homojen diferansiyel denklemler ile ifade edilen hali verilmiştir (4.218):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.218)$$

Yukarıda yer alan denklem sonlu farklar yardımı ile çözümlenmiştir. Böylece bir sonraki zaman adımında sıcaklık değeri hesaplanmıştır.



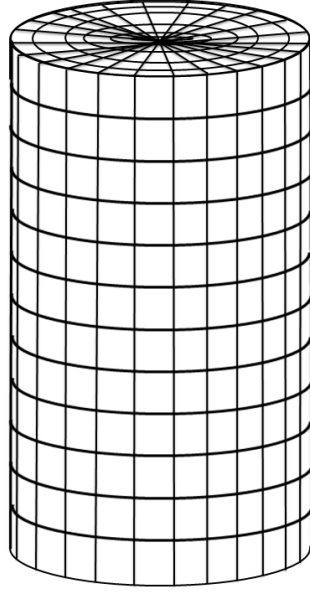
Şekil 4.6 : Silindirik koordinatlarda kontrol hacmi [37].

Açısal, radyal ve eksenel doğrultuda 20 parçaya bölünmüş olan geometri, toplamda 8000 parçaya ayrıştırılmıştır. Toplam hacim, 8000 adet birim hacimden meydana gelmektedir. Geometrinin şematik olarak ayrıştırılmış hali Şekil 4.7’de verilmiştir.

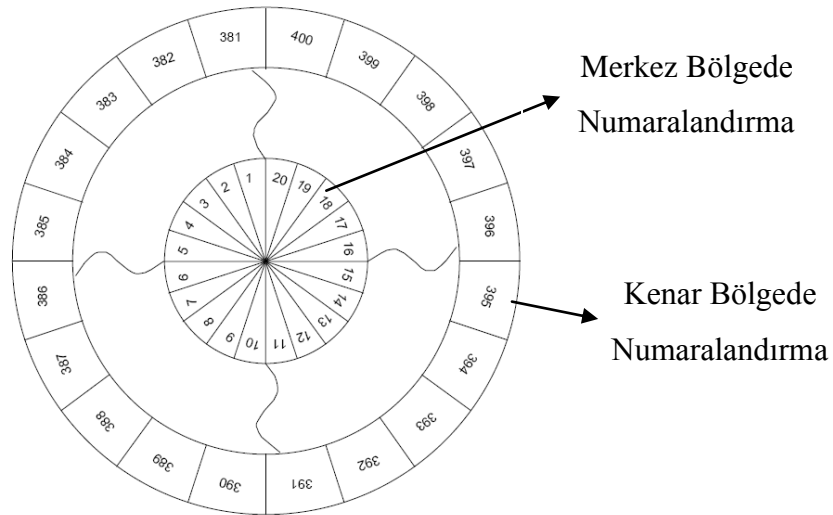
Merkezden kenarlara doğru her bir radyal adımdan sonra her bir birim elemanın; gerek eksenel doğrultuya dik alanı gerek ise radyal doğrultuya dik alanı değişmektedir. Dolayısıyla her bir birim hacmin altı yüzeyinin birim alanı hesaplanırken, bu değişiklikler dikkate alınmıştır. Aynı şekilde 8000 adet birim hacmin her birinin hacmi hesaplanırken de bahsi geçen bu değişiklikler dikkate alınmıştır. Alan ve hacimlerin hesaplanmasında bahsi geçen hususların, kod yazarken basit bir biçimde ifade edilmesi gerekmiştir.

Yarıçap 20 eşit parçaya bölünmüştür. Dolayısı ile üst yüzeyde toplam 20 adet daire oluşturulmuştur. Aralarından sadece merkezdeki dairenin ortası boş değildir. Bahsi geçen bu dairelerin, 20 farklı sütunun kesit alanlarını oluşturduğu düşünülmüştür. 20 adet sütunun, geometrinin toplam hacmini oluşturduğu düşünülmüştür. Bir sütunu oluşturan birim hacimler birbirine eşittir. Çünkü bir sütunun üzerindeki birim hacimlerden herbirinin çapları, yükseklikleri ve taradıkları açılar birbirlerine eşittir.

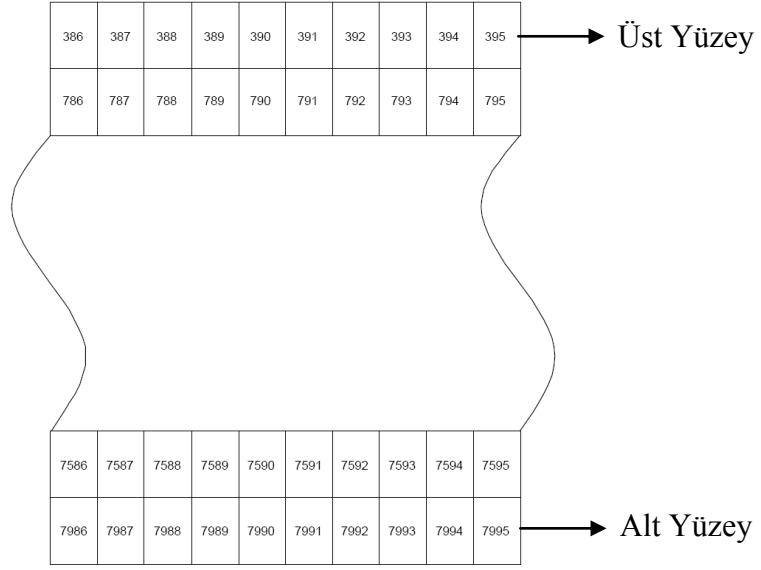
Çözümleme sırasında birim hacimlere ait olan; yarıçap doğrultusuna dik yanal alanlar (a_{yan}), aksenal doğrultuya dik üst ve alt yüzey alanları ($a_{üst}$) ile birim hacmi tarayan açığa dik alanlar (a_{acisal}) bu esasa göre hesaplanmıştır. Şekil 4.8, Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'a dikkat edilirse; her bir koordinatta 20 elemana ayrılmış olmanın bir etkisi olarak üst, alt ve yan yüzey 400'er hacimsel elemana sahiptir.



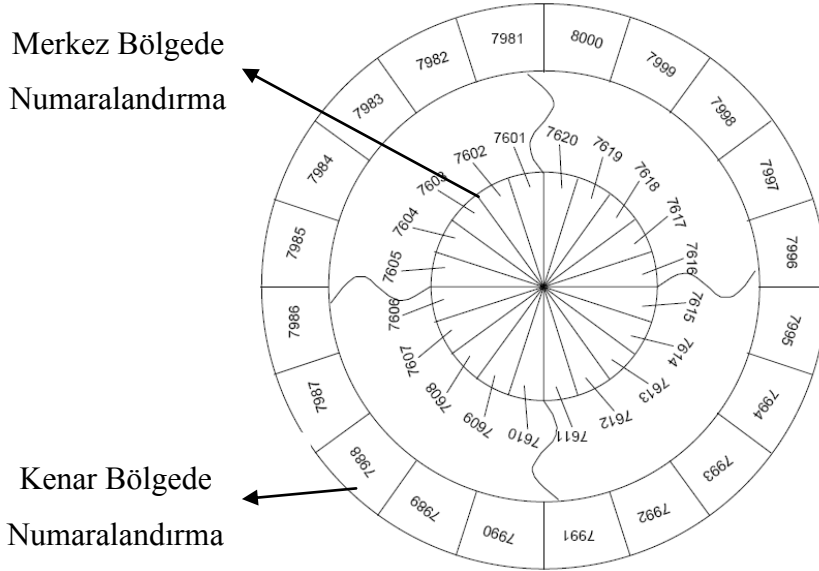
Şekil 4.7 : Geometrinin şematik olarak ayrıklaştırılmış hali.



Şekil 4.8 : Geometrinin üst yüzeyinde numaralandırma.



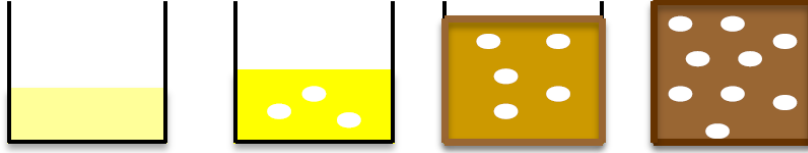
Şekil 4.9 : Geometrinin yan-ön yüzeyinde numaralandırma.



Şekil 4.10 : Geometrinin alt yüzeyinde numaralandırma.

Modelleme çalışmalarında pişirme işlemi turbo modda yani zorlanmış taşınım yoluyla gerçekleştirilmektedir. Yan yüzeyden ve üst yüzeyden ısı ve kütle taşınımı kabulü yapılırken, alt yüzeyden kütle taşınımının gerçekleşmediği kabulü ile hesaplamalar yapılmıştır. Alt yüzeyi emaye tepsi ile temasta olan kağıt kek kalıbının ve tepsinin ısı direnç oluşturmadığı kabul edilmiştir. Aynı zamanda kağıt kek kalıplarının kütle geçişine etki etmediği kabul edilmiştir. Isı geçişi modellenirken, ısı taşınımını hesaplamalara dahil edilmemiştir.

Gözeneklilik terimi (ε) en basit haliyle; bir cismin içindeki gözeneklerin oluşturduğu hacmin, o cismin toplam hacmine olan oranıdır [40]. Başlangıçta hamur içinde gözeneklilik olmadığı kabul edilmiştir. Ancak kekin kabarması ile birlikte gözeneklerin oluştuğu bilinmektedir. Gözeneklilik oluşumu Şekil 4.11’de şematik olarak gösterilmiştir. Renk değişimi de şematik gösterime dahil edilmiştir.



Şekil 4.11 : Kabarmanın şematik olarak gösterilmesi.

Isı geçişi hesaplarında önemli iki faktör olan ısı iletim katsayısı ve özgül ısı değerleri; kek sıcaklığı ve özgül nem değerlerinden doğrudan etkilenmektedir. Ayrıca değişen gözeneklilik değerleri de ısı iletim katsayısı ve özgül ısı değerlerini etkilemektedir. Tolay [41] tarafından yapılan çalışmada hamur nem değerinin, Carson vd. [13] tarafından yapılan çalışmalarda ise gözeneklilik değerinin ısı geçiş katsayıları üzerinde etkisi olduğu belirtilmiştir. Hesaplamalarda kekin üç kısımdan oluştuğu kabul edilmiştir. Hamurun katı kısım ve sudan oluştuğu, gözeneklerde ise su buharı olduğu kabul edilmiştir. Hamuru oluşturan katı kısım ile su arasında özgül neme dayalı paralel bir ilişki varken, hamur ile gözeneklilik arasında seri bir ilişkinin olduğu (4.219), (4.220) kabul edilmiştir.

$$k_{kek} = \left[\frac{1}{\frac{x_{su}}{k_{su}} + \frac{1-x_{su}}{k_{kek\ kuru}}} \right] (1 - \varepsilon) + (k_{buhar}) \varepsilon \quad (4.219)$$

$$c_{p_{kek}} = \left[\frac{1}{\frac{x_{su}}{c_{p_{su}}} + \frac{1-x_{su}}{c_{p_{kek\ kuru}}}} \right] (1 - \varepsilon) + (c_{p_{buhar}}) \varepsilon \quad (4.220)$$

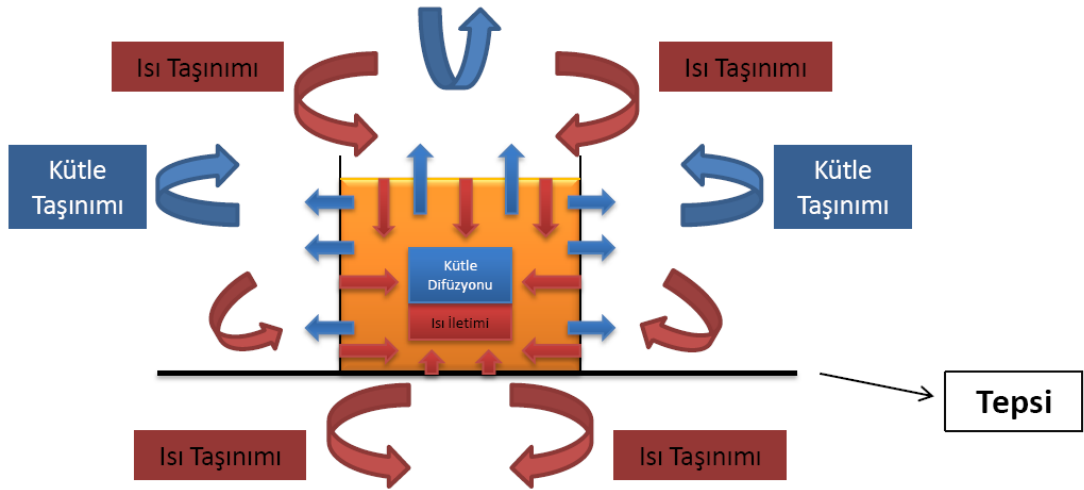
Kütle geçişinin hesaplanması aşamasında su ve buhar ayrı ayrı hesaplanmıştır. Başlangıçta hamurda hiç gözenek olmadığı, hamurun su ve katıdan oluştuğu kabul edilmiştir. Pişirme sırasında meydana gelen gözeneklerin içinde su buharı olduğu ve buharın kek yüzeyine doğru hareket ederek keki terk ettiği kabul edilmiştir. Su ve su

buharının hamur içindeki kütle yayılım katsayılarının, sıcaklığa bağlı olarak değiştiği kabul edilmiştir.

4.2.3 Isı ve kütle geçişinde başlangıç ve sınır koşulları

Silindirik koordinatlarda sırasıyla radyal, açısız ve aksel yönde ısı ve kütle geçişi problemine yönelik şematik gösterim Şekil 4.12’de verilmiştir. Suyun ve buharın geçişi, kütle geçişi olarak tek başlık altında gösterilmiştir.

Isı geçişi; ısı taşınımı ve ısı iletimi ile gerçekleştirilmiştir. Önceden belirtildiği gibi, ısı taşınımı hesaplamalara dahil edilmemiştir. Fırın içindeki sıcak havanın kek yüzeyi etrafındaki akışı sırasında ısı taşınımı gerçekleşmektedir. Yüzeğe gelen ısının, geometrinin yüzeylerinden merkezine doğru geçişi ile ısı iletimi gerçekleşmektedir. Kütle geçişi, suyun geçişi ve buharın geçişi olmak üzere ikiye ayrılmıştır. Thorvaldsson vd. [8] ekmek pişirmenin modellenmesine yönelik yaptığı çalışmada, pişirme sırasında gözenekli yapıda buhar oluştuğunu ve oluşan buharın geometrideki geçişinin, suyun geçişinden ayrı olarak modellediğini belirtmiştir. Tez çalışması kapsamında, kütle geçişi Thorvaldsson vd. [8] tarafından belirtilen yöntemle yapılmıştır.



Şekil 4.12 : Isı ve kütle geçişi şematik gösterim.

4.2.3.1 Isı geçişinde başlangıç ve sınır koşulları

Başlangıçta kek hamurunun sıcaklığının, hamurun her bölgesinde aynı olduğu kabul edilmiştir. Isı geçişinde başlangıç koşulları (4.221) verilmiştir:

$$T(r, \theta, z, t_0) = T_0 \quad (4.221)$$

Piştirme başlatıldıktan sonra, ısı geçişinde sınır koşulları verilmiştir. Isı taşınımı ve suyun buharlaşması, yan yüzeylerde (4.222) ısı geçişini, (4.223) etkilemektedir.

$$r = R, \quad 0 < l_z < 2L, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.222)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{kek} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = Q_{taşınım} - Q_{buharlaşma} \quad (4.223)$$

Tabanda (4.224) sadece ısı taşınımı (4.225) vardır. Sayısal çözümleme sırasında birim hacimlerin numaralandırılmasına üst yüzeyden başlanmıştır. Toplam hacmin yüksekliği 2L olarak ifade edilirse,

$$z = 2L, \quad 0 < r < R, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.224)$$

$$k_{kek} \frac{\partial T}{\partial z} = Q_{taşınım} \quad (4.225)$$

Üst yüzeyde (4.226), tıpkı yan yüzeylerde olduğu gibi, taşınım ve buharlaşma (4.227) vardır.

$$z = 0, \quad 0 < r < R, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.226)$$

$$k_{kek} \frac{\partial T}{\partial z} = Q_{taşınım} - Q_{buharlaşma} \quad (4.227)$$

Taşınım ile ısı geçişi hesaplanmıştır (4.228):

$$Q_{taşınım} = hA(T_{\infty} - T_{yüzey}) \quad (4.228)$$

4.2.3.2 Kütle geçişinde başlangıç ve sınır koşulları

Kütle geçişinde su ve buhar denklemleri ayrı ayrı çözülmüşlerdir. Birbirleri arasındaki ilişki üretim terimi ile kurulmuştur. ASHRAE'deki gözenekli ortamda gerçekleşen gaz karışımının yayılımı konusu temel alınmıştır. Genel bir yaklaşım olarak; içinde kılcal boşluklar bulunan tanecikli veya gözenekli katı cisimlerdeki bir gaz veya sıvının yayılımı olayına dayandırılmıştır ve Fick kanunu temelli olduğu

belirtilmiştir. Kütle akısı; buhar basıncı ve yayılım katsayısına bağlı olarak gerçekleşmektedir. Bu iki parametre dışında, yapıda bulunan gözeneklerin oluşturduğu ve buhar çıkışını sağlayan yol da önemli bir parametredir. Bahsedilen son parametre, yapıya duyarlı yayılım olarak da isimlendirilmektedir. Kütle akısı denklemi (4.229) ve denklemin düzenlenmiş hali (4.230) verilmiştir.

$$\dot{m}_B'' = -\Gamma \text{grad}P \quad (4.229)$$

$$\dot{m}_B'' = -\Gamma \frac{\Delta P}{\Delta y} \quad (4.230)$$

Denklemden bulunan ve Γ ile gösterilmiş olan ifade gözenekli ortam geçirgenlik katsayısıdır. Birimi kg/smPa 'dır. Basınç P ile gösterilmiştir ve birimi Pascal'dır. Yayılım nedeni ile gerçekleşen buhar akısı, ısı akısının iletim yolu ile gerçekleştiği Fourier denklemi ile paralellik göstermektedir. Buhar akısı, nem ve sıcaklık değeri ile doğrudan ilişkilidir. Ayrıca malzemeden malzemeye değişen gözenek dağılımıyla da ilişkilidir [42].

Buharlaşan su miktarının tuğla hacminde ifade edilebilmesi için yukarıdaki denklem "birim hacimdeki geçirgen yüzey alanı" (surface per unit volume (spv)) faktörü ile çarpılmıştır (4.231):

$$m_b''' = -\Gamma \text{spv} \frac{\Delta P}{\Delta y} \quad (4.231)$$

Buharlaşma terimi, yukarıda anlatıldığı şekilde kütle geçişine dahil edilmiştir. Kek için geçirgenlik değeri $\Gamma=4,6 \text{ ng/smPa}$, "surface per unit volume" değeri ise $\text{spv}=8 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$ olarak kabul edilmiştir [15].

Sayısal modelleme çalışmalarında kütle geçişi, su ve buhar geçişi olarak incelenmiştir.. Suyun geçişinde başlangıç koşulları (4.232) aşağıdaki gibidir:

$$W(r, \theta, z, t_0) = W_0 \quad (4.232)$$

Suyun geçişinde sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

Yan yüzeylerde (4.233) kütle taşıma (4.234) vardır.

$$r = R, \quad 0 < l_z < 2L, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.233)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho_{su} D_{effsu} r \frac{\partial W}{\partial r} \right) = h_{su} A \rho_{buhar} (W_{\infty} - W_{yüzey}) \quad (4.234)$$

Üst yüzeyde (4.235) kütleli taşınım (4.236) vardır.

$$z = 0, \quad 0 < r < R, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.235)$$

$$\rho_{su} D_{effsu} \frac{\partial W}{\partial z} = h_{su} A \rho_{buhar} (W_{\infty} - W_{yüzey}) \quad (4.236)$$

Thorvaldsson [8], ısı ve kütle geçişini modellerken havada su değil su buharı bulunduğu için, W_{∞} ifadesini sıfıra eşitlemiştir. Tez çalışması kapsamında yapılan modellemede de aynı yaklaşım uygulanmıştır.

Başlangıç anında gözenek olmadığı için kek içinde buharın bulunmadığı kabul edilmiştir. Bu sebeple buharın geçişinde başlangıç koşulu (4.237) aşağıdaki gibidir:

$$X(r, \theta, z, t_0) = 0 \quad (4.237)$$

Buharın geçişinde sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

Yan yüzeylerde (4.238) kütleli taşınım (4.239) vardır.

$$r = R, \quad 0 < l_z < 2L, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.238)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho_{buhar, doymuş} D_{effsu} r \frac{\partial X}{\partial r} \right) = h_{buhar} A \rho_{buhar, kavite} (X_{\infty} - X_{yüzey}) \quad (4.239)$$

Üst yüzeyde (4.240) de kütleli taşınım (4.241) vardır.

$$z = 0, \quad 0 < r < R, \quad 0 < 2\theta < 2\pi, \quad (4.240)$$

$$\rho_{buhar, doymuş} D_{effbuhar} \frac{\partial X}{\partial z} = h_{buhar} A \rho_{buhar, kavite} (X_{\infty} - X_{yüzey}) \quad (4.241)$$

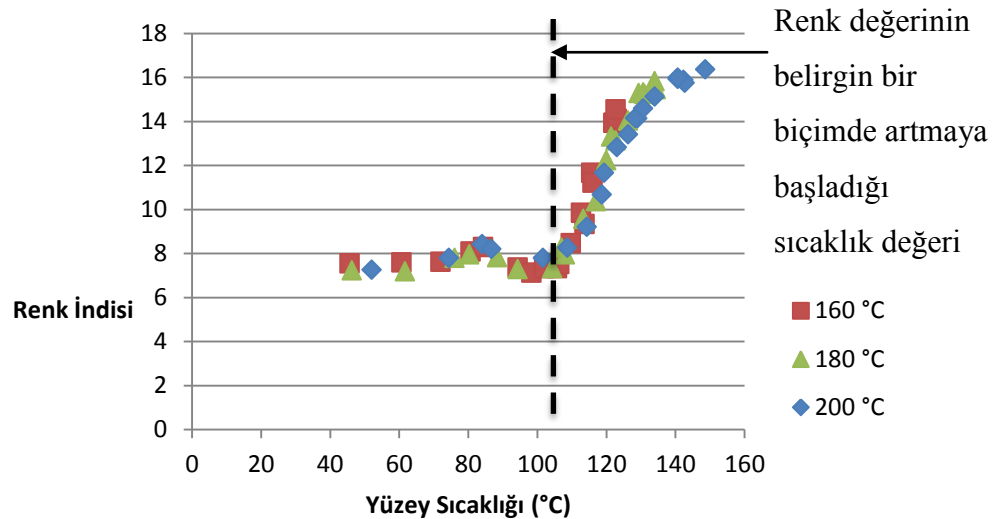
4.2.3.3 Kinetik değişimler

Kinetik değişimlerden kabarma ve renk değişimi modelleme çalışmalarına dahil edilmiştir. Isı ve kütle geçişi, yüzey alanı ile doğrudan ilişki içerisindedir. Kaldı ki

pişirme deneylerinde keklerin son yüksekliklerinin, ilk yükseklik değerinin neredeyse üç katından da fazla olduğu gözlemlenmiştir. %200'lük artışa karşılık gelen kabarma değerinin, göz ardı edilemeyecek kadar önemli olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca modelleme çalışmalarına renk değişiminin de eklenmesine karar verilmiştir.

Deneysel çalışmalarda, pişirme işlemi ile başlayan kabarmanın, belirli bir süre sonra durduğu belirlenmiştir. Modellemede de bu durum göz önüne alınmıştır. Farklı pişirme sıcaklıklarında kabarma süresi ve kabarma miktarı Temel vd. [16] tarafından yapılan çalışmalardan alınmıştır. Kekin son yüksekliği, pişirme girdi parametrelerine bağlı bir korelasyon yardımıyla daha en baştan bilinmektedir. Kabarmanın durduğu süre de bir korelasyon yardımı ile bilinmektedir. Modellemede kabarmanın, ilk yükseklikten son yüksekliğe lineer bir artış ile gerçekleştiği kabul edilmiştir. Pişirme işlemi ile aynı anda başlayan kabarmanın, kabarma süresinin sonuna gelindiğinde durduğu kabul edilmiştir. Geriye kalan pişirme süresi içerisinde kek yüksekliğinde bir değişiklik olmadığı kabul edilmiştir.

Deneysel çalışmalar sırasında, yüzey sıcaklığı ile renk arasında bir ilişki belirlenmiştir. Deneysel veriler “pişirme süresi-renk indisi” olarak değil de “üst yüzey sıcaklığı-renk indisi” olarak ele alındığında, üst yüzey sıcaklığı 100°C'yi aştığı andan itibaren, üst yüzey sıcaklığı-renk indisi arasında lineere yakın bir ilişki kurulabilmiştir. Kurulan bu ilişki Şekil 4.13'te gösterilmiştir.



Şekil 4.13 : Üst yüzeyin ortalama sıcaklığı ile ortalama renk indisi değeri arasındaki ilişki.

Görüldüğü gibi, renk indisi ile yüzey sıcaklığı arasında doğrudan bir ilişki belirlenmiştir. Başlangıçta ortalama yüzey renk indisi değeri 7 olan kek hamurunun, 108°C'ye kadar üst yüzeyinin ortalama renk indisi değerinin 8'e geldiği kabul edilmiştir. Sonrasında üst yüzey ortalama sıcaklığı ile üst yüzey ortalama renk değeri arasında lineer bir ilişki kurulmuştur. Böylece dinamik değişimlerden olan üst yüzey renk değişiminin, modellemede kolaylıkla kullanılabilir bir hale gelebileceği belirlenmiştir. 108°C'den itibaren ortalama üst yüzey sıcaklığı (°C) – renk indisi (BSI) değerleri arasındaki lineer ilişki (4.242) verilmiştir:

$$\text{Üst Yüzey Ortalama Renk İndisi} = 0.2405 * T_{\text{yüzey ortalama}} - 17.05 \quad (4.242)$$

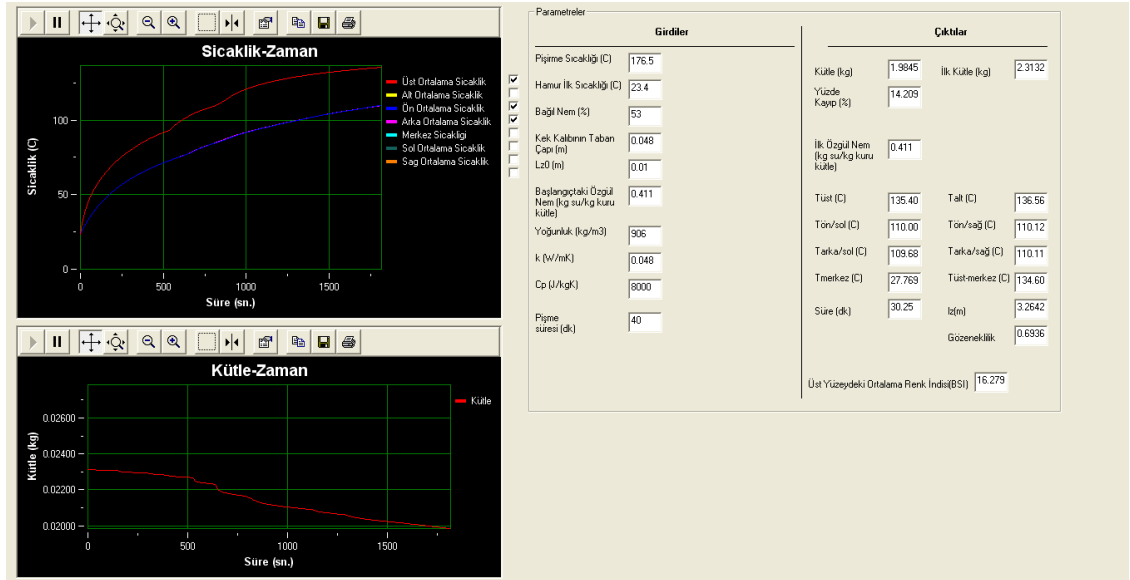
4.2.3.4 Modelin algoritması

Modelleme çalışmaları Visual Basic 6.0 programlama dilinde gerçekleştirilmiştir. Satırlarca koddan oluşan programda, girdi parametreleri değiştirebilmek ve çıktı parametreleri incelemek, arayüzler sayesinde kolaylaşmıştır. Pişirme sıcaklığı, fırın kavitesi nem değeri, pişirme süresi gibi girdi parametreleri, programı kullanacak olan kişilerin bir daha kodlar ile uğraşmasına gerek kalmadan rahatlıkla tanımlayabilmesi arayüzler sayesinde kolaylaşmıştır. Program, altı adet arayüzden oluşmaktadır. Sonuncu arayüzde (Şekil 4.14) zamana bağlı olarak değişen çıktı parametreler takip edilmektedir. Diğer arayüzlerde ise girdi parametrelerin programa tanıtılması amaçlanmıştır. İlk adımda fırın kavitesinin termofiziksel özellikleri girilmektedir. Bu bilgiler ile ortam sıcaklığı ve özgül nem hesaplanmaktadır. İkinci adımda ısı ve kütle taşınım katsayıları girilmektedir. Üçüncü adımda kek hamurunun katı kısmını oluşturduğu kabul edilen ve kek kuru kısmı olarak adlandırılan malzemenin termofiziksel özellikleri girilmektedir. Bu bilgiler, ileride yer alan adımlarda hamurun termofiziksel özelliklerinin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Sonraki adımda başlangıç değerleri olarak; kek kalıbı çapı, kekin başlangıç sıcaklığı, özgül nemi ve yükseklik değeri girilmektedir. Son olarak pişirme süresi de girilmektedir. Böylece hazırlanan algoritmaya bütün değerler girilmiş olmaktadır.

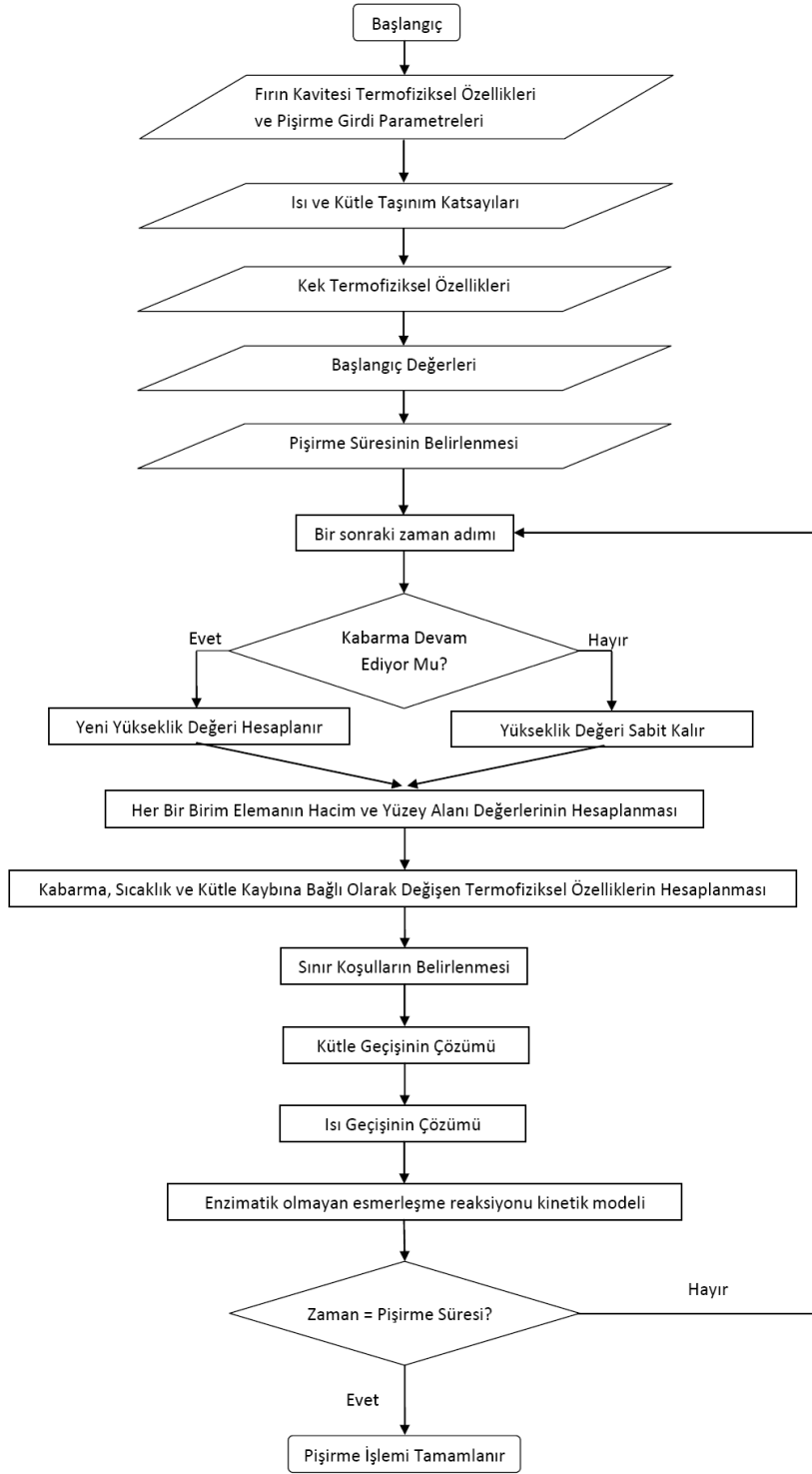
Programa girdi parametrelerin tanımlanması ile birlikte çözümlene başlar. Bu aşamada öncelikle silindirik koordinatlarda yer alan her bir elemanın hacim ve yüzey alanı değerleri hesaplatılmaktadır. Alan ve hacim değerlerinin kabarma değişiminden

etkilenmesi için kodlarda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Sonraki adımlarda kekin ve fırın kavitesinin termofiziksel özelliklerinin hesaplanması ve sınır koşullarının tanımlanması işlemi gerçekleştirilir. Isı ve kütle geçişi çözülür. Sıcaklık ile ilişkili olan kek yüzey rengi hesaplanır. Böylece çözümlemede bir zaman adımı tamamlanmış olur. Eğer pişirme süresi tamamlanmamışsa çözümleme işlemi devam eder. Pişirme süresi tamamlandığında program otomatik olarak durmaktadır. Oluşturulan ısı ve kütle geçiş modelinin çözüm akış şeması Şekil 4.15'te verilmiştir.

Belirtildiği gibi pişirme süresi boyunca oluşan değişimler, çıktı parametreleri gösteren arayüzden takip edilebilmektedir. Bu arayüzde sıcaklık-zaman ve kütle-zaman ilişkisi, girdi ve çıktı parametreler görüntülenebilmektedir. Arzu edildiği zaman algoritma durdurulup, sonrasında hesaplamalar devam ettirilebilir.



Şekil 4.14 : Pişirme boyunca meydana gelen değişimlerin takibini kolaylaştıran arayüz.



Şekil 4.15 : Sayısal çözümün akış şeması.

5. DOĞRULAMA DENEYLERİ

5.1 Analitik ve Sayısal Model ile Deneysel Verilerin Kıyaslanması ve Uygun Modelin Seçimi

Gerçekleştirilen analitik ve sayısal modelleme çalışmalarının doğruluğunun belirlenmesi amacıyla, modellerden gelen veriler ile deneysel veriler kıyaslanmıştır. 1500 rpm fan devrinde 180°C turbo modda ve %53 ortam bağıl neminde gerçekleştirilmiş olan deney ile modeller kıyaslanmıştır. Ayrıca analitik modelde kullanılan katsayılar (Çizelge 5.1) ve sayısal modelde kullanılan katsayılar (Çizelge 5.2) aşağıda verilmiştir.

Çizelge 5.1 : Analitik modelde kullanılan parametreler.

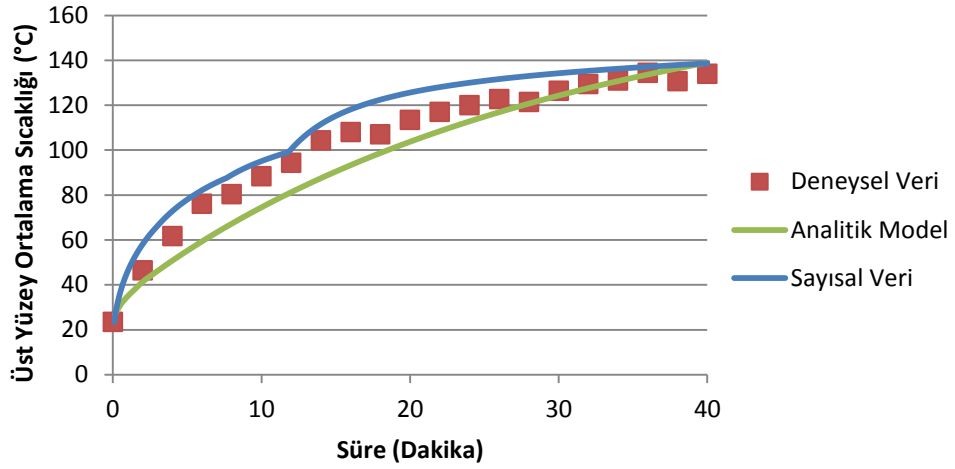
Kekin Fiziksel ve Termofiziksel Özellikleri ile Pişirme Koşulları		Kaynak
Pişirme Sıcaklığı (°C)	180	Deneysel
Hamur Başlangıç Özgül Nemi (kg su/kg kuru kütle)	0.41	Deneysel
Hamur Başlangıç Yüksekliği (m)	0.01	Deneysel
Kek Kalıbının Taban Çapı (m)	0.048	Deneysel
Kuru Kek Isı İletim Katsayısı (W/mK)	0.048	[41]
Kuru Kek Özgül Isısı (J/kgK)	8000	[41]
Kuru Kek Yoğunluğu (kg/m ³)	906	[41]
Suyun Hamur İçindeki Kütle Yayılım Katsayısı (m ² /s)	1.00E-08	[2]

Çizelge 5.2 : Sayısal modelde kullanılan parametreler.

Kekin Fiziksel ve Termofiziksel Özellikleri ile Pişirme Koşulları		Kaynak
Pişirme Sıcaklığı (°C)	180	Deneysel
Hamur Başlangıç Özgül Nemi (kg su/kg kuru kütle)	0.41	Deneysel
Hamur Başlangıç Yüksekliği (m)	0.01	Deneysel
Kek Kalıbının Taban Çapı (m)	0.048	Deneysel
Kuru Kek Isı İletim Katsayısı (W/mK)	0.048	[41]
Kuru Kek Özgül Isısı (J/kgK)	8000	[41]
Kuru Kek Yoğunluğu (kg/m ³)	906	[41]
Suyun Hamur İçindeki Kütle Yayılım Katsayısı (m ² /s)	$20.006 \cdot \exp(-1/T_{kek})$	[16]
Buharın Hamur İçindeki Kütle Yayılım Katsayısı (m ² /s)	$10^{-12} \cdot T_{kek}^2$	[8]
Geçirgenlik Değeri (ng/smPa)	4.6	[15]
Yüzey başına birim hacim (1/cm)	8×10^3	[15]
Kabarmanın Durduğu Süre (s)	-	[16]
Kabarma Miktarı (mm)	-	[16]

Gerçekleştirilmiş olan deney ile çizelgelerde yer alan veriler doğrultusunda analitik ve sayısal modelin, yukarıda belirtilen koşullar altında verdiği sonuçlar karşılaştırılmıştır.

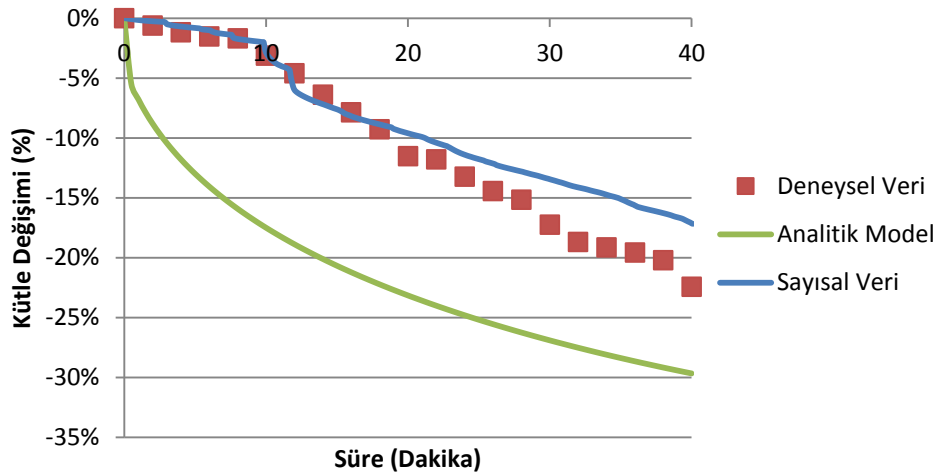
Piştirme Sıcaklığı: 180°C



Şekil 5.1 : Kek üst yüzey sıcaklığı deneysel ve hesaplanan sıcaklık verileri.

Şekil 5.1 ve Şekil 5.2’de görüldüğü gibi, sayısal model ile deneysel verilerin uyum içerisinde olduğu gözlemlenmiştir. Ancak aynı derecede uyumluluk, analitik model ile deneysel verilerin arasında sağlanamamıştır. Özellikle piştirme süresine bağlı kütle değişimi incelendiğinde, uyumsuzluk kolaylıkla gözlemlenebilmektedir.

Piştirme Sıcaklığı: 180°C



Şekil 5.2 : Deneysel ve hesaplanan kütle kaybı (%) verileri.

Kek piştirme işlemi boyunca ısı ve kütle geçiş katsayıları aynı kalmamaktadır. Piştirme işleminin merkezinde bulunan ısı ve kütle geçişinde, yüzey alanı değişimi önemli bir parametredir. Kaldı ki piştirme işlemi sonundaki yükseklik değeri, başlangıçtaki yükseklik değerinden yaklaşık üç kat veya daha fazla olan keklerde,

yüzey alanı önemli ölçüde değiştiğinden ve bu değişim analitik çözümde ihmal edildiğinden, analitik çözüme ait sıcaklık verilerinin hata oranı artmıştır. Analitik model, buharlaşma terimi içermemektedir. Sadece su geçişi modele dahil edilebilmiştir. Literatürden alınan su geçiş katsayısı, deneyler ile uyumlu sonuç vermemiştir. Analitik çözümün kısıtlayıcılığı, pişirme işleminde bulunan bu kadar çok değişkenin modele dahil edilememesine sebep olmuştur. Pişirme gibi karmaşık bir işlemin analitik modellenmesi bu sebeplerden dolayı uygun değildir.

Sayısal çözümde ise yüzeyde suyun buharlaşmasına bağlı olarak su kaybının sıcaklığa etkisi de hesaplanmıştır. Ayrıca gözenekli ortamda oluşan buhar ve buharın keki terk edişi modelde hesaplanmıştır. Sıcaklığa ve kek özgül nemine bağlı değişimler, ısı ve kütle geçiş katsayılarının değişimine sebep olmaktadır. Kabarmaya bağlı olarak yüzey alanı arttığından, ısı ve kütle geçişi etkilenmektedir. Sayısal modeldeki hesaplamalar, bu değişimlerin göz önünde bulundurulması ile gerçekleştirilmiştir. Bu sebeple sayısal model sonuçları ile deneysel veriler birbirleri ile daha uyumludur.

5.2 Sayısal Model ile Deneysel Verilerin Kıyaslanması

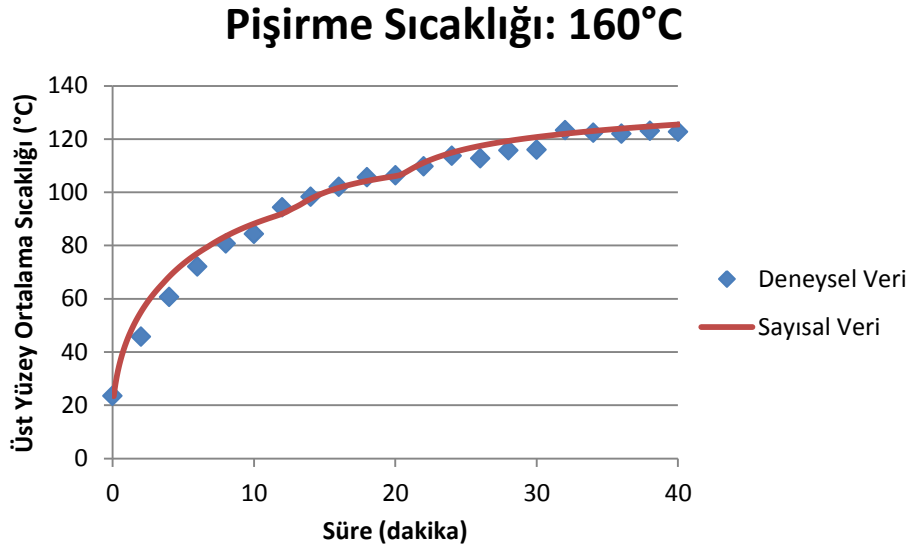
Yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı, daha uyumlu sonuçlar vermekte olan sayısal modelin deneysel veriler ile kıyaslanmasının daha doğru olacağı belirlenmiştir. Gerçekleştirilen deneysel çalışmalar ile sadece sayısal modelin sonuçları kıyaslanmıştır.

160°C, 180°C, 200°C pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deneyler ile sayısal modele ait üst yüzey ortalama sıcaklığı, başlangıç kütle değerine kıyasla kütle kaybı, başlangıç yükseklik değerine kıyasla son yükseklik değeri ve kek üst yüzey renk değişimine ait karşılaştırmalar aşağıda verilmiştir.

5.2.1 160°C Pişirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması

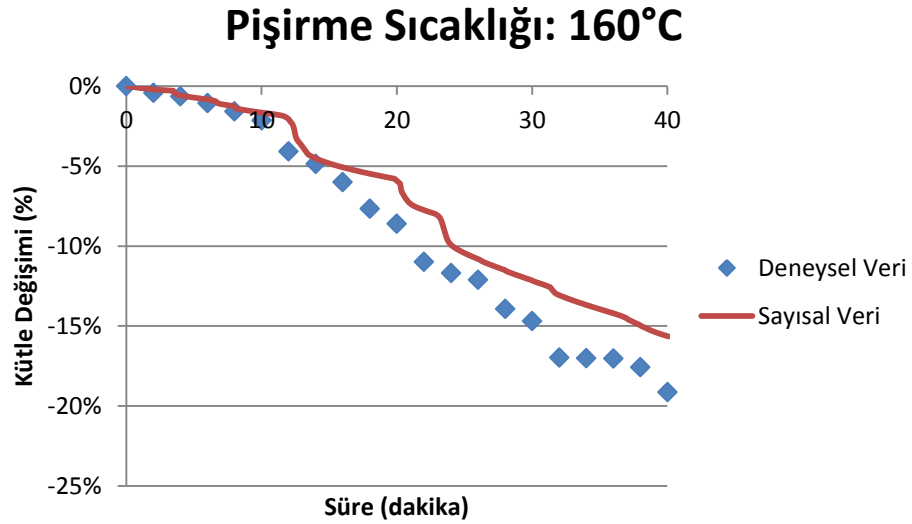
Üst yüzey ortalama sıcaklığı deneysel ve sayısal model verilerinin uyum içerisinde olduğu (Şekil 5.3) görülmüştür. Sayısal modelde hesaplanan değerler, pişirme işlemi boyunca deneysel verilere kıyasla biraz daha büyüktür. Deneysel verilere göre son

sıcaklık değeri 122.7 °C'dir. Sayısal modele göre bu değer 125.5 °C'dir. Bu fark %2.3'ya karşılık gelmektedir.



Şekil 5.3 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.

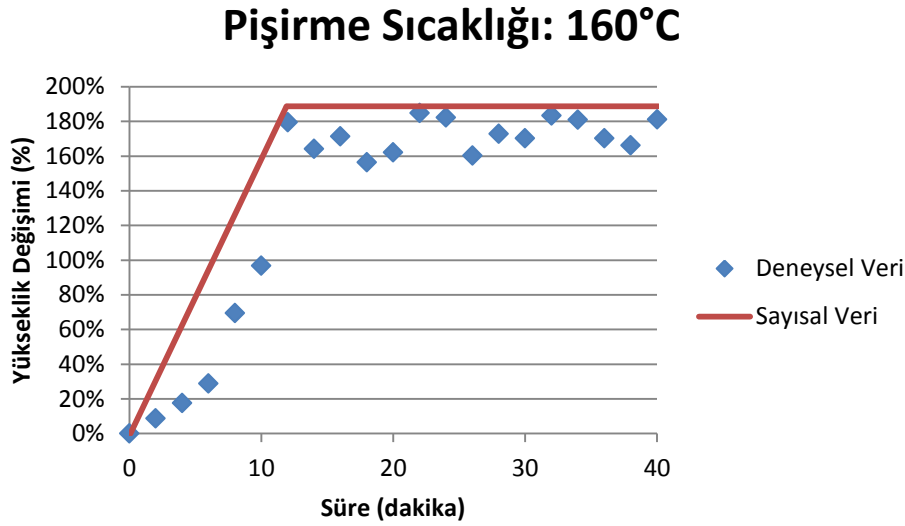
Pişirme süresine bağlı kütle değişimi Şekil 5.4'te verilmiştir. Pişirme işlemi sonunda kütle kaybı %19.15 olarak belirlenmiştir. Modelde bu değer %15.65 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.4 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.

Pişirme işlemi sırasında, kabarma aşaması bittikten sonra keklerde çökme gözlemlenir. Modelleme çalışmaları çökme olmadığı kabulü ile gerçekleştirildiğinden dolayı, kabarma işlemi sonunda kekin yükseklik değerinde

herhangi bir değişiklik olmadığı kabul edilmiştir. Yüksekliğin, başlangıç değerine göre zamana bağlı değişimi Şekil 5.5'te verilmiştir. Deneysel sonuçlara göre, ilk yükseklik değerine kıyasla yükseklik artış değeri %172.33 olarak ölçülmüştür. Modelde bu değer %188.75 olarak hesaplanmıştır. Ancak bu kadar fark yanıltıcı olmamalıdır. Deneysel ortalama başlangıç yükseklik değeri 10.77 mm olarak ölçülmüştür ve kıyaslama bu değer üzerinden yapılmıştır. Kabarma durduktan sonra ortalama yükseklik değeri 29.4 mm olarak ölçülmüştür. Modelde bu değer 31.1 mm olarak hesaplanmıştır. Deneysel sonuçlar ile modeldeki sonuç arasındaki fark 2 mm'den azdır. Deneysel veriler ve sayısal modele ait ortalama yükseklik son değerleri kıyaslandığı zaman, aradaki farkın %5.5'e karşılık geldiği belirlenmiştir.

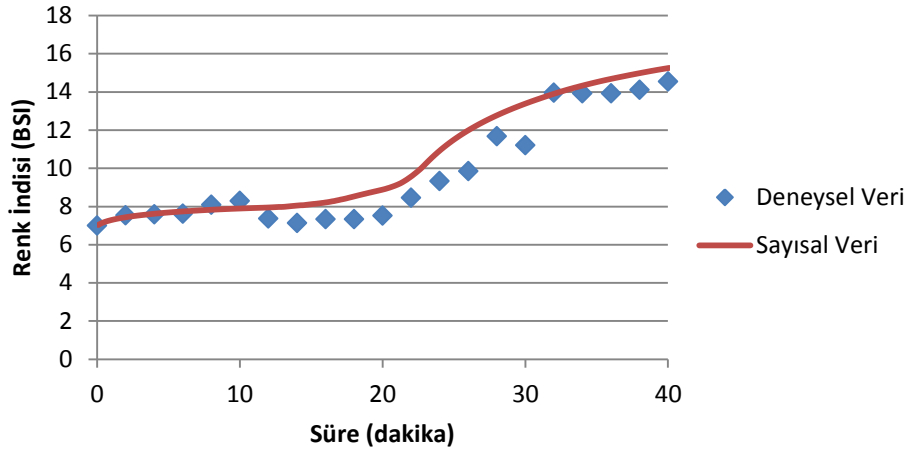


Şekil 5.5 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.

Renk değişiminin sıcaklık ile ilişkili olduğu yapılan deneylerde de görülmüştür. Genel olarak, başlangıçta BSI cinsinden 7 olan kek hamurunun renk değeri, üst yüzey ortalama sıcaklığı 108°C'ye kadar geldiğinde 8 değerini almaktadır. 108°C'den sonra sıcaklık değişimi ile orantılı olarak artmaktadır. Sayısal modele bu ilişki aktarılmıştır. Şekil 5.6'da görüldüğü gibi, sayısal modele ait renk değerleri deneysel verilere kıyasla daha büyüktür. Çünkü sayısal modelde üst yüzey sıcaklık değerleri, deneysel verilere kıyasla daha büyüktür.

Çıktı parametreler incelendiğinde, sayısal çözümde yapılan kabuller nedeniyle ulaşılan değerlerin, belirsizlik analizi sonucu elde edilen değerlerin dışında kaldığı görülmüştür.

Piştirme Sıcaklığı: 160°C

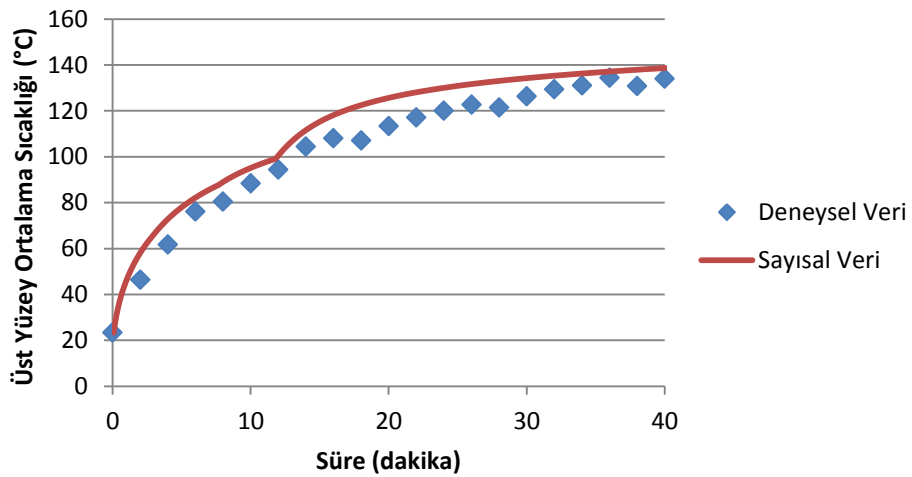


Şekil 5.6 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.

5.2.2 180°C Piştirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması

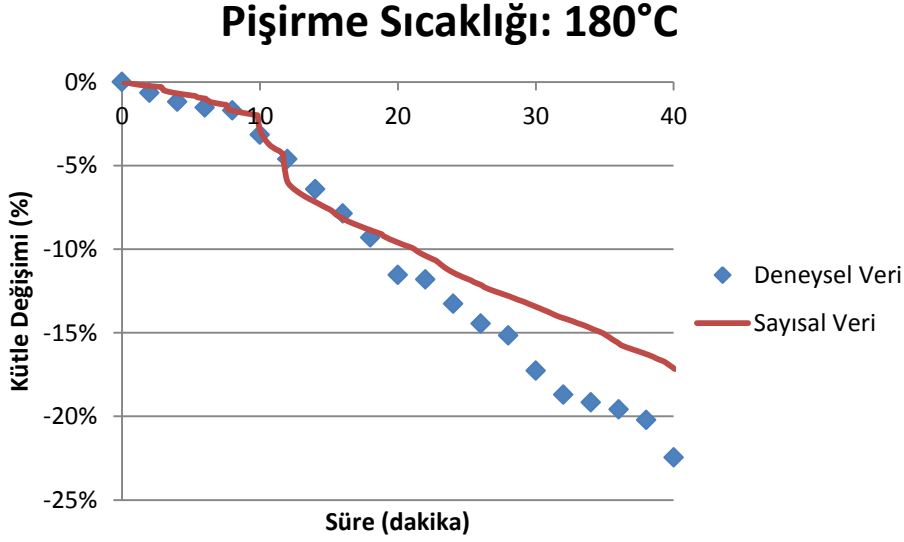
Üst yüzey ortalama sıcaklığı deneysel ve sayısal model verilerinin uyum içerisinde olduğu (Şekil 5.7) görülmüştür. Sayısal modelde hesaplanan değerler, piştirme işlemi boyunca deneysel verilere kıyasla daha büyüktür. Deneysel verilere göre son sıcaklık değeri 134°C'dir. Sayısal modele göre bu değer 138.7°C'dir. Bu fark, %3.5'e karşılık gelmektedir.

Piştirme Sıcaklığı: 180°C

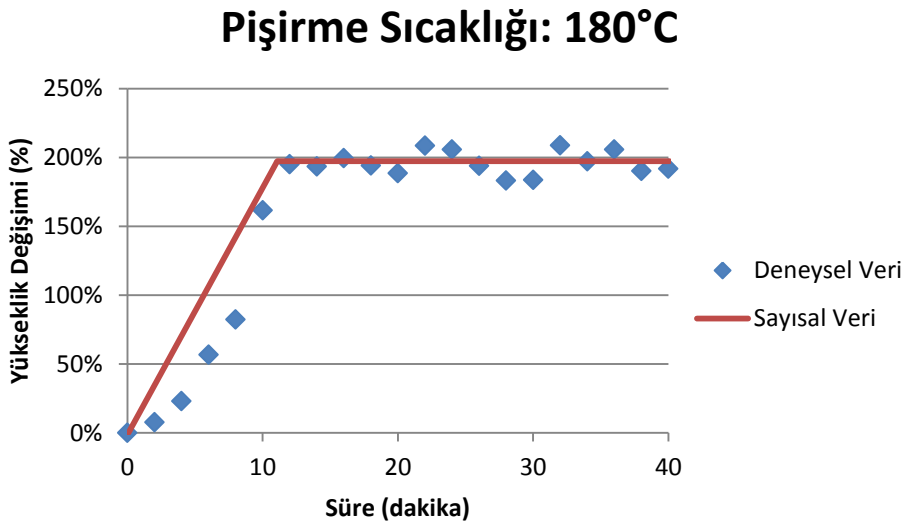


Şekil 5.7 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.

Pişirme süresine bağlı kütle değişimi Şekil 5.8’de verilmiştir. Pişirme işlemi sonunda kütle kaybı %22.45 olarak belirlenmiştir. Modelde bu değer %17.17 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 5.8 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.

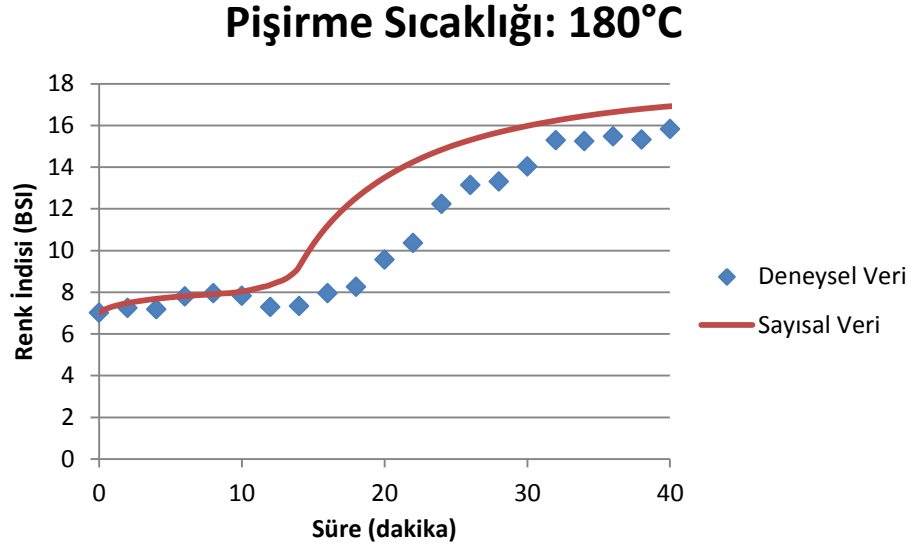


Şekil 5.9 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.

Yüksekliğin, başlangıç değerine göre zamana bağlı değişimi Şekil 5.9’da verilmiştir. Deneysel sonuçlara göre, ilk yükseklik değerine kıyasla %195.98 kabarma gözlemlenirken, modelde bu değer %197.35 olarak hesaplanmıştır. Deneylerde ortalama başlangıç yükseklik değeri 10.9 mm olarak ölçülmüştür. Deneylerde kabarma durduktan sonra ortalama yükseklik 32.3 mm’dir. Modelde ise kabarma

durduktan sonra yükseklik 32.7 mm'dir. Fark 0.4 mm'ye karşılık gelmektedir. Deneysel veriler ve sayısal modele ait ortalama yükseklik son değerleri kıyaslandığı zaman, aradaki farkın %1.24'e karşılık geldiği belirlenmiştir.

Sayısal modelde üst yüzey sıcaklığının, deneysel verilere kıyasla daha büyük olması sebebiyle, sayısal modele ait renk değerleri deneysel verilere kıyasla daha büyüktür (Şekil 5.10).



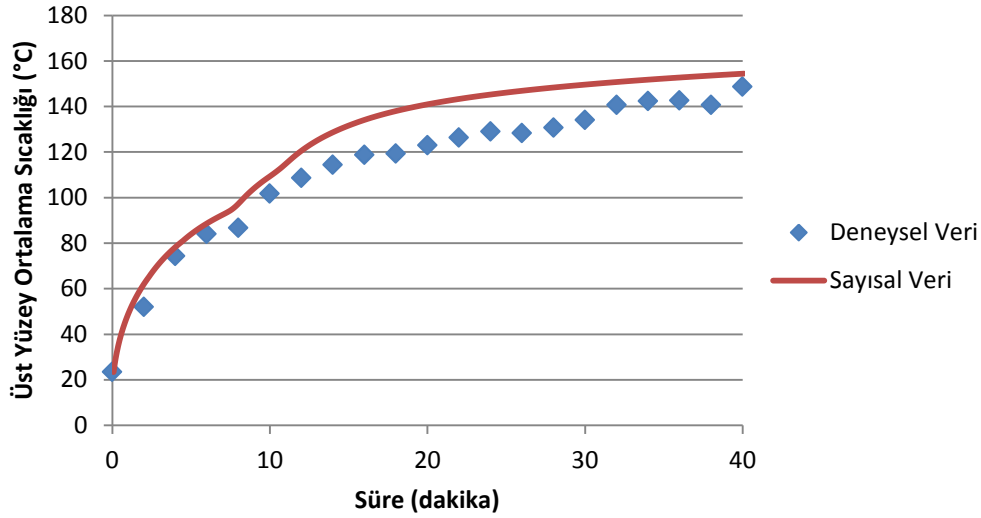
Şekil 5.10 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.

Çıktı parametreler incelendiğinde, sayısal çözümde yapılan kabuller nedeniyle ulaşılan değerlerin, belirsizlik analizi sonucu elde edilen değerlerin dışında kaldığı görülmüştür.

5.2.3 200°C Piştirme sıcaklığında gerçekleştirilen deney ile sayısal model verilerinin kıyaslanması

Üst yüzey ortalama sıcaklığı deneysel ve sayısal model verilerinin uyum içerisinde olduğu (Şekil 5.11) görülmüştür. Sayısal modelde hesaplanan değerler, piştirme işlemi boyunca deneysel verilere kıyasla daha büyüktür. Deneysel verilere göre son sıcaklık değeri 148.7°C'dir. Sayısal modele göre bu değer 154.5°C'dir. Bu fark %3.8'e karşılık gelmektedir.

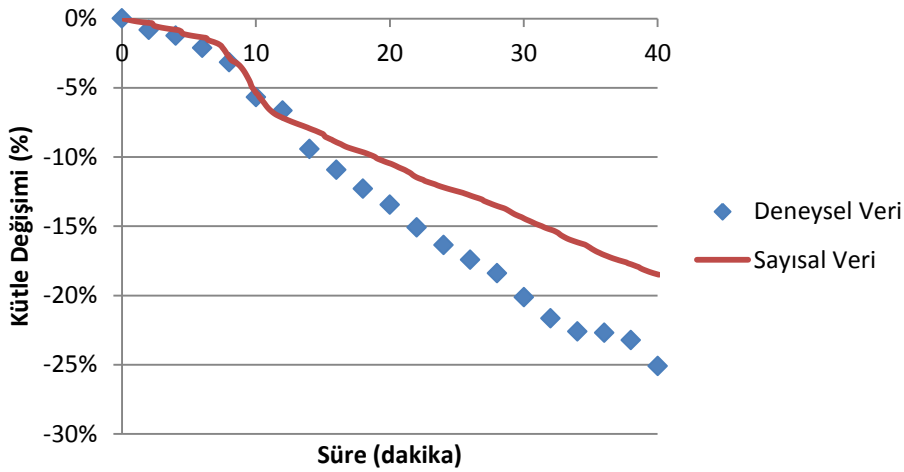
Pişirme Sıcaklığı: 200°C



Şekil 5.11 : Üst yüzey ortalama sıcaklığı değerinin karşılaştırılması.

Pişirme süresine bağlı kütle değişimi Şekil 5.12’de verilmiştir. Pişirme işlemi sonunda kütle kaybı %25.09 olarak belirlenmiştir. Modelde bu değer %18.51 olarak hesaplanmıştır.

Pişirme Sıcaklığı: 200°C

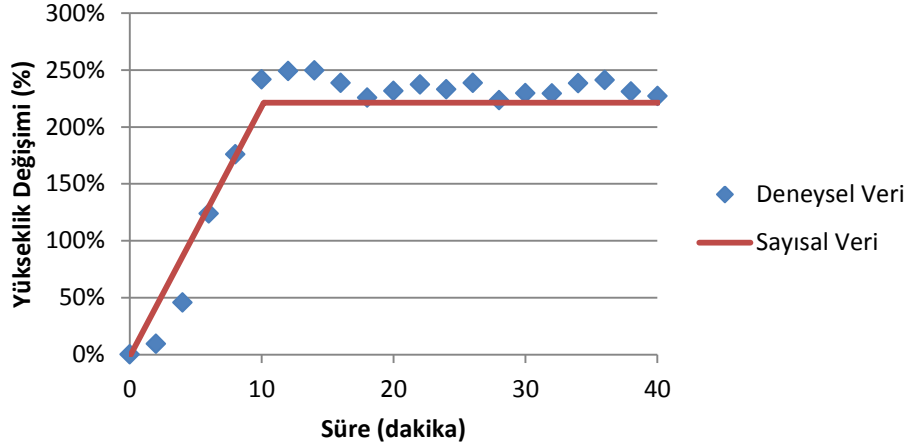


Şekil 5.12 : Kütle değişiminin karşılaştırılması.

Yüksekliğin, başlangıç değerine göre zamana bağlı değişimi Şekil 5.13’te verilmiştir. Deneysel sonuçlara göre, ilk yükseklik değerine kıyasla %235.26 kabarma gözlemlenirken, modelde bu değer %221.32 olarak hesaplanmıştır. Deneylerde ortalama başlangıç yükseklik değeri 10.82 mm olarak ölçülmüştür. Deneylerde

kabarma durduktan sonra ortalama yükseklik 36.1 mm'dir. Modelde ise kabarma durduktan sonra yükseklik 34.8 mm'dir. Bu fark 1.3 mm'ye karşılık gelmektedir. Deneysel veriler ve sayısal modele ait ortalama yükseklik son değerleri kıyaslandığı zaman, aradaki farkın %3.6'ya karşılık geldiği belirlenmiştir.

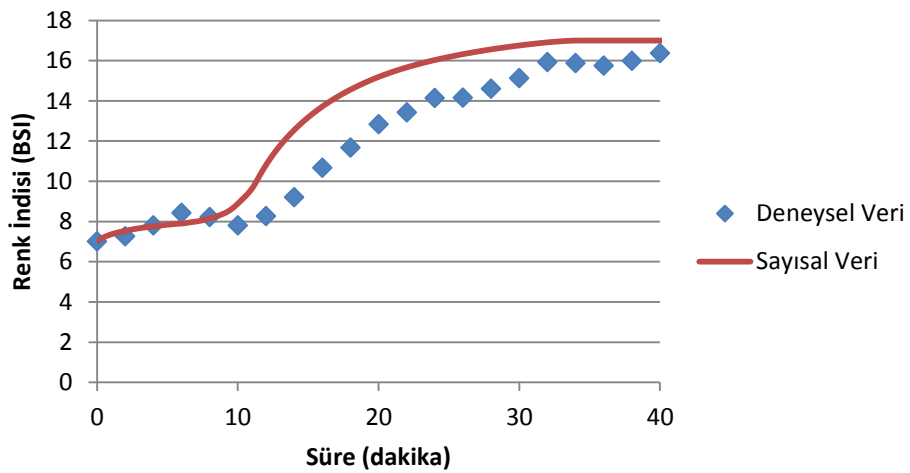
Piştirme Sıcaklığı: 200°C



Şekil 5.13 : Yüksekliğin başlangıca göre zamana bağlı değişiminin karşılaştırılması.

Sayısal modelde üst yüzey sıcaklığının, deneysel verilere kıyasla daha büyük olması sebebiyle, sayısal modele ait renk değeri deneysel verilere kıyasla daha büyüktür (Şekil 5.14).

Piştirme Sıcaklığı: 200°C



Şekil 5.14 : Renk indisi değerinin karşılaştırılması.

Çıktı parametreler incelendiğinde, sayısal çözümde yapılan kabuller nedeniyle ulaşılan değerlerin, belirsizlik analizi sonucu elde edilen değerlerin dışında kaldığı görülmüştür.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Amacı; ev tipi fırınlarda muffin kek pişirilmesi sırasında meydana gelen ısı ve kütle geçişi ile beraber kinetik değişimleri de içeren bir modelleme çalışması yapmak olan bu tez çalışmasında, ilk olarak farklı pişirme sıcaklıklarında deneyler yapılmıştır. Bu deneylerde pişirme sıcaklığı, ortam nem miktarı, hamur sıcaklığı, hamur başlangıç yüksekliği girdi parametreleri olarak; kütle kaybı, kabarma miktarı, kek üst yüzey ortalama sıcaklığı ve üst yüzey ortalama rengi çıktı parametreleri olarak incelenmiştir. Tezin ilerleyen bölümlerinde modelleme çalışmaları anlatılmıştır. Modellere ait veriler ile deneysel veriler kıyaslanmıştır.

Deneysel ev tipi fırın kullanılmıştır. Deneysel çalışmalar sırasında bir adet tepsiye 20 adet kek yerleştirilmiştir. Kekler iki dakikada bir fırından çıkarılmıştır. Fırından çıkarılan keklerin kütleleri ve üst yüzey sıcaklıkları ölçülmüştür. Hemen ardından kek üst yüzeyi ile kek kalıbı arasındaki mesafe ölçülerek yükseklik değeri bulunmuştur. Fırından çıkarılan kekler, tekrar fırına koyulmamıştır. Her iki dakikada bir adet kek çıkarılarak, 40 dakika boyunca keklerdeki değişim incelenmiştir. Ayrıca keklerin üst yüzeylerine ait ortalama renk değerleri de belirlenmiştir.

Modelleme çalışmalarının birinci aşamasında analitik, ikinci aşamasında ise sayısal model kurulmuştur. Karmaşık bir proses olan pişirme işleminde analitik çözümün kısıtlayıcılığı olumsuz etki oluşturmuştur. Analitik çözümdeki kütle geçiş hesaplarında sadece suyun geçişi incelenebilmiştir. Sonuçlar uyumlu olmamıştır. Çalışmalara sayısal modelleme ile devam edilmiştir. Sayısal modelde ise, bazı araştırmacılar tarafından da kullanılan su-buhar ilişkisi ele alınmıştır. Ayrıca sıcaklığa ve hamur özgül nemine bağlı olarak değişen ısı ve kütle geçiş parametreleri, modele dahil edilmiştir. Dahil edilen bir başka parametre ise kabarmadır. Pişirme işlemi sırasında hamur kabarması ve renk değişir. Özellikle kullanıcılar, pişirmenin tamamlanıp tamamlanmayacağına karar vermek için kabarma ve renk değişimini dikkate alırlar. Kaldı ki hamurun kabarması ile yüzey

alanı artar. Bu durumdan ısı ve kütle geçişi etkilenir. Dolayısıyla kinetik değişimlerden kabarma ve renk değişimi de çalışmaya dahil edilmiştir.

Sayısal modelin, deneysel sonuçlar ile daha uyumlu olduğu belirlenmiştir. Bunun sebebi, pişirme işlemi boyunca meydana gelen pek çok değişikliğin sayısal modele ait parametrelerle ilişkilendirilebilmiş olmasıdır.

Farklı pişirme sıcaklıklarında gerçekleştirilmiş olan deneylerden elde edilen veriler ile sayısal model kıyaslanmıştır. Çıktı parametrelerden sıcaklık, kabarma ve kütle kaybı ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Pişirme sıcaklığı değeri yükseldikçe renk değişiminde diğer parametrelerdeki kadar uyumlu sonuç gözlemlenmemiştir.

Bu çalışmanın devamı olarak, tek muffin kek yerine 20 adet muffin kekin pişirilmesi sayısal olarak modellenilebilir. Ayrıca ısı ve kütle taşınım değerleri literatürden alınmak yerine hesaplanabilir. Bunun için farklı fan devirlerinde, fırının farklı bölgelerinde fırın içi hava hızı değerleri belirlenebilir. Hava hızının belirlendiği bölgede hava sıcaklığı ve kek yüzey sıcaklığı belirlenebilir. Hava hızı ve film sıcaklığı değerlerinin belirlenmesi ile birlikte ısı ve kütle taşınım katsayısı değerleri hesaplanabilir. Ayrıca hesaplamalara ısı ışıınımı da dahil edilebilir. Böylece ısı ışıınımının da pişirmeye etkisi incelenebilir. Fırın iç duvarlarında yapılacak malzeme/rengk değişikliğinin pişirmeye etkisi görülebilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Cauvain, S. ve Young, L.** (2006). *Baked Products: Science, Technology and Practice*, Blackwell Publishing, Oxford
- [2] **Sakin, M., Kaymak-Ertekin ve F., Ilıcalı, C.** (2007). Simultaneous heat and mass transfer simulation applied to convective oven cup cake baking, *Journal of Food Engineering*, **83**, 463-474
- [3] **Therdthai, N., Zhou, W. ve Adamczak, T.** (2004). Three-dimensional CFD modelling and simulation of the temperature profiles and airflow patterns during a continuous industrial baking process, *Journal of Food Engineering*, **65**, 599–608
- [4] **Purlis, E. ve Salvadori, V.O.** (2009). Bread baking as a moving boundary problem. Part 1: Mathematical modelling, *Journal of Food Engineering*, **91**, 428–433
- [5] **Purlis, E. ve Salvadori, V.O.** (2009). Bread baking as a moving boundary problem. Part 2: Model validation and numerical simulation, *Journal of Food Engineering*, **91**, 434–442
- [6] **Zanoni, B., Pierucci, S. ve Peri, C.** (1993). A Study of Bread Baking Process. I: A Phenomenological Model, *Journal of Food Engineering*, **19**, 389-398
- [7] **Zanoni, B., Peri, C. ve Pierucci, S.** (1994). A Study of Bread Baking Process. II: Mathematical Modelling, *Journal of Food Engineering*, **23**, 321-336
- [8] **Thorvaldsson, K. ve Janestad, H.** (1999). A model for simultaneous heat, water and vapour diffusion, *Journal of Food Engineering*, **40**, 167-172
- [9] **Thorvaldsson, K. ve Skjöldebrand, C.** (1998). Water Diffusion in Bread During Baking, *Lebensmittel Wissenschaft und Technologie*, **31**, 658-663
- [10] **Lostie, M., Peczalski, R., Andrieu, J. ve Laurent, M.** (2002). Study of Sponge Cake Batter Baking Process. Part I: Experimental Data, *Journal of Food Engineering*, **51**, 131-137
- [11] **Lostie, M., Peczalski, R., Andrieu, J. ve Laurent, M.** (2002). Study of Sponge Cake Batter Baking Process. Part II: Modelling and Parameter Estimation, *Journal of Food Engineering*, **55**, 349-357
- [12] **Ousegui, A., Moresoli, C., Dostie, M. ve Marcos, B.** (2010). Porous multiphase approach for baking process –Explicit formulation of evaporation rate, *Journal of Food Engineering*, **100**, 535-544

- [13] **Carson, J. K., Lovatt, S. J., Tanner, D. J. ve Cleland, A. C.** (2006). Predicting the effective thermal conductivity of unfrozen, porous foods, *Journal of Food Engineering*, **75**, 297-307
- [14] **Baik, O. D. ve Marcotte, M.** (2002). Modeling the moisture diffusivity in a baking cake, *Journal of Food Engineering*, **56**, 27-36
- [15] **Kayıhan, S.A.** (2012). İçinde Nem Kaynağı Bulunan Isıtılan Hacimlerde Isı ve Kütle Geçişinin Havalandırma ile İlişkilendirilmesi, (Doktora Tezi), İTÜ, İstanbul
- [16] **Temel, O., Kantaş, M. ve Met, A.** (2013). Pişirmenin Modellenmesi Projesi Deneysel Çalışmalar Raporu, Arçelik A.Ş Ar-Ge Raporu, İstanbul, Türkiye
- [17] **Şahin, S. ve Sumnu, S. G.** (2006). Physical Properties of Foods, Springer, New York
- [18] **Ktenioudaki, A., Butler, F., Gonzales-Barron, U., McCarthy, U. ve Gallagher, E.** (2009). Monitoring the dynamic density of wheat dough during fermentation, *Journal of Food Engineering*, **95**, 332-338
- [19] **Cloke, J., D., Davis, E., A. ve Gordon, J.** (1984). Volume Measurements Calculated by Several Methods Using Cross-Sectional Tracing of Cake, *Cereal Chemistry*, **61(4)**, 375-377
- [20] **Whitaker, A.M. ve Barringer, S.A.** (2004). Measurement of Contour and Volume Changes During Cake Baking, *Cereal Chemistry*, **81(2)**, 177
- [21] **Kilborn, R. H. ve Preston, K. R.** (1981). A Dough Height Tracer and Its Potential Application to the Study of Dough Characteristics, *Cereal Chemistry*, 1981, **58(3)**, 198-201
- [22] **Bai, X. ve Zhou, W.** (2005). Study of the Bread Oven Rise by On-Line Image Analysis, *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, **1**, 104-109
- [23] **CIE** (2009), CIE (International Commission on Illumination) Statutes, Viyana
- [24] **Linford, C.** (2004). The complete guide to digital color: creative use of color in the digital arts, Harper Design
- [25] **Sangwine, S., J. ve Horne, R., E., N.** (1998). The colour image processing handbook, Chapman & Hall
- [26] **Koschan, A. ve Abidi, M., A.** (2008). Digital color image processing, Wiley-Interscience, 2008
- [27] **Mohd Jusoh, Y.M., Chin N.L. ve Yusof, Y.A.** (2009). Abdul Rahman, R., Bread crust thickness measurement using digital imaging and L a b colour system, *Journal of Food Engineering*, **94**, 366-371
- [28] **Della Valle, G., Chiron, H., Jury, V., Raitière, M. ve Réguerre, A.-L.** (2012). Kinetics of crust formation during conventional French bread baking, *Journal of Cereal Science*, **56(2)**, 440-444
- [29] **Pedreschi, F., Leon, J., Mery, D. ve Moyano, P.** (2006). Development of a computer vision system to measure the color of potato chips, *Food Research International*, **39**, 1092-1098

- [30] **Leon, K., Mery, D., Pedreschi, F. ve Leon, J.** (2006). Color Measurement in L*a*b Units from RGB Digital Images, *Food Research International*, **83**, 142–148
- [31] **Purlis, E. ve Salvadori, V.O.** (2007). Bread Browning Kinetics during baking, *Journal of Food Engineering*, **80**, 1107-1115
- [32] **Primo-Martin, C., de Beukelaer, H., Hamer, R., J. ve Van Vliet, T.** (2008). Fracture Behaviour of Bread Crust: Effect of Ingredient Modification, *Journal of Cereal Science*, **48**, 604-612
- [33] **Ramirez-Jimenez, A., Guerra-Hernandez, E. ve Garcia-Villanova, B.** (2000). Browning Indicators in Bread, *Journal of Agricultural and Food Chemistry*, **48**, 4176-4181
- [34] **Genceli, O.** (2000). Ölçme Tekniği (Boyut, Basınç, Akış ve Sıcaklık Ölçmeleri), Birsen Yayınevi, İstanbul
- [35] **Genceli, O.** (2000). Çözümlü Isı İletimi Problemleri, Birsen Yayınevi, İstanbul
- [36] **Newman, A.B.** (1936). Heating and Cooling Rectangular and Cylindrical Solids, *Industrial and Engineering Chemistry*, **28 (5)**, 545-548
- [37] **Incropera, F. P. ve DeWitt, D. P.** (2006). Isı ve Kütle Geçişinin Temelleri, Literatür Yayınları, İstanbul
- [38] **Patankar, S. V.** (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York
- [39] **Özışık, M.N.** (1980). Heat Conduction, John Wiley & Sons, New York
- [40] **Bird, R.B., Steward, W.E. ve Lightfoot E.N.** (1960). Transport Phenomena, John Wiley & Sons, New York, 2nd Edition
- [41] **Tolay, M.** (2006). Kekte enzimatik olmayan esmerleşme reaksiyonunun ısı ve kütle transferi modeliyle entegre olarak modellenmesi, (Lisansüstü Tezi), İTÜ, İstanbul
- [42] **ASHRAE** (2009). ASHRAE Handbook Fundamentals, Atlanta, GA, ABD

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Onur TEMEL
Doğum Yeri ve Tarihi: İSTANBUL/07.11.1987
E-Posta: onur.temel@yahoo.com
Lisans: Yıldız Teknik Üniversitesi - 2010