

TRABZON ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİYİ KULLANMA,
PROBLEM ÇÖZME VE GEREKÇELENĐİRME BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ: ENLEMSEL BİR ARAŞTIRMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Merve KASAP

TRABZON
Haziran, 2025

**TRABZON ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİYİ KULLANMA,
PROBLEM ÇÖZME VE GEREKÇELENĐİRME BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ: ENLEMSEL BİR ARAŞTIRMA**

**Merve KASAP
ORCID: 0009-0008-6427-0559**

**Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsünce
Yüksek Lisans Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.**

**Tezin Danışmanı
Dr. Öğr. Üyesi Tuğba ÖZTÜRK
ORCID: 0000-0003-1599-8574**

**TRABZON
Haziran, 2025**

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Tezimin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Trabzon Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

Merve KASAP

23 / 06 / 2025

YAPAY ZEKÂ KULLANIMINA İLİŞKİN BEYAN FORMU

☐ Tez yazım sürecinde yapay zekâ tabanlı araçlardan **faydalanmadım**.

☒ Tez yazım sürecinde yapay zekâ tabanlı araçlardan **faydalandım**. Bu kapsamda, yapay zekâ destekli araçların kullanımına ilişkin aşağıdaki hususları beyan ederim:

1. Bu çalışmada, yalnızca bilimsel üretim sürecini desteklemek amacıyla yapay zekâ tabanlı araçlardan yararlanılmış olup; kullanılan araçların işlevi, katkı düzeyi ve sınırları açık biçimde eklerde belirtilmiştir. Bu kapsamda kullanılan yapay zekanın kapsamı hipotez geliştirme, teorik tartışma ve yorumlama gibi üst düzey beceri, deneyim ve uzmanlık gerektiren aşamaları içermemektedir.
2. Yapay zekâ kullanımı, çalışmanın özgünlüğüne, bilimsel etik kurallarına ve ilgili mevzuata aykırı olmayacak biçimde gerçekleştirilmiştir.
3. Usulsüz yapay zekâ kullanımı (örneğin: kaynak göstermeksizin metin üretimi, otomatik içerik üretiminin özgün eser gibi sunulması, yanıltıcı kaynak gösterimi vb.) tarafımdan kesinlikle yapılmamıştır.
4. Çalışmanın hazırlanmasında kullanılan yapay zekâ araçları ve işlevleri ekte sunulan tabloda ayrıntılı olarak belirtilmiş olup, bu kullanım danışman öğretim üyesinin bilgisi dahilinde gerçekleştirilmiştir.
5. Yukarıda yer alan beyanımın gerçeğe aykırı olduğunun tespiti hâlinde, yükseköğretim mevzuatı, ilgili etik kurallar ve Trabzon Üniversitesi disiplin mevzuatı çerçevesinde hakkımda yaptırım uygulanabileceğini bildiğimi ve bu sonuçları kabul ettiğimi taahhüt ederim.
6. Bu çalışmada, Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Faaliyetlerinde Üretken Yapay Zeka Kullanımına Dair Etik Rehber’de belirtilen ilkelere uygun biçimde üretken yapay zekâdan yararlanılmıştır.

Merve KASAP

23 / 06 / 2025

ÖN SÖZ

Geometri, matematiğin en etkili düşünme araçlarından biri olup, kavramları somutlaştırma ve görselleştirme açısından eşsiz bir olanak sağlar. Geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme süreçleri, öğrencilerin geometrinin temel mantığını kavramalarına yardımcı olan önemli adımlardır. Bu nedenle, geometri öğretiminde bu becerilerin geliştirilmesi, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını derinleştirebilir ve geometrinin temel mantık yapısını daha iyi kavramalarını sağlayabilir. Bu araştırmada, öğrencilerin geometriyi etkin bir şekilde kullanabilecekleri, problem çözme ve gerekçelendirme süreçlerini deneyimleyebilecekleri bir öğrenme ortamı tasarlanmış, uygulanmış ve değerlendirilmiştir. Bu süreçte, geometrinin yalnızca bir kurallar bütünü değil, matematiğin içsel tutarlılığını ortaya koyan görsel ve mantıksal bir keşif aracı olduğu vurgulanmıştır. Bu yaklaşımla öğrencilerin geometriye bakış açılarını geliştirmeleri ve disiplinin derinliklerini keşfetmeleri amaçlanmıştır. Geometrinin büyüleyici dünyasını keşfetmeleri dileğiyle...

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, sabırla ve titizlikle bu süreçte bana rehberlik eden, yol gösteren sevgili hocam Dr. Öğr. Üyesi Tuğba ÖZTÜRK'e sonsuz teşekkür ederim. Kendisinin değerli görüşleri ve yapıcı eleştirileri, çalışmanın gelişimine büyük katkı sağlamıştır. Yüksek lisans eğitimim süresince ilminden yararlandığım, hayata bakış açısını, ahlaki değerlerini örnek edindiğim, önerileriyle hem beni hem tezimi ileriye taşıyan değerli hocam Prof. Dr. Bülent GÜVEN'e teşekkürü borç bilirim, saygılarımı sunarım.

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca bana farklı bakış açıları kazandıran, öğrencisi olmaktan büyük bir onur ve mutluluk duyduğum saygıdeğer hocam Prof. Dr. Adnan BAKİ'ye en içten teşekkürlerimi sunarım. Lisansa başladığım günden beri derslerini hayranlıkla dinlediğim Doç. Dr. Zeynep Medine ÖZMEN'e, lisans eğitimimden bugüne gelinceye kadar benden desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen, yapıcı görüş ve önerileriyle tezimin gelişmesine katkı sağlayan sayın Prof. Dr. Yaşar AKKAN, Prof. Dr. Temel KÖSA, Doç. Dr. Erdem ÇEKMEZ ve diğer bütün hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

220K339 kodlu “Matematiksel Düşünmeyi Merkeze Alan Argümantasyon Tabanlı Bir Öğretimin Sınıf Kültürü Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi: Sosyomatematiksel Normlar Üzerine Bir Çalışma” başlıklı TÜBİTAK 1001 projesi sayesinde deneyimli bir ekip ile çalışma imkânı sağlayan TÜBİTAK ARDEB'E teşekkür ederim. Yüksek lisans öğrenimim boyunca bana maddi anlamda destek olan TÜBİTAK BİDEB'e teşekkür ederim.

Teşekkürlerin en büyüğü ve özeli aileme... Bugüne kadar hiçbir zaman desteğini esirgemeyen, her zaman daha iyisini başarmam için maddi ve manevi seferber olan canım aileme... Her zaman arkamda duran babam İsmail KASAP ve annem Şaduman KASAP'a, hayatta her şeyin en kötüsü

olsa bile yanımda olduklarını bildiğim abim Bünyamin KASAP ve ablam Gülşah EROL’a, her konuda destek olmasının yanında güneşli pazar sabahları beni ÖSYM sınavlarına götüren abim Salim EROL’a, lisansüstü eğitimim boyunca beni yönlendiren ve tezime katkı sağlayan hem ablam hem hocam Dr. Öğr. Üyesi Zeliha AYDIN KASAP’a minnettarlığımı sunarım. Hayatıma girdiği ilk andan itibaren her konuda olduğu gibi yüksek lisans eğitimim süresince de beni destekleyen, karşılaştığım zorlukları küçültüp üstesinden gelmemi kolaylaştıran yol arkadaşım, nişanlım Selim USTA’ya en derin teşekkürlerimi sunarım. İyi ki varsınız.

Bu araştırmanın, ilgili alandaki literatüre katkı sağlamasını dilerim.

Haziran, 2025

Merve KASAP



İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT	xi
TABLolar LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xiv
GRAFİKLER LİSTESİ.....	xv
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xvi
1. GİRİŞ	1
1. 1. Araştırmanın Amacı.....	6
1. 2. Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi	7
1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları	9
1. 4. Araştırmanın Varsayımları.....	9
1. 5. Tanımlar	9
2. LİTERATÜR TARAMASI	11
2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi	11
2. 1. 1. Araştırmada Yer Alan Kavramlar	11
2. 1. 1. 1. Geometriyi Kullanma	11
2. 1. 1. 2. Geometrik Problem Çözme	12
2. 1. 1. 3. Geometri Eğitiminde Gerekçelendirme	13
2. 1. 2. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar	13
2. 2. Literatür Taraması Sonucu.....	23
3. YÖNTEM.....	25
3. 1. Araştırma Modeli	25
3. 2. Araştırmanın Tasarımı	25
3. 3. Örneklem.....	28
3. 4. Veri Toplama Araçları	28
3. 4. 1. Geometriyi Kullanma Sınavı	31
3. 4. 2. Geometrik Problem Çözme Sınavı	32
3. 4. 3. Geometriyi Gerekçelendirme Sınavı.....	32
3. 5. Pilot Uygulama	33
3. 6. Asıl Uygulama	33
3. 7. Veri Analizi.....	34

4. BULGULAR	39
4. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerilerinin Enlemsel Değişimi ile İlgili Bulgular	39
4. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Bulgular	45
4. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Bulgular	50
5. TARTIŞMA	56
5. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Gerçek Yaşam Durumlarında Kullanma Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma	56
5. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma	59
5. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma	61
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	65
6. 1. Sonuçlar	65
6. 1. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Gerçek Yaşam Durumlarında Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir.....	65
6. 1. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir	66
6. 1. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir.....	68
6. 2. Öneriler	70
6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler.....	70
6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler	71
7. KAYNAKLAR.....	74
8. EKLER.....	78
9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ	91

ÖZET

Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma, Problem Çözme ve Gerekçelendirme Becerilerinin İncelenmesi: Enlemsel Bir Araştırma

Geometri, günümüzde yalnızca soyut kavram ve becerilerin öğretilmesi gereken bir disiplin olarak değil, aynı zamanda gerçekliği modelleme temeline dayanan, problem çözme ve anlamlandırma süreciyle şekillenen bir bilgi alanı olarak kabul edilmektedir. Bu bakış açısı doğrultusunda, geometri eğitimi, öğrencilere kavramsal bilgiyi aktarmanın ötesinde, onların geometriye doğal bir yatkınlık geliştirmesini ve bu beceriyi günlük yaşamlarında etkin şekilde kullanmalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Bazı araştırmalar, öğrencilerin bilgi transferi gerektiren problemlere odaklanmak ve çözüm stratejileri geliştirmek yerine, doğrudan hesaplamalara yönelerek hızlı bir şekilde sonuca ulaşmayı tercih ettiklerini göstermektedir. Aynı şekilde, elde edilen bilgiyi mantıklı bir şekilde açıklamakta da zorlandıkları görülmektedir. Öğrencilerin bilgiyi zihinsel olarak temsil etme düzeyi yeterli olmadığı gibi, yeni edinilen bilginin mevcut bilgi yapısıyla bütünleşmesi de başarılı şekilde gerçekleşmemektedir. Bu durum, bilginin aktarımı ve uygulanmasındaki eksikliğin günümüz matematik eğitim sisteminde önemli bir sorun olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Bu bağlamda araştırmanın amacı, ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme becerisine yönelik gelişimlerini enlemsel olarak incelemektir.

Araştırmada öğrenim seviyesinin yükselmesiyle birlikte geometri kullanımının nasıl değiştiği ve gelişim gösterdiğini belirlemek amacıyla enlemsel-kesitsel bir araştırma modeli kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini ortaöğretim seviyesindeki bir okulun 10, 11 ve 12. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın veri toplama araçlarını geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme başlıkları altında hazırlanan üç farklı açık uçlu sınav oluşturmaktadır. Bu sınavlardan elde edilen veriler, "geometriyi kullanma" "geometrik problem çözme" ve "geometriyi gerekçelendirme" becerileri tanımlanmasıyla oluşturulan değerlendirme ölçütleri doğrultusunda analiz edilmiştir. Yapılan analizler sonucunda verilerin normal dağılım göstermediği belirlenmiştir. Bu nedenle, verilerin değerlendirilmesinde parametrik olmayan testlerden Kruskal Wallis Test'i kullanılmıştır.

Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin sınıf seviyeleri arttıkça geometriyi kullanma becerileri gelişim göstermiştir. Özellikle matematiksel kavramların günlük yaşama entegrasyonu, mekânsal düşünme becerilerinin güçlenmesi ve problem çözme stratejilerinin oluşturulması açısından belirgin ilerlemeler kaydedilmiştir. Geometrik problem çözme becerileri açısından, pedagojik yöntemler ve çevresel faktörlerin öğrencilerin analitik düşünme süreçlerini şekillendirdiği görülmüştür. Öğrencilerin zamanla soyut düşünme becerilerini geliştirdiği ve problem çözme

süreçlerinde daha güvenli ve sistematik yaklaşımlar benimsediğı anlaşılmıştır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin gerekçelendirme becerileri de sınıf seviyeleri yükseldikçe belirgin bir gelişim göstermiştir. Özellikle formel kanıt oluşturma ve kavramsal açıklamalar yapma süreçlerinde öğrencilerin daha sistematik ve mantıklı yaklaşımlar geliştirdikleri saptanmıştır. Eğitimde kullanılan yenilikçi yöntemlerin, teknoloji destekli öğrenme süreçlerinin ve uygulamalı çalışmaların bu gelişimi hızlandığı ifade edilmiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin matematik eğitimi sürecinde bilgi aktarmanın ötesine geçerek analitik düşünme, stratejik problem çözme ve mantıksal muhakeme geliştirmeye yönelik bir öğrenme deneyimi yaşamalarının önem taşıdığı vurgulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Geometriyi Kullanma, Geometrik Problem Çözme, Gerekçelendirme



ABSTRACT

Investigation of Secondary School Students' Using Geometry, Problem Solving and Justification Skills: A Cross-Sectional Research

Geometry is currently recognized not solely as a domain wherein abstract concepts and competencies ought to be imparted, but also as a domain of knowledge grounded in the modeling of reality and influenced by the processes of problem-solving and comprehension. In accordance with this viewpoint, geometry education, in addition to conveying conceptual understanding to learners, aspires to facilitate the development of an innate proficiency in geometry, enabling students to utilize this competency effectively in their everyday lives. Numerous studies have indicated that students exhibit a preference for concentrating on immediate calculations to swiftly attain results, rather than engaging with problems that necessitate the transfer of knowledge and the formulation of strategic solutions. Similarly, they encounter challenges in articulating the information acquired in a coherent and logical manner. The extent of students' cognitive representation of knowledge is inadequate, and the successful integration of newly acquired knowledge with their pre-existing cognitive frameworks is not achieved. This circumstance underscores the emergence of deficiencies in the transfer and application of knowledge as a significant issue within contemporary mathematics education systems. In this regard, the objective of this research is to longitudinally investigate the development of secondary school students' competencies in employing geometry, alongside their problem-solving and justification skills.

In the present investigation, a latitudinal-cross-sectional research framework was employed to ascertain the evolution and transformation of geometry utilization in correlation with ascending educational attainment. The participant cohort of the investigation comprised students enrolled in the 10, 11, and 12th grades within a secondary educational institution. The instruments for data acquisition in this study included three distinct open-ended assessments designed under the themes of geometric application, geometric problem-solving, and geometrical justification. The information derived from these assessments was subjected to analysis in accordance with the evaluation criteria established by delineating the competencies of "using geometry" "geometrical problem-solving," and "justification in geometry." Following the analytical process, it was concluded that the dataset exhibited a deviation from normal distribution. Consequently, the Kruskal-Wallis Test, recognized as a nonparametric statistical method, was employed for the purpose of data evaluation.

According to the findings of the research, students' proficiency in employing geometric principles exhibited enhancement concomitant with the progression of their academic grade levels. Notable advancements were particularly evident in the realms of assimilating mathematical concepts into quotidian contexts, augmenting spatial reasoning capabilities, and cultivating strategies for

problem resolution. Regarding geometric problem-solving competencies, it was ascertained that pedagogical methodologies and contextual influences significantly molded students' analytical cognitive processes. It was discerned that, over time, students augmented their capacity for abstract reasoning and adopted approaches that were increasingly confident and methodical in their problem-solving endeavors. Furthermore, students' reasoning capabilities demonstrated substantial enhancement as they ascended through grade levels. It was established that students formulated more systematic and logical methodologies, particularly within the contexts of generating formal proofs and articulating conceptual elucidations. It was posited that innovative instructional strategies, technology-integrated learning frameworks, and experiential studies facilitated the acceleration of this developmental trajectory. Consequently, it was underscored that transcending mere knowledge transmission within the mathematics education paradigm is imperative, fostering a learning experience that is oriented towards the enhancement of analytical reasoning, strategic problem-solving, and logical deduction.

Keywords: Using Geometry, Geometric Problem Solving, Justification

TABLÖLAR LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Tablo Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Çalışmada Yer Alan Sınıf Grupları	28
2.	Geometriyi Kullanma Sınavlarında Yer Alan Bazı Soruların İçeriği ve Konuları	28
3.	Geometriyi Kullanma ile ilgili Puanlama Cetveli	35
4.	Geometrik Problem Çözme ile ilgili Puanlama Cetveli	35
5.	Gerekçelendirme İçin Geometri Bilgisini Kullanma ile ilgili Puanlama Cetveli	36
6.	Veri Analizi Örnekleri	37
7.	Geometriyi Kullanma Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan Çözümlerin Geometriyi Kullanma Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları	39
8.	10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerilerinin Karşılaştırılması.....	43
9.	Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerileri Arasındaki Kruskal-Wallis Test Sonuçları.....	43
10.	Geometrik Problem Çözme Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan Çözümlerin Geometrik Problem Çözme Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları	46
11.	10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Karşılaştırılması.....	48
12.	Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerileri Arasındaki Kruskal-wallis Test Sonuçları	49
13.	Gerekçelendirme Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan İspatların Geometriyi Gerekçelendirme Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları	51
14.	10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Karşılaştırılması.....	53
15.	Ortaöğretim Öğrencilerinin Gerekçelendirme Becerileri Arasındaki Kruskal-Wallis Test Sonuçları	54

ŞEKİLLER LİSTESİ

<u>Şekil No</u>	<u>Şekil Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Araştırma boyunca izlenen adımlar	27
2.	Geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme sınavlarına ait eş değer sorular	33
3.	Uygulama süreci	34
4.	Ö10-11 kodlu öğrencinin GK0'a yönelik çözüm örneği	41
5.	Ö11-11 kodlu öğrencinin GK2'ye yönelik çözüm örneği	42
6.	Ö12-13 kodlu öğrencinin GK4'e yönelik çözüm örneği	42
7.	Ö10-20 kodlu öğrencinin PÇ0'a yönelik çözüm örneği	47
8.	Ö12-11 kodlu öğrencinin PÇ4'e yönelik çözüm örneği	48
9.	Ö10-2 kodlu öğrencinin G0'a yönelik çözüm örneği	52
10.	Ö11-11 kodlu öğrencinin G1'e yönelik çözüm örneği	52
11.	Ö12-12 kodlu öğrencinin G3'e yönelik çözüm örneği	53

GRAFİKLER LİSTESİ

<u>Grafik No</u>	<u>Grafik Adı</u>	<u>Sayfa No</u>
1.	Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin enlemsel değişimi	45
2.	Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik problem çözme becerilerinin enlemsel olarak değişimi	50
3.	Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik bilgiyi gerekçelendirme becerilerinin genel dağılımı	55



KISALTMALAR LİSTESİ

G	: Gerekçelendirme
GK	: Geometriyi Kullanma
GKS	: Geometriyi Kullanma Sınavı
GS	: Gerekçelendirme Sınavı
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics
PÇ	: Geometrik Problem Çözme
PÇS	: Geometrik Problem Çözme Sınavı

1. GİRİŞ

Eğitim, bireylerin yalnızca bilgi edinmesini değil, aynı zamanda bu bilgiyi anlamlandırmasını ve kullanmasını sağlayan bir süreçtir (Eryılmaz, 2024). Günümüzde gelişen teknolojiyle beraber öğrencilerin birçoğu bilgiye hazır ulaşma isteğinden kaynaklı olarak akıl yürütme becerilerini kullanmayı geri planda bırakmaya başlamıştır. Bu durum temel öğretim ilkelerinin uygulanmasına ağır bir darbe vurmakta ve öğrencilerin düşünme becerilerinin gelişmesine engel olmaktadır. Oysaki öğretim ilkelerinin en değerlisi olan yaparak yaşayarak öğrenme ilkesi gereği öğrenciler akıl yürütme becerilerini kullanarak ortaya bir ürün çıkarmalıdır. Öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmek, eğitim sisteminin temel hedeflerinden biri olmalıdır. Bu bağlamda, Bloom'un Taksonomisi gibi bilişsel öğrenme modelleri, öğrencilerin bilgiye sadece yüzeysel olarak maruz kalmalarını değil, aynı zamanda eleştirel düşünme, sentezleme ve değerlendirme aşamalarını içeren bir öğrenme sürecini teşvik etmeyi amaçlamaktadır. Matematik eğitiminde ise keşif öğrenme ve problem tabanlı öğrenme yaklaşımlarının kullanılması, öğrencilerin bilgiye aktif katılım göstermelerini ve soyut kavramları anlamlandırarak kalıcı öğrenmelerini sağlamaktadır. Eğitimcilerin bu becerileri geliştirmek adına yenilikçi öğretim yöntemleri benimsemesi, öğrencilerin bilgiye erişirken analitik düşünme süreçlerini koruyarak bilimsel ve mantıksal akıl yürütme yetilerini güçlendirmelerine yardımcı olacaktır. Böylece, eğitim süreci yalnızca bilgi aktarımı değil, aynı zamanda öğrencilerin bağımsız düşünebilen bireyler olarak gelişmelerini destekleyen bir yapıya dönüşecektir. Bu nedenle eğitim sisteminde, öğrencilerin sadece bilgi tüketicisi olmaktan çıkıp, aynı zamanda bilgi üreticisi olabilecekleri ortamlar oluşturulmalıdır (Kara, 2024). Öğrenme süreci, yalnızca hazır bilgiyi almak değil, aynı zamanda sorgulamak, analiz etmek ve yaratıcı düşünceyi geliştirmek üzerine inşa edilmelidir. Öğrencilerin akıl yürütme becerilerini etkin bir şekilde kullanabilmeleri için proje tabanlı öğrenme, problem çözme etkinlikleri ve deneyimsel öğrenme yöntemleri teşvik edilmelidir (Aladağ & Artut, 2012). Bu yaklaşımlar sayesinde öğrenciler, bilgiyi sadece ezberlemek yerine onu içselleştirerek yeni fikirler geliştirme yeteneği kazanacak ve teknoloji çağında bağımsız düşünebilen bireyler olarak yetişeceklerdir. Bu süreçte öğrencilerin problem çözme ve karar alma becerilerini geliştirebilmeleri için eleştirel düşünme yöntemlerine dayalı öğrenme ortamlarının oluşturulması gereklidir. Özellikle matematik eğitiminde, öğrencilerin soyut kavramları anlamlandırarak pratik uygulamalarla ilişkilendirmeleri, onların analitik düşünme ve yaratıcı problem çözme kapasitelerini artırır (Beckers, 2019). Vygotsky'nin sosyokültürel öğrenme teorisi çerçevesinde yapılan araştırmalar, öğrencilerin etkileşimli öğrenme ortamlarında birbirleriyle iş birliği yaparak daha derinlemesine kavrayış geliştirdiklerini göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin araştırma yapmaya teşvik edilmesi, hipotez geliştirme ve mantıksal akıl yürütme becerilerini destekleyen etkinliklerin matematik öğretimine entegre edilmesi, onları sadece bilgi

tüketicisi olmaktan çıkarıp üretken ve çözüm odaklı bireyler haline getirecektir. Böylece, öğrenciler sadece matematiksel kuralları öğrenmekle kalmaz, aynı zamanda bilgiyi içselleştirerek problem çözme süreçlerini etkin bir şekilde yönetmeyi öğrenirler.

Geometri, matematiğin diğer alt disiplinlerinden farklı olarak hayata başka açılardan bakabilme yeteneğini geliştirmektedir. Bu yetenek, yalnızca şekiller ve açıların dünyasında değil, günlük hayatın pek çok alanında da kendini gösterir. Geometrik, insanın mekânsal algısını güçlendirerek problem çözme yetisini artırır. Örneğin, bir mimarın estetik ve işlevselliği dengeli şekilde bir araya getirmesi veya bir mühendislik problemini farklı perspektiflerden değerlendirerek en etkili çözümü bulması, geometrik kavrayışın doğal bir sonucudur. Sanatta, tasarımda ve hatta kişisel karar alma süreçlerinde bile şekiller arasındaki ilişkileri kavrayabilmek, yaratıcı ve analitik düşünmeyi destekler. Geometri, dünyayı yalnızca düz çizgiler ve açılar olarak değil, iç içe geçmiş sistemler ve bağlantılar bütünü olarak görmeyi sağlar. İşte bu yüzden, sadece bir matematik dalı olmaktan öte, zihinsel esneklik ve derinlik kazandıran önemli bir araçtır. Bu yönüyle geometri, öğrencilere yalnızca şekillerin ve formüllerin dünyasını tanıtmakla kalmaz, aynı zamanda görsel ve mekânsal düşünme becerilerini geliştirme imkânı sunar. Van Hiele Geometri Öğrenme Teorisi'ne göre, bireylerin geometri anlayışı belirli aşamalardan geçerek gelişir ve bu süreçte eleştirel düşünme, problem çözme ve mantıksal akıl yürütme gibi beceriler öne çıkar. Geometri, özellikle gerçek dünya uygulamalarıyla bütünleştirildiğinde, öğrencilere soyut kavramları somut bağlamlara taşıma fırsatı verir. Mühendislik, mimarlık ve tasarım gibi alanlarda sıkça karşılaşılan geometrik prensipler, öğrencilerin kavramsal düşünme yetilerini güçlendirerek olaylara çok yönlü bakabilmelerini sağlar. Bu çok yönlü bakış açısı, öğrencilerin analitik düşünme becerilerini geliştirirken, problem çözme süreçlerine yaratıcı yaklaşımlarını da teşvik eder. Örneğin, bir mimari yapı tasarlarlarken hem estetik hem de işlevsellik açısından en uygun formu bulmak geometrik kavrayış gerektirir. Benzer şekilde, mühendislik projelerinde yük dağılımını doğru hesaplamak veya optimum malzeme kullanımını sağlamak için geometrik analizler yapılır. Sanat ve grafik tasarım alanında ise geometrik şekillerin uyumu, görsel kompozisyonun temelini oluşturur. Günlük yaşamda bile haritaları okumak, mobilya düzenlemeleri yapmak ya da paketleme tekniklerini anlamak gibi pratik beceriler geometriyle iç içedir. Dolayısıyla, geometri sadece teorik bir disiplin olarak kalmaz; öğrencileri çevrelerindeki dünyaya farklı gözlerle bakmaya teşvik eden güçlü bir düşünme aracı haline gelir. Bu nedenle, geometri eğitimi yalnızca teorik bilginin aktarımıyla sınırlı kalmamalı, analitik düşünme ve yaratıcı çözüm üretme süreçlerini destekleyen uygulamalarla zenginleştirilmelidir (Yitmez, Alyeşil Kabakçı, & Kula Ünver, 2024).

Geometri eğitimi, öğrencilere sadece şekillerin özelliklerini öğretmekle kalmaz, aynı zamanda uzamsal düşünme, analitik akıl yürütme ve problem çözme becerilerini geliştirme fırsatı sunar. Özellikle gerçek yaşam uygulamalarında geometrinin kritik rolü, öğrencilere bilgiyi sadece ezberlemek yerine, onu içselleştirerek anlamlandırmalarına olanak tanır. Bu bakımdan geometri,

öğrencilerin yaratıcı ve sistematik düşüncelerini gerektirir (Abdurrahman & Nofriyandi, 2022). Van Hiele Geometri Öğrenme Modeli gibi yaklaşımlar, öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini geliştirerek problem çözme süreçlerinde daha etkili hale gelmelerini sağlar. Bu bağlamda, keşfe dayalı etkinlikler öğrencilerin geometriyi yalnızca teorik olarak öğrenmelerini değil, aynı zamanda somut uygulamalarla bağlantı kurarak anlamalarını teşvik eder. Bu tür etkinlikler sayesinde öğrenciler, geometrik kavramları soyut formüllerden çıkarıp gerçek dünyadaki nesneler ve olaylarla ilişkilendirerek öğrenme sürecini daha anlamlı hale getirirler. Örneğin, üçgenlerin sağlamlık prensibini anlamak için mimari yapıların incelenmesi veya simetriyi keşfetmek adına sanat eserleri üzerinde çalışmalar yapmak, öğrencilerin aktif katılımını destekler. Ayrıca, teknolojiyle bütünleşmiş interaktif uygulamalar, artırılmış gerçeklik ve üç boyutlu modelleme gibi yenilikçi araçlar kullanılarak geometriye daha derinlemesine bir bakış sağlanabilir. Bu sayede öğrenciler, matematiği ezberlenmesi gereken bir bilgi bütünü olarak değil, keşfedilmesi gereken bir sistem olarak görmeye başlarlar. Böyle bir öğrenme yaklaşımı, onların analitik düşünme becerilerini güçlendirirken, problem çözme süreçlerinde yaratıcı çözümler üretmelerine de yardımcı olur. Böylece, öğrenciler geometri bilgisini ezberlemek yerine içselleştirerek mantıksal çıkarımlar yapabilen bireyler haline gelirler. Tam da bu noktada geometri öğrencileri gelişen teknolojiyle alıştıkları hazır bilgiye ulaşma noktasından uzaklaştırarak yaparak yaşayarak öğrenme noktasına yakınlaştıracaktır. Somutlaştırılmış, modellenmiş bir geometri öğretimi bir yandan öğrencilerde kalıcı öğrenmeyi sağlarken bir yandan da her bir öğrenciye farklı bir bakış açısı kazandırma ve etrafında olan bitenleri farklı bir gözle gözlemleme yeteneği kazandıracaktır. Karşılaşılan her bir sorunun temeline inerken sürekli sorular sormak alınan cevapları kendi içinde gerekçelendirerek sonuca ulaşmak her bir bireye kazandırılması gereken hayati becerilerdir. Bütün bunların temelinde soyut olarak zihinde kalan bilgiler ve uygulamalardan ziyade günlük yaşamaya uyarlanarak somutlaştırılmış bir araç gereklidir. Bu becerilerin gelişmesi için geometri dersi oldukça elverişlidir. Bu anlayışa uygun olarak geometri öğrenmenin hedefi de zihinde soyut olarak kalmış geometrik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade geometriyi gerektiği durumlarda uygun biçimde kullanabilme becerisi oluşturmak olmalıdır. Ancak günümüze bakıldığında durum zıt yönde işlemeye devam etmekte geometri öğrenme, geometriyi gerektiği gibi kullanma konusunda büyük eksiklikler yaşanmaktadır. Bu eksiklerin giderilmesi ve okuyuculara ışık tutması adına bu araştırma ile geometriyi kullanma süreçlerinin değerlendirilmelerinin yapılması konusunda gerekli olan teorik yapı oluşturulacaktır.

Geometri günümüzde öğrenilmesi gerekli soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, gerçekliğin modellenmesini temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve bu süreç içinde gelişen beceriler olarak algılanmaktadır. Bu doğrultuda, geometri eğitiminin amacı, yalnızca soyut kavram ve becerileri öğretmekten ziyade, öğrencilerde geometriye doğal bir yatkınlık geliştirmek ve onu günlük yaşamda ihtiyaç duyulduğunda etkili bir şekilde kullanabilme becerisini kazandırmaktır (Yavuz Mumcu, 2011). Ülkemizdeki tüm eğitim kademelerinde

uygulanmak üzere Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli hayata geçirilmiştir. Bu model, bireyin her yönüyle gelişimini amaçlayan, köklü bir geçmişe sahip Türk Millî Eğitim Sistemini temel alarak, dijital çağın ve teknolojik ilerlemelerin gereksinimlerine duyarlı kalmayı, hatta gerektiğinde bu değişimlere öncülük edebilmeyi hedefleyen bir yaklaşıma sahiptir. Türkiye Yüzyılı Maarif Modelinin beceri bileşenleri; kavramsal beceriler (temel, bütünleşik ve ileri düzey düşünme becerileri), sosyal-duygusal öğrenme becerileri (kişisel beceriler, ortak beceriler ve sosyal yaşam becerileri), eğilimler, okuryazarlık becerileri ve alan becerileri şeklinde kategorize edilmiştir. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, öğrencilerin sadece bilgi edinmesini değil, aynı zamanda çağın gerektirdiği becerilerle donatılmasını da amaçlamaktadır. Program, matematik öğrenme süreçlerini destekleyerek bu süreçlerle gelişen kavramsal ve matematik alan becerilerine odaklanarak şekillendirilmiştir. Bu doğrultuda, benimsenen model ve yaklaşım sayesinde matematik öğretim süreci daha ilgi çekici ve etkileşimli hâle getirilerek öğrencilerin öğrenme motivasyonunu artırmak, bireysel ve toplumsal ihtiyaçlara yanıt vermek ve matematiği günlük yaşamın ayrılmaz bir parçası hâline getirmek hedeflenmektedir. Bu hedef doğrultusunda, geometri öğretimi de yalnızca teorik bilgilerin aktarımıyla sınırlı kalmamalı, günlük yaşamda karşılaşılan problemlere yönelik uygulanabilir beceriler kazandırmayı amaçlamalıdır. Öğrencilerin mekânsal düşünme yetilerini geliştiren geometri, mimarlıktan mühendisliğe, sanattan tasarıma kadar pek çok alanda doğrudan kullanılmaktadır. Haritaları okumak, yapıların sağlamlığını değerlendirmek, grafikler yorumlamak ya da estetik düzenlemeler yapmak gibi günlük hayatta sıkça karşılaşılan durumlar, geometrik kavrayış gerektiren konular arasındadır. Bu nedenle, öğretim programında keşfe dayalı etkinlikler ve gerçek dünya uygulamalarıyla öğrencilerin geometriyi soyut kavramlar olarak değil, yaşamlarının ayrılmaz bir parçası olarak görmeleri teşvik edilmelidir. Böyle bir yaklaşım, öğrencilerin geometriyi kullanma becerilerini güçlendirirken, geometriye karşı daha olumlu bir tutum geliştirmelerine de katkı sağlar (Yazıcı, 2019). Program, bireylerin eleştirel düşünme, problem çözme ve karar verme gibi ileri düzey becerilerini geliştirmeye büyük önem vermektedir. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı, geometrik düşünmenin sistematik, mantıklı, analitik, tutarlı ve ilişkisel yapısı göz önünde bulundurularak tasarlanmıştır. Öğrencilerin yalnızca bilgi edinmek yerine, geometrik bilgiye ulaşmalarını sağlayacak becerileri kazanmaları hedeflenmektedir. Ayrıca, edindikleri bilgileri sorgulayıp eski ve yeni bilgileri arasında bağlantılar kurarak bütünsel bir öğrenme gerçekleştirmeleri öncelikli olarak ele alınmıştır. Bu programda, yalnızca işlemsel bilgi ve performansa dayalı içerikler mümkün olduğunca sınırlandırılmıştır. Öğrencilerin dil ve sembolizmi etkin kullanarak problem çözmesi, varsayım, genelleme, doğrulama gibi geometrik düşünmenin önemli bileşenlerine programın bütüncül yaklaşımı ile uyumlu bir şekilde yer verilmiştir. Bu yaklaşım, öğrencilerin geometrik problem çözme sürecinde sistematik düşüncelerini ve mantıklı çıkarımlar yapmalarını destekler. Geometrik problemler, yalnızca belirli formüllerin uygulanmasını değil, aynı zamanda analiz, akıl yürütme ve yaratıcı çözümler üretme becerilerini gerektirir. Örneğin, bir üçgenin iç açıları

toplamının her zaman 180 derece olduğu bilgisini kullanarak, öğrenciler daha karmaşık şekillerin açılarını hesaplayabilir ve bu bilgiyi gerçek hayattaki yapısal tasarımlarda değerlendirebilirler. Ayrıca, varsayımlar yaparak ve bu varsayımları geometrik ispatlarla doğrulayarak eleştirel düşünme yetilerini geliştirirler. Bu süreçte kullanılan matematiksel semboller ve terimler, öğrencilere soyut düşünmeyi öğretirken, analitik bakış açısını kazanmalarına da yardımcı olur. Böylece, geometri yalnızca bir ders konusu olmaktan çıkıp, öğrencilere olaylara farklı açılardan bakma ve bilinmeyenleri keşfetme fırsatı sunan güçlü bir araç hâline gelir. Bu nedenle, geometrik problem çözme becerisi yalnızca sınıf içinde öğrenilen bir yeti değil, aynı zamanda analitik düşünme ve karar alma süreçlerinde önemli bir rol oynayan temel bir beceridir. Bu becerinin geliştirilmesi için öğrencilerin farklı problem türleriyle karşılaşmaları, çeşitli stratejiler denemeleri ve çıkarım yaparak çözüm yolları üretmeleri gerekmektedir. Geometri eğitiminin etkili olması adına, problem çözme süreçlerinin nasıl şekillendiğini, hangi yöntemlerin daha verimli olduğunu ve öğrencilerin bu süreçleri nasıl içselleştirdiğini anlamaya yönelik araştırmalar yapılmalıdır. Eğitimciler ve akademisyenler, öğrencilerin mekânsal düşünme yetilerini nasıl geliştirdiklerini, hangi kavramların daha zor algılandığını ve hangi öğretim yöntemlerinin daha etkili olduğunu belirleyerek geometri öğretimini daha etkin hale getirebilirler. Bu doğrultudaki bu araştırma, matematik eğitiminin yalnızca bilgi aktarımı ile sınırlı kalmamasını, aynı zamanda öğrencilerin eleştirel düşünme ve yaratıcı problem çözme yeteneklerini güçlendirmesini sağlayacaktır. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ile öğrencilerin geometri alanındaki yetkinliklerini geliştirmeleri hedeflenmektedir. Bu program kapsamında, öğrencilerin geometrik akıl yürütme, problem çözme, görsel temsil oluşturma, verileri analiz etme ve bu verilere dayanarak doğru kararlar alma becerilerini etkili bir şekilde kullanmaları amaçlanmaktadır. Aynı zamanda, öğrencilerin geometrik araçlar ve teknolojileri etkin biçimde kullanarak bilgiye ulaşmaları, kavramsal ve sosyal-duygusal öğrenme süreçlerini geometri ile bütünleşik şekilde deneyimlemeleri, edindikleri bilgileri beceriye dönüştürerek uygulamaya geçirmeleri hedeflenmektedir. Böylece hem öğrenme süreci hem de elde edilen sonuçlar daha anlamlı hale getirilmekte ve öğrenciler, geometriyi kapsamlı bir şekilde kavrayarak gerçek yaşamda kullanma fırsatı bulmaktadır. Geometrik muhakeme, öğrencilerin sadece formülleri ezberlemek yerine, geometrik kavramları gerekçelendirerek neden ve nasıl ortaya çıktığını anlamalarına yardımcı olan kritik bir süreçtir (Tutan, 2019). Öğrencilerin teorik bilgileri içselleştirmeleri ve problem çözme süreçlerinde bilinçli kararlar almaları için, her geometrik çıkarımın arkasındaki mantığı kavramaları gerekmektedir. Bu yaklaşım, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirerek daha derinlemesine analiz yapmalarını ve öğrendiklerini farklı alanlarda uygulamalarını sağlar (Bülbül, Elçi, Güler, & Güven, 2021). Ayrıca, gerekçelendirme süreci, öğrencilerin eleştirel düşünme ve akıl yürütme yetilerini güçlendiren bir öğrenme modeli sunar. Geometri öğretiminde bu yaklaşımın benimsenmesi, öğrencilerin sadece bir çözümü doğru kabul etmekle yetinmeyip, neden-sonuç ilişkileri kurarak alternatif düşünme yolları geliştirmelerine olanak tanır. Böylece, öğrenciler,

geometriyi soyut bir disiplin olarak görmek yerine, gerçek dünya problemlerini çözmede kullanabilecekleri güçlü bir araç olarak benimseyebilirler.

Bu amaç doğrultusunda araştırmanın ana problem cümlesi aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

- Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme becerileri sınıf seviyelerine göre farklılık göstermekte midir?

Ana problem cümlesine bağlı olarak geometriyi kullanma bileşenleri bağlamında aşağıdaki alt problemler araştırılacaktır.

- Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerileri sınıf seviyelerine göre farklılık göstermekte midir?
- Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri sınıf seviyelerine göre farklılık göstermekte midir?
- Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi gerekçelendirme becerileri sınıf seviyelerine göre farklılık göstermekte midir?

1. 1. Araştırmanın Amacı

Geometri, sadece şekiller ve açılar üzerine yoğunlaşan bir disiplin olmanın ötesinde, öğrencilerin analitik düşünme yetilerini güçlendiren ve problem çözme kabiliyetlerini geliştiren temel bir alan olarak dikkat çekmektedir. Günlük hayatta karşılaşılan pek çok karmaşık problem, geometrik kavramların etkin kullanımını gerektirir. Bir mühendis yapı tasarımında dayanıklılığı hesaplamak, bir mimar estetik ve işlevselliği bir araya getirmek veya bir grafik tasarımcı görsel kompozisyon oluşturmak için geometriye ihtiyaç duyar. Bu nedenle, öğrencilerin geometriyi yalnızca teorik bir bilgi olarak görmelerinden ziyade, onu pratik problemlere çözüm getiren bir düşünme aracı olarak benimsemeleri büyük önem taşır. Bu bağlamda geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve geometriyi gerekçelendirme süreçlerinin etkin bir şekilde gelişmesi, öğrencilerin karşılaştıkları problemlere daha yaratıcı ve sağlam temelli çözümler üretmelerini sağlar. İşte bu noktada, öğrencilerin geometriyi aktif kullanarak farklı çözüm yöntemleri geliştirmelerini desteklemek büyük bir eğitimsel gereklilik haline gelmektedir (Bülbül vd., 2021). Geometriyi kullanarak öğrencilerin çözmesi gereken problemler, oldukça zorlayıcı olabilir ve kapsamlı geometrik düşünme aşamalarını gerektirebilir (Can & Özdemir, 2023). Matematik derslerinde bu tür problemler belirli sınırlarla ele alınmakta, bu da edinilen becerilerin geometri uygulamalarında yeterince etkili olmamasına ve işlevselliğini kaybetmesine yol açmaktadır. Bu sınırlamalar, öğrencilerin karşılaştıkları gerçek dünya problemlerine yönelik geometrik düşünme becerilerini tam anlamıyla geliştirememelerine neden olmaktadır. Geometri, soyut kavramları somut bağlamlara taşıyabilen güçlü bir araç olsa da öğretim sürecinde yalnızca ezberlenmesi gereken formüller ve standart problem türleriyle sınırlandırıldığında, öğrencilerin bu bilgileri günlük hayatta etkili bir şekilde kullanmaları zorlaşmaktadır. Ayrıca, yapılan birçok araştırma, öğrencilerin çoğunun

bağımsız olarak bilgiye erişme ve edindikleri bilgiyi yeni koşullara uyarlama konusunda yeterince etkili olmadığını ortaya koymaktadır. Örneğin, Smith'in (2004) çalışmasında, öğrencilerin yalnızca küçük bir kısmının matematiksel yetilerini farklı bağlamlara aktarma ve bu yetilerini problem çözme sürecinde kullanma konusunda başarılı olduğu belirtilmektedir (Roberts, 2002; Smith, 2004; Working Group on 14-19 Reform, 2004). Bazı araştırmalar, öğrencilerin bilgi aktarımı gerektiren problemlere yönelik derinlemesine düşünmek ve çözüm yolları geliştirmek yerine, doğrudan sayısal işlemlere yönelerek hızlıca sonuca ulaşmaya çalıştığını (Cai, 2003; De Corte, 2004; Kaur, 2001; Nancarrow, 2004; Pape & Wang, 2003; Verschaffel vd., 1999) ortaya koymuştur. Benzer şekilde öğrenciler ulaşılan bilgiyi gerekçelendirme konusunda da yetersiz kalmaktadır. Burada öğrenilen bilginin zihinde yeterli düzeyde temsil edilemediği ve yeni bilgilerle bütünleşemediği görülmektedir. Bu durum, bilginin aktarımı ve uygulanmasındaki yetersizliği ortaya çıkararak, çağdaş matematik eğitim sisteminde önemli bir sorun teşkil etmektedir (Csapo & Korom, 1998). Bu problem doğrultusunda bu araştırmanın amacı, ülkemizde ortaöğretim matematik öğretim programına göre eğitim alan öğrencilerin geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme becerilerini gözlemlemek ve yorumlamak adına, Trabzon ilinde bulunan liselerden seçilen 10, 11 ve 12. sınıf öğrencileri ile ilgili bir kesit sunmaktır. Elde edilen sonuçlara bağlı olarak ortaöğretim matematik programının geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme süreçlerindeki öğrenme çıktıları yorumlanmaya çalışılacaktır. Araştırmanın amacı, ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme becerisine yönelik gelişimlerini enlemsel olarak incelemektir.

1. 2. Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Geometri, öğrencilerin görsel algılarını ve mekânsal düşünme becerilerini geliştirerek, analitik problemlere sistematik çözümler üretmelerine olanak tanıyan önemli bir matematik alanıdır (Can & Özdemir, 2023). Geometriyi etkin bir şekilde kullanabilen öğrenciler, sadece akademik anlamda başarılı olmakla kalmayıp, aynı zamanda günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlere daha hızlı ve etkili çözümler geliştirme becerisi kazanırlar. Bu nedenle, ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin geometriyi kullanma becerileri, problem çözme süreçlerinde düşünme becerileri ve gerekçelendirme becerilerini nasıl geliştirdikleri, eğitimciler ve araştırmacılar için önemli bir çalışma alanı haline gelmiştir. Bu araştırma, öğrencilerin geometriyi kullanma sürecini detaylı bir şekilde inceleyerek, öğretim kademesi arttıkça nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu kapsamda, öğretim kademesi ilerledikçe, öğrencilerin mekânsal düşünme süreçlerindeki gelişimlerini belirlemek araştırmacılar için önemli veriler sağlayacaktır. Ayrıca, öğrencilerin farklı eğitim seviyelerinde geometriyi kullanma becerilerinin nasıl değiştiğini ve öğrenme sürecine nasıl yansıdığını anlamak, matematik eğitiminin genel yapısının değerlendirilmesine de yardımcı olacaktır. Böylece, öğretmenlerin ve eğitim uzmanlarının, öğrencilerin ihtiyaçlarına yönelik daha uygun öğretim

stratejileri geliştirmeleri mümkün olacak ve geometri eēitimi, yalnızca teorik bilgi aktarımından çıkararak, ērencilerin gerçek dünya problemlerine yönelik çözüm üretebilecekleri bir araç haline gelecektir. Bu durumda geometri ērenimi, yalnızca teorik bilginin aktarımı ile sınırlı kalmadan ērencilerin problem çözme süreçlerinde bilgiyi nasıl kullandıkları ve matematiksel muhakemelerini nasıl geliştirdikleri göz önünde bulundurularak şekillendirilebilir.

Geometri, yalnızca şekil ve form üzerinde işlem yapmayı deēil, aynı zamanda mekânsal algılama, mantık yürütme ve stratejik düşünme gibi bilişsel becerileri içeren çok yönlü bir problem çözme sürecini gerektirir. ērencilerin geometrik problem çözme becerilerinin ortaēretim seviyelerinde nasıl deēiřtiēi üzerine yapılan araştırmalar, eēitim programlarının iyileştirilmesi açısından kritik bir rol oynar (Kıral Demir & Katrancı, 2023). Özellikle soyut düşünme gerektiren geometri problemleri, ērencilerin mantıklı gerekçelendirme yapmasını ve çözüm sürecini adım adım analiz etmelerini saēlayarak onların matematiksel düşünme yetilerini derinleştirir. Bu süreç, ērencilerin yalnızca çözüm elde etmelerini deēil, aynı zamanda çözüm yolunu nasıl oluşturduklarını sorgulamalarını da teşvik eder. Soyut düşünme gerektiren geometri problemleri, ērencilerin varsayımlar oluşturmasını, bu varsayımları test etmesini ve elde ettikleri sonuçları matematiksel olarak gerekçelendirmelerini gerektirir (Altıntaş, İlēn, & Angay, 2022). Bu tür problemler sayesinde ērenciler, yalnızca geometriyi deēil, genel olarak matematiksel akıl yürütme yöntemlerini de ērenir ve uygulayabilirler. Bu süreç, onların bilimsel ve teknik alanlardaki başarılarını artırırken, günlük yaşamda karşılaştıkları problemlere daha sistematik ve etkili çözümler üretmelerini saēlar. Böylece ērenciler, geometriyi yalnızca bir ders olarak görmenin ötesine geçerek, onu bir düşünme ve problem çözme aracı olarak benimsemeye başlarlar. Bu nedenle, geometrik problem çözme becerilerinin sistematik olarak incelenmesi, ērencilerin karşılaştıkları matematiksel zorlukları daha iyi anlamalarına, çözüm süreçlerinde daha etkili stratejiler geliştirmelerine ve bu becerileri farklı disiplinlerde uygulamalarına olanak tanıyan deēerli bulgular sunacaktır.

Geometri eēitimi, ērencilerin belirli teoremleri ve formülleri ezberlemesinden çok daha fazlasını gerektirir. Matematiksel muhakeme ve gerekçelendirme becerisi, ērencilerin yalnızca doēru cevaba ulaşmalarını deēil, aynı zamanda neden-sonuç ilişkilerini kurarak çözümlerini mantıklı bir şekilde açıklamalarını saēlar (zaydın, Arslan, & Yıldız, 2024). Bu beceri, yalnızca akademik başarı için deēil, gelecekte ērencilerin bilim, mühendislik, mimarlık ve diēer alanlarda başarılı olmaları için de kritik bir önem taşımaktadır. Geometriyi gerekçelendirme süreci, ērencilerin sadece doēru sonuca ulaşmalarını deēil, aynı zamanda çözüm yolunu mantıklı bir şekilde açıklamalarını saēlayarak matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur. rneēin, bir geometrik ispat sürecinde, ērenciler bir teoremin doēruluēunu sadece ezbere kabul etmek yerine, onun altında yatan mantıēı anlamaya çalışarak analitik düşünme becerilerini geliştirirler. Bu süreç, ērencilerin mantık yürütme ve çıkarım yapma yetilerini güçlendirerek, matematiēi daha derinlemesine kavramalarına yardımcı olur. Bir teoremin ispatını adım adım analiz eden ērenciler, hangi

varsayımlara dayanarak sonuca ulaştıklarını sorgular ve farklı bakış açılarını değerlendirerek matematiksel düşünme süreçlerini geliştirme fırsatı bulurlar. Ayrıca, bu yaklaşım, öğrencilerin problem çözme becerilerini artırarak farklı matematiksel kavramlar arasındaki bağlantıları görmelerini sağlar. Geometrik ispatların sistematik bir şekilde incelenmesi ve gerekçelendirilmesi, öğrencilerin yalnızca geometri alanında değil, diğer matematik konularında da daha güçlü muhakeme yapmalarına ve daha bilinçli kararlar almalarına olanak tanır. Böylece öğrenciler, matematiği sadece teorik bir ders olarak görmekten ziyade, hayatlarında kullanabilecekleri bir düşünme aracı olarak benimsemeye başlarlar. Araştırmanın bulguları, öğrencilerin bu becerileri ne ölçüde geliştirdiğini belirlemekle kalmayıp, aynı zamanda eğitim programlarında yapılabilecek iyileştirmeleri ve daha etkili öğretim yöntemlerini ortaya koyarak öğretmenlerin pedagojik yaklaşımlarını şekillendirme konusunda önemli veriler sunacaktır. Geometriyi daha işlevsel ve öğrenme süreçlerine daha bütünleşmiş bir hale getirmek, öğrencilerin matematikle ilgili olumlu tutumlar geliştirmelerini destekleyerek, onların akademik ve pratik başarılarını artıracaktır. Bu bağlamda, araştırmanın sonuçları, yalnızca öğrencilerin bireysel gelişimlerini incelemekle kalmayacak, aynı zamanda matematik eğitime yönelik daha kapsamlı ve sürdürülebilir öğretim stratejileri geliştirilmesine de katkı sağlayacaktır. Böylece öğrenciler, geometriyi yalnızca bir ders konusu olarak değil, yaşamlarında karşılaştıkları farklı problemlere çözüm üretebilecekleri bir düşünme aracı olarak görmeye başlayacaklardır.

1. 3. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma,

- Trabzon ilinde bulunan 1 ortaöğretim okulu ile
- Bu ortaöğretim okullarında öğrenim gören 10, 11,12. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır

1. 4. Araştırmanın Varsayımları

Araştırma bulgularının etkili bir şekilde çözümlenmesi ve yorumlanması amacıyla;

- Uygulama sürecinde yer alan öğrencilerin özverili bir şekilde uygulamaya katıldığı varsayılmaktadır.

1. 5. Tanımlar

Geometriyi kullanma; matematiksel kavramları ve teorileri gerçek dünya problemlerini analiz etmek, çözmek ve yorumlamak için uygulamak anlamına gelir (Okuyucu & Uyar, 2024).

Geometrik problem çözme; şekil, açı, uzunluk ve konum gibi geometrik kavramları kullanarak matematiksel problemleri analiz etme, çözme ve gerekçelendirme sürecidir (Bülbül vd., 2021).

Geometriyi gerekçelendirme; geometrik teoremleri ve ilişkileri sistematik bir şekilde analiz ederek, mantıklı çıkarımlar yapma ve doğruluğunu ispatlama sürecidir (Tutan, 2019).



2. LİTERATÜR TARAMASI

2. 1. Araştırmanın Kuramsal Çerçevesi

Literatür taramasının bu bölümünde, araştırmada yer alan kavramlara ilişkin literatür ile araştırma konusu ile ilgili yapılmış çalışmalara ve bu çalışmaların sonuçlarına yönelik bilgiler sunulmuştur.

2. 1. 1. Araştırmada Yer Alan Kavramlar

Bu bölümde araştırmada yer alan kavramlar literatürde kabul gören tanımları ile açıklanmıştır.

2. 1. 1. 1. Geometriyi Kullanma

Geometri gerçek hayattan kopuk bilgilerin yoğun olduğu bir alan olarak görülse de aslında hayatın birçok noktasında karşımıza çıkmaktadır. Bir öğrencinin günlük hayatında geometriyi etkin bir şekilde kullanabilmesi için, bu konudaki bilgileri öğrenmesi ve edindiği bilgileri gerçek yaşam olaylarıyla ilişkilendirerek uygulayabilmesine yardımcı olacak temel yetkinliklere sahip olması gerekir (Erdem, Haspalamutgil, Palaz, Patoglu, & Uras, 2011). Geometrik bilgi temelde özel geometrik içerikler ve uzamsal his ile akıl yürütme olarak ifade edilebilir. Bu bilgi, bireylerin çevrelerini daha iyi anlamalarına, nesnelerin birbirleriyle olan ilişkilerini kavramalarına ve mekânsal düşünme becerilerini geliştirmelerine olanak tanır (Gönülaçar & Öztürk, 2020). Geometriyi kullanmak da sadece geometrinin özel geometrik içeriklerini kullanarak çözüm gerçekleştirmek değildir. Geometriyi kullanmak, uzamsal his ve geometrik akıl yürütmeyle dış dünyada karşılaşılan problemlere çözüm geliştirilirken de kullanılmaya karşılık gelmektedir (Yıldırım Gül & Karataş, 2015). Başka bir ifadeyle geometriyi kullanmak, geometrik bilginin ilgilendiği uzamsal his ve akıl yürütmenin birlikte kullanılmasıyla gerçekleştirilebilir. Geometri konusunda bilgi sahibi olan ve bunu uygun koşullarda etkili şekilde uygulayabilen bir öğrenci, edindiği geometrik bilgi ve becerileri sayesinde karşılaştığı problemlere pratik çözümler geliştirebilir. Ayrıca, karar alması gereken durumlarda tüm seçenekleri değerlendirerek kendisi için en avantajlı tercihi yapabilir ve böylece hayatını daha kolay hale getirebilir (Van de Walle, 2019; Yavuz Mumcu & Baki, 2017). Bireyin günlük yaşantısında geometriyi kullanabilmesi için, geometri bilgisine ve bu bilgisini gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek kullanabilmesini sağlayacak temel becerilere sahip olması gerekmektedir (Schoenfeld, 1992). Geometrik bilgi temelde özel geometrik içerikler ve uzamsal his ile akıl yürütme olarak ifade edilebilir (Jones, 2012). Matematiği kullanmada olduğu gibi geometriyi kullanmak da sadece geometrinin özel geometrik içerikleri kullanarak çözüm gerçekleştirmek değildir. Geometriyi kullanmak, uzamsal his ile geometrik akıl yürütmeyle dış dünyada karşılaşılan

problemlere çözüm geliştirilirken de kullanılmasıdır (İlhan & Aslaner, 2018). Dolayısıyla geometriyi kullanmak, geometrik bilginin ilgilendiği iki tür şeyin birlikte kullanılmasıyla gerçekleştirilebilir. Geometrinin farklı şekillerde uygulanması, bireyin önceki deneyimlerine ve derslerde ele alınan çeşitli geometrik konulara dayanır. Bu bağlamda, geometrinin verimli şekilde kullanılması; öğrencinin sınıftan edindiği bilgi ve becerileri etkili bir biçimde organize edebilmesine, problemleri çözmek için hangi bilgi türünün gerekli olduğunu belirleyebilmesine ve bu bilgiyi nasıl kullanacağına yönelik doğru kararlar verebilmesine bağlıdır. Bu bakımdan öğrencilerin geometriyi gerçek yaşam durumlarında kullanabilmesi işlevsel çözümler üreterek yaşamı kendisi için daha kolay bir hale getirmesi açısından önemli olacaktır.

2. 1. 1. 2. Geometrik Problem Çözme

Geometrik problemlerin çözümü, bireyin sahip olduğu bilgileri ilgili probleme uygun şekilde düzenleyip kullanabilme becerisiyle değerlendirilir. Bu işlem, problem çözme süreci olarak tanımlanacaktır. Dolayısıyla geometrik problem çözme becerileri ve problem çözme becerileri aynı aşamalara sahiptir (Chvátal, Slezáková, & Popelka, 2024). Her iki problem çözme süreci de benzer bilişsel aşamalardan geçer: problemi anlama, çözüm stratejisi geliştirme, uygun yöntemleri ve araçları kullanma, çözümü uygulama ve değerlendirme. Geometrik problem çözme, görsel temsil ve mekânsal farkındalık gerektirdiği için özellikle çizim yapma, şekil analiz etme ve geometrik kavramları ilişkilendirme gibi ek unsurlar içerir. Ancak temel problem çözme aşamaları aynı kalır. Bu aşamalar geometrik probleme ilişkin muhakeme yapma, geometrik problemde var olan durum ile mevcut bilgileri ilişkilendirme, geometrik problemin çözümüne ilişkin modelleme üretme ve geometrik problemi çözme olarak belirlenebilir. Bu süreç, bireyin yalnızca mevcut bilgiyi kullanarak çözüm geliştirmesini değil, aynı zamanda geometrik düşünme becerilerini aktif olarak kullanmasını da gerektirir (Bostancı, Kuzu, & Sıvacı, 2020). Geometrik muhakeme, problemlerin yapısını analiz etmeyi, bilinmeyenleri belirlemeyi ve mantıksal çıkarımlarla doğru stratejiler oluşturmayı içerir (Kaya, Tapan Broutin, Arslan, & Ezentaş, 2023). Problemi anlamak için önce verilenler ve istenenler arasındaki ilişki kurulmalı, ardından uygun geometrik teoremler ve prensipler doğrultusunda bir model geliştirilmelidir. Modelleme süreci, bireyin problemi görselleştirmesine ve çözüm yollarını sistematik bir şekilde değerlendirmesine olanak tanır. Son aşamada ise geliştirilen çözüm stratejileri test edilerek doğruluk kontrolü yapılır ve elde edilen sonuçlar yorumlanır. Bu aşamalar sayesinde birey hem akademik ortamda hem de günlük yaşamda karşılaştığı geometrik problemler karşısında etkili ve analitik bir yaklaşım sergileyebilir. Dolayısıyla geometrik problem çözerken öğrencilerden mevcut geometrik bilgilerini uygun şekilde organize ederek ilişkilendirmesi, model oluşturma ve çözüme ulaşması beklenmektedir.

2. 1. 1. 3. Geometri Eğitiminde Gerekçelendirme

Geometri, çevremizdeki olayların temelindeki bağlantıları belirleyerek, bu bağlantılar sayesinde mevcut durumu anlamamıza ve geleceğe dair çıkarımlarda bulunmamıza yardımcı olan bir araç olarak görülebilir. Cai ve Cirillo (2014) geometri öğrenmenin ispat süreci aracılığıyla muhakeme etme becerilerini geliştiren bir öğretim etkinliği olduğunu belirtmesi bu durumu pekiştirmektedir. Geometrik ispat, sürekli olarak ileri düzeyde matematiksel muhakeme yapılmasını gerektiren bir süreç olup (Hanna, 2020) muhakemenin en iyi örneğidir (Nathan vd., 2021). Rosdiana, Budayasa ve Lukito (2019) geometri öğrenerek matematiksel muhakeme becerisine ulaşılabilceğine vurgu yaparak muhakemenin eleştirel ve mantıksal düşünmeyi içerdiğini ve analiz etme, sentezleme ya da bütünleştirme eylemlerini gerçekleştirmeye sürüklediğini belirtmiştir. Bu eylemlerin gerçekleştirilmesi ise geometri öğrenmenin matematiksel gerekçelere hâkim olmayı gerektirdiğinin bir göstergesidir. Muhakeme ve ispatın matematiksel iddialar oluşturma, bu iddiaları doğrulamak için gerekçelendirme şeklindeki eylemleri içeren çok yönlü bir süreç olması (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, 2009) bunu destekler niteliktedir. Gerekçelendirme, bir duruma ilişkin nedenlerin ifade edilmesidir (Mariotti, 2002). Bu bakımdan gerekçelendirmenin geometri kullanırken başvurulacak bir eylem olduğu ileri sürülebilir. Braithwaite'nin (2022) gerekçelendirmenin matematiksel muhakeme ile önemli ölçüde örtüştüğünü belirtmesi geometriyi kullanmada gerekli eylemlerden biri olduğunu pekiştirmektedir. González ve Herbst (2006) geometri dersinin okul matematiğinde bulunmasının, tümdengelimle dayalı düşünme becerilerinin gelişimi için önemli olduğu vurgulanmakta ve bu durum, gerekçelendirme yapmanın bireylere kazandırılması gereken temel bir matematiksel işlem olduğunu ortaya koymaktadır. Geometride gerekçelendirme yapan öğrencilerin sahip olduğu geometrik bilgiyi nerede ve neden kullanması gerektiğinin farkında olduğunun göstergesidir. Bu bakımdan öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin araştırılması var olan eksikliklerin ortaya çıkarılıp tamamlanması bakımından değerli olacaktır.

2. 1. 2. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematik eğitiminin temel amacı, öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneğini geliştirmesi, kendini matematik diliyle ifade edebilmesi, matematiğin önemini kavrayarak ona değer vermesi ve karşılaştıkları problemleri etkili bir şekilde çözebilme becerisi kazanmasıdır (Baki, 2008). Günümüzün hızla değişen dünyasında, öğrencileri çağın gereksinimlerine uygun şekilde yetiştirmek için geleneksel eğitim hedefleri artık yeterli olmamaktadır. Modern yaşamın karmaşıklığı ve sürekli değişen koşulları göz önünde bulundurulduğunda, matematik eğitiminin temel amaçları genişletilmeli ve öğrencilerin kavramsal anlama, stratejik düşünme, mantıksal akıl yürütme, yaratıcı problem çözme ve işlemleri akıcı bir şekilde gerçekleştirme becerileri kazanması sağlanmalıdır. Bu bağlamda, etkin bir matematik eğitimi, yalnızca temel matematiksel becerilerin kazandırılmasıyla

sınırlı kalmamalıdır. Bunun yerine öğrencilere matematiksel kavramlar üzerinde derinlemesine bir anlayış kazandırarak, aynı zamanda analitik düşünme, yaratıcı problem çözme ve stratejik yaklaşım geliştirme becerilerini de desteklemek gerekmektedir. Böylece, öğrenciler, eğitim süreçleri boyunca edindikleri matematiksel bilgileri, gerçek yaşam durumlarında etkili bir şekilde uygulayabilir. Bu yaklaşım, bireylerin sosyal, ekonomik ve kültürel bağlamlarda daha donanımlı hale gelmelerine katkı sağlayacaktır. Ülkemizde özel olarak geometri eğitimini ve geometriyi kullanmayı inceleyen çalışmalar yapılmamış olsa da konu ile yakında ilişkili olan “matematiği kullanma” kavramı üzerine çalışmalar yapılmıştır. Matematiği kullanma kavramı içinde yer alan gerçek yaşamda matematiği kullanma, bu çalışmada oluşturulan geometriyi kullanma becerilerinden gerçek yaşam durumlarında kullanma becerisinin kapsamındadır. Matematiği kullanma becerilerinden olan muhakeme ise bu çalışmada geometriyi gerekçelendirme becerisi olarak tanımlanmaktadır. Benzer şekilde problem çözme becerisi de geometrik problem çözme becerisi kapsamı içinde bulunmaktadır. Matematiği kullanma ve geometriyi kullanma kavramları birbirine çok yakın olmasına karşın, geometriyi kullanma süreçlerinde bireyin daha fazla görsel becerisini işe koştugu ve daha soyut problem durumlarıyla yüz yüze geldiği söylenebilir. Daha önce, bir kişinin matematiği etkili bir şekilde kullanabilmesi için tüm matematiksel becerilere sahip olmasının gerekliliği vurgulanmıştı. Dolayısıyla geometriyi kullanabilmenin ön koşulu da matematiği kullanma becerisine sahip olmadır denilebilir.

Schoenfeld (1992), matematiksel düşünmeyi öğrenme sürecini üç temel boyut üzerinden ele alır: problem çözme, üstbilis ve anlam üretme. Schoenfeld, matematik eğitiminde öğrenmenin yalnızca formel bilgi aktarımından ibaret olmadığını, öğrencilerin aktif olarak problemlerle karşılaşp anlamlı bağlantılar kurmaları ve kendi düşünme süreçlerini düzenleyebilmeleri gerektiğini savunur. Öğrencilerin, matematiksel problemlerle karşılaştıklarında sadece ezberlenmiş yöntemleri uygulamak yerine, problemi analiz edip uygun stratejiler geliştirmeleri gerektiği vurgulanır. Bu süreç, öğrencilerin olduğu durumu modelliyor, uygun çözüm yolları belirliyor ve çözümünü sistematik olarak yapılandırılmalarına imkân tanıyor. Schoenfeld, öğrencilerin problem çözme sürecinde kendi düşünme ve çözüm stratejilerini planlama, izleme ve değerlendirme yeteneklerinin (üstbilis becerilerinin) matematiksel anlayışın derinleşmesinde kritik rol oynadığını belirtir. Öğrencilerin neyi nasıl yaptıklarına dair farkındalık kazanmaları, hata yapma potansiyelini azalttığını ve öğrenilen bilgilerin kalıcılığını artırdığını savunur. Matematiksel bilgilerin sadece mekanik uygulamalara indirgenmemesi, öğrencilerin bu bilgileri yorumlayarak kişisel ve kavramsal anlamlar inşa etmeleri gerektiği vurgulanır. Bu süreç, formel matematiksel kavramların günlük yaşam ve diğ er bilgi alanlarıyla bağlantılandırılmasını sağlar; böylece öğrenciler, matematiğin mantığını ve içsel yapısını daha iyi kavrarlar. Schoenfeld’in yaklaşımı, matematiksel düşünme becerisinin geliştirilmesinde, öğrencilerin aktif katılımını ve kendi öğrenme süreçlerini düzenleyebilmelerini teşvik eden öğretim yöntemlerinin önemini ortaya koyar. Bu perspektif, öğretmenlere de matematik

öğretimini sadece işlemsel bilgi aktarımının ötesine taşıyarak, öğrencilerin derin kavramsal anlayış ve eleştirel düşünme becerilerini destekleyecek stratejiler geliştirmeleri yönünde rehberlik eder.

Schoenfeld (1985), matematiksel problem çözme sürecinin bakış açısını radikal bir şekilde genişleterek, bu sürecin yalnızca işlem bilgisi uygulamaktan ibaret olmadığını, aynı zamanda derin bilişsel ve metabilşsel bileşenlerin de kritik rol oynadığını ortaya koyar. Schoenfeld'e göre problem çözme, bilgi kullanımının ötesinde planlama, izleme ve değerlendirme süreçlerini içeren, dinamik ve çok katmanlı bir etkinlik olarak tanımlanır. Schoenfeld, öğrencilerin çözüm sürecinde izledikleri stratejilerin, sadece matematiksel kavramlara dayalı değil, aynı zamanda kendi düşünme süreçlerini düzenleyen ve hataları değerlendiren üstbilişsel yaklaşımlarla desteklendiğini vurgular. Bu kitapta, problem çözme esnasında kullanılan algoritmik yöntemler kadar, öğrencilerin problemle ilgili başlangıçtaki yaklaşım, strateji seçimi ve sürecin kendi kendine kontrolü de ele alınır. Bu bakış açısı, matematiksel bilgi ve becerinin, öğrencilerin inançları, tutumları ve öğrenmeye dair öz-farkındalıklarıyla birlikte değerlendirilmesi gerekliliğini ifade eder. Schoenfeld, geleneksel matematik öğretim yöntemlerinin, öğrencileri yalnızca formülleri ve rutin işlemleri ezberlemeye teşvik ettiğini ve bu yaklaşımın, gerçek problem çözme yeteneklerini geliştirmekte yetersiz kaldığını eleştirir. Bunun yerine, öğrencilerin aktif olarak problem çözme süreçlerine katıldığı, stratejilerini geliştirdiği ve kendi düşünce süreçlerini düzenlediği öğrenme ortamlarının oluşturulması gerektiğini savunur. Bu kitap, matematik eğitimi araştırmalarında problem çözmenin bilişsel ve duygusal boyutlarını anlamaya yönelik sağlam bir kuramsal çerçeve sunar. Matematiksel problem çözme süreçlerini bütüncül bir bakış açısıyla ele alarak, öğrencilerin sadece prosedürel bilgi değil, aynı zamanda üstbilişsel yetkinlikler ve eleştirel düşünme becerileriyle de donatılmasını savunur. Bu yaklaşımlar, matematik eğitiminin hem kuramsal hem de pratik yönlerinde önemli etkiler yaratmış ve sonraki araştırmalara ilham kaynağı olmuştur.

Schoenfeld (1982), öğrencilerin matematiksel problemleri çözme sürecinde yalnızca hesaplama becerilerine dayanmamak gerektiğini; bunun yerine, strateji seçimi, kavramsal yapılandırma ve analitik düşünme gibi kapsamlı bilişsel süreçlerin devreye girdiğini vurgular. Öğrencilerin problem çözme sürecinde, ne yaptıklarını izleyip değerlendirebilme (üstbiliş) yetilerinin önemli olduğunu ifade eder. Schoenfeld, öğrencilerin hatalarını fark etmeleri, stratejilerini gerektiğinde değiştirmeleri ve çözüm sürecini kontrol altında tutmaları gerektiğini savunur. Bu makale, geleneksel öğretim yöntemlerinin öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini desteklemede yetersiz kaldığını, bu nedenle daha etkileşimli ve strateji odaklı yaklaşımların benimsenmesi gerektiğini öne sürer. Schoenfeld, öğrencilerin matematiksel problemleri çözme konusunda sahip oldukları inanç sistemlerinin ve duygusal durumların da başarı üzerinde etkili olduğunu belirtir. Bu nedenle, matematik eğitiminin yalnızca bilişsel değil, aynı zamanda motivasyon ve inanç sistemlerini de geliştirecek şekilde planlanması gerektiğini savunur. Bu durum matematiksel problem çözmenin sadece algoritmik işlemlerden ibaret olmadığını; aynı

zamanda öğrencilerin stratejik düşünme, kendini düzenleme ve kavramsal bağlantılar kurma gibi karmaşık bilişsel ve metabilişsel yetkinliklere dayalı olduğunu ortaya koyar. Bu perspektif, matematik eğitiminde sadece bilgi aktarımının ötesine geçip, öğrencilerin gerçek anlamda matematiksel düşünebilen bireyler haline gelmelerini destekleyecek öğretim stratejilerinin geliştirilmesi için bir temel sunmaktadır.

Hayal Yavuz (2011), 12. sınıf öğrencilerinin matematiği kullanma becerileri analiz etmeye çalışmıştır. Bunun için ilk olarak geniş kapsamlı bir literatür taraması yapmış ve "matematiği kullanma" kavramı tanımlamıştır. Öğrencilerin matematiği kullanma becerilerini belirlemek amacıyla daha önce yapılmış çalışmalardan elde edilen veriler bir araya getirilerek bir sentez oluşturmuştur. Öğrencilere uygulanacak gerçek yaşam problemleri belirlenmiş ve bu problemler üzerinden klinik mülakatlar yapmıştır. Araştırmanın pilot çalışmasında ve asıl çalışmasında iki farklı okulda sırasıyla 10 öğrenci ve 6 öğrenci ile çalışmıştır. Değerlendirme sürecinde, her bir sorunun içerdiği beceriler doğrultusunda oluşturulan değerlendirme cetveli kullanılarak öğrencilere puanlar vermiş ve bu puanların toplamı ile her öğrenci için Matematik Kullanımı (MK) puanı belirlemiştir. Bu puanlara karşılık gelen seviyeler belirlenmiş ve böylece her öğrencinin bu becerileri hangi düzeyde kullandığı tespit etmiştir. Bu değerlendirme süreçlerinden elde edilen verilerle, öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözerken matematiksel becerilerini nasıl kullandıkları yorumlanmaya çalışmıştır.

Altun ve Memnun (2008), matematik öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerilerini ve bu konudaki düşüncelerini incelemektedir. Araştırma, öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde karşılaştıkları zorlukları ve bu zorluklarla başa çıkma stratejilerini anlamayı amaçlamaktadır. Çalışma kapsamında, öğretmen adaylarına çeşitli rutin olmayan matematiksel problemler verilmiş ve bu problemleri çözme süreçleri gözlemlenmiştir. Bu çalışma, öğretmen adaylarının rutin olmayan problemlere yaklaşırken benimsedikleri stratejileri ayrıntılı şekilde gözlem ve analiz etmektedir. Bu stratejiler arasında, problemi parçalama, hipotez oluşturma, farklı çözüm yollarını deneme ve gerektiğinde strateji değiştirme gibi yaklaşımlar bulunur. Analiz, adayların bu stratejileri kullanırken esneklik gösterip göstermediklerini ve hangi noktada rutin yöntemlere yöneldiğini ortaya koyar. Çalışma, adayların problem çözme sürecinde karşılaştıkları temel güçlükleri de detaylandırmaktadır. Özellikle, problemin yapısal özelliklerini doğru kavrayamama, strateji seçiminde yetersizlik, zaman yönetimi ve üstbilişsel süreçlerde ortaya çıkan aksaklıklar öne çıkan zorluklar arasında belirtilmiştir. Bu zorluklar, adayların matematiksel düşünme ve problem çözme süreçlerini nasıl organize ettiklerine dair önemli ipuçları vermektedir. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının problem çözme becerilerini geliştirmek için daha fazla destek ve rehberlik gerektiğini göstermektedir. Altun ve Memnun'un (2008) çalışması, matematik öğretmeni adaylarının rutin olmayan matematiksel problemleri çözme becerilerini ve bu konudaki düşüncelerini anlamak için önemli bir katkı sağlamaktadır.

Galbraith ve Stillman (1998), ortaöğretim öğrencilerinin matematik bilgisini gerçek yaşam bağlamlarında nasıl uygulayabildiklerini incelerken, bu süreçte gelişen üstbilişsel özelliklere odaklanır. Çalışma, öğrencilerin matematiksel problem çözme esnasında kullandıkları stratejileri – planlama, izleme, değerlendirme gibi düşünce düzenleme süreçlerini – detaylı olarak gözlemler ve analiz eder. Araştırmacılar, öğrencilerin gerçek dünya problemlerine yaklaşırken yalnızca formel matematik bilgisine değil, aynı zamanda kendi düşünce süreçlerini düzenleyebilme yeteneklerine de büyük önem verdiklerini ortaya koyar. Bulgular, daha yüksek metakognitif farkındalığa sahip öğrencilerin, problemleri çözme esnasında stratejilerini daha etkin kullanabildiğini ve matematiksel bilgiyi gerçek yaşam durumlarına daha başarılı bir şekilde entegre edebildiklerini göstermektedir. Çalışma, eğitimcilerin matematik öğretiminde öğrencileri sadece kavramsal bilgi ile değil, aynı zamanda üstbilişsel süreçlerini aktif olarak kullanmaya teşvik eden stratejiler geliştirmeleri gerektiğini vurgular. Dolayısıyla bu çalışmada, matematiksel uygulama becerilerinin geliştirilmesinde üstbilişsel stratejilerin merkezî rolünü ortaya koymakta ve gerçek yaşam bağlamlarıyla matematiği ilişkilendiren öğretim yaklaşımlarının önemine dikkat çekmektedir.

Inoue (2008), matematiksel öğrenmenin günlük bilgiyle ilişkilendirilmesi üzerine odaklanmaktadır. Çalışma, öğrencilerin matematiksel kavramları ve becerileri günlük yaşamlarında nasıl kullanabileceklerini ve bu bağlantının öğrenme sürecini nasıl etkilediğini incelemektedir. Inoue, matematiksel öğrenmenin daha anlamlı ve kalıcı olabilmesi için öğrencilerin matematiksel bilgilerini günlük yaşamla ilişkilendirmelerinin önemini vurgular. Çalışma, öğrencilerin matematiksel kavramları günlük yaşamla ilişkilendirme becerilerini geliştirmek için minimalizm ilkesini benimsemektedir. Inoue, minimalizmin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ve problem çözme becerilerini geliştirmede etkili bir yaklaşım olduğunu savunur. Inoue, bu çalışmada pedagojik süreçlerde gereksiz bilgilerin ve öğelerin çıkarılmasının, öğrencilerin önemli matematiksel kavramları daha net kavramalarını sağladığını belirtir. Bu yaklaşım, öğrenme materyallerinin sadeleştirilmesi ve temel konseptlerin vurgulanmasıyla, öğrencilerin dikkatini gereksiz detaylardan uzaklaştırıp öz bilgiyi edinmelerine imkân tanır. Inoue, sadeleştirilmiş modeller ve örneklerle öğrencilerin, sıradan yaşam deneyimlerinden yola çıkarak matematiksel kavramların temel yapısını fark etmeleri ve bunları pratik problemlere uygulamaları gerektiğini savunur. Minimalizmin öğrencilerin üstbilişsel aktivasyonunu artırarak, kendi düşünme süreçlerini düzenlemelerine yardımcı olduğunu; böylece matematiksel bilgiye dair derinlemesine anlam üretimi ve daha etkin problem çözme stratejileri geliştirdiklerini ortaya koyar. Bu yönüyle minimalizm, sadece bilgi aktarımını değil, aynı zamanda öğrencilerin aktif öğrenme süreçlerini destekleyen bir yaklaşımdır. Bu doğrultuda Inoue'nun çalışması, müfredat ve öğretim materyallerinin basitleştirilmesiyle öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek yaşamla bütünleştirebilecekleri, anlamlı ve kalıcı öğrenme deneyimleri elde edebilecekleri bir ortamın yaratılması gerektiğini vurgular.

PISA 2003 araştırması, 15 yaşındaki öğrencilerin, okullarında öğrendikleri matematik bilgisini gerçek yaşam problemlerini çözme süreçlerinde ne derece etkili kullandıklarını inceleyen geniş kapsamlı bir uluslararası çalışmadır. Çalışmada, matematiksel bilgi ve becerilerin yalnızca sınıf içi kuramsal bilginin ötesine geçerek, günlük hayatın çeşitli bağlamlarına nasıl aktarıldığına, problem çözme stratejileri ve yorum yeteneklerine odaklanılmıştır. PISA, öğrencilerin matematiksel okuryazarlık düzeylerini değerlendirirken, bu bilgilerin günlük yaşamdaki pratik durumlara entegrasyonunu ölçebilmek adına tasarlanmış özgün test araç ve senaryolar kullanmıştır. Araştırma bulguları, farklı ülkelerin eğitim sistemlerinin öğrencilerin matematik bilgisini uygulama yetenekleri üzerinde belirgin etkileri olduğunu göstermiştir. Özellikle, uygulamalı matematik öğretimine daha fazla yer veren sistemlerde öğrencilerin gerçek yaşam problemlerine yaklaşım ve çözüm stratejilerinde daha başarılı oldukları ortaya konulmuştur. Bu veriler, eğitim politikalarının ve müfredat düzenlemelerinin, öğrencilerin sadece akademik bilgiye değil, aynı zamanda bu bilgiyi pratik yaşam durumlarında etkin kullanabilme becerisine de odaklanması gerektiğini vurgulamaktadır.

Rose (1991), ilköğretim öğrencilerinin rutin olmayan, alışılmışın dışında problemlerin çözüm süreçlerinde kullandıkları stratejileri ve ortaya koydukları becerileri derinlemesine incelemektedir. Çalışmada, öğrencilerin geleneksel algoritmik yöntemlerin dışında, karşılaştıkları yeni ve belirsiz problem durumlarıyla başa çıkmak için hangi düşünme yollarını benimsedikleri analiz edilmiştir. Öğrenciler, alışılmış yöntemlerinin ötesine geçerek, problem çözümünde problem parçalama, deneme-yanılma, hipotez geliştirme, görsel temsil ve mantıksal çıkarım gibi çeşitli stratejiler kullanmaktadır. Bu yöntemlerin bazı öğrenciler tarafından esnek ve yaratıcı bir şekilde uygulanabildiği, bazılarının ise daha sınırlı stratejiler kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştığı belirlenmiştir. Çalışma, öğrencilerin yalnızca matematiksel bilgi değil, aynı zamanda kendi düşünme süreçlerini değerlendirme ve yönlendirme yeteneğine (üstbiliş) sahip olmalarının, rutin olmayan problemlerde başarılı olmada kritik bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Metabilişsel farkındalığı yüksek olan öğrenciler, problem çözme esnasında stratejilerini gözden geçirip gerektiğinde değiştirme eğilimindedir. Rose, erken matematik eğitiminde rutin olmayan problem çözme becerilerinin geliştirilmesinin önemine vurgu yaparak, öğretmenlerin öğrencilerin farklı stratejilere açık olmasını destekleyecek öğretim yöntemleri kullanmasının gerekliliğini belirtmiştir. Böylece öğrenciler, ilerleyen akademik süreçlerde daha karmaşık matematiksel düşünme becerileri kazanabilirler.

Yeşildere (2006), ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerini ve bilgiyi oluşturma biçimlerini, öğrencilerin sahip oldukları farklı matematiksel güç seviyeleri bağlamında incelemektedir. Çalışmanın temel amacı, öğrenciler arasında matematiksel kavramları nasıl yapılandırdıkları, problem çözme yaklaşımlarını ve akıl yürütme süreçlerini ortaya koyarak bu süreçlerdeki farklılıkları belirlemektir. Çalışmada, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde

nasıl akıl yürüttükleri, problemler karşısında hangi stratejileri devreye soktukları detaylı olarak incelenmiştir. Öğrencilerin problem çözme esnasında kullandıkları somut ve soyut düşünme tarzları, matematiksel kavramlar arasında bağlantı kurma biçimleri değerlendirilmiştir. Çalışma, öğrencilerin matematiksel güç düzeylerine göre farklı stratejiler benimsediklerini ortaya koymuştur. Yüksek matematiksel yeteneklere sahip öğrencilerin daha çok soyut kavramsallaştırma ve mantıksal çıkarım süreçlerine yöneldiği, düşük matematiksel güçteki öğrencilerin ise daha somut, örnek temelli ve görsel destekli stratejiler kullandığı gözlemlenmiştir. Çalışma sonuçları, öğretmenlerin sınıf içindeki farklı matematiksel yeteneklere sahip öğrencilerin öğrenme süreçlerini desteklemek amacıyla bireyselleştirilmiş öğretim stratejileri geliştirmeleri gerekliliğine işaret etmektedir. Böylece, her öğrencinin matematiksel düşünme ve bilgi inşasına yönelik ihtiyaçları daha etkili bir biçimde karşılanabilecektir.

Tertemiz ve Çakmak (2003), ilköğretim I. kademedeki matematik derslerinde problem çözme süreçlerinin nasıl yürütüleceğini, bu süreçlerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmedeki rolünü somut örneklerle ele alan bir eserdir. Kitap, problem çözmenin matematiksel etkinlikler içinde ne kadar merkezi bir yer tuttuğunu vurgulayarak, öğretmenlere ve eğitimciler için uygulamaya yönelik stratejiler sunar. Eserde, çeşitli problem çözme yaklaşımları detaylandırılırken, klasik ve yenilikçi yöntemlerin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarına nasıl yardımcı olabileceği tartışılır. Pratik ders örnekleri, örnek sorular ve çözüm yolları aracılığıyla, öğrencilerin karşılaştıkları rutin olmayan problemlere yaratıcı ve analitik yaklaşımlar geliştirmeleri desteklenir. Bu süreçte, öğretmenlerin rolü ve sınıf içi rehberlik stratejileri de ön plana çıkarılarak, öğrenme ortamının zenginleştirilmesine yönelik öneriler sunulmaktadır. Sonuç olarak, kitap; problem çözme sürecine yönelik model ve yöntemleri örneklenirerek, ilköğretim düzeyindeki matematik eğitiminde öğrencilerin aktif katılımını ve derinlemesine öğrenmeyi teşvik etmeyi amaçlamaktadır. Sunulan örnekler, öğretmenlerin ders planlarını ve uygulama stratejilerini geliştirirken, öğrencilerin matematiksel düşünce becerilerini etkin bir şekilde inşa etmelerine olanak tanıyacak yaklaşımları benimsemelerine yardımcı olmaktadır.

Stillman ve Galbraith (1998), ortaöğretim öğrencilerinin matematik bilgisini gerçek dünyadaki uygulamalara nasıl dönüştürdükleri incelenmiştir. Çalışma, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde sadece bilişsel stratejileri değil, bu sürecin üstbilişsel yönlerini de öne çıkarır. Çalışmada, öğrencilerin problem çözme sırasında planlama, izleme, değerlendirme gibi üstbilişsel süreçleri nasıl kullandıkları ve bu süreçlerin gerçek dünya bağlantıları içindeki matematiksel uygulamaları nasıl etkilediği detaylandırılmıştır. Çalışma kapsamında öğrencilerin problem çözme oturumları analiz edilerek, üstbilişsel farkındalık düzeylerinin matematiksel başarı üzerindeki etkileri ortaya konulmuştur. Bulgular, yüksek üst biliş becerilere sahip öğrencilerin, karşılaştıkları problemleri daha esnek, yaratıcı ve etkili yöntemlerle çözebildiklerini göstermiştir. Bu öğrenciler, problem çözme sürecinde kendi düşünce yapılarını izleyip optimize etme yetenekleri sayesinde,

matematik bilgisini günlük yaşam problemleriyle başarılı bir şekilde ilişkilendirme kapasitesine sahiptir. Çalışma; matematik öğretiminde yalnızca konu bilgisine değil, aynı zamanda öğrencilerin üstbilişsel stratejilerini geliştirmeye yönelik uygulamaların önemine vurgu yapmaktadır. Bu durum da eğitimcilerin derslerde öğrencilerin düşünme süreçlerini yapılandırmalarını ve problem çözme stratejilerini desteklemelerini gerektiren pedagojik yaklaşımlara ışık tutmaktadır.

Lithner (2000), matematiksel görev çözme süreçlerinde akıl yürütmenin rolünü detaylı bir şekilde incelemektedir. Çalışmada, matematiksel akıl yürütme; bilgiyi anlamlandırma, kavramsal modeller geliştirme ve problem çözme sürecinde stratejik kararlar alma olarak tanımlanır. Yazar, bu süreçte kullanılan mantıksal çıkarım, analitik düşünce ve modelleme yöntemlerini ortaya koyarak, matematiksel problem çözmeye başarılı olmanın temel dinamiklerini açıklamaya çalışır. Bu doğrultuda, çalışma, çeşitli matematiksel görevler üzerinden öğrencilerin çözüm stratejilerini ve akıl yürütme süreçlerini gözlemlemeye dayanır. Öğrencilerin, görevleri çözerken adım adım izledikleri düşünce süreçleri; model oluşturma, veri yorumlama ve stratejik planlama gibi unsurlar ayrıntılı olarak analiz edilmiştir. Lithner, öğrencilerin gösterdikleri akıl yürütme kalıplarını ve bu kalıpların matematiksel başarıya etkisini örnek olaylar ve nitel analiz yöntemleriyle değerlendirmiştir. Bu çalışma, matematiksel akıl yürütmenin problem çözme sürecinde kritik bir bileşen olduğunu ve bu yeteneğin sistematik olarak desteklenmesinin, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini derinleştireceğini ortaya koyar. Lithner, eğitimciler için, öğrencilerin eleştirel ve yaratıcı düşünme süreçlerini geliştirecek pedagojik stratejilere vurgu yaparak; matematik eğitiminin, yalnızca kavramsal bilgi aktarımını değil, aynı zamanda bu tür akıl yürütme süreçlerini de teşvik etmesi gerektiğini savunur.

Mandacı Şahin (2007), 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel gücünü belirlemeyi amaçlamaktadır. Mandacı Şahin, matematiksel gücü öğrencilerin matematiksel kavramları anlama, problem çözme becerileri, mantıksal akıl yürütme ve uygulama yetkinlikleri açısından ele almış; literatürde yer alan tanım, ölçüt ve modelleri inceleyerek teorik çerçeveyi oluşturmuştur. Çalışmada, matematiksel gücün hem bilişsel hem de meta bilişsel yönleri dikkate alınmış, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri sistematik olarak analiz edilmiştir. Tezin metodolojik kısmında, 8. sınıf öğrencilerinden oluşan örneklem grubuna yönelik olarak geliştirilmiş ölçme araçları (yazılı testler, gözlem formları, mülakatlar vb.) kullanılmıştır. Toplanan nicel ve nitel veriler, istatistiksel analiz yöntemleri ile değerlendirildiğinde, öğrenciler arasında matematiksel güç açısından önemli farklılıkların bulunduğu gözlemlenmiştir. Özellikle problem çözme stratejileri, kavramsal anlama ve mantıksal çıkarım gibi bileşenler, öğrencilerin matematiksel gücünü belirlemede kritik rol oynamıştır.

Lange (1996), matematiğin eğitimsel bağlamda nasıl kullanılabileceğini ve uygulamaya geçirilebileceğini çok yönlü bir perspektiften ele almaktadır. Makale, matematiğin sadece soyut teorik bilgi olarak değil; aynı zamanda gerçek dünya problemlerini çözmek, eleştirel düşünceyi

geliştirmek ve günlük yaşamdaki uygulamalara dönüştürülebilir bir araç olarak nasıl algılanması gerektiğini tartışır. Lange, matematiğin tarihsel evrimine ve eğitim sistemlerinde matematik bilgisinin uygulanmasına dair ortaya koyduğu yaklaşımlarla, konunun kökenlerini ve gelişimini değerlendirir. Matematiğin hem kuramsal hem de pratik yönlerinin nasıl dengeye kavuşturulabileceğine dair kuramsal argümanlar sunar. Çalışma, matematiğin uygulanabilir yanını vurgulayarak, geleneksel öğretim yöntemlerinin ötesinde, öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek yaşam durumlarına adapte edebilmeleri için gereken düşünsel süreçlere odaklanır. Bu bağlamda, problem çözme, model oluşturma ve eleştirel düşünme becerilerinin geliştirilmesinin önemine işaret eder. Çalışma, öğretmenlerin sınıf ortamlarına matematiksel uygulama odaklı etkinlikler entegre ederken karşılaştıkları zorluklar ile bu süreci destekleyecek stratejik yaklaşımları tartışır. Öğrencilerin matematiği “yaşamaları” ve günlük problemlerle ilişkilendirmesi için öğretim programlarının ve değerlendirme yöntemlerinin yeniden yapılandırılmasına yönelik öneriler sunar.

Karikj (2005), matematiksel problem çözme süreçlerini ve modellemenin eğitimdeki uygulamalarını incelerken, bu yaklaşımların özel eğitim ve rehabilitasyon alanlarında nasıl değerlendirilebileceğine odaklanmaktadır. Çalışma, matematiksel problem çözmenin yalnızca formüllerin uygulanması değil, aynı zamanda kavramsal düşünme, strateji geliştirme ve eleştirel değerlendirme süreçlerini içerdiğini vurgular. Çalışmada, matematiksel modellemenin, somut durumları soyut matematiksel yapılandırmalara dönüştürmede önemli bir araç olduğu ve bu sayede öğrencilerin gerçek dünya problemlerine yaklaşımının zenginleştirilebileceği ortaya konulmaktadır. Özellikle, özel eğitim gereksinimlerine sahip öğrencilerin öğrenme süreçlerine yönelik uygulamalı modeller ve problem çözme stratejileri, bilişsel gelişimlerini destekleyici ve rehabilitasyon süreçlerine katkı sağlayıcı unsurlar olarak sunulmaktadır. Matematiksel problem çözme ve modelleme uygulamalarının, öğretim süreçlerine yenilikçi bir boyut kazandırdığını ve özel eğitim ile rehabilitasyon süreçlerini geliştirecek stratejik müdahaleler için önemli bir temel oluşturduğunu göstermektedir. Bu bağlamda, eğitimciler için matematiğin hem teorik hem de uygulamalı yönlerinin entegre edilmesi, öğrenci başarısının ve bireysel gelişimin desteklenmesinde kritik rol oynar.

Close vd. (1992), matematiksel bilgiyi sadece ezberlemek yerine, öğrencilerin gerçek dünya problemleriyle etkileşime girerek kavramları nasıl kullanıp uygulayabildiklerine odaklanır. Bu bağlamda, materyalde yer alan görev örnekleri, rubrikler ve değerlendirme kriterleri, öğrencilerin problem çözme, analiz yapma ve yaratıcılık gösterme gibi uygulamalı matematiksel yetkinliklerinin sistematik olarak ölçülmesi için rehber görevi görür. Yazarlar, ölçme süreçlerinin geliştirilmesinde; öğretmenlerin, sınav değerlendiricilerinin ve müfredat tasarımcılarının dikkat etmesi gereken hususları ortaya koymaktadır. Materyal, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini somutlaştıran uygulamalı görevler sunarak, ölçme araçlarının standartlaştırılması ve karşılaştırılabilir hale getirilmesi için önerilerde bulunur. Böylece, matematiksel uygulamalara dayalı öğrenme ve problem çözme süreçlerinin değerlendirilmesi, eğitimde daha etkin ölçme yöntemleriyle

desteklenmektedir. Çalışma; matematiksel uygulama ve kullanım becerilerinin ölçülebilir hale getirilmesi konusunda kapsamlı bir yaklaşım sergileyerek, öğrencilerin sadece teorik bilgiyi değil, aynı zamanda bu bilgileri pratik durumlara adapte edebilme yeteneklerini de ön plana çıkarmaktadır. Bu da eğitim alanında, matematiksel düşüncenin gerçek yaşamla nasıl bütünleştirilebileceğine dair önemli ipuçları vermektedir.

Blum vd. (2007), matematik eğitiminde modellemenin ve uygulamaların rolünü bütüncül bir perspektiften ele alarak, soyut matematiksel kavramlar ile gerçek dünya problemleri arasındaki bağlantıyı güçlendirmeyi amaçlamaktadır. İCMI'nin 14. çalışması olan bu derlemede, uluslararası arenadan birçok araştırmacı; matematiksel modellemenin, öğrencilerin problem çözme, eleştirel düşünme ve kavramsal yapılandırma becerilerini geliştirmedeki işlevini ve pedagojik potansiyelini tartışmaktadır. Kitapta yer alan makaleler, matematiksel modellemenin teorik temellerini, geliştirilme süreçlerini ve sınıf içi uygulamalarını detaylandırırken, modellemenin öğrenme ortamlarında nasıl somutlaştırılabileceğine dair ampirik ve vaka çalışmaları sunulmaktadır. Yazarlar, modelleme sürecinin; öğrencilerin matematiksel bilgiyi anlamlandırmalarını, gerçek yaşam durumlarına uyarlamalarını ve karmaşık problemleri analiz etmelerini destekleyen güçlü bir araç olduğunu vurgularlar. Ayrıca, öğretim programlarının ve müfredat tasarımlarının modele dayalı yaklaşımlarla zenginleştirilmesinin, matematiksel okuryazarlığın artırılmasında kritik olduğunu belirtirler. Çalışma, matematiksel modelleme uygulamalarının hem kuramsal hem de pratik yönlerini bütünleştirerek, eğitimde yenilikçi stratejiler geliştirmek isteyen araştırmacılar ve uygulayıcılar için kapsamlı bir rehber sunar. Bu çalışmalar, matematik eğitiminde modellemenin entegrasyonunun, öğrencilerin derinlemesine öğrenme deneyimlerine ve yaşamla bütünleşen matematiksel beceriler geliştirmelerine nasıl katkı sağladığını ortaya koymaktadır. Bernardo (1999), matematiksel kelime problemlerini anlama ve çözüme öğrencilerin karşılaştığı temel engelleri incelemektedir. Çalışmada, kelime problemlerinin çözüm sürecinde yalnızca matematiksel bilgi değil, aynı zamanda dilsel ve kavramsal becerilerin önemli bir rol oynadığı vurgulanır. Öğrenciler, problem metinlerindeki anlatım biçimleri, karmaşık cümle yapıları ve matematiksel terimlerin kullanımı nedeniyle, problemin gerçek anlamını tam olarak kavrayamamaktadır. Bu durum, metni doğru yorumlama ve problemi matematiksel modele dönüştürme sürecinde ciddi aksaklıklara yol açmaktadır. Öğrenciler, problemde sunulan durumları matematiksel kavramlara uyarlamada ve problemdeki verilerle ilişkili matematiksel yapıları oluşturma aşamasında güçlük yaşamaktadır. Bu kavramsal belirsizlik, problemin çözümüne giden yolun doğru anlaşılmasını engeller. Öğrencilerin, problemi doğru çözme stratejilerini seçmede ve çözüm sürecinde uygun yöntemleri uygulamada yaşadıkları aksaklıklar da önemli bir faktördür. Öğrenciler, genellikle problemlerin hangi adımlarla çözüme ulaşılacağı konusunda yeterli rehberlikten yoksundur. Bernardo, bu engellerin aşılabilmesi için öğretim süreçlerinde kelime problemlerine yönelik özel stratejiler geliştirilmesi gerektiğini savunur. Örneğin, problem çözüm sürecinin aşamalarının açıkça belirlenmesi, öğrencilerin

okuduğunu anlama becerilerinin desteklenmesi ve matematiksel kavramların somut örneklerle pekiştirilmesi önerilmektedir. Çalışmanın bulguları, etkili müdahale ve öğretim stratejilerinin, öğrencilerin kelime problemlerini daha doğru ve verimli bir şekilde çözmelerine katkı sağlayacağını göstermektedir. Çalışma dilsel, kavramsal ve stratejik bariyerlere odaklanarak, kelime problemlerinde karşılaşılan güçlüklerin sistematik olarak ele alınmasının ve öğretim süreçlerine entegre edilmesinin önemine vurgu yapmaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde kritik bir rol oynayarak, genel matematiksel başarı üzerinde olumlu etkiler yaratma potansiyeline sahiptir.

2. 2. Literatür Taraması Sonucu

Yapılan literatür taramaları, matematik eğitimi alanında gerçekleştirilen çalışmaların büyük çoğunluğunun genel matematiksel becerilerin kullanımına odaklandığını göstermektedir. Ancak geometri, soyut yapısı nedeniyle öğrenciler tarafından anlaşılması daha güç olan bir disiplin olarak öne çıkmakta ve bu durum, somutlaştırmaya yönelik öğretim yaklaşımlarının önemini artırmaktadır. Araştırmalar, geometriyi kullanma, geometrik problemleri çözme ve geometrik gerekçelendirme becerilerinin, öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerini geliştiren temel bileşenler olduğunu ortaya koymaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin kavrama düzeylerini yükseltmek ve geometriyi daha anlaşılır hale getirmek amacıyla somut materyallerin, görsel araçların ve etkileşimli öğrenme ortamlarının kullanımı önerilmektedir. Özellikle problem çözme süreçlerinde, öğrencilerin sahip oldukları geometrik bilgileri nasıl kullandıkları ve bu bilgileri ne tür mantıksal gerekçelerle destekledikleri üzerine yapılan çalışmalar, eğitimde daha etkili ve kalıcı öğretim stratejilerinin geliştirilmesi açısından önemli katkılar sunabilir. Bu çıkarımlar doğrultusunda, geometri öğretiminde öğrencilerin yalnızca doğru cevaba ulaşmaları değil, aynı zamanda çözüm süreçlerini mantıksal temellere dayandırarak açıklayabilmeleri de büyük önem kazanmaktadır. Bu nedenle öğretim süreçlerinde öğrencilerin argümantasyon yetilerini geliştirmeye yönelik stratejilere yer verilmesi, onların geometriye dair daha derinlemesine düşüncelerini teşvik edebilir. Mantıksal gerekçelendirme süreçlerinde öğrencilerin kendi düşüncelerini yapılandırılmaları, farklı çözüm yollarını tartışmaları ve geometrik ilişkileri açıklamaları, onların üst düzey bilişsel becerilerini aktive eder. Bu bağlamda, öğretmenlerin geometri problemleriyle ilgili rehberlik rolü de yeniden tanımlanmalıdır. Öğrencilerin problem çözme stratejilerini paylaşımlarına, gerekçelendirme yapmalarına ve farklı bakış açılarını keşfetmelerine olanak tanıyan sınıf ortamları oluşturmak, öğrenme süreçlerini daha etkili kılar. Özellikle yapılandırılmış grup çalışmaları, açık uçlu sorular ve gerçek yaşam bağlamlarına dayalı etkinlikler, öğrencilerin geometri bilgilerini transfer edebilmeleri ve yorumlayabilmeleri açısından oldukça değerlidir. Geometri öğretiminin sadece teorik bilgi aktarımıyla sınırlı kalmaması, bunun yerine deneyimsel ve uygulamalı yaklaşımlarla desteklenmesi gerektiği literatürde sıkça vurgulanmaktadır. Bu doğrultuda, öğrencilerin geometrik kavramları

yalnızca ezberlemek yerine aktif olarak keşfetmeleri, problem çözme süreçlerinde farklı stratejiler geliştirmeleri ve gerçek yaşam bağlamlarında uygulamalı deneyimler yoluyla anlamlandırmaları hedeflenmektedir. Bu yaklaşım, soyut düşünme becerilerinin gelişimini desteklediği gibi öğrencilerin matematiksel kavramlara karşı daha olumlu tutum geliştirmesine de katkı sağlar. Deneyimsel ve uygulamalı yaklaşımların, özellikle soyut kavramlarla başa çıkmakta zorlanan öğrenciler için öğrenmeyi erişilebilir kıldığı ve kalıcı bilgi edinimini desteklediği literatürde sıklıkla vurgulanmaktadır. Dolayısıyla, gelecekte gerçekleştirilecek araştırmaların, öğrencilerin geometriyi daha etkin ve derinlemesine öğrenmelerini sağlayacak yenilikçi öğretim tekniklerine ve pedagojik modellere odaklanması büyük önem taşımaktadır. Bu tür çalışmalar sayesinde, matematik eğitiminde geometriye ayrılan yer hem daha anlamlı bir hale gelecek hem de öğrencilerin analitik düşünme ve akıl yürütme becerilerinin gelişimi daha güçlü biçimde desteklenmiş olacaktır.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yürütülmesinde kullanılan araştırma modeli, araştırmanın tasarımı, araştırma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

3. 1. Araştırma Modeli

Bu araştırmada, öğrencilerin sınıf düzeyleri arttıkça geometri kullanım becerilerindeki değişimi daha derinlemesine incelemek amacıyla nitel bir yaklaşım olarak durum çalışması modeli benimsenmiştir. Bu model kapsamında, her bir sınıf düzeyi (10, 11 ve 12. sınıflar) ayrı bir "durum" olarak ele alınmış ve öğrencilerin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme süreçleri ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Veri toplama sürecinde, öğrencilerin geometriye ilişkin düşünme biçimlerini, stratejik yaklaşımlarını ve kavramsal anlayışlarını ortaya koyabilmelerine imkân tanıyan açık uçlu sınav soruları geliştirilmiştir. Bu sınavlar, her sınıf seviyesine uygun şekilde düzenlenmiş ve uygulama zamanları öğrencilerin öğrenme düzeyleri ile ders programları dikkate alınarak planlanmıştır. Toplanan veriler değerlendirilmiş ve öğrencilerin geometri kullanımındaki benzerlikler ile farklılıklar sistematik bir şekilde ortaya konmuştur. Bu yöntemsel yapı, öğrencilerin geometri becerilerinin sınıf düzeyine göre nasıl evrildiğini derinlemesine anlamaya olanak sağlamıştır.

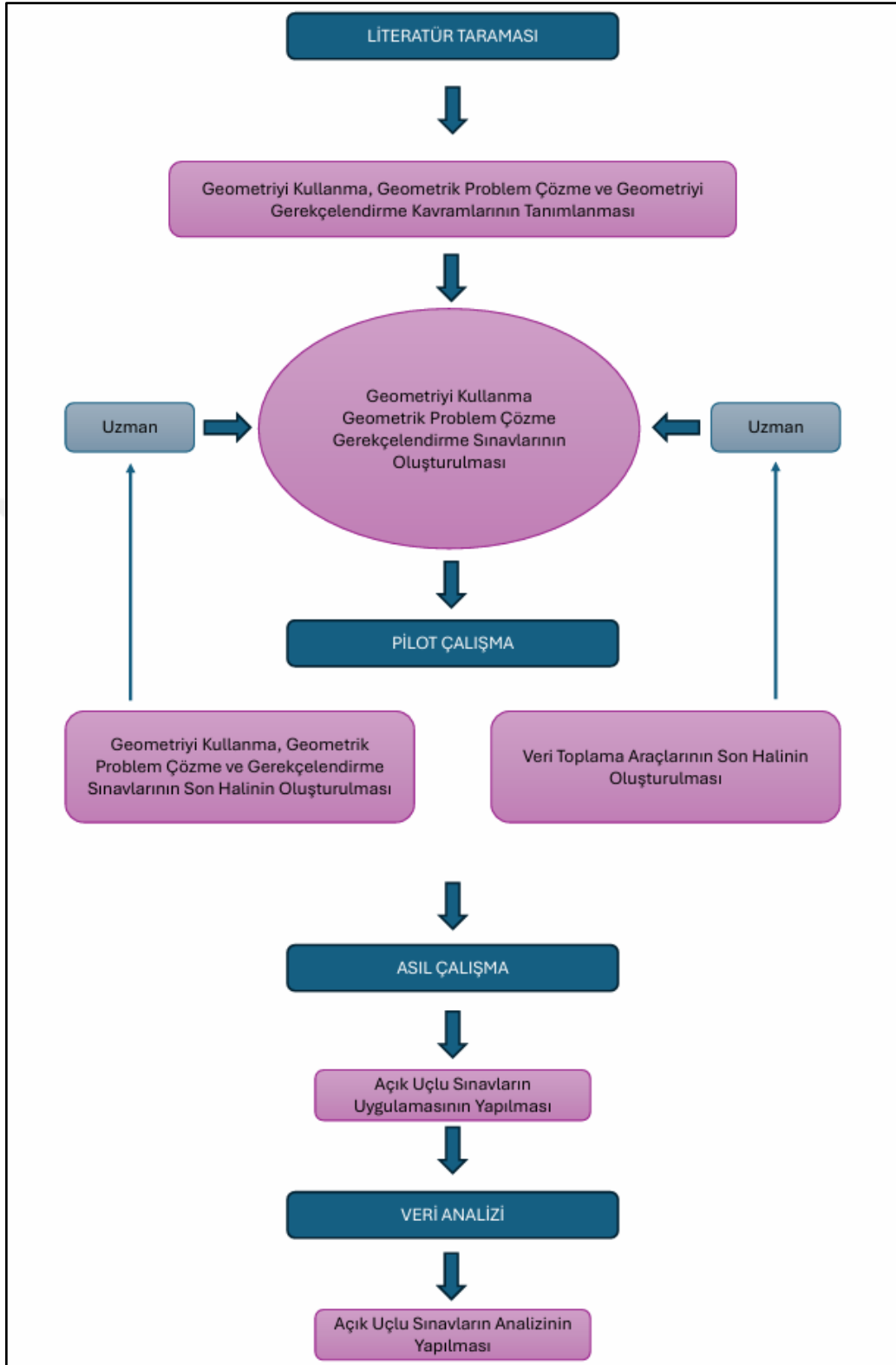
3. 2. Araştırmanın Tasarımı

Bu çalışmada, öğrencilerin geometriyi nasıl kullanabildiklerini değerlendirmek ve yorumlamak amacıyla, ilk önce "geometriyi kullanma" kavramı kuramsal bir zemine oturtulmuştur. Bu kapsamda “geometrik problem çözme” ve “geometriyi gerekçelendirme” becerileri tanımlanmıştır. Süreç içinde öğrencilerin gerçekleştirdikleri geometrik çalışmalar, oluşturulan bu beceriler temel alınarak incelenmiştir. Ayrıca, değerlendirme sürecinde Senk’in (1983) ortaöğretim düzeyindeki geometri öğrencilerinin ispat yazma başarıları incelediği çalışma referans alınmış ve geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve geometriyi gerekçelendirme becerilerinin belirlenmesine yönelik değerlendirme ölçütleri geliştirilmiştir. Bu ölçütler geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme bileşenleri için ayrı ayrı uyarlanmıştır. Her bir bileşen için paralel olacak şekilde göstergelere aynı puanlamalar yapılmıştır. Ortaöğretim seviyesinde öğrenim gören 10,11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla hazırlanacak bu araştırmada enlemsel araştırma modeli seçilmiştir. Çalışmada açık uçlu sınavlarla öğrencilerin sahip olduğu

geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerini derinlemesine incelemek, bu becerilerin yoğunluklarını, devamlılıklarını, değişimlerini belirlemek amaçlanmaktadır.

Uygulama aşamasında, öğrencilerin geometri kullanımını doğrudan gözlemlemeye yönelik özel bir araştırma bulunmadığından, matematik becerilerinin kullanımına ilişkin çalışmalar temel alınmış ve önceki araştırmalardan (Hayal Yavuz, 2011; Schoenfeld, 1985, & Schoenfeld, 1992) yararlanılmıştır. Geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerileri için ayrı ayrı problemler oluşturuldu. Bu problemler oluşturulurken ortaöğretim seviyesindeki geometri öğretim programı ve Baki'nin (2006) belirttiği matematiği kullanma göstergeleri dikkate alınmıştır. Pilot uygulama aşamasında, araştırmanın amaçlarına uygun ve geometriyi kullanma becerilerini gözlemleme sürecinde daha verimli sonuçlar veren problemler belirlenmiş, ardından asıl uygulama bu seçilen sorular temelinde gerçekleştirilmiştir. Bu araştırmada, öğrenim görülen sınıf seviyesi arttıkça geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin değişimini belirleme ön planda tutulmuştur.

Araştırma boyunca izlenen adımları gösteren akış diyagramı Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Araştırma boyunca izlenen adımlar

3. 3. Örneklem

Bu araştırmada uygulama yapılacak öğrencilerin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme yapabilme konusunda yetkin olması gerekmektedir. Dolayısıyla bu araştırmada LGS sonucunda %5’lik dilimdeki öğrencilerin yerleşebildiği bir proje okulu örneklem olarak belirlenmiştir. Ülkemizde matematik öğretim programları incelendiğinde ortaöğretim seviyesinde geometri konularının yoğunlukta olduğu görülmüştür. Bu bakımdan ortaöğretim seviyesinde araştırma yapılması planlanmıştır. 9. sınıf öğrencileri ortaöğretime yeni başladıkları için ilköğretim kademesindeki geometrik bilgiye sahip oldukları için çalışmaya dahil edilmeyecektir. Dolayısıyla bu çalışma 10, 11 ve 12. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Çalışmada yer alan öğrencileri gösteren Tablo 1’de aşağıda yer almaktadır.

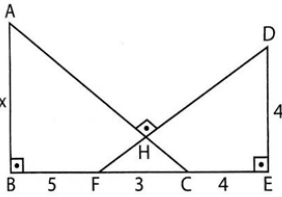
Tablo 1. Çalışmada Yer Alan Sınıf Grupları

Katılımcı Kodu	Sınıf Düzeyi	Frekans
Ö10	10. Sınıf	22
Ö11	11. Sınıf	24
Ö12	12. Sınıf	25

3. 4. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama araçlarını geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme başlıkları altında hazırlanan üç farklı açık uçlu sınav oluşturmaktadır. Pilot uygulamada kullanılan ve toplamda 5 adet açık uçlu sorudan oluşturulan veri toplama aracında yer alan sorular ortaöğretim geometri öğretim programındaki Pisagor Bağıntısı, Açıkortay Teoremi, Dik Üçgen, Üçgende Ağırlık Merkezi, Temel Benzerlik Teoremi alanlarıyla sınırlandırıldı. Bahsedilen konuların bulunduğu geometriyi kullanmayı, geometrik problem çözmeyi ve gerekçelendirmeyi gerektiren üç farklı sınav hazırlanmıştır. Hazırlanan sınavlarda yer alan bazı soruların içeriği ve konuları Tablo 2’de ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

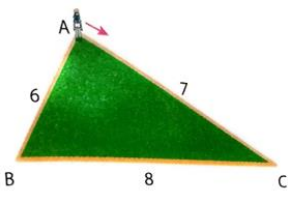
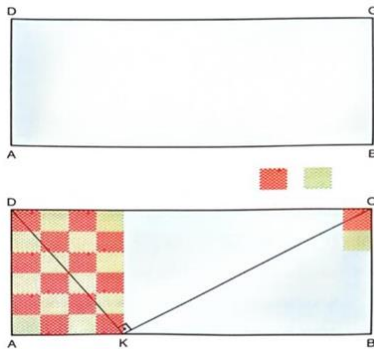
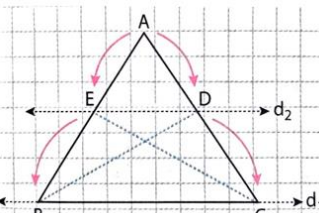
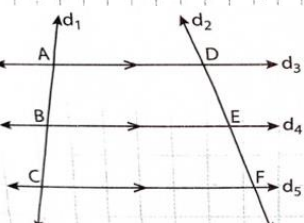
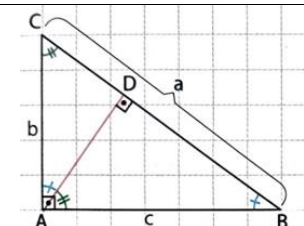
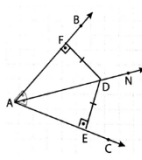
Tablo 2. Geometriyi Kullanma, Geometrik Problem Çözme ve Gerekçelendirme Sınavlarında Yer Alan Soruların İçeriği ve Konuları

Geometrik Şekil	İçerik	Konu
	Yukarıdaki şekilde ABC ve DEF dik üçgeninde $[AB] \perp [BE]$, $[DE] \perp [BE]$, $[AC] \perp [DF]$, $BF = 5 \text{ br}$, $CF = 3 \text{ br}$, $CE = 4 \text{ br}$, $DE = 4 \text{ br}$ olduğuna göre $AF = x$ kaç birim olduğunu bulunuz.	Dik Üçgen

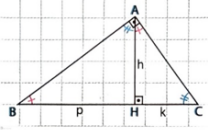
Tablo 2'nin devamı

	Yukarıdaki şekilde D noktası $\widehat{BAC}$'nin iç bölgesindedir. D noktasının $\widehat{BAC}$'nin kollarına olan uzaklıkları 5'er cm'dir. $m(\widehat{DAB}) = 5x - 2^\circ$ ve $m(\widehat{DAC}) = 3x + 20^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{DAB})$'nin kaç derece olduğunu bulunuz. Açıortay Teoremi
	$AB = 5 \text{ cm}, BC = 4 \text{ cm}$ $CD = x \text{ cm}, EF = 3 \text{ cm}$ $FG = y \text{ cm}, GH = 6 \text{ cm}$ olup $AE // BF // CG // DH$'dir. Buna göre x ve y değerlerini bulunuz. Temel Benzerlik Teoremi
	Yukarıdaki şekilde A,C,B noktaları doğrusal ve $AC = 2 \text{ cm}, CD = 2 \text{ cm},$ $CB = 6 \text{ cm}, AD = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ ise $BD = x$ değerini bulunuz. Pisagor Bağlantısı
	$[AB] \perp [AC],$ $[AH] \perp [BC],$ $AH = 12 \text{ cm},$ $AC = 20 \text{ cm}$ olduğuna göre $AB = x$ değerini bulunuz. Üçgende Ağırlık Merkezi
	186cm boyundaki Ahmet, yandaki gibi bir bayrak direğinin boyunu bulmak istiyor. Bunun için bayrak direği ile bulunduğu yer arasına, kendinden 50cm uzağa, direğin tepe noktasını göreceğ şekilde yere bir ayna koyuyor. Ahmet direkten 200 cm uzakta olduğuna göre direğin boyunu bulalım. Dik Üçgen
	Yukarıda bir uçağın iniş aşamaları görülmektedir. Verilen uzunluklara göre FG , GH , KL'ni bulunuz. Temel Benzerlik Teoremi
	Deniz seviyesinden 2 m yükseklikte bulunan iskelenin uç kısmında sabitlenmiş şekildeki düz oltanın uzunluğu 5 m'dir. Su yüzeyinde iskelenin tabanından 4 m uzaklıktaki A noktasında oltaya yakalanan balık 12 m ilerideki B noktasına kadar kaçabiliyor. Balığın bütün hareketi boyunca olta teli gergin ve balığın bütün hareketi doğrusal olduğuna göre balık A'dan B'ye kaçarken oltadan kaç m tel açılmıştır? Pisagor Bağlantısı

Tablo 2'nin devamı

	Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından ok yönünde harekete başlayan bir kişi $[AB]$ ve $[BC]$'ye eşit uzaklıkta olan bir H noktasında durmak istiyor. Buna göre A'dan ok yönünde kaç m yürümelidir?	Açıortay Teoremi										
	ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir salon kare şeklindeki kırmızı ve yeşil fayanslarla örülecektir. $[AD]$ boyunca 6 fayans, $[AB]$ boyunca 4 fayans örülüyor. D ile K ve K ile C arasına doğrusal olacak şekilde ip çekilirse $[DK] \perp [KC]$ olmaktadır. Fayans örme işi her satır ve sütundaki bir kırmızı ve bir yeşil olacak şekilde yapıldığında salon için toplam kaç kırmızı fayansa ihtiyaç vardır?	Üçgende Ağırlık Merkezi										
	Yukarıda verilen ABC üçgeninde d_1 / d_2 ise $\frac{ AE }{ EB } = \frac{ AD }{ DC }$ olduğunu gösteriniz.	Temel Benzerlik Teoremi										
	Birbirine paralel en az üç doğru, verilen iki doğruyu kestiğinde bu iki doğru üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur. Yukarıdaki şekilde $d_3 // d_4 // d_5$ ise $\frac{ AB }{ BC } = \frac{ DE }{ EF }$ olduğunu gösteriniz.	Temel Benzerlik Teoremi										
	Yukarıdaki dik CAB dik üçgeninde $a^2 = b^2 + c^2$ olduğu gösterilmek isteniyor. Bunun için aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından BC kenarına bir yükseklik çizilmiştir. $(\widehat{CAD}) \sim (\widehat{CBA}) \sim (\widehat{ABD})$ bilgilerini kullanarak $a^2 = b^2 + c^2$ olduğunu gösteriniz.	Pisagor Bağıntısı										
Teorem: bir açının açıortayı üzerinde alınan herhangi bir noktadan açının kollarına çizilen dikmelerin uzunlukları eşittir.  Yanda açıortayın kollarına inilen dikme uzunlukları birbirine eşit olduğunu gösteren ifadeler ve gerekçeleri verilmiştir. Boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.	<table border="1"> <thead> <tr> <th>İFADELER</th> <th>GEREKÇELER</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2">AN açıortayı üzerinde bir D noktası belirleyiniz.</td> </tr> <tr> <td>Oluşan iki üçgenin açı ölçüleri birbirine eşit olur.</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Üçgenlerin 90°'yi gören kenarları eş olduğuna göre bu üçgenler eşdir.</td> </tr> <tr> <td>Dolayısıyla açıortay üzerinden kollara inilen dikmelerin eşit uzunlukta olduğu ispatlanmış olur.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	İFADELER	GEREKÇELER	AN açıortayı üzerinde bir D noktası belirleyiniz.		Oluşan iki üçgenin açı ölçüleri birbirine eşit olur.			Üçgenlerin 90°'yi gören kenarları eş olduğuna göre bu üçgenler eşdir.	Dolayısıyla açıortay üzerinden kollara inilen dikmelerin eşit uzunlukta olduğu ispatlanmış olur.		Açıortay Teoremi
İFADELER	GEREKÇELER											
AN açıortayı üzerinde bir D noktası belirleyiniz.												
Oluşan iki üçgenin açı ölçüleri birbirine eşit olur.												
	Üçgenlerin 90°'yi gören kenarları eş olduğuna göre bu üçgenler eşdir.											
Dolayısıyla açıortay üzerinden kollara inilen dikmelerin eşit uzunlukta olduğu ispatlanmış olur.												

Tablo 2'nin devamı

İFADELER	GEREKÇELER
 Teorem: Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, bu yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının çarpımına eşittir.	ABC üçgeninde hipotenüse ait yükseklik çizildiğinde $\triangle ABH \sim \triangle CAH$ olur. $\frac{ AH }{ CH } = \frac{ BH }{ AH }$ olur. $h^2 = p \cdot k$ elde edilir. Üçgende Ağırlık Merkezi

Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerini, geometrik problem çözme yetkinliklerini ve gerekçelendirme başarılarını ölçmek amacıyla tasarlanan açık uçlu sınavların geçerlilik ve güvenilirlik analizlerinin yapılabilmesi için ön çalışma gerçekleştirilmiştir. Ayrıca sınavların kapsam açısından geçerli olması adına uzmanların görüşleri alınmıştır. Soruların anlaşılır olması ve müfredatta yer alan geometri konularıyla uyumlu hale getirilmesine özel önem verilmiştir. Pilot uygulama sonrası, uzmanların değerlendirmeleri doğrultusunda aynı problem ifadelerinin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu testlerin tamamlanması için verilen sürenin pilot çalışmada yeterli olduğu görülmüştür. Sonuç olarak asıl çalışmada da bu sorular; öğrencilerin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve geometriyi gerekçelendirme becerilerini kullanım biçimlerini en iyi derecede yansıtan ve bu anlamda araştırmanın amacına en fazla hizmet edeceği düşünülmüş sebebiyle düzenlenerek kullanıldı.

3. 4. 1. Geometriyi Kullanma Sınavı

Geometriyi kullanma sınavında yer alan sorular, öğrencilerin geometrik bilgi, uzamsal düşünme ve akıl yürütme süreçlerini gerçek yaşam senaryoları veya matematiksel problemler üzerinden değerlendirmek amacıyla özenle seçilmiştir. Soruların amacı, sadece öğrencilerin teorik bilgilerini ölçmek değil, geometriyi nasıl düşündüklerini, nasıl yorumladıklarını ve gerçek problemlere nasıl uyarladıklarını analiz etmektir. Bu nedenle, sınavda yer alan sorular öğrencilerin sadece formülleri ezberlemesini değil, geometrik kavramları aktif bir şekilde kullanmalarını ve karşılaştıkları durumları değerlendirmelerini sağlayacak şekilde oluşturulmuştur. Sorular, öğrencilerin günlük hayatta karşılaşabileceği durumlara uygun şekilde hazırlanmış olup, çözüm sürecinde kullanılacak yöntem ve matematiksel metotları kendilerinin belirleyebileceği biçimde tasarlanmıştır. Ayrıca, öğrencilerin çözüm sürecinde derinlemesine muhakeme yapmalarını ve farklı kavramlarla ilişkilendirme kurmalarını gerektiren açık uçlu yapıda olmalarına özen gösterilmiştir. Bu şekilde öğrencilerin sahip olduğu geometrik bilgiyi karşılaştıkları gerçek yaşam durumlarına uyarlayabilme becerileri incelendi. Geometriyi kullanma sınavı hazırlanırken geometrik problem

özme sınavında kullanılan her bir sorunun gerçek yaşam durumlarında modellenmesiyle oluşturulan sorular seçilmiştir.

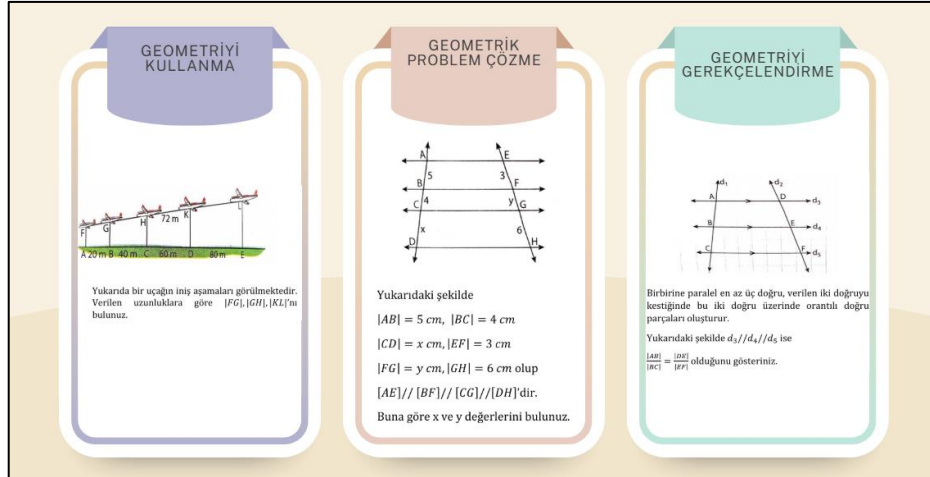
3. 4. 2. Geometrik Problem özme Sınavı

Geometrik problem çözme sınavı sorular hazırlanırken, öncelikli olarak öğrencinin genellikle ders kitaplarında veya yardımcı kaynaklarda karşılaşılabileceği türden olmasına dikkat edildi. Hazırlanan soruların çözüm yönteminin ve kullanılacak matematiksel metotların öğrenci tarafından bilindik olmasına özen gösterildi. Böylece öğrencilerin geometrik bilgilere temel seviyede sahip olup olmadıkları belirlendi.

3. 4. 3. Geometriyi Gerekçelendirme Sınavı

Geometriyi gerekçelendirme sınavı hazırlanırken, öğrencilerin sahip oldukları geometrik bilgileri mantıksal çıkarımlar yaparak analiz etmesi, bilgiler arasında doğru bağlantılar kurması ve akıl yürütme süreçlerini kullanarak sonuçlara ulaşması hedeflenmiştir. Etkili muhakeme yapma, bir öğrencinin yalnızca ezberlenen bilgilere dayanmaması, geometrik kavramları sorgulaması, neden-sonuç ilişkilerini kurması ve geometrik argümanlarını sağlam bir mantık çerçevesinde oluşturması anlamına gelir. Bu doğrultuda, sınavın öğrencilerin matematiksel terminolojiyi doğru ve yerinde kullanarak düşünme süreçlerini sistematik bir şekilde ortaya koymalarını sağlayacak şekilde tasarlanmasına özen gösterilmiştir. Geometriyi kullanma sınavında olduğu gibi gerekçelendirme sınavında da çözüm yöntemini ve kullanılacak matematiksel metotları öğrencinin belirlemesini gerektiren açık uçlu sorular olmasına özen gösterilmiştir. Böylece, geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerileri hem bağımsız olarak değerlendirilebilecek hem de öğrencilerin bu yetkinlikleri farklı bağlamlarda birbirleriyle bağlantılı şekilde nasıl kullandıkları gözlemlenebilecektir. Geometriyi gerekçelendirme sınavı hazırlanırken geometrik problem çözme sınavında kullanılan ve aynı zamanda geometriyi kullanma sınavında gerçek yaşamla ilişkilendirilerek modellenmesi yapılan soruların her birindeki temel bilgilerin ispatlanmasını gerektirecek sorular seçilmiştir.

Öğrencilerin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve geometriyi gerekçelendirme sınavlarında aynı önermeleri kullanmaları gerekmektedir. Bu durum Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 2. Geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme sınavlarına ait eş değer sorular

3. 5. Pilot Uygulama

Araştırmanın pilot uygulama aşamasında araştırmacı öğretmen proje okulunda 11.sınıf öğrencilerinden oluşan 20 kişiyle çalışmıştır. Her bir sınavın uygulaması için üç gün ayrılmıştır. İlk gün geometriyi kullanma, ikinci gün geometrik problem çözme ve üçüncü gün ise geometriyi gerekçelendirme sınavlarının uygulamasını yapmıştır. Sınav uygulamalarında süre sınırlaması 40 dakika olarak belirlenmiştir. Pilot uygulama sürecinin sonuçları dikkate alındığında uygulama kapsamındaki her bir sorunun katılımcılar tarafından açık bir şekilde anlaşıldığı görülmüştür. Bu sebeple herhangi bir soruda değişiklik veya düzenleme yapılmasına gerek duyulmadığı tespit edilmiştir. Katılımcıların sorulara verdikleri yanıtların niteliği, soruların açık ve anlaşılır bir biçimde ifade edilmiş olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca uygulama sırasında soruların içeriğine ilişkin herhangi bir olumsuz geribildirim alınmamış olması, mevcut soru tasarımının hedeflenen amaçlara uygun olduğu ve katılımcı kitlesine etkin bir biçimde hitap edebildiği sonucunu desteklemektedir. Bu bağlamda soruların ifade biçimleri ve içerikleri üzerinde bir değişiklik ya da düzeltme ihtiyacı olmadığı kanaatine varılmıştır.

3. 6. Asıl Uygulama

Asıl uygulama, 22 10. sınıf, 24 11. sınıf ve 25 12. sınıf olmak üzere toplamda 71 öğrenciye beş problem içeren üç farklı sınav soruları uygulanmıştır. Öğrencilerin her biri ile ilk gün geometriyi kullanma sınavı, ikinci gün geometrik problem çözme sınavı, son gün ise gerekçelendirme sınavı olmak üzere üç gün süre ile çalışılmıştır. Bu sınavların uygulanma süreçlerinde her bir sınav için öğrencilere sessiz bir ortam hazırlanıp öğrencilerin verimini artırmak amaçlanmıştır. Öğrencilerin dikkatlerinin dağılmaması amacıyla sınav salonları dış seslerden izole edilmiş ve gereksiz hareketlilik önlenerek sınavın huzurlu bir ortamda gerçekleşmesi sağlanmıştır. Sınav süresi,

öğrencilerin soruları rahatça okuyup analiz edebilecekleri şekilde düzenlenmiş, böylece gereksiz zaman baskısı hissetmeden sorulara odaklanmaları sağlanmıştır. Tüm bu önlemler, öğrencilerin geometri becerilerini en iyi şekilde ortaya koyabilecekleri bir sınav deneyimi yaşamalarını sağlamak amacıyla alınmış olup, aynı zamanda sınav sonuçlarının doğru ve güvenilir bir şekilde analiz edilmesine katkıda bulunmuştur. Daha sonra sınav sonuçlarına göre her bir öğrenci için oluşturulan değerlendirme ölçeklerine göre geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin durumu yorumlanmıştır. Araştırmanın uygulama sürecinde izlenen adımları gösteren akış diyagramı Şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. Uygulama süreci

3. 7. Veri Analizi

Araştırmada öğrencilerin geometri bilgisine sahip olma ve bu bilgiyi kullanma yeterliliklerini inceleme amaçlı olarak elde edilen veriler üç bileşen doğrultusunda analiz edilmiştir. Bu bileşenler; geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve geometriyi gerekçelendirme şeklindedir. Geometri bilgisini kullanma yeterlilikleri olarak gerçek hayatla ilişkilendirme, bilgiyi uygulama ve gerekçelendirme ele alınmıştır. Öğretim sürecinde bir öğrencinin herhangi bir bilgiye sahip olma durumunu değerlendirmek için öncelikle bilgiyi soruya uygulaması beklenir. Geometri gerçekte en ilişkili matematik alanı olarak geometrik bilgisini gerçek hayat problemlerinde kullanma durumunun irdelenmesini gerektirir. Başka bir ifadeyle öğrencilerin sahip olduğu geometrik bilgisini gerçek hayatla ilişkilendirebilmelidir. Bu bakımdan geometrik bilgiyi kullanırken ilişkilendirme yeterliliğinin aranması doğaldır. Bununla birlikte bir bilgiyi kullanma nedeni bilinerek ileri sürülen matematiksel bir iddianın doğruluğunun gösterilmesi bireylerden beklenen bir diğer durumdur. Bu kapsamda geometri bilgisinin kullanmada üçüncü bir yeterlilik olarak gerekçelendirmenin

alınmasının gerekliliği açıkça görülmektedir. Bu üç yeterliliğin ölçülebilmesi noktasında Senk'in (1983) çalışmasındaki kategorik puanlama cetvelinin uyarlanmış hali kullanılmıştır. Bu doğrultuda her bir yeterlilik için ayrı bir puanlama cetveli oluşturulmuş olup Tablo 3, Tablo 4 ve Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 3. Geometriyi Kullanma ile ilgili Puanlama Cetveli

GK0	✓ Öğrenci gerçek hayat durumunu içeren problemin çözümüne dair hiçbir şey yazmadı.
	✓ Öğrenci sadece gerçek hayat durumunu içeren problemde verilenleri görsel üzerine yerleştirdi.
GK1	✓ Öğrenci gerçek hayat durumu içeren çözümünde kullanılmayacak çıkarımlar yazdı.
	✓ Öğrenci gerçek hayat durumu içeren problemin çözümüne götüren bir tane geçerli adım atmıştır.
GK2	✓ Öğrenci ek çizim gerektiren sorularda en az bir tane doğru çizim yapmıştır.
	✓ Öğrenci gerçek hayat durumunu içeren problemin bir kısmını yaparak durdu.
GK3	✓ Öğrenci gerçek hayat durumu içeren problemin çözümüne hatalı bir strateji ile başladığı için geçeriz bir sonuca ulaştı.
	✓ Öğrenci doğru bir çözüm yaptı ancak kullandığı matematik notasyonlarında hatalar var.
GK4	✓ Öğrenci en fazla bir tane notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yapmıştır.

"Geometriyi Kullanma" puanlama cetveli, öğrencilerin geometrik kavramları gerçek hayat durumlarına uygulama becerisini değerlendirmek amacıyla geliştirilmiştir. Bu cetvel, öğrencilerin performansını beş farklı düzeyde analiz etmektedir. "0 Puan" seviyesi, öğrencinin gerçek hayat durumunu içeren probleme yönelik bir çözüm geliştirememesini veya yalnızca verilen bilgileri görsel üzerine yerleştirerek, çözümle ilgisiz çıkarımlar yapmasını kapsamaktadır. "1 Puan" düzeyi, öğrencinin probleme yönelik geçerli bir adım atması ya da ek çizim gerektiren durumlarda en az bir doğru çizim yapması durumunda verilmektedir. "2 Puan" seviyesi, öğrencinin çözüm sürecinin bir kısmını tamamlayıp durması ya da hatalı bir stratejiyle geçersiz bir sonuca ulaşması durumunu ifade eder. "3 Puan" düzeyi, öğrencinin doğru bir çözüm ortaya koymasına rağmen, kullandığı matematik notasyonlarında hata bulunması durumunu kapsar. Son olarak, "4 Puan" seviyesi, öğrencinin yalnızca bir notasyon hatası içeren, genel olarak doğru bir çözüm gerçekleştirdiği durumları tanımlar. Bu cetvel, öğrencilerin gerçek hayat bağlamında geometri bilgisini etkin bir şekilde kullanma becerisini sistematik ve ayrıntılı bir şekilde değerlendirmek için yapılandırılmıştır.

Tablo 4. Geometrik Problem Çözme ile ilgili Puanlama Cetveli

PÇ0	✓ Öğrenci geometrik problemin çözümüne ilişkin hiçbir şey yazmadı.
	✓ Öğrenci sadece geometrik problemde verilenleri şeklin üzerine yerleştirdi.
	✓ Öğrenci geometrik problemin çözümünde kullanılmayacak çıkarımlar yazdı.

Tablo 4'ün devamı

PÇ1	✓ Öğrenci geometrik problemi çözümüne götüren bir tane geçerli işlem yapmıştır.
PÇ2	✓ Öğrenci geometrik problemin çözümünün bir kısmını yaparak durdu. ✓ Öğrenci geometrik probleme hatalı bir strateji ile başladığından geçersiz bir sonuca ulaştı.
PÇ3	✓ Öğrenci doğru bir çözüm yaptı ancak kullandığı matematik notasyonlarında hatalar var.
PÇ4	✓ Öğrenci en fazla bir notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yaptı.

"Geometrik problem çözme" ile ilgili puanlama cetveli, öğrencilerin problem çözme sürecindeki yaklaşımlarını değerlendirmek amacıyla tasarlanmıştır. Bu cetvel, öğrencinin problem çözümüne yönelik performansını beş farklı düzeyde puanlamaktadır. "0 Puan" düzeyi, öğrencinin problemle ilgili çözüm sürecine hiçbir katkıda bulunmamasını ya da yalnızca problemde verilen bilgileri şekil üzerinde göstermesini ve çözümle doğrudan ilişkili olmayan çıkarımlarda bulunmasını ifade eder. "1 Puan" düzeyi, öğrencinin problemi çözme yolunda yalnızca bir geçerli işlem yapabildiğini göstermektedir. "2 Puan" ise öğrencinin problem çözümünün bir kısmını başarıyla gerçekleştirmesine rağmen süreci tamamlayamamasını ya da hatalı bir strateji nedeniyle geçersiz bir sonuca ulaşmasını belirtir. "3 Puan" düzeyi, öğrencinin doğru bir çözüm ortaya koyduğu ancak kullandığı matematiksel notasyonlarda hatalar bulunduğu durumları kapsar. Son olarak, "4 Puan" düzeyi, öğrencinin yalnızca bir notasyon hatası içeren, genel anlamda doğru bir çözüm gerçekleştirdiği durumları ifade eder. Bu cetvel, problem çözme sürecinde öğrencilerin geometrik bilgi kullanımını etkili bir şekilde analiz etmek ve değerlendirmek için ayrıntılı bir rehber sunmaktadır.

Tablo 5. Gerekçelendirme için Geometri Bilgisini Kullanma ile ilgili Puanlama Cetveli

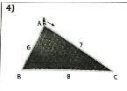
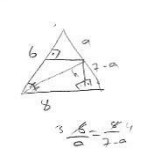
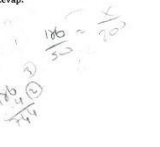
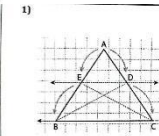
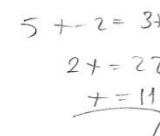
G0	✓ Öğrenci hiçbir şey yazmadı. ✓ Sadece verilenleri yazdı. ✓ Kullanışsız çıkarımlar yazdı.
G1	✓ Öğrenci en az bir geçerli çıkarım yazarak gerekçesini belirtti.
G2	✓ Öğrenci ispatın bir kısmını yaparak durdu. ✓ Öğrenci ispatını hatalı akıl yürütmeye dayandırdığı için geçersiz bir çözüm yazdı.
G3	✓ Öğrenci bütün adımların mantıksal olarak çıkarımını doğru yaptı ancak matematiksel dil kullanımında, teorem adlarında hatalar bulunan bir ispat yaptı.
G4	✓ Öğrenci en fazla bir notasyon hatası içeren geçerli bir ispat yazdı.

"Geometriyi gerekçelendirme" puanlama cetveli, öğrencilerin geometrik bilgilerini akıl yürütme ve gerekçelendirme süreçlerinde nasıl uyguladıklarını değerlendirmek üzere geliştirilmiştir. Bu cetvel, öğrencilerin performansını beş düzeyde analiz etmektedir. "0 Puan" düzeyi, öğrencinin ispat sürecine dair herhangi bir şey yazmaması, yalnızca problemde verilenleri ifade etmesi ya da

çözüm için faydasız çıkarımlarda bulunması durumlarını kapsamaktadır. "1 Puan" düzeyi, öğrencinin en az bir geçerli çıkarım yaparak bu çıkarımı gerekçelendirdiği durumları ifade eder. "2 Puan" ise öğrencinin ispatın yalnızca bir kısmını yaparak durması ya da hatalı bir akıl yürütme süreciyle geçersiz bir çözüm sunması durumunu tanımlar. "3 Puan" düzeyi, öğrencinin tüm adımları mantıksal olarak doğru bir şekilde çıkarım yaparak tamamladığı, ancak matematiksel dil kullanımında veya teorem adlarında hatalar yaptığı durumlara atıfta bulunmaktadır. Son olarak, "4 Puan" seviyesi, öğrencinin yalnızca bir notasyon hatası içeren, genel anlamda geçerli bir ispat sunduğu durumları değerlendirmektedir. Bu puanlama cetveli, öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerini anlamada, geometrik kavramları uygulamadaki yeterliliklerini detaylı bir biçimde ölçmek ve analiz etmek için kapsamlı bir çerçeve sunmaktadır.

Yapılan veri analizlerinin bazıları aşağıda Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Veri Analizi Örnekleri

Sorular	Analiz Örnekleri
4)  Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından ok yönünde hareketle başlayan bir kişi [AB] ve [BC] ye eşit uzaklıktaki olan bir H noktasında durmak istiyor. Buna göre A'dan ok yönünde kaç m yürümelidir?	Cevap:  Geometrik problem çözme ile ilgili puanlama cetveli kullanılmıştır. Öğrencinin en fazla bir notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yaptığı için 4 puan verilmiştir.
1)  180cm boyundaki Ahmet, yandaki gibi bir bayrak direğinin boyunu bulmak istiyor. Bunun için bayrak direği ile bulunduğu yer arasına kendinden 50cm uzağa, direğin tepe noktasını görecektir şekilde yere bir ayna koyuyor. Ahmet direkten 200 cm uzakta olduğuna göre direğin boyunu bulalım.	Cevap:  Geometriyi kullanma ile ilgili puanlama cetveli kullanılmıştır. Öğrenci gerçek hayat durumu içeren problemin çözümüne götüren bir tane geçerli adım attığı için 1 puan verilmiştir.
2)  Yukarıda verilen ABC üçgeninde $d_1 // d_2$ ise $\frac{ AE }{ EB } = \frac{ AD }{ DC }$ olduğunu gösteriniz.	Cevap: d_1 ve d_2 paralel olduğundan gösterilen bölgelerdeki oranlar aynı olmalıdır. Gerekçelendirme için geometri bilgisini kullanma ile ilgili puanlama cetveli kullanılmıştır. Öğrenci en az bir geçerli çıkarım yazarak gerekçesini belirttiği için 1 puan verilmiştir.
4)  Yukarıdaki şekilde D noktası $\widehat{BAC}$'nın iç bölgesindedir. D noktasının $\widehat{BAC}$'nın kollarına olan uzaklıkları 5'er cm'dir. $m(\widehat{DAB}) = 5x - 2^\circ$ ve $m(\widehat{DAC}) = 3x + 20^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{BAC})$'nın kaç derece olduğunu bulunuz.	Cevap:  Geometrik problem çözme ile ilgili puanlama cetveli kullanılmıştır. Öğrenci en fazla bir notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yaptığı için 4 puan verilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırma sürecinde elde edilen veriler, her bir araştırma alt problemine yönelik başlıklar altında sunulmuştur.

4. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerilerinin Enlemsel Değişimi ile İlgili Bulgular

Bu kısımda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin enlemsel olarak nasıl değiştiğini gösteren bulgular sunulmuştur.

10, 11 ve 12.sınıfta yer alan öğrencilerin geometriyi kullanma sınavında yer alan her bir problem için yapılan çözümlerin geometriyi gerçek yaşam durumlarında kullanma süreci bakımından hangi kategoride yer aldığı ve bu kategoriler ile ilgili frekans ve yüzde dağılımları Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Geometriyi Kullanma Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan Çözümlerin Geometriyi Kullanma Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları

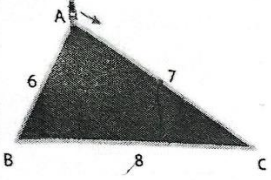
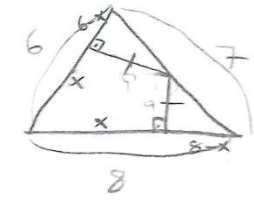
		10. Sınıf		11. Sınıf		12. Sınıf	
		f	%	f	%	f	%
GKS1	GK0	16	72,7	4	16,7	2	8,0
	GK1	0	0,0	0	0,0	1	4,0
	GK2	0	0,0	1	4,2	3	12,0
	GK3	0	0,0	0	0,0	1	4,0
	GK4	6	27,3	19	79,2	18	72,0
GKS2	GK0	6	27,3	4	14,3	1	4,0
	GK1	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	GK2	0	0,0	0	0,0	2	8,0
	GK3	0	0,0	0	0,0	1	4,0
	GK4	16	72,7	24	85,7	21	84,0
GKS3	GK0	14	63,6	1	4,2	2	8,0
	GK1	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	GK2	6	27,3	10	41,7	7	28,0
	GK3	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	GK4	2	9,1	13	54,2	16	64,0
GKS4	GK0	21	95,5	6	25,0	8	32,0
	GK1	0	0,0	0	0,0	1	4,0
	GK2	0	0,0	1	4,2	0	0,0
	GK3	0	0,0	1	4,2	0	0,0
	GK4	1	4,5	16	66,7	16	64,0

Tablo 7'nin devamı

		10. Sınıf		11. Sınıf		12. Sınıf	
		f	%	f	%	f	%
GKS5	GK0	19	86,4	3	12,5	4	16,0
	GK1	0	0,0	0	0,0	1	4,0
	GK2	0	0,0	3	12,5	2	8,0
	GK3	0	0,0	0	0,0	0	0,0
	GK4	3	13,6	18	75,0	18	72,0

Tablo 7, öğrenci gruplarının 10, 11 ve 12. sınıf seviyesindeki frekans ve yüzde dağılımını gösteren istatistiksel bir veri setidir. Geometriyi kullanma sınavının soruları GKS1, GKS2, GKS3, GKS4, GKS5 olarak temsil edilmektedir. Her soru için GK0, GK1, GK2, GK3 ve GK4 kategorileri ise o sorudan alınan puanı temsil etmektedir. Tablo 7, öğrencilerin belirli seviyelerde nasıl bir dağılım gösterdiğini analiz etmeye olanak tanımaktadır. 10. sınıfta GK0 kategorisi baskındır ve öğrencilerin büyük bir kısmı bu gruba dahildir (%63,6- %95,5 arasında). Bu durum ortaöğretim öğrencilerinin 10.sınıftayken karşılaştıkları geometriyi kullanmayı gerektiren sorularda sorunun çözümüne dair hiçbir şey yazmama, sadece verilenleri görsel üzerine yerleştirmekle kalma veya geçersiz çıkarımlarda bulunma eğiliminde olduklarını ifade etmektedir. 11. sınıfta GK0 grubundaki öğrencilerin oranı önemli ölçüde düşmektedir (%4,2- %25,0). 12.sınıfta GK0 grubundaki öğrenci oranı daha da azalmaktadır (%4,0- %32,0). Bu, üst sınıflara geçildikçe öğrencilerin akademik gelişim süreçlerine bağlı olarak geometriyi kullanma becerisini geliştirdiklerini göstermektedir. GK1 kategorisi, tüm sınıf seviyelerinde oldukça düşük frekansa sahiptir. Bu doğrultuda öğrencilerin geometriyi kullanmayı gerektiren soruların çözümüne ilişkin bir tane geçerli adım atıp bırakma veya ek çizim gerektiren sorularda çizimi yaptıktan sonra soruyu bırakma eğiliminde olmadıkları söylenebilir. GK2 kategorisi, özellikle 11. sınıfta belirgin bir artış göstermektedir (örneğin, GKS3'te %41,7, GKS5'te %12,5). GK2 kategorisindeki bu artış, öğrencilerden geometriyi kullanmaları istendiğinde “problemin bir kısmını yaparak durma veya problemin çözümüne hatalı bir strateji ile başladığı için geçersiz bir sonuca ulaşma” eğiliminde olduğunu ortaya koymaktadır. GK3 kategorisi genel olarak düşük frekansa sahip olup ancak 12. sınıfta bazı gruplarda kısmi bir yükseliş görülmektedir. Bu durum 12.sınıf haricindeki sınıf seviyelerinde notasyon hataları bulunan çözüm yapma seviyesine geçilemediğini göstermektedir. GK4 kategorisi özellikle 11. ve 12. sınıfta baskın hale gelmektedir (%66,7- %85,7 arasında). Bu durum, öğrencilerin akademik ilerleme süreçlerinde belirli bir noktadan sonra geometriyi kullanma becerisini geliştirdiğini, en fazla bir tane notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yapma eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bu veriler, öğrencilerin akademik ilerlemeleriyle birlikte geometriyi kullanma becerilerindeki artışı da göstermektedir. 10. sınıfta GK0 baskınken, 11. ve 12. sınıfta öğrenciler GK4 kategorisine geçiş yapmaktadır. Bu eğilim, öğrencinin geometriyi kullanmayı gerektiren problemin çözümüne dair hiçbir şey yazmaması, sadece

problemde verilenleri görsel üzerine yerleştirmesi ve çözümünde kullanılmayacak çıkarımlar yazması durumundan en fazla bir tane notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yapması durumuna geçiş yapılmasıyla ilişkilendirilebilir. Geometriyi kullanmayı gerektiren sınavda Ö10-11, Ö11-11 ve Ö12-13 kodlu öğrencilerin çözümlerine ilişkin görseller Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6'da sunulmuştur.

4)  Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından ok yönünde harekete başlayan bir kişi $[AB]$ ve $[BC]$'ye eşit uzaklıkta olan bir H noktasında durmak istiyor. Buna göre A'dan ok yönünde kaç m yürümelidir?	Cevap: 
--	--

Şekil 4. Ö10-11 kodlu öğrencinin GK0'a yönelik çözüm örneği

Şekil 4'te görüldüğü üzere 10. sınıf öğrencisi çözüm yaparken verilen şeklin aynısını cevap bölümüne çizerek üzerine verilen uzunlukları yerleştirerek başlamıştır. Ek olarak soruda belirtilen $[AB]$ ve $[BC]$ 'ye eşit uzaklıklarda bulunan bir noktayı belirleyerek bu noktanın AB ve BC kenarlarını dik olarak kesmesi gerektiğini göstermiştir. Bu doğrultuda Ö10-11 kodlu öğrenci verilenleri görsel üzerine yerleştirmekle kalmış ve geçersiz çıkarımlar yaparak sonuca ulaşamamıştır. Bu durum, öğrencinin problem çözme sürecinde görseli yalnızca bir aktarma aracı olarak kullanıp, analitik düşünme aşamasını yeterince geliştiremediğini göstermektedir. Bu sebeple öğrenci GK0 puan almıştır.

3)

Şekil - I

Şekil - II

Deniz seviyesinden 2 m yükseklikte bulunan iskelenin uç kısmında sabitlenmiş şekildeki düz olta'nın uzunluğu 5 m'dir. Su yüzeyinde iskelenin tabanından 4 m uzaklıktaki A noktasında oltaya yakalanan balık 12 m ilerideki B noktasına kadar kaçabiliyor.

Balığın bütün hareketi boyunca olta teli gergin ve balığın bütün hareketi doğrusal olduğuna göre balık A'dan B'ye kaçarken oltadan kaç m tel açılmıştır?

Cevap:

Şekil 5. Ö11-11 kodlu öğrencinin GK2'ye yönelik çözüm örneği

Şekil 5'te görüldüğü üzere 11.sınıf öğrencisi çözüm yaparken 3-4-5 ve 5-12-13 özel üçgenlerini kullanarak olta telinin uzunluğunu hesaplamıştır. Ancak açılan kısmın uzunluğunu hesaplamadan soruyu bitirmiştir. Bu doğrultuda Ö11-11 kodlu öğrenci bu sorudan GK2 puan almıştır.

4)

Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından ok yönünde harekete başlayan bir kişi $[AB]$ ve $[BC]$ 'ye eşit uzaklıkta olan bir H noktasında durmak istiyor.

Buna göre A'dan ok yönünde kaç m yürümelidir?

$a = ?$

Cevap:

$$\frac{6}{a} = \frac{8}{7-a}$$

$$4a = 21 - 3a$$

$$7a = 21$$

$$a = 3$$

Şekil 6. Ö12-13 kodlu öğrencinin GK4'e yönelik çözüm örneği

Şekil 6'da görüldüğü üzere Ö12-13 kodlu öğrenci verilen şekli kendisi yeniden inşa ederek problem kısmındaki bilgileri inşa ettiği şeklin üzerine yerleştirmiştir. $[AB]$ ve $[BC]$ 'ye eşit uzaklıklarda bulunan bir noktayı belirleyerek bu noktanın AB ve BC kenarlarını dik olarak kesmesi

gerektiğini göstermiştir. AB ve BC kenarları arasındaki doğrunun açıortay doğrusu olduğunu belirtmiştir. Daha sonra açıortay doğrusundan kaynaklanan kenarlar arasındaki oranları yazarak sonuca ulaşmıştır. Yazdığı oranı çözerken en fazla bir tane notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yapmıştır. Bu doğrultuda Ö12-13 kodlu öğrenci GK4 puan almıştır.

Geometriyi kullanmayı gerektiren sınavda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerin becerilerinin karşılaştırılması Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. 10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerilerinin Karşılaştırılması

N	Test İstatistiği	Serbestlik Dereceleri	Asimptotik Sig. (p-değeri)
71	30.931	2	,000

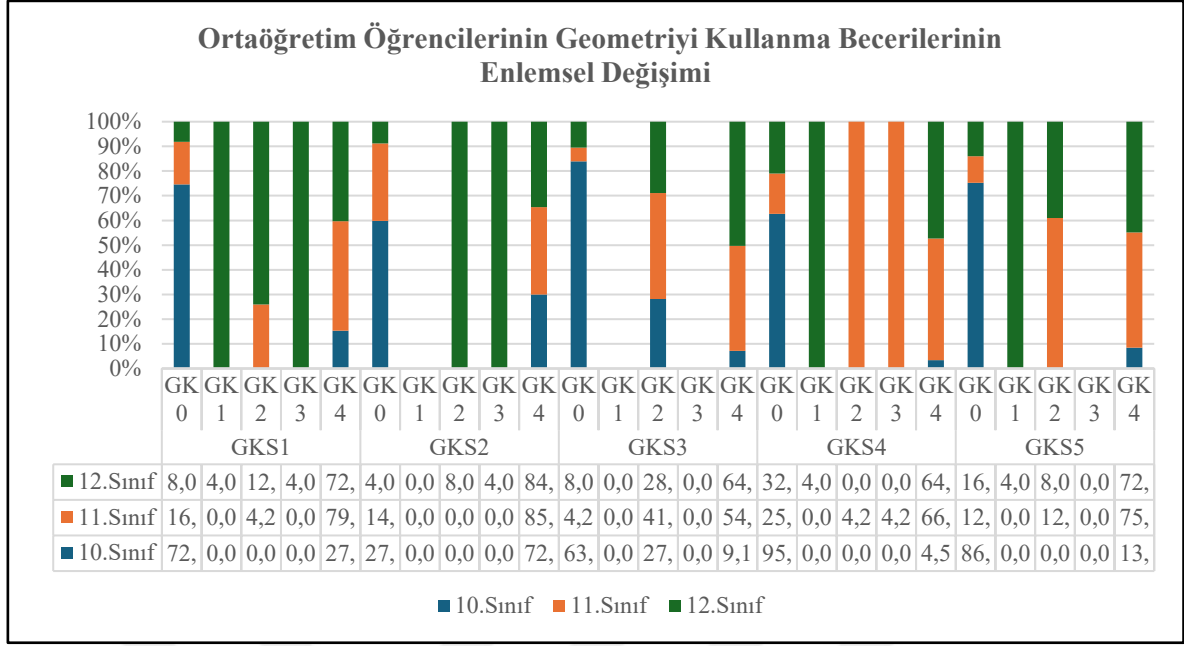
Tablo 8’de görüldüğü üzere 71 kişilik örneklem, çalışmanın belirli bir popülasyonu temsil edebilmesi için yeterli büyüklükte olup, sonuçların genellenebilir olduğunu ifade etmektedir. Test istatistiği değeri 30.931, 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerileri arasında önemli bir fark olduğunu ve hipotezin güçlü bir şekilde desteklendiğini göstermektedir. Serbestlik derecesinin 2 olması, test edilen grupların 10, 11 ve 12.sınıflar olarak üç gruba ayrıldığını ve bunlar arasında karşılaştırma yapıldığını göstermektedir. Asimptotik anlamlılık değeri (p-değeri), test sonucunun istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için kullanılan temel ölçüttür. $p \leq 0.05$ olması, sonuçların anlamlı olduğunu ifade ederken, $p < 0.01$ çok güçlü bir istatistiksel anlamlılık gösterir. Bu çalışmada $p = ,000$ olduğu için 10, 11 ve 12. sınıflar geometriyi kullanma becerilerinin arasındaki farkların rastlantısal olmadığı ve belirli faktörlere bağlı olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Tablo 8’de verilen istatistiksel analiz, 10, 11 ve 12. sınıfların geometriyi kullanma becerileri arasındaki farkların istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Özellikle düşük p değeri, hipotezin güçlü bir şekilde desteklendiğini gösterirken, test istatistiği ve serbestlik derecesi analiz edilen gruplar arasındaki farkların belirgin olduğunu ortaya koymaktadır. 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerileri arasındaki Kruskal-Wallis testi sonuçları Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerileri Arasındaki Kruskal-Wallis Test Sonuçları

	W değeri	Standart Hata	Standart Test İstatistiği	p değeri
10. sınıf-12. sınıf	-28,616	5,980	-4,786	,000
10. sınıf-11. sınıf	-29,761	6,038	-4,929	,000
12. sınıf-11. sınıf	1,145	5,846	,196	,845

Tablo 9’da görüldüğü üzere, 10. sınıf ve 12. sınıf arasındaki -28,616 değeri, 10. sınıfın 12. sınıfa göre belirgin şekilde geometriyi kullanma becerilerinin daha düşük seviyede olduğu anlamına gelir. 10. sınıf ve 11. sınıf arasındaki -29,76 değeri, 10. sınıfın 11. sınıfa göre de geometriyi kullanma becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir. 12. sınıf ve 11. sınıf arasındaki 1,145 değeri 12. sınıfın 11. sınıfa göre geometriyi kullanma becerilerinin artış gösterdiği ancak farkın çok küçük olduğu anlaşılmaktadır. Bütün karşılaştırmalar için standart hata 5,846- 6,038 aralığında değişmektedir. Bu durum hesaplanan farkların tutarlılığı benzer seviyede olduğunu göstermektedir. 10. sınıf ve 12. sınıf arasındaki -4,786 değeri istatistiksel olarak anlamlıdır. 10. sınıf ve 11. sınıf arasındaki -4,929 değeri de oldukça güçlüdür. Ancak 12. sınıf ve 11. sınıf arasındaki 0,196 değer iki grup arasında anlamlı bir fark bulunmadığını göstermektedir. Bu durum 10. sınıf ile 11. sınıf ve 10. sınıf ile 12. sınıf arasındaki geometriyi kullanma becerisinin artış farkının anlamlı olduğunu belirtmektedir. Ancak 11. sınıf ile 12. sınıf arasında geometriyi kullanma becerisinin artışının düşük olması sebebiyle anlamlı olmadığı görülmektedir. Tablo 9’da 10. sınıf ile 12. sınıf ve 10. sınıf ile 11. sınıf için $p = ,000$ olduğu görülmektedir. Bu durum farkın çok güçlü ve anlamlı olduğunu göstermektedir. 12. sınıf ile 11. sınıf için $p = ,845$ olması farkın istatistiksel olarak önemsiz olduğunu ifade etmektedir. Tabloda 10. sınıf ile 12. sınıf ve 10. sınıf ile 11. sınıf için $\text{adj sig.} = ,000$ olduğu görülmektedir. Bu durum 10. sınıf ile 12. sınıf ve 10. sınıf ile 11. sınıf geometriyi kullanma becerileri arasındaki farkın oldukça güçlü olduğunu göstermektedir. 12. sınıf ile 11. sınıf için $\text{adj sig.} = 1,000$ olması 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin arasındaki farkın anlamlı olmadığı anlaşılmaktadır. Bu veriler, 10. sınıf ile 11. ve 12. sınıflar arasındaki farkların istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Özellikle 10. sınıfın diğer sınıflara kıyasla önemli derecede düşük değerlere sahip olması, geometriyi kullanma becerisinin sınıf seviyesi arttıkça arttığını göstermektedir. Ancak 12. sınıf ile 11. sınıf arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olmaması, bu iki sınıfın birbirine benzer geometriyi kullanma becerisine sahip olduğunu ifade etmektedir.

Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin 10, 11 ve 12. sınıflar arasındaki değişimi gösteren Grafik 1 aşağıda sunulmuştur.



Grafik 1. Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin enlemsel değişimi

Grafik 1, ortaöğretim öğrencilerinin geometrik kavramları kullanma becerilerindeki değişimi göstermektedir. 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin GKS1, GKS2, GKS3, GKS4 ve GKS5 sorularına göre nasıl performans gösterdiği analiz edilmiştir. 10. sınıf öğrencileri genellikle GK0 seviyesinde yoğunlaşmış olup, daha ileri seviyelerde düşük temsil edilmektedir. Bu durum, temel geometrik kavramların yeterince içselleştirilmediğini veya bu seviyedeki öğrencilerin analitik düşünme becerilerinin gelişim aşamasında olduğunu gösteriyor. 11. sınıf öğrencileri, GK4 ve GK3 seviyelerinde daha fazla bulunuyor, bu da problem çözme süreçlerinde daha sistematik ilerleme kaydedildiğini gösteriyor. Ancak GK0 seviyesinde bazı yüksek oranlar hâlâ mevcut, yani bazı öğrenciler ilerleme kaydedemeyebilir. 12. sınıf öğrencileri, genel olarak daha yüksek seviyelerde performans göstermekte, ancak bazı beceri setlerinde hâlâ GK0 seviyesinde olan öğrenciler var. Bu durum, bazı öğrencilerin temel kavramları tam olarak öğrenemediğini ve ileri düzey problemleri çözmede zorlandığını gösteriyor. Grafik 1’de görüldüğü üzere, 10. sınıfta başlangıç seviyesinde olan öğrencilerin, üst sınıflara geçtikçe daha yüksek beceri seviyelerine ulaşmaları beklenmesine rağmen, tüm öğrencilerin bu gelişimi tam olarak sağlayamamaktadır.

4. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Bulgular

Bu kısımda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerilerinin enlemsel olarak nasıl değiştiğini gösteren bulgular sunulmuştur.

10, 11 ve 12.sınıfta yer alan öğrencilerin geometrik problem çözme sınavında yer alan her bir problem için yapılan çözümlerin geometriyi problem durumlarında kullanma süreci bakımından

hangi kategoride yer aldığı ve bu kategoriler ile ilgili frekans ve yüzde dağılımları Tablo 10’da sunulmuştur.

Tablo 10. Geometrik Problem Çözme Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan Çözümlerin Geometrik Problem Çözme Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları

		10. Sınıf		11. Sınıf		12. Sınıf	
		f	%	f	%	f	%
PÇS1	PÇ0	15	68,20	5	20,8	0	0,00
	PÇ1	0	0,00	1	4,2	0	0,00
	PÇ2	1	4,50	0	0,0	0	0,00
	PÇ3	0	0,00	1	4,2	0	0,00
	PÇ4	6	27,30	17	70,8	25	100,00
PÇS2	PÇ0	9	40,90	5	20,8	0	0,00
	PÇ1	0	0,00	3	12,5	0	0,00
	PÇ2	3	13,60	2	8,3	0	0,00
	PÇ3	0	0,00	0	0,0	1	4,00
	PÇ4	10	45,50	14	58,3	24	96,00
PÇS3	PÇ0	5	22,70	1	4,2	0	0,00
	PÇ1	0	0,00	0	0,0	0	0,00
	PÇ2	0	0,00	0	0,0	0	0,00
	PÇ3	0	0,00	0	0,0	0	0,00
	PÇ4	17	77,30	23	95,8	25	100,00
PÇS4	PÇ0	6	27,30	3	12,5	0	0,00
	PÇ1	0	0,00	0	0,0	1	4,00
	PÇ2	1	4,50	3	12,5	3	12,00
	PÇ3	0	0,00	1	4,2	4	16,00
	PÇ4	15	68,20	17	70,8	17	68,00
PÇS5	PÇ0	0	0,00	1	4,2	0	0,00
	PÇ1	2	9,10	1	4,2	0	0,00
	PÇ2	4	18,20	1	4,2	1	4,00
	PÇ3	0	0,00	1	4,2	1	4,00
	PÇ4	16	72,70	20	83,3	23	92,00

Tablo 10’da verilen PÇS1-PÇS5 olarak adlandırılan gruplar geometrik problem çözme sınavındaki soruları temsil etmektedir. Her bir soru için oluşturulan PÇ0, PÇ1, PÇ2, PÇ3 ve PÇ4 kodları ise o sorudan alınan puanı temsil etmektedir. Tablo 11’de, PÇ0 kategorisinin 10. sınıfta yüksek oranlara sahip olduğu görülmektedir (%68,2-%77,3). Ancak sınıf seviyesi ilerledikçe, bu oran 12. sınıfta belirgin bir şekilde düşmektedir (%0-%24). Bu durum öğrencilerin geometrik problem çözme becerilerinin sınıf seviyesi arttıkça arttığını göstermektedir. PÇ4 kategorisi, 12. sınıfta en baskın grup olarak ortaya çıkmaktadır (%68-%100). Bu durum, öğrencilerin eğitim süreçleri ilerledikçe problem çözümüne ilişkin hiçbir şey yazmaması, sadece problemde verilenleri

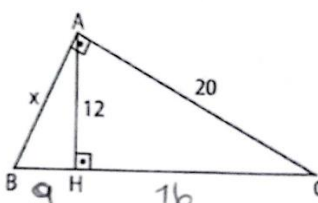
şeklin üzerine yerleştirmesi ve problemin çözümünde kullanılmayacak çıkarımlar yazması durumundan en fazla bir notasyon hatası içeren doğru bir çözüm yapması durumuna geldiğini göstermektedir. PÇ1, PÇ2 ve PÇ3 kategorilerinin ise genel olarak düşük frekansa sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu dağılımlar öğrencilerin zaman içinde farklı seviyelerde problem çözme becerisine sahip olduğunu ve belirli sınıf seviyelerinde anlamlı değişimler yaşandığını göstermektedir. Özellikle 12. sınıfta PÇ4 kategorisindeki yüksek oran, öğrencilerin problem çözme becerisine sahip olduklarını düşündürmektedir. Geometrik problem çözme gerektiren sınavda Ö10-20 ve Ö12-11 kodlu öğrencilerin çözümlerine ilişkin görseller Şekil 7 ve Şekil 8’de sunulmuştur.

1) Yukarıdaki şekilde ABC ve DEF dik üçgeninde $[AB] \perp [BE]$, $[DE] \perp [BE]$, $[AC] \perp [DF]$, $BF = 5 br, CF = 3 br$, $CE = 4 br, DE = 4 br$ olduğuna göre $AF = x$ kaç birim olduğunu bulunuz.	Cevap: 8
---	--

Şekil 7. Ö10-20 kodlu öğrencinin PÇ0’a yönelik çözüm örneği

Şekil 7’de görüldüğü üzere Ö10-20 kodlu öğrenci şekil üzerinde verilen uzunlukları rastgele toplayarak bir oran oluşturmuştur. Oluşturduğu bu oran için herhangi bir gerekçe göstermemiştir. Bu doğrultuda Ö10-20 kodlu öğrenci sadece problemde verilenleri şeklin üzerine yerleştirmiş ve problemin çözümünde kullanılmayacak çıkarımlar yazmıştır. Bu sebeple PÇ0 puan almıştır.

5)



Yukarıdaki şekilde

$[AB] \perp [AC]$,

$[AH] \perp [BC]$,

$|AH| = 12 \text{ cm}$,

$|AC| = 20 \text{ cm}$ olduğuna göre

$|AB| = x$ değerini bulunuz.

Cevap:

$$\frac{3}{12 \cdot 12} = 1$$

$$16 \cdot 9$$

$$a = 9$$

$$x^2 = 9^2 + 12^2$$

$$\underline{\underline{x = 15}}$$

Şekil 8. Ö12-11 kodlu öğrencinin PÇ4'e yönelik çözüm örneği

Şekil 8'de görüldüğü üzere Ö12-11 kodlu öğrenci 12-16-20 özel üçgenini kullanarak $|HC| = 16$ olduğunu göstermiştir. Ardından dik üçgende dik açıdan karşısındaki kenara inilen dikmenin karesinin böldüğü uzunlukların çarpımına eşit olması teoreminden yararlanarak yazdığı eşitlikle $|BH| = 9$ olduğunu bulmuştur. Son olarak ABH üçgeninde Pisagor bağıntısını kullanarak doğru bir çözüm yapmıştır. Bu durum Ö12-11 kodlu öğrencinin ve benzer şekilde çözümlerini gerçekleştiren diğer öğrencilerin geometrik problem çözme becerisine sahip olduklarını düşündürmektedir. Geometrik problem çözmeyi gerektiren sınavda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerin becerilerinin karşılaştırılması Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. 10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Karşılaştırılması

N	Test İstatistiği	Serbestlik Dereceleri	Asimptotik Sig. (p-değeri)
71	24,687	2	,000

Tablo 11'de görüldüğü üzere, örneklem büyüklüğü 71 olarak belirlenmiş, test istatistiği değeri 24,687 olarak hesaplanmış ve serbestlik derecesi 2 olarak tespit edilmiştir. Asimptotik anlamlılık değeri $p = 0,000$ olup, bu sonuç istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu göstermektedir. Bu değerler, 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasında önemli farklılıklar bulunduğunu ve hipotezin reddedildiğini ifade etmektedir. p değeri 0,05'ten küçük olduğu için, 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki farkın rastgele oluşmadığı ve belirli bir etkiye bağlı olduğu sonucu çıkarılmaktadır. 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin

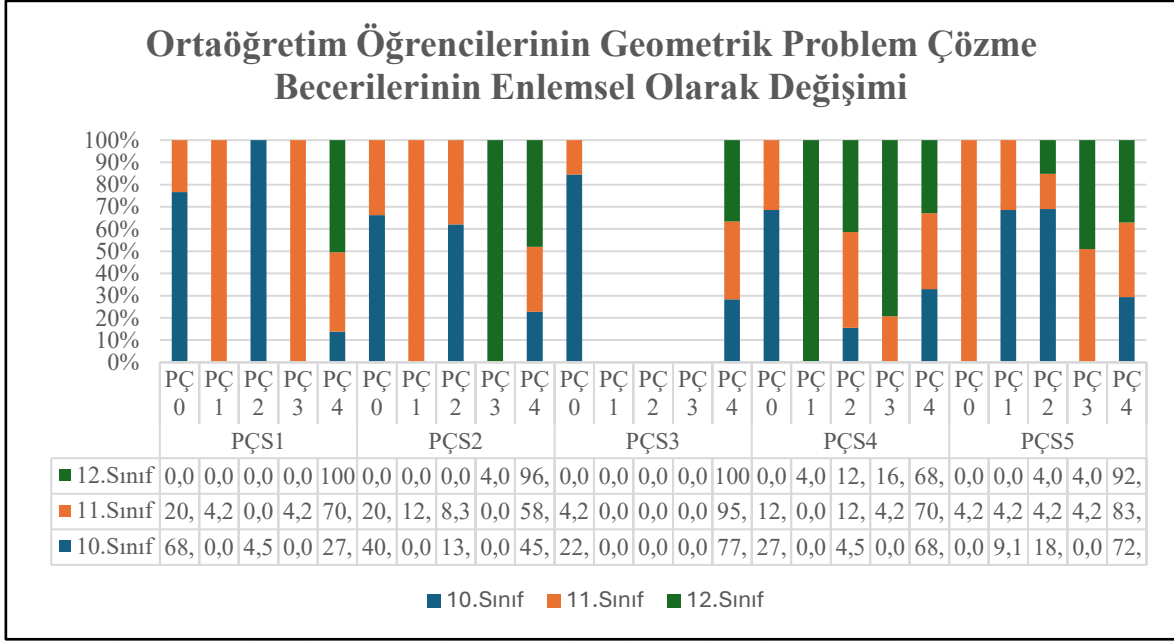
geometrik problem çözme becerileri arasındaki Kruskal-Wallis testi sonuçları Tablo 12’da verilmiştir.

Tablo 12. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerileri Arasındaki Kruskal-Wallis Test Sonuçları

	W değeri	Standart Hata	Standart Test İstatistiği	p değeri
10. sınıf-12. sınıf	-11,780	5,907	-1,994	,046
10. sınıf-11. sınıf	-28,774	5,850	-4,919	,000
12. sınıf-11. sınıf	-16,993	5,719	-2,972	,003

Tablo 12 incelendiğinde, 10. ve 12. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki farkın -11,780 olduğu görülmektedir. Standart hata değeri 5,907, standart test istatistiği -1,994, ve p değeri (Sig.) 0,046 olarak hesaplanmıştır. p değeri, istatistiksel olarak anlamlılık sınırına yakın bir değer olup, belirli bir güven aralığında değerlendirildiğinde 10.sınıf ile 12.sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasında anlamlı farklılık gösterebileceğini ifade etmektedir. 10. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki fark -28,774 olarak hesaplanmış olup, standart hata değeri 5,850, standart test istatistiği -4,919, ve p değeri 0,000 olarak bulunmuştur. Bu düşük p değeri ($p < 0,05$), 10. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Son olarak, 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki fark -16,993 olup, standart hata değeri 5,719, standart test istatistiği -2,972, ve p değeri 0,003 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki farkın da istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Tablo 12’deki veriler sınıf seviyeleri arasında belirgin farklar olduğunu ve özellikle 10. sınıftan 11. sınıfa geçişte öğrencilerin geometrik problem çözme becerilerinde önemli bir değişim yaşadığını ortaya koymaktadır.

Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik problem çözme becerilerinin 10, 11 ve 12.sınıflar arasındaki değişimi gösteren Grafik 2 aşağıda sunulmuştur.



Grafik 2. Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik problem çözme becerilerinin enlemsel olarak değişimi

Grafik 2 incelendiğinde, 12. sınıf öğrencilerinin, özellikle PÇ4 seviyesinde, en yüksek başarı oranına ulaştığı görülüyor. 10. sınıf düzeyi, özellikle PÇS1 ve PÇS2 sorularında düşük performans gösteriyor. PÇS3 sorusunda öğrencilerin tamamının PÇ4 seviyesinde olduğu dikkat çekiyor. Genel olarak, öğrenciler sınıf seviyeleri yükseldikçe bazı problem çözme senaryolarında daha başarılı olurken, diğerlerinde belirgin zorluklar yaşamaya devam ediyor. Eğitim programlarında problem çözme becerilerini geliştirmek için hangi alanlara daha fazla odaklanılması gerektiğini gösteren önemli veriler sunuyor.

4. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Bulgular

Bu kısımda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin geometriyi gerekçelendirme becerilerinin enlemsel olarak nasıl değiştiğini gösteren bulgular sunulmuştur.

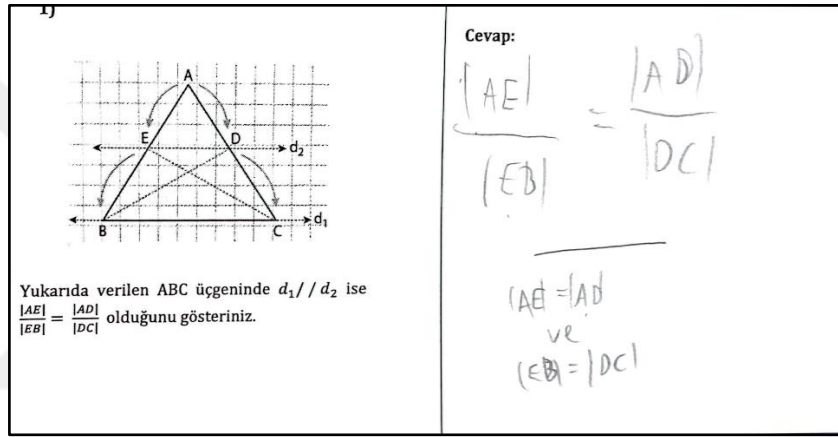
10, 11 ve 12.sınıfta yer alan öğrencilerin geometriyi gerekçelendirme sınavında yer alan her bir problem için yapılan ispatların geometriyi gerekçelendirme süreci bakımından hangi kategoride yer aldığı ve bu kategoriler ile ilgili frekans ve yüzde dağılımları Tablo 13'te sunulmuştur.

Tablo 13. Gerekçelendirme Sınavında Yer Alan Problemler İçin Yapılan İspatların Geometriyi Gerekçelendirme Süreci Bakımından Yer Aldığı Kategorilere Yönelik Frekans ve Yüzde Dağılımları

		10. Sınıf		11. Sınıf		12. Sınıf	
		f	%	f	%	f	%
GS1	G0	21	95,5	5	20,8	9	36,0
	G1	1	4,5	14	58,3	11	44,0
	G2	0	0	3	12,5	1	4,0
	G3	0	0	2	8,3	4	16,0
	G4	0	0	0	0,0	0	0,0
GS2	G0	17	77,3	15	62,5	6	24,0
	G1	5	22,7	7	29,2	17	68,0
	G2	0	0	1	4,2	2	8,0
	G3	0	0	1	4,2	0	0,0
	G4	0	0	0	0,0	0	0,0
GS3	G0	17	77,3	9	37,5	14	53,8
	G1	5	22,7	14	58,3	8	30,8
	G2	0	0	0	0,0	2	7,7
	G3	0	0	0	0,0	0	0,0
	G4	0	0	1	4,2	2	7,7
GS4	G0	21	95,5	16	66,7	12	48,0
	G1	1	4,5	5	20,8	10	40,0
	G2	0	0	2	8,3	0	0,0
	G3	0	0	1	4,2	3	12,0
	G4	0	0	0	0,0	0	0,0
GS5	G0	21	95,5	15	62,5	11	44,0
	G1	1	4,5	5	20,8	10	40,0
	G2	0	0	0	0,0	1	4,0
	G3	0	0	1	4,2	2	8,0
	G4	0	0	3	12,5	1	4,0

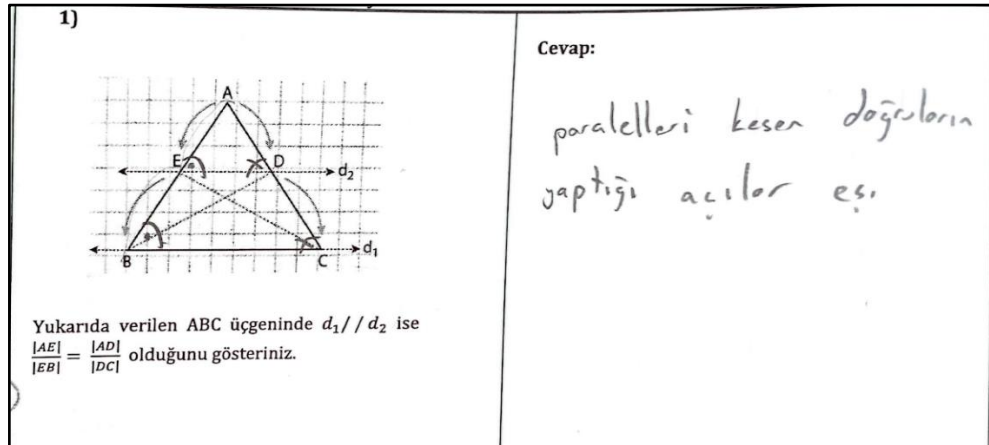
Tablo 13'te GS1-GS5 olarak adlandırılan gruplar gerekçelendirmeyi gerektiren sınavdaki soruları temsil etmektedir. Her soru için G0, G1, G2, G3 ve G4 kodları ise o sorudan alınan puanı temsil etmektedir. 10. sınıf seviyesinde G0 kategorisi tüm gruplarda baskındır. Örneğin, GS1 grubunda %95,5 oranında yer almaktadır. Ancak, üst sınıflara geçildikçe bu oran düşmektedir. 11. sınıfta G0 oranı azalırken bazı gruplarda G1 kategorisi öne çıkmaya başlamaktadır. 12. sınıfta G0 kategorisi bazı gruplarda oldukça düşük seviyeye ulaşmaktadır (GS2: %24, GS5: %44). Bu durum öğrencilerin sınıf seviyesi arttıkça gerekçelendirme becerilerinin kullanışsız çıkarımlar yazması seviyesinden en az bir geçerli çıkarım yazarak gerekçesini belirttiği seviyeye yükseldiğini göstermektedir. 10. sınıfta G1 kategorisi görece düşük seviyede bulunurken (örneğin GS1: %4,5), 11. sınıfta oranları önemli ölçüde artmaktadır. 12. sınıfta G1 kategorisindeki öğrenci oranı daha da yükselmektedir ve bazı gruplarda en baskın kategori haline gelmektedir (GS2: %68, GS1: %44). Bu

durum öğrencilerin istisnalar dışında gerekçelendirme yaparken en az bir geçerli çıkarım yazarak gerekçesini belirtme seviyesine kadar çıkabildiğini göstermektedir. G2, G3 ve G4 kategorileri, sınıf seviyeleri arasında düşük frekanslara sahiptir. Ancak, 12. sınıfta bazı sorularda G3 kategorisinin belirgin bir artış gösterdiği görülmektedir (GS1: %16, GS4: %12). Tablo15'teki veriler, öğrencilerin akademik ilerlemelerine bağlı olarak gerekçelendirme becerilerinin belirli oranda arttığını göstermektedir. 10. sınıfta G0 kategorisi baskınken, 11. ve 12. sınıfta G1 kategorisinin öne çıkması, öğrencinin kullanışsız çıkarımlar yazması, hiçbir şey yazmaması ve sadece verilenleri yazması durumundan, en fazla bir notasyon hatası içeren geçerli bir ispat yazması durumuna geldiğini işaret etmektedir. Geometriyi gerekçelendirmeyi gerektiren sınavda Ö10-2, Ö11-11 ve Ö12-12 kodlu öğrencilerin çözümlerine ilişkin görseller Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11'de sunulmuştur.



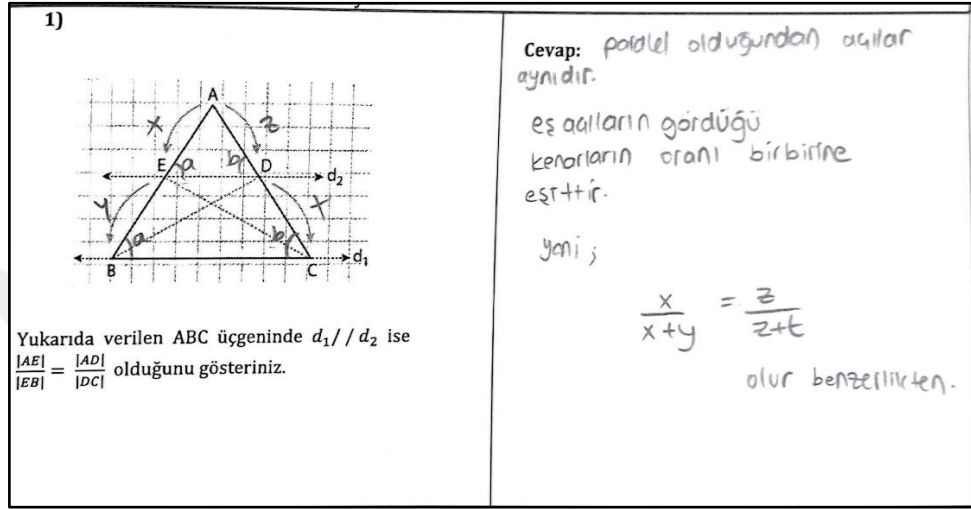
Şekil 9. Ö10-2 kodlu öğrencinin G0'a yönelik çözüm örneği

Şekil 9'da görüldüğü üzere Ö10-2 kodlu öğrenci problemin yazılı kısmında verilen bilgileri yazıp ek olarak kullanışsız ve yanlış çıkarımlar yazarak soru çözümünü tamamlamamıştır. Bu doğrultuda G0 puan almıştır.



Şekil 10. Ö11-11 kodlu öğrencinin G1'e yönelik çözüm örneği

Şekil 10’da görüldüğü üzere Ö11-11 kodlu öğrenci problemde verilen $d_1//d_2$ ifadesinden yararlanarak “paralelleri kesen doğruların yaptığı açılar eş” şeklinde bir gerekçe belirtmiştir. Gerekçeyi belirtme şekli matematiksel dil olarak uygun olmasa da gerekçelendirmeye yönelik çözüm yaparken en az bir tane geçerli çıkarım yazdığı kabul edilebilir. Bu doğrultuda Ö11-11 kodlu öğrenci G1 puan almıştır.



Şekil 11. Ö12-12 kodlu öğrencinin G3’e yönelik çözüm örneği

Şekil 11’de görüldüğü üzere Ö12-12 kodlu öğrenci problemde verilen $d_1//d_2$ ifadesinden yararlanarak “paralel olduğundan açılar aynıdır” gerekçesini sunmuştur. Bu gerekçeye bağlı olarak da “eş açılar gördüğü kenarların oranı birbirine eşittir” çıkarımını yapmıştır. Bu çıkarımına uygun olarak kendi isimlendirdiği kenar uzunluklarını kullanarak bir oran yazmış ve çözümü burada kendi isimlendirmesiyle bitirmiştir. Ö12-12 kodlu öğrenci gerekçelendirme yaparken notasyon hataları yapmıştır. Ancak gerekçelendirmesini doğru çıkarımlar yaparak tamamlamıştır. Bu sebeple Ö12-12 kodlu öğrenci G3 puan almıştır.

Gerekçelendirmeyi gerektiren sınavda 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerin becerilerinin karşılaştırılması Tablo 14’te verilmiştir.

Tablo 14. 10, 11 ve 12. sınıf Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Karşılaştırılması

N	Test İstatistiği	Serbestlik Dereceleri	Asimptotik Sig. (p-değeri)
71	26,002	2	,000

Tablo 14’te örneklem büyüklüğü 71 olarak belirlenmiş ve test istatistiği değeri 26,002 olarak hesaplanmıştır. Serbestlik derecesi 2 olup, asimptotik anlamlılık değeri $p=,000$ olarak elde edilmiştir. Tablo 14’teki veriler incelendiğinde, p değerinin 0,05’ten küçük olması, gruplar arasında istatistiksel

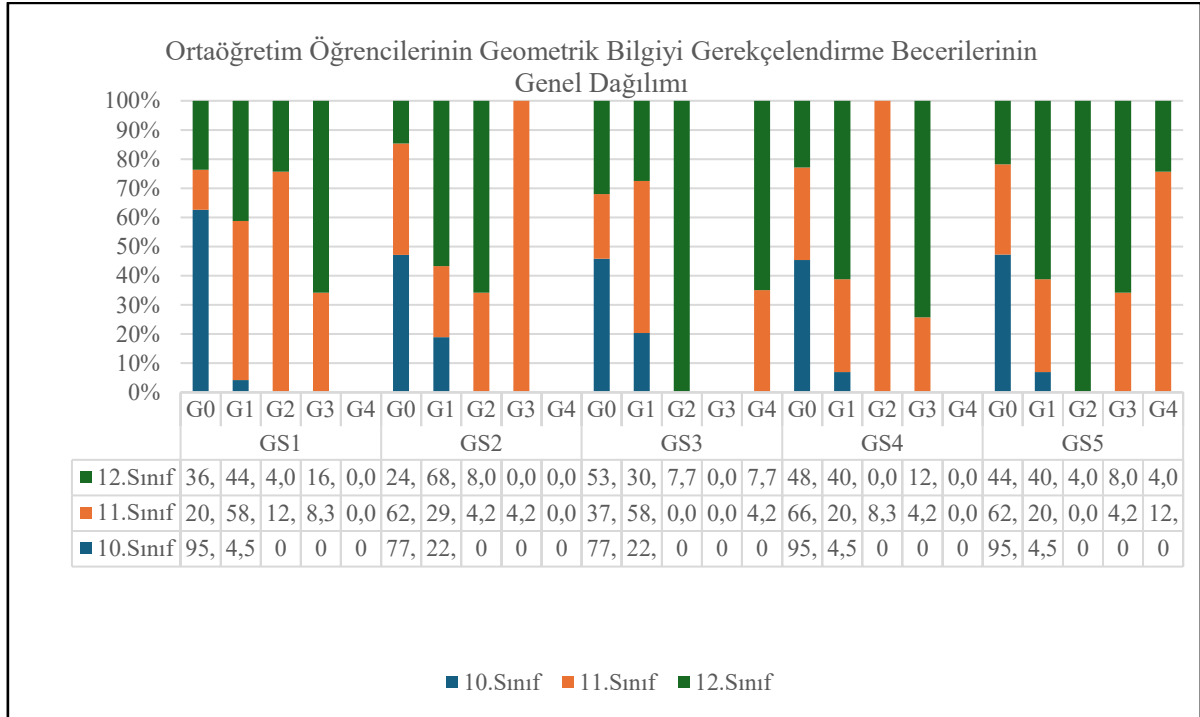
olarak anlamlı bir fark bulunduğunu, öğrencilerin geometriyi gerekçelendirme becerilerinin sınıf seviyesi değiştikçe anlamlı şekilde farklılaştığını göstermektedir. Test istatistiği değeri 26,002, araştırmamızın hipotezini güçlü bir şekilde desteklendiğini göstermektedir. 10, 11 ve 12.sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerileri arasındaki Kruskal-Wallis testi sonuçları Tablo 15'te verilmiştir.

Tablo 15. Ortaöğretim Öğrencilerinin Gerekçelendirme Becerileri Arasındaki Kruskal-Wallis Test Sonuçları

	W değeri	Standart Hata	Standart Test İstatistiği	p değeri
10. sınıf-12. sınıf	-24,803	5,956	-4,164	,000
10. sınıf-11. sınıf	-27,696	5,899	-4,695	,000
12. sınıf-11. sınıf	-2,893	5,767	-,502	,616

Tablo 15'te görüldüğü üzere 10. sınıf ile 12. sınıf arasındaki istatistik değeri -24,803, standart hata 5,956, test istatistiği -4,164 ve p değeri ,000 olarak hesaplanmıştır. Bu durumda 10. sınıf ile 12. Sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmektedir ($p < 0.05$). 10. sınıf ile 11. Sınıf arasındaki istatistik değeri -27,696, standart hata 5,899, test istatistiği -4,695 ve p değeri ,000 olarak hesaplanmıştır. 10. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerileri arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlıdır ($p < 0.05$). 11. sınıftaki öğrencilerin gerekçelendirme becerisi bakımından 10. Sınıf öğrencilerine göre belirgin farklılık gösterdiği anlaşılmaktadır. 12. sınıf ile 11. sınıf arasındaki istatistik değeri -2,893, standart hata 5,767, test istatistiği -,502, p değeri ,616 ve adj Sig. 1,000 olarak hesaplanmıştır. 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerileri arasında anlamlı bir fark bulunmamaktadır ($p > 0.05$). Bu durum iki sınıf seviyesindeki öğrencilerin gerekçelendirebilme seviyelerinin benzer oldukları göstermektedir. 10. sınıf ile 11. ve 12.sınıflar arasındaki farklar istatistiksel olarak anlamlı olması öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin sınıf seviyesine bağlı olarak değiştiğini göstermektedir. 11. ve 12. sınıf arasında anlamlı bir fark gözlemlenmemiştir, bu durum da bu seviyelerdeki öğrencilerin gerekçelendirme seviyelerinin benzer olduğunu göstermektedir.

Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi gerekçelendirme becerilerinin 10, 11 ve 12.sınıflar arasındaki değişimi gösteren Grafik 3 aşağıda sunulmuştur.



Grafik 3. Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik bilgiyi gerekçelendirme becerilerinin genel dağılımı

Grafik 3'te görüldüğü üzere, GS1 sorusu için G0 düzeyindeki 12. sınıf öğrencilerinin sayısı 36, 11. sınıf öğrencilerinin sayısı 20 ve 10. sınıf öğrencilerinin sayısı 95'tir. Genel olarak, 10. sınıf öğrencileri düşük gerekçelendirme düzeylerinde (G0, G1) daha yüksek oranlarda temsil edilirken, 12. sınıf öğrencileri daha üst düzey gerekçelendirme seviyelerine (G3, G4) doğru bir eğilim göstermektedir. 11. sınıf öğrencileri genellikle orta düzey gerekçelendirme seviyelerinde (G2) yoğunlaşmaktadır. Bu veriler, öğrencilerin sınıf seviyeleri ilerledikçe gerekçelendirme becerilerinde gelişim gösterdiklerini ortaya koymaktadır.

5. TARTIŞMA

Araştırmanın amacı, ortaöğretim seviyesindeki öğrencilerin geometriyi kullanma, problem çözme ve gerekçelendirme becerisine yönelik gelişimlerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme yapmayı gerektiren sınavlar hazırlanıp 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Uygulama sonucunda ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin enlemsel olarak nasıl değiştiği incelenmiştir. Bu bölümde ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin değişimine yönelik tartışmalara yer verilmiştir.

5. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Gerçek Yaşam Durumlarında Kullanma Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma

Geometriyi kullanma sınavı uygulamasının sonuçları incelendiğinde 10. sınıf öğrencilerinin genellikle GK0 kategorisinde olduğu görülmektedir. (%63,6- %95,5 arasında). Bu durum ortaöğretim öğrencilerinin 10. sınıftayken karşılaştıkları geometriyi kullanmayı gerektiren sorularda sorunun çözümüne dair hiçbir şey yazmama, sadece verilenleri görsel üzerine yerleştirmekle kalma veya geçersiz çıkarımlarda bulunma eğiliminde olduklarını ifade etmektedir. Bu durum, geometriye olan yatkınlıklarını ve problem çözme becerilerini anlamak açısından önemli bir gösterge niteliğindedir (Geçici & Aydın, 2019). GK0 kategorisinde olan öğrenciler, geometri ile ilgili problemlerde çözüm üretmek yerine, genellikle verilen bilgileri şeklin üzerine yerleştirmekle yetinmektedirler. Bu durum, öğrencilerin problemi çözmeye yönelik derinlemesine bir analiz yapmadıklarını ve doğrudan çözüm yolları geliştirmekte zorlandıklarını göstermektedir (Deringöl, 2006). Ayrıca, öğrenciler bazen hatalı çıkarımlarda bulunarak sorunun doğru çözümüne ulaşmakta başarısız olmaktadır. Bu eğilim, öğrencilerin geometriye yönelik kavrayışlarının belirli bir seviyede sıkışıp kaldığını ve daha ileri düşünme becerileri geliştirmekte zorlandıklarını işaret etmektedir (Öztürk & Kılıç, 2024). Problemler karşısında yalnızca verilen bilgileri şekil üzerinde gösterme veya hatalı çıkarımlarda bulunma gibi durumlar, matematiksel düşünme sürecinin yeterince gelişmediğini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin GK0 kategorisindeki oranlarının 11. sınıfta belirgin bir şekilde azaldığı, 12. sınıfta ise daha da düştüğü görülmektedir. Bu düşüş, öğrencilerin zamanla akademik süreçlere uyum sağladığını ve geometri konusundaki bilgi düzeylerini geliştirdiğini göstermektedir. Eğitim süreci içinde, öğrencilerin daha fazla pratik yaparak ve çeşitli problemlere maruz kalarak geometriyi kullanma becerilerinde ilerleme kaydetmeleri doğal bir sonuçtur (Freudenthal, 1971). Özellikle üst sınıflara geçildikçe, öğrencilerin önceki yıllarda edindikleri temel bilgileri kullanarak daha karmaşık problemlere yönelmeleri ve çözüm stratejileri

geliştirmeleri beklenmektedir. Bu süreçte öğretim yöntemleri, sınavlara hazırlık süreci ve öğrencilerin bireysel çabaları etkili rol oynar. GK0 kategorisindeki oranların azalması, öğrencilerin geometriye daha fazla hâkim olmaya başladığının ve öğrenme sürecinde aşamalı bir ilerleme kaydettiklerinin önemli bir göstergesidir.

GK2 kategorisi, özellikle 11. sınıfta belirgin bir artış göstermektedir (GKS3'te %41,7, GKS5'te %12,5). GK2 kategorisindeki bu artış, öğrencilerden geometriyi kullanmaları istendiğinde, problemin bir kısmını yaparak durma veya problemin çözümüne hatalı bir strateji ile başladığı için geçersiz bir sonuca ulaşma, eğiliminde olduğunu ortaya koymaktadır. GK2 kategorisindeki artış, öğrencilerin geometri problemlerini çözme konusunda yaşadıkları zorlukların temelinde kavramsal eksiklikler ve stratejik hata yapma eğilimi olduğu düşünülmektedir (Clements & Battista, 1992). Özellikle 11. sınıfta bu kategoride belirgin bir artış görülmesi, öğrencilerin problem çözme becerilerinde belirli bir noktada takıldıklarını ve bunun sistematik bir durum olduğunu göstermektedir. Geometri, birçok öğrenci için soyut düşünmeyi gerektiren bir alan olduğundan, kavramların tam olarak anlaşılmadan problem çözmeye başlanması, hatalı sonuçlara ulaşmalarına neden olabilir (Alex & Mammen, 2018). Bunun yanında, öğrencilerin problem çözme sürecindeki tutumları da GK2 kategorisindeki bu artışı etkilemektedir. Örneğin, öğrenciler bir problemin yalnızca belirli bir bölümünü tamamladıktan sonra durma eğiliminde olması problem çözme sürecinde karşılaştıkları bilişsel yükün fazla gelmesi veya çözüm sürecine dair yeterli öngörü geliştirememeleri olduğu düşünülmektedir (Arslan & Unal, 2022). Strateji hatasıyla başlayan öğrenciler ise genellikle yanlış bir çözüm yolunda ilerledikleri için geçersiz sonuçlara ulaşma eğilimindedirler. Bu durum, problem çözme süreçlerini iyileştirmek için daha derinlemesine düşünme ve daha sistematik yaklaşımlar geliştirme ihtiyacını ortaya koymaktadır.

GK3 kategorisi 10, 11 ve 12.sınıflarda genel olarak düşük frekansa sahip olup, bu durum öğrencilerin çözüm yapma seviyesinde belirli bir eksiklik yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin, temel kavramları anlamakta güçlük çektiği veya sistematik düşünme yetisini yeterince geliştiremediği söylenebilir. Düşük frekans, özellikle alt sınıf seviyelerinde, öğrencilerin GK3 kategorisi ile ilgili yeterli bilgiye sahip olmamalarına ya da bu konuda yeterince pratik yapmamalarına işaret etmektedir. GK3 kategorisinde 12. sınıfta bazı gruplarda kısmi bir yükseliş gözlemlenmektedir. Bu durumun nedeni, öğrencilerin üniversite sınavına hazırlanırken konuya daha fazla odaklanması veya bu seviyeye kadar eksikliklerini gidermeye yönelik çalışmalar yapması olarak değerlendirilmektedir (Altan & Bahadır, 2023). Aynı zamanda, öğretim yöntemlerindeki değişiklikler ya da öğrencilerin öğrenmeye yönelik artan motivasyonu da bu yükselişi desteklediği düşünülmektedir (Bayrakçıken, Oktay, Samancı, & Canpolat, 2021). 12.sınıf dışındaki seviyelerde GK3 kategorisinde gelişim sağlanamamasının temel nedenlerinden biri, öğrencilerin notasyon hataları yapmaları olarak görülmektedir. Notasyon hataları, öğrencilerin matematiksel ya da mantıksal düşünme süreçlerinde yanlış sonuçlara ulaşmalarına yol açmaktadır. Eğer öğrenciler erken

sınıf seviyelerinde doğru notasyon alışkanlıklarını kazanamazlarsa, ileri seviyelerde problem çözme becerilerinin gelişmesi de zorlaşmaktadır (Korkmaz, Dünder, & Yaman, 2016).

GK4 kategorisi özellikle 11. ve 12. sınıfta baskın hale gelmektedir (%66,7- %85,7 arasında). 11. ve 12. sınıflarda GK4 kategorisinin baskın hale gelmesi, öğrencilerin temel geometrik kavramları ve problem çözme stratejilerini edinmelerinin ardından, bu bilgileri daha güvenle uygulamaya başladıklarını göstermektedir. Bu noktada, öğrenciler yalnızca geometrik kuralları ezberlemekten çok, problem çözme süreçlerinde bunları nasıl kullanacaklarını anlamaya yönelmektedirler (Yazıcı, 2019). Ayrıca, öğrencilerin en fazla bir notasyon hatası içeren doğru çözümler yapma eğiliminde olmaları, analitik düşünme becerilerinin geliştiğini ve geometriyi pratik bir şekilde uygulayabildiklerini gösterir. Notasyon hatalarının azalması, öğrencilerin kavramsal netlik kazandıkları ve geometrik ifadeleri daha doğru kullanmaya başladıkları anlamına gelir. Bu durum hem görsel hem de sembolik temsil becerilerinin geliştiğinin bir işareti olup, öğrencilerin problem çözme süreçlerini bilinçli bir şekilde yönlendirebildiklerini göstermektedir (Bilgili, Özkaya, Çiltaş, & Konyalıoğlu, 2021).

Test istatistiği değeri 30.931, 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerileri arasında belirgin bir fark olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme yeteneklerinin zamanla geliştiği veya öğretim programı farklılıkları nedeniyle değiştiği yönünde önemli çıkarımlar sunmaktadır. Özellikle üst sınıf öğrencilerinin daha ileri düzeyde geometrik kavramlara hâkim olmaları beklenirken, bazı öğrencilerin belirli konularda daha zorlandığı görülebilir. Bu durum, öğretim yöntemleri, öğrenme materyalleri ve bireysel farklılıklardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu araştırmada elde edilen $p = 0.000$ değeri, 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometriyi kullanma becerileri arasındaki farkın rastgele bir durumdan çok, belirli değişkenlerin etkisiyle oluştuğunu göstermektedir. Bu değişkenlerin öğrencilerin eğitim düzeyi, öğretim yöntemleri, bireysel öğrenme süreçleri olduğu söylenebilir. Bu araştırma kapsamında enlemsel olarak inceleme yapıldığı göz önünde bulundurulursa öğrencilerin eğitim düzeyi arttıkça geometriyi kullanma becerilerinin de arttığı söylenebilir. Eğitim sürecinde öğrenciler, temel matematik ve geometri konularını öğrenerek daha karmaşık problemlere aşamalı olarak geçiş yapar. Bu süreçte, mantıksal düşünme, uzamsal farkındalık ve problem çözme yetenekleri gelişir. Özellikle ileri düzey eğitim gören öğrenciler, günlük hayatlarında ve akademik çalışmalarında geometrik kavramları daha etkin bir şekilde kullanma becerisi kazanır. Bu durum, onların hem analitik düşünme yetilerini güçlendirir hem de soyut kavramları somut problemlere uygulama yeteneklerini artırır. Araştırmanın bulguları, eğitim düzeyi ile geometri kullanma becerisi arasındaki bu doğrusal ilişkiyi desteklemektedir.

Yapılan Kruskal-Wallis testi sonucunda 10. sınıfın 12. sınıfa göre belirgin şekilde geometriyi kullanma becerilerinin daha düşük seviyede olduğu, 10. sınıfın 11. sınıfa göre de geometriyi kullanma becerilerinin düşük olduğu ve 12. sınıfın 11. sınıfa göre geometriyi kullanma becerilerinin

artış gösterdiği ancak farkın çok küçük olduğu görülmüştür. 10. sınıftan 11. ve 12. sınıfa geçerken becerinin anlamlı şekilde artması, bu dönemde verilen eğitimin etkili olduğunu gösterirken, 11. ve 12. sınıf arasındaki gelişim hızının düşmesi farklı faktörlere bağlı olabilir. Öğretim programında geometriye geometri kazanımlarının azalması, öğrencilerin üniversite sınavına odaklanması ve bilişsel olgunluk düzeyine ulaşan bireylerin daha az ivme kazanması, bu durumu açıklayabilecek etkenler arasındadır (Kurban & Yanık, 2022; Yazıcı, 2019). Özellikle 12. sınıfta öğrencilerin sınav odaklı çalışmaları, analitik düşünmeyi geliştiren geometri gibi derslere daha az zaman ayırmalarına neden olabileceği düşünülmektedir.

5. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma

Geometrik problem çözme becerileri, öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerinin önemli bir bileşeni olup, zamanla gelişen bilişsel yeteneklere bağlı olarak değişiklik göstermektedir. 10.sınıfta PÇ0 kategorisinin yüksek oranlara sahip olması (%68,2-%77,3), öğrencilerin bu seviyede daha temel düzeyde problem çözme stratejilerine eğilim gösterdiğini işaret etmektedir. Bu durum, geometriye yönelik kavramsal bilgi seviyelerinin henüz gelişmekte olduğunu ve öğrencilerin genellikle daha temel çözüm yaklaşımlarına yöneldiğini göstermektedir (Yazıcı, 2019). Öğrencilerin yeni kavramlarla tanışma sürecinde, daha basit ve sezgisel çözüm yollarına başvurdukları görülmektedir. Bu bağlamda, geometrik düşünme becerileri gelişmeden önce, öğrencilerin daha çok deneme-yanılma veya doğrudan uygulama içeren yöntemleri benimsediği gözlenmiştir. 12.sınıfta PÇ0 kategorisindeki oranların belirgin bir şekilde düşmesi (%0-%24), öğrencilerin problem çözme süreçlerinde farklı bir yaklaşıma geçiş yaptığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilere öğretilen gelişmiş stratejilerin etkili bir şekilde benimsendiğini ve daha yüksek seviyede problem çözme becerilerinin kazandırıldığını ifade etmektedir. Geometrik problem çözme sürecinde daha sofistike tekniklerin uygulanması, öğrencilerin bilişsel esnekliklerinin artmasıyla doğrudan ilişkilidir (Arcavi, 2003). Bu nedenle, daha üst sınıflardaki öğrencilerin PÇ0 kategorisinden daha az puan alması, gelişen analitik düşünme becerilerinin ve yeni stratejilere yönelmenin bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Öğrencilerin sınıf seviyesi ilerledikçe, temel problem çözme yöntemlerinden uzaklaşıp daha karmaşık analiz ve çıkarım yöntemlerine yönelmeleri, matematik eğitiminde beklenen bir gelişimdir (Baki, 2008). PÇ0 seviyesindeki düşüş, aslında öğrencilerin artık daha fazla bilgiye sahip olduklarını ve problemlere dair daha derinlemesine stratejiler geliştirdiklerini işaret etmektedir.

Geometrik problem çözme kategorileri bağlamında yapılan analizler, öğrencilerin zamanla farklı seviyelerde problem çözme becerisi geliştirdiklerini göstermektedir. Özellikle 12. sınıfta PÇ4 kategorisinin baskın hale gelmesi (%68-%100 oranında), öğrencilerin çözüm süreçlerinde belirli bir olgunluğa ulaştığını düşündürmektedir. Öğrencilerin problem çözme sürecinde PÇ4 kategorisine

yoğunlaşmaları, problemde verilenleri yalnızca şekil üzerine yerleştirme ve gereksiz çıkarımlar yapma eğiliminden ziyade, çözümde en fazla bir notasyon hatası içeren doğru bir sonuca ulaşmaktadırlar. Bu durum, öğrencilerin problem çözme sürecinde yüzeysel işlemlerle sonuca ulaşma eğilimini geride bıraktığını göstermektedir. Öte yandan, PÇ1, PÇ2 ve PÇ3 kategorilerinin düşük frekansta kalması, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde daha az hata yaparak analitik düşünmeye ve çözüm stratejilerini geliştirmeye yöneldiklerini düşündürmektedir. Özellikle daha düşük sınıf seviyelerinde PÇ4 kategorisine ait oranın sınırlı kalması, eğitim sürecinde öğrencilerin farklı problem çözme yaklaşımlarını benimsemekte zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Öğrencilerin problem çözme becerilerinde gözlemlenen bu değişimler, zaman içinde eğitim programlarının etkisiyle şekillenen bir süreç olarak değerlendirilebilir (Tokmak, 2023). 12. sınıfta PÇ4 kategorisinin yükselmesi, öğrencilerin problem çözme konusunda belirli bir yetkinliğe ulaştığını düşündürse de bu durumun yalnızca sonuca odaklanma ve işlem hatalarının minimumda tutulması anlamına gelip gelmediği tartışılmalıdır. Gerçek anlamda problem çözme becerisi, yalnızca matematiksel doğrulukla değil, aynı zamanda çözüm sürecinin niteliğiyle de değerlendirilmelidir (Silver, 1997).

Araştırma bulgularına göre, 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmektedir. p değerinin 0,05'ten küçük olması, bu farkın tesadüfi olmadığını ve belirli değişkenlere bağlı olarak ortaya çıktığını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin yaşları, eğitim süreçleri, maruz kaldıkları öğretim yöntemleri ve bilişsel gelişim seviyeleri gibi faktörlerden etkilenmiş olabilir. Özellikle ileri sınıflardaki öğrencilerin, önceki yıllarda edindikleri bilgi ve stratejiler sayesinde daha başarılı oldukları düşünülebilir. Bu durum, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde daha sistematik yaklaşımlar geliştirmelerine olanak tanımaktadır. Önceki yıllarda edindikleri matematiksel kavramlar, teoremler ve çözüm stratejileri, onların yeni problemleri daha hızlı analiz etmelerine ve çözüm yolları üretmelerine yardımcı olmaktadır. Ayrıca, geçmişte karşılaştıkları benzer problemlerin çözümüne dair kazanımları, yeni problemlere uyarlama yeteneklerini geliştirmektedir. Deneyimle birlikte gelen bu bilişsel esneklik, öğrencilerin daha karmaşık problemlere karşı cesur ve yaratıcı yaklaşımlar benimsemelerini sağlamaktadır. Bunun yanı sıra, eğitim sürecinde karşılaştıkları farklı öğretim yöntemleri ve materyaller, onların problem çözme becerilerini destekleyerek daha güçlü bir akademik temel oluşturmalarına katkıda bulunabilir (Aydın & Derin, 2020; Polya, 1973).

Kruskal-Wallis testi sonuçlarına göre, 10. ve 12. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasındaki fark, istatistiksel anlamlılık sınırına yakın bir değerdedir. Belirli bir güven aralığında değerlendirildiğinde, 10. sınıf ile 12. sınıf öğrencilerinin geometrik problem çözme becerileri arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir. Ayrıca, 10. sınıf ile 11. sınıf öğrencileri arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu tespit edilirken, 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencileri arasındaki farkın da istatistiksel olarak anlamlı olduğu gözlemlenmiştir. Bu bulgu, istatistiksel olarak anlamlı farklılıkların mevcut olduğunu gösterse de elde edilen p değeri 10. sınıf ile 12. sınıf

arasındaki geometrik problem çözme becerileri farkının belirli bir güven aralığında anlamlı olabileceğini bu farkın eğitimsel, bilişsel veya pedagojik faktörlerden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Geometrik problem çözme becerilerindeki bu farklılık, öğrencilerin matematik eğitimi sürecinde karşılaştıkları konuların karmaşıklığı, kullanılan öğretim stratejileri ve öğrencilerin bireysel öğrenme stilleri ile yakından ilişkilidir. Özellikle üst sınıflara geçtikçe öğrencilerin soyut düşünme becerilerinin gelişmesi, problem çözme stratejilerini daha analitik hale getirebilir. Buna ek olarak, eğitim programlarının içerik yoğunluğu, öğretmenlerin pedagojik yaklaşımları ve öğrencilerin önceki yıllarda edindikleri matematiksel bilgi düzeyi gibi değişkenler de bu farkın oluşmasında etkili olmaktadır. $p < 0,05$ değeri, 10. sınıf ile 11. sınıf ve 12. sınıf ile 11. sınıf arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğunu gösterirken, yalnızca istatistiksel anlamlılığa odaklanmak yeterli olmayabilir. Öğrencilerin bireysel öğrenme deneyimleri, öğretim metodolojileri ve problem çözme sürecine dair yaklaşımlar gibi etkenler, farkın nedenlerini anlamada kritik rol oynamaktadır. Ayrıca, istatistiksel anlamlılık bulunması, pratik anlamlılığın da bulunduğu anlamına gelmeyebilir. Bu nedenle, bu araştırmada elde edilen istatistiksel anlamlılık, sonuçların gerçek dünyada uygulanabilirliği konusunda doğrudan bir garanti sunmaz. Pratik anlamlılık, sınıflar arası geometrik problem çözme farklılıkların eğitimde veya günlük yaşamda ne ölçüde etkili olduğunu belirlemeye yardımcı olur.

5. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Değişimi ile İlgili Tartışma

Öğrencilerin gerekçelendirme becerileri, onların akademik başarılarını ve eleştirel düşünme kapasitelerini doğrudan etkileyen önemli bir faktördür (Schoenfeld, 1992). 10. sınıf seviyesinde G0 kategorisinin tüm gruplarda baskın olduğu gözlemlenirken, üst sınıflara geçildikçe bu baskınlık azalmaktadır. Bu durum, öğrencilerin akademik gelişmelerinin gerekçelendirme süreçlerini nasıl şekillendirdiğini anlamak adına kritik bir öneme sahiptir. 10.sınıf seviyesinde G0 kategorisinin tüm gruplarda yüksek oranlarda bulunduğu görülmektedir. Özellikle GS1 sorusunda G0 oranının %95,5 olması, bu seviyedeki öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin henüz gelişim aşamasında olduğunu göstermektedir. Bu öğrenciler, mantıksal çıkarım yaparken kullanışsız veya eksik gerekçelendirme ile sonuçlanan düşünme biçimlerini tercih etme eğilimindedirler. Gerekçelendirme becerilerinin henüz tam olarak gelişmemiş olması, bu seviyede akademik destekleyici çalışmaların önemini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin gerekçelendirme becerileri, akademik başarıları ve eleştirel düşünme kapasiteleri ile doğrudan ilişkilidir. Ancak, bu beceriler belirli bir seviyeye kadar kendiliğinden gelişmez. Özellikle bu seviyedeki öğrenciler için, problem çözme, mantıksal çıkarım yapma ve neden-sonuç ilişkilerini anlamaya yönelik etkinlikler içeren müfredatlar oluşturulması kritik öneme sahiptir. Bu tür destekleyici çalışmalar, öğrencilerin yalnızca doğru cevaplara ulaşmasını değil, aynı zamanda çözümlerini nasıl ve neden ürettiklerini anlamalarını sağlar. Böylece,

gerekçelendirme becerilerinin güçlenmesi, onların akademik başarılarını artırırken eleştirel düşünme kapasitelerini de geliştirmelerine yardımcı olur. Öğrenciler 11. sınıfa geçtikçe, G0 kategorisinin oranında belirgin bir azalma gözlemlenmektedir. Bu seviyede bazı gruplarda G1 kategorisinin ön plana çıkmaya başladığı görülmektedir. G1 kategorisinin öne çıkması, öğrencilerin artık gerekçelendirme yaparken daha bilinçli ve geçerli çıkarımlara dayalı düşünme süreçlerini benimsediklerini göstermektedir. Bu değişim, öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiklerinin ve akademik ilerlemelerinin doğal bir sonucu olarak kendini gösterdiğinin kanıtıdır (Anderson & Piazza, 1996). 12.sınıfa ulaşıldığında, bazı gruplarda G0 kategorisinin oldukça düşük seviyelere indiği gözlemlenmektedir. Örneğin, GS2 sorusunda G0 oranı %24'e, GS5 sorusunda ise %44'e gerilemiştir. Bu düşüş, öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerinde artık daha geçerli çıkarımlar yapabildiklerini ve düşüncelerini daha sistematik bir şekilde açıklayabildiklerini ortaya koymaktadır. Gerekçelendirme becerilerindeki bu gelişim, öğrencilerin akademik başarılarını artıran önemli bir faktördür ve eğitim süreçlerinde sağlanan desteklerin bu becerinin gelişimine katkı sağladığını göstermektedir. Bu beceriler sayesinde öğrenciler yalnızca bilgiyi ezberlemekle kalmaz, aynı zamanda öğrendiklerini sorgulama ve yorumlama yetisi kazanır. Bu durum, onların matematiksel ve bilimsel problemlere daha sistemli ve doğru yaklaşımlar geliştirmelerine olanak tanır. Bu doğrultuda gerekçelendirme becerilerini güçlendiren eğitim yöntemleri, öğrencilerin akademik başarılarını artırırken aynı zamanda onların eleştirel düşünme yetilerini de geliştirir. Bu sayede öğrenciler hem okul hayatlarında hem de günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemleri daha etkili şekilde çözebilirler.

10. sınıfta G1 kategorisinin nispeten düşük seviyede bulunurken ancak ilerleyen sınıflarda bu oranların ciddi şekilde arttığını görülmektedir. 12. sınıfta bazı gruplarda G1 kategorisinin en baskın kategori haline gelmesi, öğrencilerin akıl yürütme ve gerekçelendirme becerilerinde önemli bir ilerleme kaydettiğine işaret etmektedir. Bu durum, eğitim sürecinde öğrencilerin düşünme becerilerini nasıl geliştirdiğini ortaya koymaktadır. 10. sınıfta G1 kategorisinin görece düşük seviyede bulunması (%4,5 gibi oranlarla) öğrencilerin gerekçelendirme sürecinde yeterince derin çıkarımlara ulaşamadığını göstermektedir. 11. sınıfta G1 kategorisinin önemli ölçüde artması, öğrencilerin gerekçelendirme sürecinde en az bir geçerli çıkarım üretebilmekte ve görüşlerini belirli bir mantıksal çerçevede sunabildiğini göstermektedir. Bu artış, özellikle eğitim yöntemlerindeki değişim ve öğrencilerin daha fazla analitik düşünmeye teşvik edilmesiyle bağlantılı olabilir. Özellikle eğitim yöntemlerinde yapılan değişiklikler ve öğrencilerin daha analitik düşünmeye teşvik edilmesi, bu süreci destekleyen temel unsurlar arasında yer almaktadır. Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı, problem odaklı öğrenme teknikleri ve açık uçlu soru kullanımı gibi yöntemler, öğrencilerin düşünme süreçlerini derinleştirmelerine olanak tanımaktadır. Böylece öğrenciler, sadece mevcut bilgiyi kullanmakla kalmaz, aynı zamanda bilgiyi sorgulama ve mantıksal çerçevede organize etme becerilerini de geliştirebilirler. Bu durum, onların akademik başarılarını artırmakla

birlikte, gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlere daha sistemli ve eleştirel bir bakış açısıyla yaklaşmalarını sağlamaktadır. 12. sınıfta G1 kategorisinin bazı gruplarda en baskın kategori haline gelmesi (GS2: %68, GS1: %44), öğrencilerin argümanlarını daha sağlam temellere dayandığını ve analitik düşünme alışkanlığını kazandırıldığını göstermektedir. Eğitim sürecindeki bu gelişim, öğrencilerin akademik olarak daha donanımlı hale geldiklerini ve daha güçlü çıkarımlarda bulunabildiklerini göstermektedir. Günümüzde eğitim materyallerinin çeşitlenmesi, teknoloji ile desteklenen öğrenme ortamlarının yaygınlaşması ve öğretim yöntemlerinin gelişmesi, öğrencilerin konuları daha derinlemesine anlayabilmesine yardımcı olmaktadır. Bu durumda öğrenciler yalnızca bilgiyi almakla kalmaz, aynı zamanda onu analiz ederek farklı bakış açıları geliştirebilir, eleştirel düşünebilir ve daha ileri seviyede çıkarımlarda bulunabilirler. Bu da onların akademik başarılarını artırmakla kalmaz, aynı zamanda topluma daha bilinçli ve bilgili bireyler olarak katkıda bulunmalarını sağlar.

G2, G3 ve G4 kategorilerinin düşük frekansta olması, öğrencilerin eğitim sürecinin erken aşamalarında gerekçelendirme gerektiren sorulara daha az aşına olduklarını gösterir. Ancak, eğitim seviyesi yükseldikçe öğrenciler daha karmaşık düşünme süreçlerine yönelirler ve bu, G3 kategorisinde belirgin bir artışın ortaya çıkmasına neden olabilir. 12. sınıftaki öğrenciler, önceki yıllara göre daha yüksek seviyede analiz ve sentez gerektiren akademik içerikle karşılaşır. Bu durum, onların gerekçelendirme becerilerini kullanarak bilgileri değerlendirme ve yorumlama yeteneklerini artırır. G3 kategorisinde belirlenen %16 oranındaki yükseliş, öğrencilerin akademik gelişiminin doğal bir sonucu olarak değerlendirilebilir. Ayrıca, sınav sistemleri ve üniversite hazırlık süreçleri, öğrencileri eleştirel düşünmeye teşvik ederek gerekçelendirme kapasitesini geliştirebilir. G3 kategorisindeki artış, eğitim sisteminin öğrencileri eleştirel düşünmeye ve analitik yaklaşımlar geliştirmeye yönlendirdiğini gösterir. Öğrencilere sunulan problem çözme, tartışma ve analiz odaklı ders içerikleri, gerekçelendirme becerilerinin gelişmesine doğrudan katkıda bulunur. Bu bağlamda, eğitim programlarının öğrencilerin bilişsel gelişimi üzerindeki etkisini incelemek önemlidir.

G0 kategorisindeki öğrenciler, matematiksel argüman üretme konusunda yetersizlik göstermekte olup, ispat sürecini yalnızca verilenleri sıralamakla veya eksik çıkarımlar yapmakla sınırlı tutmaktadırlar. Bu durum, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini yeterince geliştirememelerinden kaynaklanmaktadır. Jean Piaget'nin bilişsel gelişim teorisine göre, öğrenciler belirli yaş aralıklarında farklı bilişsel aşamalardan geçerler ve her aşama, belirli düşünme becerilerini geliştirme süreçlerini içerir. Bu bağlamda, özellikle somut işlemler döneminde bulunan öğrenciler, soyut düşünme becerilerini tam olarak geliştirmemiş olabilirler. Piaget'ye göre, bu dönemde öğrenciler daha çok somut olaylara dayalı akıl yürütme yaparken, soyut kavramları anlamlandırma ve uygulama konusunda zorluk yaşayabilirler. Dolayısıyla, bu dönemdeki öğrencilerin soyut düşünmeye tam anlamıyla uyum sağlayamamış olmaları, bilişsel gelişimin doğal bir parçası olarak değerlendirilebilir. G1 kategorisine geçiş, öğrencilerin daha tutarlı ve geçerli ispatlar üretebildiği bir

dönemi ifade etmektedir. Bu değişim, öğrencilerin soyut düşünme becerilerinin ilerlemesi, problem çözme odaklı öğretim metotlarının benimsenmesi, doğru matematiksel çıkarımlar yapma konusunda kazandıkları özgüven gibi çeşitli pedagojik ve bilişsel faktörlerin etkisiyle gerçekleşmektedir. G1 aşamasında öğrenciler, artık eksik çıkarımlardan kaçınarak matematiksel argümanlarını daha sağlam bir şekilde ortaya koyabilmektedirler. Ancak, en fazla bir notasyon hatası içeren ispatlar üretmeleri, hala gelişim sürecinde olduklarını göstermektedir. Bu noktada, notasyon hatalarının öğrenme sürecinin doğal bir parçası olduğu ve öğrencilerin daha ileri matematiksel yazım becerilerini edinmesi gerektiği düşünülmektedir.

Araştırmanın bulgularından elde edilen serbestlik derecesi ve p değeri, öğrencilerin geometriyi gerekçelendirme becerilerinde sınıf seviyesine bağlı olarak anlamlı bir farklılık olduğunu göstermektedir. Bu durum, eğitim sürecinde öğrencilerin bilişsel gelişimlerinin ve öğrenme deneyimlerinin, matematiksel muhakeme yeteneklerini nasıl şekillendirdiğine dair önemli ipuçları sunmaktadır. Alt sınıf seviyelerinde öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerinde daha temel kavramlara dayalı açıklamalar yaptığı veya geçersiz çıkarımlarda bulunduğu ancak üst sınıflara geçtikçe ise soyut düşünme yeteneklerinin gelişmesiyle birlikte daha kompleks ve formel argümanlar kullanabildiği gözlemlenmiştir. Bu farklılık, öğretim programlarının içeriği, kullanılan yöntemler ve öğrencilerin bireysel akademik ilerlemeleriyle yakından ilişkilidir. Özellikle ileri sınıflardaki öğrenciler, önceki yıllarda edindikleri matematiksel bilgi ve kavramsal çerçeve sayesinde daha tutarlı ve mantıksal çıkarımlarla gerekçelendirme yapabilmektedir. Bunun yanı sıra, eğitim ortamları ve öğretim teknikleri de öğrencilerin bu becerilerini geliştirmelerinde kritik bir rol oynamaktadır.

Kruskal-Wallis testi sonuçlarına göre 10. sınıf ile 11. sınıf öğrencilerinin gerekçelendirme becerileri arasında anlamlı bir farklılık olduğunu göstermektedir. p değerinin 0.05'ten küçük olması, 11. sınıf öğrencilerinin 10. sınıfa göre daha gelişmiş gerekçelendirme becerilerine sahip olduğunu desteklemektedir. Bu durum, öğrencilerin akademik gelişimleri doğrultusunda bilişsel süreçlerinin değiştiğini ve daha üst düzey düşünme becerileri kazandıklarını göstermektedir. 11. sınıfa geçen öğrencilerin, önceki yıllarda edindikleri matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamlandırmaları, soyut düşünme yeteneklerinin gelişmesi ve problem çözme stratejilerini daha etkin bir şekilde kullanmaları gerekçelendirme süreçlerini olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir.

Ancak, 12. sınıf ile 11. sınıf öğrencileri arasında yapılan istatistiksel analizler, iki grup arasındaki gerekçelendirme becerilerinin anlamlı bir fark göstermediğini ortaya koymaktadır. p değerinin 0.616 olması, bu iki sınıf seviyesinin istatistiksel olarak birbirine benzer olduğunu göstermektedir. Bu bulgu, öğrencilerin gerekçelendirme becerilerinin 11. sınıfa ulaştıktan sonra belirli bir seviyeye ulaştığını ve bu seviyenin 12. sınıfta büyük bir değişiklik göstermediğini düşündürmektedir. 12. sınıfa geçen öğrencilerin gerekçelendirme becerileri bakımından belirgin bir gelişim göstermemesi, eğitim sürecinde kullanılan yöntemlerin ve öğrencilerin düşünme alışkanlıklarının belli bir noktaya ulaştıktan sonra stabil hale geldiği düşünülmektedir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6. 1. Sonuçlar

Bu araştırma, ortaöğretim düzeyindeki öğrencilerin geometriyi etkin bir şekilde kullanma, problem çözme stratejileri geliştirme ve gerekçelendirme becerilerindeki ilerlemelerini değerlendirmeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerileri hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Bu doğrultuda araştırmada elde edilen sonuçlar öğrencilerin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme bakımından nasıl değiştiği, varsayımların doğruluğu bağlamlarında ele alınmıştır.

6. 1. 1. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Gerçek Yaşam Durumlarında Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir

Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma becerilerinin enlemsel olarak artış göstermesi, bu öğrencilerin soyut matematiksel kavramları günlük hayatta daha etkin bir şekilde uygulayabildiklerini gösteren önemli bir sonuçtur. Bu gelişim, öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin gelişmesi, mekânsal düşünme becerilerinin güçlenmesi ve analitik düşünme kapasitelerinin artmasıyla doğrudan ilişkilidir. 11. ve 12. sınıflarda GK0 seviyesindeki öğrenci oranlarının düşmesi, akademik gelişim sürecinin doğal bir parçasıdır. Bu süreç, öğrencilerin zamanla daha ileri seviyedeki bilgi ve becerilere yönelmeleri, ders içeriklerinde derinleşmeleri ve akademik beklentilere uyum sağlamalarıyla açıklanmaktadır. Aynı zamanda, bireysel öğrenme hızlarının artması ve üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesi, GK0 seviyesindeki öğrenci oranlarının azalmasını doğal bir sonuç haline getirir. Öğrenciler sahip oldukları geometri bilgilerini günlük yaşam durumlarına aktarabilme becerisini geliştirirler. Bu süreç, öğrencilerin geometrik kavramları somut örneklerle ilişkilendirmesiyle başlar. Geometrinin yalnızca ders kitaplarında bulunan teorik bilgilerden ibaret olmadığını fark eden öğrenciler, çevrelerindeki şekilleri, yapıları ve mesafeleri daha bilinçli bir şekilde değerlendirmeye başlarlar. Sokakta yürürken bir binanın yüksekliğini tahmin etmek, bir masanın yüzey alanını hesaplamak veya bir yolun eğimini belirlemek gibi durumlar, geometri bilgilerinin pratik hayata aktarımına güzel örneklerdir. Günlük yaşamda karşılaşılan problemlere analitik düşünme ile yaklaşmak, öğrencilerin geometriyi kullanma becerilerini geliştirmesine yardımcı olur. Örneğin, bir duvarın köşesindeki rafın tam olarak ne kadar uzunlukta olması gerektiğini hesaplamak veya belirli bir alanın en uygun şekilde nasıl bölünebileceğini düşünmek, geometri bilgisiyle çözülmesi gereken sorunlardır. Bu tür uygulamalar, öğrencilerin sadece teorik bilgilere sahip olmanın ötesine geçerek, gerçek dünyada karşılaşılan durumlara yönelik pratik çözümler üretmelerini sağlar. Ayrıca, öğrenciler geometriyi yalnızca akademik bir konu olarak

değil, sanatsal ve mühendislik çalışmalarında da önemli bir araç olarak görmeye başlarlar. Mimarlıkta kullanılan simetri ve oran kavramları, grafik tasarımda geometrik şekillerin estetik uyumu veya bir köprü tasarımında dayanıklılığın nasıl sağlandığı gibi konular, öğrencilerin geometriyi daha geniş bir perspektifte değerlendirmelerine katkıda bulunur. Bu tür farkındalıklar, onların problem çözme yeteneklerini güçlendirerek hem akademik hem de profesyonel yaşamlarında daha başarılı olmalarına yardımcı olur. Bu doğrultuda, öğrencilerin geometriyi kullanma becerisi, geometriyi daha anlamlı hale getirir ve öğrenilen bilgilerin kalıcı olmasını sağlar. Bu beceriler, onların analitik düşünme yetilerini geliştirmesine, yaratıcı çözümler üretmesine ve çevresini daha bilinçli bir şekilde yorumlamasına olanak tanır. Böylece, geometri yalnızca bir ders konusu olmaktan çıkarak, hayatın her alanında faydalı bir araç haline gelir. Bu araştırmanın sonuçlarına göre ortaöğretim öğrencilerinin sınıf seviyesi arttıkça, geometriyi kullanma becerileri de gelişir. 10. sınıflarda öğrenciler, temel geometri kavramlarını öğrenirken bu bilgileri basit uygulamalarla ilişkilendirmeye başlarlar. Örneğin, üçgenlerin alan hesaplaması veya dik açılı yapıları analiz etme gibi konular, öğrencilerin çevrelerindeki nesneleri matematiksel bir bakış açısıyla değerlendirmelerine katkı sağlar. Ancak, bu beceriler henüz sezgisel düzeyde olup, öğrenciler gerçek hayatla kurdukları bağlantıları tam olarak derinleştiremezler. 11 ve 12. sınıfa geçtikçe, öğrencilerin analitik düşünme yetenekleri gelişir ve daha karmaşık geometrik problemleri günlük yaşamda çözme becerileri artar. Bu seviyedeki öğrenciler, yalnızca teorik bilgileri ezberlemekle kalmaz, aynı zamanda geometriyi nasıl kullanabileceklerini keşfederler. Bu durum sınıf seviyesi arttıkça GK0 puanının azalıp GK3 ve GK4 puanlarına yoğunlaşılmasını doğrular niteliktedir.

6. 1. 2. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Problem Çözme Becerilerinin Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir

Ortaöğretim öğrencilerinin geometrik problem çözme becerilerinin enlemsel olarak artış göstermesi, eğitimde uygulanan pedagojik yöntemlerin ve çevresel faktörlerin öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneklerini nasıl şekillendirdiğini ortaya koymaktadır. Farklı enlemlerde yer alan eğitim kurumlarında kullanılan öğretim materyalleri, teknoloji destekli öğrenme süreçleri ve kültürel faktörlerin, öğrencilerin problem çözme becerilerini etkileyebilmektedir. Özellikle öğrencilerin geometrik problemleri çözerken mekânsal düşünme, analitik akıl yürütme ve stratejik planlama yeteneklerini geliştirdikleri gözlemlenmektedir. Bu durum, öğrencilerin sadece geometri bilgilerini öğrenmekle kalmayıp, aynı zamanda bu bilgileri zihinsel becerilerini güçlendirmek için bir araç olarak kullanmalarını sağlar. Mekânsal düşünme becerisi, öğrencilerin nesneleri ve şekilleri zihinsel olarak görselleştirmelerine ve manipüle etmelerine yardımcı olurken, analitik akıl yürütme yeteneği, problemlere sistematik ve mantıklı çözümler üretmelerini mümkün kılar. Stratejik planlama ise öğrencilerin problem çözme süreçlerini daha bilinçli ve organize bir şekilde yönetmelerine olanak tanır. Bu doğrultuda öğrencilerin, zamanla soyut düşünmeye daha yatkın hale

geldiği ve geometrik problemleri çözerken kendilerine güvenleri arttığı sonucuna varılmıştır. Bu durum, öğrencilerin geometrik kavramları daha derinlemesine anlamalarını ve problem çözme süreçlerinde daha stratejik düşünmelerini sağlamaktadır. Özellikle görsel ve mekânsal zekâları gelişen öğrenciler, geometrik problemlere yaklaşırken daha sistematik ve analitik bir bakış açısı benimsemektedir. Bunun yanı sıra, artan özgüvenleri sayesinde daha karmaşık ve soyut problemlere cesurca yaklaşmakta ve alternatif çözüm yolları üretme konusunda daha yaratıcı olmaktadır. Eğitimde kullanılan yenilikçi yöntemler, teknoloji destekli öğrenme materyalleri ve uygulamalı çalışmalar, bu gelişimin hızlanmasına katkı sağlamakta, öğrencilerin akademik başarılarını ve problem çözme becerilerini olumlu yönde etkilemektedir. GK4 kategorisinin giderek baskın hale gelmesi, eğitsel ortamın öğrencilerin gelişimine katkıda bulunduğunu ve geometrik düşünme becerilerinin daha üst seviyelere ulaştığını destekleyen bir gösterge olduğu sonucuna varılmıştır. Bu durum, matematik eğitimi açısından öğrencilerin gelişim sürecini anlamak için önemli bir sonuçtur.

Sınıf seviyesi arttıkça PÇ0 kategorisindeki oranların düşmesi, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerinin geliştiğinin önemli bir sonucudur. 10. sınıftaki yüksek PÇ0 oranı, öğrencilerin başlangıç aşamasındaki düşünme süreçlerini yansıtırken, 12. sınıfta bu oranın azalması, daha gelişmiş geometrik problem çözme yöntemlerine geçtiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin sadece temel kavramları tanımakla kalmayıp, aynı zamanda bu kavramları farklı bağlamlarda uygulama becerisi kazandıklarını da göstermektedir. Daha gelişmiş düşünme becerilerine geçiş, öğrencilerin matematiksel ve geometrik kavramlar arasındaki ilişkileri daha iyi anlamalarını ve farklı problem türlerine karşı daha etkili çözümler üretebilmelerini sağlamaktadır. Bu süreç, öğrencilerin analitik düşünme yeteneklerinin gelişmesini desteklerken aynı zamanda onların daha yaratıcı ve esnek problem çözme yöntemleri geliştirebilmesine de olanak tanımaktadır. Bu durum, eğitim süreçlerinin etkinliğine ve öğrencilerin analitik düşünme becerilerini nasıl geliştirdiğine dair önemli sonuçlar sunmaktadır. Geometrik problem çözme becerilerinin sınıf seviyesiyle birlikte ilerlemesi, eğitim sisteminin öğrencilerin bilişsel gelişimini destekleyici bir biçimde kurgulanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Bu durum, eğitim sisteminin yalnızca bilgi aktarımıyla sınırlı kalmaması gerektiğini, aynı zamanda öğrencilerin eleştirel düşünme, mantıksal akıl yürütme ve analitik yeteneklerini geliştirebilecek ortamlar sunması gerektiğini ortaya koymaktadır. Geometrik düşünme, yalnızca şekillerin anlaşılmasını değil, aynı zamanda bu şekiller arasındaki ilişkilerin değerlendirilmesini de kapsar. Öğrenciler, sınıf seviyeleri ilerledikçe, yalnızca belirli yöntemleri uygulamak yerine, problemleri daha yaratıcı ve esnek biçimlerde çözmeyi öğrenmektedirler. Bu süreçte öğretim yöntemlerinin çeşitliliği ve uygulamalı öğrenme teknikleri büyük bir rol oynamaktadır. PÇ4 kategorisinin 12. sınıfta baskın hale gelmesi, öğrencilerin belirli bir problem çözme alışkanlığı geliştirdiklerini gösterse de bu alışkanlığın derinlemesine analiz edilmesi gerekmektedir. Eğitim programları, öğrencilerin sadece sonuca ulaşmalarını değil, aynı zamanda geometrik problem çözme sürecinin her aşamasında etkili düşünme ve karar verme becerilerini

geliştirmelerini hedeflemektedir. Bu doğrultuda öğrenciler sınıf seviyesi arttıkça doğru sonuca ulaşma yüzdesini artırırken aynı zamanda çözüm aşamalarında notasyon hatası yapmadan ilerleme becerisini de geliştirdiği sonucuna varılmıştır.

6. 1. 3. Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometrik Bilgiyi Gerekçelendirirken Kullanma Becerileri Enlemsel Olarak Artış Göstermiştir

Geometrik bilgiyi gerekçelendirme süreci, öğrencilerin akıl yürütme stratejilerini geliştirmelerine olanak tanır. Bu bağlamda, öğrencilerin zamanla gerekçelendirme süreçlerini nasıl iyileştirdiği üzerine yapılan enlemsel araştırma sonuçları, öğrencilerin yaş ilerledikçe geometrik bilgiyi gerekçelendirme süreçlerinde daha sistematik ve mantıklı yaklaşımlar benimsediğini göstermektedir. Özellikle kavramsal açıklamalar ve formal kanıt oluşturma süreçlerinde belirgin bir gelişim gözlenmiştir. Başlangıç aşamalarında öğrenciler, sezgisel ve görsel temelli açıklamalara yönelirken, zamanla matematiksel kavramları daha derinlemesine kavrayarak gerekçelendirme süreçlerinde mantıksal tutarlılığı ön plana çıkarmaktadırlar. Bu gelişim, öğrencilerin analitik düşünme becerilerini artırarak, yalnızca şekilleri tanımlamakla kalmayıp, aynı zamanda bu şekiller arasındaki ilişkileri anlamalarını ve açıklamalarını sağlamaktadır. Özellikle kavramsal açıklamalarda belirgin bir ilerleme gözlenmektedir. Öğrenciler, önce basit gözlemlerle açıklamalar yaparken, zaman içinde bu gözlemlerini matematiksel kurallar ve teoremlerle destekleme alışkanlığı kazanmaktadırlar. Bu süreç, öğrencilerin yalnızca bir sonucu doğru kabul etmek yerine, neden doğru olduğunu sorgulamalarına ve açıklamalarına olanak tanımaktadır. Bu durum, matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesiyle birlikte öğrencilerin daha sağlam bir gerekçelendirme süreci oluşturmalarına yardımcı olmaktadır. Formal kanıt oluşturma süreçlerinde de önemli gelişmeler görülmektedir. İlk aşamalarda öğrenciler, gerekçelendirme sürecinde eksiklikler barındıran açıklamalar yaparken, ilerleyen sınıf seviyelerinde daha yapılandırılmış ve geçerli kanıtlar sunmaya başlamaktadırlar. Öğrencilerin, mantıksal çıkarımlar yapma becerilerini geliştirerek aksiyomlara dayalı kanıtlar oluşturabilmesi, onların matematiksel düşünme süreçlerinde üst seviyeye ulaştığını göstermektedir. Bu gelişmeler, eğitim süreçlerinde öğrencilerin gerekçelendirme becerilerini geliştirecek etkinlikler ve stratejilerin önemini vurgulamaktadır. Problem çözme, matematiksel tartışmalar ve açık uçlu sorular gibi yöntemlerin öğrencilerin gerekçelendirme yeteneklerini geliştirmelerine katkı sağladığı düşünülmektedir. Öğrencilerin zamanla daha derin ve mantıklı düşünme süreçleri geliştirmesi, onların geometride daha başarılı ve yaratıcı bireyler haline gelmesini desteklemektedir. Bu durum, eğitsel müdahalelerin ve öğretim yöntemlerinin öğrencilerin geometrik muhakeme becerilerini nasıl şekillendirdiğini ortaya koymaktadır. Bu araştırma kapsamında, ortaöğretim öğrencilerinin geometrik bilgiyi gerekçelendirme becerilerinin yaşla birlikte geliştiğini sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin sınıf seviyeleri arttıkça gerekçelendirme becerilerinde belirgin bir şekilde geliştiği görülmüştür. 10. sınıf seviyesinde G0 kategorisi baskın bir konumdayken, üst

sınıflara geçildikçe G1 kategorisinin daha belirgin hale geldiği görülmektedir. 12. sınıfta ise öğrencilerin en az bir geçerli çıkarım yaparak gerekçelerini belirttiği seviyeye ulaşmaları, akademik düşünme becerilerinin gelişimini açıkça ortaya koymaktadır. 10. sınıf seviyesinde G0 kategorisinin baskın olması, öğrencilerin henüz temel çıkarım yapma ve gerekçelendirme becerilerini geliştirme aşamasında olduklarını göstermektedir. 10. sınıf öğrencileri gerekçelendirme yapması gereken soruları genelde hiçbir şey yazmama, soruda verilenleri tekrar yazma veya geçersiz çıkarımlar yazma eğiliminde oldukları görülmüştür. Ancak üst sınıflara geçildikçe, özellikle 11. sınıfta, G1 kategorisinin daha belirgin hale gelmesi, öğrencilerin analitik düşünme yeteneklerinin arttığını ve mantıksal çıkarımlarında daha güçlü olduklarını göstermektedir. 11. sınıfta G1 kategorisinin daha belirgin hale gelmesi, öğrencilerin bilgiye yalnızca yüzeysel bir şekilde yaklaşmak yerine, onu sorgulayıp analiz edebildiğini göstermektedir. Bu durum, eğitim sisteminin öğrencileri eleştirel düşünmeye yönlendirdiğinin bir göstergesidir. Öğrenciler, edindikleri bilgilerle bağlantılar kurarak mantıksal çıkarımlar yapabilmekte ve bu süreç onların akademik olgunluğa ulaşmalarında önemli bir rol oynamaktadır. Bu gelişim, yalnızca ders başarıları ile sınırlı kalmayıp öğrencilerin günlük yaşamda karar alma süreçlerine de yansımaktadır. Mantıksal düşünme becerilerinin güçlenmesi, onların olaylara daha bütüncül bakmasını ve olası sonuçları önceden değerlendirebilmesini sağlamaktadır. Dolayısıyla, 11. sınıfta belirginleşen bu değişim, öğrencilerin hem akademik hem de bireysel düşünme becerilerini ileri seviyeye taşıyarak onları geleceğe daha donanımlı bireyler olarak hazırlamaktadır. Bu süreç, eğitim müfredatının giderek daha karmaşık ve eleştirel düşünmeyi gerektiren yapıya bürünmesiyle desteklenmektedir. 12. sınıfta ise öğrencilerin en az bir geçerli çıkarım yaparak gerekçelerini belirtebildikleri seviyeye ulaşmaları, akademik olgunluklarının önemli bir göstergesidir. Bu gelişim, öğrencilerin yalnızca bilgiyi öğrenmekle kalmayıp, bilgiyi analiz etme, ilişkilendirme ve savunma yetilerini kazandıklarını göstermektedir. Eğitim sürecinde kazandıkları eleştirel düşünme ve mantıksal akıl yürütme becerileri, akademik başarılarının yanı sıra gelecekteki mesleki ve bireysel yaşamlarında da önemli bir avantaj sağlamaktadır. Bu nedenle, öğrencilerin düşünme seviyelerindeki bu değişim, eğitim programlarının etkili olduğunun ve onların bilişsel gelişimlerine önemli katkılar sağladığının bir kanıtı olarak değerlendirilmelidir. Bu değişim, öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerini geliştirdiğini ve eğitim sürecinin bu gelişimde önemli bir rol oynadığını göstermektedir. 10. sınıfta daha düşük seviyede olan G1 kategorisi, 11. sınıfta gözle görülür bir artış sergileyerek 12. sınıfta bazı gruplarda baskın hale gelmektedir. Bu durum, öğrencilerin eğitim sürecinde kazandıkları analiz ve çıkarım yapma becerilerinin sürekli olarak ilerlediği sonucunu ortaya çıkarmaktadır. 12. sınıfta G3 kategorisindeki belirgin artış, öğrencilerin akademik ilerlemeleri doğrultusunda daha karmaşık düşünme süreçlerine yöneldiklerini göstermektedir. Bu durum, eğitim programlarının ve akademik deneyimlerin öğrencilerin bilişsel gelişimindeki kritik rolünü ortaya koymaktadır.

6. 2. Öneriler

Ortaöğretim öğrencilerinin geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin enlemsel olarak nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlayan bu araştırmanın sonunda geometriyi kullanma, geometrik problem çözme ve gerekçelendirme becerilerinin sınıf seviyesi arttıkça gelişim gösterdiği tespit edilmiştir. Bu bölümde ulaşılan sonuçlara dayalı olarak yapılan öneriler başlıklar halinde sunulmuştur.

6. 2. 1. Araştırma Sonuçlarına Dayalı Öneriler

Bağlam içermeyen geometrik problemleri çözmeye yönelik başarı arttıkça geometrinin gerçek yaşama daha iyi uyarlanabileceğini belirtmek mümkündür. Bu doğrultuda bağlam içermeyen geometri problemlerinin çözülmesi, geometriyle ilgili gerçek yaşam problemlerinde geometriyi kullanma açısından olumlu bir katkı sunacağı ileri sürülebilir. Bu durum, öğrencilerin lise öğrenimi esnasında geometri öğretiminin daha çok örnekler üzerinden yapılmasından kaynaklı olabilir. Daha açık bir ifadeyle geometri öğretiminde bir konuya ilişkin tanım, teorem gibi matematiksel ifadelerden daha çok gerçek yaşamda karşılık gelen nesne ve durumlara yer verilmesi bu tür bir sonucun oluşmasına yol açabilir. Bu bakımından geometrinin yapısına bağlı olarak öğretim sürecinde somut öğrenmelere öncelik verilmesi bu durum üzerinde etkili olabilir. Geometrinin mühendislik ve teknolojinin temelini oluşturan ve doğrudan fiziksel çevreyle ilişkili bir alan olarak mantığının kavranması için somut nesnelere gereksinim duyulmaktadır. Bu vurgulama ile öğretim kademelerinde somut nesneler ve örnek kullanımının çoğunlukta olmasının gerekliliğine işaret etmektedir. Bu durum, öğrencilerin geometri ile ilgili gerçek yaşam problemlerini kolaylıkla algılayıp geometri bilgisini kullanma konusunda destekleyici olabileceğini göstermektedir. Geometri etkinliklerinde görselleştirme, yapı oluşturma ve muhakeme etme şeklinde üç bilişsel sürecin varlığından bahsederek görselleştirmenin geometrik problemi çözmedeki rolü oldukça önemlidir. Bu doğrultuda geometri öğretimi esnasında gerçek yaşamdaki durumları yansıtan örneklerle başvurularak görselleştirmenin ön planda tutulmasının önemi ortaya çıkmaktadır.

Araştırma sonuçları göz önüne alındığında, öğrencilerin gelişim süreçlerinin yalnızca yaş faktörüne bağlı olmadığı, aynı zamanda eğitim içerikleri ve öğrenme ortamları tarafından şekillendirildiği anlaşılmaktadır. Bu nedenle, eğitim stratejilerinin belirlenmesinde yaş faktörünün yanı sıra, öğrencilerin bireysel ihtiyaçları ve öğrenme stilleri dikkate alınarak daha kapsamlı bir analiz yapılması önerilmektedir. Böylece, öğrencilerin potansiyellerini en iyi şekilde ortaya çıkaracak, etkili ve verimli bir öğrenme sürecinin oluşturulması mümkün olacaktır.

Araştırma sonuçlarına dayanarak, incelenen konunun daha kapsamlı bir şekilde ele alınması ve ilgili değişkenlerin daha detaylı analiz edilmesi önerilmektedir. Özellikle, veri toplama süreçlerinin daha sistematik ve kontrollü bir şekilde yürütülmesi, sonuçların güvenilirliğini

artıracaktır. Ayrıca, araştırma kapsamında elde edilen bulguların uygulanabilirliği değerlendirilmeli ve bu doğrultuda yeni yöntemler geliştirilerek daha etkili sonuçlar elde edilmelidir. Bu yaklaşım, ilgili alanın gelişimine önemli katkılar sağlayacaktır.

10.sınıf seviyesinde geometrik problemler karşısında yalnızca verilen bilgileri şekil üzerinde gösterme veya hatalı çıkarımlarda bulunma gibi durumlar, geometrik düşünme sürecinin yeterince gelişmediğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle, öğrencilere geometri problemlerini analiz etme ve doğru çıkarımlar yapma becerilerini kazandırmak için farklı öğretim stratejileri geliştirilmelidir. GK4 seviyesinde kalan ortaöğretim öğrencileri düşünüldüğünde eğitim sürecinde notasyonun doğru öğretilmesi ve erken yaşlardan itibaren öğrencilerin bu konuda bilinçlendirilmesi kritik bir önem taşımaktadır. GK2 bağlamında, öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini geliştirmek için eğitim programlarında daha fazla yönlendirme ve destek sağlanması önemli olabilir.

6. 2. 2. İleride Yapılabilecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Öğrencilerin geometriyi daha iyi kavraması için teorik bilgilerin yanı sıra uygulamalı etkinliklere daha fazla yer verilmelidir. Örneğin, öğrenciler gerçek hayat problemleri üzerinde çalışarak geometriyi pratikte nasıl kullanabileceklerini keşfetmelidir. Öğrencilerin analitik ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek için onları gerçek dünyadaki problemlere yönlendiren etkinlikler hazırlanmalıdır. Örneğin, mimari tasarımlar, mühendislik projeleri veya grafik tasarım konuları üzerine çalışmalar yapılabilir. Geometri öğretim programı, öğrencilerin ilerleyen yaşlarıyla birlikte soyut düşünme becerilerini güçlendirecek şekilde düzenlenmelidir. Daha ileri seviyelerde, geometri sadece hesaplama değil, stratejik düşünme, analiz etme ve yorumlama becerilerini içerecek şekilde sunulmalıdır. Öğrenciler, geometri bilgilerini günlük hayatla ilişkilendiren projeler üzerinde çalışmalıdır. Örneğin, öğrencilerin şehir planlaması, bina tasarımları veya mühendislik projeleri gibi konular üzerinde grup çalışmaları yapmaları teşvik edilmelidir. Öğrencilerin aktif katılımını sağlayacak interaktif ders yöntemleri uygulanmalıdır. Derslerde tartışmalar, grup çalışmaları ve akran değerlendirme süreçleri kullanılarak öğrencilerin konuya daha fazla dahil olması sağlanabilir.

Gelecekte yapılacak araştırmalarda, öğrencilerin matematiksel gerekçelendirme becerilerini daha ileri seviyeye taşıyabilecek pedagojik yaklaşımların geliştirilmesi önerilmektedir. Bu kapsamda, sınıf seviyelerine uygun öğretim modellerinin belirlenmesi ve bu modellerin öğrencilerin geometriyi anlama süreçleri üzerindeki etkisinin daha detaylı incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Ayrıca, etkili geri bildirim mekanizmalarının öğrencilerin düşünme süreçlerini nasıl desteklediği konusunda kapsamlı deneysel çalışmalar yapılması faydalı olacaktır. Son olarak, bu araştırmalar doğrultusunda geliştirilecek eğitim stratejileri, öğrencilerin analitik düşünme ve problem çözme becerilerini güçlendirmeye yönelik yeni uygulamaların eğitim sistemine entegrasyonuna katkı sağlayabilir.

Öğrencilerin hatalı stratejilerle başlamalarını önlemek için problem çözme sürecini adım adım analiz edebilecekleri ve kavramları doğru şekilde içselleştirebilecekleri eğitim modelleri uygulanabilir. Aynı zamanda, geometrik problem çözme sırasında durma eğiliminde olan öğrencilerin öz güvenlerini artırmak ve onları süreci tamamlamaya teşvik etmek için yapılandırılmış rehberlik sağlanabilir. Bu tür çözümler, öğrencilerin geometri problemlerine daha bilinçli ve sistematik yaklaşımlar geliştirmelerine yardımcı olabilir. Bu kapsamda geometriye yönelik gerçek yaşam problemlerinde geometri bilgisini kullanma açısından gelişim elde edilebilmesi için bağlam içeren ve içermeyen problemlere öğretim sürecinde yer verilmesi anlamlıdır.

Sınav odaklı bir eğitim sistemine sahip olunması, bir bakıma geometri öğretimindeki amacın doğru sonuca ulaşmak ve sürecin bütün yönleriyle ele alınmamasına bağlı olarak bu sonuç ortaya çıkmış olabilir. Bu bakımdan geometri öğretimi esnasında işlemsel ve kavramsal öğrenmenin eş zamanlı olarak gerçekleşmemesi bu sonuç üzerinde etkili olabilir. Bu doğrultuda geometri dersinde işlemsel ve kavramsal öğrenme dengesi kurularak öğretim sürecinin tasarlanması önerilebilir. 10. sınıf seviyesinde gerekçelendirme becerisi G0 seviyesinde yoğunlaşan öğrenciler düşünüldüğünde öğrencilerin kritik düşünme becerilerini geliştirmek için daha fazla desteklenmesi önerilmektedir. Eğitim yöntemleri, öğrencilerin çıkarım yapma sürecinde daha fazla teşvik edilmesi üzerine kurulmalı ve erken dönemlerde bu becerinin gelişimi desteklenmelidir.

Öğrencilerin daha üst seviyede düşünme becerilerini kazanması için eğitim programlarının düşünme ve gerekçelendirme yetilerini destekleyecek şekilde tasarlanması önem arz etmektedir. Eğitim sisteminin, öğrencilerin gerekçelendirme ve analitik düşünme yeteneklerini desteklemeye devam etmesi, bireysel akademik başarılarını ve genel eğitim kalitesini artıracaktır. Öğrencilerin G0'dan G1'e geçiş sürecinin onların matematiksel akıl yürütme becerilerindeki önemli bir gelişimi yansıttığını ortaya koymaktadır. Eğitimcilerin, bu süreci desteklemek için daha yapılandırılmış ve problem çözmeye yönelik öğretim teknikleri kullanmaları gerekmektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin soyut düşünmeye yönelmelerini teşvik eden etkinliklerin artırılması önem arz etmektedir. Öğrencilerin gerekçelendirme süreçlerini daha derinlemesine anlamaya yönelik uzun vadeli çalışmaların yürütülmesi önerilmektedir. Özellikle, sınıf seviyelerine uygun pedagojik stratejilerin belirlenmesi ve bu stratejilerin öğrenci başarısına etkisinin kapsamlı bir şekilde analiz edilmesi büyük önem taşımaktadır. Bunun yanı sıra, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyecek ve onların analitik becerilerini geliştirecek etkili geri bildirim mekanizmalarının araştırılması da faydalı olacaktır. Bu tür çalışmalar, eğitimcilerin ve program geliştiricilerin daha verimli öğretim yöntemleri geliştirmesine olanak sağlayarak eğitim sistemine değerli katkılar sunabilir.

Bu araştırmanın gelecekteki tekrarlarında, araştırma kapsamının farklı lise türlerini içerecek şekilde genişletilmesi önerilmektedir. Böyle bir genişleme, elde edilecek bulguların farklı okul türlerine göre karşılaştırılmasını mümkün kılarak, eğitim ortamlarının öğrencilerin öğrenme süreçleri üzerindeki etkisini daha derinlemesine analiz etmeye olanak sağlayacaktır. Ayrıca, araştırmanın

boylamsal olarak yapılandırılması, öğrencilerin zaman içerisindeki gelişim süreçlerinin sistematik biçimde izlenmesine olanak tanıyacaktır. Bu yöntemle, farklı lise türlerine devam eden öğrencilerin akademik ve bilişsel gelişimlerdeki değişim, yıllara yayılan veri setleri aracılığıyla analiz edilebilecek; böylece eğitimsel müdahalelerin uzun vadeli etkileri daha sağlıklı biçimde değerlendirilebilecektir.



7. KAYNAKLAR

- Altan, A., & Bahadır, E. (2023). Türkiye’de matematik eğitiminde eba (eğitim bilişim ağı) kullanımı ile ilgili çalışmalar: Tematik bir inceleme. *Milli Eğitim Dergisi*, 52(239), 1751-1786.
- Altıntaş, E., İlgün, Ş., & Angay, M. (2022). İlköğretim matematik öğretmenlerinin problem çözme ile ilgili görüşleri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 1223-1244.
- Anderson, D. S., & Piazza, J. A. (1996). Changing beliefs: Teaching and learning mathematics in constructivist preservice classrooms. *Action in Teacher Education*, 18(2), 51–62.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- Arcavi, A., & Schoenfeld, A. H. (2008). Using the unfamiliar to problematize the familiar. *Canadian Journal of Science Mathematics and Technology Education*, 8(3), 280-295.
- Arslan, Z., & Unal, H. (2022). Bilişsel yük kuramı ve matematik problemlerinin bilişsel yük ataması. *Türk Eğitim Değerlendirmeleri Dergisi*, 1(1), 7-32.
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Yayınları.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils’ practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 216–235). Hodder & Stoughton.
- Bayrakçeken, S., Oktay, Ö., Samancı, O., & Canpolat, N. (2021). Motivasyon kuramları çerçevesinde öğrencilerin öğrenme motivasyonlarının artırılması: Bir derleme çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 25(2), 677-698.
- Bernardo, A., B., (1999). Overcoming obstacles in understanding and solving word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Bilgili, S., Özkaya, M., Çiltaş, A. & Konyaloğlu, A. C. (2021). Matematiksel modeller ile öğretimde hata temelli aktiviteler. *Ondokuz Mayıs University Journal of Education Faculty*, 40(1), 45-59.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. New York, NY: Springer.
- Bostancı, Ü. Y., Kuzu, O., & Sıvacı, S. Y. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları ve geometrik akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 282-310.
- Bülbül, B. Ö. (2021). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme alışkanlıkları ile geometri başarıları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(1), 15-28.

- Bülbül, B. Ö., Elçi, A. N., Güler, M. & Güven, B. (2021). Matematik öğretmeni adaylarının bilgisayar destekli ortamda geometri problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 51, 403-432.
- Can, S., & Özdemir, E. (2023). 2005-2022 Yılları arasında matematik eğitiminde yapılan problem çözme ile ilgili lisansüstü tezlerin sistematik incelemesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 25(1), 331-353.
- Chvátal, R., Slezáková, J., & Popelka, S. (2024). Analysis of problem-solving strategies for the development of geometric imagination using eye-tracking. *Education and Information Technologies*, 29(10), 12969-12987.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 420–464). New York, NY: Macmillan.
- Close, G. S., Boaler, J., Burt, A., Coan, E., & Symons, K. (1992). *Materials to support the assessment of Ma1: Using and applying mathematics* [Report]. London, England: School Examinations and Assessment Council.
- Cope, L. (2015). Math manipulatives: Making the abstract tangible. *Delta Journal of Education*, 5(1), 10-19.
- Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education: Part 1* (pp. 49–97). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Erdem, E., Haspalamutgil, K., Palaz, C., Patoglu, V., & Uras, T. (2011). Combining high-level causal reasoning with low-level geometric reasoning and motion planning for robotic manipulation. In *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 4575–4581). Piscataway, NJ: IEEE.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3(34), 413- 435.
- Galbraith, J. K. (1998). *The affluent society* (40th anniversary ed.). Boston, MA: Houghton Mifflin Harcourt.
- Geçici, M. E., & Aydın, M. (2019). Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri problemi kurma becerileri ile geometri öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Journal of Theoretical Educational Science*, 12(2), 431-456.
- Gönülaçar, H., & Öztürk, M. (2020). Ortaokul öğrencilerinin mekânsal düşünme becerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 49(227), 217-243.
- Inoue, N. (2008). Minimalism as a guiding principle: Linking mathematical learning to everyday knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(1), 36-67.

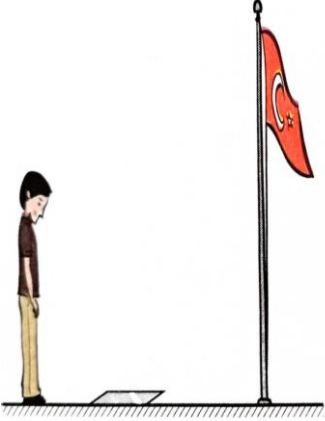
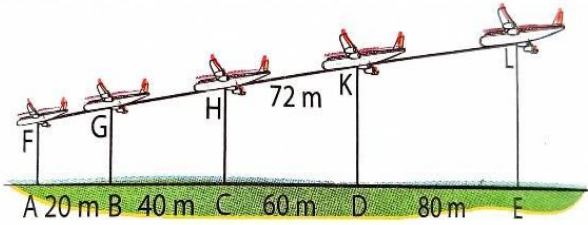
- İlhan, A., & Aslaner, R. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik şekiller üzerine akıl yürütme becerilerinin üniversite ve sınıf düzeyi değişkenleri açısından incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 82-97.
- Jones, K. (2012). Geometrical and spatial reasoning: Challenges for research in mathematics education. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre, & C. Nunes (Eds.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM XXIII)* (pp. 3–10). Associação de Professores de Matemática.
- Karikj, J. (2005). Mathematical problem solving, modeling and application. *Journal of Special Education and Rehabilitation*, 1(2), 53–60.
- Kaya, S. N., Tapan Broutın, M. S., Arslan, Ç., & Ezentaş, R. (2023). Sekizinci sınıf matematik ders kitabında bulunan çözümlü örneklerinde geometrik muhakeme. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(2), 96-125.
- Kıral Demir, B., & Katrancı, Y. (2023). Ortaokul matematik ders kitaplarındaki problemlerin, problem çözme aşamalarına göre incelenmesi. *Educational Academic Research*, 50, 90–103.
- Korkmaz, S., Dünder, S., & Yaman, H. (2016). Problem çözmede zihnin matematiksel alışkanlıkları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 35-61.
- Lithner, J., (2000). Mathematical reasoning in task solving, *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165-190.
- Mandacı Şahin, S. (2007). 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel gücünün belirlenmesi (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Nathan, M. J., Schenck, K. E., Vinsonhaler, R., Michaelis, J. E., Swart, M. I., & Walkington, C. (2021). Embodied geometric reasoning: Dynamic gestures during intuition, insight, and proof. *Journal of Educational Psychology*, 113(5), 929.
- Okuyucu, M. A., & Uyar, A. (2025). Matematik eğitiminde öğretmenlerin problem kurma süreçleri. *Bilim Eğitim Sanat ve Teknoloji Dergisi*, 9(1), 66-81.
- Özaydın, Z., Arslan, Ç., & Yıldız, H. (2024). Ortaokul öğrencilerinde matematiksel muhakeme etme yeterliğinin değerlendirilmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(1), 365-387.
- Özmuşul, B. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel gerekçelendirme becerileri düzeylerinin incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Öztürk, E., & Kılıç, Ç. (2024). Investigation of the geometry problems posed by secondary school students requiring proportional reasoning. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(2), 458-483.
- Schoenfeld, A. H. (1982). Some thoughts on problem-solving research and mathematics education. In F. K. Lester & J. Garofalo (Eds.), *Mathematical problem solving: Issues in research* (pp. 27–37). Philadelphia, PA: The Franklin Institute Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense of mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York, NY: Macmillan.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29(3), 75-80.
- Stillman, G., & Galbraith, P., (1998). Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary school students. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 157–195.
- Tertemiz, N., & Çakmak, M. (2003). *Problem çözme: İlköğretim I. kademe matematik dersi örnekleriyle*. Ankara, Türkiye: Gündüz Eğitim ve Yayıncılık.
- Tokmak, A. (2023). Harezmi eğitim modelinin problem çözme becerisinin geliştirilmesine etkisi. *Milli Eğitim Dergisi*, 52(1), 437-456.
- Yazıcı, N. (2019). Temel geometri kavramlarına ilişkin matematik öğretmen adaylarının genel alan bilgisi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(1), 135-155.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Yıldırım Gül, Ç., & Karataş, İ. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi başarılarının uzamsal becerileri, geometri anlama düzeyleri ve matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1), 36-48.
- Yitmez, B. G., Alyeşil Kabakçı, D., & Kula Ünver, S. (2024). Türkiye’de matematik eğitiminde gömülü teori yönteminin kullanıldığı çalışmaların içerik analizi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (72), 61-95.



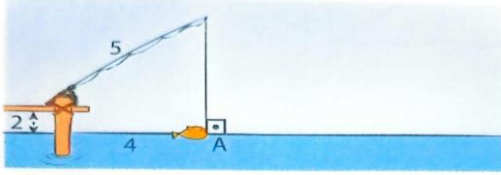
8. EKLER

Ek 1. Geometriyi Kullanma Sınavı

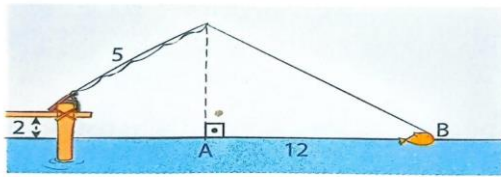
Adı:	Soyadı:
1)  186cm boyundaki Ahmet, yandaki gibi bir bayrak direğinin boyunu bulmak istiyor. Bunun için bayrak direği ile bulunduğu yer arasına, kendinden 50cm uzağa, direğin tepe noktasını görecektir şekilde yere bir ayna koyuyor. Ahmet direktten 200 cm uzakta olduğuna göre direğin boyunu bulalım.	Cevap:
2)  Yukarıda bir uçağın iniş aşamaları görülmektedir. Verilen uzunluklara göre FG, GH, KL'ni bulunuz.	Cevap:

Ek 1'in devamı

3)



Şekil - I



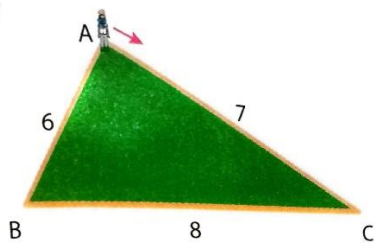
Şekil - II

Deniz seviyesinden 2 m yükseklikte bulunan iskelenin uç kısmında sabitlenmiş şekildeki düz oltanın uzunluğu 5 m 'dir. Su yüzeyinde iskelenin tabanından 4 m uzaklıktaki A noktasında oltaya yakalanan balık 12 m ilerideki B noktasına kadar kaçabiliyor.

Balığın bütün hareketi boyunca olta teli gergin ve balığın bütün hareketi doğrusal olduğuna göre balık A'dan B'ye kaçarken oltadan kaç m tel açılmıştır?

Cevap:

4)



Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından ok yönünde harekete başlayan bir kişi $[AB]$ ve $[BC]$ 'ye eşit uzaklıkta olan bir H noktasında durmak istiyor.

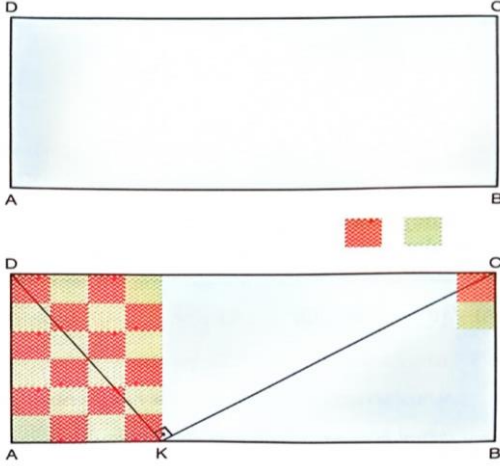
Buna göre A'dan ok yönünde kaç m yürümelidir?

Cevap:

Ek 1'in devamı

5)

ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir salon kare şeklindeki kırmızı ve yeşil fayanslarla örülecektir.



[AD] boyunca 6 fayans, [AB] boyunca 4 fayans örülüyor. D ile K ve K ile C arasında doğrusal olacak şekilde ip çekilirse $[DK] \perp [KC]$ olmaktadır. Fayans örme işi her satır ve sütundaki bir kırmızı ve bir yeşil olacak şekilde yapıldığında salon için toplam kaç kırmızı fayansa ihtiyaç vardır?

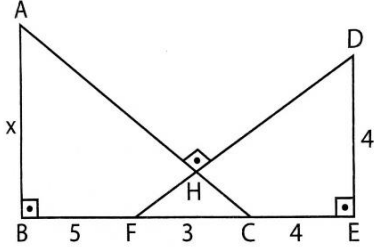
Cevap:

Ek 2. Geometrik Problem Çözme Sınavı

Adı:

Soyadı:

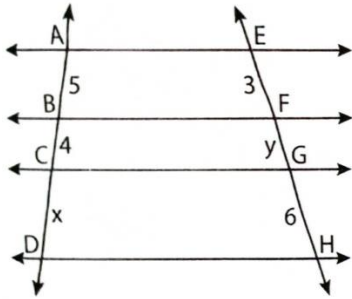
1)



Yukarıdaki şekilde ABC ve DEF dik üçgeninde
 $[AB] \perp [BE]$,
 $[DE] \perp [BE]$,
 $[AC] \perp [DF]$,
 $|BF| = 5 \text{ br}$, $|CF| = 3 \text{ br}$,
 $|CE| = 4 \text{ br}$, $|DE| = 4 \text{ br}$
 olduğuna göre $|AF| = x$ kaç birim olduğunu bulunuz.

Cevap:

2)

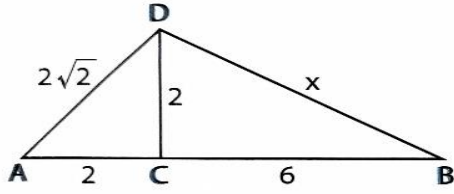


Yukarıdaki şekilde
 $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$
 $|CD| = x \text{ cm}$, $|EF| = 3 \text{ cm}$
 $|FG| = y \text{ cm}$, $|GH| = 6 \text{ cm}$ olup
 $[AE] \parallel [BF] \parallel [CG] \parallel [DH]$ 'dir.
 Buna göre x ve y değerlerini bulunuz.

Cevap:

Ek 2'nin devamı

3)



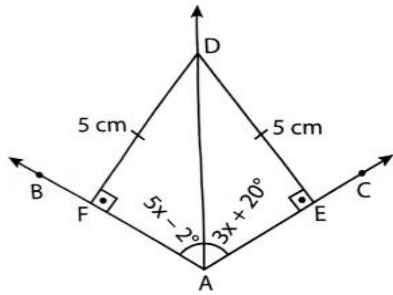
Yukarıdaki şekilde A,C,B noktaları
doğrusal ve $|AC| = 2 \text{ cm}$, $|CD| = 2 \text{ cm}$,

$|CB| = 6 \text{ cm}$, $|AD| = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ ise

$|BD| = x$ değerini bulunuz.

Cevap:

4)



Yukarıdaki şekilde D noktası $\widehat{BAC}$ 'nin iç bölgesindedir. D noktasının $\widehat{BAC}$ 'nin kollarına olan uzaklıkları 5'er cm'dir.

$m(\widehat{DAB}) = 5x - 2^\circ$ ve

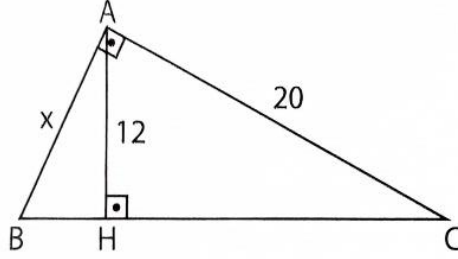
$m(\widehat{DAC}) = 3x + 20^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{DAB})$ 'nin kaç derece olduğunu bulunuz.

Cevap:

Ek 2'nin devamı

5)



Yukarıdaki şekilde

$[AB] \perp [AC]$,

$[AH] \perp [BC]$,

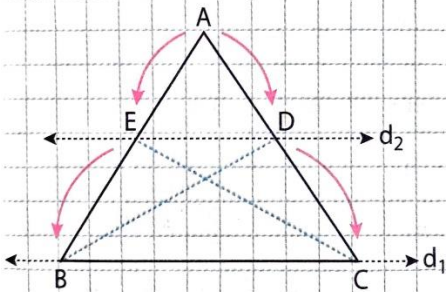
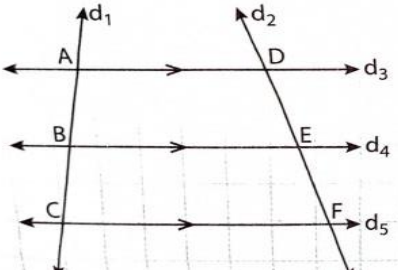
$|AH| = 12 \text{ cm}$,

$|AC| = 20 \text{ cm}$ olduğuna göre

$|AB| = x$ değerini bulunuz.

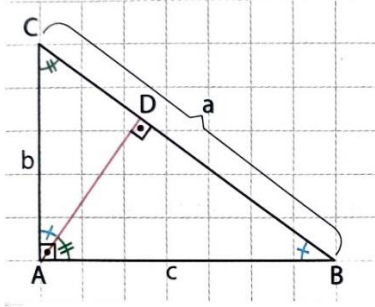
Cevap:

Ek 3. Gerekçelendirme Sınavı

Adı:	Soyadı:
1)  Yukarıda verilen ABC üçgeninde $d_1 // d_2$ ise $\frac{ AE }{ EB } = \frac{ AD }{ DC }$ olduğunu gösteriniz.	Cevap:
2)  Birbirine paralel en az üç doğru, verilen iki doğruyu kestiğinde bu iki doğru üzerinde orantılı doğru parçaları oluşturur. Yukarıdaki şekilde $d_3 // d_4 // d_5$ ise $\frac{ AB }{ BC } = \frac{ DE }{ EF }$ olduğunu gösteriniz.	Cevap:

Ek 3'ün devamı

3)

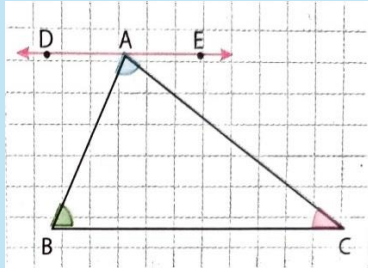


Yukarıdaki dik CAB dik üçgeninde $a^2 = b^2 + c^2$ olduğu gösterilmek isteniyor. Bunun için aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi A noktasından BC kenarına bir yükseklik çizilmiştir. $(\widehat{CAD}) \sim (\widehat{CBA}) \sim (\widehat{ABD})$ bilgilerini kullanarak $a^2 = b^2 + c^2$ olduğunu gösteriniz.

Cevap:

Çift Sütunlu İspat Örneği:

Teorem: Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir.



Yanda verilen ABC üçgeninde $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$ olduğu gösterilmek isteniyor. A noktasından $[BC]$ 'na paralel DE doğrusunu çizerek ispatı gerçekleştirelim.

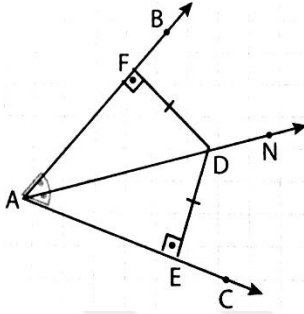
İspat:

İFADELER	GEREKÇELER
$\widehat{DAB}$ ile $\widehat{ABC}$ eş açılardır.	İç ters açılar eşdir
$\widehat{EAC}$ ile $\widehat{ACB}$ eş açılardır.	İç ters açılar eşdir.
$m(\widehat{DAB}) + m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{EAC}) = 180^\circ$	Doğru açının ölçüsü 180° 'dir.
$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180$	$m(\widehat{DAB}) = m(\hat{B})$ ve $m(\widehat{EAC}) = m(\hat{C})$

Yukarıda çift sütunlu ispat örneği verilmiştir. Verilen örnekten yararlanarak aşağıda verilen ifadelerin gerekçelerini yazınız.

Ek 3'ün devamı

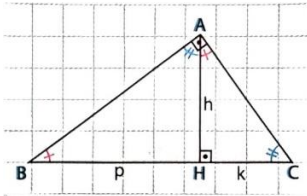
4) Teorem: bir açının açkırtayı üzerinde alınan herhangi bir noktadan açının kollarına çizilen dikmelerin uzunlukları eşittir.



Yanda açıortayın kollarına inilen dikme uzunlukları birbirine eşit olduğunu gösteren ifadeler ve gerekçeleri verilmiştir. Boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.

İFADELER	GEREKÇELER
AN açıortayı üzerinde bir D noktası belirleyiniz.	
Oluşan iki üçgenin açı ölçüleri birbirine eşit olur.	
	Üçgenlerin 90° 'yi gören kenarları eş olduğuna göre bu üçgenler eştir.
Dolayısıyla açıortay üzerinden kollara inilen dikmelerin eşit uzunlukta olduğu ispatlanmış olur.	

5)



Teorem: Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, bu yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının çarpımına eşittir.

İFADELER	GEREKÇELER
ABC üçgeninde hipotenüse ait yükseklik çizildiğinde $\triangle ABH \sim \triangle ACH$ olur.	
$\frac{ AH }{ CH } = \frac{ BH }{ AH }$ olur.	
$h^2 = p \cdot k$ elde edilir.	

Ek 4. Etik Kurul Onay Belgesi



T.C.
TRABZON ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Genel Sekreterlik



Sayı : E-81614018-050.04-2400048108

01.10.2024

Konu : Etik Kurul Belgesi

Sayın

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Öğrencisi

"Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma, Problem Çözme ve Gerekçelendirme Becerilerinin İncelenmesi: Enlemsel Bir Araştırma" adlı yüksek lisans tezi çalışmanız için gerekli olan Etik Kurul incelemesi Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu tarafından yapılmış olup, çalışmanıza ait onay formu Ek'te gönderilmiştir.

Bilgilerinize sunulur.

Prof. Dr.
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek: Etik Kurul Formu (3 Sayfa)

Belge Doğrulama Kodu: HUFDA3

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Takip Adresi: <https://www.turkiye.gov.tr/trabzon-universitesi-ebys>

Adres: Trabzon Üniversitesi Rektörlüğü, Söğütözü Mah. Adnan Kahveci Bulvarı, 61335 – Akçaabat-
Trabzon / TÜRKİYE
Telefon No: (0 462) 4551000
e-Posta:
Kep Adresi: trabzonuniversitesi@hs01.kep.tr

Faks No:
İnternet Adresi:

Bilgi için :
Telefon No:
Direkt Hat:

Memur



Ek 5. Bilimsel Araştırma İzni



Mahmut Celaledin Ökten Anadolu İmam Hatip Lisesi Müdürlüğüne



Başvuru No: MEB.TT.2024.002542

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu: 759975

T.C. Kimlik No:

Adı Soyadı:

Araştırmanın Adı: Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma, Problem Çözme ve Gereçeklendirme Becerilerinin İncelenmesi: Enlemsel Bir Araştırma

Araştırmanın Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Araştırmanın Örneklem / Çalışma Grubu: Öğrenci

Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatı: Mahmut Celaledin Ökten Anadolu İmam Hatip Lisesi

Uygulama Yapılacak Birim: Anadolu İmam Hatip Lisesi

Uygulama Yapılacak İl: TRABZON

Veri Toplama Aracının Başlığı: Ortaöğretim Öğrencilerinin Geometriyi Kullanma Becerilerini Ölçme Sınavı

Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi: 17.10.2024

Araştırmanın Uygulama İzninin Bitiş Tarihi: 17.10.2025

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesine (2024/41)" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup araştırma uygulama izni TRABZON İl Millî Eğitim Müdürlüğü tarafından onaylanmıştır.

NOT: Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Belgeler aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.

* Başvuru detayını görüntülemek ve belgeyi doğrulamak için 'https://arastirmaizinleri.meb.gov.tr/belge-dogrula' bağlantısını kullanınız.

- Araştırma Uygulama İzinleri Başvuru ve Değerlendirme Sistemi -

Ek 6. Yapay Zekâ Kullanım Tablosu

No	Yapay Zekâ Aracı / Uygulama	Kullanım Amacı	Kullanıldığı Bölüm / Aşama	Kullanım Şekli / Kapsamı
1	Scite_	Giriş için kaynak önerisi	Giriş	Giriş kısmı yazılırken kaynak önerisi için kullanıldı. Elde edilen metinler aynı şekilde kullanılmadı.
2	Microsoft Copilot	Tartışma, sonuçlar ve öneriler için dil (veya cümle) kontrolü	Tartışma, sonuçlar ve öneriler	Yazılan cümleler için dil (veya cümle) kontrolü yapıldı ve metinler aynı şekilde kullanılmadı.

9. ÖZ GEÇMİŞ VE İLETİŞİM BİLGİLERİ

2018 yılında başladığı Trabzon Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programını 2022 yılında tamamladı. 2022 yılında Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi programında tezli yüksek lisans eğitimine başladı. 2022 yılında Torul İmam Hatip Ortaokulunda çalışmaya başladı.

İLETİŞİM BİLGİLERİ

Tel : *****
E-posta : *****
Adres : *****