

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
KAREKÖKLÜ SAYILAR KONUSUNA YÖNELİK
PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan
Feyzullah ORMAN**

**Danışman
Dr. Öğretim Üyesi Sevim SEVGİ**

Yüksek Lisans Tezi

**Haziran 2020
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
KAREKÖKLÜ SAYILAR KONUSUNA YÖNELİK
PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ
(Yüksek Lisans Tezi)**

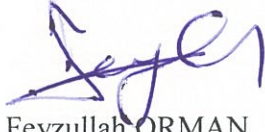
**Hazırlayan
Feyzullah ORMAN**

**Danışman
Dr. Öğretim Üyesi Sevim SEVGİ**

**Haziran 2020
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.



Feyzullah ORMAN

“Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusuna Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” adlı Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi’ne uygun olarak hazırlanmıştır.



Hazırlayan

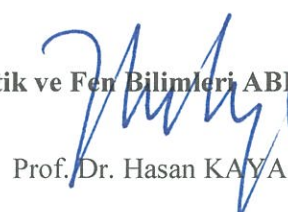
Feyzullah ORMAN



Danışman

Dr. Öğretim Üyesi Sevim SEVGİ

Matematik ve Fen Bilimleri ABD Başkanı



Prof. Dr. Hasan KAYA

ÖNSÖZ

Bana çalışmalarım süresince her türlü yardımı ve fedakârlığı sağlayan, bilgi ve önerilerinden yararlandığım ve bana yol gösteren değerli danışman hocam Dr. Öğretim Üyesi Sevim SEVGİ'ye desteği ve ilgisinden dolayı çok teşekkür ederim. Ayrıca tez jürisi üyeleri Prof. Dr. Cemalettin IŞIK ve Doç. Dr. Serkan ÖZEL'e çok teşekkür ederim.

Çalışmama gönüllü olarak katılan, değerli zamanlarını bana ayıran ve görüşlerini benimle paylaşan saygı değer matematik öğretmenlerine katkılarından dolayı çok teşekkür ederim. Ayrıca katkılarından dolayı da Koray ÇAMEL'e çok teşekkür ederim.

Yaşamımın her anında bana verdikleri destek, duydukları güven ve her türlü fedakârlıkları için annem Elif ORMAN'a ve babam Musa ORMAN'a, çalışmalarım süresince bana her zaman destek olan ve yanımda olduğunu hep hissettiren sevgili eşim Pınar ORMAN'a, sevgili kızım Öykü Derin ORMAN'a zorlu çalışma süreçlerimde gösterdikleri ilgi, özen ve sabırdan dolayı çok teşekkür ederim.

Feyzullah ORMAN

Haziran 2020, KAYSERİ

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN KAREKÖKLÜ SAYILAR KONUSUNA YÖNELİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Feyzullah ORMAN

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Haziran 2020
Danışman: Dr. Öğretim Üyesi Sevim SEVGİ

ÖZET

Bu araştırma ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Bu araştırmanın çalışma grubunu 2019/2020 eğitim öğretim yılında Kayseri ili Melikgazi ilçesindeki 50 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışma grubu, araştırmacı tarafından kolayca ulaşıldığı için uygun örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. İlk aşamada ortaokul matematik öğretmenleri teknolojik-pedagojik alan bilgi ölçeğini cevaplandırmışlar ve mesleki deneyimlerine göre beş gruba ayrılmışlardır. İkinci aşamada bu öğretmenler arasından gönüllülük esasına göre seçilen farklı mesleki deneyime sahip beş ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Araştırmadan elde edilen verilere göre yüksek lisans mezunu ve mesleki deneyimi fazla olan öğretmenlerin diğer öğretmenlere göre kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin daha iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, ortaokul matematik öğretmenlerinin lisansüstü programlara kayıt olmaları teşvik edilmiştir. Ayrıca öğretmen eğitimine ve araştırmacılara yönelik önerilerde de bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Pedagojik Alan Bilgisi, Kareköklü Sayılar, Ortaokul Matematik Öğretmenleri.

**ANALYSIS OF MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS'
PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE ABOUT SQUARE ROOT
NUMBERS**

Feyzullah ORMAN

Erciyes University, Institute of Educational Sciences

Master Thesis, June, 2020

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Sevim SEVGİ

ABSTRACT

The purpose of the study was to investigate the pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers about square root numbers. Case study model, one of the qualitative research methods, was used in the study. The study group consists of 50 secondary school mathematics teachers in Melikgazi district of Kayseri in the 2019/2020 academic year. The study group was chosen by convenience sampling method because it was easily reached by the researcher. In the first stage, the participants responded to the technological-pedagogical content knowledge scale and were divided into five groups according to their professional experience. In the second stage, semi-structured interviews were conducted with five middle school mathematics teachers with different professional experience selected among these teachers on a voluntary basis. Descriptive analysis technique was used to analyze the data obtained from semi-structured interviews. Based on the findings, teachers who had master's degree and had more professional experience had better pedagogical content knowledge about square root numbers than other teachers. Finally, based on the findings of the current study, middle school mathematics teachers were encouraged to enroll in graduate programs. In addition, suggestions were made for teacher education and researchers.

Keywords: Pedagogical Content Knowledge, Square Root Numbers, Middle School Mathematics Teachers.

İÇİNDEKİLER

ORTAOKUL MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN KAREKÖKLÜ SAYILAR KONUSUNA YÖNELİK PEDAGOJİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK	i
YÖNERGEYE UYGUNLUK	ii
KABUL VE ONAY	iii
ÖNSÖZ	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	x
TABLolar LİSTESİ	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ	xii
GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Önemi	3
1.3. Araştırmanın Amacı	3
1.4. Problem	4
1.5. Alt Problemler	4
1.6. Sınırlılıklar.....	4
1.7. Sayıtlılar	5
1.8. Tanımlar	5
ALAN YAZIN TARAMASI	6
2.1. Pedagojik Alan Bilgisi.....	6
2.1.1. Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) Modelleri.....	8

2.1.2. Kovarik'in (2008) PAB Modeli ve Bileşenleri.....	13
2.1.2.1. Matematiksel Gösterimler Bilgisi	14
2.1.2.2. Öğrencilerin Bilgileri	15
2.2. Pedagojik Alan Bilgisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar.....	16
2.3. Kareköklü Sayılar	19
2.4. Kareköklü Sayılarla İlgili Yapılan Çalışmalar	22
YÖNTEM.....	25
3.1. Araştırma Modeli	25
3.2. Çalışma Grubu.....	26
3.3. Veri Toplama Süreci	27
3.4. Veri Toplama Araçları.....	27
3.4.1. Kişisel Bilgi Formu.....	28
3.4.2. Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (TPABÖ).....	28
3.4.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları.....	28
3.4.3.1. Görüşme Sorularına Yönelik Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları	29
3.5. Pilot Çalışma	30
3.6. Verilerin Toplanması.....	33
3.7. Verilerin Analizi.....	33
BULGULAR.....	34
4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	34
4.1.1. K1L İle İlgili Bulgular	35
4.1.2. E2L İle İlgili Bulgular.....	40
4.1.3. K3YL İle İlgili Bulgular	46
4.1.4. E4YL İle İlgili Bulgular.....	53
4.1.5. E5L İle İlgili Bulgular.....	59
4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular	65
4.3.1. K1L İle İlgili Bulgular	66

4.2.2. E2L İle İlgili Bulgular.....	71
4.2.3. K3YL İle İlgili Bulgular	75
4.2.4. E4YL İle İlgili Bulgular.....	81
4.2.5. E5L İle İlgili Bulgular.....	87
SONUÇ – TARTIŞMA VE ÖNERİLER	96
5.1. Sonuç ve Tartışma	96
5.1.1. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisine Yönelik Sonuç ve Tartışma	96
5.1.2. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Sonuç ve Tartışma	98
5.1.2.1. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Öğrenci Önbilgilerine Yönelik Sonuç ve Tartışma.....	98
5.1.2.2. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Anlamlı Değerlendirmelerine Yönelik Sonuç ve Tartışma.....	101
5.2. Öneriler.....	103
5.2.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler	103
5.2.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler	104
KAYNAKÇA	105
EKLER.....	117
EK 1. KİŞİSEL BİLGİ FORMU ve TPAB ÖLÇEĞİ	117
EK 2. GÖRÜŞME FORMU	119
EK 3. TEKNOLOJİK-PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ ÖLÇEĞİ İZNİ.....	122
EK 4. VALİLİK İZNİ	123
ÖZGEÇMİŞ.....	124

KISALTMALAR

Akt: Aktaran

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

PAB: Pedagojik Alan Bilgisi

TPABÖ: Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences

TEOG: Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş



TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1. Farklı Araştırmacıların Oluşturduğu Pedagojik Alan Bilgisi Bileşenleri	13
Tablo 2. Kovarik (2008)'in PAB Modeline Ait Bileşenler ve Kodlar	14
Tablo 3. Çalışma Grubuna Ait Demografik Bilgiler.....	26
Tablo 4. Görüşme Yapılan Öğretmenlere Ait Demografik Bilgiler	27
Tablo 5. Araştırmanın Nitel Kısımının Güvenirlik ve Geçerlilik Çalışmaları (Şahin, 2016)	30
Tablo 6. Ö1'in Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	31
Tablo 7. Ö1'in Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri.....	31
Tablo 8. TPABÖ'nin Alt Bileşenlerine İlişkin Betimsel İstatistikler	34
Tablo 9. Matematiksel Gösterimler Bilgisi ve Kodlar	35
Tablo 10. K1L'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	40
Tablo 11. E2L'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	46
Tablo 12. K3YL'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	52
Tablo 13. E4YL'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	58
Tablo 14. E5L'in Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi	63
Tablo 15. Öğretmenlerin Matematiksel Gösterilerinin Genel Özeti	65
Tablo 16. K1L'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri	70
Tablo 17. E2L'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri.....	75
Tablo 18. K3YL'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri	80
Tablo 19. E4YL'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri.....	87
Tablo 20. E5L'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri.....	91
Tablo 21. Öğretmenlerin Öğrenci Önbilgilerinin Genel Özeti	95

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Shulman'ın (1987) PAB Modeli	7
Şekil 2. Grossman'ın (1990) PAB Modeli	9
Şekil 3. Marks'ın (1990) PAB Modeli	10
Şekil 4. An vd. (2004) PAB Modeli	11
Şekil 5. Ball vd. (2008) PAB Modeli	11
Şekil 6. K1L'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	36
Şekil 7. K1L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	38
Şekil 8. E2L'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	41
Şekil 9. E2L'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	41
Şekil 10. E2L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimleri	42
Şekil 11. E2L'nin Beşinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	44
Şekil 12. E2L'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	45
Şekil 13. K3YL'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	47
Şekil 14. K3YL'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	49
Şekil 15. K3YL'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	49
Şekil 16. K3YL'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	52
Şekil 17. E4YL'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	53
Şekil 18. E4YL'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	54
Şekil 19. E4YL'nin Beşinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	56
Şekil 20. E5L'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	60
Şekil 21. E5L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	61
Şekil 22. E5L'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi	62

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumu, önemi, amacı, problem ve alt problemleri, sayıltıları ve sınırlılıkları açıklanmıştır. Ayrıca araştırmada geçen bazı kavramların tanımlarına yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Matematiği genel olarak gerçek yaşamda karşılaştığımız problemlere çözüm üretme olarak tanımlayabiliriz. Matematik; ekonomide, mimaride, mühendislikte, tıp alanında, doğada kısaca hayatın her alanında karşımıza çıkan, yaşamın merkezinde olan bir bilimdir (Sevgi ve Orman, 2020). Yaşamın her alanında karşımıza çıkmakta olan matematiğin öğretime gereken hassasiyeti göstermek gerekmektedir.

Yeni yazılımlar, akıllı telefonlar, tabletler ve sosyal ağlar sayesinde dünya demografisi birbirine her zamankinden daha benzer kılınmaktadır. Peki, biz eğitimciler eğitime bu yenilenmenin nasıl bir yorumunu katacağız? Bütün dünya matematik eğitiminde daha az bilgi ve daha çok düşünmeye odaklanmaktadır. Eğitim sistemleri sonuca değil sürece odaklandığı ölçüde başarılı olmaktadır. Hayal gücünü kullanma, risk alabilme, belirsizlikleri hoş görebilme, çok yönlü ve birden fazla çözüm yolunu düşünebilme gibi özellikler gitgide önem kazanmaktadır.

Sürekli gelişmeye devam eden dünyada matematik programları, toplumların ihtiyaçlarına göre düzenlenmelidir (Pala, 2016). 21. yy'ın sunduğu inovatif çeşitlilik eğitimin de merkezine yerleşmiş durumdadır. Dinamik geometri yazılımları üç boyutlu düşünme yeteneğinde çığır açarken, kodlama eğitimleri ve matematiğin ortak yöntemi olan mantıksal düşünme, problem çözme ve yaratıcılık, insanoğluna yeni bir teknolojik sıçrama yaptırabileceği düşünülmektedir. Şüphesiz öğretim programını hazırlayanlar kadar programın uygulayıcısı olan öğretmenler de üzerine düşen görevi büyük bir titizlikle yapmaları gerektiğinin farkındadırlar.

Öğretmenler dünyanın en değerli madenlerinden kat kat daha değerli bir cevheri yani çocukları, insanlığın yararı için onlara rehberlik eder ve onların yeteneklerini geliştirmeleri için gerekli fırsatı sunarlar. Matematik öğretmenleri de bu büyük amaç doğrultusunda öğrencilere matematiksel düşünme becerisi kazandırmalı ve onları hayata hazırlamalıdır. Bunu yaparken de matematiği öğrencilerin gözünde korkulacak bir dersten ziyade gerçek yaşamla ilişkilendirilmiş, öğrenilmesinden keyif alınan ve öğrenci merkezli bir ders haline getirmelidir. Bu şekilde matematik öğrenmekten keyif alan, materyal veya çizimlerle konunun özünü kavrayan ve ne yapması gerektiğini bilen öğrenci yavaş yavaş matematiğin sembolik diline de hâkim olacaktır. Bu noktada bilgiyi öğrenci zihninin en derinlerine girip orada tohumlamalıyız, gerisini onlara bırakıp onu nasıl köklendirip şekillendirdiğini gözlemleyebiliriz.

Öğretmenler için açıklaması kolay soyut kavramlar, öğrencilerin büyük bir kısmı için bir o kadar anlaşılabilir olabilmektedir. Öğrenciler ilk kez karşılaştıkları matematiksel kavramlarla daha önceden öğrendiği matematiksel konular arasında bağ kurmada zorlanabilirler. Öğretmenlerin bu süreçte öğrenciler arasındaki bireysel farklılıklara dikkat ederek doğru öğretim yöntemlerini kullanmaları gerekmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin zorlandıkları konulardan biri olan kareköklü sayılar konusunda da matematik öğretmenlerinin uygun öğretim yöntemlerini kullanmalarının önemli olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilerin 8. sınıf matematik öğretim programında yer alan kareköklü sayılar konusunda öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarına düştükleri görülmektedir. Kareköklü sayılar öğrencilerin günlük hayatta karşılaşmadıkları, soyut, karmaşık ve zor konular olarak bilinmektedir (Şenay, 2002). Dolayısıyla öğrencilerin kareköklü sayılarda yaşadığı zorlukları tespit etmek ve bu zorluklara çözüm üretme konusunda matematik öğretmenlerinin sahip olduğu pedagojik alan bilgisinin önemli olduğu düşünülmektedir. Pedagojik alan bilgisi, herhangi bir konunun öğrenciler tarafından net anlaşılabilmesi için gerekli olan en güçlü temsil ve öğretim stratejileri hakkında sahip olunan bilgidir (Shulman, 1986). Bu sebeple matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusunda yeterli pedagojik alan bilgisine sahip olmaları, öğrencilerin kavram yanlışlarından haberdar olmaları ve doğru öğretim yöntemlerini seçmeleri gerekmektedir.

1.2. Araştırmanın Önemi

Matematik öğretmenlerinin, öğretim sürecinde kullandıkları yöntemler öğrencilerde öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları oluşturabilir. İlgili alan yazın incelendiğinde matematik öğretiminde öğrencilerin hata yaptıkları konuların arasında köklü ifadelerle çok rastlanılmakta ve yapılan hatalar daha çok kavram yanlışlarından kaynaklanmaktadır (Adıgüzel, 2013; Avcu, 2010; Cengiz, 2006; Gomez ve Buhlea, 2009; Güler, 2017; Özkaya, Konyalıoğlu ve Gedik, 2013; Shabanifar, 2014; Şenay, 2002; Sirotic ve Zazkis, 2007). Buna karşın kareköklü sayılarla ilgili matematik öğretim boyutunda yapılmış çalışmaların az sayıda olduğu görülmektedir. Bu sebeple herhangi bir sorunun çözümünde ilk adımın sorunun tespiti olduğu düşüncesinden yola çıkarak, mevcut matematik öğretmenlerinin, kareköklü sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemek gerekir. Araştırmadan elde edilecek bulguların matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerindeki eksiklikleri belirleyerek, matematik öğretmeni yetiştirme programlarının yapılandırmasında ve matematik öğretmenlerinin yaşadığı sıkıntıların farkına varılması açısından ilgili alan yazına katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca kareköklü sayılar konusunda ortaokul öğrencilerindeki öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarının giderilmesi açısından yararlı bilgiler sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Amacı

Ortaokul Matematik Öğretim Programı incelendiğinde anlamlı ve kalıcı öğrenmeye önem veren, konular ve diğer disiplinler arasındaki iletişimi önemseyen, günlük yaşamla ilişkilendirilmiş bir matematik öğretim programı oluşturulmuştur. Ayrıca öğrencilerin üst biliş, akıl yürütme, matematik dilini doğru kullanma, tahmin ve çıkarımda bulunma, zihinden işlem yapma, karşılaşılan problemleri matematiksel düşünme yoluyla çözüm üretme, matematiksel okuryazarlık, kavramları anlama ve günlük hayatta kullanma becerilerini geliştirmeyi hedeflemektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Matematik öğretim programının uygulayıcısı olan matematik öğretmenleri, öğrenci merkezli ve öğrencilere rehberlik eden bir yaklaşımla öğrenme ortamlarını öğrencilerin ihtiyaçlarına göre düzenleyerek, yukarıda sayılan amaçları öğrencilere kazandırmalıdır.

Sekizinci sınıf matematik öğretim programında yer alan kareköklü sayılar konusunda öğrencilerin öğrenme güçlükleri yaşadıkları ve kavram yanlışlarına sahip oldukları

görülmektedir (Adıgüzel, 2013; Cengiz, 2006; Gelici, 2012; Güler, 2017; Özkaya, Konyalıoğlu ve Gedik, 2013; Sirotic ve Zazkis, 2007; Şenay, 2002). Ortaokul öğrencilerinin kareköklü sayılarla ilgili kavram gelişimleri matematik öğretmenleri ile doğrudan ilişkili olduğu düşünülmektedir. Ayrıca bu kavram gelişiminde matematik öğretmenlerinin sahip olduğu pedagojik alan bilgilerinin etkili olduğu düşünülmektedir. Dolayısıyla bu araştırma, matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini incelemek amacıyla yapılmaktadır. Bu araştırma Kovarik'in (2008) pedagojik alan bilgisi modeli çerçevesinde ele alınmaktadır.

1.4. Problem

Bu araştırmanın problemi: Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusuna yönelik pedagojik alan bilgileri ne durumdadır?

1.5. Alt Problemler

Bu araştırmanın alt problemleri şunlardır:

- Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki matematiksel gösterimlere yönelik bilgilerinin durumu nedir?
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki öğrenci bilgilerine (önbilgi ve anlamlı değerlendirme) yönelik sahip oldukları bilgilerinin durumu nedir?

1.6. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

- Kayseri ili Melikgazi ilçesinde görev yapan 50 ortaokul matematik öğretmeni ile sınırlıdır. Araştırmanın esası ise bu ortaokul matematik öğretmenleri arasından gönüllülük ilkesi ile seçilen farklı mesleki deneyime sahip beş ortaokul matematik öğretmeni ile sınırlıdır.
- 2019-2020 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.
- Araştırma, 2018 yılında kabul edilen ortaokul matematik dersi öğretim programının kareköklü ifadeler konusu kazanımları ile sınırlıdır.

1.7. Sayıtlar

Bu araştırmanın analizlerinde kullanılan sayıtlar şunlardır:

- Matematik öğretmenlerinin araştırma sorularını doğru algıladıkları, içtenlikle ve bireysel olarak cevaplandırdıkları varsayılmaktadır.
- Bu çalışmada kullanılan yöntem ve soruların araştırmanın amacına uygun olduğu varsayılmaktadır.

1.8. Tanımlar

Pedagojik Alan Bilgisi: Herhangi bir konunun öğrenciler tarafından net anlaşılabilmesi için gerekli olan en güçlü temsil ve öğretim stratejileri hakkında sahip olunan bilgidir (Shulman, 1986).

Matematiksel Gösterimler Bilgisi: Herhangi bir konunun öğretiminde matematik öğretmenlerinin kullandığı şekiller, tablolar, grafikler, örnekler ve analogilerdir (Kovarık, 2008).

Öğrenci Bilgileri: Öğrencilerin ön bilgileri ve anlamlı değerlendirmeye yönelik bilgileri kapsamaktadır (Kovarık, 2008).

Ortaokul Matematik Öğretmeni: Örgün eğitim kurumlarının 5, 6, 7 ve 8. sınıflarındaki matematik derslerini yürüten kişidir.

Kareköklü Sayılar: x herhangi bir reel sayı ve $x \geq 0$ olmak üzere $\sqrt{x}$ şeklinde yazılabilen sayılardır.

Kazanım: Kareköklü sayılar konusunda öğrencilerden beklenen hedef-davranışlardır.

BÖLÜM II

ALAN YAZIN TARAMASI

Bu bölümde araştırılan konuyla ilgili kuramsal çerçeveler açıklanmıştır. Ayrıca pedagojik alan bilgisi ve kareköklü sayılar ile ilgili yapılan ulusal ve uluslararası çalışmalardan bahsedilmiştir.

2.1. Pedagojik Alan Bilgisi

Herhangi bir kazanım ya da konunun öğretim sürecinde ve öğretiminde öğretmen, öğrenci, fiziki koşullar, materyaller, öğretim programları gibi pek çok faktör etkilidir (Savaş, Taş ve Duru, 2010; Yurtyapan, 2018). Şüphesiz bu faktörlerin içerisinde öğretmenlerin sahip olduğu bilgi ve becerilerin çok önemli olduğu düşünülmektedir. Öğretmen bilgisi konusunda yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerine yönelik ilk kuramsal sınıflandırmayı Elbaz (1983) yapmıştır. Elbaz (1983) bu sınıflandırmayı alan bilgisi, bağlam bilgisi, öğretim programı bilgisi, öğretim bilgisi ve kişisel bilgi şeklinde beş kategoriye ayırarak incelemiştir (akt: Yurtyapan, 2018).

Üzerinde pek çok araştırma yapılan ve öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerinden biri olan “Pedagojik Alan Bilgisi (PAB)” kavramı ilk kez Shulman (1986) tarafından kullanılmıştır. Bu kavramı 1985 yılında Amerika Eğitim Araştırmaları Derneği (American Educational Research Association) toplantısında kullanmıştır. Shulman bu toplantıda öğretmenlerin konu alan bilgisi yanında pedagoji bilgisine de sahip olmaları gerektiğini belirtmiştir (Cochran, DeRuiter ve King, 1993). Bunun sonucunda öğretmen yetiştirme programlarının düzenlenmesi fikri ortaya çıkmıştır. Pedagojik alan bilgisi kavramı düzenlenen bu programın merkezinde yerini almıştır (Shulman, 1986).

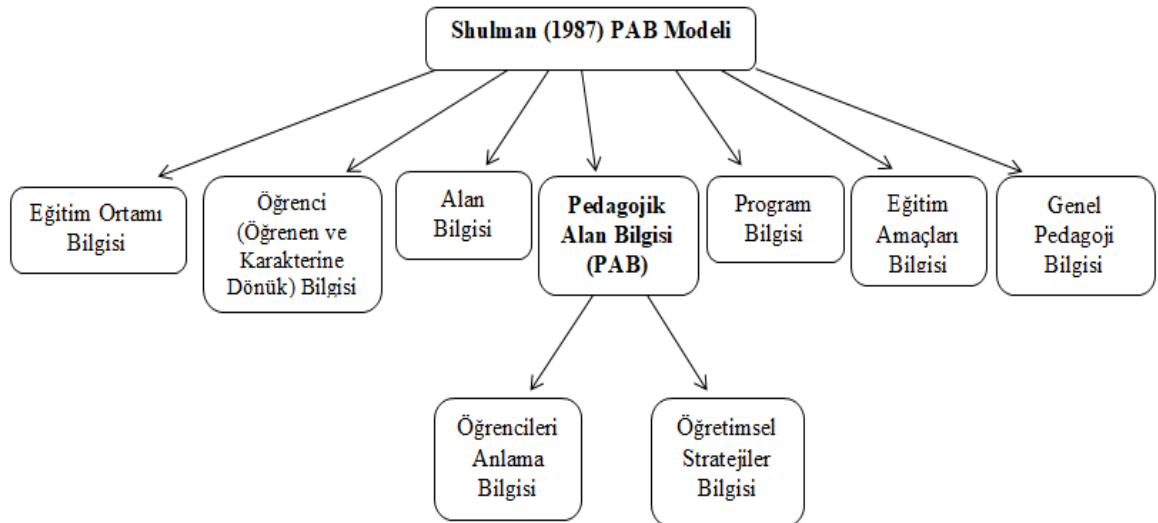
Shulman (1986) öğretmen bilgisi konusunda yapmış olduğu çalışmada, öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerini konu alan, pedagojik alan ve müfredat bilgisi olmak üzere üç başlıkta açıklamıştır. Shulman’a (1986) göre konu alan bilgisi, herhangi bir

konuya ait temel kural ve ilkeleri, o konuya yönelik kavramların organizasyonu, yeni bilgilerin üretildiği süreci ve sözdizimsel yapılar bilgisini içermektir. Pedagojik alan bilgisi, herhangi bir konu ya da kavramın öğrenciler tarafından net anlaşılabilmesi için gerekli olan en güçlü temsil ve öğretim stratejileri hakkında sahip olunan bilgidir. Müfredat bilgisi ise herhangi bir dersin öğretimi için hazırlanmış öğretim etkinlerinin yer aldığı programa yönelik bilgidir (Shulman, 1986). Shulman (1986) yapmış olduğu çalışmada öğretmenlerin alan bilgilerini, öğrencilerin konuyu anlamalarını kolaylaştıracak bir biçime dönüştürmenin önemli olduğunu belirtmiştir.

Shulman (1987) daha önce yaptığı çalışmada yer alan öğretmen bilgisi modelini genişletmiş ve pedagojik alan bilgisi kavramını şu şekilde tanımlamıştır;

Pedagojik alan bilgisi, özel ilgiye haizdir; çünkü öğretim ile ilgili bilgilerin ayırt edici yapılarını belirler. Belirli konuların, problemlerin ya da sonuçlarını nasıl organize edildiğine, temsil edildiğine ve öğrencilerin farklı ilgi ve yeteneklerine nasıl adapte edildiğine ve öğretim için nasıl sunulduğuna dair bilginin içerik ve pedagojik karışımını temsil etmektedir. Pedagojik alan bilgisi içerik uzmanının bilgisini pedagojik bilgisinden ayırt eden kategoridir. (s. 8)

Shulman'ın (1987) yaptığı açıklamalardan da anlaşılacağı üzere konu alan bilgisi ile herkesin etkili ve verimli bir öğretim yapamayacağını, öğretmenliğin özel bir meslek olduğunu ve uzmanlık gerektiğini belirtmiştir. Shulman'ın (1987) geliştirdiği öğretmen pedagojik alan bilgisi modeli Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Shulman'ın (1987) PAB Modeli

Shulman (1987) tarafından ortaya konan PAB modelinde öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerini; öğretim programı, eğitim ortamı, alan, eğitim amaçları, öğrenci, genel pedagoji ve pedagojik alan bilgisi olmak üzere yedi başlıkta incelemiştir. Şekil 1 incelendiğinde pedagojik alan bilgisi öğrencileri anlama bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi olmak üzere ikiye ayrılmıştır. PAB'in ilk bileşeni olan öğrencileri anlama bilgisi; öğrencilerin konu ile ilgili önbilgilerini, kavram yanılgılarını, öğrenme güçlüklerini ve bunların nedenlerini anlamayı kapsamaktadır (Shulman, 1987). Ayrıca öğrencilerin konuya yönelik tutumlarının ne seviyede olduğunu anlayabilmelerini de kapsamaktadır (Cochran vd., 1993; Shulman, 1987). İkinci bileşenini oluşturan öğretim stratejileri bilgisi; öğretmenin konuyu öğrencilere aktarırken kullandığı öğretim yöntem ve tekniklerine yönelik bilgileri ile öğrenci başarısını arttırmak için öğrenme ortamlarını düzenlemeye yönelik sahip oldukları bilgileri kapsamaktadır (Magnusson, Krajcik ve Borko 1999, Shulman, 1987).

Shulman'ın (1987) PAB ve bileşenlerine yönelik açıklamaları ışığında pedagojik alan bilgisi, konu alan bilgisi öğretiminde bir köprü görevi görmekte ve öğretmenlerin yeterli düzeyde sahip olması gereken önemli bir bilgi türüdür (Yurtyapan, 2018). İlgili alan yazın incelendiğinde Shulman'ın (1987) ortaya koyduğu modeli temel alan birçok model görülmüştür (An, Kulm ve Wu, 2004; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Gökbulut, 2010; Grossman, 1990; Kaya, 2009; Marks, 1990; Tamir, 1988). İncelenen bu modeller arasındaki farklılık PAB'a yönelik alt bileşenlerden kaynaklanmaktadır (Aliustaoğlu, 2018).

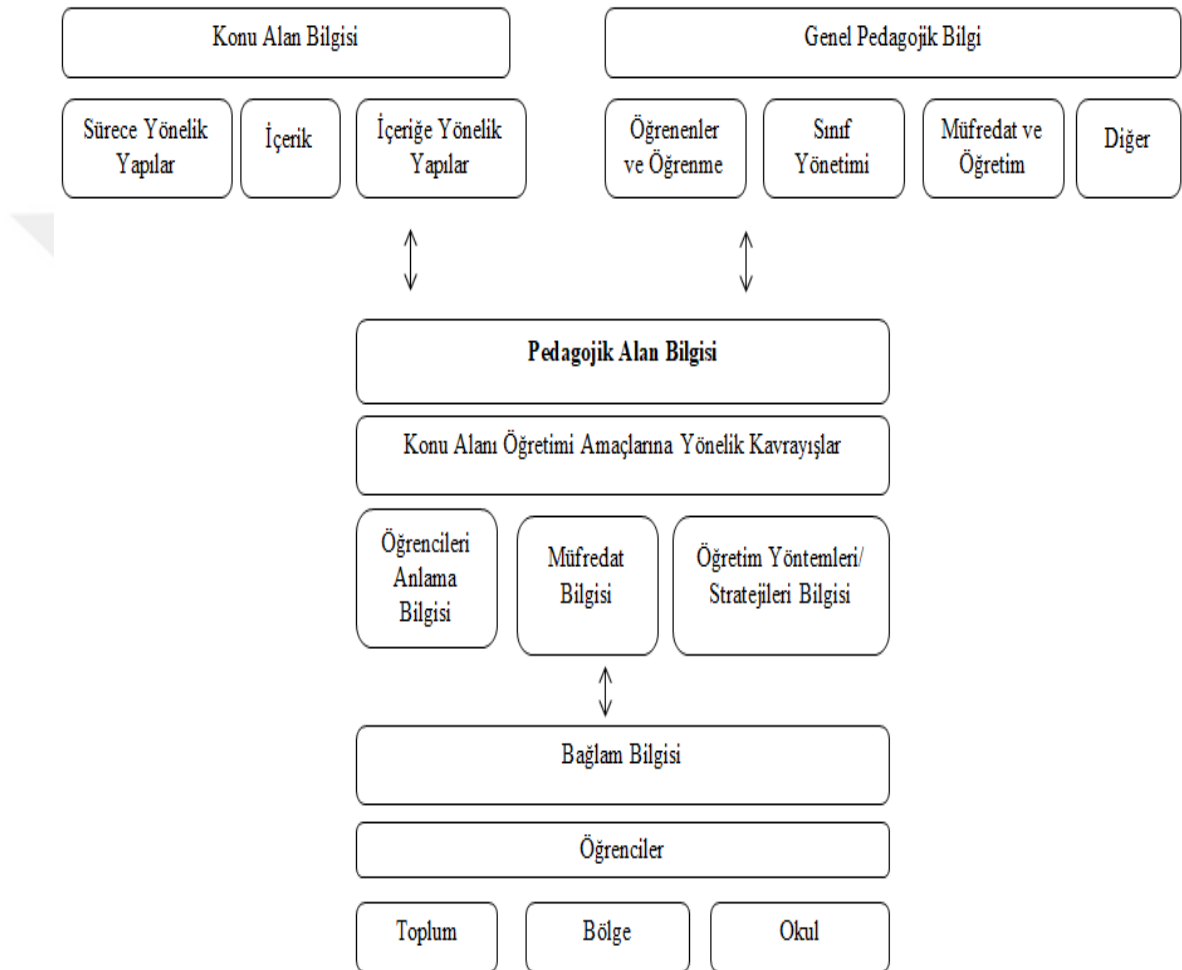
2.1.1. Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) Modelleri

Bu bölümde pedagojik alan bilgisi modellerinden bazıları incelenecek olup, bu modellerin birbirleriyle olan benzer ve farklı yönleri üzerinde durulacaktır. Shulman'ın (1987) PAB modeli bir önceki bölümde tanıtıldığından dolayı bu bölümde tekrar ele alınmayacaktır.

Pedagojik alan bilgisi konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde, karşımıza çıkan en eski modellerinden biri de Tamir'in (1988) ortaya koyduğu modeldir. Tamir'in (1988) geliştirdiği PAB modeli dört boyuttan oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla program, öğrencileri anlama, ölçme ve öğretim stratejileri bilgisi şeklindedir. Bu model ile Shulman'ın (1987) modeli karşılaştırıldığında öğretim stratejileri ve öğrencileri anlama boyutları arasında

benzerlik görülmektedir. Buna karşın Shulman'ın (1987) modelinde ölçme bilgisi boyutunun olmadığı, Tamir'in (1988) modelinde ise bu boyutun yer aldığı görülmektedir.

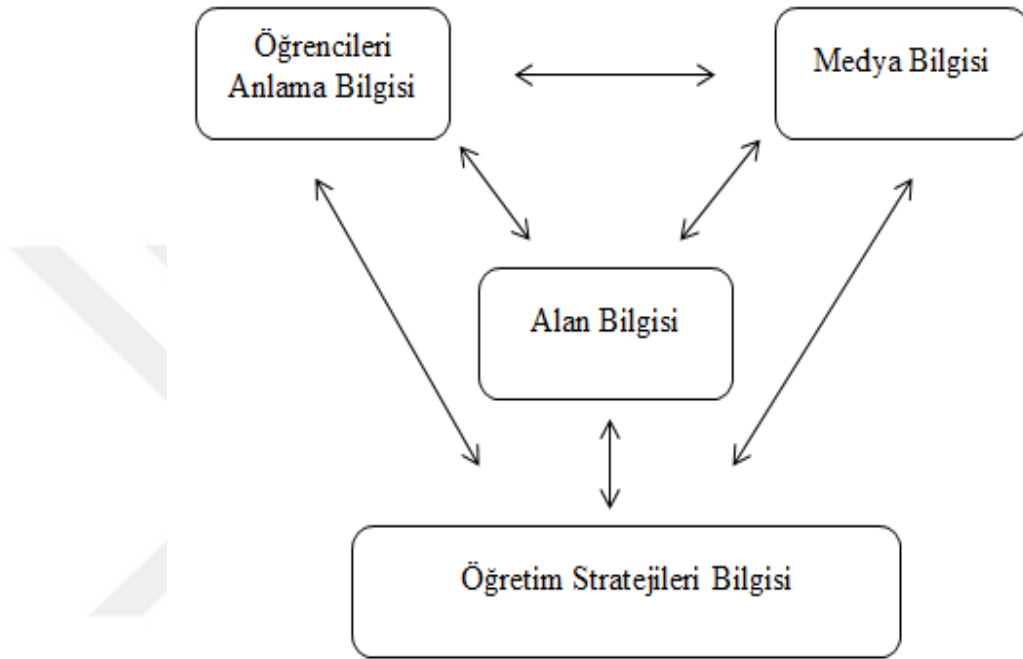
Grossman (1990) öğretmen bilgi modelini dört kategoriye ayırmıştır. Bunlar konu alan bilgisi, genel pedagojik bilgi, pedagojik alan bilgisi ve bağlam bilgisidir. Bu modele ait bileşenler Şekil 2'de sunulmuştur.



Şekil 2. Grossman'ın (1990) PAB Modeli

Şekil 2 incelendiğinde Grossman'ın (1990) modelinde pedagojik alan bilgisi; konu alanı öğretimi amaçlarına yönelik kavrayışlar, öğrencileri anlama bilgisi, müfredat bilgisi ve öğretim stratejileri bilgisi olmak üzere dört alt bileşenden oluştuğu görülmektedir. Shulman'ın (1987) geliştirdiği modelde, müfredat (öğretim programı) bilgisi pedagojik alan bilgisinden ayrı bir boyutta ele alınmıştır. Buna karşın bu modelde müfredat bilgisi, pedagojik alan bilgisinin bir alt bileşeni olarak ele alınmıştır.

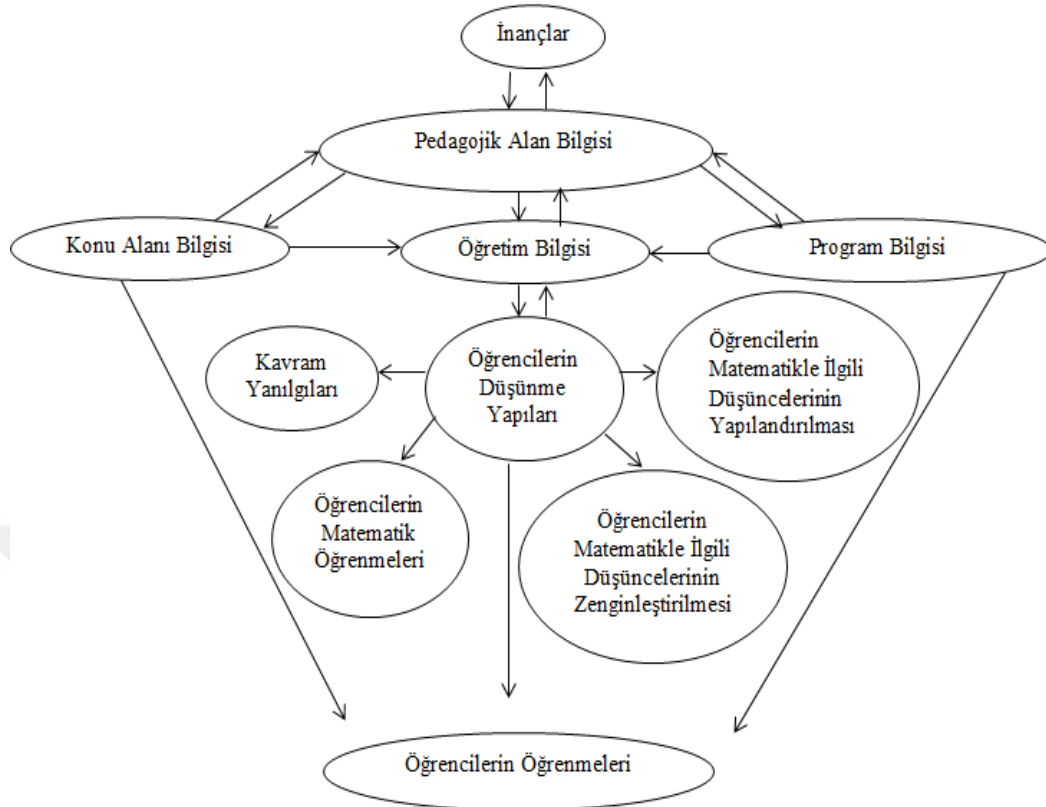
PAB konusunda yapılan başka bir çalışma Marks'ın (1990) modelidir. Marks (1990), Shulman'ın (1987) geliştirdiği modeldeki bilgi türleri ile pedagojik alan bilgisi arasında kesin bir ayrımın olmadığını belirtmiştir. Çünkü bir bileşenin nerden başladığı nerde bittiği kesin olarak belirlenemeyeceğini ifade etmiştir (Marks, 1990). Marks'ın (1990) modeli Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Marks'ın (1990) PAB Modeli

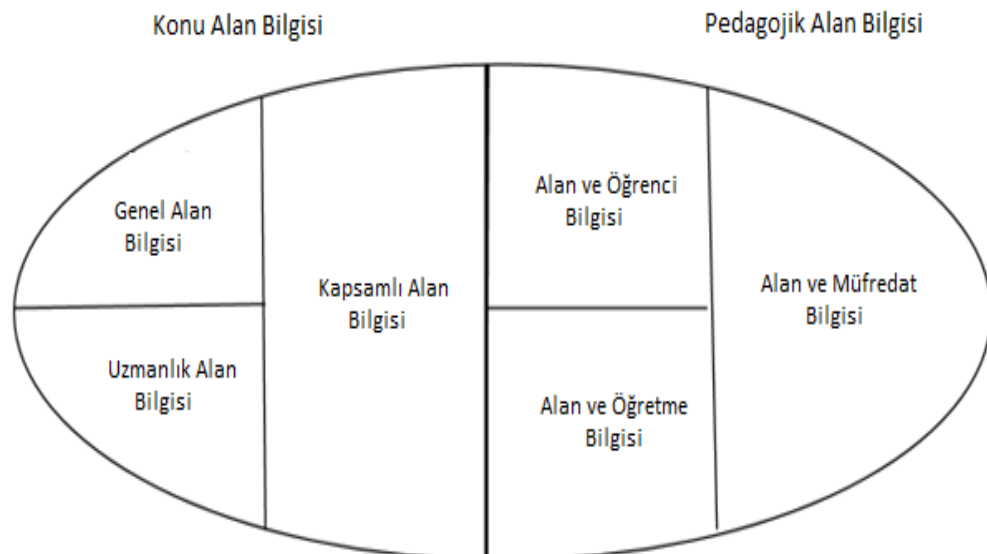
Şekil 3 incelendiğinde alan bilgisi bu modelin merkezinde yer almıştır. Shulman (1987) ve Grossman'ın (1990) modellerinde alan bilgisi, pedagojik alan bilgisinden ayrı bir boyutta ele alınmıştır. Buna karşın Marks (1990) ise alan bilgisini, pedagojik alan bilgisinin bir bileşeni olarak incelemiştir. Marks'ın (1990) modelinde, Shulman (1987) ve Grossman (1990) modellerinden farklı olarak medya bilgisine yer verildiği görülmüştür. Marks'a (1990) göre medya bilgisi, öğrencilerin özelliklerine göre öğretim materyallerini öğretim sürecinde etkili kullanılmasıdır.

An, Kulm ve Wu (2004) Çin ve Amerika'daki matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini karşılaştırmışlardır. Pedagojik alan bilgisi kavramını tekrardan yorumlayarak bir model geliştirmişler ve bu modeli dört boyutta incelemişlerdir. Bunlar; konu alan bilgisi, öğretim bilgisi, program bilgisi ve öğretmen inançlarıdır. Pedagojik alan bilgisinin en önemli boyutunun öğretim bilgisi olduğunu belirtmişlerdir. PAB boyutları arasındaki ilişkileri göstermek için ağ şeklinde oluşturdukları model Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. An vd. (2004) PAB Modeli

Şekil 4 incelendiğinde bu model, Shulman'ın (1987) modeline göre daha ayrıntılı olduğu görülmektedir. Bu modelde inançlar alt boyutu yer alırken ilgili alan yazındaki diğer modellerde bu boyuta rastlanılmamıştır. Ayrıca Shulman'ın (1987) modelinde yer alan öğrencileri anlama bilgisi, An vd. (2004) geliştirdiği pedagojik alan bilgisi içerisinde ele alınmamıştır.



Şekil 5. Ball vd. (2008) PAB Modeli

Ball, Thames ve Phelps (2008) geliştirdikleri öğretmen bilgisi modeli, Shulman'ın (1986, 1987) modellerinden esinlenerek oluşturulmuştur. Bu modeli “Matematiği Öğretme Bilgisi” olarak isimlendirmişlerdir. Bu modeli konu alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olmak üzere iki bileşene ayırmışlardır. Bu bileşenler ve alt bileşenleri Şekil 5'te verilmiştir.

Şekil 5'te verilen Ball vd. (2008) modelinde konu alan bilgisi; genel alan, uzmanlık (yatay) alan ve kapsamlı (özel) alan bilgisi olmak üzere üç alt bileşenden oluşmaktadır. Ball vd. (2008) göre kapsamlı alan bilgisi, bir öğretmende olması gereken en önemli bilgi türü olup, öğrencilerin başarısını arttırdığını belirtmişlerdir. Ayrıca Shulman'ın (1987) modelinde müfredat (öğretim programı) bilgisi ayrı bir bileşen olarak ele alınırken, bu modelde PAB'ın içinde yer aldığı görülmektedir.

Kaya (2009) tarafından ortaya konan PAB modeli, Shulman'ın (1987) PAB modeline benzemektedir. Kaya'nın (2009) PAB modeli öğrencilerin anlamalarını bilme bilgisi, öğretim stratejileri bilgisi, konu alan bilgisi, program bilgisi ve değerlendirme olmak üzere beş alt bileşenden oluşmaktadır. Benzer bir PAB modeli de Gökbulut (2010) tarafından oluşturulmuştur. Gökbulut (2010) yapmış olduğu çalışmada Shulman'ın (1987) PAB modelinden esinlenmiştir. Gökbulut (2010) PAB bileşenlerini öğretim yöntemleri ve sunumları bilgisi, alan bilgisi, öğrencilerin anlamalarını bilme bilgisi ve müfredat bilgisi olmak üzere dört grupta incelemiştir.

İlgili alan yazın taramasında farklı araştırmacıların oluşturduğu pedagojik alan bilgisi bileşenleri Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1 incelendiğinde pedagojik alan bilgisi modelleri arasındaki farklılık, pedagojik alan bilgisi bileşenlerinden ve bunların ele alınışlarından kaynaklanmaktadır. Ayrıca Tablo 1'deki araştırmacıların büyük çoğunluğu geliştirdikleri modelde, Shulman'ın (1987) modelindeki öğrenciyi anlama ve öğretim stratejileri bilgisi bileşenlerini temel aldıkları görülmektedir.

Tablo 1. *Farklı Araştırmacıların Oluşturduğu Pedagojik Alan Bilgisi Bileşenleri*

	Shulman (1987)	Tamir (1988)	Grossmann (1990)	Marks (1990)	Cochran vd. (1993)	Magnusson vd. (1999)	An vd. (2004)	Ball vd. (2008)	Kaya (2009)	Gökbulut (2010)
Alan bilgisi öğretimi için amaçlar bilgisi			X			X				
Alan bilgisi				X	X		X		X	X
Bağlam bilgisi					X					
İnançlar bilgisi							X			
Ölçme ve değerlendirme bilgisi		X				X			X	
Öğrencileri anlama bilgisi	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Öğretim stratejileri bilgisi	X	X	X	X		X	X	X	X	X
Pedagojik bilgi					X					
Program bilgisi		X	X			X	X	X	X	X

Matematik eğitiminde, pedagojik alan bilgisi üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde birçok çalışmada Shulman'ın (1987) PAB modelinin temel alındığı görülmektedir (Aksu ve Konyalıoğlu, 2015; Bayazit ve Aksoy, 2010; Eroğlu, 2012; Jenkins, 2010; Kovarik, 2008; Tanışlı ve Ata Baran, 2014; Taşdan ve Çelik, 2017; Yurtyapan, 2018). Bu çalışmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgileri Kovarik'in (2008) PAB modeli çerçevesinde incelenmiştir. Kovarik (2008) çalışmasını matematik eğitimi üzerine yapmış olmasından ve Tablo 2'de ortaya koyduğu bileşen, alt bileşen ve kodların kareköklü sayılar konusundaki öğretmen görüşlerine uygun olabileceğinden dolayı bu çalışmada Kovarik'in (2008) PAB modeli benimsenmiştir.

2.1.2. Kovarik'in (2008) PAB Modeli ve Bileşenleri

Araştırmanın kuramsal yapısını Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu pedagojik alan bilgisi modeli oluşturmaktadır. Bu model Shulman'ın (1987) geliştirdiği pedagojik alan bilgisi modelinden yola çıkarak oluşturulmuştur. Kovarik (2008) pedagojik alan bilgisinin, öğretmenler tarafından ortaya konan düşünceler ile bu düşüncelerin uygulama ve

edinilme şeklini içerdiğini söylemiştir. Ayrıca, Kovarik (2008) öğretmenlerin matematiksel bir kavramı ya da fikri çeşitli şekillerde temsil edebilmenin önemli olduğunu belirtmiştir. Kovarik'in (2008) yaptığı çalışmada ortaya konulan PAB modeline ait bileşenler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. *Kovarik (2008)'in PAB Modeline Ait Bileşenler ve Kodlar*

Bileşenler	Alt Bileşenler	Kodlar
Matematiksel Gösterimler Bilgisi	Gösterimler	Grafikler Tablolar Formüller
	Örnekler	Gerçek hayatta kullanılan örnekler Problemler
	Analojiler	Çoklu Temsiller
Öğrencilerin Bilgileri	Öğrencilerin Ön bilgileri	Öğrencilerin matematiksel geçmişleri. Öğrencilerin kavram yanlışları. Öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma. Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek
	Anlamli değerlendirme	Öğrencilerin soru hazırlaması. Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi. Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi. Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi

Tablo 2 incelendiğinde bu model matematiksel gösterimler ve öğrencilerin bilgileri olmak üzere iki bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenler, aşağıda alt başlıklar halinde ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

2.1.2.1. Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Matematiksel gösterimler bilgisi farklı araştırmacıların ortaya koyduğu PAB modellerinde farklı isimlerle anılsa da içerikleri oldukça birbirine benzer oldukları söylenebilir (Banks, Leach ve Moon, 2005; Gökkurt, 2014; Kovarik, 2008; Magnusson vd. 1999; Park ve Oliver, 2008; Shulman, 1986). Matematiksel gösterimler, öğrencilerin

herhangi bir konu ya da kazanımı anlamalarına yardımcı olacak temsillerdir. Aynı zamanda öğrencilerin öğrenme sürecini kolaylaştırmak için kullanılan kavramları ve ilkeleri de temsil eder.

Kovarık'ın (2008) matematiksel gösterimler bilgisi; gösterimler, örnekler ve analogiler olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Gösterimler kategorisinde grafikler, tablolar ve formüller bulunmaktadır. Örnekler ise gerçek hayatta kullanılan örnekleri ve problemleri içermektedir. Son kategoride analogiler yani benzetimler bulunmaktadır. Analogiler, matematik öğretiminde zorluk çekilen soyut kavramların öğrencilerin bildiği kavram veya olgularla öğretilmesidir (Saygılı, 2008).

2.1.2.2. Öğrencilerin Bilgileri

Kovarık'ın (2008) modelinde öğrenci bilgileri iki alt bileşenden oluşmaktadır. Bunlar öğrencilerin ön bilgileri ve anlamlı değerlendirmedir. Öğrencilerin ön bilgileri, öğrencilerin gelişim düzeylerine göre öğrenecekleri konu ile ilgili matematiksel geçmişlerini, kavram yanlışlarını, zihinlerindeki soruları tahmin etmeyi, nerelerde zorluk çektikleri ve bunların sebeplerini saptamaya yönelik bilgileri kapsamaktadır. Ayrıca, Kovarik (2008) öğrencilerin ön bilgileriyle yeni öğrendiği bilgiler arasında köprü kurmanın önemli olduğunu söylemekte ve bunu öğrenci ön bilgileri bileşeni kapsamında ele almaktadır. Çünkü öğrenciler yeni öğrendiği bilgileri anlamak ve yapılandırmak için geçmiş bilgilerini kullanırlar. Bazı durumlarda bu ön bilgiler yeni bilgilerin yanlış yorumlanmasına neden olabilmektedir (Kovarık, 2008; Taşdan ve Çelik, 2016).

Kovarık'e (2008) göre anlamlı değerlendirme, öğrencilerin yazılı sorularla, sınıf içi tartışmalarla, ödevlerle değerlendirilmesidir. Ayrıca öğrencilerin öğrenilen konu veya kavramlarla ilgili sorular hazırlamasını yine bu bileşen kapsamında ele almaktadır. Bu bağlamda öğretmenler, öğrencilerini tanımalıdır. Bunun içinde öğrencilerin gelişim özelliklerini, matematiksel geçmişlerini, kavram yanlışlarını yani kısaca ön bilgilerini bilmelidirler (Fennema ve Franke, 1992; Kovarik, 2008). Bunlara dikkat ederek öğretim sürecini planlamalı ve doğru öğretim yöntemlerini derslerde uygulamalıdır (Kovarık, 2008; Shabanifar, 2014).

2.2. Pedagojik Alan Bilgisi İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Pedagojik alan bilgisi konusunda ulusal ve uluslararası birçok çalışmaya rastlanılmıştır. Yapılan bu çalışmalar incelendiğinde öğretmen veya öğretmen adaylarının belirlenen konulardaki pedagojik alan bilgileri düzeylerinin belirlenmesi, gelişimlerine ve bu gelişimlere etki eden faktörlere yönelik olduğu görülmüştür. Ayrıca pedagojik alan bilgisi bileşenleri ve bu bileşenlerin birbirleri ile olan ilişkilerini ve pedagojik alan bilgisinin önemine yönelik çalışmalara da rastlanılmıştır. Çalışmalar genellikle nitel çalışmalar olup az sayıda nicel çalışmalara da yer verilmiştir.

Türnüklü (2005) kırk beş matematik öğretmen adayının pedagojik alan bilgilerini belirlemek için dört problem sormuştur. Ayrıca bu adayların matematik alan bilgilerini belirlemek içinde üniversite öğrenimleri boyunca almış oldukları matematik derslerinin puan ortalamaları hesaplanmış ve analiz edilmiştir. Matematik öğretmen adaylarının matematik alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasında pozitif bir ilişki tespit edilmiştir. Benzer sonuca Gökkurt, Şahin ve Soylu'nun (2012) yapmış oldukları çalışmada rastlanılmıştır. Araştırmacılar kırk bir ortaokul matematik öğretmenin pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişkiyi nitel araştırma yöntemleriyle sekiz açık uçlu soru ile incelemişlerdir. Matematik öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun bazı konulardaki alan bilgilerinin matematik öğretimi için yetersiz olduğunu tespit etmişlerdir.

Baker ve Chick (2006) matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini iki ortaokul matematik öğretmeniyle anket ve görüşmeler yoluyla elde ettikleri veriler sonucunda incelemişlerdir. Matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin farklı düzeylerde oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Black (2007) dört lise matematik öğretmenin fonksiyonlar konusuna yönelik pedagojik alan bilgilerini çoklu durum çalışması yöntemi kullanarak incelemiştir. Matematik öğretmenlerinin fonksiyon konusunda işlemsel hata yapmadıkları buna karşın çok fazla kavramsal hata yaptıklarını tespit etmiştir. Ayrıca matematik öğretmenlerinin pedagojik alan ve matematik alan bilgilerinin istenilen şekilde gelişmediği sonucuna ulaşmıştır. Benzer bir çalışmayı Wright (2009) ders imcesi yönteminin matematik öğretmenlerinin konu alan ve pedagojik alan bilgilerine olan etkisini elli beş öğretmenin katıldığı durum

çalışmasında incelemiştir. Ders imecesi yönteminin öğretmenlerin pedagojik alan ve konu alan bilgilerini geliştirdiğini tespit etmiştir.

Dönmez (2009) dört matematik öğretmen adayının limit ve süreklilik konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Durum çalışması yöntemi ile elde ettiği bulgular sonucunda, matematik öğretmen adaylarının bu konularda çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca, matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusundaki pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını tespit etmiştir. Benzer olarak Yurtyapan (2018) da on iki ortaokul matematik öğretmenin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Ortaokul matematik öğretmenlerine dokuz açık uçlu soru yöneltilmiştir ve yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirmiştir. Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin istenilen düzeyde olmadığı sonucuna varmıştır.

Bayazit ve Aksoy (2010) lise matematik öğretmenlerinin fonksiyonlar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Matematik öğretmenlerinin fonksiyonlar konusunun öğretim sürecinde öğrencilerin karşılaştıkları zorluklar ve bu zorlukların giderilmesi için yapılması gerekenler noktasında görüş ve düşüncelerini ortaya çıkarmayı amaçladıkları bu çalışmayı iki matematik öğretmeniyle görüşme yaparak yürütmüşlerdir. Matematik öğretmenlerinin öğrencilerinin bu konudaki kavramların öğreniminde karşılaştıkları güçlükler, kavram yanılgılarını belirleme ve bunların nedenlerini açıklamada benzer düşüncelere sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Karahasan'da (2010) nitel araştırma yöntemleriyle lise matematik öğretmen adaylarının bileşke ve ters fonksiyonlar konusundaki pedagojik alan bilgileri incelenmiştir. Lise matematik öğretmen adaylarının bu konulardaki pedagojik alan bilgilerinin yeterli olmadığı tespit edilmiştir.

Ortaokul matematik öğretmenlerinin grafikler ve eğim konusundaki pedagojik alan bilgilerini öğrencileri anlama bilgisi kapsamında inceleyen Postelnicu (2011) çalışmasında, önce öğrencilerle görüşmeler yapmıştır. Daha sonra öğretmenlere öğrencilerin bu konularda nerelerde zorlandıkları sorulmuştur. Öğrenci zorlukları ile ortaokul matematik öğretmenlerinin bu zorluklara dayalı tespitlerinin uyumlu olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri anlama

bilgilerinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Şahin, Gökkurt ve Soylu (2013a) ise doksan sekiz matematik öğretmen adaylarıyla kesirler konusuna yönelik öğrenci hatalarını tespit etme ve yapılan hataların önlenmesinde hangi öğretim yöntemlerini kullandıklarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının öğrenci hatalarını tespit etmede zorlanmadıklarını buna karşın bu hataların önlenmesi konusunda doğru öğretim yöntemini seçemediklerini ve böylelikle etkili çözüm önerileri geliştiremediklerini tespit etmişlerdir.

Yeşildere İmre ve Akkoç (2012) üç matematik öğretmeni adayı ile sayı örüntüleri konusunda mikro öğretim uygulamaları yapmışlardır. Bu etkinlikler sonucunda matematik öğretmen adaylarının PAB bileşenlerinden öğretimsel stratejiler ve öğrenciyi anlama kapsamında gelişim gösterdikleri tespit edilmiştir. PAB gelişimi konusunda yapılan benzer bir çalışmayı Naseer (2016) ortaokul matematik öğretmenlerinin cebir öğrenme alanındaki pedagojik alan bilgileri inceleyerek çalışmıştır. Beş ortaokul matematik öğretmeni cebir konusunda yeterli düzeyde alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisine sahip olduklarını belirtmişlerdir. Buna karşın elde edilen bulgular bu konuda eksikliklerini ortaya koymuştur. Ortaokul matematik öğretmenlerine cebir konusunda alan ve pedagojik alan bilgisi eğitimi verilmiştir. Daha sonra yapılan görüşmeler sonucunda ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencileri anlama ve öğretimsel stratejiler konusunda gelişim gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır.

Tanışlı (2013) matematik öğretmeni adaylarının PAB modelinde yer alan sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri bileşenlerini otuz dokuz öğretmen adayı ile gerçekleştirmiştir. Nitel olarak yürüttüğü araştırmada klinik görüşmeler gerçekleştirmiştir. Ayrıca adayların tuttuğu günlükleri incelemiştir. Matematik öğretmen adaylarının sorgulama becerilerinin ve öğrenci bilgi edinimlerinin istenilen düzeyde olmadığı tespit edilmiştir.

Şahin, Gökkurt ve Soylu (2013b) doksan beş matematik ve seksen yedi sınıf öğretmen adayının pedagojik alan bilgileriyle öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkileri belirlemeyi amaçlamışlardır. Öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematik öz-yeterlik inançları arasında zayıf bir ilişki olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Taşdan ve Çelik (2015) altı matematik öğretmenin fonksiyon kavramına yönelik matematiksel gösterimlerini Kovarik'in (2008) pedagojik alan bilgisi modeli bağlamında

incelemiştir. Matematik öğretmenlerine gösterim şekilleri konusunda eğitim verilmiştir. Elde edilen bulgular ışığında verilen öğretimin, öğretmenlerin matematiksel gösterimler bilgilerinin gelişimine katkı sağladığı tespit edilmiştir. Benzer olarak Duran (2017) ortaokul matematik öğretmen adaylarının kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine yönelik alan ve pedagojik alan bilgilerini Kovarik'in (2008) PAB modelinde yer alan matematiksel gösterimler ve öğrenci bilgileri kapsamında incelemiştir. Durum deseni kullanmış olup, çalışmayı dört matematik öğretmen adayı ile yürütmüştür. Matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinde model kullanımlarına yönelik bilgilerinin matematik öğretiminde etkili olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının en çok alan en az mantık modeli kullandıklarını tespit etmiştir.

Kutlu (2018) mesleki deneyimi en fazla beş yıl olan 12 ortaokul matematik öğretmenin genel pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Durum çalışması modelini benimsemiş olup veri toplama araçları olarak gözlem formu, mülakatlar ve alan notları kullanmıştır. Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin istenen düzeyde olmadığı sonucuna ulaşmıştır. Benzer olarak Doğruel (2019) doksan ortaokul matematik öğretmeni ile yaptığı çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Öncelikle ortaokul matematik öğretmenlerine 14 soruluk bir anket vererek cevaplamalarını istemiş, sonrasında ortaokul matematik öğretmenleri arasından gönüllülük esasına göre seçilen on üç ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Elde ettiği bulgular sonucunda, oran-orantı konusunda ortaokul matematik öğretmenlerinin özel alan bilgisi ile öğretim ve alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığını tespit etmiştir. Buna karşın genel alan bilgileri ile öğrenci ve alan bilgilerinin yeterli düzeyde olduğunu tespit etmiştir.

2.3. Kareköklü Sayılar

Matematik öğretiminde öğrencilerde anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmek yerine, öğrencilerin formül ve kuralları ezberlemeye yönlendirilmesi, işlemsel bilgiye önem verilmesi gibi nedenlerle matematiksel kavramlar net anlaşılmamaktadır. Bunun sonucunda öğrencilerde kavram yanılgıları ve öğrenme güçlükleri ortaya çıkabilmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Matematik kartopu gibi büyüyen bir bilim dalı olduğundan öğrenilen her kavram, daha sonra öğrenilecek

kavramlar için temel teşkil etmektedir. Bu nedenle herhangi bir kavram hakkında edinilen yanlış bilgiler, yapılan hatalar ya da öğrenme güçlükleri, bundan sonraki kavramların öğrenilmesinde öğrencilerin zorluklar yaşamasına ve kavram yanlışlarına sebep olmaktadır (Turanlı, Keçeli ve Türker, 2007).

Öğrencilerin ilk kez sekizinci sınıfta karşılaştıkları kareköklü sayılar konusunda öğrenme güçlükleri yaşadıkları ve kavram yanlışlarına düştükleri görülmektedir (Duatepe-Paksu, 2008; Gelici, 2012; İşleyen ve Mercan, 2013). Kareköklü sayılar öğrencilerin günlük hayatta karşılarına doğrudan çıkmayan, soyut, karmaşık ve zor bir konudur (Şenay, 2002). Öğrencilerin kareköklü sayılardaki kavram yanlışlarının tespit edilmesi, bunların önlenmesi ve yaşadıkları öğrenme güçlüklerinin giderilmesi önemlidir. Şüphesiz bu konuda en önemli görev matematik öğretmenlerine düşmektedir. Dolayısıyla bu sıkıntıların giderilmesinde matematik öğretmenlerinin sahip olduğu pedagojik alan bilgilerinin önemli olduğu düşünülmektedir.

Yapılan bu çalışmada asıl amaç kareköklü sayılardaki öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışlarını belirlemek değildir. Çalışmanın amacı ortaokul matematik öğretmenlerinin alan yazındaki kareköklü sayılar ile ilgili öğrencilerin yaşadığı zorlukların farkındalıkları, kavram yanlışları ve bunların giderilmesine yönelik bilgileri ile öğretimsel stratejilerini incelemektir. Güncel ortaokul sekizinci sınıf matematik öğretim programında kareköklü sayılarla ilgili sekiz kazanım yer almakta ve 25 ders saati süre ayrılmaktadır. Bu kazanımlar sırasıyla K1, K2, K3, K4, K5, K6, K7 ve K8 şeklinde kodlanmış ve aşağıda sunulmuştur.

- **K1:** “Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, s. 71).
- **K2:** “Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.” (MEB, 2018, s. 72).
- **K3:** “Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.” (MEB, 2018, s. 72).
- **K4:** “Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, s. 72).

- **K5:** “Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, s. 72).
- **K6:** “Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir.” (MEB, 2018, s. 72).
- **K7:** “Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.” (MEB, 2018, s. 72).
- **K8:** “Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.” (MEB, 2018, s. 72).

Bu kazanımlar doğrultusunda ortaokul öğrencilerinin karşılaştıkları zorluklar, yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları aşağıda açıklanmıştır.

Tam kare pozitif tam sayıların kareköklerini belirleyememe: Öğrenciler $\sqrt{a^2} = a$ eşitliğini her a sayısı için geçerli olduğunu öne sürmektedirler (Cengiz, 2006; Gelici, 2012; Şenay, 2002). Bu yanlışlığı gidermek için $\sqrt{a^2} = |a|$ eşitliğinin öneminden yani mutlak değer kavramından bahsetmek gerekmektedir. Ayrıca öğrenciler karesel bölgenin alanıyla karekök arasındaki ilişkiyi kavramada zorluklar yaşamaktadırlar. Yapılan hataların nedeni öğrencilerin üslü sayılar, alan ve çevre konularında yaşadıkları kavram yanlışlarından kaynaklanmaktadır.

Tam kare olmayan kareköklü bir sayının karekökünü tahmin edememe: Öğrenciler tam kare olmayan bir sayının karekökünün hangi iki doğal sayı arasında yer alacağını kestirmekte zorlanmaktadır. Bunun nedeni yaklaşık değer hesaplayamama ve sayı doğrusunda gösterememekten kaynaklanmaktadır (Güler, 2017; İşleyen ve Mercan, 2013; Sirotic, 1998).

Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazamama: Burada yapılan hata ve kavram yanlışlarının başında hangi sayıyı dışarıya yazmaları gerektiğini kavrayamadıklarından kaynaklanmaktadır (Gelici, 2012).

$a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadeyi kök içine alamama: Öğrenciler $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadeyi $\sqrt{a \cdot b}$ veya $\sqrt{a + b}$ şeklinde yazarak kavram yanlışlarına düştükleri görülmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin karekök kavramını net kavrayamadıklarından bu tür kavram yanlışlarına düştükleri düşünülmektedir (Duatpe-Paksu, 2008; Gelici, 2012).

Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinde yaşanan zorluklar:

Öğrenciler $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a \pm b}$ şeklinde ya da karekök içlerinin aynı olması kuralına dikkat etmeden katsayı ve kök içlerini kendi aralarında toplayıp çıkartarak işlem yapmaktadır (Bagni, 2000; Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Özkan, 2011).

Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerinde yaşanan zorluklar:

Yapılan araştırmalarda bazı öğrenciler kareköklü sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde kök içlerinin aynı olması kuralını genelleyerek çarpma ve bölme işlemlerinde hata yapmaktadırlar. Bu kavram yanlışlarını gidermek için hem katsayı hem de karekök içleri arasında ayrı ayrı işlem yapılması gerektiği üzerinde durulmalıdır (Cengiz, 2006; Duatepe-Paksu, 2008; Şenay, 2002).

Ondalıklı ifadelerin kareköklerini belirleyememe:

Ondalıklı ifadeleri kesre dönüştürmede yaşadıkları zorluklar ile pay ya da paydayı kök dışına doğru bir şekilde çıkaramadıkları öğrencilerin bu konuda yaşadığı zorluklardır (Gelici, 2012).

İrrasyonel sayıları kavrayamama:

Öğrenciler virgülle ifade edilen her sayının rasyonel sayı olarak genellemesi bu konuda yapılan yaygın kavram yanlışlarından (Temel ve Eroğlu, 2014). Bu yanlışlığı gidermek için rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar arasındaki ayrımı net bir şekilde ve küme kavramıyla ilişkilendirerek öğrencilere kavratmak gerekir. Bunun içinde öğrencilere somut örnekler verilmelidir.

Öğrencilerin kareköklü sayılar konusunda yaşadığı öğrenme güçlükleri, kavram yanlışları ve hataların sebepleri işlemsel bilgiden, kuralların ve formüllerin öğrencilere ezberletilmesi, kavramlar arasındaki ilişkinin kurulamaması, yanlış genellemeler, kavramsal bilgiye önem verilmemesi olarak açıklanabilir.

2.4. Kareköklü Sayılarla İlgili Yapılan Çalışmalar

Şenay (2002) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü ifadelerde yaptıkları kavram yanlışlarını araştırmıştır. 729 lise öğrencisi 25 soruluk testi cevaplamışlardır. Kavram yanlışlarının sebebinin öğrencilerin konu ile ilgili ön bilgilerinden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Benzer bir çalışmada Cengiz (2006) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü ifadeler konularındaki kavram yanlışları üzerine bir çalışma yapmıştır. Öğrencilere köklü ifadelerle ilgili bilgi testi uygulamıştır. Lise öğrencilerinin köklü ifadelerde yaptıkları kavram yanlışlarını belirlemiş ve çözüm önerileri sunmuştur.

Sirotic ve Zazkis (2007) yaptığı çalışmada $\sqrt{5}$ sayısının sayı doğrusundaki yeri nerededir? sorusu ile lise matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar hakkındaki görüşlerini incelemiştir. Lise matematik öğretmeni adaylarının irrasyonel sayıların sayı doğrusunda yerini belirlemede güçlükler yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Benzer olarak Güler (2017) ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılar konusundaki bilgilerini incelemek için sekiz ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirmiştir. Ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayıları tanımlama, sayı doğrusunda göstermede ve işlem yapmada zorlandıkları sonucuna ulaşmıştır.

Duatepe-Paksu (2008) alan yazındaki köklü sayılarla ilgili yapılan çalışmaları derlemiştir. Yapılan çalışmada bu konuların öğretiminde karşılaşılan güçlükler ve çözüm önerileri sunulmuştur. Ayrıca ilköğretim ve ortaöğretim matematik ders programlarında bu konuların öğrencilere hangi sırayla ve nasıl verildiği değerlendirilmiştir.

Kara ve Delice (2012) matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılarda kullandıkları temsilleri incelemiştir. Ayrıca bu temsiller ile öğrencilerin zihinlerinde oluşturdukları temsiller arasında nasıl bir ilişki olduğunu araştırmışlardır. Çalışmaya otuz matematik öğretmen adayı ve otuz lise öğrencisi katılmıştır. Çoklu yöntem yaklaşımının benimsendiği çalışmada veriler açık uçlu sorular ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yardımıyla toplanmıştır. Öğrencilerin irrasyonel sayıların tanımını bilmelerine rağmen hangi sayının rasyonel veya irrasyonel olduğunu anlamakta zorluklar yaşadığı sonucuna ulaşılmıştır. Adıgüzel (2013) de sekizinci sınıf öğrencileri ve matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılarla ilgili bilgilerini ve kavram yanlışlarını incelemiştir. İrrasyonel sayılar konusunda sekizinci sınıftan üniversite sonuna kadar olan süreçte öğrencilerin bilgi eksikliği ve kavram yanlışlarının olduğu tespit edilmiştir.

Erlandson (2013) köklü sayıların öğretiminde dört ders kitabını incelemiştir. Doküman analizi sonucunda köklü ifadelerin doğrudan tanım vererek öğretildiğini ya da köklü ifadelerin üslü ifadelerin tersi olduğu yani üslü ifadelerle ilişkilendirilerek açıklanmaya çalışıldığı belirtmiştir. Buna karşın köklü ifadelerin geometrik yorumuna yer verilmediğine dikkat çekmiştir.

Özkaya, Konyalıoğlu ve Gedik (2013) matematik öğretmen adaylarının kareköklü sayılarda ortaokul öğrencilerinin sahip olabileceği hatalara ilişkin görüşleri incelemek için son sınıfta okuyan 37 matematik öğretmen adayı ile çalışma yapmışlardır. Matematik

öğretmen adayları ilk olarak yedi soruluk testi cevaplandırmışlar ve sonrasında görüşmeler yapılmıştır. Matematik öğretmen adaylarının yapılan hataları açıklamada güçlük çektikleri tespit edilmiştir. Ayrıca matematik öğretmen adaylarının yapılan hataların öğretmen kaynaklı olduğu düşüncesinde olduklarını belirtilmiştir.

Shabanifar (2014) köklü sayılar konusundaki lise matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini öğrencilerin karşılaştıkları güçlükler açısından incelemiştir. İran’da yapılan çalışmanın ilk aşamasında 40 matematik öğretmenin yazılı görüşleri alınmış, ikinci aşamasında ise öğretmenler arasından rastgele seçilen beş kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Lise matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin yeterli düzeyde olmadığı sonucuna varmıştır. Ayrıca, lise matematik öğretmenlerinin köklü sayılarda öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi ve giderilmesine yönelik yeterli beceriye sahip olmadıklarını belirlemiştir. Öğrenci düzeyinde ise, Dinç (2018) farklı başarı düzeyindeki dokuz sekizinci sınıf öğrencisinin kareköklü sayı kavramını oluşturma süreçlerini görüşme yoluyla incelemiştir. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin soyutlama sürecinde daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır.

Kareköklü sayılarla ilgili alan yazın incelendiğinde çalışmalar genellikle öğrencilerle yapılmıştır (Adıgüzel, 2013; Bagni, 2000; Cengiz, 2006; Dinç, 2018; Gelici, 2012; İşleyen ve Mercan, 2013; Kaplan, Altaylı ve Öztürk, 2014; Özkan, 2011; Şenay, 2002). Bu çalışmalar daha çok öğrenme güçlükleri ve kavram yanlışları üzerinde yoğunlaşmıştır. Matematik öğretmenleriyle yapılan çalışmalara ise çok az sayıda rastlanılmıştır. Gerek pedagojik alan bilgisi gerek kareköklü sayılarla ilgili yapılan araştırmalardan elde edilen veriler doğrultusunda ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini Kovarik’in (2008) ortaya koyduğu modele göre inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmadığı için bu çalışma yapılmıştır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde, araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, yapılan pilot çalışma, verilerin toplanması ve verilerin analizi hakkında açıklamalara yer verilmiştir.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini belirlemeye yönelik nitel bir araştırmadır. Nitel araştırma, herhangi bir olgu veya algının kendi doğal ortamında bütüncül ve gerçekçi bir biçimde izlenmesidir (Patton, 2014; Punch, 2005). Nitel araştırmalar, “İlişkilerin, etkinliklerin, durumların ya da materyallerin niteliğinin incelendiği araştırmalardır” (Fraenkel ve Wallen, 2006, akt: Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2018, s. 252). Nitel araştırmalar, araştırmaya katılacak kişilerin ilgili konuda düşünce ve görüşlerini rahatlıkla konuşmalara imkân vermektedir (Creswell, 2016).

Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgileri; matematiksel gösterimler bilgisi ve öğrenci bilgileri bileşenleri bağlamında ayrıntılı olarak incelendiğinden bu araştırmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. McMillian ve Schumacher (2010) durum çalışmasını; herhangi bir algı, olgu veya durumu sınırlı sayıda örneklem ile ayrıntılı incelenmesi olarak tanımlamıştır. “Nitel durum çalışmasının en temel özelliği bir veya birkaç durumun derinliğine araştırılmasıdır. Yani bir duruma ilişkin etkenler (ortam, bireyler, olaylar, süreçler, vb.) bütüncül bir yaklaşım ile araştırılır ve ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanılır.” (Yıldırım ve Şimşek, 2018, s. 73). İlgili alan yazın incelendiğinde bu araştırmaya benzer araştırmalarda nitel durum çalışması kullanılmıştır (Akkaya, 2009; Bütün, 2005; Çelik-Sert, 2018; Dönmez, 2009; Duran, 2018; Gökbulut, 2010; Sıvacı, 2003; Şimşek, 2011;

Yurtyapan, 2018). Dolayısıyla bu araştırma da nitel durum çalışması modeli benimsenmiştir.

3.2. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu 2019/2020 eğitim öğretim yılında Kayseri ili Melikgazi ilçesindeki 50 ortaokul matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Çalışma grubu, araştırmacı tarafından kolayca ulaşıldığı için uygun örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. “Uygun örnekleme yöntemi, araştırmacının kolayca ulaşabileceği bir örneklemden verilerin toplanmasıdır” (Büyüköztürk vd, 2018, s. 95). Çalışma grubuna ait demografik bilgiler Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. Çalışma Grubuna Ait Demografik Bilgiler

Mesleki Deneyim	Kadın	Erkek	Lisans	Yüksek Lisans	Eğitim Fakültesi	Fen-Edebiyat Fakültesi
1-5 yıl	5	4	8	1	9	
6-10 yıl	4	5	7	2	9	
11-15 yıl	6	6	8	4	10	2
16-20 yıl	5	5	7	3	8	2
21 yıl ve üstü	4	6	8	2	7	3

Tablo 3 incelendiğinde 50 ortaokul matematik öğretmenin 24’ü kadın, 26’sı erkek; 38’i lisans, 12’si yüksek lisans ve 43’ü Eğitim Fakültesi, 7’si ise Fen-Edebiyat Fakültesi mezunudur. Mesleki deneyim sürelerine göre her bir gruptan bir ortaokul matematik öğretmeni olmak üzere toplam beş ortaokul matematik öğretmeni tabakalı amaçsal örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. “Tabakalı amaçsal örnekleme, ilgilenilen belli alt grupların özelliklerini göstermek, betimlemek bunlar arasında karşılaştırmalara olanak tanımak amacıyla tercih edilir” (Büyüköztürk vd, 2018, s. 94). Bu bağlamda her bir tabakanın kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerine ilişkin özelliklerini belirlemek, aralarında karşılaştırma yapmak ve farklı bakış açılarını yansıtmak için tabakalı amaçsal örnekleme yöntemi seçilmiştir.

Görüşmeye katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden 1. mesleki deneyim gurunda yer alan lisans mezunu kadın öğretmene K1L, 2. mesleki deneyim gurunda yer alan lisans mezunu erkek öğretmene E2L, 3. mesleki deneyim gurunda yer alan yüksek lisans mezunu kadın öğretmene K3YL, 4. mesleki deneyim gurunda yer alan yüksek lisans

mezunu erkek öğretmene E4YL ve 5. mesleki deneyim gurunda yer alan lisans mezunu erkek öğretmene E5L şeklinde kodlanmış ve demografik bilgileri Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4. *Görüşme Yapılan Öğretmenlere Ait Demografik Bilgiler*

Öğretmen Kodu	Cinsiyet	Mesleki Deneyim	Öğrenim Düzeyi
K1L	Kadın	5 yıl	Lisans
E2L	Erkek	8 yıl	Lisans
K3YL	Kadın	12 yıl	Yüksek Lisans
E4YL	Erkek	17 yıl	Yüksek Lisans
E5L	Erkek	23 yıl	Lisans

Tablo 4 incelendiğinde üç ortaokul matematik öğretmeni lisans iki ortaokul matematik öğretmeni ise yüksek lisans mezunudur. Görüşme yapılan öğretmenlerin tamamı Eğitim Fakültesi mezunudur. Ayrıca görüşme yapılan matematik öğretmenleri aynı eğitim bölgesinde yer alan okullarda çalışmaktadırlar.

3.3. Veri Toplama Süreci

Araştırmanın amacı ve süreci hakkında bütün öğretmenler bilgilendirilip, katılımcılar deneyimlerine göre gönüllü olarak çalışmaya katılmışlardır. Araştırmanın ilk aşamasında katılımcılar teknolojik-pedagojik alan bilgi anketini cevaplamışlardır. Daha sonra araştırmaya katılan matematik öğretmenleri mesleki deneyim sürelerine göre 1-5 yıl, 6-10 yıl, 11-15 yıl, 16-20 yıl ve 21 yıl ve üstü olmak üzere beş gruba ayrılmıştır. Bu araştırmanın ikinci aşamasında ise gönüllülük esasına göre seçilen beş ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. 1-5 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerden 1 kişi, 6-10 yıl mesleki deneyim süresine sahip öğretmenlerden 2 kişi, 11-15 yıl mesleki deneyime sahip öğretmenlerden 3 kişi, 16-20 yıl mesleki deneyim süresine sahip öğretmenlerden 4 kişi ve 20 yıl üstü mesleki deneyime sahip öğretmenlerden 3 kişi çeşitli mazeretler sunarak görüşmeye katılamayacaklarını belirtmişlerdir. Daha sonra mazeret sunmayan diğer katılımcılar arasından rastgele seçilen farklı mesleki deneyim süreleri olan beş ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

3.4. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama araçları olarak kişisel bilgi formu, Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşme soruları kullanılmıştır.

3.4.1. Kişisel Bilgi Formu

Araştırmacı tarafından geliştirilen formda ortaokul matematik öğretmenlerinin cinsiyetine, mezun oldukları fakültenin türüne, öğrenim düzeylerine ve mesleki deneyimlerine ilişkin sorular Ek 1’de yer almaktadır.

3.4.2. Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (TPABÖ)

Ortaokul matematik öğretmenlerinin genel teknolojik-pedagojik alan bilgilerine yönelik algılarını belirlemek amacıyla Övez ve Akyüz’ün (2013) geliştirdikleri Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi Ölçeği (TPABÖ) kullanılmıştır (Ek 1). TPABÖ, 5’li Likert tipinde hazırlanmıştır. Seçenekleri “Kesinlikle Katılmıyorum (1), Katılmıyorum (2), Kararsızım (3), Katılıyorum (4)” ve “Kesinlikle Katılıyorum (5)” şeklindedir. TPBAÖ’de yer alan ifadeler Matematik Öğretimi Bilgisi (Pedagojik Alan Bilgisi ve Pedagoji Bilgisi), Matematik Bilgisi (Alan Bilgisi), Teknoloji Bilgisi ve Matematik Öğretimine Teknoloji Entegrasyonu Bilgisi (Teknoloji-Pedagoji, Teknoloji-Alan ve Teknolojik-Pedagojik Alan) olmak üzere dört boyutta gruplandırılmıştır. Bu ölçeğin kullanım amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin genel pedagojik bilgilerine yönelik algılarını belirlemek ve katılımcıların mesleki deneyimleriyle genel pedagojik algıları arasında farklılık olup olmadığını belirlemek için kullanılmıştır. Toplam 27 maddeden oluşan TPABÖ’de sekiz madde matematik öğretimi bilgisine, üç madde matematik bilgisine, altı madde teknoloji bilgisine ve on madde matematik öğretimine teknoloji entegrasyonu bilgisine yönelik öğretmenlerin algılarını ölçmektedir. Övez ve Akyüz’ün (2013) geliştirdikleri TPABÖ’nün Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı $\alpha = 0,91$ olarak hesaplanmış olup, bu araştırmanın Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı ise $\alpha = 0,92$ olarak hesaplanmıştır. Cronbach Alpha değeri 0,80 ile 1 arasında ise ölçekten elde edilen verilerin yüksek güvenirlikte olduğu kabul edilmektedir (Karagöz, 2017). TPABÖ Ek 1’de sunulmuştur.

3.4.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşme Soruları

Araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerini belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme soruları kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler ilgili alandaki bilgilerin daha ayrıntılı incelenmesini sağlar (Büyüköztürk vd., 2018). Görüşme soruları, daha önceki araştırmalardan (Çelik-Sert, 2018; Çıkrıkçı, 2015; Dönmez, 2009; Gökkurt, 2014; Kovarik, 2008) esinlenerek, MEB Matematik Dersi Öğretim Programı’ndaki kareköklü

sayılar konusu kazanımlarına uygun olarak ve uzman görüşü alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca araştırmanın kuramsal çerçevesini oluşturan PAB modelinin alt bileşenlerinden biri olan öğrenci önbilgileri kapsamında yer alan öğrencilerin kavram yanlışlarına yönelik öğretmenlerin sahip oldukları bilgileri belirlemek için de önceki yıllarda merkezi bir sınav olarak sekizinci sınıf öğrencilerine uygulanmış olan TEOG sınavlarında çıkan kareköklü sayılar kazanımı kapsamında yer alan sorular kullanılmıştır. Bu soruların kullanım amacı matematik öğretmenlerinin alan yazında yer alan kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin yaptıkları yaygın kavram yanlışlarının farkında olup olmadıklarını tespit etmektir.

Görüşme formu, araştırmacı tarafından hazırlandıktan sonra kapsam geçerliği için dört ortaokul matematik öğretmeni ve iki alan uzmanının görüşü alınmıştır. Bu görüşler sonucunda aynı kazanımı ölçen TEOG sorularından birden fazla soru olduğu ve bu soruların her bir kazanımdan bir tane olacak şekilde olması yönünden görüş bildirmişlerdir. Yine bazı sorularda yer alan ifadelerin yeniden düzenlenmesi şeklinde görüşler alınarak gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Daha sonra bir ortaokul matematik öğretmeni ile pilot çalışma yapılmış ve görüşme süresi belirlenmiştir. Son olarak görüşme sorularında pilot çalışmadan elde edilen veriler ışığında bazı değişiklikler (yeni sorular eklenmiş, bazı sorular çıkartılmış ve bazı cümleler düzeltilmiş) yapılmış ve aynı uzmanlarla tekrar görüşüldükten sonra görüşme formuna son şekli verilmiştir. Görüşme formu Ek 2’de ayrıntılı olarak sunulmuştur. Bu süreç hakkında ayrıntılı bilgi Pilot Çalışma başlığı altında açıklanmıştır.

3.4.3.1. Görüşme Sorularına Yönelik Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliliği sağlamak nicel araştırmalara göre daha zordur (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bunun en önemli sebebi insan davranışlarının ölçülmesinin zorluğu ve tekrarlanmasının pek mümkün olmamasıdır (Şahin, 2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, “Araştırmacının araştırdığı olguyu, olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelmektedir” (Kirk ve Miller, 1986; akt: Yıldırım ve Şimşek, 2018, s. 269) ve “gözlem, teorik çerçeveye bağlı verilerin toplanması, alan uzmanlarının incelemesi, katılımcıların teyidi, çeşitleme vb. yöntemlerle sağlanabilmektedir” (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Nitel araştırmalarda güvenirliliği sağlamak için de araştırmanın ön yargılardan arınması, veri analizinde kuramsal çerçeveye bağlı kalınması, verilerin analizinde çeşitli tekniklerin kullanılması, akran

teyidi, uzman görüşü ve pilot çalışma gibi yöntemler kullanılır (Merriam, 1998; akt: Şahin, 2016). Bu araştırmanın nitel kısmının güvenilirlik ve geçerliliğini sağlamak için yapılan çalışmalar Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. *Araştırmanın Nitel Kısımının Güvenirlik ve Geçerlilik Çalışmaları (Şahin, 2016)*

Güvenirlik	Geçerlilik
Teorik çerçeve doğrultusunda verilerin analizi	İlgili alan yazın incelenmesi
Görüşme sorularının araştırmaya uygun hazırlanması	Uzman kişilerin görüşü
Pilot çalışma	Pilot çalışma
Uzman onayı	Uzman değerlendirmesi
Görüşmelerin kaydedilmesi	

Araştırmanın güvenilirlik ve geçerliğini artırmak için araştırmanın amacına uygun sekizinci sınıf dersine giren ortaokul matematik öğretmenleri seçilmiştir. Bu ortaokul matematik öğretmenlerine aynı sorular sorulmuş, rahat hissettikleri ortamda ve istedikleri zamanda görüşmeler yapılmıştır. Yapılan bütün görüşmeler ortaokul matematik öğretmenlerinin izinleri doğrultusunda ses kaydı ile kaydedilmiştir. Görüşme verileri araştırmacı tarafından farklı zamanlarda iki defa kodlanmış ve bu kodlar iki uzman görüşüne de sunularak görüşme sorularına son hali verilmiştir.

3.5. Pilot Çalışma

Araştırmacı tarafından daha önceki çalışmalardan (Çelik-Sert, 2018; Çıkrıkçı, 2015; Dönmez, 2009; Gökkurt, 2014; Kovarik, 2008) esinlenerek ve uzman görüşü alınarak hazırlanan yarı yapılandırılmış görüşme sorularında gerekli düzenlemeleri yapmak ve görüşmenin süresini belirlemek için Ö1 ile pilot çalışma yapılmıştır.

Ö1, 13 yıllık mesleki tecrübeli ortaokul matematik öğretmenidir. Eğitim Fakültesi mezunu, öğrenim düzeyi lisans düzeyinde olup, daha önce 10 kez kareköklü sayılar konusunu anlatmıştır. Ö1 ile yapılan görüşme yaklaşık 50 dakika sürmüştür. Ö1 görüşme boyunca oldukça rahat ve sakindi. Aşağıda Ö1’nin, Kovarik (2008) tarafından ortaya konan pedagojik alan bilgisi modelinin ilk bileşeni olan, matematiksel gösterimler bilgisine ait bulguları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Ö1'in *Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi*

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar	X							
Şekiller	X			X				
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama						X	X	
Bölme algoritması			X					
Cebirsel ifadeler				X	X			
Gerçek hayatta kullanılan örnekler	X							
Doğrudan işlem içeren örnekler			X		X	X	X	
Problemler	X			X	X			
Çoklu temsiller ile açıklama	X							X

Tablo 6 incelendiğinde yapılan pilot görüşme sonucunda, Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu ve daha önce Tablo 2'de verilen matematiksel gösterimler kategorisinde yer alan kodlara bölme algoritması, cebirsel ifadeler, sayı doğrusu, şekiller, şemalar ve doğrudan işlem içeren örnekler eklenmiştir. Yine formüller koduna ek olarak doğrudan kuralı vererek açıklamada eklenmiştir. Tablo 6 incelendiğinde Ö1, kareköklü sayılar konusunun 2. kazanımında matematiksel gösterimlerden biri olan sayı doğrusunu kullanmış olup, hiçbir kazanımda grafiklerden yararlanmamıştır. Diğer gösterimlerin hangi kazanımda kullandığına ait bilgiler Tablo 6'da ayrıntılı olarak sunulmuştur. Ö1'in PAB'in ikinci alt bileşeni olan öğrenci bilgilerine yönelik sahip olduğu bilgiler ise Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Ö1'in *Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri*

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X			X	X			
Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek				X	X			
Öğrencilerin soru hazırlaması	X							
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi								X
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi								X

Yapılan pilot görüşme sonucunda Tablo 7 incelendiğinde, Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu ve daha önce Tablo 2'de verilen öğrenci önbilgilerine ve anlamlı değerlendirme bileşenleri açısından kareköklü ifadeler konusunun kazanımları düzeyinde cevaplar alınmıştır. Tablo 7 incelendiğinde Ö1 hangi kazanımlarda ne tür değerlendirme çalışması yaptığı verilmiştir.

Pilot çalışmadan elde edilen veriler ışığında aşağıdaki sorular eklenmiş ve koyu renk ile gösterilen sorular çıkartılmıştır.

- Bu kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz? Açıklayınız.
 - Öğrencilerin bu kazanıma göre hangi ön bilgilere sahip olmasını beklersiniz? Açıklayınız.
 - Bu kazanımı başka matematik konuları ya da farklı disiplinlerle ilişkilendiriyor musunuz? Hangi konu ya da konularla ilişkilendirerek anlatıyorsunuz? Açıklayınız.
 - Bu kazanımın öğretim sürecinde ya da kazanım bittikten sonra değerlendirme çalışmaları yapıyor musunuz? Açıklayınız.
 - Kavram yanılgısı ne demektir? Açıklayınız.
 - $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?
 - π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır?
 - $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır?
 - **Uzunluğu $\sqrt{80}$ cm olan bir tel, $\sqrt{5}$ cm uzunluğunda eş parçalara ayrıldığında kaç parça elde edilir? (Bu soru çıkartılmıştır)**
 - **Aşağıdakilerin hangisindeki sayıların çarpımı $\sqrt{24}$ eder? (Bu soru çıkartılmıştır)**
- A) 2 ve $\sqrt{6}$ B) 3 ve $\sqrt{8}$ C) 6 ve $\sqrt{2}$ D) 8 ve $\sqrt{3}$

Yukarıda koyu renk ile verilen sorular aynı kazanımla ilgili birden fazla soru olduğundan uzman görüşleri sonucunda çıkartılmasına karar verilmiştir. Ayrıca Ek 2'de verilen sorularda yer alan bazı cümleler düzeltilmiştir. Son olarak pilot çalışmadaki veriler iki uzman tarafından kontrol edilmiş ve uzman görüşleri sonucunda, görüşme sorularının araştırmanın amacına uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

3.6. Verilerin Toplanması

Araştırmayı yapabilmek için Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izinler alınmıştır. Araştırma sürecinde ölçeklerin uygulanması, yarı yapılandırılmış görüşmelerin yapılması ve yapılan görüşmelerin ses kayıtlarının tutulması sürecini araştırmacı tarafından bizzat yürütülmüştür. Öncelikle teknolojik-pedagojik alan bilgisi ölçeği Kayseri ili Melikgazi ilçesindeki 50 ortaokul matematik öğretmenine uygulanmıştır. Daha sonra ortaokul matematik öğretmenleri mesleki deneyimlerine göre beş gruba ayrılmıştır. Gönüllülük esasına göre her bir gruptan bir ortaokul matematik öğretmeni olmak üzere toplam beş ortaokul matematik öğretmeni ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerden önce ortaokul matematik öğretmenlerine araştırmanın amacı ve yapılacak uygulama hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra ortaokul matematik öğretmenlerinin uygun oldukları zamanda görüşmeler yapılmıştır.

Etik ilkeler doğrultusunda katılımcıların isimlerinin ve ses kayıtlarının gizli kalacağı katılımcılara söylenmiştir. Görüşmeler yaklaşık bir saat sürmüş ve katılımcılara diledikleri zaman görüşmeyi sonlandırabilecekleri belirtilmiştir. Böylelikle ortaokul matematik öğretmenleri bu güven ortamında kendi düşüncelerini açık bir şekilde ifade etme imkânı bulmuşlardır.

3.7. Verilerin Analizi

Teknolojik-pedagojik alan bilgisi ölçeği yardımıyla elde edilen verilerin analizinde SPSS 22 paket programı kullanılmıştır. Ölçekten elde edilen puanların betimsel istatistikleri hesaplanmıştır. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerinin, Matematik Öğretimi Bilgisi, Matematik Bilgisi, Teknoloji Bilgisi ve Matematik Öğretimine Teknoloji Entegrasyonu Bilgisi bileşenlerindeki durumlarını incelemek ve mesleki deneyimleriyle karşılaştırma yapmak için tek yönlü varyans analizi kullanılmıştır.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde ise betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. “Betimsel analizde; elde edilen veriler, daha önceden belirlenmiş temalara göre özetlenir, yorumlanır, aralarında neden-sonuç ilişkisi kurulur ve gerekirse olgular arasında karşılaştırmalar yapılır” (Karagöz, 2017, s. 602). Bu görüşmelerden elde edilen veriler daha önce Tablo 2’de verilen kodlar doğrultusunda incelenmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın problem ve alt problemlerine ilişkin bulgular ile yorumlara yer verilmiştir.

4.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmamızın birinci alt problemi “Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki matematiksel gösterimlere yönelik bilgilerinin durumu nedir?” olarak belirlenmiştir. Bu alt probleme başlamadan önce ortaokul matematik öğretmenin TPABÖ’den elde ettiklerin puanların ortalamasının normal dağılıp dağılmadığını incelemek için Kolmogorov-Smirnov normallik testi yapılmıştır. Ak’a (2008) göre örneklem sayısı 30’un altında olduğunda Shapiro-Wilk, 30 ve üstünde olduğunda ise Kolmogorov-Smirnov normallik testi kullanılmaktadır (akt: Can, 2019). Test sonucunda TPABÖ’den elde edilen ortalama puanlar normal dağılım göstermiştir [$p = 0,81 > 0,05$]. Ayrıca ölçeğin alt bileşenlerine yönelik betimsel istatistikler Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8. TPABÖ’nin Alt Bileşenlerine İlişkin Betimsel İstatistikler

Alt Bileşenler	<i>n</i>	$\bar{X}$	SS
Matematik Bilgisi	50	4,5	0,45301
Matematik Öğretimi Teknoloji Entegrasyonu Bilgisi	50	4,262	0,36191
Matematik Öğretim Bilgisi	50	4,3725	0,43411
Teknoloji Bilgisi	50	4,13	0,52087
Toplam	50	4,2919	0,34425

Not: 5 puan üzerinden ortalamalar hesaplanmıştır.

Tablo 8 incelendiğinde araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin alt bileşenler içerisinde en yüksek ortalama Matematik Bilgisinde en düşük ortalama ise Teknoloji Bilgisinde olduğu görülmektedir. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerinin 1-5 yıl, 6-10 yıl, 11-15 yıl, 16-20 yıl ve 20 yıl üstü olmak üzere mesleki deneyimleriyle hem TPAB hem de TPABÖ’nün alt bileşenlerinden elde edilen puanları arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını incelemek için tek yönlü varyans analizi yapılmıştır. Analiz

sonucunda ortaokul matematik öğretmenlerinin mesleki deneyimleri ile Teknolojik-Pedagojik Alan Bilgisi [$F(4,49) = 1,337, p = 0,271 > 0,05$], Matematik Bilgisi [$F(4,49) = 0,923, p = 0,459 > 0,05$], Matematik Öğretimi Teknoloji Entegrasyonu Bilgisi [$F(4,49) = 0,390, p = 0,815 > 0,05$], Matematik Öğretim Bilgisi [$F(4,49) = 0,908, p = 0,467 > 0,05$] ve Teknoloji Bilgisi [$F(4,49) = 2,503, p = 0,055 > 0,05$] puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamaktadır. Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinin mesleki deneyimleriyle TPAB ve TPABÖ'nün alt bileşenlerinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı bir farklılık olmamasına rağmen kareköklü sayılar konusunda mesleki deneyimleri farklı olan gönüllü beş ortaokul matematik öğretmenin pedagojik alan bilgileri birinci ve ikinci alt problemde detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu PAB modelinin bileşenlerinden birincisi matematiksel gösterimler bilgisidir. Yapılan görüşmelerde ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki matematiksel gösterimler bilgisi aşağıda Tablo 9'da verilen kodlara göre incelenmiştir.

Tablo 9. Matematiksel Gösterimler Bilgisi ve Kodlar

Bileşen	Alt Bileşenler	Kodlar
Matematiksel Gösterimler Bilgisi	Gösterimler	Grafikler
		Sayı doğrusu
		Tablolar
		Şekiller
		Şemalar
		Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama
		Bölme algoritması
	Örnekler	Cebirsel ifadeler
		Gerçek hayatta kullanılan örnekler
		İşlemsel örnekler
	Analojiler	Problemler
		Çoklu temsiller ile açıklama

Takip eden kısımda ortaokul matematik öğretmenleriyle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler belirlenen kodlara göre analiz edilmiş ve doğrudan alıntılarla bu bulgular desteklenmiştir.

4.1.1. K1L İle İlgili Bulgular

Görüşmeye ilk olarak K1L ile başlanmıştır. K1L ile yapılan görüşme yaklaşık 42 dakika sürmüştür. K1L görüşmenin başlarında biraz heyecanlı ve tedirgin olmasına rağmen

zaman ilerledikçe daha rahat cevaplar vermiştir. Aşağıda K1L ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

Araştırmacı: Birinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Öncelikle öğrencilerin üslü ifadeyi tam olarak hatırlayıp hatırlamadığını kontrol ediyorum. Üslü bir ifadeyi örneklerle birkaç örnekle üslü ifade veriyorum. Sonra 1'den 20'ye kadar olan sayıların karelerinin olduğu bir çalışma kâğıdı var onları hepsine fotokopi çekiyorum dağıtıyorum mesela 1'in karesi, 2'nin karesi şeklinde bu şekilde yazılı olanlar. Daha sonra tam kare sayıları, kare şekiller çizerek anlatıyorum. Mesela karenin alanı diyelim ki 9 olsun bir kenarı kaç olur diye soruyorum. Çocuklar bir kenarını buluyor. Bu şekilde bolca kare şekli çizip bir kenarını buluyorlar. Ayrıca 3 tam kare midir diye soru soruyorum. Hani tersini de gösterelim şeklinde alanı kaç olursa bir kenarı tam sayı olur? O şekilde tersini de gösterip anlamalarını sağlıyorum. Mesela alanı 10 olan karenin bir kenar uzunluğu kaç olur? İşte bu kenar uzunluğu tam sayı olur mu? Şeklinde sorular sorup, buradan karekök kavramına geçiş yapıyorum. Daha sonra kare şeklinde bir masanın ya da duvarın gibi alanları verilen gerçek hayatta karşılaştıkları örnekler ve problemleri çocuklara çözdürüyorum. Ayrıca son olarak bu kazanımda karekökü, ağacın köküne benzetiyorum.

Araştırmacı: Nasıl benzetiyorsunuz?

K1L: Önce bir tane ağaç çiziyorum. Daha sonra bu ağacın kökünü kare şeklinde çiziyorum. Daha sonra karenin alanı ile ağaç arasında şöyle bir ilişki olduğunu söylüyorum. Örneğin burada (gösteriyor) karenin alanı 9 olsun. O zaman karenin bir kenar uzunluğu kaç olur? Çocuklar hemen cevap veriyor 3 olur. O halde 9'un karekökü 3'tür o şekilde anlatıyorum. Bu şekilde anlattıktan sonra çocuklara diyorum ki 9 burada ağacı temsil etsin. 3'te ağacın kökü olsun. Yani karenin alanı ile karenin bir kenarı arasındaki ilişkiyi ağaç ile ağacın kökü arasındaki ilişkiye benzetmeye çalışıyorum. Bu şekilde karekök kavramına bu şekilde yaptığım benzetme başlangıçta çocuklar için daha kalıcı oluyor. En azından onların bu kavramı az da olsa kısmen somutlaştırmalarına yardımcı oluyor.

K1L karekök kavramını ve içindeki sayıyı ağaç ve ağacın köküne benzetme yoluna gitmiştir. Yani burada karenin alanını ağaca, karenin bir kenar uzunluğunu ise ağacın köküne benzetmiştir. Bu benzetimin öğrenciler için daha somut olduğunu belirtmiştir. Bu şekilde yapılan benzetmenin kendi tecrübelerine göre öğrenciler için daha kalıcı olduğunu ve öğrencilerin bu benzetmeyi unutmadığını belirtmiştir. K1L'nin yaptığı benzetme Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. K1L'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

K1L ilk kazanımda karenin alanı ile kenar uzunluğu arasındaki ilişkiden yola çıkarak karekök kavramını vermiştir. Bu kavramı kare şekiller üzerinde açıklamıştır. Benzetmelerden yani çoklu temsillerden yararlanmışır. Yapılan bu benzetim her ne kadar karekök kavramını karşılayabilecek güçlü bir benzetim olmasa da öğrencilerin ilk kez karşılaştığı bir kavram olan karekök kavramının somutlaştırılması ve dikkat çekme adına faydalı olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca kare şeklinde bir masanın ya da duvarın alanı şeklinde gerçek hayatta karşılaşılabilecekleri örnek ve problemler de kullanmıştır.

Araştırmacı: İkinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Daha çok sayı doğrusu üzerinde gösteriyorum. Sayı doğrusu üzerinde $\sqrt{2}$ nerededir? $\sqrt{2}$ 'nin önce hani şu hangi karekökler arasında karekök gibi düşün $\sqrt{1}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ ama tamkare olması gerekiyor. Hangi tamkare sayılar arasında olacak ki biz burada 0, 1, 2, 3 diye gösterelim bunu tam kare sayılar da işte ne olacak o zaman 1 ile iki olmayacak üç olmayacak 4 olacak 1 ile 4 arasında o da nasıl çıkacak karekökten 1 ile 2 diye. O zaman çocuk diyecek. Hangi sayı doğrusunda? 1 ile 2 arasında $\sqrt{2}$ bulunur. Bu şekilde anlatıyorum. Kökten çıkamayacağını zaten biliyorlar. Daha sonra pekiştirmek için $\sqrt{15}$ hangi doğal sayıya yakın ya da $\sqrt{35}$ hangi doğal sayılar arasında gibi örnekler çözdürüyorum çocuklara.

K1L ikinci kazanımda sayı doğrusu kullanmıştır. Bu kazanımı pekiştirmek içinde işlemsel örnekler çözdürmüştür. İşlemsel olarak doğru sonuca ulaşmalarını desteklemek ve pratik yapmak amaçlı farklı sayılarla aynı bilişsel yapıda kazanım tekrar edilmiştir.

Araştırmacı: Üçüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Bu kazanımda bölme algoritmasından asal çarpanlara ayırma yardımıyla öğretiyorum. Mesela $\sqrt{108}$ sayısını kök içerisinde algoritmayı yazıyoruz. Bunu üslü biçimde yazdırıyorum. İçerisinden hangilerinin çıkıp hangilerinin kaldığını böylece görebiliyor. Herhangi bir sayı verip ya da seçtikleri bir sayıyı bu şekilde karekökten çıkıyor mu çıkmıyor mu? Nasıl çıkıyor böyle örnekler çözüyoruz. Sonra isimlerini karekök içerisinde yazmalarını söylüyorum eğer aynı harften tekrarı varsa yani karesi, 4. kuvveti şeklinde varsa onun karesini alıp kökten çıkabileceğini diğerlerinin tek olanlarının kaldığını yani birer tane varsa onların kaldığını, tek tek isimlerini yazdırıp böyle bir etkinlik yapıyorum kalıcı olsun diye. Karekök içerisine almada da hani karesini alıp hatta şapkayı alıp içeri girecek falan gibisinden bir benzetme yapıyorum.

Araştırmacı: Nasıl benzetiyorsunuz?

K1L: İkinci kuvveti şapkaya benzetirim. Bölme algoritmasında ikinci kuvveti olan her sayının şapkası vardır. Şapkası olanlar karekökten çıkabilir olmayanlar çıkamaz gibi. Kökün dışındaki sayının ikinci kuvveti almasını da yine şapkaya benzettik. Şapkayı alıp içeri giriyor ve içerdeki sayı ile çarpımı şeklinde de kök içine almayı anlatıyorum. Tabi bu şapka benzetmesinin öğrenciler tarafından net anlaşılması içinde bolca örnek çözüyorum. Bu şekilde şapka çizmek öğrenciler için keyifli oluyor. Bunu hiç unutmuyorlar bence dikkat çekici oluyor.

K1L'nin ikinci kuvveti şapkaya benzettiği ve yaptığı bölme algoritması Şekil 7'de verilmiştir.

Şekil 7. K1L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

K1L üçüncü kazanımında bölme algoritmasını kullanmıştır. Bu kazanımında ikinci kuvveti şapkaya benzeterek çoklu temsillerden yararlanmıştır. Bu benzetme içinde yine çok sayıda işlemsel ağırlık örnek kullanmıştır. Şekil 7 incelendiğinde ikinci kuvveti şapka şeklinde çizmiştir. Bu şapka benzetmesini öğrencilerin unutmadığını ve bu kazanım sürecinde dikkat çektiğini belirtmiştir.

Araştırmacı: Dördüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Öncelikle her ikisinde kök içerisinde olduğu sayıları çarpıyorum mesela kök içindeki sayılar hangileri ise aynı kök içerisinde 2×3 şeklinde yazılabilir sonra $\sqrt{6}$ olur ama kök dışında sayı varsa $3\sqrt{5}$ çarpı $\sqrt{7}$ olsun. Çarpma işlemini anlatırken diyorum ki önce önündeki sayılar yani kök dışındaki sayılar çarpılır kök dışına sonra kök içerisindeki sayılar çarpılıp kök içine eğer kökten çıkabiliyorsa o sayı çıkarılır çıkmıyorsa aynen yazılır diyorum. Bölmede benzer şekilde. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ var diyelim bunları aynı kök içerisinde bölebilirsiniz diyorum $\sqrt{\frac{2}{3}}$ şeklinde. Hani bazen sadeleşen sayılar oluyorlar onları sadeleştirebiliyoruz ya da kökten çıkabilen varsa çıkarılıyor. Ondan sonra başında eğer kökün dışında sayılar varsa onlar kendi aralarında bölünür daha sonra diğerleri aynı kök içerisine yazılabilir ya da ayrı ayrı sadeleşen varsa o şekilde anlatıyorum. Daha çok kural ağırlıklı öğretiyorum. Formül veriyorum $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = a.c\sqrt{b.d}$ diyorum harflerle formül veriyorum. Sonra bol bol çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili örnek çözdürüyorum çocuklara.

K1L dördüncü kazanımında formül kullanmıştır. Bu kazanımın pekişmesi içinde doğrudan işlem içeren örnekleri öğrencilerine çözdürmüştür. Kuralları doğrudan vererek uygulamalarını istemiştir.

Araştırmacı: Beşinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Bunu anlatırken ben daha çok hani kök içerisinde sayı büyükse ya da çıkabiliyorsa önce bir onu kökten çıkarmalarını istiyorum aynı kökler varsa toplama çıkarma

işlemlerini kök sabit kalacak katsayıları kendi aralarında toplanıp çıkarılacak katsayı olarak yazılacak şeklinde yani kural ağırlıklı anlatıyorum. Kuralı verdikten sonra bu kazanımı insanların soyadına benzetiyorum. Kök içlerini soyadı gibi düşünün, soyadları aynı ise toplama çıkarma işlemlerini yapıyoruz farklı ise yapmıyoruz. Daha sonra bu kazanımı geliştirmek için işlem ağırlıklı örnekler çözdürüyorum.

K1L beşinci kazanımda doğrudan kural verme yoluna gitmiştir. Yine işlemsel örnekler kullanmıştır. Ayrıca bu kazanımda kök içlerini soyada benzeterek, çoklu temsillerden yararlanmıştır.

Araştırmacı: Altıncı kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Bu kazanıma başlarken öncelikle bir örnek veriyorum mesela $\sqrt{8}$ hangi sayı ile çarpıldığında kök dışına çıkabilir yani doğal sayı olarak sonucunu buluruz şeklinde sorular soruyorum. Sonrasında da örnekleri artırarak ya da işte bu sayılar hangisi ile çarpılır? diye farklı örnekler vererek konuyu anlatıyorum. Sonrasında problem çözdürüyorum. Yine günlük hayatta bir masanın kenarı veya alanı hesaplarken hangi sayılar verilirse sonuç doğal sayı olarak çıkar şeklinde problemler de çözdürüyorum.

K1L altıncı kazanımda örnek üzerinden kazanımı açıklama yoluna gitmiş ve benzer işlemsel örnekleri öğrencilerine çözdürmüştür. Ayrıca bu kazanımda problemde kullanmıştır.

Araştırmacı: Yedinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Rasyonel sayılardan ve ondalık gösterimden bahsediyorum ardından kareköklü sayılarda bölme işlemi ile ilgili kuralı tekrar hatırlatıyorum ve örnekler vererek öğretiyorum.

K1L yedinci kazanımda kural ağırlıklı bir süreç izlemiştir. Yine bu kazanıma özgü öğrencilerin işlemsel yeteneklerini geliştirecek örnekler çözmüştür.

Araştırmacı: Sekizinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K1L: Öncelikle gerçek sayıları zaten rasyonel sayıları bildiği için rasyonel sayıları bir hatırlatma yapıyorum. Daha sonra gerçek sayıları rasyonel ve rasyonel olmayan sayılardan oluştuğunu söylüyorum. Bunların birleşiminden bir küme olarak çiziyorum. Kümenin tamamını da gerçek sayılar olarak belirtiyorum. Daha sonra tahtaya işte küme çiziyorum rasyonel ve irrasyonel diye ayırdıktan sonra yan tarafına da karışık olarak rasyonel ve irrasyonel sayıları yazıyorum. Bunları daha sonra beraber kümelere yerleştiriyoruz.

K1L son kazanımda şemalar çizip, sonra bu şemalara sayıları yerleştirerek kazanımı bitirmiştir. Bu görüşmenin tamamından elde edilen kodlara ait bulgular Tablo 10'da sunulmuştur. Tablo 10 incelendiğinde K1L kareköklü sayılar konusunun ilk kazanımlarında daha çok gerçek hayattan örnekler vermekte, problemler çözdürmekte, şekillerden, sayı doğrusundan ve çoklu temsillerden yararlanmıştır. İlerleyen

kazanımlarda ise derslerinde daha çok formül ve kural ağırlıklı bir öğretim izlemiş olup, işlemsel örneklerden çok faydalanmıştır. Son kazanımda ise şemalardan yararlanmıştır.

Tablo 10. K1L 'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar								
Şekiller	X							
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama				X	X		X	
Bölme algoritması			X					
Cebirsel ifadeler								
Gerçek hayatta kullanılan örnekler	X							
Doğrudan işlem içeren örnekler		X	X	X	X	X	X	X
Problemler	X					X		
Çoklu temsiller ile açıklama	X		X		X			

4.1.2. E2L İle İlgili Bulgular

E2L ile yapılan görüşme yaklaşık 45 dakika sürmüştür. E2L görüşmenin başlarında biraz heyecanlı olmasına rağmen ilerleyen dakikalarda heyecanını atmış gözüküyordu. Aşağıda E2L ile her kazanımın matematik öğretim sürecinde kullandığı matematiksel gösterimler bilgisine yönelik yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

Araştırmacı: Birinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: İlk önce ön bilgilerini yani bu kazanımı öğrenebilmesi için hazır olması gerekiyor. Hazır bulunuşluğu yani üslü ifadeleri bilip bilmediğini ölçüyorum. Ondan sonra tam kare ifadeleri iki sayının çarpımı şeklinde yazıp üslü ifadeler yani kare olarak bir sayının karesi olarak defterlerine yazdırıyorum. Ondan sonra bunları kök dışına çıkarmak için bir hikâye anlatıyorum. Ben köklü ifadeyi hastaneye ve doktora benzetiyorum. Hastaneden doktorun çıkabilmesi için şapkasının olması gerekiyor şapkadan kastım üzerinde 2 olması yani bir sayının karesi olması gerekiyor. Şapkası olan sayılar dışarıya çıkabilir şapkası olmayanlar içeride kalır şeklinde öğretiyorum.

Araştırmacı: Biraz daha açıkla mısınız?

E2L: Atıyorum mesela $\sqrt{4}$ diyelim. Bu $\sqrt{4}$ iki sayının birbirinin aynısı iki sayının çarpımı şeklinde yani 2×2 şeklinde yazıyorum. Bu kök içerisinde 2'nin karesi oluyor bu kare şapkaya sahip olmuş oluyor şapkası olduğu için bu şapkasını dışarı yani önüne atıp hastaneden dışarı çıkıyor. Bu şekilde kök dışına çıkaracağız diyip kısaca anlatıyorum. Daha sonra öğrencilere bunla ilgili benzer örnekler çözdürüyorum. Son olarak problem çözdürüyorum.

E2L'nin yukarıda yaptığı açıklama Şekil 8'de gösterilmiştir.

$$\sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} = 2$$

Şekil 8. E2L'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Ne tür problemler kullanıyorsunuz?

E2L: Daha çok günlük yaşamdan karşılaşılabilecekleri kare şeklindeki bahçe, tarla gibi bölgelerin alanlarından yola çıkarak bir kenar uzunluklarını karekökle ilişkilendirmeye ilgili problemler çözdürüyorum.

E2L ilk kazanımda kural ağırlıklı bir öğretim sergilemiştir. Bu kazanımda karekökü hastaneye, tabanı doktora ve ikinci kuvveti ise şapkaya benzeterek çoklu temsillerden yararlanmıştır. Ayrıca problem ve işlemsel örneklerde öğrencilerine çözdürmüştür.

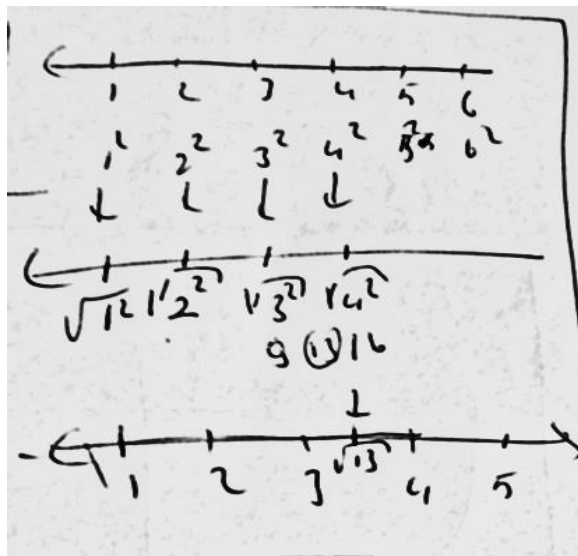
Araştırmacı: İkinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Tam kare olmayan bir sayı hangi iki sayı arasında olduğunu göstermek için bu kazanımı sayı doğrusunda gösteriyorum.

Araştırmacı: Nasıl yapıyorsunuz? Açıklar mısınız?

E2L: Mesela $\sqrt{13}$ hangi iki doğal sayının arasındadır? Hemen bir sayı doğrusu çiziyorum. Sonra 0'dan 5'e kadar olan doğal sayıları yazıyorum. Sonra 13'ten küçük olan tam kare ifadeyi biliyor zaten öğrenciler. 13'ten küçük tam kare ifade hangisi 9 yani 3'ün karesi ve $\sqrt{9}$ yani 3 demek, ondan sonraki 16 yani 4'ün karesi ve $\sqrt{16}$ yani 4 demek. Böylelikle karekök 13... 3 ile 4 arasında diye gösteriyorum. Daha sonra benzer örnekleri öğrencilere çözdürüyorum ve bir sonraki kazanıma geçiyorum.

E2L'nin yaptığı açıklama ve sayı doğrusu Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. E2L'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

E2L ikinci kazanımda sayı doğrusu kullanmıştır. Sayı doğru modeli ile yapılan bu gösterim öğrencilerin kareköklü sayıların yaklaşık değerini hesaplamaları konusunda faydalı olacağı düşünülmektedir. İşlemsel örnekleri, öğrencilerine çözdürerek bir sonraki kazanıma geçmiştir.

Araştırmacı: Üçüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Bu kazanımda daha önce anlattığım şapka hikâyesini burada da kullanıyorum. Asal çarpanlarının üslü ifade şeklinde yazıyorum bölme algoritmasından yararlanarak. Daha sonra şapka 2'yi üssü 2 şeklinde yazabildiğimiz sayıları. Bir sayının tam karesi şeklinde yazabildiğimiz sayıları kök dışına çıkarıyoruz ayrı ayrı basit olsun diye parçaladığımızda üzerine şapkası olmayanlar içeride kalıyor. Dışarıya çıkanları katsayı şeklinde çarpıyoruz. Kalanlar yani dışarı çıkamayanlar içeride çarpılıyor o şekilde $a\sqrt{b}$ şeklinde yazıyoruz. İçerideki mesela kökünün dışındaki bir sayıyı kökün içerisine atarken de şart neydi? İçerden çıkmak için şapkayı atması gerekiyordu. İçeri girmesi gerekiyorsa da bu işlemin tersi matematikte ters işlem olduğunu söylüyorum ve şapkayı tekrar kafasına alıp içeriye girebilir diye yani a^2 şeklinde içeri girebilir diyoruz. Şapkayı alıp içeriye girer diyorum bu şekilde öğretiyorum hikâyelerden.

Araştırmacı: Biraz daha açıklar mısınız?

E2L: Mesela $\sqrt{12}$ 'yi öncelikle 12 sayısını nasıl çarpanlarına ayırır pratik yapanlar yapabiliyor ve algoritmadan faydalanabiliyor Algoritma basit olsun diye tabi bu da bir önbilgi 12'yi $2 \times 2 \times 3$ şeklinde kök içinde yazıyoruz. 2×2 tam kare bir ifade şeklinde yazabiliriz. Bu nedir 2'nin karesi çarpı 3 bu ifadenin 2^2 olduğu için yani şapkası olduğu için şapkayı atıp hastaneden çıkma şansına sahiptir. Burada 2 dışarı çıkar ve 3 içeride kalır diye anlatıyorum. Aynı örnekten gidelim $2\sqrt{3}$ yine 2 hastaneye geliyor. Ne yapacağız çıkarken ne yapmıştı şapkasını atmıştı. Şapkada 2^2 olarak öğretmiştik. Ne yapıyor şapkasını geri içeriye üzerine kafasına alıyor. $2^2 \times 3$ sonra 2^2 nedir nasıl yazabiliriz? 2×2 ve $3 \times \sqrt{12}$ oluyor. Benzer örnekleri yani sadece bu işlemin geçtiği yani işlem ağırlıklı örnekleri öğrencilere çözdürüyorum bu kazanımı pekiştirmek için.

E2L'nin yukarıda yaptığı açıklama Şekil 10'da verilmiştir.

The image shows handwritten mathematical work. On the left, a vertical division of 12 by 2 is shown, resulting in 6, then 3, then 1. Below this, the expression $\sqrt{12}$ is written, followed by $\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3}$, and then $2\sqrt{3}$. On the right, the expression $\sqrt{2 \cdot 3}$ is written, followed by $\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3}$, and then $\sqrt{12}$.

Şekil 10. E2L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimleri

E2L üçüncü kazanımda bölme algoritmasından faydalanmıştır. İşlemsel örnekleri öğrencilerine çözdürmüş ve çoklu temsillerden yararlanmıştır. Bu kazanım sürecinde verilen sayıyı asal çarpanlarına ayırarak ikinci kuvvete sahip olan üslü ifadelerin şapkayı atarak kök dışına çıkarmış ve benzer şekilde kök içine girerken de şapkayı yani ikinci kuvveti alarak kök içine girmiştir. Bu şekilde şapka benzetimi ile somutlaştırarak dikkat çekme yoluna gitmiştir.

Araştırmacı: Dördüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Ben öncelikle cebirsel ifadeleri kullanıyorum. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemi yaptırıyorum. Katsayılar çarpma işlemi yaparken katsayılar katsayı ile çarpılır. Bilinmeyen de bilinmeyen çarpılır diyorduk bu kuralı hatırlatıyorum. Daha sonra bu kazanıma geçtiğimde burada ise kökün içi ile kökün içindeki ifade çarpılır. Katsayı ile katsayı çarpılır şeklinde gösteriyorum. Doğrudan kuralını veriyorum. Bölmede aynı, katsayıyı katsayıya bölüyoruz kökün içerisini de kökün içerisine bölüyoruz aynı kök içerisinde göstererek bölme işlemi gösteriyoruz. Yine bu kazanımın öğrenciler tarafından daha iyi anlaşılması için bolca örnek çözüyorum.

E2L dördüncü kazanımda cebirsel ifadelerden faydalanmış ve kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemi ile ilgili kuralları vermiştir. Sonra kazanımla ilgili işlemsel örnekler çözmüştür.

Araştırmacı: Beşinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Bunda da daha somut olması için yine cebirsel ifadelere benzetiyorum. Toplama çıkarma işlemi cebirsel ifadelere kastım farklı kökleri farklı şekillere benzetiyorum mesela $\sqrt{2}$ 'yi üçgene $\sqrt{5}$ 'i kareye benzeterek benzer terimler toplamıdan yola çıkarak öndeki katsayılar toplayarak sonra ilk başta hangi ifade hangi ifadeye seçtiysek yerini yazıp gösteriyoruz Bu şekilde kalıcı olduğuna inanıyorum yani sonuçta somutlaştırıyorum.

Araştırmacı: Bir örnekle gösterebilir misiniz?

E2L: Mesela biraz uzun olsun o zaman iki farklı kök olsun. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ olsun. Şimdi burada $\sqrt{2}$ 'ye ben üçgen diyorum $\sqrt{2}$ 'yi üçgen olarak gösteriyorum somutlaştırıyorum. Yalnız görsel olarak hani köklü ifade biraz ürkütüyor. Daha önceki yöntemle $\sqrt{5}$ 'e de kare diyorum. Mesela basit olarak bu şekilde şimdi ne oldu? İki üçgen artı 3 kare artı 5 üçgen artı 2 kare oldu. Şimdi benzer terimler toplanır. Üçgenle üçgen toplanacak kare ile de kare toplanacak. Bunu parantez içinde gösterirsek daha iyi olur diye düşünüyorum. İki üçgenle 5 üçgeni yan yana bir parantez içinde yazıp toplayıp sonra kareleri başka bir parantez içinde 3 kare + 2 kare şeklinde yazıp sonuçta iki üçgen 5 üçgen daha ne yapar? Aynı 2 kalem 5 kalem ne yapar deyip basite indirir gibi 7 üçgen + 5 kare olur. Üçgene biz ne demiştik? $\sqrt{2}$ demiştik. Ne oldu bu $7\sqrt{2}$ artı kareye ne demiştik? $\sqrt{5}$ demiştik $5\sqrt{5}$ şeklinde işlemlerimizi sonuçlandırıyoruz Sonuçta uzun gibi oluyor ama daha basite indirgemiş oluyorsun bu kalıcı olup zaten öğrencinin kendisi artık direk yapmaya başlıyor aynı köklü ifadeler gibi öndeki katsayılar toplamı şeklinde öğrenmiş oluyor. Daha sonra yine bu kazanımı ölçen işlem ağırlıklı örnekler çözdürüyorum.

E2L'nin yukarıda yaptığı açıklama Şekil 11'de verilmiştir. E2L beşinci kazanımda cebirsel ifadelerden yararlanmıştır. Ayrıca aynı kökleri üçgen ve kareye benzeterek değişken değiştirmiştir. Yapılan bu benzetmenin güçlü bir benzetme olup öğrencilerin bu kazanımı kavramalarına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Böylelikle bu kazanımda çoklu temsillerden faydalanmıştır. Daha önceki kazanımlarda yaptığı gibi işlemsel örnekler çözdürmüştür.

$$\begin{array}{ccccccc}
 2\sqrt{2} & + & 3\sqrt{5} & + & 5\sqrt{2} & + & 2\sqrt{5} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \triangle & & \square & & \triangle & & \square \\
 \hline
 2\triangle & + & 3\square & + & 5\triangle & + & 2\square \\
 \hline
 (2\triangle + 5\triangle) & + & (3\square + 2\square) \\
 \hline
 7\triangle & + & 5\square \\
 \hline
 7\sqrt{2} & + & 5\sqrt{5}
 \end{array}$$

Şekil 11. E2L'nin Beşinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Altıncı kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Bu kazanımı örnekle anlatmaya çalışıyoruz. Mesela $\sqrt{8}$ 'i tam sayı yapan sayı hangisi dediğinde kök içerisindeki ifade yani 8'i bölme algoritması yardımıyla asal çarpanlarına ayırıyoruz. Uzun uzun dedim ki algoritma ile 2'ye bölelim 4 ikiye bölelim 2 ve tekrar 2'ye bölelim ve 1 olur. Şimdi ne oldu? $2 \times 2 \times 2$ oldu burada doğal sayı yapan ifadeyi istiyor. Şimdi çıkma şartı neydi üssünün 2 olması gerekiyordu burada zaten tam kare ifade var bir tane tam kare olan ifadeleri ayırıyorum. Buradan 2×2 o da 2^2 şeklinde yazıyorum. Bunun şapkası var. Diğerinin hastaneden çıkması için ne yapması lazım bu sayının aynısı olması gerekiyor. O zaman ne yapar diyorum. $\sqrt{2}$ olur diye gösteriyorum. Benzer örnekleri de öğrencilere yaptırıyorum.

Araştırmacı: Tek bir cevap mı bekliyorsunuz bu kazanımda?

E2L: Tek bir cevap beklemiyoruz. Bundan birçok cevap gelebilir ama en sade olan hangisi ise en küçük sayı istiyor. Mesela soru en küçükü istiyorsan zaten onu bulması gerekiyor ve kaç tane bulabiliriz diye sorduysa birçok sonuçta çıkabilir yani soruya bağlı nasıl sorulduğuna bağlı.

E2L altıncı kazanımda bölme algoritması ve yine daha önce bahsettiği şapka ifadesine yer vererek çoklu temsillerden yararlanmıştır. Kendi yaptığı benzer işlemsel örnekleri öğrencilerine de çözdürdüğünü belirtmiştir.

Araştırmacı: Yedinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Ondalıklı ifadelerin karekökleri verilen ifadeleri her zaman rasyonel olarak yazıp, ondan sonra işlem yapıyorum. Rasyonel ifadeleri bilmesi gerekiyor. İlk önce ondalık

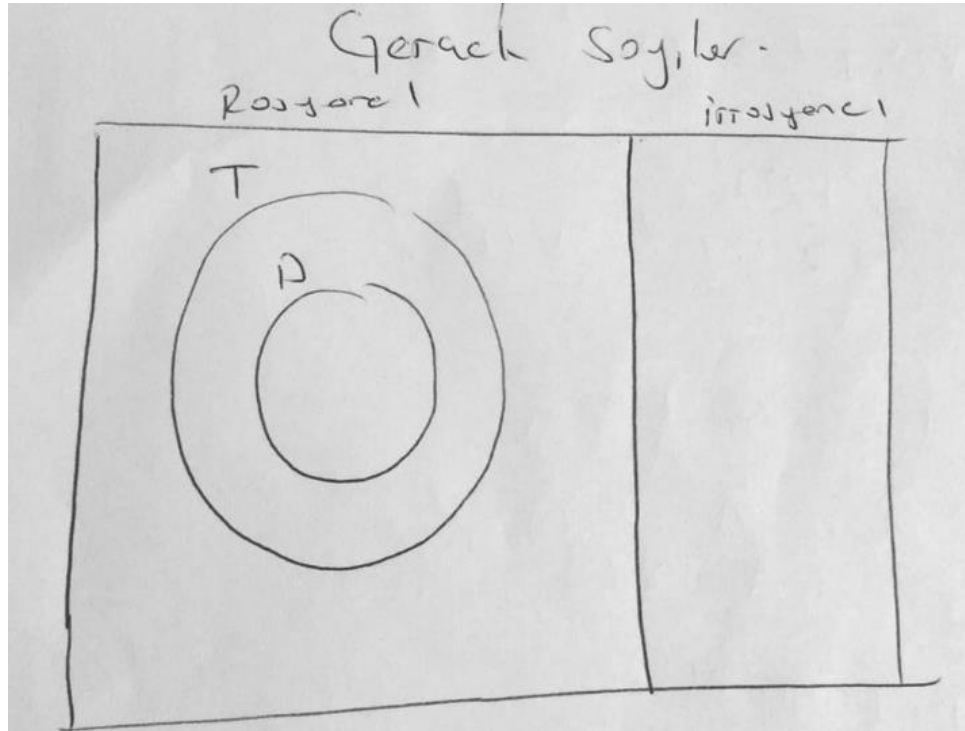
sayıları rasyonel ifadeye nasıl çevrilir? Önbilgi olarak onu ölçüyorum eksik varsa onu tamamliyorum. Sonra rasyonel sayılarla köklü ifadeleri kullanarak gösteriyorum ve rasyonel olarak yazıyorum. Kök dışına çıkanlar kök dışına çıkıyor. Kök içinde kalanlar kalıyor. Onları da rasyonel ifade olarak yazıyoruz. Katsayılar bölünüyorsa bölüyoruz en sade şeklinde yazmaya çalışıyoruz. Sonra pekişmesi için örnekler çözüyoruz.

E2L yedinci kazanımda doğrudan kuralı vermiş ve konunun pekişmesi için işlemsel örnekler çözmüştür.

Araştırmacı: Sekizinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E2L: Ben bunu şemalar ile gösteriyorum. Gerçek sayıları büyük kutu şeklinde gösteriyorum. Gerçek sayıların rasyonel ve irrasyonel sayılardan oluştuğunu söylüyorum ve yazdırıyorum defterlerine. Büyük kutuyu ikiye ayırıyorum bir kısmına rasyonel diğer tarafına irrasyonel yazıyorum. Daha sonra rasyonel sayılar neyi kapsıyor? Tam sayıları tam sayılarda doğal sayıları. Sonra irrasyonel sayılardan bahsediyorum. Rasyonel olarak a bölü b şeklinde yazamadığımız sayıların irrasyonel sayılar olarak gösteriyoruz. Kök dışına çıkmayan sayılar π sayısı irrasyonel olduğunu yazdırıyorum. Bu şekilde önce irrasyonel sayıların tanımını veriyorum ve örnekler veriyorum. İşte hangi sayılar rasyonel hangileri irrasyonel gibi. Kısaca bu şekilde.

E2L'nin çizdiği şema Şekil 12'de verilmiştir. E2L son kazanımda ise şemalar kullanmıştır. Bu şekilde şema kullanımı öğrencilerin 8. kazanımı kavramalarına katkı sağlayacaktır. Daha sonra kazanımla ilgili kuralları yazdırıp, işlemsel ağırlıklı örnekler vermiştir.



Şekil 12. E2L'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Tablo 11. E2L 'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar								
Şekiller								
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama	X			X			X	X
Bölme algoritması			X			X		
Cebirsel ifadeler				X	X			
Gerçek hayatta kullanılan örnekler								
Doğrudan işlem içeren örnekler	X	X	X	X	X	X	X	X
Problemler	X							
Çoklu temsiller ile açıklama	X		X		X	X		

Bu görüşmenin tamamından elde edilen kodlara ait bulgular Tablo 11’de sunulmuştur. Tablo 11 incelendiğinde E2L kareköklü sayılar konusunun tüm kazanımlarında doğrudan işlem içeren yani öğrencilerin işlem yeteneklerini geliştiren örnekler kullanmıştır. Sadece ilk kazanımda problemlere yer vermiştir. Dolayısıyla öğrencilerin kavramsal yeteneklerini geliştirecek problemleri sınırlı bir şekilde kullanmıştır. En fazla çoklu temsiller ile formülleri veya kuralları kullanmıştır. Şema, sayı doğrusu, bölme algoritması ve cebirsel ifadeleri de kullanmıştır.

4.1.3. K3YL İle İlgili Bulgular

K3YL ile yapılan görüşme yaklaşık 53 dakika sürmüştür. K3YL görüşme boyunca rahat ve sakindi. Aşağıda K3YL ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

Araştırmacı: Birinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Bu kazanımdan önce öğrencilerim üslü sayılarla alakalı bilgilerini bir yokluyorum. Öncelikle 1’den başlayarak 20’ye kadar olan sayıların karelerini hesaplamalarını istiyorum. Bunu tabi daha önceden biliyorlar yapılmış işlemler bunlar. Bunu tablo haline getiriyorum 1’in karesi 2’nin karesi 3’ün karesi. Burada sayılar mesela 1’in karesi 1, 2’nin karesi 4, 3’ün karesi 9 şeklinde daha sonra 1’in karesi 1 eşit 2’nin karesi 4 eşit sonra şu soruyu soruyorum. Peki, hangi sayının karesi 4’tür? Bunun cevabını veriyor öğrenci hemen diyor işte 2’nin karesi 4’tür hocam diyor işte diyorum ki bakın siz aslında karekök biliyorsunuz bu yaptığınız işlem 4’ün karekökünü almaktır. Daha sonra aynı şeyi 9 için yapmalarını istiyorum. Tamam. 3’ün karesini 9 olarak buldunuz. Peki, 9 neyin karesidir? 3’ünneyin karesidir? Cevap verdiğiniz şey aslında 9’un karekökünü bulma oluyor bu şekilde. Tam kare sayılarla kareköklü sayılar arasındaki ilişkiyi aslında birbirinin tersi olan bir ilişki diyorum. Özellikle herhangi bir sayının karesi ile karekök arasındaki ilişkiyi

öğrenciler kavrayana kadar üzerinde duruyorum. O yüzden üslü sayılar ile kareköklü sayılar arsında ilişkiyi kavramaları benim için bu kazanımda çok önemli olmaktadır.

K3YL'nin bu kazanımda oluşturduğu tablo Şekil 13'de verilmiştir.

sayı	Sayının Karesi	Karekökü
1	$1^2 = 1 \cdot 1$ $= 1$	$\sqrt{1} = 1$
2	$2^2 = 2 \cdot 2$ $= 4$	$\sqrt{4} = 2$
3	$3^2 = 3 \cdot 3$ $= 9$	$\sqrt{9} = 3$
4	$4^2 = 4 \cdot 4$ $= 16$	$\sqrt{16} = 4$
5	$5^2 = 5 \cdot 5$ $= 25$	$\sqrt{25} = 5$
6	$6^2 = 6 \cdot 6$ $= 36$	$\sqrt{36} = 6$
7	$7^2 = 7 \cdot 7$ $= 49$	$\sqrt{49} = 7$
...	...	...

Şekil 13. K3YL'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Bu kazanımla ilgili ne tür örnekler kullanıyorsunuz ve örnek seçiminde nelere dikkat ediyorsunuz?

K3YL: Şimdi örnekleri mümkün olduğunca günlük hayattan seçmeye çalışıyoruz. Öğrencinin rahat çizebilecekleri bunu zihninde rahatlıkla canlandırabilecekleri şekilde seçmeye çalışıyorum. Mesela alanı 1 olan 1 santimetre kare olan bir kare düşünün diyorum ya da alanı 4 santimetre kare olan bir kare düşünmelerini istiyorum. Sonra öğrenciler başlıyorlar alanı 1 santimetre kare ise karenin kenarları birer bir alanı 4 santimetre kare ise kenarları kaç olacak? İkiye iki yine aynı şekilde o halde size alanı 9 santimetre kare olan bir kare verildiğinde bize bir kenarın uzunluğunu veren işlem nedir yine karekök işlem bu şekilde görsel olarak hani daha rahat kavrayabilmeleri için bu şekilde anlatıyorum. Ayrıca öğrencilerden şunu istiyorum. Onlardan bana bunu öyle bir şekilde ifade edin ki size bu anlattığım bu matematiksel terimleri günlük hayatın içerisinde mesela çatal bıçak kullanır gibi bana anlatın diyorum. Mesela öğrenciler süzgeçleri. Süzgeç modelini kullanıyorlar. Hocam bu karekökler süzgeçlere benziyor sanki bir şeyi biraz daha eliyor ve içinden sadece süzgecin işte o büyüklüğündeki deliklerinin büyüklüğündeki parçaları geçiriyor ve bir şeyler içeride kalıyor. Evet diyorum. Bak bu çok güzel bir örnek, derecesi karesi olan sayılar evet süzgeçten geçiyor ama bir şeyin karesini oluşturamayan kendini eşleyemeyen sayılarda içeride hapis kalmış oluyor. Eleğin içinde gibi bunu bu şekilde öğrencilerin bu tarz örneklerle pekiştirmesini günlük hayatla matematik arasında ilişki kurmalarını bekliyorum.

Araştırmacı: Problem seçiminde ve çözümünde dikkat ettiğiniz kriterler var mı? Bu kazanımla ilgili problem çözdürüyor musunuz? Ne tür problem seçiyorsunuz?

K3YL: Ben kareköklü ifadelerin her kazanımda öğrencilerime problem çözdürüyor ve onlara problem kurduruyorum. Problemleri genellikle öğrencilerin ilgi alanlarına göre belirliyorum. Mesela bir öğrenci futbola alakalı ilgi alanı varsa hemen bir futbol sahasının çizmesini istiyorum. Bir futbol sahası üzerinde işlem yapmasını ya da işte bu kareköklü sayıları nasıl ifade edebileceğini nasıl kullanabileceğini istiyorum. Ayrıca öğrencilerin ilgi alanlarına göre problem yazmalarını ve bu problemleri sınıfça çözmelerini sağlıyorum.

K3YL ilk kazanımında tablo ve şekillerden yararlanmışır. Bu kazanımında süzgeç ve elekten yola çıkarak çoklu temsillerden de faydalanmışır. Bunu yaparken süzgeçten ya da elekten nasıl bir şeylerin süzöldüğü bir kısmında içinde kaldığından yola çıkarak karekök kavramında da sayıların bir kısmının dışarı süzölüp çıktığını bir kısmının da çıkamadığı bu benzetim üzerinden öğrencilerine somutlaştırmaya çalışmış ve dikkat çekmiştir. Ayrıca gerçek hayattan örnekler vermiştir. Her kazanımında problem çözmeye ve öğrencilerine problem kurdurmaya önem verdiğini belirtmiştir. Öğrenciler kendi ilgi alanlarına göre örneğin kare şeklinde futbol sahası çizip alanını verip bunu karekökle ilişkilendirip bir kenar uzunluğunu bulması şeklinde problem kurduklarını belirtmiştir.

Araştırmacı: İkinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

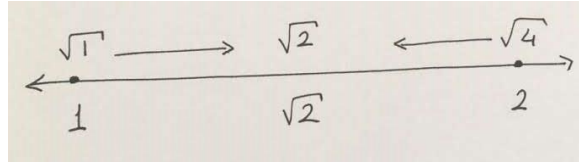
K3YL: Şimdi elimizde bir tam kare olmayan bir sayı var. Bu sayının karekökünü sordum. Mesela 7'nin karekökü soruluyor. Hangi iki doğal sayı arasında olduğı soruluyor. Bunun için öğrencilere şunu bulmalarını istiyorum. $\sqrt{7}$ 'den bir sonraki tam kare sayı nedir? Bir düşünün bakalım hangi sayıyı kökten çıkarabiliyoruz öğrenciler düşünüyorlar 8 olur mu? 9 olur mu a... evet 9 olur. Büyük olan 9. Peki, küçük olan ne olabilir? Eeee küçük olan da 4 olur bunları çok çabuk bir şekilde buluyorlar. Ama ben bunu $\sqrt{4}$ ve $\sqrt{9}$ 'u sormadım. Sizden doğal sayı istiyorum. Bana doğal sayı lazım. Hemen $\sqrt{7}$ 'yi 2 ve 3 arasında bir sayı olarak buluyor öğrencilerim. Bu şekilde sorularıyla yönelterek cevabı buldurmaya çalışıyorum. Bunu da daha çok sayı doğrusu modelinde göstermeye ve buldurmaya çalışıyorum.

Araştırmacı: Nasıl?

K3YL: Bununla alakalı sayı doğrusu çiziyorum. Sayı doğrusunda karekökü bizden istenen sayıya hangi iki doğal sayı arasındaysa önce o sayıları buluyorlar. Daha sonra onlara yaklaşmalarını istiyorum ortadaki sayıya doğru. Örnek verecek olursak $\sqrt{2}$. Hangi iki doğal sayı arasındadır? $\sqrt{2}$ 'den büyük olan $\sqrt{4}$ ile $\sqrt{2}$ 'den küçük olan karekökü 1'i hemen söylüyorlar. $\sqrt{1}$ neyin karesidir? $\sqrt{4}$ neyin karesidir? 2'nin demek ki $\sqrt{2}$, 1 ve 2 doğal sayıları arasında ama acaba hangisine yakın şimdi birin ya da 2'nin olmadığı belli 1'den büyük 2'den küçük bir nokta 1,1'i denemeleri. Bu tarafta da 1,9'u denemelerini istiyorum. Burada amacımız karesini aldığında ikiye elde etmesi bu tarz denemelerle de yaklaşık değerini bulduruyorum. Ayrıca sınıfa materyaller getirip, metre ile uzunluklarını ölçüyoruz. Sonra bu uzunlukları karekökle ifade etsek hangi sayıya eşit olur? şeklinde sorularla öğrencilerimin tahmin stratejilerini geliştiriyorum. Bu materyallerin uzunlukları ile ilgili problemlerde kurup çözdürüyorum.

K3YL'nin yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim Şekil 14'te verilmiştir. K3YL ikinci kazanımında sayı doğrusundan yararlanmışır. Yine gerçek hayattan örnek ve problemlerde kullanmışır. Bu bağlamda K3YL sınıfa getirilen bir materyalin uzunluğunu

ölçüp bunu karekökle ifade etsek hangi kareköklü ifadeye daha yakın olur şeklinde bir etkinlik yaparak öğrencilerin tahmin stratejilerine katkı sunmaktadır.



Şekil 14. K3YL'un İkinci Kazanımına İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Üçüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Karekök içerisinde bir sayının çıkabilmesi için içerisinde bir şeylerin karesi olması lazım. Mesela burada herhangi bir örneği alıyorum ve öncelikli onun bir algoritmasını bulmalarını istiyorum. Kare oluşturan sayıları tek tek karekökün içerisinde yazmalarını istiyorum. Mesela $\sqrt{28}$ için. Nasıl bulmaya başlıyoruz? $2 \times 2 \times 7$ karekök içine bakıyorum. 2'lerden 2 tane var kare oluşturdu ve kare oluşturabildiği için kökten çıkmaya hak kazandı. Karekök bir süzgeç, karekök süzgecinden geçebilecek artık dışarıya taban 22 olarak çıkacak. Cevap $2\sqrt{7}$ olacak bu şekilde bunu anlatmaya çalışıyorum. Eğer bölme algoritması kullanmayacaksa öğrenci karekök içindeki sayıyı bir asal ve bir tam karenin çarpımı şeklinde yazmalarını istiyorum. Karekök $\sqrt{28}$ burada çocuğun 2×14 seçmesi doğru olan bir seçim değil. Burada beklentin 4'e 7'yi tam kare olan 4 ve bir asal sayı olan 7'yi seçmesi mümkün olduğundan tam kare çarpı asal şeklinde seçim yapmalarını istiyorum. Bir sayının karesini oluşturabildiği için artık tam kare süzgecinden geçebilir 2 olarak 7 içinde kalır. $2\sqrt{7}$ olur cevap. Bu kazanımın gelişmesi için benzer örnekleri ve problemleri öğrencilere çözdürüyorum.

K3YL'un yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim Şekil 15'te verilmiştir. K3YL üçüncü kazanımda bölme algoritmasından yararlanmıştır. Problemler ve işlemsel örneklerde kullanmıştır. Ayrıca daha önce bahsettiği karekök süzgecinden bir sayının geçmesi için karesine sahip olması gerektiğinden yola çıkarak benzetimden de yararlanmıştır. Şekil 15 incelendiğinde 2'nin karesi olduğu için bu süzgeçten geçerek dışarıya 2 olarak 7'nin ise süzgeçten geçemeyerek karekök içinde kaldığını göstermiştir. Bu şekilde benzetimin öğrenciler kalıcı olduğunu belirtmiştir. Sınıf ortamında farklı zekâ türünden öğrenciler olduğundan bu tip benzetimlerin faydalı olacağı düşünülmektedir.

Şekil 15. K3YL'nin Üçüncü Kazanımına İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Dördüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Kareköklü ifadelerle çarpma da bir kere karekökün içerisindeki sayıların da mutlaka çarpılması gerektiğini aynı da olsa mutlaka çarpmamız gerektiğini bu noktaları değiniyorum ya mesela $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ öğrenci burada bunu direkt olarak tek bir 5 gibi düşünmemeli $5 \times 5 \dots 25$ bunu 25 olarak düşünmeli. Katsayılarını da mutlaka çarpmalarını gerektiği çarpmaları gerektiğini üzerinde duruyorum. Hem katsayının hem de köklü kısmı birbiri ile çarpılması gerektiğini söylüyorum. Bölmeyi de benzer şekilde söylüyorum.

Araştırmacı: Yani kural mı veriyorsunuz?

K3YL: Evet, burada kural veriyorum. Ayrıca bu kazanımda öğrencilere problem ve günlük hayattan örnekler çözdürüyorum. Şekiller çizdiriyorum mesela park, bahçe, futbol sahası gibi ve alan kullanıyorum. Ben burada mesela dikdörtgenin alanı ya da karenin alanını hesaplamalarını istiyorum. Kenar uzunlukları verilen dikdörtgen alanı hesaplamalarını istiyorum. $2\sqrt{5}$ ile $4\sqrt{7}$ gibi kenar uzunlukları olan dikdörtgenin alanını hesaplamalarını istiyorum.

K3YL dördüncü kazanımda şekillerden yararlanmıştır. Doğrudan kazanımın kuralını vermiştir. Bu kazanımda park, bahçe gibi yerlerin planları üzerinden örnek ve problemlere yer vererek öğrencilerine matematiğin günlük hayata uygulanması konusunda farkındalık oluşturmuştur. Bu bağlamda gerçek hayattan örnek ve problemlere yer vermiştir.

Araştırmacı: Beşinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Cebirsel ifadelerle alakalı kazanımlarını bir yokluyorum öğrencilerin. Çünkü çarpmadan farklı. Burada karekök içerisindeki, karekökün en sade hali. Eğer benzer terimler varsa onunla toplanacak. O yüzden cebirsel ifadelerden yararlanıyorum. Cebirsel ifadelerde toplama konusuyla içindeki aynı olan sayıları benzer terimler gibi düşünmelerini istiyorum. Nasıl ki $3A$ ve $4A$ 'yı topladığımızda $7A$ ediyorsa burada da karekök kısmına dokunmamalarını aynı şekilde işlemin sonunda $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ gibi olarak o şekilde bırakmalarını bekliyorum. Ayrıca sayı henüz toplanmaya hazır değilse, bölme algoritması da kullanarak mesela $\sqrt{18}$ ve $\sqrt{2}$ toplanacaksa, şayet $\sqrt{18}$ 'i $\sqrt{2}$ 'ye benzetmelerini bekliyorum $18 = 9 \times 2$ bu da $3\sqrt{2}$ olur. Bunu bulmalarını bekliyorum. Yine başka bir örnekte $\sqrt{3} + 3$ cinsinden ama daha büyük bir kareköklü ifade daha sonra onu öncelikle karekökü üçe indirgemelerini bekliyorum. Öncelikle bu tür sorulara ağırlık veriyorum. Ancak bu hale geldiği zaman ikisi de $\sqrt{3}$ cinsinden yazılabildiği zaman toplanabilir ya da çıkarılabilir. Bu noktayı anlamalarını bekliyorum. Daha sonra yine içerisinde en az 5-6 terim olan ardı ardına toplamalı çıkarmalı işlemler yapmalarını söylüyorum. Öğrencilerimi mesela kaldırıyorum gönüllü olan var mı diye soruyorum. Ardı ardına toplama yapmalarını bekliyorum $8\sqrt{2}$ $5\sqrt{2}$ gibi. Sonra işte sonucu söylüyorlar bu şekilde.

Araştırmacı: Daha çok işlem ağırlık mı?

K3YL: Evet işlem ağırlıklı örnek çözüyorum bu kazanımda. Sonra problem çözdürüyorum, herkes kendi ilgi alanı ile ilgili problem yazıyor. Sonra bu problemlerin varsa eksik ya da anlaşılamayan yerlerinin sınıf içi tartışmalarla geliştiriyoruz. Daha sonra hep birlikte çözüyoruz.

K3YL bu kazanımda bölme algoritması ve cebirsel ifadelerden yararlanmıştır. Bu kazanımı doğrudan kural vererek açıklama yoluna gitmiştir. İşlemsel ağırlıklı örnekler ve problemler çözdürdüğünü belirtmiştir.

Araştırmacı: Altıncı kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Öncelikli kareköklü bir sayı alıyorum örnekle başlıyorum. Bu sayıyı neyle çarparsam sonuç bir doğal sayı olur. Hocam bu sayıda olur bu sayıda olur birçok cevabı olur. İki, üç, dört farklı evreleri yani çok cevabı var. Amacım burada çocukların çok cevap vermeleri. Sonra problem çözdürüyorum.

Araştırmacı: Nasıl problemler, örnek verebilir misiniz?

K3YL: Kısaca şöyle açıklayım: Dikdörtgen şeklinde bir elma bahçesinin bir kenarının $8\sqrt{2}$ olsun. Bu bahçenin alanının bir doğal sayı olması için diğer kenarının ne olması gerekir gibi problemlerle öğrencilerin farklı cevaplar vermelerini bekliyorum.

Araştırmacı: Yedinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

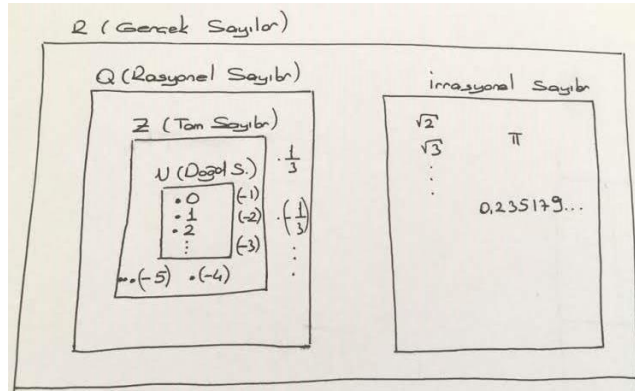
K3YL: Hemen örnek vererek, verilen örnekteki ondalık gösterimi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazmasını istiyorum: Daha sonra karekökünü bulmalarını istiyorum. Kareköklü sayılarda bölme işlemini bildikleri için bu kazanımda zorluk çekmiyorum. Bölme işlemi ile bu kazanım arasında ilişki kuruyorum. Benzer çok örnek çözdürüyorum. Sonra bu kazanımı kullandıkları problemler çözdürüyorum.

K3YL altıncı ve yedinci kazanımlarda doğrudan işlem içeren örnek ve problemler kullanmıştır.

Araştırmacı: Sekizinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

K3YL: Gerçek sayılar kümesinin sadece rasyonel sayılardan oluşmadığını burada ifade etmeye çalışıyorum. Rasyonel sayıların gerçek sayılara yeterli olmadığını görmelerini istiyorum. Öncelikle rasyonel sayılar kümesini ve onun alt kümelerini onlara soruyorum. Onlardan bekliyorum işte sayma sayıları, doğal sayılar ve tam sayılar işte bunu gösterirken sınıfa küçük kartonlar getiriyorum iç içe geçmiş şekilde ya da saklama kapları gibi örnekler verip somutlaştırıyorum. Ayrıca rasyonel sayıların alt kümelerini matruşka bebeklere benzetiyorum. Sonra karesi 1 santimetrekare olan bir kare çizmelerini ve karenin kenarları bire bir onu gördü, karesi 4 santimetrekare olan karenin kenarları 2'ye 2 bunu da söylüyorlar. Peki, alanı 2 santimetrekare olan kareyi bana nasıl çizeceksiniz? Bunu çizmenizi istiyorum diyorum ya da alanı 3 santimetrekare olan kareyi bana çiz ve kenarları bulun. Öğrenci burada bunun rasyonel sayılarla ifade edilemeyeceğini bunun için artık yeni bir sayı kümesinin oluşması gerektiğini burada anlamaya başlıyor. Ya bunu $\sqrt{2}$ olarak ya da $\sqrt{3}$ olarak karenin kenar uzunluklarını belirliyor. Şunu bekliyorum öğrencilerden 2 sayı var ve birbirine eşit ve çarpımları 2 ne olabilir? Daha önceki konularda öğrenci $\sqrt{2}$ ile $\sqrt{2}$ 'yi çarpmayı öğrendi. Zaten direk söylüyor $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{2}$ o zaman $\sqrt{2}$ diye bir sayı olmalı. Demek ki işte buradan da irrasyonel sayıları oluşturuyoruz ve bu iki sayının birleşiminde Gerçek sayılar kümesinin oluşturduğunu şemalarla ifade ediyoruz.

K3YL'nin yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim Şekil 16'da verilmiştir. K3YL son kazanımda şekiller ve şemalar kullanmıştır. Gerçek hayattan örnekler vermiş ve çoklu temsillerden yararlanmıştır. K3YL bu kazanımda saklama kapları, matruşka bebekler ya da kartonlar yardımıyla gerçek sayılar ve alt kümelerini bu şekilde benzetmelerle öğrencilerin zihninde somutlaştırmaya çalışmıştır.



Şekil 16. K3YL'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi.

K3YL ile yapılan bu görüşmenin tamamından elde edilen kodlara ait bulgular Tablo 12'de sunulmuştur. Tablo 12 ve yapılan görüşme incelendiğinde, K3YL kareköklü sayılar konusunun öğretim sürecinde çoklu temsillerden oldukça yararlanmıştı. Öğrenci merkezli bir öğretim faaliyetinde bulunduğunu çeşitli öğretim yöntem ve tekniklerini derslerinde kullandığını belirtmiştir. Aşağıda bu yorumu destekleyen görüşmeden bir kesite yer verilmiştir.

Tablo 12. K3YL'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar	X							
Şekiller	X			X				X
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama				X	X			
Bölme algoritması			X		X			
Cebirsel ifadeler					X			
Gerçek hayatta kullanılan örnekler	X	X		X				X
Doğrudan işlem içeren örnekler			X		X	X	X	
Problemler	X	X	X	X	X	X	X	
Çoklu temsiller ile açıklama	X		X					X

K3YL: ...Yapılandırılmış buluş, soru cevap, grup çalışması, işbirlikçi öğrenme, benzetim ve tartışma gibi yöntem ve teknikleri kullanıyorum. Sunuş yöntemini mümkün olduğunca az olmak kaydıyla bu yöntemleri tercih ediyorum.

K3YL problemlere, gerçek hayatta kullanılan örneklere ve çoklu temsillere önem vermekte ve bu matematiksel gösterimler bilgisini kareköklü sayılar konusunun öğretim sürecinde çokça kullanmaktadır. Formül veya kural ağırlık bir öğretimini bu konuda

sınırlı sayıda kullanmıştır. Ayrıca tablo, sayı doğrusu, şekiller, şemalar, bölme algoritması ve cebirsel ifadelerden bolca yararlanmıştır.

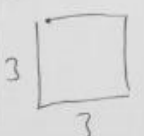
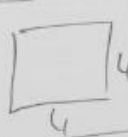
4.1.4. E4YL İle İlgili Bulgular

E4YL ile yapılan görüşme yaklaşık 1 saat sürmüştür. E4YL görüşme boyunca oldukça sakin ve kendinden emin cevaplar vermiştir. Aşağıda E4YL ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

Araştırmacı: Birinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Bu kazanımı verirken kare, alanı verilmiş bir kareden gidiyorum. Mesela işte diyorum ki bir kare var. Onu da biraz hikâyeleştiriyorum. Eskiden Romalılar filan havuz yapmış. Havuzun alanı 100 metrekare ise bir kenarı nedir ya da havuzun kenarı 81 ise bir kenarı nedir? Kare şeklindeki bir havuzun ya da kare şeklindeki yine bir tarlanın veya işte bir bahçenin alanı 36 ise bir kenarı nedir gibi önce tam kare olan sayılarla giriyoruz. Daha sonra da tam kare olmayan sayılara da tahmin stratejisi kullanmaları için bir hazırlık oluyor gidişimiz öyle. Ayrıca çizim yapıyoruz kare olduğu için ama daha çok çocukları içine katıp çocukların olayı yönlendirmesini bekleyip çocuklardan gelen dönütlere göre yani mesela bir kare havuz yapacağım. Yüzey alanı 100 olsun istiyorum, çocuk mesela orda 10 dediğinde işte nasıl buldun çocuğu tahtaya kaldırıyorum bir havuz çiziyor hocam bu bir kare diyor gösterim bu şekilde gidiyor. Genelde grubun yönlendirmesine göre yani ben ön plana çıkıp hemen hadi şu şöyle olacak yapmam öncesinde bir tartışıp sohbet edip konun özünü verdikten sonra grubun şekillendirmesine göre. Daha sonra konunun özü kavrandıktan sonra tamkare sayılarla karekökleri arasındaki ilişkiyi gösteren tablo oluşturuyoruz öğrencilerimle. Bunu da karenin alanından yola çıkarak yapıyorum.

E4YL'nin bu kazanımda oluşturduğu tablo Şekil 17'de verilmiştir.

Kare	Karenin Alanı	Karekökü
	$1^2 = 1 \cdot 1 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
	$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
	$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$	$\sqrt{16} = 4$

Şekil 17. E4YL'nin Birinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Örnek ve problem seçiminde dikkat ettiğiniz kriterler var mı?

E4YL: Tüm kazanımlarda yaptığım kazanımı direk içeren bir de onun yanı sıra biraz daha işlemsellikten uzak çocuk işte karekök ve üs işte onu hem problemin içine katıp böyle yine tekdüze işlemsel değil rutin olmayan çocuğun biraz kendinden bir şey katması gereken biraz düşünmesi gereken problemleri kullanıyoruz. Her kazanımdan sonra mutlaka rutin olmayan problemler çözdürürüm çocuklara. Ayrıca kareköklü hesaplamalar işte mühendislikte hesaplamalarda çokça karşılaşıldığında söylüyoruz. İşte en basit alan hesaplamalarında çok kullanılan yani bir yüzey alanı elde edebilirsin. Belli birim ama işte o bir kare ise ya da bir dikdörtgende olabilir. Köklü iki sayı diye o uzunlukların değişken olacağı filan gibi bahsediyoruz. Bahçe, havuz, tarla gibi gerçek yaşamla ilgili örnek ve problem çözerek bu kazanımı bitiriyoruz.

E4YL ilk kazanımda tablo ve şekiller kullanmıştır. Ayrıca gerçek hayattan örnekler verip, öğrencilerine rutin olmayan problemler çözdürmüştür.

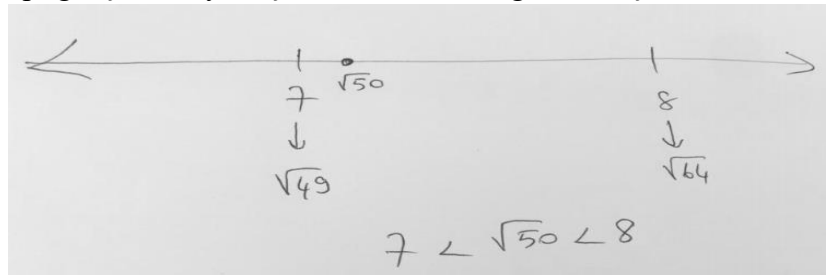
Araştırmacı: İkinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Karekök nereden çıkmış? Niye çıkmış mesela insanlar işte alanı 50 metrekaare olan bir kare yapabilir miyiz? diye çok düşünmüşler. Bunun gerçek hayatta hikâyeleri de vardı. Hatta tarihte bunun için ceza veren padişahlar olmuşlar. Çocuklara falan biraz krallar, imparatorlardan bahsettiğin zaman gerçekten yani karekök ellinin net bir değerinin olmadığını ama bunu sürekli tahmin ederek yaklaşılmaya çalışıldığı yöntemini izliyoruz.

Araştırmacı: Biraz daha açıkla mısınız?

E4YL: İlk başta havuz örneğinden girdiğimiz zaman hemen peşinden geliyor. İşte biraz önce konuşmada dedim. Çocuğa alanı 100 olan bir havuzun bir kenarını söyle kare şekilde 10, 81 olanı söyle 9 gibi olunca mesela diyorum işte alanı 50 olanı söyle. Hemen çocuklardan şu geliyor: $7 \times 7 \dots 49$ işte $8 \times 8 \dots 64$, hocam 7 ile 8 arasında gibi cevap yine oradan tutup çocuğa 7 ile 8 arasında olduğunu doğru olan çocuğun fikirlerini alıp daha onların düşüncesine yakın olabileceğini inandığımızda. Sonra 50 sayısının tam kare olan 49'a mı yoksa 64'e mi daha yakın 50'ye. Bir adım kalmış yani bir sayı kalmış anlamında onun yaklaşık değerinin bu olduğuna hatta bunun yaklaşık değerinden ziyade tam değerini bulma çalışmaları da yaptırıyorum. Hesap makinesi filan açıp işte 7,1 örnek verdim 7,12 daha sonra 7,123 gibi her basamakta git git bulduğumuzu ama gerçek değeri her seferinde çok yaklaşmamıza rağmen bu işlemin hiç bitmediğini bitirilemediğini. Hatta bitmeyeceğini de ispatlandığını çocukların anlayacağı şekilde bahsetmeye çalışıyorum. Dediğim gibi işte bir havuz yapacağız günlük hayatta ya da bir duvar var boyayacağız işte duvarın alanı ya da bir kâğıt var. Elimizde alanı 50 metrekaare şeklinde bir kenarı ne olabilir işte bu sorunun meramından ortaya çıktığını söylüyorum. Çizimlerle şekiller üzerinde ve sayı doğrusunda gösteriyorum yaklaşık değerini. Sonrada problem çözüyoruz.

E4YL'nin yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim Şekil 18'de verilmiştir.



Şekil 18. E4YL'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

E4YL ikinci kazanımda şekiller ve sayı doğrusunu kullanmıştır. Gerçek hayattan örnekler ve problemlerde kullanmıştır.

Araştırmacı: Üçüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Yine işte aynı kareköklü sayının devamı niteliğinde adım adım gittiğimizde mesela 100 bir tam kareydi 2 tam kare değildi 2×100 ne yapar? 200 mesela $\sqrt{200}$ nedir dediğinde yalnız orada zaten kareköklü işlemlerin çarpması önce gelir. Onu da ben şöyle göstererek her zaman bunu mesela $\sqrt{36}$ çarpı $\sqrt{100}$ işlemi sordum. $\sqrt{36}$ 'nın tam kare olduğunu bildiği için ne diyor? 6 ve $\sqrt{100}$ 'ünde bir tam kare olduğu için ne diyor 10 ya da diyor ki sonuç 60 olur. Ben de diyorum ki ya da çocuklara çocuklar kareköklü işlemlerde çarpma özelliği isterseniz sayıları çarpın sonra karekökünü alın çarp sayıları ne olur 3600. Yine bu da çocukların tahmin etmesi kolay bir örnek $\sqrt{3600}$ de 60 dedi bana ya da daha basit bir örnek diyor. İşte $\sqrt{4} \times \sqrt{25}$ hemen çocuk diyor ki ve $\sqrt{4}$ ney $2\sqrt{25}$ ney 5 ve $5 \times 20 = 10$ cevabını verdi. Diyorum ki hadi bunların kök değerlerini hesaplamada çarpın $4 \times 25 = 100$ kökün içine yazın $\sqrt{100}$ yine 10 hocam. Bu hepsi için böyle o zaman çocuklara burada ben her zaman yaptığım bir iştir. Ama bundan sonra çarpma işlemi diye gelecek çıkartma toplama sonra gelecek ama ben en azından çarpmanın bu özelliğini bundan önce veriyorum. Çünkü şunu diyebilmek için en azından işte $\sqrt{200}$ mesela alanı 200 metre kare olan bir havuzun bir kenarı nedir? o zaman çocuklara diyorum ki en güzel yöntemimden biri şu bunu iki sayının çarpımı biçiminde yazın ama biri tam kare olsun ne olur 100×2 . Kökü dağıt biraz önceki gibi $10\sqrt{2}$ burada. Ne yaptım $\sqrt{200}$ 'ün hepsini kökten kurtaramadım bir kısmını kurtardım. Kurtulmayan kısmı da kökün içinde kaldı. Tabii ki bu kazanımı bu şekilde mantığını verdikten sonra asal çarpanlarına ayırarak çiftleme yapıp çift olanları çıkart tek olanları aynı kök içerisinde çarp diye devam ediyoruz. Daha sonra bunu biraz işlemsel örneklerle pekiştirdikten sonra hadi bunun bir de tersini yapalım yani $10\sqrt{2}$ 'yi tekrar tüm kökün içinde yazalım onu da verirken zaten çocuk bunun karekök olarak çıktığını bilirken. Hatta ben demeden bile karesini alıp içeri atarak ya da bunu $\sqrt{100}$ diye yazıp $\sqrt{2}$ ile çarpıp $\sqrt{200}$ yazılımını elde ediyorlar. Son olarak rutin olmayan problemler çözüp bir sonraki kazanıma geçiyoruz.

E4YL üçüncü kazanımda bölme algoritmasından faydalanmıştır. Ayrıca doğrudan işlem içeren örnekler, gerçek hayattan örnekler ve problemlerde kullanmıştır.

Araştırmacı: Dördüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Cebirsel ifadelerden ve bir önceki kazanım üzerinden yola çıkarak öğretiyorum. Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi ile ilgili örnekler çözüyorum. Daha sonra tam kare iki sayının çarpımını kareköklü ifadelerde birkaç tane önce çocukların kök dışına çıkarabilecek tam kare sayıların şu örnekte olduğu gibi. $\sqrt{4} \times \sqrt{25}$ ister tek tek çıkarabiliyorsan çıkar ya da çıkartmıyorsan çarp sonra çıkartmaya çalış mantığı ile hem gerek çarpmada hem de bölme de aynı işleminin yaptığını somut olarak gösterip gerekli birkaç tane gerek çarpma gerek bölme sorularından ve bu kazanımla ilgili problemler çözdürüp kazanımı geçiyoruz.

E4YL dördüncü kazanımda cebirsel ifadelerden yararlanmıştır. Cebirsel ifadelerde çarpma işlemi ile bu kazanımı ilişkilendirmiştir. Doğrudan işlem içeren örnek ve problemler çözdürdüğünü de belirtmiştir.

Araştırmacı: Beşinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Burada toplama ve çıkartma işleminin ben kritik olduğunu düşünüyorum. Kareköklü ifadelerde ama benim biraz da öğrencilerimi yani hep bunları bir matematik öğretmeni olduğum için hazırladığım için çok zorluk çekmiyorum ama ona rağmen yine değişik sınıflardan gruplardan gördüğüm öğrencilerin bu kazanımda zorluk çekmektedir. Ben bu kazanımda matematikte toplananın yani cebirsel anlamda bizim benzer terim dediğimiz ama çocuklara da taa ilkokulda ben bunu çok kullanırım. İlkokul öğretmenleri inekle inek elma ile elma toplanır diye bir mantık verir. Ben bunu aynen yazıyorum tahtaya. Diyorum ki 3 inek artı 2 inek tüm sınıf hemen ne diyor 5 inek. Diyorum ki 3 inek artı 7 inek hemen 10 inek. 3 elma artı 2 elma hemen 5 elma. Diyorum ki 3 elma artı 2 inek 5 eder mi etmez mi? Buradan çocuğa aslında 7'den 6'dan cebirsel ifadelerde benzer terimi bildiği için sezgisi var ama yine de bir pekiştirmek iyi oluyor burada ne diyor? Çocuklar işte elma elma, inek inek benzer terimdi. Aynı şunun gibi $3x + 2x$ daha $5x$ ama $3x + 2y$ yani biri elma biri inek olduğu için toplanamaz benzer terimlik kısmı çok önemli. Sonra hemen yazarım $3a + 2a = 5a$ $3m + 2m = 5m$ bir iki farklı toplanır toplanmaz daha yakın olsun diye diyorum işte 3 kare artı 2 kare bunu da hep veririm. Ne yaptı beş kare sonra yakın olsun diye diyorum işte $3\sqrt{2}$ yani 3 tane $\sqrt{2}$ artı iki tane $\sqrt{2}$ ne yapar. $5\sqrt{2}$ yapar işte $\sqrt{2}$ 'lerin benzer terimler olduğunu. Daha sonra altıncı sınıfta gördükleri ortak paranteze alma özelliğinden yola çıkarak, $\sqrt{2}$ parantezine alıp katsayıları topladığımızı falan. Özellikle burada kat sayısı 1 olanlar yani $3\sqrt{2}$ artı $\sqrt{2}$ dediğimizde bu 1'i çocuğun bazen unutabildiğini ama işte onu da $3x + x$ 'in niye $4x$ diyorduk filan gibisinden pekiştirip toplama ve çıkartma kısmında da bu mantığı kullanıyorum. Ama dediğim gibi çarpma bölme daha kolay anlaşılırken toplama çıkartma çocukların cebirsel ifadelerde benzer terim aynı terimlerin toplanıp çıkartmasından sıkıntı olduğundan ama orada da dediği gibi ilkokulda duydukları bu inek elma örneğinden alıp ortaokulla birleştirip geldiğim zaman pek sıkıntı yaşamıyorum. Daha sonra bunla ilgili problemler özellikle rutin olmayan problemler çözüyoruz. Bu tarz problemler benim için çok önemlidir. Çünkü öğrenci kendinden bir şeyler katıyor. Böylelikle matematiksel düşünme becerileri gelişiyor.

E4YL'ün yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim ayrıntılı olarak Şekil 19'da verilmiştir. E4YL beşinci kazanımda cebirsel ifadeler ve çoklu temsillerden yararlanmıştır. Kazanımın pekişmesi için işlem ağırlıklı örnekler ve problemler çözdürmüştür.

Handwritten mathematical examples showing the addition of like terms in various forms:

- $3 \text{ inek} + 2 \text{ inek} = 5 \text{ inek}$
- $3 \text{ inek} + 7 \text{ inek} = 10 \text{ inek}$
- $3 \text{ elma} + 2 \text{ elma} = 5 \text{ elma}$
- $3 (\text{elma}) + 2 (\text{inek}) = ?$
- $3x + 2x = 5x$
- $3x + 2y = ?$
- $3\Box + 2\Box = 5\Box$
- $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- $3x + x = 4x$
- $3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Şekil 19. E4YL'nin Beşinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Altıncı kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Yukarı mesela $a\sqrt{b}$ 'den önce ben çarpma vermiştim. Dedim niye verdiğimi de yani bide yıllarca hâkim olduğumuz için o çarpmayı verirken de çok komplikelerden değil de dediğim gibi $\sqrt{4} \times \sqrt{25}$ zaten çocuk doğrudan kökten ne yapıyor kurtarıyor. $2 \times 5 = 10$

diyor. Birkaç tane hiç müdahale etmeden öyle kökten kurtarabileceği sayı yaptıktan sonra diyorum ki durun hadi bunları çarpsaydık $4 \times 25 = 100$. $\sqrt{100}$ yine 10. Bunu aldığı için çocuk yine zaten yani köklü iki tane sayıyı önüne koyup çarptırdığında kolay onu kurtarmak için de tam kare sayıları da zaten sık kullanıyoruz ve yazıyoruz. İşte 1, 4, 9, 16, 25, gibi sıkça kullanıyoruz e sonra nedir mesela çocuğun elinde $\sqrt{8}$ var $\sqrt{8}$ 'i neyle çarparsak tam kare bir sayı elde ederiz. Tam kare sayıları saydık işte 1'in bir çarpanı değil 8... 4'ün bir çarpanı değil 16'nın bir çarpan olabilir. 25'in değil 32'nin bir çarpanı olabilir zaten kareköklü sayılardan önceki ilk konuda çarpanlar ve katlar olduğu için orda da biraz buralar hazırlanarak işlenirse faydası olur. Daha sonra problemlerde alanı doğal sayı olup bir kenarı kökten çıkmayan sayı verip diğer kenarı ilişkilendirip bu tarz problemler çözdürüyorum.

Araştırmacı: Yedinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Yani ekstra bir konu değil bölme tamamen kareköklü sayılarda bölme niye her ondalıklı ifadeyi çocuk kesir şeklinde yazabilecek bölü şeklinde. İşte ya sık kullandığımız $0,16 \sqrt{\frac{16}{100}}$ ise bölmenin tüm kuralları geçerli çok vakit kaybetmeden bu tarz bir anlatımla geçiyorum daha sonra bu çocukta içselleşip pratikleşebiliyor dediğim gibi ondalık ifadelerin kareköklerini belirleme her ondalık ifade bir rasyonel sayı. Dolayısıyla bir bölme işlemi olduğu için bölme işlemi iyi verildiği zaman hiç zaman almayan kazanım.

E4YL altıncı ve yedinci kazanımda kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar kazanımından yola çıkarak doğrudan kural ağırlıklı bir yöntem izlemiştir. Daha sonra öğrencilerine problemler çözdürmüştür.

Araştırmacı: Sekizinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E4YL: Mesela dedim ya işlemde önce de konuşuyoruz günlük hayatla ilişkilendirmek şöyle bir giriş yapıyorum. Çocuklar neyin karesi 36 yapar. Pozitif sayı diyorum ki negatife gitmesin negatifle gelenler var neyin karesi yapar 6'nın. Genelde havuz örneği kullanmam da negatif kısımları akıllara gitmesin diye köklü kısımda yani çünkü x karenin kökünü düşünürsen -6 da var ama o değil pozitif olduğu için havuz örneği uzunluk eksi olamayacağı için. Şimdi burada dediğim gibi ben mesela $\sqrt{2}$ yani diyorum ki neyin karesi 2 yapar? $\sqrt{2}$ demeden buna direk neyin karesi 2 yapar? Ben bunun üzerine 40 dakika nerdeyse sohbet ediyorum işte diyor ki hocam 1 ile 2 arasında. Tamam, 1 ile 2'nin tam ortası bir buçuk yapar bir buçuk diyor çocuk bir buçuk ile bir buçuğu hemen çarpıyorum. Hemen zaten çoğu da biliyor 2,25 ne oldu 2,25 büyük oldu 1,4 ne oldu 1,96. Ne oldu küçük hemen diyor ki bir kesim hocam 1,4 ile 1,5 arasında 1,4 ile 1,5 arasını alıyorum. 1,45 büyük oldu 1,44 küçük oldu bu şekilde gittiğinde aslında her denemede virgülden sonra daha fazla basamağı hesaplamış oluyorsun ve $\sqrt{2}$ 'nin gerçek değerine git git ne yapıyorsun yaklaşıyorsun. Ben bunu virgülden sonra üç dört basamak hesaplatıyorum. Hesap makineleri çıkarttırıyorum kimi ben virgülden sonra 9 basamak buldum diyor kimi 10 kimi 20 buldum diyor aslında onu da hesap makinesinin yuvarladığını basamağının o kadar olduğunu bunun tam değerinin bulunmadığını aslında böyle bir sayının fikrimiz de olduğunu ama bulmaya çalıştığımız da bulamayacağımızı söylüyorum. O zaman bunun şimdiye kadar öğrendiğimiz sayılardan bir doğal sayı olmadığını aşikârdır. Tam sayıların olmadığı zaten belli kesir olabilir mi? Kısımında biraz sıkıntı yaşıyoruz ama diyorum ki bu da bak biz virgülden sonra 3 basamak hesapladık yok 4 hesapladık yok 5 hesapladık durmuyor ki virgülden sonra dursa işim kolay 1 de dursa onda bir diyeceğim 2 de dursa yüzde bir 3 de dursa binde 1. O zaman böyle bir sayı var ama tam değerini bulamıyoruz mantığına gelip bu sayıların bugüne kadar bildiğimiz en büyük kümenin rasyonel sayılar kümesi zaten rasyonel sayılarda kelime anlamını Latince mantıklı aklı yatkın akılcı sayılar olduğunu işte bunun olumsuzunun irrasyonel işte Türkçede de müsait namüsait gibi kelimeleri olduğunu işte bunun da rasyonel, irrasyonelde rasyonel olmayan mantıklı olmayan akli olmayan zaten bu sayıyı da bulamadığımız için bu işe

hissettirerek başlıyorum ben. $\sqrt{50}$ filan olsun zaten o his olduktan sonra biraz daha çocuklara devam ettiğimizde zaten bugüne kadar rasyonele kadar eksiksiz bir bilgi sahip olmaları gerek. Bu tarz sayılarında irrasyonel sayı olduğunu yani kökten kurtaramadığınız değeri olmadığını hatta illa kökte değil meşhur irrasyonellerden birinin Pi olduğunu Pi'nin üzerine de burada bir yer açıp konuştuğumuz oluyor. Yani tartışma ortamı ile bu sayıları öğretiyorum. Şimdi çocuğa bu kadar işlemi öğretiyorum. Çocuk nasıl bir sayı ile işlem yaptığını bilmeden sonra diyorsun ki buna irrasyonel sayı denir. Buna irrasyonel sayı dendiğini $\sqrt{50}$ 'yi yani ikinci kazanımda tam kare olmayan kareköklü sayıyı tahmin ediyorduk ya çocuğa çocuk şunu niye tam değerini bulmuyoruz da tahmin ediyoruz. Çünkü tam değerini bulamayız demek ki bulamazsak bu bizim için yeni bir sayı o zaman bu sayının ismi ne sayısı irrasyonel sayı bence burada dememiz lazım ben burada diyorum. Bunun farklı yeni bir sayı dünyası olduğunu isminin irrasyonel yani rasyonel olmayan irrasyonelin de kelime anlamının akla mantığa uymayan akılsız mantıksız gibi söylüyorum. Daha sonra şema ile gösterip bu sayıları sonra iç içe geçmiş kutular, çanta, çanta içindeki kalemlik ve kalemliğin içindeki kalem gibi örneklerle bu sayıları kavratıyorum.

E4YL son kazanımda şemalar ve çoklu temsillerden yararlanmıştır. Ayrıca gerçek hayattan örnekler ve problemlerde kullanmıştır. Bu görüşmenin tamamından elde edilen kodlara ait bulgular Tablo 13'de ayrıntılı olarak sunulmuştur.

Tablo 13. E4YL 'nin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar	X							
Şekiller	X	X						
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama						X	X	
Bölme algoritması			X					
Cebirsel ifadeler				X	X			
Gerçek hayatta kullanılan örnekler	X	X	X					X
Doğrudan işlem içeren örnekler			X	X	X			
Problemler	X	X	X	X	X	X	X	X
Çoklu temsiller ile açıklama					X			X

Tablo 13 ve E4YL ile yapılan görüşme sonucunda E4YL bu kazanımlara başlamadan önce öğrencilerine ödev verip öğrencilerin konu hakkında fikir sahibi olmasını sağlamıştır. Daha sonra tartışma ortamı ile yeni bir sayı ile tanışacaklarını hissettirip daha sonra bu sayının irrasyonel sayı olduğunu öğrencilerine alanı 50 metrekare olan karenin bir kenar uzunluğu kaç olur? şeklinde sorular sorarak ve öğrencilerine gerekli çizimleri yapmalarını sağlayarak öğrencilerine yaparak yaşayarak kavratmıştır. MEB matematik öğretim programında sekizinci sırada verilen kazanımı kareköklü ifadelerin birinci kazanımı olarak en başta vermiştir. Aşağıda bu yorumu destekleyen konuşma verilmiştir.

E4YL: Şimdi bu mesela son kazanım olarak görülmüş ama şöyle bir şey var. Ben bunu her kazanımdan önce ilk başta bu kazanımı veriyorum. Yani bir ders saati kadar tartışmasını yapıyorum. Daha önce de demiştim. Çünkü niye yapıyorum yani çocuğa bildiği sayıların dışında yeni bir sayı olduğunu hissettirmeden bu konuya girmek doğru değil.

Bu kazanımların öğretim sürecinde olayın mantığına çok önem vermiş ve bunu gerçek hayat örnekleriyle desteklemiştir. Rutin olmayan problemler çözürüp öğrencilerin problemlere kendinden bir şeyler katmalarını beklemiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine önem vermiştir. Ayrıca şekil, tablo, şema, bölme algoritması ve kurallardan da yararlanmıştır. Ayrıca kareköklü ifadelerde toplama çıkarma işlemini ilkökulda öğrendikleri benzetmelerden yola çıkıp cebirsel ifadelerle destekleyerek göstermiştir.

4.1.5. E5L İle İlgili Bulgular

E5L ile yapılan görüşme yaklaşık 40 dakika sürmüştür. E5L görüşme boyunca çok rahattı. Aşağıda E5L ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

Araştırmacı: Birinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Bir sayının karesi nasıl alınır. Onu biliyor mu bunları bilmiyorsa öğreterek biliyorsa direkt öğretime geçerek kazanımı vermeye çalışıyoruz. Tahtaya önce pozitif tamsayıları yazıyoruz. Bunların karesini bulmasını istiyorum çocuklardan tek tek. Daha sonra bir kısmının karesel sayılar olduğunu ifade ediyorum diğer kısmında bunların karekökleri olduğunu ifade etmeye çalışıyorum. Bir sayının karesini alma işleminin tam tersine karekök alma denir diyorum ben. Daha sonra örnek olarak karenin alanı 16 santimetrekare ise karenin bir kenarı ne olur çocuk bunu deneme yanılma her bir karenin kenarlarını işte bilmesi gerekiyor 2'ye 8 diyemiyor ya da 1 ile 16 diyemiyor. Tek seçenek var 4'e 4 diye işte burada bulduğumuz 4 aslında 16 sayısının karekökü diyoruz şeklinde bir açıklama yapıyorum. Daha sonra bu kazanımla ilgili örnek çözüyorum.

Araştırmacı: Nasıl örnekler?

E5L: İşte karekök içinde sayılar verip bunlarla ilgili işlemler içeren örnekler çözüyoruz.

Araştırmacı: Bu kazanımla ilgili problem çözüyor musunuz?

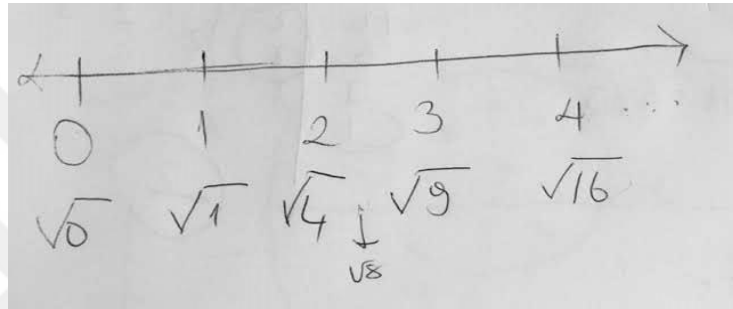
E5L: İlk kazanım olduğu için probleme dönüşmesi için daha birkaç kazanımla üst üste binmesi gerekiyor sanki. O yüzden problem çözmek için erken olmaktadır. Dolayısıyla bu kazanımla ilgili direkt problem çözmüyorum.

E5L ilk kazanımda doğrudan kuralı vererek bir öğretim gerçekleştirmiştir. Ayrıca bu kazanım süresince işlemsel örnekler çözdüğünü belirtmiştir. İlk kazanımda günlük hayattan örneklerle ve problemlere yer vermemiştir. Yine bu kazanımda çoklu temsillerden yani benzetimlerden de yararlanmamıştır.

Araştırmacı: İkinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Ben bunu şöyle anlatıyorum genellikle tahtaya bir sayı doğrusu çiziyoruz. Sayı doğrusu üzerine tam sayıları tek tek yazıyorum. Daha sonra pozitif tam sayıların karelerini de alt tarafına sayılarını alt tarafına yazıyorum. Karekök sembolü içerisinde daha sonra tam kare olmayan bir sayının karekök değerini hangi karesel sayılar arasında olduğunu bulmaya çalışıyor çocuk. Örneğin, $\sqrt{8}$ olsun. Sayı doğrusu çizip altlarına 0, 1, 2, 3 ve 4'ün karekök içindeki değerlerini yazıp $\sqrt{8}$ 'in 2 ile 3 arasında olduğunu gösteriyorum. Bu şekilde öğretiyoruz. Bol örnek çözüyoruz. Örnekler genellikle işlemsel tarzda olup, kolaydan zora doğru gidiyor. İlk örnekler öğrencilerin hemen hemen hepsinin çözebileceği tarzda oluyor. Sonra kademe kademe zorlaştırmaya çalışıyoruz.

E5L'nin yukarıda yaptığı açıklamalara ilişkin kullandığı matematiksel gösterim Şekil 20'de verilmiştir. E5L ikinci kazanımda sayı doğrusu, kurallar ve işlemsel örneklerden yararlanmıştır.

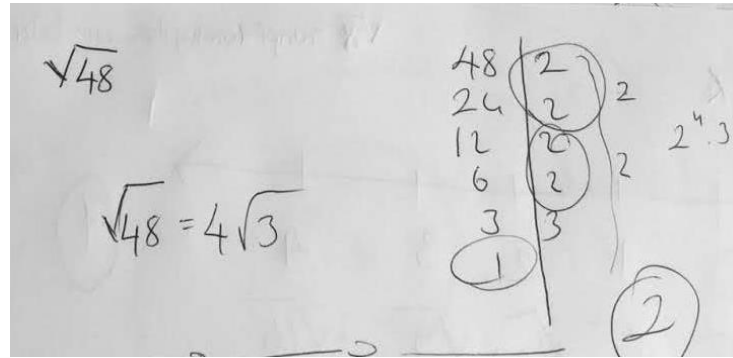


Şekil 20. E5L'nin İkinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Üçüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Çocuk her sayının kök dışına çıkamayacağını öğrendi ama kök dışına çıkamayan sayıların kısmen de çıkabileceğini öğrenmesi gerekiyor. Ben bu kazanım anlatırken EBOB-EKOK konusunda ki o bölme algoritmasını kullanıyorum. Zaten çocuk eğer yeterli bilgiye sahipse en azından asal çarpanları ve asal sayıları biliyorsa bölme algoritmasını uygulayabiliyor. Sayıyı yazıyoruz. Daha sonra o sayının bölme listesini oluşturuyoruz. Asal çarpanlarına ayırdığımızda kök içinde üslü sayıların çarpımı şeklinde yazdığımızda bu sayıları kök dışına çıkarırken çift kuvvete sahip kökler, kök dışına çıkarken kuvvet ikiye bölünüyor ama çocuklar anlamıyor. Biz bunun önüne geçebilmek için direkt bölen listesine oluşturup bölme algoritmasındaki sağ taraftaki sayıları yani asal çarpanları ikili gruplandırarak gruptan bir tanesini çıkarıp, tek kalan sayıları kök içinde bırakarak anlatmaya çalışıyoruz. Örneğin $\sqrt{48}$...Bu şekilde anlatıyorum. İçeriye girerken de karesi olarak girmesi gerektiğini öğretiyorum. Sonrasında gelişmesi için örnek çözdürüyorum.

E5L'nin üçüncü kazanımda yaptığı açıklamalara ait matematiksel gösterim Şekil 21'de verilmiştir. E5L üçüncü kazanımda bölme algoritması, kurallar ve işlemsel örneklerden yararlanmıştır.



Şekil 21. E5L'nin Üçüncü Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

Araştırmacı: Dördüncü kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Bu kazanımı verirken kuralını söylüyorum katsayıları çarpıp katsayı olarak kök içlerini çarpıp kök içine yazılması gerektiğini söylüyorum sonra da defterlerine not aldırıyorum. $a\sqrt{b} \times c\sqrt{d}$ şeklinde $a.c\sqrt{b.d}$ şeklinde unutmamaları içinde bunu da yazdırıyorum kolay hatırlamaları için. Benzer şekilde bölme işlemini de katsayıları bölüp katsayı olarak, kök içlerini de bölüp kök içine yazmaları gerektiğini anlatıyorum. Daha sonra kolaydan zora doğru başlarda her öğrencinin yapacağı örnekler çözdürüyorum.

E5L dördüncü kazanımda formül ve kural ağırlık bir öğretim gerçekleştirdiğini söylemiştir. Yine doğrudan öğrencilerin işlem yeteneklerini geliştirecek örnekler kullanmıştır.

Araştırmacı: Beşinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Kareköklü sayılarda kök içleri eşit olmadan toplama çıkarma işlemlerinin yapamayacağımızı çocuklara söylemeye çalışıyoruz. Sonrasında toplama ve çıkartmada kökler eşit ise katsayılar arasında işlemi yaptıktan sonra oluşan ifadenin yanına ortak kökü yazmaları gerektiğini ve kök içinin aynı şekilde yazmasını söylüyorum. O şekilde göstermeye çalışıyoruz. O şekilde anlatmaya çalışıyoruz. Pekiştirmek için örnek çözdürüyorum.

E5L beşinci kazanımda kurallar ve işlemsel örneklerden yararlanmıştır.

Araştırmacı: Altıncı kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Bu kazanımın verilmesinde doğrudan örnekle başlıyoruz. Mesela $8\sqrt{2}$ bu sayı kök dışına çıkabilmesi için içerdeki ikiden kurtulması gerekiyor. Yani içerdeki sayının karesel bir sayı olması gerekiyor. 2 ile çarpıldığında tam kare eden ifade kareköklü sayılarda çarpma işlemini yaparken kök içindeki sayı ile kök içindekini, kök dışındaki ile kök dışındaki çarptığımız için kök içinde 2 ile çarpıldığında karesel bir sayı edebilmesi gerektiğinde çocuk da buna göre cevaplar veriyor. 2 ile çarpıldığında karesel sayı edecek mi? Öğrenciler ilk 2 olabilir diyor. $2 \times 2 = 4$ olur $\sqrt{2}$ 'yi alabiliriz ya da 8 olabilir diyor. $2 \times 8 = 16$. $\sqrt{16}$ 'yı da 4 olarak alabiliriz. Bu şekilde vermeye çalışıyoruz. Sonra örnek çözmeye başlıyoruz.

Araştırmacı: Yedinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Ondalık sayıların kareköklerini belirlerken çocukların öncelikle rasyonel sayılar ve ondalık kesirleri iyi şekilde bilmeleri gerekiyor. Ondalık kesri kesir çizgisi ile

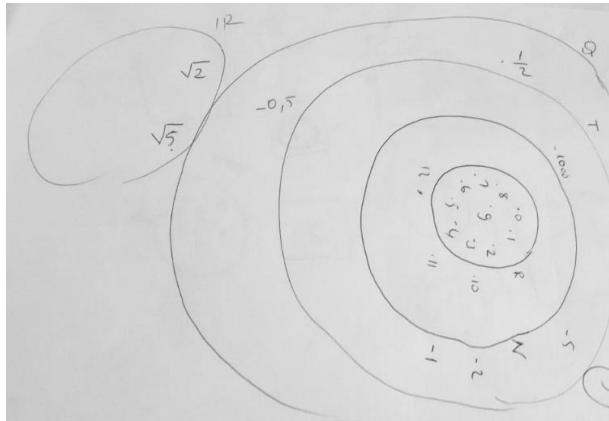
yazabilmesi gerekiyor. Eksiksiz bir şekilde bilirse işimiz daha kolay oluyor. Bu ön bilgiye sahip olması gerekir. Ben öncelikle ondalıklı sayıyı kesir çizgisinde yazdırıyorum. Daha sonra çocuklara pay çıkabiliyorsa dışarıya çıkartın payda çıkıyorsa onu da dışarı çıkartın diyorum. Son olarak kökten çıktıktan sonra yazılabiliyorsa tekrar ondalıklı sayı olarak yazdırıyorum ve örnekler çözerek bir sonraki kazanıma geçiyoruz.

E5L altıncı ve yedinci kazanımda doğrudan kural ağırlıklı bir yöntem kullanmış ve işlemsel örneklerden yararlanmıştı.

Araştırmacı: Sekizinci kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz?

E5L: Bu kazanımı verirken öncesinde çocukların bildiği sayı gruplarından bahsetmeye çalışıyoruz. Önce rakamlardan bahsediyoruz çocuk hangi sayıları olduğunu tahtaya çizdiğim şemaya yazmalarını istiyorum. Çocuklar yazıyor işte 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9'u yazdıktan sonra buraya 10'u yazıp yazamayacağımız soruyorum çocuklara, çocuklar 10'u buraya yazamayacağımızı söylüyor. Rakamların tek basamaklı sayılar olduğunu söylüyorlar. Biz bu 0'dan 9'a kadar olan şeylere rakamlar kümesi diyoruz. Daha sonra 10'u nereye yazabileceğimizi söylüyor çocuklar. 11, 12 sonsuza kadar giden sayıları da rakamların dışına yazıyoruz biz bu. Bunları başka bir daire içerisine alıyoruz. 1 daire için alacaksın bu daireye de doğal sayı diyoruz. Daha sonra benzer şekilde negatif tam sayıları yazıp yeni bir daire oluşturup buraya da tam sayılar kümesi diyoruz. Peki, bunların hepsini bir daire içerisine alırsam diyorum çocuklara bunlar bir sayı grubu oluşturur mu aralarında birkaç tanesi söylüyor. Burada neleri gördük diyorum. Rakamları gördük. Doğal sayıları gördük. Tam sayıları gördük. Bunlardan başka sayı grubu gördük diyoruz çocuklara. Cevap gelmiyorsa eğer ben söylüyorum rasyonel sayılar diyorum ve $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılan b'nin 0 olmadığı veya da benim çocuklar örnek verir ya da ben örnek veriyorum. $\frac{1}{2}$ Nereye yazabilirim çocuklar hiç bir dairenin içine yazamayacağım. Bu dairenin dışına $\frac{1}{2}$ yazıyor ya da 0,5. Peki, bunlar da bir daire içerisinde alırsanız bu gruba bir isim verebilir miyim diyorum çocuklar bu gruba da rasyonel sayılar kümesi diyoruz. Peki, bunlar dışında bildiğiniz başka sayı var mı diyorum çocuklara. Eğer cevap gelmezse ben örnek veriyorum. $\sqrt{2}$ sayısı $\sqrt{2}$ sayısı bu dairelerden herhangi birisine yazılabilir mi yazılan daireler dışında bir yere yazmaya çalışıyoruz. Başka sayılar sonra çocuklar $\sqrt{5}$ diyor. Bu şekilde kök dışına çıkamayan sayılara irrasyonel sayılar dendiğini söylüyorum bunu da farklı yeni bir daire içine yazıyoruz. Daha sonra yan yana iki daireyi birleştirdiğimizde oluşan sayı grubuna da gerçek sayılar dendiğini söylemeye çalışıyorum.

E5L'in yaptığı açıklamaya ilişkin matematiksel gösterim Şekil 22'de verilmiştir.



Şekil 22. E5L'nin Sekizinci Kazanıma İlişkin Matematiksel Gösterimi

E5L son kazanımında yine kural ve örnek ağırlıklı bir öğretim gerçekleştirmiştir. Ayrıca bu kazanımında sayı kümelerini şemalarla göstermiştir. E5L ile yapılan bu görüşmenin tamamından elde edilen kodlara ait bulgular Tablo 14’de sunulmuştur.

Tablo 14. E5L’in Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisi

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Grafikler								
Sayı doğrusu		X						
Tablolar								
Şekiller								
Şemalar								X
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama	X	X	X	X	X	X	X	X
Bölme algoritması			X					
Cebirsel ifadeler								
Gerçek hayatta kullanılan örnekler								
Doğrudan işlem içeren örnekler	X	X	X	X	X	X	X	X
Problemler								
Çoklu temsiller ile açıklama								

Tablo 14 ve yapılan görüşme incelendiğinde, E5L kareköklü sayılar konusunun öğretim sürecinde teorik bilgi, formül ve kural ağırlıklı bir yol izlemektedir. Aşağıda bu yorumu destekleyen görüşmeden bir kesite yer verilmiştir.

E5L: Gönül ister ki çocuklarla etkinlik yapalım, tartışma ortam oluşturup konuyu anlatalım ama sınıflarımız kalabalık dolayısıyla biraz daha hızlı olmamız gerekiyor. Hızlı olabilmek için genellikle sunuş yoluyla öğretim kullanıyorum. Ben anlatan pozisyonunda öğrenci dinleyen pozisyonunda oluyor. Tahtaya yaza çize. Teorik bilgileri çocuklara söyleyerek formüller üzerinden konuyu anlatmaya çalışıyoruz genelde neyin nasıl olacağını izah ediyorum. Çocukların da bunu almasını bekliyorum.

Ayrıca E5L, bu kazanımlarda çoklu temsiller, gerçek hayattan örneklerle ve problemlere yer vermemiştir. Problemlere zaman sıkıntısından dolayı tüm kazanımlar bittikten sonra genel birkaç problem çözmeye çalıştıklarını söylemiştir. Tüm kazanımlarda öğrencilerin işlemsel becerilerini geliştirecek örneklerle yer vermiştir. Diğer matematiksel gösterimlerden sayı doğrusunu, bölme algoritması ve şemaları birer kazanımda kullanmıştır.

Birinci alt probleme ilişkin bulgular incelendiğinde araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden K1L’nin kullandığı gösterimler şekiller, sayı doğrusu, bölme algoritması, formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama ve şemalardır.

E2L'nin kullandığı gösterimler formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama, sayı doğrusu, bölme algoritması, cebirsel ifadeler ve şemalardır. K3YL ise tablolar, şekiller, sayı doğrusu, bölme algoritması, formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama, cebirsel ifadeler ve şemaları kullanmıştır. E4YL'nin kullandığı gösterimler tablolar, şekiller, sayı doğrusu, bölme algoritması, formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama, cebirsel ifadeler ve şemalardır. E5L ise sayı doğrusu, bölme algoritması, formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama ve şemaları kullanmıştır.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden K1L kareköklü ifadeler konusunun sadece ilk kazanımda gerçek hayattan örnekler verdiğini belirtmiştir. E2L ve E5L ise gerçek hayattan örnekler hiç vermemiştir. K1L birinci ve altıncı kazanımlarda; E2L ise sadece birinci kazanımda problemlere yer verirken E5L hiçbir kazanımda problemlere yer vermemiştir. Ayrıca K1L birinci kazanım dışında diğer kazanımlarda, E2L ve E5L ise tüm kazanımlarda öğrencilerin işlem becerilerini geliştirecek işlemsel örneklere yer verdiklerini belirtmişlerdir.

K3YL birinci, ikinci, dördüncü ve sekizinci kazanımlarda; E4YL ise birinci, ikinci, üçüncü ve sekizinci kazanımlarda gerçek hayattan örneklere yer vermişlerdir. K3YL son kazanım hariç diğer kazanımlarda, E4YL ise tüm kazanımlarda problemlere yer verdiklerini belirtmişlerdir. Ayrıca K3YL ve E4YL derslerinde doğrudan işlem içeren örneklere sınırlı sayıda yer verdiklerini belirtmişlerdir. K3YL ve E4YL'nin kavramsal öğrenmeye daha çok önem verdikleri düşünülmektedir.

Araştırmaya katılan öğretmenlerden K1L birinci, üçüncü ve beşinci kazanımlarda; E2L birinci, üçüncü, beşinci ve altıncı kazanımlarda; K3YL birinci, üçüncü ve sekizinci kazanımlarda ve E4YL ise beşinci ve sekizinci kazanımlarda analogilerden yararlanmışlardır. E5L ise kareköklü ifadeler konusunun hiçbir kazanımında analogilere yer vermemiştir. Araştırmanın genel özeti olarak öğretmenlerin matematiksel gösterimler bilgilerinin özeti Tablo 15'de verilmiştir. Öğretmenlerin kazanımlar bazında Kovarik'in (2008) modeline göre sahip oldukları matematiksel gösterimler alt bileşenindeki pedagojik alan bilgilerinin genel resmi bu şekildedir.

Tablo 15. Öğretmenlerin Matematiksel Gösterilerinin Genel Özeti

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Sayı doğrusu		K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L						
Tablolar	K3YL, E4YL							
Şekiller	K1L, K3YL, E4YL	E4YL		K3YL				K3YL
Şemalar								K1L, E2L, K3YL, E2L, E5L
Formüller veya doğrudan kuralı vererek açıklama	E2L, E5L	E5L	E5L	K1L, E2L, K3YL, E5L	K1L, K3YL, E5L	E4YL, E5L	K1L, E2L, E4YL, E5L	
Bölme algoritması			K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L		K3YL	E2L		
Cebirsel ifadeler				E2L, E4YL	E2L, K3YL, E4YL			
Gerçek hayatta	K1L, K3YL, E2L, E5L	K3YL, E4YL	E4YL	K3YL				K3YL, E4YL
Doğrudan işlem içeren örnekler		K1L, E2L, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K1L, E2L, E4YL	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K1L, E2L, E5L
Problemler	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K1L, K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	E4YL
Çoklu temsiller ile açıklama	K1L, E2L, K3YL		K1L, E2L, K3YL		K1L, E2L, E4YL	E2L		K3YL, E4YL

4.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmamızın ikinci alt problemi “Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki öğrenci bilgilerine (önbilgi ve anlamlı değerlendirme) yönelik sahip

oldukları bilgilerinin durumu nedir?” olarak belirlenmiştir. Bu bağlamda Kovarik’in (2008) oluşturduğu PAB modelinin ikinci bileşeni öğrenci bilgileridir. Bu bileşen öğrenci ön bilgileri ve anlamlı değerlendirme olmak üzere iki alt bileşenden oluşmaktadır. Bu bölümde ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılardaki öğrenci bilgilerine ilişkin sahip oldukları bilgiler Tablo 2’ye göre incelenmiştir.

4.3.1. K1L İle İlgili Bulgular

Aşağıda K1L ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

K1L: (Birinci kazanımla ilgili)... Öncelikle öğrencilerin üslü ifadeyi tam olarak hatırlayıp hatırlamadığını kontrol ediyorum üslü bir ifadeyi örneklerle birkaç örnekle üslü ifade veriyorum. Bir de karenin alanı yani geometri bilgisine sahip olması gerekiyor ve ben bunları hatırlayıp hatırlamadıklarını kontrol ediyorum. Daha sonra tam kare sayıları, karenin alanı ile ilişkilendiriyorum mesela karenin alanı diyelim ki bir kenarı 2 olan karenin alanı 2×2 ’den 4 diyoruz. Sonra da tersten gelerek karenin alanı 4 ise bir kenarı 2 olur gibi... Bu kazanım bittikten sonra değerlendirme çalışmasını kendi hazırladığım çalışma kâğıtları ile yapıyorum. Sınıflarım genelde az oluyor 15 kişilik olduğu için tek tek ilgilenme şansım oluyor. Bu yüzden her kazanımdan sonra çalışma kâğıtlarındaki soruları her çocuğu tek tek tahtaya çıkartarak bu soruları onlara çözdürürüm. Böylece hem özgüveni gelişsin hem de kendine güveni artsın diye tahtaya çıkarırım çocukları. Tahtada basitten zora doğru sorular seçerim kendi seviyelerine göre kendisine yaptırım. Takıldığı yerde çaktırmadan yani kendisine hissettirmeden yardım etmeye ipuçlarıyla yönlendirmeye çalışırım. Yönlendirerek bu soruyu bir şekilde ona çözdürürüm çözemezse bile kendine güveni gelir. Ondan sonra yapabildiğini anlar. Bu şekli sever ilk önce matematiği sever. Ondan sonra kendine inanır sonra da öğrenir.

K1L birinci kazanımda öğrencilerin üslü ifadeler ve alan kavramı ile ilgili geçmiş bilgilerini kontrol etmiş ve bu konular ile birinci kazanımı ilişkilendirmiştir. Bu kazanımın sonunda kendi hazırladığı sorular ile öğrencileri değerlendirmiştir. Her kazanımdan sonra çalışma kâğıdındaki soruları öğrencilerine çözdürmüştür. Ayrıca her öğrencisinin akademik düzeyine uygun yapabileceği soruları tahtada çözdürerek gerekli yerde de öğrencilerine hissettirmeden ipuçları vererek onların matematiğe yönelik olumlu tutum ve özgüvenlerinin gelişmesine katkıda bulunmuştur.

Araştırmacı: $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Sorusuna $\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: $\sqrt{9}$ öncelikle kökten çıkarmasını isterdim. O da 3 olarak çıkacağı için 3 bir tam kare sayı değil. Böylece hatasını anlamış olurdu ama 9 tam kare sayıdır karekökle karıştırmaması gerekir. Bu yanlışlığı öğrencilerim yaparsa onlara gerekli açıklamayı yapıyorum.

Bu kazanımla ilgili K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve bu yanlışlığı doğrudan açıklama yaparak giderme yoluna gitmiştir. Kendisi ile yapılan görüşmelerde

daha sonraki süreçte kavram yanlışlığı yaşayan öğrenci olduğunda ona kuralını yeniden hatırlatarak giderdiğini belirtmiştir. Bu sebeple kazanım sürecinde öğrencilerdeki bu yanlış ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmemiş, bunun için herhangi bir önlem almamıştır.

K1L: (İkinci kazanımla ilgili) Sayı doğrusu üzerindeki sayıların dizilişi. Onun dışında tam kare sayıların kök dışına çıkan sayıların neler olduğunu bilmeleri gerekiyor. Çalışma kâğıtları ile öğrencileri değerlendiriyorum.

K1L bu kazanımda öğrencilerin tam sayıların sayı doğrusunda yerleşimini ve tam kare sayıları bilmesi gerektiğini belirtmiştir. Bu kazanımda öğrencilerin herhangi bir konudaki önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmamış yani herhangi bir ilişkilendirme yapmamıştır. Yazılı sorular yani çalışma kâğıtları ile değerlendirme yapmıştır.

Araştırmacı: Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur? Sorusuna 3 noktasında olur. Cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: 1 ile 8'i toplayıp bulduğu $\sqrt{9}$ 'u 3 olarak çıkarıyor. Direkt 3 cevabını veriyor. Biz bunun için $\sqrt{8}$ 'in yaklaşık değerini hesaplatırım. Bu da işte $\sqrt{9}$ ile $\sqrt{4}$ aralığında olacak ama 9'a daha yakın olduğu için 2 küsür 2,80 civarı olsa üzerine 1 ekleyip 3 ile 4 arasında olması gerektiğini söylerim. Bu şekilde kavram yanlışlığını düzeltirim.

Bu kazanımda K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkındadır. Bu yanlışlığı doğrudan açıklama yaparak giderdiğini söylemiştir. Buna karşın bu tarz yanlışlıklar için önceden herhangi bir önlem almadığını söylemiştir.

K1L: (Üçüncü kazanımla ilgili)... Karekökten hangi sayıların hangi tam kare sayıların hangi tam sayıların çıktığını hangilerinin kaldığını bilmesi gerekiyor. Üslü ifadelerden, bölme algoritmasından ve asal çarpanlara ayırmayı da bilmesi gerekir. Bölme algoritmasında ikinci kuvveti olan her sayının şapkası vardır. Şapkası olanlar karekökten çıkabilir olmayanlar çıkamaz gibi... Çalışma kâğıtları ile öğrencileri değerlendiriyorum.

Bu kazanımda K1L öğrencilerin üslü ifadeler, bölme algoritması ve asal çarpanlara ayırmayı bilmesi gerektiğinden bahsetmiştir. Bu kazanımda öğrencilerin bu konular ile şapka benzetmesinden yola çıkarak bir ilişkilendirme yoluna gitmiştir. Yine bu kazanımda değerlendirme çalışmasını çalışma kâğıtları ile yapmıştır.

Araştırmacı: $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? Sorusuna $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: 6'nın karesinin alıp da içeri gireceğini hesaba katmamış. Direkt çarpmış bunun için şöyle yapardım. $\sqrt{12}$ 'yi yine asal çarpan algoritması ile yapar ve hangisi içeride kalıyor?

Hangisi dışarı çıkabiliyor? Bunu gösterirdim. Şapkayı hatırlatırdım. Zaten eşit olmadığını görür. Bu şekilde düzeltirim.

Bu kazanımda K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkındadır. Bu yanlışlığı açıklama yaparak gidermiştir. Ama bu tip kavram yanlışlıkları için öğretim sürecinde bir şey yapmamıştır.

K1L: (Dördüncü kazanımla ilgili) Bu kazanımı verirken öğrenciler rasyonel sayılardaki çarpma ve bölme konusundaki bilgilerini yokluyorum. İlişkilendirme yaparken kök içindeki sayıyı paydaya kök dışındaki sayıyı yani paydaya benzetmeye çalışıyorum. Kök dışındaki sayılar ile kök dışındaki sayıyı, kök içindeki sayı ile kök içindeki sayıyı aradaki işlem neyse ona göre yapıyoruz diyorum. Tıpkı rasyonel sayılarda çarpma bölme işlemlerinde yaptığımız gibi payla payı, payla paydayı çarp ya da böl gibi... yine çalışma kağıtları ile öğrencilerimi değerlendiririm.

K1L bu kazanım sürecinde rasyonel sayılarda çarpma ve bölme işlemleri ile kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemleri arasında bağ kurmuştur. Bu konulardaki geçmiş bilgilerini sorgulamıştır. Her zaman yaptığı gibi yazılı sorular ile değerlendirme yapmıştır.

Araştırmacı: $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: Toplama işleminin kuralını çarpmaya uygulamış. Bunu gidermek için çarpma işleminin tekrar nasıl yapıldığını, kuralını öğretirim. Tekrar anlatırım ve $\sqrt{5}$ ve $\sqrt{5}$ 'in hani ikizi ile çarpılıp kendisi olarak 5 şeklinde çıktığını ya da farklı bir yöntemle de kök içerisinde 5'in karesi oluyor. Kare ile kök sadeleşiyor. 5 olarak çıkıyordu daha sonra katsayılarda çarpılması gerektiğini anlatıyorum. Bu şekilde.

Bu kazanımda K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında olup bu yanlışlığı kuralı hatırlatarak giderme yoluna gitmiştir. Buna karşın öğrencilerdeki bu tarz kavram yanlışlıklarını önceden tahmin etmemiş ve gerekli önlemler almamıştır.

K1L: (Beşinci kazanımla ilgili) Kareköklü sayılarda çarpma bölme işlemini anlattığınız gibi toplama çıkarma işlemi de rasyonel sayılardaki toplama çıkarma işlemleri ile ilişkilendirerek anlatıyorum. Rasyonel sayılarda paydaları eşit olmadan bu işlemleri yapamıyorduk. Aynı mantıkla kareköklü sayılarda kök içleri eşit olmadan toplama çıkarma işlemlerinin yapamayacağımızı anlatıyorum. Kök içlerini soyadı gibi düşünün, soyadları aynı ise toplama çıkarma işlemlerini yapıyoruz farklı ise yapmıyoruz. Çalışma kağıtları ile değerlendirme yapıyorum eksikleri bu şekilde belirliyorum. Bu kazanım bence öğrencilerin en çok yanlışlığı düştikleri kazanım olduğunu düşündüğüm için proje görevi de veriyorum.

K1L kazanımda bir önceki kazanımda olduğu gibi rasyonel sayılardaki işlemlerle bağ kurmuştur. Ayrıca soyadı ile ilişkilendirme yoluna da gitmiştir. Yine aynı şekilde değerlendirme çalışması yapmıştır. Bu kazanımın önemli olduğunu düşünmüş proje görevi de verdiğini söylemiştir.

Araştırmacı: $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: Bu sanırım en çok karıştırılan yani toplama ve çıkarma işleminde normalde kök içerisindeki iki sayıyı çıkarabiliyorlar veya toplayabiliyorlar. Çok fazla kavram yanlışlığı oluyor burada. Bu yüzden bu kazanımı verirken öğrencilerin yapabileceği yanlışları tahtaya yazıyorum. Toplama işleminde hani kuralımız aynı kökler toplanırken kökler aynı olursa eğer katsayılar toplanabiliyor da bu sadece içerdekileri toplamış ve $\sqrt{190}$ cevabını bulmuş. Bunun için ben ilk önce şöyle yapıyorum. Hani 45 ve 125 ve 270'nin asal çarpan algoritması ile yazdırıyorum. Kök içerisinde kalan kalıyor diğeri dışarı çıkıyor. Ondan sonra aynı ise toplatıyorum farklıysa da aynen kalıyor diyerek kuralı hatırlatıyorum.

K1L burada öğrencide ki kavram yanlışlığının farkında ve kuralı hatırlatarak gideriyor. Ayrıca bu kazanımda öğrencilerin zihinlerindeki soruları ve yanlışları tahmin edip, bu süreçte bunları giderme yoluna gittiğini belirtmiştir.

K1L: (Altıncı kazanımla ilgili) Bu kazanıma başlamadan tam kare sayıları hatırlatıyorum. Son olarak çalışma kâğıtları ile değerlendirme yapıyorum.

K1L bu kazanımda öğrencilerin matematiksel geçmişleri ile ilgili bilgilerini tazelemiştir ve çalışma kâğıtları ile değerlendirme yapmıştır. Ayrıca K1L bu kazanımda kareköklü ifadelerdeki çarpma işleminde yapılan yanlışlara burada da rastlanıldığını belirtmiştir.

K1L: (Yedinci kazanımla ilgili) Rasyonel sayılardan ve ondalık gösterimden bahsediyorum ardından kareköklü sayılarda bölme işlemi ile ilişkilendirip örnekler vererek öğretiyorum. Sürekli yaptığım değerlendirme çalışmasını yine yapıyorum bu kazanımda.

Bu kazanımda K1L rasyonel sayılar ve ondalık gösterim konusundaki öğrenci bilgilerini incelemiş, kareköklü ifadelerde bölme işlemi ile bu kazanımı ilişkilendirmiştir.

Araştırmacı: a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz? Sorusuna $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: $\sqrt{32}$ hani tam kare olarak düşünmemiş. O zaman çıkmayacağını düşünmüş yani sadeleştirme işlemi yapmamış. Aslında öncelikle 32 ile 18'in sadeleştirmesini isterdim. 2 ile sadeleşir ve $\frac{16}{9}$ olur zaten o tam kare olduğu için direkt çıkar. Bu şekilde düzeltebiliriz.

Bu kazanımda K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığını, kurala dayalı açıklama yolu ile gidermiştir. Ama öğrencilerdeki kavram yanlışlarını önceden tahmin etmemiştir.

K1L: (Sekizinci kazanımla ilgili) Rasyonel sayıları, tam sayıları ve doğal sayıları bunların hepsini bilmeleri gerekiyor ve bu bilgilerini soru cevaplarla irdeliyorum. Çalışma kâğıtları verip bu sayıları bu şemaların içine doğru bir şekilde yerleştirmelerini istiyorum.

Bu kazanımda K1L sayı kümeleri hakkındaki öğrenci bilgilerini yoklamıştır. Herhangi bir konu ile ilişkilendirmemiştir. Benzer şekilde değerlendirme çalışması yapmıştır.

Araştırmacı: π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır? Sorusuna rasyonel bir sayı cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K1L: π sayısının biz yaklaşık değerini alıyoruz. Ben bununla aslında karşılaştım çocuklar daha çok rasyonel. Hani şeyden dolayı söylediler $\frac{22}{7}$ olduğu için rasyonel olduğunu söylediler. Ama ben onları hani o bir yaklaşık değerdir biz onu işlem kolaylığı olsun diye o şekilde alıyoruz dedim. Bu şekilde düzeltiyorum.

Bu kazanımda K1L öğrencilerdeki kavram yanlışlığını fark etmiş ve bunu açıklama yoluyla giderdiğini söylemiştir. Bu yanlışlığı kazanımın öğretim sürecinde gidermek için herhangi bir önlem almamıştır. Sadece bu kavram yanlışlığını yaşayan öğrencilere gerekli açıklamaları yaparak bu yanlışlığı giderdiğini belirtmiştir. K1L ile yapılan görüşme sonucunda elde edilen bulgular Tablo 16'da ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 16. K1L'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışlıkları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X		X	X	X		X	
Öğrencilerin kavram yanlışlıklarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek					X			
Öğrencilerin soru hazırlaması								
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi								
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi					X			

Tablo 16 incelendiğinde K1L kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin matematiksel geçmişlerine önem vermiştir. Bunun için her kazanımın başında öğrencilerin geçmiş bilgilerini sorgulamış ve gerekli hatırlatmaları yapmıştır. Ayrıca birçok kazanımda öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Öğrencilerin bu konuda yaptıkları kavram yanlışlarından haberdar olmasına rağmen sadece beşinci kazanımda önceden önlem alma yoluna gitmiştir. Bu kazanımların değerlendirme sürecinde ise önceden hazırlamış olduğu çalışma kâğıtları yani yazılı sorular ile değerlendirme

yapmıştır. Yine çok önem verdiği beşinci kazanımda sınıflandırılmış ödevler ile değerlendirme çalışması da yapmıştır.

4.2.2. E2L İle İlgili Bulgular

Aşağıda E2L ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

E2L: (Birinci kazanımla ilgili) İlk önce ön bilgilerini yani bu kazanımı öğrenebilmesi için hazır olması gerekiyor. Hazır bulunuşluğu yani üslü ifadeleri bilip bilmediğini ölçüyorum. İşte üslü ifade köklü ifadenin tersi zaten üslü ile köklü ifade arasındaki ilişkinin üzerinde duruyorum. Bu kazanımdan sonra herhangi bir değerlendirme çalışması yapmıyorum. Ama ben her kazanım sonunda değil de konu bitiminde genel bir değerlendirme yapıyorum. Karekök konusu bittiğinde bütün kazanımları içeren test soruları hazırlamaya çalışıyorum onlarla değerlendiriyorum. Eğer öğrenilmedi ise tekrar dönüp tamamlamaya düzeltmeye öğretmeye çalışıyorum.

E2L bu kazanımda öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bilgilerini sorguluyor ve eksiklerini gideriyor. Ayrıca kareköklü ifadeleri doğrudan üslü ifadelerin tersi olarak söyleyip üslü ifadeler ile kareköklü ifadeler arasında bağ kurmuştur. Her kazanımın sonunda herhangi bir değerlendirme çalışması yapmamıştır. Sadece tüm kazanımlar bittikten sonra genel bir değerlendirme yapmıştır.

Araştırmacı: $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? $\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Bu sayıyı kök dışına çıkartmamış direk kök içerisini tam kare ifade olduğu için yanlışlığı düşmüş. Bunu ilk önce bu sayının kök dışarı çıkarıp yani 3 şeklinde. 3'ün de tam kare ifade olmadığını kendisine buldururum.

Bu kazanımda E2L öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlığının farkındadır. Bu yanlışlığı öğrenciyi yönlendirerek düzeltme yoluna gittiğini söylemiştir. Buna karşın bu kavram yanlışlığını, öğretim sürecinde önceden tahmin etmediğinden, herhangi bir önlem alma gereksinimi duymamıştır.

E2L: (İkinci kazanımla ilgili) Tam sayılarda sıralamayı ve sayıların sayı doğrusunda göstermeyi bilmesi gerekiyor.

E2L bu kazanımda sayı doğrusunda sayıların yerleşimi ve tam sayılarda sıralama konusundaki öğrencilerin geçmiş bilgilerinin önemli olduğunu söylemiş. Bu kazanımı herhangi bir matematik konusu ile ilişkilendirmemiştir.

Araştırmacı: Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur? Sorusuna 3 noktasında olur. Cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Burada öğrenci $\sqrt{1}$ ile $\sqrt{8}$ 'i toplamış. Öğrencinin köklü ifadenin yaklaşık değerini hesaplamada eksikliği var. İşte 8'in $\sqrt{8}$ 'in yaklaşık değerinin 2,7 olduğunu buldurup 1 ile de topladığı zaman 3,7. Yani 3 de 4 arasında olduğunu ona buldururum.

E2L öğrencilerdeki kavram yanlışısını fark etmiş ve bu yanlışığı öğrenciyi yönlendirerek yeniden çözdürerek gidereceğini belirtmiştir. Yine bu kazanımda kavram yanlışısını gidermek için önceden önlem almanın öneminden bahsetmemiştir.

E2L: (Üçüncü kazanımla ilgili) Önceden dediğim gibi köklü ifadeler zaten üslü ifadenin tersi gibi. O üslü ifadelerde eksikliği varsa onu tamamlayıp tam kare ifadeler şeklinde bir sayıyı mesela tam kare ifadeyi üslü ifade şeklinde yazabiliyor mu? Bir de tabii ki bunda bir sayının çarpanlara ayrılması gerekir diyor çarpanlarını ayırabiliyor mu asal çarpanları şeklinde yazabiliyor mu? Bunları ölçüyoruz. Sonra asal çarpanlarına ayırıp üslü ifade şeklinde yazıyoruz. Bu kazanımda daha önce anlattığım şapka hikâyesini burada da kullanıyorum.

E2L öğrencilerin üslü ifadeler ve asal çarpanlar konusunda önbilgileri ile bu kazanımdaki bilgileri arasında bağ kurmuştur.

Araştırmacı: $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? Sorusuna $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışısına sahiptir? Siz bu yanlışığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Direkt 6'yı şapkasız atmış içeriye. Direkt derim eğer benim öğrencimse şapkayı niye unuttun diye. Orada esprili bir şekilde şapkayı al bakalım. Ne oluyor diye hata yaptığını yani kendisine hissettirim. O da büyük bir ihtimalle görecektir. Hatasını doğru cevabı verecektir.

E2L öğrencilerin yaptığı kavram yanlışısının farkında ve bunu benzetme ile öğrencilerini yönlendirerek gidereceğini belirtmiştir. Buna karşın üçüncü kazanımın öğretim sürecinde kavram yanlışları için önlem almamıştır.

E2L: (Dördüncü kazanımla ilgili) Ben öncelikle cebirsel ifadeleri kullanıyorum. Cebirsel ifadelerle çarpma işlemi yaptırıyorum. Katsayılar çarpma işlemi yaparken katsayılar katsayı ile çarpılır. Bilinmeyen de bilinmeyen çarpılır diyorduk bu kuralı hatırlatıyorum. Daha cebirsel ifade ile kareköklü sayılardaki çarpma kuralını ilişkilendiriyorum.

E2L burada cebirsel ifadelerle kareköklü ifadelerde çarpma işlemi arasında bağ kurmuştur. Böylelikle önceki bilgilerle yeni bilgileri arasında ilişki kurarak kazanımı öğretmiştir.

Araştırmacı: $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışısına sahiptir? Siz bu yanlışığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Şimdi bu öğrenci çarpma ile toplama işlemini karıştırıyor. Çünkü kökün içerişi, toplama ve çıkarmada ortak kök olarak yazıldığı için sadece bu kat sayıyı çarpıyor. Burada kavram yanlışısı çarpma ile toplama ve çıkarma işlemini karıştırmış öğrenciler.

Araştırmacı: Bunu gidermek için neler yapılabilir?

E2L: Burada kuralı hatırlatırım kendine sorunu kendine anlatırım. Burada toplama ile karıştırdığımı belirtirim bak çarpmada ne yapıyorduk. İşte köklü ifade ayrı çarpılıyor önündeki katsayı ayrı çarpılıyor şeklinde hatırlatırım öğrenciye. O da yapar büyük bir ihtimalle.

E2L bu kazanımda öğrencilerdeki kavram yanlışısını, kuralı tekrardan hatırlatarak gidereceğini belirtmiştir. Diğer kazanımlarda olduğu gibi bu kazanımın öğretim sürecinde öğrencilerin zihinlerindeki soru ve yanlışları tahmin etmediğinden önlem almamıştır.

E2L: (Beşinci kazanımla ilgili) Burada önce öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki toplama çıkarma işlemlerine ait geçmiş bilgilerini soru cevap yöntemiyle yokluyorum. Toplama çıkarma işlemi cebirsel ifadelerde kastım farklı kökleri farklı şekillere benzetiyorum mesela $\sqrt{2}$ 'yi üçgene $\sqrt{5}$ 'i kareye benzeterek benzer terimler toplanırdan yola çıkarak öndeki katsayılar toplayarak sonra ilk başta hangi ifade hangi ifadeye seçtiysek yerini yazıp gösteriyoruz. Bu şekilde kalıcı olduğuna inanıyorum yani sonuçta somutlaştırıyorum.

E2L kareköklü ifadelerde toplama çıkarma işlemini cebirsel ifadelerdeki toplama çıkarma işlemi ile ilişkilendirmiştir. Böylece öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Ayrıca öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki geçmiş bilgilerini beşinci kazanıma başlamadan sorularla yoklamıştır.

Araştırmacı: $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışısına sahiptir? Siz bu yanlışığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Öğrenci burada direkt toplama işlemi yapmış. Normalde köklü ifadelerde toplama kökünün içerisinde kökün altında toplanmaz. Onları $a\sqrt{b}$ şeklinde yazması gerekiyor. Burada da yine karıştırmış çarpma ile karıştırmış. Çarpma işlemi kök içerisinde direkt yapılabilirdi. Köklü ifadelerde çarpma işleminde karıştırdığımı söylemiştik. Burada toplama işlemi yapmış çarpma ile karıştırmış aslında burada kavram yanlışısı çarpma işlemi. Çünkü ama toplama yapmış. Ayriyeten içeride tamamen köklü ifadelerde direkt kökler toplanamıyordu. Aynı köke sahip katsayılar toplanıyordu. Burada böyle bir yanlışığı düşmüş. Bu ifadelerin $a\sqrt{b}$ şeklinde yazıp kökü aynı köke sahip mi onu görmesini sağlarım. Aynı köke sahip olan ifadelerinde katsayıların toplatırım yani toplaması gerektiğini söylerim.

E2L öğrencilerin yaptığı kavram yanlışısının farkındadır. Bu kavram yanlışısını öğrenciye kuralı söyleyerek ve ona buldurarak giderme yolunu seçmiştir. Ama kazanımın öğretim sürecinde öğrencilerin yapabileceği hata ve yanlışları tahmin edip giderme yoluna gitmemiştir.

E2L: (Altıncı kazanımla ilgili) Bu kazanımı köklü ifadelerde çarpma işlemi ve üslü ifadeler ile ilişkilendiriyorum. Yine bunları kısa bir şekilde hatırlatıyorum.

E2L bu kazanımın öğretim sürecinde öğrencilerin geçmiş bilgilerini hatırlatmış ve altıncı kazanımı kareköklü ifadelerde çarpma işlemi ve üslü ifadeler ile ilişkilendirmiştir. Ayrıca bu kazanımda öğrencilerin kareköklü ifadelerde çarpma işlemindeki yanlışların bu kazanımda da karşılaşıldığının farkındadır.

E2L: (Yedinci kazanımla ilgili) Ondalıklı ifadelerin karekökleri verilen ifadeleri her zaman rasyonel olarak yazıp, ondan sonra işlem yapıyorum. Rasyonel ifadeleri bilmesi gerekiyor. İlk önce ondalık sayıları rasyonel ifadeye nasıl çevrilir? Önbilgi olarak onu ölçüyorum eksik varsa onu tamamliyorum. Sonra kareköklü sayılarda bölme işlemi ile ilişkilendiriyorum.

Bu kazanımda E2L öğrencilerin rasyonel sayılar ve ondalık gösterime ait geçmiş bilgilerini ölçmüştür. Sonra bu kazanımı bölme işlemi ile ilişkilendirmiştir.

Araştırmacı: a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz? Sorusuna $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Burada öğrenci sadeleştirmeyi göz ardı etmiş direkt b şikkına atlamış. Burada sadeleştirme yapıp $\frac{16}{9}$ şeklinde yazıp kök dışına çıkarılabileceğini gösteririm. Tekrardan bakmasını sağlarım ve doğru cevabı kendisine buldurmaya çalışırım.

E2L, öğrencilerin düşmüş olduğu kavram yanlışlığının farkında ve bu yanlışlığı öğrencilere fark ettirip kendilerinin doğru cevabı bulmalarını sağlamıştır.

E2L: (Sekizinci kazanımla ilgili)...Öğrencilerin rasyonel sayılar, tam sayılar ve doğal sayılar ile ilgili bilgilerini inceliyorum. Varsa eksikliklerinin gideriyorum.

Bu kazanımda E2L, öğrencilerin matematiksel geçmişlerinin incelemiştir. Bu kazanımı herhangi bir konuyla doğrudan bir bağ kurmamıştır.

Araştırmacı: π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır? Sorusuna rasyonel bir sayı cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E2L: Öğrenciler yaklaşık değerini düşünerek rasyonel sayı olduğunu söylemişlerdir. Bunu gidermek için, bu zaten kabul görmüş bir sayı virgülden sonra sonsuza kadar gittiği söylerim. Sonsuza kadar düzensiz gittiğini söyleyerek yanlışını bu şekilde düzeltirim.

Bu kazanımla ilgi kavram yanlışlığında E2L, öğrencilerin kavram yanlışlığını kabul görmüş bir sayı ve sonsuz kadar düzensiz giden bir sayı ile doğrudan ezbere bir bilgi ile düzeltme yoluna gideceğini söylemiştir. E2L ile yapılan görüşme sonucunda elde edilen bulgular Tablo17’de ayrıntılı olarak verilmiştir. Tablo 17 incelendiğinde E2L kazanıma başlamadan önce öğrencilerin matematiksel geçmişlerini sorgulamıştır. 2, 6 ve 8.

kazanım dışındaki kazanımlarda öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlarının farkında olmasına rağmen bu yanlışları ve öğrencilerin zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmemiş ve bu duruma uygun bir öğretim yapmamıştır. Her bir kazanım bittikten sonra herhangi bir değerlendirme çalışması yapmamıştır. Bunun yerine konu bittiğinde test şeklinde genel bir değerlendirme çalışması yaptığını söylemiştir. Ayrıca bu kazanımların öğretim sürecinde sınıf içi tartışmalar ya da sınıflandırılmış ödevler ile öğrencilerin değerlendirmesine yönelik herhangi bir çalışma da yapmamıştır.

Tablo 17. E2L 'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X		X	X	X		X	
Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek								
Öğrencilerin soru hazırlaması								
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi								
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi								
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi								

4.2.3. K3YL İle İlgili Bulgular

Aşağıda K3YL ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

K3YL: (Birinci kazanımla ilgili) Bu kazanıma başlamadan önce öğrencilerden öncelikli alan konusundaki ve üslü sayılarla ilgili bilgilerini yokluyorum. Çünkü bu özellikle benim alanla ilişkilendirdiğim bir konu. Karenin ve dikdörtgenin alanı ve üslü sayılar. Üslü sayıların yani kareleri nasıl hesaplandı tekrarlı çarpım. Üslü sayılarla kareköklü sayılar arasındaki ilişkiyi aslında birbirinin tersi olan bir ilişki olduğunu onların görmesini sağlıyorum.

Araştırmacı: Peki yine bu kazanımla ilgili öğretim sürecinde ya da kazanım bittikten sonra değerlendirme çalışmaları yapıyor musunuz?

K3YL: Sadece bu kazanıma özgü değil tüm kazanımlarda mutlaka benim sorum uygulaması yapıyorum öğrencilere. Hadi şimdi kendi probleminizi oluşturun diyorum. Bunların içerisinde en beğendiğim birkaç tanesini öğrencilerle paylaşıyoruz. Hep beraber ve bunları özellikle işte Ayşe'nin sorusu Ali'nin sorusu şeklinde not etmelerini istiyorum. Bu soruların nasıl daha farklı yazılabileceğini nasıl daha farklı şekilde karşımıza çıkabileceğini ya da siz olsaydınız Ayşe'nin sorusunu nasıl sorardınız şeklinde sorularla ve tartışma ortamı oluşturup, öğrencileri bu şekilde yönlendirerek konuyu daha derinlemesine anlayabilmelerini, kavrayabilmelerini ve analiz edebilmelerini amaçlıyorum. Sonra bu soruları birlikte çözüyoruz. Aynı şekilde yazılı soruları onlara

yönetiyorum ve öğrencileri grupları ayırıyorum. Bu da çok iyi bir çalışma oluyor çok verimli bir çalışma oluyor gruplara bölüyoruz ve birbirlerine çeşitli sorular yöneltilmelerini istiyoruz düellolar yapıyoruz. Mesela işte çok hızlı şekilde büyük sayıların karekök bulunabilmesi için düellolar yaptırıyorum işte $\sqrt{121}$ 'in karekökü kaçtır bir arkadaşını $\sqrt{144}$ kaçtır bunların cevaplarını veriyorlar. Cevap verirse devam eder. Cevap veremezse yanar aynen bu şekilde oyunlarla öğrenciyi derse çekmeye çalışıyorum.

K3YL bu kazanımda öğrencilerin üslü ifadeler, kare ve dikdörtgenin alanı ile ilgili geçmiş bilgilerini yoklamıştır. Üslü sayılar ve alan kavramıyla ilgili önbilgileri ile karekök kavramı arasında bağ kurmuştur. Ayrıca değerlendirme sürecinde tüm kazanımlarda öğrencilerin soru yazmasına büyük önem vermiş, sınıf içi tartışmalar ve yazılı sorular ile öğrencileri değerlendirdiğini söylemiştir.

Araştırmacı: $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Sorusuna $\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Öğrenci tam kare sayıyı karekök ile beraber düşünmemeli tam kare sayı başlı başına bir sayıdır bunu karekökten bağımsız düşünmelidir burada olduğu gibi öğrenci 9'un karekökü ile beraber tam kare gibi düşünmüş ve hata yapmış. Halbuki $\sqrt{9}$ eşittir 3'tür 3'te tam kare bir sayı değildir. Çok hata yapılan noktalardan bir tanesi olduğu için ben kazanım sürecinde öğrencilerimi bununla karşı karşıya bırakıyorum. Mesela $\sqrt{9}$ tam kare bir sayı mıdır? Bir grup olduğunu diğer grup olmadığını söylüyor. Böylelikle sınıfta tartışma ortamı oluşturuyorum. Sonunda olmadığına herkes ikna olarak tartışma ortamını sonlandırıyoruz.

Bu kazanımla ilgili K3YL öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve öğrencilerdeki bu yanlış ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmiştir. Bunun için sınıf içi tartışma ortamı oluşturmuştur. Böylelikle kavram yanlışlığına zamanında müdahale etmiştir.

K3YL: (İkinci kazanımla ilgili) Tam sayıların sayı doğrusunda yerleşimini öğrencilerin bilip bilmediğini sorguluyorum. Sonra ilk kazanımın devamı olduğu için zorlanmıyorlar. Daha önce dediğim gibi benim sorum uygulaması ile öğrenciler soru hazırlıyorlar. Tartışarak bu soruları hem geliştiriyoruz hem de çözüyoruz.

K3YL, öğrencilerin önbilgilerini yoklayarak kazanıma başlamıştır. Bu kazanımı herhangi bir konu ile ilişkilendirmemiştir. Birinci kazanımda bahsettiği anlamlı değerlendirme yöntemlerini yine kullanmıştır.

Araştırmacı: Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur? Sorusuna 3 noktasında olur. Cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Evet, burada da öğrenciler 3 cevabını vermişler. Burada muhtemelen $\sqrt{8}$ 'e de hani $\sqrt{1}$ gibi düşünmüş olabilir ekleriz ve bu şekilde toplarız. Böyle bir kavram yanlışlığı yaşamış olabilirler. Direkt 8'le 1'i toplamış olabilirler. $\sqrt{9}$ 'dan 3'ü bulmuş olabilirler yine

burada yapılması gereken 1'e $\sqrt{8}$ 'i eklemek yani bir doğal sayıyla kareköklü bir sayının toplamını yeterince iyi anlamamış ve $\sqrt{8}$ 'in yaklaşık değerinin hesaplanmasında yani tahmin stratejisinde eksiklikleri var demektir. Bence öğrencilerdeki kavram yanlışlarını gidermenin en güzel yolu zamanında yani öğretim sürecinde öğrenciyi kavram yanlışlarıyla karşı karşıya bırakmaktır. Ben de bunu yapıyorum. Kareköklü sayılardaki kavram yanlışlarını gidermek için bu kazanımların öğretim sürecinde tahtayı ikiye bölüyorum. Bir tarafa kavram yanlışsı içeren cevap diğer tarafına da doğru çözümü yazıyorum. Öğrencilerimle tartışıyorum. Onlara sizce hangisi doğru diyorum. Herkes fikrini söylüyor. Sonunda her öğrenci ikna olduğunda tartışmayı sonuca bağlıyorum.

K3YL öğrencilerdeki kavram yanlışsının farkındadır. Bu yanlışlığı öğrencilerine öğretim sürecinde karşılarını çıkartıp, onların yaşamalarını sağladığını söylemiştir. Bunu da sınıfta tartışma ortamı oluşturup her öğrencinin fikrini söylemesini sağlamıştır. Böylece öğrencilerin hatalarını önceden tahmin edip giderme yoluna gitmiştir.

K3YL: (Üçüncü kazanımla ilgili) Asal sayıları, tam kare sayıları yine algoritma yeri geldiğinde kullanacak. Eğer asal ve tam kare şeklinde bulamadıysa algoritmayı mutlaka çarpanlara ayırma konusuna hâkim olması gerekiyor öğrencinin. Bu yüzden bu bilgilerini hızlıca gözden geçiriyorum. Bu kazanımda çarpanlara ayırma, üslü sayılar ve bölme algoritması ile bu kazanımı ilişkilendiriyorum. Bu yüzden mümkün olduğunca öğrencilerin eski bilgileri ile yeni bilgilerini hep ilişkilendirme yoluna gidiyorum. Öğrencilerin hayal güçlerini, ona da çok önem veriyorum. Daha önce anlattığım gibi öğrencilere soruyorum yine sizin sorunuz çözelim hadi siz bir soru oluşturun bu şekilde onların sorularını tartışıyoruz ve sonra soruları çözüyoruz.

K3YL öğrencilerin asal sayılar, tam kare sayılar ve bölme algoritmasını bilmesi gerektiğinden bahsetmiş ve bu bilgilerini ölçmüştür. Bu bilgileri ile üçüncü kazanımı ilişkilendirmiştir. Öğrencilere soru yazdırıp bu soruları öğrencilere çözdürerek değerlendirme yapmıştır.

Araştırmacı: $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? Sorusuna $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışsına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Evet burada da yine $\sqrt{6}$ ile 2'yi çarpmış ama aslında $6\sqrt{2}$ 'nin yanındaymış ve kök dışına çıkmış bir sayı. Bu karekökün içerisine girmesi için tekrar o 2. kuvvetini geri alması gerekir ve 2 ile çarpılması gereken 6'nın ikinci kuvvetidir. Öğrenci bunu gözden kaçırmış direkt 6 ile 2'yi çarpmış 12 bulmuş. Bunu giderirken bu kazanımın öğretim sürecinde yazılabilecek tüm farklı cevapları tahtaya yazıyorum. Bu cevapları sınıfta konuşarak hangisinin doğru olduğuna öğrencilerin karar vermesini bekliyorum. Herkes ikna olduğunda öğrencilerim artık bu tarz yanlışları yapmadıklarına şahit oluyorum.

K3YL öğrencilerdeki kavram yanlışsının farkındadır. Bu yanlışlığı öğrencilerin verebileceği cevaplar üzerinden tartışma yoluna giderek kazanım sürecinde bu yanlışları giderdiğini söylemiştir.

K3YL: (Dördüncü kazanımla ilgili) Alan konusundaki bilgilerini yokladıktan sonra alan ile ilişkilendirme yoluna gidiyorum. Ben burada mesela dikdörtgenin alanı ya da karenin alanını hesaplamalarını istiyorum. Kenar uzunlukları verilen dikdörtgen alanı

hesaplamalarını istiyorum. $2\sqrt{5}$ ile $4\sqrt{7}$ gibi kenar uzunlukları olan dikdörtgenin alanını hesaplamalarını istiyorum. Dediğim gibi yine öğrenciler soru yazıp, sonra tartışıp bu soruları çözüyoruz.

K3YL, öğrencilerin alan konusundaki geçmiş bilgilerini yokladıktan sonra bu bilgiler ile dördüncü kazanım olan kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemleri arasında bağ kurmuştur. Daha önce detaylı bir şekilde anlattığı değerlendirme yöntemini yine uygulamıştır.

Araştırmacı: $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Öğrenci burada 3 ve 2'nin çarpması gerektiğini biliyor. Ama $\sqrt{5}$ ve $\sqrt{5}$ 'i toplama gibi düşünmüş sanki $\sqrt{5}$ ve $\sqrt{5}$ 'i çarpması gerektiğini unutmuş ya da bunu tamamen yanlış bir şekilde öğrenmiş. Bu yanlışlığı da ben kazanım sürecinde gideriyorum. Tüm olası farklı cevapları ve çözümleri tahtaya yazıp, hangisinin doğru olduğunu tartışarak buluyoruz.

Bu kazanımda K3YL öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve bu yanlışlığı öğrencilerin zihinlerindeki sorulardan ve cevaplardan tahmin yoluyla bunları tahtaya yazıp hangisinin doğru olduğunu tartışarak bulmalarını sağlamıştır.

K3YL: (Beşinci kazanımla ilgili) Cebirsel ifadelerle alakalı kazanımlarını bir yokluyorum öğrencilerin. Ben bunu burada cebirsel ifadelerden yararlanıyorum. Cebirsel ifadelerde toplama konusuyla içindeki aynı olan sayıları benzer terimler gibi düşünmelerini istiyorum. Bu kazanımı cebirsel ifadelerde toplama çıkarma işlemi ile ilişkilendiriyorum. Yani cebirsel ifadelerdeki bilgilerinden yola çıkarak bu kazanımı veriyorum. Değerlendirme sürecinde her zaman yaptığım gibi benim sorum uygulaması var.

K3YL bu kazanıma başlamadan önce öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki toplama çıkarma bilgilerini ölçmüştür. Daha sonra kazanımı cebirsel ifadelerdeki öğrencilerin önbilgileri ile bağ kurmuştur. Değerlendirme sürecinde daha önceki kazanımlarda yaptığı uygulamaları yine yapmıştır.

Araştırmacı: $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Öğrenci yine toplama işlemi karekök içerisindeki bütün sayıları toplamış ve 190 elde etmiş. Burada öncelikle bu toplama işlemini yapabilmesi için cebirsel ifadede ki benzer terim mantığının kullanılması gerekmektedir. Bu kavram yanlışlığı en çok karşılaştığım yanlış olduğundan derste bu tipte bir soru yazıyorum. Öğrenci yapabileceği tüm yanlışları tahtaya yazıp sizce hangi çözüm doğru? şeklinde tartışma ortamı oluşturarak öğrencilerin fikirlerini alıyorum. Sonunda doğru cevaptan herkes emin olduğunda bu kazanımı bitiriyoruz. Ayrıca şunu da yapıyorum mesela bu soru için $\sqrt{45}$, $\sqrt{125}$ ve $\sqrt{20}$ sayılardan teker teker ayrı ayrı çıkaralım. Bakalım sizin sonucunuz da ayrı

ayrı elde ederek topladığımız sonuç aynı mı bir görelim şeklinde yönlendirerek öğrencilere doğru sonucu ulaştırmak gerekir.

K3YL öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlığının farkında ve kazanım sürecinde gerekli önlemleri almıştır. Yani zamanında müdahale ederek öğrencilerinde kavram yanlışlığı oluşmasına engel olmuştur.

K3YL: (Altıncı kazanımla ilgili) Bu kazanımı doğrudan kareköklü sayılarda çarpma işlemi ile ilişkilendiriyorum. Bu bilgilerini tekrar hatırlatıyorum. Sonrasında herkes kendi sorusunu yazıyor, bu soruları zenginleştiriyoruz ve çözüyoruz. Bu kazanımda benim öğrenciler çarpma işlemine hâkim oldukları için burada kavram yanlışlığına pek rastlamadım.

K3YL bu kazanımda öğrencilerin dördüncü kazanımdaki bilgilerini hatırlatıp, bu bilgiler ile altıncı kazanımdaki yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Ayrıca her zaman yaptığı öğrencilerin soru hazırlaması, tartışmalar ve yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi çalışmalarını bu kazanımda da yaptığını söylemiştir. Çarpma işlemindeki kavram yanlışlıklarını giderdiğini düşündüğü için bu kazanımda kavram yanlışlığı ile karşılaşmadığını söylemiştir.

K3YL: (Yedinci kazanımla ilgili) Rasyonel sayılar ve ondalık gösterim konusundaki ön bilgilerini yokluyorum. Sadeleştirme ve genişletme ile ilgili hatırlatmalarda bulunuyorum. Daha sonra kareköklü sayılar konusundaki bölme işlemi bu kazanımı ilişkilendiriyorum. Sonra benim sorum uygulamasına geçiyorum.

Bu kazanımda K3YL rasyonel sayılar ve ondalık gösterim konusundaki öğrenci bilgilerini yoklamış ve kareköklü ifadelerde bölme işlemi ile bu kazanım arasında bağ kurmuştur. Kazanım bittikten sonra benim sorum uygulaması ile değerlendirme çalışmaları yapmıştır.

Araştırmacı: a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz? Sorusuna $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Bir kere burada öğrenci sadeleştirmeye gitmemiş. Burada sadeleştirilebilir şayet çok basit bir sadeleştirme $\frac{16}{9} \cdot \frac{16}{9}$ karekök dışına çıkabilir ve dolayısı ile $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılmış olan bir sayı olur. Burada ben yine kazanım sürecinde önceden önlem alıp öğrencileri bu yanlışlığı ile karşı karşıya getiriyorum. Ona bunu daha önceden yaşattığım için benim öğrenciler bu tarz yanlışlığı yapmamaktadırlar. Bu şekilde düzeltme yoluna gidiyorum.

K3YL öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve bunu öğretim sürecinde önlem olarak giderme yoluna gittiğini söylemiştir.

K3YL: (Sekizinci kazanımla ilgili) Öncelikle hangi sayıları biliyorsunuz? sorusu ile öğrencilerin önbilgilerini ölçüyorum. Bunu sayı kümeleri ile ilişkilendiriyorum sayı kümelerini tekrar hatırlatıyorum. Bunların birbirinin tamamlayıcısı olduğunu belirtiyorum. Sayı kümeleriyle ilişkilendiriyorum. Benim sorum uygulamasına geçiyorum.

K3YL öğrencilerin sayı kümeleri hakkında bildiklerini ölçmüş ve bu bilgileri ile sekizinci kazanımı ilişkilendirmiştir. Ayrıca tüm kazanımlarda yaptığı değerlendirme çalışmalarını yine bu kazanımda uygulamıştır.

Araştırmacı: π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır? Sorusuna rasyonel bir sayı cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

K3YL: Burada öğrenciler π sayısının yaklaşık değerini sanki gerçek değeri gibi düşünmüş o yüzden bu yanlışlığa düşmüşler. Bu kazanımda ben bu yanlış ile ilgili kısa videolar var onları izlettiriyorum. Çocukların ilgisini çekiyor. Gerekli yerde durdurup açıklamalar yapıyorum.

K3YL bu kazanımda öğrencilerdeki kavram yanlışlığını fark etmiş ve bunu önceden tahmin etmiştir. Bunu gidermek için videolar ve açıklamalar ile zamanında müdahale etmiştir. K3YL ile yapılan görüşme sonucunda elde edilen bulgular Tablo 18’de verilmiştir.

Tablo 18. K3YL ’nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışlıkları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X		X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışlıklarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin soru hazırlaması	X	X	X	X	X	X	X	X
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi								

Tablo 18 incelendiğinde K3YL, kareköklü ifadeler konusundaki kazanımlarda öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelemiş, varsa eksiklerini gidermiştir. Bu sayede ikinci kazanım dışındaki tüm kazanımlarda öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuş ve buna çok önem verdiğini söylemiştir. Bütün

kazanımlarda öğrencilerin yapmış olduğu kavram yanlışlarının farkında olup, bu yanlışları öğretim sürecinde zamanında müdahale etmiştir. Böylelikle öğrencilerin zihinlerindeki yanlışları önceden tahmin edip, önlem aldığı için öğrencilerinde kavram yanlışlarının oluşmadığını belirtmiştir. Ayrıca her kazanım sonunda öğrencilerin soru hazırlamasını istemiştir. Sınıf içi tartışmalara çok önem vermiş olup yazılı sorular ile de öğrencilerini değerlendirmiştir.

4.2.4. E4YL İle İlgili Bulgular

Aşağıda E4YL ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

E4YL: (Birinci kazanımla ilgili) En azından çocuk kareyi bilmek zorunda yani bir pozitif tam sayının karesinin kendisi ile çarpımı olduğunu bilmesi gerekiyor. Karenin alanını da bilmesi gerekiyor işte karenin alanının bir kenarın kendisi ile çarpımı ya da işte bir kenarın karesi şeklinde olduğunu bilmesi gerekiyor. Bu bilgilerini yokluyorum. Çizim yapıyoruz kare olduğu için ama daha çok çocukları içine katıp çocukların olayı yönlendirmesini bekleyip çocuklardan gelen dönütlere göre yani mesela bir kare havuz yapacam. Yüzey alanı 100 olsun istiyorum çocuk mesela orda 10 dediğinde işte nasıl buldun çocuğu tahtaya kaldırıyorum bir havuz çiziyor hocam bu bir kare diyor gösterim bu şekilde gidiyor. Gerek bu kazanım gerekse de diğer kazanımların öğretim sürecinde hemen ben ön plana çıkıp hadi şu şöyle olacak, kuralı şöyle gibi yapmam. Öncesinde bir tartışıp sohbet edip konunun özünü verdikten sonra grubun şekillendirmesine ve benim sorularla yönlendirmeme göre dersleri işliyoruz. Ayrıca her bir kazanımdan sonra 2-3 tane dersin sonunda soru yazarım sorular işte artılık filan gibi çocukları ödüllendirerek o şekilde kendi sorularımı kullanırım. Yani kısaca her kazanımdan sonra quiz yaparım genel olarak klasik tarzda yaparım. Rutin olmayan problemler olur. Çocuk kendinden bir şey katmalı. Test sorularını kullanmıyorum. Test kullanmama sebebim çocukları klasik sorularla daha rahat tanıdığımı düşündüğüm için çocuğun çözüm yolu gidiş yolu ne yaptı. Yani test neticede 4 seçenekten birini çocuğa seçtirdiğimiz için rastgele ya da hissel ya da birinden görüp işaretleme şansı yüksek ama dediğin gibi bir de yani işaretlediği şeyi ne düşünerek işaretlediğini bilmemiz görmemiz de zor. Ama klasik olduğu zaman genelde öğrencilerime ben nasıl puanladığımı da yaparım. Tüm farklı olasılıkları çözümleri çıkartırım. Ama bazen çocuk senin düşündüğünün dışında daha farklı çözüm de yapabiliyor. Ama çocuğun düşüncesinin doğru olduğunu anladığım zaman onu da tam puanlıyorum.

E4YL ilk kazanımda öğrencilerin üslü ifadeler ve karenin alanı konusundaki bilgilerini inceliyor. Daha sonra bu ön bilgileri ile birinci kazanım arasında bağ kurmuştur. Tartışma ortamı oluşturduğunu ve her kazanım sonunda öğrencilerini kendi hazırladığı rutin olmayan problemlerle değerlendirdiğini belirtmiştir.

Araştırmacı: $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Sorusuna $\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler nasıl bir kavram yanlışına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: $\sqrt{9}$ sayısı tam kare sayı değildir. Çocuk burada $\sqrt{9}$ 'u değil sadece 9'u düşünüyor. Şöyle bir şey ta ilk başta tam kare olan sayılar vardı ya o etkinlikte. Mesela işte tam kare sayıları öğretiyoruz. Tamam, güzel ondan sonra köklü sayılar çocukların öğrettikten sonra bu uygulamaları yaparken çocuklara aşağıdakilerden hangisi bir tam kare sayıdır? 81, 30,

49, 36 bu örneği yaparken birde şöyle yap mesela 100 ve $\sqrt{100}$ hangisi tam kare? 100 tam kare ama $\sqrt{100}$ dediğin 10. Aslında bence tüm kavram yanlışları öğretmenden kaynaklanıyor. Bence iyi bir öğretmen çocuğun ilerde yaşayabileceği kavram yanlışlarını tahmin edip onu çocuk yaşamadan sınıfta yaşatırsa ya da canlandırırsa o olayı azalacaktır. Yani tamamen sıfıra elbette inmeyecektir ama her çocuk için azalacaktır. Bu dediğim gibi çocuğa sen tutup hiç hangisi tam kare dediğinde hep tam kare olan sayılar sorup hiçbir tane köklü sormasan çocuk haklıdır. Yani çocuk kavram yanlışısı yaşamakta haklıdır bence. Aynı konuları anlattığımız için hangi konuda nasıl bir soru gelebileceğini nasıl bir yanlışya düşebileceklerini çocuğun iyi bir öğretmen önceden tespit etmiş olması lazım. Zaten, sen tespit edipte konuları anlatırken dediğim gibi yani çocuklara hemen kavram yanlışısına düşebileceği soruları sen yaşatıp sen onları yanlışla ama hemen anında müdahale edip bunun işte aradaki farkını niye karıştırılabileceğini göstermesi öğretmesi önemlidir. Bu yanlışlar dediğim gibi öğretmenle ilişkilidir. Öğretmen bunla ilgili örnek çözdüyse ve sınıfa bunu vurgulanırsa hiçbir öğrenci yaşamaz ama bunu öğretmen hiç çözmeden hiç örneğini vermeden geçtiyse çok çocuk yaşayabilir. Bu yüzden her kazanımda öğrencilerin yaşayabileceği her yanlışla öğrenciyi karşı karşıya bırakıyorum. Sonra tartışma ortamı ve yönlendirmeye kavram yanlışısına müdahale ediyorum.

Bu kazanımla ilgili E4YL öğrencilerdeki kavram yanlışısının farkındadır. Bu yanlışların öğretmen kaynaklı olduğunu düşünmektedir. Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları önceden bildiğini, bu yanlışlarla öğrencileri karşı karşıya bıraktığını ve daha sonra zamanında müdahale ederek bunları giderdiğini söylemiştir.

E4YL: (İkinci kazanımla ilgili) Karenin alanı ile ilgili önbilgilerini yokluyorum. Karenin alanı ve sayı doğrusuyla ilişkilendiriyorum. Değerlendirme çalışması olarak yukarıda açıkladığım gibi rutin olmayan problemler kullanıyorum. Ayrıca hangi sayının karesi 2 eder? Mesela çocukları düşündürmek anlamında bunu ödevlendirip bir gece düşünmelerini de konu öncesinde veriyorum. Yani işte çocuklar evde gidip her türlü hesap makinesini kullanın her türlü yardımı alın neyin karesi 2 yapar? sorusunun cevabını bulun getirin ya da 5 yapar 50 yapar gibi.

E4YL öğrencilerin karenin alanı ile ilgili önbilgilerini yokladıktan sonra ikinci kazanımı karenin alanı ile ilişkilendirmiştir. Daha önceki kazanımda bahsettiği gibi rutin olmayan problemlerle öğrencileri değerlendirmiştir. Ayrıca öğrencileri önceden ödevlendirme yoluyla değerlendirme çalışması da yapmıştır.

Araştırmacı: Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur? Sorusuna 3 noktasında olur. Cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışına sahiptir? Siz bu yanlışla gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: Bu aslında soru olarak güzel bir soru kareköklü sayılarda tahmin stratejisini kullanmak için güzel bir soru. Burada aslında çocuk bir noktasında olan bir çekirgenin $\sqrt{8}$ birim gitmek diyince 1 ile $\sqrt{8}$ 'i toplayıp yani onu da 1'i kök içerisine alsan da yine $\sqrt{1}$ edeceğini belki düşünüp 1 ile $\sqrt{8}$ 'i toplayıp $\sqrt{9}$ gibi düşünüyor. Ama 1'e $\sqrt{8}$ ekleme işleminin toplamsal anlamda yapılamayacağını yani inekle elma gibi oldu. 1 artı $\sqrt{8}$ işleminin yapılamayacağını yani burada kalacağını ama bunu tahmin edebileceğimizi $\sqrt{8}$ 'in yaklaşık değerinin $\sqrt{9}$ 'a çok yakın 3'e çok yakın bir sayı 2,8 ve 1+2,8 3,8 ve 3 ile 4 arasında olduğu 4'e daha yakın olduğu gibi bir tahminde bulunması gerekir. Bu yanlışları birinci kazanımda bahsettiğim şekilde bu tarz yanlışları kazanım sürecinde öğrencilerime yaşıyorum ve tartışarak anında giderme yoluna gidiyorum.

Bu kazanımda E4YL öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve öğretim sürecinde öğrencileri bu tipteki yanlışlıklarla karşılaştırarak giderdiğini söylemiştir.

E4YL: (Üçüncü kazanımla ilgili) Öğrencilerin çarpanlar ve katlar ile bölme algoritması konularındaki bilgilerini irdeliyorum. Daha sonra kareköklü ifadelerdeki çarpma işlemi kazanımını bu kazanımdan önce kısa bir şekilde veriyorum. Böylece bu bilgilerle üçüncü kazanım arasında bir köprü kurarak kazanımın mantığını öğrencilerime veriyorum. Daha sonra aynı şekilde problemlerle değerlendirme yapıyorum.

E4YL bu süreçte öğrencilerin önbilgilerini belirleyip eksikliklerini giderdikten sonra, dördüncü sırada verilen kazanımı bu kazanımdan önce vermiştir. Daha sonra bu önbilgiler ile üçüncü kazanım arasında bağ kurmuştur. Son olarak kazanım bittikten sonra rutin olmayan problemler ile öğrencilerini değerlendirmiştir.

Araştırmacı: $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? Sorusuna $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: Çocuğun hatası direk çarpıyor aslında karesinin alınması gerek. Yani 6'nın karesini alıp sonra 2 ile çarpması gerekiyor. Tuzak var bu soru mesela $6\sqrt{5}$ olsa aynı çocuk için diyelim burada kavram yanlışlığı olan bir çocuk olduğunu düşünelim. Bence $6\sqrt{5}$ 'te. Bu kadar yanılmayacaktır $6\sqrt{2}$ 'de yanılmasının sebebi. Bence biraz şöyle 6'nın karesi alınacak. Hem bir karekök var. Hem de içeride iki var. Yani aslında 3 tane iki bir araya geldiğinde çocuklar biraz daha zorlanıyor. Bu dediğim $6\sqrt{5}$ ya da $3\sqrt{7}$ gibi olsaydı biraz daha belki içeri alma şansları ama burada 3 ile 7'yi çarpar mıydı çarpabilirdi. Yine aynı şekilde gideriyorum. Yani kazanımı işlerken kavram yanlışlığını yaşatıp, tartışarak gideriyorum.

Bu kazanımda E4YL öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlığını fark etmiş, önceden tahmin yoluyla kazanım sürecinde, öğrencilerini bu tarzdaki kavram yanlışlıklarıyla karşılaştırıp, giderme yoluna gittiğini söylemiştir.

E4YL: (Dördüncü kazanımla ilgili) Cebirsel ifadelerden ve bir önceki kazanım üzerinden yola çıkarak öğretiyorum. Bu bilgileri ile ilgili varsa eksiklerini gideriyorum. Değerlendirme çalışması olarak dediğim gibi rutin olmayan problemler ve sınıf içi tartışmaları kullanıyorum.

E4YL bu kazanımda öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki matematiksel geçmişlerini inceledikten sonra cebirsel ifadelerde çarpma işlemi ile bu kazanımı ilişkilendirmiştir. Benzer değerlendirme çalışmalarını yapmıştır.

Araştırmacı: $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: Çocuk kökten kurtulmuş tam kısmı zaten herhangi bir kök içerisinde olmadığı için 3 ile 2'yi çarpmış 6 demiş ama toplamadaki kuralı çocuk buraya taşıyıp $3\sqrt{5}$ ile $2\sqrt{5}$ 'i toplamış $5\sqrt{5}$ oluyordu ya. Ama bunu çarpmaya uygulamış. Kendisi onu içselleştirmiş

$\sqrt{5}$ ile $\sqrt{5}$ 'i çarpıp $\sqrt{25}$ olduğunu ya da $\sqrt{a}$ ile $\sqrt{a}$ 'nın çarpımının a olduğunu unutmuş o şekilde bir kavram yanlışlığına düşmüş.

Araştırmacı: Bunu gidermek için neler yapılabilir?

E4YL: Bunu giderebilmek için tam yerindeyken yani toplamaya geçtiğimiz zaman mesela toplamada işte dedim ya inekle inek, elma ile elma toplanır. Çocuklar bakın $2\sqrt{5} \dots 2\sqrt{5}$ 'e eşittir. Ondan sonra bunu verince. Buna bakın çocuklar toplama da çıkartma da hep şu yanlış yapılıyor en çok haklıdır. İşte bir tane $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$ yaz. Bir tane de $3\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}$ yaz benzer yanlışlar gelip anında yani çocuk kendi o yanlış düşmeden düşebileceği yanlış sen önceden gösterip. Çocuğu sen düşürüp düşürdüğünde de geri kurtarırsan giderilir diye düşünüyorum. En azından benim yaptığım o. Yani biraz önce dedik yani çocuk şuralarda bunu anlatırken toplamasını anlatırken hemen çarpmasını da önceden vermiştik. Bir tane çarpma bir tane toplama aynı yanlış yapacağı örneği.

E4YL yapılan kavram yanlışlığının farkında ve bunu öğretim sürecinde öğrencilerine yaşatıp giderme yoluna gitmiştir.

E4YL: (Beşinci kazanımla ilgili) Ben bu kazanımda öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemlerindeki bilgilerini önce yokluyorum. Varsa eksiklerini gideriyorum hızlı bir şekilde. Daha sonra cebirsel ifadelerle bu kazanımı ilişkilendiriyorum. Yani $3\sqrt{2}$ ile $4\sqrt{2}$ yani kök kısımlarının aynı yani benzer olması gerektiği nasıl elma ile elma x ile x ise $\sqrt{2}$ ile $\sqrt{2}$ 'nin $\sqrt{5}$ ile $\sqrt{5}$ 'in $\sqrt{7}$ ile $\sqrt{7}$ 'nin toplanıp çıkarabileceği ama bazı büyük sayıların kökten kurtulup da kök kısımlarının benzetebileceğinin üzerinde duruyorum. Değerlendirme aşamasında ise kazanım bittikten sonra daha önceki kazanımlarda yaptığım gibi değerlendirme yöntemlerini kullanıyorum.

E4YL bu kazanıma başlamadan önce öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili matematiksel geçmişlerini incelemiş ve bu konu ile beşinci kazanım arasında bağ kurmuştur. Yine kazanımın sonra benzer değerlendirme çalışmalarını yapmıştır.

Araştırmacı: $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: Bunu zaten direk içinde toplamış çocuk ama toplamada öyle bir kural olmadığını inekle inek elma ile elma zaten o kavramı almış çocuk $\sqrt{45}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{20}$ hepsi farklı sanki elma inek armut gibi düşünmesi lazım. Ama bunu düşünmeyen çocuk orda bir öğretmen olarak vurgulayamamış. Çocuğun burada yaptığı da sanki çarpmanın kuralını yani hepsini kök içerisinde çarpıyorduk ya örnekte kök içinde toplayabiliriz gibi bir kavram yanlışlığı geliştirmiş. Bunu da ilk konudaki örnekle bu zaten pekiştirildiği zaman giderilecektir. Şu anda hiçbirine birbirine benzemiyor ama kökten kurtara bileceğim mi? Nedir bunun bir kısmını kurtarabilirim. Hepsini $a\sqrt{b}$ şeklinde önce yazmam gerektiğini kök kısımları aynı ise toplayabilirim yani hepsini elma inek x y $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ yapabildiği ise toplayabilmem gerektiğini bilmesi gerek. Burada da çocuğun yaşadığı çarpmadaki kuralı toplamaya uygulaması. Ben bu yanlışlığı kazanım sürecinde öğrencilere yaşatıp, sonra anında müdahale edip yönlendirerek gideriyorum.

E4YL burada öğrencide ki kavram yanlışlığının farkındadır. Ayrıca öğrencilerin zihinlerindeki soruları ve yanlışları tahmin edip, bu süreçte bunları öğrencilerine kavram yanlışlarını yaşatarak giderme yoluna gittiğini belirtmiştir.

E4YL: (Altıncı kazanımla ilgili) Bu kazanıma başlamadan önce öğrencilerin çarpanlar ve katlar konusundaki bilgilerini yokluyorum. Daha sonra bu konu ve kareköklü ifadelerdeki çarpma işlemi ile bu kazanımı ilişkilendiriyorum. Aynı değerlendirme çalışmalarını kullanıyorum. Bu kazanımda öğrenciler çarpma işlemimdeki gibi yanlışlara düşmektedir. Ama ben önceden önlem aldığım için öğrencilerim bu kazanımda kavram yanlışlığına düşüklerini görmedim.

E4YL öğrencilerin geçmiş bilgilerini yoklamış ve bu bilgilerle yeni bilgiler arasında bağ kurmuştur. İlk kazanımda anlattığı değerlendirme çalışmalarını yine kullanmıştır.

E4YL: (Yedinci kazanımla ilgili)... Geçmiş bilgilerini yokluyorum. Özellikle rasyonel sayı, ondalık gösterim ve kareköklü ifadelerdeki bölme işlemindeki bilgilerini. Sonra bölmenin tüm kuralları geçerli diyorum. Çok vakit kaybetmeden bu tarz bir anlatımla geçiyorum daha sonra bu çocukta içselleşip pratikleşebiliyor dediğim gibi ondalık ifadelerin kareköklerini belirleme her ondalık ifade bir rasyonel sayı. Dolayısıyla bir bölme işlemi olduğu için bölme işlemi iyi verildiği zaman hiç zaman almayan kazanım.

Bu kazanımda E4YL öğrencilerin geçmiş bilgilerine bakmış ve kareköklü ifadelerde bölme işlemi ile bu kazanım arasında bağ kurmuştur.

Araştırmacı: a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde

yazılamaz? Sorusuna $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: Çocuk burada 2,5'i sanki 25 gibi 25 bir tam kare sayı gibi düşünüp. O hatayı yaşayabilir ama aslında bunun kök kısımlar gidiyor ve kendi içinde de sadeleşiyor. Ayrıca öğrenci burada da 32 ve 18 tam kare olmadığı için irrasyonel bir sayı olduğunu söylüyor. Zaten c ve d şıklarında pek sıkıntı yaşanmayacağını düşünüyorum. Ama tabii ki çoğunluk kesim 0,32 ve 0,04 birer ondalıklı kesir olduğunu ve kesre dönüştürebileceğini iyi kötü düşünüp cevaplayacaktır. Ama ilk kısımda yine şu var mesela buraya yazarken 0,25 ile 2,5 ya da 0,16 ile 1,6 gibi. Öğretmen özellikle bu ondalıklı sayıların olsun tahmin ettirirken 0,16'nin $\frac{16}{100}$ olduğu kesin ama biz hep bunu rutin rutin çözdüğün zaman 1,6'yı kök içine aldığı zaman çocuk aceleyle 0,4 gibi bir hata yapabilir. Orda yani kazanım sürecinde giderilmesi gereken bir şey. Ben öyle yapıyorum zamanında müdahale yoluyla gideriyorum. Öğrencileri bu yanlışlığa düşürüp sonra kurtarıyorum. Böylece çocuk hatasını anlıyor yaşıyor ve bir daha yapmıyor. Benim öğrencilerim yapmıyor. Ben şöyle düşünüyorum ne kadar kural hatırlatırsan hatırlat çocuk yapıyor. Bunun yerine yani bir musibet bin nasihatten daha iyidir ya önce yaşatıp sonra anında giderme yoluna gidince çocuk artık yapmıyor.

E4YL bu kazanımda öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve bunu öğretim sürecinde çocuklara yaşatarak gidermiştir. Öğrencilerin yapabileceği hatalar, yanlışlar ve zihinlerindeki soruları tahmin ederek, öğretim sürecini planlamıştır.

E4YL: (Sekizinci kazanım ile ilgili) Rasyonel, doğal ve tam sayılar hakkındaki öğrenci bilgilerine bakıyorum. Daha sonra alanı 50 olan karenin bir kenar uzunluğu kaç olur? diye tartışma ortamı oluşturup irrasyonel sayıları karenin alanı ile ilişkilendirip buradan irrasyonelliği çocuklara kavratma yoluna gidiyorum. $\sqrt{50}$ gibi bu tarz sayılarında irrasyonel sayı olduğunu yani kökten kurtaramadığımız değeri olmadığını hatta illa kökte değil meşhur irrasyonellerden birinin pi olduğunu π 'nin üzerine de burada bir yer açıp konuştuğumuz oluyor. Yani tartışma ortamı ile bu sayıları öğretiyorum. Değerlendirme çalışmalarını yine sınıf içi tartışma ve rutin olmayan problemlerle yapıyorum. Ayrıca bu kazanımda π sayısının gerçek değeri nedir? Araştırıp bir sonraki derse hazırlıklı gelmelerini istiyorum. Bu şekilde de bir ödev veriyorum.

E4YL sayı kümeleri hakkındaki öğrenci bilgilerini yoklamış ve bu kazanımı karenin alanı ile ilişkilendirmemiştir. Bundan önceki tüm kazanımlarda yaptığı ve birinci kazanımda detaylı anlattığı değerlendirme çalışmasını yapmıştır. Ayrıca ödev vererek değerlendirme yoluna da gitmiştir.

Araştırmacı: π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır? Sorusuna rasyonel bir sayı cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E4YL: π sayısı öğrencilerin karşısına hep yaklaşık değer olarak çıktığından öğrencilerin bu sayının rasyonel olduğunu düşünüyorlar. Ben bu yanlışlığı öğrencilerime kazanıma başlamadan önce ödevlendirip, π sayısı ile ilgili öğrencilerim bilgi sahibi olup sınıfta tartışma ortamı ile irrasyonel bir sayı olduğunu kavratıyorum. Daha sonra benzerlik konusunu işledikten sonra biri küçük diğeri büyük iki daire çizip Thales teoreminden yani benzerlikten faydalananarak π sayısını kavratıyorum çocuklara.

E4YL bu kazanımda öğrencilerdeki kavram yanlışlığını fark etmiş ve bunu öğrencilerini ödev vererek tartışma ortamı ile bu kavram yanlışlığını kazanım sürecinde giderme yoluna gitmiştir. Ayrıca benzerlik konusunu öğrettikten sonra π sayısını tekrar hatırlattığını belirtmiştir. E4YL ile yapılan görüşme sonucunda elde edilen bulgular Tablo 19'da verilmiştir.

Tablo 19 incelendiğinde E4YL kareköklü ifadeler konusundaki kazanımların tamamında öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelemiş ve varsa eksiklerini gidermiştir. Yine öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Öğrencilerin bu konudaki kavram yanlışlıklarının farkında olup, her bir kazanım sürecinde öğrencilerin yanlışları ve zihinlerindeki soruları tahmin ederek, kavram yanlışlıklarını giderme yoluna gitmiştir. Tüm kazanımlarda kendi hazırladığı rutin olmayan sorular ve sınıf içi tartışmalar ile her bir kazanımın sonunda öğrencilerini değerlendirmiştir. Ayrıca ikinci ve sekizinci kazanımlarda ise araştırma ödevleri ile değerlendirme yoluna da gitmiştir.

Tablo 19. E4YL 'nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin soru hazırlaması								
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi		X						X

4.2.5. E5L İle İlgili Bulgular

Aşağıda E5L ile yapılan görüşmeden bazı kesitlere yer verilmiştir.

E5L: (Birinci kazanımla ilgili) Kareköklü sayılar ile üslü sayılar birbirinin kardeş konusu. Üslü sayılar ile ilgili temel bilgilere sahip olması gerekiyor. Çünkü en azından bir sayının karesi nasıl alınır. Bununla beraber, ben karenin alanı üzerinden anlattığım için karenin alanı nasıl bulunur? Konu hakkında bilgisi olursa iyi olur. Her bir kazanım bittikten sonra ders kitabındaki alıştırmaları ödev olarak veriyorum. Bir sonraki derste bunları öğrencilerime çözdürüyorum. Ayrıca her dönem iki yazılı yapıyoruz. Yazılılarla öğrencilerimi değerlendiriyorum.

E5L ilk kazanımda öğrencilerin üslü ifadeler ve karenin alanı ile ilgili bilgilerini incelemiş. Daha sonra bu ön bilgileri ile bu kazanımı ilişkilendirmiştir. Değerlendirme çalışması olarak her kazanımdan sonra kitaptaki soruları öğrencilere ödev vermiştir. Her dönem yapılan iki yazılı ile öğrencilerini değerlendirdiğini belirtmiştir.

Araştırmacı: $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Sorusuna $\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler nasıl bir kavram yanlışına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: 9'un karesel bir sayı olduğunu en azından biliyor. Çünkü o yüzden karesel demiş olabilir. Ama 9'u kök dışına çıkarmadan direkt 9 olarak düşünmesi çocuklarda bir hataya sebebiyet vermiş. $\sqrt{9}$ 'un 3 olarak çıktığını biliyor olması lazım. Bildikten sonra 3'ün karesel bir sayı olmadığını zaten söylemesi lazım. Karekökle ilgili karesel sayılar ile ilgili bir kavram yanlışlığı var. Karesel sayıları bir kez daha anlatılmalı ve kök sembolüne dikkat etmeli, bu şekilde düzeltirim.

E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve bu yanlışlığı karesel sayıları tekrar anlatarak giderme yoluna gitmiştir. Buna karşın öğrencilerdeki bu yanlışlık ve

zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmemiştir. Dolayısıyla kazanım sürecinde önlem almamıştır.

E5L: (İkinci kazanımla ilgili) Öğrencilerimin sayı doğrusu hakkındaki önbilgilerine bakıyorum. Daha sonra kuralı verip, gerekli açıklamaları yapıyorum. Kitaptaki alıştırmaları ödev olarak verip diğer derse hep beraber çözüyoruz. Böylece öğrenciler hatalarını görüyor.

E5L öğrencilerin sayı doğrusu konusundaki matematiksel geçmişlerini inceledikten sonra doğrudan açıklamalar ile bu kazanımı vermiştir. İkinci kazanımı herhangi bir konu ile ilişkilendirmemiştir. Yine ev ödevleri ile öğrencilerini değerlendirmiştir.

Araştırmacı: Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur? Sorusuna 3 noktasında olur. Cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Öğrenci burada sanırım 1 ile 8'i toplayıp bir noktadan $\sqrt{8}$ zıpladığı için 1 ile 8'i toplayıp $\sqrt{9}$ elde etmiş. $\sqrt{9}$ 'unda 3 olarak çıkacağını düşünerek 3 noktasında olur cevabını vermiş. Burada bir kavram yanlışlığı var öğrencinin $\sqrt{8}$ 'in karesel bir sayı olmadığını bilmesi gerekiyor. $\sqrt{8}$ 'in hangi tam sayılar arasında olduğunu bilmesi gerekiyor. Buna göre de soruda öğrenciye tam kare olmayan sayıların hangi tam sayılar arasında olduğu konusu bir daha anlatılmalı.

Bu kazanımda E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında olup kazanım sürecinde herhangi bir önlem almamıştır. Bu tarz yanlışları konuyu tekrar anlatarak giderdiğini belirtmiştir.

E5L: (Üçüncü kazanımla ilgili) Öğrencilerimin asal sayı, bölen listesine oluşturma ve bölme algoritmasını biliyorlarsa hızlıca geçirim bilmiyorlarsa kısaca hatırlatırım. Sonra çarpanlar ve katlar konusu ile ilişkilendirerek anlatıyorum. Kitaptaki soruları ödev verip yine aynı şekilde bir sonraki dersimde öğrencilerime çözdürerek onlara gerekli dönütleri veriyorum.

E5L, öğrencilerin asal sayı, bölen listesi ve bölme algoritması ile ilgili geçmiş bilgilerini incelemiştir. Bu kazanımı çarpanlar ve katlar konusu ile ilişkilendirmiştir. Yine aynı şekilde ödevler ile öğrencileri değerlendirmiştir.

Araştırmacı: $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? Sorusuna $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Çocuklar çarpma işleminde sorun yok. 6×2 'nin kaç ettiğini biliyor. Orada problem yok ama kök dışındaki bir sayı yani katsayıyı kök içine alırken uyması gereken kurallara uymamış. 6'yı kök içine 36 olarak alması gerekirken 6 kök içindeki sayı ile çarpmış burada bir yanlış öğrenme var. Bir sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazarken uyguladığımız kuralları tekrar çocuklara anlatarak gideririm.

E5L bu kazanımda öğrencilerdeki kavram yanlışlığının fark etmiş ve bu yanlışlığı kuralı tekrar hatırlatarak giderdiği söylemiştir. Kazanımın öğretim sürecinde önlem alma yoluna gitmemiştir.

E5L: (Dördüncü kazanımla ilgili) Bu kazanımı kuralı vererek öğrencilerime anlatıyorum. Ödevlerle değerlendirme çalışması yapıyorum.

E5L bu kazanımda öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelememiştir. Yine öğrencilerin ön bilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmamıştır. Daha önceki kazanımlarda yaptığı gibi kitaptan ödevler vererek değerlendirme çalışması yapmıştır.

Araştırmacı: $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Öğrenci bir kere işlemleri karıştırmış. Öncelikle toplama çıkarma işlemindeki kuralı çarpma bölme işleminde yapılan kuralla karıştırmış. Dışarıda sıkıntı yok ama kök içindeki sayıyı toplama çıkarma işlemindeki kural aklında kalmış gibi aynı bırakmış. Bu konu üzerinde bir daha durulabilir çocuklara bu işlemlerin farkı net bir şekilde bir daha anlatılabilir.

Bu kazanımda E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkındadır ve bunu yine doğrudan açıklamalarla gidereceğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin zihinlerindeki soru ve yanlışları önceden tahmin etmemiş ve kazanım sürecinde önlem almamıştır.

E5L: (Beşinci kazanımla ilgili). Kareköklü sayılarda kök içleri eşit olmadan toplama çıkarma işlemlerinin yapamayacağımızı çocuklara söylemeye çalışıyoruz. Sonrasında toplama ve çıkartmada kökler eşit ise katsayılar arasında işlemi yaptıktan sonra oluşan ifadenin yanına ortak kökü yazmaları gerektiğini ve kök içinin aynı şekilde yazmasını söylüyorum. Dediğim gibi kitaptan ödevlerle ve yazılı yoklama sınavlarıyla değerlendiriyorum.

E5L daha önceki kazanımda olduğu gibi öğrencilerin geçmiş bilgilerini sorgulamamış ve herhangi bir konu ile bu kazanımı ilişkilendirmemiştir. Benzer değerlendirme çalışmasını yine bu kazanımda yapmıştır.

Araştırmacı: $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? Sorusuna $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Bir kere çocukta toplama işleminde sıkıntı yok. En azından 45'in, 125'in ve 20'nin toplamı 190 olarak bulmuş. Ama kuralı yanlış uygulamış. Kök içindeki sayıların toplanması veya çıkarabilmesi için kök içlerinin aynı olması gerekir. Çocuklar kök içlerinin aynı olması kuralını göz ardı ederek doğrudan düz mantıkla toplama işlemi yapmış. Toplama çıkarma işlemi tekrar anlatılmalı.

E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığının farkında ve kuralı hatırlatarak gidermiştir. Ama bu yanlışların önüne geçmek için kazanım sürecinde herhangi bir önlem alma yoluna gitmemiştir.

E5L: (Altıncı kazanımla ilgili) İlk anlattığımız kazanımlardan haberdar olmalı. Karesel sayı ne demek olduğunu bilmeli kesinlikle bir de çarpma işlemini eksiksiz bir şekilde anlayabilmeli. Öğrencilerin bu bilgilerini yokluyorum. Çünkü kareköklü sayılarda çarpma işleminin kurallarını burada uyguluyoruz. Daha sonra bu kazanımı kareköklü sayılarda çarpma işleminin devamı olduğu için öğrenciler zorlanmıyor. Ödev veriyorum kitaptan. Sonra bunları sonraki derste çözüyoruz.

E5L bu kazanımda öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelemiş ve kareköklü ifadelerde çarpma işlemi ile bu kazanımı ilişkilendirmiştir. Ödev ile değerlendirme çalışması yapmıştır. Ayrıca E5L öğrencilerin beş ve altıncı kazanımlarda benzer kavram yanlışları yaptıklarını belirtmiştir.

E5L: (Yedinci kazanımla ilgili) Ondalık sayıların kareköklerini belirlerken çocukların öncelikle rasyonel sayılar ve ondalık kesirleri iyi şekilde bilmeleri gerekiyor. Ondalık kesir çizgisi ile yazabilmesi gerekiyor. Eksiksiz bir şekilde bilirse işimiz daha kolay oluyor. Bu ön bilgiye sahip olması gerekir. Daha sonra ödev verip, bir sonraki derste ödevleri sınıfta öğrencilerimle birlikte çözüyoruz. Varsa son eksiklerini gideriyorum.

Bu kazanımda E5L öğrencilerin rasyonel sayılar ve ondalık gösterim ile ilgili matematiksel geçmişlerini incelemiştir. Yedinci kazanımı herhangi bir konu ile bağ kurmamıştır. Her zaman yaptığı ödev ile değerlendirme çalışmasını yapmıştır.

Araştırmacı: a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz? Sorusuna $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Çocuk burada a ile b'nin tam sayı ya da doğal sayı olduğunu biliyor. Dolayısıyla kökünden tam olarak çıkması gerektiğini düşünüyor. 32 ile 18'in karesel bir sayı olmadığını düşünüyor ve çıkmadığı için bu yazılamaz diyor yanlış yapmış. Sadeleştirme işlemi yapması gerekiyordu. Sadeleştirme yaptığında onların karesel bir sayı olduğunu görecekti ve çıkabileceğini görecekti. Burada sadeleştirme ile ilgili bir eksiklik var onun üzerinde bir daha durulmalı.

Bu kazanımda E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığını açıklama yolu ile gidermiştir. Ama öğrencilerdeki kavram yanlışlıklarını ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmemiştir. Bu şekilde bir öğretim planlamamıştır.

E5L: (Sekizinci kazanımla ilgili) Sayı gruplarını iyi bilmeli çocuklar. Rakamların nelerden oluştuğunu, doğal sayıların, tam sayıların nelerden oluştuğunu bilmesi gerekiyor ve her rakamın bir doğal sayı, her doğal sayı bir rasyonel sayı olduğunu bilmesi gerekiyor. Daha öncede dediğim gibi kitaptan ödev verip, derste çözüyoruz ve gerekli düzeltmeleri yapıyoruz.

E5L öğrencilerin rakam, doğal sayı, tam sayı ve rasyonel sayılar hakkındaki öğrenci bilgilerini yoklamıştır. Daha önceki tüm kazanımlarda yaptığı değerlendirme çalışmalarını son kazanımda yine yapmıştır.

Araştırmacı: π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır? Sorusuna rasyonel bir sayı cevabını veren öğrenciler nasıl bir kavram yanlışlığına sahiptir? Siz bu yanlışlığı gidermek için ne yapıyorsunuz? Açıklayınız.

E5L: Burada, biraz da bizden kaynaklanıyor olabilir. π sayısı ile ilgili... Çünkü soru çözümlerinde π sayısını 3 alınız. Soru bankaları da 3 al diyor, 3,14 al diyor ya da $\frac{22}{7}$ al diyor. Bu değerlerin hepsi rasyonel sayı ve bu şekilde aldığımız vakit çocuklar da π sayısının rasyonel bir sayı olduğu fikri yerleşiyor. Dolayısıyla bir kavram yanlışlığı oluşuyor. π sayısının rasyonel bir sayı olmadığı çocuğa net bir şekilde anlatılmalı. Daha sonra π sayısının irrasyonel olduğu söylenmelidir. Ben böyle yapıyorum.

Bu kazanımda E5L öğrencilerdeki kavram yanlışlığını fark etmiş ve bunu açıklama yoluyla giderdiğini söylemiştir. Bu kavram yanlışlığını kazanımın öğretim sürecinde gidermek için herhangi bir önlem almamıştır. E5L ile yapılan görüşme sonucunda elde edilen bulgular Tablo 20’de verilmiştir.

Tablo 20. E5L’nin Kareköklü Sayılardaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Bilgileri

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	X	X	X			X	X	X
Öğrencilerin kavram yanlışları	X	X	X	X	X	X	X	X
Öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	X		X			X		X
Öğrencilerin kavram yanlışlarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek								
Öğrencilerin soru hazırlaması								
Yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi								
Sınıf içindeki tartışmalar üzerinden öğrencilerin değerlendirilmesi								
Sınıflandırılmış ödevleri ile öğrencilerin değerlendirilmesi	X	X	X	X	X	X	X	X

Tablo 20 incelendiğinde E5L kareköklü ifadeler konusundaki kazanımların tamamında ders kitabındaki alıştırma ve öğrencilere ödev vererek değerlendirme yapmıştır. Dört ve beşinci kazanım dışındaki kazanımlarda öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelemiştir. Bir, üç, altı ve sekizinci kazanımlarda öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında köprü kurmuştur. Tüm kazanımlarda öğrencilerin yaptığı kavram

yanılgılarının farkındadır. Buna karşın öğrencilerin yanılgıları ve zihinlerindeki soruları tahmin etmemiş ve buna uygun bir öğretim planlamamıştır.

İkinci alt probleme ilişkin bulgular incelendiğinde araştırmaya katılan farklı mesleki deneyime sahip ortaokul matematik öğretmenlerinden K1L, E2L, K3YL ve E4YL her kazanıma başlamadan önce kazanımı ilgilendiren, öğrencilerin matematiksel geçmiş bilgilerini soru cevap yöntemiyle sorguladıklarını ve gerekli hatırlatmaları yaptıklarını belirtmişlerdir. E5L ise dördüncü ve beşinci kazanımlar dışında diğer kazanımlarda öğrencilerin matematiksel geçmişlerini sorgulamıştır. Bu kazanımlara doğrudan kuralını vererek başladığı için öğrencilerin geçmiş bilgilerini sorgulamadığını belirtmiştir.

K1L kareköklü sayılar konusunun kazanımlarında öğrencilerin üslü ifadeler, karenin alanı, tam sayıların sayı doğrusunda yerleşimi, bölme algoritması, asal çarpanlara ayırma, rasyonel sayılarda toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, ondalık gösterim, rasyonel sayılar, doğal sayılar ve tam sayılar konusundaki geçmiş bilgilerini ilgili kazanıma başlamadan önce sorguladığını belirtmiştir. E2L bu kazanımlarda üslü ifadeler, tam sayılarda sıralama ve sayı doğrusunda gösterim, asal çarpanlara ayırma, cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemleri, ondalık gösterim, rasyonel sayılar, tam sayılar ve doğal sayılar konusundaki öğrencilerin geçmiş bilgilerini incelediğini belirtmiştir. K3YL ise üslü ifadeler, kare ve dikdörtgenin alanı, tam sayıların sayı doğrusunda gösterimi, asal sayılar, bölme algoritması, cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemi, ondalık gösterim, rasyonel sayılar, doğal sayılar ve tam sayılar konusundaki öğrencilerin matematiksel geçmişlerini soru cevap yoluyla incelediğini belirtmiştir.

E4YL kareköklü sayılar konusunun kazanımlarında üslü ifadeler, karenin alanı, sayı doğrusunda tam sayıların yerleşimi, bölme algoritması, çarpanlar ve katlar, cebirsel ifadelerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemleri, ondalık gösterim, rasyonel sayılar, doğal sayılar ve tam sayılar konusundaki öğrencilerin geçmiş bilgilerini ilgili kazanımlardan önce sorguladığını belirtmiştir. Son olarak E5L ise üslü ifadeler, karenin alanı, tam sayıların sayı doğrusunda gösterimi, asal sayılar, bölen listesi, bölme algoritması, ondalık gösterim, rasyonel sayılar, doğal sayılar ve tam sayılar konusundaki öğrencilerin geçmiş bilgilerini incelediğini belirtmiştir.

K1L kareköklü ifadeler ile üslü ifadeleri, tam kare sayılar ile karenin alanını, kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri ile rasyonel sayılarda toplama ve çıkarma işlemlerini, kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmek için karekök içlerinin aynı olması ile insanların ad-soyadları arasında bağ kurduğunu belirtmiştir. E2L kareköklü ifadeler ile üslü ifadeleri, kareköklü ifadelerde çarpma işlemi ile cebirsel ifadelerde çarpma işlemi, kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri ile cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri arasında bağ kurduğunu belirtmiştir. K3YL ise kareköklü ifadeler ile üslü ifadeleri, tam kare doğal sayılarla karenin alanını, kareköklü ifadelerin üçüncü kazanımı ile çarpanlara ayırmayı, kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemleri ile kare ya da dikdörtgenin alanını, kareköklü ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemleri ile cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemlerini ilişkilendirdiğini belirtmiştir.

E4YL kareköklü ifadeler ile üslü ifadeleri, tam kare olan ve olmayan sayılarla karenin alanını, kareköklü ifadelerin üçüncü kazanımını çarpanlar ve katlar konusuyla, kareköklü ifadelerde çarpma işlemi ile cebirsel ifadelerde çarpma işlemi, kareköklü ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemleri ile cebirsel ifadelerdeki toplama ve çıkarma işlemleri arasında bağ kurduğunu belirtmiştir. E5L ise kareköklü ifadeleri, üslü ifadeler ve karenin alanı ile ilişkilendirmiştir. Ayrıca kareköklü ifadeler konusunun üçüncü kazanımı ile çarpanlar ve katlar konusunu ilişkilendirdiğini belirtmiştir.

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden K1L, E2L, K3YL, E4YL ve E5L alan yazında yer alan kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin yaptıkları yaygın kavram yanlışlarının farkındadırlar. Ayrıca K1L, E2L ve E5L öğrencilerin zihinlerindeki soru ve kavram yanlışlarını önceden yani kazanım sürecinde tahmin edip herhangi bir önlem almamışlardır. Sadece K1L beşinci kazanımdan yer alan kavram yanlışlarına karşı kazanım sürecinde öğrencilerin yapabileceği tüm yanlışları tahtaya yazarak gerekli açıklamaları yaptığını belirtmiştir. K3YL ve E4YL ise öğrencilerin yaptıkları ya da yapabilecekleri kavram yanlışlarına çok önem vermiştir. Alan yazındaki kareköklü ifadeler konusundaki kavram yanlışlarının farkında olup bu kavram yanlışlarını ve öğrencilerin yaşadığı güçlükler ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmişlerdir. Böylelikle her kazanım sürecinde gerekli tedbirleri aldıklarını belirtmişlerdir. Bu tedbirleri alırken K3YL ve E4YL öğrencilerin zihinlerindeki soruları önceden tahmin edip, yapılan yaygın kavram yanlışlarını öğretim sürecinde tahtaya yazıp, sınıfta gruplar

oluşturmuşlar ve sonra öğrencilerin katıldığı tartışmalarla herkesin ikna olduğu anda bir sonraki kazanıma geçtiklerini belirtmişlerdir.

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden K1L her kazanım sonunda kendi hazırladığı yazılı sorular ile öğrencilerini değerlendirdiğini ve gerekli dönütleri verdiğini belirtmiştir. Ayrıca kareköklü ifadeler konusunun beşinci kazanımdaki kavram yanılgıları için proje görevi verip, öğrencilerini sınıflandırılmış ödevler ile de değerlendirme çalışması yaptığını da belirtmiştir. E2L her kazanım bittikten sonra herhangi bir değerlendirme yapmadığını, bunun yerine kareköklü ifadeler konusunun tüm kazanımları bittikten sonra genel bir test şeklinde değerlendirme yaptığını belirtmiştir. K3YL ise her bir kazanım bittikten sonra öğrencilerinin kazanımla ilgili soru hazırlamasını istemiştir. Öğrencilerin hazırladığı sorular sınıfta tartışarak yazılan soruların geliştirdiklerini belirtmiştir. Daha sonra bu sorular öğrenciler tarafından çözülerek öğrencilerine gerekli dönütler verdiğini belirtmiştir.

E4YL her kazanımdan sonra öğrencilerine açık uçlu sorular sorarak değerlendirme yoluna gittiğini belirtmiştir. Her öğrencinin kendinden bir şeyler katmasını istediğini belirtmiş ve test ile öğrencilerin değerlendirilmesine karşı çıkmıştır. Ayrıca her kazanımda sınıf içi tartışma ortamı oluşturduğunu ve her öğrencinin kendi fikrini rahatça söylediğini ve bu şekilde değerlendirmeye de çok önem verdiğini belirtmiştir. Ayrıca ikinci ve sekizinci kazanımlarda öğrencilerine karekök dışına çıkamayan sayılar ve alanı 50 birimkare olan karenin bir kenar uzunluğu ne olabilir? şeklinde araştırma ödevleri de verdiğini belirtmiştir. E5L ise her kazanımdan sonra ders kitabındaki alıştırmaları öğrencilerine ödev verip bir sonraki derste öğrencilerine çözdürerek değerlendirme yoluna gitmiştir.

Araştırmanın genel özeti olarak öğretmenlerin öğrenci ön bilgilerinin özeti Tablo 21’de verilmiştir. Öğretmenlerin kazanımlar bazında Kovarik’in (2008) modeline göre sahip oldukları öğrenci ön bilgileri alt bileşenindeki pedagojik alan bilgilerinin genel resmi bu şekildedir.

Tablo 21. Öğretmenlerin Öğrenci Önbilgilerinin Genel Özeti

Kodlar	Kazanımlar							
	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öğrencilerin matematiksel geçmişleri	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L
Öğrencilerin kavram yanılgıları	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L
Öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma veya ilişkilendirme	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	E4YL	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL, E5L	K3YL, E4YL, E5L	K1L, E2L, K3YL, E4YL	K3YL, E4YL, E5L
Öğrencilerin kavram yanılgılarını ve zihinlerindeki soruları tahmin etmek	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K1L, K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL	K3YL, E4YL

BÖLÜM V

SONUÇ – TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda sonuç ve tartışmalara yer verilmiştir. Ayrıca bundan sonraki yapılacak çalışmalara öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

5.1.1. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Matematiksel Gösterimler Bilgisine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu PAB modelinde matematiksel gösterimler bilgisi gösterimler, örnekler ve analogiler olmak üzere üç alt bileşenden oluşmaktadır. Matematiksel gösterimler bilgisi kapsamında ortaokul matematik öğretmenleri herhangi bir konudaki en güçlü temsil biçimlerini, gösterimleri, benzetimleri, örnekleri, problemleri ve açıklamaları bilmesi gerekmektedir (Kovarik, 2008; Shulman, 1986, 1987). Ayrıca ortaokul matematik öğretmenleri matematik öğretim sürecinde seçeceği bu matematiksel gösterimlerde öğrencilerin özelliklerine de dikkat etmelidir (Marks, 1990).

Matematik öğretimi ile ilgili alan yazın incelendiğinde matematik derslerinde farklı gösterimlerin kullanılması öğrenme ortamlarını zenginleştirmeye, öğrenmeyi kolaylaştırmaya, öğrencilerin konuyu anlamalarına ve kavramsal öğrenmelerine destek olmaktadır (Shulman, 1986; Taşdan ve Çelik, 2015). Ayrıca matematiksel konuları farklı temsil biçimleri ya da gösterimler ile ifade edebilme becerisi kazandırma matematik öğretim programının genel amaçlarından bir tanesidir (MEB, 2018).

Araştırmanın bulguları incelendiğinde K1L, E2L ve E5L farklı gösterim biçimlerini daha az sayıda kullanmıştır. Alan yazın incelendiğinde ortaokul matematik öğretmenlerinin çeşitli konularda farklı gösterimleri sınırlı sayıda kullandıkları çalışmalara rastlanılmaktadır (Dönmez, 2009; Eroğlu ve Tanışlı, 2015; Kutlu, 2018; Taşdan ve Çelik, 2015). Ayrıca K1L, E2L ve E5L kareköklü ifadeler konusunda daha çok formül veya doğrudan kuralı vererek matematik öğretimi yapmışlardır. Kutlu'nun (2018) ortaokul

matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerini incelediği çalışmada öğretmenlerin genellikle konuyla ilgili kavram ve kuralları doğrudan vererek öğretim uyguladıkları şeklinde ulaştığı sonuç araştırmamızın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir.

K3YL ve E4YL kareköklü ifadeler konusunda farklı gösterimleri diğer matematik öğretmenlerine göre daha çok sayıda kullanmıştır. Bu durumun oluşmasında K3YL ve E4YL'nin yüksek lisans mezunu olmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Bu sonuç ile Taşdan ve Çelik'in (2015) yapmış oldukları çalışma benzerlik göstermektedir. Taşdan ve Çelik (2015) matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına ilişkin gösterim şekilleri bilgilerini inceledikleri çalışmada, yüksek lisans eğitimi alan bir öğretmenin diğer öğretmenlere göre daha fazla sayıda farklı gösterim şekilleri kullandığı sonucuna ulaşmışlardır.

Matematiksel gösterimler bilgisinin ikinci alt bileşeni örneklerdir (Kovarik, 2008). Ortaokul matematik öğretim programında yer alan genel amaçlardan biri de öğrencilere matematik ile gerçek yaşam arasında bağ kurma becerileri kazandırmak yer almaktadır (MEB, 2018). Bu beceriyi kazandırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin derslerinde kullanacağı örnekler ve problemler büyük önem taşımaktadır.

Araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda K1L, E2L ve E5L'nin matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurma ve gerçek yaşamdan örnekler verme konusunda yeterli olmadıkları düşünülmektedir. Garii ve Silverman (2009) öğretmenlerin matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmada güçlük yaşadığı şeklinde ulaştıkları sonuç ile araştırmamızın bu sonucu örtüşmektedir. Yine bu sonuç ile Kutlu (2018) ve Şahin'in (2016) çalışmaları da benzerlik göstermektedir. Buna karşın Çıkrıkçı'nın (2015) öğretmen adaylarının cebir konusunda matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmada sıkıntı yaşamadığı şeklinde ulaştığı sonuç, araştırmamızın sonucu ile farklılık göstermektedir. Bu farklılığın sebebinin cebir konusunun gerçek hayatla ilişkilendirilmesinin kareköklü ifadelerle göre daha kolay olmasından kaynaklanabileceği düşünülmektedir.

K3YL ve E4YL gerçek yaşamdan örnek ve problemlere yer verme konusunda diğer matematik öğretmenlerine göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu sonucun ortaya çıkmasında K3YL ve E4YL'nin yüksek lisans eğitimi almaları ve K1L ve E2L'ye göre mesleki deyimlerinin daha fazla olmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Ayrıca K3YL

ve E4YL kavramsal öğrenmeye daha çok önem vermelerinden dolayı derslerinde işlemsel örnekleri diğer matematik öğretmenlerine göre daha az sayıda kullanmışlardır. Ayrıca K1L, E2L ve E5L'nin derslerinde daha çok işlemsel örnekler kullanması sonucu ile Duran'ın (2018) çalışması benzerlik göstermektedir.

Kovarik'in (2008) PAB modelinde yer alan matematiksel gösterimler bilgisinin üçüncü alt bileşeni ise analogiler yani benzetimlerdir. Yine bu modelde çoklu temsiller ile açıklamalar analogiler kapsamında değerlendirilmiştir (Shabanifar, 2014). Bu araştırmaya katılan öğretmenlerden sadece E5L kareköklü ifadeler konusunun hiçbir kazanımında analogilere yer vermemiştir. E5L'nin analogi kullanmamasında formül ve kural ağırlıklı bir öğretime önem vermesinin ve analogi kavramından haberdar olmadığını belirtmesinden kaynaklanmaktadır. Kareköklü ifadeler soyut bir konu olduğu için derslerde analogiler kullanmak öğrencilerin konuyu anlamalarına yardımcı olabileceği düşünülmektedir (Şenay, 2002). Bu bağlamda E5L dışındaki öğretmenler analogilerden faydalanmış ve araştırmada mesleki deneyimi daha az olan öğretmenler analogileri daha çok kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu durumun sebebi olarak lisans döneminde K1L ve E2L'nin almış oldukları derslerin etkili olabileceği düşünülmektedir.

5.12. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Öğrenci Bilgilerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu PAB modelinde öğrenci bilgileri; öğrenci önbilgileri ve anlamlı değerlendirme olmak üzere iki alt bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenlere ait sonuç ve tartışmalar aşağıda alt başlıklar halinde incelenmiştir.

5.1.2.1. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Öğrenci Önbilgilerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Öğrenci önbilgilerine yönelik öğretmenlerin sahip olduğu bilgi, önemli bir bilgi türüdür (Park ve Oliver, 2008). Bu açıdan bakıldığında ortaokul matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma, öğrencilerin geçmiş bilgileri ve kavram yanlışları, öğrencilerin yaşadıkları öğrenme güçlükleri ve zihinlerindeki soruları tahmin etme hakkında yeterli bilgiye sahip olması gerekir (Aliustaoğlu, 2018; Kutlu, 2018; Ball vd., 2008; Gökkurt, 2014; Kovarik, 2008; Shulman, 1987). Bu doğrultuda yapılan araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki öğrencilerin matematiksel geçmişleri, kavram yanlışları, öğrencilerin

önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurma ve öğrencilerin zihinlerindeki soru ve yanılgıları tahmin etmeye yönelik sahip oldukları bilgiler incelenmiştir.

Yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanan bulgular incelendiğinde kareköklü sayılar konusunda, ortaokul matematik öğretmenleri öğrencilerin matematiksel geçmişlerine önem vermişlerdir. Ayrıca kareköklü sayılar konusunu ilgilendiren birçok matematik konusu ile ilgili öğrencilerin matematiksel geçmişlerini incelemişlerdir. Alan yazında bu sonuçla benzer sonuçlar taşıyan çalışmalara rastlanılmıştır (Altaylı, Konyalıoğlu, Hızarcı ve Kaplan, 2014; Baki, 2012; Baştürk, 2009; Gökkurt, 2014; Yurtyapan, 2018). Buna karşın öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencileri tanıma bilgileri istenilen seviyede olmadığı çalışmalara da rastlanılmıştır (Ball, 1990a, 1990b; Kutlu, 2018; Işıksal, 2006; Lubinski, Fox ve Thomason, 1998).

Öğrencilerin sahip olduğu matematiksel geçmişler yani öğrenci önbilgileri, yapılandırmacı yaklaşıma göre öğrencilerin öğrenmesini etkileyen önemli unsurlardan biridir (Baki, 2018; Kutlu, 2018). Çünkü yeni öğrenilen bilgiler ön bilgiler üzerine kurulur (Kovarık, 2008; Baki, 2018). Bu önbilgiler ile yeni öğrenilen bilgiler arasında bağ kurma ya da ilişkilendirme yapma öğrenmeyi kolaylaştırmakta ve öğrencilerde anlamlı öğrenmeyi sağlamaktadır (An vd., 2004; Bosse, 2003; Cochran vd., 1993).

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden E4YL tüm kazanımlarda, K3YL ise ikinci kazanım dışındaki diğer kazanımlarda öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmuştur. Burada K3YL ve E4YL'nin hem mesleki tecrübelerinin sırasıyla on üç ve on yedi yıllık olması hem de yüksek lisans mezunu olmasından dolayı konular arasında bağ kurmaya önem verdikleri düşünülmektedir. Çünkü yapılan görüşmede K3YL ve E4YL tecrübenin ve yüksek lisansta aldığımız derslerin önemli olduğunu belirtmişlerdir. K1L ve E2L'nin mesleki tecrübelerinin K3YL ve E4YL'ye göre az olması ve sekizinci sınıf kareköklü ifadeler konusunu K1L ve E2L'nin daha önce sırasıyla iki ve dört kez anlatması gibi nedenlerden dolayı K1L ve E2L öğrencilerin önbilgileri ile yeni bilgileri arasında bağ kurmayı sınırlı sayıda kullanmıştır. E5L ise sınıflarının kalabalık olması, bir an önce konuları bitirme gayretinde olması, derslerinde düz anlatım yöntemini kullanması, formül ve kural ağırlıklı bir yöntem izlemesi gibi nedenlerden matematik kazanımları arasında bağ kurmayı en az sayıda kullanmıştır.

Araştırmanın bu sonuçları ile alan yazındaki bazı çalışmalar benzerlik göstermektedir (Baştürk ve Dönmez, 2011; Doğruel, 2019; Kutlu, 2018).

Matematik soyut bir ders olup öğrencilerin zorlandıkları bir derstir (Kutlu, 2018). Bu yüzden matematik derslerinde işlemsel bilgiye önem verilmesi, konuyla ilgili kural ve kavramların doğrudan verilmesi ya da ezberletilmesi, öğrencilerde bazı kazanım ya da konularda eksik ve yanlış öğrenmelere neden olmaktadır. Bunun sonucunda öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşmaktadır (Yılmaz ve Yenilmez, 2007). Ortaokul matematik öğretmenlerinin herhangi bir kazanımın öğretim sürecinde öğrencilerin yaşadığı güçlükler, zihinlerindeki sorular ve yaşayabilecekleri kavram yanlışlıklarını önceden tahmin edip buna göre öğretim sürecinde gerekli tedbirleri almaları gerekir (Fennema ve Franke, 1992; Shulman, 1987). Alan yazında öğretmen ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda matematik konularında öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlıklarının farkında olduğu çalışmalara rastlanılmaktadır (Duran, 2018; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Soylu, 2013; Gökkurt, 2014).

Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden K1L, E2L, K3YL, E4YL ve E5L alan yazında yer alan kareköklü ifadeler konusunda öğrencilerin yaptıkları yaygın kavram yanlışlıklarının farkındadırlar. Duran (2018) lise matematik öğretmenlerinin türev konusunda öğrencilerin yaptığı hata ve yanlışların farkında olduğu şeklinde ulaştığı sonuç araştırmamızın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. K1L öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlıklarını kareköklü ifadeler konusundaki kazanımlar bittikten sonra öğrencileri yaparsa doğrudan kuralı hatırlatarak gidereceğini belirtmiştir. E2L ise kavram yanlışlığı yaşayan öğrenciye genellikle kuralı hatırlatarak ya da öğrenciyi yönlendirerek yaptığı yanlışlığı ona buldurarak düzeltme yoluna gittiğini belirtmiştir. E5L mesleki tecrübesi en fazla olan öğretmen olup öğrencilerin yaptığı kavram yanlışlıklarını gidermede sınıflarının kalabalık olmasından dolayı bu yanlışları giderecek zaman bulamadığından dolayı düz anlatım yoluyla kural ve formül ağırlıklı bir öğretim uyguladığını belirtmiştir. Öğrencilerin kavram yanlışlıklarını hangi öğrenci yaşarsa o öğrenciye gerekli hatırlatmaları yaparak, kuralı bir kez daha anlatarak giderdiğini söylemiştir. Bu sonuçlar alan yazındaki bazı çalışmalar ile benzerlik göstermektedir (Aliustaoğlu, 2018; Çelik ve Güler, 2018; Didiş Kabar ve Amaç, 2018; Gökkurt ve Soylu, 2016; Shabanifar, 2014; Şahin, Gökkurt ve Soylu, 2016; Yurtyapan, 2018).

Araştırmaya katılan K1L, E2L ve E5L öğrencilerin yaşadığı kavram yanlışlarını giderme konusunda yetersiz olduğu düşünülmektedir. Bu durumun en önemli sebebi olarak kazanım sürecinde önceden önlem alma yoluna gitmemeleri olarak düşünülmektedir. Kutlu (2018) ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrencilerin yaşadığı kavram yanlışlarını giderme yönünden yeterli olmadığı şeklinde ulaştığı sonuç araştırmamızın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Yine öğretmen ve öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmalarda da benzer sonuçlara rastlanılmaktadır (Bütün, 2015; Çelik-Sert, 2018; Konyalıoğlu, Özkaya ve Gedik, 2012; Shabanifar, 2014; Şahin, 2016).

K3YL ve E4YL ise öğrencilerin yaptıkları ya da yapabilecekleri kavram yanlışlarına çok önem vermiştir. Alan yazındaki kareköklü ifadeler konusundaki kavram yanlışlarının farkında olup bu kavram yanlışlarını ve öğrencilerin yaşadığı güçlükler ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin etmişlerdir. Böylelikle her kazanım sürecinde gerekli tedbirleri aldıklarını belirtmişlerdir. Bu tedbirleri alırken K3YL öğrencilerin zihinlerindeki soruları önceden tahmin edip, yapılan yaygın kavram yanlışlarını öğretim sürecinde tahtaya yazıp, sınıfta gruplar oluşturduğunu belirtmiştir. Her grup kendilerine göre hangi çözümün doğru hangilerinin yanlış olduklarını açıklayarak, sınıf içi tartışma ortamı oluşturduğunu belirtmiştir. Böylece her kazanımda öğrencilerini kavram yanlışları ile karşı karşıya bırakmış ve gereken önlemleri almıştır. Benzer şekilde E4YL kavram yanlışlarını öğrencilerine yaşatıp sonra öğrencilerin katıldığı tartışmalarla herkesin ikna olduğu anda bir sonraki kazanıma geçtiğini belirtmiştir. Bu şekilde yapılırken E4YL gözlemlerine göre öğrencilerin kavram yanlışlarına düşmediklerini belirtmiştir. K3YL ve E4YL'nin diğer öğretmenlere göre öğrencilerin yaptıkları kavram yanlışlarına ve zihinlerindeki soruları önceden tahmin edip kazanım sürecinde gerekli önlemleri almalarında hem mesleki deneyimlerinin hem de yüksek lisansta aldığı derslerin önemli olduğu düşünülmektedir. Bu çalışma ile benzer bir sonuç Kutlu (2018) tarafından yapılmıştır. Kutlu'nun (2018) yaptığı çalışmada yüksek lisans mezunu olan öğretmenlerin öğrencilerin yaşadığı kavram yanlışlarına karşı önlem almada lisans mezunu olanlara göre farkındalık kazanmış oldukları sonucuna ulaşmıştır.

5.1.2.2. Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusundaki Anlamlı Değerlendirmelerine Yönelik Sonuç ve Tartışma

Kovarik'in (2008) ortaya koyduğu PAB modelinde anlamlı değerlendirme yazılı sorular ile öğrencilerin değerlendirilmesi, sınıf içi tartışmalar ile öğrencilerin değerlendirilmesi,

sınıflandırılmış ödevler ile öğrencilerin değerlendirilmesi ve öğrencilerin soru hazırlaması kategorilerinden oluşmaktadır. Değerlendirmede amaç öğrencilerden beklenen herhangi bir konu ya da kazanımın öğrenilip öğrenilmediği ve öğrencilerin öğrenme sürecini izlemektir (Baki, 2018; Toptaş, 2011). Aynı zamanda her kazanım sonunda öğrenci performansı inceleyip gerekli dönütleri vermek gerekir.

Öğretmenlerin öğretim sürecinde test, kitaptan alıştırmalar, yazılı sorular gibi geleneksel değerlendirme yöntemleri yerine sınıf içi tartışmalar, öğrencilerin soru hazırlaması, açık uçlu sorular, proje görevleri gibi alternatif değerlendirme araçları kullanmaları gerekmektedir (Gelbal ve Kelecioğlu, 2007). Araştırmada elde edilen bulgular doğrultusunda K1L, E2L ve E5L geleneksel değerlendirme araçlarını kullanırken, K3YL ve E4YL ise alternatif değerlendirme araçlarını daha çok kullanmıştır. Bu sonuç Shabanifar (2014) ve Yaman'ın (2011) çalışmaları ile benzerlik göstermektedir.

K1L, E2L ve E5L'nin kareköklü sayılar konusunda anlamlı değerlendirme bileşeni doğrultusunda yetersiz olduğu düşünülmektedir. Araştırmanın bu sonucu ile alan yazındaki bazı çalışmalar benzerlik göstermektedir (Baştürk ve Dönmez, 2011; Gökkurt, 2014; Gökkurt, Şahin, Soylu ve Doğan, 2015; Kutlu, 2018; Üner, 2016). Yine bu öğretmenler öğrencilerini üst düzey düşünmeye yönelik değerlendirmelerden kaçınmış genellikle test, yazılı sorular ve kitaplardaki alıştırmalarda yer alan işlemsel ağırlıklı sorular ile değerlendirme yoluna gitmiştir. Bu şekilde yapılan değerlendirmenin öğrencilerin hata ve yanlışlarını belirlemede ve gerekli dönütleri vermede yeterli olmadığı düşünülmektedir. Ayrıca test şeklinde yapılan değerlendirmelerde şans başarısı ortaya çıkmakta ve öğrencilerin ilgili kazanım hakkında fikir vermek için sağlıklı bir değerlendirme olmamaktadır (Gökkurt, 2014).

K3YL'nin yaptığı değerlendirme yöntemi öğrencilerine matematiksel düşünmeyi kazandırabilme yolunda önemli bir adım attığı, öğrencilerinin kazanımın özünü anlamalarına, kavramsal öğrenmelerine yardımcı olduğu düşünülmektedir. Benzer şekilde E4YL'nin açık uçlu sorular ile yaptığı değerlendirmeler öğrencilerin düşünme becerilerine ve kavramsal öğrenmelerine katkılar sunacağı düşünülmektedir (Dönmez, 2009; Yurtyapan, 2018). K3YL ve E4YL alternatif değerlendirme araçları kullandıkları ve öğrencilerde anlamlı öğrenmeyi sağladıkları düşünülmektedir. Bunda da yine K3YL

ve E4YL'nin mesleki deneyim sürelerinin fazla olması ve yüksek lisans mezunu olmaları önemli bir etkidir.

Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde özellikle K1L, E2L ve E5L kullandıkları değerlendirme yöntemleri öğrencilerin kavram yanlışlarını belirleme ve bunları giderme ile anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirme açısından değil daha çok kazanımı pekiştirmek ve tekrar etmek açısından kullanılmaktadır (Gökkurt, 2014; Kutlu, 2018; Uğurlu ve Akkoç, 2011). K3YL ve E4YL'nin değerlendirme yapmalarındaki amaçlarının öğrencileri güdüleme, gerekli dönütleri verme, öğrencilerin yaptıkları kavram yanlışlarını ve öğrenme güçlüklerini ortaya çıkarma ve bunları giderme, öğrencilerine matematiksel düşünme becerileri kazandırmak ve kavramsal öğrenmeyi sağlamak olarak açıklamışlardır.

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda ulaşılan sonuçlara yönelik öneriler ve araştırmacılara yapılacak öneriler yer almaktadır.

5.2.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler

- Ortaokul matematik öğretmenleri kareköklü sayılar konusunun öğretim sürecinde doğrudan formül ya da kuralı vermek yerine öğrencilerin bu bilgileri farklı gösterimler, analogiler ve gerçek yaşamdan örneklerle kavramalarını sağlayacak etkinlikler uygulayabilir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusunda işlemsel örnekler yerine açık uçlu problemler, sınıf içi tartışmalar yapılması, öğrencilerin soru hazırlaması gibi etkinliklere derslerinde daha çok yer vermesi öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine ve kavramsal öğrenmeyi sağlamaya yardımcı olabilir.
- Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusunda öğrencilerin zihinlerindeki soru ve yanlışlarını önceden tahmin ederek ilgili kazanımların öğretim sürecinde gerekli tedbirleri alarak giderme yoluna gitmelidirler. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü sayılar konusundaki öğrencilerin yaptıkları yaygın kavram yanlışlarına dikkat çekecek örneklere derslerinde yer

vermelidir. Bu şekilde öğrencilere doğru ve yanlış yapılan çözümler arasındaki farklılıkları görmeleri sağlanmalıdır.

- Gerek kareköklü sayılar konusu gerek başka matematik konularının öğretim sürecinde öğrencilerin geçmiş bilgileri incelenip, yeni konuların bu bilgiler üzerine kurulması öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırıp kavramsal öğrenmeyi sağlayabilmektedir. Ders planları bu doğrultuda hazırlanabilir.
- Araştırmaya katılan ortaokul matematik öğretmenlerinden hem mesleki deneyimi hem de yüksek lisans mezunu olan öğretmenlerin farklı matematiksel gösterimleri diğer öğretmenlere göre daha çok sayıda kullandıkları görülmüştür. Bu sebeple ortaokul matematik öğretmenlerinin lisansüstü programlara kayıt olmaları teşvik edilmelidir. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenlerine mesleki gelişim programları veya hizmet içi eğitimler ile matematik öğretmenlerinin matematiksel gösterimler bilgileri geliştirilmesi sağlanabilir.
- Her ildeki veya ilçelerdeki farklı mesleki deneyimlere ve öğrenim düzeylerine sahip zümre matematik öğretmenleri arasından gruplar oluşturularak matematik konularının öğretim sürecinde izledikleri yollar tartışılarak örnek bir plan hazırlanıp diğer öğretmenlerin yararlanabilmesi için paylaşılabilir.

5.2.1. Araştırmacılara Yönelik Öneriler

- Alan yazında yapılan çalışmalar incelendiğinde Kovarik'in (2008) PAB modeline yönelik yapılmış çalışmalara az sayıda rastlanılmıştır. Bu bağlamda farklı matematik konulardaki matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerine yönelik çalışmalar yapılabilir. Ayrıca ortaokul matematik öğretmenleri ile yapılan bu araştırma, öğretmen adayları ile de yapılabilir. Ayrıca öğretmen adayları ile öğretmenlerin pedagojik alan bilgileri karşılaştırmak içinde yapılabilir.
- Bu araştırma beş ortaokul matematik öğretmeni ile yapılmıştır. Benzer bir araştırma daha fazla öğretmenin katılımı ve başka veri toplama araçları ile daha detaylı bir şekilde de yapılabilir. Yine öğretmenlerin ders planları ve dersleri izlenerek yapılan görüşmeler desteklenebilir.

KAYNAKÇA

- Adıgüzel, N. (2013). *İlköğretim matematik öğretmen adayları ve 8. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılar ile ilgili bilgileri ve bu konudaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Akkaya, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aksu, Z., & Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(2), 723-738.
- Aliustaoğlu, F. (2018). *Matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgileri gelişiminin 4mat modeli kapsamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A. C., Hızarcı, S., & Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern and African Journal of Educational Research*, 10, 4-23.
- An, S., Kulm, G., & Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145–172.
- Avcu, R. (2010). Eight graders' capabilities in exponents: making mental comparisons. *Practice and Theory in System of Education*, 5(1), 39-48.
- Bagni, G. T. (2000). "Simple" rules and general rules in some high school students' mistakes. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 124-138.
- Baker, M., & Chick, H. L. (2006). *Pedagogical content knowledge for teaching primary mathematics. A case study of two teachers*. 29th Conference of The Mathematical Education Research Group of Australia, 1, 60-67.

- Baki, M. (2012). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematiği öğretme bilgilerinin gelişiminin incelenmesi: Bir ders imecesi (Lesson study) çalışması*. Yayınlanmamış doktora tezi, KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Ball, D. L. (1990a). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449–466.
- Ball, D. L. (1990b). Prospective elementary and secondary teachers understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132–144.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Banks, F., Leach, J., & Moon, B. (2005). Extract from new understandings of teachers pedagogic knowledge 11. *Curriculum Journal*, 16(3), 331-340.
- Baştürk, S. (2009). Mutlak değer kavramı örneğinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yaklaşımları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 3(1), 174-194.
- Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Pedagojik Alan Bilgilerinin Ölçme ve Değerlendirme Bilgisi Bileşeni Bağlamında İncelenmesi. *Journal of Kırsehir Education Faculty*, 12(3), 17-37.
- Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin öğretim programı bilgisi bağlamında incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 3(2), 743-775.
- Bayazit, İ., & Aksoy, Y. (2010). Öğretmenlerin fonksiyon kavramı ve öğretimine ilişkin pedagojik görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 9(3), 697-723.
- Black, D. J. W. (2007). *The relationship of teachers' content knowledge and pedagogical content knowledge in algebra, and changes in both types of knowledge as a result of professional development*. Doctoral dissertation. University of Auburn, Alabama.

- Bosse, M. J. (2003). The beauty of “and” and “or”: Connections within mathematics for students with learning differences. *Mathematics and Computer Education*, 37(1), 105-114.
- Bütün, M. (2005). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgilerinin nitelikleri üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisan tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bütün, M. (2015). Öğretmenlik uygulaması dersinde ders imecesi modelinin değerlendirilmesi: Sorunlar ve çözüm önerileri. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 5(2), 136-167.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2018). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*, (25. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Can, A. (2019). *SPSS ile Bilimsel Araştırma Sürecinde Nicel Veri Analizi*, (8. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanılgıları ve yanlışları üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Cochran K. F., DeRuiter J. A., & King R. A. (1993). Pedagogical content knowledge: An Integrative Model for Teacher Preparation. *Journal of Teacher Education*, 44: 263-272.
- Creswell, J. W. (2016). *Araştırma Deseni: Nitel, Nicel ve Karma Yöntem Yaklaşımları*, (2. Baskı). (S. Beşir Demir çev.). Ankara: Eğiten Kitap.
- Çelik, D., & Güler, M. (2018). Examination of pre-service elementary school mathematics teachers' knowledge for algebra teaching. *International Online Journal of Educational Sciences*, 10(1), 1-21.
- Çelik-Sert, H. (2018). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin eşitlik ve denklem konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bilgisi bileşeni yönünden incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.

- Çıkrıkçı, F. H. (2015). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının cebir öğrenme alanına ilişkin alan ve pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Didiş Kabar, M. G., & Amaç, R. (2018). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının öğrenci bilgisinin ve öğretim stratejileri bilgisinin incelenmesi: Cebir örneği. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(1), 157-185.
- Dinç, Y. (2018). *8. sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Doğruel, A. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Dönmez, G. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik kavramlarına ilişkin pedagojik alan bilgilerini değerlendirmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Duatepe-Paksu, A. (2008). *Üslü ve köklü sayılardaki öğrenme güçlükleri*. Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri. Ankara: Pegem Akademi, 9-39.
- Duran, N. B. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının alan ve pedagojik alan bilgileri çerçevesinde kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretimine ilişkin kullandıkları modeller*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Duran, M. (2018). *Lise matematik öğretmenlerinin türev ve uygulamalarına ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Elbaz, F. (1983) *Teacher Thinking: A study of Practical Knowledge*, ISBN: 0-89397 144-8 London, Croom Helm, 239 pp.
- Erlandson, K. M. (2013). *A study of college students' misconceptions of radical expressions*. Unpublished master thesis, University of New York, Fredonia.

- Eroğlu, D. (2012). *Examining prospective elementary mathematics teachers' knowledge about students' mistakes related to fractions*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Eroğlu, D., & Tanışlı, D.(2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillian.
- Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Garii, B., & Silverman, F. (2009). Beyond the classroom walls: Helping teachers recognize mathematics outside of the school. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 12(3), 333-354.
- Gelbal, S., & Kelecioğlu, H. (2007). Öğretmenlerin ölçme ve değerlendirme yöntemleri hakkındaki yeterlik algıları ve karşılaştıkları sorunlar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(33), 135-145.
- Gelici, Ö. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Niğde: Niğde Ömer Halis Demir Üniversitesi.
- Gomez, B., & Buhlea C. (2009). The ambiguity of the $\sqrt{0}$ sign. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. (CERME 6)*, Lyon, France.
- Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

- Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 5(8), 997–1012.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *İlköğretim Online*, 14(1), 55-71.
- Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online*, 15(3), 946-973.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Güler, G. (2017). Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik kavram bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 8(2), 186-215.
- Işıksal, M. (2006). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin alan ve pedagojik içerik bilgileri üzerine bir çalışma*. Yayımlanmamış doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- İşleyen, T., & Mercan, E. (2013). Examining the difficulties experienced by 8th grade students on the subject of square root numbers. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 9(4), 529–543.
- Jenkins, O. F. (2010). Developing teachers' knowledge of students as learners of mathematics through structured interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 141-154.
- Kaplan, A., Altaylı, D., & Öztürk, M. (2014). Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanlışlarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 85-102.

- Kara, F., & Delice, A. (2012). Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulmuş bildiri*. Niğde: Niğde Ömer Halis Demir Üniversitesi.
- Karagöz, Y. (2017). *SPSS ve AMOS uygulamalı bilimsel araştırma yöntemleri ve yayın etiği*, (1. Basım). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Karahasan, B. (2010). *Preservice secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge of composite and inverse functions*. Yayınlanmamış doktora tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karasar, N. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemi*, (33. Basım). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Kaya, O. N. (2009). The nature of relationships among the components of pedagogical content knowledge of pre-service science teachers: Ozone layer depletion as an example. *International Journal of Science Education*, 31(7), 961-988.
- Kirk, J., & Miller, M. L. (1986). *Reliability and validity in qualitative research*. California: Sage Publications
- Kocakaya, S. (2008). *Lise öğrencilerinin fizik dersindeki başarılarını etkileyen etmenler arasındaki ilişkilerin path analizi tekniği ile incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Dicle Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- Konyalıoğlu, A. C., Özkaya, M., & Gedik, S. D. (2012). Matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin hataya yaklaşımları açısından incelenmesi. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 2(2), 27-32.
- Kovarik, K. (2008). *Mathematics educators' and teachers' perceptions of pedagogical content knowledge*. Unpublished doctoral dissertation, University of Columbia, New York.
- Kutlu, D. (2018). *Göreve yeni başlayan ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgisinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisan tezi, KTÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Lubinski, C. A., Fox, T, & Thomason, R. (1998). Learning to make sense of division of fractions: One K-8 pre-service teacher's perspective. *School Science and Mathematics*, 98(5), 247-253.

- Magnusson, S., Krajcik, J., & Borko, H. (1999). Nature, sources, and development of pedagogical content knowledge for science teaching. In *examining pedagogical content knowledge* (pp. 95-132). Springer, Dordrecht.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: from a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41, 3-11.
- Mcmillian, H. J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaokul matematik dersi (5-8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Naseer, M. S. (2016). *Algebraic content and pedagogical knowledge of sixth grade mathematics teachers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Walden, Washington.
- Övez, F. T. D., & Akyüz, G. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi yapılarının modellenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 38(170), 321-334.
- Özkan, E. (2011). Misconceptions in radicals in high school mathematics. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 15(1), 120-127.
- Özkaya, M., Konyalıoğlu, A. C., & Gedik, S. D. (2013). Matematik öğretmen adaylarının üslü ve köklü sayılar konusunda öğrencilerin sahip olabilecekleri hatalara yaklaşımları. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 3(2), 49-54.
- Pala, A. (2016). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlemin öğretiminde en çok kullandıkları kuralların belirlenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Park, S., & Oliver, J. S. (2008). Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual to understand teachers as professionals. *Research in Science Education*, 38(3), 261-284.

- Patton, M. Q. (2014). *Nitel Araştırma ve Değerlendirme Yöntemleri*. M. Bütün ve S. B. Demir (Çev. Ed.). Ankara: Pegem Akademi.
- Postelnicu, V. (2011). *Student difficulties with linearity and linear functions and teachers' understanding of student difficulties*. Unpublished doctoral dissertation, University of Arizona State, Arizona.
- Punch, K. F. (2005). *Sosyal Araştırmalara Giriş Nicel ve Nitel Yaklaşımlar*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Savaş, E., Taş, S., & Duru, A. (2010). Matematikte öğrenci başarısını etkileyen faktörler. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(1), 113-132.
- Saygılı, S. (2008). *Analoji ile öğretim yönteminin 9. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına ve yaratıcı düşüncelerine etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Çanakkale.
- Sevgi, S., & Orman, F. (2020). An investigation, based on some variables, into the attitudes of middle school students towards mathematics and metacognitive skills. *Elementary Education Online*, 19(1), 183-197.
- Shabanifar, S. (2014). *Matematik öğretmenlerinin köklü sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Shulman L. S. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: a contemporary perspective. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*. NY: Macmillian Publishing Company.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.
- Sıvacı, S. Y. (2003). *Sınıf öğretmenliği son sınıf öğrencilerin matematik alan ve mesleki bilgisi yeterlilikleri ile derse yönelik tutumları*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Sirotic, N. (1998). *Prospective secondary mathematics teachers' understanding of irrationality*. Unpublished doctoral dissertation, University of Simon Fraser, Burnaby.

- Sirotic, N., & Zazkis, R. (2007). Irrational numbers on the number line-Where are they?. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 38(4), 477-488.
- Şahin, Ö., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2013a, Nisan). *Matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları bağlamında incelenmesi*. 4th International Conference on New Trends in Education and Their Implications konferansında sunulan sözlü bildiri, Antalya.
- Şahin, Ö., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2013b, Mayıs). *Öğretmen adaylarının matematiksel pedagojik alan bilgileri ile matematik öğretimi öz-yeterlik inançları arasındaki ilişki*. 12. Matematik Sempozyumunda sunulan sözlü bildiri. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- Şahin, Ö., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Examining prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' mistakes. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(4), 531-551.
- Şahin, Ö. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Şimşek, N. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının çevre ve alan konularına ilişkin alan eğitimi bilgilerinin öğrenci zorlukları bağlamında incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tamir, P. (1988). Subject matter and related pedagogical knowledge in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 4(2), 99-110.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 80-95.

- Tanışlı, D., & Ata Baran, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının tam sayılar konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *11. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Adana: Çukurova Üniversitesi, 11-14 Eylül 2014, 1214-1216.
- Taşdan, B. T., & Çelik, A. (2015). Matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramına yönelik gösterim şekilleri bilgilerinin gelişimi. *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, (3), 83-101.
- Taşdan, B. T., & Çelik, A. (2016). A conceptual framework for examining mathematics teacher's pedagogical content knowledge in the context of supporting mathematical thinking. *Online Submission*, 2(5), 90-120.
- Taşdan, B. T., & Çelik, A. (2017). Matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünmeyi destekleme bağlamındaki pedagojik alan bilgileri nasıl geliştirilebilir? *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 6(2), 40-55.
- Temel, H., & Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 1263-1278.
- Toptaş, V. (2011). Sınıf öğretmenlerinin matematik dersinde alternatif ölçme ve değerlendirme yöntemlerinin kullanımı ile ilgili algıları. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 206-216.
- Turanlı, N., Keçeli, V., & Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmaşık sayılar konusundaki kavram yanlışları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*. 9(2), 135-149.
- Türnüklü, B. E. (2005). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgileri ile matematiksel alan bilgileri arasındaki ilişki. *Eurasian Journal of Educational Research*, 21, 234 – 247.
- Uğurlu, R., & Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının ölçme-değerlendirme bilgilerinin gelişiminin tamamlayıcı ve şekillendirici ölçme - değerlendirme bağlamında incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 155-167.

- Üner, S. (2016). *Kimya öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin konuya özgü doğasının incelenmesi ve öğrencilerin öğretmenlerinin pedagojik alan bilgileri ilişkin algıları*. Yayınlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Wright, T. D. (2009). *Investigating teachers' perspectives on the impact of the lesson study process on their mathematical content knowledge, pedagogical knowledge, and the potential for student achievement*. Doctoral dissertation, University of New Orleans, Louisiana.
- Yaman, S. (2011). Öğretmenlerin fen ve teknoloji dersinde ölçme ve değerlendirme uygulamalarına yönelik algıları. *Elementary Education Online*, 10(1), 244-256.
- Yeşildere İmre, S., & Akkoç, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalizing number patterns through school practicum. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(3), 207-226.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, (11. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, Z., & Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Ve Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8(1), 269-289.
- Yurtyapan, M. İ. (2018). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak.

EKLER

EK 1. KİŞİSEL BİLGİ FORMU ve TPAB ÖLÇEĞİ

AÇIKLAMA: Değerli meslektaşım, bu araştırma “ Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusuna Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi” konulu tez çalışmamda, öğretmenlerin genel pedagojik bilgilerine yönelik yeterliliklerini incelemek için yapılacaktır. Bu amaç doğrultusunda, ankette yer alan her bir ifadeyi dikkatlice okuyarak size uygun olan seçeneği ifadenin karşısındaki kutuya işaretleyerek (X) belirtiniz. Anketten elde edilen veriler sadece bilimsel çalışmalarda kullanılacaktır. Elde edilen bilgilerin doğruluğu, anketteki maddelerin tamamını içtenlikle yanıtlamanıza bağlıdır. Değerli zamanınızı ayırarak bu araştırmaya katkıda bulunduğunuz için teşekkür ederim.

Feyzullah ORMAN
Yüksek Lisans Öğrencisi
Erciyes Üniversitesi

Kişisel Bilgiler:

Cinsiyetiniz: () Kadın () Erkek **Fakülte:** () Eğitim () Fen Edebiyat
Öğretim Düzeyiniz: () Ön Lisans (Yüksek Okul, 2-3 Yıllık) () Lisans (Fakülte)
() Yüksek Lisans () Doktora
Mesleki Deneyiminiz: () 1-5 Yıl () 6-10 Yıl () 11-15 Yıl () 16-20 Yıl
() 21 Yıl ve Üstü

No	Maddeler	Kesinlikle Katılıyorum (5)	Katılıyorum (4)	Kararsızım (3)	Katılmıyorum (2)	Kesinlikle Katılmıyorum (1)
1.	Matematik hakkında yeterli bilgiye sahibim.					
2.	Matematiksel düşünme tarzını kullanabilirim.					
3.	Matematik anlayışımı geliştirecek çeşitli yöntem ve stratejilere sahibim.					
4.	Ne öğrettiğimi, nasıl öğrettiğimi ve öğrencilerin nasıl öğrendiğini geliştiren teknolojileri sınıfımda kullanmak için seçebilirim.					
5.	Bir ders için içeriği geliştirecek teknolojileri seçebilirim.					

6.	Sınıfımda konu alanım ile ilgili olarak öğrendiğim öğretim yaklaşımlarını, teknolojileri ve içeriği birleştiren stratejileri kullanabilirim.					
7.	Öğrendiğim teknolojilerin kullanımını farklı öğretim aktivitelerine uyarlayabilirim.					
8.	Okulumdaki ve/veya ilçemdeki diğer öğretmenlere öğretim yaklaşımlarının, teknolojilerin ve içeriğin kullanımını koordine edebilmek için yardım etmede öncülük yapabilirim.					
9.	Bir ders için öğrencilerin öğrenmesini geliştirecek teknolojileri seçebilirim.					
10.	Bir ders için öğretim yaklaşımlarını geliştirecek teknolojileri seçebilirim.					
11.	Öğretmen eğitim programım; teknolojiyi sınıfımda kullanabileceğim öğretim yaklaşımlarını nasıl etkileyebileceği hakkında daha derin düşünmeme sebep olmuştur.					
12.	Matematik, teknoloji ve öğretim yaklaşımlarını uygun bir şekilde bir araya getiren dersleri öğretebilirim.					
13.	Teknolojiyi sınıfımda nasıl kullanacağım hakkında ciddi olarak düşünüyorum.					
14.	Öğrencilerin şu an neyi anladıkları neyi anlamadıklarına dayanarak öğretimimi uyarlayabilirim.					
15.	Çeşitli şekillerde öğrencinin öğrenmesini değerlendirebilirim.					
16.	Öğretim stilimi farklı öğrencilere uyarlayabilirim.					
17.	Sınıftaki öğrenci performansını nasıl değerlendireceğimi biliyorum.					
18.	Sınıf ortamında çeşitli öğretim yaklaşımlarını kullanabilirim.					
19.	Yaygın öğrenci kavrayışlarını ve yanlış kavramalarını biliyorum.					
20.	Sınıf yönetimini nasıl organize edeceğimi ve devam ettireceğimi biliyorum.					
21.	Matematikte öğrencinin düşünmesine ve öğrenmesine rehberlik etmesi için etkili öğretme yaklaşımlarını seçebilirim.					
22.	Önemli yeni teknolojileri takip ederim.					
23.	Sık sık teknolojiyle vakit geçiririm.					
24.	Farklı teknolojiler hakkında birçok şey biliyorum.					
25.	Teknolojiyi kolayca öğrenebilirim.					
26.	Teknik problemlerimi nasıl çözeceğimi biliyorum.					
27.	Kullanmam gereken teknolojiler hakkında teknik becerilere sahibim.					

EK 2. GÖRÜŞME FORMU

Değerli Öğretmenler,

Bu araştırma Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusuna Yönelik Pedagojik Alan Bilgilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla yapılacak görüşmelerden elde edilen bilgiler, sadece bu araştırmada kullanılacak ve kişisel bilgiler kesinlikle gizli tutulacaktır. Görüşmeler yaklaşık 1 saat sürmektedir. İzin verirseniz veri kaybına yol açmamak için görüşmeyi ses kaydıyla kaydetmek istiyorum. Dilediğiniz zaman görüşmeyi sonlandırabilirsiniz. Bu araştırmaya katılmayı kabul ettiğiniz için şimdiden teşekkür ederim.

Feyzullah ORMAN
Yüksek Lisans Öğrencisi
Erciyes Üniversitesi

Kareköklü Sayılar İle İlgili Kazanımlar:

- 1) Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.
- 2) Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.
- 3) Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.
- 4) Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.
- 5) Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.
- 6) Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir.
- 7) Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.
- 8) Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.

Görüşme Soruları:

- 1) Aşağıdaki sorular her bir kazanım için sorulacaktır.
 - Bu kazanımın öğretim sürecinde nasıl bir yol izliyorsunuz? Açıklayınız.
 - Hangi öğretim yöntem ve tekniklerini kullanıyorsunuz? Açıklayınız.
 - Hangi matematiksel gösterimleri kullanıyorsunuz? Açıklayınız.

- Ne tür örnekler kullanıyorsunuz? Örnek seçiminde nelere dikkat ediyorsunuz?
- Problem seçiminde ve çözümünde dikkat ettiğiniz kriterler var mıdır? Açıklayınız.
- Bu kazanıma başlamadan önce yaptığınız bir şeyler var mı? Açıklayınız.
- Öğrencilerin bu kazanıma göre hangi ön bilgilere sahip olmasını beklersiniz? Açıklayınız.
- Öğrencilerin bu kazanımla ilgili ne tür sorular sorabilir? Açıklayınız.
- Bu kazanımı başka matematik konuları ya da farklı disiplinlerle ilişkilendiriyor musunuz? Hangi konu ya da konularla ilişkilendirerek anlatıyorsunuz? Açıklayınız.
- Bu kazanımın öğretim sürecinde ya da kazanım bittikten sonra değerlendirme çalışmaları yapıyor musunuz? Açıklayınız.
- Hangi değerlendirme araç ya da araçlarını kullanıyorsunuz? Açıklayınız.

2) Kavram yanılgısı ne demektir? Açıklayınız.

3) Aşağıdaki her bir soruya öğrencilerin vermiş oldukları cevaba göre hangi kavram yanılgılarına sahip olduğunu düşünüyorsunuz ve sizce bu yanılgıların giderilmesi için neler yapılabilir? Açıklayınız.

➤ $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$ işleminin sonucu kaçtır?

Yukarıdaki soruya $6\sqrt{5}$ cevabını veren öğrenciler.

➤ $\sqrt{45} + \sqrt{125} + \sqrt{20}$ işleminin sonucu kaçtır? (TEOG 2014)

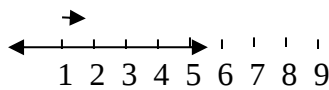
Yukarıdaki soruya $\sqrt{190}$ cevabını veren öğrenciler.

➤ $6\sqrt{2}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? (TEOG 2013)

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{12}$ C) $\sqrt{24}$ D) $\sqrt{72}$

Yukarıdaki soruya $\sqrt{12}$ cevabını veren öğrenciler.

➤ Aşağıda eşit aralıklarla bölünmüş sayı doğrusu modelinin 1 noktasında bulunan çekirge ok yönünde $\sqrt{8}$ br zıplarsa hangi nokta ya da noktalar arasında olur?



Yukarıdaki soruya 3 noktasında olur cevabını veren öğrenciler.

➤ Bir karınca $\sqrt{180}$ metrelik bir yolun $\sqrt{125}$ metrelik kısmını yürümüştür. Geriye kaç metrelik yolu kalmıştır? (TEOG 2014)

Yukarıdaki soruya $\sqrt{55}$ cevabını veren öğrenciler.

- a ve b birer doğal sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamaz?

(TEOG 2015)

- A) $\sqrt{2,5}$ B) $\sqrt{\frac{32}{18}}$ C) 0,32 D) 0,04

Yukarıdaki soruya $\sqrt{\frac{32}{18}}$ cevabını veren öğrenciler.

- $\sqrt{9}$ sayısının tam kare bir sayı olup olmadığı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

$\sqrt{9}$ sayısının tam kare olduğunu söyleyen öğrenciler.

- π (pi) sayısı rasyonel sayı mı yoksa irrasyonel bir sayı mıdır?

Rasyonel bir sayı olduğunu söyleyen öğrenciler.

- 4) Eklemek istediğiniz bir şey var mı?

EK 3. TEKNOLOJİK-PEDAGOJİK ALAN BİLGİSİ ÖLÇEĞİ İZİNİ

Re: tez için anket izni



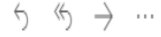
İletiyi şu dile çevir: Türkçe | Şu dilden hiçbir zaman çevirme: İngilizce



F.TUBADIKKARTINOVEZ <tdikkartin@balikesir.edu.tr>

22.11.2019 Cum 01:24

Siz



Eğitim Bilim 2013 yılında yayınlanan ölçeği tez çalışmanızda kullanabilirsiniz. İyi çalışmalar dilerim. Sonuçlardan haberdar ederseniz sevinirim.

----- Orijinal Mesaj -----

Kimden: "feyzullah orman" <feyzullahorman@hotmail.com>

Kime: tdikkartin@balikesir.edu.tr

Gönderilenler: 21 Kasım Perşembe 2019 19:02:32

Konu: tez için anket izni

İyi akşamlar hocam, kusura bakmayın rahatsız ettim. Erciyes Üniversitesi Matematik Eğitimi yüksek lisans öğrencisiyim. Türkçeye uyarladığınız Teknolojik- Pedagojik Alan Bilgisi ölçeğini izniniz olursa yüksek lisans tez çalışmamda kullanmak istiyorum.

EK 4. VALİLİK İZNİ



T.C.
KAYSERİ VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 94025929-605.02-E.22891421
Konu : Feyzullah ORMAN'ın Araştırma İzni

19.11.2019

ERCİYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) 04/11/2019 tarih ve E-22227 sayılı yazınız.
b) Valilik Makamının 18/11/2019 tarih ve 22818152 sayılı oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Feyzullah ORMAN'ın "Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kareköklü Sayılar Konusuna Yönelik Pedagogik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" konulu "Anket Çalışmasını" ekli listede isimleri yazılı okullarda görev yapan matematik öğretmenlerine yönelik yapmasında sakınca olmadığı Anket Değerlendirme Komisyonu tarafından tespit edilmiştir.

Her sayfası mühürlü çalışma evrakları ekte olup, eğitim-öğretimi aksatmadan okul müdürlüğünün gözetiminde ve sorumluluğunda 2019-2020 eğitim-öğretim yılı sonuna kadar ekli listede isimleri yazılı okullarda görev yapan matematik öğretmenlerine yönelik yapılmasının uygun görüldüğü ile ilgili, Valilik Makamından alınan 18/11/2019 tarih ve 22818152 sayılı Olur ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Celalettin EKİNCİ
İl Millî Eğitim Müdürü

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı: Feyzullah ORMAN
Uyruğu: Türkiye (T.C.)
Doğum Tarihi ve Yeri: 13.08.1985 - Kayseri
Medeni Durum: Evli
e-mail: feyzullahorman@hotmail.com
Yazışma Adresi: Ağırnas Osman Yücel Ortaokulu Melikgazi/ KAYSERİ

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Erciyes Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri ABD, Matematik Eğitimi Bilim Dalı	2020
Lisans	Erciyes Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2007
Lise	Mustafa Eminoglu Anadolu Lisesi, Kayseri	2003

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görev
2011-Halen	Ağırnas Osman Yücel Ortaokulu/ MELİKGAZİ	Matematik Öğretmeni
2008-2011	Atatürk İlköğretim Okulu/ TOMARZA	Matematik Öğretmeni
2007-2008	Kapukaya İlköğretim Okulu/ TOMARZA	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL

İngilizce

YAYINLAR

1. Sevgi, S., & Orman, F. (2020). An investigation, based on some variables, into the attitudes of middle school students towards mathematics and metacognitive skills. *Elementary Education Online*, 19(1), 183-197, doi:10.17051/ilkonline.2020.649375.

Basım Aşamasında

1. Sevgi, S., & Orman, F. (2020). Eighth grade students' views about making proofs and their proof abilities at geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*.

Bildiriler

1. Orman, F. & Sevgi, S. (2019). 8. sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme öğrenme alanındaki kanıt yapabilme becerileri ve kanıtlamayla ilgili görüşleri. *VIth International Eurasian Educational Research Congress*. Ankara: Ankara University, 19-22 June, 1452-1454.