

T.C.
DENİZ HARP OKULU
DENİZ BİLİMLERİ VE MÜHENDİSLİĞİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRONİK SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**MOMENT METODUYLA EFİE DENKLEMİ
KULLANILARAK ELEKTROMANYETİK SAÇILIM VE
RADAR KESİT ALANI MODELLEME**

Yüksek Lisans Tezi

EVREN BAL

Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr.Fatih Erden

İstanbul, 2014

© Çalışmanın Tüm Hakları Deniz Harp Okulu Komutanlığı Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü'ne aittir, 2014

T.C.
DENİZ HARP OKULU
DENİZ BİLİMLERİ VE MÜHENDİSLİĞİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRONİK SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**MOMENT METODUYLA EFİE DENKLEMİ
KULLANILARAK ELEKTROMANYETİK SAÇILIM VE
RADAR KESİT ALANI MODELLEME**

Yüksek Lisans Tezi

EVREN BAL

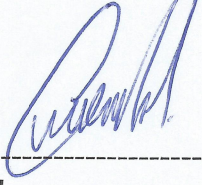
Tez Danışmanı: Yrd.Doç.Dr. Fatih Erden

İstanbul, 2014

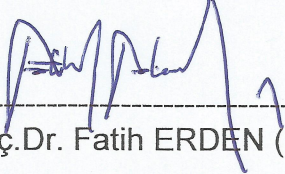
**MOMENT METODUYLA EFİE DENKLEMİ KULLANILARAK
ELEKTROMANYETİK SAÇILIM VE RADAR KESİT ALANI MODELLEME**

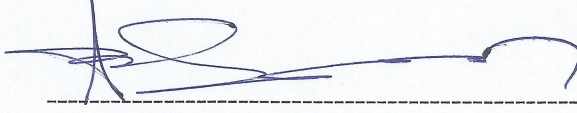
Evren BAL

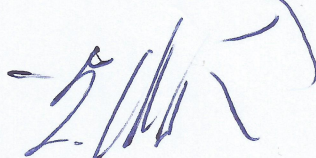
ELEKTRONİK SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

Yazar : 
Evren BAL

Sınav Tarihi : 18 Haziran 2014

Onaylayanlar: 
Yrd.Doç.Dr. Fatih ERDEN (Danışman)


Prof.Dr. Fevzi BABA (Sınav Komitesi Üyesi)


Yrd.Doç.Dr. Erol Önen (Sınav Komitesi Üyesi)

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgi birikimi ve katkılarıyla beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Yrd.Doç.Dr.Fatih ERDEN'e teşekkürlerimi sunarım.

Sadece bu son dönemde değil bütün eğitim hayatım boyunca her daim yanımda olan ve beni destekleyen, maddi ve manevi yardımlarını hiç bir zaman eksik etmeyen çok değerli aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

MOMENT METODUYLA EFIE DENKLEMİ KULLANILARAK ELEKTROMANYETİK SAÇILIM VE RADAR KESİT ALANI MODELLEME

Evren BAL

Elektronik Sistemleri Mühendisliği Yüksek Lisans Tezi, 2014

Danışman: Yrd.Doç.Dr.Fatih ERDEN

Anahtar Kelimeler: Moment metodu (MoM), Saçılma, MATLAB, Radar kesit alanı (RKA), Elektrik Alan İntegral Denklemi (EFIE)

Bu çalışmada, MoM sayısal yönteminde EFIE denklemi kullanılarak üç boyutlu cisimlerde elektromanyetik saçılım modellemesi ve Radar Kesit Alanı (RKA) gösterimi yapılmıştır. Hedeflerin saçılma karakteristikleri büyük ölçüde gelen dalganın frekansına bağlıdır. İlgili alanındaki hedeflerin karakteristik dalga boyunun, gelen dalga boyuna göre çok küçük olduğu alçak frekans bölgesinde ya da yaklaşık olarak aynı seviyede olduğu rezonans bölgesinde, uzun ve karmaşık matematiksel denklemler barındıran elektromanyetik alan veya saçılım hesaplamalarının kolaylıkla yapılabilmesi için MoM gibi sayısal yöntemler kullanılır. Bu yöntemde amaç, normal şartlarda analitik olarak hesaplanması çok zor olan elektromanyetik denklemleri, uygun programlama dilinde yazılan bir kod vasıtasıyla yeterli donanımına sahip bir bilgisayara çözdürmektir. Buna paralel olarak, MATLAB programlama dilinde yazılmış bir kod kullanılmış ve çalışma süresince ihtiyaca göre geliştirilmiştir. Çalışmada, örnek şekillere ilişkin denenen frekans bandı, gerçek uygulamalarda hava arama radarlarının frekans bandına karşılık gelmektedir. Bu nedenle, yapılan denemeler ve RKA örneklerinin, muhtemel hava hedeflerinin saçılım paternleri ve hava arama radarlarının yakalama ihtimalleri konularında yapılacak çalışmalara ilişkin bir fikir verebileceği değerlendirilmiştir.

ABSTRACT

ELECTROMAGNETIC SCATTERING AND RADAR CROSS SECTION MODELING BY METHOD OF MOMENT USING EFIE

Evren BAL

Master Thesis for Electronics Systems Engineering, 2014

Advisor: Asst.Prof.Dr. Fatih ERDEN

**Key Words: Method of Moment (MoM), Scattering, MATLAB,
Radar cross section (RCS), EFIE**

In this study, electromagnetic scattering modeling and Radar Cross Section (RCS) representation by MoM numerical method using EFIE was studied. Scattering characteristics of targets mostly depend on the frequency of the incident wave. Among Low Frequency Zone, in which the characteristic wavelength of the targets is much more smaller than the incident wavelength, or among Resonance Frequency Zone, in which they are approximately at the same level, numerical methods like MoM are used in order to make the electromagnetic field and scattering calculations, which include long and complex mathematical equations, easier. The main aim of this method is to make a well-equipped computer to solve the electromagnetic equations, which are normally and analitically very hard, via a code that is written with a suitable programming language. Parallel to this fact, a pre-written MATLAB code was used and improved due to the calculation needs during the study. The frequency band, on which the examples was studied, is equivalent to the frequency band of the air search radars. Therefore, the trials and RCS examples are considered to be beneficial for whom studies on the scattering patterns of probable air targets and catching probabilities of air search radars.

SORUMLULUK NOTU

“Bu çalışmada yazarın ortaya koymuş olduğu ifadelerin hiçbirini T.C. Deniz Kuvvetleri’nin ve Deniz Harp Okulu Deniz Bilimleri ve Mühendisliği Enstitüsü’nün resmi görüşlerini ve politikalarını yansıtmamaktadır.”

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
SORUMLULUK NOTU	iv
İÇİNDEKİLER	v
TABLolar LİSTESİ	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
SEMBOLLER ve KISALTMALAR LİSTESİ	xi
I. GİRİŞ	1
II. GENEL BİLGİLER	3
A. SAÇILMA PROBLEMİ VE RADAR KESİT ALANI (RKA)	3
B. BİLGİSAYAR TABANLI EM HESAPLAMA YÖNTEMLERİ	5
1. Frekans-Zaman Uzayı Karşılaştırması	6
2. Alçak-Frekans (LF) Yöntemleri	8
a. Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Time Domain-FDTD)	8
b. Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM)	9
c. Moment Metodu (Method of Moments-MoM)	9
3. Yüksek Frekans (HF) Yöntemleri	9
a. Geometrik Kırınım Teorisi (Geometric Theory of Diffraction-GTD)	10
b. Fiziksel Optik (Physical Optics-PO)	10
c. Fiziksel Kırınım Teorisi (Physical Theory of Diffraction-PTD) ..	10
C. MOMENT METODUNUN ELEKTROMANYETİK TEMELİ	11
1. Maxwell Denklemleri	11
2. Elektromanyetik Sınır Koşulları	11
3. Işıma Formülleri	12

a.	Üç Boyutlu Green Fonksiyonu	14
b.	İki Boyutlu Green Fonksiyonu	17
4.	Vektör Potansiyelleri	18
a.	Manyetik Vektör Potansiyeli	18
b.	Elektrik Vektör Potansiyeli	20
5.	Yakın ve Uzak Alanlar	21
a.	Yakın Alan	21
b.	Uzak Alan	23
i)	Üç Boyutlu Uzak Alan	24
ii)	İki Boyutlu Uzak Alan	24
6.	Eşdeğerlik Problemleri	25
a.	Yüzey Eşdeğeri	25
b.	Fiziksel Eşdeğer	28
7.	Yüzey İntegral Denklemleri	29
a.	Elektrik Alan İntegral Denklemi (Electric Field Integral Equation-EFIE)	30
b.	Manyetik Alan İntegral Denklemi (Magnetic Field Integral Equation-MFIE)	32
c.	Birleşik Alan İntegral Denklemi (Combined Field Integral Equation-CFIE)	35
Ç.	MOMENT METODU	37
1.	Point Matching	39
2.	Galerkin Metodu	40
3.	İki-Boyutlu Temel Fonksiyonlar	40
a.	Darbe Fonksiyonları	40
b.	Parçalı Üçgen Fonksiyonları	41
c.	Parçalı Sinüzoidal Fonksiyonlar	43
ç.	Tüm-Uzay Sinüzoidal Fonksiyonlar	43

d. Temel Fonksiyonların Sayısı	44
4. Matris Denklemlerinin Çözümü	45
a. Gauss Eleme Yöntemi	45
b. LU Ayırıştırma Yöntemi	46
5. Üç Boyutlu Problemler	49
a. Üç Boyutlu Yüzeylerin Gösterimi	49
b. Bir Üçgen Üzerindeki Yüzey Akımları	52
c. Kenar Tanımlama Algoritması (Edge Finding Algorithm)	53
ç. Üç Boyutlu İletken Yüzeyler İçin EFIE	55
III. UYGULAMALAR VE ANALİZ	57
A. EFIE DENKLEMİNE İLİŞKİN MATLAB KODU	57
1. Yüzey Akımlarının Hesaplanmasını Sağlayan Kod Dizini	57
2. Saçılan Alanların Hesaplanmasını ve Gösterimini Sağlayan Kod Dizini	59
B. YÜZEY AKIMI VE SAÇILIM MODELLEMESİ UYGULANAN GEOMETRİLER	60
1. Düzlem (1mx1m) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	61
a. Çıkıntılı Düzlem Karşılaştırması	63
b. Çıkıntılı Düzlem Karşılaştırması (2)	66
c. Yüzey Akım Dağılımı Analizi	69
2. Küp (1mx1mx1m) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	70
3. Küre (r=1m) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	73
4. Silindir için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	75
5. Füze için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	78
a. Gelen Dalga'nın Yönünün Değiştirilmesinin Sonuç Etkisi	81
6. Tank için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım	82
IV. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER	85
KAYNAKÇA	90

TABLolar LİSTESİ

Tablo II.1 Düğüm ve Faset Bağlantı Listeleri	55
Tablo III.1 Yüzey Akımları Kod Dizini Akış şeması	58
Tablo III.2 Saçılma Paterni Kod Dizini Akış şeması.....	59
Tablo III.3 Kod Dizinine Girilen Değerler Listesi	60
Tablo IV.1 Bir EM Problemin Sayısal �z�m� İçin Uygulanacak Temel Adımlar	86

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil II.1 Bilgisayar Tabanlı EM Hesaplama Yöntemleri Şeması	6
Şekil II.2 Yakın ve Uzak Alan Geometrilere	21
Şekil II.3 Yüzey Eşdeğerliği Teoremi	26
Şekil II.4 Orijinal Problemler.....	27
Şekil II.5 Yüzey Eşdeğer Problemleri.....	28
Şekil II.6 Fiziksel Eşdeğerlik Teoremi	29
Şekil II.7 S Yüzeyindeki Küçük Alan	33
Şekil II.8 Darbe Fonksiyonları	41
Şekil II.9 Üçgen Fonksiyonlar (1. Durum)	41
Şekil II.10 Üçgen Fonksiyonlar (2. Durum)	42
Şekil II.11 Parçalı Sinüzoidal Fonksiyonlar	43
Şekil II.12 Örnek Bağlantı Listesi	50
Şekil II.13 Örnek Üç Boyutlu Faset Modelleri.....	51
Şekil II.14 RWG Temel Fonksiyonu	53
Şekil II.15 Basit Düz Plaka Geometrisi.....	54
Şekil III.1 Düzlem (1mx1m).....	61
Şekil III.2 Yüzey Akım Dağılımı (Düzlem)	62
Şekil III.3 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Düzlem).....	62
Şekil III.4 Saçılma Paterni (Düzlem)	63
Şekil III.5 Çıkıntılı Düzlem (1mx1m).....	64
Şekil III.6 Yüzey Akım Dağılımı (Düzlem)	64
Şekil III.7 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi	65
Şekil III.8 Saçılma Paterni (Çıkıntılı Düzlem)	66
Şekil III.9 Çıkıntılı Düzlem-2.....	67
Şekil III.10 Yüzey Akım Dağılımı (Çıkıntılı Düzlem-2).....	67
Şekil III.11 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi	68
Şekil III.12 Saçılma Paterni (Çıkıntılı Düzlem (2)).....	69
Şekil III.13 Yüzey Akım Dağılımı Analizi (Düzlem).....	70
Şekil III.14 Küp (1mx1mx1m).....	71
Şekil III.15 Yüzey Akım Dağılımı (Küp).....	71
Şekil III.16 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi	72
Şekil III.17 Saçılma Paterni (Küp).....	72

Şekil III.18 Küre ($r=1m$).....	73
Şekil III.19 Yüzey Akım Dağılımı (Küre).....	74
Şekil III.20 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Küre) .	74
Şekil III.21 Saçılma Paterni (Küre).....	75
Şekil III.22 Silindir	76
Şekil III.23 Yüzey Akım Dağılımı (Silindir).....	76
Şekil III.24 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Silindir)	77
Şekil III.25 Saçılma Paterni (Silindir).....	77
Şekil III.26 Saçılma Paternleri (Silindir) (300 MHz, 600 MHz, 900 MHz).....	78
Şekil III.27 Füze	79
Şekil III.28 Yüzey Akım Dağılımı (Füze)	79
Şekil III.29 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Füze) .	80
Şekil III.30 Saçılma Paterni (Füze).....	80
Şekil III.31 Yüzey Akım Dağılımı (Füze) DIR (0,-1,0).....	81
Şekil III.32 Oluşan Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Füze) DIR (0,-1,0)..	81
Şekil III.33 Tank	82
Şekil III.34 Yüzey Akım Dağılımı (Tank)	83
Şekil III.35 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi	83
Şekil III.36 Saçılma Paternleri (xy-düzlemi solda, yz-düzlemi sağda) (Tank)	84
Şekil IV.1 Otomobil (Chevrolet CAMARO)	88
Şekil IV.2 Hızlı Yöntemlerin Modelleme Mantığı	89

SEMBOLLER ve KISALTMALAR LİSTESİ

<u>Kısaltmalar :</u>	<u>Açıklama :</u>
CAD	Computer Aided Design (Bilgisayar Destekli Tasarım)
CEM	Computational Electromagnetics (Bilgisayar Tabanlı Elektromanyetik Hesaplama)
CFIE	Combined Field Integral Equation (Birleşik Alan İntegral Denklemi)
DGTD	Discontinuous Galerkin Time Domain (Süreksiz Galerkin Zaman Uzayı)
EFIE	Electric Field Integral Equation (Elektrik Alan İntegral Denklemi)
EM	Elektromanyetik
FMM	Fast Multipole Method
FDM	Finite Difference Method (Sonlu Farklar Metodu)
FDTD	Finite Difference Time Domain (Zaman Uzayında Sonlu Farklar)
FEM	Finite Element Method (Sonlu Elemanlar Metodu)
FEDT	Finite Element Time Domain (Zaman Uzayında Sonlu Elemanlar)

FVDT	Finite Volume Time Domain (Zaman Uzayında Sonlu Hacim)
GO	Geometrical Optics (Geometrik Optik)
GTD	Geometrical Theory of Diffraction (Geometrik Kırınım Teorisi)
HF	High Frequency (Yüksek Frekans)
LF	Low Frequency (Alçak Frekans)
MFIE	Magnetic Field Integral Equation (Manyetik Alan İntegral Denklemi)
MLFMA	Multilevel Fast Multipole Algorithm
MoM	Method of Moments (Moment Metodu)
PEC	Perfect Electric Conductor (Mükemmel Elektrik İletken)
PMC	Perfect Magnetic Conductor (Mükemmel Manyetik İletken)
PO	Physical Optics (Fiziksel Optik)
RAM	Radar Absorbing Material (Radar Soğurucu Madde)
RF	Radyo Frekans Teorisi
RKA (RCS)	Radar Kesit Alanı (Radar Cross Section)
RWG	Rao-Wilton-Glisson

UTD Uniform Theory of Diffraction (Tekil Kırınım Teorisi)

Semboller : **Açıklama :**

E_s	Saçılan elektrik alan
E_i	Gelen elektrik alan
ϵ_r	Elektriksel bağıl geçirgenlik
ϵ_0	Serbest uzayın elektriksel geçirgenliği
μ_r	Manyetik bağıl geçirgenlik
μ_0	Serbest uzayın manyetik geçirgenliği
E	Elektrik alan şiddeti
H	Manyetik alan şiddeti
J	Elektriksel akım
M	Manyetik akım
D	Elektrik akı yoğunluğu
B	Manyetik akı yoğunluğu
q_e	Elektriksel yük yoğunluğu
q_m	Manyetik yük yoğunluğu

I. GİRİŞ

Bilgisayar tabanlı elektromanyetik (Computational Electromagnetics-CEM) hesaplama yöntemleri, modern elektronik bilgisayarlar kullanarak Maxwell denklemlerini sayısal olarak çözme bilimiyle ilgilenir. Günümüzde bilgisayarların hızla yükselen yeteneklerinin de yardımıyla bilgisayar tabanlı elektromanyetik hesaplama yöntemleri; elektromanyetik, radyo frekans teorisi (RF) ve mikrodalga mühendisliğinde kullanılan çok önemli bir araç haline gelmiştir.

Maxwell denklemleri, denklemler doğru çözüldüğü takdirde tasarım performansları ve deneysel çıktılar hakkında sağlam öngörüler elde etmemizi sağlar. Yıllar içinde, teorinin güvenilirliğinin altında yatan temel sebebin bu öngörü gücü olduğu kanıtlanmıştır. Elektriksel etkileşimlerin arkasındaki temel prensipleri net bir şekilde açıklayan teori, elektrik mühendisliği ve bilimsel teknolojilere yol göstermesi açısından son derece faydalı olmuştur. Radarlar, antenler, uzaktan algılama cihazları, geoelektromanyetik, biyoelektromanyetik, kablosuz haberleşme, optik ve yüksek frekans devreleri bu teknolojilere örnektir. Dahası Maxwell teorisi, statikten optiğe geniş bir frekans bandında ve subatomikten intergalaktiğe geniş bir dinamik menzilde geçerlidir. Bundan dolayı, Maxwell denklemlerinin her zaman sayısal yöntemler kullanılarak doğru bir şekilde çözülmesine yönelik araştırmalar yapılmıştır. Böylece artan zorluk derecesindeki problemler daha kolay modellenip analiz edilebilmiştir.

19'uncu yüzyılda Maxwell teorisinin geliştirilmesinin ardından, ilk elektromanyetik (EM) analizler küre, silindir ve düzlemler üzerinde yapılmıştır. Çok yönlülük ve ihtiyaçlar kapsamında bilimsel ve mühendislik talepleri arttıkça, daha karmaşık geometrilere ilişkin çözümlere ihtiyaç duyulmaya başlanmıştır. Üzerlerine gelen radar dalgalarının saçılma karakteristiğinin önem teşkil ettiği askeri gemi ya da savaş uçakları bunlara verilebilecek örneklerden bazılarıdır. Sonuç olarak, Maxwell denklemlerinin çözülmesi için bazı yaklaşım teknikleri geliştirilmiştir [1].

Devre teorisi, farklı bir bakış açısıyla Maxwell teorisinin, birçok karmaşık geometrinin yaklaşık analizinin yüksek bir başarı oranıyla yapılabildiği alçak frekans bölgesiyle sınırlandırılmış şekli olarak tanımlanabilir. Spektrumun diğer ucunda, Maxwell denklemlerine yaklaşık çözümler üretebilmek için; yüksek-frekans dalga teorisi, kırınım teorisi ve pertürbasyon teorisi gibi teoriler geliştirilmiştir. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte 1960'larda çözüm metotlarında çok yönlülük ve doğruluk sağlamak maksadıyla sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Bu metotlar içerisinde öne çıkanlar Sonlu Farklar Metodu (FDM-The Finite Difference Method), Sonlu Elemanlar Metodu (FEM-The Finite Element Method) ve Moment Metodu (MoM-The Method of Moments) olmuş ve bilgisayar tabanlı elektromanyetik hesaplama yöntemlerinin çekirdeğini oluşturmuşlardır.

Bu çalışmada öncelikle, Moment Metodu esas alınarak Matlab'de yazılmış bir kod, geometrileri farklı bir programda hazırlanmış şekilleri tanıyacak şekilde geliştirilmiştir. Daha sonra, geometrileri tanımlanan şekillerin üzerinden saçılan EM dalgaların oluşturduğu yüzey akımları modellenerek cisimlerin farklı frekanslardaki elektromanyetik saçılım karakteristiği ve radar kesit alanları incelenmiş, bunlara ilişkin elde edilen veriler yorumlanmıştır. Sayısal sonuçların, Matlab kodunun ve yapılan işlemlerin doğruluğu, analitik metot sonuçlarıyla karşılaştırılarak analizler yapılmıştır. Bu çalışmadaki örnek şekillere ilişkin frekans bandı, hava arama radarlarının frekans bandına karşılık gelecek şekilde seçilmiştir.

II. GENEL BİLGİLER

A. SAÇILMA PROBLEMİ VE RADAR KESİT ALANI (RKA)

Elektromanyetik teori, temel olarak üç ana problem üzerinde durur. Bunlar ışıma (radiation), yayılma (propagation) ve saçılma (scattering) problemleridir. Işıma ve yayılma, elektromanyetik dalgaların boşlukta ya da yoğun ortamlarda ilerlemesiyle ve bu eylem sonucunda oluşturdukları alanlarla ilgilenir. Saçılma ise ışıma ve yayılma olaylarıyla iletilen elektromanyetik dalgaların bir cisme çarptığında ya da farklı yoğunluktaki bir ortama geçiş yaptığındaki davranışıyla ilgilenir. Saçılma problemini diğerlerinden ayıran ve önemli kılan etken, askeri uygulamalar açısından yüksek önem arz eden radar kesit alanı (RKA) gibi parametrelerin bu problem tipi yardımıyla çözülüyor olmasıdır. Bu çalışmada, saçılma problemi ve RKA uygulamalarıyla ilgilenilmiştir.

RKA, bir cismin veya platformun bir radardaki görünürlük miktarı veya elektromanyetik dalgalar olan radar sinyallerini yansıtma miktarı olarak tanımlanabilir [2]. RKA şu şekilde ifade edilebilir;

$$RKA = \frac{\text{Hedeften saçılan güç}}{\text{Hedefte m}^2 \text{ başına gelen güç}}$$

Hedefe göre alıcının aynı ya da farklı yerlerde olmasına bağlı olarak, sırasıyla, mono-statik ya da bi-statik RKA olarak tanımlanır. Her iki durumda da matematiksel olarak, hedeften çok uzaklarda (dalga boyuna göre R uzaklığı sonsuza giderken) saçılan alanın (E_s) genliğinin, gelen alanın (E_i) genliği ile karesel olarak oranlanması şeklinde gösterilir;

$$RKA = \sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2}$$

RKA'nın birimi metrekare (m^2)'dir. Fakat bir cismin değişik açılardaki RKA değeri $10^6 m^2$ ile $10^{-6} m^2$ arasında değişim gösterebilmektedir [3]. Bu kadar geniş aralıktaki RKA değerlerini aynı grafik üzerinde göstermek zor olduğu için RKA ölçümlerinde genellikle logaritmik bir ölçekle gösterilen “desibel

metrekare” (dBm^2) veya ingilizce “decibel square-meter” teriminin kısaltması olan ‘ $dBsm$ ’ birimi kullanılır [3]. Metrekare ile $dBsm$ cinsinden RKA değerleri arasında;

$$\sigma_{dB} = 10 \log_{10} \sigma$$

$$\sigma = 10^{(0.1\sigma_{dB})}$$

formülleri ile geçiş sağlanabilir.

Hedeflerin RKA değerleri, kullanılan frekansa ve hedef geometrisi ile hedefin elektriksel özelliklerine bağlıdır. Frekansa bağlı olarak hedefler farklı davranış gösterdikleri üç değişik RKA bölgesinde ele alınırlar [2]. Bunlar;

- Hedef boyutlarının dalga boyundan çok küçük kaldığı alçak frekans (Rayleigh) bölgesi,
- Hedef boyutlarının dalga boyu mertebelerinde olduğu orta frekanslar (Rezonans) bölgesi ve
- Hedef boyutlarının dalga boyuna göre çok büyük olduğu yüksek frekans (Optik) bölge olarak isimlendirilir.

Hedefin fiziksel boyutu radarın çalıştığı dalga boyuna göre kıyaslandığında ne kadar büyük olursa, elde edilen RKA değeri de o kadar artacaktır. Aksi durumda, cismin fiziksel boyu, dalga boyu ile kıyaslandığında çok küçük kalırsa, elde edilen RKA değeri de çok düşük olacaktır. Bununla beraber hedefin geometrik yapısı da çok büyük önem taşımaktadır. Hedef gelen radar sinyalini aynı doğrultuda yansıtacak bir geometriye sahipse, beklenen RKA değerleri daha yüksek olacaktır. Ancak hedef, gelen radar sinyallerini radara değil de farklı yönlere saçacak özel bir geometriye sahipse, beklenen RKA değerleri düşük olacaktır. Bunun yanında hedefe hangi açıdan bakıldığı ve hedefin hangi malzemeden yapıldığı da büyük önem taşımaktadır. Hedef teorik olarak mükemmel iletken (Perfect Electric Conductor-PEC) yapıda ise, gelen radar sinyalini olduğu gibi geri yansıtacaktır. Ancak hedef örneğin teflon gibi kayıplı bir malzemeden yapılmış ise, hedeften geriye yansıyan sinyal oranı PEC yapıya sahip hedefteki kadar yüksek olmayacaktır.

Hedeften saçılmanın her frekans ve her bakış açısı için azaltılması çok güç bir problemdir. Bu nedenle, algılamada kullanılan radarların birinde görülemeyen bir hedef bir diğerinde kolaylıkla görülebilir. Hedeflerin RKA değerlerini azaltmak için kullanılan en etkili iki teknik;

- Metal yüzeylerin hedefe gelen elektromanyetik enerjiyi radar yönünde yansıtmayacak biçimde şekillendirilmesi,
- Metal yüzeylerin azaltılması ve var olanların da radar işaretini yutacak malzemelerle (radar absorbing material-RAM) kaplanmasıdır.

Günümüzde, özellikle askeri hedeflerde (gemi ya da uçak) RKA değerlerinin küçültülmesi, yani radara yakalanmayan hayalet hedeflerin tasarımı oldukça yoğun ilgi çekmektedir. Amerikan *B-2* ve *F-117* bombardıman uçakları ile Fransız *La Fayette* sınıfı ve Alman *Sachsen* sınıfı fırkateynler hayalet olarak tasarlanmış, radarlara çok düşük RKA gösteren örneklerdir [3].

RKA izi düşük hedeflerin tasarlanmasında en önemli nokta, hedeflerin EM davranışlarının frekansa, geometriye ve radar işaretine bağlı olarak çok iyi anlaşılabilmesidir. Matematiksel analizi çok zor, hatta olanaksız olan bu problemler ancak sayısal yöntemlerle ele alınabilen karmaşık yapıdadırlar. Sayısal yöntemlerde ise en önemli sorun, elde edilen sonuçların fiziksel yorumlarının sağlıklı yapılabilmesidir.

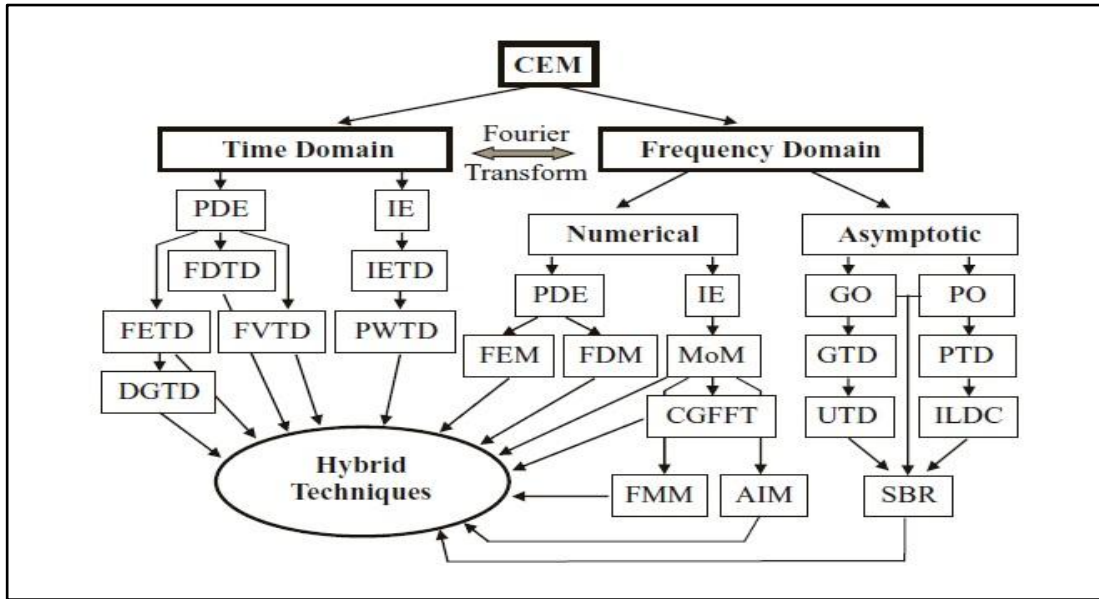
B. BİLGİSAYAR TABANLI EM HESAPLAMA YÖNTEMLERİ

1960'lı yıllardaki başlangıcından beri, bilgisayar tabanlı hesaplama yöntemleri üzerindeki çalışmalar yaklaşık 50 yıllık bir geçmişe tanıklık etmişlerdir [4]. Sayısız araştırmacının gayretleri sayesinde, birçok çeşit elektromanyetik problemin çözümü için hesaplama yöntemleri geliştirilmiştir. Bu çalışmada bahse konu hesaplama yöntemlerinden Moment Metodu kullanılmış olmasına rağmen, konunun daha iyi anlaşılabilmesi amacıyla yöntemlerin geneli ve çıkış noktaları hakkında kısa ve temel bilgileri hatırlamak faydalı olacaktır.

Elektromanyetik analiz amaçlı tüm hesaplama yöntemleri iki gruba ayrılabilir [1];

- Zaman Uzaı Metotları,
- Frekans Uzaı Metotları

Bu iki grup birbirine Fourier dönüşümleri ile bağılıdır. Elektrostatik ve manyetostatik problemlerin çözümüne yönelik olan yöntemler frekans uzaı metotlarına dâhildirler. Bu grup yöntemler içerisinde, ışın ve kırınım optiğı temeline dayalı ve elektriksel olarak geniş kapasiteli problemler için kullanılabilecek yüksek-frekans asimptotik metotlardan (high-frequency asymptotic methods) oluşan bir alt grup bulunmaktadır. Diğer alt grup ise, Maxwell denklemlerini direk olarak çözen ve daha kapsamlı hesaplama araçları gerektirmesi karşılığında her zorlukta probleme uyarlanabilen metotlardan oluşur (first-principle numerical methods) [1].



Şekil II.1 Bilgisayar Tabanlı EM Hesaplama Yöntemleri Şeması

1. Frekans-Zaman Uzaı Karşılaştırması

Maxwell denklemleri hem frekans hem de zaman uzaında çözülebildikleri için elektromanyetik problemlerin çözümü için geçmişte iki grup metot geliştirilmiştir: zaman ve frekans uzaı metotları. Ancak iki uzaının da çözüm

süreçleri farklılık gösterdiğinden, iki tip çözüm de farklı avantajlar sağlamaktadır. Örneğin, Maxwell denklemlerine bir frekans-uzayı sayısal yöntemi uygulandığında bir lineer denklem sistemini (matris denklemleri) her frekans için ayrı olarak çözümlememiz gerekecektir. Oysa sistem matrisi genellikle uyarımlardan bağımsızdır. Matris bir kere dönüştürüldüğünde ya da çarpanlarına ayrıldığında, bütün uyarımlar için çözüm elde edilebilecek bir hale gelecektir. Bu özellik frekans-uzayı yöntemlerini, birçok uyarımı göz önünde bulundurmamızı gerektirecek (monostatik saçılım analizinde olduğu gibi) problemler için daha çekici hale getirmektedir. Dahası, frekans uzayı yöntemleri Maxwell denklemlerini her frekansta çözdüğü için, dispersif yani dağıtıcı ortamlarda daha rahat kullanılabilirler. Diğer yandan bir zaman uzayı sayısal yöntemi Maxwell denklemlerine uygulandığında her uyarım için zamanla değişen ayrı çözümler bulunması gerekir. Zaman uzayında çözüm bir kere bulunduğunda, ters Fourier dönüşümü kullanılarak geniş bir frekans bandında çözüm elde edilebilir. Ancak çözüm sürecinin her uyarım için ayrı olarak tekrarlanması gerekecektir. Buradan, zaman uzayı yöntemlerinin, yalnızca birkaç uyarımın söz konusu olduğu geniş frekans bandı problemlerinin çözümü için daha ideal olacağı sonucuna varılabilir. Çünkü zaman uzayı yöntemleri Maxwell denklemlerini zaman içinde adım adım çözerler ve hesaplama uzayının elektromanyetik özelliklerinin alan büyüklükleriyle değiştiği lineer olmayan problemlere etkin olarak uygulanabilirler.

Zamana bağımlı Maxwell denklemleri 4-boyutlu bir matematiksel problem barındırırlar; 3 uzaysal boyut ve zaman boyutu. Genellikle bir problemin zorluğu boyutları büyüdükçe, bir başka deyişle bağımsız değişkenlerin sayısı arttıkça, katlanarak artar. Boyutların sayısını azaltabilmek için, Fourier dönüşümü uygulanarak Maxwell denklemleri frekans uzayına geçirilebilir. Böylece zamana bağımlılık ortadan kaldırılmış yani boyut sayısı üçe indirilmiş olur. Frekans uzayında çözüm elde edildikten sonra, ters Fourier dönüşümü uygulanarak zamana bağımlı cevap da elde edilebilir. Buradaki tek olumsuz nokta frekans uzayında bulunan çözümlerin birçok frekansta tekrarlanmasının gerekecek olmasıdır.

Elektromanyetik problemlerin olağanüstü geniş bir ölçekte olması, her birinde ayrı faydalar ve kısıtlamalarla karşılaşılmakla birlikte, bilgisayar tabanlı elektromanyetik hesaplama yöntemlerine ilişkin algoritmaların geliştirilmesinde ana etken olmuştur. Bir önceki başlıkta da belirtildiği gibi hesaplamaların zaman ve frekans uzayında yapılmasına göre iki ayrı grupta sınıflandırılabilen bu algoritmalar, daha kesin bir doğruluk derecesine sahip oldukları Alçak-Frekans (Low Frequency-LF) ve daha genel sonuçlar veren Yüksek-Frekans (High Frequency-HF) yöntemleri olarak da sınıflandırılabilir. Çalışmada kullandığımız moment metodunun, aralarında nasıl bir yerde olduğunu daha iyi anlayabilmek amacıyla bu algoritmaların en sık kullanım alanı bulanlarından bazılarını özetlemek faydalı olacaktır [1].

2. Alçak-Frekans (LF) Yöntemleri

Alçak-Frekans yöntemlerinin böyle adlandırılmasının altında yatan temel sebepler; Maxwell denklemlerini kesin bir yaklaşıklıkla çözmeleri ve hesaplama zamanı, sistem hafızası, vb. gibi nedenlere bağlı olarak küçük elektriksel boyutlardaki problemlerle uygulanabiliyor olmalarıdır. Bilgisayarların gelişiyor olmalarına bağlı olarak daha büyük boyutlardaki problemleri çözebilecek olmalarına rağmen, bu husus şimdilik literatürdeki yerini koruyacak gibi görünüyor [8].

a. Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Time Domain-FDTD)

Sonlu fark zaman uzayı yöntemi, Maxwell denklemlerini zaman uzayında çözebilmek amacıyla sonlu farklar yöntemini kullanır [5]. Bu yöntemin uygulaması genellikle çok açıktır: çözüm uzayı tipik olarak küçük dikdörtgensel ya da eğrisel parçalara ayrılır, bunların birbirine göre etkisi ifade edilip zamana göre integrali alınarak elektrik ve manyetik alanları hesaplanır. Bütün çözüm uzayının ayrıklaştırılması için yüksek hafıza gerektirmesi, uygulanmasında dağılım konusunda sıkıntılar yaşanması ve çözüm sınırlarının yapay olarak belirlenmesinin gerekmesi gibi olumsuzluklara rağmen FDTD, homojen ve doğrusal olmayan ortamların analizinde ön plana çıkmaktadır. FDTD, karmaşık dielektriklerdeki dalga

yayılımı çalışmalarında olduğu gibi, dalga kılavuzu problemlerinde de uygulama alanı bulmaktadır [8].

b. Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method-FEM)

Sonlu eleman yöntemi, frekans uzayındaki sınır değerli elektromanyetik problemleri değişimsel bir form kullanarak çözmek için kullanılan bir yöntemdir. Çözüm uzayının yüksek doğrulukla ayrıklaştırılmasına olanak sağlayan değişik şekillere sahip iki ya da üç boyutlu elemanlarla uygulanır. FEM genellikle, oyuk (kavite) ya da dalga kılavuzu problemleri gibi kapalı ve karmaşık alanlardaki alan dağılımının hesaplanması için frekans uzayında kullanılır. FDTD yönteminde olduğu gibi çözüm uzayı sınırlandırılmalıdır, çünkü yöntemin bir sınır integrali denklemiyle birleştirilmeden ışıma ve saçılma problemlerine uygulanması mümkün olamayacaktır [8].

c. Moment Metodu (Method of Moments-MoM)

Moment metodu, elektromanyetik sınır ve hacim integral denklemlerini frekans uzayında çözmek için kullanılan bir tekniktir. Elektromanyetik kaynaklar ilgi alanında olduğu için MoM, ışıma ve saçılma (radiation and scattering) problemleri için çok kullanışlıdır [8].

3. Yüksek Frekans (HF) Yöntemleri

Geniş ölçeklerdeki elektromanyetik problemler, onları çözebilecek bilgisayarlardan çok daha önce mevcuttular. Bu problemlere örnek olarak radar kesit alanı (RKA) tahmini ve geniş yapıların üzerine monte edilen antenlerin ışıma paternlerinin hesaplanmasını verebiliriz. Bu problemleri çözülebilir hale getirmek maksadıyla ışıma ve saçılma denklemlerine birçok yaklaşım getirilmiştir. Bunların çoğu, asimptotik ya da yüksek-frekans (HF) sınırında alanları iyileştirmekte ve ışın optiği ve kenar kırınımı kurallarını uygulamaktadır. Problem elektriksel olarak büyük olduğunda asimptotik yöntemlerin çoğu, kendileri için ilk aşamada yeterli olabilecek ya da doğruluk derecesi daha yüksek bilgisayar tabanlı bir çözüm bulunana kadar başlangıç değeri olarak kullanılabilecek sonuçlar üretirler [8].

a. Geometrik Kırınım Teorisi (Geometric Theory of Diffraction-GTD)

Geometrik kırınım teorisi, elektromanyetik dalga yayılımını belirleyebilmek için ışın optiğini kullanır. Işın demetinin yayılım karakteristiği, genlik şiddeti ve bozulma, Fermat prensibi ve yansıma noktalarındaki eğriliğin yarıçapı ile hesaplanır. Bu teori, gölge bölgelerdeki alanın hesaplanmasına izin vererek kenarlar boyunca yayılan alanın telafi edilmesini sağlar. GTD nisbeten hızlı bir yöntemdir ancak daha karmaşık geometriler için düşük düzeyde bir doğruluğa sahiptir [8].

b. Fiziksel Optik (Physical Optics-PO)

Fiziksel optik, yüksek-frekans yüzey akımlarını yakınsayarak bulmaya yarayan ve bunun için de bir sınır integralinden faydalanan bir yöntemdir. Fiziksel optik (PO) ve Moment Metodu (MoM) aynı integral denklemini çözmek için kullanılan yöntemlerdir, ancak moment metodu, farklı olarak yüzey akımlarını yakınsamadan direk olarak bulur. PO, kenarlardan yayılan ya da çoklu yansımalar sonucu ortaya çıkan alan değerlerini hesaplamada yetersiz olduğundan genelde bu yöntemle bulunan çözüme tamamlayıcı düzeltmeler ilave edilir. PO yöntemi, radar kesit alanı (RKA) tahmin kodlarında kullanıldığı gibi, yüksek-frekans yansıtıcı anten analizinde de yüksek oranda kullanılmaktadır [8].

c. Fiziksel Kırınım Teorisi (Physical Theory of Diffraction-PTD)

Fiziksel kırınım teorisi (PTD), bir cismin kırınım meydana gelen kenarlarında oluşan kuralsız akımların etkisini de çözüme eklemek suretiyle, fiziksel optik (PO) yöntemiyle elde edilen çözümü tamamlayıcı bir araç olarak kullanılır. Bu yöntem genellikle yüksek-frekans radar kesit alanı ve saçılma analizlerinde kullanılır [8].

C. MOMENT METODUNUN ELEKTROMANYETİK TEMELİ

Elektromanyetik problemlerin çözümü, Maxwell denklemlerinin uygun formülasyon ve sınır koşullarıyla uygulanmasını gerektirir. Bu bölümde, EM teorisinin moment metoduyla ilgili kısımlarına ilişkin temel bilgiler hatırlatılacaktır. Maxwell denklemleri ve ışıma için formüller hatırlatılacak, Green fonksiyonu ve moment metodunda kullanılacak olan ışıma ve saçılma için yüzey integral denklemleri elde edilecektir.

1. Maxwell Denklemleri

Homojen bir ortamda, dielektrik sabiti ϵ ve manyetik geçirgenlik μ parametreleriyle birlikte, elektrik alan $\mathbf{E}$ ve manyetik alan şiddetine $\mathbf{H}$ ilişkin Maxwell denklemleri frekans uzayında aşağıdaki gibi ifade edilir [6].

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.1.)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (2.2.)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q_e \quad (2.3.)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = q_m \quad (2.4.)$$

Bunların yanı sıra bünye denklemleri, $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ ve $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ şeklinde ifade edilir ve zamana bağlı $e^{j\omega t}$ ifadesi ihmal edilmiştir. Manyetik akım $\mathbf{M}$ ve manyetik yük q_m fiziksel olarak doğrulanabilir büyüklükler olmamalarına rağmen, genellikle ışıma ve saçılma problemlerinin çözümünde matematiksel araçlar olarak kullanılırlar.

2. Elektromanyetik Sınır Koşulları

Farklı dielektrik parametreleri olan bölgelerin arasındaki sınır koşulu denklemleri;

$$-\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = \mathbf{M}_s \quad (2.5.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s \quad (2.6.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = q_e \quad (2.7.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = q_m \quad (2.8.)$$

şeklinde yazılabilir.

Burada $\hat{\mathbf{n}}$ iki yüzeyin birleşme noktasındaki normal vektörü olmak üzere $\mathbf{M}, \mathbf{J}, q_e$ veya q_m 'nin herhangi birinin var olduğu durumlar için geçerlidir (2'nci bölgeden 1'inci bölgeye). Dielektrik bir ortamdan (2'nci ortam) mükemmel elektrik iletken (PEC) bir ortama (1'inci ortam) geçiş için sınır koşulları

$$-\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_2 = 0 \quad (2.9.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_2 = \mathbf{J}_s \quad (2.10.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{D}_2 = q_e \quad (2.11.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B}_2 = 0 \quad (2.12.)$$

olarak ifade edilirken, dielektrik bir ortam ile mükemmel manyetik iletken (PMC) bir ortam arasındaki sınır koşulları ise

$$-\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_2 = \mathbf{M}_s \quad (2.13.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_2 = 0 \quad (2.14.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{D}_2 = 0 \quad (2.15.)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B}_2 = q_m \quad (2.16.)$$

3. Işıma Formülleri

Elektromanyetik ışıma problemi, bir dizi elektriksel ve manyetik akımdan kaynaklanan uzaydaki bütün alan büyüklüklerini içerir. Saçılma problemleri, yerel akımların bir dizi farklı akımdan ya da tetiklenmiş alandan kaynaklandığı ışıma problemleri olarak düşünülebilir. Yalnızca elektrik akımı $\mathbf{J}$

ve elektrik yükü q_e bulunan andaki ($\mathbf{M} = 0$, $q_m = 0$) ışıma integral denklemini elde etmek için (2.1.)'in rotasyoneli alınarak (2.2.)'de yerine yazılırsa [7]

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\nabla \times \mathbf{H} = \omega^2\mu\epsilon\mathbf{E} - j\omega\mu\mathbf{J} \quad (2.17.)$$

ya da

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - \omega^2\mu\epsilon\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{J} \quad (2.18.)$$

elde edilir.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} \quad (2.19.)$$

vektör özelliği kullanılarak

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2\mathbf{E} - k^2\mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{J} \quad (2.20.)$$

elde edilir. Bulunan denklemde k dalga sayısı, $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$ eşitliği ile ifade edilir. (2.3.) kullanılarak

$$\nabla^2\mathbf{E} + k^2\mathbf{E} = j\omega\mu\mathbf{J} + \frac{\nabla q_e}{\epsilon} \quad (2.21.)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadeye süreklilik denklemi olan $\nabla \cdot \mathbf{J} = -j\omega q_e$ (2.22.) ifadesi uygulanarak

$$\nabla^2\mathbf{E} + k^2\mathbf{E} = j\omega\mu\mathbf{J} - \frac{1}{j\omega\epsilon}\nabla(\nabla \cdot \mathbf{J}) \quad (2.23.)$$

elde edilir.

Maxwell denklemlerinin doğrusal olmaları nedeniyle $\mathbf{J}$ bir hacim üzerinde dağıtılmış noktasal kaynakların çakışması olarak düşünülebilir. Böylece bir kaynağın tepkisinin bilinmesi durumunda orijinal problem, bu tepkinin o hacim üzerinden integrali alınarak çözülebilir. Bu düşünceden yola çıkarak, (2.23.) bir integral denklemine dönüştürülebilir. Bu denklemin üç ayrı skaler eşitlik içerdiği göz önüne alındığında, yalnızca $\hat{x}$ yönündeki bileşeni dikkate alınarak

$$\nabla^2 E_x + k^2 E_x = j\omega\mu(J_x + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \nabla \cdot \mathbf{J}) \quad (2.24.)$$

ifadesi elde edilir. (2.24.)'e, aşağıdaki skaler Helmholtz denklemini sağlayan Green fonksiyonu $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ uygulanarak,

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.25.)$$

bilinen Green fonksiyonu $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ için E_x ifadesi

$$E_x(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [J_x(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.26.)$$

şeklinde yazılabilir. Bulunan ifadenin vektör formuna genellenmesi durumunda, $\mathbf{J}'$ 'nin kuvveti olarak alınırsa

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\mathbf{J}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.27.)$$

elde edilir. Benzer bir türetilme ile manyetik akım $\mathbf{M}$ ve manyetik yük q_m kaynaklı olarak ışıyan manyetik alan

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j\omega\epsilon \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\mathbf{M}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \nabla' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.28.)$$

olarak bulunur. Bu denklemlerin kullanılabilmesi için (2.25) çözülmeli ve $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ elde edilmelidir [8].

a. Üç Boyutlu Green Fonksiyonu

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.29.)$$

Üç boyutlu skaler Helmholtz denkleminin çözümü için öncelikle homojen versiyonu dikkate alınacak, daha sonra homojen olmayan durumun sınır koşullarıyla karşılaştırılarak daha özgün bir çözüm bulunacaktır. $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 'nin noktasal bir elektromanyetik kaynak için çözümü ifade etmesi nedeniyle üç boyutta bir küresel simetriye sahip olması gerektiği söylenebilir. Bu sebepten, Laplace'ın yalnız radyal ifadesi alınır ve

$$\nabla^2 G = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dG}{dr} \right) = \frac{d^2 G}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dG}{dr} \quad (2.30.)$$

elde edilir. Sonrasında,

$$\frac{1}{r} \frac{d^2(rG)}{dr^2} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dG}{dr} + G \right) = \frac{d^2G}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dG}{dr} \quad (2.31.)$$

olduğu gözlemlenir ve fonksiyonda ile $r > 0$ için r ile rG yer değiştirirse,

$$\frac{d^2(rG)}{dr^2} + k^2(rG) = 0 \quad (2.32.)$$

olarak yazılabilir. Bütün bu ifadelerin sonucunda

$$G = A \frac{e^{-jkr}}{r} + B \frac{e^{jkr}}{r} \quad (2.33.)$$

olarak ifade edilir ve bu ifade gelen ve uzaklaşan dalgaları içermektedir. Ancak çözümün yalnızca uzaklaşan dalgaları içermesi gerekmesi ve $e^{j\omega t}$ zaman bileşenini kullanmış olmamız nedeniyle yalnızca ilk terim alınmaktadır.

$$G = A \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (2.34.)$$

Green fonksiyonunun değerinin yalnızca kaynak ve gözlem noktaları $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{r}'$ arasındaki nispi mesafeye r bağlı olmasından dolayı, $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ olduğu yerde $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ notasyonu kullanılacaktır. Burada Green fonksiyonundaki üslü ifadenin faz gösteriminin literatürde bir standardının olmadığı belirtilmelidir. (2.34)'teki gösterim çoğu kaynakta aynıdır ancak bazı kaynaklarda Green fonksiyonu, zaman harmonik ifadenin $e^{-j\omega t}$ olduğu varsayılarak, pozitif üslü olarak gösterilmiştir.

Burada şimdi özgün bir çözüm bulabilmek amacıyla sınır koşullarının karşılaştırılması gerekir. Dalga, artan mesafe r ile birlikte azalmak zorunda olduğundan, $r \rightarrow \infty$ oldukça $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow 0$ olması gerekmektedir. $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ifadesi yazıldığı üzere bu ifadeyi zaten sağlamaktadır. Burada bunun, A 'nın belirlenmesi maksadıyla, noktasal kaynağın olduğu yerle ($r = 0$) karşılaştırılması gerekmektedir. Bunun için (2.25)'in a yarıçaplı küresel bir hacim üzerinden integralinin alınması gerekir. (2.34)'te $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ifadesi yerine koyulursa

$$A \iiint_V [\nabla \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) + k^2 \frac{e^{-jkr}}{r}] dV = -1 \quad (2.35.)$$

elde edilir. Burada ilk terimi değerlendirmek amacıyla Diverjans Teoremi kullanılarak

$$\iiint_V \nabla \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dV = \iint_S \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dS \quad (2.36.)$$

bulunur. Küre üzerinde $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{r}}$ olduğu için

$$\iint_S \hat{\mathbf{r}} \cdot \nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dS = \iint_S \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) dS \quad (2.37.)$$

olarak yazılır ve bu da

$$4\pi a^2 \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right]_{r=a} \quad (2.38.)$$

ifadesi şeklinde yazılabilir. $a \rightarrow 0$ için limiti alınırsa

$$\lim_{a \rightarrow 0} 4\pi a^2 \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right]_{r=a} = -4\pi \quad (2.39.)$$

olarak bulunur. İkinci terim ise

$$k^2 \int_0^a \frac{e^{-jkr}}{r} 4\pi r^2 dr = 4\pi k^2 \int_0^a r e^{-jkr} dr \quad (2.40.)$$

olarak bulunur. Bulunan ifade incelenirse $a \rightarrow 0$ durumunda integralin sıfıra yaklaşacağı görülür. Buradan $A = 1/4\pi$ (2.41.) olarak bulunduğuna göre üç boyuttaki elektrodinamik Green fonksiyonu da aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.42.)$$

b. İki Boyutlu Green Fonksiyonu

İki boyuttaki skaler Helmholtz denklemi

$$\nabla^2 G(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') + k^2 G(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = -\delta(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') \quad (2.43.)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıdaki ifade için homojen durumdaki çözüm, sıfıncı dereceden birinci ve ikinci tür Hankel fonksiyonları ile bulunur. Çözümün yalnız uzaklaşan dalgaları içermesi nedeniyle

$$G(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = A H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) \quad (2.44.)$$

olarak yazılır. A'yı elde edebilmek için Hankel fonksiyonuna küçük değer yakınsaması (small argument approximation) uygulanır

$$H_0^{(2)}(k\rho) \approx 1 - j\frac{2}{\pi} \log \frac{\gamma k\rho}{2} \quad \rho \rightarrow 0 \quad (2.45.)$$

ve (2.43.)'ün, merkezi başlangıç noktası olan a yarıçaplı çok küçük bir daire üzerinden integrali alınarak

$$A \iint_S [\nabla \cdot \nabla + k^2] \left[1 - j\frac{2}{\pi} \log \frac{\gamma k\rho}{2} \right] dS = -1 \quad (2.46.)$$

ifadesi bulunur. Diverjans teoremi ile ilk terim çizgi integraline çevrilir ve

$$-j\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \nabla \left[\log \frac{\gamma k\rho}{2} \right] \rho d\varphi = -4j \quad (2.47.)$$

olarak yazılır. İkinci terim ise

$$k^2 \int_0^a \left[1 - j\frac{2}{\pi} \log \frac{\gamma k\rho}{2} \right] 2\pi\rho d\rho \quad (2.48.)$$

olarak yazılır. İntegralin ilk kısmı $a \rightarrow 0$ nedeniyle sıfıra gider. İkinci kısmın integrali alındığında

$$4jk^2 \int_0^a \log \frac{\gamma k\rho}{2} \rho d\rho = \left[\frac{\rho^2}{2} \log \frac{\gamma k\rho}{2} - \frac{\rho^2}{4} \right] \Big|_0^a \quad (2.49.)$$

ifadesi elde edilir ve $\lim_{\rho \rightarrow 0} \rho^2 \log \rho = 0$ (2.50.) olduğundan $A = -j/4$ (2.51.) olarak bulunur. Buna göre iki boyutlu elektrodinamik Green fonksiyonu da

$$G(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) \quad (2.52.)$$

olarak bulunur.

4. Vektör Potansiyelleri

Bir önceki bölümde, uzayda her yerde, elektrik ve manyetik akım dağılımından kaynaklanan, ışıma alanlarını belirlememizi sağlayan ifadeler ve formüller elde edildi. Birçok uygulamada bu alanların denklemlerini çözmek zor ya da imkânsız olabilir. Bu durumu çözmek için, ışıyan alanlar için de kullanılan bir dizi yardımcı vektör potansiyeli türetilir. Bu potansiyeller akım integralleri vasıtasıyla, ışıyan alanlar ise direk olarak potansiyellerden elde edilir. Vektör potansiyeli formülleri çoğunlukla saçılma ve anten ışıması problemlerinin analizinde kullanılırlar ve bilgisayar tabanlı EM yöntemlerin uygulanmasında da sıklıkla faydalanılırlar. Bu formülasyonlar bir önceki bölümde elde edilen integral denklemleriyle, anlatılacak ufak farklar dışında, benzerlik gösterirler.

a. Manyetik Vektör Potansiyeli

Öncelikle kaynaksız ve homojen bir ortam için manyetik vektör potansiyeli elde edilecektir. Manyetik alanın $\mathbf{H}$ her zaman solenoidal yani sarmal yapıda olmasından dolayı $\mathbf{A}$ gibi keyfi olarak seçilen bir vektörün rotasyoneli olarak yazılabilir. Bu yüzden

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.53.)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeyi (2.1.)'de yerine koyarsak

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.54.)$$

ifadesi elde edilir ve bu da

$$\nabla \times (\mathbf{E} + j\omega\mathbf{A}) = 0 \quad (2.55.)$$

şeklinde yazılabilir. Sonrasında $\nabla \times (-\nabla\Phi_e) = 0$ (2.56.) özelliği kullanılarak

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\Phi_e \quad (2.57.)$$

olarak yazılır. Burada Φ_e rastgele seçilen elektrik skaler potansiyelini temsil eder. Daha sonra $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ (2.58.) özelliği kullanılarak ve iki tarafın da rotasyoneli alınarak

$$\mu \nabla \times \mathbf{H} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2.59.)$$

ifadesi elde edilir ve bu ifade (2.2.) ile birleştirilerek

$$\mu \mathbf{J} + j\omega\mu\epsilon\mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2.60.)$$

olarak yazılır. Burada (2.57.)'deki ifade, yerine koyulursa

$$\mu \mathbf{J} + j\omega\mu\epsilon(-j\omega\mathbf{A} - \nabla\Phi_e) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (2.61.)$$

elde edilir ve bu da

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A} + j\omega\mu\epsilon\Phi_e) \quad (2.62.)$$

şeklinde yazılabilir.

$\mathbf{A}$ 'nın rotasyoneli (2.53.)'te tanımlanmıştı ancak henüz diverjansı tanımlanmadı. Bu yüzden, gelecekte de bu kurala bağlı kalındığı sürece istenilen şekilde tanımlanabilir. Burada $\mathbf{A}$ 'nın diverjansı

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -j\omega\mu\epsilon\Phi_e \quad (2.63.)$$

olarak ifade edilmiştir ve bu ifade yardımıyla (2.62.) kolaylıkla

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (2.64.)$$

şeklinde sadeleştirilebilir ve elde edilen bu ifade $\mathbf{A}$ için *homojen olmayan vektör Helmholtz denklemidir*. Artık kaynaksız ortamda herhangi bir yerdeki elektrik alan

$$\mathbf{E} = -j\omega\mathbf{A} - \nabla\Phi_e = -j\omega\mathbf{A} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}) \quad (2.65.)$$

ifadesinin de yardımıyla

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mu \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mu \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (2.66.)$$

ifadesi ile elde edilebilir. İki boyutlu manyetik vektör potansiyel ifadesi de (2.52.) yardımıyla

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{-j\mu}{4} \iint_S \mathbf{J}(\boldsymbol{\rho}') H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) d\boldsymbol{\rho}' \quad (2.67.)$$

şeklinde ifade edilebilir.

b. Elektrik Vektör Potansiyeli

Maxwell denklemlerinin simetri özelliğinin yardımıyla elektrik vektör potansiyeli $\mathbf{F}$ için de benzer denklemler elde edilebilir. Çıkarım aşağıdaki formüller yardımıyla özetlenebilir.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} \quad (2.68.)$$

$$\Phi_m = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (2.69.)$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\mu \mathbf{M} \quad (2.70.)$$

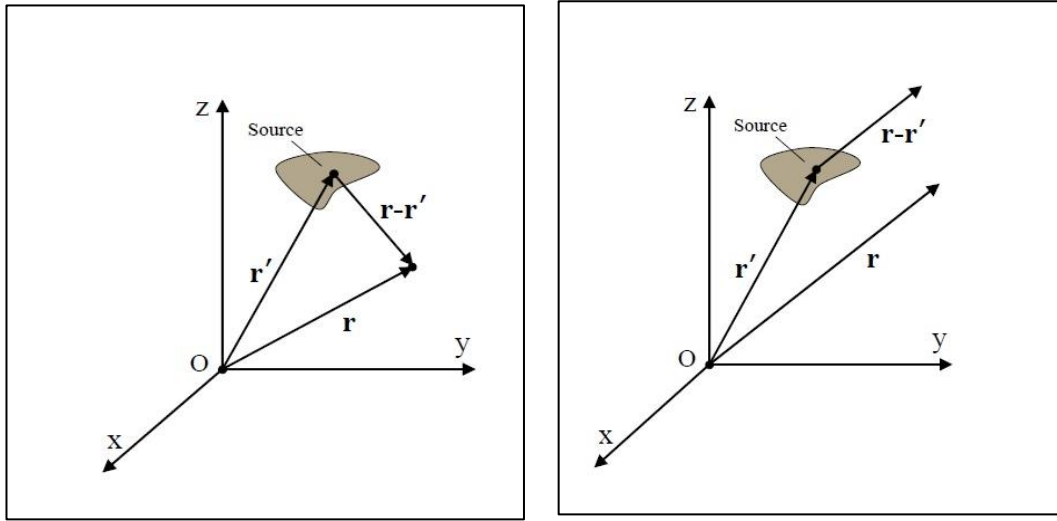
$$\mathbf{H} = -j\omega\mathbf{F} - \nabla\Phi_m = -j\omega\mathbf{F} - \frac{j}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) \quad (2.71.)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \epsilon \iiint_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{M}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \epsilon \iiint_V \mathbf{M}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (2.72.)$$

Burada (2.70.), $\mathbf{F}$ için *homojen olmayan vektör Helmholtz denklemidir*.

5. Yakın ve Uzak Alanlar

Pratik problemlerde genellikle ışımanın kaynağına yakın ya da uzak alanlardaki elektromanyetik alan değerlerine ihtiyaç duyulur. Yakın alan değerine ya da ışıyan kaynağa yakın olan alana, anten besleme ya da elektronik kaplama uygulamalarında ihtiyaç duyulur. Uzak alan değerine ya da ışıyan kaynağa çok uzak olan alan ise çoğunlukla saçılma ve RKA problemlerinde ihtiyaç duyulur. Çalışmanın bu kısmında, ileriki bölümlerde de ihtiyaç duyacağımız, yakın ve uzak alan ilişkileri özetlenecektir.



a) Yakın Alan Geometrisi

b) Uzak Alan Geometrisi

Şekil II.2 Yakın ve Uzak Alan Geometrisi

a. Yakın Alan

Öncelikle, Şekil II.2a'da gösterildiği gibi, ışıyan kaynağa yakın bir noktadaki alanlar için ifadeler bulunur. Bunun için, bir elektrik akımı tarafından tetiklenen manyetik alanın (2.53.) ve (2.66.) yardımıyla

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \nabla \times \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} d\mathbf{r}' \quad (2.73.)$$

şeklinde ifade edildiği hatırlanabilir. Bu ifadede $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 'dir. Rotasyonel işaretini integralin içine atarak ve vektör özelliğinin de yardımıyla

$$\nabla \times [f \mathbf{J}(\mathbf{r}')] = (\nabla f) \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') + f[\nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}')] \quad (2.74.)$$

olarak yazılır ve sonuç olarak

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) d\mathbf{r}' \quad (2.75.)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') = 0$ 'dır ve Green fonksiyonunun gradyanı alındığında

$$\nabla \left(\frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) = -(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \frac{1 + jkr}{4\pi r^3} \quad (2.76.)$$

ifadesi elde edilir ve bu sonuca istinaden manyetik alan ifadesi

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \iiint_V [(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \times \mathbf{J}(\mathbf{r}')] \frac{1 + jkr}{4\pi r^3} d\mathbf{r}' \quad (2.77.)$$

şeklinde yazılabilir. Bulunan ifade, dikdörtgensel bileşenlerine ayrıldığında aşağıda belirtildiği gibi ifade edilir.

$$H_x(\mathbf{r}) = \iiint_V [(z - z')J_y - (y - y')J_z] \frac{1 + jkr}{4\pi r^3} dx' dy' dz'$$

$$H_y(\mathbf{r}) = \iiint_V [(x - x')J_z - (z - z')J_x] \frac{1 + jkr}{4\pi r^3} dx' dy' dz' \quad (2.78.)$$

$$H_z(\mathbf{r}) = \iiint_V [(y - y')J_x - (x - x')J_y] \frac{1 + jkr}{4\pi r^3} dx' dy' dz'$$

(2.2.) kullanılarak elde edilen elektrik alan ifadesi de aşağıda olduğu gibidir.

$$E_x(\mathbf{r}) = \iiint_V [G_1]_x + B(x - x')G_2] e^{-jkr} dx' dy' dz'$$

$$E_y(\mathbf{r}) = \iiint_V [G_1 J_y + B(y - y') G_2] e^{-jkr} dx' dy' dz' \quad (2.79.)$$

$$E_z(\mathbf{r}) = \iiint_V [G_1 J_z + B(z - z') G_2] e^{-jkr} dx' dy' dz'$$

Bu elektrik alan ifadeleri içindeki bilinmeyenler

$$B = (x - x')J_x + (y - y')J_y + (z - z')J_z \quad (2.80.)$$

$$G_1 = \frac{-1 - jkr + k^2 r^2}{4\pi r^3} \quad (2.81.)$$

$$G_2 = \frac{3 + 3jkr - k^2 r^2}{4\pi r^5} \quad (2.82.)$$

şeklinde ifade edilir.

(2.78.) ve (2.79.), bilinen bir elektrik akım dağılımına yakın herhangi bir noktadaki ışıyan alanları hesaplamak için kullanılabilir. Bilinen bir manyetik akım dağılımına yakın herhangi bir noktadaki ışıyan alanların ifadeleri de yukarıda anlatılan yöntem doğrultusunda elde edilebilir.

b. Uzak Alan

Gözlem noktası kaynaktan çok uzakta seçildiğinde ($kr \gg 1$) yakınsamalar, ışıyan alanların hesaplamasını çok büyük ölçüde kolaylaştıracak şekilde yapılabilir. Bu durumda $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ Şekil II.2'de de gösterildiği üzere görsel olarak paraleldir. Bu kabule dayanarak $\mathbf{r}'$ 'yi

$$\mathbf{r} = \begin{cases} \mathbf{r} - \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}} & \text{faz değişimleri için} \\ \mathbf{r} & \text{genlik değişimleri için} \end{cases} \quad (2.83.)$$

şeklinde oldukça yakınsayabiliriz.

(2.65.)'te diferansiyel operatörlerden dolayı, sağ taraftaki ilk terimin alanlara $1/r'$ yle, ikinci terimin ise $1/r^2$, $1/r^3$, vs. ile orantılı olarak değişerek

katkıda bulunduğu gör÷lmektedir. Uzak alanda yalnızca $1/r$ ile orantılı olarak değışen alanların kayda değeri genlikte olması beklenir. Bu bileşenler yayılım yönü boyunca, bileşenleri olmayan düzlemsel dalgalar gibi davranırlar. Dolayısıyla uzak elektrik alan

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (2.84.)$$

olarak ve buna bağılı olarak manyetik alan da

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\eta} \mathbf{r}' \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2.85.)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada, alanın $\hat{\mathbf{r}}$ vektörü boyunca yayılan bir düzlemsel dalga olduğu kabul edilmiştir.

i) Üç Boyutlu Uzak Alan

Uzak bölge elektrik alan ifadesi, (2.83.) ve (2.84.) yardımıyla

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \iiint_V \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-j\mathbf{k}\mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}} d\mathbf{r}' \quad (2.86.)$$

şeklinde yazılabilir. Gelen alanın $\mathbf{E}^i$, saçılan uzak alanın $\mathbf{E}^s$ olduğu ve hesaplamada uygunluk için $|\mathbf{E}^i| = 1$ olarak kabul edilen saçılma problemleri için üç boyutlu radar kesit alanı σ_{3D}

$$\sigma_{3D} = 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}^s|^2}{|\mathbf{E}^i|^2} = 4\pi r^2 |\mathbf{E}^s|^2 \quad (2.87.)$$

olarak hesaplanır.

ii) İki Boyutlu Uzak Alan

İki boyutta, ışıyan uzak elektrik alan

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}) = -j\omega\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{\omega\mu}{4} \int \mathbf{J}(\boldsymbol{\rho}') H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) d\boldsymbol{\rho}' \quad (2.88.)$$

olarak ifade edilir. Hankel fonksiyonunun $\rho \rightarrow \infty$ için $H_n^{(2)}(k\rho) = \sqrt{\frac{2j}{\pi k\rho}} j^n e^{-jk\rho}$ (2.89.) şeklinde ifade edilen geniş ifade yakınsaması özelliği kullanılarak

$$H_0^{(2)}(k\rho) = \sqrt{\frac{2j}{\pi k\rho}} e^{-jk\rho} e^{-jk\rho' \cdot \hat{\rho}} \quad (2.90.)$$

ifadesi elde edilir ve uzak elektrik alan ifadesi

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}) = -\omega\mu \sqrt{\frac{j}{8\pi k}} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \int \mathbf{J}(\boldsymbol{\rho}') e^{-jk\rho' \cdot \hat{\rho}} d\boldsymbol{\rho}' \quad (2.91.)$$

şeklinde yazılır. Gelen alanın $\mathbf{E}^i$, saçılan uzak alanın $\mathbf{E}^s$ olduğu ve hesaplamada uygunluk için $|\mathbf{E}^i| = 1$ olarak kabul edilen saçılma problemleri için iki boyutlu radar kesit alanı σ_{2D}

$$\sigma_{2D} = 2\pi r \frac{|\mathbf{E}^s|^2}{|\mathbf{E}^i|^2} = 2\pi r |\mathbf{E}^s|^2 \quad (2.92.)$$

olarak hesaplanır.

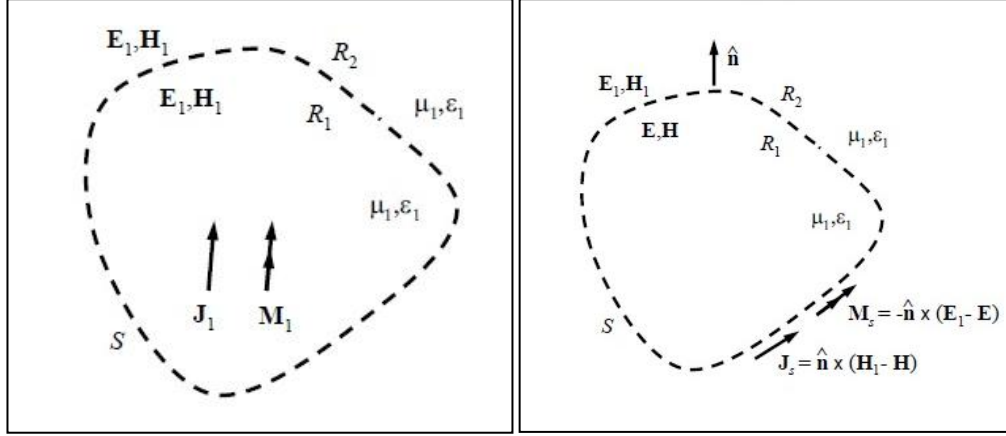
6. Eşdeğerlik Problemleri

Işıma ve saçılma problemlerini çözmek için problemi, çözümü daha kolay veya daha uygun olacak eşdeğer bir problem cinsinden formüle etmek genellikle faydalı olmaktadır. Bu eşdeğerler genellikle orijinal problemdeki engellerin varlığını matematiksel olarak zayıflatan ya da yok eden yüzey akımları cinsinden ifade edilirler. Birçok integral denkleminin bu eşdeğerlik probleminden elde edildiği düşünüldüğünde, yüzey eşdeğerlerinin önemi ortaya çıkar [7].

a. Yüzey Eşdeğeri

Yüzey eşdeğerliği teoremi ya da *Huygen's Prensibi*, ilerleyen bir dalga cephesindeki her noktanın ışıyan dalgalar için bir kaynak olduğu düşüncesine dayanır. Bu teorem sayesinde gerçek ışıyan bir kaynak, farklı ama eşdeğer bir dizi kurgusal kaynakla yer değiştirebilir. Bu akımlar, orijinal kaynakları

çevreleyen ve rastgele kapatılmış bir yüzey üzerine yerleştirilir. Uygun sınır koşullarıyla eşleştirildiğinde bu akımlar, kapalı yüzeyin dışında orijinal kaynaklarla aynı ışıyan alanı oluştururlar. Teorem, yakın alan biliniyorsa ışıyan yapının uzak alanının bulunmasına ya da gelen alan tarafından bir cisim üzerinde indüklenen akımların çözümü için bir yüzey integral denkleminin oluşturulmasını sağlar.



a) Orijinal Problem

b) Eşdeğer Problem

Şekil II.3 Yüzey Eşdeğerliği Teoremi

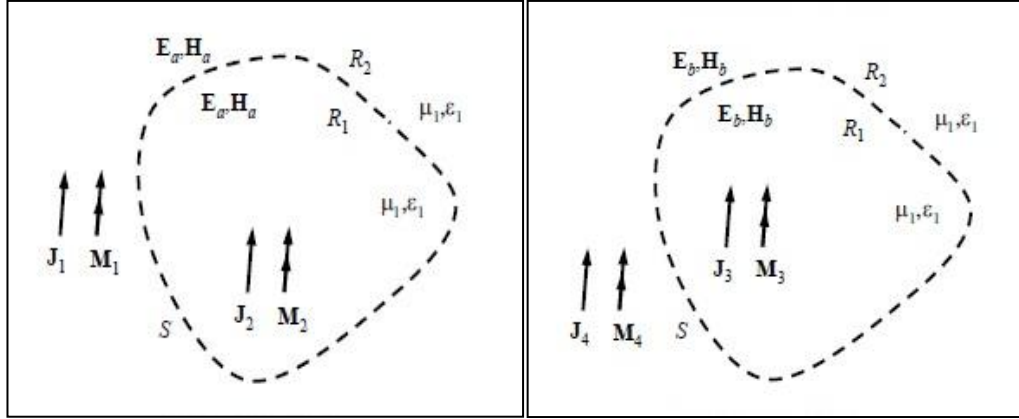
Şekil II.3a'da; manyetik geçirgenliği ve dielektrik sabiti ϵ_1 ve μ_1 olan, $\mathbf{J}_1$ ve $\mathbf{M}_1$ elektrik ve manyetik akımlarının $\mathbf{E}_1$ ve $\mathbf{H}_1$ alanlarını oluşturduğu homojen bir ortam görülmektedir. Bir dizi eşdeğer kaynak oluşturmak amacıyla $\mathbf{J}_1$ ve $\mathbf{M}_1$ akımları hayali bir S yüzeyiyle kaplanıp ortam R_1 ve R_2 olarak iki bölgeye ayrılır. Burada $\mathbf{E}_1$ ve $\mathbf{H}_1$ değerlerinin S yüzeyinin her yerinde bilindiği kabul edilir. Burada sınır koşullarına konu olan $\mathbf{J}_s$ ve $\mathbf{M}_s$ akımları S yüzeyinde yerine koyulduğunda

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}) \quad (2.93.)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}) \quad (2.94.)$$

olarak ifade edilir. Burada S yüzeyinin içindeki alanları temsil eden $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{H}$ hala tanımlı değildir. R_1 ve R_2 aynı dielektrik özelliklere sahip olduklarından, $\mathbf{J}_s$ ve $\mathbf{M}_s$ homojen bir ortamda ışıma yaparlar ve R_2 'deki ışıyan alanları elde

etmek için (2.65.) ve (2.71.) kullanılabilir. Bu *yüzey eşdeğeri* olarak adlandırılır ve Şekil II.3b'de gösterilmiştir. Diğerleri Maxwell denklemleri (2.1.) ve (2.2.) vasıtasıyla elde edilebileceğinden, bu durumda yalnızca S yüzeyi üzerindeki $\mathbf{E}_1$ ve $\mathbf{H}_1$ değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.



a) Orijinal Harici Problem

b) Orijinal Dâhili Problem

Şekil II.4 Orijinal Problemler

S yüzeyi üzerindeki $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{H}$ tamamen keyfi olduğundan, *yüzey eşdeğerliği teoremi* daha genel bir ifade şeklinde yazılmalıdır. Şekil II.4a'da görülen problemde harici akımlar $\mathbf{J}_1$ ve $\mathbf{M}_1$ ile dahili akımlar $\mathbf{J}_2$ ve $\mathbf{M}_2$ 'nin her bölgede $\mathbf{E}_a$ ve $\mathbf{H}_a$ alanlarını oluşturduğu ve Şekil II.4b'de görülen benzer ikinci problemde harici akımlar $\mathbf{J}_4$ ve $\mathbf{M}_4$ ile dahili akımlar $\mathbf{J}_3$ ve $\mathbf{M}_3$ 'ün her bölgede $\mathbf{E}_b$ ve $\mathbf{H}_b$ alanlarını oluşturduğu varsayılmıştır. Burada Şekil II.4a'ya *harici eşdeğer*, Şekil II.4b'ye ise *dâhili eşdeğer* bir problem oluşturulduğu kabul edilir. Bu kabul için S yüzeyinin dışındaki kaynaklar ve alanlar Şekil II.4a'da olduğu gibi, S yüzeyinin içindeki kaynaklar ise Şekil II.4b'de olduğu gibi kalmalıdır. S yüzeyi üzerindeki yüzey akımlarının sınır koşullarını karşılamak zorunda oldukları göz önüne alındığında

$$\mathbf{J}_S = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_a - \mathbf{H}_b) \quad (2.95.)$$

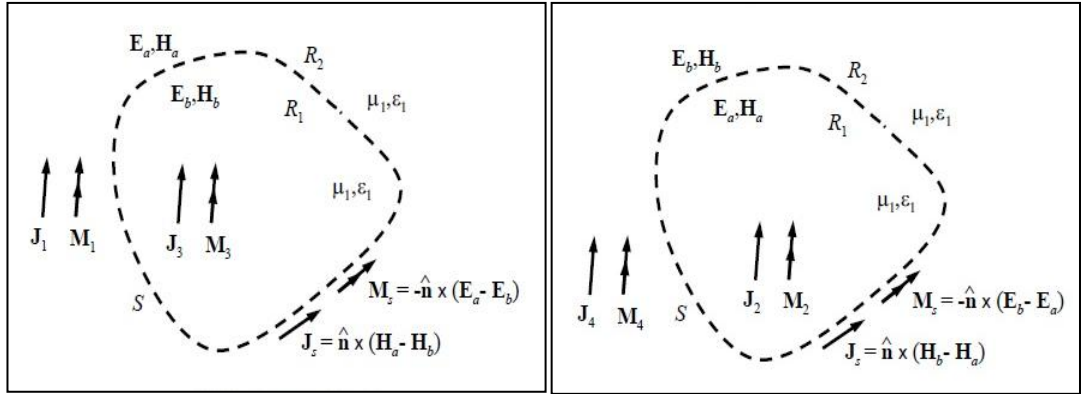
$$\mathbf{M}_S = -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_a - \mathbf{E}_b) \quad (2.96.)$$

şeklinde yazılır. Bu durum Şekil II.5a'da gösterilmiştir. Benzer yaklaşımlarla Şekil II.4a'ya *dâhili*, Şekil II.4b'ye de *harici eşdeğerler* oluşturulabilir. Bu durumda akımlar diğer benzer durumda olduğu gibi

$$\mathbf{J}_S = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_b - \mathbf{H}_a) \quad (2.97.)$$

$$\mathbf{M}_S = -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_b - \mathbf{E}_a) \quad (2.98.)$$

sınır koşullarını sağlamak zorundadırlar. Bu da Şekil II.5b'de gösterilmiştir.



a) Harici Eşdeğer Akımlar

b) Dâhili Eşdeğer Akımlar

Şekil II.5 Yüzey Eşdeğer Problemleri

b. Fiziksel Eşdeğer

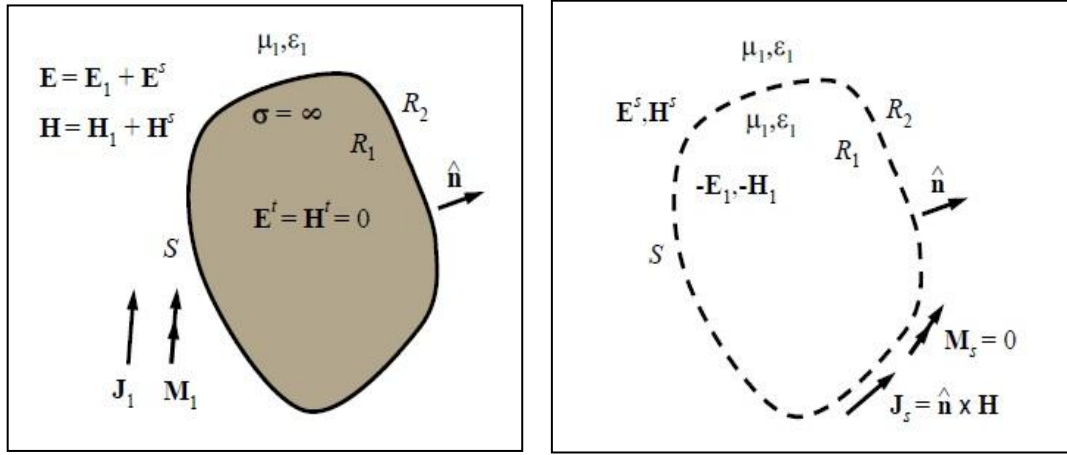
Saçılma ve ışıma problemleri alanındaki çok önemli kavramlardan biri de *fiziksel eşdeğerliktir*. Manyetik geçirgenliği ve dielektrik sabiti ϵ_1 ve μ_1 olan $\mathbf{J}_1$ ve $\mathbf{M}_1$ elektrik ve manyetik akımlarının $\mathbf{E}_1$ ve $\mathbf{H}_1$ alanlarını oluşturduğu homojen bir ortamda, iletken bir nesne olması durumunda yansıyan (ya da saçılan) alanlar $\mathbf{E}^s$ ve $\mathbf{H}^s$ 'nin meydana geldiği Şekil II.6a'da görülmektedir. Amaç bu alanları elde etmek olduğundan, iletken nesnenin çıkarılarak eşdeğer yüzey akımlarıyla değiştirilmesini sağlayacak bir eşdeğer problemin oluşturulması gerekmektedir. Burada saçıcının yüzeyindeki elektrik ve manyetik alanlara sınır koşullarının uygulanması gerekir. Sınır üzerinde toplam teğetsel elektrik alanın sıfır olması gerektiğinden

$$-\hat{n} \times (\mathbf{E} - \mathbf{E}^t) = -\hat{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}^s) = \mathbf{M}_s = 0 \quad (2.99.)$$

olarak yazılır. Toplam teğetsel manyetik alanın, indüklenen elektrik akım yoğunluğuna eşit olması gerektiğinden

$$\hat{n} \times (\mathbf{H} - \mathbf{H}^t) = \hat{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}^s) = \mathbf{J}_s \quad (2.100.)$$

olarak ifade edilir.



a) Orijinal Problem

b) Eşdeğer Problem

Şekil II.6 Fiziksel Eşdeğerlik Teoremi

Elde edilen son iki denklem, (2.99.) ve (2.100.), Şekil II.6b'de gösterilen ve *fiziksel eşdeğer* olarak adlandırılan eşdeğerlik problemini oluşturur. Ne yazık ki indüklenen akım $\mathbf{J}_s$, bilinmeyen saçılan alan $\mathbf{H}^s$ 'in yanı sıra, bilinen gelen alan $\mathbf{H}_1$ 'e de bağlıdır. (2.99.) ve (2.100.), çalışmanın bir sonraki bölümünde yalnızca gelen alan ve indüklenen akımlara bağlı olan ve moment metodu tarafından çözülecek bir dizi integral denkleminin elde edilmesinde kullanılacaktır.

7. Yüzey İntegral Denklemleri

Saçılma problemleri, bölgesel olarak ışıyan akımların başka akımlar ya da alanlar tarafından tetiklendiği ışıma problemleri olarak düşünülebilir. Bu nedenle yapılacak analiz, akımların, harici olarak uygulanan bir gerilim kaynağı vasıtasıyla üretildiği bir saçılma problemi olarak düşünülebilir. RKA problemleri, harici kaynaklar tarafından üretilen elektromanyetik ışımayı

içerir. Bu harici kaynaklar, saçıcı üzerinde, saçılan alanın tekrar ışınmasını sağlayan akımlar yaratırlar.

Işıma problemleri, (2.27.) ve (2.28.)'in yardımıyla alanları elde etmek için, bilinen akımlar $\mathbf{J}$ ve $\mathbf{M}$ 'nin integralinin alınmasına ihtiyaç duyarlar [8]. Saçılma problemlerinde, bu denklemlerdeki akımlar bilinmeyen büyüklüklerdir. Bu nedenle, bir saçılma probleminin çözümünün iki aşaması vardır:

- I. Harici ancak bilinen alanlardan $\mathbf{E}^i$ ya da $\mathbf{H}^i$ tarafından tetiklenen bilinmeyen yerel akımlar $\mathbf{J}$ ve $\mathbf{M}$ için bir integral denklemi çözmek.
- II. Saçılan alanlar $\mathbf{E}^s$ ve $\mathbf{H}^s$ 'nin elde edilmesi için indüklenen $\mathbf{J}$ ve $\mathbf{M}$ akımlarının integralini almak.

Bu bölümde, mükemmel iletken cisimlerde saçılma problemleri için kullanılan elektrik ve manyetik alan integral denklemlerini elde edeceğiz [7]. Bu denklemlerin nasıl elde edildiğinin bilinmesi moment metodunun ve MATLAB kod uygulamasının daha iyi anlaşılması için faydalı olacaktır.

a. Elektrik Alan İntegral Denklemi (Electric Field Integral Equation-EFIE)

Işıyan elektrik alan, indüklenen yüzey akımından

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \iint_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\mathbf{J}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.101.)$$

denklemi vasıtasıyla elde edilir. Bu denklemdeki $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ 'ye olan bağımlılığı, teğetsel elektrik alana sınır koşulları uygulanarak giderilebilir:

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (2.102.)$$

Burada $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$ yüzey normalidir. Bu koşul, yukarıdaki denklemi, bilinen gelen elektrik alan ifadesi $\mathbf{E}_i(\mathbf{r})$ cinsinden yazabilmemizi sağlar:

$$-\frac{j}{\omega\mu} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \iint_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\mathbf{J}(\mathbf{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla' \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \quad (2.103.)$$

(2.103.), mükemmel iletken bir yüzey için Elektrik Alan İntegral Denklemi (Electric Field Integral Equation-EFIE) olarak bilinir. Bilinmeyen akım $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ için bir kere çözüldüğü zaman her bölgedeki ışıyan alan (2.65.) vasıtasıyla elde edilebilir. EFIE, aynı zamanda çoklukla manyetik vektör potansiyeli $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ kullanılarak da

$$-\frac{j}{\omega\mu} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times [\mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})] \quad (2.104.)$$

şeklinde yazılabilir. Bu da gradyan ve diverjansın gözlem koordinatlarında ifade edildiği

$$-\frac{j}{\omega\mu} [\mathbf{t}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r})] = \mathbf{t}(\mathbf{r}) \cdot \iint_S [1 + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.105.)$$

denklemi şeklinde yazılır. Problemin tipine göre birini kullanmak diğerine göre daha avantajlı olabileceğinden bunun seçimini doğru yapmak çözümün doğruluğunu etkileyecektir.

EFIE, akım ifadesinin yalnızca integral işaretinin içinde yer aldığı, *birinci dereceden bir Fredholm integral denklemidir* *. Denklemin türetimi saçıcının şekline dair herhangi bir kısıtlamaya işaret etmediğinden, EFIE açık ince cisimlerin yanında kapalı yüzeylere de uygulanabilir. İnce yüzeyler için $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ akımı, saçıcının her iki tarafındaki akım yoğunluğunun vektörel toplamını temsil eder.

* Birinci dereceden Fredholm integral denklemi, $\mathbf{Lu} = \mathbf{f}$ türünde bir denklemdir.

b. Manyetik Alan İntegral Denklemi (Magnetic Field Integral Equation-MFIE)

İletken bir cismin yüzeyindeki manyetik alana sınır koşullarının uygulanmasıyla benzer bir denklem elde edilebilir. (2.100.)’de belirtilen *fiziksel eşdeğer* ifadesinden, yüzeyde indüklenen akım $\mathbf{J}(\mathbf{r})$

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times (\mathbf{H}^i(\mathbf{r}) - \mathbf{H}^s(\mathbf{r})) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (2.106.)$$

olarak ifade edilir. Saçılan manyetik alan, (2.53.) yardımıyla

$$\mathbf{H}_s(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \nabla \times \iint_S \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.107.)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin, $\mathbf{r}$, S yüzeyine cismin dışından yaklaşırken ($\mathbf{r} \rightarrow S^+$) limiti alınır (2.107.)’den (2.106.)’ya geçişte $\mathbf{H}_s$ ifadesi yok edilebilir. Bu durum da

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^i(\mathbf{r}) + \lim_{\mathbf{r} \rightarrow S^+} [\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \nabla \times \iint_S \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'] \quad (2.108.)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifadede vektör özelliği kullanılarak rotasyonel operatörü integralin içine alınır

$$\nabla \times [\mathbf{J}(\mathbf{r}') \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] = \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') - \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.109.)$$

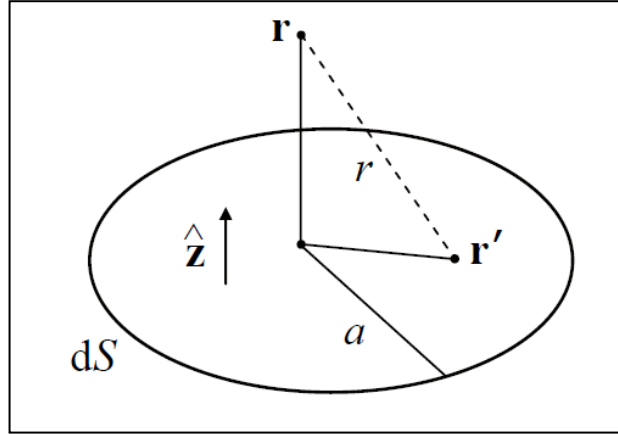
olur. Rotasyonel operatörü gözlem koordinatları üzerinde işlem yaptığından $\nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') = 0$ olarak yazılır ve $\nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\nabla' \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ eşitliğinden faydalanarak (2.108.)

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^i(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}) - \lim_{\mathbf{r} \rightarrow S^+} [\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}'] \quad (2.110.)$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklemdeki ışıma integralini bulmak amacıyla, $\mathbf{r}$ ’nin S yüzeyinin dışından $\mathbf{r}'$ ‘ye yakınsadığındaki değeri elde edilmelidir. Bunu elde etmek amacıyla integral iki parçaya bölünür ve $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'$ için limiti hesaplanarak

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \left[\iint_{S-\delta S} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \iint_{\delta S} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right] \quad (2.111.)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadede δS , S yüzeyi içerisinde, $\mathbf{r}'$ 'ye yakın, a yarıçaplı çok küçük bir dairesel bölgeyi temsil eder (Şekil II.7).



Şekil II.7 S Yüzeyindeki Küçük Alan

δS 'in merkezi, yerel bir silindirik koordinat sisteminin merkezi olarak seçilirse

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(\rho')^2 + (z - z')^2} \quad (2.112.)$$

olarak yazılabilir ve δS içindeki Green fonksiyonu yaklaşık olarak

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \approx \frac{1}{4\pi\sqrt{(\rho')^2 + (z - z')^2}} \quad |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll 1 \quad (2.113.)$$

şeklinde yazılabilir. Silindirik koordinatlardaki gradyan

$$\nabla' = \frac{\partial}{\partial \rho'} \hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial}{\partial \Phi'} \hat{\boldsymbol{\Phi}} + \frac{\partial}{\partial z'} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.114.)$$

olarak ifade edildiğinden, δS içinde $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{z}}$ olduğundan ve $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ her yerde δS 'e teğetsel olacağından

$$\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \mathbf{J}(\mathbf{r}') \left[\frac{\partial}{\partial z'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right] \quad (2.115.)$$

olarak yazılabilir ve bu da

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') \left[\frac{\partial}{\partial z'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right] = \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{z}{4\pi[(\rho')^2 + (z - z')^2]^{3/2}} \quad (2.116.)$$

şeklinde ifade edilebilir. δS çok küçük olduğundan, $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ 'nin sabit olduğu ve yaklaşık olarak $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ 'ye eşit olduğu varsayılacaktır. Uyumluluk için $z' = 0$ olarak alınırsa bu durumda δS üzerinden integral

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \iint_{\delta S} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{2} \int_0^a \frac{z\rho'}{[(\rho')^2 + (z)^2]^{3/2}} d\rho' \quad (2.117.)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin integrali alındığında

$$\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{2} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{a^2 + z^2} \right] \quad (2.118.)$$

çıkar ve burada $z \rightarrow 0$ için limit alınırsa

$$\lim_{z \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{2} \left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{a^2 + z^2} \right] = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{2} \quad (2.119.)$$

sonucuna ulaşılır. Bu sonuç kullanılarak (2.110.)

$$\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^i(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{2} - \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \iint_{S-\delta S} \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \nabla' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.120.)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadede, sonsuz küçüklükteki δS alanının katkısı artık $\mathbf{J}(\mathbf{r})/2$ teriminin bir parçasıdır. (2.120.), mükemmel iletken ortam için *Manyetik Alan İntegral Denklemi (MFIE-Magnetic Field Integral Equation)* olarak bilinmektedir. Bu denklemin, bir koninin tepesi ya da iki düzlemsel yüzey arasındaki kenar gibi, δS alanının düzlemsel olmadığı durumlara adapte edilmesi gerekir.

(2.120.) bilinmeyen akım $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ için çözüldüğünde, her bölgedeki ışıyan alan (2.65.) yardımıyla elde edilebilir. MFIE, $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ 'nin integral işaretinin hem içinde hem dışında var olduğu *ikinci dereceden bir Fredholm integral denklemidir* [†].

[†] İkinci dereceden Fredholm integral denklemi, $\mathbf{L}\mathbf{u} + \mathbf{u} = \mathbf{f}$ türünde bir denklemdir.

Fiziksel eşdeğerlik vasıtasıyla elde edilmiş olması nedeniyle, teoride EFIE'den elde edilenlerle eşdeğer sonuçlar üreteceği varsayılmaktadır. Ancak kapalı saçıcılar için limit işlemi kullanılarak elde edildiğinden, EFIE gibi açık ve ince nesnelere uygulanamaz. Gradyan operatörünün varlığından dolayı denklemin çekirdeği EFIE'den daha farklıdır ve sayısal sonuçları da EFIE'ye göre farklılık gösterebilir.

c. Birleşik Alan İntegral Denklemi (Combined Field Integral Equation-CFIE)

Kapalı yüzeyler için EFIE yalnızca saçıcının yüzeyine uygulanabilir. Bu yüzden, mükemmel iletken (PEC) bir cisimden saçılan alan problemi çözülüyor olsa bile, EFIE bunu, ince kabuklu mükemmel iletken (PEC) bir cismin çözümünden ayıramaz. Bu yöntem, kolay görünmesine rağmen bir sorun barındırmaktadır. İnce kabuklu mükemmel iletken bir cisim, aynı zamanda bir rezonans kavitesidir. Moment metodu, gerçek bir nesneyi fasetlerle modelleyerek sonuca gittiğinden, elektromanyetik enerji, kavitenin dahili rezonans modlarını tetikleyecek şekilde ince kabuklu mükemmel iletken cismin içine sızacaktır. Bu tetiklenen dahili rezonanslar, asıl bulunmak istenen mükemmel iletken cismin yüzey akımından farklı olarak, S yüzeyinde oluşan harici yüzey akımına katkı sağlarlar. Dahası, çalışma frekansı dahili kavitenin rezonansına yakın olduğunda, dahili rezonans modu, saçılan alanın hatalı hesaplanmasına neden olacak şekilde, dışarıya enerji sızmasına neden olacaktır [9].

Sonuç olarak, kapalı bir yüzeye uygulandıklarında, EFIE ve MFIE her frekans için özgün bir çözüm üretemezler. Bu durum, homojen çözümlerin, gelen alanın sıfır olduğu sınır koşullarını karşıladıklarında elde edilebilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu yapay çözümler, nesnenin kendi dâhili rezonant modlarına uymakta ve nesnenin dışına herhangi bir ışıma yapmamaktadırlar. Bu sorun genellikle, sonuçların istenen yanında bir miktar istenmeyen rezonant çözümünü de içerdiği, rezonans frekansına yakın küçük bir bant genişliğinde meydana gelmektedir. Bundaki temel neden, tekil gelen alanın teğetsel bileşenlerinin, bu rezonans frekanslarındaki yüzey akımlarının

özgün olarak belirlenmesinde yetersiz kalmalarıdır. Anılan sorunun giderilmesinde kullanılan yöntemlerden biri; orijinal integral denklemlerinin, nesnenin içindeki alanın değeri sıfır olacak şekilde değiştirildiği, genişletilmiş bir sınır koşulunun uygulanmasıdır. Çift-yüzey elektrik ve manyetik integral denklemleri (DSEFIE-Dual surface electric field integral equation, DSMFIE-Dual surface magnetic field integral equation), bu genişletilmiş sınır koşullarına verilebilecek örneklerdendir. Bu uygulamalarda orijinal yüzeyin içerisine ikinci bir yüzey yerleştirilir. Bu yüzeydeki dâhili alanları bulma amaçlı ilave bir integral denklemi oluşturmak için uygun sınır koşulu kullanılır. Bu yeni denklemin orijinal denklemle birleştirilmesi sonucunda, her frekanstaki akım için özgün bir çözüm üretecek birleşik bir denklem ortaya çıkar. Anlatılan avantajlarının yanında bu yöntem; ikincil yüzeyin oluşturulmasında ilave bir çaba gerektirir ve MoM matris sistemindeki bilinmeyenlerin sayısının artması nedeniyle işlem zamanını ve bellekteki yer gereksinimini artırır.

Rezonans probleminin giderilmesinde uygulanmakta olan yöntem EFIE ve MFIE'nin doğrusal bir kombinasyonudur ve birleşik alan integral denklemi (CFIE) olarak adlandırılır [10]. Bu yeni denklem, sınır koşullarını elektrik ve manyetik alanlar üzerine uygular ve EFIE ile MFIE'nin sıfır olduğu yerler farklılık gösterdiğinden sonuca dahil olması istenmeyen alanlardan bağımsızdır. CFIE,

$$\mathbf{CFIE} = \alpha \cdot \mathbf{EFIE} + \frac{j}{k} (1 - \alpha) \cdot \mathbf{MFIE} \quad (2.121.)$$

şeklinde ifade edilir [7]. Burada α sabiti, $0.2 \leq \alpha \leq 0.5$ olarak seçilebilir.

CFIE, yapay bir yüzey oluşturmak veya yüzeyin içindeki noktaları örneklemek zorunda kalınmaması yönlerinden avantajlı görünmektedir. Aynı zamanda EFIE ve MFIE ile aynı sayıda bilinmeyen içermektedir. Metodun olumsuz yönü; yüzeyin oldukça dar kenarlara ve uçlara sahip olduğu durumlarda doğru sonuçlar üretmesi konusunda MFIE'nin güvenilir olmamasıdır.

Ç. MOMENT METODU

Önceki bölümde temel elektromanyetik kavramlar incelendi ve bu kavramlar yardımıyla ışıma ve saçılma problemlerinde kullanılan bir dizi integral denklemi elde edildi. İlgili alanımızdaki birçok gerçek hayat uygulamasında bu denklemler analitik olarak çözülememektedir. Bu yüzden çözümü elde etmek için bilgisayar tabanlı yöntemlerin kullanılması zorunlu hale gelmiştir. Bu bölümde, bu integral denklemlerini, bir bilgisayar yardımıyla sayısal olarak çözülebilecekleri doğrusal bir sisteme çevirecek bir yöntem olan moment metodu (MoM) anlatılacaktır.

Öncelikle MoM tanımlanacak, bilinmeyen bir fonksiyonun ağırlık fonksiyonlarının toplamından faydalanılarak genişletilmesi incelenecek ve *Point Matching* ile *Galerkin Metodu* karşılaştırılarak aralarındaki farklar ortaya koyulacaktır. Daha sonra doğrusal denklemlerin çözümünde kullanılan *Gauss Eliminasyonu* ve *LU Dekompozisyonu* incelenecektir.

Moment metodundaki temel yaklaşım, belirsiz büyüklüğün, içinde bilinmeyen katsayılar barındıran bir dizi fonksiyon kullanılarak genişletilmesidir [11]. Daha sonra elde edilen denklem sınır koşulları uygulanarak doğrusal bir denklem sistemine çevrilir. Bulunan doğrusal sistem, bilinmeyen katsayıların sayısal olarak bulunması için çözülür. Bu çözüm, aynı zamanda *weighted residuals yöntemi* olarak bilinen *Moment Metodu* yardımıyla bulunabilir. L doğrusal operatör, g bilinen kuvvet fonksiyonu ve f bilinmeyen olmak üzere genel problem

$$L(f) = g \quad (2.122.)$$

olarak ifade edilebilir. Elektromanyetik problemlerde genellikle, L integro-diferansiyel operatörünü, f bilinmeyen fonksiyonu (yük, akım) ve g bilinen kaynağı (gelen alan) temsil eder. Burada f , N adet ağırlık temel fonksiyonunun (*weighted basis functions*) toplamı şeklinde yazılırsa

$$f = \sum_{n=1}^N a_n f_n \quad (2.123.)$$

ifadesi elde edilir. Burada a_n bilinmeyen ağırlık katsayılarıdır. L doğrusal olduğundan bu ifade (2.122.)'de yerine yazılırsa

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \approx g \quad (2.124.)$$

ifadesi elde edilir ve bu ifadeden istifade ile R , *residual*

$$R = g - \sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \quad (2.125.)$$

olarak yazılır.

Temel fonksiyonlar, bilinmeyen fonksiyonun ilgi uzayı içerisindeki tahmini davranışını modellemek için kullanılırlar ve problemine göre skaler veya vektörel olabilirler. Eğer temel fonksiyonlar uzay içerisinde yerel olarak ifade edilebiliyorlarsa *yerel (local, subsectional)*, bütün uzay boyunca ifade edilebiliyorlarsa *global* ya da *tüm-uzay (entire-domain)* temel fonksiyonları olarak adlandırılırlar. Moment metodunda *yerel temel fonksiyonlar* üzerinde durulacaktır.

Bu aşamada yöntemin, sınır koşullarının uygulandığı şekliyle genelleştirilmesi gerekir. Bunun için, bir temel fonksiyon $f_n(\mathbf{r}')$ ve bir test ya da ağırlık fonksiyonu $f_m(\mathbf{r})$ 'yla çarpılırsa

$$\langle f_m, f_n \rangle = \int_{f_m} f_m(\mathbf{r}) \cdot \int_{f_n} f_n(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (2.126.)$$

ifadesi elde edilir. Burada integraller, temel ve ağırlık fonksiyonlarına bağlı olarak, çizgi, yüzey ya da hacim integrali olabilirler. Her ağırlık fonksiyonunun artık fonksiyonla iç çarpımının sıfır olması gerektiğinden yola çıkarak

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle f_m, L(f_n) \rangle = \langle f_m, g \rangle \quad (2.127.)$$

şeklinde yazılır. Bu ifade $N \times N$ büyüklüğünde ve $\mathbf{Za} = \mathbf{b}$ şeklinde ifade edilen bir matrise karşılık gelir. Bu matrisin elemanları

$$z_{mn} = \langle f_m, L(f_n) \rangle \quad (2.128.)$$

şeklinde, sağ taraf vektör elemanları ise

$$b_m = \langle f_m, g \rangle \quad (2.129.)$$

şeklinde ifade edilir [7].

Moment metodunda, her temel fonksiyon bir diğeriyle Green fonksiyonu vasıtasıyla etkileşir ve sonuçta elde edilen sistem matrisinde hiçbir eleman sıfır değildir. Bu yüzden matrisin her elemanı bellekte muhafaza edilmelidir.

1. Point Matching

İntegral denkleminin cisim üzerinde bir dizi ayırık noktada denenerek sınır koşullarının uygulanması işlemi, o denklemde ağırlık fonksiyonu olarak (2.126.)'da olduğu gibi delta fonksiyonunun kullanılmasına denktir.

$$w_m(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) \quad (2.130.)$$

Bu yöntem *point matching* ya da *point collaboration* olarak tanımlanır ve dezavantajları olduğu kadar kayda değer avantajları da olan bir yöntemdir. Bunlardan biri, matris elemanlarının değerlendirilmesinde ağırlık fonksiyonunun etki sınırları içerisinde integral alınmasına ihtiyaç duyulmamasıdır. En büyük dezavantaj ise sınır koşullarının çözüm uzayında yalnızca ayırık noktalarda sağlanabiliyor olmasıdır. Birçok durumda sonuçlar oldukça tatmin edici olmakta ve yöntem iki boyutlu problemlerin birçoğunda sıklıkla kullanılmaktadır [7].

2. Galerkin Metodu

Test için arzu edilen herhangi bir ağırlık fonksiyonu kullanılabilir ancak çoğu problemde bu fonksiyonun seçimi çözüm açısından çok hayati olabilir. Burada en çok kullanılan yöntemlerden biri, temel fonksiyonların kendilerinin ağırlık fonksiyonu olarak kullanıldığı *Galerkin Metodudur*. Bu yöntem sınır koşullarının, *point matching* yönteminde olduğu gibi ayrık noktalar haricinde, çözüm uzayında uygulanabilmesi avantajına sahiptir. Birçok problemin çözümünde *Galerkin-tipi* ağırlık fonksiyonları kullanılmaktadır [7].

3. İki-Boyutlu Temel Fonksiyonlar

Bir temel fonksiyonun en önemli karakteristik özelliği, ilgi uzayı içerisinde bilinmeyen fonksiyonun davranışını sergilemesidir. Eğer çözüm belirli bir bölge içerisinde yüksek oranda değişim gösteriyorsa, *darbe temel fonksiyonlarının* kullanımı doğrusal ya da daha yüksek dereceden bir fonksiyonun kullanımı kadar iyi bir tercih olmayabilir. Temel fonksiyonun seçimi, bazı durumlarda çok karmaşık olabilen MoM matris elemanlarının çözümünde karşılaşılabilecek zorluğun derecesini de belirler. Bu bölümde, moment metodu problemlerinde sıklıkla kullanılan bazı iki-boyutlu yerel temel fonksiyonlar tanımlanacaktır.

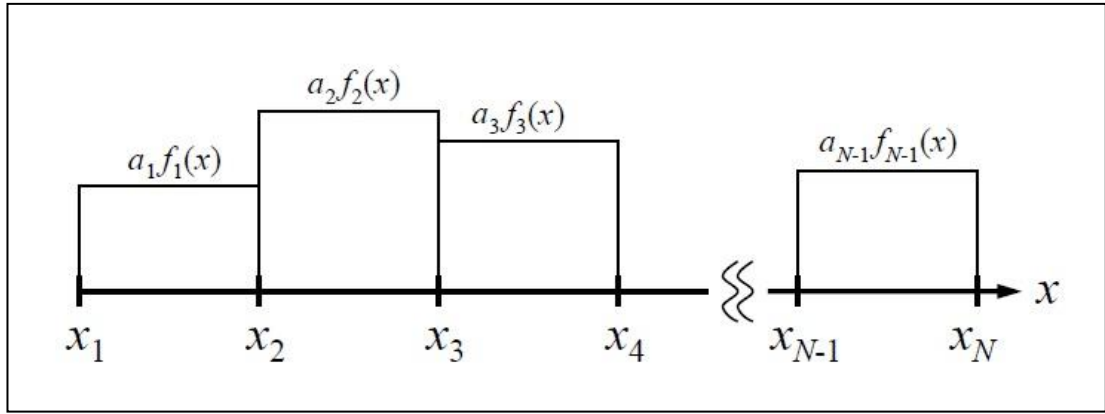
a. Darbe Fonksiyonları

Şekil II.8'de uzayın, N tane noktaya ve $N - 1$ adet alt segmente ya da darbeye bölüldüğü bir dizi darbe temel fonksiyonu gösterilmiştir. Zorunlu olmamasına rağmen şekildeki darbeler aynı uzunlukta seçilmiştir. Darbe fonksiyonu

$$f_n(x) = 1 \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (2.131.)$$

$$f_n(x) = 0 \quad \text{diğer} \quad (2.132.)$$

olarak tanımlanır.

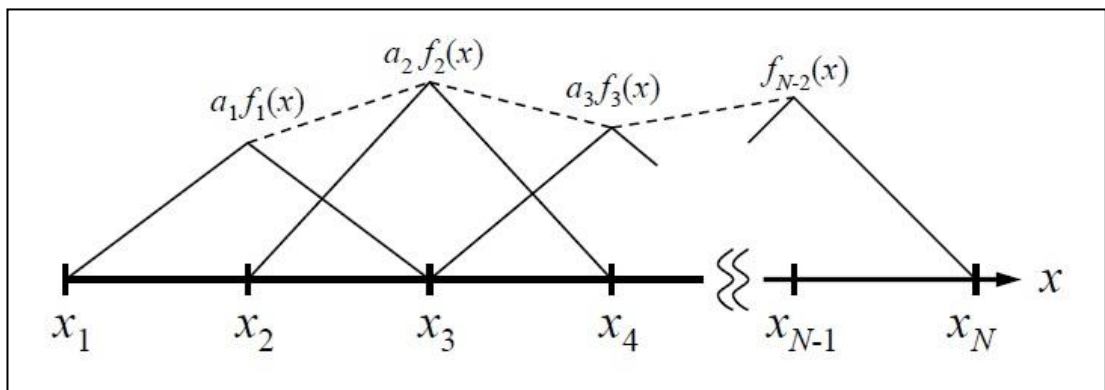


Şekil II.8 Darbe Fonksiyonları

Darbe fonksiyonları, her segmentteki sonuca ilişkin basit bir yakınsama içerirler, ancak MoM matris elemanlarının bulunmasını büyük ölçüde kolaylaştırırlar. Darbe fonksiyonlarının türevi impulsif olduğundan, L , x 'e bağlı bir türev ifadesi içerdiği sürece kullanılamazlar.

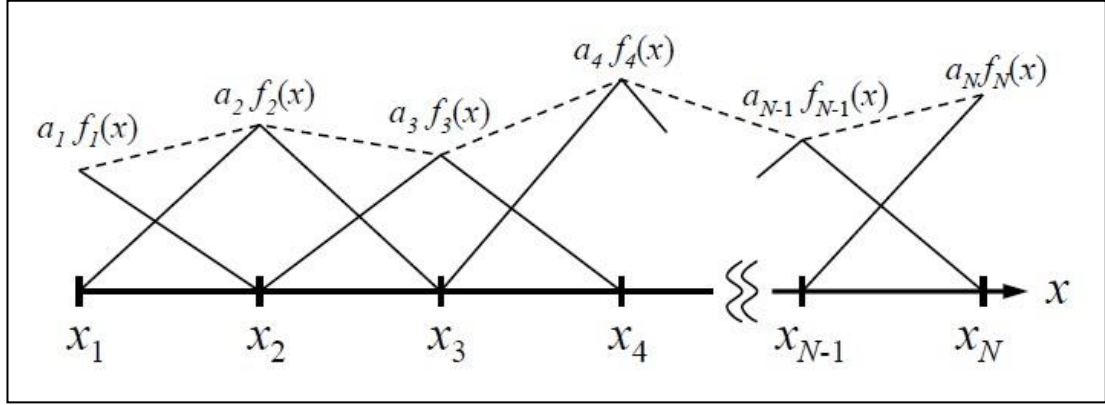
b. Parçalı Üçgen Fonksiyonları

Darbe fonksiyonlarının tek bir segmentte sabit olduğu durumlarda, bir üçgen fonksiyon iki segmenti birleştirir ve dış noktalarda sıfırdan farklı bir değer alır. Şekil II.9'da bir dizi üçgen fonksiyon gösterilmiştir. Uzunluk N tane noktaya ve $N - 1$ adet alt segmente bölünmüş ve $N - 2$ adet temel fonksiyon ortaya çıkmıştır.



Şekil II.9 Üçgen Fonksiyonlar (1. Durum)

Segmentler eşit uzunlukta olacak şekilde Şekil II.10'da bir daha gösterilmiştir. Burada bitişik fonksiyonlar bir segmentte çakıştıklarından, üçgenler, segmentler arasındaki çözümün parçalı doğrusal değişimini sağlarlar.



Şekil II.10 Üçgen Fonksiyonlar (2. Durum)

Bir üçgen fonksiyon aşağıda gösterilen şekilde tanımlanabilir.

$$f_n(x) = \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n \quad (2.133.)$$

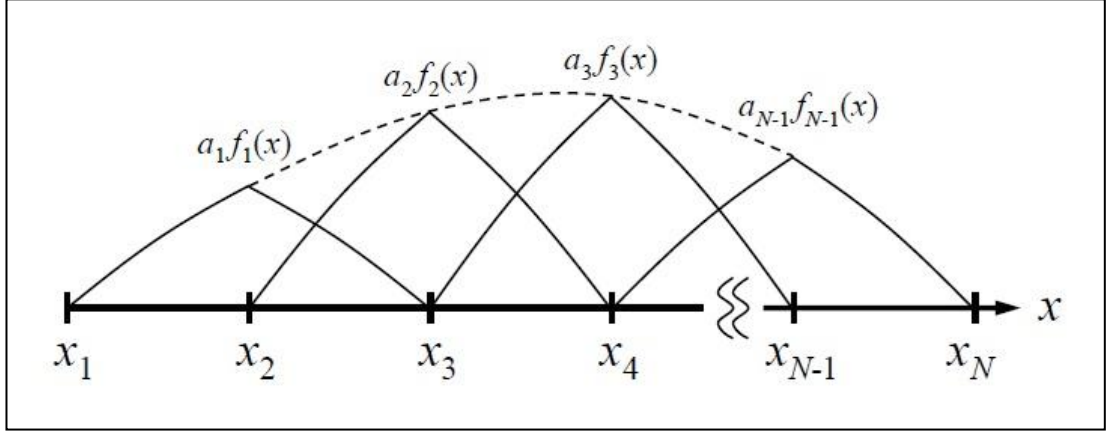
$$f_n(x) = \frac{x_{n+1} - x}{x_{n+1} - x_n} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (2.134.)$$

Bu fonksiyonlar, L , x 'e bağlı bir türev ifadesi içerdiğinde kullanılabilirler. Bu özellik, diferansiyel operatörlerinin yeniden dağılımı açısından önem teşkil etmektedir.

Şekil II.9'da gösterilen ifade, çözümü x_1 ve x_N noktalarında sıfıra götürür. Bu yapı, ilgi uzayının sonlarında çözümün sıfır olduğunun bilindiği durumlarda kullanılabilir, ancak sonucun sıfır olmayabileceği durumlarda kullanılmamalıdır. Eğer farklı olarak ilk ve son segmentlere bir *yarım üçgen* eklenmesi durumunda sonuç artık sıfıra gitmeyecektir. Bu durum, toplamda N adet temel fonksiyonun bulunduğu Şekil II.10'da gösterilmiştir.

c. Parçalı Sinüzoidal Fonksiyonlar

Parçalı sinüzoidal fonksiyonlar, Şekil II.11'de gösterildiği gibi üçgen fonksiyonlarla benzerlik gösterirler. Genellikle, sinüzoidal akım dağılımlarını gösterebilmelerinden dolayı, tel antenlerin analizinde kullanılırlar.



Şekil II.11 Parçalı Sinüzoidal Fonksiyonlar

Bu fonksiyonlar aşağıda gösterilen şekilde tanımlanabilirler.

$$f_n(x) = \frac{\sin k(x - x_{n-1})}{\sin k(x_n - x_{n-1})} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n \quad (2.135.)$$

$$f_n(x) = \frac{\sin k(x_{n+1} - x)}{\sin k(x_{n+1} - x_n)} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (2.136.)$$

Burada k dalga sayısını ifade eder ve segmentlerin uzunluğu genellikle sinüzoidin periyodundan oldukça azdır.

ç. Tüm-Uzay Sinüzoidal Fonksiyonlar

Diğer temel fonksiyonlardan farklı olarak *tüm-uzay sinüzoidal fonksiyonlar*, problem uzayının her yerinde tanımlıdırlar. Eğer çözümün nasıl elde edileceğine dair güvenilir bir bilgi varsa bu fonksiyonlar kullanılabilir. Çözüm, ağırlık polinomlarının ya da sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının toplamı olarak modellenabilir. Örneğin L uzunluğundaki ince bir dipol anten üzerindeki $I(x)$ akımı toplam ifadesi olarak

$$I(x) = \sum_{n=1}^N a_n \left(1 - \left|\frac{x}{L}\right|\right)^m \quad (2.137.)$$

şeklinde gösterilebilir. Matris denkleminin çözülmesi sonrasında, bu toplam ifadesinin içindeki akımın doğru ifade edilebilmesi için yalnızca ilk birkaç katsayıya (a_n) ihtiyaç duyulacaktır.

Tüm-uzay sinüzoidal fonksiyonların dezavantajlarından biri, rastgele şekilli geometriler için uygulanabilir olmayışıdır. Sonuç olarak literatürde MoM problemlerinde genellikle yerel temel fonksiyonlar uygulanmaktadır.

d. Temel Fonksiyonların Sayısı

Bir elektromanyetik problemde temel fonksiyonların sayısı, çözümün doğruluğunu sağlayacak şekilde seçilmelidir. Zamanla harmonik problemlerle ilgilenildiğinden, çözümün faz davranışının yanında genliğinin de modellenmesi gerekir. Üçgen fonksiyonlar gibi doğrusal temel fonksiyonlarda dalga boyu başına en az on bilinmeyen kullanılması, bir sinüzoidin gösterilmesi için pratik bir yöntem haline gelmiştir. Bu sayı, genliğin belirgin bir şekilde değişiklik gösterdiği, yüzey üzerindeki boşluklar, yarıklar ve kenarlar için artırılmalıdır. Daha yüksek dereceden temel fonksiyonlar kullanmak, MoM formülasyonundaki karmaşıklığı artıracak olmasının yanında, bilinmeyen sayısını azaltabilecektir.

Bilinmeyenlerin sayısı her zaman problemin boyutlarıyla doğru orantılı olarak artar. Bu artışın oranı, problem uzayının çizgi, yüzey ya da hacim olmasına bağlıdır. MoM'da N , tek-boyutlu problemler için doğrusal, yüzey problemleri için üstel olarak artar. Ortaya çıkan bilinmeyen sayısı birkaç yüz kadar az olabileceği gibi, çok geniş problemler için binler hatta milyonlar mertebesine kadar çıkabilir. Bu, $N \times N$ büyüklüğündeki bir matris sisteminin depolanması için gerekli sistem belleği ve çözüm için gerekli hesaplama zamanı açısından önemli sonuçlar doğurur. Bu matris problemlerinin

çözümünde kullanılabilecek yöntemlerden bazıları bir sonraki bölümde anlatılmıştır [7].

4. Matris Denklemlerinin Çözümü

Bu bölümde, matrislere ilişkin basit çözümler sağlayan *Gauss eleme* ve *LU ayrıştırma* metotları anlatılacaktır. Bu algoritmalar, N bilinmeyen sayısı olmak üzere, $O(N^3)$ mertebesinde bir hesaplama zamanı gerektirir. Bu metotlar N küçük olduğunda iyi sonuçlar vermelerine rağmen, büyük boyutlu problemler için hesaplama zamanı oldukça artabilmektedir. Bilgisayarların performanslarının zamanla gelişiyor olmasına rağmen, her zaman daha büyük problemler bulunacağından, bu konu gündemde kalmaya devam etmektedir.

a. Gauss Eleme Yöntemi

Gauss eleme yöntemi, bir matrisin, temel satır işlemleri uygulanarak satır matris kademesine indirilmesini sağlayan basit bir metottur. Bu bir kez başarılı olduğunda, bilinmeyen vektör basit bir yerine koyma işlemiyle elde edilebilir. Bu işlemi göstermek için, $N \times N$ büyüklüğünde bir matristen $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ şeklinde bir matris denklemi elde edilmek istenirse

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & & a_{3N} & b_3 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} & \dots & a_{NN} & b_N \end{array} \right] \quad (2.138.)$$

ifadesi yazılabilir. İşleme ilk satırla başlanır ve her eleman a_{11} 'e bölünerek köşegen üzerindeki ifadenin 1 olması sağlanır. Daha sonra bu satır, uygun katsayıyla çarpılarak alttaki her satırdan çıkarılır ve satırların ilk elemanları sıfır yapılır. Sonuçta

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a'_{12} & a'_{13} & \dots & a'_{1N} & b'_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & \dots & a'_{2N} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & & a'_{3N} & b'_3 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & a'_{N2} & a'_{N3} & \dots & a'_{NN} & b'_N \end{array} \right] \quad (2.139.)$$

gibi bir matris elde edilir. Aynı işlem, köşegen üzerinde yalnız birler kalıncaya ve matrisin alt üçgeni tümüyle sıfır oluncaya kadar, sırayla diğer satırlar için de uygulanır. Bu işlem sonucunda orijinal matris

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a'_{12} & a'_{13} & \dots & a'_{1N} & b'_1 \\ 0 & 1 & a'_{23} & \dots & a'_{2N} & b'_2 \\ 0 & 0 & 1 & & a'_{3N} & b'_3 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & b'_N \end{array} \right] \quad (2.140.)$$

şekline dönüşür. Bu matrisin çözümü, aşağıda gösterilen yerine koyma işlemleri yardımıyla elde edilir.

$$x_N = b'_N \quad (2.141.)$$

$$x_i = b'_i - \sum_{k=i+1}^N a'_{ik} x_k \quad i < N \quad (2.142.)$$

Eliminasyon, toplamda $N^3/3$ tane işlem ve $N^2/2$ adet yerine koyma içerecektir. (2.141.) ile ilgili satır işlemlerinin matrisin sağ sütununu da etkilediği unutulmamalıdır. Bu, eleme işlemi yapılırken önceden hesaplanmış olmaları gerekmesi nedeniyle, arzu edilmeyen bir durum olacaktır. Bu sınırlama, bir sonraki bölümde de anlatılacak olan, *LU ayrıştırma* yöntemi ile giderilecektir.

b. LU Ayrıştırma Yöntemi

Matrisin sağ tarafında bir değişikliğe neden olmayan bir çarpanlara ayırma işleminin Gauss eleme yönteminden daha avantajlı olacağından daha önce bahsedildiğinden, **A** matrisinin alt ve üst üçgenler şeklinde ayrıştırılması uygun olacaktır. Bu durum **LU = A** (2.143.) şeklinde ifade edilebilir ve bu da

$$\mathbf{LU} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N1} & l_{N2} & l_{N3} & \dots & l_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1N} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2N} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.144.)$$

şeklinde gösterilir. Ayrıştırma yöntemi yardımıyla,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = (\mathbf{L} \cdot \mathbf{U}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{L} \cdot (\mathbf{U} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{b} \quad (2.145.)$$

matrisi öncelikle $\mathbf{L} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b}$ (2.146.) denklemi çözülerek bulunabilir. Burada $\mathbf{y}$ aşağıda belirtilen yerine koyma yöntemiyle bulunur.

$$y_1 = \frac{b_1}{l_{11}} \quad (2.147.)$$

$$y_i = \frac{1}{l_{ii}} \left[b_i - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} y_k \right] \rightarrow i > 1 \quad (2.148.)$$

Daha sonra $\mathbf{U} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y}$ (2.149.) denklemi de, $\mathbf{x}$ 'in aşağıda belirtilen yerine koyma yöntemiyle bulunur.

$$x_N = \frac{y_N}{u_{NN}} \quad (2.150.)$$

$$x_i = \frac{1}{u_{ii}} \left[y_i - \sum_{k=i+1}^N u_{ik} x_k \right] \rightarrow i < N \quad (2.151)$$

Yapılacak son işlem $\mathbf{L}$ ve $\mathbf{U}$ 'nun elemanlarının belirlenmesidir. $\mathbf{LU}$ matris çarpımı yapılırsa, $N^2 + N$ adet l_{ij} ve u_{ij} bilinmeyeni için N^2 adet denklem elde edilecektir. Köşegen iki kere gösterildiği için, N adet bilinmeyen isteğe bağlı olarak

$$l_{ii} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.152.)$$

şeklinde gösterilebilir. Böylece matris

$$\mathbf{LU} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N1} & l_{N2} & l_{N3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1N} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2N} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \quad (2.153.)$$

şeklinde bir ifadeye dönüşür ve $u_{11} = a_{11}$ eşitliği sağlanabilir. $\mathbf{L}$ matrisi, $\mathbf{U}$ matrisinin ilk satırıyla çarpılırsa

$$l_{21} = \frac{a_{21}}{u_{11}}, \quad l_{31} = \frac{a_{31}}{u_{11}} \quad (2.154.)$$

ifadeleri elde edilir. Aynı işlem $u_{12} = a_{12}$ eşitliği sağlanarak, $\mathbf{U}$ matrisinin ikinci satırına da uygulanırsa

$$u_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12}$$

$$l_{32} = \frac{1}{u_{22}} [a_{32} - l_{31}u_{12}] \quad (2.155.)$$

$$l_{42} = \frac{1}{u_{22}} [a_{42} - l_{41}u_{12}]$$

ifadeleri elde edilir. Bu işlemler sonucunda matrisin yapısı artık, *Crout Algoritması* olarak bilinen matris çözümünün uygulanmasına olanak verir hale gelmiştir. $j = 1, 2, \dots, N$ olmak üzere öncelikle $\mathbf{U}$ matrisinde, köşegenin üzerinde ve altında kalan elemanlar için

$$u_{ij} = a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}u_{kj} \quad i = 1, 2, \dots, j \quad (2.156.)$$

daha sonra $\mathbf{L}$ matrisinde, köşegenin altında kalan elemanlar için uygulanır.

$$l_{ij} = \frac{1}{u_{jj}} \left[a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik}u_{kj} \right] \quad i = j + 1, j + 2, \dots, N \quad (2.157.)$$

Bu algoritmanın uygulanması sonrasında, her adımda ihtiyaç duyulacak elemanlar işlem sırası geldiğinde hesaplanmış olacaktır. $\mathbf{A}$ matrisi bu sayede, $\mathbf{L}$ ve $\mathbf{U}$ matrisleri için ilave belleğe ihtiyaç duymayacak şekilde çarpanlarına

ayrılmış olur. LU ayrıştırma ve yerine koyma işlemleri, Gauss eleme yöntemindeki işlemlerle aynı zorlukta olacaktır.

Çarpanlarına ayırma işlemi tamamlandığında, matris artık, rastgele sayıdaki sağ taraf işlemleri için de kullanılabilir hale gelecektir. Bu matris, daha sonra ihtiyaç olduğunda kullanılmak üzere kaydedilerek bellekte muhafaza edilebilir [7].

5. Üç Boyutlu Problemler

Rastgele şekilli üç boyutlu yüzeylerden ışıma ve saçılma problemlerin çözümüne; elektromanyetik girişim, elektronik kaplama, radar kesit alanı ve anten tasarımı gibi alanlarda sıklıkla ihtiyaç duyulmaktadır. Bu alan özellikle son otuz yılda oldukça büyük ilgi görmüş ve üç boyutlu yüzey problemlerinin çözümüne ilişkin birçok yöntem geliştirilmiştir. Bilgisayarlar ve belleklerinden kaynaklı sınırlamalar nedeniyle üç boyutlu problemlerin çoğu, şu ana kadar nisbeten küçük elektriksel boyutta olmuştur. Daha büyük problemlerin çözümü için yakın zamana kadar kullanımı yaygınlaşmamış olan çok gelişmiş bilgisayarlara ihtiyaç duyulmuştur. Son on yılda meydana gelen işlemci hızı, bellek kapasitesi ve konfigürasyon gelişimleri sonucunda halihazırda büyük çaplı problemler bile mütevazî masaüstü bilgisayarlarında çözülebilir hale gelmiştir. Bu gelişim, daha önce olabileceğine ihtimal dahi verilmeyen çalışma alanlarının açılmasına olanak sağlamıştır.

a. Üç Boyutlu Yüzeylerin Gösterimi

Öncelikle üç boyutlu cisimlerin bilgisayarda sayısal olarak nasıl gösterilecekleri belirtilmelidir. Bu husustaki temel yaklaşım, öncelikle bilgisayar tabanlı bir tasarım yazılımı (computer aided design-CAD) kullanarak cismin detaylı bir modelinin çıkarılmasıdır. AUTOCAD, ALLYCAD ve CADDIE gibi modern benzetim programları, matematiksel tanımlamalar kullanarak serbest şekillerdeki cisimlerin benzetimlerini yapabilir. Bu programlarda uygulanan yaklaşım sayesinde yüzey normali ve her noktadaki

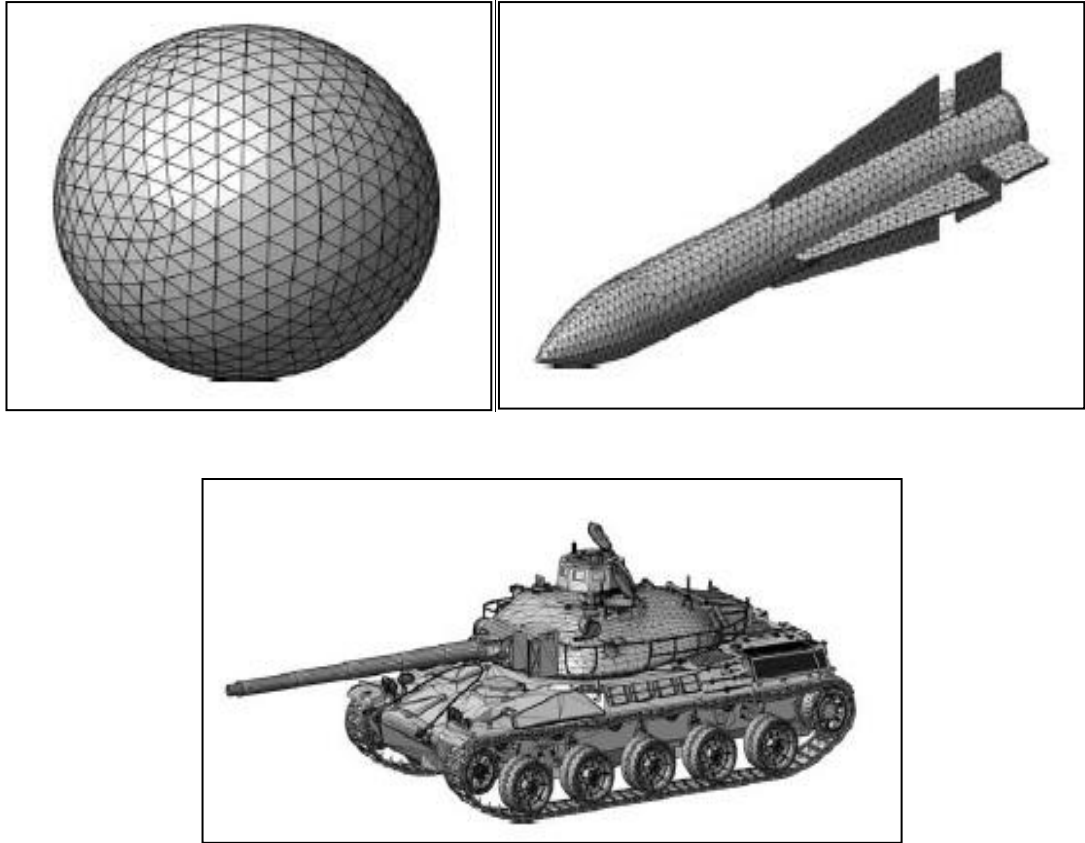
eğriliklerin yarıçaplarına ilişkin bilgiler elde edilir ve belleğe kaydedilir. Eğimli yüzey modeli bir defa geliştirildiğinde, daha sonra üzerinde işlem yapılabilecek geometrik yapıtaşlarına ayrılır. Bu amaçla yapıtaşı olarak en yaygın kullanılan şekil, her türlü cismin yüzey eğilimiyle uyum gösterebilen düzlemsel üçgenlerdir. Bu üçgenler için yüksek etkinlikte integrasyon kuralları geliştirilmiştir. Ayrıca elektromanyetik modelleme için cazip bir tercih olması amacıyla, üçgensel uzaylardaki integral denklemlerinin çözümü için analitik çözümler ortaya konulmuştur. Üçgenler, bilgisayar grafiklerinde standart yapıtaşı olarak seçilmişlerdir ve bilgisayar tabanlı tasarım (Computer Aided Design-CAD) programlarının birçoğu son derece yüksek kalitede yüzey benzetim ağı (mesh) oluşturabilme kapasitesine sahiptir.

Bir yüzeyin üçgenler kullanılarak tanımlanmasında kullanılan en yaygın yol sonlu eleman bağlantısı dosyasıdır ve bu yola bir örnek Şekil II.12’de gösterilmiştir. Bu dosya, bütün üçgen düğümlerinin (node) kartezyen koordinat sistemindeki mevkilerini içeren bir *düğüm listesini* ve bu düğüm listesinden aldığı üçlü tepe noktalarından hareketle oluşan üçgenleri tanımlayan bir *faset listesini* içerir.

9
-1.0 1.0 0.0
0.0 1.0 0.0
1.0 1.0 0.0
-1.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0
1.0 0.0 0.0
-1.0 -1.0 0.0
0.0 -1.0 0.0
1.0 -1.0 0.0
8
4 2 1
4 5 2
5 3 2
5 6 3
7 5 4
7 8 5
8 6 5
8 9 6

Şekil II.12 Örnek Bağlantı Listesi

Şekil II.12'deki örnek [7], 9 düğüm ve 8 fasetten meydana gelmektedir. Bu bilginin depolanması için birçok değişik yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin çoğu, aynı zamanda bilgisayar grafikleri ve animasyon araçları için de kullanıldıklarından, geometriye ilişkin olmayan bilgileri de içerirler. Bu çalışmada bu bilgilerden, yalnızca moment metodunun çözümü için gerekli olan *faset dosyası* kullanılmıştır. Şekil II.13'te, üçgen fasetlere bölünerek modellenmiş bir küre, bir füze ve bir tank gösterilmiştir [7]. Bu yöntemin esnekliği sayesinde, tasarımda uygun sayıda üçgen kullanıldığı ve gerekli özen gösterildiği takdirde, kara ve hava araçları gibi çok karmaşık geometriler bile yüksek doğruluk ve hassasiyetle modellenebilmektedir.



Şekil II.13 Örnek Üç Boyutlu Faset Modelleri

b. Bir Üçgen Üzerindeki Yüzey Akımları

Düzlemsel üçgenler olarak tanımlanmış yüzeylerin üzerinde oluşan akımların tanımlanması moment metodu açısından çok büyük önem arz etmektedir. Önceki bölümlerde $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ akımı, ağırlık temel fonksiyonlarının toplamı olarak

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N a_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (2.158.)$$

şeklinde gösterilmişti. Şüphesiz son 25 yıldır burada kullanılan en başarılı temel fonksiyon *Rao-Wilton-Glisson (RWG)* üçgen temel fonksiyonudur [12]. Bu fonksiyon

$$\mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \frac{L_n}{2A_n^+} \boldsymbol{\rho}_n^+(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^+ \quad (2.159.)$$

$$\mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \frac{L_n}{2A_n^-} \boldsymbol{\rho}_n^-(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^- \quad (2.160.)$$

$$\mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{diğer} \quad (2.161.)$$

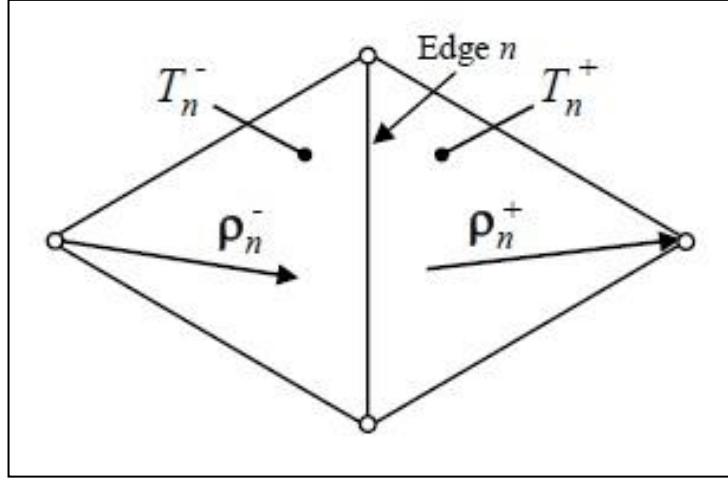
şeklinde tanımlanmıştır. Burada T_n^+ ve T_n^- , n ortak kenarlı üçgenlerdir ve L_n bu kenarın uzunluğudur. T_n^+ üzerinde, $\boldsymbol{\rho}_n^+(\mathbf{r})$, ortak kenarın aksi tarafındaki $\mathbf{v}^+$ tepe noktasına doğrudur ve

$$\boldsymbol{\rho}_n^+(\mathbf{r}) = \mathbf{v}^+ - \mathbf{r} \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^+ \quad (2.162.)$$

şeklinde ifade edilir. T_n^- üzerinde ise, $\boldsymbol{\rho}_n^-(\mathbf{r})$, $\mathbf{v}^-$ aksi tepe noktasından diğer tarafa doğrudur ve

$$\boldsymbol{\rho}_n^-(\mathbf{r}) = \mathbf{r} - \mathbf{v}^- \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^- \quad (2.163.)$$

şeklinde gösterilir. RWG temel fonksiyonu Şekil II.14'te gösterilmiştir. Yapılan tanıma göre RWG fonksiyonları, her bitişik ikili üçgen grubunun iç tarafta kalan ortak kenarlarını esas alarak açıklanmıştır. Bu formülasyonun geometrinin bütününü kaplayacağı görüldüğünden, sınır kenarları için temel fonksiyonlar tanımlanmamıştır.



Şekil II.14 RWG Temel Fonksiyonu

RWG fonksiyonunun, tanımlandığı kenar dışında, herhangi bir kenarla normal bileşeni yoktur. $\mathbf{f}_n(\mathbf{r})$ 'nin yüzeye göre diverjansı alınır

$$\nabla_s \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = -\frac{L_n}{A_n^+} \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^+ \quad (2.164.)$$

$$\nabla_s \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = \frac{L_n}{A_n^-} \quad \mathbf{r} \text{ in } T_n^- \quad (2.165.)$$

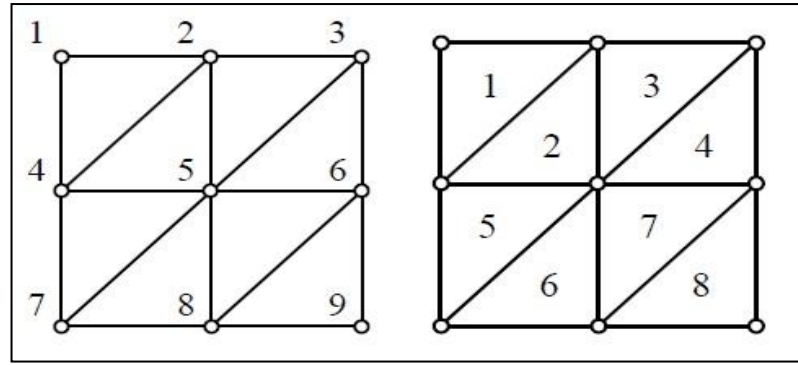
$$\nabla_s \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{diğer} \quad (2.166.)$$

ifadeleri elde edilir. Akımın diverjansının, süreklilik denklemi nedeniyle yüzey yük yoğunluğuyla orantılı olması nedeniyle, (2.164.) ve (2.166.)'da da görüleceği üzere bitişik üçgen çiftlerinin toplam yük yoğunluğu sıfırdır. Bir kenar üzerinde yük birikimi olmadığından, RWG fonksiyonunun *diverjans uyumlu* olduğu söylenebilir. Bilgisayar tabanlı elektromanyetik problemlerde, daha yüksek dereceli temel fonksiyonların da kullanıldığı göz önüne alındığında, *rotasyonel uyumlu* olduğu da ifade edilebilir.

c. Kenar Tanımlama Algoritması (Edge Finding Algorithm)

Faset model elde edildikten sonra, her bir kenarın tanımlanması ve kaydedilmesi için bir algoritma oluşturulması ihtiyacı ortaya çıkar. Kenar tanımlama algoritmasının gösterimi için, xy düzleminde tanımlı basit bir düz plakaya ilişkin Şekil II.12'de yer alan bilgiler esas alınmıştır. Bu modeldeki

düğüm ve fasetlerin numaralandırılması Şekil II.15'te gösterilmiştir [7]. Burada ilk yapılması gereken her düğüm ve oluşturdıkları fasetler arasındaki bağlantıyı tanımlamaktır. Fasetlerin hangi kenarları paylaştığının ve bağımsız kenarların belirlenmesi bu sayede sağlanacaktır. Bunun yapılabilmesi için *düğüm bağlantı listesi* ve *faset bağlantı listesi* olarak iki ayrı liste oluşturulur. Düğüm bağlantı listesi, her bir düğüm ve diğerleri arasındaki bütün bağlantıları, faset bağlantı listesi ise, her düğüm için o düğümü tanımlayan fasetleri içerir. Daha sonra her bir üçgen kontrol edilir ve o üçgeni oluşturan düğümler belirlenerek artan sırayla kaydedilir. Daha sonra fasetlerin içeriği, her düğüme ilişkin faset



a) Düğüm Numaralandırması b) Faset Numaralandırması

Şekil II.15 Basit Düz Plaka Geometrisi

bağlantı listesine eklenir. Eğer listede bulunmuyorlarsa, kendisinden iki üstteki düğümün bilgileri en alt sıradaki düğümün listesine eklenir. İkinci düğümün içeriği tanımlı değilse, üçüncü düğümün içeriği ikinci düğümün listesine yazılır. Üçüncü düğüm için herhangi bir işlem yapılmaz. Bu işlemlerin tamamlanması sonucunda oluşan düğüm ve faset bağlantı listesi Tablo II.1'de olduğu gibidir [7]. Düğüm bağlantı listesi tanımlanmamış bağlantı içermemelidir.

Düğüm (Node) #	Birleştirilen Düğümler	Birleştirilen Fasetler
1	24	1
2	453	123
3	56	34
4	57	125
5	678	234567
6	89	478
7	8	56
8	9	678
9	-	8

Tablo II.1 Düğüm ve Faset Bağlantı Listeleri

Bu noktada bağlantı listeleri, modelde bulunan tüm kenarlara ilişkin her bilgiyi içermektedir. Yapılması gereken; her düğüm için bağlantı listesine gidilerek, giriş başına bir kenar oluşturmaktır. Her kenarın bitiş noktasına ortak olan fasetler kaydedilir. Eğer kenar yalnız bir üçgene aitse, o bir sınır kenarıdır ve temel fonksiyon tanımlanmaz. İki üçgen için ortak olan kenarlar, iç kenarlardır (interior edges) ve bunlara temel fonksiyon tanımlanır. Üç ya da daha fazla üçgen için ortak kenarları olan geometriler için de tanımlama yapılmayacaktır.

ç. Üç Boyutlu İletken Yüzeyler İçin EFIE

Yapılması gereken son işlem, tanımlanan ve iletken oldukları varsayılan rastgele şekilli geometriler için bir elektrik alan integral denklemi (EFIE) oluşturmak ve çözmektir. (2.158.)’deki ifade (2.104.)’te yerine koyulduğunda N bilinmeyenli

$$-\frac{j}{\omega\mu} \hat{\mathbf{t}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) = \iint_S \left(1 + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot\right) \sum_{n=1}^N a_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} d\mathbf{r}' \quad (2.167.)$$

denklemi ortaya çıkar. N adet test fonksiyonunun uygulanması ve vektör diferansiyel operatörlerinin içeriye dağıtılması sonucunda **Z** matrisi elde edilir ve matris elemanları

$$z_{mn} = \iint_{f_m} \iint_{f_n} \left(\mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') - \frac{1}{k^2} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r})] [\nabla' \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}')] \right) \frac{e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}}{4\pi r} d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (2.168.)$$

$$b_m = -\frac{j}{\omega\mu} \iint_{f_m} \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.169.)$$

şeklinde ifade edilir. (2.168.)'de gösterilen kaynak ve test (ağırlık) integralleri, her biri iki üçgene bağlı iki RWG fonksiyonu oluşturularak çözülür. Her üçgen en fazla üç RWG fonksiyonunda tanımlandığından, kaynak integrali ve gözlem üçgeni, en fazla dokuz matris elemanına katkı sağlar. Bu sebeple, dış integral çevrimini kaynak ve test üçgenleri üzerinden, iç integral çevrimini ise temel fonksiyonlar üzerinden hesaplayıp, sonrasında sonuçları matriste uygun yerlere koymak daha etkili olacaktır.

III. UYGULAMALAR VE ANALİZ

A. EFIE DENKLEMİNE İLİŞKİN MATLAB KODU

Bu çalışmada kullanılan kodlar temel olarak iki kısma ayrılmıştır. İlki, incelenen geometrinin modellendiği, değişkenlerinin tanıtıldığı ve sonucunda yüzey akımlarının hesaplandığı kod dizinidir. İkincisi ise; öncelikle ilgilenilen yüzeyin bir noktasında oluşan manyetik ve elektrik alanın hesaplanarak tüm yüzeydeki ışımanın ya da saçılımın hesaplanmasını sağlayan, sonrasında bulunan alanların bir küre yüzeyindeki dağılımını inceleyen kod dizinidir.

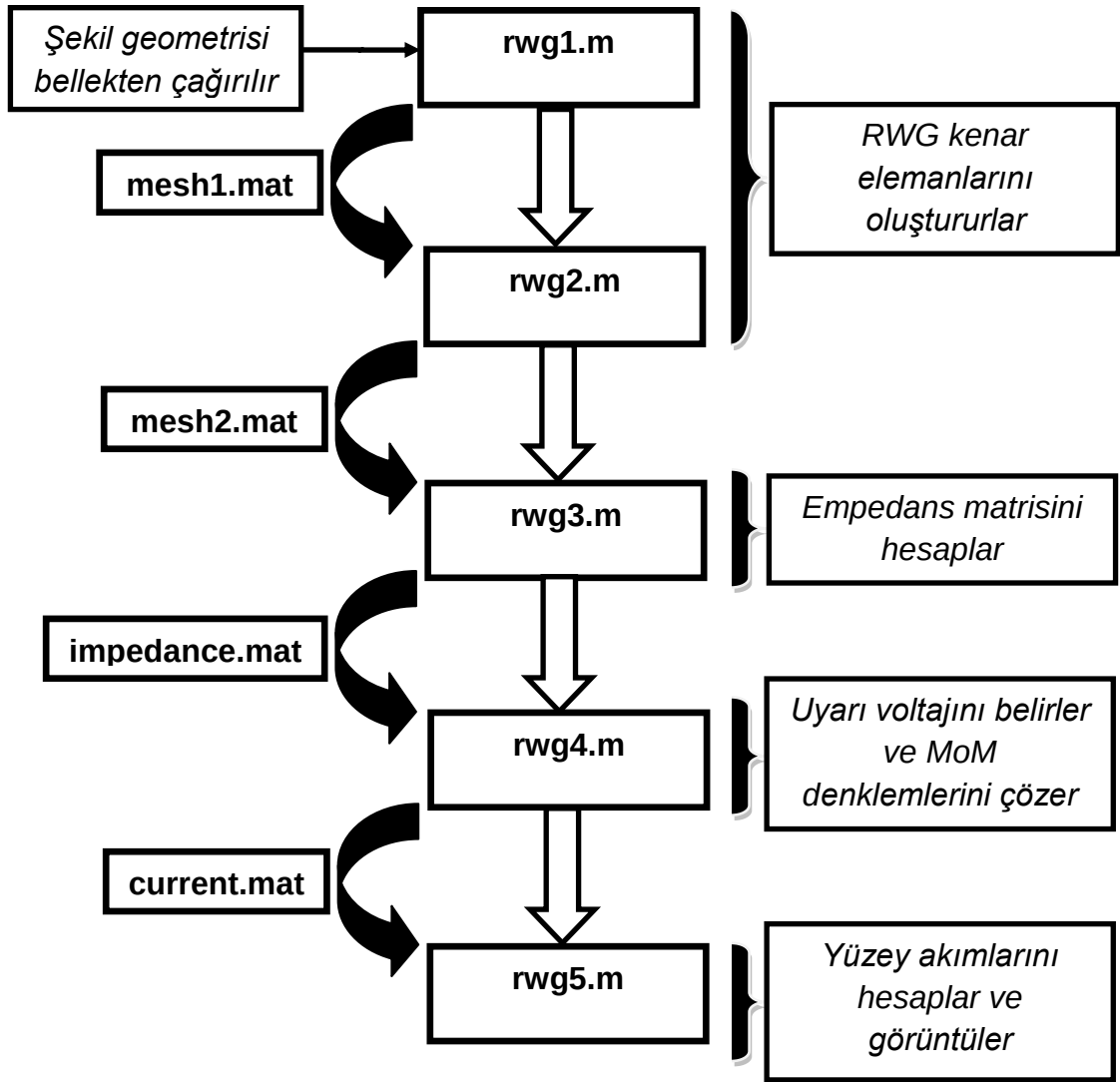
Kullanılan kod dizinleri için verilen örnekler, genelde iki ancak bazıları da üç boyutlu basit geometrileri içermektedir ve bu geometriler '.mat' uzantılı dosyalardır. Çalışmanın daha çok gerçek hayatta karşılaşılan ve çözümüne ihtiyaç duyulan geometrileri içermesi gerektiği düşünülerek, '.facet' uzantılı olarak hazırlanmış olan geometrilerin, bir kod düzenlemesi yardımıyla '.mat' uzantısına çevrilmeleri sağlanmıştır. Kod üzerinde yapılan diğer bir düzenleme ise, öncelikle geometrinin tanıtıldığı ve sonucunda yüzey akımlarının hesaplandığı ilk kısım kod dizininin, üçüncü boyutun da hesaplanmasını sağlayacak şekilde revize edilmesi olmuştur. Bu düzenlemeler sayesinde artık üç boyutlu ve gerçek hayatta karşılaşılan otomobil, füze ve tank gibi geometriler incelenebilecektir.

1. Yüzey Akımlarının Hesaplanmasını Sağlayan Kod Dizini

Bu kod dizini temel olarak *rwg1.m-rwg5.m* şeklinde adlandırılan beş parçadan oluşmaktadır ve kodlara ilişkin akış şeması Tablo III.1'de görülmektedir [13]. Bu dizinler, moment metodunun sıralı sayısal adımlarını hesaplamaktadır. En son dizin çalıştırıldığında, üzerinde çalışılan yüzeydeki akım dağılımı gösterilecektir.

Tabloda görülen akış, değişik geometrilere sahip şekillere de uygulanabilecek şekilde tasarlanmıştır. Burada dikkat edilecek husus,

incelenen şeklin isminin *rwg1.m* dizininde, 'load' komutunun ardına yazılmasıdır. Böylece şekil bellekten çağırılacak ve hesaplamalar doğru geometriye ilişkin olacaktır. Frekans, dielektrik sabiti ve manyetik geçirgenlik değişkenleri *rwg2.m* dizininde girilmektedir. Bu kod dizinleri yalnız saçılım için değil aynı zamanda ışıma problemleri için de kullanılabilir. Tek önemli fark, ışımda bir gerilim kaynağıyla besleme yapılırken, saçılımda kaynak gelen elektromanyetik dalganın kendisidir.



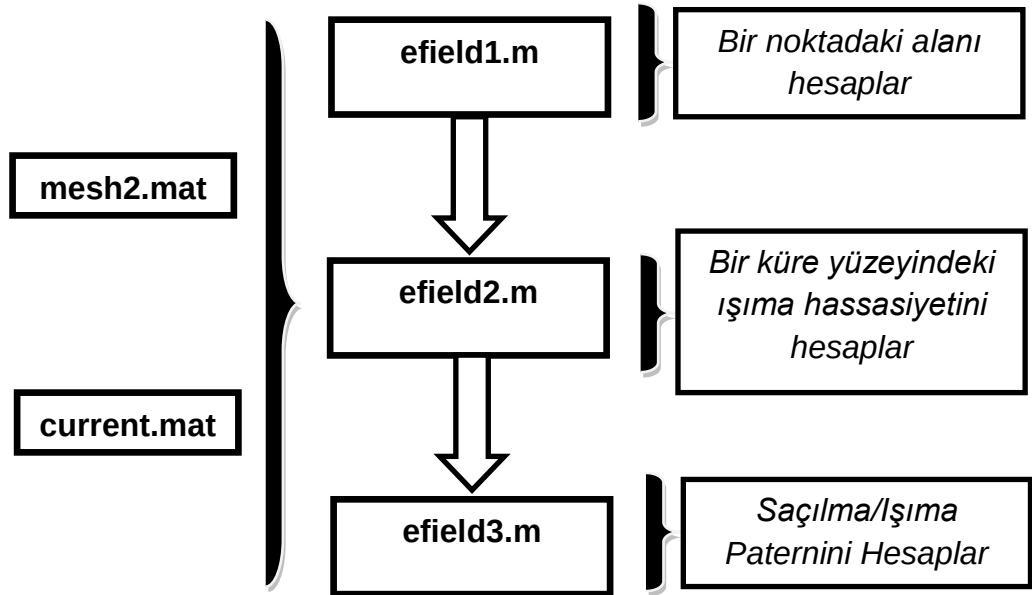
Tablo III.1 Yüzey Akımları Kod Dizini Akış Şeması

Tablo III.1'de de görüldüğü üzere, *rwg1.m* ve *rwg2.m* dizinleri çalıştırıldığında bellekten geometri çağırılarak programa tanıtılır ve

sonucunda *mesh1.mat* ve *mesh2.mat* dosyaları oluşturulur. *rwg3.m* dizini, MoM çözümü için temel teşkil eden empedans matrisini oluşturur. Bu dizinin sonucunda oluşan dosya *impedance.mat* ismiyle kaydedilir. *rwg4.m* dizininde ikaz voltajı belirlenir ve MoM denklemleri çözülür. Bu dizinin sonucunda da, birim üçgen başına yüzey akımları hesaplanarak *current.mat* dosyası oluşturulur. Son olarak *rwg5.m* dizininde ise, bir önceki dizinde oluşturulan *current.mat* dosyası kullanılarak yüzey akımları hesaplanır ve yüzey akım dağılımı görüntülenir.

2. Saçılan Alanların Hesaplanmasını ve Gösterimini Sağlayan Kod Dizini

Bu kod dizini temel olarak *efield1.m-efield3.m* şeklinde adlandırılan üç parçadan oluşmaktadır ve kodlara ilişkin akış şeması Tablo III.2'de görülmektedir. Bu dizinler, ilk dizinlerde hesaplanan yüzey akımları yardımıyla saçılan elektrik ve manyetik alanın bulunmasını sağlar ve bulunan alanları bir küre yüzeyinde modeller.



Tablo III.2 Saçılma Paterni Kod Dizini Akış Şeması

İlk kod dizininde yüzey akımlarının bulunması için oluşturulan *mesh2.mat* ve *current.mat* dosyaları, bu kod dizinlerinde de kullanılır. *efield1.m* dizini, bir noktada oluşan elektrik **E** ve manyetik alanları **H** hesaplar. *efield2.m* dizini,

incelenen cismin üzerinde meydana gelen ışıma/saçılma hassasiyeti dağılımının geniş bir sanal küre yüzeyinde gösterilmesini sağlar. Bu dizin sonucunda, hesaplanan toplam güç bilgilerinin kaydedildiği *gainpower.mat* isimli bir dosya oluşturulur. *efield3.m* dizini ise, oluşturulan *gainpower.mat* dosyasını da kullanarak, kutupsal ve kartezyen düzlemlerde saçılma paternini hesaplar ve gösterir.

B. YÜZEY AKIMI VE SAÇILIM MODELLEMESİ UYGULANAN GEOMETRİLER

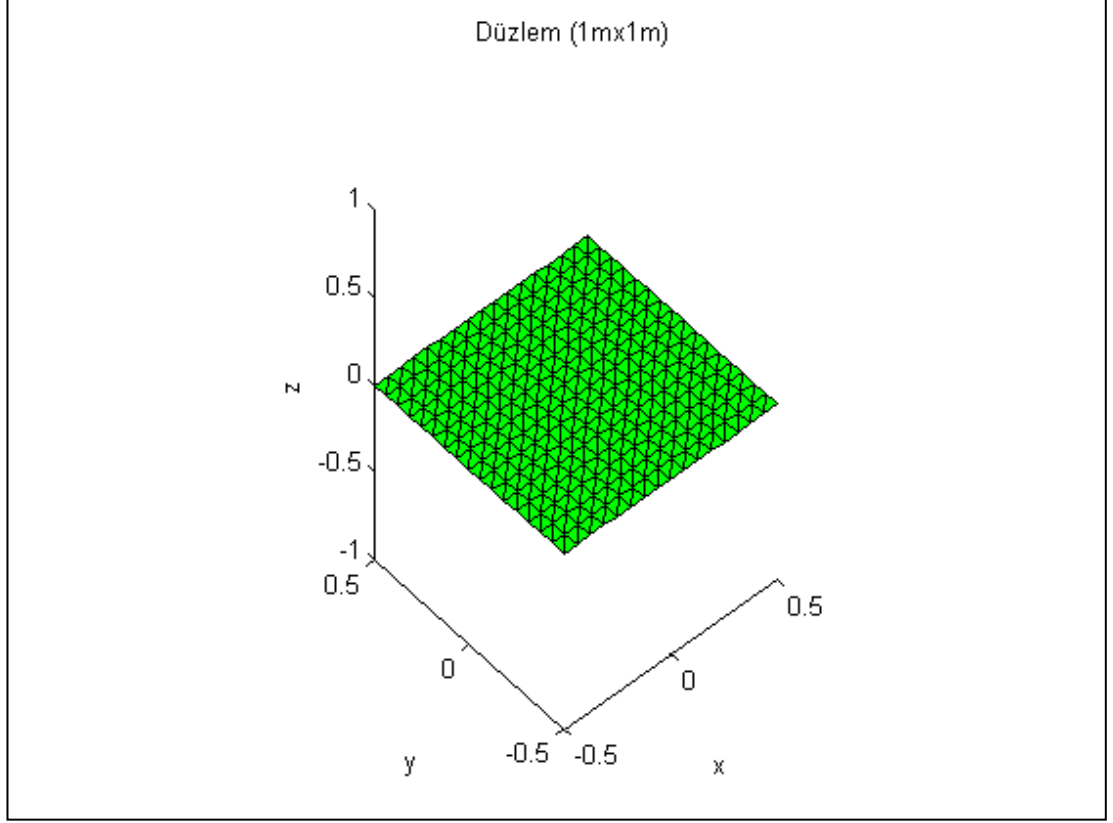
Çalışmada, yüzey akımı ve saçılım modellemesi yapılacak şekiller seçilirken, kodun algoritmasının daha rahat anlaşılabilmesi amacıyla, geometrileri basitten karmaşığa doğru olacak şekilde seçilmiş ve sıralanmıştır. Yüzey akımı ve saçılım modellemesi uygulanan cisimlerin değerlendirilmesini standart hale getirmek amacıyla; frekans, polarizasyon, dielektrik sabiti, manyetik geçirgenlik, gelen EM dalganın yönü ve şiddeti gibi parametreler, küp ve küre hariç değiştirilmeden uygulanmıştır (Tablo III.3). Gelen EM dalganın yönü şekiller üzerinde okla gösterilmiştir. Çalışmanın başında da belirtildiği üzere, gelen dalganın frekansı, AN/SPS-40 ve AN/SPS-49 gibi hava arama radarlarının frekansı göz önünde bulundurularak seçilmiştir.

Parametre	Girilen Değer
Frekans (Mhz)	450-900
Polarizasyon (x, y,z)	(1, 0, 0)
Dielektrik Sabiti (F/m)	$1/36\pi \times 10^{-9}$
Manyetik Geçirgenlik (H/m)	$4\pi \times 10^{-7}$
EM Dalganın Yönü (x, y,z)	(0, -1, -1)
EM Dalganın Şiddeti (V/m)	1
Gösterim Küresi Yarıçapı (m)	10

Tablo III.3 Kod Dizinine Girilen Değerler Listesi

1. Düzlem (1mx1m) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

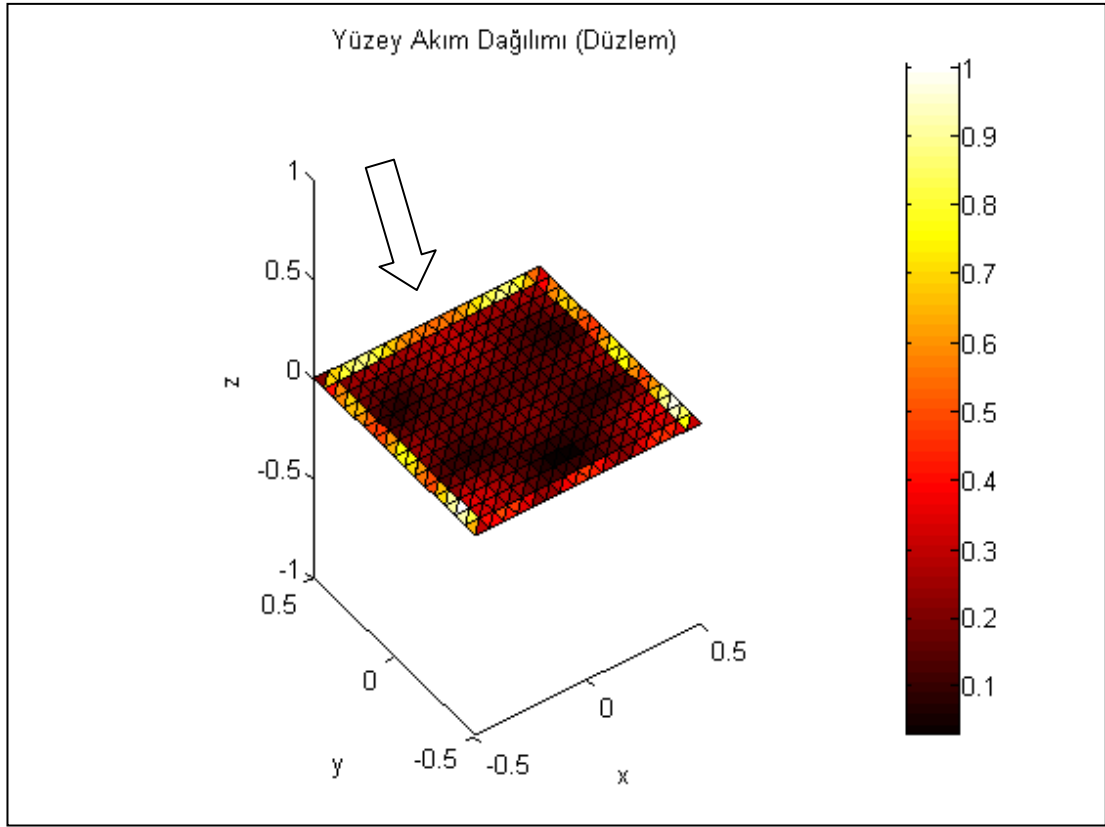
Hesaplama yapılan ilk şekil olan düzlem, 1 m^2 alana sahiptir. 512 adet üçgenle modellenen şeklin geometrisi Şekil III.1’de gösterilmiştir.



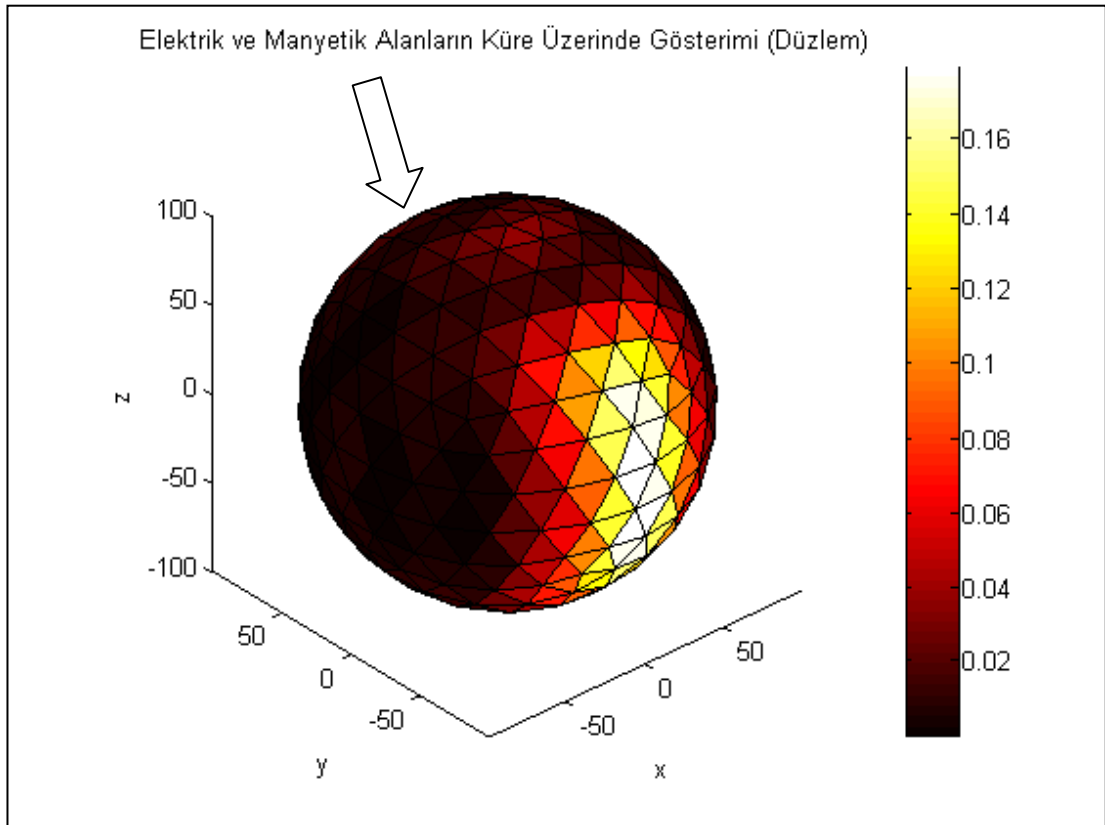
Şekil III.1 Düzlem (1mx1m)

rwg5.m'e kadar kod dizinleri çalıştırıldığında, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri $0,018864 \text{ A/m}$ olarak bulunur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.2’de olduğu gibidir.

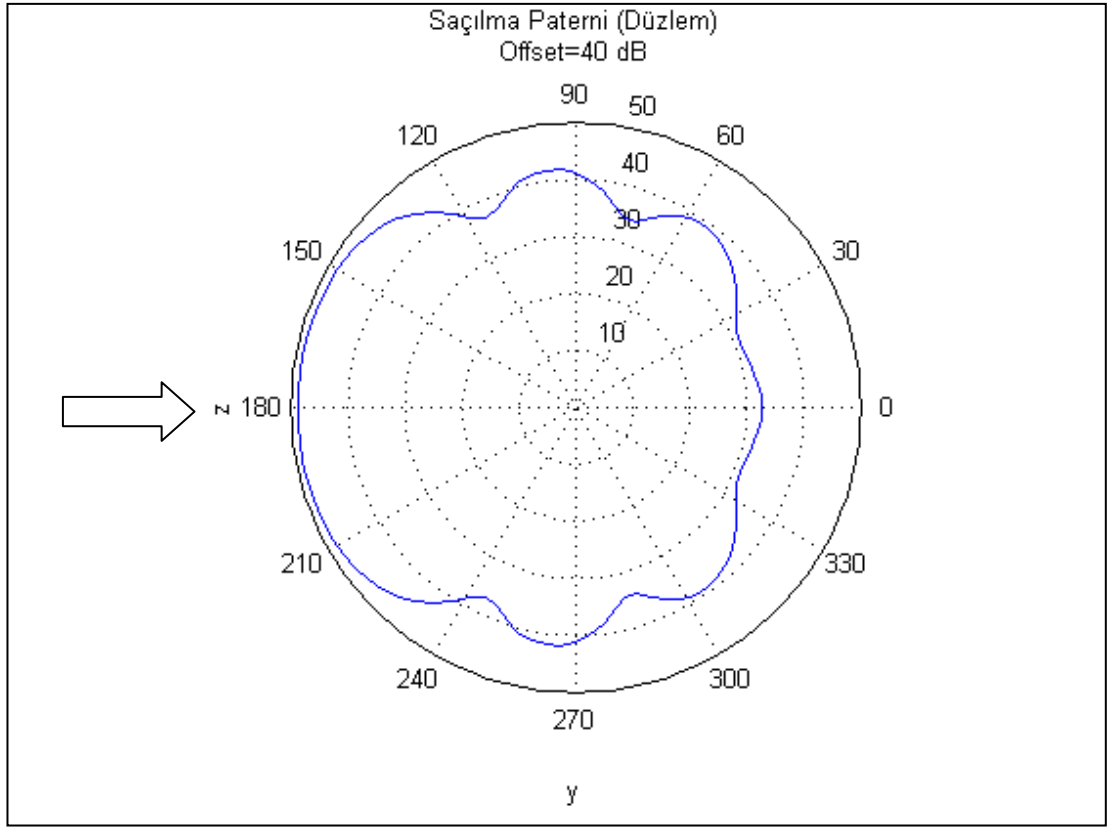
efield1.m-efield3.m dizinleri sonucunda elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.3’te, yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.4’te gösterilmiştir.



Şekil III.2 Yüzey Akım Dağılımı (Düzlem)



Şekil III.3 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Düzlem)

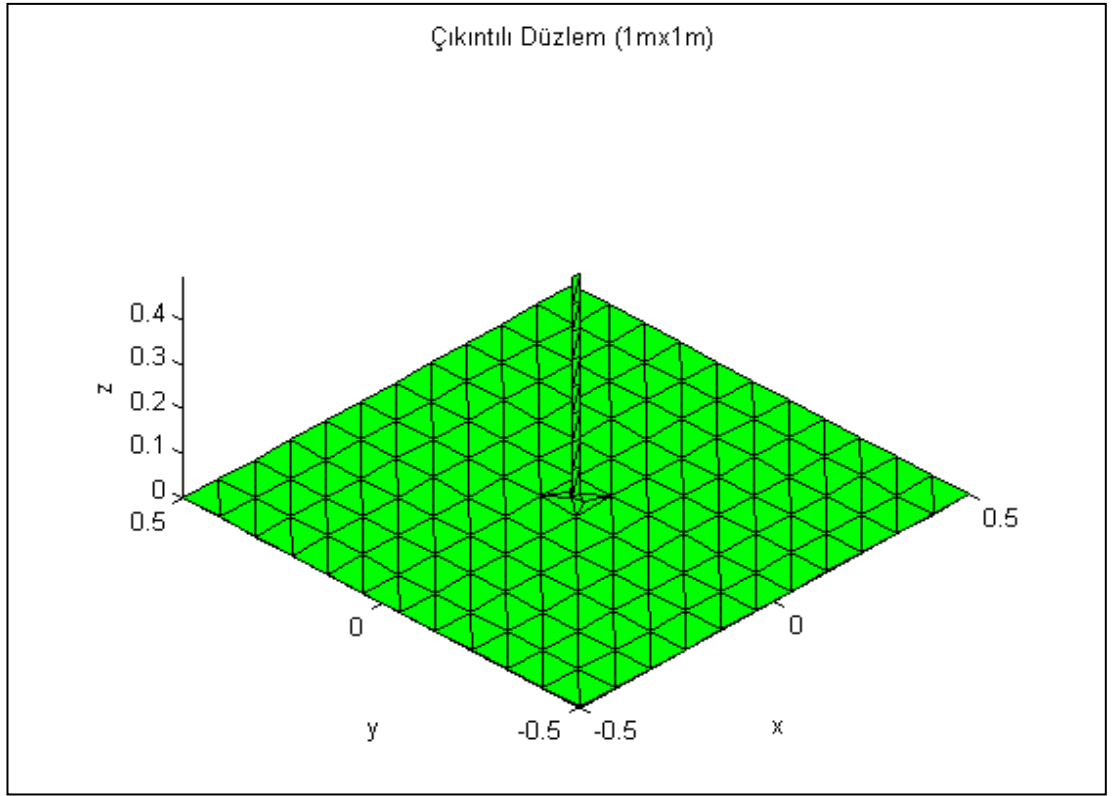


Şekil III.4 Saçılma Paterni (Düzlem)

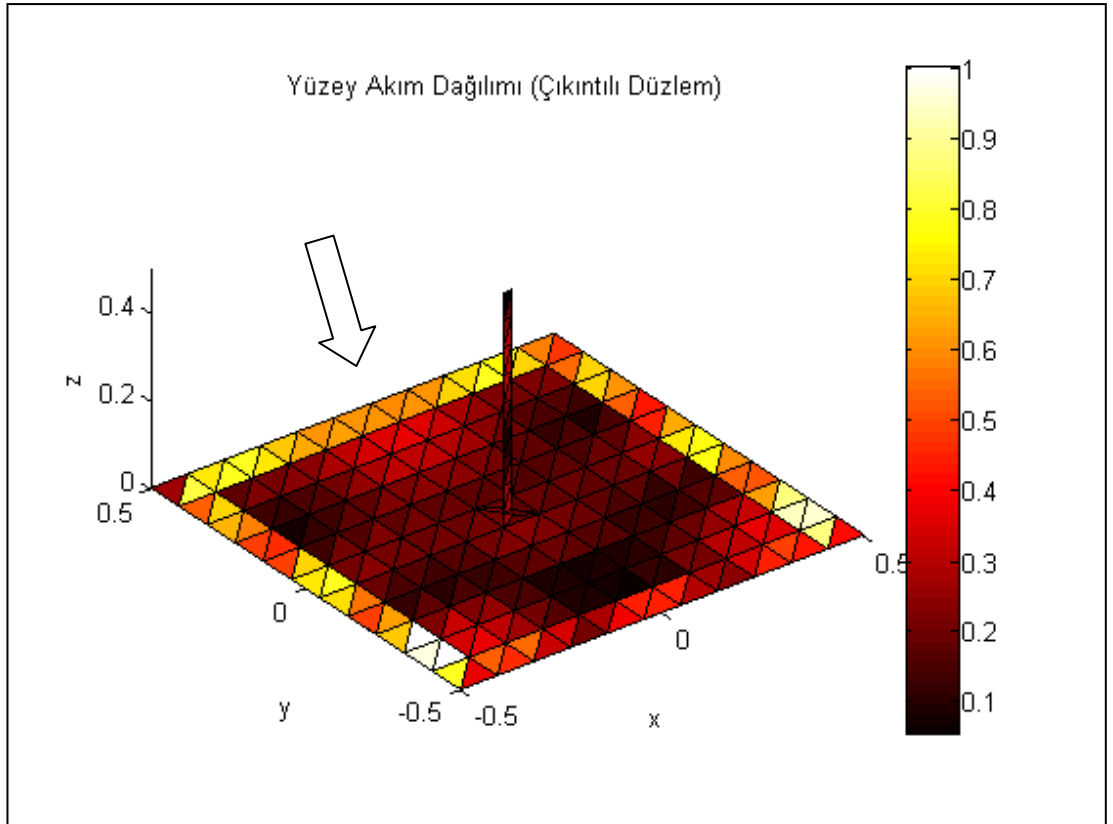
a. Çıkıntılı Düzlem Karşılaştırması

Şekiller üzerinde yapılacak değişikliklerin nasıl sonuçlar vereceğinin anlaşılabilmesi amacıyla, üzerine bir anten yerleştirildiği varsayılan aynı boyutlardaki bir düzlemle karşılaştırılmıştır.

266 adet üçgenle modellenen şeklin geometrisi Şekil III.5'te gösterilmiş ve Şekil III.1'de görüntülenen düzlemin 512 üçgenle modellendiği göz önüne alındığında, orada bulunan sonucun daha hassas olabileceği, ancak karşılaştırmada sorun yaratabilecek bir etkiye sahip olmadığı değerlendirilmiştir.

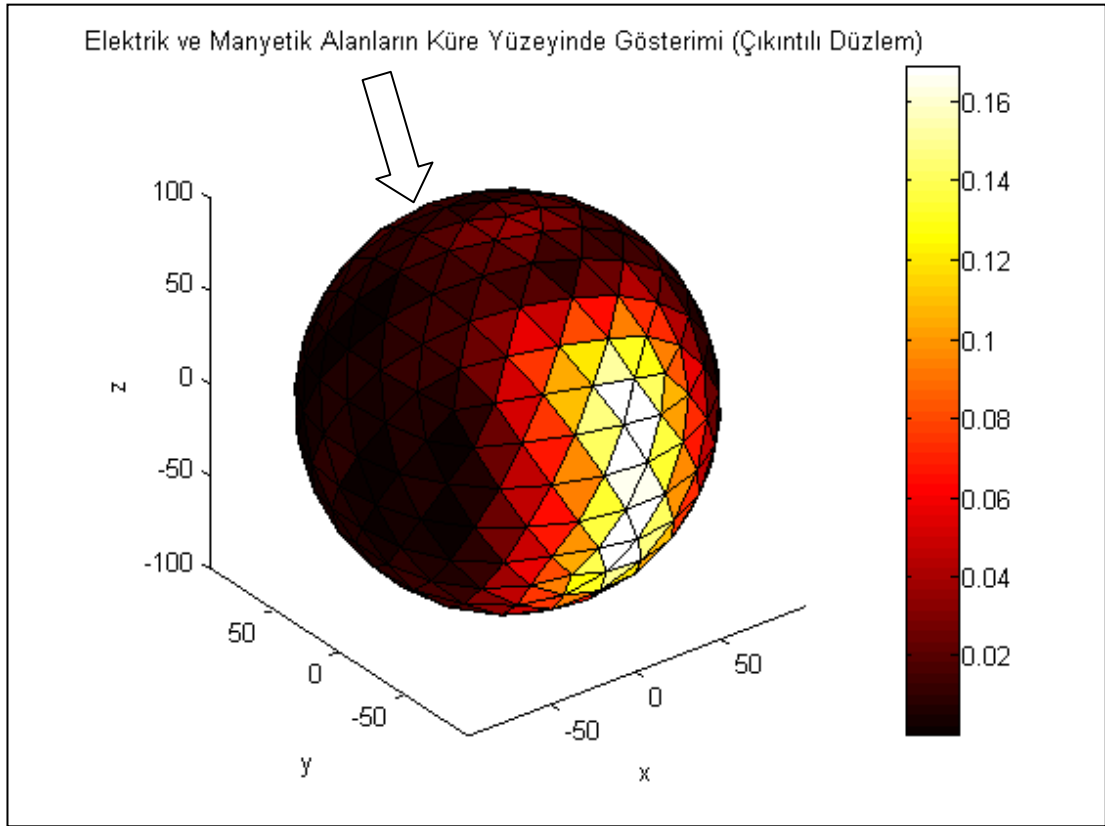


Şekil III.5 Çıkıntılı Düzlem (1mx1m)



Şekil III.6 Yüzey Akım Dağılımı (Düzlem)

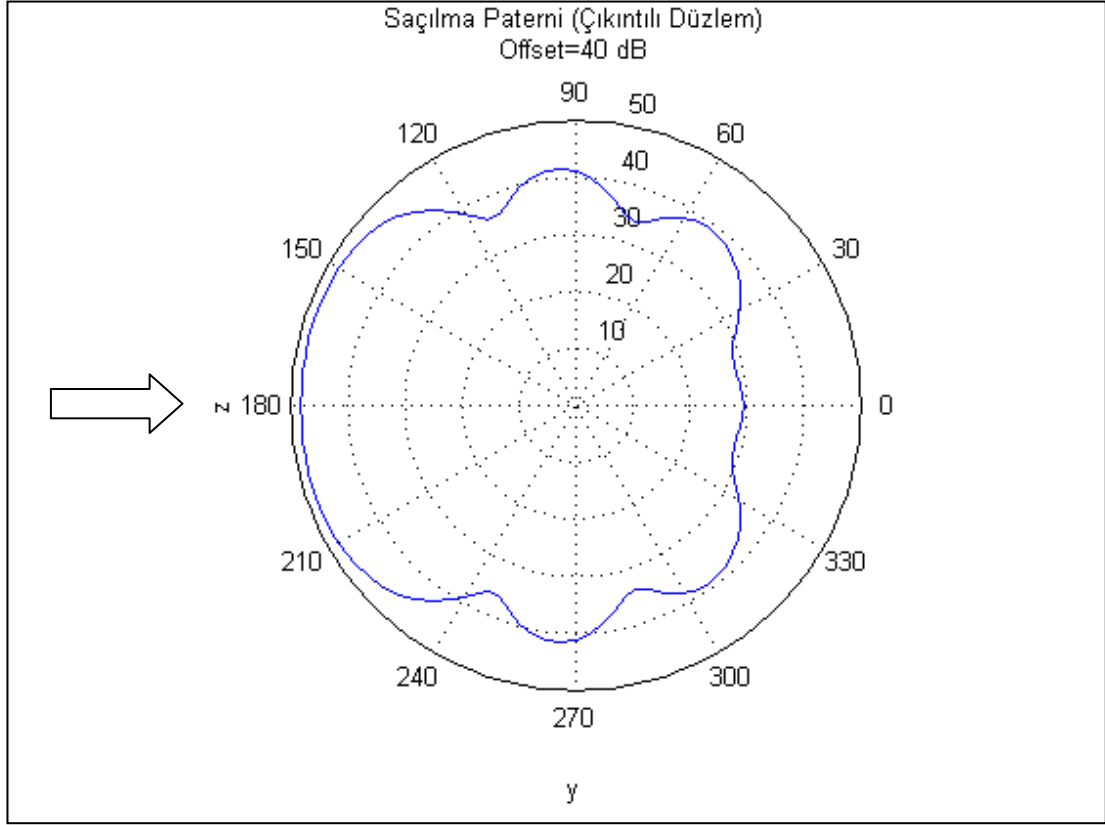
rwg5.m'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 0,015932 A/m olarak bulunur. Şekle eklenen cismin, yüzeye gelen EM dalganın enerjisinin bir kısmını üzerinde toplaması nedeniyle, yüzeydeki en yüksek akım değerini yaklaşık % 15 oranında düşürdüğü görülmektedir. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.6'da olduğu gibidir. Bu şekildeki renk dağılımına bakıldığında, genel akım dağılımının düzleme göre daha yüksek olduğu, yalnızca anten olduğu varsayılan cismin üzerindeki akımların nisbeten daha düşük seviyeli olduğu görülmektedir.



Şekil III.7 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi
(Çıkıntılı Düzlem)

efield1.m-efield2.m dizinleri sonucunda elde edilen, saçılan elektrik ve manyetik alana ilişkin gösterim Şekil III.7'de olduğu gibidir. Buradan da görülebileceği gibi küre üzerindeki alan dağılımı neredeyse düzleminkiyle aynı olmuş, yalnızca saçılmanın olduğu bölgelerde genlikte yükselme meydana gelmiştir. Bu yükselmenin, anten olduğu varsayılan çıkıntıdan kaynaklandığı değerlendirilmiştir.

efield3.m dizini sonucunda elde edilen yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.8’de gösterilmiştir. Buradaki değişikliğin de, geometrideki farklılıktan kaynaklandığı değerlendirilmiştir.

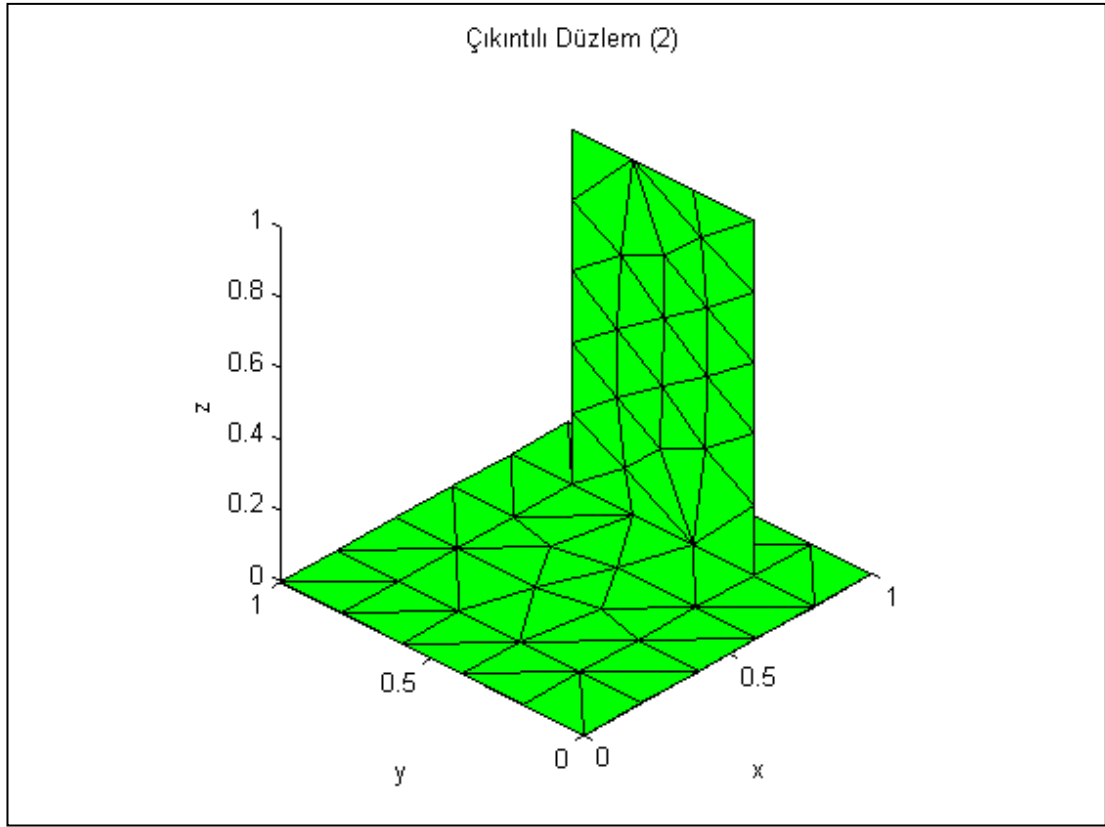


Şekil III.8 Saçılma Paterni (Çıkıntılı Düzlem)

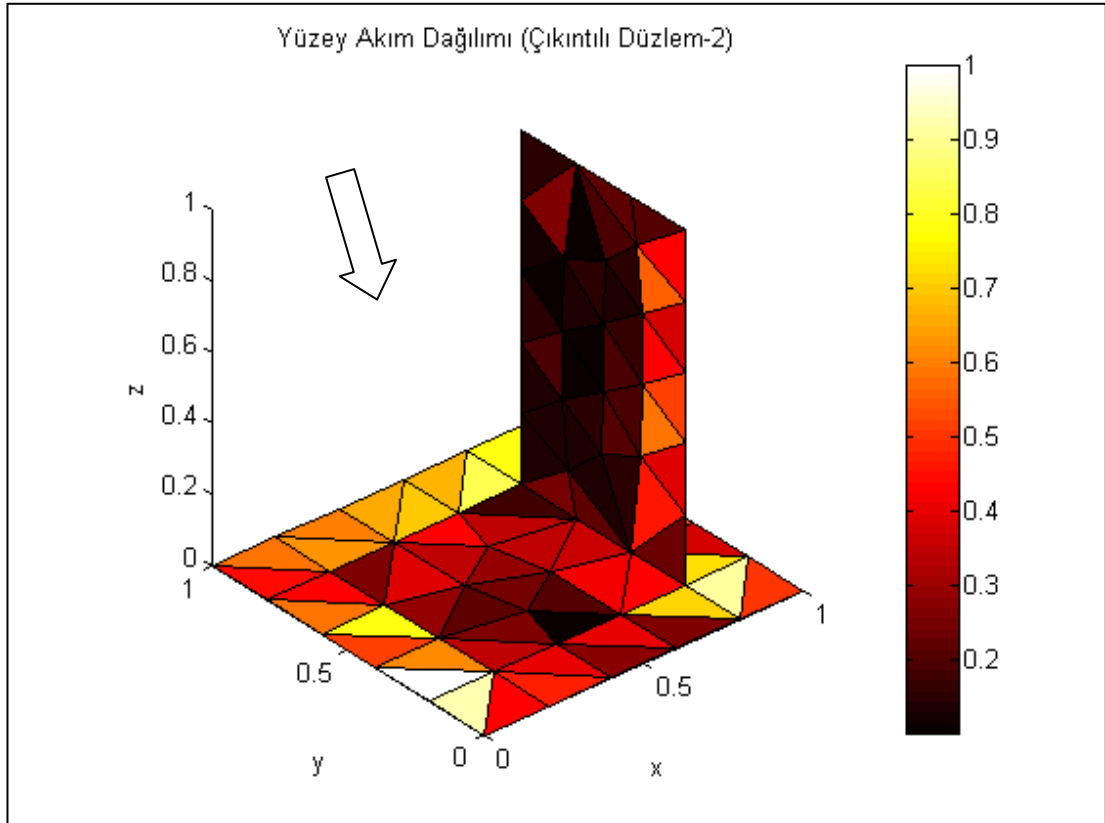
b. Çıkıntılı Düzlem Karşılaştırması (2)

Şekil değişikliğinin ne gibi sonuçlar doğurabileceğinin görülmesi amaçlı ikinci deneme, düzlem üzerine ikinci bir plakanın eklenmesiyle yapılmıştır. Karşılaştırmının yapılacağı 88 adet üçgenle modellenen geometri Şekil III.9’da gösterilmiştir.

Şekil III.1’de görüntülenen düzlemin 512 üçgenle modellendiği göz önüne alındığında, orada bulunan sonucun daha hassas olabileceği, ancak ilk karşılaştırmada da olduğu gibi sorun yaratabilecek bir etkiye sahip olmadığı değerlendirilmiştir.



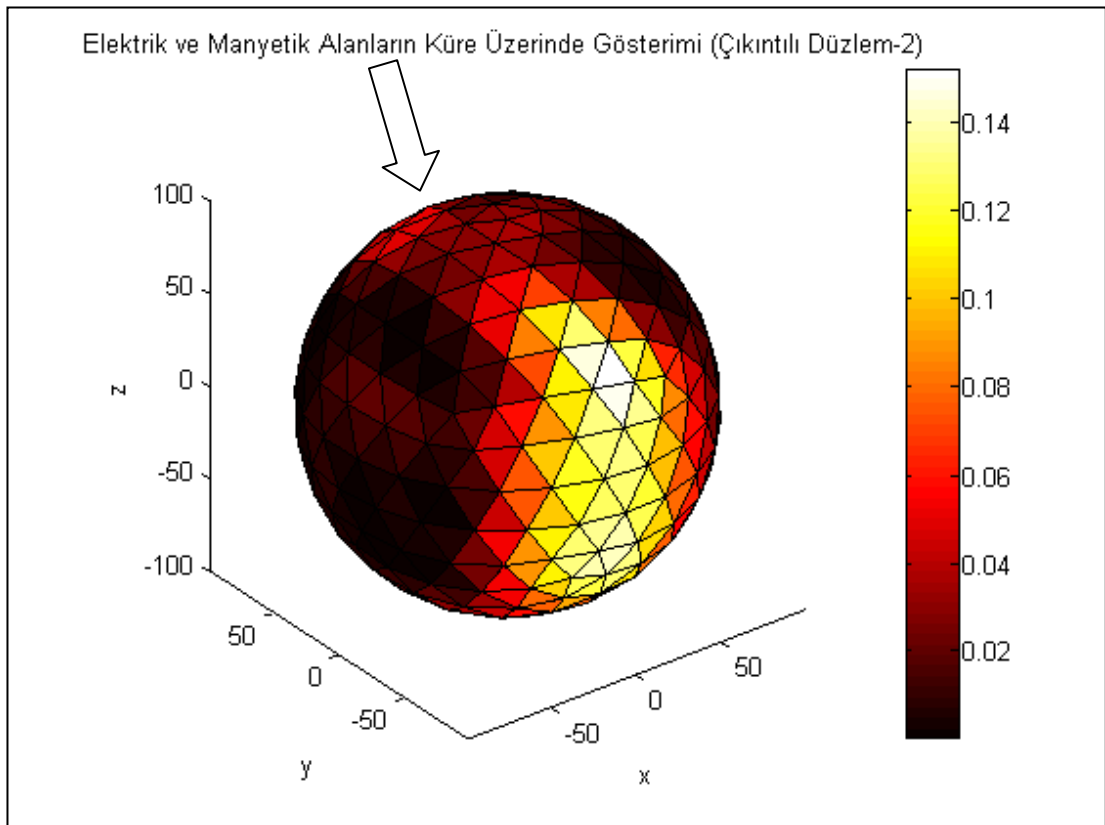
Şekil III.9 Çıkıntılı Düzlem-2



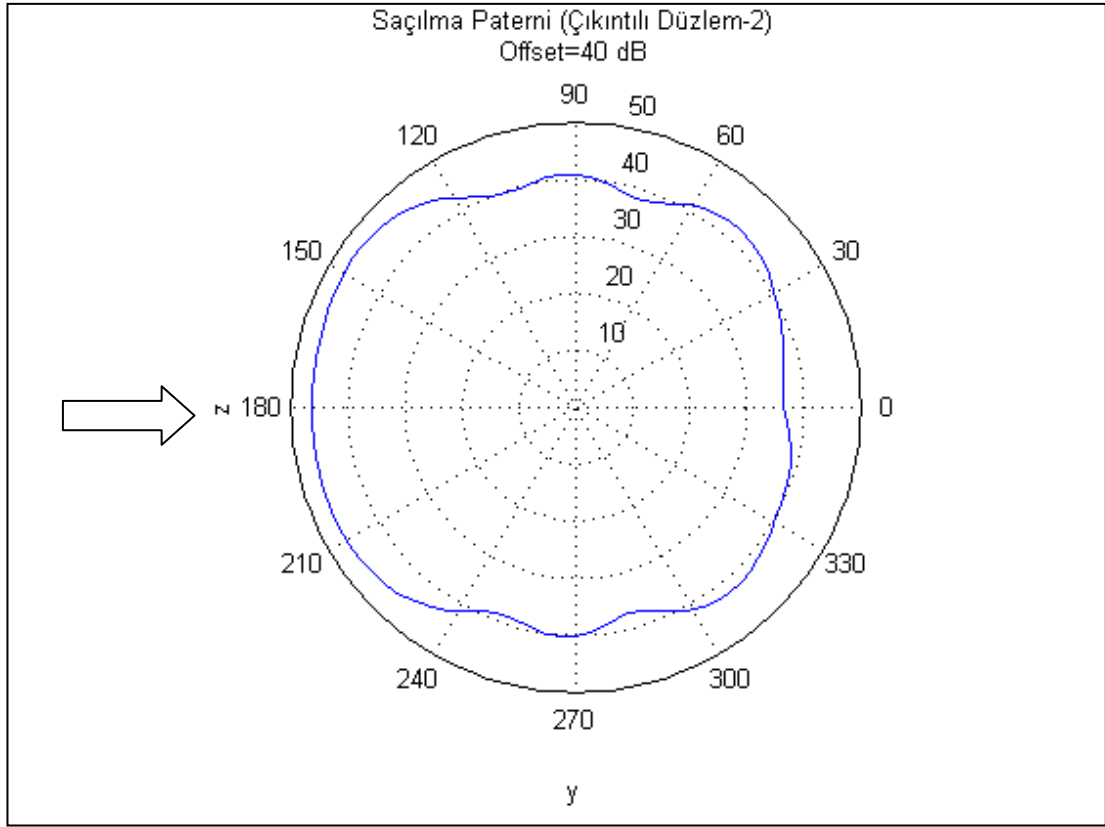
Şekil III.10 Yüzey Akım Dağılımı (Çıkıntılı Düzlem-2)

rwg5.m'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 0,010853 A/m olarak bulunur. Şekle eklenen cismin, yüzeydeki en yüksek akım değerini, ilk örneğin aksine neredeyse yarı yarıya düşürdüğü görülmektedir. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.10'da olduğu gibidir. Bu şekildeki renk dağılımına bakıldığında, genel akım dağılımının, düzleme ve ilk çıkıntılı düzleme kıyasla daha yüksek olduğu görülmektedir.

efield1.m-efield2.m dizinleri çalıştırıldığında elde edilen, saçılan elektrik ve manyetik alana ilişkin gösterim Şekil III.11'de olduğu gibidir. Buradan da görülebileceği gibi küre üzerindeki alan dağılımı neredeyse düzleminkiyle aynı olmuş, yalnızca saçılmanın olduğu bölgelerde genlikte yükselme meydana gelmiştir. Bu yükselmenin de, ilk karşılaştırmada olduğu gibi çıkıntı düzlemden kaynaklandığı değerlendirilmiştir.



Şekil III.11 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi
(Çıkıntılı Düzlem-2)



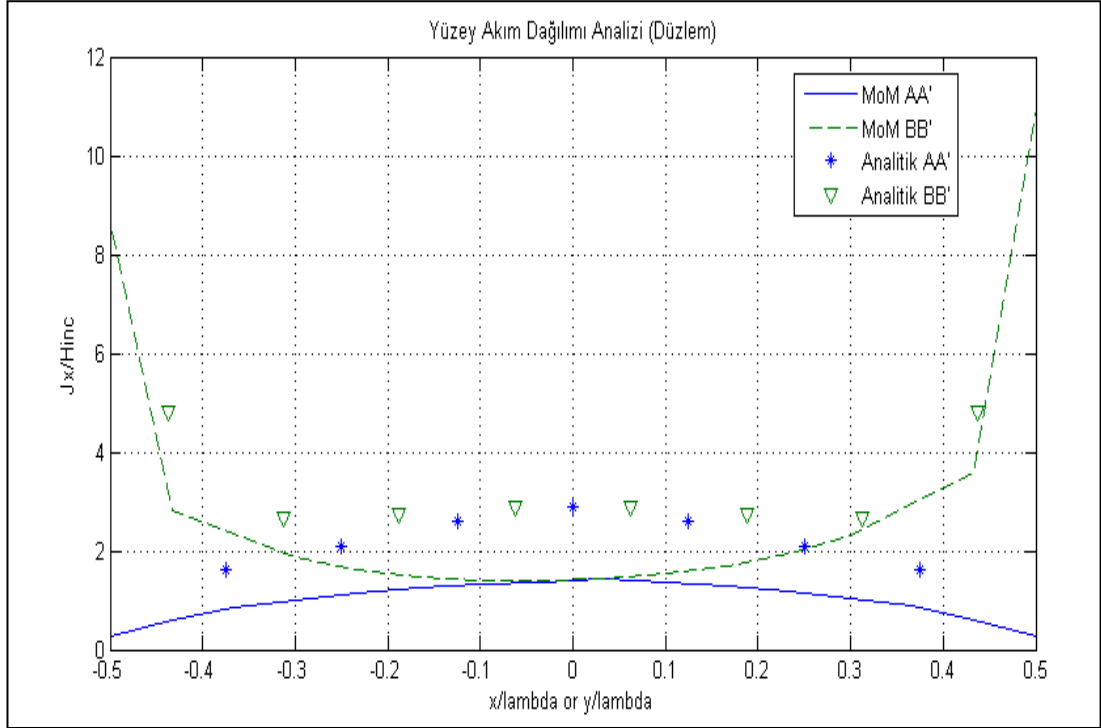
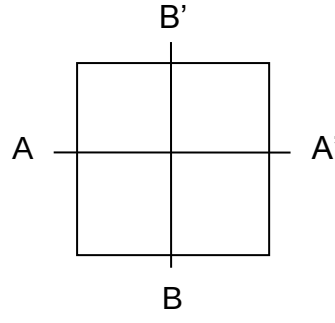
Şekil III.12 Saçılma Paterni (Çıkıntılı Düzlem (2))

efield3.m dizini sonucunda elde edilen yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.12’de gösterilmiştir. Buradaki değişikliğin, hem asıl hem de karşılaştırma yapılan düzlemlerden farklı olmasının sebebinin, gelen alanın çarptığı yüzeydeki artış olduğu değerlendirilmiştir.

c. Yüzey Akım Dağılımı Analizi

Matlab kodunun doğrulanması; 1 m² alana sahip kare düzlem üzerindeki yüzey akımlarının modellenmesine ilişkin [14]’teki analitik sonuçlar ile karşılaştırma yapılarak sağlanmıştır.

Hesaplamalar, -y-z (0,-1,-1) yönünde 75 MHz’de gönderilen EM dalgaya ilişkin yapılmış olup, elde edilen yüzey akım dağılımlarına ilişkin iki yöntemde de MoM çözümlerinin [14]’teki çözümler ile karşılaştırması Şekil III.13’te gösterilmiş olup sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir.

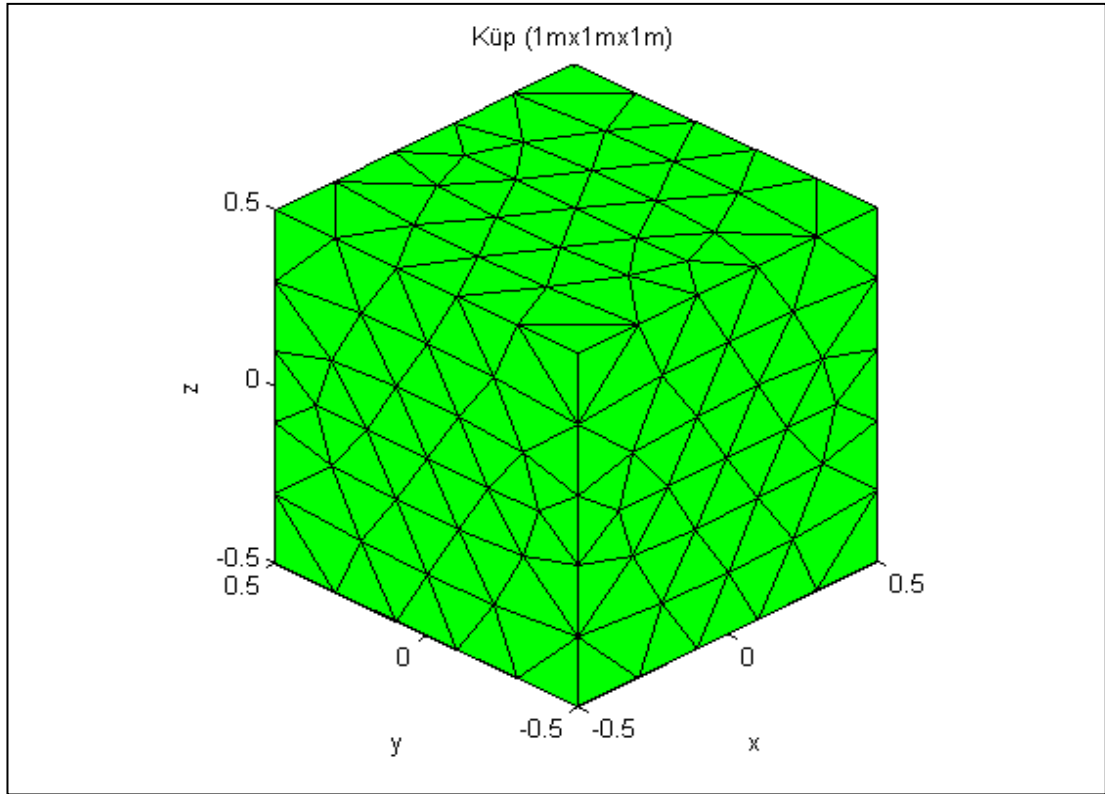


Şekil III.13 Yüzey Akım Dağılımı Analizi (Düzlem)

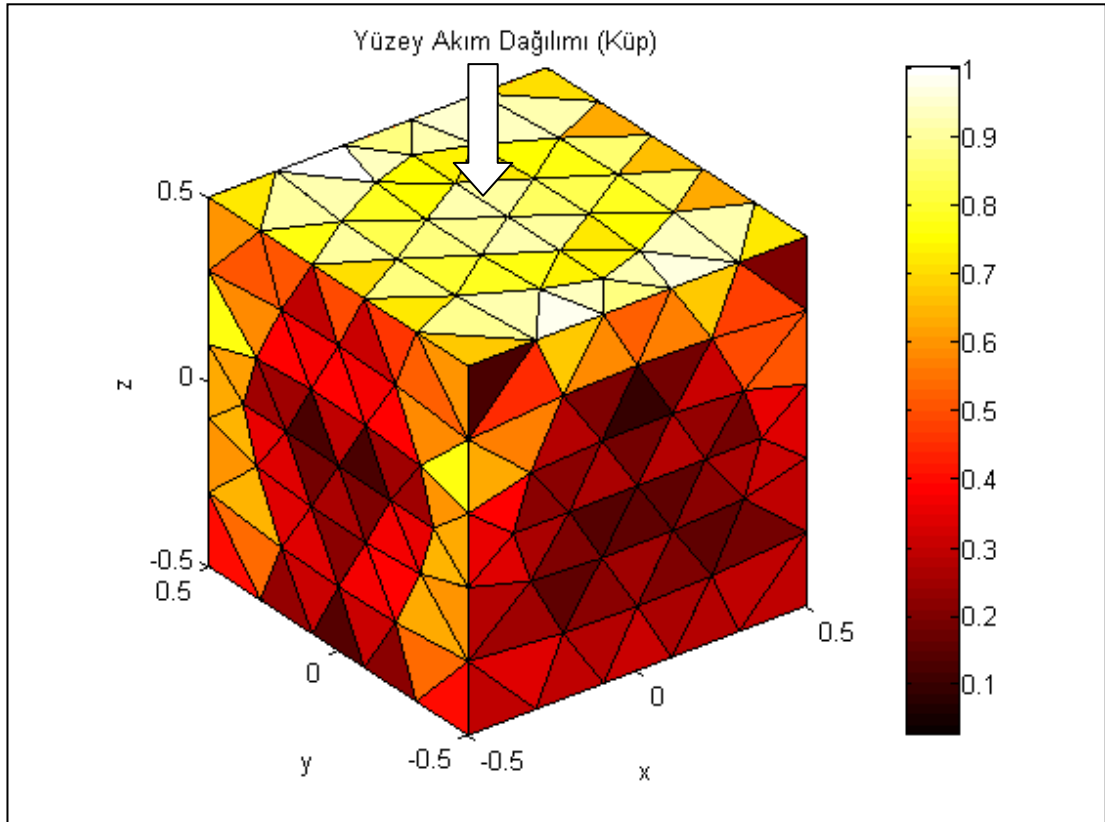
2. Küp (1mx1mx1m) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

Hesaplama yapılan, 334 adet üçgenle modellenen küp, 1 m^3 hacme sahiptir ve Şekil III.14'te gösterilmiştir. Bu örnekte, EM dalganın, önceki örneklerden farklı olarak, z yönünden geldiği kabul edilmiştir. Gelen dalganın polarizasyonu yine x yönündedir.

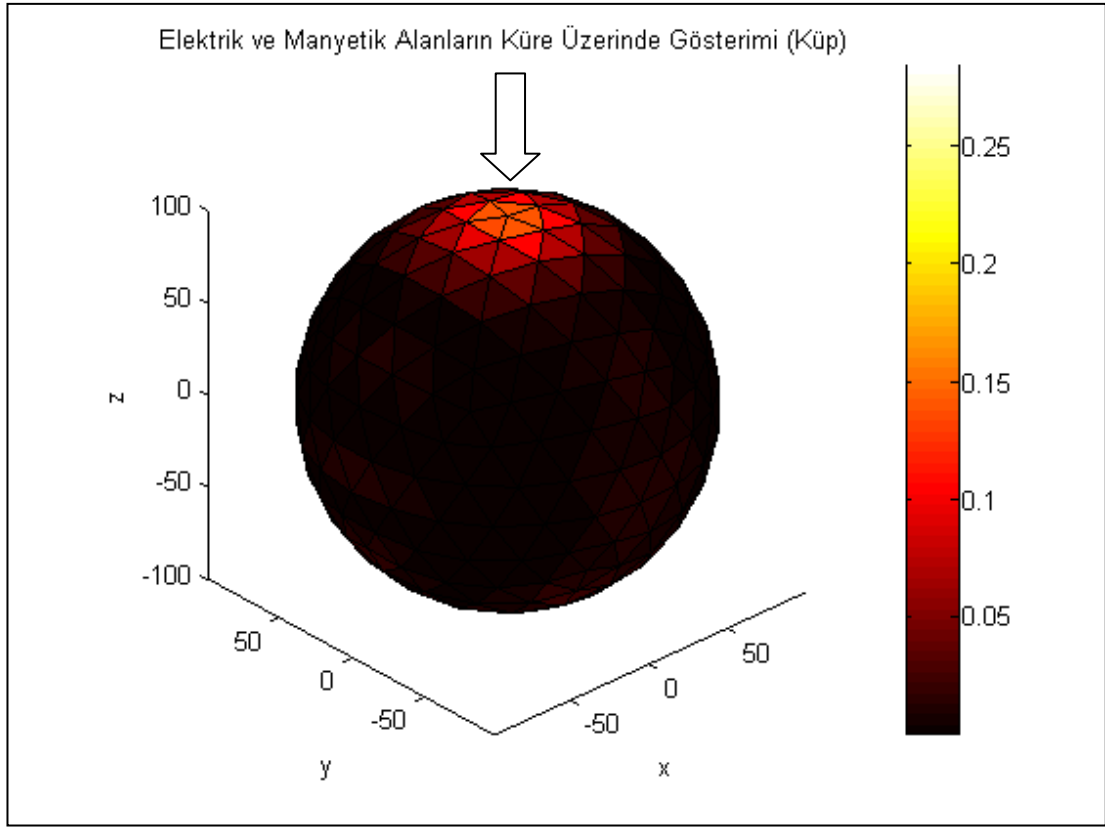
$rwg5.m$ 'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri $0,0061987 \text{ A/m}$ olarak bulunmuştur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.15'te olduğu gibidir.



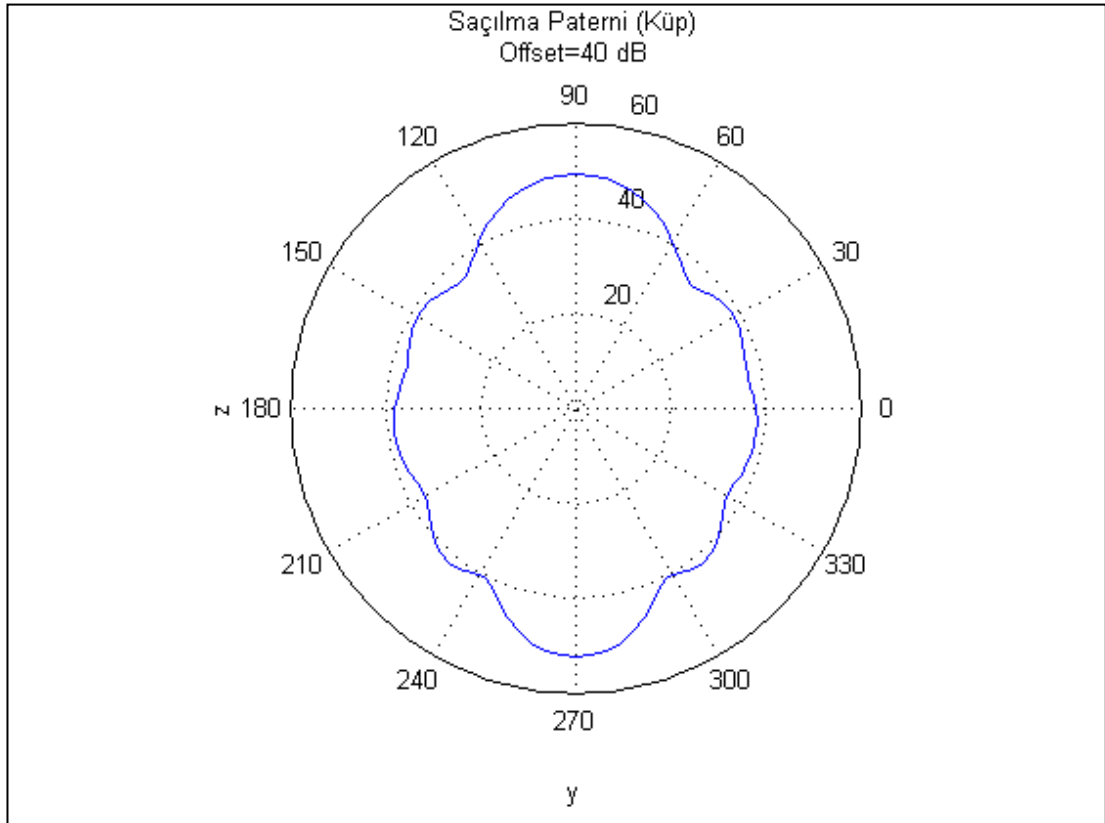
Şekil III.14 Küp (1mx1mx1m)



Şekil III.15 Yüzey Akım Dağılımı (Küp)



Şekil III.16 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi
(Küp)



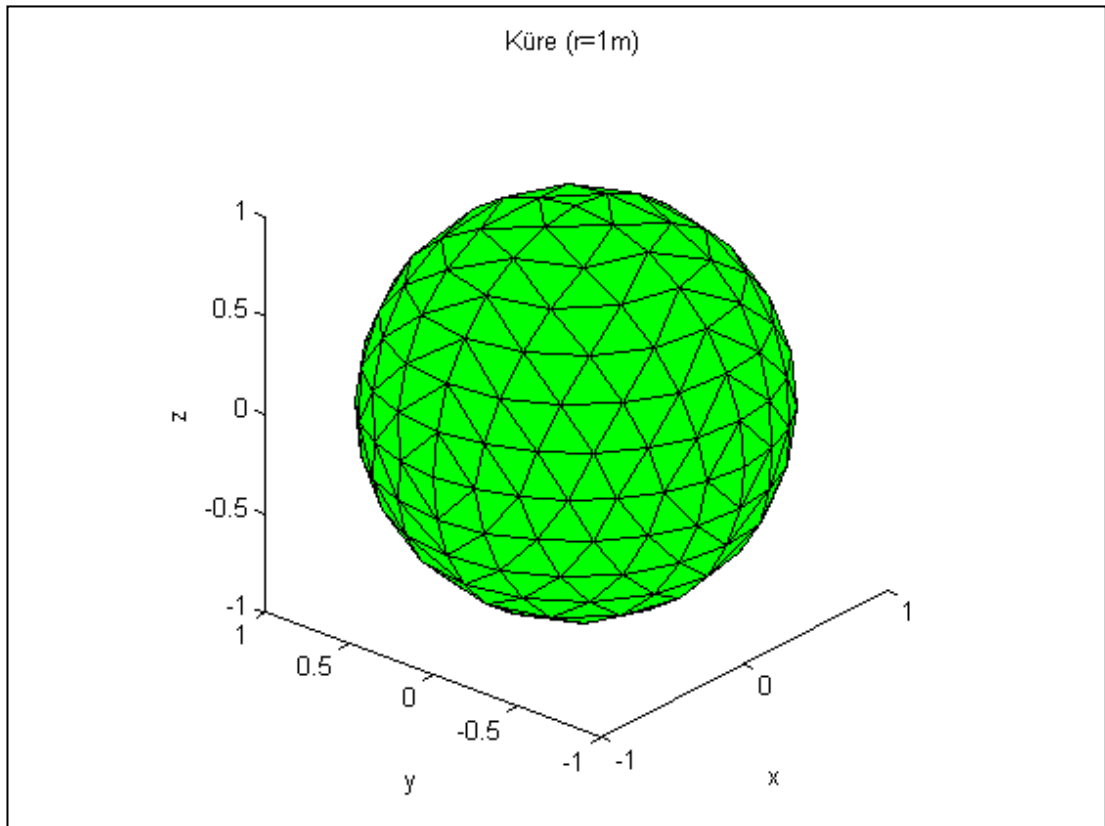
Şekil III.17 Saçılma Paterni (Küp)

efield1.m-efield3.m dizinleri sonucunda elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.16'da, yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.17'de gösterilmiştir.

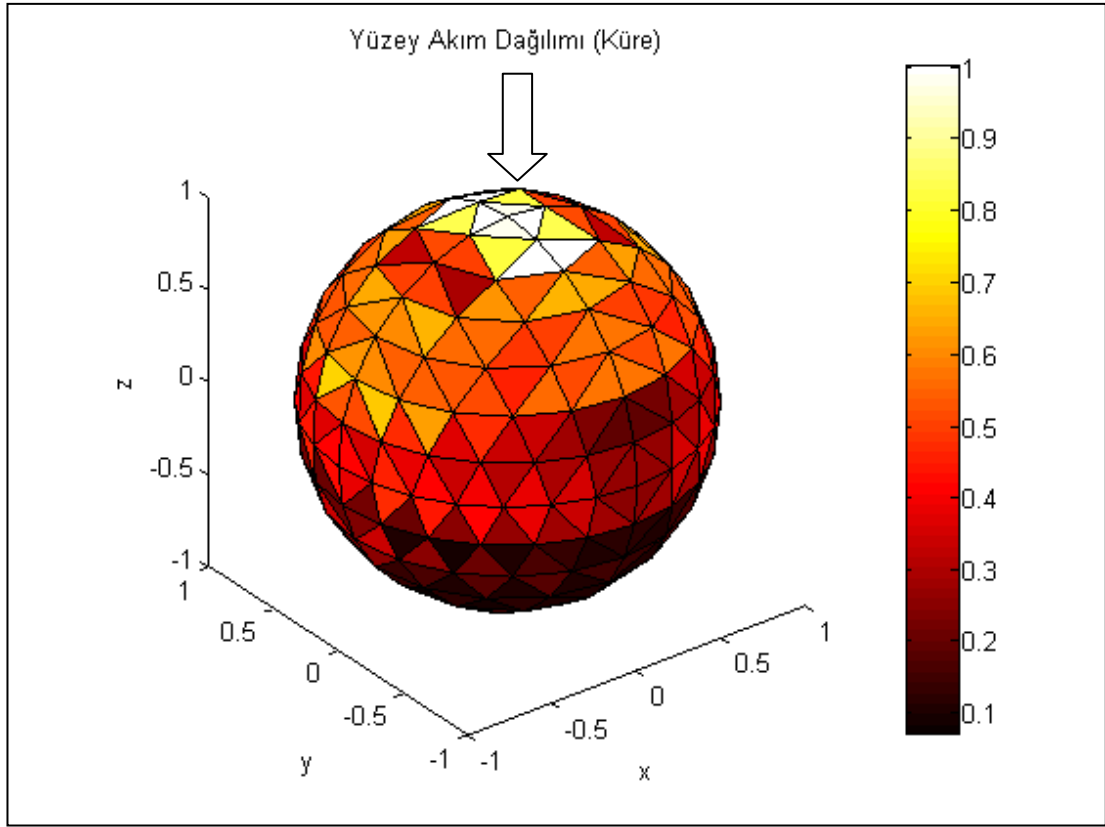
3. Küre ($r=1m$) için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

Hesaplama yapılan üçüncü şekil, 392 adet üçgenle modellenen, 1 m yarıçapındaki ve Şekil III.18'de gösterilmiş olan bir küredir. EM dalga, bu örnekte de önceki örneklerden farklı olarak z yönünden geldiği kabul edilmiştir. Gelen dalga'nın polarizasyonu yine x yönündedir.

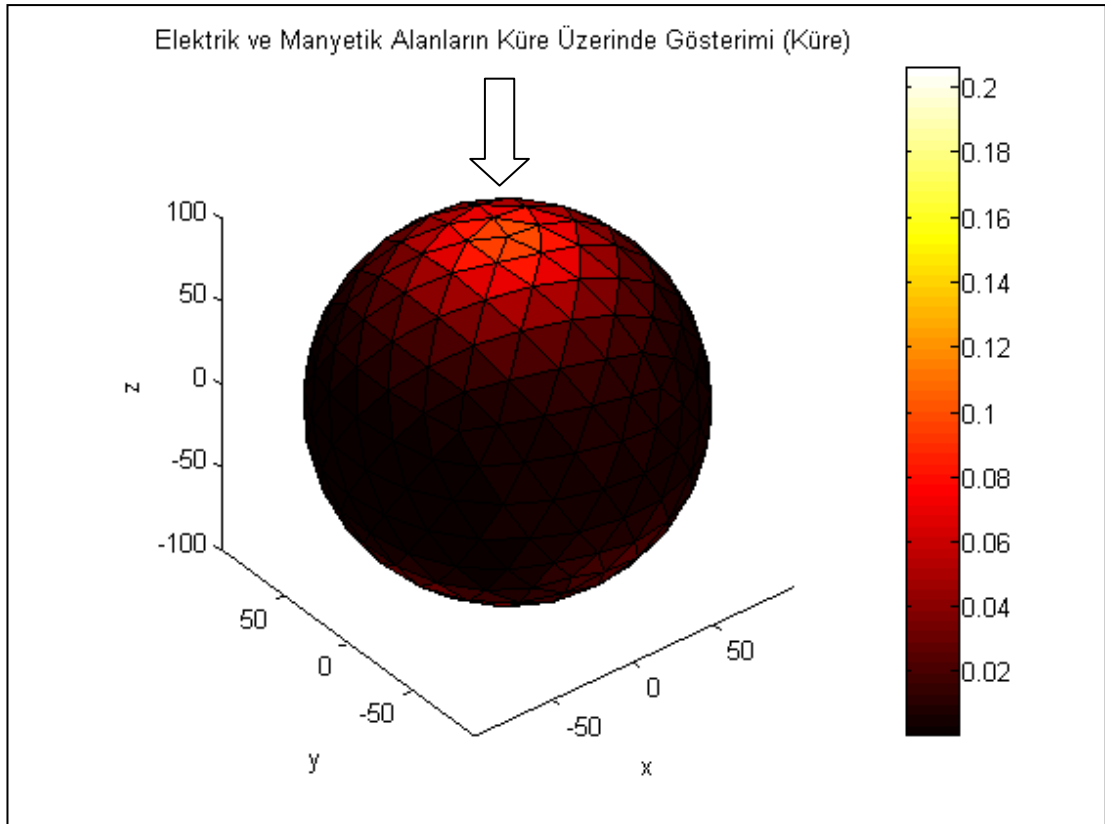
rwg5.m'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 0,0069097 A/m olarak bulunmuştur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.19'da olduğu gibidir.



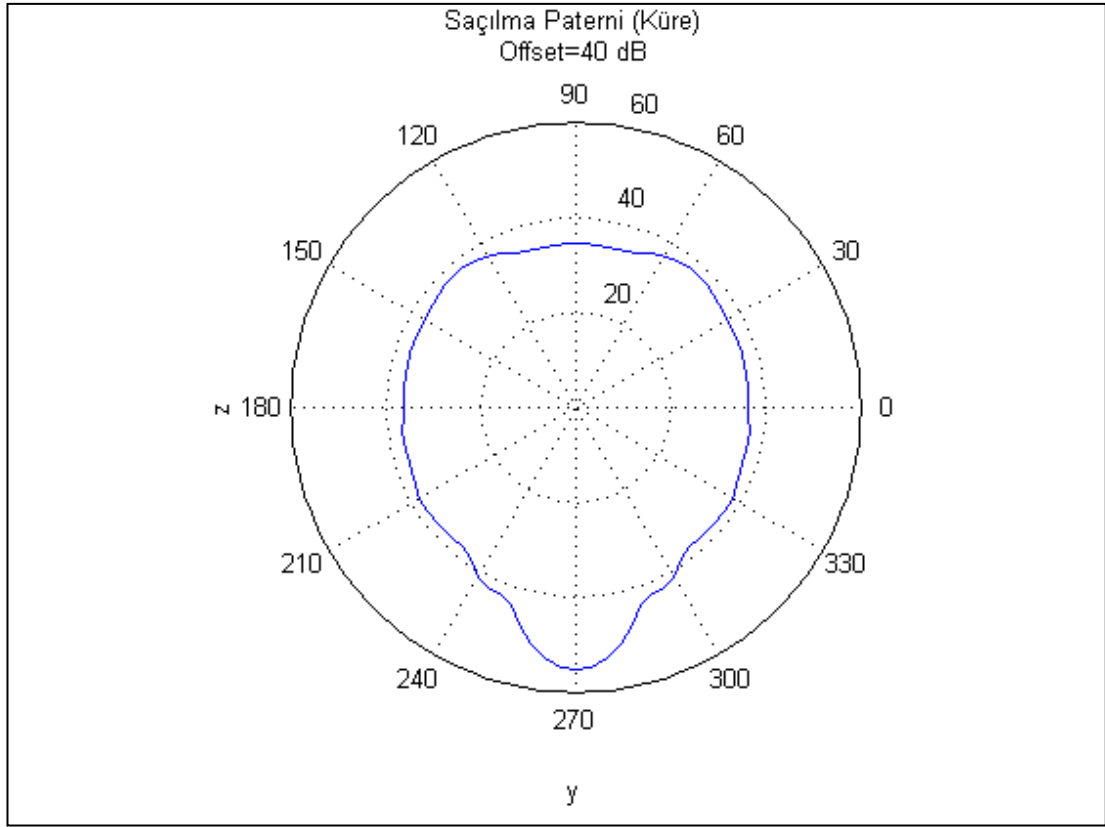
Şekil III.18 Küre ($r=1m$)



Şekil III.19 Yüzey Akım Dağılımı (Küre)



Şekil III.20 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Küre)



Şekil III.21 Saçılma Paterni (Küre)

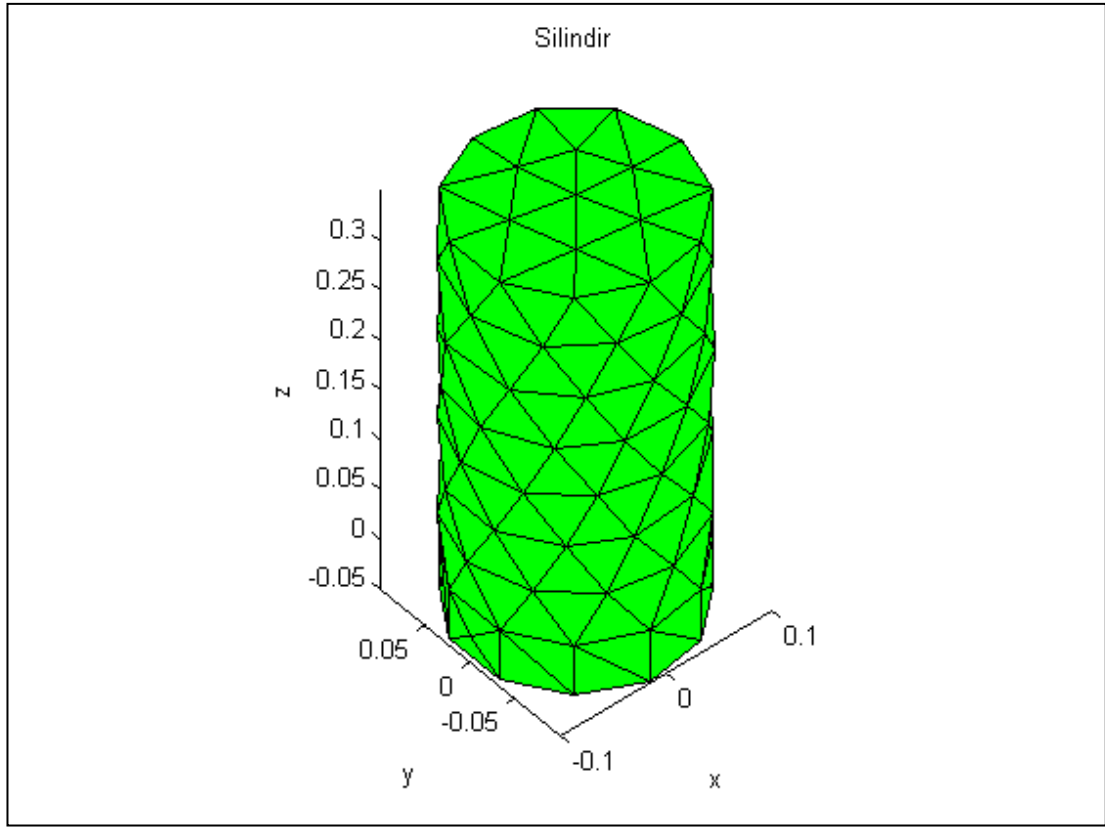
efield1.m-efield3.m dizinleri çalıştırıldığında elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.20’de, yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.21’de gösterilmiştir.

4. Silindir için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

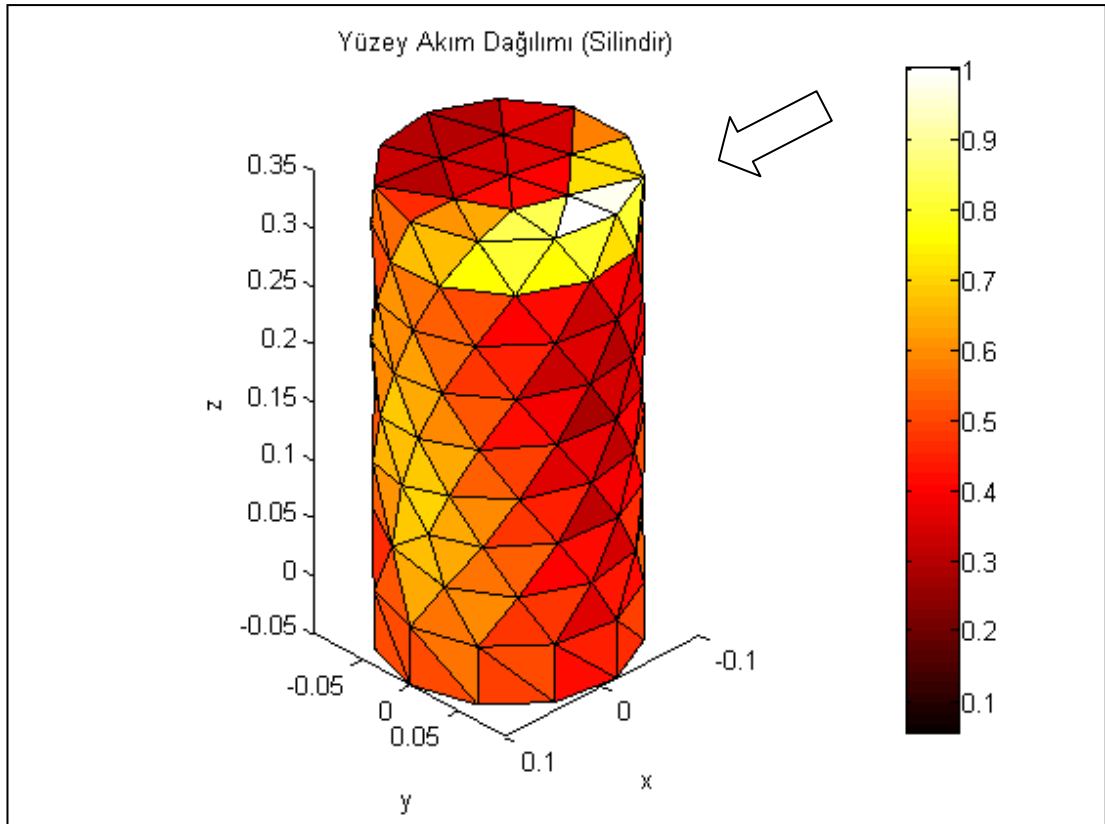
Hesaplama yapılan dördüncü şekil, 238 adet üçgenle modellenen ve Şekil III.22’de gösterilen silindirdir.

rwg5.m’e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 0,009064 A/m olarak bulunur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.23’te olduğu gibidir.

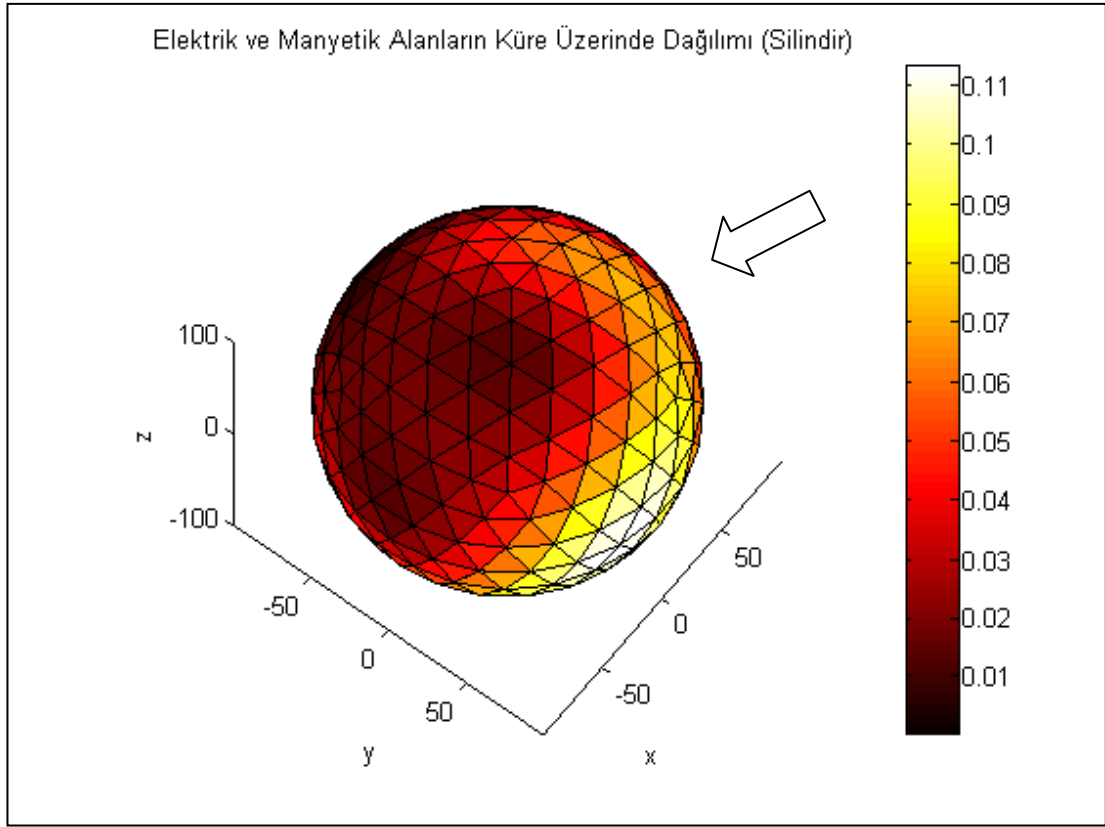
efield1.m-efield3.m dizinleri sonucunda elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.24’te, yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.25’te gösterilmiştir.



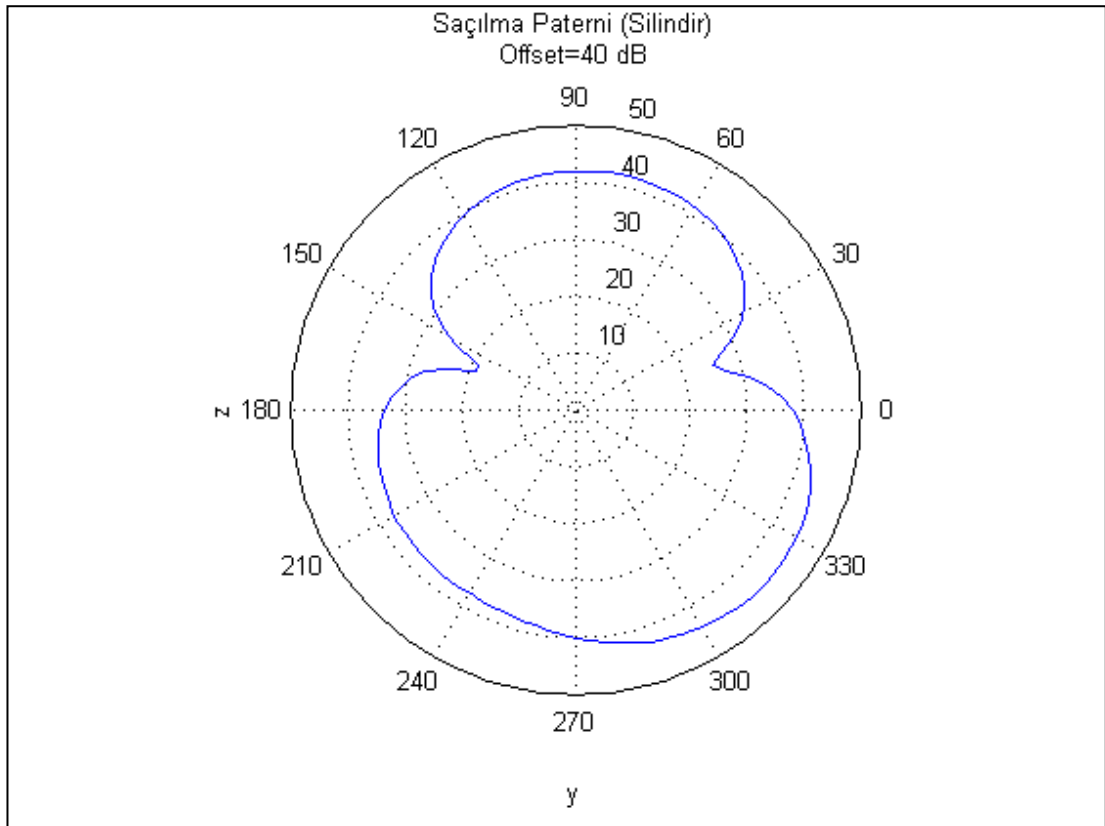
Şekil III.22 Silindir



Şekil III.23 Yüzey Akım Dağılımı (Silindir)

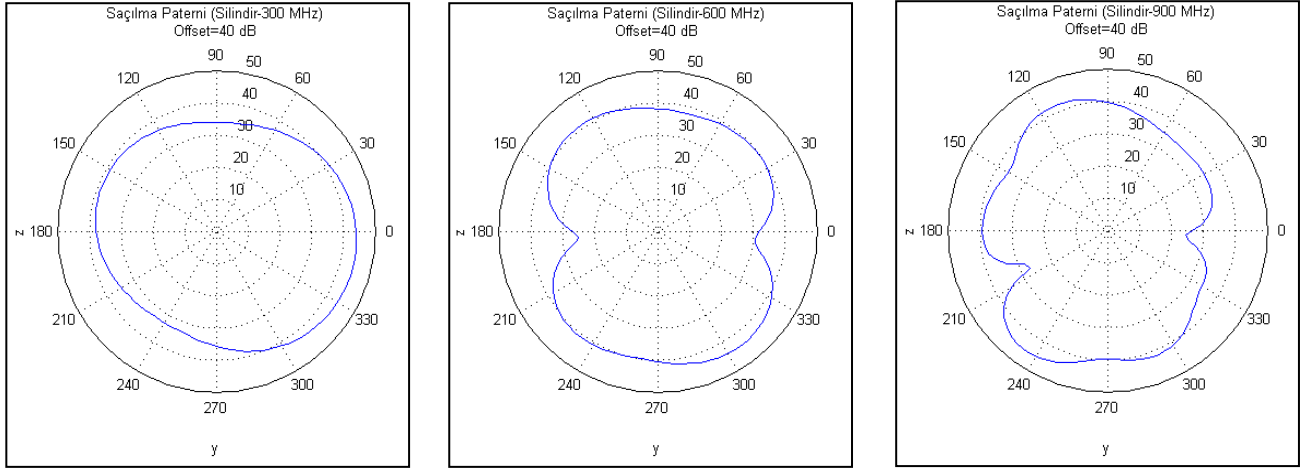


Şekil III.24 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Silindir)



Şekil III.25 Saçılma Paterni (Silindir)

Farklı frekanslarda yapılacak hesaplamaların saçılım farklılıklarının incelenmesi amacıyla, silindir üzerinde, 300-600-900 Mhz frekanslarında yapılan hesaplamalara ilişkin sonuçlar Şekil III.26'da gösterilmiştir.



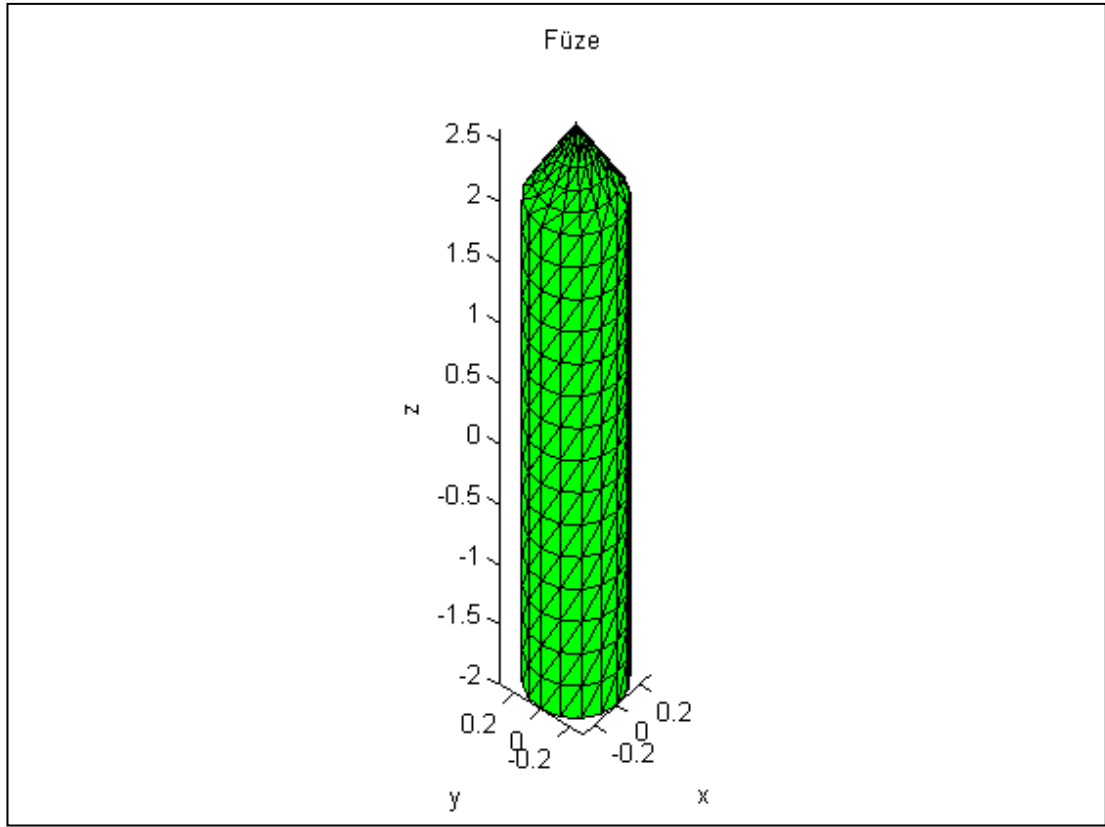
Şekil III.26 Saçılma Paternleri (Silindir) (300 MHz, 600 MHz, 900 MHz)

5. Füze için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

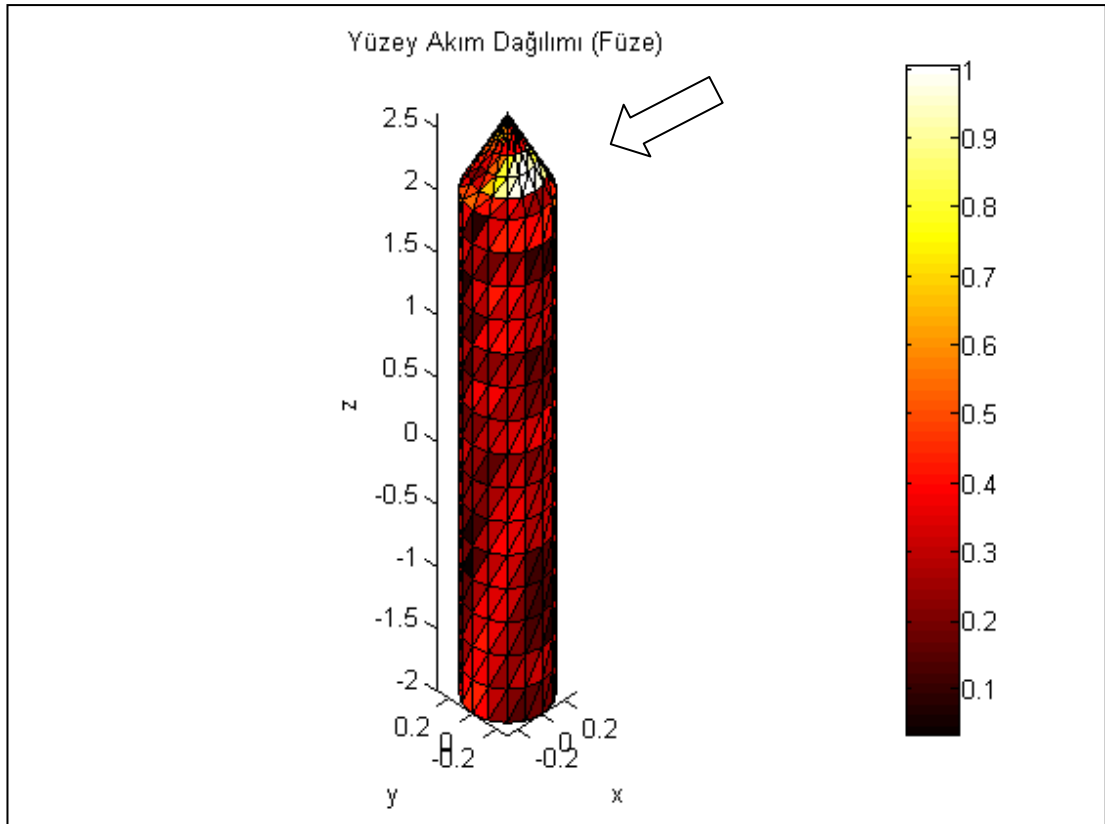
Hesaplama yapılan beşinci şekil, 768 adet üçgenle modellenen ve Şekil III.27'de gösterilen füzedir.

rwg5.m'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 0,010745 A/m olarak bulunur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.28'de olduğu gibidir.

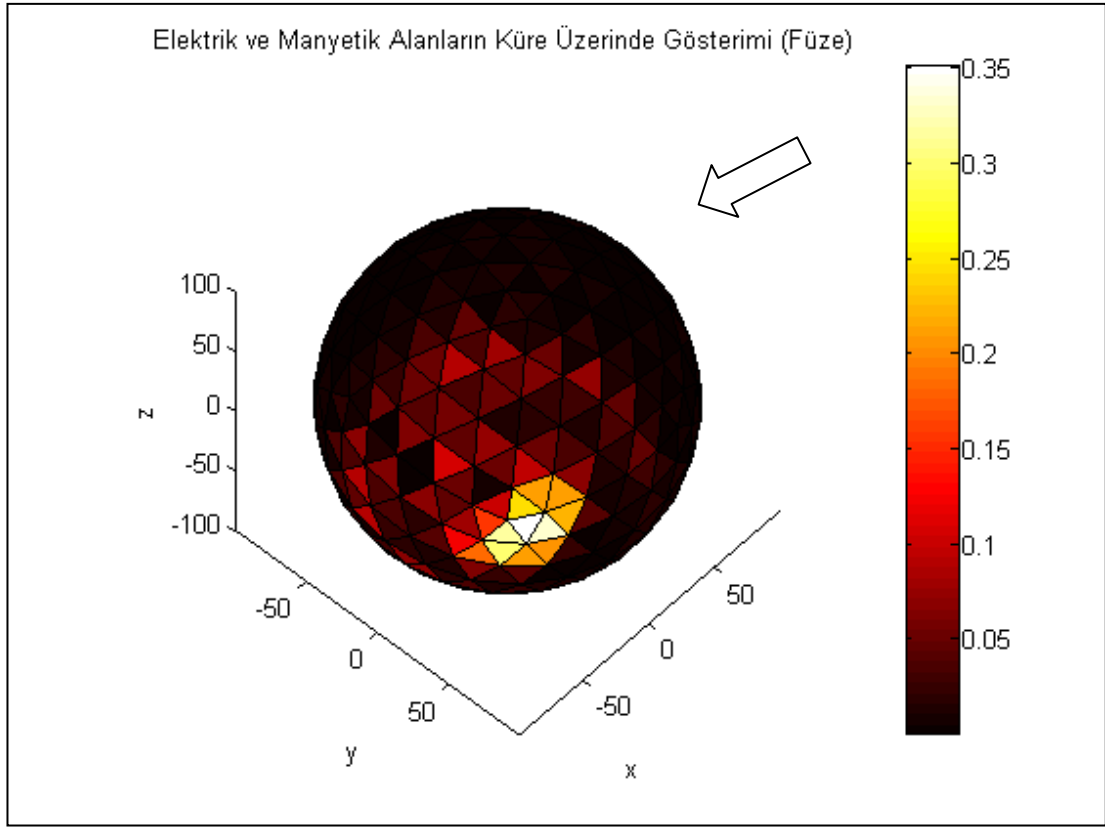
efield1.m-efield3.m dizinleri sonucunda elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.29'da, yz düzlemindeki saçılma paterni Şekil III.30'da gösterilmiştir.



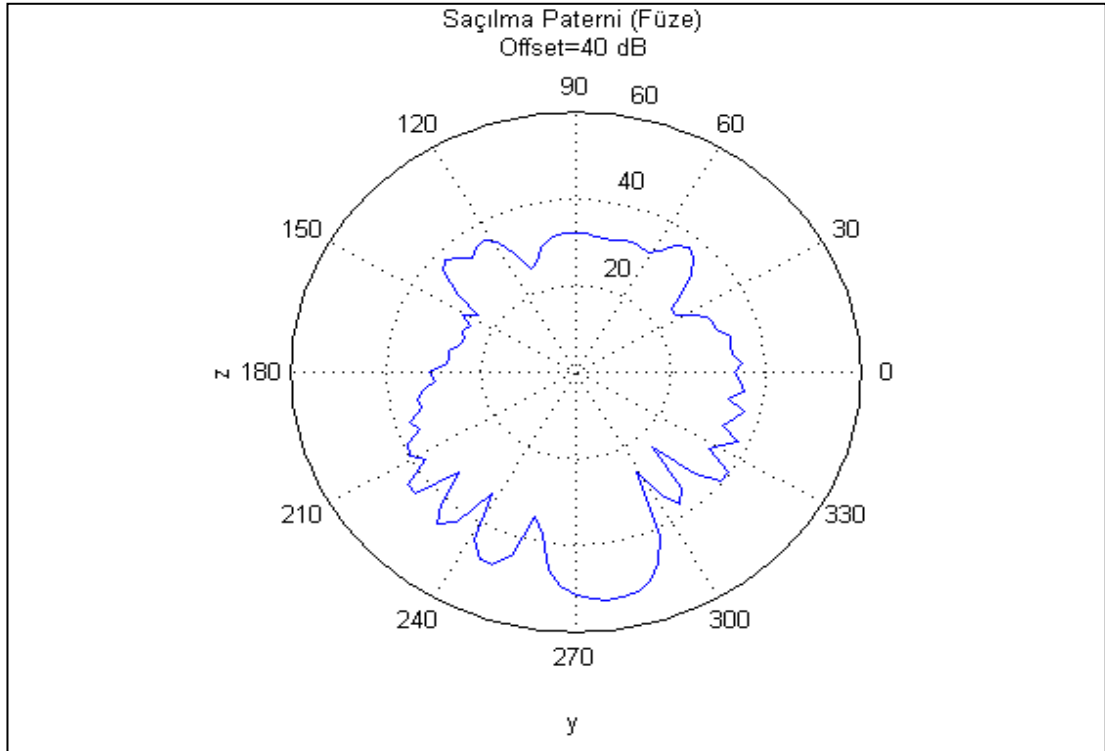
Şekil III.27 Füze



Şekil III.28 Yüzey Akım Dağılımı (Füze)



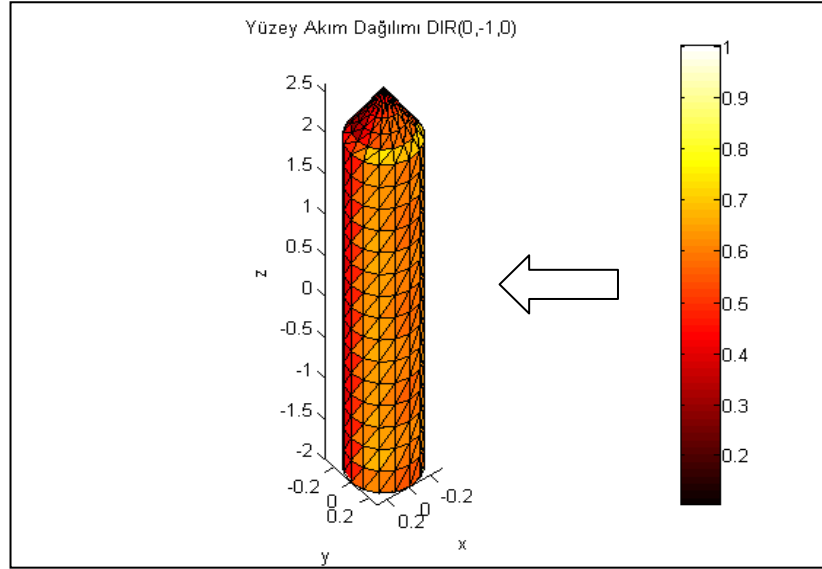
Şekil III.29 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Füze)



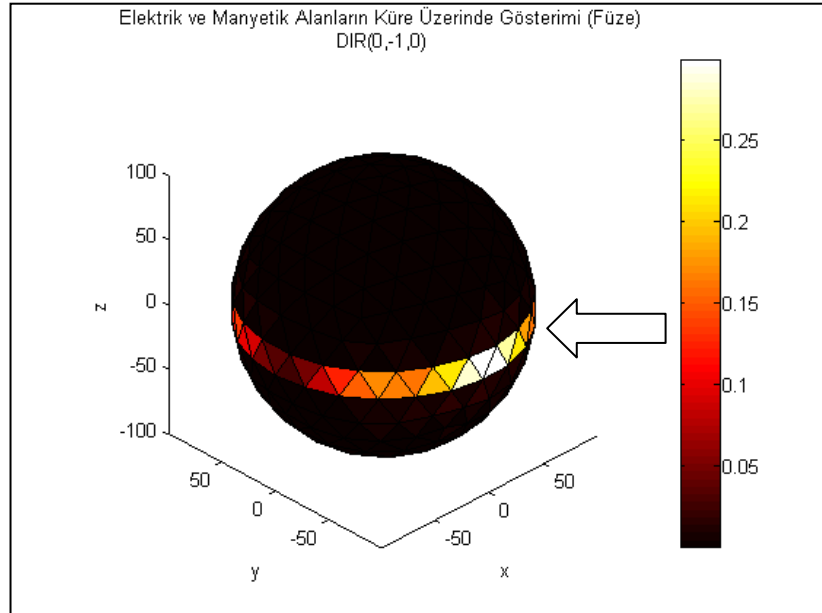
Şekil III.30 Saçılma Paterni (Füze)

a. Gelen Dalganın Yönünün Değiştirilmesinin Sonuca Etkisi

Gelen dalganın yönünün değiştirilmesinin sonucu nasıl etkilendiğini görmek amacıyla, dalga, füze üzerine $-y$ yönünden gönderilmiş ve bunun üzerine oluşan yüzey akım dağılımı Şekil III.31’de, oluşan elektrik ve manyetik alanların küre üzerinde gösterimi ise Şekil III.32’de gösterilmiştir.



Şekil III.31 Yüzey Akım Dağılımı (Füze) DIR (0,-1,0)



Şekil III.32 Oluşan Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Füze) DIR (0,-1,0)

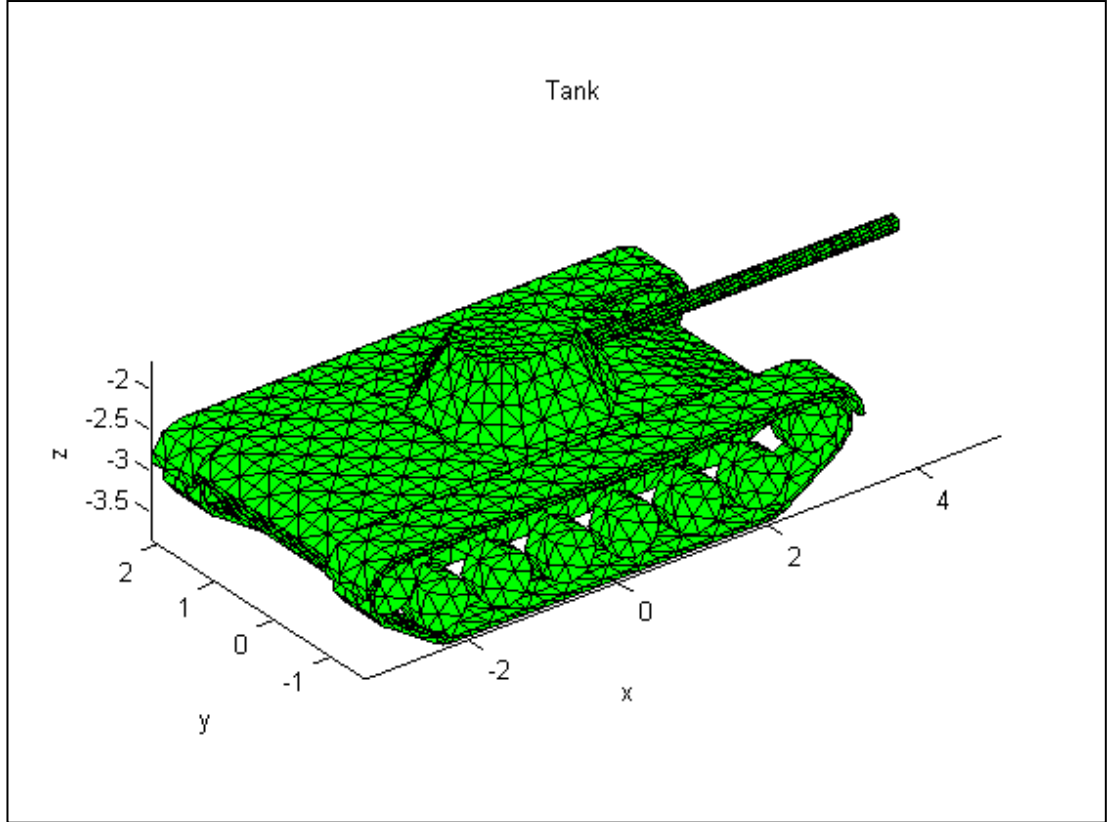
Yapılan karşılaştırma sonucunda, kullanılan kod dizininin ve hesaplama algoritmasının doğru ve tutarlı sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

6. Tank için Yüzey Akım Dağılımı ve EM Saçılım

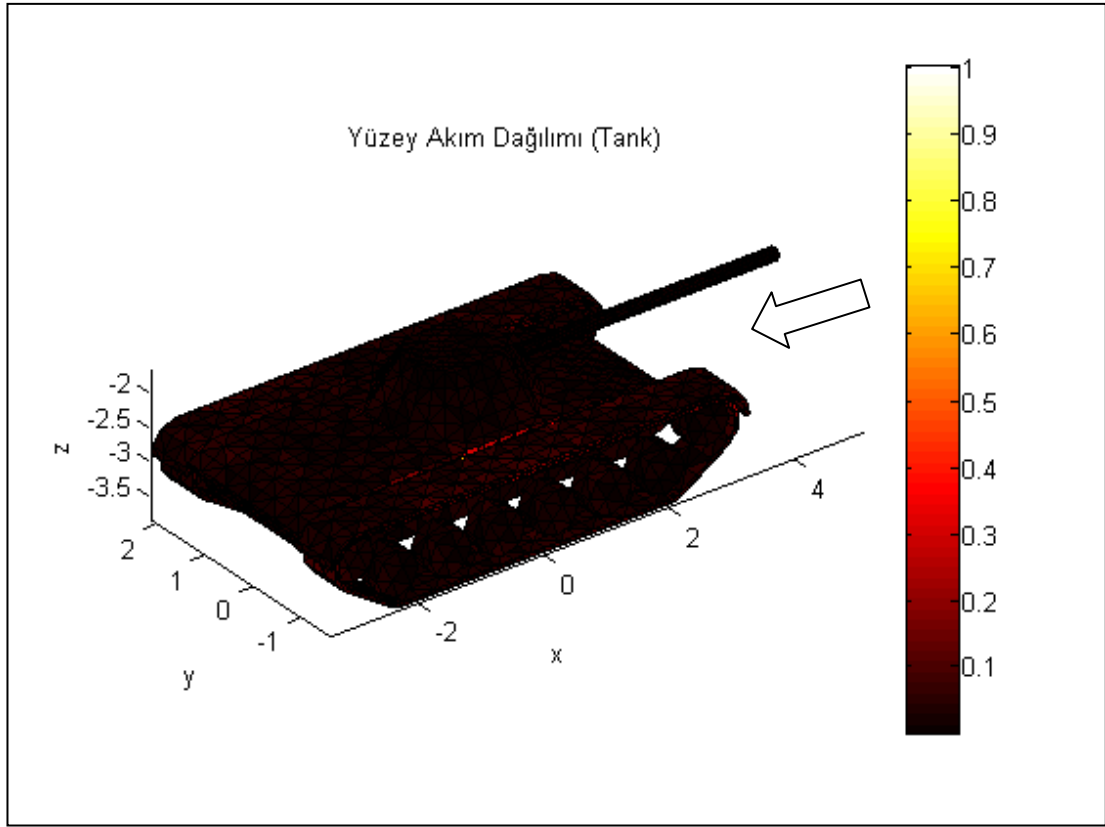
Son olarak, 8334 adet üçgenle modellenen ve Şekil III.33'te gösterilen tank üzerinde yüzey akımları ve saçılım modellemesi yapılmıştır.

rwg5.m'e kadar kod dizinleri sonucunda, yüzey üzerindeki en yüksek akım değeri 1,1345 A/m olarak bulunur. Yüzeydeki genel akım dağılımı ise Şekil III.34'te olduğu gibidir.

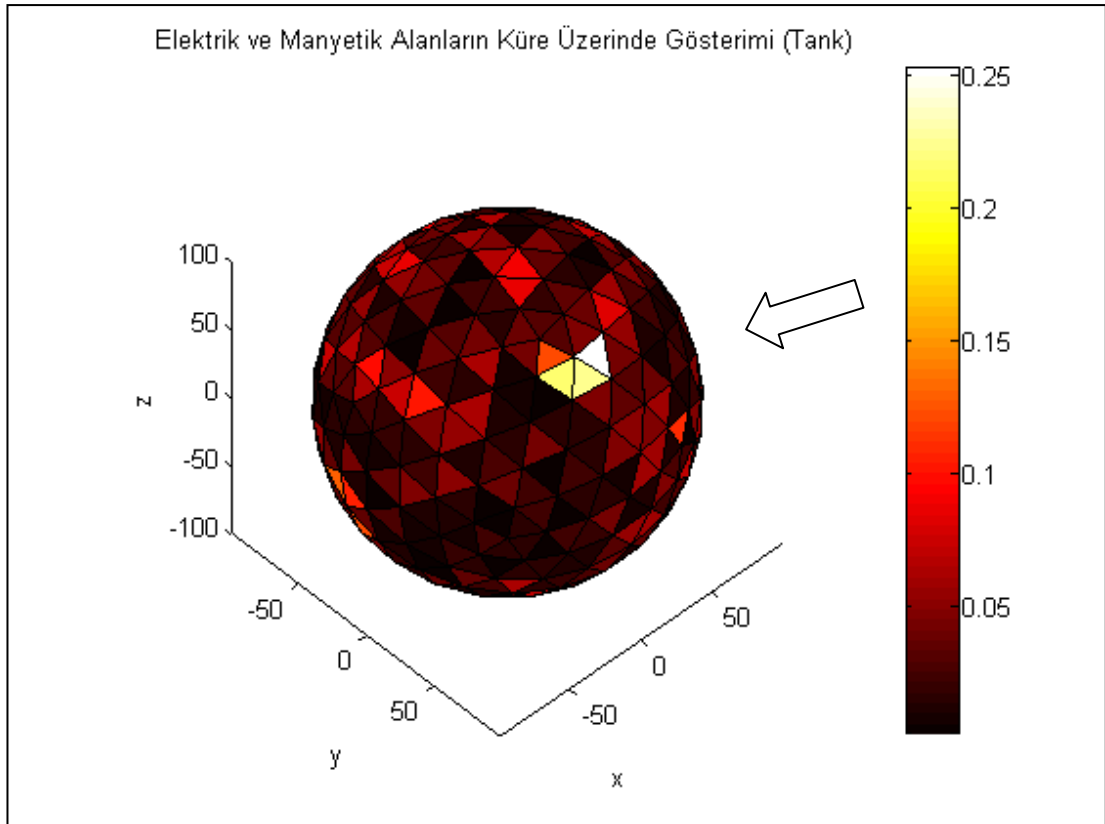
efield1.m-efield3.m dizinleri sonucunda elde edilen verilerden; saçılan elektrik ve manyetik alanların küre üzerindeki gösterimi Şekil III.35'te, xy ve yz düzlemlerindeki saçılma paternleri Şekil III.36'da gösterilmiştir.



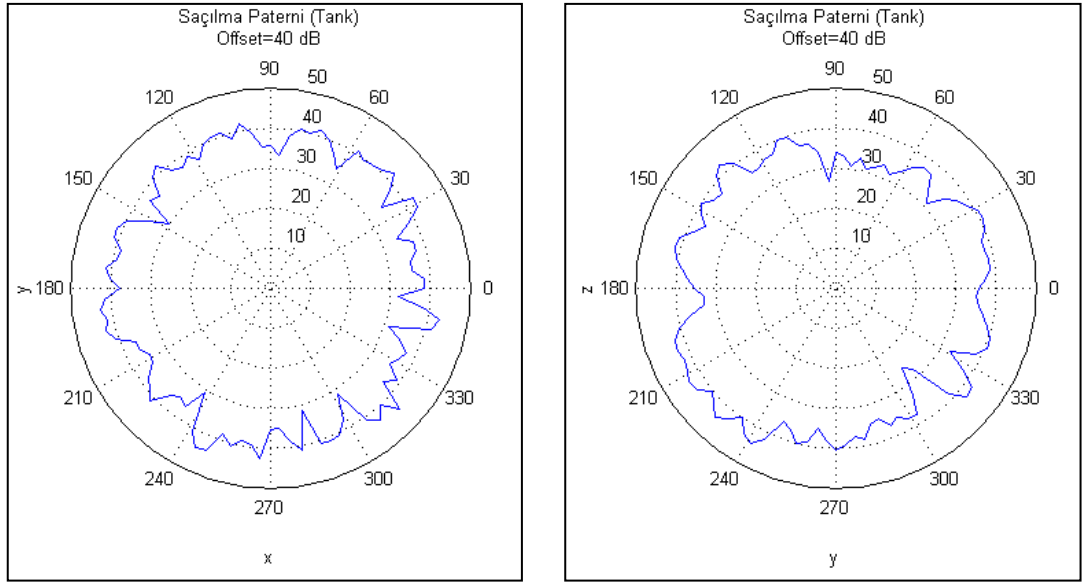
Şekil III.33 Tank



Şekil III.34 Yüzey Akım Dağılımı (Tank)



Şekil III.35 Elektrik ve Manyetik Alanların Küre Üzerinde Gösterimi (Tank)



Şekil III.36 Saçılma Paternleri (xy-düzlemi solda, yz-düzlemi sağda) (Tank)

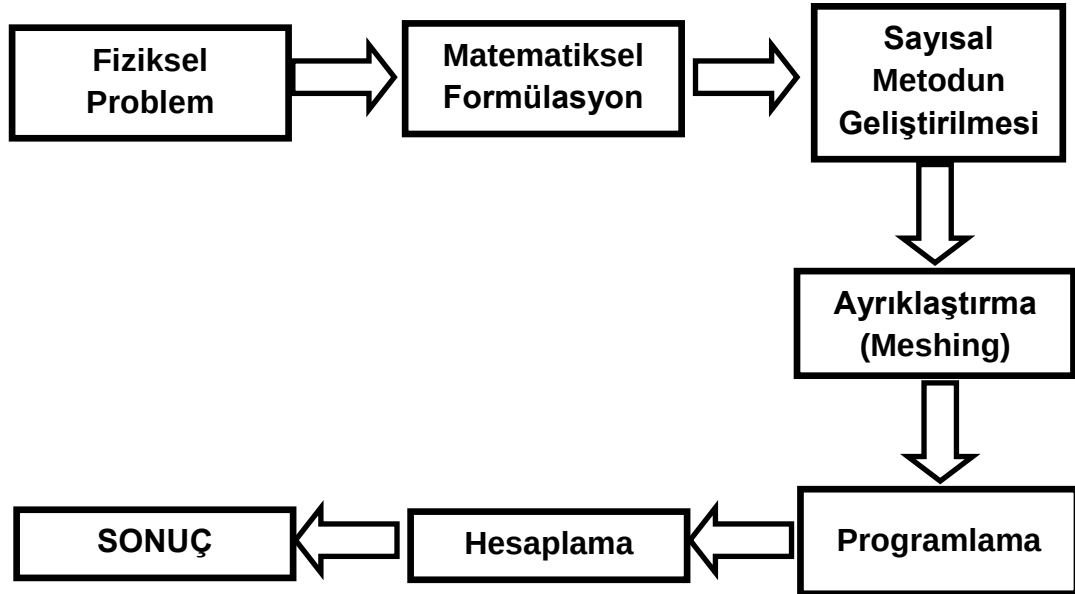
IV. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRMELER

Elektromanyetiğin üç önemli başlığından biri olan saçılma (scattering) problemi, özellikle radar teknolojisinin gelişmesi ve buna bağlı olarak askeri ilginin bu yönde toplanması neticesinde, büyük önem arz etmeye başlamıştır. İhtiyaca göre; sivil kullanımda, cisimlerin radarla tespit edilmesinin kolaylaştırılmasının ve hassaslaştırılmasının, askeri kullanımda ise tam tersi olarak tespit edilmenin zorlaştırılmasının hedeflenmesi, artan bu önemin temel sebepleri olmuştur. Burada, tasarlanan sistemlerin gerçek durumlarda nasıl bir elektromanyetik davranış sergileyeceğinin bilinmesi ya da en azından yaklaşık olarak tahmin edilebilmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu tahmin başarıyla yapılabildiği takdirde, hem tasarım maliyeti düşürülebilecek hem de daha kaliteli ürünlerin ortaya çıkarılması kolaylaşacaktır. *Bilgisayar Tabanlı Elektromanyetik Hesaplama Yöntemleri (Computational Electromagnetics-CEM)* bahse konu problemlerin çözümünde, günümüzde yaygın olarak kullanılmakta ve hızla gelişmektedir. Bu konuya ilişkin geliştirilen yöntemler sayesinde üretim aşamasına geçilmeden modelleme yapılabilmekte ve tasarlanan ürünün EM karakteristiği hakkında bilgi sahibi olunabilmektedir.

Fizik, matematik ve bilgisayar teknolojilerinin son yıllardaki kayda değer gelişimi sonucunda, bilgisayar tabanlı elektromanyetik hesaplama yöntemleri da buna paralel olarak inanılması güç bir ilerleme kaydetmiştir. Moment metodu da kaydedilen bu ilerlemenin en önemli basamaklarından biri olmuştur. Bu çalışmanın, moment metodunun alanında öneminin anlaşılması açısından yüksek lisans seviyesinde çalışma yürüten araştırmacılar için faydalı olduğu değerlendirilmiştir.

Bir elektromanyetik problemin çözümü için izlenmesi gereken temel adımlar Tablo IV.1'de görülmektedir [1]. Bu çalışmada cisimlerin, elektromanyetik olarak simüle edilmesinde başlıca adımlar, geometrinin modellenmesi, uygun bir programlama dilinde hesaplamayı yaptıracak kod dizininin geliştirilmesi, modellenen geometriye ilişkin hesaplamaların doğru bir şekilde yapılması ve bulunan sonuçların gerçek durumla uyuşması olarak

belirlenmiştir. Sonuç olarak; moment metodunda kullanılan üçgen modelleme tekniği [11] ile yapılan hesaplama neticesinde literatürdeki sonuçlara yaklaşık ve güvenilir sonuçlar elde edildiği görülmüştür.



Tablo IV.1 Bir EM Problemin Sayısal Çözümü İçin Uygulanacak Temel Adımlar

Çalışmada çözülen saçılım problemlerine ilişkin kullanılan kod dizini, *elektrik alan integral denklemi (EFIE)* esas alınarak oluşturulmuş bir kod dizinidir. EFIE, akım ifadesinin yalnızca integral işaretinin içinde yer aldığı, birinci dereceden bir Fredholm integral denklemdir. Denklemin türetimi, saçıcının şekline dair herhangi bir kısıtlamaya işaret etmediğinden, EFIE açık ince cisimlerin yanında kapalı yüzeylere de uygulanabilir. Bu avantajının yanında, rezonans frekanslarında küre, silindir, vb. gibi kapalı yüzeyler için kullanımı uygun olmayabilir. Rezonans bölgesinde hesaplama yapılması gereken problemler için, *manyetik alan integral denkleminin* de hesaplanmasıyla oluşturulacak *birleşik alan integral denklemi (CFIE)*'nin kullanılması gerekecektir.

MFIE, yüzey akımı ifadesinin, integral işaretinin hem içinde hem de dışında var olduğu ikinci dereceden bir Fredholm integral denklemdir. Fiziksel eşdeğerlik vasıtasıyla elde edilmiş olması nedeniyle, teoride EFIE'den elde edilenlerle eşdeğer sonuçlar üreteceği varsayılmaktadır. Ancak MFIE, kapalı saçıcılar için limit işlemi kullanılarak elde edildiğinden,

EFIE gibi açık ve ince nesnelere uygulanamayacaktır. Gradyan operatörünün varlığından dolayı denklemin çekirdeği EFIE'den daha farklıdır ve sayısal sonuçları da EFIE'ye göre farklılık gösterebilir.

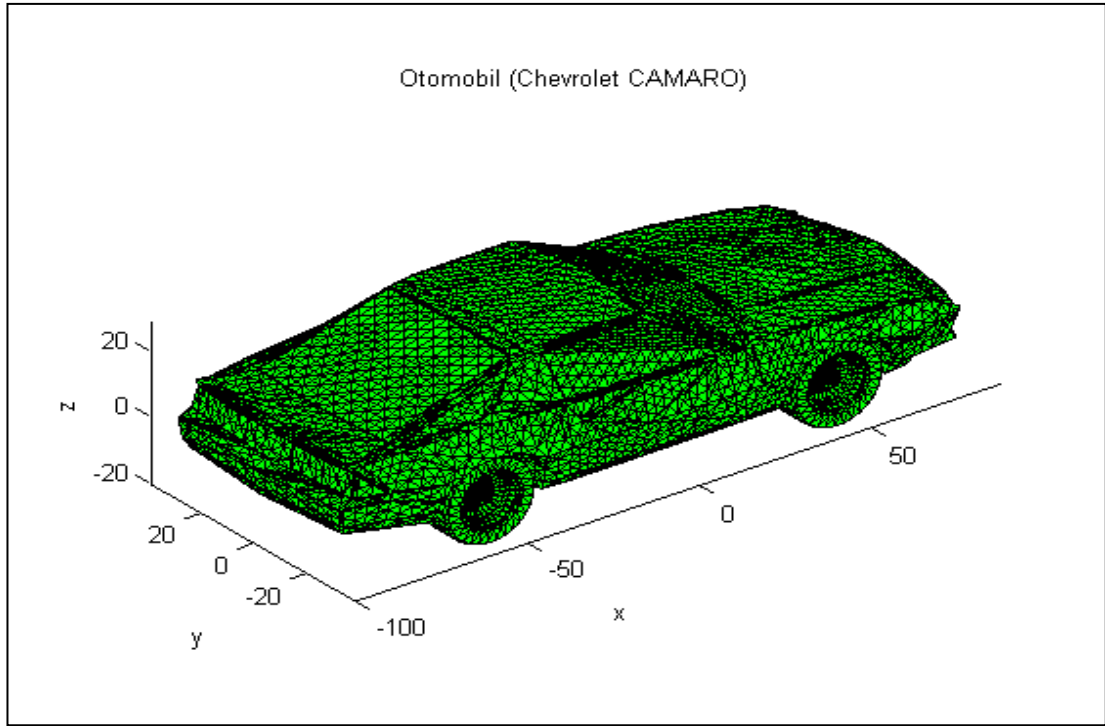
Elektrik alan integral denkleminin (EFIE), bu çalışmadakine benzer problemler için tatmin edici sonuçlar verdiği, ancak ileriki zamanlarda yapılacak çalışmalarda, *manyetik alan integral denklemine (MFIE)* ilişkin çözümler de ilave edilerek,

$$\mathbf{CFIE} = \alpha \cdot \mathbf{EFIE} + \frac{j}{k} (1 - \alpha) \cdot \mathbf{MFIE} \quad (4.1.)$$

denkleminde belirtilen oranlarda EFIE ile birleştirilip, *birleşik alan integral denklemini (CFIE)*'nin oluşturulmasıyla, daha geniş bir frekans bandında güvenilir sonuçlar elde edilebilecektir.

CFIE, aynı zamanda açık yüzeylere de uygulanabilir olmasından dolayı, yüzeyin içindeki noktaların ilave olarak örneklenmek zorunda kalınmaması yönünden de avantajlıdır. Bununla birlikte CFIE, EFIE ve MFIE ile aynı sayıda bilinmeyen içermektedir. Denklemin olumsuz yönü; yüzeyin oldukça dar kenarlara ve uçlara sahip olduğu durumlarda doğru sonuçlar üretmesi konusunda MFIE'nin güvenilir olmamasıdır.

Bu çalışmada yüzey akımı ve saçılım modellemesi uygulanan geometriler için kullanılan kod dizini, geometrinin modellenmesi için kullanılan üçgen sayısının 10000'i aştığı durumlarda kabul edilebilir süre içerisinde hesaplama yapamamaktadır. Kullanılan kod dizininin, modelleme üçgen sayısının 10000'i aştığı geometrilerde kullanılabilmesi için hesaplamayı hızlandırıcı yöntemler kullanarak düzenlenmesi gerekmektedir. Bu şekilde düzenlenecek bir kod ile yüzey akımı ve saçılım modellemesi yapılabilecek, 10000'den fazla üçgenle modellenen bir otomobil (Chevrolet CAMARO) Şekil IV.1'de gösterilmiştir.



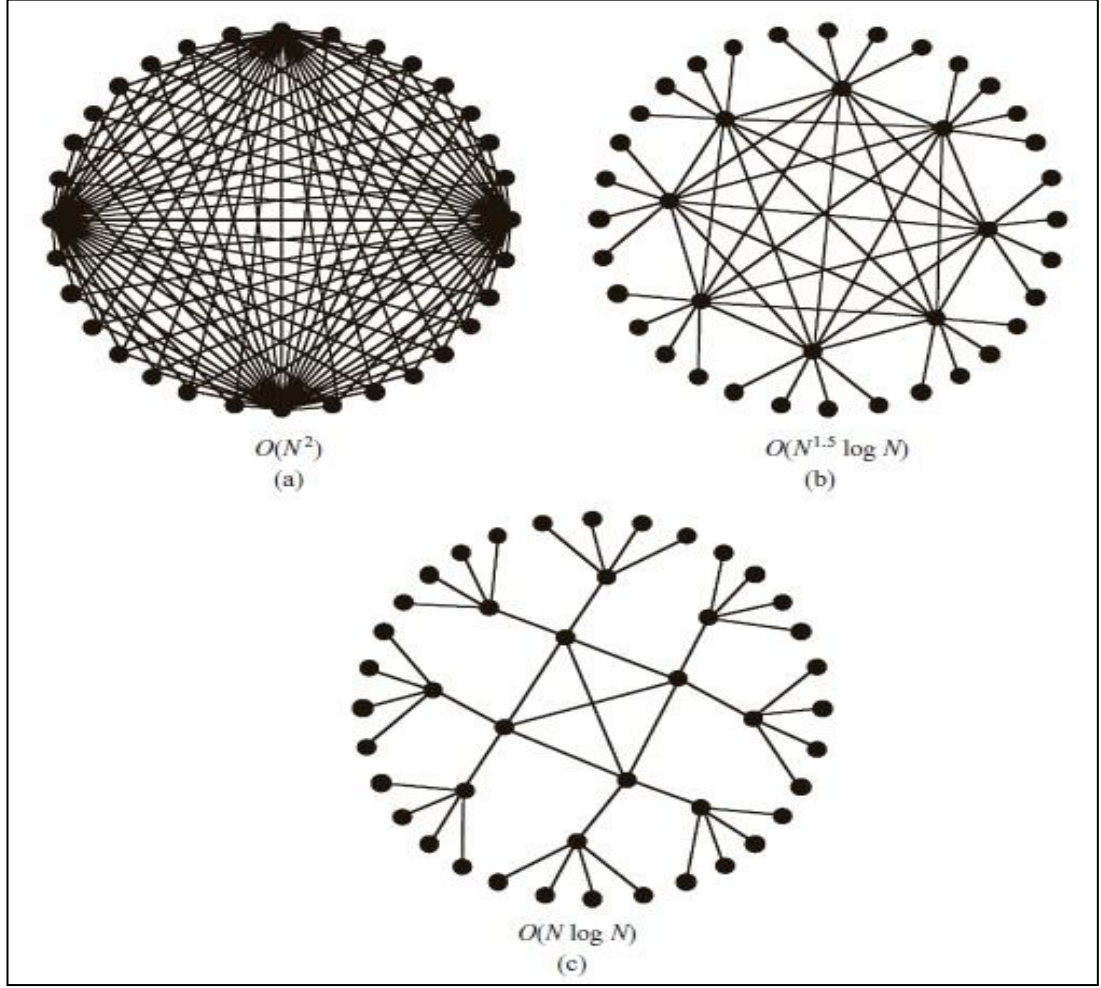
Şekil IV.1 Otomobil (Chevrolet CAMARO)

Çalışmada kullanılan frekans bandının, halihazırda kullanılmakta olan AN/SPS-40 ve AN/SPS-49 [15] gibi hava arama radarlarının frekansına karşılık gelecek şekilde seçilmiş olması nedeniyle, ileride, muhtemel hava hedeflerinin saçılım paternleri ve hava arama radarlarının yakalama olasılıkları konularında yapılacak çalışmalara ilişkin de fikir verebileceği düşünülmektedir.

Çalışmada, saçılım paterni incelenen şekillerin mükemmel iletken (perfect electric conductor-PEC) oldukları ve bulundukları ortamın homojen olduğu kabul edilmiş ve hesaplamalar buna göre yapılmıştır. Kullanılan yöntem geliştirilerek, ileride yapılacak çalışmalarda, dielektrik madde ve homojen olmayan ortam için çözümler elde edilebilir.

Büyük çaplı ve karmaşık elektromanyetik problemlerin çözümünde, farklı yöntemlerin avantajlarından yararlanabilmek amacıyla, Şekil II.1'de görülen hesaplama yöntemlerinden uygun olan ikililerin birleştirilerek uygulanması (örn.:moment metodu ile sonlu eleman metodu) gibi melez yöntemler de

özellikle son yıllarda sıkça kullanılmaya başlanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil IV.2 Hızlı Yöntemlerin Modelleme Mantiğı

Diğer yandan, moment metodundaki gibi her üçgen için ayrı ayrı hesap yapılması yerine, üçgenlerden oluşan gruplar kurarak (Şekil IV.2), hesaplanacak empedans matrisinin boyutunu küçülten *FMM* (*Fast Multipole Method*) ve *MLFMA* (*Multilevel Fast Multipole Algorithm*) gibi yöntemlerle, bellek kullanımı ve işlem hızı konularında önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. Moment metoduyla yapılan bilgisayar tabanlı EM hesaplama çalışmalarının geleceğinin bu alanlarda olduğu görülmüştür.

KAYNAKÇA

1. Jian-Ming Jin, "Theory and Computation of Electromagnetic Fields", John Willey& Sons, 2010.
2. Levent Sevgi, "Elektromagnetik Problemler ve Sayısal Yöntemler", İstanbul Teknik Üniversitesi, 1999.
3. Ozan Yurduseven, Okan Yurduseven, Ahmet S. Türk, "Muhtelif Cisimlerin Radar Kesit Alanı Analizleri ve RKA Optimizasyonu", ELECO Ulusal Kongresi, Vol.1, 2010.
4. Roger F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods", IEEE Press, 1993.
5. David B. Davidson, "Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering", Second Edition, Cambridge University Press, 2011.
6. David C. Jenn, "Radar and Laser Cross Section", Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2005.
7. Walter C. Gibson, "The Method of Moments in Electromagnetics", Chapman and Hall/CRC, 2008.
8. Karl F. Warnick, "Introduction to Numerical Methods Using MATLAB and Computational Electromagnetics Examples", SciTech Publishing, 2009.
9. Weng Cho Chew, Mei Song Tong, Bin Hu, "Integral Equation Methods for Electromagnetic and Elastic Waves", Morgan & Claypool Publishers, 2009.

10. Weng Cho Chew, Li Jun Jiang, "Overview of Large Scale Computing: The Past, the Present, and the Future", Third Edition, John Willey & Sons, 2005.
11. Sadasiva M. Rao, Donald R. Wilton, Allen W. Glisson, "Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape", IEEE Transactions on Antennas and Propagation Vol. Ap-30 No.3, 1982.
12. Sergey Makarov, "MoM Antenna Simulations with MATLAB: RWG Basis Functions ", IEEE Antennas and Propagation Magazine Vol.43 No.5, 2001.
13. Sergey N. Makarov, "Antenna and EM Modeling with MATLAB", John Willey& Sons, 2002.
14. M.F.Catedra, J.G.Cuevas, L.Nuno, "A Scheme to Analyze Conducting Plates of Resonant Size Using the Conjugate-gradient Method and the Fast Fourier Transform", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.AP-36 No 12, 1988.
15. URL, <http://en.wikipedia.org/wiki/AN/SPS-49>, 19 Mart 2014.