

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA KULLANILARAK
YAPISAL SİSTEMLERİN BOYUTLANDIRILMASI**

Turgay KARADAYI

Tez Yöneticisi
Yrd. Doç. Dr. Ömer KELEŞOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
YAPI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ELAZIĞ, 2007

T.C.
FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA KULLANILARAK
YAPISAL SİSTEMLERİN BOYUTLANDIRILMASI**

Turgay KARADAYI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YAPI EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

Bu tez, 08/03/2007 tarihinde, aşağıda belirtilen jüri tarafından oybirliği ile başarılı olarak değerlendirilmiştir.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ömer KELEŞOĞLU

Üye: Prof. Dr. Mehmet ÜLKER

Üye: Yrd. Doç. Dr. Cevdet Emin EKİNCİ

Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

TEŐEKKÖR

Tez çalıőmam sűresince maddi ve manevi olarak destekleyen aileme, bilgi ve tecrűbesini paylaőan, manevi desteęini esirgemeyen danıőman hocam Yrd. Doç. Dr. Őmer KELEŐOęLU'na en içten teőekkűrlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	I
İÇİNDEKİLER	II
ŞEKİLLER LİSTESİ	III
TABLolar LİSTESİ	IV
SİMGELER LİSTESİ	V
ÖZET	VI
ABSTRACT	VII
1. GİRİŞ	1
2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA	3
2.1. Doğrusal Programlama İle İlgili Önceki Çalışmalar	3
2.2. Doğrusal Programlama Problemlerinin Matematiksel Yapısı	4
2.3. Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları	8
3. BULANIK MANTIK	9
3.1. Üyelik Fonksiyonları	11
3.2. Küme İşlemleri	12
4. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA	14
4.1. Bulanık Doğrusal Programlama ile İlgili Çalışmalar	14
4.2. Bulanık Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları.....	15
4.3. Bulanık ile Klasik Doğrusal Programlama Arasındaki Fark ve Benzerlikler	15
4.4. Bulanık Doğrusal Programlamada Üyelik Fonksiyonu Biçimleri	15
4.5. Bulanık Doğrusal Programlamada Modeller	17
4.6. Bulanık Doğrusal Programlamanın Matematiksel Formülasyonu	17
5. SAYISAL UYGULAMALAR	23
5.1. Üç Çubuklu Düzlem Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması	23
5.2. On Çubuklu Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması	26
5.3. Kırık Çerçeve Sistemin Optimum Boyutlandırılması.....	30
5.4. Yirmibeş Çubuklu Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması	32
6. SONUÇLAR	35
KAYNAKLAR	36
ÖZGEÇMİŞ	

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1. Keskin Kümeler.....	9
Şekil 3.2. Bulanık Kümeler	10
Şekil 3.3. Çeşitli Biçimde Üyelik Fonksiyonları.....	11
Şekil 3.4. Bulanık Birleşim Kümesi	13
Şekil 3.5. Bulanık Kesişim Kümesi	13
Şekil 3.6. Bulanık Ters Alma İşlemi	13
Şekil 4.1. α_i Seviye Kesen İle Üyelik Fonksiyonu $\mu_{g_i}(X)$	18
Şekil 4.2. α_f Seviye Kesen İle Üyelik Fonksiyonu $\mu_f(X)$	20
Şekil 5.1. Üç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem.....	24
Şekil 5.2. α -Seviye Kesenin Amaç Fonksiyonuna Ve Boyutlandırma Değişkenine Bağlı Değişim	25
Şekil 5.3. On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem	27
Şekil 5.4. Kırık Çerçeve Sistem	31
Şekil 5.5. Yirmibeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem	32

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 5.1. Üç Çubuklu Kafes Sistemin α – seviye keseni Yaklaşımına Göre Optimum Sonuçları.....	25
Tablo 5.2. Üç Çubuklu Kafes Sistemin Bulanık Programlama İle Boyutlandırması.....	26
Tablo 5.3. Düğüm Noktası Koordinatları	27
Tablo 5.4. Yükleme.....	28
Tablo 5.5. On Çubuklu Kafes Sistemin Bulanık Doğrusal Programlama İle Boyutlandırması	28
Tablo 5.6. On Çubuklu Düzlem Kafes Sistemin Literatürdeki Çalışmalar İle Karşılaştırılması.....	29
Tablo 5.7. On çubuklu kafes sistemin ANSYS tabanlı geliştirilen bulanık doğrusal programlama algoritması.....	29
Tablo 5.8. Kırık çerçeve sistemin bulanık programlama ile boyutlandırması	31
Tablo 5.9. Düğüm Noktası Koordinatları.....	33
Tablo 5.10. Yükleme ve Deplasman Sınırları	33
Tablo 5.11. Yirmibeş çubuklu kafes sistemin bulanık doğrusal programlama ile Boyutlandırması.....	34

SİMGELER LİSTESİ

- Z : Amaç fonksiyonu
- X, x : Değişkenler
- $g(x)$: Sınırlayıcı fonksiyonu
- $f(x)$: Amaç fonksiyonu
- P_i : Bulanık tolerans bölgesi
- f_{\min} : Amaç fonksiyonun minimum değeri
- f_{\max} : Amaç fonksiyonun maksimum değeri
- A_i : i. Kesit alanı
- P : Kuvvet
- ρ : Çubukların malzeme yoğunluğu
- E : Elastisite modülü
- σ : Çubukların gerilmesi
- σ_{Euler} : Euler burkulma gerilmesi
- u : Yatay deplasman
- v : Düşey deplasman

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA KULLANILARAK
YAPISAL SİSTEMLERİN BOYUTLANDIRILMASI**

Turgay KARADAYI

Fırat Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Yapı Eğitimi Anabilim Dalı

2007, Sayfa: 38

Bu çalışmada, bulanık üyelik fonksiyonu kullanılarak yapısal sistemlerin boyutlandırılması gerçekleştirilmiştir. Özellikle keskin doğrusal programlama yerine yumuşak hesaplama yaklaşımlarından olan bulanık doğrusal programlama tercih edilmiştir. Boyutlandırma problemi üyelik fonksiyonlarını kullanan bir α -seviye kesen yaklaşımı olarak, bir optimum karar oluşturularak çözülmüştür. Boyutlandırma probleminin formülasyonunda deplasman, çekme gerilmesi, burkulma gerilmesi ve minimum alan sınırlayıcıları gözönüne alınmıştır. α -kesme yaklaşımı, düzlem, uzay kafesler ile çerçeve sistemlerin boyutlandırma problemleri üzerinde örneklenmiş ve sonuçlar tartışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Yapısal sistem, α -kesme yaklaşımı, bulanık doğrusal programlama, optimum boyutlandırma

ABSTRACT

Masters Thesis

**THE STRUCTURAL SYSTEM DESIGN WITH
FUZZY LINEAR PROGRAMMING**

Turgay KARADAYI

Firat University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Construction Education

2007, Page: 38

In this study, design of structural systems has been implemented by fuzzy membership function. Especially it was preferred a fuzzy linear programming which is a soft calculation method, instead of hard linear programming. The design problem is solved by constructing an optimal decision function as a α -level-cuts approach using membership function. The displacement, tensile stress, buckling stress and minimum size constraints are considered in the formulation of the design problem. The α -cut approach is illustrated on plane and space trusses, frame systems design problems and the results are discusses.

Keywords: Structural system, α -level-cuts approach, fuzzy linear programming, optimum design

1. GİRİŞ

İnsanlar çok uzun yıllardan beri, optimizasyon problemlerinin modellenmesi ve çözülmesi sorununu araştırmaktadırlar. Optimizasyon problemlerine ilişkin modellerde olayları, eylemleri ve durumları tanımlamak için değişkenler kullanılır. Bu değişkenler yardımıyla, bazı varsayımlar altında gerçek durumu yansıtan matematiksel modeller oluşturulur. Bu yüzyıla kadar bu modeller, birkaç değişken içeren küçük modellerdi. Ancak bu yüzyılın başından beri, gerçek karar problemlerin çözümü için gerekli olan daha büyük modeller üzerinde yoğun çaba harcanmıştır. Bu modelleri çözmek için optimizasyon yöntemlerinden yararlanılabilir. Bir yada daha çok bağımsız değişkenin matematiksel fonksiyonunun, bir takım sınırlayıcılar altındaki olası en büyük ya da en küçük değerinin araştırıldığı problemlere optimizasyon problemleri denir. İlk olarak çalışılan optimizasyon yöntemleri, klasik optimizasyon yöntemleri olarak adlandırılır. Bu yöntemlerde, diferansiyel hesaplama yöntemleri ve Lagrange çarpanları gibi matematiksel tekniklerden yararlanılmıştır.

Mühendislikte ve diğer bilim dallarında sistemler, kesin matematiksel işlemleri kullanmak suretiyle modellenir. Günlük hayatta karşılaşılan problemlerin büyük çoğunluğu bir kesin olmama durumu veya bir tanımlama durumu içerir. Bu problemlerin daha etkin çözülebilmesi için bir yol bulunması gerekmektedir. Günümüzde sistemler genel olarak kararlı, doğrusal ve zaman bağımlı değişmeyen bir yapıya sahiptir. Bu özelliklerin dışına çıkıldığı zaman sistem kontrol edilemeyecek hale gelecektir. Eğer bu sistem insan gibi hareket edebilen bir yapıyla kontrol edilebilirse, kararlı veya kararsız, doğrusal yada doğrusal olmayan (non-linear), zamanla değişen veya değişmeyen bir özellikte olsa dahi uygun bir şekilde çalıştırılabilir. İşte bu durumlar bilim adamlarını insan gibi algılayabilen, karar verebilen ve hareket edebilen sistemler yapmaya yöneltmektedir.

Mühendis çoğunlukla, sistemin hassas bir matematiksel modelini geliştirirken bazı problemle karşılaşır. Yetersiz veri, sistemin sınırlayıcılar, boyutlandırma amaçlarının yetersiz formülasyonu ve amaçlar arası bağıl önemi değerlendirmemesi, hassasiyet eksikliğine sebep olur. Sistem karmaşıklıkla sistemin davranışı ve mühendisin sistemi hassas matematiksel terimlerle modellemesi güçleşir. Boyutlandırma probleminin belirsiz ve karmaşık yapısını modellemek için bulanık kümeler teorisinin kullanılması gerekir.

Bulanık mantık ve bulanık küme teorisi, ilk kez 1965 yılında Prof. Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya atılmış ve hızla gelişerek bir çok bilim adamının ilgisini çeken araştırmaya açık yeni bir konu olmuştur [1]. Bulanık mantık haberleşme, kontrol, entegre devreleri üretimi, işletme, tıp, psikoloji ve mühendisliğin bir çok dalında uygulanmıştır.

Geleneksel küme teorisinde, bir elemanın üyelik elemanı 0 yada 1 ile gösterilir. Halbuki, bulanık küme teorisinde, bu değer 0 ile 1 arasında herhangi bir değer olabilir. Üyelik elemanı bulanık küme ait olma derecesini gösterir.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünden bahseden çalışmalar Zimmermann ile Tanaka tarafından yapılmıştır [2, 5]. O zamandan beri bulanık doğrusal programlama ile bulanık doğrusal olmayan programlama üzerinde birkaç makale görüldü [4, 5]. Rao mekanik sistemlerin optimum boyutlandırmasını ve tanımını yaptı [6]. Tek bir amaç fonksiyonu ile yapıların optimum tasarımı Yuan ve Quan tarafından ele alındı [7]. Bulanık kümelerin inşaat mühendisliğinde birkaç uygulanması Braun ve Yao tarafından gerçekleştirildi [8]. Mühendislik sistemlerin sonlu elemanlarla çözümde bulanık kümeleri kullanılmıştır [9]. Rao mühendislik sistemlerinin çok amaçlı bulanık optimizasyonu için bir formülasyon vermiştir[10].

Bu tez çalışmasında, bulanık doğrusal programlama kullanılarak yapısal sistemlerin boyutlandırılması yapılmıştır. Boyutlandırma probleminin çözümü için α -seviye kesen yaklaşımı kullanılmıştır. Boyutlandırmada kesit alanları, atalet momentleri değişken olarak kullanılmış ve bulanık sınırlayıcılar altında yapı hacmi minimize edilmiştir. Bulanık sınırlayıcılar olarak gerilme ve deplasmanlar kullanılmıştır. Sayısal uygulama olarak düzlem,kafes, uzay kafes ve düzlem çerçeve sistemler çözülmüş ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır[11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19].

2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Optimizasyon problemlerinin özel bir biçimi olan doğrusal programlama, uygun seçenekler kümesinden optimal programın seçilmesinde kullanılan bir matematiksel tekniktir. Doğrusal programlamada, değişkenler arasındaki tüm ilişkiler doğrusaldır. Doğrusal programlama kullanılarak bağımsız değişkenlerin bir dizi fonksiyonu altında yine bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonu olan bağımlı değişkenin optimal değeri araştırılır. Diğer bir deyişle doğrusal programlama, belirli bir amacı optimum biçimde sınırlı kaynakların nasıl dağıtılması gerektiği sorununa çözüm getiren bir yöntemdir.

2.1. Doğrusal Programlama İle İlgili Önceki Çalışmalar

Doğrusal programlamanın temelini oluşturan doğrusal cebir haricindeki teknikler, bu yüzyılın başında getirilmiştir. 1928 yılında John Von Neumann, oyunlar kuramının temel teoremini geliştirmiştir [20]. Daha sonra oyun problemleri, doğrusal programlama ile ilişkilendirilmiştir. Von Neumann ve Morgenstern, “Oyunlar Kuramı ve Ekonomik Davranış” adlı çalışmalarında, ekonomi ile oyunlar kuramı arasındaki ilişkiyi açıklamış ve bu ilgiyi bu yöne çekmişlerdir [21]. W.W. Leontief ise, 1936 yılında yayınlanan “A.B.D.’nin Ekonomik Sisteminde Girdi-Çıktı İlişkisinin Niteliği” adlı makalesinde girdi-çıktı analizi kavramı ortaya çıkmıştır [22].

1930’lu yılların sonu ve 1940’lı yıllarda, problemlerin doğrusal programlama ile formülasyonu ve çözümünü veren genel bir yöntem elde edilmesi konusunda pek çok çalışma yapılmıştır. 1939 yılında Sovyet matematikçisi ve ekonomisti L.V Kantorovich gerçek bir üretim planlanması ve organizasyonu problemini bir doğrusal programlama problemi olarak ele almıştır [23]. 1941 yılında Hitchcock ve 1947 yılında Koopmans, klasik ulaştırma problemini doğrusal programlama problemlerinin özel bir biçimi olarak incelemiştir [24, 25]. 1945 yılında bir ekonomist olan G. Stigler, en küçük maliyetli problemini formüle etmiştir[26].

II. Dünya Savaşı sırasında İngiliz ve daha sonra Amerikalı araştırmacılar, askeri sorunların çözümünde doğrusal programlamayı kullanmışlardır. II. Dünya Savaşı’nın sona ermesinden kısa bir süre sonra A.B.D. hava kuvvetlerinde görevli bir ekip, uygulanan matematiksel tekniklerin planlama ve bütçeleme konusundaki etkinliklerini denetlemiştir. Bu ekipte yer alan G. Dantzing, büyük organizasyonların aktivitelerinin bir doğrusal programlama problemi olarak ele alınabileceğini ve doğrusal bir amaç fonksiyonunun enküçüklenmesi ile optimal programlara ulaşabileceğini açıklamıştır. 1947 yılı Temmuz ayında SCOOP projesi

üzerinde çalışmaya başlayan aynı ekip, aynı yılın sonunda, genel bir doğrusal programlama probleminin matematiksel modelini oluşturmuş ve çözüm için Simplex yöntemini geliştirmiştir. Doğrusal programlamayla ilgilenen mühendisler, matematikçiler, ekonomistler ve planlamacılar, diğer alanlardan hızla bu alana kaymış ve çalışmaya başlamışlardır [27].

1950 ve daha sonraki yıllarda, doğrusal programlama problemlerinin çözümü için bilgisayar programları hazırlandı. Bu sayede doğrusal programlama, büyük ölçekli problemlerde de rahatlıkla kullanılmaya başlandı. Bilgisayar teknolojisindeki ve yazılımındaki bu hızlı gelişimin sonucunda, doğrusal programlama bilim ve teknolojinin bütün dallarında yaygın olarak kullanılmaya başlamıştır.

2.2. Doğrusal Programlama Problemlerinin Matematiksel Yapısı

Doğrusal programlama problemleri ile ilgili bazı temel kavramlar aşağıda verilmiştir.

Değişken: Problemde değişim gösteren faktörlerdir. x_j ile gösterilir.

Karar (kontrol) değişkeni: Karar vericinin denetimi altında olan değişkenlerdir.

Doğrusal programlama kullanılarak amaç fonksiyonunu optimum yapan karar değişkeni değerleri saptanır.

Amaç Fonksiyonu: Doğrusal programlama modelinde doğrusal biçimde ifade edilen bir amaç fonksiyonu vardır. Amaç fonksiyonu, maksimizasyonu ya da minimizasyonu şeklinde olur. Amaç fonksiyonu Z , kontrol edilebilir değişkenler x_j ($j=1,2,\dots,n$) ve sabit katsayılar c_j ($j=1,2,\dots,n$) olmak üzere

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.1)$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu amaç fonksiyonunun açık yazılımı ise şöyledir.

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2.2)$$

Sınırlayıcı fonksiyonları: Karar değişkenlerinin matematiksel fonksiyonlarıdır ve sistemi tanımlamak için kullanılırlar. sınırlayıcıların değerleri kesindir ve önceden belirlenmiştir. Bulunan çözümler mutlaka problemin sınırlayıcılarını sağlamalıdır. Sınırlayıcılar, teknoloji matrisi a_{ij} , ihtiyaç vektörü b_i olmak üzere standart maksimizasyon probleminde;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m \quad (2.3)$$

standart minimizasyon probleminde ise,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i=1,2,\dots,m \quad (2.4)$$

biçiminde ifade edilirler. Standart D.P. problemlerinde “ \geq ” ya da “ \leq ” yanı sıra “ $=$ ” işareti hem maksimizasyonda hem de minimizasyon problemlerinde kullanılabilir. Örneğin makinelerin tam kapasite ile çalışmaları durumunda “ $=$ ”lik kullanılır. Standart olmayan D.P. problemlerinde sınırlayıcıların sağındaki işaretler “ \geq ”, “ \leq ” ya da “ $=$ ” işaretleri karışık olarak ta kullanılabilirler

Pozitif sınırlayıcılar: Mühendislik problemlerinde yapı hacminin boyutlandırılmasında kullanılan, boyutlandırma değişkenleri olan kesit alanları pozitif olarak alınacaktır. Bu matematiksel olarak

$$X_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n \quad (2.5)$$

biçiminde ifade edilir. Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda bir doğrusal programlama probleminin genel yapısı;

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{\min} = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad j=1,2,\dots,n \quad (2.6)$$

Sınırlayıcılar;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m, \quad j=1,2,\dots,n \quad (2.7)$$

Pozitif sınırlama;

$$X_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n \quad (2.8)$$

Yukarıda genel matematiksel modeli verilen doğrusal programlama modeli daha açık biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir.

Amaç fonksiyonu:

$$Z_{\min} = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2.9)$$

Sınırlayıcılar:

$$\begin{aligned} a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \dots + a_{1n}x_{2n} &\geq b_1 \\ a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \dots + a_{2n}x_{2n} &\geq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_{m1} + a_{m2}x_{m2} + \dots + a_{mn}x_{mn} &\geq b_m \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pozitif sınırlama:

$$X_i \geq 0, \quad X_i \geq 0, \quad \dots, \quad X_n \geq 0 \quad (2.11)$$

Amaç fonksiyonunu minimizasyon matematiksel modeli elde edilmiş olur. Bu model, matris gösterimi aşağıdaki gibi yazılabilir. a_{ij} katsayılarından oluşan teknolojik matris;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

ihtiyaç vektörü;

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

katsayılarından oluşan vektörü de

$$C = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n] \quad (2.14)$$

Karar değişkenleri vektörü ise

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

şeklinde verilirse,

Amaç fonksiyonu;

$$Z_{\min} = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

sınırlayıcılar,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \begin{matrix} \geq \\ \leq \\ = \end{matrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Pozitif sınırlayıcılar,

$$X_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n \quad (2.18)$$

şeklinde olur.

Doğrusal programlama yönteminin kullanılışığı, bilgisayar yazılımlarındaki gelişmeler ile daha da artmıştır. Doğrusal programlama problemlerinin bilgisayar ortamında çözümü için hazır paket programları mevcuttur.

2.3. Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

Önemli ve etkin bir optimizasyon yöntemi olan doğrusal programlama, problemlerin formülasyonu ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler bu yöntemin büyük ölçekli mühendislikte ve gerçek yaşam problemlerinde kullanımını hızlandırmıştır.

İlk olarak askeri alanda kullanılan doğrusal programlama, sonraları petrol, gıda, tekstil, kağıt, kimya, mühendislik ve daha pek çok alanda kullanılmıştır. Doğrusal programlama mühendislik haricinde çeşitli ekonomik, sosyal, politik ve toplumsal sorunların çözümünde de yararlı ve etkin sonuçlar vermektedir. Yatırım planlarının değerlendirilmesi, portföy seçimi, bütçe yapımı, finans planlaması, kazanç değerlendirme, kaynak tahsisi, politik kampanyaların planlanması, eğitim planlanması, karışım problemleri, uzun dönemli çizelgeleme, ulaştırma, kitle iletişim araçları seçimi, ağ analizi problemleri, doğrusal programlamanın kullanıldığı problemlerin sadece birkaçıdır. Sonuç olarak doğrusal programlama, sınırlı kaynakların akılcı olarak değerlendirilmesi ve bu kaynaklardan en çok yararın sağlanması gerektiği tüm alanlarda kullanılabilen etkili bir yaklaşımdır.

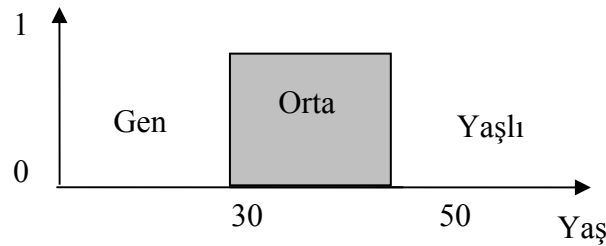
3. BULANIK MANTIK

İngilizce *Fuzzy Logic* kelimesinin sözlük anlamı “bulanık mantık, belirsiz” dir. Bulanık mantık ve bulanık küme teorisi, ilk kez 1965 yılında Azerbaycanlı Prof. Lotfi A. Zadeh (*California University, Berkeley*) tarafından ortaya atılmış ve hızla gelişerek bir çok bilim adamının ilgisini çeken araştırmaya açık yeni bir konu olmuştur [1]. Bulanık mantık temelde çok değerli (*multivalued*) mantık, olasılık kuramı, yapay zeka (*Artificial Intelligence AI*) ve yapay sinir ağları (*neural networks*) alanları üzerine oturtulmuş; olayların oluşum olasılığından çok oluşum derecesiyle ilgilenen bir kavramı tanımlar. Olasılık ve bulanıklık kavramları arasındaki en önemli farklılık bulanıklılığın bir deterministik belirsizlik olmasıdır.

Bulanık mantık haberleşme, kontrol, entegre devreleri üretimi, işletme, tıp, psikoloji ve mühendisliğin bir çok dalında uygulanmıştır. Bulanık denetim kuramı temelde insan düşünüş tarzını örnek alır. Bulanık mantığın oldukça kapsamlı ve ayrıntılı matematiksel temeli olmasına rağmen, uygulaması oldukça kolaydır.

Geleneksel mantıkta (*Boolean mantığı*) bir kümeyi oluşturan elemanlar keskin (*crisp*) elemanlar olup bir eleman bir kümenin ya elemanıdır ya da değildir (var veya yok, 0 veya 1). Bu tür kümelere keskin kümeler (*crisp sets*) denilir.

Bir örnek olarak orta yaşlı kavramını alalım. Eğer 40 yaş orta yaş olarak kabul edecek olursak, geleneksel kümelendirmede 30 yaşın altındaki kişiler Şekil 3.1’de gösterildiği üzere “genç”, 30-50 arası “orta yaşlı”, 50 yaşın üstü de “yaşlı” kümelerine okunabilir. Dolayısıyla 29,5 yaşındaki birisi “genç” iken 30,5 yaşındaki diğer bir kişi “orta yaşlı” olarak anılacaktır.

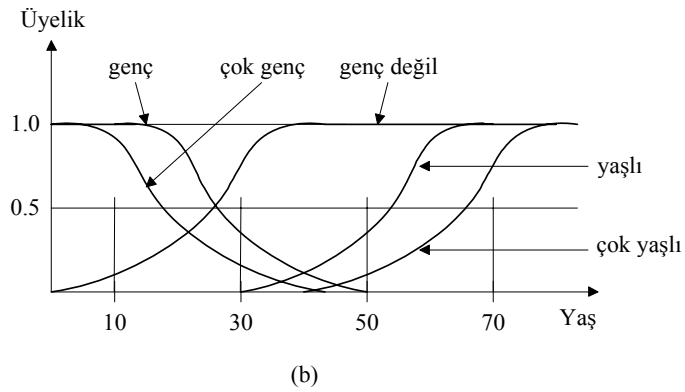
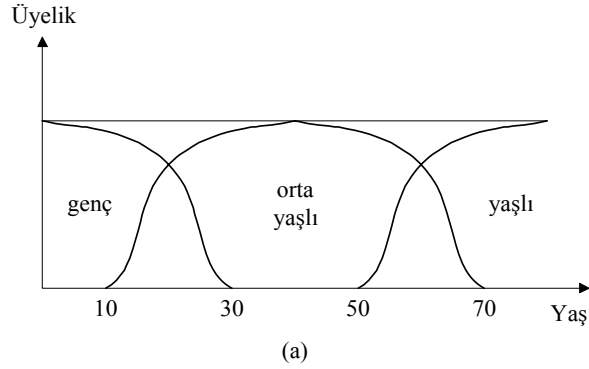


Şekil 3.1. Keskin Kümeler

Bir endüstriyel denetleyici için bu durumu ele alalım. Eğer bu denetleyicide fiziksel büyüklüklerin dahil olduğu kümeler birbirlerinden böyle keskin çizgilerle ayrılmışlarsa denetim çıktısının ani değişiklikler göstermesi kaçınılmaz alçaktır. Örneğin soğuk/sıcak sınırının 25° olduğu bir sayısal açık/kapalı denetleyicide 24,5° soğuk olarak algılanacak, buna karşın 25,5°

sıcak olarak ele alınarak denetim çıktısı ani olarak değiştirilebilecek, örneğin buhar vanası ani olarak kapatılabilecektir.

Yukarıda açıklananlara karşıt olarak bulanık mantık, keskin mantığı açık/kapalı, soğuk/sıcak, hızlı/yavaş, gibi ikili (*binary*) denetim değişikliklerinden oluşan keskin dünyayı, az açık/az kapalı, serin/ılık, biraz hızlı/biraz yavaş gibi gevşek (*soft*) niteleyicilerle yumuşatarak gerçek dünyamıza benzetir.



(a). Yaşın üç grub ayrıldığı kümelendirme

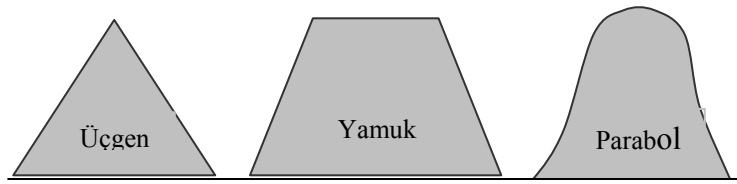
(b). Diğer bir kümelendirme

Şekil 3.2. Bulanık Kümeler

Bunu yine yaş konusunun ele alarak biraz daha açalım. 35 yaşındaki bir insana pek orta yaşlı denemeyeceği gibi o kişi pek genç de sayılmaz, duruma göre belki genç tanımı, belki de orta yaşlı tanımı daha uygun düşer. İşte bulanık kümeler, Şekil 3.2’de gösterildiği üzere, böyle esnek bir düşünüşe olanak tanır. Kümelerin birbirlerinden keskin çizgilerle ayrılmamış olması, aralarında belirli bir örtüşüm (*overlap*) olması, 35 yaşın bir oranda hem orta yaşlı, hem genç; ısı denetleyicisi örneğinde ise 20° sıcaklığın hem biraz serin hem de biraz sıcak olarak düşünülmesine olanak tanır.

3.1. Üyelik Fonksiyonları

Yukarıda şekilde yaş kavramını belirtmek için şekil 3.2’de kullanılan eğriler, üyelik fonksiyonları (*membership functions*) olarak bilinirler ve 0 ile 1 arasında bir üyelik ağırlığına (*grad of membership*) sahiptirler. Üyelik ağırlığı belirli bir değerin bir bulanık küme içerisinde yer almasının güvenilirliğinin ve eminliğinin bir işaretidir. Üyelik fonksiyonları biçimsel olarak, denetlenen sürecin özelliklerine göre değişik şekillerde olabilir. Genelde Şekil 4.3’de gösterildiği üzere üçgen, yamuk veya parabol şeklindedir.



Şekil 3.3. Çeşitli biçimde üyelik fonksiyonları

Üyelik fonksiyonlarında kullanılacak etiket sayısı kullanıcıya bağlıdır. Örneğin yukarıdaki yaş örneğinde Genç, Orta Yaşlı ve Yaşlı olmak üzere üç etiket kullanılmıştır.

Şimdiye kadar yapılan açıklamaları daha matematiksel olarak yapmaya çalışalım. Eğer değerlendirme kümesinin $[0,1]$ gecek aralığı olmasına izin verilirse, o zaman A bir bulanık küme olarak tanımlanır. Burada $\mu_A(x)$ x 'in A 'daki üyelik derecesini verir. $\mu_A(x)$ 'in değeri 1'e yaklaştıkça x 'in A alt kümesindeki üyeliği artar. Başka bir deyişle, A , X 'in sınırları kesinlikle belirli olmayan bir alt kümesidir.

Bulanık küme teorisi, soyut küme teorisinin bir genelleştirmesidir. Başka bir deyişle bulanık küme teorisindeki tanımlar, teoremler ve ispatlar bulanık olmayan kümeler için de daima doğrudur.

Bir bulanık küme, olası kısmi üyelere izin veren bir sınıftır. O takdirde X 'deki bir A bulanık kümesi

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\} \quad (3.1)$$

sıralı ikililerinin bir kümesidir. $\mu_A(x)$ $[0,1]$ aralığında bir sayıdır.

X evrensel kümesindeki bir A kümesinin supportu (desteği) klasik kümesi olup X 'in A bulanık kümesindeki 0 'dan büyük üyelik derecesi olan elemanlarını kapsar.

$$\text{sup } A = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (3.2)$$

Eğer X sonlu ve sayılabilir bir küme ve A bulanık kümesi X 'de sonlu support varsa A aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$A = \frac{\mu_1}{x_1} + \dots + \frac{\mu_n}{x_n} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{x_i} \quad (3.3)$$

Eğer yukarıda tanımlanan X kümesi sonlu değilse, buna ait bir bulanık küme de şöyle ifade edilir.

$$A = \int_x \frac{\mu_A}{x} \quad (3.4)$$

Bir A bulanık kümesinin α -cut'i; belirli bir α değerine eşit ya da daha büyük üyelik derecelerine içeren A kümesi support'unun elemanlarını taşıyan keskin kümedir. Eğer eşitlik yoksa yani bütün üyelik dereceleri X 'den daha büyük ise strong α -cut formülü denir.

Özet olarak, klasik Boolean mantığından bir değer bir kümenin ya elemanıdır (*logic 1*) yada değildir (*logic 0*). Buna karşın bulanık mantıkta her değer her küme için bir üyelik derecesi vardır. Bu üyelik derecesi $[0,1]$ kapalı aralıktadır. Başka bir deyişle bir değer bir kümenin kısmi üyesi olabilir. Bu özellik sayesinde bulanık mantık insan düşünce sistemini klasik var/yok mantığına göre daha iyi modelliyebilir ve insanın tecrübelerini matematiksel ifadelerle çok daha doğru şekilde dönüştürebilir.

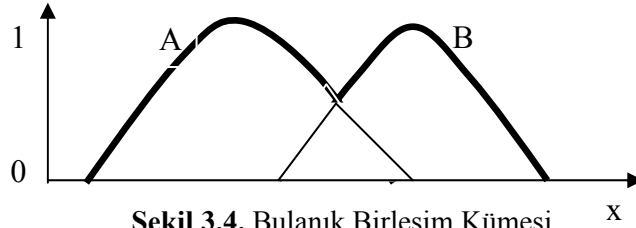
3.2. Küme İşlemleri

Klasik küme teorisinde karakteristik fonksiyonun aldığı değer ya 0 ya da 1 dir. Bulanık küme anlayışında fonksiyonun değer kümesi $[0,1]$ kapalı aralıktır.

X uzayında tanımlı iki A ve B kümesi düşünelim. Bu kümelerin üyelik fonksiyonları $\mu_A(x)$ ve $\mu_B(x)$ olsun. Burada $x \in X$ dir. Temel küme işlemleri aşağıda tanımlanmıştır.

Birleşim işlemi: $A \cup B$ kümesini üyelik fonksiyonu $\mu_{A \cup B}(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

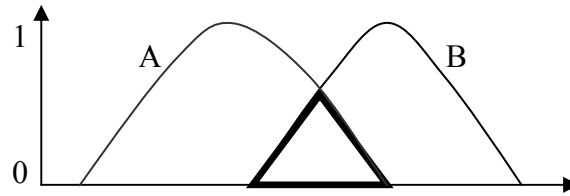
$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (3.5)$$



Şekil 3.4. Bulanık Birleşim Kümesi

Kesişim işlemi: $A \cap B$ kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{A \cap B}(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

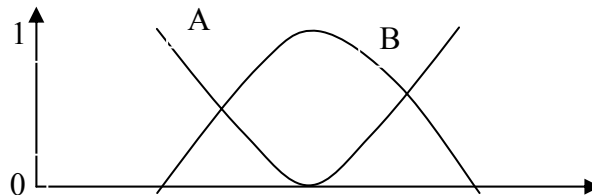
$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad (3.6)$$



Şekil 3.5. Bulanık Kesişim Kümesi

Ters alma işlemi: A' kümesinin üyelik fonksiyonu $\mu_{A'}(x)$ aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (3.7)$$



Şekil 3.6. Bulanık Ters Alma İşlemi

4. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Bulanık matematiksel programlama yöntemlerinden biri olan bulanık doğrusal programlama, bulanık ortamda karar vermeyi sağlayan bir tekniktir. Bulanık çevrede karar verme deyimi ile, sınırlayıcıların ya da amaçların ya da her ikisinin yapı olarak bulanık olduğu bir karar süreci kastedilmektedir. Bu amaçların ya da sınırlayıcıların sınırları kesin olarak tanımlanmamış alternatif gruplar içerdiği anlamına gelir.

Amaç fonksiyonu ile sınırlayıcıların kesişimi sonucu elde edilen çözümlere ise bulanık karar denir. Bulanık alternatifler olarak adlandırılırlar. Alternatifler uzayındaki en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar ya da kararlar ise, optimum karar olarak adlandırılır. Bulanık programlamada amaç optimum karara ulaşmaktır [27].

4.1. Bulanık Doğrusal Programlama ile İlgili Çalışmalar

Bulanık küme kuramı ilk olarak 1965 yılında Prof.Dr. Lotfi A. Zadeh tarafından ortaya atılmış ve büyük ilgi ile karşılanmıştır.

Bulanık mantık yöneylem araştırması, istatistik, haberleşme, kontrol, entegre devreleri üretimi, işletme, tıp, psikoloji ve mühendisliğin bir çok dalında uygulanmıştır.

Optimizasyon problemlerinde bulanık küme kuramının kullanımına ilişkin ilk çalışmanın Bellman ve Zedah'ın 1970 yılında yayınlanan "decision making in a fuzzy enviroment" dır [27]. Bu çalışmayı takip eden optimizasyon çalışmaları Tanaka ve Zimmermann (1974) tarafından yapılmıştır [2, 3].

1978 yılında Zimmerman bulanık optimizasyonun temellerini oluşturarak, çok amaçlı ve doğrusal üyelik fonksiyonlu bir bulanık optimizasyonu geleneksel bir optimizasyon problemine indirgenebileceğini kanıtlamıştır.

Rao mekanik sistemlerin optimum boyutlandırma ve tanımını yaptı [28]. Tek bir amaç fonksiyonu ile yapılan optimum boyutlandırma Yuan ve Quan tarafından ele alındı [7]. Bulanık kümelerin birkaç mühendislik sistemine uygulanması Brown ve Yao tarafından gerçekleştirildi[8]. Rao mühendislik sistemlerinin çok amaçlı optimizasyonu için bir formülasyon verdi [6]. İnşaat mühendisliği ile ilgili bulanık optimizasyonla yapılan bir çok çalışma vardır [9, 29, 30, 31, 32].

Bulanık optimizasyon konusunda burada belirtilmeyen bir çok çalışma yapılmıştır ve yapılmaya devam edilecektir.

4.2. Bulanık Doğrusal Programlamanın Uygulama Alanları

Bulanık doğrusal programlama 1965 yılında Zimmermann tarafından ortaya atıldıktan sonra, problemlerin modellenmesi ve çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır [5].

Bulanık optimizasyonu klasik optimizasyonun kullanıldığı bütün alanlarda kullanılabilir. Gerçek problemlerin parametre değerlerinin çoğunlukla önceden bilinmemesi nedeniyle bulanık optimizasyon, klasik optimizasyonun önüne geçmeye başlamış ve bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeler sonucunda büyük ölçekli gerçek yaşam problemlerinde de kullanılmaya başlanmıştır.

Sonuç olarak bulanık doğrusal programlama, en çok yararın sağlanması amacıyla kaynakların akılcı değerlendirilmesi gerektiği ve parametre değerlerinin bir kısmı ya da hepsinin bilinmediği fakat olası değerlerin üyelik derecelerinin bilindiği problemler için etkin çözümleri kolaylıkla üreten bir yöntemdir.

4.3. Bulanık ile Klasik Doğrusal Programlama Arasındaki Fark ve Benzerlikler

Klasik doğrusal programlama ile bulanık doğrusal programlama, amaçları yönünden bir birinden farklı iki yöntemdir. Klasik doğrusal programlamada amaç problemin optimum çözümüne ulaşmaktır. Bulanık doğrusal programlamada amaç ise, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karar olarak tanımlanan optimal karara ulaşmaktır.

Klasik ve bulanık doğrusal programlama yapı olarak ta birbirinden farklı iki yöntemdir. Klasik doğrusal programlamada amaç fonksiyonu, problemin formülasyon ve çözüm aşamasında gereklidir. Oysa bulanık doğrusal programlamada herhangi bir amaç fonksiyonunun olması gerekli değildir. Problemin formülasyon aşamasında herhangi bir amaç fonksiyonu mevcut olsa bile, çözüm sırasında bu fonksiyon sınırlayıcıya dönüştürülür.

Bulanık doğrusal programlamadaki tek amaç, en yüksek üyelik derecesine sahip bulanık karara ulaşmaktır. En yüksek üyelik derecesine ulaşan parametre değeri bizim optimize edeceğimiz amaç fonksiyonun minimum değerini verir.

4.4. Bulanık Doğrusal Programlamada Üyelik Fonksiyonu Biçimleri

Bir problemi bulanık doğrusal programlama yöntemi ile çözerken dikkat edilmesi gereken en önemli noktalardan biri kullanılacak üyelik fonksiyonu biçiminin seçimidir. Çünkü seçilen

üyelik fonksiyonu biçiminin doğruluğu ve problemin yapısına uygunluğu, problemin çözümünü doğrudan etkilemektedir.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılması mümkün pek çok üyelik fonksiyonu biçimi vardır. Bu üyelik fonksiyonu biçimlerinden bazıları doğrusal, parçalı doğrusal, üstel, hiperbolik, ters hiperbolik v.b. olarak sıralanabilir. Tüm bu üyelik fonksiyonu biçimlerinin birbirlerine üstün oldukları taraflar, uygun oldukları bulanık doğrusal programlama problemleri ve kullandıkları yöntemler vardır.

Zimmermann 1978 yılında yayınlanan çalışmasında çok amaçlı bir bulanık doğrusal programlama problemini çözmek için max ya da min işlemcisi kullanıldığında ve tüm üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal olduğunda, problemin kolaylıkla tek amaçlı bir kesin doğrusal programlama problemine indirgenebileceğini göstermiştir [5]. Bununla birlikte, bu tür problemler için doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu biçimlerinin daha uygun olabileceği düşünülmektedir.

Leberling ise, tüm üyelik fonksiyonu biçimleri hiperbolik olduğunda aynı indirgemenin yapılabileceğini iddia etmiştir [33]. Hannan ve Nakamura bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde max ya da min işlemcisi ile birlikte parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlarını kullanmışlardır [34, 35]. Hannan'ın [34] yöntemi tüm üyelik fonksiyonu biçimleri (0,1) aralığında konkav ise uygulanabilir. Nakamura'nın [35] yöntemi ise, kesin doğrusal programlama yöntemini tekrarlayarak kullanmayı gerektirir [34]. Carlsson ve Korhonen ise, 1986 yılında yayınlanan çalışmalarında, bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde doğrusal biçim kadar sınırlayıcı olmayan, ancak parametre değerlerindeki belirsizlik miktarını tanımlamak için yeterince esnek olan üstel biçimli üyelik fonksiyonlarını kullanmışlardır [36].

Inguichi ve arkadaşları [37], amaç fonksiyonu parametreleri bulanık olan doğrusal programlama problemlerinin çözümünde max(min) işlemcisi kullanıldığında ve tüm hedefler sürekli parçalı doğrusal üyelik fonksiyonlu güçlü konveks bulanık kümeler ile tanımlandığında, söz konusu problemlerin kesin doğrusal programlama problemlerine indirgenebileceğini göstermişlerdir.

Bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılacak üyelik fonksiyonu biçimlerinin çözümüne ilişkin tüm bu ve diğer çabalara karşın, halen en sık kullanılan üyelik fonksiyonu biçimleri doğrusal ve parçalı doğrusal olanlardır.

Bu çalışmada ele alınacak bulanık doğrusal programlama problemlerinin çözümü için doğrusal ve parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu biçimleri kullanılmıştır. Kolaylık sağlaması bakımından bu tür üyelik fonksiyonu biçimlerinin ve kullanılacak çözüm yöntemlerinin karar vericinin kararına ve karar sürecinin rasyonelliğine uygun olduğu ön varsayımı yapılacaktır.

4.5. Bulanık Doğrusal Programlamada Modeller

Bulanık doğrusal programlamada simetrik modeller ve simetrik olmayan modeller olarak adlandırılan iki tür model vardır. Bunlardan Simetrik modeller, Bellman ve Zadeh tarafından yapılan bulanık karar tanımına dayanır. Bellman ve Zadeh, belirsizlik durumunda amaç fonksiyonları ve sınırlayıcıların bulanık kümelerle temsil edilebileceğini varsaymışlardır. Dolayısıyla bulanık bir karar, bulanık amaç ve bulanık sınırlayıcıların bir araya gelmesi olarak tanımlanabilir ve en iyi karar max ya da min işlemcisi ile saptanabilir [27].

Simetrik olmayan modellerin temelini ise, aşağıdaki iki yaklaşım oluşturur:

- bulanık küme kararının saptanması ve
- uygun dönüştürmeler yapıldıktan sonra amaç fonksiyonu ile sınırları bir araya toplayarak kesin optimal kararın saptanmasıdır.

Simetrik olmayan modellerin çözümünde genellikle parametrik programlama yöntemi kullanılmaktadır [38].

4.6. Bulanık Doğrusal Programlamanın Matematiksel Formülasyonu

Boyutlandırma probleminin amaç fonksiyonu, sınırlayıcılarındaki belirsizlik ve karmaşık yapısını çözmek için bulanık kümeler kullanılmıştır. Başlangıçta bulanık küme bilgileri, her bir sınırlayıcı fonksiyonunun yerini tutan üyelik elemanları bulunmaktadır. Üyelik fonksiyonlarının biçimi doğrusal seçilerek, bulanık geçiş bölgesi en uygun şekilde tanımlanmıştır. Geliştirilen yöntemin formülasyonu aşağıdaki alt bölümlerde tanımlanmıştır.

Bulanık doğrusal programlama amaç fonksiyonu $f(x)$ ve x boyutlandırma değişkenin durumu:

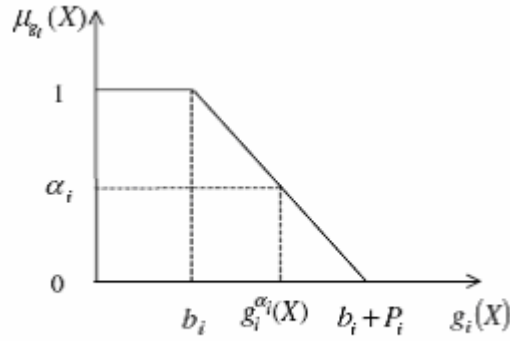
$$\min f(X) \quad (4.1)$$

Boyutlandırma sınırlayıcılarının durumu:

$$g_i(X) \leq \tilde{b}_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.2)$$

$$X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Burada, amaç fonksiyonu $f(X)$, $g_i(X)$ bulanık sınırlayıcı fonksiyonu ve boyutlandırma değişkenlerinin alt ve üst sınır değerleri X_i^{alt} , $X_i^{üst}$ olarak tanımlanmıştır. Bulanık bölge $\tilde{b}_i \in [b_i, b_i + p_i]$ ve p_i bulanık tolerans miktarı olarak tanımlanır. Her bulanık sınırlayıcı için p_i bilinir. Dolayısıyla denklem (4.2) eşitsizliğinin sağ yan değeri $(b_i + \theta p_i)$ olarak elde edilir ve burada $\theta \in [0, 1]$ 'dir. Bu durum, bulanık sınırlayıcılar problemi kesin bir parametrik programlama problemine dönüştürülmüştür.



Şekil 4.1. α_i seviye kesen ile üyelik fonksiyonu $\mu_{g_i}(X)$

Parametrik programlama ile ilk çalışma Vardegay tarafından yapılmıştır[39]. Warners ise, sınırlayıcıların bulanık olduğu için amaç fonksiyonun da bulanık olması gerektiğini iddia etmiştir[40].

Verdegay'ın yaklaşımı: α –seviye kesen yöntemi

Denklem (1) ve (2)' Verdegay'a [39] göre bulanık sınırlayıcıların üyelik fonksiyonları

$$\mu_{g_i}(X) = \begin{cases} 1 & g_i(X) < b_i \\ 1 - \frac{g_i(X) - b_i}{p_i} & b_i \leq g_i(X) \leq b_i + p_i \\ 0 & g_i(X) > b_i + p_i \end{cases} \quad (4.3)$$

olmalıdır. Burada $\mu_{g_i}(X)$ üyelik fonksiyonu olarak tanımlanır. Tanımlanmış sürekli ve monoton fonksiyonlar ve bulanık sınırlayıcılar arasında tolerans bölgesine müsaade edilir.

$$\min f(X) \quad (4.4)$$

Sınırlayıcı

$$X \in X_\alpha \quad (4.5)$$

Burada, her $\alpha \in [0,1]$ için $X_\alpha = \{x \mid \mu_{g_i}(X) \geq \alpha, \forall_i, X \geq 0\}$ tanımı yapılır. Bu şart bulanık matematiksel programlamanın α -seviye kesen metodun temelini oluşturur. Denklem (4.3) verilen üyelik fonksiyonu denklem (4.5)'de yerine yazılırsa

$$\min f(X)$$

sınırlayıcılar

$$g_i(X) \leq b_i + (1-\alpha)p_i, \forall_i \quad (4.6)$$

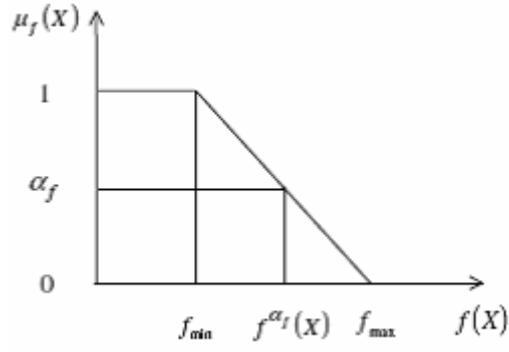
burada $X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst}$ ve $\alpha \in [0,1]$ dir. buradan denklem (4.6)'daki parametrik programlama formülasyonu elde edilir. Her bir α değeri bir optimum çözümdür; α üyelik fonksiyonun en büyük değeri bulanık optimum kararı verir.

Werners'in yöntemi: max- α yaklaşımı

Werners [40], sağ yan değerleri bulanık olduğu için denklem (4.1)'deki amaç fonksiyonunda bulanık olması durumundadır. Verdegay da bahsettiği gibi bulanık üyelik fonksiyonu için p_i tolerans miktarları verilmiştir. Denklem (4.1)'i çözmek için denklem (4.1) ve (4.2)'nin çözümü için fonksiyonlar f_{\max} ve f_{\min} olarak tanımlanır.

$$f_{\max} = \min f(X), \text{ sınırlayıcı } g_i(X) \leq b_i \forall_i, X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst} \quad (4.7)$$

$$f_{\min} = \min f(X), \text{ sınırlayıcı } g_i(X) \leq b_i + p_i \forall_i, X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst} \quad (4.8)$$



Şekil 4.2. α_f seviye kesen ile üyelik fonksiyonu $\mu_f(X)$

üyelik fonksiyonu $\mu_f(X)$, Şekil 4.2'deki amaç fonksiyonlarının durumu

$$\mu_f(X) = \begin{cases} 1 & f(X) < f_{\min} \\ 1 - \frac{f(X) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} & f_{\min} \leq f(X) \leq f_{\max} \\ 0 & f(X) > f_{\max} \end{cases} \quad (4.9)$$

olarak tanımlanmıştır. Dolayısıyla f_{\max} , f_{\min} değerlerini kullanarak amaç fonksiyonu için sürekli artan doğrusal bir üyelik fonksiyonu oluşturulur. Optimal çözüm f_{\max} , f_{\min} arasında bir değer alacağı için optimal çözümün değeri arttıkça uygunluk değeri de artacaktır. Bundan dolayı max- α

$$\alpha = \min[\mu_f(X), \mu_{g_1}(X), \mu_{g_2}(X), \dots, \mu_{g_m}(X)] \quad (4.10)$$

ile çözülebilir.

max α

sınırlayıcı

$$\alpha \leq \mu_f(X) \quad (4.11)$$

$$\alpha \leq \mu_{g_i}(X), \forall_i \quad (4.12)$$

burada $\alpha \in [0,1]$ ve $X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst}$ bu model benzer olarak Zimmermann [5] tarafından önerildi ve ilk olarak yapısal sistemlere Rao tarafından uygulanmıştır [6].

Xu'nun sınır yöntemi

Xu'nun [41], yaklaşımında f bulanık amaç fonksiyonu, sınırlayıcılar C ve boyutlandırma elemanlarının değişkeni X olarak verilmiştir. Karakteristik üyelik fonksiyonları $\mu_f(X)$ ve $\mu_c(x)$ olarak verilmiştir. Burada bulanık amaç fonksiyonu ile sınırlayıcıların kesişimi için \wedge bağlacı kullanılır. Bu bağlaç “minimizasyon” işlemi için yapılır. Optimum karar olarak

$$\mu_D(X) = \mu_{f \cap c}(X) = \mu_f(X) \wedge \mu_c(X) = \min\{\mu_f(X), \mu_c(X)\} \quad (4.13)$$

elde edilir. Belman ve Zadeh [27] denklem (4.13)'de belirtildiği gibi bulanık optimum kararın üyelik fonksiyonu $\mu_D(X) > 0$ dır. Denklem (4.13) bulanık doğrusal programlama probleminin formülasyonu, amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıların kesişiminden oluşan bulanık karar aşağıdaki gibi yazılır.

$$\mu_D(X) = \max \mu_D(X) \quad (4.14)$$

Denklem de tanımlanan bulanık karar, hem sınırlayıcıları hem de amaç fonksiyonlarını aynı anda sağlayan karardır. Bulanık karar kümesinin üyelik fonksiyonu olan $\mu_D(X)$ ise kararın D karar kümesine ait olma derecesini verir. Optimum çözüm (X^*) değeri:

$$\mu_f(X^*) = \max_{X \in C_{\alpha^*}} \mu_f(X) \quad (4.15)$$

burada C_{α^*} , α^* -seviye kesen yaklaşımının C bulanık sınırlayıcı kümesidir. $f(X)$ 'in üyelik amaç fonksiyonun aşağıdaki gibi kullandı.

$$\mu_f(x) = \frac{f_{\min}}{f(X)} \quad (4.16)$$

burada f_{\min} denklem (4.8)'deki gibi tanımlandı. Amaç fonksiyonunun alt ve üst değerleri 1 ile f_{\min} / f_{\max} arasındadır. Bu yöntemlerden faydalanarak bulanık doğrusal ve bulanık doğrusal olmayan iki yöntem elde edilmiştir.

Bulanık doğrusal ve doğrusal olmayan problemlerin çözümünde α -seviye kesen yaklaşımı

Xu'nun α -seviye kesen yaklaşımında $\max \alpha$ değeri bir optimum çözümü verir. Yani amaç fonksiyonun üyelik derecesinin en büyük değeri optimum karar ulaşmamızı sağlar. Üyelik derecesi denklem (4.17)'de verilmiştir.

$$\mu_f(x) = \frac{f_{\max} - f(X)}{f_{\max} - f_{\min}} = 1 - \frac{f(X) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} \quad (4.17)$$

Bulanık programlama için α -seviye kesen yaklaşımı aşağıda verildiği gibidir. Değişkenler olarak $[X, \alpha]^T$ alınmıştır.

$$\min f(X) \quad (4.18)$$

Sınırlayıcılar

$$f(X) - [f_{\max} - \alpha(f_{\max} - f_{\min})] = 0 \quad \text{doğrusal için } \mu_f(X) \quad (4.19)$$

$$f(X) - (f_{\min} / \alpha) = 0 \quad \text{doğrusal olmayan için } \mu_f(X) \quad (4.20)$$

$$g_i(X) \leq b_i + (1 - \alpha)p_i, \forall_i \quad (4.21)$$

Burada Denklem (4.21)'de her bir sınırlayıcı fonksiyonuna sağ yan değerlerine $(1 - \alpha)$ eklenir

$$\alpha \in [0,1] \text{ ve } X_j^{alt} \leq X_j \leq X_j^{üst}$$

burada denklem (4.19) doğrusal programlamada, denklem (4.20) ise doğrusal olmayan programlamada kullanılacaktır.

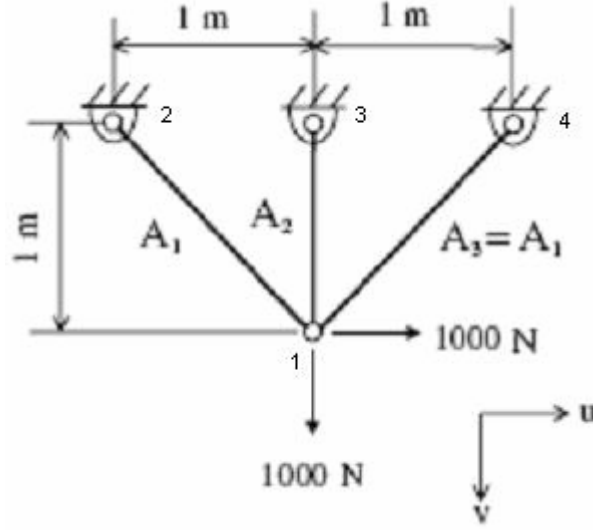
5. SAYISAL UYGULAMALAR

Doğrusal Programlama ile boyutlandırma, değişkenler, sınırlayıcılar ve amaç fonksiyonu yardımı ile tanımlanmakta ve boyutlandırma ise bilinen şartlar altında yapılmaktadır. Belirsizlik altında bir boyutlandırma durumunda ise amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılar belirsiz veya bulanıktır. Bulanık amaç fonksiyonu ve bulanık sınırlayıcılar, üyelik fonksiyonu yardımı ile karakterize edilebilir. Bir boyutlandırma probleminin Doğrusal Programlama ile kurulan modelinde yer alan değişkenlerin katsayıları, sağ taraf sabitleri ve amaç fonksiyonu boyutlandırmadan elde edilen bilgiler ışığında bulanık ortamda incelenmekte ve Bulanık Doğrusal Programlama algoritması ile bulandırılarak alternatifler araştırılmaktadır.

Bu tez çalışmasında, α -seviye kesen yaklaşımı kullanılarak Bulanık Doğrusal Programlama algoritması geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma ANSYS paket programında yazılmış ve algoritma düzlem kafes, uzay kafes ve çerçeve sistemlerin optimum boyutlandırılmasına uygulanmıştır. Sayısal örnekler literatürden seçilmiştir.

5.1. Üç Çubuklu Düzlem Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması

Şekil 5.1'deki üç çubuklu kafes sistemin 1 düğüm noktasına yatayda ve düşeyde $P = 1000N$ yükler etki etmektedir. Bu yükler altında kafes sistemin bulanık doğrusal programlama kullanılarak optimum boyutlandırılması istenmektedir. Amaç fonksiyonu olarak yapı hacmi alınmış, bulanık sınırlayıcılar olarak çubuklarda oluşan gerilmeler ile yatay (u) ve düşey (v) deplasmanlar göz önüne alınmıştır. Yükleme noktasının yataydaki müsaade edilebilir deplasmanı $7.5 \times 10^{-6} m$ ve bulanık tolerans bölgesi $5.0 \times 10^{-6} m$ olarak verilmiştir. Aynı düğüm noktasının düşeydeki müsaade edilebilir deplasmanı $5.0 \times 10^{-6} m$ ve bulanık tolerans bölgesi $2.5 \times 10^{-6} m$ olarak verilmiştir. 1 ve 2 nolu çubuklardaki gerilmeler $1.25 \times 10^6 Pa$ ve bulanık tolerans bölgeleri $5.0 \times 10^5 Pa$ olarak alınmıştır. 3 nolu çubuktaki, Euler burkulma gerilmesi $\sigma_{Euler} = 0.1 Pa$ ve bulanık tolerans bölgesi $0.9 \times \sigma_{Euler}$ olarak verilmiştir. Bu sınırlayıcılar altında kafes sistemin optimum boyutlandırılması istenmektedir. Boyutlandırma değişkenleri $X = [A_1 = A_3, A_2, \alpha]^T = [x_1, x_2, x_3]^T$ dir.



Şekil 5.1. Üç çubuklu düzlem kafes sistem

α – seviyekesen yaklaşımının bulanık matematiksel formülasyonu aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$\min f(X) = 2\sqrt{2}\rho x_1 + \rho x_2 \quad (5.1)$$

Sınırlayıcılar

$$g_1(X) = u(X) \leq 7.5x10^{-6} + 5x10^{-6}(1 - \alpha) \quad (5.2)$$

$$g_2(X) = v(X) \leq 5x10^{-6} + 2.5x10^{-6}(1 - \alpha) \quad (5.3)$$

$$g_3(X) = \sigma_1(X) \leq 1.25x10^6 + 5x10^5(1 - \alpha) \quad (5.4)$$

$$g_4(X) = \sigma_2(X) \leq 1.25x10^6 + 5x10^5(1 - \alpha) \quad (5.5)$$

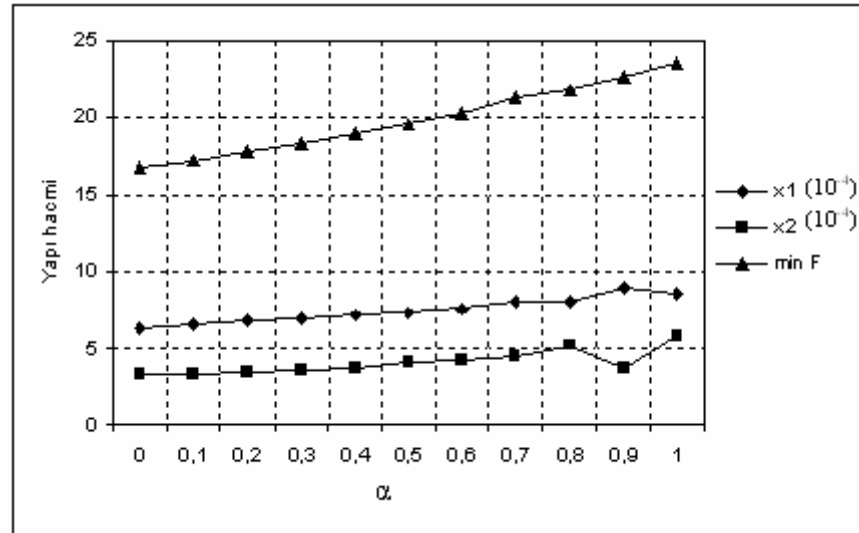
$$g_5(X) = \sigma_3 / \sigma_{Euler}(X) \leq 0.1 + 0.9(1 - \alpha) \quad (5.6)$$

Problemin çözümü için gerekli olan malzeme özellikleri; elastisite modülü $E = 2.05x10^{11} Pa$, çubukların malzeme yoğunluğu $\rho = 7.86x10^3 kg/m^3$ olup, malzeme iki grupta toplanmıştır. Boyutlandırma değişkenlerinin aralığı $10^{-4} \leq x_i \leq 10^{-2}$ $i = 1,2$ alınmıştır.

Tablo 5.1. Üç çubuklu kafes sistemin α – seviye keseni yaklaşımına göre optimum sonuçları

α	Bu tez çalışmasında			Shih [11]		
	x_1 ($x10^{-4}$) m ²	x_2 ($x10^{-4}$) m ²	$f(X^*)$ kg	x_1 ($x10^{-4}$) m ²	x_2 ($x10^{-4}$) m ²	$f(X^*)$ kg
0	6.37	3.30	16.76	6.33	3.44	16.77
0.1	6.56	3.40	17.26	6.51	3.54	17.26
0.2	6.76	3.50	17.78	6.71	3.64	17.78
0.3	6.97	3.61	18.33	6.92	3.75	18.34
0.4	7.19	3.76	18.93	7.15	3.86	18.93
0.5	7.36	4.08	19.56	7.39	3.99	19.56
0.6	7.60	4.26	20.24	7.64	4.12	20.23
0.7	8.00	4.50	21.32	7.91	4.27	20.96
0.8	8.00	5.16	21.84	8.21	4.42	21.73
0.9	8.87	3.68	22.60	8.62	4.32	22.57
1.0	8.55	5.79	23.55	9.20	3.89	23.50

Tablo 5.1’de üç çubuklu kafes sistemin doğrusal davrandığı gözönüne alınarak α – seviye keseni yaklaşımının $[0,1]$ aralığındaki değerlerinin farklı seviyelerine tekabül eden x_1 ve x_2 için optimum boyutlandırma değerleri verilmiştir. Bu optimum boyutlandırma sonuçları Shin’nin [11] çalışmasındaki sonuçlar ile karşılaştırmış ve uygun değerler elde edildiği görülmüştür.



Şekil 5.2. α - seviye kesenin amaç fonksiyonuna ve boyutlandırma değişkenine bağlı değişim

Şekil 5.2’de $\alpha[0,1]$ değerleri arasındaki değişime bağlı olarak yapı hacmi ve kesit alanlarının değişim grafiği verilmiştir. Bu tez çalışmasında amaç fonksiyonunun f_{\min} ve f_{\max} olarak ifade edilen değerleri sırasıyla 16.76 ve 23.55 kg olarak elde edilmiştir. Bu değerler denklem (4.19) yerine yazılırsa

$$\mu_f(x) = 1 - \frac{f(X) - 16.76}{23.55 - 16.76} \quad (5.7)$$

amaç fonksiyon değeri elde edilir. Bu üyelik fonksiyonu ve bulanık parametreler ANSYS paket program içerisine yazılarak bulanık doğrusal boyutlandırma algoritması oluşturulmuştur. Optimum boyutlandırma sonuçları Shih’in [11] çalışması ile karşılaştırılarak Tablo2’de verilmiştir.

Tablo 5.2 Üç Çubuklu Kafes Sistemin Bulanık Programlama İle Boyutlandırması

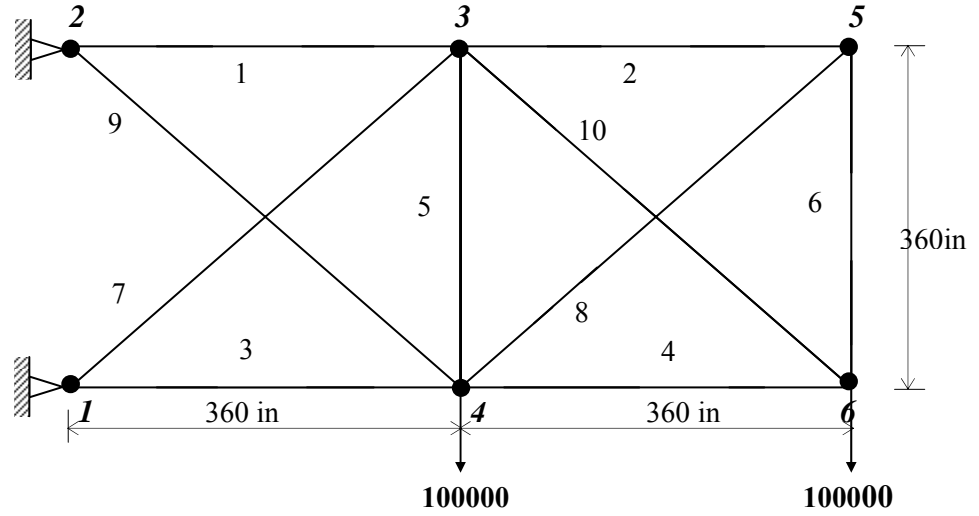
	Bu tezde	Shih [11]
$x_1 (x10^{-4}) \text{ m}^2$	7.58	7.494
$x_2 (x10^{-4}) \text{ m}^2$	3.89	4.049
α	0.553	0.543
Bulanık Doğrusal $\mu_f(x)$ kg	19.909	19.843

Tablo 5.2’de geliştirilen algoritma ile literatürdeki optimizasyon sonucu karşılaştırıldığında %99.98 yakınsama başarısı gösterilmiş ve kısa sürede uygun sonuç elde edilmiştir.

5.2. On Çubuklu Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması

Bulanık doğrusal programlama ile optimum boyutlandırma için ikinci örnek olarak Şekil 5.3’de görülen 10 çubuklu düzlem kafes sistem alınmıştır. Sistemin mesnet olmayan düğüm sayısı 4, elastisite modülü $1x10^7 \text{ psi}$ olup çubuklar on grupta toplanmıştır. Başlangıç kesit alanı 20 in^2 olarak seçilmiştir. Sistemin 4 ve 6’lu düğüm noktalarının y yönünde yüklemeler mevcuttur. Amaç fonksiyonu olarak sistemin minimum yapı hacmi istenmekte ve sınırlayıcı olarak çubukların gerilmeleri ile 4 ve 6 düğüm noktalarının x, y yönündeki deplasmanları 2 in olarak göz önüne alınmıştır.

Boyutlandırma değişkenlerinin $A_i^{(alt)} \leq A_i \leq A_i^{(üst)}$; $i = 1, 2, \dots, 10$ sınır değerleri $A_i^{(alt)} = 0.1 in^2$, $A_i^{(üst)} = 50 in^2$, ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$) olarak verilmiştir. Gerilme sınırlayıcılarının $\sigma_i^{(alt)} \leq \sigma_i \leq \sigma_i^{(üst)}$; $i = 1, 2, 3$, sınır değerleri $\sigma^{(alt)} = -25000 psi$, $\sigma^{(üst)} = +25000 psi$, ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$) olarak verilmiş ve bulanık tolerans bölgesi $\sigma^{(alt)} = -10000 psi$, $\sigma^{(üst)} = +10000 psi$, ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$) olarak alınmıştır. Sistemin bulanık optimum boyutlandırılması istenmektedir.



Şekil 5.3. On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem

Tablo 5.3. Düğüm Noktası Koordinatları

Düğüm no	X (cm)	Y (cm)
1	0	0.0
2	0	360
3	360	360
4	360	0
5	720	360
6	720	0

Tablo 5.4’de on çubuklu düzlem kafes sisteminin 4 ve 6 nolu düğüm noktalarının X ve Y yönündeki yükleme şekilleri verilmiştir.

Tablo 5.4. Yükleme

Düğüm no	X	Y
4	0	100000
6	0	100000

Tablo 5.5. On Çubuklu Kafes Sistemin Bulanık Doğrusal Programlama İle Boyutlandırması

	$\alpha = 0$ için	$\alpha = 1$ için	Optimum Boyutlandırma
A1	29.45	29.33	27.30
A2	0.10	0.55	0.72
A3	24.90	25.01	25.67
A4	15.14	15.10	13.56
A5	0.11	0.10	0.10
A6	0.10	0.55	0.72
A7	20.59	21.4	19.16
A8	0.10	0.59	1.58
A9	5.98	6.02	10.76
A10	21.47	21.21	18.65
α	0	1	0.733
$\mu_f(x)$	4964.08	5049.13	4972.47

Tablo 5.5’de $\alpha = 0$ durumunda gerilmenin tolerans sınırlayıcı değerleri göz önünde alınarak optimum boyutlandırma yapıldığında amaç fonksiyonu $f_{\min} = 4964.08lb$ olarak bulunmuştur. $\alpha = 1$ olması durumunda ise optimum boyutlandırma $f_{\max} = 5049.13lb$ elde edilmiş ve bu durum aynı zamanda klasik optimizasyon sonucuna eşittir. Bulanık doğrusal programlama için gerekli optimum karar fonksiyonu denklem (4.19)’de yerine yazılırsa

$$f(X) - [5049.13 - \alpha(5049.13 - 4964.08)] = 0 \quad (5.8)$$

elde edilir. Bu denklem aynı zamanda bulanık amaç fonksiyonu $\mu_f(X)$ ’dir. Denklem (5.8) ANSYS paket programında oluşturulan algoritma içerisinde yazılarak üyelik fonksiyon değeri $\alpha = 0.733$ elde edilmiş ve amaç fonksiyonun bulanık optimum değeri $\mu_f(X) = 4972.47lb$ olarak elde edilir.

Tablo 5.6. On çubuklu düzlem kafes sistemin literatürdeki çalışmalar ile karşılaştırılması

Kesit Alanı (in ²)	Gellatly [12]	Venkayya [13]	Schmit [14]	Qian [15]	Belegundu [16]	Camp [17]	Bu Çalışmada $\alpha = 0.733$
A ₁	22.21	23.416	23.76	23.545	25.70	24.07	27.30
A ₂	15.6	14.904	14.56	14.96	0.10	13.96	0.72
A ₃	0.24	0.53	0.53	0.297	25.11	0.56	25.67
A ₄	0.10	0.128	0.10	0.10	19.39	0.10	13.56
A ₅	31.35	30.416	30.67	30.90	0.10	28.92	0.10
A ₆	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.72
A ₇	22.06	21.08	21.07	21.28	15.40	21.95	19.16
A ₈	8.35	8.578	8.578	7.611	20.32	7.69	1.58
A ₉	0.14	0.10	0.10	0.10	20.74	0.10	10.76
A ₁₀	20.03	21.08	20.96	21.16	1.14	22.09	18.65
<i>minF(X)</i>	5112	5084.9	5076.85	5069.4	5472	5076.35	4972.47

Tablo 5.6’da on çubuklu kafes sistemin geleneksel optimizasyon yöntemlerine karşı bulanık sınırlayıcılar ve üyelik fonksiyonu altında daha uygun sonuç verdiği görülmüştür. ANSYS tabanlı geliştirilen algoritmanın yazılımı Tablo 5.7’de verilmiştir.

Tablo 5.7. On Çubuklu Kafes Sistemin ANSYS Tabanlı Geliştirilen Bulanık Doğrusal Programlama Algoritması

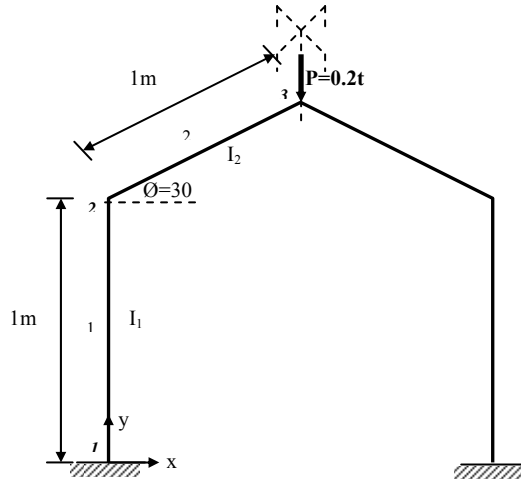
/FILNAM,TRUSS	
/TITLE,UZAY KAFES SİSTEMLER	
A1=20	Boyutlandırma değişkenlerinin başlangıç değerleri
.	
/PREP7	
ANTYPE,STATIC	
ET,1,LINK8	
R,1,A1	Grup numarası
.	
MP,EX,1,10000000	
N,1,0,0	Düğüm noktaları
N,2,0,360	
N,3,360,360	
N,4,360,0	
N,5,720,360	
N,6,720,0	
REAL,1	Çubuk elemanları doğ. ve grup no
E,2,3	
REAL,2	
.	
FINISH	
/SOLU	
ANTYPE,STATIC	
D,1,ALL,0	
D,2,ALL,0	
F,4,FY,-100000	Düğüm nok y yönündeki kuvvetleri
F,6,FY,-100000	
SOLVE	

FINISH	
/POST1 SET, LAST ETABLE, EVOL, VOLU SSUM *GET, VTOT, SSUM, ITEM, EVOL WT=0.1*VTOT ETABLE, SIG, LS, 1 ETABLE, U, LS, 1	
*GET, SIG1, ELEM, 1, ETAB, SIG	Çubukların gerilmeleri
.	
SIG1=ABS(SIG1)	
.	
*GET, UX4, NODE, 4, U, X	Düğüm noktalarının deplasmanları
.	
UX4=ABS(UX4)	
.	
ALFA=(-WT+5054.48)/(5054.48-4942.7) /ESHAPE, 2 /VIEW, 1, 1, 1, 1 EPlot LGWRITE, TRUSS, LGW, COMMENT	Üyelik fonksiyon derecesi
FINISH	
/OPT	Bulanık optimum boyutlandırma
OPANL, TRUSS, LGW	
OPVAR, A1, DV, 0.1, 50	Boyutlandırma değişkenleri
.	
OPVAR, UX4, SV, 0, 2	Deplasman sınır değerleri
.	
OPVAR, SIG1, SV, -25000-(10000*(1-ALFA)), 25000+(10000*(1-ALFA))	Bulanık sınır değerleri
OPVAR, ALFA, SV, 0, 1 OPSAVE, TRUSS, OPT OPVAR, WT, OBJ, 0.001 OPTYPE, FIRST OPFRST, 30 OPEXE OPLIST, ALL FINISH	Üyelik fonksiyonun sınır değerleri

5.3. Kırık Çerçeve Sistemin Optimum Boyutlandırılması

Şekil-5.4'deki çerçevenin 3 nolu düğüm noktasına 0.2 tonluk düşey yük etkimektedir. Kolonlar ve eğik kirişlerde aynı profil kullanılmıştır. Kolonların atalet momenti I_1 , kirişlerin ise I_2 olarak alınmıştır. Başlangıç atalet momentleri $I_1 = 5cm^4$, $I_2 = 5cm^4$ olarak alınmıştır. Elastisite modülü $E = 2070t/cm^2$ dir. Çerçevenin 2 noktasındaki dönme $\theta \leq 0.02 rad$ olup, düşey deplasmanın 0,48 cm ile sınırlandırılmıştır. Gerilme sınırlayıcılarının $\sigma_i^{(l)} \leq \sigma_i \leq \sigma_i^{(u)}$; $i = 1,2,3,4$ sınır değerleri $\sigma^{(alt)} = -1.25 t/cm^2$, $\sigma^{(üst)} = 1.25 t/cm^2$, ($i = 1,2,3,4$)

olarak verilmiş ve bulanık tolerans bölgesi $\sigma^{(alt)} = -0.25 t/cm^2$, $\sigma^{(üst)} = +0.25 t/cm^2$, ($i = 1,2,3,4$) olarak verilmiştir. Çerçeve sistem yükleme ve şekil olarak simetrik olduğundan sistemin yarısı göz önüne alınarak bulanık optimum boyutlandırması istenmektedir. Boyutlandırma değişkenleri $X = [I_1, I_2, u, \alpha]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ olarak alınmıştır.



Şekil 5.4. Kırık Çerçeve Sistem

Tablo 5.8. Kırık çerçeve sistemin bulanık programlama ile boyutlandırması

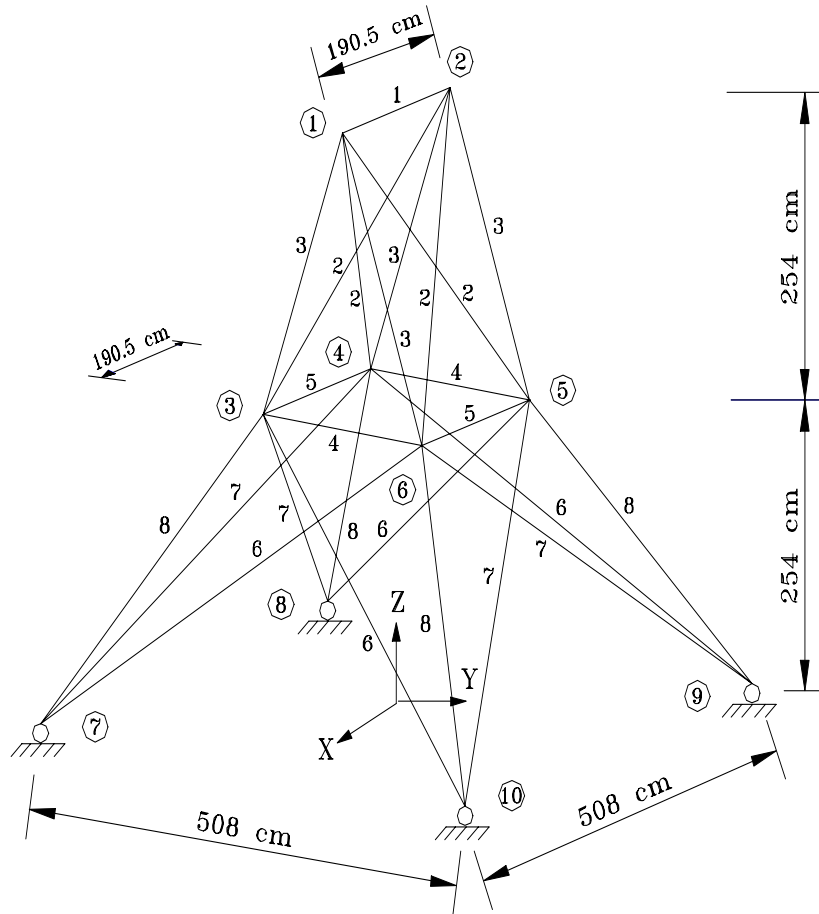
	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	Optimum Boyutlandırma $\max \alpha = 0.7263$
I_1 (cm ⁴)	4.83	1.40	2.90
I_2 (cm ⁴)	6.06	16.98	10.04
u (cm)	0.0072	0.0028	0.0046
θ (cm)	0.0	0.0122	0.0107
$\mu_f(x)$ (cm ³)	10.89	18.37	12.94

Tablo 5.8'de görüldüğü gibi $\alpha = 0$ durumunda gerilmenin tolerans sınırlayıcı değerleri göz önüne alınarak optimum boyutlandırma yapıldığında bulanık amaç fonksiyonu $\mu(x) = 10.89 cm^3$ olarak bulunmuştur. $\alpha = 1$ olması durumunda ise optimum boyutlandırma $\mu(x) = 18.37 cm^3$ elde edilmiş ve bu durum aynı zamanda klasik optimizasyon sonucuna eşittir. Bulanık doğrusal programlama için gerekli optimum karar fonksiyonu denklem (4.19)'de yerine

yazılır. Bu denklem algoritmaya eklenerek bulanık sınırlayıcılar ve parametreler altında $\max \alpha$ değerine ulaşılan kadar optimum boyutlandırma işlemi yapılır. Boyutlandırma sonunda en büyük üyelik fonksiyonu $\max \alpha = 0.7263$ bulunur bu değere tekabül eden bulanık amaç fonksiyonu ise $\mu(x) = 12.94 \text{ cm}^3$ olarak elde edilir.

5.4. Yirmibeş Çubuklu Kafes Sistemin Optimum Boyutlandırılması

Şekil 5.5’de görülen 25 çubuklu uzay kafes sistem bulanık doğrusal programlama ile boyutlandırılması istenmektedir. Sistemin mesnet olmayan düğüm sayısı 2, elastisite modülü 20700 kN/cm^2 olup çubuklar 8 grupta toplanmıştır. Başlangıç kesit alanı 10 cm^2 olarak seçilmiştir ve minimum kesit alanı 2 cm^2 alınmıştır. Amaç fonksiyonu olarak sistemin minimum ağırlığı ve bulanık sınırlayıcılar olarak deplasmanlar göz önüne bulundurulurak $\alpha - \text{seviye keseni}$ yaklaşımı ile optimum boyutlandırılması istenmektedir. Boyutlandırma değişkenlerinin sınırları $A_i^{(l)} \leq A_i \leq A_i^{(u)}; i = 1, \dots, 8$ belirlenmiş ve değerleri $A_i^{(l)} = 2.0 \text{ cm}^2, (i = 1, \dots, 8), A_i^{(u)} = 20 \text{ cm}^2, (i = 1, \dots, 8)$ olarak alınmıştır.



Şekil 5.5. Yirmibeş Çubuklu Uzay Kafes Sistem

Tablo 5.9. Dügüm Noktası Koordinatları

Dügüm no	X (cm)	Y(cm)	Z(cm)
1	-95.25	0.00	508.00
2	95.25	0.00	508.00
3	-95.25	95.25	254.00
4	95.25	95.25	254.00
5	95.25	-95.25	254.00
6	-95.25	-95.25	254.00
7	-254.00	254.00	0.00
8	254.00	254.00	0.00
9	254.00	-254.00	0.00
10	-254.00	-254.00	0.00

Tablo 5.9’da yirmibeş çubuklu kafes sistemin dügüm noktaları ve koordinatları verilmiştir.

Tablo 5.10. Yükleme ve Deplasman Sınırları

Dügüm no	Yükleme (kN)			Deplasman üst sınırları (cm)	
	X	Y	Z	X	Y
1	80.0	120.0	-30.0	1	1
2	60.0	100.0	-30.0	1	1
3	30.0	0.0	0.0	-	-
6	30.0	0.0	0.0	-	-

Tablo 5.10 görüldüğü gibi 1 ve 2 dügüm noktalarının yalnız x, y yönündeki deplasmanları 1cm ile sınırlandırılmıştır. 1, 2, 3 ve 6 dügüm noktalarında x,y, ve z yönünde yüklemeler mevcuttur.

Tablo 5.11. Yirmibeş Çubuklu Kafes Sistemin Bulanık Doğrusal Programlama İle Boyutlandırması

	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	Optimum Boyutlandırma $\max \alpha = 0.8277$
A ₁	2.16	2.00	8.78
A ₂	3.35	3.75	5.37
A ₃	13.98	16.24	9.84
A ₄	2.00	2.00	7.56
A ₅	5.15	5.98	7.60
A ₆	3.46	3.84	3.15
A ₇	2.96	3.38	3.62
A ₈	15.70	18.17	14.16
U _{x1}	0.97	0.8626	0.8397
U _{x2}	0.95	0.8428	0.8366
U _{y1}	1.16	1.0	1.2463
U _{y2}	0.97	0.8429	1.0764
$\mu_f(x)$	55895	63944	57281

Tablo 5.11’de görüldüğü gibi $\alpha = 0$ durumunda gerilmenin tolerans sınırlayıcı değerleri göz önünde alınarak optimum boyutlandırma yapıldığında bulanık amaç fonksiyonu $\mu(x) = 55895cm^3$ olarak bulunmuştur. $\alpha = 1$ olması durumunda ise optimum boyutlandırma $\mu(x) = 63944cm^3$ elde edilmiş ve bu durum aynı zamanda klasik optimizasyon sonucuna eşittir. Bulanık doğrusal programlama için gerekli optimum karar fonksiyonu denklem (4.19)’de yerine yazılır. Bu denklem algoritmaya eklenerek bulanık sınırlayıcılar ve parametreler altında $\max \alpha$ değerine ulaşılan kadar optimum boyutlandırma işlemi yapılır. Boyutlandırma sonunda en büyük üyelik fonksiyonu $\max \alpha = 0.8277$ bulunur bu değere tekabül eden bulanık amaç fonksiyonu ise $\mu(x) = 57281cm^3$ olarak elde edilir.

6. SONUÇLAR

Bulanık küme kavramı, klasik matematiğin standartlarına göre pek çok bakımdan belirsiz olan ya da kesin olmayan karar süreçlerine matematiksel bir kesinlik kazandıran kavramlar ve yöntemler bütünüdür. Bilgisayarın tüm bilim dallarında etkin olduğu günümüzde, belirsiz ve karmaşık problemlerin çözümü için algoritmalar geliştirilmiştir. Son yıllarda geliştirilen algoritmaların çoğunda bulanık mantığın da dikkate alındığı görülmektedir

Bulanık doğrusal programlama yöntemi, kesin (klasik) doğrusal programlama yöntemi kullanılarak çözülebilen problemlere bir karar sürecinde görülen belirsizlik dahil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir. Günümüzde birçok karar sürecinin belirsiz bir yapıya sahip olduğu düşünülürse, bulanık doğrusal programlamanın etkin ve kullanışlı bir yöntem olduğu sonucuna varılabilir.

Yapılan bu tez çalışması ile bulanık doğrusal programlama algoritması ANSYS paket programlama ortamında oluşturulmuş ve yapısal problemlerin boyutlandırılmasında kullanılabilirliği ortaya konulmuştur. Yapılan bu çalışmanın ilk örneği literatürde sıklıkla karşımıza çıkan üç çubuklu düzlem kafes sistem ele alınmış. Bu kafes sistem geliştirilen algoritma ile çözülerek, Shih [11] çalışmasındaki sonuçlarla karşılaştırılmış ve %99.98 bir yakınsama sağlama ile geliştirilen algoritmanın geçerliliği kanıtlanmıştır. Bu algoritma on çubuklu düzlem ve yirmibeş çubuklu uzay kafes ile kırık çerçeveye uygulanmış ve optimum sonuçlar sağlanmıştır. Bu çalışmaların sonuçları kesin (klasik) çözümlerle karşılaştırılmış ve iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Bu yöntem genel amaçlı olup mühendislik sistemlerin optimum boyutlandırılmasını yapabilmektedir. Bu program küçük bir yazılım ile kısa sürede sonucu verdiği için, zamandan tasarruf sağladığı gibi uzun iterasyon işlemleri yapmaya gerek kalmayacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Zadeh, L., 1965, Fuzzy sets, Information and Control 8, 338-353.
- [2] Zimmermann, H.J., 1974, Optimization in fuzzy environment. XXI International TIMS and 46th Conference, San Juan, Perto Rico.
- [3] Tanaka, H., Okuda, T. and Asia, K.,1974, On fuzzy mathematical programming, J. Cybernetics 3, 37-46.
- [4] Jung, C.Y., Pulmano, V.A., 1996, Improved fuzzy linear programming model for structure designs. Computers & Structures Vol. 58, No. 3, 471-477.
- [5] Zimmermann, H.-J., 1978, Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, Fuzzy Sets and Systems, 1,45-55.
- [6] Rao, S.S., Sundararaju, K., Prakash, B.G., Balakrishna, C., 1992, Multiobjective Fuzzy Optimization Techniques for Engineering Design, Computers & Structures, Vol. 42, No. 1, pp. 37-44.
- [7] Yuan, W.G and Quan, W.W., 1985, Fuzzy optimum design of structures. Engine Optimize. 8, 291-300.
- [8] Brown, C.B. and Yao J.T.O., 1983, Fuzzy sets and structures engineering. ASCE J. Struct. Engine., 109, 1211-1225.
- [9] Chen, L., Rao, S.S., 1997, Fuzzy finite-element approach for the vibration analysis of imprecisely-defined systems. Finite Elements in Analysis and Design, 27, 69-83.
- [10] Rao, S.S.,1992 Sundararaju, K., Prakash, B.G., Balakrishna, C., 1992, Multiobjective fuzzy optimization techniques for engineering design. Computers & Structures, Vol. 42, No. 1, 37-44.
- [11] Shih, C.S., Chi C.C., and Hsiao, J.H, 2003, Alternative α -Level-Cuts Methods for Optimum Structural Design with Fuzzy Resources, Computers & Structures, 81, 2579-2587.
- [12] Gelleatly RA, Berke L, 1971, Optimal Structural Design, Report No. AFFDL-TR-70-165, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Wright Patterson Air force Base, Ohio
- [13] Venkayya VB., 1971, Design of optimum structures. Int J Computer Structures, 1265-309.
- [14] Schmit LA.,1975, Miura II. Approximation concepts for efficient structural synthesis, NASA CR-2552.
- [15] Qian LX, Zhang WX, Siu YK, Zhang JT., 1982, Efficient optimum design of structures-program DDDU.
- [16] Belegundu A.D. Study of mathematical programming methods for structural optimization,

PhD thesis, University of Iowa City, Iowa.

- [17] Camp C, Shahram P, Guozhong C., 1998, Optimized design of two-dimensional structures using genetic algorithm, *J Struct Eng.*, 124(5):551-9
- [18] Majid, K.I., 1980, Introduction to matrix and numerical methods for civil engineers, London, Sayı 1.
- [19] Ülker, M., M.S. Hayalioğlu, 2001, Optimum design of space trusses with buckling constraints by means of spreadsheets. *Turk J Engin. Environ Sci, TÜBİTAK*, 25, 355-367.
- [20] Neumann V.J., Zur Theorie der Gesellschaftspiele, *Math. Ann.* 100 (1928), 295–320.
- [21] J. Von Neumann and O. Morgenstern, 1944, *Theory of games and economic behavior*, Princeton Univ. Pres..
- [22] Leontief, W.W. 1936, Quantitative input and output relations in the economic system of the United States, *Review of Economic Statistics* 18: 105–25.
- [23] L.V. Kantorovich, 1939, The method of successive approximations for functional equations, *Acta math.* 71, 63–97.
- [24] Hitchcock, F. L. 1941, The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Facilities, *Journal of Mathematical Physics* 20, 224-230.
- [25] Koopmans, T. C. 1947, Optimum Utilization of the Transportation System, *Proceedings of the International Statistical Conference, Washington DC*; Also in *Econometrica* 17 (1949), 136-145.
- [26] Stigler, G.J. 1945, The Cost of Subsistence. *Journal of Farm Economics*, 27, pp. 303-314.
- [27] Bellman, R.E., Zadeh, L.A., 1970, Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, Vol. 17, 141-164.
- [28] Rao, S.S., 1987., Description and Optimum Design of Fuzzy Mechanical Systems, *J. Mech. Trans. Automation Design* 109,126-132.
- [29] Quanyong, L., Wei, Z., Ying,, Z., 1999, A nonlinear programming for multi-objective fuzzy optimal design. *J. of Guilin Inst. Of Elec. Technology*, Vol 19 No.1.
- [30] Shih, C.J., Tseng, T.J.,1993, Robus feasible engineering optimization using fuzzy nonlinear programming. *Derp. of Mech. Engng. Tamaka Universty, Tamsui, Taiwan* 25137, R.O.C.
- [31] Shih, C.J., Chang, C.J., 1995, Pareto Optimization of Alternative Global Criterion Method for Fuzzy Structural Design, *Computers & Structures* Vol. 54, No. 3, pp. 455-460.
- [32] Mohandas, S.U., Phelps, T.A., Ragsdell, K.M., 1990, Structural optimization using a fuzzy goal programming approach, *Computers & Structures*, Vol. 37, No. 1,1-8.

- [33] Leberling, H. 1981, On finding compromise solutions in multicriteria problems using the fuzzy minoperator, *Fuzzy Sets And Systems* 6:105-118.
- [34] Hannan, E. L., 1981, Linear programming with multiple fuzzy goals. *Fuzzy Sets and Systems*, 6: 235-248.
- [35] Y. Nakamura., 1984, Extension of algebraic calculus on fuzzy numbers using alpha-level sets. In *Fuzzy Information Processing Symposium (FIP-84)*, Kauai, Hawaii.
- [36] Carlsson, C. and Korhonen, 1986, P. A parametric approach to fuzzy linear programming, *Fuzzy Sets and Systems* , 20:17-30.
- [37] Inuiguchi, M., Ichihashi and Kume, Y.A., 1990, solution algorithm for fuzzy linear programming with piecewise linear membership functions. *Fuzzy Sets And Systems*;34:15-31.
- [38] Lai YJ, Hwang CL. 1992., *Fuzzy mathematical programming*. Berlin: Springer-Verlag, pp. 79–80.
- [39] Verdegay JL. 1982, *Fuzzy mathematical programming*. In: Gupta MM, Sanchez E, editors. *Approximate reasoning in decision analysis*. p. 231–6.
- [40] Werners B. 1987, Interactive fuzzy programming systems. *Fuzzy Sets Syst* 23:131–47
- [41] Xu C. 1989., Fuzzy optimization of structures by the two-phase method. *Comput Struct*, 31(4):575–80.

ÖZGEÇMİŞ

1983 yılı Malatya doğumlu olan Tek.Öğret. Turgay KARADAYI, ilk ve orta öğrenimini Malatya’da tamamlamıştır. 2004 yılında F.Ü. Teknik Eğitim Fakültesi Yapı Eğitimi Bölümünden mezun olmuştur. 2005 yılda Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yapı Eğitimi Anabilim Dalında yüksek lisans çalışmasına başlamıştır. Halen aynı anabilim dalında yüksek lisansa devam etmektedir.