



**T. C.
SIVAS CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**STANDART MODEL ÖTESİ FİZİĞİN MÜON ÇARPIŞTIRICILARINDA
İNCELENMESİ**

DOKTORA TEZİ

**Hidayatullah AMARKHAIL
(20199203001)**

**Fizik Ana Bilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Salih Cem İNAN**

**SIVAS
MART 2025**

Hidayatullah AMARKHAIL'ın hazırladığı ve “**STANDART MODEL ÖTESİ FİZİĞİN MÜON ÇARPIŞTIRICILARINDA İNCELENMESİ**” adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **FİZİK ANA BİLİM DALI**'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı	Prof. Dr. Salih Cem İNAN Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Murat KÖKSAL Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Serkan AKKOYUN Sivas Cumhuriyet Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Doç. Dr. Aysuhan OZANSOY Ankara Üniversitesi	
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Gökhan KOÇAK Erciyes Üniversitesi	

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **DOKTORA TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Nail ALTUNAY

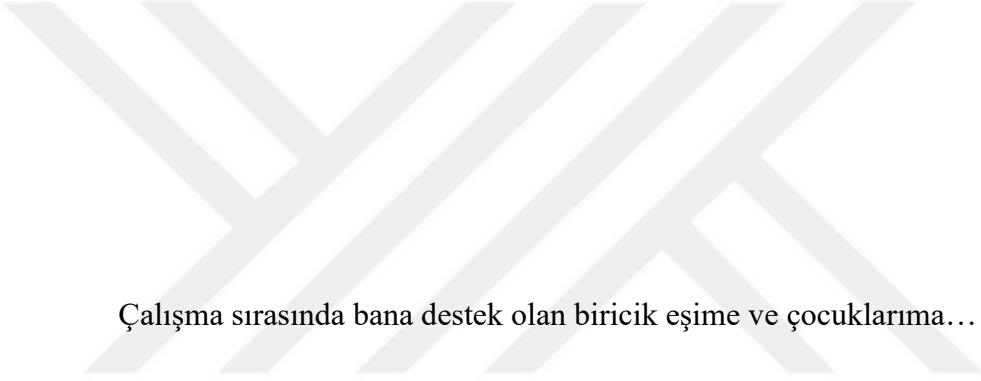
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Bu tez, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Senatosu'nun 20.06.2014 tarihli ve 7 sayılı kararı ile kabul edilen Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırlanmıştır.



Bütün hakları saklıdır.
Kaynak göstermek koşuluyla alınıtı ve gönderme yapılabilir.

©Hidayatullah AMARKHAIL, 2025



Çalışma sırasında bana destek olan biricik eşime ve çocuklarıma...

ETİK

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Tez Yazım Kılavuzu (Yönerge)'nda belirtilen kurallara uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- ✓ Bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- ✓ Görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- ✓ Başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere, bilimsel normlara uygun olarak atıfa bulunduğumu ve atıfa bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- ✓ Bütün bilgilerin doğru ve tam olduğu, kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ✓ Tezin herhangi bir bölümünü, Sivas Cumhuriyet Üniversitesi veya bir başka üniversitede, bir başka tez çalışması olarak sunmadığımı; beyan ederim.

28.02.2025

Hidayatullah AMARKHAIL

KATKI BELİRTME VE TEŞEKKÜR

Bilgi ve deneyimlerinden sürekli yararlandığım, tezin her aşamasında yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Salih Cem İNAN'ye çok teşekkür ederim.

Bu tez çalışması süresince bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren Fizik Bölümü'nden Prof. Dr. Murat KÖKSAL, Prof. Dr. Serkan AKKOYUN, Ankara Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Doç. Dr. Aysuhan OZANSOY, ve Erciyes Üniversitesi Fizik Bölümü'nden Prof. Dr. Gökhan KOÇAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışma, Türkiye Bursları'nın (YTB) 19AF017027 numaralı bursle desteği için teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

STANDART MODEL ÖTESİ FİZİĞİN MÜON ÇARPIŞTIRICILARINDA İNCELENMESİ

Hidayatullah AMARKHAİL

Doktora Tezi

Fizik Ana Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Salih Cem İNAN

2025, 131+xvi sayfa

Dört-foton ve $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşiminin anormal kuartik ayar çiftlenimlerine (AQGCs) duyarlılığı, polarize olmayan ışınlarla gelecekteki bir müon çarpıştırıcısında $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılması olarak incelenmektedir. Anormal dört-foton ($Z\gamma\gamma\gamma$) etkileşimi, g_1 ve g_2 (ζ_1 ve ζ_2) olmak üzere iki çiftlenimler olarak tanımlanmaktadır. Hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri, giden fotonların değişmez kütesine göre hesaplanmıştır. 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerjisinin değerleri için AQGC'ler için %95 C.L. dışarlama bölgeleri $\delta = \%0, \%5$ ve $\%10$ sistematik hataya bağlı olarak elde edilmiştir. Özellikle, dört-foton için en katı sınırlar 100 TeV'lik müon çarpışma enerjisine karşılık gelen $g_1 = 2.23 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ ve $g_2 = 4.22 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ olarak elde edilmiştir. $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığa sahip $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşimli 14 TeV müon çarpıştırıcısı için en katı sınırlar $\zeta_1 = 3.1 \times 10^{-5}\text{TeV}^{-4}$ ve $\zeta_2 = 6.5 \times 10^{-5}\text{TeV}^{-4}$ olarak elde edilmiştir. Bu kısıtlamalar, $L = 15 \text{ ab}^{-1}$ ile 27 TeV HE-LHC için elde edilen sınırlamalardan üç mertebe daha güçlü olmuştur. $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ ile 100 TeV müon çarpıştırıcısında AQGC'ler $\zeta_1 = 1.64 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ ve $\zeta_2 = 3.4 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ değerlerine kadar incelenmiştir. $g_1, g_2, \zeta_1, \zeta_2$ çiftlenimleri üzerindeki kısmi dalga üniter kısıtlamaları incelenmiştir. AQGCs bölgesinde üniterliğin ihlal edilmediği gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: Anormal kuartik ayar çiftlenimler, gelecekteki müon çarpıştırıcısı, nötr ayar bozonlar.

ABSTRACT

SEARCH FOR PHYSICS BEYOND THE STANDARD MODEL AT THE MUON COLLIDER

Hidayatullah AMARKHAIL

PhD Thesis

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Salih Cem İNAN

2025, 131+xvi pages

The sensitivity to anomalous quartic gauge couplings (AQGCs) of the four-photon and $Z\gamma\gamma\gamma$ interaction is searched in the $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ scattering at a future muon collider with unpolarized beams. The anomalous four-photon ($Z\gamma\gamma\gamma$) vertex is described by two couplings g_1 and g_2 (ζ_1 and ζ_2). Both differential and total cross sections are calculated with respect to the invariant mass of the outgoing photons. For 3 TeV, 14 TeV and 100 TeV values of the collision energy the 95% C.L. exclusion regions for AQGCs are obtained depending on the systematic error $\delta = 0\%, 5\%$ and 10% . In particular, for four-photon the best sensitivities are obtained to be $g_1 = 2.23 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ and $g_2 = 4.22 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ corresponding to the muon collision energy of 100 TeV. For the $Z\gamma\gamma\gamma$ interaction 14 TeV muon collider with the integrated luminosity $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ the best sensitivities are derived to be $\zeta_1 = 3.1 \times 10^{-5}\text{TeV}^{-4}$ and $\zeta_2 = 6.5 \times 10^{-5}\text{TeV}^{-4}$. These constraints are three orders of magnitude stronger than the bounds obtained for the 27 TeV HE-LHC with $L = 15 \text{ ab}^{-1}$. At the 100 TeV muon collider with $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ AQGCs can be probed up to $\zeta_1 = 1.64 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$ and $\zeta_2 = 3.4 \times 10^{-8}\text{TeV}^{-4}$. The partial-wave unitary constraints on the couplings $g_1, g_2, \zeta_1, \zeta_2$ are investigated. We have shown that unitarity is not violated in the region of the AQGCs.

Key Words: Anomalous quartic gauge couplings, future muon collider, neutral gauge bosons.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	viii
ABSTRACT	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
SİMGELER DİZİNİ	xiv
KISALTMALAR DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
2. STANDART MODEL VE ÖTESİ	6
2.1 Temel Parçacıklar	6
2.2 Standart Model	9
2.3 Elektrozayıf Etkileşmelerin Standard Modeli	11
3. STANDART MODELİN PROBLEMLERİ VE EKSİKLİKLERİ	32
3.1 Yerçekimi Problemi	33
3.2 Fermiyon Problemi	33
3.3 Hiyerarşi Problemi	33
3.4 Karanlık Enerji Nedir?	34
3.5 Karanlık Madde Nedir?	35
4. EFEKTİF TEORİ OLARAK SM	36
4.1 Fermi Theory	36
5. MÜON ÇARPIŞTIRICILARI	43
5.1 Müon Temel Parçacık	43
5.2 Müon Çarpıştırıcısının Avantajları ve Zorlukları	44
5.3 Müon Çarpıştırıcısı Geliştirme ve Üretimi	46
6. $\gamma\gamma\gamma$ ANORMAL KUARTİK AYAR ÇİFTLENİMLERİ	49
6.1 Müon Çarpıştırıcılarında $\gamma\gamma\gamma$ Çiftlenimleri	50
6.2 Müon Çarpıştırıcısında Çift Foton Üretimi	51
6.3 $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için Anormal Helisite Genlikleri	55
6.4 Nümerik Analiz	59
6.5 Anormal Çiftlenimler Üzerinde Üniterlik Sınırları	68
7. $Z\gamma\gamma\gamma$ ANORMAL KUARTİK AYAR ÇİFTLENİMLERİ	83
7.1 Müon Çarpıştırıcılarında $Z\gamma\gamma\gamma$ Çiftlenimleri	84

7.2 Müon Çarpıştırıcısında Çift Foton Üretimi	86
7.3 $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için Anormal Helisite Genlikleri	95
7.4 Nümerik Analiz	109
7.5 Anormal Çiftlenimler Üzerinde Üniterlik Sınırları	114
8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	117
 KAYNAKLAR	 123



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1	Potansiyelin skaler alanlara göre grafiği	17
Şekil 2.2	W ve Z bozonlarının Higgs bozonu ile olan etkileşimleri	23
Şekil 2.3	Higgs bozonun kendi kendisi ile olan bağlaşımları	24
Şekil 2.4	Ayar bozonlarının birbirleri ile üçlü ve dörtlü bağlaşımları	26
Şekil 2.5	Farklı kuark aileleri için karışım terimlerinin Feynman diyagramları	29
Şekil 3.1	Evrenin enerji dağılımı	34
Şekil 4.1	$e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e$ süreç için Feynman diyagramları	37
Şekil 5.1	MC araştırma ve geliştirme programı için teknik olarak bir zaman çizelgesidir. 2040'lara kadar müon çarpıştırıcısının inşa edilmesi öngörülüyor (Schulte vd., 2022)	48
Şekil 6.1	$\mu^+ \mu^-$ çarpışmada VBF yoluyla çift foton üretimini açıklayan Feynman diyagramları (Amarkhail vd., 2024)	52
Şekil 6.2	$\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecine katkıda bulunan Feynman diyagramı	60
Şekil 6.3	$\mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ \gamma\gamma \mu^-$ saçılma için diferansiyel tesir kesiti karşı $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütesi gösterilmiştir. Kütle merkezi enerjisi 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV'e eşittir .	63
Şekil 6.4	$\mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ \gamma\gamma \mu^-$ saçılma için toplam tesir kesiti $\sigma(m_{\gamma\gamma,min} < m_{\gamma\gamma} < m_{\gamma\gamma,max})$ karşı çift foton değişmez kütleinin minimum değeri $m_{\gamma\gamma}$ göstermektedir	64
Şekil 6.5	g_1 ve g_2 çiftlenimler için %95 C.L. dışarlama bölgesi gösterilmektedir. Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 3$ TeV ve parlaklık değerleri $L = 1 \text{ ab}^{-1}$ 'dir	66
Şekil 6.6	Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 14$ TeV ve parlaklık değerleri $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ 'dir	67
Şekil 6.7	Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 100$ TeV ve parlaklık değerleri $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ 'dir	67
Şekil 7.1	Diferansiyel tesir kesitleri karşı $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütesi görülmektedir. KME 3 TeV (sol panel), 14 TeV (orta panel), ve 100 TeV'e (sağ panel) eşittir	109
Şekil 7.2	$\sigma(m_{\gamma\gamma} > m_{\gamma\gamma,min})$ toplam tesir kesitleri, $m_{\gamma\gamma,min}$ çift foton değişmez kütesinin minimum değerine karşı gösterilmektedir	110
Şekil 7.3	$\delta = \%0$ (mavi), $\delta = \%5$ (kırmızı) ve $\delta = \%10$ (yeşil elips) sistematik hataları ile ζ_1, ζ_2 için dışarlama bölgeleri gösterilmektedir. $\sqrt{s} = 3$ TeV ve $L = 1 \text{ ab}^{-1}$ 'dir ..	112
Şekil 7.4	Şekil 7.3'teki ile aynı, ancak çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 14$ TeV ve entegre parlaklık değerleri $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ 'dir	113
Şekil 7.5	Şekil 7.3'teki ile aynı, ancak çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 100$ TeV ve entegre parlaklık değerleri $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ 'dir	113

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 2.1 Fermiyonlar	7
Çizelge 2.2 Örneklerle bozon sınıfları	7
Çizelge 2.3 Temel kuvvetleriyle taşıyıcı bozonlar	8
Çizelge 2.4 Temel fermiyon aileleri	11
Çizelge 2.5 Alanlar için ayıf izospin, hiperyük ve elektrik yükleri	13
Çizelge 2.6 W^+ , W^- , Z^0 ve γ ayar bozonlarının özellikleri	21
Çizelge 6.1 Farklı enerjiler için g_1 ve $ g_1 $ sınırları	82
Çizelge 7.1 ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimler üzerindeki en iyi sınırları gösterilmiştir	114
Çizelge 8.1 $f_{T,0}$, $f_{T,1}$, $f_{T,2}$, $f_{T,5,6}$, $f_{T,7}$, $f_{T,8}$, ve $f_{T,9}$ AQGC'ler üzerindeki en iyi sınırları	121

SİMGELER DİZİNİ

b	Arkaplan olaylarının sayısı
c	Tılsım kuark
d	Aşağı kuark
d_R	Sağ elli aşağı kuark
D_μ	Kovaryant türevler
e^-	Elektron
e^+	Pozitron
E_γ	Foton Enerji, eV
E_μ	Müon Enerji, eV
$F_{\mu\nu}$	Elektromanyetik alan gücü tensör
g_1	Dört-foton etkileşim için birinci çiftlenimler, TeV^{-4}
g_1	Dört-foton etkileşim için ikinci çiftlenimler, TeV^{-4}
g_A^f	Fermiyon'ın aksiyel çiftlenimler
g_V^f	Fermiyon'ın vektör çiftlenimler
H	Higgs bozon
I_3	Zayıf izospin
L	Lüminosite, ab^{-1}
L_A	Ayar alanları Lagranjiyen
L_e	Elektron ile ilgili lepton sayısı
L_H	Higgs bozonun kinetik terimi
L_l	Lepton alanları Lagranjiyen
L_q	Kuark alanları Lagranjiyen
L_Y	Yukawa terim
L_μ	Müon ile ilgili lepton sayısı
L_τ	Tau ile ilgili lepton sayısı
m_e	Elektron kütle, MeV/c^2
$m_{\gamma\gamma}$	Çift foton değişmez kütle
m_μ	Müon kütle, MeV/c^2
p_i	Momentlar
q_L^1	Birinci aile sol elli kuarklar
s	Toplam sinyal olaylarının sayısı
S_{excl}	Dışarlama bölgesi
$\sqrt{s}$	Kütle merkezi enerjisi, TeV
t	Mandelstam değişken
u	Mandelstam değişken
V_1	Birinci vektör bozon
V_2	İkinci vektör bozon
W	Ayar bozonlar
x	Müon ışın enerjisinin kesri
Y	Hyperyük
Z	Ayar bozonlar

α	İnce yapı sabiti
γ	Foton
δ	Sistematik hatalar
$\epsilon_{\mu}^{+,-,0}$	Polarizasyon vektörler
ζ_1	Z bozon-üç-foon etkileşim için birinci çiftlenimler, TeV^{-4}
ζ_2	Z bozon-üç-foon etkileşim için ikinci çiftlenimler, TeV^{-4}
θ_W	Weinberg açısı
Λ	Yeni fizik enerji skalası, eV
$\lambda_{1,2}$	Gelen bozonların helisiteler
$\lambda_{3,4}$	Giden fotonların helisiteler
μ^-	Müon
μ^+	Antimüon
τ	Tau lepton
ν_e	Elektron nötrinolar
ν_{μ}	Müon nötrinolar
ν_{τ}	Tau nötrinolar
σ	Tesir kesitler
Φ	Skalar Higgs bozon alanlar
$\hbar$	Etkin Planck sabiti, $J \cdot s$
$\mathcal{L}_{anom}$	Anomalous efektif Lagranjiyen

KISALTMALAR DİZİNİ

AQGC	: Anomalous Quartic Gauge Coupling
ATLAS	: A Toroidal LHC Apparatus
Ar-Ge	: Araştırma ve Geliştirme
ATGC	: Anomalous Triplet Gauge Coupling
BSM	: Beyond Standard Model
CDR	: Conceptual Design Report
CKM	: Cabibbo-Kobayashi-Mashkawa Matrix
CL	: Confidence Level
CLIC	: Compact Linear Collider
CMS	: Compact Muon Solenoid
CP	: Charge Conjugation and Parity
EFT	: Effective Field Theory
EIC	: Electron Ion Collider
FMC	: Futur Muon Collider
EPA	: Equivalent Photon Approximation
EWA	: Equivalent W Approximation
FCC	: Future Circular Collider
GUT	: Grand Unified Theory
HL-LHC	: High Luminosity Large Hadron Collider
IMCC	: International Muon Collider Collaboration
KME	: Kütle Merkezi Enerji
LEP	: Large Electron Positron Collider
IMCC	: International Muon Collider Collaboration
LHC	: Large Hadron Collider
MAP	: Muon Accelerator Program
SM	: Standard Model
SPS	: Super Proton Synchrotron
SSB	: Spontaneous Symmetry Breaking
SUSY	: Supper Symmetry
TOTEM	: Total, Elastic and Diffractive Cross-Section Measurment
VBF	: Vector Boson Fusion
WIMP	: Weakly Interacting Massive Particle

1. GİRİŞ

Bugüne kadar yapılan deneylerde, Standart Model'in ortaya koyduğu öngörüler doğru çıkmıştır. Ancak Standart Model'in hala açıklayamadığı birçok fiziksel problem vardır. Bunlardan biri Standart Model'in içerdiği parçacıkların sayısı için kesin bir kısıtlama olmamasıdır. Diğer bir problem fermiyonlara ve ayar bozonlarına kütle kazandırma mekanizmaları olan kendiliğinden simetri kırılması ve Higgs mekanizmasının kökeni konusunda modelin büyük ölçüde sessiz kaldığıdır. Ayrıca modelin çekim kuvvetini de içerecek şekilde genişletilmesinin zorluğu gibi pek çok problem araştırmacıları yeni düşüncelere itmektedir. Bu yüzden Standart Model'i parçacık fiziğinin son temel teorisi olarak görmek doğru değildir. Ayrıca geçmişte geniş olarak kabul görmüş teoriler, ulaşılan enerji ölçeği arttıkça yerlerini yeni fizik teorilerine bırakmıştır. Daha yüksek bir enerji ölçeğine ulaşıldığında Standart Model'in ötesinde yeni bir fizik modelinin elde edilebileceği kabul edilmektedir.

Parçacık fiziğinin Standart Modeli (SM), kütle çekimi hariç, temel parçacıkları ve etkileşimlerini açıklayan en yaygın kabul görmüş teoridir. SM, 20. yüzyılın ortalarından bu yana, maddenin yapı taşları ve etkileşimlerini yöneten kuvvetler hakkında derin bilgiler sağlamıştır. SM'in başarısına rağmen, bazı sınırlamaları vardır ve bu da parçacık fiziğinin sınırlarının ötesini keşfetmek için devam eden araştırma ve deneyleri teşvik etmektedir.

SM her şeyin tam bir teorisi olarak görülmemektedir. Bunun yerine, yeni fiziğin ortaya çıkmasının beklendiği belirli bir enerji ölçeğine kadar geçerli olan bir etkin alan teorisi (EFT) olarak kabul edilir. Fizikçiler etkin teori yaklaşımıyla SM'den sapmaları analiz edebilir ve nötrino kütlelerinin yapısını, karanlık maddeyi ve evrenin madde-antimadde asimetrisini açıklayabilirler.

Çarpıştırıcı, iki parçacık ışınının yüksek enerjilerde çarpıştırılmak üzere bir araya getirildiği bir tür parçacık hızlandırıcıdır. Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC), Süper Proton Sinkrotron (SPS), Fermilab'ın Tevatron'u, Büyük Elektron-Pozitron Çarpıştırıcısı (LEP) ve Elektron-İyon Çarpıştırıcısı (EIC) gibi çeşitli çarpıştırıcılar vardır. Tüm parçacık hızlandırıcıları, evreni oluşturan temel parçacıkları ve kuvvetleri incelemek ve tespit etmek için geliştirilmişlerdir. Yetenekleri, tasarımları ve gerçekleştirebilecekleri deney türleri birbirinden çok farklıdır.

Cevaplanması gereken birçok problemler vardır. Bunlardan bazıları; Higgs bozonu temel bir parçacık mı yoksa bileşik bir parçacık mı? Elektrozayıf simetri neden kırılır? Higgs bozonu ya da elektrozayıf simetri karanlık madde ile bağlantılı mı? Hatta çok daha fazlası. Gelecekteki müon çarpıştırıcısı, bu sorular ve sorunlar hakkındaki anlayışımızı derinleştirecektir. Müon çarpışmaları sayesinde ilk kez etkin bir şekilde araştırmaya olanak sağlanacaktır. Birinci nesil parçacıklardan ikinci nesil parçacıkları Higgs'e daha güçlü bağlanır. Leptonik tipi yapısını açıklayan yeni fizik, elektronlara göre müonlarla daha etkili bir şekilde açıklanabilir. Ayrıca müon çarpıştırıcısı yeni keşiflerin araştırılması için geniş fırsatlar sağlayacaktır. Müon çarpıştırıcısı hakkında bazı önemli konular açıklanmıştır. Bunlar; Müon parçacığının tanımı, LHC ile müon çarpıştırıcısının karşılaştırılması, avantajları, zorlukları, konsepti ve yapı zaman çizelgesi olarak sunulmuştur.

Anormal kuartik ayar çiftlenimlerinin (AQGC'ler) incelenmesi, SM'in ötesindeki fiziğin keşfedilmesinde çok önemli bir rol oynamaktadır. Kuartik ayar çiftlenimleri, dört ayar bozonunu içeren etkileşimi ifade eder. SM, bu çiftlenimleri ayar değişmez Lagranjiyen'den türetilen iyi tanımlanmış formlarla tahmin eder. Bununla birlikte, bu tahminlerden sapmalar, daha yüksek enerji ölçeklerinde yeni fiziki anormal kuartik ayar çiftlenimleri olarak tanımlar. Bu tür sapmalar ağır parçacıkların etkisinden veya yeni etkileşimlerden kaynaklanabilir. Bu sapmalar mevcut deneylerin enerji aralığında doğrudan erişilebilir değildir. AQGC'ler tipik olarak yüksek boyutlu operatörler kullanılarak etkin alan teorisi (EFT) çerçevesinde parametrelendirilir. AQGC'leri anlamak sadece SM'in sağlamlığını test etmek için değil, aynı zamanda yeni fizik potansiyelini belirlemek için de çok önemlidir.

SM, güçlü ve elektrozayıf etkileşimleri başarılı bir şekilde açıklasa da bazı fiziksel gerçeklikleri incelemede yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle SM ötesi fizik arayışına girilmiştir. SM ötesi fiziğin gelecekteki yüksek enerjili müon çarpıştırıcılarında $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ süreçleri incelenmektedir. Burada V_1, V_2 ayar bozonlarıdır.

Anormal kuartik ve triplet ayar çiftlenimleri üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır. CLIC'de $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ (İnan and Kisselev, 2021) ve $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ (İnan and Kisselev, 2021) süreçleri için nötr bozonların anormal kuartik ayar çiftlenimlerini (AQGCs) incelenmiştir. LHC'de AQGC'leri (Chapon and Royon, 2009; Chapon vd., 2010; Eboli, 2004; Senol, 2014; Şahin, 2012) refranlarda açıklanmıştır. LHC ve e^+e^- çarpıştırıcılarında nötr anormal üçlü ayar çiftlenimleri (ATGC'ler) üzerindeki sınırlar (Ellis, 2021; Ellis, 2023) makalelerde türetilmiştir.

Nötr AQGC'ler üzerine LHC deneysel sınırları ATLAS ve CMS işbirlikleri tarafından sunulmuştur. Özellikle, (Aad vd., 2006) makaleler'de $ZZ\gamma\gamma$ ve $Z\gamma\gamma\gamma$ anormal çiftlenimleri üzerine sınırlar elde edilmiştir. 8 Boyut efektif alan teorisi çerçevesinde AQGC'ler üzerindeki sınırlar (ATLAS Collaboration, 2023; CMS Collaboration, 2021; Sirunyuan vd., 2020) referanslar'de türetilmiştir. CMS ve TOTEM işbirlikleri tarafından AQGC'ler üzerinde yeni sınırlar elde edilmiştir (Tumasyan, 2023; Roland, 2022). $ZZ\gamma$ ve $Z\gamma\gamma$ anormal çiftlenimleri üzerindeki LHC limitleri ATLAS işbirliği tarafından verilmiştir (ATLAS collaboration, 2018). Gelecekteki hadron-hadron çarpıştırıcılarında AQGC'lerin hassasiyeti araştırılmıştır (Senol, 2022; Senol, 2024). Daha önce LEP'te elde edilen veriler kullanılarak nötr AQGCs anormal çiftlenimleri üzerinde limiti elde edilmiştir (Acciarri, 1995). Mevcut ve gelecekteki e^+e^- , $e\gamma$ ve $\gamma\gamma$ çarpıştırıcılarında AQGC'ler bir dizi makalede araştırılmıştır (İnan and Kisselev, 2021; Köksal, 2015; Köksal, 2016).

Tezde, $\mu^+\mu^-$ modunda gelecekteki bir yüksek enerjili müon çarpıştırıcısında AQGC'leri incelenmiştir. Yüksek enerjili müon çarpıştırıcısının tasarlanmasına büyük ilgi, Standart Model'in ötesindeki (BSM) fiziği inceleme kapasitesine dayanmaktadır (Accettura, vd., 2023; Tikhonin, 1968). Müon çarpıştırıcısı, Higgs çiftlenimlerinin gelecekteki diğer lepton ve hadron çarpıştırıcılarından beklenenden daha iyi bir doğrulukla belirlenmesini sağlayabilir (Barger, 1997; Chiesa, 2020; Ruhdorfer, 2023). Birçok referanslarda müon çarpıştırıcılarındaki BSM etkileşimleri incelenmiştir. Bunlar arasında SUSY parçacıkları (Capdevilla, 2021), WIMP'ler (Black, 2022; Franceschini, 2023; Han, 2021), karanlık madde (Jueid, 2023), vektör bozon füzyonu (Costantini, vd., 2020), leptokuarklar (Asadi, 2021), vektör benzeri leptonlar (Guo, 2023), ağır leptonlar (Kwok, 2024; Li, 2023; Mekala, 2023), ağır nötrinolar (Chakraborty, 2023), Majorana nötrinoları (Jiang, 2024), üst Yukawa çiftlenimleri (Chen, 2024), çoklu bozon süreçleri (Bredt, 2022), ve ($g - 2$) müon fiziği (Arakawa, 2024; Capdevilla, 2021; Yin, 2022) mevcuttur. Yüksek enerjili müon çarpıştırıcılarında, çarpıtılmış ekstra boyutu (İnan, 2023), ve aksiyon benzeri parçacıkları (İnan, 2023) de araştırılmıştır. Ayrıca müon çarpıştırıcısında AQGC'ler (Abbot, 2023; Yang vd., 2022; Yang vd., 2022) ve ATGC'ler (Senol vd., 2022; Spor, 2023) incelenmiştir.

Standart Model'de (SM) $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ bozunumuna $Z\gamma\gamma\gamma$ çiftleniminin katkısı yoktur ve bozunum sadece fermiyon ve W -bozonu döğüleriyle ilerir. $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ olaylarında anormal çiftlenimler için ilk çalışma LEP'de L3 işbirliği tarafından yapılmıştır. Doğrudan üç fotona bozunan Z bozonu için dallanma oranı 1.0×10^{-5} üst sınırı bulunmuştur (Acciarri vd., 1995). LEP 2 verilerde, anormal

$Z\gamma\gamma\gamma$ çiftlenimleri için dallanma oranı 10^{-5}GeV^{-4} mertebesi ve $ZZ\gamma\gamma$ çiftlenimleri için 10^{-3}GeV^{-4} mertebesindedir (Gutierrez-Rodriguez vd., 2014). $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ bozunumu için en iyi üst sınır ATLAS işbirliği tarafından $\sqrt{s} = 8\text{ TeV}$ 'de pp çarpışmaları kullanılarak $\mathcal{B}(Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma) < 2.2 \times 10^{-6}$ elde edilmiştir (Collaboration, 2016). SM beklentisinin $\mathcal{B}(Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma) < 5.4 \times 10^{-10}$ olduğuna dikkat etmiştir.

Benzer şekilde, $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ çarpışmasına $Z\gamma\gamma\gamma$ çiftlenimlerden hiçbir katkı yoktur. Bu nedenle, $Z\gamma\gamma\gamma$ anormal kuartik ayar çiftlenimleri e^+e^- veya müon çarpıştırıcılarında VBF yoluyla çift foton üretimi araştırmak için iyi bir süreç olarak kabul edilmiştir.

$Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ etkileşimi, anormal kuartik ayar çiftlenimlerinin (AQGC'ler) özel bir durumudur. Bunlar LHC'de bir dizi deneyde incelenmiş ve üst sınırlar elde edilmiştir (Aad vd., 2016; Tumasyan vd., 2023). Nötr bozonlar için AQGC'ler üzerindeki sınırlar hem CLIC (Gurkanli, 2024; İnan and Kisselev, 2021; Köksal, 2015; Köksal, 2023) hem de LHC (Eboli vd., 2004; Şahin, 2012; Senol, 2014) için türetilmiştir. Ayrıca, AQGC'ler üzerindeki üst sınırlar gelecekteki γe ve $\gamma\gamma$ çarpıştırıcıları (Eboli vd., 1995; Köksal, 2016), gelecekteki hadron (Gutierrez-Rodriguez vd., 2022; Senol, 2022) ve eh çarpıştırıcıları (Gurkanli, 2023) için de elde edilmiştir. Son zamanlarda bir müon çarpıştırıcısında AQGC'ler üzerinde beklenen sınırlar incelenmiştir (Dong vd., 2023; Zhang vd., 2024). Daha önce CLIC'deki $\gamma\gamma$ çarpışmalarında, γZ üretimi yoluyla anormal $\gamma\gamma\gamma Z$ çiftlenimlerini incelenmiştir (İnan ve Kisselev, 2021). Bu tez çalışmanın bir amacı geleceğin müon çarpıştırıcısında $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ etkileşimi ile çift foton üretimini araştırmaktır.

Yeni fizik $\mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ süreç için foton dağılım logaritmik fonksiyonu kullanarak, diferansiyel ve toplam tesir kesitleri etkin lagranjiyen tekniği ve vektör bozon füzyonu yoluyla incelenecektir. Bu incelemelerde müon çarpıştırıcısının $\sqrt{s}$ kütle merkezi enerjisi için 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV enerjileri ve buna karşın sırasıyla 1 ab^{-1} , 20 ab^{-1} ve 1000 ab^{-1} lümünosite değerlerinin kullanılmaktadır. Anormal çiftlenimler üzerindeki üniterlik limitleri ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Müon çarpıştırıcısı için anormal dört foton $\gamma\gamma\gamma\gamma$ çiftlenimleri için %95 C.L. dışarlama bölgeleri g_1 ve g_2 parametreleri için hesaplanmıştır. Ayrıca müon çarpıştırıcısında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ sürecinde $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşimi için anormal kuartik çiftlenimleri ile ilgili çalışması sunulmuştur. $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreci için, helisite genlikleri hesaplanmıştır ve bu sonuçlar kullanılarak

hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri bulunmuştur. $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşiminin anormal kuartik ayar çiftlenimlerinin (AQGCs) duyarlılığı (ζ_1, ζ_2) , polarize olmayan müonlar için, müon çarpıtıcısında $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılma süreci ile incelenmiştir. Çarpışma enerjisinin $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}, 14 \text{ TeV}, 100 \text{ TeV}$ değerleri için, sistematik hataya bağlı olarak AQGC'ler için %95 C.L. dışarlama bölgeleri elde edilmiştir. ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimleri üzerinde kısmi dalga üniterlik limitleri elde edilmiştir.

Bu tez çalışma 8 bölümlerden oluşmaktadır. Bölüm 1'in devamında, çalışmanın bütünlüğü açısından Standart Model (SM) kısaca özetlenerek SM ötesi hakkında bilgi verilecektir. Bölüm 2'de Standard Model ve ötesi açıklanacaktır. Bu bölümde temel parçacıklar ve temel kuvvetler hakkında genel bilgiler sunulacaktır. Bölüm 3'te, Standart Modelin problemleri ve eksiklikleri ayrıntılı bilgi sunulacak ve bir sonraki bölümde efektif teori olarak Standart Model (SM) incelenecektir. Bölüm 5'te, müon çarpıtıcıların tanıtımını ve gelecek planlarını verilecektir. Bölüm 6'da $\gamma\gamma\gamma\gamma$ AQGC'lerin analitik hesaplamaları ve nümerik analizi sunulmuştur. Bölüm 7'de ise $Z\gamma\gamma\gamma$ AQGC'lerin analitik hesaplamaları ve nümerik analizi incelenecektir. Müon çarpıtıcılarında anormal kuartik ayar çiftlenimler (AQGCs) $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ve $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreçler ayrıntılarıyla anlatılacak ve günümüz fiziğine yaptığı katkı tartışılacaktır. Bu süreçler için helisite genlikler incelenecektir. Daha sonra bahsedilen süreçler için diferansiyel ve toplam tesir kesitleri tartışılacak ve günümüzde çalışmakta olan dışarlama bölgeleri ve anormal çiftlenimler üzerinde üniterlik sınırları incelenecektir. Son bölümde ise çalışmanın sonuçlar ve ilgili tartışmalar sunulmuştur.

2. STANDART MODEL VE ÖTESİ

Parçacık fiziğinin amacı maddenin temel bileşenlerinin neler olduğunu ve nasıl etkileştiklerini incelenmektedir. Parçacık fiziğinin Standart Modeli, temel parçacıkları ve etkileşimlerini açıklayan en başarılı teorilerden biridir. Onlarca yıllık araştırmaların sonucu olan bu teori, kuantum mekaniği ve özel göreliliği zarif bir şekilde birleştirerek evrendeki gözlemlenebilir olayların çoğunu öngören bir çerçeve oluşturur. Bu bölüm temel parçacıklar ve ilgili türlerinden başlar. Temel parçacıkların her bir sınıfı ayrı bir Çizelgeler’da toplanacaktır. Daha sonra Standart Model ilgili matematiksel araçlarla açıklanacaktır.

2.1 Temel Parçacıklar

Parçacık fiziğinde parçacıkların sınıflandırılması vardır. Temel parçacıkları iki ana kısma ayırmak mümkündür: maddeyi oluşturan fermiyonlar ve parçacıklar arasındaki kuvvetlere aracılık eden bozonlar. Bozonların spini $\hbar$ ’ın tamsayı katlarıyla ($\hbar, 2\hbar, \dots$) orantılı ve aynı kuantum durumunda bulunabilirler, buyüzden dalga fonksiyonları parçacık değişimi altında simetrik ve bu olgu Bose-Einstein yoğunlaşması (BEC) olarak adlandırılır. Fermiyonların spinleri ($\hbar/2, 3\hbar/2, \dots$) olan parçacıklardır ve aynı kuantum durumlarında bulunamazlar ve dalga fonksiyonları parçacık değişimi altında antisimetriktir. Bu olgu “Pauli dışarlama ilkesi” olarak adlandırılır.

Fermiyonlar kuarkları ve leptonları içerir. Elektron (e), müon (μ), tau (τ) ve bunların nötrinoları (ν_e, ν_μ, ν_τ) leptonları oluşturulur. Leptonlar, lepton sayısı adı verilen kuantum sayısına (L_e, L_μ, L_τ) sahip parçacıklardır. Kuarklar Standart Model’in bir diğer merkezi unsurudur. Fizikçiler Murray Gell-Mann ve George Zweig tarafından 1960 yıllarda, alt yapıya sahip oldukları gözlemlenen proton ve nötronların yapısını açıklamak için önerilmiştir. Kuarklar yukarı (u), aşağı (d), tılsım (c), acayip (s), üst (t) ve alt (b) olmak üzere altı çeşittir ve protonlar ve nötronlar gibi daha büyük parçacıkları oluşturmak için belirli şekillerde birleşirler. Üç kuarkın bir araya gelmesi ile oluşan proton ve nötron gibi kompozit parçacıklara baryon, iki kuarktan oluşan parçacıklara mezon adı verilir.

Çizelge 2.1 Fermiyonlar

Kuarklar				Leptonlar			
Adı	Kütle (GeV/c ²)	Elektrik yükleri	Baryon Sayıları (B)	Adı	Kütle (GeV/c ²)	Elektrik yükleri	Lepton Sayıları
u	0.002	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	e^-	0.0005	$- e $	$L_e = +1$
d	0.005	$-\frac{1}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	μ^-	0.106	$- e $	$L_\mu = +1$
c	1.275	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	τ^-	1.777	$- e $	$L_\tau = +1$
s	0.095	$-\frac{1}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	ν_e	-	-	$L_e = +1$
t	173.0	$+\frac{2}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	ν_μ	-	-	$L_\mu = +1$
b	4.18	$-\frac{1}{3} e $	$+\frac{1}{3}$	ν_τ	-	-	$L_\tau = +1$

Bozonlar üç sınıfta skalar, vektör ve tensör parçacıklar incelenir. Skaler bozonlar spini sıfır olan, vektör bozonlar spinleri bir olan, tensör ise spinleri iki olan bozonlardır. Bunlar Çizelge 2.2’de özetlenmiştir.

Çizelge 2.2 Örneklerle bozon sınıfları

Sınıflar	Spin	Örnekler	Özellikler
Skalar	0	Higgs bozon	kütle sağlamak
Vektör	1	Foton, W , Z , Gluon	kuvvet taşıyıcı
Tensör	2	Graviton	yerçekimi kuvvetine taşıyıcı

Doğada, dört temel kuvvet elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetler ile kütle çekim kuvvet mevcuttur. Elektromanyetik kuvvetin taşıyıcı parçacığı kütsesiz foton, zayıf kuvvetin taşıyıcı parçacıklar küleli W ve Z bozon ve güçlü kuvvetin taşıyıcı parçacığı kütsesiz gluondur.

Elektromanyetik ve kütle çekim kuvvetlerin menzili sonsuz ∞ kabul edilir. Güçlü kuvvetin menzili çok kısa $\sim 10^{-15}$ 'tır. Zayıf kuvvetinde menzili güçlü kuvvette olduğu gibi daha çok kısa $\sim 10^{-18}$ varsayılmıştır. Yukarıda anlatılan fiziksel olguların tümü aşağıda, Çizelge 2.3'te özetlenmiştir. Bu kuvvetlerin şiddeti böyle verilebilir: Eğer güçlü kuvvetin şiddetini 10 ile gösterirsek elektromagnetik kuvvetin şiddeti $\sim 10^{-2}$, zayıf kuvvetin $\sim 10^{-13}$, kütle çekim kuvvetinin şiddeti ise $\sim 10^{-42}$ mertebesinde olacaktır (Griffiths, 1987).

Çizelge 2.3 Temel kuvvetleriyle taşıyıcı bozonlar

Kuvvet	Aracı bozon	Elektrik yükü	Kütle (GeV)	Etkilenen parçacıklar
Elektromanyetik	Foton (γ)	0	0	Yüklü parçacıklar
Zayıf	W^+	$+ e $	80.425	Kuarklar ve Leptonlar
	W^-	$- e $	80.425	
	Z	0	91.187	
Güçlü	Gluon (g)	0	0	Kuarklar
Kütle çekim	Graviton	0	0	Tüm kütleli parçacıklar

2.2 Standart Model

Temel parçacıkların etkileşimleri parçacık fiziğinin ana konularından birisidir. Günümüzde, bilinen tüm temel parçacıkların birbirleri ile etkileşimlerini açıklayan ve bugüne kadar yapılan deneylerle uyumlu bir model bulunmaktadır. Var olan modeller içerisinde Standart Model parçacık fiziğinin temel teorisi olarak kabul görmektedir. Geniş anlamda kabul edilen, temel parçacıkları ve temel kuvvetleri açıklayan model Standart Model'dir. Model şu ana kadar yapılan tüm deneylerle uyum içindedir. Ayrıca 1970 ile 1973 yılları arasında bunu geliştiren fizikçilerin; Steven Weinberg ve Abul Salam adıyla da anılan model, birçok fiziksel gerçekliğin tahmininde çok başarılı olmuştur. Bu teorinin başarısı, 1980 yıllarda CERN'de yapılan deneylerde bilim insanlarının öngörülen W ve Z bozonlarını gözlemleyerek elektrozayıf teoriyi Standart Model'in temel bir parçası haline getirmesiyle teyit edilmiştir. Bu güne kadar temel inanış kuvvetlerin birleştirilip (kütle çekimi hariç) tek bir modelle açıklanabileceğidir. Standart Model kuvvetlerden elektromagnetik ve zayıf kuvveti birleştirmeyi kısmen de olsa elektrozayıf ayar teorisiyle başarabilmiştir.

Standard Modelde kullanılan ana teori kuantum alan teorisidir. Kuantum alan teorisi Parçacıkların serbest hareketi ve diğer parçacıklarla etkileşimleri, alan operatörleri cinsinden yazılan ve parçacıkların enerjileri hakkında bilgiyi içeren Lagranjiyen yoğunluğu ile tanımlanır. Lagranjiyen yoğunluğuna Lagranjiyen adlandırılmıştır. Lagranjiyen iki temel kısımdan oluşur. İlk kısım parçacıkların serbest hareket enerjilerini içeren parçadır. İkinci kısım ise etkileşimleri içeren ve etkileşme lagranjiyenini olarak adlandırılan parçadır. Kuantum alan teorisinde kullanılan lagranjiyenleri başka bir teori veya model yardımıyla elde etmemiz gerekmektedir. Çünkü kuantum alan teorisinin etkileşme lagranjiyeninin ne olması gerektiği konusunda kuvvetli bir öngörüsü yoktur. Etkileşme lagranjiyeninin belirlenmesi probleminin çözülmesinde büyük başarı sağlayan ve Standart Modele de temel olan bir teori sınıfı vardır. Bu teoriler, ayar teorileri olarak bilinen teorilerdir. Bu teorilerdeki temel fikir, lagrangianın ayar dönüşümler altında değişmez kalmasını sağlamaktır. Aslında ayar dönüşümü adı da buradan gelmektedir; çünkü bu dönüşümler eylemi değişmez bırakmaktadırlar.

Ayar dönüşümlerini global ve lokal veya yerel ayar dönüşümleri ismiyle iki sınıfa ayırmak mümkündür. Global ayar dönüşümünde, dönüşümleri bir sistemin fiziksel gözlemlenebilirlerini değiştirmez. Bu herhangi bir ψ alanı için aşağı şeklinde ifade edilebilir:

$$\psi \rightarrow \psi e^{i\theta}, \quad [2.1]$$

global ayar dönüşümü uzay-zaman koordinatlarına bağlı değildir ama local ayar dönüşümünde ise dönüşümün parametreleri uzay-zamana bağlıdır. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\psi \rightarrow \psi e^{i\theta(x)}. \quad [2.2]$$

1915'te Emmy Noether tarafından formüle edilen Noether teoremi şunu söyler: Fiziksel sistem sürekli bir simetri altında değişmez ise mutlaka korunan bir nicelik vardır. Örneğin bir sistem zaman ötelemeleri altında simetrikse, o zaman enerji korunur. Teoremden yola çıkılarak global ayar değişmezliğinin yük korunum yasasına eşdeğer olduğu demektir. Yerel ayar simetrisi onun varlığı gözlemlenebilir kuvvetlerin varlığına yol açar. Global ayar simetrisinin aksine, yerel ayar simetrisi uzay ve zamanda noktadan noktaya değişen dönüşümlere bulunur. Bir alana yerel bir gauge dönüşümü uygulamaya çalıştığınızda, sistemi tanımlayan Lagranjiyen'in simetriyi bozacak şekilde değişeceği ortaya çıkarmaktadır. Bu, simetrinin geçerli kalması için bu değişikliği düzeltecek yeni bir terimin eklenmesi gerektiği anlamına gelir. Ayar alanlarının bu düzeltilmesi onu değişmez kalmaktadır.

2.3 Elektrozayıf Etkileşmelerin Standart Modeli

Parçacık fiziğinin Standart Modeli, yerçekimi hariç, evreni yöneten temel parçacıkları ve etkileşimleri tanımlayan teoridir. Bu kuvvetlerden iki kuvvet elektromanyetik ve zayıf nükleer kuvvet günlük enerjilerde farklı görünür, ancak daha yüksek enerjilerde elektrozayıf teori olarak bilinen bir çerçeve içinde birleşir. Bu birleştirme 1960'larda Sheldon Glashow, Abdus Salam ve Steven Weinberg tarafından önerilmiş ve 1979 yılında kendilerine Nobel Fizik Ödülü kazandırmıştır. Yüksek enerjilerdeki bu birleşme Standart Model'in bir öngörüsüdür. CERN'in Büyük Elektron-Pozitron Çarpıştırıcısı gibi parçacık hızlandırıcılarında yapılan deneysel gözlemlerle desteklenmiştir.

Elektrozayıf etkileşimin Standart Modeli, belli özelliklerine ayrılmış üç farklı lepton ve kuark ailesine ek olarak $W^\pm, Z$ ve γ bozonlarını ve temel fermiyonlar ile ayar bozonlarına kütle veren Higgs skaler bozonlarıyla sunmuştur. Modelde sol elli fermiyonlar dubletler ile sağ elli fermiyonlar ise singletler ile tanımlanır. Bunlar Çizelge 2.4'de özetlenmiştir.

Çizelge 2.4 Temel fermiyon aileleri

	1. Aile	2. Aile	3. Aile
Leptonlar (L)	$\Psi_L^1 = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^1 = e_R$	$\Psi_L^2 = \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^2 = \mu_R$	$\Psi_L^3 = \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$ $\Psi_R^3 = \tau_R$
Kuarklar (q)	$q_L^1 = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$ u_R, d_R	$q_L^2 = \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$ c_R, s_R	$q_L^3 = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$ t_R, b_R

Elektrozayıf teoride, ayar grubu iki grubun çarpımıdır: $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Sol elli, sağ elli fermiyonlar bozonlar ile bütün alanlar $U(1)_Y$ ayar dönüşümü altında dönüşür çünkü hepsi Y hiperyük taşıyor. Sol elli fermiyonlar ile skaler Higgs bozon $SU(2)_L$ ayar dönüşümü altında dönüşür. Neden olarak, sağ elini kullanan fermiyonlar zayıf izospin taşımazlar; izospin uzayında singlet olarak ele alınmıştır, yani izospinleri sıfırdır. Zayıf izospin I_3 , hiper yük Y ve elektrik yükü Q arasındaki bağıntı ünlü Gell-Mann –Nishijima (2.3) formülü ile verilir.

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad [2.3]$$

Standart Model’de skaler bozon mevcuttur. Bu skaler Higgs bozon alanları aşağıdaki şekilde kompleks skalar $SU(2)_L$ dubleti oluşturur ve

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_1 - i\phi_2 \end{pmatrix}. \quad [2.4]$$

ile gösterilir. Herhangi bir fiziksel süreçte baryon sayısı B ve her bir aile için ayrı ayrı lepton sayısı (L_e, L_μ, L_τ) korunmalıdır. Herhangi baryonun yükü, I_3 izospinin üçüncü bileşenine, s acayıplık katsayısına ve B baryon sayısına bağlıdır. Yük ve B tüm etkileşmelerde korunur. I_3 ve s ise sadece güçlü ve elektromagnetik etkileşmelerde korunur, Çünkü zayıf etkileşimlerde olduğu gibi bir kuarkı başka bir kuarka dönüştürmezler. Zayıf hiperyük $Y = B + S$ olarak tanımlanır. Bu bağıntı güçlü etkileşimler yaşayan hadronlar içindir. Hadron, gluon adı verilen parçacıkların aracılık ettiği güçlü nükleer kuvvet tarafından bir arada tutulan kuarklardan oluşan kompozit bir parçacıktır. Hadronlar iki ana kategoriye ayrılır: baryonlar ve mezonlar. Baryonlar üç kuarktan oluşan hadronlardır, örneğin proton ve nötron. Mezonlar ise bir kuark ve bir antikuark çiftinden oluşan hadronlardır, örneğin pionlar ve kaonlar. Modelde yer alan temel fermiyon ve skaler bozon alanlarının I_3 zayıf izospin, Y hiperyük ve Q elektrik yükleri Çizelge 2.5 ile verilmiştir.

Çizelge 2.5 Alanlar için ayıf izospin, hiperyük ve elektrik yükleri

	I^W	I_3^W	Q	Y
$\psi_L^1, \psi_L^2, \psi_L^3$	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	-1
e_R, μ_R, τ_R	0	0	-1	-2
q_L^1, q_L^2, q_L^3	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{3}$
u_R, c_R, t_R	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
d_R, s_R, b_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
Φ	$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	1

Elektrozayıf kuvvetlerin Standart Modelinde Lagranjiyeni oluşturmaktadır. Lepton ve kuark alanlarının kinetik terimlerini, Higgs ve Yukawa terimlerini olarak adlandırılan terimi içerir. Lepton ve kuark birinci ailesi için bu Lagranjiyen böyle verilir:

$$L = L_l + L_q + L_A + L_H + L_Y. \quad [2.5]$$

Burada L_l lepton alanlarının kinetik termi, L_q kuark alanlarının kinetik terimi, L_A ayar alanları, L_H Higgs bozonun kinetik terimi ve L_Y Yukawa terimini göstermektedir. Her terim açıkça aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$L_l = i\bar{\Psi}_L^1 \gamma^\mu D_\mu \Psi_L^1 + i\bar{e}_R \gamma^\mu D_\mu e_R, \quad [2.6]$$

$$L_q = i\bar{q}_L^1 \gamma^\mu D_\mu q_L^1 + i\bar{u}_R \gamma^\mu D_\mu u_R + i\bar{d}_R \gamma^\mu D_\mu d_R, \quad [2.7]$$

$$L_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\vec{G}_{\mu\nu}\vec{G}^{\mu\nu}, \quad [2.8]$$

$$L_H = (D_\mu \Phi^\dagger)(D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad [2.9]$$

$$L_Y = -f_e(\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_d(\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u(\bar{q}_L^1 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1). \quad [2.10]$$

Burada D_μ kovaryant türevler, f_e, f_d, f_u Yukwa çiftlenimlerin sabitleri, “C” üst indisi, yük eşlenik anlamındadır. Temel fermiyon ve Higgs bozon alanları için elektrozayıf teoride $SU(2)_L \times U(1)_Y$ lokal ayar dönüşümleri aşağıdaki gibi biçiminde elde edilebilir:

$$\Omega \rightarrow \exp(-igI^W \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)) \exp\left(-ig' \frac{Y}{2} \theta(x)\right) \Omega. \quad [2.11]$$

Burada, g ve g' sırasıyla $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ için çiftlenimler sabitidir. $\alpha(x)$ ve $\theta(x)$ sırasıyla $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ için ayar dönüşüm parametreleridir. Ω ise Ψ, q, Φ farklı alan türlerini temsil eder. Kovaryant türevin tanımlanmasıyla değişmezliği sağlanabilir. Ψ_L^1, q_L^1 ve Φ Sırasıyla 1. Aile sol el leptonlar, kuarklar, ve Higgs bozon alanlarının kinetik terimleri için D_μ kovaryant türev;

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu + i\frac{g'}{2}YB_\mu, \quad [2.12]$$

biçiminde e_R, u_R ve d_R sağ eli fermiyonlar alanlarının kinetik terimleri için ise şöyle biçiminde tanımlıdır:

$$D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2}YB_\mu. \quad [2.13]$$

Burada $\vec{\tau}$, $SU_L(2)$ üreteçlerine karşılık gelen Pauli matrisleridir. $\vec{A}_\mu^1, \vec{A}_\mu^2, \vec{A}_\mu^3$ ve B_μ ayar alanları aşağıdaki dönüşümlere uyar:

$$\vec{A}'_\mu = \vec{A}_\mu + \partial_\mu \vec{\alpha}(x) + g \vec{\alpha}(x) \times \vec{A}_\mu, \quad [2.14]$$

$$B'_\mu = B_\mu + \partial_\mu \theta(x). \quad [2.15]$$

Şimdi L_A ayar alanı (2.8) denkleminde $F_{\mu\nu}$ elektromanyetik ve $\vec{G}_{\mu\nu}$ gluon alan gücü tensörlerle böyle tanımlıdır:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad [2.16]$$

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu - g \vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu. \quad [2.17]$$

$F_{\mu\nu}$ ve $\vec{G}_{\mu\nu}$ tensörlerinin lokal ayar dönüşümleri ise (2.14) ve (2.15) dönüşümlerinden aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F_{\mu\nu}. \quad [2.18]$$

$$\vec{G}_{\mu\nu} \rightarrow \vec{G}_{\mu\nu} + g(\vec{\alpha} \times \vec{G}_{\mu\nu}). \quad [2.19]$$

Tüm dönüşümler ve tanımlar ışığında $SU(2)_L \times U(1)_Y$ lokal ayar değişmezliğini sağlayan (2.5) Lagranjiyen, 1. Aile fermiyonlara uyar. Şimdi Lagranjiyen (2.5)'de kütlenin bulunmaması sorunu ortaya çıkıyor. Standart Modelde parçacıklar kütlelerini, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ elektrozayıf simetrisinin kendiliğinden simetri kırılması (SSB) yoluyla meydana gelen Higgs mekanizması aracılığıyla elde ederler. (2.9) L_H Lagranjiyeninde potansiyel terimine bakalım:

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad [2.20]$$

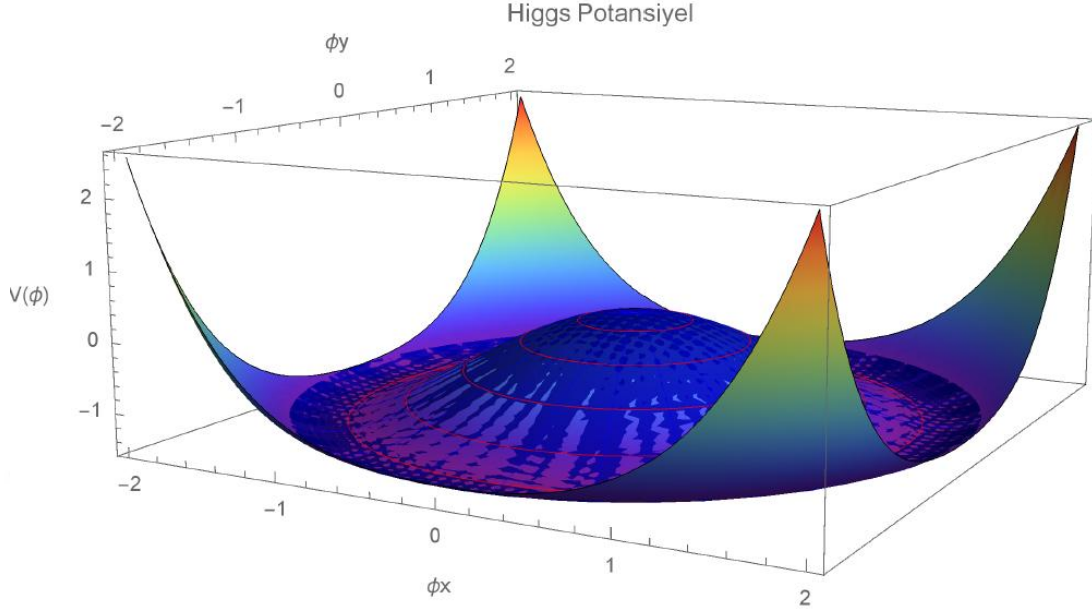
(2.4)'te verildiği şekilde Φ kompleks skalar $SU_L(2)$ dublettir. μ ve λ parametreler potansiyelin şeklini kontrol eder. Potansiyelin tam türevinin sıfır aldığı anda, potansiyelin minimum olduğu taban durumu bulunabilir:

$$\frac{\partial V(\Phi^\dagger, \Phi)}{\partial \phi} = 0. \quad [2.21]$$

(2.21) denklem ile aşağıdaki hiperküre yüzey denklemini elde edilir:

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 = \frac{\mu^2}{\lambda}. \quad [2.22]$$

$V(\Phi^\dagger, \Phi)$ Higgs potansiyeli, ϕ alan değerinin bir fonksiyonu olarak Şekil 2.1'de çizilmiştir. Grafik bir şapka şekli göstermektedir. Merkezi tepe noktası dengesiz (unstable) bir maksimumu temsil eder. Zirvenin etrafındaki dairesel vadi, kararlı minimum enerji durumlarını temsil eder. Minimum nokta Higgs alanının sıfır olmayan bir değer aldığı yerdir. Duvar daha yüksek bir enerji durumunu temsil eder.



Şekil 2.1 Potansiyelin skaler alanlara göre grafiği.

Şekil 2.1’de görüldüğü gibi potansiyelin taban durumu (vakum) dejeneredir. Dejenereliği ortadan kaldırmak için taban durumlarından bir tanesi seçilebilir. $\phi_3 = v$ seçildiğinde, denklem (2.22)’den şu sonuç ortaya çıkar:

$$v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}. \quad [2.23]$$

Bu durumda $\phi_1 + \phi_2 + \phi_4 = 0$ ’dır. Böylece vakum durumu (2.4) göz önünde bulundurulduğunda, aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad [2.24]$$

öyleyse Φ ’nin vakum beklenen değeri,

$$|\langle 0|\Phi|0\rangle|^2 = \frac{v^2}{2}. \quad [2.25]$$

şeklinde elde edilir. Şekil 2.1’de görüldüğü gibi başlangıçta, Higgs alanı belirli bir değer kazanmadan önce, potansiyel $\phi = 0$ değer etrafında simetriktir. Bununla birlikte, alan en düşük enerjili durumlardan birine ($\phi = +v$ veya $\phi = -v$) yerleşir. Burada v potansiyelin minimum noktasındaki değeri temsil eder ve vakuum beklenen değeri adlandırılır. Böyle $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisi kırılır, ancak $U(1)_{em}$ simetri olarak geriye kalır. Simetrinin kırılması herhangi dış etken olmadan gerçekleşir, bu şekilde kırılmasına “kendiliğinden simetri kırılması” olarak adı verilmektedir. Higgs mekanizması parçacıkların nasıl kütle kazandığını açıklar. Higgs alanı minimum noktalardan birine $\phi = v$ yerleştiğinde, Higgs alanıyla etkileşime giren parçacıklar kütle kazanır.

Şimdi bir sorun vardır. Pertürbasyon teorisi açısından, fiziksel alanlar taban durumunun, Φ ’nin vakum beklenen değerinin sıfır olduğu durum olması beklenir. (2.24)’de görüldüğü gibi bu doğru değildir. $\langle 0|\Phi|0\rangle$ Vakum beklenti değeri sıfır olmadığında kendiliğinden simetri kırılması ortaya çıkartır. Bu durum $\phi_i (i = 1, 2, 3, 4)$ alanlarının fiziksel olmadığı sonucunu doğurur. Sorunun çözümü için yapılması gereken, alanların yeniden tanımlamaktır. Yeni fiziksel alanlar $\vec{\xi}$ kırılan simetrilerle bağıntılı Goldstone bozonları ve H Higgs bozon alanları olmak üzere, $SU(2)_L$ ayar teorisinde bir dübleti temsil eden Φ Higgs alanı,

$$\Phi = \exp\left(i\frac{\vec{t} \cdot \vec{\xi}}{2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad [2.26]$$

şeklinde tanırsa potansiyelin minimum olduğu taban durumu ikisi $\vec{\xi}$ Goldstone bozonlara ve H Higgs bozonu alanlarının vakum beklenen değerlerinin sıfır olduğu durum olacaktır.

$$\langle 0|\vec{\xi}|0\rangle = \langle 0|H|0\rangle = 0. \quad [2.27]$$

$\vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$, $SU(2)_L$ üreteçlerini temsil eden Pauli matrisler ve $H(x)$, vakum beklenen değeri etrafındaki dalgalanmaları temsil eden fiziksel Higgs bozonu alanıdır. Higgs mekanizmasındaki temel amaç, temel fermiyonlar ile kütleli olan ayar bozonlarına kütle kazandırmaktır. Hiçbir dış etmene bağlı olmaksızın $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetri kendiliğinden kırılmıştır. $W^\pm$ ve Z ayar bozonlar kütle kazandırmaktır ve $U(1)_{em}$ simetrisi kalmıştır, bu nedenle γ foton kütsüz kalacaktır. Ayar bozonları kütle kazandıklarında serbestlik dereceleri bir derece artar. Bu artış özel bir ayar seçimi ile telafi edilmelidir.

$$\vec{\alpha}(x) = \frac{1}{g} \vec{\xi}(x), \theta(x) = 0. \quad [2.28]$$

Olmak üzere Ω aşağıdaki gibi yazılır:

$$\Omega \rightarrow \exp(-igI^W \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha}(x)) \exp\left(-ig' \frac{Y}{2} \theta(x)\right) \Omega. \quad [2.29]$$

Üniter ayar dönüşümü gerçekleştirilsin. Ω ise Ψ, q, Φ farklı alan türlerini temsil eder. Ayar alanları Goldstone bozonlarını yiyerek kütle kazanır ve Goldstone bozonları yok olur. Üniter ayar seçimi sonrası skaler alan,

$$\Phi' = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad [2.30]$$

biçimi alır. Üniter ayar seçiminden sonra $\Phi \rightarrow \Phi' = U(x)\Phi$ yeni alanlar üst indisi ile gösterilir. Yapılan üniter ayar seçimi sonrası skaler bozonların kinetik terimi (2.12) kovaryant türevden fayda alınarak aşağıdaki formu verilir (İnan 2009):

$$(D_\mu \Phi^\dagger)(D_\mu \Phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \frac{1}{2}(v + H)^2 \left[\frac{g^2}{4} \vec{A}_\mu \cdot \vec{A}^\mu + \frac{g'^2}{4} (B_\mu B^\mu) - \frac{gg'}{2} A_\mu^3 B^\mu \right]. \quad [2.31]$$

D_μ Higgs alanı ile ayar bozonları arasındaki etkileşimler için kullanılan kovaryant türevdir. (2.31)

Lagranjiyende kinetik terimde yer alan bozon alanları olan $\vec{A}_\mu = (A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3)$ ve B_μ , fiziksel alanlar değildir. Fiziksel alanlar verilen alanların bir karışımıdır:

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2), \quad [2.32]$$

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2). \quad [2.33]$$

W_μ^- ve W_μ^+ bağıntılar kullanarak,

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad [2.34]$$

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad [2.35]$$

Olmak üzere Z_μ ve A_μ aşağıdaki değerlerine sahiptir:

$$Z_\mu = A_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W, \quad [2.36]$$

$$A_\mu = A_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W. \quad [2.37]$$

Burada, θ_W Weinberg açısıdır. Gözlemlenen $\theta_W \approx 28.75^\circ$ veya $\sin^2 \theta_W \approx 0.231$ noktasında, zayıf ve elektromanyetik kuvvetler derin bir şekilde birleşmiştir. W_μ^+ , W_μ^- ve Z fiziksel bozonları zayıf kuvvetin taşıyıcı bozonları olan, W^+ , W^- ve Z^0 ayar bozonları olarak adlandırılır. A_μ ise elektromanyetik kuvvetin taşıyıcı bozonu γ fotondur. Bunlarının karşılaştırması Çizelge 2.6'de verilmiştir.

Çizelge 2.6 W^+ , W^- , Z^0 ve γ ayar bozonlarının özellikleri

Ayar bozonları	Kütle (GeV/c ²)	Q	spin	etkileşimler
$W^\pm$	80.4	± 1	1	yüklü zayıf
Z^0	91.2	0	1	nötr zayıf
γ	0	0	1	elektromanyetik

Böylece, Lagranjiyendeki ilgili kinetik terimin fiziksel alanlara bağlı son hali aşağıdaki biçimde verilir:

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi^\dagger)(D_\mu \Phi) = & \frac{1}{2} (\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \left(\frac{gv}{2}\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} \left(\frac{v \sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \right)^2 Z_\mu Z^\mu \\ & + \frac{1}{2} (H^2 + 2vH) \left(\frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{(g^2 + g'^2)}{4} Z_\mu Z^\mu \right). \end{aligned} \quad [2.38]$$

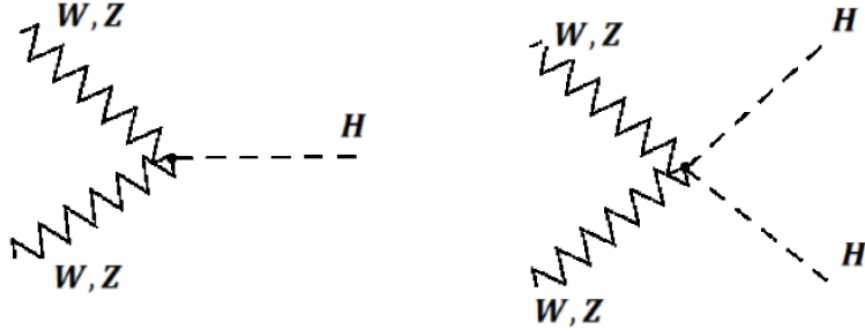
Buradan,

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{v \sqrt{g^2 + g'^2}}{2}, \quad m_A = 0. \quad [2.39]$$

Ayar alanlarının kütleleri olarak görülmektedir. W ve Z bozonlarının kütlelerin oranı, Weinberg açısının kosinüsünü verir (Ozansoy, 2009).

$$\frac{m_W}{m_Z} = \frac{gv/2}{\left(v \sqrt{g^2 + g'^2} \right)/2} = \cos \theta_W. \quad [2.40]$$

W ve Z bozonlarının Higgs bozonu ile olan üçlü ve dörtlü etkileşimleri Şekil 2.2’de görülmektedir.



Şekil 2.2 W ve Z bozonlarının Higgs bozonu ile olan etkileşimleri.

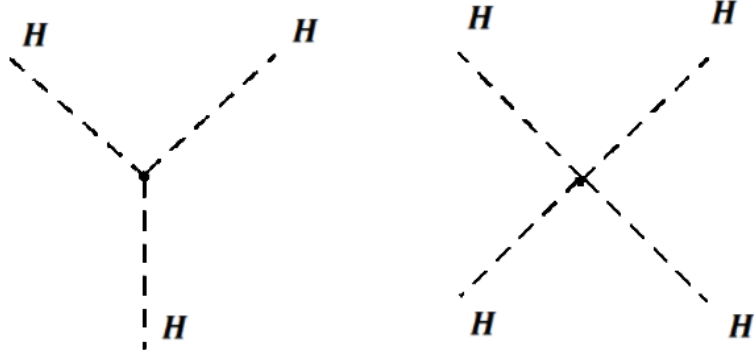
(2.30) denkleminde Φ' üniter ayar seçimi sonrası skaler bozonların potansiyel terimi,

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 = \frac{-\mu^2}{4\lambda} + \mu^2 H^2 + (v\lambda)H^3 + \frac{\lambda}{4}H^4. \quad [2.41]$$

formu alır. Burada, Higgs bozonunun kütlesini ve kendi kendisi ile olan üçlü ve dörtlü etkileşimlerini içerir ve şekil 2.3 ile gösterilmiştir. Skaler Klein-Gordon Lagranjiyeni göz önünde alınırsa, Higgs bozonunun kütle terimi (2.41)'ten aşağıdaki gibi verilir:

$$m_H = \sqrt{2}\mu. \quad [2.42]$$

W , Z , ve γ ayar bozonlarının kinetik terimi birbirleri ile olan üçlü ve dörtlü etkileşimlerini içermektedir.



Şekil 2.3 Higgs bozonun kendi kendisi ile olan bağlaşımları.

L_A üç parçaya ayrılarak aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

$$L_A = L_1 + L_2 + L_3, \quad [2.43]$$

burada,

$$L_1 = -\frac{1}{4}A_{\mu\nu}^i A_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad [2.44]$$

$$L_2 = -\frac{1}{2}g\varepsilon_{ijk}A_\mu^j A_\nu^k A_i^{\mu\nu}, \quad [2.45]$$

$$L_3 = -\frac{1}{4}g^2\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ilm}A_\mu^j A_\nu^k A_l^\mu A_m^\nu. \quad [2.46]$$

$F_{\mu\nu}$, (2.16) denkleminde tanımladığı gibi elektromanyetik alan tensörüdür. $A_{\mu\nu}^i$ ise aşağıdaki şekilde tanımlıdır:

$$A_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i. \quad [2.47]$$

L_A Lagranjiyeni fiziksel alanlar cinsinden tanımlıdır. Lagranjiyende var olan alan tensörleri şöyle tanımlanır:

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad [2.48]$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu, \quad [2.49]$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu. \quad [2.50]$$

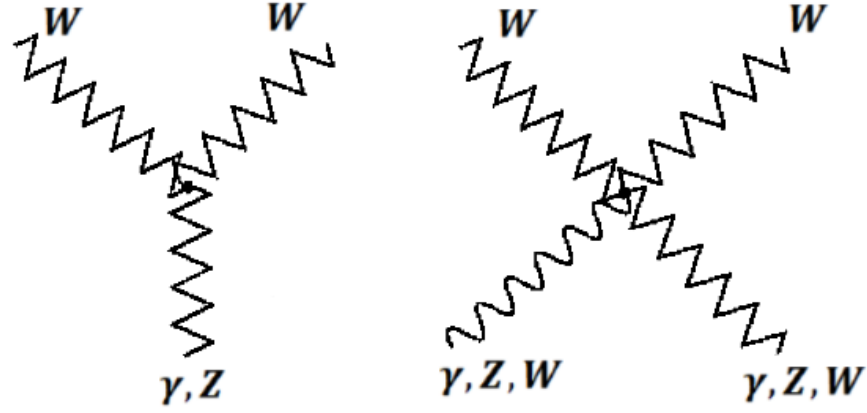
Tanımlanan bu bağıntıları yerine koyarsak, L_A Lagranjiyenin üç parçası aşağıdaki gibi elde edilir (İnan 2009):

$$L_1 = -\frac{1}{2} W_{\mu\nu}^\dagger W^{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu}, \quad [2.51]$$

$$L_2 = -ig W^{\mu\dagger} W^\nu (\sin \theta_W A_{\mu\nu} + \cos \theta_W Z_{\mu\nu}) - ig (W^\mu W_{\mu\nu}^\dagger - W^{\mu\dagger} W_\nu) (\sin \theta_W A^\nu + \cos \theta_W Z^\nu), \quad [2.52]$$

$$L_3 = -\frac{1}{2} g^2 (W_\mu^\dagger W^\mu W_\nu^\dagger W^\nu - W^{\mu\dagger} W_\mu^\dagger W^\nu W_\nu) - g^2 W_\mu^\dagger W^\mu (\sin^2 \theta_W A_\nu A^\nu + \cos^2 \theta_W Z_\nu Z^\nu + 2 \sin \theta_W \cos \theta_W A_\nu Z^\nu) + g^2 W_\mu^\dagger W_\nu [\sin^2 \theta_W A^\mu A^\nu + \cos^2 \theta_W Z^\mu Z^\nu + \sin \theta_W \cos \theta_W (A^\mu Z^\nu + A^\nu Z^\mu)]. \quad [2.53]$$

Görüldüğü üzere L_1 terminin fiziksel alanların kinetik terimi, L_2 bu alanların birbirleri ile olan üçlü bağlaşımlarını ve L_3 aynı alanların birbirleri ile olan dördü bağlaşımlarını içermektedir. Üçlü ve dördü ayar bozonun bağlaşımlarının Feynman diyagramları şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Ayar bozonlarının birbirleri ile üçlü ve dörtlü bağlaşımları.

Şimdiye kadar yapılan çalışmalarda sadece 1. aile lepton ve kuark durumu göz önünde incelenmiştir. Bununla birlikte, 2. ve 3. aileye incelemeleri genellemek mümkündür. Kendiliğinden simetri kırılması ve üniter ayar seçildikten sonra üç lepton ve üç kuark ailesinin kinetik terimi aşağıdaki gibi elde edilebilir (Şahin 2005):

$$L^f = L^l + L^q. \quad [2.54]$$

Leptonlar için L^l Lagranjiyenin kinetik terimi yazılmıştır.

$$\begin{aligned}
L^l = & \sum_{j=1}^3 i\bar{\Psi}_L^j \not{\partial} \Psi_L^j + \sum_{j=1}^3 i\bar{\Psi}_R^j \not{\partial} \Psi_R^j + \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{\nu}_{\mu L} \quad \bar{\nu}_{\tau L}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix} W_\mu^- + h.c. \\
& + \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) (\bar{e} \quad \bar{\mu} \quad \bar{\tau}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} A_\mu \\
& - \left(\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \right) (\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{\nu}_{\mu L} \quad \bar{\nu}_{\tau L}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} Z_\mu \\
& - \sqrt{g^2 + g'^2} (\bar{e} \quad \bar{\mu} \quad \bar{\tau}) \gamma^\mu \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W + \frac{\gamma_5}{2} \right) \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} Z_\mu.
\end{aligned} \tag{2.55}$$

Kuarklar için L^q Lagranjiyenin kinetik terimi aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\begin{aligned}
L^q = & (\bar{u} \quad \bar{d} \quad \bar{s} \quad \bar{c} \quad \bar{b} \quad \bar{t}) i \not{\partial} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \\ c \\ b \\ t \end{pmatrix} - \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L \quad \bar{c}_L \quad \bar{t}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^- + h.c. \\
& - \frac{2}{3} \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} A_\mu \\
& + \frac{1}{3} \left(\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \right) (\bar{d} \quad \bar{s} \quad \bar{b}) \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} A_\mu \\
& - \sqrt{g^2 + g'^2} (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \gamma^\mu \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \right) - \frac{\gamma_5}{2} \right] \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} Z_\mu \\
& - \sqrt{g^2 + g'^2} (\bar{d} \quad \bar{s} \quad \bar{b}) \gamma^\mu \frac{1}{2} \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) + \frac{\gamma_5}{2} \right] \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} Z_\mu.
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Burada, “L” alt indisi sol elli ve “R” alt indisi sağ elli fermiyon alanlardır. Bu indisi bulunmayan fermiyon alanlarının, hem sol hem de sağ elli durumları belirtmektedir. “h.c.” hermitsel eşleniği anlamında kullanılmıştır.

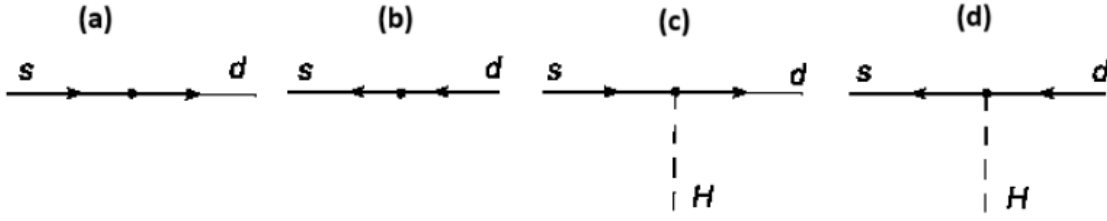
Üç kuark ve üç lepton ailesi için Yukawa Lagranjiyen şöyle verilir:

$$\begin{aligned}
L^Y = & -f_e(\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_\mu(\bar{\Psi}_L^2 \Phi \mu_R + \bar{\mu}_R \Phi^\dagger \Psi_L^2) - f_\tau(\bar{\Psi}_L^3 \Phi \tau_R + \bar{\tau}_R \Phi^\dagger \Psi_L^3) \\
& -f_d(\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u(\bar{q}_L^1 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) - f_s(\bar{q}_L^2 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^2) \\
& -f_c(\bar{q}_L^2 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_b(\bar{q}_L^3 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^3) - f_t(\bar{q}_L^3 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3) \\
& -f_{ds}(\bar{q}_L^1 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_{db}(\bar{q}_L^1 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_{uc}(\bar{q}_L^1 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) \\
& -f_{ut}(\bar{q}_L^1 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1) - f_{sd}(\bar{q}_L^2 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^2) - f_{sb}(\bar{q}_L^2 \Phi b_R + \bar{b}_R \Phi^\dagger q_L^2) \\
& -f_{cu}(\bar{q}_L^2 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_{ct}(\bar{q}_L^2 \Phi^c t_R + \bar{t}_R \Phi^{c\dagger} q_L^2) - f_{bd}(\bar{q}_L^3 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^3) \\
& -f_{bs}(\bar{q}_L^3 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^3) - f_{tu}(\bar{q}_L^3 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3) - f_{tc}(\bar{q}_L^3 \Phi^c c_R + \bar{c}_R \Phi^{c\dagger} q_L^3). \quad [2.57]
\end{aligned}$$

Dikkat edilirse, Yukawa lagranjiyeninde lepton sayısının korunumundan dolayı farklı aileler arası çarpaz terimler yoktur. Kuarklar için ise çarpaz terimler eklenmiştir çünkü kuarklar için böyle bir korunum yasası yoktur. Farklı kuark ailelerinin karıştığı bu tür terimlere aşağıdaki örnek verilebilir:

$$\begin{aligned}
& \text{(a) terimi} \quad \text{(b) terimi} \quad \text{(c) terimi} \quad \text{(d) terimi} \\
-f_{ds}(\bar{q}_L^1 \Phi s_R + \bar{s}_R \Phi^\dagger q_L^1) = & -f_{ds} \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{d}_L s_R - f_{ds} \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{s}_R d_L - \frac{f_{ds}}{\sqrt{2}} \bar{d}_L H s_R - \frac{f_{ds}}{\sqrt{2}} \bar{s}_R H d_L. \quad [2.58]
\end{aligned}$$

Burada (a) ve (b) terimleri, d ve s iki farklı ailede bulunan kuarkın birbirine dönüşümüdür. (c) ve (d) terimleri d ve s kuarkın Higgs bozonu ile etkileşimi ile birbirine dönüşümüdür. Bu terimlerin diyagramları Şekil 2.5’te göstermektedir.



Şekil 2.5 Farklı kuark aileleri için karışım terimlerinin Feynman diyagramları.

Bu tür terimler fiziksel olarak anlamlı değildir. Lagranjiyede bu tür terimler görünmesinin nedeni, kuark alanlarının kütle öz durumlarında bulunmamasıdır. Higgs bozonları yalnızca kütle öz durumların bazında etkileşime girer. Feynman diyagramlarının neden fiziksel olarak anlamlı olmadığını anlamak için kuark kütle öz durumlarını ve bunların Higgs mekanizması ve Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrisi veya kısaca CKM matrisi aracılığıyla farklı öz durumlarıyla bağlantısını inceleyeceğiz. Gerçekten de Yukawa Lagranjiyeni kuarklar için aşağıdaki biçimde veririz:

$$L_q^Y = \frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \left[(\bar{u}_L \quad \bar{c}_L \quad \bar{t}_L) \tilde{M}' \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + (\bar{d}_L \quad \bar{s}_L \quad \bar{b}_L) M' \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \right], \quad [2.59]$$

buradaki M' ve $\tilde{M}'$ matrisleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\tilde{M} = v\tilde{M}' = -v \begin{bmatrix} f_{uu} & f_{uc} & f_{ut} \\ f_{cu} & f_{cc} & f_{ct} \\ f_{tu} & f_{tc} & f_{tt} \end{bmatrix}, \quad M = vM' = -v \begin{bmatrix} f_{dd} & f_{ds} & f_{db} \\ f_{sd} & f_{ss} & f_{sb} \\ f_{bd} & f_{bs} & f_{bb} \end{bmatrix}. \quad [2.60]$$

Burada $\tilde{M}$ ve M kuarkların kütle matrisleridir. Bu kütle matrisler köşegenleştirilerek fiziksel anlam taşıyan kütle öz durumlarına geçilebilir. Yani şekil 2.5'te verilen fiziksel anlamı olmayan

terimlerden kurtulmak mümkündür. En genel kompleks elemanlı bir matrisi iki üniter dönüşümle köşegenleştirilebileceği şeklindeki en genel önermeden yola çıkılarak yapılabilir. S ve T iki üniter dönüşümle, M en genel kompleks elemanlı bir matrisi köşegenleştirmek mümkündür:

$$S^\dagger M T = M_{diagonal}. \quad [2.61]$$

u, c, t yukarı tip ve d, s, b aşağı tip kuark sektörlerinin kütle matrisleri farklıdır. Bu yüzden karşı gelen kütle matrislerini köşegenleştiren iki üniter dönüşüm matrisleri de farklı olmak gerekir. Böylece üniter matrisler, yukarı tipi kuarklar için S_u, T_u ve aşağı tipi olan kuarklar için S_d, T_d şeklinde gösterilecektir. (2.59) Yukawa Lagranjiyenini ile verilen $\tilde{M}$ ve M kütle matrisleri köşegenleştirilerek kütle öz durumlarına geçilebilir:

$$L_q^Y = \frac{\nu + H(x)}{\sqrt{2}} \left[(\bar{u}_L \quad \bar{c}_L \quad \bar{t}_L) S_u S_u^\dagger \tilde{M} T_u T_u^\dagger \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + (\bar{d}_L \quad \bar{s}_L \quad \bar{b}_L) S_d S_d^\dagger M T_d T_d^\dagger \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \right]. \quad [2.62]$$

Burada, $\tilde{M}'_{diagonal} = S_u^\dagger \tilde{M} T_u$ ve $M'_{diagonal} = S_d^\dagger M T_d$ 'ye eşittir. Kuark alanlar için kütle öz durumlar aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix} = S_u^\dagger \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix} = T_u^\dagger \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} = S_d^\dagger \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix} = T_d^\dagger \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix}. \quad [2.63]$$

Görüldüğü gibi, sol ve sağ elli kuarklar için kütle öz durumları farklı tanımlanmıştır. Nötral ve elektromanyetik etkileşimleri kütle öz durumlarına geçildiğinde değişmez kalır. Ancak yüklü kuark akımlarının W ayar bozonu ile olan etkileşimleri kütle öz durumlarına geçildiğinde

değişirler, çünkü farklı kuark ailelerinin etkileşmesini içerir. Kuarklar için zayıf etkileşim Lagranjyen'in yüklü akım kısmı aşağı biçimindedir:

$$L_{q \text{ akım}}^{\text{Yüklü}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_L \quad \bar{c}'_L \quad \bar{t}'_L) \gamma^\mu S_u^\dagger S_d \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} W_\mu^- + h.c. \quad [2.64]$$

Burada S_u yukarı tipi ve S_d aşağı tipi farklı kuarklar sektörlerine ait olduklarından dolayı $S_u^\dagger S_d \neq I$ olur. $S_u^\dagger S_d$ matrisine CKM matrisi denir. Bu matrisinin etkisi ile d, s, b farklı ailelerdeki kütle öz durumlarında bulunan kuarklar, d', s', b' yüklü zayıf akımlarda birbirlerine karışırlar.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad [2.65]$$

eğer $u, c, t = i$ ve $d, s, b = j$ ile tanımlarsa, V_{ij} CKM matrisinin elemanlarını göstermektedir. Aşağıdaki şekilde CKM matrisi fiziksel beklentilere uygun biçimde parametrize edilebilir.

$$CKM = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}. \quad [2.66]$$

Burada, $c_i = \cos \theta_i$, $s_i = \sin \theta_i$ ve $i = 1, 2, 3$ şeklinde tanımlıdır. Örneğin, $(CKM)_{22}$ terimi açıkça $\cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta}$ olarak yazılır.

3. STANDART MODELİN PROBLEMLERİ VE EKSİKLİKLERİ

Standart Model (SM) günümüze kadar yapılan tüm deneylerle uyumlu bir ayar modelidir. SM'in ayar grubu $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubuna genişletilerek, kuvvetli etkileşimleri de içerisine alacak şekilde genişmiştir. Parçacık fiziğinin Standart Modeli, temel parçacıklar arasındaki elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşimleri tanımlamak için birleşik bir çerçeve sağlayan modern bilimin en önemli başarılarından biridir. Atom altı parçacıkların davranışlarından yüksek enerji deneylerinin sonuçlarına kadar geniş bir spektrumda olguları açıklama ve tahmin etmede oldukça başarılı olmuştur.

Higgs bozonunun 2012 yılında Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) keşfedilmesi, SM'nin kritik bir bileşeninin deneysel olarak doğrulanması anlamına gelmiş ve teorik fiziğin temel taşı olma statüsünü daha da sağlamlaştırmıştır. Başarısına rağmen SM, evrenle ilgili bazı derin soruları ele almakta başarısız olduğu için tam bir doğa teorisi değildir. Kütleçekimini dahil etmedeki, karanlık madde ve karanlık enerjiyi hesaba katmadaki, nötrino kütlelerini açıklamadaki ve deneysel anormallikleri çözmedeki başarısızlığı, daha kapsamlı bir teorinin gerekli olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Bu sorunlar sadece teorik merak değil, parçacık fiziği, kozmoloji ve kuantum yerçekimi alanlarında devam eden araştırmaları yönlendiren kritik bulmacalardır. Bu sorunları keşfetmek fizikçilerin evreni daha bütünlüklü bir şekilde anlamaya yaklaşmalarına yardımcı olacaktır. Bu eksiklikler, Standart Model'in ötesindeki fiziği keşfetmenin gerekliliğini geçmektedir.

3.1 Yerçekimi Problemi

Dört temel kuvvet vardır. SM bunlardan üçünü elektromanyetik fotonlar aracılığıyla, zayıf W ve Z bozonları aracılığıyla ve güçlü gluonlar aracılığıyla tanımlamaktadır. SM, yerçekimini graviton aracılığıyla, temel etkileşimlerden biri olarak içermez. Bu, evreni anlamamızdaki bir boşluktur. Standart Model'in kütleçekim sorunu, kütleçekimin kuantum tanımının yokluğunu ve tüm temel kuvvetleri tek bir teoride birleştiren birleşik bir çerçevenin eksikliğini yansıtmaktadır. Neden gravitasyonel kuvvet diğer kuvvetlere göre bu kadar zayıftır? Neden SM'in içinde yer almıyor? Bu sorunu ele almak bugün teorik fizikteki en önemli zorluklardan biridir.

3.2 Fermiyon Problemi

SM, üç fermiyon ailesini (veya neslini) içerir. Her ailede iki kuark ve iki lepton bulunur. Birinci aile de u , d kuarklar ve e^- , ν_e leptonlar mevcuttur. İkinci aile de c , s kuarklar ve μ^- , ν_μ leptonlar var. Üçüncü aile ise t , b kuarklar ve τ^- , ν_τ leptonlar içerir. İkinci ve üçüncü ailelerin varlığının açık bir açıklaması yoktur. Neden üç aile var? Daha fazla aile olabilir mi? Daha fazla ailenin varlığı, bazı yüksek boyutlu uzaylarda parçacıkların lokalizasyonu için farklı olasılıklarla bağantılandırılabilir (Langacker, 2021). Leptonlar ve kuarklar temel parçacık mı yoksa içyapıları mı var?

3.3 Hiyerarşi Problemi

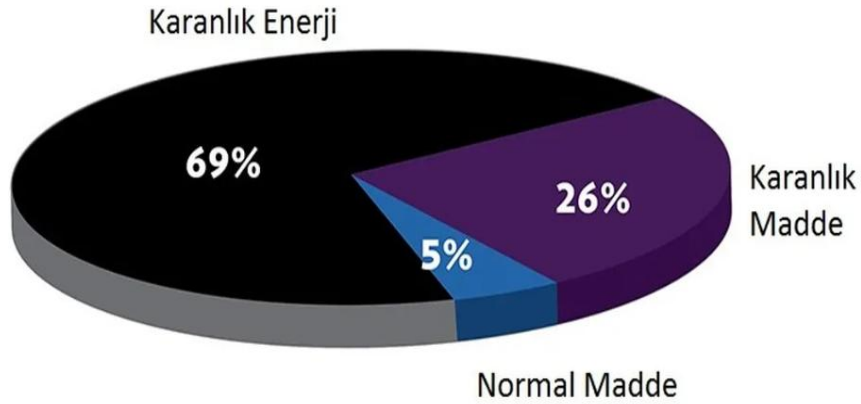
Hiyerarşi Problemi, SM'in temel teorik problemlerinden biridir. Higgs bozonu kütlesinin Planck ölçeğine kıyasla neden bu kadar küçük olduğunu açıklar. Higgs bozonu, Higgs mekanizması aracılığıyla diğer parçacıklara kütle verir. Higgs bozonun kendisi $m_H \approx 126$ GeV kütleyle sahiptir. Bu kütle, Planck ölçeğine $M_H \sim 10^{19}$ GeV veya büyük birleşik teori kısaca GUT ölçeğine $M_H \sim 10^{16}$ GeV kıyasla nispeten küçüktür. Higgs kütlesi neden bu ölçeklerden çok daha küçüktür? Elektrozayıf ölçek (≈ 100 GeV) neden $M_H \sim 10^{19}$ GeV Planck ölçeğinden çok küçüktür? (Langacker, 2021).

GUT ölçeği, teorik fizikte Standart Model'in güçlü, zayıf ve elektromanyetik üç temel kuvvetinin tek bir kuvvette birleştiği varsayılan yaklaşık 10^{16} GeV'lik bir enerji ölçeğidir. Higgs kütlesi ve

Planck ölçeği SM'deki kuantum düzeltmeleriyle bağlantılıdır. Planck ölçeği, kuantum mekaniği ve kütleçekiminin etkilerinin eşit derecede önemli hale geldiği enerji rejimini temsil eder ve birleşik bir kuantum kütleçekim teorisi gerektirir. Doğanın temel sabitlerinden türetilen Planck enerjisi ($E_P \approx M_H \approx \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 1.22 \times 10^{19} \text{GeV}$) ile açıklanır. c ışık hızı, $\hbar$ Planck sabiti ve G Newton'un yerçekimi sabitidir.

3.4 Karanlık Enerji Nedir?

Şekil 3.1'de görüldüğü gibi evrenin %69'u karanlık enerji, %26'si karanlık madde ve %5 bildiğimiz anlamda atomlardan veya normal maddeden oluşturmaktadır (Evrin ağacı, 2025). Karanlık enerji evrenin hızla genişlemesini sağlar. Standart Model karanlık enerjinin doğasını açıklayamamaktadır. SM, karanlık maddenin evrenin neden bu kadar büyük bir bölümünü oluşturduğunu öngörmemektedir.



Şekil 3.1 Evrenin enerji dağılımı.

3.5 Karanlık Madde Nedir?

Karanlık madde, evrenin toplam kütle ve enerji içeriğinin yaklaşık %26'sini oluşturan görünmez bir madde biçimidir. Normal maddeden farklı olarak ışığı yaymaz, emmez ya da yansıtmaz. Yalnızca kütleçekimsel etkileri yoluyla tespit edilebilir. Karanlık maddeye ilişkin kanıtlar galaksilerin eğrileri gibi gözlemlerden gelmektedir. Standart Model karanlık maddeyi açıklayabilecek herhangi bir parçacık içermemektedir, SM'nin ötesinde fizik gerektirir.

SM'in yanıtlayamadığı diğer sorular da var. Madde ve anti-madde simetrikse doğada neden sadece madde var? Anti-maddeye ne olmuş? Dört kuvvet tek bir kuvvet olarak birleştirilebilir mi? Temel bir birleşim kuramı var mı? Nötrininin kütlesi var mı? SM'de Nötrinolar kütsesizdir, ancak deneyler onların kütleleri olduğunu doğrulamaktadır. SM birçok olguyu başarılı bir şekilde açıklamış olmasına rağmen çeşitli problemler ve sorular cevapsız kalmıştır. Bu, SM ve ötesinde yeni fizik arayışını motive etmektedir. Standart Model'in ötesindeki fizik bağlamında, efektif alan teorisi güçlü bir araç sunmaktadır. Şu aşamadan sonra efektif teorisi hakkında kısaca bilgi verilecektir.

4. EFEKTİF TEORİ OLARAK SM

SM, temel parçacıkları ve bunların güçlü, zayıf ve elektromanyetik kuvvetler aracılığıyla etkileşimlerini açıklayan başarılı bir teoridir. Bununla birlikte, SM'nin yerçekimini içermemesi, karanlık madde veya karanlık enerji ve nötrino kütleleri gibi olguları açıklayamaması nedeniyle doğanın tam teorisi olduğuna inanılmamaktadır. Bu sınırlamalar, SM'nin efektif bir alan teorisi (EFT) olduğunu, belirli bir enerji ölçeğine kadar geçerli olduğunu ve yeni fiziğin ortaya çıkmasının beklendiğini göstermektedir.

4.1 Fermi Theory

1932 yılında Enrico Fermi, β beta bozunumunu açıklamak için yeni bir teori önermiştir. Elektromanyetik etkileşmenin yapısını örnek olarak önerdiği fermi teori de fermiyonlar tek noktada, G_F fermi sabiti denilen ile orantılı bir şekilde etkileşirler. Beta bozunumu açıklamak için M genliği aşağıdaki şekildedir:

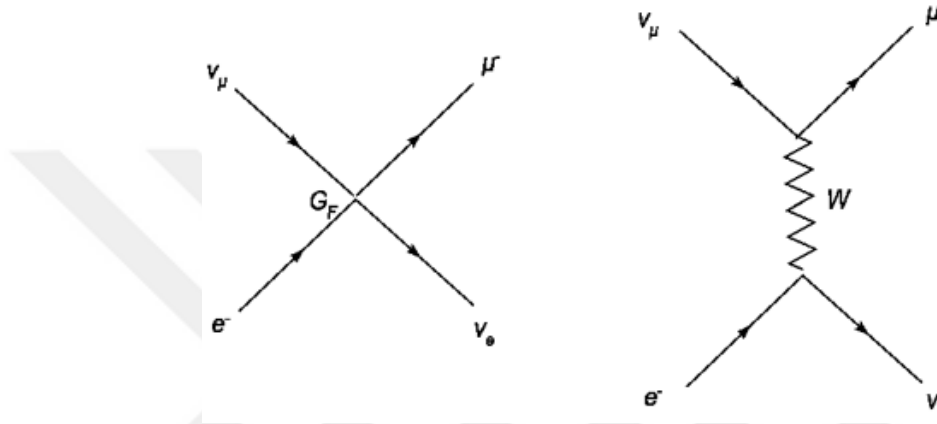
$$M = G_F (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu u_e). \quad [4.1]$$

M terimi, beta bozunumu gibi bir zayıf etkileşim sürecinin genliğidir. Beta bozunmasında nötron bir protona geçerek bir elektron ve bir elektron antinötrinosu yayar.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad [4.2]$$

Bu M genlikte fermiyonlar tek noktada etkileştiklerinden zayıf kuvveti taşıyan aracı bozonlar bulunmamaktadır. Fermi'nin önerdiği genliği, beta bozunumunun tüm özelliklerini tanımlamaktadır (Köksal, 2012).

Fermi teorisinde karşımıza çıkan $e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e$ saçılmasında olduğu gibi bir üniterlik sınırlaması, Standart Model için geçerli değildir. Çünkü Standart Modelde dört fermiyonun zayıf etkileşmesi tek noktada gerçekleşmez, etkileşme ayar bozonları tarafından taşınır. Şekil 4.1’de görüldüğü gibi $e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e$ etkileşmesi Standart Modelde W bozonu değişimi ile gerçekleşir.



Şekil 4.1 $e^- \nu_\mu \rightarrow \mu^- \nu_e$ süreç için Feynman diyagramları.

Bu incelemeden de görüldüğü gibi, Fermi teorisi daha temel bir teorinin (Standard Model) düşük enerji limiti olarak ortaya çıkan efektif bir teodir. Standart Modeli efektif bir teori olarak kabul ederek, Standart Model ötesindeki fiziği efektif lagranjiyen yöntemi ile çalışabiliriz. Bu yöntemdeki temel prensip, Standart Model lagranjiyenine yeni terimler eklemek sureti ile genel efektif lagranjiyenler elde etmeye dayanır.

Efektif lagranjiyene en büyük katkı günümüzdeki enerjilerinde iyi çalıştığından SM'den getirmelidir. SM lagranjiyenine ilave edilen terimler is küçük katkılar gelmelidir. Efektif lagranjiyenler, SM'de bulunmayan parçacıkları (örneğin nötrinolar ve aksionlar) ve bu parçacıklar ile SM parçacıkları arasındaki etkileşmeleri; SM parçacıkları arasındaki yeni (anormal) etkileşmeleri ve çeşitli simetri yasalarını (Lorentz simetrisi, ayar simetrileri) içermektedir. Efektif lagranjiyen yönteminin geçerli olabilmesi için, çalışılan enerji skalasının yeni fiziğin başladığı enerji skalasının altında olması gerekir. Bu yöntem kullanılarak yapılan çalışmalarda, yeni fiziğin nispeten düşük enerjilerdeki gözlemlenebilir etkisinin efektif Lagranjiyenle verildiği kabul edilir (Buchmüller and Wyler, 1986).

$$L_{eff} = L_0 + \frac{1}{\Lambda} L_1 + \frac{1}{\Lambda^2} L_2 + \dots \quad [4.3]$$

Burada, Λ yeni fiziğin başladığı enerji skalasıdır. L_0 , $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisine sahip olan SM Lagranjiyenidir. $L_1, L_2, \dots$ gibi terimler SM parçacıklarının anormal etkileşmelerini içeren Lagranjiyenlerdir. Efektif lagranjiyene görüldüğü gibi, en büyük katkı SM lagranjiyeninden gelmektedir. $\hbar = c = 1$ olan birim sisteminde L_{eff} genel lagranjiyenin eylemi aşağıdaki ifadesi ile verilir ve boyutsuz olur.

$$S = \int L dx^3. \quad [4.4]$$

Burada, dx uzay zamanı diferansiyeli $[Enerji]^{-1}$ boyutlu bir niceliktir, buyüzden lagranjiyenin boyutu $[Enerji]^4$ bulunmaktadır. Böylece, efektif lagranjiyendeki L_0 lagranjiyenlerin boyutu $[Enerji]^4$, L_1 lagranjiyenlerin boyutu $[Enerji]^5$, L_2 lagranjiyenlerin boyutu $[Enerji]^6$ bulunur. Lagranjiyen indis arttıkça birimin üstü bir artar. Bu durumda efektif lagranjiyenin birimi $[Enerji]^4$ bulunur.

SM ötesi terimlerin oluşturulmasında boyut analizi önemlidir, çünkü farklı alanların boyutları aynı değildir ve uygun boyutu veren kombinasyonlar alınır. Boyut analizi yardımıyla farklı tür alanların boyutları bulunabilir. Örneğin Klein-Gordon, Dirac ve Proca lagranjiyenlerinde boyutlar aşağıdaki gibi elde edilir:

$$L_{KG} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2, [Enerji]^4 = m^2 \phi^2 \Rightarrow \phi = [Enerji],$$

$$L_{Proca} = -\frac{1}{16\pi} F^\mu F_\mu + \frac{1}{8\pi} m^2 A^\nu A_\nu, [Enerji]^4 = m^2 A^\nu A_\nu \Rightarrow A = [Enerji],$$

$$L_{Dirac} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, [Enerji]^4 = m\bar{\psi}\psi \Rightarrow \psi = [Enerji]^{3/2}. \quad [4.5]$$

Görüldüğü gibi, spin-0 skaler ve spin-1 vektör alanların boyutları $[Enerji]$ ve spinör alanların boyutları $[Enerji]^{3/2}$ olmalıdır. Efektif lagranjiyenin L_0 SM parçası $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar simetrisini sağlamaktadır. Bu nedenle, efektif lagranjiyenin tüm terimleri bu simetriyi sağlaması beklenmektedir. Higgs mekanizması ve kendiliğinden simetri kırılmasının da SM gibi kabul edilmektedir.

$SU(3)_C$ ayar grubu ile genişletilen L_0 SM lagranjiyene gluon alanları ekleyecektir. Bu lagrangian, kuarkların hem bir renk tripleti hem de bir izospin dubleti olarak düşünülmesi ile elde edilmektedir (Köksal, 2012).

$$\begin{aligned} L_0 = & i\bar{\Psi}_L^1 \not{D} \Psi_L^1 + i\bar{e}_R \not{D} e_R + i\bar{q}_L^1 \not{D} q_L^1 + i\bar{u}_R \not{D} u_R + i\bar{d}_R \not{D} d_R + (D_\mu \Phi^\dagger)(D_\mu \Phi) \\ & + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \vec{G}_{\mu\nu} \vec{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} \\ & - f_e(\bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1) - f_d(\bar{q}_L^1 \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger q_L^1) - f_u(\bar{q}_L^1 \Phi^c u_R + \bar{u}_R \Phi^{c\dagger} q_L^1), \end{aligned} \quad [4.6]$$

burada, $G_{\mu\nu}^A$, $A = 1, 2, \dots, 8$ gluonların alan tensörüdür ve aşağıdaki biçiminde tanımlanır:

$$G_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A + g_s f_{ABC} G_\mu^B G_\nu^C. \quad [4.7]$$

Burada, f_{ABC} , $SU(3)$ Lie cebirinin yapı sabiti ve g_s güçlü bağlaşım sabitidir. 1. Lepton ve kuark aileleri için yazılan L_0 lagranjiyenine, 2. ve 3. lepton ve kuark aileleri de eklenebilir.

Her efektif Lagrangian'da kullanılan alanların klasik alanlar olduğu kabul edilmiştir. Dolayısıyla bu alanlar için klasik hareket denklemleri yazılabilir. Alanların klasik hareket denklemlerini ise SM farklı alanlarına göre (örneğin $\bar{\Psi}_L^1$) L_0 SM lagranjiyeninin varyasyonlarını alarak, bulunur. Bu hareket denklemleri için aşağıda bazı örnekler verilmektedir.

$$i\not{D}\Psi_L^1 - f_e\Phi e_R = 0, \quad [4.8]$$

$$i\not{D}e_R - f_e\Phi^\dagger\Psi_L^1 = 0, \quad [4.9]$$

$$i\not{D}q_L^1 - f_d d_R\Phi - f_u u_R\Phi^C = 0. \quad [4.10]$$

Burada, L_0 lagranjiyeninin sırasıyla $\bar{\Psi}_L^1$, $\bar{e}_R$, $\bar{q}_L^1$ göre varyasyonlarını almıştır. Alanların hareket denklemlerinden birçok yararlı bağıntı bulunabilir. Bu bağıntılardan fayda alanarak efektif lagranjiyeni oluşturan terimler basitleştirilebilir. Örneğin $\bar{\Psi}_L^1$ Dirac spinor alanının (4.9) hareket denklemini ele alalım. Bu denklemin hermitsel eşleniği alınarak γ_0 ile sağdan çarpılırsa,

$$-i\bar{\Psi}_L^1\gamma^\mu\overleftarrow{D}_\mu^\dagger - f_e\bar{e}_R\Phi^\dagger = 0. \quad [4.11]$$

denklemini elde edilebilir. Burada, ek spinörler $e_R^\dagger\gamma_0 = \bar{e}_R$ gibi eşit olduğu almıştır. Son denklemindeki kovaryant türev üstüne ($\leftarrow$) ters vektör işareti, türevin sol tarafta etki ettiğini gösterir. (4.9) bağıntısı soldan $\bar{\Psi}_L^1$ ile ve son (4.12) bağıntı sağdan Ψ_L^1 ile çarparsak ve bu iki denklemini birbirinden çıkartırsak, aşağıdaki ifadesini elde edilmiştir:

$$\partial_\mu \left(\bar{\Psi}_L^1 \gamma^\mu \Psi_L^1 \right) = if_e \left(\bar{e}_R \Phi^\dagger \Psi_L^1 - \bar{\Psi}_L^1 \Phi e_R \right). \quad [4.12]$$

Efektif lagranjiyenin basitleştirilmesinde (4.13) bağıntısı yararlıdır. Bu denklemin sol tarafta lepton akımının törevi var. Efektif lagranjiyende (4.13) denkleme göre sol taraf yerine sağ taraftaki ifadeyi yazılarak türevden kurtulmak mümkündür.

Efektif lagrangiyen daha yüksek boyutlardan terimler içerir. Bu terimlerin hareket denklemlerini değiştireceği açıktır. Ancak bu değişimin büyüklüğü L_{eff} efektif lagrangiyen teriminin mertebesi

kadardır. Bu nedenle sadece L_0 SM lagranjiyenden bulunan hareket denklemlerinin kullanılması doğru bir yaklaşım olur. Örneğin, L_0 SM lagranjiyenine L_2 lagranjiyeninin eklenmesi ile hareket denklemleri $\frac{1}{\Lambda^2}$ orantılı bir terim kadar değişmektedir. Bu nedenle, bu hareket denklemleri, örneğin 6 boyutlu L_2 'nin basitleştirilmesinde kullanılırsa hareket denklemlerindeki $\frac{1}{\Lambda^2}$ mertebeli terim $\frac{1}{\Lambda^4}$ mertebeli bir katkı getirir. Bu L_2 lagranjiyeni için ihmal edilebilecek bir mertebe olacaktır.

En düşük 4 boyutlu L_0 SM lagranjiyeni incelenmiştir. 5 boyutlu L_1 efektif lagranjiyeninin terimlerini de inceleyebilir. L_1 efektif lagranjiyeni, Fermiyon alanlardan, skalar alanlardan, sadece ayar bozonlardan veya kombinasyondan da kurulamaz. 5 boyutlu L_1 lagranjiyeni, sadece spin-3/2'li fermiyon alanlardan kurulamaz çünkü 5 boyutta uygun bir ifade elde edilemez ve $\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \Psi_L$, Lorentz değişmezliği şartını ihlal ediyor. ϕ Skaler alanlar izospin dubletidir. Böylece $SU(2)_L$ ayar dönüşümü altında invariyantlık için $(\phi^\dagger \phi)$ çift sayıda skaler bulunmalıdır. Dolayısıyla 5 boyutlu L_1 lagranjiyeni sadece skaler alanlardan da kurulamaz. Ayrıca L_1 lagranjiyeni, sadece ayar bozonlarından da kurulamaz çünkü ayar bozonlar vektördür ve Lorentz değişmezliğin sağlanması için tüm kontravaryant indisler kovaryant indisler ile kontrakt gerekmektedir. Beşinci boyut mesele $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$, endeks eşleştirmesinde bir dengesizlik ortaya koyar. 5 boyutta böyle Lorentz değişmezliği ifade elde edilemez. Skaler alanlarının ve ayar bozonlarının karışım terimler de indeks kontrakt problemiyle karşılaşır, bu nedenle L_1 efektif lagranjiyeni kombinasyondan da kurulamaz (Köksal, 2012).

İki skaler alan ile iki fermiyon alanı veya iki ayar bozon ile iki fermiyon alandan oluşan terimin 5 boyutlu bir ifade kurulabilir. İki fermiyondan meydana gelen Lorentz skaler, bir $I = 0$ izospin singleti veremez.

$$\bar{\Psi}_L \Psi_L = \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \Psi = 0, \quad [4.13]$$

$$\bar{\Psi}_R \Psi_R = \bar{\Psi} \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \Psi = 0. \quad [4.14]$$

Burada, $\frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ yeni terimler aşağıdaki tanıdığı gibi sağ ve sol elli izdüşüm operatörleridir.

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5). \quad [4.15]$$

Sağ ve sol elli spinor bileşenlerinin adjoint eşlenikleri aşağıda verilir:

$$\bar{\Psi}_L = \bar{\Psi}P_L, \quad \bar{\Psi}_R = \bar{\Psi}P_R. \quad [4.16]$$

Ancak $\bar{\Psi}_R$ bir sağ elli fermiyon ile Ψ_L bir sol elli fermiyon $\bar{\Psi}_R\Psi_L$ veya $\bar{\Psi}_L\Psi_R$ bir izospin dubleti olacak şekilde bir Lorentz skaleri kurulabilir ama iki fermiyon alan ile iki skaler alanının kurulduğu Lorentz skaleri $SU(2)_L$ invariant olamaz. Sonuç olarak 5 boyutlu L_1 lagranjiyeni kurulmak için farklı girişimlerde de bulunulabilir ama hiçbiri olumlu sonuç vermez. Bu söylenebilir ki efektif lagranjiyene 5 boyuttan herhangi bir katkı gelemez (Şahin 2005).

L_{eff} efektif lagranjiyene 6 boyutlu L_2 lagranjiyenden 80 bağımsız katkı gelmektedir. Bu tez metinde 80 bağımsız operatörün tamamını anlatmaya gerek yoktur. L_2 Lagranjiyeni genel kompakt biçimde yazmak mümkündür. 80 bağımsız terimlerin alanları $\mathcal{O}_n$ 6-boyutlu operatörleri ile göster ise, L_2 Lagranjiyeni aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$L_2 = \sum_n C_n \mathcal{O}_n. \quad [4.17]$$

Burada, C_n karşı gelen operatörün anormal bağlaşım sabitleri veya anormal bağlaşım parametrelerdir. L_2 lagranjiyeni 80 bağımsız katkı birkaç sınıfa ayrılmak mümkündür. Sadece fermiyon alanları, sadece skaler, sadece vektör bozonları, fermiyon alanlar ile skaler bozonları, fermiyon alanlar ile vektör bozonları, skaler bozon ile vektör bozonları, skaler ve vektör bozonlar ile fermiyon alanları içeren terimler olmak üzere toplam yedi sınıfa ayırabilir.

5. MÜON ÇARPIŞTIRICILARI

Çarpıştırıcı, iki parçacık ışınının yüksek enerjilerde çarpıştırılmak üzere bir araya getirildiği bir tür parçacık hızlandırıcıdır. Müon çarpıştırıcıları ilk olarak 1960'ların sonunda F. Tikhonin ve G. Budker tarafından önerilmiş (Shiltsev ve Zimmermann, 2021) ve daha sonra birçok bilim insanı ve onların ortak çalışmaları tarafından kavramsal olarak açıklanmıştır (Boscolo vd., 2019). Gelecekteki müon çarpıştırıcısı, parçacık fiziğinin temel sorularını keşfetmek için tasarlanmış bir parçacık hızlandırıcı konseptidir. Mevcut elektron-pozitron ve hadron çarpıştırıcılarına kıyasla müon çarpıştırıcısı benzersiz avantajlar sunmaktadır. Maddenin temel yapısını daha yüksek enerjilerde ve hassasiyette araştırmak için müon ışıklarını çarpıştıracaktır. Yenilik potansiyeli nedeniyle yüksek enerji fiziği alanı üzerinde bilimsel etkiye sahiptir ve gelecekteki diğer çarpıştırıcıları tamamlayıcı niteliktedir. Bir müon çarpıştırıcısı, yüksek enerji fiziği araştırmalarında yenilikçi bir çarpıştırıcı olabilir. Bu uzun vadeli bir projedir.

5.1 Müon Temel Parçacık

Carl D. Anderson ve Seth Neddermeyer 1936 yılında kozmik radyasyon üzerinde çalışırken müonları keşfettiler. Müon μ sembolü ile temsil edilir ve lepton ailesine aittir. Müon, elektrona benzeyen ancak daha büyük kütleyle sahip bir atomaltı parçacıktır. Müon ve elektron kütlelerinin değerleri sırasıyla $m_\mu = 105.66 \text{ MeV}/c^2$ ve $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ 'dir. Müon kütlesi bir elektronun kütesinin yaklaşık 207 katıdır.

$$\frac{m_\mu}{m_e} \approx 207. \quad [5.1]$$

Müon, elektronlar gibi -1 elektrik yüküne ve $1/2$ spine sahiptir. Müonlar kararsızdır ve ortalama ömürleri yaklaşık 2.2 mikro saniyedir. Tipik olarak elektronlara, müon nötrinolarına ve elektron antinötrinolarına bozunurlar. Müonlar, kozmik ışınlar atomlar ile etkileşimeye girdiğinde üst atmosferde üretilir ve daha yüksek kütleleri nedeniyle malzemelere daha etkili bir şekilde nüfuz

edebilirler. Kozmik ışınlar, uzaydan gelen yüksek enerjili parçacıklardır. Bu çarpışmalar, müonlar da dahil olmak üzere bir dizi parçacık üretir.

5.2 Müon Çarpıştırıcısının Avantajları ve Zorlukları

Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) inşa edilmiş bir teknolojidir. LHC protonları çarpıştırır. Protonlar kuark ve gluonlardan oluşan bileşik parçacıklardır. LHC, protonları çarpıştırarak Higgs bozonları da dahil olmak üzere çok çeşitli parçacıklar üretir. Bu da karmaşık etkileşimlere ve çeşitli sonuçlara yol açar. Karmaşık proton çarpışmaları nedeniyle, LHC arkaplan gürültüsü yaşar, bu nedenle nadir olayları tanımlamak zordur. LHC şu anda dünyanın en güçlü çarpıştırıcısıdır. LHC, (pp) proton-proton çarpışmalarında 13 TeV'e kadar enerjilere ulaşır. Ancak protonlar senkrotron radyasyonunda enerji kaybederler. Yaklaşık 27 km'lik geniş bir alan gerektirir. Higgs bozonları da dahil olmak üzere, LHC önemli keşifler yapmıştır, ancak yüksek enerjili gürültüsü ve karmaşıklığı nedeniyle bazı süreçleri araştırmada sınırlamalar vardır.

Geleceğin müon çarpıştırıcısı (FMC) teknolojisi halen geliştirme aşamasındadır. FMC müonları çarpıştırır. Müonlar da elektron gibi temel parçacıklardır. Operasyonda müon çarpıştırıcısı müonları çok yüksek enerjilerde çarpıştırır. Müon çarpıştırıcısının proton çarpıştırıcılarından daha temiz çarpışmalara sahip olması beklenmektedir. Potansiyel olarak daha küçük bir alanda daha yüksek etkin enerjilere ulaşır. Müonların yüksek kütlesi nedeniyle, müon çarpıştırıcıları yüksek enerji fiziği araştırmaları için uygundur. Ayrıca sinkrotron radyasyonunda daha az enerji kaybeder. Aynı enerji için çok daha küçük boyut gerektirir. Müon çarpıştırıcıları, Standart Model'in (BSM) ötesinde yeni fiziği ortaya çıkaran yüksek enerjili ve hassas keşifler için potansiyele sahiptir. Aynı enerjiler için potansiyel olarak daha ucuzdur.

Kullanılabilir parlaklığa sahip bir müon çarpıştırıcısının inşa edilmesi ve çalıştırılması önemli teknik zorluklar gerektirir. Bunlar müonların büyük miktarlarda hızlandırılması, üretilmesi, soğutulması ve depolanmasıdır. Müon çarpıştırıcı teknolojisinin geliştirilmesine ilişkin kapsamlı genel bakış sağlayan birçok referans vardır (Alexahin vd., 2018; Ankenbrandt vd., 1999; Boscolo vd., 2019; Geer, 1998; Geer, 2009; Palmer, 2014; Shiltsev, 2010).

Müon çarpıştırıcılarının bazı avantajları ve zorlukları aşağıdaki listede yazılmaktadır.

1. Müon çarpıştırıcısı, Higgs bozonunun kütesinin, diğer parçacıklarla çiftlenimlerinin ve diğer bazı özelliklerinin hassas ölçümelerini araştıracaktır.
2. Müon Çarpıştırıcılar, süpersimetrik parçacıkları açığa çıkarabilir. Evrenin karanlık maddesi için potansiyel adaylar olabilir.
3. Müon çarpıştırıcıları geleceğin hızlandırıcı teknolojileridir. Bu hızlandırıcılar yüksek enerjilere kadar (~ 100 TeV aralığındaki) daha verimlidir. Bu, yüksek enerji ölçeğinde yeni parçacıkların araştırılması yoluyla Standart Model fiziğinin ötesinde (BSM) gelişecektir.
4. Müon çarpıştırıcısı daha yüksek enerji verimliliğine sahiptir. Bu nedenle, eşdeğer enerjiye sahip elektron çarpıştırıcılara göre nispeten daha küçük bir ortam gerektirir.
5. Müonların kütlesi elektronların kütesinden 207 kat daha ağırdır. Bu nedenle senkrotron radyasyonu yoluyla enerji kaybını en aza indirir.
6. Müon çarpıştırıcıları, temiz nokta benzeri çarpışmalar nedeniyle daha yüksek hassasiyete sahiptir. Bu, nadir olayların tespit edilmesini kolaylaştırır.
7. Müonlar protonlardan daha kısa bir ömre sahiptir. Bu bir zorluktur, çünkü çarpışmalar için mevcut süreye sınırlama getirir.
8. Yoğun müon ışınlarının üretimi ve hızlandırılmasında önemli teknolojik zorluklar bulunmaktadır. İstenilen parlaklıkların elde edilebilmesi için yüksek kaliteli müon ışını üretimi gerekmektedir.

5.3 Müon Çarpıştırıcısı Geliştirme ve Üretimi

Müon çarpıştırıcısının teknik imkânlarının önümüzdeki birkaç yıl boyunca yoğun bir şekilde incelenmesi gerekmektedir. Müon çarpıştırıcısı, leptonları bu kadar yüksek enerjilerde çarpıştıran ilk tesis olacaktır. Müon çarpıştırıcısı ikinci nesil leptonların çarpıştırılacağı ilk tesistir. Ayrıca müon çarpıştırıcısı kararsız parçacıkları çarpıştıran ilk tesistir. Bu yenilikler müon çarpıştırıcısının kullanımı için yeni fırsatlar ve zorluklar getirmektedir. Bu nedenle, müon çarpıştırıcısı projesinin fiziksel potansiyelini tam olarak değerlendirmek için deneysel ve teorik fizik ve fenomenolojideki ilerlemelere de ihtiyaç vardır.

Dairesel e^+e^- elektron-pozitron çarpıştırıcılarının enerjisi sinkrotron radyasyonunun yayılması nedeniyle sınırlıdır. Bunun nedeni sinkrotron radyasyonunun enerji ile keskin bir şekilde artmasıdır. Doğrusal çarpıştırıcılar bu sınırlamanın üstesinden gelir. Ancak doğrusal çarpıştırıcılar, ışının ana doğrusal hızlandırıcıdan tek bir geçişte istenilen enerjiye hızlandırılmasını gerektirir ve doğrusal çarpıştırıcılarda ışınlar tek bir çarpışmada kullanılabilir (Stapnes, 2019). Müonların yüksek kütlesi sinkrotron radyasyonunun yayılmasını azaltır ve bir halkadan birçok geçişte hızlandırılmalarını ve başka bir halkada tekrar tekrar çarpıştırılmalarını sağlar. Bu da maliyet etkinliği ve kompaktlık sağlar. Protonlar da halkalarda hızlandırılabilir ve çok yüksek enerjiyle çarpıştırılabilir. Ancak protonlar kuark ve gluonlardan oluştuğu için çarpışma enerjilerinin sadece küçük bir kısmı kısa mesafeleri araştırmak için kullanılabilir. Kısa mesafe, parçacıklar arasındaki temel etkileşimlerin meydana geldiği küçük uzaysal ölçekleri ifade eder. Bu nedenle bir müon çarpıştırıcısının etkin enerji aralığı, çok daha yüksek bir kütle merkezi enerjisine sahip bir proton çarpıştırıcısının etkin enerji aralığına eşdeğerdir.

Protonlar gibi, müonların da senkrotron radyasyonundan kaynaklanan temel sınırlamaları olmaksızın, müonlar nispeten kompakt bir halkada daha yüksek kütle merkezi enerjilerinde çarpıştırılabilirler. Müonlar, bileşik olan protonların aksine nokta benzeri parçacıklardır. E_{KM} kütle merkezi çarpışma enerjileri yüksek enerjili reaksiyonlar üretmek için tamamen mevcuttur. Ancak proton çarpıştırıcıları için ilgili enerji, protonları oluşturan kuarklar ve gluonlar arasındaki çarpışmaların kütle merkezi enerjisidir. Partonik çarpışma enerjisi, kendisini oluşturan parçacıklar arasında istatistiksel olarak dağıtılır ve çok düşük bir olasılıkla proton çarpıştırıcısının nominal enerjisinin önemli bir kısmına yaklaşır. Belirli bir nominal enerji ve parlaklığa sahip bir müon

 arpıştırıcısı, karşılaştırılabilir enerji ve parlaklığa sahip bir proton  arpıştırıcısından çok daha etkilidir.

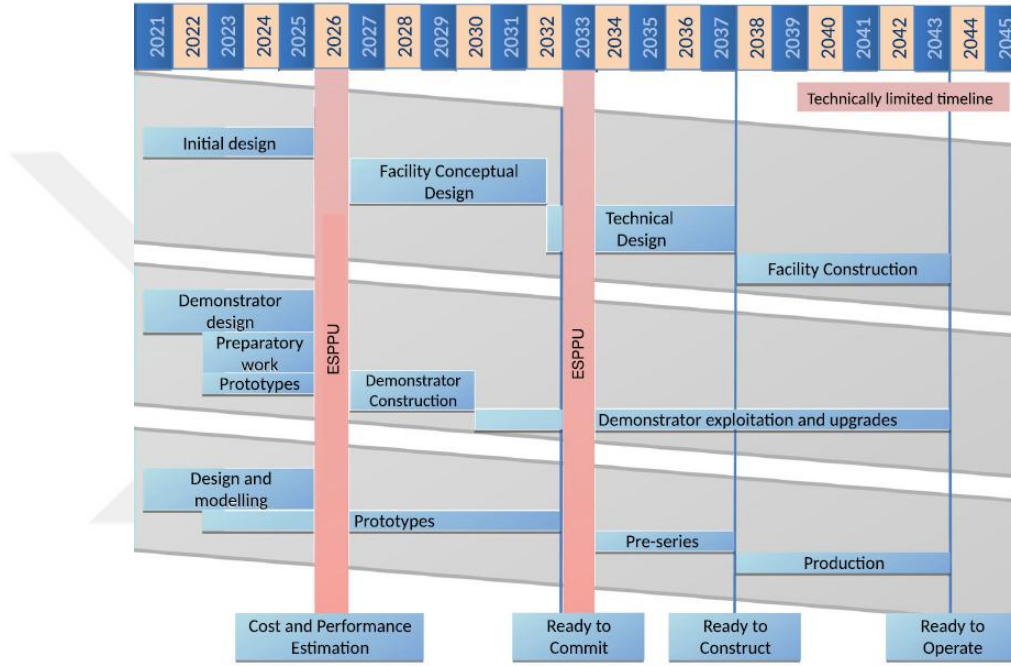
Uzun zaman önce müon çarpıştırıcıları için ilk fikirler önerilmiştir (Tikhonin ve Budker, 1969). Müon Hızlandırıcı Programı (MAP) müon  arpıştırıcısı için bir konsept geliştirmiştir. Geliştirilen bu konsept, temel konsept için bir başlangıç noktası olarak hizmet etmektedir ve Uluslararası Müon  arpıştırıcı İşbirliği (IMCC) tarafından başlatılan tasarım çalışmalarıdır. Parçacık Fiziği için Avrupa Stratejisi'nin (ESPPU) 2020 güncellemesi, Avrupa'da ilk kez müon  arpıştırıcı tasarımı ve teknoloğisi üzerine bir araştırma ve geliştirme (Ar-Ge) programı önermiştir. Bu da Uluslararası Müon  arpıştırıcı İşbirliği'nin (IMCC) kurulmasını sağlamıştır (The International Muon Collider Collaboration, 2024). Bu, bir sonraki ESPPU ve diğer stratejik süreçlerin tam bir Kavramsal Tasarım Raporunu (CDR) ve gösterim programı için bilimsel gerekçeyi değerlendirmesini sağlayacaktır.

2021 yılında, müon  arpıştırıcısını da içeren hızlandırıcı araştırma ve geliştirme (Ar-Ge) için avrupa yol haritası yayınlanmıştır (Adolphsen vd., 2022). Müon Hızlandırıcı Programı (MAP) tasarım çalışmalarından ve ABD'li uzmanların önemli fikirlerden de yararlanılmıştır. Rapor, müon çarpıştırıcısının zorluklarını değerlendirmekte ve aşılamaz herhangi bir engel tespit etmemektedir. Bununla birlikte, müon  arpıştırıcı teknolojileri ve kavramları elektron-pozitron  arpıştırıcılarına göre daha az olgunlaşmıştır. Dairesel ve doğrusal elektron-pozitron çarpıştırıcıları zaten yapılmış ve işletilmektedir, ancak müon  arpıştırıcısı türünün ilk  rneği olacaktır.

Son yıllarda kaydedilen önemli ilerlemeler, bir müon  arpıştırıcısı inşa etme hedefine ulaşılacağına dair güven vermektedir. Müon  arpıştırıcısı inşa zaman çizelgesinin, araştırma ve geliştirmenin temel teknik aşamalarını dikkate alması gerekecektir. Hedef 10 TeV veya daha fazla kütle merkezi enerjisine sahip bir müon  arpıştırıcısı  retmektir (Delahaye vd., 2019; Long vd., 2020). Bu enerjinin aşılması, LHC'ye kıyasla yeni ağır parçacıkların araştırılmasına olanak sağlayacaktır. Müon  arpıştırıcısının tasarımının, araştırma ve geliştirme planlarının yeniden değerlendirilmesi, müon çarpıştırıcısının gerçekleştirilme olasılığını gösterir. Müon  arpıştırıcısının kesin planı, zaman  izelgesi ve tasarımı mevcuttur (Schulte vd., 2022).

şekil 5.1'de görüldüğü gibi müon çarpıştırıcıları için araştırma ve geliştirme programının kendi zaman  izelgesi vardır. Zaman  izelgesi, kritik teknik gelişmelere özel dikkat gösterilerek farklı aşamalarda yapılandırılmıştır. İlk aşamayı teknik ve kavramsal tasarım aşaması takip etmektedir.

Müon çarpıştırıcısı için araştırma ve geliştirme programının ikinci aşamasını teknolojik geliştirme, üçüncü aşamasını teknik tasarım takip etmektedir. Son aşamayı inşaat ve uygulama takip etmektedir. 2045 yılına kadar sonraki aşamalarda saha hazırlığı, altyapı, ana sistemlerin kurulumu ve entegrasyon geliştirme programı uygulanacaktır (Schulte vd., 2022).



Şekil 5.1 MC araştırma ve geliştirme programı için teknik olarak bir zaman çizelgesidir. 2040'lara kadar müon çarpıştırıcısının inşaa edilmesi öngörölüyor.

Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) anormal kuartik ayar çiftlenimleri (AQGC'ler) farklı bir çok çalışmada incelenmiştir (Chapon ve Royon O. K., 2009; Chapon vd., 2010; Eboli, 2014; Senol, 2014; Şahin, 2012). LHC ve e^+e^- çarpıştırıcılarında nötr anormal üçlü ayar çiftlenimleri (ATGC'ler) için sınırlar da farklı çalışmalarda elde edilmiştir (Ellis, 2021; Ellis, 2023). Bir sonraki bölümde, müon çarpıştırıcısındaki çift foton üretiminde anormal kuartik ayar çiftlenimleri (AQGC'ler) $\gamma\gamma\gamma\gamma$ ve $Z\gamma\gamma\gamma$ anormal etkileşimleri incelenecektir.

6. $\gamma\gamma\gamma\gamma$ ANORMAL KUARTİK AYAR ÇİFTLENİMLERİ

Anormal kuartik ayar çiftlenimleri (AQGC'ler), parçacık fiziğinde önemli bir araştırma alanıdır. Kuartik ayar çiftlenimleri, dört ayar bozonunu içeren etkileşimlerini ifade eder. AQGC'ler, ayar bozonlarının nasıl etkileşimeye girdiğine ilişkin Standart Model tahminlerinden olası sapmaları açıklar. AQGC'ler tipik olarak yüksek boyutlu operatörler kullanılarak etkin alan teorisi (EFT) çerçevesinde parametrelendirilir. AQGC'leri incelemenin önemi, parçacık etkileşimlerinin doğası hakkında temel bilgileri ortaya çıkarmaktır. Bu çalışmanın amacı, anormal $\gamma\gamma\gamma\gamma$ etkileşiminin g_1 , g_2 çiftlenimlerini incelenecektir.

Bu bölüm boyunca, gelecekteki müon çarpıştırıcısında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ sürecinde $\gamma\gamma\gamma\gamma$ etkileşimi için anormal kuartik çiftlenimleri sunulmuştur. $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreci için, helisite genlikleri hesaplanmıştır ve bu sonuçlar kullanılarak hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri açıklanmıştır. Müon çarpıştırıcılarında $\sqrt{s} = 3$ TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerji için anormal $\gamma\gamma\gamma\gamma$ dört foton çiftlenimleri için %95 C.L. dışarlama bölgeleri g_1 ve g_2 parametreleri için ayrıntılı olarak hesaplanmıştır. Ayrıca anormal çiftlenimler üzerindeki üniterlik limitleri incelenmiştir.

6.1 Müon Çarpıştırıcılarında $\gamma\gamma\gamma\gamma$ Çiftlenimleri

Tezin bu alt bölümünde, $\mu^+\mu^-$ modunda gelecekteki bir yüksek enerjili müon çarpıştırıcısında AQGC'leri incelenmiştir. Gelecekteki müon çarpıştırıcılarında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ sürecinde $\gamma\gamma\gamma\gamma$ etkileşimi için anormal kuartik ayar çiftlenimleri (AQGC'ler) incelenecektir.

Anormal kuartik bozon etkileşimeye katkıda bulunan 8 boyut efektif Lagranjiyen aşağıdaki biçiminde tanımlanmıştır (Gupta, 2012),

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{anom} = & \frac{c_8}{\Lambda^4} B_{\rho\sigma} B^{\rho\sigma} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{c_9}{\Lambda^4} W_{\rho\sigma}^a W^{a\rho\sigma} W_{\mu\nu}^b W^{b\mu\nu} + \frac{c_{10}}{\Lambda^4} W_{\rho\sigma}^a W^{b\rho\sigma} W_{\mu\nu}^a W^{b\mu\nu} \\ & + \frac{c_{11}}{\Lambda^4} B_{\rho\sigma} B^{\rho\sigma} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} + \frac{c_{13}}{\Lambda^4} B_{\rho\sigma} B^{\sigma\nu} B_{\nu\mu} B^{\mu\rho} + \frac{c_{14}}{\Lambda^4} W_{\rho\sigma}^a W^{a\sigma\nu} W_{\nu\mu}^b W^{b\mu\rho} \\ & + \frac{c_{15}}{\Lambda^4} W_{\rho\sigma}^a W^{b\sigma\nu} W_{\nu\mu}^a W^{b\mu\rho} + \frac{c_{16}}{\Lambda^4} B_{\rho\sigma} B^{\sigma\nu} W_{\nu\mu}^a W^{a\mu\rho}.\end{aligned}\quad [6.1]$$

Burada, c_i boyutsuz katsayılarıdır. Λ , SM'nin ötesindeki yeni fiziği parametreleyen yüksek enerji ölçeğidir. B_μ ve W_μ sırasıyla $U(1)_Y$ hiperyük ve $SU(2)$ ayar alanlarıdır. Kırılmış bir fazda bu Lagranjiyen fiziksel bozonlar cinsinden ifade edilmiştir. $\gamma\gamma\gamma\gamma$ etkileşimini tanımlayan efektif Lagranjiyenin bir kısmı böyle elde edilebilir:

$$\mathcal{L}_{\gamma\gamma\gamma\gamma} = g_1 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} F_{\rho\sigma} F^{\rho\sigma} + g_2 F_{\mu\nu} F^{\mu\rho} F_{\rho\sigma} F^{\sigma\nu}, \quad [6.2]$$

burada, alan tensörü $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ şekilde tanımlanır. g_1 ve g_2 çiftlenimler TeV^{-4} buyutu vardır. g_1 ve g_2 çiftlenimleri ise sırasıyla c_8, c_9, c_{10}, c_{11} ile $c_{13}, c_{14}, c_{15}, c_{16}$ katsayılarının aşağıdaki doğrusal kombinasyonları ile verilir (Gupta, 2012):

$$g_1 = [c_w^4 c_8 + s_w^4 c_9 + c_w^2 s_w^2 (c_{10} + c_{11})] \Lambda^{-4}, \quad [6.3]$$

$$g_2 = [c_w^4 c_{13} + s_w^4 c_{14} + c_w^2 s_w^2 (c_{15} + c_{16})] \Lambda^{-4}. \quad [6.4]$$

(6.2) Lagranjiyendeki ikinci operatör yerine bazen $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}$ operatörü ile karşılaştırılır, burada $\tilde{F}^{\mu\nu} = (1/2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$. Karşılık gelen Lagranjiyenler, hareket denklemleri kullanılarak birbirlerine (tam türeve kadar) dönüştürülebilir.

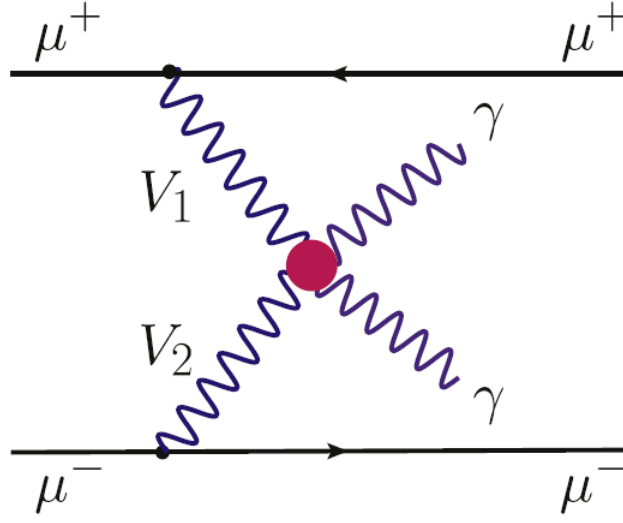
Gördüğümüz gibi, (6.2)'deki iki operatör $SU(2) \times U(1)_Y$ efektif Lagranjiyen'den ortaya çıkabilir ve bu da hyperyük ayar alanı B_μ ve $SU(2)$ ayar alanı W_μ 'nin dört alan kuvvetinin çarpımlarını içerir. Bazı referanslarda efektif Lagranjiyen (6.1)'deki c_i (genellikle $f_{T,i}$ olarak gösterilir) çiftlenimleri için sınırları inelenmiştir. Herhangi bir çiftlenimler üzerinde sınırlar elde edilirken, diğer çiftlenimler sıfıra ayarlanmıştır (Gutierrez-Rodriguez, 2023; Köksal, 2023). Yukarıda belirtildiği gibi, fotonlar bir veya iki Z bozonu ile kuartik etkileşimlerinin olmadığını varsayarak dört fotonlu anormal etkileşimi incelenmiştir.

6.2 Müon Çarpıştırıcısında Çift Foton Üretimi

Geleceğin yüksek enerjili müon çarpıştırıcısında $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecindeki anormal kuadratik ayar çiftlenimleri (AQGC'leri) incelenmektedir. Çalışmada, $\mu^+\mu^-$ çarpışmasında vektör bozon füzyonu (VBF) yoluyla çift foton üretimi süreci ile yapılmıştır. Bu süreç aşağıda belirtildiği gibi,

$$\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^-\gamma\gamma\mu^+. \quad [6.5]$$

vektör bozon füzyonu olarak Şekil 6.1'de gösterilmiştir. Burada, V_1V_2 vektör bozon füzyonu (VBF) $V_1V_2 \rightarrow \gamma\gamma$ aracılığıyla gider. $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için $V_{1,2} = \gamma, \gamma$ dikkate alınmıştır.



Şekil 6.1 $\mu^+\mu^-$ çarpışmada VBF yoluyla çift foton üretimini açıklayan Feynman diyagramları.

Çarpışan müon ışınlarının polarize olmadığı varsayılır ve foton polarizasyon durumları üzerinden toplanır. Giden müonların dedektör kapsamında gözlemlenebilir olması için aşağıdaki kesilim uygulanmıştır. Bu durumda süreç dışlayıcı (exclusive) bir süreç olarak kabul edilebilir,

$$10^\circ < \theta < 170^\circ, \quad [6.6]$$

burada, θ giden müonların saçılma açısıdır (Han, 2022).

Eşdeğer foton dağılım yaklaşımı (EPA) kullanılmıştır (Brodsky, 1971; Budnev, 1975; Carimalo, 1979; Terazawa, 1973). Bu yaklaşımda polarize olmayan fermiyon ışını içindeki fotonun polarize dağılımları aşağıdaki biçimde elde edilebilir (Budnev, 1975):

$$f_{\gamma_{\pm}/f}(x, Q^2) = f_{\gamma/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{m_\mu^2}, \quad [6.7]$$

burada, $x = E_\gamma/E_\mu$, E_γ foton enerjisinin ve E_μ gelen müon enerjisinin oranıdır. f fermiyon, $\alpha \approx 1/137$ ince yapı sabiti, ve m_μ ise müon kütlesi temsil eder. İncelenen durumda $f = \mu^-$ 'dür. Yük eşleniği (C) ve parite (P) değişmezliği nedeniyle $f_{\gamma/f} = f_{\gamma/\bar{f}}$ 'dir. Burada $\bar{f}$ anti-fermiyon gösterir, böylece $\bar{f} = \mu^+$ 'dir.

Kütleli vektör bozonlarının (Örneğin $W^\pm$ ve Z) çarpışmaları için genellikle efektif W yaklaşımı (EWA) kullanılır (Dawson, 1985; Kane, 1984; Ruiz, 2022). EWA yaklaşımda, kütleli vektör bozonlarını çarpışan ışınların içinde parton olarak ele almaktadır (Cahn, 1984; Johnson, 1987; Kuss, 1996; Lindfors, 1985; Ruiz, 2022). Bu yaklaşımda Z bozonu enine (± 1) ve boyuna (0) polarizasyonları için aşağıdaki dağılım fonksiyonları yazılır (Costantini, 2020):

$$f_{Z_\pm/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{4\pi} \frac{(g_V^f \mp g_A^f)^2 + (g_V^f \pm g_A^f)^2 (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{m_Z^2}, \quad [6.8]$$

$$f_{Z_0/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{\pi} \frac{[(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2] (1-x)}{x}, \quad [6.9]$$

burada, $f_{\gamma/\mu^\pm}(x, Q^2)$, $f_{Z_\pm/\mu^\pm}(x, Q^2)$ ve $f_{Z_0/\mu^\pm}(x, Q^2)$ müon ışınının içindeki bozon dağılım fonksiyonları gösterir. x müon ışın enerjisinin kesri göstermektedir. g_V^f ve g_A^f ise sırasıyla f 'nın vektör ve aksiyel vektör ile ilgili zayıf ayar çiftlenimler temsil eder ve

$$\alpha_Z = \frac{\alpha}{(\cos \theta_W \sin \theta_W)^2}, \quad g_V^f = \frac{1}{2}(T_3^f)_L - Q^f \sin^2 \theta_W, \quad g_A^f = -\frac{1}{2}(T_3^f)_L. \quad [6.10]$$

olarak verilir. Burada, Q^f elektrik yükünü ve $(T_3^f)_L$ sol eli fermiyon için zayıf izospini gösterir.

Polarize olmayan fermiyon ışını ile uğraştığı varsayılmaktadır. Anti-fermiyonlardaki Z bozon dağılımları, fermiyonlarla yük eşleniği ve parite (CP) bağıntıları ile aşağıdaki biçimde bağıntılıdır:

$$f_{Z_{\pm}/\bar{f}} = f_{Z_{\mp}/f}, \quad f_{Z_0/\bar{f}} = f_{Z_0/f}. \quad [6.11]$$

(6.5) sürecin tesir kesiti aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$d\sigma = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} d\tau \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx}{x} \sum_{V_1, V_2} f_{V_1/\mu^+}(x, Q^2) f_{V_2/\mu^-}(\tau/x, Q^2) d\hat{\sigma}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma), \quad [6.12]$$

burada sınırları aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$x_{max} = 1 - \frac{m_{\mu}}{E_{\mu}}, \quad \tau_{max} = \left(1 - \frac{m_{\mu}}{E_{\mu}}\right)^2, \quad x_{min} = \tau/x_{max}, \quad \tau_{min} = \frac{p_{\perp}^2}{E_{\mu}^2}, \quad [6.13]$$

burada, $p_{\perp}$ giden fotonların enine momentum ve m_{μ} müon kütlesidir. $f_{V_{1,2}/\mu^{\pm}}(x, Q^2)$ Gelen müon ışınının içindeki bozon dağılım fonksiyonları gösterir. $Q^2 = \hat{s}$ dikkate alınmıştır. Burada $\sqrt{\hat{s}} = 2E_{\mu}\sqrt{\tau}$ VBF $V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma$ alt sürecin değişmez enerjisidir.

(6.12) Denkleminde diferansiyel tesir kesiti genliklerin karesinin toplamıdır,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{64\pi^2 \hat{s}} \sum_{\lambda_3, \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2, \quad [6.14]$$

burada λ_1, λ_2 gelen bozonların helisiteleri ve λ_3, λ_4 giden fotonların helisiteleridir. Polarize olmayan çift foton son durumu dikkate alınmıştır. $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ helisite genliklerinin her biri $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{anom}$ anormal ve $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{SM}$ SM terimlerinin toplamıdır.

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{anom} + M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{SM}. \quad [6.15]$$

$\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ anormal kuartik ayar çiftlenimler için dışarlama sınırları elde etmek için, $Z\gamma\gamma\gamma$ ve $ZZ\gamma\gamma$ anormal köşeleri olmadığını varsayılmıştır. Bu, yalnızca $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ alt sürecinin $d\hat{\sigma}(V_1V_2 \rightarrow \gamma\gamma)$ tesir kesiti'ye katkı bulunmuştur ve (6.12) denkleminde $V_1 = V_2 = \gamma$ koymak gerektirir. Aksi takdirde, sadece $\gamma\gamma\gamma\gamma$, $Z\gamma\gamma\gamma$ ve $ZZ\gamma\gamma$ köşelerine karşılık gelen anormal çiftlenimleri bazı kombinasyonlardan bulunabilir. (6.7) denkleme göre, polarize olmayan müondeki fotonun dağılımı helisiteye bağlı değildir, bu nedenle (6.14)'teki 4-foton genliğinin λ_1, λ_2 helisite durumları üzerinden ortalaması alınmalıdır.

6.3 $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için Anormal Helisite Genlikleri

Öncelikle $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ saçılımının kinematiği dikkate alınmıştır. Çarpışan gerçek fotonların kütle merkezi sisteminde (c.m.s) çalışmıştır. $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$, burada momentalar şu şekilde verilir

$$\begin{aligned} p_1^\mu &= (p, 0, 0, p), \\ p_2^\mu &= (p, 0, 0, -p), \\ p_3^\mu &= (k, 0, k \sin \theta, k \cos \theta), \\ p_4^\mu &= (E, 0, -k \sin \theta, -k \cos \theta). \end{aligned} \quad [6.16]$$

Burada $m = 0$ olduğunda,

$$E = \sqrt{k^2 + m^2} = k. \quad [6.17]$$

ile verilir. Mandelstam değişkenleri aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{aligned}
 s &= (p_1 + p_2)^2 = 4p^2, \\
 t &= (p_1 - p_3)^2 = -2pk(1 - \cos \theta) = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta), \\
 u &= (p_2 - p_3)^2 = -2pk(1 + \cos \theta) = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta).
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

Burada, θ kütle merkezi sisteminde saçılma açısıdır. $s + t + u = 0$ bağıntı vardır. Bu denklemler dikkete alınarak aşağıdaki bağıntılar yazılır,

$$\cos \theta = \frac{u - t}{u + t}, \sin \theta = -\frac{2\sqrt{tu}}{t + u}. \tag{6.19}$$

Momentumun korunumu ve ilgili bağıntılar aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4, \tag{6.20}$$

$$p = E = k = \frac{s}{2\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{s}}{2}, \tag{6.21}$$

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s}, \quad \sin \theta = \sqrt{-\frac{4t}{s} \left(1 + \frac{t}{s}\right)}. \tag{6.22}$$

Seçilen sisteminde polarizasyon vektörleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\mu}^{+}(p_1) &= \varepsilon_{\mu}^{-}(p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0), \\
\varepsilon_{\mu}^{-}(p_1) &= \varepsilon_{\mu}^{+}(p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \\
\varepsilon_{\mu}^{+}(p_3) &= \varepsilon_{\mu}^{-}(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i \cos \theta, -i \sin \theta), \\
\varepsilon_{\mu}^{-}(p_3) &= \varepsilon_{\mu}^{+}(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i \cos \theta, i \sin \theta).
\end{aligned} \tag{6.23}$$

$\varepsilon_{\mu}^{\lambda}(k)k^{\mu} = 0$, ortogonalite koşuluna uyarlar. Örneğin foton polarizasyon vektör için orthogonality koşusu aşağıdaki şekilde sağlanır,

$$\varepsilon_{\mu}^{+}(p_1)p_1^{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0)(p, 0, 0, p) = 0. \tag{6.24}$$

Son foton ve Z bozonun helisite vektörleri aşağıdaki biçimde yazılmaktadır,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\mu}^{*+}(p_3) &= \varepsilon_{\mu}^{*-}(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i \cos \theta, i \sin \theta), \\
\varepsilon_{\mu}^{*-}(p_3) &= \varepsilon_{\mu}^{*+}(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i \cos \theta, -i \sin \theta).
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Feynman kuralları uyguladığından $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ve $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreçleri için helisite genlikleri benzer bir yöntemle hesaplanmıştır. Burada, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için helisite genliklerini ele alınmıştır (Horejsi ve Stöhr, 1994; İnan ve Kisselev, 2021).

Bose-Einstein istatistikleri ve parite değişmezliği, $\lambda_1 = +1$ için altı tane bağımsız helisite genliği $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ olmasını gerektirir. Bunlardan sadece üçü sıfır değildir.

$$\begin{aligned}
M_{++++}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} s^2, \\
M_{++--}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + g_2)}{2} (s^2 + t^2 + u^2), \\
M_{+-+-}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} u^2,
\end{aligned} \tag{6.26}$$

burada s, t, u Mandelstam değişkenleridir. Diğer üç bağımsız helisite genliği sıfıra eşittir.

$$M_{+++-} = M_{+-+-} = M_{-++-} = 0. \tag{6.27}$$

Ayrıca çarpaz bağıntıları de var.

$$\begin{aligned}
M_{+--+}(s, t, u) &= M_{-+-+}(s, u, t) = \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} t^2, \\
M_{----}(s, t, u) &= M_{-++-}(s, u, t) = 0.
\end{aligned} \tag{6.28}$$

(6.26)-(6.28) denklemler, $\lambda_1 = +1$ olan sekiz tane helisite genliğini sunulmuştur. Bunlardan $\lambda_1 = -1$ olan helisite genlikleri parite bağıntısı kullanarak elde edilebilir,

$$M_{-\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = M_{+-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4}(s, t, u). \tag{6.29}$$

Örneğin, $M_{-++-}(s, t, u)$ helisite genliği parite bağıntısı kullanarak aşağıdaki biçiminde bulunur.

$$M_{-++}(s, t, u) = M_{+--}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} u^2. \quad [6.30]$$

6.4 Nümerik Analiz

$M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{anom}$ Helisite genlikler için açık ifadeler sunulmuştur. $d\sigma$ Tesir kesitine SM katkısına gelince, (6.12) denkleminde tüm terimler dikkate alınmalıdır. Burada $V_1, V_2 = \gamma, \gamma$ olduğu düşünülmüştür. $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ (Atağ vd., Gounaris vd., 1999; Jikia ve Tkabladze, 1994), $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ (Gounaris vd., 1999), ve $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ (Gounaris, 2000) süreçlerin helisite genlikleri için açık ifadeler kullanılmıştır. Yüksek enerji bölgesinde

$$s \sim |t| \sim |u| \gg (m_W^2, m_Z^2). \quad [6.31]$$

olur. M_{++++} ve M_{+--+} helisite genlikler ve bunlarla Bose istatistikleri, çarpaz simetrisi ve parite veya zaman tersleme bağıntılı baskın genlikleridir (İnan ve Kisselev, 2019). Ayrıca, yüksek enerji (6.31) bölgesindeki $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ve $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ çarpışmaları için helisite genliklerinin göreceli büyüklüğü bağıntısı aşağıda verilmiştir (Berger, 2005),

$$M(\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma) = (\tan \theta_W)^4 M(\gamma\gamma \rightarrow ZZ), \quad [6.32]$$

$$M(\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma) = (\cos \theta_W)^2 M(\gamma Z \rightarrow \gamma\gamma). \quad [6.33]$$

SM $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ alt sürecinin $2^4 = 16$ helisite genliği vardır. Ancak zaman değişmezliği, parite değişmezliği ve Bose istatistiği dikkate alınırse aşağıdaki bağıntılar elde edilir (İnan ve Kisselev, 2019),

$$M_{++++} = M_{----}, \quad M_{+--+} = M_{-++}, \quad M_{+--+} = M_{-++}, \quad M_{+--+} = M_{-++},$$

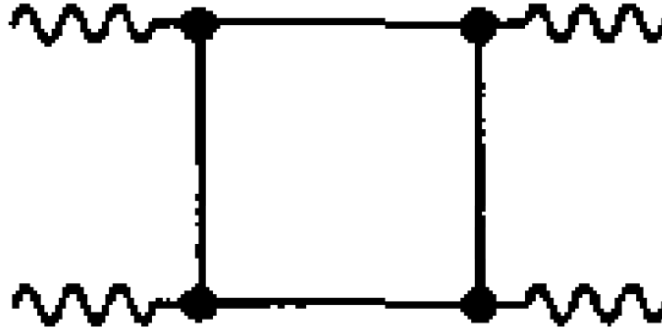
$$M_{++++} = M_{++--} = M_{+-++} = M_{-+++} = M_{----+} = M_{---+} = M_{-+-} = M_{+---}. \quad [6.34]$$

Bu bağıntılar kullanılarak, toplam matris elemanı aşağıdaki biçimi alınır.

$$|M|^2 = 2|M_{++++}|^2 + 2|M_{++--}|^2 + 2|M_{+-++}|^2 + 2|M_{-+++}|^2 + 8|M_{++++}|^2. \quad [6.35]$$

Çapraz bağıntıları dikkate alarak, helisite genlikler arasındaki aşağıdaki bağıntıları buluyoruz,

$$\begin{aligned} M_{+-+-}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) &= M_{++++}(\hat{u}, \hat{t}, \hat{s}), \\ M_{+--+}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) &= M_{++++}(\hat{t}, \hat{s}, \hat{u}) = M_{++++}(\hat{t}, \hat{u}, \hat{s}), \\ M_{+---}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) &= M_{+-+-}(\hat{s}, \hat{u}, \hat{t}). \end{aligned} \quad [6.36]$$



Şekil 6.2 $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecine katkıda bulunan Feynman diyagramı.

SM helisite genliklerinin tümü farklı referanslarda bulunabilir (Gounaris vd., 1999; Jikia ve Tkabladze, 1994). $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecine katkıda bulunan Feynman diyagramı şekil 6.2’de gösterilmiştir. $\ln(\hat{u}) = \ln(-\hat{u}) + i\pi$, $\ln(\hat{t}) = \ln(-\hat{t}) + i\pi$ ve $\ln(\hat{s}) = \ln(-\hat{s}) + i\pi$ bağıntılar

kullanılarak fermiyon döngülerine karşılık gelen helisite genlikler $m_f^2/\hat{s}$, $m_f^2/\hat{t}$ ve $m_f^2/\hat{u}$ gibi terimlerin ihmal edilmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir (İnan ve Kisselev, 2019),

$$\frac{1}{\alpha^2 Q_f^4} M_{++++}^f(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = -8 - 8 \left(\frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{s}} \right) \ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) - 4 \left(\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right) \left[\ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) + \pi^2 \right], \quad [6.37]$$

$$M_{+++-}^f(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \simeq M_{+- -}^f(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \simeq 8\alpha^2 Q_f^4. \quad [6.38]$$

Burada, m_f ve Q_f sırasıyla fermiyonunun kütlesi ve yüküdür. Diğer helisite genlikleri (6.36)'deki bağıntılar kullanılarak elde edilebilir. Değişmez Mandelstam değişkenleri aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2, \hat{t} = (p_1 - p_3)^2, \hat{u} = (p_2 - p_3)^2. \quad [6.39]$$

Benzer bir yaklaşım kullanılarak W döngülerine karşılık gelen helisite genlikler $m_W^2/\hat{s}$, $m_W^2/\hat{t}$ ve $m_W^2/\hat{u}$ gibi terimlerin ihmal ederek aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha^2} M_{++++}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) &= -16i\pi \left[\frac{\hat{s}}{\hat{t}} \ln \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \ln \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) \right] + 12 + 12 \left(\frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{s}} \right) \ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \\ &+ 16 \left(1 - \frac{3\hat{t}\hat{u}}{4\hat{s}^2} \right) \left[\ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \ln \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) + \pi^2 \right] \\ &+ 16 \left[\frac{\hat{s}}{\hat{t}} \ln \left(\frac{\hat{s}}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \ln \left(\frac{\hat{s}}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{s}^2}{\hat{t}\hat{u}} \ln \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) \ln \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) \right], \quad [6.40] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\alpha^2} M_{+-+}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \\
&= -i\pi \left[12 \left(\frac{\hat{s} - \hat{t}}{\hat{u}} \right) + 32 \left(1 - \frac{3\hat{t}\hat{s}}{4\hat{u}^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{-\hat{t}} \right) + 16 \frac{\hat{u}}{\hat{s}} \text{Ln} \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) + 16 \frac{\hat{u}^2}{\hat{t}\hat{s}} \text{Ln} \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) \right] \\
&+ 12 + 12 \left(\frac{\hat{s} - \hat{t}}{\hat{u}} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{-\hat{t}} \right) + 16 \left(1 - \frac{3\hat{t}\hat{s}}{4\hat{u}^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{-\hat{t}} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{-\hat{t}} \right) \\
&+ 16 \left[\frac{\hat{u}}{\hat{t}} \text{Ln} \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{u}}{\hat{s}} \text{Ln} \left(\frac{-\hat{u}}{m_W^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{m_W^2} \right) + \frac{\hat{u}^2}{\hat{t}\hat{s}} \text{Ln} \left(\frac{-\hat{t}}{m_W^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\hat{s}}{m_W^2} \right) \right], \quad [6.41]
\end{aligned}$$

$$M_{+-+}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = M_{-+-}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}), \quad [6.42]$$

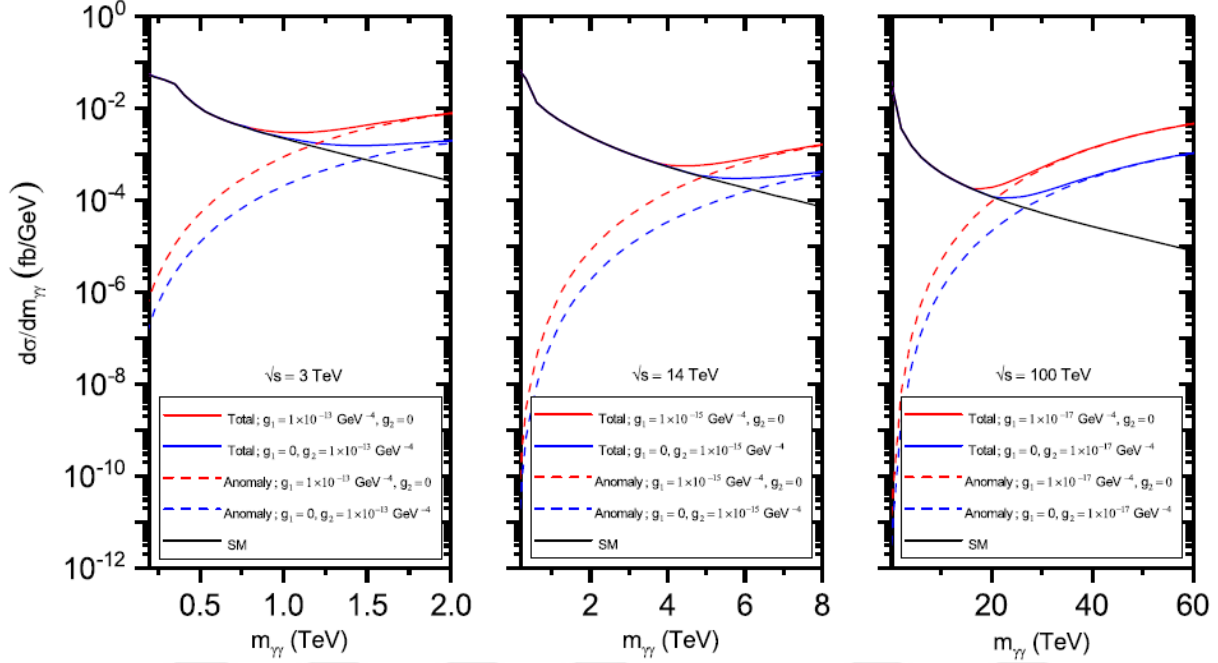
$$M_{+++}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \simeq M_{+--}^W(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \simeq -12\alpha^2. \quad [6.43]$$

$m_W \ll \hat{s}$ durumunda, W döngü helisite genlikleri ve özellikle sanal kısımları baskın hale gelir. $m_W \gg \hat{s}$ enerji bölgesinde, fermiyon döngü katkıları, W döngüsü katkılarından daha büyüktür. Üst kuarkın tüm enerji bölgelerindeki katkısı, diğer fermiyonlara ve W döngüsüne kıyasla çok küçük olduğu için dikkate alınmamıştır (Atağ vd., 2010).

Şekil 6.3'te farklı $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}, 14 \text{ TeV}$ ve 100 TeV çarpışma enerjisi değerleri için $d\sigma/dm_{\gamma\gamma}$ diferansiyel tesir kesiti karşı $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütlesi sunulmuştur. Giden fotonların rapiditesine $|\eta| < 2.5$ kesimini kullanılmıştır. g_1 ve g_2 iki anormal çiftlenimler kümesi için eğriler gösterilmiştir. $m_{\gamma\gamma}$ Çift foton sisteminin değişmez kütlesinin çarpışma enerjisine yakın olması beklenir. SM arka planın bastırmak için $m_{\gamma\gamma} < m_{\gamma\gamma, \max} = 0.9\sqrt{s}$ kesimi kullanılmıştır. Bu kesimi toplam tesir kesitini belirgin bir şekilde azalmaz. $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütlesi, $\sqrt{s}$ 'ye yaklaştıkça çarpışma enerjisinin her üç değeri için de diferansiyel tesir kesiti hızlıca azalır. Diferansiyel tesir kesitinin anormal kısmı büyük $m_{\gamma\gamma}$ 'de SM kısmına baskın hale gelir. Bu etki 14 TeV ve özellikle 100 TeV için daha açıktır.

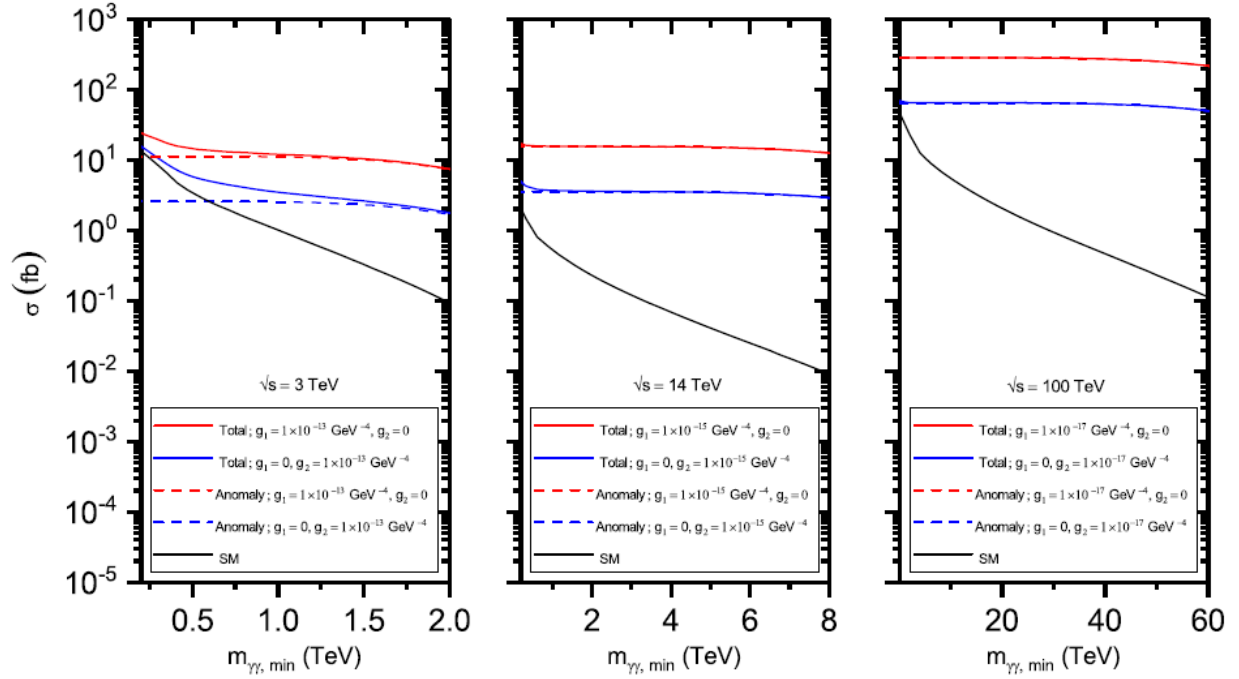
Şekil 6.3'te SM, anormal ve toplam üç tane farklı eğri kümesi gösterilmiştir. Anormal eğri sadece yeni fiziğin katkı açıklanır. Toplam ise $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ve $ZZ \rightarrow \gamma\gamma$ süreçlerin SM katkılar ile $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecin anormali katkının toplamıdır ve aşağıdaki denklem ile özetlenebilir,

$$\text{Total} = \text{SM}(\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma) + \text{SM}(Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma) + \text{SM}(ZZ \rightarrow \gamma\gamma) + \text{Anormal}(\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma). \quad [6.44]$$



Şekil 6.3 $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılma için diferansiyel tesir kesiti karşı $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütlesi gösterilmiştir. Kütle merkezi enerjisi 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV'e eşittir.

Şekil 6.4'te $m_{\gamma\gamma,min}$ parametresinin minimum değerine karşı toplam tesir kesiti gösterilmektedir. 3 TeV Kütle merkezi enerjisi için toplam tesir kesitinin anormali kısmı, $m_{\gamma\gamma,min} > 0.5$ TeV için SM katkısından daha büyük hale gelir. Ancak 14 TeV ve özellikle 100 TeV için anormali tesir kesiti $m_{\gamma\gamma,min}$ 'nin yaklaşık tüm bölgesinde SM tesir kesitine baskındır ve büyük $m_{\gamma\gamma,min}$ 'de birkaç büyüklük mertebesi daha fazladır. Bu nedenle, anormal çiftlenimler için daha iyi duyarlılık sınırları elde etmek için, daha büyük $m_{\gamma\gamma,min}$ değerleri kullanmak gerekmektedir.



Şekil 6.4 $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılma için toplam tesir kesiti $\sigma(m_{\gamma\gamma,min} < m_{\gamma\gamma} < m_{\gamma\gamma,max})$ karşı çift foton invaryant kütleinin minimum değeri $m_{\gamma\gamma}$ gösterilmektedir.

s toplam sinyal olaylarının sayısı, b arkaplan olaylarının sayısıdır, ve δ sistematik hata yüzdesi olsun. Anormal dört fotonlu çiftlenimler g_1 ve g_2 için dışarlama bölgesi bulunurken aşağıdaki formülü uygulanmıştır (Zhang ve Shen, 2020),

$$S_{excl} = \sqrt{2 \left[s - b \ln \left(\frac{b+s+x}{2b} \right) - \frac{1}{\delta^2} \ln \left(\frac{b-s+x}{2b} \right) - (b+s-x) \left(1 + \frac{1}{\delta^2 b} \right) \right]}, \quad [6.45]$$

burada,

$$x = \sqrt{(s+b)^2 - \frac{4s\delta^2 b^2}{(1+\delta^2 b)}}. \quad [6.46]$$

$\delta \rightarrow 0$ limitinde $x = s + b$ olduğundan (6.45) denklem aşağıdaki şekilde basitleştirilebilir,

$$S_{excl} = \sqrt{2 \left[s - b \ln \left(1 + \frac{s}{b} \right) \right]}, \quad [6.47]$$

$S_{excl} \leq 1.645$ olması %95 C.L.'de dışarlanabilecek bölgeyi tanımlar. SM arkaplanını azaltmak için, giden fotonların $m_{\gamma\gamma}$ değişmez kütesine bazı kesintiler uygulanmıştır,

- i) $\sqrt{s} = 3$ TeV için $m_{\gamma\gamma} > 0.5$ TeV,
- ii) $\sqrt{s} = 14$ TeV için $m_{\gamma\gamma} > 3$ TeV,
- iii) $\sqrt{s} = 100$ TeV için $m_{\gamma\gamma} > 20$ TeV.

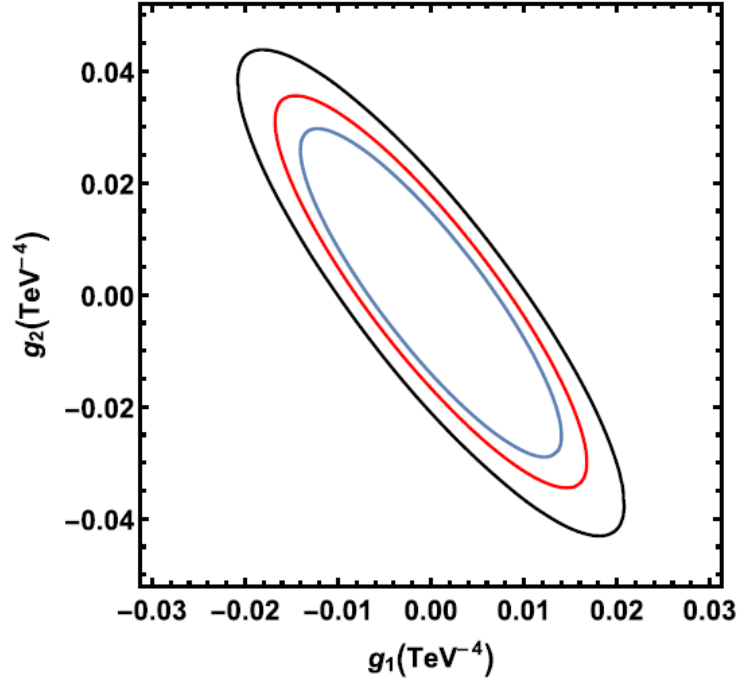
(6.26)-(6.28) denklemlerde $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreçleri için verilen helisite genliklerini kullanılarak toplam tesir kesitinin $48g_1^2 + 40g_1g_2 + 11g_2^2$ çiftlenimlerin kombinasyonu ile orantılıdır.

$$\sum_{\lambda_1 \dots \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2 = (s^2 + ts + t^2)^2 (48g_1^2 + 40g_1g_2 + 11g_2^2). \quad [6.48]$$

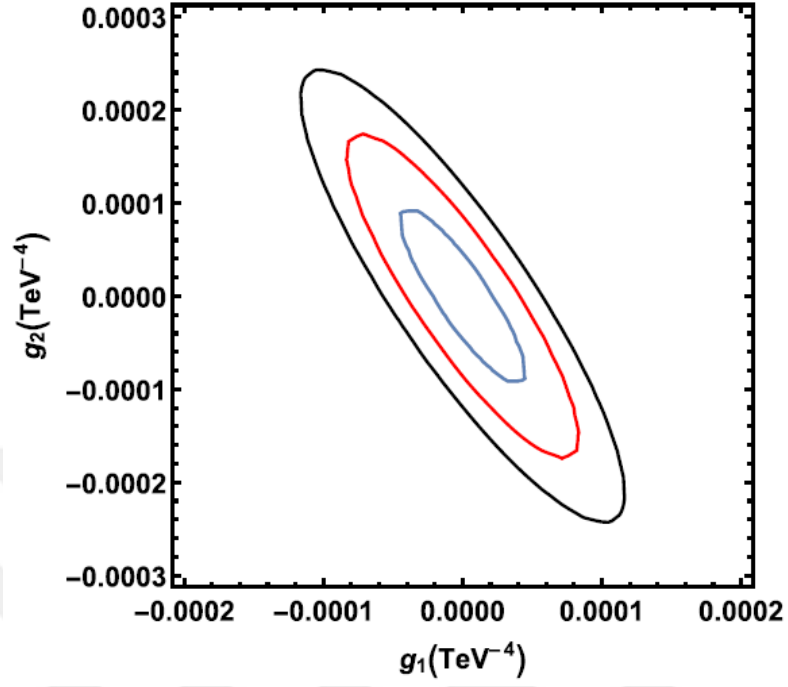
Bu, dışarlama bölgelerinin $(g_1 - g_2)$ düzleminde elipsler olduğu anlamına gelir. Tesir kesiti, g_1 çiftlenim katsayısına g_2 çiftlenim katsayısına göre yaklaşık iki kat daha hassastır.

Şekil 6.5-6.7'da g_1 ve g_2 anormal çiftlenimleri için %95 C.L. dışarlama bölgeleri gösterilmektedir. Bunlarda $\delta = \%0$ mavi elips, $\delta = \%5$ kırmızı elips ve $\delta = \%10$ siyah elips sistematik hataları ile gelecekteki müon çarpıştırıcısında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılmasında g_1 ve g_2

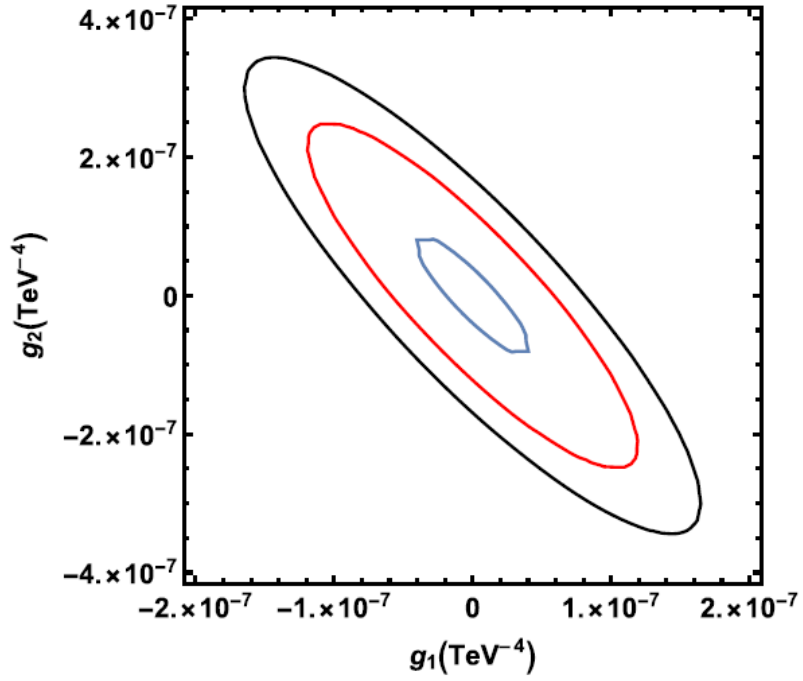
çiftlenimleri için %95 C.L. dışarlama bölgeleri gösterilmektedir. 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerji için sırasıyla $L = 1 \text{ ab}^{-1}$, 20 ab^{-1} ve 1000 ab^{-1} beklenen entegre parlaklıklar dikkate alınmıştır (Delahaye vd., 2019; Han vd., 2021).



Şekil 6.5 g_1 ve g_2 çiftlenimler için %95 C.L. dışarlama bölgesi gösterilmektedir. Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ve parlaklık değerleri $L = 1 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.



Şekil 6.6 Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 14$ TeV ve parlaklık değerleri $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.



Şekil 6.7 Çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 100$ TeV ve parlaklık değerleri $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.

6.5 Anormal Çiftlenimler Üzerinde Üniterlik Sınırları

Bu alt bölümde, kısmi dalga üniterliği ile çiftlenimlerin sınırları elde edilmiştir. Bunu yapmak için, kütle merkezi sisteminde helisite genliğinin kısmi dalga açılımını kullanılmıştır (Jacob ve Wick, 1959).

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, \theta, \varphi) = 16\pi \sum_J (2J+1) \sqrt{(1+\delta_{\lambda_1\lambda_2})(1+\delta_{\lambda_3\lambda_4})} \\ \times e^{i(\lambda-\mu)\phi} d_{\lambda\mu}^J(\theta) T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s), \quad [6.49]$$

burada, $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$, θ kutupsal ve ϕ azimut saçılma açısıdır. $d_{\lambda\mu}^J(\theta)$ Wigner (küçük) d-fonksiyonudur (Wigner, 2012). Bu Wigner'in d-fonksiyonlar α, β negatif olmayan $P_n^{(\alpha, \beta)}(z)$ Jacobi polinomları ile bağıntılıdır (Varshalovich vd., 1988),

$$d_{\lambda\mu}^J(z) = \left[\frac{(J+\lambda)!(J-\lambda)!}{(J+\mu)!(J-\mu)!} \right]^{1/2} \left(\frac{1-z}{2} \right)^{(\lambda-\mu)/2} \left(\frac{1+z}{2} \right)^{(\lambda+\mu)/2} \\ \times P_{J-\lambda}^{(\lambda-\mu, \lambda+\mu)}(z), \quad [6.50]$$

Jacobi polinomu da hipergeometrik fonksiyon ile bağıntılıdır (Varshalovich vd., 1988),

$$P_n^{(\rho, \sigma)}(z) = \frac{\Gamma(\rho+1+n)}{\Gamma(\rho+1)n!} {}_2F_1 \left(-n, \rho+\sigma+n+1; \rho+1; \frac{1-z}{2} \right). \quad [6.51]$$

Jacobi polinom için aşağıdaki bağıntı vardır,

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(-z) = (-1)^n P_n^{(\beta, \alpha)}(z), \quad [6.52]$$

buna bağılı olarak aşağıdaki bağıntılar yazılır,

$$d_{\lambda\mu}^J(-z) = (-1)^{J-\lambda} d_{\mu-\lambda}^J(z), \quad [6.53]$$

$$d_{\lambda\mu}^J(z) = (-1)^{\lambda-\mu} d_{-\lambda-\mu}^J(z). \quad [6.54]$$

Burada, $z = \cos \theta$ 'dır. Saçılma düzlemi olarak $(x - z)$ düzlemini seçersek, (6.49) denklem'de $\phi = 0$ olur. Bu en basit durumda, $\lambda = \mu = 0$ 'dır.

$$d_{00}^J(z) = P_J(z), \quad [6.55]$$

burada, $P_J(z)$ Legendre polinomudur (İnan ve Kisselev, 2021). Verilen çalışmadaki 7.231.1'i kullanarak aşağıdaki formülü yazılabilir (Gradshteyn, 2014),

$$\int_{-1}^1 z^m P_J(z) dz = \frac{1}{2} [1 + (-1)^J] (-1)^{J/2} \frac{\Gamma\left(\frac{J-m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+m}{2}\right)}{\Gamma\left(-\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{J+m+3}{2}\right)}, \quad [6.56]$$

J tamsayısı ve $m \geq 0$ çift sayıdır. Üniterlikte kullanılabilecek bazı önemli Legendre polinomlar aşağıdaki biçimde yazılmıştır,

$$P_0(z) = 1, P_1(z) = z, P_2(z) = \frac{1}{2} (3z^2 - 1). \quad [6.57]$$

Anormal çiftlenimler üzerinde üniterlik limitleri elde etmek için $m = 0, 2$ olur. $d_{22}^J(z)$ ve $d_{2-2}^J(z)$ için aşağıdaki bağıntılar elde edilebilir,

$$d_{22}^J(z) = \left(\frac{1+z}{2}\right)^2 {}_2F_1\left(2-J, J+3; 1; \frac{1-z}{2}\right), \quad [6.58]$$

$$d_{2-2}^J(z) = (-1)^J \left(\frac{1-z}{2}\right)^2 {}_2F_1\left(2-J, J+3; 1; \frac{1+z}{2}\right), \quad [6.59]$$

burada ${}_2F_1(a, b; c; x)$ hipergeometrik fonksiyondur (Erdélyi vd., 1953). Anormal çiftlenimlerimiz üzerinde üniterlik limitlerini hesaplamak yeterlidir.

Kısmi dalga üniterliği aşağıdaki eşitsizliğin olmasını gerektirir,

$$\left|T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s)\right| \leq 1. \quad [6.60]$$

d-fonksiyonların ortogonalliği kullanılırsa,

$$\int_{-1}^1 d_{\lambda\lambda'}^J(z) d_{\lambda\lambda'}^{J'}(z) dz = \frac{2}{2J+1} \delta_{JJ'}, \quad [6.61]$$

(6.49) bağıntıdan kısmi dalga genliği aşağıdaki şekilde bulunur,

$$T_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^J(s) = \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{\lambda_1\lambda_2})(1+\delta_{\lambda_3\lambda_4})}} \int_{-1}^1 M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, z) d_{\lambda\mu}^J(z) dz. \quad [6.62]$$

$\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^-\gamma\gamma\mu^+$ süreci için $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ anormal helisite genlikleri (6.26)-(6.28) denklemlerde hesaplanmıştır. Bunlar ile (6.62) bağıntısı kullanarak kısmi dalga genlikler M_{++++} , M_{++--} , M_{+-+-} ve M_{+--+} ayrı ayrı incelenmektedir (Amarkhail vd., 2024).

1. M_{++++} için kısmi dalga genliği hesaplanmıştır. Bu durum $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$ 'dir dolayısıyla,

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1 - 1 = 0, \mu = \lambda_3 - \lambda_4 = 1 - 1 = 0, \quad [6.63]$$

$\lambda = \mu = 0$ olur. M_{++++} için (6.26) açık ifadeyi kullanarak, kısmi dalga genliğinin sıfır olmayan tek helisite genlik olduğunu bulunur.

$$\begin{aligned} T_{++++}^J(s) &= \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{++})(1+\delta_{++})}} \int_{-1}^1 M_{++++}(s, z) d_{00}^J(z) dz \\ &= \frac{1}{64\pi} \int_{-1}^1 \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} s^2 d_{00}^J(z) dz \\ &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{128\pi} \int_{-1}^1 d_{00}^J(z) dz, \end{aligned} \quad [6.64]$$

(6.55) ve (6.57) kullanarak ve $J = 0$ dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned} T_{++++}^J(s) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{128\pi} \int_{-1}^1 P_J(z) dz \\ &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{128\pi} \int_{-1}^1 dz = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{64\pi} \delta_{J0}. \end{aligned} \quad [6.65]$$

(6.60) kısmi dalga üniterliği eşitsizliğinden elde edilir,

$$\left| \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{64\pi} \right| \leq 1,$$

$$|4g_1 + 3g_2| \leq 64\pi s^{-2}. \quad [6.66]$$

2. M_{++--} için kısmi dalga genliği hesaplanmıştır. Bu durumda $\lambda_1 = \lambda_2 = -\lambda_3 = -\lambda_4 = 1$ 'dir. Dolayısıyla,

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1 - 1 = 0, \mu = \lambda_3 - \lambda_4 = -1 - (-1) = 0, \quad [6.67]$$

$\lambda = \mu = 0$ olur. M_{++--} için (6.26) açık ifadeyi kullanılarak $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için $s + t + u = 0$ Mandelstam değişkenlerin toplamı sıfır olması dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned} M_{++--}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + g_2)}{2} (s^2 + t^2 + u^2) \\ &= \frac{(4g_1 + g_2)}{2} [s^2 + t^2 + (-s - t)^2] \\ &= (4g_1 + g_2)(s^2 + t^2 + st) = (4g_1 + g_2)s^2 \left(1 + \frac{t}{s} + \frac{t^2}{s^2} \right) \\ &= (4g_1 + g_2)s^2 \frac{3 + \left(1 + \frac{2t}{s}\right)^2}{4}, \end{aligned} \quad [6.68]$$

(6.22) denkleminde $z = \cos \theta = 1 + 2t/s$ ifade yerine yazırsa aşağıdaki forma basitleştirilir,

$$M_{++--}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + g_2)}{4} s^2 (3 + z^2). \quad [6.69]$$

$T_{++--}^J(s)$ kısmi dalga genliği aşağıdaki şekilde elde edilir,

$$\begin{aligned}
T_{++--}^J(s) &= \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{++})(1+\delta_{--})}} \int_{-1}^1 M_{++--}(s, z) d_{00}^J(z) dz \\
&= \frac{1}{64\pi} \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{4} \int_{-1}^1 (3 + z^2) d_{00}^J(z) dz \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \int_{-1}^1 (3 + z^2) P_J(z) dz,
\end{aligned} \tag{6.70}$$

önemsiz olmayan genlikler $T_{++--}^0(s)$ ve $T_{++--}^2(s)$ 'dir. Böylece, $J = 0$ için $T_{++--}^0(s)$ kısmi dalga genliği hesaplanmıştır,

$$\begin{aligned}
T_{++--}^0(s) &= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \int_{-1}^1 (3 + z^2) P_0(z) dz \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left[3 \int_{-1}^1 P_0(z) dz + \int_{-1}^1 z^2 P_0(z) dz \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left[(3)(2) + \frac{1}{3}(2) \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left(\frac{20}{3} \delta_{J0} \right),
\end{aligned} \tag{6.71}$$

(6.55)'ten $P_J(z)$ Legendre polinomu, (6.57) bağıntıdan $P_2(z)$ değeri kullanarak $J = 2$ için $T_{++--}^2(s)$ kısmi dalga genliği hesaplanacaktır,

$$\begin{aligned}
T_{++--}^2(s) &= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \int_{-1}^1 (3 + z^2) P_2(z) dz \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (3 + z^2)(3z^2 - 1) dz \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \frac{1}{2} \left\{ \left[(3z^2 - 1) \left(3z + \frac{z^3}{3} \right) \right]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 6z \left(3z + \frac{z^3}{3} \right) dz \right\} \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \frac{1}{2} \left[2 \left(\frac{10}{3} \right) + 2 \left(\frac{10}{3} \right) - \int_{-1}^1 (18z^2 + 2z^4) dz \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left[2 \left(\frac{10}{3} \right) - 9 \int_{-1}^1 z^2 dz - \int_{-1}^1 z^4 dz \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left[2 \left(\frac{10}{3} \right) - 9 \int_{-1}^1 z^2 dz - \int_{-1}^1 z^4 dz \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left[\frac{20}{3} - 3(2) - \frac{1}{5}(2) \right] \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left(\frac{4}{15} \delta_{J_2} \right), \tag{6.72}
\end{aligned}$$

$J = 0$ ve $J = 2$ için sırasıyla $T_{++--}^0(s)$ ve $T_{++--}^2(s)$ kullanarak $T_{++--}^J(s)$ kısmi dalga genlikleri elde edilir,

$$\begin{aligned}
T_{++--}^J(s) &= T_{++--}^0(s) + T_{++--}^2(s) \\
&= \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left(\frac{20}{3} \delta_{J_0} + \frac{4}{15} \delta_{J_2} \right). \tag{6.73}
\end{aligned}$$

Anormal çiftlenimler üzerinde en güçlü üniter sınır $T_{++--}^0(s)$ den gelir. $T_{++--}^0(s)$ için (6.60) kısmi dalga üniterliği eşitsizliğinden elde edilir,

$$\begin{aligned}
\left| \frac{(4g_1 + g_2)s^2}{256\pi} \left(\frac{20}{3} \delta_{J_0} \right) \right| &\leq 1, \\
|4g_1 + g_2| &\leq \frac{192\pi}{5} s^{-2}. \tag{6.74}
\end{aligned}$$

3. M_{+-+} için kısmi dalga genliği hesaplanmıştır. Bu durumda $\lambda_1 = -\lambda_2 = \lambda_3 = -\lambda_4 = 1$ 'dir. Bu nedenle,

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1 - (-1) = 2, \mu = \lambda_3 - \lambda_4 = 1 - (-1) = 2, \quad [6.75]$$

$\lambda = \mu = 2$ olur. M_{+-+} için (6.26) açık ifadeyi kullanarak $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için $u = -s - t$ Mandelstam değişkenlerin bağıntısı dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned} M_{+-+}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} u^2 \\ &= \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} (-s - t)^2 = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left(1 + \frac{2t}{s} + \frac{t^2}{s^2}\right) \\ &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left(\frac{1 + 2 + \frac{4t}{s} + 1 + \frac{4t}{s} + \frac{4t^2}{s^2}}{4}\right) \\ &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left[\frac{1 + 2\left(1 + \frac{2t}{s}\right) + \left(1 + \frac{2t}{s}\right)^2}{4}\right], \end{aligned} \quad [6.76]$$

(6.22) denkleminde $z = \cos \theta = 1 + 2t/s$ ifade yerine yazırsa aşağıdaki forma basitleştirilir,

$$M_{+-+}(s, z) = \frac{1}{2} (4g_1 + 3g_2) s^2 \left(\frac{1+z}{2}\right)^2. \quad [6.77]$$

(6.62) formülü kullanarak $T_{+-+}^J(s)$ kısmi dalga genliği aşağıdaki şekilde elde edilir,

$$\begin{aligned}
T_{+--+}^J(s) &= \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{+-})(1+\delta_{+-})}} \int_{-1}^1 M_{+--+}(s, z) d_{22}^J(z) dz \\
&= \frac{1}{32\pi} \left[\frac{1}{2} (4g_1 + 3g_2) s^2 \right] \int_{-1}^1 \left(\frac{1+z}{2} \right)^2 d_{22}^J(z) dz,
\end{aligned} \tag{6.78}$$

(6.58) denklem kullanarak $d_{22}^J(z)$ Wigner küçük d-fonksiyonu sadeleşecektir.

$$T_{+--+}^J(s) = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{64\pi} \int_{-1}^1 \left(\frac{1+z}{2} \right)^4 {}_2F_1 \left(2-J, J+3; 1; \frac{1-z}{2} \right) dz, \tag{6.79}$$

$\frac{1-z}{2} = x$ yerine yazırsa $\frac{1+z}{2} = 1-x$ olur.

$$\begin{aligned}
T_{+--+}^J(s) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{32\pi} \int_0^1 (1-x)^4 {}_2F_1(2-J, J+3; 1; x) dx \\
&= \frac{3(4g_1 + 3g_2)s^2}{4\pi\Gamma(4+J)\Gamma(3-J)},
\end{aligned} \tag{6.80}$$

burada, (Prudnikov, 1989) Referanstaki 2.21.1.5 ve 2.21.1.6 uygulanmıştır. $\Gamma(x)$ gama fonksiyonudur. Pozitif n tam sayıları için Gama fonksiyonu faktöriyel ile aşağıdaki şekilde bağıntılıdır,

$$\Gamma(n) = (n-1)!. \tag{6.81}$$

(6.80) denklemin görüldüğü gibi, sadece $T_{+--+}^0(s)$, $T_{+--+}^1(s)$, ve $T_{+--+}^2(s)$ üç kısmi dalga genlikleri sıfır değildir. (6.81) bağıntıyı kullanarak her biri aşağıdaki biçiminde hesaplanmıştır.

$$T_{+-+}^0(s) = \frac{3(4g_1 + 3g_2)s^2}{4\pi\Gamma(4)\Gamma(3)} = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{16\pi}, \quad [6.82]$$

$$T_{+-+}^1(s) = \frac{3(4g_1 + 3g_2)s^2}{4\pi\Gamma(5)\Gamma(2)} = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{32\pi}, \quad [6.83]$$

$$T_{+-+}^2(s) = \frac{3(4g_1 + 3g_2)s^2}{4\pi\Gamma(6)\Gamma(1)} = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{160\pi}. \quad [6.84]$$

Anormal çiftlenimler üzerinde en güçlü üniter sınır $T_{+-+}^0(s)$ den gelir. (7.24) bağıntıyı kullanarak $T_{+-+}^0(s)$ için kısmi dalga üniter sınırı elde edilir,

$$\left| \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{16\pi} \right| \leq 1, \quad [6.85]$$

$$|4g_1 + 3g_2| \leq 16\pi s^{-2}.$$

4. M_{+--+} için kısmi dalga genliği hesaplanmıştır. Bu durumda $\lambda_1 = -\lambda_2 = -\lambda_3 = \lambda_4 = 1$ 'dir. Bu nedenle,

$$\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 1 - (-1) = 2, \mu = \lambda_3 - \lambda_4 = -1 - 1 = -2, \quad [6.86]$$

$\lambda = 2, \mu = -2$ olur. M_{+--+} için (6.28) açık ifadeyi s ve z cinsinden yazılır.

$$\begin{aligned}
M_{+---}(s, t, u) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)}{2} t^2, \\
&= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left(\frac{t^2}{s^2} \right), \\
&= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left(\frac{1 - 2 - \frac{4t}{s} + 1 + \frac{4t}{s} + \frac{4t^2}{s^2}}{4} \right), \\
&= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left[\frac{1 - 2 \left(1 + \frac{2t}{s} \right) + \left(1 + \frac{2t}{s} \right)^2}{4} \right],
\end{aligned} \tag{6.87}$$

(6.22) denkleminden $z = \cos \theta = 1 + 2t/s$ ifade yerine yazırsa aşağıdaki forma sadeleştirilir,

$$M_{+---}(s, t, u) = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{2} \left(\frac{1 - z}{2} \right)^2. \tag{6.88}$$

(6.62) formülü kullanarak $T_{+---}^J(s)$ kısmi dalga genliği aşağıdaki şekilde bulunur,

$$\begin{aligned}
T_{+---}^J(s) &= \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{+-})(1 + \delta_{-+})}} \int_{-1}^1 M_{+---}(s, z) d_{2-2}^J(z) dz \\
&= \frac{1}{32\pi} \left[\frac{1}{2} (4g_1 + 3g_2)s^2 \right] \int_{-1}^1 \left(\frac{1 - z}{2} \right)^2 d_{2-2}^J(z) dz,
\end{aligned} \tag{6.89}$$

(6.58) denklem kullanarak $d_{22}^J(z)$ Wigner küçük d-fonksiyonu sadeleşecektir.

$$T_{+---}^J(s) = \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{64\pi} (-1)^J \int_{-1}^1 \left(\frac{1 - z}{2} \right)^4 {}_2F_1 \left(2 - J, J + 3; 1; \frac{1 + z}{2} \right) dz, \tag{6.90}$$

$\frac{1+z}{2} = x$ yerine yazırsa $\frac{1-z}{2} = 1 - x$ olur.

$$\begin{aligned} T_{+--+}^J(s) &= \frac{(4g_1 + 3g_2)s^2}{32\pi} (-1)^J \int_0^1 (1-x)^4 {}_2F_1(2-J, J+3; 1; x) dx \\ &= (-1)^J \frac{3(4g_1 + 3g_2)s^2}{4\pi\Gamma(4+J)\Gamma(3-J)}, \end{aligned} \quad [6.91]$$

burada, (Prudnikov, 1989) Referanstaki 2.21.1.5 ve 2.21.1.6 uygulanmıştır. (6.91), (6.80)'den sadece $(-1)^J$ 'nin çarpımı kadar farklıdır. $J = 0, 2, 4, \dots$ Çift sayılar için aynı sonucu verirler, ancak $J = 1, 3, \dots$ tek sayılar için sadece işaret farklı olacaktır.

Anormal çiftlenimler üzerinde en güçlü üniter sınır $T_{+--+}^0(s)$ den gelir. $T_{+--+}^0(s)$ için kısmi dalga üniter sınırı (6.85) ile $|4g_1 + 3g_2| \leq 16\pi s^{-2}$ aynı sonucu verir. Eğer g_1 ve g_2 çiftlenimleri aynı işarete sahip ise, o zaman aşağıdaki üniter sınırları elde edilir,

$$|g_1| < 4\pi s^{-2}, |g_2| < \left(\frac{16\pi}{3}\right) s^{-2}. \quad [6.92]$$

Şimdi g_1 ve g_2 çiftlenimlerinin zıt işaretli olduğunu varsayılmıştır. $g_1 > 0$ ve $g_2 < 0$ olduğu durumu dikkate almıştır. Bu durumda üç olasılık vardır.

i. Eğer $4g_1 > 3|g_2|$ ise, (6.74) ve (6.85) bağıntılardan aşağıdaki sonuç elde edilir,

$$3|g_2| < 4g_1 \leq \min(3|g_2| + 16\pi s^{-2}, |g_2| + (192\pi/5)s^{-2}). \quad [6.93]$$

Bu eşitsizliğinden g_1 çiftlenimlerin sınırı aşağıdaki gibi bulunur,

$$\begin{aligned}
4g_1 &\leq |g_2| + \left(\frac{192\pi}{5}\right)s^{-2}, \\
4g_1 &< \frac{4}{3}g_1 + \left(\frac{192\pi}{5}\right)s^{-2}, \\
\frac{8}{3}g_1 &< \left(\frac{192\pi}{5}\right)s^{-2}, \\
g_1 &< \left(\frac{72\pi}{5}\right)s^{-2}.
\end{aligned} \tag{6.94}$$

Şimdi g_2 çiftlenimlerin sınırı aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\begin{aligned}
4g_1 &\leq |g_2| + \left(\frac{192\pi}{5}\right)s^{-2}, \\
4 \cdot \frac{3}{4}|g_2| - |g_2| &< \left(\frac{192\pi}{5}\right)s^{-2}, \\
|g_2| &< \left(\frac{96\pi}{5}\right)s^{-2}.
\end{aligned} \tag{6.95}$$

Bu durumda $g_1 < (72\pi/5)s^{-2}$ ve $|g_2| < (96\pi/5)s^{-2}$ sonuç elde edilmiştir.

ii. Eğer $3g_2 \geq 4g_1 \geq |g_2|$ ise aşağıdaki eşitsizliği yazılabilir,

$$|g_2| \leq 4g_1 \leq 3g_2 \leq \left(\frac{708\pi}{5}\right)s^{-2}, \tag{6.96}$$

bu durumda $g_1 \leq (177\pi/5)$ ve $|g_2| \leq (236\pi/5)s^{-2}$ sonuç elde edilmiştir.

iii. Eğer $4g_1 < |g_2|$ ise bu durumda,

$$3|g_2| - 16\pi s^{-2} \leq 4g_1 < |g_2|. \quad [6.97]$$

Bu sonuç $g_1 < 2\pi s^{-2}$ ve $|g_2| < 8\pi s^{-2}$ üst sınırlarını verir.

Yukarıda gösterilen eşitsizliklerden de görüldüğü gibi, g_1 üzerindeki en katı üst sınırı,

$$g_1 < 2\pi s^{-2}. \quad [6.98]$$

olur. Dolayısıyla üniterlik, $|g_1|$ çiftlenimlerinin 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV için sırasıyla $7.8 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-4}$, $1.64 \times 10^{-4} \text{ TeV}^{-4}$ ve $6.28 \times 10^{-8} \text{ TeV}^{-4}$ 'dan küçük olmasını gerektirir. g_2 için en iyi sınırı, $g_1 = 0$ olduğunda elde edilir,

$$|g_2| \leq \left(\frac{16\pi}{3}\right) s^{-2}. \quad [6.99]$$

$|g_2|$ çiftlenimler için üniter üst sınırlar 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV için sırasıyla 0.21 TeV^{-4} , $4.36 \times 10^{-4} \text{ TeV}^{-4}$ ve $1.68 \times 10^{-7} \text{ TeV}^{-4}$ değerlerine eşittir. g_1 ve $|g_2|$ sınırlar Çizelge 6.1'de özetlenmiştir. Şekiller 6.5-6.7'da sunulan dışarlama bölgeler ile karşılaştırıldığında, üniterin AQGC bölgede herhangi bir ihlalin olmadığı sonucuna varılmıştır.

Çizelge 6.1 Farklı enerjiler için g_1 ve $|g_2|$ sınırları.

	$g_1 <, \text{TeV}^{-4}$	$ g_2 \leq, \text{TeV}^{-4}$
3 TeV	7.8×10^{-2}	0.21
14 TeV	1.64×10^{-4}	4.36×10^{-4}
100 TeV	6.28×10^{-8}	1.68×10^{-7}

7. $Z\gamma\gamma$ ANORMAL KUARTİK AYAR ÇİFTLENİMLERİ

AQGC'ler tipik olarak yüksek boyutlu operatörler kullanılarak etkin alan teorisi (EFT) çerçevesinde parametrelendirilir. AQGC'leri incelemenin önemi, parçacık etkileşimlerinin doğası hakkında temel bilgileri ortaya çıkarmaktır. Bu çalışmanın amacı, anormal $Z\gamma\gamma$ etkileşiminin ζ_1 , ζ_2 çiftlenimlerini incelenmektedir.

Geleceğin yüksek enerjili müon çarpıştırıcısında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ sürecinde $Z\gamma\gamma$ etkileşimi için anormal kuadratik ayar çiftlenimleri (AQGC'ler) incelenmiştir. Çalışma, $\mu^+\mu^-$ çarpışmasında vektör bozon füzyonu (VBF) yoluyla çift foton üretimi süreci ile yapılmıştır. Bu bölümde geleceğin müon çarpıştırıcısında $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ etkileşimi ile çift foton üretimini araştırmaktır. $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreci için, helisite genlikleri hesaplanmıştır ve bu sonuçlar kullanılarak hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri bulunmuştur. $Z\gamma\gamma$ etkileşiminin anormal kuartik ayar çiftlenimlerinin (AQGCs) duyarlılığı (ζ_1, ζ_2), polarize olmayan müonlar için, müon çarpıştırıcısında $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılma süreci ile incelenmiştir. $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}, 14 \text{ TeV}$ ve 100 TeV çarpışma enerjisinin değerleri için, sistematik hataya bağlı olarak AQGC'ler için %95 C.L. dışarlama bölgeleri elde edilmiştir. Ayrıca ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimleri üzerinde kısmi dalga üniterlik sınırları elde edilmiştir.

7.1 Müon Çarpıştırıcılarında $Z\gamma\gamma\gamma$ Çiftlenimleri

Daha önce CLIC'deki $\gamma\gamma$ çarpışmalarında, γZ üretimi yoluyla anormal $\gamma\gamma\gamma Z$ çiftlenimlerini incelenmiştir (İnan ve Kisselev, 2021). Bu tez çalışmanın bir amacı geleceğin $\mu^+\mu^-$ müon çarpıştırıcısında $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ etkileşimi ile çift foton üretimini araştırmaktır. Bu çalışmanın yeniliği öncelikle e^+e^- çarpıştırıcısı yerine, müon çarpıştırıcısı düşünülmesidir. Bu çarpıştırıcıların kütle merkezi enerjileri CLIC enerjilerden daha yüksektir.

Çalışma, $\mu^+\mu^-$ çarpışmasında vektör bozon füzyonu (VBF) yoluyla $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ çift foton üretimi süreci ile yapılmıştır. Bu çalışma için $B_{\mu\nu}B^{\nu\nu}B_{\rho\sigma}B^{\rho\sigma}$, $W_{\mu\nu}W^{\nu\nu}W_{\rho\sigma}W^{\rho\sigma}$, ve $B_{\mu\nu}B^{\nu\nu}W_{\rho\sigma}W^{\rho\sigma}$ 8-boyut operatörlerini kullanmak yeterlidir. Burada, B_μ ve W_μ sırasıyla $U(1)_Y$ ve $SU(2)$ ayar alanlarıdır. Çift kuvvet tensörleri dikkate almamıştır. Kırılmış fazda Lagranjiyen'in fiziksel alanlar cinsinden ifade edilir. Bu fazda anormal $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşimini tanımlayan etkin Lagranjiyen'in bir kısmı aşağıdaki biçimde yazılır (Baldenegro vd., 2017),

$$\mathcal{L}_{Z\gamma\gamma\gamma} = \zeta_1 O_1 + \zeta_2 O_2, \quad [7.1]$$

bu operatörler şöyledir,

$$O_1 = F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}F^{\rho\sigma}Z_{\rho\sigma}, \quad O_2 = F^{\mu\nu}F_{\nu\rho}F^{\rho\sigma}Z_{\sigma\mu}, \quad [7.2]$$

ile verilir. Ayrıca alan tensörler,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu. \quad [7.3]$$

şeklindedir. ζ_1 ve ζ_2 anormal çiftlenimler, TeV^{-4} boyutuna sahiptir. O_2 operatörü $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\rho\sigma}\tilde{Z}^{\rho\sigma}$ operatörleri ile de verilebilir. Burada, çift kuvvet tensörleri aşağıdaki şekilde tanılanır:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = (1/2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}, \quad \tilde{Z}^{\mu\nu} = (1/2)\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}Z_{\alpha\beta}. \quad [7.4]$$

Karşılık gelen Lagranjiyenler hareket denklemleri kullanılarak birbirlerine tam türeve kadar dönüştürülebilir. Yukarıda belirtildiği gibi, (7.1)'deki iki operator doğal olarak $\mathcal{L}_{EFT}$ efektif Lagranjiyen'den ortaya çıkabilir. Operatörler, 8-boyutlu Lorentz değişmez çift, yük eşleniği ve parite (CP) operatörleri bir Z bozonu ve üç foton alanından oluşturulmuştur. O zaman aynı iki operatör kümesine gelir (7.2). Böyle bir durumda, (7.1) anormal etkileşimler $\mathcal{L}_{EFT}$ efektif Lagranjiyenden bağımsız olarak düşünülebilir.

Bir çok çalışmada kırılmamış bir Lagranjiyen'in B_μ ve W_μ alanları tarafından tanımlanan f/Λ^4 çiftlenimleri üzerine sınırlar incelenmiştir (Ari vd., 2023; Gurkanlı, 2024; Köksal, 2024). Böyle bir yaklaşımda, herhangi bir çiftlenim üzerinde sınırlar elde edilirken, diğer tüm çiftlenimlerin sıfır olduğu varsayılır.

Simetri kırılmış fazdaki nötr ayar bozonlarının anormal ζ_1 , ζ_2 gibi çiftlenimleri $f_{T,i}/\Lambda^4$ çiftlenimlerinin doğrusal kombinasyonları olduğu bilinmektedir. Buradaki yaklaşımda, nötr AQGC'leri incelemek için $\gamma\gamma\gamma\gamma$, $Z\gamma\gamma\gamma$, veya $ZZ\gamma\gamma$ kuartik çiftlenimlerden yalnızca birinin, sıfır olmadığını önerilmiştir. Bu, $f_{T,i}/\Lambda^4$ 'nin yalnızca belirli bir doğrusal kombinasyonun sıfırdan farklı olduğu varsayımına eşdeğerdir. Her iki yaklaşımın da mevcut olduğunu düşünülmektedir.

7.2 Müon Çarpıştırıcısında Çift Foton Üretimi

Geleceğin yüksek enerjili müon çarpıştırıcısında $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecindeki anormal kuadratik ayar çiftlenimleri (AQGC'leri) incelenmektedir. Çalışmada, $\mu^+\mu^-$ çarpışmasında vektör bozon füzyonu (VBF) yoluyla çift foton üretimi süreci incelenmiştir. Bu süreç aşağıda belirtildiği gibi,

$$\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^-\gamma\gamma\mu^+. \quad [7.5]$$

Vektör bozon füzyonu olarak Şekil 6.1'de gösterilmiştir. Burada, V_1V_2 vektör bozon füzyonu (VBF) $V_1V_2 \rightarrow \gamma\gamma$ aracılığıyla gider. $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için $V_{1,2} = \gamma, Z$ dikkate alınmıştır.

Çarpışan müon ışınlarının polarize olmadığı varsayılır ve foton polarizasyon durumları üzerinden toplanır. Giden müonların dedektör kapsamında gözlemlenebilir olması için aşağıdaki kesilim uygulanmıştır. Bu durumda süreç dışlayıcı (exclusive) bir süreç olarak kabul edilebilir,

$$10^\circ < \theta < 170^\circ, \quad [7.6]$$

burada, θ giden müonların saçılma açısıdır (Han, 2022).

Müon saçılma açısı (7.6) üzerindeki kesintiler, son müonların rapidite üzerinde üst sınıra eşdeğerdir, $|\eta_\mu| < 2.44$. Müon rapiditesi üzerindeki kesintilerle uyumludur. $15^\circ < \theta < 165^\circ$ ve 80 GeV'den büyük müon enine momentumu için beklenen müon yeniden yapılandırma verimliliği %85'i aşmaktadır (Accettura vd., 2023).

Eşdeğer foton dağılım yaklaşımı (EPA) kullanılmıştır (Brodsky, 1971; Budnev, 1975; Carimalo, 1979; Terazawa, 1973). Bu yaklaşımda polarize olmayan fermiyon ışını içindeki fotonun polarize dağılımları aşağıdaki biçimde elde edilebilir (Budnev, 1975):

$$f_{\gamma\pm/f}(x, Q^2) = f_{\gamma/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1 + (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{Q_{min}^2}, \quad [7.7]$$

burada $x = E_\gamma/E_\mu$, E_γ foton enerjisinin ve E_μ gelen müon enerjisinin oranıdır. f fermiyon, $\alpha \approx 1/137$ ince yapı sabiti, $Q^2 = sx/2$ foton sanallığı ve m_μ ise müon kütlesi temsil eder. İncelenen durumda $f = \mu^-$ 'dür. (C) yük eşleniği ve parite (P) değişmezliği nedeniyle $f_{\gamma/f} = f_{\gamma/\bar{f}}$ 'dir. Burada $\bar{f}$ anti-fermiyon gösterir, böylece $\bar{f} = \mu^+$ 'dir.

Kütleli vektör bozonlarının (Örneğin $W^\pm$ ve Z) çarpışmaları için genellikle efektif W yaklaşımı (EWA) kullanılır (Dawson, 1985; Kane, 1984; Ruiz, 2022). EWA yaklaşımda, kütleli vektör bozonlarını çarpışan ışınların içinde parton olarak ele almaktadır (Cahn, 1984; Johnson, 1987; Kuss, 1996; Lindfors, 1985; Ruiz vd., 2022). Bu yaklaşımda Z bozonu enine (± 1) ve boyuna (0) polarizasyonları için aşağıdaki dağılım fonksiyonları yazılır (Costantini vd., 2020):

$$f_{Z_\pm/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{4\pi} \frac{(g_V^f \mp g_A^f)^2 + (g_V^f \pm g_A^f)^2 (1-x)^2}{x} \ln \frac{Q^2}{Q_{min}^2}, \quad [7.8]$$

$$f_{Z_0/f}(x, Q^2) = \frac{\alpha_Z}{\pi} \frac{[(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2] (1-x)}{x}, \quad [7.9]$$

burada, $f_{\gamma/\mu^\pm}(x, Q^2)$, $f_{Z_\pm/\mu^\pm}(x, Q^2)$ ve $f_{Z_0/\mu^\pm}(x, Q^2)$ müon ışınının içindeki bozon dağılım fonksiyonları gösterir. x müon ışın enerjisinin kesri göstermektedir. g_V^f ve g_A^f ise sırasıyla f 'nın vektör ve aksiyel vektör ile ilgili zayıf ayar çiftlenimler temsil eder ve

$$\alpha_Z = \frac{\alpha}{(\cos \theta_W \sin \theta_W)^2}, \quad g_V^f = \frac{1}{2}(T_3^f)_L - Q^f \sin^2 \theta_W, \quad g_A^f = -\frac{1}{2}(T_3^f)_L. \quad [7.10]$$

olarak verilir. Burada, Q^f elektrik yükünü ve $(T_3^f)_L$ sol elli fermiyon için zayıf izospini gösterir. Polarize olmayan fermiyon ışını ile uğraştığı varsayılmaktadır. Anti-fermiyonlardaki Z bozon dağılımları, fermiyonlardakilerle yük eşleniği ve parite (CP) bağıntıları ile aşağıdaki bağıntı vardır,

$$f_{Z_{\pm}/\bar{f}} = f_{Z_{\mp}/f}, \quad f_{Z_0/\bar{f}} = f_{Z_0/f}. \quad [7.11]$$

(7.5) sürecin tesir kesiti aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$d\sigma = \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} d\tau \int_{x_{min}}^{x_{max}} \frac{dx}{x} \sum_{V_1, V_2} f_{V_1/\mu^+}(x, Q^2) f_{V_2/\mu^-}(\tau/x, Q^2) d\hat{\sigma}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma), \quad [7.12]$$

burada,

$$x_{max} = 1 - \frac{m_{\mu}}{E_{\mu}}, \quad \tau_{max} = \left(1 - \frac{m_{\mu}}{E_{\mu}}\right)^2, \quad x_{min} = \tau/x_{max}, \quad \tau_{min} = \frac{p_{\perp}^2}{E_{\mu}^2}. \quad [7.13]$$

bağıntılar vardır. Burada, E_{μ} müon ışınlarının enerjisidir ($4E_{\mu}^2 = s$), $p_{\perp}$ giden fotonların enine momentum ve m_{μ} müon kütlesidir. V_1 ve V_2 ; γ, Z_+, Z_- ve Z_0 ayar bozonlarını karşı gelir. $Z_{\pm}, Z$ bozon için enine ve Z_0 boyuna helisite belirtir. $f_{V_{1,2}/\mu^{\pm}}(x, Q^2)$ Gelen müon ışınının içindeki bozon dağılım fonksiyonları gösterir.

(7.7) ve (7.8) bozon dağılım fonksiyonlarda logaritmik terimler aşağıdaki integralden gelir,

$$\int_{Q_{min}^2}^{Q_{max}^2} \frac{dQ_i^2}{Q_i^2 + m_{V_i}^2}, \quad [7.14]$$

burada, Q_i^2 ($i = 1, 2$) şekil 6.1'deki vektör bozonlarının sanallıklarıdır. Ayrıca $Q_i^2 = 2x_1x_2$ olmak üzere, $x_{1,2}$ füzyondan önce ayar bozonlarının momentum kesirleridir.

Şekil 6.1'e göre aşağıdaki özel süreç yazılmıştır,

$$\mu(p_1) + \mu(p_2) \rightarrow \mu(k_1) + V_1(q_1)V_2(q_2) + \mu(k_2) \rightarrow \mu(k_1) + \gamma\gamma + \mu(k_2), \quad [7.15]$$

kütle merkezi sisteminde çalışmıştır.

$$p_1 = \left(\sqrt{p^2 + m_\mu^2}, 0, 0, p \right), \quad p_2 = \left(\sqrt{p^2 + m_\mu^2}, 0, 0, -p \right), \quad [7.16]$$

burada, $p = \sqrt{s}/2$ 'dir. İleri yönde $\mu(p_1)$ giden müon tarafından V_1 ayar bozonun emisyonunu düşünülmüştür.

$$\mu(p_1) \rightarrow \mu(k_1) + V_1(q_1), \quad [7.17]$$

burada $\mu(k_1)$ giden müon, $\mu(p_1)$ gelen müonun $z_1 = 1 - x_1$ momentum kesrini taşıdığını ve θ saçılma açısı olduğunu varsayılmıştır.

$$E = \sqrt{\left(\frac{z_1 p}{\cos \theta} \right)^2 + m_\mu^2}, \quad [7.18]$$

$$k_{1y} = \frac{z_1 p}{\cos \theta} \sin \theta = z_1 p \tan \theta, \quad [7.19]$$

böylece yazılabilir,

$$k_1 = \left(\sqrt{\left(\frac{z_1 p}{\cos \theta}\right)^2 + m_\mu^2}, z_1 p \tan \theta, z_1 p \right), \quad [7.20]$$

aşağıdaki bağıntıyı dikkat alınmıştır:

$$z_1 \leq \cos \theta \leq 1, \quad [7.21]$$

bu açıkça $p_1 = k_1 + q_1$ şeklinde yazılabilir, böylece

$$\begin{aligned} q_1^2 &= p_1^2 + k_1^2 - 2p_1 \cdot k_1 = m_\mu^2 + m_\mu^2 - 2p_1 \cdot k_1 \\ &= -2(p_1 \cdot k_1 - m_\mu^2), \end{aligned} \quad [7.22]$$

p_1 ve k_1 değerleri sırasıyla (7.16), (7.20) bağıntılardan yerine yazılmıştır.

$$q_1^2 = -2 \left[\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \sqrt{\left(\frac{z_1 p}{\cos \theta}\right)^2 + m_\mu^2} - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right], \quad [7.23]$$

$Q_1^2 = -q_1^2$ olarak tanımlanmıştır. Bu parameter bozon sanallığıdır. $Q^2 \geq 0$ olduğu kontrol edilebilir. Özel durumda $z_1 = 1$ ve $\theta = 0$ ise $Q_1^2 = 0$ olur.

$$Q_1^2 = 2 \left[\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \sqrt{p^2 + m_\mu^2} - p^2 - m_\mu^2 \right] = 0, \quad [7.24]$$

V_1 bozonunun minimal sanallığı aşağıdaki ifade ile verilir,

$$(Q_1^2)_{min} = 2 \left[\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \sqrt{\left(\frac{z_1 p}{\cos \theta_{min}}\right)^2 + m_\mu^2} - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right], \quad [7.25]$$

burada, $\theta_{min} = 10^\circ$ seçilecektir. $\cos \theta = z_1$ için maksimum sanallığı elde edilir,

$$(Q_1^2)_{max} = 2 \left[\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \sqrt{p^2 + m_\mu^2} - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right] = 2p^2(1 - z_1) = \frac{sx_1}{2}. \quad [7.26]$$

Ayrıca $\cos \theta \leq \cos \theta_{min}$ koşulunun aşağıdaki anlama gelir,

$$z_1 \leq \cos \theta \leq \cos \theta_{min}, \quad [7.27]$$

$z_1 = 1 - x_1$ olduğundan, aşağıdaki bağıntı elde edilir,

$$x_1 \geq 1 - \cos \theta_{min}, \quad [7.28]$$

bu kesim aynı zamanda tesir kesiti de azaltacaktır. Saçılma açısına herhangi bir sınırlama getirilmeze $\cos \theta$ birlik kadar büyük olabilir. $\cos \theta_{min} \approx 1$ yerine koyarsa Q_{min}^2 parametresi aşağıdaki gibi tahmin edilebilir,

$$(Q_1^2)_{min} = 2 \left[\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \sqrt{z_1^2 p^2 + m_\mu^2} - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right], \quad [7.29]$$

binom serileri kullanılarak sadeleştirilmiştir,

$$(Q_1^2)_{min} \simeq 2 \left[\left(p + \frac{m_\mu^2}{2p} \right) \left(z_1 p + \frac{m_\mu^2}{2z_1 p} \right) - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right], \quad [7.30]$$

basitleştirdikten sonra aşağıdaki biçiminde yazılır,

$$(Q_1^2)_{min} = \frac{m_\mu^2}{z_1} (1 - z)^2 = \frac{m_\mu^2 x_1^2}{1 - x_1}. \quad [7.31]$$

Böylece giden müonların θ saçılma açıları üzerinde kısıtlamalar olmadan, Q_{min}^2 aşağıdaki değerlere sahiptir:

$$Q_{min}^2 = \begin{cases} m_\mu^2 x^2 / 1 - x, & (7.7) \text{ denkleminde} \\ m_Z^2, & (7.8) \text{ denkleminde} \end{cases} \text{yerine koyulur} \quad [7.32]$$

(7.23) denklem dikkate alındığında, binom seriler ile aşağıdaki şekilde açıkça yazılır,

$$(Q_1^2)_{min} \simeq 2 \left[\left(p + \frac{m_\mu^2}{2p} \right) \left(\frac{z_1 p}{\cos \theta_{min}} \right) - z_1 p^2 - m_\mu^2 \right], \quad [7.33]$$

sadeleştirildikten sonra aşağıdaki şekilde yazılır,

$$(Q_1^2)_{min} \simeq 2z_1 p^2 \left(\frac{1}{\cos \theta_{min}} - 1 \right), \quad [7.34]$$

(7.5) denklem çift foton üretimi için ve (7.6) kesme gözönünde tutulursa, (7.7) ve (7.8) bağıntılarında Q_{min}^2 ,

$$Q_{min}^2 = \frac{s(1-x)}{2} \left(\frac{1}{\cos \theta_{min}} - 1 \right). \quad [7.35]$$

Şeklinde yazılır. Burada, $z_1 = 1 - x_1$ ve $p = \sqrt{s}/2$ kullanılır ve $\theta_{min} = 10^\circ$ dir.

Daha yüksek enerjilerde, s-kanalı saçılması üzerindeki vektör bozon füzyonunun (VBF) artan önemi, multi-TeV lepton çarpıştırıcılarının belirleyici bir özelliğidir. Bu bakış açısı, multi-TeV müon çarpıştırıcısının ‘zayıf bozon çarpıştırıcısı’ olarak düşünülmesini sağlar (Costantini vd., 2020).

(7.7)-(7.9) EWA ayar bozonu dağılımları sadece LO ifadeleridir bu nedenle logaritmaları özetlemezler. Tek evrensel logaritmalar $\mu \rightarrow \mu V$ bölünmelerinin kendisinden gelenlerdir. Daha hasas hesaplamalar için, renormalize edilmiş bozon dağılımları, çalışan çiftlenimler ve bir EW Sudakov şekil faktörü ile EWA’nın geliştirilmiş yeniden normalleştirme grubu (RG) bir varsiyonu gereklidir (Ruiz vd., 2022). Analitik yaklaşımının NLO ayar bozonu dağılımlarına ekleme yeni bir çalışmada bulunur (Marzocca ve Stanzione, 2024).

(7.12) denkleminde diferansiyel tesir kesiti genliklerin karesinin toplamıdır,

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Omega}(V_1 V_2 \rightarrow \gamma \gamma) = \frac{1}{64\pi^2 \hat{s}} \sum_{\lambda_3, \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2, \quad [7.36]$$

burada λ_1, λ_2 gelen bozonların helisiteleri ve λ_3, λ_4 giden fotonların helisiteleridir. Polarize olmayan çift foton son durumu dikkate alınmıştır. $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ helisite genliklerinin her biri $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{anom}$ anormal ve $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{SM}$ SM terimlerinin toplamıdır.

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{anom} + M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{SM}. \quad [7.37]$$

$\mathcal{L}_{Z\gamma\gamma\gamma}$ efektif Lagranjiyendeki ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimlerde üzerinde doğrudan kısıtlamalar elde etmek için, $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşim dışında nötr ayar bozonlarının yeni kuartik etkileşimleri olmadığını varsayıyoruz. Pratik kullanım için bunun anlamı böyle açıklanır: (7.12) denkleminde $d\hat{\sigma}(V_1V_2 \rightarrow \gamma\gamma)$ anormal katkısının sadece VBF $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ sürecinden geliyor. Şekil 6.1'de $V_1 = \gamma, V_2 = Z$ veya $V_1 = Z, V_2 = \gamma$ dikkate alınmıştır. $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}^{anom}$ için anormal helisite genlikler ifadeler ayrı bir alt başlıkta açıklanacaktır.

Tesir kesitine SM katkısına gelince, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma, \gamma Z \rightarrow \gamma\gamma (Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma)$, ve $ZZ \rightarrow \gamma\gamma$ gibi tüm VBF süreçleri, dikkate alınmıştır. Çift foton bu süreçler Şekil 6.1'de gösterilmiştir. (7.37)'teki SM genliklerinin her biri, fermiyon ve W bozonu tek döngü genliklerinin toplamıdır,

$$M^{SM} = M_f^{SM} + M_W^{SM}. \quad [7.38]$$

SM helisite genlikleri M_f^{SM} ve M_W^{SM} için analitik ifadeler iyi bilinmektedir (Gounaris vd., 1994, 1999, 1999, 2000; Han vd., 2021; Jikia ve Tkabladze, 1994). $\sqrt{s} > 200$ GeV sınırda M_W^{SM}, M_F^{SM} üzerinde baskın olduğu unutmamalıdır.

7.3 $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için Anorml Helisite Genlikleri

Öncelikle $\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ saçılımının kinematiği dikkate alınmıştır. Çarpışan gerçek fotonların kütle merkezi sisteminde (c.m.s) çalışmıştır, $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$, burada momentumlar şu şekilde verilir

$$\begin{aligned} p_1^\mu &= (p, 0, 0, p), \\ p_2^\mu &= (p, 0, 0, -p), \\ p_3^\mu &= (k, 0, k \sin \theta, k \cos \theta), \\ p_4^\mu &= (E, 0, -k \sin \theta, -k \cos \theta). \end{aligned} \tag{7.39}$$

Burada,

$$E = \sqrt{k^2 + m_Z^2}. \tag{7.40}$$

ile verilir. m_Z , Z bozonun kütlesidir. Mandelstam değişkenleri aşağıdaki şekilde verilir:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = 4p^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = -2pk(1 - \cos \theta), \\ u &= (p_2 - p_3)^2 = -2pk(1 + \cos \theta). \end{aligned} \tag{7.41}$$

$$\cos \theta = \frac{u - t}{u + t}, \sin \theta = -\frac{2\sqrt{tu}}{t + u}. \tag{7.42}$$

Burada, θ kütle merkezi sisteminde saçılma açısıdır. $s + t + u = m_Z^2$ bağıntı vardır. Momentumun korunumu ve ilgili bağıntılar aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4, \quad [7.43]$$

$$p = \frac{\sqrt{s}}{2}, \quad E = \frac{s + m_Z^2}{2\sqrt{s}}, \quad k = \frac{s - m_Z^2}{2\sqrt{s}}, \quad [7.44]$$

$$\cos \theta = 1 + \frac{2t}{s}, \quad \sin \theta = \sqrt{-\frac{4t}{s} \left(1 + \frac{t}{s}\right)}. \quad [7.45]$$

Seçilen sisteminde polarizasyon vektörleri aşağıdaki şeklinde verilmiştir:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu^+(p_1) &= \varepsilon_\mu^-(p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0), \\ \varepsilon_\mu^-(p_1) &= \varepsilon_\mu^+(p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \\ \varepsilon_\mu^+(p_3) &= \varepsilon_\mu^-(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i \cos \theta, i \sin \theta), \\ \varepsilon_\mu^-(p_3) &= \varepsilon_\mu^+(p_4) = \left(\frac{k}{m_Z}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{E}{m_Z} \sin \theta - \frac{i}{\sqrt{2}} \cos \theta, -\frac{E}{m_Z} \cos \theta + \frac{i}{\sqrt{2}} \sin \theta \right), \\ \varepsilon_\mu^0(p_4) &= \frac{1}{m_Z}(k, 0, -E \sin \theta, -E \cos \theta). \end{aligned} \quad [7.46]$$

$\varepsilon_\mu^\lambda(k)k^\mu = 0$, ortogonallık koşuluna uyarlar. Örneğın foton polarizasyon vektör için orthogonal koşusu aşağıdaki şeklinde sağılar,

$$\varepsilon_\mu^+(p_1)p_1^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0)(p, 0, 0, p) = 0. \quad [7.47]$$

Son foton ve Z bozonun helisite vektörleri aşağıdaki biçiminde yazılmaktadır,

$$\begin{aligned}\varepsilon_\mu^{*+}(p_3) &= \varepsilon_\mu^{*-}(p_4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, i \cos \theta, -i \sin \theta), \\ \varepsilon_\mu^{*-}(p_3) &= \varepsilon_\mu^{*+}(p_4) = \left(\frac{k}{m_Z}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{E}{m_Z} \sin \theta + \frac{i}{\sqrt{2}} \cos \theta, -\frac{E}{m_Z} \cos \theta - \frac{i}{\sqrt{2}} \sin \theta \right).\end{aligned}\quad [7.48]$$

Anormal $\gamma\gamma\gamma Z$ etkileşimi için efektif Lagranjiyende paritenin korunmu ve ayar değişmezliğinin geçerli olduğu dikkete alındığında, 8-boyutlu sadece iki bağımsız operatör vardır (İnan ve Kisselev, 2021).

$$\mathcal{L}_{\gamma\gamma\gamma Z} = g_1 O_1 + g_2 O_2, \quad [7.49]$$

bu operatörler şöyledir:

$$O_1 = F^{\rho\mu} F^{\alpha\nu} \partial_\rho F_{\mu\nu} Z_\alpha, O_2 = F^{\rho\mu} F_\mu^\nu \partial_\rho F_{\alpha\nu} Z^\alpha. \quad [7.50]$$

Burada $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. $O_{1,2}$ Operatörler $B_{\mu\nu} B^{\nu\nu} B_{\rho\sigma} B^{\rho\varrho}$, $W_{\mu\nu} W^{\nu\nu} W_{\rho\sigma} W^{\rho\varrho}$, ve $B_{\mu\nu} B^{\nu\nu} W_{\rho\sigma} W^{\rho\varrho}$ gibi dört operatörleri içeren bir $SU(2) \times U(1)_Y$ efektif Lagranjiyen'den kaynaklanır. B_μ ve W_μ sırasıyla $U(1)_Y$ hiperyük ve $SU(2)$ ayar alanlarıdır (Fichet ve Gersdorff, 2014).

Polarizasyon tensörü,

$$P_{\mu\nu\rho\alpha}(p_1, p_2, p_3) = g_1 \sum_{i=1}^4 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)}(p_1, p_2, p_3) + g_2 \sum_{i=1}^7 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)}(p_1, p_2, p_3), \quad [7.51]$$

ile verilir. Elektromanyetik ayar değişmezliği $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha} = p_1^\nu P_{\mu\nu\rho\alpha} = p_1^\rho P_{\mu\nu\rho\alpha} = 0$ denklemleriyle sonuçlanır. (7.89) Matris elemanına herhangi bir katkı olmadığından dolayı (7.88)'te $p_1^\mu, p_1^\nu, p_1^\rho$ ile orantılı terimler ihmal edilmiştir. $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için (7.51), (7.88), $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)}$ ve $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)}$ bağıntıları ile verilen Feynman kurallarında, helisite genliklerini hesaplamak için $p_3 \rightarrow -p_3$ yerine geçmesi gerektirir.

$P_{\mu\nu\rho\alpha}$ Polarizasyon tensörünün $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)}$ ve $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)}$ bileşenleri için açık ifadeler sunulmuştur (İnan ve Kisselev, 2021).

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1.1)} = (p_1 \cdot p_2)[(p_1 \cdot p_3) + (p_2 \cdot p_3)]g_{\mu\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 \cdot p_3)[(p_1 \cdot p_2) + (p_2 \cdot p_3)]g_{\mu\rho}g_{\nu\alpha} \\ + (p_2 \cdot p_3)[(p_1 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_3)]g_{\nu\rho}g_{\mu\alpha}, \quad [7.52]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1.2)} = -\{[(p_1 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_3)]p_{3\nu}p_{2\rho}g_{\mu\alpha} + [(p_1 \cdot p_2) + (p_2 \cdot p_3)]p_{3\mu}p_{1\rho}g_{\nu\alpha} \\ + [(p_1 \cdot p_3) + (p_2 \cdot p_3)]p_{2\mu}p_{1\nu}g_{\rho\alpha}\}, \quad [7.53]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1.3)} = -[(p_1 \cdot p_2)(p_{1\rho} + p_{2\rho})p_{3\alpha}g_{\mu\nu} + (p_1 \cdot p_3)(p_{1\nu} + p_{3\nu})p_{2\alpha}g_{\mu\rho} \\ + (p_2 \cdot p_3)(p_{2\mu} + p_{3\mu})p_{1\alpha}g_{\nu\rho}], \quad [7.54]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1.4)} = p_{2\mu}p_{1\nu}(p_{1\rho} + p_{2\rho})p_{3\alpha} + (p_{1\nu} + p_{3\nu})p_{1\rho}p_{2\alpha} + p_{3\nu}p_{2\rho}(p_{2\mu} + p_{3\mu})p_{1\alpha}. \quad [7.55]$$

Ve

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.1)} = -2[(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_3)g_{\mu\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_3)g_{\mu\rho}g_{\nu\alpha} \\ + (p_1 \cdot p_2)(p_1 \cdot p_3)g_{\nu\rho}g_{\mu\alpha}], \quad [7.56]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.2)} = (p_1 \cdot p_2)[p_{3\mu}p_{3\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{3\alpha}g_{\mu\rho}] + (p_1 \cdot p_3)[p_{2\mu}p_{2\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{2\alpha}g_{\mu\nu}] \\ + (p_2 \cdot p_3)[p_{1\nu}p_{1\alpha}g_{\mu\rho} + p_{1\rho}p_{1\alpha}g_{\mu\nu}], \quad [7.57]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.3)} = -2[(p_1 \cdot p_2)p_{3\mu}p_{3\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 \cdot p_3)p_{2\mu}p_{2\rho}g_{\nu\alpha} + (p_2 \cdot p_3)p_{1\nu}p_{1\rho}g_{\mu\alpha}], \quad [7.58]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.4)} = (p_1 \cdot p_2)[p_{3\mu}p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{2\alpha}g_{\mu\rho}] + (p_1 \cdot p_3)[p_{2\mu}p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{3\alpha}g_{\mu\nu}] \\ + (p_2 \cdot p_3)[p_{1\nu}p_{2\alpha}g_{\mu\rho} + p_{1\rho}p_{3\alpha}g_{\mu\nu}], \quad [7.59]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.5)} = 2\{(p_1 \cdot p_2)[p_{3\mu}p_{2\rho}g_{\nu\alpha} + p_{3\nu}p_{1\rho}g_{\mu\alpha}] + (p_1 \cdot p_3)[p_{2\mu}p_{3\nu}g_{\rho\alpha} + p_{2\rho}p_{1\nu}g_{\mu\alpha}] \\ + (p_2 \cdot p_3)[p_{3\mu}p_{1\nu}g_{\rho\alpha} + p_{2\mu}p_{1\rho}g_{\nu\alpha}]\}, \quad [7.60]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.6)} = -\{(p_1 \cdot p_2)[p_{3\mu}p_{2\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{1\alpha}g_{\mu\rho}] + (p_1 \cdot p_3)[p_{2\mu}p_{3\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{1\alpha}g_{\mu\nu}] \\ + (p_2 \cdot p_3)[p_{1\nu}p_{3\alpha}g_{\mu\rho} + p_{1\rho}p_{2\alpha}g_{\mu\nu}]\}, \quad [7.61]$$

$$p_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.7)} = -(p_{2\mu}p_{3\nu}p_{1\rho} + p_{3\mu}p_{1\nu}p_{2\rho})(p_{1\alpha} + p_{2\alpha} + p_{3\alpha}). \quad [7.62]$$

Son tensörün (7.62) matris elemanına katkıda bulunmadığına dikkat edilebilir çünkü $p_{4\alpha}$ ile orantılıdır. Polarizasyon tensörünün $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)}$ ve $P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)}$ bileşenleri için aşağıdaki bağıntıları vardır,

$$p_1^\mu \sum_{i=1}^4 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)} = p_2^\nu \sum_{i=1}^4 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)} = p_3^\rho \sum_{i=1}^4 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(1,i)} = 0, \quad [7.63]$$

$$p_1^\mu \sum_{i=1}^7 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)} = p_2^\nu \sum_{i=1}^7 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)} = p_3^\rho \sum_{i=1}^7 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)} = 0. \quad [7.64]$$

Bu bağıntıların doğruluğu kontrol edilebilir. (7.63) için toplam 12 çarpımı terim ve (7.64) için toplam 21 çarpımı terimler bulunabilir. 33 olan her ikisinin toplamından yalnızca $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2,i)}$ bir terim çarpımı aşağıdaki gibi $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ için hesaplanmıştır.

1. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.1)}$ terimi

$$\begin{aligned} p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.1)} &= -2p_1^\mu [(p_1 p_3)(p_2 p_3)g_{\mu\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 p_2)(p_2 p_3)g_{\mu\rho}g_{\nu\alpha} + (p_1 p_2)(p_1 p_3)g_{\nu\rho}g_{\mu\alpha}] \\ &= -2[(p_1 p_3)(p_2 p_3)p_{1\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 p_2)(p_2 p_3)p_{1\rho}g_{\nu\alpha} + (p_1 p_2)(p_1 p_3)g_{\nu\rho}p_{1\alpha}], \quad [7.65] \end{aligned}$$

2. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.2)}$ terimi

$$\begin{aligned} p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.2)} &= p_1^\mu \{(p_1 p_2)[p_{3\mu}p_{3\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{3\alpha}g_{\mu\alpha}] \\ &\quad + (p_1 p_3)[p_{2\mu}p_{2\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{2\alpha}g_{\mu\nu}] + (p_2 p_3)[p_{1\nu}p_{1\alpha}g_{\mu\rho} + p_{1\rho}p_{1\alpha}g_{\mu\nu}]\} \\ &= \{(p_1 p_2)[(p_1 p_3)p_{3\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{3\alpha}g_{1\rho}] + (p_1 p_3)[(p_1 p_2)p_{2\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{2\alpha}p_{1\nu}] \\ &\quad + (p_2 p_3)[p_{1\nu}p_{1\alpha}p_{1\rho} + p_{1\rho}p_{1\alpha}p_{1\nu}]\}, \quad [7.66] \end{aligned}$$

3. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.3)}$ terimi

$$\begin{aligned} p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.3)} &= -2p_1^\mu [(p_1 p_2)p_{3\mu}p_{3\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 p_3)p_{2\mu}p_{2\rho}g_{\nu\alpha} + (p_2 p_3)p_{1\nu}p_{1\rho}g_{\mu\alpha}] \\ &= -2[(p_1 p_2)(p_1 p_3)p_{3\nu}g_{\rho\alpha} + (p_1 p_3)(p_1 p_2)p_{2\rho}g_{\nu\alpha} + (p_2 p_3)p_{1\nu}p_{1\rho}p_{1\alpha}], \quad [7.67] \end{aligned}$$

4. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.4)}$ terimi

$$\begin{aligned} p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.4)} &= p_1^\mu \{(p_1 p_2)[p_{3\mu}p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{2\alpha}g_{\mu\rho}] + (p_1 p_3)[p_{2\mu}p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{3\alpha}g_{\mu\nu}] \\ &\quad + (p_2 p_3)[p_{1\nu}p_{2\alpha}g_{\mu\rho} + p_{1\rho}p_{3\alpha}g_{\mu\nu}]\} \\ &= \{(p_1 p_2)[(p_1 p_3)p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{3\nu}p_{2\alpha}g_{1\rho}] \\ &\quad + (p_1 p_3)[(p_1 p_2)p_{1\alpha}g_{\nu\rho} + p_{2\rho}p_{3\alpha}p_{1\nu}] + (p_2 p_3)[p_{1\nu}p_{2\alpha}p_{1\rho} + p_{1\rho}p_{3\alpha}p_{1\nu}]\}, \quad [7.68] \end{aligned}$$

5. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.5)}$ terimi

$$\begin{aligned}
p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.5)} &= 2p_1^\mu \{ (p_1 p_2) [p_{3\mu} p_{2\rho} g_{\nu\alpha} + p_{3\nu} p_{1\rho} g_{\mu\alpha}] \\
&\quad + (p_1 p_3) [p_{2\mu} p_{3\nu} g_{\rho\alpha} + p_{2\rho} p_{1\nu} g_{\mu\alpha}] + (p_2 p_3) [p_{3\mu} p_{1\nu} g_{\rho\alpha} + p_{2\mu} p_{1\rho} g_{\nu\alpha}] \\
&= 2\{ (p_1 p_2) [(p_1 p_3) p_{2\rho} g_{\nu\alpha} + p_{3\nu} p_{1\rho} p_{1\alpha}] \\
&\quad + (p_1 p_3) [(p_1 p_2) p_{3\nu} g_{\rho\alpha} + p_{2\rho} p_{1\nu} p_{1\alpha}] \\
&\quad + (p_2 p_3) [(p_1 p_3) p_{1\nu} g_{\rho\alpha} + (p_1 p_2) p_{1\rho} g_{\nu\alpha}] \},
\end{aligned} \tag{7.69}$$

6. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.6)}$ terimi

$$\begin{aligned}
p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.6)} &= -p_1^\mu \{ (p_1 p_2) [p_{3\mu} p_{2\alpha} g_{\nu\rho} + p_{3\nu} p_{1\alpha} g_{\mu\rho}] + (p_1 p_3) [p_{2\mu} p_{3\alpha} g_{\nu\rho} + p_{2\rho} p_{1\alpha} g_{\mu\nu}] \\
&\quad + (p_2 p_3) [p_{1\nu} p_{3\alpha} g_{\mu\rho} + p_{1\rho} p_{2\alpha} g_{\mu\nu}] \} \\
&= -\{ (p_1 p_2) [(p_1 p_3) p_{2\alpha} g_{\nu\rho} + p_{3\nu} p_{1\alpha} g_{1\rho}] \\
&\quad + (p_1 p_3) [(p_1 p_2) p_{3\alpha} g_{\nu\rho} + p_{2\rho} p_{1\alpha} p_{1\nu}] \\
&\quad + (p_2 p_3) [p_{1\nu} p_{3\alpha} p_{1\rho} + p_{1\rho} p_{2\alpha} p_{1\nu}] \},
\end{aligned} \tag{7.70}$$

7. $p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.7)}$ terimi

$$\begin{aligned}
p_1^\mu P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.7)} &= -p_1^\mu [p_{3\mu} p_{1\nu} p_{2\rho} p_{1\alpha} + p_{3\nu} p_{2\mu} p_{1\rho} p_{2\alpha} + p_{2\mu} p_{1\rho} p_{3\nu} p_{1\alpha} + p_{2\rho} p_{3\mu} p_{1\nu} p_{3\alpha} \\
&\quad + p_{1\nu} p_{2\rho} p_{3\mu} p_{2\alpha} + p_{1\rho} p_{3\nu} p_{2\mu} p_{3\alpha}] \\
&= -[(p_1 p_3) p_{1\nu} p_{2\rho} p_{1\alpha} + (p_1 p_2) p_{3\nu} p_{1\rho} p_{2\alpha} + (p_1 p_2) p_{1\rho} p_{3\nu} p_{1\alpha} \\
&\quad + (p_1 p_3) p_{2\rho} p_{1\nu} p_{3\alpha} + (p_1 p_3) p_{1\nu} p_{2\rho} p_{2\alpha} + (p_1 p_2) p_{1\rho} p_{3\nu} p_{3\alpha}].
\end{aligned} \tag{7.71}$$

$p_1^\mu \sum_{i=1}^7 P_{\mu\nu\rho\alpha}^{(2.i)} = 0$ toplamındaki tüm bağımsız tensör yapılarının sıfıra eşit olduğunu kontrol edilmiştir.

1. $p_{1v}g_{\rho\alpha}$ terimi

$$-2(p_1p_3)(p_2p_3) + 2(p_1p_3)(p_2p_3) = 0, \quad [7.72]$$

2. $p_{1\rho}g_{v\alpha}$ terimi

$$-2(p_1p_2)(p_2p_3) + 2(p_1p_2)(p_2p_3) = 0, \quad [7.73]$$

3. $p_{1\alpha}g_{v\rho}$ terimi

$$-2(p_1p_2)(p_1p_3) + 2(p_1p_2)(p_1p_3) = 0, \quad [7.74]$$

4. $p_{3\alpha}g_{v\rho}$ terimi

$$(p_1p_2)(p_1p_3) - (p_1p_2)(p_1p_3) = 0, \quad [7.75]$$

5. $p_{3v}p_{3\alpha}p_{1\rho}$ terimi

$$(p_1p_2) - (p_1p_2) = 0, \quad [7.76]$$

6. $p_{2\alpha}g_{v\rho}$ terimi

$$(p_1p_2)(p_1p_3) - (p_1p_2)(p_1p_3) = 0, \quad [7.77]$$

7. $p_{2\rho}p_{2\alpha}p_{1v}$ terimi

$$(p_1p_3) - (p_1p_3) = 0, \quad [7.78]$$

8. $p_{1v}p_{1\alpha}p_{1\rho}$ terimi

$$2(p_2 p_3) - 2(p_2 p_3) = 0, \quad [7.79]$$

9. $p_{3v} g_{\rho\alpha}$ terimi

$$-2(p_1 p_2)(p_1 p_3) + 2(p_1 p_2)(p_1 p_3) = 0, \quad [7.80]$$

10. $p_{2\rho} g_{v\alpha}$ terimi

$$-2(p_1 p_2)(p_1 p_3) + 2(p_1 p_2)(p_1 p_3) = 0, \quad [7.81]$$

11. $p_{3v} p_{2\alpha} p_{1\rho}$ terimi

$$(p_1 p_2) - (p_1 p_2) = 0, \quad [7.82]$$

12. $p_{2\rho} p_{3\alpha} p_{1v}$ terimi

$$(p_1 p_3) - (p_1 p_3) = 0, \quad [7.83]$$

13. $p_{1v} p_{2\alpha} p_{1\rho}$ terimi

$$(p_2 p_3) - (p_2 p_3) = 0, \quad [7.84]$$

14. $p_{1\rho} p_{3\alpha} p_{1v}$ terimi

$$(p_2 p_3) - (p_2 p_3) = 0, \quad [7.85]$$

15. $p_{3v} p_{2\rho} p_{1\alpha}$ terimi

$$2(p_1 p_2) - (p_1 p_2) - (p_1 p_2) = 0, \quad [7.86]$$

16. $p_{2\rho}p_{1\nu}p_{1\alpha}$ terimi

$$2(p_1 p_3) - (p_1 p_3) - (p_1 p_3) = 0. \quad [7.87]$$

(7.49) Denkleminde $\gamma\gamma\gamma Z$ Lagranjiyen'den elde edilen efektif anormal etkileşim için Feynman kuralları tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir (Horejsi ve Stöhr, 1994; İnan ve Kisselev, 2021),

$$\begin{aligned} P^{\mu\nu\rho\alpha} = & \mathcal{P}\{g_1[(p_1 \cdot p_2)(p_2 \cdot p_3)g^{\mu\nu}g^{\rho\alpha} - (p_1 \cdot p_3)p_2^\mu p_1^\nu g^{\rho\alpha} \\ & - (p_1 \cdot p_3)p_1^\nu p_2^\alpha g^{\mu\rho} + p_2^\mu p_1^\nu p_1^\rho p_3^\alpha] \\ & + g_2[-(p_1 \cdot p_2)(p_1 \cdot p_3)g^{\mu\alpha}g^{\nu\rho} + (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_1^\alpha g^{\mu\rho} \\ & - (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_1^\rho g^{\mu\alpha} + (p_2 \cdot p_3)p_1^\nu p_2^\alpha g^{\mu\rho} + 2(p_2 \cdot p_3)p_2^\mu p_1^\rho g^{\nu\alpha} \\ & - (p_1 \cdot p_3)p_2^\rho p_1^\alpha g^{\mu\nu} + p_3^\mu p_1^\nu p_2^\rho p_1^\alpha]\}, \end{aligned} \quad [7.88]$$

burada, $\mathcal{P}$ permütasyonları gösterir $(p_1, \mu) \leftrightarrow (p_2, \nu) \leftrightarrow (p_3, \rho)$, ve $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşimdeki tüm momentumların gelen momentumlar olduğu varsayılır.

$Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ Süreç için matris elemanı, gelen ve giden bozonların belirli helisiteleri ile aşağıdaki şekilde yazılır,

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(p_1, p_2, p_3) = P_{\mu\nu\rho\alpha}(p_1, p_2, p_3)\varepsilon_\mu^{\lambda_1}(p_1)\varepsilon_\nu^{\lambda_2}(p_2)\varepsilon_\rho^{*\lambda_3}(p_3)\varepsilon_\alpha^{*\lambda_4}(p_4). \quad [7.89]$$

Burada, $P_{\mu\nu\rho\alpha}(p_1, p_2, p_3)$ polarizasyon tensörü (7.51)'da verilmiştir. $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ve $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreçleri için helisite genlikleri benzer bir yöntemlele hesaplanmıştır. Burada, $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreç için helisite genliklerini ele alınmıştır.

İlk olarak, giden Z bozonu bir süreç dikkate alınmıştır. Bu süreç için $\bar{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ helisite genlikler hesaplanmıştır.

$$\gamma(p_1, \lambda_1) \gamma(p_2, \lambda_2) \rightarrow \gamma(p_3, \lambda_3) Z(p_4, \lambda_4), \quad [7.90]$$

Bose-Einstein istatistiği ve parite değişmezliği, $\lambda_1 = +1$ ve $\lambda_4 = \pm 1$ olmak üzere altı tane $\bar{M}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ şeklinde bağımsız helisite genliği olmasını gerektirir.

$$\begin{aligned} \bar{M}_{++++}(s, t, u) &= -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} s(t + u), \\ \bar{M}_{+++}(s, t, u) &= 0, \\ \bar{M}_{++-+}(s, t, u) &= -(4\zeta_1 + \zeta_2) \frac{tu}{t + u} m_Z^2, \\ \bar{M}_{+-++}(s, t, u) &= -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{tu}{t + u} m_Z^2, \\ \bar{M}_{++--}(s, t, u) &= -(4\zeta_1 + \zeta_2) \frac{s(t^2 + tu + u^2)}{t + u}, \\ \bar{M}_{+-+-}(s, t, u) &= -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{su^2}{t + u}. \end{aligned} \quad [7.91]$$

Burada s, t, u Mandelstam değişkenleridir ve $s + t + u = m_Z^2$ bağıntısı vardır. Ayrıca simetriden dolayı çapraz bağıntılar da vardır,

$$\begin{aligned} \bar{M}_{+--+}(s, t, u) &= \bar{M}_{+-+}(s, u, t) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{st^2}{t + u}, \\ \bar{M}_{+---}(s, t, u) &= \bar{M}_{+--+}(s, u, t) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{tu}{t + u} m_Z^2. \end{aligned} \quad [7.92]$$

(7.91) ve (7.92) genliklerde $\lambda_1 = +1$ ve $\lambda_4 = \pm 1$ için sekiz tane helisite genliği sunulmuştur. $\lambda_1 = +1$ ve $\lambda_4 = 0$ için aşağıdaki genlikler elde edilebilir,

$$\bar{M}_{+++0}(s, t, u) = 0,$$

$$\bar{M}_{++-0}(s, t, u) = -\frac{i(4\zeta_1 + \zeta_2)}{\sqrt{2}} \sqrt{stu} \frac{t-u}{t+u} m_Z,$$

$$\bar{M}_{+-+0}(s, t, u) = \frac{i(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{\sqrt{2}} \frac{u\sqrt{stu}}{t+u} m_Z,$$

$$\bar{M}_{+--0}(s, t, u) = \bar{M}_{+-+0}(s, u, t) = \frac{i(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{\sqrt{2}} \frac{t\sqrt{stu}}{t+u} m_Z. \quad [7.93]$$

$\lambda_1 = -1$ olan helisite genlikleri parite denklemleri kullanılarak yukarıdaki (7.91)-(7.93) bağıntılardan elde edilebilir,

$$\bar{M}_{-\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = (-1)^{1-\lambda_4} \bar{M}_{\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4}(s, t, u) \quad [7.94]$$

$\gamma\gamma \rightarrow \gamma Z$ süreç için anormal helisite genlikleri sunulmuştur. Şimdi gelen bir Z bozonu için aşağıdaki süreç düşünülmüştür,

$$\gamma(p_1, \lambda_1) Z(p_2, \lambda_2) \rightarrow \gamma(p_3, \lambda_3) \gamma(p_4, \lambda_4), \quad [7.95]$$

zaman tersleme değişmezliği göz önünde bulundurulursa (7.95) sürecinin $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u)$ helisite genliği olmak üzere , aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = \bar{M}_{\lambda_3\lambda_4\lambda_1\lambda_2}(s, t, u). \quad [7.96]$$

Buradan (7.91)-(7.93) denklemleri göz önünde bulundurulursa, (7.95) sürecinin helisite genlikleri aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\begin{aligned} M_{++++}(s, t, u) &= \bar{M}_{++++}(s, t, u) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} s(t + u), \\ M_{+++-}(s, t, u) &= \bar{M}_{+--+}(s, u, t) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{tu}{t + u} m_Z^2, \\ M_{++-+}(s, t, u) &= \bar{M}_{+---}(s, t, u) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{tu}{t + u} m_Z^2, \\ M_{+-++}(s, t, u) &= \bar{M}_{+++-}(s, t, u) = 0, \\ M_{+-+-(s, t, u)} &= \bar{M}_{++--}(s, t, u) = -(4\zeta_1 + \zeta_2) \frac{s(t^2 + tu + u^2)}{t + u}, \\ M_{+--+}(s, t, u) &= \bar{M}_{+-+-}(s, t, u) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{su^2}{t + u}, \\ M_{+---}(s, t, u) &= \bar{M}_{+--+}(s, t, u) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{st^2}{t + u}, \\ M_{+----}(s, t, u) &= \bar{M}_{++--}(s, t, u) = -(4\zeta_1 + \zeta_2) \frac{tu}{t + u} m_Z^2. \end{aligned} \quad [7.97]$$

Ayrıca sıfır plarizasyon durumu içeren helisite genlikleri şöyle bulunabilir,

$$\begin{aligned} M_{+0++}(s, t, u) &= \bar{M}_{++0+}(s, t, u) = 0, \\ M_{+0+-}(s, t, u) &= \bar{M}_{+-0+}(s, t, u) = \frac{i(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{\sqrt{2}} \frac{u\sqrt{stu}}{t + u} m_Z, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{+0-+}(s, t, u) &= -\bar{M}_{+--0}(s, t, u) = -\frac{i(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{\sqrt{2}} \frac{t\sqrt{stu}}{t+u} m_Z, \\
M_{+0--}(s, t, u) &= -\bar{M}_{++-0}(s, t, u) = \frac{i(4\zeta_1 + \zeta_2)}{\sqrt{2}} \sqrt{stu} \frac{t-u}{t+u} m_Z.
\end{aligned} \tag{7.98}$$

(7.97) ve (7.98) genliklerden faydalanarak $M_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}$ helisite genlikleri, $\lambda_1 = -1$ için aşağıdaki parite bağıntısı ile elde edilebilir:

$$M_{-\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}(s, t, u) = (-1)^{1-\lambda_2} M_{\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4}(s, t, u). \tag{7.99}$$

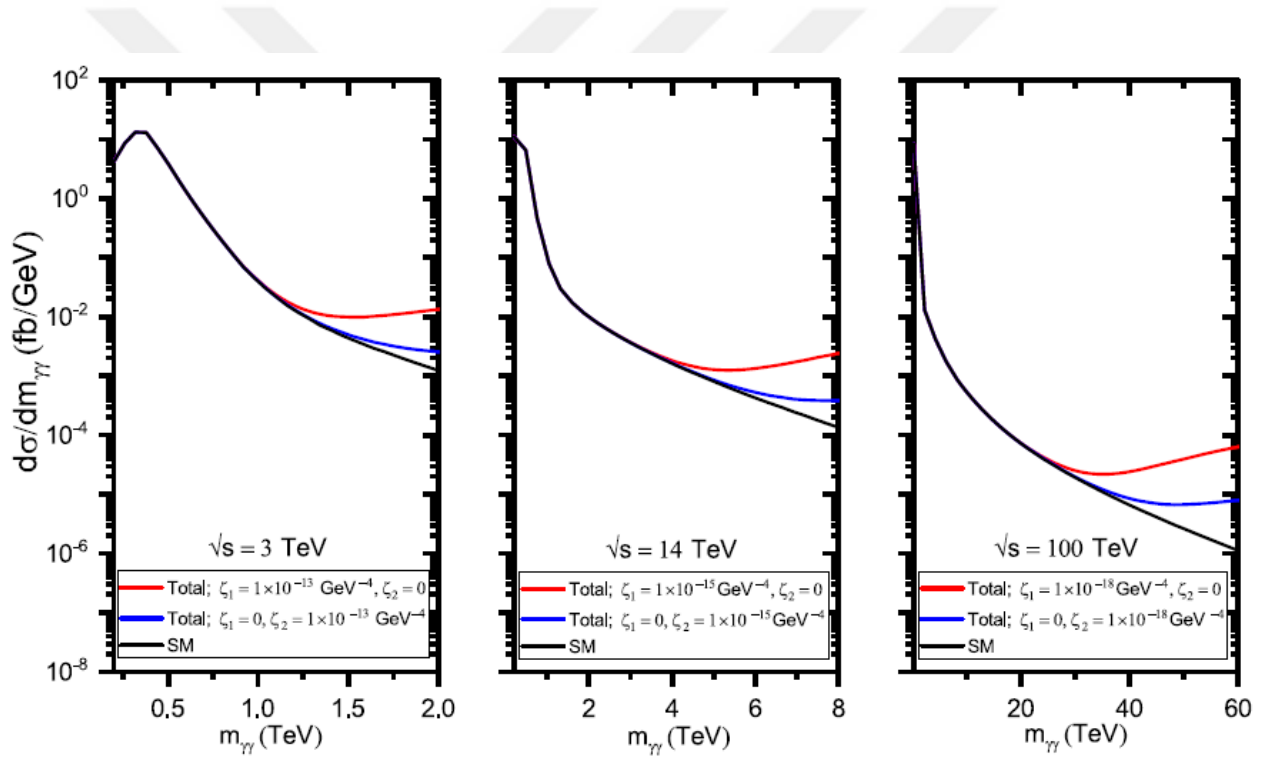
Örneğin, $M_{-++-}(s, t, u)$ helisite genliği parite bağıntısı kullanarak aşağıdaki biçimde bulunur.

$$M_{-++-}(s, t, u) = M_{+--+}(s, t, u) = -\frac{(4\zeta_1 + 3\zeta_2)}{2} \frac{st^2}{t+u}. \tag{7.100}$$

Sayısal hesaplamalarında (7.97)-(7.99) genlikler kullanılmaktadır.

7.4 Nümerik Analiz

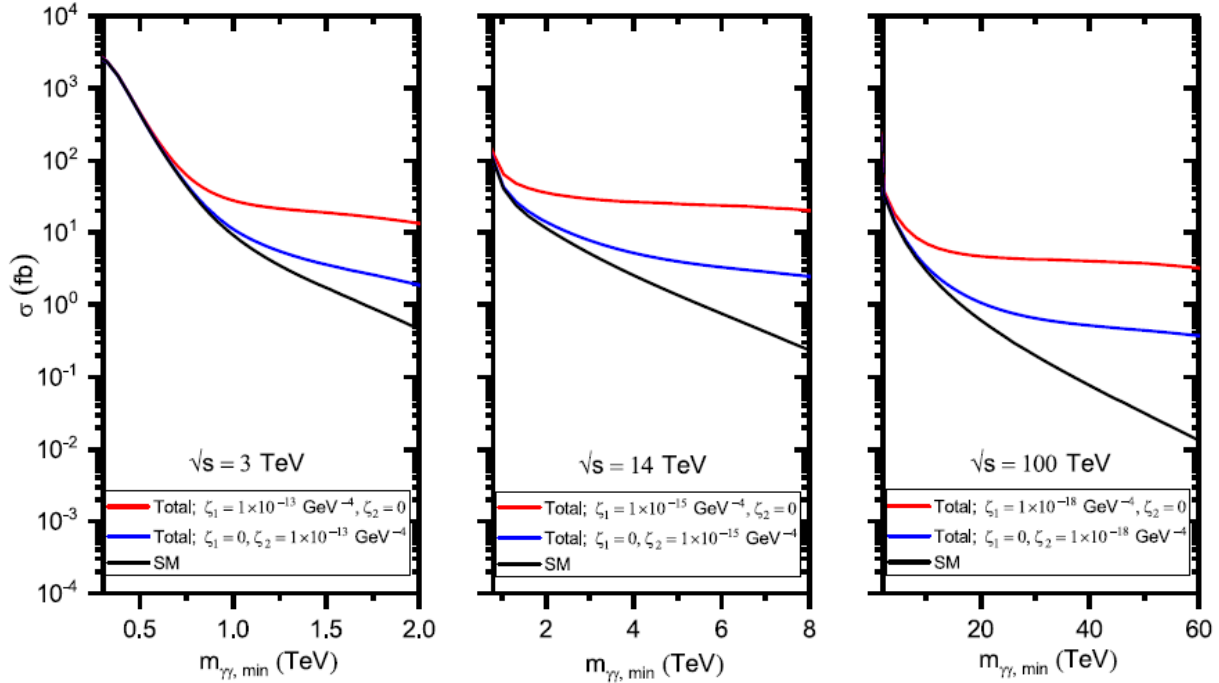
$\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}, 14 \text{ TeV}$ ve 100 TeV Farklı çarpışma enerjisi için diferansiyel tesir kesitleri Şekil 7.1’de $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütleseye karşı sunulmuştur. Giden fotonların rapiditesine $|\eta| < 2.5$ ve foton enine momentleri üzerine $p_{\perp} > 80 \text{ GeV}$ kesintiler uygulanmıştır. Her s değeri için ($\zeta_1 \neq 0, \zeta_2 = 0$ ve $\zeta_1 = 0, \zeta_2 \neq 0$) iki anormal çiftlenimler kümesi için eğriler sunulmuştur. Ayrıca tesir kesitlerine SM katkıları da gösterilmiştir. Giden müonların θ saçılma açısı üzerinde $10^\circ < \theta < 170^\circ$ kesim nedeniyle baskın arka plan SM $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^-\gamma\gamma\mu^+$ sürecidir (Han vd., 2022).



Şekil 7.1 Diferansiyel tesir kesitleri karşı $m_{\gamma\gamma}$ çift foton değişmez kütesi görülmektedir. KME 3 TeV (sol panel), 14 TeV (orta panel), ve 100 TeV ’e (sağ panel) eşittir.

$m_{\gamma\gamma}$ Çift foton değişmez kütleinin minimum değerinin fonksiyonu olarak toplam tesir kesitleri şekil 7.2’da sunulmuştur. $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ için toplam tesir kesitinin yaklaşık $m_{\gamma\gamma} \gtrsim \frac{\sqrt{s}}{2}$ noktasında SM tesir kesitine baskın olmaya başladığı görülmektedir. Daha yüksek çarpışma enerjileri olan 14 TeV ve 100 TeV için bu durum daha erken, yaklaşık $m_{\gamma\gamma} \gtrsim \frac{\sqrt{s}}{7}$ noktasında gerçekleşmektedir.

Şekil 7.1’de sunulan SM arka planları temel olarak SM VBF $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+V_1V_2\mu^- \rightarrow \mu^-\gamma\gamma\mu^+$ sürecine karşılık gelir. Burada, $V_{1,2} = \gamma, Z$ ’dir. $m_{\gamma\gamma} > 500$ GeV kesimi uygulandığında, $\mu^-\mu^+\gamma\gamma$ son durumu ile diğer SM arka planlarının $\sqrt{s} = 3$ TeV, 14 TeV ve 100 TeV için sırasıyla 3.4 fb, 0.9 fb ve 0.006 fb olduğu tahmin edilmiştir. Bunlar şekil 7.2’de gösterilen SM arka planlarına kıyasla çok küçüktür.



Şekil 7.2 $\sigma(m_{\gamma\gamma} > m_{\gamma\gamma,min})$ toplam tesir kesitleri, $m_{\gamma\gamma,min}$ çift foton değişmez kütesinin minimum değerine karşı gösterilmektedir.

s toplam sinyal olaylarının sayısı, b arkaplan olaylarının sayısı, ve δ yüzdesi sistematik hata olmak üzere, S_{excl} dışarlama bölgesi bulmak için (6.35) formülü uygulanmıştır. $S_{excl} \leq 1.645$ olması %95 C.L.’de dışarlanabilecek bölgeyi tanımlar. Şekil 7.2’de görüldüğü gibi, SM arkaplanını azaltmak için, giden fotonların $m_{\gamma\gamma}$ değişmez kütesine bazı kesintiler uygulanmıştır. Yani $m_{\gamma\gamma}$ minimum değerinin $\sqrt{s} = 3$ TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerjiler için sırasıyla 2 TeV, 8 TeV ve 50 TeV’e eşit olduğunu varsayılmıştır.

Müon çarpıştırıcısında polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ süreci için AQGC'ler için %95 C.L. dışarlama bölgeler şekiller 7.3-7.5'te gösterilmiştir. (7.97)-(7.99) denklemlerde $Z\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ süreçleri için verilen helisite genliklerini kullanılarak polarize olmayan genlik kare ifade elde edilebilir,

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda_1 \dots \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2 = & 16(3t^2s^2 + 3u^2s^2 + 2tus^2 + 2tu^2s + 2t^2us + 3t^2u^2)\zeta_1^2 \\ & + 8(5t^2s^2 + 5u^2s^2 + 4tus^2 + 4tu^2s + 4t^2us + 5t^2u^2)\zeta_1\zeta_2 \\ & + (11t^2s^2 + 11u^2s^2 + 10tus^2 + 10tu^2s + 10t^2us + 11t^2u^2)\zeta_2^2, [7.101] \end{aligned}$$

ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimlere göre bu ifade düzenlenmiştir. Ortak faktörü alırsak yukardaki denklem böyle yazılabilir,

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda_1 \dots \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2 = & [48(t^2s^2 + u^2s^2 + t^2u^2) + 32stu(s + t + u)]\zeta_1^2 \\ & + [40(t^2s^2 + u^2s^2 + t^2u^2) + 32stu(s + t + u)]\zeta_1\zeta_2 \\ & + [11(t^2s^2 + u^2s^2 + t^2u^2) + 10stu(s + t + u)]\zeta_2^2, [7.102] \end{aligned}$$

ortak faktörler aşağıdaki şekilde tanımlanır,

$$A = t^2s^2 + u^2s^2 + t^2u^2; \quad stu(s + t + u) = stu \cdot m_Z^2 = B, [7.103]$$

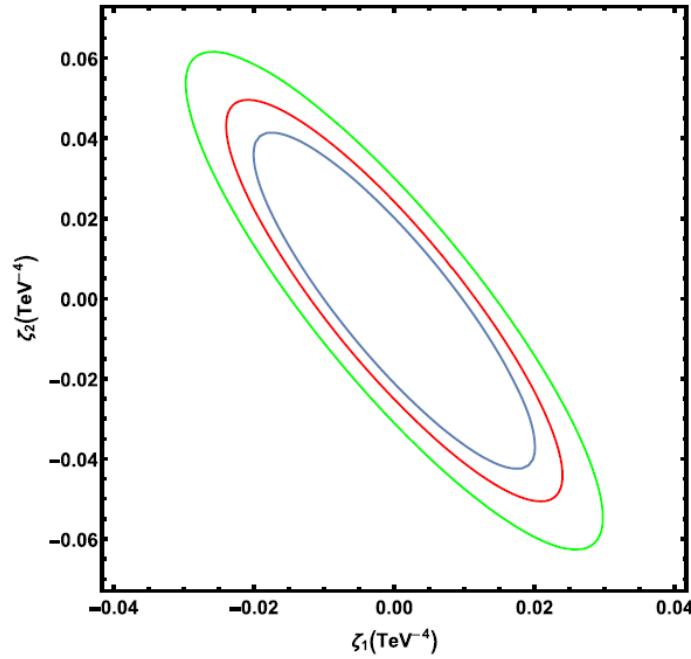
A ve B yerlerinde yazıldıktan sonra yukarıdaki ifade yeniden düzenlenirse genlik karesi bu şekilde elde edilir,

$$\sum_{\lambda_1 \dots \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2 = (48A + 32B)\zeta_1^2 + (40A + 32B)\zeta_1\zeta_2 + (11A + 10B)\zeta_2^2, [7.104]$$

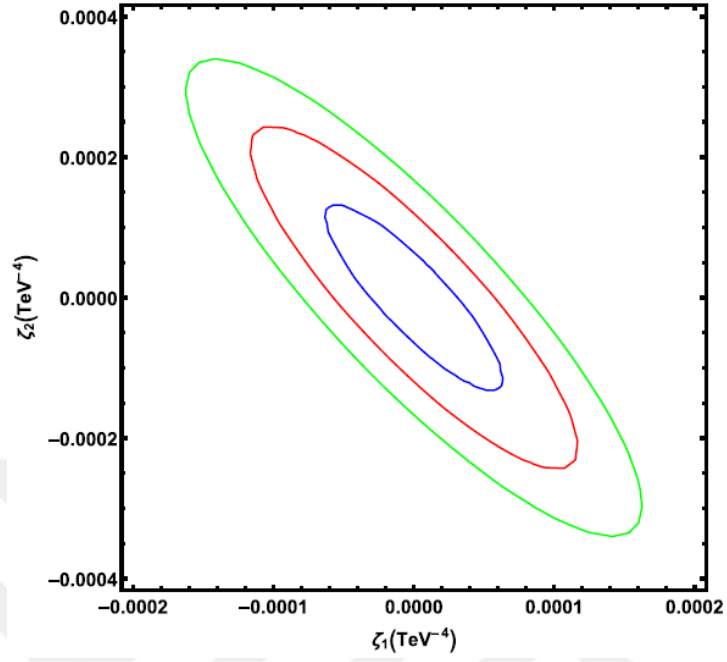
$s \gg m_Z^2$ enerji bölgesinde, $B = 0$ olur. Bu durumda genlik karesi aşağıdaki biçimde elde edilebilir,

$$\sum_{\lambda_1 \dots \lambda_4} |M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}|^2 = (48\zeta_1^2 + 40\zeta_1\zeta_2 + 11\zeta_2^2)A. \quad [7.105]$$

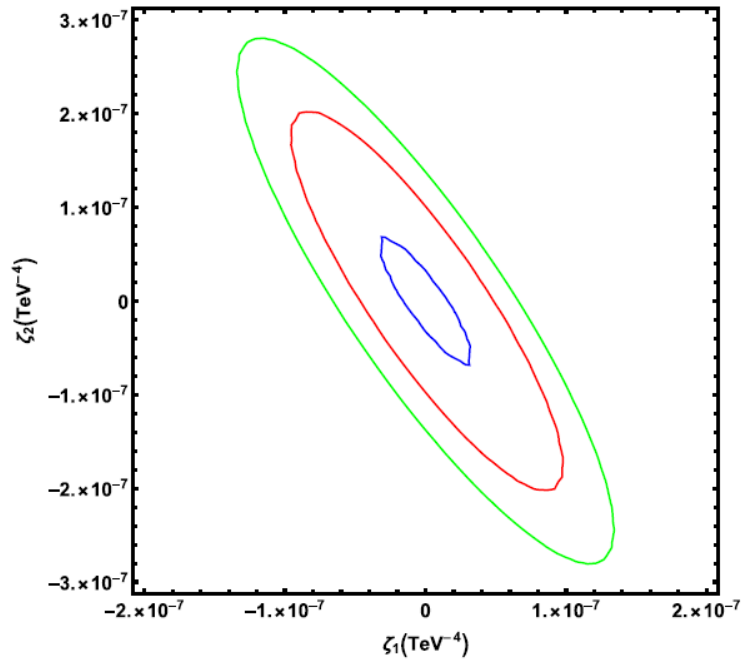
Görüldüğü gibi, toplam tesir kesitini $48\zeta_1^2 + 40\zeta_1\zeta_2 + 11\zeta_2^2$ çiftlenimlerin kombinasyonu ile orantılıdır. Böyle bir durumda, dışarlama bölgelerinin $(\zeta_1 - \zeta_2)$ düzleminde elipsler olduğu sonucu ortaya çıkar. Bunlar şekiller 7.3-7.5'te gösterilmektedir.



Şekil 7.3 $\delta = \%0$ (mavi), $\delta = \%5$ (kırmızı) ve $\delta = \%10$ (yeşil elips) sistematik hataları ile ζ_1, ζ_2 için dışarlama bölgeleri gösterilmektedir. $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ ve $L = 1 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.



Şekil 7.4 Şekil 7.3'teki ile aynı, ancak çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 14$ TeV ve entegre parlaklık değerleri $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.



Şekil 7.5 Şekil 7.3'teki ile aynı, ancak çarpışma enerjisi $\sqrt{s} = 100$ TeV ve entegre parlaklık değerleri $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ 'dir.

ζ_1, ζ_2 çiftlenimlerinden biri sıfır olarak alındığında anormal kuartik ayar çiftlenimler üzerindeki en iyi sınırlar Çizelge 7.1'de verilmiştir. Bu Çizelge'da 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV müon çarpıştırıcısı için sırasıyla $L = 1 \text{ ab}^{-1}$, $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ ve $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığı ile ζ_1 ve ζ_2 anormal kuartik ayar çiftlenimler üzerindeki %95 C.L. dışarlama sınırları gösterilmiştir.

Çizelge 7.1 ζ_1 ve ζ_2 çiftlenimler üzerindeki en iyi sınırları gösterilmiştir

		3 TeV	14 TeV	100 TeV
$ \zeta_1 , \text{TeV}^{-4}$ ($\zeta_2 = 0$)	$\delta = 0\%$	9.90×10^{-3}	3.13×10^{-5}	1.64×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	1.18×10^{-2}	5.75×10^{-5}	4.79×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	1.46×10^{-2}	8.01×10^{-5}	6.61×10^{-8}
$ \zeta_2 , \text{TeV}^{-4}$ ($\zeta_1 = 0$)	$\delta = 0\%$	2.07×10^{-2}	6.54×10^{-5}	3.43×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	2.46×10^{-2}	1.53×10^{-4}	1.02×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	3.06×10^{-2}	1.67×10^{-4}	1.38×10^{-7}

7.5 Anormal Çiftlenimler Üzerinde Üniterlik Sınırları

Şimdi kısmi dalga üniterliği ile çiftlenimlerin sınırları elde edilmiştir. Bunu yapmak için, kütle merkezi sisteminde helisite genliğinin kısmi dalga açılımını kullanılmıştır (Jacob ve Wick, 1959).

$$M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}(s, \theta, \phi) = 16\pi \sum_J (2J+1) \sqrt{(1 + \delta_{\lambda_1 \lambda_2})(1 + \delta_{\lambda_3 \lambda_4})} \times e^{i(\lambda - \mu)\phi} d_{\lambda\mu}^J(\theta) T_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^J(s), \quad [7.106]$$

burada, $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$, θ kutupsal ve ϕ azimut saçılma açısıdır. $d_{\lambda\mu}^J(\theta)$ Wigner (küçük) d-fonksiyonudur (Wigner, 2012). Saçılma düzlemi olarak $(x - z)$ düzlemini seçersek, (7.106) denklem'de $\phi = 0$ olur. Bu en basit durumda, $\lambda = \mu = 0$ 'dır.

$$d_{00}^J(z) = P_J(z), \quad [7.107]$$

ve

$$d_{2\pm 2}^J(z) = (\pm 1)^J \left(\frac{1 \pm z}{2} \right)^2 {}_2F_1 \left(2 - J, J + 3; 1; \frac{1 \mp z}{2} \right), \quad [7.108]$$

Burada, Burada, $z = \cos \theta$ 'dır. $P_J(z)$ Legendre polinomudur (İnan ve Kisselev, 2021). ${}_2F_1(a, b; c; x)$ hipergeometrik fonksiyondur (Erdélyi, 1953). Anormal çiftlenimlerimiz üzerinde üniterlik limitlerini hesaplamak yeterlidir.

Kısmi dalga üniterliği aşağıdaki eşitsizliğin olmasını gerektirir,

$$\left| T_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^J(s) \right| \leq 1. \quad [7.109]$$

(7.106) bağıntıdan kısmi dalga genliği aşağıdaki şekilde bulunur,

$$T_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^J(s) = \frac{1}{32\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 + \delta_{\lambda_1 \lambda_2})(1 + \delta_{\lambda_3 \lambda_4})}} \int_{-1}^1 M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}(s, z) d_{\lambda \mu}^J(z) dz. \quad [7.110]$$

$\mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ V_1 V_2 \mu^- \rightarrow \mu^- \gamma \gamma \mu^+$, ($V_{1,2} = \gamma, Z$) süreci için $M_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}$ anormal helisite genlikleri (7.97)-(7.99) denklemlerde sunulmuştur. Bunlar ile (7.110) bağıntısı kullanarak kısmi dalga genlikler M_{++++} , M_{++--} , M_{+--+} ve M_{+---} için bulunabilir.

$s \gg m_Z^2$ bölgesinde en sınırlayıcı sonuçlar, $M_{++++}, M_{++--}, M_{+-+-}$ ve M_{+--+} (ve ayrıca $M_{-+++}, M_{-+--}, M_{--+-}$, ve M_{----}) helisite genlikler değerinden gelir. $\gamma\gamma\gamma\gamma$ Üniterlik sınırlarını, ζ_1 ve ζ_2 anormal çiftlenimler için de geçerlidir ve sonuçlar şöyledir (Amarkhail vd., 2024):

$$|\zeta_1| < 2\pi s^{-2}, |\zeta_2| \leq \left(\frac{16\pi}{3}\right) s^{-2}. \quad [7.111]$$

Gördüğümüz gibi, üniterlik, $|\zeta_1|$ çiftlenimlerinin $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}, 14 \text{ TeV}$ ve 100 TeV için sırasıyla $7.8 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-4}$, $1.64 \times 10^{-4} \text{ TeV}^{-4}$, ve $6.28 \times 10^{-8} \text{ TeV}^{-4}$ değerlerinden daha küçük olmasını gerektirir. Buna bağlı olarak, üniterlik, $|\zeta_2|$ çiftlenimleri için $2.1 \times 10^{-1} \text{ TeV}^{-4}$, $4.36 \times 10^{-4} \text{ TeV}^{-4}$, ve $1.68 \times 10^{-7} \text{ TeV}^{-4}$ 'dir. Bu kısıtlamalar Çizelge 7.1'de sunulan AQGC'ler üzerindeki sınırlamalarla karşılaştırılmalıdır. Eşitsizlik (7.111)'de aslında çarpışma enerjisi s yerine $V_1 V_2 \rightarrow \gamma\gamma$ alt sürecinin değişmez enerji karesi $\hat{s}$ 'nin kullanılması gerektiği göz önünde bulundurulması gerekir. Sonuç olarak, incelenen AQGC'ler bölgesinde üniterlik ihlal edilmemiştir.

8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Standart Model (SM) günümüze kadar yapılan tüm deneylerle uyumlu bir ayar modelidir. SM'in ayar grubu $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ grubuna genişletilerek, kuvvetli etkileşimleri de içerisine alacak şekilde genişletilmiştir. Parçacık fiziğinin SM'i, temel parçacıklar arasındaki elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşimleri tanımlamak için birleşik bir çerçeve sağlayan modern bilimin en önemli başarılarından biridir. Atom altı parçacıkların davranışlarından yüksek enerji deneylerinin sonuçlarına kadar geniş bir spektrumda olguları açıklama ve tahmin etmede oldukça başarılı olmuştur.

SM büyük bir başarıdır, ancak tamamlanmamış bir teoridir. Daha kapsamlı bir teori için devam eden inceleme, hem teorik hem de uygulamalı bilimler için evren anlayışımızı yeniden tanımlayacaktır. SM başarısına rağmen, kütleçekimini içermemesi, karanlık madde ve karanlık enerjinin gizemleri ve evrenle ilgili bazı derin soruları ele almakta başarısız olduğu için tam bir doğa teorisi değildir. Bu eksiklikler, SM'in ötesindeki fiziği keşfetmenin gerekliliğini ortaya koymuştur.

Higgs bozonunun 2012 yılında Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nda (LHC) keşfedilmesi, SM, temel parçacıklar ve kuvvetler hakkındaki anlayışımızı geliştirmiştir. Higgs potansiyeli ve kendiliğinden simetri kırılması, parçacıkların nasıl kütle kazandıklarını zarif bir şekilde açıklayarak ve simetri ilkelerini gözlemlenebilir evrene bağlayarak parçacık fiziğindeki en derin başarılarından birini temsil eder. SSB sadece W ve Z bozonlarına kütle kazandırmakla kalmaz, aynı zamanda elektromanyetizmanın temel simetrisini koruyarak fotonu ve gluonu kütsüz bırakır. Higgs potansiyeli ve kendiliğinden simetri kırılması SM'in önemli çalışmalarıdır. SSB konsepti fiziksel gerçekliğin daha derin katmanlarını keşfeder ve araştırmacıları SM'in ötesini incelemeye yönlendirir.

Efektif teori olarak Standard Model, düşük enerjili fenomenleri ve yüksek boyutlu operatörler aracılığıyla yüksek enerjili etkileşimlerin etkilerini incelemek için bir çerçeve sağlar. Bu SM teorik olarak, karanlık enerji, karanlık madde ve nötrino kütleleri gibi çözülmemiş soru ve sorunları ele almak için yeni fiziğin keşfedilmesine yardımcı olur.

Müon çarpıştırıcısının fiziği henüz başlangıç aşamasındadır. Müon çarpıştırıcısının proton çarpıştırıcılarından daha temiz çarpışmalara sahip olması beklenmektedir. Potansiyel olarak daha küçük bir alanda daha yüksek etkin enerjilere ulaşır. Aynı enerji için çok daha küçük boyut gerektirir. Müonların yüksek kütlesi nedeniyle, müon çarpıştırıcıları yüksek enerji fiziği araştırmaları için uygundur. Ayrıca sinkrotron radyasyonundan dolayı daha az enerji kaybeder.

Müon çarpıştırıcısı ile ilgili çalışma da, ilk aşama olarak konunun araştırması planlanmaktadır. Ancak çalışma, önümüzdeki yıllarda hızlı ilerleme için ilgili konuları, soruları ve yönleri belirleyecektir. Müon çarpıştırıcı programı yenilikçi araştırma ve geliştirme sunmaktadır. Parçacık çarpıştırıcı fiziği müon çarpıştırıcısı ile daha da gelişecektir. Müon çarpıştırıcısı deneysel ve teorik fiziğin ilerlemesini gerektirmektedir. Teorik fizik, özellikle bu erken aşamada, müon çarpıştırıcısı projesinin tasarımında önemlidir. Müon çarpıştırıcıları yüksek hassasiyetle keşif potansiyeli sağlayabilir. Müon parçacıkları kararsızdır, bozunur ve elektronlar üretir, bunlar da hızlandırıcı ve dedektör bileşenleriyle etkileşmeye girer. Bu da çok büyük katlarda ikincil parçacıklar üretir. Müon çarpıştırıcısı için araştırma ve geliştirme programının ikinci aşamasını teknolojik geliştirme, üçüncü aşamasını teknik tasarım takip etmektedir. 2045 yılına kadar sonraki aşamalarda saha hazırlığı, altyapı, ana sistemlerin kurulumu ve entegrasyon geliştirme programı uygulanacaktır (Schulte vd., 2022).

Gelecekteki müon çarpıştırıcısı polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılımında $\gamma\gamma\gamma\gamma$ etkileşimi için anormal kuartik çiftlenimlerini incelenmiştir. Dört foton çiftlenimleri üzerindeki sınırları türetmek için $Z\gamma\gamma\gamma$ ve $ZZ\gamma\gamma$ köşelerinin anormal çiftlenimlerinin sıfır olduğunu varsayılmıştır. 3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerjileri dikkate alınmıştır.

Işık-ışık saçılması için helisite genlikleri için analitik ifadeler kullanılarak hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri hesaplanmıştır. Bunlar şekil 6.3 ve şekil 6.4'ta gösterilmiştir. SM arka planını azaltmak için $\sqrt{s} = 3$ TeV, 14 TeV, ve 100 TeV çarpışma enerjiler için sırasıyla $m_{\gamma\gamma} > 0.5$ TeV, 3 TeV ve 20 TeV kesintiler uygulanmıştır. Ek olarak, giden fotonların değişmez kütesinin $m_{\gamma\gamma} < 0.9\sqrt{s}$ eşitsizliği sağlamasını talep etmiştir. Son olarak, son fotonların rapiditesine $|\eta| < 2.5$ kesintisini kullanılmıştır. Anormal $\gamma\gamma\gamma\gamma$ dört foton çiftlenimler için %95 C.L. dışarlama bölgeleri g_1 ve g_2 parametreleri için $\delta = 0\%$, 5% , ve 10% sistematik hatanın üç değerleri ile hesaplanmıştır. Bunlar $g_1 - g_2$ düzlemindeki elipslerdir ve şekiller (6.5)-(6.7)'de gösterilmiştir.

$\sqrt{s} = 3$ TeV çarpışma enerji için en katı sınırlar $g_2 = 0$ olduğunda $g_1 = 6.9 \times 10^{-3} \text{TeV}^{-4}$ ve $g_1 = 0$ durumunda $g_2 = 1.41 \times 10^{-2} \text{TeV}^{-4}$ değerlerine eşittir. $\sqrt{s} = 14$ TeV için en katı sınırlar $g_1 = 2.2 \times 10^{-5} \text{TeV}^{-4}$ ve $g_2 = 4.6 \times 10^{-5} \text{TeV}^{-4}$. Son olarak $\sqrt{s} = 100$ TeV için en katı sınırlar $g_1 = 2.23 \times 10^{-8} \text{TeV}^{-4}$ ve $g_2 = 4.22 \times 10^{-8} \text{TeV}^{-4}$ olduğu bulunmuştur. Anormal çiftlenimler üzerindeki kısmi dalga üniter kısıtlamaları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Anormal g_1 ve g_2 çiftlenimlerinin bu değerleri bölgesinde ihlal edilmediğini gösterilmiştir.

HL-LHC'deki foton çarpışmalarında $\gamma\gamma\gamma\gamma$ anormal çiftlenimlerine duyarlılığın $g_1 (g_2) < 1 \times 10^{-2} \text{TeV}^{-4}$ (Baldenegro ve Fichet, 2017; Fichet vd., 2015). Görüldüğü gibi, 3 TeV müon çarpıştırıcısının duyarlılığı ile karşılaştırılabilir. 3 ab^{-1} Entegre parlaklığı olan 100 TeV FCC-hh'nin duyarlılığının $g_1 (g_2) < 2 \times 10^{-4} \text{TeV}^{-4}$ olması beklenir (Baldenegro ve Fichet, 2017). Burada, 100 TeV müon çarpıştırıcısı için sunulan g_1 ve g_2 sınırları yaklaşık dört kat daha güçlüdür. Bu, BSM fiziğini araştırmada müon çarpıştırıcısının FCC-hh çarpıştırıcısına göre avantajını bir kez daha göstermektedir.

Yakın zamanda CMS ve TOTEM işbirlikleri 13 TeV'de protonlarla yüksek kütlede çift foton üretimi için ilk araştırmayı sunulmuştur (Tumasyan vd., 2022). Deneysel sonuçlar SM'nin efektif boyut-8 uzantısında yorumlandığında, %95 C.L.'de $|g_1| < 2.9 \times 10^{-1} \text{TeV}^{-4}$ ($g_2 = 0$) ve $|g_2| < 6.0 \times 10^{-1} \text{TeV}^{-4}$ ($g_1 = 0$) sınırları elde edilmiştir (Tumasyan vd., 2022).

Gelecekteki yüksek enerjili müon çarpıştırıcısındaki polarize olmayan $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\gamma\gamma\mu^-$ saçılmasında $Z\gamma\gamma\gamma$ etkileşiminin anormal kuartik çiftlenimlerini (AQGC'ler) incelenmiştir. Foton polarizasyon durumlarının toplamı da varsayılmıştır. Giden müonların $10^\circ < \theta < 170^\circ$ dedektör aralığında gözlemlenebilir olmasını gerektiren özel bir süreçtir. İlgili süreç için, helisite genlikleri hesaplanmıştır. Sırasıyla $L = 1 \text{ ab}^{-1}$, $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ ve $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığı ile $\sqrt{s} = 3$ TeV, 14 TeV ve 100 TeV çarpışma enerjisi ele alınmıştır. Şekil 7.1 ve şekil 7.2 görüldüğü gibi hem diferansiyel hem de toplam tesir kesitleri çift foton sisteminin değişmez kütesine bağlı olarak hesaplanmıştır. ζ_1 ve ζ_2 AQGCs'ler için %95 C.L. dışarlama bölgeleri hesaplanmıştır. Bunlar $\zeta_1 - \zeta_2$ düzlemindeki elipslerdir ve şekiller 7.3-7.5'te gösterilmiştir. ζ_1 ($\zeta_2 = 0$ için) ve ζ_2 ($\zeta_1 = 0$ için) üzerindeki sınırlar Çizelge 7.1'de sistematik hatanın üç değeri ($\delta = 0\%$, 5% , ve 10%) için toplanmıştır. Kısmi dalga üniterliği tarafından elde edilen sınırları incelenmiştir. Çalışmada incelenen AQGCs değerleri için ihlal edilmediği gösterilmiştir.

Kırılmamış fazda ζ_1 , ve ζ_2 çiftlenimleri f_i/Λ^4 ($i = 0,1,2,5,6,7,8,9$) çiftlenimlerinin doğrusal kombinasyonlarıdır (Gurkanli, 2024),

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= \frac{c_\omega^3 s_\omega}{\Lambda^4} [f_{T,5} + f_{T,6} - 4f_{T,8}] + \frac{c_\omega s_\omega^3}{\Lambda^4} [f_{T,0} + f_{T,1} - f_{T,5} - f_{T,6}], \\ \zeta_2 &= \frac{c_\omega^3 s_\omega}{\Lambda^4} [f_{T,7} - 4f_{T,9}] + \frac{c_\omega s_\omega^3}{\Lambda^4} [f_{T,2} - f_{T,7}].\end{aligned}\tag{8.1}$$

Böylece, ζ_1 ve ζ_2 için sınırları kullanılarak, f_i/Λ^4 çiftlenimleri için karşılık gelen sınırlar türetilmiştir. Bunlar Çizelge 8.1'de sunulmuştur. $\sqrt{s} = 13$ TeV pp çarpışmalarında $f_{T,0}$, $f_{T,5}$, $f_{T,8}$, ve $f_{T,9}$ AQGC'ler üzerinde sınırlar verilmiştir (Allport vd., 2023). Bu referansta Çizelge 2 ve Çizelge 6'da görüldüğü gibi, $\sqrt{s} = 3$ TeV'de bile sınırlarımız LHC limitlerinden en az bir büyüklük sırası daha iyidir.

3 TeV, 14 TeV ve 100 TeV müon çarpıştırıcısı için sırasıyla $L = 1 \text{ ab}^{-1}$, $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ ve $L = 1000 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığı ile $f_{T,0}$, $f_{T,1}$, $f_{T,2}$, $f_{T,5,6}$, $f_{T,7}$, $f_{T,8}$, ve $f_{T,9}$ anormal kuartik çiftlenimler üzerindeki %95 C.L. dışarlama sınırları Çizelge 8.1'de gösterilmiştir. Bunlar AQGC'ler üzerindeki en iyi sınırlardır. Çiftlenimlerinden biri alındığında, diğer tüm katsayıların sıfır olduğu varsayılmıştır.

Çizelge 8.1 $f_{T,0}$, $f_{T,1}$, $f_{T,2}$, $f_{T,5,6}$, $f_{T,7}$, $f_{T,8}$, ve $f_{T,9}$ AQGC'ler üzerindeki en iyi sınırları

		3 TeV	14 TeV	100 TeV
$ f_{T,0}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	3.06×10^{-2}	9.68×10^{-5}	5.07×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	3.65×10^{-2}	1.78×10^{-4}	1.48×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	4.51×10^{-2}	2.48×10^{-4}	2.04×10^{-7}
$ f_{T,1}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	3.06×10^{-2}	9.68×10^{-5}	5.07×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	3.65×10^{-2}	1.78×10^{-4}	1.48×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	4.51×10^{-2}	2.48×10^{-4}	2.04×10^{-7}
$ f_{T,2}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	2.23×10^{-1}	7.05×10^{-4}	3.70×10^{-7}
	$\delta = 5\%$	2.65×10^{-1}	1.65×10^{-3}	1.10×10^{-6}
	$\delta = 10\%$	3.30×10^{-1}	1.80×10^{-3}	1.49×10^{-6}
$ f_{T,5,6}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	4.29×10^{-2}	1.36×10^{-4}	7.11×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	5.12×10^{-2}	2.49×10^{-4}	2.08×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	6.33×10^{-2}	3.47×10^{-4}	2.87×10^{-7}
$ f_{T,7}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	8.98×10^{-2}	2.84×10^{-4}	1.49×10^{-7}
	$\delta = 5\%$	1.07×10^{-1}	6.63×10^{-4}	4.42×10^{-7}
	$\delta = 10\%$	1.33×10^{-1}	7.24×10^{-4}	5.98×10^{-7}
$ f_{T,8}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	7.65×10^{-3}	2.42×10^{-5}	1.27×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	9.12×10^{-3}	4.44×10^{-5}	3.70×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	1.13×10^{-2}	6.19×10^{-5}	5.12×10^{-8}
$ f_{T,9}/\Lambda^4 , \text{TeV}^{-4}$	$\delta = 0\%$	1.6×10^{-2}	5.06×10^{-5}	2.65×10^{-8}
	$\delta = 5\%$	1.9×10^{-2}	1.18×10^{-4}	7.88×10^{-8}
	$\delta = 10\%$	2.37×10^{-2}	1.29×10^{-4}	1.07×10^{-7}

Gelecekteki hadron çarpıştırıcıları için kuartik anormali çiftlenimleri üzerine sınırlar elde edilmiştir (Gutiérrez-Rodríguez vd., 2022; Senol vd., 2022; Senol vd., 2024). Özellikle, LHC ve FCC-hh çarpıştırıcıları için AQGC'ler üzerindeki %95 C.L. sınırları Çizelge 4'te toplanmıştır (Senol vd., 2022). Görülebileceği gibi $L = 3 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığa sahip 14 TeV olan HL-LHC için AQGC'ler üzerindeki en iyi %95 C.L. sınırı $2.1 \times 10^{-1} \text{TeV}^{-4}$ 'e eşittir. $\sqrt{s} = 27 \text{ TeV}$ kütle

merkezi enerjisi ve $L = 15 \text{ ab}^{-1}$ entegre parlaklığı olarak HE-LHC için en katı sınır $2.8 \times 10^{-2} \text{ TeV}^{-4}$ elde edilmiştir. Son olarak, gelecekteki FCC-hh çarpıştırıcısı için AQGC'ler üzerindeki en iyi sınırının $5.4 \times 10^{-4} \text{ TeV}^{-4}$ 'e eşit olduğu türetilmiştir (Senol vd., 2022). Karşılaştırmak gerekirse, $L = 20 \text{ ab}^{-1}$ ile 14 TeV müon çarpıştırıcısı için ζ_1 (ζ_2) çiftlenimler üzerindeki en iyi sınırimız 3.13 (6.54) $\times 10^{-5} \text{ TeV}^{-4}$ 'e eşittir. Tüm bunlar, nötr ayar bozonlarının anormal etkileşimlerinin araştırılmasında gelecekteki müon çarpıştırıcısının büyük bir potansiyele sahip olduğunu göstermektedir.



KAYNAKLAR

- Aad, G., Abbott, B., Abdallah, J., Abidinov, O., Abeloos, B., Aben, R., and Baroncelli, A. (2016). Measurements of $Z\gamma$ and $Z\gamma\gamma$ production in pp collisions at $s = 8$ TeV with the ATLAS detector. *Physical Review D*, 93(11), 112002.
- Abbott, B., Apyan, A., Azartash-Namin, B., Balakrishnan, V., Berryhill, J., Hsu, S. C., and Waits, C. (2023). Anomalous production of massive gauge boson pairs at muon colliders. *Physical Review D*, 108(9), 093009.
- Acciarri, M., Adam, A., Adriani, O., Aguilar-Benitez, M., Ahlen, S., Alcaraz, J., and Field, J. H. (1995). Search for anomalous $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ events at LEP. *Physics Letters B*, 345(4), 609-616.
- Accettura, C., Adams, D., Agarwal, R., Ahdida, C., Aimè, C., Amapane, N., and Liu, Z. (2023). Towards a muon collider. *The European Physical Journal C*, 83(9), 1-110.
- Acciarri, M., Adam, A., Adriani, O., Aguilar-Benitez, M., Ahlen, S., Alcaraz, J., and Field, J. H. (1995). Search for anomalous $Z \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ events at LEP. *Physics Letters B*, 345(4), 609-616.
- Adolphsen, C., Angal-Kalinin, D., Arndt, T., Arnold, M., Assmann, R., Auchmann, B., and Zimmermann, F. (2022). European Strategy for Particle Physics Accelerator R&D Roadmap. (in press).
- Alexahin, Y., Gianfelice-Wendt, E., and Kapin, V. (2018). Muon collider lattice concepts. *Journal of Instrumentation*, 13(11), P11002.
- Allport, P., Auriol, A., Bellos, P., and ATLAS Collaboration. (2023). Measurement of electroweak $Z(\nu\bar{\nu})jj\gamma$ production and limits on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector. *JHEP*, 2023(6), 82.
- Amarkhail, H., Inan, S. C., and Kisselev, A. V. (2024). Probing anomalous $\gamma\gamma\gamma\gamma$ couplings at a future muon collider. *Nuclear Physics B*, 116592.
- Amarkhail, H., Inan, S. C., and Kisselev, A. V. (2024). Probing anomalous $Z\gamma\gamma\gamma$ couplings at a future muon collider. *Journal of physics G: Nuclear and particle physics*, 52 (2025) 015001.
- Ankenbrandt, C. M., Atac, M., Autin, B., Balbekov, V. I., Barger, V. D., Benary, O., and Muon Collider Collaboration. Muon Collider Collaboration. (1999). Status of muon collider research and development and future plans. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 2(8), 081001.
- Arakawa, J., Rajaraman, A., Sui, T., and Tait, T. M. (2024). Probing muon $g - 2$ at a future muon collider. *SciPost Physics*, 16(3), 072.

Ari, V., Gurkanli, E., Köksal, M., Gutiérrez-Rodríguez, A., and Hernández-Ruiz, M. A. (2023). Study of the projected sensitivity on the anomalous quartic gauge couplings via $Z\gamma\gamma$ production at the CLIC. *Nuclear Physics B*, 989, 116133.

Asadi, P., Capdevilla, R., Cesarotti, C., and Homiller, S. (2021). Searching for leptoquarks at future muon colliders. *Journal of High Energy Physics*, 2021(10), 1-34.

Atağ, S., Inan, S. C., and Şahin, İ. (2010). Extra dimensions in $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ process at the CERN-LHC. *Journal of High Energy Physics*, 2010(9), 1-16.

ATLAS collaboration. (2018). Measurement of the $Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ production cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector and limits on anomalous triple gauge-boson couplings. (in press).

ATLAS Collaboration. (2022). Measurement of electroweak $Z(\nu\bar{\nu})\gamma jj$ production and limits on anomalous quartic gauge couplings in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector. (in press).

Baldenegro, C., Fichet, S., von Gersdorff, G., and Royon, C. (2017). Probing the anomalous $\gamma\gamma\gamma Z$ coupling at the LHC with proton tagging. *Journal of High Energy Physics*, 2017(6), 1-19.

Baldenegro, C., and Fichet, S. (2017). Anomalous gauge interactions in photon collisions at the LHC and the FCC. (in press).

Barger, V., Berger, M. S., Gunion, J. F., and Han, T. (1997). Higgs boson physics in the s-channel at $\mu^+\mu^-$ colliders. *Physics Reports*, 286(1), 1-51.

Bartosik, N., Krizka, K., Griso, S. P., Aimè, C., Mahmoud, M. A., Bertolin, A., and Zuliani, D. (2022). Simulated detector performance at the muon collider. (in press).

Berger, M. S., and Zerbe, B. (2005). Signals for low scale gravity in the process $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 72(9), 095007.

Black, K., Bose, T., Chen, Y., Dasu, S., Jia, H., Pinna, D., and Vuosalo, C. (2022). Prospects for heavy WIMP dark matter searches at muon colliders. (in press).

Boscolo, M., Delahaye, J. P., and Palmer, M. (2019). The future prospects of muon colliders and neutrino factories. *Reviews of Accelerator Science and Technology*, 10(01), 189-214.

Bredt, P. M., Kilian, W., Reuter, J., and Stienemeier, P. (2022). NLO electroweak corrections to multi-boson processes at a muon collider. *Journal of High Energy Physics*, 2022(12), 1-29.

Brodsky, S. J., Kinoshita, T., and Terazawa, H. (1971). Two-photon mechanism of particle production by high-energy colliding beams. *Physical Review D*, 4(5), 1532.

Buchmüller, W. and Wyler, D. (1986) Effective Lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation. *Nuclear Physics B*, 268, 621-653.

- Budnev, V. M., Ginzburg, I. F., Meledin, G. V., and Serbo, V. G.** (1975). The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Physics Reports*, 15(4), 181-282.
- Cahn, R. N.** (1985). Production of heavy Higgs bosons: comparisons of exact and approximate results. *Nuclear Physics B*, 255, 341-354.
- Capdevilla, R., Curtin, D., Kahn, Y., and Krnjaic, G.** (2020). A guaranteed discovery at future muon colliders. (in press).
- Capdevilla, R., Meloni, F., Simoniello, R., and Zurita, J.** (2021). Hunting wino and higgsino dark matter at the muon collider with disappearing tracks. *Journal of High Energy Physics*, 2021(6), 1-32.
- Carimalo, C., Kessler, P., and Parisi, J.** (1979). Validity of the equivalent-photon approximation for virtual photon-photon collisions. *Physical Review D*, 20(5), 1057.
- Chakraborty, I., Roy, H., and Srivastava, T.** (2023). Searches for heavy neutrinos at multi-TeV muon collider: a resonant leptogenesis perspective. *The European Physical Journal C*, 83(4), 280.
- Chapon, E., Royon, O. K.** (2009). Probing $WW\gamma\gamma$ and $ZZ\gamma\gamma$ quartic anomalous couplings with 10 pb^{-1} at the LHC. (in press).
- Chapon, E., Royon, C., and Kepka, O.** (2010). Anomalous quartic $WW\gamma\gamma$, $ZZ\gamma\gamma$, and trilinear $WW\gamma$ couplings in two-photon processes at high luminosity at the LHC. *Physical Review D Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 81(7), 074003.
- Chen, M., and Liu, D.** (2024). Top Yukawa coupling measurement at the muon collider. *Physical Review D*, 109(7), 075020.
- Chiesa, M., Maltoni, F., Mantani, L., Mele, B., Piccinini, F., and Zhao, X.** (2020). Measuring the quartic Higgs self-coupling at a multi-TeV muon collider. *Journal of High Energy Physics*, 2020(9), 1-29.
- Collaboration, A. T. L. A. S.** (2016). Search for new phenomena in events with at least three photons collected in pp collisions at. *Eur. Phys. J. C*, 76, 210.
- Costantini, A., De Lillo, F., Maltoni, F., Mantani, L., Mattelaer, O., Ruiz, R., and Zhao, X.** (2020). Vector boson fusion at multi-TeV muon colliders. *Journal of High Energy Physics*, 2020(9), 1-59.
- Dawson, S.** (1991). The effective W approximation. In *Current Physics—Sources and Comments* (Vol. 8, pp. 126-144). Elsevier.
- Delahaye, J. P., Diemoz, M., Long, K., Mansoulié, B., Pastrone, N., Rivkin, L., and Wulzer, A.** (2019). Muon colliders. (in press).

- Dong, Y. F., Mao, Y. C., and Yang, J. C.** (2023). Searching for anomalous quartic gauge couplings at muon colliders using principal component analysis. *The European Physical Journal C*, 83(7), 555.
- Eboli, O. J., Magro, M. B., Mercadante, P. G., and Novaes, S. F.** (1995). Quartic anomalous couplings in $\gamma\gamma$ colliders. *Physical Review D*, 52(1), 15.
- Eboli, O. J. P., Gonzalez-Garcia, M. C., and Lietti, S. M.** (2004). Bosonic quartic couplings at CERN LHC. *Physical Review D*, 69(9), 095005.
- Ellis, J., He, H. J., and Xiao, R. Q.** (2021). Probing new physics in dimension-8 neutral gauge couplings at e^+e^- colliders. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, 64, 1-25.
- Ellis, J., He, H. J., and Xiao, R. Q.** (2023). Probing neutral triple gauge couplings at the LHC and future hadron colliders. *Physical Review D*, 107(3), 035005.
- Erdélyi, A., Magnus, W., Oberhettinger, F., and Tricomi, F. G.** (1953), Higher Transcendental Functions, vol. 1. By the Staff of the Bateman Manuscript Project, McGraw-Hill Book Company, New York.
- Fichet, S., and von Gersdorff, G.** (2014). Anomalous gauge couplings from composite Higgs and warped extra dimensions. *Journal of High Energy Physics*, 2014(3), 1-36.
- Fichet, S., von Gersdorff, G., Lenzi, B., Royon, C., and Saimpert, M.** (2015). Light-by-light scattering with intact protons at the LHC: from standard model to new physics. *Journal of High Energy Physics*, 2015(2), 1-27.
- Franceschini, R., and Zhao, X.** (2023). Going all the way in the search for WIMP dark matter at the muon collider through precision measurements. *The European Physical Journal C*, 83(6), 1-14.
- Geer, S.** (1998). Neutrino beams from muon storage rings: Characteristics and physics potential. *Physical Review D*, 57(11), 6989.
- Geer, S.** (2009). Muon colliders and neutrino factories. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 59(1), 347-365.
- Gounaris, G. J., Porfyriadis, P. I., and Renard, F. M.** (1999). Light by light scattering at high energy: a tool to reveal new particles. *Physics Letters B*, 452(1-2), 76-82.
- Gounaris, G. J., Porfyriadis, P. I., and Renard, F. M.** (1999). The process in the standard and SUSY models at high energies. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 9(4), 673-686.
- Gounaris, G. J., Layssac, J., Porfyriadis, P. I., and Renard, F. M.** (1999). The process at high energies and the search for virtual SUSY effects. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 10(3), 499-513.

Gounaris, G. J., Layssac, J., Porfyriadis, P. I., and Renard, F. M. (2000). The process and the search for virtual SUSY effects at a Collider. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 13(1), 79-97.

Gradshteyn, I. S., and Ryzhik, I. M. (2014). *Table of integrals, series, and products*. Academic press.

Griffiths, D. (1987) . Introduction to elementary particles . John Wiley & Sons Inc., 392p, Toronto.

Guo, Q., Gao, L., Mao, Y., and Li, Q. (2023). Search for vector-like leptons at a Muon Collider. (in press).

Gupta, R. S. (2012). Probing quartic neutral gauge boson couplings using diffractive photon fusion at the LHC. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 85(1), 014006.

Gurkanli, E. (2022). Bounds on anomalous quartic $WWZ\gamma$ couplings in $e-p$ collisions at the FCC-he. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 50(1), 015002.

Gurkanli, E. (2024). Sensitivities on the anomalous quartic $\gamma\gamma\gamma\gamma$ and $\gamma\gamma\gamma Z$ couplings at the CLIC. *The European Physical Journal C*, 84(1), 55.

Gutiérrez-Rodríguez, A., Honorato, C. G., Montano, J., and Pérez, M. A. (2014). Limits on the quartic couplings $Z\gamma\gamma\gamma$ and $ZZ\gamma\gamma$ from e^+e^- colliders. *Physical Review D*, 89(3), 034003.

Gutiérrez-Rodríguez, A., Ari, V., Gurkanli, E., Köksal, M., and Hernández-Ruíz, M. A. (2022). Future projections on the anomalous $WW\gamma\gamma$ couplings in hadron–hadron interactions at the FCC-hh. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 49(10), 105004.

Gutiérrez-Rodríguez, A., Gurkanli, E., Köksal, M., Ari, V., and Hernández-Ruíz, M. A. (2023). Expected sensitivity on the anomalous quartic neutral gauge couplings in $\gamma\gamma$ collisions at the CLIC. *The European Physical Journal Plus*, 138(12), 1130.

Han, T., Liu, Z., Wang, L. T., and Wang, X. (2021). WIMPs at high energy muon colliders. *Physical Review D*, 103(7), 075004.

Han, T., Ma, Y., and Xie, K. (2021). High energy leptonic collisions and electroweak parton distribution functions. *Physical Review D*, 103(3), L031301.

Han, T., Li, T., and Wang, X. (2022). Axion-Like Particles at High Energy Muon Colliders- A White paper for Snowmass 2021. (in press).

Hořejší, J., and Stöhr, M. (1994). One loop induced effective on-shell $Z\gamma\gamma\gamma$ interactions. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 64, 407-412.

İnan, S. C. (2009). Büyük ek boyutların çarpıştırıcılarda ve düşük enerjilerde incelenmesi. *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Doktora Tezi)*, 30, 31s, Ankara.

- İnan, S. C., and Kisselev, A. V.** (2019). Probe of the Randall-Sundrum-like model with the small curvature via light-by-light scattering at the LHC. *Physical Review D*, 100(9), 095004.
- İnan, S. C., and Kisselev, A. V.** (2021). Probing anomalous quartic $\gamma\gamma\gamma\gamma$ couplings in light-by-light collisions at the CLIC. *The European Physical Journal C*, 81(7), 1-9.
- İnan, S. C., and Kisselev, A. V.** (2021). Probing anomalous $\gamma\gamma\gamma Z$ couplings through γZ production in $\gamma\gamma$ collisions at the CLIC. *Journal of High Energy Physics*, 2021(10), 1-23.
- İnan, S. C., and Kisselev, A. V.** (2023). Probe of a Randall-Sundrum-like model from muon pair production at high energy muon collider. (in press).
- İnan, S. C., and Kisselev, A. V.** (2023). Probe of axion-like particles in vector boson scattering at a muon collider. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 50(10), 105002.
- Jacob, M., and Wick, G. C.** (1959). On the general theory of collisions for particles with spin. *Annals of Physics*, 7(4), 404-428.
- Jiang, R., Yang, T., Qian, S., Ban, Y., Li, J., You, Z., and Li, Q.** (2024). Searching for Majorana neutrinos at a same-sign muon collider. *Physical Review D*, 109(3), 035020.
- Jikia, G., and Tkabladze, A.** (1994). Photon-photon scattering at the photon linear collider. *Physics Letters B*, 323(3-4), 453-458.
- Johnson, P. W., Olness, F. I., and Tung, W. K.** (1987). Effective-vector-boson method for high-energy collisions. *Physical Review D*, 36(1), 291.
- Jueid, A., and Nasri, S.** (2023). Lepton portal dark matter at muon colliders: total rates and generic features for phenomenologically viable scenarios. *Physical Review D*, 107(11), 115027.
- Kane, G. L., Repko, W. W., and Rolnick, W. B.** (1984). The effective $W^\pm, Z^0$ approximation for high energy collisions. *Physics Letters B*, 148(4-5), 367-372.
- Köksal, M.** (2012). Standart Model ötesi fiziğin araştırılmasında nötrino etkileşimleri. *Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Doktora Tezi)*, 29s, Zonguldak.
- Köksal, M.** (2015). Anomalous quartic $ZZ\gamma\gamma$ couplings at the CLIC. *The European Physical Journal Plus*, 130, 1-9.
- Köksal, M., Ari, V., and Senol, A.** (2016). Search for Anomalous Quartic $ZZ\gamma\gamma$ Couplings in Photon-Photon Collisions. *Advances in High Energy Physics*, 2016(1), 8672391.
- Köksal, M.** (2023). Search for the anomalous quartic gauge couplings through $Z\gamma$ production at e^+e^- colliders. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 51(1), 015001.
- Kuss, I., and Spiesberger, H.** (1996). Luminosities for vector-boson-vector-boson scattering at high energy colliders. *Physical Review D*, 53(11), 6078.

- Kwok, T. H., Li, L., Liu, T., and Rock, A.** (2024). Searching for heavy neutral leptons at a future muon collider. *Physical Review D*, 110(7), 075009.
- Langacker, P.** (2021). The Standard Model and Beyond, 2nd Edition. CRS press, 426p, New Jersey.
- Li, P., Liu, Z., and Lyu, K. F.** (2023). Heavy neutral leptons at muon colliders. *Journal of High Energy Physics*, 2023(3), 1-32.
- Lindfors, J.** (1985). Distribution functions for heavy vector bosons inside colliding particle beams. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 28, 427-432.
- Long, K., Lucchesi, D., Palmer, M., Pastrone, N., Schulte, D., and Shiltsev, V.** (2020). Muon colliders: Opening new horizons for particle physics. (in press).
- Marzocca, D., and Stanzione, A.** (2024). On the impact of the mixed Z/γ PDF at muon colliders. (in press).
- Mekala, K., Reuter, J., and Zarnecki, A. F.** (2023). Optimal search reach for heavy neutral leptons at a muon collider. *Physics Letters B*, 841, 137945.
- Ozansoy, A.** (2009). Electron-pozitron çarpıştırıcılarında spin-3/2 uyarılmış leptonların üretimi ve bozunumu. *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Doktora Tezi)*, 33s, Ankara.
- Palmer, R. B.** (2014). Muon colliders. *Reviews of Accelerator Science and Technology*, 7, 137-159.
- Prudnikov, A. P., Brychkov, Yu. A., Marichev, O. I.** (1989). Integrals and Series. Vol. 3: More Special Functions, Gordon & Breach Sci. Publ., New York.
- Roland, C. P. A.** (2022). Triple and quartic gauge boson couplings (No. ATL-PHYS-SLIDE-2022-455). ATL-COM-PHYS-2022-774.
- Ruhdorfer, M., Salvioni, E., and Wulzer, A.** (2023). Invisible Higgs boson decay from forward muons at a muon collider. *Physical Review D*, 107(9), 095038.
- Ruiz, R., Costantini, A., Maltoni, F., and Mattelaer, O.** (2022). The Effective Vector Boson Approximation in high-energy muon collisions. *Journal of High Energy Physics*, 2022(6), 1-54.
- Schulte, D., Quettier, L., Lebrun, P., Métral, E., Stratakis, D., Rogers, C., and Arndt, T.** (2022). CERN: Chapter 5: Bright muon beams and muon colliders (CERN yellow reports). European strategy for particle physics Accelerator R&D roadmap, 145p, CERN.
- Senol, A.** (2014). Anomalous quartic $WW\gamma\gamma$ and $ZZ\gamma\gamma$ couplings in γp collision at the LHC. *International Journal of Modern Physics A*, 29(26), 1450148.

- Senol, A., Karadeniz, O., Oyulmaz, K. Y., Helveci, C., and Denizli, H.** (2022). Sensitivity of anomalous quartic gauge couplings via $Z\gamma\gamma$ production at future hadron-hadron colliders. *Nuclear Physics B*, 980, 115851.
- Senol, A., Spor, S., Gurkanli E., Cetinkaya V., Denizli H., Köksal M.** (2022). Model-independent study on the anomalous $ZZ\gamma$ and $Z\gamma\gamma$ couplings at the future muon collider. *The European Physical Journal Plus*, 137(12), 1-10.
- Senol, A., Denizli, H., and Helveci, C.** (2024). Sensitivity of anomalous quartic gauge couplings via tri-photon production at FCC-hh. *Nuclear Physics B*, 998, 116387.
- Shiltsev, V.** (2010). When will we know a muon collider is feasible? Status and directions of muon accelerator R&D. *Modern Physics Letters A*, 25(08), 567-577.
- Shiltsev, V., Zimmermann, F.** (2021). Modern and future colliders. *Reviews of Modern Physics*, 93 (1), 015006.
- Spor, S.** (2023). Probe of the anomalous neutral triple gauge couplings in photon-induced collision at future muon colliders. *Nuclear Physics B*, 991, 116198.
- Stapnes, S.** (2019). The compact linear collider. *Nature Reviews Physics*, 1(4), 235-237.
- Şahin, İ., and Şahin, B.** (2012). Anomalous quartic $ZZ\gamma\gamma$ couplings in γp collision at the LHC. *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, 86(11), 115001.
- Şahin, Ş.** (2005). Polarize elektron-gama çarpışmasında üçlü ayar bozonu etkileşimleri. *Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü (Doktora Tezi)*, 50s, Ankara.
- Terazawa, H.** (1973). Two-photon processes for particle production at high energies. *Reviews of Modern Physics*, 45(4), 615.
- Tikhonin, F. F., and Budker, G. I.** (1968). On the effects with muon colliding beams. *JINR Report P2-4120 (Dubna, 1968)*.
- Tikhonin, F. F.** (2008). On the effects at colliding mu-meson beams. (in press).
- Null, N., Tumasyan, A., Adam, W., Andrejkovic, J. W., Bergauer, T., Chatterjee, S., and Mittal, M.** (2021). Measurements of the $pp \rightarrow W^\pm\gamma\gamma$ and $pp \rightarrow Z\gamma\gamma$ cross sections at $\sqrt{s} = 13$ TeV and limits on anomalous quartic gauge couplings. *Journal of High Energy Physics*, 2021(10), 1-39.
- Tumasyan, A., et al.** (2022). CMS TOTEM Collaborations, First search for exclusive diphoton production at high mass with tagged protons in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV, *Phys. Rev. Lett.* 129 (2022) 011801. (in press).

Tumasyan, A., Adam, W., Andrejkovic, J. W., Bergauer, T., Chatterjee, S., Damanakis, K., and Kapoor, A. (2023). Search for high-mass exclusive $\gamma\gamma \rightarrow WW$ and $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Journal of High Energy Physics*, 2023 (7), 1-52.

Url-1 Evrim ağacı <<https://evrimagaci.org/karanlik-madde-karanlik-enerjiye-donusuyor-olabilir-mi-7468>>, alındığı tarih: 03.02.2025.

Url-2 International Muon Collider Collaboration <<https://muoncollider.web.cern.ch>>, alındığı tarih: 11.12.2024.

Varshalovich, D. A., Moskalev, A. N., and Khersonskii, V. K. M. (1988). *Quantum theory of angular momentum*. World scientific.

Wigner, E. (2012). Group theory: and its application to the quantum mechanics of atomic spectra (Vol. 5). Elsevier.

Yang, J. C., Han, X. Y., Qin, Z. B., Li, T., and Guo, Y. C. (2022). Measuring the anomalous quartic gauge couplings in the $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ process at muon collider using artificial neural networks. *Journal of High Energy Physics*, 2022(9), 1-32.

Yang, J. C., Qin, Z. B., Han, X. Y., Guo, Y. C., and Li, T. (2022). Tri-photon at muon collider: a new process to probe the anomalous quartic gauge couplings. *Journal of High Energy Physics*, 2022(7), 1-19.

Yin, W., and Yamaguchi, M. (2022). Muon $g - 2$ at a multi-TeV muon collider. *Physical Review D*, 106(3), 033007.

Zhang, Y. J., and Shen, J. F. (2020). Probing anomalous tqh couplings via single top production in associated with the Higgs boson at the HE-LHC and FCC-hh. *The European Physical Journal C*, 80, 1-8.

Zhang, S., Yang, J. C., and Guo, Y. C. (2024). Using k-means assistant event selection strategy to study anomalous quartic gauge couplings at muon colliders. *The European Physical Journal C*, 84(2), 142.