

T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BOHM MEKANİĞİ, LOKAL OLMAYIŞLIK VE
UZAY-ZAMAN YAPISI ÜZERİNE

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa Kemal DÖNER

Fizik Anabilim Dalı

Fizik Programı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Barış YAPIŞKAN

AĞUSTOS 2018

T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BOHM MEKANİĞİ, LOKAL OLMAYIŞLIK VE
UZAY-ZAMAN YAPISI ÜZERİNE

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mustafa Kemal DÖNER

Fizik Anabilim Dalı

Fizik Programı

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Barış YAPIŞKAN

AĞUSTOS 2018

Mustafa Kemal DÖNER tarafından hazırlanan BOHM MEKANİĞİ, LOKAL OLMAYIŞLIK VE UZAY-ZAMAN YAPISI adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Dr. Öğr. Üyesi Barış YAPIŞKAN



Bu çalışma, jürimiz tarafından Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Dr. Öğr. Üyesi Barış Yapişkan



Üye : Prof. Cemsinan DELİDUMAN



Üye : Doç. A. Savaş ARAPOĞLU



Bu tez, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım klavuzuna uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel nomrlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- ücret karşılığı başka kişilere yazdırmadığımı (dikte etmek dışında), uygulamalarımı yaptırmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümü bir üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

Mustafa Kemal Döner

19/09/2018

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca hoşgörü ve yardımlarıyla beni yalnız bırakmayan aileme, öğretmenlerime ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürler ederim.

Özellikle araştırmalarım süresince gösterdiği hoşgörü ile birlikte sağladığı özgürlük ve sunduğu birçok yardımın yanı sıra çalışmam boyunca yaptığı eleştirilerle vizyonumun genişlemesinde önemli katkısı olan sayın öğretmenim ve tez danışmanım Yar. Doc. Dr. Barış Yapışkan'a teşekkürü borç bilirim. Ayrıca tez dönemimde projesine katılmamı sağlayarak maddi ve manevi yardımlarıyla birlikte tavsiyelerini esirgemeyen sayın öğretmenim Doc. Dr. Nefer Senoğuz'a minnetlerimi sunarım.

Bununla birlikte MSGSÜ fizik bölümüne girmeme ön ayak olan ve hem lisans hem yüksek lisans öğrenimim boyunca yanımda olan sayın öğretmenim Doc. Dr. Taylan Yetkin'e ve bölümdeki diğer öğretmenlerimle beraber öğrenci arkadaşlarıma yardımlarından ötürü tekrar teşekkür ederim.

Son olarak ise gösterdikleri sevgi, destek ve en önemlisi sınırsız sabırla her anımda yanımda olan aileme binlerce kez teşekkür ederim.

23.05.2018

Mustafa Kemal Döner

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	i
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	vii
SUMMARY	viii
1 GİRİŞ	1
1.1 Kuantum Teorisi ve Yorumları	1
1.1.1 Genel Yorum (General Interpretation)	5
1.1.2 Çökme Teorileri (Collapse Theories)	8
1.1.3 Çoklu-Dünyalar Yorumu (Many-Worlds Interpretation)	9
1.1.4 Kuantum Hidrodinamiği (Quantum Hydrodynamic)	11
1.1.5 Pilot-Dalga Teorisi (Pilot-Wave Theory)	11
1.2 Genel Yorum ve Pilot-Dalga Teorisinin Kıyaslanması: Çift Yarıklı Deneyi	14
1.3 Ölçüm Süreci	19
1.4 Tezin Amacı ve Bölümlerin İçeriği	21
2 BOHM MEKANİĞİ (BOHMIAN MECHANICS)	23
2.1 Bohm Mekanikliği'nin Çıkışı ve Sebebi	23
2.2 Bohm Mekanikliği Formalizmi ve Özellikleri	24
2.3 Bohm Mekanikliğinde Determinizm ve Ölçüm	29
2.4 Lokal Olmayışlık (Nonlocality) ve Bohm Mekanikliği	31
2.5 Çift Yarıklı Deneyi ve Bohm Mekanikliği	32
3 EPR DENEYİ	34
3.1 EPR Düşünce Deneyi'nin Açıklanışı	34
3.1.1 Muhtemel Gizli Değişkenlerin Açıklanışı ve Özellikleri	37
3.2 Bell Eşitsizliği	37
3.3 CHSH Deneyi	42
3.4 EPR Deneyi'nin Kuantum Teorisi Üzerindeki Etkisi	44
3.4.1 Lokal Olmayışlığın Kuantum Teorisindeki Yeri	46
4 RÖLATİVİSTİK BOHM MEKANİĞİ	48
4.1 Rölativistik Bohm Mekanikliği'nin Tasviri	48
4.2 Çoklu-zaman Dönüşümleri	52

4.3	Hardy Deneyi	55
4.4	Kuantum Denkliği, Lokal Olmayışlık ve Işık Hızından Hızlı Sinyalleşme	59
5	SONUÇLAR	62
5.1	Kuantum Teorsinin Yorumları ve Ortak Hedefler	62
5.2	Lokal Olmayışlık ve Uzay-Zaman Yapısı: Seçilmiş bir Referans Çerçevesi Arayışı	65
5.2.1	Einstein Yorumu ve Lokal Olmayan Etkileşimler	66
5.2.2	Lorentz Yorumu ve Lokal Olmayışlık	68
	KAYNAKLAR	70
6	EKLER	74
6.1	Rehber Denklemin Çıkarılışı	74
6.2	Süreklilik Denkleminin Çıkarılışı	75
6.3	Metrik, Öz Uzaklık, Öz Zaman, 4'lü Vektör	76
6.3.1	Lorentz Değişmezleri	77
6.4	Klein-Gordon Denkleminin Çıkarılışı	78
6.5	Rölativistik Durumlar İçin Olasılık Akısı	79
6.6	Determinizm ve Indeterminizm	81

ŞEKİL LİSTESİ

1.1	Kuantum Teorisinin Evrimi ve Yorumları	4
1.2	Çoklu-Dünyalar Yorumunda Muhtemel Dalga Fonksiyonu Oluşumları	10
1.3	Çift Yarık Deney Düzenegi	15
1.4	Çift Yarık Deneyi: A yariğının açık olduğu durum	15
1.5	Çift Yarık Deneyi: B yariğının açık olduğu durum	16
1.6	Çift Yarık Deneyi: her iki yariğın açık olduğu durum	16
1.7	Çift Yarık Deneyi: gözlemci varlığında her iki yarık açık olduğu durum	18
1.8	Çift Yarık Deneyi: pilot-dalga yorumunun bakış açısıyla	18
2.1	Çift Yarık Deneyi: yarıklardan sonraki Bohm gidişatları	33
3.1	Bell Eşitsizliği ve Gizli Değişkenler Varlığındaki Mümkün Durumlar .	41
4.1	4-Boyutlu Uzay-Zamanda Işık Konisi	49
4.2	Lorentz Değişmezliği ve Lokallik	50
4.3	Hardy Deneyi	56
4.4	Hardy Deneyinde Ele Alınan Farklı Referans Çerçeveslerine Göre Dalga Fonksiyonunun Evriminin Uzay-Zaman Diyagramı	58
5.1	UAH'lerin Foliasyon Gösterimi	64
5.2	Einstein Yorumunda Hiperyüzeyler	67
5.3	Farklı Referans Çerçeveslerindeki Aynı Hiperyüzey	67
5.4	Lorentz Yorumunda Hiperyüzeyler	68

SEMBOL LİSTESİ

$\mathcal{H}$	: Hilbert Uzayı
$\mathcal{L}^2$	: Lebesgue Uzayı
Ψ, ψ, ψ	: Dalga Fonksiyonu
ϱ	: Durum
α	: Dejenere özvektör
j	: Olasılık Akısı
P_n	: Ortogonal Projeksiyon Operatörleri
p	: Momentum Operatörü
q	: Konfigurasyon Uzayında Konum
R	: Gözlenebilir(Operatör)
x	: Konum
ΔE	: Enejideki Standard Sapma
Δp	: Momentumdaki Standard Sapma
Δt	: Zamandaki Standard Sapma
Δx	: Konumdaki Standard Sapma
γ	: Lorentz Faktörü
γ^μ	: 4-boyutlu Uzay-Zaman'da Pauli Spin Matrisleri
$\hbar$	: İndirgenmiş Planck Sabiti
$\Im$	: İmajiner Kısım
Λ	: 4'lü Vektör
∇	: Nabla Operatörü
Ω	: Konfigurasyon Uzayı
∂	: Kısmi Türev Operatörü
ϕ, ζ	: Özfonksiyon
π^0	: Pion
ρ	: Olasılık Yoğunluğu
H	: Hamiltonyen
m	: Kütle
m_0	: Hareketsiz Kütle
P	: Olasılık
Q	: Kuantum Potansiyeli
R	: Dalga Fonksiyonunun Genliği
S	: Dalga Fonksiyonunun Fazı

U	: Üniter Operatör
V	: Klasik Potansiyel
v	: Hız
X^μ	: 4-boyutlu Uzay-Zaman'da Dalga Fonksiyonu
ϱ_n	: Özdurum
c	: Işık Hızı
$d\tau$	: Öz Zaman
ds	: Öz Uzunluk
e^+	: Pozitron
e^-	: Elektron
g	: Metric Tensörün Determinantı
$g^{\mu\nu}$	: Metric Tensörü
j^μ	: Dirac Akısı
p	: Momentum
t	: Zaman
r_n	: Özdeğer

**BOHM MEKANİĞİ, LOKAL OLMAYIŞLIK VE UZAY-ZAMAN
YAPISI ÜZERİNE**
(Yüksek Lisans Tezi)
Mustafa Kemal DÖNER

MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Haziran 2018

ÖZET

Deterministik yapıdaki bir yorum üzerinden kuantum teorisi ve onun fenomenlerinin açıklanabileceği fikrine dayanan Bohm mekaniği, sahip olduğu yapının sonucu olarak, genel yorumun aksine, teorisinin bütünlüğünün korunabilmesi için gerekli olan birçok özelliğin açık ifadelerini içermesi nedeniyle alternatif yorumlar arasında özel bir konumda bulunmaktadır.

Bu özelliklerden ilki EPR deneyinin argümanlarından yeniden doğan ve dalga fonksiyonunun tasviri için elzem sayılabilecek gizli değişkenler olup diğeri ise Bell eşitsizlikleri aracılığı ile ispatlanmış olan kuantum teorisinin lokal bir teori olmadığı gerçeğidir. Her iki özellik de Bohm mekaniğinde sırasıyla başlangıç koşulları, $q(x, t)$, ve kuantum potansiyeli, $Q(x, t)$, kavramları gibi açık ifadeler üzerinden kendine yer bulmaktadırlar. Bu ifadelerin çıkarımları ve yoruma yaptıkları katkıyla birlikte teorideki karşılıkları da tez içerisinde verilmektedir.

Bahsi geçen gizli değişkenler ve lokal olmayışlık özellikleri birbirleriyle yakından ilişkili olup bilhassa EPR ve Hardy deneylerinde öngörüldüğü gibi rölativistik koşulları içinde barındıran kuantum sistemlerinin tasvirinde kilit rol oynamaktadırlar. Öyle ki, birbirleriyle dolanık ve uzaysal olarak ayırık alt sistemlerden meydana gelen kuantum sistemlerinin, kuantum teorisi aracılığıyla açıklanabilmesi için gizli değişkenler arasında lokal olmayan etkileşimlere ihtiyaç vardır. Varılan bu sonuç hem klasik mekanik hem de rölativite teorisi gibi sistemler arasındaki etkileşimlerin lokal olması gerektiği varsayımı üzerine kurulmuş teoriler için aykırı bir durum ifade etmesine rağmen, CHSH deneyi ve Aspect'in elde ettiği sonuçlarla da gösterildiği üzere, lokal olmayışlık doğanın kendisinde varolan bir özellik olarak karşımıza çıkmaktadır.

Teorik ve deneysel boyutta kuantum teorisinin lokal olmayan bir teori olduğunun anlaşılması kaçınılmaz olarak, özellikle rölativistik koşulları barındıran sistemler göz önünde bulundurulduğunda, diğer teorilere (lokal teorilere) kıyasla farklı bir uzay-zaman yapısına sahip olması gerektiği görülmektedir. Bu farklı yapının geliştirilebilmesine olanak sağlayan adaylardan birisi ise Lorentz yorumuna dayanan Lorentz ether teorisi olup özellikle tezin sonuç kısmında ele alınarak detaylı bir açıklamasına yer verilmiştir.

Ayrıca kuantum teorisinin genel yorumunun bir diğer önemli konsepti olan dalga fonksiyonunun çökmesini konu alan alternatif yorumlara da, tezin başlıca konuları ile yakından ilişkili olmaları nedeniyle, kısa açıklamalar üzerinden yer verilmiştir.

**ON THE SUBJECT OF BOHMIAN MECHANICS, NONLOCALITY
AND SPACE-TIME STRUCTURE**
(M.Sc. Thesis)
Mustafa Kemal DÖNER

**MIMAR SINAN FINE ARTS UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**
June 2018

SUMMARY

Bohmian mechanics as an interpretation which is based upon the idea of deterministic explanation of quantum theory and its phenomenons is possible (by the nature of its structure), on the contrary of general interpretation, holds the explicit descriptions of the essential features that are vital for the completeness of the theory. Because of this, it has a very unique place among the alternative interpretations.

Two of these essential features; first, hidden variables which had been reascended from the arguments of EPR experiment and second, nonlocality feature of the quantum theory which had been proved by the Bell inequalities, constitute the main area of interests of the thesis. Both of them can be described by the expressions; initial conditions, $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$, and quantum potential, $Q(\mathbf{x}, t)$, in Bohmian mechanics respectively. Deductions and contributions of these expressions are issued in the related chapters of the thesis.

Hidden variables and nonlocality feature of the quantum theory are closely correlated to each other and especially take a great part in the description of the quantum systems that possess the relativistic conditions which had been predicted by EPR and Hardy experiments. Such that, the explanation of the interaction between these subsystems, which are space-like separated and entangled, demands nonlocal interactions between hidden variables that are embedded in each one of them. Neither classical theories nor relativistic ones can not support (accept) this kind of results (nonlocal interactions), yet according to the outcome of CHSH and Aspect's experiments nonlocal interactions is not just a result unique to the quantum theory but an observable feature of the nature itself.

In conclusion, because of the understanding of quantum theory is a nonlocal one, which had been proved both at the theoretical and the experimental scale, it demands a different kind of space-time structure compare to the other theories (local ones), especially for the quantum systems that possess relativistic conditions. On the mission of developing such structure, Lorentz ether theory, which is based on the Lorentz interpretation of space-time structure, can be an adequate candidate among the others. The explanation and the criticism of this conclusion can be found in the thesis.

In addition to these, because of the intimate relation with the main subjects and due to its importance; the collapse of the wave functions's brief explanation, with its associated interpretations (collapse theories), can be found in the thesis aswell.

1 GİRİŞ

1.1 Kuantum Teorisi ve Yorumları

Tarihsel olarak ortaya çıkışı bir asır öncesine dayanan kuantum teorisi, kendinden önceki teorilerin açıklamakta yetersiz kaldığı birçok fenomene verdiği cevap ve zamanının ilerisindeki bakış açısıyla fizik dünyasında büyük bir devrime yol açmıştır. Bu devrimin kısıtlı sürede meydana gelmesinin sonucunda ise formalizmi ve varsayımlarına dair fikir birliği oluşamadığından ötürü teori kaçınılmaz olarak farklı bakış açılarından türemiş birçok yoruma kavuşmuştur. Yorum kavramını açacak olursak; dayandığı düşünce sistemi üzerinden geliştirdiği formalizm ve varsayımlar yardımıyla bir teorinin açıklanması olarak tanımlanabilir. Bu bağlamda teori için geliştirilebilecek farklı yorumlar sahip oldukları kendine özgü içerikler sebebiyle birçok münazaraya ilham kaynağı olabilirler. Bu münazaralara verilebilecek en iyi örneklerden birisi ise elektronlar ve fotonlar üzerine 1927 yılında düzenlenen 5. Solvay Konferansı'nda gerçekleşmiştir. Öyle ki, kuantum teorisi için kritik bir döneme denk gelmesinin de etkisiyle teori adına hayati sayılabilecek gelişmelerden birinin gerçekleşmesine ön ayak olmuştur. Bu gelişme ise konferansa kadar iki yorum, Paris ve Kopenhag yorumu, üzerinden (kendilerine özgü içeriklerle) açıklanmaya çalışılan kuantum teorisinin yoğun tartışmalar sonucunda Kopenhag yorumunun diğerlerine karşı üstünlük sağlamasıdır. Konferans dahilinde varılan bu sonuç ile Kopenhag yorumu sonraki yıllarda genel yorum (general interpretation) ismini almıştır. Gerçekleşen bu gelişmenin nedenini tam olarak anlamak ve teoriye dair hem genel hem de alternatif yorumların dayandığı düşünceleri görmek adına kuantum teorisinin, gelişmeye kadar olan, kısa tarihine göz atmak yararlı olacaktır.

1901 yılında kara cisim ışıması fenomeni ile doğadaki süreksiz durumların, ki klasik mekanikte bu durumlar açıklanabilir olmakla birlikte kayda değer bir yeri bulunmamaktadır, Planck sabiti, h , üzerinden çözümlerinin mümkün olduğunu gösteren Max Planck [1] kuantum teorisinin (eski kuantum teorisi) temelini atmıştır. Bunu takiben Planck'ın çözümlerini destekleyen Albert Einstein'ın fotoelektrik olay [2] ve Niels Bohr'un atomun iç yapısı ve elektron yörüngelerini [3] ele aldığı makalelerinin yardımıyla diğer teorilerin açıklamakta yetersiz kaldığı birçok fenomene getirdikleri çözümler sayesinde teorinin yeri daha da sağlamlaşmıştır. Einstein ve Bohr tarafından yapılan bu katkıların ardından ise 1924 yılında L. de Broglie madde'nin parçacık karakteristiğinin yanı sıra dalga karakteristiğine de sahip olduğunu gösterdiği doktora tezi ile [4] teorinin kendi içinde bir evrim geçirmesine neden olmuştur. Bu evrimin en önemli ayaklarından birisi ise Erwin Schrödinger'in Broglie'nin çalışmasına dayanarak ortaya koyduğu ve ele alınan sistemin dinamiğinin matematiksel bir gösterimini veren, sonraki yıllarda kendi ismi ile anılacak olan,

Schrödinger dalga denklemini [5] kuantum teorisine kazandırmasıdır. Bu gelişme ile eski kuantum teorisi miadını doldurmuş ve özellikle matematiksel anlamda temellerini sorgulayan yeni kuantum teorisinin ilk adımları atılmıştır.

Yeni kuantum teorisine geçişin ardından John Von Neumann [6] 1932 yılında sunduğu formalizmle teorinin matematiksel olarak temellerini atmıştır. Hilbert uzayı ($\mathcal{H}$), genellikle, kompleks sayılardan meydana gelen bir alan üzerinde tanımlı ve iç çarpımları kesinlikle pozitif olan lineer bir uzaydır. Bu uzay, tanımlanan iç çarpımlar tarafından üretilen metriğe göre tam ve ayrılabilir. David Hilbert böyle bir uzayın iki farklı realizasyonunun bulunduğunu göstermiştir. Bunlardan birisi reel doğru üzerindeki bir aralıkta tanımlanan Lebesgue ölçekli, $\mathcal{L}^2$, bütün kompleks değerli fonksiyonları içerirken, diğeri ise mutlak kare toplamalarının, l^2 , yakınsak olduğu sayılar dizilerinden meydana gelir. Bu iki uzay görünüşteki farklı yapılarına rağmen aynı Hilbert uzayı üzerindeki operatör hesabının realizasyonlarıdır. Kuantum teoroisi bağlamında Heisenberg matris mekaniği ve Schrödinger dalga mekaniği arasında eşdeğerlik ise bu gerçeğe dayanmaktadır.¹ Hilbert uzayının sahip olduğu bu özelliklerin farkında olan Von Neumann ise kuantum teorisi için uzayın elemanlarını vektör olarak isimlendirmiş onların iç çarpımlarının, ya da mutlak karelerinin, ise skaler olduklarını göstermiş olduğu ve beş aksiyomdan oluşan formalizmini geliştirmiştir (Bu aksiyomların daha güncel ve kabul edilen versiyonu ise Ballentine tarafından devam eden yıllarda teoriye kazandırılmış olmakla birlikte tezin ilerleyen başlıklarından genel yorumun açıklandığı bölüm içerisinde verilecektir). Ayrıca kuantum teorisine dair geliştirilmiş diğer formalizmler, Dirac formalizmi, ve daha detaylı bir açıklama için Max Jammer'ın ilgili kitabına [7] bakılabilir.

Kısa sürede geçirdiği bu büyük evrimle birlikte formalizmi sayesinde matematiksel boyutta da gelişimine devam eden kuantum teorisi, bu süreç boyunca etkin rol alan bilim adamlarının teori hakkında, fenomenler ve formalizm itibarıyla, farklı bakış açılarına sahip olduklarını daha bariz bir şekilde gözler önüne sermiştir. Ortaya çıkan bu farklılık ise kaçınılmaz olarak teoriye dair birden fazla yorumun geliştirilmesine neden olmuştur. Ancak bu yorumlara geçmeden evvel yorum kavramı ile ne anlatılmak istediğini kısaca açıklamak gerekmektedir.

Yorum kavramı, bölümün devamında sunulan örneklerle gösterileceği üzere, fiziksel bir teori için, özellikle soyut konuları ele alan teorilerle kıyaslandığında, daha sık rastlanan bir olgudur. Öyle ki, soyut teoriler için gerçeklik, gözlenen, ölçüm... v.b. gibi deneysel olarak elde edilen dış etmenlerin (formalizme dışardan etki eden anlamında) varolmaması sebebiyle, tamamen mantıksal yapıya sahip, soyut bir formalizm yeterli olabilmektedir. Bu nedenle soyut konuları ele alan bu teoriler için sadece formalizm düzeyinde farklılıkların mümkün olduğunu ve bu farklılıkların da yorum olarak kabul edilemeyeceğini söylemek yanlış olmaz. Öte yandan fiziksel bir teori, deneysel etmenlerin teoride önemli bir yeri olması nedeniyle, 1) teoriye ait soyut bir formalizm, F, 2) bu formalizme karşılık gelen, deneysel etmenler üzerinden geliştirilmiş, kurallar bütünü, R, şeklinde iki yapı üzerine temellendirilebilir. Burada formalizm F teorinin mantıksal iskeletini oluştururken, tümdengelimci yapısıyla ampirik anlamlı kavramları genellikle için bulundurmaz ama bununla birlikte mantıksal yapıda spesifik bir anlamı bulunmayan parçacık, durum fonksiyonu gibi, fiziksel teorilerin

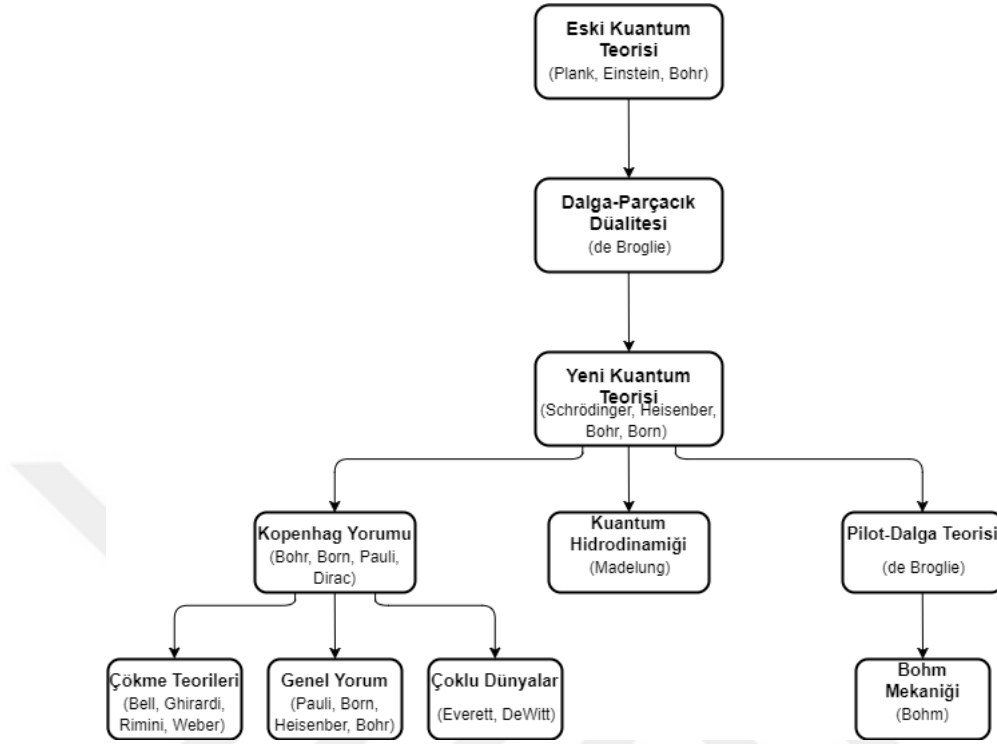
¹ "The fact that this isomorphism entails the equivalence between Heisenberg's matrix mechanics and Schrödinger's wave mechanics made Von Neumann aware of the importance of Hilbert spaces for the mathematical formulation of quantum mechanics." [7]

deneyssel tarafına ait, kavramlara da sahiptir. R ise en yalın ifadeyle, formalizm F içinde bulunan ve mantıksal olmayan kavramların F ile ilişkisini deneyssel etmenler ve fenomenler üzerinden kuran kurallar bütünü olarak tanımlanabilir. Bu kuralların getirdiği düzenlemeler aracılığıyla formalizm F fiziksel anlamına kavuşur. Bu nedenle fiziksel bir teori için sadece F'in geliştirilmesi yetersiz olup R'nin de sürece katılarak F ile ilişkilendirilmesi tam bir teori elde edilebilmesi adına kaçınılmazdır. Yorum kavramı ise tam olarak bu noktada, F ve R arasındaki ilişkiye bağlı olarak, farklı durumların meydana gelmesi sonucu ortaya çıkmaktadır. Daha açık bir dille, F ve R'nin ilişkilendirilmesi sonrasında, farklı bakış açılarından kaynaklı olarak, ortaya çıkan özgün durumların F_R şeklinde bir küme oluşturduğunu düşünelim, böylece kümenin her bir elemanı teoriye dair geliştirilmesi mümkün olan farklı bir yorumu ifade edecektir. Buna verilebilecek en iyi örneklerden birisi ise kuantum teorisinin temel kavramlarından birisi olan dalga fonksiyonuna teorinin yorumları tarafından yüklenmiş farklı anlamlardır. Öyle ki, dalga fonksiyonu genel yoruma göre sistemin tasvirini, olasılıksal yapıdaki bir dağılım üzerinden, veren soyut bir dalga olarak kabul edilirken, pilot-dalga teorisi içinse ortama yayılmış olan fiziksel dalgaların varlığı ile birlikte sistemi tasvir eden, ve belirli koşullar sağlanması durumunda ise olasılıksal yapısını kaybederek tam bir kesinlik ile sistemi betimleyebilecek, bir kavram olduğu varsayılmaktadır. Küme benzetmesinden bakacak olursak genel yorum ve pilot-dalga teorisi burada kuantum teorisi için oluşturulabilecek F_R kümesinin özgün birer elemanı olup teoriye katılmış oldukları görülmektedir.

Bu yorumlar arasından, zamanı itibarıyla, öne çıkanları ise Paris yorumu ve Kopenhag yorumu olup, kendilerinden çok daha önce ortaya çıkmış olan bilimsel determinizm (scientific determinism) ve indeterminizm (indeterminism) düşüncelerinin bir anlamda kuantum teorisindeki karşılıkları olarak kabul edilebilirler. Yorumlar baz aldıkları düşünceler üzerinden ele alınırsa; bilimsel determinizm, Paris yorumu, sistemin (ya da olayın) yeterli derecede bir kesinlikle geçmişinin (ölçümün hassasiyetine bağlı olarak), ki geçmiş kavramının fiziksel teorilerdeki karşılığı başlangıç koşulları olduğunu burada belirtmek yararlı olacaktır, ölçüm öncesi bilindiği takdirde eldeki hareket denklemlerinin (Schrödinger dalga denklemi gibi) yardımıyla sistemin dinamiğinin istenilen derecede bir kesinlikle tasvir edilebileceğini savunurken, indeterminizm, Kopenhag yorumu, böyle bir tasvirin başlangıç koşullarının ölçüm öncesi bilinemeyeceği varsayımından hareketle bilimsel determinizmin sadece bir adet mümkün durumu dahi öngörememesi halinde sistemin tasvirinin indeterminizm ile elde edilebileceğini savunur. Daha açık olarak; determinizm geçmiş ve geleceği açıklanabilirlik açısından aynı kefiye koyan bir yol izlemektedir, öyle ki geçmiş sahip olduğu tüm koşulların etkisiyle tam bir bilinebilirlik ile şimdiye (şu ana) ulaşırken gelecek ise ona sebep olan tüm koşulların bilindiği varsayımı neticesinde aynı geçmişte olduğu gibi tüm mümkün versiyonları bilinebilir ve öngörülebilir olarak karşımıza çıkacaktır. Bu durumların sadece birinin dahi öngörülememesi ya da bilinmemesi ise indeterminizmin geçerli olduğu sonucu ortaya koyacaktır (her iki düşüncenin daha detaylı açıklamaları için Karl Popper'ın ilgili kitabına [8] ve EKLER 6.6'ya bakılabilir).

İki yorum taban tabana zıt düşüncelere sahip olmalarına rağmen kuantum teorisine zaman içerisinde çok önemli katkılar vermiş ancak bununla birlikte birçok tartışmanın da nedeni olmuşlardır. Bu tartışmaların en sonuncusu ise Solvay Konferansı'nda sahne bulmuş olup, indeterminizm ve teorideki karşılığı olan Kopenhag

yorumunun, özellikle süreksiz durumlara dair getirdiği çözümlerin o dönem itibarıyla Paris yorumuna kıyasla daha tutarlı olan açıklamaları nedeniyle, genel yorum olarak kabul edilmesinin teorisinin geleceği açısından daha uygun olacağı düşünülmüştür.



Şekil 1.1: Kuantum Teorisinin Evrimi ve Yorumları

Bu düşünce fizik dünyasının çoğunluğu tarafından benimsenmesine karşın teoriye dair diğer alternatif yorumların ortaya çıkmasına engel olamamıştır. Solvay Konferansı öncesi ve sonrasında anlatılan bu süreç ise Şekil 1.1’de verilmektedir.

Şekil 1.1 üzerinden bir analiz yapılırsa açıkça şu sonuca varılabilir ki; kuantum teorisi geçirdiği evrimlerle beraber yeni yorumlara kavuşmuş ve bu yorumlar sayesinde daha da zenginleşmiştir. Bu nedenden ötürü teorisinin her bir yorumunun genel yahut alternatif olmasına bakılmaksızın kısa açıklamalarının giriş bölümünde yer verilmesi hem tezin ana konuları hem de kuantum teorisinin daha iyi anlaşılabilmesi adına yararlı olacaktır.

Ayrıca Şekil 1.1 baz alınarak eski kuantum teorisinden yeni kuantum teorisine geçiş sonrasında ortaya çıkmış yorumlar olan genel yorum (general interpretation) ve pilot-dalga teorisi (pilot-wave theory), teoriyi temelden etkilemeleri sebebiyle daha geniş bir açıklama ile aralarındaki farklılıklar üzerinde durulacaktır.

Tezin devam eden bölümlerinde ise ana konu olan Bohm Mekaniki ve onun üzerinden EPR Deneyinin (Einstein, Podolsky, Rosen Deneyi) tasviri yapılacak ve buna ek olarak Hardy Deneyi de gene Bohm Mekanikinin bakış açısıyla ele alınacaktır.

1.1.1 Genel Yorum (General Interpretation)

Solvay Konferansı nihayetinde diğer yorumlar (pilot-dalga teorisi) üzerinde üstünlük kazanması ardından genel yorum, içerdği postülatları ve sunduğu matematiksel formalizmle kuantum teorisinin geleceğini tayin etmiştir. Bu nedenle hem teori hem de diğer yorumların çıkış noktaları ve getirdikleri eleştirileri anlamak adına öncelikle matematiksel formalizmi sonrasında ise postülatlarını ele almak doğru olacaktır.

Bilhassa Von Neumann'ın eşsiz katkıları [6] ile ilk adımları atılan genel yorumun matematiksel formalizmi sonraki yıllarda L.E. Ballentine'in ilgili makalesinde [9] yer verdiği aksiyomlar üzerinden ele aldığı versiyonla güncel haline kavuşmuştur. Bu aksiyomları sıralayacak olursak;

1. Gözlenebilir (observable), $\mathbf{R}$, Hilbert uzayındaki, $\mathcal{H}$, hermitsel operatör ile temsil edilir. $\mathbf{P}_n$ $\mathbf{R}$ 'nin ortonormal özvektörlerine denk düşen ortogonal projeksiyon operatörleri, r_n ise $\mathbf{R}$ 'nin özdeğerleri olmak üzere;

$$\mathbf{R} = \sum_n r_n \mathbf{P}_n \quad (1.1)$$

şeklinde gösterilebilir. Buna ek olarak $\mathbf{P}_n$ 'nin açılımı ise dejenere özvektörler, $\mathbf{a}$, üzerinden;

$$\mathbf{P}_n = \sum_n |\mathbf{a}, r_n\rangle \langle \mathbf{a}, r_n| \quad (1.2)$$

ifadesine sahip olacaktır. Bununla birlikte süreksiz durumların ele alınması nedeniyle toplam sembolü kullanılırken eğer sürekli durumlar için bir çıkarım yapılırsa toplam yerine integre etmek yeterlidir.

2. Durum (state), ϱ , hermitsel, kesinlikle negatif olmayan ve birim izli (unite trace) olan durum operatörü ile temsil edilir. ϕ_n öz durum vektörü, ϱ_n öz durum değerleri olmak üzere (superpozisyon prensibi bozmayacak şekilde);

$$\varrho = \sum_n \varrho_n |\phi_n\rangle \langle \phi_n| \quad (1.3)$$

şeklinde ifade edilebilir ($0 \leq \varrho_n \leq 1$ ve $\sum_n \varrho_n = 1$).

3. Durumlar, saf (pure) ve karışık (mixed) olmak üzere iki ayrılırlar;

- saf durum:

$$\varrho^2 = \varrho \quad (1.4)$$

$$Tr(\varrho^2) = 1 \quad (1.5)$$

- karışık durum:

$$\varrho^2 \neq \varrho \quad (1.6)$$

$$Tr(\varrho^2) \leq 1 \quad (1.7)$$

4. Gözlenebilirin beklenen değeri (average value), $\langle \mathbf{R} \rangle$, durumu üzerinden yazılırsa;

$$\langle \mathbf{R} \rangle = \text{Tr}(\rho \mathbf{R}) \quad (1.8)$$

ile gösterilir. Normalize olmuş vektör, $|\psi\rangle$, içinse $\langle \mathbf{R} \rangle = \langle \psi | \mathbf{R} | \psi \rangle$ ifadesine indirgenir.

5. Bir gözlenebilirin sahip olabileceği özdeğerlerin, o özdeğerlerin olasılıkları ile beraber, hesabı;

$$P = \sum_n |\langle \psi | \mathbf{a}, r_n \rangle|^2 \quad (1.9)$$

şeklinde verilir (burada $|\langle \psi | \mathbf{a}, r_n \rangle|^2$ aslında olasılık yoğunluğunun, ρ , daha detaylı bir versiyonudur).

6. Hilbert uzayı, saf durumlara karşılık gelen vektörlerden oluşan altuzayların koherent toplamından ibarettir. Bununla birlikte karışık durumlar da belirli kısıtlar altında saf durumlar üzerinden tasvir edilebileceğinden sadece saf durumlar üzerine kurulu bir uzay tanımlamak yeterlidir.
7. 6. aksiom ile ele alınan Hilbert uzayındaki vektörlere karşılık her hermitsel operatör bir gözlenebilir ile temsil edilebilir.
8. Fiziksel bir sistemin hareket denklemi, U , üniter operatör olmak üzere;

$$\rho(t) = U \rho(t_0) U^{-1} \quad (1.10)$$

veya

$$|\psi(t)\rangle = U |\psi(t_0)\rangle \quad (1.11)$$

şeklinde ifade edilebilir (saf durum için $U = U(t, t_0)$).

Ballentine'in açıkça sunduğu matematiksel formalizm ardından genel yorumun postüllarına bakılırsa, biraz sonra da gösterileceği gibi, tek veya topluluk kuantum sisteminin sürece bağlı olarak bir seçime tabi tutulduğu görülür. Bunları ise Bohm ilgili makalesinde [10] şu şekilde sıralamaktadır;

1. Bir kuantum sisteminin durumu, tek kuantum sistemini esas alan bir dalga fonksiyonu üzerinden, deterministik yapıdaki hareket denklemi, Schrödinger denklemi ile;

$$i\hbar \left(\frac{\partial \Psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x}, t) \right] \Psi(\mathbf{x}, t) \quad (1.12)$$

ifade edilebilir.

2. Tek kuantum sisteminin fiziksel durumunu veren dalga fonksiyonunun tasviri, birbirine benzer tek kuantum sistemlerinden oluşan topluluk kuantum sistemi üzerinden elde edilir. Bu varsayımın istatistiksel bir yapıya sahip olduğunu ise matematiksel formalizmde sunulan 5. aksiyomdaki olasılık yoğunluğu ifadesiyle açıkça görülmektedir. Bu bağlamda varılabilecek bir diğer sonuç ise sistem üzerine yapılan ölçüm sonucu R gözlenebilirine değil 4. aksiyomla gösterildiği gibi onun dalga fonksiyonuna göre olan olasılık katsayıları ile beraber özvektörlerinden birinin elde edileceğidir.
3. $\mathbf{R}$ operatörüyle temsil edilen gözlenebilirin, dalga fonksiyonu üzerinde yapılan bir ölçüm sonucunda, R_i , özdeğerler, ϕ_i , özfonksiyonlar olmak üzere;

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_i R_i \phi_i(\mathbf{x}) \quad (1.13)$$

ifadesi ile gösterilen öz durumlarından ($\phi_i; R_i \dots$) birine çöker. Buna kısaca dalga fonksiyonunun çökmesi (wave function collapse) denir. Süreç boyunca dalga fonksiyonunun hangi öz duruma çökeceğinin tamamen istatistiksel olması ise genel yorumun indeterministik yapıya sahip olmasının temel nedenini oluşturmaktadır. Bununla birlikte çökme işlemi dalga fonksiyonunda süresizliğe yol açacağından 1. postülda verilen Schrödinger denklemiyle tezat bir durum ortaya koymaktadır. Öyle ki, bu tezat durum sonraki yıllarda yeni alternatif yorumların (Çökme Teorileri, Çoklu-Dünyalar Yorumu... vb.) ortaya çıkmasına neden olmuştur.

Postülalar haricinde genel yorumun temelinde yatan, hatta birçok durumu anlamak ve açıklamak konusunda başvurulun, önemli bir diğer konsept ise belirsizlik ilkesidir. Heisenberg tarafından geliştirilen ilke kısaca açıklanırsa; herhangi bir sistemin konumunun (x bileşeninin) yapılacak ölçüm sonucu elde edilmesinin sistemin momentumunda (p bileşeninde) Δp gibi bir sapmaya neden olacağını (tabi ki bu durum tam tersi için de geçerlidir) ve bu nedende ötürü $x - p$ gibi birbiriyle komüte etmeyen bileşenlerin eş zamanlı olarak elde edilemeyeceğini şart koşturmaktadır (varılan bu kısıtlamanın daha detaylı bir açıklaması için David Bohm'un "Quantum Theory" kitabının 5. bölümüne bakılabilir [11]).

Bununla birlikte ilkenin matematiksel gösterimi ise Δp momentumdaki standard sapma, Δx konumdaki standard sapma ve $\hbar = h/2\pi$, indirgenmiş Planck sabiti, olmak üzere;

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar \quad (1.14)$$

(1.14) ifadesi ile gösterilebilir. Bu eşitsizliğin başka bir versiyonu ise enerji ve zaman ikilisi için $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ şeklinde elde edilebilir.

Pilot-dalga teorisi ve Bohm mekaniği açısından ele alınacak olunursa; belirsizlik ilkesinde birbiriyle komüte etmeyen nicelikler aracılığıyla ulaşılan bu eşitsizlik o niceliklerin değerlerini elde etmek amacıyla sistemde yapılan ölçümün sistem üzerinde neden oldukları göz ardı edilemez etkinin bir sonucudur. Yani bir başka deyişle, yapılan ölçüm sistemdeki belirsizliğin ana kaynağı olup ölçüm yapılmadığı takdirde sisteme dair herhangi bir belirsizlik söz konusu değildir. Bu nedenle belirsizlik ilkesi

sistemin doğasında olan bir durum değil ölçenden kaynaklı bir sonuçtur. Bohm bunu "Causality and Chance in Modern Physics" kitabının [12] 3. bölümünde şu şekilde belirtmektedir:

*"...ışığın parçacık karakteristiğinden ötürü, ölçülen elektronun momentumunda kaçınılmaz olarak değişiklik gözleneceğinden, elektronun momentumu üzerinde ön görülemeyen ve kontrol edilemeyen Δp kadarlık bir sapma oluşur. Işığın dalga karakteristiğinden ötürü ise, gözardı edemediğimiz bir belirsizlik sebebiyle, resimdeki keskinliğe bağlı olarak elektronun konumunda Δx kadar bir sapma oluşur. Böylece basit bir hesaplama ardından Heisenberg belirsizlik ilkesi, $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$ elde edilmiş olur."*²

Buna benzer bir başka açıklama ise Solvay Konferansı sırasında Hendrik A. Lorentz tarafından dile getirilmiştir. Açıklamasında Lorentz, belirsizlik ilkesinin sistem üzerinde yapılan ölçümün hassasiyetinin sınırlarının neler olacağını dayattığını anlatırken bunun yanı sıra olasılık kavramının da sürece peşinen dahil edilmesi yerine sonuç kısmında katılması gerektiğini savunmuştur.

Genel yoruma dair açıklanması gereken bir diğer önemli ilke ise Niels Bohr'un tamamlayıcılık ilkesidir (complementarity principle)[13]. Teorik ve deneysel boyutta yoruma, doğada varolan düalizmin bir sonucu olarak, düzenleme getiren ilke, belirsizlik ilkesi ile açıklanmış olan, sistemin birbiriyle yakından ilişkili bileşenlerinin seçilmiş ikilileri bağlamında eş zamanlı olarak ölçülemeyeceğini savunur. Bu ikililerden birkaçı ise;

- Konum ve momentum
- Enerji ve zaman
- Farklı spin doğrultuları
- Dalga ve parçacık ikilisine dair özellikler
- Uzay-zaman ve nedensellik (dolanıklık ve uyumluluk)

şeklinde sıralanabilirler. Tamamlayıcılık ilkesi adından da anlaşılabilir gibi sistem üzerinde yapılacak ölçümlerin o sisteme dair elde edilebilecek ikili özellikler bağlamında belirli bir sınırlamaya sahip olması gerektiğini mantıksal boyutta ortaya koyarak kuantum teorisini tam bir teori yapmayı amaçlayan bir ilkedir. Bu amaç ise kuantum teorisinin sistem üzerinde yapılacak herhangi bir ölçümün, klasik mekaniğin aksine, sistemde gözardı edilemeyen ve kontrolü de mümkün olmayan etkisinden kaynaklanmaktadır.

1.1.2 Çökme Teorileri (Collapse Theories)

Genel yorumun açıklamasında sistemin dinamiksel işleyişini açıklamak adına geliştirilmiş *1.postüla*, Schrödinger denklemi, ve *3.postüla*, dalga fonksiyonunun çökmesi,

²"Because of the particle character of light, we cannot avoid disturbing the particle momentum, creating an unpredictable and uncontrollable disturbance which we denote by Δp . Because of the wave character of light, we cannot avoid an uncertainty, Δx , in the position of the electron, coming from lack of sharpness of the image. A simple calculation which we shall not, however, give here leads to the indeterminacy relations of Heisenberg, $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar$, where $\hbar$ is Planck's constant." [12]

önceki bölümde kısaca değinildiği üzere, sahip oldukları deterministik ve indeter-
ministik yapının sonucu olarak birbirleriyle tezat oluşturmaktadırlar. Yorumun te-
melindeki postülar arasında ortaya çıkan bu tezatlığa bir çözüm sunmak amacıyla
geliştirilen çökme teorileri bu sayede sistemin dinamiksel işleyişine dair tam açıklama
getirmeyi amaçlar. Ancak bu açıklamadan evvel hem çökme teorilerinin çıkış nok-
tası olan hem de genel yorumla birlikte kuantum teorisinin önemli konularından biri
olan ölçme sürecine bakmak gerekir.

Kuantum teorisinin ölçme süreci, David Bohm'un ilgili kitabının [14] 22. bölümünde
açıkladığı üzere, makro boyutlardaki ölçen ve mikro boyutlardaki ölçülenden oluşan
bir sistemin (tamamen çevreden soyutlandığı varsayılarak) bileşenleri arasındaki et-
kileşimlerden ve onların dinamiksel işleyişlerinden oluşmaktadır. Bu bağlamda sis-
tem üzerinde yapılan bir ölçüm onun öz durumlarından birine (olasılık katsayılarına
bağlı olarak) çökmesine neden olur. Ancak dalga fonksiyonunda gerçekleşen bu
çöküşün doğası genel yorumun 1. ve 2. aksiyomları sebebiyle ölçüm sonucu hangi
öz duruma geçileceğini sadece istatistiksel olarak verebilecektir (bu istatistiksel du-
rum en basit şartlar (iki öz durumun lineer toplamından oluşan dalga fonksiyonu)
için dahi geçerli olduğu unutulmamalıdır). Zira 2.postüla ile açıklandığı üzere ge-
nel yoruma göre sistem üzerinde yapılan ölçüm, o sistemin benzerlerinden oluşan
topluluk üzerinden yapılması nedeniyle kaçınılmaz olarak istatistiksel bir sonuç ve-
recektir.

Schrödinger denkleminin deterministik yapısıyla uyuşmayan bu durum (az önce
açıklan sistemin öz durumlarından birine geçişle lineerliğini kaybettiği indetermis-
tik yapıya sahip dalga fonksiyonunun çökmesi) açıklamak amacıyla birden fazla
çökme teorisi geliştirilmiştir. Bu teorilerin temelinde ise P. Pearle'nin lineer olma-
yan Schrödinger denklemi üzerine ele aldığı ilgili makalesi [15] bulunmaktadır. Bu
makaleden hareketle ortaya çıkan teorilerden ilki ise kuantum mekaniğinde spontane
lokalizasyonlar (quantum mechanics with spontaneous localizations) adıyla bilinen ve
dalga fonksiyonunun çökmesini; nasıl olduğu, nerede olduğu ve gerçekleşme süresi
bazında açıklamaya çalışan teoridir. Sonrasında geliştirilen diğer çökme teorileri
arasından GRW [16] modeli sürecin gerçekleşme süresine ve nerede olduğuna dair ge-
tirdiği açıklama nedeniyle önemli bir yere sahiptir. Bununla birlikte diğer bir önemli
teori ise Roger Penrose'un dalga fonksiyonunun çökmesinin kuantum gravitasyonel
etkilerin bir sonucu olduğunu öngördüğü teorisidir [17]. Her iki teori de geliş nok-
taları farklı olmasına rağmen özellikle vardıkları sonuçların benzerlikleri itibarıyla
bibirlerini destekleyerek çökme sürecine dair önemli katkılar sunmaktadırlar.

Çökme teorileri hakkında daha detaylı bir açıklamaya ise Giancarlo Ghirardi'nin
"Collapse Theories" [18] adlı yazısında dalga fonksiyonunun çökmesinin genel yorum
üzerinden kısa tarihi ile birlikte yer verilmektedir.

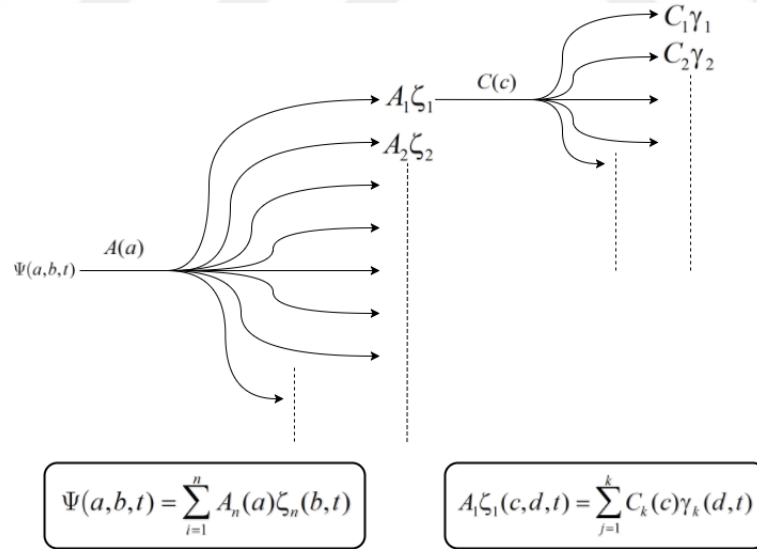
1.1.3 Çoklu-Dünyalar Yorumu (Many-Worlds Interpretation)

Hugh Everett [19] tarafından evrenin tümünün tek bir kuantum sistemi olarak ele
alınabileceği fikri üzerinden hareketle ortaya çıkan çoklu-dünyalar yorumu özellikle
dalga fonksiyonunun çökmesi konseptine getirdiği farklı bakış açısıyla kuantum yo-
rumları arasında özel bir yere sahiptir.

Everett'in çoklu-dünyalar yorumuna göre ele alınan her bir kuantum sistemi içinde bulunduğu evrenden soyutlanamazlar. Bu nedenle sistemin tanımı yapılırken, genel yorumun aksine, ölçen ve ölçülen kavramlarının yeniden gözden geçirilerek tüm evrenin ölçme süreci boyunca hesaba katılması gerekmektedir. Yani bir başka deyişle, ölçülenin tüm evreni kapsadığı ve ölçenin de bu evrenin bileşenlerinden biri olduğu var sayılmaktadır. Böyle bir sistem için dalga fonksiyonu yazılacak olunursa: $A(a)$ ölçen, $\zeta(b, t)$ ölçülen (ölçen dışındaki tüm evren) ve sistemin dalga fonksiyonu $\Psi(a, b, t)$ olmak üzere;

$$\Psi(a, b, t) = \sum_n A_n(a) \zeta_n(b, t) \quad (1.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $A_n(a)$ ölçenin özfonksiyonları olup gerçekleşme sürecinin ölçenin ömrüne kıyasla çok kısa olması nedeniyle zamandan bağımsız kabul edilmektedir, $\zeta_n(b, t)$ ise ölçülenin özfonksiyonlarıdır. (1.15) ifadesi üzerinde yapılabilecek her ölçüm ise sonuç olarak, dalga fonksiyonunun tüm evreni tasvir etmesinden ötürü, evrenin tamamında bir değişime sebep olacaktır. Bir başka deyişle çoklu-dünyalar yorumuna göre mümkün her bir ölçüm sistemin öz durumlarından birisine çökmesiyle sonuçlanacaktır. Bu süreç genel yorumdaki dalga fonksiyonun çökmesine çok benzemekle birlikte sistemin tüm evreni kapsamaması sebebiyle hem ölçen hem de ölçülen üzerinden bir değişime sebep olduğundan çok daha komplike bir yapıya sahiptir. Ölçüm işlemiyle gerçekleşen süreci bir şekil yardımıyla açıklanacak olunursa: $A(a)$ 1.ölçüm ve $C(c)$ 2.ölçüm olmak üzere;



Şekil 1.2: Çoklu-Dünyalar Yorumunda Muhtemel Dalga Fonksiyonu Oluşumları

şeklinde gösterilebilir. Şekil 1.2'de gösterildiği gibi başlangıç dalga fonksiyonu $\Psi(a, b, t)$ üzerinde yapılan ölçüm $A(a)$ onun öz durumlarına çökmesini sağlar. Ancak bu çökme işlemi genel yorumdakinden farklıdır zira çoklu-dünyalar yorumunda ölçen de aynı ölçülen gibi kendi öz durumlarının toplamından oluşur bu da genel yorumun aksine ölçüm sonucunda dalga fonksiyonunun ölçen ve ölçülenin öz durumlarının korelasyonlarından her birine çökmesi anlamına gelmektedir. Bu süreç yapılacak her ölçümde ($A(a), C(c)...$) kendini tekrarlayarak devam eder. Oluşan öz durumlar

hem birbirleri hem de diğer ölçümlerde ortaya çıkan öz durumlarla dejenere olmadığından herhangi bir etkileşim veya ilişkiye sahip olamazlar. Süreç daha somut olarak açıklanacak olunursa, başlangıç durumundaki evren üzerinde yapılacak bir ölçüm onun birbirleriyle paralel olan alt evrenlerine çökmesine sebep olur (sadece bir alt evrene değil her birine) ve bu evrenlerin hepsi kendi özelliklerine sahip olacak şekilde gerçekliklerini kazanmış olurlar.

Özet olarak çoklu-dünyalar yorumuna göre sistem üzerinde yapılan her bir ölçüm sistemin öz durumlarından sadece birine değil birbiriyle dejenere olmayan (bu tüm ölçümlerin öz durumları için geçerlidir) tüm öz durumlarına çökmesi anlamına gelmektedir.

1.1.4 Kuantum Hidrodinamiği (Quantum Hydrodynamic)

1926 yılında Erwin Madelung ilgili makalesinin [20] özetinde tek kuantum sistemlerinin Schrödinger denklemiyle verilen dinamiğinin, hidrodinamiğin hareket denklemleriyle de ifade edilebileceğini ileri sürmüş ve makalesindeki birebir kıyaslamalarla bunu aşama aşama göstermiştir. Bahsi geçen gösterimin makalede açıkça verilmesi nedeniyle yeniden çıkarılışını yapmanın bir yararı olmadığını düşünmekle birlikte bilhassa Schrödinger denkleminin süreklilik denklemiyle olan yakından benzerliği dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan birisidir.

Sunulan bu gösterim haricinde makalede ulaşılan bir diğer önemli sonuçta Schrödinger denkleminin tek kuantum sistemlerinin dinamiğini verebilirken topluluk kuantum sistemleri için kabul edilebilir bir açıklamaya sahip olmadığı eleştirisidir. Bu eleştiri takip eden yıllarda kuantum teorisinin merkezinde yer alarak birçok araştırma ve makaleye konu olmuştur. Bu makalelerden birkaçı, özellikle kuantum hidrodinamiği yorumunu geliştirmeleri açısından, Bohm-Vigier, M.Schönberg ve Takabayasi'nin makaleleri olarak gösterilebilir [21], [22], [23].

1.1.5 Pilot-Dalga Teorisi (Pilot-Wave Theory)

Yeni kuantum teorisinin ortaya çıkışıyla, Schrödinger dalga denkleminin geliştirilmesi ile, parçacığın dinamiğinin tasvirine dair birçok fikir geliştirilmiştir. Bunlardan birisi ise pilot-dalga teorisinin atası olan çifte çözüm teorisidir (theory of double solution). Schrödinger'in dalga mekaniği ve Born'un parçacığın olasılıksal yorumuna dayanan teori; parçacığa eşlik eden gerçekten de fiziksel bir dalganın, v -dalgası, olduğunu ve genliğinin ise, de Broglie'nin tabiriyle, genel yorumun ele aldığı ψ -dalgasıyla kıyaslandığında "çok küçük" olduğunu varsaymaktadır. Bu iki dalganın arasındaki ilişki ise, C ; normalizasyon katsayısı olmak üzere, $\psi = Cv$ eşitliği ile ifade edilebilir. Teorinin ismi veya özü ise direkt bu iki, fiziksel ve olasılıksal yapıdaki, dalganın, parçacığın dinamiğini açıklayan dalga denkleminin çözümleri olmalarından gelmektedir. Bu çözümlere bakacak olursak, aralarında (az önce belirtilen eşitlikte gösterilen) ilişkinin de yardımıyla sadece v -dalgasının yazılması yeterli olacağından, a ve ϕ gerçek fonksiyonlar olmak üzere v -dalgası:

$$v = a(x, y, z, t) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \phi(x, y, z, t)\right) \quad (1.16)$$

şeklinde ifade edilebilir. v -dalgaşı üzerinden parçacığın dinamiğini veren rehber denklemi ise; W enerji, $\mathbf{p}$ momentum olmak üzere:

$$\mathbf{v} = \frac{c^2 \mathbf{p}}{W} = -c^2 \frac{\nabla \phi}{\partial \phi / \partial t} \quad (1.17)$$

olarak elde edilebilir. Yazılan bu rehber denklemi, bölümün devamında daha detaylı olarak anlatılacağı gibi, parçacığın başlangıç koşullarına bağlı olarak geliştirilmiş olup onun zamana göre evrimini elde etmemizi sağlar. Başlangıç koşullarının bilinmediği durumda ise olasılıksal bakış açısından yaklaşarak ψ -dalgaşı üzerinden bir çözüm elde etmek mümkün olacaktır. Özetle teori, ψ -dalgaşı üzerinden elde edilen olasılıksal çözümü ile birlikte, v -dalgaşı yardımıyla dalga mekaniğine dayanan çözümü de içinde barındırmaktadır.[24]

Çifte çözüm teorisini temel alarak kuantum teorisinde deterministik bakış açısının mümkün olduğunu benimseyen ve bu noktadan hareketle tek kuantum sisteminin dinamiğini klasik mekaniğin temel ilkelerinden biri olan en az eylem "at least action", $\delta S = 0$, prensibi aracılığı ile açıklanabileceğini düşünen Luis de Broglie pilot-dalga teorisini geliştirmiştir.

Pilot-dalga teorisini kısaca açıklanacak olunursa; farzedelim elimizde bir topluluk kuantum sistemi var ve bu sistem N tane spinsiz ve rölativistik olmayan hızlarda hareket eden parçacıklar (tek kuantum sistemi) topluluğundan meydana gelsin. Genel yorumun aksine pilot-dalga teorisi bahsi geçen her bir parçacığın konfigürasyon uzayında (Ω) belli bir konuma $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N)$ sahip olduğunu kabul eder ve parçacıkların oluşturduğu topluluk kuantum sisteminin ise $\Psi(\mathbf{q}, t)$ dalga fonksiyonu ile tasvir edilebileceğini savunur. Buradan hareketle matematiksel olarak $\Psi(\mathbf{q}, t)$ üzerinden sistemin hareket denklemini yazarsak, V zamandan bağımsız potansiyel, m_j j.parçacığının kütlesi, ∇_j j. parçacığa etkiyen nabla operatörü olmak üzere;

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{-\hbar^2}{2m_j} \right) \nabla_j^2 + V \right] \Psi(\mathbf{q}, t) \quad (1.18)$$

ifadesini elde etmiş oluruz (hareket denkleminde parçacıklar arasındaki etkileşimler hesaba katılmamıştır).

Pilot-dalga teorisine göre parçacıkların koordinatlarının konfigürasyon uzayında belirli olması sayesinde gidişatlarının (trajectories) elde edebileceğini ve bunun da rehber denklem (guiding equation) yardımıyla yapılabileceğini savunur. (Rehber denklemin çıkarılışı EKLER 6.1)

Tek parçacık (tek kuantum sistemi) için rehber denklem;

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \Im \frac{\nabla \Psi}{\Psi}(\mathbf{q}, t) \quad (1.19)$$

Çok parçacık (topluluk kuantum sistemi) için rehber denklem;

$$\dot{\mathbf{q}}_j = \frac{d\mathbf{q}_j(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \Im \frac{\nabla_j \Psi}{\Psi}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N, t) \quad (1.20)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada tek parçacık için konfigürasyon uzayı $\Re^3$ iken çok parçacık için $\Re^{3N}$ dir. Rehber denklem sayesinde başlangıç koşullarının bilinmesi halinde tek parçacığın ve doğal olarak bu parçacıklardan oluşan çok parçacıklı sistemin gidişatları elde edilebilir.

Deterministik yapısı nedeniyle, (1.18) ifadesiyle de gösterildiği gibi, ölçüm öncesi başlangıç koşullarının belli olduğunu savunan pilot-dalga teorisi genel yorumun temel araçlarından olan olasılık yoğunluğunun (probability density), $\rho = |\Psi|^2$, yorum içindeki karşılığını konfigürasyon uzayında ele alarak $\rho = |\Psi(\mathbf{q}, t)|^2 d\Omega$ şeklinde tanımlar. Pilot-dalga teorisinin sunduğu bu tanım ilerleyen bölümlerde detaylıca anlatılacak olan kuantum denkleği (quantum equilibrium) olarak bilinmektedir. Kısa bir açıklama ile kuantum denkleği, pilot-dalga teorisi ve Bohm mekaniği yorumları gibi deterministik (bilimsel deterministik) yorumların hesap verebilirlik ilkesi (the principle of accountability)[8] sınırları dahilinde, şartlara bağlı olarak, genel yorum gibi indeterministik yapıdaki yorumlara denk sonuçlar elde edilmesine imkan sağlayan bir nevi dönüşüm olarak kabul edilebilir. Bu kabul aracılığıyla sistem için olasılık denklemi yazılırsa, P olasılık olmak üzere,

$$P = \int_{\Omega} |\Psi(\mathbf{q}, t)|^2 d\Omega \quad (1.21)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bunu takiben olasılık akısının (probability current), $\mathbf{j}$, yardımı ile süreklilik denklemi (continuity equation);

$$\frac{\partial |\Psi(\mathbf{q}, t)|^2}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \nabla_i \mathbf{j}_i = 0 \quad (1.22)$$

i. parçacık için elde edilmiş olur (Süreklilik denkleminin çıkarılışı EKLER 6.2). Bunlara ek olarak $\mathbf{j}_i = \dot{\mathbf{q}}_i(t) |\Psi(\mathbf{q}, t)|^2$ olması nedeniyle rehber denklemi de;

$$\dot{\mathbf{q}}_i(t) = \frac{\mathbf{j}_i}{|\Psi|^2} \quad (1.23)$$

şeklinde elde edilebilir. Rehber denkleminin bu (1.23) ifadesi daha sade bir gösterim olmakla birlikte olasılık yoğunluğu, ρ , ile olasılık akısı, $\mathbf{j}$, arasındaki oranın aynı anda sistemin hızının tasvirini de vermektedir.

Elde edilen bu çıkarımları dalga fonksiyonunun polar formu $\Psi = Re^{iS/\hbar} (S(\mathbf{q}, t))$ olmak üzere) yardımıyla tekrar yazılırsa;

$$\dot{\mathbf{q}}_i(t) = \frac{\nabla S}{m_i} \quad (1.24)$$

rehber denkleminin daha kullanışlı versiyonu olan (1.24) ifadesi elde edilmiş olur. Burada S dalga fonksiyonunun fazı ve R ise genliğidir. Rehber denklem bu versiyonu nedeniyle daha kullanılabilir olup Bohm mekaniğinin anlatıldığı ikinci bölümde tekrar ve daha detaylıca açıklanarak tam bir çıkarımı yapılacaktır.

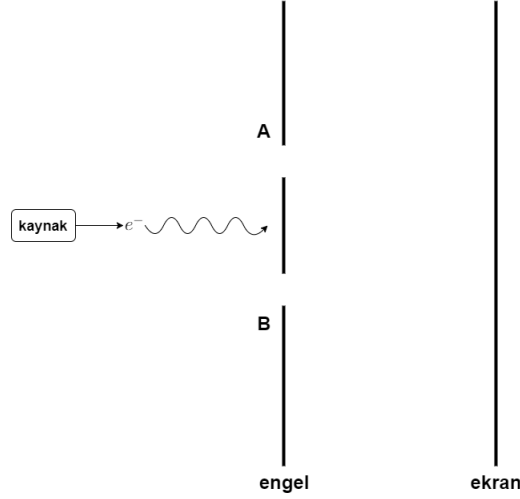
Pilot-dalga teorisi ilk kez açıklanma fırsatı bulduğu Solvay Konferansı boyunca karşılaştığı yoğun eleştiriler sonucu (özellikle Wolfgang Pauli'nin elastik olmayan saçılmalarda teorisin yetersiz kaldığı eleştirisi bu konuda başı çekerken ona karşı getirilecek cevap ise gizli değişkenlerin teoriye katılmasıyla verilebilmektedir), Einstein'ın izlenen yolun doğru olduğunu belirterek teorisin doğru yolda ilerlediğini dile getirmesine rağmen, de Broglie tarafından terk edilmiştir (çifte çözüm teorisi ve pilot dalga teorisinin yaşadığı bu sürecin tam bir açıklamasına Max Jammer'ın "The Philosophy of Quantum Mechanics" [7] kitabında yer verilmektedir). Ancak 1952 yılında David Bohm aynı sene içerisinde yazdığı iki makalesiyle tamamen klasik mekaniğin sunduğu araçları kullanarak pilot-dalga teorisinin verdiği sonuçlara matematiksel olarak daha açık bir yöntemle ulaşmış ve teorisin gelişerek önce nedensel yorum (causal interpretation) daha sonraki ismiyle ise Bohm mekaniğine dönüşmesine neden olmuştur.

1.2 Genel Yorum ve Pilot-Dalga Teorisinin Kıyaslanması: Çift Yarıık Deneyi

Genel yorum ve pilot-dalga teorisi olmak üzere iki yorumun konumuzla ilgisi olan özelliklerini tasvir ettik fakat bu iki yorumun bilinen bir deneye bakış açılarını kısaca anlatmak sanırım aralarındaki farklılıkları anlayabilmek adına çok yardımcı olacaktır. Bu nedenden ötürü çift yarıık deneyi hem yorumların gelişmesinde etkin rol oynaması hem de sunduğu sonuçların teoriye dair önemli saptamalarda bulunması sebebiyle uygun bir seçim olacaktır.

Çift yarıık deneyinin amacı elektronun doğasının tam olarak anlaşılabilir parçacık mı yoksa dalga karakteristiğine mi sahip olduğunu tespit etmektir. Deneyin bir benzeri ise kendisinden yaklaşık bir asır önce bu sefer ışığın doğasını anlamak adına gerçekleştirilmiş olan Young girişim deneyidir. Benzer düzeneklere sahip olan her iki deney için değişen tek unsur ise çift yarıık deneyinde elektron kullanılırken, Young girişim deneyinde ışık kullanılıyor olmasıdır. Konumuza daha yakın olması ve tarihsel olarak da güncel bir deney olması sebebiyle çift yarıık deneyini anlatmak uygun olacaktır.

Deney düzeniği Şekil 1.3 de görülebileceği gibi bir adet elektron kaynağı, üzerinde A ve B olmak üzere iki adet özdeş yarıık bulunan bir engel ve ekrandan oluşmaktadır.

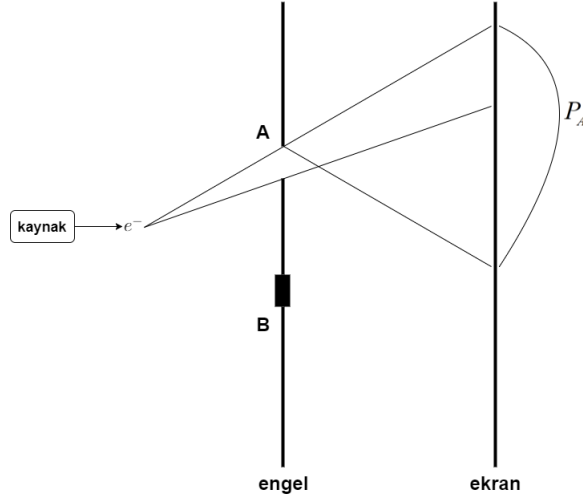


Şekil 1.3: Çift Yarık Deney Düzenegi

Farzedelim elektron kaynağı her bir Δt zaman aralığında Ψ dalga fonksiyonuyla ifade edilen bir adet elektronu (elektron burada tek kuantum sistemi olarak düşünülme-
lidir) yayımlayacak şekilde ayarlansın ve her birinin kaynaktan çıkıp ekrana ulaşma
süresi de τ gösterilsin (deney esnasında sırasıyla kaynaktan çıkan elektronların bir-
birleriyle etkileşmemeleri için $\Delta t \gg \tau$ olması gerektiği unutulmamalıdır).

Deney perdedeki yarıkların kapalı ve açık olmalarına bağlı olarak üç durumdan oluşur;

1. Durum: A yarığı açık, B yarığı kapalı.
2. Durum: A yarığı kapalı, B yarığı açık.
3. Durum: A yarığı açık, B yarığı açık.

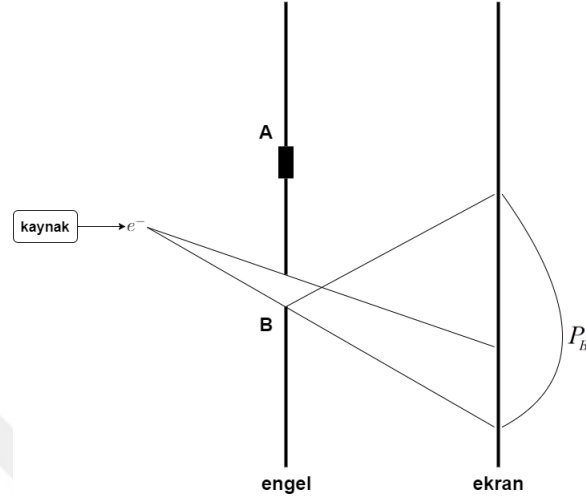


Şekil 1.4: Çift Yarık Deneyi: A yarığının açık olduğu durum

1. Durum için elektronlar Şekil 1.4 ile gösterildiği gibi doğal olarak A yarığından geçerek ekrana ulaşırlar. Bu elektronların her birinin dalga fonksiyonunu $\Psi_A(x)$ şeklinde kabul edersek, elektronların A yarığından geçme olasılığı;

$$P_A = |\Psi_A(\mathbf{x})|^2 \quad (1.25)$$

şeklinde gösterilebilir.

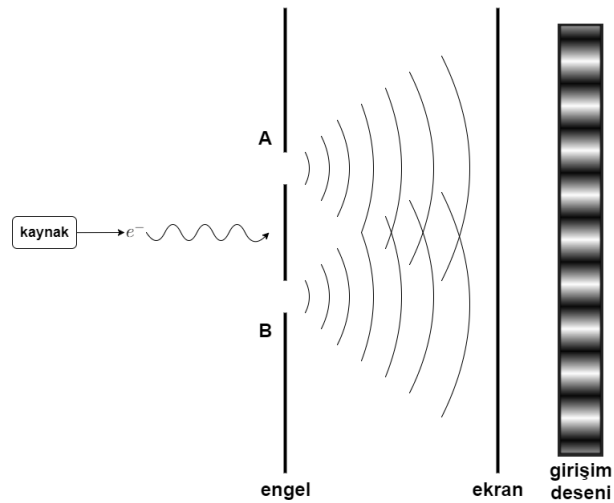


Şekil 1.5: Çift Yarıık Deneyi: B yarığının açık olduğı durum

2. Durum içinse Şekil 1.5 ile gösterilen süreç gerçekleşeceğinden dalga fonksiyonu $\Psi_B(\mathbf{x})$ olmak üzere elektronun B yarığından geçme olasılığı ise;

$$P_B = |\Psi_B(\mathbf{x})|^2 \quad (1.26)$$

olarak gösterilebilir.



Şekil 1.6: Çift Yarıık Deneyi: her iki yarığın açık olduğı durum

3. Durum'da ise elektronlar Şekil 1.6 ile gösterildiği gibi %50 olasılıkla A veya B yarıklarından birinden geçerek ekrana ulaşırlar. Bu durum için olasılık ifadesini yazacak olursak;

$$P = |\Psi_A(\mathbf{x}) + \Psi_B(\mathbf{x})|^2 \quad (1.27)$$

$$P = |\Psi_A(\mathbf{x})|^2 + |\Psi_B(\mathbf{x})|^2 + \Psi_A(\mathbf{x})\Psi_B^*(\mathbf{x}) + \Psi_A^*(\mathbf{x})\Psi_B(\mathbf{x}) \quad (1.28)$$

şeklinde olacaktır.

3. Durum sonucunda elde edilen olasılık değeri (1.28) denkleminde gösterildiği üzere gibi klasik mekaniğin elektronun sadece parçacık karakteristiğine sahip olduğunu varsayan bakış açısıyla açıklanamaz. Çünkü klasik mekaniğe göre (1.28) ifadesi sadece 1. ve 2. terimlerden oluşması gerekirken onlara ek olarak 3. ve 4. terimlerle karşılaşılmaktadır. Bu terimler bize elektronun sadece parçacık karakteristiğine değil onunla birlikte dalga karakteristiğine de sahip olduğunu göstererek klasik mekaniğin deney sonuçlarını açıklamada yetersiz kaldığını göstermektedir. Kuantum teorisinin gösterdiği üzere 3. ve 4. terimlerinin hesaba katılmasıyla elektronun dalga karakteristiğine de sahip olduğunun ortaya çıkması kendini fiziksel olarak ekrandaki girişim deseni ile gözler önüne serer ve deney sonuçlarıyla tam bir uyum gösterir.

Bu noktaya kadar gerçekleşen süreci Feynmann şu şekilde açıklamaktadır [25]:

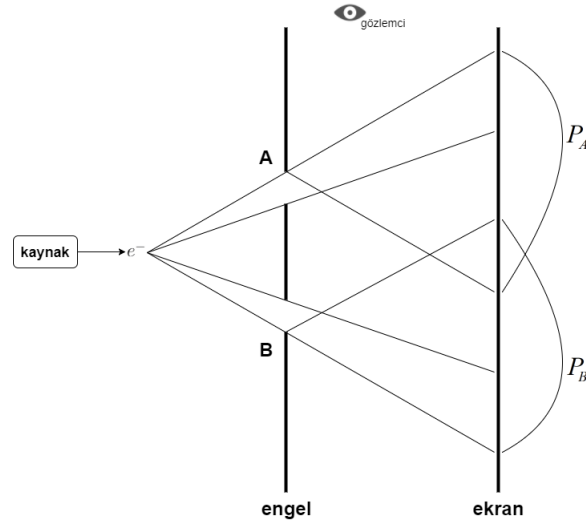
*"Varılan sonuç şudur ki: Elektronlar engele, parçacıklar gibi, yumrular "lumps" şeklinde varırken bu yumruların varış olasılıklarının dağılımı bir dalganın yoğunluk dağılımına benzemektedir. Bu bakımdan elektron "bazen parçacık, bazense dalga" davranışı göstermektedir."*³

Ancak deney bir adım daha ileri taşınarak elektronun hangi yarıktan geçtiğini belirlemek adına gözlemcinin hesaba katılmasıyla ortaya farklı bir sonuç çıkmaktadır. Bu sonuç ise şekil 1.7 gösterildiği gibi 1. ve 2. durumların lineer toplamından meydana gelen, klasik mekanik dahilinde beklenen, parçacık karakteristiğinden başka bir şey değildir.

Sonuç olarak şekil 1.6 ve 1.7 ile gösterildiği üzere elektronun hangi yarıktan geçtiğinin bilinmesi konumu üzerinde yapılan ölçüm sonucu dalga fonksiyonunda bir çökmeye neden olarak dalga karakteristiğini kaybetmesine yol açmaktadır. Herhangi bir ölçüme maruz kalmadığında ise dalga karakteristiğini koruyarak ekranda girişim deseniyle kendini göstermektedir. Yani bir başka deyişle, genel yoruma göre elektron süreç boyunca karşılaştığı duruma bağlı olarak parçacık veya dalga karakteristiği göstermektedir.

Pilot-dalga teorisi ise bu sürece farklı bir bakış açısıyla yaklaşmaktadır. Öyle ki, pilot-dalga teorisi, genel yorumun aksine, elektronu tek kuantum sistemi olarak ele alır ve onun deney süreci boyunca sadece yarıklardan birinden geçtiğini gösteren gidişatın açık tasvirini sunar (bu tasvir ise yorumun açıklamasında verilmiştir). Şekil 1.7 ile gösterilen gözlemcinin varlığındaki deney düzeneğinde ise yorumun baz aldığı

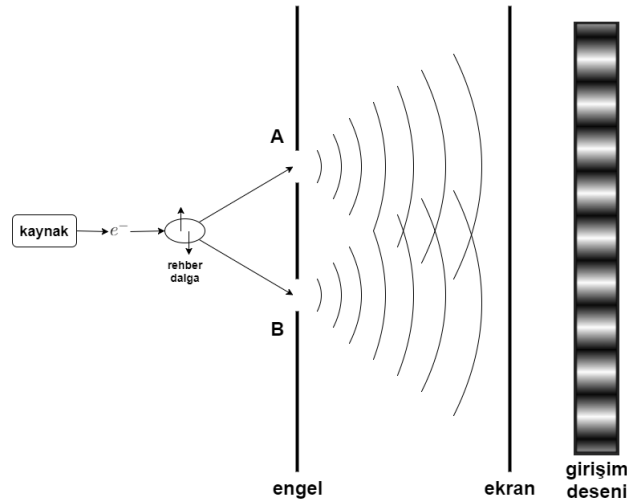
³"We conclude the following: The electrons arrive in lumps, like particles, and the probability of arrival of these lumps is distributed like the distribution of intensity of a wave. It is in this sense that an electron behaves "sometimes like a particle and sometimes like a wave." [25]



Şekil 1.7: Çift Yarıık Deneyi: gözlemci varlığında her iki yarıık açık olduğu durum

dalga fonksiyonu yapılan ölçüm sonucu altsistemin şartlı dalga fonksiyonuna (the conditional wavefunction of a subsystem) geçiş yapar (bu durum ölçümün ortamda kaçınılmaz olarak neden olduğu etkinin doğal sonucudur). Bu geçişin ekranda neden olduğu değışiklik ise dalga girişiminin yok olarak elektronların sadece parçacık karakteristiğı göstermesi olarak kendini göstermektedir. Sonuç olarak her iki yorum da farklı yollardan gözlemcinin elektronlar üzerindeki etkisini kendilerine özgü yöntemle açıklayabilmektedirler.

3.durumda karşılaşılan ekrandaki dalga girişimini ise ortama dağılmış olan pilot dalgaların elektronun, başlangıç koşullarına bağılı olarak, gidişatı üzerindeki etkilerinden başka bir şey değildir. Pilot dalgaların konuma bağılı etkisiyle şekillenen bu gidişat ise daha önce de açıklandığı gibi rehber dalga denklemi ile gösterilebilmektedir (Şekil 1.8’de görülebileceğı gibi pilot dalgalar ortama dağılmış olan farklı fazlardaki özdeş durağan dalgalar olup elektronla olan etkileşimleri üzerinden onun gidişatını belirleyen temel etkenlerdir).



Şekil 1.8: Çift Yarıık Deneyi: pilot-dalga yorumunun bakış açısıyla

Daha açık bir yorumla, kaynaktan çıkan her elektron perdeye doğru olan hareketini ortamdaki pilot dalgaların belirlediği gidişatlar üzerinden gerçekleştirmektedir. Bu gidişat ise pilot dalgaların fazı ve başlangıç koşullarına bağlı olarak tayin edilir ve tamamen deterministiktir.

Özetle pilot dalga teorisine göre elektron süreç boyunca, genel yorumun aksine, parçacık ve dalga karakteristiğine birlikte sahip olmaktadır (burada bahsi geçen süreç tamamiyle 3.durum için ele alınmıştır). Gözlemcinin varlığındaki durumda ise elektron, genel yorumda dalga fonksiyonunun çökmesi ile açıklanan süreci, pilot dalgaların etkilerinin ,ölçüm aletinin etkisi sonucu, dalga fonksiyonunda meydana gelen değişimlerle açıklamaktadır.

Pilot-dalga teorisinin öne sürdüğü bu sürecin bir benzerine makro boyutlarda da rastlamak mümkündür [26]. İlgili makaleye konu olan deneyde gösterildiği üzere yürüyen damlalar (walking droplets) olarak adlandırılan makro boyutlu parçacıklar aynı kuantum seviyesinde ele aldığımız elektronlar gibi makro boyuttaki pilot dalgaların (ki deneyde bu pilot dalgaların karşılığı su dalgalarıdır) etkisiyle ortamda hareket ederken parçacık ve dalga karakteristiğini sergilerler.

Tüm bu farklılıklarına rağmen iki yorum da deneyle örtüşen sonuçlara varmaktadır. Ancak pilot-dalga teorisi deterministik yapısı sonucu stokastik olmadığından fiziksel olarak açıklaması daha açık ve yalındır. Bununla beraber Bohm mekaniğinin anlatıldığı 2. bölümde çift yarık deneyi tekrar ele alınarak elektronun yarıklardan sonra izlediği yol hakkında da bir açıklama yapılacaktır.

1.3 Ölçüm Süreci

Giriş bölümü boyunca genel yorum başta olmak üzere diğer yorumlarda da tabiatı itibariyle önemli bir yere sahip olan ölçüm süreci, kuantum teorisindeki birçok konuyla yakından ilişkili olduğundan bir alt başlık ile açıklanmayı hak etmektedir. Ancak bu açıklamaya geçmeden evvel ölçüm süreci boyunca ele alınacak olan sistemin bileşenleri üzerinden tam bir betimlemesini yapmak gerekir. Bu bağlamda yapılacak ilk varsayım ise yorumların tamamı için mümkün en ideal çerçevenin baz alınması doğru olacağından çoklu-dünyalar yorumunun dayandığı varsayım olan sistemin tüm evrenden oluştuğu kabulü gözardı edilecektir. Bu ise doğal olarak ele alınacak sistemin çevresinden soyutlanmış, en azından ölçüm süreci boyunca, olduğunu kabul etmek demektir ve bu soyutlanmışlık sayesinde sistem; ölçülen, ölçüm aleti ve ölçen gözlemci olmak üzere üç bileşenden oluşmuş olur. Bileşenler arasından ise ölçümü yapan gözlemcinin ölçülen üzerindeki etkisi sadece klasik boyutlarda bir etkiye neden olduğundan kuantum seviyesinde kayda değer bir sonuca sebebiyet veremeyeceğinden ölçüm sürecinden çıkarılabilir. Yapılan bu varsayımlar sonucunda sistemin, kuantum boyutunda ele alınan bir sistemin, ölçülen ve ölçüm aleti olmak üzere iki bileşenden meydana geldiğini daha doğrusu kuantum boyutundaki sonuçların önemsendiği bir ölçüm süreci için sadece bu iki bileşenin etkin rol oynadığı kabul edilebilir.

Sistemin her bir bileşeni için ayrı dalga fonksiyonlarını yazacak olursak, ölçülenin dalga fonksiyonu:

$$\psi_o = \sum_m C_m v_m(x, t) \quad (1.29)$$

ölçüm aletinin dalga fonksiyonu ise:

$$f_a = \sum_n D_n u_n(y, t) \quad (1.30)$$

şeklinde gösterilebilirler. Bileşenlerden meydana gelen sistemin Schrödinger dalga denklemi ise Hamiltonyen gösterimi kullanılarak ölçüm öncesi için (bileşenlerin aralarında herhangi bir etkileşim olmadığı koşuluyla):

$$H = H_o(x) + H_a(y) \quad (1.31)$$

olarak ifade edilebilirken, ölçüm sırasında (ölçüm kaynaklı olarak aralarında oluşan etkileşimin hesaba katılmasıyla beraber):

$$H = H_o(x) + H_a(y) + H_e(x, y) \quad (1.32)$$

şeklinde ele alınabilir. Ölçüm sonrasında ise ölçümünden kaynaklı ölçülen ve ölçüm aletinde oluşabilecek değişimlerin verilen eşitliklerdeki değişkenlere kıyasla gözardı edilebilir olduğundan, zira yapılan ölçüm gerçekleşme süresi bakımından Bohm'un tabiriyle dürtüsel ölçüm (impulsive measurement) olarak kabul edildiğinden, yani $\Delta H_o, \Delta H_a \ll H_o, H_a, H_e$ olması nedeniyle sistemin Hamiltonyeni ölçüm öncesi ile aynı olacaktır. Yani toparlayacak olursak; dürtüsel bir ölçüm için ölçümün öncesi ve sonrasında sistemin Schrödinger dalga denklemi, Ψ sistemin dalga fonksiyonu olmak üzere,:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (H_o + H_a) \Psi \quad (1.33)$$

şeklinde olacaktır. Ölçüm süreci için elde ettiğimiz (1.32) ifadesinde $H_e = 0$ olması durumunda ise $v(x, t)$ ve $u(y, t)$ fonksiyonları eşitliğin çözümlerini verecektir. Ele alınan süreç çok kısa bir zaman aralığını baz alması nedeniyle bu çözümler zamana göre sabit olacaklarından $v(x)$ ve $u(y)$ şeklinde yazılabilirler.

Sistemi bir bütün olarak kabul edip üzerinde yapılan ölçümü m özdeğerlerine ve $v_m(x)$ özvektörlerine sahip bir operatör, M , ile ifade edecek olursak etkileşim Hamiltonyeni bu operatörün bir fonksiyonu olacaktır, $H_e = H_e(M, y)$,. Sistemin dalga fonksiyonu ise en yalın haliyle, $f_m = \int v_m * \Psi(x, y, t) dx$ olmak üzere,:

$$\Psi(x, y, t) = \sum_m f_m(y, t) v_m(x) \quad (1.34)$$

ifadesi ile gösterilebilir. Ölçüm sırasındaki dalga denklemi ise:

$$i\hbar \frac{\partial f_m(y, t)}{\partial t} v_m(x) = \sum_m H_e f_m(y, t) v_m(x) \quad (1.35)$$

olmak üzere H_e , M operatörünün fonksiyonu olduğundan (1.35) ifadesi düzenlenerek:

$$i\hbar \sum_m \frac{\partial f_m(y, t)}{\partial t} v_m(x) = \sum_m H_e(m, y) v_m(x) f_m(y, t) \quad (1.36)$$

sonucunu elde etmiş oluruz. Zamana bağlı olmamasından yararlanarak eşitliğin sağ ve sol tarafını $v_r(x)$ ile çarpar ve integre edersek:

$$i\hbar \frac{\partial f_r(y, t)}{\partial t} = H_e(r, y) f_r(y, t) \quad (1.37)$$

durumlarını elde etmiş oluruz ki bu da ölçümün kendisi olan M operatörünün r ile gösterilen özdeğerlerine karşılık gelen farklı durumları için genel bir ifadeye ulaştığımız anlamına gelir. Genel yoruma göre M operatörü üzerinden gerçekleşen bu süreç dalga fonksiyonunun çökmesi olarak açıklanırken, pilot-dalga teorisi ve Bohm mekaniği yorumuna göre ise, bu yorumların açıklamalarında yer verildiği gibi, sistemin durumları arasındaki öngörülebilir geçişlerdir. İki yorumun sürece dair getirdiği farklı bakış açılarının detaylı bir açıklaması için "Applied Bohmian Mechanics" [27] kitabının ilk bölümüne bakılabilir.

1.4 Tezin Amacı ve Bölümlerin İçeriği

Genel yorum ve pilot-dalga teorisi, kuantum teorisini ve ele aldığı fenomenleri açıklama amacıyla geliştirilmiş ilk yorumlar olmakla birlikte sonraki yıllarda ortaya çıkan diğer yorumlar üzerinde de büyük etkilere sebep olmuşlardır. Bu sebeple tezin amacı ve konusunun daha kolay anlaşılabilmesi adına giriş bölümünde mümkün olduğunca kısa ve yalın bir açıklamayla üzerinden geçilmiştir. Diğer bölümleri kısaca özetleyecek olursak;

Tezin ikinci bölümü pilot-dalga teorisi ile aynı görüşe ve yapıya sahip olan Bohm mekaniği üzerinedir. Bu bölümde Bohm mekaniğinin ortaya çıkış sebebi anlatılıp formalizmi ile beraber açıklaması üzerinde durulmuş ve genel yorumla karşılaştırılması yapılmıştır.

Tezin üçüncü bölümünde genel yoruma eleştiri amacıyla geliştirilmiş EPR deneyi yer almaktadır. Bu bölümde EPR deneyinin açıklanması ile birlikte Bell eşitsizlikleri ve kuantum teorisi üzerindeki etkisi ele alınmıştır.

Tezin dördüncü bölümde ise EPR deneyinin bir nevi modern versiyonu olan Hardy deneyi üzerinden rölativistik Bohm mekaniğinin kısa bir tartışmasından oluşmaktadır.

Son bölüm olan beşinci bölümde ise tezin genelinde varılan sonuçlar ve çıkarımlar üzerinden yola çıkılarak yazarın konuya dair getirdiği eleştiri ve fikirlere yer verilmiştir.

Bunlara ek olarak, tarihsel bir sıralama yapsaydık ikinci bölümün ardından dördüncü bölüm olan EPR Deneyi ile devam etmemiz gerekirdi fakat deneyin sebep olduğu en önemli sonuçlardan biri olan gizli değişkenlerin (hidden variables) doğasını anlamak adına öncelikle Bohm Mekaniğinin açıklamasının yapılmasının daha doğru olacağına karar verildiğinden bölümlerin sıralamasında kronoloji esas alınmamıştır.



2 BOHM MEKANİĞİ (BOHMIAN MECHANICS)

2.1 Bohm Mekaniği'nin Çıkışı ve Sebebi

1952 yılında David Bohm, rölativistik olmayan kuantum teorisinin tamamen deterministik bir bakış açısıyla açıklanabileceği fikrinden hareketle, aynı sene içerisinde yayınlanan iki makalesi üzerinden, kendine göre nedensel yorum (causal interpretation) ama ilerleyen zamanlarda Bohm mekaniği olarak adlandırılacak olan genel yoruma alternatif nitelikteki yorumunu geliştirmiştir. Bohm makalelerinin ilkinde [28] genel yoruma zamanının şartları dahilinde dayandığı varsayımlar ve bakış açısı üzerinden bir eleştiri yapıp devam eden bölümlerde ise geliştirdiği alternatif yorumun formalizmi ile beraber kuantum teorisinin temel fenomenlerinin kendi yorumu üzerinden tasvirine ayırarak yeni bir yorumun gerekliliğini savunduğu bölümle makalesini sonlandırmıştır. İkinci makalede [29] ise kuantum teorisindeki ölçüm süreci, gizli değişkenler (hidden variables), EPR deneyi gibi bu tezin de temelini oluşturan konular üzerine açıklamalarda bulunmuştur.

Bohm mekaniğinin açıklanmasına geçmeden evvel Bohm'un neden bu denli radikal sayılabilecek bir karar alarak alternatif bir yorum geliştirdiğini açıklamak bölümün anlaşılabilirliği açısından çok yardımcı olacaktır.

Solvay Konferansı ardından kuantum teorisinin genel yorumunun eksik olduğunu savunan düşünceler zamanın önde gelen fizikçileri ve matematikçileri tarafından büyük bir eleştiriyle karşılanmışlar ve bunun sonucu olarak da teorisinin genel kitlesi tarafından dışlanmışlardır. Bu durumun ilk örneği pilot-dalga teorisidir, öyle ki ortaya çıktığı yıl içerisinde yapılan yoğun eleştiriler sonucunda terk edilmek zorunda bırakılmıştır (Solvay Konferansı). Bu dışlanmaya verilecek bir diğer örnek ise EPR deneyinin, genel yorumun dalga fonksiyonu kavramının fiziksel gerçekliğin tam olarak ifade etmediği, ya da dalga fonksiyonunun eksik olduğu, argümanı ve onun bir sonucu olarak gizli değişkenlerin (hidden variables) var olduğu düşüncesidir. Ancak bu düşünce de pilot-dalga teorisi ile benzer kaderi paylaşmış ve John Von Neumann [30] (kuantum teorisinin matematiksel formalizmini verdiği aksiyomlar ile) tarafından kuantum teorisinin yapısının gizli değişkenler gibi eklemelere ihtiyacı olmadığı çıkarımı ile önü kesilmiştir. Bu iki örnekle ilgili olarak literatürde birçok kaynak mevcuttur. Ancak özellikle gizli değişkenlere değinecek olursak konuya dair eleştirilerin sadece Von Neumann ile sınırlı kalmayıp devam eden yıllarda birçok fizikçi tarafından da (Gleason, Kochen ve Specker, Jauch ve Piron) farklı matematiksel aksiyomlar aracılığıyla kuantum teorisinden çıkarılmaya çalışıldığı görülmektedir. Bunların hepsine ise Bell 1966 yılındaki ilgili makalesi [31] üzerinden ele alarak sunulan her bir formalizmin gene kendileri tarafından geliştirilmiş kısıtlayıcı aksiyomlar ile mümkün olduğunu ve bu nedenle de genelleştirilemeyeceğini ispatlamıştır. Bu-

nunla birlikte Bohm, Bell'in makalesinden onbeş yıl önce, gizli değişkenlerin kuantum teorisinde yerinin olmadığı fikrini kabul etmediğini özellikle ikinci makalesinin 9. bölümünün sonuç bölümündeki şu paragraf ile açıkça görebiliriz [29]:

*"Burada, not edilmelidir ki Von Neumann'ın teoremi konuyla (gizli değişkenler) alakasızdır, çünkü bu sefer kuantum teorisinin genel yorumunun kayıtsızca geçerli olduğu varsayımının ötesine, kuantum seviyesinin de ötesine, gidiyoruz."*¹

Bu paragrafta Bohm, genel yorumunun dalga fonksiyonunun mümkün tüm durumları tasvir edemeyeceğini düşünmesi sebebiyle, yani gizli değişkenlerin katılması gerektiğini düşündüğünden, Von Neumann'ın kendi geliştirdiği aksiyomlar üzerinden yaptığı çıkarımların genelleştirilemeyeceğini açıkça ifade etmektedir.

Özetle, kuantum teorisinin genel yorumunun indeterministik yapısının tek kuantum sisteminin tam bir tasvirini veremeyeceği ile birlikte Von Neumann'ın gizli değişkenleri dışladığı formalizasyonunun ise bütün durumları açıklayabilecek şekilde genelleştirilemeyeceğini düşünen Bohm alternatif bir yorumun geliştirilmesi yolunu seçmiş ve bu seçimin de deterministik yapıyı esas alması gerektiğini dile getirmiştir. Yaptığı seçimin en büyük sebebini ise ilk makalesinin özetinde ve giriş bölümünde açıkça belirtmiş olduğu gibi gizli değişkenler yardımıyla takviye yapılmamış bir kuantum teorisinin özellikle kuantum altı (subquantum) seviyede, Bohm bu sınırı makalesinde 10^{-13} cm ve altı olarak almıştır, yetersiz kalacağını düşünmesidir. Bu düşünce Bohm Mekanikinde Determinizm ve Ölçüm sorunu isimli alt bölümde tekrar ele alınacaktır. Ancak öncelikle Bohm mekaniğinin matematiksel olarak formalizmine bakmak daha yararlı olacaktır.

2.2 Bohm Mekanikliği Formalizmi ve Özellikleri

David Bohm, Bohm mekaniğini geliştirirken de Broglie ile benzer amaca sahip olmasına rağmen kendinden yirmibeş yıl önce geliştirilmiş pilot-dalga teorisinden bihaberdi lakin buna rağmen her iki yorum da determinizm düşüncesine dayanmaları nedeniyle birbiri ile çok benzer sonuçlara varmışlardır. Bununla birlikte, varılan sonuçlarda izlenen yolların (her iki yorum da klasik mekaniği esas almakla birlikte izledikleri yollar değişiktir) farklı olması sebebiyle, Bohm mekaniği kuantum teorisinin açıklamaya çalıştığı doğanın yapısındaki karakteristiği daha iyi kavrayarak pilot-dalga teorisine kıyasla matematiksel anlamda daha tatmin edici bir formalizm sunmuştur. Bunun en önemli kanıtı ise Bohm mekaniğinin çıkarılışında tüm çıplaklığı ile karşımıza çıkacak olan kuantum potansiyeli (quantum potential), $Q(\mathbf{x}, t)$, kavramının ta kendisidir. Kuantum potansiyeli klasik mekanik ve kuantum teorisi arasındaki farkın tam olarak neden kaynaklandığını gösteren çok önemli bir kavramdır. Ayrıca iki yorumun matematiksel olarak izlediği yollar arasındaki fark hakkında konuşmak gerekirse; pilot-dalga teorisi 1. dereceden differansiyel denklemler aracılığıyla çıkarımlarını elde edip eylem prensibi (action principle) üzerinden hareket ederken, Bohm mekaniği 2. dereceden differansiyel denklemleri kullanarak

¹ "Here, it should be noted that Von Neumann's theorem is likewise irrelevant, this time because we are going beyond the assumption of the unlimited validity of the present general form of quantum theory..." [29]

klasik mekaniğin önemli araçlarından biri olan Hamilton-Jacobi denklemini:

$$H\left(x, \frac{\partial S(x, t)}{\partial x}, t\right) + \frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

esas almaktadır. Bohm'un Hamilton-Jacobi denklemini seçmesindeki sebepler ise sistemin zaman ve konum boyutundaki değişiminlerinin birbiri ile olan ilişkisinin tasvir etmenin yanı sıra sistemin başlangıç ve bitiş koşullarının da belirli olduğunu kabul etmesine dayanmaktadır. Hamilton-jacobi denklemi verilen bu iki önemli koşulla beraber sistemin tasvirinin yapılabilmesi için ideal bir yapı sunmaktadır. Bu yapıyı ise Bohm mekaniği temel kavramlarının çıkarımını yaparak göstermek en ideal yol olacaktır.

Kolaylık olması adına farz edelim ki elimizde bir parçacıktan oluşan ve tek boyutlu bir sistem olsun. Bu sistemi de R ve S reel olmak üzere $\Psi(\mathbf{x}, t) = R(\mathbf{x}, t)e^{iS(\mathbf{x}, t)/\hbar}$ polar dalga fonksiyonu ile gösterebiliriz. Bu dalga fonksiyonu için Schrödinger denklemini yazacak olursak:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} R(\mathbf{x}, t)e^{iS(\mathbf{x}, t)/\hbar} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{x})\right) R(\mathbf{x}, t)e^{iS(\mathbf{x}, t)/\hbar} \quad (2.2)$$

(2.2) eşitliği ile gösterebiliriz. Eşitliğin sol tarafını açılıp düzenlenirse:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} R e^{iS/\hbar} = \left(i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} - R \frac{\partial S}{\partial t}\right) e^{iS/\hbar} \quad (2.3)$$

sonucunu elde ederiz. Bu ifadeyle beraber, $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ eşitliğinin de yardımıyla Schrödinger denklemini yeniden yazalım:

$$\left(i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} - R \frac{\partial S}{\partial t}\right) e^{iS/\hbar} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot (\nabla R e^{iS/\hbar}) + V R e^{iS/\hbar} \quad (2.4)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \cdot \left(e^{iS/\hbar} \nabla R + R \frac{i}{\hbar} \nabla S e^{iS/\hbar}\right) + V R e^{iS/\hbar} \quad (2.5)$$

eşitliğin sağ tarafında yer alan ikinci türevi de alıp üstel ifadeleri silelim:

$$i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} - R \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{i}{\hbar} \left(2\nabla S \cdot \nabla R + R \nabla^2 S \right) + \nabla^2 R - \frac{1}{\hbar^2} R (\nabla S)^2 \right] + V R \quad (2.6)$$

tüm işlemlerden sonra her iki tarafında da imajiner ve reel kısımların olduğu bir eşitlik elde ederiz. Bu kısımları birbirleriyle eşleştirirsek:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\frac{1}{2m} \left(2\nabla S \cdot \nabla R + R \nabla^2 S \right) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{(\nabla S)^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} - V \quad (2.8)$$

(2.7) ve (2.8) denklemlerine ulaşmış oluruz. Reel değerler R ve S 'nin zamana göre değişimlerinin gösteren bu denklemler aynı zamanda Schrödinger denkleminin farklı bir şekilde yeniden yazılmasına da imkan verirler. Ancak bu versiyonu elde etmeden evvel $\rho(\mathbf{x}) = R^2(\mathbf{x})$ eşitliğini de hesaba katarak öncelikle 2.7 denklemini yeniden yazarsak:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \frac{\nabla S}{m} \right) = 0 \quad (2.9)$$

eşitliğini elde ederiz. Daha önce de (1.24) eşitliğinde belirtildiği gibi $\nabla S/m$ hız ifadesine eşit olduğundan yani (2.9) ifadesi süreklilik denkleminin, (1.22), $(\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0)$ bir başka versiyonu olduğundan olasılık yoğunluğunun zamana göre değişiminin sistemin hızıyla yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Bu durumu daha açık yazarsak:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.10)$$

ifadesini elde etmiş oluruz. Benzer düzenlemeyi (2.8) eşitliği üzerinden tekrarlırsak:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V(\mathbf{x}) - \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 \rho}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{(\nabla \rho)^2}{\rho^2} \right] = 0 \quad (2.11)$$

Hamilton-Jacobi denklemine benzer bir eşitlik elde ederiz. (2.11) ile elde edilen ifade Bohm mekaniğinin temel denklemlerinden biridir ve sistemin tasvirini yapmakla birlikte çok önemli bir farklılığa sahiptir. Bu farklılık ise eşitliğin $\hbar$ katsayısı ile birlikte denklemin olasılık yoğunluğuna bağlı olan kısmını içeren parçadır ve bu parçayı da David Bohm kuantum potansiyeli $Q(\mathbf{x})$:

$$Q(\mathbf{x}) = -\frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 \rho}{\rho} - \frac{1}{2} \frac{(\nabla \rho)^2}{\rho^2} \right] = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \quad (2.12)$$

olarak adlandırmıştır. Bunun sebebi ise içeriğinden de anlaşılabilceği gibi sadece kuantum seviyesinde yapılan ölçümlerde hesaba katılabilir olmasıdır.

Kuantum potansiyelinin doğasını ve denklemdaki yerini anlamak adına (2.11) eşitliğine tekrar dönüp mümkün durumlara bakacak olursak; klasik durumlarda ($\hbar \rightarrow 0$)

$Q(\mathbf{x})$ kuantum potansiyelinin yok olduğunu görürüz, bunun sonucunda da klasik mekanikte karşılaştığımız Hamilton-Jacobi denklemine ulaşmış oluruz. Diğer durum ise kuantum durumlarıdır ($\hbar \neq 0$), bu durumlarda klasik durumların aksine hem klasik potansiyel $V(\mathbf{x})$ hem de kuantum potansiyeli $Q(\mathbf{x})$ sistem üzerinde belirli bir etkiye sahiptirler.

Özetle, Bohm Mekanikliği geliştirdiği alternatif Schrödinger denklemi sayesinde hem klasik mekanikte hem de kuantum teorisinde ele alınan sistemlerin tam bir tasvirini verebilmekte ve bu özelliğini de denklemlerinde açıkça göstermektedir. Bu çıkarımlar aracılığı ile Bohm mekanikliğinin gözünde klasik potansiyel $V(\mathbf{x})$ ve kuantum potansiyelinin $Q(\mathbf{x})$ etkisi altındaki bir parçacığın hareket denklemini Newton hareket denklemi (ya da Euler hareket denklemi) yardımıyla yazacak olursak:

$$m \frac{d}{dt} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = m \frac{d}{dt} \left[\frac{\nabla S(\mathbf{x}, t)}{m} \right] \quad (2.13)$$

hızın tam diferansiyeli (d/dt) hem konum hem zamanı barındırdığı için $\nabla S(\mathbf{x}, t)$ üzerindeki etkisi ise $d/dt = \partial/\partial t + \dot{\mathbf{x}} \nabla$ şeklinde olacaktır. (2.13) ifadesini yeniden ($\nabla = \partial/\partial \mathbf{x}$ olmak üzere) yazarsak:

$$m \frac{d}{dt} \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[\frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}} \right)^2 + \frac{\partial S}{\partial t} \right] \quad (2.14)$$

$$= - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[V(\mathbf{x}, t) + Q(\mathbf{x}, t) \right] \quad (2.15)$$

ifadesini elde etmiş oluruz. Bu çıkarımı Euler hareket denklemi aracılığıyla da çıkarmak mümkündür. Böylelikle Bohm mekanikliği üzerinden klasik ve kuantum potansiyeli etkisindeki bir parçacık için hareket denklemi elde edilmiş olur.

Buraya kadar yapılan çıkarımlar tek kuantum sisteminin tasviri üzerine olup son eşitliklerle birlikte sistemin hareket denklemi sayesinde gidişatlarının elde edilebileceğini görülmüş olur (2.13). Peki çok parçacıklı bir sistem için kuantum potansiyeli nasıl bir karakteristiğe sahiptir ve alternatif Schrödinger denklemi nasıl olmalıdır? Şimdi bir de kısaca buna bakalım.

Kolaylık olması adına özdeş parçacıklardan oluşan çok parçacıklı bir sistemimiz olduğunu kabul edelim ve bu sistemin dalga fonksiyonunu da $\Psi(\mathbf{x}, t) = R(\mathbf{x}, t) e^{iS(\mathbf{x}, t)/\hbar}$ şeklinde ifade edelim. Ancak burada $\mathbf{x}$ ile sistemin bütünü tasvir edilirken sistemin oluşturan özdeş parçacıkların herbirini ise $\mathbf{x}_k$ ile ifade edildiğini unutmayalım. $\rho(\mathbf{x}, t) = R^2(\mathbf{x}, t)$ olmak üzere, bu sistem için, (2.9) ve (2.11) eşitlikleri yardımıyla, bir takım düzenlemeler yapacak olursak:

$$\frac{\partial}{\partial t} R^2(\mathbf{x}, t) + \sum_{k=1}^N \nabla_k \left(\frac{1}{m} \nabla_k S(\mathbf{x}, t) R^2(\mathbf{x}, t) \right) = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\mathbf{x}, t) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{2m} \left(\nabla_k S(\mathbf{x}, t) \right)^2 + V(\mathbf{x}, t) + Q(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.17)$$

alternatif Schrödinger denklemi olarak adlandırabileceğimiz (2.17) ifadesini elde etmiş oluruz. Bunlara ek olarak k . parçacığın hızını ve kuantum potansiyelinin açık halini yazalım:

$$v_k(\mathbf{x}, t) = \frac{\nabla_k S(\mathbf{x}, t)}{m} \quad (2.18)$$

$$Q_k(\mathbf{x}, t) = -\frac{\hbar^2 \nabla_k^2 R(\mathbf{x}, t)}{2m R(\mathbf{x}, t)} \quad (2.19)$$

sistemin tamamı için kuantum potansiyeli ise:

$$Q(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^N Q_k(\mathbf{x}, t) \quad (2.20)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Çok parçacıklı sistem için yazdığımız alternatif Schrödinger denkleminde (2.17) eklenen kuantum potansiyeli, Q , (2.20) denklemi ile gösterildiği üzere her bir parçacığa ait Q_k 'lerin toplamına dayandığından ve bu Q_k 'lerin ise (2.19) denkleminde verilen iç yapısında anlaşılacağı gibi sistemin bütününe bağlı olması sebebiyle sistemin hareket denklemi de her bir parçacığa ait Q_k 'lere bağlı olacaktır. Bunu daha açık şekilde görmek için çok parçacıklı sistemin her parçacığının hareket denkleminde bakmak yararlı olacaktır. k . parçacık için (2.15) eşitliğini yazalım:

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}_k}{dt^2} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k} \left[V(\mathbf{x}, t) + Q(\mathbf{x}, t) \right] \quad (2.21)$$

(2.21) eşitliğinde daha açık şekilde görebileceğimiz gibi k . parçacığın harekete denklemi sisteme etkiyen toplam kuantum potansiyeli $Q(\mathbf{x}, t)$ etkisi altındadır. Ayrıca (2.19) denkleminde iç yapısı açıkça gösterilen kuantum potansiyeli dalga fonksiyonunun genliğinin eğrilğine (curvature) dayanması ve buna ek olarak bir önceki paragrafta açıklanmış olan sistemi oluşturan her bir parçacığın birbirleriyle olan anlık etkileşimlerine bağlı olması nedeniyle lokalite özelliğine sahip değildir. Bu durum ise kuantum teorisinin açık olarak lokal bir teori olmasının kabulü anlamına gelmektedir. Yani bir başka deyişle, kuantum teorisi iç yapısı ve ilkelerinden ötürü, Newton mekaniği ve klasik mekanik gibi, lokal olmayan (nonlocal) bir teoridir. Teorinin sahip olduğu bu özellik, lokal olmayışlık (nonlocality), ise genel yorumda kapalı olarak (implicitly) ele alınırken, Bohm mekaniğinde ise açık (explicitly) bir şekilde kuantum potansiyeli üzerinden gösterilmektedir. Lokal olmayışlık özelliği EPR deneyine konu olan uzaysal olarak ayırık (spacelike separated) ve aynı zamanda dolanık (entangled) parçacıkların aralarındaki etkileşimi açıklarken tekrar ele alınacaktır.

Bunlara ek olarak Bohm mekaniği hakkında daha detaylı bilgi edinmek için Xavier Oriols ve Jordi Mompart [27] ile birlikte Detlef Dürr ve Stefan Teufel'in [32] konuya dair yazdıkları kitaplara bakılabilir.

2.3 Bohm Mekanikinde Determinizm ve Ölçüm

Giriş bölümünde değinildiği gibi, yeni kuantum teorisinin ortaya çıkışı ve sonrasında genel yorumun onun birincil yorumu olarak üstünlüğü sağlamasıyla beraber, kuantum teorisi tek düşüncenin baskın olduğu bir gelişim sürecine girmiştir. Bu düşünce ise genel yorumun temelinde yatan ve tamamen stokastik sonuçlar vermeye dönük olan indeterminizm düşüncesidir. Fakat bu düşünceyi benimseyen ilk yorum olmamakla birlikte onu bir araç olarak görmeyip ele aldığı sistemin doğasında var olduğunu kabul eden genel yorum, yaptığı bu varsayım ile yapısal bakımdan kıyaslanabileceği diğer bütün yorum ve teorilerden ayrılmaktadır. İlk bakışta etkisini tam olarak anlamamanın zor olduğu bu varsayım, yorum üzerinde radikal sonuçlara sebep olmaktadır. Zira genel yorum üzerinden şekillenmeye başlayan kuantum teorisinin ilgili deneylerinde (tek kuantum sistemlerinin baz alınması gereken deneyler başta olmak üzere; EPR deneyi bunlara örnek gösterilebilir) bu durum kendini bariz olarak göstermektedir.

Kuantum teorisine (genel yorum bazındaki kuantum teorisine) değin klasik mekanik, elektromagnetik teori gibi deterministik teorilerin yanı sıra determinizm ve indeterminizm düşüncesini beraber bünyesinde barındıran istatistik mekanikte dahi, eşine rastlanmayan bu varsayım teorisi üzerinde çalışan birçok bilim insanı tarafından kuşkuyla karşılanmıştır. Bunlardan birisi olan, klasik mekaniği benimseyen ve kuantum teorisine dair deterministik bir yorumun mümkün olduğunu savunan, David Bohm bu amaçla tamamen nedenselliği (causality) temel alan Bohm mekaniğini geliştirmiştir.

Peki genel yorumla fiziksel teoriler bağlamında yeni bir anlam kazanan deterministik yapıya karşı duyulan bu kuşkunun sebebi ve deterministik yapıyı bu denli benimsemenin sebebi nedir? Bu sorunun cevabı bölümün ana konularını açıklamak açısından kilit bir önem taşımaktadır.

Başlangıç olarak klasik mekanik ya da onu temel almış Bohm mekaniği üzerinden hareket edecek olursak; sistemin başlangıç koşulları belli olduğundan (determinizm düşüncesinin getirisi olarak) onun Newton hareket denklemleri kullanılarak dinamiğini hesaplamak ve tam bir tasvirini vermek mümkün olmakla birlikte tek sistem üzerinde ölçüm yapılabilmesine, topluluk sistemlerine ihtiyaç olmaksızın, imkan sağlamaktadır. Sağlanan bu imkan ise tek sistemin dahi bir ölçülebilen olduğunu varsaydığından sistemin doğasında herhangi bir belirsizlik olmadığını açıkça kabulü anlamına gelmektedir. Bu kabul yapılırken hesaba katılması gereken, ya da unutulmaması gereken, bir başka varsayım ise ölçüm sırasında ölçen tarafından sistem üzerinde oluşabilecek tüm değişimlerin kontrol edilebilir olduğudur. Determinizm düşüncesinin temel argümanları olan bu iki varsayım ile beraber sisteme dair muhtemel bütün belirsizlikler ortadan kalkmış olur. Ancak burada not edilmesi gereken önemli bir ayrıntı vardır; bu da klasik mekaniğin tamamen ideal durumları ele alarak deney şartlarında, ölçen, ölçülen ve ortam şartlarından ortaya çıkabilecek hataları gözardı ettiği gerçeğidir. Bu noktada bir diğer önemli teori olan istatistik mekanik ise determinizm düşüncesini temel almakla birlikte indeterminizm düşüncesini ölçüm süreci için araç niteliğinde kullandığından bir adım öne çıkmaktadır. Ayrıca her iki düşünceyi de kullanması nedeni ile istatistik mekaniği hibrid bir teori olarak görmek mümkündür.

Bohm mekaniği ise temelinde klasik mekanik ve determinizm düşüncesinin tüm varsayımlarını kabul etmesine rağmen ölçüm sürecinde istatistik mekanikle benzer bir yol izler. Bu yol ise daha önce kısaca bahsedilmiş olan, kuantum denkliği konseptinin de merkezinde bulunan, olasılık yoğunluğu, $\rho(\mathbf{x}, t) = |\Psi(\mathbf{x}, t)|^2 d\Omega$, ifadesi üzerine temellendirilmiştir (kuantum denkliğinin detaylı açıklaması 4. bölümde verilmektedir). Bu bakımdan açıkça görülebilir ki, Bohm mekaniği deneysel anlamda kuantum teorisinin sahip olduğu hassasiyeti açıklayabilirken, teorik anlamda ise klasik mekaniğin mümkün olduğunu savunduğu ve ideal durumlar olarak tasvir ettiği herhangi bir belirsizliğin olmadığı durumların, belirli koşullar sağlandığı takdirde, açıklanabilir olduğunu kabul etmektedir.

Genel yoruma gelecek olursak; yorumun, temelinde yatan indeterminizm düşüncesi ve onun doğal sonucu olan stokastik yapısı nedeniyle, determinizmi esas almış yorumların aksine, tek sistemin (kuantum seviyesindeki) tasvirinden feragat ettiği görülmektedir (zira genel yoruma göre sistemde değişime neden olmayacak herhangi bir ölçüm işlemi mümkün değildir). Varılan bu durum (veya seçim) ise kaçınılmaz olarak tek sistem üzerinde gerçekleşecek bir ölçümün sistemi üzerinde sebep olacağı değişim nedeniyle topluluk sisteminin baz alınarak istatistiksel bir yapının ele alınması gerektiğini öngörmektedir. Buna ek olarak üzere genel yorum, tek sistem üzerinde herhangi bir işlem, ölçme gibi, yapıldığı takdirde meydana gelen değişim haricinde sistemin doğasından kaynaklı bir belirsizliğe sahip olduğunu varsayması nedeniyle sadece stokastik bir yapının sistemi tasvir edebileceğini öngörmektedir. Bu da hem istatistiksel mekanik hem de Bohm mekaniğinde kullanılan olasılık yoğunluğunun artık bir araç değil bir anlamda sistemin kendisini ifade ettiğinin kabulü anlamına gelmektedir. Sunulan bu varsayımın ölçüm sürecine dair bir açıklamasını yapacak olursak; topluluk sistemi üzerinde yapılan bir ölçüm, ölçenin kaçınılmaz etkisi sonucunda sistemde bir değişime (dalga fonksiyonundaki indirgenme sonucu onun öz durumlarından birine geçmesine) neden olur. Bu değişim ölçenden değil ölçülen sistemin doğasındaki belirsizliğe bağlı olarak istatistiksel sonuçlarla ifade edilebilmektedir.

Bohm mekaniği ise daha önce de bahsedildiği gibi duruma klasik mekanikteki determinizm düşüncesi üzerinden yaklaşır ve belirsizliğin genel yorumun aksine sistemin doğasından değil tamamen ölçüm yaparken kullanılan aygıtın etkisi sonucu ölçümü yapandan kaynaklandığını kabul eder. Bu nedenle olasılık yoğunluğunu hesaplamalarda kolaylık sağlaması amacıyla sadece matematiksel bir araç olarak kullanılması gerektiğini savunur. Bu durumu David Bohm ilgili makalesinde [28] şöyle dile getirmektedir;

*"Bohm mekaniğinde elden edilen olasılık yoğunluğu sayısal olarak genel yorumdaki olasılık yoğunluğuna eşittir. Ancak genel yorumda olasılık kavramı sistemin doğasından kaynaklandığı varsayımı olduğundan ..."*²

ve devamında yayınladığı diğer makalede [29] ise iki yorum arasındaki farkı şu şekilde özetler;

"Bu yüzden, bizim yorumumuzda, istatistiksel bir topluluğun kullanılma nedeni (klasik mekanikte olduğu gibi) sadece pratiksel bir gerekliliktir, ve (bizce göz önünde bu-

²"This probability density is numerically equal to the probability density of particles obtained in the usual interpretation. In the usual interpretation, however, the need for a probability description is regarded as inherent in the very structure of matter..."[28]

lundurulması doğru olan) sistemin durumunu tanımlayan değişkenlerin hassasiyetlik noktasındaki içsel taklidinin bir yansıması değildir.”³

2.4 Lokal Olmayışlık (Nonlocality) ve Bohm Mekanığı

Kuantum teorisi, hem genel yorum hem de Bohm mekaniğinde kabul edildiği üzere lokal olmayışlık (nonlocality) özelliğine sahip bir teoridir. Bu özellik kendini genel yorumda sadece ilkesel olarak (belirsizlik ilkesinin şart koştuğu üzere) gösterirken Bohm mekaniğindeyse ilkesel olmakla birlikte matematiksel olarak da kuantum potansiyeli $Q(\mathbf{x}, t)$ üzerinden açık şekilde göstermektedir. 4. bölümde detaylıca açıklanacak olan lokal olmayışlık özelliği, birbiriyle dolanık (entangled) parçacıklardan oluşan çok parçacıklı bir kuantum sisteminde parçacıkların aralarında konumdan bağımsız olarak karşılıklı anlık bir etkileşimi belirsizlik ilkesinin korunabilmesi adına şart koşturmaktadır. Bu özellik kendine genel yorumda direk matematiksel bir karşılık bulamasa da hesaplamalar üzerinden kendini göstermektedir (bu gösterim ise EPR deneyi sonrasında Bell eşitsizlikleri başlığı altında detaylıca ele alınacaktır). Bununla birlikte Bohm mekaniğinde lokal olmayışlık özelliğinin gösterimi matematiksel olarak çok yalın ve direktir. Öyle ki, çok parçacıklı kuantum sistemi için yazılan alternatif Schrödinger denklemini özelleştirerek tekrar yazarsak:

$$\frac{\partial}{\partial t}S(\mathbf{x}, t) + \sum_{k=1}^2 \frac{1}{2m} \left(\nabla_k S(\mathbf{x}, t) \right)^2 + V(\mathbf{x}, t) + Q(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.22)$$

iki parçacık için özel bir durum elde etmiş oluruz. Bu denklem aracılığıyla parçacıklardan herhangi biri için hareket denklemi $k = 1, 2$ olmak üzere yazılırsa:

$$m \frac{d}{dt} \mathbf{v}_k(\mathbf{x}_k, t) = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_k} \left[V(\mathbf{x}, t) + Q(\mathbf{x}, t) \right] \quad (2.23)$$

(2.23) ifadesi elde edilecektir. Eşitlikte de görüldüğü gibi hem kuantum potansiyelinin $Q(\mathbf{x}, t)$ hem de klasik potansiyelin $V(\mathbf{x}, t)$ konuma bağlı olarak kısmi türevi alınmaktadır. Bu da her iki potansiyelin parçacıklar üzerinde uyguladığı kuvvet anlamına gelmektedir. Bununla birlikte eşitlikte verilen klasik potansiyelin sisteme dışardan (dışardan kelimesiyle sistem dışında kalanlar kastedilmekle birlikte fazlasıyla muğlaklık içerdiği unutulmamalıdır) etkiyen tüm potansiyelleri ifade etmesinden ötürü yapısal olarak farklı birçok potansiyeli kapsamaktadır. Bu nedenle klasik potansiyel, ele alınan etkilere bağlı olarak lokallik (lokalite) veya lokal olmayışlık özelliğine sahip olabilmenin yanı sıra çeşitli özel durumlarda (EPR gibi) lokal olmayışlık özelliğine sahip olsa dahi göz önünden bulundurulmasına yetecek etkiyi

³”Thus, in our interpretation, the use of a statistical ensemble is (as in the case of classical statistical mechanics) only a practical necessity, and not a reflection of an inherent imitation on the precision with which it is correct for us to conceive of the variables defining the state of the system.”[29]

ortaya koyamayabilmektedir (Newton potansiyeli gibi). Bu bakımdan sisteme etkiyen kuvvetler irdelendiğinde, 2.19 denkleminde bağılı olarak, kuantum potansiyelinin, klasik potansiyellerin birçoğundan farklı bir tutum izleyerek, sistemin durumundan bağımsız lokal olmayışlık özelliğine sahip olduğu açıkça görülmektedir. Öyle ki, EPR deneyi özelinde sürece bakıldığında muhtemel dış potansiyellerin ele alınan sistem üzerinde uyguladıkları kuvvetlerin kuantum potansiyeli ile kıyaslandığında göz ardı edilebilir olduğu spesifik durumlar dahi ortaya çıkabilmektedir.

Kuantum potansiyelinin eklenmesi aracılığıyla alternatif Schrödinger denklemini (2.11) geliştiren Bohm mekaniği, klasik mekaniğin, klasik potansiyelin doğasından ötürü, sahip olduğu lokal olmayışlık özelliğinin kuantum teorisi için de geçerli olduğunu yaptığı matematiksel çıkarımla açıkça göstermiştir. Ancak bununla birlikte, lokal olmayışlığın her iki teoride aynı davranışa sahip olmadığı ise ayrı bir gerçektir. Çünkü kuantum potansiyeli, klasik potansiyelin aksine konumla ters orantılı değildir yani bir başka deyişle parçacıklar (buradaki ve konu boyunca bahsi geçen parçacıkların EPR deneyinde ele alınan parçacıklar olduğu unutulmamalıdır) arasındaki mesafeye bağılı olarak bir değişim göstermez. Bu nedenle klasik potansiyel uzaysal olarak ayrık mesafelerdeki parçacıklar için kuantum potansiyeline kıyasla ihmal edilebilir bir etkiye sahip olacaktır.

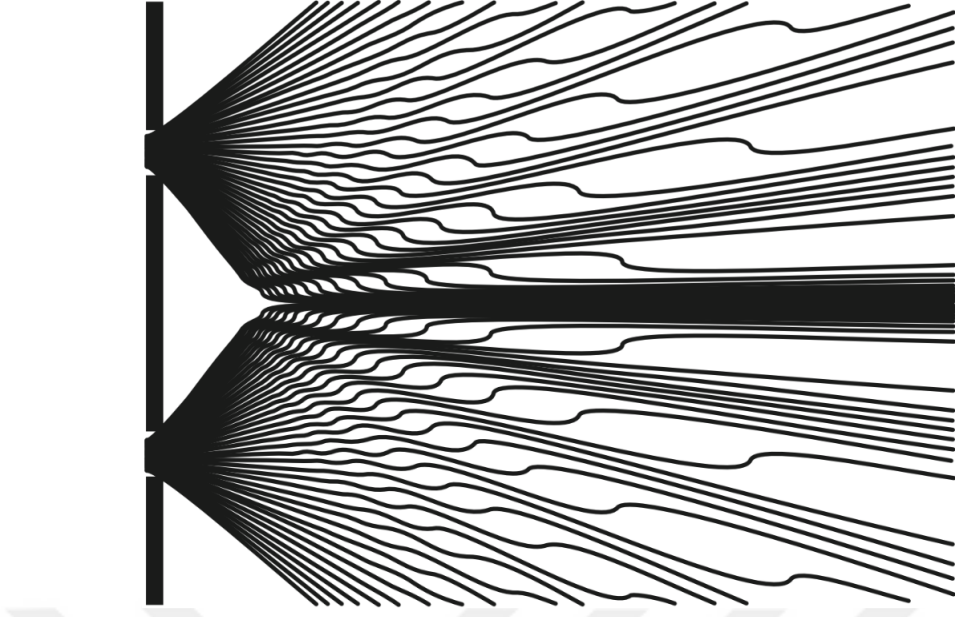
Özetle, EPR deneyi bağlamında kuantum teorisi, kuantum potansiyeline sahip olması sebebiyle, lokal olmayışlık özelliğini korurken, klasik mekanik ise, mesafeden kaynaklı, bu özelliği koruyamayacağı aşikardır.

2.5 Çift Yarık Deneyi ve Bohm Mekaniği

Bölüm boyunca açıklandığı gibi Bohm mekaniği kuantum sistemlerinin deterministik (klasik mekanikteki gibi) bir yapı üzerinden dinamiklerinin tasvir edilebileceğini savunmaktadır ve bunun da sistemlerin gidişatlarının tanımlanmasıyla mümkün olduğu fikrine dayandırmaktadır. Bu fikrin işleyişinin ve vardığı sonuçların daha iyi anlaşılabilmesi adına kullanılabilecek en uygun örneklerden birisi de şüphesiz ki hem genel yorum hem de pilot-dalga teorisinde ele alınmış olan çift yarık deneyidir.

Bohm mekaniği üzerinden ele alınan çift yarık deneyinin açıklaması birçok yönden pilot-dalga teorisine çok benzemektedir ve özellikle elektronun yarıklardan çıkışına kadar süreçte izlediği gidişat tamamen aynıdır. Bu sebepten ötürü pilot-dalga teorisinde verilmiş olan Şekil (1.4)'ün tasvir ettiği durum Bohm mekaniği için de aynen geçerli olduğundan sadece elektronun yarıkları terk ettikten sonra ekrana ulaşma sürecinde yaşadığı fiziksel süreci açıklamak yeterli olacaktır.

Yarıklardan sonraki süreci ise Şekil (2.1) [33] üzerinden ele alacak olursak kolayca görülebileceği gibi, A veya B yarıklarından geçen her bir elektronun yarıktan sonra ekrana kadar kendine has bir yol takip ettiği gösterilmektedir. Bunun sebebi ise pilot-dalga teorisinde olduğu gibi elektrona bu süreçte etki eden pilot dalgaların varolmasıdır ve bu pilot dalgalar deney düzeneğinin (deneyin tüm evrenden soyutlandığı kabulü üzerinden) tamamına dağılmış durumdadırlar. Bununla birlikte, pilot dalgaların hepsinin $\phi(\mathbf{x}, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$ veya $\phi(\mathbf{x}, t) = Ae^{i(kx + \omega t)}$ ifade edilebilen durağan dalga oldukları unutulmamalıdır.



Şekil 2.1: Çift Yarıık Deneyi: yarııklardan sonraki Bohm gidişatları[33]

Elektronun gidişatının açıklanmasında nedensel olarak pilot-dalga teorisiyle aynı noktadan hareket eden Bohm mekaniği, sürece dair sunduğu tasvire detaylıca bakılacak olunursa selefinden farklı bir yol izlediği görülür. Bu yol ise yorumun formalizminde karşımıza çıkan ve kuantum potansiyeli kavramının, $Q(\mathbf{x}, t)$, dahil edilmesiyle elde edilen alternatif Schrödinger denklemi üzerinden gidişatların tasvir edilmesidir. Bu tasvirde kuantum potansiyeli varlığındaki dalga fonksiyonu kendisiyle etkileşime geçerek (ki pilot dalgaları bir bütün olarak düşündüğümüzde aralarındaki etkileşimin aracısının kuantum potansiyeli olduğu açıklamakta yarar vardır) gidişat üzerinde yaratıcı ve yokedici (Şekil 2.1’de aşağı ve yukarı yönlü gösterilmiş olan) girişimler geçirmesine neden olmaktadır. Bunun sonucundaysa aynı genel yorum ve pilot-dalga teorisinde gözleendiği gibi ekranda bir girişim deseni oluşmaktadır.

Şekil 2.1’de de gösterildiği gibi elektron kendisine etki eden pilot dalganın fazından doğan etkiyle gidişatına yön vererek ekrana ulaşır. Bu süreç yeterli miktarda tekrarlanırsa da şekildeki tüm mümkün gidişatların hesaba katıldığı deney sonuçlarıyla benzer bir girişim deseni oluşacaktır. Oluşan girişim deseni deneyin tekrar sayısı ve ekranla yarıklar arasındaki mesafenin büyüklüğüne göre değişiklik göstermekle birlikte deney boyunca pilot dalgaların ortama homojen bir şekilde dağıldıkları varsayılmaktadır.

Özetle Bohm mekaniği çift yarıık deneyinde elektronun yaşadığı fiziksel süreci stokastik bir açıklamaya başvurmaksızın, pilot dalgaların fazına (ya da başlangıç koşullarına) bağımlı olarak şekillenen gidişatlar üzerinden açıklanabileceğini göstermektedir.

3 EPR DENEYİ

3.1 EPR Düşünce Deneyi'nin Açıklanışı

Genel yorumun bakış açısıyla gelişimini sürdüren yeni kuantum teorisi, 1935 yılında Albert Einstein, Boris Podolsky ve Nathan Rosen'ın ortaklaşa çıkardıkları, sonraki yıllarda EPR düşünce deneyi (EPR Gedanken Experiment) ismiyle anılacak olan, ilgili makaleleri [34] üzerinden çok önemli bir eleştiriye ve aynı zamanda ilk sınavına tabi tutulmuştur. Makale genel hatlarıyla, özetinde de bahsedildiği gibi, fiziksel gerçekliği tasvir etmeyi amaç edinen bir teorinin üç temel kritere sahip olması gerektiğini öngörmektedir. Bu kriterleri sıralayacak olursak[35];

1. Tamlık gereksinimi(completeness requirement): Bir teorinin tam olabilmesi için fiziksel gerçekliğin her bir unsuruna karşılık bir unsura sahip olması gerektir (birebirlik).
2. Fiziksel gerçeklik kriteri(physical reality criterion): Fiziksel bir nicelik hakkında elde edilebilecek bilginin kesinliği onun üzerinde herhangi bir değişime sebep olmayan ölçümle mümkün olabilir.
3. Konumda ayrılabilirlik(Separability in location veya no signal theorem): Kuantum teorisine göre (ki burada genel yorum temel alınıyor) birbiriyle komüte etmeyen operatörler aracılığıyla gösterilen iki fiziksel nicelikten biri hakkında bilgi edinmek diğerine dair bilgi edinmeyi engeller.

Bu üç kriterin genel yorum bağlamında meydana getireceği sonuçlar ise;

- a) Genel yorumun dalga fonksiyonu kavramı fiziksel gerçekliğin tam ifadesini veremez.
- b) Konumda ayrılabilirlik kriteriyle tasvir edilen fiziksel niceliklere dair bilgiler asla eş-zamanlı olarak elde edilemezler, gerçeklik kazanamazlar, ölçülemezler,.

Varılan bu iki sonuç ise bölümün devamında EPR deneyi kapsamında bahsi geçecek olan birbirleriyle dolanık sistemler göz önünde bulundurulduğunda: a) sonucunun yanlış olması durumunda otomatik olarak b) sonucunun da yanlış olması gerektiğini göstermektedir. Bu nedenden ötürü a)'nın kaçınılmaz olarak doğru olması gerektiği görülmektedir. Özetle, Einstein ve arkadaşlarına göre genel yorumun dalga fonksiyonu kavramı fiziksel gerçekliğin tam ifadesini verememektedir. Makale itibarıyla varılan bu argümanı daha iyi anlamakla birlikte EPR deneyinin özel rölativite ve genel yorum üzerinden analizini yapmak konuya dair, devam eden yıllarda, geliştirilen diğer fikirleri anlama açısından yardımcı olacaktır. Bu bağlamda deneyi anlatacak olursak;

Farzedelim elimizde I ve II olmak üzere iki adet, parçacık, sistem olsun. Bu sistemler, aralarında herhangi bir etkileşim meydana gelmeden önceki durumlarının bulunduğu varsayımıyla, $t = 0$ 'dan $t < T$ anına kadar etkileşimde bulunsunlar. Sürecin ardından sistemler arasında herhangi bir etkileşim olmadığı göz önünde bulundurularak dalga fonksiyonu, etkileşim öncesine dair yapılan varsayımın yardımıyla kabaca I+II (sistemlerin durumlarının toplamı) olacak şekilde, Ψ ile gösterilebilir. Ancak Ψ dalga fonksiyonu sistemlerin tekil durumlarını tasvir etmediğinden çeşitli ölçümler yardımıyla her bir sisteme ait fiziksel nicelikleri (gözlenebilirleri) elde etmek mümkün olacaktır. Bu ölçümler ise doğal olarak tezin başında da ele alındığı üzere dalga fonksiyonunun ölçüme bağlı olarak belli bir duruma çökmesiyle sonuçlanacaktır.

Ölçüm sürecine bakacak olursak; elimizde özdeğerleri $a_1, a_2, a_3, \dots$, özfonksiyonları $u_1(x_1), u_2(x_1), u_3(x_1) \dots$ olmak üzere sadece I sistemine etkiyen bir fiziksel nicelik, $\mathbf{A}$, olsun. Dalga fonksiyonu, Ψ , bu fiziksel nicelik için x_1 :I sistemi, x_2 :II sisteminin değişkenleri olmak üzere:

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2) u_n(x_1) \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\psi_n(x_2)$ II sistemini ifade eden katsayılar, $u_n(x_1)$ ise Ψ 'nin ortogonal fonksiyonlarıdır. I sisteminde $\mathbf{A}$ fiziksel niceliğinin elde edilmesi için yapılacak ölçüm sonucunda ise dalga fonksiyonu $\psi_k(x_2) u_k(x_1)$ tekil durumuna çökecektir. I sisteminin baz alındığı bir başka fiziksel nicelik, $\mathbf{B}$, için süreci tekrarlayacak olursak; ona karşılık gelen özdeğerler $b_1, b_2, b_3, \dots$, özfonksiyonlar $v_1(x_1), v_2(x_1), v_3(x_1) \dots$ olmak üzere dalga fonksiyonu:

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_2) v_s(x_1) \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilebilir. $\mathbf{B}$ fiziksel niceliği için yapılacak ölçüm sonrasında ise dalga fonksiyonu $\varphi_r(x_2) v_r(x_1)$ tekil durumuna çökecektir. Böylece I sistemi üzerinde yapılan ölçümlerin II sisteminin farklı, ψ_k ve φ_r fonksiyonları gibi, durumlara geçiş yapmasına neden olduğu açıkça gösterilmiş olur. Ancak daha önce belirtildiği üzere sistemlerin ölçüm esnasında, $t > T$ zaman diliminde, aralarında bir etkileşimin gerçekleşmediğinden II sisteminde herhangi bir değişim (EPR makalesinde bu noktada muğlak bir tabir olan gerçek değişim kavramı kullanılıyor) olmadığı varsayılmaktadır. Bu nedenden ötürü ψ_k ve φ_r fonksiyonları aynı gerçekliğin parçası olabilirler. Hatta bir adıma daha ileri gidilerek bu fonksiyonların sırasıyla $\mathbf{P}$ ve $\mathbf{Q}$ gibi birbirleri ile komüte etmeyen iki fiziksel niceliğin özfonksiyonları olarak ele alınabilirler. Bu fiziksel nicelikler için ölçüm sürecine bakmadan önce dalga fonksiyonunu iki parçacığı ifade edecek şekilde yeniden düzenlersek:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{(2\pi i/\hbar)(x_1 - x_2 + x_0)p} dp \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ise aslında 3.1 ifadesinde toplam olarak yazılan dalga fonksiyonunun sürekli versiyonuna denktir:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp \quad (3.4)$$

İntegralde, $u_p(x_1)$ fonksiyonu birinci parçacığa ait $\mathbf{A}$ fiziksel niceliğinin, ki burada momentumu belirtmektedir, özfonksiyonu olup $\mathbf{p}$ özdeğerini verir; $\Psi_p(x_2)$ fonksiyonu ise $\mathbf{P} = (\hbar/2\pi i)\partial/\partial x_2$ fiziksel niceliğinin özfonksiyonu olup ikinci parçacığın $-\mathbf{p}$ özdeğerine karşılık gelmektedir.

Sürecin benzeri momentum yerine konuma dair olan $\mathbf{B}$ ve $\mathbf{Q} = x_2$ fiziksel nicelikleri için tekrarlandığında ise; $v_x(x_1) = \delta(x_1 - x_2)$, $\varphi_x(x_2) = \hbar\delta(x - x_2 + x_0)$ olmak üzere dalga fonksiyonu:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x_2) v_x(x_1) dx \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada birinci parçacığın konumunun ölçümü, $\mathbf{B}$ fiziksel niceliğinin elde edilmesi, sonucu elde edilecek özdeğer $\mathbf{x}$ iken, $\mathbf{Q}$ fiziksel niceliğine bağlı olarak ikinci parçacığa dair elde edilecek özdeğer ise $\mathbf{x} + \mathbf{x}_0$ dir.

Varılan sonuç gösteriyor ki birbirleriyle komüte etmeyen fiziksel nicelikler olan $\mathbf{P}$ ve $\mathbf{Q}$, $\mathbf{PQ} - \mathbf{QP} = \hbar/2\pi i$, özfonksiyonlarının aynı gerçekliğe ait olmalarına rağmen yapılan ölçümler sonucu sırasıyla $\mathbf{p}_k$ ve $\mathbf{q}_r$ özdeğerleri vermektedirler. Ancak bu durum bölümün başında verilmiş olan konumda ayrılabilirlik ilkesinin açıkça ihlal edeceğinden ona dair genel yorum bağlamında geliştirilmiş olan sonuçların da yok sayılması anlamına gelmektedir.

Ayrıca makalenin temel üç kriterinden biri olan fiziksel gerçeklik kriterinin, konumda ayrılabilirlik kriteri de göz önünde bulundurulduğunda, Einstein tarafından konuya dair, makale öncesi, dile getirilmiş olan lokalite kriterini üstü kapalı da olsa içinde barındırdığı anlaşılmaktadır. Deneyin temelinde yatan bir kriter olarak da öne çıkan lokalitenin makalede bu şekilde ele alınması ise yazarlardan Podolsky'nin kişisel seçiminin bir sonucudur. Öyle ki, Podolsky yayınlandıktan sonra makalenin bir örneğini Einstein'a göndermiş ve böylece üzerinde yapılacak muhtemel bir düzenlemeye imkan bırakmamıştır. Bununla birlikte lokaliteyi kısaca açıklayacak olursak; birbirinden uzaysal olarak ayrı ve dolanık iki parçacıktan 1. parçacık üzerinde yapılacak bir ölçümün 2. parçacık üzerinde herhangi bir değişime neden olamayacağı şeklinde tanımlanabilir. Zira bu değişime neden olacak bir etkileşimin hızının $c < v \leq \infty$ aralığından (ki kuantum teorisinin ilkelerinin korunması adına $v = \infty$ olmalıdır) olması gerekmektedir.

Açıkça görülebileceği üzere lokalite kriteri, ya da kısaca lokalite, lokal teorilerin ana unsuru olup Einstein'ın kuantum teorisine getirdiği eleştirilerde de kilit bir role sahiptir. EPR deneyi ve lokalite hakkında daha detaylı bir açıklama için Travis Norsen'in ilgili kitabının [36] 1. ve 4. bölümlerine bakılabilir.

3.1.1 Muhtemel Gizli Değişkenlerin Açıklanışı ve Özellikleri

Genel yoruma göre, sistem hakkında gerekli olan tüm bilgiler dalga fonksiyonunda yer aldığından, dalga fonksiyonu sistemin tam bir tasvirini hiçbir ek değişken gerektirmeksizin vermektedir. Ancak EPR düşünce deneyinden elde edilen sonuçlara göre bu durumda kuantum teorisi lokal olmayan bir teori (nonlocal theory) olmalıdır ve kaçınılmaz olarak da anlık etkileşim özelliğine sahiptir. Bu ise ışık hızından yüksek hızların varlığını kabul etmek demektir. Einstein ve arkadaşları böyle bir sonucun mümkün olmadığını düşündüklerinden (lokal realizm düşüncesinin öngördüğü üzere) dalga fonksiyonunun, sistemin (yani her iki parçacığı da kapsayan toplam sistemin) tam bir tasvirini vermediği düşüncesini ortaya koydular. Sundukları bu argüman her ne kadar gizli değişkenlerden (hidden variables) bahsetmiyor olsa da (ki bahsettikleri taktirde bunların lokal olacakları aşikardır) ilerleyen yıllarda konuyla yakından ilişkili birçok bilim insanı makaleyi gizli değişkenlerin çıkış kaynağı olarak kabul etmektedirler. Ancak bu doğru değildir. Öyle ki, makaleden çok daha önce gizli değişkenler kuantum teorisi dahilinde tartışılmakla birlikte John Von Neumann tarafından geliştirilem genel yorumun ilk temel aksiyomlarını verdiği kitabında [37] bahsedilmiştir. Bu aksiyomlar arasından 5a ve 5b direkt olarak gizli değişkenlerle (dispersion free states) ilişkili olup kuantum teorisinin genel yorumunda yeri olmadıkları savunulmuştur. Fakat bu savunmanın sadece, bir sonraki bölümde tüm detaylarıyla açıklanacak olan, lokal gizli değişkenleri kapsadığını ve kuantum teorisi dahilinde mümkün tüm durumlar için geçerli olamayacağını J. S. Bell ilgili makalesinde [31] göstermiştir.

Bununla birlikte sonraki bölüme giriş olması adına EPR deneyi üzerinden kısa bir özet yapılacak olunursa; gizli değişkenler, alt sistemlerin olduğu anda, buna örnek olarak $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$ bozunduğu anda, e^- ve e^+ parçacıklarının bozunma anına kadarki etkileşimlerinin sistemin ilerleyen aşamalarında parçacıklar üzerinde yapılacak mümkün tüm ölçümler için her iki parçacığın da birbirlerine göre durumlarının ne olması gerektiğini söyleyen bir nevi talimatlar topluluğu olarak kabul edilmelidirler. Bu talimatlar bozunma anında ortaya çıkıp her iki parçacığın dalga fonksiyonunda da yer almaktadırlar. Böylelikle parçacıklardan biri üzerinde yapılan herhangi bir ölçüm otomatik olarak gizli değişkenler sayesinde, talimatlarda belirli olan ilgili öz duruma göre, tüm sistemin durumunu da belirlemiş olurlar. Bu sayede ışık hızından hızlı herhangi bir iletişime gerek kalmaksızın parçacıklar arasındaki korelasyon sağlanabileceğinden hem kuantum hem de özel rölativite teorisinin çizdiği sınırlar içinde beklenen değerler elde edilmiş olur (özel rölativitenin teorisinin çizdiği sınırlar 4. bölümde anlatılmaktadır).

3.2 Bell Eşitsizliği

Gizli değişkenler fikri ortaya çıktığı ilk tarihten itibaren takip eden yıllarda kuantum teorisinin önde gelen isimleri tarafından birçok defa ele alınmıştır. Bu isimlerden ilki olan Niels Bohr [38] gizli değişkenlerin varolsa dahi hiçbir zaman gözlemlenemeyeceği düşüncesiyle bir eleştiri getirirken Von Neumann ise kendi geliştirdiği kuantum teorisinin muhtemel aksiyomları [37] üzerinden teoride yeri olmadığını savunmuştur.

Niels Bohr ve Von Neumann'ın gizli değişkenler üzerine vardıkları bu sonuçlar konunun gelişmesinin önünde çok büyük engel olmuştur. Zira Bohr genel yorumun fikir babası iken Neumann ise yorumun matematiksel olarak ilk gösterimini yapan kişi olması sebebiyle kuantum teorisi üzerine çalışan topluluklar üzerinde derin bir etkiye sahipti. Ancak bu durum David Bohm'un Aharanov ile birlikte kuantum teorisinde gizli değişkenlerin varlığını sorguladıkları 1957 tarihli makalede [39] tersine dönmüştür. Makalede Bohm ve Aharanov, birbirine dolanık parçacıkların bozunma anından sonra toplam spinlerinin 0 olduğu durumu ele alarak dalga fonksiyonunun (z -ekseninde) tekli durum (spin singlet);

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\psi_+(1)\psi_-(2) - \psi_-(1)\psi_+(2) \right] \quad (3.6)$$

(3.6) ifadesiyle gösterilebileceğini öngörmüşlerdir (tekli durumun seçilmesinin sebebi ise mümkün olan her doğrultuda toplam spin değerinin başlangıç durumdanki gibi yani 0 olmasıdır). Bu gösterim özellikle pratiksel açıdan EPR deneyinin orjinal versiyonuna kıyasla uygulaması daha müsait olduğundan konunun deneysel boyutta ele alınmasının yolunu açmıştır.

Ancak gizli değişkenlerin deneysel olarak uygulamasından evvel konunun teorik anlamda ele alınarak kuantum teorisindeki yerinin ve içeriğinin açıklanması gerekiyordu ve bunu da 1964 yılında yayınlanan makalesiyle J. S. Bell başarmıştır [40]. Bell bu makalesinde sonraki yıllarda Bell eşitsizliği ismiyle anılacak olan ve herhangi bir modelin kuantum teorisiyle uyuyup uyuyamadığını (bir başka deyişle lokal olup olmadığını) test etmeye imkan tanıyan formalizmini ortaya koymuştur. Şimdi bu matematiksel ifadenin çıkarımını yapalım;

Bohm ve Aharanov'un makalelerinde ele aldıkları gibi tekli duruma sahip iki parçacığımız olsun ve bu parçacıklar etkileşim anından sonra birbirlerine zıt yönlerde hareket etsinler. Hareketleri esnasında her iki parçacığa da spinleri üzerinden bir ölçüm yapılsın, örneğin 1. parçacık üzerinde $\mathbf{a}$ doğrultusunda yapılan $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$ ölçümü sonucu $\frac{1}{2}$ değeri elde edilsin. Bu sonuç parçacıklar arasındaki dolanıklık sebebiyle, doğal olarak, 2. parçacığın spin değerinin $\sigma_2 \cdot \mathbf{a} = -\frac{1}{2}$ olmasına neden olacaktır.

Farzedelim ki ölçümler yapılırken baz aldığımız doğrultular farklılık gösterebilir; örneğin 1. parçacık $\mathbf{a}$ doğrultusunda $\sigma_1 \cdot \mathbf{a}$ ölçümüne maruz kalırken 2. parçacığa $\mathbf{b}$ doğrultusunda $\sigma_2 \cdot \mathbf{b}$ ölçümü yapılsın. Bu durumda az önce vardığımız $\frac{1}{2}$ ve $-\frac{1}{2}$ değerleri yerine $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b}$ doğrultularının aralarındaki açığa bağımlı olacak sonuçlar elde etmemiz gerekir. Bu sonuçları elde etmek için $\mathbf{a}$ doğrultusunu sabit kabul edip $\mathbf{b}(\theta, \phi)$ doğrultusunun alacağı değerleri sırasıyla yazarsak;

$$|b\rangle = \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi/2} |\psi_-(2)\rangle + \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\phi/2} |\psi_+(2)\rangle \quad (3.7)$$

olmak üzere, $\mathbf{b}$ doğrultusunda elde edilebilecek muhtemel olasılıkları da sırasıyla;

$$P_+|b\rangle = |\langle b|\psi_-(2)\rangle|^2 = \left|\sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi/2}\langle\psi_-(2)|\psi_-(2)\rangle\right|^2 = \sin^2\frac{\theta}{2} \quad (3.8)$$

$$P_-|b\rangle = |\langle b|\psi_+(2)\rangle|^2 = \left|\cos\frac{\theta}{2}e^{-i\phi/2}\langle\psi_+(2)|\psi_+(2)\rangle\right|^2 = \cos^2\frac{\theta}{2} \quad (3.9)$$

değerlerine denk olacaktır. Sadece $\mathbf{b}$ doğrultusunda yaptığımız açı değişikliğinden ötürü ise $\mathbf{a}$ doğrultusundaki değerler $\pm\frac{1}{2}$ olarak sabit kalacaktır. Bu değerleri (3.6) ifadesini kullanarak açıkça görülebileceği gibi iki ölçümün sonucu oluşan toplam değer $\sigma_A = \sigma_1.\mathbf{a}$ ve $\sigma_B = \sigma_2.\mathbf{b}$ olmak üzere;

$$\langle\sigma_A.\sigma_B\rangle = -\frac{1}{4}\mathbf{a}.\mathbf{b} = -\frac{1}{4}\cos\theta \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edebilmek mümkündür. Bu sayede (3.10) ifadesini kullanarak kuantum teorisi bakımından $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ aygıtlarının ölçümleri sonucu beklenen değerlerinin, θ 'nın açısal bir değişken olması aracılığıyla, genel bir gösterimini elde etmiş oluruz. Peki bu duruma gizli değişkenlerin (bu bölüm boyunca ele alınan gizli değişkenlerin yapılacak işlemlerde de gösterildiği üzere lokal gizli değişkenler oldukları unutulmamalıdır.) var olduğunu kabul ederek yaklaşırsak sonuç ne olur bir de ona bakalım. Gizli değişkenlerin varlığında elde edilecek değerleri yazarsak ($\boldsymbol{\lambda}$, lokal gizli değişkenleri ifade sürekli bir parametre ve n boyutlu, küre yüzeyin dağıtılmış, bir vektör olmak üzere);

$$\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a}) = \pm\frac{1}{2} \quad (3.11)$$

$$\sigma_2(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b}) = \pm\frac{1}{2} \quad (3.12)$$

eşitliklerini elde etmiş oluruz. Ayrıca parçacıkların birbiriyle dolanık olmaları sebebiyle $-\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a}) = \sigma_2(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b})$ olduğunu da göz önünde bulundurmak gerekir. Bu durum için beklenen değeri tekrar yazacak olursak;

$$\langle\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a})\sigma_2(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b})\rangle = \int d\lambda\rho(\lambda)\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a})\sigma_2(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b}) \quad (3.13)$$

ifadesini elde ederiz ve buna ek $\langle\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a})\sigma_2(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b})\rangle = \langle\sigma_1(\mathbf{a})\sigma_2(\mathbf{b})\rangle_\lambda$ olacağından ifadenin son hali;

$$\langle\sigma_1(\mathbf{a})\sigma_2(\mathbf{b})\rangle_\lambda = - \int d\lambda\rho(\lambda)\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{a})\sigma_1(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{b}) \quad (3.14)$$

şeklinde olacaktır. Bu eşitlikle gizli değişkenlere sahip 1. ve 2. parçacıklar üzerinde, farklı doğrultularda yapılacak aynı ölçüm sonucu elde edilecek beklenen değerin ne

olacağı açık bir şekilde verilmektedir. Bununla birlikte beklenen değer ifadesi elde edilirken normalize edilmiş olasılık dağılımının $\int d\lambda \rho(\lambda) = 1$ olduğunu unutulmamalıdır. Şimdi $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b}$ doğrultularına ek başka bir doğrultu, $\mathbf{c}$ doğrultusu, seçip beklenen değer ne şekilde değiştiğine bakalım;

$$\langle \sigma_1 \cdot \mathbf{a} \sigma_2 \cdot \mathbf{b} \rangle_\lambda - \langle \sigma_1 \cdot \mathbf{a} \sigma_2 \cdot \mathbf{c} \rangle_\lambda = - \int d\lambda \rho(\lambda) \sigma_1(\lambda, \mathbf{a}) [\sigma_1(\lambda, \mathbf{b}) - \sigma_1(\lambda, \mathbf{c})] \quad (3.15)$$

eşitliğin sağ tarafını $\sigma_1^2(\lambda, \mathbf{b}) = \frac{1}{4}$ değeriyle çarparsak;

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) \sigma_1(\lambda, \mathbf{a}) 4\sigma_1^2(\lambda, \mathbf{b}) [\sigma_1(\lambda, \mathbf{b}) - \sigma_1(\lambda, \mathbf{c})] \quad (3.16)$$

şeklinde bir ifade elde ederiz. Bu ifadeyse birkaç düzenleme ardından;

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) \sigma_1(\lambda, \mathbf{a}) \sigma_1(\lambda, \mathbf{b}) [1 - 4\sigma_1(\lambda, \mathbf{b}) \sigma_1(\lambda, \mathbf{c})] \quad (3.17)$$

(3.17) eşitliğini verir. Eşitliğin sağ tarafındaki $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b}$ doğrultularına bağlı ölçüm değerini veren kısım (3.10) ifadesinin yardımıyla $\sigma_1(\lambda, \mathbf{a} \sigma_1(\lambda, \mathbf{b})) = \pm \frac{1}{4}$ aralığındaki değerleri alacaktır. Bu çıkarım üzerinden (3.17) ifadesini yeniden düzenlersek;

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq \frac{1}{4} \int d\lambda \rho(\lambda) [1 - 4\sigma_1(\lambda, \mathbf{b}) \sigma_1(\lambda, \mathbf{c})] \quad (3.18)$$

$$\leq \frac{1}{4} [1 + 4\sigma_1(\lambda, \mathbf{a}) \sigma_2(\lambda, \mathbf{c})] \quad (3.19)$$

bulduğumuz bu ifadeyi kuantum teorisindeki haliyle yazarsak;

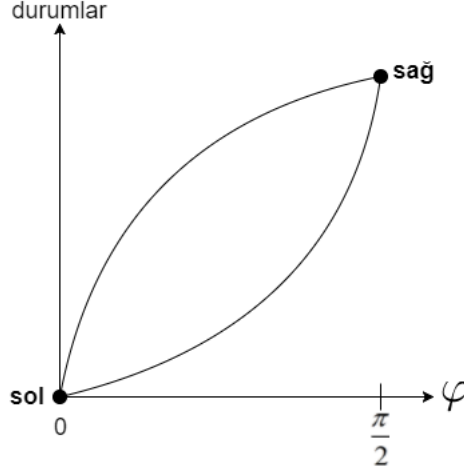
$$| \langle \sigma_1 \cdot \mathbf{a} \sigma_2 \cdot \mathbf{b} \rangle_\lambda - \langle \sigma_1 \cdot \mathbf{a} \sigma_2 \cdot \mathbf{c} \rangle_\lambda | \leq \frac{1}{4} [1 + 4 \langle \sigma_1(\lambda, \mathbf{a}) \sigma_2(\lambda, \mathbf{c}) \rangle] \quad (3.20)$$

Bell eşitsizliğini elde etmiş oluruz. Bell Eşitsizliğinin sağ ve sol tarafını tekrar (3.10) ifadesi yardımıyla ele alıp sade bir şekilde yazarsak sol taraf ve sağ taraf için;

$$sol \implies \frac{1}{4} |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{b})| \quad (3.21)$$

$$sağ \implies \frac{1}{4} (1 - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) \quad (3.22)$$

(3.21) ve (3.22) ifadelerini elde etmiş oluruz.



Şekil 3.1: Bell Eşitsizliği ve Gizli Değişkenler Varlığındaki Mümkün Durumlar

Bu ifadelerde $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ve $\mathbf{c} = \mathbf{a} \sin \varphi + \mathbf{b} \cos \varphi$ kabul aracılığı ile $\mathbf{c}$ doğrultusu $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b}$ arasında olmak üzere iki tarafın (3.21 ve 3.22) birbirine eşit olduğu durumlar Şekil (3.1) ile gösterildiği gibi sadece 0 ve $\frac{\pi}{2}$ değerlerinde mümkündür.

Bu da sonuç olarak şu göstermektedir, parçacıkların birbirleriyle olan etkileşimleri sırasında oluşan lokal gizli değişkenlerin kabulü üzerinden varılabilecek sonuçlar sınırlı olup kuantum teorisiyle elde edilebilecek sonuçlara kıyasla sadece ekstrası- mum değerleri verebilmektedirler (Şekil 3.1). Varılan bu sonuç sebebiyle lokal gizli değişkenler üzerine geliştirilen herhangi bir model kuantum teorisine göre yetersiz kaldığından teoriye getirilmiş bir düzeltmeden çok kısıtlayıcı bir hamle olarak kal- maktadır.

Bell eşitsizliği gösteriyor ki gizli değişkenlerin (λ) kabulü üzerinden geliştirilmiş modeller, $\mathbf{c}$ doğrultusuyla c-b eksenі arasındaki φ açısının 0 ve $\pi/2$ değerlerini al- madığı durumlar haricinde eşitlisizliği bozmaktadırlar. Diğer taraftan bakacak olur- sak; parçacıkların meydana geldikleri andaki ilk ve son etkileşimleri sonucu ortaya çıkan lokal gizli değişkenler, devam eden süreçte bu parçacıklar arasında herhangi bir etkileşim olmadığı kabulüne dayandığından, ilerleyen zamanlarda sistem üzerinde yapılan ölçümler sonucu ortaya çıkacak beklenen bütün değerleri veremeyeceğinden doğal olarak kuantum teorisinin öngördüğü tüm durumları da tasvir edemezler. Bu- radan hareketle EPR deneyinin argümanından türemiş olan gizli değişkenlere sergile- dikleri bu yapı nedeniyle lokal gizli değişkenler (local hidden variables) denmektedir ve kuantum teorisinin olasılıksal sonuçlarını verme konusunda yetersizdirler. Lokal gizli değişkenlerin (vardığımız sonuca göre lokal gizli değişkenler) sahip olduğu bu özelliği Bell makalesinin genel bir özetini ele alırken şu sözlerle ifade ediyor;

*"Öyleyse en az bir kuantum mekaniksel durumda, alt-uzaylarda kombine edilmiş "tekli" durumda, kuantum mekaniğinin bu istatistiksel tahminleri ayrılabilir olan önceden belirlenmişlikle uyuşmamaktadır."*¹

¹ "Then for at least one quantum mechanical state, the "singlet" state in the combined subspa- ces, this statistical predictions of quantum mechanics are incompatible with separable predetermi- nation".[40]

Bu açıklamanın ardından EPR argümanının getirdiği gizli değişkenler fikrinin makalesinde açıkça gösterdiği lokal gizli değişkenler olduğunu ise şu sözleriyle dile getiriyor;

*"Tekil ölçümlerin sonuçlarını, istatistiksel tahminlerde değişikliğe neden olmaksızın, elde etmek amacıyla kuantum mekaniğine çeşitli parametrelerin eklenmesini öngören bir teoride ölçüm aletinin, uzaktan da olsa (ki bu uzaklık uzaysal olarak ayrık durumlardaki mesafeleri de kapsamaktadır), diğer ölçüm aletini etkileyebildiği bir mekanizma varolmalıdır. Dahası böyle bir mekanizma için, ölçüm aletleri arasında, sinyalleşmenin anlık olması gerektiğinden bu tarz bir teori Lorentz değişmezliğine sahip olamaz."*²

Bell bu makalesi ile kısaca gizli değişkenlerin kuantum teorisinde yeri olmadığı sonucuna değil lokal gizli değişkenleri kuantum teorisinin vardığı olasılıksal değerlere kıyasla yetersiz kalacağını açıklamaktadır. Genel intibanın aksine varılan bu sonuç gizli değişkenlerin kuantum teorisinde yeri olmadığı anlamına gelmez sadece teoriye katılabilecek gizli değişkenlerin lokal olmayışlık özelliğine sahip olması gerektiği anlamına gelmektedir.

Ortaya koyduğu kanıtla Bell gizli değişkenlerin kuantum teorisinde yeri olmadığı çıkarımından çok, Neumann ve Bohr'un vardıkları gibi, onun doğasını açıklamaya çalışmıştır. Öyle ki, makalesinin son bölümünde konuya dair o zamana kadar yapılmış eleştirilerin açık bir şekilde ifade edilmemesine rağmen lokal gizli değişkenler üzerinde olduğunun altını çizerek lokal olmayan gizli değişkenlerin kuantum sistemlerinin tasvirinde kullanılabilir olduğunu ve bu nedenle kuantum teorisinde de önemli bir yeri olabileceğinin öngörüsünde bulunmuştur. Bahsi geçen bu öngörüğü ise Bell'in devam eden çalışmalarında daha açık bir şekilde görmek mümkündür ([41]).

3.3 CHSH Deneyi

Bell'in makalesinde EPR deneyine ve lokal gizli değişkenlere getirdiği yorum ardından sadece beş yıl sonra 1969 yılında Clauser ve Shimony deneysel olarak konuyu ele aldıkları makalelerini [42] yayınladılar. Yaptıkları deney temelinde Bohm ve Aharonov'un tekli durumdaki birbiriyle dolanık olan fotonları konu almaktadır. Deneyin anafikri ise Bell'in vardığı sonuç olan;

*"...hiçbir lokal gizli değişken kuantum teorisinin sunduğu bütün istatistiksel tahminleri sağlayamaz."*³

düşüncesinin deneysel olarak kanıtlanabilir olup olmadığıdır. Bununla birlikte lokal gizli değişkenleri konfigürasyon uzayında ele alarak deneysel anlamda kolaylık sağlayan daha uygun bir ifadesini tasarlamışlardır.

²"In a theory in which parameters are added to quantum mechanics to determine the results of individual measurements, without changing the statistical predictions, there must be a mechanism whereby the setting of one measuring device can influence the reading of another instrument, however remote. Moreover, the signal involved must propagate instantaneously, so that such a theory could not be Lorentz invariant."^[40]

³"...no local-hidden variable theory can produce all of the statistical predictions of quantum mechanism."^[42]

CHSH deneyini açıklayacak olursak; hem EPR deneyinde hem de Bell'in makalesinde ele alındığı gibi birbiriyle dolanık olan iki parçacık ele alalım 1. parçacığın dalga fonksiyonu $\psi_1(\mathbf{r}, t)$, 2. parçacığın dalga fonksiyonu ise $\psi_2(\mathbf{r}, t)$ olmak üzere parçacıkların oluşturduğu sistemin dalga fonksiyonu;

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi_1(\mathbf{r}, t)\psi_2(\mathbf{r}, t) \quad (3.23)$$

şekilde gösterelim. Parçacıklar aralarındaki etkileşim sonucu dolanıklık kazandıktan sonra aynı EPR deneyindeki gibi birbirine zıt doğrultularda hareket etsinler ve daha önce de kabul edildiği gibi ($\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b}$ parçacıklar üzerindeki ölçümlerin sırasıyla doğrultuları olmak üzere) 1. parçacık $A(\mathbf{a})$ ölçümüne, 2. parçacık ise $B(\mathbf{b})$ ölçümüne maruz kalsın. Bu ölçümler parçacıkların aygıtların ölçüm yaptıkları doğrultulardan geçip geçmemesine göre ± 1 değerlerinden birini alsınlar. Lokal gizli değişkenler ise EPR deneyinde ve Bell'in makalesinde olduğu gibi, fakat buna ek olarak konfigürasyon uzayı üzerinden daha genelleştirilmiş halde oldukları kabulü ile, parçacıkların dalga fonksiyonuna dahil edilmiş hali ele alınarak Bell eşitsizliği yardımıyla yazılırsa;

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq 1 - \int_{\Gamma} d\lambda \rho(\lambda) B(\mathbf{a}, \lambda) B(\mathbf{c}, \lambda) \quad (3.24)$$

eşitsizliğini elde ederiz. (3.24) ifadesinin genel bir versiyonunu yazabilmek adına doğrultular arasındaki ufak farklılıkları, örneğin $\mathbf{b}$ ve $\mathbf{b}'$ doğrultuları için olasılık değerleri $P(\mathbf{b}', \mathbf{b}) = 1 - \delta$ ve $0 \leq \delta \leq 1$ olmak üzere, hesaba katarsak (3.24) ifadesini;

$$|P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P(\mathbf{a}, \mathbf{c})| \leq 2 - P(\mathbf{b}', \mathbf{b}) - P(\mathbf{b}', \mathbf{c}) \quad (3.25)$$

şeklinde tekrar yazabiliriz. Kolaylık olması adına $\mathbf{b}$, $\mathbf{b}'$ doğrultularında olduğu gibi diğer ikili doğrultular içinde beklenen değerleri aralarındaki açı üzerinden ifade edip Bell eşitsizliğinin genel halini yazmak istersek;

$$P(\mathbf{a}, \mathbf{b}) : \mathbf{b} - \mathbf{a} \implies \alpha = \mathbf{b} - \mathbf{a} \quad (3.26)$$

$$P(\mathbf{b}', \mathbf{b}) : \mathbf{b} - \mathbf{b}' \implies \gamma = \mathbf{b} - \mathbf{b}' \quad (3.27)$$

$$P(\mathbf{c}, \mathbf{b}) : \mathbf{c} - \mathbf{b} \implies \beta = \mathbf{c} - \mathbf{b} \quad (3.28)$$

açıları da kullanarak;

$$|P(\alpha) - P(\alpha + \beta)| \leq 2 - P(\delta) - P(\beta + \alpha) \quad (3.29)$$

(3.25) eşitsizliğinin son ve en genel halini elde etmiş oluruz. Elde edilen bu genel hal Bell eşitsizliğine kıyasla hem deneysel ortamda hem de teorik hesaplama alanında sağladığı kolaylık nedeniyle çok daha kullanışlı bir versiyondur. Bu sebepten ötürü gizli değişkenler üzerine yapılan deney ve makalelerin nitel ve nicel boyutta gelişmesine de ön ayak olmuştur.

3.4 EPR Deneyi'nin Kuantum Teorisi Üzerindeki Etkisi

Kuantum teorisi gösterildiği gibi temelleri itibariyle klasik mekanik, elektromanyetik teori veya özel rölativite teorisi gibi determinizm üzerine kurulmuş olmayıp yapı olarak kendine en çok benzerliği gösteren istatistik teorisiyle bile bu konuda tam bir uyum göstermez. Öyle ki, istatistik teorisinde dahi kuantum teorisindeki indeterminizmin, yani belirsizliğin gözlemlenen sistemlerin doğasından kaynaklı olduğu fikri, kabul edilmeyip bu yapının kendisini sadece hesaplama aşamasında pratiksel anlamda gösterdiği düşüncesi olduğundan deterministik bir teori olarak kabul edilebilir. Daha önceki bölümde ele alındığı gibi Bohm mekaniği de istatistik teorisiyle benzer bir yapıya sahip olup sonuca varmada sağlayabileceği kolaylıklar sebebiyle istatistik hesaplamaların matematiksel bir araç olarak pratikte kullanılabileceğini ancak asla sistemin doğasının bu yapıya sahip olduğu fikrine varılamayacağını söylemektedir.

EPR deneyi ise sunduğu argümanla kuantum teorisinin indeterministik yapısından inşa edilen dalga fonksiyonunun sistemin tam bir tasvirini vermediğini ile sürmektedir. Bu nedenle ilave edilebilecek çeşitli değişkenler yardımıyla bu sorunun üstesinden gelinebileceğinin yolunu açmakla birlikte kuantum teorisine katılabilecek bu değişkenlerin lokal olmayan değişkenler olması gerektiği de Bell'in makalesi ile gösterilmiştir. Bu gösterim sistemin parçacıkları arasındaki etkileşim sonrası, parçacıkların birbirlerinden ayrılmadan önce ve sonra herbirinin sahip olduğu kabul edilen dalga fonksiyonları üzerinden gösterilise; $\mathbf{r}_i$ sistemin etkileşim anındaki konumu ve λ_i etkileşim anında ortaya çıkıp parçacıkların dolanıklığını tayin eden lokal gizli değişken olmak üzere,

etkileşimden hemen sonra ve parçacıklar birbirinden ayrılmadan önce;

$$\Psi(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\lambda}, t)\phi(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\lambda}, t) \quad (3.30)$$

parçacıklar birbirinden uzaysal ayrık konumlardayken;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}, t) + \phi(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}, t) \quad (3.31)$$

şeklinde yazılabilir. (3.30) ifadesinden (3.31) ifadesine geçiş esnasında dikkat edilmesi gereken önemli noktalardan birisi ölçüm süreci daha gerçekleşmediği için parçacıklardan herbirinin dalga fonksiyonunda gösterilen lokal gizli değişkenlerin hiçbir değişime uğramadan etkileşim anındaki değerini koruması ve parçacıkların lokal olmayan bir etkileşime maruz kalma ihtimali olmadığı varsayıldığından lineer bir toplam olacak şekilde ifade edilebilmesidir. Süreci bir adım daha ilerletip parçacıkların herbiri üzerinde (3.10) ifadesinde belirtilen ölçümlerden sadece ilki yapıldığı vakit şu sonuca ulaşılır;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}, t) + \phi(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}, t) \quad (3.32)$$

Yapılan ilk ölçümle, ölçüm yapılan parçacığın dalga fonksiyonu öz dalga fonksiyonlarından birine çöker. Bununla birlikte loka gizli değişkenlerin yardımıyla da diğer parçacığın yapılan ölçüme dair vereceği değer hakkında bilgi sahip olunur. Bir sonraki aşamada ise hakkında bilgi sahibi olunan ancak ölçüm yapılmamış parçacık üzerinde bir ölçüm yapılırsa;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}, t) + \phi_1(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}, t) \quad (3.33)$$

(3.33) ifadesine ulaşılır. Yapılan ikinci ölçüm sonrasında ölçülen parçacığa dair varılabilecek sonuçlar EPR argümanının ileri sürdüğüne göre tamamen lokal gizli değişkenlerin davranışına göre değişiklik gösterecektir. Lokal gizli değişkenler parçacıkların etkileşimi sırasında şekillenip ölçümler yapılmadan çok daha önce evrimlerini tamamlamış olmaları itibarıyla ölçümlerin (özellikle uzaysal olarak ayırık durumdayken gerçekleştirilen ölçümlerin) parçacıklar üzerinde sebep olabileceği olası her değişime anlık bir cevap verebilmeleri mümkün değildir. Çünkü Bell eşitsizliğinin çıkarımında da gösterildiği gibi her iki ölçüm birbirini, parçacıkların dolanık olması sebebiyle, etkilemesi gerektiğinden; parçacıkların dolanıklıklarını kazandıkları yaratılışları sırasında ortaya çıkıp sonrasında herhangi bir değişime uğramamış olan lokal gizli değişkenler ile, sadece maksimum durumlara cevap verebilmelerinden ötürü, açıklanabilmesi mümkün değildir. Aynı süreci lokal olmayan gizli değişkenler üzerinden yeniden ele alacak olursak, (3.30) ifadesinden sonra parçacıklar uzaysal olarak ayırıkken dalga fonksiyonunun ifadesi şu şekilde olacaktır;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}, t)\phi(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}, t) \quad (3.34)$$

ilk ölçümün ardından;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}_\alpha, t)\phi_{\alpha 1}(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}_\alpha, t) \quad (3.35)$$

ikinci ölçümün ardından ise;

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \psi_1(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\lambda}_\alpha, t)\phi_{11}(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\lambda}_\alpha, t) \quad (3.36)$$

(3.35) ve (3.36) ifadelerinden görülebileceği gibi lokal olmayan gizli değişkenler ilk ölçüm sonucu her iki parçacığın da dalga fonksiyonunda değişime uğramıştır. Bu değişim sistemi oluşturan parçacıklar arasındaki etkileşimin anlık olması sebebiyle sıradaki ölçüm gerçekleşmeden önce ölçüm yapılmayan parçacığın dalga fonksiyonu üzerinde bir değişime yol açmıştır. Bu değişimi (3.35) ifadesindeki lokal olmayan gizli değişken ve onun sonucunda ölçüm yapılmamış parçacığın dalga fonksiyonunda görebilmek mümkündür. Bunun devamında ise yapılan ikinci ölçümün ardından ölçüm yapılan parçacığın dalga fonksiyonu son halini almıştır. Tabi ki, ikinci ölçüm sonucunda elde edilen bu son hal yapılan ölçümün içeriğine göre değişiklik gösterecek belirsizlik ilkesinin sınırları dahilinde sonuçlar verecektir.

Einstein ve arkadaşlarının genel yorumun dalga fonksiyonu tanımını sorguladıkları makalelerinin vardığı argümanlar neticesinde kuantum teorisinde yeniden varlığının tartışılmasına neden olan gizli değişkenler, önceleri teorinin lokal olduğu varsayımından hareketle lokal olarak alınmış olmasına rağmen Bell'in varmış olduğu çıkarımlar nihayetinde lokal olmamaları gerektiği anlaşılarak son hallerine kavuşmuşlardır. Bu sebeple EPR deneyinin kuantum teorisinde iki önemli değişikliğe neden olmuştur; bunlardan ilki, kuantum teorisinin lokal olmayışlık özelliğine sahip olduğunun anlaşılması iken, ikinci değişikliğinse genel yorumun dalga fonksiyonu tanımının sistemin tam bir tasvirini veremeyeceğidir. Bu iki değişiklik birlikte ele alındığında ise lokal olmayan gizli değişkenlerin kuantum teorisinin tam bir teori olabilmesi (completeness requirement) adına teoriye eklenmesi gerektiği sonucunu doğurmuştur. Kısaca özetlenecek olunursa EPR deneyi sunduğu argümanlar sebebiyle kuantum teorisinin hem tamamlanmamış hem de lokal olmayışlık özelliğine sahip olduğunun anlaşılmasına sebep olmuştur.

3.4.1 Lokal Olmayışlığın Kuantum Teorisindeki Yeri

Bell eşitsizliğinin ele alındığı 3.2 bölümünde gösterildiği gibi kuantum teorisinin ilkeleri ve özelliklerini taşıyan her model ve bu modelle tasvir edilen her sistem lokal olmayışlık özelliğine sahip olmak zorundadır. Bu zorunluluk teorinin her yorumu için geçerli olup Bohm mekaniğinde kuantum potansiyeli üzerinden açık (explicit) bir gösterime sahiptir. Ancak aynı durum genel yorum için geçerli değildir. Zira lokal olmayışlık genel yorumda açık bir ifadeye sahip olmadığından kuantum teorisinin diğer bir ilkesi olan belirsizlik ilkesinin kısıtlanması olarak kendini göstermektedir.

Sadece lokal sayılabilecek yani uzaysal olarak ayrık olmayan bir başka deyişle ışık konisinin içinde kalan durumlar için lokal olmayışlık herhangi bir soruna neden olmamaktadır fakat ışık konisinin dışındaki durumlar için ele alındığında bu durum geçerliliğini yitirmektedir. Öyle ki, kuantum teorisinin ortaya çıkışından çok daha evvel Newton tarafından "mesafede etki" ("action at a distance") veya Einstein tarafından "tuhaf" ("spooky") ismiyle varlığı sorgulanmış bu özellik tek yönlü kabul edilen zaman olgusunun işleyişini ihlal edeceğinden birçok bilim insanı tarafından şüpheyle karşılanmıştır. Ancak tüm şüphelere karşın kuantum teorisinde vazgeçilmez bir yeri olduğunu ise EPR deneyi ile varlığından söz edilmiş olan birbiriyle dolanık ve uzaysal olarak ayık alt sistemlerin (DUAAS) sayesinde kabul etmek bir mecburiyete dönüşmüştür. Bu mecburiyet daha açık bir ifadeyle, DUAAS'ler arasındaki etkileşim Bell eşitsizliğinde açıkça belirtildiği üzere sadece lokal gizli değişkenler yardımıyla mümkün tüm durumları kapsayacak bir çözüm üretmezler ama bu çözüm üretmemelik DUAAS'lerden değil tamamen lokal gizli değişkenlerin yapısından kaynaklanır. Çünkü lokal gizli değişkenler DUAAS'lerin hem belirsizlik hem de özel rölativite teorisinin ışık hızı ilkesini ihlal etmemesi amacıyla geliştirilmiş değişkenler olmakla birlikte DUAAS'lerin zamanla geçirdiği değişimlerin konumdan bağımsız olarak tüm alt sistemlerinde anlık değişimlere sebep olduğunu kendi üzerinde bir değişimin mümkün olmaması sebebiyle açıklayamaz. Bu çözümsüzlüğü aşabilmenin tek yolu ise DUAAS'lerin anlık etkileşimlerine imkan tanıyan (bir anlamda lokal olmayışlık özelliği kazandıran) lokal olmayan gizli değişkenlerin varlığını kabul etmekten geçer ve bu da doğal olarak ışık hızı ilkesinin ihlali anlamına gelir.

Bu durumun fiziksel olarak karşılığı ise DUAAS'lerin birbiriyle anlık etkileşim içinde olduğu ve etkileşimin lokal olmayan gizli değişken üzerinden gösterildiği dalga fonksiyonu (3.34) ifadesinde açıkça verilmiştir. Lokal olmayışlığın kuantum teorisindeki yerini ve lokal olmayan gizli değişkenlerin oynadığı bu rolü ise Sheldon Goldstein 1995 yılındaki makalesinde [43] şu şekilde özetlemektedir:

”...Bell’in analizleri çok daha fazlasını göstermektedir. Öyle ki, kuantum fenomenleri için hiçbir gizli değişkenin lokal olmaması gerektiğini açıklamakla birlikte, fakat bu lokal olmayışlık standard kuantum teorisinin gözlemsel sonuçlarında kendini çok az göstermektedir, eğer doğa bu öngörülerle tasvir edilebiliyorsa doğanın kendisi lokal olmamalıdır!”⁴

Sheldon Goldstein yaptığı açıklamada (eleştiride) lokal olmayışlığın sadece kuantum teorisinin bir özelliği olmadığını dile getirerek doğanın da bu özelliğe sahip olması gerektiğinin altını çiziyor, bunun kanıtının da Alan Aspect ve arkadaşlarını ilgili makalesinde [44] gösterdiği sonuçlar olduğunu dile getiriyor.

⁴”...Bell’s analysis shows much more. It shows not only that any hidden variables account of quantum phenomena must be nonlocal, but that nonlocality is implied merely by the observational consequences of standard quantum theory itself, so that if nature is governed by these predictions, then nature is nonlocal!”[43]

4 RÖLATİVİSTİK BOHM MEKANİĞİ

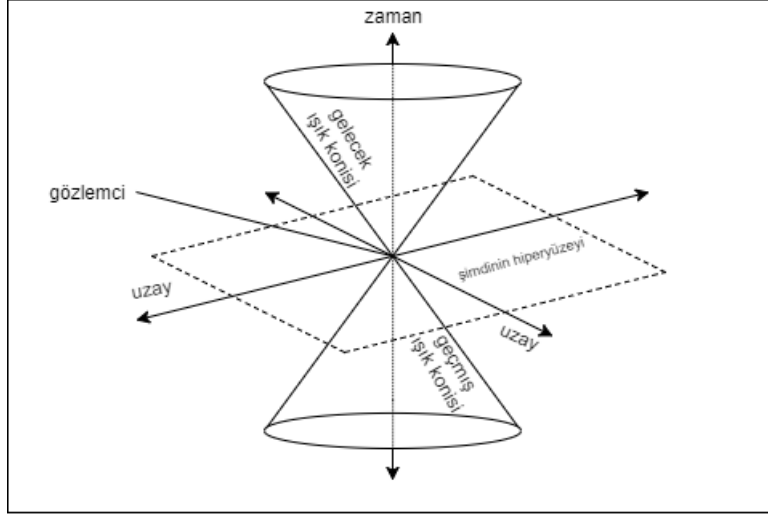
4.1 Rölativistik Bohm Mekanîği'nin Tasviri

Giriş ve ikinci bölümde gösterildiği üzere kuantum teorisinin genel yorum ve Bohm mekanîği tamamen rölativistik olmayan durumları açıklamak adına geliştirilmişlerdir. Bu yüzden rölativistik durumlara dair tatmin edici sonuçlara varmaları da çok zordur. Bu durumun en önemli örneklerinden birisi EPR deneyi ve onun daha güncel bir versiyonu olan Hardy deneyi olup açıklamaya çalıştıkları fenomenin özellikleri bakımından her iki yorumun da alanını aşabilecek bir yapıya sahiptirler. Bu bölümde iki deney arasından Hardy deneyi üzerinde durulacak ve öngörülen rölativistik Bohm mekanîği aracılığıyla deney yeniden ele alınacaktır.

Bohm mekanîğinin rölativistik versiyonunu geliştirebilmek için öncelikle mümkün en yalın duruma yani tek parçacıktan oluşan bir sisteme bakmak yararlı olacaktır. Tek parçacıktan oluşan bu sistemin 4 boyutlu uzay-zamanda, $X^\mu(s)$, tasviri ise dalga fonksiyonu $\psi(x^\mu)$ ve parçacığın gidişatı:

$$\frac{dX^\mu}{ds} = j^\mu(X^\mu) \quad (4.1)$$

üzerinden elde edilebilir. Eşitlikteki $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ ifadesi Dirac akısı (Dirac current) olup daha önce rölativistik olmayan durumlar için çıkarılmış olasılık akısının 4-boyutlu uzay-zamanın baz alınmasından ötürü 4'lü vektör ile yazılmış halidir. 4'lü vektörlerin genel özelliklerine sahip olan Dirac akısı $j_\mu j^\mu > 0$ değerleri için zamansal bölgeyi ifade eder ve c ışık hızının üst sınır olması sebebiyle sistemin tek yönlü ($-\infty \rightarrow +\infty$) zaman akışına sahip olduğunu gösterir (zira ışık hızında ve altındaki bölgeler için zamanda geriye gitme gibi bir durum söz konusu olamaz). Bu dalga fonksiyonlarının hareket denklemleri üzerinden parçacığın zamansal bölgede izlediği yollar elde edilmek istenirse (4.1) eşitliğinin $t = -\infty$ 'dan $t = +\infty$ 'a integre edilmesi yeterli olacaktır. 4-boyutlu uzay-zamanda yer alan diğer bölgeler ise Şekil 4.1'de zaman boyutunda geçmiş ve gelecek, uzay boyutunda ise kolaylık olması adına sadece bir eksen hesapla katacak şekilde gösterilmiştir.



Şekil 4.1: 4-Boyutlu Uzay-Zamanda Işık Konisi

Şekil 4.1'e ek olarak bu bölgelerin Dirac akısı üzerinden sahip oldukları değerleri veya sınırlarını ise;

$$j_\mu j^\mu > 0 \implies \text{"ışık konisinin içerisinde"} \quad (4.2)$$

$$j_\mu j^\mu < 0 \implies \text{"ışık konisinin dışarısında"} \quad (4.3)$$

$$j_\mu j^\mu = 0 \implies \text{"ışık konisini yüzeyinde"} \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buna ek olarak Dirac akısının diverjasının sıfır olması, $\partial_\mu j^\mu = 0$, (bu eşitliğin çıkarılışı EKLER 6.4 bölümünde yapılmıştır) olması sebebiyle herhangi bir Lorentz referans çerçevesinde varılan sonucun tüm Lorentz referans çerçeveleriyle aynı olmasını sağlayacaktır. Bu durumu daha açık göstermek için farzedelim ki, parçacık keyfi bir Lorentz referans çerçevesinde Dirac akısının sadece zamana bağlı olduğu yani γ^0 zamana bağlı spin matrisine tabi olduğu (EKLER 6.3 bölümünde bu matrisin açık halini bulabilirsiniz);

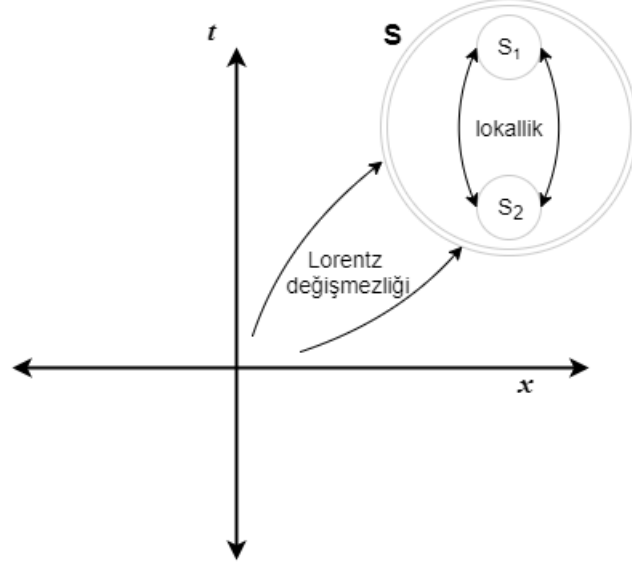
$$j^0 = \psi^\dagger (\gamma^0)^2 \psi = \psi^\dagger \psi \quad (4.5)$$

bir duruma sahip olsun. Daha önce de gösterildiği gibi $\rho = \psi^\dagger \psi$ olduğundan olasılık yoğunluğunun, ρ , Dirac akısına, j^0 , eşit olduğu anlamına gelir ve bu da kuantum denkleğinin rölativistik durumlardaki karşılığıdır. Dirac akısının diverjansının 0 olması sebebiyle de bu durum tüm Lorentz çerçeveleri için tüm zamanlarda geçerli olacaktır. Bu eşitlik sayesinde rölativistik olmayan kuantum teorisindeki olasılık yoğunluğu ifadesinin rölativistik durumlardaki karşılığı elde edilmiş olur. Bir başka deyişle rölativistik durumlar için kuantum denkleğini gösteren $\rho = j^0 = \psi^\dagger \psi$ eşitliği rölativistik olmayan olasılık yoğunluğu $\rho = |\psi|^2$ 'un rölativistik durumları da kapsayacak şekilde genelleştirilmiş halidir [45].

Tek parçacıktan oluşan bir sistemin referans çerçeveye göre Lorentz dönüşümleri altında değişmez kaldığını bu şekilde gösterilebilirken aynı süreci birden fazla parçacık-

tan oluŖan sistemler için geliŖtirmek çok daha zordur. Zira özellikle sistemi oluŖturan parçacıkların uzaysal olarak ayırık konumlandığı EPR ve Hardy deneyi gibi rölativistik durumları içeren uygulamalarda bu durum kendini daha da bariz gösterir.

Bununla birlikte rölativistik durumlara ait bir diğerk önemli unsur ise Lorentz değıŖmezliğı ve lokallığın sahip oldukları özellikler itibariyle birbirlerini kısıtlayıcı olmadıklarıdır. Öyle ki, Lorentz değıŖmezliğı göz önüne aldığı sistemin baz özellikleri ile (z-zaman ve öz uzunluk gibi) referans erevesi arasındaki iliŖkiye dayanırken (EKLER 6.3.1 açıkça gösterildiğı gibi), lokallik birden fazla paracığasahip bir sistemde, parçacıklar sistemin alt sistemi olmak üzere, alt sistemlerin karŖıllık etkileŖiminin yapısının nasıl olması gerektiğı üzerinde eŖitli koŖullara dayanmaktadır. Yani Lorentz değıŖmezliğı referans erevesi ile göz önüne alınan sistemler arasındaki iliŖkiyi ele alırken, lokallik sadece alt sistemler arasındaki iliŖkiyle ilgilenir. Bu sebeple birbirleri üzerinde etkiye sahip olamayacaklarından, lokal olmanın (ya da olmayışlğın) ve Lorentz değıŖmezliğinin korunduğı bir teori geliŖtirilebilir. İki kavram arasındaki iliŖki; referans erevesi; $x - t$, gözlenen sistemin(S) alt sistemleri; S_1, S_2 olmak üzere Ŗekil 4.2 ile gösterilmektedir.



Ŗekil 4.2: Lorentz DeğıŖmezliğı ve Lokallik

Bohm mekaniğı açısından bu sonuca bakacak olursak, referans çerçevesini hareketsiz kabul edip gözlenen sistemin birbirine dolanık alt sistemlerinin hızlarını referans çerçevesine göre sırasıyla $s_1' \rightarrow \dot{x}_1$ ve $s_2' \rightarrow \dot{x}_2$ olarak kabul edersek Bell'in kitabının 15. bölümünde ele aldığı gibi [41] 1. parçacık için ölçülen değerk $h_1 = +h$, 2. parçacık içinse $h_2 = -h$, $|a_{mn}|^2$, olasılık değerkleri ve g ölçüm aletinden kaynaklanan zamana-bağılı çiftlenim değeri (time-dependent coupling) olmak üzere ($m, n = 1, 2$);

$$\dot{x}_1 = g_1 \frac{\sum_{m,n} (-1)^m |a_{mn}|^2 |\phi(x_1 - (-1)^m h_1)|^2 |\phi(x_2 - (-1)^n h_2)|^2}{\sum_{m,n} |a_{mn}|^2 |\phi(x_1 - (-1)^m h_1)|^2 |\phi(x_2 - (-1)^n h_2)|^2} \quad (4.6)$$

$$\dot{x}_2 = g_2 \frac{\sum_{m,n} (-1)^n |a_{mn}|^2 |\phi(x_1 - (-1)^m h_1)|^2 |\phi(x_2 - (-1)^n h_2)|^2}{\sum_{m,n} |a_{mn}|^2 |\phi(x_1 - (-1)^m h_1)|^2 |\phi(x_2 - (-1)^n h_2)|^2} \quad (4.7)$$

şeklinde elde edilebilirler. (4.6) ve (4.7) ifadelerinin yardımıyla alt sistemlerin referans çerçevesine göre hızlarının, birbirine bağlı olduğunu açıkça görülebilir. Bu ifadeler daha önce Bohm mekaniği bölümünde çıkarımı yapılmış olan hareket denkleminin (rehber denkleminin) sadece ele alınan duruma göre her bir parçacık için yazılmış versiyonlarıdır. Bununla birlikte bölümün başında verilen ilgili makaleden [45] bir alıntı yapacak olursak Dirac parçacıklarını ele alan rehber denkleminin içeriği şu şekilde açıklanmaktadır:

"Birçok Dirac parçacığından meydana gelen sistem için Bohm, belirli bir referans çerçevesi esas alınarak formüle edilmiş ve aslında Lorentz değişmezi olmayan rehber denkleminin:

$$\mathbf{v}_k = \frac{\psi^\dagger \boldsymbol{\alpha}_k \psi}{\psi^\dagger \psi} \quad (4.8)$$

*şeklinde yazılabileceğini ile sürmüştür. Rölativistik olmayan teoriye benzer olarak, çok-parçacıklı Dirac denkleminin bir sonucu olan kuantum akısı denkleminin garanti ettiği gibi $\psi^\dagger \psi$ ifadesi seçilmiş referans çerçevesindeki dinamik sistemin eşdeğişkenli bir topluluğu tasvir ettiğinden, bu teori kuantum öngörülerini, olasılık yoğunluğu $\psi^\dagger \psi$ ifadesinden türeterek, yeniden üretmektedir. Bu öngörüler ise tercih edilen referans çerçevesinin izini içermez: Lorentz değişmezliği gözlemsel düzeyde korunmakla birlikte, temel düzeyde bu söz konusu değildir."*¹

Alıntıda açık bir şekilde ifade edildiği gibi Bohm'un ileri sürdüğü rehber denkleminin seçilmiş referans çerçevesini (chosen reference frame) baz almasından ötürü Bohm mekaniğine çeşitli eleştiriler getirilmiştir. Bunların en önemlilerinden biri ise Lucien Hardy'nin [46] Bohm mekaniğinin tercih edilen bir referans çerçevesini kapsamaması zoruunda olduğu varsayımından hareketle Lorent değişmezliğini bozduğu eleştirisidir. Deterministik (literatürde genellikle gerçekçi (realistic) olarak geçmektedir) kuantum teorisi yorumlarından biri olan Bohm mekaniğine getirdiği bu eleştiri üzerinden Hardy'nin varmış olduğu sonuç ise bütün gerçekçi kuantum teorilerin tercih edilen bir referans çerçevesi kapsamaması gerektiğinden Lorentz değişmezliğini ihlal etmeyen gerçekçi bir kuantum teorisi geliştirilemeyeceğidir. Ancak Bell tarafından GRW yorumu kapsamında ele alınmış bir çıkarım olan çoklu-zaman dönüşümlerinde de gösterildiği gibi tercih edilen bir referans çerçevesi olmadan böyle bir teori geliştirmek mümkündür.

¹"For a system of many Dirac particles, Bohm has proposed the following guiding condition:

$$\mathbf{v}_k = \frac{\psi^\dagger \boldsymbol{\alpha}_k \psi}{\psi^\dagger \psi}$$

which is formulated with respect to a certain reference frame, and is in fact not Lorentz invariant. Analogously to the nonrelativistic theory, the quantum flux equation which is a consequence of the many-particle Dirac equation guarantees that $\psi^\dagger \psi$ is an equivariant ensemble density for this dynamical system in the chosen reference frame, and therefore this theory reproduces the quantum predictions insofar as they derive from the probability density $\psi^\dagger \psi$. These predictions don't contain a trace of the preferred frame: Lorentz invariance holds on the observational, but not on the fundamental level."[45]

4.2 Çoklu-zaman Dönüşümleri

Bu çıkarımı kanıtlamak amacıyla, bir önceki bölümde ele aldığımız makalenin [45] de yardımıyla, farzedelim elimizde EPR deneyinde olduğu gibi birbiriyle belli bir süre etkileşimde bulunmuş iki adet dolanık parçacık olsun ve bu parçacıklar birbirlerine göre zıt yönlerde rölativistik olmayan hızlarla hareket etsinler. Gene EPR deneyinde ele alındığı gibi birbirlerinden uzaysal olarak ayırık oldukları konumda x_α ve x_β , parçacıkların herbiri üzerinde eş-zamanlı ölçümler yapılsın, $t_\alpha = t_\beta$.

Seçilmiş bir referans çerçevesi, $x-t$, için ölçümler yapıldığı anda parçacıkların konum ve zaman koordinatlarını yazacak olursak;

$$x_\alpha = 0 \quad , \quad t_\alpha = 0 \quad (4.9)$$

$$x_\beta \gg 1 \quad , \quad t_\beta = 0 \quad (4.10)$$

ifadelerini elde etmiş oluruz. Seçilmiş referans çerçevesine göre hızı $v \approx 0$ olan başka bir referans çerçevesi, $x' - t'$, için $\gamma = 1$ ve $vx_\beta = \vartheta$ (birimsel değer) olmak üzere parçacıkların konum ve zaman koordinatları ise;

$$x'_\alpha = 0 \quad , \quad t'_\alpha = 0 \quad (4.11)$$

$$x'_\beta \approx x_\beta \gg 1 \quad , \quad t'_\beta = t_\beta - vx_\beta = -\vartheta \quad (4.12)$$

şeklinde gösterilebilir. (4.9) ve (4.11) ifadelerinde verilen konum ve zaman eşitlikleri ile açıkça anlaşılabileceği gibi parçacıkların herbiri üzerinde yapılan ölçümlerin $x-t$ referans çerçevesinde ele alındığında eş-zamanlı olduğu görülürken $x' - t'$ referans çerçevesi için aynı durumun geçerli olmadığı gözlenmektedir.

Bu duruma daha yakından bakacak olursak göze çarpan ilk noktanın, parçacıklar üzerinde yapılan ölçümlerin farklı referans çerçevelerine göre ifadelerinin yalnız zaman boyutunda bir değişiklik göstermesi nedeniyle sadece basit bir zaman dönüşümü olarak kabul edilebilir olduğudur. Bununla birlikte bu zaman dönüşümünün birimsel boyutta, ϑ , olması nedeniyle rölativistik olmayan kuantum durumlarına çok benzer doğaya sahip olduğundan Lorentz değişmezi olarak ele alınabilir. Bu benzerlikten hareketle sistem daha basit bir versiyona indirgenebilir. Bu durumun, kompakt olması nedeniyle, konfigürasyon uzayı üzerinden gösterimi daha kolay olacağından a ve b alt sistemleri için çoklu-zaman dönüşümü $L_\tau \rightarrow \tau = (\tau_a, \tau_b)$ olmak üzere;

$$z = (z_a, z_b) = (t_a, q_a, t_b, q_b) \longrightarrow z' = (t_a - \tau_a, q_a, t_b - \tau_b, q_b) = L_\tau z \quad (4.13)$$

şeklinde gösterilebilir. (4.13) ifadesiyle, rölativistik olmayan sistemlerin zaman dönüşümü ve çoklu-zaman dönüşümü arasındaki benzerliğin özellikle konfigürasyon uzayı ele alındığında daha da açık olarak görülebilmektedir.

Bu benzerliğin yardımıyla rölativistik olmayan sistemlerin zaman dönüşümünün çoklu-zaman dönüşümü cinsinden yazmanın rölativistik sistemlere kıyasla daha kolay olacağından hareketle farzedelim ki elimizde birbiriyle etkileşim içerisinde olmayan a ve b alt sistemlerinden oluşan bir kuantum sistemi olsun ve sistemin dalga

fonksiyonu alt sistemlerin kendi zaman ifadeleri üzerinden $\psi(t_a, t_b)$ şeklinde gösterilsin. Zaman evrim operatörü $\psi_t = e^{-iHt}\psi_0 = U_t\psi_0$ olmak üzere dalga fonksiyonunun parçacıkların zaman ifadelerine göre evrimi;

$$\psi(t_a, t_b) = e^{-iH_a t_a} e^{-iH_b t_b} \psi_0 = U_{t_a}^a U_{t_b}^b \psi_0 = U_t \psi_0 \quad (4.14)$$

şeklinde gösterilebilir. Burada:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t_a} = H_a \psi \quad , \quad i \frac{\partial \psi}{\partial t_b} = H_b \psi \quad (4.15)$$

eşitlikleri sırasıyla a ve b parçacıklarının zaman evrim operatörleri olup, parçacıklar arası ölçüm öncesi bir etkileşim olmadığından $[H_a, H_b] = 0$ yani $H_I = 0$ olması sebebiyle (4.14) ifadesinde gösterildiği gibi her bir parçacık için ayrı olarak yazılabilir. Sistemin konfigürasyon uzayı baz alınarak elde edilecek çoklu-zaman dönüşümleri ise;

$$\psi(z) = \psi \circ L_\tau^{-1}(L_\tau z) = \psi'(z') \quad (4.16)$$

şeklinde gösterilebilirken, $U_\tau = U_{\tau a}^a U_{\tau b}^b$ olmak üzere;

$$\psi' = e^{-iH_a \tau_a} e^{-iH_b \tau_b} \psi = U_{\tau a}^a U_{\tau b}^b \psi = U_\tau \psi \quad (4.17)$$

sistemin çoklu-zaman dönüşümü (4.17) ifadesi ile elde edilebilmektedir. (4.14) ve (4.17) ifadeler-

indeki benzerlikten de görülebileceği gibi alt sistemler arasındaki konum farkından bağımsız olarak kuantum sistemi üzerinde yapılan ölçümler, zaman evrim operatörü ve çoklu-zaman dönüşümleri için açıkça gösterildiği gibi, tüm referans çerçevelerine göre bir Lorentz değişmezi olarak ortaya çıkmaktadır. Bu durum sadece çoklu-zaman ya da zaman evrim operatörüne özel olmayıp kuantum ölçüm formalizmini (quantum measurement formalism) esas alan bütün operatörler için geçerli bir durumdur (bahsi geçen geçerlilik durumunun ispatı için makalenin ilerleyen bölümlerine bakmak yeterli olacaktır).

Özetlenecek olunursa, kuantum teorisinin temel yapı ve ilkelerinin üzerine kurulmuş kuantum ölçüm formalizmi teorisinin bütünlüğünü koruması gerektiğinden belirli (seçilmiş) referans çerçevesine bağlı kalmadan bir başka deyişle herhangi bir gözlemci için özel bir sonuç vermeksizin değişmez kalmak zorundadırlar. Goldstein ve arkadaşları ise ilgili makalesinin 13. sayfasında bu durumu şu şekilde açıklamaktadırlar;

*"Özellikle belirtmek gerekir ki, kuantum ölçüm formalizmin öngörülleri referans çerçevesinden bağımsızdır. Bu sebeple, birbirinden büyük ölçüde ayırık alt-sistemlerden oluşmuş bir sistem için kuantum ölçüm formalizmi çoklu-zaman dönüşümleri altında değişmezdir."*²

Bununla birlikte varılan bu sonuç üzerinden lokal olmayışlığa dair şu çıkarımı yapmaktadırlar;

*"Bu yapı bakımından EPR deneyi – açık etkileşim içinde olmayan fakat ortak bir dalga fonksiyonuna $\psi(t_a, t_b)$ sahip alt-sistemlerin ele alındığı – için açıkça görülebilir ki, bu iki-zamanlı ortodoks model için, EPR-Bell lokal olmayışlığı seçilmiş bir referans çerçevesinin varlığına ihtiyaç duymaz."*³

1. alıntıda varılan sonuca tamamen katılmakla beraber, zira bu sonuç kuantum teorisine dair getirilen bütün yorumlar için kabul edilmesi gereken mantıksal ve makalede gösterildiği kadarıyla da matematiksel bir çıkarımdır, 2. alıntının doğru ancak yetersiz olduğunu kanısladım ve bunun açıklamasını da tezin son bölümünde yaptığım eleştiri üzerinden açıklamam sebebiyle şimdilik bu durumu es geçmenin daha doğru olduğunu düşünmekteyim.

Bununla birlikte çoklu-zaman dönüşümü ve onun bir Lorentz değişmezi olduğunun ispatı esasında sadece genel yorum için bir gereklilik olmakla birlikte Schrödinger denkleminin genel yapısı, GRW ve Bohm mekaniği için benzer bir ispat yapmak gereksizdir. Çünkü bu yorumlar özünde mutlak zaman (absolute time) ve mutlak uzayı (absolute space) kabul etmeleriden ötürü çoklu-zaman dönüşümü gibi dönüşümler herhangi bir sorun teşkil etmemektedirler.

Buradan hareketle genel yorum için çoklu-zaman dönüşümlerinin bir Lorentz değişmezi olması durumu, mutlak zamanı esas almaları nedeniyle, seçilmiş ve tercih edilen referans çerçevesi gibi dinamiklere ihtiyaç duymayan Bohm mekaniği için de geçerlidir. Bu çıkarıma varmak Bohm mekaniğinin deterministik bir yapıya sahip olması ve sistemler arasındaki etkileşimin açık (rehber dalga denklemi bunun en önemli örneklerindendir) olarak gösterilmesi sebebiyle referans çerçevesinin tercihi gibi bir bakış açısına gerek bırakmamaktadır. Bu nedenle Bohm mekaniği çoklu-zaman dönüşümleri altında değişmezliğinin koruyabilmektedir. Süreci aynı genel yorumda olduğu gibi daha açık bir şekilde görebilmek için gene Goldstein ve arkadaşlarının makalesine bakılabilir [45].

Hem yukarıda bahsedilen değişmezliğin bir testi hem de Hardy deneyine geçmeden hazırlık olması adına ufak bir örnek paylaşmak yararlı olacaktır. Genel yorum için verilen örneğe benzer birbiriyle dolanık ve bu sebeple senkronize olan iki sistem ele alalım, bu sistemler için zaman değerleri;

$T_a(0) = s_0$, $T_b(0) = s_0 + h$ ve $T_a(s) = s_0 + s$, $T_b(s) = s_0 + h + s$ (h zaman sabiti) olmak üzere, sistemin dalga fonksiyonu;

²*"In particular, the predictions of the quantum measurement formalism are independent of the frame of reference. Thus the quantum mechanical measurement formalism for a system which consists of independent widely separated subsystems is multitime translation invariant."*[45]

³*"Within this framework an EPR experiment can be described—the subsystems, while not explicitly interacting, are coupled by their common wave function $\psi(t_a, t_b)$ —and one can explicitly see, for this two-time yet orthodox model, that the EPR-Bell nonlocality does not demand the existence of a preferred frame of reference."*[45]

$$\psi^h(s, q_a, q_b) = \psi(T_a(s), q_a, T_b(s), q_b) = \psi(s_0 + s, q_a, s_0 + h + s, q_b) \quad (4.18)$$

şeklinde yazılabilir. Bu dalga fonksiyonu üzerinden sistemi oluşturan her bir alt sisteme denk düşen rehber denklemi ise, η_a ve η_b konfigrasyon uzayı parametreleri olmak üzere;

$$\frac{d\eta_a}{ds} = v_a^{\psi^h}(s, \eta_a(s), \eta_b(s)) \quad (4.19)$$

$$\frac{d\eta_b}{ds} = v_b^{\psi^h}(s, \eta_a(s), \eta_b(s)) \quad (4.20)$$

eşitlikleri ile gösterilebilir ve süreklilik denklemi de;

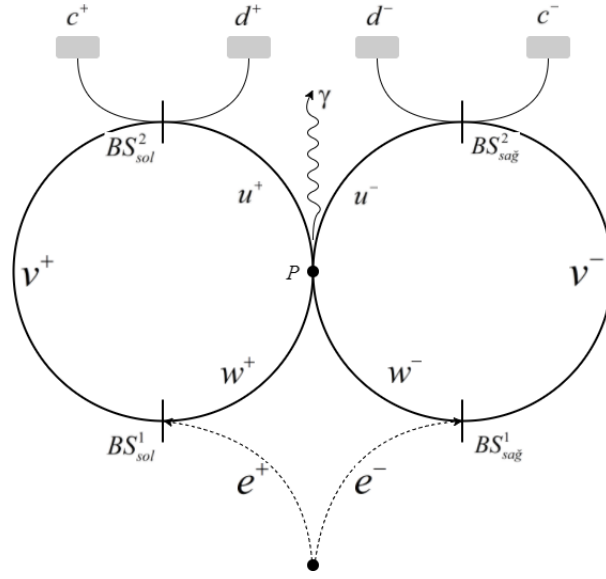
$$\frac{\partial \rho^h}{\partial s} + \nabla_{q_a}(\rho^h v_a^{\psi^h}) + \nabla_{q_b}(\rho^h v_b^{\psi^h}) = 0 \quad (4.21)$$

olarak yazılabilir. (4.21) ifadesinde açıkça görüleceği gibi süreklilik denklemi olasılık yoğunluğunun zamana göre türevi olup bu durum için senkronizasyon değişkeni olan s üzerinden ele alınmaktadır, olasılık akısı içinse senkronizasyona bağlılık kapalı olarak kendini göstermektedir. Ayrıca unutulmaması gereken bir başka durumsa verilen tüm örneklerde kuantum denkleğinin geçerli olduğu durumların göz önünde bulundurulduğudur. Yani sadece $\rho = |\psi|^2$ olan hiperyüzeyler hesaba katılmaktadır. Bunun sebebi ise sadece kuantum teorisinin sınırları içinde kalan sistemlerin ele alınıyor olmasıdır.

4.3 Hardy Deneyi

Hardy deneyi [46] EPR deneyinin daha modern bir versiyonu olup onu bir adım daha ileri götürerek uzaysal olarak ayrı parçacıkların aralarındaki ilişkiye dair daha derin bir açıklama getirir. Deneyi kısaca açıklayacak olursak, EPR deneyinde de açıklandığı gibi $\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$ parçacık saçılması ardından e^- ve e^+ parçacıkları sahip oldukları spin değerlerine bağlı olarak (Şekil 4.3'te gösterildiği gibi);

öncelikle BS_{sol}^1 ve BS_{sag}^1 mıknatıslarından geçerek e^+ için v^+ , w^+ ; e^- içinse v^- , w^- yollarından birini takip edip sırasıyla BS_{sol}^2 ve BS_{sag}^2 mıknatıslarına ulaşırlar. Bundan sonra ise v^+ ve v^- yolunu takip ettiklerinde ikincil mıknatısların etkisiyle gene bir yol ayrımına uğrayarak, c yapıcı girişim (constructive interference) ve d yıkıcı girişim (deconstructive interference) olmak üzere, e^+ için c^+ , d^+ ; e^- içinse c^- , d^- yollarından birini seçecek ya da w^+ ve w^- yolunu izledilerse yeniden birleşerek (birbirlerinin parçacık ve antiparçacıkları olduklarından) foton ışıması yapacaklardır. Bu süreç matematiksel olarak ifade edilecek olunursa;



Şekil 4.3: Hardy Deneyi[47]

$$|e^+\rangle \rightarrow \frac{|v^+\rangle + i|w^+\rangle}{\sqrt{2}} \Rightarrow |c^\pm\rangle = \frac{|v^\pm\rangle + i|w^\pm\rangle}{\sqrt{2}} \quad (4.22)$$

$$|e^-\rangle \rightarrow \frac{|v^-\rangle - i|w^-\rangle}{\sqrt{2}} \Rightarrow |d^\pm\rangle = \frac{|v^\pm\rangle - i|w^\pm\rangle}{\sqrt{2}} \quad (4.23)$$

olmak üzere;

$$|e^+e^-\rangle = \frac{1}{4} \left[3|c^+c^-\rangle + |c^+d^-\rangle + |c^-d^+\rangle - |d^+d^-\rangle - 2|\gamma\gamma\rangle \right] \quad (4.24)$$

(4.24) şeklinde gösterilebilir. Burada $2|\gamma\gamma\rangle$ ifadesi muhtemel durumlardan birisi olan parçacıkların birleşerek ışıma yaptıkları senaryodur ve deneyde sadece alt durumlarından birisi olan parçacıkların uzaysal olarak ayırık olduğu durumların önemli olması nedeniyle ifadeyi;

$$|e^+e^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{12}} \left[|+\rangle_x^{e^+} |+\rangle_x^{e^-} - |+\rangle_x^{e^+} |-\rangle_x^{e^-} - |-\rangle_x^{e^+} |+\rangle_x^{e^-} - 3|-\rangle_x^{e^+} |-\rangle_x^{e^-} \right] \quad (4.25)$$

şeklinde düzenleyerek (4.25) ifadesiyle yazmak yeterli olacaktır. Bu nedenle (4.25) ifadesi (4.24) ifadesinin özelleşmiş bir versiyonudur da denilebilir. (4.25) ifadesinde gösterildiği gibi parçacıklar $1/12$ olasılığıyla $|+\rangle_x^{e^+}; |+\rangle_x^{e^-}$ durumuna, $9/12$ olasılıkla $|-\rangle_x^{e^+}; |-\rangle_x^{e^-}$, $1/12$ olasılıkla $|+\rangle_x^{e^+}; |-\rangle_x^{e^-}$ ve $|-\rangle_x^{e^+}; |+\rangle_x^{e^-}$ durumlarına geçiş yapabilirler. x -doğrultusunda ölçüm yapan BS^1 mıknatıslarını geçen parçacıklar $|+\rangle_x^{e^+}; |-\rangle_x^{e^-}$ ve $|-\rangle_x^{e^+}; |+\rangle_x^{e^-}$ durumlarına geçtikten sonra dolanıklık özelliği sayesinde BS^2 mıknatıslarından geçmelerinin ardından aşağıdaki alt durumlara geçerler;

1. durum $|+\rangle_x^{e^+}; |-\rangle_x^{e^-}$:

$$1a: |+\rangle_x^{e^+} |+\rangle_z^{e^+} \iff |-\rangle_x^{e^-} |-\rangle_z^{e^-} \quad (4.26)$$

$$1b: |+\rangle_x^{e^+} |-\rangle_z^{e^+} \iff |-\rangle_x^{e^-} |+\rangle_z^{e^-} \quad (4.27)$$

2. durum $|-\rangle_x^{e^+}; |+\rangle_x^{e^-}$:

$$2a: |-\rangle_x^{e^+} |+\rangle_z^{e^+} \iff |+\rangle_x^{e^-} |-\rangle_z^{e^-} \quad (4.28)$$

$$2b: |-\rangle_x^{e^+} |-\rangle_z^{e^+} \iff |+\rangle_x^{e^-} |+\rangle_z^{e^-} \quad (4.29)$$

Diğer durumlar içinse;

3. durum $|+\rangle_x^{e^+}; |+\rangle_x^{e^-}$:

$$3a: |+\rangle_x^{e^+} |+\rangle_z^{e^+} \iff |+\rangle_x^{e^-} |-\rangle_z^{e^-} \quad (4.30)$$

$$3b: |+\rangle_x^{e^+} |-\rangle_z^{e^+} \iff |+\rangle_x^{e^-} |+\rangle_z^{e^-} \quad (4.31)$$

4. durum $|-\rangle_x^{e^+}; |-\rangle_x^{e^-}$:

$$4a: |-\rangle_x^{e^+} |+\rangle_z^{e^+} \iff |-\rangle_x^{e^-} |-\rangle_z^{e^-} \quad (4.32)$$

$$4b: |-\rangle_x^{e^+} |-\rangle_z^{e^+} \iff |-\rangle_x^{e^-} |+\rangle_z^{e^-} \quad (4.33)$$

Burada belirtilen muhtemel durumların çoklu-zaman dönüşümleri altında değişmez kalan Bohm mekaniği açısından gerçekleşmesi, daha doğrusu parçacıkların izledikleri yolların doğası, nasıl açıklanabilir? Bu sorunun cevabını verebilmek için çoklu-zaman dönüşümlerinin açıklandığı bölümde Bohm mekaniğinin bu dönüşümler üzerinden yeniden ele alındığı ifadelere bakmak yararlı olacaktır. Zira sistemin toplam dalga fonksiyonunun senkronizasyon özelliğine göre yazıldığı ifadeden açıkça anlaşılabileceği gibi sistemin doğası tamamen onu oluşturan alt sistemler (ki Hardy deneyi için bunlar e^- ve e^+ parçacıklarıdır) üzerinde yapılan ölçümlerin birbirlerine göre zamanlamalarına bağlıdır.

Bir örnek üzerinden açıklayacak olursak, farzedelim deneyde ele aldığımız e^- ve e^+ parçacıkları x -doğrultusundaki BS^1 mıknatıslarına uğradıktan sonra sırasıyla $|+\rangle_x^{e^+}$ ve $|+\rangle_x^{e^-}$ spin değerlerini alarak yukarıda gösterilen durumlar arasından 3. duruma geçiş yapsınlar. 3. duruma geçiş yaptıktan sonra ise parçacıklar z -doğrultusunda BS^2 mıknatıslarından da geçerek gene yukarıda gösterildiği gibi 3a ve 3b alt durumlarına indirgeneceklerdir. 2. mıknatıslardan geçişin ardından alt durumlardan hangisine indirgeneceğinin seçimi ise bu dolanık parçacıklar arasındaki senkronizasyonla ilişkili olduğundan onların geçiş sıralarına bağlı olacaktır. Bu sıralama üzerinden $|+\rangle_x^{e^+}$ ve $|+\rangle_x^{e^-}$ için mümkün alt durumlar ise;

$T_{e+} = 0$ ve $T_{e-} = t$ durumu için:

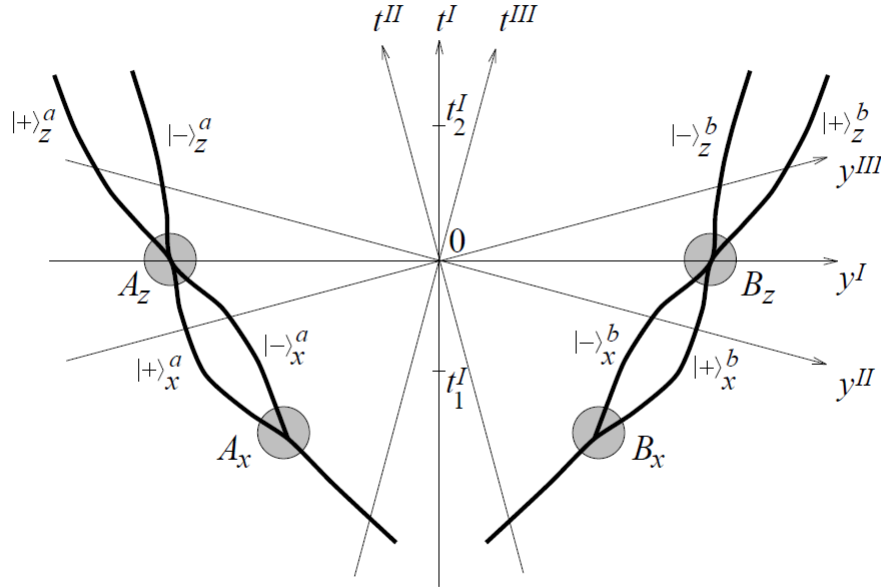
$$3a: |+\rangle_x^{e+} |+\rangle_z^{e+} \iff |+\rangle_x^{e-} |-\rangle_z^{e-} \quad (4.34)$$

$T_{e+} = t$ ve $T_{e-} = 0$ durumu için:

$$3b: |+\rangle_x^{e+} |-\rangle_z^{e+} \iff |-\rangle_x^{e-} |+\rangle_z^{e-} \quad (4.35)$$

şeklinde gerçekleşecektir. Böylece çoklu-zaman dönüşümleri altında değişmez kalan Bohm mekaniği üzerinden uzaysal olarak ayırık dolanık parçacıkların izleyebilecekleri gidişatların rehber denklem ve başlangıç koşulları yardımıyla açıklanabileceği sonucuna varılmış olur. Burada özellikle başlangıç koşullarının parçacıklar arasındaki senkronizasyon üzerindeki etkisi ile beraber, aralarındaki anlık etkileşim yardımıyla konuma bağlı olmaksızın, izlenen gidişatın seçiminde temel rolü oynadığının altı tekrar çizilmelidir.

Buna ek olarak deneyde ele alınan bu parçacıkların üç farklı referans çerçevesine göre izleyecekleri gidişatların gösterildiği ilgili makaledeki figüre bakmak süreci daha iyi anlamak adına yardımcı olacaktır.



Şekil 4.4: Hardy Deneyinde Ele Alınan Farklı Referans Çerçevesine Göre Dalga Fonksiyonunun Evriminin Uzay-Zaman Diyagramı [45]

Şekil 4.4'te koyu olarak gösterilen bölgeler; $A_x \rightarrow BS_{sol}^1$, $A_z \rightarrow BS_{sol}^2$, $B_x \rightarrow BS_{sag}^1$, $B_z \rightarrow BS_{sag}^2$ olmak üzere Şekil 4.3 ile daha önce verilmiş olan Stern-Gerlach mıknatıslarıdır. $t^I = t_1^I, t_2^I$; t^{II} ; t^{III} parametreleri ise sırasıyla I ; II ; III referans çerçevelerini esas alan zaman parametreleridir.

Şekilde açıkça gösterildiği üzere farklı referans çerçevelerinden bakıldığı takdirde dolanık parçacıkların, karşılıklı olarak, izledikleri gidişatların farklı olduğu gözlenmektedir. Öyle ki, referans çerçevelerine bağlı olarak parçacıkların mıknatıslara geçiş sıralarında gerçekleşen değişiklik nedeniyle parçacıkların izledikleri gidişatlar da, karşılıklı olarak, kaçınılmaz olarak değişmektedir. Bu durum ise özetle kuantum denkleğinin, $\rho = |\psi|^2$, bütün referans çerçevelerinde korunamayacağını resmederken ancak aynı referans çerçevesine ait olan hiperyüzeyler için bu korunabilirliğin mümkün olduğu anlamına gelmektedir.

4.4 Kuantum Denkliğı, Lokal Olmayışlık ve Işık Hızından Hızlı Sinyalleşme

Bölüm başında kısaca açıklanan kuantum denkliğı aslında genel yorumun temel çıkarımlarından birisi olan Born kuralının (Born rule) Bohm mekaniğindeki karşılığıdır. Ancak kuantum denkliğı her ne kadar Born kuralının karşılığı olsa da genel yoruma kıyasla Bohm mekaniğinde çok daha derin bir yere sahiptir, zira genel yorum tamamen vektör uzayını esas alması nedeniyle kuantum denkleğinin dalga fonksiyonunun şekline bağlı (morfolojik) bir çıkarım olmasından tam anlamıyla yararlanamamaktadır. Buna karşın Bohm mekaniğı ise konfigürasyon uzayını esas alması sebebiyle kuantum denkleğinin sağladığı ilişkiyi çok daha elverişli olarak kullanabilmektedir (vektör uzayı ve konfigürasyon uzayının genel özellikleri için Dürr ve Teufel'in [32] kitabına bakılabilir).

Bu durumun en bariz örneklerinden birisi ise EPR ve Hardy deneylerinde ele alınan uzaysal olarak ayrı parçacıklar arasındaki lokal olmayan etkileşimlerdir. Parçacıklar arasındaki bu etkileşimler, bölüm boyunca da ele alındığı gibi, deney şartları itibarıyla ışık hızından dahi daha hızlı bir etkileşime sahip olmak zorundadırlar. Peki bu durum nasıl mümkün olabilir? Özel rölativite teorisinin açıkça imkansız olduğunu açıkladığı ışık hızından daha hızlı bir "haberleşmenin" (sinyalleşmenin) birbiriyle dolanık parçacıklar arasında kuantum teorisine göre mümkün olduğu, hatta tam anlamıyla mecburiyet olduğu, nasıl açıklanabilir?

Her iki sorunun cevabı aslında ortaya çıkmalarına sebebiyet veren kuantum denkliğı çıkarımında yatmaktadır. Bu sebeple kuantum denkleğinin matematiksel açılımı üzerinden durumu açıklamak en sağlıklı yöntem olacaktır. Hatta bir adım daha ileri giderek tezin de genel yapısını oluşturan dolanık parçacıklar üzerinden açılımı elde edelim. Bu doğrultuda birbiriyle dolanık iki parçacıktan oluşan sistemin dalga fonksiyonu $|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$ olmak üzere:

$$\Psi = a |\uparrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + b |\downarrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 + c |\downarrow\rangle_1 |\downarrow\rangle_2 + d |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \quad (4.36)$$

şeklinde ifade edilebilir. EPR ve Hardy deneylerinde ele alındığı gibi 1. parçacığın ölçümü soldaki ölçüm aleti olan BS_{sol} ile yapılırken 2. parçacığın ölçümü ise sağdaki ölçüm aleti olan $BS_{sağ}$ ile yapılmaktadır. Dalga fonksiyonundan açıkça görülebileceği gibi ikinci parçacığın $BS_{sağ}$ ile yapılan ölçümü sonucu yukarı spinli olduğu $|\uparrow\rangle_2$ durumların elde edilme olasılığı basitçe $|b|^2 + |d|^2$ olarak ifade edilebilir (burada

ölçüm aletlerinin sadece belirli doğrultularda $\uparrow$ ve $\downarrow$ durumlarını ölçtüğüne dikkat edilmedir). Ölçüm aletlerinin ölçüm doğrultularında herhangi bir değişiklik yapılmadığı takdirde az önce vardığımız $|a|^2, |b|^2, |c|^2, |d|^2$ değerlerinin çeşitli ikili kombinasyonlarını elde etmiş oluruz. Ölçüm aletlerinin birinin doğrultusunda yapılan değişiklik sonucunda gene benzer bir sonuçla mı karşılaşacağız bir de ona bakalım. Farzedelim birinci parçacık üzerinde ölçüm yapan BS_{sol} 'un z-doğrultusu üzerinde θ kadar bir açı değişikliği olsun. 1. parçacığın bu açı değişikliği sonu yeni $\uparrow$ ve $\downarrow$ durumları sırasıyla:

$$|\uparrow\rangle_1 = \mathbf{i}_1 \cos \theta + \mathbf{j}_1 \sin \theta \quad (4.37)$$

$$|\downarrow\rangle_1 = -\mathbf{i}_1 \sin \theta + \mathbf{j}_1 \cos \theta \quad (4.38)$$

şeklinde ifade edilebilir. $|\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\rangle$ yeni durumları üzerinden dalga fonksiyonu yazacak olursak:

$$\begin{aligned} \Psi = & \mathbf{i}_1 \left[\cos \theta (a |\downarrow\rangle_2 + d |\uparrow\rangle_2) - \sin \theta (c |\downarrow\rangle_2 b |\uparrow\rangle_2) \right] \\ & + \mathbf{j}_1 \left[\cos \theta (b |\uparrow\rangle_2 + c |\downarrow\rangle_2) + \sin \theta (a |\downarrow\rangle_2 + d |\uparrow\rangle_2) \right] \end{aligned} \quad (4.39)$$

(4.39) eşitliğini elde etmiş oluruz. Elde edilen yeni dalga fonksiyonunda $\mathbf{i}_1$ parantezinde yer alan kısım 1. parçacığın yukarı spinli durumlarını verirken, $\mathbf{j}_1$ parantezinde yer alan kısım ise aşağı spinli durumlarına karşılık gelir. Bu kısımları sırasıyla $\Psi_{\mathbf{i}_1}$ ve $\Psi_{\mathbf{j}_1}$ şeklinde ifade edecek olursak 1. parçacık üzerinde yapılacak bir ölçüm sonucu yukarı ve aşağı yönlü spin durumlarının elde edilme olasılığı gene sırasıyla $|\Psi_{\mathbf{i}_1}|^2$ ve $|\Psi_{\mathbf{j}_1}|^2$ olarak gösterilebilir. 1. parçacık üzerinde BS_{sol} aleti ile yapılacak bir ölçüm elde edilen yeni dalga fonksiyonunun özfonksiyonlarına çökmesine neden olacaktır. Ölçüm nedeniyle gerçekleşen dalga fonksiyonunun çöküşünün ardından farzedelim ki bölüm başındaki gibi 2. parçacığın yukarı spinli değerleri bizim için kıtas olsun. Yani bölüm başında bahsedildiği gibi 2. parçacığın BS_{sag} ile ölçümü sonucu elde edilebilecek muhtemel sonuçlarından yukarı spinli durumlarına bakacak olursak; olasılık değerlerini toplam olarak:

$$|\Psi_{\mathbf{i}_1}|^2 \frac{|\mathbf{i}_1 |\uparrow\rangle_2 (d \cos \theta - b \sin \theta)|^2}{|\Psi_{\mathbf{i}_1}|^2} + |\Psi_{\mathbf{j}_1}|^2 \frac{|\mathbf{i}_1 |\uparrow\rangle_2 (b \cos \theta + d \sin \theta)|^2}{|\Psi_{\mathbf{i}_1}|^2} \quad (4.40)$$

şeklinde yazılabilir ki bu da aslında en başta 2. parçacığın ölçüm sonrası elde edilebilecek yukarı spin durumlarının toplam olasılık değeri olan $|b|^2 + |d|^2$ ile ifade edilen değere denktir. Özetleyecek olursak, birbiriyle dolanık ve uzaysal olarak ayrık olan parçacıklardan oluşan bir sistemde parçacıklardan biri üzerinde yapılan bir değişimin (ki bu değişim örnekte bahsedildiği gibi parçacığın ölçümünü yapacak olan alet üzerinde de yapılabilir) konumdan bağımsız olarak diğer parçacığı etkilediğini görmüş olduk. Bu etkinin temel sebebi ise dalga fonksiyonunun bütünlüğünü korumak adına kuantum teorisinin temelinden gelen bir zorunluluk olarak kendini göstermektedir. Bu durumu bir analogi üzerinden anlatacak olursak, dalga fonksiyonunu bir bardağın

içindeki su olarak düşünelim; bu suyun bardaktan farklı bir morfolojiye sahip bir kaba aktarıldığını hayal edelim. Bu işlemin ardından suyun değişen tek özelliğinin, içinde bulunduğu kabın şeklini almasından ötürü, morfolojisi olduğunu görmüş oluruz. Bu durum ele aldığımız dalga fonksiyonunun geçirdiği değişim için de aynen geçerlidir zira dalga fonksiyonunun değişen tek özelliği, ölçüm aletindeki etkiden ötürü, morfolojisinde meydana gelen farklılıktır.

Genel yorum ve Bohm mekaniğine göre ise oluşan bu morfolojik farklılık sonucu dalga fonksiyonunun yapısını muhafaza etmesinin bir zorunluluk olması nedeniyle, sistemin bileşenleri arasındaki mesafe ne kadar büyük olursa olsun, anlık bir etkileşimi şart koşmaktadır. Bahsi geçen bu etkileşim kuantum teorisine göre nedensel (causal) bir etkileşim olduğundan kontrol edilemez. Yani bir başka deyişle sistemi oluşturan bileşenler arasındaki etkileşim sistemin içinden geçtiği sürecin bir sonucu olduğundan tamamen nedensel olarak ortaya çıkar ve deterministik bir yapı ile kontrol edilemezler. Bu sebeple kontrol edilebilir yapıdaki klasik determinizme dayalı sinyalleşme üzerine kurulmuş bilinçli bir haberleşmeden çok etki-tepki ilkesini esas alan refleksi benzer bir doğaya sahip olan nedensel etkileşimler anlık olmakla birlikte kullanılabilir bir haberleşme aracı olmaktan uzaktırlar. Bu konu üzerinde daha geniş bir açıklama için Tim Maudlin'in "Quantum Non-Locality and Relativity" [48] adlı kitabının dördüncü bölümüne bakılabilir.

Sonuç olarak kuantum teorisi her ne kadar ışık hızından hızlı bir etkileşimi şart koşsa da şart koştuğu etkileşimin kontrol edilemeyen doğası itibarıyla özel rölativite ile herhangi bir anlaşmazlığa düşmemektedir. Bu nedenden ötürü kuantum denkliği lokal olmayışlığın varlığını kanıtlayan ve onun kuantum sistemlerinin mecburiyeti olduğunu göstermesi açısından kuantum teorisinde önemli bir çıkarım olarak yerini almaktadır.

5 SONUÇLAR

5.1 Kuantum Teorsinin Yorumları ve Ortak Hedefler

Tezin tamamında ele alındığı gibi kuantum teorisinin genel yorumu ve Bohm mekaniği arasındaki temel ayrım, ölçüm süreci ve onun her bir yorum adına ne ifade ettiğine dayanmaktadır. Öyle ki, genel yorumda ölçüm kavramı ölçüleni reelleştirerek anlamına geldiği için onun öncesi hakkında konuşmanın dahi gereksiz olduğunu savunurken, Bohm mekaniğine göre ise ölçüm öncesinde de sistemin reel değerlere (başlangıç koşulları = gizli değişkenler) sahip olduğu ve bunların bizzat ölçümün sonucuna etkisi olduğu savunulmaktadır. Bu savunmayı yaparken genel yorumun öngörüsünden ötürü (yani ölçenin ölçüm öncesi hakkında tamamen bilgisiz olduğu durum) olanaklar dahilindeki tüm olasılıkları içinde barındıracak bir yapı geliştirirken, ki bu yapı daha önce de ele alındığı gibi indeterministiktir, Bohm mekaniği deterministik bir yapı geliştirmektedir. Her iki yorum da özleri itibarıyla kolaylıklar ve zorluklar sunmakla birlikte deney sonuçlarıyla örtüşen cevaplar vermeleri sebebiyle kuantum teorisinde önemli yerlere sahiptirler. Buna ek olarak iki yorumun birlikte ele alındığı bir üst yorumun dahi geliştirilebilme imkanı da bulunmaktadır. Kuantum teorisinin tüm yorumları göz önünde bulundurularak bir yapboz olarak ele alınırsa, teoriye dair geliştiriliş her bir yorum da yapbozun farklı parçaları olarak kabul edilebilir. Yapbozda özellikle yanyana gelen yorumlar ortaya çıkardıkları alt resimle birlikte ele alındıkları zaman daha da çok katkı verebilirler.

Bu alt resimlere en iyi örneklerden birisi ise Bohm mekaniği ve kuantum hidrodinamiğinin birlikteliğinden oluşan parçadır. Kuantum hidrodinamiği, özellikle sistemin bulunduğu ortamı anlamak adına diğer yorumlara kıyasla, dayandığı akışkanlar mekaniğinin de yardımıyla, daha açık bir ifade sunmaktadır. Zira ortamda oluşabilecek yahut oluşmuş farklılıkları, ortam ve ölçülen sistemi bir bütün olarak ele aldığından, daha detaylıca tanımlayabilmektedir. Bohm mekaniği ise kuantum hidrodinamiğiyle aynı fikirden hareket ettiğinden benzer ifadeleri bünyesinde barındırmakla birlikte kavramsal (düşüncese) olarak ortam hakkında onun kadar berrak bir yapı göstermez. Bununla birlikte bir başka yönden ele alınırsa özellikle tezin 2. bölümünden itibaren sıkça bahsedildiği üzere Bohm mekaniği de kuantum sistemlerinin lokal olmayışlık özelliğine sahip olduğunu sunduğu kuantum potansiyeli $Q(\mathbf{x}, t)$ ifadesiyle açıkça ifade etmektedir. İki yorumun bu özellikleri birbirleri üzerinde bir kısıtlama getirmediğinden her ikisini de içinde barındıracak bir üst yorum elde etmek hem kolay hem de kullanışlı olacaktır. Bunun güzel bir örneğini ise Bohm ve Vigier'in ilgili makalesinde [21] görülebilmektedir.

Bohm mekaniği ve genel yorum için benzer bir üst yorum geliştirilmek istenirse bakılması gereken ilk nokta az önce de ele alındığı gibi yorumların birbirine katabileceği özelliklere bakmak olacaktır. Bu özellikler de sırasıyla;

Bohm mekaniği adına

- Belirli bir limite kadar çevrenin ölçüm üzerindeki etkisini hesaba katar
- Hesaplar potansiyeller arasındaki etkileşime dayanır

Genel yorum adına

- Ölçüm sırasında ölçen ve ölçülen çevreden soyutlanmıştır
- Hesaplamalar ölçümlerin sonucunda elde edilen muhtemel olasılıklara dayanır

şeklinde yazılabilir. Bu özelliklerin harmanlanarak, tezat oldukları noktalarda çözüm-

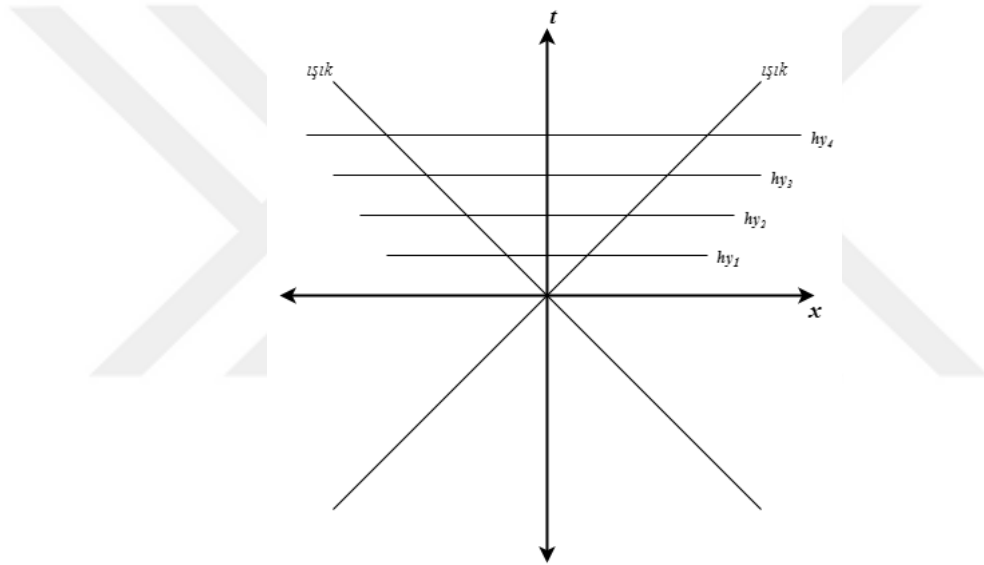
ler üreterek, bir üst yorum geliştirebilir olmakla birlikte bilhassa yorumların ortak bir yapıya sahip olmamaları (determinizm ve indeterminizm) süreçteki en kritik rolü oynayacaktır.

Tekrar kuantum hidrodinamiği ve Bohm mekaniği ikilisine dönecek olursak, her iki yorumu da içinde barındıran üst yorumun sahip olması gereken ilk sonucun ortamın kendisinin lokal olmayışlık özelliğine sahip olması gerektiği olacaktır. Varılan sonucu daha iyi anlamak adına üst yorum üzerinden EPR yahut Hardy deneyi ele alınıp birbiriyle dolanık ve uzaysal olarak ayırık olan alt sistemler (DUAAS) arasındaki etkileşime bakılacak olunursa, hem genel yorum hem de alternatif diğer yorumlara kıyasla daha açık bir ifade verilebilir. Öyle ki, oluşturulan bu üst yorum Bohm mekaniğinden ödünç alınan kuantum potansiyelinin lokal olmayan etkileşimleri açıkça verebilmesi, kuantum hidrodinamiğinin ise ortamın dinamik yapısını açıklayan süreklilik denklemi ve gene ortama belli bir yoğunlukla dağılmış olan dalgaların açık gösterimini içermesi nedeniyle ele alınan DUAAS'lerin tam bir tasvirini verebilecektir. İlk bakışta bahsedilen tasvirin sadece Bohm mekaniği kullanılarak dahi erişilebileceği gözükmemektedir ancak durum biraz daha dikkatlice ele alındığı vakit Bohm mekaniğinin alt sistemlerin aralarındaki ilişkiyi (6.5) ifadesinde belirtildiği gibi açıkça gösterirken ortama dağılmış dalgaların aralarındaki ilişkiyi açıkça belirtmemektedir. Bir başka deyişle üst yorum, Bohm mekaniğine ek olarak alt sistemlerin durumuyla beraber ortamdaki dalgaların aralarındaki etkileşimleri de hesaba katarak tam bir tasvirini mümkün kılmaktadır. Şüphesiz ki üst yorumun sunduğu bu durum EPR yahut Hardy deneyi gibi uzaysal olarak ayırık mesafeleri konu alan deneylerde hesaplama ve tespit açısından büyük zorluklara neden olmakla beraber varılabilecek en üst çözüm olarak kendine yer bulmaktadır. Bu zorlukların en önemlisi ve belki elde edilmesi en zor olanı ise toplam sistemin (ölçen, ölçülen ve ölçümün yapıldığı ortam olarak tüm evrenin hesaba katıldığı öngörülebilecek mümkün en üst sistem) tam bir tasvirini verecek olan dalga fonksiyonunun yazılabilmesi olacaktır. Toplam sistem olarak evrenin tümünün kabul edildiği bu durumda sistemin tam bir tasvirini veren dalga fonksiyonları literatürde Wheeler-de Witt veya Hartle-Hawking dalga fonksiyonları olarak adlandırılmışlardır.

Wheeler-de Witt veya Hartle-Hawking dalga fonksiyonları varılabilecek nihai çözümü sunmakla birlikte elde edilmesi şu an için mümkün değildir. Bu sebeple de ona alter-

natif olabilecek çözümler üretmek gerekmektedir. Bu alternatif çözümlerden birisi ise özellikle DUASS'lerin aralarındaki etkileşimi açıklayabilme yetisine sahip olan foliasyon (foliation) işlemidir. Foliasyon matematikte çokkatmanlı (manifolds) geometrik yapılar için geliştirilmiş bir işlem olup çokkatmanlı yapıların belirli şartlara göre geçirebileceği modifikasyonları ele almaktadır. Foliasyon işlemini bahsedilen DUASS'ler üzerinden ele alacak olunursa;

Farzedelim elimizde uzay-zaman koordinatları (Minkowski uzay-zaman koordinatları) ile tasvir edilen bir evren içerisinde Hardy deneyinde gösterildiği gibi referans çerçevesine göre çoklu-zaman dönüşümleri altında değişmez kalan DUAAS'ler bulunsun (tabi ki bu değişmezlik durumu 4. bölümde gösterildiği gibi DUAAS'lerin referans çerçevesi ve birbirine göre rölativistik olmayan hızlarda hareket etmeleri sebebiyle mümkündür). Bu DUASS'ler Şekil 5.1'de gösterildiği gibi zamanın sabit ($t = \text{sabit}$) alındığı uzaysal olarak ayırık durumları içeren hiperyüzeylerde (UAH'ler) çift olacak şekilde konumlandırılmışlardır.



Şekil 5.1: UAH'lerin Foliasyon Gösterimi

Mümkün olan bütün UAH'lerin öz zamanı esas almasından ötürü zaman koordinatındaki değişim de sıfır ($\partial_t = 0$) olacağından, klasik mekanikteki mekaniksel benzerlik konusu yahut kozmolojideki evrenin genişlemesi konusunda olduğu gibi, her biri aynı izotmerik (isometric) büyümeye mağruz kalarak benzer geometrik değişimden geçeceklerdir. 4.bölümde varılan referans çerçevesi için UAH'ler arasında bir fark olmadığı kabulünden yola çıkarak varılan sonuç daha genel şekilde ele alınırsa bütün UAH'ler yerine sadece bir UAH'i esas almak yeterli olacaktır. Yapılan bu genelleme sonucu Hardy deneyinde ele alınan her iki alt sistem de başlangıç koşulları ve izometrik büyümeye bağlı olarak aynı UAH'de orjine göre aynı uzaklıktaki konumlara sahip olacaklardır. Bu durum da sonuç olarak UAH üzerinde orjin noktası baz alınarak yapılan foliasyon işlemini, UAH'in geometrisinin değişiminin her bölgede aynı olması sebebiyle, mümkün kılacaktır. Foliasyon işleminin sürecine dair daha detaylı bir açıklama ilgili makalelerden [49], [50] elde edilebilir.

Foliasyon işleminin fiziksel boyuttaki karşılığı ise Susskind'in 2016 tarihli EPR=ER adlı makalesinde [51] verilmiştir. Makalede Susskind matematiksel (geometrik) olarak

az önce açıklanan foliasyon işlemini, Einstein ve Rosen tarafından EPR deneyinin geliştirildiği makale ile aynı yılda yayınlanmış olan ve gene Einstein ve Rosen'a ait ilgili makale [52] ile ilişkilendirerek açıklanabileceği bir konsept geliştirmiştir. Bu konsept kısaca ER makalesinde ortaya atılmış olan Einstein-Rosen Köprüsü'nün (ERK) (Einstein-Rosen Bridge (ERB)) çift taraflı bir versiyonunun (normal olarak ERK'sü tek taraflı çalışan bir yapıya sahiptir) yardımıyla aynı UAH içerisinde yer alan DUAAS arasındaki karşılıklı lokal olmayan etkileşimin mümkün olabileceği fikrine dayanmaktadır. Ayrıca bu çift taraflı ERK sadece DUAAS'ın dolanıklık özelliğine bağlı olup tek işlevi bu durumun devamlılığını sağlamak olduğundan sistemin toplamı üzerinde bir etkisi olmaması gerektiğinden planck ölçeğinde ($10^{-80} m^3$) (planck scale) varolmaları gerekmektedir.

Susskind geliştirdiği bu konsept lokal olmayışlık adına fiziksel boyutta teorik olarak kabul edilebilir bir açıklama sunmakla beraber deneysel olarak kanıtlanması günümüz için mümkün değildir. Ancak deneysel olarak kanıtlanma açısından Wheeler-de Witt veya Hartle-Hawking dalga fonksiyonlarıyla benzer kaderi paylaşırsa da teorik olarak belli bir konsept sunabildiği için DUAAS adına daha fazla umut vermektedir. Ayrıca çift taraflı ERK sunduğu kolaylıklar açısından özellikle rölativistik kuantum teorisinin geliştirilebilmesi konusunda önemli bir potansiyele sahiptir.

5.2 Lokal Olmayışlık ve Uzay-Zaman Yapısı: Seçilmiş bir Referans Çerçevesi Arayışı

Tezin özellikle son bölümlerinde, rölativistik durumların ele alındığı bölümlerde, ele alındığı gibi birbirleriyle dolanık ve uzaysal olarak ayrık alt sistemler (DUASS) için lokal olmayışlık bertaraf edilemez bir sonuç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu da doğal olarak lokallığı esas almış teorilerin sorgunlanmasına neden olmuştur. Lokallığı esas almış bu teorilerden en çok bilineni ise şüphesiz ki özel rölativite teorisi (ÖRT) olup konuya dair en yoğun eleştirilere maruz kalmıştır (burada alsında kuantum alan teorisi de lokallığı esas alan yapıya sahip olduğundan benzer muameleye uğramıştır ama tezin geneli itibarıyla ÖRT üzerinden gidilmiş olması nedeniyle sonuç kısmında da aynı seçimle devam etmek daha doğru olacaktır).

Lokal olmayışlığın ÖRT üzerinde neden olduğu bu yoğun eleştirinin sebebini anlamak için uzay-zaman yapısına dair getirdiği açıklamalara bakmak ve bu açıklamayı kendisiyle aynı hedefi amaç edinmiş diğer teorilerle karşılaştırmak yararlı olacaktır. Bu teorileri esas aldıkları ilkelere göre sınıflandıracak olursak üç temel yorum altında toplandıklarını görebiliriz:

Einstein Yorumu

- Klasik 3+1 boyutlu uzay-zaman yapısını temel alır.
- Eylemsiz referans çerçeveleri birbirine denktir.
- Uzunlukların kısılması ve zamanın genleşmesini destekler.
- Özel Rölativite Teorisi (ÖRT).

Minkowski Yorumu

- 4 boyutlu uzay-zaman yapısını temel alır (3 boyutlu parçacıkların 4 boyutlu uzay zamanda hareket ettiğini kabul eder).
- Diğer yorumların aksine zaman boyutunu tek yönlü kabul etmeyip konum boyutları gibi çift yönlü olarak ele aldığından geçmiş, şu an ve gelecek gibi zaman konseptlerini içinde barındırmaz.
- Uzunların kısalması ve zamanın genişlemesini tamamen referans çerçevesinden kaynaklı bir sonuç olduğunu kabul eder.
- Meydana gelen tüm sistemlerin kendi gerçekliğinde, kendi zamanında gerçekleştiğini savunur.
- Minkowski Uzay-Zaman Teorileri.

Lorentz Yorumu

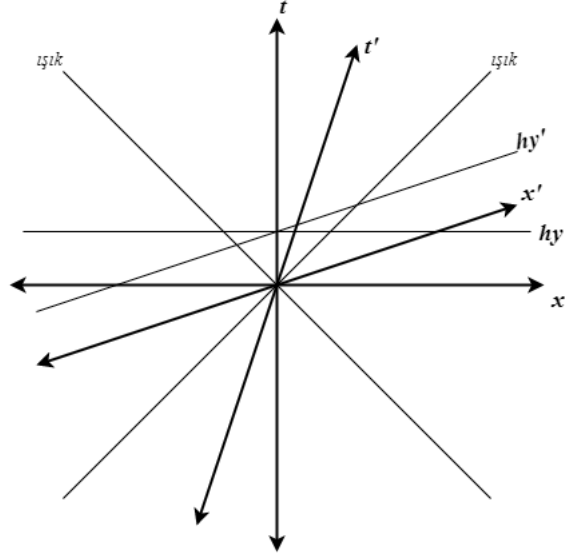
- Klasik 3+1 boyutlu uzay-zaman yapısını temel alır.
- Tek referans çerçevesi (the one inertial frame) veya seçilmiş referans çerçevesi üzerinden sistemlerin açıklanabileceğini savunur (ether düşüncesine benzer ama burada savunulan düşünce (hareketsiz ether) düşüncesi üzerinden geliştirilmiştir).
- Uzunlukların kısalması ve zamanın genişmesi desteklemekle birlikte bunların nedensel açıklamasını da sunar.
- Mutlak uzay ve zamanın varlığını savunur.
- Nedensel etkileşimleri (lokal olmayan etkileşimler) ve geçici sistemleri (kuantum teorisi içinde karşılaşılan geçiş durumları gibi) destekler.
- Lorentz Ether Teorisi (LET).

Bu üç yorum arasından Minkowski Yorumu lokallik ve lokal olmayışlık arasında doğası itibariyle tatmin edici bir ayrım yapamadığı için tezin amacına dair kullanılabilir yahut önemli bir açılım vermekten uzaktır. Bu nedenle diğer iki yorumun lokal olmayan etkileşimlere (nedensel etkileşimler = lokal olmayan etkileşimler) dair getirdiği açıklamaları ele alarak konuya devam etmek daha doğru olacaktır.

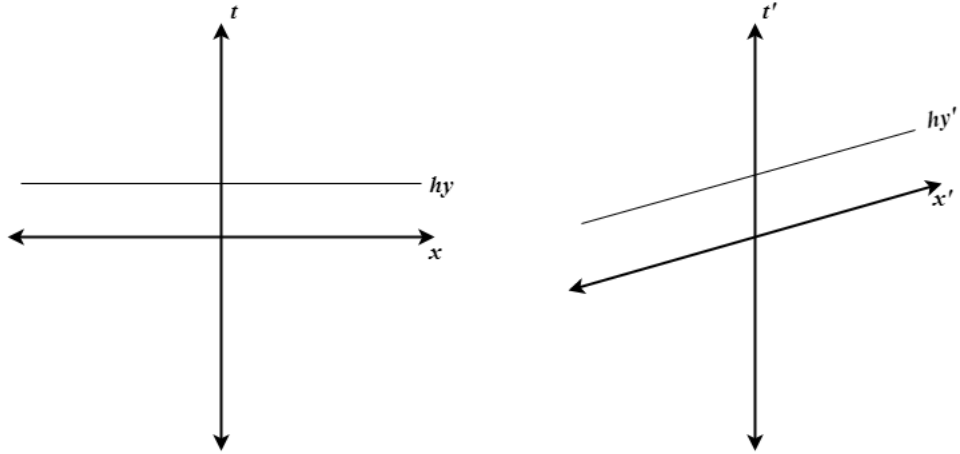
5.2.1 Einstein Yorumu ve Lokal Olmayan Etkileşimler

Galileo'nun uzay-yapısını esas alan Einstein yorumu ve onun teorisi ÖRT tek(mutlak) referans çerçevesi fikrinin böyle bir durum varolsa dahi doğası itibariyle gereksiz (superfluous) olduğunu ve gözlemlenemeyeceği eleştirisini getirir. Bununla birlikte ışık hızını hem üst limit hem de bütün referans çerçeveleri için bir Lorentz değişmezi olduğunu kabul eder.

ÖRT'nin sunduğu bu uzay-zaman yapısını üstteki şekilde görmek mümkündür. Teorinin sunduğu bu yapı içerisinde lokal olmayan etkileşimleri (esasen eş-zamanlı etkileşimler olmaları nedeniyle) ise hiperyüzeyler aracılığı ile her bir referans çerçevesi için o referans sisteminin şartlarına özel olacak şekilde tasarlanabilir.



Şekil 5.2: Einstein Yorumunda Hiperyüzeyler



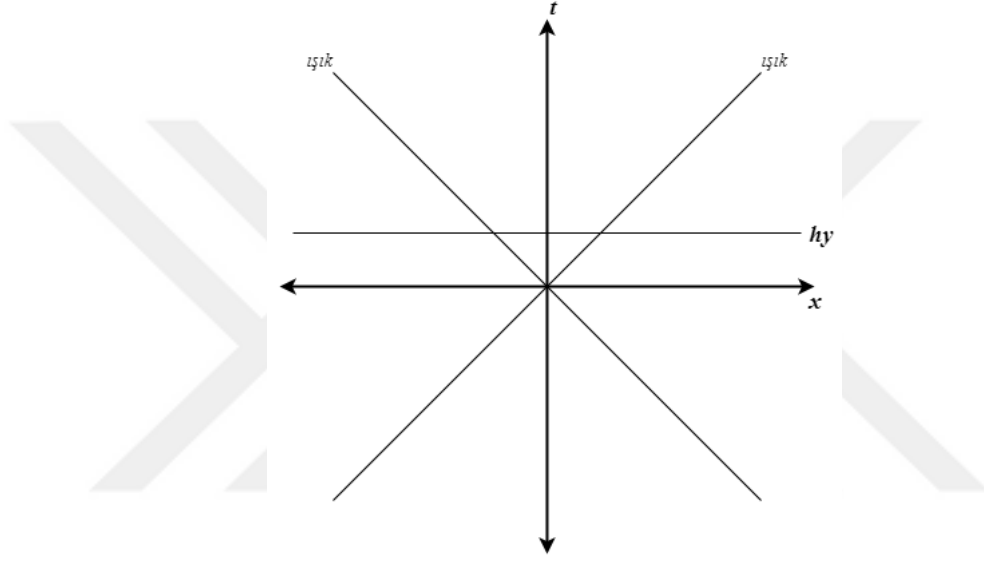
Şekil 5.3: Farklı Referans Çerçevelerindeki Aynı Hiperyüzey

Şekilde gösterildiği gibi eş-zamanlı bir etkileşimin $x - t$ referans çerçevesine göre gösterimi hy hiperyüzeyi ile gösterilirken, $x' - t'$ referans çerçevesindeki karşılığı ise hy' hiperyüzeyidir.

ÖRT'ne göre eş-zamanlı etkileşimler şekillerden de açıkça anlaşılabilceği gibi referans çerçevesine bağlı olarak farklılıklar göstermektedir. Bir başka deyişle bir referans çerçevesinde gözlemlenen eş-zamanlı bir etkileşim baz alınan diğer bir referans çerçevesine göre bu özelliğini koruyamamaktadır. Bu sebeple ÖRT üzerinden tasarlanmış bir uzay-zaman yapısı için eş-zamanlılık sadece bir tane referans çerçevesi için varolduğundan farklı referans çerçevelerinde tüm anlamını yitiren bir konseptten öteye gidememektedir.

5.2.2 Lorentz Yorumu ve Lokal Olmayışlık

Klasik bakış açısını (tek referans çerçevesi) ya da literatürdeki ismiyle Newton bakış açısını esas alan Lorentz yorumu ve onun teorisi olan LET seleflerine ek olarak hareketli ether yerine hareketsiz etheri koyarak ÖRT'nin ortaya koyduğu ışık hızının referans çerçeveler için bir üst limit ve Lorent değişmezi olduğu fikrini paylaşmaktadır. Bu nedenle hem ÖRT hem de LET Michelson-Morley deneyi gibi ışık hızının karakteristiğini ortaya çıkarmayı amaçlamış deneylerin verdiği sonuçları koşulsuz olarak destelemektedirler. Ancak bu mutabakat eş-zamanlı etkileşimleri konu alan deneyler için varlığını sürdüremez. Bunun şüphesiz en önemli sebebi ise referans çerçeveler hakkında farklı düşüncelere sahip olmalarıdır.



Şekil 5.4: Lorentz Yorumunda Hiperyüzeyler

Çünkü üstteki şekilde de açıkça görülebileceği gibi $x-t$ tek(mutlak) referans çerçevesine göre hy_1 hiperyüzeyi ile gösterilen eş-zamanlı bir etkileşim ÖRT'nin aksine seçilmiş bir referans çerçevesinde ortaya koyulduktan sonra diğer referans çerçevelerine göre ele alındığı vakit değişime uğrayarak tüm anlamını yitiren bir konsept olmayıp aksine ışık hızının sahip olduğu karakteristik gibi bir Lorentz değişmezi (4. bölümde ele alınan çoklu-zaman dönüşümleri altında değişime uğramayan kuantum mekaniksel formalizminde de olduğu gibi) olduğu kabul edilmektedir. Bir başka deyişle eş-zamanlı etkileşimler ve onun kuantum teorisindeki karşılığı olan lokal olmayan etkileşimler LET'ne göre tek(mutlak) referans çerçevesinde zaman dönüşümleri (çoklu-zaman dönüşümleri) altında bir Lorentz değişmezi olduğundan bu durum diğer tüm referans çerçeveleri için de aynen geçerlidir. Çünkü tanımı itibariyle tek(mutlak) referans çerçevesi diğer referans çerçeveleri üzerinde karşılıklı olmayan bir etkiye sahip olduğundan bu referans çerçevesi altında değişmez olduğu kabul edilen herhangi bir konsept de aynı özelliği göstermek zorundadır.

Bu bağlamda 4. bölümün çoklu-zaman dönüşümleri başlığında konuya dair verilen 2. alıntıda 1. alıntının bir sonucu olarak ortaya konulan lokal olmayışlığın belirli bir referans çerçevesine ihtiyaç duymadığı doğru olmakla birlikte özellikle LET'nin bakış açısı üzerinden sonuç bölümünde açıklandığı gibi eksik bir çıkarımdır.

Özetle, lokal olmayışlık genel yorumun bakış açısı ile ele alınacak olunursa eş-zamanlılık konusunda getirdiği sorunlar itibariyle ÖRT yerine kaçınılmaz olarak LET'ni kullanmak zordundandır. Çünkü varılan sonuç itibariyle sadece iki seçenekle durumun açıklanması mümkündür, bu seçenekler ise:

- Kuantum mekaniksel formalizme dayanan operatörler sistem üzerinde anlık bir değişime neden olmamaktadır.
- Lokal olmayışlık tek(mutlak) referans çerçevesi içerisinde bir Lorentz değişmezi olması sebebiyle tüm referans çerçeveleri için de bu özelliğini ortaya koymaktadır.

Bu iki seçenekten ilki, açıkça kuantum teorisinin en temel ilkelerinden biri olan belirsizlik ilkesini ihlal edeceğinden (tez boyunca bu durum detaylıca anlatıldı) kabul edilebilirlikten fazlasıyla uzaktır. İkinci seçenek ise bariz bir şekilde ÖRT'nin kuantum teorisinin ortaya koyduğu lokal olmayışlığa tatmin edici bir cevap verememesi nedeniyle yukarıda da belirtildiği üzere LET veya benzeri teorinin gerekli olduğunu belirtmektedir.

Lokal olmayışlığın LET veya benzeri bir teoriyi gerekli kılması sadece genel yoruma has bir gereksinim değildir, zira Bohm mekaniği zaten dayandığı temeller nedeniyle tek(mutlak) referans çerçevesini kabul ettiği ve bununla birlikte doğal olarak mutlak zamanı da içinde barındırdığı tezin 4. bölümünde çoklu-zaman dönüşümleri başlığı altında verilen basit bir örnekle gösterilmiştir.

Varılan bu sonuçlar itibariyle açıkça görüldüğü üzere kuantum teorisinin en temel yorumlarından iki tanesi olan genel yorum ve Bohm mekaniğine göre Einstein yorumunu esas alan ÖRT'nin, konuya dair birçok deneyin (CHSH ve Aspect gibi) verdiği sonuçlar ışığında ve matematiksel boyutta Bell eşitsizliğinin de gösterdiği gibi, lokal olmayışlığı açıklamakta yetersiz kaldığı açıktır. Bu nedenle tezin özellikle sonuç bölümünde gösterildiği gibi rölativistik boyutlardaki kuantum sistemlerinin ele alındığı durumlarda LET'nin sunduğu bakış açısını kabul etmek gerekir. Bu nedenle LET'nin sunduğu bir uzay-zaman düşüncesini baz alan ve tüm iç mekaniklerin de hesaba katıldığı bir yapı geliştirmek yazarın bu tezden sonraki esas amacı olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Max Planck. On the law of distribution of energy in the normal spectrum. *Annalen der physik*, 4(553):1, 1901.
- [2] Albert Einstein. Über einen die erzeugung und verwandlung des liches betreffenden heuristischen gesichtspunkt. *Annalen der physik*, 322(6):132–148, 1905.
- [3] Niels Bohr. On the constitution of atoms and molecules. In *Niels Bohr, 1913-2013*, pages 13–33. Springer, 2016.
- [4] Louis De Broglie. Waves and quanta. *Nature*, 112(2815):540–540, 1923.
- [5] Erwin Schrödinger. An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules. *Physical review*, 28(6):1049, 1926.
- [6] John Von Neumann. The conceptual foundations of quantum mechanics, 1955.
- [7] Max Jammer. *Philosophy of Quantum Mechanics. the interpretations of quantum mechanics in historical perspective*. John Wiley and Sons, 1974.
- [8] Karl Popper. *The open universe: an argument for indeterminism from the postscript to the logic of scientific discovery*. Routledge, 2012.
- [9] Leslie E Ballentine. The statistical interpretation of quantum mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 42(4):358, 1970.
- [10] David Bohm and Jeffrey Bub. A proposed solution of the measurement problem in quantum mechanics by a hidden variable theory. *Reviews of Modern Physics*, 38(3):453, 1966.
- [11] David Bohm. *Quantum theory*. Courier Corporation, 1951.
- [12] David Bohm. *Causality and chance in modern physics*. Routledge, 2004.
- [13] Niels Bohr. Discussion with einstein on epistemological problems in atomic physics. In *Niels Bohr Collected Works*, volume 7, pages 339–381. Elsevier, 1996.
- [14] David Bohm. *Quantum theory*. Courier Corporation, 2012.
- [15] Philip Pearle. Reduction of the state vector by a nonlinear schrödinger equation. *Physical Review D*, 13(4):857, 1976.
- [16] GC Ghirardi, A Rimini, and T Weber. A model for a unified quantum description of macroscopic and microscopic systems. In *Quantum Probability and Applications II*, pages 223–232. Springer, 1985.

- [17] Roger Penrose. The emperor’s new mind. *RSA Journal*, 139(5420):506–514, 1991.
- [18] Giancarlo Ghirardi. Collapse theories. In Edward N. Zalta, editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University, spring 2016 edition, 2016.
- [19] Hugh Everett III. The theory of the universal wave function. In *The many-worlds interpretation of quantum mechanics*. Citeseer, 1973.
- [20] E. Madelung. Quantum theory in hydrodynamical form. *Zeiti. f. Phys.*, 40: 322–325, 1927.
- [21] David Bohm and Jean-Pierre Vigier. Model of the causal interpretation of quantum theory in terms of a fluid with irregular fluctuations. *Physical Review*, 96(1):208, 1954.
- [22] M Schönberg. On the hydrodynamical model of the quantum mechanics. *Il Nuovo Cimento (1943-1954)*, 12(1):103–133, 1954.
- [23] Takehiko Takabayasi. Remarks on the formulation of quantum mechanics with classical pictures and on relations between linear scalar fields and hydrodynamical fields. *Progress of Theoretical Physics*, 9(3):187–222, 1953.
- [24] Louis de Broglie. Interpretation of quantum mechanics by the double solution theory. In *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, volume 12, pages 1–23, 1987.
- [25] Richard P Feynman, Robert B Leighton, and Matthew Sands. Lectures on physics, vol. iii, 1965.
- [26] Anand U Oza, Rodolfo R Rosales, and John WM Bush. A trajectory equation for walking droplets: hydrodynamic pilot-wave theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 737:552–570, 2013.
- [27] Albert Benseny, Guillermo Albareda, Ángel S Sanz, Jordi Mompart, and Xavier Oriols. Applied bohmian mechanics. *The European Physical Journal D*, 68(10): 286, 2014.
- [28] David Bohm. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of” hidden” variables. i. *Physical Review*, 85(2):166, 1952.
- [29] David Bohm. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of” hidden” variables. ii. *Physical Review*, 85(2):180, 1952.
- [30] Leon Rosenfeld. The measuring process in quantum mechanics. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 65:295–328, 1965.
- [31] John S Bell. On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 38(3):447, 1966.
- [32] Detlef Dürr and Stefan Teufel. *Bohmian mechanics: the physics and mathematics of quantum theory*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [33] Detlef Dürr, Sheldon Goldstein, and Nino Zanghì. *Quantum physics without quantum philosophy*. Springer Science & Business Media, 2012.

- [34] Albert Einstein, Boris Podolsky, and Nathan Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 47(10):777, 1935.
- [35] Yalçın Koç. Determinizm ve mekan, 1982.
- [36] Travis Norsen. Foundations of quantum mechanics, 2018.
- [37] John Von Neumann. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics: New Edition*. Princeton university press, 2018.
- [38] Niels Bohr. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, 48(8):696, 1935.
- [39] David Bohm and Yakir Aharonov. Discussion of experimental proof for the paradox of einstein, rosen, and podolsky. *Physical Review*, 108(4):1070, 1957.
- [40] John S Bell. Einstein-podolsky-rosen experiments. In *John S Bell on the Foundations of Quantum Mechanics*, pages 74–83. World Scientific, 2001.
- [41] John Stewart Bell. *Speakable and unspeakable in quantum mechanics: Collected papers on quantum philosophy*. Cambridge university press, 2004.
- [42] John F Clauser, Michael A Horne, Abner Shimony, and Richard A Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Physical review letters*, 23(15):880, 1969.
- [43] Sheldon Goldstein. The quantum revolution: An orthodox perspective. *arXiv preprint quant-ph/9512027*, 1995.
- [44] Alain Aspect, Jean Dalibard, and Gérard Roger. Experimental test of bell’s inequalities using time-varying analyzers. *Physical review letters*, 49(25):1804, 1982.
- [45] Karin Berndl, Detlef Dürr, Sheldon Goldstein, and Nino Zanghì. Epr-bell non-locality, lorentz invariance, and bohmian quantum theory. *Physical Review A*, 53(4):2062, 1996.
- [46] Lucien Hardy. Quantum mechanics, local realistic theories, and lorentz-invariant realistic theories. *Physical Review Letters*, 68(20):2981, 1992.
- [47] Wikipedia contributors. Hardy’s paradox — Wikipedia, the free encyclopedia. https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Hardy%27s_paradox&oldid=839320540, 2018. [Online; accessed 5-September-2018].
- [48] Tim Maudlin. *Quantum non-locality and relativity: Metaphysical intimations of modern physics*. John Wiley & Sons, 2011.
- [49] Detlef Dürr, Sheldon Goldstein, Karin Münch-Berndl, and Nino Zanghì. Hypersurface bohm-dirac models. *Physical Review A*, 60(4):2729, 1999.
- [50] Detlef Dürr and Matthias Lienert. On the description of subsystems in relativistic hypersurface bohmian mechanics. In *Proc. R. Soc. A*, volume 470, page 20140181. The Royal Society, 2014.
- [51] Leonard Susskind. Er= epr, ghz, and the consistency of quantum measurements. *Fortschritte der Physik*, 64(1):72–83, 2016.

- [52] Albert Einstein and Nathan Rosen. The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 48(1):73, 1935.



6 EKLER

6.1 Rehber Denklemin Çıkarılışı

(6.4) denkleminin elde edilişi;

de Broglie bağıntısı $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$, düzlem dalga $\Psi(\mathbf{x}, t) = A e^{i(\mathbf{kx} - \omega t)}$ yardımıyla ve ek olarak $\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 \in \mathbf{q}$ olmak üzere; Düzlem dalganın $\mathbf{x}$ 'e göre birinci dereceden türevini alalım;

$$\frac{d\Psi(\mathbf{x}, t)}{d\mathbf{x}} = A(i\mathbf{k})e^{i(\mathbf{kx} - \omega t)} \implies i\mathbf{k} = \frac{\nabla\Psi(\mathbf{x}, t)}{\Psi(\mathbf{x}, t)} \quad (6.1)$$

sonucunu elde ederiz. Bu sonucu de Broglie bağıntısında yerine koyarsak;

$$\mathbf{p} = \hbar \Im \frac{\nabla\Psi(\mathbf{x}, t)}{\Psi(\mathbf{x}, t)} \quad (6.2)$$

elde etmiş oluruz ($\Im$ sembolü burada sadece imajiner kısmın ele alındığını göstermektedir). $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} = m\mathbf{v}$ olmak üzere rehber denklemi;

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \Im \frac{\nabla\Psi(\mathbf{x}, t)}{\Psi(\mathbf{x}, t)} \quad (6.3)$$

şeklinde elde edilmiş olur.

Tek kuantum sistemi için genel gösterimi;

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \Im \frac{\nabla\Psi}{\Psi}(\mathbf{q}, t) \quad (6.4)$$

N tane tek kuantum sisteminden oluşan topluluk kuantum sistemindeki j. parçacık için genel gösterim;

$$\dot{\mathbf{q}}_j = \frac{d\mathbf{q}_j(t)}{dt} = \frac{\hbar}{m} \Im \frac{\nabla_j\Psi}{\Psi}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N, t) \quad (6.5)$$

6.2 Süreklilik Denkleminin Çıkarılışı

Kolaylık olması adına bir boyutta hareket tek kuantum sistemini ele alalım ve bu sistemi de $\Psi(\mathbf{x}, t)$ dalga fonksiyonu ile gösterelim. Bu sistem için $\mathbf{j}$ olasılık akısını tanımlayıp süreklilik denklemini yazmak istersek, sistemin dalga denklemi;

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + V(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x}, t) \quad (6.6)$$

olmak üzere, (6.6) ifadesinin sol tarafındaki dalga fonksiyonunun eşleniği ile çarpalım. Bunu yapmadaki amaç $\mathbf{x}$ konumu ve t zamanına ait olasılık yoğunluğu üzerinden zamana bağlı değişimi elde etmektir. Bu işlemin ardından (6.6) eşitliğinin sol tarafı şu hali alır;

$$i\hbar \frac{(\partial \Psi^* \Psi)}{\partial t} = i\hbar \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \right) \quad (6.7)$$

$$i\hbar \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\Psi^* \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{x}^2} + \Psi^* V \Psi \leftrightarrow i\hbar \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} = \Psi \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \mathbf{x}^2} - \Psi V \Psi^* \quad (6.8)$$

olmak üzere;

$$\frac{\partial |\Psi|^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \mathbf{x}} \right) \quad (6.9)$$

denklemini elde ederiz. (6.9) denkleminin sağ tarafı $-\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{x}} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \mathbf{x}} \right)$ negatif olasılık akısının x 'e göre türevidir. Olasılık akısının kaynaklardaki bir başka gösterimi ise $\mathbf{j} = \frac{\hbar}{m} \Im(\Psi^* \nabla \Psi)$ versiyonudur ve rehber denklemde de bu ifade kullanılır. Eşitliğin sol tarafı ise bildiğimiz gibi $\rho = |\Psi(\mathbf{x}, t)|^2$ olasılık yoğunluğunun zaman göre türevidir. Bu ifadelerin yardımıyla (6.9)'yi yeniden yazarsak;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0 \quad (6.10)$$

süreklilik denkleminin bir boyuttaki gösterimini elde etmiş oluruz.

6.3 Metrik, Öz Uzaklık, Öz Zaman, 4'lü Vektör

4 boyutlu uzay-zaman için Minskowski metriği;

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

olmak üzere, bileşenlerini yazarsak;

$$T = \sum_{\mu_0} \sum_{\nu_0} g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu \quad (6.11)$$

$$= g_{00}x^0x^0 + g_{11}x^1x^1 + g_{22}x^2x^2 + g_{33}x^3x^3 \quad (6.12)$$

$$= (x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 \quad (6.13)$$

$$(6.14)$$

şeklinde gösterilebilir. Ayrıca $gg_{-1} = \mathbf{I}$ olduğundan $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ olacaktır. Minkowski metriği için öz uzunluk ve öz zaman ifadesi ise $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = c^2d\tau^2$ ve $\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ yardımıyla hareketsiz durum için;

$$ds = cd\tau \implies \Delta s = c \int d\tau \quad (6.15)$$

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \implies \Delta\tau = \frac{1}{\gamma} \int dt \quad (6.16)$$

olarak yazılır. 4'lü vektör Λ ;

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$x^\mu = 0, 1, 2, 3$ referans çerçevesinin koordinatları, $\beta = v/c$ ve ona göre $\mathbf{v}$ hızıyla hareket eden sistemin koordinatları olmak üzere;

$$(x^\mu)' = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \quad (6.17)$$

şeklinde ifade edilebilir ve Einstein toplama kuralı yardımıyla $x^{\mu'} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ şeklinde yazabilir. Bununla birlikte $\Lambda_0^0 = \Lambda_1^1 = \gamma$, $\Lambda_0^1 = \Lambda_1^0 = -\gamma\beta$, $\Lambda_2^2 = \Lambda_3^3 = 1$ ve gerisi 0 olmak üzere;

$$x^0 = ct \implies (x^0)' = \gamma(x^0 - \beta x^1) \quad (6.18)$$

$$x^1 = x \implies (x^1)' = \gamma(x^1 - \beta x^0) \quad (6.19)$$

$$x^2 = y \implies (x^2)' = x^2 \quad (6.20)$$

$$x^3 = z \implies (x^3)' = x^3 \quad (6.21)$$

olarak yazılır. Örnek olarak a^{μ} ve a_{μ} 4'lü vektörleri;

$$a^{\mu} = g^{\mu\nu} a_{\nu} \quad (6.22)$$

$$a_{\mu} = g_{\mu\nu} a^{\nu} \quad (6.23)$$

$$a^{\mu} a_{\mu} = (a^0)^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) = a_{\mu} a^{\mu} \quad (6.24)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca $a^2 = (a^0)^2 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$ olmak üzere;

$$a^2 > 0 \implies a^{\mu}; \text{ "zamansal" } \quad (6.25)$$

$$a^2 < 0 \implies a^{\mu}; \text{ "uzaysal" } \quad (6.26)$$

$$a^2 = 0 \implies a^{\mu}; \text{ "ışık" } \quad (6.27)$$

ise 4'lü vektörün gösterilen durumlara denk olduğu kabul edilir.

6.3.1 Lorentz Değişmezleri

6.18 yardımıyla ds^2 ve ds'^2 'yi yeniden yazarsak;

$$ds^2 = g_{00}dx^0dx^0 + g_{11}dx^1dx^1 + g_{22}dx^2dx^2 + g_{33}dx^3dx^3 \quad (6.28)$$

$$ds'^2 = g_{00}dx^{0'}dx^{0'} + g_{11}dx^{1'}dx^{1'} + g_{22}dx^{2'}dx^{2'} + g_{33}dx^{3'}dx^{3'} \quad (6.29)$$

(6.28) ve (6.29) ifadelerinde $(dx^0)^2 - (dx^1)^2 = (dx^{0'})^2 - (dx^{1'})^2$, $(dx^2)^2 = (dx^{2'})^2$ ve $(dx^3)^2 = (dx^{3'})^2$ değerleri birine eşit olduğundan,

$$ds^2 = ds'^2 \quad (6.30)$$

Yani ds^2 bir Lorentz değişmezi olduğundan öz uzunluk da bir Lorentz değişmezidir. Aynı süreci öz zaman için tek konum boyutuna sahip duruma uygularsak (6.16) yardımıyla;

$$dt = \gamma \left(dt' - \frac{v}{c^2} dx' \right) \implies d\tau = dt' - \frac{v}{c^2} dx' \quad (6.31)$$

$$dt' = \gamma \left(dt - \frac{v}{c^2} dx \right) \implies d\tau' = dt - \frac{v}{c^2} dx \quad (6.32)$$

$$(6.33)$$

ifadelerine ulaşılır, buna ek olarak $dx' = \gamma(dx + vdt)$ olmak üzere;

$$d\tau = \gamma \left(dt + \frac{v}{c^2} dx \right) - \frac{\gamma v}{c^2} (dx + vdt) = \frac{dt}{\gamma} \quad (6.34)$$

$$d\tau' = \gamma \left(dt' - \frac{v}{c^2} dx' \right) + \frac{\gamma v}{c^2} (dx' + vdt) = \frac{dt}{\gamma} \quad (6.35)$$

sonuç olarak $d\tau = d\tau'$ olduğundan öz zaman da bir Lorentz değişmezidir.

6.4 Klein-Gordon Denkleminin Çıkarılışı

Rölativistik hızlarla hareket eden kütleli bir parçacık için, m_0 : parçacığın kütlesi, c : ışık hızı, p : momentum olmak üzere toplam enerji denklemi;

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (6.36)$$

şeklinde ifade edilir. Toplam enerji denklemini $\mathbf{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ ve $\mathbf{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ operatörlerini kullanarak yeniden yazarsak;

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 = \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 c^2 + m_0^2 c^4 \implies -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} c^2 + m_0^2 c^4 \quad (6.37)$$

sadeleştirmelerle düzenleyelim;

$$\frac{m_0^2 c^4}{\hbar^2} = \frac{\partial^2 c^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \implies \frac{m_0^2 c^4}{\hbar^2} = \frac{\partial}{\partial^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (6.38)$$

ifadesini elde ederiz. Eşitliğe dalga fonksiyonunu ekleyip denklemi genelleştirirsek;

$$\frac{m_0^2 c^4}{\hbar^2} \Psi = \nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (6.39)$$

denkleminde ulaşırız. Bu denklemi kütsesiz bir parçacık için $c = 1$ kabul ederek yeniden yazarsak;

$$\nabla^2 \Psi - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi = 0 \quad (6.40)$$

Klein Gordon denklemini elde etmiş oluruz. Kütleli bir parçacık için bu denklemin gösterimi ise $\hbar = c = 1$ olmak üzere;

$$E^2 - p^2 - m^2 = 0 \implies -\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \Psi - m^2 = 0 \quad (6.41)$$

bu denklemin Minkowski uzayındaki gösterimi ise $\mu = 0, 1, 2, 3$ olmak üzere;

$$-\partial^\mu \partial_\mu \Psi - m^2 \Psi = 0 \quad (6.42)$$

şeklinde ifade edilebilir.

6.5 Rölativistik Durumlar İçin Olasılık Akısı

4-boyutlu uzay-zamanda parçacıkların Pauli spin matrisleri ($\mu = 1, 2, 3$);

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ -\sigma_\mu & 0 \end{pmatrix}$$

olmak üzere $\hbar = c = 1$ kabul ederek Dirac denklemini yazarsak;

$$i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} + i\gamma^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\gamma^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + i\gamma^3 \frac{\partial \psi}{\partial z} - m\psi = 0 \quad (6.43)$$

eşitliğini elde ederiz. Denklemin hermitsel eşleniği ise;

$$\left[i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} + i\gamma^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + i\gamma^2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + i\gamma^3 \frac{\partial \psi}{\partial z} - m\psi \right]^\dagger = 0 \quad (6.44)$$

şeklinde elde edilir. (6.44) ifadesinin her iki tarafını γ^0 matrisiyle çarpar ve

$$\left[\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} \right]^\dagger = \frac{\partial \psi^\dagger}{\partial t} \gamma^0 \quad (6.45)$$

$$\gamma^{\mu\dagger} = -\gamma^\mu \quad (6.46)$$

$$\gamma^\mu \gamma^0 = -\gamma^0 \gamma^\mu \quad (6.47)$$

eşitliklerinin de yardımıyla düzenleyerek yazarsak;

$$-i\frac{\psi^\dagger}{\partial t}\gamma^0\gamma^0 - i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial x}\gamma^0\gamma^1 - i\frac{\psi^\dagger}{\partial y}\gamma^0\gamma^2 - i\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial z}\gamma^0\gamma^3 - m\psi^\dagger\gamma^0 \quad (6.48)$$

ifadesine ulaşırız, eşitliği ufak bir sadeleştirme $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ yardımıyla yeniden yazalım;

$$-i\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial t}\gamma^0 - i\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x}\gamma^1 - i\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial y}\gamma^2 - i\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial z}\gamma^3 - m\bar{\psi} = 0 \quad (6.49)$$

ifadesini yani Dirac denkleminin hermitsel eşleniği olan;

$$\bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu + m) = 0 \quad (6.50)$$

(6.50) eşitliğine ulaşmış oluruz. Dirac denklemi üzerinden olasılık akısını diğer ismiyle dirac akısını (dirac current) yazmak için Dirac denkleminin her iki tarafını soldan $\bar{\psi}$ ile çarparsak;

$$\bar{\psi}(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi = 0 \quad (6.51)$$

elde ederiz. Bundan sonra Dirac denkleminin eşleniğinin her tarafını ψ , ile sağdan çarparsak;

$$\bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu + m)\psi = 0 \quad (6.52)$$

her iki eşitliğin toplamı da 0 olduğundan ve m 'e bağlı ifadeler yok olduğundan;

$$\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) = 0 \quad (6.53)$$

sonucunu elde etmiş oluruz. Dirac akısını, olasılık yoğunluğu ve olasılık akısı üzerinden gösterimi ise:

$$j^\mu = (\rho, \mathbf{j}) \quad (6.54)$$

$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ olmak üzere (6.53) ifadesi korunum denklemi olarak dirac aksının 4-boyutlu uzay-zamanda için diverjansının 0 a eşit yani $\partial_\mu j^\mu = 0$ olduğunu göstermektedir. Ayrıca burada olasılık akısı $\rho = \bar{\psi}\gamma^0\psi = \psi^\dagger\gamma^0\gamma^0\psi = \psi^\dagger\psi$ ve olasılık akısı ise $\mathbf{j} = \psi^\dagger\gamma^0\gamma^\mu\psi$ şeklinde yazılabilir.

6.6 Determinizm ve Indeterminizm

Karl Popper'ın The Open Universe [8] kitabının giriş bölümünde determinizmi:

*"...eğer doğanın tüm kanunları ile birlikte geçmiş olayların yeterli kesinlikteki bir betimlemesine sahipsek, dünyanın yapısı mümkün tüm olayları itibariyle rasyonel olarak öngörülebilir."*¹

şeklinde tanımlamaktadır. Popper'ın determinizm tanımı kitabın ek bölümünde de anlatıldığı üzere aslında Laplace'ın geliştirdiği klasik determinizmin:

*"...bir zaman aralığında evrendeki bütün parçacıkların kütleleri, konumları ve hızları kesin olarak bilinirse; geçmişte gerçekleşmiş olan ve gelecekte ise gerçekleşecek olan bütün olaylar, Newton mekaniğinin yardımıyla, prensipte hesaplanabilirler."*²

genelleştirilmiş bir versiyonudur. Laplace'ın klasik determinizmi üzerinden kuantum teorisi için Popper'ın tanımını yeniden ele alacak olursak (kitaptaki bölümün tam bir çevirisi olmadığı belirtmek gerekir):

*"...eğer sistemin dalga fonksiyonunun zamana göre evrimini betimleyen denklemlerle birlikte başlangıç koşullarının yeterli kesinlikteki betimlemesine sahipsek, sistem ve içinde bulunduğu çevre mümkün tüm durumları ile beraber, rasyonel olarak, öngörülebilir."*³

şeklinde melez bir tanıma ulaşmış oluruz. Bu melezlik ise Laplace'ın tüm evreni baz alan klasik determinizminin, kuantum teorisinde sistemin kısmen evrenden soyutlanarak etkileşim içinde bulunduğu çevresinin esas alınması ile birlikte tanımın diğer özelliklerini aynen kabul etmesinden kaynaklanır.

Tanımda bahsi geçen öngörülebilirliğin, sistemin mümkün olan sadece bir durumunu dahi karşılayamaması halinde ise determinizm düşüncesi yetersiz kalarak yerini indeterminizme bırakacaktır. Bunun en bariz örneği ise kuantum teorisinin genel olarak, determinizm üzerine kurulu olan klasik mekaniğin çeşitli fenomenler ve deneylerde ortaya çıkan sonuçları açıklamada yetersiz kalmasından kaynaklı olarak, indeterminizmi esas almış yorumlarından yana bir tutum izlemiş olmasıdır. Ancak bu tutum teoriye dair geliştirilen yorumlarda çeşitli zorluklara neden olmakla birlikte, giriş bölümünde kısaca açıklandığı gibi, ortak sonuçları öngören genel yorum ve pilot-dalga teorisi (ayrıca Bohm mekaniği) gibi taban tabana zıt yorumların ortaya çıkmasına engel olamamıştır.

Bu zıtlığın ilk örneği ise, Schrödinger dalga denkleminin her iki yorumun da temelinde aynı şekilde yer almasına karşın, Born'un parçacığın olasılıksal yapısını açıklayan konseptinin yorumlara göre, dayandıkları düşünceler itibariyle, farklı anlamlara sahip olmasıdır. Öyle ki, genel yorum bu olasılıksal yapının parçacığın

¹ "...the structure of the world is such that any event can be rationally predicted, with any desired degree of precision, if we are given a sufficiently precise description of past events, together with all the law of nature." [8]

² "...given the exact masses, positions, and velocities of all material particles in the universe at some moment of time; then we can in principle calculate, with the help of Newtonian mechanics, all that has ever happened in the past and all that will ever happen in the future." [8]

³ "Assume we are given the exact masses, positions, and velocities of all material particles in the universe at some moment of time; then we can in principle calculate, with the help of Newtonian mechanics, all that has ever happened in the past and all that will ever happen in the future." [8]

doğasından kaynaklı olup kaçınılmaz olarak indeterminizm üzerinden hareket edilmesi gerektiğini savunurken, pilot-dalga teorisi (Bohm mekaniği) bu yapının ölçenden kaynaklandığını ve sonuca göre sürece katılıp determinizmin, eğer ölçümden kaynaklı ortaya çıkan tüm etkenler öngörülebilirse, yeterli olacağını savunmaktadır. Buna ek olarak her iki yorumun da parçacığın olasılıksal yapısını kendilerince getirdikleri koşullar dahilinde desteklediğinin yanı sıra Schrödinger dalga denklemini temel almaları nedeniyle de bir noktaya kadar determinizm düşüncesinin benimsedikleri not etmek doğru olacaktır.

Determinizm ve indeterminizmi temel alan kuantum teorisi yorumlarını, gene teoride önemli yeri olan, bir örnek üzerinden açıklamak istersek, Schrödinger'in kedisi düşünce deneyi bunun için uygun adaylardan birisi olarak öne çıkmaktadır. Deney, kısaca, açıklanacak olunursa; belirli bir süre zarfında bozunma ya da bozunmama ihtimali olan mikro boyuttaki bir radyoaktif madde, bu maddenin anlık olarak durumunu kontrol eden bir Geiger sayacı, sayaca düzenekle bağlı bir çekiç, çekicinin hareketi sonucunda kırılacak kap, kabın içinde odaya yayılmaya müsait zehirli gaz ve son olarak da bu bileşenlerle birlikte aynı odaya hapsedilmiş olan zavallı bir kediden meydana gelmektedir. Radyoaktif maddenin durumuna bağlı olarak gerçekleşecek (ya da gerçekleşmeyecek) süreç ise genel yoruma göre stokastik bir yapıyla ifade edilebileceğinden deneyin bileşenlerinin durumu üzerinden tasvirini veren dalga fonksiyonu:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{bozunma}\phi_{kirilma}\chi_{olu} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{bozunmama}\phi_{saglam}\chi_{diri} \quad (6.55)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade ile odada hapsedilmiş kedinin %50 olasılıkla yaşamına devam ederken, %50 olasılık ölü olduğu varsayılmakta yani diğer bir deyişle kedinin, genel yoruma göre, deney boyunca ölü ve diri olduğu durumların süperpozisyonunda olduğu açıklanmaktadır. Ancak genel yorumun mikro boyuttaki sistemleri için gerçekleşen süreçleri açıklamak için kullandığı bu konsept (süperpozisyon) makro boyuttaki bir sistem, kedi, için kullanılamaz. Zira ontolojik olarak, yani var olan gözlenen gerçeklik için, makro boyuttaki sistemlerin açıklanmasında yeterli olduğu birçok defa kanıtlanmış olan determinizme dayalı klasik mekaniğe göre kedinin aynı anda hem ölü hem de diri olması mümkün olmadığından sadece bu durumlardan birinde bulunması gerekmektedir.

Schrödinger özetle, genel yorumun, tek sistemin tasviri de dahil olmak üzere, sistemlerin tasviri için dalga fonksiyonunun kesinlikle yeterli olduğu varsayımının makro boyutta neden olabileceği muhtemel bir paradoksa, geliştirdiği düşünce deneyiyle dikkat çekmek istemektedir. Buna ek olarak getirdiği eleştiri üzerinden genel yorumun aksine dalga fonksiyonunun sistemin doğasının tam bir tasvirini vermekten ziyade bizim sistemi açıklamak için kullandığımız bir araç olarak tanımlamaktadır.

Pilot-dalga teorisi ve (veya) Bohm mekaniği açısından deneyi ele alacak olursak; deneyin başlangıç koşulları, burada bahsi geçen radyoaktif maddenin başlangıç koşullarıdır, bilinmesi dahilinde genel yorumun ortaya koyduğu indeterministik yapıya dayalı olarak ele alınan süreç yerini mümkün durumların zamana göre evrimini açıkça ifade eden deterministik yapıdaki dinamik denklemlerine bırakacaktır. Başlangıç koşullarının bilinmemesi durumunda ise kuantum denkliği ile ifade edildiği üzere

genel yorumda açıklanan süreç aynen geçerli olacaktır. Deneyle ilgili olarak daha detaylı bir açıklama ile birlikte Schrödinger ve Einstein'ın konuya dair fikirlerinin de yer aldığı Travis Norsen'in "Foundations of Quantum Mechanics"[\[36\]](#) kitabına bakılabilir.

