T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

POİSSON REGRESYON TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müslüme MEMİŞ

Zootekni Anabilim Dalı

HAZİRAN 2013
SAMSUN

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI

POİSSON REGRESYON TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müslüme MEMİŞ
11210281

Tezin Savuma Tarihi : 27 Haziran 2013

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hasan ÖNDER

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Zootekni Anabilim Dalında

Müslüme MEMİŞ Tarafından Hazırlanan

POİSSON REGRESYON TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından 27/06/2013 tarihinde yapılan sınav ile YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan	**:**	**Doç. Dr. Hasan ÖNDER** Onkokuz Mayıs Üniversitesi	....
Jüri Üyeleri	**:**	**Doç. Dr. Soner ÇANKAYA** Ordu Üniversitesi	....
		Yrd. Doç. Dr. Yalçın TAHTALI Gaziosmanpaşa Üniversitesi	....

.

…./…./...2013

Prof. Dr. Recep TAPRAMAZ

Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Yüksek lisans çalışmamda bilgi ve deneyimleriyle yol gösteren değerli danışman hocam Doç. Dr. Hasan ÖNDER'e, lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca beni yetiştiren bütün zootekni bölüm hocalarıma, manevi destekleri ile yanımda duran arkadaşlarıma, ve hayatım boyunca desteklerini esirgemeyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2013 Müslüme MEMİŞ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

KISALTMALAR

AIC	**:** Akaike Bilgi Ölçütü
BIC	**:** Bayes Bilgi Ölçütü
GLM	**:** Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller
IRWLS	**:** İteratif Olarak Yeniden Ağırlıklandırılmış En Küçük Kareker
MLE	**:** En Çok Olabilirlik Tahmini
ML	**:** Maksimum Olabilirlik

POİSSON REGRESYON TAHMİN YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

ÖZET

Çoğu bilimsel çalışmanın amacı bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi matematiksek modellerle açıklayarak, bu modellerin kullanılması ile geleceğe yönelik tahminler elde etmektir. Sayıma dayalı olarak elde edilen verilerin analizinde Poisson regresyon modeli pek çok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışma, Poisson regresyon analizinde tahmin yöntemlerinden; Poisson en çok olabilirlik tahmin yöntemi ve genelleştirilmiş doğrusal modeller tahmin yöntemlerinin karşılaştırılarak hangi yöntemin daha uygun olduğu konusunda araştırmacılara yol göstermek amacıyla yapılmıştır. Yöntemlerin karşılaştırılması için 100, 500 ve 1000 örnek büyüklüklerinde yapay veri kullanılmıştır.

Yapılan bu çalışmada sonuç olarak kulanılan parametre tahmin yöntemleri arasında uyum iyiliği bakımından farklılık olmadığı tespit edilmiştir. Ancak, en çok olabilirlik tahmin edicisinin ürettiği standart hata değerlerinin daha yüksek olmasından dolayı genelleştirilmiş doğrusal modeller yöntemin daha güvenilir olduğu ve küçük örnek büyüklüklerinde de daha güvenilir tahmin yapabildiği bulunmuştur. Sonuç olarak, Poisson regresyon analizinde genelleştirilmiş doğrusal modeller yönteminin kullanılması önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Poisson regresyon, Genelleştirilmiş doğrusal modeller, En çok olabilirlik.

COMPARISON OF POISSON REGRESSIONESTIMATION METHODS

SUMMARY

The aim of many scientific studies is to explain relationships between response variable and explanatory variables with mathematical models and to acquire prudential predictions with these models. Poisson regression models are commonly usedfor analyzing the data based on counting processes.

This study aimed to guide the researchers for determining appropriate Poisson regression estimation method (Poisson Maximum Likelihoodand Generalized Linear Model). In comparison of methods, artificial data were used with sample size of 100, 500 and 1000.

It was concluded that there were no differences among parameter estimation methods in terms of goodness of fit. However, it was detected that generalized linear models method was more reliable than maximum likelihood method because maximum likelihood estimator produced high standard error for the parameters. In addition, generalized linear models were more reliable for small sample sizes because of estimated lover standard errors. As a result, it was suggested that generalized linear models should be used in Poisson regression analysis.

Key Words: Poisson regression; Generalized linear models; Maximum likelihood.

1. GİRİŞ

Biyoloji, tıp, ekonomi, fizik, kimya ve sosyal bilimler gibi birçok alanda yaygın olarak kullanılmakta olan regresyon analizi, aralarında sebep – sonuç ilişkisi bulunan iki veya daha fazla değişken arasındaki ilişkiyi inceleyen ve bu ilişkiyi modellemek için kullanılan istatistiksel analiz yöntemidir (Vural, 2007). Regresyon analizinde incelenen değişkenler sürekli ya da kesikli yapıda olabilmektedir, veri yapısına bağlı olarak farklı regresyon modellerinin kullanılması gerekmektedir (Özarıcı, 1996).

Regresyon analizinin asıl amacı yanıt değişken ile açıklayıcı değişkenler arasındaki ilişkiyi matematiksel modellerle açıklayarak, bu modellerin kullanılması ile geleceğe yönelik tahminler elde etmektir. Elde edilen modelin doğru bir şekilde oluşturulması, analiz ve yorumların geçerliliğinde etkin bir rol oynamaktadır. Bu konuda geliştirilmiş birçok istatistiksel yöntem söz konusudur (Karadavut ve diğ., 2005) ve kullanılacak yöntemin seçiminde temel ölçüt değişkenlerin sahip olduğu veri yapısıdır.

Basit ve çoklu doğrusal regresyon analizleri, yanıt değişken ile açıklayıcı değişken yada değişkenler arasındaki matematiksel bağıntıyı analiz etmede kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin uygulanacağı veri setlerinde yanıt değişkenin normal dağılım göstermesi, açıklayıcı değişkenlerin normal dağılım gösteren değişken yada değişkenlerden oluşması ve hata terimlerinin varyansının normal dağılım göstermesi gerekir. Bu ve benzeri koşulların yerine getirmemesi durumunda ise, basit yada çoklu regresyon analizi kullanılmamalıdır (Çokluk, 2010).

Yanıt değişkenin sürekli olduğu ve başta artıklar üzerinde normallik olmak üzere çeşitli varsayımların yaptığı regresyon modelinde, yanıt değişkenin iki veya ikiden çok düzey içeren kesikli bir değişken olması durumunda doğrusal regresyon modeli için öngörülen varsayımlar bozulmaktadır (İyit ve diğ., 2005) ve bu durumlarda kesikli veriler için önerilen regresyon analizleri kullanılmalıdır.

Yanıt değişkenlerin negatif olmayan kesikli sayılardan oluştuğu ve belirli bir zaman aralığında gerçekleşen olay sayısının küçük olduğu durumda, bu değişken için belirlenen regresyon modellerinden biri Poisson modelidir (Tüzel ve diğ., 2012).

Sayıma dayalı olarak elde edilen verilerin analizinde Poisson regresyon modeli pek çok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Poisson regresyon analizi, açıklayıcı değişkenler ile sayıma dayalı olarak elde edilen yanıt değişkeni arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Poisson regresyonda açıklayıcı değişkenlerin doğrusal yapısını yanıt değişkenin beklenen değerine bağlayan bağlantı fonksiyonu logaritmik dönüşüm ile ifade edilmektedir (Frome, 1983).

Bazı çalışmalarda verilerin kesikli olması durumunda doğrusal regresyon kullanılarak yapılacak analizler iki açıdan sorun oluşturmaktadır. Birincisi kuramsal olarak mümkün olmayan negatif parametre tahmininin elde edilmesi, ikincisi ise çoğu değerlerin sıfır olmasından dolayı dağılışın sağa çarpık olmasıdır (Frome ve diğ., 1973; Cox, 1983; SAS, 2005).

Bu çalışma, Poisson regresyon analizinde tahmin yöntemlerinden; Poisson en çok olabilirlik tahmin yöntemi (ML) ve genelleştirilmiş doğrusal modeller tahmin yöntemlerinin (GLM) karşılaştırılarak hangi yöntemin daha uygun olduğu konusunda araştırmacılara yol göstermek amacıyla yapılmıştır.

2. GENEL BİLGİLER

Wang ve Fameo (1997), "Modeling household fertility decisions with generalized Poisson regression" başlıklı çalışmalarında hane halkı doğurganlık kararının modellenmesinde standart Poisson regresyon ve genelleştirilmiş Poisson regresyon modellerini kullanarak en iyi modelin belirlenmesi için karşılaştırmalar yapmışlardır. Doğurganlık verilerinde az yayılım gözlenmesinden dolayı genelleştirilmiş poisson regresyon modelini kullanmanın standart Poisson regresyon modeline göre daha avantajlı olduğunu vurgulamışlardır. Parametre tahmini için maksimum olabilirlik yöntemi kullanılmış olup, değerler birbirine yakın bulunmuştur. Model uyum iyiliği ölçütü olarak AIC, R_G^2, R_P^2 yöntemlerini kullanmışlardır. Genelleştirilmiş Poisson regresyon modelinde AIC değeri standart Poisson regresyon modeline göre daha düşük bulunurken R_G^2, R_P^2 değerleri ise daha yüksek bulunmuştur.

Selim ve Üçdoğruk (2003), "Sayma veri modelleri ile çocuk sayısı belirleyicileri: Türkiye'deki seçilmiş iller için sosyoekonomik analizler" başlıklı çalışmasında Poisson quasi maksimum olabilirlik yöntemi kullanılarak çocuk sayısı belirleyicilerini modellemeye çalışmışlardır. Çalışmada, Devlet İstatistik Enstitüsü (DİE) tarafından yapılmış olan 1994 yılı hane halkı gelir dağılımı araştırması ham verileri kullanılmıştır. Yayılım durumu ele alındığında genellikle çocuk sayısı verileri için eksik yayılım (underdispersion) durumu ile karşılaşılmıştır. Bu durumda standart Poisson regresyon modeli yerine tutarlı tahminciler veren Poisson quasi maksimum olabilirlik (PQML) tahmininin kullanılabileceği önerilmiştir.

Heinzl ve Mittlböck (2003), "Pseude R-suared measures for poisson regression models with over or underdispersion" başlıklı çalışmalarında aşırı yada az yayılım gösteren Poisson regresyon modeli için yapay R^2 ölçütlerini (R_D^2, $R_{D,\gamma}^2$, $R_{D,\gamma D}^2$, $R_{D,\gamma p}^2$) önermiş ve küçük örnekler yada fazla sayıda kovaryetin olduğu durumlar için yanlılık düzeltmeleri tavsiye etmişlerdir. Çalışmalarındaki veriler bir simülasyon çalışması olarak SAS paket programında Poisson regresyon modeli altında derlenmiştir. Aşırı ya da az yayılımlı verilerde yapılan düzeltmelerin parametre tahmininde standart hatayı, güven aralığı genişliğini, P değerlerinin büyüklüğünü etkilediği görülmüştür. Performansları bakımından düzeltilmiş $R^2_{D,\gamma D}$ ve $R^2_{D,\gamma Dp}$ değerlerinin benzer olduğunu ancak kötü sonuçlar vermesi bakımından kullanılmaması gerektiğini önermişlerdir.

Yeşilyurt (2005), "Poisson regresyon modeli ve Türkiye'deki boşanma istatistiklerine uygulanması" başlıklı yüksek lisans tezinde yanıt değişken olarak 1989 ile 1998 yılları arasında Türkiye'deki boşanma sayısı verileri kullanmıştır. Yıl ve yaş değişkenleri ise açıklayıcı değişken olarak ele almıştır. Yaş gurubu değişkeni on tane kategoriye ayrılarak sınıflandırılmıştır. Uygulamada aşırı yayılım durumu ile karşılaşılmış olup tartı parametresi kullanılarak bazı değerlerde düzeltmeler yoluna gidilmiştir. Düzeltme işlemini Pearson ve sapma kalıntılarını tartı parametresine bölerek gerçekleştirmiştir. Çalışmada; yapılan parametre tahminleri, uyum ölçüleri ve kalıntıların hesaplanmasında S-PLUS 2000 programı kullanılmıştır. Yapılan çalışmada boşanma verilerini en iyi açıklayan Poisson regresyon modeline ulaşmak amaçlanmıştır. Analiz sonucunda yaş grubu ilerledikçe boşanma sayısının azaldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Köleoğlu (2006), "Olay zamanı analizinde tesadüfi etkiler Poisson regresyon modeli ile gözlemlenemeyen heterojenliğin incelenmesi" başlıklı doktora tezinde olay zamanı analizinde kullanılan Poisson regresyon modeli, Poisson regresyon modelinde aşırı yayılımla karşılaşıldığında kullanılan Poisson-gamma regresyon modeli ve olay zamanı verilerinde gözlemlenemeyen heterojenlikle karşılaşıldığında kullanılan tesadüfi etkiler Poisson-gamma regresyon modelini incelemiştir. Uygulamada yapılan tüm analizler SAS 8.0 paket programı kullanılarak yapılmıştır. Parametre tahminin anlamlı olup olmadığının belirlenmesi için Wald testi ve regresyon modelinin uyum iyiliğinin sınanması için Pearson χ^2 istatistiği kullanılmıştır. Verilerde aşırı yayılım saptanması üzerine karma bir dağılım olan Poisson-gamma regresyon modeli oluşturulup gözlenemeyen heterojenliğin kontrol edebilmek amacıyla tesadüfi etkiler Poisson-gamma modeli uygulanmıştır. Tesadüfi etkiler Poisson-gamma regresyon modeli için parametre tahminleri ve tahminlerin anlamlılığının sınanmasında ise t testini kullanmıştır.

Yeşilova ve diğ. (2006), "Norduz erkek kuzularının bazı kesikli üreme davranış özelliklerinin analizinde doğrusal olmayan regresyon modellerin kullanılması" başlıklı çalışmalarında genelleştirilmiş doğrusal modelleri esas alan

Poisson ve negatif binom regresyonları kullanılarak genelleştirilmiş tahmin modelleri elde etmişlerdir. Çalışmada model uyumu için sapma ve Pearson χ^2 uyum ölçütleri kullanılmıştır. Poisson regresyonda sapma ve Pearson χ^2 uyum ölçütlerine ait yayılım parametreleri sırasıyla 5.7620 ve 5.9108 olarak bulunmuştur. Elde edilen yayılım parametresinin bir (1) değerinden büyük olduğu saptanmıştır. Negatif binomiyal regresyonunda ise sapma ve Pearson χ^2 uyum ölçütlerine ait yayılım parametreleri sırasıyla 1.174 ve 1.0204 olarak bulunmuştur. Elde edilen yayılım parametre değeri 1 değerine yakın olduğundan model uyumu açısından negatif binomiyal regresyonun daha iyi sonuç verdiği saptanmıştır. Bunun sonucu olarak her iki modeldeki parametre değerlerinin birbirinden farklı olduğu belirtilmiştir.

Yeşilova ve Atlıhan (2007), "Farklı sıcaklıkların *Scymnus Subvillosus*'un bıraktığı yumurta sayıları üzerine etkilerinin karışımlı Poisson regresyon ile analiz edilmesi" başlıklı çalışmalarında *Scymnus Subvillosus* dişilerinin oviposizyon sürecinde bıraktıkları yumurta sayılarını Poisson regresyon modeli ile analiz etmişlerdir. Poisson regresyonunda model uyumu için devians ve Pearson χ^2 uyum istatistikleri kullanmışlardır. Analiz sonucunda aşırı yayılım saptanması üzerine standart Poisson regresyon modeli yerine karışımlı Poisson regresyon modelini tercih etmişlerdir. Karışımlı model yaklaşımı, veri kümesinin heterojen bir yapı gösterdiğini varsaymakta ve bu heterojenliği popülasyonu kendi içerisinde alt popülasyonlara bölerek gidermektedir. Uygun alt popülasyon sayısını belirlemede AIC ve BIC uyum ölçütlerini kullanmış ve altı alt popülasyonlu modelin uygun olduğu tespit edilmiştir. Parametre tahminleri EM yaklaşımı kullanılarak ML yöntemi ile elde edilmiştir.

Yang ve diğ. (2009), "A score test for overdispersion in Poisson regression based on the generalized Poisson-2 models" başlıklı çalışmalarında aşırı yayılım gösteren Poisson regresyon modeli için genelleştirilmiş Poisson regresyon (GP-1 ve GP-2) modellerinin daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Aşırı yayılım için GP modeline dayalı Wald ve olabilirlik oran test (LRT) gücüyle karşılaştırdıkları bir skor testi önermişlerdir. Skor testi sadece sıfır hipotez altında parametre tahmininde LRT ve Wald testleri üzerine avantaja sahip olduğu bulunmuştur. Bir simülasyon çalışmasıyla asimptotik standart normal dağılışına göre önerilen skor testinin pratik uygulamalarda daha uygun olduğunu vurgulamışlardır.

Fallah ve diğ. (2009), "Nonlinear Poisson regression using neural network: a simulation study" başlıklı çalışmalarında sinir ağı kullanarak Poisson regresyon modeline uygulamışlardır. Çalışmalarında altı farklı şemalı sinir ağı regresyon modellerini tanımlamışlardır ve onların performanslarını bir linear, iki linear olmayan üç simülasyon veri setleriyle karşılaştırmışlardır. Simülasyon çalışmasında linear varsayımlarının doğru tanımlandığında Poisson regresyon modelinin iyi çalıştığını bulmuşlardır. Fakat sinir ağı modellerinde ise linear olmayan durumlarda tahmin değerlerinin önemli ölçüde büyüdüğünü belirtmişlerdir.

Saffari ve Adnan (2010), "Zero-inflated Poisson models with right censored count data" başlıklı çalışmalarında çok sayıda sıfır değerlerinde oluşan Poisson regresyon modeli için yanıt değişkenindeki bazı değerlerde sansürlemeler (sınırlamalar) yapmışlardır. Sıfırla şişirilmiş bir Poisson regresyon modeli için sansürlü veriler tanıtılmış ve analiz için SAS paket programı kullanılmıştır. Maksimum olabilirlik yöntemi kullanılarak regresyon parametrelerin tahmini ve regresyon modeli için uyum iyiliği olarak sapma istatistiği kullanılmıştır. Bir örnek ve simülasyon yoluyla standart hata ve parametre tahminini doğru sansürleme etkileri incelenmiştir.

Ghitay ve diğ. (2012), "An EM algorithm for multivariate mixed Poisson regression models and its application" başlıklı çalışmalarında çok değişkenli karışımlı Poisson regresyon modellerini sınıflandırmak için maksimum olabilirlik tahminini kolaylaştırmada genel bir EM algoritması önermişlerdir. Çok değişkenli negatif binomiyal ve literatürde yeni bulunan çok değişkenli Poisson ters Guassian (MPIG) ve Poisson lognormal (MPLN) regresyon modelleri hakkında bilgi verilmektedir. Çalışmalarında ayrıca gerçek bir veri kümesinde önerilen EM algoritmasının kullanımını da göstermişlerdir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1 Materyal

Çalışmada kullanılan veriler MINITAB 12.0 yazımı kullanılarak 100, 500 ve 1000 örnek büyüklüğünde yapay olarak üretilmiştir. Elde edilen veri Kolmogorow-Smirnow tek örnek testi ile tekrar analiz edilmiş ve Poisson dağılışına uygunluğu test edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre elde edilen I. tip hata değerleri örnek büyüklükleri için sırasıyla 0.997, 0.965 ve 0.975 olarak elde edilmiş olup, üretilen verinin Poisson dağılışı gösterdiği anlaşılmıştır.

3.2 Yöntem

3.2.1 Poisson Regresyon

Poisson regresyon, incelenmek istenen zaman periyodunda meydana gelmiş olan olaylarda belirlenen açıklayıcı değişkenlerdeki problemlerde uygulanmaktadır. Model; süreksiz ve negatif olmayan, sayılabilir verileri içermelerinden dolayı, beklenen sayıların logaritmasının açıklayıcı değişkenlerin doğrusal bir fonksiyonu olduğu varsayımından yola çıkmaktadır. Özel açıklayıcı değişkenlerin regresyon katsayılarını, diğer tüm açıklayıcı değişkenlerin sabit tutulduğu durumda açıklayıcı değişkendeki bir birimin artışından önce ve sonra beklenen sayıların oranının logaritması olarak yorumlanabilir (Köleoğlu, 2006).

Poisson regresyon modeli daha çok sayma verilerini analiz etmek için kullanılır (Akın, 2002). Poisson regresyon modeli üstel bir model olması sebebiyle katsayı yorumlamalarında zorluk ve karmaşıklık yaratması dezavantajına rağmen, yanıt değişkenin sayma verilerinden oluştuğu durumlarda doğrusal regresyon analizine alternatif olabilen bir modeldir (Deniz, 2005).

Poisson regresyon modeli; sayılabilir verilerin ortalamasını içeren çarpımsal modellerde, açıklayıcı değişkenler arasında şartlı veya marjinal bir bağımlılık olduğunda esnek bir model olmasından dolayı araştırmacılara kolaylık sağlayan bir model özelliği taşımaktadır (Lloyd, 1999).

Poisson regresyon, lojistik regresyondan sonra en genel olan ikinci genelleştirilmiş modeldir. Bu model μ parametresinin açıklayıcı değişkenlere dayandığı Poisson dağılımından elde edilir.

$$y_i \sim \text{Poisson}(\mu_i) \quad i=1,\ldots,N \tag{3.1}$$

olduğu kabul edilmekte ve burada açıklayıcı değişkenlerin bir vektörü ile ortalama μ_i arasında ilişki kurulmak istenmektedir.

Poisson regresyon modelinin en belirgin özelliği, ortalama ile varyansın birbirine eşit olmasıdır. Ancak çoğu uygulamalarda, bu eşitliği sağlamak mümkün olmamaktadır. Poisson dağılışında; varyansın ortalamadan büyük olması aşırı yayılım (overdispersion), varyansın ortalamadan küçük olması hali ise az yayılım (underdispersion) olarak bilinir. Literatürde genellikle aşırı yayılım, nadir de olsa az yayılım tespit edilmiştir. Böyle bir durum söz konusu olduğunda veri kümelerine Poisson regresyon modeli uygulanamamaktadır. Bunun yerine Poisson regresyon modelinden daha esnek olan negatif binom regresyon modeli uygulanmaktadır.

Poisson regresyon modeli sayma verilerin analizinde başlangıç noktası olarak düşünülmektedir (Akın, 2002). Poisson regresyon modeli aşağıdaki özelliklere sahip olduğu için model parametrelerinin tahmininde en küçük kareler kullanılmaz. Bunun yerine en çok olabilirlik tahmini kullanılır (Deniz, 2005; Karadavut ve diğ, 2005).

1. Yanıt değişken olan *Y*'nin Poisson dağılışı göstermesi gerekmektedir. Ayrıca koşullu ortalamanın doğru tanımlanmasında bağımlılık şartı sağlanmalıdır.
2. En çok olabilirlik standart hataları ve t istatistikleri kullanılarak hesaplanan istatistiksel sonuçlar, hem koşullu ortalama hem de varyansın doğru tanımlanmasını gerektirmektedir. Burada istenen koşul, koşullu varyans ile ortalamanın eşit olmasıdır.
3. Veriler için koşullu ortalama ve koşullu varyansın eşit olmaması durumunda, en çok olabilirlik yönteminin uygulanması ile elde edilmiş istatistiksel sonuçlar, koşullu ortalamanın doğru tanımlandığının ispat edildiği durumlarda geçerli ve doğrudur.
4. Veriler için koşullu varyans ve koşullu ortalamanın eşit olmaması durumunda, Poisson tahmin edicisinden daha etkin tahmin ediciler kullanılabilir.

Hesaplanan katsayılar doğru bir şekilde yorumlanmazlar ise kullanılan model için bir anlam ifade etmeyecektir. Bu nedenle katsayıların doğru bir şekilde yorumlanmasına dikkat edilmesi gerekmektedir.

3.2.1.1 Poisson Dağılımı

Poisson dağılımı belirli bir zaman, belirli bir alan veya hacimde gerçekleşebilecek olay sayısının tanımlayan bir dağılımdır. Dağılım 18. yüzyılda yaşamış olan Fransız matematikçi Poisson tarafından tanıtılmıştır. Sonraki yıllarda farklı bilim adamları tarafından üzerinde çalışılan ve genişletilerek bugünkü halini alan dağılım ilk temellerini atan ünlü matematikçinin adını taşımaktadır (Gürsakal, 1997).

Poisson dağılımını aşağıda formülde verildiği gibidir;

$$P(y;\mu) = \frac{\mu^{y} e^{-\mu}}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, ... \qquad \textbf{(3.2)}$$

bu eşitlikte y_i, istenen olayların meydana gelme sayısıdır. Poisson dağılımı tek parametreli bir dağılımdır ve dağılımın parametresi μ_i 'dir. Poisson dağılımının şartlı beklenen değeri $E(y_i) = \mu_i$'dir. μ_i'nün açıklayıcı değişkenlere bağlı olarak tanımlanması durumunda Poisson regresyon modeli elde edilmektedir. μ_i genellikle $\mu_i = e^{x'\beta}$ şeklinde tanımlanır. Burada x açıklayıcı değişken vektörü ve β de tahmin edilecek parametre vektörünü göstermektedir.

Belirli bir zaman aralığında gözlemlenen olay sayısı y'nin Poisson şans değişkeni olarak belirlenebilmesi için aşağıdaki şartları taşıması gerekmektedir (Serper, 2000).

1. Farklı zaman aralıklarında veya farklı alanlarda ortaya çıkan olaylar bağımsızdır. Olayların meydana gelmeleri arasında hiçbir ilişki bulunmamaktadır.
2. Küçük bir zaman aralığında olay bir defa meydana gelebilmektedir. Olayın birden fazla ortaya çıkması mümkün olmamaktadır.
3. Küçük bir zaman aralığında ilgilenilen olayın ortaya çıkma olasılığı (p) değişmemektedir. Bu durumda $p< 0,05$ eşitsizliği sağlanmaktadır.
4. Deney sayısı sonsuza yaklaşmaktadır. $n \to \infty$ olarak ifade edilebilir.
5. Belirli bir zaman aralığında ilgilenilen olayın ortaya çıkma olasılığı (μ) sabittir. Ortalama niteliğindeki μ kesirli bir değer olarak bulunabilir.

Poisson dağılımın ortalaması;

$$\mu_i = E(y_i / x_i) = \exp(x_i'\beta) \qquad \textbf{(3.3)}$$

şeklinde gösterilir. İstatistik literatür de bu model log-doğrusal model olarak ifade edilmektedir. Poisson dağılımında ortalama-varyans birbirine eşittir.

$$\mu_i = E(y_i / x_i) = V(y_i / x_i) \qquad \textbf{(3.4)}$$

Ortalama ve varyansın eşitliğine eşit yayılım denir. Ancak uygulamada sayma değişkenler genellikle ortalamadan daha büyük varyansa sahip olduklarından aşırı yayılım gösterirler.

Verinin aşırı yayılım göstermesine gözlemlenen sıfır değerlerin sayısının, Poisson modeli ile ortaya konulan sıfır değerlerini aşması ve gözlenmemiş heterojenlik gibi durumlar neden olmaktadır (Kibar, 2008). Modeldeki aşırı yayılım katsayı tahminini etkilemez, fakat tahminin standart hatasını etkisi altında olmaya sebep verir, böylece modelin güvenirliğini yükseltir (AL-Ghirbal ve AL- Ghamdi, 2006).

3.2.1.2 Poisson Regresyon Modeli

Poisson regresyon modeli, yanıt değişkeninin sayılarak elde edildiği durumlarda kullanılan bir regresyon modelidir. İlgilenilen bir olayın meydana gelme sayıları Poisson regresyon ile modellenebilir (Greene, 1995). Böceklerde oviposizyon süresince bıraktıkları yumurta sayısı, kolonideki bakteri sayısı, sütteki somatik hücre sayımı, öğrencilerin okula gitmedikleri gün sayısı gibi farklı örneklerin modellenmesinde Poisson regresyon modeli uygun bir model olabilir.

GLM hem doğrusal hem de doğrusal olmayan regresyon modelleri için kullanılır. GLM' de yanıt değişkeni Poisson dağılımına ait bir sayım verisi olduğu durumlarda Poisson regresyon modeli kullanılır.

Genelleştirilmiş regresyon modelleri için tanımlanan eşitlik aşağıdaki gibi olmaktadır,

$$f(y_i; \theta_i, \phi) = \exp\{[y_i\theta_i - b(\theta_i)] / a(\phi) + c(y_i, \phi)\}. \qquad \textbf{(3.5)}$$

θ parametresi doğal parametre olarak isimlendirilmektedir. $a(\theta)$ fonksiyonu ω_i ile ağırlıklandırılmış olan $a(\phi)=\phi/\omega_i$ bir yapıya sahip olmaktadır. ϕ dağılım (dispersion) parametresi olarak isimlendirilmektedir.

Modelin ortalaması ve varyansı aşağıdaki gibidir.

$$\mu_i = E(Y_i) = b'(\theta_i) \quad \textbf{(3.6)}$$

$$f(y_i;\theta_i,\phi) = \exp\{[y_i\theta_i - b(\theta_i)]/a(\phi) + c(y_i,\phi)\}. \quad \textbf{(3.7)}$$

$$Var(Y_i) = b''(\theta_i)a(\phi) \quad \textbf{(3.8)}$$

μ ortalamasına sahip olan poisson dağılmış bir Y_i tesadüfi değişken için genelleştirilmiş lineer model aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$f(y_{i;}\mu_i) = \frac{e^{-\mu_i}\mu_i^{y_i}}{y_i!}$$

$$= \exp[y_i \ln(\mu_i) - \mu_i - \ln(y_i!)]$$

$$= \exp[y_i\theta_i - \exp(\theta_i) - \ln(y_i!)] \quad \textbf{(3.9)}$$

eşitlikte θ_i değeri $\theta_i = \ln(\mu_i)$ve $\mu_i = e^{\theta_i}$ olarak ifade edilmiştir. Eşitlik (3.5)' deki $b(\theta_i) = \exp(\theta_i)$, $a(\phi)=1$ ve $c(y_i,\phi) = -\ln(y_i!)$ olmaktadır. Doğal parametre $\theta_i = \ln(\mu_i)$ olarak gösterilmektedir. Modelin ortalaması,

$$E(Y_i) = b'(\theta_i) = \exp(\theta_i) = \mu_i \quad \textbf{(3.10)}$$

ve varyansı,

$$Var(Y_i) = b''(\theta_i) = \exp(\theta_i) = \mu_i \quad \textbf{(3.11)}$$

olarak gösterilir.

$g(\mu_i) = \theta_i$ olarak tanımlanırsa 'g' bir bağ fonksiyonu olarak isimlendirilir. Bu durumda kanonik bağ, log bağ olarak

$$\theta_i = \ln(\mu_i) \quad \textbf{(3.12)}$$

şeklinde ifade edilebilir. Log lineer model için bağ fonksiyonunu aşağıdaki eşitlikte göstermek mümkündür (Köleoğlu, 2006).

$$\ln \mu_i = x_i'\beta \,(\log \mu_i = x_i'\beta) \quad \textbf{(3.13)}$$

3.2.1.3 Genelleştirilmiş Doğrusal Modeller

Genelleştirilmiş doğrusal modeller, gözlemlerin olasılık dağılımları kullanılarak oluşturulmaktadır. Kullanılan bağ fonksiyonu ise regresyon parametrelerinin ortalamalarıyla ilişkilidir. Bağ fonksiyonu gözlemlerin ortalamaları üzerinde şartlı olarak istatistiksel bağımsız varsayılmaktadır. Doğrusal regresyon modeli, normal dağılıma sahip gözlemlerin özdeşlik bağ ile (Identity link) genelleştirilmiş doğrusal modelidir. Sayılarak elde edilen veriler için log-lineer model ise, Poisson dağılımı ve logaritmik bağ ile genelleştirilmiş lineer model olmaktadır. Lojistik regresyon modeli, lojit bağ ve binomial dağılımlı genelleştirilmiş doğrusal modeldir. Bu üç özel durumda, esnek teorik özelliklere sahip olan standart genelleştirilmiş doğrusal modeller kullanılmaktadır (Haining, 2003).

GLM, şans değişkenleri için olabilirlik tabanlı yaklaşımları kullanarak bir regresyon modelinde parametre tahmini yapmaktadır (Breslow ve Clayton, 1993). GLM bunu yaparken ilk önce şans değişkenlerinin sahip olduğu dağılışı üssel dağılış ailesinde tanımlar. Daha sonra değişkenlerin kendisinin yerine değişkenlere ait beklenen değerlerinin fonksiyonunu kullanır.

Üssel dağılış ailesine ait bir y şans değişkeninin olasılık veya olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(y,\theta) = \exp[a(y)b(\theta) + c(\theta) + d(\theta)] \quad \textbf{(3.14)}$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikte $a(y) = y$ kanonik yapıda olduğu söylenir ve $b(\theta)$ ise dağılışın doğal parametresi denir. $a, b, c \; ve \; d$ bilinen fonksiyonlardır (Dobson, 1990). Bu eşitliğe yayılım parametresinin (ϕ) eklenmesi ile elde edilen olasılık fonksiyonu için;

$$f(y;\theta,\phi) = \exp\left[\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y;\phi)\right] \quad \textbf{(3.15)}$$

ifadesi elde edilir. Burada ϕ yayılım (dağılım) parametresi olmaktadır. Yukarıda verilen (3.14) numaralı eşitlikteki $a(y), b(\theta), c(\theta)\ ve\ d(y)$, (3.15) numaralı eşitlikte $y,\ \theta,\ b(\theta)\ ve\ c(y;\phi)$'ye karşılık gelir (Çizelge 2.1).

Çizelge 2.1: Olasılık yoğunluk fonksiyonunun olasılık yayılım fonksiyonundaki karşılığı

Olasılık yoğunluk fonksiyonu	Olasılık yayılım fonksiyonu
$a(y)$	y
$b(\theta)$	θ
$c(\theta)$	$b(\theta)$
$d(y)$	$c(y;\phi)$

Yukarıdaki (3.15) numaralı eşitlikte verilen ifadenin olabilirlik fonksiyonu yazılacak olursa;

$$L = (\theta,\phi;y) = \left[\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y;\phi)\right] \quad \textbf{(3.16)}$$

eşitlikte verildiği gibi olur.

GLM'de ortalamanın elde edilebilmesi için skor fonksiyonu kullanılır. Skor fonksiyonu (3.16) numaralı eşitlik ile verilen olabilirlik fonksiyonunun θ'ya göre kısmı türevinin alınmasıyla elde edilir. θ'ya göre alınan kısmi türevin, sıfıra eşitlenmesi ile ortalama elde edilir. Buna göre skor fonksiyonu;

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta} = \frac{y - \dfrac{\partial b(\theta)}{\partial \theta}}{\partial(\phi)} \quad \textbf{(3.17)}$$

$$E(y) = \mu = \frac{\partial b(\theta)}{\partial \theta} = b'(\theta) \quad \textbf{(3.18)}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta} = \frac{y - \mu}{a(\phi)} \quad \textbf{(3.19)}$$

şeklinde elde edilir.

İterasyon sırasında varyans-kovaryans tahmini için kullanılan bilgi (information) ve Hessian matrisleri, (3.16) numaralı eşitlikte verilen olabilirlik fonksiyonunun ikinci derecede türevinin alınmasıyla elde edilir. Hessian matrisi;

$$\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta^2} = -\frac{\partial^2 b(\theta)}{\partial \theta^2} a(\phi) \tag{3.20}$$

olmaktadır. Hessian matrisine ait beklenen değerinin negatif formuna bilgi matrisi ismi verilir. Bilgi matrisi;

$$i(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta^2}\right] = \frac{\partial^2 b(\theta)}{\partial \theta^2} a(\phi) \tag{3.21}$$

olmaktadır. Eşitlikteki $i(\theta)$ aynı zamanda skor fonksiyonunun varyansı olmaktadır. Bundan dolayı skor fonksiyonunun varyansı;

$$Var(y) = a(\phi)\frac{\partial \mu}{\partial \theta} = a(\phi)v(\mu) \tag{3.22}$$

$$v(\mu) = \frac{\partial \mu}{\partial \theta} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial \mu}\right)^{-1} \tag{3.23}$$

olur. Burada $v(\mu)$ varyans fonksiyonu olarak isimlendirilir.

ML ile parametre tahminleri iteratif çözüm gerektirdiğinde yukarıda verilen bilgi matrisi Fisher-scoring (EK B) ve Hessian matrisi ise Newton-raphson (EK C) iterasyon algoritmalarında kullanılmaktadır (Gökdere, 2004).

3.2.2 Poisson Regresyon Analizinde Katsayıların Tahmini

Poisson regresyon analizinde yanıt değişkeni y_i' nin dağılışına göre, $\hat{\beta}$ tahmin edicilerini hesaplama yöntemleri değişiklik göstermektedir. En çok olabilirlik yöntemi (MLE) ve genelleştirilmiş doğrusal modeller bu yöntemlerden en sık kullanılan ve en çok bilinenleridir.

3.2.2.1 Poisson En Çok Olabilirlik Tahmin Yöntemi

Poisson modeli, temelde doğrusal olmayan bir regresyondur. Fakat maksimum olabilirlik teknikleri ile parametre tahmini elde etmek oldukça kolaydır. Poisson regresyon modelinin standart tahmin edicisi Maksimum Olabilirlik tahmin edicisidir. Bağımsız gözlemler için, maksimum olabilirlik fonksiyonu;

$$L(y,\beta)=\prod_{i=1}^{n} f(y_i)=\prod_{i=1}^{n}\frac{e^{-\mu_i}\mu_i^{y_i}}{(y_i)!}=\frac{\left(\prod_{i=1}^{n}\mu_i^{y_i}\right)e^{-\sum_{i=1}^{n}\mu_i}}{\prod_{i=1}^{n}(y_i)!} \qquad \textbf{(3.24)}$$

şeklindedir. Log-olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\ell(\beta)=\sum_{i=1}^{n} y_i\ln(\mu_i)-\sum_{i=1}^{n}\mu_i-\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i!) \qquad \textbf{(3.25)}$$

eşitlikteki gibi yazılmaktadır. Log-link yerine konulursa;

$$\ell(\beta)=\sum_{i=1}^{n} y_i x_i'\beta-\sum_{i=1}^{n} e^{x_i'\beta}-\sum_{i=1}^{n}\ln(y_i!) \qquad \textbf{(3.26)}$$

eşitlikteki gibi olur ve MLE bulunmak istendiğinden, β'ya göre birinci dereceden kısmı türevi alınırsa;

$$\frac{\partial\ell(\beta)}{\partial\beta}=\sum_{i=1}^{n} y_i x_i-\sum_{i=1}^{n} x_i e^{x_i'\beta}=\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i-\mu_i)=0 \qquad \textbf{(3.27)}$$

eşitlik elde edilir (Arıcan, 2010). Buna bağlı olarak Poisson MLE $\hat{\beta}_p$ değeri;

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(y_i-\exp(x_i'\beta))=0 \qquad \textbf{(3.28)}$$

ifadesinden hesaplanır. $\hat{\beta}$ değeri birinci derecen türev alınarak hesaplanır.

$\hat{\beta}_p$ değerini hesaplamak için analitik çözüm yoktur. Çözüm için genellikle iterasyon yöntemi kullanılır. Bu yönteme, iteratif olarak yeniden ağırlıklandırılmış en küçük kareler (IRWLS) denilmektedir. Uygulamada genellikle 10 ya da daha az iterasyon yapmak yeterlidir.

Verilen bilgiler ile uygulanan modeller doğrultusunda varyans değeri için;

$$V_{ML}\left[\hat{\beta}_P\right]=\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i x_i x_i'\right)^{-1} \tag{3.29}$$

sonucuna ulaşılır (Deniz, 2005).

3.2.2.2 Genelleştirilmiş Doğrusal Modelle Tahmin Yöntemi

GLM yönteminde verilerin orijinal dağılışını üslü (exponential) formda yazılarak, parametre tahminleri en çok olabilirlik (ML) veya yarı olabilirlik (quasi-likelihood) yöntemleriyle elde edilmektedir. Bazı durumlarda gözlem değerleri y_i normal dağılışlı olmayabilir. GLM, standart doğrusal modellerle verilerin orijinal dağılışını esas alarak ML yöntemi ile parametre tahmini yapar (Yeşilova ve diğ., 2006). GLM' de gözlem değerlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(y_i,\theta_i,\phi)=\exp\left\{\left[\frac{y_i\theta_i-b(\theta_i)}{\alpha(\phi)}\right]+c(y_i,\phi)\right\} \tag{3.30}$$

şeklinde olmaktadır. Bu modelde $c(y_i,\phi)$, normalleştirme katsayısıdır. Parametre tahmini yapmak için olabilirlik fonksiyonu yazılır;

$$L(y_i,\beta)=\prod_{i=1}^{n}\exp\left\{\left[\frac{y_i\theta_i-b(\theta_i)}{\alpha(\phi)}\right]+c(y_i,\phi)\right\} \tag{3.31}$$

buradan log olabilirlik fonksiyonu,

$$\ell(y_i,\beta)=\sum_{i=1}^{n}\left(\left[\frac{y_i\theta_i-b(\theta_i)}{\alpha(\phi)}\right]+c(y_i,\phi\right) \tag{3.32}$$

eşitlikteki gibi ifade edilir. Log-olabilirlik fonksiyonu β' ya göre zincir kuralı kullanılarak kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenirse,

$$\frac{\partial\ell}{\partial\beta}=\frac{\partial\ell}{\partial\theta_i}\frac{\partial\theta_i}{\partial\beta}=0 \tag{3.33}$$

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{\alpha(\phi)} + h(y_i, \phi)\right)\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\left(y_i - \frac{\partial b(\theta_i)}{\partial \theta_i}\right)\frac{1}{\alpha(\phi)} + \frac{\partial h(y_i, \phi)}{\partial \theta_i}\right)$$

$$= \frac{1}{\alpha(\phi)}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \frac{\partial b(\theta_i)}{\partial \theta_{i.}}\right) \qquad \textbf{(3.34)}$$

ve

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \beta}\left(x_i^{'}\beta\right) = x_i \qquad \textbf{(3.35)}$$

olur. Eşitlik (3.33) ve (3.34) birlikte, (3.32)'de yerine yazılırsa,

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta} = \frac{\partial \ell}{\partial \theta_i}\frac{\partial \theta_i}{\partial \beta} = \frac{1}{\alpha(\phi)}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \frac{\partial b(\theta_i)}{\partial \theta_i}\right)x_i = 0 \qquad \textbf{(3.36)}$$

elde edilir (Arıcan, 2010).

Genelleştirilmiş doğrusal modeller yardımıyla hesaplanan Poisson tahmin edicisi $\hat{\beta}_{GLM}$,

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\phi}(y_i - \exp(x_i^{'}\beta))x_i = 0 \qquad \textbf{(3.37)}$$

ifadesinden hesaplanmaktadır (Cameron ve Trivedi, 1998), varyans ise

$$V_{GML}\left[\hat{\beta}_P\right] = \phi\left(\sum_{i=1}^{n}\mu_i x_i x_i'\right)^{-1} \qquad \textbf{(3.38)}$$

eşitliğinden hesaplanmaktadır.

3.2.3 Model Yeterliliğinin Sınanması

Regresyon çözümlemesi sonucunda ulaşılan modelin doğru olduğu biliniyorsa, daha ileri bir analize gerek kalmadan çalışma sonlandırılabilir. Ancak, elde edilen sonuçlar üzerinde dikkatli bir denetim yapmadan sonuç modeli kullanmamak gerekmektedir. Bu denetim süreci, genellikle modelin yeterliliğinin saptanması süreci olarak bilinmektedir (Alpar, 2003). Modelin yeterliliğinin saptanması, parametre tahmincilerinin sınanması ve modelin uyum iyiliğinin test edilmesi sürecinden meydana gelmektedir. Parametre tahmincilerinin ve model uyum iyiliğinin sınanmasında farklı testler bulunmaktadır. Bu testler sonucunda parametre tahmincilerinin modelde uygun tahminciler olduğuna ve verilerin modele uyum gösterdiğine karar verilebilir.

3.2.3.1 Parametre Tahminlerinin Sınanması

Poisson regresyon modelinde parametre tahminin sınanmasında, lineer modellerde olduğu gibi hipotez testi sınamaları yapılmaktadır. Kullanılan sınamalar; Wald testi, t-testi ve benzerlik oran testi şeklinde ifade edilebilir. Paremetre tahmincilerin sınanmasında kullanılan hipotezler;

H_0: $\beta_i = 0$, (i=1,…,n) (β_i parametresi anlamsızdır)

H_0: $\beta_i \neq 0$, (i=1,…,n) (β_i parametresi anlamlıdır)

şeklinde gösterilmesi mümkündür.

3.2.3.1.1 Wald Testi

Wald testi bir ya da daha çok modelin test edilmesinde kullanılan bir testtir. Wald χ^2 istatistiği;

$$\chi_w^2 = \left(\frac{b_i}{s'_{bi}}\right)^2 \tag{3.39}$$

şeklinde hesaplanır. Bu eşitlikte b_i regresyon katsayılarıdır. s'_{bi} ise standart hata terimidir ve $s'_{bi} = s_{b1}\sqrt{\phi}$ eşitliğinden elde edilir. ϕ sayısı ise, k tahmin edilecek parametre sayısı olmak üzere;

$$\phi = \frac{1}{n-k}\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\mu_i)^2}{\mu_i} \tag{3.40}$$

eşitliğinden hesaplanır.

Hesaplanan Wald χ^2 istatistik değeri, 1 serbestlik dereceli χ^2 cetvel değeriyle karşılaştırılır, hesaplanan değer tablo değerini aşıyorsa H_0 hipotezi reddedilir (Deniz, 2005).

3.2.3.2 Modelin Uyum İyiliğinin Sınanması

Lineer regresyon modellerinde regresyon doğrusunun verilere ne ölçüde uyumlu olduğunun ölçütü, bir veri kümesine uyarlanmış regresyon doğrusunun uyum iyiliği olarak isimlendirilebilir (Gujaratti, 1999). Parametreler tahmin edildikten sonra gözlemlerin modelin şekli etrafindaki dağılımlarının ölçülmesi gerekmektedir. Çünkü gözlemler tahmin edilen modelin çizilen şekline ne kadar yakınsa modelin uyum iyiliği de o kadar yüksek olacaktır. Bir başka deyişle, *Y*' deki değişimim açıklayıcı değişkenlerdeki değişmelerle açıklanması o kadar iyi olacaktır (Koutsoyiannis, 1989).

Poisson regresyon modelinin uyum iyiliğinin sınanmasında; Pearson χ^2, sapmalar istatistiği, yapay R^2 ölçümü, Akaike Bilgi Ölçütü (AIC) ve Bayes Bilgi Ölçütü (BIC) yaygın olarak kullanılan ölçütlerdir.

3.2.3.2.1 Pearson İstatistiği

μ_i ortalamalı ve ω_i varyanslı yanıt değişkeni y_i' ye ait herhangi bir model için standart uyum iyiliği ölçüm yöntemi Pearson istatistiğidir ve

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \hat{\mu})^2}{\hat{\omega}_i} \tag{3.41}$$

olarak ifade edilir. Bu değer serinin yayılımının aşırı olup olmadığını belirlemede kullanılır. Burada $\hat{\mu}_i$ ve $\hat{\omega}_i$ değerleri μ_i ve ω_i'nin tahmin değerleridir. Hesaplanan χ^2 değeri, $\hat{\mu}$ için belirlenmiş serbestlik derecesi (*n-k*) ile karşılaştırılır. Bu formül Poisson regresyon için uygulandığında, $\omega_i = \mu_i$ olacaktır ve

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y_i - \hat{\mu})^2}{\hat{\mu}_i} \tag{3.42}$$

şeklini alacaktır. Hesaplanan χ^2 değerinin serbestlik derecesine oranının 1'den büyük değer alması verilerin modele uygun olmadığını ve aşırı yayılım durumunun varlığını ifade etmektedir (Deniz , 2005).

3.2.3.2.2 Sapma İstatistiği

Uyum iyiliğinin ölçülmesinde kullanılan diğer bir teknik de sapma istatistiğidir. Bu istatistik değerine aynı zamanda "G^2 istatistiği" de denilmektedir ve

$$G^2 = 2\sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(\frac{y_i}{\mu_i}\right) \quad \textbf{(3.43)}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu istatistik değeri 0'a yakınsıyor ise model uyumu artıyor denilebilir. Eğer bu istatistik değeri tam 0'a eşit ise model uyumunun mükemmel olduğu söylenebilir (Deniz , 2005).

3.2.3.2.4 Akaiki Bilgi Ölçütü

Akaike tarafından önerilen ve farklı modellerin karşılaştırılmasında yaygın olarak kullanılan ölçüt, Akaike bilgi ölçütü (Akaike Information Criterion: AIC) olarak tanımlanır. Akaike bilgi ölçütü;

$$AIC = -2\log L + 2q \quad \textbf{(3.44)}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu eşitlikte L; log olabilirlik fonksiyonunun maksimum değerini, q; açıklayıcı değişken sayısını göstermektedir. En küçük AIC değerine sahip model en iyi model olarak kabul edilmektedir (Ercanlı ve diğ., 2012).

3.2.3.2.5 Bayes Bilgi Ölçütü

Bayes bilgi ölçütü Akaike bilgi ölçütü gibi veriler ve model arasında uygunluğu ölçen yöntemlerden biridir. Bayes bilgi ölçütü;

$$BIC = -2\ln(L) + q\ln(N) \quad \textbf{(3.45)}$$

şeklinde gibi ifade edilmektedir. Eşitlikte L; log olabilirlik fonksiyonunun maksimum değerini, q; açıklayıcı değişken sayısını N; örnek büyüklüğünü göstermektedir (Ercanlı ve diğ., 2012).

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Yapay veri kullanılarak 100, 500 ve 1000 örnek büyüklükleri için elde edilen analiz sonuçlarına göre en çok olabilirlik (ML) ve genelleştirilmiş doğrusal modeller (GLM) yöntemlerinden üretmiş olduğu regresyon sabiti, regresyon katsayısı ve bunlara ait standart hata değerleri ve ilgili katsayılara ait önem testi istatistikleri Çizelge 4.1'de verilmiştir.

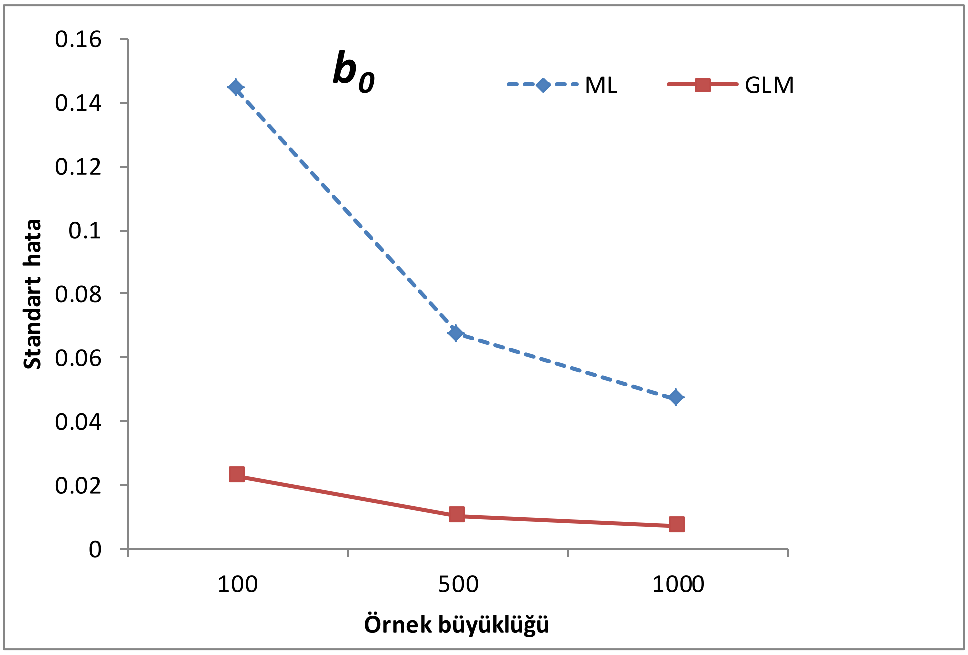
Çizelge 4.1: Farklı örnek büyüklükleri için Poisson regresyon yöntemlerinden elde edilen analiz sonuçları.

Yöntemler	Örnek büyüklüğü		Katsayılar	Standart hata	χ^2	P
ML	N=100	b_0	1.1953	0.1441	68.77	<0.0001
		b_1	0.5820	0.0793	53.90	<0.001
	N=500	b_0	1.2061	0.0673	321.46	<0.0001
		b_1	0.5730	0.0366	244.88	<0.0001
	N=1000	b_0	1.1756	0.0470	625.71	<0.0001
		b_1	0.5901	0.0257	528.80	<0.0001
GLM	N=100	b_0	2.3590	0.0231	10472.9680	<0.0001
		b_1	0.5820	0.0479	147.403000	<0.0001
	N=500	b_0	2.3520	0.0105	50488.4750	<0.0001
		b_1	0.5730	0.0229	623.720000	<0.0001
	N=1000	b_0	2.3560	0.0072	108309.602	<0.0001
		b_1	0.5900	0.0154	1462.52700	<0.0001

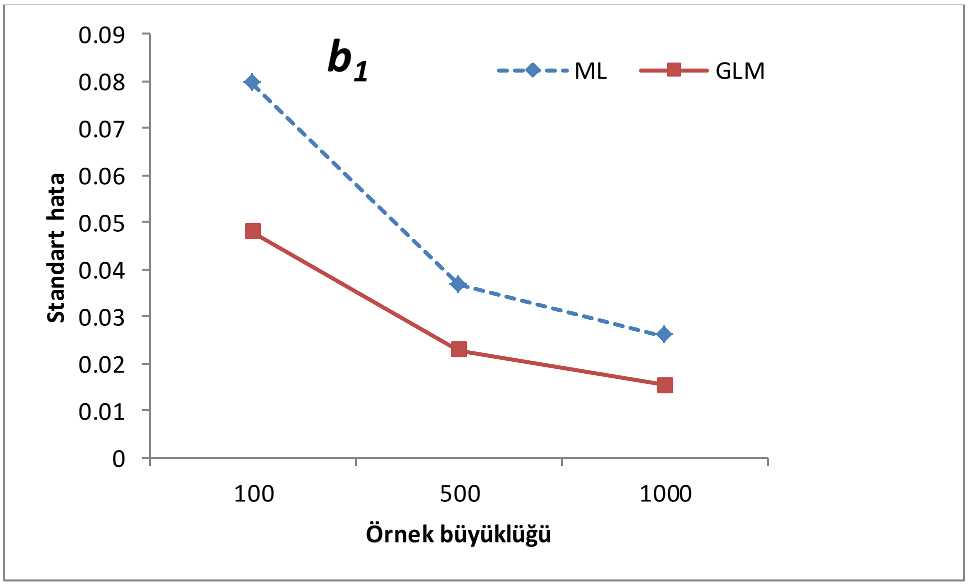
Çizelge 4.1 incelendiğinde, Poisson en çok olabilirlik ve Poisson genelleştirilmiş doğrusal modeller yöntemlerine ait regresyon sabiti olan b_0 değerlerinin sayısal farklılık gösterdiği ancak regresyon katsayısı olan b_1 değerleri bakımından aynı sonuçları ürettikleri görülmektedir. Ancak parametre önem testi olan χ^2 değerleri incelendiğinde GLM yönteminden elde edilen değerlerin ML yönteminden elde edilenlere göre çok daha yüksek olduğu gözlemlenmiş olup Demidenko (2007) tarafından yapılan çalışmanın sonuçlarına uyumluluk götermektedir. Bu durum Russo ve diğ. (2012) tarafından da belirtildiği şekilde GLM

yönteminden elde edilen sonuçlarda I. tip hata olasılığının ML yöntemine göre çok daha düşük olduğunu göstermektedir.

Katsayılara ait standart hata değerlerinin daha iyi yorumlanabilmesi amacıyla Demidenko (2007)' nin önerdiği şekilde b_0 ve b_1 için sırasıyla standart hata değerleri Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'de grafik olarak verilmiştir.



Şekil 4.1: Farklı örnek büyüklüklerinde b_0 için ML ve GLM yöntemlerinden elde edilen standart hata değerleri.



Şekil 4.2: Farklı örnek büyüklüklerinde b_1 için ML ve GLM yöntemlerinden elde edilen standart hata değerleri.

Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 incelendiğinde her iki yöntemde de örnek büyüklüğü arttıkça b_0 ve b_1 için standart hata değerlerinin beklendiği şekilde azaldığı gözlemlenmektedir. Her iki katsayı için de GLM yönteminden elde edilen standart hata değerlerinin tüm örnek büyüklüklerinde ML yöntemine göre daha düşük elde edildiği görülmektedir. Faria ve Soromenho (2012) ML yönteminden elde edilen standart hata değerlerinin daha yüksel bulunduğunu belirtmiş olup mevcut sonuçları destekler niteliktedir. Ayrıca Şekil 4.1 incelendiğinde b_0 için elde edilen standart hata değerinin ML yönteminde örnek büyüklüğüne bağlı olarak hızlı bir azalış gösterdiği ancak GLM yönteminden elde edilen standart hata değerlerinin örnek büyüklüğüne bağlı olarak göstermiş olduğu azalış eğiminin daha düşük olduğu anlaşılmaktadır. Şekil 4.2. incelendiğinde b_1 için elde edilen standart hata değerlerinin her iki yöntemde de örnek büyüklüğüne bağlı değişiminin benzer olduğu söylenebilir ki bu durum GLM yönteminin küçük örnek büyüklüklerinde de daha güvenilir tahminler yapabildiğini göstermektedir. Bunun sebebi, Oral (2011)'in yapmış olduğu çalışmada belirttiği şekilde GLM yönteminin kanonik bağlantı fonksiyonlarını kullanmasından dolayı daha güvenilir olmasından kaynaklanıyor olabilir ki GLM yöntemi temelde ML yöntemini esas almakta ve iterasyon ile sonuca ulaşmaktadır (Bolker ve diğ., 2009). Büyük örnek durumunda ML ve GLM yönteminden elde edilen Poisson regresyon parametrelerinin standart hatalarının yakınlaşması Min (2005) tarafindan yöntemlerin asimptotik özelliklerine atfedilmiştir. Russo ve diğ. (2012) her iki yöntemin de büyük örnek durumunda aynı sonuçları veridiği ancak GLM yönteminin daha güvenilir olduğunu belirtmiş olup, mevcut araştırma bulgularını desteklemektedir.

ML ve GLM yöntemlerinin karşılaştırılabilmesi için kullanılan model uyum iyiliği istatistikleri Çizelge 4.2'de verilmiştir. Regresyon modelinin uyum iyiliğinin sınanması için sapma istatistiği, Pearson χ^2, AIC ve BIC ölçütlerin sonuçları değerlendirilmiştir.

Çizelge 4.2: Farklı örnek büyüklükleri için model uyum iyiliği sonuçları

Yöntem	Örnek Büyüklüğü	Sapma Yayılım Parametresi(ϕ)	Pearson χ^2 Yayılım Parametresi(ϕ)	AIC	BIC
ML	N=100	0.3685	0.3657	439.30680	444.5172
	N=500	0.3856	0.3926	2198.8691	2207.2983
	N=1000	0.3587	0.3616	4360.0526	4369.0646
GLM	N=100	0.368	0.366	439.307	444.517
	N=500	0.386	0.393	2199.3	2207.3
	N=1000	0.359	0.362	4360.3	4370.3

Poisson regresyon modelinde aşırı yayılım olup olmadığını incelemek için yayılım parametrelerine bakılır. Yeşilova ve diğ (2006) yaptıkları çalışmada belirttikleri gibi ϕ (yayılım parametresi)>1'den büyükse aşırı yayılım olduğu ve Poisson dağılışı olmadığı ifade edilir. Her iki yöntemde de elde edilen yayılım parametrelerinin 0.3 civarlarında değerlere sahip olduğu ve bu durumda Poisson regresyon analizinin uygun bir yöntem olduğunun söylenebileceği anlaşılmaktadır. AIC ve BIC ölçütleri incelendiğinde farklı örnek büyüklüklerinde iki yöntem arasında uyum iyiliği bakımından bir farklılığın olmadığı gözlemlenmektedir. Her iki yöntemin ürettiği standart hata değerleri yorumlandığında Wang ve Fameo (1997)' nin de belirttiği şekilde GLM yönteminin önerilebileceği söylenebilir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yürütülen bu çalışmanın sonuçları incelendiğinde tüm örnek büyüklüklerinde b_1 katsayıların tahmininde en çok olabilirlik ve genelleştirilimiş doğrusal modeller yöntemlerinden elde edilen değerlerin aynı olduğu görülmektedir. AIC ve BIC değerlerine göre modeller karşılaştırıldığında iki yöntemin uyum iyiliği bakımından benzer olduğu söylenebilir. Ancak GLM yönteminden elde edilen katsayılara ait standart hata değerlerinin daha düşük olması ve bu yöntemde küçük örnek durumunda da daha düşük standart hataya sahip tahminler yapabiliyor olması GLM yönteminin sayılarak elde edilen yanıt değişkeni varlığında Poisson regresyon analizi için önerilebileceğini göstermektedir.

İleride bu konu ile yapılacak çalışmalarda ölçüm hatalarının etkileri ve aşırı ya da az yayılım durumlarının değerlendirilmesinin yararlı olacağı söylenebilir.

KAYNAKLAR

Agresti, A., 2002. Categorical Data Analysis. John Wiley & Sons, Canada, pp.710

Akın, F., 2002. Kalitatif Tercih Modelleri Analizi, Bursa, Ekin Kitabevi, s.125.

Al-Ghirbal, A. S. ve Al-Ghamdi, A. S., 2006. Predecting Severe Accidents Rates at Roundabouts Using Poisson Distribution, TRB Annual Meeting, TRB Paper 06-1684.

Alpar, R., 2003. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatiksel Yöntemlere Giriş 1, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım, 2003, s. 259.

Arıcan, E., 2010. Nitel Yanıt Değişkene Sahip Regresyon Modellerinde Tahmin Yöntemleri, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Bolker, B. M., Brooks, M. E., Clark, C. J., Geange, S. W., Poulsen, J. R., Stevens, M. H. H., White, J. S., 2009. Generalized linear mixed models: a practical guide for ecology and evolution. Trends in Ecology and Evolution, 24(3): 127 – 135.

Breslow, N. E., Clayton, D. G., 1993. Aproximate Inference Generalized Linear Mixed Models. JASA 88 (421) pp.9-25.

Cameron, A. C., Trivedi, P. K., 1998. Regression Analysis of Count Data. Cambridge University Press. s. 411, UK.

Cox, R., 1983. Some Remarks on Overdispersion. Biometrika, 70: 269-274

Çokluk, U., 2010. Lojistik Regresyon Analizi: Kavram ve Uygulama.Kavram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri/ Educational Scienses: Theory & Practice 10 (3) Yaz / Summer 2010. s: 1357-1407.

Demidenko, E., 2007. Poisson Regression for Clustered Data. International Statistical Review, 75(1): 96–113.

Deniz, Ö., 2005. Poisson Regreyon Analizi, İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 4(7): 59-72.

Dobson, J., 1990. An Introduction to Generalized Models. New York: Chapman and Hall.

Ercanlı, İ., Kahriman, A., Yavuz H., 2012. Trabzon Orman Bölge Müdürlüğü Doğu Ladini-Sarıçam Karışık Meşcereleri İçin Karışık Etkili Doğrusal Olmayan Regresyon Denklemleri İle Doğu Ladini Çap-Boy Modellerinin Geliştirilmesi, SDÜ Orman Fakültesi Dergisi, 2012, 13: 75-84.

Fallah, N., Gu, H., Mohammed, K., Seyyedsalehi, S. A., Naurijelyani, K., Eshraghian, M. R., 2009. Nonlinear Poisson Regression Using a Simulation Study. Neural Comput & Applic, DOI 10.1007/s00521-009-0277-8, 2012.

Faria, S., Soromenho, G., 2012. Comparison of EM and SEM Algorithms in Poisson Regression Models: A Simulation Study. Communications in Statistics - Simulation and Computation, 41: 497 – 509.

Frome, E. D.,Kutner, M. H., Beauchamp, J. J., 1973. Regression Analysis of Poisson-Distributed Data. Journal of American Statistical Association, 68 (344): 935-940.

Frome, E. L., 1983. The Analysis of Rates Using Poisson Regression Models, Biometrics, 39:665-674.

Ghitay, M. E., Karlis D., Al-Mutairi D. K., Al-Aawadhi F. A., 2012. An EM Algorithm for Multivariate Mixed Poisson Regression Models and its Application. Applied Mathematical Sciences, Cilt:6, no:137, s. 6843-6856.

Greene, H. William. LimdepVersion7.0User's Manual, Aaustralia: Ekonometric Software, Inc, 1995.

Gökdere, Akkol, S., 2004. Çok Seviyeli Genelleştirilmiş Doğrusal Modellerde Parametre Tahminlemesinde MQL, PQL ve MCMC Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi.

Gujaratti, D. F., 1999. Temel Ekonometri, Çev. Ümit Şenesen ve Gülay Günlük Şenesen, İstanbul: Literatür Yayıncılık, s. 74.

Gürsakal, N., 1997. Bilgisayar Uygulamalı 1, Bursa: Marmara Kitabevi, s. 238.

Haining, R., 2003. SpatialData Analysis: Theory and Practice, West Nyack: Cambridye University Press., 2003, s. 317-318.

Hannan, M. T., Freeman, J., 1989. Organizational Ecology. Cambridge: Harward University Press, 1989, s. 195-197.

Heinzl, H., Mittlböck M., 2003. Pseude R-suared Measures for Poisson Regression Models with Over or Underdispersion. Computation Statistic & Tata Analysıs 44 (2003) 253-271.

İyit, N., Genç, A., 2005. Lojistik Regresyon Analizi Yardımıyla Denekte Menepoz Evresinde Geçişeİlişkin Bir Sınıflandırma Modelinin Elde Edilmesi. S Ü Fen Ed Fak Fen Derg, sayı 25 (2005) 19-27, Konya.

Karadavut, U., Genç, A., Tozluca, A., Kınacı, İ., Aksoyak, Ş., Palta, Ç., Pekgör, A., 2005. Nohut (Cicer Arietinum L.) Bitkisinde Verime Etki Eden Bazı Karakterlerin Alternatif Regresyon Yöntemleriyle Karşılaştırılması. Tarım Bilimleri Dergisi 2005, 11 (3) 328-333.

Koutsoyiannis, A., 1989. Ekonometri Kuramı, Çev: Ümit Şenesen ve Gülay Günlük Şenesen, Ankara: Verso yayıncılık, 1989, s. 69-70.

Kibar, F. T., 2008. Trafik Kazaları ve Trabzon Bölünmüş Sahil Yolu Örneğinde Kaza Tahmin Modelinin Oluşturulması. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Köleoğlu, N., 2006. Olay Zamanı Analizinde Tesadüfi Etkiler Poisson Regresyon Modeli ile Gözlemlenemeyen Heterojenliğin İncelenmesi, Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi.

Lloyd, C. J., 1999. Statistical Analysis of Categorical Data, New York, s. 306.

Min, C., 2005. Consistency and asymptotic normality of the maximum likelihood estimator in a zero-inflated generalized Poisson regression. Sonderforschungsbereich 386, Paper 423: 1 – 28.

Oral E., 2011, Parameter Estimation in Generalized Linear Models through Modified Maximum Likelihood, Bulletin of the International Statistical Institute.

Özarıcı, Ö. 1996. Farklı Not Sistemlerinde Öğrencinin Başarılı Olma Olasılığının Probit Regresyon Analiziyle değerlendirilmesi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Russo, S., Flender, D., da Silva, G. F., 2012. Poisson Regression Models for Count Data: Use in the Number of Deaths in the Santo Angelo (Brazil). Journal of Basic & Applied Sciences, 8: 266 – 269.

SAS, 2005. SAS/STAT Software: Hangen and Enhanced. SAS, Inst. Inc., USA.

Saffari, S. E., Adnan R., 2010. Zero-Iflated Poisson Regression Models With Right Censored Count Data. Matematika, cilt: 27, no:1, s. 21-29.

Selim, S., Üçdoğruk Ş., 2003. Sayma Veri Modelleri İle Çocuk Sayısı Belirleyicileri: Türkiye'deki Seçilmiş İller İçin Sosyoekonomik Analizler. D.E.Ü.İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt: 18, sayı: 2, yıl: 2003, ss:13-31.

Serper, Ö., 2000. Uygulamalı İstatistik 1, Bursa: Ezgi Kitabevi, s. 296.

Tüzel, S., Sucu, M., 2012. Hasar Sıklıkları için Yığılmalı Kesikli Modeller, İstatikçiler Dergisi, 5 (2012) 23-31.

Yang, Z., Hardin, J. W., Addly C. L., 2009. A Score Test for Overdispersion in Poisson Regression Based on the Generalized Poisson-2 Models. Journal of Statistical Planning and Inference 139: s. 1514-1521.

Yeşilova, A., Yılmaz, A., Kaki, B., 2006. Norduz Erkek Kuzularının Bazı Kesikli Üreme Davranış Özelliklerinin Analizinde Doğrusal Olmayan Regresyon Modellerin Kullanılması, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Tarım Bilimleri Dergisi (J. Agric. Sci), 16(2):87-92.

Yeşilova, A., Atlıhan, R., 2007. Farklı Sıcaklıkların ScymnusSubvillosus'un Bıraktığı Yumurta Sayıları Üzerine Etkilerinin Karışımlı Poisson Regresyon ile Analiz Edilmesi. Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Tarım Bilimleri Dergisi (J. Agric. Sci), 17(2):73-79.

Yeşilyurt, H., 2005. Poisson Regresyon Modeli ve Türkiye'deki Boşanma İstatistiklerine Uygulanması, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Vural, A. 2007. Aykırı Değerlerin Regresyon Modellerine Etkileri ve Sağlam Kestiriciler. Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.

Wang, W., Famoye F., 1997. Modeling Household Fertility Decisions With Generalized Poisson Regression. J Popul Econ (1997) 10:273-283.

EKLER

EK A: ML yöntemi için sas komutu

EK B: Fisher Scoring

EK C: Newton-Raphson Metodu

EKLER

EK A: ML yöntemi için sas komutu

```
data veri;
input  y x @@;

datalines;
7   1
 ⋮
12  2
run;
Proc genmod data=veri;
Model y=x /  dist  =poisson
link  =log
run;
```

EK B: Fisher Scoring

Fisher Scoring, gözlemlenen rastgele değişken X ’leri içeren, bilinmeyen parametre θ’nın likelihood fonksiyonuna bağlı bilginin miktarını ölçmenin bir yoludur. Bu metodla,

$$E\left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta}\right)=0 \text{ ve } -E\left(\frac{\partial^2 \ell}{\partial \theta^2}\right)_{-} = \left[E\left(\frac{\partial \ell}{\partial \theta}\right)\right]^2$$

olduğu verilir (Agresti, 2002).

EK C: Newton-Raphson Metodu

Newton-Rapson metodu bir kök bulma algoritmasıdır. $\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}=0$ ifadesinin bir kökü bulunmak istenir. Böylece maksimumu bulmak amaçlanır. $\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta}$ ifadesi taylor serisi ile θ_0 etrafından açılacak olursa,

$$\frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} = f'(\theta) = f'(\theta_0) + \frac{\partial^2 f(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'}(\theta-\theta_0)$$

olur. Bu ifade sıfıra eşitlenerek, kök için çözüm bulunur.

$$f'(\theta_0) + \frac{\partial^2 f(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'}(\theta-\theta_0)$$

$$\theta = \theta_0 - \left[\frac{\partial^2 f(\theta)}{\partial\theta\,\partial\theta'}\right] f'(\theta)$$

Kökün tahminini geliştirmek için yukarıdaki eşitlik iteratif olarak gerçek köke yakınsamak için kullanılabilir.

$$\theta^{(m+1)} = \theta^{(m)} - \left[\frac{\partial^2 f(\theta)}{\partial\theta\,\partial\theta'}\right] f'(\theta)^{(m)}$$

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Müslüme MEMİŞ

Doğum Yeri ve Tarihi: Çorum, 02.01.1986

E-Posta: muslume_55_2008@hotmail.com

Lisans: Ondokuz Mayıs Üniversitesi Ziraat Fakültesi Zootekni Bölümü

Yayın ve Patent Listesi:

Memiş, M., ÖNDER, H., 2005. "Poisson Regresyon analizi," Uluslararası Türk ve Akraba Toplulukları Zootekni Kongresi, Isparta, Türkiye, 114-115, 11-13 Eylül 2012.

Düzenlediği Bilimsel Etkinlikler

Genomik Seleksiyon Çalıştayı, 03 – 05 Temmuz 2013, Samsun.