



**MATEMATİĞE İLİŞKİN DEĞERLER VE SINIFTAKİ UYGULAMALARA
YANSIMALARI**

FATMA NUR AKTAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

HAZİRAN, 2014

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU

Bu tezin tüm hakları saklıdır. Kaynak göstermek koşuluyla tezin teslim tarihinden itibaren 36 (otuzaltı) ay sonra tezden fotokopi çekilebilir.

YAZARIN

Adı : FATMA NUR

Soyadı : AKTAŞ

Bölümü : MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ

İmza :

Teslim Tarihi :

TEZİN

Türkçe Adı : MATEMATİĞE İLİŞKİN DEĞERLER VE SINIFTAKİ UYGULAMALARA YANSIMALARI

İngilizce Adı : MATHEMATICAL VALUES AND THEIR REFLECTIONS ON CLASSROOM PRACTICES

ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI

Tez yazma sürecinde bilimsel ve etik ilkelere uyduğumu, yararlandığım tüm kaynakları kaynak gösterme ilkelerine uygun olarak kaynakçada belirttiğimi ve bu bölünler dışındaki tüm ifadelerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim.

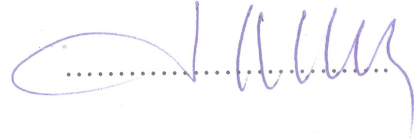
Yazar Adı Soyadı: FATMA NUR AKTAŞ

İmza:

JÜRİ ONAY SAYFASI

Fatma Nur AKTAŞ tarafından hazırlanan “MATEMATİĞE İLİŞKİN DEĞERLER VE SINIFTAKİ UYGULAMALARA YANSIMALARI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Gazi Üniversitesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı’ nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Ziya ARGÜN
Matematik Eğitimi, Gazi Üniversitesi



Başkan: Prof. Dr. Musa SARI
Fizik Eğitimi, Gazi Üniversitesi



Üye: Prof. Dr. Ahmet ARIKAN
Matematik Eğitimi, Gazi Üniversitesi



Tez Savunma Tarihi: 12 / 06 / 2014

Bu tezin Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı’ nda Yüksek Lisans tezi olması için şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

Prof. Dr. Servet KARABAĞ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü



Aileme...

TEŞEKKÜR

Tez danışmanlığımı üstlenerek çalışmamın her aşamasında desteğini esirgemeyen, görüş ve önerileri ile matematik öğretimine ve araştırma sürecine farklı bakış açıları kazandıran, bilgi ve deneyimlerini benden esirgemeyen saygıdeğer hocam Prof. Dr. Ziya ARGÜN' e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışmamda görüş ve önerilerinden yararlandığım Prof. Dr. Ahmet ARIKAN, Prof. Dr. M. Fatih TAŞAR, Doç. Dr. Nihat BOZ' a ve uygulama okullarını belirlememde yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. Hakan ŞANDIR' a, araştırma verilerinin analizi sürecinde yardımlarını esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Tuğba HORZUM' a, tez çalışması boyunca yapıcı eleştirileri ile bana yol gösteren Arş. Gör. Dr. Gönül YAZGAN SAĞ'a, görüşme sorularının geliştirilme sürecindeki yardımları için Gazi Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı araştırma görevlileri değerli arkadaşlarıma ve bu çalışmanın ortaya çıkmasında her türlü desteği sağlayan katılımcı öğretmenlere ve lisansüstü burs desteği için TÜBİTAK' a şükranlarımı sunarım.

Bugünlere gelmemde her türlü fedakarlığa katlanan ve sabırla desteklerini esirgemeyen aileme minnettarlığımı sunarım.

Fatma Nur AKTAŞ

Ankara, 2014

MATEMATİĞE İLİŞKİN DEĞERLER VE SINIFTAKİ UYGULAMALARA YANSIMALARI

Yüksek Lisans Tezi

Fatma Nur AKTAŞ

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Haziran 2014

ÖZ

Bu çalışmada, ortaöğretim kurumlarında görev alan matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerler ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına yansımaları tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışma nitel araştırma desenlerinden durum çalışması esas alınarak tasarlanmıştır. Araştırmanın katılımcıları 2012-2013 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Ankara ilinde ortaöğretim kurumlarında görev alan 5 matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Araştırmanın veri toplama araçları senaryo tipi yarı yapılandırılmış görüşme soruları ve video kaydına alınan ders gözlemlerinden oluşmaktadır. Elde edilen veriler içerik analizi ve karşılaştırmalı durum analizi yolu ile analiz edilmiştir. Araştırmada elde edilen sonuçlara göre, öğretmenlerin matematiğe ilişkin değerlerin tamamlayıcı ikililerini sınıf uygulamalarına eşit yansıtmadıkları, nesnecilik, kontrol ve açıklık değerlerine tamamlayıcı değer ikililerinden daha fazla vurgu yaptıkları belirlenmiştir. Katılımcıların matematiğe ilişkin değerlerin bazı boyutlarına yetersiz de olsa sahipken, bazı boyutlarını sınıf uygulamalarına hiç yansıtmadıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmenlerin matematik öğretiminde çeşitlilik oluşturma ve sınıf uygulamalarına değerlerin yansıtılmasında yetersiz oldukları sonucuna varılmıştır. Her ne kadar araştırma probleminin odağı dışında olsa da öğretmenlerin matematiğe ilişkin değerlerden haberdar olmadıkları göze çarpmaktadır. Araştırmada elde edilen sonuçlar ışığında matematik öğretmenlerine, araştırmacılara, program geliştirenlere, matematik öğretmeni yetiştirenlere yönelik çeşitli öneriler sunulmuştur.

Bilim Kodu:

Anahtar Kelimeler: Değer, matematiğe ilişkin değer, sınıf uygulamaları.

Sayfa Adedi: 256

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ziya ARGÜN

MATHEMATICAL VALUES AND THEIR REFLECTIONS ON CLASSROOM PRACTICES

(M.Sc. Thesis)

Fatma Nur AKTAŞ

GAZI UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF EDUCATIONAL SCIENCES

June, 2014

ABSTRACT

The purpose of this study is to investigate secondary mathematics teachers' mathematical values and these values' reflection in classroom practices. Case study research design was employed for carrying out this research. The participants of the study is consisted of 5 mathematics teachers who work at high school in Ankara during spring terms of 2012-2013 academic year. The data were collected through semi-structured interview which were arranged in the form of classroom scenarios and classroom observations recorded by video-camera. The collected data were analyzed by using content analysis and cross-case analysis. According to the findings of the study, we observed that the teachers did not reflected the complementary pairs of the values in relation to mathematics in classroom practices equally and that they emphasized the values of objectivism, control and openness more than complementary value pairs. We identified that while the participants have at least some dimensions of the values in relation to mathematics, they did not reflect these dimensions in their classroom practices. Therefore, we found that teachers were inadequate in creating diversity in mathematics teaching and reflecting the values in classroom practices. Although it is out of the scope of the reseach problem, we shaved state that the teachers were not aware of the values in relation to mathematics. In the light of the findings of the study, several suggestions were made to mathematics teachers, researchers, program developers and the educators of mathematics teachers.

Science Code:

Key Words: Values, mathematical values, classroom practices.

Page Number: 256

Supervisor: Prof. Dr. Ziya ARGÜN

İÇİNDEKİLER

TELİF HAKKI ve TEZ FOTOKOPİ İZİN FORMU.....	iii
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BEYANI.....	iv
JÜRİ ONAY SAYFASI.....	v
İTHAF.....	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
ÖZ.....	viii
ABSTRACT.....	ix
İÇİNDEKİLER.....	x
TABLolar LİSTESİ.....	xiv
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xv
SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ.....	xvi
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu.....	1
1.2. Problem Cümlesi.....	4
1.3. Araştırmanın Amacı.....	5
1.4. Araştırmanın Önemi.....	5
1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları.....	7
1.6. Varsayımlar.....	7
1.7. Tanımlar.....	8
BÖLÜM 2	
KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	11
2.1. Değer.....	11
2.2. Değerlerin Oluşumu.....	13
2.3. Değer ve İnanç.....	15
2.4. Değerlerin Sınıflandırılması.....	20
2.5. Değer ve Bilim Dalları.....	24

2.5.1. Psikolojide Değer Kavramı.....	24
2.5.2. Felsefede Değer Kavramı.....	25
2.5.3. Sosyolojide Değer Kavramı.....	27
2.6. Matematik ve Değerler.....	28
2.6.1. Eğitime İlişkin Değerler.....	34
2.6.2. Matematik Eğitime İlişkin Değerler.....	35
2.6.3. Matematiğe İlişkin Değerler.....	36
2.6.3.1. İdeoloji - Rasyonellik.....	37
2.6.3.2. İdeolojik - Nesnecilik.....	39
2.6.3.3. Duygu - Kontrol.....	41
2.6.3.4. Duygu - İlerleme.....	43
2.6.3.5. Sosyoloji - Açıklık.....	44
2.6.3.6. Sosyoloji - Gizem.....	45
2.7. Matematiğe İlişkin Değerler ve Sınıf Uygulamaları.....	46
2.8. İlgili Araştırmalar.....	52
BÖLÜM 3	
YÖNTEM.....	61
3.1. Araştırma Modeli.....	61
3.2. Çalışma Grubu.....	62
3.3. Verilerin Toplanması.....	63
3.3.1. Yarı-yapılandırılmış Görüşme Formlarının Hazırlanması.....	65
3.3.2. Ders Gözlemleri.....	67
3.4. Verilerin Analizi.....	68
3.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği.....	69
BÖLÜM 4	
BULGULAR VE YORUM.....	73
4.1. Öğretmenlerin Sahip Olduğu Matematiğe İlişkin Değerler.....	74
4.1.1. Rasyonellik Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	74
4.1.1.1. Ö1 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	74
4.1.1.2. Ö2 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	78
4.1.1.3. Ö3 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	84
4.1.1.4. Ö4 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	91
4.1.1.5. Ö5 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	94
4.1.2. Nesnecilik Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	99
4.1.2.1. Ö1 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	99
4.1.2.2. Ö2 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	102

4.1.2.3. Ö3 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	106
4.1.2.4. Ö4 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	110
4.1.2.5. Ö5 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları.....	113
4.1.3. Kontrol Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	116
4.1.3.1. Ö1 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları.....	117
4.1.3.2. Ö2 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları.....	119
4.1.3.3. Ö3 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları.....	121
4.1.3.4. Ö4 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları.....	122
4.1.3.5. Ö5 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları.....	124
4.1.4. İlerleme Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	126
4.1.4.1. Ö1 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları.....	126
4.1.4.2. Ö2 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları.....	128
4.1.4.3. Ö3 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları.....	130
4.1.4.4. Ö4 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları.....	133
4.1.4.5. Ö5 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları.....	136
4.1.5. Açıklık Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	138
4.1.5.1. Ö1 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları.....	138
4.1.5.2. Ö2 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları.....	139
4.1.5.3. Ö3 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları.....	141
4.1.5.4. Ö4 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları.....	142
4.1.5.5. Ö5 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları.....	143
4.1.6. Gizem Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları.....	145
4.1.6.1. Ö1 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları.....	145
4.1.6.2. Ö2 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları.....	146
4.1.6.3. Ö3 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları.....	148
4.1.6.4. Ö4 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları.....	149
4.1.6.5. Ö5 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları.....	150
4.2. Matematiğe İlişkin Değerlerin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	152
4.2.1. Rasyonellik Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	152
4.2.2. Nesnecilik Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	159
4.2.3. Kontrol Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	169
4.2.4. İlerleme Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	178
4.2.5. Açıklık Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	186
4.2.6. Gizem Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları.....	191
4.3. Katılımcılar İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	197
4.3.1. Rasyonellik Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	197

4.3.2. Nesnecilik Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	198
4.3.3. Kontrol Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	200
4.3.4. İlerleme Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	203
4.3.5. Açıklık Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	204
4.3.6. Gizem Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi.....	206
BÖLÜM 5	
SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	209
5.1. Sonuçlar.....	209
5.1.1. Öğretmenlerin Sahip Olduğu Matematiğe İlişkin Değerlere Dair Sonuçlar.....	210
5.1.2. Matematiğe İlişkin Değerlerin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımalarına Dair Sonuçlar.....	217
5.2. Öneriler.....	221
KAYNAKLAR.....	227
EKLER.....	242
EK 1: İzin Yazısı.....	242
EK 2: Görüşme Soruları.....	243
EK 3: Yapılandırılmamış Sınıf Gözlem Formu.....	255

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. İnançlar ve Bu İnançlara Karşılık Gelen Değer Örnekleri.....	19
Tablo 2. Sam ve Ernest’ in Matematik Eğitiminde Değer Sınıflandırması.....	22
Tablo 3. Değer ve Matematik Eğitiminde Değer Kategorileri.....	23
Tablo 4. Katılımcı Bilgileri.....	63
Tablo 5. Görüşme Verilerini Toplama Süreci.....	64
Tablo 6. Ders Gözlemleri (Video Kaydı) Veri Toplama Süreci.....	65
Tablo 7. Görüşme Sorularının Değer Dağılımı.....	67
Tablo 8. Rasyonellik Değerine İlişkin Kodlar.....	74
Tablo 9. Nesnecilik Değerine İlişkin Kodlar.....	99
Tablo 10. Kontrol Değerine İlişkin Kodlar.....	116
Tablo 11. İlerleme Değerine İlişkin Kodlar.....	126
Tablo 12. Açıklık Değerine İlişkin Kodlar.....	138
Tablo 13. Gizem Değerine İlişkin Kodlar.....	145
Tablo 14. Öğretmenler İle Sahip Oldukları Değerler ve Alt Boyutları.....	151
Tablo 15. Öğretmenlerin Öğretim Aşamalarında Sınıf Uygulamalarına Yansıyan Değerler ve Alt Boyutları.....	195

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Bishop ve Whitfield’ ın Öğretmen Karar Alma Çerçevesi.....	48
Şekil 2. Bishop Öğretmen Değerleri ve Matematik Eğitimi İlişkisi.....	48

SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ

VAMP	Values and Mathematics Project
VIMT	Values in Mathematics Teaching
VMTG	Values in Mathematics Teaching in Turkey and German
MEVQ	Mathematical Educational Values Questionnaire
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
AMS	American Mathematical Society

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, problem cümlesi, araştırmanın amacı ve önemi, araştırmanın sınırlılıkları ve tanımlar yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Matematik, dünya genelinde aksiyomatik yapısından ve sosyal tercihleri içermemesinden dolayı değerlerden yoksun olarak (Sam ve Ernest, 1997; Bishop ve Clarkson, 1998; Bishop vd, 1999; Dede, 2009) algılanmasına rağmen, aksine matematik de kendine özel değerler taşımaktadır (Bishop 2004; Dede, 2007) ve değerler normların, kuralların seçiminin altında yatan etkenlerdir (Ernest, 1991). Matematik eğitiminde duyuşsal faktörlerden genellikle tutum, inanç ve motivasyon incelenmekte iken, değerler ihmal edilmektedir (Seah ve Bishop, 2000). Oysaki değerler, matematik öğreniminde ve öğretiminde önem arz etmektedir (Clarkson vd, 2000; Seah,2002; Dede, 2007).

Öğretmenler matematiksel bilginin önemini kavratma sürecinde sorunlarla karşılaştıklarında, öğrencilerinin nasıl daha iyi öğrenebileceğine karar verirken profesyonel yaşantısında edindiği duyuşsal faktörlerden etkilenmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin sınıf uygulamalarında, neyi nasıl öğrettiklerinin altında yatan sahip oldukları değerler için ipuçları bulabiliriz. Bu sadece zihinsel işlemlerin bir fonksiyonu değil, aynı zamanda burada bireyin duygularının da etkisi mevcuttur. Seçme ve karar vermeyi içeren değerlendirme bilişsel süreci, gözlemlerimizde dengeli olmayı ve duygularımızla hesaplaşmayı da içerdiğinden duyuşsal bir süreçtir (Seah, 2008). Kısacası değerler, insanların gerçek yaşamda aldıkları kararlar ve davranışlarının genel olarak rehberidir

(Dede, 2009). İhtimaller arasından tercih etme ve karar verme sürecini içeren değerler insan doğasının bir parçası olup, kasıtlı veya kasıtsız olarak bireylerin davranışlarında, kararlarında veya seçimlerinde rol alır (FitzSimons ve diğerleri, 2001). Bu nedenle değerler, öğretmenlerin sınıf uygulamalarında aldığı kararlar üzerinde etkilidir (Bishop ve Clarkson, 1998; Clarkson vd, 2000; Bills ve Husbands, 2005b; Dede, 2009).

Bishop ve Clarkson (1998) öğretmen adaylarının eğitiminde ve hizmet içi eğitimlerde, seçme ve davranış tutarlılığı gibi değerlerin davranışsal boyutuna odaklanan etkinliklere ihtiyaç olduğunu iddia etmektedir. Öğretmen davranışlarını içeren karar alma süreci, değer açıklama aktiviteleri aracılığı ile ortaya çıkmaktadır. Bu aktiviteler sınıfta gerçekleşen kritik durumlar veya uygulamaları içermektedir. Bu gibi durumlarda öğretmen olası seçenekler arasından, kriterlerine uygun olanı seçme eğiliminde olacaktır. Bu sürece öğretmenin sahip olduğu değerler açık veya gizli olarak yansımaktadır.

Matematik eğitimi tartışmalarında değerler, eğitim-öğretim sürecinde yukarıda bahsi geçen etkilerine rağmen nadiren görülmektedir. Bununla beraber matematik öğretmenleri, matematik derslerinde değerlerin öğretildiğine inanmamaktadır (Bishop ve Clarkson, 1998; Clarkson ve diğerleri, 2000). Günümüzde öğretim programları bu görüş üzerine tasarlanarak, genellikle öğrenci başarıları üzerine odaklanmış şekilde hazırlanmaktadır. Öğretim programında değerler eğitimi üzerine bazı ifadeler yer almasına rağmen, bunların geliştirilmesi hakkında çok az bilgiye sahibiz. Bu durum değerler hakkında daha fazla bilgiye sahip olmamızda önemli ölçüde güçlük oluşturmaktadır (Bishop ve Clarkson, 1998; Bishop ve diğerleri, 2000). Halbuki değerler, öğrencilerin kişisel ve sosyal kimliklerini kazanmalarında önemli rol oynamaktadır. Ayrıca değerlerin bu yönü matematik derslerinde de gözlenmektedir. Çünkü değerler öğrencilerin matematik ile ilgilenmek veya ilgilenmemek üzerine seçimlerini etkilemektedir (FitzSimons ve Seah, 2001).

Değerler üzerine eğitimde yapılan araştırmalar hem yeni ve hem de yetersiz sayıdadır. Bunun sebebi kısmen tutum, inanç ve değer gibi etkili değişkenler arasındaki oldukça belirsiz anlayışlar, ayırım ve ifadelerden kaynaklanmaktadır. Ayrıca, ilgili terminolojide dini inanışlar, inançlar ve değerlerin birbirinin yerine kullanılması bu kelimelerin eşanlamli kelimeler olduğu yanlışına yol açmıştır (McLeod, 1992; Seah ve Bishop, 2000). Bu belirsizliklerin oluşmasında öğretmenlerin, öğrencilerin ve hatta akademik çalışmaların etkisi bulunmaktadır (Southwell, 1995; Seah ve Bishop, 2000; Clarkson, Bishop, FitzSimons ve Seah, 2000). Değerler kelimesi çeşitli anlamlarda kullanıldığı gibi, daha da

kötüsü değerler ve inançlar birbirinin yerine kullanılmaktadır (Swadener ve Soedjadi, 1988; Bulut ve Cenap, 2003). Değerler ve inançlar arasındaki ilişki ve inançların öğretmen uygulamalarına olan güçlü etkisi göz önüne alındığında (McLeod, 1992), matematik ile değerler arasındaki ilişkinin daha fazla araştırılması ve daha derinden anlaşılması ihtiyacı ortaya çıkmaktadır (Seah, 2008).

Değerler; matematiksel problemlerin seçiminde, çözüm metodunda, süreç içindeki kavramlar ve notasyonların oluşmasında, değerlendirme kriterinde, matematiksel oluşumlar ve bilgilerin sonucunu değerlendirmede önemli rol oynamaktadır (Ernest, 2008). Bu değişkenler göz önüne alınırsa etkili bir öğretmenden beklenen; öğrencinin özelliklerine uygun olarak dersin hedeflerinin belirlenmesi, hedefleri kazandıracak öğrenme yaşantılarının düzenlenmesi ve hedeflere ne derece ulaşıldığını kontrol ederek eksik ve yanlışların düzeltilmesi gibi uygulamalarda, öğretmenin sahip olduğu değerler önemli görülmektedir (Ernest, 1989; Durmuş ve Bıçakçı, 2006). Bu nedenle eğitim sisteminin önemli öğelerinden olan öğretmenlerin sahip olduğu ve öğretim uygulamalarına yansıttığı değerler, eğitim sistemi için önem arz etmektedir (Ernest, 1989; Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson, 1999). Bu doğrultuda batıdaki matematik öğretmenlerinin sahip olduğu ve matematik derslerinde açığa vurduğu değerler “Values and Mathematics Project (1999-2001)” projesi ile tespit edilmiştir (Bishop, Seah ve Chin, 2003). Bu projenin sonuçları dikkate alınarak Tayvan’ da gerçekleştirilen “Values in Mathematics Teaching” projesi ile Orta Asya’ daki matematik öğretmenlerinde de benzer değerler tespit edilmiştir (Bishop, Seah ve Chin, 2003). Bu araştırmalar sonucunda farklı kültürlerde ortaya çıkan olası matematiğe ilişkin değerler birbirinin tamamlayıcı ikilisi olarak rasyonellik-nesnecilik, kontrol-ilerleme ve açıklık-gizem olarak tespit edilmiştir. Türkiye’ de ise ders kitaplarının sahip olduğu değerler ve öğretmenlerin eğitim ortamlarında öğrencilerine yansıttıkları değerler incelenmiştir (Dede, 2006a; Dede 2006c; Durmuş, Bıçak ve Çakır, 2008; Demir, Somuncu Demir ve Durmuş, 2012). Kısacası ülkemizde değerler eğitiminin araştırılmasına önem verilmekte, ancak eğitim ortamına bu değerleri taşıyan öğretmenlerin sahip olduğu değerler yalnızca pozitivist ve oluşturmacı değerler olarak sınıflandırılarak incelenmiştir (Somuncu Demir ve Durmuş, 2012). Dede (2013a; 2013b; 2014) ise Türk ve Alman matematik öğretmenlerinin öğrencileri gruplandırma sürecindeki değerlerini, cinsiyetin değerler üzerine etkisini araştırmıştır. Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson’ a (1999) göre matematik öğretmenlerinin sahip olduğu ve öğrettiği değerler, öğretmenlerin kendi değer sistemlerinin farkındalığı ve değerlerin

öğretmenin eğitimsel uygulamalarına etkisi hakkında çok az şey bilinmektedir. Ayrıca araştırmalar daha çok matematik öğretmenlerinin sahip olduğu değerlerin analizi üzerine odaklanmışken, uygulamada bu değerlerin nasıl ortaya çıktığı üzerine yapılan araştırmalar sınırlı sayıda kalmıştır (Bills ve Husbands, 2005). Bu nedenle Türkiye’ nin kültürel yapısı düşünüldüğünde Bishop vd. (1999) çalışmalarından yola çıkılarak ortaöğretim kurumlarında görev yapan öğretmenlerin sahip olduğu değerler ve bu değerlerin matematik derslerindeki uygulamaya etkisi araştırılmaya değer bulunmaktadır.

Ayrıca Atay’a (2003) göre, etkili öğretme için öğretmenin konu bilgisine, pedagojik içerik bilgisine, öğrenme ve öğretmeye ilişkin bilgiye sahip olması yeterli değildir. Öğretmen, bu bilgileri ne zaman ve nasıl kullanacağına sınıf uygulamaları sırasında karar vermektedir. Öğretmenin verimli karar verme becerisi ise deneyim kazandıkça gelişmektedir. Öğretmenin kararları ve uygulamaları, kullandıkları farklı yaklaşımlar, meslek tecrübeleri ve bireysel uygulamaları ile ortaya çıkmaktadır. Ancak kararların nedenini ve doğasını anlayabilmek için öğretmenin belli bir ortamda, bu kararın altında yatan konuya ilişkin öğretmenin sahip olduğu değerleri ortaya çıkarmak gerekmektedir (Seah ve Bishop, 2006). Bu gerekçeye dayanarak araştırma problemi meslek kıdemi farklılık arz eden matematik öğretmenleri göz önüne alınarak ortaya konulmuştur.

1.2. Problem Cümlesi

Bu bağlamda bu araştırmanın problemi “Ortaöğretim kurumlarında görev alan matematik öğretmenlerinin, matematiğe ilişkin sahip olduğu değerler ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına yansımaları nelerdir?” şeklinde ifade edilmiştir.

Bu problem durumuna cevap ararken aşağıdaki alt problemler de göz önüne alınmıştır:

1. Meslek kıdemleri farklı olan matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerlerindeki farklılıklar nelerdir?
2. Matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerlerin sınıf uygulamalarına ve öğretim aşamalarına yansımaları nelerdir?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı; ortaöğretim kurumlarında (Anadolu, Fen liseleri, meslek liseleri ve özel okulların dışında) görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerlerin neler olduğu ve bu değerlerin öğretmenlerin matematik derslerindeki uygulamalarını nasıl etkilediğini belirlemektir. Bu amaç çerçevesinde aşağıdaki alt amaçlar belirlenecektir:

1. Ortaöğretim kurumlarında görev yapan matematik öğretmenlerinin, meslek tecrübelerinin sahip oldukları matematiğe ilişkin değerlere etkisini belirlemek amaçlanmıştır.
2. Ortaöğretim kurumlarında görev yapan matematik öğretmenlerinin sahip oldukları matematiğe ilişkin değerlerin, hangi öğretim aşamalarında ve nasıl ortaya çıktığını belirlemek amaçlanmıştır.
3. Ortaöğretim kurumlarında görev yapan matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerlerin ödev verme, öğrencileri gruplama, materyal seçimi gibi sınıf uygulamalarına yansımalarını belirlemek amaçlanmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Bishop, değerler üzerindeki kültürel etkilerin inançlar tarafından yönlendirildiğini gözlemlediğinden beri inançların evrimleşerek değerleri oluşturduklarını savunmaktadır (Seah, 2008). Bu görüşe paralel olarak Seah (2002), nasıl ki inançlar öğretmenin uygulamasını etkiliyorsa, bireyin kararlarını etkileyen değerlerin de öğretme ve öğrenme yollarını etkilediğini vurgulamaktadır. Eğitim sürecinde var olan diğer tüm öğeleri etkileyen ve öğretimin gerçekleşmesinde etkili olan öğretmenin, derslerde aldığı kararlar onun değerlerini ortaya çıkarmaktadır (Bishop, Clarkson, FitzSimons, Seah, 2000; Bishop, Clarke, Corrigan ve Gunstone, 2005). Öğretmenler bilerek veya bilmeyerek bu değerleri öğrencilere yansıtmaktadır. Ayrıca bu değerler gizli veya açık bir şekilde matematik derslerinde gözlenebilmektedir (Bishop, Clarkson, FitzSimons, Seah, 2000). Bu doğrultuda genelde eğitim, özelde ise matematik eğitimi sürecinde değerler aktif olarak sergilenir ve aktarılır (Seah ve Bishop, 2002a; Dede, 2009). Daha da önemlisi değerler, matematiği etkili öğrenme ve öğretme sürecinde kilit rol oynamaktadır (Harmin ve Simon, 1967; Seah,

2002; Seah, 2007). Bu nedenlerden dolayı etkili bir matematik eğitimi için öğretmenlerin sahip olduğu değerlere odaklanmak gerekmektedir (Bishop ve Clarkson, 1998).

Matematik eğitiminde değerler sınıfın duygusal ortamlarının önemli bileşenleridir ve öğrencilerin matematikle ilgilenmeyi istemesi (veya ilgilenmek istememesi) üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Öğretmenlerin mevcut pedagojik bilgileri aracılığı ile yaptıkları seçimler değerleri meydana getirmekte ve bu seçimler öğretmenin kendi kişisel değerlerini yansıtmaktadır (Bishop, 2008a). Yapılan araştırmalar öğretmenlerin sahip oldukları değerlerin farkındalıkları ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına yansımaları hakkında çok az bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Bu durum ise etkili matematik öğrenme ve öğretme ortamını sağlayan matematiğe ilişkin değerlere, sınıf ortamında eşit vurgu yapılmasına engel teşkil etmektedir. Bu durumu değiştirmek için ve hizmet öncesi öğretmen eğitimi ve öğretmenlerin hizmet içi mesleki gelişimi için bu tip temel araştırmalara ihtiyaç vardır. Böylece matematik derslerinde daha etkili öğrenme sağlanması (Thompson, 1992; Bishop vd, 2000) adına, öğretmen adaylarına kazandırılması gereken yeterliliklere bir yenisinin eklenmesi muhtemeldir. Ayrıca bu doğrultuda tasarlanacak olan hizmet içi eğitimler; planlama, öğretim amaçlarına uygun ders kitabı veya materyal seçimi yapma, değerlendirme ve ödevlendirme, grup etkinliklerinde bulunma gibi durumlarda öğretmenlerin karar almalarına etki edecektir. Bununla beraber çalışmanın, eğitim fakültelerinde verilen pedagojik formasyon derslerinin ve hizmet içi eğitim seminerlerinin sahip olunan değerleri değiştirebilme veya geliştirebilme yeterliliğinin gözlemlenmesi ve gerekli değişikliklerin yapılmasına yardımcı olacağı düşünülmektedir.

Değerler öğretmenlerin sınıf uygulamalarında aldığı kararlar üzerinde etkilidir. Bu durum göz önüne alınırsa etkili bir öğretmenden beklenen, öğrencinin özelliklerine uygun olarak dersin hedeflerinin belirlenmesi, hedefleri kazandıracak öğrenme yaşantılarının düzenlenmesi ve hedeflere ne derece ulaşıldığını kontrol ederek eksik ve yanlışların düzeltilmesi gibi uygulamalarda öğretmenin sahip olduğu değerler önem arz etmektedir. Değerlerin eğitim-öğretim sürecindeki bahsi geçen etkilerine rağmen, matematik eğitiminde yeterli sayıda araştırmaya rastlanmamaktadır. Bununla beraber matematik öğretmenleri, matematik derslerinde değerlerin öğretildiğine inanmamaktadır ve sahip olduğu değerlerin bilincinde değildir (Ernest, 1989; Clarkson vd, 2000). Bu doğrultuda yapılan bu araştırmanın öğretmen yetiştiren kurumlara etkili bir eğitim ortamı tasarlamada,

öğretmen adaylarına edindirilmesi gereken yeterlilikler ile ilgili bir bakış sağlayacağı muhtemeldir. Dolayısıyla bu çalışmanın daha donanımlı, nitelikli, öğrenci ihtiyaçlarına cevap verebilen öğretmenlerin yetişmesi adına literatüre önemli katkılarının olacağı düşünülmektedir.

Öğretmenlerin sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerler öğretim programının, içeriğin veya ders kitabının sahip olduğu değerlerden kaynaklanabilir (Bishop vd, 2005; Atweh ve Seah, 2007). Ülkemizde ilköğretim ve ortaöğretim matematik ders kitaplarının sahip olduğu değerler incelenmişken (Dede, 2006a; Dede, 2006c), öğretim programında değerler eğitimi üzerine bazı ifadeler yer almasına rağmen, bunların geliştirilmesi hakkında çok az bilgiye sahibiz. Bu doğrultuda çalışmanın ortaöğretim matematik öğretimi programında yapılacak olan değerler ve değerler eğitimi ilişkine ilişkin geliştirme ve değişikliklerde uzmanlara yardımcı olması düşünülmektedir.

Literatür incelendiğinde değerler eğitimi ilişkine ilişkin araştırmalar sıklıkla karşımıza çıkmakta iken, değerler üzerine eğitimsel araştırmalar hem yeni ve hem de araştırma sayısı yetersizdir. Bu sebeple çalışmanın, ileride matematik eğitiminde değerler ve değerler eğitimi üzerine yapılacak olan çalışmalara katkısı olacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın veri toplama aşamasında iki farklı içeriğe ilişkin, katılımcıların ders gözlemlerinin yapılması planlanmıştır. Ancak katılımcıların ders planları paralel ilerlediğinden, işledikleri kazanımların bir kısmı da eş zamanlı olmuştur. Gözlemlenen beş katılımcının aynı anda, gözlem yapılması planlanan içeriğe ilişkin derslerinin denk gelmesi durumu olmuştur. Bu süreçte gözlem yapması için ikinci bir araştırmacı bulunamamıştır. Dolayısıyla verilerin toplanması sürecinde bazı katılımcıların, planlanan içeriklere ilişkin her kazanıma ait ders süreci gözlemlenememiştir.

1.6. Varsayımlar

Araştırmanın varsayımı bulunmamaktadır.

1.7. Tanımlar

Değer: Değerin tanımı bireyin, değer ne olduğu ile ilgili inancına bağlıdır. Bir anlamda değer tanımı kişiseldir (Southwell, 1995). Bu bireysel yaklaşım, değerlerin bireysel olarak çalışılmasını öngörmektedir. Değerler için yapılan tanımların ortak noktası ise tercih yapma, karar verme ve arzu edilme ifadelerini içermeleridir. Matthews (2001), değerleri davranışların aracı veya öncüsü olarak tanımlarken, Halstead ve Taylor (2000) ise değerleri “davranışlara genellikle rehberlik eden ilkeler ve temel inançlar, iyi veya arzu edilebilir olarak değerlendirilen eylemler” şeklinde tanımlamaktadır. Kluckhohn ise değeri, eylemlerin sonucunda elde edilebilir olan ve seçimleri etkileyen arzu edilebilir kavram olarak tanımlamaktadır. Bu tanım incelendiğinde değerler, açık veya örtük olarak gözlenebilen ve gözden geçirilmiş düşünceler ışığında arzu edilen kavramlar olarak tanımlanabilir. Yukarıdaki tanımlamaları ele aldığımızda ‘değer’, bir fikrin veya davranışın önemi veya kıymeti göz önünde bulundurularak yapılan kişisel tercih olarak tanımlanabilir. Bu nedenle değer, herhangi bir şey hakkında fikirleri veya kavramları yansıtmaktadır.

Daha genel olarak değer; bir nesnenin, fikrin, kavramın veya davranışın önemi, kıymeti, arzu edilebilir olması göz önüne alınarak yapılan tercih ve kararlara rehberlik eden, benzer durumlarda süreklilik arz eden ilkelerdir.

Matematiğe İlişkin Değerler: Matematiğin önemi veya kıymeti göz önüne alınarak yapılan tercih ve kararlara rehberlik eden, benzer durumlarda süreklilik arz eden ilkelerdir.

Matematik Eğitime İlişkin Değerler: Matematik dersinin öğrenilmesinin, öğretilmesinin ve matematik derslerindeki sınıf uygulamalarının önemi veya kıymeti göz önüne alınarak yapılan tercih ve kararlara rehberlik eden, benzer durumlarda süreklilik arz eden ilkelerdir.

Eğitime İlişkin Değerler: Eğitime ait normların ve uygulamaların önemi veya kıymeti göz önüne alınarak yapılan tercih ve kararlara rehberlik eden, benzer durumlarda süreklilik arz eden ilkelerdir.

İnanç: Bir birey ve bir grup tarafından kavramlar, olaylar, kişiler ve özellikle kanıtlanması esasına dayanan şeyler ile ilgili doğru olarak kabul edilen varsayımlar veya kanaattir.

Sınıf Uygulamaları: Ders öncesinden, ders bitinceye kadar sınıf içi ve dışı öğretim etkinliklerin, konuşma ve davranışların tümünü kapsamaktadır.

Üslü İfade: Günlük matematikte A ve B iki küme olmak üzere A dan B ye fonksiyonların kümesinin B^A ile gösterildiğini, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ve $x, y \in \mathbb{Z}$ için

- i. $x^m x^n = x^{m+n}$
- ii. $(x^m)^n = x^{mn}$
- iii. $(xy)^m = x^m y^m$ dir.

özelliklerini sağladığını hatırlayacak olursak üslü ifadeler ile ilgili genel tanımını aşağıdaki gibi verebiliriz.

G bir yarıgrup, X bir küme ve $f : G \times X \rightarrow X$ bir fonksiyon olsun. $g \in G, x \in X$ olmak üzere $f(g, x) = x^g$ şeklinde gösterilsin. Eğer $(x_1 x_2)^g = x_1^g x_2^g$ şartı sağlanıyorsa o zaman G yarıgrubu, X kümesi üzerine etki eder denir. Bu etkide x^g gösterimine bir üslü ifade denir (Argün, Arıkan vd, 2014).

Modüler Aritmetik: $n \in \mathbb{Z}^+$ olsun. $\mathbb{Z}$ tamsayılar kümesi üzerinde “ $x \equiv y \pmod{n}$ ” olması için gerek ve yeter şart $x - y \in n\mathbb{Z}$ olmasıdır.” şeklinde tanımlanan bağıntıya $\equiv \pmod{n}$ bağıntısı adı verilir.

Eğer $x_1 \equiv y_1 \pmod{n}$ ve $x_2 \equiv y_2 \pmod{n}$ ise o zaman $x_1 x_2 \equiv y_1 y_2 \pmod{n}$ ve $x_1 + x_2 \equiv y_1 + y_2 \pmod{n}$ olduğundan $\equiv \pmod{n}$, $\mathbb{Z}$ üzerinde bir kongrüans bağıntısıdır. Bu mod bağıntısı altında tamsayılarla yapılan dört işleme modüler aritmetik denir (Argün, Arıkan vd, 2014).

Rasyonel Sayı: $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ olmak üzere kesirler kümesi $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ üzerinde “ $(a,b) \sim (c,d)$ ” olması için gerek ve yeter şart $ad = bc$ olmasıdır.” şeklinde tanımlanan denklik bağıntısına göre denklik sınıflarının her birine rasyonel sayı denir.

Rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \mid (a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* \}$ olarak tanımlanır (Argün, Arıkan vd., 2014).

İrrasyonel Sayı: Rasyonel olmayan bir reel sayıya, yani $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde ifade edilemeyen bir reel sayıya irrasyonel sayı denir (Argün, Arıkan vd, 2014).

BÖLÜM 2

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Değer

Latince “değerli olmak” veya “güçlü olmak” anlamına gelen “valere” kelimesinden türeyen değerler (values), son birkaç yüzyılda sosyal bilimlerin araştırma konuları arasında yer bulmuştur (Smart, 1931, s. 10; Dilmaç, 2007). Değer kelimesi farklı anlamlarda kullanıldığından (Seah ve Bishop, 2000; Dede, 2006a; Dede, 2006b; Dede, 2006c), Brown (2001) değerleri tanımlamanın güç olduğunu belirtmektedir.

Seah ve Bishop (2000) değer kelimesinin bir denklemdeki bir bilinmeyen ‘değer’i, bir konuşmayı dinlemenin ‘değer’i veya bir bireyin ahlaki ‘değer’i gibi farklı anlamlar taşıdığını belirtmektedir. Değerin tanımı bireyin, değer ne olduğu ile ilgili inancına bağlıdır. Bir anlamda değer tanımı kişiseldir (Southwell, 1995). Bu bireysel yaklaşım, değerlerin bireysel olarak çalışılmasını öngörmektedir. Bu açıdan yapılan araştırmalar bireyin sahip olduğu değerleri ifade etmeyi ve bu değerlerin bireyin tercih ve eylemlerinde nasıl ortaya çıktığını gözlemlemeyi amaçlar (Atweh ve Seah, 2007).

Değerler için yapılan tanımların ortak noktası, tercih yapma ve karar verme ifadelerini içermeleridir (Sarı, 2005, s. 76). Glen (1999, s.233)’a göre bir şeyin değer olabilmesi için, alternatifleri arasından seçilmesi, her bir alternatifin muhtemel sonuçlarının düşünülmesi, seçimin yapılması, toplumun istekleri ile kabul edilmesi, kabul edilen değer ile hareket edilmesi ve yinelenmesi özelliklerini taşıması gerekmektedir. Bu özellikler ışığında değerleri, insanların uğruna çaba gösterdikleri tercihler olarak tanımlayabiliriz (Aktaran Pekince, 2010). Matthews (2001), değerleri davranışların aracı veya öncüsü olarak tanımlarken, Halstead ve Taylor (2000) ise değerleri “davranışlara genellikle rehberlik

eden ilkeler ve temel inançlar, iyi veya arzu edilebilir olarak değerlendirilen eylemler” şeklinde tanımlamaktadır.

Bishop ve Seah değerleri; “yaşam zorlukları ile uğraşırken tercihlerimiz, kararlarımız ve inançlarımızdan etkilenmiş insan zihninin derin duygusal parçaları” olarak tanımlamaktadır (Atweh ve Seah, 2007).

Yukarıdaki tanımlamaları ele aldığımızda ‘değer’, bir fikir veya davranışın önemi veya kıymeti göz önünde bulundurularak yapılan kişisel tercih olarak tanımlanabilir. Bu nedenle değer, herhangi bir şey hakkında fikirleri veya kavramları yansıtmaktadır (Dede, 2006c). Swadener ve Soedjadi (1988) daha genel olarak ‘değer’i şöyle tanımlamaktadır:

“Değer, bir davranışın ve fikrin önemini veya kıymetini göz önüne alarak yapılan kişisel seçimlerdir ya da toplumun bir üyesi olarak bir birey tarafından benimsenen veya takip edilen genel amaçlardır.”

Swadener ve Soedjadi (1988) kısaca ‘değer’i, herhangi bir şeyin değeri hakkında bir fikir veya kavram olarak tanımlamaktadır. Ancak bu sürecin genellikle zor olduğunu belirtmektedir. Ayrıca ‘değer’i, estetik ve etik değerler olmak üzere iki kategoride incelemektedir. Estetik değerler güzellik kavramı ile ilgili iken, etik değerler iyi veya kötü olarak ifade edilebilen kavramlar ile ilgilidir. Bu nedenle değer tanımı yapabilmek için “iyi” ve “kötü” gibi bazı kavramlara ihtiyacımız vardır. Ayrıca etik değerler, davranışların iyi veya kötü yanları ile de ilgilenmektedir. Değerlerin bu boyutu eğitim ile bir bütünlük oluşturmaktadır (Swadener ve Soedjadi, 1988; Smart, 1931). Değer, iyi olma durumu ile ilişkilendirilirken; başarısızlık gibi olumsuz durumlar değersiz olarak nitelendirilmektedir. Bu durum değer yargısı olarak adlandırılmaktadır (Jarrett, 1991, s.5-7).

Değerlerin yapısı genel olarak duyuşsal bir değişken olarak düşünülmüş (Seah ve Bishop, 2000) ve değerler, inançlar gibi diğer duygusal durumlar ile tanımlanmış olmasına rağmen, yine de daha önemli olguları, daha derin seviyelerde temsil etmektedir. Değerleri kabullenmek ve sadece bilişsel veya duyuşsal olguları değerlendirmek önemli bir problem teşkil etmektedir. McLeod (1992) bilişsel etkileme süresince değerlendirmenin devam ettiğini ima ederken, insan algısının ve öğrenmenin bu anahtar sürecini bir ihtiyaç olarak görmektedir. Bu nedenle Raths, Harmin ve Simon (1987) his, tutum ve inanç gibi duygusal durumları ‘*değer göstergeleri*’ olarak tanımlamaktadır. Değerler, bu değer göstergelerinin önemli temsilleri olarak algılandığından, duyguların pozitif veya negatif yönü olarak düşünülmektedir (aktaran Bishop vd, 2003, s. 722-725; Seah, 2004).

Raths, vd (1987) kavramsallaştırdıkları yedi kriter aracılığı ile inanç, tutum ve ilgi gibi değer göstergelerini tanımlamışlardır. Bu kriterlerden beşi bireysel seçimlerin yanı sıra bilişsel süreçler de içermektedir. Sadece bilişsel ve duyuşsal süreçleri değil; telkin, geliştirme, dikkate alma ve değerlerin kabulünü içeren, bireyin değer sistemini de dahil etmek gerekmektedir. Matematik eğitiminde değerlerin oynadığı roller üzerine yapılan çeşitli araştırmalarda, değerlerin sosyo-kültürel faktörlere ve yanı sıra etkilerine maruz kalabileceği vurgulanmaktadır (aktaran Seah, 2008; Seah ve Bishop, 2002b).

Simon (1972) ise değerleri açıklama (values clarification) sürecini;

- Alternatifler arasından seçme
- Serbestçe seçme
- Bireyin seçimini uygulaması
- Bireyin seçimini onaylaması
- Bireyin seçimine bağlı olarak hareket etmesi
- Zamanla tekrar tekrar uygulaması

şeklinde formülize etmiştir (aktaran Huitt, 2004). Değer açıklama, açıklayıcı yanıt (clarifying respons) olarak da adlandırılmaktadır. Ders sürecinde öğretmen ve öğrenci arasında geçen diyaloglarda öğrencinin veya öğretmenin gerçekte neye değer verdiğini anlamak için sorulan sorulara verilen yanıtlar değer açıklamalarıdır (Lipe, 2009).

Seah (2002) değerlerin; bireyin içselleştirmesini, idrak etmesini temsil ettiğini ve sosyo-kültürel bağlamda bireyin inançları gibi duygusal yapılarından ayrı değerlendirildiğini iddia etmektedir. Matematik eğitiminde ortaya çıkan değerleri ise matematiğin doğası ve bireyin sosyo-kültürel çevresindeki ve matematik derslerindeki tecrübeleri aracılığı ile tanımlamaktadır. Bishop vd (2000) ise bir birey olarak öğretmenin sahip olduğu değerleri, sınıf uygulamalarında açıkça veya gizli olarak yansıtacağını savunmaktadır.

2.2. Değerlerin Oluşumu

Değerlere ait iç görüyü kazanma bireyin yaşamı boyunca devam etmektedir. Değerlerin öğrenilmesi, öğrenme kuramlarına göre farklı açıklamalar içermektedir. Değerlerin öğrenilmesinde uyarıcı eşlemesi (klasik koşullanma), takdir edilenin tekrar edilmesi, sosyal onay, model alma ve taklit söz konusudur. Dolayısıyla sosyal öğrenme teorisine göre,

değerlerin oluşumu, içinde bulunulan çevreden etkilenmektedir. Bu nedenle ideolojik değerler bu hususta önem arz etmektedir.

Değerlerin bireydeki gelişim süreçlerine dair geliştirilen yaklaşımlar, sosyal çevre ve zihinsel süreçlerin kullanılması kavramlarına vurgu yapmaktadır. Sosyal çevrenin önemine dikkat çeken yaklaşımlarda, davranışa rehberlik eden değerlerin bu çevreden alınan sosyal onay ile kazanıldığı kabul edilmektedir. Değerlerin gelişiminin zihinsel gelişime paralel olarak gerçekleştiğini kabul eden kuramlar ise, bireyin aktif olarak içerisinde rol alacağı ortamların, bireyin zihinsel süreçlerini kullanarak, bilişsel gelişimini destekleyeceği kabul edilmektedir.

Krathwohl (1964) değerlerin gelişim aşamalarını aşağıdaki gibi belirtmiştir:

- **Alma (receiving):** Bireylerin durum ve fikirlere karşı alıcı olmak için istekli olduklarını ifade eder. Bu aşamada bireyler bir şeyler hakkında farkındalık geliştirip, dikkatlerini yoğunlaştırırlar.
- **Cevap verme (responding):** Durum veya fikre ilişkin gerçek ilgi gösterilir. Bireyin tutumlarındaki olumlu değişim değer kabulü ile sonuçlanır ve söz konusu fikir veya durum kendileri için anlamlılık ifade eder.
- **Değer verme (valuing):** Birey davranış veya değeri kabul eder, gerçek tercihini veya bağlılığını ifade eder. Birey, kavrama değer vermeyi öğrenmiştir. Bu aşama; değeri kabul etme, değere uygun tercihte bulunma ve uygulamaya koyma (commitment) olarak seviyelendirilmiştir.
- **Örgütlenme (organizing):** Değer içselleştirilir, kavramsallaştırılır ve bir değer sistemi olarak örgütlenir. Bu değer sisteminden, yargılar şekillenir ve sorumluluk alınır.
- **Kişilik haline getirme (characterizing):** En yüksek seviye olup değer, bireyin davranışlarına yansıtılır. Değerler genelleştirilerek, hayat felsefesi oluşturulur (Bishop ve Clarkson, 1998; Ernest, 2011; Pekince, 2010).

Raths vd (1987) inanç, tutum ve ilgi gibi değer göstergelerinin bir sonucu olarak, değerleri algılama ve değer verme sürecinden bahsetmektedir. Değer verme sürecinin gerçekleşmesi için yedi kriterin gerekli olduğunu belirtmektedir.

- **Seçim:** - özgürce,
- alternatifler arasından

- her ögenin sonuçlarını dikkate alarak gerçekleşir.
- **Değer biçme (prizing):** - seçimi uygulama (acting)
 - değerli bulma (cherishing) sürecidir.
- **Uygulama:** - seçimlerin olması
 - yaşam tarzının bir parçası olarak tekrarlamaktır.

Raths vd (1987) değer verme sürecinin sonuçlarını veya ürünlerini değer olarak adlandırmaktadır (aktaran Bishop, 2008f, s.233). Ancak Stewart (1987), bu yedi kriterin yaşam tecrübelerinden etkileneceğini ve seçim kriterlerinin gönüllük esasına göre gerçekleşmeyeceğini belirtmektedir. Değer verme süreci bilinçli süreçlerle de ilerleyebilmektedir (aktaran Bishop vd, 2003, s. 722-725). Değerler, birey tarafından içselleştirildikten sonra da durağan değildir. Bireyin yaşam tecrübelerine bağlı olarak farklı bir değerle değişebilir veya bazı durumlar söz konusu olduğunda değişiklik arz edebilir (Seah ve Bishop, 2000). Bu değişim değerlerin soyut biçimlerinde meydana gelen bir değişim değil, o değere verilen önem derecesi veya o değer algılanış biçimidir (Aydın, 2011). Kısacası birey yeni öğrendikleriyle sahip olduğu değerleri değiştirebilir veya şekillendirebilir (Sarı, 2005).

Değerlerin öğrenilmesinde bir diğer etken bilgi ve düşünce boyutudur. Bireylerin tercihleri öğrenilen yeni bilgilerle değişebilir ve şekillenir (Maslow, 1996). Değer verme süreci ile değer göstergeleri içselleştirilir. Bu değerler; bireyin algılamasına ve dünyayı yorumlamasına şekil vererek veya değiştirerek, sonuç olarak eylemlerindeki kararlarına rehberlik ederek bireyi donatmaktadır. Matematik bilim dalı için bu değer göstergeleri, matematiğin doğası ve matematik derslerindeki tecrübeler ile şekillenir (Bishop vd, 1999).

2.3. Değer ve İnanç

Matematik eğitiminde inançlar oldukça detaylı çalışılmasına karşın, değerler ile arasındaki fark açıkça ortaya konmamıştır. Bununla birlikte inançlar ve değerler farklı yapılar olmasına rağmen matematik eğitimi dokümanlarında birbirinin yerine kullanılmaktadır. Halbuki öğretmenlerin sınıf uygulamalarında gözlenen araştırma sonuçlarından dolayı bu ayrım önem kazanmaktadır. Değerler duyguların, bilişsel süreçler ile birlikte içselleştirilmiş biçimini temsil etmektedir. Ancak inanç için bu ikisi arasındaki farkın gözlenmesine gerek yoktur (Bishop vd, 2003, s. 722-725).

Raths vd (1987)' nin önerdiği değer verme sürecindeki yedi kriter, değerlerin ayırt edilmesinde sistematik bir yaklaşım sunmaktadır. Buna göre bir inanç ancak değer verme sürecinin yedi kriterinin tümünü karşıladığı zaman bir değere dönüşür. Kluckhohn (1962) ise değerleri inançlardan ayıran en önemli noktanın '*olası alternatifler içeren durumlarda bir eyleme bağlılık*' olduğunu vurgulamaktadır. Buna göre bir inanç üzerinde eyleme dönüşen şey, bir değer elemanı içermektedir. Clarkson ve Bishop (1999) değerleri, eylemlerdeki inançlar olarak algılamaktadır. Böylece gözlenebilir fikirlere, değerlerin davranışsal yönüne ve değer verme sürecindeki eylemlerin benzerliklerine vurgu yapmaktadır (aktaran Bishop vd, 2003, 722-725).

Değerler öğrencilerin ve öğretmenlerin bireysel veya toplumsal tecrübeleri sonucunda şekillenmiş psikolojik yapılar olarak görülebilir. Fakat, Kluckhohn (1962) değerleri 'kavram' olarak nitelendirmektedir ve bilişsel ve duyuşsal taksonomilerinde kategoriler ile ilişkilendirmiştir. McConatha ve Schnell (1995) benzer şekilde değerleri yapılar(constructs) ile ilişkilendirmiştir. Yine Raths vd (1987) değerlerin seçim, değer biçme ve uygulama ile eyleme dönüştürülmesini içerdiğini belirtmektedir. Böylece değerlerin içselleştirilmesinin bilişsel bir aktivite olduğuna ilişkin ortak görüşlerin varlığından bahsedebiliriz.

Krathwohl (1964) duyuşsal alanı, bilişselden ayıran belirgin bir fark olduğunu iddia ettiğini, ancak araştırmalar sonucunda bu iddianın doğru olmadığı sonucuna ulaştığını belirtmektedir. Seah (2005), Krathwohl (1964) değerlerin duyuşsal boyutunu ele alırken, Raths vd (1987)' nin değerlerin bilişsel boyutunu ele aldığını ifade etmektedir. Seah (2001) benzer şekilde bilişsel ve duyuşsal yönün birbirinden ayıramayacağını ileri sürmektedir. Tanımlanan bireyin duyuşsal-bilişsel sistemlerinde düşünceye ilişkin düşünme, düşünceye ilişkin duygular, duygulara ilişkin düşünme, duygulara ilişkin duygular (feeling about feeling) olarak iç içe geçmiş bileşenlerden söz etmektedir. Bireyin duygusal-bilişsel sistem modelinde, değerler duyguları düşünme bileşenini oluşturmaktadır ve bir duygu durumu değişkeni olarak bilişsel rollerde yer almaktadır (Bishop vd, 2003, s. 727-730).

Bireyin iç dünyasını yansıtan değerler ve inançlar kavramı hem öğretmen, hem de öğrenci için önem arz etmektedir. Değerlerin oluşumunda matematik öğretmenleri için değer aktarımının gerçekleştiği karar alma ve uygulama safhası eşit öneme sahiptir. Bireyin yorumlama şemalarının şekillenmesinde önemli rol oynamaktadır. McConatha ve Schnell (1995) tecrübelerimizi algılamakta ve organize etmede referans olacak soyut bir çerçeve

sağladığını belirtmektedir. Fakat değerler ve sonraki eylemler arasındaki ilişkide bir nedensellik olmayabilir. Daha ziyade değerler, bireyin mevcut olası eylemlerinin seçimini etkilemektedir (Kluckhohn, 1962; Raths vd, 1987; Hill, 1991; Tan, 1997; Bishop vd, 2003, s. 721-722). Ancak, bireysel değerler tek başına, insan kararlarının, eylemlerinin ve sonuçlarının doğasını tanımlamaz. Bireyin alternatifler arasından seçim yapmasına, anlaşmazlıkları çözüme kavuşturmasına ve karar almasına yardımcı olan ilkeleri ve kuralları organize etmede bireysel değerlerden daha çok değer sistemi rol almaktadır. Farklı çalışmalarda değer sistemleri, değer şemaları veya duyuşsal-bilişsel referans sistemleri olarak karşımıza çıkmaktadır (Bishop vd, 2003, s. 722-725).

Karar alma durumu ile ilişkili karmaşık durumlarda bireyin değer sisteminde bulunan çeşitli değerler çağrılabilir. Yani bir değer, başka bir değeri hükümsüz kılabilir. Ayrıca farklı durumlarda amaçlar ve şartlar farklılık arz edebileceğinden, eylemlerde tercih edilen değerler de farklılık arz edebilir. Başka bir ifade ile bireyin çevresinde gerçekleşen, farkında olduğu durumlar ve yaşam tecrübeleri, onun tutumlarını, inançlarını ve diğer değer göstergelerini şekillendirmektedir. Böylece bireyin değer sisteminin doğası etkilenmektedir (Bishop vd, 2003, s. 722-725). Herhangi bir öğretmen için muhtemel aynı durumlarda ve konularda öncelikli değerler aynı kalacaktır. Bu değerler, başka bir karar noktasında bir diğer değere göre önceliklidir. Bishop ve Whitfield (1972), öğretmenler bir problem ile karşılaştıklarında öncelikli olarak karar alanlarından bir kararı tercih ettiğini belirtmektedir. Burada öğretmenin kendi değer sistemi temel teşkil etmektedir (Bishop vd, 2003, s. 729).

Günlük kullanımda değer ve inanç terimleri birbirinin yerine kullanıldığından, aralarındaki ilişkiyi incelemek için çeşitli girişimler olmuştur (Seah, 2008). İnanç ve değer gibi duyuşsal alan kavramları arasındaki benzerlik ve farklılıkları algılamak güçtür (McLeod, 1992; Seah ve Bishop, 2000). Karthwohl vd (1964), taksonomisinde inançların gelişerek değerleri oluşturduğunu kabul etmektedir (aktaran Seah, 2008). Bishop (2001), inançlar tarafından yönlendirilen değerler üzerine kültürel etkileri gözlemlediğinden beri Karthwohl vd (1964) ile aynı görüşü benimsemiştir. Clarkson, Bishop, FitzSimons, Seah (2000) değerleri, eylemlerdeki inançlar olarak tanımlamış ve böylece inançların kapsamlı alanları içerisine değerleri yerleştirmiştir.

Eğer bir inanç doğru kabul edilen şeyi temsil ediyorsa, bir değer de ilgili inançla uyumlu olan şeyin önemini ve vurgusunu temsil eder. Bu farklılık bir inanç içerik ile ilişkili olarak

ifade edilirken, bir değerin ne olduğu içerikten bağımsız olarak ifade edilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu temsiller de bir inancın bir değere nasıl dönüştüğünü en iyi şekilde betimlemektedir. Doğru veya geçerli kabul edilen inanç kafi ölçüde yeterli olabilir, ancak önemli kabul edilen bu inanca verilen değer veya içselleştirme büyük ölçüde önem arz etmektedir (Seah, 2008).

Soutwell (1995) ise inançların, değerlerin altkümesi olduğunu kabul etmektedir. Değerleri, nasıl yaşayacağımıza ilişkin sahip olduğumuz inançlar olarak tanımlarken, inançları ise yaşamak için gerekliliği olmayan, sahip olduğumuz fikirler olarak tanımlamaktadır.

Tavşancıl (2006, s. 74), inancı bireyin bir konu hakkındaki algısı olarak tanımlamaktadır. Eren (aktaran Tavşancıl, 2006) ise inancı, bireyin dünyasında oluşturmuş olduğu kalıcı duygusal bir bağ olarak kabul etmekte ve tanımlamaktadır. Böylece değerleri, inançları uygulayan bir araç olarak tanımlayabiliriz (Dede, 2006c). Diğer bir deyişle değerler, matematik öğretmenlerinin sınıf uygulamalarına ilişkin inançlarını ne kadar uygulayabildiklerinin göstergeleridir (Clarkson vd, 2000). Chin ve Lin (2001b) değerlerin, insan davranışlarının veya düşüncelerinin altında yatan kilit özellikleri içerdiğini ifade etmektedir. Başka bir ifade ile değerler, inançların ve dolayısıyla davranışların temelini oluşturmaktadır (Sahin, 2013).

İnançlar, insanların yaşamları süresince tecrübelerinin sonucu olarak bazı değişimlere uğrayabilir. Bu değişim özellikle bireylerin ergenlik döneminde daha çok gerçekleşmektedir. Ancak, değerler için bu değişimden söz edemeyiz. Değerler insan ruhunun derinlerine yer eder ve bireyden ayrılmaz bir bütün haline gelir (Seah' dan (2003) aktaran Dede, 2006c). Ayrıca inançlar yanlış ve doğru gibi kategorilere ayrılabilirken, Kluckhohn değerlerin hakikatte önemli olan veya önemli olmayan durumlarla ilgilendiğini belirtmektedir (1962; aktaran Seah, 2002; Kluckhohn, 1973). Herhangi bir olguya ilişkin doğru veya yanlış yargısı bir şeye dayanarak mümkün veya anlamlı olur. '*Matematik eğlencelidir*' inancı, burada özel olarak matematiğe ilişkin doğru veya yanlış olan bir yargıyı yansıtır. Sahip olunan bu inanç herhangi başka bir şeyin veya konunun eğlenceli olduğuna ilişkin inancı yansıtmaz. Başka bir ifade ile içeriğe bağlı veya ona ilişkindir. Diğer taraftan değerler söz konusu olduğunda, arzu edilen veya edilmeyen bir fikir, zorunlu olarak özel bir durum gerektirmez. *Eğlenceli* değerini benimseyen bir birey, bu değeri günlük hayatında da farklı durumlar için vurgulayacaktır (Bishop vd, 2003, s. 725-727).

İnanç ve değer kavramlarının birbirinden ayırmak için mümkün olan durumları şöyle özetleyebiliriz. İnançlar herhangi bir şeyin doğruluk derecesi ile ilgilenirken, değerler önemli olma derecesi ile ilgilenmektedir. İnançlar bir durum(context) içinde mevcutken, değerler herhangi bir durum olmaksızın mevcuttur (Seah, 2002; Bishop ve Seah, 2002a; Philipp, 2007).

İnançlar ve değerler arasındaki benzerlikleri ise Seah ve Bishop (2002a) aşağıdaki Tablo 1 ile özetlemişlerdir. Tabloda inançlar için bazı örnekler yer almaktadır. Her bir inanç, o inanç için mümkün olan değer ile ilişkilendirilmiştir.

Tablo 1. İnançlar ve Bunlara Karşılık Gelen Değer Örnekleri

İnanç	Değer
Matematiksel ispatlar öğrencilere öğretilmelidir.	Rasyonellik
Matematikte önemli olan var olanın matematikçiler tarafından gösterilecek olmasıdır.	Gizem
Matematikte önemli olan doğru cevabı bulmaktır, süreç önem arz etmez	Kontrol/Ürün
Matematikte değerlendirme kısa cevaplı veya çoktan seçmeli sorulara odaklanmalıdır.	Kontrol/ürün
Sayısal değeri yanlış olsa bile doğru metodu uygulayan öğrenci tam nota layıktır.	Nesnecilik/Süreç
Okulda öğrenilen matematik yaşam ve iş hayatı için gereklidir.	Uygunluk

Bireyin inançlarını değerlendirerek, sahip olduğu değerleri belirlemek mümkündür. Gözlem üzerine inşa edilen bu yaklaşım, önceden hazırlanmış yapılandırılmış ölçme araçları ile inancın tespitini mümkün kılmaktadır. Böylece yakın ilişki içinde olan bireyin inanç sistemi ile bireyin değer sistemi ortaya çıkarılmaya çalışılmaktadır. Yani inanç ve değer sistemlerinin, birbirlerinin gelişimini etkilediklerini söyleyebiliriz. Birey tarafından içselleştirilmiş değerleri bir ölçüde dikkate almak gereklidir, çünkü birey tarafından önemli görülen bir şey (bireyin değerleri ile ilişkili), doğru kabul edilen şeyleri (bireyin inançları ile ilişkili) etkiler. Örneğin; matematik öğretme ve öğrenmede teknolojiyi önemli bir araç olarak değerlendiren bir öğretmenin, sınıfta interaktif tahta kullanımının öğrencinin derse katılımını artırdığı veya hesap makinası kullanımının öğrencileri daha yüksek düzeyde düşünme faaliyetleri ile karşı karşıya bıraktığı inancına sahip olmasının beklendiğini söyleyebiliriz (Bishop vd, 2000; Seah, 2008).

Hill (1991), inançların bir kümesi ile değerleri ilişkilendirerek değerleri; ‘özel bir önceliği veya önemi olan ve hayatını buna göre düzenlemeye eğilimi olan, sahip olunan inançlar’ olarak tanımlamaktadır (aktaran Bishop vd, 2003, s. 723). Bu doğrultuda bir fikir için bireyin inancını dile getirmesini, yargılamasını veya tercihte bulunmasını, bireyin “*değer yargısı*” olarak ifade etmektedir. Kısaca sahip olunan inancı ifade eden her bir cümleyi bir değer yargısı olarak ele almaktadır (aktaran Soutwell, 1995).

Thompson (1984; 1992) öğretmenlerin matematiğin ne olduğuna ve nasıl öğretilmesi gerektiğine ilişkin kavramlarının iç içe geçtiğini belirtmektedir. Ayrıca öğretmenlerin matematiğe ilişkin inançları, matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesine ilişkin inançları ve bu iki kavram arasındaki ilişkiyi açıklamıştır. Thompson (1992) bu araştırmanın bulgularının programlara uygulanabildiğini ve araştırmanın öğretmenin uygulamalarını değiştirmek ile ilgili olduğunu, araştırmacılara ve öğretmen eğitimi ile ilgilenenlere hizmet öncesi öğretmen adaylarının ve hizmette yer alan öğretmenlerin inançlarını ve anlayışlarını değiştirmek için bir fikir oluşturacağını iddia etmiştir. Bishop (2002), bu araştırmanın üzerine matematik eğitiminde değerleri incelemiştir (Vale, 2002). Matematiğe ilişkin değerlerin öğretmenlerin uygulamalarından ortaya çıkarılacağını iddia etmektedir. Bishop (2002) değerler ile ilgili olarak; “*matematik eğitiminde değer, okul matematiği ile eğitimi destekleyen derin duygusal niteliklerdir. Değerler, kavramaların ve prosedürel bilginin insanların hafızasında daha uzun süre kalmasında rol oynamaktadır.*” şeklinde ifade etmektedir (s. 94). Ayrıca değerler için alternatifler, tercihler ve seçimler, tercih hakkı veya öncelikli olma, tutarlı olma gibi özelliklerin gerektiğini belirtmektedir (s. 95).

2.4. Değerlerin Sınıflandırılması

Değerlerin temelinde, davranış tarzı veya ulaşılmak istenilen hedefler vardır. Bu iki değer türünü “*aracı değerler*” ve “*temel değerler*” şeklinde sınıflandırabiliriz. Bu değerler de kendi aralarında bazı durumlara göre sınıflandırılabilir. Temel değerler, şahsi ve sosyal değerler olarak ikiye ayrılır. Temel değerleri sınıflandırmada esas; değerlerin şahsa dönük veya topluma dönük olması ya da şahsa özgü veya şahıslar arası olmasıdır. İç huzur gibi değerler şahsa özgüyken; barış içinde bir dünya, kardeşlik gibi durumlar şahıslar arası nitelik taşımaktadır. Araç değerler ise fayda, ilgi, her türlü maddi değer, tutku gibi bireyin duygu ve düşüncelerine dayanan durumları belirlemektedir (Şirin, 1986).

Değerler, grup ölçekli değerler ve bireysel değerler olarak da sınıflandırılabilir. Buna göre grup ölçekli değer grup yapısının bir parçası olup, grup içerisindeki kurallar ve normlar grubun değerlerini teşkil eder. Bilim adamlarından oluşan bir grup için, bu gruba özgün değerler mevcuttur. Değerler ister sosyal, isterse bireysel olarak sınıflandırılsın insanların yaşamlarını doğrudan ya da dolaylı olarak etkilemektedirler (Dilmaç, 2007).

Paul W. Taylor (1961, s. 299), '*bakış açısı*' olarak nitelendirdiği uygar toplumlarda bulunan değerleri *ahlaki, estetik, entelektüel, dini, ekonomik, politik, hukuki ve etik* olmak üzere sekiz kategoride ele almaktadır. DeWitt H. Parker (1931) ise değerleri '*gerçek yaşam*' ve '*hayal*' olmak üzere iki kategoride ele almaktadır. Gerçek yaşam değerlerini; sağlık, tutku, sevgi ve arkadaşlık, etik veya ahlaki, bilgi, teknoloji olarak sınıflandırırken, hayal değerleri ise oyun, sanat, din olarak ele almaktadır (Jarrett, 1991, s. 13).

Değer alanları bilimsel değerler, ahlâkî değerler, estetik değerler, dinî değerler, siyasî değerler, teknik değerler, hukukî ve iktisadî değerler, hümanist değerler olmak üzere sınıflandırılrsa da, bu değerler birbirini içerdiğinden kesin çizgilerle birbirinden ayırmak mümkün değildir. Schwart (1992) ise değerleri *güç, başarı, yaşamdan haz duyma, dürtü, öz yönelim, evrenselcilik, iyilikseverlik, geleneksellik, uyuma ve güvenlik* olmak üzere on grupta ele almaktadır (Schwart vd, 2012).

Eğitimde değerler felsefi, ahlaki, eğitimde değerlendirme, öğretilen içeriğin doğası gibi konulardan doğmaktadır. Konu ile ilgili literatür (Krathwohl vd, 1964; Raths vd, 1966; Bishop, 1988; Halstead, 1996) değer tanımı ve sınıflandırılmasında çok az ortak noktaya sahiptir. Bu yaklaşımları pragmatik ve kapsayıcı olarak göz önüne alan Sam ve Ernest (1997) matematik eğitiminde planlama, öğretme ve öğrenme sürecinde açıkça ifade edilen veya gizli olarak geliştirilen değerleri sınıflandırmıştır. Söz konusu değerler eğitim kurumu, öğretim programı, okul, öğretmenler, öğrenciler, kültürel etkinlikler ve toplum tarafından getirilen tüm değerleri kapsamaktadır. Ancak söz konusu çalışma farklı etnik grupların yer aldığı Malezya'nın öğretim programında yer alan *merhamet, özgüven, tevazu, saygı, sevgi, adalet, özgürlük, cesaret, fiziksel ve zihinsel temizlik, güven, çalışkanlık, işbirliği, uyumluluk, minnettarlık, rasyonellik ve yardımseverlik* olmak üzere on altı ahlaki değerler ile kısıtlanmıştır. Araştırmada Bishop (1988) ve Tan (1996) çalışmaları göz önüne alınarak ve elde edilen veriler analiz edilerek değerler üç kategoride sınıflandırılmıştır:

- **Kuramsal(epistemolojik) Değerler:** Matematiksel bilginin kazanımı, değerlendirilmesi ve karakteristiği ile ilgili olan ve matematiği öğretme ve öğrenme süreçlerinin epistemolojisinde olan kesinlik, sistematiklik ve rasyonellik gibi değerlerden oluşmaktadır.
- **Sosyal ve Kültürel Değerler:** Sosyal gruplar veya toplum tarafından desteklenen ve matematik eğitiminde topluma karşı bireyin sorumlulukları ile ilişkili işbirliği, adalet ve matematiğin güzelliğinin takdir edilmesi gibi değerleri içermektedir.
- **Kişisel Değerler:** Bir öğrenen olarak bireyi etkileyen hoşgörü, güven ve yaratıcılık gibi değerlerdir.

Tablo 2. Sam ve Ernest (1997) Matematik Eğitiminde Değer Sınıflandırması

Kuramsal Değerler	Sosyal ve Kültürel Değerler	Kişisel Değerler
Doğruluk/ kesinlik	Güzellik	Yaratıcı
Açık fikirli olmak	İşbirliği	Çaba
Tedbir/ dikkat	Adalet	Öz-disiplin
Eleştirel	Ölçülü olma	Israrcı
Kararlılık	Şefkat	Mantıklı
Ayırt etme	Minnettarlık	Tutumluluk
Etkileyicilik	Alçak gönüllülük	Özgüven
Verim/ başarı	Dürüstlük	Cesaret
Akılcılık		Merak/ilgi
Esneklik		İleri görüşlülük
Tutarlılık		Aldanmayan
Pratiklik		Yeniliklere açık olma
Problem çözme		Sabırlı
Sistematiklik		Azim
Zamanı değerlendirme		Verimlilik
		Dakiklik
		Sorumluluk alma

Bu kategorileri elde etmek için amaçlanan ve uygulanan değerleri göz önüne alan araştırmacılar, uygulanan değerleri öğretme ve öğrenme süreçlerinde davranışlardan gözlemleyerek elde ettiklerini belirtmektedir. Kısacası araştırmacılar öğretmenlerin amaçladıkları değerlerin, sınıf uygulamalarında ortaya çıktığını savunmaktadır (Sam ve Ernest, 1997).

Bishop (1996) matematik sınıflarında tasvir edilen değerleri, *matematiğe ilişkin, matematik eğitime ilişkin* ve *eğitime ilişkin değerler* olarak kategorilendirmiştir. Matematiksel değerler, bir disiplin olarak matematiğin epistemolojisi ile ilişkilidir. Diğer taraftan matematik eğitime ilişkin değerler ise matematik eğitimi yapılan kurumsal normlarla ilişkilidir. Son olarak eğitime ilişkin değerler ise, matematik öğretmenleri tarafından öğretilen veya öğrencilere aşılana genellikle toplum ve eğitim kurumları tarafından benimsenen değerler ile ilişkilidir. Aşağıdaki Tablo 3’ te matematik eğitimindeki değer kategorilerine örnekler sunulmaktadır (Seah vd, 2001).

Tablo 3. Değer ve Matematik Eğitiminde Değer Kategorileri

‘Değer’in genel anlamı	Matematiğe İlişkin Değerler (Bishop, 1988)	Matematik Eğitime İlişkin Değerler
<i>Değer vermek;</i> • hakim olmaktır • övmektir • dikkat etmektir • saygı duymaktır	Rasyonellik Nesnecilik Kontrol İlerleme Açıklık Gizem	Doğruluk Güvenirlilik Varsayım Tutarlılık Yaratıcılık Etkililik Verimli çalışma Esneklik Açık fikirlilik Kalıcılık Sistematik çalışma
<i>Değer;</i> • standarttır • önemsenen şeydir • yaşam prensibimizdir • önemli olduğuna karar verdiğimiz şeydir • amaçladığımız şey • uygun bulduğumuz nitelikler		

2.5. Değer ve Bilim Dalları

Değer; psikolojik, felsefi ve sosyolojik boyutlarda farklı açılardan tasvir edilmiştir.

2.5.1. Psikolojide Değer Kavramı

Felsefede değerın önemi objektif bir esasa dayanma gerekliliğı söz konusu iken, psikolojide insan davranışlarına yol göstermesi temel alınmaktadır. Bu nedenle psikolojide değer, bir inanç olarak kabul görmektedir. Ancak değer kavramı sadece bir inanca değil, bir arada organize olmuş bir grup inanca karşılık gelmektedir. Değerler, belli durum veya şartlara bağılı kalmaksızın tercih edilen veya arzu edilebilen kıstaslar olarak da tanımlanabilir (Dilmaç, 2007). Psikolojide değerler üzerine yapılan çalışmalar Spanger' in (1928) değerler ve kişilik tipolojisi arasındaki ilişkiyi belirlemek amaçlı gerçekleştirdiğı araştırma ile başlamıştır. Allport, Vernon ve Lindzey (1960) değerler üzerine yaptıkları araştırmalar sonucunda değerleri; estetik, bilimsel, ekonomik, siyasi, sosyal ve dini olmak üzere altı grupta toplamışlardır (aktaran Aral, 2009). Güngör (1998) ise bu değer sınıflamasına ahlaki değerleri eklemiştir.

Psikolojide belli değerlere sahip olan bireyin, sahip olduğı değerlerin önceliğı her bir değere olan doyumu ile ilişkilendirilmektedir. Bir kimsenin değerler sıralamasında en üst basamakta olan değerleri, o kimsenin temel değeri olarak kabul edebilir (Güngör, 1998). Güngör bu doğrultuda değerleri, *“bir şeyin arzu edilebilir veya edilemez olduğı hakkındaki inanç”* olarak tanımlamaktadır.

Bloom (1956) psikolojik işleyişi ve öğrenme hedeflerini temsil eden üç alan tanımlamaktadır. Bilişsel alan; bilgi, anlama, akıl yürütme ve entelektüel işlemleri içermektedir. Duyuşsal alan; tutum, duygu ve değerleri temsil etmektedir. Psiko-motor alan; fiziksel beceriler ve algısal yetenekleri kapsamaktadır. Krathwohl, Bloom vd (1964) duyuşsal alanda Bloom taksonomisini; kabul, cevap verme, değerlendirme, örgütleme ve tanımlama olmak üzere beş seviyede ele almaktadır. Örgütleme aşamasında, kabul edilen değerler kavramsallaştırılmakta ve değer sistemi örgütlenmektedir. Tanımlama aşamasında ise kalıcı sistemdeki değerler tanımlanmaktadır (Ernest, 2011, s. 100-2; Bishop, 2008d).

Modern psikolojide kullanılan duyuşsal alan, Karthwohl ve Bloom' un tanımlamasını genişletmekte ve tutumlar, duygular, hisler, inançlar ve değerleri de kapsamaktadır. Mevcut içerik şöyle tanımlanmaktadır:

- **Matematiğe ilişkin tutumlar:** Tümüne, özel bir konuya, şemaya veya yaklaşıma ilişkin özgüven, kaygı, ilgi durumlarını içermektedir.
- **Matematiğe ilişkin inançlar:** Matematiğe ve bireyin kendisine ilişkin inançları, matematiğin doğasına, matematiği öğrenme ve öğretmenin doğasına ilişkin inançları içermektedir.
- **Matematiğin değer kazanması (Appreciation of maths):** Matematiğe verilen değer artması durumudur.
- **Matematik sınıflarında sınıf iklimi algısı**
- **Duyuşsal alanın diğer yönleri:** Değerler ve duygular gibi değişkenleri içermektedir (Ernest, 2011, s. 110-1; AMS, 2011).

2.5.2. Felsefede Değer Kavramı

Felsefede değer kavramı, bilgi ve varlık gibi temel kavramlardan birini oluşturmaktadır. İnsan ve değer problemi sofistler ve Sokrat'tan itibaren ortaya çıkmıştır. Değer felsefesine en çok önem veren düşünür Platon, Sokrat'ın görüşlerini kendine baz almaktadır. Aristo'nun da her eserinde, değer probleminin farklı başlıklarına yer verdiği görülmektedir.

Batıda ise değerlerin felsefi çalışmaları, etik değerler ile başlamıştır. Ancak daha öncesinde Socrates felsefi değerlerden bahsetmiştir. Plato ve Arisotle ise sanatta değerler üzerine çalışmalar yapmış ve estetik değerlerden bahsetmişlerdir. Günümüzde ise etik ve estetik değerler arasında belirgin bir fark söz konusu değildir. Bu kavramlar planlı olarak biri birinin yerine kullanılmaktadır. Bazen etik değerler, geleneksel normlar veya yasalar için kullanılmaktadır (Jarrett, 1991, s. 14-15).

Felsefede değer kavramı, değerlendirme ve değer problemi gibi farklı anlamları ifade etmektedir. İyi, güzel, faydalı, doğru kavramlarını sorgulamak, değerlendirme sürecini bir probleme dönüştürmektedir. Değerlere ilişkin ilkeler, felsefi etik içerisinde ele alınmaktadır. Etik, ahlaki yargılar felsefesi iken; ahlak ise 'huylar' olarak açıklanmaktadır. Etik, diğer bilim dallarında ele alınan konu başlıkları gibi incelenmiş ve filozoflar değerler doktrini olarak isimlendirilen bir yöntem geliştirmişlerdir. Değerler, natüralizmin ifade ettiği gibi bir varlığa özgü değildir. İyi, doğru, güzel varlığın dışında olup, olgu değil var olan birer değerdir (Dilmaç, 2007).

Max Scheler felsefenin etik problem alanını, değerler etiği olarak ele almıştır. Scheler değerleri *kişisel*, *yaşamsal* ve *olgusal* olarak sınıflandırmaktadır. Kişisel değerler birey tarafından şekillenen iyi, kötü, saygı ve sevgi gibi değerlerdir. Yaşamsal değerler sağlam, hasta, dinç, bitkin gibi canlı varlıklara özgü değerlerdir. Olgusal değerler ise yararlılık, ekonomiklik, estetiklik ve kültürel uygunluk gibi değerlerdir. Scheler bu üç grup değeri mutlak ve göreceli değerler olarak kendi içinde sınıflandırmaktadır. Bu sınıflandırmada kişisel değerler göreceli; olgusal ve yaşamsal değerler ise mutlak olmaktadır. İdealizme göre değerler bilgiyi yansıtırken; realizmde ise sosyal, fizik ve insan ilişkilerindeki gerçekliğin yansımaları değerleri oluşturmaktadır. Pragmatizm, bireyin kişisel ve sosyal gelişimine katkı yapan şeylerin değerli, bireyin gelişimini engelleyen ve deneyimlerini sınırlayan şeylerin ise değersiz olarak kabul etmektedir. Varoluşçular ise insanların özgür seçimleriyle oluşturdukları ilkeleri ve yaşam biçimlerini değerli görmektedir (aktaran Akbaba-Altun, 2003; Sarı, 2005).

Daha genel olarak felsefede değerler; etik (iyi gibi ahlaki değerler), estetik (güzellik gibi değerler), politik felsefe (doğru eylem gibi değerler) ve eğitim felsefesi (eğitimsel amaçlar ve değerler) olmak üzere çeşitli branşlara dağıtılmıştır. Ancak bu liste matematik felsefesi için geçerli değildir. Değerler ve matematik arasındaki ilişki çelişkili bir meseledir. Geleneksel yaklaşımlar ve absolutist(mutlakçı) felsefe matematiksel bilgide değerlerin yer aldığını inkar etmektedir. Ancak genelde eğitim, özelde ise matematik eğitimi değer yüklüdür. Okul matematiği hiç şüphesiz değer yüklüdür, çünkü okulda matematiğin nasıl seçileceğine, şekilleneceğine, sunulacağına karar verilmektedir ve bu tercihler de değerleri içermektedir (Ernest, 2008).

Literatüre göre matematiksel felsefenin sahip olduğu matematiğin doğasına ilişkin absolutist felsefe (değerin olmadığı/value free) ve fallibilist(yanılmacı) felsefe (değer yüklü/value laden) olmak üzere iki görüş vardır. Lerman' a (1983) göre absolutist görüşte, tamamen matematiksel bilgi paradigmasına, evrensel mutlak temellere, kesinlik ve mutlakıyet(absolutism) içeren değerlerin olmadığı ve soyut durumlara dayandırılır, gerçek dünya ve belki de 'platonik doğa' ile ilişkilendirilir. Ernest (1989) Platonist görüşü, matematiği durağan ama bilginin birleşimi olarak kabul eden, bağlantılı yapılardan ve doğrulardan oluşan, keşfedildiğini ancak oluşturulmadığını savunan görüş olarak tanımlar. Dahası absolutist görüş matematiği kusursuz, kesin bilgiler bütünü olarak tanımlar. Ayrıca Ernest (1989) absolutist görüşü benimseyenlerin, matematiğe yönelik tutumların sosyal

ilgiye yönelik olanlarla ilgisi olmadığını savunduklarını ifade etmektedir. Fallibilist görüşte ise matematik potansiyel olarak hataya açıktır ve revizyona ve düzeltmeye açık tutulmak zorundadır. Ayrıca bu görüşe göre matematik doğal olarak dilin bir uzantısı olarak algılanmaktadır ve sosyal etkileşim yoluyla edinilip ve geliştirileceğine inanılmaktadır (Wan Ali vd, 2007).

2.5.3. Sosyolojide Değer Kavramı

Pozitivist sosyolojinin etkisiyle, değerleri uzun süre incelemekten kaçınan sosyologlar değerlerin, sosyal gerçekliğe sahip olmadığını, bilimsel açıdan ele alınamayacağını, öznel ve ahlaki kriterlerle incelenebileceğini savunmuşlardır. Fakat özellikle Weber' in çalışmaları ile değerlerin önemli bir sosyal olgu olduğu, bilimsel analiz ve incelemeye tabi tutulabileceği ortaya çıkmıştır. Özellikle son yıllarda toplumsal değer araştırmaları, sosyolojinin önemli inceleme alanlarından biri olmuştur (Dilmaç, 2007).

Farklı kültürlerde yapılan araştırmalar bazı psikolojik süreçlerin kültürel özelliklerinden etkilendiğini ortaya çıkarmıştır. Bir toplumun bireylerinde, kültürün etkisi ile ortaya çıkan davranışlar, o kültürün değerlerini yansıtmaktadır. Her toplumun kendine ait kültürü olduğundan, her kültürün kendine özgü değerleri vardır. Değerler toplumdan topluma değişiklik gösterebileceği gibi, bazı değerler ortak olarak da benimsenebilir. Bunun yanı sıra, her bireyin farklı değer yargıları olabilir (Dilmaç, 1999).

Hofstede (1980), kültürün sosyal psikolojik süreçler üzerindeki etkisi, '*bireycilik*' ve '*toplulukçuluk*' şeklinde ele almıştır. Bireycilik, bireyler arasındaki bağların kuvvetli olmadığı, herkesin sadece kendine veya çekirdek ailesine bakmak zorunda olduğu kültürler için söz konusu iken, toplulukçuluk insanların doğuştan itibaren güçlü ve sıkı gruplara bağlı olduğu ve bu bağlılığın yaşam boyunca, sorgulanmayan bir sadakat karşılığında var olduğu toplumlarda ortaya çıkmaktadır (aktaran Kağıtçıbaşı, 1999).

Başka bir ifade ile değer, kültürden bağımsız olarak düşünülemez. Kültür ise paylaşılan değerler, simgeler, ideolojiler, inançlar ve yaşantıların bütünüdür. Bireyin yaşadığı toplumun kültürü, sahip olduğu değerleri, inançları ve normları, bireyin davranışlarını belirler. Değerler, kültürel bir bilgi olarak kültürün öğeleri üzerine kurulmaktadır (Akbaba-Altun, 2003).

Kısacası sosyolojik açıdan değerler, toplumun fertlerince paylaşılmış ve bu konuda uzlaşmış davranış kalıplarıdır. Burada bireysel görüşler etkili ve geçerli değildir. Çünkü insanlar sürekli inanç, değer, kural ve genel olarak iktisadî ve ahlâkî ilişkiler ağı içinde yaşamaktadır (Bolay, 2007).

Ancak Sosyal Psikoloji teorisi ve araştırmaları kişiliklerin nasıl biçimlendiği, kültürel normlar ve değerlerin nasıl bireysel düşüncelere ve eylemlere dönüştüğü üzerine araştırmalar yapmaktadır. Sosyal psikoloji, insanların karşılaştığı tercihler arasında seçimler ve davranış kararları üzerinde durmaktadır.

2.6. Matematik ve Değerler

Yukarıda bahsi geçen bilim dalları ile birlikte “değerler” kavramı antropoloji (Kluckhohn, 1962), örgütsel çalışmalar (Hall, 1994; Hofstede, 1997) ve eğitimde de (Halstead, 1996; Raths, Harmin & Simon, 1987) yeni değildir. Ancak matematik eğitimi kapsamında “değerler” nispeten yeni bir araştırma alanıdır (Seah vd, 2001).

McConatha ve Schnell (1995) kültürü, toplumun üyeleri tarafından formal veya informal olarak iletilen örgütlenmiş bir değer sistemi olarak tanımlamaktadır (Bishop vd, 1999). Bishop’ un (1988) kültürleme üzerine yaptığı araştırma, Harris’ in (1991) Aborjin öğrenciler ile yaptığı araştırma ve etnomatematik üzerine yapılan araştırmalar gibi kültür ve matematik üzerine yapılan son araştırmalar değerler konusunu odak noktası haline getirmiştir. Ayrıca batının dışında kalan matematiksel fikirler, inançlar ve değerler de önem kazanmıştır. Howson ve Wilson (1986) batının matematik müfredatı dışında, matematiksel fikirlerin varlığına dikkat çekmiştir (Bishop vd, 1999). McLeod (1992) ise matematiğe ilişkin inançlar ile tutumlar arasındaki ilişki aracılığı ile öğretmen ve öğrencilerin sahip olduğu değerler arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Bishop (1988; 1991b) batıda matematiğe ilişkin değerlerin altını çizerek, matematik öğretimi sürecinde ortaya çıkan değerleri analiz etmiş ve tartışmıştır. Bishop vd (1999), TIMSS sonuçlarından yola çıkarak matematik öğretimleri, kültürleri ve dini inançları farklılık arz eden Avustralya, Kore ve Tayvan’ dan gönüllü olarak seçilen bir grup öğretmen ile matematiğe ilişkin değerleri ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Veriler analiz edilirken bu üç ülkedeki ortak noktalar ve farklılık arz eden durumlar detaylı incelenerek kültür ve matematik arasındaki ilişki ortaya çıkarılmıştır. Bu çalışmalar ışığında yaklaşık yirmi yıl önce matematik

değerlerden yoksun ve kültürden bağımsız olarak bilinmekte iken, artık bu fikir geçerliliğini yitirmiştir (Bishop vd, 1999).

Matematik, insan ürünü olduğundan bir kültür ürünü olarak kabul edebiliriz. İnsanlar matematiğe değer verdikleri için kültürlerinin bir parçası haline gelir. Ancak bireyler farklı sebeplerden dolayı matematiğe değer verirler. Ebeveynler çocuklarının gelecekte iyi bir iş sahibi olması için matematiğe değer verebilir. Fakat çocuk, eğlenerek soyut fikirleri açıklamaktan kurtulmak isterse matematiğe değer verebilir. Öğretmen ise genç nesilleri yetiştirmedeki titizliği matematik öğretiminde de göstermek için değer verebilir. Eğitimsel bağlamda matematiğin değerini ‘öğrencilere neden matematik öğretiyoruz?’ sorusuna yanıt arayarak göstermekteyiz (Bishop, 1991b).

Chin, Leu ve Lin (2001), matematik derslerinde öğretmenlerin açığa vurduğu değerlerin, onların pedagojik kimlikleri ile ilişkili olduğunu ileri sürmüşlerdir. Chin ve Lin, değerlerin elde edildiği ve inançların yansıtıldığı ifadeler için ‘*değer ifadesi*’ kavramını kullanmaktadır. Değer ifadesi, öğretme ve öğrenme olaylarını değerlendirmek için dikkate alınan ilkeleri tasvir etmede, öğretmen ve öğrencinin kullandığı açık veya örtük olarak ifade edilen, değer taşıyan kısa ve önemli ifade olarak tanımlanmaktadır (Chin ve Lin, 2000a). Chin ve Lin (2000a), bir öğretmenin sınıf uygulamalarının önemini ‘*matematik öğretimi; bilginin arzu edilmesi, beklenti içinde olma ve bilgiden zevk alma durumlarını başlatmak için bir aktivitedir.*’ inancını göz önüne alarak değerlendirmektedir. Bu ifade okul matematiğini öğrenme ve öğretmeye ilişkin çeşitli eğitimsel değerler içermektedir. Ayrıca matematiği öğrenme sürecinde öğrencinin *arzu, beklenti* ve *zevk* değerlerine atıfta bulunmaktadır.

‘Matematik öğretimi öğrencilerin öğrenme sürecine motivasyon ve beklentilerini artırmak için bir aktivitedir’, ‘matematik öğretimi, öğrencilere matematiksel biçimlerden ziyade matematiksel bilginin doğasını öğretmeyi amaçlamaktadır’ ve ‘matematik öğretimi, öğrencilerin öğrenmek için ilgi ve isteğini artırmayı amaçlamaktadır’ birer değer ifadesidir. Bu ifadelerin, matematik öğrenmek için motivasyon ve ilgi değerleri, matematiksel bilgi için içerik ve biçim değerleri gibi çeşitli değer türevleri taşıdığı görülmektedir (Chin ve Lin, 2000a).

Chin ve Lin (2000a) değerleri; ‘bireysel-toplumsal olaylar ikilisi, matematik ve pedagoji ile ilgili toplumsal kimlikler’ ve ‘matematik öğretimde, sınıfta belli pedagojik kimlikleri kullanmanın önemine ilişkin öğretmenin seçimlerinin ve kararlarının ilkeleri ve

standartları' olarak tanımlamaktadır. Böylece öğretmenin değer sisteminin *sosyal, eğitimsel, matematiksel, matematik eğitimi ve pedagojik* olmak üzere beş farklı sistemden oluştuğunu ifade etmektedir. Bu tanım ışığında pedagojik değerleri, öğretmenlerin kendilerini tanımladığı belli pedagojik kimlikleri, düşündüğü ve uyguladığı kişisel ilkeler olarak tanımlayabiliriz.

Davis ve Hersh (1981), *The Mathematical Experience* kitabında değerleri tartışmaktadır. Bir değer kümesi, '*sonsuz*' ve '*genelleme*' ile ilişkili bir bilim olarak matematiğin doğasından türer. Bir diğer değer kümesi '*eğlence*' ve '*özgür düşünce*' gibi matematik öğrenmenin doğası ile ilişkilidir. Üçüncü değer kümesi ise '*biçimler*', '*ispatlar*' ve '*matematiksel dil*' gibi değerleri içeren, biçimsel sistemlerin bilimi olarak matematiği kavramsallaştıran değerleri içermektedir.

Matematiksel bilginin doğasında, '*matematiğin, bir evren sonsuzu kapsayacak şekilde genişletildiği zaman ortaya çıktığı düşünülür*' tipik bir değer yargısıdır. Bu cümle '*matematik sonsuzu kapsadığı için önemlidir*' şeklinde de ifade edilebilir. Bu değer ifadesi sonsuzluk değerini kapsar ve sonsuzluk kavramı için matematiksel bilginin ifade edilmesinde önemli bir rol oynar. Sonsuzluk değeri; '*sonsuz*', '*sonsuzluk*', '*gizem*' ve '*kendini yenileye bilirlilik*' gibi genel kavramları içermektedir. Bu kavramlar ise matematiksel tümevarımın özünü oluşturmakta ve geliştirmektedir.

Genelleme değeri için bir örnek ifade etmek gerekirse, '*genellemenin bir yararı bilginin birleştirilmesidir*' ifadesi matematiksel bilginin oluşumunda önemli bir rol oynamaktadır. '*Çin kalan teoremi*' genelleme sürecine iyi bir örnektir. Bu durumda genelleme değeri bir karmaşıklığıktan düzene teoremin gelişimini kapsamaktadır. Matematiksel tümevarım kavramı sonsuz bir uzayda, sonlu kavramını sınıflandırarak genellemenin gücünü de ortaya koymaktadır.

'Önemli olan şey, matematik yapmanın eğlenceli olmasıdır' ifadesi ise '*matematik ilginçtir ve onu öğrenmek zevktir*' değer ifadesini açıklamaktadır. Bu değer ifadesi ise '*zevk*' değerinden türetilmiş '*eğlence*' değerini taşımaktadır.

Okul matematiği bağlamında, bilinçsiz ve analog matematik olarak adlandırılan analitik olmayan matematiksel bilgi söz konusudur. Analog matematik sezgi ve his fikri ile ilişkilidir ve matematiksel tümevarımı öğrenme ile ilgili olan önemli bir bileşen '*özgür düşünce*' bileşenini içermektedir. Diğer taraftan, matematiğin analitik ve bilinçli yönleri; '*biçimler*', '*kurallar*' ve '*ispatlar*' bileşenlerinin kombinasyonu olarak düşünülmektedir. Bu

da ispatların adım adım biçimsel sürecini öğretmede, matematiksel tümevarım kavramı ile ilişki kurulmasının gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

‘Matematiksel mantık üzerine her metin, matematiksel dil için sözdizimi kurallarını açıklar’, ‘matematik, ispat olarak bilinen şey tarafından eşsiz karakterize edilir’ ve ‘biçimlendirilmiş metin sembollerin bir dizesidir’ ifadeleri matematiksel bilginin doğasına ilişkin değer ifadeleridir. Bu ifadeler ‘biçimler’, ‘ispatlar’ ve ‘matematiksel dil’ değerlerini taşır (aktaran Chin ve Lin, 2000a).

Modern matematik tümevarım yaklaşımını benimseyen aksiyomatik bir yapıya sahiptir ve genel olarak hiyerarşik bir yapı sergilemektedir. Bunun için ön öğrenmelerin farkında olmadan matematiksel kavramları anlamak zordur. Matematiğin bu aksiyomatik yapısı tanımsız terimler, tanımlar ve mantıksal kurallara dayanmaktadır (Dede, 2006c; Swadener ve Soedjadi, 1988; Dede, 2006a). Matematiğe bu açıdan bakan salt filozoflar, matematiği soyut bir bilim olarak düşünerek, matematiğin genelleme, teori ve soyutlama ile öncelikli olarak ilgilendiğini savunmuşlardır. Bu nedenle matematiği sosyal tercihlerden yoksun ve sadece belli bir kesimin ilgilendiği bir alan olarak algılamışlardır. Bu görüşe göre matematik yansız olup, değerlerden yoksundur (Ernest, 1991; Bishop, 1998; Dede, 2006c). Bu görüş değer ve gerçek konuları arasındaki pozitivist farklılaşmayı yansıtır. Yine bu görüşe göre bilim ve bilimsel düşünme, değerlerin ne anlama geldiğinden çok gerçekler ile ilgilenir. Bilimi ve bilimsel düşünceyi tarafsız, değerden yoksun, objektif olarak vurgular (Bishop, 1988; Ernest, 1991). Gerçekte, matematik değer yüklüdür ve yansız değildir, sadece matematik eğitiminde değerler öğretimi genellikle gizli bir şekilde yapılmaktadır (Bishop, 2004; Dede, 2006c; Dede 2007). Aspin (1999) bilimin doğasına ilişkin bu yanıltıcı ve yanlış ayrımı reddetmekte ve nesnel olanlar gerçekler değildir, gerçek olarak kabul ettiğimiz şeyin özneler arası kabullerimiz olduğunu iddia etmektedir. Bu kabullerin ise sosyal ve toplumsal yaşamı oluşturan kurumlarda belirlendiğini savunmaktadır. Atweh ve Seah (2007) matematiğin, somut ve nesnel bir bilgi alanı olmadığını ve içeriğin, duruma bağlı olarak bir değer kümesinin yansıması olduğunu ifade etmektedir.

Clarkson vd (2000) ise eylemlerdeki inançlar olarak kabul ettiği değerlerin sınıf uygulamalarına etki ettiğini ve bu uygulamalardan öğretmenin sahip olduğu değerlerin elde edilebileceğini savunmaktadır. Bu görüş, Bishop vd (2001) ile aynı olsa da, matematik eğitimine ilişkin değer kategorileri farklılık arz etmektedir. Clarkson ve diğerleri (2000), matematiğe ilişkin değerleri *açıklık*, *esneklik*, *tutarlılık*, *açık fikirlilik*, *süreklilik*, *kesinlik*,

etkili çalışma, sistematik çalışma, eğlenceli, etkili organizasyon, yaratıcılık, tahmin olarak ele almaktadır.

Durmuş, Bıçak ve Çakır (2008), fen ve teknoloji, matematik ve sınıf öğretmenlerinin sahip olduğu matematik ve matematik eğitime ilişkin değerleri sınıflandırırken Clarkson vd (2000) ve Bishop (2002) sınıflandırmalarını temel almıştır. Söz konusu değerleri davranışçı ve bilişsel yaklaşımlara dayanan ‘*nesnelci*’, oluşturmacı yaklaşıma dayanan ‘*özelci*’ değerler olarak kategorilere ayırmışlardır. Nesnecilik, kontrol, gizlilik, açıklık değerleri nesnelci; rasyonellik, ilerleme, açıklık, yaratıcılık, eğlenceli, esneklik ve açık fikirlilik değerlerini ise özelci değerler olarak sınıflandırmışlardır.

Liman vd (2012a; 2012b), çeşitli çalışmaları (Rath vd, 1987; Bishop, 1988; 1999; Bishop ve Clarkson, 1998) geliştirerek matematiğe ilişkin değerleri yeni bir çerçeveden ele almışlardır. Kategorileri oluştururken, matematiği öğrenme ve öğretme sürecinde ortaya çıkan değerleri odak aldıklarını belirtmişlerdir. Araştırmada matematiğe ilişkin değerler; *ideolojik, tutumsal(attitudinal), sosyolojik, bilişimsel(computational), motivasyonel* olarak sınıflandırılmıştır.

Sam ve Ernest (1997) değerleri altı kategoride ele almaktadır. Bu kategorileri hem matematik öğretim programında, hem öğretmenlerin sınıfta uyguladığı, hem de öğrencilerin elde ettiği değerler için gerçekleştirmiştir.

- ***Planlanmış Açık Değerler (Intended Explicit Values):*** Açıkça öğretim programı ve öğretmen tarafından planlanmış değerlerdir.
- ***Uygulanan Açık Değerler (Implemented Explicit Values):*** Öğretmenin sınıfta uyguladığı, benimsediği değerlerdir.
- ***Erişilmiş Açık Değerler (Attained Explicit Values):*** Öğrenciler tarafından edinilmiş değerleridir.
- ***Planlanmış Gizil Değer (Intended Implicit Values):*** İma edilmiş örtük değerlerdir.
- ***Uygulanan Gizil Değerler (Implemented Implicit Values):*** Kabul edilen öğretmen veya öğrenci değerleridir.
- ***Erişilmiş Gizil Değerler (Attained Implicit Values):*** Öğrencinin davranışları ile kanıtlanan değerlerdir.

Matematik öğretimi ve öğreniminde değerler araştırma alanı 1980' lerin sonlarında Alan Bishop tarafından kavramsallaştırılmış ve geliştirilmiştir. Bishop (1999), matematik eğitiminde değerlerin matematik konuları aracılığı ile eğitimi destekleyen derin duygusal nitelikler olarak açıklamaktadır. Matematik eğitiminde değer boyutları üzerine yaklaşık on yıl süren bir araştırmadan sonra Bishop (1991a, s. 62-81), matematiğe ilişkin değerler için altı değer kümesi önermiştir. Bu altı değer White' ın (1959) düşüncelerinin etkisi altında, birbirinin tamamlayıcı değer çiftleri olmak üzere üç kategoride ele alınmıştır. White (1959) teknoloji aracılığı ile değişime uğradığını düşündüğü kültürel büyüme kavramını tanımladıktan sonra, ideolojik, duygusal ve sosyolojik boyutları tanımlamıştır. Bishop ise bu teknolojilerden birinin matematik olduğunu ve matematiğin kültürel büyümeyi desteklediğini savunmuş ve White' ın bu üç boyutuna dayanarak kavramlarını tanımlamıştır. White kültürün ideolojik, duygusal ve sosyolojik bileşenlerinden bahsederken, Bishop matematiksel kültürün değerlerini bu sınıflara yerleştirmiştir. Bishop' ın sınıflandırması değer kaynaklarına vurgu yapan kültürel olguların; ideolojik, kişisel ve toplumsal yönlerini açıklığa kavuşturmayı mümkün kılmaktadır. *İdeolojik* boyut, öğretilen ve öğrenilen matematiğe ilişkin bireylerin değerlerini; *bireysel* boyut, matematik öğretme ve öğrenme bağlamında bireyin öz-saygı gibi kendine ilişkin değerleri ve *sosyal* boyut, matematik eğitimi ile ilgili ve topluma ilişkin bireyin değer tercihlerini içermektedir (Bishop, 2008f). Bishop değerleri bu üç boyutta ele almış ve matematik sınıflarında ortaya çıkan değerler olarak kabul etmişti. Yani matematik sınıflarında yer alan öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci etkileşimleri üzerine inançlar ve etkileşimleri dikkate almıştır. Fakat sınıf ortamının dışında öğretmenin çalışmaları incelendiğinde farklı değer türleri bulunabilir. Örneğin, öğretmenin planlaması ve uygulaması okul veya eğitim kurumları gibi kuruluşların önem ve ilgi duyduğu değerler ile karşı karşıya olabilir. Gözlemlenen herhangi bir olay veya karar birden fazla niteliğe değer vermeyi yansıtmayabilir, ancak bazı nitelikler çeşitli kategorilerde gömülü olabilir (Seah, 2008). Bills ve Husbands (2005a) yaptıkları bir araştırmada bir öğretmenin öğrencilerinin hatalı cevapları için kullandıkları yolun, eğitime ilişkin ve matematiğe ilişkin bir değeri yansıttığını belirtmektedir. Bu farklı türdeki değerler kendi aralarında etkileşim içinde oldukları kabul edilmektedir (aktaran Seah, 2008; Bishop vd, 2005; Bishop vd, 1999).

Seah ve Bishop (2002a), öğretmenlerin sahip olduğu ve daha sonra kendi duyuşsal-bilişsel sistemlerinde içselleştirdikleri değerleri, inançlar ve tutumlar gibi duygusal değişkenlerin bilişsel temsilcisi olarak tanımlamışlardır. Avustralya Araştırma Konseyi tarafından

desteklenen ‘Values and Mathematic Project’ araştırmasında matematik eğitimindeki, matematik eğitimi yoluyla eğitim amaçlarını destekleyen ve derin duygusal nitelikler diyebileceğimiz değerler önerilmiştir (Bishop vd, 1999; Seah vd, 2001). Değerler ile inançlar arasındaki diyalektik ilişkiyi kabul eden bu çalışmada, öğretmenlerin kişisel değer sistemlerini etkileme olasılığı olmasına rağmen sosyal ve ahlaki gibi küresel değerlerden ziyade matematiğe, matematik eğitime ve eğitime ilişkin değerler ele alınmıştır (Seah vd, 2001). Öğretmenin kendi kişisel değer çerçevesi oldukça önem arz etmektedir. Bazen bu değerler sosyal değerler ile uyumluluk arz ederken, bazen de taban tabana zıt olabilir. Genellikle öğretmen, öğretim programı veya ders kitaplarının benimsediği değerleri kabul etmesine rağmen, sınıftaki öğrenci profili, okul kültürü ve öğretilen konu başlığı uygulamadaki değerleri etkilemektedir (FitzSimons vd, 2000).

Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson (1999) matematik derslerinde öğretilen ve öğretmenlerin sahip olduğu değerleri daha ayrıntılı bir sınıflandırma ile *eğitime ilişkin değerler*, *matematiğe ilişkin değerler* ve *matematik eğitime ilişkin değerler* olarak sınıflandırmaktadır. Eğitime yönelik değerler, genel sosyal değerler ile ilişkilidir. Matematiğe yönelik değerler, bir disiplin olarak matematik ile ilişkili olan değerleri belirtmektedir. Matematik eğitime yönelik değerler ise matematik pedagojisi, yani matematik eğitiminde ortaya çıkan uygulamalar ve normlar ile ilişkilidir. Ancak bazı değerler bu kategorilerin ikisi veya üçü için de uygun olabilir. Örneğin; ilerleme değeri hem matematiğe ilişkin, hem matematik eğitime ilişkin ve hem de eğitime ilişkin değerler içerisinde ele alınmaktadır. Sınıfın sosyo-kültürel durumuna bağlı olarak matematiğe ilişkin bir değer olan rasyonellik, eğitime veya matematik eğitime ilişkin değer olarak da tasvir edilebilir (Seah ve Bishop, 2000; Atweh ve Seah, 2007; Bishop vd, 1999).

2.6.1. Eğitime İlişkin Değerler

Eğitime ilişkin değerler; öğrencinin gelişimi için öğretmenin, okulun, kültürün ve toplumun öğrenciye kazandırdığı değerlerdir (Bishop vd, 1999; Dede, 2006c; Dede, 2007). Başka bir deyişle özel bir kültürün, özellikle bir toplumun ve eğitim kurumlarının normları ile ilgili olan değerlerdir (Bishop, 1998). Eğitime ilişkin değerler daha çok iyi davranış, dürüstlük gibi ahlaki değerleri içermektedir ve sosyal dokunun gelişmesini içerir (Bishop vd, 1999; FitzSimons, Seah, Bishop ve Clarkson, 2000). Örneğin bir matematik

öğretmenin, çevre sorunlarını konu alan bir tartışma başlatmak üzere, uygulama sorusu kullanması eğitime ilişkin değerleri yansıtmaktadır (Bishop vd, 1999).

2.6.2. Matematik Eğitime İlişkin Değerler

Matematik eğitime ilişkin değerler; eğitime ilişkin ve matematiğe ilişkin değerlerin bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Öğretim programında, ders kitaplarında, sınıf uygulamalarında vb. gözlenebilen ve bu değişkenlere etki eden değerler olarak sınıflanmaktadır (Bishop, 1998). Matematiğe ilişkin değerler uygulamada ülke, şehir, okul ve sınıf düzeyine göre farklılıklar gösterebileceğinden dolayı, matematik eğitime ilişkin değerler de buna bağlı olarak artabilmektedir (Dede, 2007). Bu çalışmada Seah ve Bishop (2000) tarafından belirlenen birbirini tamamlayıcı konumda olan beş değer ele alınmaktadır. Formal görüş-aktif görüş ve işlemsel öğrenme-ilişkisel öğrenme tamamlayıcı değerleri matematik eğitiminin pedagojik yönü ile ilgili değerler olarak; uygunluk-teorik bilgi, erişilebilirlik-özelleştirme ve değerlendirme-mantıksal düşünme değerleri ise matematik öğretiminin kültürel yönüyle ilgili değerler olarak kabul edilmektedir (Seah ve Bishop, 2000).

I. *Formal Görüş-Aktif Görüş:* Formal görüş değeri, matematik öğreniminin tündengelim ve alış yoluyla gerçekleştiğini vurgulamaktadır (Dede, 2007; Seah ve Bishop, 2000). Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke (2007) göre formal görüş değerini benimseyen öğretmenler öğrencilerinin akıl yürütme, fikir ileri sürme ve savunma becerilerini geliştirmeyi amaçlamaktadır. Ayrıca bu değere sahip öğretmenler derslerinde ispat yapmaya ve tartışma ortamları oluşturmaya önem vermektedir. Aktif görüş ise matematik öğreniminin sezgisel ve buluş yoluyla gerçekleştiğini, yani matematiğe ait fikirlerin tümevarım yönünü vurgulamaktadır (Seah ve Bishop, 2000; Dede, 2007).

II. *İşlemsel Öğrenme-İlişkisel Öğrenme:* Seah ve Bishop' a (2002a) göre işlemsel öğrenme, matematik öğreniminde kural, işlem ve formüllerin öğrenilmesini ve örneklerle uygulamaya konmasını vurgulamakta iken, ilişkisel öğrenme ise kavramlar arası ilişkilerin oluşturulmasını ve ilişkinin şemalar ile gösterilmesini vurgulamaktadır.

- III. Uygunluk-Teorik Bilgi:** Uygunluk değeri, matematiksel bilgi ve becerilerin, günlük problemleri çözmeyi ve toplumdaki ilerlemeler ile daha yaratıcı yollar oluşturmamızı mümkün kıldığını, ayrıca matematiğin belli kültürel ihtiyaçlara ve taleplere özel çözümler sunduğunu vurgulamaktadır (Seah ve Bishop, 2000). Teorik bilgi değeri ise, matematiğin günlük içeriklerden uzak teorik bilgi olarak düşünülüp öğretilir olduğunu vurgulamaktadır (Dede, 2007).
- IV. Erişilebilirlik-Özelleştirme:** Erişilebilirlik değeri matematiksel aktivitelerin herkesin katılabileceği öğretim etkinlikleri olarak hazırlanabileceğini vurgularken; özelleştirme değeri ise matematiksel aktivitelerin sadece matematiğe ilgi ve yeteneği olan, matematikçilerden oluşan elit gruplar için hazırlanabileceğini vurgulamaktadır (Seah ve Bishop, 2000). Ayrıca sınıf ortamında öğretmenlerin, sınıftaki her öğrencinin fikir sahibi olduğunu düşündüğü sorular sorması erişilebilirlik değerini göstermekte iken; akademik başarısı yüksek olan, analitik düşünebilen veya sorgulayıcı yaklaşımlarda bulunan öğrencilere yönelik sorular sorması ise özelleştirme değerini göstermektedir (Bishop, Clarkson, FitzSimons ve Seah; 2000).
- V. Değerlendirme-Mantıksal Düşünme:** Seah ve Bishop (2000) çalışmasında “Neden matematik öğrenilir ve öğretilir?” sorusuna beklenen cevapları bilme, rutin işlemleri uygulama, araştırma ve problem çözme, mantıksal düşünme, iletişim olarak listelemektedir. Matematiksel bilgiyi uygulama parametresi içerisinde bu cevaplar, iki uç olan değerlendirme ve mantıksal düşünme değerleri ile genel olarak kavramsallaştırılabilir. Bilme, rutin işlemleri uygulama ve araştırma performansları bilinmeyen cevapları değerlendirmek için matematiksel bilginin kullanımı ile ilişkilendirilmektedir. Mantıksal düşünme ve iletişim performansları ise matematiksel bilgiyi akıl yürütme ve fikirlerimizi iletme amacıyla kullanmamız ile ilişkilendirilmektedir.

2.6.3. Matematiğe İlişkin Değerler

Matematiğe ilişkin değerler, farklı kültürlerde bulunan matematikçiler tarafından üretilen ve matematiksel bilginin doğasını yansıtan değerlerdir (Bishop, FitzSimons, Seah ve

Clarkson 1999). Değerler kültüre göre farklılaştığından, aynı matematik programını uygulayan farklı kültürlerdeki öğretmenler aynı değerleri öğretmemektedirler (Bishop, Clarkson, FitzSimons ve Seah, 2000). Bu nedenle matematiğe yönelik değerler belirli bir kültür içinde bir ders olarak geliştirilen değerlerdir (Bishop, 1998). Pisagor teoreminin farklı ispatlarının yapılması ve bunların karşılaştırılması matematiğe ilişkin değerlerdendir (Seah ve Bishop, 2000). Bishop (2004) üç yıl (1999-2002) süren “Values and Mathematics Project (VAMP)” projesinin sonucunda batı kültüründe öğretmenlerin sahip olduğu ve matematik derslerinde gözlemlenen değerleri, birbirlerinin tamamlayıcısı üç kategoride sınıflandırmaktadır. Bu değer çiftlerinden herhangi biri bir diğerinden daha önemli değildir. Matematiğin ideolojik çiftleri *rasyonellik* ve *nesnecilik*; matematiksel gelişmeyi yönlendiren duygusal değerler *kontrol* ve *ilerleme*, matematiksel bilgiden uzak olarak bilgi üreten ve diğer insanlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyan sosyolojik değerler ise *açıklık* ve *gizem* değerleridir (Bishop, 1988, s.82; Bishop vd, 1999). Bu değer kümesi yalnızca batı kültürü ile ilişkili olmayıp, genel bakışta dikkat çeken diğer pek çok değer için farklı kültürlerde de ortaya çıkması beklenen değerlerdir (Bishop vd, 2003, s. 205). Bishop (1988) okullarda bu tamamlayıcı ikililerin dengeli olarak tasvir edilip, yansıtılmadığı için öğrencilerde içeriğe ilişkin sık karşılaşılan olumsuz tutumlara yol açtığını iddia etmektedir. Bishop tarafından White’ ın (1959), değerler sınıflandırması esas alınarak yapılan değer kategorileri aşağıdaki gibi analiz edilmiştir:

İdeolojik(Ideological) Bileşen: Sembollere ve felsefelere bağlı ideolojilerden oluşur.

Duygusal(Sentimental) Bileşen: Tutumlar, insanları ilgilendiren duygular, davranışları içerir. Ayrıca bilgi ile ilişkisi hakkında bireyin duygu ve hislerini içermektedir.

Sosyolojik(Sociological) Bileşen: Kurallar ve kişiler arası davranış kalıplarını içeren değerlerdir. Başka bir ifade ile matematiksel bilgiye ilişkin toplumsal ilişkiler, sosyolojik değerler olarak adlandırılmaktadır (Bishop ve Clarkson, 1998; Bishop, 2008).

2.6.3.1. İdeoloji - Rasyonellik

Rasyonellik kavramını, değerlerin ilk ipucu olarak kabul edebiliriz (Bishop, 1991b, s. 201). Rasyonellik matematiğin kalbidir. Matematiğin gücünü ve otoritesini garantileyen tek bir değer seçmek istesek, o rasyonellik olur. Sonuçlar ve açıklamalara ulaşmak için tek doğru yola tümevarım mantığı ile ulaşılacağını savunan rasyonellik, deneme-yanılma

pragmatizmi, pratik kurallar, tümevarım yaklaşımına dayalı muhakeme ve analogik düşünmeye meydan okumuştur. Descartes' ın yol göstermesi ile sağlanan rasyonellik, matematiğin temellerini geliştirmeye devam etmektedir. Ayrıca 19. yüzyıldaki yeni geometri ve cebirin desteklediği rasyonellik, Gödel' in teoremini provoke etmektedir. Gelenekselliğin, dinsel dogmanın, kişisel statülerin karşıtı olarak rasyonellik, matematiksel gelişmelerin rehberidir (Bishop, 1991a, s. 62).

Tartışmalar kabul edilebilir iken, bu tartışmalarda mantık eksikliği kabul edilemezdir. Tartışmalarda söz konusu olan tutarsızlık, mantıksızlığın bir delili olarak kabul edilmektedir. Mantık, fikirler arasındaki ilişkiyi sadece tündengelim yolu ile muhakeme etme ile ilgili olmasına rağmen, mantık ve muhakeme arasındaki sorun giderek artmıştır. İki kişinin bir durum karşısındaki yorumları farklı olabilir, ancak bu yorumlar tartışma mantığında farklılık arz ederse dikkat çekmektedir.

‘Rasyonelleştirmek (rationalise)’ fiili genellikle tutarsızlık, anlaşmazlık ve uyumsuzluk olarak düşünülmektedir. Ancak herhangi bir durumda tutarsızlık söz konusu olmamalıdır ve mantık kurallarına uygunluk gereklidir. Bu nedenle bir akıl yürütmeyi analiz ettiğimizde, bir hipotezi çürüttüğümüzde, karşıt örnek bulduğumuzda, doğru olarak bilinen bir şeye aykırı bir durumla karşılaştığımızda ve bağımsız bir değişkenle ilişkilendirdiğimizde rasyonellik değeri bize rehberlik eder. Mantıklı olan şey nesnelerin somut dünyası veya rasyonel olan nesneler veya insanlar değildir. Rasyonel ve mantıklı olan, matematiksel ifadelerdir. Rasyonellik sadece çıkarımlara, kanıtlara ve açıklamalara doğrudan atıfta bulunmaktadır. Rasyonellik bu somut olguların açıklanması yoluyla nesnelere ve insanlara aktarılmaktadır. Bu nedenle açıklamalar, matematiğin hayat damarı olan soyutlamalar üzerinedir. Kanıt ise matematiksel açıklamaların salt halidir. Bu nedenle fikirlerin kullanılması ve soyutlamanın gücünü kabul etmek zorundayız. Bir başka deyişle burada değerli olan şey teorileştirmedir. Rasyonellik aslında teorileştirmenin belirli bir türü ile ilgili kriterleri ifade etmektedir. Bu anlayış olmadan matematiğin dili ve sembollerinin kullanımı öğrencilere anlamsız gelmektedir (Bishop, 1999a, s. 62-65).

Rasyonellik soyutlamalar, açıklamalar ve teorileştirme gerektirir. İspat, soyutlamalar arasındaki bir ilişkinin sistematik ve mantıklı bir açıklamasıdır. Soyutlama, açıklama ve teorileştirmeyi öğrenmek için rasyonelleştirmeyi öğrenmek ön koşuldur (Bishop, 1991b, s. 201-202; Bishop vd, 2003, s. 720).

Rasyonellik değerine göre matematik; kuram, mantık ve hipotezlere dayalı matematiksel fikirleri içermektedir ve nesnelerin manipüle edilebilir olduğunu kabul etmektedir (Seah ve Bishop, 2000; Bishop vd, 1999). Bu değeri benimseyen bir öğretmenin, öğrencilerin varsayımlarını genellemeye ulaştırmaları için çaba sarf ettiği gözlenir (Bishop vd, 2000). Bu değer sonuçların ve açıklamaların sadece doğruluğu ve kesinliği ile ilgilenen tümdengelim mantığını göstermektedir. Rasyonellik değerine sahip bireylerin, evrensel fikir ve düşüncelerini ilerletmek veya geliştirmek için çaba sarf ettiği gözlenmektedir (Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke, 2007; Bishop vd, 2000).

Bishop (2008), rasyonellik değerinin kanıt, akıl yürütme, mantıksal analiz ve açıklama, matematik eğitimi ile ilgili tartışmalara vurgu yaptığını belirtmektedir. Bu doğrultuda bir öğretmenin rasyonellik değerine sahip olabilmesi için sınıfta öğrencilerini tartışmaya cesaretlendirmesi, tartışma ortamları tasarlaması, matematiksel ispatlara vurgu yapması, matematik tarihinden ispat örnekleri göstermesi (Pisagor teoreminin farklı ispatlarına yer vermesi gibi) gerektiğini belirtmektedir.

2.6.3.2.  deolojik - Nesnecilik (Objectism)

Rasyonellik, matematiğin gelişmesindeki gücü sağlayan ve matematiğin karakterini şekillendiren değerlerdir. Ancak, ideoloji boyutunun olduğa farklı değerler kümesinden oluşan tamamlayıcı değer çifti, zaten matematiğin doğasında ve karakterinde bulunan güce sahiptir. Nesnecilik olarak isimlendirilen ideolojik boyutun bu aşaması, bir kültürün ‘nesneler’ fikri tarafından hükmedilen dünya görüşünü temsil eder. Rasyonellik, fikirler arasındaki ilişkinin mantığı ile ilgilenirken; tamamlayıcı ikilisi nesnecilik ise bu fikirlerin oluşumu ve olguları ile ilgilenmektedir. Bu doğrultuda özellikler ve ilişkiler, nesne olarak isimlendirilmektedir. Daha fazla ilişkinin geliştirilmesi ve nesneleştirilmesi (objectivised) daha fazla isimle mümkün olur. Matematiksel bilgi gücünü, gerçeklikten soyutlanan nesneleştirme etkinliklerinden alır. Matematiksel bilgideki semboller (harfler, sayılar, figürler) insanların soyut varlıkları ile nesnelermiş gibi uğraşmalarını mümkün kılmaktadır. Nesneleştirilmiş bilgi, süregelen bilgi ile kıyaslandığında semboller ve sembolik nesneler üzerinden ileilmektedir. Örneğin; özellikle geometride aksiyomlar, karmaşık durumların inşa edilmesine dayanaktır. Bu değerler kümesi, olayların somut ve mekanik karakterlerini tercih eden materyalizm ve determinizm fikirlerini içerir (Bishop, 1991b, s. 202; Bishop vd, 2003). Materyalizm fikrinin daha ilerlemiş biçimi, determinizm olarak bilinmektedir ve

matematiksel prensipler tarafından açıklanmış doğal olguların yanı sıra, aynı prensiplerin doğal olguları belirlemesini de içermektedir. Bu ilerlemiş biçim, çevremizdeki doğal olmayan, insan yapımı, yapay ve teknolojik karakterlerden oluşan olguları tanımlamada ve algılama tutarlılığı mümkün kılmaktadır (Bishop, 1991a, s. 69).

Nesnecilik de rasyonellik gibi bir anlamda, mekanikleştiren bir ideoloji olarak görülmektedir. Rasyonellik, insanların oluşturduklarından ayrılan teorilerin belli kriterleri ile ilgilenirken; nesnecilik ise cansız nesnelere dayanmakta, insanlar gibi canlı olgulara dayanmamaktadır. Matematik gerçeklik görüşünde nesnelliği, öznelikten daha fazla desteklemektedir. Fikirler içinde nesnelliğin ayırt edilmesi, rasyonellik tartışmasında matematiksel dünya görüşüne dayanmaktadır. Rasyonellik değerinin gelişmesi için tartışma önem arz ederken, nesnellik fikrinin gerekliliği dikkate alınmalıdır. Rasyonellik ideolojisi, fikirler arasında tümdengelim mantığı ile akıl yürüterek analiz etmeyi desteklerken, bu fikirlerin ortaya çıkmasında etkisi oldukça az gözlenmektedir. Halbuki çevre ile ilişkilerimizde sadece fikirler ortaya çıkmasında değil, aynı zamanda hayal gücümüzün ortaya çıkardığı kanıtlar veya sezgisel fikirleri destekleyen somut nesneler ile ilgili kanıtlar da yer almaktadır. Sezgiler, matematiksel gelişmelere yardımcı olmanın yanı sıra, ilerlemeye engel de olabilir ve buna en iyi örnek Cantor' ın sonsuz sayılar üzerine yaptığı çalışma verilebilir. Cantor sezgilerine karşı mücadele etmiş ve kabullenmesi zor olan fikirleri ortaya çıkarmıştır. Matematikte sezgilerin önemi sadece bu örnekle bile anlaşılmaktadır. Matematik soyut terimlerle ilgilenmektedir ve okullarda daha çok soyut düşünce fikrinin geliştirilmesi için çaba sarf edildiği gözlenmektedir. Bu durum eğitimde nesneleştirme'nin önemini ortaya çıkarmaktadır. İspatlar, ifadeler, örnekler, ters örnekler, genellemeler ve soyutlamalar gibi matematiksel fikirlerin geliştirilmesi ile oluşan mantıksal ilişkiler, nesnel anlamların elde edilmesine ve böylece bu ifadelerin somut nesnelermiş gibi algılanmasına yardım etmektedir. Ayrıca öğrencilerin soyutlama kabiliyetlerini geliştirebilmek için de, soyut fikirleri somutlama ve nesnelleştirme yollarını geliştirmeye ihtiyacımız vardır. Bunun için en önemli araç zengin sembol listemiz diyebiliriz. Diğer kuramlardan matematiği ayırmanın yollarından biri, anlamsal ifadelerden çok sembolik ifadelerin kullanılmasıdır. Bununla birlikte teknolojinin kullanımı da nesnecilik değerinin geliştirilmesinde ve yansıtılmasında önemli yere sahiptir (Bishop, 1999a; s. 65-69).

Kısacası nesnecilik değeri matematiği somutlaştıran nesneleri, sembolleri ve matematiksel fikirlerin uygulanmasını vurgulamaktadır (Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson, 1999; Seah ve Bishop, 2000; Bishop, 2008). Nesnecilik değeri bireyde analogik düşünmeyi, sembolleştirmeyi, sunmayı ve veri kullanmayı destekler; materyalizmi ve determinizmi geliştirmektedir (Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke, 2007). Matematiğin sembolleştirme ve somutlaştırma gibi fikirleri içerdiğini savunan değerlerdir. Tarih boyunca matematikçiler, semboller ve diğer sunum biçimlerini oluşturmuştur, daha sonra soyutlama için kaynak olarak bu sembolleri işlemişlerdir.

Öğrencileri sembolleştirme ve sunum yolları için farklı fikirler aramaya teşvik etme, kısalık ve verimlilik için kendi sembollerini karşılaştırma bu değere teşvik etme için iyi bir yoldur (Bishop vd, 2000). Nesnecilik değerine sahip matematik öğretmenleri derslerinde nesneleştirme, somutlaştırma etkinliklerine ve süreç içerisinde uygulamaya daha fazla yer vermektedir (Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke, 2007; Bishop vd, 2000).

Ayrıca bu değere sahip bir öğretmenin doğru olanı sunmadan önce öğrencilerin kendi sembollerini oluşturmalarına fırsat tanınması, cebirsel ilişkileri göstermede diyagramlar kullanması, sembollerin seçiminde sadelik ve kısalık için fikir alış verişinde bulunması gerektiğini belirtmektedir (Bishop, 2008).

2.6.3.3. Duygu(sentiment) - Kontrol

Doğal olguların açıklanması ve bilgi arayışı, tahmin etme arzusu ile ilişkilidir ve tahmin etme yetisi gerçekten güçlü bir bilgidir. Bu anlamda bilgi, kontrol ile ilgidir. Matematik aracılığı ile bilimin gelişimi, iyi bilinen tanımlardan yola çıkılarak ilerlemeyi amaçlamaktadır. Tahminlerin açıklanması ve uygulanması ile bilimin güvenilirliği ve kabul edilebilirliği artmaktadır. Bilimsel alanların tümünde çevrenin, konunun ve araçların kontrolüne ilişkin güvenilirlik, elbette matematiksel ifadelerden oluşmaktadır. Sosyal çevremizdeki açıklamalar ve kontroller, matematiksel terimlerdeki sosyal olguları anlamakla mümkün olmaktadır. Bu durum ise bize sosyal problemlerin çözümüne ilişkin yardım sunmaktadır.

Matematiksel bilginin gücü, matematik öğrenenler tarafından çok iyi anlaşılabilir. Bilinen matematiksel algoritmalar ve olgular(facts), güvenilirlik ve kontrol edilebilirlik hissiyatı sunabilir. Matematikte söz konusu olan olgular gerçeklerden oluştuğundan ve teoremler

kanıtlanmış olduğundan matematik kontrol edilebilirdir. Soyut nesneler belirli şartlar altında, iyi bilinen formülleşmiş kurallar aracılığı ile tahmin edilebilirdir. Şaşırtıcıdır ki tamamlanmış algoritmaların sonuçları, cevabın doğruluğundan emin olunduğu için bilimsel olarak kontrol etmeye gerek duyulmamaktadır. Hiç şüphe yok ki matematik anlaşıldığında ve hakim olduğunda, kontrol, güvenilirlik ve hatta uzmanlık duyguları gelişmektedir. Bu süreç deyim yerinde ise ancak matematik içerisinde, algoritmalar, kurallar, prosedürler ve kriterler aracılığı ile öğrenilebilir. Bu olgularla, matematikte ihtiyaç duyulan yeni kurallara ve var olan kurallara itaat öğrenilmektedir (Bishop, 1991a, s. 69-72).

Matematikçiler olayları matematiksel olarak tanımlayabildiğinde, onları kontrol edebileceğini düşünmektedir. Bir matematiksel değişkenin tutarsızlığı, hatanın ortaya çıkması ve doğru cevabın elde edilmesi için güçlü bir etkidir. ‘Doğru’ cevabın matematiksel değeri, toplum içinde problemin doğru cevabı gibi yayılır. Genellikle matematiksel fikirler nesnel gerçekler olarak düşünülür, kontroller ve mantıklı dayanaklandırmalar ile daha fazla kontrol niteliği değerlendirilmiş olur (Bishop, 1991b, s. 202-203).

Kısacası kontrol değerine göre matematik her zaman sonuçları kontrol edilebilen doğru cevaplara sahiptir (Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson, 1999). Bu değer kurallar, gerçekler, işlemler ve kriterler yoluyla bilimsel bilgiyi ve matematiğin gücünü vurgulamaktadır (Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke, 2007; Bishop, 2008). Ayrıca, kontrol değeri matematiğin gündelik problemlerin çözümünde uygulanabilir olduğunu vurgulamaktadır (Seah ve Bishop, 2000). Başka bir ifade ile kurallara sahip olma, tahmin edilebilir olma ve fikirlerin çevredeki durumlara uygulanabilir olma gibi yönlerini içermektedir (Bishop vd, 2000).

Bishop (2008), bu değeri benimseyen öğretmenin sadece doğru cevabı dikkate aldığını, rutin işlemlerin ve algoritmaların nasıl işlediğini analiz etmek ve anlamak için öğrenceleri cesaretlendirdiğini, matematiksel bilgiye sosyal hayattan örnekler sunduğunu ifade etmektedir.

2.6.3.4. Duygu(sentiment) - İlerleme

Matematiksel kontrol kesinlik, kararlılık ve tahmin edilebilirlik ile ilgili iken, matematiksel ilerleme ise büyüme, gelişme, değişebilirlik ve alternatifin olması ile ilişkilidir. Kontrol değeri daha ziyade çözümlerin kontrolüne yönlendirmektedir. Bu nedenle bir probleme tek matematiksel çözüm metodunu yeterli bulup, bu metodu diğer problemlere de genellemektedir. Halbuki, bilinmeyenler ortaya çıkabilir ve bilgi gelişebilir. Genellemeler göz önüne alınmadan durumlar araştırıldığında matematiksel ilerleme mümkün olmaktadır. Ters örnekler ve olağanüstü durumlar için yapılan araştırmalar ve mantıksal tutarsızlıklar yeni bir probleme yol açar. Ayrıca alternatif yapılar geliştirmek için verilenler veya kabuller kasıtlı olarak değiştirilebilir (Bishop, 1991b, s. 203).

Matematiksel bilginin mantıksal gelişimi amaçlandığından beri matematik, bilginin yığılmalı gelişimi için ilk gerçek imkanı sunmuştur. Bu durum ise ancak geçmiş nesiller tarafından kazanılmış olan kontrol ve güvenilirlik yoluyla ve üretilen bilginin sonraki nesiller tarafından kontrol ve teyit edilebilir olması ile mümkündür. Gelişmenin varlığı belli bir problemin çözüm algoritmasının bilinmesi ile diğer problemlerin de çözümü bilinmektedir. Bu durum kısa sürede çözümü olmayan problemlere çözüm önerisi bulmaya çabalama fikrini geliştirmektedir. Bilinen bir problemten, çözülebilir başka bir probleme genellemeyi mümkün kılan matematiksel soyutlama söz konusu olmaktadır. Bu süreçte matematiğin doğasında bulunan tanımlar, algoritmalar, aksiyomlar ve ispatlar gibi alternatiflerin değerlendirilmesi de ilerleme değerini yansıtmaktadır (Bishop, 1991a, s. 72-75).

İlerleme değeri, matematiğin her zaman ilerlemeye ve gelişime açık olduğuna vurgu yapmaktadır (Dede, 2007). Kontrol değerinin tamamlayıcı çifti olmasındaki sebep, matematiğin kesin sonuçlara sahip bir bilgi olduğu ve matematikçilerin fikirleri keşfetmeye ve ilerlemeye açık olduğu düşüncesidir. Ayrıca bu değer matematiğin nasıl geliştiğine ilişkin soyutlama ve genelleme gibi fikirleri içermektedir. Aynı bilginin daha karmaşık başka bir problemde kullanabilir olup olmadığını veya verilen tüm örnekler için geçerli olan bir genellemenin varlığını sorgulamak ilerleme değerini yansıtmaktadır (Bishop vd, 2000).

Gunstone, Bishop, Corrigan ve Clarke (2007), VAMP sonucunda bireylerde matematiksel ve bilimsel fikirlerin büyümesi ve gelişmesi yolunda var olan fikirleri sorgulama, yeni metotlar geliştirme ve alternatif teoriler üretmede ve fikirlerinde meydana gelen pozitif

yöndeki değişimi ilerleme olarak adlandırmaktadır. Bu tanımlamadan dolayı bireyin ilerleme değerine sahip olup olmadığını sorgularken bireyin, fikir oluşturmaya yönelik kaç yol bildiğini, yeni metotlar geliştirip geliştirmediğini ve var olan fikirleri ne kadar sorguladığını incelemek gerekmektedir (Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke, 2007; Bishop vd, 2000; Bishop, 2008).

Bishop (2008) bu değere sahip bir öğretmenin, sebepleri ile birlikte alternatif, rutin olmayan çözüm stratejilerine yer vermesi, öğrencilerin özel örneklerden genel ifadelere ulaşmaları için cesaretlendirmesi ve tarihten matematiksel gelişmeler ile ilgili hikayelere yer vermesi gerektiğini vurgulamaktadır.

2.6.3.5. Sosyoloji - Açıklık

Matematiksel bilgi ile ilgili insanlar arasındaki ilişkiyi inceleyen sosyoloji boyutunun tamamlayıcı değer kümelerinden açıklık, matematiksel gerçeklerin, fikirlerin ve önermelerin herkes tarafından incelenmeye açık olduğunu içermektedir. Elbette ki gerekli ön koşul bilgilere sahip olma şartıyla, herhangi biri veya herkes için herhangi bir önermenin doğruluğunu incelemek veya doğrulamak teorik ve pratik olarak mümkündür. Fikirler insanlar tarafından elde edilebilir, ancak matematiksel bilgi insanların doğru olduğunu düşündüğü şeyleri temsil ettiğinden değerlidir. Matematiksel bilgiler zamana, mekana veya kişiye bağlı olmaksızın herkes tarafından doğrulanabilen evrensel doğrulardır (Bishop, 1991b, s. 203-204; Bishop, 1991a).

Matematikte ifade etme veya gösterme bir şeyin doğru olduğuna inanmak için yeterli değildir. Doğru olduğunu göstermek için açıkça doğrulanabilir olduğunu göstermek gerekmektedir. İfade etme ve gösterme fikri ispatlama fikrinin doğmasına yol açmıştır. Matematiksel prensipler açık ve kesin bilgiler olarak adlandırılan gerçeklerdir. Bu gerçekler farklı değişkenlerden etkilenmeyen, evrensel ve salt bilgidir.

Bu değer en önemli sonucu matematiksel bilginin herkese açık olmasıdır. Kişi, kimsenin kendisini ikna etmesine gerek kalmadan, kendini matematiksel prensibin doğru olduğuna inandırabilir. Doğru adımları gerçekleştirip ve kurallara uyduktan sonra, mantık geri kalanı halledecektir. Matematiksel mantık, sonucun doğruluğuna bireyi ikna edecektir. Öğretmenin sonucun doğruluğunu kabul etmek yerine, öğrencilerin matematiksel gerçekleri göstermelerini veya açıklamalarını istemesi açıklık değerinin bu fikrinden

kaynaklanmaktadır. Kişinin fikirlerini beyan etmesinde ifade etme ve gösterme biçimi önem arz etmektedir. Matematik, açıklık değerini gerektirir ve teşvik eder. Ayrıca açıklık değeri kişinin fikrini ifade etmesinde demokratik bir ortam sağlar. Bu demokratik ortamdan kasıt, ima veya gizlilik olmadan fikirleri açıklamak, analiz etmek, tartışmak ve böylece paylaşmaktır. Bu paylaşım kişinin kullanılan sembolleri ya da mantığını bilmek istemesi veya çıkarım ve önermelerin, paylaşmayı gerektiren fikirleri ya da sonuçları cazip hale getirmemesi durumlarında önem arz etmektedir. Açıklama yapmak ve analiz etmek için kuralların ifade edilmesi ve çıkarımların geliştirilmesi eksiklikleri ve hataları azaltmaktadır. İnsanlara sorgulamayı, şüphe duymayı, tartışmayı, tecrübe etmeyi ve analiz etmeyi öğretmek, öğrencilerin farkındalığını artırmaktadır (Bishop, 1991a, s. 75-77).

Sosyoloji boyutunun bu değer ikilisi matematiksel bilgi ile insanlar arasındaki ilişki ile ilgilenmektedir (Bishop vd, 2003). Açıklık değeri, matematiksel ispatların, fikirlerin ve sonuçların herkese açık bir ortamda tartışılıp, analiz edilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Böylece matematiksel doğrulara ulaşmak mümkün olmakta ve yeni teoremler bulunmaktadır (Seah ve Bishop, 2000). Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke (2007) göre açıklık aynı şartlardan yola çıkıldığında her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşıldığını vurguladığı için matematiğin şeffaflığını ve güvenilirliğini göstermektedir. Ayrıca açıklık değerine sahip öğretmenleri eleştiriye izin veren, bir şeyi açık ve net şekilde ifade eden ve öğrencilerini de buna yönlendiren öğretmenler olarak tanımlamaktadır. Matematikçiler ispatlar ve gösterimler yoluyla fikirlerin doğrulanabilir olduğuna inanmaktadır. Öğrencilerden tüm sınıfa fikirlerini açıklamasını istemek açıklık değerini vurgulamak için iyi bir uygulamadır (Bishop vd, 2000).

Bishop (2008), açıklık değerinin ispatlar ve bireysel açıklamalar yolu ile matematiksel bilginin demokratik olduğuna vurgu yaptığını ifade etmektedir. Bu değere sahip bir öğretmenin öğrencilerin cevaplarını savunmaları ve doğrulamaları için cesaretlendirmesi, öğrencilerin fikirlerini göstermeleri veya açıklamaları için öğrencileri desteklemesi ve ortamlar tasarlaması gerektiğini belirtmektedir.

2.6.3.6. Sosyoloji - Gizem

Matematikte var olan paradokslardan biri, matematiksel kültürün açıklık ve erişilebilirlik değerlerine sahip olmasına rağmen insanlarda matematiğin gizemli olduğuna ilişkin algının hala var olmasıdır. Bu durum matematikçiler için de söz konusudur. Bertrand Russell,

“matematik öyle bir konudur ki, ne ne hakkında konuştuğumuzu ve ne de söylediğimiz şeyin doğru olup olmadığını bilemeyiz” şeklinde bu paradoksun varlığına vurgu yapmıştır (Bishop, 1991a, s. 77-81).

Kesinlikle matematik öğrenen herkes sezgisel olarak, henüz bir deneyimi olmayan öğrencinin sembolleri anlamsız olarak değerlendirdiğini veya beklenmedik bir bağıntının verilmemiş bir keşfi olduğunu bilir. Matematiğin oldukça soyut doğası ve özellikle içerikten bağımsız soyutlamaları gizem değerinin temelini oluşturmaktadır. Başka bir ifade ile içerikten bağımsız bilgi anlamsız hale gelebilir ve bu da gizem niteliğine katkı sağlamaktadır (Bishop, 1991b, s. 204).

Gizem değeri matematiğin doğasında var olan bağıntılardan, örüntülerden ve sürprizlerden kaynaklanmaktadır (Bishop vd, 2000; Dede, 2007). Her çemberin çevresinin çapına bölümünün aynı sayıyı vermesi (π sayısı) böyle bir sürprizi göstermektedir (Bishop, FitzSimons, Seah ve Clarkson, 1999). Gunstone, Bishop, Corrigan, Clarke (2007) göre matematiğin yapısındaki gizemi keşfettirme ve öğretme çabası, öğretmenlerin bu değeri benimsediğini göstermektedir. Ayrıca gizem değeri, bireylerde bilginin doğasını ve başlangıcını oluşturma ve üretme süreçlerini soyutlaştırmayı, matematik ve bilimsel bilginin doğasını evrenselleştirmeyi ve nesnelleştirmeyi ilerletmektedir.

Matematiksel problemleri ve bulmacaları hiç incelememiş kişiler, matematiği gizemli, muhteşem ve şaşırtıcı bulabilirler. Örneğin, herhangi büyüklükteki bir çemberin çapının çevresine oranının her zaman aynı olması şaşırtıcıdır ve matematik bu gizemlerle doludur (Bishop vd, 2000). Bunun için Bishop (2008), gizem değerinin matematiksel bilginin gizemli ve büyüleyici yönünü vurguladığını ifade etmektedir. Bu değere sahip bir öğretmenin geçmişte ortaya atılan matematiksel bilmeceler (negatif sayıların veya sıfırın araştırılması gibi) hakkında hikayelere yer vermesi, resimler veya imajlar ile matematiksel hayal gücünü geliştirmeye yönelik etkinliklere yer vermesi gerektiğini belirtmektedir.

2.7. Matematiğe İlişkin Değerler ve Sınıf Uygulamaları

Bishop (1991b, s.199), değerlerin ortaya çıktığı eğitim uygulamalarını dört seviyede tanımlamaktadır. *Toplumsal seviye*; resmi programda (official curricula) ve yükseköğretime giriş şartlarında yer alan matematiksel bilgi üzerine kurulan değer topluluğunu içermektedir. *Kurumsal seviye*; öğretim programında (school curricula) ve

sınıf uygulamalarında matematiğin rolünü içermektedir. *Pedagojik seviye*; öğretmenin matematiğin diğer niteliklerinden ziyade tek bir niteliğini vurgulamasını içermektedir. *Bireysel seviye*; bir öğrencinin matematikte başarılı olmaya verdiği kişisel önemi içermektedir. Bishop (2008a), değerlerin her seviyede eğitim sürecinin ayrılmaz bir parçası olduğunu ve ders sürecinde öğretmenlerin benimsedikleri değerlerin, öğretmenlerin pedagojik kimliklerine bağlı olduğunu ifade etmiştir.

Öğretmenlerin benimsedikleri değerler karar alma aşamasında, açık şekilde ortaya çıkmaktadır. Clarkson ve diğerleri (2000) VAMP’ de “değerleri, eylemler içindeki inançlar olarak kabul ettik” şeklinde ifade etmiştir. Öğretmenlerin sınıf uygulamaları tamamen sahip oldukları inançlarına bağlı olmasa bile, davranışları bu inançları işaret eder. Bunları ise değerler olarak kabul etmekteyiz (Clarkson vd, 2000). Bu nedenle öğretmenlerin sınıf uygulamalarında aldıkları kararlar onların değerlerini yansıtmaktadır. Başka bir ifade ile değerler öğretmenlerin sınıf uygulamalarının rehberidir. Ayrıca değerler birey tarafından oluşturulduğundan, değerler üzerindeki sosyo-kültürel perspektif matematik eğitiminde değerlerin rolünü anlamakta önem arz etmektedir. Semboller, uygulamalar ve matematiksel etkinlik ürünleri kendileri herhangi bir değere sahip değildir, onlara değer veren bireylerdir (Bishop vd; 2000; Bill ve Husbands, 2005; Gudmundsdottir, 1991).

Bishop (1991b, s. 205-206), matematik eğitiminin aşağıdaki gibi sınıflandırılmış öğretim süreçleri ile sağlandığını iddia etmektedir:

Kişiler arası: Kitaplardan öğretmeyi göz ardı ederek, öğretmen-öğrenci ve öğrenci-öğrenci arasındaki etkileşim ve öğretmenin söyledikleri ve yaptıkları ile gerçekleşen öğretimdir.

Matematiksel kavramlar, anlamlar, teknikler ve değerler: Matematik eğitiminde yetenekli olmalarını sağlamak için eğitimden(training) ziyade matematiksel tekniklerdeki performansları amaçlamaktır. Bu süreç bilginin şekillendiği süreç olarak algılanmaktadır.

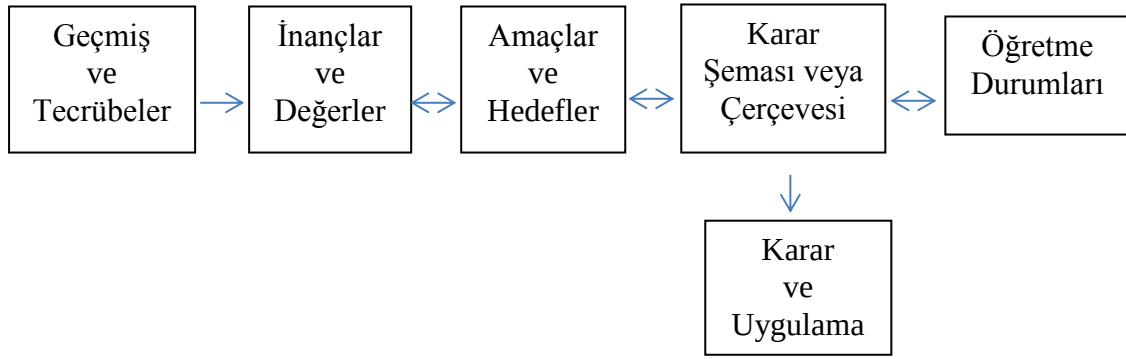
Formal, kontrollü: Tesadüfen gerçekleşmemiş, kasıtlı öğretim algılanmalıdır.

Öğrencilerin tamamını içerir: Kişisel olmayan öğrenmedir; Bishop (1991b) bireysel öğrenmenin ve öğrencinin duygu, fikir ve görüşlerinin göz ardı edildiği ortamda eğitimin sağlanamayacağını ifade etmektedir. Matematik eğitiminde sonuç

almak için öğrencilerin zihinsel ve duygusal güçlerinin göz önüne alınması gereklidir.

Bireyin yaşam felsefesini ve durumlar karşısında aldığı kararları etkileyen değerlerin, matematik eğitimi süreci ile ilişkisinin bulunduğu (Bills ve Husbands, 2005a; Chin ve Lin, 2000b) ve matematiksel modelleme sürecine değerlerin nasıl etki ettiğine ilişkin (Martin, 1997; Chronaki ve Christiansen, 2005; Steinbring, 2005) araştırmalar mevcuttur (Bishop vd, 1999).

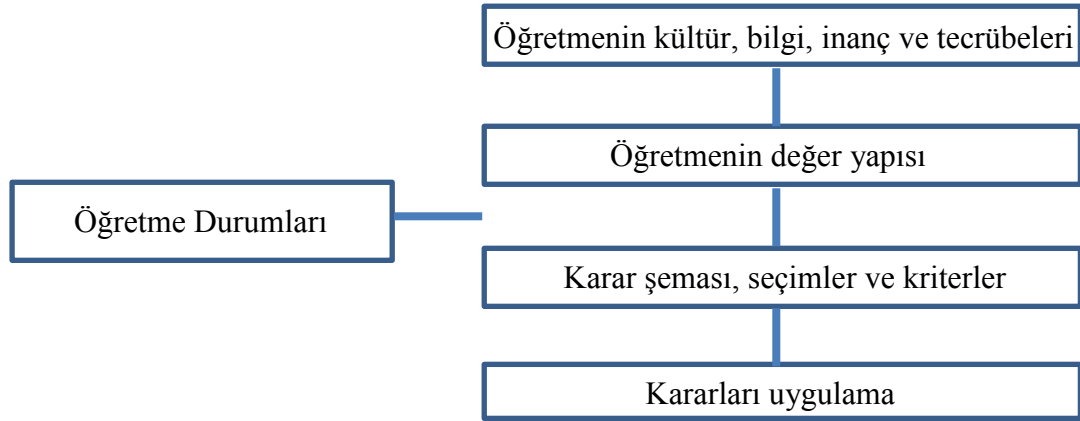
Öğretmenin aldığı karar, sınıf uygulamalarında ortaya çıkmaktadır ve bu süreç Bishop (2008c) tarafından öğretmenin metodu olarak adlandırılmaktadır. Ayrıca bu süreç aşağıdaki gibi bir diyagram ile gösterilmektedir.



Şekil 1. Bishop ve Whitfield' in öğretmen karar alma çerçevesi (1972, s. 6)

Bishop ve Whitfield (1972), bu çerçevede karar alma için öğretmen günlük öğretim durumları ile karşılaştığında genelde yaşam, özelde ise eğitim tecrübeleri ışığında edindiği geçmiş bilgileri, kendi değer sistemi ve ders ile ilgili hedefleri tarafından filtreleyip ve yorumladığını savunmaktadır. Karar alma sürecinde bireyin değerleri önemli role sahiptir ve bu nedenle öğretmenin kararları kendine özgüdür (Borko vd, 2008).

Bishop (1991b), öğretmenin sahip olduğu değerlerin onun aldığı kararlarda ve sınıftaki eylemlerinde etkisi olduğunu belirtmektedir. Bishop (2001) öğretmenin değer yapısının matematik eğitimi (kararlarını uygulama gibi) nasıl etkilediğini göstermek için aşağıdaki diyagramı önermiştir (aktaran Leu ve Wu, 2005).



Şekil 2. Bishop (2001) öğretmen değerleri ve matematik eğitimi ilişkisi

Diyagramda Bishop (2001), öğretmenin değer yapısının, öğretim durumları tercihlerini ve bu tercihlerin değerlendirilmesi sürecinde kriterlerin seçimini etkilediğini, böylece öğretmenin tutarlı bir şekilde kararlarını uyguladığını ifade etmektedir (Leu ve Wu, 2005).

Karar verme, çeşitli durumlar arasından seçim ve tercih yapmakla ilgili bedensel ve zihinsel çabaların toplamıdır diyebiliriz. Simon; karar verme sürecini üç temel safhada ele almaktadır. Bunlar karar verilmesini gerektiren durumların saptanması (bilgi toplama), mümkün hareket tarzlarının bulunması (planlama) ve hareket tarzları arasından bir seçim yapılması (seçim) şeklindeki süreçlerdir (Simon, 1970, s. 114; Taşçı, 2011).

Değerlerle ilgili olarak, öğretmenin hem bir '*değer taşıyıcı*', hem de '*değer uzlaştırıcı*' olduğunu söyleyebiliriz. Öğretmenlerin sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerler, kendi kişisel değer sistemlerinden etkilenmektedir. Bu nedenle öğretmen kendine özgü matematik eğitimine ilişkin belli inanç ve değerler geliştirmiş olduğundan, bir değer taşıyıcıdır. Ayrıca öğretmenin, öğrencilerin matematiğe ilişkin fikirlerini paylaşmak ve geliştirmek için öğrencilere yardımcı rolü olduğundan, bir değer uzlaştırıcıdır (FitzSimons vd, 2000; Chin ve Lin, 2000b).

Öğretmenin benimsediği değerler, onun çalışmalarını her yönüyle etkileyebilir. Örneğin; konuların seçimi, belirli türde matematiksel aktiviteleri vurgulaması, tercih ettiği öğretim stili ve sınıfta öğrencilerin çabalarına verdiği destek veya eleştiriler onun sahip olduğu değerlerden etkilenmektedir. Ayrıca öğretmenlerin sahip olduğu matematiğe ilişkin değerler öğretmenin ifadelerine ve sorularına da yansımaktadır. Örneğin; bir öğrenciye başka bir öğrencinin yöntemini neden tercih ettiğini sorgulaması rasyonellik değerinin bir

göstergesi iken, fikirlerini beyan etmeleri için soru yöneltmesi açıklık değerinin bir belirtisidir. Piramidlerin inşasında, savaşların kazanılmasında ve ay' a ilk insanın adım atmasında matematiğin yardımcı olduğunu belirtmek kontrol değerini belirtmektedir. Matematiğin içerdiği gizemi yalnızca iyi derecede matematik bilenlerin anlayabileceğine ilişkin var olan inanç gerçeği yansıtmamaktadır. Örneğin; $2+2=4$ gizemli olarak düşünülmezken, negatif sayılarla, kesirlerle çalışmak veya sonsuzluk kavramı gizemli düşünülmemektedir.

Değerler; matematiksel problemlerin seçiminde, çözüm metotlarında, süreç içinde yapılanmış kavramlar ve notasyonlarda ve matematiksel bilginin sonuçlarının değerlendirilmesinde önemli rol oynar. Bu nedenle değerler, matematiksel aktiviteleri düzenlemede ve matematiksel bilgiyi kabul etmede söz konusu olan normlar için pek çok kanıt barındırmaktadır (Ernest, 2009).

McClain (2005), matematik derslerinde sınıf uygulamalarını matematiksel fikirleri tartışırken öğrencilerin akıl yürütmesi, müzakere etmesi ve sembolleştirmesi gibi aktiviteler ile örneklendirmektedir. Matematik öğretimi sürecinde, tartışmaya ve farklı çözüm metodlarına yer verme, küçük grup çalışmaları yaptırma, problem çözme metodunu seçme gibi sınıf uygulamaları rasyonellik ve açıklık değerlerinin yansıtıldığı önemli uygulamalardır. Öğrencilerin bazı terimleri tanımlaması, değişkenleri sembolleştirmesi, ilişkileri açıklaması ve tanımlaması, bu ilişkilerin doğru olanını veya tersini göstermesi yine değerlerin ortaya çıktığı diğer sınıf uygulamalarıdır (Bishop, 1991b, s. 207-212). Ayrıca ders kitabı veya kaynak seçimi, teknolojiden faydalanma ve ödevlendirme etkinlikleri de bu uygulamalar kapsamında değerlendirilebilir (Seah ve Bishop, 2002a).

Ayrıca herhangi bir öğretmenin sınıf tartışmaları, küçük grup çalışmaları, problem çözme aktiviteleri, araştırmalar ve benzeri etkinlikler yürütme yeteneği sınıf iklimi tarafından açık veya örtük olarak sınırlandırılmaktadır (FitzSimons vd, 2000).

Sınıf; politik, tarihsel, sosyal ve kültürel etkilerin kompleks bir yapısıdır. Sınıf dışında karar veya kamuoyu tarafından veya kişisel olarak etkilenen sosyo-kültürel etkileşimler, sınıf, cinsiyet, etnik köken, öğretmen-öğrenci ilişkileri gibi sınıf uygulamaları sırasında ortaya çıkan değişkenlerin tümü sınıf etkileşimini etkilemektedir. Sınıf uygulamalarına etki eden bu değişkenlerden başlıcaları ise, bir disiplin olarak matematik, matematik eğitimi alanı ve öğretmenin benimsediği değerlerdir (Bishop vd, 1999; Handal, 2003).

David ve Lopes (2005), sınıf etkileşimini öğretmen-matematiksel bilgi, öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci ve öğrenci-matematiksel bilgi arasındaki etkileşim olarak yorumlamaktadır. Sınıf etkileşimi inançlar ve değerlerin de arasında olduğu bir dizi kaynağın etkisine tabidir. Bu kaynakları; eğitim sisteminin içinde bulunduğu toplum, eğitim kurumu, sınıf uygulamalarında bulunan öğretmenler ve öğrenciler olarak sıralayabiliriz. Billet (1998), sosyal bilginin oluşumunu beş seviyede detaylı olarak incelemiştir. Aralarında karmaşık bir diyalektik ilişki olduğu kabul edilen bu seviyeler, sadece analitik olarak kategorize edilir. *Tarihsel bilgi (Socio-historic)*; yönetimin veya öğretmenlerin aldığı kararların altında yatan değerleri etkileyen faktörlerdir. Billet (1998) bunları, hesaplamalar ve sayı sistemleri gibi kavramların ve prosedürlerin rehberi olarak tanımlamaktadır. Bu faktörlere eğitimin tarihi ve ideolojik amaçları, matematik ve matematik eğitimine ilişkin toplumun tutumu örnekleri verilebilir (Ernest, 1991; Bishop vd, 1999). *Sosyo-kültürel uygulamalar (Socio-cultural practice)*; tarihsel bilginin dönüştürülmesine ve uygulanmasına rehberlik eden kültürel ihtiyaçlar, amaçlar, teknikler ve normlar (örneğin, saymaya yarayan metotlar veya kullanımlar gibi) tarafından dönüştürülmüş bilgi olarak tanımlamaktadır (Billet, 1998; Bishop vd, 1999). *Sınıfta uygulama topluluğu (the community of practice in the classroom)*; sosyal faktörler, normlar ve değerler tarafından şekillenen uygulamalar olarak tanımlanmaktadır. Bu topluluk; öğretmenin matematik, matematik eğitimi ve eğitime ilişkin görüş ve amaçlarından, öğrencilerin kişisel ve öğrenme değerlerine ilişkin görüş ve amaçlarından etkilenmektedir. *Mikrogenetik gelişmeler (microgenetic development)*; bireyin (öğretmenlerin ve öğrencilerin) rutin ve rutin olmayan ve bilgi kaynaklı toplumsal yapısını temsil etmektedir (Billet, 1998). Bir meslek olarak öğretmenliğin doğası, yeni bilginin oluşumunda veya revize edilmesinde öğretmen kararlarının yer aldığı sınıf içerisinde bir özerklik yansıtır. Anlık kararların doğası, öğretmenin içselleştirdiği değer kümesi tarafından daha büyük veya daha az ölçüde etkilenmesi beklenir (Bishop vd, 1999). *Ontogenetik gelişme (ontogenetic development)*, toplum tarafından belirlenen bireylerin kişisel hayat hikayesini içerir. Matematik derslerinde öğretilen değerlerin öğretmenin matematiği öğrenmedeki tecrübeleri, matematik eğitimi araştırmaları, iş veya yaşam deneyimlerinde kullanılan matematik; öğrencilerin formal veya informal olarak matematiği öğrenme ve kullanma tecrübeleri tarafından etkilenmesi muhtemeldir (Bishop vd, 1999).

Dersin planlanmasında ve uygulanmasında farklı görüşler ileri sürülmüştür. Yalın (2004), öğretim aşamalarını giriş, sunu, alıştırma, geri bildirim ve değerlendirme olarak ele

almaktadır. Çetin (2009), Herbart' ın öğretim aşamalarını hazırlık, sunuş, bağlantı-çağırışım, genelleme ve özetleme, uygulama aşaması olarak kabul ettiğini ifade etmektedir. Küçükahmet' e (2003) göre etkili bir ders süreci için biçimsel bölüm, hazırlık, sunu, uygulama ve değerlendirme aşamaları gereklidir (aktaran Çiçek Akkuzu, 2006).

Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (2011) öğrencilerin kendi bilgilerini yapılandırmaları üzerine inşa edilmiştir. Bu amaçla öğretmenler derslerinde farklı sınıf uygulamaları gerçekleştirebilir. Ayrıca bu amaca ulaşmak için sınıf uygulamalarının gerçekleştiği öğrenme ve öğretme ortamlarının tasarlanmasında aşağıdaki model sunulmaktadır (MEB, 2011).

Giriş: Öğrenciyi yeni öğrenilecek konuya hazırlama, öğretmenin merak ve ilgisini çekme aşamasıdır. Ayrıca öğrencilere ön bilgileri hatırlatma ve hazırbulunuşluk seviyesinin tespit edilmesi bu aşamada gerçekleşmektedir. Bununla birlikte öğretmen, öğrencileri yeni konu ile ilişki kurabilecekleri durumlar tasarlamalıdır (MEB, 2011).

Keşfetme: Öğrencilere üzerinde inceleme ve araştırma yapabilecekleri etkinlikler tasarlanır. Öğretmenin rehberliğinde, öğrencilerin sonuca veya bir genellemeye ulaşması sürecini içermektedir (MEB, 2011).

Açıklama: Öğrenciler tarafından araştırılan, incelenen kavramlar bu aşamada öğrenciler ve ardından öğretmen tarafından açıklanmaktadır (MEB, 2011).

Derinleşme: Öğrencilerin konuya ilişkin anlamaları bu aşamada ilerlemektedir. Ulaşılan sonuçların diğer matematiksel sonuçlarla ilişkisinin kurulması, ulaşılan sonuca ilişkin genellemelerin yapılması, özel durumların incelenmesi bu aşamada gerçekleşmektedir (MEB, 2011).

Değerlendirme: Öğrencilerin kavramlar, beceriler, süreçler ve uygulamalar üzerine performanslarının ve anlamalarının ölçülüp değerlendirildiği aşamadır (MEB, 2011).

2.8. İlgili Araştırmalar

Araştırmamızın içeriği ile ilgili olarak yapılan projelerden VAMP (1999-2001) projesinde; matematik öğretmenlerinin benimsedikleri ve uyguladıkları değerlerine ilişkin farkındalıklarını araştırmak ve belgelemek, matematik öğretmenlerinin kendi değer sistemlerini ne ölçüde kontrol edebildiğini, öğretmenlerde değer eğitimi ve öğretmen

eğitimi aracılığı ile daha etkili matematik eğitimi için gereklilikleri araştırmak amaçlanmıştır (Bishop vd, 2000). Bishop, Clarkson, FitzSimons ve Seah (2000) VAMP projesinde, matematik sınıflarındaki değerlere odaklanmıştır. Bu projede değerler, inançlar ve tutumlar birbiri ile yakından ilişkili olarak kabul edilmektedir. Fakat araştırmanın odak noktası, genel eğitime ilişkin değerlerden ziyade matematik ve matematik eğitimine ilişkin değerlerdir. Bu doğrultuda katılımcı rretmenler ile problem çözmede işbirliği, bireysel farklar, özöme ulaşmada risk alma, mantıksal düşünme, yaratıcılık gibi değerler üzerine konuşulmuştur (Bishop, 2002). Bu araştırmaya başlamak için Avustralyalı 30 gönöllu ilköğretim ve ortaöğretim matematik rretmeni ile bir dizi hizmet içi çalıştaylar düzenlenmiş ve odak grup göröşmeleri yapılmıştır. Bu göröşmelerde benimsenen ve uygulanan değerler ortaya çıkarılmak için rretmenler cesaretlendirilmiş ve böylece göröşme soruları yapılandırılmıştır. Bu çalıştaylarda rretmenlerin düşündöğü değer türlerine dair ilk yorumlar elde edilmiştir. Ardından alıştaya katılan rretmenler arasından 20 gönöllu rretmen ile ilk göröşmelerde elde edilen ‘benimsenen değerler’i doğrulatmak için ikinci kez göröşmeler yapılmıştır. Sınıf gözlemleri ve ardından yapılan son göröşmeler ile güvenirlik artırılmıştır. Bu metod ile rretmenlerin benimsedikleri değerleri, sınıfta uyguladıkları gözlenmiştir. Bu süreçte rretmenler değer eğitimi için cesaretlendirilmiş, yapmak istediklerini tanımlamaları ve değiştirmek istediklerini ifade etmeleri sağlanmıştır. Bu uygulama üç hafta sürmüştür. Daha sonra araştırmacılar dokümanları ve gözlemleri incelemiş; rretmen odak grup göröşmesi, anket analizi, ders gözlemi ve yarı yapılandırılmış göröşme gibi çeşitli yöntemler kullanılarak grup tartışması yapılmıştır. Ders gözlemlerinden önce, katılımcıların ders planları ve rretme stratejileri incelenmiştir. Verilerin toplanmasında rretmenlere kendi ders videolarının izletilmesi ve bunun üzerine yapılan göröşmeler ve ders gözlemlerinin benimsenen ve uygulanan değerleri ortaya çıkarmada etkili olduğu gözlenmiştir. Araştırmanın sonucunda sadece matematik derslerinde öğretilen değerler gruplandırılmamış, ayrıca rretmenlerin sahip oldukları değerlerin ne kadar farkında olduklarını ve bunları ne kadar eğitim ortamlarına yansıttıkları da vurgulanmıştır (Bishop ve Clarkson, 1998; Bishop vd, 2000; Bishop, 2002; Bishop, Seah, Chin; 2003). Çalışma hem matematiğe ilişkin değerlerin tanımlanması, hem de bu değerlerin göstergelerinin belirlenmesi ve ayrıca veri toplama, buna bağlı olarak veri analizi süreçlerinin tasarlanması ve gerçekleştirilmesi aşamalarında araştırmamıza kaynak olmuştur.

Sınıfta değerler ile ilgili aktiviteler üzerine yapılan bir diğer proje olan “Values In Mathematics Teaching (VIMT)” projesinde ise katılımcılar ilköğretim ve lise öğretmenleri ve akademisyenlerden oluşmaktadır. Leu, Wu, Chang, Chin ve Lin 1997 yılında Tayvan’da matematik öğretmenlerinin matematiğe ve matematik eğitime yönelik değerlerini araştırmak ve belgelemek, bu öğretmenlerin kendi değer sistemlerini ne ölçüde açıklayabildiğini araştırmak ve matematik derslerinde öğretmen-öğrenci değer etkileşimi biçimlerini belgelemek üzere araştırmaya başlamışlardır. Veriler anket, ders gözlemi ve görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Bu proje VAMP araştırmasına dayanarak sürdürülmüştür. Araştırmada öğretmenlerin matematik öğretimi sürecindeki davranışlarına rehber olan değerlerden, özellikle matematik sınıflarında ortaya çıkan durumlar ile ilişkili olan değerlere odaklanılmıştır. Matematik sınıflarında inançların yansımaları ile ortaya çıkan değerler, öğretmenin pedagojik alan bilgisinin bir parçasıdır. Öğretmenin ders kitaplarını seçimi, öğretim stratejilerinin seçimi ve öğrencilerin ihtiyaçlarının dikkate alması bu duruma örnek teşkil etmektedir. Araştırmada söz konusu durum çalışmasında yapılan sınıf gözlemleri, ön ve son görüşmeler ile öğretmenlerin sahip olduğu değerler ve değer etkileşimi yoluyla sınıf uygulamalarını açıklamak amaçlanmıştır. Sınıf gözlemleri öğretmenlerin sınıf uygulamaları, planları ve seçimlerinde analiz kriterleri göz önüne alınarak incelenmiştir. Ön görüşmelerde öğretmenlerin matematik öğretme ve öğrenme sürecine ilişkin düşünceleri alınmıştır, son görüşmelerde ise video kaydına alınan ders süreçleri üzerine görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Son görüşmeler öğretmenlerin sahip olduğu değerler için sınıf uygulamalarına yansımaları ve analiz sonucunda ulaşılan bulguların doğruluğunun teyit edilmesi veya değişikliklerin yapılması için gerçekleştirilmiştir (Bishop vd, 2003, s. 740-747).

Seah (2004), doktora tez çalışmasında Avustralya’da göçmen öğretmenlerin kültürel, matematik ve matematik eğitime ilişkin değerlerini ve tecrübelerini karşılaştırmıştır. Araştırmada öğretmenlerin profesyonel sosyalleşme tecrübeleri ile değerleri arasındaki çatışma ilişkilendirilmiştir. Bu çalışmada farklı kültürlerdeki matematik, matematik eğitimi ve eğitime ilişkin değerler arasındaki benzerlik ve farklılıklara vurgu yapılmıştır.

Durmuş, Bıçak ve Çakır (2008), fen ve teknoloji, matematik ve sınıf öğretmenlerinin sahip olduğu matematik ve matematik eğitime yönelik değerleri pozitivist ve oluşturmacı olarak iki kategoride sınıflandırmış ve bu değerleri farklı demografik değişkenler açısından incelemişlerdir. Bu amaçla ilköğretim bölümü öğretmen adaylarına uygulanan ve

araştırmacılar tarafından geliştirilen 34 maddelik 5' li likert tipi ölçek (Durmuş ve Bıçakçı, 2006), öğretmenler için uyarlanmış ve faktör analizi sonucunda madde sayısı 24 maddeye indirilmiştir. Bu 24 maddelik ölçekle, matematik öğretmenlerinin matematiğe ve matematik eğitime yönelik değerlerinin tespit edilmesi, böylece öğretmenlerin kendi durumlarının farkına varmaları ve sınıf içi uygulamalarını farklı bakış açısıyla ele almalarını mümkün kılmak amaçlanmıştır. Katılımcılar Bolu ili ve ilçelerinde görev yapan öğretmenlerden gönüllülük esasına dayalı olarak, tesadüfi örnekleme yöntemine göre seçilmiştir. Bulgular öğretmenlerin matematik ve matematik eğitime yönelik değerler bakımından kendilerini daha oluşturmacı (özel) olarak tasvir ettiklerini ortaya çıkarmıştır. Sonuçlar branş, cinsiyet, deneyim ve siyasi eğilim gibi demografik değişkenler açısından incelenmiş ve anlamlı bir fark bulunmamıştır. Katılımcıların eğitim fakültelerinden mezun olanları daha oluşturmacı değerlere sahip olduğu; ayrıca araştırmada cinsiyet değişkeni açısından erkek öğretmenlerin, bayan öğretmenlere göre daha pozitivist değerlere sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Demir, Somuncu Demir ve Durmuş (2012) ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik ve matematik eğitimi ile ilgili değerlerini belirlemek amacı ile Durmuş ve Bıçakçı (2006) tarafından geliştirilen “Matematik ve Matematik Eğitimi Değerler Ölçeği”ni kullanmışlardır. Çalışmanın örneklemi tesadüfi örnekleme ve gönüllülük esasına göre seçilmiş 68 lise matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bazı demografik değişkenler açısından karşılaştırmalar yapılarak; cinsiyet, okul türü ve mezun olunan fakülte değişkenleri açısından istatistiksel olarak anlamlı bir fark elde edilememiş; ancak siyasi eğilim değişkeni, toplam pozitivist ve oluşturmacı değer puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark elde edilmiştir. Bulgular katılımcıların sahip oldukları değer bakımından kendilerini daha çok oluşturmacı olarak gördüklerini ortaya çıkarmıştır. Cinsiyet değişkenine göre anlamlı bir fark bulunmazken erkek katılımcıların daha pozitivist olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Durmuş, Bıçak, Çakır (2008) çalışmalarıyla örtüşmemektedir. Ayrıca fen edebiyat mezunu öğretmenlerin oluşturmacı değerleri, eğitim fakültesi mezunu olan öğretmenlerden daha yüksek bulunmuştur.

Dede (2009), 231 ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının matematik öğretimine yönelik değerlerini pozitivist ve oluşturmacı olarak gruplandırmış ve sonuçları demografik değişkenler açısından ele almıştır. Veriler Durmuş ve Bıçakçı (2006) tarafından geliştirilen ‘Matematik ve

Matematik Eğitime Yönelik Değerler' anketi ile toplanmıştır. Matematiğe yönelik değerlerin alt boyutları üzerine sınıf seviyesi, cinsiyet ve bölüm değişkenlerinin etkilerine göre analiz yapılmıştır. Sonuçlar hem lise ve hem de ilköğretim öğretmen adaylarının matematiğin öğretimine yönelik olarak oluşturmacı değerlere eğilimli olduğunu göstermiştir. Ayrıca cinsiyet değişkenlerine göre anlamlı bir fark elde edilemezken, oluşturmacı değerler için sınıf seviyesinin etkili olduğu vurgulanmıştır.

Bills ve Husbands (2005a), yaptıkları araştırmada matematik öğretmenlerinin uygulama karakterleri olan matematiksel değerleri analiz etmişlerdir. Matematik eğitimindeki değerler 'Sally' isimli bir öğretmenin uygulamaları ile desteklenerek araştırılmış ve değerler vurgulanmıştır. Bu çalışmada matematik öğretimde değerler konusu araştırılırken öğretmenin uygulamaları, hem matematik eğitimi literatürüne göre ve hem de eğitime ilişkin değerler literatürüne göre incelenmiştir. Araştırma, matematik öğretmenlerinin pedagojik değerlerinin sınıf uygulamaları üzerine etkisi ve eğitim yoluyla değerlerin oluşumu hakkındaki tartışmalar üzerine şekillendirilmiştir. Bunun için araştırma öğretmenlerin özel bir konudaki pedagojik değerleri ve uygulamaları üzerine şekillendirilmeyip, matematik eğitiminde elde edilebilecek olan değerler üzerine genel boyutta gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sunucunda değerler konusu ile genel toplumsal değerler arasındaki uyumsuzluk ortaya çıkarılmıştır. Araştırmacıları bu sonuca götüren gerekçe, eğitim hakkındaki ilkeler ve temel inançlar ile bireysel öğrenme ve çalışma yolları arasındaki uyumsuzluk olmuştur. Ayrıca öğretmen uygulamalarının, eğitime yönelik değerlerin kazandırılması ve kültürel değerlerin bireylerde gözlenmesinde önemli rol oynadığı vurgulanmıştır. Çalışmada elde edilen bu sonuçlar araştırmamızın önemine vurgu yapmaktadır.

Dede (2006a), lise 10, 11 ve 12 sınıfları için hazırlanan çeşitli matematik ders kitaplarında bulunan matematiğe ve eğitime yönelik değerleri araştırmıştır. Bu amaçla rastgele seçilen 12 kitap için içerik analizi yapılmıştır. Sonuçlar ders kitaplarında rasyonellik, kontrol ve açıklık değerlerinin, bu değerlerin tamamlayıcı değerlerine göre daha çok vurgulandığını göstermiştir. Benzer şekilde, incelenen kitaplarda formal görüş, teorik bilgi, işlemsel öğrenme, erişilebilirlik ve değerlendirme değerleri, tamamlayıcı değerlerine göre daha fazla vurgulandığı ortaya çıkmıştır. Araştırmamızda görüşme soruları, ortaöğretim matematik öğretim programı ve bu araştırmanın sonuçları dikkate alınarak tasarlanmaya çalışılmıştır.

Dede (2006b), matematik öğretmenliği ve matematik bölümü öğrencilerinin fonksiyon kavramı için matematik eğitime yönelik değerlerini tespit etmek amacıyla; 10 açık uçlu soru ve soru seçimini etkileyen 11 sebep ile araştırma yapmıştır. Sonuçta tüm sınıf derecelerindeki öğrencilerde formal görüş, uygunluk, işlemsel öğrenme, erişilebilirlik ve mantıksal düşünme değerleri elde edilmiştir.

Dede (2013a), Türk ve Alman matematik öğretmenlerinin sınıf uygulamalarına ilişkin karar verme süreçlerinde etkili olan değerleri belirlemeyi amaçlamıştır. 9 Türk ve 13 Alman matematik öğretmeni ile yürütülen çalışmanın verileri yarı-yapılandırılmış mülakat soruları ile toplanmıştır. Çalışma farklı kültürlerde yapılan matematik eğitiminin inançlar, amaçlar, öğretim yöntemlerinden etkilendiği düşüncesi üzerine inşa edilmiştir. Bu fikir ışığında farklı kültürlerin farklı değerler ürettiği, dolayısıyla aynı matematiksel içeriğin dahi farklı öğretim yaklaşımları ile öğretildiğini söyleyebiliriz. Bu ise değerlerin öğretmenlerin tercihlerini, davranışlarını ve karar vermelerini etkilediğinin göstergesidir. Öğretmenlerin sahip olduğu değerlerin ortaya çıkarılması, öğretmenlerin tercihleri, sınıf uygulamaları ve kararları altında yatan nedenlerin daha iyi anlaşılmasına sebep olmaktadır. Bu nedenle araştırma, çalışmamızın önemine vurgu yapmaktadır. Araştırmanın sonucunda her iki öğretmen grubunun da öğrenci grupları oluşturmak için karar verme süreçlerinde verimlilik, sosyalleşme ve esneklik değerlerinin etkili olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca Türk matematik öğretmenlerinin öğrenci merkezli etkinliklere daha fazla değer verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Karar verme ve değerler arasındaki ilişkiyi baz alan bir diğer çalışma olan Dede (2013b), çalışmasında da Türk ve Alman matematik öğretmenlerinin ve onların öğrencilerinin değerlerinin araştırıldığı ‘Values in Mathematics Teaching in Turkey and Germany’ projesinin küçük bir bölümü olup, bu iki grup öğretmenin sahip olduğu değerleri karşılaştırmayı amaçlamaktadır. Öğretmenlerin sahip olduğu ideolojik, duygusal ve sosyolojik değerleri ortaya çıkarmak için Dede (2011) tarafından proje kapsamında geliştirilen beşli likert tipi ölçek (MEVQ) kullanılmıştır. Sonuçlarda Alman ilköğretim matematik öğretmenlerinin tüm faktörleri lise matematik öğretmenlerine göre düşük çıkarken, Türk ilköğretim matematik öğretmenlerinin faktörlerinin tümü lise matematik öğretmenlerine göre daha yüksektir. Dede (2013b) bu farklılığın sebebini eğitim fakültelerindeki yapılandırmacı yaklaşımı baz alan öğretme stili ile açıklamaktadır. Alman matematik öğretmenlerinin matematik eğitiminde duyuşsal ve bilişsel yönü daha fazla

dikkate aldığı tespit edilirken, araştırmacı bu farklılığın Türk öğretmenlerin üzerindeki sınav sistemi baskısından kaynaklandığını ileri sürmektedir.

Dede (2014), ‘Türkiye ve Almanya’ da Matematik Eğitiminde Değerler (VMTG)’ projesi kapsamında 33 Türk ve 27 Alman matematik öğretmeni ile gerçekleştirdiği nicel çalışmada cinsiyetin değerler üzerine temel etkisinin bulunmadığı, ancak milliyet değişkeninin etki ettiği sonucuna ulaşmıştır. Türkiye doğu ile batı arasında bir köprü görevi görmek ve batılılaşma yolunda ilerlemekte iken, Almanya liberal ve çok kültürlü bir ülkedir. Bu farklılık değerlerin ortaya çıkmasına da yansımaktadır.

VMTG projesinde Türk ve Alman matematik öğretmenlerinin sahip olduğu matematiğe ve matematik eğitime ilişkin değerler kıyaslanmak üzere Dede (2011) tarafından ölçek geliştirilerek araştırmanın nicel boyutu oluşturulmuştur. Ayrıca detaylı bir görüşme protokolü de geliştirilmiş ve sınıf gözlemleri ile matematik eğitime ilişkin değerler ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Projenin bir diğer amacı ise matematik öğretmenlerinin sınıf ortamında ilettiği matematiğe ilişkin değerleri ortaya çıkarmaktır. Projenin sonuçları, VAMP ve VIMT projeleri göz önüne alındığında farklı kültürlerde farklı değerlere önem verildiğini ortaya çıkarmaktadır.

Doruk (2012), öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile çalışmalarındaki yaşantılarında ortaya çıkan ve değer eğitime katkı sağlayacak süreçleri araştırmayı amaçlamıştır. Ankara’ da bulunan 34 altıncı sınıf ve 24 yedinci sınıf öğrencisi ile çalışılmıştır. Özel durum çalışması niteliğinde olan araştırmanın verileri, video kayıt altına alınan 8 adet modelleme etkinliği ve öğrencilerin yazılı çalışmalarından elde edilmiştir. Sonuçlar matematik ve matematik eğitime yönelik değerler açısından incelendiğinde aktif görüş, ilişkisel öğrenme, uygunluk, erişilebilirlik, değerlendirme ve mantıksal düşünme değerlerinin kazandırılmasını destekleyici ortamlar olduğu görülmüştür. Bu çalışma, araştırmamıza video kaydı süreci ve sınıf uygulamaları alt başlıkları noktasında katkı sağlamıştır.

Yazıcı, Peker, Ertekin ve Dilmaç (2011), öğretmen adaylarının matematiğe yönelik değerleri ile matematiği öğretme kaygıları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bu amaçla 359 ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmeni adayına, 23 maddelik Matematik Öğretme Kaygı Ölçeği ve 34 maddelik Matematiğe Yönelik Değer Ölçeği uygulanmıştır. Matematiğe yönelik değerler ile matematiği öğretme kaygısı arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak için Pearson ve regresyon analizinden faydalanılmıştır. Sonuçlar öğretmen

adaylarının sahip olduğu değerler ile öğretme kaygıları arasındaki ilişkinin düşük seviyede olduğunu göstermiştir. Ancak oluşturmacı değerlerin öğretme kaygısına etkisi yüksek bulunmuştur ve bu sonuçtan dolayı öğretmen adaylarına oluşturmacı değerlerin kazandırılması gerektiği önerilmiştir.

Peng ve Nyroos (2012), çalışmalarında İsveç’ te farklı öğrenci grupları ve onların öğretmenlerinin etkili matematik derslerindeki değerlerini incelemeyi amaçlamışlardır. Ders gözlemleri, öğrenci odak grup görüşmesi ve öğretmen görüşmelerinden elde edilen veriler, öğretim amaçlı yapılan açıklamalar ve sınıf atmosferinin değer paylaşımına etki ettiğini göstermiştir. Etkili matematik öğrenme ve öğretme süreçleri bilişsel ve duyuşsal faktörlerin dikkate alındığı ortamlar olarak kabul edilmiştir. Katılımcılar aynı okulda görev yapan 7 ve 8. sınıf iki matematik öğretmeni ve onların öğrencilerinden oluşmaktadır. Veri toplama sürecinde ilk önce ders gözlemleri yapılmış, ardından öğrenciler ile sınıfta gerçekteşen (araştırmacıların değerlerin elde edilebileceğini düşündüğü) kritik durumlara ilişkin görüşlerini beyan edebilecekleri odak grup görüşmesi yapılmıştır. Daha sonra öğretmenler ile görüşmeler gerçekteştirilmiştir. Katılımcı 6 öğrenci, öğretmenleri tarafından farklı başarı gruplarından ve farklı cinsiyetlerden seçilmiştir. Öğrenci gruplarından elde edilen etkili matematik derslerinde yer alan ortak değerler öğretmen tarafından açıklamaların yapılması, sınıf atmosferinden sessizliğin sağlanması ve kişiselleştirilmiş yardımın benimsenmesidir. Katılımcı öğretmenler bu ortak değerlere ek olarak sınıfta etkileşime de dikkat çekmiştir. Öğrenci gruplarından biri işbirlikli öğrenmeyi tercih ederken, diğeri bireysel öğrenmeyi tercih etmektedir. Araştırmacılar bu farklılığı öğrenci gruplarının farklı öğrenme tecrübeleri ve öğrenme ihtiyaçları, etkili matematik öğrenmeye ilişkin sahip oldukları değerler ile ilişkilendirmektedir.

BÖLÜM 3

YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, katılımcıların belirlenmesi, verilerin toplanması ve verilerin analizine yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Değerlerin doğası bazı nicelikleri anlaşılabilir ölçüde öznel ve savunulabilir kılmaktadır. Matematik eğitiminde değerleri araştırırken ölçümleri nesnel, geçerli ve güvenilir kılmanın yollarından biri, araştırmanın nitel araştırma desenlerinden fenomenoloji veya durum çalışması desenlerinden biri ile tasarlanmasıdır (Clarkson vd, 2000; Seah, 2008). Bu sonuca dayanarak araştırmanın amacı, matematik öğretmenlerinin sahip olduğu ve matematik derslerinde ortaya çıkan matematiğe ilişkin değerlerin sınıf uygulamasına yansımalarını ortaya koymak olduğundan nitel bir araştırma olarak tasarlanmıştır.

Durum çalışması, olguları kendi gerçek yaşam çerçevesi içinde inceleyen, birden fazla veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılan ve bütüncül bir yorum ile çalışmanın sunumunu sağlayan bir araştırma yöntemidir. Ayrıca tek bir durum üzerine odaklanmayı sağlayan, ‘ne’ ve ‘nasıl’ sorularını temel alan, bir olgu veya olayı derinlemesine analiz etme imkanı sunan bir yöntemdir (Yin, 1984, sf. 23; Martella, Nelson, Marchand Martella, 1999, sf. 20, sf. 282; Bogdan, Biklen, 1998; Yıldırım, Şimşek, 2011, sf. 277-282; Büyüköztürk vd, 2011, sf. 20; Merriam, 1998, sf. 19; Kratwohl, 1998; Creswell, 2002). Ayrıca durum çalışması deseninde tasarlanan bir araştırma üründen ziyade sürece ve özel değişkenlerden çok duruma veya şartlara ve keşfetmeye odaklanmaktadır (Merriam, 1998).

Bu sebeple araştırma problemi göz önüne alındığında öğretmenlerin sahip olduğu değerleri ve bu değerlerin matematik öğretimi uygulamalarına yansımalarını ortaya çıkarmak için araştırma durum çalışması deseninde tasarlanmıştır.

Bir nitel araştırma deseni olarak durum çalışması; katılımcı gözlemleri, derinlemesine görüşmeler ve doküman toplama ile elde edilen verilerin analiz edilerek, derinlemesine ve boylamsal incelenmesini içermektedir (Glesne, 2011; Krathwohl, 1998). Bu nedenle araştırmada görüşme ve ders gözlemleri yolu ile katılımcı öğretmenlerden elde edilen veriler ışığında, çalışmanın analiz birimi olan matematiğe ilişkin değerler ayrıntılı olarak incelenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Matematik öğretmenlerinin sahip olduğu ve uygulamalarına yansıttıkları matematiğe ilişkin değerleri etkileyen değişkenlerden biri de okul türüdür (Clarkson vd, 2000; Bills ve Husbands, 2005b; Bishop, 2008e, 191-203). Bu değişken göz önüne alınarak çalışma grubu gönüllük esası göz önünde bulundurularak tespit edildiğinden, araştırma için gönüllü olan ve liselerde görev alan öğretmenlerden, meslek tecrübelerinde çeşitlilik sağlanacak şekilde seçilmiştir. Bu şartlar altında araştırmaya Ankara ilinde çeşitli liselerde görev alan beş matematik öğretmeni katılmıştır. Katılımcılar gönüllük esasına göre amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Çalışmalara farklı liselerde görev alan sekiz matematik öğretmeni ile başlanmış ve bu katılımcıların ikisi ile pilot görüşme yapılmış, diğer katılımcılardan ise gerekli (ilgili alt öğrenme alanına ilişkin tasarlanmış derslerin gözlemi) ve zengin veri toplanan beş katılımcı araştırmaya dahil edilmiştir.

Matematik derslerinde ortaya çıkan ve matematiğe ilişkin değerleri etkileyen bir diğer değişken de içeriktir (Seah ve Bishop, 2000; Bishop vd, 2005; Clarkson vd, 2000; Bills ve Husbands, 2005a; 2005b; Dede, 2006a, Bishop, 2008e, s.191-203). Araştırma 2012-2013 güz döneminde yapıldığı için, bu dönemde geçerli olan öğretim programı (MEB, 2011) dikkate alınarak birden fazla içeriğin yer aldığı 9. sınıflar ve bu sınıfların matematik öğretmenleri ile araştırma yapılmıştır. Çalışma bir araştırmacı ile yürütüldüğünden öğretmenlerin görev aldığı 9. sınıflar içinden öğretmenin tercihi de göz önüne alınarak, araştırmacının gözlem yapabileceği sınıflar seçilmiştir.

Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 şeklinde isimlendirilen katılımcıların meslek tecrübeleri ve geçmiş deneyimleri hakkında bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4. Katılımcı Bilgileri

Öğretmen	Meslek Kıdemi (Yıl)	Mezun Olduğu Bölüm	Geçmiş Tecrübeleri
Ö1	2	Matematik Bölümü & Tezsiz Yüksek Lisans	Meslek Lisesi
Ö2	7	Matematik Bölümü & Tezsiz Yüksek Lisans	Dershane
Ö3	15	Matematik Bölümü & Formasyon Eğitimi	Dershane İlköğretim O. Lise
Ö4	20	Matematik Öğretmenliği	Meslek Lisesi Lise
Ö5	26	Matematik Öğretmenliği	Orta Okul Çok Prog Lise Meslek Lisesi Anadolu Lisesi Lise

3.3. Verilerin Toplanması

Araştırmada matematik öğretmenlerinin sahip olduğu değerleri ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına yansımalarını ortaya çıkarmak için çeşitli veri toplama araçları kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama araçları olarak yarı-yapılandırılmış görüşme formları, ders video kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem formları kullanılmıştır. Birincil veri kaynağı olarak gözlem soruları tasarlanmış ve yapılan pilot çalışma sonucunda güvenilirlik için gözlemlerin, görüşmelerden önce yapılmasına karar verilmiştir. Ders gözlemleri ve sonrasında yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler ile verilerin toplanmasında Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı' nın 9. sınıf cebir öğrenme alanlarından, sayılar alt öğrenme alanı dikkate alınmıştır.

Aşağıdaki Tablo 5' te Mart - Haziran 2013 tarihleri arasında devam eden veri toplama süreci yer almaktadır. Veri toplama süreci için araştırma yöntemleri ile ilgili tecrübelere sahip matematik eğitimi ve araştırma yöntemlerinde uzman üç akademisyenden uzman görüşü alınmıştır.

Tablo 5. Görüşme Verilerini Toplama Süreci

Katılımcılar	Görüşme Tarihi	Görüşme Saati
Pilot 1	1 Mart 2013	15:30-16:45
Pilot 2	5 Mart 2013	14:00-15:15
Pilot 3	22 Mart 2013	15:30-17:00
Ö1	5 Haziran 2013	14:00-15:15
Ö2	28 Mayıs 2013	13:15-14:45
Ö3	29 Mayıs 2013	15:30-17:05
Ö4	5 Haziran 2013	12:00-13:15
Ö5	6 Haziran 2013	11:30- 12:35

Öğretmenlerin sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerler öğretim programının, içeriğin veya ders kitabının sahip olduğu değerlerden kaynaklanabilir (Bishop, 1997; Bishop vd, 2005; Atweh ve Seah, 2007; Bills ve Husbands, 2005b). Bu nedenle öğretmenlerin sahip olduğu değerleri ortaya çıkarmak için araştırmacı görüşme sorularını hazırlarken, birden fazla içeriğe ilişkin tasarlanan ders gözlemlerinin yapılması mümkün olan sınıf seviyesi ve öğrenme alanlarını tespit etmiştir. Bu durum 2012-2013 eğitim öğretim yılında uygulanan mevcut öğretim programı için ancak 9. sınıf ve 12. sınıf seviyelerinde mümkün olmaktadır. Bu noktada öğretmen görüşü doğrultusunda, 12. sınıf öğrencilerinin üniversite yerleştirme sınavı göz önünde bulundurularak araştırma 9. sınıf matematik öğretmenleri ile yürütülmüştür.

Görüşme soruları için tasarlanan senaryolar, öğretmenlerin sınıf uygulamalarında derslerine yansıttığı değerleri etkileyen değişkenlerden olan öğretim programı göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Bunun için öğretim programının benimsediği matematiğe ilişkin değerlerin tespit edildiği Tam Sayılar, Modüler Aritmetik, Rasyonel Sayılar ve Gerçek Sayılar alt öğrenme alanına ait kazanımlar için öğretim programında yer alan etkinlik ipuçları ve açıklamalar ışığında sınıf senaryoları tasarlanmıştır. Ayrıca bu senaryoları tasarlamak için literatürden yararlanılmış (Bishop, 2008b; Seah ve Bishop, 2000; Bishop vd, 2000; Bishop vd, 2005; Seah vd, 2001; Steinbring, 2005; Chronaki ve Christiansen, 2005; McClain, 2005; Chin ve Lin, 2000b; Chin ve Lin, 2001a; Leu ve Wu, 2005; Bills ve Husbands, 2005a; Seah, 2004; Bütün, 2011; Tözluyurt, 2008; Ball, 1990; Bütün, 2005; Dede, 2006a; Ball ve diğerleri, 2008; Baki, 2006; Van de Walle vd, 2012) ve

matematik eğitimi alanında benzer çalışmaları bulunan iki uzmandan da uzman görüşü alınmıştır. Güvenirliği sağlamak ve zengin veriye ulaşmak için aynı alt öğrenme alanına ilişkin tasarlanan derslerin gözlemleri yapılmıştır. Böylece ders gözlemlerinde öğretmenin sınıfa yansıttığı matematiğe ilişkin değerlere içerik değişkeninin etkisi (FitzSimons vd, 2001) kaldırılmıştır. İlgili alt öğrenme alanları ve bunlar için tasarlanan derslerin gözlem tarihleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 6. Ders Gözlemleri (Video Kaydı) Veri Toplama Süreci

Katılımcılar	Gözlem Tarihi	Saat	Alt Öğrenme Alanı
Pilot 2	12 Mart 2013	15:30-16:15	Rasyonel Sayı
Pilot 3	8 Mart 2013	16:10-17:30	Rasyonel Sayılar
	12 Mart 2013	13:00-14:20	
	15 Mart 2013	16:10-17:30	
	19 Mart 2013	13:00-14:20	
Ö1	6 Mayıs 2013	11:15-12:00	Modüler Aritmetik
	13 Mayıs 2013	10:20-12:00	Rasyonel Sayılar Gerçek Sayılar
	17 Mayıs 2013	08:30-10:10	Üslü İfadeler
	20 Mayıs 2013	10:20-12:00	Köklü İfadeler
Ö2	8 Nisan 2013	11:40-12:25	Tam Sayılar
	29 Nisan 2013	10:45-12:25	Modüler Aritmetik
	30 Nisan 2013	12:35-14:50	Modüler Aritmetik
	13 Mayıs 2013	10:45-12:25	Rasyonel Sayılar
Ö3	3 Nisan 2013	15:15-16:50	Modüler Aritmetik
	10 Nisan 2013	15:15-16:50	Modüler Aritmetik
	3 Mayıs 2013	16:50-18:25	Rasyonel Sayılar
	8 Mayıs 2013	16:10-16:50	Rasyonel Sayılar
Ö4	22 Mayıs 2013	15:45-16:50	Gerçek Sayılar
	6 Mayıs 2013	13:00-14:40	Rasyonel Sayılar
	13 Mayıs 2013	13:00-14:40	Modüler Aritmetik
	29 Mayıs 2013	13:00-14:40	Üslü İfadeler Köklü İfadeler
Ö5	11 Nisan 2013	09:05-10:35	Tam Sayılar Modüler Aritmetik
	15 Nisan 2013	09:05-10:35	Modüler Aritmetik
	2 Mayıs 2013	09:05-10:35	Rasyonel Sayılar
	16 Mayıs 2013	09:40-10:35	Köklü İfadeler

3.3.1. Yarı-yapılandırılmış Görüşme Formlarının Hazırlanması

Görüşme soruları öğretmenlerin matematik öğretimi altında yatan değerleri ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanmıştır. Yapılan literatür taraması ışığında 9. sınıf öğretim

programında yer alan Modüler Aritmetik ve Rasyonel Sayılar alt öğrenme alanları üzerine tasarlanmış, 45 sorudan oluşan görüşme formu hazırlanmıştır. Bu görüşme soruları ile ilgili olarak matematik eğitiminde uzman dört akademisyenden uzman görüşü alınmıştır. Ayrıca ilgili üniversitenin matematik eğitimi bölümü asistanlarından biri ile pilot çalışma yapılmıştır. Veri kaybını önlemek için pilot çalışma ses kaydına alınmıştır. Uzman görüşleri ve pilot çalışma doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve görüşme formundaki soru sayısı 43 olarak düzenlenmiştir. Hazırlanan görüşme soruları iki öğretmen ile yapılan pilot çalışma (kesim 3.5. altında pilot çalışma ile ilgili bilgi verilecektir.) doğrultusunda yeniden düzenlenmiştir. Ayrıca görüşmelerde araştırmacının yeterli veriye ulaşılmadığını düşündüğü durumlarda, ders gözlemlerinden yararlanarak sondalara da yer verilmiştir.

Seah ve Bishop' a göre (2000) matematiğe yönelik tamamlayıcı değer çiftleri herhangi bir karar noktası sergileyebilir. Sınıf uygulamasında bir içerik için ders kitabının veya öğretmenin en iyi yaklaşım olarak kabul ettikleri bir algoritma uygulanabilir. Bu durumda öğretmenin yalnızca kontrol değerine sahip olduğunu söylemek bir yanılgıdır. Bu nedenle öğretmenlerin özel bir matematik dersi içeriğindeki değerlerini tespit etmek ve uygulamalarını gözlemek yerine, matematik eğitiminde elde edilebilecek değerleri genel boyutta inceleyebilmek için birden fazla içeriğe yönelik 6 ile 9 ders süreci arasında değişen dersler video kaydına alınmıştır. Ayrıca öğretmenlerin sahip olduğu değerler içeriğe göre değişkenlik arz edebileceği de (Clarkson, FitzSimons, Bishop, Seah, 2000) göz önüne alınarak farklı içeriklere yönelik görüşme soruları hazırlanmış ve ders gözlemleri yapılmıştır. Görüşme soruları modüler aritmetik, rasyonel sayı ve irrasyonel sayı kavramları ve bu kavramlar ile ilgi kazanımlar üzerine tasarlanmıştır. Ayrıca yapılan görüşmeler video ve ses kaydına alınmıştır.

Literatür taraması sonucunda hazırlanan yarı-yapılandırılmış görüşme sorularının (Ek 2), matematiğe ilişkin değerlere göre dağılımı aşağıdaki Tablo 7' de belirtilmiştir. Ancak görüşmelerde, katılımcıların görüşme sorusuna veya sondalara verdiği yanıtlarda beklenen değerlerin yanı sıra farklı değerlere ilişkin bulgular da elde edilmiştir. Daha anlaşılır olması için sorulara verilen yanıtlardan elde edilen bulgular, aynı değer başlığı altında bir araya getirilerek sunulmuştur.

Tablo 7. Görüşme Sorularının Değer Dağılımı

Matematiğe İlişkin Değerler	Görüşme Soru Numarası
Rasyonellik	1, 2, 4, 7, 9, 13, 15, 29, 31, 35
Nesnecilik	2, 3, 4, 9, 17, 18, 19, 20, 21, 27, 41
Kontrol	7, 11, 14, 16, 20, 22, 25, 26, 28, 30, 42, 43
İlerleme	6, 8, 32, 33, 38, 40
Açıklık	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 13, 15, 23, 24, 29, 35, 36, 37, 39
Gizem	10, 12, 34, 35

Görüşme soruları, hayali bir öğretmenin bahsi geçen içeriklere yönelik kazanımları içeren dört ders sürecinin betimlenmesi ile oluşan sınıf senaryolarının arasına yerleştirilmiştir. Bu senaryolar ile öğretmenin durumu yaşıyor gibi hissetmesi ve kendi görüş, değer ve düşüncelerini paylaşmasını sağlamak (Bütün, 2011) amaçlanmıştır. Öğretmenlerin aldığı kararlar, sahip oldukları değerleri ortaya çıkardığından sınıf senaryoları ve görüşme soruları öğretmenlerin karar almasını gerektirecek durumlar (Bishop vd, 2000) şeklinde tasarlanmıştır. Seah ve Bishop (2000), öğretim programının sahip olduğu değerlerin, öğretmenin sahip olduğu değeri etkilediğini belirtmektedir. Öğretim programı değişkeni göz önünde bulundurularak görüşme soruları, ilgili kazanımların öğretim programındaki açıklamaları dikkate alınarak oluşturulmuştur. Yaklaşık 90-95 dakika süren görüşmelerde, verilerin geçerliliğinin artırılması için öğretmenin görüşlerinden yola çıkarak ve sınıftaki video kayıtlarından yararlanılarak sondalara yer verilmiştir. Görüşmeler katılımcıların görev aldıkları liselerde sessizliği sağlanmış ortamlarda gerçekleştirilmiştir.

3.3.2. Ders Gözlemleri

Video kaydına alınacak olan ilgili içeriğe yönelik derslerden önce, uzun süreli etkileşim amacıyla ve sınıf ortamında doğallığı sağlayabilmek adına (Clarkson vd, 2000; Bishop, 2008e, s.191-203; Glesne, 2011; Kersting, 2008) örnek video kayıtları yapılmıştır. Kayıt altına alınan videolar günlük incelemenin ardından gerekli görüldüğünde öğretmenlere danışılmış, böylece katılımcı teyidi alınmıştır. Dersler video kaydına alınırken sınıfın doğal ortamı korunmuş ve sınıf mevcudunun üçte ikisini kayda alabilecek bir noktadan çekimler yapılmıştır. Ayrıca video kamera tripod ile yönlendirilerek, görüş açısının dışında kalan

sınıf ortamında gerçekleşen durumların kayda alınması sağlanmıştır. Bununla birlikte kayıtlar sırasında araştırmacının dikkatini çeken ve video kaydından elde edilemeyeceğini düşündüğü gözlemler için yapılandırılmamış gözlem formu kullanılmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Araştırma problemi göz önüne alındığında öğretmenlerin davranışlarına ve kararlarına yansıyan değerleri doğrudan gözlemek mümkün değildir (Bishop, Clarkson, FitzSimons, Seah, 2000; Clarkson, FitzSimons, Bishop ve Seah, 2000). İçerik analizi de insan davranışlarını doğrudan olmayan yollarla analiz etmeye imkan tanıyan bir tekniktir (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz, Demirel, 2011, s. 269). Bu nedenle araştırmanın video kaydı ve görüşme ile elde edilen verilerini analiz etmek için içerik analizi tekniği kullanılmıştır.

Bu araştırmada önerildiği gibi (Patton, 2002; Merriam, 1998) kodlamanın ilk aşaması olan kodlama listesi literatür yardımıyla oluşturulmuştur. Ayrıca video kaydı ile kayıt altına alınan ders gözlemleri araştırmacı tarafından çözümlenmiştir. Öncelikle araştırmanın amacı ve problemi göz önünde bulundurularak araştırmadan elde edilen veriler sadece okunmuştur. Sonrasında her bir değer için ham veriler kodlanmıştır. Bu ilgili kısımlar arasında tekrarlayan fikirler bir araya getirilmiş ve bu tekrarlayan fikirler ile temalar ve kategoriler oluşturulmuştur. Veri analizi sırasında ham veriye tekrar dönüp kodlama işlemi gözden geçirilmiştir. Kodlama yapılırken, görüşme protokolünde yer alan önemli kelimelerin altı çizilmiş ve yansıtıcı notlar alınmıştır.

Verileri tanımlamak ve yorumlamak için toplanan verilerin önce kavramsallaştırılması, bu kavramlara göre kategorilendirilmesi ve verileri açıklayan temaların belirlenmesi gerekmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011, s. 228; Maxwell, 1996, sf. 81-85; Miles, Huberman, 1994). Bu kapsamda kodlama işlemi literatür dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Kodlama işlemi ve literatür taraması (Cao, Seah ve Bishop, 2006) sonucunda elde edilen veriler ile değer kategorileri oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kategoriler doğrultusunda elde edilen bulgular, araştırmacılar tarafından yorumlanmıştır. Aynı verinin birden fazla kategoride olduğu durumlar olmuştur.

Literatür taraması sonucunda oluşturulan kodlarda, görüşme protokollerinin ilk kez okunması ve kodlanması sonucunda çeşitli farklılıklar olmuştur. Rasyonellik değeri için

daha sonra ‘Öğrencilerin sebep-sonuç ilişkisini keşfetmeleri ve açıklama yapmaları için çabalaması’, nesnecilik değeri için ‘Sembol seçiminde, içeriğin aktarılmasında veya problem çözümünde vs. sadelik ve kısalık için çabalaması’, kontrol değeri için ‘Matematiğin günlük hayatta karşılaşılan problemlere uygulanabilir olduğunu açıklamaya ve buna ilişkin örnekler vermeye çabalaması’, ilerleme değeri için ‘Öğrencilerin genellemelere ulaşması için çabalaması’ gibi kodlar eklenmiştir. Açıklık değeri için literatürde ‘ Öğrencilerin kendi fikirlerini açık ve net bir şekilde ifade etme becerilerini geliştirmeye yönelik çabalaması’ ve ‘öğrencinin söz alıp düşüncelerini rahat bir şekilde sınıfla paylaşması’ farklı kodlar olarak ele alınırken, araştırmamızda elde ettiğimiz bulgular sonucunda tek kod olarak ele alınmıştır. Ayrıca literatürde gizem değeri için yer alan ‘öğrencileri bilim kurgu materyalleri okumaya teşvik etme’ kodu, araştırmamızın veri analizinde yer almamıştır.

Yapılan gözlemlerden toplanan verilerin analizi, bu verilerle katılımcıların görüşmelerdeki ifadelerinin tutarlı olup olmadığının anlaşılması amacıyla, görüşmelerden elde edilen veriler ölçüt olarak alınmış ve aynı kategoriler çerçevesinde karşılaştırılarak gerçekleştirilmiştir. Öğretmenlerin benimsedikleri değerler karar alma aşmasında açık şekilde ortaya çıkmaktadır (Clarkson vd, 2000). Bu nedenle videoların analizinde öğretmenlerin karar verme durumunda olduğu noktalar dikkate alınmıştır. Sınıf uygulamalarının analiz edilmesi sürecine, öğretmenlerin karar verme süreçleri rehberlik ettiği için (McClain, 2005), bu süreçler hazırlanan video analiz protokolü ile kodlanmış ve analiz edilmiştir. Görüşmelerden ve video kayıtlarından elde edilen veriler öğretim aşamaları dikkate alınarak analiz edilmiş ve bulgular bu doğrultuda sunulmuştur. Veri analizi sırasında ayrıca kuram oluşturma tekniklerinden birisi olan karşılaştırmalı analizden de faydalanılmıştır (Miles & Huberman, 1994, s.109). Katılımcılardan elde edilen bulgular, meslek tecrübeleri ve öğretim aşamaları göz önüne alınarak kıyaslanmış ve sunulmuştur.

3.5. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Genel anlamda araştırmalarda geçerlilik, araştırma sonuçlarının doğruluğu, güvenirlilik ise araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgilenmektedir. Nitel araştırmalarda geçerlilik ve güvenirliliği sağlamak için inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik ölçütleri kullanılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011; Maxwell, 1996, sf. 86-96; Martella, Nelson, Marchand-Martella, 1999; Merriam, 1998; Glesne, 2011).

İnandırıcılık araştırmanın içinde bulunulan ortam, bu ortamdaki katılımcılar ve olayların gerçek durumu ortaya koyması ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Bu çalışmada inandırıcılığı artırmak için uzun süreli etkileşim ve sürekli gözlem, veri toplama araçlarının çeşitlenmesi, uzman incelemesi ve katılımcı teyidi stratejileri kullanılmıştır. Araştırmacı yapılan pilot görüşmelerde de gözlemlediği gibi öncelikle ders gözlemlerinin yapılması ve böylece uzun süreli etkileşimin sağlanması ile, görüşmelerin daha doğal ve samimi geçmesini sağlamıştır. Ayrıca ilgili kazanımlara ait tasarlanan derslerden önce bir veya iki ders, video kaydına alınmıştır. Böylece katılımcıların ve öğrencilerin araştırmacının varlığına ve video kaydının yapılmasına alışmaları ve doğal ortamın oluşturulması sağlanmıştır. Ders gözlemleri yaklaşık dört veya beş hafta sürmüş ve uzun süreli gözlem yapma imkanı sağlanmıştır. Ayrıca ders gözlemlerinin ardından veya görüşmelerde sondalarla, araştırmacının gözlem sırasında dikkatini çeken durumlar için katılımcı teyidine başvurulmuştur. İnandırıcılığı artırmak için uygulanan bir diğer strateji, veri kaynaklarında çeşitlenmeye başvurulmasıdır. Araştırmada farklı meslek tecrübesine sahip öğretmenlerden yarı yapılandırılmış görüşmeler, gözlem ve araştırmacının aldığı notlar yolu ile veri toplanmıştır. Araştırmanın deseni, veri toplama araçları ve süreci için araştırma yöntemleri ile ilgili tecrübeye sahip uzmanlardan görüş alınmıştır. Ayrıca toplanan verilerin analiz edilmesi ve ulaşılan tema ve kategorilerin teyidi için matematiğe ilişkin değerler üzerine araştırmaları olan bir öğretim üyesinden uzman teyidi incelemesi sağlanmıştır.

Nicel araştırmalarda elde edilen sonuçlar örnekleme genellenebilirken, nitel araştırmalarda verinin elde edildiği ortam önem arz ettiğinden belirli bir örnekleme ait verilerin, benzer diğer örneklemelere doğrudan genellenmesi mümkün değildir. Bu nedenle nitel araştırmalarda araştırma sonuçlarının benzer ortamlara aktarabilirlik değerinden söz edebiliriz (Yıldırım ve Şimşek, 2011; Maxwell, 1996, sf. 96-98). Bu çalışmada sonuçların başka ortamlara aktarabilirliği ayrıntılı betimleme ve amaçlı örneklem ile sağlanmaya çalışılmıştır. Katılımcılar hakkında bilgi, araştırmanın yapıldığı ortam ve araştırma sonuçlarının elde edildiği verilerden yapılan doğrudan alıntılar ile sonuçlar ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Ayrıca araştırmanın katılımcılarını oluşturan öğretmenler amaçlı örneklem ile belirlenmiştir.

Tutarlılık verilerin benzer süreçlerde, benzer şekilde toplanması ve sonuçların toplanan verilerle uygun olmasını gerektirmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Araştırmacı

görüşmelerde ve ders gözlemlerinde benzer ortamları sağlayarak, ham verileri iki kez kodlayarak, kategorileştirme ile verilerin sonuçlar ile ilişkisinin kurulmasını dikkate alarak tutarlılık çalışması yapmıştır.

Teyit edilebilirlik araştırmacının yansız olduğuna ve ulaştığı sonuçlardan ham verilerin elde edilebilir olduğuna okuyucuyu ikna etmesi ile ilgilidir (Yıldırım ve Şimşek, 2011). Yapılan araştırmada elde edilen verilerden %20' si, Matematik Eğitimi alanında doktora eğitimini tamamlamış ve matematiğe ilişkin değerler üzerine çalışmaları olan bir öğretim üyesi tarafından kodlanmıştır. Güvenirliği, bu iki kodlama arasında uyumlu olan kodların sayısının, uyumlu olan ve olmayanların sayılarının toplamına bölünerek ve sonrada 100 ile çarpılarak (Martella vd, 1999) bulunmuştur. Elde edilen kodlamalar arasında %86,4 oranında çakışma görülmüştür. Kodlamalardaki farklılıklar araştırmacı ile ikinci kodlayıcı arasında tekrar görüşülmüş ve bu kodlamalar ile ilgili fikir birliğine ulaşılmıştır. Ayrıca veri analizi süreci detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

Veri toplama araçlarından görüşme formundaki soruların geçerliğini test etmek amacıyla pilot çalışmalar yapılmıştır. Araştırma sonucu elde edilen bulgular, görüşme ve gözlem olmak üzere farklı veri toplama araçları kullanılarak elde edilmiştir. Görüşme ve gözlemden elde edilen veriler ışığında bulgular yorumlanmıştır.

Yapılan pilot çalışma ise, hazırlanan görüşme formunun amaca hizmet etmedeki etkililiğini ve görüşmenin veya ders gözlemlerinin öncelik sırasını tespit etmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma aynı lisede görev yapmakta olan, 11 (öğretmen A) ve 13 (öğretmen B) yıllık meslek tecrübesi olan iki öğretmen ile yürütülmüştür. Öğretmen A ile önce ders gözlemleri, ardından görüşme yapılırken; öğretmen B ile önce görüşme ardından ders gözlemi yapılmıştır. Öğretmen B' nin ders gözlemlerinde araştırmacının görüşme sorularında tasarladığı sınıf senaryolarını derslerinde uygulamaya çabaladığı gözlenmiş ve bu durumu öğretmen kendisi de ifade etmiştir. Bu nedenle güvenirliliği sağlamak için katılımcıların görüşme sorularından etkilenme olasılığı dikkate alınarak araştırmada veriler toplanırken önce ders gözlemleri yapılmış, daha sonra görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu pilot görüşmelerden elde edilen tecrübeler ve dönütler ile görüşme soruları tekrar gözden geçirilmiş ve düzeltilmiştir.

BÖLÜM 4

BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde görüşmeler ve ders videoları ile elde edilen verilerin bulgu ve yorumlarına yer verilmektedir. Bu araştırmada; matematik öğretmenlerinin, matematiğe ilişkin “değer”lerinin mesleki kıdeme göre değişip değişmediği ve bu “değer”lerin sınıf uygulamalarına yansımaları incelenmiştir. Bu amaç etrafında bulgular öğretmenlerin sahip olduğu “değer”ler için mesleki kıdemlerine göre incelenmek istendi, ancak ortak resimler elde edildiğinden bulgu ve yorumlar matematiğe ilişkin “değer”lere göre ele alınmıştır.

Bulgular sunulurken, gizlilik ilkesine dayanarak araştırmaya katılan öğretmenlerin isimleri kullanılmamış, meslek tecrübelerine göre sırasıyla Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 sembolleri kullanılmıştır. Ders gözlemlerinden yapılan alıntılarda öğrencileri temsil etmesi için Ö_A, Ö_B, vb. semboller kullanılmıştır.

Öğrencinin kendi bilgisini yapılandırması üzerine inşaa edilen 2012-2013 öğretim yılı matematik öğretim programı, öğretmenlere derslerini planlamada ve uygulamada aşağıdaki adımları takip etmelerini önermektedir:

- Giriş / Merak Uyandırma
- Keşfetme
- Açıklama
- Derinleşme
- Değerlendirme

Bulgular, ders sürecinde konuların öğretiminde izlenmesi tavsiye edilen bu adımlar göz önüne alınarak sunulmaktadır. Öğretmenlerin sahip olduğu değerler ve bu değerlerin sınıf

uygulamalarına ve öğretim aşamalarına yansımalarını ortaya koymak için bulgular iki başlık altında ele alınmıştır.

Matematiğe ilişkin değerler rasyonellik, nesnecilik, kontrol, ilerleme, açıklık, gizem olmak üzere altı boyutta ele alınmaktadır. Bulguların daha kolay anlamlandırılmasında önemli olduğu düşünüldüğünden, değer her bir boyutu için literatür ve verilerin analizi ile şekillenen kodlara yer verilmiştir.

4.1. Öğretmenlerin Sahip Olduğu Matematiğe İlişkin Değerler

4.1.1. Rasyonellik Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 8. Rasyonellik Değerine İlişkin Kodlar

Kodlar		Açıklama
R1	Akıl yürütme	Öğrencilerin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve savunma becerilerini geliştirmeye yönelik etkinlikler düzenlemesi ve çabalaması
R2	İspatlama	İspatı ve ispatlamayı; akıl ve mantıkla sorgulamayı öğretmeye ve matematiksel ispat yapmaya cesaretlendirmeye çabalaması (matematik tarihinden ispat örnekleri, teoriler göstermeye çabalaması; mantıksal düşünmeye teşvik etmesi, vs.)
R3	Tartışma	Öğrencilerini sorgulamaya, müzakere etmeye ve tartışmaya cesaret vermeye çabalaması
R4	Öngörüle bulundurma	Öğrencileri tecrübe yoluyla elde edilen verileri yorumlatmaya ve öngörülerde bulundurmaya çabalaması (hipoteze dayalı mantık kurmaya teşvik etmesi, vs.)
R5	Çelişki	‘Çelişki veya tezat teşkil eden veya aksine’ hipotezler üretme ve bunlar üzerinde tartıştırmaya çabalaması
R6	Sebep-sonuç ilişkisi	Öğrencilerin sebep-sonuç ilişkisini keşfetmeleri ve açıklamaları için çabalaması

4.1.1.1. Ö1 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1’ e ait görüşme ve ders kayıtları incelendiğinde rasyonellik değerinin ‘ispatı ve ispatlamayı; akıl ve mantıkla sorgulamayı öğretmeye ve matematiksel ispat yapmaya cesaretlendirmeye çabalama’ ve ‘çelişki veya tezat teşkil eden veya aksine hipotezler üretme ve tartıştırmaya çabalama’ değer göstergelerine ait bulgulara rastlanmamıştır.

Ö1, öğrencilerin matematiksel içeriğe yönelik akıl yürütmeleri, fikir ileri sürmeleri veya tartışmaları için imkan bulamadığını vurgulamaktadır. Bunun sebeplerini ise öğretim programının yoğunluğu ve dolayısıyla zaman yetersizliği, öğrencilerin dikkat eksikliği olarak ifade etmektedir. Bu nedenle zaman zaman öğrencilerin fikir alışverişinde bulunmaları için ortam oluşturabildiğini belirtmektedir. Öğrencilerin fikir alışverişinde bulunması sürecini ise öğrencilere ifade özgürlüğü tanımak olarak vurgulamaktadır:

“...Sınıfın konsantrasyonu bozulabilir, öğretmen konsantrasyonu bozulabilir. Bir uğultu, gürültü tekrar toparlamak zor olur. Baştaki tartışmaları kötü ama sonraki tek tek Pelin Öğretmenin sen fikrini açıkla, sen söyle fikrini açıkla demesi normal. Olması gereken de bu... Bir daha da böyle bir tartışma olmasın derdim. El kaldırıp cevap verin derdim.”

ÖA: -5 ve +5 mi? Sonra sıfır olmamalı diyeceğiz.

Ö1: Eşittir sıfır yap, oradan ne çıkacak?

ÖA: Olmamalıdan -5 çıkacak, çözüm kümesi -5?

Ö1: Hayır yukarıya (kuvvete) bak, $x-2$ sıfır olmayacak.

ÖA: $x-2$ sıfır olmayacak, huu...

Ö1: Karşıya geçir.

ÖA: 3 olacak.

ÖB: 2 değil mi?

Ö1: 2 olmayacak (vurgulu ses tonu ile) değil mi?

...

Yukarıdaki durumda da Ö1 öğrenciyi sorular sorarak yönlendirmekte ve öğrencinin akıl yürütmesine imkan tanımaktadır.

Ö1: *Bunu herkes anladı mı? Çünkü bu yazmıyorsa 1 demek, bu da ne demek yazmıyorsa 2 demek. Yani üssü $\frac{1}{2}$ görüyorsan ne anlıyorsun? Kök içinde o sayı. Ben 5 üzeri $\frac{1}{2}$ dersem ne diyeceksin?*

ÖA: Kök 5

Ö1: Kök 5 diyeceksin, tamam mı? $\frac{1}{2}$ ne yapıyormuş kök içene alıyormuş ikinci dereceden. Şimdi kökten çıkartmak istediğimde bunu nasıl çıkarırım?

ÖA: 4 üzeri $\frac{1}{2}$

ÖB: 4 üzeri $\frac{1}{2}$ mi?

ÖC: Direk 2.

Ö1: İkiii... Direk 2. Kök 25 nedir, 5 diye çıkmaz mı? Kök 4 nedir? 2 ya da istiyorsan şöyle yap, anlamıyorsan ama tabi pratik olun. Her zaman böyle yapmayın. (4 yerine 2^2 yazarak) Bu ne demek? 2' nin karesi değil mi? 2 üzeri $\frac{2}{2}$ değil mi? Yani bunların böyle çıkmasının sebebi aslında buymuş. Tamam mı? Mesela $\sqrt{25}$ ' i biz biliyoruz ki hemen 5 diye çıkar. Ama neden 5 diye çıktığını anladık mı?

...

Yukarıdaki durumda ise Ö1, üslü ve köklü ifadeler arasındaki ilişkiyi vurgulamak ve sebep-sonuç ilişkisinin keşfedilmesini sağlamak amacıyla öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin müzakere etmesine veya tartışmasına ilişkin olarak öğrencilerin öne sürdükleri fikirlerini ifade etmelerine imkan tanıdığını belirtmektedir. Ancak tartışmanın ilerlemesi durumunda tartışmanın kontrol altına alınamayacağını düşünen Ö1, kontrol değerini benimseyerek, öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlerin ne derece doğru olup olmadığı belirtilerek tartışmanın sonlandırılması gerektiğini şöyle ifade etmektedir:

“... Hangisi doğruysa veya hangisi yanlışsa evet bu böyle o yüzden doğru. Sen bu konuda yanılıyorsun. O şekilde ikisine de açıklama yapardım, ama ikisinin de tartışmalarını bitirmesini sağladım.”

Ö1: Sizce reel sayı mı, değil mi? ($\sqrt{-2}$ için soruyor)

ÖA: Değil.

ÖB: Her zamanki tanıma uymuyor.

ÖC: Değil, reel olmayan.

Ö1: Neden?

ÖC: Tek.

Ö1: Üssü çift ve içi negatif (köklü ifadenin tabanı) olamaz dedik değil mi? O zaman bu reel sayı değildir. Üzeri teklerde problem yok. Mesela, üzeri 3 olsun. ($\sqrt[3]{-2}$).

ÖC: Reel sayı

Ö1: Evet reel sayı, anladık mı?

...

Yukarıdaki durumda Ö1, öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlere dönütlerde bulunarak ve örnek durumlar üzerinden soru-cevap ile öğrencilerin sorgulamasına çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö1: Şimdi Bahadır şunu ne yapacağım sence?

Bahadır: Mutlak değerde çıkarırız.

Ö1: Aynen öyle aferin. Neden?

Bahadır: Çünkü çift olduğu için.

Ö1: Aferin, bunu da mutlak değer içinde çıkarırız. Bunu ne yapacağım Bahadır?

Bahadır: Normal çıkacak.

Ö1: O çift değil mi?

ÖA: 2, çift.

Ö1: 2 değil mi o? O zaman o da mutlak değerde çıkacak. Peki Bahadır, mutlak a ve a sence negatif mi pozitif mi?

ÖA: Negatif

ÖB: Pozitif

Öğrenciler: Negatif

Ö1: (Soruyu işaret eder) Negatifse mutlak değerden nasıl çıkar?

Bahadır: Artı.

Ö1: Artı yapmak için ne yaparsın?

Bahadır: Önüne eksi koyarsın.

Ö1: Hıh... O zaman burada ne yapacağım? İçi negatif olduğundan mutlak değerden -a diye çıkar. a-b sence pozitif midir, negatif midir?

ÖC: Pozitif

ÖA: Negatif

Ö1: Doğru. Bak a zaten negatif değil mi?

Öğrenciler: Evet

Ö1: Ben negatif bir sayıyı pozitif yapmak için ne yapıyordum?

Öğrenciler: Eksi koyuyorduk.

Ö1: Eksi ile çıkarıyordum. b pozitif mi, negatif mi Bahadır?

Bahadır: Pozitif

Ö1: Pozitifse bi şey koyacak mıyım önüne?

Bahadır: Cuk...

Ö1: Koymayacağım.

...

Yukarıdaki durumda Ö1' in, Bahadır'ı ve diğer öğrencileri sorgulatmak için soru-cevap tekniğini kullandığı açıktır. Ayrıca Ö1, öğrencilerin kendi aralarında tartışmalarına izin vermediğini ve soru sorarak veya ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin açıklamalar yaparak tartışmanın ilerlemesine engel olduğunu söyleyebiliriz. Kısacası Ö1' in tartışma ortamları tasarlamak yerine açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri için ortam oluşturduğunu, ancak kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö1 tecrübe yoluyla öğrencilerin elde ettiği verileri yorumlamalarının ve fikir ileri sürmelerinin gerekli olduğunu, ardından konuya ilişkin düz anlatım yöntemi ile gerekli açıklamanın yapılması gerektiğini ifade etmektedir. Ancak bu sürecin uygulanmasının içeriğe bağlı olduğunu belirtmektedir. Modüler aritmetikte kalan sınıflarına yönelik etkinlikte öğrencilerin öngörülerde bulunduğu bir çalışma hazırlarken, modüler aritmetikte işlemlerin özelliklerine yönelik etkinlikte böyle bir uygulamanın gerekli olmadığını düşünmektedir. Bu yaklaşımlarındaki farklılığın gerekçesini ise kazanım için ayrılan süreye bağlamaktadır.

Pelin: Hocam bir şey sorabilir miyim?

Ö1: Sor.

Pelin: 12 yi 6 çarpı 2 olarak alamaz mıydık?

Ö1: 6 kere 2 işine yaramıyor. 6' yı da çıkaramıyorsun 2' yi de tamam mı? Bir şeylerin katı olacak şekilde çarpanlarına ayırıyoruz. Söylediğin doğru ama 4 ile 3' ü yapınca 4 kökten çıkıyor. Arkadaşınız bi soru sordu 6 ile 2 olmaz mıydı 12 dedi.

ÖA: 6 da çıkmıyor, 2 de çıkmıyor.

Ö1: Sizce niye 6 ve 2 demedim.

ÖA: 6 da çıkmıyor, 2 de çıkmıyor.

Ö1: Öyle 6 da bi şeyin karesi değil, 2 de bi şeyin karesi değil. Amacım ne birisi bi şeyin karesi olsun ki dışarı çıksın. O şekilde seçin çarpanlarınızı. Pelin anlatıyorum tekrar iyi dinle. Böyle ifadelerde çarpanlarına ayırın tamam mı? Muhakkak birileri dışarıya çıkıyordur. 2' nin karesi çarpı 3 diye ayırabilirim değil mi? Yani 4 çarpı 3. 4, 2 diye çıkar, kök 3 çıkabiliyor mu? 3 bi şeyin karesi olmadığı için aynen kalıyor.

Yukarıdaki durum Ö1' in ifadesi ile paralellik göstermektedir. Ö1, farklı çarpanların denenmesi ile öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettiği verileri yorumlamalarını istiyor. Ardından öğrencilerin ileri sürdüğü fikri, düz anlatım tekniği ile gerekli açıklamaları yapmaktadır. Ayrıca bu durumda öğrencilerin sebep sonuç ilişkisini keşfetmeleri için çabaladığını da söyleyebiliriz.

Ö1: *x-1 pozitif mi negatif mi sence Doruk?*

Doruk: *Negatif*

Ö1: *Nereden anladın bi söyler misin?*

Doruk: *Görüyorum burdan.*

Ö1: *Hocam şu yüzden de.*

ÖA: *Hocam ben söylüyüm mi?*

Doruk: *Pozitif, negatif, u...*

Ö1: *Bak şimdi x, 1 ile 2 arasında bir sayı tamam mı? Ne olabilir? 1,5 olsun.*

Doruk: *Tamam işte yani artı.*

Ö1: *1,5' ten 1' i çıkarsam sence artı mı olur, eksi mi olur?*

Doruk: *Artı olur.*

...

Yukarıdaki durumda da Ö1' in, hem tecrübe yoluyla Doruk' un sonuca ulaşmasını beklediğini, hem de sebep-sonuç ilişkisini açıklaması için çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö1' in ispat veya ispatlamayı öğretmek için ve çelişki veya tezat teşkil edecek hipotezler üzerinden tartışma ortamı oluşturmak için herhangi bir çaba içerisine girmediği söylenebilir. Görüşmede Ö1, eğitim fakültesinde bu yaklaşımlar üzerine dersler aldığını ancak kendisinin eğitim hayatında böyle bir eğitim almadığı için derslerinde yer vermediğini ifade etmektedir.

4.1.1.2. Ö2 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2 öğrencilerin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi, tartışması ve sebep-sonuç ilişkilerini keşfedip açıklamaları için kontrol değerine göre soru-cevap tekniği ile yönlendirilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Ö2: *Peki rakamlar toplamı üçün katı değil, mesela rakamları topladım 7 buldum. O zaman rakamları toplamı 7 ise ne olur?*

ÖA: *1*

Ö2: *Hımm... Bu rakamları toplamı üçe bölüyoruz kalan 1 ya, o zaman ne diyoruz bu sayının üçe bölümünden kalanı 1 dir. Eğer rakamları topladık kalan 2, mesela kısaca dört basamaklı bir sayı söyleyin. 6161. Evet, şimdi bakalım rakamları kaç ediyor?*

Öğrenciler: *14*

Ö2: Değil mi? Şimdi bu sayı 14, üçe bölünür mü?

Öğrenciler: Hayır

Ö2: Evet üçe bölünmez, peki üçe bölündüğünde kalanı kaç olur?

Öğrenciler: 2

Ö2: (Tahtaya bölme işlemini yazar) o zaman demek ki 6161 sayısını da üçe böldüğümüzde kalanı 2 olacak tamam mı?

ÖB: Her zaman mı 2 olacak?

...

Ö2: Rakamları toplamı 13 olsaydı mesela 6151. O zaman bunun rakamları toplamı 13 oluyor.

ÖB: Bak işte her zaman 2 olmuyor.

Ö2: Ne oluyor bunun kalanı da?

ÖB: 1.

Ö2: 1 oluyor. Tam üçün katıysa zaten kalan yok biliyorsun. Üçe tam bölünüyor. Tamam, anlaşıldı mı? Peki, neden rakamları topluyoruz hiç düşündük mü?

ÖC: Değer verme mi?

...

Yukarıdaki durumda Ö2, üçe bölünebilme kuralı için sebep-sonuç ilişkisi üzerine öğrencilerin akıl yürütmesine yönelik gerçekleştirdiği uygulamada kontrol değerine ilişkin soru-cevap tekniği ile öğrencileri yönlendirmektedir.

Ö2 derse başlarken öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettikleri fikirleri yorumlamaları ve akıl yürütmeleri için ortamlar tasarladığını ifade etmektedir. Bunun için problem çözme, tahmin ve hipotez üretme, soru-cevap tekniklerini kullandığını söyleyebiliriz.

Ö2: 61 i 5 e böldüğümde kalan 1, 21 i 5 e böldüğümde yine kalan 1. Kalanlar birbirine eşitse mod5 te 61 ile 21 eşitmiş. Ne zaman eşitmiş, mod5' te.

ÖA: mod4 te?

Ö2: Evet mod4 te birbirine eşit olur mu, çok güzel?

ÖA: Evet

Ö2: Bu (61) 1 olur, bu da (21) 1 oluyor yine eşit.

ÖC: Haa...

ÖB: Nasıl? Kalan 1, doğru doğru...

Ö2: mod3 te?

Öğrenciler: Olmaz, olmaz...

Ö2: mod3 te birbirine eşit olmuyor neden?

ÖB: Biri 1 kalıyor, biri 0.

Ö2: 1 ile de 0 birbirine eşit değil.

...

Ö2, yukarıdaki sınıf uygulaması ile öğrencilerin farklı örnek durumları tecrübe ederek elde ettikleri sonuçları yorumlamalarına çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö2 derslerde tartışma ortamına yeteri kadar yer veremediğini, bunun için öğretim programının çok yoğun olduğunu ifade etmektedir. Ö2 öğretim programını yetiştirme telaşından dolayı meslekteki ilk yıllara oranla derslerinde daha az tartışmaya yer verdiğini

belirtmektedir. Yeni düzenlenen 2013-2014 öğretim programının tartışma ortamları hazırlanması için daha uygun olduğunu düşünmektedir. Tartışmanın öğrenmede kalıcılığı artırdığını düşünen Ö2, zaman zaman tartışmaya kısa da olsa vakit ayırdığını ve daha çok öğrencilere kendilerini ifade hakkı tanıyarak tartışmaları yönlendirdiğini belirtmektedir. Tartışmanın içeriğine ve sınıfın dikkatini çeken ve her öğrenciyi derse güdüleyen boyutta olmasına dikkat ettiğini ve bu tartışmalara zaman ayırmaya çalıştığını söyleyebiliriz.

Görüşmede de belirttiği gibi Ö2, rasyonel sayı kavramına yönelik tartışmada öğrencileri soru sorarak yönlendirdiği sınıf uygulamasında da aşağıdaki gibi gözlenmiştir.

Ö2: *O zaman bu da rasyonel sayıdır. Peki, 7?*

Öğrenciler: *7/1*

Ö2: *7/1 diye yazabildiğim için 7 de bir rasyonel sayıdır. O zaman bütün tamsayıların?*

ÖA: *Hepsi rasyonel*

Ö2: *Hepsi rasyoneldir. Çünkü neden, hepsinin paydasına 1 yazabiliriz.*

...

Ö2 tartışmanın zaman zaman sınıfta istenmeyen durumlara sebep olduğunu, ancak bu durumun bireysel olarak öğrencilerin kendilerini ifade etme fırsatı tanınması ile çözüme kavuşacağını düşünmektedir. Diğer katılımcı öğretmenlerin aksine bu gibi durumlarda tartışmayı kesip matematiksel ifadeye yönelik açıklamalar yapmak yerine çeşitli sorular veya hipotezlerle tartışmayı yönlendirmeyi tercih etmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö2, öğrencilerin 3^{14} ün mod7' de denk gelen karşılığını bulmaları için bir örnek çözmektedir.

ÖA: *Hocam 3^1 , 4 olması gerekmiyor mu?*

Ö2: *Hayır*

ÖA: *Niye?*

Ö2: *Niye 3' ü 7' den çıkardın?*

ÖA: *Niye çıkart mıyım?*

Ö2: *Bi dakika...*

ÖB: *3' ü 7' ye böl kalan kaç olur?*

Ö2: *Hıh... 3' ü 7' ye bölelim.*

ÖC: *1 olması lazım.*

ÖA: *1 oluyor o zaman*

ÖD: *3 yaa...*

Ö2: *3' te 7, 0 kere. 0 kere 7? 0. Çıkar 3. Kalan 3 oldu işte.*

...

Yukarıdaki uygulamada Ö2' nin öğrencilerin sorgulaması için yönlendirmelerde bulunduğu ve öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine olanak tanıdığı gözlenmektedir.

Ö2, öğrencilerden gelen cevapların veya dönütlerin bilinçli olarak verildiğinden emin olmak için öğrenciyi sorgulamanın ve kendilerini savunmalarına fırsat vermenin önemli olduğunu düşünmektedir. Bu süreçte soru-cevap tekniğinin önemi vurgulayan Ö2, çeşitli ipuçları, dönütler ile öğrencinin sorgulaması veya sebep-sonuç ilişkisinin farkına varmasını sağladığını söyleyebiliriz.

Ö2: *3a5 üç basamaklı sayısı üç ile tam bölünebiliyorsa a nın alabileceği değerler nelerdir? Fulya... (parmak kaldırmıştır)*

Fulya: *1 alabilir*

Ö2: *Neden?*

Fulya: *Çünkü oraya 1 koyduğumuzda toplamı 9 ediyor, o da üç ile tam bölünür.*

Ö2: *Güzel, zaten burası $8+a$ ediyor. O zaman ne olması lazım rakamlarının toplamının üçün katı olmalı. Başka?*

Fulya: *4 olur*

Ö_A: *4 oluyor.*

Fulya: *4 oluyor, toplamı 12 ediyor. Sonra 7 oluyor.*

Ö2: *Başka var mı?*

Fulya: *Başka olmuyor.*

Ö2: *10 niye olmuyor?*

Ö_B: *Çünkü 10 rakam değil.*

...

Yukarıdaki durumda da Ö2' nin Fulya' nın ileri sürdüğü cevabı sorguladığı ve Fulya' nın kendini savunmasına fırsat verdiği gözlenmektedir.

Ö2 çelişki veya tezat teşkil edecek sorular yöneltmesinin sebebini, öğrencilerin daha sorgulayıcı olmaları gerektiği şeklinde ifade etmektedir. Ö2 içeriğe yönelik olarak matematiksel kurallar, işlemler ve açıklamalara yönelik öğrencileri sorgulamaya, sebep-sonuç ilişkisini ifade etmeye yönlendiren sorular veya çelişkili hipotezler ürettiği söylenebilir.

Görüşmede de ifade ettiği gibi Ö2, daha önce kayıt altına alınan ders videosunda da 3'e bölünebilme kuralına ilişkin öğrencileri sorgulattığı, kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmeye çalıştığı gözlenmiştir.

Ö2: *Peki, neden rakamları topluyoruz hiç düşündük mü?*

Ö_A: *Değer verme mi?*

Ö2: *Matematikçiler toplanıp üçe bölünme kuralı şöyle olsun mu demiş? Bir yerden bulmuşlar değil mi?*

Ö_B: *Kolaylık mı sağlıyor?*

Ö_C: *Sessiz düşünün ya...*

Ö2: *Kolaylık sağlıyor değil işte... Niye bulmuşlar değil, nasıl bulmuşlar?*

Ö_D: *En son rakamı 1 olduğundan mı bulmuşlar?*

Ö_B: *Canları sıkılmış olabilir.*

Ö2: Mesela 3 basamaklı bir sayıdan ben size bir örnek gösteriyim, ona göre diğerlerini de siz anlarsınız. ABC üç basamaklı bir sayı olsun. Bunu nasıl çözümlüyorduk?

Öğrenciler: $100A+10B+C$

Ö2: Şimdi ben bu sayıyı şöyle yazabilir miyim? (tahtaya ABC sayısının çözümlemesini yazar) Şu $100A$ nın 99 unu aldım. $10B$ nin de $9B$ sini aldım. Geriye ne kaldı?

ÖD: $A+B+C$

Ö2: Bir tane daha A vardı, bir tane B , bir tane de C vardı. $99A+9B$ kısmı, 3 e tam bölünür mü?

Öğrenciler: Evet

Ö2: Üçe tam bölünür. O zaman bizim bakmamız gereken kısım neresi? $A+B+C$, yani rakamlarının toplamı. Bakın buradan geliyor, rakamlarını toplamına bakmamız gerektiğini buradan anlıyoruz.

Öğrenciler: Himm...

Ö2: Şimdi burası zaten üçe tam bölünüyor. Buraya bakcaz ki üçe bölünüyor mu, bölünmüyor mu? Anlaştık mı?

Öğrenciler: anlaştık

Ö2: Üçe bölünme kuralı da neymiş, rakamları toplamı, şunu da örnek olarak yazabilirsiniz altına.

...

Ayrıca yukarıdaki durumda Ö2' nin sebep-sonuç ilişkilerini keşfettirmeye çalışıldığını ifade edebiliriz.

Ö2 daha çok problem çözme yöntemini uygulayarak, soru-cevap tekniği ile öğrencilerin tezat teşkil eden hipotezler üretmesini, sorgulamasını, sebep-sonuç ilişkisini gözlemlemesini sağlamaya çalışıldığı söylenebilir. Bu süreci şekillendirirken kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirdiği, zaman zaman da matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin açıklamalar yaptığı söylenebilir.

“...Tam sayılarda düşünün diyeceksiniz. Her sayının tam sayılarda kökü var mıdır? Evet, 4 ün mesela kökü 2, işte 9 un 3, 5' in tam sayılarda kökü var mı? Belki oradan kök 5 diye bir cevap gelebilir, 'ama o tam sayı mı?' derim o zaman. O şekilde biraz daha yönlendiririm. Acaba $Z/5$ teki sayıların da hepsinin kökü var mı? Yine kendi içinde mi oluyor kökü gibi, bir düşünün bakalım gibi sorulabilir...”

Ö2, '3a5 üç basamaklı sayısı üç ile tam bölünebiliyorsa a nın alabileceği değerler nelerdir?' sorusuna yanıt ararken, Fulya' nın verdiği cevabın doğruluğunu teyit etmek için çelişki oluşturabilecek sorular yönelttiğini söyleyebiliriz.

Fulya: 4 olur

ÖA: 4 oluyor.

Fulya: 4 oluyor, toplamı 12 ediyor. Sonra 7 oluyor.

Ö2: Başka var mı?

Fulya: Başka olmuyor.

Ö2: 10 niye olmuyor?

Ö_B: Çünkü 10 rakam değil.

...

Çelişkili ifadelerin veya soruların öğrencide gizem değerine göre beklenmedik durumlar oluşturduğunu, bu durumun ise öğrencinin düşünmesine ve sorgulamasına neden olduğu için öğrenmenin daha kalıcı hale geldiğini ifade etmektedir.

Ö2, 9. sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluklarının ispat ve ispatlama için yeterli olmadığını düşünmektedir. Bu nedenle daha çok açıklama ve derinleşme safhasında matematiksel kuralların, ifadelerin veya soruların doğruluğunu verilerle test ederek açıklık değerine yönelik yapılması gerektiğini düşünmektedir.

“Böyle kolay çıkmaz yani. Bunun bir ispatı olacağını 9. sınıf öğrencisi düşünmemiştir. İyi bir matematik öğrencisiydim bazen ben kendimle de kıyaslarım hani...”

... O yüzden ispatını da hiç zannetmiyorum. Çok çok zeki bir öğrenci ancak...”

Aşağıdaki durumda da Ö2’ nin öğrencileri farklı örnek durumlarla ifadenin doğruluğunu teyit etmeye yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö2: a, b ’ ye $\text{mod } m$ de eşit ise nasıl yazabilirmişiz? $a = m.k + b$.

Ö_A: k nereden geldi?

Ö2: Şimdi bizim ilk örneğimiz neydi?

Öğrenciler: 61, 21’ e $\text{mod}5$ ’ te eşitti.

Ö2: Kurala göre biz bunu nasıl yazabiliriz?

Ö_B: $61 = 21 + 5k$, k da katı oluyor.

Ö2: Burada k yerine farklı tamsayı değerleri verdiğimizde 61’ e $\text{mod}5$ ’ te eşit olan farklı değerleri buluruz. k yerine mesela...

Ö_A: 8

Ö2: 1 yazdığımızda, 26.

Ö_B: 4 yazarsak olmaz

Ö2: Hayır k yerine bütün tamsayıları yazabiliriz. Bakın k yerine 1 yazdığımızda ne oldu? 61 eşit 26 $\text{mod}5$ ’ te, eşit mi?

Öğrenciler: Evet

Ö2: 2 yazdığımızda...

Ö_B: 2 mi?

Ö_A: Hıı...

Ö2: Bunlar da eşit mi?

Öğrenciler: Eveet...

Ö2: Mesela -3 yazalım bir de -3 ü deneyelim. Bu da $\text{mod}5$ ’ te birbirine eşit oluyor. Yani burada k yerine farklı tamsayılar yazdığımızda...

Ö_A: Her zaman eşit oluyor

Ö2: 61’ e $\text{mod}5$ ’ te eşit olan farklı sayıları bulmuş oluyoruz. Kural buna yarıyor.

...

Ö2, öğrencilerin ispat yöntemlerine aşina olmadıklarından, hazırbulunuşluğu yüksek öğrencilerin olduğu sınıflarda dahi derslerinde ispat ve ispat yöntemlerine yer verdiğinde yapılan ispatın öğrenciler tarafından anlaşılmadığını ifade etmektedir.

“Klasik ispat yöntemi vardır $\sqrt{2}$ nin, iyi bir sınıfsa bunu kavrayabilecekse gösteriyorum. Baktım sınıf genel olarak kavrayamayacak durumda ise bazısının ilgisi yok. Bakıyorum bunun ispatını göstersem bile aklında kalmayacak ya da umurunda olmayacak, o yüzden birkaç öğrenciye bakın bu böyle ispatıyla ilgilenirseniz dersin sonunda gösterebiliriz. Teneffüste gösterebilirim diye...”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö2’ nin öğrencileri akıl ve mantıkla sorgulatmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

(3/5 in mod7 deki dengi nedir sorusuna yanıt arıyorlar)

Ö2: Şimdi gençler bir sayıyı 1 ile çarpsam ne değişir?

Öğrenciler: Hiçbir şey

Ö2: Hiçbir şey değişmez değil mi? Sayı yine aynı değeri alır.

ÖA: Etkisiz eleman

Ö2: 1 ile çarptığım zaman hiçbir şey değişmiyor. Bakın bizim bu kümede 1’ e eşit olan sayılarımız ne? (1’ in denklik sınıfını işaret ederek)

ÖA: 1, 8, 15, 22

Ö2: O zaman demek ki ben 1 ile, 8 ile veya 15 ile çarpsam da sayının değeri değişmez. Çünkü neden hepsi 1 e eşit. O zaman ben 5 i kurtarabilmek için hangisi ile çarpmam mantıklı?

ÖB: 15

Ö2: 15 ile çünkü kesirdeki 5 i kurtarmam için. 5 ler sadeleşiyor burda ne kalıyor? 3. 3 kere 3?

Öğrenciler: 9

Ö2: 9 ama $\mathbb{Z}/7$ kümesinde 9 diye bir şey yok.

ÖB: 2

Ö2: O yüzden 2 ye eşit. Demek ki o zaman ne olacak? 3/5 neye eşitmiş? 2 ye eşitmiş.

...

Ö2, öğrencilerin sorgulaması ve fikir ileri sürmesi için dönütlerle ve sorularla öğrencileri yönlendirdiği yukarıdaki durumda da gözlenmektedir. Ancak Ö2’ nin yapılan görüşmede ve video kayıtlarında ispat ve ispatlamaya yönelik sınıf uygulamalarına ilişkin bulgu tespit edilememiştir.

4.1.1.3. Ö3 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö3 öğrencilerin matematiksel durumlar karşısında akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve sonuçta savunma becerilerinin gelişmesi için yapılacak sınıf uygulamalarının giriş etkinliklerinde veya hazırbulunuşluğun tespit edilmesinde karmaşaya yol açacağını düşünmektedir. Ö3 öğrencilerin hazırbulunuşluğunun tespitinde ancak örnek durumlar

veya problemler üzerinden, soru-cevap tekniğini kullanarak öğrencilerin akıl yürütmesini, fikir ileri sürmesini ve tartışmasını sağlanabileceğini belirtmiştir. Kısacası rasyonellik değerinin, ancak kontrol değeri ile öğrencilerin yönlendirilmesi sonucunda derslerinde yer verdiğini ifade edebiliriz.

Ö3: Evet, $\mathbb{Z}$ bölü 7' de $3x+4=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÖA: Öyle bir sayı yazalım ki 72 ye bölündüğünde 0 kalsın

Ö3: Diyosun. Şimdi biz, şöyle geri dönüp denklemler konusunu hatırlayalım. Böyle değil de $3x+4=0$ olsaydı, nasıl çözerdik bunu?

ÖB: 4' ü atardık

Ö3: Bir denklemi nasıl çözerdik mantık olarak?

ÖC: x ' i yalnız bırakarak

Ö3: Bilinmeyeni yalnız bırakarak, öyle mi? Peki bilinmeyeni nasıl yalnız bırakıyorduk?

ÖB: Karşıya atıyorduk

Ö3: Matematikte atma diye bi şey yok aslında. Bu 4' ü biz pratik olsun diye böyle söylemişiz büyük ihtimalle. 4' ü karşıya gönderelim demek aslında şudur, her iki taraftan 4 çıkarmak. Bu 4 ile -4 arasındaki ilişki nedir?

ÖC: Bbirbirinin ters işaretidir.

Ö3: Birbirlerinin toplamaya göre tersi değil mi?

ÖC: Evet

Ö3: O zaman denklemlerde toplam ya da fark durumundaki sayuların, bilinmeyeni yalnız bırakmaya çalışıyoruz ya, ilk hareketimiz bu sayının toplamaya göre tersi ile toplama olacak. Şimdi o zaman burda uygulayalım. Her iki tarafa 4' ün denklik sınıfının toplamaya göre tersini eklieceksiniz.

ÖC: -4

Ö3: Ama olmaz ki -4.

ÖC: Niye hocam?

Ö3: Orası onluk sistemde biz $\mathbb{Z}$ bölü 7' de işlem yapıyoruz. 4' e öyle bir sayı ekleyeceksiniz ki topladığınızda çıkan sonuç 7' ye bölündüğünde 0 kalanının verecek.

ÖD: 3

...

Yukarıdaki durumda Ö3, öğrencilerin denklem çözümüne ilişkin ön bilgilerini tespit etmek, modüler aritmetikte işlemler yapma ve denklem çözme ile ilişkilendirmede öğrencilerin akıl yürütmesini sağlamak için kontrol değerine yönelik olarak öğrencileri yönlendirdiği söylenebilir. Ayrıca burada Ö3, denklem çözümünde ters eleman özelliğini vurgulayarak yapılan işlemlerin sebep-sonuç ilişkisini keşfetmelerine çabaladığını da söyleyebiliriz. Ayrıca yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö3' ün, öğrencilerin fikir ileri sürmeleri için kalan sınıfları ile işlemlerin nasıl açıklanacağına ilişkin yönlendirmelerde bulunduğu gözlenmektedir. Kısacası Ö3' ün uygulamalarında, rasyonellik değerinin alt boyutlarından öğrencilerin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve savunması için kontrol değerini benimsediğini söyleyebiliriz.

Ö3 sınıftaki uygulamalarda, ilerleme değerine göre öğrencilerin önbilgilerinin tespit edilmesi, kavramlar arası ilişkilerin yapılandırılması ve kontrol değerine göre matematiksel bilginin nasıl açıklandığından bahsedildikten sonra öğrencilerin fikirlerinin sorgulanması ve tartışmanın yapılması gerektiğini düşünmektedir. Ö3, öğrencilerin kendi aralarında müzakere etmesi veya tartışmasının verimli olmadığını, öncelikle öğretmenin sınıfa hakim olması gerektiğini ve kontrol değerine göre öğretmen tarafından öğrencilerin yönlendirilmesi gerektiğini şöyle ifade etmiştir:

“... Yani önce rasyonel sayı nereden geliyor, tanımı nedir diye başlayıp sonradan neden ihtiyaç duyulmuştur yani kurgunun içerisine sokmak daha doğru gibi geliyor bana...”

...Çünkü kendi aralarında yapılan tartışmalar daha çok böyle kör tartışmalar, yani birilerinin yönlendirmesine ihtiyaç duyulan tartışmalar. Orada moda akıl insanın öncelikle ipi eline alması gerekiyor, yönetimi eline alması gerekiyor sonra yönlendirmesi gerekiyor.”

Ö3’ ün, modüler aritmetikte işlemler ile $\mathbb{Z}/_m$ kümesinde işlemler arasında ilişkiyi örnek uygulamalar ile açıkladığı ve öğrencileri tartışması veya sorgulamasına fırsat vermediği gözlenmiştir.

(Tahtaya çeşitli rasyonel sayılar yazar ve ondalık açılımlarını bulurlar)

Ö3: Yani işin özü, her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır. Bunların bir kısmı devirli olur (7/9), bir kısmı devirsiz (1/4) olur, bir kısmı da tam sayı (25/5) olur. Peki, bunun tersini söyleyebilir miyiz? Her ondalık sayının rasyonel açılımı var mıdır?

(1,25- 0,25̄- 3,14- 3,1415 sayılarının rasyonel sayı olarak ifade etmelerini ister)

Ö3: Peki, (3,1415... sayısını yazar) bunu söyleyin. (öğrenciler parmak kaldırır, bir müddet bekler) söyle Büşra.

Büşra: (2 saniye bekler) 31 bin, ee... Hocam 5’ in üstü devirli olacak.

Ö3: Hayır. Söyle Alparslan (Alparslan izin istemiştir)

Alparslan: 31415 bölü 10ⁿ. (kısık bir ses tonu ile)

Ö3: Şüpheli bir durum. Alican var mı bir fikrin? (Alican daima parmağı havada olan bir öğrencidir)

Alican: 31415 (bilmiyorum anlamında kafasını sallar)

Ö3: Neden şüpheli davranıyorsunuz, rasyonel sayı şeklinde yazdıracaksınız bana, hadi!

Büşra: 10³ olmayacak mı?

Kaan: 31415 bölü 5 devirli 10000

Ö3: Nereden biliyorsun 5 devirli olduğunu?

Kaan: Ama gidiyor o tarafa doğru.

Ö3: Ama o 5’ in devam ettiğini göstermiyor ki! Yani bundan sonra gelecek rakamı biliyor musunuz? (Alican söz ister)

Alican: 31415

Ö3: Tamam bu son olsun, arkadaşlar bu sayıyı rasyonel olarak yazamazsınız. Yani a/b şeklinde yazamazsınız.

...

Bu durumda da Ö3' ün öğrencilerin irrasyonel sayılara yönelik sorgulamalarını sürdürmelerine müsaade etmediği ve irrasyonel sayı kavramını açıkladığı görülmektedir.

Hazırbulunuşluğu dikkate alan Ö3, tartışmaların veya sorgulamaların hazırbulunuşluk seviyesi yetersiz olan sınıflarda yapılması durumunda öğrencilerin zihinlerinde ikileme yol açacağını ifade etmiştir:

“Şimdi sınıfın seviyesine göre de bunu düşünmek lazım. Yani bazı sınıflarda doğrudan sorgulamak işe yararken bazılarında eğer konunun başında da söylediğimiz gibi eğer hazır değilse sorgulamak çocukta daha çok ikileme yol açabilir. Daha çok böyle zihnini karıştırabilir. Sınıfına göre de sorgulamak en doğrusudur aslında...”

Ayrıca Ö3 öğrencileri tartıştırmak, sorgulamak, fikir ileri sürme veya öngöründe bulundurmaya çabalamak için önbilgilerin yanı sıra içerik değişkeninin de öneminden bahsetmektedir. İçeriğin öğrenciler için daha soyut kavramlar teşkil etmesi, Ö3 tarafından nesnecilik değerinin getirisi olan somutlaştırma için rasyonellik değerinin benimsendiğini göstermektedir:

“Yani şimdi modüler aritmetik çocuklara uzak bir konu.. Rasyonel sayılara göre en azından daha soyut bir konu, başta bu şekilde başlamak çok doğru. Yani önce gerekli kuralı, tanımları vermeden önce çocuğa buldurma, yaptırma kendi kendine keşfetme hissini, duygusunu yaşatmak modüler aritmetikte çok güzeldir.

Ö3' ün, kavramların tanımlarını açıklamadan önce öğrencileri yönlendirerek sezgisel bir tanıma ulaştırmaya çabaladığını söyleyebiliriz. Ö3 tartışmayı yönlendirmek için soru-cevap tekniğini kullanarak, öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettikleri verileri yorumlamalarını veya öngöründe bulunmalarını amaçlamaktadır. Ö3 tartışmaların daha ziyade örnek durumlar veya problemler üzerinden tasarlanması gerektiğini düşünmektedir. Bunun için nesnecilik değerini benimseyerek süreç zarfında örnekler aracılığı ile öğrencilerin sorgulamasını, müzakere etmesini veya elde edilen verileri yorumlamasını uygun bulmaktadır.

Ö3, irrasyonel sayı kavramını aşağıdaki gibi anlatmıştır.

(Tahtaya çeşitli rasyonel sayılar yazar ve ondalık açılımlarını bulurlar)

Ö3: *Yani işin özü, her rasyonel sayının bir ondalık açılımı vardır. Bunların bir kısmı devirli olur (7/9), bir kısmı devirsiz (1/4) olur, bir kısmı da tam sayı (25/5) olur. Peki, bunun tersinin söyleyebilir miyiz? Her ondalık sayının rasyonel açılımı var mıdır?*

(1,25- 0,25̄- 3,14- 3,1415 sayılarının rasyonel sayı olarak ifade etmelerinin ister)

Ö3: *Peki, (3,1415... sayısını yazar) bunu söyleyin. (öğrenciler parmak kaldırır, bir müddet bekler) söyle Büşra.*

Büşra: *(2 saniye bekler) 31 bin, ee... hocam 5' in üstü devirli olacak.*

Ö3: *Hayır. Söyle Alparslan (Alparslan izin istemiştir)*

Alparslan: 31415 bölü 10ⁿ. (kısık bir ses tonu ile)

Ö3: Şüpheli bir durum. Alican var mı bir fikrin? (Alican ders süresince parmağı havada idi)

Alican: 31415 (bilmiyorum anlamında kafasını sallar)

Ö3: Neden şüpheli davranıyorsunuz, rasyonel sayı şeklinde yazdıracaksınız bana, hadi!

Büşra: 10³ olmayacak mı?

Kaan: 31415 bölü 5 devirli 10000

Ö3: Nereden biliyorsun 5 devirli olduğunu?

Kaan: Ama gidiyor o tarafa doğru.

Ö3: Ama o 5' in devam ettiğini göstermiyor ki! Yani bundan sonra gelecek rakamı biliyor musunuz? (Alican söz ister)

Alican: 31415

Ö3: Tamam bu son olsun, arkadaşlar bu sayıyı rasyonel olarak yazamazsınız. Yani a/b şeklinde yazamazsınız. Niye, 5' ten sonra gelen basamağın ne olduğunu bilmiyorsunuz. Hatta ondan sonrakini de bilemezsiniz. Rasyonel sayı olarak yazamam, çünkü virgülden sonraki ondalık kısmının kesin olarak bilemiyorum. (3,1415... ≠ a/b yazar) peki bu sayılar kümesinde bir tane midir böyle virgülden sonrası kesin olarak bilinmeyen?

ÖA: Bir sürü var

Ö3: İşte biz onları artık yeni bir isim altında değerlendireceğiz, tamam mı? Kimi?

Alican: Rasyonel şekilde yazılamayanları

Ö3: Bu (3,1415...) aslında tanıdık bir adam. Bazıları buna (3,14) π diyor, bazıları buna (3,1415) da π diyor, hatta bazen buna (3,1415...) da π diyor. Hiç biri π olmaz ama, π ' ye yakın sayılardır bunlar. O zaman her rasyonel sayının ondalık açılımı vardır, ancak her ondalık açılım rasyonel şekilde yazılamaz. Ben a/b şeklinde yazılamayan sayılara rasyonel olmayan anlamında irrasyonel sayı denir. Bu sayıların bulunduğu kümeye de irrasyonel sayılar kümesi diyeceğiz.

...

Ö3 örnek sayılar üzerinden öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettikleri durumları yorumlatmaya ve öğrencileri soru-cevap yöntemi ile yönlendirerek tanıma ulaştırmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Bu uygulamada Ö3' ün matematiksel kavramların tanımlanmasında ve çelişkilerin açıklanmasında sebep-sonuç ilişkilerinin önemini vurgulamaya çalıştığını da söyleyebiliriz.

(Rasyonel sayı kavramını açıkladıktan sonra kesir kavramı ile ilişkilendirmek istemektedir)

Ö3: Örneğin, bir kare dört eş parçaya bölündüğünde nasıl gösteriyorsunuz, paydasındaki 4 ile. Eğer bu kareden karenin 4 eş parçasından 2 tanesini kullanacaksak biz bunu paya 2 yazarak gösteriyorduk. Dikkat edin bu karenin yarısına denk gelmez mi? Şöyle düşünün Kaan' nın yaş gününde yaptırdığı pastanın şu kadarını kendisi yemiştir (pastayı 4 eş parçaya böler ve iki parçasını tarar). Şu kadarını hocasına vermiş (1/8 lik kısmı tarar). Kendine ayırdığı kısmı nasıl gösteriyorsunuz? Burada aslında 2/4 yazmam gerekirken.

Kaan: 1/2

Ö3: Pastanın, bir bütünün ne kadarı, tam yarısına karşılık geliyor ya? Onu $\frac{1}{2}$ şeklinde de gösterebiliyoruz. Peki bu ne anlama gelir? Bu iki şekil? Peki arkadaş bir sürü kesir aslında aynı çokluğu büyüklüğü gösterebilir. $\frac{2}{4}$ yazarken bu kesrin bütünün yarısı olduğunu hissedebiliyoruz. Şöyle düşünün (8 eş parçaya ayrılmış bir dikdörtgen çizer ve rastgele 4 parçasının tarar). Yazalım kesrin değerini.

ÖA: $\frac{4}{8}$

Ö3: 8 eş parçaya bölünmüş (paydaya 8 yazar), dört tanesi taranmış

Öğrenciler: $\frac{4}{8}$

Ö3: Taranmış kısımları altta, taranmamış kısımları üste almış olsaydım

ÖB: Yarısı

Ö3: Bu adam ($\frac{4}{8}$ göstererek) $\frac{1}{2}$ yi göstermeyecek miydi yine?

Kaan: Evet

Ö3: Ne oldu? $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ ile aynı büyüklüğü gösterdi mi?

Öğrenciler: Evet

Ö3: Yarım. Hatta bunu biraz daha değiştirebilirsiniz. Örneğin $\frac{50}{100}$. Nedir?

Öğrenciler: Yarısı

Ö3: Bunların hepsi aynı büyüklüğü gösteriyor. Öyleyse ben bu kesirler için şu ifadeyi kullanabilirim. $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{50}{100}$ $\frac{1}{2}$ ye denk kesirler deriz. Genelleyelim, birden fazla kesir aynı büyüklüğü gösteriyorsa bunlara denk kesirler denir. Maden öyle şu adamın ($\frac{1}{2}$) da bir adı var artık. Bütün bu kesirlerin temsilcisi diyeceğiz.

...

Yukarıdaki durumda da Ö3, örnek durumlar üzerinden sezgisel olarak kesir kavramı ile rasyonel sayı kavramı arasındaki ilişkiyi anlatmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Öğrencilerin fikir üretmesi için sorular ve ipuçları ile yönlendirmeye çalıştığı ve tecrübe yoluyla yorum yapmaya sevk ettiğini söyleyebiliriz.

Ö3 tahmin ve hipotez üretme yaklaşımının, değerlendirme aşamasında sürdürülmesini uygun görmemektedir. Değerlendirme aşamasında bu durumun öğrencinin özgüvenin gereğinden fazla artmasına yol açacağını ifade etmektedir:

“...yani sanki bilmiyormuş, Engin bulmuş gibi o seviyede yeterlidir. Ama ondan sonraki karışık alıştırmalara geçildiğinde “Öğretmen demek ki bunu bize bırakmış.” hissini de uyandırmak lazım. Yani tamamen de Engin’i vay ben neler biliyormuşumlardan bir yerde bırakmak lazım.”

Ö3, hazırbulunuşluğun ve öğrencilerin önbilgilerinin çelişki veya tezat teşkil edecek hipotezler üretmek ve tartıştırmak için de önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca tartışma, sorgulatma ve öğrencilerin fikir ileri sürmesi için gerekli zamanın olmadığını ve öğretim programının yoğun olduğunu belirtmiştir:

“... O ortam oluşmuyor çünkü. Pardon Pelin Öğretmen bir de burada çok demokratik bir öğretim yöntemi seçmiş. Doğrusu da odur aslında... Şimdi biz birçok kısıtlılıktan dolayı doğru öğretim tekniklerinden uzaklaşmış durumdayız. Pelin Hanımın sınıfı çok demokratik bir ortam, herkes fikirlerini söyleyebiliyor. Farklı fikirler tartışılıyor, farklı fikirler dile

getirilebiliyor. Doğrusu budur, ama biz neden bu sıkıntıya düştük? Müfredatın yoğunluğundan ve süreyle ilgili sıkıntılarımızdan... Tabi ki ben de Pelin Hanımın sınıfına sahip olmak isterim. Eğer çocuklar bu kadar fazla gruplar oluşturabiliyorsa, hakikaten bir tartışma ortamı oluşuyorsa aslında iyi bir sınıftır orası. Öğrencilik anlamında eğitim ortamı anlamında iyi bir sınıf, keşke bizim sınıflarımızda böyle olsa...”

İrrasyonel sayı kavramını ifade etmeden önce öğrencilerin zihninde çelişki oluşturacak π sayısını örnek göstermesi Ö3’ ün zaman zaman çelişkili veya tezat teşkil edecek hipotezlere yer verdiğinin bir göstergesi olabilir. Ancak Ö3’ ün, öğrencilerin benzer hipotezler oluşturması ve tartışması üzerine uygulamalar tasarlamadığını söyleyebiliriz.

Ö3 sınıfta farklı fikirlerin oluşmasını olumlu değerlendirirken; bir matematiksel fikir üzerine farklı tartışma gruplarının oluşmasını konunun öğrenciler tarafından anlaşılmadığı veya kavramlar arasındaki ilişkinin kurulamadığı düşüncesine kapılmaktadır:

“... Bu büyük ihtimalle benden kaynaklanan sıkıntıdır. Neden benden kaynaklanan, $\mathbb{Z}/6$ ’ nın nasıl bir küme olduğu hakkında çocuklar çok fazla bilgi sahibi değildir demek ki... Yani 6 ile bölümünden kalanlar kümesi diyoruz 0, 1, 2, 3, 4, 5 diye, demek ki çocuğun kafasında çok da fazla yer etmemiş. Kesirler kümesi sonsuz bir küme sayılamayan sonsuz bir küme, ama $\mathbb{Z}/6$ sayılabilen bir küme... Bu kadar çok sorunun çıkması doğru değil. O zaman tekrar konuyu gözden geçirmek gerekecek diye düşünüyorum ben.”

Görüşmede rasyonellik değerinin ispat ve öğrencileri ispat yapmaya cesaretlendirme göstergelerine dair bulgu elde edilemezken, ders gözlemlerinde $\sqrt{2}$ ’ nin irrasyonel sayı olduğuna dair ispat yapmaya çabaladığı gözlenmiştir.

Ö3: İrrasyonel sayıların kümesini yazarken zorlandık değil mi? Acaba hangileri irrasyonel, hangileri rasyonel? Mesela $\sqrt{2}$ ’ nin irrasyonel olup olmadığının garantisi ne? (birkaç saniye bekler, “ $\sqrt{2}$ rasyonel sayı mıdır?” sorusunu tahtaya yazar) sorumuz diyor ki aslında $\sqrt{2}$ irrasyonel midir? Birinci dönemin sonunda olmayana ergi ispat yöntemini görmüştük hatırlıyor musunuz?

Öğrenciler: Evet

Ö3: İşte bunun ispatında olmayana ergi ispat yöntemi ile çözeceğiz. Başta bir kabulümüz vardı nedir o? Farz edelim ki bu adam rasyonel sayı olsun. Ne demek rasyonel sayı olması? Eğer rasyonel sayı ise?

Kaan: a/b şeklinde yazılır

Ö3: Peki $\sqrt{2}$, a/b şeklinde yazılabilirsin ($\sqrt{2} = a/b$ yazar) ancak bu a ve b sıradan sayılar değil. a ve b tamsayı olacaktı, b sıfırdan farklı...

(Ö3 ispatı tamamlar)

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö3’ ün ispatlamayı, akıl ve mantıkla sorgulamayı öğretmeye çabaladığı gözlenmektedir. Ancak Ö3’ ün, öğrencileri ispat yapmaya cesaretlendirmeye çabalamadığını, kontrol değerine ilişkin olarak nasıl açıklanacağına ve ifade edileceğine yönelik açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca bu sınıf

uygulamasında Ö3' ün öğrencilerin $\sqrt{2}$ ' nin rasyonel sayıya eşit olmaması durumundaki sebep-sonuç ilişkisini keşfetmeleri için çabaladığı da gözlenmektedir. Görüşmede sebep-sonuç ilişkilerine dair bulgu elde edilemeyen Ö3' ün, sınıf uygulamalarında zihninde nasıl sorguladığını dile getirerek açıklamalar yaparak kontrol değerini bu alt boyutta benimsendiği gözlenmiştir.

4.1.1.4. Ö4 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4, öğrencilerin fikir ileri sürmesi için hazırbulunuşluğun önemli olduğunu düşündüğü için ön öğrenmelerin veya hazırbulunuşluğun tespit edilmesinde öğrencilerin sorgulanması veya akıl yürütmesine yönelik sorular sorulmasını uygun görmediğini söyleyebiliriz.

“...Böyle temel bilgileri bildikleri, sürekli uyguladıkları, önceki yıllarda uyguladıkları konularda çok bu tür sorulara girmem. Ama ilk kez görüyorlar, mesela fonksiyon var 9. sınıfta çocuklar ilk kez karşılaşıyorlar. İşte orada sezdirmek için farklı örnekler işte uuu... bu tür tartışmalara girerim. Hazırbulunuşlukları olan konularda bu tür sorulara girmem.”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında da Ö4' ün örnek soru üzerinden öğrencileri soru-cevap ile yönlendirmeye çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö4: 2 nin 1903 üncü kuvvetinin modül 7' ye göre neye denk olduğunu bulalım. Yani 2 nin 1903' üncü kuvvetini bulup 7' ye böldüğümüzde kalan kaçtır?

(öğrenciler parmak kaldırır)

Ö4: 2' nin 1903' üncü kuvvetini bulma şansımız?

Öğrenciler: Yok

Ö4: Biz ne yapıyorduk, 2' nin hangi kuvveti modül 7' ye göre 1' e denk? Niye 1' i bulmaya çalışıyorduk?

ÖA: Çünkü kalan 1' e denk mi ona bakıyorduk.

Ö4: Neden 1?

(Birkaç saniye sonra)

Sıla: 1' i hangi sayıyla çarparsak çarpalım 1 çıkıyor.

Ö4: Harikası Sila 1' in bütün kuvvetleri 1 olduğu için 1' i bulmaya çalışıyorduk. İşlem yapmadan hemen direk bulabilirsin. Gel bakalım (parmak kaldıran bir öğrenciyi seçer)

(ÖB soruyu tahtaya çözerken)

Ö4: 2 üzeri 1, 2. 7' den küçük sayı bulduğumuz zaman yazıyoruz. Modül 7 dediğimizde hangi rakamları bulabiliyorduk?

ÖC: 6' ya kadar, 0 dan 6' ya kadar.

Ö4: 6 dahil değil mi? 2' nin üçüncü kuvveti 8, ama modül 7' de.

ÖC: Yazamıyoruz

ÖD: 1

Ö4: Kalan 1. Sonra ne yapacaksın?

ÖB: 1903' ü 3' e böleceğim kaç katı ona bakacağım.

Ö4: Kaç kalan olduğunu bulmaya çalışıyor. (öğrenciler bölme işlemini yapmaya çalışır) Siz müdahale etmeyin arkadaşınıza, kendisi yapsın bölmesini. (öğrenci

bölme işlemini yapar) 2 üzeri 1903 yerine neyi bulacağız, 2 üzeri 1' i (bölme işleminde kalanı işaret eder) bulacağız.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö4' ün problemin çözümünde öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için yönlendirmelerde bulunduğu açıktır. Ayrıca ÖB' ye kendini ifade etmesi için ortam oluşturduğu ve fikirlerini savunması için imkan tanıdığını söyleyebiliriz.

Ayrıca ders gözlemlerinde Ö4' ün, karekök ve üslü ifade kavramları arasındaki ilişki ve öğrencilerin ön öğrenmeleri üzerinden dersin keşfetme aşamasında öğrencilerin akıl yürütmesine yönelik rasyonellik değerini benimsediğini söyleyebiliriz.

Ö4 kazanıma yönelik gerekli açıklamalar ve matematiksel tanımlar yapıldıktan sonra, öğrencilere fikir ileri sürebileceği veya matematiksel ifadeleri sorgulayabileceği soruların sorulması veya tartışma ortamlarının oluşturulması gerektiğini düşünmektedir. Bir Anadolu lisesinde hazırbulunuşluğu tespit etmek için sorgulatmaya ilişkin etkinlikler yapabileceğini ifade eden Ö4, liselerde hazırbulunuşlukları yetersiz olan öğrencilerin sayısı fazla olduğu için önce gerekli açıklamaları yaptığını belirtmektedir. Ancak bununla birlikte Ö4 hazırbulunuşluğun yüksek olduğunu düşündüğü içeriklere yönelik de tartışma ortamı oluşturmaya gerek duymadığını ifade etmektedir. Tartışma ortamının verimli olmayacağını düşünen Ö4, öğrencilerin matematiksel içeriğin dışında fikirler ileri süreceğini ve ayrıca öğretim programının çeşitli etkinlikler yapmaya zaman açısından müsaade etmediğini düşünmektedir.

Ö4 sınıfa yönelttiği bir sorunun veya problemin çözümünü öğrencilerin fikir sahibi olması için tahtada çözülmesi gerektiğini ve bir öğrencinin de sebep-sonuç ilişkisini açıklaması gerektiğini düşünmektedir. Mesleğinin ilk yıllarında da tartışmaya, sorgulamaya vakit ayıramadığını ifade eden Ö4, ön öğrenmelerin yetersiz olduğunu düşündüğü içeriklerde nesnecilik değerine göre süreç zarfında pratiğe yönelik becerileri artırmak için problem çözümüne daha çok önem verdiği söylenebilir. Ö4 daha çok öğrencilerin fikirlerini tahtada problem çözümü yaparak açıklamaları gerektiğini, sınıfla fikir alışverişinde bulunmaları veya tartışmaları için ancak bu şekilde müsaade edebileceğini belirtmektedir. Çelişki teşkil eden örneklerle yer verdiğinde de iki öğrencinin sonuçları karşılaştırarak tahtada sınıfa ifade etmelerini beklediği söylenebilir.

Ö4: *a sıfırdan farklı olmak üzere sıfırcı kuvvet daima...*

İlgın: 0

Ö4: *1 e eşittir. Bir tek sıfırın sıfırcı kuvvetine tanımsız demiştik.*

İlgin: Hocam mesela 9 un sıfırıncı kuvveti derse o dokuz?

Ö4: 9 un sıfırıncı kuvveti nedir?

ÖA: 1

Ö4: 1

İlgin: Ama neyle çarpıyoruz?

Ö4: Sıfırıncı kuvveti

İlgin: Yani neyle çarpıp 1 buluyoruz.

Ö4: Üs tabanının kendisiyle kaç defa çarpılacağını gösteriyor değil mi? Mesela 9 üssü 1 olsun. 9 kendisiyle kaç defa çarpılacak?

İlgin: 1 defa

Ö4: 1 defa. 9 üssü 2, 9 kendisiyle kaç defa çarpılacak?

İlgin: 2 defa

Ö4: 9 çarpı 9, 81 edecek. 9 üssü sıfır, 9 kendisiyle kaç defa çarpılacak?

ÖA: 1

Ö4: Sıfır defa çarpılacak

İlgin: Yani çarpılmayacak?

Ö4: Sayı üzeri 0 daima 1.

İlgin: Yani o bir kural?

Ö4: Evet, bileceksiniz. Bir tek sıfırın sıfırıncı kuvvetini bilmiyorsunuz, onun nedenini 12. Sınıfta göreceksiniz.

...

Yukarıdaki durumda Ö4, İlgin' in fikrini ifade etmesi ve sorgulaması için imkan tanıdığı, ancak İlgin' in sorusunun cevaba ulaşmadığını söyleyebiliriz. Ö4' ün sorgulanması gereken matematiksel ifadeye fırsat tanımadığını söyleyebiliriz.

Ö4 öğrencinin farklı düşüncelere yönelmesi için çelişki veya tezat teşkil eden hipotezler üretirebileceğini, ancak bunun yerine somutlaştırma gibi farklı öğretim yaklaşımları ile öğrencinin düşünmesinin sağlanabileceğini ifade etmektedir. Değerlendirme yapmak için öğrencilere çelişki teşkil eden sorular sorduğunu söyleyebiliriz.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında da Ö4, öğrencileri matematiksel ifadeye ilişkin çelişki teşkil edecek örnek durumların varlığından haberdar etmeye çalıştığını söyleyebiliriz. Ayrıca bu durumda da Ö4' ün kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin alt boyutu benimsediği görülmektedir.

(Üslü ifadelere ait özellikleri tahtaya yazarken)

Ö4: Eşit olduğu durumlar var mıdır?

Öğrenciler: Var

Ö4: Vardır tabi örneğin $(-2)^3 = -(2)^3$ yazar]. Ama bir kural olması için tüm durumları sağlaması lazım. Tek bir tane olumsuz bir durumumuz varsa öyle bir kuraldan bahsedemeyiz. Bir tane uymayan bulduk. O zaman bu eşitlikten söz edemeyiz. $(-a)^n = -(a)^n$

...

İçeriğe göre ispat ve ispatlamaya yönelik etkinlikler yapılabileceğini ifade eden Ö4, mevcut öğretim programı için 9. sınıfta ispat ve ispatlamaya yönelik etkinlik bulunmadığını şöyle ifade etmektedir:

“Merakı olan yani matematiğe karşı merakı olan aşırı merakı olan öğrenciler de oluyor. Onlarda üniversiteye gittiklerinde matematik bölümünde okurken onun devamını öğrenirler. (Gülüyor.) Bilmesi gerektiği kadar bilsin yeterli.”

4.1.1.5. Ö5 İçin Rasyonellik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 giriş etkinliklerinde öğrencilerin fikirlerinin sorgulanması gerektiğini ifade etmektedir. Dikkat çekme adımında öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için soru-cevap tekniğini kullanarak, kontrol değerinin göstergesi olan matematiksel içeriğin günlük hayat ile ilişkisine yönelik sorular yöneltilebileceğini vurgulamaktadır. Ayrıca Ö5 giriş etkinliklerinde öğrencilerin kontrol değerine yönelik olarak gerçek yaşam durumları ile kazanım arasında ilişki kurmaları için öğrencilere akıl yürütme ve fikir ileri sürmeleri için fırsat oluşturduğunu belirtmektedir. Ancak dersin açıklama ve ilerleme safhasında akıl yürütme, fikir ileri sürme, sorgulama veya tartışma için kısa bir süre zaman ayırabileceğini ifade eden Ö5, içeriğe bağlı olarak genellikle tartışmaya ve müzakere etmeye gerek duymadığını belirtmektedir. Ö5, kavramlar arası ilişkiyi oluşturmak için öğrencinin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve sorgulaması için öğrencinin sorularla yöneltmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Sınıf uygulamalarında Ö5’ in tamsayı kavramının kontrol değerine ilişkin olarak günlük hayatla ilişkisini kurmaya çalıştığı gözlenmektedir. Bunun için Ö5, öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için çalıştığını söyleyebiliriz.

Ö5 açıklık değerinin göstergelerinden matematiksel ifadelerin açık ve şeffaf olduğunu göstermek ve öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamalarını sağlamak için öğrencilerin sorgulamasına ve fikir ileri sürmelerine imkan tanıdığını söyleyebiliriz. Ancak Ö5, kontrol değerine göre öğrencilere matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağına dair açıklama yapılırsa öğrencilerin yorum yapabileceğini, akıl yürütüp fikir ileri sürebileceklerini ifade etmektedir.

Ö5 dönüt ve düzeltmelerinde öğrencileri sorgulamaya ve akıl yürütmeye teşvik ettiğini ifade etmektedir. Ayrıca öğrencilerinden sebep-sonuç ilişkisini açıklamalarını ve cevaplarını savunmalarını beklediğini belirtmektedir.

Ö5: Birbirine benzeteceğiz. Bunlarda ne yapacağız, kim daha büyük?

Öğrenciler: b

Ö5: b nin içinde a yı bulmaya çalışıyoruz, bakalım. Şimdi b ye buradaki 15/11, payı 11 den ne kadar fazla?

Öğrenciler: 4

Ö5: 4 te bakın burada

ÖA: İkisinin toplamı

Ö5: 11+ 4 yazabilirim, şu ikisinin farkına dikkat ettiniz mi? sadece işime yarayacak şekilde ayırıyorum. Peki o zaman söyleyin 29/13 nasıl ayırmalıyım?

ÖB: 10 ile 19

ÖC: 20 + 9

Ö5: Bi dakika, 10+19 yazsam ne işime yarayacak söyler misin?

ÖA: 26+3

Ö5: 26 evet, bakın 26 işime yarar. 13 ün katı çünkü. +3 te bakın a da yarıyor. Diğeri?

ÖB: 30+2

Ö5: Şimdi oldu (ÖB' ye). 30 çünkü 15 in katı. +2 de burada işe yarar. Paydaları ayırırsam, 11/11 yerine ne yazarım.

Öğrenciler: 1

Ö5: 1+4/11...

(İşlemi tamamlarlar)

...

Yukarıdaki durumda da Ö5, ÖB' nin ileriye sürdüğü fikirlere dönüt ve düzeltmelerde bulunurken ÖB' yi akıl yürütmeye ve sorgulamaya yönelik soru sorduğu ve açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö5 tartışmanın öğrenciler tarafından kırıncı boyuta taşınacağını ve bu gibi durumlarda ulaşılmak istenen sonucu, kontrol değerini yansıtarak kendisinin açıkladığını ifade etmektedir. Bu nedenle akıl yürütme ve fikir ileri sürme gibi faaliyetlerde birkaç öğrenciye fırsat tanıdığını vurgulamaktadır. Ö5 sınıfta tartışma ve müzakere etmeye sıklıkla yer vermemesinin sebeplerini, meslek tecrübesi veya okul türündeki değişimden ziyade öğrencilerin hazırbulunuşluğundaki değişime bağlamaktadır. Mesleğinin ilk yıllarındaki öğrencilerin dikkat problemlerinin şu anki öğrencilerin dikkat problemlerinden daha az olduğunu ifade etmektedir. Bununla birlikte Ö5, öğrencilerin yorum yapma yeteneklerinin azaldığını düşünmektedir.

“... Yani hazır şey istiyorlar. Ben biraz üreteyim, katayım yok. Bekliyorlar. Mesela birisi soru yaparken bile o onu bekliyor, bitirsin bir doğruysa yazayım. O arada kendim uğraşayım yok. Onun için pek yorum yapma olayı yok. Düşünüyorum şöyle kendi kattıkları bir şey var mı? (kafasını yok anlamında sallar)”

Ö5, öğrencinin ön bilgilerinin sorgulanmasından ziyade edindirilecek olan kazanıma yönelik olarak yorum yapmasını gerektiren durumlarda bireysel olarak öğrenciyi

sorgulamak ve fikirlerini almak gerektiğini ifade etmektedir. Ancak öğrencilerin çelişki teşkil eden hipotezler üretmesini Ö5, öğrencinin yorum yapamadığı veya kazanımın edinilmediği olarak yorumladığını belirtmektedir:

“Yani çelişki... Konu tam oturmamış dersiniz. Yani çelişkiye düştüğü zaman bu daha tam oturmamış gibi bir şeyler, demek ki yorum tam yapamıyor, eksik bir şeyler var...”

Ö5, çelişki ve tezat teşkil edecek hipotezlerin öğrenciler tarafından üretilmesi ve tartışılması için tecrübe yoluyla verilerin elde edilmesi, akıl yürütmesi için sorularla yönlendirilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ayrıca çelişki içeren hipotezlerin oluşturulabilmesi için öğrencilerin açıklamalara, görsel öğelere, kısacası çeşitli yönlendirmelere ihtiyaç duyduğunu belirtmektedir:

“... Yani onları gözünün önünde görünce yorumluyorlar. Hani yoksa üretmek biraz zor da görünce biraz daha kolay oluyor.”

Bununla birlikte Ö5, öğrencilerin ürettikleri çelişkili hipotezler üzerine yapılan tartışmalara kısa bir zaman ayırdığını ardından gerekli açıklamalarla dönütlerde bulunduğunu şöyle ifade etmektedir:

“...O tartışma uzadığı zaman hadi şimdi cevabı görelim diye bir şey yapıyoruz.

... Şunda da bunda da bu, modda da şöyle yapıyoruz diye. Ne bileyim tartışmayı çok uzatmaya götüremiyoruz.”

Yapılan ders gözlemlerinde de Ö5’ in derslerinde çelişki veya tezat teşkil eden hipotezlere ve tartışmalara rastlanmamıştır.

Ö5 öğrencilerin akıl ve mantıkla sorgulamalarına çabalayarak, bu şekilde öğrencilerin genellemelere ulaşmalarını hedeflediğini belirtmektedir. Ayrıca Ö5 öğrencilerin genellemelere ulaşması için tecrübe yoluyla elde edilen bulguları yorumlamaları ve fikir ileri sürmeleri gerektiğini ve bu sürecin öğrenmenin kalıcılığını artırdığını vurgulamaktadır. Ancak bunun için hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgulayan Ö5, ayrıca zaman yetersizliğinden bazen bu tür etkinliklere yer vermeden içeriği aktardığını ve ayrıca genellemeyi sağlamayan örneklerden kısaca bahsettiğini belirtmektedir.

“Yani farklı şeyler için bu kadar zaman bilmiyorum. Ya bizim zamanımız çok kısıtlı... Hani olanı gösterdikten sonra olmayan için çok fazla zaman, bir iki tane deneyelim olmuyor o zaman ardışıklar için oluyormuş, öbürleri için olmuyormuş gibi genelleme yapıp geçelim deriz.”

Ö5 öğrencilerin ispat etmesine veya akıl ile sorgulamasına çabalamanın artık öğretmenden beklenmediğini ve öğrencilerin hazırbulunuşluklarının buna izin vermediğini, ancak ispat

yapmanın bilginin zihinde kalıcılığını artırdığını düşündüğü için zaman zaman bazı matematiksel ifadelerin ispatlarını açıkladığını belirtmektedir.

*“İspat, yani ispatın önemi gitgide gidiyor. İspat olduğu zaman unutmuyorlar. Bazı şeylerde hala zoraki yükleniyoruz. Unuttuğunuz zaman formülü şuradan faydalanabilirsiniz diyoruz... Ama $\sqrt{2}$ yi dediğim gibi eskiden çok daha detaylı anlatırdık. Şimdi daha yüzeysel...
... bir de şimdiki çocuklar ispatlara pek ilgi duymuyor...”*

Ayrıca problem çözme öğretim yöntemi ile gizem değerine yönelik, tecrübe yoluyla elde edilen matematiksel ifadeleri öğrencilere yorumlatmaya veya öğrencileri öngörülerde bulunmaya teşvik ettiğini ifade etmektedir.

(Ardışık 13 tek sayının toplamı -117’ dir. En küçük sayı nedir? Sorusunu çözmeye çabalamaktadırlar.)

...
Ö5: Tek sayıysa ortadaki sayıya x diyelim. Formül ezberlemeye gerek yok. Biz not olarak yazdık, ama diyelim ki unuttun. Mantığına bakalım. Ortadaki sayı x ise ileriye ve geri doğru kaç sayı kalacak o zaman?

ÖA: 12

ÖB: 6-6 kaldı

Ö5: 6-6 kaldı değil mi? Peki ben ileriye giderken ne diyor, tek sayı. Kaçar kaçar artacak?

Öğrenciler: İkişer ikişer

Ö5: Bir sonraki sayım ne oldu?

Öğrenciler: $x+2$

Ö5: Bir sonraki?

Öğrenciler: $x+4$

Ö5: Peki en sonraki yazacağım sayı ne olur?

Öğrenciler: $x+6$

ÖA: 12

ÖB: $x+6$

Ö5: Bir daha düşün

ÖC: $x+12$

ÖD: 14

Ö5: Çocuklar 12 tane sayı var ve ekliyorsunuz. 6 sayı gittiğim zaman kaç tane eklicem. 12 değil mi? Şimdi her birine 2 ekliyorum. Bi 2 daha ekledim 4, bi 2 daha ekledim 6. 6 sayı olduğuna göre kaç olacak?

ÖA: 12

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö5, öğrencilerin mantıkla sorgulaması ve tecrübe yoluyla elde edilen durumları yorumlamaları için çabaladığını söyleyebiliriz. Bu uygulamayı yapabilmek için öğrencilere ipuçları verdiği de gözlenmektedir. Ayrıca sınıf uygulamalarında Ö5’ in öğrencilere, tecrübe yoluyla elde edilen verileri kullanmayı ve hipotez üzerinden mantıkla sorgulamayı öğretmeye çabaladığı gözlenmiştir.

Aşağıdaki durumda Ö5' in tecrübe yoluyla elde edilen verilerin yorumlanması, akıl ve mantıkla sorgulanması için çabaladığı gözlenmektedir.

Ö5: Şimdi karekök dediğimde 4' ün karekökü dediğimde ne diyorduk? Normal sayıları hatırlayın.

Öğrenciler: 2

Ö5: 2 ile -2 de mi? 9 un karekökü dediğimde?

Öğrenciler: 3 ile -3

Ö5: 5 in karekökü, kök 5. Kareköklerde ne yapıyoruz kendisiyle çarptığımda karesini elde etmiyor muyuz? Karekökünü de düşünürken hangi sayıyı kendisiyle çarptığımda 4 bulmuşum, 5 bulmuşum. Aynı mantık $\mathbb{Z}/5$ dediği zamanda karekökü olanlar ve olmayanlar var. Ne yapıyorsunuz $\mathbb{Z}/5$ teki sayıları kullanıyorsunuz. 0 ile 0 ı çarp, 0. 1 il 1 i çarp. Sayıları kendisiyle çarpıp bi karelerini elde edelim. 2 kere 2?

Öğrenciler: 4

Ö5: 3 kere 3?

Öğrenciler: 9

Ö5: Ne kaldı?

Öğrenciler: 4

Ö5: 4 kere 4?

Öğrenciler:16

Ö5: Yani?

Öğrenciler: 1

Ö5: Şimdi karekökü olan ve olmayanları nasıl ayırıcım? Herkesin karekökü yok. bu karşıdaki sayılara bakıyorum (eşitliği sağ tarafı). 0 in karekökü nedir?

Öğrenciler: 0

Ö5: 1 in karekök?

Öğrenciler: 1

Ö5: 4 ün karekökü? ($2 \times 2 \equiv 4 \pmod{5}$ ifadesinde)

Öğrenciler: 2

Ö5: 4 ün karekökü? ($3 \times 3 \equiv 9 \pmod{5}$ ifadesinde)

Öğrenciler: 3

Ö5: mod da bakın birden fazla karekökü olabilir. Ya da hiç olmayabilir. 1 in karekökü?

Öğrenciler: 4

Ö5: 2 nin karekökü kaç

Öğrenciler: yok

Ö5: 2 olmadığı için 2 nin karekökü (denkliğin sağ tarafını işaret eder)

ÖA: 3 te yok

Ö5: 3 var mı?

Öğrenciler: Yok

...

Ayrıca bu durumda Ö5' in, matematiksel ifadelerin nasıl sorgulanması gerektiğine ilişkin bir uygulama yapmaya çabaladığını da söyleyebiliriz. Öğrencinin sorgulaması ve fikir sahibi olması için sorularla yönlendirdiği gözlenmektedir.

4.1.2. Nesnecilik Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 9. Nesnecilik Değerine İlişkin Kodlar

	Kodlar	Açıklama
N1	Süreç içinde pratik yapma	Öğrencilerin süreç içinde uygulama veya pratik yapma becerilerini geliştirmeye yönelik çaba sarf etmesi
N2	Fikirleri uygulatma	Fikirleri kullandırmaya ve onları uygulatmaya yönelik çabalaması
N3	Sembol, model oluşturma	Kendisini veya öğrencileri (cebirsal ilişkileri göstermede, vs.) semboller, modeller, diyagramlar vs oluşturmaya ve kullanmaya teşvik etmeye çabalaması
N4	Fikirleri sınama	Fikirlerin geçerliliğini verilerle (örnekler, sayılar, vs.) sınamaya yönelik çabalaması
N5	Sadelik ve kısalık	Sembol seçiminde, içeriğin aktarılmasında veya problem çözümünde vs. sadelik ve kısalık için çabalaması
N6	Somutlaştırma	Matematiksel bilgileri somutlaştırmaya çabalaması (şema, grafik, materyal vs. kullanması)

4.1.2.1. Ö1 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1' in dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar veya pratikler üzerinden, kontrol değerine yönelik olarak açıklamalar yapmakta ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanımaktadır.

“Normalde aradaki işaretin eksilisiyle çarpması lazımdı, eşleniğiyle. Bakın her zaman çarptığımda birincinin karesi eksi ikincinin karesi çıkıyor. Hatta bunu da birkaç kez yaptım.”

Ö1: Üçüncü maddemize göre örneklere başlıyoruz. $(n+3)^{n-1}=1$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı n reel sayısı vardır?

ÖA: 3. Maddeye göre durumlara mı bakacağız?

Ö1: Evet, 3. Madde de 3 tane hali vardı değil mi?

ÖA: 0 hali vardı.

Ö1: Evet üs sıfır olduğunda 1 çıkıyordu. Başka, taban 1 olduğunda

Öğrenciler: -1

Ö1: Bir de taban -1, üs?

Öğrenciler: Çift olduğunda

(Ö1 öğrencilerle birlikte işlemi tamamlar)

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö1, üslü ifadelerle ait özellikleri açıkladıktan sonra süreç içerisinde öğrencilerin uygulama yapmaları için örnek durumlar üzerinden açıklama yapmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö1 kontrol değerine yönelik öğrencilerin becerilerin gelişmesi veya işlemlerde akıcılığın sağlanması için süreç zarfında pratiklerin yapılması gerektiğini düşünmektedir. Ö1 ders sürecinde öğretmen tarafından açıklanmamış matematiksel problemlere ilişkin, öğrencilerden performans beklentisi içinde olmanın ya da bu amaca yönelik değerlendirme yapmanın doğru olmayacağını ifade etmektedir.

Ö1 öğrencilerin fikirlerini ancak farklı örneklerde uygulayabileceğini, farklı fikir üretemeyeceklerini düşündüğünü söyleyebiliriz. Ö1 öğrencilerin kendi fikirlerini uygulama fırsatı bulması ile öğrencilerin bilgiye kendilerinin ulaşmasının ve bunun sonucunda da özgüven duygusunun gelişmesinin sağlandığını düşünmektedir. Ancak Ö1, öğrencilerin matematiksel içeriğe yönelik fikir üretmeleri ve bu fikri uygulamalarının mümkün olmadığını düşünmektedir.

“Yani bunu da artık bize not mu veriyorsunuz, inceliyor musunuz ne yapıyorsanız bunu da göz önüne alın, her şey öyle yazıldığı gibi değil. Keşke öyle olsa buna göre çocukların hepsi pür dikkat öğretmeni dinleyen insanlar, derse katılan insanlar ama bizim sınıflarda maalesef bunlardan 4, 5 tane gerisini sadece susturmaya çalışıyoruz. Yani biraz bekçilik yapıyoruz gibi bir şey oluyor. Katabildiğimiz kadar yapmaya çalışıyoruz. Elimizden geldiği kadar tabi ki onları da boş bırakmıyoruz zaten, ama maalesef her şey yazıldığı gibi olmuyor.”

ÖA: -5 ve +5 mi? Sonra sıfır olmamalı diyeceğiz.

Ö1: Eşit değil sıfır yap, oradan ne çıkacak?

ÖA: Olmamalıdan -5 çıkacak, çözüm kümesi -5?

Ö1: Hayır yukarıya (kuvvet) bak, $x-2$ sıfır olmayacak.

ÖA: $x-2$ sıfır olmayacak, hui...

Ö1: karşıya geçir.

ÖA: 3 olacak.

ÖB: 2 değil mi?

Ö1: 2 olmayacak değil mi?

ÖA: Neden 2?

Ö1: Şimdi ne dedik? Taban sıfır olacak diyeceksin, x -leri bulacaksın. Tamam mı? Bir de üst sıfır olmayacak diyeceksin.

ÖA: 2 çıkıyor.

Ö1: Evet 2 olmamalı değil mi? Zaten burada 2 buldun mu?

ÖA: Evet, şurada 5 buldun, orada da 2 buldum. Çözüm kümesi 5 ile... (düşünür)

Ö1: 2 yi almıyorsun. 5 ile -5.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö1, Ö_A'nın ileri sürdüğü fikri uygulaması ve hatasını fark etmesi için çabaladığını söyleyebiliriz. Ö1'in değerlendirme adımıyla yukarıdaki durumda da görüldüğü gibi öğrencilerin fikirlerini uygulamaları için imkanlar oluşturduğunu söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının kendilerine ait matematiksel gösterimler yazmaları ve kullanmaları için yetersiz olduğunu ifade etmektedir. Ö1 bu nedenle kontrol değerine göre matematiksel ifadenin nasıl açıklandığını ve sembollerini açıklaması gerektiğini düşünmektedir.

“Bence bunu bulmaları öğrencilerin biraz zor.. Yani bu şekilde hani bir de daha, herhalde daha hiç şeyi anlattı mı bilmiyorum; denklik, semboller nasıldır falan, gösterimi nasıl? Onlar yok, onlar daha erken çocuklar bu kadar çabuk cevap veremez. Hatta onları bile ben olsam en az birkaç tanesini kendim yapardım, 3-4 tanesini veya... Her zaman önce kendim yapıyorum, sonra onlar zaten nasıl olduğunu anladılar pekişmesi için bir iki tanesini ben yapardım devamını onların yapmalarını isterdim.”

Ö1 içeriğe göre öğrencilerin var olan matematiksel modelleri örnek durumlar üzerine uygulayabileceğini düşünmekte, fakat senaryoda yer alan örnek durum için irrasyonel sayılarda buna gerek duymadığını belirtmektedir.

Ö1 öğrencilere kontrol değerine göre açıkladığı matematiksel ifadelerin, ilerleme değerine göre ulaştıkları genellemelerin veya nesnecilik değerine göre problem çözümlerinde uyguladıkları daha kısa çözümlerin geçerliliğini örnekler ile sınamaları için öğrencilere fırsatlar tanıdığını ifade etmektedir. Öğrencilerin fikir ileri sürmeleri ve fikirlerini savunmaları için birkaç öğrenciye müsaade edebileceğini vurgulayan Ö1, ileri sürülen fikrin doğruluğunu tüm sınıfın da teyit etmesi ve istenilen sonuca herkesin ulaşması için birkaç örnek üzerinde fikirlerin sınanması gerektiğini belirtmektedir. Ancak Ö1 kontrol değerine göre gerekli açıklamaların öğretmen tarafından yapılmadan öğrencilerin fikirlerin geçerliliğini sınaama yeterliliğine sahip olmadıklarını, hazırbulunuşluklarının yetersiz olduğunu ifade etmektedir.

“Yani özellikle modüler aritmetik için bu kadar ve ilk kez görüyorlar modüler aritmetik daha önce hiç bildiğim kadarıyla, çok da şey yapmayım dediğim gibi. Ama ilköğretimde hiç modüler aritmetik geçiyor mu geçmiyor, mu hiç sanmıyorum. Sanırım ilk kez görüyorlar. Çünkü öyle görüyorum yani ben de çok konuşmayayım, çünkü 2. Yılım olduğu için çok da emin konuşamıyorum. Ama modü bile görünce mod ne falan oldular hiç duymamışlar. Çünkü duydukları bir şey olunca tepki veriyorlar. Hiç bilmedikleri bir şey bu kadar ağır yani altından kalkabileceklerini düşünemiyorum.”

Ö1 matematiksel işlemlerin daha kısa çözüme ulaşması için çabaladığını, ancak bu süreçte sebep-sonuç ilişkisini göz ardı ettiğini, kontrol değerine göre matematiksel ifadeye yönelik

açıklamalar yaparak, süreç zarfında öğrencilerin uygulamalar yapmasına yöneldiğini söyleyebiliriz.

“... Mesela şey olabilir köklü ifadelerde paydayı rasyonel yapma. Bunu ben kısa bir formüllü yöntemini bulmuştum. Normalde aradaki işaretin eksilisiyle çarpması lazımdı, eşleniğiyle. Bakın her zaman çarptığımda birincinin karesi eksi ikincinin karesi çıkıyor. Hatta bunu da birkaç kez yaptım.”

Sınıf uygulamalarında Ö1’ in içeriğin aktarılmasında sadelik ve kısalık için çabaladığı görülmektedir. Aşağıdaki durumda ise Ö1’ in problem çözümünde daha kısa çözüm yolu sunmak için çabaladığını söyleyebiliriz.

(Köklü ifadelerde işlemler ile ilgili alıştırmalar yapmaktadır.)

ÖA: Hocam peki kök 106 nasıl olacak, çarpanlarına ayırarak yapsak?

Ö1: Olur. 2, 2, 2... ama 4 e de bölündüğünü görüyorsan direk 4 e de bölebilirsin. Kolaylık sağlar yani.

ÖA: Sonra mesela 3 tane 2 çıktı, 2 tane de 3 çıktı. Bunları ne yapıyoruz?

Ö1: Tamam, (tahtaya öğrencinin verdiği örneği yazar) bunu çıkarmak mı istiyorsun? Bu çıkar mı kökle dereceleri aynı olduğu için, bunu 3 çarpı 2 çarpı 2 nin karesi olarak yazabilirsin.

...

Ö1 matematiksel içeriğin somutlaştırılmasının matematiğin günlük problemlerin çözümüne seçenekler sunduğunu belirtmek için gerekli olduğunu düşünmektedir. Sınıf içi uygulamalarında somutlaştırma çabalarına girmediklerini ve bu uygulamayı zaman alıcı bir etkinlik olarak tanımladığını söyleyebiliriz. Ö1 hazırbulunuşluğun önemini tekrar vurgularken, somutlaştırma için akıllı tahtayı kullanabileceğini ancak bunun için öğretim programındaki içeriğin değiştirilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

“... Çünkü biz bile sıkılıyor bazen derste, biz bile sıkılıyor böyle değişik şeylere yer vermek... Bu şeyde çok buldum öyle şeyler kurs döneminde, internetten, bilgisayardan... Böyle şeyler bize bile eğlence katacak. Yani daha bir şevkle sınıfa gireceğiz, öğrenciler daha çok katılacak. Ama dediğim gibi bunlar gerçekten hani müfredat daha düzene sokulursa, konular biraz daha azalırsa o zaman mümkün. Yapmaya çalışırsın yani yine öğrenci seviyesi etkileyecektir ama bu kadar olmaz biraz daha bir şeyler katarız kendimize diye düşünüyorum düz anlatımın yanına bir şeyler daha ekleriz.”

Ö1 için görüşmede ve ders gözlemlerinde matematiksel ifadelerin somutlaştırılmasına yönelik bir bulgu tespit edilememiştir.

4.1.2.2. Ö2 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2’ nin dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan

alıştırmalar üzerinden, kontrol değerine ilişkin açıklamalar yaptığı ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsatlar tanıdığı gözlenmiştir.

(mod a da denklik kavramının tanımını tahtaya yazar.)

Ö2: *Şimdi bu tanım ne diyor, bakın en son çok önemli a ile b nin m ye bölümünden kalanlar birbirine eşitse. Mesela bi sayı söyleyelim. 61, 61' in 5 e bölümünden kalan nedir?*

Öğrenciler: 1

Ö2: Peki 21 in?

Öğrenciler: yine 1

Ö2: 5' e bölümünden kalanlar eşitse, o zaman mod5' te 61 ile 21 eşit.

Merve: Yani kalanları eşit

Ö2: Evet.

...

Yukarıdaki durumda da Ö2' nin açıklama safhasında öğrencilere uygulama yaptırmaya ve böylece ilgili kazanımın kavranmasına çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin daha farklı problem durumları ile karşılaşması için ders sürecinin derinleşme adımında, öğrencilerden bu problem durumları için performans beklentisi içinde olduğunu belirtmektedir. Ö2 matematiksel ifadelerin günlük problemlerin çözümü ile ilişkilendirilmesi durumunu da yine süreç zarfında öğrencilerin performanslarına yansıyan değişim ile açıklanacağını belirtmektedir. Bu nedenle Ö2 için öğrencilerin matematiksel düşünme yöntemlerinin gelişimini, kontrol değeri ile ilişkilendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin ön öğrenmeleri, kavram imajlarını ortaya çıkarmak ve matematiksel ifadelere yönelik düşüncelerini almak amacıyla öğrencilere fikirlerini uygulamaları için fırsatlar oluşturduğu söylenebilir. Ö2 ayrıca derinleşme safhasında öğrencilerin matematiksel problemlere yönelik bakış açılarını incelemek ve yine nesnecilik değerine yönelik olarak problem çözümünde daha kısa olan çözüm yöntemini kullanıp kullanmadıklarını incelemek için öğrencilerin fikirlerini kullanmalarına önem verdiğini söyleyebiliriz. Ancak Ö2 diğer giriş etkinliklerinde veya dersin inceleme adımında öğrencilerin fikirlerini uygulamaya dönüştüremeyeceklerini düşünmektedir. Çünkü Ö2 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının yetersiz olduğunu ve bu nedenle kavramlar arasındaki ilişkiyi kurmakta zorlandıkları için öğrencilerin fikirlerini uygulamalarının içeriğe göre değiştiği ifade etmektedir. Bu nedenle Ö2 öğrencilerin fikirlerini uygulamaya koyması için kontrol değerine yönelik olarak öğretmenin yönlendirmesi gerektiğini düşündüğünü söyleyebiliriz.

“Hocam diyor bu her zaman olur mu? Sence her zaman olur mu diyorum. Başka sayılarla dene diyorum. Ondan sonra bakıyorum oluyor. Ben de diyorum tamam bu sayılar için oldu. Denediğimiz başka sayılar için de oldu. Ama deneyemeyeceğimiz kadar büyük sayılarda var. O zaman buradan bir genellemeye varabilir miyiz? Hocam onlar niye olmasın ki diyor. Bunu nasıl kavradın diyorum. Bazen çok güzel yaklaşımlarda olabiliyor. Gerçekten o tümevarıma gidebiliyor. Hocam tabi olur bakın şöyle oluyor diyor. Bazen yapabiliyor ama bazen de direkt kalıyor. Yönlendirmeye çalışıyorsunuz ama öğrenci illa olduğu yerde kalıyor. Bilmem nasıl olur doğru mu? Diye soruyorlar.”

Ö2 öğrencilerin cebirsel ilişkileri gösterebilmelerinin ve sembollerle işlemler yapabilmelerinin gerekli olduğunu düşünmektedir. Ancak matematiksel gösterimlerde bulunmak için fikir üretemeyeceklerini düşünmektedir.

Aşağıdaki durumda da Ö2’ nin öğrencilerin değişkenlerle işlem yapabilme becerilerine ilişkin sınıf uygulaması yapmaya çabaladığı görülmektedir.

Ö2: *Mesela 3 basamaklı bir sayıdan ben size bir örnek gösteriyim, ona göre diğerlerini de siz anlarsınız. ABC üç basamaklı bir sayı olsun. Bunu nasıl çözümlüydük?*

Öğrenciler: $100A+10B+C$

Ö2: *Şimdi ben bu sayıyı şöyle yazabilir miyim? (tahtaya ABC sayısının çözümlemesini yazar) şu 100A nın 99 unu aldım. 10B nin de 9B sini aldım. Geriye ne kaldı?*

ÖA: $A+B+C$

Ö2: *Bir tane daha A vardı, bir tane B, bir tane de C vardı. $99A+9B$ kısmı, 3 e tam bölünür mü?*

...

Ö2 kavramlar arasında öğrencilerin sentez yapabilmesine imkan tanıdığını ifade etmektedir. Ancak Ö2 öğrencileri semboller, diyagramlar veya semboller oluşturmalarına teşvik etmek için içeriğin önemli olduğunu ve edindirilmek istenilen kazanıma ayrılan sürenin de etkili olduğunu vurgulamaktadır.

“Evet, bu uygulamalar 10. sınıflarda mesela müfredat daya uygun. Mesela trigonometri neredeyse ikinci dönemin tamamını alıyor. Onlarda bu tarz uygulamalar yapabiliyoruz. Trigonometrik fonksiyonların işaretlerini bulurken, isim değiştirmede, $\sin(x)=\cos(90+x)$ o tarz şeylerde bu tarz uygulamalar yapılabilir. Önce tablo verilip...”

9. sınıf öğretim programında irrasyonel sayıları açıklarken de öğrencilerin kendilerine ait bir sayı doğrusu oluşturmalarını istediğini belirten Ö2, ders sürecinin inceleme bölümünde nesnecilik değerine yer verdiğini söyleyebiliriz.

(modüler aritmetikte kalan sınıfları kavramını açıklamaktadır.)

Ö2: *5 ile bölümünden kalanları 1 olan sayıları tek tek yazmak yerine üstüne bi çizgi attığımızda o ne anlatıyor bize?*

Öğrenciler: Devrik

Ö2: *O devirli sayılar bambaşka, ona geleceğiz.*

ÖA: *Onların üzerine de çizgi koyuyorduk ama?*

Ö2: *O virgülden sonra devreden sayıların üzerine konuyordu. Rasyonel sayılardan sonra onları işleyeceğiz. Ama bu o manada değil, sıfırın denklik sınıfı manasında. Yani ne demekmiş bu 5 e bölününce sıfır kalanını veren tüm sayıları temsil ettiği için üstüne çizgi koyulmasının nedeni o.*

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında ise Ö2' nin sembollerin kullanılmasına ilişkin çabaladığı söylenilebilir.

Ö2' nin öğrencilerin ulaşılan matematiksel genellemelerin doğruluğunu teyit etmeleri için farklı sayılar veya örnekler ile fırsatlar oluşturmaya çabaladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2 öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümü için oluşturdukları yöntemlerin doğruluğunu farklı örnek durumlarda sınamaları gerektiğini ve bunun için örnek durumların sayısını artırdığını belirtmektedir.

Ö2 matematiksel problemlerin daha kısa bir çözüm yöntemini; öğrencilerin dikkatini çekmek, akıl yürütmesine çabalamak veya kavramlar arasında ilişki kurmak için uygulamaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ö2, meslekteki ilk yıllara göre üniversiteye giriş sınavının etkisi ile içeriğin sunulmasında ve matematiksel problemlerin çözümünde daha fazla sade ve kısa çözümlere yer verdiğini söyleyebiliriz.

(mod a kavramını açıklar ve mod9 üzerinden bir örnek yazar)

Ö2: *Sonuç kaç?*

Öğrenciler: 5

Ö2: *Güzel nasıl yaptınız?*

Öğrenciler: Topladık

Merve: 9 a bölünebilme kuralından kolaylık yaptım topladım

Ö2: *Güzel, sakın uzun uzun 9 a bölmeye çalışmayın. Niye, biz 9 a bölünebilme kuralını biliyoruz.*

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö2' nin, ilerleme değerine ilişkin olarak kavramlar arasındaki ilişkiyi göz önüne alıp, problem çözümünde daha kısa çözüm yöntemlerinin kullanılmasına önem verdiği söylenebilir.

Ö2 problem çözümlerinin daha basit veya kısa çözüm yöntemlerinin olup olmadığını meslek tecrübesi daha fazla olan matematik öğretmenlerine sorduğunu ifade etmektedir.

“...şu soruyu sormuşlar ama sonuç uzun çıktı sınavda süre yetmez. Pratik yolu var mı? Onlar gösteriyordu. O yüzden yani. Onun yardımıyla çok çok geliştiğimi hissediyorum. Ondan sonra yani mezun olduktan sonra ilk senemde okula geldiğim zaman 2 yıl zorlanma yaşadım...”

Ö2 için görüşmede matematiksel ifadelerin somutlaştırılmasına yönelik bir bulgu tespit edilememiştir. Ancak ders gözlemlerinde Ö2' nin değerlendirme adımında problem durumlarını somut hale getirmek için model, sayı doğrusu vb. matematiksel bilgiyi somutlaştırmak amacıyla kullandığı tespit edilmiştir.

Ö_A: Hayır ben tamsayılı ile bileşik kesiri nasıl karıştırmayız diye sordum.

Ö₂: Bileşik çevrilebiliyor zaten, tamsayılı da çevrilebilir.

Ö_A: Tamam işte aynı

Ö₂: Aynı (güler)

Ö_A: Aynı şeyler diye niye dememişler?

Ö₂: Çünkü neden, bak şöyle neden? Mesela $21/4$ deyince

Ö_A: Hem bileşik hem de tamsayılı

Ö₂: Yani 21 ' i 4 ' e böldüğümüzde herkese ne kadar düşer, bunu anlamak için 5 tane düşer. 21 tane ekmeğimiz var 4 kişi paylaşıcaz. Herkese 5 tam ekmek düşüyor, bi de çeyrek ekmek düşüyor. Hani bunu daha iyi görebilmek için, $21/4$ deyince hani gözüküyor. Böyle daha güzel görebilmek için, ama eşit yani tamsayılı kesir ile bileşik kesir. Yoksa o farklı bi şey değil.

...

Yukarıdaki durum da Ö2' nin öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğunu teyit etmek için matematiksel bilgiyi somutlaştırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

4.1.2.3. Ö3 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö3 dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar üzerinden kontrol değerine yönelik olarak açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanıdığını söyleyebiliriz.

Ö3 matematiksel ifadelerin günlük problemlerin çözümü ile ilişkilendirilmesi durumunu da yine süreç zarfında öğrencilerin performanslarına yansıyan değişim ile açıklanacağını belirtmektedir. Ö3 performans olarak öğrencilerden, günlük problemlerin çözümü için matematiksel ifadeleri kullanmalarını beklediğini söyleyebiliriz. Ders işleniş safhasında Ö3' ün öğrencilere becerilerini geliştirmek için sorular sorduğu, ancak işlemleri kendisinin tahtaya açıklayarak ifade ettiği gözlenmiştir.

Ö₃: Bugün Z/m de işlemler konusuna geçeceğiz. Daha önce şunları yaptık hatırlayın. a ile b nin m ye bölümünden kalan denk ise c ile d nin de m ye bölümünden kalan denkse, hatırlayın biz bunlar arasında taraf tarafa toplama ya da çarpma işlemi yapabiliyorduk... Bir örnek daha çözelim bunla ilgili. Mesela 59 sayısının 6 ya bölümünden kalan kaçtır?

...

Yukarıdaki durumda Ö3, ön öğrenmeleri hatırlatmak için öğrencilere uygulama yapma becerilerini geliştirmeye yönelik çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö3 matematiksel içeriğe yönelik açıklamaların yapılması ve örnek durumların incelenmesinin ardından, öğrencilerin de fikirlerini uygulayacağı problem durumlarına yer verdiğini söyleyebiliriz. Ö3' ün değerlendirme adımı da öğrencilerin fikirlerini uygulamalarına imkan tanıdığı, ancak bu süreçte de öğrencileri istenilen çözüm metoduna yönlendirdiği gözlenmiştir. Aşağıdaki durumda da söz konusu süreci gözlemlemek mümkündür.

Ö: Hocam ben daha farklı bir yoldan buldum.
(öğrencinin defterine bakar)

Ö3: Evet olabilir, ama sen en çok kullanılan yolu tercih. Daha iyi olur.

...

Ö3 öğrencilerin semboller oluşturmaları ve kullanmaları için içeriğin önemli olduğunu vurgularken, yine içeriğe göre öğrencinin nesnecilik değerine göre süreç zarfında örnek durumlar üzerinde incelemiş olmaları gerekebileceğini ifade etmektedir.

"... Yani zaten çocuklar matematik sembollerini günlük hayatta yani en azından Türkçe olarak kullanıyorlar. Eşittir, dengir, kalır, tam bölünür, tam bölünürü pek bilmezler ama bölünür bölünmez gibi şeyleri az çok biliyorlar. Yani sadece ağızdan a ile b nin toplamı 3 e dengir sözcüğünü sembolle yazması biraz zor olabilir gibi geldi. Çünkü hakikaten özel derslerden farklı olarak sözle söylemek çocukların yazmasını kolaylaştırıyor bizde."

Ö3 öğrencilerin sembollerini kullanabilmeleri için ilerleme değerine göre hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgularken, öğretmenlerin uygulamalar sırasında öğrencilere tecrübe ettirmesinin de gerekli olduğunu vurgulamaktadır.

"Benim öğrencilerim yapabilir bunu. Fark etmişsinizdir belki bütün matematik öğretmenlerinde bir alışkanlık vardır, tahtaya yazarken matematik sembollerini matematik dilinde yazarken ağızdan tekrar ediyor. Yani o ağızdan tekrar etmesi yabancı dili Türkçe' ye çevrilmesi gibi bir şey. Çocuk da zaman içerisinde kulak aşinalığı oldukça çocuk zaten onu ezber yazmaya başlıyor. Yani 9. Sınıf bunun için uygun bir sınıf. Çocuklar zaten hazır birçok şeye. Genelde yazabilirler yani burada toplamlarının bölümünden kalan çarpımlarının bölümünden kalanlarının denk olup olmadıklarını gösterebilecek durumdadırlar."

Aşağıdaki durumda Ö3, öğrencilerin kalan sınıfları ve devirli ondalık sayılar için kullanılan işareti fark etmeleri için yönlendirmede bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö3: (Kalan sınıfı için) Tepelerindeki çizgileri unutuyoruz, çünkü onlar çok önemli. Alparslan bu çizgileri daha önce başka bir yerde de gördünüz siz nerde gözdünüz?

Alparslan: Sonu devam eden sayılarda

Ö3: Devirli ondalık sayılarda gördünüz, sakın devir çizgisi ile karıştırmayın. Buradaki sayılar tamsayı olduğu için devirle alakası yok. Bu kalan sınıflarını söylüyor size.

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö3' ün basit bir karesel bölge modeli üzerinden kesir kavramını hatırlatmaya çalışıldığını söyleyebiliriz.

Ö3: Bu rasyonel sayı size ne diyordu?

Ö: Bir bütünün parçaları

Ö3: Bir bütün b parçaya bölünüyor, a tanesi kullanılıyor. Örneğin, bir karenin dört eş parçaya bölündüğünü nasıl gösteriyorsunuz? Paydasındaki 4 ile. Bu dört eş parçadan 2 tanesini kullanacaksak (iki parçasını tarar) biz bunu paya 2 yazarak gösteriyoruz.

...

Aşağıdaki durumda Ö3, rasyonel olmayan sayıların varlığını belirtmek ve gerçel sayılar kümesini ifade etmek için bir diyagram tasarladığı söylenebilir.

Ö3: Bugüne kadar gördüğümüz sayı kümeleri, hangileri hatırlayabilen var mı? Hangi sayıları gördük biz bugüne kadar?

Alican: Rasyonel sayı

Alparslan: Doğal sayı

Kaan: Tamsayı

Ö3: Peki bu sayı kümelerinden en dar olanı, yani en az elemana sahip olanı hangisiydi?

Kaan: Doğal sayılar

Ö3: Doğal sayılar değil mi? b n doğal sayılar kümesini küçük bir kare ile göstersem? N . Burada 0, 1, 2 var, var var var (noktalar koyar küme içine) pozitifler. Bir de bunların önüne eksilerini koyarsanız, bunlar yeni bir küme ne bu? Tamsayılar kümesi. Onu da Z harfi ile göstermiştik. bir de tamın dışında kesir şeklide olanlar vardı?

Öğrenciler: Rasyonel sayılar

Ö3: Q . Peki şimdi gördüğümüz sayılardan bu kümeye girebilecek nitelikte olanlar var mı?

Öğrenciler: Hayır

Ö3: Yok. Bunun dışında bir küme. Şurada olsun ne vardı? $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π , $-\sqrt{7}$, falan falan. Aslında hepsini tek kümede toplamak doğru mu bilmiyorum ama, bu iki kümenin birleşimine, yani rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar kümesinin birleşimine biz reel sayılar diyoruz. Bunu da R harfi ile göstereceğiz.

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö3, irrasyonel sayıların sayı doğrusunda bir karşılık bulduğunu ve sayı doğrusunun noktaları ile gerçel sayılar arasında birebir bir eşleme olduğunu öğretmeye çalışmaktadır. Bunun için öğrencilerin sayı doğrusu çizmesi ve uygulamalar yapması için çalışıldığını söyleyebiliriz.

(Tahtaya bir sayı doğrusu çizer)

Ö3: Şimdi daha önce sayı doğrusu oluşturmuştuk biz, bu elemanların hepsinin her birinin sayı doğrusunda bir adresi, yeri vardı. Hiç biri yersiz yurtsuz değildi. Mesela 1 (sayı doğrusu üzerinde bir noktaya 1 yazar) sıfıra en yakın olan doğal ya da tamsayıydı değil mi? 2 (sayı doğrusunda işaret eder) ondan sonraki sayı. Bunlar doğal sayı olsun, tamsayıları yazalım. -1, -2. Demek ki her doğal sayının, tamsayının sayı doğrusunda bir yeri var. Her sayıya bir nokta karşılık geliyor. Rasyonel sayılar! Her rasyonel sayının bir adresi, yer var mı? Mesela 2,5, 5/2 nedir? 2 ile 3 ün tam arası. -1/2, nerededir?

Kaan: 0 ile -1

Ö3: ... Acaba nerde bunlar? Beraber yapalım. Düzgün bir cetveliniz veya kalem uç kutunuz var mı?...

...

Ö3 görev yapmakta olduğu lisede fikirlerin geçerliliğini sınamak için hazırbulunuşluğu yeterli olan öğrenci sayısının çok az olacağını belirtmektedir. Ö3 öğrencilerin ileri sürdükleri fikirleri farklı örnekler üzerinde doğruluğunu sınamalarının öğrencilerin özgüvenini ve öğretmenine olan güvenini artıracaklarını ifade etmektedir. Ayrıca Ö3 öğrencilerin kendi fikirlerini sınamasının etkili öğrenme yöntemlerinden olduğunu düşünmektedir.

Aşağıdaki durumda da Ö3' ün modüler aritmetiğe yönelik öğrencilerde mevcut olan ön bilgilerin kalan sınıfları üzerinde de geçerli olduğunu göstermeye çalıştığını söyleyebiliriz.

Ö3: Acaba az önce yaptığımız toplama ve çarpma işlemleri (modüler aritmetikte işlemler) burada da kullanılabilir mi? $\mathbb{Z}/7$ iki tane rastgele sayı alıyorum, iki basamaklı bi sayı söyle.

Ö: 28

Ö3: Bi sayımızda 15 olsun. Bu 28, 7 ye bölündüğünde?

Ö: 0 kalanını verir

Ö3: 15 kaç kalanını verir?

Ö: 1

Ö3: Şimdi 28 in denklik sınıfıyla 15 in denklik sınıfını topluyorum. 28 kime denkti? (işlemleri yaparlar)

Ö3: Peki uzun uzun yoldan yapsaydınız ne olacaktı? $\overline{28 + 15}$ toplamının denklik sınıfını bulun bakalım. 43 ün denklik sınıfı?

Ö: 1 kalanını verir hocam.

Ö3: 1 kalanını verir. Bakın iki sonuç aynı oldu mu? (sonucu not olarak yazdırır)

...

Ö3 matematiksel içeriğin her öğrencinin anlayabileceği veya fikir ileri sürebileceği örnekler üzerinden sunulması ve açık, net ifadeler kullanması gerektiğini düşünmektedir.

Ö3, öğrencilerin zihinlerinde çelişki yaratacak hipotezlerin derslerde yer verilmesinin, içeriğin aktarılmasında sadeliğe aykırı bir uygulama olduğunu ifade etmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö3' ün tasarladığı bir tablo ile modüler aritmetikte denklem çözümünü daha basit bir uygulamaya dönüştürmeye çalıştığı görülmektedir.

Ö3: Şimdi bakın bu soru ile ilgili işinizi kolaylaştıracak ikinci bir yol vereceğim (modüler aritmetikte denklem çözümü için) . bir tabla çizelim beraber. Nerede çalışıyoruz biz, $Z/7$ de x yerine gelebilecek sayılar, ya 0, ya 1, 2, 3, 4, 5, 6 (tabloda satırların en üstüne yazar). Bana 3 katından 4 fazlasını soruyor. Tek tek 3 katını alalım.

(tabloyu birlikte tamamlarlar)

Ö3: Çözüm hemen çıktı.

...

4.1.2.4. Ö4 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4' ün dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar veya uygulamalar üzerinden, kontrol değerine yönelik olarak açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanıdığını söyleyebiliriz.

Ö4' ün içeriğe yönelik keşfetme safhasında problem çözme tekniğini kullandığını, öncelikle kontrol değerine yönelik olarak matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin çeşitli açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerinden performans beklentisi içinde olduğunu söyleyebiliriz.

(Tahtaya rasyonel sayılar kümesinde işlemler ile ilgili bir örnek yazar.)

Ö4: Gel Baran (Baran parmak kaldırmıştır)

Baran: (Daire içine aldığı bölümü işaret ederek) Şurası -2 olacak

Ö4: 3 ile neyi toplarsam 1 olur?

Öğrenciler: -2

Ö4: Şimdi nasıl düşünüyoruz? 2 yi neye bölersem -2 olur?

Baran: -1

Öğrenciler: -1

ÖA: -4

ÖB: Hocam -1

Ö4: 2 bölü -1, -2.

(Baran, Ö4' ün yönlendirdiği gibi işlemleri yapar)

Ö4: Şimdi 1 bölü 3 ü de at diğer tarafa

(Baran işlemi tamamlar)

...

Yukarıdaki durumda da görüldüğü gibi Ö4, ön öğrenmeleri hatırlatmada, dersin açıklama ve değerlendirme aşamasında öğrencilere pratiğe ilişkin becerilerini geliştirmeye çalıştığını söyleyebiliriz. Ancak bu süreçte kontrol değerine yönelik olarak soru-cevap tekniği veya ifadeyi açıklayarak öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö4 matematiksel içeriğe yönelik gerekli açıklamaların yapılması ve örnek durumların incelenmesinin ardından, öğrencilerin de fikirlerini uygulayacağı problem durumlarına derslerinde yer verdiğini ifade etmektedir. Ö4 öğrencilerin fikirlerini uygulamaları için örnek problemlerden başka, grafik çizdirilebileceğini veya akıllı tahta aracılığı ile elinde olan dokümanlardan görsel aktivitelere yer verilebileceğini ifade etmektedir.

Ö4 öğrencilerin sembolleri kullanabilmeleri için ilerleme değerine göre hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ö4 öğrencilerin istenilen gösterime veya modele ulaşabilmesi için, açıklık değerine göre öğrencilerin kendilerini ifade edebileceği ortamlar oluşturmanın ve kontrol değerine göre matematiksel ifadenin açıklanmasına ilişkin uygulamalar yapmanın gerekli olduğunu belirtmektedir. Ancak bu etkinliklerin uygulanabilmesi için gerekli zamanı bulamadığını ifade etmektedir.

Ö4: *Bugün günlerden pazartesi acaba 282 gün önce hangi gündür?
(Parmak kaldıran bir öğrenciyi tahtaya kaldırır. Öğrenci soruyu çözmeye başlar.)*

Ö4: *Derya neden 7'ye böldün?*

Derya: *Haftada 7 gün var*

Ö4: *modülümüz 7.*

(Öğrenci açıklayarak çözmeye devam eder.)

Ö4: *Çember yapıyorduk hatırlarsan.*

(Öğrenci tahtaya çember çizer.)

Ö4: *Bugün pazartesi, bulunduğumuz gün başlangıç noktası. Başlangıç noktası 0, ileri derse ileriye doğru, geri derse geriye doğru devam ediyoruz. Öncesini istediği için Pazar, cumartesi şeklinde yazacağız.*

(Çember üzerine geriye doğru haftanın günlerini yazarlar ve 0,1,2,... kalan sınıfları ile eşlerler.)

...

Yukarıdaki durumda Ö4'ün modüler aritmetikte işlem özelliklerini uygulamak için bir model tasarladığı ve öğrencilerin kullanması için teşvik ettiği söylenebilir.

Ö4 görev yapmakta olduğu lisede fikirlerin geçerliliğini sınamak için hazırbulunuşluğu yeterli olan öğrenci sayısının çok az olacağını belirtmektedir. Bu nedenle Ö4 kontrol değerine yönelik olarak, matematiksel ifadenin açıklanması için doğru ifadeye yönlendiren örneklerin verilmesi gerektiğini düşünmektedir. Öğrencilerin fikirlerin geçerliliğini belirlemesi üzerine yapılan tartışmaların gerekli olmadığını düşünmektedir.

“Şu sayıları dene derim oluyor mu yaptığın? Söylediğine uyuyor mu mesela dener ha hocam uymuyor der. Demek ki bu dediğin her zaman için doğru değilmiş. Aldığın örnekler için sağlıyor ama şu sayılar için sağlamıyor gibi doğrulattım.”

Ö4, matematiksel içeriğin daha sade ve kısa matematiksel ifadelerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö4 kontrol değerine yönelik olarak matematiksel ifadenin açıklanması gerektiğini ve ulaşılan genellemelerin veya sonuçların bir kural veya özellik olarak belirtilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö4 içeriğin daha sade ve anlaşılır olmasının öğretim programında yer alan bazı kazanımların veya içeriğin göz ardı edilmesi ile mümkün olduğunu ifade etmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö4’ ün problem çözümünde sadelik ve kısalık için çabaladığı görülmektedir.

(Rasyonel sayılarda işlem becerilerine ilişkin uygulama yapmaktadır ve bir öğrenciyi tahtaya kaldırmıştır.)

Ö4: *Pratik çıkarma işlemi yapabilirsin, 9 değil de 10 çıkarsan ne kalır 6, bir eksikliğini çıkarıyorsun demek ki bi fazlası.*

...

Ö4 matematikteki kavramların veya problemlerin mümkün olduğu kadarıyla grafik, şema gibi görsel ve somut etkinliklerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö4 öğrencilerin ileri sürdüğü bir fikri örneklendirmek için, akıl yürütmeleri için veya çelişkili hipotezlerin oluşturulması, tartışılması ve matematiksel içeriğin anlamlandırılması, kavramlar arasındaki ilişkinin gösterilmesi için somutlaştırmaya önem verdiğini söyleyebiliriz.

Ö4 matematiksel ifadeleri veya kavramları somutlaştırma için matematiğin günlük durumlardaki kullanım alanlarının ve çevremizdeki geometrik şekillerin temsili olan nesnelerin önemli olduğunu düşünmektedir. Ayrıca Ö4 öğrencilerin fikirlerini açıklamaları için sayı doğrusu, grafik, model gibi somut uygulamalara teşvik etmeye çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö4: *Şöyle düşünebiliriz, bir şeyi 3’ e bölmekle $1/3$ ’ ünü almak aynı şey mi? Mesela bir ekmek aldınız 3’ te 1 ini verin diyoruz, ne yapabilirsin?*

Ö: *3’ e böleriz*

Ö4: *3’ e böleceksin. İşte $1/3$ ünü istiyor. 3’ e bölüp bi parçasını alçaksınız.*

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında da günlük hayattan örnekler ile matematiksel bilginin somutlaştırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

4.1.2.5. Ö5 İçin Nesnecilik Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 keşfetme safhasında problem çözme tekniğini kullandığını, öncelikle kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin çeşitli açıklamalar yaptığını, daha sonra öğrencilerinden performans beklentisi içinde olduğunu söyleyebiliriz. Dersin açıklama safhasında ve ön bilgilerin hatırlatılması için de kontrol değerinin göstergelerinden olan öğrenciyi yönlendirme ile süreç içinde uygulama ve pratik yapma becerilerini geliştirmeye çalıştığını söyleyebiliriz. Ö5 içeriğe yönelik süreç zarfında öğrencilerin uygulama yapmalarının, öğrenmenin kalıcılığını artırdığını düşünmektedir.

($\mathbb{Z}/m$ kalan sınıfların kümesi kavramının tanımını yazar.)

Ö5: *Hemen basit bir örnek alalım. Ben size deseydim ki $\mathbb{Z}/2$ nedir? Tamsayıları 2 ye böldüğümde kalanlar?*

Ö: 0,1

Ö5: *Başka var mı?*

Ö: Yok

Ö5: *Peki $\mathbb{Z}/7$ yi yazın deseydim?*

Ö: 0, 1, 2.

(Ö5, birkaç saniye bekler)

Ö5: *Çocuklar 7' ye böldüğümde kalanlar? Leman söylesin. 7' ye böldüğümde bir sayıyı, kalanlar ne olur?*

Leman: 6' ya kadar.

Ö5: *Peki, $\mathbb{Z}/12$ deseydim?*

Öğrenciler: 11' e kadar.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö5' in dersin açıklama adımında, soru-cevap tekniği ile öğrencilerin pratik yapmaları için çalıştığı görülmektedir. Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise ön öğrenmeleri hatırlatmak için öğrencilerin uygulama yapma becerilerini geliştirmeye çalıştığını söyleyebiliriz.

Ö5: *Dün özellikleri vermiştik biraz örnek de yaptık, bugün de birkaç örnekle hatırlayalım. Demıştik ki iç içe kökler varsa mutlaka ne yapıyoruz bunu tek köke indiriyorduk. Arada hiçbir zaman sayı kalmayacak. (örnek üzerinde işaretler) bu sayıyı kökün içene alıyoruz. Demıştik ki kök içine alırken kuvveti kökün kuvveti ile çarpıyoruz.*

(Diğer örnekler için öğrencileri tahtaya çağırır.)

...

Ö5 meslekteki ilk yıllarında içeriğe yönelik her kazanım için örnek durumlara yer verdiğini, ancak şimdi öğrencilerin hazırbulunuşluğuna dikkat ederek örnekler seçtiğini belirtmektedir.

Ö5 kazanımı edindirmek için derste yer verdiği matematiksel işlemler ve diyagramlar gibi her bir uygulamanın, süreç içerisinde öğrenciler tarafından uygulanması beklentisindedir. Ayrıca Ö5 öğrencilerden gelen dönütler doğrultusunda, öğrenmenin kalıcılığını artırmak ve kazanıma ilişkin eksikleri tamamlamak için değerlendirme adımında nesnecilik değerini yansıtmaktadır.

Ö5 kontrol değerine göre öğrencilerin öne sürdüğü fikrin doğruluğunu teyit etmek ve ilerleme değerine göre öğrencilerin genellemelere ulaşması için örnek durumları incelemek için ön şartın, öğrencilerin fikirlerini uygulamalarına imkan tanımak olduğunu düşünmektedir. Ancak Ö5, 9. sınıf öğrencilerinin fikirlerini uygulamak için girişimde bulunmadıklarını ifade ederek, kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin sunum yapmadan öğrencilerin fikir ileri sürüp, bu fikri uygulama girişimlerinin olmayacağını düşünmektedir.

Ö5 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının kendilerine ait matematiksel gösterimler yazmaları ve kullanmaları için yetersiz olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle kontrol değerine göre matematiksel ifadenin nasıl açıklandığını ve gösterimini kendisinin ifade etmesi gerektiğini düşünmektedir. Aşağıdaki sınıf uygulamasında da Ö5' in gerekli açıklamayı yaptığı görülmektedir.

(Modüler aritmetikte denklik kavramının tanımını yazar.)

Ö5: Araya bir iki tane örnek yazalım. 23 sayısının 4 modülündeki eşitini bulunuz.

Ö: Neyi istiyor?

Ö5: Yani şunu istiyor. ($23 \equiv x \pmod{4}$) ifadesini yazar.)

Ö: Şimdi oldu.

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö5' in modüler aritmetikte işlem özelliklerinin uygulanması için çabalarken, model tasarladığını ve öğrencilerin de kullanması için teşvik ettiğini söyleyebiliriz.

(Modüler aritmetikte işlemlere ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö5: İlk denemesini cumartesi günü çözmüş. O halde bugün bitti bundan sonrası için bakacağım. Bunun için cumartesiye 0 diyorum. (bir tablo çizer ve cumartesi gününün alt satırına 0 yazar.) bi sonraki gün cumartesiden sonra Pazar' a 1 diyorum, pazartesi' ye 2... (sorunun çözümünü tamamlar ve tablodan işaretler.)

...

Aşağıdaki durumda ise modüler aritmetikte işlem özelliklerini uygulamaları için öğrencilerden tablo oluşturmaları beklentisinde olduğu görülmektedir.

(Modüler aritmetikte toplama ve çarpma işlemine yönelik uygulama yapmaktadır.)

Ö5: Bir sonraki ders gelirken Z/5 te toplama ve çıkarma işlemlerinin tablolarını yapıp geleceksiniz. Nasıl yapacaksınız? Aynen işlemde tablo hazırlıyorduk ya, Z/5 te kimleri kullanıcam, 4 e kadar olanları (satır ve sütuna 0 dan 4 e kadar rakamları yerleştirir.) 0 ile 0 ı topladım 0, 1 ile 1 i topladım 2. Peki 4 ile 4 ü topladım?

Öğrenciler: 8

...

Ö5 öğrencilerin ulaşılan matematiksel genellemelerin doğruluğunu teyit etmeleri için farklı sayılar veya örnekler ile fırsatlar oluşturmaya çabaladığını söyleyebiliriz. Ö5 öğrencilerde oluşan kavram yanlışlarının giderilmesi için çeşitli tablolar, etkinlikler veya uygulamalar ile öğrencilerde var olan matematiksel fikrin geçerliliğine ilişkin örnek durumların tasarlanması gerektiğini düşünmektedir. Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö5' in tek ve çift sayılarla işlemler için ileri sürdüğü fikrin geçerliliğini göstermeye çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö5: Tek sayıyla tek sayıyı topladığımızda ya da çıkardığımızda ne oluyor?

Ö: Çift

Ö5: Karıştırdığınız zaman 1 ve 3 ü verin. 1 ile 3 ü toplarsam ne olur? Ya da işlem yaparken çocuklar kolaylık olsun diye tek sayılarda 1 kullanın, çift sayılarda 0. Hiç başka sayı kullanmanıza gerek yok. 1 ve 0 kullanın. Sonuç 1 çıkıyorsa tektir, 0 çıkıyorsa çifttir. Tek ile tek, 1 ile 1 i toplayın çıkarın ne olur sonuç daima çift. Peki tek ile çift?

Ö: Tek

(Benzer şekilde diğer durumlara da uygular.)

...

Ö5 matematiksel problemlerin daha kısa bir çözüm yöntemini; öğrencilerin dikkatini çekmek, akıl yürütmesine çabalamak veya kavramlar arasında ilişki kurmak için uygulamaya çalıştığını söyleyebiliriz.

Ö5: $3^{-1}+4$ nedir mod5 te? Bunun için iki yol var. 3^{-1} nedir, 1/3. 1/3 bizim mod5 te kullandığımız bir sayı mı?

Ö: Hayır

Ö5: O zaman mod5 te kullandığımız bir sayıya eşitlicem. Bunun için yapacağımız en basit yol payda modun katlarını ekliyorsunuz? Nedir bunun katı 5k, paya ekliyorum.

...

(Rasyonel sayılarda dört işlem becerilerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö5: Peki bunu payda eşitleyerek mi yaparsınız, eşitlemeden mi?

Ö: Tam sayıları ayrı yaparım

Ö5: Güzel aferin. Bu tür sorularda çocuklar sakın payda eşitlemeye gitmeyin, bazen bu tam kısımda da olur.

Ö: Çok uzar

Ö5: Bu tür sorularda birbirlerine benzetip tamları kendi arasında diğerlerini kendi arasında işlem yapabilirsiniz.

...

Yukarıdaki durumlarda da Ö5' in matematiksel problem çözümünde öğrencileri en kısa yolu kullanmaya teşvik ettiği görülmektedir. Ayrıca Ö5 meslekteki ilk yıllarına göre içeriğin sunulmasında sade, kısa ve anlaşılır bir dil kullanmaya daha çok özen gösterdiğini ifade etmektedir.

Ö5 matematikteki kavramların veya problemlerin mümkün olduğu kadarıyla grafik, şema gibi somut gösterimler ile sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö5 somutlaştırma için verilecek örneklerin hazırbulunuşluğu dikkate alınan, öğrencilerin zihinlerinde daha kolay tasvir edebilecekleri ve öğrencilerin dikkatini çeken etkinliklerden seçilmesi gerektiğini düşünmektedir. Matematiksel kavramları somutlaştırmak için günlük hayatla ilişkilerini ve işlevlerini ortaya koymaya çabaladığını söyleyebiliriz.

4.1.3. Kontrol Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 10. Kontrol Değerine İlişkin Kodlar

Kodlar		Açıklama
K1	Temel çizimler	Öğrencilerin grafik ve temel çizim (sayı doğrusu, üçgensel bölge vs.) becerilerini geliştirmeye yönelik çabalaması
K2	Fikirlerin doğruluğunu tespit etme	Birisinin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikirlerin, çözümlerin, formüllerin ve kavramların ne derece doğru olup olmadığını tespit ettirmeye yönelik çabalaması
K3	Ürüne ilişkin pratik yapma	Öğrencilerin ürüne yönelik işlem (işlemlerin akıcılığına, vs) ve pratik yapma becerilerini güçlendirmeye yönelik çabalama
K4	Gösteride bulunma	Bilimsel ve matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağı ve olaylarla ilgili nasıl öngörüle bulunacağı ile ilgili gösteride bulunma (show yapma) ve öğrencileri de gösteride bulunmaya (show yapmaya) teşvik etmeye çabalaması (doğru çözümü açıklamak, öğrenciyi yönlendirme, vs)
K5	Günlük hayatla ilişki kurma	Matematiğin günlük hayatta karşılaşılan problemlere uygulanabilir olduğunu açıklamaya ve buna ilişkin örnekler vermeye çabalaması

4.1.3.1. Ö1 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1 derslerinde açıklama adımında içeriğe yönelik olarak sayı doğrusu, kapalı ve açık aralık kavramlarının gösterimi gibi çizimlere yer verdiğini ifade etmektedir. Ö1' in bu uygulamayı öğrencilerin temel çizim becerilerini geliştirmek için değil, daha ziyade öğrencilerin zihinlerinde matematiksel bilgiyi yapılandırmalarını kolaylaştırmak amacıyla uyguladığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikrin veya çözümün doğruluğu hakkında öğrenciye dönütte bulunurken ulaşılmaması beklenen matematiksel ifadeyi, kavramı ya da çözümü sunuş yöntemi ile açıkladığını söyleyebiliriz. Bu süreçte açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına çabaladığı söylenebilir. Ayrıca Ö1' in, problem çözümlerinde öğrencilerin defterlerinden cevaplarının doğruluğunu kontrol ettiği, gerekli açıklamalarda bulunduğu gözlenmiştir.

Ö_A: 12' yi 6 çarpı 2 olarak alamaz mıydık?

Ö₁: 6 kere 2 işine yaramıyor. 6' yı da çıkaramıyorsun 2' yi de tamam mı? Bir şeylerin katı olacak şekilde çarpanlarına ayırıyoruz. Söylediğin doğru ama 4 ile 3' ü yapına 4 kökten çıkıyor. Arkadaşınız bi soru sordu 6 ile 2 olmaz mıydı 12 dedi.

Ö_B: 6 da çıkmıyor, 2 de çıkmıyor.

...

Yukarıdaki uygulamasında Ö1' in, öğrencinin ileriye sürdüğü fikrin uygulanabilirliği hakkında açıklama yaptığı görülmektedir. Ö1' in matematiksel fikirlerin veya çözümlerin doğruluğunu öğrencilere tespit ettirme çabasında olmadığını, bahsi geçen uygulamanın nasıl açıklanması gerektiğine vurgu yaptığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin becerilerinin gelişmesi ve işlemlerin akıcılığını sağlamak için değerlendirme aşamasında, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz. Ö1 içerikte yer alan her bir kazanım için eşit sayıda çoktan seçmeli soru ile öğrencilerin ödevlendirilmesinin; öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesinde, öğrenmenin kalıcılığının artırılmasında ve öğrenmenin pekiştirilmesinde önemli olduğunu düşünmektedirler.

Ö1' in öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerini geliştirmek için derslerinde, aynı kazanım için benzer problemlere yer verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca öğrencilerin ürettikleri fikirlerin, çözümlerin veya kavramların doğruluğunu teyit etmek için de, ürüne yönelik problemlerin artırılması gerektiğini ifade etmektedir.

Ö1 öğrencilerin tartışmasını veya müzakere etmesini gerektirecek durumlarla karşılaştığında tartışmayı durdurarak, öğrencilerin nasıl öngöründe bulunacaklarına ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz.

Ö1 ileriye sürülen bir fikrin veya matematiksel bir ifadenin doğruluğunu teyit etmek için öğrencilere nasıl öngöründe bulunulması gerektiğine ilişkin açıklamalar yaptığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö1 öğrencilere matematiksel işlemlerde daha kısa çözüm yöntemlerinin varlığını, problem durumları üzerinden açıkladığını ve öğrencilerin hatalı veya eksik cevaplarında ise çözümü açıkladığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin fikirlerini açıklamada veya problem çözmede yönlendirmeye gerek duyduklarını belirtmektedir.

“...Yani ufak bir ipucu vererek devamını getirmelerini sağlamaya çalışıyorum...”

Ö1 öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaya teşvik etmek için genelde soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz.

(Üslü ifadelerde işlem yapma becerilerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö1: Ben bunların üslerini aynı yapamaz mıyım?

Öğrenciler: Çarparsınız, 5' in katı.

Ö1: 10' un çarpanları ne?

Ö: 5 çarpı 2

Ö1: 2 ile 5. Ben bunu şöyle yazamaz mıyım? (soruyu çözmeye başlar.) üssün üssü ne olurdu?

Ö: Çarpılır

Ö1: Bir şey değişmedi, sadece ben üsleri benzetmek için bi oyun oynadım. Şimdi karesi alalım a-1 in. Hadi yapın bakalım. (birkaç dakika bekler ve soruyu çözmeye devam eder.) Artık bildiğimiz hale geldi mi? Üsler tek sayı olduğu için çözüyorum.

...

Yukarıdaki durumda Ö1' in problemin nasıl çözüleceğine ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz. Ayrıca sınıf uygulamalarında Ö1' in, öğrencileri öngöründe bulunmaya ve açıklama yapmaya teşvik ettiğini söyleyebiliriz.

Ö1 matematiksel içeriğin günlük yaşantıyla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin dikkatini çektiğini düşünmektedir, ancak matematik öğretim programında yer alan her içeriğin günlük yaşantı ile ilişkilendirilemeyeceğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö1 günlük problemlerin çözümünde matematiğin kullanımına ilişkin genelde ifade edilen bir hastanın zamanında ilaç alması, doktorun nöbet tutma çizelgesinin oluşturulması gibi örneklere derslerinde mutlaka yer verdiğini belirtmektedir.

4.1.3.2. Ö2 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2 derslerinde açıklama adımında içeriğe yönelik olarak sayı doğrusu gibi temel çizimlere yer verdiğini ifade etmektedir.

Ö2 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının yeterli olduğunu düşündüğü içeriklerde ön öğrenmeleri hatırlatmak ve eksiklikleri tespit etmek için, çoktan seçmeli sorular sorduğunu ve çözümlerin doğruluğu hakkında dönütte bulunduğunu ifade etmektedir. Ayrıca Ö2 öğrenciler genellemelere ulaşırken öğrencilerin ürettikleri fikir veya formülün doğruluğunun tespitinde de soru-cevap tekniğini kullanarak, dönütlerde bulunduğunu ve ipuçları verdiğini söyleyebiliriz. Ö2 öğrencilerin problem çözümlerinin doğruluğu hakkında dönütte bulunurken, zaman zaman kontrol değerine göre çözümün nasıl sunulması gerektiğini açıklamaktadır. Bu nedenle açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini açıklamasının önemli olduğunu düşünmektedir.

Ö2: Şimdi 8' e bölünebilme kuralı

Merve: Tamam 4 ile 2 den çıkar 8 kuralı

Ö2: 4 ile '2' ye bölünürse 8' e bölünür.

Merve: Hayır, 4 ile 2 kuralının ikisi de tutarsa 8 olur

Ö2: Bi dakika 60, 4' e bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: 2' ye bölünebiliyor mu?

Merve: evet

Ö2: İki kuralı da sağlıyor, ama 8' e bölünemiyor.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında Ö1' in, Merve' nin 6 ile bölünebilme kuralından var olan ön bilgisi ile ulaştığı genellenenin doğruluğunu tespit ettirmeye çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin doğru sonuca ulaşabilmesi için rasyonellik değerine göre, öğrencilerin akıl yürütmesini sağlayacak veya öğrencinin zihninde çelişki oluşturacak sorularla kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

“... Halbuki yanlış yoldan bulmuş. Defterde yaparken fark ediyorsunuz. Geçerken görüyorsun. Ama ona aldırılmıyorsun yanlış yaptığı için, başka birine kayıyorsun. O zaman diyor ki 'ben de yapmıştım.'. Bak diyorum senin yönteminde şu şu yanlış bir daha açıklaman gerekiyor...”

... Gel dedim tahtada göster kendini çünkü kendini de çok göstermek isteyen biri. Ama bak her zaman senin yaptığın da doğru olmayabilir. Bunu fark etsin, illa benim dediğim doğrudur şeklinde gitmemesi için körü körüne...”

Ö2 hazırbulunuşluk seviyesinin yüksek olduğunu düşündüğü kazanımlar için, öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine açıklama safhasında içeriğin sunulmasının ardından, öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Aşağıdaki sınıf uygulamasında da Ö2' nin sunuş yoluyla açıkladığı bölünebilme kurallarının ardından, işlemlerin akıcılığını sağlamak için pratik yaptırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö2: Şimdi bu kuralları birleştirerek sorular çözeceğiz. Bir tane örnek yapalım. Üç basamaklı $a2b$ sayısı 5 ile bölünebilen, tek sayıdır. 3 ile bölündüğünde kalan 2 ise a 'nın alabileceği kaç farklı değer vardır?

(Öğrencilerin defterlerine bakar, çözümlerini açıklamalarını ister. Bir öğrenciyi tahtaya kaldırır.)

Ö: b, 0 ve 5 olur. Tek dediği için 0 olamaz. Sonra rakamları toplayıp değer verdim.

Ö2: a 'nın alabileceği kaç farklı değer varmış?

Ö: 3.

...

Ö2 değerlendirme aşamasında öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesi, öğrenmenin pekiştirilmesi için çoktan seçmeli sorulara yer vermektedir.

Ö2 öğrencilerin ön öğrenmelerindeki eksiklikleri tamamlamak veya ön öğrenmeleri hatırlatmak için de gerekli açıklamaları yaptığını, ardından pekiştirmeyi sağlamak için örnek durumlar üzerinde öğrencileri uygulamaya teşvik ettiğini belirtmektedir.

Ö2 ürüne yönelik problem durumlarını, gizem değerine göre merak veya hayranlık uyandıran fikirler ya da günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerinden tasarlamaya çalıştığını söyleyebiliriz.

Ö2: $21/4$ deyince 21 'i 4 'e böldüğümüzde herkese ne kadar düşer, bunu tam anlamak için 5 tane tam düşün. 21 tane ekmeğimiz var 4 kişi paylaşacağız. Herkese 5 tam ekmek düşüyor, bir de çeyrek ekmek düşüyor. Hani bunu daha iyi görebilmek için, $21/4$ deyince o zaman net görünmüyor. Yoksa tam kesirle bileşik kesir farklı bir şey değil.

...

Yukarıdaki uygulamasında Ö2' in bileşik kesir ile tam sayılı kesir kavramları arasındaki ilişkinin tartışılması sırasında günlük problemlerle ilişkilendirdiği görülmektedir.

Ö2 matematiğin günlük problemlere çözüm üretmesine yönelik her içerik için somut örneklerin bulunmadığını düşünmesine karşın, matematiğin yaratıcı düşünmeyi geliştirdiğini belirtmektedir.

“Her konuyu da her zaman onun işine yarayacak şekilde ilişkilendirilemeyeceğinizi biliyorsunuz yani, o yüzden. Ama ben bunu genel olarak diyorum ki matematiksel düşünme yöntemi gelişmiş bir kişi her zaman gelişmemiş birine göre avantajlıdır.”

Ö2 meslekteki ilk yıllara göre derslerinde matematiksel içeriği daha fazla günlük yaşantıyla ilişkilendirdiğini veya derslerinde matematiğin günlük problemlere sunduğu çözümlere daha fazla yer verdiğini belirtmektedir. Bu değişimi öğrencilerden gelen sorular veya dönütlerle ilişkilendirmektedir.

4.1.3.3. Ö3 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları

Yapılan gözlemlerde Ö3’ ün, ‘rasyonel sayılar kümesinin yoğun olduğunu, rasyonel olmayan sayıların varlığını belirtir’ kazanımlarına ve ‘ $\sqrt{2}$ sayısının sayı doğrusunda yerini tespit ettirmeye’ ilişkin uygulamalarında sayı doğrusu, dik üçgen gibi temel çizim becerilerine yönelik etkinliklere yer verdiği tespit edilmiştir.

Ö3 öğrencilerin becerilerinin gelişmesi ve işlemlerin akıcılığını sağlamak için değerlendirme aşamasında, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö3’ ün görüşmede de ifade ettiği gibi öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlerin veya çözümlerin doğruluğunu tespit etmek için, öğrencilerin defterlerinden cevaplarını incelediği ve dönütlerde bulunduğu gözlenmiştir. Ayrıca tahtada matematiksel problemlere çözüm arayan öğrencilerin hatalarının nasıl açıklanması gerektiğini ifade ederek dönütte bulunmaktadır. Aşağıdaki durumda da Ö3’ ün çözümlerin doğruluğunun tespitine ilişkin bir uygulaması görülmektedir.

(Öğrencilerin defterlerine bakar)

Ö3: *Arkadaşlar, beraber yapalım. Şimdi arkadaşlarınızın dolaşırken bir şey fark ettim, gözden kaçan bi şey var. 1.nöbeti ile 64.nöbeti arasında belli bir süre geçecek siz onu anladığım kadarıyla kaçırdınız. Yani 5 günde bir nöbet tutuyor. Siz doğrudan 64 ün kalanını bulmaya çalışıyorsunuz. Şimdi ilk nöbetini ne zaman tuttu, aradan kaç gün geçti, önce onu hesaplayalım.*

...

Ö3 zaman zaman kazanıma yönelik öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine, içeriğin sunulmasının ardından öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için, problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerinin gelişmesi,

öğrenmenin pekişmesi, farklı problem durumları ile karşılaşmaları ve öğrenmede kalıcılığın artırılması için her içeriğe veya kazanıma yönelik örnek problem durumlarına yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö3 öğrencilerin, fikirlerini açıklamada veya problem çözmede yönlendirmeye gerek duyduklarını belirtmektedir. Ö3 öğrencilerin tartışma veya müzakere etmesini gerektiren durumlar tasarladığını, ancak sağlıklı bir tartışma için öğrencilerin dönütlerle ve sorularla yönlendirilmesi gerektiğini belirtmektedir.

Ö3 günlük hayatla ilişkilendirilmiş matematiksel durumları dersten önce tasarlamadığını, içeriğe yönelik problem durumlarını ders sırasında ifade ettiğini belirtmektedir.

Ö3: *Doktora gidiyorsunuz, doktor size ilaç yazıyor. O reçete ile eczaneye gidiyorsunuz, eczane sizi ilacı veriyor. Eğer siz o ilaç bitmeden giderseniz, bilgisayarda sistem ilacın size verilmeyeceğini gösteriyor. Sürenin dolmadığını neye göre hesaplıyorlar sizce?*

Ö: *Günlere göre*

Ö3: *... Modüler aritmetiğin arkadaşlar kullanım alanı çok geniş. Örneğin, astronomlar işte bir kuyruklu yıldızın, örneğin Dinç kuyruklu yıldızı 300 yılda bir dünyaya yaklaşıyor diyelim ya da dünyadan görünüyorsa işte ilk ya da en son ne zaman görülmüş 1872 yılında görülmüş diyelim. Bundan 4 önce ne zaman hangi yılda görülmüş.*

(Problemi yazar ve çözümünü yaparlar.)

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında olduğu gibi Ö3, derslerinde içeriğin günlük hayatta karşılaşılan problem durumlarına uygulanabilir olduğuna dikkat çekmektedir.

4.1.3.4. Ö4 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4 öğrencilerin ön bilgilerinin yetersiz olduğunu düşündüğü veya öğrencilerin zihinlerinde yapılandırmakta zorlandıklarını düşündüğü, daha fazla soyut kavramlar teşkil eden içeriklere ilişkin olarak şekil, grafik veya modellere derslerinde özellikle yer vermeye çabaladığı söylenebilir.

Ö4 öğrenciler genellemelere ulaşırken öğrencilerin ürettikleri fikir veya formülün doğruluğunun tespitinde de, soru-cevap tekniğini kullanarak dönütlerde bulunduğunu ve ipuçları verdiğini söyleyebiliriz. Bununla birlikte Ö4 öğrencilerin birbirlerinin ürettiği fikirlerin, kavramların veya çözümlerin doğruluğunu teyit etmeleri için zaman ayırmanın mümkün olmadığını ifade etmektedir. Bu nedenle sınıfta doğru olmayan fikir, çözüm veya

kavram üreten öğrencilere, kontrol değerine göre matematiksel ifadenin nasıl açıklanacağına ilişkin açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

“Hatta şöyle yazanlar oluyor $\frac{\sqrt{2}}{1}$ diyor evet bu rasyonel sayıdır. Hani bütün tamsayıların paydasına 1 yazıyor ya onun gibi düşünen oluyor. Ama orada da hemen geri dönüt yapıyorum, diyorum ki rasyonel sayı olması için şartımız neydi pay ve payda birer tamsayı olacak. Pay sıfırdan farklı olacak. $\sqrt{2}$ bir tamsayı mı, değil o zaman sen rasyonel sayı olarak yazamazsın, yazamıyorsan rasyonel sayı olarak yazılamayan sayılara irrasyonel sayı deriz.”

Ö4 kazanıma ilişkin öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine, içeriğin sunulmasının ardından öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir.

Öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerinin gelişmesi, farklı problem durumları ile karşılaşmaları ve öğrenmede kalıcılığın artırılması için her içerik veya kazanım için Ö4 örnek problem durumlarına yer verdiğini belirtmektedir. Ayrıca ürüne yönelik problem durumlarını tasarlarken, günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerine tasarlamaya dikkat ettiğini ifade etmektedir.

Ö4 öğrencilerin tartışmasını veya müzakere etmesini gerektirecek durumlarla karşılaştığında tartışmayı durdurarak, öğrencilerin nasıl öngörüle bulacaklarına ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz. Ayrıca ileriye sürülen bir fikrin veya matematiksel bir ifadenin doğruluğunu teyit etmek için öğrencilere nasıl öngörüle bulunulması gerektiğine ilişkin açıklamalar yaptığı gözlenmiştir.

Ayrıca Ö4’ ün öğrencilere kavramlar arasındaki ilişkiye yönelik gösterilerde bulunduğunu söyleyebiliriz. Kısacası Ö4 nesnecilik boyutunun göstergelerinden olan sembol kullanımı ve görselleştirme; ilerleme boyutunun göstergelerinden olan kavramlar arası ilişki kurma için kontrol boyutu benimsediğini söyleyebiliriz.

Ö4: *Şimdi önceki örnekten ne farkı? Orada işlemin sonucunu istemişti, burada sonucu vermiş işlemin içinde ki bilinmeyeni soruyor. Nasıl düşünecez? Şöyle düşünecez, bakın 1 den bir sayıyı çıkarmışız ve sonuç ne olmuş 2 olmuş. 1 den neyi çıkarırsak 2 olur?*

Öğrenciler: -1

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında matematiksel problemin çözümünde nasıl öngörüle bulunulması gerektiğine ilişkin Ö4’ ün açıklama yaptığını söyleyebiliriz.

Ö4 matematiğin günlük problemlere çözüm üretmesine ilişkin her içerik için somut örneklerin bulunmadığını düşünmesine karşın, matematiğin yaratıcı düşünmeyi geliştirdiğini belirtmektedir.

“... Ya günlük hayatta her şey sizin işinize yaramayabilir. Buna şöyle örnek veriyorum, mesela özellikle erkek çocukları futbolla çok ilgili oldukları için mesela diyorum düşünün bir futbol takımının antrenmanını izliyorsunuz televizyonda veriliyor. Kaleci de diğer oyuncularla bir koşu yapıyor, ağırlık çalışıyor o hareketleri, ne yapıyorsa diğerleri o da yapıyor. Niye yapıyor diyorum. Kaleci koşmuyor ki 90 dakika boyunca kalede duruyor. Diğer oyuncular tamam hani bir efor sarf ediyorlar, onun için bir antrenmana ihtiyaçları var kaleci niye yapıyor? Yani sizin de öğrendiğiniz her şeyi günlük hayatta kullanacaksınız diye bir şey yok. Matematikle ilgilendiğinizde bakış açınız geliyor, daha mantıklı düşünmeyi öğreniyorsunuz.”

4.1.3.5. Ö5 İçin Kontrol Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 derslerinde açıklama adımıyla içeriğe yönelik olarak sayı doğrusu gibi grafik veya şemalara yer verdiğini ifade etmektedir. Ders gözlemlerinde de problem çözümlerinde, açıklama yapmak amacıyla benzer uygulamalara yer verdiği gözlenmektedir.

Ö5 öğrencilerin ön bilgilerinin yetersiz olduğunu düşündüğü veya öğrencilerin zihinlerinde yapılandırmakta zorlandıklarını düşündüğü, daha fazla soyut kavramlar teşkil eden içeriklere ilişkin olarak şekil, grafik veya modellere derslerinde özellikle yer vermeye çabaladığını belirtmektedir.

Ö5 öğrencilerin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikrin veya çözümün doğruluğu hakkında öğrenciye dönütte bulunurken, sunuş yöntemi ile ulaşılması beklenen matematiksel ifadeyi, kavramı ya da çözümü açıkladığını söyleyebiliriz. Bu süreçte açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına çabalamakta, dönüt ve düzeltmede bulunurken de, matematiksel ifadeye yönelik açıklamada bulunmaktadır.

“Yani kendine güveni gelsin biraz daha. Çünkü matematiğe bazıları ket vuruyor “Ben yapamayacağım” diye. Tahtaya kalktığında orada siz bazen sessizce söylüyorsunuz, bazen bundan sonra bu mu olur diyerek. Biraz daha uğraşıyorsunuz ama.

... seninki tamamen yanlış deyip dışlama değil de eksik yani. Doğru bulmuşsun, şuraya kadar var ama bundan sonrasını da düşün bak şunlar da olabilir. Bulduğun kadar doğru, güzel diyerek hani tamamen yok seninki yanlış dememeyi tercih ediyorum.”

Ö5 zaman zaman kazanıma yönelik öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine içeriğin sunulmasının ardından problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Ö5 öğrenmenin gerçekleşmesi için işlemsel becerilerin gelişmesine yönelik, daha fazla ve farklı problem durumlarına yer verilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

Ö5 öğrencilerin tartışmasını veya müzakere etmesini gerektirecek durumlarla karşılaştığında tartışmayı durdurarak, öğrencilerin nasıl öngöründe bulunacaklarına ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz.

“... Birkaç kişinin fikrini alalım, dinleyelim. Tartışarak değil de sen fikrini söyle, şimdi sen söyle şeklinde birbirimizi dinleyelim diyerek. Ondan sonra hemen şimdi de tahtada görelim nasıl oluyormuş diye keserim...”

Ö5 kazanıma ayrılan süreyi göz önüne alarak, zaman zaman matematiksel ifadelerin açıklanması ve problem durumlarına uygulanmasına ilişkin açıklamalarda bulunduğunu belirtmektedir. Ö5’ in derslerinde öğrencilerin açıklamalarda bulunması için içerik değişkeni önem arz etmektedir. Modüler aritmetik içeriğine ilişkin yapılan ders gözlemlerinde daha çok Ö5’ in matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağı veya problemlerin nasıl çözüme ulaşacağına ilişkin açıklamalarda bulunduğu gözlenmiştir. Tamsayılar, rasyonel sayılar ve köklü ifadeler içeriklerinde ise öğrencilerine açıklamalarda bulunmaları için fırsat tanıdığı gözlenmiştir. Bunun için hazırbulunuşluk seviyesine önem verdiğini söyleyebiliriz.

Derinleşme aşamasında Ö5’ in yalnızca kendisinin açıklamalarda bulunduğu ve öğrencilere fırsat tanımadığını söyleyebiliriz. Aşağıdaki durumlarda da bu süreçler gözlenmektedir ve işlemlerde kısalık için kontrol değerini benimsemektedir.

(Rasyonel sayılarda dört işlem becerilerini geliştirmeye ilişkin uygulama yapmaktadır. Bir öğrenciyi tahtaya kaldırır.)

Ö5: *(Öğrenci çözümünü yazarken) Birisi tam, birisi rasyonelse ne yapıyorduk, uzun uzun payda eşitlemiyorduk. Çarp çıkar ya da çarp topla yapıyorduk. İşaretlerine dikkat ediyorduk. Orada ne yaptık, payda eşitledik, güzel. Payda eşitliyorsanız tek paydada yazın, bir daha ayrı ayrı yazmayın. (öğrenci işlemlere devam eder.) ikinciye ters çevirdik, sadeleştirme yapabilirisin. Sadeleştirdiğiniz an oraya yazın, unutabilirsiniz. Mümkün olduğunca en sade hale getirin.*

...
(Rasyonel sayılarda işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö5: *Önce ben biraz çözeyim, farklı sorularda da birlikte yaparız.*

...
Ö: *$3x+10$ bölü x , oradan karşıya atarız.*

Ö5: *Bunu da ben yapayım, bunda biraz daha farklı çünkü.*

Ö5 matematiğin günlük problemlere çözüm üretmesine ilişkin her içeriğe somut örneklerin bulunmadığını düşünmesine karşın, matematiğin yaratıcı düşünmeyi geliştirdiğini belirtmektedir.

“... Ben hani günlük hayatta anneleri örnek veririm. Mesela “En iyi matematikçi annedir” derim. Yemeğe attığı tuz oranı bile matematikten geçer... Evlenirken bile matematiği kullanıyorsunuz. Problemi, olumlu olumsuz yanları... Günlük hayatta hani matematik hakikaten yorum, kavram...”

4.1.4. İlerleme Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 11. İlerleme Değerine İlişkin Kodlar

Kodlar		Açıklama
İ1	İlgi ve motivasyon	Öğrencilerin matematiğe ilişkin pozitif yöndeki değişimlerini, motivasyon ve ilgiyi artırmaya çabalaması (gelişme)
İ2	Matematiksel bilginin gelişimi	Matematiksel ve bilimsel bilgilerin nasıl geliştiği ile ilgi etkinlikler ve faaliyetlerde bulunmaya çabalaması (tarihçeye yer verme, tarihteki matematiksel gelişmeler hakkında hikayeler aktarma, kavramlar arası ilişkiyi ve bilginin yığılmalı geliştiğini sezdirme, vs)
İ3	Farklı açıklamalar yaptırma	Fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgi farklı ispatlar ve açıklamalar yaptırmaya, araştırtmaya yönelik teşvik etmeye çabalama (alternatif yollar istemesi, vs.)
İ4	Hazırbulunuşluk seviyesi	Hazırbulunuşluk seviyesini, ön öğrenmeleri, vs dikkate almaya çabalama
İ5	Genelleme	Öğrencilerin genellemelere ulaşması için çabalaması (özel örneklerden genel fikirlere ulaştırmaya çabalaması vs.)

4.1.4.1. Ö1 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe bağlı olarak matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirdiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö1, öğrencilerdeki değişimi gözlemlemek için benzer problemlere yer verdiği ve öğrencilerin defterlerinden çözümlerini takip ettiği, öğrenciye bireysel olarak defterinde açıklamalar yaptığı gözlenmiştir. *“Lütfen herkes yapsın”* veya *“sınavda çıkabilir böyle bir soru”* gibi ifadelerin öğrencilerin ilgisini artırdığını düşünmektedir.

Ö1 kavramlar arasındaki ilişkinin sorgulanılmasının, öğrenmenin kalıcılığını artırdığını düşünmektedir. Açıklama aşamasında matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek, kavramların arasındaki ilişkiyi açıklamak ve genellemelere ulaşmak için kontrol boyutunu benimseyerek matematiksel bilginin nasıl geliştiğine yönelik açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz. Aşağıdaki durumda kavramlar arasındaki ilişkiyi açıklamaya çabaladığı gözlenmektedir.

Ö1: *Şimdi köklü ifadeler, üslü ifadelere çok benziyor dedim. Hatta üslü ifade halinde yazabilirsiniz. Birinci madde köklü ifadenin üslü ifadeye nasıl dönüştüğünü gösteriyor. n' inci dereceden kök a, şu a' nın üssü kaçsa o, bölü n diye yazacaksınız. Burada a' nın üssü kaç 1, o zaman bunun üssünü kaç yazıyorsun, 1/n.*

...

Ö1, tarihçenin ve matematiksel bilginin gelişiminin öğrenciler tarafından ilgi çektiğini belirtmesine karşın, derslerinde yer vermediğini ifade etmektedir.

Ö1 içeriğe bağlı olarak öğrencilerin farklı açıklamalar yapmaları veya alternatif yollar üretmeleri için, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerden fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgili farklı ispatlar yapmaları için hiç beklentisi olmadığını belirten Ö1' in, ders gözlemlerinde de öğrencileri farklı açıklamalar yapmaya veya araştırmaya yönlendirmediği gözlenmiştir. Sınıf uygulamalarında alternatif çözümleri ise kontrol değerine ilişkin olarak Ö1 açıklamaktadır. Ayrıca Ö1 ön öğrenmelerin önemli olduğunu düşündüğü içeriklerde kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulatmaya çabalamaktadır.

Ö1 öğrencilerin fikirlerini verilerle sınaması, fikirlerini uygulaması için içeriğin önemini vurgulamakta ve modüler aritmetik içeriği için öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğunu düşünmektedir.

“...modu bile görünce mod ne falan oldular hiç duymamışlar. Çünkü duydukları bir şey olunca tepki veriyorlar. Hiç bilmedikleri bir şey bu kadar ağır yani altından kalkabileceklerini düşünemiyorum.”

Ö1 öğrencilerin genellemeye ulaşması için birkaç tane özel örneğin çözümünü açıkladığını, birkaç tane örneği de öğrencilerin yapmasını istediğini belirtmektedir. Farklı örnekler üzerinden öğrencilerin genellemeye ulaşabileceğini, 3-4 örnekten sonrasını ödev verdiğini ifade etmektedir.

4.1.4.2. Ö2 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonu artırmak için içeriğe göre matematiksel bilgiyi, günlük problem durumları ile ilişkilendirdiğini ifade etmektedir.

“... Bilgisayar çağında olduğumuz için çocuklar şifreleme deyince bir şey yapıyor, matrislerde buna yönelik bir şifreleme gösteriyorum. Ama bak modlarda bu hiç aklıma gelmemişti. Bunu da düşünebilirim. Çok vakit alacak bir uygulama değil. İlgi çekebilecek bir uygulama olabilir...”

Ayrıca Ö2, matematik dersine olan ilgiyi artırabilmek için matematik tarihine de yer verdiğini ifade etmektedir.

“... Öğrencinin ilgisini çekecek örnekler tarihten yaşantısıyla veya sene başlarında yapıyorum, derse direk başlamak sıkıcı olabiliyor. Matematikçilerin hayatlarıyla ilgili ilginç şeyler varsa, bazılarının hayat hikayeleri ilginç onlardan biraz bahsedebiliyorum.”

Ayrıca öğrencilerin dikkatini çekmek için rasyonellik değerine göre çelişkili hipotezlere yer verdiği de söylenebilir.

Ö2: *Tamam ama, bu soruda 10 rakam olmadığı için olmaz. Başka bir soruda 10 cevap olmaz mıydı?*

Ö: *Nasıl? Rakam sormasaydı iki basamaklı en küçük değer olurdu.*

...

Ö2 kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için öğrencileri sorgulattığını, öğrencilerin akıl yürütmesi için soru-cevap tekniğini kullandığını belirtmektedir. Ayrıca Ö2 kontrol boyutuna göre kavramların tanımlarını açıklayıp, kavramlar arasındaki ilişkinin belirtilmesi gerektiğini düşünmektedir. Aşağıda açıklama aşamasında modüler aritmetik içeriğine ilişkin sınıf uygulamasında denklik kavramı ile bölünebilme kuralları arasındaki ilişkiye vurgu yaptığı söylenebilir.

(Modüler aritmetikte işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö2: *4 ile bölünebilme kuralı neydi Merve?*

Merve: *Son iki basamağa bakacağız*

Ö: *Ya çift sıfır olacak ya da dördün katı*

Ö2: *Evet, mod 4' te kalanı bulmak için son iki basamağa bakmamız yeterli, sayının hepsini almamıza gerek yok. o zaman 98 i 4 e bölüyoruz.*

...

Ö2 öğrencilerden fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgili farklı ispatlar yapmaları için hiç beklentisi olmadığını belirtmektedir.

“Böyle kolay çıkmaz yani. Bunun bir ispatı olacağını 9. sınıf öğrencisi düşünmemiştir. İyi bir matematik öğrencisiydim bazen ben kendimle de kıyaslarım hani... Devirli sayıları da mesela hocam dememişti rasyoneldir diye. Ben de irrasyonel zannediyordum... Öyle fark etmiştim ben, hocama soru sorarak. Ben kendim fark etmiştim de hani birçok öğrenci bunu bile fark edemiyor. O yüzden ispatını da hiç zannetmiyorum. Çok çok zeki bir öğrenci ancak...”

Ö2, örnek sorular için öğrencilerin ileri sürdüğü çözümleri ifade etmelerine veya farklı işlem kısıtlılığı için farklı çözüm yolları aramalarına imkan tanımaktadır. Aşağıdaki değerlendirme adımında ortaya çıkan sınıf uygulaması da bu durumu yansıtmaktadır.

Merve: Hocam şu yoldan yaptım (defterindeki çözümü Ö2’ye anlatır.)

Ö2: Çok güzel, hadi yap.

İrem: Ben de yapmıştım (defterindeki çözümü gösterir).

(Merve çözümünü anlatarak tahtaya yazar.)

Ö2: İkinci yol olarak, İrem’in yaptığı da şu şekilde. x ’i yalnız bırakıp, buradan da yapabiliriz (çözümü anlatarak yazar).

...

Ö2 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için hazırbulunuşluk seviyelerinin önemli olduğunu ifade etmektedir. Ö2’ nin soyut kavramların tanımları üzerinden, soru-cevap tekniği ile müzakere ortamları oluşturmaktadır.

“... Tanımı anlayamadığı için onun üzerinden bir tartışma şekillendiririm. “Niye a / b şeklinde olmak zorunda rasyonel sayılar? Tam sayılar da a / b şeklinde yazılabilir mi?” gibi o tarz sorularla ben daha çok yönlendirirdim.”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö2, ön öğrenmeler üzerinden öğrencilerin hatalarının farkına varmalarını planlamaktadır. Ayrıca bu durumda hazırbulunuşluk seviyesinin yeterli olduğunu düşündüğü için, tartışma ortamı tasarlamadığı veya açıklamada bulunmadığı gözlenmektedir.

(Rasyonel sayı kavramını açıklar ve örnekler yapar.)

Ö2: Rasyonel sayılarda toplama, çıkarma, çarpma, bölme bunları zaten biliyorsunuz. Toplama, çıkarma yaparken ne yapıyoruz?

Öğrenciler: Payda eşitliyoruz.

Merve: Çarpma yaparken, normal çarpıyoruz. Bölme yağıarken de ilkinizi düzgün, ikincisini ters çevirip çarpıyoruz.

Ö2: (Bir örnek yazar) Çarpma işleminde sadeleştirme yapıyoruz (işlemi yapar) $4/15$ oluyor. Bakın şöyle bir hata yapıyorsunuz. $x/9=3/5$ ifadesinde de sadeleştirme işlemi yapıyorsunuz 3 ile 9 arasında. Sadeleştirmeyi ne zaman yapabiliyoruz, sadece çarpmada.

...

Aşağıdaki durumda da Ö2’ nin, öğrencilerin kesir kavramına ilişkin ön öğrenmelerinden yararlanarak rasyonel sayı kavramını tanımlamaya çabaladığı söylenebilir.

Ö2: *Evet gençler, rasyonel sayı nedir?*

ÖA: *Kesirli sayı*

Ö2: *Kesirli sayılar diyorsunuz. Daha teknik bir ifade ile söylersek nasıl söyleriz?*

ÖB: *a/b*

Ö2: *a ve b sayısı*

ÖB: *Birer tamsayı olmak üzere*

Ö2: *Güzel... ve? b sıfırdan farklı olmak üzere a/b şeklinde ifade edilebilen sayılara rasyonel sayı nedir.*

...

Ö2 öğrencilerin semboller, modeller veya diyagramlar oluşturmaları veya kullanmaları ve fikirlerini farklı durumlara uygulamaları için hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğunu ifade etmektedir. İspat ve ispatlama yöntemlerinin de ancak hazırbulunuşluk seviyesi yüksek öğrenciler tarafından anlaşılacağını düşünmektedir.

Ö2 öğrencilerin genellemelere ulaşması için örnek durumlar üzerinden, rasyonellik değerine göre akıl yürütmelerine imkan tanımakta ve gerekli gördüğü noktalarda kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirmektedir.

“... Bazen oluyor yani. Hocam diyor bu her zaman olur mu? Sence her zaman olur mu diyorum. Başka sayılarla dene diyorum... Hocam onlar niye olmasın ki diyor. Bunu nasıl kavradın diyorum. Bazen çok güzel yaklaşımlarda olabiliyor. Gerçekten o tümevarıma gidebiliyor. Hocam tabi olur bakın şöyle oluyor diyor. Bazen yapabiliyor ama bazen de direkt kalıyor. Yönlendirmeye çalışıyorsunuz ama bilmem nasıl olur doğru mu, diye soruyorlar.”

4.1.4.3. Ö3 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö3 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için, içeriğe göre matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö3: *Örneğin, astronomlar işte bir kuyruklu yıldızın ben bilmiyorum ama bilenler var diyelim. Dinç kuyruklu yıldız 300 yılda bir dünyaya yaklaşıyor diyelim ya da dünyadan görünüyor işte ilk ya da en son ne zaman görülmüş 1872 yılında görülmüş diyelim. Bundan 4 önce ne zaman hangi yılda görülmüş.*

...

Ö3 açıklama aşamasında gizem boyutuna göre öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü matematiksel işlemlerin matematiğe olan ilgiyi artırdığını düşünmektedir. Öğrencilerdeki değişimi gözlemlemek için problem çözümlerinde defterlerinden takip ettiği gözlenmiştir.

Ö3 sınıftaki öğrencilerin genel hazırbulunuşluğunu dikkate alarak kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulattı veya kavramların tanımlarını açıkladığını ifade etmektedir.

Aşağıdaki durumda da Ö3, ön öğrenmelerle ilişki kurarak öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini artırmak için çabaladığı söylenebilir.

Ö3: *Bir sonraki dersimizde modüler aritmetikte işlemler konusuna geçeceğiz. Biz bu konuya başlamadan önce kalan sınıfları ile başlamıştık, hatırlıyor musunuz? Yani bölme işleminden kalanların oluşturduğu sınıflardı. Bir sonraki derse gelmeden önce modüler aritmetikte işlemler konusunu gözden geçirin.*

Alican: *Bunun hocam bölme ve bölünebilme ile de ilişkisi var değil mi?*

Ö3: *Elbette, dikkat edin bu konuya bölünebilme kurallarından sonra geçtik. Bunlar birbiri ile ilişkili, mesela her sayı 7' ye bölünmez, kalanlar var. Günün 24 saat olması, haftanın 7 gün olması, kalan sınıflarını belirliyor.*

...

Aşağıdaki durumda ise rasyonel sayı kavramını açıklama adımıyla kesir ve rasyonel sayı kavramları arasındaki ilişkiyi sezdirmek için çabalamaktadır.

(4 eş parçadan 2 parçayı ve 8 eş parçadan 4 parçayı tarar.)

Ö3: *Bu bize $\frac{1}{2}$ yi göstermiyor mu? Ne oldu? $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ ile aynı büyüklüğü gösterdi mi? Yarım. Hatta bunu biraz daha genişletelim, $\frac{50}{100}$. Bunların hepsi ne oluyor, aynı büyüklüğü gösteriyor. Öyleyse ben bu kesirler için şu ifadeyi kullanabilirim. $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{50}{100}$ $\frac{1}{2}$ 'ye denk kesirlerdir. Eğer birden fazla kesir aynı büyüklüğü gösteriyorsa biz o kesirlere denk kesirler diyoruz. $\frac{1}{2}$ 'ye de bu kesirlerin temsilcisi diyeceğiz.*

...

Ö3 öğrencilerden fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgili farklı ispatlar yapmaları için hiç beklentisi olmadığını belirtmektedir. Ö3 sınıfın hazırbulunuşluk seviyesi değiştiğinde farklı çözüm yöntemleri ve açıklamalar geliştirdiğini belirtmektedir.

Ö3 9. sınıf öğrencisinin fikirlere veya bağıntılara yönelik farklı açıklamalar yapmak için yeterli hazırbulunuşluğa sahip olmadığını düşünmektedir. Ancak hazırbulunuşluk seviyeleri bakımından homojen sınıflarda öğrencilerin problem durumlarına farklı çözüm yolları üretebileceğini ifade etmektedir.

Ö3 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için hazırbulunuşluk seviyelerinin önemli olduğunu ifade etmektedir. Ön öğrenmenin yeterli seviyede olduğunu düşündüğü içeriğe ilişkin tartışma ortamı tasarlamadığını, ancak içeriğe göre tanımlar veya örnek durumlar üzerinden tartışma ortamlarına yer verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca modüler aritmetik gibi soyut kavramlar ve öğrencilerin hazırbulunuşluğunun yetersiz olduğunu düşündüğü içeriklere yönelik tartışma ortamları tasarladığını belirtmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında modüler aritmetikte denklem çözümlerini, ön öğrenmelerle ilişkilendirerek açıklamaya çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö3: Evet, $Z/7$ ’ de $3x+4=0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz. Şimdi biz, şöyle geri dönüp denklemler konusunu hatırlayalım. Böyle değil de $3x+4=0$ olsaydı, nasıl çözerdik bunu?

ÖA: x ’ i yalnız bırakarak

Ö3: Bilinmeyeni yalnız bırakarak, öyle mi? Peki bilinmeyeni nasıl yalnız bırakıyorduk?

ÖB: Karşıya atıyorduk

Ö3: Matematikte atma diye bi şey yok aslında. Bu 4’ ü biz pratik olsun diye böyle söylemişiz büyük ihtimalle. 4’ ü karşıya gönderelim demek aslında şudur, her iki taraftan 4 çıkarmak. Bu 4 ile -4 arasındaki ilişki nedir?

ÖC: Birbirinin ters işaretidir.

Ö3: Birbirlerinin toplamaya göre tersi değil mi?

ÖC: Evet

Ö3: O zaman denklemlerde toplam ya da fark durumundaki sayıların, bilinmeyeni yalnız bırakmaya çalışıyoruz ya, ilk hareketimiz bu sayının toplamaya göre tersi ile toplama olacak. Şimdi o zaman burada uygulayalım. Her iki tarafa 4’ ün denklik sınıfının toplamaya göre tersini ekleyeceksiniz.

...

Ö3 meslekteki ilk yıllara göre derslerinde hazırbulunuşluğa daha çok önem verdiğini, ders sürecinde öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini dikkate alan farklı etkinliklere yer verdiğini ifade etmektedir.

“Şimdi güzel tarafı zaten bu, başlarda mesleğin ilk yıllarında kendine çok daha fazla güven duyuluyor işin doğrusu. Yani ben öğrenerek geldim, bilerek geldim ya da ne biliyim karşıdaki gruptan çok çok daha iyi biliyorum durumu var yeni öğretmenlikte. Ama tecrübe arttıkça daha farklı yaklaşmak gerektiği ortaya çıkıyor. Öğrencilerle beraber siz de öğreniyorsunuz, öğrencilerle beraber siz farklı yöntemler geliştiriyorsunuz. Yani bırakın mesleğin ilk yıllarını sınıfın ilk haftalarında bile böyledir. Sınıfın ihtiyaçları, eksiklikleri, fazlalıkları bire bir netleşmeye başladığında farklı yöntemler geliştirmeye başlarsınız. İlerleyen yıllar aslında öğretmenin daha tedirgin olduğu yıllardır diye düşünüyorum ben.. Çünkü acaba neyi farklı yapsak da biraz daha kalıcı olsa kaygısı var.”

Ö3 örnek durumlar üzerinden öğrencilerin genellemelere veya tanımlara ulaşmaları gerektiğini belirtirken, istenilen sonuca ulaşıldıktan sonra örnek durumların artırılarak bilginin kalıcılığını artırılması gerektiğini düşünmektedir.

Aşağıdaki durumda Ö3, özel örneklerden rasyonel sayılarda sıralama işlemi için kurallar elde etmeye çabalamaktadır.

(Tahtaya pozitif rasyonel sayılarda sıralama yazar.)

Ö3: Şimdi sırayla soruma cevap verin. (3 rasyonel sayı yazar, pay kısmını boş bırakır ve paydalarına 8 yazar) Bu alttaki adamlar ne söylüyor bana?

Ö: Paydaları eşit

Ö3: Yani kullanacağımız bütünlerin kaç eş parçaya bölündüğünü söylüyordu. Üstteki adamlar ne anlatıyordu?

Öğrenciler: Kaç parçayı aldığımızı

Ö3: Şimdi şu adam 8 parçasını alsın, bu adam 4 parçasını alsın bu adamda 2 parçasını alsın.

Ö: Tam, yarım, çeyrek

Ö3: Peki hangisi daha büyük

Alican: Bütün

(Ö3, rasyonel sayıları sıralar)

Ö3: Peki bunu genellersek, bu üç kesrin ortak bir özelliği var mı?

Alican: Paydaları eşit

Ö3: Paydaları eşit olan rasyonel sayılar sıralanırken, payı büyük olan diğerlerinden daha büyüktür.

...

4.1.4.4. Ö4 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4 açıklama aşamasında, öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe göre matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirmektedir.

Ö4: Bir de nöbet soruları vardı. Askere gidecek arkadaşlara bir tane asker nöbeti sorusu çözelim. Askerde işinize yarar hesap yaparsınız.

...

Ö4 değerlendirme aşamasında üniversiteye giriş sınavlarında yer alan soruların, sınıfta öğrencilerin cevaplamasının motivasyonu artırdığını düşünmektedir. Değerlendirme adımı motivasyonu artırmak için uygulamalarında bu sorulara yer vermektedir.

(Rasyonel sayılarda işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö4: 1990 üniversite sınavında çıkmış, merdivenli işlemlerle ilgili bir soru var. İkinci basamak sınavında çıkmış.

...

Ö4: 1995' te çıkmış bir öss sorusu şöyle, 9^9 sayısının $1/3$ ü hangisidir? Biraz önce çözdüğümüz sorulara benziyor.

...

Ö4, ilgi ve motivasyonu artırmak için örnek durumlarda öğrencilerin dikkatini çekeceğini düşündüğü sayılara yer vermektedir. Ayrıca değerlendirme adımı 'günün sorusu' adı altında uygulamaya yer vermektedir.

Ö4: $2^{1903} + 2^{1453} + 2^{1299}$ işleminin sonucu mod7' de kaçtır, hesaplayalım. 1903, 1453 ve 1299 tarihleri size ne anlatıyor?

...

Ayrıca tarihçeye yer vermenin de ilgi ve motivasyonu artırdığını düşünen Ö4, dikkat çekme aşamasında tarihçenin kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Ö4: *Ders kitabınızın 207. sayfasını açar mısınız? Orada karekök sembolü ile ilgili kısa bir tarihçe var. İlgin okur musun?
(İlgin 'Kök sembolü' başlıklı tarihçeyi okur.)*

...

Ö4 kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için öğrencileri sorgulattığını, öğrencilerin akıl yürütmesi için soru-cevap tekniğini kullandığını belirtmektedir. Ö4 edindirilecek kazanımın ön öğrenmelerle ilişkisini kurmak için problem çözme etkinlikleri tasarladığını söyleyebiliriz.

Aşağıdaki durumda örnek durum üzerinden köklü ifadelerin üslü ifade olarak yazılabileceğini açıklamaya çabalamaktadır.

($5=25^x$ ise x nedir? sorusunu yazar ve x değerini hesaplar.)

Ö4: *Şimdi buradan kareköke geçiş yapacağım. Nasıl? 25 üssü $\frac{1}{2}$ neye eşit oldu, 5 'e. 25 üssü $\frac{1}{2}$ demek karekök 25 demek. Buradan şöyle bir sonuç çıkaralım karekök x , x üssü $\frac{1}{2}$ ye eşit.*

...

Ö4 öğrencilerin farklı fikirler veya çözümler elde etmesi için herhangi bir çaba içerisine girmemektedir. Farklı açıklamalar veya çözüm yöntemleri var ise kontrol değerine göre kendisi açıklamakta veya öğrenciyi tahtaya yazması için yönlendirmektedir. Ö4, öğrencilerden fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgili farklı ispatlar yapmaları için hiç beklentisi olmadığını belirtmektedir.

Ö4 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için hazırbulunuşluk seviyelerinin önemli olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca Ö4' ün, ön öğrenmelerin önemli olduğunu düşündüğü içeriklerde de kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulattığını söyleyebiliriz. Tamsayılar üzerine tartışmayı gerekli bulmazken, soyut kavramların tanımları üzerinden soru-cevap tekniği ile müzakere ortamları oluşturduğunu söyleyebiliriz.

"...İşte dediğim gibi tamsayılarda dört işlemi %90 kavramış olarak geliyorlar. Doğal sayıları biliyorlar. Basamak kavramını biliyorlar. Çünkü ilköğretim üçüncü sınıftan itibaren bunlar öğretiliyor... Ama ilk kez görüyorlar, mesela fonksiyon var 9. sınıfta çocuklar ilk kez karşılaşıyorlar. İşte orada sezdirmek için farklı örnekler işte uuu... bu tür tartışmalara girerim..."

Ö4 ön öğrenmeleri tespit etmek ve hatırlatmak için örnek durumlar üzerinden soru-cevap tekniğini kullandığını ifade etmektedir.

(Reel sayılarda üslü ifadelerin özelliklerini açıklamaktadır.)

Ö4: Peki toplama ve çıkarma yapmak için ne gerekiyordu?

Ö_A: Tabanların eşit olması

Ö4: Yeterli mi tabanların eşit olması? Yani şunları (2^3+2^3) toplayabilir miyim?

Ö_B: Üslerinin de eşit olması gerekiyor

Ö4: Kuvvetlerinin de eşit olması gerekiyor. Üslü sayılarda toplama ve çıkarma yapmak için hem tabanların hem de kuvvetlerin aynı olması gerekiyor.

...

Ayrıca ön öğrenmeleri hatırlatmak için kontrol değerine ilişkin olarak açıklama yaptığını söyleyebiliriz.

(Rasyonel sayılarda işlem becerilerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö4: Payda eşitleyip, hepsini eşitliğin bir tarafına geçirelim. Yani ikinci dereceden denklem elde edelim. $x^2-7x-8=0$, sekizinci sınıftan hatırlarsınız çarpanlara ayırma, özdeşlikler... nasıl yapıyorduk, öyle iki sayı bulacağım ki çarpımları -8' e eşit olacak, toplamaları -7 olacak. -8 ve +1. $(x-8).(x+1)=0$ diyeceğiz. Bir çarpma işleminin sonucu ne zaman 0 olur? Çarpanlardan en az biri 0 ise, o zaman x değeri 8 veya -1 dir.

...

Ö4 meslekteki ilk yıllara göre derslerinde hazırbulunuşluğa daha çok önem verdiğini, ders sürecinde hazırbulunuşluk seviyelerini dikkate alan farklı etkinliklere yer verdiğini ifade etmektedir.

“... Siz bulunduğunuz, bilginize göre değil de bulunduğunuz sınıfa göre hareket etmek zorundasınız. Şimdi her sınıfta her konuyu aynı şekilde işleyemezsiniz. Bazı sınıflarda daha üst düzeyde sorular çözebiliyorsunuz, konu anlatımından sonra bazı sınıflarda o sorulara hiç girmiyorsunuz. Çünkü onların hazırbulunuşluk düzeyi bilgi birikimleri o kadar. Sınıfa göre okula göre değişebilecek şeyler...”

Ö4 genelleme için söz konusu ifadenin mümkün olan her durumda doğruluğunu, öğrencilere sezdirmek gerektiğini ifade etmektedir. Bunun için Ö4 genellemeyi sağlayan ve sağlamayan örnek durumlar için soru çözümü yapılması gerektiğini ifade etmektedir.

“... Mesela nerede uygulanabilir, mesela Gauss yöntemiyle ilgili bir uygulama var. Ardışık sayıların toplamıyla ilgili, onu da mesela böyle örnekler verip... Nereden başladık nerede bitti. Birinci sayımız kaç, son sayımız kaç? Aradaki ilişkiye göre toplamalarını bulmaya yönelik, hani formül bulurken bu tür sorular sorulabilir.”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö4 matematiksel genellenenin ne anlama geldiğini açıklamaya çabalamakta ve genellenenin hangi durumlarda söz konusu olacağını ifade etmektedir.

(Üslü ifadelerle ait özellikleri tahtaya yazarken)

Ö4: Eşit olduğu durumlar var mıdır?

Öğrenciler: Var

Ö4: Vardır tabi örneğin $[(-2)^3 = -(2)^3]$ yazar. Ama bir kural olması için tüm durumları sağlaması lazım. Tek bir tane bile olumsuz bir durumumuz varsa öyle bir kuraldan bahsedemeyiz. Bir tane uymayan bulduk. O zaman bu eşitlikten söz edemeyiz. $[(-a)^n = -(a)^n]$

...

4.1.4.5. Ö5 İçin İlerleme Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe göre problem durumları tasarlarırken, matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirmektedir. Tamsayılar ve modüler aritmetik içerikleri için günlük hayattan problem durumları tasarladığı gözlenmiştir.

Öğrencilerdeki değişimi gözlemlemek için benzer örneklere yer verdiğini ve kontrol değerine göre öğrencilerin becerilerindeki değişimi incelediğini söyleyebiliriz.

Ö5 matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek, kavramların arasındaki ilişkiyi açıklamak ve genellemelere ulaşmak için kontrol boyutunu benimseyerek matematiksel bilginin nasıl geliştiğine yönelik açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca Ö5 kontrol boyutuna göre kavramların tanımlarını açıklayarak, kavramlar arasındaki ilişkiyi belirtmektedir.

Ö5 daha önceki öğretim programlarında tarihçeye yer verdiğini, ancak mevcut (2012-2013) öğretim programı içerik olarak yoğun olduğundan zaman ayıramadığını ifade etmektedir.

Ö5 fikir, bağıntı veya formüller için farklı açıklamaların mutlaka gerekli olduğunu düşünmektedir ve öğrencilere bunun için imkan tanımaktadır.

(Tamsayılarda işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö: Hocam burada x , $x+2$, $x+4$ şeklinde alıp toptasaydık olur muydu?

Ö5: Ama o zaman bir sürü toplam ve çift sayıların toplamı tabi çıkacaktı. Formül kullanmak iyi, ama doğru yaparsan olur. Tek bir yol diye bir şey yok, farklı yoldan olur. Ama o toplamı yazarken terim sayısına göre artışı yanlış yapma.

...

Ö5 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini belirlemek için öğrencilerin farklı fikir ve açıklamalara fırsat tanımaktadır. Bu süreçte soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz.

Ö5: Şimdi karekök dediğimde, 4 ün karekökü dediğimde ne diyorduk? Normal sayıları hatırlayın.

Öğrenciler: 2

Ö5: 2 ile -2 de mi? 9 un karekökü dediğimde?

Öğrenciler: 3 ile -3

Ö5: 5 in karekökü, kök 5. Kareköklerde ne yapıyoruz kendisiyle çarptığımda karesini elde etmiyor muyuz? Karekökünü de düşünürken de hangi sayıyı kendisiyle çarptığımda 4 bulmuşum, 5 bulmuşum. Aynı mantık $\mathbb{Z}/5$ dediği zamanda karekökü olanlar ve olmayanlar var. Ne yapıyorsunuz $\mathbb{Z}/5$ ’ teki sayıları kullanıyorsunuz. 0 ile 0 ı çarp, 0. 1 il 1 i çarp. Sayıları kendisiyle çarpıp bi karelerini elde edelim.

...

Ö5, problem çözme tekniğinde, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini göz önüne alarak problem durumları tasarladığını söyleyebiliriz. Değerlendirme için seçtiği örneklerde de öğrencilerin hazırbulunuşluğunu dikkate aldığını söyleyebiliriz.

“Bunlardan önce belki denklik sınıflarını vermek olsa; biraz daha eksiler... Direkeksiyi görünce bocalamış olabilir... Eksiyi görünce çocuk şimdi şaşıracak. Eksi sayıyı nasıl böleceğim diye düşünebilir. Onları da verseydi daha iyi olurdu diyeceğim.”

Ö5, genellemeden söz edebilmek için matematiksel ifadenin mümkün olan her durum için doğru olması gerektiğini öğrencilere sezdirmenin yararlı olduğunu düşünmektedir. Ancak Ö5 zaman yetersizliğinden dolayı genellemeyi sağlamayan durumlara örnek bir durumu, düz anlatımla ifade ettiğini belirtmektedir. Ancak Ö5’ in öğrencilerin genellemelere ulaşması için herhangi bir çaba içerisine girmediğini söyleyebiliriz.

4.1.5. Açıklık Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 12. Açıklık Değerine İlişkin Kodlar

Kodlar	Açıklama
A1 İfade özgürlüğü	Öğrencilerin kendi fikirlerini açık ve net bir şekilde ifade etme becerilerini geliştirmeye yönelik çabalaması (sınıfta ifade etme özgürlüğüne yönelik fırsat vermeye ve ortam oluşturma, herhangi bir hususta öğrencinin söz alıp düşüncelerini rahat bir şekilde sınıfla paylaşması, öğrencilerin cevaplarını savunması vs.)
A2 Doğrulama	Doğrulama (aynı şartlardan yola çıkıldığında her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşma; güvenilirlik; onaylamak) yöntem ve tekniklerini tanıtmaya ve öğretmeye; fikirlerin doğruluğunu bu yol ile göstermeye çabalaması (deneyimleri tekrarlatarak aynı veri veya sonuçların elde edilip edilmediğini tespit etme, bir olay tekrarlandığında sonuçlar örtüşüyorsa açık ve şeffaftır)
A3 Fikir çatışması	Öğrencilerin görüşlerini çeliştirmeye ve fikir çatışması oluşturmaya yönelik çabalama (aksine örnek getirme, yaygın olan bazı hatalar kullanılarak yapılan doğrulamaları sınıfa sunma veya o anda dile getirme, zihinleri bulandırıcı örnekler veya fikirler ileri sürme; ikilem oluşturup öğrencilerin fikirlerini çatıştırmaları, vs.)

4.1.5.1. Ö1 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1 öğrencilerin fikir ileri sürmeleri ve tek tek kendilerini ifade etmeleri için imkan tanımaktadır. Ayrıca Ö1 öğrencilerin tartışmaları veya müzakere etmeleri yerine, içeriğe ilişkin düşüncelerini bireysel sorgulama ile paylaşmalarını sağladığını belirtmektedir.

Aşağıdaki durumda değerlendirme adımı öğrencinin çözümünü açıklayarak savunmasına fırsat verdiği gözlenmektedir.

(Üslü ifadelerde işlem yapabilme becerilerine ilişkin uygulama yapmaktadır. Bir öğrenciyi tahtaya kaldırır.)

Ö_A: Üstler çift olduğu için bi eksilisini bi artılığını yapıyoruz. a mı küçük -4a mı?

Öğrenciler: a küçük

Ö_A: -4a. O yüzden karşıya gönderiyoruz bunu. (Anlatarak işlemleri devam ettirir) 7 mi küçük 8 mi?

Ö_B: Hocam neden o, o tarafa geçince 5a olmadı?

Ö1: Olacak

(Ö_A işlemi tamamlar)

...

Problem çözümlerinde Ö1, öğrencilerin ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz.

“Hatta bunu da birkaç kez yaptım. İsterseniz deneyin diye birkaç tane örnek verdim. Hepsi yaptıklarında gerçekten birincinin karesi eksi ikincinin karesi olduğunu gördüler.”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö1, işlem kısalığı için ulaşılan genellemenin doğruluğunu teyit etmeye çabalamaktadır. Ayrıca sonuçların açık ve şeffaf olduğunu açıklamaktadır.

Ö1: *Bunun sonucu 1, istiyorsanız bakın bir de uzun uzun yapalım, nasıl çıkıyor? Bunlar nasıl çarpılır parantezler, tek tek dağıtırsın. Birinciyle birinciye, birinciyle ikinciye, ikinciyle birinciye, ikinciyle ikinciye, tamam mı? Bu ikinci yolu yapıyorum şimdi. Şunu (tabloyu işaret ederek) bildiğiniz için pratik olarak yaptık, bir de bakalım uzun uzun yaptığımızda gerçekten o çıkacak mı? $\sqrt{3}$ ile $\sqrt{3}$ ü çarparsan ne çıkar? $\sqrt{9}$ yani, 3. Aynı sayılar kök içindeki aynı sayılar çarptım, ikinci derece kökten kurtuldum. $3-2=1$ bakın aynı şey.*

...

Ö1 öğrencilerin zihinlerini bulandırıcı fikirler ileri sürmeyi veya aksine örnekler sunmayı, farklı bakış açısından değerlendirme olarak yorumlamaktadır. Bu nedenle öğretmen tanımı açıkladıktan veya matematiksel ifadeye yönelik açıklama yaptıktan sonra, öğrenciye farklı açılardan düşünmesini gerektiren sorular yöneltilebileceğini ifade etmektedir. Ö1, öğrencinin aklını karıştırıcı sorular sormanın veya hatalı cevaplara dönütlerde bulunmanın öğrencide çelişki oluşturacağını düşünmektedir.

4.1.5.2. Ö2 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2’ nin sınıf uygulamalarında içeriğe yönelik olarak dersin her aşamasında öğrenciler dilediği gibi fikirlerini açıklayabilmektedir. Ancak Ö2 tartışmalar matematiksel içerikten farklı konulara yöneldiğinde, bireysel olarak öğrencilere kendilerini ifade etmeleri için fırsat tanımakta ve sınıfın dikkatini içeriğe yönlendirmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında da olduğu gibi Ö2, kontrol değerinin alt boyutlarından olan ileri sürülen fikrin doğruluğunu göstermek için açıklık değerine önem verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca aşağıdaki durum Ö2’ nin, Kadir’ e ileriye sürdüğü cevabı savunması

için fırsat tanıdığı ve çelişki oluşturarak Kadir' in hatasını gözlemlemesini de amaçladığı söylenebilir.

Ö2: 6161616... 61 basamaklı sayısının 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

Ö: 0

Ö: 61, 8' e bölünüyor mu ki?

Kadir: 1

Ö2: Nasıl yaptın? (öğrencinin defterine bakar.)

Merve: 161'i 8'e böleceğiz.

(Kadir' i tahtaya çağırır.)

Ö2: Gel nasıl yaptın anlat.

Kadir: 616'yı 8'e böldüm.

Ö2: Neden?

Kadir: En sonda bu vardı.

Ö2: 60 basamaklı deseydim demek ki yanlış olacaktı.

...

Ayrıca Ö2' nin sınıf uygulamalarında, öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına fırsat verdiği ve öğrenmenin gerçekleştiğini doğrulamak için yaygın olarak yapılan hatayı kullanarak zihinleri bulandırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin problem çözümlerinde ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz.

“...Öğrenci soruyu çözüyor. Ama o yöntem o soru için tamam tutmuş, ama başka sorular için veya sayıları değiştirdiğimizde olmuyor. Ama öğrenci bu oldu diyor. İşte onu görmesi için diyorsun ki başka sayılar vererek tekrar dene. Hani bakalım gerçekten oluyor mu?..”

Aşağıdaki durumda Ö2, Merve' nin 6 ile bölünebilme kuralından yola çıkarak ulaştığı genellenmenin doğruluğunu teyit etmesi için çabaladığı söylenebilir.

Ö2: Şimdi 8 e bölünebilme kuralı

Merve: Tamam 4 ile 2 den çıkar 8 kuralı

Ö2: 4 ile 2 ye bölünürse 8 e bölünür.

Merve: Hayır, 4 ile 2 kuralının ikisi de tutarsa 8 olur

Ö2: Bi dakika, 60 4 e bölünebiliyor mu?

Merve: evet

Ö2: 2 ye bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: İki kuralı da sağlıyor, ama 8 e bölünemiyor.

...

Ö2 öğrencilerin fikirlerini çatıştırma veya aksine örnekler sunarak ikilem oluşturma etkili bir yöntem olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin sorgulamaları için derslerinde,

öğrencilerin zihinlerinde çelişki oluşturan sorulara veya ifadelere yer verdiğini belirtmektedir.

Ö2 yaygın olarak öğrencilerin yaptığı hatalardan örnekler sunarak veya soru-cevap tekniği ile yönlendirerek, öğrencilerin doğru ifadelere ulaşmaları için çabaladığını söyleyebiliriz.

“... Belki oradan kök 5 diye bir cevap gelebilir, ama o tam sayı mı? derim o zaman. O şekilde biraz daha yönlendiririm. Acaba $\mathbb{Z}/5$ ’teki sayıların da hepsinin kökü var mı? Yine kendi içinde mi oluyor kökü gibi, bir düşünün bakalım gibi sorulabilir...”

Ö2 öğrencilerin fikirlerini çeliştirmeye yönelik soruların, beklenmedik bulgular ortaya çıkardığını ve öğrenciyi düşündürmeye sevk ettiği için öğrenmenin gerçekleşmesini sağladığını düşünmektedir.

Ö2: Şimdi bakın bu önemli, çok karıştırılıyor. 3 tam $2/5$ ifadesini sakın ola şununla karıştırmayın, 3 çarpı $2/5$ e eşit değil.

Ö: O $6/5$ e eşittir.

Ö2: Evet bu $6/5$ e eşit oluyor, bu?

Merve: O da $17/5$ e eşit

Ö2: Evet. Peki, 3 tam $2/5$ ile 3 artı $2/5$?

Ö: Eşit değil

Öğrenciler: Eşit

Merve: Paydayı eşitleyince doğru.

Ö2: Bir de şuna dikkat edin, -3 tam $1/4$ neye eşittir?

Merve: $-11/4$

Ö: Hayır önce işlemi yaparız

Ö2: Önce işarete bakmayız. $-13/4$ olur.

Merve: O zaman $-3+1/4$ ’ e eşit değil.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında da Ö2’ nin öğrencilerin zihinlerinde ikilem oluşturan durumlara örnekler vererek, doğru bilgiye ulaşmaları için çabaladığı gözlenmektedir.

4.1.5.3. Ö3 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö3 hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan veya içeriğe yönelik doğru ifadeler kullanan öğrencilere, her zaman fikirlerini açıklama fırsatı verdiğini belirtmektedir. Ö3 öğrencilere kendilerini ifade etme şansı verildiğinde, matematiğe yönelik bakış açılarının olumlu yönde değiştiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö3 öğrencilere gizem değerine göre hayranlık uyandıran matematiksel fikirler veya işlemler için fikirlerini ve araştırmalarını

paylaşabilecekleri panolar hazırlattığını, matematik kulübü etkinlikleri düzenlediğini belirtmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö3 modüler aritmetikte mod kavramını örneklerle açıklamıştır ve değerlendirme aşamasında incelenen diğer örneklerden daha basit seviyedeki örneği öğrencilerin çözmesini istemiştir.

(Parmak kaldıran bir öğrenciden tahtada açıklamasını ister.)

Ö: Pazartesi izin başlıyor, ondan sonra 45 gün sürüyor.

Ö3: Evet

Ö: Arada 45 gün var.

Ö3: Evet

Ö: Bir haftada 7 gün olduğu için 45 günü 7'ye böleriz.

Ö3: Doğru, evet

Ö: Pazartesi başladığına göre üç gün ekleriz (Bölme işlemini yaptıktan sonra). Başladığımız gün sıfır, (günleri sırayla sayarak) Perşembe olur.

Ö3: Yani izin süresinde altı tam hafta izin kullanılacak, ondan sonra bir de 3 gün kullanılacak. Evet bugün yaptığımız ders konusunda aklınıza takılan, sormak istediğiniz bir şey var mı?

...

Ö3 öğrencilerin problem çözümlerinde, ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiği söylenebilir.

Ö3' ün ders gözlemlerinde ve görüşmede, fikir çatışması oluşturmaya veya ikilimler oluşturacak örnekler sunmaya ilişkin herhangi bir çaba içerisine girmediğini söyleyebiliriz.

4.1.5.4. Ö4 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4 öğrencilerin izin alarak ve sırasıyla tek tek fikirlerini ifade etmelerine imkan tanıdığını belirtmektedir. Ancak Ö4 yapılan etkinliğe, içeriğe veya kazanıma ayrılan süreye göre, her öğrenciye fikirlerini açıklamaları için imkan tanıyamadığını belirtmektedir.

Ö4 değerlendirme yaparken öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplarını, tahtada yazarak açıklamasını beklediğini ifade etmektedir. Ö4' ün problem çözdürmek, kavramlar arasındaki ilişkiyi göstermek için daima bir öğrenciyi tahtada fikirlerini açıklaması veya yönlendirmeler ile kendini ifade etmesi için ortam oluşturduğunu söyleyebiliriz.

Ö4 öğrencilerin problem çözümlerinde, ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö4 ispat ve ispatlama yöntemlerinin 9. sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluk seviyelerine uygun olmadığını, bunun yerine matematiksel sembollerin, ifadelerin veya genellemelerin her durumda doğru olduğunu ve matematiksel bilginin açık ve güvenilir olduğunu sezdirmeye çalışmanın uygun olduğunu düşünmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında üslü ifadelerin özelliklerini açıklamaktadır ve aksine örnekler sunarak, fikirlerin doğruluğunu teyit etmeye çalıştığı gözlenmektedir.

(Üslü ifadelerin özelliklerini açıklamaktadır.)

Ö4: *Burada karışan bir nokta var. Şu ikisi aynı şey değildir. $(-2)^4$ ile o kuvvet parantezin içinde olsaydı sonuçlar farklı olurdu. Kuvvet parantezin dışında ise çift mi tek mi ona bakıyorum. Ona göre işareti belirliyorum. İçinde ise işareti kapatıyorum, hiç dikkate almadan işlemi yapıyorum. Sonra işareti koyuyorum. Eşit olduğu durumlar var mıdır? Vardır tabi... Örneğin, $(-2)^3$ 'üncü kuvvetini ne bulmuştuk, -8 bulmuştuk. O kuvveti içeri alsaydım, yine -8. Ama bir kuralın olması için tüm durumları sağlaması lazım. Bir tane bile bu kurala uymayan bir durum varsa böyle bir kuraldan bahsedemeyiz. Bir tane uymayan bulduk. O zaman bu eşitlikten söz edemeyiz.*

...

Ö4' ün öğrencilerin zihinlerini bulandırıcı fikirler ileri sürmeyi veya aksine örnekler sunmayı, farklı bakış açısından değerlendirme olarak yorumladığını söyleyebiliriz.

Ö4, öğrencilerin veya öğretmenin ifade ettiği fikirden farklı görüşleri olan öğrencilerin de fikirlerini açıklamalarını istediğini ve böylece fikirlerin çatışması için ortam oluşturmaya çalıştığını söyleyebiliriz.

"... Herkes fikrini söylesin, hani doğru da olsa, aynı görüşte de olsanız, farklı görüşte de olsanız..."

4.1.5.5. Ö5 İçin Açıklık Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan veya içeriğe yönelik doğru ifadeler kullanan öğrencilere fikirlerini açıklama fırsatı verdiğini belirtmektedir. Ö5 öğrencilerin matematiğin günlük hayatta kullanım alanlarına ilişkin örnekler sunarak kendilerini ifade etmeleri için yönlendirdiğini söyleyebiliriz. Ders gözlemlerinde de tamsayıların günlük hayatta kullanım alanlarına ilişkin öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına imkan tanıdığı gözlenmiştir.

Ö5 öğrencilerin problem çözümlerinde, ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek

durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz. Aşağıdaki sınıf uygulamasında da örnek durum üzerinde benzer problemlerin çözümü için bir genellemeyi ifade ettiği ve bunu örnekler ile doğrulamaya çalıştığını söyleyebiliriz.

(Rasyonel sayılarda işlemlere ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö5: $(1-1/2).(1-1/3).(1-1/4) \dots (1-1/20)$, Ahmet sen mi gelecektin? Gel.

(Ahmet çözümü tamamlar.)

Ö5: *Şimdi bu tip sorularda, ilk başta kaç terim kalıyorsa sonda da o kadar terim kalacak ona dikkat edin. (son terimi işaret ederek) bundan öncesini yazamadık mesela, (ilk terimi işaret ederek) burada da sadeleştirme şuradan başlamadı da 3' ten başladı diyelim. Başta iki terim kaldı ise sonda da iki terim kalacak. Diyelim ki, $1/4.2/6.4/8$ şeklinde çarpanlar gelseydi, sadeleştirme yaptığımızda iki terim kalır, o zaman sonda da iki tane kalacak onu unutmayın. Bu soruda sadece 20 kaldı diye, her zaman sadece son terim kalır diye yorum yapmayın.*

...

Ö5 matematiksel ifadelerde aynı şartlardan yola çıkıldığında, her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşıldığını göstermeye yönelik yapılan uygulamaların öğrenmenin kalıcılığını artıracığını düşünmektedir.

“Tabi şimdi çocuklar doğru soru seçmiş mi? Doğru sayı seçti mi, yoksa rastgele bunun olup olmadığını görmeleri açısından güzel. Yani sayılar rastgele seçildiğinde oluyor mu, olmuyor mu onu görmesi için. Ve bunlar için özel sayı gerektiğini göstermesi açısından önemli. Çocukların aklında kalıyor yani.”

Ö5 ispat ve ispatlama yöntemlerinin 9. sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluk seviyelerine uygun olmadığını, bunun yerine matematiksel sembollerin, ifadelerin veya genellemelerin her durumda doğru olduğunu göstermeye çalışmanın, matematiksel bilginin açık ve güvenilir olduğunu sezdirmeye çalışmanın uygun olduğunu düşünmektedir.

Ö5 farklı örnek durumlar üzerinde, deneyimleri tekrarlatarak aynı veri veya sonuçların elde edilip edilmediğini tespit etmeye yönelik yapılan uygulamaların, öğrencilerin genellemelerin hangi şartlar altında sağlandığını kavramalarına yardımcı olduğunu belirtmektedir.

Ö5 öğrencilerin yorum yapabilme yetilerini gözlemlemek için çelişkili sorulara yer verilebileceğini ifade etmektedir. Ancak ikilem oluşturan soruları gerekli açıklamalar yapıldıktan sonra ve hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan öğrencilere yöneltebileceğini ifade etmektedir.

Ö5 öğrencilerin fikirlerinin çelişmesi durumunda kazanımın edindirilemediğini veya öğrencilerin yorum yapamadığını düşünmektedir. Benzer durumlarda gerekli açıklamaları yapıp pekiştirici örnekler sunduğunu belirtmektedir.

Aşağıdaki durumda Ö5, rasyonel sayılarda işlem özelliklerinde yaygın olarak yapılan hatayı o anda dile getirmiştir.

(Rasyonel sayılarda işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır. Nilay' ı örnek soruyu çözmesi için tahtaya çağırmıştır. Nilay soruyu çözmektedir.)

Ö5: Önce kimi yapacağız, sakın 1-1, sıfırdır. 6 ile çarparsız sıfır demeyin.

(Nilay çözümü tamamlamıştır ve işlemde hata yapmıştır)

Ö5: İşte o yapmayın dediğimi yaptın. Gel Nilay. Önce çıkarmayı yaparsanız hata olur diyecektim, tam da oldu. Önce ne var, çarpma. 1 ile 6'yı çarpacağız.

(Nilay işlemdeki hatasını düzeltir.)

...

4.1.6. Gizem Değerine İlişkin Bulgular ve Yorumları

Tablo 13. Gizem Değerine İlişkin Kodlar

Kodlar		Açıklama
G1	Hayranlık ve merak uyandırma	Matematikteki önemli fikirler yolu ile hayranlık ve merak uyandırmaya çabalama (matematiksel şaşırtıcı hikayeler, problemler vs.)
G2	Sürpriz deneyimler yaşatma	Öğrencilere beklenmedik bulgular yoluyla sürpriz deneyimler yaşatmaya çabalama
G3	Matematiksel bulmacalar	Öğrencilerin matematiksel bulmacalar ve bilmeceler oluşturmalarına ve keşfetmelerine yönelik çabalama

4.1.6.1. Ö1 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö1, matematikteki önemli fikirler yolu ile öğrencilerde hayranlık ve merak uyandırmaya yönelik etkinliklerin öğrencilerin ilgisini çektiğini düşünmesine rağmen, derslerinde benzer uygulamalara yer vermediğini ifade etmektedir.

Ö1 dersin açıklama safhasında matematiksel kavramları açıklamak için veya kavramları örneklendirmek için problem durumları üzerinden, öğrencilere beklenmedik sonuçlar ile sürpriz deneyimler yaşatmaktadır.

“Orada yorum yapamadılar ilk başta “Allah Allah bu nasıl dile getireceğiz ne olacak” falan diye. Ben dedim “bu sonsuza kadar böyle gidecek nasıl gideceği de belli değil bu ne olacak” dediğimde baya bir kaldılar, işte bunlara irrasyonel sayılar diyoruz dedim...”

Ancak ders gözlemlerinde Ö1’ in öğrencilerde merak uyandırmaya ilişkin herhangi bir uygulamaya rastlanmamıştır.

Ö1, derslerinde matematiksel bilmeceleere veya oyunlara yer vermenin öğrencilerin hazırbulunuşluğuna bağlı olduğunu vurgularken, öğretim programının yoğun olduğunu da belirtmektedir. Ders gözlemlerinde ise Ö1’ in gizem değerine ilişkin herhangi bir çaba içerisine girmediğini söyleyebiliriz.

4.1.6.2. Ö2 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö2 öğrencilerin zihinlerinde çelişki oluşturmaya yönelik soruların öğrencide merak uyandırdığını ve bu merakın da öğrenciyi sorgulamaya yönlendirdiğini düşünmektedir. Ö2 öğrencide merak uyandırmak için genellikle problem durumları üzerinden çelişki içeren ve farklı sorular yöneltmektedir. Aşağıdaki uygulama ise Ö2, öğrencileri düşünmeye sevk etmek için, öğrencileri açıkladığı örnek durumlardan farklı bir durumla karşı karşıya bırakmış ve merak uyandırmaya çabalamaktadır.

(Modüler aritmetikte kalan sınıflarını örnekler ile inceler ve soru-cevap ile pekiştirmeye çabalamaktadır.)

Ö2: Peki mod7 de 3/5 neye denktir?

ÖA: Aa..

ÖB: Bir dakika? Nasıl olacak?

Ö2: Teneffüsten sonra açıklayalım...

(İkinci ders öğrencilerin fikirlerini alır ve çözümünü açıklar.)

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö2’ nin, kurallara nasıl ulaşıldığını açıklamak için hayranlık ve merak uyandırmaya çabaladığı gözlenmektedir.

Ö2: ... Tam üçün katıysa zaten kalan yok biliyorsun. Üçe tam bölünüyor. Tamam, anlaşıldı mı? Peki, neden rakamları topluyoruz hiç düşündük mü? ... Matematikçiler toplanıp üçe bölünme kuralı şöyle olsun mu demiş? Bir yerden bulmuşlar değil mi?

(Kısa süreli bir tartışmadan sonra açıklar.)

ÖA: Aa...

ÖB: Anladım!

Ö2: Kuralların nereden geldiğini anlamak açısından, tüm kurallar hemen hemen bu çözümlemeden geliyor.

Ö2 öğrencilerin ileri sürdüğü fikirleri doğrulamak veya genellemelere ulaşmak için matematiksel ifadeleri örneklendirerek, öğrencileri beklenmedik bulgularla karşı karşıya bırakmaya çalıştığını söyleyebiliriz.

“Bence uygun çünkü dediğim gibi öğrenciyi şaşırtırsanız “A bu böyle miydi? Ama böyle de olabilir gibi?” çelişkiler oluşturdukça düşünmeye yönlendirirsiniz. Ve bence kavıyor konuyu.”

Aşağıdaki durumda da Merve’ nin ileri sürdüğü fikrini doruluğunu teyit etmesi için Merve’ ye sürpriz deneyim yaşatacak bir örnek durum tasarlamış ve nasıl açıklanacağına ilişkin yönlendirmelerde bulunmaktadır. Bu uygulamada Ö2’ nin kontrol değeri ile gizem değerini birlikte uygulamaya yansıttığı görülmektedir.

Ö2: Şimdi 8 e bölünebilme kuralı

Merve: Tamam 4 ile 2 den çıkar 8 kuralı

Ö2: 4 ile 2 ye bölünürse 8 e bölünür.

Merve: Hayır, 4 ile 2 kuralının ikisi de tutarsa 8 olur

Ö2: Bi dakika, 60 4 e bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: 2 ye bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: İki kuralı da sağlıyor, ama 8 e bölünemiyor.

...

Ö2 görüşme sorularında modüler aritmetik kavramı için tasarlanan matematiksel bilmeceye ilişkin, öğrencilerin beceri kazanabileceği dikkat çekici bir etkinlik olarak betimlemektedir. Ö2 etkinliğin ders süresinde uygulanabilir olduğunu düşünmektedir.

“Bu etkinliğe zaman ayırmak olabilir. Bu güzel bir etkinlik. Ben genelde matrislerde bunu kullanıyorum. İlk dediğiniz gibi kriptolojiyle ilgi çekiyor şifreleme. Bilgisayar çağında olduğumuz için çocuklar şifreleme deyince bir şey yapıyor, matrislerde buna yönelik bir şifreleme gösteriyorum. Ama bak modlarda bu hiç aklıma gelmemişti. Bunu da düşünebilirim. Çok vakit alacak bir uygulama değil. İlgi çekebilecek bir uygulama olabilir.”

Ancak yapılan ders gözlemlerinde bölünebilme kuralları, modüler aritmetik, rasyonel ve irrasyonel sayılar içerikleri için matematiksel bilmece veya bulmacalara rastlanmamıştır.

4.1.6.3. Ö3 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö3, öğrencilerde merak ve hayranlık uyandıracak örnek durumları ders sürecinde o an duruma uygun olarak seçtiğini belirtmektedir. Ö3 dersten önce öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini tahmin edemediği için hazırlanacak olan örneklerin, öğrencinin dikkatini çekmeyeceğini veya öğrencilerin çözüme ulaşamayacağını düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin kendilerini ifade edebileceği, ilgilerini çeken matematiksel problemleri veya bilgileri paylaşılabilecekleri panolar oluşturduğunu belirtmektedir. Kısacası Ö3' ün, gizem boyutunu öğrencilerin de dahil olması için açıklık değeri ile beraber düşündüğünü söyleyebiliriz.

Ö3 öğrencilerde hayranlık ve merak uyandırması için matematiksel içeriklerin günlük hayat problemlerine nasıl çözüm bulduğuna ilişkin örnek durumlar tasarlamaktadır.

Ö3: *Doktora gidiyorsunuz, doktor size ilaç yazıyor. O reçete ile eczaneye gidiyorsunuz, eczane sizi ilacı veriyor. Eğer siz o ilaç bitmeden giderseniz, bilgisayarda sistem ilacın size verilmeyeceğini gösteriyor. Sürenin dolmadığını neye göre hesaplıyorlar sizce?*

...

Ayrıca, öğrencilerin hayranlığını artırmak için matematiksel hikayelere veya açıklamalara yer verdiği gözlenmiştir.

(İrrasyonel sayı kavramını tanımlar ve örnekler verir. $\sqrt{2}$ ' nin irrasyonel sayı olduğu ispatlar.)

Ö3: *$\sqrt{3}$ ile π sayısı kadar uğraşmamışlar, aslında aynı kümenin elemanları değil mi? ikisi de irrasyonel sayı, insanlarda π sayısına takıntı var. Sihirli bir sayı gibi sanki.*

Kaan: *3 yazıp geçelim.*

Ö3: *3 yazıp geçemezsin, tıpkı senin gibi orta çağda kiliselerde 3 kutsal rakam kabul edildiğinden π , 3 alınacak kararına varanlar olmuş. Siz yazarken ben π hakkında konuşayım. (π sayısının ondalık kısmını 20 basamak yazar.) Bu gördüğünüz, devirli olarak düşündüğünüz kısım tam 200 basamak devam ediyor. Daha sonra değişiyor.*

Alican: *π nereden bulunmuş?*

Ö3: *Ege' li bir matematikçi bulmuş. Ne demek π sayısı, bir çemberin çevresinin çapına oranıdır. Çember ne kadar büyürse büyüsün, ne kadar küçülürse küçülsün bütün çemberlerde aynı kural geçerli. Bütün çemberlerde aynı sayı çıkar.*

...

Ö3, hayranlık ve merak uyandıran etkinliklere ayrılan zaman diliminde kontrol boyutuna yönelik olarak becerilerini geliştirebilecekleri farklı problem durumlarına yer verilmesi gerektiğini belirtmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö3, irrasyonel sayı kavramını açıklamak için öğrencilere beklenmedik bir bulgu ile farklı bir deneyim yaşatmaya çabalamaktadır.

(Tahtaya çeşitli rasyonel sayılar yazar ve ondalık açılımlarını bulurlar)

(1,25- 0,2 $\bar{5}$ - 3,14- 3,1415 sayılarının rasyonel sayı olarak ifade etmelerinin ister)

Ö3: *Peki, (3,1415... sayısını yazar) bunu söyleyin.*

Büşra: *(2 saniye bekler) 31 bin, ee... hocam 5' in üstü devirli olacak.*

Kaan: *31415 bölü 5 devirli 10000*

Ö3: *Nereden biliyorsun 5 devirli olduğunu?*

Kaan: *Ama gidiyor o tarafa doğru.*

Ö3: *Arkadaşlar bu sayıyı rasyonel olarak yazamazsınız. Yani a/b şeklinde yazamazsınız. Niye, 5' ten sonra gelen basamağın ne olduğunu bilmiyorsunuz. Hatta ondan sonrakini de bilemezsiniz.*

...

Ayrıca Ö3, matematiksel bilmeceleler veya oyunlar bilmediği için öğrencilere aktaramayacağını ve öğrencilerin benzer etkinliklere yer verilmesi halinde her içeriğin etkinliklerle aktarılması beklentisi içinde olacağını belirtmektedir. Ö3, 2013-2014 öğretim programının benzer etkinlikler uygulamak için daha geniş zaman dilimi imkanı sunduğunu da vurgulamaktadır.

4.1.6.4. Ö4 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö4 içeriğe bağlı olarak öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü günlük hayatla ilişkilendirilmiş örnek durumlar üzerinden, kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl geliştiğine yönelik açıklamalarda bulunduğu söylenebilir. Ayrıca matematiğe hayranlığı artırmak için kendisinin matematiğe olan ilgisini öğrencilere anlattığını belirtmektedir. Ö4 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri ve öğretim programının yoğunluğu gibi etkenlerden dolayı, benzer etkinliklere veya örnek durumlara derslerinde yer veremediğini ifade etmektedir.

Ö4 öğrencileri ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğunu teyit etmeleri için çelişki yaratacak veya tezat teşkil edecek örnekler sunarak, öğrencileri beklenmedik bulgularla karşılaştırdığını belirtmektedir. Aşağıdaki durumda da rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları için öğrencinin ileri sürdüğü fikir üzerinden, benzer bir uygulama yaptığını söyleyebiliriz.

(Rasyonel sayı kavramının tanımını hatırlatmaya çabalamaktadır.)

ÖA: *Hocam kök içene alınmıyor muydu? $\sqrt{3/4}$ mesela?*

Ö4: *Onu ben soracağım şimdi. Rasyonel olmayan sayılara ne demiştik?*

Öğrenciler: İrrasyonel

Ö4: Mesela bir tane sayı söyleyin bana, rasyonel olmayan? (iki saniye bekler)
Mesela $\sqrt{3}$, π sayısı. Şimdi ben size sayılar yazıcam hangisi rasyonel, hangisi rasyonel değil bulacaksınız.

(Tahtaya çeşitli sayılar yazar $\sqrt{36/25}$, $\sqrt{48}$ vb.)

Ö4: O zaman kökten kurtulabilen sayılar rasyonel oldu, kökün dışına çıkaramadığımız sayılar da irrasyonel oldu.

...

Ö4 matematiksel bilmece veya bulmaca içerikli etkinlikleri uygulamaya, kazanım için ayrılan sürenin yetersiz olduğunu vurgulamaktadır. Ancak Ö4, akıllı tahta uygulaması ile tablonun çizimi ve öğrencilerin tabloyu anlamlandırma süresinin kısılacağını düşünmekte ve benzer etkinliklere zaman ayırma imkanı bulabileceğini ifade etmektedir.

4.1.6.5. Ö5 İçin Gizem Değeri Bulgular ve Yorumları

Ö5 öğrencide merak uyandırmak için genellikle problem durumları üzerinden, farklı ve çelişki içeren sorular yönelttiğini söyleyebiliriz.

“Hani şifreleme olayı daha çok kullanılıyor. MIT’te falan işte gizli zamanlarda kullanılan şifrelerden alıyoruz. İşte savaş anında ya da arkadaşlarla ailenizin görmesini istemediğiniz şekilde şifrelerde kullanıyorsunuz diyoruz. Onun dışında çok fazla bir şey yok.”

Ö5, matematiğin günlük hayattaki kullanım alanlarına yer vermenin, öğrencilerde matematiğe yönelik hayranlığın ve merakın arttığını düşünmektedir.

Ö5: Sonsuza giden işlemleri şöyle düşünün, denizden bir kova su alsanız deniz ne kadar eksilir? Bunu gözümüzle fark edebilir miyiz?

...

Ö5 9. sınıf öğrencisinin hazırbulunuşluk seviyesi ve öğretim programının yoğunluğundan, öğrencilerin şaşıracağını düşündüğü örneklerle yer vermediğini ifade etmektedir.

Ö5 matematiksel bilmece veya bulmacalara modüler aritmetik kavramı için ders sürecinde zaman ayıramadığını, ancak öğrencilere ders kitaplarından ödev olarak verdiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö5, tamsayılar kavramı için sınıf uygulamasında benzer bir etkinliğe yer verdiğini belirtmektedir.

Meslek tecrübeleri farklılık arz eden öğretmenlerin sahip olduğu matematiğe ilişkin değer göstergelerini aşağıdaki tablo ile özetleyebiliriz.

Tablo 14. Öğretmenler İle Sahip Oldukları Değerler ve Alt Boyutları

	Rasyonellik						Nesnecilik						Kontrol					İlerleme					Açıklık			Gizem		
	R1 *	R2	R3	R4	R5	R6	N1	N2	N3	N4	N5	N6	K1	K2	K3	K4	K5	İ1	İ2	İ3	İ4	İ5	A1	A2	A3	G1	G2	G3
Ö1	√		√	√		√	√	√		√	√			√	√	√	√	√	√		√	√	√	√			√	
Ö2	√		√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
Ö3	√		√	√	√		√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√		√	√	√	√		√	√	
Ö4	√		√		√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√		√	√	√	√	√	√	√	
Ö5	√	√	√	√		√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√		√	√	√	√			√

* R1: Akıl yürütme, R2: İspatlama, R3: Tartışma, R4: Öngörüde bulundurma, R5: Çelişkili hipotez, R6: Sebep-sonuç ilişkisi, N1: Süreç içinde pratik yapma, N2: Fikirleri uygulatma, N3: Sembol, model oluşturma, N4: Fikirleri sınama, N5: Sadelik ve kısalık, N6: Somutlaştırma, K1: Temel çizimler, K2: Fikirlerin doğruluğunu tespit etme, K3: Ürüne ilişkin pratik yapma, K4: Gösteride bulunma, K5: Günlük hayatla ilişki kurma, İ1: İlgi ve motivasyon, İ2: Matematiksel bilginin gelişimi, İ3: Farklı açıklamalar yaptıрма, İ4: Hazırbulunuşluk seviyesi, İ5: Genelleme, A1: İfade özgürlüğü, A2: Doğrulama, A3: Fikir çatışması, G1: Hayranlık ve merak uyandırma, G2: Sürpriz deneyimler yaşatma, G3: Matematiksel bulmacalar

4.2. Matematiğe İlişkin Değerlerin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

4.2.1. Rasyonellik Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1 nadiren öğrencilere fikir ileri sürmesi için ortam oluşturduğunu vurgularken, kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için de soru-cevap tekniğini kullanarak öğrencilerin akıl yürütmesine ve sorgulamasına imkan tanıdığını ifade etmektedir.

Ö1, üslü ve köklü ifadeler arasındaki ilişkiyi vurgulamak ve sebep-sonuç ilişkisinin keşfedilmesini sağlamak amacıyla öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için çabaladığını söyleyebiliriz. Bu süreçte düz anlatım ve soru-cevap tekniklerini kullandığı gözlenmektedir.

Ayrıca eğitim durumları değişkenlerinden katılımın sağlanması için de öğrencilerin fikir ileri sürmelerine fırsat tanıdığı söylenebilir. Bu uygulamaların gerçekleşebilmesi için öğrencinin hazırbulunuş seviyesinin önemini vurgulayan Ö1, çalışmakta olduğu lisede derslerinde buluş yöntemini uygulamadığını ifade etmektedir.

“...Hani çocukların keşfedecekleri onların bulacakları şekilde yapmıyoruz. Buluş yöntemi uygulamıyoruz. Direk anlatım, düz anlatım...”

Ö1 dersin keşfetme safhasında öğrencilerin bir şeyler üretebildiğinin farkında olması için fikirlerini ifade etmelerine imkan tanımaktadır.

Ö1: Nasıl sıfır çıkabilir? Bir mantık yürütün.

Ö: Tabanın sıfır olması lazım.

Ö1: Ancak taban sıfır olursa sıfır olur değil mi? Üs sıfır olursa ne olurdu?

Ö: 1 çıkar.

Ö1: Taban sıfır olursa, hangi kuvvetini alırsak alalım bu sıfır çıkmaz mı?

Ö: Evet.

...

Yukarıdaki durumda ise Ö1’ in, üslü ifadelere yönelik öğrencilerin akıl yürütmesi için kontrol alt boyutuna göre öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö1, öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlere dönütlerde bulunarak ve örnek durumlar üzerinden soru-cevap ile öğrencilerin sorgulamasına çabaladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö1 ders sürecinde keşfetme öğretim aşamasında tartışmaya yer vermenin sınıf ortamını olumsuz etkileyeceğini düşünmektedir.

*“Bence tartışmaları hani çok, ya tartışma meselesi maalesef sınıflarda çok iyi uygulanamıyor. Tartışma zamanla dersi kaynatma boyutuna varabiliyor...
... Kendi hallerinde tartışmalarına bırakırsanız ipin ucu kaçıyor biraz.”*

Ö1’ in tartışma ortamları tasarlamak yerine açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri için ortam oluşturduğunu, ancak kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö1 tecrübe yoluyla öğrencilerin elde ettiği verileri yorumlamalarının ve fikir ileri sürmelerinin gerekli olduğunu, ardından konuya ilişkin düz anlatım yöntemi ile gerekli açıklamanın yapılması gerektiğini ifade etmektedir.

Ö1 dersin açıklama safhasında öğrencilerin sebep-sonuç ilişkisini gözlemlemeleri için anlatım ve problem çözme yöntemlerini uyguladığı söylenebilir. Değerlendirme adımında Ö1 öğrencilere dönütte bulunurken öğrencilerin sorgulamaları ve müzakere etmeleri için soru-cevap tekniğini kullandığı gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin ön bilgilerini tespit etmek için öğrencilere sorgulayacağı sorular sormayı uygun bulduğu söylenebilir.

Ö2 öğrencilerin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi, tartışması ve sebep-sonuç ilişkilerini keşfedip açıklamaları için kontrol değerine göre soru-cevap tekniği ile yönlendirilmesi gerektiğini düşünmektedir.

Ö2 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini belirlemede ve dikkat çekme safhasında öğrencilerin fikir ileri sürmeleri, akıl yürütmeleri ve sorgulamaları için soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz. Ayrıca öğrencilere dönütlerde bulunurken onlara fikirlerini sorgulayıcı sorular yöneltmektedir.

Ö2: *Evet gençler, rasyonel sayı nedir?*

ÖA: *Gerçek sayı*

ÖB: *Kesirli sayı*

ÖC: *Kökten çıkan mı, çıkmayan mı öyle bir şeydi*

Ö2: *Hayır alakası yok o irrasyonel sayı. Kesirli sayılar diyorsunuz. Daha teknik bir ifade ile söylersek nasıl söyleriz?*

ÖB: *3/5*

ÖD: *a/b*

Ö2: *a ve b sayısı*

ÖB: *Birer tamsayı olmak üzere*

Ö2: *Güzel... ve? (sınıftan ses gelmez) b sıfırdan farklı olmak üzere*

ÖD: *a/b*

Ö2: *a/b şeklinde ifade edilebilen sayılara rasyonel sayı nedir.*

ÖE: *Hocam yukarısı (pay) sıfır olunca sonuç 1 e mi eşit oluyordu, sıfıra mı?*

Ö2: *Anlatıcım. Şimdi mesela bakalım, 1/3. Bu bi rasyonel sayı mı?*

Öğrenciler: *Evet*

Ö2: Peki 1,3?

Öğrenciler: Evet

Ö2: Bunu nasıl ifade ederiz?

ÖE: 1 tam 3 bölü 10

Öğrenciler: 13/10

Ö2: Bakın, a/b şeklinde yazabildik mi?

Öğrenciler: Evet

Ö2: O zaman bu da rasyonel sayıdır. Peki, 7?

Öğrenciler: 7/1

Ö2: 7/1 diye yazabildiğim için 7 de bir rasyonel sayıdır. O zaman bütün tamsayıların?

ÖF: Hepsi rasyonel

Ö2: Hepsi rasyoneldir. Çünkü neden, hepsinin paydasına 1 yazabiliriz.

ÖA: Devirliler de ne oluyor?

ÖE: Paydası sıfır olan ne oluyor?

Ö2: Şimdi 3/0

ÖF: Tanımsız

Ö2: Tanımsız, zaten ne diyor b sıfıra eşit olmayacak diyor. Bakın tanımda söylüyor. a sıfır olabilir mi peki?

Öğrenciler: Evet.

Ö2: Ne oluyor peki?

ÖE: 1

Öğrenciler: 0

Ö2: Sıfır... 0 bir rasyonel sayı mı?

Öğrenciler: Evet

Ö2: Peki negatifler bir rasyonel sayı mı?

ÖE: Hayır

Öğrenciler: Evet...

Ö2: -3/5 rasyonel midir?

Öğrenciler: Evet

Ö2: Evet rasyoneldir neden? Çünkü tamsayı diyor. Doğal sayı demiyor. Pozitif de demiyor, tamsayı diyor. Negatif de olabilir yani. o zaman neymiş, kesirli yazabildiğimiz her sayı, pozitif olsun negatif olsun hepsi rasyonel oluyormuş.

...

Yukarıdaki durumda Ö2, öğrencilerin rasyonel sayı kavramına yönelik ön bilgilerini tespit etmek ve kavramın tanımını oluşturmak için örnek durumlar üzerinden öğrencilerin fikir ileri sürmesi ve sorgulaması için çabaladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2' nin soru-cevap tekniği ile öğrencilerin fikir ileri sürmeleri için ortam oluşturmaya çabaladığı gözlenmektedir.

Ö2 derse başlarken öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettikleri fikirleri yorumlamaları ve akıl yürütmeleri için ortamlar tasarladığını ifade etmektedir. Bunun için problem çözme, tahmin ve hipotez üretme, soru-cevap tekniklerini kullandığını söyleyebiliriz.

Ö2, zaman zaman tartışmaya kısa da olsa vakit ayırdığını ve daha çok öğrencilere kendilerini ifade hakkı tanıyarak tartışmaları yönlendirdiğini belirtmektedir. Tartışmanın içeriğine ve sınıfın dikkatini çeken ve her öğrenciyi derse güdüleyen boyutta olmasına dikkat ettiğini ve bu tartışmalara zaman ayırmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ö2 öğrencilerin matematiksel bilgiyi anlamlandırmakta zorlandığı noktada soru-cevap tekniği ile öğrencileri müzakere etmeye yönlendirdiğini şöyle ifade etmektedir:

“...Niye a / b şeklinde olmak zorunda rasyonel sayılar? Tam sayılar da a / b şeklinde yazılabilir mi?” gibi o tarz sorularla ben daha çok yönlendirirdim.”

Ö2, öğrencilerden gelen cevapların veya dönütlerin bilinçli olarak verildiğinden emin olmak için öğrenciyi sorgulamanın ve kendilerini savunmalarına fırsat vermenin önemli olduğunu düşünmektedir. Bu süreçte soru-cevap tekniğinin önemi vurgulayan Ö2, çeşitli ipuçları, dönütler ile öğrencinin sorgulaması veya sebep-sonuç ilişkisinin farkına varmasını sağladığını söyleyebiliriz.

Ö2 hazırbulunuşluğu tespit etmek, ön öğrenmeler ile kazanımı ilişkilendirmek veya kavramlar arasında ilişki kurmak için ders sürecinin giriş ve keşfetme safhasında öğrencilere çelişki veya tezat teşkil edecek sorular yönelttiği söylenebilir. Ö2 ders sürecinde içeriğe yönelik olarak derinleşme aşamasında matematiksel kurallar, işlemler ve açıklamalara yönelik öğrencileri sorgulamaya, sebep-sonuç ilişkisini ifade etmeye yönlendiren sorular veya çelişkili hipotezler ürettiği söylenebilir.

“...3’ e bölünme kuralı diyorum mesela nereden geliyor? Hiç düşündünüz mü? Ondan sonra onlar basamağından diyorum...”

Ö2 daha çok problem çözme yöntemini uygulayarak, soru-cevap tekniği ile öğrencilerin tezat teşkil eden hipotezler üretmesini, sorgulamasını, sebep-sonuç ilişkisini gözlemlemesini sağlamaya çabaladığı söylenebilir.

Ö2 öğrencilerden gelen dönütlerin çelişki veya tezat teşkil edecek soru veya matematiksel ifadelerle öğrencilerin yönlendirilmesi sonucunda amaçlanan kazanımın edindirilebileceğini düşünmektedir.

Ö3 öğrencilerin matematiksel durumlar karşısında akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve sonuçta savunma becerilerinin gelişmesi için yapılacak sınıf uygulamalarının giriş etkinliklerinde veya hazırbulunuşluğun tespit edilmesinde karmaşaya yol açacağını

düşünmektedir. Ö3 öğrencilerin hazırbulunuşluğunun tespitinde ancak örnek durumlar veya problemler üzerinden, soru-cevap tekniğini kullanarak öğrencilerin akıl yürütmesini, fikir ileri sürmesini ve tartışmasını sağlanabileceğini belirtmiştir.

Ö3 fikir ileri sürmesi, sorgulaması veya tartışması istenen öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesi yüksek öğrencilerden seçilmesi gerektiğini ve böylece öğrencilerin istenildiği gibi yönlendirilerek tartışmanın geliştirilebileceğini ifade etmiştir. Kısacası Ö3, öğrencilerin ön bilgileri dikkate alınarak tartışmaya dahil edilmesi veya bu öğrencilerin başlattığı tartışmaların sürdürülmesi gerektiğini düşünmektedir.

Ö3' ün, kavramların tanımlarını açıklamadan önce öğrencileri yönlendirerek sezgisel bir tanıma ulaştırmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ö3 tartışmayı yönlendirmek için soru-cevap tekniğini kullanarak, öğrencilerin tecrübe yoluyla elde ettikleri verileri yorumlamalarını veya öngöründe bulunmalarını amaçlamaktadır. Ö3 tartışmaların daha ziyade örnek durumlar veya problemler üzerinden tasarlanması gerektiğini düşünmektedir.

Ayrıca Ö3 çelişki veya tezat teşkil eden hipotezlerin tartışıldığı durumlarda her öğrenciye ifade özgürlüğü tanımadığını belirtmektedir:

“Şimdi bir kere siz de şahit oldunuz benim sınıfımda kendi aralarında tartışan öğrenci pek yoktur, çünkü eğitim öğretim yılı dediğimiz kavramın biz öğretimle ilgili değil de eğitim kısmını daha sene başında vermiş oluyoruz. Nasıl tartışılır, işte iyi bir tartışma ortamı neler gerektirir? Sonucunda neler kazanılır? İyi bir tartışma ortamı yoksa hiçbir kazanım elde edilemeyeceğini zaten çocuklar biliyor. Pelin Öğretmenin ortam... (Gülüyor.) Bu ortama izin vermezdim işin doğrusu.”

Ö3 çelişki teşkil edecek hipotezlerin oluşturulması için öğrencileri yönlendirirken dönütlerin, soru-cevapların ve ipuçlarının kısa, vurucu ve anlaşılır olması gerektiğini savunmaktadır. Aksi takdirde, çelişki içeren ifadelerin öğrencilerin zihinlerinde karışıklığa yol açacağını ifade etmektedir.

Ö4, dersin keşfetme aşamasında öğrencilerin problem çözme metodu, soru-cevap tekniği ile örneklerden tecrübe yoluyla elde ettikleri verileri yorumlamalarını ve akıl yürütüp fikir ileri sürmelerini beklediği söylenebilir.

“...Yani mesela orada $x^2+4 = 2$ de nasıl ki orada $\mathbb{Z}/5$ 'te olmasaydı ne yapacaktık, 4' den kurtulmak için her iki tarafa da -4' ü ekleyecektik. Burada da amaç ne 4' ten kurtulmak için 4' ü sıfır yapmak. Modül 5' te de o 4 nasıl sıfır olur sorusunu sorardım. 4' e ne yaparsak 0' ı elde ederiz. Orada +1 her iki tarafa da +1' in konulması gerektiğini, sonra şunu sorardım modül 5' in elemanları neler 0,1,2,3,4. Bu sayılardan neyin karesi 3 tür?

Hiç bir şeyin, o zaman 3' ün denklik sınıflarını nasıl yazabiliriz mod 5' e göre denklik sınıflarından karesini bulmaya çalışılır.”

Ö4 kazanıma yönelik gerekli açıklamalar ve matematiksel tanımlar yapıldıktan sonra, öğrencilere fikir ileri sürebileceği veya matematiksel ifadeleri sorgulayabileceği soruların sorulması veya tartışma ortamlarının oluşturulması gerektiğini düşünmektedir.

Ö4 yeni bir içeriğe başlarken öğrencilerin hazırbulunuşluğunu tespit etmek için sadece tartışma, sorgulatma ya da öğrencilerin fikir ileri sürebilecekleri bir etkinlik değil bunların dışında herhangi bir uygulama da yapmadığını şöyle ifade etmektedir:

“Bir, bir buçuk ay sonra falan sınıfın tamamını öğrenebiliyorsunuz. ıı... Herhangi bir soru çözerken çocuğun eksikliğini ya da soruya yaklaşımından fark edebiliyorsunuz.”

Ö4 sınıfa yönelttiği bir sorunun veya problemin çözümünü öğrencilerin fikir sahibi olması için tahtada çözülmesi gerektiğini ve bir öğrencinin de sebep-sonuç ilişkisini açıklaması gerektiğini düşünmektedir.

Ayrıca sınıf uygulamasında Ö4' ün, öğrencilerin problem durumu üzerine fikir ileri sürmeleri ve sorgulamaları için ipuçları verdiği ve öğrencileri yönlendirdiği söylenebilir. Ö4, öğrencilerin sorgulamalarını beklemeden ulaşılması istenen sonucu ifade etmektedir.

Ö4 ulaşılabacak genellemenin öğrencilere sezdirilmesi için kontrol değerine göre soru sorarak, dönütlerde bulunarak ve ipucu vererek öğrencileri yönlendirdiği ifade edilebilir. Ö4 öğrencilerin genellemelere ulaşması için gerekli koşulları sezdirebilmek için tezat teşkil edecek örnekler veya sorulara yer verdiğini ifade etmektedir:

“Bazen iki üç örnek ile çocuğun söylediği geçerli olabilir, ama dördüncü bir örnek... O zaman ben ne yaparım, mesela çocuk diyor ki öğretmenim bunu bunu denedim bu oldu diyor. Başka bir örneği veriyor oldu diyor. Hemen olmayan bir tane örnek sunarım, söylerim. Bir genellemenin olması için de bütün örneklerin sağlanması gerektiğini...”

Ö5 giriş etkinliklerinde öğrencilerin fikirlerinin sorgulanması gerektiğini ifade etmektedir. Dikkat çekme adımında öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için soru-cevap tekniğini kullanarak, kontrol değerinin göstergesi olan matematiksel içeriğin günlük hayat ile ilişkisine yönelik sorular yöneltilebileceğini vurgulamaktadır.

Dersin açıklama ve ilerleme safhasında akıl yürütme, fikir ileri sürme, sorgulama veya tartışma için kısa bir süre zaman ayırabileceğini ifade eden Ö5, içeriğe bağlı olarak genellikle tartışmaya ve müzakere etmeye gerek duymadığını belirtmektedir. Ö5,

kavramlar arası ilişkiyi oluşturmak için öğrencinin akıl yürütmesi, fikir ileri sürmesi ve sorgulaması için öğrencinin sorularla yöneltmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Ö5, eğitim durumları değişkenlerinden katılımın sağlanması için öğrencileri rasyonellik değerine göre sorgulamaya, akıl yürütmeye ve fikir ileri sürmeye teşvik ettiğini söyleyebiliriz.

Ö5, öğrencilerin ileri sürdükleri fikirlere veya cevaplara dönütlerde bulunurken de rasyonellik değerinin yer aldığını vurgulamaktadır.

Ö5 öğrencilerin akıl ve mantıkla sorgulamalarına çabalayarak, bu şekilde öğrencilerin genellemelere ulaşmalarını hedeflediğini belirtmektedir. Bunun için ipucu ve dönütlerle öğrencileri yönlendirmek gerektiğini, soru-cevap tekniği ile öğrencilerin sorgulamalarını ve fikir ileri sürerek, bu fikirlerini savunmalarını amaçladığını ifade etmektedir.

Hazırbulunuşluğun öneminden bahseden Ö5, ayrıca yapılacak etkinlikte gerekli ön organize edicilerin sunulması, hatta ipuçlarının verilmesinin öğrencilerin verimli tartışması, akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için gerekli olduğunu ifade etmektedir.

“Bunlardan önce belki denklik sınıflarını vermek olsa; biraz daha eksiler... Direk eksiği görünce bocalamış olabilir. Bunları önceden diyelim ki ‘elimizde işte üç sayısı var, üçünün mod beşe göre denkleri neler olabilir? İleri ve geriye doğru giderse...’ Eksiyi görünce çocuk şimdi şaşıracak. Eksi sayıyı nasıl böleceğim diye düşünebilir. Onları da verseydi daha iyi olurdu diyeceğim.”

Ö5, ön organize edicilerin sunulması adımıyla ders süresince problem çözme etkinliklerinde yer alacak matematiksel ifadelerin açıklamalarının yapılması gerektiğini düşünmektedir. Hatta öğrencilerin akıl ve mantıkla sorgulamaları gereken kazanımların, içeriklerin açıklamasını yapmak veya gösterip yaptırma tekniği ile öğrencileri de sürece dahil etmenin doğru olacağını ifade etmektedir.

Ö5 tecrübe yoluyla elde edilen verilerin yorumlanması, akıl ve mantıkla sorgulanması için çabaladığı gözlenmektedir. Bunun için ön öğrenmelerle ilişki kurmaya çabaladığını, soru-cevap tekniği ile yönlendirdiğini ve matematiksel ifadenin nasıl açıklanacağına ilişkin açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

4.2.2. Nesnecilik Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1' in dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Ö1' in içeriğe yönelik keşfetme aşamasında problem çözme tekniğini kullandığını, öncelikle kontrol değerine yönelik olarak matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin çeşitli açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerinden performans beklentisi içinde olduğunu söyleyebiliriz.

Ö1 içeriğe yönelik tüm kazanımlar için farklı problem durumları ile öğrencileri karşı karşıya getirmeye çalıştığını söyleyebiliriz ve Ö1 bu süreçte düz anlatım tekniğini kullandığını ifade etmektedir. Süreç zarfında öğrencilerin uygulama veya pratik yapmalarının yanında, kontrol değerine yönelik olarak değerlendirme adımında becerilerin gelişmesi için problem çözme tekniğinin kullanılması ile öğrenmede kalıcılığın sağlanacağını düşünmektedir.

Ö1 giriş ve keşfetme aşamalarında öğrencilerin fikirlerini kullandırmaya veya onları uygulamaya yönelik olarak yeterli zaman ayırmadığını belirtmektedir.

“Daha çok konuyu yetiştirme telaşı oluyor. Olması gereken bu ama uygulamada maalesef çok uyguluyoruz diyemem.”

Ö1 ders sürecinde derinleşme adımında içeriğe, ön öğrenmelere, kısacası hazırbulunuşluğa bağlı olarak öğrencilerin fikirlerini uygulamaya taşıyabileceklerini düşünmektedir.

Ö1 öğrencilere kontrol değerine göre açıkladığı matematiksel ifadelerin, ilerleme değerine göre ulaştıkları genellemelerin veya nesnecilik değerine göre problem çözümlerinde uyguladıkları daha kısa çözümlerin geçerliliğini örnekler ile sınamaları için öğrencilere fırsatlar tanıdığını ifade etmektedir. Ayrıca ulaşılan matematiksel ifadelerin pekiştirilmesi için de benzer örnek durumların artırılması gerektiğini ifade etmektedir.

Ö2' nin dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar üzerinden, kontrol değerine ilişkin açıklamalar yaptığı ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsatlar tanıdığı gözlenmiştir.

Ö2 öğrencilerin daha farklı problem durumları ile karşılaşması için ders sürecinin derinleşme adımında, öğrencilerden bu problem durumları için performans beklentisi içinde olduğunu belirtmektedir.

Ö2 öğrencilerin süreç zarfında uygulama veya pratik yapma becerilerinin, kazanımı edindirme için yeterli olmadığını düşündüğünü söyleyebiliriz. Ö2 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının sadece nesnecilik değerine yönelik etkinliklere yer vermek için yeterli olmadığını ve kontrol değerine yönelik öğrencilerin becerilerini geliştirmek için daha çok problem çözme tekniğinin uygulanması ve farklı matematiksel problemlere yer verilmesinin gerektiğini belirtmektedir. Bu neden ile Ö2 kontrol değerine yönelik olarak değerlendirme adımında becerilerin gelişmesi için problem çözme tekniğinin kullanılması ile öğrenmenin kalıcılığının sağlanacağını düşünmektedir.

Ö2 öğrencilerin ön öğrenmeleri, kavram imajlarını ortaya çıkarmak ve matematiksel ifadelerle yönelik düşüncelerini almak amacıyla öğrencilere fikirlerini uygulamaları için fırsatlar oluşturduğu söylenebilir. Ö2 ayrıca derinleşme safhasında öğrencilerin matematiksel problemlere yönelik bakış açılarını incelemek ve yine nesnecilik değerine yönelik olarak problem çözümünde daha kısa olan çözüm yöntemini kullanıp kullanmadıklarını incelemek için öğrencilerin fikirlerini kullanmalarına önem verdiğini söyleyebiliriz.

Sınıf uygulamalarında Ö2' nin açıklama safhasında öğrencilerin ileri sürdüğü fikri uygulamaları ve böylece zihinlerindeki çelişkiyi ortadan kaldırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

(Üç ile bölünebilme kuralını ve çözümleme ile ilişkisini açıklar, uygulama için bir örnek yazar ve bir öğrenciye çözümünü açıklar.)

Merve: Peki öğretmenin bunu çözümleme ile de yapabilir miyiz?

Ö2: Çözümleyerek de yapabilirsiniz, ama burada her zaman uzun uzun çözümlememize gerek yok. Zaten biz pratik kural bulmuşuz. Pratik kuralı bulduktan sonra bir daha uzun uzun çözümlememize gerek yok. çözümlersek de ne olacak?

Merve: $300+10a+5$

Ö2: 300 zaten tam bölünür, o zaman ne olacak?

Merve: $10a+5$

Ö2: $10a$ nın da $9a$ 'sı tam bölünecek, $a+5$ e bakacağız değil mi?

Merve: Haa... tamam.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında ise Ö2, kavramlar arasındaki ilişkinin sorgulanmasına yönelik Merve' nin fikrini uygulamasına müsaade ettiğini söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2,

problem çözümünde kısa çözüm yolu uygulanmasının gerekliliğini öğrencilerin de gözlemlmelerini istemektedir.

Ö2' nin öğrencilerin ulaşılan matematiksel genellemelerin doğruluğunu teyit etmeleri için farklı sayılar veya örnekler ile fırsatlar oluşturmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2 öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümü için oluşturdukları yöntemlerin doğruluğunu farklı örnek durumlarda sınamaları gerektiğini ve bunun için örnek durumların sayısını artırdığını belirtmektedir.

Ö2: Şimdi 8' e bölünebilme kuralı

Merve: Tamam 4 ile 2 den çıkar 8 kuralı

Ö2: 4 ile 2' ye bölünürse 8' e bölünür.

Merve: Hayır, 4 ile 2 kuralının ikisi de tutarsa 8 olur

Ö2: Bi dakika, 60 4' e bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: 2' ye bölünebiliyor mu?

Merve: Evet

Ö2: İki kuralı da sağlıyor, ama 8 e bölünemiyor.

...

Yukarıdaki durumda Ö2, Merve' nin ulaştığı genellemenin geçerliliği sınaması için örnek bir durum üzerinden ilerlediği görülmektedir.

Ö2 öğrencilerin matematiksel fikirlerin geçerliliğini sınavabilmesi için hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgularken, kontrol değerine göre öğrencilerin yönlendirilmesi ve rasyonellik değerine göre öğrencilerin akıl yürütmesine imkan tanınması gerektiğini düşünmektedir. Bu sürecin verimli ilerleyebilmesi için öğrencilerin küçük gruplara ayrılmasının gerekli olduğunu düşünen Ö2, benzer etkinliklere öğretim programının içerik olarak yoğun olmasından zaman ayırmakta zorlandığını vurgulamaktadır.

Ö2 matematiksel problemlerin daha kısa bir çözüm yöntemini; öğrencilerin dikkatini çekmek, akıl yürütmesine çabalamak veya kavramlar arasında ilişki kurmak için uygulamaya çalıştığını söyleyebiliriz.

(Rasyonel sayılarda işlemler ve özellikleri ile ilgili uygulama yapmaktadır.)

ÖA: Hocam paydaları eşitleyip işlemleri yaparız.

Ö2: Oo... paydaları eşitleyeceğiz. Ama peki tamsayılı kesirler var onları ne yapacağız?

ÖA: Atcak mıyız onları?

ÖB: Tamsayılardan tamsayıları çıkardım, 1 tam oluyor yazmaya da gerek yok.

Ö2: Hah... sakın sakın gençler uzun yoldan önce ben paydaları eşitlerim ya da bileşik kesire çeviririm demeyin. Sonra da bir de kahve için, öyle iki saat

uğraşmak yok. Sınav biter. O zaman (kesrin tam kısmını işaret ederek) bu kadar büyük sayılar veriyse anlayın ki bunun pratik bir yolu var. Bakın şu uyarıda yazmıştım, 3 tam 2/5 neye eşitti, $3+2/5$ e eşitti. O zaman aynı mantıkla çözeceğiz. (işlemi tamamlar.)

Bu durumda da Ö2' nin sınav sistemini göz önüne alarak, problem çözmede daha kısa çözüm yolları öğretmeye çabaladığı görülmektedir.

Ö2' nin değerlendirme adımında problem durumlarını somut hale getirmek için model, sayı doğrusu vb. matematiksel bilgiyi somutlaştırmak amacıyla kullandığı tespit edilmiştir.

Ö3 dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar üzerinden kontrol değerine yönelik olarak açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanıdığını söyleyebiliriz.

Ö3 öğrencileri kazanıma yönelik farklı problem durumları ile karşılaştırmak yerine, birkaç örnek üzerinde açıklama yaptıktan sonra ders sürecinde öğrencinin performansının takip edilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö3' ün değerlendirme adımında öğrencilerin fikirlerini uygulamalarına imkan tanıdığı, ancak bu süreçte de öğrencileri istenilen çözüm metoduna yönlendirdiği gözlenmiştir.

Ö3 öğrencilerin örnek durumlar veya matematiksel problemler üzerinden tanımlara, genellemelere ulaşması veya bireysel olarak matematiksel sembol, diyagram, modeller oluşturması için süreç zarfında öğrencilerin uygulamalar yapmasının gerekli olduğunu ifade etmektedir. Bunun için açıklama adımında, öğrencilerden gelen dönütlere göre örnek durumların veya problemlerin artırılması gerektiğini düşünmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö3' ün açıklama safhasında rasyonel sayı ile kesir kavramı arasındaki ilişkiyi açıklamak için somutlaştırmaya çabaladığı ve bunun için modeller tasarlamaya çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö3: *Şöyle düşünün Kaan' nın yaş gününde yaptırdığı pastanın şu kadarını kendisi yemiş (pastayı 4 eş parçaya böler ve iki parçasını tarar). Şu kadarını hocasına vermiş (1/8 lik kısmı tarar). Kendine ayırdığı kısmı nasıl gösteriyorsunuz? Burada aslında 2/4 yazmam gerekirken.*

Kaan: $\frac{1}{2}$

Ö3: *Pastanın, bir bütünün ne kadarı, tam yarısına karşılık geliyor ya? Onu $\frac{1}{2}$ şeklinde de gösterebiliyoruz. Peki bu ne anlama gelir? Bu iki şekil? Peki arkadaş bir sürü kesir aslında aynı çokluğu büyüklüğü gösterebilir. 2/4 yazarken bu kesrin bütünün yarısı olduğunun hissedebiliyoruz. Şöyle düşünün (8 eş parçaya ayrılmış bir dikdörtgen çizer ve rastgele 4 parçasının tarar). Yazalım kesrin değerini.*

Ö3: *Bunların hepsi aynı büyüklüğü gösteriyor. Öyleyse ben bu kesirler için şu ifadeyi kullanabilirim. $2/4$, $4/8$, $50/100$ $1/2$ ye denk kesirler deriz. Genelleyelim, birden fazla kesir aynı büyüklüğü gösteriyorsa bunlara denk kesirler denir. Maden öyle şu adamın $(1/2)$ da bir adı var artık. Bütün bu kesirlerin temsilcisi diyeceğiz.*

Ö3 görüşme sorularında yer alan sayıların inşasına yönelik modelleri öğrencilerin örnek durumlar üzerine uygulayabilmesi için daha basit örneklerin tercih edilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

Ö3 öğrencilerin ileri sürdükleri fikirleri farklı örnekler üzerinde doğruluğunu sınamalarının öğrencilerin özgüvenini ve öğretmenine olan güvenini artıracığını ifade etmektedir. Ayrıca Ö3 öğrencilerin kendi fikirlerini sınamasının etkili öğrenme yöntemlerinden olduğunu düşünmektedir.

Ö3 öğrencilerden gelen hatalı veya yanlış cevaplara dönütte bulunurken fikirlerinin doğruluğunu teyit eden örnekler vermesi için çabaladığını söyleyebiliriz. Ö3 matematiksel içeriğin her öğrencinin anlayabileceği veya fikir ileri sürebileceği örnekler üzerinden sunulması ve açık, net ifadeler kullanması gerektiğini düşünmektedir. Ayrıca Ö3 problem çözümlerinde, daha kısa çözüm metotları uygulamaya çabaladığını da söyleyebiliriz.

Ö4' ün dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdiği söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya genellemelere yönelik yapılan alıştırmalar veya uygulamalar üzerinden, kontrol değerine yönelik olarak açıklamalar yaptığını ve ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanıdığını söyleyebiliriz.

Ö4' ün içeriğe yönelik keşfetme safhasında problem çözme tekniğini kullandığını ve ön öğrenmeleri hatırlatmada, dersin açıklama ve değerlendirme aşamasında öğrencilere pratiğe ilişkin becerilerini geliştirmeye çabaladığını söyleyebiliriz. Ancak bu süreçte kontrol değerine yönelik olarak soru-cevap tekniği veya ifadeyi açıklayarak öğrencileri yönlendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö4 görev yapmakta olduğu lise için üniversite giriş sınavını dikkate alarak, öğretim programında yer alan her içeriğe ve dolayısıyla her kazanıma yönelik matematiksel problemlere yer vermeye çabaladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö4' ün değerlendirme safhasında geçmiş yılların üniversite giriş sınavlarından örnek sorular çözdüğü de gözlenmiştir.

Ö4 meslekteki ilk yıllarında içeriğe yönelik her kazanım için örnek durumlara yer verdiğini, ancak şimdi öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini göz önüne alarak örnekler seçtiğini belirtmektedir.

Ayrıca Ö4 kazanımların edindirilmesi için görüşme senaryosunda yer alan örnek durumlar için çok detay içerikli bulduğunu belirtirken, Ö4 basit örnekler ile öğrencilerin uygulama yapabileceğini ifade etmektedir. Ö4 öğrencilerin hazırbulunuşluğuna ve öğrencilerden gelen dönütlere göre örnek durumların sayısını artırabileceğini, daha sonra öğrencilerin uygulama yapabileceği problem durumları tasarladığını belirtmektedir. Öğrencilerden gelen dönütlere karşılık farklı örnek durumlarının öğretimde çeşitlilik sağlanarak sunulması gerektiğini düşünmektedir.

“İkisinin de söylediklerinin doğru olduğunu onaylayıp ondan sonra her ikisinin söylediklerine birer örnek verebilir. Farklı bir örnek verebilir. Şekil çizerek verebilir. Bir tamsayı ya da bir tamsayılı kesir örneği verebilir. Yani sınıftan güncel, etraftan da örnekler verebilir, şartlara göre...”

Ö4 süreç zarfında öğrencilere uygulamalar yaptırmak ve örnek durumlar üzerinde performans sergilemelerine çabalamak için akıllı tahta uygulamasının verimli olacağını düşünmektedir.

“Akıllı tahtalar girdikten sonra bu tür etkinlikleri yapmamız tabi ki çok kolay olacak. Çünkü bunu öğretmen hazır getirecek flashında takacak, yeniden çizmesine gerek olmayacak. Hani öğrencilerinde oradan görüp kodlama yapmaları çok daha kolay olacak yani bu tabloyu çizdiniz, doldurdunuz 10 dakika. Çocuk baktı, anladı diyene kadar hani akıllı tahtalar o anlamda örnekleri kullanma anlamında, özellikle görsel örnekleri kullanma anlamında bize çok faydalı olacak ama henüz kullanamıyoruz. Bunun için de bu kadar vakit olmuyor.”

Ö4 süreç zarfında öğrencilerin uygulama veya pratik yapmalarından ziyade, kontrol değerine yönelik olarak değerlendirme adımında becerilerin gelişmesi için problem çözme tekniğinin kullanılması ile kalıcı öğrenmenin sağlanacağını düşünmektedir.

“Mesela şu tabloyla falan çok fazla vakit harcamaktansa onu daha basit bir örnekle anlatıp, soru çözümlerine ağırlık vermek gerek çünkü matematik sözel bir ders değil.”

Ö4 matematiksel içeriğe yönelik gerekli açıklamaların yapılması ve örnek durumların incelenmesinin ardından, öğrencilerin de fikirlerini uygulayacağı problem durumlarına derslerinde yer verdiğini ifade etmektedir. Ö4 öğrencilerin fikirlerini uygulamaları için örnek problemlerden başka, grafik çizdirilebileceğini veya akıllı tahta aracılığı ile elinde

olan dokümanlardan görsel aktivitelere yer verilebileceğini ifade etmektedir. Ancak Ö4 zaman kısıtlı olduğu gerekçesi ile derslerinde yalnızca birkaç öğrencinin fikrini uygulaması ve sınıfa ifade etmesi için fırsat bulabildiğini, ayrıca öğrencilerin fikirlerini tahtada sınıfa açıklayarak ifade etmesini istemektedir. Ders gözlemlerinde de Ö4' ün öğrencileri problem durumlarına çözüm önerileri sunmak istediğinde, tahtaya kaldırdığı ve fikirlerini işlem üzerinden anlatmalarını beklediği gözlenmiştir.

Ö4 öğrencilerin sembolleri kullanabilmeleri için ilerleme değerine göre hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ö4 öğrencilerin istenilen gösterime veya modele ulaşabilmesi için, açıklık değerine göre öğrencilerin kendilerini ifade edebileceği ortamlar oluşturma ve kontrol değerine göre matematiksel ifadenin açıklanmasına ilişkin uygulamalar yapmanın gerekli olduğunu belirtmektedir.

Ö4: $\mathbb{Z}/_7$ ne demektir?

Ö: mod7

Ö4: Modül 7. Yani tamsayılar kümesinde modül7 ye göre işlem yapacağız.

...

Yukarıdaki sınıf uygulamasında da görüldüğü gibi Ö4, öğrencilerin matematiksel semboller ve işaretleri kullanmaları için hatırlatmalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö4 sayıların inşasına ilişkin görüşme sorusu için sadece öğretim programında yer alan kavramlar ile ilişkili içeriğin aktarılması gerektiğini düşünmektedir.

“Yani verdiği tanımları uygulamalarını istemiş burada. Yani burada şeyden irrasyonel sayıdan böyle bir örneğe geçtiyse bölme yeterliydi mesela a bölü b oranı yeterli olabilirdi.”

Ö4 görev yapmakta olduğu lisede fikirlerin geçerliliğini sınamak için hazırbulunuşluğu yeterli olan öğrenci sayısının çok az olacağını belirtmektedir. Bu nedenle Ö4 kontrol değerine yönelik olarak, matematiksel ifadenin açıklanması için doğru ifadeye yönlendiren örneklerin verilmesi gerektiğini düşünmektedir. Öğrencilerin fikirlerin geçerliliğini belirlemesi üzerine yapılan tartışmaların gerekli olmadığını düşünmektedir.

Ö4, matematiksel içeriğin daha sade ve kısa matematiksel ifadelerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö4 içeriğin daha sade ve anlaşılır olmasının öğretim programında yer alan bazı kazanımların veya içeriğin göz ardı edilmesi ile mümkün olduğunu ifade etmektedir.

Ö4 matematikteki kavramların veya problemlerin mümkün olduğu kadarıyla grafik, şema gibi görsel ve somut etkinliklerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö4 öğrencilerin

ileri sürdüğü bir fikri örneklendirmek için, akıl yürütmeleri için veya çelişkili hipotezlerin oluşturulması, tartışılması ve matematiksel içeriğin anlamlandırılması, kavramlar arasındaki ilişkinin gösterilmesi için somutlaştırmaya önem verdiğini söyleyebiliriz.

“Yani bence cümlelerden çok matematik de görsel örnekler daha etkili oluyor. Sözel bir ders değil ki matematik. Çocuğun onu hayalinde canlandırabilmesi için görsel örnekler... Yani ben görsel örneklere daha taraftarım. Çocuk görsün yani ben bunu söylemişim ama bak onu söylediğini ekstra bir şekil çizebilir veya elinde dokümanı varsa flash’ ından gösterebilir. Akıllı tahtayı kullanabilir. Yani görsel örnekler daha etkili olur.”

Ö4 matematiksel ifadeleri veya kavramları somutlaştırma için matematiğin günlük durumlardaki kullanım alanlarının ve çevremizdeki geometrik şekillerin temsili olan nesnelerin önemli olduğunu düşünmektedir.

(Üslü ifadelerde dört işlem becerilerini geliştirmeye yönelik uygulama yapmaktadır.)

Ö4: Toplama yapabilir miyim?

Ö: Evet

Ö4: Nedir sonuç?

Ö: 6 üzeri?

Ö: 2^9

Ö4: Mesela ben buna (bir terimi işaretler), bu bir elma artı elma, artı elma kaç tane elmamız var?

Öğrenciler: Üç tane

Ö4: $2^3 + 2^3 + 2^3$

Ö: 3 çarpı 2^3

Ö4: 3 tane.

...

Yukarıdaki durumda Ö4’ ün öğrencilere terim kavramını açıklamak için ön bilgilerinden yararlanarak temsil kullandığını gözlemleyebiliriz.

Ö5 keşfetme safhasında problem çözme tekniğini kullandığını, öncelikle kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin çeşitli açıklamalar yaptığını, daha sonra öğrencilerinden performans beklentisi içinde olduğunu söyleyebiliriz. Dersin açıklama safhasında ve ön bilgilerin hatırlatılması için de kontrol değerinin göstergelerinden olan öğrenciyi yönlendirme ile süreç içinde uygulama ve pratik yapma becerilerini geliştirmeye çalıştığını söyleyebiliriz. Ö5 içeriğe yönelik süreç zarfında öğrencilerin uygulama yapmalarının, öğrenmenin kalıcılığını artırdığını düşünmektedir.

Ö5 meslekteki ilk yıllarında içeriğe yönelik her kazanım için örnek durumlara yer verdiğini, ancak şimdi öğrencilerin hazırbulunuşluğuna dikkat ederek örnekler seçtiğini belirtmektedir.

“İlk idealistliğimiz olur ya her şeyi bir anda çocuğa vereyim istiyorsunuz. Ama her şey bizim verdiğimiz kadar değil de ondan alınabildiği kadar ancak öğretebiliyoruz. Bunu her sene biraz biraz daha öğreniyoruz.”

Ö5 öğrencilerin uygulama yapabileceği problem durumlarının sayısını içeriğe, öğrencilerin hazırbulunuşluğuna ve öğrencilerden gelen dönütlere göre artırma bileceğini belirtmektedir. Aşağıdaki durumda da Ö5’ in süreç odaklı olarak uygulama yapmaya çabaladığı gözlenmektedir.

(Modüler aritmetikte özelliklere ilişkin uygulama yapmaktadır. Açıklayarak çözümü anlatır.)

Ö5: *Sorumuz neye dönüştü? $(-43)^{-16}$ sorusu ne oldu $3^{16} \equiv x \pmod{10}$ oldu.*

(Açıklayarak çözüme devam eder)

Ö5: *Öğrendiklerimizin hepsini uyguladık.*

...

Ö5 kazanımı edindirmek için derste yer verdiği matematiksel işlemler ve diyagramlar gibi her bir uygulamanın, süreç içerisinde öğrenciler tarafından uygulanması beklentisindedir. Ayrıca Ö5 öğrencilerden gelen dönütler doğrultusunda, öğrenmenin kalıcılığını artırmak ve kazanıma ilişkin eksikleri tamamlamak için değerlendirme adımında nesnecilik değerini yansıtmaktadır. Öğretim programının yoğun olmasından dolayı çeşitli uygulamaları veya kazanımları göz ardı ederek, öğrencilerin performans sergilemesi için fırsatlar oluşturmaya çabaladığını ifade etmektedir. Ö5 nesnecilik değerinin öğrencinin akıl yürütmesi için imkanlar oluşturduğunu düşünmektedir. Kazanım için ayrılan sürede basitten karmaşığa doğru izlenen soru çözümleri ile süreç içinde öğrencilerin performansının artacağını belirtmektedir.

“Çünkü yorum yapma o zaman daha artıyor. Basitten gidiyor, o oturduktan sonra bir adım sonrası, bir adım sonrası mutlaka daha çabuk kavriyorlar.”

Ö5 öğrencide öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini takip etmenin en iyi yolun öğrenciyi kendisi ile kıyaslamak olduğunu düşünmektedir. Bu nedenle Ö5, süreç içerisinde uygulama yaptırmanın gerekliliğini vurgulamaktadır.

Öğrencilerin genellemelere ulaşması için fikirlerini uygulamaları gerektiğini düşünen Ö5, ayrıca gizem değerine yönelik olarak öğrencilerin şaşıracağını düşündüğü aksine örnekler ile öğrencilerin genellemelerini çürütücü dönütlerde bulunduğunu ifade etmektedir.

Ö5' in aşağıdaki sınıf uygulamasında, öğrenciye matematiksel problemin çözümü için fikrini uygulamasına fırsat tanıdığını söyleyebiliriz.

(Tahtaya bir soru yazar.)

Ö5: Peki, bunda ne yaparız yorum istiyorum.

Ö: İlk ne yaparız, -4 ile 5 arasında olduğundan

Ö5: Hangisini buluyoruz şimdi?

Ö: En büyüğü buluyorum. O yüzden a ya 4 veririz. Çünkü alabileceği en büyük değerdir.

Ö5: Güzel (öğrencinin ifade ettiği çözümü tahtaya yazar.)

Ö: b ye işareti eksi olduğu için alabileceği en küçük değeri veririz. En küçük değeri için de tam tersini yaparız.

Ö5: Onu da başkasına yaptıralım.

...

Ö5 öğrencilerin fikirlerini ifade edebileceklerini, ancak doğru gösterimlere ulaşamayacaklarını düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümü için modeller tasarlayabileceğini, ancak semboller kullanamayacaklarını ifade etmektedir.

“Ö5: Sembol bulamıyor çocuklar. Hani ya derse gelmeden kitabını az karıştıranlar oluyor neyi göreceğiz diye. Onlar biliyor. Ama onlar dışında pek moda ilişkin...”

A: Modüler aritmetikten başka, farklı içeriklerde olabilir mi peki hocam?

Ö5: Çok ender herhalde. Yani kümelerin şimdi birleşimini, kesişimini düşünün diyoruz. Daha önceden bilmiyorsa çocuk, ona pek sembol kullanamıyor bilemiyor yani o da pek olmuyor, şöyle düşünüyorum da.”

Ö5 görüşme sorularında yer alan sayıların inşasına ilişkin uygulama için öğrencilerin dikkati çekecek etkinliklerin zaman buldukça uygulanabileceğini ifade etmektedir.

“Yani uğraşırlar aslında. Uğraşır yani yapmaya çalışırlar gene. Bazen hoşlarına gidiyor. Yani onunla uğraşırken sanki konu gidiyor ya da biz başka şeyle uğraşıyoruz gibi düşünerek bazen ilgileri olabilir.”

Ö5 öğrencilerin ulaşılan matematiksel genellemelerin doğruluğunu teyit etmeleri için farklı sayılar veya örnekler ile fırsatlar oluşturmaya çabaladığını söyleyebiliriz. Ö5 öğrencilerde oluşan kavram yanlışlarının giderilmesi için çeşitli tablolar, etkinlikler veya uygulamalar ile öğrencilerde var olan matematiksel fikrin geçerliliğine ilişkin örnek durumların tasarlanması gerektiğini düşünmektedir.

Ö5 matematiksel problemlerin daha kısa bir çözüm yöntemini; öğrencilerin dikkatini çekmek, akıl yürütmesine çabalamak veya kavramlar arasında ilişki kurmak için uygulamaya çalıştığını söyleyebiliriz.

Ayrıca Ö5 meslekteki ilk yıllarına göre içeriğin sunulmasında sade, kısa ve anlaşılır bir dil kullanmaya daha çok özen gösterdiğini ifade etmektedir. Ancak Ö5 içeriğin daha sade ve anlaşılır olması için öğretim programında yer alan bazı kazanımların veya içeriğin göz ardı edilmesi ile mümkün olduğunu düşünmektedir.

Ö5 matematikteki kavramların veya problemlerin mümkün olduğu kadarıyla grafik, şema gibi somut gösterimler ile sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö5 somutlaştırma için verilecek örneklerin hazırbulunuşluğu dikkate alınan, öğrencilerin zihinlerinde daha kolay tasvir edebilecekleri ve öğrencilerin dikkatini çeken etkinliklerden seçilmesi gerektiğini düşünmektedir. Matematiksel kavramları somutlaştırmak için günlük hayatla ilişkilerini ve işlevlerini ortaya koymaya çalışıldığını söyleyebiliriz.

4.2.3. Kontrol Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1 öğrencilerin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikrin veya çözümün doğruluğu hakkında öğrenciye dönütte bulunurken ulaşılmaması beklenen matematiksel ifadeyi, kavramı ya da çözümü sunuş yöntemi ile açıkladığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin becerilerinin gelişmesi ve işlemlerin akıcılığını sağlamak için değerlendirme aşamasında, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz. Bunun için haftalık ödevlendirmelerin, öğrencilerin çözümlerindeki hataları veya kavram yanlışlarını tespit etmek için uygun bulunmaktadır. Ö1, ders kitabından yaptığı ödevlendirmelerin yanında hazırladığı çoktan seçmeli soruları da fotokopi olarak dağıtıp ödevlendirmektedir. Ö1 içerikte yer alan her bir kazanım için eşit sayıda çoktan seçmeli soru ile öğrencilerin ödevlendirilmesinin; öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesinde, öğrenmenin kalıcılığının artırılmasında ve öğrenmenin pekiştirilmesinde önemli olduğunu düşünmektedirler.

Ö1' in öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerini geliştirmek için derslerinde, aynı kazanım için benzer problemlere yer verdiğini söyleyebiliriz. Ö1 derslerinde daima matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin açıklamalar yaptığını ve birkaç tane problemin nasıl çözüleceğini açıkladığını, daha sonra öğrenmenin kalıcılığı ve işlem akıcılığı için öğrencilere ürüne yönelik problem durumları sunduğunu ifade etmektedir. Bu

nedenle açıklama ve değerlendirme öğretim aşamalarında kontrol değerinin Ö1 için önemli olduğunu söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin tartışmasını veya müzakere etmesini gerektirecek durumlarla karşılaştığında tartışmayı durdurarak, öğrencilerin nasıl öngörüle bulunacaklarına ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz.

“... Hatta onları bile ben olsam en az birkaç tanesini kendim yapardım, 3-4 tanesini veya... Her zaman önce kendim yapıyorum, sonra onlar zaten nasıl olduğunu anladılar. Pekişmesi için bir iki tanesini ben yapardım, devamını onların yapmalarını isterdim...”

Ayrıca Ö1 öğrencilere matematiksel işlemlerde daha kısa çözüm yöntemlerinin varlığını, problem durumları üzerinden açıkladığını ve öğrencilerin hatalı veya eksik cevaplarında ise çözümü açıkladığını söyleyebiliriz.

“... Nasıl yapıldığını anlatırdım. İu.. Her tarafın burada 5 olması için, bunun gitmesi için karşı tarafa da ne eklerim, eklediğim zaman da hangi sayıyı elde ederim? Elde ettiğim sayıyı 5’ e böldüğümde elde ettiğim sayı kaçtır, yani x^2 yi yalnız bırakmak için işlem yapmaya çalışıyorum...”

Ö1 matematiksel ifadelerin nasıl açıklandığına ilişkin yaptığı uygulamalarda sunuş yöntemini dersin inceleme, açıklama ve derinleşme aşamalarında sıklıkla kullandığını söyleyebiliriz. Ö1 bu uygulamalarındaki amacını, öğrencilerin kavrama süresini kısaltmak olarak belirtmektedir.

Ö1 öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaya teşvik etmek için genelde soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz.

Ö1 matematiksel içeriğin günlük yaşantıyla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin dikkatini çektiğini düşünmektedir, ancak matematik öğretim programında yer alan her içeriğin günlük yaşantı ile ilişkilendirilemeyeceğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö1 günlük problemlerin çözümünde matematiğin kullanımına ilişkin genelde ifade edilen bir hastanın zamanında ilaç alması, doktorun nöbet tutma çizelgesinin oluşturulması gibi örneklere derslerinde mutlaka yer verdiğini belirtmektedir.

“Yani olabildiği kadarıyla mesela tamsayılar, şunlar bunlar tabi ki günlük hayatımızda kullanılıyor. Ama diğer konularda ‘Çocuklar eğer ileride mühendislik okumak istiyorsanız bunları zaten kullanacaksınız, o zaman sizin işinize yarayacak. Ama evet gerçekten şu an bu sizin işinize yaramıyor diyorum.’ Çünkü öyle çok konu var maalesef.

... Dediğim gibi ileri matematik ve birçok konuyu gereksiz görüyorum ben.”

Ö1 öğretim programında yer alan öğrencilerin karşılaştıkları günlük problemlerin çözümünde somut olarak kullanmayacaklarını düşündüğü içeriklerin, programdan kaldırılması gerektiğini düşünmektedir.

“Mesela TM sınıfı mühendislik falan okumayacaksa o kadar yüksek matematik görmesine gerek yok diye düşünüyorum... Integral, türev hiç kullanacaklar mı hayatlarında? Kullanmayacaklar boş yere bence 9-10 matematiğini yaysak çok da güzel öğrenirler işlerine de yarar.”

Ö2 derslerinde açıklama adımıyla içeriğe yönelik olarak sayı doğrusu gibi temel çizimlere yer verdiğini ifade etmektedir. Ö2 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının yeterli olduğunu düşündüğü içeriklerde ön öğrenmeleri hatırlatmak ve eksiklikleri tespit etmek için, çoktan seçmeli sorular sorduğunu ve çözümlerin doğruluğu hakkında dönütte bulunduğunu ifade etmektedir. Ayrıca Ö2 öğrenciler genellemelere ulaşırken öğrencilerin ürettikleri fikir veya formülün doğruluğunun tespitinde de soru-cevap tekniğini kullanarak, dönütlerde bulunduğunu ve ipuçları verdiğini söyleyebiliriz.

Ö2 hazırbulunuşluk seviyesinin yüksek olduğunu düşündüğü kazanımlar için, öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine açıklama safhasında içeriğin sunulmasının ardından, öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir.

Ö2 değerlendirme aşamasında öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesi, öğrenmenin pekiştirilmesi için çoktan seçmeli sorulara yer vermektedir. Ö2 her dersin sonunda 10-15 tane çoktan seçmeli sorudan oluşan etkinlikler dağıtmakta ve sırayla öğrencilerin cevaplarını kontrol edip, gerekli açıklamaları yapmaktadır. Böylece Ö2 öğrencilerin becerilerini değerlendirmenin yanında, içeriğe yönelik farklı problem durumlarına derslerinde yer vermeye çabaladığını ifade etmektedir.

Ö2 öğrencilerin ön öğrenmelerindeki eksiklikleri tamamlamak veya ön öğrenmeleri hatırlatmak için de gerekli açıklamaları yaptığını, ardından pekiştirmeyi sağlamak için örnek durumlar üzerinde öğrencileri uygulamaya teşvik ettiğini belirtmektedir.

Ö2 öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaya teşvik etmek için genelde soru-cevap tekniğini kullandığını, öğrencilerin zihninde çelişki teşkil

edecek örnek durumlar sunduğunu veya matematiksel kavramın tanımını hatırlatmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

“Tam sayılarda düşünün diyeceksiniz. Her sayının tam sayılarda kökü var mıdır? Evet 4 ün mesela kökü 2, işte 9 un 3, 5’ in tam sayılarda kökü var mı? Belki oradan kök 5 diye bir cevap gelebilir, ‘ama o tam sayı mı?’ derim o zaman.”

Ayrıca Ö2 ders sürecinin ilerleme aşamasında, kontrol boyutuna göre açıklamada bulunması için öğrencilerin hazırbulunuşluğunun önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ö2 ürüne yönelik problem durumlarını, gizem değerine göre merak veya hayranlık uyandıran fikirler ya da günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerinden tasarlamaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ö2 matematiğin günlük durumlarla ilişkilendirilmesinin dikkat çekme ve ön öğrenmeleri hatırlatma safhasında uygulamalarında yer vermektedir.

Ö3 öğrencilerin becerilerinin gelişmesi ve işlemlerin akıcılığını sağlamak için değerlendirme aşamasında, öğrencilerin çözümlerinin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz. Bunun için haftalık ödevlendirmelerin öğrencilerin çözümlerindeki hataları veya kavram yanlışlarını tespit etmek için uygun olduğunu ifade etmektedirler.

Ö3 hatalı çözüm yapan öğrencilerin kendilerini sınıfa ifade etmelerinin öz güvenlerini olumsuz etkileyeceğini düşünmektedir.

“Çözemedim diyorsa hadi gel bir tahtaya yaz bir de beraber bakalım ya da diğer öğrencilerin dikkatini dağıtmayacak şekilde önce yanına varıp defterini kontrol edip, çünkü defterinde yazılı olan ifadeden hatanın nerede olduğunu bulmak kolay olur. Çünkü tahtaya kaldırıp da onun hatasını, tekrar hata yapmasını sağlamak arkadaşlarının içerisinde rencide edebilir. Oturduğu yerde hatasını tespit edebiliriz.”

Ö3’ ün görüşmede de ifade ettiği gibi öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlerin veya çözümlerin doğruluğunu tespit etmek için, öğrencilerin defterlerinden cevaplarını incelediği ve dönütlerde bulunduğu gözlenmiştir. Ayrıca tahtada matematiksel problemlere çözüm arayan öğrencilerin hatalarının nasıl açıklanması gerektiğini ifade ederek dönütte bulunmaktadır. Öğrencilerin hatalarının farkına varması için soru-cevap veya benzeri bir teknik kullanmadığı gözlenmiştir.

Ö3 zaman zaman kazanıma yönelik öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine, içeriğin sunulmasının ardından öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin

gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için, problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerinin gelişmesi, öğrenmenin pekişmesi, farklı problem durumları ile karşılaşmaları ve öğrenmede kalıcılığın artırılması için her içeriğe veya kazanıma yönelik örnek problem durumlarına yer verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca işlemlerde akıcılığı sağlamak için benzer örnek durumlar tasarlamakta ve öğrencilere pratik yaptırmak için yalnızca değerlendirme adımıyla fırsat tanımaktadır.

Ö3 içerikte yer alan her bir kazanım için eşit sayıda çoktan seçmeli soru ile öğrencileri ödevlendirmenin; öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesinde, öğrenmenin kalıcılığının artırılmasında ve öğrenmenin pekiştirilmesinde önemli olduğunu düşünmektedir.

“... Öyle konular var ki sıkıntınızın olmadığı zamanlarda biz sınıflarda 20 sorudan oluşan 6 test toplam 120 soru. O 120 soruyu ödevlendirip 120 sorunun kontrolünü yaptığımız haftalar oldu. Nasıl kontrolünü yaptık işte 120 sorudan çocukların yapamadığı 20 soruyu sınıfta çözdük, yani mümkün olsa o 120 soruyu tek tek sınıfta çözebilseydik.”

Ö3 açıklama safhasında matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağı veya problemlere ilişkin nasıl öngöründe bulunulması gerektiğine ilişkin gösteride bulunmaktadır. Değerlendirme adımıyla ise öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaya teşvik etmekte ve genelde bu süreçte soru-cevap tekniğini kullanmaktadır. Bununla birlikte Ö3, ders sürecinin ilerleme aşamasında kontrol boyutuna göre açıklamada bulunması için öğrencilerin hazırbulunuşluğunun önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Ö3: *Z/5 te 4' ün çarpmaya göre tersini bulalım. Öyle bir sayı bulacağız ki 5' e bölündüğünde 1 kalanını veren sayıları bulmuş olacağız. 1' in denklik sınıfına bakalım. 5' e bölündüğünde 1 kalanını veren sayılar nelerdi? 1, 6, 11, -4,-9. Ben 4' ü neyle çarpayım ki bunlardan birini versin bana? 11' den bir sonraki sayı 16 mıdır? O zaman 4' ün denklik sınıfı çarpı 4' ün denklik sınıfı kaç, 1 değil mi? 4' ün tersi neymiş, 4.*

...

Yukarıdaki durumda örnek durumlar üzerinden ilerleyen Ö3' ün açıklama aşamasında, kontrol değerini benimsediği gözlenmektedir.

Ö3 öğrencilerin matematiksel gösterimleri ifade edebilmeleri ve sembolleri doğru kullanabilmeleri için derslerinde açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca Ö3 ilerleme boyutunun göstergelerinden olan kavramlar arası ilişki kurma için, kontrol

boyutunu benimsediğini söyleyebiliriz. Matematiksel fikirler için öngörude bulunma ve açıklama yapmaya ilişkin ön öğrenmelerin hatırlatılması adımı da Ö3 kontrol değerini benimsemektedir.

Ö3 günlük hayatla ilişkilendirilmiş matematiksel durumları dersten önce tasarlamadığını, içeriğe yönelik problem durumlarını ders sırasında ifade ettiğini belirtmektedir. Ayrıca ders kitabında yeterli sayıda problem durumlarının tasarlandığını belirten Ö3, öğrencilerin günlük yaşantılarında matematiksel bilgilerini kullanmalarının daha önemli olduğunu ifade etmektedir.

Ö4 yalnızca açıklama aşamasında değil, inceleme aşamasında da öğrencilere dönütte bulunurken, fikirlerin doğruluğunu sorgularken de şekil veya grafik çizimine başvurduğunu söyleyebiliriz. Ancak Ö4 akıllı tahtalardan dolayı öğretim programında yer almasına rağmen derslerde yeteri kadar temel çizimlere yer veremediğini ifade etmektedir.

“... Bu beyaz tahtalardan önceden kullanıyorduk tabi biz matematik araç gereçlerini pergel, iletki, gönye kullanıyorduk. Ama bunlarda açıölçer özellikle kullanılmıyor, çünkü şey batırmanız gerekiyor tahtaya, açıölçeri hiç kullanmadık bu beyaz tahtalar geldiğinden beri...”

Ö4 öğrenciler genellemelere ulaşırken öğrencilerin ürettikleri fikir veya formülün doğruluğunun tespitinde de, soru-cevap tekniğini kullanarak dönütlerde bulunduğunu ve ipuçları verdiğini söyleyebiliriz. Ö4 öğrencilerin doğru sonuca ulaşabilmesi için kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirmektedir. Ayrıca çözümlerinde hatalı işlem yapan öğrencilere çözüm için gerekli işlem adımlarını söyleyerek, öğrencinin tahtaya yazmasını istemektedir. Ders gözlemlerinden Ö4’ ün öğrencilerin hatalı matematiksel sembol veya işaretlerin kullanımında da doğru kullanımı ifade ederek dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz.

Dersin inceleme ve açıklama adımlarında, problemlerin nasıl çözüme ulaşacağına ilişkin gerekli açıklamaları kendisi yapmaktadır. Ancak ilerleme aşamasında öğrencilerin işlem becerilerini geliştirmek adına pratikler yaptırdığını söyleyebiliriz. Ayrıca öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerinin gelişmesi, farklı problem durumları ile karşılaşmaları ve öğrenmede kalıcılığın artırılması için her içerik veya kazanım için Ö4 örnek problem durumlarına yer verdiğini belirtmektedir. Ayrıca ürüne yönelik problem durumlarını tasarlarken, günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar

üzerine tasarlamaya dikkat ettiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö4, değerlendirme adımında ‘günün sorusu’ adı altında ileri düzeyde problem durumuna yer vermektedir. Bu aşamada öğrencilerin tek tek işlem becerilerine ve pratik yapmalarına dikkat ettiğini söyleyebiliriz.

Ö4 işlemsel becerilerin gelişmesi için örnek sayısının fazla olmasına gerek duymadığını, öğrencilerin farklı problem durumları ile karşılaşmaları için ödevlendirme yaptığını belirtmektedir. Ö4 içerikte yer alan her bir kazanım için eşit sayıda çoktan seçmeli soru ile öğrencilerin ödevlendirilmesinin öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesinde, öğrenmenin kalıcılığının artırılmasında ve öğrenmenin pekiştirilmesinde önemli olduğunu düşünmektedirler. Ayrıca Ö4 üniversiteye giriş sınavını göz önüne alarak öğrencileri ödevlendirdiğini belirtmektedir.

“... Mutlaka soru çözümü yaparken de gerçi takip ettiniz, az çok da gördünüz hep onların bir hedefi yani üniversite hedefini hatırlatmak anlamında üniversitede daha önceki yıllarda çıkmış sorulardan hemen o konu ile ilgili soru çözümü mutlaka yaparım. Ama birkaç tane genel anlamda motivasyon olsun. Üniversite hedefleri hani biz bunu yapabiliriz diyebilsinler diye öyle örneklere daha çok yer veriyorum soru çözümünde.”

Ö4 öğrencilerin ön öğrenmelerindeki eksiklikleri tamamlamak veya ön öğrenmeleri hatırlatmak için de gerekli açıklamalar yapmakta, ardından pekiştirmeyi sağlamak için örnek durumlar üzerinde öğrencileri uygulamaya teşvik etmektedir. Ö4 öğrencilerin matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaları için soru-cevap tekniğini kullanmakta, ancak genelde beklenen cevabı kendisi ifade etmektedir. Ayrıca Ö4’ün öğrencilere kavramlar arasındaki ilişkiye yönelik gösterilerde bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö4 değerlendirme adımında günlük yaşantıyla ilişkilendirilmiş problem durumlarına yer vermektedir.

“İşte hani kitaplarda da olan örnekler işte üç günde bir nöbet tutuyor, beş günde bir nöbet tutuyor veya doğum gününü en çok o hoşlarına gidiyor. Doğum günlerini hesaplattırıyorum mesela üç yıl önceki doğum günü hangi güne gelmiş, bu tür böyle kişisel örnekler üzerinden gidiyorum.”

Ayrıca Ö4 inceleme adımında öğrencilere içerik ile ilgili ön bilgi sağlamak için güncel yaşantıyla ilişkili dikkat çekici örnekler sunduğunu belirtmektedir.

Ö5 derslerinde açıklama adımında içeriğe yönelik olarak sayı doğrusu gibi grafik veya şemalara yer verdiğini ifade etmektedir. Ders gözlemlerinde de problem çözümlerinde,

açıklama yapmak amacıyla benzer uygulamalara yer verdiği gözlenmektedir. Ö5 şekil veya grafiklerin matematiksel bilginin somutlaştırmayı sağladığından öğretimde kalıcılığı artırdığını düşünmektedir.

“Sayı doğrusu falan kullanıyoruz mesela çözüm kümelerinde falan. Sayı doğrusu işte... Çözüm kümesinde yazıyorsunuz anlamıyor. Ya da işte diyelim ki mutlak değerde işte... Neden mutlak değerde mesela işte ‘üçten küçükse neden eksi üçten de büyüktür?’ onu çizerek anlatmaya çalışıyoruz.”

Ö5 öğrencilerin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikrin veya çözümün doğruluğu hakkında öğrenciye dönütte bulunurken, sunuş yöntemi ile ulaşılması beklenen matematiksel ifadeyi, kavramı ya da çözümü açıkladığını söyleyebiliriz. Bu süreçte açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına çabalamakta, dönüt ve düzeltmede bulunurken de, matematiksel ifadeye yönelik açıklamada bulunmaktadır. Sınıf uygulamalarında Ö5, öğrencilerin fikir ileri sürmesini istemekte ve örnek durumlar üzerinden elde edilen fikirlerin doğruluğunu teyit etmeye çabalamaktadır.

Aşağıdaki durumda ise ‘modüler aritmetik kavramını örneklerle açıklar’ kazanımına ilişkin yapılan sınıf uygulamasında, doğru cevabı söyleme dönütünde bulunduğu gözlenmektedir. Yapılan sınıf gözlemlerinde Ö5’ in sıklıkla doğru cevabı söylediği veya ulaşılması istenen matematiksel ifadeyi açıkladığı gözlenmiştir.

Ö5: Öncelikle yetmiş ikinci denemeye kadar kaç gün geçecek? Peki modu kaç kullanıcım?

Öğrenciler: 6

ÖA: 12 mi?

Ö5: Saat olursa 12, haftanın günü kaç?

Öğrenciler: 7

Ö5: O zaman kullanacağım mod 7.

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö5’ in ileri sürülen fikrin doğruluğunu tespit ettirmek için soru sorma dönütünü kullandığını söyleyebiliriz.

(Z/m de birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile ilgili uygulama yapmaktadır.)

Ö5: Normal denklem çözer gibi çözümler (denklemleri çözer). x denktir -1 . Peki mod5 te -1 var mı?

Ö: Evet

Ö5: Kalan -1 olabilir mi?

Ö: Hayır

Ö5: *Ne yapıyoruz, -1 in yanına modun katını ekliyorum (+5k yazar). k ya 1 verirsem ne oluyor x, 4. Peki 2 verirsem, 9. 9 mod5 te var mı? Mutlaka denklemde birkaç sayı verin, bazen iki ya da üç sayı sağlar. O halde çözüm kümem {4} oldu.*

...

Ö5 zaman zaman kazanıma yönelik öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine içeriğin sunulmasının ardından problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Böylece öğrencilerin işlem becerilerini artırmanın ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmenin mümkün olduğunu düşünmektedir. Ö5 öğrenmenin gerçekleşmesi için işlemsel becerilerin gelişmesine yönelik, daha fazla ve farklı problem durumlarına yer verilmesi gerektiğini ifade etmektedir.

Ö5 ürüne yönelik problem durumlarını, gizem değerine göre merak veya hayranlık uyandıran fikirler veya günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerinden tasarlamaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö5 öğrencilerde işlemlerin akıcılığını sağlamak için, öğrencilerin motivasyon ve ilgisini artırdığını düşündüğü çoktan seçmeli sorulardan oluşan ödevlere yer vermektedir. Ders gözlemlerinde de Ö5 öğrenmenin pekiştirilmesi ve kalıcılığının sağlanması için işlem becerilerinin gelişmesine ilişkin, ders kitaplarından ve özel bir kaynaktan ödevlendirme yaptığı gözlenmiştir.

Ö5 kazanıma ayrılan süreyi göz önüne alarak, zaman zaman matematiksel ifadelerin açıklanması ve problem durumlarına uygulanmasına ilişkin açıklamalarda bulunduğunu belirtmektedir.

Ö5 öğrencileri fikirlerini açıklamada veya problem çözmede yönlendirmeye gerek duymakta ve öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanması için gösteride bulunmaya teşvik etmek amacıyla genelde soru-cevap tekniğini kullanmaktadır. Ayrıca öğrencilere genellemeye nasıl ulaşılacağına ilişkin açıklamalarda bulunmaktadır. İlerleme aşamasında Ö5' in yalnızca kendisinin açıklamalarda bulunduğu ve öğrencilere fırsat tanımadığını söyleyebiliriz.

Aşağıdaki durumda da gözlemlendiği gibi Ö5' in ön öğrenmeleri hatırlatmada kontrol değerine önem verdiğini söyleyebiliriz.

Ö5: *mod ne idi, kalanla işlem yapmaydı. Belli bir sayının kuvvetini bulmak için -1 ya da 1 bulmaya uğraşıyorduk. 1 bulamadığımız zaman belli sayıda tekrarlar varsa, 3 defa mı 5 defa mı tekrarlanmış kuvvetimizi o tekrara bölüyorduk.*

...

Aşağıdaki sınıf uygulamasında ise Ö5 açıklama aşamasında kontrol değerinin alt boyutlarından, matematiksel ifadelerin nasıl açıklanacağına ilişkin uygulamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö5: *Modüler aritmetikte yapılan işlem, kalanla yapılan işlem. Mod dediğimiz zaman hangi sayıya böldüğümüzü gösterir. Modülü kısaca mod ile gösteririz. Yapılan her işlemin yanına hangi modülde yaptığımızı yazıyoruz, ki her modülde o sayının değeri değişiyor. Birler basamağını sorduğunda da modülümüz normal bizim onluk sistemi, mod10 olarak kullanacağız.*

...

Ö5 derslerinde genellikle matematiksel ifadeler için nasıl öngörüle bulunulacağına ilişkin açıklamalar yapmakta ve öğrencilerin fikirlerini yönlendirmektedir. Ayrıca soru-cevap tekniği ile yönlendirdiğini veya doğru çözümü söyleyerek dönütlerde bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö5 değerlendirme adımında günlük yaşantıyla ilişkilendirilmiş problem durumlarına yer vermektedir. Ö5 hazırbulunuşluğu belirlemek için matematiğin günlük yaşantıda karşılaşılan problemlere çözüm üretmesine ilişkin durumlar tasarlanmaya çalışılmaktadır.

Ö5: *Peki, tamsayılar günlük hayatımızda ne işe yarar hiç düşündünüz mü?*

ÖA: *Para saymamıza yarar*

Ö5: *Borç verirken eksiye düşer*

ÖB: *Asansör*

Ö5: *Asansör değil mi? Aşağıya doğru eksi*

ÖB: *Termometre*

ÖC: *Denizin altı*

Ö5: *Deniz seviyesinin altı, çok güzel. Aferin yorumlar güzel*

...

4.2.4. İlerleme Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1 dersin değerlendirme aşamasında, öğrencilerdeki değişimi gözlemlemek için benzer problemlere yer verdiği ve öğrencilerin defterlerinden çözümlerini takip ettiği, öğrenciye bireysel olarak defterinde açıklamalar yaptığı gözlenmiştir.

Aşağıdaki durumda da görüldüğü gibi öğrencilerin ilgi ve motivasyonu artırmak için öğrencilere bireysel sorular yönelttiğini de söyleyebiliriz.

Ö1: *Şimdi bahadır şunu ne yapacağım sence?*

Bahadır: *Mutlak değerde çıkarırız*

Ö1: *Aynen öyle aferin. Neden?*

Bahadır: Çünkü çift olduğu için

Ö1: Aferin, bunu da mutlak değer içinde çıkarırız. Bunu ne yapacağım Bahadır

...

Açıklama aşamasında ise kavramlar arasındaki ilişkinin gözlenmesi ve uygulanması için çabaladığını söyleyebiliriz. Ders gözlemlerinde de tarihçe, matematiksel gelişmeler hakkında bilgilere yer vermediği gözlenmiştir. Değerlendirme adımı problem çözümünde, soru-cevap tekniği ile bilginin yığılmalı geliştiğini sezdirmeye çabaladığını söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için hazırbulunuşluk seviyelerinin önemli olduğunu ifade etmektedir. Kriptoloji ile ilişkilendirilmiş modüler aritmetik içeriğine ilişkin tasarlanan senaryoda, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin böyle bir tabloyu anlamlandırmak için yetersiz olduğunu düşünmektedir.

“... Çocuklar çok anlayabilecek mi, çok kavrayabilecek mi? ...modüler aritmetik zaten çok zorlandıkları bir konu.”

Ö1 problem çözme tekniğinde, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini göz önüne alarak problem durumları tasarladığını söyleyebiliriz. Ayrıca açıklama aşamasında hazırbulunuşluk seviyelerine uygun örnek durumlar üzerinden, düz anlatım tekniğini uyguladığını söyleyebiliriz. Değerlendirme aşamasında ise Ö1’ in, tahtada kendisini ifade etme fırsatı tanıyacağı öğrencinin hazırbulunuşluk seviyesini dikkate alarak problem durumu seçtiği söylenebilir.

Ö1 ön öğrenmeleri tespit etmek için soru-cevap tekniğini kullandığı ve hatırlatmak için de sunuş tekniğini kullandığı gözlenmiştir.

“...İşlemeye başlayınca da her zaman benim yaptığım genelde, bir kutu çiziyorum bakın bu böyleydi böyleydi diye geçmişe yönelik muhakkak hatırlatma yapmak zorunda kalıyoruz. Çünkü gerçekten hiçbir şey hatırlamıyorlar...”

Ö2’ nin açıklama aşamasında öğrencilerin ilgilerini artırmaya yönelik çabaladığını söyleyebiliriz. Ö2 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonu artırmak için içeriğe göre matematiksel bilgiyi, günlük problem durumları ile ilişkilendirdiğini ve matematik tarihine de yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için tasarlayacağı derslerin içeriğinin, ilgi çekici olması ve öğrencilerin motivasyonunu artırması gerektiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö2 öğrencilerin akıl yürütmesi için yönelttiği sorularda, öğrencilerin hayal gücünü artırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

“... Tam sayılar daha önce de varmış. Ama rasyonel sayı niye ortaya çıkmış, gibi soru sorulabilir. Yani “tam sayılar hani onun yeterli olmadığı için mi çıkmış. Peki, niye bunu kapsamış. Tam sayıları içine almadan neden ayrı bir şekilde kesirleri dememişler. Niye tamsayılarda varmış?”

... Denklemlerde falan da sorarım bunu mesela “karşıya atınca artı niye eksi olarak geçiyor?”. Yani bunu matematikçiler hani oturmuşlar bu denklemde karşıya atınca artıyı eksi oluştun mu demişler. Yoksa bir yerden bir mantığa dayanıyor mu? Sizce mantığı nedir? Veya eşitsizliklerde iki tarafı eksiyle çarptığımızda neden eşitsizlik yön değiştiriyor?”

Değerlendirme adımında Ö2, örnek durumların çözümü için öğrencilere fırsat tanımakta ve birkaç dakika beklemektedir. Öğrencilerin defterlerinden çözümlerini kontrol etmekte ve böylece öğrencilerin pozitif yöndeki değişimlerini gözlemlemeyi amaçladığını söyleyebiliriz. Ö2 değerlendirme aşamasında motivasyonu artırmak için çoktan seçmeli sorulardan oluşan formlar dağıtmakta ve tek tek öğrencilerin sorularına cevap vermektedir. Öğrencilerin motivasyonunu artırmak için sözel ifadelerle dönütlerde bulunduğunu da söyleyebiliriz.

Ö2: *Doğru yapmışsın, hadi sanal bir şekilde çak (elini havaya kaldırır ve güler)*

...

Ayrıca öğrencilerin dikkatini çekmek için rasyonellik değerine göre çelişkili hipotezlere yer verdiği de söylenebilir. Ö2 matematiksel bilginin gelişim sürecini içeren etkinliklere, keşfetme aşamasında yer verdiğini söyleyebiliriz.

“... Tam sayılar daha önce de varmış. Ama rasyonel sayı niye ortaya çıkmış, gibi soru sorulabilir. Yani tam sayılar hani onun yeterli olmadığı için mi çıkmış? Peki, niye bunu kapsamış. Tam sayıları içine almadan neden ayrı bir şekilde kesirleri dememişler. Niye tamsayılarda varmış?”

Ö2 kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için öğrencileri sorgulattığını, öğrencilerin akıl yürütmesi için soru-cevap tekniğini kullandığını belirtmektedir. Ayrıca Ö2 kontrol boyutuna göre kavramların tanımlarını açıklayıp, kavramlar arasındaki ilişkinin belirtilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö2 edindirilecek kazanımın, ön öğrenmelerle ilişkisinin kurmak için problem çözme etkinlikleri tasarladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2’ nin, matematiksel bilginin yığılmalı geliştiğini sezdirmek için problem durumları tasarladığı ve çözümü açıklarken bunu vurguladığı gözlenmektedir.

Ö2 öğrencilerin genellemelere ulaşmalarında, soru-cevap tekniği ile öğrencilerin farklı fikirler üretmelerini sağlamaktadır.

“... Ben de diyorum tamam bu sayılar için oldu. Denediğimiz başka sayılar için de oldu. Ama deneyemeyeceğimiz kadar büyük sayılar da var. O zaman buradan bir genellemeye varabilir miyiz? Hocam onlar niye olmasın ki diyor. Bunu nasıl kavradın diyorum. Bazen çok güzel yaklaşımlarda olabiliyor. Gerçekten o tümevarıma gidebiliyor...”

Ö2 aşağıdaki uygulamada da öğrencinin ulaştığı genellemede, öğrencinin hatasını fark etmesi için çabalamaktadır.

(Modüler aritmetikte işlemlerin özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö: Kalan hep sıfır çıkmaz mı?

Ö2: Hayır, üssü 300 değil de 100 olsaydı mesela?

Ö: 100' ü 6' ya bölemezdik, evet.

...

Ö2 öğrencilerin tartışması veya müzakere etmesi için hazırbulunuşluk seviyelerinin önemli olduğunu ifade etmektedir. Ö2 ön öğrenmenin yeterli seviyede olduğunu düşündüğü içeriğe ilişkin tartışma ortamı tasarlamadığını, aksi durumda tanımlar veya örnek durumlar üzerinden tartışma ortamlarına yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö2 görüşme sorularında yer alan toplama işlemindeki hata kaynağının araştırıldığı durumda, görev aldığı lisedeki öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin bu işlemdeki hatayı fark etmeleri için uygun olmadığını ifade etmektedir. Bu nedenle problem çözümünde örnek durumların, ön öğrenmelerle ilişkilendirilmiş olması gerektiğini ve hazırbulunuşluk seviyesine uygun tasarlanması gerektiği düşünülmektedir.

Ö2 sayıların inşasına yönelik senaryonun öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesine uygun olmadığını belirtmektedir. Öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyini artırmak için günlük karşılaşılan problem durumları ile içeriğin ilişkilendirilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Bu nedenle Ö2' nin öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini dikkate alarak derslerini tasarladığını söyleyebiliriz.

“9. sınıflarda ilgisiz sınıflarda artı eksi bilmeyenler var. Futboldaki averaj hesabını yapıyoruz. 3 gol attı 5 gol yedi, merdivenden 3 basamak çıktın, 5 basamak çıktın bulunduğu noktadan yukarda mı olursun aşağıda mı? Veya eksi eksi olunca neden artı olur?”

Ö3 açıklama aşamasında öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için, içeriğe göre matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirdiğini söyleyebiliriz.

Ö3 açıklama aşamasında gizem boyutuna göre öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü matematiksel işlemlerin matematiğe olan ilgiyi artırdığını düşünmektedir. Ders gözlemlerinde öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü durumlarda “*sihir yapacağım*”, “*çok farklı değil mi?*”, “*sanki sihirli bir sayı*” gibi ifadeler kullandığı dikkat çekmektedir. Ayrıca öğrencilerden kendilerine ait soru yazmalarını istediği ve birlikte çözdükleri gözlenmiştir. Öğrencilerdeki değişimi gözlemlemek için problem çözümlerinde defterlerinden takip ettiği gözlenmiştir.

Ö3 dikkat çekme aşamasında matematiksel bilginin gelişiminden bahsedebileceğini, ancak kavramların veya sembollerin tarihçesine yer vermediğini belirtmektedir. Ders gözlemlerinde açıklama aşamasında tarihteki matematiksel gelişmeler hakkında kısa bilgilere yer verdiği gözlenmiştir.

(İrrasyonel sayı kavramını tanımlar ve örnekler verir. $\sqrt{2}$ ’nin irrasyonel sayı olduğu ispatlar.)

Ö3: $\sqrt{3}$ ile π sayısı kadar uğraşmamışlar, aslında aynı kümenin elemanları değil mi? ikisi de irrasyonel sayı, insanlarda π sayısına takıntı var. Sihirli bir sayı gibi sanki...

Kaan: 3 yazıp geçelim.

Ö3: 3 yazıp geçemezsin, tıpkı senin gibi orta çağda kiliselerde 3 kutsal rakam kabul edildiğinden π , 3 alınacak karara varanlar olmuş. Siz yazarken ben π hakkında konuşayım. (π sayısının ondalık kısmını 20 basamak yazar.) Bu gördüğünüz, devirli olarak düşündüğünüz kısım tam 200 basamak devam ediyor. Daha sonra değişiyor.

Alican: π nereden bulunmuş?

Ö3: Ege’li bir matematikçi bulmuş. Ne demek π sayısı, bir çemberin çevresinin çapına oranıdır. Çember ne kadar büyürse büyüsün, ne kadar küçülürse küçülsün bütün çemberlerde aynı kural geçerli. Bütün çemberlerde aynı sayı çıkar.

...

Ders gözlemlerinde açıklama aşamasında öğrencilerden farklı açıklamamalar veya problemlere farklı çözüm yöntemleri geliştirmeleri için ortam tasarlamadığı gözlenmiştir. İlerleme ve değerlendirme aşamalarında problem çözümlerinde farklı çözüm yollarını anlatmakta ve öğrencilerin farklı çözümlerini açıklamalarına fırsat vermemektedir.

Ö3 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri yüksek ise kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulattığını, aksi durumda tanımlar ve örnekler üzerinden öğrencilerin kendilerinin ilişkiyi anlamlandırmaları gerektiğini düşünmektedir. Kavramlar arasındaki ilişkiyi açıklamak için ön öğrenmelerden sıklıkla yararlandığı gözlenmektedir.

Ayrıca Ö3' ün değerlendirme için seçtiği örneklerde öğrencilerin hazırbulunuşluğunu dikkate aldığını söyleyebiliriz. Ö3 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini örnek durumlar veya problemler üzerinden soru-cevap tekniği ile tespit ettiğini ifade etmektedir.

Ders gözlemlerinde Ö3' ün giriş etkinliklerinde, ön öğrenmeleri hatırlatmak için kontrol değerine göre açıklama yapıp, bir sonraki ders için kazanımdan haberdar ettiği gözlenmiştir.

Ö3: Geçen ders modüller aritmetik ile ilgili ne yaptık bir hatırlayalım. a sayısı ile b sayısının farkı eğer k tarafından bölünüyorsa, bunu matematik dilinde a sayısı b sayısına denktir mod k da şeklinde göstermiştik ($a \equiv b \pmod{k}$ yazar). Bugün bunu problemlere uygulamaya çalışacağız.

...

Ö4 açıklama aşamasında, öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe göre matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirmekte ve değerlendirme adımıyla üniversiteye giriş sınavlarında yer alan sorulara yer vermektedir. Değerlendirme adımıyla 'günün sorusu' uygulaması ile her öğrencinin soruya ilişkin çözümünü takip ederek öğrencilerdeki değişimi gözlenmeye ve çözüme ulaşan öğrencilere sözlü notu vererek ilgiyi artırmaya çalıştığını söyleyebiliriz.

Ayrıca bireysel olarak öğrencilerdeki pozitif yöndeki değişimi gözlemlemek için fırsatlar oluşturduğu gözlenmektedir.

Ö4: Bugün değişiklik yapacağım, Ebru ile tamamlayacağım. Ebru bana teneffüslerde bu konuda çok soru getirdi. Belki iki hafta sürekli soru getirdi. Belki 50 tane soru çözdüm, bakalım anlamış mı?

...

Ö4 açıklama aşamasında hazırbulunuşluk seviyesi yeterli olmayan öğrencilerin ilgi ve motivasyonunu artırmak için, hazırbulunuşluk seviyelerine uygun sorularda kendilerini ifade etme imkanı tanıdığını belirtmektedir. Derslerde her soru için farklı öğrenciye ifade hakkı tanıdığı ve bunun için değerlendirme adımıyla, öğrencinin hazırbulunuşluk seviyesine dikkat ettiği söylenebilir. Dikkat çekme adımıyla tarihçeye yer verdiği sınıf uygulamasında gözlenmiştir.

Ö4 kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için öğrencileri sorgulattığını, öğrencilerin akıl yürütmesi için soru-cevap tekniğini kullandığını belirtmektedir. Ayrıca Ö4 kontrol boyutuna göre kavramların tanımlarını açıklayarak, kavramlar arasındaki ilişkiyi belirttiğini ifade etmektedir.

“...Hani böyle sözel değil de örneklerle giderdim. Mesela bir şeklin tamamını boyardım mesela bir tamsayı, aynı şeklin bir kısmını boyardım bir kesir. Buradaki ilişkiyi öyle gösterirdim.”

Ö4 ön öğrenmenin yeterli seviyede olduğunu düşündüğü içeriğe ilişkin tartışma ortamı tasarlamadığını, ancak içeriğe göre tanımlar veya örnek durumlar üzerinden tartışma ortamlarına yer verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca Ö4’ ün, ön öğrenmelerin önemli olduğunu düşündüğü içeriklerde de kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulattığını söyleyebiliriz.

Ö4 modüler aritmetik gibi soyut kavramlar ve öğrencilerin hazırbulunuşluğunun yetersiz olduğunu düşündüğü içerikler için tartışma ortamları tasarlamaktadır. Ayrıca hazırbulunuşluk seviyesinin yüksek olduğunu düşündüğü içeriklerde, gizem değerine ilişkin etkinliklerde bulunmadığını söyleyebiliriz. Ancak Ö4 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerini tespit etmek için herhangi bir uygulama yapmadığını, dönem içerisinde değerlendirme yaptığını belirtmektedir.

“Bir, bir buçuk ay sonra falan sınıfın tamamını öğrenebiliyorsunuz. ıı... Herhangi bir soru çözerken çocuğun eksikliğini ya da soruya yaklaşımından fark edebiliyorsunuz.”

Ö4 öğrencilerin genellemelere ulaşması için örnek durumlar üzerinden soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz.

Ö5 öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe göre problem durumları tasarlarlarken, matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirmektedir.

Değerlendirme aşamasında öğrencilerin ilgilerini artırmaya yönelik çabaladığını söyleyebiliriz. Ayrıca ilgi ve motivasyonu artırmak için sözel ifadelerle dönütlerde bulunduğu görülmüştür.

Ö5: *Güzel aferin, yorumlar güzel... size yorum yaptıracağım bu soruda...*

...

Ö5 öğrencilerdeki ilgi ve motivasyonun artması için not kaygısı olmaması gerektiğini ifade etmektedir.

“Dönemin başında herkesin sözlüsünde iki tane 100 vardır. Biri günlük ödevlerini yapmadığında 100’ den eksilir. Biri de ders içinde sözlüleri var 100, her yapamadıkça o iner.”

Ö5 açıklama aşamasında hazırbulunuşluğu yeterli olmayan öğrencilerin, ilgi ve motivasyonunu artırmak için hazırbulunuşluk seviyelerine uygun sorularda kendilerini

ifade etme imkanı tanımaktadır. Öğrencilerin ilgilerini yüksek tutmak için her öğrenciyi problem çözümü için tahtaya kaldırmaya çabaladığı gözlenmiştir.

Ayrıca Ö5 öğrencilerin ilgisini çekmediği için ispat ve ispatlama yöntemlerine başvurmadığını, bunun yerine matematiksel bilgiye veya çözüme ulaştıran en kısa yöntemleri tercih ettiğini belirtmektedir.

Ö5 edindirilecek kazanımın ön öğrenmelerle ilişkisini kurmak için problem çözme etkinlikleri tasarladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö5 edindirilecek kazanım ile ilişkili olan ön öğrenmeleri hatırlatmak için de kontrol boyutuna göre açıkladığını söyleyebiliriz.

Ö5 öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini belirlemek için öğrencilerin farklı fikir ve açıklamalara fırsat tanımaktadır. Bu süreçte soru-cevap tekniğini kullandığını söyleyebiliriz.

Değerlendirme için seçtiği örneklerde de öğrencilerin hazırbulunuşluğunu dikkate aldığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö5 için açıklama aşamasında hazırbulunuşluk seviyelerine uygun örnek durumlar üzerinden düz anlatım tekniğini uyguladığını söyleyebiliriz.

Ö5 ön öğrenmelerindeki eksiklikleri tamamlamak ve ön öğrenmeleri hatırlatmak için düz anlatım tekniğini kullanmaktadır. Ö5, 9. sınıf öğrencilerinin modüler aritmetik ve fonksiyonlar gibi içeriklere yönelik hazırbulunuşluklarının yetersiz olduğunu ve bu nedenle buluş yöntemine veya farklı etkinliklere yer vermediğini ifade etmektedir.

Ö5: Geçen ders ne yaptık, tam sayılarda dört işlem ve işlem önceliğinden bahsettik. Önce bir örnek yapalım, ne yaptık hatırlayalım.
(Bir örnek yazar, açıklayarak çözümünü yapar.)

...

Ö5, 2013-2014 öğretim yılı için tasarlanan öğretim programının öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerine uygun olmadığını ifade etmektedir.

“... Olay nedir bir de lise’de mesela eğim falan koymuşlar. Çocuk trigonometriyi bilmiyor. Daha lise’ın ilk döneminde eğim, doğruların grafikleri ama çocuk eğim nedir bilmiyor. Trigonometri nedir bilmiyor. Mesela orada sinüsleri falan ayırdık bayağı. Sadece tanjant nedir onu gösterip eğime giriyorum. Ama müfredatta sinüsler falan var. Onları soruyor lise çocuğuna. Daha çocuk trigonometrinin t’sini bilmiyor. Orta sondan geldiği bilgiyle de olmuyor...”

Ders gözlemlerinde Ö5’ in derslerinde nesnecilik değerine göre tümdengelim mantığı ile ulaşılması beklenen genellemeleri, not olarak ifade ettiği ve daha sonra bu ifadeyi sağlayan örnek durumlara yer verdiği gözlenmiştir.

4.2.5. Açıklık Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1 öğrencilerin kendilerini ifade etmede öz güvenlerinin yeterli olduğunu belirtmektedir.

“... Veya fikir açıklama konusunda da ben zaten tüm 9’lara şu anki gençler için söylüyorum özgüvenler süper. Yani hiç olmaması gerektiği halde fazla iyi ya da ben mi öyle bir şey yarattım sınıfta bilmiyorum, çok rahat fikirlerini açıklayabiliyorlar. Yani yanlış da olsa, doğru da olsa bilemedikleri zaman sorabiliyorlar...”

Ö1’ in öğrencilerin fikirlerini ifade edebilmeleri için ve cesaretlendirmek için pekiştirici, ipucu veya dönütlerde bulunduğunu söyleyebiliriz. Bunu için Ö1 sözlü ifadelerden yararlanmaktadır.

Ö1: *Bunu nasıl yaptınız?.. Hepiniz yapın, çok basit... Evet aferin, gel tahtada yap...*

...

Ö1 açıklama aşamasında öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine; değerlendirme aşamasında ise problem durumlarına çözüm önerilerini ifade etmelerine çabalamaktadır.

Aşağıdaki durumda ise değerlendirme adımında öğrencilerin çözüm için cevaplarını ve çözümlerini ifade etmesi için ortam tasarladığı söylenebilir.

(Köklü ifadelerin özelliklerine ilişkin bir örnek yazar ve öğrencilerin çözmesi için bekler.)

Ö: *(İzin istemeden) Bu dördüncü dereceden hocam*

Ö1: *Evet*

Ö: *Çift olduğu için eksi ile artı olarak çıkacak.*

Ö1: *Artı eksi kök?*

Ö: *10*

Ö1: *Dördüncü dereceden değil mi? Gel yaz.*

(Öğrenci tahtaya çözümü ifade eder.)

...

Ö1 $a \equiv x_1 \pmod{3}$, $b \equiv x_2 \pmod{3}$ olmak üzere $a + b$ ve $a.b$ ’nin, 3 modülüne göre dengini elde etmek için tasarlanan örnek durumda, öğrencilerin matematiksel bilginin şeffaf ve güvenilir olduğunu gözlemlemesi için farklı örnek durumlar üzerinde açıklanma ve uygulanma yapılması gerektiği düşünülmektedir.

Ö2’ nin sınıf uygulamalarında içeriğe yönelik olarak dersin her aşamasında öğrenciler dilediği gibi fikirlerini açıklayabilmektedir.

Ö2 açıklama adımımda öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri için zaman zaman soru-cevap tekniğine başvurmuştur. Ayrıca Ö2 problem çözme tekniğini kullanırken ve değerlendirme yaparken, öğrencilerin problem durumları için cevaplarını açıklamalarına ve savunmalarına fırsat verdiğini, aksi takdirde eksik veya yanlış öğrenmelerin gerçekleşebileceğini belirtmektedir.

“... Çok kendine güvenen bir öğrenci, yanlış da olsa doğru kabul ettirebilecek bir öğrenci ‘Benim yaptığım doğru’... Gel dedim tahtada göster kendini çünkü kendini de çok göstermek isteyen biri. Ama bak her zaman senin yaptığın da doğru olmayabilir. Bunu fark etsin. İlla benim dediğim doğrudur şeklinde gitmemesi için körü körüne...”

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö2, değerlendirme adımımda öğrencilerin ileri sürdüğü farklı çözüm yollarını açıklamalarına fırsat verdiği söylenebilir. Böylece ilerleme değeri için, açıklık değerini benimsediğini söyleyebiliriz.

(Modüler aritmetikte işlem özelliklerine ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Kadir: Normal yoldan yaptım ama ben

Ö2: Tamam anlat

Kadir: 6’ yı açıyoruz. (kalan sınıfının elemanlarını yazar.) 25 var, o oluyor. (Paydadaki 52 i sadeleştirebilmek için) 2 çarpı 25, bölü 5, artı 4’ ten

Ö2: güzel

Kadir: (İşlemi tamamlar) buradan 2 oluyor.

Merve: Ben de şöyle yaptım. Önce payda eşitledim, sonra 25 ile yaptım.

Ö2: Tamam olur

Merve: Ben de onu demeye çalışmıştım.

Ö2: Ama diyememiştin. Başka bir şeyler dedin, bana bunu demedin ki.

Merve: Doğru değil mi?

Ö2: Tamam o doğru. Sen demek istediğini ifade edemedin ki.

...

Ayrıca Ö2’ nin sınıf uygulamalarında açıklama adımımda, öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına fırsat verdiği ve öğrenmenin gerçekleştiğini doğrulamak için yaygın olarak yapılan hatayı kullanarak zihinleri bulandırmaya çalışmadığını söyleyebiliriz.

Ö2 öğrencilerin matematiksel bilginin şeffaf ve güvenilir olduğunu gözlemlemesi için, $a \equiv x_1 \pmod{3}$, $b \equiv x_2 \pmod{3}$ olmak üzere $a + b$ ve $a.b$ ’ nin, 3 modülüne göre dengini elde etmeleri için örnekler sunduğunu veya ödevler verdiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö2 ispat ve ispatlama yöntemlerinin 9. sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluk seviyelerine uygun olmadığını, bunun yerine matematiksel sembollerin, ifadelerin veya genellemelerin her durumda doğru olduğunu göstermeye, matematiksel bilginin açık ve güvenilir olduğunu

sezdirmeye çalışmanın uygun olduğunu düşünmektedir. Ö2, bunun için öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesinin ve içeriğin önemli etkenler olduğunu ifade etmektedir.

Ö2' nin kavramlar arasındaki ilişkiyi sorgulamak için aksine örnekler sunduğunu söyleyebiliriz.

“...Tam sayılar daha önce de varmış. Ama rasyonel sayı niye ortaya çıkmış, gibi soru sorulabilir. Yani tam sayılar hani onun yeterli olmadığı için mi çıkmış. Peki, niye bunu kapsamış. Tam sayıları içine almadan neden ayrı bir şekilde kesirleri dememişler. Niye tamsayılarda varmış?”

Aşağıdaki durumda da Ö2' nin yaygın olarak yapılan bir hatayı o anda dile getirdiği söylenebilir.

(Bölünebilme kurallarına ilişkin uygulama yapmaktadır.)

Ö2: *a60 sayısında 3' e bölünebilmesi için a yerine yazabileceğim değerler, rakamlarının toplamı 3' ün katı olması lazım. a' ya 0 versem 3' ün katı olmaz mı?*

Merve: *Ama o zaman üç basamaklı olmaz.*

...

Ö3 hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan veya içeriğe yönelik doğru ifadeler kullanan öğrencilere, her zaman fikirlerini açıklama fırsatı verdiğini belirtmektedir. Ö3 öğrencilere gizem değerine göre hayranlık uyandıran matematiksel fikirler veya işlemler için fikirlerini ve araştırmalarını paylaşabilecekleri panolar hazırlattığını, matematik kulübü etkinlikleri düzenlediğini belirtmektedir.

Ö3' ün değerlendirme aşamalarında, öğrencilere kendilerini tahtada sınıfa ifade etmeleri için imkan tanıdığı ve öğrencinin hazırbulunuşluğuna uygun yönlendirmelerde bulunduğu söylenebilir.

Ö3, öğrencilerin sınıfa fikirlerini açıklaması için örnek durumları basit seviyede seçmeye dikkat ettiği gözlenmiştir. Ayrıca Ö3, açıklama aşamasında öğrencilere fikirlerini ifade etmeleri için ortam tasarlamaktan kaçınmakta ve kontrol değerine ilişkin olarak matematiksel ifadeyi açıklamayı tercih etmektedir.

Ö3 öğrencilerin ileri sürdükleri fikirlerin farklı örnek durumlar üzerinde geçerliliğine tecrübeleri sonucunda ulaştıklarında, hem öz güvenlerinin ve hem de matematiksel bilginin güvenilir olduğuna yönelik düşüncelerinin gelişeceğine inanmaktadır.

Ö4 öğrencilerin fikirlerini ifade etmeleri için zaman zaman soru-cevap tekniğine başvurmaktadır. Ayrıca öğrencilerin kendilerini tahtada sınıfa ifade etmelerini istemekte ve öğrencinin hazırbulunuşluğuna uygun yönlendirmelerde bulunmaktadır. Ö4 öğrencilerin

hazırbulunuşluk seviyelerine uygun problem durumlarında fikirlerini açıklamaları ve kendilerini ifade etmelerine fırsat tanıdığını ve böylece öz güven seviyelerinin arttığını belirtmektedir.

Ö4' ün açıklama ve ilerleme aşamalarında, öğrencilerin fikirlerini ifade etmesi için ortam oluşturma çabasına girmediğini söyleyebiliriz. Dersin açıklama adımı Ö4, kontrol değerine ilişkin olarak matematiksel ifadenin nasıl açıklanacağına ilişkin olarak sunum yapmaktadır. İlerleme aşamasında ise örnek durumlar üzerinden tahtaya kaldırdığı öğrencileri yönlendirmeler ile çözüme ulaştırmaya çabalamaktadır.

Aşağıdaki durumda da ilerleme aşamasında problemin çözümüne ilişkin olarak gerekli açıklamaları Ö4 ifade etmek iken, Baran yalnızca çözümü tahtaya yazmaktadır.

(Tahtaya rasyonel sayılar kümesinde işlemler ile ilgili bir örnek yazar.)

Ö4: Gel Baran (Baran parmak kaldırmıştır)

Baran: (Daire içine aldığı bölümü işaret ederek) şurası -2 olacak

Ö4: 3 ile neyi toplarsam 1 olur?

Öğrenciler: -2

Ö4: Şimdi nasıl düşünüyoruz? 2 yi neye bölersem -2 olur?

Baran: -1

(Baran işlemi tamamlar)

...

Ancak değerlendirme aşamasında öğrencilerin fikirlerini veya çözümlerini açıklamaları için fırsatlar oluşturduğu ve öğrencileri cesaretlendirmeye çabaladığı gözlenmiştir.

Ö4: Hadi biraz cesaret... tahtaya bugün hiç kalkmayan arkadaşlar gelsin... Büşra sen bugün tahtaya kalktın mı?

...

Ö4, öğrencilerin ifade ettiği yanlış veya hatalı fikirlerin doğruluğunu teyit etmeleri için yönlendirici örnekler vermekte veya problem durumları ile öğrencileri karşı karşıya getirmektedir.

“... Bazen iki üç örnek ile çocuğun söylediği geçerli olabilir, ama dördüncü bir örnek... O zaman ben ne yaparım, mesela çocuk diyor ki öğretmenim bunu bunu denedim bu oldu diyor. Başka bir örneği veriyor oldu diyor. Hemen olmayan bir tane örnek sunarım, söylerim...”

Ö4 matematiksel ifadelerin geçerliliğini, öğrencilerin gözlemlemesi için benzer örnekler yerine farklı farklı örnek durumlar tasarlamaya çabaladığını söyleyebiliriz. Ö4, matematiksel ifadelerde aynı şartlardan yola çıkıldığında her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşıldığını göstermek için, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesinin ve içeriğin önemli etkenler olduğunu ifade etmektedir. Ö4 ikilem oluşturan soruları, gerekli

açıklamalar yapıldıktan sonra ve hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan öğrencilere yöneltebileceğini ifade etmektedir.

Aşağıdaki sınıf uygulamasında Ö4, öğrencinin ifade ettiği hatadan yola çıkarak rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarını ayırt etmeye ilişkin uygulama yapmaktadır.

Ö4: *a ve b birer tamsayı olacak ki o zaman a/b bir rasyonel sayı olacak.*

Ö: *Hocam ama kök içine alınmıyor muydu? Mesela $\sqrt{3/4}$.*

Ö4: *Oluyor mu?*

Ö: *Olmuyor mu?*

Ö4: *Rasyonel olmayan bir sayı söyleyin bana... $\sqrt{3}$, π sayısı... şimdi ben size sayılar yazacağım siz hangisi rasyonel, hangisi değil bulacaksınız. ($\sqrt{36/94}$ ve $\sqrt{48/4}$ örneklerini verir.) Demek ki kökten kurtulan rasyonel, aksi halde irrasyonel sayıdır.*

...

Ö5 öğrencilerin öz güven seviyelerini artırmak için ileri sürdükleri fikir veya cevaplarına dönütte bulunmanın ve kendilerini savunmaları için fırsat verilmesinin gerektiğini vurgulamaktadır. Ayrıca öğrencilere kendilerini ifade etme şansı verildiğinde matematiğe yönelik bakış açılarının olumlu yönde değiştiğini ifade etmektedir. Ders gözlemlerinde tamsayıların günlük hayatta kullanım alanlarına ilişkin öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına imkan tanıdığı gözlenmiştir.

Ö5 öğrencilerin kendilerini tahtada sınıfa ifade etmeleri için hazırbulunuşluk seviyelerine uygun örnekler tercih ettiğini ve yönlendirmelerde bulunduğunu ifade etmektedir. Ö5 öğrencilerin hazırbulunuşluğunu belirlemede ve dolayısıyla ön öğrenmeleri tespit edilmesinde öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerinin önemli olduğunu düşünmektedir.

Ders gözlemlerinde Ö5' in açıklama aşamasında, öğrencilerin soru sormasına veya fikirlerini ifade etmesine fırsat tanıdığı gözlenmiştir. Ancak Ö5, hazırbulunuşluk seviyesinin yeterli olmadığını düşündüğü içeriklerde (modül kavramını örneklerle açıklar, vb.) benzer örnek durumlarda öğrencilere fikirlerini açıklamaları için fırsat tanımaktadır. Rasyonel sayılarda işlem özelliklerini açıklarken ise ilköğretimden ön öğrenmelerinin olduğunu belirtip, öğrencilerden fikirlerini ifade etmelerini beklediği gözlenmiştir.

Ö5 öğrencileri fikirlerini ifade etmelerine cesaretlendirmek ve her öğrenciye imkan tanımak için sözlü ifadelerden yararlanmaktadır.

Ö5: *Gelmek isteyen var mı? Kalkmayanlardan biri gelsin... Hadi bi cesaret, gel...*

Ö5 öğrencilerin problem çözümlerinde, ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz.

$a \equiv x_1 \pmod{3}$, $b \equiv x_2 \pmod{3}$ olmak üzere $a + b$ ve $a.b$ 'nin, 3 modülüne göre dengini elde edilmesine ilişkin tasarlanan örnek durum için, Ö5 benzer durumlarda öğrencilerin gözlemlemesi için örnekler sunduğunu veya ödevler verdiğini ifade etmektedir.

4.2.6. Gizem Değerinin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımaları

Ö1 dersin açıklama safhasında matematiksel kavramları açıklamak için veya kavramları örneklendirmek için problem durumları üzerinden, öğrencilere beklenmedik sonuçlar ile sürpriz deneyimler yaşatmaktadır. Benzer durumları dersten önce tasarlamadığını, dersin işlenişi sırasında karar verip uyguladığını belirtmektedir.

Görüşme sorularında 'modüler aritmetik kavramını örneklerle açıkla' kazanımı için tasarlanan matematiksel bilmeceye ilişkin Ö1, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri yetersiz olduğundan verilen tabloyu anlamalarının uzun zaman alacağını belirtmektedir.

Ayrıca Ö1, sınıf uygulamalarını hazırlarken ortak yazılı sınavlardan dolayı, görev yaptığı okuldaki diğer 9. sınıf öğretmenlerinin de sınıf uygulamalarını göz önüne aldığını ifade etmiştir.

"...Şimdi yani ben bunu yapsam başka sınıfta öğretmen yapmayacak bu tarz tablolul bir şey sorsam yapamayacak diğer sınıflar. Biz hep birbirimizle bağlantılı zaten ders işliyoruz. Hani sen şu tarz bir şey yaptın mı, sen bu tarz bir örnek çözdün mü? Hep böyle birbirimizle ilişki halindeyiz. Ve en çok da nereye kadar gelebildin? Konu yetişmediği için nereye kadar gelebildin? Yani 9 matematikte çok sıkıntılıyız.

... Çünkü biz bile sıkılıyoruz bazen derste. Biz bile sıkılıyoruz böyle değişik şeylere yer vermek test, oyun tarzı şeyler özellikle bu şeyde çok buldum öyle şeyler kurs döneminde. İnternette, bilgisayardan. Böyle şeyler bize bile eğlence katacak. Yani daha bir şevkle sınıfa gireceğiz."

Buna ek olarak Ö1, tasarlanan 2013-2014 öğretim programının benzer etkinlikler uygulamak için daha geniş zaman dilimi imkanı sunduğunu belirtmektedir.

Ö2 için gizem boyutunun, açıklık ve rasyonellik boyutu için bir sebep olduğunu söyleyebiliriz. Ö2' nin sınıf uygulamasında, dersin keşfetme ve açıklama safhalarında rasyonellik ve açıklık boyutu ile birlikte gizem boyutunun da gözlemlendiğini söyleyebiliriz.

Bu süreçte Ö2, öğrencide merak uyandırmak için genellikle problem durumları üzerinden çelişki içeren ve farklı sorular yöneltmektedir.

Ö2 kavramlar arasındaki ilişkiye ve matematiksel bilgilerin nasıl geliştiğine ilişkin açıklamaların da öğrencide matematiğe yönelik hayranlık uyandırdığını belirtmektedir.

“...Şeyde ben çok yapıyorum, bölünebilme kurallarında verirken basamakları çok kullanıyorum. 3’ e bölünme kuralı diyorum mesela nereden geliyor? Hiç düşündünüz mü?

... Çarpanlara ayırarak kökten çok rahat çıkarabilecek bir sayı hani öğrenci çarpıyor falan. Bakın diyorum ben size bunu kafadan çarpıp söyleyeyim isterseniz, varsa hesap makinesi ya da telefonumu çıkartırım sen hesap makinesiyle değeri bul bakalım kaç çıkacak. Ben de söylerim. Bakın diyorum bu kadar işlemi kafamdan yaptım mı sizce? “Cidden yaptı mı acaba?” diyorlar. Hayır diyorum yapmadım. Ama bir hayranlık uyandırıyor. Ama bakın matematikte de böyle şeyler var. Ben size çarpanlara ayırma konusunu anlatırken diyorum hani bunlarla da ilişkilendirebilmenizi istiyoruz. Yoksa $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ olması bir şey ifade etmiyor bana.”

Ayrıca Ö2, matematiğin günlük hayattaki kullanım alanlarına yer vermenin de öğrencilerde matematiğe yönelik hayranlığı ve merakı artırdığını düşünmektedir. Ö2 matematiksel bilginin gelişimi hakkında veya matematik tarihindeki ünlü isimler hakkında hikayelerin de öğrencilerde hayranlık duygusu uyandırdığını belirtmektedir.

Ö2 kontrol boyutuna ilişkin olarak matematiksel ifadelerin nasıl açıklandığını gösterirken öğrencilere beklenmedik bulgular yaşatan örnek durumlar üzerinden açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz.

Ö2 görüşme sorularında modüler aritmetik kavramı için tasarlanan matematiksel bilmeceye ilişkin, öğrencilerin beceri kazanabileceği dikkat çekici bir etkinlik olarak betimlemektedir.

Ö2 benzer etkinliklere 11 ve 12 sınıfların derslerinde daha çok yer verdiğini, ancak 9. sınıfta öğretim programının yoğunluğundan kazanıma ayrılan ders süresini göz önüne alarak uyguladığını belirtmektedir.

“Bunu beğendim. Bu yaklaşım güzel yani modlarla... Çünkü şifreleme matrislerle de kullanınca direk ilgi çektiği için hoşuma gitti. Şifreleme o zaman modalarda da anlatılır. Fonksiyonlarla da bazen yapıyorum. Mesela gene bu sayıları 1’ den 29’ a kadar dizedim. Atıyorum $3x+5$ şifremiz olsun. Bu şifreyi özellikle ters fonksiyonu anlatırken, ters fonksiyon diyorum bu şifreyi çözen bir anahtar olacak. Çözüm anahtarı da ters fonksiyon olacak. O yüzden onları kullanıyorum yani, fonksiyonlarda kullanıyordum ben onu yani... Ama modlarda da kullanılabilir güzel yani... Bu şifreleme çok dikkat çekici oluyor. Hemen ilgiyi topluyor.”

Ö3, öğrencilerde merak ve hayranlık uyandıracak örnek durumları ders sürecinde o an duruma uygun olarak seçtiğini belirtmektedir. Ö3 dersten önce öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini tahmin edemediği için hazırlanacak olan örneklerin, öğrencinin dikkatini çekmeyeceğini veya öğrencilerin çözüme ulaşamayacağını düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin kendilerini ifade edebileceği, ilgilerini çeken matematiksel problemleri veya bilgileri paylaşabilecekleri panolar oluşturduğunu belirtmektedir. Kısacası Ö3' ün, gizem boyutunu öğrencilerin de dahil olması için açıklık değeri ile beraber düşündüğünü söyleyebiliriz. Ayrıca Ö3 kontrol değerinin daha önem arz ettiğini vurgulayarak bir ders sürecinde benzer etkinliklere yer veremediği için öğrencilerde merak, ilgi ve hayranlık uyandıracığını düşündüğü uygulamalara matematik kulübü çalışmalarında veya okul panolarında sürdürdüğünü belirtmektedir.

“... Matematiğe karşı olan ilgisini sevgisini artırmış oluruz. Biz bunu daha çok 9. sınıflarda çocuklara performans olarak veriyoruz. Arkadaşlar ilginç matematik işlemleri aklınıza gelen ya da bir yerde gördüğünüz işlemler varsa, bir bakın bulun gelin beraber inceleyelim diye panolar bile yaptığımız oldu çoğu zaman. π günü yaptık biz burada. Matematik günü yaptık. Oralarda güzel güzel panolarda bu tür matematiğin güzel yerleriyle ilgili örnekler verdik...”

Ö3 öğrencilerde hayranlık ve merak uyandırması için matematiksel içeriklerin günlük hayat problemlerine nasıl çözüm bulduğuna ilişkin örnek durumlar tasarlamaktadır. Ayrıca, öğrencilerin hayranlığını artırmak için matematiksel hikayelere veya açıklamalara yer verdiği gözlenmiştir.

Ö3, hayranlık ve merak uyandıran etkinliklere ayrılan zaman diliminde kontrol boyutuna yönelik olarak becerilerini geliştirebilecekleri farklı problem durumlarına yer verilmesi gerektiğini belirtmektedir.

“...Buna benzer etkinlikleri artırırsak çocuk başka yerlerde, başka sınavlarda, başka kaynaklarda karşılaşabileceği soru tiplerini kaçırmış oluyor.

... Yani burada modüler aritmetiğin şifreleme de kullanıldığını görür, ama modüler aritmetiğin geriye kalan detaylarını kaçırmış olur...”

Ders gözlemlerinde Ö3' ün öğrencilerin matematiksel problemler oluşturmaları için imkan tanıdığı gözlenmiştir ve gizem değerine değerlendirme adımıyla önem verdiğini söyleyebiliriz.

Ö3: Dersin bitmesine 10 dakika var, bir soru daha mı çözelim?

Ö: Hocam dersin bitmesine 10 dakika var, sonra...

Ö3: Soru mu üretelim, söyle bakalım.

Ö: Bir soru daha çözmek için geçen zaman?

Ö3: Harika, yazalım. Güzel bir soru çıkacak ortaya. Her soru için üç dakika kullanılan bir sınıfta dersin bitmesine on dakika kala soru çözümüne başlanıldığında beşinci soru bittiğinde teneffüse kaç dakika geç çıkılır.

(Öğrencilerin soruyu çözmesi için zaman tanır ve bir öğrenciye çözümünü açıklaması için fırsat verir.)

...

Ö4 içeriğe bağlı olarak öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü günlük hayatla ilişkilendirilmiş örnek durumlar üzerinden, kontrol değerine göre matematiksel ifadelerin nasıl geliştiğine yönelik açıklamalarda bulunduğu söylenebilir. Ders gözlemlerinde de Ö4'ün günlük hayat problemleri ile ilişkilendirilmiş örnek durumların dışında, öğrencilerde merak ve hayranlık uyandırıcı uygulamalarda bulunmadığı gözlenmiştir.

Ö4 öğrencileri ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğunu teyit etmeleri için çelişki yaratacak veya tezat teşkil edecek örnekler sunarak, öğrencileri beklenmedik bulgularla karşılaştırmaktadır.

Ö5 öğrencide merak uyandırmak için genellikle problem durumları üzerinden, farklı ve çelişki içeren sorular yönelttiğini söyleyebiliriz. Ders gözlemlerinde de günlük hayatta karşılaşılan durumlar üzerinden merak uyandırmaya çabaladığı tespit edilmiştir.

Ö5: Tam sayıları günlük hayatta nerelerde kullanıyoruz?

...

Ö5 kavramlar arasındaki ilişkiyi ve matematiksel bilgilerin nasıl geliştiğine yönelik yapılan açıklamaların da öğrencide matematiğe yönelik hayranlık uyandırdığını belirtmektedir. Ö5 matematiksel bilmece veya bulmacalara modüler aritmetik kavramı için ders sürecinde zaman ayıramadığını, ancak öğrencilere ders kitaplarından ödev olarak verdiğini ifade etmektedir. Ayrıca Ö5, tamsayılar kavramı için sınıf uygulamasında benzer bir etkinliğe yer verdiğini belirtmektedir.

“...Mesela diyelim ki 15 – 20 tane kısa kısa tamsayılarla ilgili işlem. Sonuç artı çıkıyorsa şuradaki harflerden, eksi çıkıyorsa buradaki harflerden... Sonra bir cümle ya da bir kelime şeklinde... Genelde onlar da tuttukları takımları yapmışlar. Galatasaray çıksın diye yapmıştı. Öyle bir o içeriğe göre o şekilde... Geçen sene “sizi seviyorum” diye yapmışım...”

Meslek tecrübeleri farklılık arz eden öğretmenlerin sınıftaki uygulamalarında öğretim aşamalarına yansıtıkları matematiğe ilişkin değer göstergelerinin aşağıdaki tablo ile özetleyebiliriz.

Tablo 15. Öğretmenlerin Öğretim Aşamalarında Sınıf Uygulamalarına Yansıyan Değerler ve Alt Boyutları

		Rasyonellik						Nesnecilik						Kontrol					İlerleme					Açıklık			Gizem		
		R1*	R2	R3	R4	R5	R6	N1	N2	N3	N4	N5	N6	K1	K2	K3	K4	K5	İ1	İ2	İ3	İ4	İ5	A1	A2	A3	G1	G2	G3
GİRİŞ	Derse Güzelleme			Ö2																									
	Dikkat Çekme	Ö2 Ö5			Ö2													Ö2	Ö2	Ö2 Ö3 Ö4							Ö2		
	Ön öğrenmeleri Hatırlatma							Ö4 Ö5							Ö2	Ö2	Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö2		Ö5		Ö4		Ö5					
	Hazırlanışlığı Belirleme	Ö2 Ö3			Ö2	Ö2			Ö2									Ö5			Ö5			Ö2 Ö5		Ö2			
	Ön öğrenmelerle İlişki Kurma	Ö1 Ö2 Ö5		Ö1 Ö5			Ö1			Ö3	Ö3	Ö5	Ö3				Ö4			Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5		Ö1 Ö3 Ö4				Ö2	Ö2 Ö5		

	Rasyonellik						Nesnecilik						Kontrol					İlerleme					Açıklık			Gizem		
	R1	R2	R3	R4	R5	R6	N1	N2	N3	N4	N5	N6	K1	K2	K3	K4	K5	İ1	İ2	İ3	İ4	İ5	A1	A2	A3	G1	G2	G3
KEŞFETME	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4		Ö2 Ö3 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö5	Ö2	Ö1	Ö1 Ö4 Ö5	Ö5	Ö2 Ö3	Ö2 Ö3 Ö5	Ö2	Ö4	Ö4 Ö5	Ö4		Ö1 Ö4 Ö5	Ö4	Ö2	Ö2		Ö1 Ö2	Ö2	Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö2 Ö4 Ö5	Ö2	Ö2 Ö5	Ö4	
AÇIKLAMA	Ö2 Ö4 Ö5	Ö5	Ö2	Ö1 Ö2		Ö1 Ö4	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö2 Ö4	Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö3 Ö4 Ö5	Ö2 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö5	Ö2	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3	Ö1 Ö2 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö2 Ö4 Ö5	Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3	Ö2
DERİNLEŞME	Ö2 Ö5		Ö2	Ö5	Ö2 Ö3	Ö2	Ö2	Ö1 Ö2 Ö4	Ö3	Ö1	Ö2 Ö3	Ö4	Ö3		Ö4	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5						Ö2						
DEĞERLENDİRME	Ö1 Ö2 Ö3 Ö5		Ö1 Ö2 Ö4 Ö5		Ö4	Ö2 Ö5	Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö5	Ö2 Ö3 Ö5	Ö1 Ö2	Ö1	Ö2 Ö5		Ö1 Ö2 Ö3 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö3	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5	Ö1	Ö2	Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5		Ö1 Ö2 Ö3 Ö4 Ö5				Ö3	Ö5

4.3. Katılımcılar İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

4.3.1. Rasyonellik Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Ö2' nin rasyonellik değerine yönelik uygulamaları, ancak kontrol değeri göstergelerinden olan öğrenciyi yönlendirme veya matematiksel ifadeyi açıklama uygulamalarına yer verildiği takdirde derslerinde yer verdiğini söyleyebiliriz. Ö5 ise kontrol değerine göre öğrencilere matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağına dair açıklama yapılırsa öğrencilerin yorum yapabileceğini, akıl yürütüp fikir ileri sürebileceklerini ifade etmektedir. Ayrıca içerik ve öğrencilerin ön bilgilerinin de önemli olduğunu vurgulamaktadır. Ö2 ise kavramlar arasındaki ilişkinin açıklanmasında kontrol değerinin benimsenmesi ile rasyonellik değerinin söz konusu boyutunu uygulamalarına yansıttığını söyleyebiliriz.

Ö4 giriş etkinliklerinde öğrencilerin akıl yürütüp, fikir ileri sürmelerinin mümkün olmayacağını düşünmektedir. Ancak sınıftaki uygulamalarda, ilerleme değerine göre öğrencilerin ön bilgilerinin tespit edilmesi, kavramlar arası ilişkilerin yapılandırılması ve kontrol değerine göre matematiksel bilginin nasıl açıklandığı vurgulandıktan veya matematiksel tanımlar yapıldıktan sonra öğrencilerin fikirlerinin sorgulanması ve tartışmanın yapılması gerektiğini düşünmektedir.

Katılımcıların tümü rasyonellik değerinin bu alt boyutunu sınıf uygulamalarına yansıtamama sebeplerini; öğretim programının yoğunluğu, buna bağlı olarak kazanımlara ayrılan sürenin yetersizliği olarak sıralamaktadır. Ayrıca Ö1 ve Ö5, öğrencilerin dikkat eksikliğini sebepler arasında göstermektedir.

Ö1 öğrencilerin sorgulamaları ve müzakere etmeleri için sınıf uygulamaları tasarlamaya ilişkin lisansta eğitim aldığını, ancak öğrencilik yıllarında benzer etkinlikler ile karşılaşmadığı için uygulamada sıkıntı yaşadığını ifade etmektedir. Hazırbulunuşluğun öneminden bahseden Ö5, ayrıca yapılacak etkinlikte gerekli ön organize edicilerin sunulması, hatta ipuçlarının verilmesinin öğrencilerin verimli tartışması, akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için gerekli olduğunu ifade etmektedir.

Katılımcıların tümü tartışmanın ilerlemesi durumunda tartışmanın kontrol altına alınamayacağını, zaman zaman sınıfta istenmeyen durumlara sebep olduğunu ve öğrencilerin kendi aralarında müzakere etmesi veya tartışmasının verimli olmadığını ifade etmektedirler. Ö1 ve Ö5 ders sürecinde keşfetme safhasında tartışmaya yer vermenin sınıf

ortamını olumsuz etkileyeceğini düşünmektedir. Diğer öğretmenlerin aksine Ö2 ve Ö3 bu gibi durumlarda tartışmayı kesip söz konusu matematiksel ifadeye yönelik açıklamalar yapmak yerine, kontrol değerine göre çeşitli sorular veya hipotezlerle tartışmayı yönlendirmeyi tercih etmektedir. Ö2, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin sorgulaması veya tartışması için sınıf uygulamalarının içeriğe ve öğrencilerin hazırbulunuş seviyelerine göre tasarlanabileceğini düşünmektedir. Ö1, Ö4 ve Ö5 büyük grup tartışmasından ziyade öğrencileri bireysel sorgulamaya önem verdiklerini ve öğrencilerin kendilerini ifade etmelerine fırsat tanıdıklarını söyleyebiliriz.

Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5, 9. sınıf derslerinde ispat ve ispatlamaya yönelik hiçbir etkinliğe yer vermediklerini ifade etmişlerdir. Ö4 ve Ö5 ispat ve ispatlamanın öğretim programında yer almadığını düşündüklerinden, sınıftaki uygulamalarda yer vermediklerini belirtmektedir. Ancak Ö5 ispat yapmanın bilginin zihinde kalıcılığını artırdığını düşündüğü için zaman zaman bazı matematiksel ifadelerin ispatlarını açıkladığını belirtmektedir. Ö2 ispat yapmak yerine, fikirlerin doğruluğunu teyit etmek için örnek durumlara yer vermenin gerektiğini düşünmektedir. Ö3' ün ise kontrol değerinin matematiksel ifadeleri açıklama alt boyutuna göre ispat ve ispatlama yöntemlerine yer verdiği gözlenmiştir.

Katılımcılardan yalnızca Ö2 sınıf uygulamalarında, çelişki veya tezat teşkil eden hipotezlere veya örnek durumlara yer vermektedir. Ö2 giriş ve inceleme aşamalarında öğrencilerin ön bilgilerini tespit etmede ve ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğunu belirlemede rasyonellik değerinin bu alt boyutuna yer verdiğini söyleyebiliriz.

Rasyonellik değerinin sınıf uygulamalarına yansıtılmasına ilişkin olarak bulgular kıyaslandığında, katılımcılardan Ö2' nin daha fazla önem verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca katılımcıların tümü kontrol değerinin alt boyutlarına bağlı olarak rasyonellik değerini, sınıf uygulamalarına aktardığı gözlenmiştir. Tamamlayıcı çifti olan nesnecilik değerinin, rasyonellik değerinin uygulamalara aktarılmasında etken olduğunu söyleyebiliriz. Sınıf uygulamalarında süreç zarfında örnek durumların incelenmesi ile sorgulama veya tecrübe yoluyla elde edilen verilerin yorumlanması gibi alt boyutlara yer verildiğini söyleyebiliriz.

4.3.2. Nesnecilik Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4' ün dersin açıklama bölümünde nesnecilik değerine yönelik uygulamalara sıklıkla yer verdikleri söylenebilir. Matematiksel içeriğe, ifadelere veya

genellemelere ilişkin yapılan alıştırmalar veya pratikler üzerinden, kontrol değerine göre açıklamalar yapıp, ardından öğrencilerin süreç zarfında performans sergilemesi için fırsat tanımaktadırlar. 5 ise derinleşme safhası hariç dersin her aşamasında nesnecilik değerinin süreç içerisinde pratik yaptırma alt boyutuna yer vermektedir. Ayrıca 1, 4 ve 5’ in içeriğe yönelik inceleme safhasında problem çözme tekniğini kullandıklarını söyleyebiliriz.

1 ve 2’ nin aksine 3, öğrencileri kazanıma yönelik farklı problem durumları ile karşılaştırmak yerine birkaç örnek üzerinde açıklama yaptıktan sonra ders sürecinde öğrencinin performansının takip edilmesi gerektiğini düşünmektedir. 4 ve 5 ise içeriğe, öğrencilerin hazırbulunuşluğuna ve öğrencilerden gelen dönütlere göre örnek durumların sayısının artırılabilceğini, daha sonra öğrencilerin uygulama yapabileceği problem durumlarının tasarlanabilceğini belirtmektedir.

1, 2 ve 5 öğrencilerin hazırbulunuşluklarının kendilerine ait matematiksel gösterimler yazmaları ve kullanmaları için yetersiz olduğunu ifade etmektedir. 1ve 5 bu nedenle kontrol değerine göre matematiksel ifadenin nasıl açıklandığını ve sembollerini kendisinin ifade etmesi gerektiğini düşünmektedir. 3 ve 4 öğrencilerin sembolleri kullanabilmeleri için ilerleme değerine göre hazırbulunuşluğun önemli olduğunu vurgularken, 3 öğretmenlerin uygulamalar sırasında öğrencilere tecrübe ettirmesinin de gerekli olduğunu vurgulamaktadır.

3 ve 4 ise görev yapmakta olduğu lisede fikirlerin geçerliliğini sınamak için hazırbulunuşluğu yeterli olan ğrenci sayısının çok az olacağını belirtmektedir. 5 ise 9. sınıf ğrencilerinin fikirlerin geçerliliğini sınamak için hazırbulunuşluklarının yetersiz olduğunu düşünmektedir. 2 ve 5 öğrencilerin ulaşılan genellemelerin doğruluğunu teyit etmeleri için farklı sayılar veya örnekler ile fırsatlar oluştırmaya çabaladığını söyleyebiliriz.

2 ve 5 öğrencilerin dikkatini çekmek, akıl yürütmesine çabalamak veya kavramlar arasında ilişki kurmak için matematiksel problemlerin daha kısa bir çözüm yöntemini uygulamaya çalıştığını söyleyebiliriz. Başka bir ifade ile 2, nesnecilik değerinin söz konusu alt boyutunu yansıtırken, ilerleme ve kontrol değerlerine de uygulamalarında yer vermektedir. 1 ve 4, matematiksel içeriğin daha sade ve kısa matematiksel ifadelerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. 4 ve 5 içeriğin daha sade ve anlaşılır olmasının,

öğretim programında yer alan bazı kazanımların veya içeriğin göz ardı edilmesi ile mümkün olduğunu düşünmektedir.

Ö4 ve Ö5 ise matematikteki kavramların veya problemlerin mümkün olduğu kadarıyla grafik, şema gibi somutlaştırmalar ile sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö4 somutlaştırma için matematiğin günlük durumlardaki kullanım alanlarını ve çevremizdeki geometrik şekillerin temsili olan nesnelerin önemli olduğunu düşünmektedir. Ayrıca Ö4 öğrencilerin fikirlerini açıklarken sayı doğrusu, grafik, model gibi somut uygulamalar kullanmaları için teşvik etmeye çalıştığını söyleyebiliriz.

Bulgular katılımcılardan Ö2, rasyonellik ve nesnecilik tamamlayıcı çiftlerini sınıf uygulamalarına eşit ağırlıkta yansıtırken, Ö4' ün nesnecilik değerine daha fazla önem verdiğini söyleyebiliriz. Ö4 ve Ö5 diğer katılımcılara göre matematiksel bilginin somutlaştırılmasına özen gösterirken, Ö2' nin sınıf uygulamalarına öğrencilere fikirlerini kullandırma alt boyutunu diğer katılımcılardan daha fazla yansıttığı gözlenmiştir. Rasyonellik değerinde olduğu gibi nesnecilik değerinin sınıf uygulamalarına yansıtılması için de kontrol değerinin öğrenciyi yönlendirme ve matematiksel fikirleri açıklama alt boyutlarına öncelikle yer verildiği tespit edilmiştir.

4.3.3. Kontrol Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Ö1 temel çizim becerilerine ilişkin etkinliklere yer vermezken, Ö2 açıklama adımıyla içeriğe ilişkin grafik veya şemalara yer vermektedir. Ö3' ün yapılan gözlemlerinde dersin derinleşme aşmasında çeşitli çizimlere yer verdiği tespit edilmiştir. Ö4 ise öğrencilere dönütte bulunurken, fikirlerin doğruluğunu sorgularken şekil veya grafik çizimine başvurduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca Ö4 ve Ö5 öğrencilerin ön bilgilerinin yetersiz olduğunu düşündüğü veya öğrencilerin zihinlerinde yapılandırmakta zorlandıklarını düşündüğü, daha fazla soyut kavramlar teşkil eden içeriklere ilişkin olarak şekil, grafik veya modellere derslerinde özellikle yer vermeye çalıştıkları söylenebilir.

Ö1, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin ifade ettiği veya ürettiği matematiksel fikrin veya çözümün doğruluğu hakkında öğrenciye dönütte bulunurken ulaşılması beklenen matematiksel ifadeyi, kavramı ya da çözümü sunuş yöntemi ile açıkladıklarını söyleyebiliriz. Bu süreçte açıklık değerine göre öğrencilerin fikirlerini açıklamalarına çalıştıklarını, dönüt ve düzeltmede bulunurken de fikirlerin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunup, kontrol değerine

göre matematiksel ifadeye yönelik açıklamada bulundukları söylenebilir. Ö2 giriş etkinliklerinde ve özellikle ön öğrenmelerin tespit edilmesinde öğrencilerin rasyonellik değerine göre ileri sürdüğü fikirlerin, doğruluğunun tespit edilmesinin önemli olduğunu vurgulamaktadır.

Ö1 ve Ö3 öğrencilerin becerilerinin gelişmesi ve işlemlerin akıcılığını sağlamak için değerlendirme aşamasında öğrencilerin çözümlerinin doğruluğuna yönelik dönütte bulunduğunu söyleyebiliriz. Bunun için haftalık ödevlendirmelerin öğrencilerin çözümlerindeki hataları veya kavram yanlışlarını tespit etmek için uygun olduğunu ifade etmektedirler. Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin doğru sonuca ulaşabilmesi için rasyonellik değerine göre öğrencilerin akıl yürütmesini sağlayacak veya öğrencinin zihninde çelişki oluşturacak sorularla, kontrol değerine göre öğrencileri yönlendirdiklerini söyleyebiliriz.

Ö1 öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerini geliştirmek için derslerinde aynı kazanıma yönelik benzer problemlere yer verdiğini söyleyebiliriz. Ö2 öğrencilerin ön öğrenmelerini belirlemek için hazırbulunuşluklarının yeterli olduğunu düşündüğü içeriklerde, ürüne yönelik işlem becerilerini geliştirmeye çalıştığını söyleyebiliriz. Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 kazanıma yönelik öğrencilerle tartışmak veya müzakere etmek yerine içeriğin sunulmasının ardından, öğrencilerin işlem becerilerini artırmak ve öğrenmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini değerlendirmek için problem çözme tekniğinin daha verimli olduğunu düşünmektedir. Ayrıca Ö1 ve Ö5 akıllı tahtaların öğrencilerin işlem yapma becerilerinin gelişmesine engel olacağını ifade etmektedir.

Ö2 ve Ö5 ürüne yönelik problem durumlarını, gizem değerine göre merak veya hayranlık uyandıran fikirler veya günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerinden tasarlamaya çalıştıklarını söyleyebiliriz. Ö3 ve Ö4 ise ürüne yönelik problem durumlarını tasarlarırken yalnızca günlük hayatla ilişkilendirilen durumlar üzerine tasarlamaktadır. Ö1, Ö3 ve Ö4 içerikte yer alan her bir kazanım için eşit sayıda çoktan seçmeli soru ile öğrencilerin ödevlendirilmesinin öğrencilerin işlemsel becerilerinin gelişmesinde, öğrenmenin kalıcılığının artırılmasında ve öğrenmenin pekiştirilmesinde önemli olduğunu düşünmektedirler.

Öğrencilerin ürüne yönelik işlem becerilerinin gelişmesi, öğrenmenin pekişmesi, farklı problem durumları ile karşılaşmaları ve öğrenmede kalıcılığın artırılması için her içeriğe veya kazanıma yönelik Ö1, Ö2 ve Ö5 çoktan seçmeli sorulardan oluşan ödevlendirme yaptığını; Ö3, Ö4 ise örnek problem durumlarına yer verdiğini belirtmektedir. Ö1, Ö2, Ö3

ve Ö5 öğrenmenin pekiştirilmesi ve kalıcılığının sağlanması için işlem becerilerinin gelişmesine yönelik ders kitaplarından ve özel bir kaynaktan ödevlendirme yapmaktadır.

Ö1, Ö3, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin tartışmasını veya müzakere etmesini gerektirecek durumlarla karşılaştığında tartışmayı durdurarak, öğrencilerin ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğuna yönelik dönütlerde bulunup, öğrencilerin nasıl öngöründe bulunacaklarına ilişkin açıklama yaptığını söyleyebiliriz. Ö2 ise öğrencilerin tartışma veya müzakere etmesini gerektiren durumlar tasarladığını, ancak sağlıklı bir tartışma için öğrencilerin dönütlerle ve sorularla yönlendirilmesi gerektiğini belirtmektedir.

Ö1, Ö2 ve Ö4 ileriye sürülen bir fikrin veya matematiksel bir ifadenin doğruluğunu teyit etmek için öğrencilere nasıl öngöründe bulunulması gerektiğine ilişkin açıklamalar yaptıklarını ifade etmektedirler. Başka bir ifade ile rasyonellik değerinin uygulamalara yansıtılması için kontrol değeri ön şart kabul edilmektedir. Ayrıca Ö1, Ö2 ve Ö4 öğrencilere matematiksel işlemlerde daha kısa çözüm yöntemlerinin varlığını problem durumları üzerinden açıkladığını ve öğrencilerin hatalı veya eksik cevaplarında ise çözümü açıkladığını belirtmektedir. Bu durum nesnecilik değerinin, kontrol değeri ile birlikte sınıf uygulamalarında yer bulduğunu göstermektedir.

Ö1, Ö3 ve Ö5 öğrencilerin fikirlerini açıklamalarında veya problem çözmelerinde yönlendirmeye gerek duyduklarını belirtmektedir. Ö2 ve Ö4 öğrencilerin ön öğrenmelerindeki eksiklikleri tamamlamak veya ön öğrenmeli hatırlatmak için de gerekli açıklamaları yaptığını, ardından pekiştirmeyi sağlamak için örnek durumlar üzerinde öğrencileri uygulamaya teşvik ettiğini belirtmektedir.

Katılımcıların öğrencileri matematiksel ifadelerin açıklanmasına ilişkin gösteride bulunmaya teşvik etmek için genelde soru-cevap tekniğini kullandıkları, ayrıca Ö2 ve Ö4 öğrencilerin zihninde çelişki teşkil edecek örnek durumlar sunduğunu veya matematiksel kavramın tanımını hatırlatmaya çalıştığını söyleyebiliriz. Ö2 ve Ö3 ders sürecinin derinleşme aşamasında kontrol boyutuna göre açıklamada bulunması için öğrencilerin hazırbulunuşluğunun önemli olduğunu vurgulamaktadır. Bu durum ilerleme değeri ile kontrol değerinin katılımcılar tarafından birlikte yansıtıldığını ortaya çıkarmaktadır.

Ö3 ve Ö4 öğrencilerin matematiksel gösterimleri ifade edebilmeleri ve sembolleri doğru kullanabilmeleri için derslerinde matematiksel gösterimlerin veya sembollerin kullanımına ilişkin açıklamalarda bulunduğunu ifade etmektedir. Ayrıca Ö3 ve Ö4 öğrencilere kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmasına yönelik gösterilerde bulunduğunu

söyleyebiliriz. Kısacası Ö3 ve Ö4 nesnecilik boyutunun göstergelerinden olan sembol kullanımı ve görselleştirme; ilerleme boyutunun göstergelerinden olan kavramlar arası ilişki kurma için kontrol boyutu benimsediğini söyleyebiliriz.

Ö1 matematik öğretim programında yer alan her içeriğin günlük yaşantı ile ilişkilendirilemeyeceğini ifade etmektedir. Ö2, Ö4 ve Ö5 ise matematiğin günlük problemlere çözüm üretmesine yönelik her içerik için somut örneklerin bulunmadığını düşünmesine karşın, matematiğin yaratıcı düşünmeyi geliştirdiğini belirtmektedir. Ö3 günlük hayatla ilişkilendirilmiş matematiksel durumları dersten önce tasarlamadığını, içeriğe yönelik problem durumlarını ders sırasında ifade ettiğini belirtmektedir. Ö3, Ö4 ve Ö5 değerlendirme adımında günlük yaşantıyla ilişkilendirilmiş problem durumlarına yer verdiklerini söyleyebiliriz. Ayrıca Ö4 inceleme adımında öğrencilere içeriğe yönelik ön bilgi sağlamak için güncel yaşantıyla ilişkili dikkat çekici örnekler sunmaktadır. Ö2 giriş etkinliklerinde ve Ö5 ise hazırbulunuşluğu belirlemek için matematiğin günlük yaşantıda karşılaşılan problemin çözümüne uygulamasına yönelik durumların tasarlanması gerektiği ifade etmektedir.

4.3.4. İlerleme Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Katılımcılar öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgi ve motivasyonunu artırmak için içeriğe göre matematiksel bilgiyi günlük problem durumları ile ilişkilendirmektedir. Bu nedenle katılımcıların açıklama aşamasında öğrencilerin ilgilerini artırmaya yönelik çabaladığını söyleyebiliriz. Ö2 ve Ö4 tarihçeye yer vermenin de ilgi ve motivasyonu artırdığını belirtmektedir. Ö4 dikkat çekme aşamasında tarihçenin kullanılmasının önemini vurgulamaktadır. Ayrıca Ö4 değerlendirme aşamasında, üniversiteye giriş sınavlarında yer alan soruların sınıfta öğrencilerin cevaplamasının motivasyonu artırdığını düşünmektedir.

Ö3 açıklama aşamasında gizem boyutuna ilişkin, hayranlık uyandıracaklarını düşündüğü matematiksel işlemlerin matematiğe olan ilgiyi artırdığını düşünmektedir. Ö4 ve Ö5 ise açıklama aşamasında, hazırbulunuşluğu yeterli olmayan öğrencilerin ilgi ve motivasyonunu artırmak için hazırbulunuşluk seviyelerine uygun sorularda kendilerini ifade etme imkanı tanıdığını belirtmektedir. Ayrıca Ö5 ispat ve ispatlama yöntemleri yerine, öğrencilerin ilgisini çektiği için matematiksel bilgiye veya çözüme ulaştıran en kısa yöntemleri tercih ettiğini belirtmektedir.

Ö1 ve Ö5, matematiksel ifadelerin doğruluğunu teyit etmek, kavramların arasındaki ilişkiyi açıklamak ve genellemelere ulaşmak için, kontrol değerini benimseyerek matematiksel bilginin nasıl geliştiğine yönelik açıklamalarda bulunduğunu söyleyebiliriz. Ö2, Ö4 ve Ö5 kavramlar arasındaki ilişkiyi sezdirmek için öğrencileri rasyonellik değerine göre sorgulattığını, öğrencilerin akıl yürütmesi için soru-cevap tekniğini kullanmaktadır. Ayrıca Ö2, Ö4 ve Ö5 kontrol değerine göre kavramların tanımlarını açıklayarak kavramlar arasındaki ilişkiyi belirtmektedir. Ö2, Ö4 ve Ö5 edindirilecek kazanımın ön öğrenmelerle ilişki kurmak için problem çözme etkinlikleri tasarladığını söyleyebiliriz. Ayrıca Ö3 ve Ö5 edindirilecek kazanım ile ilişkili olan ön öğrenmeleri de kontrol boyutuna göre hatırlatmak için açıkladığını söyleyebiliriz. Ö4' ün dikkat çekme aşamasında ders kitabında olduğu kadarıyla tarihçeye yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö1 içeriğe bağlı olarak öğrencilerden farklı açıklamalar yapmaları veya alternatif yollar üretmeleri için fırsatlar oluşturduğunu, ancak öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğundan katılımın olmadığını ifade etmektedir. Ö4 ve Ö5 öğrencilere farklı fikirlerini açıklamaları için imkan tanıdığını belirtmektedir. Ö2 ve Ö4 öğrencilerin genellemelere ulaşmalarında soru-cevap tekniği ile öğrencilerin farklı fikirler üretmelerini sağladığını söyleyebiliriz. Ancak Ö5, öğrencileri genellemelere ulaştırmak için her hangi bir çaba içerisine girmemektedir. Katılımcılar öğrencilerden fikirler, bağıntılar veya formüller ile ilgili farklı ispatlar yapmaları için hiç beklentisi olmadığını belirtmektedir.

Ö2, Ö3 ve Ö5 öğrencilerin motivasyonunu artırmak için sözel ifadelerden yararlanmaktadır. Ayrıca Ö2, rasyonellik değerinin alt boyutu olan çelişki teşkil edecek soruların öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarını artırdığını ifade etmektedir. Ö2 ve Ö3 ön öğrenmelerin hatırlatılması için rasyonellik değerini benimsedikleri söylenebilir. Ö3 ve Ö4, meslek tecrübesi arttıkça öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesine verilen önemin de arttığını düşünmektedir.

4.3.5. Açıklık Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Ö1 ve Ö4 öğrencilerin izin alarak ve sırasıyla olmak kaydı ile fikirlerini ifade etmelerine imkan tanıdığını belirtmektedir. Ayrıca Ö1 öğrencilerin tartışmaları veya müzakere etmeleri yerine içeriğe yönelik düşüncelerini bireysel sorgulama ile paylaşımlarını sağladığını belirtmektedir. Ö2 ise her öğretim aşamasında içeriğe yönelik olarak, öğrencilerin dilediği gibi fikirlerini açıklayabileceğini belirtmektedir.

Ö1 ve Ö5 öğrencilerin fikirlerini ifade etmeye teşvik için pekiştireç, ipucu veya dönütlerde bulunmaktadır. Ö2 problem çözme tekniğini kullanırken ve değerlendirme yaparken öğrencilerin problem durumlarına yönelik cevaplarını açıklamaları ve savunmaları için fırsat verdiğini, aksi takdirde eksik veya yanlış öğrenmelerin gerçekleşebileceğini belirtmektedir. Ö2 açıklık değerinin, kontrol ve ilerleme değerleri için ön şart kabul ettiğini söyleyebiliriz. Ö5 ise ilerleme değerinin sınıf uygulamalarına yansıtılması için açıklık değerinin gerekli olduğunu düşünmektedir.

Ö3 ve Ö5 ise hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan veya içeriğe yönelik doğru ifadeler kullanan öğrencilere her zaman fikirlerini açıklama fırsatı verdiğini belirtmektedir. Ö3 ve Ö5 öğrencilerin öz güven seviyelerini artırmak için ileri sürdükleri fikir veya cevaplarına yönelik dönütte bulunmanın gerektiğini ve kendilerini savunmaları için fırsat verilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Ö1 ve Ö2 ise öğrencilerin özgüvenlerinin yüksek olduğunu düşünmektedir.

Ö3, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin kendilerini tahtada sınıfa ifade etmelerini imkan tanıdığını ve öğrencinin hazırbulunuşluğuna uygun yönlendirmelerde bulunduğunu ifade etmektedir. ayrıca katılımcılardan sadece Ö3, öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri için matematik panoları veya matematik kulübü gibi fırsatlar oluşturmaktadır.

Katılımcıların öğrencilerin problem çözümlerinde ileriye sürdükleri fikirlerin veya ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemlemeleri için örnek durumlara yer verdiğini söyleyebiliriz.

Ö2, Ö4 ve Ö5 ispat ve ispatlama yöntemlerinin 9. sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluk seviyelerine uygun olmadığını, bunun yerine matematiksel sembollerin, ifadelerin veya genellemelerin her durumda doğru olduğunu göstermeye çalışmanın, matematiksel bilginin açık ve güvenilir olduğunu sezdirmeye çalışmanın uygun olduğunu düşünmektedir. Bu durum rasyonellik değerinin yerine, sınıf uygulamalarında açıklık değerinin yansıtıldığını göstermektedir. Ö2 ve Ö4, matematiksel ifadelerde aynı şartlardan yola çıkıldığında her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşıldığını göstermek için yapılan uygulamalarda, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesinin ve içeriğin önemli etkenler olduğunu düşünmektedir.

Katılımcılardan yalnızca Ö5’ te, farklı örnek durumlar üzerinde deneyimleri tekrarlatarak aynı veri veya sonuçların elde edilip edilmediğini tespit etmeye yönelik uygulamalara yer verdiği gözlenmiştir.

Ö1 ve Ö4 öğrencilerin zihinlerini bulandırıcı fikirler ileri sürmeyi veya aksine örnekler sunmayı farklı bakış açısından değerlendirme olarak yorumlamaktadır. Ö5 ise öğrencilerin yorum yapabilme yetilerini gözlemlemek için çelişkili sorulara yer verilebileceğini ifade etmektedir. Ö4 ve Ö5 ikilem oluşturan soruları gerekli açıklamalar yapıldıktan sonra ancak hazırbulunuşluk seviyesi yüksek olan öğrencilere yöneltebileceğini ifade etmektedir. Ö2 öğrencilerin fikirlerini çatıştırma veya aksine örnekler sunarak ikilem oluşturma etkinliği etkili bir yöntem olduğunu düşünmektedir. Ö2 öğrencilerin sorgulayıcı olmaları için derslerinde, öğrencilerin zihinlerinde çelişki oluşturan sorulara veya ifadelerle yer verdiğini belirtmektedir. Başka bir ifade ile Ö2 için rasyonellik değeri, açıklık değeri için ön şart niteliği taşımaktadır. Ö3 ve Ö5 öğrencilerin fikirlerinin çelişmesi durumunda kazanımın edindirilemediğini düşünmektedir. Ö3 sınıf uygulamalarında, öğrenciler tarafından yapılan yaygın hatalara yer verdiği gözlenmiştir.

4.3.6. Gizem Değeri İçin Karşılaştırmalı Durum Analizi

Katılımcılardan sadece Ö1' in, matematikteki önemli fikirler yolu ile öğrencilerde hayranlık ve merak uyandırmaya yönelik etkinliklere yer vermediği gözlenmiştir. Ayrıca Ö1 için gizem değerine ilişkin bulgu tespit edilememiştir. Ö2, Ö3, Ö4 ve Ö5 içeriğe bağlı olarak kontrol boyuta göre, öğrencilerde hayranlık uyandıracağını düşündüğü güncel problemlere dayalı örnek durumlara yer vermektedir.

Ö2 için gizem boyutunun, açıklık, ilerleme ve rasyonellik boyutu için bir sebep olduğunu söyleyebiliriz. Ö2 için, dersin inceleme ve açıklama safhalarında rasyonellik ve açıklık boyutu ile birlikte gizem boyutunun da gözlemlendiğini söyleyebiliriz. Ö2 ve Ö5 öğrencide merak uyandırmak için genellikle problem durumları üzerinden farklı ve çelişki içeren sorular yöneltilmektedir. Ö2 ve Ö5 kavramlar arasındaki ilişkiyi ve matematiksel bilgilerin nasıl geliştiğine yönelik yapılan açıklamaların da öğrencide matematiğe yönelik hayranlık uyandırdığını belirtmektedir.

Ö1 ve Ö5, öğrencilere beklenmedik bulgular yaşatmak için öğretim programının yoğun olduğunu ve öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğunu düşünmektedir. Ö2 beklenmedik durumlar tasarlama boyutunun kontrol değeri ile ilişkilendirirken, Ö4 ise çelişkili soruların etkili olması boyutu ile rasyonellik değerini benimsemektedir.

Katılımcılardan matematiksel bilmeceleere veya bulmacalara sadece Ö2 ve Ö5 yer vermektedir. Ö2 matematiksel bulmacalara kazanıma ayrılan süreye göre yer verirken, Ö5 içeriğin önemli olduğu vurgulamaktadır.

BÖLÜM 5

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu bölüm, araştırmanın bulgularından elde edilen sonuçlara ve bu sonuçlar doğrultusunda eğitimciler ve araştırmacılar için verilen önerilere ayrılmıştır.

5.1. Sonuçlar

Araştırmanın sonuçları kültürel farklılıklar olmasına karşın yapılan araştırmalarla paralellik göstermektedir (Bishop, 2008a; Bishop, 1998; FitzSimons, Seah, Bishop, Clarkson, 2000). Katılımcıların matematiğe ilişkin değerlerin bazı boyutlarına yetersiz de olsa sahipken, bazı boyutlarını sınıf uygulamalarına hiç yansıtmadıkları söylenebilir. Katılımcılar öğretim programının sahip olduğu değerleri benimsemedikleri ve hatta bazı içerikler için öğretim programını incelemediklerini söyleyebiliriz.

Bulgular incelendiğinde öğretmenlerin mesleki kıdemleri farklı olmasına karşın, sahip oldukları değerler ve bu değerlerin uygulamaya yansımalarında ortak sonuçlar elde edilmiştir. Ö1 ve Ö5' in benimsedikleri değerler ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına yansımalarının örtüşmesi dikkat çekmektedir. Meslek tecrübesi 2 yıl olan Ö1 ile meslek tecrübesi 26 yıl olan Ö5' in nesnecilik, açıklık ve kontrol değeri için benzer sonuçlar sergilemektedir. Dolayısıyla katılımcıların tecrübelerinin sahip olunan matematiğe ilişkin değerler üzerine doğrudan bir etkisinin olmadığı düşünülebilir. Bu sonuç yapılan araştırmalar ile paralellik arz etmektedir (Durmuş vd, 2008; Özmen vd, 2012).

5.1.1. Öğretmenlerin Sahip Olduğu Matematiğe İlişkin Değerlere Dair Sonuçlar

Daha önce yapılan araştırmalarda da (Seah ve Bishop, 2000) olduğu gibi öğretmenlerin sınıf uygulamalarında matematiğe ilişkin değer ikililerine eşit oranda yer vermediği gözlenmiştir. Ders sürecinin tüm aşamasında, her değer en azından bir boyutunu sınıf uygulamalarına yansıtan katılımcı yoktur. Halbuki öğretim aşamalarında ortaya çıkan öğrencinin özelliklerine uygun olarak dersin hedeflerinin belirlenmesi, hedefleri kazandıracak öğrenme yaşantılarının düzenlenmesi ve hedeflere ne derece ulaşıldığını kontrol ederek eksik ve yanlışların düzeltilmesi gibi uygulamalarda, öğretmenin sahip olduğu değerler önem arz etmektedir (Ernest, 1989). Dolayısıyla öğretmenlerin matematik öğretiminde çeşitlilik oluşturma ve değerlerin yansıtılmasına yönelik kendilerini geliştirmeleri gerektiğini söyleyebiliriz.

Öğretmenlerin benimsedikleri değerleri sınıf uygulamalarına yansıtmadıkları da gözlenmiştir. Buna sebep olarak görüşmede öğretmenler öğretim programının yoğunluğu, zaman yetersizliği, üniversiteye giriş sınavı, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyeleri ve dikkat eksikliklerini göstermektedir. İçeriğe göre değişmekle birlikte, katılımcılardan sadece Ö2' nin benimsediği tüm değerleri sınıf uygulamalarına yansıttığı ve derslerinde değerlere eşit oranda yer vermeye çalıştığını söyleyebiliriz. Bu sonuca dayanarak Ö2' nin değerlerin tüm alt boyutları olmasa da değer ikililerini Karthwohl' un taksonomisine göre kişilik haline getirdiğini söyleyebiliriz.

Matematik eğitimine ilişkin değerler ideolojik boyutta incelendiğinde, dersin her aşamasında Ö2' nin Bishop' ın (2008b) araştırmasına paralel olarak rasyonellik değerine, dikkat çekici ölçüde Ö4' ün ise nesnecilik değerine önem verdiğini söyleyebiliriz.

Ö2 ve Ö5 rasyonellik değerinin alt boyutlarına sınıf uygulamalarında diğer katılımcılardan daha sık yer vermektedir. Ö1, Ö2 ve Ö5 sınıf uygulamalarında rasyonellik değerini, kontrol değerinin yönlendirme veya matematiksel ifadeyi açıklama alt boyutlarını ön şart kabul ederek benimsemektedir. Ö3 ve Ö4' ün sınıf uygulamalarında ise rasyonellik değerinin göstergeleri, kontrol değerinin matematiksel bilginin nasıl açıklandığını gösterme ve ilerleme değerinin önbilgilerin hatırlatılması göstergelerinin ardından tespit edilmiştir.

Rasyonellik değerinin temelini oluşturan tümevarıma dayalı muhakeme için sorgulama, tartışma veya müzakere etme boyutları önem arz etmektedir (Bishop, 1991a, s. 62).

Matematik dersleri genellikle tartışma içermediğinden öğretmenler destekleyici materyaller ve farklı stratejilere ihtiyaç duymaktadır. Bu durum öğretmenlerin kendilerini geliştirmeleri gereken en önemli alanlardan biri olarak karşımıza çıkmaktadır (Bishop ve diğerleri, 2003, s. 211). Buna paralel olarak araştırmamızda da katılımcıların tümünün, rasyonellik değerinin öğrencileri müzakere etmeye veya tartışmaya cesaretlendirme alt boyutu için çaba sarf etmediği gözlenmiştir. Katılımcılardan yalnızca Ö2' nin zaman zaman büyük grup tartışması için ortam tasarladığını söyleyebiliriz. Bu süreçte Ö2, tartışma sürecinde kontrol değerine ilişkin olarak çeşitli soru veya hipotezlerle tartışmayı yönlendirmeye çabalamaktadır.

Katılımcılardan Ö5, rasyonellik değerinin ispata yer verme alt boyutunu benimsemektedir. Ö5 yapılan araştırmalara (Güler ve Dikici, 2012; Köğce, 2012) paralel olarak ispat yapmanın bilginin zihinde kalıcılığını artırdığını düşünmektedir. Ayrıca ispata yer vermenin formül ve kuralların nasıl oluştuğunu görmeyi sağladığını vurgulamaktadır. Bu bulgular Ö5' in matematiksel ispatın zihinsel anlamda sağlayacağı faydalardan haberdar olduğu şeklinde yorumlanabilir. Ö1 ve Ö4 ise yine söz konusu araştırmaya (Köğce, 2012) katılan öğretmen adayları gibi ispatın öğrencilerin zihinlerinde karışıklığa neden olacağını düşünmektedir. Ayrıca katılımcılardan Ö2' nin sınıf uygulamalarında, çelişki ve tezat teşkil eden hipotezlere daha sık rastlanırken, Ö3' te ise sebep-sonuç ilişkisini keşfettirmeye ilişkin herhangi bir bulgu tespit edilememiştir. Diğer katılımcılar ise çelişki teşkil eden ifadelerin veya soruların öğrencilerin zihinlerinde ikileme yol açacağı için sınıf uygulamalarına yansıtmadıklarını ifade etmektedir. Bu bulgular ise öğretmenlerin öğrencileri düşünmeye ve yorum yapmaya teşvik etmediği şeklinde yorumlanabilir.

Nesnecilik değerine ise katılımcıların dersin açıklama bölümünde sıklıkla yer verdiğini söyleyebiliriz. Katılımcılardan yalnızca Ö5, süreç zarfında uygulama yapma alt boyutunu benimsemektedir. Diğer katılımcılar ise değerlendirme aşamasında problem çözme tekniğinin öğrenmede kalıcılığı artırdığını düşünmektedir. Katılımcılardan Ö3 ve Ö4, öğrencilerin fikirlerini uygulamaları boyutu için kontrol değeri ile nesnecilik değerini bir arada benimsediklerini söyleyebiliriz. Bu katılımcılar matematiksel içeriğe ilişkin açıklamalar yapıp, örnek durumlara yer vermeden öğrencilerin kendi fikirlerini uygulamalarının mümkün olmayacağını düşünmektedir. Ayrıca Ö3 ve Ö4, öğrencilerin matematiksel sembollerini kullanabilmeleri için ilerleme değerine göre hazırbulunuşluğun önemine vurgu yapmaktadır. Mesleki kıdemi 2 yıl olan Ö1 ile mesleki kıdemi 26 yıl olan

Ö5' in, nesnecilik değerinin söz konusu alt boyutun mümkün olabilmesi için kontrol değerine göre matematiksel ifadenin açıklanması ve sembollerin ifade edilmesi gerektiğine ilişkin ortak görüş beyan etmeleri de bir diğer sonuçtur. Bu sonuca dayanarak giriş ve açıklama öğretim aşamalarında, nesnecilik değerin sınıf uygulamalarına açık olarak yansıtılmadığını söyleyebiliriz.

Öğrencilerin fikirlerin geçerliliğini verilerle sınaması göstergesi için, Ö3 ve Ö4 görev aldığı lisedeki öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesini yetersiz bulurken, Ö5 ise bunun için herhangi bir 9. sınıf öğrencisinin, hazırbulunuşluk seviyesinin yetersiz olduğunu düşünmektedir. Katılımcıların tümü sembol seçimi, içeriğin aktarılması veya problem çözümü gibi uygulamalarda sadelik ve kısalık için çabalama göstergesini benimsemektedir. Ö2 problem çözümünde, Ö4 içeriğin aktarılmasında ve Ö5 ise hem problem çözümünde, hem de matematiksel fikirlerin ifade edilmesinde sade ve anlaşılır olmaya çabalamaktadır. Ö4 ve Ö5 bu durumun ancak, öğretim programında yer alan bazı kazanımların veya içeriğin göz ardı edilmesi ile mümkün olduğunu düşünmektedir.

Katılımcılardan Ö1, Ö4 ve Ö5 nesnecilik değerin matematiksel bilgileri somutlaştırmaya çabalama boyutunu uygulamalarına daha sık yansıttıklarını söyleyebiliriz. Bu katılımcılardan ise Ö4'ün sınıf uygulamalarında, dersin her aşamasında söz konusu alt boyutun yansımalarına rastlanmıştır ve görüşmelerde bunun gerekliliğine vurgu yapmıştır. Ö5 matematikteki kavramların veya problemlerin grafik, şema gibi görselleştirmeye ilişkin etkinliklerle sunulması gerektiğini düşünmektedir. Ö1, matematiği günlük durumlardaki kullanım alanlarını ve geometrik şekillerin temsili olan çevremizdeki nesnelerin önemli olduğunu düşünmektedir. Ö4'ün ise bu düşüncelerle beraber sayı doğrusu, grafik, model gibi somut uygulamalar kullanmaya çabaladığını söyleyebiliriz. Genel olarak Ö4 ve Ö5' in nesnecilik değerini diğer katılımcılardan daha çok benimsediğini ve uygulamalarında sıklıkla yer verdiğini söyleyebiliriz.

Duygusal boyutta değerlere yönelik sonuçlar, yapılan araştırmalara (Bishop vd, 2005; Bishop, 2008a; Bishop, 2008b) paralel olarak, katılımcıların tümünün kontrol değerini benimsediğini ve dersin her aşamasında sınıf uygulamalarına yansıttıklarını söyleyebiliriz. İncelenen ders videoları ile katılımcıların kontrol değerinin, matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağı ile ilgili gösteride bulunma, ürüne yönelik becerileri geliştirme ve ifade edilen fikirlerin doğruluğunu teyit etme boyutlarına daha fazla önem verdikleri gözlenmektedir.

Katılımcılardan meslek tecrübesi 20 yıldan fazla olan Ö4 ve Ö5' in sıklıkla matematiksel bilgiyi somutlaştırma için şekil, grafik veya modeller ile kontrol değerini yansıttıklarını söyleyebiliriz. Öğrencilerin ileri sürdüğü matematiksel fikirlerin doğruluğuna ilişkin dönütte bulunma alt boyutu için Ö1 ve Ö5' in doğru cevabı söyleme dönütüne sıklıkla yer verdiği gözlenmiştir. Ayrıca açıklık değerine ilişkin olarak başkasına söz verme dönütüne de başvurdukları tespit edilmiştir. Ö1 ve Ö3 değerlendirme aşamasında doğru cevabı söyleme dönütü ile kontrol değerini yansıttıklarını söyleyebiliriz. Ö2, Ö4 ve Ö5 öğrencilerin genellemelere ulaşmak için ileri sürdüğü fikirlerin doğruluğunu teyit etmede soru sorma dönütünü uygulamaktadır. Katılımcıların dönüt türleri ele alındığında kontrol değerinin sınıf uygulamalarına yansımaları, Çevikbaş' ın (2013) çalışması ile paralellik gösterdiğini söyleyebiliriz. Bu katılımcılar arasından Ö2 soru cevap tekniği ile kontrol değerini daha sık yansıtmaktadır.

Katılımcıların tümü kontrol değerinin becerilerin gelişmesi ve işlem akıcılığına sebep olan pratikler yaptırma alt boyutuna önem vermektedir. Bu değer göstergesi, öğretmenlerin soru-cevap tekniğine derslerinde ağırlıklı yer vermesinden kaynaklanmaktadır. Katılımcılar bu boyutu, rasyonellik değerinin göstergeleri olan tartışma veya müzakere etme yerine tercih ederken, Ö2 ve Ö5 bu boyutu yansıttıkları sınıf uygulamalarında gizem değerini de benimsemektedir. Katılımcılardan Ö1 ve Ö2 öğrencileri ürüne yönelik işlem becerilerin gelişmesi için ödevlendirme yaparken, diğer katılımcılar örnek problem durumlarına yer vermektedir. Ayrıca katılımcıların tümü ders kitaplarından ve özel bir kaynaktan ödevlendirme yapmaktadır.

Katılımcılar tartışma veya müzakere etmeyi gerektiren uygulamalarda, öğrencilerin nasıl öngörüleceğine ilişkin yönlendirilmesi gerektiğini düşünmektedir. Ö1, Ö4 ve Ö5 doğru cevabı açıklayarak; Ö2 ve Ö3 ise soru sorma dönütü ile öğrencileri yönlendirmeyi tercih etmektedir. Ayrıca katılımcıların öğretim aşamalarının tümünde matematiksel fikrin nasıl açıklanacağına ilişkin gösteride bulunduğu tespit edilmiştir. Katılımcıların matematiksel gösterimlerim veya sembollerim kullanımına ilişkin açıklamada bulunmak, kavramlar arasındaki ilişkiyi açıklamak, problem durumlarına kısa çözüm önerilerinde bulunmak gibi alt boyutları sınıf uygulamalara yansıtılırken kontrol değerini benimsedikleri gözlenmiştir. Bunun sonucu olarak katılımcıların nesnecilik, açıklık, gizem ve ilerleme değerlerini yansıtırken, kontrol değerine de yer verdiklerini söyleyebiliriz. Katılımcıların tümü matematiksel bilgiyi günlük hayatta karşılaşılan problem durumları ile

ilişkilendirme boyutuna önem vermekte, ancak öğretim programında yer alan her kazanım için bunu uygulayamadıklarını belirtmektedir. Bu sonuçlar göz önüne alındığında katılımcıların hem öğretim programını incelemedikleri, hem de sanal kaynaklardan yararlanmadıklarını söyleyebiliriz.

Katılımcılar kendi aralarında kıyaslandığında ise Ö1 giriş etkinliklerinde, Ö2 ve Ö3 keşfetme aşamasında kontrol değerine yer vermezken, katılımcılar arasından sınıf uygulamalarında kontrol değerine en sık Ö2 ve Ö4 yer vermektedir.

Kontrol değerinin tamamlayıcı ikilisi olan ilerleme değeri için katılımcıların tümü ilgi ve motivasyonu artırmak için günlük hayatla ilişkilendirilmiş problem durumlarına yer vermektedir. Bu sonucu ilerleme ve kontrol değerlerinin, tamamlayıcı değer ikilileri olması ile ilişkilendirebiliriz. Ayrıca öğrencilerin okulda neden matematik öğretildiğine ilişkin soruları ile karşı karşıya kalan öğretmenlerin cevapları genellikle kontrol ve ilerleme tamamlayıcı ikilisine vurgu yapmaktadır. İlgi ve motivasyonu artırmak için Ö2 ve Ö4 tarihçeye yer verirken, Ö3 gizem boyutuna göre hayranlık uyandıran matematiksel işlemlere ve Ö5 ise nesnecilik değerine göre matematiksel bilgiye veya çözüme ulaştıran en kısa yönteme başvurmaktadır.

Katılımcıların ilerleme değerinin alt boyutlarından matematiksel bilginin nasıl geliştiğine ilişkin tasarlanan sınıf uygulamalarında, kontrol değerini benimsediği gözlenmiştir. Bunun için genellemelere ulaşma veya kavramlar arasındaki ilişkiyi ortaya koyma gibi ilerleme değerinin göstergelerine yer verdiklerinde açıklamalar yaptıklarını veya yönlendirmelerde bulunduklarını söyleyebiliriz. Ders gözlemlerinde katılımcılardan Ö3 ve Ö4' ün tarihçeye yer verdiği tespit edilmiştir. Ö4 ders kitabında yer alan matematiksel sembollün tarihçesine ilişkin bilgiye yer vermiştir. Katılımcılardan Ö1 ve Ö3, ilerleme değerinin öğrencileri matematiksel ifadelere farklı ispatlar veya açıklamalar araştırmaya teşvik etme alt boyutuna en az yer veren öğretmenlerdir. Katılımcıların tümü öğrencilerin farklı ispatlarda bulunmak için hazırbulunuşluk seviyesini yetersiz bulurken, Ö5 öğrencilerin fikir, bağıntı veya formüller için farklı fikirlerin sorgulanması gerektiğini ifade etmektedir. Ayrıca katılımcıların derinleşme aşamasında ilerleme değerine yer vermemeleri dikkat çekmektedir.

Matematik eğitimine ilişkin değerler sosyolojik boyutta incelendiğinde, farklı kültürlerde yapılan araştırmaları (Bishop vd, 2005; Bishop, 2008a) destekler nitelikte olup, katılımcıların açıklık değerine ağırlıklı yer verdikleri tespit edilmiştir. Ancak katılımcılar

tarafından sınıf uygulamalarında açıklık ve gizem değer ikilisinin her ikisine de yeterli sıklıkta yer verilmediğini söyleyebiliriz. Ayrıca katılımcıların uygulamalarında her öğretim aşamasında da bu değerlere rastlanmaktadır. Dolayısı ile katılımcıların sosyolojik değer ikilisine sınıf uygulamalarında aynı sıklıkta yer vermeleri söz konusu değildir. Demokratik eğitimin ve matematiksel bilginin doğrulanabilir olması sonucunun getirisi olan açıklık değeri ve daima doğrulanmaya, ispatlanmaya veya keşfedilmeye ihtiyaç duyulan matematiksel bilginin gizemine öğretmenler tarafından gerekli vurgunun yapılmadığını söyleyebiliriz.

Açıklık değerinin öğrencilerin fikirlerini açık ve net ifade etmesi için fırsat tanıma alt boyutuna katılımcılardan en sık Ö2 ve Ö5'te rastlanmıştır. Diğer katılımcılar ise her öğrenciye olanak tanımanın mümkün olmadığını belirtirken, rasyonellik değerinin alt boyutlarında tartışma yerine öğrencilerin bireysel fikirlerini açıklamalarını tercih ettiklerini söyleyebiliriz. Bu alt boyut katılımcıların sınıf uygulamalarında soru cevap veya problem çözme tekniği sırasında ortaya çıkmaktadır. Bu süreçte sınıf uygulamalarında pekiştiriciler, ipuçları ve dönütler dikkat çekmektedir. Katılımcılardan Ö3 ve Ö5 ise hazır bulunuşluk seviyesini dikkate alarak öğrencilere ifade özgürlüğü tanıdıklarını belirtmektedir.

Katılımcıların tümü matematiksel ifadelerde aynı şartlardan yola çıkıldığında her zaman aynı bulguya veya sonuca ulaşıldığını göstermeye çabalamaktadır. Bu süreçte katılımcılar problem çözme tekniğine yer vererek ulaşılan genellemelerin, formüllerin her durumda geçerli olduğunu gözlemleyerek açıklık değerini benimsemektedirler. Görüşmelerden elde edilen bulgular ışığında katılımcıların, rasyonellik değerinin ispata yer verme alt boyutu yerine açıklık değerini tercih ettiklerini söyleyebiliriz. Katılımcılardan yalnızca Ö2 öğrencilerin fikirlerini çeliştirmeye ilişkin uygulamalara önem vermektedir.

Katılımcılar kendi aralarında kıyaslandığında ise sınıf uygulamalarında açıklık değerine en az yer veren Ö1 iken, Ö2 ve Ö5' in açıklık değerine önem verdiğini söyleyebiliriz. Ayrıca Ö2 ve Ö5' in açıklık değerine giriş aşamasında önem verdiği gözlenmiştir.

Matematiğe ilişkin değerler üzerine yapılan araştırmaların (Bishop, 2008b) aksine katılımcıların gizem değerine yeteri kadar önem vermediğini söyleyebiliriz. Katılımcılardan gizem değerine sınıf uygulamalarında en sık rastlanan öğretmenler Ö2 ve Ö5 olup, gizem değerini yansıtırken açıklık ve rasyonellik değerine de önem verdiklerini söyleyebiliriz. Ö2 ve Ö5 sınıf uygulamalarında matematiksel bulmacalara yer vermekte, ayrıca Ö2 beklenmedik sonuçlar yaşatarak öğrencilerde merak ve ilgi oluşturmaya

çabalamaktadır. Diğer katılımcıların gizem değerine ilişkin Krathwohl' un değer gelişim aşamalarından cevap verme aşamasında olduklarını söyleyebiliriz.

Sonuçlar katılımcıların rasyonellik değerini sınıf uygulamalarına yeterli sıklıkta yansıtamadıkları veya yansıtmadıklarını göstermektedir. Rasyonellik değerinin bazı göstergelerini benimsemedikleri, bazı göstergelerini ise çeşitli sebeplerden (öğretim programının yoğun olması, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesi vs) yansıtamadıkları belirlenmiştir. Katılımcıların özellikle 'tartışma veya müzakere etmeye çabalama' rasyonellik değer göstergesini uygulamaktan kaçındıkları, daha çok kontrol veya açıklık değerini tercih ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Kontrol değerinin getirisi olan problem çözme ve soru cevap teknikleri katılımcılar tarafından sıklıkla uygulanmaktadır. Ayrıca katılımcıların giriş ve açıklama öğretim aşamalarında öğrencilerin ifade özgürlüğünü kısıtladıkları, ancak problem çözme ve soru cevap tekniklerine yer verdiklerinde açıklık değerini uyguladıkları gözlenmiştir. Bu sonuç VIMT projesinin sonuçları (Bishop ve diğerleri, 2003) ile örtüşmektedir. Bu doğrultuda öğretmenlerin sınıf uygulamalarında daha çok ders kitaplarında yer alan sorular ile soru-cevap tekniğini kullandıkları ve öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine fırsat tanıdıklarını söyleyebiliriz.

Katılımcılar sınıf uygulamalarını tasarlamada ve değerleri bu uygulamalara yansıtmakta problemlerle karşılaşmaktadır. Bu problemlerin katılımcıların öğretim programını incelememiş olmalarından ve yapılan araştırmalarla da (Güven, 2013) ortaya konulduğu gibi kazanım okuryazarlığının istenilen seviyede olmamasından kaynaklandığını söyleyebiliriz. Halbuki kazanımların anlamlandırılması, değerlerin yansıtılmasında etkindir (Katılmış, Ekşi, Öztürk, 2011). Bu nedenle öğretmenlerin değer ve değer eğitimi için hem öğretim programını inceleme, hem de kazanım okuryazarlığına ilişkin eğitim alması gerektiğini söyleyebiliriz.

İnançlar ve değerlerin sınıf etkileşimi üzerinde çeşitli etkileri olduğu (Bishop vd, 1999) göz önüne alındığında, daha önceki araştırmaların sonuçları (Clarkson vd, 2000; FitzSimons vd, 2000; FitzSimons vd, 2001; Bishop, 2008e) ışığında ve yapılan ders gözlemleri sonucunda sınıf etkileşiminin sınıf uygulamalarına yansıyan değerleri etkilediğini söyleyebiliriz. Ayrıca öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesi, kazanıma ayrılan zaman dilimi, öğrenci potansiyeli ve öğrencilerin ihtiyaçları da sınıf etkileşimi kapsamında değerlendirilebilir.

Eğitim fakültesi mezunu olan Ö4, nesnecilik ve kontrol değerine önem verdiği, ancak rasyonellik, açıklık ve gizem değerlerine sınıf uygulamalarında gereğince rastlanmadığı tespit edilmiştir. Matematik bölümü mezunu olan Ö2 ise değer ikililerini sınıf uygulamalarına yansıtmaya çabalamaktadır. Buna karşın yine matematik bölümü mezunu olan Ö1 ise sınıf uygulamalarında rasyonellik, ilerleme ve gizem değerine nadiren yer vermektedir. Bu durum katılımcıların sahip olduğu matematiğe ilişkin değerlerin, araştırmalara paralel olarak (Durmuş vd, 2008; Demir vd, 2012) lisans eğitimlerinden kaynaklanabileceği ihtimalini zayıflatmaktadır. Bir disiplin olarak matematiğin doğasında var olan değerler, öğretmenlerin mevcut pedagojik dağarcığından seçimleri olarak elde edilmektedir (FitzSimons vd, 2001). Bu görüşe paralel olarak değerlerin ortaya çıkmasında, söz konusu olan fakültelerdeki pedagojik ve alan eğitimlerinin kıyaslanması daha güvenilir olacaktır. Bu sonuçlar bireysel farklılıkların sahip olunan değerleri etkilediği ihtimalini ortaya çıkarmaktadır.

Ayrıca yapılan görüşmelerde, araştırmalara (Seah vd, 2001) paralel olarak öğretmenlerin matematiğe ilişkin değerlerden haberdar olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum sınıf uygulamalarına değerlerin yansıtılmamasının, öğretmenlerin farkındalık eksikliğinden kaynaklanabileceği sonucunu doğrulamaktadır. Bu durum ise öğretmenlerin kontrolü dışında kabul edilebilir. Öğretmenlerin bazı değerleri veya alt boyutlarını sınıf uygulamalarına yansıtmamalarının başka bir sebebi ise öğretmenlerin taksonomiye göre değer verme aşamasında olması veya söz konusu değer henüz karakter haline getirilmemiş olmasından kaynaklandığını söyleyebiliriz. Katılımcıların gizem değeri için farkındalıklarının olmadığını ve rasyonellik değerinin tartışmaya yer verme alt boyutu için değer verme aşamasında olduklarını söyleyebiliriz.

5.1.2. Matematiğe İlişkin Değerlerin Sınıf Uygulamalarına ve Öğretim Aşamalarına Yansımalarına Dair Sonuçlar

Araştırmaya katılan öğretmenlerin sınıf uygulamalarında süreçten çok ürüne önem verdiği, öğrencileri problem çözmeye, fikirleri doğrulamaya ve matematiksel fikirlerin şeffaflığını keşfetmeye, kavramlar arasındaki ilişkiyi ortaya koymaya teşvik ettikleri gözlenmiştir. Ayrıca katılımcılar problem çözmede açık uçlu problemlerden çok alışılmış problemlere yer vermekte ve günlük hayatla ilişkili problem durumlarını tercih etmektedir. Wan Ali vd' nin (2007) araştırmasına paralel olarak katılımcıların uygulamalarında formüller ve

semboller kullanarak matematiksel problem çözümlerine vurgu yaptıkları tespit edilmiştir. Bu sınıf uygulamaları öğretmenlerin kontrol değerini kişilik haline getirdiğinin en belirgin kanıtlarıdır. Katılımcıların matematik öğretme ve öğrenme sürecinde somutlaştırmaya, içeriğin aktarılmasında veya problem çözümünde sadelik ve kısalık için daha fazla vurgu yaptıkları belirlenmiştir. Bu sonuç ise öğretmenler tarafından benimsenen nesnecilik değerinin uygulamaya yansımalarıdır.

Gözlem süresince öğretmenlerin genellikle plan yapmadıkları ve ders kitabını takip ettikleri belirlenmiştir. Katılımcılardan yalnızca Ö5' in ders planı hazırladığı tespit edilmiştir. Köğce ve Baki' nin (2012) araştırma sonucunda olduğu gibi katılımcıların sınıf uygulamalarında sıklıkla sözlü geribildirimde bulunduğu gözlenmiştir. Bu durumu öğretmenlerin sözlü geribildirimde kısa sürede daha fazla kişiye anında geri bildirim sunabilme imkanı sağladığına inandıkları şeklinde yorumlayabiliriz. Dikkat çekme ve güdüleme aşamaları için katılımcılar günlük hayatla ilişkili problem durumlarını tercih etmekte, üniversiteye giriş sınavı sorularına yer vermekte, beklenmedik sonuçlar yaşatacak sorular yöneltmektedir. Katılımcıların ön öğrenmeleri hatırlatmaları dikkat çekmektedir. Ancak öğretmenler çoğunlukla ön öğrenmeleri kendileri hatırlattığından öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesi hakkında fikir yürütülemediğini söyleyebiliriz. Dolayısıyla öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesi hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıkları için ders planlama ve değerlerin ortaya konulması sürecinde yetersizlikler meydana gelmektedir. Bunun sonucunda rasyonellik değerinin 'tartışmaya ve matematiksel ispatlamaya yer verme', nesnecilik değerinin 'semboller veya modeller kullanmaya teşvik etme', kontrol değerinin 'matematiğin günlük hayatta karşılaşılan problemlere uygulanabilir olduğunu açıklama' boyutları için sınıf uygulaması tasarlamaktan kaçındıklarını söyleyebiliriz.

Ö1, Ö4 ve Ö5 sınıf uygulamalarında problem çözme etkinliklerine, konu öğretiminden daha çok zaman ayırmıştır. Katılımcılar gözlem yapılan kazanımların pek çoğu için konu öğretimine, konuyu yazdırarak başlamışlardır. Genel olarak sunuş yolu stratejisi, anlatım yöntemi, soru-cevap yöntemini kullanmışlardır. Problem çözme yöntemini, kavram öğretimi basamağından daha sık kavram, ilke ve kuralların uygulanması basamağında kullanmışlardır. Katılımcılar problemleri genellikle dikte ettirerek yazdırmış ve matematiksel semboller içeren kısımlarını tahtaya yazmışlardır. Bu uygulamalar her öğretim aşamasında yansımaları olan kontrol değerinin sonuçları olarak kabul edilebilir. Ancak Ö2 ve Ö5' in öğrencilerden gelen dönütler doğrultusunda problem durumları

tasarladıkları, Ö3 ise öğrencilerin problem durumu tasarımlarına zaman zaman müsaade ettiği gözlenmiştir.

Katılımcılar problemi çözmeye uğraşırken, ön koşul öğrenmeleri sınıfa sormuş ya da kendileri hatırlatmıştır. Problemi açıklamış, problemin hangi konuyla alakalı olduğunu belirtmiş ve çözümü sezdirici ipuçları kullanmışlardır. Sıra aralarında dolaşarak, öğrencilerin defterlerindeki çözümlerini kontrol edip düzeltmeler yapmış ve öğrencilerin sorularını cevaplamışlardır.

Derslerde sadece yazı tahtası ve kaynak kitaplar kullanmışlardır. Bilgisayar ya da başka bir araç-gereç kullanmamışlardır. Yalnızca Ö3' ün irrasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde belirtmek amacıyla tasarladığı derste cetvel ve gönye kullandığı gözlenmiştir.

Giriş etkinliklerinde katılımcılardan rasyonellik değerine en sık rastlanan Ö2 olup, Ö4 ise rasyonellik değerine yer vermemektedir. Rasyonellik değerinin ise en sık 'öğrencilerin akıl yürütmesi ve fikir ileri sürmesi için uygulamalar tasarlama' alt boyutuna ön öğrenmelerle ilişki kurma adımıyla rastlanmaktadır. Ö1, Ö4 ve Ö5' in hazırbulunuşluk seviyesini belirlemek için rasyonellik değerine yer vermemesi, öğretmenlerin öğrencilerin fikir ve yorumlarını alma ve sonuçları sorgulayarak dersi tasarlamada yetersiz olduklarını göstermektedir. Giriş aşamasında nesnecilik değerini yansıtmayan tek katılımcı Ö1 olup, ön öğrenmelerle ilişki kurma katılımcılar tarafından nesnecilik değerinin tercih edildiği adımdır. Giriş aşamasının diğer uygulamalarında nesnecilik değerine rastlanmadığını söyleyebiliriz. Derse güdüleme aşamasında kontrol değerine rastlanmazken, hazırbulunuşluğu belirleme aşamasında yalnızca Ö5, ön öğrenmelerle ilişki kurma aşamasında ise yalnızca Ö1 sınıf uygulamalarında kontrol değerini yansıtmaktadır. Ö3 ise giriş etkinliklerinde kontrol değerini benimsememektedir. Ayrıca derse güdüleme aşamasında ilerleme değerine yer verilmemesi de önemli bir diğer sonuçtur. Halbuki öğrencilerin ilgi ve motivasyonunu artırmak için önemli etkileri olan duygusal boyutta değer ikilisi olan kontrol ve ilerleme değerinin, giriş etkinliklerinde daha sık yansıtılması yararlı olacaktır. Açıklık değeri giriş aşamasında sınıf uygulamalarına yalnızca Ö3 ve Ö5 tarafından hazırbulunuşluğu belirlemek için 'öğrencilere fikirlerini ifade etme için ortam tasarlama' alt boyutu yansıtılmaktadır. Bu aşamada gizem değerine yalnızca Ö2 ve Ö5 yer vermektedir ve uygulamalarına sadece 'hayranlık ve merak uyandırma' alt boyutunu yansıtmaktadırlar. Öğretmenlerin hazırbulunuşluk seviyesini tespit etmede yetersiz olduklarını ve matematiğin ilgi dikkat çekişi gizemine yer vermediklerini söyleyebiliriz.

Keşfetme aşamasında katılımcıların rasyonellik değerinin ‘öğrencileri sorgulamaya cesaret verme’ ve ‘öğrencileri tecrübe yoluyla elde edilen verileri yorumlatmaya çabalama’ değer göstergelerini daha sık yansıttıkları tespit edilmiştir. Bu durum keşfetme aşamasında öğretmenlerin, öğrencilerin inceleme ve araştırma yapabilecekleri etkinlikler tasarlaması gerekliliğinden kaynaklanabilir. Bu aşamada gizem değerinin katılımcılardan yalnızca Ö2 ‘hayranlık ve merak uyandırma’ ve Ö4 ‘beklenmedik bulgular yaşatma’ alt boyutlarını uygulamalarına yansıtmaktadır. Öğretmenler bu aşamada benimsememiş olmasına karşın, gizem değerinin ‘beklenmedik bulgular yaşatma’ değer göstergesi uygulamaya yansıtılarak, öğrencileri düşünmeye, araştırmaya ve incelemeye sevk edilmesi yararlı görülmektedir.

Açıklama aşamasında Ö3 rasyonellik değerine yer vermezken, katılımcıların bu aşamada ‘sebe-sonuç ilişkisini keşfettirme’ alt boyutuna önem verdiği gözlenmiştir. Nesnecilik, kontrol, ilerleme ve gizem değerinin katılımcılar tarafından sınıf uygulamalara en sık yansıtıldığı öğretim aşamasıdır. Bu sebeple öğretmenlerin kişilik haline getirdiği değer tercihlerini belirlemek için en uygun öğretim aşamasının açıklama olduğunu söyleyebiliriz. Ancak gözlemlerde öğretmenlerin matematiğe ilişkin değerleri öğrencilerin de taksonomiye göre kişilik haline getirmesi için fırsat tanımadıkları belirlenmiştir. Bu süreç öğrencilerin matematiğin doğasına, matematik öğrenme ve öğretmeye ilişkin sahip olunan değerlerini ve dolayısı ile inançlarını olumsuz etkilemektedir.

Derinleşme aşamasında Ö1 rasyonellik değerine yer vermezken, Ö3 ve Ö4 ise yalnızca ‘çelişki teşkil eden hipotezlere yer verme’ alt boyutunu uygulamalarına yansıtmaktadır. Bu sonuç öğrencilerin genellemelere ulaşması gereken uygulamalarda söz konusudur. Kontrol değerinin yalnızca ‘matematikselsel fikirlerin nasıl açıklanacağına ilişkin gösteride bulunma’ alt boyutuna yer verilmektedir. Açıklık ve gizem değerine yer verilmemektedir. Kontrol ve açıklık değerine ilişkin elde edilen sonuç, öğretmenlerin öğrencilerin ön öğrenmelerden hareketle yeni bilgiye ulaşması için hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olduğu inancından kaynaklanmaktadır. Böylece öğretmenler öğrencilere fikirlerini ifade etmeleri için ortam tasarlamak yerine, matematikselsel ifadenin nasıl açıklanacağına ilişkin gösteride bulunmaktadır. Ayrıca bu öğretim aşamasında katılımcılar tarafından ilerleme değerinin hiçbir alt boyutuna yer verilmemiştir. Bu sonuca dayanarak öğretmenlerin derinleşme öğretim aşamasında yetersiz olduklarını söyleyebiliriz. Halbuki ilerleme değerinin göstergeleri matematikselsel ifadenin diğer matematikselsel sonuçlarla ilişkisinin kurulması,

ulaşılan sonuca ilişkin genellemelerin yapılması, özel durumların incelenmesi bu aşamada gerçekleşmesi uygundur.

Değerlendirme aşamasının amacına hizmet ettiği için rasyonellik değerini katılımcıların sınıf uygulamalarına en sık yansıttıkları ğretim aşamasıdır. Ayrıca ‘rne ilişkin becerilerin geliştirilmesi’ alt boyutunun benimsenmesinden kaynaklı olarak kontrol değerinin de sıklıkla yer aldığı ğretim aşamalarındandır. Bu aşmada açıklık değerinin ise yalnızca ‘ğrencilerin fikirlerini ifade etmesi’ alt boyutuna yer verilmektedir. Bu aşamada gizem değerini uygulamalarına yansıtan 3 ‘beklenmedik bulgular yaşatma’ ve 5 ‘matematiksel bilmecelere yer verme’ alt boyutuna yer vermektedir. Sonuçlar göz önüne alındığında öğretmenlerin değerlendirmede çeşitliliğe ihtiyaç duyduklarını söyleyebiliriz.

5.2. neriler

Araştırmanın sonuçları incelendiğinde matematik öğretmenlerine, ğretim programı tasarlayan uzmanlara, ğretmen eğitimcilerine ve araştırmacılara çeşitli öneriler sunulmuştur.

Katılımcıların sınıf uygulamalarında ideolojik, duygusal ve sosyolojik boyutta değer ikililerine ve değerlerin alt boyutlarına aynı sıklıkta yer vermedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca grşmelerde katılımcıların matematiğe ilişkin değerlerden haberdar olmadıkları ve ğretim programını incelemedikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bunun için öğretmenlerin ğretim programını incelemeleri ve matematiğe ilişkin değer boyutları ve değerlerden haberdar edilmeleri gerekmektedir. Bu doğrultuda etkili matematik eğitimi sağlamak ve öğrencilerin matematik öğrenimine ilişkin olumlu görüşlerini geliştirmek için hazırlanan hizmet içi eğitimler ile öğretmenlerin kendilerini değerler ve değerlerin sınıf uygulamalarına yansıtılması konusunda geliştirmeleri yararlı olacaktır. Bu süreçte öğretmenlerin matematiğe ilişkin değerleri kişilik haline getirme aşamasında kazanmaları ve sahip oldukları değerleri geliştirmelerine ihtiyaç vardır. ğretmenlerde matematiğe ilişkin değer boyutlarının neden kişilik haline getirilmediği, ğretmen adaylarının sahip olduğu değerlerin neler olduğu ve bu değerlerden benimsenmeyen değerlerin ğretmen adaylarına nasıl kazandırılabilieceği araştırılabilir.

Öğretmenler, ğretim ortamlarında sık sık karar verme durumunda kalmaktadır. Bu nedenle karar verme, ğretim sürecinin en temel noktalarından birisidir ve öğretmenlerin

nasıl karar verdiklerine yönelik ne kadar fazla bilgi sahibi olunursa o kadar fazla öğretmenlerin, öğretimlerini nasıl gerçekleştireceklerine dair bir öngörü yapılabilir (Bishop, 2008). Öğretmenlerin kararlarını da, bir dereceye kadar değerleri etkilemektedir (Bishop, Clarkson, FitzSimons ve Seah, 2001). Bu nedenle öğretmenlerin sahip oldukları öğretimlerine yönelik değer tercihlerini bilmeleri yararlı olacaktır.

Rasyonellik değerinin önemli göstergelerinden öğrencileri sorgulamaya, müzakere etmeye veya tartışma teşvik etme boyutunun katılımcılar tarafından sınıf uygulamalarına genellikle yansıtılmadığı tespit edilmiştir. Araştırmanın sonuçlarından yola çıkıldığında katılımcıların öğrencileri eleştirel düşünmeye, sorgulamaya ve tümevarım yaklaşımı benimsetmeye teşvik eden tartışma ortamı tasarlamada kendilerini geliştirmeleri gerektiği ve öğrenciler arasında çelişki ve tezat teşkil eden hipotezler ortaya atmanın amaç ve önemine ilişkin öğretmenlere eğitim verilmesi gerektiğini söyleyebiliriz.

İlerleme değeri vasıtasıyla öğretmenlerimizde öğretim programının amacının sadece yeni bilgiler öğretilmesi olmadığını, aynı zamanda daha önce öğretilen bilgiye yönelik öğrencilerin fikirlerini veya anlayışlarını da derinleştirmeyi amaçladığı düşüncesinin oluşturulması sağlanabilir. Katılımcılarda bu görüşün edinilmediği gözlemlendiği için öğretmenlerde bu düşüncenin nasıl oluşturulabileceğinin araştırılması yararlı olacaktır. Bununla birlikte soyut ve gizemli görünen matematiksel bilgiyi daha eğlenceli bir bilim haline getiren gizem değerinin katılımcılar tarafından benimsenmediğini söyleyebiliriz. Gizem değerinin öğretmen ve öğretmen adaylarının sahip olması ve farkındalığının sağlanması için neler yapılabileceği araştırılabilir.

Sınıf gözlemlerinde elde edilen sonuçlara göre etkili bir matematik eğitimi için öğretmenlere, yıllık plan oluşturma, ders kitabı ve elektronik yardımcı kaynak seçimi, ders planlama, değerlendirme ve ev ödevi, öğrencileri gruplandırma gibi başlıkları içeren hizmet içi faaliyetlerin oluşturulması önerilebilir. Benzer etkinlikler aracılığı ile öğretmenlerin hem sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerlerin farkındalığının artacağı, hem de bu değerleri kontrol edebilme yetilerinin artacağı düşünülmektedir.

Katılımcıların bazı değerler veya alt boyutları için taksonomide kişilik haline getirme aşamasında olmadığını söyleyebiliriz. Bu nedenle söz konusu göstergeleri benimsemelerine karşılık sınıf uygulamalarına yansıtmadıkları gözlenmiştir. Bu durum için katılımcılar öğretim programının yoğunluğu, üniversiteye giriş sınavı, öğrencilerin hazırbulunuşluk seviyesinin yetersiz olması, öğrencilerdeki dikkat eksikliği gibi sebepler

ileri sürmüşlerdir. Öğretmenler tarafından benimsenen ve uygulanan değerlerin farklılığının nedenlerinin de araştırılması değerlerin uygulamalara yansıtılmasında ve öğretiminde yararlı olacaktır.

Mevcut hizmet içi görev yapmakta olan öğretmenlerden elde edilen sonuçlar incelendiğinde, öğretmenlerin matematiği öğretme ve öğrenmeye ilişkin görüşlerinin sahip olunan değerlerden etkilendiğini söyleyebiliriz. Leu ve Wu (2005) araştırmalarının sonucunda hizmet içinde yer alan öğretmenlerin öğretmeye ilişkin inanç, değer ve uygulamalarını değiştirmenin zor olduğunu ifade etmektedir. Bu değişim, ilgili pedagojik alan bilgisi ile desteklenmesiyle mümkündür. Ancak bu bilgideki değişimin gerçekleşebilmesi için öncelikle değer ve buna bağlı olarak inancın değişmesi gerekmektedir. Bu nedenle matematiği öğretme ve öğrenmeye ilişkin değerlerin şekillendiği eğitim kurumlarında, öğretmen adaylarının öğretim programında benimsenen değerler ve boyutlarından haberdar edilmeleri gerektiği söylenebilir. Etkili matematik eğitiminden beklenen pek çok etkinliği barındıran değer ikililerinin alt boyutlarına ve bunların sınıf uygulamalarına yansımalarına ilişkin öğretmen adaylarının eğitimine önem verilmesinin faydalı olacağına inanılmaktadır. Bu doğrultuda matematik öğretmeni yetiştiren kurumların matematiğe ilişkin değerler ve bunların sınıf uygulamalarına yansımaları ile ilgili bir seri etkinlikler ve çalışmalar düzenlemesinin yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının özel bir matematik içeriğine ilişkin (modüler aritmetik, rasyonel sayılar vb.) öğrenme ortamları tasarlarken değerler ile ilişkili etkinlikleri geliştirme ve uygulamaları için fırsatlar oluşturulabilir.

Öğretmen adayları ile yapılan araştırmada değer tercihlerinin, kendine güven ve matematiği öğretmeye ilişkin tutumları kapsayan matematiği öğretme kaygısı ile ilişkili olduğu tespit edilmiştir (Yazıcı vd, 2011). Bunun için matematik eğitimcileri öğretmen adaylarına örnek teşkil etmesi için model dersler sunabilir, uygun sınıf aktiviteleri tasarlayıp öğretmen adaylarına tecrübe ettirebilir veya öğretmen adaylarından değer ikililerini sınıf uygulamalarına yansıtacakları bir ders planı tasarlayıp, bu plan doğrultusunda bir dersi yürütmeleri istenebilir.

Okul matematiği kültürden bağımsız olmadığından, sahip olunan ve sınıf uygulamalarına yansıtılan değerler de kültürel farklılıklar arz etmektedir (Seah ve Bishop, 2002a). Bunun için çeşitli programlarla ülkemizde eğitim almakta olan farklı kültürden öğretmen adayları ile kültürümüzde eğitimini tamamlayan öğretmen adaylarının matematiğin öğrenilmesi-

öğretilmesi ve matematiğin doğasına ilişkin sahip oldukları değerlerdeki farklılıklar ve benzerlikler araştırılabilir.

Kullanılan ders kitaplarının konuları ele alış biçimi sınıf ortamına yansıtılan matematiğe ilişkin değerler ile doğrudan ilişkilidir (Bishop, 1998). Ders kitaplarının sahip olduğu değerlerin neler olduğu daha önce araştırılmıştır (Dede, 2006a; Dede, 2006c). Bu araştırmalar yinelenebilir ve bu değerlerin sınıf uygulamalarına ne kadar ve nasıl yansıtıldığı araştırılabilir. Katılımcıların sahip olduğu ve sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerler içerikten bağımsız düşünülemeyeceği için (FitzSimons ve diğerleri, 2000) araştırmamız modüler aritmetik, rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları üzerine yapılmıştır. Bunun için farklı içeriklerde de öğretmenlerin sahip olduğu değerler araştırılabilir. Ayrıca araştırmanın bulguları 2012-2013 öğretim yılında yürürlükte olan öğretim programı üzerinden hazırlanan görüşme soruları ve söz konusu içeriklerin kazanımlarına ayrılan süre zarfında gözlem yapılarak elde edilmiştir. Bunun için araştırma 2013-2014 öğretim yılında uygulanan öğretim programı için aynı veya farklı içeriklerde tekrarlanabilir.

Öğretmenlerin sınıf uygulamalarına yansıttıkları değerlerin, sınıf etkileşiminden kaynaklandığı sonucuna dayanarak; bir öğretmenin sahip olduğu değerleri ortaya çıkarmak için öğretmenin aynı sınıf düzeyinde, farklı şubelerde, aynı içerikler için tasarlanan dersleri gözlemlenerek bir durum çalışması veya eylem araştırması yapılabilir.

Araştırmanın katılımcılarını orta öğretim 9. sınıf matematik öğretmenleri oluşturmaktadır. Sahip olunan değerlerin sınıf uygulamalarına yansıtılmasına etki eden değişkenlerden birinin içerik olduğu ve görüşmede katılımcılardan elde edilen bulgular göz önüne alınırsa araştırma 10, 11, 12. sınıf ya da ilköğretim düzeyinde tekrarlanabilir ve araştırma sonuçları ile yapılacak yeni çalışmalardan elde edilecek sonuçlar mukayese edilebilir. Böylece kademe farkına göre öğretmenlerin sahip olduğu değerlerdeki benzerlikler ve farklılıklar araştırılabilir.

Sınıf etkileşimi, öğrenci profili, okulun türü gibi öğretmenlerin değerlerini etkileyen değişkenler göz önüne alındığında ve araştırma sürecinde katılımcılarla yapılan görüşmelerden elde edilen bulgular ışığında, farklı okul türlerinde öğretmenlerin uygulamalarına yansıyan değerler de farklılık arz etmektedir. Araştırma farklı okul türlerinde (Anadolu liseleri, meslek liseleri vs) görev yapmakta olan öğretmenler için tekrarlanıp sonuçlar karşılaştırılabilir.

Öğretmenlerin sahip olduğu veya eğitim ortamlarında uyguladığı öğrencilerin gelişimini etkileyen eğitime ilişkin değerlerin neler olduğu ve bu değerlerin eğitim ortamlarına nasıl yansıtılması gerektiğine ilişkin araştırmalar yapılabilir. Ayrıca öğretmenlerin matematiğin nasıl öğrenilmesi ve öğretilmesi gerektiğine dair inançlarını ortaya koyan matematik eğitime ilişkin değerlerin de öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından ne kadar benimsendiğinin ve bu değerlerin öğretmenlere veya öğretmen adaylarına nasıl edindirilebileceğinin araştırılması etkili matematik eğitiminin geliştirilmesi için yararlı olacaktır.

KAYNAKLAR

- Akbaba-Altun, S. (2003). Eğitim yönetimi ve değerler. *Değerler Eğitimi Dergisi*, 1, 7-18.
- American Mathematical Society Blogs (2011). <http://blogs.ams.org/mathgradblog>. 3 Mart 2014.
- Aslan, O. (2009). *Fen Ve Teknoloji Öğretmenlerinin Bilimin Doğası Hakkındaki Görüşleri Ve Bu Görüşlerin Sınıf Uygulamalarına Yansımaları*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Aral, D. (2008). *Milli Eğitim Bakanlığı'nın Hazırladığı 6. Sınıf Türkçe Ders Kitabında Yer Alan Değerler Üzerine Bir Araştırma*. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramların Künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Aspin, D. (1999). The nature of values and their place in schemes of values education. *Educational Philosophy and Theory*, 31, 123-143.
- Atay, D. Y. (2003). *Öğretmen Eğitiminin Değişen Yüzü*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Atweh, B., Seah, W. T. (2007, November). *Theorising Values and Study in Mathematics Education*, in Jeffery Peter L. (ed.), AARE Conference. Fremantle, Western Australia: Association for Research in Education .
- Aydın, M. (2011). Değerler, İşlevleri ve Ahlak. *Eğitim-Bir-Sen, Eğitime Bakış*. 7(19), 39-45.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (Üçüncü Baskı). Trabzon: Derya Kitabevi.

- Ball, D. L. (1988). *Knowledge And Reasoning In Mathematical Pedagogy: Examining What Prospective Teachers Bring To Teacher Education*. Doktora Tezi, Michigan State Üniversitesi.
- Ball, D. L. (1990). With An Eye On The Mathematical Horizon: Dilemmas Of Teaching Elementary School Mathematics. The Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston.
- Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Billett, S. (1998). Transfer and social practice. *Australian & New Zealand Journal of Vocational Education Research*, 6(1), 1-25.
- Bills, L. & Husbands, C. (2005a, March). Values education in the mathematics classroom: Subject values, educational values an done teacher' s articulation of her practice. *Cambridge Journal of Education*, 35(1). 7-18.
- Bills, L., & Husbands, C.(2005b) Values In Mathematics Teaching: How Mathematical?. Working Group 12 From a study of teaching practices to issues in teacher education (CERME 4), 1440.
- Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Bishop, A. J. (1991a). The values of mathematical culture. *Mathematical Enculturation: A culturel perspective on mathematics education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (1991b). Mathematical values in the teaching process. A. Bishop, et al, *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*. Netherlands: Kluwer.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (1997). The relationship between mathematics education and culture. Iranian Mathematics Education Conference, Kermanshah, Iran.

- Bishop, A. J. (1998). *Cultural conflicts and social change: conceptualising the possibilities and limitations of mathematics education*. In P. Gates & T. Cotton (Ed.), *Proceedings of the First International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 12-16). Nottingham: Centre for the Study of Mathematics Education University of Nottingham.
- Bishop, A. J. (2002a). *Research, policy and practice: The case of values*. *Proceedings of the Third International MES Conference*. Copenhagen: Centre for Research in Learning Mathematics, 1-7.
- Bishop, A. (2002). What values do you teach when you teach mathematics. *Issues in mathematics teaching*, 93-104. <http://books.google.com> adresinden 12 Mart 2014 tarihinde okunmuştur.
- Bishop, A. J. (2008a). Values in Mathematics and Science Education: similarities and differences. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5 (1), 47-58.
- Bishop, A. J. (2008b). Teachers' Mathematical Values for Developing Mathematical Thinking in Classrooms: Theory, Research and Policy. *The Mathematics Educator*, 11(1/2), 79-88.
- Bishop, A. J. (2008c). Teacher Decision Making. *Critical Issues in Mathematics Education* (Edt. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.
- Bishop, A. J. (2008d). Spatial Abilities and Mathematics Education- A Review. *Critical Issues in Mathematics Education* (Edt. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.
- Bishop, A. J. (2008e). Research, Effectiveness, and the Practitioners' World. *Critical Issues in Mathematics Education* (Edt. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.
- Bishop, A. J. (2008f). Mathematics Teaching and Values Education- An Intersection in Need of Research. *Critical Issues in Mathematics Education* (Edt. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.
- Bishop, A. J., & Clarkson, P. (1998). What values do you think you are teaching when you teach mathematics? In J. Gough & J. Mousley (Eds.), *Mathematics: Exploring all angles* (pp.30-38). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Bishop, A. J., FitzSimons, G., Seah, W. T. & Clarkson, P. (1999, November). *Values in mathematics education: Making values teaching explicit in the mathematics classroom*. Paper presented at the combined Annual Meeting of the Australian

Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education. Melbourne, Australia.

Bishop, A. J. (2004, July). *Critical issues in researching culturel aspects of mathematics education*. Paper presented in Discussion Group 2 at the 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen, Denmark, 4-11.

Bishop, A. J., Clarkson, P., FitzSimons, G. & Seah, W. T. (2000). Why study values in mathematics teaching: Contextualising the VAMP project. www.education.monash.edu.au/project/vamp/ adresinden, Kasım 2012 tarihinde alınmıştır.

Bishop, A.J.L., FitzSimons, G.E., Seah, W.T., Clarkson, P.C. (2001). *Do teachers implement their intended values in mathematics classrooms?*. Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Freudenthal Institute, Utrecht Netherland.

Bishop, A. J., Seah, W. T., Chin, C. (2003). Values in mathematics teaching the hidden persuaders?. A. J. Bishop, F. Leung, J. Kilpatric, K. Clements (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 717-766). Kluwer Academic Publisher.

Bishop, A. J., Clarke, B., Corrigan, D., Gunstone, D. (2005). *Teachers' preferences and practices regarding values in teaching mathematics and science*. Building Connections: Theory, Research and Practice: Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.

Bogdan, R. C., Biklen, S. K. (1998). *Qualitative Research For Education an Introduction to Theory and Methods*. (Third Edition). USA: Allyn&Bacon.

Bolay, S. H. (2007). Değerlerimiz ve Günlük Hayat. *Değerler Eğitimi Dergisi*, 1(1), 12-13.

Borko, H., Roberts, S. A. & Shavelson, R. (2008). Teachers' Decision Making: from Alan Bishop to Today. *Critical Issues in Mathematics Education* (Edt. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.

Brown, R. (2001). Educational values and summative assessment a view across three Educational systems. *Paper presented at the Annual Conference of the Australian Association for Research in Education*, Fremantle, Australia.

- Bulut, S. ve Baydar, S. C. (2003). Prespective Mathematics Teachers' Beliefs About The Teaching of Mathematics. *Education and Scince*, 28(128), 58-64.
- Bütün, M. (2005). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Alan Eğitimi Bilgilerinin Nitelikleri Üzerine Bir Çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bütün, M. (2011). Matematik Öğretmenlerinin Alan Eğitimi Bilgi Yapılarının İncelenmesinde Senaryo Tipi Mülakat Sorularının Kullanımı. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16, 105-115.
- Büyükkaragöz, S. S. (1997). *Program Geliştirme: kaynak metinler* (İkinci Baskı). Konya: Öz Eğitim Yayınları.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel; F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Cao, Z., Seah, W. T., & Bishop, A. J. (2006). A comparison of mathematical values conveyed in mathematics textbooks in China and Australia. In *Mathematics Education in Different Cultural Traditions-A Comparative Study of East Asia and the West* (pp. 483-493). Springer US.
- Chin, C., Leu, Y.C., and Lin, F.L., 2001, Pedagogical Values, Mathematics Teaching and Teacher Education: A Case Study of Two Experienced Teachers, in: *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, F.L. Lin and T.J. Cooney, eds., Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 247–269.
- Chin, C., & Lin, F. L. (2000a). Values and values statement emerged in students' preferences on test items: A Case Study from Mathematical Induction. In W. S. Horng, & F. L. Lin (Eds.), *Proceedings of the HPM 2000 Conference*. Taipei: National Taiwan Normal University.
- Chin, C., & Lin, F. L. (2000b). A case study of a mathematics teacher' s pedagogical values: use of a methodological framework of interpretation and reflection. *Mathematics, Science, and Technology Education*, 10(2), 90-101.
- Chin, C. & Lin, F. L., (2001a). Value-loaded activities in mathematics classroom. In: M. v. d. Heuvel-Panhuizen, *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, Freudenthal Institute, Utrecht, The Netherlands sf. 249-256.

- Chin, C., Y. C., & Lin, F.L. (2001b). Pedagogical values, mathematics teaching, and teacher education: Case studies of two experienced teachers. In F.-L. Lin & T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 247-269). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Chronaki, A. & Christiansen, I. M. (2005). *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication*. USA: Information Age Publishing. books.google.com.tr adresinden alınmıştır.
- Clarkson, P., Bishop, A. J., FitzSimons, G., Seah, W. T. (2000). Challenges and constraints in researching values. In J. Bana & A. Chapman (eds.), *Mathematics education beyond 2000: Proceedings of the twenty-third annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated held at Fremantle, Western Australia, 5-9 July, 2000*. Vol. 1, pp. 188-195. Perth, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia Incorporated.
- Clarkson, P., FitzSimons, G., Bishop, A. J. & Seah, W. T. (2000, December). *Methodology challenges and constraints in the values and mathematics project*. Paper Presented at the Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education, Sydney, Australia, 4-7.
- Coşkun, O. (2009). *Modüler Aritmetik Kavramı İle İlgili Öğrenme Güçlüklerinin Belirlenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Creswell, J. W. (2002). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (Second Edition). USA: Sage Publication.
- Çetin, Ö. (2009). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Ders İçi Etkinlik Ve Davranışlarının Betimlenmesi Üzerine Nitel Bir Çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.
- Çevikbaş, M. (2013). *Yanlış Verilen Dönüt Türlerinin Öğrenci Özgüvenleri Üzerindeki Etkilerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çiçek Akkuzu, Z. (2006). *Genel Lise Matematik Derslerindeki Öğrenme Ve Öğretme Süreçlerinin Betimlenmesi Üzerine Nitel Bir Çalışma*. Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- David, M. M. ve Lopes, M. P. (2005). Students-Teacher Interactions and the Dvelopment of Students' Mathematical Thinking. *Researching Mathematics Classrooms: A Critical Examination of Methodology*, Edt: Goodchild, S. ve English L. USA: Information Age publishing.
- Dede, Y. (January, 2006a). Mathematical values conveyed by high school mathematics textbooks. *Educational Science: Theory & Practice*, 6(1), 118-132.
- Dede, Y. (2006b). Mathematics Educational values of college students' towards function concept. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 2(1), 82-102.
- Dede, Y. (2006c). Values in Turkish middle school mathematics textbooks. *Quality & quality*, 40(3), 331-359.
- Dede, Y. (2006d). *Öğrencilerin Matematiğe Yönelik Duyuşsal Özelliklerinin Belirlenmesi*. VII. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Ankara.
- Dede, Y. (2007). Matematik öğretiminde değerlerin yeri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(1), 12-25.
- Dede, Y. (November, 2009). Turkish preservice mathematics teachers' mathematical values: positivist and constrictivist values. *Scientific Research and Essay*, 4(11), 1229-1235.
- Dede, Y. (2011). Mathematics Education Values Questionnaire for Turkish Preservice Mathematics Teachers: Design, Validation, and Results. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(3), 603-626.
- Dede, Y. (2013a). Türk ve Alman Matematik Öğretmenlerinin Grup Çalışmalarındaki Karar Verme Süreçlerinin Altındaki Değerlerin İncelenmesi. *Kuram ve Uygulama Eğitim Bilimleri*, 13(1), 671-706.
- Dede, Y. (2013b). Comparing Primary And Secondary Mathematics Teachers' Preferences Regarding Values About Mathematics Teaching In Turkey And Germany. *International Journal of Science and Mathematics Education*.
- Dede, Y. (2014). A Comparison of Turkish and German Mathematics Teachers' Values: A Gender Perspective. *Education and Science*, 39(171), 180-198.

- Demir, O., Somuncu Demir, N., Durmuş, S. (2012). *Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin sahip oldukları matematik ve matematik eğitimi değerlerinin bazı demografik değişkenler açısından incelenmesi*. X. Ulusal Fen Bilimler ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde.
- Dilmaç, B. (1999). *İlköğretim Öğrencilerine İnsani Değerler Eğitimi Verilmesi ve Ahlaki Olgunluk Ölçeği İle Eğitimin Sınanması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Dilmaç, B. (2007). *Bir Grup Fen Lisesi Öğrencisine Verilen İnsani Değerler Eğitiminin İnsani Değerler Ölçeği İle Sınanması*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Konya.
- Doruk, B. K. (2012). Değer eğitimi için kullanışlı bir araç olarak matematiksel modelleme etkinlikleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(2).
- Durmuş, S., Bıçak, B. (2006). *A scale for mathematics and mathematical values of preservice teachers*. Paper Presented at the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics, July, Istanbul, Turkey.
- Durmuş, S., Bıçak, B., Çakır, S. (2008). Fen ve teknoloji, matematik ve sınıf öğretmenlerinin sahip oldukları matematik ve matematik eğitimi değerlerinin farklı değişkenler açısından incelenmesi. *Değerler Eğitimi Dergisi*, 6(16), 93-112.
- Ernest, P. (1989). The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model, *Journal of the Education for Teaching*, 15(1), 13-33.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*, London: Falmer.
- Ernest, P. (2008). Epistemology plus values equals classroom image of mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, No: 23.
- Ernest, P. (2009). Values and the social responsibility of mathematics. *Critical issues in mathematics education* (Edi. Clarkson, P., Presmeg, N.), Springer.
- Ernest, P. (2011). *The Psychology of Learning Mathematics: The Cognitive, affective and Contextual Domains of Mathematics Education*. USA: LAP LAMBERT Academic Publishing.
- FitzSimons, G., Seah, W., Bishop, A.J. & Clarkson, P. (2000). Conceptions of values and mathematics education held by Australian primary teachers: Preliminary findings

from VAMP. *Proceedings of the History and Pedagogy of Mathematics Conference*, National Taiwan Normal University, Taipei. <http://www.education.monash.edu.au/projects/vamp/hpm2000c.pdf> adresinden, Kasım 2012 tarihinde alınmıştır.

FitzSimons, G., Seah, W. (2001, Haziran). Beyond Numeracy: Values in the Mathematics Classroom. 24th Annual MERGA Conference, Sydney. (ERIC Document Reproduction Service)

FitzSimons, G., Bishop, A. J., Seah, W. T., Clarkson, P. (2001). *Values portrayed by mathematics teachers*. In: Vale C, Horwood J, Roumeliotis J (eds). A mathematical odyssey. Melbourne, Australia: The Mathematical Association of Victoria. Sf. 403-410.

Glesne, C. (2011). *Becoming qualitative researchers*. (Çeviren, A. Ersoy ve P. Yalçınmoğlu).(4th Edition). Ankara: Anı Yayıncılık.

Gunstone, D., Bishop, A., Corrigan, D., Clarke, B. (2007). Values in mathematics and science education. www.educationmonash.edu.au/research/groups/smte/projects/vamp/ adresinden, Ekim 2012 tarihinde alınmıştır.

Gudmundsdottir, S. (1991). Values in Pedagogical Content Knowledge. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 44-52.

Güler, G. & Dikici, R. (2012). Ortaöğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel İspat Hakkındaki Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(2), 571-590.

Güngör, E. (1998). *Değerler Psikolojisi Üzerine Araştırmalar*. İstanbul: Ötüken Yayınevi.

Güven, N. D. (2013). *Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kazanım Okuryazarlığı*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Hacısalıhoğlu, H., Hacıyev, A., Kalantarov, V., Sabuncuoğlu, A., Brown, L., İbikli, E., ve Brown, S., 2000. *Matematik Terimleri Sözlüğü*. Türk Dil Kurumu Yayınları:739, Ankara.

Handal, B. (2003). Teachers' Mathematical Beliefs: A Review. *The Mathematics Educator*, 13(2), 47-57.

- Harmin, M. & Simon, S. B. (1967). Values and Teaching: a Humane Process. *Educational Leadership*, 24(6), 517-525.
- Halstead, J., Taylor, M. (2000). Learning and teaching about values: A review of recent research. *Cambridge Journal of Education*, 30(2), 169-202.
- Huitt, W. (2004). Values. Educational Psychology Interactive. Valdosta State University. [http://www. Edpsycinteractive.org/topics/affect/values.html](http://www.Edpsycinteractive.org/topics/affect/values.html)
- Işık, A., Konyalıoğlu, A.C. (2005). Matematik Eğitiminde Görselleştirme Yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11.
- Jarrett, J. L. (1991). *The Teaching of Values: Caring and Appreciation*. USA: Routledge.
- Kağıtçıbaşı, Ç. (1999). *Yeni İnsan Ve İnsanlar: Sosyal Psikolojiye Giriş*. İstanbul: Evrim Yayınları.
- Katılmış, A., Ekşi, H., Öztürk, C. (2011). Sosyal Bilgiler Ders Kazanımıyla Bütünleştirilmiş Karakter Eğitimi Programının Etkililiği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(2), 839-859.
- Kersting, N. (2008). Using Video Clips of Mathematics Classroom Instruction as Item Prompts to Measure Teachers' Knowledge of Teaching Mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, 68(5), 845-861.
- Kluckhohn, C. (1973). *Culture and Life*. Southern Illinois University Press.
- Kohlberg, L. (1971). Stages of moral development. *Moral education*, 23-92.
- Köğce, D. (2012). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının İspatın Öğrenmeye Katkısı İle İlgili Görüşleri ve İspat Düzeyleri*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi' nde sunulmuş bildiri. Niğde Üniversitesi, Niğde.
- Köğce, D. & Baki, A. (2012). *İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Geribildirim Veriliş Tarzı Ve Zamanlaması İle İlgili İnanışları*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi' nde sunulmuş bildiri. Niğde Üniversitesi, Niğde.

- Krathwohl, D. R. (1998). *Methods of Educational & Social Science Research: An Integrated Approach* (Second Edition). USA: Addison-Wesley Educational Publishers.
- Kurt, A.A. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi.
- Leu, Y.C., Wu, C.J. (2005). Investigation on an elementary teacher's mathematics pedagogical values through her approach to students' errors. Chick, H.L. & Vincent, J. L. (Edt.). *Proceeding of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 249-256.
- Lipe, D. (2009). *A Critical Analysis of Values Clarification*. Apologetics Press.
- Martella, R. C., Neson, R., Marchand-Martella, N. E. (1999). *Research Methods: Learning To Become A Critical Research Consumer*. USA: Allyn&Bacon.
- Martin, B. (1997). Mathematics and social interests. A. B. Powell, & M. Frankenstein (Ed.), *Ethnomathematics: Challenging eurocentrism in mathematics education* (199, 155-171). Albany, NY: State University of New York. (Reprinted from Search, 19(4), 1988,209-214)
- Maslow, A. (1996). *Dinler Değerler, Doruk Deneyimler*. İstanbul: Kuraldışı Yayınları.
- Matthews, B. (2001). The relationship between values and learning. *International Education Journal*, 2(4), 223-232.
- Maxwell, J. A. (1996). *Qualitative Research Design an Interactive Approach Applied Social Research Methods Series*. Volume 41. Sage Publications.
- McClain, K. (2005). A methodology of classroom teaching experiments. *Researching Mathematics Classrooms: A Critical Examination of Methodology*. Edt: Googchild, S. ve English, L. USA: Information Age Publishing.
- Mcleod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualisation. In: R. R. Cocking & J. P. Mestre (eds), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative Research And Case Study Applications in Education*. California: Jossey-Bass.

- Miles, M. B., Huberman, A. M. (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. (Secand Edition). Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı (2011). *Ortaöğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Özmen, C., Er, H., Gürgil, F. (2012). İlköğretim Branş Öğretmenlerinin Değerler Eğitime İlişkin Görüşleri Üzerine Bir Araştırma. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 9(17), 297-311.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. (3rd Edition). USA: Sage Publication.
- Peng, A. & Nyroos, M. (2012). Values in Effective Mathematics Lessons in Sweden: What Do They Tell Us?. *The Mathematics Enthusiast*, 9(3), 409-430.
- Pekince, D. (2010). *Değerlere dayalı sınıf yönetimi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Elazığ.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics Teachers' Beliefs and Effect. Second Handbook of Research on Mathematic Teaching and Learning (Edt. Lester, F. K.). USA: Information Age Publishing.
- Sahin, E. (2013). Predictors of Turkish Elementary Teacher Candidates' Energy Conservation Behaviors: An Approach on Value-Belief-Norm Theory. *International Journal of Environment & Science Education*, 8(2), 269-283.
- Sam, L.C. and Ernest, P. (1997). *Values in mathematical education: What is planned and what is espoused?*. In British Societyfor Researched into Learning Mathematics (BSRLM), Proceedings of the Day Conference held at University of Nottingham, 1 Mart 1997. (pp.37-44).
- Sarı, E. (2005). Öğretmen adaylarının değer tercihleri: Giresun Eğitim Fakültesi Örneği. *Değerler Eğitimi Dergisi*, 3(10), 73-88.
- Sarpkaya, G. (2011). *İlköğretim İkinci Kademe Cebir Öğrenme Alanı İle İlgili Matematiksel Görevlerin Bilişsel İstemler Açısından İncelenmesi: Matematik Ders Kitapları Ve Sınıf Uygulamaları*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Schwartz, S. H., Cieciuch, J., Vecchione, M., Davidov, E., Fischer, R., Beierlein, C., Ramos. (2012) Refining the Theory of Basic Individual Values. *Journal of Personality and Social Psychology*, 103(4), 663-688.
- Seah, W. T. (2002). Exploring teacher clarification of values relating to mathematics education. In C. Vale & J. Roumeliotis & J. Horwood (Eds.), *Valuing Mathematics in Society* (pp. 93-104). Brunswick, Australia: Mathematical Association of Victoria.
- Seah, W. T. (2004). *The Negotiating of Perceived Value Differences by Immigrant Teachers of Mathematics in Australia*. Doktora Tezi, Monash Üniversitesi.
- Seah, W. T. (2005, July). *Negotiating about perceived value differences in mathematics teaching: The case of immigrant teachers in Australia*. In Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 145-152).
- Seah, W. T. (2007). Qualities co-valued in effective mathematics lessons in Australia: Preliminary findings. In Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 161-168).
- Seah, W. T. (2008). Valuing values in mathematics education. P. Clarkson, N. Presmeg (Eds.), *Critical issues in mathematics education* (pp. 239-253). Springer Science Business Media.
- Seah, W. T. & Bishop, A. J. (2000, April). *Values in mathematics textbooks: A view through the Australasian regions*. Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.
- Seah, W. T., Bishop, A. J., FitzSimons G. E., Clarkson, P. C. (2001, December). *Exploring issues of control over values teaching in the mathematics classroom*. Annual Conference of the Australian Association for Research in Education, Fremantle, Australia.
- Seah, W. T., & Bishop, A. J. (2002a). Values, mathematics and society: Making the connections. In C. Vale, J. Roumeliotis & J. Horwood (Eds.), *Valuing mathematics in society* (pp. 105-113). Brunswick, Australia: Mathematical Association of Victoria.
- Seah, W.T. & Bishop, A. J. (2002b). Researching for Validity and Value: The Negotiation of Cultural Value Conflicts by Immigrant Teachers in Australia Paper presented at

the 83rd Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Seah, W. T. & Bishop, A. J. (2006). Trip for the Body, Expedition for the Soul: An Exploratory Survey of Two East Asian Teachers of Mathematics in Australia. Mathematics Education in Different Cultural Traditions. *A Comparative Study of East Asia and the West New ICMI Study Series*, 9, 523-535.

Simon, H. A. (1970). Yönetimde yeni karar verme bilimi, *Amme İdare Dergisi*, 7(3). Çeviri: Mustafa Tosun.

Smart, W. (1931). *An Introduction to the Theory of Value* (5. Baskı). London.

Southwell, B. (1995, July). *Towards a theoretical framework for research in beliefs and values in mathematics education*. Paper presented at the 18th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, MERGA 18, Northern Territory University, Darwin.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction: An Epistemological Perspective*. USA: Springer.

Swadener, M. & Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education and the task of developing pupils' personalities: an indonesian perspective. *Educational Studies In Mathematics*, 19(2): 193-208.

Şirin, A. (1986). *Gençlerin Değer Sıralaması Üzerine Bir Araştırma (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi)*, Marmara Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Tan, S. K. (1997). Moral Values and Science Teaching: A Malaysian School Curriculum Initiative. *Science & Education*, 6, 555-572. Kluwer Academic Publishers.

Taşçı, Ö. (2011). *İlköğretim Öğretmenlerinin Okul Yöneticilerinin Karar Verme Sürecindeki Etkilerine İlişkin Algıları İle Örgütsel Adanmışlıkları Arasındaki İlişki*. Yüksek Lisans Tezi, Yeditepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.

Tavşancıl, E. (2006). *Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi*. (3. Basım). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

- Thompson, A. G. (1984). The Relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15(2), 105-127.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 127-146. New York: Macmillan.
- Tözluyurt, E. (2008). Sayılar Öğrenme Alanı İle İlgili Matematik Tarihinden Seçilen Etkinliklerle Yapılan Dersler Hakkında Lise Son Sınıf Öğrencilerinin Görüşleri (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams J. M. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (S. Durmuş, Çev. Edt.). Ankara: Nobel Yayıncılık. (Yedinci Baskıdan Çeviri)
- Vale, C. (2002). What do education students value in primary mathematics curriculum?. *Mathematics Teacher Education and Development*, 4, 28-41.
- Wan Ali, W. Z., Tarmizi, R. A., Ismail, H., Hamzah R., Konting M. M., Ismail M. R. & Said Husain S. K. (2007). Exploring mathematical values through mathematics teachers' beliefs and instructional practices. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, 1(1), 1-21.
- White, L. A. (1959). *The Evolution of Culture*. New York: McGraw-Hill. (books.google.com.tr)
- Yalın, H., 2004. Öğretim Teknolojileri ve Materyal Geliştirme. (11. baskı), Ankara: Nobel yayıncılık, 233.
- Yazıcı, E., Peker, M., Ertekin, E., Dilmaç, B. (2011). Is there a relationship between pre-service teachers' mathematical values and their teaching anxieties in mathematics?. *Electronic Journal of Research in Education Psychology*, 9(1), 263-282.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EK 1: İzin Yazısı



**T.C.
ANKARA VALİLİĞİ
Millî Eğitim Müdürlüğü**

Sayı : 14588481/605.99/810136
Konu: Araştırma İzni
(Fatma Nur AKTAŞ)

02/05/2013

**GAZİ ÜNİVERSİTESİNE
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü)**

İlgi : a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 2012/13 nolu genelgesi
b) 24/04/2013 tarih ve 2649 sayılı yazınız.

Enstitünüz Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Öğretmenliği Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Fatma Nur AKTAŞ'ın "Matematik ve Matematik Eğitimine Yönelik Değerlerin Sınıflardaki Uygulamaları Etkisi" konulu tez önerisi kapsamında uygulama yapma isteği Müdürlüğümüzce uygun görülmüş ve araştırmanın yapılacağı İlçe Millî Eğitim Müdürlüğüne bilgi verilmiştir.

Anketlerin uygulama yapılacak sayıda çoğaltılması ve çalışmanın bitiminde iki örneğinin (CD ortamında) Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme-1 Şube Müdürlüğüne gönderilmesini arz ederim.

**İlhan KOÇ
Müdür a.
Şube Müdürü**

**Güvenli Elektronik İmza
Aslı ile Aynıdır.
03.05.2013**

Yaşar SUBAŞI

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5 nci maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. Erişim için <http://evet.kocagi.meb.gov.tr> adresinden 0606-0000-1309-8936-3465 kodu ile yapılabilir.

Emniyet Mh. Alparslan Türkeş Cd. No: 4/A Yenimahalle/ANKARA
www.ankara.meb.gov.tr
ankaramb@ankara.meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için: Murat YILMAZIR
Tel: 0312 312 36 00
Faks: 0312 312 02 16

EK 2: Görüşme Soruları

Sayın öğretmenim,

Aşağıda 9. Sınıf matematik derslerine giren Pelin öğretmenin sınıfta yaşadıklarına ilişkin durumlar (olaylar) verilmektedir. Sizden bu olaylar karşısındaki düşüncelerinizi ve yorumlarınızı benimle paylaşmanızı bekliyorum. Yardımcı olur musunuz?

Durum 1:

Pelin öğretmen rasyonel sayılar kavramını açıklamak için sınıfa; “Rasyonel sayılara neden ihtiyaç duyulmuştur? Bu konuda düşünceleriniz nelerdir?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrencilerden Ayşe ve Engin söz almadan kendi aralarında, karşıt fikirleri savunarak tartışmaya başlamıştır ve sınıftaki diğer öğrenciler onların tartışmalarını dinlemektedir.

- Sizce Pelin öğretmenin rasyonel sayı kavramını açıklamak için sınıfa yukarıdaki gibi bir soru yöneltmesi uygun bir yaklaşım mıdır? Bir 9. Sınıf öğrencisinin hazırbulunuşluk düzeyi göz önüne alındığında böyle bir tartışmaya gerek var mı? Neden? Siz sınıfınızda benzer tartışmalara yer veriyor musunuz?
- Siz olsaydınız Ayşe ve Engin’ in bu tartışmaları karşısında tutumunuz ne olurdu?

Pelin öğretmen, Ayşe ve Engin’ in fikirlerini sınıfa açıklamalarını istemiştir. Ayşe “Öğretmenim, örneğin yarım kilo toz şeker almak istesek, bunun için rasyonel sayılara ihtiyaç duyarız.” demiştir. Engin ise; “Öğretmenim rasyonel sayılar Ayşe’ nin dediği gibi sadece kesirlerden oluşmaz, tam sayılar da birer rasyonel sayıdır.” cevabını vermiştir.

- Pelin öğretmenin Ayşe ve Engin’ in fikirlerini açıklamalarını istemesine yönelik düşünceleriniz nelerdir? Ayşe’ nin veya Engin’ in izinsiz kendi aralarında başlattıkları bu tartışma sınıf ortamını nasıl etkiler?
- Sizce Pelin öğretmenin bu tartışmayı nasıl yönlendirmesi daha uygun olur?

Bunun üzerine Pelin öğretmen Ayşe’ ye; “O halde Ayşe, her rasyonel sayı bir kesirdir diyebilir miyiz?” sorusunu yöneltmiştir.

- Pelin öğretmenin Ayşe' nin zihninde çelişki yaratacak şekilde soru sormasına ilişkin düşünceniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin yerinde siz olsaydınız, rasyonel sayı ile kesir kavramları arasındaki ilişkiyi sorgulatmayı uygun bulur muydunuz? Cevabınız evet ise, siz de sınıfınızda Pelin öğretmenin yaklaşımını mı uygulardınız, yoksa daha farklı bir yaklaşım mı benimserdiniz? Açıklayabilir misiniz? Eğer farklılık varsa bu farklar ne yönde olurdu?

Durum 2:

Pelin öğretmen; tamsayılar kümesinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini açıklamış; ardından toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerine ilişkin etkinlikler düzenlemiş; çeşitli uygulamalar ve örneklerle bunları pekiştirmeye çalışmıştır. Daha sonra Pelin öğretmen sınıfa; “Arkadaşlar şimdi herkes üç ardışık sayı yazsın ve ortadaki sayının karesini alsın. Daha sonra diğer iki sayıyı da birbiri ile çarpsın.” demiştir. Pelin öğretmen bir müddet bekledikten sonra sınıfa; “Arkadaşlar burada dikkatinizi çeken nedir?” diye seslenmiştir. Öğrencilerden Engin heyecanla; “Öğretmenim çarpımlar arasındaki fark 1’ dir.” dedikten sonra Pelin öğretmen; “Şimdi de farklı ardışık sayılar için bu işlemi tekrar edelim. Gerçekten Engin’ in iddia ettiği fikir doğru mu test edelim.” demiştir.

- Pelin öğretmenin tamsayılarda dört işlem becerisini geliştirmek için yapmış olduğu uygulamalar ve pek çok örnekten sonra, sınıfa yönelttiği bu soruyu irdelemesine yönelik düşünceleriniz nedir? Siz de kendi sınıfınızla benzer uygulamalar yapmaya vakit ayırabiliyor musunuz? Vakit ayırmanızın ya da ayıramamanızın nedenleri nelerdir? (Benzer bir örnek verebilir misiniz?)
- Pelin öğretmenin ileri sürülen fikri irdelemesine yönelik düşünleriniz nelerdir? Sizce Pelin öğretmenin, Engin’ in ileri sürdüğü fikri doğrulamak istemesi uygun bir yaklaşım mıdır?

Tüm öğrenciler Engin’ in iddiasının doğruluğu üzerinde fikir birliğine vardıldıktan sonra Pelin öğretmen sınıfa; “Peki şimdi de küçükten büyüğe sıralı ardışık olmayan üç sayı seçelim. Sizce bu durumda ne olacaktır?” sorusunu yöneltmiş ve öğrencilerden fikirlerini açıklayarak sınıfla paylaşımlarını istemiştir.

- Pelin öğretmenin öğrencilerini örnek durumlar üzerinde uzun süre tartışması uygun mudur? Siz olsaydınız nasıl bir yaklaşım sergilerdiniz?

Pelin öğretmen sınıfa yönelttiği soruya ilişkin tartışmayı sonlandırdıktan sonra; aşağıdaki işlemleri tahtaya yazmıştır.

2042	2024
1963	1963
+ 800	+ 800
4805	4787

Ardından Pelin öğretmen sınıfa; “Arkadaşlar tamsayılarda temel işlemler muhasebe çalışanları için de kolaylık sağlamaktadır. Maliyede ortaya çıkan hesap hatalarının kaynağını araştırırken de temel işlemlerden yararlanılmaktadır. Örneğin bir muhasebeci toplama işlemi yaparken tahtadaki örnekte olduğu gibi 2042 sayısını yanlışlıkla, 2024 olarak almıştır. Sonucu 4805 yerine 4787 bulmuştur. Peki, sizce buradaki hatanın kaynağını sadece işlemlerin sonucuna bakarak anlayabiliriz?” sorusunu yöneltmiş ve sabırla bir müddet tartışmaların bitmesini beklemiştir. Ardından Pelin öğretmen sınıfa; “Arkadaşlar $4787 - 4805 = 18$ farkı 9’ un katı olduğundan; bu muhasebecinin yaptığı hata, toplanan sayılardan birinde onlar basamağı ile birler basamağındaki rakamların yerlerinin değiştirilmiş olmasından kaynaklanmaktadır.” demiştir. Pelin öğretmen öğrencilerinden bu kez de 1963 sayısının yerine 1936 sayısını alarak benzer işlemi tekrarlamalarını istemiştir.

- Pelin öğretmenin bu yaklaşımı hakkında düşünceleriniz nelerdir? Sizce matematikteki hayranlık uyandıran benzer fikirlere yer vermek öğrencilerin ilgisini ve ders sürecini nasıl etkileyecektir? Sizin sınıflarınızda uyguladığınız benzer örnekler var mı? Varsa benimle paylaşabilir misiniz?
- Pelin öğretmenin yaklaşımında matematiksel kavramların günlük hayattaki işlevlerinden bahsetmesine yönelik düşünceleriniz nelerdir? Bir ders süreci matematiksel bilgilerin günlük problemlerin çözümünü mümkün kıldığını anlatmak için yeterli oluyor mu?

Durum 3:

Pelin öğretmen modül ve kalan sınıf (denklik sınıfı) kavramlarını örneklerle açıklamış ve ardından modüler aritmetiğin gizli haberleşme birimi olan kriptolojide mesajların şifrelenmesinde sıkça kullanıldığını belirtmiştir. Pelin öğretmen öğrencilerin modül kavramına ilişkin bilgilerini pekiştirmek için sınıfta küçük gruplar oluşturmuş ve bu gruplara aşağıdaki tabloyu dağıtmıştır.

Harfler	Sayısal Değerler (d)	Harfler	Sayısal Değerler (d)	Harfler	Sayısal Değerler (d)
A	00	I	11	Ş	22
B	01	J	12	T	23
C	02	K	13	U	24
Ç	03	L	14	Ü	25
D	04	M	15	V	26
E	05	N	16	Y	27
F	06	O	17	Z	28
G	07	Ö	18	.	29
Ğ	08	P	19	,	30
H	09	R	20	"	31
İ	10	S	21	Boşluk	32

Pelin öğretmen; “Tabloda alfabemizdeki harflere ve bazı noktalama işaretlerine sayılar atanmıştır. Şifreleme işlemimiz $k = d + 6 \pmod{33}$ olsun. Her grup dilediği bir cümleyi şifrelenmiş sayı dizisine dönüştürsün ve tahtaya yazsın. Diğer gruplar da bu şifrelenmiş cümleyi bulmaya çalışsın.” demiştir.

- Sizce modüler aritmetik kavramına yönelik yapılacak alıştırmalar için yukarıdakine benzer etkinliklere zaman ayırmak mümkün müdür? (Siz de derslerinizde çeşitli matematiksel oyunlara yer verir misiniz?) Pelin öğretmenin bu yaklaşımına alternatif olarak paylaşabileceğiniz yaklaşımlar var mı? Varsa açıklayabilir misiniz?

Tüm grupların şifrelenmiş cümleleri çözüldükten sonra Pelin öğretmen, tamsayılarda bölme işlemine göre kalan sınıflarının kümesini ($\mathbb{Z}/m$ kümesini) belirtmiş ve modüler aritmetikte işlemler ile ilgili özellikleri göstermek için bir etkinlik planlamıştır. Pelin öğretmen ilk önce öğrencilerden 17 ve 14 sayılarının 3 ile bölümünden kalanları bulmalarını istemiştir. Ardından elde ettikleri bu kalanların toplamının ve çarpımının da 3 ile bölümünden kalanlarını hesaplamalarını istemiştir. Bir müddet sonra Pelin öğretmen; “Arkadaşlar şimdi de 17 ve 14 sayılarının toplamının ve çarpımının, 3 ile bölümünden

kalanları bulalım. Bulduğunuz sonuçları karşılaştırın, fikirlerinizi sınıfla paylaşmanızı istiyorum.” demiştir.

Birkaç dakika sonra heyecanla Zeki; “Öğretmenim sonuçlar daha önce elde ettiğimiz sonuçlara eşit çıktı.” diyerek yüksek sesle cevap vermiştir. Pelin öğretmen; “Şimdi de aynı işlemleri dilediğiniz üç sayı için tekrar edin. Sizce benzer sonuçlar elde edebilir miyiz?” demiştir.

- $a \equiv x_1 \pmod{3}$, $b \equiv x_2 \pmod{3}$ olmak üzere $a + b$ ve $a.b$ ’ nin 3 modülüne göre dengini elde etmek için bu tartışmanın gerekliliği hakkında düşünceleriniz nelerdir? Açıklar mısınız? (Pelin öğretmenin modüler aritmetikte işlemler ile ilgili özellikleri göstermek için uyguladığı yaklaşım hakkındaki düşünceleriniz nelerdir?) Düşüncelerinizi veya sizin bu kazanım için derslerinizde uyguladığınız yaklaşımı benimle paylaşabilir misiniz?
- Sizce Pelin öğretmenin Zeki’ nin fikri üzerine benzer işlemleri üç sayı için sınıfa tekrar ettirmesi uygun mudur? Neden? Fikirleriniz, açıklamalarınız...

Berrin; “Sonuçlar yine eşit olacaktır.” fikrini ileri sürmüştür. Sınıftan benzer sonuçların elde edildiği dönütlerini duyan Pelin öğretmen; “Bulduğunuz bu sonuçlar tüm denklik sınıfları için geçerli midir?” sorusunu yöneltmiştir. Pelin öğretmen, sınıfta tartışmalar sonucunda modüler aritmetikte toplama ve çarpma işlemleri ile ilgili özellikleri belirtmiştir.

- Sizce öğrencilerin bir genellemeye ulaşması için yapılan bu uygulama yeterli midir? Sizce Pelin öğretmen daha farklı olarak neler yapabilirdi?

Pelin öğretmen modüler aritmetikte özellikleri incelemek üzere öğrencileri küçük gruplara ayırmıştır ve aşağıdaki tabloyu gruplara dağıtmıştır. Pelin öğretmen grupların bu tabloyu incelemeleri için bir müddet beklemiş ve tabloyu tamamlamalarını istemiştir.

Verilen Sayılar			Mod 3' e Göre Kalan								
a	B	c	a	b	c	Çarpımları	Toplamları	a+b	b+a	(a+b)c	c(a+b)
4	5	7									
2	8	11									
1	77	15									
3	-9	28									
0	17	12									
-5	-41	13									

- Sizce öğrencilerin istenilen özellikleri gözlemlemesi için verilen sayı adedi yeterli midir? Siz olsaydınız kaç tane örnek incelerdiniz?

Pelin öğretmen modüler aritmetikte ‘Çarpımları’ ve ‘Toplamları’ ifadeleri için sınıfa; “ Siz olsanız bu ifadeler için nasıl bir gösterimde bulunursunuz?” sorusunu yöneltmiştir. Bir müddet sonra öğrencilerden elde ettikleri ifadelerin geçerliliğini tablodaki verilerle sınamalarını istemiş ve farklı örneklerle ürettikleri fikirleri kullanmalarını sağlamıştır.

- Pelin öğretmenin öğrencilerinden kendilerine ait gösterimler yazdırması ve kullandırmasına yönelik düşünceniz nelerdir? Sizce bu yaklaşım öğretime neler katar?
- Pelin öğretmenin öğrencilerin fikirlerini sınamak istemesine ilişkin düşünceleriniz nelerdir? Sizce bir 9. sınıf öğrencisi ileri sürdüğü fikrin doğruluğunu kontrol edebilme yeterliliğine sahip midir? Sebepleriyle düşüncelerinizi benimle paylaşabilir misiniz?
- 9. Sınıf öğrencilerinin hazırbulunuşluk düzeyi göz önüne alındığında burada olduğu gibi öğrenciler ürettikleri fikirleri farklı örnekler üzerinde uygulayabilir mi? Neden? Pelin öğretmenin bu çabasına yönelik düşünceleriniz nelerdir?

Tablo üzerinde yapılan incelemeler sonucu alınan grup kararları tartışılıp, tablo kurallara uygun olarak tamamlandıktan sonra Pelin öğretmen sınıfa; “ $a.b \pmod k$ ve $b.a \pmod k$ için durum ne olabilir?” sorusunu yöneltmiştir. Öğretmen, öğrencilerin öne sürdüğü fikirleri uygulamak için çeşitli örnekler vermiş, elde edilen fikirlerin geçerliliğini tablodaki verilerle test ettirmiştir.

- Pelin öğretmenin bu uygulamasına yönelik düşünceleriniz nelerdir?

Pelin öğretmen $\mathbb{Z}/m$ kümesinde toplama ve çarpma işlemlerini ve bu işlemlerin özelliklerini açıklamış, çeşitli örnekler ile bunları pekiştirmeye çalışmıştır. Daha sonra Pelin öğretmen sınıfa “ $\mathbb{Z}/5$ ’ te $x^2 + \bar{4} = \bar{2}$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.” sorusunu yöneltmiştir. (kartonu beş e böl beş farklı renge boyayın) Ali; “Öğretmenim $x^2 = \bar{3}$ denklemini çözemedim.” demiştir.

- Siz de sınıfınızda bu soruyu irdelemek ister miydiniz?
- Ali' nin bu ifadesi karşısında tutumunuz ne olurdu?

Pelin öğretmen; “Ali, $\mathbb{Z}/5$ ’ te karekökü olmayan sayı var mıdır?” sorunu yöneltmiştir.

- Pelin öğretmenin bu yaklaşımı hakkında düşünceleriniz nelerdir? Sizce Ali’ ye daha farklı olarak nasıl bir dönüt verilebilir? Açıklar mısınız?

Ali; “Öğretmenin $\mathbb{Z}/5$ ’ te tüm elemanların karesini aldığım da 0, 1 ve 4 elemanlarını elde ettim. O zaman karekökü olmayan sayı 3 mü olur?” demiştir. Pelin öğretmen Ali’ nin ileri sürdüğü fikri tahtada sınıfla paylaşmasını istemiştir. Ali açıklamasını yaptıktan sonra; “O halde çözüm kümemiz boş kümedir.” cevabını vermiştir.

- Pelin öğretmenin, Ali’ nin ileri sürdüğü fikri sınıfa açıklamasını istemesi hakkında düşünceleriniz nelerdir? Pelin öğretmenin bu tutumu uygun bir yaklaşım mıdır?

Pelin öğretmen; “Ali’ nin elde ettiği sayıları düşünürsek, $\mathbb{Z}/5$ ’ te elemanların karesini aldığımızda $\bar{0}$, $\bar{1}$ ve $\bar{4}$ elde ederiz. O zaman $\bar{0}$, $\bar{1}$ ve $\bar{4}$ elemanlarının karekökü vardır. Ali’ nin söylediği gibi $\bar{3}$ ’ ün karekökü yoktur. Ancak bununla beraber $\bar{2}$ elemanının da karekökü yoktur.” açıklamasını yapmıştır.

- Pelin öğretmenin bir matematiksel fikrin nasıl açıklanacağına ilişkin sınıfa yaptığı bu açıklama için düşünceleriniz nelerdir? Pelin öğretmenin uyguladığından farklı bir yaklaşım uygulanabilir mi? Neden böyle bir yaklaşım seçtiğinizi açıklar mısınız?

Pelin öğretmen; “O halde $\mathbb{Z}/5$ ’ te $x^2 + \bar{4} = \bar{3}$ denkleminin çözüm kümesini inceleyelim.” demiştir.

- Sizce Pelin öğretmen sınıfla bu örneği neden incelemek istemiştir? Sizce benzer bir örnek sınıfla paylaşılmışken, bu örneği sınıfla incelemek doğru bir yaklaşım mıdır? (Kazanım için ayrılan ders sürecinde benzer örnekleri incele imkanı bulmak mümkün müdür?)

Pelin öğretmen öğrencilere modüler aritmetikte elde ettiği bilgileri; $\mathbb{Z}/6$ ’ da $\bar{4}x^2 + \bar{3} = \bar{4}$ gibi bir denklemi çözme, bir şifreleme, hastanın ilaç alması ya da 182 randevu sisteminin çalışması gibi modüler aritmetikle ilgili bilgileri uygulamak için yukarıda verilen durumlardan öteye herhangi bir çaba içerisine girmemiştir.

- Pelin öğretmenin bu yaklaşımı sizce ne kadar uygundur?
- Modüler aritmetik kavramının günlük hayattaki bahsi geçen kullanım alanlarına ilişkin uygulamalara yer verilmesine yönelik düşünceleriniz nelerdir?

Pelin öğretmen sınıfa; “ $\mathbb{Z}/6$ ’ da ve kesirler kümesinde $\bar{4}x^2 + \bar{3} = \bar{4}$ denkleminin çözümünün olup olmadığını araştıralım.” demiştir ve sınıfta tartışma ortamı oluşturmuştur. Öğrencilere her iki durumda da denklemi çözdürmüş ve öğrenciler birinde çözümün olup, diğerinde çözümün olmadığını görmüştür. Ardından Pelin öğretmen sınıfa, “Denklemin bu kümelerden birinde çözümü olduğu halde diğerinde neden çözümü yoktur?” sorusunu yöneltmiştir. Bu durum karşısında öğrencilerin bir kısmı fikir ileri sürmeye çalışmış, bir kısmı ileri sürdükleri fikri savunmaya çalışmış, bir kısmı cevabı söylemiş, bir kısmı ise farklı fikirler ileri sürdükleri için birbirleri ile tartışmış ve fikir çatışması ile birbirlerini ikna etmeye çalışmışlardır.

- Bu durum sizin sınıfınızda yaşanmış olsaydı tavrınız, kararlarınız ve tutumunuz ne olurdu? Sizin bu durum karşısındaki düşünceleriniz nelerdir? Peki Pelin öğretmene tavsiyeleriniz nelerdir?

Pelin öğretmen, dersin sonunda öğrencileri gruplara ayırmış modüler aritmetik içeriğine yönelik pek çok modüler işlem ve modüler denklem çözme ile ilgili 65 sorudan oluşan çoktan seçmeli sorular vermiştir.

- Pelin öğretmenin modüler aritmetikte işlemler için bu uygulamasına yönelik düşünceleriniz nelerdir? Sebepleriyle açıklar mısınız?

Durum 4:

Pelin öğretmen irrasyonel sayıları ifade etmek için sınıfa; “Her ondalık açılım iki tamsayının oranı olarak yazılabilir mi?” sorusunu yöneltmiştir. Ali; “Evet öğretmenim rasyonel sayıları devirli veya devirsiz ondalık açılımlar olarak yazıyorduk. O zaman her

ondalık açılım bir rasyonel sayı olarak yazılabilir.” cevabını vermiştir. Pelin öğretmen sınıfa; “Farklı düşüncesi olan var mı?” diye sormuştur. Tüm sınıf Ali’ nin ileri sürdüğü fikri onaylamıştır.

- Sizce ilköğretimden hazırbulunuşluk düzeyleri göz önüne alındığında 9. sınıf öğrencileri ile böyle bir tartışma ortamı oluşturmak uygun mudur?
- Sizin tecrübelerinize dayanarak Ali’ nin fikrinden daha farklı fikirlerin ortaya çıkmasına yönelik düşünceleriniz nelerdir? Siz de benzer durumlarda matematik derslerine girdiğiniz 9. sınıflarda farklı düşünceleri olan öğrencilerin olup olmadığını sorgular mısınız?

Ardından Pelin öğretmen öğrencilerden $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$ ve $\frac{1}{7}$ sayılarının ondalık açılımlarını hesap makinesi ile belirlemelerini istemiştir. Daha sonra öğretmen sınıfa; “Peki sizce $\sqrt{2}$ de böyle bir ondalık açılıma sahip midir?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrenciler $\sqrt{2}$ ’ nin de benzer bir ondalık açılıma sahip olduğunu düşünmüşlerdir.

- Pelin öğretmenin irrasyonel sayı kavramını açıklamada kullandığı bu yaklaşım için düşünceleriniz (görüşünüz) nelerdir? (öğrenciyi düşündürme, sorgulatma) Ondalık açılım kavramından yararlanarak irrasyonel sayı kavramını açıklamak uygun bir yaklaşım mıdır?

Pelin öğretmen, öğrencilerinden $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ve $\sqrt{5}$ sayılarının ondalık açılımını hesap makinesi ile bulmalarını istemiştir. Elde ettikleri sonuçlar karşısında şaşırان öğrencilerden Engin; “Ondalık açılım olarak yazılamayan rasyonel sayılarda vardır.” fikrini ileri sürmüştür. Ayşe ise; “Bence verilen köklü ifadeler rasyonel sayı değildir.” demiştir.

- Siz de derslerinizde Pelin öğretmen gibi öğrencileri şaşırtacağını düşündüğünüz ve beklenmedik bulgular ortaya çıkaracak etkinlikler yapar mısınız? Eğer yapıyorsanız aklınıza gelen birkaç tane etkinliğinizi benimle paylaşır mısınız?
- Siz olsaydınız Engin ve Ayşe’ nin bu tartışmasına yönelik tutumunuz ne olurdu?

Pelin öğretmen; Ayşe’ den ileri sürdüğü fikri açıklamasını istemiştir. Ayşe; “ $\sqrt{2}$ ifadesinin ondalık açılımına hesap makinesinde baktığımızda devirsiz ve sonu gelmeyen bir açılım elde ediyoruz.” açıklamasında bulunmuştur. Pelin öğretmen Ayşe’ ye, “O zaman Engin’ in dediği gibi $\sqrt{2}$ sayısı devirsiz ve sonu gelmeyen bir rasyonel sayıdır diyebilir miyiz?” sorusunu yöneltmiştir.

- Pelin öğretmenin yerinde siz olsaydınız, Ayşe’ nin öne sürdüğü fikir ile ilgili tartışmayı sürdürüp, öğrencilerin birbirlerine karşıt fikirler söylemelerine izin verir miydiniz? Neden? Bahsi geçen kazanım için ayrılan ders süresinde böyle bir tartışmaya zaman ayırmaya ilişkin düşünceleriniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin, Ayşe’ ye aklını karıştırıcı bir soru sorması uygun bir yaklaşım mıdır?

Heyecanla araya giren Zeki, “Ama öğretmenim sonu gelmeyen ondalık açılımı iki tamsayının oranı biçiminde yazamayız. O halde $\sqrt{2}$ bir rasyonel sayı değildir.” demiştir. Bu tartışmayı sonlandıran Pelin öğretmen irrasyonel sayı kavramını açıklamıştır. Pelin öğretmen sınıfa; “Peki farklı bir yolla $\sqrt{2}$ sayısının rasyonel olmadığını, bir irrasyonel sayı olduğunu bize gösterebilecek veya kanıtlayabilecek olan var mı?” diye meydan okumuştur.

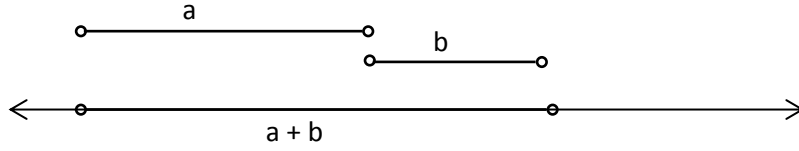
- Sizce bir 9. sınıf öğrencisi Pelin öğretmenin bu sorusuna cevap için farklı yollar üretebilir mi? Pelin öğretmenin bu beklentisine yönelik düşünceleriniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin yerinde olsaydınız, irrasyonel sayıları belirlerken ondalık açılıma bakmanın yeterli olduğunu düşünerek, bir sayının irrasyonel olduğunu göstermede başka yollar aramaya, başka yollarla göstermeye gerek duyar mıydınız? Neden?

Pelin öğretmen öğrencilerine $\sqrt{2}$ irrasyonel sayısının Pisagor tarafından ‘Bir ikizkenar dik üçgenin hipotenüsü üzerine inşa edilen karesel bölgenin alanının, dik üçgenin dik kenarları üzerine inşa edilen karesel bölgelerin alanları toplamına eşittir.’ teoreminin ispatı sırasında keşfedildiğini söylemiştir. Ardından o dönemde ‘her miktarın iki sayının oranı ile ifade edileceği’ inancı çok güçlü olduğundan uzun bir müddet bu keşfin insanlardan gizlendiğini söylemiştir.

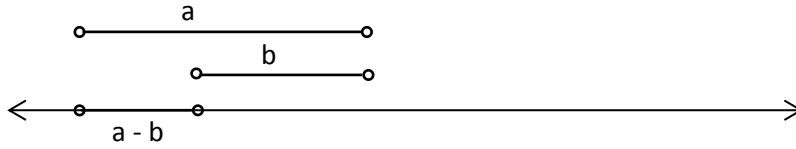
Pelin öğretmen sınıfa; “Sayıların tarihçesine bakıldığında, inşa edilen ve edilemeyen sayılar bulunmaktadır. Ölçeksiz cetvel ve pergelle uzunluğu $|a|$ olan bir doğru parçası çizilebiliyorsa a sayısına inşa edilebilir sayı adı verilmektedir. a ve b inşa edilen iki sayı ise $a + b$, $a - b$, $a.b$, $\frac{a}{b}$ sayılarının da inşa edildiğini geometrik çizimlerle görebiliriz.” demiştir.

Ardından öğrencilere ölçeksiz cetvel ve pergelle dağıtmış ve bunları rehberliğinde çizdirmeye başlamıştır. Pelin öğretmen tüm sınıfın çizimleri tamamlandıktan sonra, öğrencilerden bu modelleri farklı örnekler için kullanmalarını istemiştir.

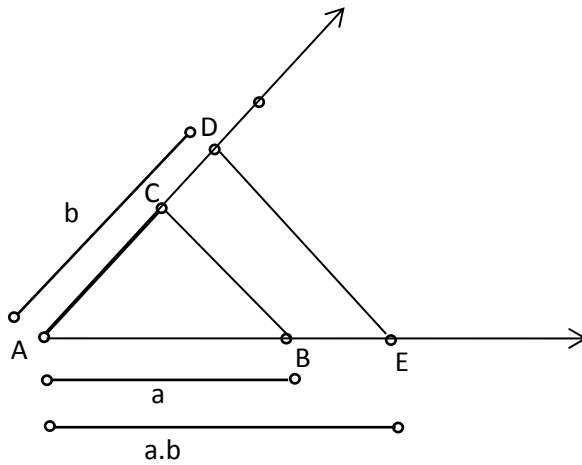
Toplama:



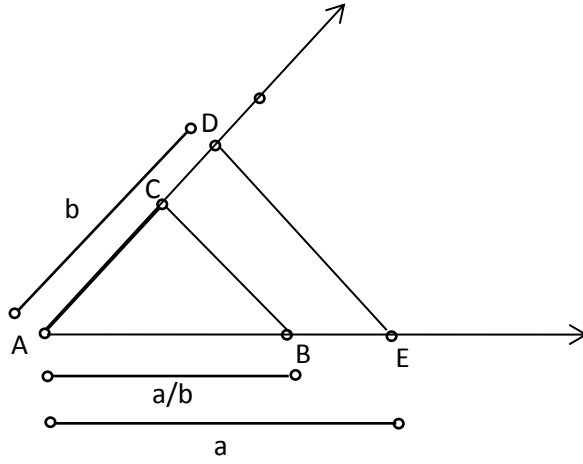
Fark:



Çarpma:



Bölme:



- Pelin öğretmenin sayıların tarihçesi ile ilgili bu paylaşımına ilişkin düşünceleriniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin öğrencilerden bu modelleri çeşitli örnekler üzerinde uygulamalarını istemesine ilişkin düşünceleriniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin sayıların inşasına yönelik matematiksel fikirlerin nasıl açıklanacağına ilişkin yaptığı gösteri hakkında düşünceleriniz nelerdir?
- Pelin öğretmenin sayıların inşasına yönelik temel çizimlere yer vermesine ilişkin düşünceleriniz nelerdir? Gerekçeleriyle açıklayınız?

EK 3: Yapılandırılmamış Sınıf Gözlem Formu

Öğretmen: _____

Tarih: _____

Okul: _____

Sınıf: _____

İçerik: _____

Zaman	Matematiğe İlişkin Değer Tasviri Gözlemlenen Sınıf Uygulamaları Alınan Kararlar Sıra dışı/Eksik Olay	Notlar ve Yorumlar



GAZİ GELECEKTİR..