

**EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
(DOKTORA TEZİ)**

**TRABEKÜLER KEMİĞİN
ÜÇ BOYUTLU ANİZOTROPİK
MODELLENMESİ**

Mehmet SARIKANAT

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 625.03.00

Sunuş Tarihi : 29.03.2007

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hasan YILDIZ

Bornova-İZMİR

Mehmet SARIKANAT tarafından DOKTORA tezi olarak sunulan “Trabeküler Kemiğin Üç Boyutlu Anizotropik Modellenmesi” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 29 Mart 2007 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı :Doç. Dr. Hasan YILDIZ

Raportör Üye: Prof. Dr. Hasan HAVITÇIOĞLU

Üye : Prof. Dr. Sami AKSOY

Üye : Doç. Dr. K. Turgut GÜRSEL

Üye : Yard. Doç. Dr. Aysun BALTACI

ÖZET**TRABEKÜLER KEMİĞİN
ÜÇ BOYUTLU ANİZOTROPİK
MODELLENMESİ**

SARIKANAT, Mehmet

Doktora Tezi, Makina Mühendisliği Bölümü

Tez Yöneticisi: Doç. Dr. Hasan YILDIZ

Trabeküler kemik, gerilme ve katılık değerlerine göre optimum bir yapıya sahiptir. Mekanik kuvvetlerin kemik kütlesi ve iç yapısına etki ettiği bilinmektedir. Julius Wolff' un “ Kemik fonksiyonundaki her türlü değişim, matematik yasalarıyla uyumlu olarak, kemiğin iç yapısında ve dış formunda oluşan değişiklikleri ortaya çıkarır” ifadesini kullandığı 1892 den bu yana, araştırmacılar, kemiğin uyumunu simüle etmek için matematiksel olarak formüle etmeye ve doğrulamaya uğraşmaktadırlar. Bu konuda bir çok kemik uyum modelleri geliştirilmiştir. Geliştirilen bu kemik uyum modellerinde kemik malzemesi izotropik olarak kabul edilmesine rağmen kemik malzemesi anizotropik yapıya sahiptir.

Bu çalışmanın amacı, mekanik yükler altında, trabeküler kemik davranışını, osteoblast ve osteoklast aktivitelerini içeren fizyolojik kontrol evrelerini dikkate alarak simüle edecek ortotropik davranışa sahip yapısal bir model geliştirmektir.

Trabeküler kemiğin global ve mikro mekanik özellikleri çeşitli çalışmalarda karakterize edilmiştir. Ancak trabeküler dokunun mikro

mekanik özelliklerindeki bilgi yetersizliği global özelliklerin yorumlanmasını zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, günümüzde mevcut olan modellerin gerçeği yeteri kadar yansıtmaması, mikro seviyede modellemeyi amaçlayan bu çalışmanın gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Aynı zamanda bu model gerek kemik kırılmalarının tespitinde, gerekse kemik modellenmesinde gereksede uygun protez seçiminde ve protez uygulanmış kemik modellerinde kullanılabilecektir.

Bu çalışmada, ilk olarak proksimal femur kemiği üç boyutlu 8 düğüm noktalı kübik elemanlar kullanılarak sonlu eleman modeline dönüştürülmüş ve daha sonra mekanik yüke bağlı olarak kemik özelliklerindeki değişimi modellemek için bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu bilgisayar programı yardımıyla, belirlenen sınır koşullarında gerilme analizi yapıldıktan sonra yoğunluk dağılımına geçilmiştir. Gerilme analizi yapılırken, kemiğin özellikleri ortotropik olarak alınmıştır. Daha sonra bu proksimal femur kemiği modeli üzerinde alınacak her bir eleman için, trabeküler yapının mekanik yük altında hangi özelliklere sahip optimum yapıya dönüştüğü bulunabilmektedir.

ABSTRACT**THREE DIMENSIONAL ANISOTROPIC
MODELLING OF TRABECULAR BONE**

SARIKANAT, Mehmet

Ph.D. Thesis, Mechanical Engineering Department

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Hasan YILDIZ

Trabecular bone is a structure thought to be optimal in terms of strength and stiffness. Ever since 1892, when Julius Wolff stated that “Every change in the function of bone is followed by certain definite changes in internal architecture and external conformation in accordance with mathematical laws” investigators have sought to formulate and verify mathematical rules to simulate the adaptation of bone. A number of models were developed and given in the literature about this topic. Even though the bone was assumed to be isotropic in the literature, in reality it has anisotropic structure.

The purpose of this study is to develop a structural model which has orthotropic behavior by considering the physiological control periods consisting of osteoblast and osteoclast activities and trabecular bone behavior under mechanical loads.

Global and micromechanical properties of trabecular bone were characterized in a number of studies. However, the lack of information about the micro mechanical properties of trabecular tissue makes the implementation of global properties difficult. Therefore, this study has focused on microscopic level modeling which seems to be the weakness

of current models. Additionally, the developed model can be used in fracture healing of bone, bone remodeling, prosthesis selection and prosthesis implanted bone modeling.

A finite element model of proximal femoral bone was created by using 8-node three dimensional cubic elements. A computer code was prepared to model bone property changes due to mechanical loads. The bone density distribution was calculated after stress analysis was carried out under certain boundary conditions. Bone was assumed to be orthotropic material during analysis. Then, the trabecular bone micro structure and property change in each finite element of femur were determined and the optimum trabecular structure was obtained.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma süresince değerli görüşlerini ve desteğini esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Hasan YILDIZ'a, tez izleme üyeleri Prof. Dr. Hasan HAVİTÇİOĞLU ve Doç. Dr. K. Turgut GÜRSEL'e, bu çalışma aşamasında desteğini esirgemeyen Bölüm Başkanımız Prof. Dr. Ali GÜNGÖR ve Prof. Dr. Necdet ÖZBALTA'ya, bana gösterdiği sabır ve tezin bu aşamaya gelmesinde katkısı olan Anabilim Dalı Başkanım Yrd. Doç. Dr. Aysun BALTACI'ya, tezin biçimlenmesinde değerli katkılarını aldığım arkadaşlarım Araş. Gör. Dr. Özay AKDEMİR, Araş. Gör. Seçkin ERDEN, Araş. Gör. Hakan OFLAZ ve Araş. Gör. Dr. Volkan ÇEÇEN' ve maddi, manevi desteklerinden dolayı aileme teşekkürlerimi bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLERSayfa

ÖZET.....	V
ABSTRACT	VII
TEŞEKKÜR.....	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	XXII
ÇİZELGELER DİZİNİ	XXXI
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	XXXII
1. GİRİŞ	1
2. KEMİK ÖZELLİKLERİ HAKKINDA GENEL BİLGİ	5
2.1 Kemik Anatomisi	7

İÇİNDEKİLER(Devam)

	<u>Sayfa</u>
2.1.1 Kemik Şekilleri	7
2.1.2 Kemik Yapısı	7
2.1.3 Uzun Kemiğin Yapısı.....	13
2.2 Kemiğin Yeniden Yapılanması	14
2.2.1 Kemik Hücreleri.....	18
2.2.2 Osteoblast ve osteoklast faaliyetlerinde mekanik kuvvetlerin ifadesi.....	20
2.3 Kemiğin Mekanik Özellikleri	21
2.3.1 Kortikal Kemiğin Mekanik Özellikleri	22
2.3.2 Kanselyus Kemiğin Mekanik Özellikleri.....	25
3. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	27
3.1 Kemik Uyumu'nun Tespiti	27
3.2 Sağlam ve Yeniden Oluşmuş Kemiklerde Gerilme Dağılımı ...	30
3.3 Kemik Uyum Modeli	31

İÇİNDEKİLER(Devam)Sayfa

4.	KEMİKLERİN YENİDEN ŞEKİLLENME TEORİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ	49
4.1	Biyolojik Tabanlı Teoriler	53
4.1.1	FNT Teorisi (Flexural Neutralization Theory)	53
4.1.2	Mechanostat Teorisi.....	55
4.1.3	Kemik Mikro Hasarlarının Onarım Cevabı	56
4.1.4	Kemik Uyum Sinyal Sensörü.....	57
4.1.4.1	Birim Şekil Değiştirme Modu.....	57
4.1.4.2	Birim Şekil Değiştirme Yönü	58
4.1.4.3	Birim Şekil Değiştirme Dağılımı	59
4.1.4.4	Birim Şekil Değiştirme Yoğunluğu	59
4.2	Mekanik Tabanlı Teoriler	59
4.2.1	Yörüngesel and İşlevsel Uyum Teorisi.....	63
4.2.2	Carter ve Fhyre Teorisi	64
4.2.3	Huiskes Teorisi	71

İÇİNDEKİLER(Devam)

	<u>Sayfa</u>
4.2.4 Cowin Teorisi	72
4.2.5 Huiskes and Nijmegen Modelleri.....	74
4.2.6 Pauwels and Kummer Modelleri.....	79
 5. KEMİKLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ANALİZİ.....	 81
 5.1 Sonlu Elemanlar Yöntemine Giriş ve Temel Kavramlar	 81
5.1.1 İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçimi	88
5.1.2 Eleman Direngenlik Matrisinin Elde Edilmesi	89
5.1.3 Sistem Direngenlik Matrisinin Elde Edilmesi.....	89
5.1.4 Sisteme Etki Eden Kuvvetlerin Bulunması.....	89
5.1.5 Sınır Şartlarının Belirlenmesi.....	90
5.1.6 Sistem Denkleminin Çözümü	90
5.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analiz	91
5.2.1 Sonlu Eleman Modellerinin Oluşturulması.....	92

İÇİNDEKİLER(Devam)Sayfa

5.2.1.1	Elemanlara Ayırma	92
5.2.1.2	Numaralandırma Yöntemi	93
5.2.1.3	Şekil Fonksiyonları	98
5.2.1.4	Eleman Katılık Matrisinin Bulunması	100
5.2.1.5	Eleman Kütle Matrisinin Bulunması	102
5.2.1.6	Eleman Yer Değiştirme Vektörünün Bulunması	102
5.2.1.7	Eleman Kuvvet Vektörünün Bulunması	103
5.2.1.8	Kirişin Katılık,Yer Değiştirme ve Kuvvet İfadelerinin Bulunması	105
5.2.1.9	Bir Kirişin Yer Değiştirmelerinin ve Reaksiyon Kuvvetlerinin Hesaplanması	106
5.2.1.10	Gerilmelerin Hesaplanması	106
5.2.1.11	Asal gerilmelerin hesaplanması hesaplanması	109
5.2.1.12	Birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun hesaplanması	112
5.2.2	Malzeme Özellik Matrisinin (D) hesaplanması	112

İÇİNDEKİLER(Devam)

	<u>Sayfa</u>
5.3	Nümerik Hesaplamalar..... 114
5.3.1	Nümerik İntegral(Gauss Quadrature)..... 114
5.3.2	Skyline Yöntemi..... 118
6.	KEMİK YENİDEN ŞEKİLLENMESİNDE OPTİMİZASYON ve HÜCRESEL OTOMASYON MODELLERİ..... 121
6.1	Global optimizasyon ve mekanik uyarı..... 122
6.2	Lokal optimizasyon ve iteratif yaklaşımlar..... 129
6.2.1	Oransal Teknik 130
6.2.2	Kontrol algoritması 132
6.2.2.1	Kontrol stratejileri 133
6.2.2.1.1	Efektif hata sinyali 133
6.2.2.1.2	On-Off kontrol 134
6.2.2.1.3	Oransal kontrol 135
6.2.2.1.4	Integral kontrol 135

İÇİNDEKİLER(Devam)

Sayfa

6.2.2.1.5	Türevsel kontrol.....	137
6.3	Hibrit hücresel otomasyon modeli	137
7.	ORTOTROPİK KEMİK UYUM MODELİ VE PROKSİMAL FEMUR KEMİĞİNE UYGULANMASI	141
7.1	Proksimal Femur Kemliğinde Ortotropik Kemik Uyum Sürecinin Sonlu Elemanlar Analizi	145
7.1.1	Kemik uyum süreç probleminin tanımlanması	145
7.1.1.1	Femur kemiğinin modellenmesi	145
7.1.1.2	Proksimal femur kemiğinin sonlu eleman ağının oluşturulması.....	146
7.1.1.3	Kemik malzeme özelliklerinin tanımlanması	147
7.1.1.4	Sınır koşullarının tanımlanması	149
7.1.2	Sonlu elamanlar yöntemi işlem aşaması	150
7.1.2.1	Şekil fonksiyonları	150
7.1.2.2	Malzeme özellik matrisinin (D) hesaplanması	151

İÇİNDEKİLER(Devam)

Sayfa

7.1.2.3	Eleman katılık matrisinin (K) hesaplanması.....	152
7.1.2.4	Eleman Yer Değiştirme Vektörünün Bulunması	153
7.1.2.5	Eleman Kuvvet Vektörünün Bulunması	153
7.1.2.6	Proksimal Femur Kemiğinin Katılık,Yer Değiştirme ve Kuvvet İfadelerinin Bulunması	154
7.1.3	ANALİZ.....	155
7.1.3.1	Proksimal Femur Kemiğinin Yer Değiştirmelerinin ve Reaksiyon Kuvvetlerinin Hesaplanması	155
7.1.3.2	Gerilmelerin Hesaplanması.....	156
7.1.3.3	Asal gerilmelerin hesaplanması	157
7.1.3.4	Birim şekil değiştirme enerjisinin hesaplanması.....	158
7.2	Elemanların Yoğunluk Değişimi	159
7.3	Ortotropik hücresel otomasyon metodu ile trabeküler yapının tespiti ve yönlendirilmesi.....	161
7.3.1	Yoğunluk dağılımı belirlenmiş proksimal femur kemiğinden eleman seçimi.....	162

İÇİNDEKİLER(Devam)Sayfa

7.3.2	Seçilen elemanın sonlu eleman ağının oluşturulması	163
7.3.3	Sınır koşullarının uygulanması	163
7.3.4	Kemik malzeme özelliklerinin tanımlanması	164
7.3.5	Sonlu elamanlar yöntemi işlem aşaması	164
7.3.6	Efektif hata sinyalinin tespiti	164
7.3.7	Kontrol stratejileri ile yoğunluk bulunması	165
7.3.7.1	On-Off kontrol	165
7.3.7.2	Oransal kontrol (P).....	166
7.3.7.3	Oransal-İntegral kontrol (PI).....	166
7.3.7.4	Oransal-İntegral-Türevsel kontrol (PID)	166
7.4	SAYISAL SONUÇLAR	167
7.4.1	Proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımının bulunması.....	168
7.4.1.1	Ölü bölge genişliğinin yoğunluk dağılımı üzerine etkisi	169

İÇİNDEKİLER(Devam)

Sayfa

7.4.1.2	Kabul edilen başlangıç yoğunluk değerinin yoğunluk dağılımına etkisi	170
7.4.1.3	Referans uyarı değerinin yoğunluk dağılımı üzerine etkisi	172
7.4.2	Ortotropik hücresel otomasyon metodu ile trabeküler yapının tespiti ve yönlenmesi	174
7.4.2.1	Proksimal femur kemiği üzerindeki farklı noktalardaki trabeküler yapı ve yönlenmesi	174
7.4.2.2	İterasyon sayısı ile trabeküler yapının değişmesi.....	178
7.4.2.3	Ölü bölgenin trabeküler yapıya etkisi	180
7.4.2.4	Kontrol stratejilerinin trabeküler yapıya etkisi	181
7.4.1.4.1	On-Off kontrol’de c_T sabitinin etkisi.....	181
7.4.1.4.2	Oransal kontrol’de c_P sabitinin etkisi	183
7.4.1.4.3	P, PI, ve PID kontrolün etkisi.....	185
7.5	SONUÇLAR	187
	YARARLANILAN KAYNAKLAR.....	189

İÇİNDEKİLER(Devam)Sayfa

EKLER.....	213
EK A İNSAN VÜCUDUNDAKİ VE FEMUR KEMİĞİNDEKİ ANATOMİK DÜZLEMLER	214
EK B TIBBİ SÖZLÜK.....	217
ÖZGEÇMİŞ	221

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 İnsan'ın anatomik yapısı.....	6
2.2 Kemiklerin şekillerine göre sınıflandırılması.....	7
2.3 Kemik malzemesini oluşturan bileşenler.....	8
2.4 İnsan vücudunun bazı bölümlerinde bulunan kanselyus (trebeküler) ve kompakt (kortikal) kemik miktarları.....	9
2.5 Kompakt ve trabeküler kemiğin gösterimi.....	10
2.6 Uzun kemikte trabeküler yapının gerilme doğrultusunda yönlenmesi.....	11
2.7 Uzun kemiğin korteks yapısı.....	12
2.8 Uzun kemiğin anatomisi.....	13
2.9 Alt ekstemite anterier, posterial, proksimal ve distal bölgeler.....	14

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.10 Kemğin yeniden yapılanma süreci	16
2.11. Osteoklast, Osteoblast ve Osteosit hücrelerinin gösterimi	19
2.12 Trabeküler ve kortikal kemiğin gerilme-birim şekil değiştirme eğrileri	22
2.13 Trabeküler kemik mimarisi	25
3.1 Yörünge teorisi. Fairbain kreninde gerilme yörüngelerinin Culmann'ın grafiksel istatistik analizi (solda) ve proksimal femur kemiğinde trabeküler yönlenmenin Von Meyer tarafından yapılmış çizimleri (sağda).....	32
3.2 Olgun ve gelişmekte olan kemikteki uyum ile birim şekil değiştirme oranı arasındaki ilişki üzerine hipotez.....	35
3.3 S mekanik uyarı ile ilişkili idealeştirilmiş kemik uyum oran fonksiyonu ve zamana bağlı olarak kemik malzeme özellikleri veya geometrisindeki değişim.....	36

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.1 Wolff Kanunun femur kemiğine uygulanması	49
4.2 Wolff kanunun uygulanması	50
4.3 a) Yeniden yapılanma b) Yapılanma	51
4.4 Eğrisel uzun kemikten bir bölge	54
4.5 Adaptif cevap ile ortalama maximum birim şekil değişimi arasındaki ilişkiyi gösteren diyagram. Burada PL : Kemik dengesinde fizyolojik yüklenme bölgesi; OL : Yapılanmanın uyarıldığı aşırı yüklenme bölgesi; TL : yeniden yapılanmanın uyarıldığı önemsiz-değersiz yüklenme bölgesi; POL : Örgüsel kemiğin oluştuğu patolojik aşırı yüklenme bölgesi.....	55
4.6 Kemik yapısı.....	60
4.7 Geri beslemeli kemik evresi şeması	62
4.8 Proksimal femur'da yoğunluk dağılımı	66

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.9 Proksimal bir femurun iki-boyutlu modelinden ve seçilen bazı bölgelerdeki optimal trabeküler yapıdan tahmin edilen mikro yapı.....	70
5.1. Basit mesnetli bir kiriş.....	92
5.2 (a) Üç boyutlu 8 düğüm noktasına sahip kübik eleman (b) 4 düğüm noktalı kuadratik eleman	92
5.3 Üç boyutlu elemanlar arasındaki süreklilik.....	94
5.4 İki boyutlu elemanlar arasındaki süreklilik.....	96
5.5 Üç boyutlu 8 düğüm noktasına sahip bir kuadratik eleman	98
5.6 İki boyutlu 4 düğüm noktasına sahip bir kuadratik eleman	99
5.7 Üç boyutlu eleman üzerindeki gerilmeler	107
5.8 2 boyutlu bir eleman üzerindeki gerilmeler	108

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
5.9 Bir noktalı Gauss yaklaşımı.....	116
6.1 Temel kontrol modeli	132
6.2 Hibrit hücresele otomasyon kontrol kuralı.....	134
6.3 Hibrit hücresele otomasyon algoritması.....	139
7.1 Ortotropik kemik uyum modeli program algoritması (katı modelin yoğunluk dağılımının hesaplanması).....	142
7.2 Ortotropik hücresele otomasyon algoritması (Trabeküler yapı optimizasyonu)	143
7.3 Sonlu elemanlar yöntemi akış diyagramı	144
7.4 Femur kemiğinin üç boyutlu katı modeli	145
7.5 Proksimal kalça kemiğinin sonlu elemanlar ağı ve kübik eleman.....	146
7.6 Elastisite modüllerinin yoğunluğa bağlı olarak değişimi	148

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
7.7 Kayma modüllerinin yoğunluğa bağlı olarak değişimi	148
7.8 Sınır koşulları	149
7.9 <i>S</i> mekanik uyarı ile ilişkili idealeştirilmiş kemik uyum oran fonksiyonu ve zamana bağlı olarak kemik yoğunluğundaki değişim	160
7.10 Proksimal kalça kemiğinin sonlu elemanlar ağından eleman seçimi	162
7.11 Sonlu elemanlar ağının oluşturulması	163
7.12 Sınır koşullarının uygulanması.....	163
7.13 Proksimal femur kemiğinde a) Koronal düzlemde b) Yatay düzlemde c) inferomedial düzlemdeki yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500$ J/(g/cm ³), $\Delta t = 1$, $c = 0.04$ MPa/gün, $\rho_0 = 0.7$ g/cm ³ , $s = 0$).....	168

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
7.14	Başlangıç yoğunluğu $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$ yoğunluk değerinde proksimal femur kemiği 169
7.15	Proksimal femur kemiğinde a) $s = 0.1$ b) $s = 0.35$ c) s $= 0.5$ d) $s = 0.75$ ölü bölge genişliklerinde yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, Δt $= 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$) 170
7.16	Proksimal femur kemiğinde a) $\rho_0 = 0.1 \text{ g/cm}^3$, b) $\rho_0 =$ 0.3 g/cm^3 , c) $\rho_0 = 0.5 \text{ g/cm}^3$, d) $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, e) $\rho_0 =$ 0.9 g/cm^3 başlangıç yoğunluk değerlerinde yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, Δt $= 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $s = 0$) 171
7.17	Proksimal femur kemiğinde a) $k = 3500$, b) $k = 2500$, c) $k = 1000$, d) $k = 200$ referans uyarı değerlerinde yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $\Delta t = 1$, $c =$ 0.04 MPa/gün , $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) 173
7.18	Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncu iterasyon, $\rho = 1.21 \text{ g/cm}^3$) 175

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
7.19 Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncu iterasyon, $\rho = 0.64 \text{ g/cm}^3$).....	176
7.20 Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncu iterasyon, $\rho = 0.61 \text{ g/cm}^3$).....	177
7.21 Proksimal femur kemiğinde trabeküler yapının iterasyon sayısı ile değişimi	179
7.22 $s = 0$, $s = 0.1$ ve $s = 0.3$ ölü bölge değerlerinde trabeküler yapılar.....	180
7.23 $s = 0$, $s = 0.1$ ve $s = 0.3$ ölü bölge değerlerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi.....	181
7.24 $c_T = 0.05$, $c_T = 0.2$ ve $c_T = 0.25$ değerlerindeki son trabeküler yapılar.....	182
7.25 $c_T = 0.05$, $c_T = 0.2$ ve $c_T = 0.25$ değerlerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi.....	183

ŞEKİLLER DİZİNİ(Devamı)

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
7.26 $c_P = 4.57 \text{ MPa}^{-1}$, $c_P = 8.34 \text{ MPa}^{-1}$ ve $c_P = 16.68 \text{ MPa}^{-1}$ değerlerindeki trabeküler yapılar.....	184
7.27 $c_P = 4.57 \text{ MPa}^{-1}$, $c_P = 8.34 \text{ MPa}^{-1}$ ve $c_P = 16.68 \text{ MPa}^{-1}$ değerlerindeki iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi	184
7.28 P, PI ve PID kontrol stratejilerinde oluşan trabeküler yapılar	185
7.29 P, PI ve PID kontrol stratejilerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi	186
A.1 İnsan üzerindeki anatomik bütün doğrultu terimlerinin gösterimi	214
A.2 Proksimal femurda koronal, yatay ve inferomedial düzlemler	215

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Femur kemiği için teknik veriler	24
2.2 İnsanlarda, Young modülünün yoğunluk ile değişimi	26
5.1 Üç boyutlu kübik elemanlarda numaralandırma	95
5.2 İki boyutlu kuadratik elemanlarda numaralandırma	97
5.3 Gauss Yaklaşımı ile Nümerik İntegrasyon için Gauss Noktaları ve Ağırlık Katsayıları	118
7.1 Ortotropik malzeme sabitleri.....	147
7.2 Şekil fonksiyonu i, j ve k değerleri	150
7.3 Farklı başlangıç yoğunluğu ve iterasyon sayısında yoğunluk değişimi	172

SİMGELER VE KISALTMALAR

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
ρ	Yoğunluk
E_i	Elastisite (Young) modülü
G_{ij}	Kayma modülü
ν_{ij}	Poisson oranı
ε	Birim şekil değiştirme
ε_m	Ortalama birim şekil değiştirme
N	Yükleme tekrar sayısı
S	Mekanik uyarı değeri
c_1	Kemik uyum oran sabiti
c_2	Kemik uyum oran sabiti
S_0	Mekanik uyarı referans değeri
σ_{ult}	Maksimum gerilme değeri
γ	Gerilme üssü
U_{bi}	Depolanan birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu
C_1	Genetik tarafından kontrol edilen faktör sabiti
C_2	Metabolizma tarafından kontrol edilen faktör sabiti
U	Birim şekil değiştirme yoğunluğu
$\sigma_{i,eff}$	Efektif gerilme değeri
ξ	Yükleme faktörü
E	Hata fonksiyonu
ρ^*	Hedeflenen yoğunluk
ω	Ana aktivasyon ve normal aktivasyon bölgesinin genişliği
ρ_t	Kemik dokusunun gerçek yoğunluğu
C_x	Yapılanma sabiti
U_n	Homostatik birim şekil değiştirme enerjisi

SİMGELER VE KISALTMALAR(Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
C_e	Yeniden yapılanma sabiti
ζ	Hacim oranı
C_{ijklm}	Malzeme sabitleri
s	Denge bölgesi genişliği
ρ_{cb}	Kortikal kemiğin maksimum yoğunluğu
$F(x,t)$	Zamana bağlı uyarıcı değeri
U_i^*	Referans şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu
N_o	Osteositlerin sayısı
$f_i(x)$	Uzaysal tesir fonksiyonu
$m(x, t)$	Bağlı yoğunluk
$d_i(x)$	i ' ninci osteositi ile x bölgesi arasındaki mesafe
D	Uzaysal tesir indirgeme yüzdesi
$P(x, t)$	x yüzey noktasındaki osteoblast için gerekli uyarıcı
$R_i(t)$	i 'ninci osteosit bölgesindeki SED oranı
μ	Mekanik duyarlılık
p	Birim yüzeyde osteoklast aktivasyonu olasılığı
σ	Gerilme tensörü
$\mathbf{u}$	Yerdeğiştirme vektörü
ε	Birim şekil değiştirme vektörü
$\mathbf{K}^e$	Eleman katılık matrisi
q	Yüzey kuvvetleri
P	Tekil yük
$\mathbf{U}_i$	Her bir düğümün yer değiştirme vektörü
$\mathbf{P}_i$	Her bir düğümün tekil yük vektörü
N_A	Şekil fonksiyonu
$\mathbf{B}$	Şekil fonksiyonlarının türevlerine bağlı matris

SİMGELER VE KISALTMALAR(Devam)

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
$\mathbf{b}_i$	Şekil fonksiyonlarının türevleri içeren matris
$\mathbf{D}$	Malzeme özelliklerine bağlı matris
$\mathbf{M}^e$	Eleman kütle matrisi
$\mathbf{U}^e$	Eleman yer değiştirme vektörü
$\mathbf{q}^e$	Eleman kuvvet vektörü
$\mathbf{N}$	Şekil fonksiyonları matrisi
$\mathbf{K}$	Katılık matrisi
$\mathbf{M}$	Kütle matrisi
$\mathbf{Q}$	Kuvvet vektörü
θ_l, θ_2	Asal eksen gerilme doğrultuları
σ_1, σ_1	Asal gerilmeler
W_n	Ağırlık çarpanları
$\eta_k(t)$	Hata sinyali geçiş verimliliği
c_T^F	Kemik yapımı oranı
c_R^F	Kemik yıkımı oranı
$c_l(t)$	t zamanında değişebilen oransal bir faktör
c_D^F	Türevsel kemik yapım oranı
c_D^F	Türevsel kemik yıkım oranı
$\alpha_i(t)$	i bölgesinde herbir hücre durumu
$e_i(t)$	Hata sinyali
$x_i(t)$	Kütle

KISALTMALAR

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklamalar</u>
TÇHB	Temel Çok Hücreli Birim
FNT	Flexural Neutralization Theory
PL	Fizyolojik yüklenme bölgesi
OL	Aşırı yüklenme bölgesi
TL	Önemsiz-değersiz yüklenme bölgesi
POL	Patolojik aşırı yüklenme bölgesi
SED	Birim şekil değiştirme enerji yoğunluğu (strain energy density)
FEM	Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method)
ybg	Yarı bant genişliği
P	Oransal
PI	Oransal-İntegral
PID	Oransal-İntegral-Türevsel

1. GİRİŞ

Kemikler şekillerine göre uzun, kısa, yassı ve düzensiz olarak, iç yapılarına göre kortikal ve trabeküler kemik olarak sınıflandırılır. Bütün kemiklerde, özellikle de vücuttaki uzun kemiklerde kortikal ve trabeküler kemik bulunur. Kemiğin gövdesi yoğun kemik dokusu içerirken (kortikal kemik), uçları ince bir kemik katmanı ve gözenekli kemik yapısından (trabeküler kemik) oluşur. Aslında bu düzenleme, kemiklerin işlevini yerine getirebilmesi açısından oldukça önemlidir. Çünkü kemik ancak böyle bir dizayna sahip olduğu takdirde yoğun baskı altında kalmadan hareket edebilir ve kendisine yüklenen ağırlık ve yük kemik gövdesinden eklemlere aktarılır. Eğer her bölge aynı yapıda olsaydı kemiklerde esneklik ve sağlamlık gibi özellikler olmazdı.

Kemiğin mekanik çevreye karşı duyarlılığı ve buna karşı gösterdiği tepkisi, yapılanma(modelling)/ yeniden yapılanma (remodelling) terimleri veya kemiğin uyumu olarak tanımlanmıştır. Örneğin yatak istirahati ve ağırlıksız uzay uçuşlarının kemik yoğunluğunda ve boyutunda azalmalara sebep olduğu (Bauman et al., 1999; Vico et al., 2000; Zerwekh et al., 1998) ve yoğun kemik yüklemelerinde ise kemik kütlesi ve kemik gelişim hızında artışa sebep olduğu (Suominen, 1993) bilinmektedir. Örneğin, tenis oyuncularının tenis raketini tuttuğu kolun kemikleri diğer taraftakilere göre daha gelişmiştir. Mekanik yüklere bağlı olarak kemiğin uyum yeteneği sürekli olarak kemik yıkımı ve kemik yapımı ile sağlanır. Bu olaylar farklı bölgelerde gerçekleşirse, kemik morfolojisini değiştirir. Kemik yıkımı ve yapım olayları dengededir. Buna göre eski kemik dokusunun yerini sürekli olarak yeni kemik dokusu alıyor demektir.

Julius Wolff' un “ Kemik fonksiyonundaki her türlü değişim, matematik yasalarıyla uyumlu olarak, kemiğin iç yapısında ve dış formunda oluşan değişiklikleri ortaya çıkarır” ifadesini kullandığı 1892 den bu yana, araştırmacılar, kemiğin yapısındaki değişimi simüle etmek için matematiksel olarak formüle etmeye ve doğrulamaya uğraşmaktadırlar (Tovar, 2004). Çoğunlukla bu araştırmalar mekanik yüke bağlı olarak kemikte meydana gelen değişimin üzerinde yoğunlaşmakta, bazen de büyüme ve gelişme evrelerini, yaşlanma ile ilgili değişimleri ve hormonal etkileri kapsayan biyolojik fonksiyonları içermektedir. Kemiğe gelen yükün fonksiyonu olan gerilme ve katılık değerlerine göre trabeküler kemik optimum bir yapıya sahiptir. Mekanik kuvvetlerin kemik kütlesi ve iç yapısına etki ettiği bilinmektedir. Trabeküler yapı, mekanik yükleme doğrultusunda yönelmiştir ve kemik kütleside tekrarlı uygulanan yük genliğiyle ilişkilidir. Teorik ve hesaba dayalı modelleme çalışmalarında izlenecek yol, kemiğin fonksiyonel değişiminin nicel olarak izah edilmesi, kemik değişiminin simüle ve tahmin edilmesi, ve manipulasyonların gelişime etkisini simüle edilmesidir.

Kemiğin mekanik kullanıma bağlı fonksiyonel değişimi fizyolojik kontrol evrelerinin varlığını ifade eder. Kontrol evresinin temel bileşenleri, mekanik kullanımı denetleyen alıcılardan ve kullanım ölçümlerini hücresel cevaplara çeviren dönüştürücüleri içerir. Hücresel yanıtlar kemik şekli ve/veya malzeme özelliklerindeki kademeli değişikliklere öncülük eder. Kemiğe mekanik yük uygulandığında, başlangıçta kemik yapısı yeterli derecede değişime uğrar, belli bir süre sonra geri besleme sinyali azalır ve kemik yapısındaki değişiklikler sona erer.

Bu çalışmanın amacı, mekanik yükler altında, trabeküler kemik davranışını, osteoblast ve osteoklast aktivitelerini içeren fizyolojik

kontrol evrelerini dikkate alarak mikro seviyede simüle edecek ortotropik davranışa sahip yapısal bir model geliştirmektedir.

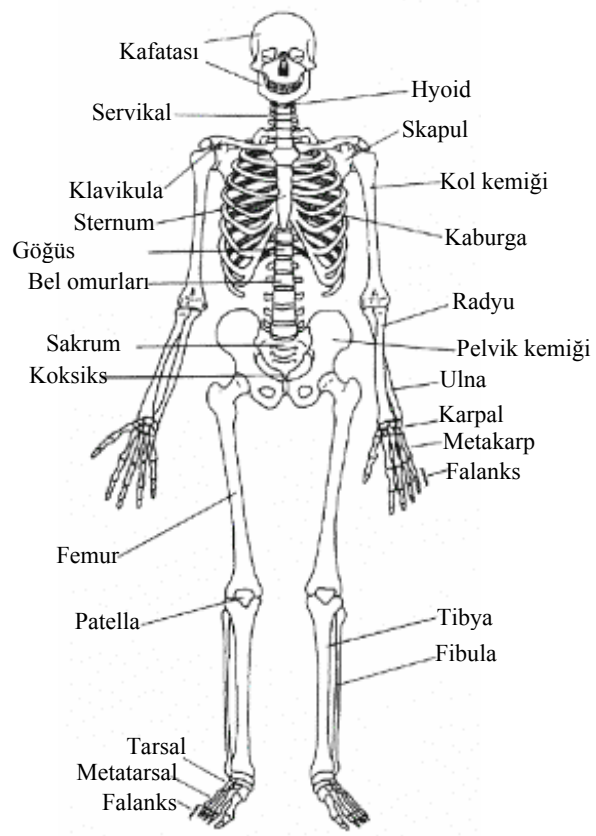
Trabeküler kemiğin global ve mikro mekanik özellikleri çeşitli çalışmalarda karakterize edilmiştir. Ancak trabeküler dokunun mikro mekanik özelliklerindeki bilgi yetersizliği global özelliklerin yorumlanmasını zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, günümüzde mevcut olan modellerin gerçeği yeteri kadar yansıtmaması, mikro seviyede modellemeyi amaçlayan bu çalışmanın gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Aynı zamanda bu model gerek kemik kırılmalarının tespitinde, gerekse kemik modellenmesinde gereksede uygun protez seçiminde ve protez uygulanmış kemik modellerinde kullanılabilecektir.

Bu çalışmada, ilk olarak proksimal femur kemiği üç boyutlu 8 düğüm noktalı kübik elemanlar kullanılarak sonlu eleman modeline dönüştürülmüş ve daha sonra mekanik yüke bağlı olarak kemik özelliklerindeki değişimi modellemek için bilgisayar programı hazırlanmıştır. Bu bilgisayar programı yardımıyla, belirlenen sınır koşullarında gerilme analizi yapıldıktan sonra yoğunluk dağılımına geçilmiştir. Gerilme analizi yapılırken, kemiğin özellikleri ortotropik olarak alınmıştır. Daha sonra bu proksimal femur kemiği modeli üzerinde alınacak her bir eleman için, trabeküler yapının mekanik yük altında hangi özelliklere sahip optimum yapıya dönüştüğü bulunabilmektedir.

İnsan vücudu bileşenleri ve biyoloji kelimelerinin bir çoğu eski Latin dilinden ve Yunan dilinden gelmektedir. Okuyucuya yardım için EK-B da terimler sözlüğü verilmiştir. Ayrıca literatürde geçen insan vücudunun anatomik düzlemleri ve femur kemiğindeki anatomik düzlemler ile ilgili terimlerin şekilsel gösterimleri EK-A da verilmiştir.

2. KEMİK ÖZELLİKLERİ HAKKINDA GENEL BİLGİ

İskelet sistemi vücudu destekleyen, dış uyaranlara karşı direncini sağlayan dokular bütünüdür. Yerçekimine karşı gelerek kasların da yardımı ile vücudun hareketini sağlar, organları korur. İnsanlarda iskelet yapısı yaklaşık 206 kemikten oluşur. Kemik sürekli değişen ve pek çok fonksiyonu olan vücut dokusudur. Bütün kemikler bir araya gelerek iskeleti oluşturur. İskelet, kaslar, kirişler, eklemler ve eklem bağları birlikte hareket sistemini oluşturur. İskelet, dayanıklılık ve destek sağlamakla birlikte hareket etmeyi sağlayan altyapıyı oluşturur. Ayrıca göğüs kafesi ve kafatası gibi kemikler iç organları adeta bir kalkan gibi koruma görevini üstlenir. İnsan'da bulunan bazı kemikler Şekil 2.1 de gösterilmiştir. Kafatası ve omurlardan oluşan iskelet vücudu dik tutan yapıdır ve hareketliliği sağlayan iskelet bölümü bu yapıya bağlıdır. İki ya da daha fazla kemik arasındaki bağlantıya *eklem* denir. Hareketli eklemlerde kemiklerin karşı karşıya geldikleri noktalardaki yüzeyleri pürüzsüz ve aşınmaya dayanıklı eklem kıkırdakları ile kaplıdır. Eklemleşen kemikleri birbirlerine bağlayan ve eklem dayanıklılığını sağlayan yapılar ligamanlardır. Eklem hareketlerini sağlayan kasların kemiklere bağlanması, sağlam lifsi dokular olan tendonlar tarafından sağlanır.

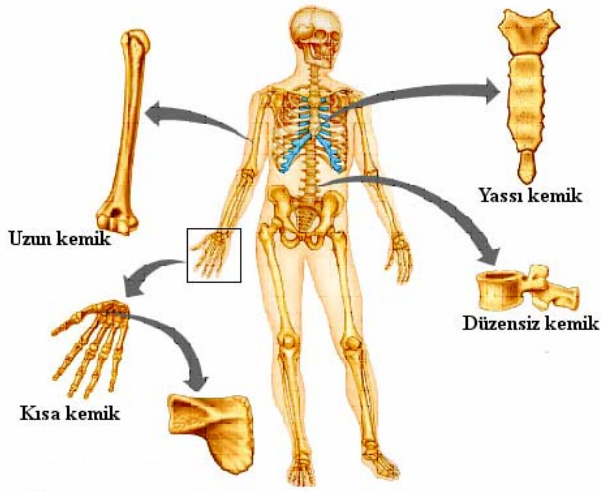


Şekil 2.1 İnsan'ın anatomik yapısı (Mays, S., 1998)

2.1 Kemik Anatomisi

2.1.1 Kemik Şekilleri

İskelet sistemini oluşturan kemikler; şekillerine göre uzun, kısa, yassı ve düzensiz olarak sınıflandırılır(Şekil 2.2).

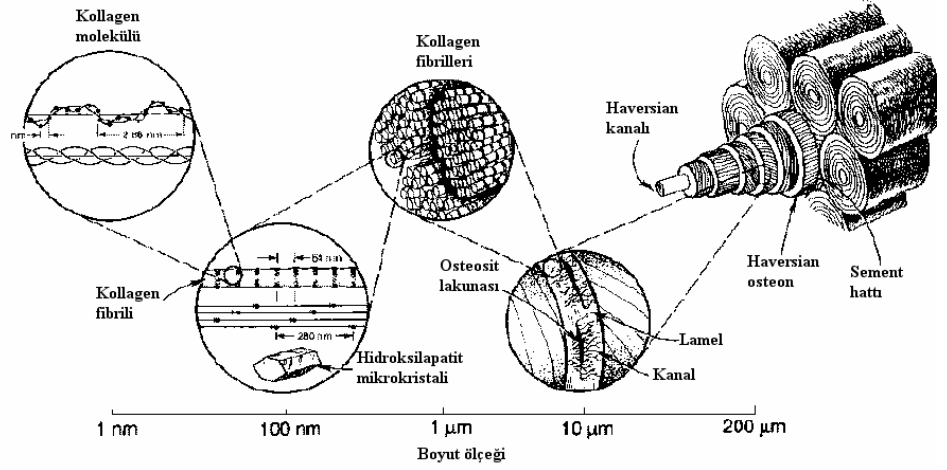


Şekil 2.2 Kemiklerin şekillerine göre sınıflandırılması (Graaff, K.M.D.et. al., 2001,)

2.1.2. Kemik Yapısı

Kemik malzemesi temel olarak organik ve mineral olmak üzere iki ana bileşenden oluşur. Organik bileşen genellikle fiber demetlerinin yapısındaki kolajen gibidir. Kolajen kompleks viskoelastik malzeme özelliklerine sahiptir. Mineral bileşen ise genellikle hidroksiapatit kristallerinden oluşur. Hidroksiapatit kristalleri elastik malzeme şeklinde

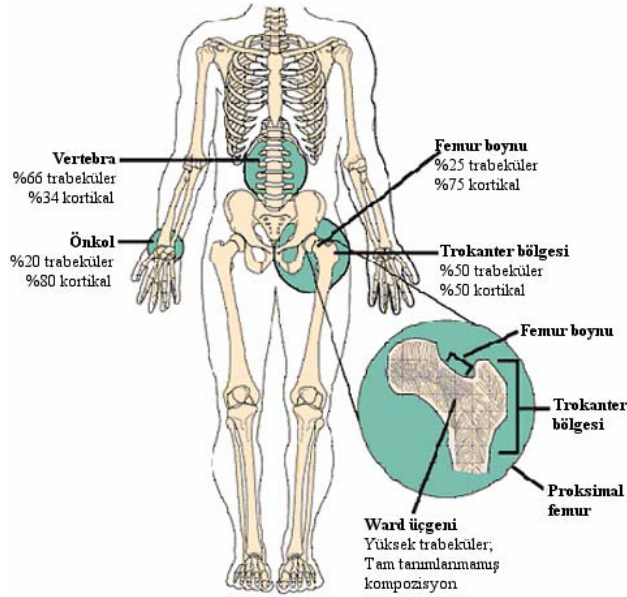
davranır. Kalsiyum ve diğer minerallerden oluşan hidroksiapatit, vücudun kalsiyum deposudur ve kemiğin sağlamlığından sorumludur. Bu iki ana başlıkta toplanan kemik bileşenleri farklı tiplerdeki kemiklerde değişik şekillerde düzenlenmiştir. Kemik malzemesini oluşturan bileşenler Şekil 2.3’ de gösterilmiştir.



Şekil 2.3 Kemik malzemesini oluşturan bileşenler (Nilsson, S., 2002.)

İnsanda, erken fetal (cenin) dönemlerinde iskelet sisteminin büyük bir kısmı kıkırdak yapıdadır, fakat daha sonra bu kıkırdakımsı yapı kemiğe dönüşür. İnsanlarda ve diğer omurgalılarda çok çeşitli tiplerde kemik bulunmakla birlikte yetişkin insanda genellikle iki çeşit kemik bulunmaktadır: Bunlardan birincisi, kemiğin dış yüzünü kaplayan periosteum'un altında yoğun kemik dokusu olan yüksek elastik modüle sahip kompakt ya da kortikal kemiktir. Diğeri ise, kortikal katmanın altındaki düşük elastik modüle sahip kanselyuz (süngerimsi) denilen gözenekli kemiktir. İnsan vücudunun bazı bölümlerinde bulunan

kemiklerdeki kortikal kemik ve kanselyus kemik miktarları Şekil 2.4' de gösterilmiştir.

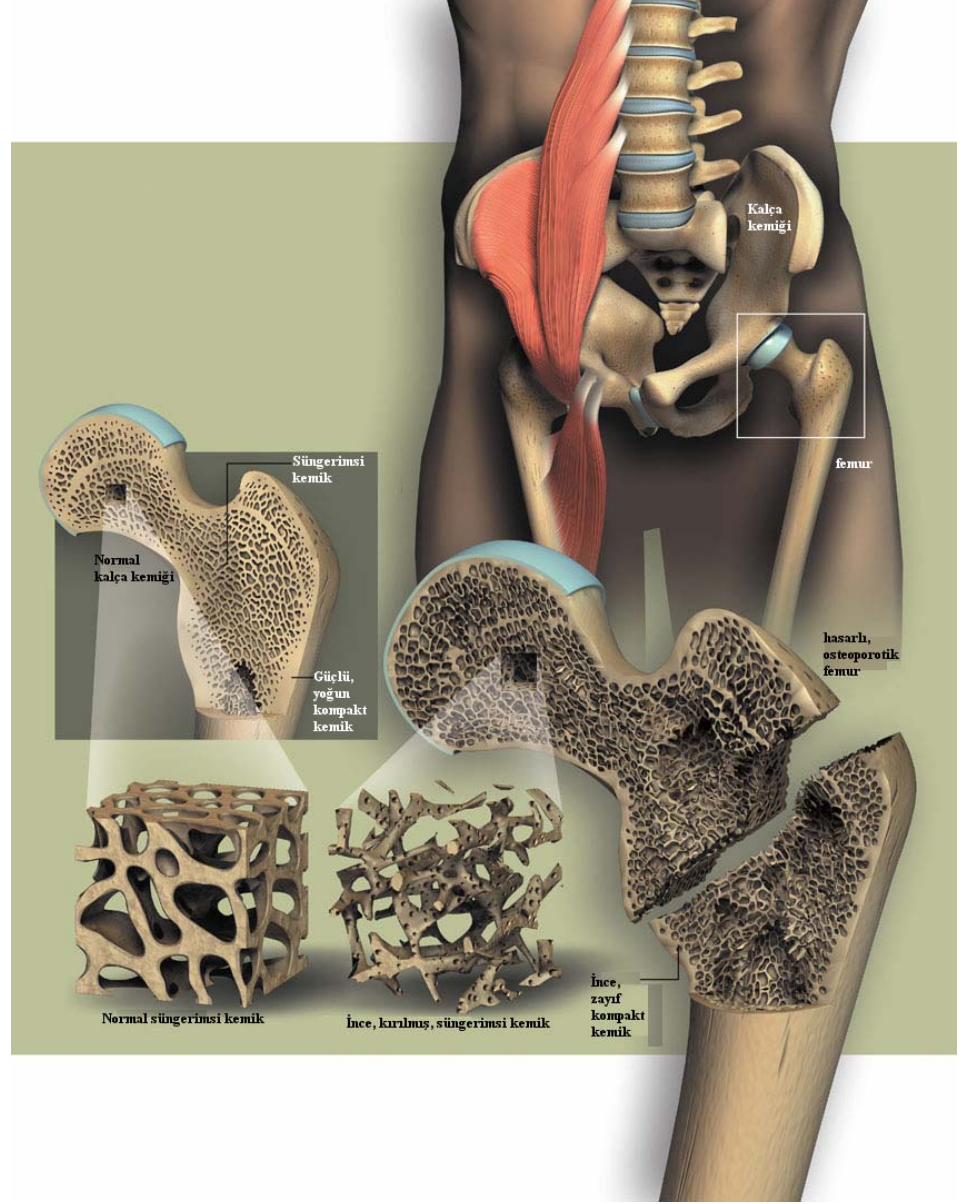


Şekil 2.4 İnsan vücudunun bazı bölümlerinde bulunan kanselyus (trebeküler) ve kompakt (kortikal) kemik miktarları (<http://www.merckmedicus.com>, 2006)

Aslında bu düzenleme, kemiklerin işlevini yerine getirebilmesi açısından oldukça önemlidir. Çünkü, kemik ancak böyle bir dizayna sahip olduğu takdirde yoğun baskı altında kalmadan hareket edebilir ve kendisine yüklenen ağırlık ve gerginlik kemik gövdesinden eklemlere aktarılır. Eğer her bölge aynı yapıda olsaydı; kemiklerde esneklik ve sağlamlık gibi özellikler olmazdı.

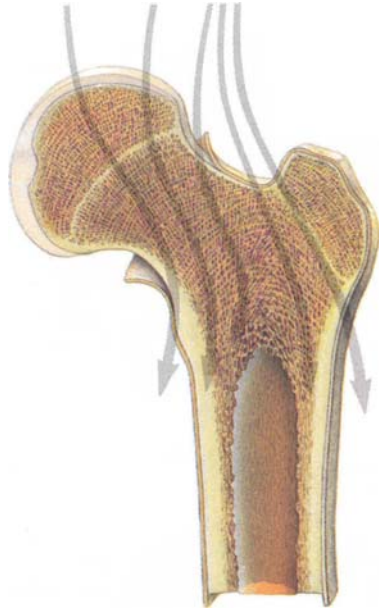
Meduller kavite, uzun kemiklerin diafizi boyunca uzanır ve kemik iliği içerir. Meduller kaviteyi endosteum çizgisi çevreler. Meduller kavite

alt ve üst uçlarda kanselyus (spongy or trabeküler) kemik dokusu ile sonlanır (Şekil 2.5).



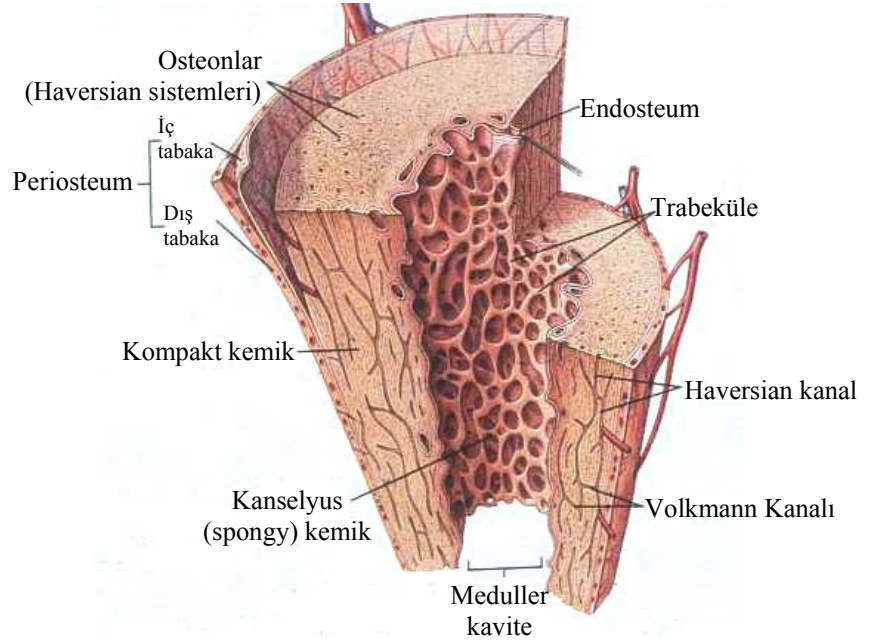
Şekil 2.5 Kompakt ve trabeküler kemiğin gösterimi (<http://www.joelertola.com>, 2006.)

Kanselyus (süngerimsi) kemik, omurgalı canlıların kol, bacak gibi uzuvlarında bulunan uzun kemiklerde bulunur. Süngerimsi kemik 3 boyutlu kafes yapı olarak düzenlenmiştir ve genellikle trabeküle olarak adlandırılan düzenli şekildeki kolonlardan oluşur. Trabeküler, hidroksiapatite oranla daha fazla kolajen fiberlerden ve sık çapraz bağlardan oluşur. Trabeküler ve arasındaki boşluklar 200µm kalınlıkta ve bu boşluklarda kemik iliği ve kan damarları için yollar mevcuttur. Uzun kemikteki kanselyus kemiğinin trabeküler yapısının yönlenmesi asal gerilme doğrultusuna göre olmaktadır (Şekil 2.6).



Şekil 2.6 Uzun kemikte trabeküler yapının gerilme doğrultusunda yönlenmesi
(Seeley et. al., 1998)

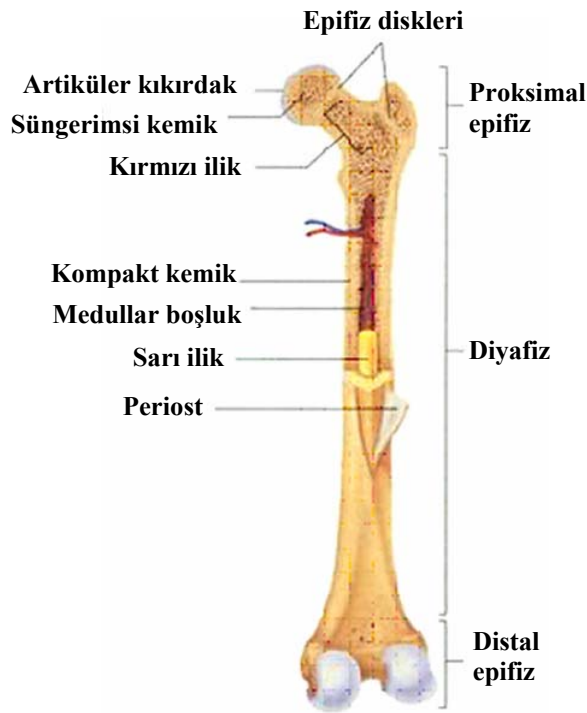
Kortikal (compact) kemik genellikle iskeletteki uzun kemiklerin duvarlarında bulunur. Kortikal kemik yapısında, kolajen fiberlere göre daha çok hidroksiapatit bulundurur. Kortikal kemik üç kategoriye ayrılır; Woven, Lamellar ve Haversian. Bu üç kategorideki kolajen fiber düzenlemesi birbirinden farklıdır. Woven kemikteki kolajen fiber düzenlemesi organize değildir. Woven kemik, kemiğin kırık bölgelerinde oluşur. Lamellar ve haversian kemikte ise kolajen fiberler sırasıyla paralel tabakalar ve eşmerkezli silindirik tabakalar şeklinde düzenlenmiştir. Osteoun'un merkezinde kemiğin kan ihtiyacını sağlayan atardamadar veya toplardamar bulunmaktadır. Şekil 2.7'de uzun kemiğin korteks yapısı gösterilmiştir.



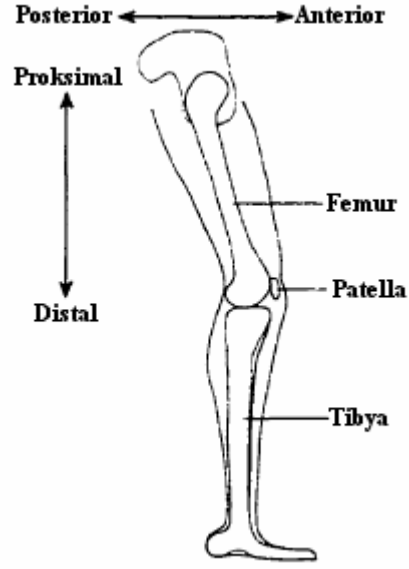
Şekil 2.7 Uzun kemiğin korteks yapısı (Seeley et. al., 1998)

2.1.2 Uzun Kemiğin Yapısı

Uzun kemiğin anatomisi Şekil 2.8’de gösterilmiştir. Uzun kemik diyafiz diye adlandırılan bir gövdeye ve metafiz diye adlandırılan genişleyip sonlanan bir yapıya sahiptir. Uzun kemikte, kanselyus kemik ve kortikal kemiğin her ikisinde bulunur. Kanselyus kemik metafizde, kortikal kemikte korteks adı verilen diafiz duvarında bulunur. Korteksin iç yüzeyi endosteal yüzey veya endosteum olarak adlandırılır. Korteksin dış yüzeyi ise periosteal yüzey veya periosteum olarak bilinir. Diyafiz merkezine medullar boşluk denir ve kemik iliği içerir. Ayrıca diyafiz merkezinde kan içeren atardamarlar ve toplardamarlar bulunur. Şekil 2.9’da alt ekstemitede anterior (öndeki), posterior (arkadaki), proksimal ve distal bölgeler gösterilmektedir.



Şekil 2.8 Uzun kemiğin anatomisi (Seeley et. al., 1998)



Şekil 2.9 Alt ekstremité anterier, posterial, proksimal ve distal bölgeler
(Souda, K.B., 1996)

2.2 Kemiğin Yeniden Yapılanması

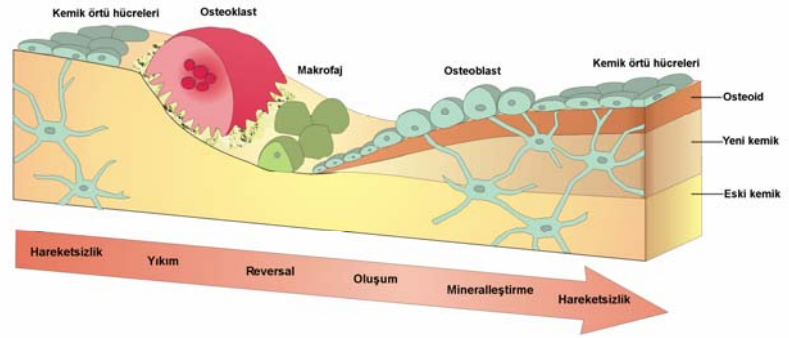
Kemik, canlı bir doku olarak, fiziksel çevre değişimlerine devamlı olarak uyum sağlarlar. Bireylerin yaşamları boyunca yaşlı kemik yıkıma uğrarken yenilerinin yapımı devam eder. Bahsi geçen yıkım ve yapım işlemleri tarafından yürütülen uyum süreci yeniden yapılanma (remodeling) olarak anılır. Genel olarak, teorik modellerden ayrı olarak kemik yüzeyi ve içi olmak üzere iki tip yeniden yapılanma süreci ele alınmıştır (Frost, 1964). Kemik yüzeyi yeniden yapılanma süreci dış yeniden yapılanma, yapılanma (modelling), kortikal uyum veya makro yapılanma olarak tanımlanır (Frost, 1987). Kemik yüzeyi yeniden yapılanması, kortikal yüzeylerin yeniden şekillenmesini içeren biyolojik bir süreçtir. Kemik içi yeniden yapılanması ise trabeküler, korteks ve

haversian sistemlerde meydana gelen dokusal düzeyde bir süreçtir. Bir diğer tip yeniden yapılanma süreci ise, Frost (1986) tarafından ortaya konan, mikro yapılanma sürecidir. Bu süreç, kolajen fiber oryantasyonu gibi, kemik mikroyapısının uyumu ile ilgilidir. Mikro yapılanma, kemik hücre etkileşiminden ziyade fiziko-kimyasal proseslerle sürdürülen bir süreçtir. Mikro yapılanmaya ait deneysel kanıtlar Takano ve arkadaşları tarafından (1999) yapılmıştır.

Kemiklerin yapımında rol alan ve şekil almasını sağlayan, kemik içindeki boşlukları oluşturan ve bu boşlukları birbirlerine bağlayarak iletişimi kuran kemik hücreleridir. Bir başka deyişle, kemik oluşumu ve kemik yıkımı (remodelling) osteoblast ve osteoklast hücreleri tarafından gerçekleşmektedir. Bu da kemik özelliklerinin değişimine neden olmaktadır (yoğunluk, porozite, anizotropi, vb.). Bu sürecin mikroskopik hasarları tamir ettiğine ve kırılmaya sebebiyet veren yorulma mikro çatlakların yığılmasına engel olduğuna inanılmaktadır (Burr et al., 1985).

Kemikteki gerilme denge durumundayken kemik yeniden yapılanma sürecinden sonra yapıda net bir değişiklik olmaz. Kemik içerisindeki gerilme dağılımı değiştiğinde, denge durumu bozulur ve fonksiyonel uyum meydana gelir. Bu periyotta, yeniden yapılanma sürecinden sonra, düşük mekanik uyarıcılara maruz bölgelerde net kütle azalırken, uyarıcıların yüksek olduğu yerlerde net kütle artmaktadır. Yapılanma ve yeniden yapılanma süreçlerinde fonksiyonel uyum meydana gelmesine rağmen, kemik yapılanma süreci boyunca, eski kemik yeteri kadar yenilenmez. Fonksiyonel uyumun minimum kütleyle kemiğin mekanik fonksiyonlarını gerçekleştirmesini olanaklı hale getirdiğine inanılmaktadır.

Yeniden yapılanma süreci osteoklastik prekürsörlerin osteoklastlar haline geldiği sürecin aktivasyonu ile başlatılır. Bu aktivasyon yaklaşık olarak üç gün devam eder (Martin et al., 1998); bu periyottan sonra yeni oluşan osteoklastlar kortikal kemikte tünel açma süreci boyunca kemik yıkımına ve trabeküler kemikte ise yüzey erozyonuna başlarlar. Osteoklastik faaliyetten osteoblastik faaliyete geçiş takriben dört hafta sürmektedir (Martin et al., 1998). Bu dönüşüm tek tabakalı mineralize olmuş doku ile başlar ve bunu osteoidin ardışık tabakalarının birikmesi izler. Yetişkin insanlarda bu oluşum evresi aşağı yukarı üç aydır. Oluşum müddetince, osteoid mineralleşme yaklaşık on günlük bir periyottan sonra başlar (Martin et al., 1998). Mineralleşmenin, yaklaşık olarak %60'ı birkaç gün içerisinde meydana gelir, fakat takriben altı aya kadar tamamlanamaz. Yeniden doldurma tamamlandığında, osteoblastlar osteositler veya kemik çizgisel hücreleri haline gelmekte veya kaybolmaktadır. Şekil 2.10' da yeniden yapılanma süreci gösterilmiştir.



Şekil 2.10 Kemik yeniden yapılanma süreci(<http://www.york.ac.uk>, 2006)

Osteoklastlar ve osteoblastlar ‘Temel Çok Hücreli Birim(TÇHB)’ yeniden yapılanma sürecinde sıkı bir işbirliği içindedir. Bu yapım ve yıkım arasında bir mekanizmanın varolabileceği belirtilmiştir (Frost, 1964). Fakat bu mekanizma tam olarak bilinmemektedir. TÇHB’nin kortikal ve trabeküler kemikteki organizasyonları morfolojik olarak farklılık göstermektedir. Kortikal kemikte bulunan TÇHB 2000 μm uzunluğunda ve 150-200 μm genişliğinde silindirik bir kanal oluşturur. TÇHB, kemik boyunca 20-40 $\mu\text{m}/\text{gün}$ gibi bir hızla, yavaş yavaş, oyuk açar. Uç kısımda, baskın yükleme yönünde osteoclastların yardımıyla daire şeklinde bir tünel açılır (Petrtyl et al., 1996). Bunu birkaç bin osteoblast hücresinin tüneli doldurması ve yenilenmiş kemik osteonunu üretmesi süreci izler (Parfitt, 1994). Yetişkin insanlarda, kortikal kemiklerin %5’i ve trabeküler kemiklerin %25’i her yıl yeniden yapılanma süreciyle yenilenir (Martin et al., 1998). Trabeküler kemikteki yeniden yapılanma süreci temelde yüzeyde meydana gelen bir olaydır. Oldukça geniş yüzeylerinden dolayı trabeküler kemikler kortikal kemiklerden daha hızlı bir biçimde yeniden yapılır. Öyleki, yeniden yapılanma oranı trabeküler kemiklerde, kortikal kemiktekilerden 10 kat daha büyük olabilmektedir (Lee and Einhorn, 2001). Osteoklastlar bu süreçte yine öncelikli gelmektedir ve trabeküler yüzey boyunca yaklaşık 25 $\mu\text{m}/\text{gün}$ ’lük bir hızla hareket eder ve derinliği 40-60 μm ’yi bulan çukur kazarlar. Kortikal kemiklerdekine benzer biçimde, bu süreci osteoblastların kemik yapım süreci takip etmektedir. Aktif yeniden yapılanma bölgeleri, boyutları 50×20 μm ’den 1000×1000 μm ’ye dek değişen alanları kapsamaktadır (Mosekilde, 1990). Trabeküler TÇHB, kortikal bir TÇHB’nin yarısı gibi kabul edilebilir. Meydana gelen yapı trabeküler osteon veya hemi-osteon olarak adlandırılır (Frost, 1986; Eriksen and Kassem, 1992).

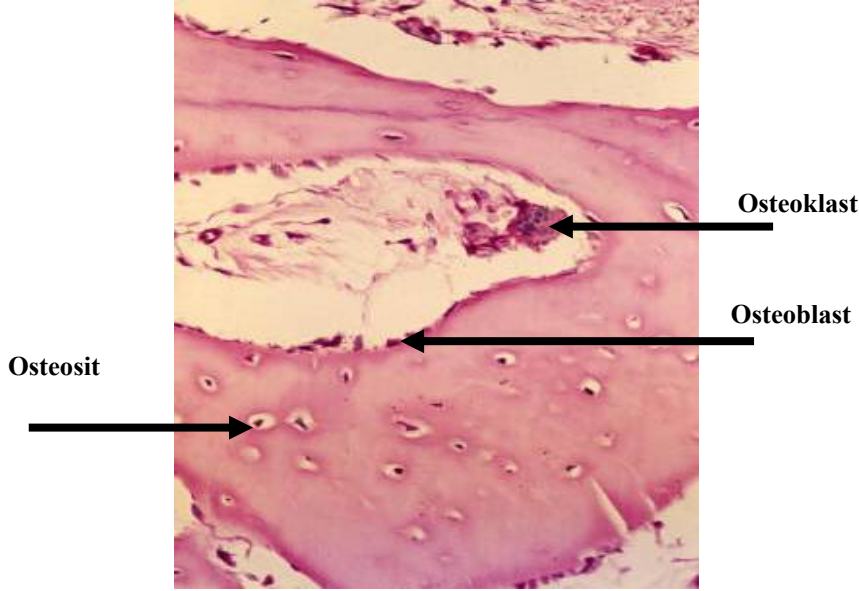
Kemiğin uyumu olarak bilinen yapılanma ve yeniden yapılanma süreçleri hücresel seviyede farklılık göstermez. Buna rağmen, bu süreçte yapım ve yıkım, mikroyapıda değişimlere neden olacak biçimde, dengesizdir. Osteoklast ve osteoblastların faaliyetleri bütünüyle birbirinden ayrılır. Yükün tam olarak kaldırılması, yapım sürecinden sonra beklenmeyen bir yıkıma sebep olabilir (Mosekilde, 1990). Gözlemlerden kemik yüzeyindeki bir grup örtü hücreleri (bone lining cells), tekrar kemik yapımını sağlayan osteoblastlara dönüşebildiği saptanmıştır (Dobnig and Turner, 1995; Chow et al., 1998).

2.2.1. Kemik Hücreleri

Kemik dokusu, kemik hücreleri ve bu hücrelerin salgıladığı etraflarındaki ara maddeden oluşur. Kemikler hiç bir şeyden etkilenmeyen cansız bir madde olmayıp, damarsal ve biyokimyasal faktörlerden, iç salgı ve beslenme değişikliklerinden, enfeksiyonlardan ve travmadan etkilenen canlı dokulardır. Kemik yapımı, bebeklikten başlayarak genç erişkin dönemine kadar süratle devam eder. Erişkin döneminde de yavaşta olsa kemik yapımı mevcuttur. Bu da kemik hücreleri tarafından gerçekleştirilir. Kemik dokusunda üç çeşit hücre bulunur. Bunlar; osteoblast, osteoklast ve osteosit'lerdir (Şekil 2.11).

Osteoblastlar, kemik yapısının organik bölümünü sentezleyen, inorganik kısmının oluşumuna aracılık eden ve yapımından sorumlu olan hücrelerdir. Bunlar, kemik yüzeyinde adeta basit bir epitel örtü meydana getirerek yanyana tek sıralı diziler yaparlar. Kemiğin inaktif yüzeyleri (endosteal yüz), gevşek düzenlenmiş bir grup örtü hücresi (bone lining cells) ile kaplanmıştır. Bu hücreler, dinlenme halindeki ya da inaktif osteoblastlar olarak tanımlanmalarına karşın, uyarılmaları halinde kemiği

oluşturabilirler. Kemik yapım aktivitesi sonlanmaya başladığında, osteoblastların bir kısmı osteositlere dönüşürken diğer kısmı periost ve endostal yüzeyin örtücü yüzeyi hücrelerine dönüşürler.



Şekil 2.11 Osteoklast, Osteoblast ve Osteosit hücrelerinin gösterimi
(Seeley et. al., 1998)

Osteoklast adı verilen bir başka kemik hücresi ise kan ve kemik dokuları arasında besin alışverişi sağlayıp, kemik içindeki atıkların dışarıya çıkarılmasını sağlamaktadır. Osteoklastların bir diğer görevi de kemiğin iç yüzeyinde, kemik iliği boşluğunda ve gözenekli kemik dokusundaki boşluklarda yıkıma yol açarak, kemiğin biçiminin ve boyunun değişmesini ve giderek erişkin boyutlara varmasını sağlamaktır. Bir yandan da dış yüzeylerde etkinlik göstererek kemik yüzeyindeki çıkıntıların küçülmesini sağlar. Böylece gövdenin kalınlığının her bölgede aynı kalması sağlanır.

Osteoklastların kemikte yaptığı yıkım sırasında osteoblast hücreleri de boş durmaz ve iskeleti oluşturmak üzere yeni kemik yapmaya başlar. Çocukluk döneminde osteoblastların işi daha ağırdır, çünkü büyüme oldukça hızlı olduğundan kemik yapımı yıkımdan daha fazla olmalıdır. Ancak iskelet belli bir olgunluk düzeyine eriştikten sonra yapım ve yıkım süreçleri birbirlerini dengelemeye başlar. Bu dengeyle yalnızca kemiğin biçimi ve boyutları değişmez, aynı anda kan ve dokular arası sıvıdaki kalsiyum oranı da ayarlanmış olur.

Olgun kemik hücreleri olarak tanımlanan osteosit'ler osteoblastların artıklarıdır. Osteosit'ler kemik matriksinin devamlılığından sorumlu hücrelerdir ve osteoklastların yürüttüğü matriks yıkımı ile kontrollü hücre ölümüne (apoptozis) yol açarlar.

2.2.2. Osteoblast ve osteoklast faaliyetlerinde mekanik kuvvetlerin ifadesi

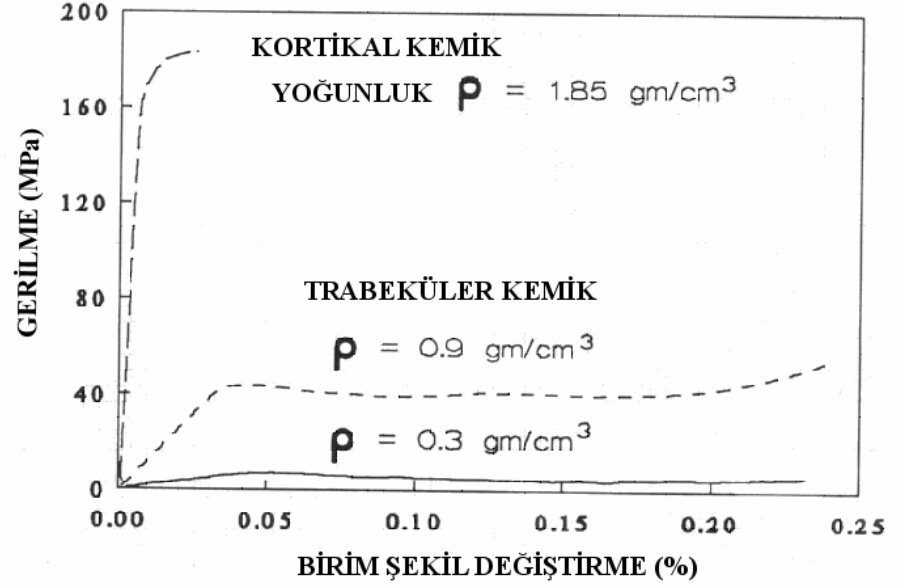
Mekanik kuvvetlerin kemik morfolojisine olan etkileri açıkça belirlendiğinden, bunların kortikal ve trabeküler kemiklerin yapılanma ve yeniden yapılanma süreçlerinde önemli bir etkiye sahiptir (Wolff, 1892). Mekanik kuvvetlerin osteoklast ve osteoblast faaliyetlerindeki ifade ediliş biçimi kemik mekanik biyolojisinde henüz çözölememiş bir sorundur. Son yıllardaki çalışmalarda, kemik yapısının lokal düzenleyici bir mekanizma sayesinde kontrol edildiği görüşü hakimdir. İlk olarak bu fikir Roux tarafından, kemik yeniden yapılanma sürecinin kendi kendine düzenlenen bir işlem olduğunu önerilmiştir (Roux, 1881). Frost bu görüşleri, lokal birim şekil değişimlerinin kemik kütlesini düzenlediğini varsayarak 'mechanostat' teorisinde ele almıştır (Frost, 1964; 1987). Şayet birim şekil değiştirme seviyesi, mekanik 'referans noktası' olarak

anılan düzeyi geçerse yeni kemik oluşumu gerçekleşir. Eğer birim şekil değiştirme seviyesi bu referans noktasının altında kalırsa kemik yıkımı olur. Bu nitel bir teoridir, fakat kemik uyumunu inceleme gayesiyle geliştirilen bazı matematiksel ve hesaba dayalı teorilere temel oluşturmuştur (Cowin and Hegedus, 1976; Huiskes et al., 1987; Beaupré et al., 1990; Weinans et al., 1992; Mullender and Huiskes, 1995; Adachi et al., 2001). Mechanostat yeniden yapılanma sürecinin ardındaki hücresel düzey mekanizmalarını açık bir biçimde belirtmemekte ve lokal mekanik sinyallerin nasıl ortaya çıkarıldığını ve bunların nasıl kemik oluşumu ve yıkımına dönüştürüldüğünü tanımlamaz. Osteositler burada önemli bir rol oynamaktadır. Bazı çalışmalar bu hücrelerin mekanik uyarımlar ile aktif hale geçtiklerini göstermektedir (Skerry et al., 1989; Klein-Nulend et al., 1995). Osteositler, çizgisel hücrelerle birlikte, mekanik sinyal uyumu açısından oldukça karmaşık sistemler oluştururlar (Cowin and et al., 1991). Mekanik olarak uyarılmış osteosit sinyalleri kanalcıklar boyunca, bu sinyallerin osteoklast ve osteoblast faaliyetlerini bizzat kontrol ettiği, kemik yüzeyine nakledildiği sanılmaktadır (Burger and Klein-Nulend, 1999).

2.3 Kemiğin Mekanik Özellikleri

Kemiğin mekanik özellikleri üzerinde geniş ölçüde çalışılmıştır. Kemik mekanik olarak anizotropik ve heterojen bir yapıya sahiptir. Sonuç olarak, kemiğin anizotropi derecesi pozisyonu ile değiştiğinden kemiğin malzeme özelliği anatomik pozisyonunun bir fonksiyonudur. Bu sebeplerden dolayı, malzeme özelliklerini tayin etmede kullanılan geleneksel mühendislik metotlarının kemiğe uygulanması oldukça zordur. Sonuç olarak, ultrasonik metot gibi diğer yöntemleri kullanmak daha uygundur.

Kemik, kanselyüs(trabeküler kemik) ve kortikal kemik olarak iki farklı yapıya sahip olmasından dolayı mekanik özellikleri de farklıdır. Şekil 2.12’de trabeküler ve kortikal kemiğin gerilme-birim şekil değiştirme eğrisi verilmiştir.



Şekil 2.12 Trabeküler ve kortikal kemiğin gerilme-birim şekil değiştirme eğrileri (Rice, J.C. et. al., 1988)

2.3.1 Kortikal Kemiğin Mekanik Özellikleri

Şekil 2.8’ de kortikal kemiğin mikro bileşenlerini şematik olarak gösterilmiştir. Bu 5 parçadan oluşur:

1. Lamelli yapıya sahip ve korteksin dış kısmını oluşturan periosteal kemik.
2. Lamelli yapıya sahip endosteal kemik.
3. Birincil osteon.
4. Sekonder osteon (Haversian sistemi)
5. Ara yer kemik

Kemik gibi amorf malzemenin malzeme simetrisini tanımlamak, kristalli malzemeye nazaran çok daha zordur. Cowin'in (1989) tanımlamasına göre, kemiğin elastik simetrisi doku simetri kategorisine girmektedir ve kristallografik simetrinin tersidir. Ancak dokusal simetri sadece deneysel yöntemlerle tanımlanabilmektedir.

Yoon ve Katz (1976, 1979, 1980) çalışmalarına göre, kemiğin elastik simetrisi için, Cowin ve arkadaşlarının tanımladığı metoda göre, kortikal kemiği ise ortotropik olarak kabul etmek gerekmektedir.

Kemiğin dokusal anizotropisi anatomik bölgeye göre ve kişiden kişiye farklılıklar göstermektedir. Bazı kortikal kemik dokusu enine izotropik ve hatta izotropik olabilmektedir. Örneğin, eğer altıgensel bir paketleme varsa, mikro yapı üzerindeki bir çalışmada kortikal haversian kemik enine izotropik gösterilir. Ashman ve Van Buskirk (1987), mandibular kemiğin enine izotropik olduğunu belirtmişlerdir.

Kemiğin elastik modeli için, malzeme simetri seçimini gerektiren uygulamalar büyük boyutlara bağlıdır. Huiskes (1982), insan femur kemiğinin gerilme analizinde enine izotropik elastik modelin yeterli olduğunu belirtmiştir. Ashman ve Van Buskirk ortotropik elastik sabitler ile enine izotropik malzeme sabitleri olarak yapılan gerilme analizlerindeki sonuç farklılıklarının çok küçük olmadığını ve kemiğin

gerilme analizi üzerine etkisinin ihmal edilebilir olduğunu göstererek Huiskes'i doğrulamışlardır.

Kemik en basit haliyle viskoelastik bir malzemedir. Son çalışmalarda, kemiğin lineer elastik malzeme seçiminin olası olduğu belirtilmiştir (Cowin, 1986).

Kortikal kemiğin elastik özelliklerini tayini üzerine bir çok çalışma yapılmıştır. Farklı test metotlarından ve yaklaşımlardan dolayı farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır. Bu farklıklar yaşa, cinsiyete ve anatomik bölge gibi özelliklerden etkilenmektedir. Bu da işi daha çok zorlaştırmaktadır.

Çizelge 2.1'de insan ve canine için kortikal kemik ortotropik malzeme olarak kabul edilmiş ve sonuçlar verilmiştir. X_1 , X_2 , X_3 yönleri radyal, çevresel ve boylamsal yönleri göstermektedir (Ashman et al. 1984). Bu veriler uzun kemik için verilmiştir.

Çizelge 2.1 Femur kemiği için teknik veriler

	İnsan	Canine
$E_1(\text{GPa})$	12.0	2.8
$E_2(\text{GPa})$	13.4	15.6
$E_3(\text{GPa})$	20.0	20.1
$G_{12}(\text{GPa})$	4.53	4.68
$G_{13}(\text{GPa})$	5.61	5.68
$G_{23}(\text{GPa})$	6.23	6.67
ν_{12}	0.376	0.282
ν_{13}	0.222	0.289

2.3.2 Kanselyus Kemiğin Mekanik Özellikleri

Trabeküler kemiğin mikro yapısal özelliği, kortikal kemiğe göre daha az önemlidir. Trabeküler kemiğin mimarisi farkedilir derecede gözenekli köpük yapısına benzer (Şekil 2.13). Yüksek gözenekli malzemelerin mekanik özellikleri için teorik modeller açık hücre veya kapalı hücre modelleri olarak sınıflandırılmıştır. Kemiğin mikro yapısı bu idealleştirilmiş modellerle tam olarak eşleştirilmesi zordur.



Şekil 2.13 Trabeküler kemik mimarisi
(<http://www.bigr.nl/research/trabecular.html>, 2006)

Açık ve kapalı hücre modellerinin çalışmalarında kanselyus kemiğin izotropik olduğu kabul edilmiştir. Bu çalışmalarda, Young modülü E , kesme modülü G 'nin açık hücre malzemelerinde kanselyus kemik yoğunluğunun karesiyle, kapalı hücre modelinde ise kübüyle orantılı olarak değiştiği kabul edilmiştir (Cowin, 1990).

Kanselyüs kemiğin yapısal yoğunluğu ile Young modülleri arasındaki ilişkiyi tanımlamak amacıyla birçok çalışma vardır. Carter ve Hayes (1977)'in vermiş olduğu deneysel bir bağıntıya göre, Young modülü ile yapısal yoğunluk arasındaki ilişki:

$$E = 3790 \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)^{0.06} \rho^3 \quad (2.1)$$

şeklinde verilmiştir. Burada E Young modülü(MPa), ρ yoğunluğu (g/cm^3) ve $\frac{d\varepsilon}{dt}$ birim şekil değiştirme oranı (1/s) dir.

Bu ilişkiye birleşik veri ilişkisi adı verilir. Çünkü bu ilişki insan ve dana kanselyüs kemikleri ve kortikal kemiklerinden alınan verilerden elde edilmiştir. Yinede bu sonuçlar Rice'ın elde ettiği sonuçlar ile tutarlı değildir (Rice, 1988). Rice (1988) çalışmasında, insanlarda Young modülünün yoğunluğun karesi ile orantılı değiştiğini ileri sürmüştür. Rice'ın elde ettiği deneysel ilişkiler Çizelge 2.2'de verilmiştir.

Çizelge 2.2 İnsanlarda, Young modülünün yoğunluk ile değişimi

Numune Oryantasyonu	Gerilme Durumu	E
Boyuna	Bası	$0.06+0.9\rho^2$
Boyuna	Çeki	$0.06+1.65\rho^2$
Enine	Çeki	$0.06+0.6\rho^2$

Burada E Young modülü(GPa), ρ yoğunluğu (g/cm^3) ve $\frac{d\varepsilon}{dt}$ birim şekil değiştirme oranı 0.01(1/s) dir.

3. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

3.1. Kemik Uyumu'nun Tespiti

Yaşam boyunca gözlenen, yeni kemik oluşumu (formation veya apposition) ve eski kemiklerin kaybının (yıkımı veya resorption) birlikteliği kemik uyumu olarak tanımlanmaktadır ve kemik yoğunluğu ve geometrisini etkilemektedir.

Kemik yıkımı ve oluşumunu gerçekleştiren kemik hücreleri sırasıyla osteoklast ve ostoblast hücreleridir. Kemik uyumu sırasında kemik hücreleri eş zamanlı olarak aktif durumdadırlar. Kemik uyumu üzerine bir çok araştırma yapılmıştır.

Osteoklast ve osteoblast hücreleri mekanik faktörler ile aktive olurlar. Mekanik faktörler ve sonuçta oluşan kemik uyumu arasındaki ilişki 19. yüzyıllarda Alman Anatomist Julius Wolff (1892) tarafından tanımlanmıştır. Wolff, kemik üzerindeki çevresel yükler değiştiğinde, trabeküler yapının yeni asal gerilme doğrultularına yönlendiğini söylemiştir. Von Meyer' in, proksimal femur kemiğindeki süngerimsi kemiğin trabeküler yapısının gösterimi (Valliappan et al., 1977) ile Cullman' ın (1866) eğri bir çubuktaki asal gerilme doğrultularının gösterimindeki benzerliğinin nedeni bu gözleme dayanmasıdır.

Kemik uyumu ile mekanik faktörler arasındaki direkt ilişki çeşitli çalışmalarda deneysel olarak belirtmiştir (Deitrick et al., 1948; Irons ,1971; Lanyon et al., 1975; Luo et al., 1983; Rietbergen et al., 1993; Rubin et al., 1984; Treharne, 1981).

Deitrick vd. (1948) deneysel çalışmasında, gönüllü insanların bacaklarını 6-8 haftalık dönemlerde hareketsiz bırakmasını içermektedir. Hareketsiz bırakılan kemikte net mineral kaybı olduğu bulunmuştur. Yine aynı şekilde, Mack vd. (1967) dört ay veya daha fazla sürelerde yerçekimsiz çevrede duran astronotlarda kemik mineral kaybının olduğunu belirlemiştir.

Mekanik faktörlerin dışındaki yaş, endokrin, kas ve sinir sistemlerinin durumları kemik adaptasyonu üzerine etkisi olduğu bilinmektedir. Genç ve yaşlı tazılarda yapılan deneylerde, kemik uyumunda yaşın en önemli faktör olduğu sonucuna varılmıştır (Irons, 1971; Treharne, 1981).

Uhthoff ve Jaworski (1978) bir yaşındaki tazıların hareketsiz bırakılmasını içeren bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, hayvanların bir ön bacağına 40 hafta boyunca hareketsiz bırakmışlardır. Deneklerin metakarpal kemiklerinde kemik adaptasyon olayı incelenmiştir. Bu incelemede periosteal yüzeylerde kemik yıkımının olduğu görülmesine rağmen endosteal yüzeylerde ise az değişimler görülmüştür.

Jaworski et. al. (1980) bu aynı prosedürü 8 yaşıdaki tazılara uygulamışlardır. Yaşlı tazılarda yapılan çalışmada periosteal yüzeylerde az kemik uyumu görülmüş, endosteal yüzeylerde ise önemli ölçüde kemik yıkımı görülmüştür.

Rubin ve Lanyon (1984) tavuklar üzerinde yaptığı deneylerde uygulanan yük tekrar sayının tavuğun dirsek kemiğinin uyumu üzerine etkisini incelemişlerdir. Kanat çırpma sırasında maksimum birim şekil değiştirme genliği olduğu dikkate alınarak, bir dirseğe yük gelmemesi

sağlanmıştır. 6 hafta sonra, yük gelmeyen dirsek kemiğindeki kemik mineral içeriğinde %12 kayıp olduğu bulunmuştur. Öncelikle, uç kemik yüzeyinin korteks kısmı kemik yıkımı ile incelenmiştir. Yük yokluğunda oluşan kaybı önlenmesi için, günde 4 kere yükleme yapılmasının yeterli olduğu bulunmuştur. 6 hafta aynı yük rejiminde günde 36 kere yük uygulanmış ve bunun sonucunda kemik mineral içeriği %133 artmıştır. Periosteal ve endosteal yüzeylerde belirgin bir kemik oluşumu gözlenmiştir. 36 dan 1800' e kadar yük tekrar sayısında kemik mineral içeriği artışında değişiklik gözlenmemiştir.

Rubin ve Lanyon (1985) bir diğer çalışmada, yük genliğinin hindi dirsek kemiğinin kesit alanındaki değişimini incelemişlerdir. Dirsek kemiğini, sekiz hafta boyunca farklı yük genliklerinde ve günde 100 tekrara maruz bırakmışlar ve dirsek kemiğinin çevresine yerleştirilmiş strain gauge'ler ile birim şekil değiştirme genliklerini ölçmüşlerdir. 1000 mikro-strain'in altındaki birim şekil değiştirmelerde toplam alanda yıkım ve 1000 ve 4000 mikro-strain değerleri arasındaki birim şekil değiştirmelerde kemik üretimine bağlı olarak kemik alanında artış olmuştur.

Rubin ve Lanyon'un (1984, 1985) yaptıkları deneyler sırasında, dinamik yük rejiminin kemik uyumu üzerine etkilerini incelemişlerdir. Ayrıca, Lanyon ve Rubin (1979) dinamik ve statik yük rejimlerinin kemik uyumu üzerine etkilerini karşılaştırmak için deneyler sırasında hindi dirsek kemiğine yükleme yapmışlardır. Bu deneylerin birinde, 2000 mikro-strain maksimum birim şekil değiştirme genliği oluşacak ve 1000 cycle/gün yük rejiminde yüklemeye tabi tutulmuştur. Diğerinde ise aynı birim şekilde değişirme genliğinde olacak şekilde statik yük altında bırakılmıştır. 8 hafta sonra bu iki dirsek kemiginde meydana gelen kesit değişiklikleri karşılaştırmışlardır. Dinamik yük rejimi sırasında kemik

alanında %40 artış sağlanmış ve statik yük rejiminde korteks incelmesine neden olmuştur.

3.2. Sağlam ve Yeniden Oluşmuş Kemiklerde Gerilme Dağılımı

Mekanik uyarılarla kemik adaptasyon olayının meydana geldiğinin saptanmasından beri, kemikteki gerilmeler ve birim şekil değiştirmelerin hesaplaması gerekmektedir.

Klasik mekanikte yapıların analizleri için çeşitli teoriler ve çözüm yöntemleri kullanılır. Bilgisayarlı yapısal gerilme analiz tekniği olan sonlu elemanlar yönteminin kompleks yapıların gerilme hesaplanmasında avantajları vardır. Bu yöntemde, kompleks geometriler, malzeme özellikleri ve yükleme koşulları dikkate alınır. Ortopedik biyomekanik alanında 1972 yılında sonlu elemanlar metodu insan kemiklerinde gerilme dağılımını hesaplamak için kullanılmıştır (Brekelmans et al., 1972; Rybicki et. al.,1972). Bundan sonra bu method kemiklerde gerilme analizlerinde sıklıkla kullanılmıştır.

Ortopedi tedavisinde, örneğin femur ve diz bağlantı ameliyatlarında kullanılan femur başı kemiği sıklıkla analiz edilmiştir. Proksimal femur kemiğinde strain gauge'ler ile ölçülen birim şekil değiştirmeler iki ve üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanan birim şekil değiştirmeler ile karşılaştırılmıştır (Brekelmans et al., 1972; Brown et. al., 1978; Rybicki et. al.,1972; Valliappan et al., 1977).

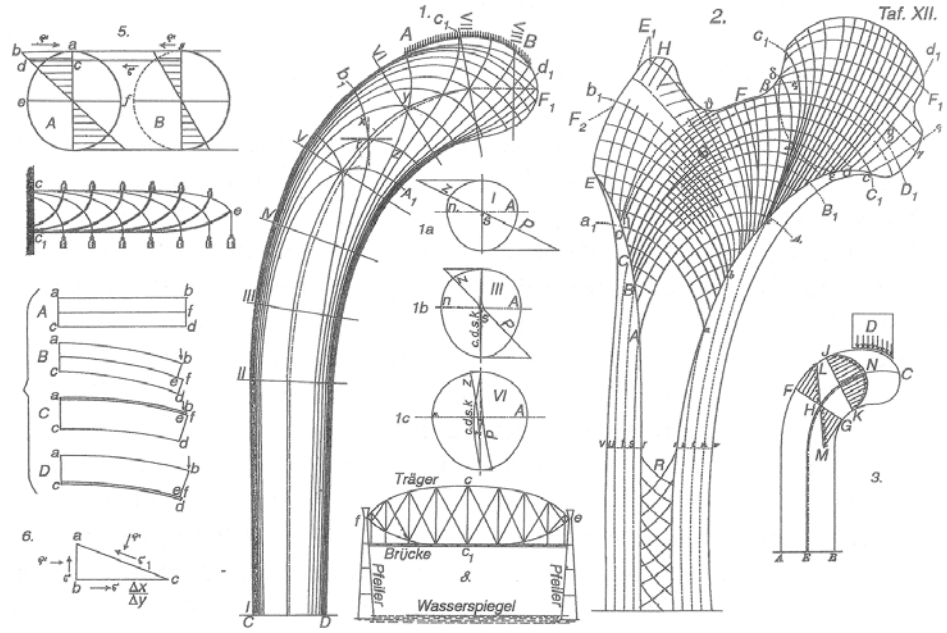
Femur kemiği gerilme analizlerinde de sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır (Huiskes et al., 1987, 1989a, 1989b; Tissakht et al., 1992,

1993, 1996). Femur kemik uyumu çalışmaları sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan kemik gerilme analiz sonuçları kullanılmıştır (Carter et. al, 1987a, 1987b; Hart et al., 1984; Huiskes et al., 1983, 1987, 1989a, 1989b).

Literatürde kullanılan kemik sonlu eleman modellerinde ortak özellik, kemiğin rijit malzeme olarak kabul edilmesi ve lineer elastisite teorilerinin kullanılmasıdır (Carter et. al, 1987a, 1987b; Hart et al., 1984; Huiskes et al., 1983, 1987, 1989a, 1989b; Orr et al., 1990).

3.3. Kemik Uyum Modeli

Tarihsel olarak, kemiğin mekanik çevreye uyum gösterdiği yönündeki düşünce, Galileo Galilei'nin kemik şekillerinin mekanik anlamına işaret ettiği 1638'e dayanır. Sonraları diğer bazı bilim adamları da bu düşünceyi paylaşmışlardır. Bununla birlikte, mekanik tesirlerin trabeküler kemik yapısına etkisini ele alan çizimler İsviçreli anatomi bilgini Hermann Von Meyer tarafından yapılmıştır (Tovar A., 2004). Bu çizimler, proksimal femur kemiğinin trabeküler yapısı ve grafiksel istatistik teorisi ile hesap edilen gerilme yörüngelerinin desenleri arasındaki büyük benzerliği keşfeden Alman mühendis Karl Culmann tarafından irdelenmiştir (Şekil 3.1). Adı geçen bilim adamlarının bulgularından, Alman anatomi bilgini ve ortopedi cerrahı Julius Wolff, trabeküler morfolojinin asal gerilme yörüngeleriyle eşleştiği sonucuna varmıştır.



Şekil 3.1 Yörünge teorisi. Fairbairn kreninde gerilme yörüngelerinin Culmann'ın grafiksel istatistik analizi (solda) ve proksimal femur kemiğinde trabeküler yönelimlerinin Von Meyer tarafından yapılmış çizimleri (sağda). (Tovar A., 2004)

Wolff şunu varsaymıştır; “Kemik yapısındaki ve işlevindeki her değişim kemik iç yapısındaki kesin ve belirgin değişimler tarafından izlenir, ve keza matematik yasalarına bağımlı olarak kemik dış uyumundaki değişimle tarif edilir.” Wolff kemiğin büyüme ve gelişme sürecinde mekanik yüklere uyum gösterdiğini, ve benzer bir uyumun kırılmadan sonraki iyileşme sürecinde de meydana geldiğine inanılıyordu. O, iç ve dış morfolojinin tesis edilmesinden sonra kemik yapısının daha fazla modifiye edilemeyeceğini farzetmiştir (Tovar A., 2004).

Roux, Wolff'un düşüncelerini biyolojik yapıların ve organların işlevsel uyumunu tarif eden teorisine dahil etmiştir. İşlevsel uyum, bundan başka, yapısal dokuların maksimum-minimum ilkesine örnek teşkil etmesi için de önerilmiştir. Bilindiği üzere bu ilke, malzemenin asgari dereceye indirilirken dayanıklılığın azami dereceye çıkarılmasını ifade eden optimizasyon problemine dayanmaktadır (Tovar A., 2004).

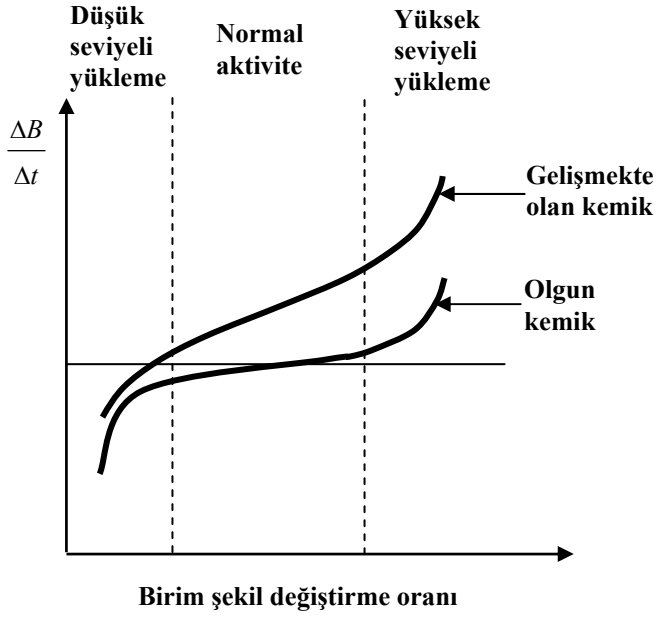
Uzunca bir süreden beri, kemik yeniden yapılanmasının tam matematiksel formülasyonlarında ciddi ilerlemeler kaydedilmiştir. Az sayıdaki teorik çalışmadan birinde, Kosh, yörünge teorisinin doğruluğunu insan femurundaki gerilme yörüngelerini anatomik ölçümlere dayanarak ispat etmişti (Tovar A., 2004). Çok sonraları, Frost (1964) trabeküler yeniden yapılanma sürecinin matematiksel ilk tarifini ortaya atmış, ve bu alanda halen kullanılan terminolojinin büyük bir bölümünü tanımlamıştı. Frost (1964) ayrıca, daha sonraları mechanostat modelinde geliştirilen, kemik uyumunda denge ve kontrol prensiplerini tarif etmiştir.

Wolff ilk olarak yükleme fonksiyonundaki değişimin kemik yapısındaki uyuma sebep olduğunu gözlemiştir. Wolff yükleme koşulları ile kemik uyumu arasında matematiksel bir ilişkinin olduğunu söylemiştir. Wolff'un gözlemlerinin niteliği şöyledir: Birçok araştırmacı, Sadece Wolff teorisini kanıtlamak için denemeler yapmamışlar, bunun yanınada mekanik parametreleri ve kemik uyumu arasındaki değişikliklerin miktarını belirlemeye çalışmışlardır (Tovar A., 2004).

Bir inceleme makalesinde, Carter (1982) hayvan modellerinde kortikal kemiğin uyumu üzerine yapılan çeşitli çalışmaları özetlemiştir. Hayvan kemikleri üzerinde kemiğe gelen mekanik uyarılar ile kemik uyumu arasındaki ilişki üzerine deneysel olarak gözlemler yapmış ve

kemik hacim değişim oranı $\left(\frac{dB}{dt}\right)$ ve birim Şekil değiştirme oranı arasındaki ilişkiyi gösteren eğriler çıkarmıştır. Bu eğriler Şekil 3.2’de gösterilmiştir. Birim Şekil değiştirme (dS), tekrarlı birim Şekil değiştirme ($d\varepsilon$), ortalama birim Şekil değiştirme (ε_m) ve yükleme tekrar sayısı (N) ile bağımlı olduğu ortaya konmuştur. Birim Şekil değiştirme direkt olarak  l  lembilen bir parametre olması dolayısıyla diğer mekanik parametrelere göre daha fazla kullanılır. Olgun bir kemikte, normal aktivite aralığındaki eğride uyarıların kemik kaybı veya kazancı üzerine etkisinin az olduğu görülmektedir. Yüksek seviyeli yüklemelerde, uyarıların meydana getirdiği kemik kazancı belirgindir. Düşük seviyeli yüklemede (hareketsizlik) ise önemli derecede kemik kaybı gerçekleşmektedir. Gelişen bir kemikte normal aktiviteler sırasında olgun bir kemiğe göre eğride daha büyük bir eğim gözlenir. Bu da gelişen kemiğin birim Şekil değiştirme değişimlerine daha duyarlı olduğunu göstermektedir.

Kemik uyumu (Yapım ve yıkım) kemik özelliklerindeki veya geometride zamana bağlı değişim ile tanımlanmış ve $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ ile gösterilmiştir. Şekil 3.3’ de mekanik uyarı değeri (S)    bölgede gösterilmiştir. Mekanik uyarıcının düştüğü aralıkta kemik yıkımı gözlenir. Kemik oluşumunun olduğu aralıkta ise mekanik uyarıcıda artış olur (Carter ,1982).

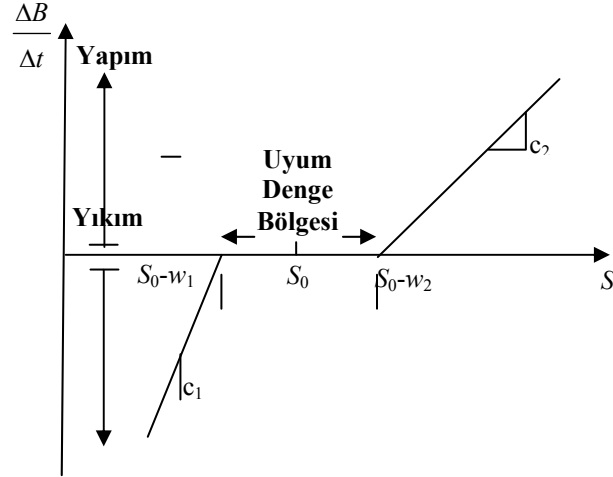


Şekil 3.2 Olgun ve gelişmekte olan kemikteki uyum ile birim şekil değiştirme oranı arasındaki ilişki üzerine hipotez (Souda, K.B., 1996)

Diğer bölgede ise, ne kemik yıkımı nede kemik oluşumunun olmadığı bölgedir. Bu bölgeye uyum denge bölgesi olarak adlandırılır. Şekil 3.3'de gösterilen ilişki uyum oran fonksiyonu olarak isimlendirilir. Matematiksel olarak;

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \begin{cases} c_1(S - S_0) + c_1 w_1 & S - S_0 < -w_1, & \text{Kemik yıkımı} \\ 0 & -w_1 \leq S - S_0 \leq w_2, & \text{Denge denklemi} \\ c_2(S - S_0) - c_2 w_2 & S - S_0 > w_2, & \text{Kemik oluşumu} \end{cases} \quad (3.1)$$

Burada c_1 ve c_2 uyum oran sabitleri, $[w_1+w_2]$ kemik uyum denge bölgesi genişliği ve S_0 mekanik uyarı referans değeridir. Bütün katsayılar pozitif değerdedir (Souda, K.B., 1996).



Şekil 3.3 S mekanik uyarı ile ilişkili ideleştirilmiş kemik uyum oran fonksiyonu ve zamana bağlı olarak kemik malzeme özellikleri veya geometrisindeki değişim (Souda, K.B., 1996)

Kemik uyumu, geometri ve kemik yoğunluğunda değişimlere sebep olabilir. Dış yüzeylerde geometride değişime sebep olan kemik oluşumu ve yıkımı dış kemik uyumu olarak belirtilmiştir. Kemik gözenekli yüzeylerinde yoğunluk değişimine sebep olan kemik yıkımı ve oluşumu ise iç kemik uyumu olarak adlandırılır. İç ve dış kemik uyumunun her ikisi birden eş zamanlı olarak ortaya çıkar (Frost, 1983, 1988). Kemik uyum teorilerinde, uyum iç ve dış kemik uyumu olarak ayrılmıştır. Dış uyumda, sonlu elemanlar analizinde malzeme özelliklerinin zamana bağlı olarak değişmediği kabul edilmiş ve kortikal kemiğin özellikleri

alınmıştır. İç kemik uyumunda ise, malzeme özelliklerinin zamana bağlı olarak değiştiği kabul edilmiştir.

Literatürdeki çalışmalar, değişik dış kemik uyum modellerindeki mekanik uyarıcıların birim şekil değiştirme veya birim şekil değiştirme enerjisi'ne dayandığını göstermiştir (Cowin et al., 1976, 1981, 1985, 1987, 1990, 1991; Hart et al., 1984b; Harrigan et al., 1985; Hayes et al., 1978; Huiskes et al., 1989a; Lindahl, 1967). Bazı yapılan çalışmalar aşağıda verilmiştir.

Cowin (1990, 1976), birim şekil değiştirme tansörüne dayalı kemik uyum modeli geliştirmişlerdir. Birim şekil değiştirmesinin direkt olarak ölçülebilmesinden dolayı birim şekil değiştirme mekanik uyarı olarak alınmıştır. Bundan sonra geliştirilen modellerin bir çoğu bu modelle dayanır.

Luo (1983), dış kemik uyumu için iki farklı uyarıcı kullanmışlardır. Bu uyarılar, maksimum birim şekil değiştirme ve tekrarlı yükleme sırasında maksimum ve minimum birim şekil değiştirmeler arasındaki farktır. Birim şekil değiştirme miktarı normal birim şekil değiştirmelerin toplamı olarak tanımlanmıştır. Trabeküler kemik yapısı idealleştirilen bir model ile gösterilmiştir. Birim şekil değiştirmeleri sınır eleman metodu kullanılarak hesaplanmıştır. İki farklı mekanik uyarı kullanılarak yapılan kemik uyum tahminleri karşılaştırılmıştır. Bu iki uyarı için, benzer trabeküler kemik yapısı elde edilmiştir.

Hart (1984a, 1984b), dış kemik uyumu için mekanik uyarıcı olarak kemik yüzeyine dik birim şekil değiştirme değerlerini kullanmışlardır. Uzun kemiğin gövdesinin sonlu eleman modelinde uygulamışlardır.

Kemik uyum model parametrelerini, kemik uyumu üzerine var olan deneysel çalışmalardan hesaplamışlardır.

Cowin (1981, 1985, 1987), kemikteki birim şekil değiştirmeleri hesaplamak için klasik mekanik teorilerini kullanmışlardır. Uzun kemiğin gövdesinde birim şekil değiştirme değerleri ince cidarlı silindir teorisi ile bulunmuştur. Yazarlar, mekanik uyarıcı olarak normal ve kayma birim şekil değiştirmelerinin birleşimini kullanmışlar ve farklı yükleme koşullarında kemiğin enine kesitindeki değişimleri bulmuşlardır. Cowin (1987), artan burulma yükü ve azalan bası yükünün kemik geometrisi üzerinde benzer etkileri olduğu gözlemişlerdir.

Carter'ın (1987) diğer bir çalışmasında, kemiğin günlük yüklenme bilgisi gerilme büyüklüğü veya tekrarlı birim şekil değiştirme enerji yoğunluğu ve yükleme tekrar sayısı ile karakterize edilmiştir. Kemik kütlelerinin etkiyen enerji yoğunluğu ile bağlatılı olduğu kabul edilerek lokal kemik yoğunluğu ile yüklenme arasında bağıntı geliştirilmiştir.

Huiskes (1987), dış kemik uyumu için mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerji yoğunluğunu kullanmışlardır. Enine yüklenmiş ankastre kirişin şeklinin optimizasyonunda bu modeli kullanmışlardır. Hesaplanan sonuçlar, analitik çözümle yakın sonuçlar vermiştir. Bu model, protezin dizayn parametrelerinin femur kemiği üzerindeki uyum üzerine etkisinin incelenmesine izin vermektedir.

Bu kemik uyum modellerinde, mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme ve birim şekil değiştirme yoğunluğu alınmıştır. Hayvanların uzun kemiklerine gelen yük değişimlerinin kemik geometrisinde meydana getirdiği değişikliği tahmin etmek için kullanmışlardır (Cowin

et al., 1976, 1981, 1985, 1987, 1990; Hart et al., 1984; Hayes et al., 1978).

Dış kemik uyumunda uyarıcı olarak birim şekil değiştirme ve birim şekil değiştirme yoğunluğu kullanılır iken, literatürdeki çalışmalarda, iç kemik uyumunda uyarıcı olarak gerilme veya birim şekil değiştirme enerjisinin her ikisinde kullanıldığı görülmektedir (Carter et al., 1987a, 1987b, 1989; Huiskes et al., 1987; Odgaard et al., 1990; Rice et al., 1988). Dış kemik uyum modelleri hayvanların uzun kemiklerine gelen yük değişimlerinin kemik geometrisinde meydana getirdiği değişikliği tahmin etmek için kullanılmışlardır. İç kemik uyum modelleri, diğer taraftan, insanların proksimal femur kemiklerinde yoğunluk dağılımlarının tahmin edilmesinde kullanılmaktadır (Carter et al., 1987a, 1989).

Carter'ın(1987) çalışması, insan kemiğinin günlük ativiteler sırasında maruz kaldığı çeşitli yükler altında meydana gelen iç kemik uyum olayının anlaşılmasını sağlamıştır. Bu çalışmada, gerilme genliği ve günlük yüklere göre yük tekrar sayısının kombinasyonundan oluşan uyarı terimlerinin olduğu yaklaşım önerilmiştir. Bu gerilme yaklaşımında, kemiğin kendi kütlesini düzenlendiği varsayılmıştır ve

$$\left(\sum_{i=1}^N N_i \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{ult}} \right)^\gamma \right)^\gamma = C_1 \quad (3.2)$$

Burada, σ_i i ' ninci yükleme durumunda kemikteki gerilme değeri, N_i i ' ninci yükleme durumundaki tekrar sayısı, N ise yükleme durumu sayıdır. σ_{ult} kemikteki maksimum gerilme değeri, γ ve C_1 sabitlerdir.

$$\left(\sum_{i=1}^N N_i (U_{bi})^\gamma \right)^\gamma = C_2 \quad (3.3)$$

Burada, U_{bi} kemik dokusunda depolanan birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu, C_2 ise sabittir. C_1 ve C_2 sabitleri genetik ve metabolizma tarafından kontrol edilen faktörler olarak tanımlanmıştır. Gerilme ve birim şekil değiştirme yoğunluğu yaklaşımlarının her ikisinde de, elastik modül ile yoğunluk arasında kübik bir ilişki olduğu ve gerilme ile yoğunluk arasında da kuadratik bir ilişki olduğu bulunmuştur (Carter, 1987). Carter (1987), bu yaklaşımlar ile proksimal femur daki yoğunluk dağılımlarını tespit etmişlerdir.

Carter ve Orr 'un ortak olarak yaptığı çalışmalarda, uyarıcı olarak gerilmeyi kullanarak proksimal femur kemiğindeki kemik uyumu üzerine çeşitli incelemeler yapılmıştır (Carter, 1987a, 1987b, 1989). Bu çalışmalar aşağıda incelenmiştir.

Carter (1989), kayma gerilmelerinin kıkırdak kemikleşmesini hızlandığını ve hidrostatik gerilmelerin ise engellediğini kabul etmişlerdir. Kıkırdak oluşumu ve rejenerasyonu (yıkım) için mekanik uyarıcı olarak, osteojenik indeks olarak belirtilen kayma gerilmesi ve hidrostatik gerilme kombinasyonu kullanılmıştır. Bu çalışmada, gebeliği takip eden 48 günden doğum sonraki 4 aya kadar proksimal femur kemiğinde oluşum ve yıkım olaylarını göstermek için bu olayları eşit genlikte ve geliş güzel seçilen yükleme koşullarında hesaplamışlardır. Çünkü, literatürde embriyo, cenin ve yeni doğan üzerindeki yükleme koşulları belirtilmemiştir. Bu yükleme koşullarında eklem tepki kuvvet doğrultuları farklıdır. Analiz yapılırken, bu doğrultular kemik gövdesine göre 18° , 39° .ve 58° olarak alınmıştır. Herbir yükleme durumu tekrar

sayısı $N_i \in (1, 2, 3)$ ve γ katsayısı ise bire eşit alınmıştır. Sonuçlardan iskeletin ana özellikleri başarıyla tahmin edilmiştir.

Bir sonraki makalede, Carter(1989), birim şekil değiştirme yoğunluğundan U ($\sigma = \sqrt{2EU}$) türetilmiş gerilme değerlerini mekanik uyarı olarak almışlardır. Analizler için aşağıdaki yükleme koşullarından biri veya bunların kombinasyonu alınmıştır: Yürüme aktivitesi sırasındaki duruşta meydana gelen yükleme durumu ve diğer iki yükleme durumu olarak da el ve ayakların tam olarak açıldığı ve kapandığı pozisyonlardaki durumlar alınmıştır. Bu yükleme durumundaki eklem reaksiyon kuvvetlerinin kemik gövdesine göre yaptığı açılar 24° , -15° ve 56° dır. Her yükleme durumunda yükleme tekrar sayısı bir alınmış ve γ katsayısı ise 1 ve 4 alınmıştır. Bu çalışma, kemik her üç yükleme koşulunun kombinasyonu şeklinde yüklendiği durumda proksimal femur kemiğindeki yoğunluk dağılımı birinci yükleme durumuna (yürüme aktivitesi sırasında) göre daha iyi olduğunu gösterilmiştir. Ek olarak, γ katsayısı ise 1 ve 4 alındığı zaman aynı yoğunluk dağılımları hesaplanmıştır.

Beaupré (1990a, 1990b), daha sonra aynı gerilme miktarı ve üç yükleme durumunun kombinasyonu dikkate almışlardır. Ancak her bir yükleme durumundaki tekrar sayısı farklıdır. Günlük toplam tekrar sayısı 10000 tekrar/gün olarak alınmıştır ($\sum_{i=1}^N N_i = 10000$ tekrar/gün). Yürüme aktivitesi sırasındaki yükleme durumunda toplam tekrar sayısı 6000 tekrar/gün, diğer iki yükleme durumunda ise 2000 tekrar/gün olarak alınmıştır. Bu model ile proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımı tahmin edilmiştir.

Bazı çalışmalarda, kemik adaptasyonu için uyarı olarak birim şekil değiştirme enerjisi kullanılmıştır (Huiskes et al.,1989). Huiskes vd. (1989) modellerinde, Carter'in (1989) modelindeki tekrar sayılarını ve aynı yük kombinasyonunu kullanmışlardır.

Bazı çalışmalarda, gerilme ve birim şekil değiştirme miktarlarındaki değişimin birim şekil değiştirme yoğunluğu kadar kemik uyum olayı üzerine etkili olduğu belirtilmiştir (Brown et. al., 1990; Tissakht et al., 1996). Kemik uyumu için uyarı olarak kullanılan gerilme ve birim şekil değiştirme skaler büyüklüklerdir ve sırasıyla gerilme ve birim şekil değiştirme tansör üyelerinin kombinasyonlarından elde edilir. Bu çalışmalar, hindi dirsek kemiği ile femur kemiği üzerindeki bazı gerilme ve birim şekil değiştirme dağılımlarındaki değişiklikleri incelemişlerdir.

Kemik adaptasyonu için uyarıcı olarak 24 adet mekanik parametre (Gerilme ve birim şekil değiştirme, birim şekil değiştirme yoğunluğu) Brown ve arkadaşları tarafından dikkate alınmıştır (Brown et. al., 1990). Yük değişiminden, hindi dirsek kemiğinin yüzeylerinde ölçülen kemik oluşum ve yıkımları ile hesaplanan mekanik parametrelerdeki değişimler karşılaştırılmıştır. Bu çalışma, kemik uyumu için, birim şekil değiştirme enerjisi, boyuna kayma gerilmesi ve asal gerilme/birim şekil değiştirmenin uyarıcı olarak alınabileceğini önermiştir.

Tissakht (1996), femur kemiği protezinin oluşturduğu gerilme kalkanını hesaplamışlardır. Ameliyatlı ve ameliyatsız femur kemiğinde üç mekanik parametrenin (gerilme, osteojenik indeks ve birim şekil değiştirme yoğunluğu) dağılım değişimlerini hesaplamışlardır. Sonuçlar göstermiştir ki, protez implantasyonundan sonra üç mekanik parametrenin

dağılımındaki azalma distal femur kemiğinde gözlenen kemik yıkımıyla ilişkilidir.

İç kemik uyum modellenmesinde, Carter vd. (1977), elastik modül ile yoğunluk arasında kübik bir ilişki kullanmışlardır. Bu ilişki, insan ve sığır kanselyus kemiklerindeki bası test sonuçlarına dayanır. Rice vd. (1988), havyan ve insan kanselyus kemik dokularından yaptıkları istatistiksel analizde bu ilişkinin geçerliliğini sorgulamışlardır. Bu yazarlar, hayvanlar için geçerli olan yoğunluk ve elastisite modülü arasındaki ilişkinin insanlar için geçerli olmadığını göstermişlerdir.

Dış kemik uyum denge modelleri literatürde belirtilmemesine rağmen, iç kemik uyum denge modelleri üzerine yapılan çalışmalar artmaktadır. Kemik uyum denge modellerinde uyarıcı olarak birim şekil değiştirme yoğunluğu (Cowin et al., 1994; Harrigan et al., 1993; Weinans et al., 1993) veya gerilme (Carter et al., 1989; Odgaard, 1990) kullanılmıştır. Kemik uyum modelinin nümerik olarak modellenmesi üzerinde çeşitli çalışmalar vardır. Bu modellerde, nümerik parametreler (Odgaard, 1990; Valliappan, 1977) ve fiziksel parametreler (Cowin et al., 1994; Harrigan et al., 1993; Weinans, 1993) üzerinde durulmuştur.

Weinans vd. (1992), kemik uyum simülasyonun yakınsamısı ve benzeşimini incelemişlerdir. Bu çalışmada, proksimal femur'da iki boyutlu sonlu elemanlar modeli kullanarak başlangıç yoğunluğunun ve zaman adımının yoğunluk dağılımı üzerine etkilerini çalışmışlardır. Kemik uyumu için uyarıcı olarak birim şekil değiştirmenin kemik yoğunluğuna oranını seçmişlerdir. Zaman adımı belli bir değerin altında olduğu zaman, sonuçların yakınsadığı ve benzeştiği gözlenmiştir. Başlangıç yoğunluğunun ise tahmin edilen yoğunluk dağılımı üzerine etkisi küçüktür.

Diğer bir makalede, Weinans vd. (1993) sonlu eleman ağındaki eleman sayısının kemik uyum simülasyonu üzerine etkisini incelemişlerdir. İki boyutlu sonlu eleman modelinde kare plak kullanılmıştır. Sonuçlar, az eleman sayısı kullanılarak hesaplanan gerilme yoğunluğu dağılımının fazla eleman sayısı kullanarak hesaplanan gerilme yoğunluğu dağılımının genel özelliklerini içerdiğini göstermiştir.

Kemik uyum simülasyonun benzeşimi ve yakınsaması üzerine Orr tarafından çalışma yapılmıştır (Odgaard, 1990). Yazar, eksenel bası yükü altında kare plak modeli kullanarak parametrik çalışma yapmıştır. Zaman adımını ve başlangıç yoğunluğunu değiştirerek gerilme yoğunluk dağılımlarını hesaplamışlardır. Kemik uyumu için uyarıcı olarak gerilme seçilmiştir. Sonuçlar, zaman adımının kemik yoğunluğu üzerine etkisinin olmadığını göstermiştir. Sonuçlar ayrıca denge bölgesinin genişliğinin sıfıra eşit olduğunda başlangıç yoğunluğunun yoğunluğa etkisinin olmadığını göstermiştir ($w_1 + w_2 = 0$). Ancak, denge bölgesinin sıfıra eşit olmadığında, hesaplanan yoğunluk önemli derecede değişiklik gösterir. Farklı sonlu eleman sayılarında kemik yoğunlukları benzer bulunmuştur.

Mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme yoğunluğu (Weinans, 1993) veya gerilme (Odgaard et al., 1990; Carter et al., 1998.) kullanılan kemik uyum modellerinde kemik uyum sürecinin dengesizliği çeşitli çalışmalarda gözlenmiştir. Homojen bir kemikten başlayarak, bir kaç iterasyondan sonra sağlam bir kemikte gözlenen yoğunluk dağılımı bulunur.

Weinans (1993), denge bölgesi genişliği açısından kemik uyum denge modelini incelemişlerdir. Kemik uyum modeli için uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu seçilmiştir. Proksimal femur kemiği analizinde 3 boyutlu sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

Sonuçlar, denge bölgesinin genişliği referans uyarıcı değerinin %70'ine eşit olduğu zaman tam kemik yıkımının olduğunu göstermiştir. Geniş denge bölgesi S_0 'ın %150 sine eşit olduğu zaman yıkım işlemi yavaşlar ama tamamıyla ortadan kalkmaz.

Mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerjisinin kullanıldığı kemik adaptasyon modelinde görülen kararsızlık özellikleri, mekanik uyarıcı olarak gerilmenin kullanıldığı Carter vd. (1998) ve Orr vd. (1999)'nın kemik uyum modellerinde de gözlenmiştir. Carter (1998) elastiklik modülü ile kemik yoğunluğu arasındaki ilişkinin tanımlandığı temel denklemdeki üst derecesinin önemini tartışmışlardır.

Weinans vd. (1992), Hamilton (1992, 1993), Cowin (1994) bu temel denklemlerdeki üst değerleri için analiz yapmışlardır. Weinans (1992) şu yaklaşımı dikkate almışlardır: birim şekil değiştirme dağılımı uniform olduğu zaman uyum denkleminde yoğunluk dağılımı uniform ve kemik uyum modeli kararlı ise başlangıç yoğunluk dağılımından bağımsız olmalıdır. Yükleme koşulları aksenal bası kuvveti olarak dikkate alınmıştır. Denge analizinde, uyarıcı olarak gerilme, birim şekil değiştirme ve birim şekil değiştirme yoğunluğunun kullanıldığı uyum modelleri kullanılmıştır. Buna rağmen, uyarıcı olarak birim şekil değiştirmenin kullanıldığı uyum modelleri için stabilite kriterinin geçerliliği yazarlar tarafından sorgulanmıştır. Çünkü, analizlerde uniform birim şekil değiştirme kabulü yapılmıştır. Hamilton (1992, 1993) ve Cowin (1994) şu yaklaşımı dikkate almışlardır: Uyum denkleminde yoğunluk dağılımı üzerine uyarma fonksiyonu uygulandığında kemik uyum modeli kararlı ise gerilme dağılımı uyarılmadan önce yakınsamalıdır. Yazarlar, bası ve eğilme yükleme durumlarını dikkate almışlardır. Uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerjisinin kullanıldığı uyum modellerini stabilite analizi için kullanmışlardır.

Beaupré (1990) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, uzun kemik gövdesinin üç boyutlu modelindeki gerilme dağılımı hesaplamak için uyarıcı olarak gerilmenin seçildiği kemik uyum modelini kullanmışlardır. Kemik eksenel yüklemeye ve tek düzlemde eğilme momenti ile yüklendiği zaman oluşan yoğunluk dağılımını hesaplamışlardır.

Fyhrie (1990), uygulanan gerilmeye bağlı olarak kemik morfolojisinin değişimi için yeni geliştirdikleri teoriyi femur başı ve boynundaki yoğunluk dağılımını bulmak için kullanmışlardır. Bu çalışmada, Von Mises Gerilmesi, Birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ve efektif gerilme olmak üzere 3 farklı yaklaşımın her biriyle 3 boyutlu sonu elemanlar yöntemi kullanılarak yoğunluk dağılımları bulunmuştur. Gerçeğe en yakın yoğunluk dağılımının irim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ile elde edildiği belirtilmiştir.

Doblare' nin (2001) yaptığı çalışmada, total kalça ameliyatından önce ve sonraki proksimal femur'un yeniden yapılanma davranışını tespit etmek için anizotropik yeniden yapılanma modeli uygulamışlardır. Bu model sürekli hasar mekaniği temellerine dayanmaktadır.

Miller (2002) bir çok kemik uyum algoritmalarında kemik morfolojisi ile yük arasındaki ilişkiyi tanımlarken kemik malzemesini izotropik olarak kabul edildiğini belirtmiştir. Miller (2002) yaptığı çalışmada, proksimal femur trabeküler yapısının öngörülmesinde iki boyutlu ortotropik malzeme modelini kullanmıştır. Bu modelde, her elemanın malzeme özellikleri ve lokal oryantasyonunu saptamak için 2 ayrı hipotez geliştirmişlerdir. İlk hipotezde, trabeküler yapının maksimum asal gerilme doğrultusu boyunca yönlenmenin olduğunu kaul etmişlerdir. İkinci hipotezde ise, yönsel uyarı kullanılarak hesaplanan her malzeme doğrultusundaki malzeme özelliklerinin hesaplanmasını içerir.

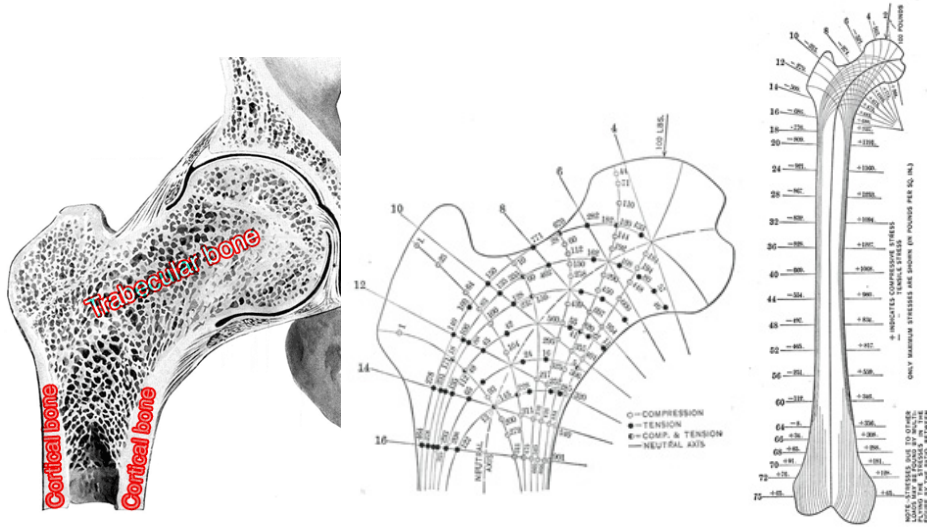
Morgan'ın (2003) yaptığı çalışmada, trabeküler kemikte yoğunluk ile elastiklik modülü arasında anatomik bölgeye bağlı olarak bir ilişkinin olup olmadığını araştırmışlardır. 142 adet insan trabeküler kemik numunesinde (61 vertebra, 31 proksimal femur, 23 femoral büyük trokanter, 27 femoral boyun) elastiklik modülü ve yoğunluk ölçülmüştür.

Ruimerman (2003) kemiğin mekanik yüklenmesinin kemik mimarisinin etkilediğini ve trabeküler şekillenmenin yüklenme yönüne bağlı olduğunu kabul ederek geliştirdiği 3 boyutlu bilgisayar modeli kullanmışlardır. Ayrıca bu çalışmada, osteoblast ve osteoklast hücrelerinin mekanik uyarım altındaki davranışları incelenmişlerdir.

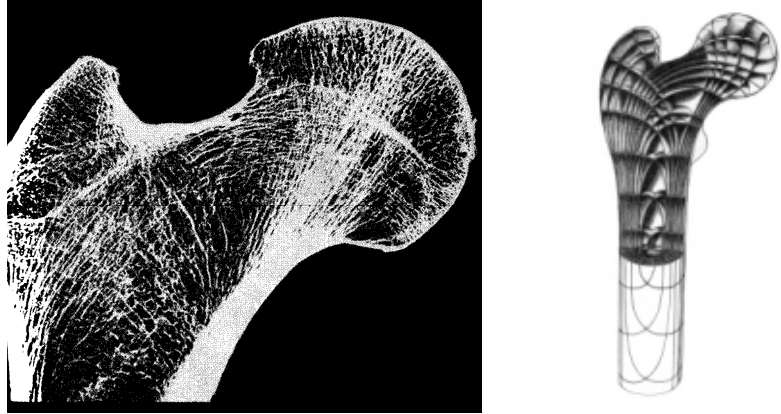
Chan (2006a, 2006b) çalışmalarında, kemiğin yeniden yapılanmasında mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerji yoğunluğunu kabul etmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi ve yapısal optimizasyon metodlarının birleştirilerek yeniden yapılanma modelleri önermiştir. İlk çalışmasında kemik kırık iyilişmesinde trabeküler kemiğin yeniden yapılanmasının modellemiş ve malzemenin yoğunluk dağılım değişimini incelemiştir (Chan, 2006a). Diğer çalışmasında ise proksimal femur kemiğinin yeniden yapılanmasını modellemiş ve yoğunluk dağılımını hesaplamıştır (Chan, 2006b).

4. KEMİKLERİN YENİDEN ŞEKİLLENME TEORİLERİNİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Kemikler, kendi mekanik çevreleri doğrultusunda iç ve dış yapılarını adapte edebilirler. Zaten bu Wolff Kanunu olarak bilinmektedir. Çoğunlukla, bu araştırmalar mekaniksel fonksiyonların üzerinde yoğunlaşmakta, bazen de büyüme ve gelişme evrelerini, yaşlanma ile ilgili değişimleri ve hormonal etkileri kapsayan biyolojik fonksiyonları içermektedir. Kemiğe gelen yükün fonksiyonu olan gerilme ve rijitlik değerlerine göre trabeküler kemik optimum yapıya sahiptir. Mekanik kuvvetlerin kemik kütlesi ve iç yapısına etki ettiği bilinmektedir. Trabeküle, mekanik yükleme doğrultusunda yönelmişlerdir ve kemik kütlesi yük genliğiyle ilişkilidir (Şekil 4.1 ve 4.2).



Şekil 4.1 Wolff Kanunun femur kemiğine uygulanması (<http://www.abdn.ac.uk/>, 2006)



Şekil 4.2 Wolff kanunun uygulanması
(<http://bill.snr.arizona.edu/classes/182/femhead.htm>, 2007)

Teorik ve hesaba dayalı şekillenme çalışmalarında, yaygın olan faktörler, ilk olarak, kemiğin fonksiyonel değişiminin nicel olarak izah etmek ve anlamak, sonra kemik değişimini simüle ve tahmin etmek, ve son olarak da manipulasyonların gelişime etkisini simüle etmektir. Bununla beraber esas cevaplanmayan soru ise kemiğin iç ve dış şekillenmesini ve mekanik çevreye adapte olabildiğini tetikleyen nedenin bulunamamasıdır. 2 çeşit yeniden şekillenme ve şekillenme teorisi vardır. Bunlar;

1. Biyolojik yeniden şekillenme ve şekillenme
2. Mekanik yeniden şekillenme ve şekillenme

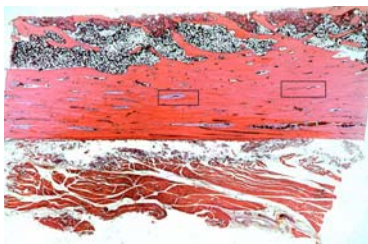
Bu iki teori arasındaki büyük farklılık, mekanik method nicel olarak şekillenme ve yeniden şekillenme öngermeyi çalışırken, biyolojik method problemi nitel olarak açıklamaya çalışıyor olmasıdır.

Daha önceden, yeniden şekillenme terimi için kemik içi ve dışındaki meydana gelen uygun değişiklikler (ortama uyumu) olarak kullanılmıştır. Son kemik biyolojisi literatürlerinde kemik içindeki değişimler yeniden yapılanma (Şekil 4.3a), kemik dış kısmındaki değişiklikler yapılanma (Şekil 4.3b) olarak adlandırılmıştır. İkinci osteon (Haversian sistemi) oluşumu her zaman aktivasyon (A) ile başlar, kemik yıkımı(resorbsiyon) (R) bu süreci takip eder ve kemik oluşumu (formation) (F) ile devam eder. Bu yüzden yeniden yapılanma, A-R-F şeklinde gerçekleşirken, yapılanma sırasında ise bağımsız olarak kemiğin belli bir yerindeki oluşum veya yıkım olarak bilinir.

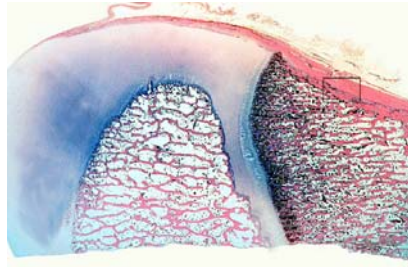
Bu yüzden kemik adaptasyonu;

- (1) A-R-F prosesi şeklindeki yeniden yapılanma
- (2) Şekillenme, kemik yüzeyindeki yaprak katman şeklinde (lameler) kemik oluşumu ve yok oluşu
- (3) Hasara karşı onarım veya yapılanmanın cevabı şeklinde oluşan örgüsel (Woven) kemik yapısının oluşum cevabı

şeklinde oluşur.



a)



b)

Şekil 4.3 a) Yeniden yapılanma b) Yapılanma (Seeley et. al., 1998)

Genellikle, yeniden yapılanma ikinci osteon ve kemik içinin remodellenmesi ile bağdaştırılırken, yapılanma ise eksternal proses yani birincil kemik ve örgüsel kemik oluşumu olarak kabul edilir. Yapılanma işleminde, yıkım ve oluşum osteoblast ve osteoclast hücrelerinin aynı zamanda aktivasyonları sonucu oluşuyor, fakat yeniden yapılanma işleminde ikinci osteon yapı oluşumu bir grup hücre tarafından oluşturulur. Bu grup hücreler basit çok hücreli üniteler olarak adlandırılır. (Basic multicellular Units-BMUs)

Wolff kanuna göre kemikler mekanik çevrede kendi yapılarına uyum gösterirler. Bu kemiklerin internal sensörlerinin olduğunu gösterir. Bu sayede deformasyon veya değişen mekanik şartları, kemik hücrelerine, mekanik sinyalleri biyomekanik sinyallere dönüştürerek iletip uyumu sağlarlar.

Esas sorun nasıl bir gerilme veya birim şekil değiştirme değişimi bu sensör üzerinden tetiklenerek hücrelerin uyarılmasıyla olmasıdır. Bu sorunun cevaplandırılması çok zordur. Çünkü gerilme ve birim şekil değiştirme zaten birbiriyle bağımlıdır. Hatta kemiğin non-homojen ve anizotropik yapısı nedeniyle gerilme-birim şekil değiştirme ilişkisinin çözümü dahada karmaşık bir yapı almaktadır.

Bu karmaşının esas sebepleri;

1. Gerilmenin direkt olarak ölçülememesi, yani gerilmeyi hissedecek bir şeyin olmaması. Başka deyişle doğada gerilme algılayıcıları mevcut olmamasıdır.
2. Farklı hayvan ve kemiklerde ölçülen birim şekil değiştirme değerlerinin tepe değerleri neredeyse sabit olmasıdır.

Tüm bu tartışmalar birim şekil değiştirmenin birincil mekanik sensör olduğunu savunur. Aslında şekillenme ve yeniden şekillenme teorilerinde birim şekil değiştirme veya bazı birim şekil değiştirme fonksiyonları (birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu gibi) mekanik sinyal sensörleri olarak alınır.

Kemik ve çevre arasındaki denge bozulduğu zaman denge haline geri dönülene kadar mekanik çevredeki değişimi algılayan mekanik sinyal sensörü yapılanma ve yeniden yapılanma işlemi için kemik hücrelerini uyarır. Bu eşitlik durumu kemik yapılanma veya yeniden yapılanmanın amacı olarak kabul edilir.

Farklı teoriler için uyum hedefleri farklıdır. Biyolojik teoriler kolay bir form iken matematiksel teoriler zor, karışık bir form halini alır.

4.1. Biyolojik Tabanlı Teoriler

Bu bölümde ortopedi cerrahisinde klinik tecrübesi olan Frost'un geliştirdiği şekillenme ve yeniden yapılanma teorileri incelenecektir.

4.1.1 FNT Teorisi (Flexural Neutralization Theory)

Frost'un FNT teorisi, 1963 yılında yayınlanmış ve kemik yapılanma ve yeniden yapılanmanın matematiksel formülasyonunda ilk teorilerindendir.

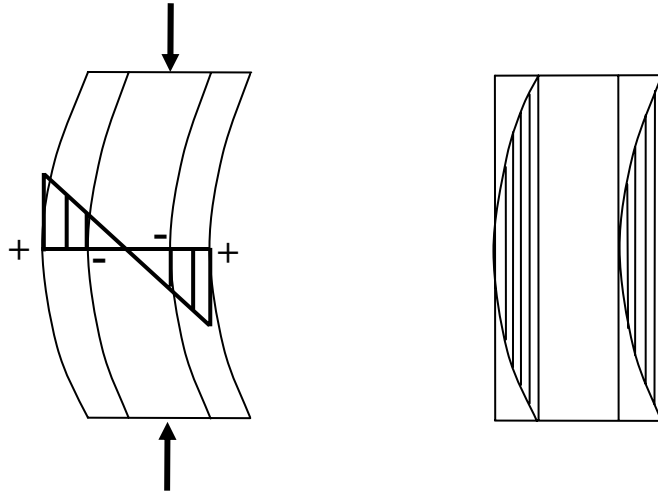
Yamuk haldeki kemiğin kendisini düzgün hale getirmeye çalışması bu teoriyi tetiklemiş ve bu işlem esnasında kemik konveks tarafından yok

olurken, konkav tarafından yapılanma ve yeniden yapılanma olmaktadır. Bu durum şu şekilde açıklanabilir.

Yüzey konveksinin artması (pozitif birim şekil değiştirme gradyanı)→ Osteoklast aktivitesi→ Kemik yıkımı

Yüzey konveksinin düşmesi (negatif strain gradyanı)→Osteoblast aktivitesi→Kemik oluşumu

Bu örneğe göre, pozitif yüzey gradyanı birim şekil değişikliklerinin yüzeye yakın yerlerde çekiye dönüştüklerini söylümektedir (Şekil 4.4).



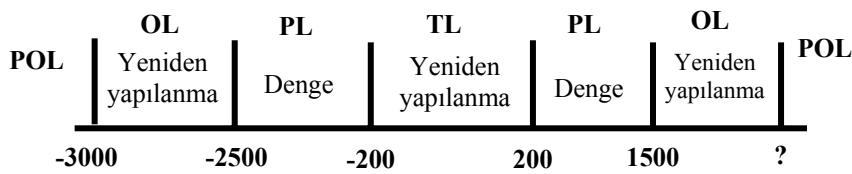
Şekil 4.4 Eğrisel uzun kemikten bir bölge (Souda, K.B., 1996)

FNT teorisine göre yapılanma işleminde sadece osteoklastlar konveks yüzeyde ve osteblastlar konkav yüzeyde aktive olurlar. Fakat yeniden yapılanma işleminde her iki yüzeydede basit çok hücreli üniteler aktive olurlar.

4.1.2 Mechanostat Teorisi

FNT'den farklı bir teoridir. FNT' nin yapılanma ve yeniden yapılanmanın nasıl olacağı tarif edilmiş olmasına rağmen, bu teori birim şekil değiştirme büyüklüğündeki artma ve azalma cevabında ne zaman ve hangi koşullarda yapılanma ve yeniden yapılanma olacağı tahminini aramaktadır.

Bu teori birim şekil değiştirme değer sıralaması olduğunu ve bunun hiç bir adaptif cevabı anımsatmadığını, bunun yapılanma ve yeniden yapılanma denkleşmesi olarak adlandırıldığını savunmaktadır. Eğer birim şekil değiştirme değeri minimum efektif birim şekil değiştirme değerinin üstünde ise pozitif adaptif cevabın (kemik artışı), bu değer altında olmasında negatif adaptif cevabın (kemik kaybı) oluşmasına neden olur. Frost' a göre üst birim şekil değiştirme değerleri basıda 2500 mikrostrain çekide 1500 mikrostrain, alt birim şekil değiştirme değerleri basıda ve çekide aynı ve 200 mikrostrain dir (Şekil 4.5).



Şekil 4.5 Adaptif cevap ile ortalama maximum birim şekil değişimi arasındaki ilişkiyi gösteren diyagram. Burada **PL**: Kemik dengesinde fizyolojik yüklenme bölgesi; **OL**: Yapılanmanın uyarıldığı aşırı yüklenme bölgesi; **TL**: yeniden yapılanmanın uyarıldığı önemsiz-değersiz yüklenme bölgesi; **POL**: Örgüsel kemiğin olduğu patolojik aşırı yüklenme bölgesi

4.1.3. Kemik Mikro Hasarlarının Onarım Cevabı

Frost'un mechanostat teorisinde birim şekil değiştirme değerleri dört bölgeyi bölünmekte ve

1. Fizyolojik yükleme bölgesi (PL)
2. Önemsiz-değersiz yükleme bölgesi (TL)
3. Aşırı yükleme bölgesi (OL)
4. Patolojik aşırı yüklenme bölgesi (POL)

oluşmaktadır.

Deneysel sonuçlar, örgüsel kemiğin genellikle kırık onarımında ve hızlı büyüyen çocuklarda görüldüğünü ve bu yüzden örgüsel kemiğin hızlı ve çok hücre çoğalmasına, aşırı yüklenmeden yada cerrahi müdahalelerde oluşan mikro onarım reaksiyonlarının birer yapılanma cevabıdır.

Uyum cevabı 4 çeşittir:

1. Normal yapılanma
2. Yeniden yapılanma
3. Örgüsel kemiğin olduğu patolojik yapılanma
4. Kemik mikro hasarlarına olan onarım cevabı

Sonuç olarak, mikro hasar kemik yeniden yapılanmasına (osteonlar) neden olur. Osteonal kemik (Havers yapı) çok özel yapıda olduğundan dolayı, herhangi bir mikro hasar kendi kendini onarım yeniden yapılanma işlemine neden oluyor.

4.1.4. Kemik Uyum Sinyal Sensörü

Bir çok araştırmacı tarafından birim şekil değiştirme bir mekanik sinyal sensörü olarak kabul edilir. Fakat bir sorun vardır. Sensör olarak ne alınacaktır? Birim şekil değiştirme büyüklüğünün sadece kendisini yoksa değer büyüklüklerle birlikte büyüklüğünün kombinasyonu?

Çünkü birim şekil değiştirme ile alakalı bir çok faktör vardır.

1. Birim şekil değiştirme modu; çeki, bası veya kayma
2. Birim şekil değiştirme yönü
3. Birim şekil değiştirme dağılımı
4. Birim şekil değiştirme enerji yoğunluğu

4.1.4.1. Birim Şekil Değiştirme Modu

Frost'un FNT'sinden önce çeki kuvveti kemiğin yok olmasına ve bası kuvvetinin ise kemik oluşumuna sebep olduğuna inanılırdı. Bu inanış çok basit nedenlere dayanmasına rağmen; halen bu bası ve çeki sonuçları değişik adaptif cevaplarda görülmektedir.

Deneyler yoğun osteon yapısının bası sonucu olduğunu gösteriyor. Çünkü korteksde basıda oluşan yüksek birim şekil değiştirme değerleri çekide meydana gelmemektedir.

Fakat deneysel sonuçlar yapılanma ve yeniden yapılanmada uyuşmazlıkların olduğunu gösteriyor. Bu yüzden sadece birim şekil değiştirme modu anahtar faktör olarak alınamıyor ve mekanik sensör olarak belirlenemiyor.

4.1.4.2. Birim Şekil Değiştirme Yönü

Wolff kanuna göre, trabecular yapının asal gerilme ve asal birim şekilde değiştirme doğrultusunda yönlendiği bilinmektedir (Cowin, 1985). Trabeküler kemikte gözlem yapılmasına rağmen, kortikal kemikte de benzer bir durum vardır. Kortikal kemiğin en temel bileşeni osteondur. Osteonların asal yüklem doğrultusu boyunca oluşmaları kazanç sağlamaktadırlar.(Lanyon and Boun 1979)

In vivo olarak tek bir osteon'un testi, boylamasına olarak kayma gerilmelerine zayıf olduğunu gösteriyor. Asal yükleme eksenini boyunca osteonların yönelmesi ,bu eksen üzerinde kayma gerilmelerini düşürür ve belki normal yüklenme esnasında yorulma hasarlarını da düşürür. Sonuç olarak; kortikal ve kanselyuz kemikteki yönelme asal birim şekil değiştirme doğrultusu ile bağıntılıdır ve ikincil osteon yeniden yapılanmasının sonucudur.

Sonuçta hem birim şekil değiştirme doğrultusu hemde şiddeti mekanik sensör olarak kullanılabilir.

4.1.4.3. Birim Şekil Değiştirme Dağılımı

Ortopedide, protezden kemiğe yük aktarımı sırasında oluşan doğal olmayan gerilme/ birim şekil değiştirmeler adaptif yapılanmaya ve yeniden yapılanmaya neden olduğuna inanılır. Bu gerçek, kemik uyumunda birim şekil değişimi örneklemezinin çok önemli olduğunu gösterir.

Aslında kemik uyumu pozisyon duyarlı bir davranıştır. Bu yüzden kemiğin her bir noktası kendi sinyalini hissedebilir. Eğer yükleme örnekleme değişirse bir noktadaki gerilme/birim şekil değiştirme değişir. Dolayısıyla kemik yapılanması ve yeniden yapılanması değişir.

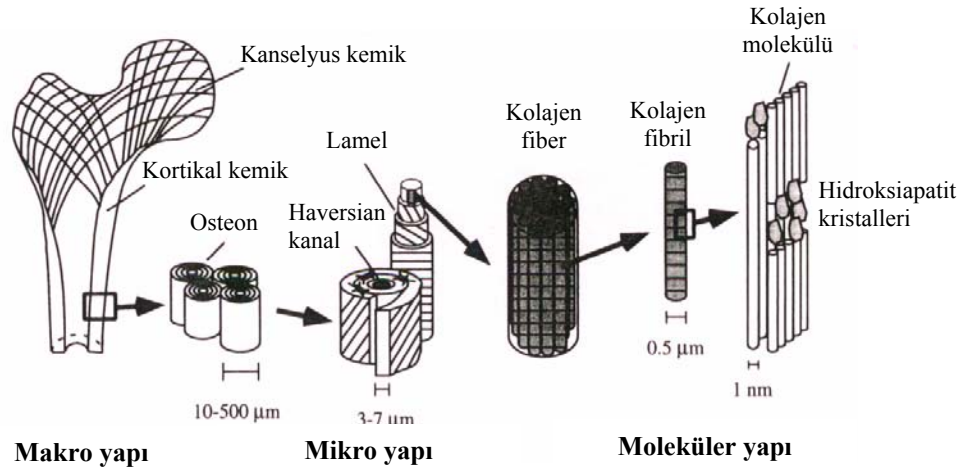
4.1.4.4. Birim Şekil Değiştirme Yoğunluğu

Bir çok araştırmacıya göre, birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu en üstün sensör ve birim şekil değiştirme enerjisinden daha az bilgi içerir. Mesala enerji yoğunluğu skaler bir büyüklüktür ve her zaman pozitifdir ve yüklenme yönüne göre farklılıklara izin vermez. Kemiğin yapısı gözönüne alındığında, iyi bir sensör değildir. Çünkü kemik asal birim şekilde değiştirme doğrultusu boyunca yönelme gösterir.

4.2. Mekanik Tabanlı Teoriler

Kemik yapısı üçe ayrılır (Şekil 4.6):

1. Moleküler yapı: Kemik; fibroz proteinlerinden, kollejenlerden ve çok sert kalsiyum fosfattan oluşmuş kompozit yapı şeklindedir.
2. Mikroskopik yapı: Kemik, 3 ayrı formdan oluşmuştur. Örgüsel kemik, primer kemik (lamellar kemik ve osteon) ve ikincil(sekonder) kemik ten oluşur.
3. Makroskobik yapı: Kompakt ve kanselyus kemik arasında çok ciddi farklılık mevcuttur.

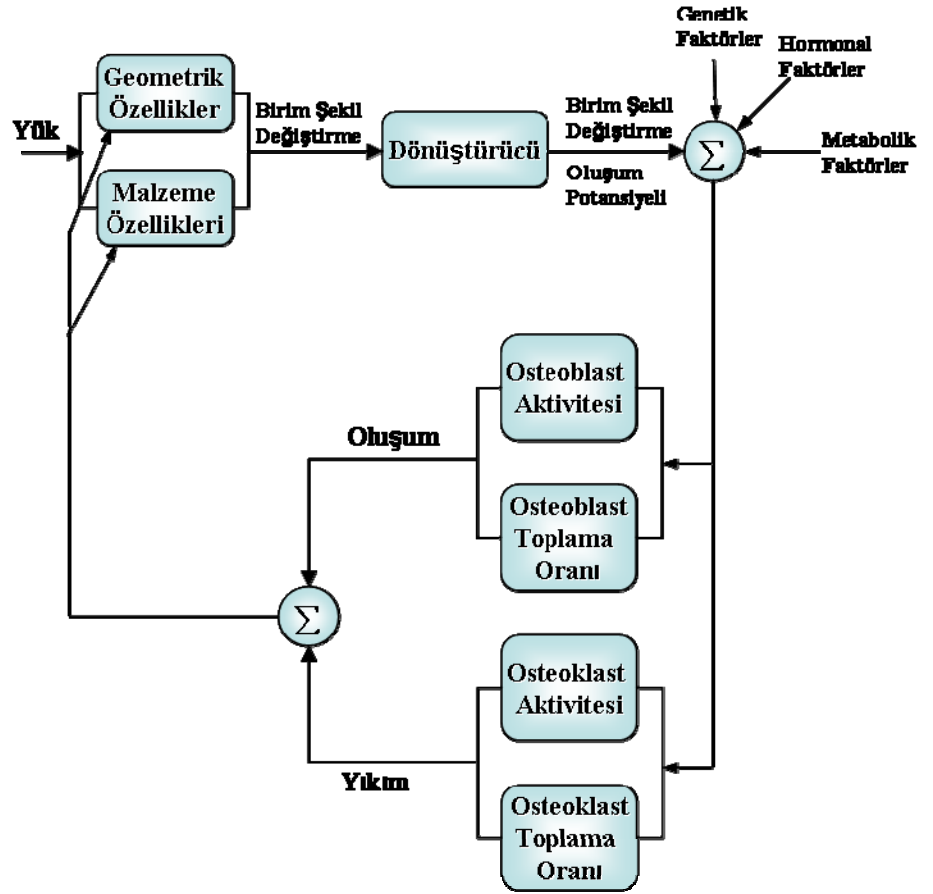


Şekil 4.6 Kemik yapısı (Orias, A.A.E., 2005)

Tüm teoriler sonuçta; Hook kanununa uyma varsayımına göre geliştirilmiştir. Bu da klasik elastisite teorisinin kemiklerde uygulanabileceği anlamına gelmektedir. Kemik uygulamaya göre hem izotropik veya anizotropik malzeme olarak modellenabilir.

Bir başka deyişle matematiksel teorilerin özelliği uygulamaların görüntülenebilmesidir. Bu, kemik implant tasarımlarına veya kemik morfolojisine ve bunun araştırılmasına, bazı nümerik methodlara bağlıdır.

Kemikte elastisite teorisi uygulamaları sınırlıdır. Çünkü kemik homojen bir malzeme değildir. Bu kortikal kemik için problem olmamasına rağmen trabeküler kemiğe uygulanınca özel dikkate ihtiyaç vardır. Bunun için özel teoriler geliştirilmiştir, geliştirilmeye devam edilecektir. Sonuçta, bir çok yeniden yapılanma teorisinde kemiğin kapalı çevrim geri dönüşüm kontrol sistemi şeklinde çalıştığı düşünülür. Kontrol evresinin temel bileşenleri mekanik kullanımı denetleyen alıcılı ve kullanım ölçümlerini hücresel cevaplara çeviren dönüştürücüleri içerir. Hücresel yanıtlar kemik şekli ve/veya malzeme özelliklerindeki kademeli değişimlere öncülük eder. Başlangıçta kemik bünyesi yeterli derecede değişime uğramışken, geri besleme sinyali azalır ve özelliklerdeki daha fazla değişiklik sona erer. Bu tarif, kesin olarak noksan olmasına karşın, örneğin, kontrol prosesindeki mekanik olmayan faktörleri yok saymaktadır. Geri beslemeli kontrol prosesinin şematik gösterimi Şekil 4.7’de gösterilmiştir.



Şekil 4.7 Geri beslemeli kemik evresi şeması

Bir çok teori ve method yeniden yapılanma eşitliği için geliştirilmiştir. Fakat mekanik sensörü etkileyen bir çok faktörler olduğundan bu faktörlerin tek tek incelenmesi gerekmektedir. Değişik teoriler, kesikli görüntüleme algoritmalarına sahiptir. Sonuç olarak kortikal ve kanselyus kemik malzemeleri arasında fark vardır. Bu alanda bir çok matematiksel yeniden şekillenme teorisi mevcuttur. Bazıları aşağıda verilmiştir.

4.2.1. Yörüngesel and İşlevsel Uyum Teorisi

Tarihsel olarak, kemiğin mekanik çevreye adapte olduğu yönündeki düşünce, Galileo Galilei'nin kemik şekillerinin mekanik anlamını işaret ettiği 1638'e dayanır. Sonraları diğer bazı bilim adamları da bu düşünceyi paylaşmışlardır (Monro, 1776; Bell, 1827; Bourgerie, 1832; Ward, 1838). Bununla birlikte, mekanik tesirlerin trabeküler kemik yapısına etkisini ele alan çizimler İsviçreli anatomi bilgini Hermann von Meyer tarafından yapılmıştır (von Meyer, 1867). Bu çizimler, proksimal femurun trabeküler yapısı ve grafiksel istatistik teorisi ile hesap edilen gerilme yörüngelerinin desenleri arasındaki büyük benzerliği keşfeden Alman mühendis Karl Culmann tarafından irdelenmiştir (Şekil 3.1). Bahsi geçen bilim adamlarının bulgularından, Alman anatomi bilgini ve ortopedi cerrahı Julius Wolff, trabeküler morfolojinin asal gerilme yörüngeleriyle eşleştiği sonucuna varmıştır. Bu öneri, günümüzde, trabeküler yönlenmenin yörünge teorisi olarak adlandırılmaktadır.

Wolff şunu varsaymıştır; “Kemik yapısındaki ve işlevindeki her değişim kemik iç yapısındaki kesin ve belirgin değişimler tarafından izlenir, ve keza matematik yasalarına bağımlı olarak kemik dış uyumundaki değişimle tarif edilir.” Wolff kemiğin büyüme ve gelişme sürecinde mekanik yüklere uyum sağladığı, ve benzer bir uyumun kırılmadan sonraki iyileşme sürecinde de meydana geldiğine inanıyordu. O, iç ve dış morfolojinin tesis edilmesinden sonra kemik yapısının daha fazla modifiye edilemeyeceğini farzetmişti.

Roux (1895), Wolff'ün düşüncelerini biyolojik yapıların ve organların işlevsel uyumu tarif eden teorisine dahil etmişti. İşlevsel uyum, bundan başka, yapısal dokuların maksimum-minimum ilkesine

örnek teşkil etmesi için de önerilmiştir. Bilindiği üzere bu ilke, malzemenin asgari dereceye indirilirken dayanıklılığın azami dereceye çıkarılmasını ifade eden optimizasyon problemine dayanmaktadır.

Uzunca bir süreden beri, kemik yeniden yapılanmasını tam matematiksel formülasyonlarına doğru ciddi ilerlemeler kaydedilmiştir. Az sayıdaki teorik çalışmadan birinde, Kosh (1917), yörünge teorisinin doğruluğunu insan femurundaki gerilme yörüngelerini anatomik ölçümlere dayanarak hesapla ispat etmiştir.

4.2.2. Carter ve Fhyre Teorisi

Bu teori; yeniden yapılanma eşitliklerinde kemik gerilmesi ile yerel kemik yoğunluğu arasında kararlı bir durum olduğunu farzeder. Homostatik durumda son trabeküler kemiğin son yoğunluğu ve normal yükleme koşulları arasındaki ilişkiyi ön görmeyi amaçlamıştır. Kemiğin anizotropik olduğunu, ve kemiğin kendi yapısal bütünlüğünü malzeme miktarını en aza indirgeyerek optimize etme eğiliminde olduğunu kabul etmişlerdi.

Bu teoride kortikal kemiğin trabeküler kemiğin yoğunlaştırılmış şekli olarak kabul edilmiştir. Bu yüzden bu teoride her iki kemiğin doku yapısı aynı, poroziteleri ise farklıdır. Teorilerine göre kemik gün boyunca çok çeşitli değişen yüklere maruz kalıyor.

Carter (1989) kemik dokusunun asal gerilme oryantasyonuyla trabeküler yapının yönlenmesiyle optimize malzeme olduğunu varsaymışlardır (Wolff kanunu doğrultusunda). Whalen (1988) ve Carter vd. (1989) sonlu elemanlar modellerini kullanmışlar ve tekil bir yükleme

şartının, mantiken, tüm trabeküler yapı için bir uyarıcı olarak kabul edileceğinin beklenemeyeceğinin farkına varmışlardır. Çeşitli yükleme koşullarında, birim şekil değiştirme optimizasyon kriteri temelinde kanselyus kemiğin yoğunluğunu;

$$\rho = k \left(\sum_{i=1}^c N_i \sigma_{i,eff}^m \right)^{\left(\frac{1}{2m} \right)} \quad (4.1)$$

olarak hesaplanmıştır (Carter and Fyhre,1986). Burada c = Kesikli yükleme durumu, N_i = yüklenme salınım sayısı, ρ = kemik yoğunluğu, k ve m sabitlerdir. m değeri ise modelden elde edilen sayısal sonuçlar ile deneysel veriler arasında kurulan ilişkiyle belirlenir ve $\sigma_{i,eff}$ ise her bir salınımdaki efektif gerilme değeridir ve birim şekil değiştirme eneji yoğunluğu prensibinden

$$\sigma_{i,eff} = \sqrt{2EU} \quad (4.2)$$

olarak tanımlanmıştır (Carter, 1987). Burada U birim şekil değiştirme enerji yoğunluğu, E ise Young modülü ve yapısal yoğunluk arasındaki ilişkiden hesaplanan elastisite modülü, ve

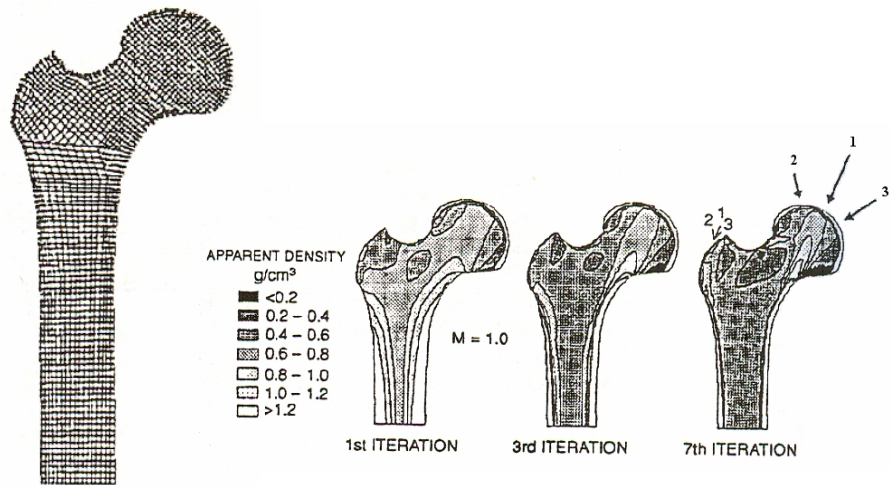
$$E = 3790\rho^3 \quad (4.3)$$

hesaplanır (Carter and Hayes, 1977).

Sonlu eleman modeli, herbir eleman için yeni bir gerilme uyarıcısı elde edebilme gayesiyle yeni modül değerleri ile tekrar çözülür. Model,

hata fonksiyonunu en aza indirgeyen kemik yoğunluğu dağılımını bulmak için yinelenir.

Carter ve Fyhre (1986) bu metodu yetişkin bir kişinin proksimal femur' unda iki boyutlu olarak uygulamışlardır. Sayısal algoritmaları kullanılarak ilk defasında yoğunluk dağılımını üç iterasyonda hesaplamışlar, daha sonra yedi iterasyonda hesaplamışlardır (Şekil 4.8). Bu sonuçlar göstermiştir ki; kabul edilebilir sonuç elde edebilmek için iterasyon gerektiği, fakat fazla iterasyondada kabul edilemez sonuçlar elde edildiğini göstermiştir. Bu hesaplamalarda kemiğin çoğu parçasının 1.8 g cm^{-3} yoğunluğa ulaştığında kortikal kemiğin oluştuğu veya tamamen yok olduğu kabul edilmiştir.



Şekil 4.8 Proksimal femur'da yoğunluk dağılımı

Beaupr'e vd. (1990a, b) bu modeli değiştirmiş ve genişletmiş ve zamana bağımlı bir kemik uyum teorisini geliştirmişlerdi. Geliştirilen bu modelde, yeniden yapılanma süreci, gerçek bir mekanik uyarıcı ve bir

“uygun durum” veya denge değeri arasındaki sapma ile etkin hale getirilebilir. Mekanik uyarıcıdan, “günlük gerilim uyarıcı” ψ olarak bahsedilir ve şöyle tanımlanır.

$$\psi = \left(\sum_{day} N_i \bar{\sigma}_i^{\xi} \right)^{\frac{1}{\xi}} \quad (4.4)$$

Burada, N_i belirli bir i yükleme koşulunda, günlük yükleme tekrar sayısını ve σ_i iseyukarıda belirtilen sürekli efektif gerilmeyi gösterir. Gerilme üssü ξ yükleme faktörü olarak düşünülebilir. Sürekli seviye efektif gerilmesi, kemikte varolan delik ve gözeneklere sahip olmayan ama kemikle aynı direngenliğe sahip “eşdeğer” bir malzeme için efektif gerilmeyi gösterir. Daha sonra, kemik içinde herbir bölgedeki $\bar{\sigma}_i$ değerlerini belirlemek için sonlu elemanlar metodu kullanılır. Kemik içindeki herbir bölge sayısal modelde bir sonlu elemana karşılık gelir. Son olarak, hata fonksiyonu e , herbir elemanın görünen yoğunluğunu değiştirmek için, aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$e = \left(\frac{\rho_{cb}}{\rho} \right)^2 \psi - \left(\frac{\rho_{cb}}{\rho^*} \right)^2 \psi^* \quad (4.5)$$

eşitlikte ρ gerçek yoğunluğu, ρ_{cb} kortikal kemiğin yoğunluğunu ve ρ^* ise hedeflenen yoğunluğu gösterir. Bu ifadeden, Beaupr’e (1990a, b) parçalı kemik kütle oluşumu ve yıkım oranını tanımlamak için lineer bir fonksiyon önermişlerdir. Bunun Beaupr’e tarafından basitleştirilmiş formu

$$\frac{dm}{dt} = \begin{cases} ce + c\omega & \text{eğer } e < -\omega \\ 0 & \text{eğer } -\omega \leq e \leq +\omega \\ ce - c\omega & \text{eğer } e > +\omega \end{cases} \quad (4.6)$$

şeklinde verilmiştir. Bu denklemde, c deneysel bir sabit ve ω ise ana aktivasyon ve normal aktivasyon bölgesinin genişliğini gösterir. Beaupr'e (1990a)' ye göre, $c = 0.002$ (MPa/day) ve $\omega = 5.0$ Pa'dır. Whalen (1988) tarafından sunulan deneysel verilere göre, Beaupr'e (1990a), bu değerler için, denklem (4.4)' deki m 'nin 3 ila 8 arasında değerler alabileceğini söylemişlerdir. Beaupr'e(1990b)' ye göre, dış yüzeydeki kemik oluşum ve yıkım oranını hesaplamak için denklem (4.6) direkt olarak kullanılabilir. Kemik iç yeniden yapılanma süreci için, yüzey yeniden şyapılanmaoranı kemik yoğunluğundaki değişim oranı ile ilişkilidir. Martin (1984) tarafından verilen, kemik yüzey alanı yoğunluğu S (mm^2/mm^3) ve kemik görülür yoğunluğu ρ (g/cm^3) arasındaki ilişkinin kullanılmasıyla, görünür yoğunluktaki değişimin zamana bağlı oranı şu şekilde ifade edilir.

$$\frac{d\rho}{dt} = S \rho_t \frac{dm}{dt} \quad (4.7)$$

Bu eşitlikte, ρ_t , tümüyle mineralize olmuş kemik matrisine eşit olduğu varsayılan, kemik dokusunun gerçek yoğunluğudur.

Jacobs (1997), tümüyle anizotropik trabeküler kemik malzemesini içine alan farklı bir metodu önermişlerdir. Malzeme optimizasyonu, yapının topolojisinin yanında malzeme özelliklerinin tasarlanmasını da amaç edinir. Bu yaklaşımda, yapı içerisinde her bir noktada, malzeme

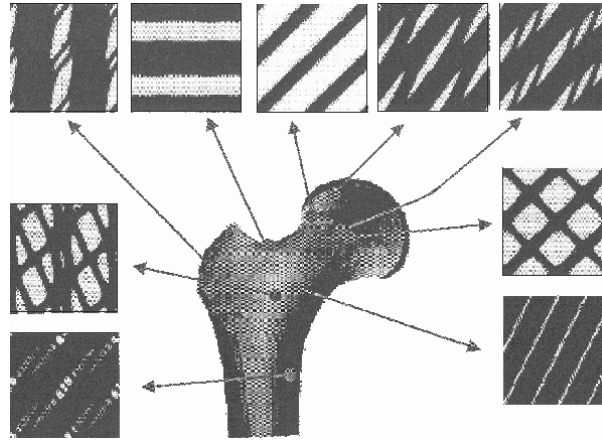
mümkün olabilen en iyi mekanik davranışı gösterir. Önerilen yeniden şekillenme yaklaşımında, net yeniden yapılanma, 21'e varan bağımsız terimden oluşan trabeküler kemiğe ait anizotropik direngenlik tensörünün değişim oranına uygun yasalarla tarif edilir. Hart (2001)'in da işaret ettiği gibi, gereksinim duyulan 21 sabitin bulunması pratik olmayabilir, ve problem yapısal direngenlik matrisini kendi içinde bütünüyle birleştirmeye dönüşür; bu sebepten, ölçülebilen kemik malzemesi özelliklerini ve yapısal özellikleri yapısal direngenlikten ayırma avantajı kaybolur.

Jacobs (1997) tarafından sunulan yaklaşım süngerimsi kemiğin mekanobiyolojik yapısına önemli bir açılım getirebilir; bununla birlikte, bazı durumlarda, tahmin edilen malzeme davranışları, organik yapıdaki sınırlamalardan dolayı, gerçek kemik davranışlarıyla uyumlu olmayabilir. Bu kaygının üstesinden gelmek için, Fernandes (1999, 2002) ve Bagge (2000) mikroyapı modellerini direk olarak, homojenleştirme kullanılarak formülasyonlara dahil etmişlerdi (Guedes and Kikuchi, 1990). Bu modellerde, idealleştirilmiş trabeküler yapı, kemik içersindeki her bir noktada iç gerilme doğrultusunda yönlendiği varsayılan birçok dikdörtgen şekilli küçük boşluklardan meydana gelmektedir. Bu modellerde karşılaşılan en önemli zorluk, bunların, çoklu yükleme koşullarını içeren bazı durumlarda, optimal trabeküler oryantasyonu sağlayamamasıdır.

Jacobs (2000) tarafından önerilen ve “direk mikroyapı yaklaşımı” olarak adlandırılan yöntemle, serbest malzeme yaklaşımı için yukarıda bahsi geçen kusurların ve dikey trabeküler arakesitler varsayımının üstesinden gelinir. Bu model, ana modeldeki veya birincil modeldeki her bir eleman için bir sonlu eleman modelinin yaratılmasını içermektedir. Ardından, ikincil modeller, görülen yoğunluk ve iç mekanik gerilme

doğrultularında oluşan, optimal mekanik trabeküler yapıyı belirlemek için kullanılır. Bu, birincil modeldeki her eleman üzerinde tekrarlanır (Şekil 4.9). Tahmin edilen sonuçlarda, süngerimsi yapı büyük bir kısmının dikey kesişen trabeküle içerir, ama bazı bölgelerde kesişme eğik açılarda gerçekleşir (Jacobs, 2000). Uygun mikroyapıyı belirlemek için, bu optimizasyon yaklaşımı yoğunluk bilgisine gereksinim duymaktadır. Bu nedenle, görünür yoğunluk dağılımının gerçek tahmininde bu yaklaşım kullanılamaz. Gerçek dışı mikroyapılar iç kemik yapısının bazı mekanik davranışlarını yansıtsalar bile bunların trabeküler yapının boyutsal görünüşünü yansıtıp yansıtmadığı tam olarak açık değildir. Sonuç olarak, bu yaklaşım tamamen matematik yönden sürdürülür ve bu yaklaşım herhangi bir fizyolojik süreci dikkate almaz; bu nedenlerden bu yaklaşım kemikteki uyumun anlaşılmasını sağlamakta yetersizdir.

Geçek dışılığına rağmen, bu optimal mikroyapılar canlı trabeküler yapının bazı görünüşlerini mekanik performans bakımından yansıtır.



Şekil 4.9 Proksimal bir femurun iki-boyutlu modelinden ve seçilen bazı bölgelerdeki optimal trabeküler yapıdan tahmin edilen mikro yapı (Jacobs, 2000).

4.2.3. Huiskes Teorisi

Huiskes teorisi; Carter ve Fyhrer' nin teorisine benzemekle beraber bu teorinin değiştirilmiş halidir. Bu teori protez takılmış bir femur'a uygulanmıştır. Bu teoride kortikal kemik ile kanselyus kemiği farklı yoğunluklara sahip aynı malzeme olduğunu farzetmiştir. Huiskes teorisinde iç ve dış yeniden yapılanma farklı olarak tanımlanmıştır (yapılanma ve yeniden yapılanma). Mekanik sinyal sensörü olarak birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu alınmıştır (Huiskes, 1987).

Mechanostat teorisine göre yapılanma ve yeniden yapılanma farklı birim şekil değiştirme değerlerinde başlarlar. Huiskes' te bu teoriyi göz önüne alarak, yapılanmanın ve yeniden yapılanmanın aynı yüzeyde ve aynı zamanda başlamadığını kabul etmiştir. Yüzey yeniden yapılanma teorisinde; dış kemik yüzeylerinde kimyasal reaksiyonlar gözlenir. Dış kemik yüzeylerine kütle eklenir veya çıkarılır. Huiskes Teorisinde kemik yüzeyindeki birim şekil değiştirme, kemik yok oluşu ve oluşumu arasındaki ilişki

$$\frac{dX}{dt} = C_x (U - U_n) \quad (4.8)$$

olarak tanımlanır. Burada, x yüzeydeki herhangi bir noktanın yeri,

$\frac{dX}{dt}$ yüzeye dik noktanın yerdeğiştirme oranı, C_x ise yapılanma sabitidir.

U birim şekil değiştirme enerjisi ve U_n ise homostatik birim şekil değiştirme enerjisi olarak verilmiştir.

Huiskes teorisinde kemiğin yeniden yapılanmasında elastisite modülü değişimi

$$\frac{dE}{dt} = C_e (U - U_n) \quad (4.9)$$

şeklinde hesaplanır. Burada ise E lokal elastik modülü, C_e ise yeniden yapılanma sabitidir.

4.2.4. Cowin Teorisi

Cowin teorisi en ciddi, en geçerliliği olan teoridir ve Carter ve Fhyre teorisine veya Huiskes teorisine benzemez. Cowin vd. (1989b) kortikal kemiğin kanselyus kemikten farklı malzeme olduğunu kabul etmiştir. Teoriler kortikal kemik ve kanselyus kemik için ayrılmıştır.

Cowin teorisi mekanik sinyal sensörü olarak birim şekil değiştirmeyi kullanır ve iç yeniden yapılanma (remodelling) ve dış yapılanma (modelling) olarak ayırır. Yüksek elastik deformasyonlara izin verir. Bu teori, kemiğin dış şeklinde meydana gelen değişimleri kemik kütlesi değişimi olarak açıklar ve kütle taşınmasını dikkate alır.

Yüzeydeki kemik yokoluş oranı yüzeydeki birim şekil değiştirme değişimi ile orantılıdır ve yüzeydeki yeniden yapılanma değişim hızı

$$\frac{dX}{dt} = C_{ij} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^0) \quad (4.10)$$

olarak verilmiştir. Burada; $\frac{dX}{dt}$ yüzey normalinden yüzey yeniden yapılanma hızı, C_{ij} yapılanma sabitleri, ε_{ij} ise birim şekil değiştirmedir.

İç yeniden yapılanma ise bu teoride, kemik matrisi modellenirken gözenekli anizotropik lineer elastik katı alınmıştır. Ekstrasellüler sıvı ve kan tek sıvı olarak modellenmiştir. Cowin ve çalışma arkadaşları; kütle, momentum, enerji denge denklemleri ve entropi eşitsizliklerini kullanarak termomekanik sürekli ortam teorisini geliştirmişlerdir.

Yeniden yapılanma prosesinde, gözenekli elastik katının kütlesi gözenekliliğin değişmesi ile artar veya azalır. Gözenekli katının yoğunluğu;

$$\rho = \gamma \nu \quad (4.11)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada; ρ gözenekli katının yoğunluğu, γ matris yapısının malzeme yoğunluğu, ν ise hacim oranıdır.

ζ_0 referans hacim oranından ζ hacim oranına değişim

$$e = \zeta - \zeta_0 \quad (4.12)$$

olarak gösterilmiştir. Bu teori için denklemler;

$$2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} - u_{j,i} \quad (4.13)$$

$$\sigma_{ij,j} = \gamma(\zeta_0 + e)b_i = 0 \quad (4.14)$$

$$\sigma_{ij} = (\zeta_0 + e)C_{ijkl}(e) \xi_{km} \quad (4.15)$$

$$\frac{de}{dt} = a(e) + A_{ij}(e)\varepsilon_{ij} \quad (4.16)$$

şeklinde verilmiştir. Burada $a(e)$, $A_{ij}(e)$, and $C_{ijkl}(e)$ malzeme sabitleridir. Küçük birim şekil değiştirmeler için bu denklemler

$$\sigma_{ij} = (\zeta_0 C_{ijkl} + eC_{ijkl}) \xi_{km} \quad (4.17)$$

$$\frac{de}{dt} = a_0 + a_1 e + a_2 e^2 + A_{ij}^0 \varepsilon_{ij} + A_{ij}^1 \varepsilon_{ij} \quad (4.18)$$

şekline dönüşür. Burada a_0 , a_1 , a_2 , A_{ij}^0 , A_{ij}^1 yeniden şekillenme sabitleri, C_{ijkl} elastik sabitler, σ_{ij} gerilme tensörü elemanlarıdır. u_i ise i doğrultusundaki yerdeğiştirme.

4.2.5. Huiskes and Nijmegen Modelleri

Cowin'in adaptif elastisite modelindeki parametre tanımlama probleminin üstesinden gelebilmek amacıyla Huiskes vd. (1987) yüzey ve iç yeniden yapılanma süreçlerinin her ikisi için de uygun bir mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun (strain energy density (SED)) kullanımını önermişlerdir. İlave olarak bu modelde, kemik kütlesinde değişimin olmadığı bir denge bölgesi tanımlanır. Önerilen model aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\frac{dE}{dt} = \begin{cases} c(U - (1+s)U^*) & \text{eğer } U > (1+s)U^* \\ 0 & \text{eğer } (1-s)U^* \leq U \leq (1+s)U^* \\ c(U - (1-s)U^*) & \text{eğer } U < (1-s)U^* \end{cases} \quad (4.19)$$

Burada E göz önüne alınan noktanın elastiklik modülü, U birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu, U^* birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun denge değeri ve $2 \times s$ ise denge bölgesinin genişliğidir. Weinans vd. (1992) yoğunluk ayarı için bu modeli zamana bağlı kurallara genişletmişlerdir

$$\frac{d\rho}{dt} = c \left(\frac{U_a}{\rho} - k \right), \quad 0 < \rho \leq \rho_{cb} \quad (4.20)$$

Burada ρ yoğunluk, ρ_{cb} kortikal kemiğin maksimum yoğunluğu, c ve k sabitler ve U_a yükleme durumlarının sayısına bağımlı ortalama şekil değiştirme enerjisi yoğunluğudur. Kemik numuneye birden fazla yükleme uygulandığında, Weinans vd. (1992) efektif enerji yoğunluğu değerini ($\bar{U}$) belirlemiştir:

$$\bar{U} = \frac{1}{L} \sum_{i=j}^L U_j \quad (4.21)$$

Formüldeki U_j yükleme durumu, j için birim şekil değiştirme enerji yoğunluğunu, ve L ise yükleme durumlarının toplam sayısını ifade etmektedir. Adaptif elastisite modelinin bu modifiye edilmiş versiyonu bir yeniden şekillenme sürecinin bütün sonuçlarını, özellikle protez

implant'ından sonra, tahmin edebilmek için kullanılmaktadır (Huiskes et al., 1992; Van Rietbergen et al., 1993; Weinans et al., 1993, 1994).

Weinans vd. (1992) bir dizi uygulamada denklem (4.20)' yı kullanmışlardır. İki boyutlu proksimal femur modelinde, gerçek femurda birkaç iterasyondan sonra gözlemlenen yoğunluk dağılımına benzer bir dağılım elde etmişlerdir. Bir diğer uygulama ise, iki boyutlu lineer yükleme dağılımlı basit plaka modelidir. Femur modeli için, Weinans vd. (1992), $\rho = \rho_{cb}$ durumunda, yaklaşık olarak 2000 MPa'lık Young modülünü öngören, $k = 0.004 \text{ J/g}$, $E = 3790\rho^3 \text{ MPa}$, and $0.001 < \rho \leq 1.74 \text{ g/cm}^3$ referans değerlerini kullanmışlardır. Bu plaka için yakınsama sonuçları, elemanlarının büyük bölümü hem maksimum hem de minimum yoğunluk değerlerine sahip, trabeküler benzeri bir yapı oluşturmuştur. Bu teknikten daha sonraları kişisel yapılanma kontrol işlemi olarak sözedilmiştir (Mullender et al., 1994). Bu yöntemle elde edilen “siyah ve beyaz” yapılar, birçok durumda, damatahtası deseni meydana getirdiler. Bazı çalışmalar, meydana gelen yapıların kararlılığının daha detaylı bir biçimde incelenmesini teşvik eder yöndedir (Harrigan and Hamilton, 1992, 1993; Cowin et al., 1993; Jacobs et al., 1995). Daha önceleri, damatahtası deseninin, en uygun mikroyapının bazı türlerini temsil ettiğine inanılıyordu, fakat daha sonraki çalışmalar (Jog and Haber, 1996; Sigmund and Peterson, 1998), damatahtası deseninin modeldeki sayısal kararsızlığın bir neticesi olduğunu gösterdi. Yüksek dereceli sonlu elemanların ve de görüntü filtreleme tekniklerinin kullanımı, topoloji optimizasyonunda, dama tahtası desenlerini ortadan kaldırmak için başvurulmuş yöntemlerdir (Jacobs et al., 1992, 1995).

Mullender (1994) ve Huiskes (1995), dama tahtası desenini ortadan kaldıran, “fizyolojik” yaklaşımını önermişlerdi. Algılayıcı hücrelerin (osteosit) kemik hacmi boyunca düzenli bir biçimde dağıldığını kabul

ettiler. Her algılayıcı SED $U_i(t)$ tarafından verilen mekanik sinyalleri ölçer. Her bölgedeki bağıl yoğunluk, $F(x,t)$ uyarıcı değeri ayarlanır. Bütün osteositler mekanik uyarıcıya olan uzaklıklarına bağlı olarak bağıl yoğunluk değişimine katkıda bulunurlar. Uyarıcı değer şöyle ifade edilir

$$F(x,t) = \sum_{i=1}^{N_o} f_i(x) (U_i - U_i^*) \quad (4.22)$$

Burada, N_o osteositlerin sayısını, U_i^* referans şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunu ve $f_i(x)$ uzaysal tesir fonksiyonudur. Bu fonksiyon şöyle tanımlanır

$$f_i(x) = \exp\left(\frac{-d_i(x)}{D}\right) \quad (4.23)$$

Burada, $d_i(x)$ i ' ninci osteositi ile x bölgesi arasındaki mesafedir. D parametresi uzaysal tesir indirgeme yüzdesini göstermektedir. Bu parametre, etkisinin $\exp(-1)$ (% 36.8) değerine düştüğü bölgede bulunan, bir osteosit' ten olan mesafe olarak tanımlanır. Bağıl yoğunluk $m(x, t)$ zamana göre değişimi

$$\frac{dm(x,t)}{dt} = cF(x,t), \quad 0 < m(x,t) \leq 1 \quad (4.24)$$

burada c bir sabiti ve $m(x,t) = 1$ tamamıyla mineralize olmuş bir dokuyu göstermektedir. Her bölgedeki elastiklik modülü $E(x, t)$, bazı çalışmalara uygun olarak yoğunluktan hesaplanır (Currey, 1988; Rice et. al., 1988).

$$E(x,t) = \text{constant} \times m(x,t)^\gamma \quad (4.25)$$

formülasyondaki γ , bir sabittir.

Huiskes vd. (2000) bu modelin, bağıl yoğunluktaki değişimin aşağıdaki gibi tanımlandığı, değiştirilmiş bir versiyonunu sunmudur.

$$\frac{dm(x,t)}{dt} = \begin{cases} c(P(x,t) - k) - \tau & \text{eğer } P(x,t) > \omega \\ -\tau & \text{eğer } P(x,t) \leq \omega \end{cases} \quad (4.26)$$

burada c bir sabit, $P(x, t)$ x yüzey noktasındaki osteoblast için gerekli uyarıcı ve w ise (onun) başlangıç düzeyidir. Osteoblast gerekli uyarıcısı aşağıdaki eşitlikten türetilir

$$P(x,t) = \sum_{i=1}^N f_i(x) \mu_i R_i(t) \quad (4.27)$$

burada, $R_i(t)$ i 'ninci osteosit bölgesindeki SED oranı, μ mekanik duyarlılık, $f_i(x)$ denklem(4.23) ile tanımlanan üstel fonksiyon ve N_o ise gözönüne alınan yüzey bölgesi civarındaki osteositlerin sayısıdır. Huiskes vd. (2000) tarafından sunulan sayısal model, herhangi bir anda birim yüzeyde osteoklast aktivasyonu olasılığını (p) içermektedir. Bu olasılığın, hem mikro çatlakların varlığıyla hem de kullanılmaz olmasıyla ayarlandığına inanılmaktadır. Mikro çatlaklardan kaynaklanan yıkım olasılığı uzaysal bakımdan gelişigüzel olarak dikkate alınmış ve şöyle belirtilmiştir.

$$p(x,t) = \text{constant} \quad (4.28)$$

burada, bu sabit 10% olarak seçilmiştir. Osteoklastik aktivasyonun olmadığı kabul edilirse, birim şekil değiştirme yüzdesinin düşük olduğu

bölgelerde yıkım olasılığı yüksektir. Birim şekil değiştirme yüzdesine bağlı bu olasılık şöyle formüle edilebilir:

$$p(x,t) = \begin{cases} b(a - P(x,t)) & \text{eğer } P(x,t) < a \\ 0 & \text{eğer } P \geq a \end{cases} \quad (4.29)$$

Burada, a ve b sabitlerdir. Model parametreleri, metabolik faktörlere bağlanabilir. Ruimerman vd. (2003), önerilen ayarlama mekanizmasını nicel olarak gerçek trabeküler kemik metabolizmasıyla mukayese etmek için üç-boyutlu bilgisayar benzetim modelini sunmuşlardır.

4.2.6. Pauwels and Kummer Modelleri

Pauwels (1965), Roux'un işlevsel uyum teorisinin matematiksel formülasyonunu sunmuştur. Pauwels, kemik yıkım ve yapımının denge durumunun temini için kemik dokusunda hazır bulunması gereken optimum mekanik uyarıcının varolduğunu farzetmiştir. Pauwels tarafından kullanılan konuyla ilgili mekanik uyarıcılar eksenel gerilme σ ve neticede en uygun eksenel gerilme, σ^* , değerleridir. Bu en uygun değeri geçen gerilmeler yeni kemik yapımına önderlik edecek, tersine, gerilme seviyesi söz konusu değerin altında kalanlar ise kemik yıkımına öncülük edecektir. Pauwels esas olarak eğilmeye zorlanan uzun kemiklerin yüzey yeniden şekillenme süreciyle ilgilenmişti ve bu model gerilmenin tensörel özelliğini hesaba katmamıştır. Kummer (1972) tarafından ifade edildiği gibi, bu model enine kesitin yeniden şekillenmesi durumuna ve ayrıca trabeküler yapımının uyumuna uygulanmıştı. İkincisi yörünge teorisine bir destek olarak düşünüldü, çünkü lokal gerilme yörüngesiyle hizalanmamış trabeküler yüksek

gerilme bölgesinde irileşir ve düşük gerilme bölgesinde körelir. Önerilen kontrol sistemine son biçimi Kummer (1972) tarafından eksenel birim şekil değiştirme ve kemik kütlesindeki değişim arasındaki kübik bağlantı kullanılarak verilmiştir.

$$\frac{dm}{dt} = c(\sigma - \sigma_u)(\sigma - \sigma^*)(\sigma - \sigma_o) \quad (4.30)$$

Burada dm/dt zamanla kemik kütlesindeki değişim, c orantı sabiti, $\sigma_u \leq \sigma \leq \sigma_o$, and $\sigma^* = (\sigma_u + \sigma_o)/2$.

5. KEMİKLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE ANALİZİ

5.1. Sonlu Elemanlar Yöntemine Giriş ve Temel Kavramlar

Tabiatta karşılaşılan her hadise, fiziksel kanunlar yardımıyla ve matematik diliyle anlaşılmaya çalışılır. Bu olayların biyolojik, jeolojik veya mekanik olması durumu değiştirmez. Her olay kendine ait büyüklükler yardımıyla cebirsel, diferansiyel veya integral denklemler yardımıyla büyük oranda ifade edilebilir. Pratikte karşılaşılan problemler ne kadar karmaşık olursa olsun, tarihin her devrinde o devrin ihtiyaçlarına cevap verecek derecede modellenmeye çalışılmış ve her devirde alınan örnekler yardımıyla insanın kullanımına arz edilmiştir. Günümüzde karmaşık problem denince gen yapısı anlaşılmaktadır. Halbuki mekanik, termal ve/veya aerodinamik yüklere maruz, değişik şekilli delikler bulunan bir kanaldaki basınç dağılımını belirlemek, deniz suyundaki kirlilik oranını belirlemek, atmosferdeki basınç dağılımını belirlemek veya atmosferdeki çeşitli hareketleri, bir hortum veya kasırganın oluşum mekanizmasını anlamak ve önceden belirlemek üzere havanın modelini oluşturmak gibi daha bir çok karmaşık problem bulunmaktadır. Problemin en azından bir kısmının anlaşılmış olması bile pratik bir çok yararlar sağlamaktadır. Burada, önceden yapılan çözümlemelerin sonradan yanlışlığının anlaşılmış olmasının bile pratik sonuçlar açısından fazla bir önemi bulunmamaktadır.

İnsanlar çevresinde meydana gelen olayları ya da karşılaştıkları problemleri çoğu zaman kolayca kavrayıp doğrudan çözemezler. Bu yüzden karmaşık bir problem, bilinen veya kavranması daha kolay alt problemlere ayrılarak daha anlaşılır bir hale getirilir. Oluşturulan alt

problemler çözölüp birleştirilerek esas problemin çözölümü yapılabilir. Örneğın; gerilme analizi üzerinde çalışan mühendisler, gerilme problemini basit kiriş, plak, silindir, küre gibi geometrisi bilinen şekillerle sınırlarlar. Bu elde edilen sonuçlar çoğı kez problemin yaklaşık çözölümüdür ve bazen doğrudan bazen de bir katsayı ile düzeltilerek kullanılır. Mühendislik uygulamalarında problemlerin karmaşıklığı sebebiyle genellikle problemlerin tam çözölümü yerine, kabul edilebilir seviyede bir yaklaşık çözölüm tercih edilir. Öyle problemler vardır ki, tam çözölüm imkansız kabul edilerek yaklaşık çözölüm tek yol olarak benimsenir.

Sonlu elemanlar metodu; karmaşık olan problemlerin daha basit alt problemlere ayrılarak her birinin kendi içinde çözölmesiyle tam çözölümün bulunduğı bir çözölüm şeklidir. Bu metot bilgisayarlar çağının bir ürünüdür. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle birlikte data iletim hızlarının sürekli olarak artmasına bağılı olarak bu metotla çözölüm yapan paket programların sayısı gittikçe artmaktadır. Günümüzde çeşitli analizler için bu paket programların kullanımı yaygınlaşmaktadır. Sonlu elemanlar metodunun üç temel niteliğı vardır:

- 1- Geometrik olarak karmaşık olan çözölüm bölgesi sonlu elemanlar olarak adlandırılan geometrik olarak basit alt bölgelere ayrılır.
- 2- Her elemandaki, sürekli fonksiyonlar, cebirsel polinomların lineer kombinasyonu olarak tanımlanabileceğı kabul edilir.
- 3- Aranan değıerlerin her eleman içinde sürekli olan tanım denklemlerinin belirli noktalardaki (düğüm noktaları) değıerleri elde edilmesinin problemin çözölümünde yeterli olmasıdır.

Kullanılan yaklaşım fonksiyonları interpolasyon teorisinin genel kavramları kullanılarak polinomlardan seçilir. Seçilen polinomların derecesi ise çözülecek problemin tanım denkleminin derecesine ve çözüm yapılacak elemandaki düğüm sayısına bağlıdır.

Sürekli bir ortamda alan değişkenleri (gerilme, yer değiştirme, basınç, sıcaklık vs.) sonsuz sayıda farklı değere sahiptir. Eğer sürekli bir ortamın belirli bir bölgesinin de aynı şekilde sürekli ortam özelliği gösterdiği biliniyorsa, bu alt bölgede alan değişkenlerinin değişimi sonlu sayıda bilinmeyen olan bir fonksiyon ile tanımlanabilir. Bilinmeyen sayısının az ya da çok olmasına göre seçilen fonksiyon lineer ya da yüksek mertebeden olabilir. Sürekli ortamın alt bölgeleri de aynı karakteristik özellikleri gösteren bölgeler olduğundan, bu bölgelere ait alan denklem takımları birleştirildiğinde bütün sistemi ifade eden denklem takımı elde edilir. Denklem takımının çözümü ile sürekli ortamdaki alan değişkenleri sayısal olarak elde edilir.

Sonlu elemanlar metodunun kullanılması ve bilgisayarların sanayiye girmesiyle, bugüne kadar ancak pahalı deneysel yöntemlerle incelenebilen bir çok makine elemanının (motor blokları, pistonlar vs.) kolayca incelenebilmesi, hatta çizim esnasında mukavemet analizlerinin kısa bir sürede yapılarak optimum dizaynın gerçekleştirilmesi mümkün olabilmektedir.

Sonlu elemanlar metodunu diğer nümerik metotlardan üstün kılan başlıca unsurlar şöyle sıralanabilir.

- a) Kullanılan sonlu elemanların boyutlarının ve şekillerinin değişkenliği nedeniyle ele alınan bir cismin geometrisi tam olarak temsil edilebilir.

- b) Bir veya birden çok delik veya köşeli karmaşık şekilli bölgeler kolaylıkla incelenebilir.
- c) Değişik malzeme ve geometrik özellikleri bulunan cisimler incelenebilir.
- d) Sebep sonuç ilişkisine ait problemler, genel direngenlik matrisi ile birbirine bağlanan genelleştirilmiş kuvvetler ve yer değiştirmeler cinsinden formüle edilebilir. Sonlu elemanlar metodunun bu özelliği problemlerin anlaşılmasını ve çözülmesini hem mümkün kılar hem de basitleştirir.
- e) Karmaşık sınır şartları kolayca uygulanabilir.

Sonlu elemanlar metodunun temel prensibi, öncelikle bir elemana ait sistem özelliklerini içeren denklemlerin çıkartılıp tüm sistemi temsil edecek şekilde eleman denklemlerini birleştirerek sisteme ait lineer denklem takımının elde edilmesidir. Bir elemana ait denklemlerin elde edilmesinde değişik metotlar kullanılabilir. Bunlar içinde en çok kullanılan dört temel yöntem şunlardır:

- i) **Direkt yaklaşım:** Bu yaklaşım daha çok tek boyutlu ve basit problemler için uygundur.
- ii) **Varyasyonel yaklaşım:** Bir fonksiyonelin ekstremize yani maksimum ve minimum edilmesi demektir. Katı cisim mekaniğinde en çok kullanılan potansiyel enerji prensibi, komplementer (tümleyen) potansiyel enerji prensibi ve Reissner prensibi olarak sayılabilir. Fonksiyonelin birinci türevinin sıfır olduğu noktada fonksiyonu ekstremize eden değerler bulunur.

İkinci türevinin sıfırdan büyük veya küçük olmasına göre bu değerin maksimum veya minimum olduğu anlaşılır.

- iii) **Ağırlıklı kalanlar yaklaşımı:** Bir fonksiyonun çeşitli değerler karşılığında elde edilen yaklaşık çözümü ile gerçek çözüm arasındaki farkların bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılarak toplamalarını minimize etme işlemine "ağırlıklı kalanlar yaklaşımı" denir. Bu yaklaşım kullanılarak eleman özelliklerinin elde edilmesinin avantajı, fonksiyonların elde edilemediği problemlerde uygulanabilir olmasıdır.
- iv) **Enerji dengesi yaklaşımı:** Bir sisteme giren ve çıkan termal veya mekanik enerjilerin eşitliği ilkesine dayanır. Bu yaklaşım bir fonksiyonele ihtiyaç göstermez.

Sonlu elemanlar metodu ile problem çözümünde kullanılacak olan yaklaşım çözüm, işlemde izlenecek yolu değiştirmez. Çözüm yöntemindeki adımlar şunlardır:

- a) Cismin sonlu elemanlara bölünmesi,
- b) İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimi,
- c) Eleman direngenlik matrisinin oluşturulması,
- d) Sistem direngenlik matrisinin hesaplanması,
- e) Sisteme etki eden kuvvetlerin uygulanması,
- f) Sınır şartlarının belirlenmesi,
- g) Sistem denklemlerinin çözümü
- h) İstenilen büyüklüklerin hesaplanması

Sonlu eleman probleminin çözümünde ilk adım eleman tipinin belirlenmesi ve çözüm bölgesinin elemanlara ayrılmasıdır. Çözüm bölgesinin geometrik yapısı belirlenerek bu geometrik yapıya en uygun gelecek elemanlar seçilmelidir. Seçilen elemanların çözüm bölgesini temsil etme oranında, elde edilecek neticeler gerçek çözüme yaklaşmış olacaktır. Sonlu elemanlar metodunda kullanılan elemanlar boyutlarına göre beş kısma ayrılabilir:

- a) **Tek boyutlu elemanlar:** Bu elemanlar tek boyutlu olarak ifade edilebilen problemlerin çözümünde kullanılır.
- b) **İki boyutlu elemanlar:** İki boyutlu (düzlem) problemlerin çözümünde kullanılırlar. Bu grubun temel elemanı üç düğümlü üçgen elemandır. Üçgen elemanın altı, dokuz ve daha fazla düğüm ihtiva eden çeşitleri de vardır. Düğüm sayısı seçilecek interpolasyon fonksiyonunun derecesine göre belirlenir. Üçgen eleman, çözüm bölgesini aslına uygun olarak temsil etmesi bakımından kullanışlı bir eleman tipidir. İki üçgen elemanın birleşmesiyle meydana gelen dörtgen eleman, problemin geometrisine uyum sağladığı ölçüde kullanışlılığı olan bir elemandır. Dört veya daha fazla düğümlü olabilir. Dörtgen eleman çoğu zaman özel hal olan dikdörtgen eleman şeklinde kullanılır.
- c) **Eksenel simetik (Dönel) elemanlar:** Eksenel simetrik özellik gösteren problemlerin çözümünde dönel elemanlar kullanılır. Bu elemanlar bir veya iki boyutlu elemanların simetri eksenini etrafında bir tam dönme yapmasıyla oluşurlar. Bu elemanlar üç boyutlu eksenel simetrik problemleri iki boyutlu problem gibi çözmeye olanağı sağladığı için çok kullanışlıdırlar.

- d) **Üç boyutlu elemanlar:** Bu grupta temel eleman üçgen piramittir. Bunun dışında dikdörtgenler prizması veya daha genel olarak altı yüzeyle elemanlar, üç boyutlu problemlerin çözümünde kullanılan eleman tipleridir.
- e) **İzoparametrik Elemanlar:** Çözüm bölgesinin sınırları eğri denklemleri ile tanımlanmışsa, kenarları doğru olan elemanların bu bölgeyi tam olarak tanımlaması mümkün değildir. Böyle durumlarda bölgeyi gereken hassasiyette tanımlamak için elemanların boyutlarını küçültmek, dolayısıyla adetlerini artırmak gerekmektedir. Bu durum çözülmesi gereken denklem sayısını artırır, dolayısıyla gereken bilgisayar kapasitesinin ve zamanın büyümesine sebep olur. Bu olumsuzluklardan kurtulmak için, çözüm bölgesinin eğri denklemleri ile tanımlanan sınırlarına uyum sağlayacak eğri kenarlı elemanlara ihtiyaç hissedilmektedir. Böylece hem çözüm bölgesi daha iyi tanımlanmakta hem de daha az sayıda eleman kullanılarak çözüm yapılabilir. Bu elemanlar üzerindeki düğüm noktaları bir fonksiyon ile tanımlanır. İzoparametrik sonlu elemanın özelliği, her noktasının konumunun ve yer değiştirmesinin aynı mertebeden aynı şekil (interpolasyon) fonksiyonu ile tanımlanabiliyor olmasıdır. İzoparametrik elemanlara eş parametrelili elemanlar da denir.

İzoparametrik elemanların şu özellikleri vardır:

- a) Lokal koordinatlarda iki komşu eleman arasında süreklilik sağlanıyorsa, izoparametrik elemanlarda da sağlanıyor demektir.
- b) Eğer interpolasyon fonksiyonu lokal koordinat takımındaki elemanda sürekli ise, izoparametrik elemanda da sürekli dir.

- c) Çözümün tamlığı lokal koordinatlarda sağlanıyor ise izoparametrik, elemanlarda da sağlanır.

İzoparametrik elemanların anılan özellikleri dolayısıyla, interpolasyon fonksiyonları lokal koordinatlarda seçilir.

5.1.1. İnterpolasyon Fonksiyonlarının Seçimi

İnterpolasyon fonksiyonu alan değişkeninin eleman üzerindeki değişimini temsil etmektedir. İnterpolasyon fonksiyonunun belirlenmesi seçilen eleman tipine ve çözülecek denklemin derecesine bağlıdır. Ayrıca interpolasyon fonksiyonları şu şartları sağlamalıdır:

- a- İnterpolasyon fonksiyonunda bulunan alan değişkeni ve alan değişkenini diferansiyel denklemlerin en yüksek mertebeden bir düşük mertebeye kadar olan kısmi türevleri eleman sınırlarında sürekli olmalıdır.
- b- İnterpolasyon fonksiyonunda bulunan alan değişkeninin bütün türevleri, eleman boyutları limitte sıfıra gitse bile alan değişkenini karakterize etmelidir.
- c- Seçilen interpolasyon fonksiyonu koordinat değişimlerinden etkilenmemelidir.

Hem yukarıdaki şartları sağlamaları hem de türev ve integral almadaki kolaylığından dolayı interpolasyon fonksiyonu olarak genelde polinomlar seçilir. Seçilen polinom, yukarıdaki şartların gerçekleşmesi için uygun terimleri ihtiva etmelidir.

5.1.2. Eleman Direngenlik Matrisinin Elde Edilmesi

Eleman direngenliğinin bulunması, eleman etki eden dış etkenler ile alan değişkenleri arasında bir ilişkiyi kurmak anlamına gelmektedir. Eleman direngenliğini elde ederken çözülecek problemin konusu, alan değişkeni, seçilen eleman tipi, seçilen interpolasyon fonksiyonu, eleman özelliklerini elde ederken kullanılan metod gibi pek çok faktör göz önüne alınmak durumundadır. Etki eden bu faktörlere göre de eleman direngenliğinin elde edilmesinde değişik yollar izlenir.

5.1.3. Sistem Direngenlik Matrisinin Elde Edilmesi

Sistem direngenlik matrisi sistemin düğüm sayısı ve her düğümdeki serbestlik derecesine bağlı olarak belirlenir. elemanlar için hesaplanan direngenlik matrisleri, elemanın üzerindeki düğüm numaralarına bağlı olarak genel direngenlik matrisinde ilgili satır ve sütununa yerleştirilir. Farklı elemanlar tarafından ortak kullanılan düğümlerdeki terimler genel direngenlik matrisinin ilgili satır ve sütununda üst üste toplanmalıdır. Elemanların düğüm numaralaması bir sistematığe göre yapılırsa genel direngenlik matrisinde elemanlar diagonal üzerinde üst üste toplanır. Genelde direngenlik matrisi simetriktir.

5.1.4. Sisteme Etki Eden Kuvvetlerin Bulunması

Bir problemde sisteme etki edebilecek kuvvetler şunlar olabilir:

- 1) **Tekil Kuvvetler:** Tekil kuvvetler hangi elemanın hangi düğümüne ne yönde etki ediyorsa genel kuvvet vektöründe etki ettiği düğüme

karşılık gelen satıra yerleştirilir. Problemin cinsine göre tekil yük kavramı değişebilir. Örneğin ısı iletimi probleminde elastisite problemindeki tekil yüke karşılık noktasal ısı kaynağı veya tanımlı ısı akışı yükleri bulunmaktadır.

2) Yayılı Kuvvetler: Bu kuvvetler bir kenar boyunca bir alanda yada bir hacimde etkili olurlar.

2) Kütle Kuvvetleri: Eleman hacmi için geçerli olan merkezkaç kuvveti ve ağırlık kuvvetleri gibi kuvvetlerdir.

5.1.5. Sınır Şartlarının Belirlenmesi

Her problemin tabii olarak ya da yapay sınır şartları vardır. Sınır şartları, cismin çeşitli kısımlarındaki elastik yer değiştirmelerin ölçülebileceği bir referans sağlar.

5.1.6. Sistem Denkleminin Çözümü

Çözüm için, sistemin sınır şartları da göz önüne alınarak direngenlik matrisinin tersini almak yeterlidir. Fakat bilgisayar kapasitesi ve bilgisayar zamanı açısından çok büyük matrislerin çözümünü ters alma işlemi ile yapmak yerine Gauss eliminasyon metodu, Skyline yöntemi gibi yöntemlerle daha az kapasite ve daha kısa sürede yapmak mümkün olmaktadır.

5.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analiz

Bu bölümde gerilme-şekil değiştirme ve şekil değiştirme- yer değiştirme ilişkilerini kullanarak sonlu elemanlar yöntemi üzerinde durulacaktır. Burada anlatılacak olan üç boyutlu sonlu eleman problemleridir. Üç boyutlu problemlerde gerilme $\{\sigma\}$, şekil değiştirme $\{\epsilon\}$ ve yer değiştirme $\{u\}$ üç boyut değişkenine (x, y, z) bağlıdır. Bu durumda ilgili vektörler aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$\{u\}=\{u(x, y, z)\} \quad (5.1a)$$

$$\{\sigma\}=\{\sigma(x, y, z)\} \quad (5.1b)$$

$$\{\epsilon\}=\{\epsilon(x, y, z)\} \quad (5.2c)$$

İki boyutlu problemlerde ise;

$$\{u\}=\{u(x, y)\} \quad (5.2a)$$

$$\{\sigma\}=\{\sigma(x, y)\} \quad (5.2b)$$

$$\{\epsilon\}=\{\epsilon(x, y)\} \quad (5.2c)$$

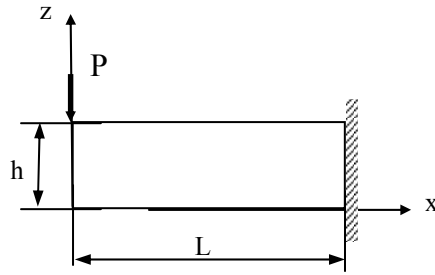
şeklindedir.

Yüklemeler genelde yüzey kuvvetleri (q) ve Tekil yük (P) olarak yapılmıştır. Yüzey kuvvetleri cismin yüzeyine dağılmış kuvvetler olup birim yüzey alanına düşen kuvvet olarak ele alınır.

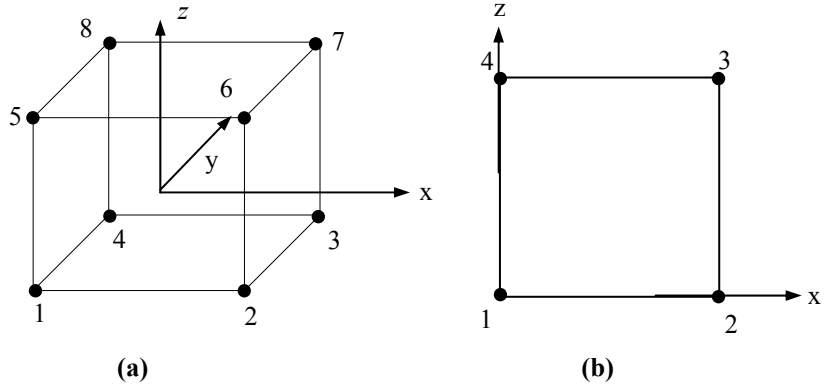
5.2.1. Sonlu Eleman Modellerinin Oluşturulması

5.2.1.1. Elemanlara Ayırma

Boyutları $L \times b \times h$ olan şekil 5.1 deki kirişi göz önüne alalım. Sonlu eleman modellenmesinde ilk olarak kiriş, belirli sayıda sabit kesitli 8 düğüm noktalı kübik (şekil 5.2a) ve 4 düğüm noktalı kuadratik (şekil 5.2b) elemanlara ayrılır.



şekil 5.1 Basit mesnetli bir kiriş



şekil 5.2 (a) Üç boyutlu 8 düğüm noktasına sahip kübik eleman
(b) 4 düğüm noktalı kuadratik eleman

Sonlu eleman modelinde bütün elemanlar düğüm noktalarında birbirine bağlı olarak düşünülür. Eleman sayıları arttırılarak daha iyi sonuçlar elde edilir. Tekil yüklerin uygulanmış olduğu noktaların düğüm noktaları olarak seçilmesinde yarar vardır. Cisme etkiyen diğer kuvvetler de yalnızca düğüm noktalarından etki ediyormuş gibi ele alınır.

5.2.1.2. Numaralandırma Yöntemi

Bir cisimin ister karmaşık geometriye sahip olsun ister olmasın belirli sayıda ve düzgün şekilli elemanlara nasıl ayrılacağı gösterilmişti. Elemanların birbirine benzer alınmasının esas sebebi, modelin bilgisayar ortamına aktarılmasının kolaylaştırılmasıdır. Bu aktarım uygun bir numaralama yöntemi geliştirilmesi ile daha da kolay hale getirilebilir. Burada yöntemlerden birisi verilecektir. Serbestlik dereceleri, düğüm deplasmanları, düğüm yükleri ve elemanlar arasında süreklilik sonlu elemanlar metodunun uygulanmasında ve bilgisayar ortamına aktarılmasındaki temel noktalardır ve bu nedenle bu kavramların iyi anlaşılması gerekir.

Üç boyutlu kübik elemanlarda numaralandırma

Üç boyutlu problemlerde her düğümün $\pm x$, $\pm y$, $\pm z$ doğrultusunda hareketine müsaade edilir. Bu yüzden her düğüm sadece bir serbestlik derecesine sahiptir. Buna göre her bir düğümün yer değiştirmesi;

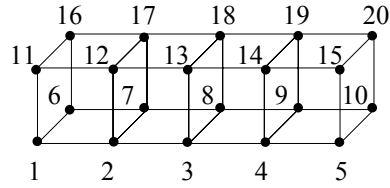
$$U_i = [u_i \quad v_i \quad w_i] \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (5.3)$$

ile gösterilir. Her bir düğümün tekil yük vektörü ise (5.4) denklemiyle gösterildiği gibi

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} P_{xi} & P_{yi} & P_{zi} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

olarak ifade edilir. Bundan sonra her bir düğümün yer değiştirme ve kuvvet sınır şartları göz önüne alınır. Örneğin 8 düğüm noktalı kübik bir elemanda 1 nolu düğüm noktasının x yönündeki yer değiştirmesi eğer sabitlenmişse $u_1 = 0$ olarak alınır. Diğer sınır şartları da buna benzer olarak ifade edilir. Sınır şartları daha sonraki alt bölümlerde ele alınacaktır.

Şimdi x doğrultusunda 4 elemanı, y doğrultusunda 1, z doğrultusunda ise 1 elemanı olan toplam 4 elemanlı bir cismin numaralandırılması Şekil 5.3'de gösterilmiştir.



Şekil 5.3 Üç boyutlu elemanlar arasındaki süreklilik

Çizelge 5.1. Üç boyutlu kübik elemanlarda numaralandırma

Eleman no				Düğüm No					Lokal Numara
E	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	2	7	6	11	12	17	16	Global Numara
2	2	3	8	7	12	13	18	17	
3	3	4	9	8	13	14	19	18	
4	4	5	10	9	14	15	20	19	

Bilgisayar programı yapılırken kolaylık sağlaması açısından bu şekilde numaralandırılabilir. Çizelge 5.1'in başlığındaki 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8 rakamları lokal düğüm numaralarını, Çizelge 5.1'in içindeki rakamlar ise global düğüm numaralarını göstermektedir. Lokal düğüm numaraları ile global düğüm numaraları arasındaki uyumluluk elemanlar arasında süreklilik sağlar. Örneğin 2 numaralı düğüm noktası hem 1 nolu elemanın düğüm noktası hem de 2 nolu elemanın düğüm noktasıdır. Bu şekilde elemanlar arasında bağlantı sağlanır.

İki boyutlu kuadratik elemanlarda numaralandırma

İki boyutlu problemlerde her düğümün $\pm x$, $\pm z$ doğrultusunda hareketine müsaade edilir. Bu yüzden her düğüm sadece bir serbestlik derecesine sahiptir. Buna göre 4 düğüm noktalı her bir elemanın yer değiştirmesi;

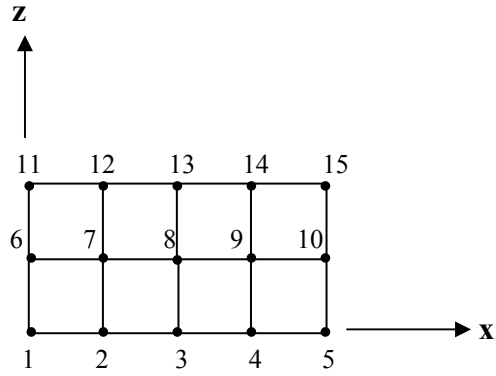
$$U_i = [u_i \quad w_i] \quad (i=1, 2, \dots, 4) \quad (5.5)$$

ile gösterilir. Her bir elemana etki eden tekil yük vektörü ise (5.6) denklemiyle gösterilmiştir.

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{xi} & P_{zi} \end{bmatrix} \quad (i=1, 2, \dots, 4) \quad (5.6)$$

olarak ifade edilir. Bundan sonra her bir elemanın yer değiştirme ve kuvvet sınır şartları göz önüne alınır. Örneğin 4 düğüm noktalı kübik bir elemenda 2 nolu düğüm noktasının x yönündeki yer değiştirmesi eğer sabitlenmişse $u_3 = 0$ olarak alınır.

Şimdi x doğrultusunda 4 elemanı, z doğrultusunda ise 2 elemanı olan toplam 8 elemanlı bir cismin numaralandırılması aşağıda gösterilecektir.



Şekil 5.4 İki boyutlu elemanlar arasındaki süreklilik

Çizelge 5.2. İki boyutlu kuadratik elemanlarda numaralandırma

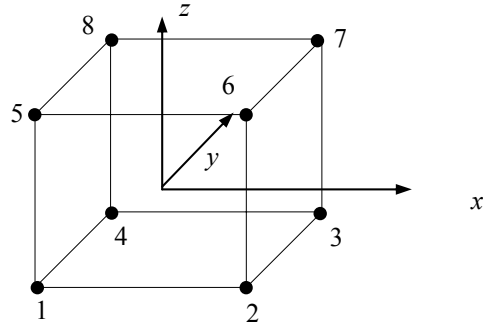
Eleman No	Düğüm No				Lokal Numara
E	1	2	3	4	
1	1	2	7	6	Global Numara
2	2	3	8	7	
3	3	4	9	8	
4	4	5	10	9	
5	6	7	12	11	
6	7	8	13	12	
7	8	9	14	13	
8	9	10	15	14	

Bilgisayar programı yapılırken kolaylık sağlaması açısından bu şekilde numaralandırılmıştır. Tablo başlığındaki 1, 2, 3 ve 4 rakamları lokal düğüm numaralarını, tablo içindeki rakamlar ise global düğüm numaralarını göstermektedir

5.2.1.3. Şekil Fonksiyonları

Üç boyutlu kübik elemanların şekil fonksiyonları

Şekil 5.5’de verilen üç boyutlu 8 düğüm noktalı bir elemanın lineer şekil fonksiyonları;



Şekil 5.5 Üç boyutlu 8 düğüm noktasına sahip bir kuadratik eleman

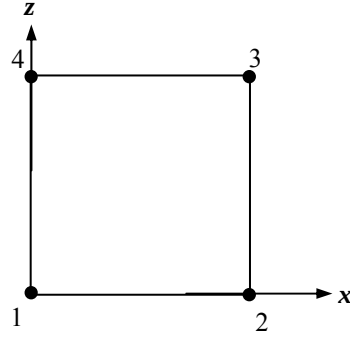
$$N_A = \frac{1}{8}(1 + ix)(1 + jy)(1 + kz) \quad (5.7)$$

ifadesi ile verilir. Buradaki i, j ve k değerleri aşağıda verilmiştir.

A	i	j	k
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	1	1	-1
4	-1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	1	1	1
8	-1	1	1

İki boyutlu kuadratik elemanların şekil fonksiyonları

Şekil 5.6’da verilen iki boyutlu 4 düğüm noktalı bir elemanın lineer şekil fonksiyonları;



Şekil 5.6 İki boyutlu 4 düğüm noktasına sahip bir kuadratik eleman

$$N_A = \frac{1}{4}(1 + ix)(1 + kz) \quad (5.8)$$

ifadesi ile verilir. Buradaki i ve k değerleri aşağıda verilmiştir.

A	i	k
1	-1	-1
2	1	-1
3	1	1
4	-1	+1

5.2.1.4. Eleman Katılık Matrisinin Bulunması

Üç boyutlu kübik elemanların katılık matrisi

Her bir elemanın katılık matrisi;

$$\mathbf{K}^e = \int \int \int_{x \ y \ z} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \partial x \partial y \partial z \quad (5.9)$$

denkleminin nümerik olarak integre edilmesi ile bulunur. Burada $\mathbf{B}$ şekil fonksiyonlarının türevlerine bağlı 6×24 boyutlu bir matris olup aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \mathbf{b}_3 \ \mathbf{b}_4 \ \mathbf{b}_5 \ \mathbf{b}_6 \ \mathbf{b}_7 \ \mathbf{b}_8] \quad (5.10)$$

Burada $\mathbf{b}_i$ 6×3 boyutlu bir matris olup ilgili şekil fonksiyonlarının türevlerini içerir.

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

(5.9) eşitliğindeki **D** matrisi ise, malzeme özelliklerine bağlı 6×6 boyutlarında matristir. Malzemenin anizotropik, ortotropik ve izotropik olmasına göre değişir.

İki boyutlu kuadratik elemanların katılık matrisi

Her bir elemanın katılık matrisi;

$$\mathbf{K}^e = \int \int_{x \ z} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dx \, dz \quad (5.12)$$

denkleminin nümerik olarak integre edilmesi ile bulunur. Burada **B** şekil fonksiyonlarının türevlerine bağlı 3x8 boyutlu bir matris olup aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \mathbf{b}_3 \ \mathbf{b}_4] \quad (5.13)$$

Burada **b_i** 3×2 boyutlu bir matris olup ilgili şekil fonksiyonlarının türevlerini içerir.

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

(5.12) eşitliğindeki **D** matrisi ise, malzeme özelliklerine bağlı 3×3 boyutlarında matristir. Düzlem gerilme, düzlem şekil değiştirme durumuna göre değişir.

5.2.1.5. Eleman Kütle Matrisinin Bulunması

$$\mathbf{M}^e = \int \int \int_{x \ y \ z} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} \partial x \partial y \partial z \quad (5.15)$$

ifadesi ile bulunur. Burada ρ yoğunluk, **N** matrisi şekil fonksiyonlarından oluşan bir matristir.

5.2.1.6. Eleman Yer Değiştirme Vektörünün Bulunması

Üç boyutlu kübik elemanın yer değiştirme vektörünün bulunması

Her bir elemanın yer değiştirme vektörü;

$$\mathbf{U}^e = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2 \ \mathbf{U}_3 \ \mathbf{U}_4 \ \mathbf{U}_5 \ \mathbf{U}_6 \ \mathbf{U}_7 \ \mathbf{U}_8]^T \quad (5.16)$$

olup burada;

$$\mathbf{U}_i = [u_i \ v_i \ w_i] \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (5.17)$$

dır. $\mathbf{U}_i$ her bir düğüm noktasının x , y , z eksenlerindeki yer değiştirmelerinden oluşan 3×1 boyutlu yer değiştirme vektörüdür.

İki boyutlu kuadratik elemanın yer değiştirme vektörünün bulunması

Her bir elemanın yer değiştirme vektörü;

$$\mathbf{U}^e = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2 \ \mathbf{U}_3 \ \mathbf{U}_4]^T \quad (5.18)$$

olup burada;

$$\mathbf{U}_i = [u_i \ v_i] \quad (i=1, 2, \dots, 4) \quad (5.19)$$

dır. $\mathbf{U}_i$ her bir düğüm noktasının x , z eksenlerindeki yer değiştirmelerinden oluşan 4×1 boyutlu yer değiştirme vektörüdür

5.2.1.7. Eleman Kuvvet Vektörünün Bulunması

Üç boyutlu kübik elemanın kuvvet vektörünün bulunması

Üç boyutlu kübik bir elemanın bir düğüm noktasına etki eden kuvvetler;

$$\mathbf{q}_i = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{q}_y \ \mathbf{q}_z] \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (5.20)$$

Böylece her bir elemanın kuvvet vektörü;

$$\mathbf{q}^e = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ \mathbf{q}_3 \ \mathbf{q}_4 \ \mathbf{q}_5 \ \mathbf{q}_6 \ \mathbf{q}_7 \ \mathbf{q}_8]^T \quad (5.21)$$

ifadesinde $\mathbf{q}_i$ her bir düğüm noktasına etki eden x, y, z eksenlerinde tanımlı kuvvetlerden oluşan 3×1 'lik kuvvet vektörüdür. Eğer sadece tekil yük varsa düğüm noktasından etkimelidir.

Eğer q_0 yayılı yükü etkiyorsa kuvvet vektörü;

$$\{\mathbf{q}^e\} = \iiint \mathbf{N} q_0 dx dy dz \quad (5.22)$$

ifadesiyle belirlenir. $\mathbf{N}$ matrisi şekil fonksiyonlarından oluşan bir matristir. Burada eğer iki kuvvette varsa her bir düğüm noktasına gelen kuvvetler toplanır.

İki boyutlu kuadratik elemanın kuvvet vektörünün bulunması

Her bir düğüm noktasına etki eden kuvvetler;

$$\mathbf{q}_i = [\mathbf{q}_x \quad \mathbf{q}_z] \quad (i=1, 2, \dots, 4) \quad (5.23)$$

Her bir elemanın kuvvet vektörü;

$$\mathbf{q}^e = [\mathbf{q}_1 \quad \mathbf{q}_2 \quad \mathbf{q}_3 \quad \mathbf{q}_4]^T \quad (5.24)$$

ifadesinde $\mathbf{q}_i$ her bir düğüm noktasına etki eden x, y, z eksenlerinde tanımlı kuvvetlerden oluşan 4×1 'lik kuvvet vektörüdür. Eğer sadece tekil yük varsa düğüm noktasından etkimelidir.

Eğer q_0 yayılı yükü etkiyorsa kuvvet vektörü;

$$\{\mathbf{q}^e\} = \int \int^x \int^z \mathbf{N} q_0 dx dz \quad (5.25)$$

ifadesiyle belirlenir

5.2.1.8. Kirişin Katılık, Yer Değiştirme ve Kuvvet İfadelerinin Bulunması

Bir kirişin $\mathbf{K}$ katılık matrisi;

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{K}^e \quad (5.26)$$

ile bulunur. Bu $\mathbf{K}$ matrisinin en önemli özelliği simetrik olmasıdır.

Yer değiştirme vektörü;

$$\mathbf{U} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{U}^e \quad (5.27)$$

aynı şekilde kuvvet vektörü;

$$\mathbf{Q} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{q}^e \quad (5.28)$$

Kütle matrisi ise;

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{M}^e \quad (5.29)$$

şeklinde bulunur.

5.2.1.9. Kirişin Yer Değiştirmelerinin ve Reaksiyon Kuvvetlerinin Hesaplanması

Bir kirişin yer değiştirmesini ve reaksiyon kuvvetlerini bulmak için;

$$\mathbf{KU}=\mathbf{Q} \quad (5.30)$$

Denklemin gerekli sınır koşullarını kullanarak nümerik olarak çözülmesiyle bulunur. Eleman sayısının artmasıyla matris boyutları artmaktadır. Bu da çözümü zorlaştırmaktadır. Bu çözümleri yapabilmek için bilgisayarlardan faydalanılır. Ayrıca **K** matrisini simetrik olması ve bu yöntemde sıfır olan elemanların depolanmasına gerek olmaması hafızada saklanan data sayısını azaltmaktadır.

5.2.1.10. Gerilmelerin Hesaplanması

Üç boyutlu kübik elemanın gerilme bileşenlerinin hesaplanması

Her bir elemanın ortalama gerilmeleri;

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.31)$$

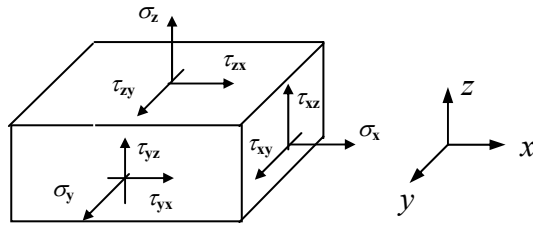
bu denklemde, üç boyutlu $\boldsymbol{\sigma}$ ortalama gerilme vektörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}] \quad (5.32)$$

ve üç boyutlu $\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}] \quad (5.33)$$

olarak belirtilir. Bir elemanda oluşan gerilmeler Şekil 5.7’de gösterilmiştir.



Şekil 5.7 Üç boyutlu eleman üzerindeki gerilmeler

$\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü ise;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (5.34)$$

şeklindedir. $\mathbf{B}$ matrisi (5.10) denklemiyle bulunur.

İki boyutlu kuadratik elemanın gerilme bileşenlerinin hesaplanması

Her bir elemanın ortalama gerilmeleri;

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.35)$$

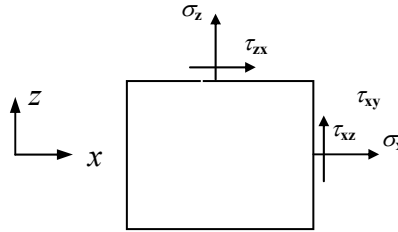
bu denklemde, iki boyutlu $\boldsymbol{\sigma}$ ortalama gerilme vektörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_z \quad \tau_{xz}] \quad (5.36)$$

ve iki boyutlu $\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xz}] \quad (5.37)$$

olarak belirtilir. $\mathbf{D}$ matrisinin bulunuşu bir sonraki bölümde verilecektir. Bir elemanda oluşan gerilmeler Şekil 5.8’de gösterilmiştir.



Şekil 5.8 2 boyutlu bir eleman üzerindeki gerilmeler

$\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü ise;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (5.38)$$

şeklindedir. $\mathbf{B}$ matrisi (5.13) denklemiyle bulunur.

5.2.1.11. Asal gerilmelerin hesaplanması

Üç boyutlu asal gerilmelerin hesaplanması

Üç boyutlu gerilme tensörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

olarak verilir. Asal gerilmeleri hesaplamak için;

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (5.40)$$

determinatın alacak olursak;

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (5.41)$$

üçüncü dereceden gerilme denklemi elde edilir. Burada;

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\
 I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 \\
 I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{xz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

olarak verilmiştir. Bu denklemin kökleri asal gerilmeleri verir. Asal eksen gerilme doğrultuları l, m, n ise;

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = 0 \tag{5.43}$$

ve

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \tag{5.44}$$

denklem takımının çözümünden bulunur.

İki boyutlu asal gerilmelerin hesaplanması

İki boyutlu gerilme tensörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \tag{5.45}$$

olarak verilir. Asal gerilmeleri hesaplamak için;

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (5.46)$$

determinatından çıkan ikinci dereceden denklemin kökleri asal gerilmeleri vermektedir. Buna göre asal gerilmeler;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (5.47a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad (5.47b)$$

olarak bulunur. Asal eksen gerilme doğrultuları θ_1, θ_2 ise;

$$\tan(\theta_1) = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x} \quad (5.48a)$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - |\theta_1| \quad (5.48b)$$

olarak bulunur.

5.2.1.12. Birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun hesaplanması

Sonlu elemanlar analizinde hesaplanan gerilme ve birim şekil değiştirmeler cinsinden birim şekil değiştirme enerjisi

$$U = \frac{1}{2} \{\boldsymbol{\sigma}\} \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad (5.49)$$

olarak hesaplanır. Burada, $\boldsymbol{\sigma}$ gerilme tensörü, $\boldsymbol{\varepsilon}$ ise birim şekil değiştirme vektörüdür.

5.2.2. Malzeme Özellik Matrisinin (D) hesaplanması

Üç boyutlu kübik elemanın D matrisinin hesaplanması

Malzemeler farklı elastik davranış tipleri gösterir. Bunlar izotropik (elastik simetri düzlemine sahip), ortotropik ve anizotropik malzeme davranışlarıdır. En genel halde malzemenin elastiklik tensörü 21 sabite sahiptir. Buna göre **D** matrisi;

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} & d_{44} & d_{45} & d_{46} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} & d_{45} & d_{55} & d_{56} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} & d_{46} & d_{56} & d_{66} \end{bmatrix} \text{ (Anizotropik)} \quad (5.50)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (\text{Ortotropik}) \quad (5.51)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2+2\nu}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2+2\nu}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2+2\nu}{E} \end{bmatrix} \quad (\text{izotropik}) \quad (5.52)$$

olarak hesaplanır.

İki boyutlu kuadratik elemanın $\mathbf{D}$ matrisinin hesaplanması

Malzemeler farklı elastik davranış tipleri gösterir. Buna göre bazı durumlar için $\mathbf{D}$ matrisi;

İzotropik bir malzeme için;

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

Ortotropik bir malzeme için;

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (5.54)$$

olarak hesaplanır. Burada E_1 ve E_2 x ve z eksenlerindeki Young modülü, G_{12} kayma modülü, ν_{ij} ise poisson oranıdır.

5.3. Nümerik Hesaplamalar

5.3.1. Nümerik İntegral(Gauss Quadrature)

Bir boyutlu bir problemde nümerik integral,

$$I = \int_{-1}^1 f(r) dr \quad (5.55)$$

şeklinde dir. I integralinin hesabı için Gauss tarafından önerilen yaklaşım sonlu elemanlar metodu uygulamalarında kullanışlı yöntemdir. Yöntemin iki ve üç katlı integrallere uygulanması da çok kolaydır. n noktalı yaklaşık hesap,

$$I = \int f(r)dr = W_1.f(r_1) + W_2.f(r_2) + + W_n.f(r_n) \quad (5.56)$$

şeklinde verilmiştir. Burada $W_1, W_2, \dots, W_n$ ağırlık çarpanları, $r_1, r_2, \dots, r_n$ de hesaplama noktalarını göstermektedir. Bu noktalara bu yaklaşımda Gauss noktası adı verilir. Gauss yaklaşımında en doğru çözümü elde edecek sayıda nokta ve ağırlık katsayısının bulunması önem taşır. n değerinin büyük tutulmasıyla aslında gerçek çözümü veren bir eşitliktir. Buna karşılık büyük n değerleri bilgisayar uygulaması açısından gereksiz bir kapasite artırımına neden olmaktadır. $n=1$ için integral değeri

$$\int_{-1}^1 f(r)dr = W_1.f(r_1) \quad (5.57)$$

elde edilir. Burada hesaplanması gereken yalnızca iki parametre vardır. (W_1, r_1) . Bu eşitlikten polinomun derecesi 1 olduğunda kesin çözüm elde edilir. Buna göre $f(r)=a_0+a_1r$ alındığında

$$Hata = \int_{-1}^1 (a_0 + a_1r)dr - W_1f(r_1) = 0 \quad (5.58)$$

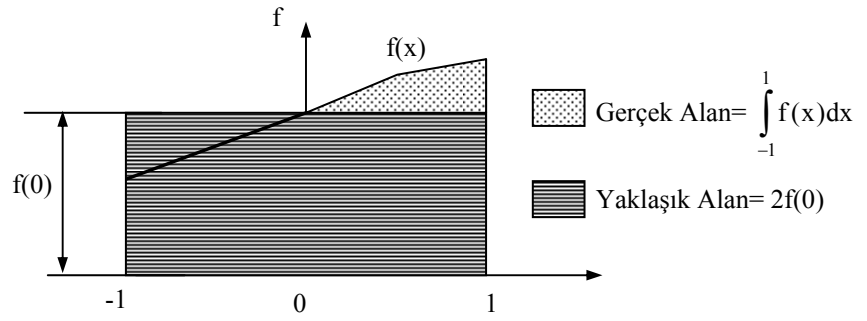
veya

$$Hata = 2a_0 - W_1(a_0 + a_1r_1) = 0, \quad Hata = a_0(2 - W_1) - W_1a_1r_1 = 0 \quad (5.59)$$

olur. Görüldüğü gibi hatanın sıfır olabilmesi için $W_1 = 2$ ve $r_1 = 0$ olmalıdır. Buna göre herhangi bir fonksiyon için

$$\int_{-1}^1 f(r) dr = 2 \cdot f(0) \quad (5.60)$$

elde edilir. Bu da orta noktaya göre yapılan alan hesabıdır. (Şekil 5.9)



Şekil 5.9 Bir noktalı Gauss yaklaşımı

İki noktalı yaklaşımda ise integral değeri;

$$\int_{-1}^1 f(r) dr = W_1 \cdot f(r_1) + W_2 \cdot f(r_2) \quad (5.61)$$

ifadesi ile bulunur. Burada belirlenmesi gereken 4 parametre görülmektedir. Çözüm için 3. dereceden bir polinom benzetimi yapılabilir. $f(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3$ seçildiğinde hata ifadesi,

$$Hata = \left[\int_{-1}^1 (a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3) \right] - [W_1 f(r_1) + W_2 f(r_2)] = 0 \quad (5.62)$$

Bu da $W_1 + W_2 = 2$, $W_1 r_1 + W_2 r_2 = 0$, $W_1 r_1^2 + W_2 r_2^2 = 2/3$, $W_1 r_1^3 + W_2 r_2^3 = 0$ ile sağlanabilir. Elde edilen bir nonlinear denklemlerin çözümünden

$$W_1 = W_2 = 1 \quad -r_1 = r_2 = 0.5773502..... \quad (5.63)$$

elde edilir. Görüldüğü gibi Gauss yaklaşımı ile n adet integral noktasından 2n-1 dereceli polinom için gerçek çözüm elde edilebilmektedir. Çizelge 5.3' de altı noktaya kadar olan Gauss nümerik integralleri için W ve r değerleri verilmiştir. Simetrik noktaların aynı ağırlık değerini aldığı görülmektedir. Çözümün doğruluğa yaklaşması için verilen ondalıklı değerlerin mümkün olduğunca kullanılması gerekmektedir.

Çizelge 5.3. Gauss Yaklaşımı ile Nümerik İntegrasyon için Gauss Noktaları ve Ağırlık Katsayıları

$$\left(\int_{-1}^1 f(r) dr = \sum_{i=1}^n W_i \cdot f(r_i) \right)$$

Nokta Sayısı	Yer (r_i)	Ağırlık Katsayısı (W_i)
1	0.0	2.0
2	± 0.5773502692	1.0
3	± 0.7745966692	0.5555555556
	0.0	0.8888888889
4	± 0.8611363116	0.3478548451
	± 0.3399810436	0.6521451549
	± 0.9061798459	0.2369268851
5	± 0.5384693101	0.4786286705
	0.0	0.5688888889
	± 0.9324695142	0.1713244924
6	± 0.6612093865	0.3607615730
	± 0.2386191861	0.4679139346

5.3.2 Skyline Yöntemi

Sonlu elemanlar metodunda karşılaşılan matrisler genellikle bant şekilli simetrik matrislerdir. Bu nedenle eliminasyon işleminin bant matrise uygulanması gerekir. Bu hem zaman hem de bilgisayar kapasitesi açısından önemli kazançlar sağlar. Simetrik bir bant matriste sıfır

olmayan bütün değerler bir bant içinde toplanmıştır, bant dışında kalan bütün elemanlar sıfırdır. $(n \times n)$ boyutunda simetrik bir bant matrisi,

$$\begin{array}{c}
 \xrightarrow{\quad} \text{ybg} \xleftarrow{\quad} \\
 \left[\begin{array}{cccccccccccccccc}
 x & x & x & x & x & & & & & & & & & & & & \\
 & x & x & x & x & x & & & & & & & & & & & \\
 & & x & x & x & x & x & & 0 & & & & & & & & \\
 & & & x & x & x & x & x & & & & & & & & & \\
 & & & & x & x & x & x & x & & & & & & & & \\
 & & & & & x & x & x & x & x & & & & & & & \\
 & & & & & & x & x & x & x & x & & & & & & \\
 & & & & & & & x & x & x & x & x & & & & & \\
 & & & & & & & & x & x & x & x & & & & & \\
 & & & & & & & & & x & x & x & & & & & \\
 & & & & & & & & & & x & x & & & & & \\
 & & & & & & & & & & & x & x & & & & \\
 & & & & & & & & & & & & x & x & & & \\
 & & & & & & & & & & & & & x & x & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & x & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & & x & \\
 & & & & & & & & & & & & & & & & x
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \quad (5.64)$$

$\swarrow$ 2.diyagonal
 $\swarrow$ 1.diyagonal

sim

şeklinde. Burada ybg yarı bant genişliğidir. Sadece sıfır olmayan elemanlarla işlem yapılacağından bu kısmın saklanması yeterli olacaktır. Bu da $(n \times \text{ybg})$ boyutunda bir matristir.

1.d 2.d ybg

$$\begin{bmatrix} x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & x \\ x & x & x & x & \\ x & x & x & & \\ x & x & & 0 & \\ x & & & & \end{bmatrix}$$

(5.65)

Bu yeni matrisin ilk sütunu simetrik bant matrisin birinci diyagonalidir. 2. sütun 2. diyagonal olur ve bu şekilde yeni matris oluşturulur. İki matrisin elemanlar arasında

$$a_{ji} \Big|_{(j>i)}^{(sbm)} = a_{i(j-i+1)} \Big|_{hm} \quad (5.66)$$

ilişkisi vardır. Simetrik matriste $a_{ij} = a_{ji}$ dir. Bant matriste k, satırda bulunan elemanların sayısı da $\min(n-k+1, YBG)$ dir.

Matris bu şekle dönüştürüldükten sonra çözüm Gauss eliminasyon yöntemiyle yapılır. Bu yöntem da matrisin saklanan eleman sayısı azalmaktadır. Böylece işlem hızı artmaktadır.

6. KEMİK YENİDEN ŞEKİLLENMESİNDE OPTİMİZASYON ve HÜCRESEL OTOMASYON MODELLERİ

Kemiğin işlevsel uyumu dış yüklerle karşı bir olgudur. Bu 1638 li yıllarda Galilio tarafından incelenmiş ve kemiğin şeklinin mekanik anlamını işaret etmiştir. Teorik modeller ise kemiğin işlevsel uyumunun, kemik üzerine etkiyen mekanik uyarıcının denge durumundan saptığında görülen fizyolojik bir kontrol prosesi olduğunu belirtmiştir. (Tovar A., 2004, Frost, 1988; Cowin and Hegedus, 1976; Huiskes et al., 1987; Hart, 1990; Beaupr'e et al., 1990a; Mullender et al., 1994)

Birçok çeşit mekanik uyarım, bir çok farklı olguyu etkilemektedir. Önerilen mekanik uyarımlar gerilme, birim şekil değiştirme, birim şekil değiştirme oranı, yorulma mikrohasarı, enerji gerilmesi, birim şekil değiştirme yoğunluğu ve birim şekil değiştirme yoğunluğu oranının fonksiyonunu içerir (Tovar A., 2004). Kemik yeniden şekillenmesinde sezgisel mekanik uyarımlar farklı yaklaşımlar ile kullanılmaktadır. Doku şekillenmesinin trabeküler yapının şekillenmesine neden olduğu sanılmaktadır. Bu yaklaşım fenomonik yaklaşım olarak adlandırılır.

Diğer bir yaklaşım olan optimizasyon yaklaşımları kemikte optimum yoğunluk dağılımının oluştuğunu kabul etmektedir (Bagge,2000; Fernandes et al., 2002).

Bu iki yaklaşımda (fenomonik ve optimizasyon olarak) kemikteki kütlenin verimli bir şekilde dağıldığı yaklaşımı ortaktır. Her iki yaklaşımda kemikteki her doku elemanındaki dengenin mekanik uyarım ile bozulmaya çalışıldığını öngörmektedir. Birinci yaklaşım uyarım ile

denge arasındaki orana dayanmaktadır. İkinci yaklaşım ise uyarım ile denge arasındaki aritmetik farklılığa dayanan genelleştirilmiş kontrol stratejisidir. Bu iki yaklaşımda sonuçta lokal optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılmaktadır.

6.1. Global optimizasyon ve mekanik uyarı

Mekanik uyarı S_i , ilk olarak Huiskes et al. (1987) tarafından kemiğin her bir noktasında veya sonlu eleman modelinin her elemanındaki birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu (SED) U_i olarak tanımlanmıştır ($S_i = U_i$). Elastik malzeme için, birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu;

$$U_i = \frac{1}{2\nu_{0i}} \boldsymbol{\sigma}_i^T \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (6.1)$$

Burada, ν_{0i} i ' ninci elemanın hacmi, $\boldsymbol{\sigma}_i$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ gerilme ve birim şekil değiştirme tensörleridir. Genelleştirilmiş Hooke kanunu kullanarak (Bkz denklem (5.31) ve (5.35)) denklem (6.1) tekrar yazılırsa

$$U_i = \frac{1}{2\nu_{0i}} \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \mathbf{D}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (6.2)$$

Burada $\mathbf{D}_i$ i ' ninci elemanın malzeme özellikleri matrisidir. Weinans et al. (1992) tarafından mekanik uyarıcı, birim şekil değiştirme enerjisi yoğunlunun U_i görülen yoğunluğa ρ_i oranı olarak tanımlanmıştır ($S_i = U_i / \rho_i$). Denklem (6.2)' den görüldüğü gibi birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu birim şekil değiştirme tensörünün karesiyle

orantılıdır. Mekanik uyarıcı olarak birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğunun geniş kullanımı olmasına karşın, Sadegh et al. (1993) bu yaklaşımın boş yere kısıtlamalara sebep olduğunu söylemişler ve mekanik yüklenmenin yeniden şekillenme sürecine etkisinin anlaşılamadığını belirtmişlerdir.

Carter (1989) enerji gerilmesi olarak tanımladıkları lokal skalar büyüklük olan enerji gerilmesini kullanmışlardır ($\bar{\sigma}_i = 2E_i U_i$). Birim şekil değiştirme enerjisine karşı, enerji gerilmesi birim şekil değiştirme ile lineer orantılı skalar bir büyüklüktür. Bu yüzden daha önceki deneysel kanıtlara dayanan teorik modeller ile uyumludur (Carter et al., 1981; Carter, 1984).

Fenomonik yaklaşımın temeli kemiklerde kemik kütlesinin uygun şekilde dağıldığına dayanır. Böylelikle, mekanik işlevin yerine getirilebilmesi için minimum malzeme miktarı kullanılır. Bu olgu global olarak katılık ve kütle kısıtlamaları olan çok amaçlı optimizasyon problemi şeklinde ifade edilmiştir. Kemikte maksimize edilmiş katılık, minimize edilmiş birim şekil değiştirme enerjisine eşdeğerdir. Kemik yapısı N parçaya bölünürse, birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu U

$$U = \sum_{i=1}^N U_i h_{0i} \quad (6.3)$$

denklemleri ile hesaplanabilir (Tovar A., 2004). Burada U_i i'ninci elemanın birim şekilde değiştirme yoğunluğu, h_{0i} ise hacmidir. Toplam kemik kütlesi M ;

$$M = \sum_{i=1}^N m_i = \sum_{i=1}^N x_i m_{0i} \quad (6.4)$$

ile verilir (Tovar A., 2004). Bu denklemde, m_i değişken kütle, m_{0i} maksimum kütle ve x_i ise bağıl kütle olarak verilmiştir. Bağıl kütle x_i , değişken kütle m_i ile maksimum kütle m_{0i} arasındaki oran olarak tanımlanmış ve

$$x_i = \frac{m_i}{m_{0i}} \quad (6.5)$$

olarak ifade edilir. x_i bağıl kütle 0 ve 1 değerleri arasında sürekli bir değişkendir. 0 değeri kemik iliğini, 1 değeri ise mineralize olmuş dokuyu göstermektedir. Çok amaçlı optimizasyon problemi

$$\min_x \quad \omega_1 U(x) + \omega_2 M(x) \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (6.6)$$

olarak ifade edilir (Tovar A., 2004). Burada ω_1 , ω_2 ağırlık sabitleri, x ise bütün dizayn değişkenlerini içeren bir vektördür. En genel şekilde, Denklem (6.6)

$$\min_x \quad f(U) + g(M) \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (6.7)$$

olarak ifade edilebilir. $f(U)$ ve $g(M)$ birim şekil değiştirme enerjisi ve kütle fonksiyonlarıdır. Denklem (6.7) nin Langrange' nı alacak olursak,

$$L = f(U) + g(M) + \lambda_1^T (x - 1) - \lambda_0^T x \quad (6.8)$$

elde edilir. λ_1 ve λ_2 eşitsizlik kısıtlamaları ile birleştirilmiş Langrange çarpan vektörleridir. Denklem (6.7)'nin en iyi durumu;

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial f(U)}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x_i} + \frac{\partial g(M)}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x_i} + \lambda_{1i} - \lambda_{0i} = 0 \quad (6.9)$$

$$\lambda_{1i} \geq 0 \quad (6.10)$$

$$\lambda_{0i} \geq 0 \quad (6.11)$$

$$\lambda_{1i} (x_i - 1) = 0 \quad (6.12)$$

$$\lambda_{0i} x_i = 0 \quad (6.13)$$

denklemleri ile verilmiştir (Tovar A., 2004). İç taraftaki nokta için, $0 < x_i < 1$, (6.10) ve (6.13) denklemleri $\lambda_{1i} = \lambda_{0i} = 0$ olduğunda sağlanır. Bu koşulda (6.9) denklemi,

$$\frac{\partial f(U)}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x_i} + \frac{\partial g(M)}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x_i} = 0 \quad (6.14)$$

şeklini alır. Bu en iyi durum

$$\frac{\partial U / \partial x_i}{\partial M / \partial x_i} = - \frac{\partial g(M) / \partial M}{\partial f(U) / \partial U} \quad (6.15)$$

ifadesi ile gösterilebilir. U değerini nümerik olarak hesaplamak için sonlu elemanlar yöntemi kullanılır. Yerdeğiştirme değerleri,

$$\mathbf{Ku} = \mathbf{f} \quad (6.16)$$

denkleminin çözümünden bulunur. Burada $\mathbf{K}$ global katılık matrisi, $\mathbf{u}$ global nodal yerdeğiştirme vektörü, $\mathbf{f}$ ise global kuvvet vektörüdür. Birim şekil değiştirme enerjisi,

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i^T \mathbf{k}_i \mathbf{u}_i \quad (6.17)$$

olarak hesaplanır. $\mathbf{u}_i$ elemanın nodal yerdeğiştirme vektörü, $\mathbf{k}_i$ ise elemanın katılık matrisidir. (6.17) denklemini kullanarak $\partial U / \partial x_i$

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \frac{\partial (\mathbf{K} \mathbf{u})}{\partial x_i} \right) \quad (6.18)$$

denklemiyle ifade edilebilir. $\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}$ ve $\mathbf{f}$ dış kuvveti x_i den bağımsız ise,

$$\frac{\partial (\mathbf{K} \mathbf{u})}{\partial x_i} = 0 \quad (6.19)$$

denklemini sağlar. Buna göre (6.18) denklemini

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (6.20)$$

şeklinde basitleştirilebilir. Bu denklemde $\mathbf{K}$ matrisi simetrik olduğundan dolayı $(\mathbf{K} \mathbf{u})^T = \mathbf{u}^T \mathbf{K}$ şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlik (6.19) denkleminde yerine koyulduğunda denklem

$$\frac{\partial(\mathbf{K}\mathbf{u})^T}{\partial x_i} = \frac{\partial(\mathbf{u}^T \mathbf{K})}{\partial x_i} = \frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} + \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} = 0 \quad (6.21)$$

şeklini alır. Bu eşitlikten

$$\frac{\partial \mathbf{u}^T}{\partial x_i} \mathbf{K} = -\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \quad (6.22)$$

elde edilir. (6.22) denklemindeki sonucu (6.20) denklemine yerleştirirsek,

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = -\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_i} \mathbf{u} \quad (6.23)$$

denklemini elde edilir. İki ve üç boyutu elemanlarda $\mathbf{K}$ katılık matrisinin bulunması bölüm 5’ te verilmişti.

Genellikle kemiğin işlevsel uyumu için kurulan bilgisayar algoritmaları lineer izotropik malzemeler için kullanılmıştır (Mullender et al., 1994; Mullender and Huiskes, 1995; Huiskes et al., 2000; Xinghua et al., 2002; Ruimerman et al., 2003). Power-law malzeme modellerinde izotropik doku seviyesinde üs kanununu bu algoritmalara adapte etmişlerdir (Carter and Hayes, 1977a; Rice et al., 1988; Currey, 1988). Üs kanununu kullanarak ve dizayn değişkeninin x_i seçilerek young modülünün değişimi,

$$E_i = E_{0i} x_i^p \quad (6.24)$$

olarak belirtilmiştir.. Burada E_i ' ninci elemanın Young modülü, E_{0i} bir sabit, p ise deneysel bir değerdir. $\partial K / \partial x_i$ hesaplanması, eleman katılık matrisi cinsinden $\partial k_i / \partial x_i$ basitleştirebilir ve denklem (6.23)

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = -\frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial x_i} \mathbf{u}_i \quad (6.25)$$

şeklinde gösterilir.

(6.15) denklemindeki $\partial M / \partial x_i$ paydası denklem (6.4) ile hesaplanır ve

$$\frac{\partial M}{\partial x_i} = m_{0i} \quad (6.26)$$

olarak ifade edilir. Burada m_{0i} katı elemanın maksimum kütlesidir.

(6.9) ve (6.11) nolu denklemlerin birleştirilmesiyle elde edilen optimum durum

$$\lambda_{0i} = \frac{\partial f(U)}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x_i} + \frac{\partial g(M)}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x_i} \geq 0 \quad (6.27)$$

elde edilir. (6.9) ve (6.10) nolu denklemlerin birleştirilmesiyle elde edilen optimum durum ise

$$\lambda_{1i} = -\frac{\partial f(U)}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x_i} - \frac{\partial g(M)}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x_i} \geq 0 \quad (6.28)$$

olarak verilir. Bu koşulları sağlamak için çözüm algoritmaları kullanılır.

6.2. Lokal optimizasyon ve iteratif yaklaşımlar

Kemik fonksiyonel uyum fenomenik modelleri sıfır hata sinyali sağlamak için kemik kütlesinin değiştiğini varsayar. Genellikle hata fonksiyonu e_i ;

$$e_i(t) = \begin{cases} S_i(t) - (1+s)S_i^* & \text{eğer } S_i(t) > (1+s)S_i^* \\ 0 & \text{eğer } (1+s) \leq S_i(t) \leq (1+s)S_i^* \\ S_i(t) - (1-s)S_i^* & \text{eğer } S_i(t) < (1-s)S_i^* \end{cases} \quad (6.29)$$

olarak tanımlanır (Tovar A., 2004). Burada S_i mekanik uyarı, S_i^* denge değeri, $2s$ ise denge bölgesi genişliği olarak tanımlanır ve

$$S_i = \frac{U_i}{x_i} \quad (6.30)$$

$$S_i^* = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{\rho_{0i}}{p} \quad (6.31)$$

olarak hesaplanır. p üst fonksiyon değeri ($2 < p < 3$), ρ_{0i} ise i ' ninci elemanın yoğunludur. Eğer $s = 0$ ise, (6.29) denklemi

$$e_i(t) = S_i(t) - S_i^* \quad (6.32)$$

şeklinde ifade edilir.

Kemik yapısal modelinde, i ' ninci elemanın relatif kütlesi x_i artarken S_i mekanik uyarı azalır. Kemikte lokal optimizasyon problemi

$$\left. \begin{array}{l} \min_{x_i} \quad x_i \\ e_i = 0 \\ 0 \leq x_i \leq 1 \end{array} \right\} \quad (6.33)$$

olarak ifade edilir (Tovar A., 2004). Burada x_i bağıl kütle olup 0 ve 1 değerleri arasında bir değişkendir. 0 değeri kemik iliğini, 1 değeri ise mineralize olmuş dokuyu göstermektedir. Bu problemin çözümünde iki farklı iteratif yaklaşım önerilmiştir. Bunlardan birincisi, oransal teknik olarak adlandırılır ve tam yükleme halindeki kiriş yapıların yeniden boyutlandırılması için kullanılır. İkinci yaklaşım ise kontrol algoritması olarak adlandırılır ve kemik fonksiyonel uyumuna ait fenomonik modellerde kullanılmıştır.

6.2.1. Oransal Teknik

Tam yükleme halindeki kiriş yapıların yeniden boyutlandırılması için kullanılan oransal teknik sürekli yapılarda (6.33) denkleminin çözümünde kullanılır. Bu yaklaşım izotropik malzemelerde kullanılır. Mekanik uyarı S_i ;

$$S_i = \frac{U_i}{x_i} = \frac{x_i^p}{x_i} U_{oi} \quad (6.34)$$

olarak hesaplanır (Tovar A., 2004). Yine aynı şekilde denge durumunda,

$$S_i^* = \frac{U_i^*}{x_i^*} = \frac{x_i^{*p}}{x_i^*} U_{oi} \quad (6.35)$$

olarak hesaplanır. Burada U_i^* ve x_i^* birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ve bağıl kütle olarak gösterilmiştir. (6.34) ve (6.35) denklemlerinin birleştirilmesinden S_i / S_i^* oranı

$$\frac{S_i^*}{S_i} = \frac{x_i^{*p-1}}{x_i^{p-1}} \quad (6.36)$$

veya

$$x_i^* = x_i \left(\frac{S_i^*}{S_i} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (6.37)$$

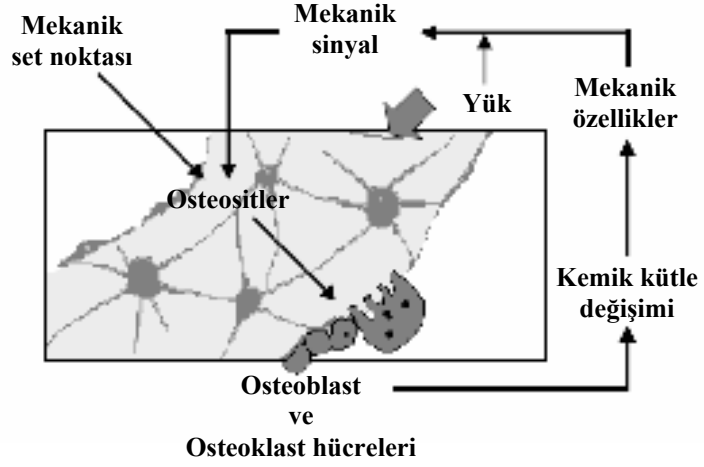
elde edilir. Zamana bağlı olarak bu denklemi yazarsak;

$$x_i(t+1) = x_i(t) \left(\frac{S_i^*}{S_i} \right)^{\frac{1}{p-1}} \quad (6.38)$$

elde ederiz. Bu denklemde t bölünmüş zaman aralığı ve $p \neq 1$ genellikle $2 \leq p \leq 3$ olarak alınır.

6.2.2. Kontrol algoritması

Fenomonik modellerde, kemiğin mekanik set noktası ile mekanik sinyal arasındaki hatanın kemiğin işlevsel uyumunu sürdürmesini sağlayan bir kontrol sistemi olarak davrandığını varsayar (Şekil 6.1). Hata sinyali ve sapma kavramlarını kullanan teorik modeller 1858’li yıllarda Roux tarafından ilk olarak sunulmuştur (Tovar, 2004). Bu modeller, fenomonik modellerin bir kaçında halen kullanılmaktadır (Frost, 2003; Xinghua et al., 2002; Turner, 1999; Huiskes, 2000). Bu modeller, genetik, beslenme ve hormonal denge gibi mekanik olmayan faktörleri ihmal etmişlerdir. Bu modeller sadece mekanik uyumun adımlarını tanımlamak için yapılmıştır (Tovar, 2004). Bu modellerde hata sinyali ile kemik yoğunluğunu nasıl değiştiğini belirleyen çeşitli kontrol stratejileri kullanılmıştır.



Şekil 6.1 Temel kontrol modeli (Tovar, 2004)

6.2.2.1. Kontrol stratejileri

6.2.2.1.1. Efektif hata sinyali

Hibrit hücresel otomasyon algoritmasındaki kontrol prosesi referans mekanik uyarının (S_i^*) tanımlanmasıyla başlar (Şekil 6.2). Gerçek mekanik uyarı (S_i) değeri sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanır. Hata sinyali (e_i) ise (6.29) denklemi kullanılarak saptanır. Efektif hata sinyali ortalama değer olarak

$$\bar{e}_i(t) = \left[\frac{e_i(t) + \sum_{k=1}^{\hat{N}} e_k(t)}{\hat{N} + 1} \right] \quad (6.39)$$

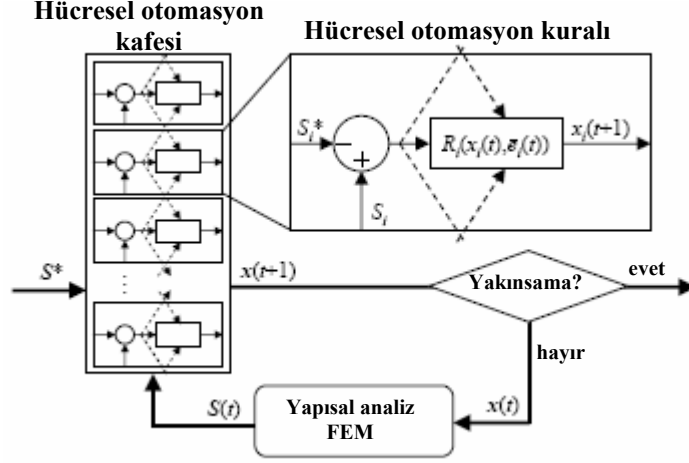
verilmiştir (Tovar A., 2004). Yoğunluk değişim oranı ($dx_i(t)/dt$) efektif hata sinyalinin fonksiyonu ($f(\bar{e}_i(t))$) cinsinden belirtilebilir. Zamana bağımlı dinamik modeller için, yoğunluk değişimi

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \Delta x_i(t) \quad (6.40)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\Delta x_i(t) = f(\bar{e}_i(t)) \quad (6.41)$$

olarak verilmiştir. $\bar{e}_i(t) = 0$ koşulu efektif denge durumu olarak tanımlanır.



Şekil 6.2 Hibrit hücresel otomasyon kontrol kuralı (Tovar, 2004)

6.2.2.1.2. On-Off kontrol

Eğer osteositler yaşlı kemik yıkımı için belirli miktarda osteoklastı ve/veya yeni kemik yapımı için belirli miktarda osteoblastı aktive ederlerse, her bir adımdaki yıkılan ve/veya oluşan kemik miktarı belirlenebilir. Bu nedenle lokal yeniden yapılanma on-off kontrol sistemi olarak davranır. Bu kontrol ile, yoğunluktaki lokal değişim efektif hata sinyaline ($\bar{e}_i(t)$) bağlı olarak sabittir ve

$$f(e_i(t)) = \begin{cases} +c_T^F & \text{eğer } \bar{e}_i(t) > 0 \\ 0 & \text{eğer } \bar{e}_i(t) = 0 \\ -c_T^R & \text{eğer } \bar{e}_i(t) < 0 \end{cases} \quad (6.42)$$

ile verilmiştir (Tovar A., 2004). c_T^F ve c_R^F sırasıyla kemik yapımı ve kemik yıkımı oranlarıdır. Kemik yapımı / yıkımı oranı birim zamanda yok olan veya eklenen net kemik miktarına bağlı olarak tanımlanır. Örneğin, 1 m^3 'lük kemikteki yeniden şekillenme sürecinde bir yılda 0.05 m^3 kemik yapımı gerçekleşiyorsa, kemik oluşum oranı $c_T^F = 0.05\text{ mm}^3/\text{yıl}$ dır.

6.2.2.1.3. Oransal kontrol

Osteoblastik ve/veya osteoklastik aktivite, efektif hata sinyali ile orantılı ise, lokal yeniden yapılanma kuralı oransal kontrollü davranır. Oransal kontrollü yeniden yapılanma fonksiyonu

$$f(\bar{e}_i(t)) = \begin{cases} +c_T^F \times \bar{e}_i(t) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) > 0 \\ 0 & \text{eğer } \bar{e}_i(t) = 0 \\ -c_T^R \times \bar{e}_i(t) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) < 0 \end{cases} \quad (6.42)$$

şeklinde yazılır. c_T^F ve c_R^F sırasıyla kemik yapımı ve kemik yıkımı oranlarıdır.

6.2.2.1.4. Integral kontrol

Osteoblastik ve osteoklastik aktiviteler kümülatif hata ile orantılı ise lokal yeniden şekillenme integral kontrollü olarak davranır. İntegral kontrollü yeniden şekillenme ilişkisi

$$\Delta x_i(t) = c_I(t) \times \bar{e}_i(t) + \Delta x_i(t-1) \quad (6.43)$$

olarak ifade edilir (Tovar A., 2004). Burada $c_I(t)$ t zamanında değişebilen oransal bir faktördür. Aynı prensibi kullanarak, $\Delta x_i(t-1)$ ilişkisi

$$\Delta x_i(t-1) = c_I(t-1) \times \bar{e}_i(t-1) + \Delta x_i(t-2) \quad (6.44)$$

olarak ifade edilir. Aynı kuralı T zaman periyodunda relatif yoğunluk değişimini

$$\begin{aligned} \Delta x_i(t) = & c_I(t) \times \bar{e}_i(t) + c_I(t-1) \times \bar{e}_i(t-2) + c_I(t-2) \times \bar{e}_i(t-2) + \dots \\ & + c_I(t-T) \times \bar{e}_i(t-\hat{t}) + \Delta x_i(t-\hat{t}-1) \end{aligned} \quad (6.45)$$

olarak yazılır. Bu denklemde $\Delta x_i(t-\hat{t}-1)$ değeri ihmal edilebilir ve (6.45) denklemi

$$\Delta x_i(t) = \sum_{\tau=0}^{\hat{t}} c_I(t-\tau) \times \bar{e}_i(t-\tau) \quad (6.46)$$

şeklini alır. Burada, $\hat{t}$ zaman aralığıdır. (6.46) denklemini kullanarak, integral kontrollü relatif yoğunluk değişimi

$$f(e_i(t)) = \begin{cases} \sum_{\tau=0}^{\hat{t}} c_T^F(t-\tau) \times \bar{e}_i(t-\tau) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) > 0 \\ 0 & \text{eğer } \bar{e}_i(t) = 0 \\ \sum_{\tau=0}^{\hat{t}} c_T^R(t-\tau) \times \bar{e}_i(t-\tau) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) < 0 \end{cases} \quad (6.47)$$

olarak verilir (Tovar A., 2004). $c_T^F(t)$ ve $c_T^R(t)$ sırasıyla kemik yapımı ve kemik yıkımı oranlarıdır. Bu oranlar zamanın fonksiyonudur.

6.2.2.1.5. Türevsel kontrol

Osteoblastik ve osteoklastik aktiviteler (t) ve ($t-1$) anındaki efektif hata sinyallerine bağlı olarak tahmin edilebiliyorsa, lokal yeniden şekillenme türevsel kontrolü olarak davranır. Türevsel kontrolü yeniden şekillenmede, yoğunluk değişimi ($\Delta x_i(t)$) birim zamandaki hata değişimi ($\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)$) ile orantılıdır. Bu ilişki

$$\Delta x_i(t) = c_D (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) \quad (6.48)$$

olarak ifade edilir. Burada c_D bir sabittir. (6.48) denklemini kullanarak relatif yoğunlukdaki değişim,

$$f(\bar{e}_i(t)) = \begin{cases} +c_D^F (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) > 0 \\ 0 & \text{eğer } \bar{e}_i(t) = 0 \\ c_D^R (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) & \text{eğer } \bar{e}_i(t) < 0 \end{cases} \quad (6.49)$$

ifade edilir (Tovar A., 2004). c_D^F ve c_D^R sırasıyla türevsel kemik yapımı ve kemik yıkımı oranlarıdır.

6.3. Hibrit hücresel otomasyon modeli

Bu modelde, i bölgesinde herbir hücre durumu $\alpha_i(t)$, mekanik uyarı $S_i(t)$, hata sinyali $e_i(t)$ ve yoğunluk $x_i(t)$ cinsinden tanımlanmıştır. Bu durum

$$\alpha_i(t) = \begin{Bmatrix} S_i(t) \\ e_i(t) \\ x_i(t) \end{Bmatrix} \quad (6.50)$$

olarak gösterilir. Denge durumu $e_i(t) = 0$ durumu ile hesaplanır. Hibrit hücresel otomasyon algoritması şu adımlardan oluşur ve şekil 6.3' de verilmiştir.

Adım 1. Geometrinin, malzeme özelliklerinin, yükleme koşullarının ve başlangıç özelliklerinin tanımlanması.

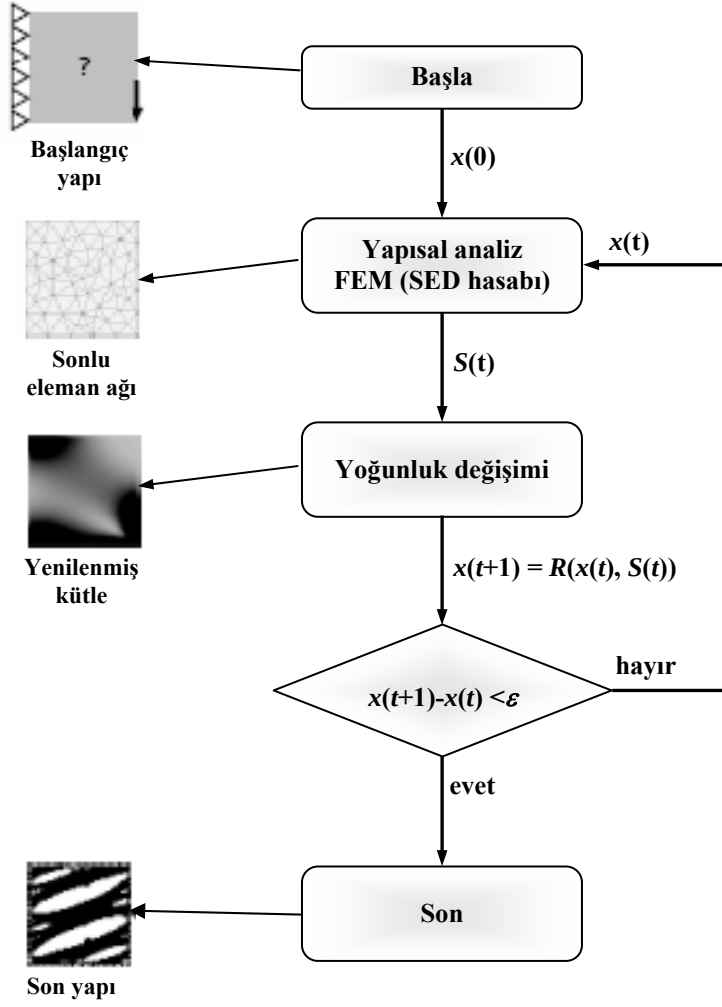
Adım 2. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak her bir i bölgesindeki birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu $U_i(t)$ hesaplanması.

Adım 3. $S_i(t)$ mekanik uyarıcının denklem (6.34)' e göre bulunması.

Adım 4. $e_i(t)$ hata sinyalinin denklem (6.29)' a göre hesaplanması.

Adım 5. R_i lokal kuralın uygulanması ve $(t + 1)$ zamanındaki yoğunluğun $x(t+1)$ güncellenmesi. R_i lokal kuralı kontrol stratejilerinden biri seçilerek bulunur.

Adım 6. Yakınsamanın kontrol edilmesi. Yakınsama kriteri iterasyon işlemi süresindeki yoğunluk değişimine göre belirlenir. Yakınsama kriteri sağlandığında en son yapı elde edilir.



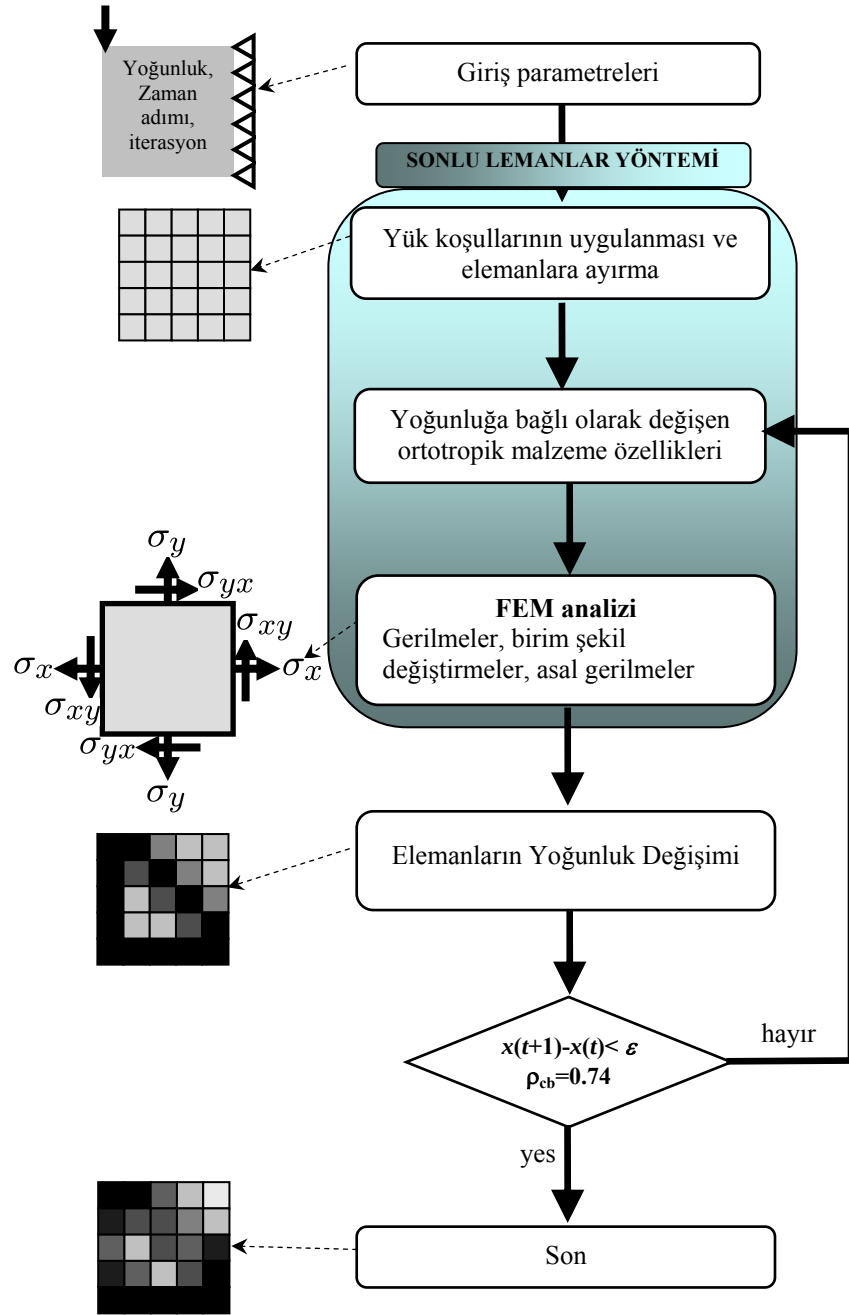
Şekil 6.3 Hibrit hücresel otomasyon algoritması

7. ORTOTROPİK KEMİK UYUM MODELİ VE PROKSİMAL FEMUR KEMİĞİNE UYGULANMASI

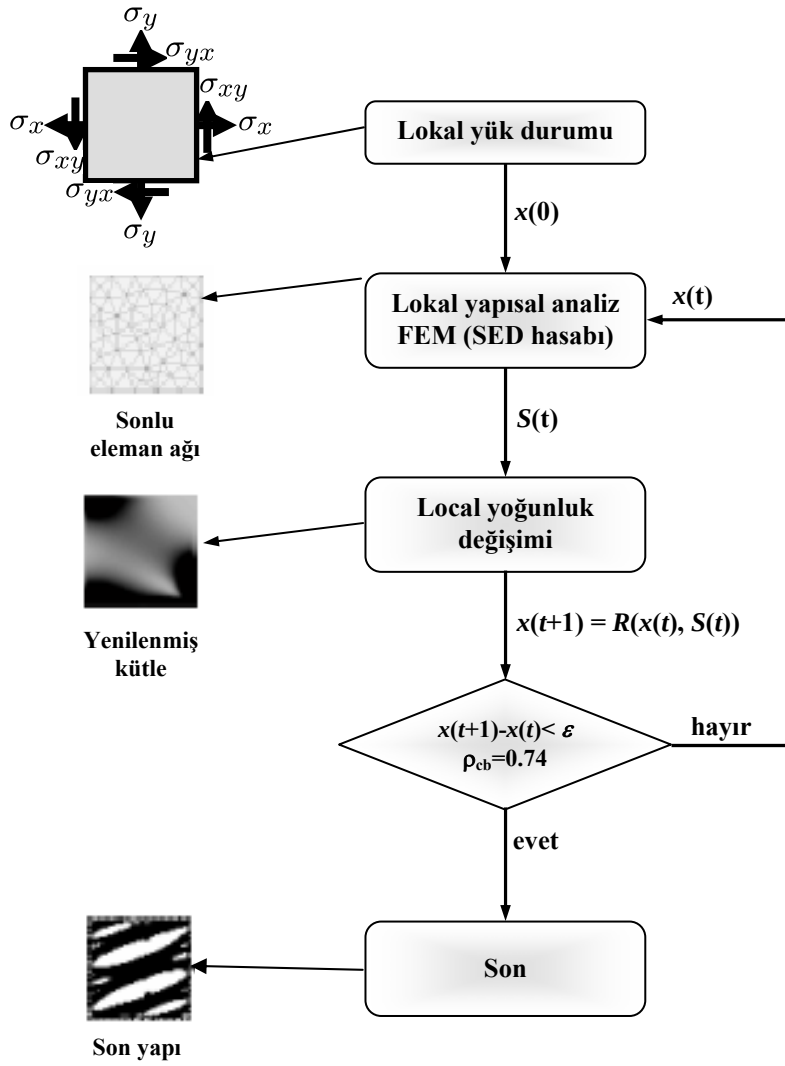
Günümüze kadar yapılan çalışmalarda kullanılan kemik uyum modellerinde, kemiğin malzeme özellikleri izotropik ve homojen olarak kabul edilerek iki boyutlu uygulamalar yapılmıştır. Son yıllarda, bilgisayar teknolojisinin gelişimi ile birlikte üç boyutlu uygulamalar yapılmasına rağmen, kemiğin malzeme özellikleri izotropik kabul edilmiştir. Gerçekte kemik gözenekli, homojen olmayan yapılı ve anizotropik özelliğe sahiptir. Bu çalışmada, kemiğin anizotropik malzeme sabitlerinin tespit edilememesi nedeniyle, malzeme özelliği gerçeğe en yakın olan ortotropik olarak kabul edilmiştir.

Bu bölümde, ortotropik kemik uyum modeli üç boyutlu proksimal kalça kemiğine uygulanarak yoğunluk dağılımı hesaplanmış, bulunduktan sonra trabeküler yapı optimize edilmiş ve trabeküler yapının yönlenmesi ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca, proksimal kalça kemiğinde model ve uyum parametrelerinin nümerik sonuçlara etkisi incelenmiştir. Bu model proksimal kemiğine uygulanırken nümerik prosedür algoritmaları kullanılmıştır.

Bu çalışmada, proksimal femur kemiğinin mekanik uyarılara karşı gerilme ve buna bağlı olarak yoğunluk dağılımlarını bulmak için üç boyutlu sonlu elemanlar analizi kullanılmıştır. Sonlu elemanlar analizi yapmak için Borland C Builder programında yazılan bilgisayar programı kullanılmıştır. Bu bilgisayar programı 2 kısımdan oluşmaktadır. İlkinde proksimal femur kemiğindeki yoğunluk değişimini hesaplamakta, ikincisinde ise ilkinde yoğunluğu hesaplanmış bir elemandaki trabeküler yapıyı ve yönlenmesi bulunmaktadır. Bu programların akış şemaları Şekil 7.1 ve Şekil 7.2’de verilmiştir.

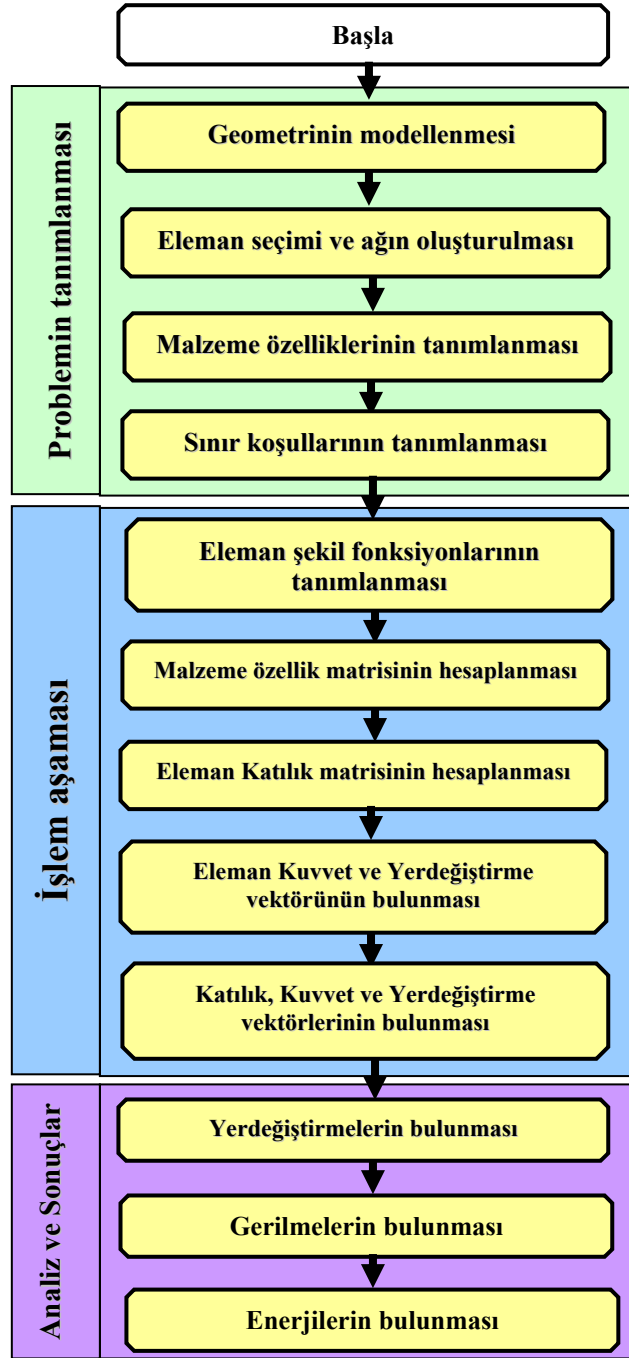


Şekil 7.1 Ortotropik kemik uyum modeli program algoritması (katı modelin yoğunluk dağılımının hesaplanması)



Şekil 7.2 Ortotropik hücresel otomasyon algoritması (Trabeküler yapı optimizasyonu)

Sonlu elemanlar yönteminin (FEM (Finite element method) analizi) akış diyagramı Şekil 7.3’de gösterilmiştir.



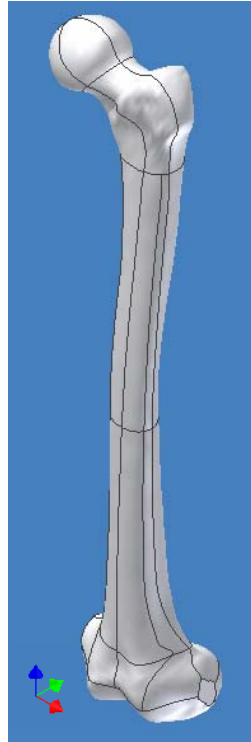
Şekil 7.3 Sonlu elemanlar yöntemi akış diyagramı

7.1. Proksimal Femur Kemiğinde Ortotropik Kemik Uyum Sürecinin Sonlu Elemanlar Analizi

7.1.1. Kemik uyum süreç probleminin tanımlanması

7.1.1.1 Femur kemiğinin modellenmesi

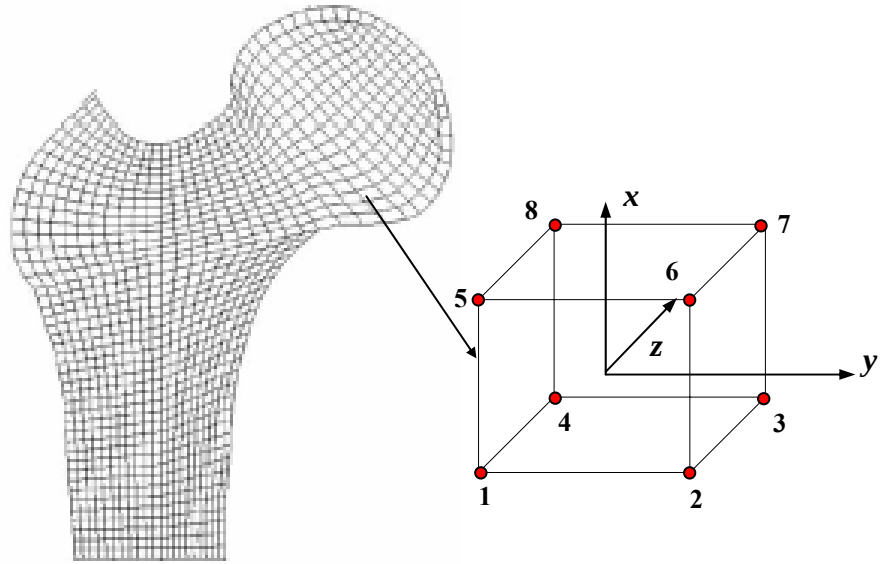
Bu çalışmada, femur kemiğinin bilgisayarlı tomografi (BT) kullanılarak 3D-Doctor paket programı yardımıyla katı modeli oluşturulmuştur. Bu oluşturulan katı model Şekil 7.4’de gösterilmiştir. Analiz için femur kemiğinin proksimal bölgesi alınmıştır.



Şekil 7.4 Femur kemiğinin üç boyutlu katı modeli

7.1.1.2 Proksimal femur kemiğinin sonlu eleman ağının oluşturulması

Katı modeli oluşturulan proksimal femur kemiğinin keypoint noktaları alındıktan sonra Borland C Builder programında yazılan ağ oluşturma programı yardımıyla sonlu eleman ağı oluşturulmuştur. Sonlu elemana ağı üç boyutlu 8 düğüm noktalı kübik elemanlardan oluşmuştur. Bu düğüm noktaları alınarak, analiz için Borland C Builder programında yazılan bilgisayar programı yardımıyla analiz yapılmıştır. Şekil 7.5 de iki boyutlu şekilde proksimal kalça kemiğinin sonlu eleman ağı gösterilmiştir. 3 boyutlu sonlu eleman ağında 44200 eleman bulunmaktadır.



Şekil 7.5

Proksimal kalça kemiğinin sonlu elemanlar ağı ve kübik eleman

7.1.1.3 Kemik malzeme özelliklerinin tanımlanması

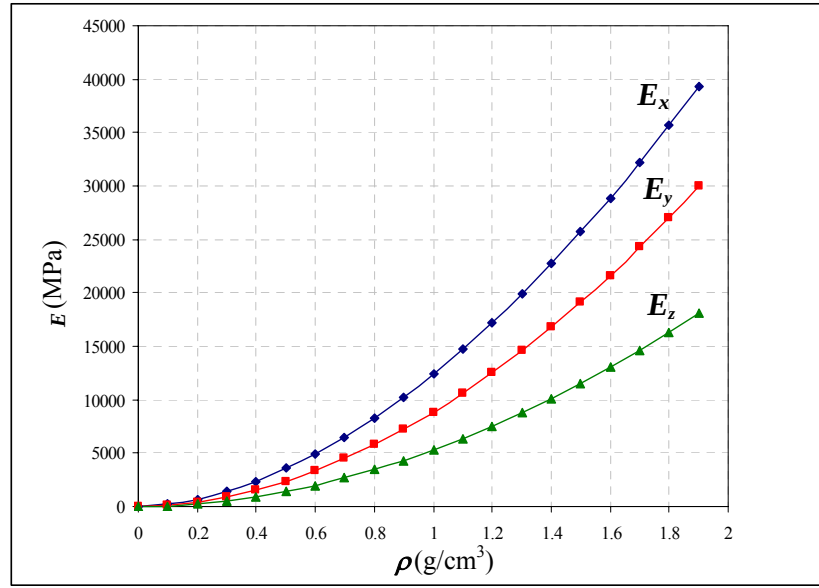
Günümüze kadar geliştirilen kemik uyum modellerinde kemik malzeme özelliği izotropik olarak kabul edilmiştir. Bu çalışmada, kemiğin malzeme özellikleri gerçeğe daha yakın olması açısından ortotropik olarak kabul edilmiş ve Yang (1999) tarafından, 141 numunenin ortalamasından bulunan ortotropik elastik sabitler, izotropik Elastisite modülü (E_{doku}) ve yoğunluk (ρ (kg/m³)) cinsinden Çizelge 7.1’ de verildiği gibi analizde kullanılmıştır. Analiz yapılırken Şekil 7.1’ de gösterilen algorithmadan anlaşılacağı gibi malzeme özellikleri her bir iterasyonda yoğunluğa bağlı olarak değişmektedir.

Çizelge7.1. Ortotropik malzeme sabitleri

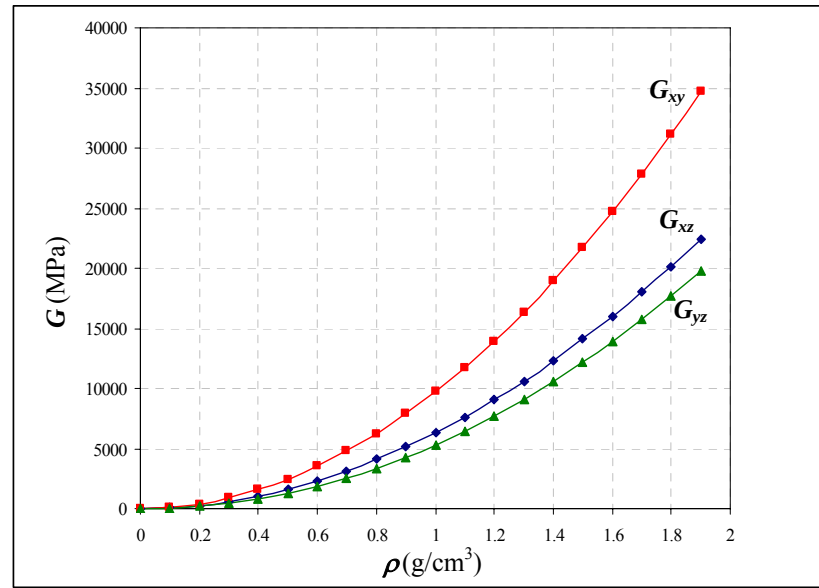
$E_x=E_{doku} (1240\rho^{1.8})$	$E_y=E_{doku} (885\rho^{1.9})$	$E_z=E_{doku} (529\rho^{1.92})$
$G_{yz}=E_{doku} (533.3\rho^{2.04})$	$G_{xz}=E_{doku} (633.5\rho^{1.97})$	$G_{xy}=E_{doku} (972.6\rho^{1.98})$
$\nu_{yz}=E_{doku} (0.256\rho^{0.086})$	$\nu_{xz}=E_{doku} (0.316\rho^{0.191})$	$\nu_{xy}=E_{doku} (0.176\rho^{0.248})$

* E_{doku} =10 Mpa olarak alınmıştır.

Burada E_x , E_y , E_z sırasıyla x , y , z doğrultusundaki elastisite modülleri (MPa), G_{xy} , G_{yz} , G_{xz} sırasıyla xy , yz , xz doğrultusundaki kayma modülleri (MPa) ve ν_{xy} , ν_{yz} , ν_{xz} sırasıyla xy , yz , xz doğrultusundaki Poisson oranlarıdır. Şekil 7.6’ da elastisite modüllerinin, Şekil 7.7’ de ise kayma modüllerinin yoğunluğa bağlı olarak değişimleri verilmiştir.



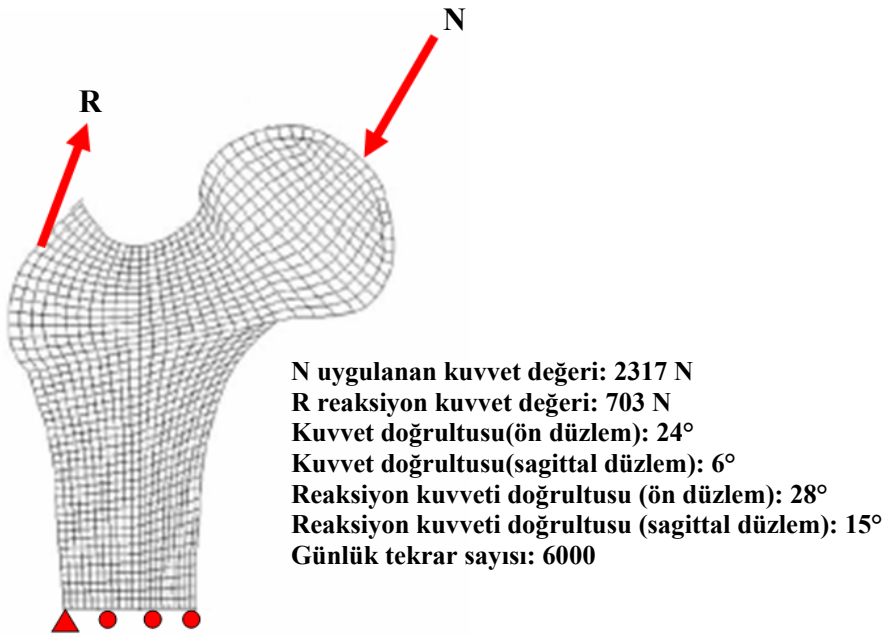
Şekil 7.6 Elastisite modüllerinin yoğunluğa bağlı olarak değişimi



Şekil 7.7 Kayma modüllerinin yoğunluğa bağlı olarak değişimi

7.1.1.4 Sınır koşullarının tanımlanması

Kemiğin mekanik yüke bağlı olarak uyum göstermesi için mekanik yükün tekrarlı olması gerekir. Bir insanda en çok karşılaşılan bu duruma uygun yükleme durumu yürüme hareketidir. Bu çalışmada, sınır koşulları belirlenirken insanın yürüyüş hareketi esnasındaki durumunu tanımlayan ve daha önce yapılan yürüyüş analizi çalışmalarındaki değerler alınmıştır (Jacobs, 1994; Huiskes et. al., 1987; Carter 1987). Yürüyüş esnasında gelen normal kuvvet 2317 N ve kuvvet ön düzlemde 24° , sagittal düzlemde 6° açı yapmaktadır, bu yükün günlük tekrar sayısı ise 6000 dır. Bu yüke karşılık reaksiyon kuvveti değeri 703 N olup, ön düzlemde 28° , sagittal düzlemde ise 15° açı yapmaktadır. Uygulanan sınır koşulları Şekil 7.8’ de gösterilmiştir.



Şekil 7.8 Sınır koşulları

7.1.2. Sonlu elamanlar yöntemi işlem aşaması

7.1.2.1. Şekil fonksiyonları

Sonlu eleman ağı oluşturulurken üç boyutlu 8 düğüm noktalı kübik elaman kullanılmıştı. Bu elemanın lineer şekil fonksiyonları;

$$N_A = \frac{1}{8}(1 + ix)(1 + jy)(1 + kz) \quad (7.1)$$

ifadesi ile verilir. Buradaki i, j ve k değerleri Çizelge 7.2’de verilmiştir.

Çizelge 7.2. Şekil fonksiyonu i, j ve k değerleri

A	i	j	k
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	1	1	-1
4	-1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	1	1	1
8	-1	1	1

7.1.2.2. Malzeme özellik matrisinin (D) hesaplanması

Bu çalışmada kullanılan ortotropik bir malzemenin malzeme özellik matrisi (**D**);

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{31}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

olarak hesaplanır.

7.1.2.3. Eleman katılık matrisinin (K) hesaplanması

Sonlu eleman ağındaki üç boyutlu 8 düğüm noktalı kübik bir elemanın katılık matrisi;

$$\mathbf{K}^e = \int \int \int_{x \ y \ z} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \partial x \partial y \partial z \quad (7.3)$$

denkleminin nümerik olarak integre edilmesi ile bulunur. Burada $\mathbf{B}$ şekil fonksiyonlarının türevlerine bağlı 6×24 boyutlu bir matris olup aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \mathbf{b}_3 \ \mathbf{b}_4 \ \mathbf{b}_5 \ \mathbf{b}_6 \ \mathbf{b}_7 \ \mathbf{b}_8] \quad (7.4)$$

Burada $\mathbf{b}_i$ 6×3 boyutlu bir matris olup ilgili şekil fonksiyonlarının türevlerini içerir. Şekil fonksiyonları ise denklem (7.1) deki gibidir.

$$\mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

(7.3) eşitliğindeki **D** matrisi ise, malzeme özelliklerine bağlı 6×6 boyutlarında matristir ve (7.2) denklemi ile hesaplanır.

7.1.2.4. Eleman Yer Değiştirme Vektörünün Bulunması

Her bir elemanın yer değiştirme vektörü;

$$\mathbf{U}^e = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2 \ \mathbf{U}_3 \ \mathbf{U}_4 \ \mathbf{U}_5 \ \mathbf{U}_6 \ \mathbf{U}_7 \ \mathbf{U}_8]^T \quad (7.6)$$

olup burada;

$$\mathbf{U}_i = [u_i \ v_i \ w_i] \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (7.7)$$

dır. $\mathbf{U}_i$ her bir düğüm noktasının x , y , z yönlerindeki yer değiştirmelerinden oluşan 3×1 boyutlu yer değiştirme vektörüdür.

7.1.2.5. Eleman Kuvvet Vektörünün Bulunması

Üç boyutlu kübik bir elemanın bir düğüm noktasına etki eden kuvvetler;

$$\mathbf{q}_i = [\mathbf{q}_x \ \mathbf{q}_y \ \mathbf{q}_z] \quad (i=1, 2, \dots, 8) \quad (7.8)$$

Böylece her bir elemanın kuvvet vektörü;

$$\mathbf{q}^e = [\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2 \ \mathbf{q}_3 \ \mathbf{q}_4 \ \mathbf{q}_5 \ \mathbf{q}_6 \ \mathbf{q}_7 \ \mathbf{q}_8]^T \quad (7.9)$$

ifadesinde $\mathbf{q}_i$ her bir düğüm noktasına etki eden x, y, z yönlerindeki tanımlı kuvvetlerden oluşan 3×1 'lik kuvvet vektörüdür. Eğer sadece tekil yük varsa düğüm noktasından etkimelidir.

Eğer q_0 yayılı yükü etkiyorsa kuvvet vektörü;

$$\{\mathbf{q}^e\} = \iiint \mathbf{N} q_0 dx dy dz \quad (7.10)$$

ifadesiyle belirlenir. $\mathbf{N}$ matrisi şekil fonksiyonlarından oluşan bir matristir ve (7.1) denklemi ile bulunur.

7.1.2.6. Proksimal Femur Kemiğinin Katılık,Yer Değiştirme ve Kuvvet İfadelerinin Bulunması

Proksimal femur'un $\mathbf{K}$ katılık matrisi;

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{K}^e \quad (7.11)$$

ile bulunur. Bu $\mathbf{K}$ matrisinin en önemli özelliği simetrik olmasıdır.

Yer değiştirme vektörü;

$$\mathbf{U} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{U}^e \quad (7.12)$$

aynı şekilde kuvvet matrisi;

$$\mathbf{Q} = \sum_{e=1}^{e=n} \mathbf{q}^e \quad (7.13)$$

şeklinde bulunur.

7.1.3. ANALİZ

7.1.3.1. Proksimal Femur Kemiğinin Yer Değiştirmelerinin ve Reaksiyon Kuvvetlerinin Hesaplanması

Proksimal femur kemiğinin yer değiştirmesini ve reaksiyon kuvvetlerini bulmak için;

$$\mathbf{KU}=\mathbf{Q} \quad (7.14)$$

denkleminin gerekli sınır koşullarını kullanarak nümerik olarak çözülmesiyle bulunur. Çözüm yaparken Skyline yöntemi kullanılmıştır. Eleman sayısının artmasıyla matris boyutları artmaktadır. Bu da çözümü zorlaştırmaktadır. Bu çözümleri yapabilmek için bilgisayarlardan faydalanılır. Ayrıca **K** matrisini simetrik olması ve bu yöntemde sıfır olan terimlerin depolanmasına gerek olmaması hafızada saklanan data sayısını azaltmaktadır.

7.1.3.2. Gerilmelerin Hesaplanması

Her bir elemanın ortalama gerilmeleri;

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (7.15)$$

bu denklemde, üç boyutlu $\boldsymbol{\sigma}$ ortalama gerilme vektörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{yz} & \tau_{xz} \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

ve üç boyutlu $\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{yz} & \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

olarak belirtilir.

$\boldsymbol{\varepsilon}$ birim şekil değiştirme vektörü ise;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{U} \quad (7.18)$$

şeklindedir. $\mathbf{B}$ matrisi (7.4) denklemiyle bulunur.

7.1.3.3. Asal gerilmelerin hesaplanması

Üç boyutlu gerilme tensörü;

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

olarak verilir. Asal gerilmeleri hesaplamak için;

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (7.20)$$

determinatın alacak olursak;

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (7.21)$$

üçüncü dereceden gerilme denklemi elde edilir. Burada;

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 &= \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 \\ I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{xz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (7.22)$$

olarak verilmiştir. Bu denklemin kökleri asal gerilmeleri verir. Asal gerilme doğrultuları l, m, n ise;

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} = 0 \quad (7.23)$$

ve

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (7.24)$$

denklem takımının çözümünden bulunur.

7.1.3.4. Birim şekil değiştirme enerjisinin hesaplanması

Sonlu elemanlar analizinde hesaplanan gerilme ve birim şekil değiştirmeler cinsinden birim şekil değiştirme enerjisi

$$U = \frac{1}{2} \{\boldsymbol{\sigma}\} \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \quad (7.25)$$

olarak hesaplanır. Burada, $\boldsymbol{\sigma}$ gerilme tensörü, $\boldsymbol{\varepsilon}$ ise birim şekil değiştirme vektörüdür.

7.2. Elemanların Yoğunluk Değişimi

Sonlu Eleman Analizinde hesaplanan gerilme ve şekil değiştirme değerleri bu aşamada kullanılmaktadır. Weinans (1989) tarafından geliştirilen kemik uyum modeli geniştilererek zamana bağımlı yoğunluk değişimi;

Eğer kemik oluşumu varsa;

$$\frac{d\rho}{dt} = c \left(\frac{U}{\rho} - k(1+s) \right) = f(\rho, t) > 0 \quad 0 < \rho < \rho_{cb} \quad (7.26a)$$

eğer kemik yıkımı varsa;

$$\frac{d\rho}{dt} = c \left(\frac{U}{\rho} - k(1-s) \right) = f(\rho, t) < 0 \quad 0 < \rho < \rho_{cb} \quad (7.26b)$$

eğer kemik yıkım ile kemik oluşumu dengede ise;

$$\frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (7.26c)$$

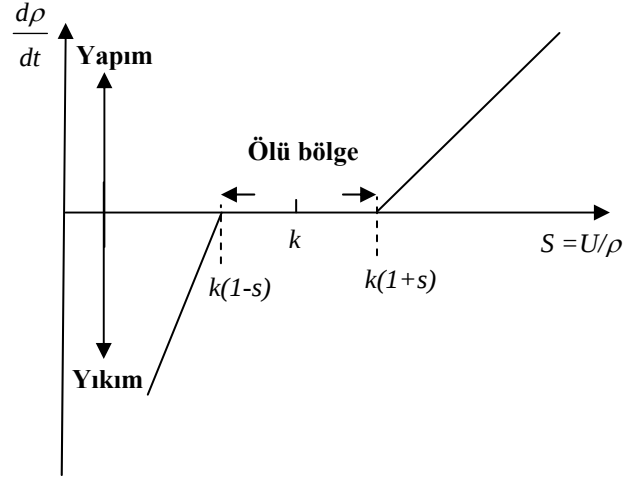
denklemleri ile ifade edilmiştir. Burada, k referans uyarı değeri (MPa/gün), c yeniden yapılanma katsayısı ($\mu\text{m/gün}$), s ölü bölge miktarı, ρ_{cb} maksimum kemik yoğunluğu(kortikal kemik yoğunluğu) dur. k referans uyarı değeri ve s ölü bölge Şekil 7.9'da gösterilmiştir. Bu 7.26 nolu denklem birinci mertebeden nonlinear diferansiyel denklemdir. Bu çalışmada diferansiyel denklemin çözümü için birinci mertebeden Adams-Bashforth metodu kullanılmıştır. Adams- Bashforth metodunda sayısal çözüm yapılırken t_{n+1} anındaki çözümü hesaplamak için t_{n-1} ve t_n anındaki çözümlerden faydalanılır ve

$$\rho_1 = \rho_0 + \Delta t f(0) \quad (7.27a)$$

$$\rho_{n+1} = \rho_n + \Delta t \left(\frac{3}{2} f_n + \frac{1}{2} f_{n-1} \right) \quad (7.27b)$$

$$\%e = \frac{|\rho_{n+1} - \rho_n|}{\rho_n} \times 100 \quad (7.27c)$$

olarak belirtilir. Burada Δt zaman artışı, $f_n = f(\rho_n, t_n)$ ve $\%e$ hata yüzdesi olarak gösterilmiştir.



Şekil 7.9 S mekanik uyarı ile ilişkili ideleştirilmiş kemik uyum oran fonksiyonu ve zamana bağlı olarak kemik yoğunluğundaki değişim

Bu modelde kemik yıkım ve yapım olayları dengededir. Eğer bir dış uyarıcı ile denge bozulduğunda kemik yıkım ve yapım işlemleri başlar, dengeye gelinceye kadar devam eder. Her zaman artışıdaki

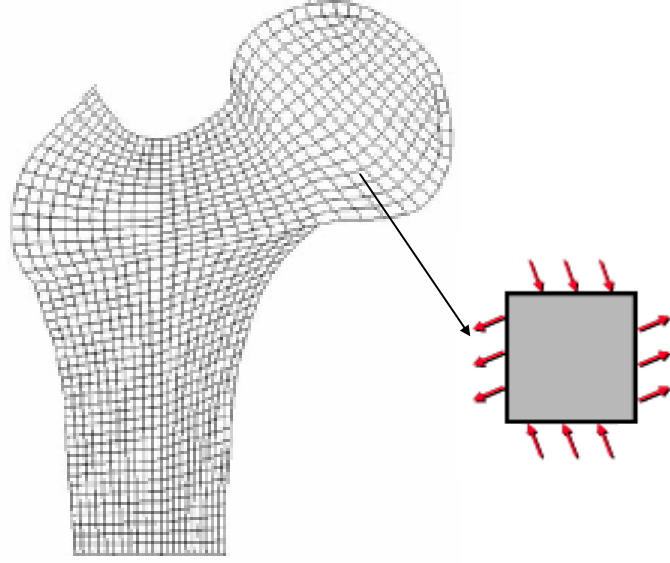
yoğunluk değişimine bağlı olarak kemiğin malzeme özellikleri değişir ve buna bağlı olarak sonlu eleman yöntemi ile tekrar gerilme, birim şekil değiştirme ve birim şekil değiştirme enerjisi değerleri hesaplanır. Bu zaman artımı artışı yoğunluk miktarı kortikal kemik yoğunluğu miktarına ulaşınca kadar devam eder. Bir proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımını bulabilmek için Şekil 7.1’de verilen algoritma kullanılır.

7.3. Ortotropik hücresel otomasyon metodu ile trabeküler yapının tespiti ve yönlendirilmesi

Trabeküler yapının tespiti Bölüm 6’ da belirtildiği gibi bir optimizasyon problemidir. Bu optimizasyon problemini çözmek için Borland C Builder programında bilgisayar programı yazılmıştır. Bu hücresel otomasyon programının algoritması Şekil 7.2’ de verilmiştir. Bu aşama önceki aşamanın devamıdır. Bu program sayesinde alt yapıların trabeküler yapısı ve yönlendirilmesi belirlenir. Proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra herhangi bir eleman seçilir. Bu elemanın trabeküler yapısı bulunur.

7.3.1 Yoğunluk dağılımı belirlenmiş proksimal femur kemiğinden eleman seçimi

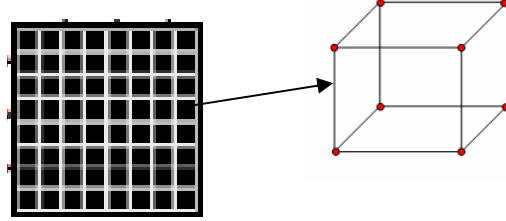
Yoğunluk dağılımı hesaplanmış olan proksimal femur kemiğinin sonlu eleman ağından bir eleman seçilir.



Şekil 7.10 Proksimal kalça kemiğinin sonlu elemanlar ağından eleman seçimi

7.3.2 Seçilen elemanın sonlu eleman ağıının oluşturulması

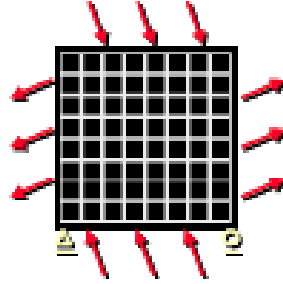
Seçilen elemanın sonlu elemanlar ağı oluşturulur. Sonlu eleman ağı oluşturulurken 3 boyutlu 8 düğüm noktalı kübik eleman kullanılmıştır (Şekil 7.11).



Şekil 7.11 Sonlu elemanlar ağıının oluşturulması

7.3.3 Sınır koşullarının uygulanması

Buradaki sınır koşulları seçilen elemana gelen gerilme değerleri olarak alınır.



Şekil 7.12 Sınır koşullarının uygulanması

7.3.4 Kemik malzeme özelliklerinin tanımlanması

Kemik malzeme özellikleri Bölüm 7.1.1.3' de ele alınmıştı. Burada kemik malzeme özelliği ortotropik olarak Çizelge 7.1' de verilen değerlerde alınmıştır.

7.3.5 Sonlu elamanlar yöntemi işlem aşaması

Bu aşamada gerilmeler, birim şekil değiştirmeler, birim şekil değiştirme enerji yoğunlukları hesaplanır. Bu aşamadaki işlem sırası Bölüm 7.1.2' de verilen işlem sırası ile aynıdır.

7.3.6 Efektif hata sinyalinin tespiti

Bu modeldeki kontrol prosesi referans mekanik uyarının (k) tanımlanmasıyla başlar (Şekil 6.2). Gerçek mekanik uyarı (U_i) değeri sonlu elemanlar yöntemi ile hesaplanır. Efektif hata sinyali

Eğer kemik oluşumu varsa;

$$\bar{e}_i = \left(\frac{U_i(t)}{\rho(t)} - k(1+s) \right) \quad 0 < \rho < \rho_{cb} \quad (7.28a)$$

eğer kemik yıkımı varsa;

$$\bar{e}_i = \left(\frac{U_i(t)}{\rho(t)} - k(1-s) \right) \quad 0 < \rho < \rho_{cb} \quad (7.28b)$$

eğer kemik yıkım ile kemik oluşumu dengede ise;

$$\bar{e}_i = 0 \quad (7.28c)$$

verilmiştir. Yoğunluk değişim oranı $(dx_i(t)/dt)$ efektif hata sinyalinin fonksiyonu $(f(\bar{e}_i(t)))$ cinsinden belirtilebilir. Zamana bağımlı dinamik modelleri için, yoğunluk değişimi

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \Delta x_i(t) \quad (7.29)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\Delta x_i(t) = f(\bar{e}_i(t)) \quad (7.30)$$

olarak verilmiştir. $\bar{e}_i(t) = 0$ koşulu efektif denge durumu olarak tanımlanır.

7.3.7 Kontrol stratejileri ile yoğunluk bulunması

Kemik uyum modeli, Bölüm 6' da anlatıldığı gibi geri beslemeli kontrol devresi olarak davranır. Çeşitli hücre otomasyon kontrol modelleri vardır. Yoğunluk değişimini bulmak için efektif hata miktarını kullanır.

7.3.7.1 On-Off kontrol

Bu kontrol ile, yoğunluktaki lokal değişim efektif hata sinyaline $(\bar{e}_i(t))$ bağlı olarak sabittir. Bu kontrolde yoğunluk değişimi;

$$\rho_i(t+1) = \rho_i(t) + c_T \operatorname{sgn}(\bar{e}_i(t)) \quad (7.31)$$

ile gösterilir. Burada c_T sabitidir.

7.3.7.2 Oransal kontrol (P)

Osteoblastik ve/veya osteoklastik aktivite, efektif hata sinyali ile orantılı ise, lokal yeniden yapılanma kuralı oransal kontrollü davranır. Bu kontrolde yoğunluk değişimi;

$$\rho_i(t+1) = \rho_i(t) + c_P \bar{e}_i(t) \quad (7.32)$$

ile gösterilir ve c_P oransal kemik uyum sabitidir.

7.3.7.3 Oransal-İntegral kontrol (PI)

Bu kontrolde yoğunluk değişimi;

$$\rho_i(t+1) = \rho_i(t) + c_P \bar{e}_i(t) + c_I (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) \quad (7.33)$$

ile gösterilir ve c_P oransal kemik uyum sabiti, c_I integral kemik uyum sabitidir.

7.3.7.4 Oransal-İntegral-Türevsel kontrol (PID)

Bu kontrolde yoğunluk değişimi;

$$\rho_i(t+1) = \rho_i(t) + c_P \bar{e}_i(t) + c_I (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) + c_D (\bar{e}_i(t) - \bar{e}_i(t-1)) \quad (7.34)$$

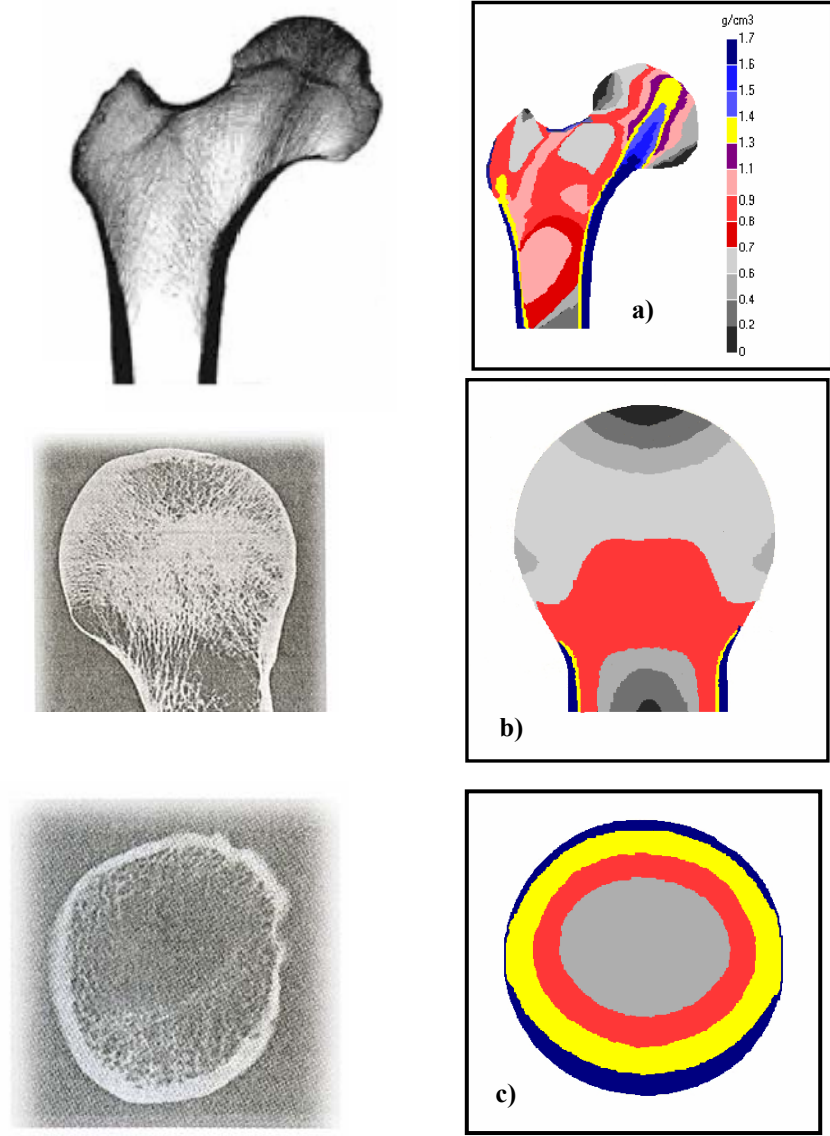
ile gösterilir ve c_P oransal kemik uyum sabiti, c_T integral kemik uyum sabiti, c_D türevsel kemik uyum sabitidir.

7.4 SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışmada, analizler yapılırken maksimum kemik yoğunluğu olan kortikal kemikteki yoğunluk (ρ_{cb}) 1.74 g/cm^3 olarak alınmış, değişik çözüm parametrelerini çözüm üzerine etkileri araştırılmıştır.

7.4.1 Proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımının bulunması

Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde, $\Delta t = 1$ zaman artımında ve $t = 0$ anındaki yoğunluğu başlangıç yoğunluğu $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$ olarak alındığında 440'inci iterasyonda elemanların yoğunluk değişimlerinde maksimum $\%e = \%0.01$ hata değeri vardır. Bu analizlerde, her bir elemanın yoğunluk değerindeki hata oranı $\%0.01$ ve maksimum yoğunluk değeri kortikal kemik yoğunluğu (ρ_{cb}) 1.74 g/cm^3 ulaşınca kadar iterasyona devam edilir. 440'inci iterasyonda oluşan yatay, inferomedial ve koronal düzlemdeki yoğunluk dağılımları Şekil 7.13'de gösterilmiştir ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, $\Delta t = 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$).



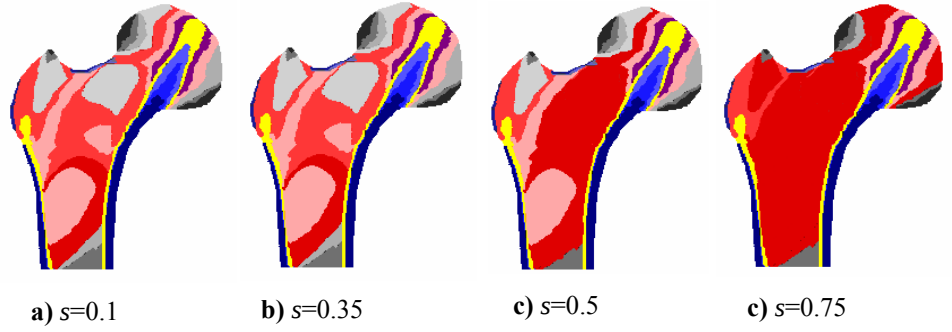
Şekil 7.13 Proksimal femur kemiğinde a) Koronal düzlemde b) Yatay düzlemde c) inferomedial düzlemdeki yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t = 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$)

7.4.1.1 Ölü bölge genişliğinin yoğunluk dağılımı üzerine etkisi

Ölü bölge kemik yıkımının veya kemik yapımının olmadığı bölgedir. Bu bölgenin genişliği yeniden yapılanma sürecini etkiler. Bu bölge genişliği 0 ile 1 değerleri arasında değişir. Bu bölge genişliğinin yoğunluk dağılımı üzerine etkisini incelemek için Bölüm 7.1.1.4’ de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde 4 farklı bölge genişliği için analiz yapılmıştır ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t = 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$). Yoğunluk dağılımı Şekil 7.14’ de gösterilen proksimal femur kemiğinin $s = 0.1$, $s=0.35$, $s = 0.5$, $s = 0.75$ ölü bölge genişlikleri için yeniden yapılanma simülasyonu sonuçları Şekil 7.15’de verilmiştir. Bu sonuçlara göre, $s<0.35$ değerine kadar bölge genişliğinin yoğunluk dağılımına etkisi yok denecek kadar azdır. $s >0.35$ değerinde sonra yeniden yapılanma süreci çok yavaş olduğundan alınan sonuçlar doğru değildir, kemik üzerinde kemik yıkımının ve oluşumunun olmadığı bölgeler oluşmaktadır. Bu yüzden s ölü bölge genişliği 0.35 değerinden küçük alınmalıdır.



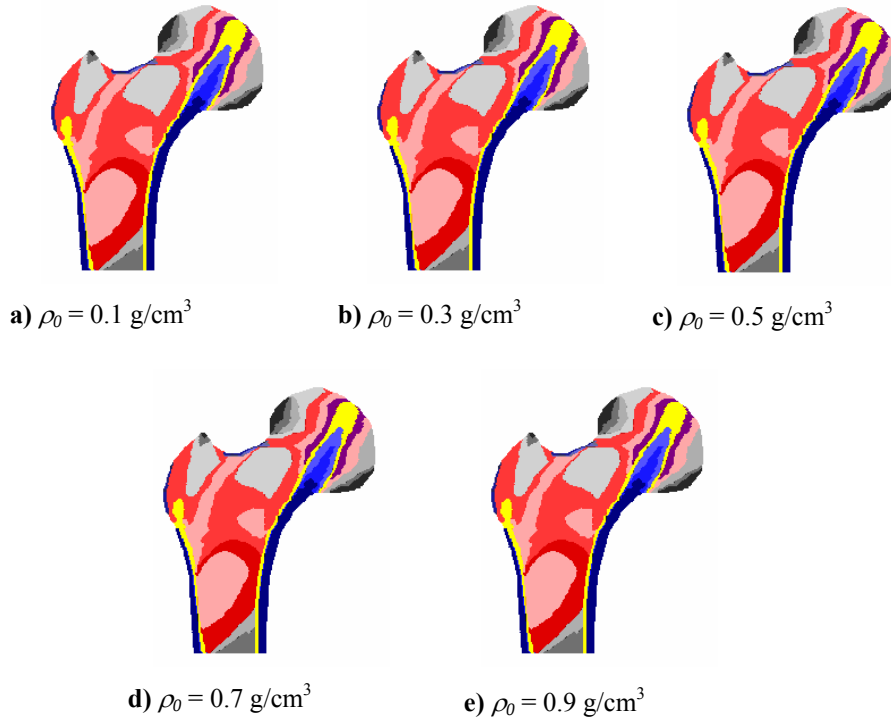
Şekil 7.14 Başlangıç yoğunluğu $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$ yoğunluk değerinde proksimal femur kemiği



Şekil 7.15 Proksimal femur kemiğinde a) $s = 0.1$ b) $s = 0.35$ c) $s = 0.5$ d) $s = 0.75$ ölü bölge genişliklerinde yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, $\Delta t = 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$)

7.4.1.2 Kabul edilen başlangıç yoğunluk değerinin yoğunluk dağılımına etkisi

Kabul edilen başlangıç yoğunluk değerinin proksimal femur kemiği yoğunluk dağılımı üzerine etkisini incelemek için Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde beş farklı yoğunluk değeri için analiz yapılmıştır ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, $\Delta t = 1$ $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $s = 0$) $\rho_0 = 0.1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_0 = 0.3 \text{ g/cm}^3$, $\rho_0 = 0.5 \text{ g/cm}^3$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $\rho_0 = 0.9 \text{ g/cm}^3$ başlangıç yoğunluk değerleri için yeniden yapılanma simülasyon sonuçları Şekil 7.16'da verilmiştir. Farklı iterasyon sayılarında ve farklı başlangıç yoğunluk değerlerindeki yoğunluk değişim yüzdeleri Çizelge 7.3' de verilmiştir. Sonuçlar farklı başlangıç yoğunluk değerlerinin yüksek iterasyon sayısında sonucu etkilemediklerini göstermiştir. Eğer iterasyon sayısı az ise sonuçlar büyük farklılık gösterir. İterasyon sayısı arttıkça sonuçlar birbirine yaklaşır ve aynı yoğunluk dağılımına ulaşılır.



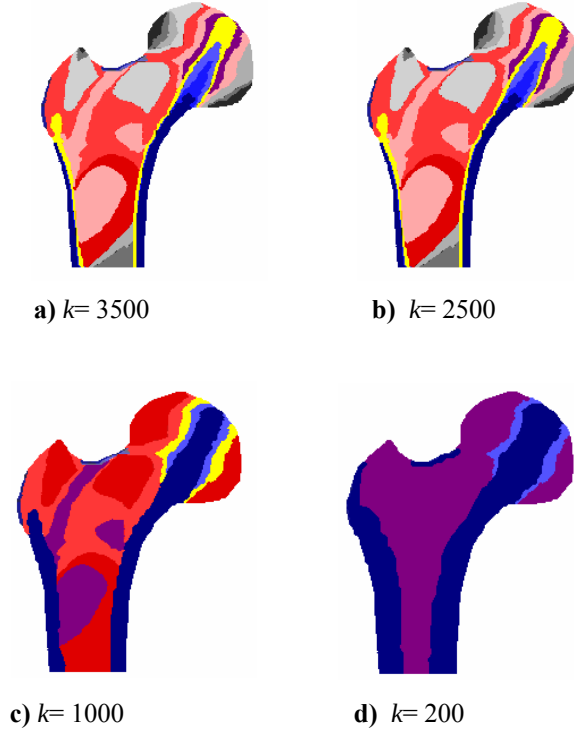
Şekil 7.16 Proksimal femur kemiğinde a) $\rho_0 = 0.1 \text{ g/cm}^3$, b) $\rho_0 = 0.3 \text{ g/cm}^3$, c) $\rho_0 = 0.5 \text{ g/cm}^3$, d) $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, e) $\rho_0 = 0.9 \text{ g/cm}^3$ başlangıç yoğunluk değerlerinde yoğunluk dağılımları (440'ncu iterasyon, $k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3)$, $\Delta t = 1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $s = 0$)

Çizelge 7.3. Farklı başlangıç yoğunluğu ve iterasyon sayısında yoğunluk değişimi

ρ_0 g/cm ³	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
İterasyon					
10	%17.3	%37	%51	%65.3	%72.3
50	%16.1	%39.4	%47.6	%56.5	%65.7
100	%22.1	%42.4	%42.7	%47.6	%57.3
200	%15.7	%20.7	%20.9	%30.7	%35.8
330	%10.4	%10.7	%10.6	%10.9	%11.2
440	%0.01	%0.01	%0.01	%0.01	%0.01

7.4.1.3 Referans uyarı değerinin yoğunluk dağılımı üzerine etkisi

Referans uyarı değeri (k) kemiğin yeniden yapılanması üzerinde oldukça etkilidir. Bu etkinin proksimal femur kemiği yoğunluk dağılımı üzerine etkisini incelemek için Bölüm 7.1.1.4’ de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde dört farklı yoğunluk değeri için analiz yapılmıştır ($\Delta t = 1$, $c = 0.04$ MPa/gün, $\rho_0 = 0.7$ g/cm³ $s = 0$) $k = 3500$, $k = 2500$, $k = 1000$, $k = 100$ referans uyarı değerleri için yeniden yapılanma simülasyon sonuçları şekil 7.17’de verilmiştir. Şekil 7.17’ de görüleceği gibi k referans uyarı değeri değişikliği yeniden yapılanma sürecini etkilemektedir. k değerinin azalmasıyla kemik yapısı daha yoğun bir yapı halini alır ve bu durum gerçek yoğunluk dağılımını yansıtmamaktadır. Bu sebepten gerçek yoğunluk dağılımını elde etmek için k değeri 2500’ den küçük seçilmemelidir.

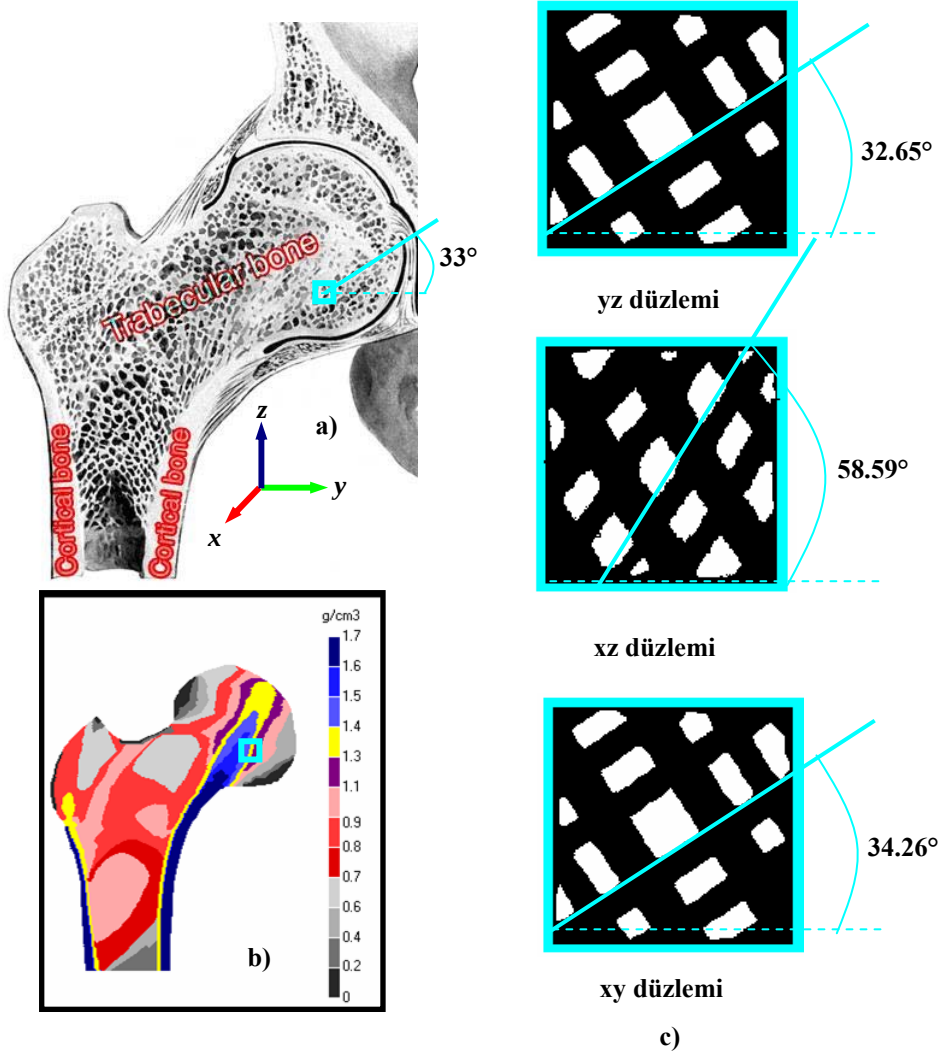


Şekil 7.17 Proksimal femur kemiğinde a) $k = 3500$, b) $k = 2500$, c) $k = 1000$, d) $k = 200$ referans uyarı değerlerinde yoğunluk dağılımları (440'ncü iterasyon, $\Delta t = 1$, $c = 0.04$ MPa/gün, $\rho_0 = 0.7$ g/cm³, $s = 0$)

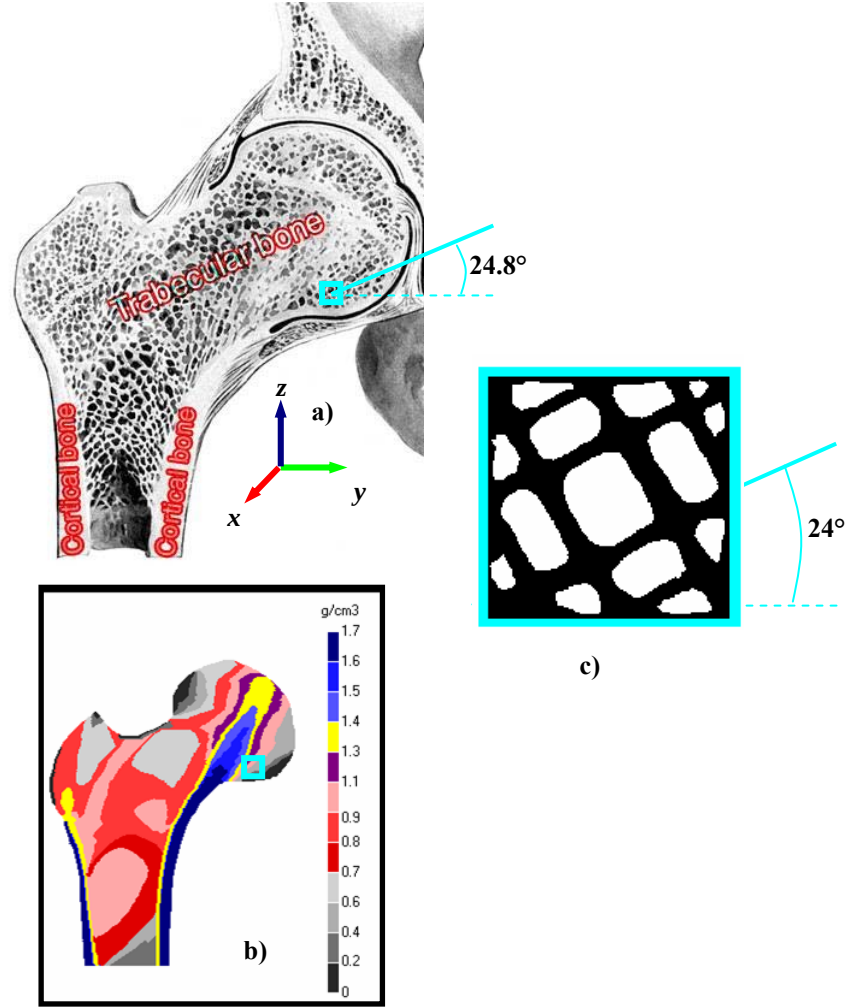
7.4.2 Ortotropik hücresel otomasyon metodu ile trabeküler yapının tespiti ve yönlenmesi

7.4.2.1 Proksimal femur kemiği üzerindeki farklı noktalardaki trabeküler yapı ve yönlenmesi

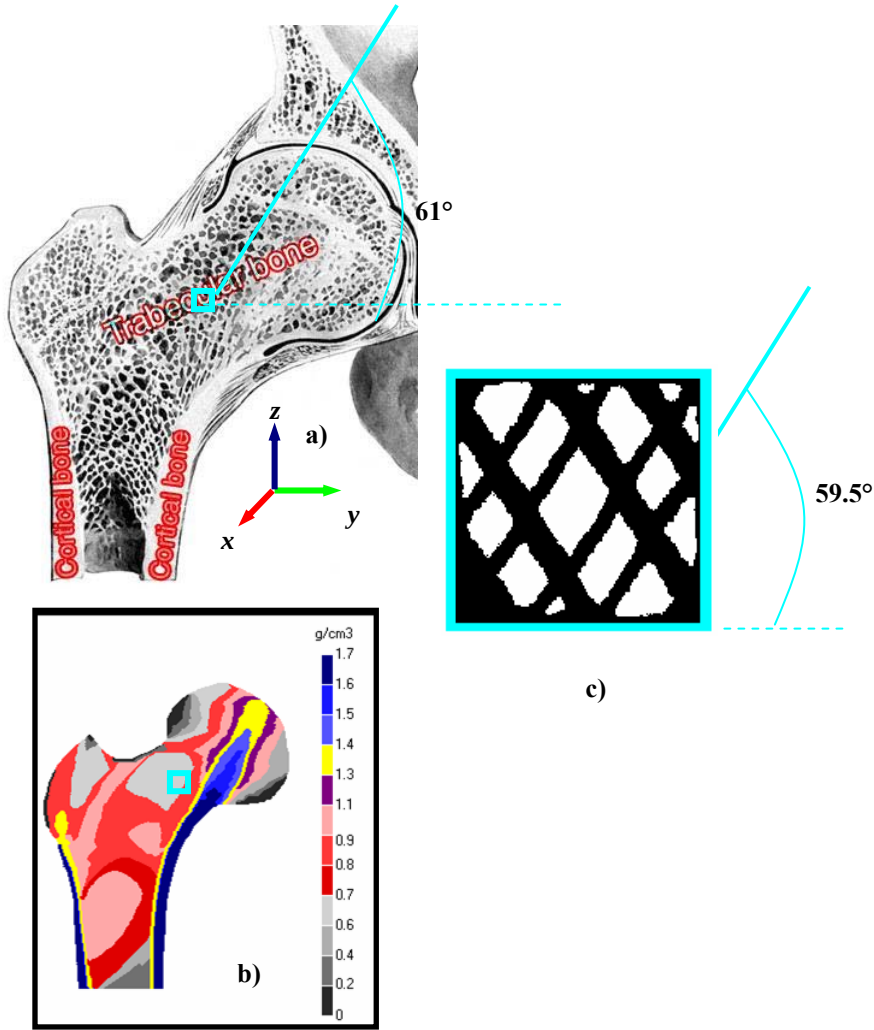
Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t=1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) Şekil 7.18b'de işaretli bölgedeki seçilen elemanda trabeküler yapı Şekil 7.18 te verilmiştir. Trabeküler yapı iterasyon işlemine başlamadan önce yoğun bir yapı olarak kabul edilerek ($\rho_s = 2 \text{ g/cm}^3$), $\Delta t=1$ zaman adımıyla hesaplanan yoğunluk değerine kadar işleme devam edilir. Bu elemandaki asal eksen gerilme doğrultuları analitik olarak hesaplanarak $\theta_{yz} = 32.47^\circ$, $\theta_{xz} = 58.59^\circ$, $\theta_{xy} = 34.27^\circ$ bulunmuştur. Trabeküler yapı analizinde PID kontrollü otomasyon kullanılmıştır ($c_P = 4.17 \text{ MPa}^{-1}$, $c_I = 4.17 \text{ MPa}^{-1}$, $c_D = 4.17 \text{ MPa}^{-1}$). Şekil 7.13c' de bulunan trabeküler yapının yönlenme doğrultusu asal eksen gerilme doğrultusu ile aynı olduğu görülmektedir. Şekil 7.13a'da seçili bölgede görülen trabeküler yapının yönlenmesi bilgisayar programı ile bulunan trabeküler yapının yönlenmesi birbirine yakındır. Şekil 7.19 ve 7.20'de ise farklı bölgelerdeki yz düzleminde trabeküler yapı gösterilmiştir. Bu elemanların sırasıyla analitik olarak hesaplanan asal eksen gerilme doğrultuları 23.87° ve 59.5° dır.



Şekil 7.18 Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncu iterasyon, $\rho = 1.21 \text{ g/cm}^3$)



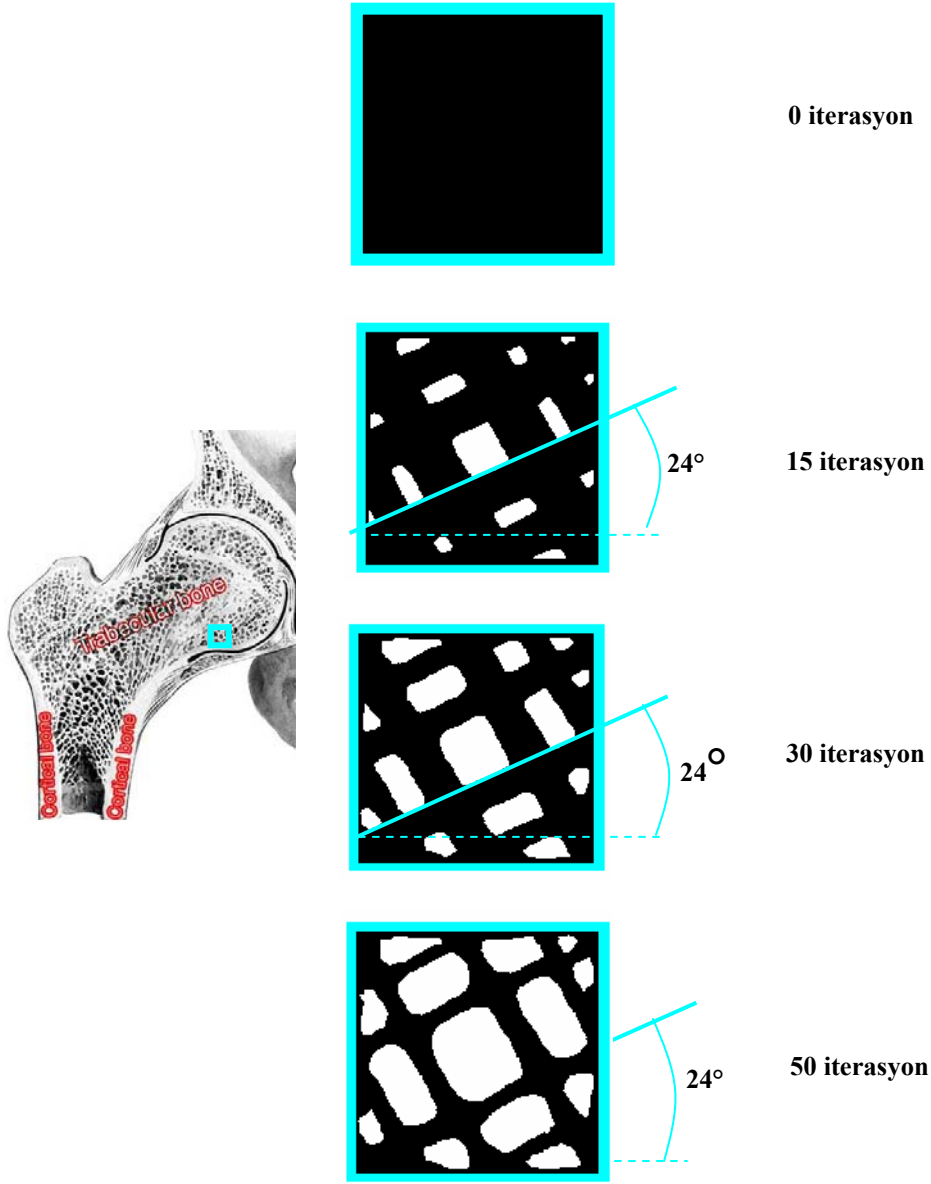
Şekil 7.19 Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncü iterasyon, $\rho = 0.64 \text{ g/cm}^3$)



Şekil 7.20 Proksimal femur kemiğinde a) trabeküler yapının gösterimi b) yoğunluk dağılımı c) Seçilen bölgede trabeküler yapı (50'ncü iterasyon, $\rho = 0.61 \text{ g/cm}^3$)

7.4.2.2 İterasyon sayısı ile trabeküler yapının değişmesi

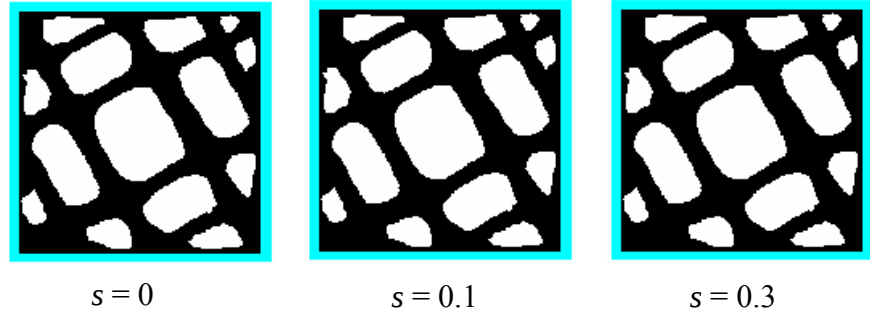
Trabeküler yapının tespiti bir optimizasyon problemi olduğu daha önceki bölümlerde bahsedilmişti. Trabeküler yapı ilk olarak gözeneksiz yoğun bir yapı olarak kabul edilmiş ve optimum yapıya ulaşılmaya çalışılmıştır. Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femurda yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t=1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) Şekil 7.21'de işaretli bölgedeki seçilen elemanda trabeküler yapının iterasyon sayısı ile nasıl değiştiği Şekil 7.21' de görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi trabeküler yapının yönlenmesi aynı kalmakla beraber, yoğunluk düşmektedir. İlk yoğunluk $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$ iken 30 iterasyon sonra yoğunluk $\rho = 0.64 \text{ g/cm}^3$ değerine düşmüştür.



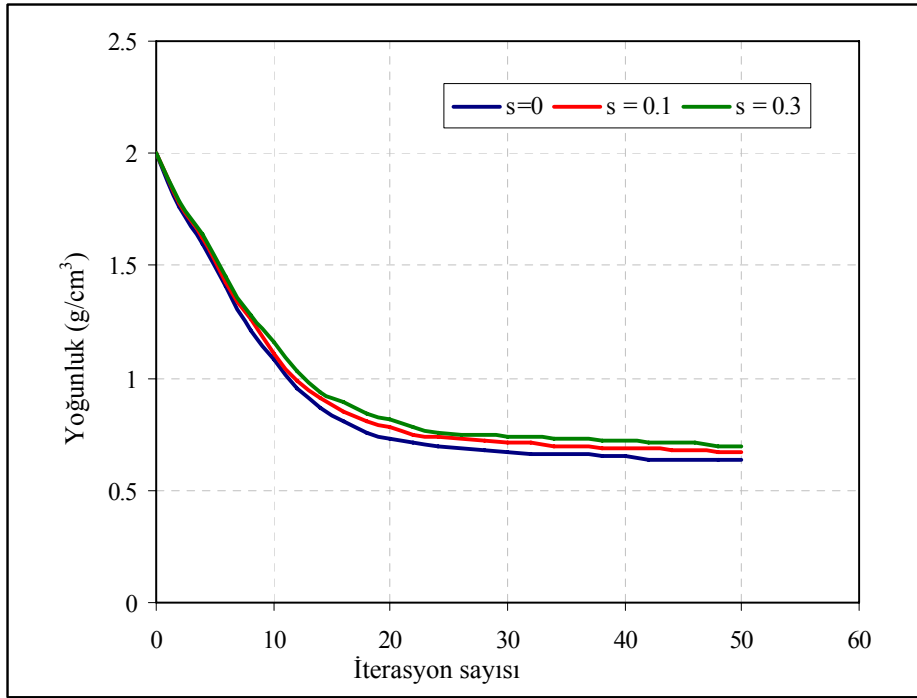
Şekil 7.21 Proksimal femur kemiğinde trabeküler yapının iterasyon sayısı ile değişimi

7.4.2.3 Ölü bölge genişliğinin trabeküler yapıya etkisi

Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarına sahip proksimal femur kemiğinde yoğunluk dağılımı $s = 0$, $s = 0.1$ ve $s = 0.3$ ölü bölge genişliğinde yoğunluk dağılımları hesaplandıktan sonra ($k = 3500$ J/(g/cm³), $\Delta t=1$, $c = 0.04$ MPa/gün, $\rho_0 = 0.7$ g/cm³) seçilen bir bölgede trabeküler yapı bilgisayar programı ile bulunmuştur. Bu ölü bölge değerlerinde oluşan trabeküler yapılar Şekil 7.22'de, iterasyon sayısı ile yoğunluk arasındaki ilişkilerde Şekil 7.23' de gösterilmiştir. Şekil 7.22 ve Şekil 7.23' de görüldüğü gibi ölü bölge değerlerinin trabeküler yapı yönelmesine ve oluşan yoğunluk değerlerine etkisi yok denecek kadar azdır.



Şekil 7.22 $s = 0$, $s = 0.1$ ve $s = 0.3$ ölü bölge değerlerinde trabeküler yapılar



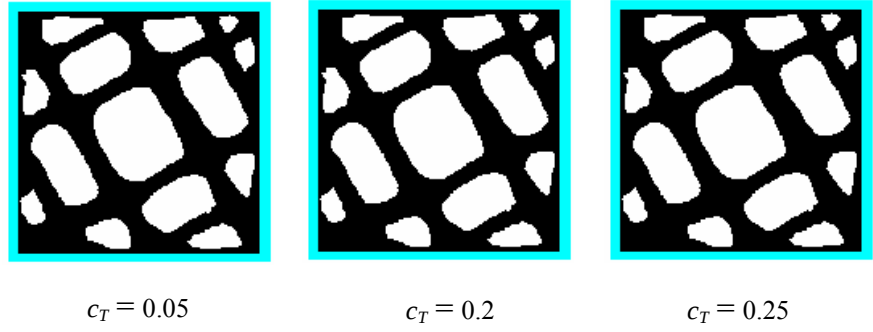
Şekil 7.23 $s = 0$, $s = 0.1$ ve $s = 0.3$ ölü bölge değerlerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi

7.4.2.4 Kontrol stratejilerinin trabeküler yapıya etkisi

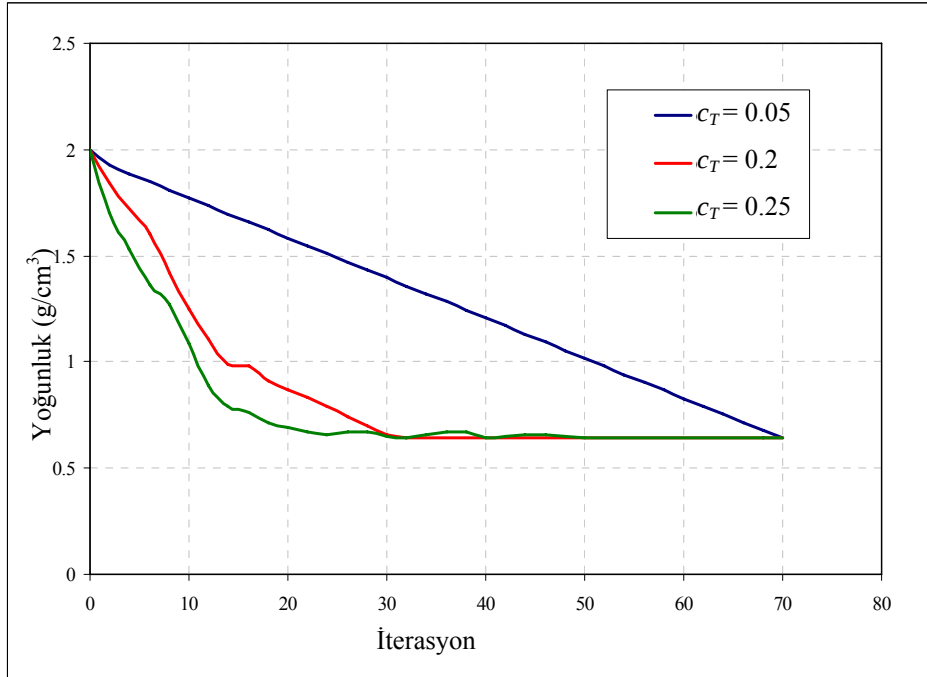
7.4.2.4.1 On-Off kontrol’de c_T sabitinin etkisi

Bölüm 7.1.1.4’ de belirtilen sınır şartlarında sahip proksimal femurda yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra ($k = 3500 \text{ J}/(\text{g/cm}^3)$, $\Delta t=1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) işaretli bölgedeki seçilen elemanda trabeküler yapının bulunmasında on-off kontrol stratejisi kullanılırken c_T sabiti farklı olan üç değer kullanılmıştır. Şekil 7.24’ de 0.05, 0.2, 0.25 değerlerindeki trabeküler yapılar, Şekil 7.25’ de ise

değişik c_T değerlerindeki iterasyon- yoğunluk değişim grafikleri gösterilmiştir. Şekil 7.24' den görüldüğü üzere c_T on-off sabitin trabeküler yapı üzerinde hiç bir etkisi yoktur, ancak Şekil (7.25)' den anlaşılacağı gibi küçük c_T değerinde 0.64g/cm^3 yoğunluk değerine fazla iterasyon sayısında ulaşmaktadır. Büyük c_T değerlerinde ise ani bir düşüşten sonra istenen yoğunluk değerine ulaşmaktadır. On-off kontrol stratejilerinde büyük c_T değerleri tercih edilmelidir.



Şekil 7.24 $c_T = 0.05$, $c_T = 0.2$ ve $c_T = 0.25$ değerlerindeki son trabeküler yapılar

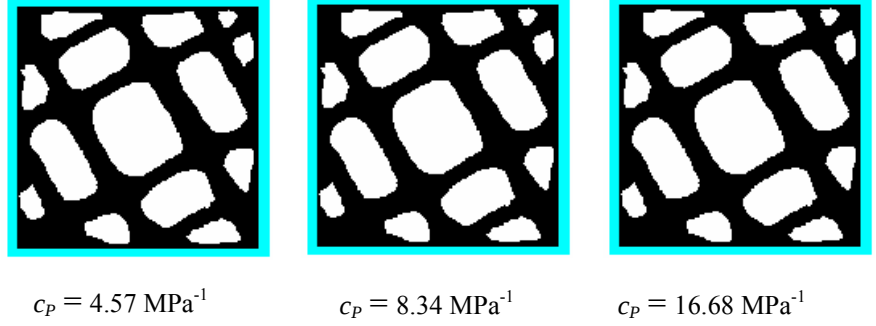


Şekil 7.25 $c_T = 0.05$, $c_T = 0.2$ ve $c_T = 0.25$ değerlerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi

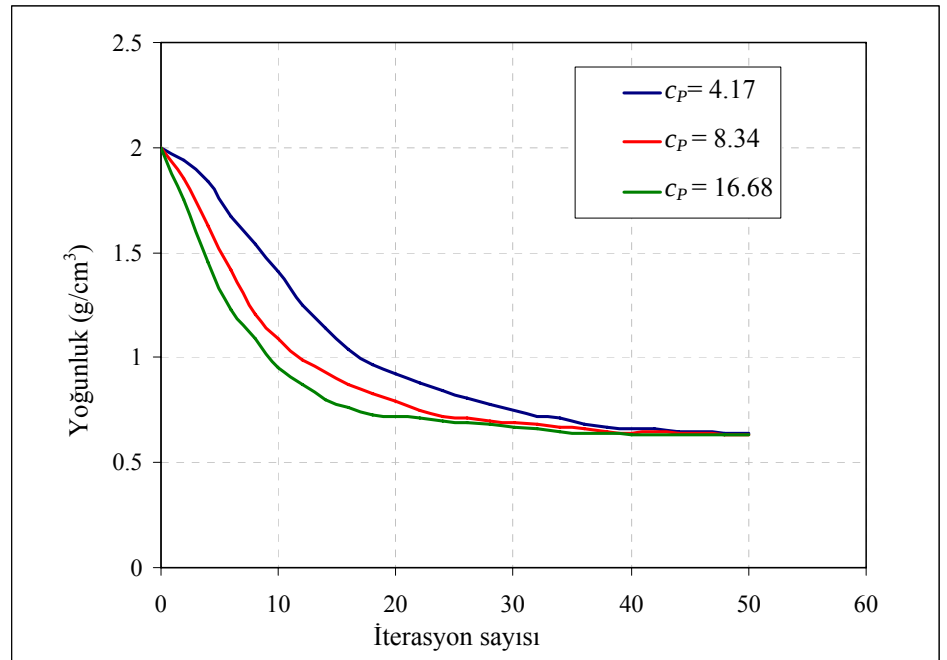
7.4.2.4.2 Oransal kontrol'de c_P sabitinin etkisi

Bölüm 7.1.1.4' de belirtilen sınır şartlarında sahip proksimal femurda yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t=1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) işaretli bölgedeki seçilen elemanda trabeküler yapının bulunmasında oransal kontrol stratejisi kullanılırken c_P sabiti farklı olan üç değer kullanılmıştır. Şekil 7.26' da 4.57 MPa^{-1} , 8.34 MPa^{-1} , 16.68 MPa^{-1} değerlerindeki trabeküler yapılar, Şekil 4.27' de ise iterasyon- yoğunluk değişim grafikleri gösterilmiştir. Şekil 7.26' dan görüldüğü üzere c_P on-off sabitin trabeküler yapı üzerinde hiç bir etkisi yoktur, ancak Şekil 7.27' den anlaşılabacağı gibi

büyük c_P değerinde ani bir düşüşle 0.64g/cm^3 yoğunluk değerine en erken ulaşır. On-off kontrol stratejilerinde büyük c_P değerleri tercih edilir.



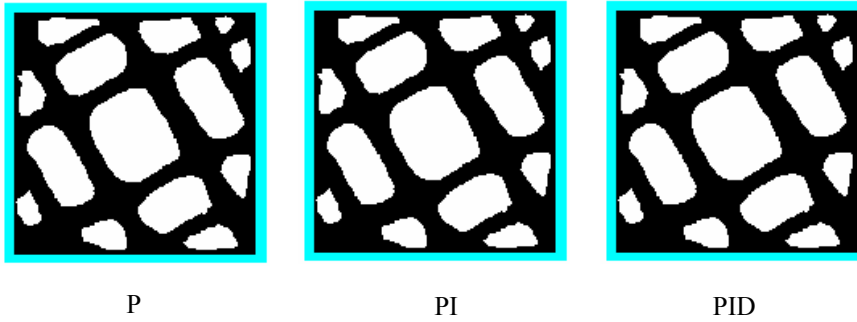
Şekil 7.26 $c_P = 4.57 \text{ MPa}^{-1}$, $c_P = 8.34 \text{ MPa}^{-1}$ ve $c_P = 16.68 \text{ MPa}^{-1}$ değerlerindeki trabeküler yapılar



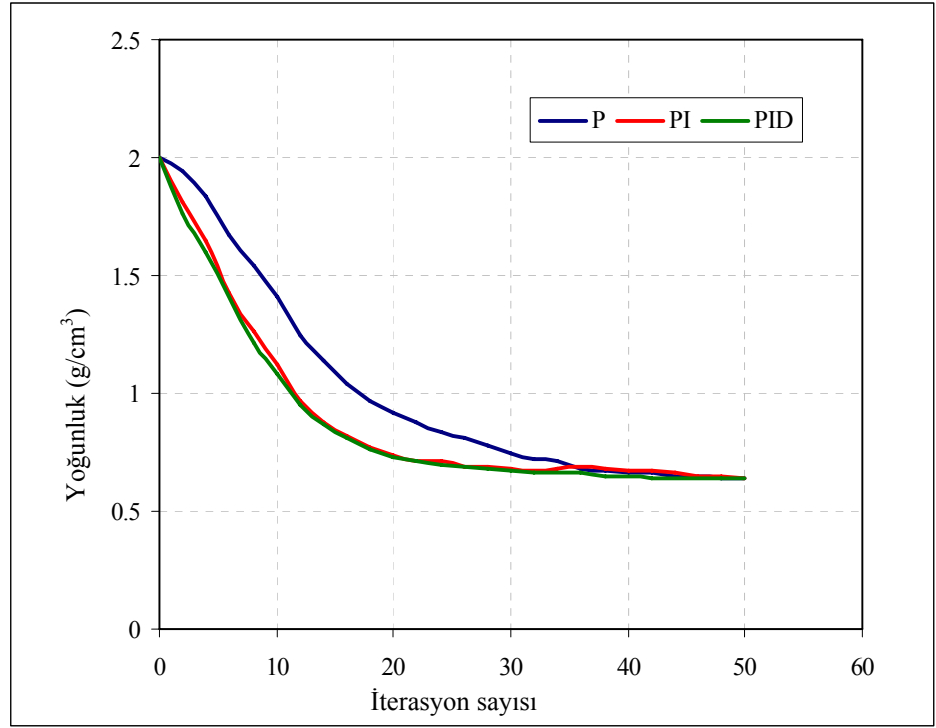
Şekil 7.27 $c_P = 4.17 \text{ MPa}^{-1}$, $c_P = 8.34 \text{ MPa}^{-1}$ ve $c_P = 16.68 \text{ MPa}^{-1}$ değerlerindeki iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi

7.4.2.4.3 P, PI, ve PID kontrolün etkisi

Bölüm 7.1.1.4’ de belirtilen sınır şartlarında sahip proksimal femurda yoğunluk dağılımı hesaplandıktan sonra ($k = 3500 \text{ J/(g/cm}^3\text{)}$, $\Delta t=1$, $c = 0.04 \text{ MPa/gün}$, $\rho_0 = 0.7 \text{ g/cm}^3$, $s = 0$) işaretli bölgedeki seçilen elemanda trabeküler yapının bulunmasında P, PI, PID kontrol , stratejileri kullanıldı. Şekil 7.28’ de P, PI, PID kontrol stratejilerinde oluşan trabeküler yapılar, Şekil 4.29’ da ise iterasyon- yoğunluk değişim grafikleri gösterilmiştir. Şekil 7.28’ den görüldüğü üzere kontrol stratejilerinin trabeküler yapı üzerinde hiç bir etkisi yoktur, ancak Şekil 7.29’ dan anlaşılacağı gibi PID, PI kontrollü kemik uyum modelleri P kontrollü kemik uyum modellerinden dengeye daha çabuk ulaşılır.



Şekil 7.28 P, PI ve PID kontrol stratejilerinde oluşan trabeküler yapılar



Şekil 7.29 *P*, *PI* ve *PID* kontrol stratejilerinde iterasyon sayısı - yoğunluk (g/cm^3) ilişkisi

7.5 SONUÇLAR

- Proksimal femur kemiğinin en dış kesiminde kortikal kemik oluşur.
- Proksimal femur kemiğindeki en kritik kesit boyun bölgesidir.
- Kabul edilen başlangıç yoğunluğunun (ρ_0) oluşan yoğunluk dağılımına etkisi yoktur, sadece düşük iterasyon sayılarında farklılık gösterir. İterasyon sayısı arttıkça yoğunluk değerleri birbirine yaklaşmaktadır.
- Ölü bölge genişliği (s) 0.35 değerinden küçük değerlerde yoğunluk dağılımı gerçeğe yakındır. 0.35 değerinin üstüne çıkıldıkça yoğunluk dağılımı yanlış sonuç verir. Yüksek değerlerde ölü kemik bölgeleri oluşmaktadır. Analiz yapılırken ölü bölge genişliği 0.35'den küçük alınmalıdır.
- Referans uyarı değeri (k) 2500 ile 3500 değerleri arasında yoğunluk dağılımı gerçeğe yakındır. Referans uyarı değeri 2500' den küçüldükçe proksimal femur kemiği üzerinde yoğun kemik bölgeleri oluşur. Dış kemik yüzeyinde oluşan kortikal kemik kalınlığı artmaktadır.
- Trabeküler yapı asal gerilme doğrultusunda yönlendirilmiştir.
- Trabeküler yapı tespitinde iterasyon sayısı arttıkça trabeküler yapının yönlendirilmesi aynı kalmakla beraber yoğunluk düşmektedir.

- Trabeküler yapı tespitinde ölü bölge genişliğinin trabeküler yapıya ve iterasyon sayısına etkisi yoktur.
- On-Off kontrol stratejisi ile trabeküler yapı tayininde c_T sabitinin trabeküler yapıya ve yapının yönlenmesine etkisi yoktur ama c_T değeri büyüdükçe optimum trabeküler yapının oluşması için gerekli iterasyon sayısı azalmaktadır.
- Oransal kontrol stratejisi ile trabeküler yapı tayininde c_P sabitinin trabeküler yapıya ve yapının yönlenmesine etkisi yoktur ama c_P değeri büyüdükçe optimum trabeküler yapının oluşması için gerekli iterasyon sayısı azalmaktadır.
- Kontrol stratejilerinin trabeküler yapı ve yönlenmesine etkisi yoktur ama PID kontrol stratejisinde optimum trabeküler yapının oluşması için gerekli iterasyon sayısı en düşüktür.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Adams, D.J., Spirt, A.A., Brown, T.D., Fritton, S.P., Rubin, C.T., Brand, R.A.**, 1997, Testing the daily stress stimulus theory of bone adaptation with natural and experimentally controlled strain histories, *Journal of Biomechanics*, 30(7), 671-678.
- Alexander, R.M.**, 2004, Bipedal animals, and their differences from humans, *Journal of Anatomy*, 204, 321–330.
- Ashman, R.B., Cowin, S.C., Buskirk, W.C., Van J.C.**, 1984, A continuous wave technique for the measurement of the elastic properties of cortical bone, *Journal of Biomechanics*, 17(5), 349-361.
- Askew, M.J., Lewis, J.L.**, 1981, Analysis of model variables and fixation post length effects on stresses around a prosthesis in the proximal tibia, *J. Biomech. Engng*, 103(4), 239-245.
- Bagge, M.**, 2000, A model of bone adaptation as an optimization process, *Journal of Biomechanics*, 33, 1349–1357.
- Bagge, M.**, 2000. A model of bone adaptation as an optimization process, *Journal of Biomechanics*, 33, 1349–1357.
- Bagi, C.M., Wilkie, D., Georgelos, K., Williams, D., Bertolini, D.**, 1997, Morphological and structural characteristics of the proximal femur in human and rat, *Bone*, 21, 261–267.
- Bauman, W.A., Spungen, A.M., Wang, J.**, 1999, Continuous loss of chronic immobilization: A monozygotic twin study, *Osteoporosis International*, 10(2):123-127.
- Bayraktar, H.H., Keaveny, T.M.**, 2004a, Mechanisms of uniformity of yield strains for trabecular bone, *Journal of Biomechanics*, 37, 1671–1678.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Bayraktar, H.H., Morgan, E.F., Niebur, G.L., Morris, G.E., Wong, E.K., Keaveny, T.M.**, 2004b, Comparison of the elastic and yield properties of human femoral trabecular and cortical bone tissue, *Journal of Biomechanics*, 37(1), 27-35
- Be'ery-Lipperman, M., Gefen, A.**, 2005, Contribution of muscular weakness to osteoporosis: Computational and animal models, *Clinical Biomechanics*, 20, 984-987.
- Beaupré, G.S., Hayes W.C.**, 1985, Finite element ananlysis of a three-dimensional open-celled model for trabecular bone, *Journal of Biomechanical Engineering*, 107(3), 249-256.
- Beaupré, G.S., Orr T.E., Carter, D.R.**, 1990a, An approach for time-dependent bone modeling and remodeling-theoretical development, *Journal of Orthopaedic Research*, 8,631-661.
- Beaupré, G.S., Orr T.E., Carter, D.R.**, 1990b, An approach for time-dependent bone modeling and remodeling-application: a preliminary remodeling simulation, *Journal of Orthopaedic Research*, 8,662-670.
- Behrens, J.C., Walker, P.S., Shoji, H.**, 1974, Variations in strength and the structure of cancellous bone at the knee, *Journal of Biomechanics*, 7(3), 201-207.
- Bergmann, G., Deuretzbacher, G., Heller, M., Graichen, F., Rohlmann, A., Strauss, J., Duda, G.N.**, 2001, Hip contact forces and gait patterns from routine activities, *Journal of Biomechanics*, 34, 859–871.
- Bitsakos, C., Kerner, J., Fisher, I., Amis, A.A.**, 2007, The effect of muscle loading on the simulation of bone remodelling in the proximal femur, *Journal of Biomechanics*, (Basimda).

KAYNAKLAR(Devamı)

- Brown, T.D., Ferguson, A.B.,** 1978, The development of a computational stress analysis of the femoral head, *Journal of Bone and Joint Surgery*, 60-A,619-629.
- Brown, T.D., Pedersen, D.R., Grey, M.L., Brand, R.A., Rubin, C.T.,** 1990, Toward an identification of mechanical parameters initiating periosteal remodeling: a combined experimental and analytic approach, *Journal of Biomechanics*, 23(9), 893-905.
- Burger, E., Klein-Nulend, J., Smit, T.H.,** 2003, Strain-derived canalicular fluid flow regulates osteoclast activity in a remodelling osteon-a proposal, *Journal of Biomechanics*, 36, 1453–1459.
- Burger, E.H., Klein-Nulend, J., Veldhulzen, J.P.,** 1991, Modulation of Osteogenesis in fetal bone rudiments by mechanical stress in vitro, *Journal of Biomechanics*, 24(1), 101-109.
- Burkirk, W.C., Cowin, S.C., Ward, R.N.,** 1981, Ultrasonic measurement of orthotropic elastic constants of bovine femoral bone, *Journal of Biomechanical Engineering*, 103, 67-72.
- Burr, D.B.,** 1993, Remodelling and repair of fatigue damage, *Calcified Tissue International*, 53(1), 75-81.
- Carter, D.R., Hayes, W.C.,** 1977, The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure, *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 59(7), 954-962.
- Carter, D.R., Hayes, W.C., Schurman, D.J.,** 1976, Fatigue life of compact bone-II. Effects of microstructure and density, *Journal of Biomechanics*, 9, 211-218.
- Carter, D.R., Orr, T.E., Fyhrie, D.P.,** 1989, Relationships between loading history and femoral cancellous bone architecture, *Journal of Biomechanics*, 22(3), 231-244.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Carter, D.R., Orr, T.E., Fyhrie, D.P., Schurman, D.J.,** 1987a, Influences of mechanical stress on prenatal and postnatal skeletal development, *Clinical Orthopaedics*, 219, 237-250.
- Carter, D.R., Fyhrie, D.P., Whalen, R.T.,** 1987b, Trabecular bone density and loading history: regulation of connective tissue biology by mechanical energy, *Journal of Biomechanics*, 20(8),785-794.
- Carter, D.R., Smith, D.J., Spengler, D.M., Daly C.H., Frankel, V.H.,** 1980, Measurement and analysis of in vivo bone strains of the canine radius and ulna, *Journal of Biomechanics*, 13(1), 27-38.
- Carter, D.R., Spengler, D.M., Dueland, R.T.,** 1979, Stress fields in the uniplated and plated canine femur calculated from in vivo strain measurements, *Journal of Biomechanics*, 14(1), 63-70.
- Carter, D.R., Van Der Meulen, M.C.H., Beaupré, G.S.,** 1996, Mechanical factors in bone growth and development, *Bone*, 18(1), 5-10.
- Charras, G.T., Guldberg, R.E.,** 2000, Improving the local solution accuracy of large-scale digital image-based finite element analyses, *Journal of Biomechanics*, 33(2), 255-259.
- Chen, B., Gu, Y., Kang, Z., Liu, S.,** 2006a, Strain-Energy criterion based method of numerical simulation for trabecular bone remodelling-I Bone Fracture Healing, *National Outstanding Youth of China*.
- Chen, B., Gu, Y., Kang, Z., Liu, S.,** 2006b, Strain-Energy criterion based method of numerical simulation for trabecular bone remodelling-II Proximal femur remodelling, *National Outstanding Youth of China*.
- Chen, G., Pettet, G., Pearcy, M., McElwain, D.L.S.,** 2007, Comparison of two numerical approaches for bone remodeling, *Medical Engineering and Physics*, 29 (1), 134-139.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Cheng, X.G., Lowet, G., Boonen, S., Nicholson, P.H.F., Brys, P., Nijs, P., Dequeker, J.**, 1997, Assessment of the strength of proximal femur in vitro: relationship to femoral bone mineral density and femoral geometry, *Bone*, 20(3), 213–218.
- Cody, D.D., Gross, G.J., Hou, F.J., Spencer, H.J., Goldstein, S.A., Fyhrie, D.P.**, 1999, Femoral strength is better predicted by finite element models than QCT and DXA, *Journal of Biomechanics*, 32(10), 1013–1020.
- Courtney, A.C., Wachtel, E.F., Myers, E.R., Hayes, W.C.**, 1994, Effects of loading rate on strength of the proximal femur, *Calcified Tissue International*, 55(1), 53–58.
- Cowin, S. C., Hart, R.T., Balser, J.R., Kohn, D.H.**, 1985, Functional adaptation in long bones: establishing in vivo values for surface remodeling rate coefficients, *Journal of Biomechanics*, 18(9), 665–684.
- Cowin, S.C.**, 1986, Wolff's law trabecular architecture at remodeling equilibrium, *Journal of Biomechanical Engineering*, 108(1), 83–88.
- Cowin, S.C.**, 1990, *Bone Mechanics*, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Cowin, S.C.**, 1993, Bone stress adaption models, *Journal of Biomechanical Engineering*, 115, 528–533.
- Cowin, S.C.**, 2001, *Bone Mechanics Handbook*, CRC Press , Boca Raton, 2234s.
- Cowin, S.C., Arramon, Y., Luo, G.M., Sadegh, A.M.**, 1993, Chaos in the discrete-time algorithm for bone-density remodeling rate equations, *Journal of Biomechanics*, 26(9), 1077–1089.
- Cowin, S.C., Firoozbakhsh, K.**, 1981, Bone remodeling of diaphyseal surfaces under constant load: theoretical predictions, *Journal of Biomechanics*, 14(7), 471–484.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Cowin, S.C., Hegedus, D.H.**, 1976, Bone remodeling I: theory of adaptive elasticity, *Journal of Elasticity*, 6(3), 313-326.
- Cowin, S.C., Luo, G.M., Sadegh, A.M., Harrigan, T.P.**, 1994, On the sufficiency conditions for the stability of bone remodeling equilibrium, *Journal of Biomechanics*, 17(2), 183-186.
- Cowin, S.C., Mehrabadi, M.M.**, 1989, Identification of the elasticsymmetry of bone and other materials, *Journal of Biomechanics*, 22(6), 503-515.
- Cowin, S.C., Nachlinger R.R.**, 1978, Bone remodeling III: uniqueness and stability in adaptive elasticity, *Journal of Elasticity*, 8(3), 285-295.
- Cowin, S.C., Sadegh, A.M., Luo, G.M.**, 1992, An evolutionary Wolffs law for trabecular architecture, *Journal of Biomechanical engineering (Series K of the ASME Transantions)*, 114(1), 129-136.
- Cowin, S.C.**, 1987, Bone remodeling of diaphyseal surfaces by torsional loads: theoretical predictions, *Journal of Biomechanics*, 20(11/12), 1111-1120.
- Cristofolini, L., Viceconti, M., Cappello, A., Toni, A.**, 1996, Mechanical validation of whole bone composite femur models, *Journal of Biomechanics*, 29, 525-535.
- Crolet, J.M., Aoubiza, B., Meunier, A., Toni, A.**, 1993, Compact bone: Numerical simulation of mechanical characteristics, *Journal of Biomechanics*, 26(6), 677-687.
- Currey, S.C.**, 1988, The effect of porosity and mineral content on the young's modulus of elasticity of compact bone, *Journal of Biomechanics*, 21, 131-139.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Dalstra, M., Huiskes, R., Odgaard, A., Van Erning, L.,** 1993, Mechanical and texturel properties of pelvic trabecular bone, *Journal of Biomechanics*, 26(4/5), 523-535.
- Deligianni, D.D., Marris, A., Missirlis, Y.F.,** 1994, Stress relaxation behaviour of trabecular bone specimes, *Journal of Biomechanics*, 27(12),1469-1476.
- Doblaré, M., Garcia, J.M.,** 2001, Application of an anisotropic bone-remodelling model based on a damage-repair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement, *Journal of Biomechanics*, 34, 1157-1170.
- Doblaré, M., Garcia, J.M.,** 2002, Anisotropic bone remodelling model based on a continuum damage-repair theory , *Journal of Biomechanics*, 35(1), 1-17.
- Duncan, R.L., Turner, C.H.,** 1995, Mechanotransduction and the functional response of bone to mechanical strain, *Calcified Tissue International*, 57(5), 344-358.
- Fajardo, R.J., Muller, R.,** 2001, Three-dimensional analysis of nonhuman primate trabecular architecture using micro-computed tomography, *American Journal Of Physical Anthropology*, 115, 327–336.
- Fernandes, P. R., Folgado, J., Jacobs, C., Pellegrini, V.,** 2002. A contact model with ingrowth control for bone remodelling around cementless stems, *Journal of Biomechanics*, 35, 167–176.
- Fernandes, P., Rodrigues, H., Jacobs, C.,** 1999, A model of bone adaptation using a global optimization criterion based on the trajectorial theory of Wolff, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engi*, 2(2), 125–138.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Fernandes, P.R., Folgado, J., Jacobs, C., Pellegrini, V.,** 2002, A contact model with ingrowth control for bone remodelling around cementless stems, *Journal of Biomechanics*, 35, 167–176.
- Firoozbakhsh, K., Cowin, S.C.,** 1980, Devolution of inhomogeneities in bone structure - predictions of adaptive elasticity theory, *Journal of Biomechanical Engineering*, 102(4), 287-293.
- Fischer, K.J., Jacobs, C.R., Levenston, M.E., Carter, D.R.,** 1996, Different loads can produce similar bone density distributions, *Bone*, 19 (2), 127-135.
- Ford, C.M., Keaveny, T.M.,** 1996, The dependence of shear failure properties of trabecular bone on apparent density and trabecular orientation, *Journal of Biomechanics*, 29(10), 1309-1317.
- Fox, J.C., Keaveny, T.M.,** 2001, Trabecular eccentricity and bone adaptation, *Journal of Theor. Biol.*, 212, 211-221.
- Frost, H.M.,** 1983, A determinant of bone architecture The minimum effective strain, *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 175(3), 287-292.
- Frost, H.M.,** 1988, Vital biomechanics: proposed general concepts for skeletal adaptations to mechanical usage, *Calcified Tissue International*, 42(3), 145-156.
- Frost, H.M.,** 1998, From Wolff's law to the mechanostat: A new 'face' of physiology, *Journal of Orthopaedic Science*, 3, 282-286.
- Frost, H.M.,** 2003, Bone's Mechanostat: A 2003 Update, *Anatomical Record-Part A Discoveries in Molecular, Cellular, and Evolutionary Biology*, 275(2), 1081-1101.
- Fyhrie, D.P., Carter, D.R.,** 1990, Femoral head density distribution predicted from bone stresses, *Journal of Biomechanics*, 23(1),1-10.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Garcia, J.M., Doblaré, M., Cegonino J.**, 2002, Bone remodelling simulation: a tool for implant design, *Computational Materials Science*, 25, 100–114
- Gefen, A.**, 2002, Computational simulations of stress shielding and bone resorption around existing and computer-designed orthopaedic screws, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 40, 311–322.
- Goldstein, S.A., Goulet, R., McCubbrey, D.**, 1993, Measurement and significance of tree-dimensional architecture to the mechanical integrity of trabecular bone, *Calcified Tissue International*, 53(1), 127–133.
- Goulet, R.W., Goldstein S.A., Ciarelli, M.J., Kuhn J.L.**, 1994, The relationship between the structural and orthogonal compressive properties of trabecular bone, *Journal of Biomechanics*, 27(4), 375–389.
- Graaff, K.M.D., Wilhelm, P. B., Rhees, R.W.**, 2001, Human Anatomy and Physiology, McGraw-Hill Professional, The United States of America, 160p.
- Guedes, J.M., Kikuchi, N.**, 1990, Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Comput. Method. Appl.*, 2, 143–198.
- Harrigan, T.P., Hamilton, J.J.**, 1992, An analytical and numerical study of the stability of bone remodeling theories: dependence on microstructural stimulus, *Journal of Biomechanics*, 25(5), 477–488, 1992.
- Harrigan, T.P., Hamilton, J.J.**, 1993, Finite element simulation of adaptive bone remodelling: a stability criterion and a time stepping method, *International Journal for Numerical Methods In Engineering*, 36(5), 837–854.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Harrigan, T.P., Hamilton, J.J.**, 1994, Necessary and sufficient conditions for global stability and uniqueness in finite element simulations of adaptive bone remodelling, *Journal of Solids and Structures*, 31(1), 97-107.
- Hart, R.T.**, 1990, A theoretical study of the influence of bone maturation rate on surface remodelling predictions: idealized models, *Journal of Biomechanics*, 23(3), 241-257.
- Hart, R.T.**, 2001, Bone modeling and remodeling: Theories and computation. In Cowin, S.C.(ed.), *Bone Mechanics Handbook*, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Hart, R.T., Davy, D.T., Heiple, K.G.**, 1984, A computational method for stress analysis of adaptive elastic materials with a view toward applications in strain-induced bone remodeling, *Journal of Biomedical Engineering*, 106(4), 342-350.
- Hasegawa, K., Turner, C.H., Burr, D.B.**, 1994, Contribution of collagen and mineral to the elastic anisotropy of bone, *Calcified Tissue International*, 55, 381-386.
- Hayes, W.C., Bodine, A.J.**, 1978, Flow-independent viscoelastic properties of articular cartilage matrix, *Journal of Biomechanics*, 11, 407-419.
- Hegedus, D.H., Cowin, S.C.**, 1976, Bone remodeling II: small strain adaptive elasticity, *Journal of Elasticity*, 6(4), 337-352.
- Hert, J.**, 1994, A new attempt at the interpretation of the functional architecture of the cancellous bone, *Journal of Biomechanics*, 27(2), 239-242.
- Hollester, S.J.**, 1993, Do bone ingrowth produce a globally optimized structure, *Journal of Biomechanics*, 26(4/5), 391-407.

KAYNAKLAR(Devamı)

Hollester, S.J., Fhyre, D.P., Jepsen, K.J., Goldstein, S., 1991, Application of homogenization theory to the study of trabecular bone mechanics, *Journal of Biomechanics*, 24(9), 825-839.

Homminga, J., McCreadie, B.R., Ciarelli, T.E., Weinans, H., Goldstein, S.A., Huiskes, R., 2002, Cancellous bone mechanical properties from normals and patients with hip fractures differ on the structure level, not on the bone hard tissue level, *Bone*, 30(5), 759–764.

<http://www.york.ac.uk>, 2006

<http://bill.srn.arizona.edu/classes/182/femhead.htm>, 2007

<http://msis.jsc.nasa.gov>, NASA RP 1024, 2006.

<http://www.abdn.ac.uk/>, 2006

<http://www.joelertola.com>, 2006.

<http://www.merckmedicus.com>, 2006.

Huiskes, R., Chao, E.Y.S., 1983, A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: the first decade, *Journal of Biomechanics*, 16(6), 385-409.

Huiskes, R., Ruimerman, R., Van Lenthe, G.H., Janssen, J.D., 2000. Effects of mechanical forces on maintenance and adaptation of form in trabecular bone, *Nature*, 405(6787), 704–706.

Huiskes, R., Weinans, H., Dalstra, M., 1989, Adaptive bone remodeling and biomechanical design considerations for noncemented total hip arthroplasty, *Orthopedics*, 12(9),1255-1267.

Huiskes,R., 1982, On the modelling of long bone in structural analysis, *Journal of Biomechanics*, 15(1), 65-69.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Huiskes, R., Weinans, H., Grootenboer, H.J., Dalstra, M., Fudala, B., Slooff, T.J.,** 1987, Adaptive bone-remodeling theory applied to prosthetic-design analysis, *Journal of Biomechanics*, 20(11-12), 1138-1150.
- Jacobs, C.R.,** 2000, The mechanobiology of cancellous bone structural adaptation, *Journal of Rehabilitation Research and Development* 37(2), 209–216.
- Jacobs, C.R., Levenston, M.E., Beaupre, G.S., Simo, J.C., Carter, D.R.,** 1995, Numerical instabilities in bone remodeling simulations: the advantage of a node-based finite element approach, *Journal of Biomechanics*, 28(4), 449–459.
- Jacobs, C.R., Simo, J.C., Beaupre, G.S., Carter, D.H.,** 1997, Adaptive bone remodeling incorporating simultaneous density and anisotropy considerations, *Journal of Biomechanics*, 30(6), 603-613.
- Jog, C.S., Haber, R.B.,** 1996, Stability of finite element models for distributed parameter optimization and topology design., *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng*, 130, 203–226.
- Joshi, M.G., Advani, S.G., Miller, F., Santare, M.H.,** 2000, Analysis of a femoral hip prosthesis designed to reduce stress shielding, *Journal of Biomechanics*, 33, 1655–1662.
- Judex, S., Gross, T.S., Bray, R.C., Zernicke, R.F.,** 1997, Adaptation of bone to physiological stimuli, *Journal of Biomechanics*, 30(5), 421-429.
- Kalmey, J.K., Lovejoy, C.O.,** 2002, Collagen fiber orientation in the femoral necks of apes and humans: do their histological structures reflect differences in locomotor loading?, *Bone* ,31(2), 327–332.
- Katz, J.L.,** 1980, Anisotropy of Young's modulus of bone, *Nature*, 283, 106-107.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Katz, J.L., Meunier, A.**, 1987, the elastic anisotropy of bone, *Journal of Biomechanics*, 20(11/12), 1063-1070.
- Keaveny, T.M., Borchers, R.E., Gibson, L.J., Hayes, W.C.**, 1993, Trabecular bone modulus and strength can be depend on specimen geometry, *Journal of Biomechanics*, 26(8), 991-1000.
- Keaveny, T.M., Guo, X.E., Wachtel, E.F., McMahon, T.A., Hayes, W.C.**, 1994a, Trabecular bone exhibits fully linear elastic behaviour and yields at low strains, *Journal of Biomechanics*, 27(11), 1309-1318.
- Keaveny, T.M., Wachtel, E.F., Guo, X.E., Hayes, W.C.**, 1994b, Mechanical behavior of damaged trabecular bone, *Journal of Biomechanics*, 27(11), 1309-1318.
- Keaveny, T.M., Wachtel, E.F., Kopperdahl, D.L.**, 1999, Mechanical behavior of damaged trabecular bone after overloading, *Journal of Orthopaedic Research*, 17(3), 346-353.
- Keyak, J.H.**, 2001, Improved prediction of proximal femoral fracture load using nonlinear finite element models, *Medical Engineering and Physics*, 23, 165–173.
- Keyak, J.H., Falkinstein, Y.**, 2003, Comparison of in situ and in vitro CT scan-based finite element model predictions of proximal femoral fracture load, *Medical Engineering and Physics*, 25(9), 781–787.
- Kowalczyk, P.**, 2003, Elastic properties of cancellous bone derived from finite element models of parameterized microstructure cells, *Journal of Biomechanics*, 36, 971-972.
- Kowalk, D.L., Duncan, J.A., Vaughan, C.L.**, 1996, Abduction-adduction moments at the knee during stair ascent and descent. *Journal of Biomechanics*, 29(3), 383-388.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Kuo, A.D., Carter, D.R.**, 1991, Computational methods for analyzing the structure of cancellous bone in planar sections, *Journal of Orthopaedic Research* , 9(6), 918-931.
- Langton, C.M., Haire, T.J., Ganney, P.S., Dobson, C.A., Fagan, M.J.**, 1998, Dynamic stochastic simulation of cancellous bone resorption, *Bone*, 22(4), 375-380.
- Lengsfeld, M., Günther, D., Pressel, T., Leppeck, R., Schmitt, J., Griss, P.**, 2002, Validation data for periprosthetic bone remodelling theories, *Journal of Biomechanics*, 25, 1553-1564.
- Levenston, M.E., Beaupre, G.S., Jacobs, C.R., Carter, D.R.**, 1994, The role of loading memory in bone adaptation simulations, *Bone*, 15 (7), 177-186.
- Lindahl, O., Lindgren, A.G.H.**, 1967, Cortical bone in man. i. variation of the amount and density with age and sex, *Acta Orthop. Scand.*, 38:, 133-140.
- Linde, F., Norgaard, P., Hvid, I., Odgaard, A., Soballe, K.**, 1991, Mechanical properties of trabecular bone. Dependency on strain rate, *Journal of Biomechanics*, 24 (9), 803-809.
- MacLatchy, L., Müller, R.**, 2002, A comparison of the femoral head and neck trabecular architecture of Galago and Perodicticus using micro-computed tomography (μ CT), *Journal of Human Evolution*, 43, 89-105.
- Marcus, R.**, 1987, Normal and abnormal bone remodeling in man, *Annual Review of Medicine.*, 38:129-141.
- Martin, R.B.**, 2000, Toward a unifying theory of bone remodeling , *Bone*, 26(1), 1-6.
- Martinez, M., Aliabadi, M.H., Power, H.**, 1998, Bone remodelling using sensitivity, *Journal of Biomechanics*, 31, 1059-1062.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Mays, S.**, 1998, The Archaeology of Human Bones, J&L Composition Ltd., Routledge (UK), 256p.
- McFadyen, B.J., Winter, D.A.**, 1988, An integrated biomechanical analysis of normal stair ascent and descent, *Journal of Biomechanics*, 21(9), 733-744.
- Miller, Z.F., Funchs, M.B., Arcan, M.**, 2002, Trabecular bone adaptation with an orthotropic material model, *Journal of Biomechanics*, 35, 247-256.
- Mintzer, C.M., Robertson, D.D., Rackemann, S., Ewald, F.C., Scott, R.D., Spector, M.**, 1990,. Bone loss in the distal anterior femur after total knee arthroplasty, *Clinical Orthopaedics*, 260, 135- 143
- Morgan, E.F., Bayraktar, H.H., Keaveny, T.M.**, 2003, Trabecular bone modulus–density relationships depend on anatomic site, *Journal of Biomechanics*, 36(7), 897–904.
- Morgan, E.F., Bayraktar, H.H., Yeh, O.C., Majumdar, S., Burghardt, A., Keaveny, T.M.**, 2004, Contribution of inter-site variations in architecture to trabecular bone apparent yield strains, *Journal of Biomechanics*, 37 (9), 1413-1420
- Morrison, J.B.**, 1970, The mechanics of the knee joint in relation to normal walking, *Journal of Biomechanics*, 3(1), 51-61.
- Mullender, M.G., Huiskes, R.**, 1995, Proposal for the regulatory mechanism of Wolff's law, *Journal of Orthopaedic Research*, 13(4), 503–512.
- Mullender, M.G., Huiskes, R., Weinans, H.**, 1994, A physiological approach to the simulation of bone remodeling as a self-organizational control process, *Journal of Biomechanics*, 27(11), 1389–1394.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Nilsson, S.**, 2002, Simulation of Bone Mechanics, Msc Thesis, Tekniska Högskolan, 68p.
- O'Mahony, A.M., Williams, J.L., Spencer, P.**, 2001, anisotropic elasticity of cortical and cancellous in the posterior mandible increases peri-implant stress and strain under oblique loading, *Clinical Oral Implants Research*, 12(6), 648-657.
- Odgaard, A., Madsen, F.**, 1990, Poisson's ratio in tibial trabecular bone, *Journal of Biomechanics*, 4(23), 368.
- Orias, A.A.E.**, 2005, The relationship between the mechanical anisotropy of human cortical bone tissue and its microstructure, PhD Thesis, The University of Notre Dame, 142p.
- Orr, T.E., Beaupré, G.S., Carter D.R., Schurman D.J.**, 1990, Computer predictions of bone remodeling around porous-coated implants, *Journal of Arthroplasty*, 5(3), 191-200.
- Pidaparti, A., Turner, C.H.**, 1997, Cancellous bone architecture: advantages of nonorthogonal trabecular alignment under multidirectional joint loading, *Journal of Biomechanics*, 30(9), 979-983.
- Rho, J. Y., Ashman, R.B., Turner, C.H.**, 1993, Young modulus of trabecular and cortical bone material: Ultrasonic and microtensile measurements, *Journal of Biomechanics*, 26(2), 111-119.
- Rice, J.C., Cowin, S.C., Bowman, J.A.**, 1988, On the dependence of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density, *Journal of Biomechanics*, 21(2), 155-168.
- Ricos, V., Pedersen, D.R., Brown, T.D., Ashman, R.B., Rubin, C.T., Brand, R.A.**, 1996, Effects of anisotropy and material axis registration on computed stress and strain distributions in the turkey ulna, *Journal of Biomechanics*, 29(2), 261-267.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Rietbergen, B.V. , Huiskes, R., Weinans, H., Sumner, D.R., Turner, T.M., Galante, J.O.**, 1993, The mechanism of bone remodeling and resorption around press-fitted THA stems, *Journal of Biomechanics*, 26(4/5), 369-382.
- Rohl, L., Larsen, E., Linde, F., Odgaard, A., Jorgensen, J.**, 1991, Tensile and compressive properties of cancellous bone, *Journal of Biomechanics*, 24 (12), 1143-1149.
- Rubin C.T., Lanyon, L.E.**, 1984, Regulation of bone formation by applied dynamic loads, *Journal of Bone and Joint Surgery-A*, 66(3), 397-402.
- Rubin, C., Turner, A.S., Bain, S., Mallinckrodt, C., McLeod, K.**, 2001, Low mechanical signals strengthen long bones, *Nature*, 412, 603–604.
- Rubin, C.T., Hausman, M.R.**, 1988, The cellular basis of Wolff's law. Transduction of physical stimuli to skeletal adaptation, *Rheum. Dis. Clin. North Am.*, 14, 503-517.
- Rubin, C.T., Layon, L.E.**, 1985, Regulation of bone mass by mechanical loading: the effect of peak strain magnitude, *Calcified Tissue International*, 37(4), 411-417.
- Ruimerman, R., Van Rietbergen, B., Hilbers ,P., Huiskes, R.**, 2003, A 3-dimensional computer model to simulate trabecular bone metabolism, *Biorheology*, 40, 315-320.
- Ryan, T.M., Ketcham, R.A.**, 2005a, Angular orientation of trabecular bone in the femoral head and its relationships to hip joint loads in leaping primates, *Journal of Morphology*, 265, 249-263.
- Ryan, T.M., Van Rietbergen, B.**, 2005b, Mechanical significance of femoral head bone structure in loris and galago evaluated micromechanical finite element models, *American Journal of Physical Anthropology*, 126(1), 82-96.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Rybicki, E.F., Simonen, F.A., Weis, E.B.**, 1972, On the mathematical analysis of stress in the human femur, *Journal of Biomechanics*, 5,203-215.
- Schaffler, M.B, Jepsen, K.J.**, 2000, Fatigue and repair in bone, *International Journal of Fatigue*, 22, 839-846.
- Schmitt, D.**, 2003, Insights into the evolution of human bipedalism from experimental studies of humans and other primates, *The Journal of Experimental Biology*, 206, 1437-1448.
- Seeley, R.R., Stephens, T.D.,Tate, P. ,** 1998, Anatomy & Physiology, WCB McGraw-Hill Company , Boston, 1098s.
- Sigmund, O., Peterson, J.**, 1998, Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima., *Structural. Optimization*, 16, 68–75.
- Skedros, G., Hunt, K.J., Bloebaum, R.D.**, 2004, Relationships of loading history and structural and material characteristics of bone: development of the mule deer calcaneus, *Journalof Morphology*, 259, 281-307.
- Skedros, J.G., Baucom, S.L.**, 2007, Mathematical analysis of trabecular 'trajectories' in apparent trajectorial structures: The unfortunate historical emphasis on the human proximal femur, *Journal of Theoretical Biology*, 244, 15-45.
- Skedros, J.G., Baucom, S.L.**,1997, Mathematical analysis of trabecular 'trajectories' in apparent trajectorial structures: The unfortunate historical emphasis on the human proximal femur, *Journal of Theoretical Biology*, 244(1),15-45.
- Souda, K.B.**, 1996, Finite element formulation of the bone adaptation process following arthroplasty and application to the distal femur, PhD Thesis, McGill University, 297p.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Stanford, C.M., Brand, R.A.,** 1999, Toward an understanding of implant occlusion and strain adaptive bone modeling and remodeling, *Journal of Prosthetic Dentistry*, 81, 553–561.
- Sumner, D. R., Adriacchi, T.P.,**1996, Adaptation to differential loading: Comparison of growth-related change, *Bone*, 19(2), 121-126.
- Tissakht, M., Ahmed, A.M., Chan, K.C.,** 1993, Stress shielding in the distal femur following TKR: Effect of bone/implant interface condition, In *Orthopaedic Research Society, 39th Annual Meeting* , p426.
- Tissakht, M., Ahmed, A.M., Chan, K.C.,** 1996, Computed stress-shielding in the distal femur after total knee replacement correlates with the reported location of bone loss, *Journal of Orthopaedic Research*, 14(5).
- Tovar A.,** 2004, Bone remodeling as a hybrid cellular automaton optimization process, PhD Thesis, University of Notre Dame, 233p.
- Tsubota, K., Adachi, T., Tomita, Y.,** 2002, Functional adaptation of cancellous bone in human proximal femur predicted by trabecular surface remodeling simulation toward uniform stress state, *Journal of Biomechanics*, 35, 1541–1551.
- Turner, C.H.,** 1992a, Functional determinants of bone structure: Beyond Wolff's law of bone transformation, *Bone*, 13(6), 403-409.
- Turner, C.H.,** 1992b, On Wolff's law of trabecular architecture, *Journal of Biomechanics*, 25(1),1-9.
- Turner, C.H.,** 1998, Three rules for bone adaptation to mechanical stimuli, *Bone*, 23(5), 399–407.
- Turner, C.H., Cowin, S.C.,** 1988, Errors introduced by off-axis measurements of the elastic properties of bone, *Journal of Biomechanical Engineering*, 110(1), 213-215.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Turner, C.H., Cowin, S.C., Rho, J. Y., Ashman, R.B., Rice, J.C.,** 1990, The fabric dependence of the orthotropic elastic constants of cancellous bone, *Journal of Biomechanics*, 23(6), 549–561.
- Turner, C.H., Rho, J., Takano, Y., Tsui, T.Y., Pharr, G.M.,** 1999, The elastic properties of trabecular and cortical bone tissue are similar: results from two microscopic measurement techniques, *Journal of Biomechanics*, 32, 437–441.
- Valliappan, S. , Svensson N.L., Wood, R.D.,** 1977, Three dimensional stress analysis of the human femur, *Comput. Biol. Med.*, 7(4), 253-264.
- Van Rietbergen, B., Huiskes, R., Eckstein, F., Ruegsegger, P,** 2003a, Trabecular bone tissue strains in the healthy and osteoporotic human femur, *Journal of Bone and Mineral Research*, 18 (10), 1781–1788.
- Van Rietbergen, B., Müller, R., Ulrich, D., Rügsegger, P., Huiskes, R.,** 1999, Tissue stresses and strain in trabeculae of a canine proximal femur can be quantified from computer reconstructions, *Journal of Biomechanics*, 32(2), 165–173.
- Van Rietbergen, B., Odgaard, A., Kabel, J., Huiskes, R.,** 1996, Direct mechanics assessment of elastic symmetries and properties of trabecular bone architecture, *Journal of Biomechanics*, 29 (12), 1653-1657.
- Van Rietbergen, B., Weinans, H., Huiskes, R., Odgaard, A.,** 1995, A new method to determine trabecular bone elastic properties and loading using micromechanical finite-element models, *Journal of Biomechanics*, 28 (1), 69-81.
- Van Ruijven, L.J., Giesen, E.B.W., Farella, M., Van Eijden, T.M.G.J.,** 2003b, Prediction of mechanical properties of cancellous bone of mandibular condyle, *Biomaterials and Bioengineering* , 82(10), 819-823.

KAYNAKLAR(Devamı)

- Vander Sloten, J., Van Der Perre, G.,** 1989, Trabecular structure compared to stress trajectories in the proximal femur and the calcaneus, *Journal of Biomedical Engineering*, 11(3), 203-208.
- Venieratos, D., Papadopoulos, N.J., Anastassiou, J., Katritsis, E.D.,** 1987, A quantitative estimation of the divergence between the trabecular system and the stress trajectories in the upper end of the human femoral bone, *Anatomischer Anzeiger*, 163(4), 301-310.
- Verhulp, E., van Rietbergen, B., Huiskes, R.,** 2006, Comparison of micro-level and continuum-level voxel models of the proximal femur, *Journal of Biomechanics*, 39 (16), 2951-2957.
- Viceconti, M., Bellingeri, L., Cristofolini, L., Toni, A.,** 1998, A comparative study on different methods of automatic mesh generation of human femurs, *Medical Engineering and Physics* 20 (1), 1–10.
- Viceconti, M., Casali, M., Massari, B., Cristofolini, L., Bassini, S., Toni, A.,** 1996, The 'standardized femur program' proposal for a reference geometry to be used for the creation of finite element models of the femur, *Journal of Biomechanics*, 29(9), 1241.
- Vico, L. ,Collet P., Guignandon A.,** 2000, Effects of long term microgravity exposure on cancellous and cortical weight-bearing bones of cosmonauts, *Lancet*, 355(9215):1607-1611.
- Wei, H., Sun, S., Jao, S.E., Yeh, C., Cheng, C.,** 2005, The influence of mechanical properties of subchondral plate, femoral head and neck on dynamic stress distrubition of the articular cartilage, *Medical Engineering and Physics*, 27(4), 295-304.
- Weinans, H., Huiskes, R., Grootenboer, H.J.,** 1992, The behavior of adaptive bone-remodeling simulation models, *Journal of Biomechanics*, 25(12), 1425-1441.

KAYNAKLAR(Devamı)

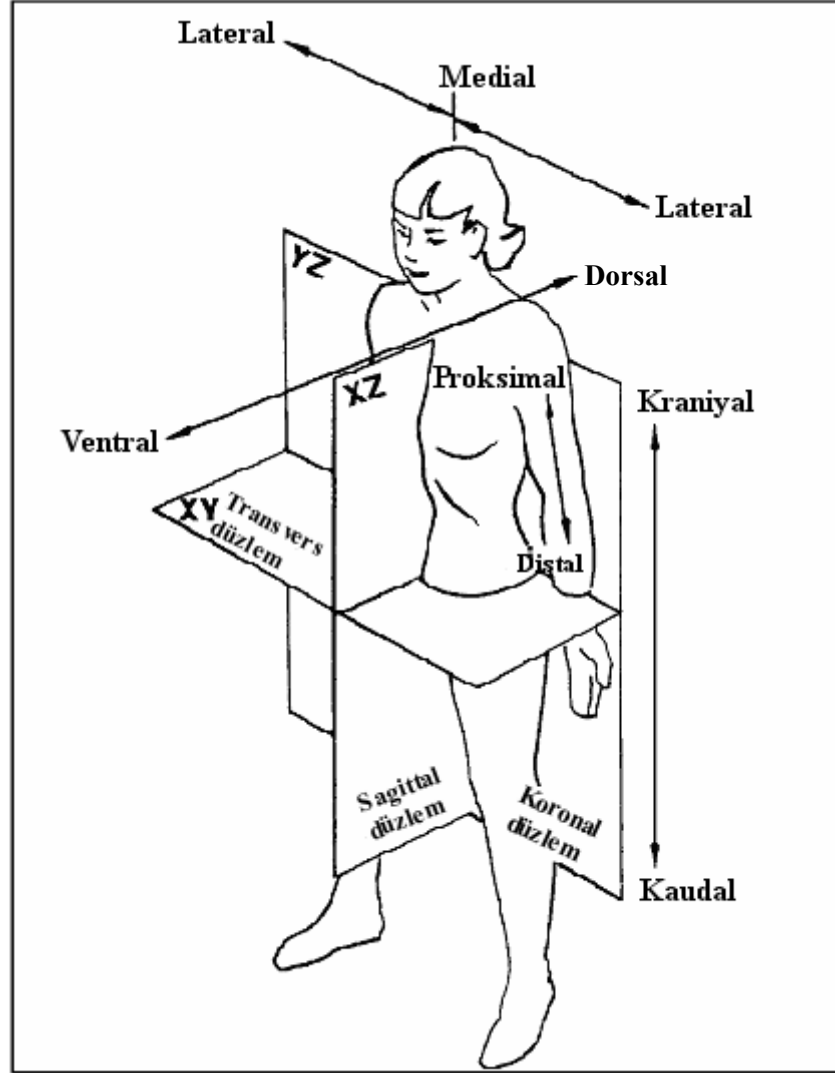
- Weinans, H., Huiskes, R., Grootenboer, H.J.**, 1993, Quantitative analysis of bone reactions to relative motions at implant-bone interfaces, *Journal of Biomechanics*, 26(11),1271-1281.
- Wirtz, D.C., Pandorf, T., Porthine, F., Radermacher, K., Schiffers, N., Prescher, A., Weichert, D.,Niethard, F.U.**, 2003, Concept and development of an orthotropic FEmodel of the proximal femur, *Journal of Biomechanics*, 36, 289-293.
- Wolff, J. L.**, 1892, The Law of bone remodelling. Springer-Verlag, Berlin, Das Gesetz der Transformation der Knochen.
- Wolokh, K.Y.**, 2004, Mathematical framework for modelling tissue growth, *Biorheology*, 41, 263-269.
- Woo, L., Kuei, S.C., Amiel, D., Gomez, M.A., Hayes, W.C., White, F.C., Akeson, W.H.**, 1981, The effect of prolonged physical training on the properties of long bone: a study of Wolff's Law, *J. Bone Joint Surg.*, 63-A, 780-787.
- Yamamoto, E., Paul Crawford, R., Chan, D.D., Keaveny, T.M.**, 2006, Development of residual strains in human vertebral trabecular bone after prolonged static and cyclic loading at low load levels, *Journal of Biomechanics*, 39(10), 1812-1818
- Yang, G., Kabel, J., Van Rietbergen, B., Odgaard, A., Huiskes, R., Cowin, S.C.**, 1999, The anisotropic hooke's law for cancellous bone and wood, *Journal of Elasticity*, 53, 125-146.
- Yang, H.**, 1999, Development of a bone modelling rate, PhD Thesis, University of Alberta, 273p.
- Yoon, H.S., Katz, J.L.**, 1976, Ultrasonic wave propagation in human cortical bone-1: theoretical consideration for hexagonal symmetry, *Journal of Biomechanics*, 9(6), 407-411.

KAYNAKLAR(Devamı)

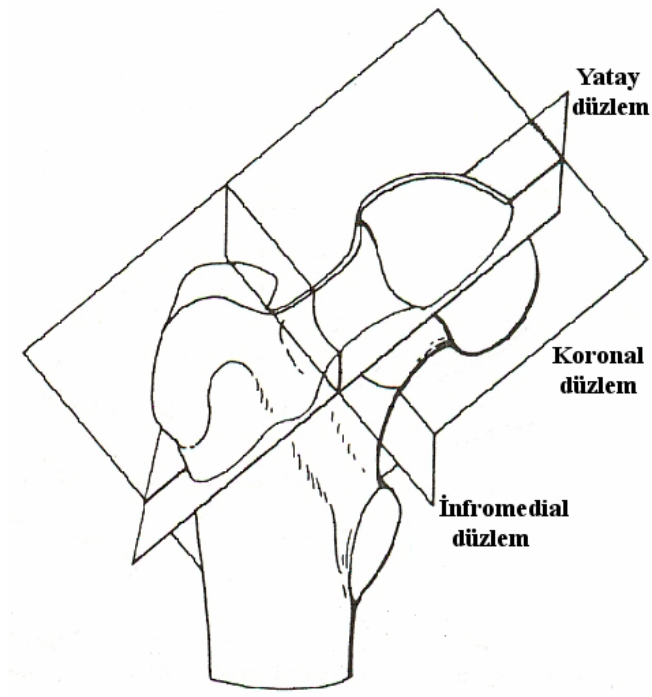
- Zerwekh, J.E., Ruml, L.A., Gottschalk, F.,** 1998, The effects of twelve weeks of bed rest on bone histology, biochemical markers of bone turnover, and calcium homeostasis in eleven normal subjects, *Journal of Bone and Mineral Research* , 13(10), 1594-1601.
- Zysset, P.K., Curnier, A.,** 1995, An alternative model for anisotropic elasticity based on fabric tensors, *Mechanics of Materials* , 21(4), 243-250.

EK-A

**İNSAN VÜCUDUNDAKİ VE FEMUR KEMİĞİNDEKİ
ANATOMİK DÜZLEMLER**



Şekil A.1. İnsan üzerindeki anatomik bütün doğrultu terimlerinin gösterimi (<http://msis.jsc.nasa.gov>, NASA RP 1024, 2006.)



Şekil A.2. Proksimal femurda koronal, yatay ve inferomedial düzlemler (Fyhrie, 1990)

EK B

TIBBİ SÖZLÜK

adaptation	: uyum
anterior	: anterior (öndeki)
apoptosis	: hücre ölümü (apoptozis)
articular cartilage	: Artiküler kıkırdak
blood vessel	: kan damarı
bone lining cells	: Kemik örtü hücreleri
bone marrow	: kemik iliği
bone mineral density	: kemik mineral yoğunluğu
cancellous bone	: kanselyuz kemik
carpals	: karpal (el bileğine ait)
caudal	: kaudal
cell	: hücre
cement	: sement
cervical	: servikal
clavicle	: klavikula (köprücük kemiği)
coccyx	: koksiks
collagen	: kollagen (kollajen)
compact bone	: kompakt kemik
coronal plane	: koronal düzlem
cortical bone	: kortikal kemik
cranial	: kraniyal
diaphysis	: diyafiz
epiphyseal discs	: epifiz diskleri
epiphysis	: epifiz
femoral neck	: femur boynu
femur	: femur (kalça kemiği)

fetal	: cenin
fibula	: fibula(alt kaval kemiği)
flat bone	: yassı kemik
forearm	: önkol
formation	: kemik yapımı
humerus	: kol kemiği
immobilization	: hareketsizlik
irregular bone	: düzensiz kemik
joint	: eklem
long bone	: kısa kemik
macrophages	: makrofaj
medullary cavity	: meduller kavite (boşluk)
metacarpals	: metakarpal
metatarsals	: metatarsal (ayak bileğine ait)
mineralisation	: minereleştirme
modelling	: yapılanma
osteoblast	: osteoblast
osteoblastic	: osteoblastik
osteoclast	: osteoklast
osteoclastic	: osteoklastik
osteocyte	: osteosit
osteogenic	: osteojenik
patella	: patella (diz kapağı)
pelvic	: pelvik kemiği
periosteum	: periost (kemik dış zarı)
phalanges	: falanks(el ve ayak parmaklarındaki kemikler)
posterior	: posterior (arkadaki)
principal stress	: asal gerilme
proximal	: proksimal

radius	: radyus (ön kol kemiği)
remodelling	: yeniden yapılanma
resorbtion	: kemik yıkımı
ribs	: göğüs
sacrum	: sakrum
sagittal plane	: sagittal (sajital) düzlem
short bone	: kısa kemik
skull	: kafatası
spongy bone	: süngerimsi kemik
sternum	: sternum
stimuli	: uyarı
strain energy density(SED)	: birim şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu
strain	: birim şekil değiştirme
stress	: gerilme
tarsals	: tarsal (ayak bileği)
tibia	: tibia (üst kaval kemiği)
tissue	: doku
trabeculae	: trabeküle
trabecular bone	: trabeküler kemik
trajectory	: doğrultu
trochanteric region	: trokanter bölgesi
ulna	: ulna (dirsek kemiği)
vertebrae	: vertebra (omurga)
woven bone	: örgüsel kemik

ÖZGEÇMİŞ

SOYADI : SARIKANAT
ADI : MEHMET
DOĞUM TARİHİ : 24 Nisan 1973
DOĞUM YERİ : İZMİR

Mehmet SARIKANAT; 1991 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümünde Lisans Eğitimine başladı. 1997 yılında Lisans Eğitimini tamamladı. 1998 yılında, Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makina Mühendisliği Bölümü, Makina Teorisi ve Dinamiği Anabilim dalında Yüksek Lisans Eğitimine başlayıp, eğitimini 2001 yılında tamamladı. Aynı yıl içinde Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makina Mühendisliği Bölümünde Doktora Eğitimine başlayan Mehmet SARIKANAT halen eğitimini sürdürmekte olup, aynı zamanda Ege Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.