



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



GPS VERİLERİ YARDIMIYLA GRACE
UYDULARININ DUYARLI
YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ,
DOĞRULANMASI VE
ENTERPOLASYONU

Metehan UZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Harita Mühendisliği
Anabilim Dalı

HAZİRAN-2016
Konya
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Metehan UZ tarafından hazırlanan “GPS Verileri Yardımıyla GRACE Uydularının Duyarlı Yörüngelerinin Belirlenmesi, Doğrulanması ve Enterpolasyonu” adlı tez çalışması 22.06.2016 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri tarafından oy birliği ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Prof. Dr. İ. Öztuğ BİLDİRİCİ

Danışman

Doç. Dr. Aydın ÜSTÜN

Üye

Doç. Dr. R. Alpay ABBAK

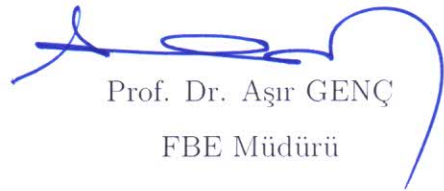
İmza


.....


.....


.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.


Prof. Dr. Aşır GENÇ
FBE Müdürü

Bu tez çalışması Selçuk Üniversitesi Öğretim Üyesi Yetiştirme Programı Koordinatörlüğü tarafından 2015-ÖYP-032 nolu proje ile desteklenmiştir.

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all materials and results that are not original to this work.



Metehan UZ

22.06.2016

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GPS VERİLERİ YARDIMIYLA GRACE UYDULARININ DUYARLI YÖRÜNGELERİNİN BELİRLENMESİ, DOĞRULANMASI VE ENTERPOLASYONU

Metehan UZ

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Aydın ÜSTÜN

2016, 91 sayfa

Jüri

Prof. Dr. İ. Öztuğ BİLDİRİCİ

Doç. Dr. Aydın ÜSTÜN

Doç. Dr. R. Alpay ABBAK

Özellikle son 20 yıldır gravite alanı ile ilişkili uydu misyonları, yer bilimlerinin değişik disiplinlerinde yürütülen bilimsel çalışmalara yönelik önemli görevleri üstlenmiştir. Yeni gözlem tekniklerine sahip bu misyonlar ile duyarlı yörünge belirleme yöntemlerinin gelişmesine olanak sağlanmıştır. Tez çalışması kapsamında, GRACE uydu misyonuna ait günlük kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörüngeler Bernese 5.2 GNSS yazılımı kullanılarak 2010 yılı Mayıs ayı için üretilmiştir. Yörünge kalitesinin araştırılması amacıyla iç ve dış doğrulama işlemleri gerçekleştirilmiştir. Kinematik ve indirgenmiş dinamik yörüngelerin karşılaştırılmasıyla (iç doğrulama) karesel ortalama (RMS) değerleri 2 - 3 cm arasında dağılım göstermiştir. Dış doğrulama işlemi ise 3 farklı yaklaşımla ele alınmıştır. İlkinde, GNV1B referans yörüngeler ile hem kinematik hemde indirgenmiş-dinamik yörünge bilgileri karşılaştırılmış, sırasıyla 2.5 ve 1 cm doğruluğa ulaşılmıştır. İkinci ve üçüncü adımda ise KBR ve SLR ölçüleri, indirgenmiş-dinamik yörüngelerin doğrulama işleminde kullanılmış ve mm düzeyinde doğruluk elde edilmiştir.

Uygulama zaman aralığı boyunca kinematik yörüngelerde GPS gözlem kayıplarına bağlı olarak veri kayıplarıyla karşılaşmıştır. Enterpolasyon polinomları ve kollokasyon yaklaşımı ile yörünge boşluklarının doldurulabilirliği araştırılmıştır. Kollokasyonun aksine basit enterpolasyon polinomları ile yeterli incelikte 30, 40 ve 50 adet veri içeren yay uzunluklarının sırasıyla %33, %25 ve %20'sine kadar veri kayıplarının geri kazanılabilirliği sağlanmıştır. İndirgenmiş-dinamik yörüngeler ise 5'er saniyelik aralıklara sıklaştırılmıştır. Doğal kübik spline, diğer spline türlerine göre daha başarılı sonuç vermiştir. Sıklaştırılan konum bilgisinin doğruluğu GNV1B yörüngeleri referans alındığında yaklaşık 1 cm'dir.

Anahtar kelimeler: Duyarlı Yörünge Belirleme, Dış doğrulama, KBR, GNV1B yörüngeleri, Spline enterpolasyonu, En küçük karelerle kollokasyon

ABSTRACT

Msc THESIS

PRECISE ORBIT DETERMINATION, VALIDATION AND INTERPOLATION of GRACE SATELLITES USING GPS OBSERVATIONS

Metehan UZ

The Graduate School Of Natural And Applied Science Of Selcuk
University

The Degree Of Master Of Science In Geomatics Engineering

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Aydin USTUN

2016, 91 pages

Jury

Prof. Dr. I. Oztug BILDIRICI

Assoc. Prof. Dr. Aydin USTUN

Assoc. Prof. Dr. R. Alpay ABBAK

For the last two decades dedicated satellite gravity missions have played in a vital role on the scientific purposes in the disciplines related with earth science. Especially new approaches have been developed in observation techniques that improve precise orbit determination methods based on the technological innovations. In this study the daily kinematic and reduced-dynamic orbits of GRACE-A/B, which are a kind of low earth orbiter, were determined with Bernese5.2 GNSS software along with 2010, May. Throughout time of interest, the internal and external validations were carried out to investigate the quality of orbits. The RMS values of differences between kinematic and reduced-dynamic orbits (internal validations) are ranged from 2 cm to 3 cm. The external validations are considered by independent solutions and observations including the GNV1B, KBR and SLR datas. The two types of the determined orbits were compared to the GNV1B orbits, respectively. Whereas the validation RMS values of kinematic orbits were obtained approximately 2.5 cm, the reduced-dynamic orbit validations were acquired with 1 cm precision. The KBR and SLR validations were carried out to test the reduced-dynamic orbits and the RMS values were calculated with an accuracy of mm level resolution.

A significant number of missing epochs (data gaps) was encountered in the kinematic orbits. The missing kinematic orbits were interpolated in the sense of least square polynomials and collocation methods to test the availability of the data gaps on the 30-, 40- and 50-node arcs. The polynomial interpolation approaches delivered enough accuracy to fill up to 10-knots, which represent % 33, % 25 and % 20 of the arc lengths, respectively. The reduced-dynamic orbits were interpolated to 5-second interval employing the natural cubic splines. Then, the interpolated coordinates were validated with GNV1B orbits and the RMS values of validations were found approximately 1 cm.

Keywords: Precise Orbit Determination, External validation, KBR, GNV1B orbits, Spline interpolation, Least square collocation

ÖNSÖZ

İnsanoğlunun geriye alamayacağı en önemli unsurlardan biri de zamandır. Zamanın geriye alınamaması onu paha biçilmez kılan özelliğidir. Dolayısıyla bir insan için değeri daima ön plandadır. Yüksek lisansa başladığım ilk günden bu yana değerli zamanımı ayırıp bana yol gösterici olan gerek bilimsel gerekse hayati konularda gece gündüz demeden fikirlerini benimle paylaşan ve bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde sonsuz katkılar sunan değerli danışman hocam Doç. Dr. Aydın ÜSTÜN'e teşekkürü borç bilirim. Bu çalışmanın gerçekleşmesinde finansal açıdan destek almış olduğum 2015-ÖYP-032 numaralı tez projesi ile Selçuk Üniversitesi ÖYP Kurum Koordinatörlüğüne de teşekkürlerimi sunarım. Daima dirsek temasında olduğum ve fikirlerine çok değer verdiğim sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Serkan DOĞANALP ve 113Y155 numaralı Tübitak Projesinde bursiyer olarak görev almamı sağlayan proje yürütücüsü Prof. Dr. Orhan AKYILMAZ'a ve tüm proje çalışanlarına ayrıca çok teşekkür ederim. Tez çalışması kapsamında programlama işlemlerinin gerçekleştirilmesinde desteklerinin esirgemeyen Prof. Dr. İ. Öztuğ BİLDİRİCİ ve Doç. Dr. R. Alpay ABBAK da ayrıca şükranlarımı sunarım. Uzun bir süreç olan yüksek lisans serüveni boyunca manevi olarak desteklerini esirgemeyen sevgili nişanlım Eda GÜRBÜZ'e çok teşekkür ederim. Ayrıca bana okumayı, yazmayı ve anlamayı öğreten canım annem Münevver UZ'a, hayat okuluna başladığım gün öğüt ve tavsiyeleri ile daima yanımda olan babam Yener UZ'a ve hayat okulunda benim öğrencim olan kardeşim Kağan UZ'a da ayrıca şükranlarımı sunarım.

Metehan UZ
22 Haziran 2016

İÇİNDEKİLER

TEZ BİLDİRİMİ	i
ÖZET	ii
ABSTRACT	iii
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	v
SİMGELER VE KISALTMALAR	vii
1 GİRİŞ	1
2 DUYARLI YÖRÜNGE BELİRLEME YÖNTEMLERİ	4
2.1 Kinematik Yörünge Belirleme	7
2.2 Dinamik Yörünge Belirleme	7
2.3 İndirgenmiş Dinamik Yörünge Belirleme	9
3 YAKIN YER UYDULARI ve GRACE UYDU MİSYONU	11
3.1 Yeni Gözlem Teknikleri	12
3.2 GRACE Uydu Misyonu	14
3.3 Karşılıklı Uzaklık Ölçümü	17
3.4 KBR Verileri ile Yörünge Doğrulama	19
4 ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ	21
4.1 En Küçük Kareler Yaklaşımı ile Enterpolasyon	21
4.2 Kollokasyon Yaklaşımı ile Enterpolasyon	24
4.3 Kübik Spline Enterpolasyonu	29
5 SAYISAL UYGULAMA	34
5.1 Bernese 5.2 GNSS Yazılımı ve Yörünge Çözüm Yaklaşımı	34
5.2 Yörüngelerin Üretilmesi	38
5.3 Yörüngelerin İncelenmesi	39
5.4 İç Doğrulama	42
5.5 Dış Doğrulama	45
5.5.1 GNV1B dış doğrulaması	45
5.5.2 SLR dış doğrulaması	46
5.5.3 KBR dış doğrulaması	49
5.6 Yörüngelerin Enterpolasyonu ve Sıklaştırılması	52
5.6.1 Kinematik yörüngelerin enterpolasyonu	52
5.6.2 İndirgenmiş-dinamik yörünge enterpolasyonu	62
6 SONUÇ ve ÖNERİLER	67
6.1 Sonuç	67
6.2 Öneriler	70

KAYNAKLAR	71
EKLER	72
A İç doğrulama sonuçları	73
B GNV1B doğrulama sonuçları	75
C Bilinmeyen parametreler anlamlılık testi sonuçları	79
D Enterpolasyon sonuçları	81
ÖZGEÇMİŞ	91



SİMGELER

$\ddot{\mathbf{r}}$	Uydu ivme vektörü
GM	Yerçekim sabiti
a	Yörünge elipsi büyük yarı eksen
e	Yörünge elipsi dış merkezliği
i	Yörünge düzlemi eğimi
Ω	Çıkış düğümü boyları
ω	Günberi uzaklığı
ν	Gerçek anomali
$\mathbf{k}_s$	Bozucu kuvvet vektörü
$\ddot{\mathbf{r}}_E$	Yerçekiminin düzensiz etkisi
$\ddot{\mathbf{r}}_S$	Güneş'in çekim etkisi
$\ddot{\mathbf{r}}_M$	Ay'ın çekim etkisi
$\ddot{\mathbf{r}}_e, \ddot{\mathbf{r}}_o$	Gelgit etkisi
$\ddot{\mathbf{r}}_D$	Atmosferik sürtünme etkisi
$\ddot{\mathbf{r}}_{SP}, \ddot{\mathbf{r}}_A$	Güneş radyasyon basıncı etkisi
ϱ_{leo}^k	Baz uzunluğu
$\mathbf{r}(t_0)$	t_0 için konum başlangıcı
$\dot{\mathbf{r}}(t_0)$	t_0 için hız başlangıcı
$\Psi_A^B(t + \delta t_A)$	Mikrodalga ışınları faz farkı
$\Phi(t)$	Mikrodalga ışınları karşılıklı faz farkı
B_{KBR}	KBR gözlemlerine ait kayık uzaklık
$\Delta_{c\eta}(t_i)$	Anlık ışık hızı uzunluk düzeltmesi
$\Delta_{ant}(t_i)$	Anlık anten faz merkezliliği düzeltmesi
$\rho_{AB}(t_i)$	Uydular arası anlık uzaklık

KISALTMALAR

ACC	Superstar Accelerometer
AIUB	Astronomical Institute of the University of Bern, Switzerland
BPE	Bernese Processing Engine
CDDIS	Crustal Dynamics Data Information System, NASA, USA
CHAMP	CHAllenging Mini-satellite Payload for geophysical research
CNES	Centre Nationale d'Etudes Spatiale, France
CODE	Center for Orbit Determination in Europe
DD	Doubly-Difference
DLR	Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt
DOY	Day of Year
DTU	Technical University of Denmark
DYB	Duyarlı Yörünge Belirleme
ECEF	Earth Centered Earth Fixed
EDC	Eurolas Data Center
EKK	En Küçük Kareler
EPOS	Earth Parameter and Orbit System
ESA	Europe Space Agency
ESOC	European Space Operations Centre
ESSP	Earth System Science Pathfinder
GEODYN	Orbit Determination and Geodetic Parameter Estimation Software
GFZ	GeoForschungsZentrum, Potsdam, Germany
GHOST	GPS High Precision Orbit Determination Software Tools
GINs	Geodesie par Integration Numerique Simultanee
GIPSY/OASIS	GNSS-Inferred Positioning System and Orbit Analysis
GNSS	Global Navigation Satellite System
GNV1B	GPS Navigation Level 1B
GOCE	Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery And Climate Experiment
GSFC	Goddard Space Flight Center
IGS	International GNSS Service
ISDC	Information System and Data Center
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
JPL	Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, USA
KBR	K/Ka-Band Ranging
LEO	Low Earth Orbit/Orbiter
MADOCA	Multi-GNSS advanced Demonstration tool for Orbit and Clock Analysis
MSODP	Multi Satellite Orbit Determination Programme
NAPEOS	Navigation Package for Earth Observation Satellites
NASA	National Aeronautics and Space Administration, USA
NPT	Normal Point Data
ONERA	National Office Of Studies And Search Aérospatiales
PODAAC	Physical Oceanography Distributed Active Archive Center

RMS	Root Mean Square
SCA	Star Cameras
SGG	Satellite Gravity Gradiometry
SLR	Satellite Laser Ranging
SSL	Space System Loral
SST	Satellite-to-satellite tracking
TD	Triple-Difference
UKS	Uydu Koordinat Sistemi
UTCSR	The University of Texas Center for Space Research
ZD	Zero-Difference



1. GİRİŞ

İnsanoğlu uzun yıllar yeryuvarı ve diğer gök cisimlerinin şeklini, boyutlarını ve evrendeki davranış biçimlerini anlamaya çalışmıştır. Eratosthenes'in (MÖ 276 - 194) yeryuvarının yarıçapını belirleme çalışması, Johannes Kepler'in (1571 - 1630) yeryuvarı ve diğer gök cisimlerinin yörüngeleri üzerine yaptığı çalışmalar ve Isaac Newton'un (1642 - 1726) yerçekimi yasası başlıca önemli çalışmalardandır. Uydu misyonlarının geliştirilmesi, onlara ait ölçü ve gözlem değerlerinden yeryuvarı ve diğer gök cisimlerinin işleyişi hakkında bilgi edinilmesi günümüz bilimsel çalışmaların uğraş alanları arasındadır. Yakın yer uydularının yörüngelerinin yüksek doğrulukta (< 1 cm) belirlenmesi yukarıdaki çabanın bugün gelinen aşamasıdır.

İlk yapay uydunun uzaya fırlatılmasından sonra, teknoloji ile ilişkili ölçme ve değerlendirme tekniklerindeki gelişmeler uydu yörüngelerinin izlenmesinde belirleyici rol üstlenmiştir. Bu gelişmeler jeodezi açısından en başta global gravite alanı belirleme çalışmalarına olumlu katkı sağlamıştır (Rummel vd., 2002). Yörüngesi boyunca bir uydunun dinamik davranışı izlenerek yerçekimi etkisi gözlenebilir ve global gravite alanının modellenmesi sağlanır. Uydulara yerçekimi kuvveti dışında etkiyen başka kuvvetler de vardır. Dolayısıyla kuvvet alanı ilişkili olan ve olmayan biçiminde sınıflandırılır. Uydunun gerçek yörüngesi bu kuvvetlerin bileşke izidir. Yeryuvarının kitle dağılımı düzensizlikleri, uydunun Kepler elemanlarıyla tanımlı ideal yörüngeden sapmasına yol açar. Ayrıca güneşin radyasyon basıncı, atmosferik sürtünme v.b. dış kuvvetler yörüngeden uzaklaşmada pay sahibidir. Yer çekim alanı ile ilişkili olmayan bu kuvvetler gözlenir ve toplam sapmadan arındırılırsa geriye gravite alanı ile ilişkili yörünge bozulmaları kalır.

Global gravite alanı modellerinin oluşturulması amacıyla hayata geçirilen uydu misyonları yakın yer uyduları (LEO - Low Earth Orbiter) sınıfında yer alır (Bock, 2003). LEO uyduları ile yeryuvarını ve onun gravite alan bilgisinin çözünürlük ve doğruluğunu arttırabilmek amaçlanır. 15 Temmuz 2000'de CHAMP (CHAllening Mini-satellite Payload for geophysical research and application), 17 Mart 2002'de GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) ve 17 Mart 2006 tarihinde GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) hayata geçirilen misyonlar olup statik ve zaman değişkenli gravite alanı belirleme çalışmalarının önemli kilometre taşlarıdır (Johannessen, 1999; Reigber vd., 2000;

Tapley vd., 2004). Her bir misyonun kendine özgü ölçme ve değerlendirme tekniği vardır.

Uydularının duyarlı yörüngelerinin belirlenmesi (DYB) işlemi genel olarak üç değişik yöntem üzerine kuruludur (Bock, 2003; Jäggi, 2007). Bunlar kinematik, dinamik ve indirgenmiş-dinamik yörünge belirleme olarak adlandırılır ve yaklaşıma göre avantaj ya da dezavantaj sağlarlar. Bu tez çalışmasında, GRACE uydularının bir aylık zaman periyodunda her bir gün için ayrı ayrı kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörüngelerinin elde edilip sonuçlarının irdelenmesi amaçlanmıştır. Yörünge belirleme işlemi için Bernese 5.2 yazılımı kullanılmıştır. Bernese yazılımı ile hedeflenen iki yönetime göre sonuçlar alınabildiği için dinamik yörüngelerin belirlenmesi öngörülmemiştir (Dach vd., 2015).

Kinematik yörünge belirleme çalışmalarındaki zorluklardan biri de genellikle GPS uydu veri kayıplarının sonucu olarak yörünge boşluklarının ortaya çıkmasıdır (Bock, 2003). Kimi uygulamalarda ise elde edilen yörünge sıklığı yeterli görülmez ve yörünge bilgisinin sıklaştırılması istenir. Örneğin KBR (K/Ka Band Ranging) verilerinin kullanılması söz konusu olduğunda, hem veri boşlukları hem de yörünge veri sıklaştırılması gereklidir (Kroes, 2006).

GRACE uyduları 2002 yılında fırlatılmasına ve 5 yıl ömür biçilmesine rağmen günümüzde görevini aktif olarak devam ettirmektedir. Yörünge belirleme zaman periyodu olarak 2010 yılı Mayıs ayı seçilmiş ve 10'ar saniyelik yörünge bilgisi sıfır fark (ZD-Zero Difference) gözlemleri ile elde edilmiştir. Gözlem denklemleri üzerinden kestirilen yörünge parametrelerinin duyarlık bilgisi dengeleme sonuçlarından üretilmiştir. Ayrıca GNV1B (GPS Navigation Level 1B) yörüngeleri, GRACE uydu misyonunun temel özelliği olan KBR (K/Ka Band Ranging) gözlemleri ve SLR (Satellite Laser Ranging) istasyonlarına ait gözlemlerle de karşılaştırılarak yörünge doğruluğu incelenebilir.

İç doğrulama işlemi ile yörüngeleri kendi içerisinde karşılaştırmak mümkündür. Bernese yazılımı yörünge belirleme stratejisi iki farklı yörünge türünün birbirine bağımlı olarak çözümünü içermektedir. İteratif bir yaklaşımla yörünge konumlarının kod ve faz gözlemlerinin yanısıra fiziksel büyüklüklere ait modeller ile ardışık olarak üretilmesini sağlar. Uydu dinamiğini etkileyen parametreler eksik ya da yetersiz doğrulukla hesaba katıldığında çözüm sonuçlarında anlamlı

sapmalar gözlenir. Dolayısıyla üretilen yörüngelerin birbirleriyle karşılaştırılmasına gerek duyulmuştur. Dış doğrulama işlemleri ise elde edilen yörünge çözümlerinin belirli kurum ya da kuruluşlara ait referans gözlem ve yörünge bilgisi ile karşılaştırılmasına dayanır. Dolayısıyla literatürde de sıkça karşılaşılan GNV1B, KBR ve SLR doğrulamaları üretilen yörünge bilgisinin güvenilirliği için anlamlıdır. Ayrıca, yörünge yaklaşımlarına ait zorluklar ve gereksinimler de dikkate alınarak yörünge bilgisinin enterpolasyon yaklaşımlarına tabi tutulması da amaçlanmaktadır. Kinematik yörüngelerin veri kayıplarının geri kazanılabilirliği en küçük kareler yaklaşımı temelinde basit enterpolasyon polinomları ve kollokasyon yaklaşımları ile ele alınacaktır. Sürekli veri yapısına sahip indirgenmiş-dinamik yörüngelerin sıklaştırılmasında ise değişik kübik spline yöntemlerine (kenetlenmiş, not-a-knot ve doğal) öncelik verilecektir.

Tezin ikinci bölümünde DYB yöntemlerinin temel kavramları ele alınmıştır. Üçüncü bölümde ise yakın yer uydularının yeni gözlem teknikleri, GRACE uydu misyonunun tanıtılması ve KBR gözlemleri ile yörünge konum bilgisinin doğrulanması yaklaşımı incelenmiştir. Metodolojinin son bölümü olan dördüncü bölümde ise enterpolasyon yöntemleri ve genel yaklaşım şekilleri anlatılmıştır. Sayısal uygulama ile yörüngelerin üretilmesi, incelenmesi, doğrulanması ve enterpolasyon yaklaşımları ile irdelenmesi gerçekleştirilmiştir. Sonuç ve öneriler de ise uygulamaya ait sonuçlar tartışılmış ve bazı öneriler sunulmuştur.

2. DUYARLI YÖRÜNGE BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Yerçekimi ve diğer dış kuvvetlerin uydular üzerindeki etkileri dikkate alınarak yörüngelerindeki davranış hareketinin anlık konumlar ile ifade edilmesine duyarlı yörünge belirleme adı verilir. İdeal hareket denklemine göre bir uydu yeryuvarı yoğunluk dağılımının homojen olduğu, dış kuvvetlerin bulunmadığı ve sadece yerçekimi kuvveti etkisi altında ivme kazanır. Hareketin denklemi,

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (2.1)$$

ile tanımlanır. Yeryuvarının kütlesi ile karşılaştırıldığında uydunun kütlesi ihmal edilebilir seviyededir. Dolayısıyla (2.1) diferansiyel denklemi Şekil 2.1'de bulunan Kepler yörünge elemanları ile ifade edilebilir (Seeber, 2003). Bu parametreler,

a yörünge elipsinin büyük yarı eksen,

e yörünge elipsinin dış merkezliliği,

i yörünge düzlemi eğimi,

Ω çıkış düğümü boylamı,

ω günberi uzaklığı,

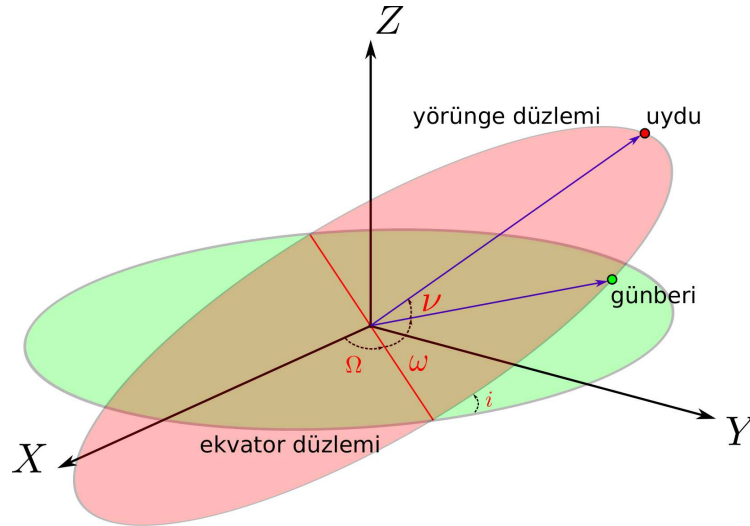
ν gerçek anomali

olarak listelenir ve hareket denkleminin çözümü için integrasyon sabitleri olarak kullanılırlar (Seeber, 2003). Gerçekte yeryuvarı yoğunluk dağılımı homojen değildir ve ayrıca uydular üzerinde yerçekimi kuvveti dışında etkili başka kuvvetler vardır. Bozucu olarak adlandırılan bu etkiler uydunun fazladan ivme kazanmasına neden olur. Bozucu kuvvetlerin toplam etkisi (2.1)'e basit olarak eklendiğinde,

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{k}_s \quad (2.2)$$

gerçek hareket denklemi ortaya çıkar. $\mathbf{k}_s$ bozucu kuvvetlerin toplam etkisini yansıtan vektördür ve

$$\mathbf{k}_s = \ddot{\mathbf{r}}_E + \ddot{\mathbf{r}}_S + \ddot{\mathbf{r}}_M + \ddot{\mathbf{r}}_e + \ddot{\mathbf{r}}_o + \ddot{\mathbf{r}}_D + \ddot{\mathbf{r}}_{SP} + \ddot{\mathbf{r}}_A \quad (2.3)$$



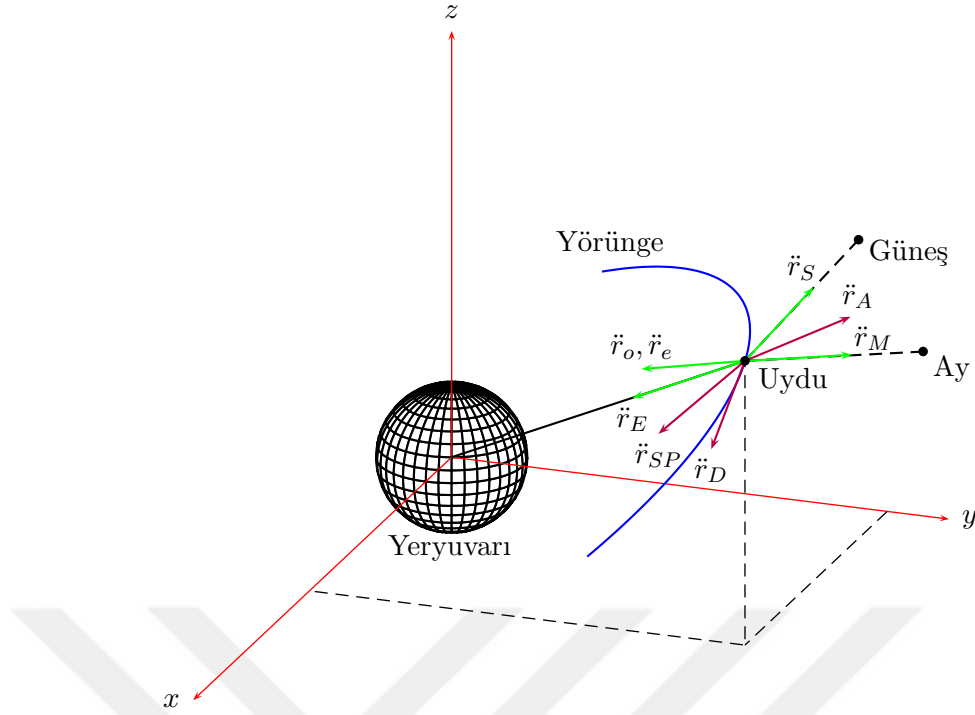
Şekil 2.1. Uydu ve yörünge düzlemi Kepler elemanları.

şeklinde alt bileşenlerine ayrılabilir (Seeber, 2003). Burada geçen büyüklükler,

- $\ddot{\mathbf{r}}_E$ yerçekimi düzensizliğini,
- $\ddot{\mathbf{r}}_S$ ve $\ddot{\mathbf{r}}_M$ Güneş ve Ay'ın çekim etkisini,
- $\ddot{\mathbf{r}}_e$ ve $\ddot{\mathbf{r}}_o$ gelgitlerden kaynaklanan düzensizlikleri,
- $\ddot{\mathbf{r}}_D$ atmosferik sürtünme etkisini,
- $\ddot{\mathbf{r}}_{SP}$ ve $\ddot{\mathbf{r}}_A$ güneş radyasyon basıncının doğrudan ve yeryuvarından yansıyan etkisini

temsil eder. Şekil 2.2 uydunun yörüngesine etki eden tüm kuvvetleri (ivme olarak) göstermektedir. Yeryuvarı, Güneş ve Ay'ın çekim etkisi ile gelgit düzensizlikleri sonucu oluşan ivmelenmeler gravite alanı ile ilişkili büyüklüklerdir. Atmosferik sürtünme ve güneş radyasyon basıncı etkisiyle oluşan ivmelenmeler ise yeryuvarı gravite alanı ile ilişkili olmayan etkiler olarak sınıflandırılır.

DYB işlemi uydulara etki eden fiziksel kuvvetlerin nasıl hesaba katıldığına göre kinematik, dinamik ve indirgenmiş-dinamik yörünge belirleme yöntemleri olarak alt gruplara ayrılır. Tüm yöntemlerde GPS gözlem modelleri sıfır farklar, ikili farklar ve üçlü farklar olmak üzere farklı şekillerde kurulabilir. Yörünge belirleme parametrelerinin belirsizliğini en alt düzeye çekmek için GPS duyarlı efemeris bilgilerini, yer dönüklük parametrelerini ve yüksek frekanslı saat bilgilerini içeren verilere ihtiyaç duyulur. Sıfır fark gözlem modelinde uydu yörüngesi ham



Şekil 2.2. Yeryuvarı gravite alanı ile ilişkili olan ve olmayan bozucu kuvvetler

GPS gözlemleri kullanılarak belirlenir. Yaklaşımın kalitesi GPS uyduları yörünge ve saat bilgilerinin kalitesine bağlıdır (Švehla ve Rothacher, 2003). İkili ve üçlü farklar yaklaşımları ise GPS gözlemlerinin yanı sıra IGS (International GNSS Service) istasyonlarına ait verileri gerektirir. Fark denklemleri LEO ve yer istasyonları arasında kurulur. Çok sayıda ölçünün varlığı bir o kadar tam sayı belirsizliğinin çözümünü zorunlu kılar (Švehla ve Rothacher, 2003).

LEO uydusu ile k indisi ile tanımlı GPS arasındaki baz uzunluğu,

$$\varrho_{leo}^k = |\mathbf{r}_{leo,ant}(t_{leo}) - \mathbf{r}^k(t - \tau_{leo}^k)| \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilebilir (Jäggi, 2007). $\mathbf{r}_{leo,ant}(t_{leo})$, t_{leo} GPS zamanında inersiyal sistemde LEO uydusunun anten faz merkezinin konumunu, $\mathbf{r}^k(t - \tau_{leo}^k)$ sinyalin yayıldığı anda GPS uydusunun anten faz merkezinin konumunu ifade eder. Genel olarak LEO uydusunun yörüngesini tanımlayan konum vektörü eşitliği DYB yöntemlerini hepsi için seçilen gözlem modeline göre farklı biçimde oluşturulabilir.

2.1 Kinematik Yörünge Belirleme

Sadece GPS gözlemlerinin doğrudan kullanıldığı uygulamalarda LEO uydularının kinematik yörünge bilgileri elde edilir. Dolayısıyla uydu üzerinde etkili bozucu kuvvetler yörünge belirleme modelinde dikkate alınmaz. Uydunun ağırlık merkezi konum vektörü,

$$\mathbf{r}_{leo}(t) = \mathbf{r}_{leo,ant}(t) + \Delta\mathbf{r}_{leo,ant}(t) \quad (2.5)$$

ile verilir (Bock, 2003; Jäggi, 2007). $\Delta\mathbf{r}_{leo,ant}(t_{leo})$ LEO uydusunun anten faz merkezi kayıklığını gösterir. GPS gözlemlerinin kalitesi kinematik yörünge kalitesini doğrudan etkilemektedir. Dolayısıyla yüksek duyarlıklılı GPS gözlemlerine ihtiyaç duyulur. LEO ve GPS uyduları arasındaki gözlem geometrisi ve GPS duyarlı saat ve efemeris yörünge bilgileri çözümün başarısını biçimleyen başlıca girdilerdir. GPS gözlemlerindeki eksiklikler yörünge konumlarına yansır, sonuçlarda sürekli ya da kesikli veri boşlukları oluşabilir. Bu, kinematik yaklaşımın dezavantajını oluşturur (Bock, 2003).

2.2 Dinamik Yörünge Belirleme

Dinamik yörünge belirleme yönteminde kinematik yaklaşımın aksine bozucu kuvvetlerin dikkate alınarak uydu anlık konumların elde edilmesi amaçlanır. Dolayısıyla daha açık gösterimle (2.2),

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM\frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{k}(t; a, e, i, \Omega, \omega, \nu; q_i \dots q_d) \quad (2.6)$$

Kepler elemanları cinsinden ifade edilebilir. Eşitlikte $q_i \dots q_d$ bilinmeyen dinamik parametreler olarak adlandırılır. Kepler yörünge elemanları ideal yörünge için başlangıç koşullarını bir başka deyişle uydunun bozucu etkilerden arındırılmış referans geometrik izini tanımlar (Seeber, 2003; Jäggi, 2007). Konum ve hız başlangıç koşul denklemleri,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) &= \mathbf{r}(t_0; a, e, i, \Omega, \omega, \nu) \\ \dot{\mathbf{r}}(t_0) &= \dot{\mathbf{r}}(t_0; a, e, i, \Omega, \omega, \nu) \end{aligned} \quad (2.7)$$

eşitlikleriyle oluşturulur (Jäggi, 2007). Dinamik yöntemdeki yaklaşım yörünge konumlarının bozucu etkiler üzerinden, (2.7) başlangıç koşullarını referans olarak sayısal integrasyon teknikleriyle elde edilmesi üzerine kuruludur. Bu yolla, referans yörünge konum bilgisi öngörülen diferansiyel artım (yay veya zaman cinsinden) miktarına göre düzeltilerek, bozulmuş gerçek yörünge üzerine taşınır. Her işlem adımında hesaplanan konum ve hız bilgileri bir sonraki aynı integrasyon probleminin başlangıç koşulları olur. Nümerik integrasyon (2.6)'ya parametre olarak giren parametreler sayesinde çok değişkenli diferansiyel denklem eşitliğine uygulanmış olur (Beutler, 2005; Jäggi, 2007). Sonuç olarak, hareket denklemi doğrusal analitik modeller ile ilişkilendirilir ve dinamik parametreler deterministik parametreler olarak ele alınır. Böylece uydunun anlık konum vektörü,

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0(t) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_0(t)}{\partial P_i} (P_i - P_{i,0}) \quad (2.8)$$

olarak Taylor serileri ile ifade edilebilir (Jäggi, 2007). Burada n , (2.6)'da bulunan toplam parametre sayısıdır. $\frac{\partial \mathbf{r}_0(t)}{\partial P_i}$ deterministik parametrelere bağlı yörünge değişimini, $P_{i,0}$ bilinmeyen parametrelerin başlangıç değerlerini temsil eder. Yörüngesel değişim ise,

$$\mathbf{z}_{P_i} = \frac{\partial \mathbf{r}_0(t)}{\partial P_i} \quad (2.9)$$

şeklinde gösterilebilir. (2.9)'un çözümü başlangıç değer problemini yapısında barındırır. Eşitliğin sayısal karşılığı (2.6)'ya göre oluşturulan varyasyonel denklemlerin,

$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{z}_{P_i} + \mathbf{A}_1 \cdot \dot{\mathbf{z}}_{P_i} + \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial P_i} \quad (2.10)$$

çözümünden çıkar. $\mathbf{A}_0$ ve $\mathbf{A}_1$ matrisleri (3×3) boyutta olup,

$$\mathbf{A}_{0[i,k]} = \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial \mathbf{r}_{0,k}} \quad \mathbf{A}_{1[i,k]} = \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial \dot{\mathbf{r}}_{0,k}} \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilir. $\mathbf{k}_i$, i . deterministik parametreye bağlı bozucu etki büyüklüğü ivme anlamındadır. k ise yermerkezli uydu konum vektörünün 3 boyuttaki bileşenlerini temsil eder. $\mathbf{A}_0$ ve $\mathbf{A}_1$ uydunun sahip olduğu ivmeye konum ve hızının yaptığı katkırı belirler. Bu katkı her deterministik parametre (i) için ayrı ifade edilmiş olur. $P_i \in a, e, i, \Omega, \omega, \nu$ için varyasyon denklemleri doğrusal ve homojen olup

ikinci dereceden bir diferansiyel denklem olarak tanımlanır. Uydunun başlangıç anı t_0 'daki konum, $\mathbf{z}_{P_i}$, ve hız, $\dot{\mathbf{z}}_{P_i}$, değerleri ise 0 dan farklıdır. Fiziksel etkilere bağlı parametrelerin başlangıç değerleri 0 olup oluşturduğu varyasyonel denklem homojen değildir (Beutler, 2005; Jäggi, 2007). Gerçek yörünge hareketi başlangıç anı t_0 'dan çözüme başlanarak zamana bağlı bozucu etkilerin referans yörünge konumlarına düzeltmeler olarak eklenmesiyle elde edilir.

Dinamik yörünge belirleme yöntemi dinamik parametrelere ait modellerin kalitesine bağlıdır. Dolayısıyla uydu üzerindeki etkili kuvvetlerin en iyi şekilde modellenmesi gerekmektedir. Modellerin oluşturulmasının zorluğu ve sahip olduğu hatalar yörünge konumlarının kalitesini etkilemekte ve yöntemin dezavantajını oluşturmaktadır. Yörüngeler belirli yay parçalarına ait GPS gözlemleri ile dinamik parametrelerin bir arada en küçük kareler yaklaşımı ile kestirilmesi sonucunda hesaplanır. Dolayısıyla çözümlerde veri boşlukları oluşmaz; yöntemin başka avantajıdır.

2.3 İndirgenmiş Dinamik Yörünge Belirleme

İndirgenmiş-dinamik yörünge belirleme yukarıda bahsedilen her iki yöntemin avantaj ve dezavantajlarını dikkate alır. Kinematik yaklaşımda duyarlı GPS verileri ile dinamik parametrelerin modellenmesi zorluğu aşılmış, fakat veri boşluklarına sahip yörünge çözümleri elde edilmiştir. Dinamik yöntemde ise duyarlı GPS verilerine gereksinim azalmış, fakat dinamik parametrelerin modelleme hataları yörünge çözümüne yansımıştır. Dolayısıyla indirgenmiş-dinamik yörünge yaklaşımı ortaya atılmıştır. Genel hareket denklemi,

$$\ddot{\mathbf{r}} = -GM \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{k}(t; a, e, i, \Omega, \omega, \nu; q_0 \dots q_d; s_0 \dots s_d) \quad (2.12)$$

dinamik parametrelerin yanında ek stokastik parametreler tanımlanarak ifade edilir (Bock, 2003; Beutler, 2005; Jäggi, 2007). Yöntemin asıl amacı hem yüksek duyarlı GPS gözlemlerini ön plana çıkarmak hem de bozucu etkilerin yörünge üzerindeki kontrolünü sağlamaktır. Stokastik parametreler kullanıcı tarafından bozucu etki kısıtlamaları olarak tanımlanan büyüklüklerdir. Dolayısıyla bir geçiş yörünge belirleme türü olarak ele alınabilir. Yörünge konumlarının kalitesi çözümde

kullanılan stokastik parametre kısıtlamalarına bağılıdır (Swatschina, 2012; Doğanalp, 2013).

Stokastik parametrelerin belirlenmesindeki kriter dinamik parametrelerden hangisinin çözüme gerçeğe en yakın katkı vereceği üzerine kuruludur. Günümüzde hızla iyileşen gravite alanı modelleri, stokastik parametre seçiminin ve kısıtlamalarının gravite alanı ile ilişkili olmayan etkiler üzerinde uygulanmasına neden olmuştur. Duyarlı yörünge belirleme yaklaşımları hakkında daha detaylı bilgi edinebilmek için (Seeber, 2003), (Bock, 2003), (Beutler, 2005) ve (Jäggi, 2007) kaynakları incelenebilir.



3. YAKIN YER UYDULARI ve GRACE UYDU MİSYONU

Yapay uydular yardımıyla yaşadığımız çevreyi ilgilendiren olaylar hakkında geniş kapsamlı bilgiler üretilebilmektedir. Yeryuvarının iyi bilinmesi gereken doğa olaylarından biri de gravite alanıdır. Doğrudan ya da dolaylı olarak başka doğa olayları ile de etkileşim içerisinde. Topoğrafik kitlelerin yükseklik bilgilerinin elde edilmesinden, bir bütün olarak yeryuvarı sistemi içinde kitle dağılımı ve taşınımına kadar yer bilimlerinin hemen her alanında global ölçekte yüksek çözünürlüklü gravite alanı bilgisine gereksinim duyulur. Dolayısıyla yıllardır birçok global gravite alanı modellerinin geliştirilmesinin ve bu amaçla özel uydu görevleri başlatılmasının nedeni bu ihtiyaca cevap vermektir (Rummel vd., 2002).

Genel olarak global gravite alanı belirleme probleminin çözümü yeryuvarının çekim alanının uyduların yörüngesine olan etkisinin incelenmesi üzerine kuruludur. Yörünge yüksekliği, bir sinyal olarak gözlenen gravite alan bilgisinin gücünü belirleyen en önemli parametredir (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002). Yeryuvarının etrafında belli bir yörüngeye sahip birçok misyondan yararlanılabilir fakat yörünge yüksekliği ne kadar düşük olursa söz konusu sinyalin gücü Newton'un ters kare yasası gereğince aynı ölçüde artar (Üstün, 2006). Yakın yer uydularının yörünge yükseklikleri 2000 km'ye kadardır (Bock, 2003). Modellenme çalışmalarında en büyük katkı yakın yer uydularından gelir. Bu katkı hem çözünürlük hem de doğruluk artışı anlamına gelir. Bu nitelikteki modeller ile sadece jeodezi, jeofizik, oşinografi değil, yeryuvarı sisteminin işleyişini açıklamaya çalışan tüm bilim dalları ilgilenir.

Yörünge yüksekliği dışında, alınan gravite sinyalinin gücü değişik gözlem teknikleri ile farklı dalga boylarında daha iyi analiz edilebilir. Bugüne kadar kullanılan gözlem teknikleri üç kategori altında toplanmıştır (Visser, 1992; Seeber, 2003). İlk kategori de uydular ile yeryüzünde bulunan istasyonlar arasında yapılan gözlemler yer alır. Optik kamera, doppler ve SLR gözlemleri bunlara örnek olarak verilebilir. Geleneksel gravite alanı modelleme çalışmalarında bu gruptaki veri setlerinden yararlanılmıştır. Kullanım amaçları doğrultusunda ölçüm duyarlılığı yüksek gözlemler olmalarına rağmen yer istasyonlarının dağılımının yetersizliğinden dolayı gravite alanı modellemeye katkısı sınırlıdır. İkinci kategoride uydulardan

yeryuvarına yapılan gözlemler bulunur. İlk akla gelen yöntem uydu altimetri çalışmalarıdır. Denizler sayesinde bu veri setlerinin kapsama alanı geniştir, fakat oşinografik büyüklükleri de yapısında barındırır. Dolayısıyla gravite alanı modellerini oluşturmayı kapsama alanı ve çözünürlük bakımından kolaylaştırırken, oşinografik parametre çeşitliliği sonuçların yorumunu zorlaştırır (Visser, 1992).

Günümüz gravite alanı modellerinin yüksek çözünürlük ve duyarlılığa sahip olmaları beklenmektedir. Bir başka deyişle gravite anomalilerinin 1 mGal, jeoit yüksekliklerinin ise 1 cm doğrulukla elde edilmesi çabası vardır. Geleneksel yöntemler bu hedefleri karşılayabilecek yetenekte değildir. Bu yüzden yeni gözlem tekniklerine ve bu tekniklerin uygulanabildiği uydu misyonlarına ihtiyaç duyulmuştur (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002; Seeber, 2003). Yeni misyonların taşınması gerektiği nitelikler (Rummel vd., 2002) tarafından aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

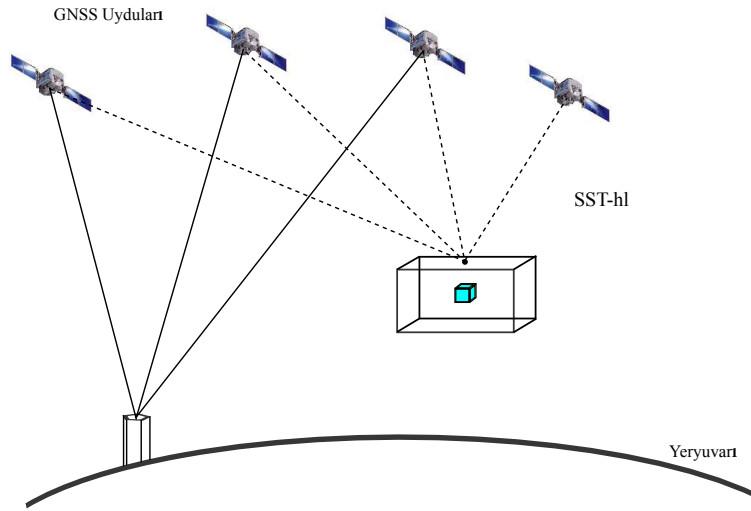
- Uyduların sürekli gözlem yapabilme kapasitesine sahip olması,
- Gravite alanı ile ilişkili olmayan etkilerin gözlenebiliyor olması,
- Yeryuvarı çekim etkisini en iyi şekilde yansıtmayı açısından olabildiğince düşük yörüngeye sahip olmaları,
- Gravite sinyalindeki değişimin duyarlı ölçüm sistemleri ile izlenebilmesi

Günümüzde uydu misyonlarınca kullanılan ve yukarıdaki kriterlere bağlı olarak geliştirilen yeni gözlem teknikleri uydudan uyduya izleme (SST) ve uydu gravite gradyometrisi (SGG) altında toplanır (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002; Seeber, 2003) ve modern gravite alanı gözlem teknikleri adıyla anılırlar.

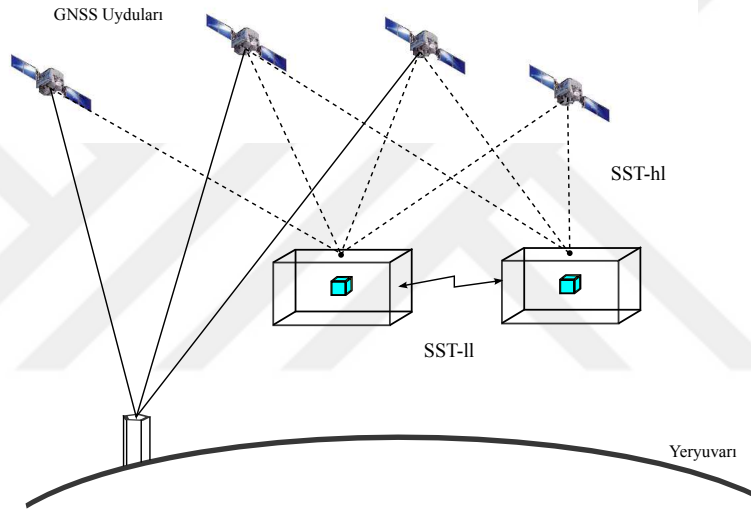
3.1 Yeni Gözlem Teknikleri

Şekil 3.1’de yeni gözlem tekniklerinin çalışma esasları gösterilmektedir. Uydudan uyduya izleme teknikleri yüksek-alçak (SST-hl) ve alçak-alçak (SST-ll) olarak adlandırılan 2 alt kategoriye ayrılır:

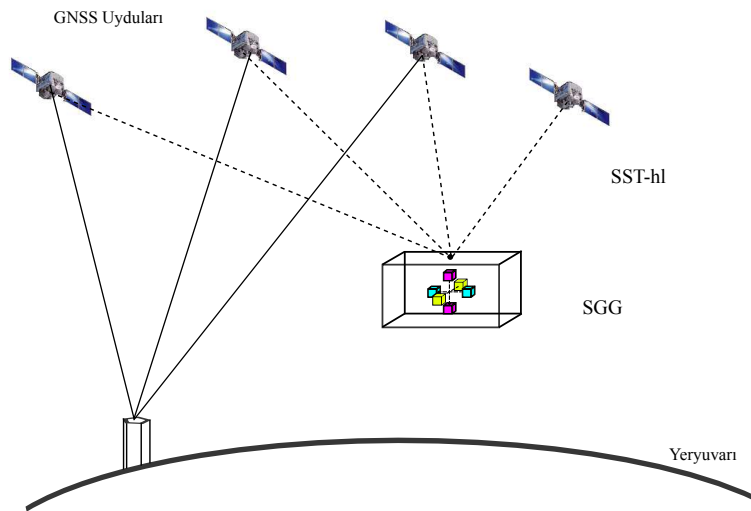
- **Uydudan uyduya izleme yüksek-alçak (SST-hl)** Temel amaç GNSS uydularından kod ve faz gözlemleri gerçekleştirilerek yakın yörünge uydusunun



(a) Uydudan uyduya izleme yüksek-alçak



(b) Uydudan uyduya izleme alçak-alçak



(c) Uydu gravite gradyometrisi

Şekil 3.1. Uydudan uyduya izleme ve uydu gravite gradyometrisi gözlem modelleri (Rummel vd., 2002)

konum ve hız bilgisinin üretilmesidir. Ayrıca ağırlık merkezinde bulunan ivmeölçer ile gravite alanı ile ilişkili olmayan ivmelenmeler gözlemlenmiş olur.

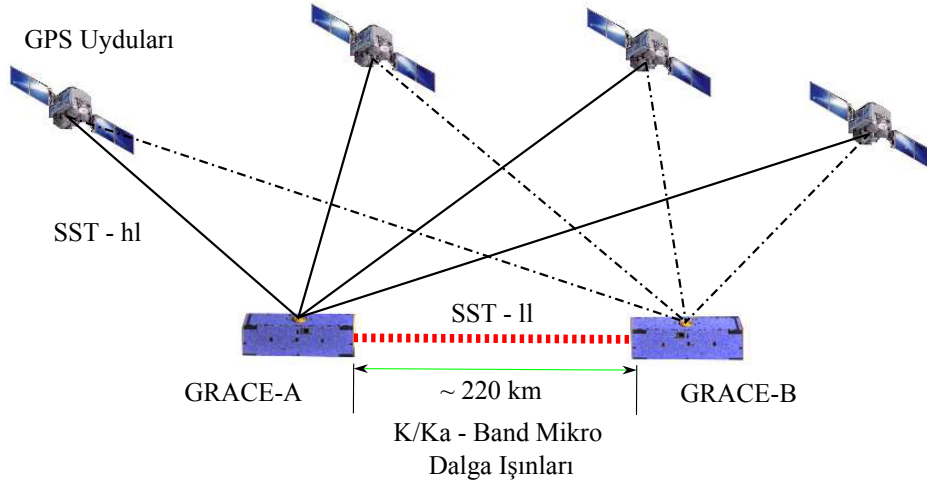
- **Uydudan uyduya izleme alçak-alçak (SST-II)** Aynı yörüngede birbirini takip eden uyduların aralarındaki uzaklık ve değişimi, yüksek duyarlıklılı ölçüm sistemleri ile gözlenir. Böylece iki uyduya ait potansiyel farklar belirlenmiş olmaktadır. Bir başka deyişle gravite potansiyelinin birinci türevleri elde edilebilmektedir (Rummel vd., 2002; Üstün, 2006).
- **Uydu gravite gradyometrisi (SGG)** Şekil 3.1c’de görüldüğü üzere yakın yörünge uydusunun ağırlık merkezine yerleştirilmiş 6 adet ivmeölçer ile 3 boyutta ivme farkları ölçülmektedir. Yaklaşım ile gravite potansiyelinin ikinci türevleri gözlemlenmiş olur (Rummel vd., 2002).

Yeni gözlem tekniklerinin oluşturulmasında göz önüne alınacak kriterlerden ilk üçü SST-hl yaklaşımı ile yerine getirilmiş olmaktadır. Gravite sinyalinin yörünge yüksekliğine bağlı olarak değişiminin izlenmesi ise SST-ll veya SGG yaklaşımı ile sağlanmış olur (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002; Üstün, 2006). Şekil 3.1 detaylı olarak incelenirse SST-hl diğer iki yaklaşımla birlikte kullanılmakta ve böylece tüm kriterler yerine getirilmiş olmaktadır.

Son 20 yılda yeni gözlem tekniklerine sahip ve hayata geçirilmiş yakın yörünge uydu görevleri başlatılmıştır. Yeryuvarının ortalama ve zaman değişkenli global gravite alanı modellerinin üretilmesini sağlayacak bu görevler: CHAMP, GRACE ve GOCE uydu misyonlarıdır. Şekil 3.1a CHAMP uydusunun gözlem modelini oluşturmaktadır. Şekil 3.1b ve Şekil 3.1c ise sırasıyla GRACE ve GOCE misyonlarına ait gözlem modelleridir (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002; Seeber, 2003). Bu çalışmada GRACE uyduları ele alınmıştır dolayısıyla CHAMP ve GOCE hakkında daha detaylı bilgi [<http://www.nasa.gov/missions>] adresinden elde edilebilir.

3.2 GRACE Uydu Misyonu

GRACE uydu misyonu 1997 yılında NASA (National Aeronautics and Space Administration) ait EESP (Earth System Science Pathfinder) programına dahil edilmiştir. Uyduların üretimi NASA ve Alman DLR (Deutsche Forschungsanstalt



Şekil 3.2. GRACE uydu misyonu ve temel çalışma prensibi

für Luft und Raumfahrt) kurumlarınca sağlanmış ve yönetimi ise UTCSR (The University of Texas Center for Space Research) ve GFZ (GeoForschungsZentrum) kurumlarına verilmiştir (Dunn vd., 2003; Tapley vd., 2004). Ayrıca bu kurumların dışında birçok farklı kurum ve kuruluştan hem yazılım hem de donanım bakımından destek alınmıştır (Dunn vd., 2003).

17 Mart 2002 tarihinde 89.5° eğim ile yaklaşık 500 km yörünge yüksekliğine yerleştirilmiştir. Misyon aralarındaki uzaklığı 220 ± 50 km olan ve birbirini takip eden GRACE-A ve GRACE-B isimli uydulardan oluşmaktadır (Dunn vd., 2003; Tapley vd., 2004). Temel görevi yeryuvarı gravite alanının uzun ve orta dalga bileşenlerinin belirlenerek 400 km 'den 40000 km'ye kadar konumsal çözünürlüğe sahip aylık modellerin oluşturulmasını sağlamaktır (Kang vd., 2003; Tapley vd., 2004). Misyon gözlem tekniği olarak SST-hl ve SST-ll yaklaşımlarını kullanmaktadır. En önemli donanım bileşeni SST-ll gözlemlerini gerçekleştiren K/Ka band ölçüm (KBR) sistemidir. Ayrıca Black Jack GPS alıcısı, SuperStar ivmeölçer, yıldız kameraları ve lazer reflektörlerine sahiptir (Dunn vd., 2003). Donanım araçları hakkında daha detaylı bilgi Çizelge 3.1'de bulunmaktadır.

Çizelge 3.1. GRACE uydularının SST-1I ve SST-1I gözlem tekniklerine göre sahip olduğu önemli donanım araçları: **SSL** (Space System Loral), **ONERA** (National Office Of Studies And Search Aéropatiales), **DTU** (Technical University of Denmark) (Balmino, 2001; Rummel vd., 2002; Dunn vd., 2003; Kang vd., 2003; Tapley vd., 2004; Kang vd., 2006)

Donanım	Amaç	Toplama Sıklığı	Ölçüm İnceliği	Geliştiren Kurum
KBR: K/Ka Band ölçüm sistemi	24.5 ve 32.7 GHz Mikro dalga ışınları ile karşılıklı uzaklık ve değişimlerinin elde edilmesini sağlar	10Hz	$< 10\mu m$	JPL / SSL
GPS: Black Jack GPS Alıcısı	Kod ve faz gözlemleri ile uydunun mutlak konum ve hız bilgisinin elde edilmesi amaçlanır. Çift frekanslı ve 16 kanalla sahip alıcı ile 10 saniyelik epoklarda 10 farklı GPS uydusundan aynı anda gözlem değerleri elde edilir.	1 Hz Faz, 0.1 Hz kod	L1/L2 $\approx 7mm$, C/A - P1 $\approx 20cm$	JPL
ACC: SuperStar ivmeölçer	Gravite alanı ile alakalı olmayan etkilere bağlı ivmelerin ölçümünü sağlar	10 Hz	$10^{-9}m/s^2$	ONERA
SCA: Yıldız Kamerası	Uydu yörünge kontrolünün ve gözlem değerlerinin uydu referans sisteminden inersiyal sisteme dönüşümünü sağlar	1 Hz	80-200 μrad	DTU

3.3 Karşılıklı Uzaklık Ölçümü

Uydu çiftleri arasındaki uzaklık değişimi gibi belirli büyüklükler karşılıklı faz gözlemlerinden elde edilebilir. GRACE uydularına ait KBR donanımı bu işlemi gerçekleştirir. Aynı anda karşılıklı olarak sırasıyla 24.5 ve 32.7 GHz frekansa sahip K ve Ka mikrodalga ışınları kullanılır. Her bir uydu hem K hem de Ka mikrodalga sinyallerini küçük bir frekans farkı ile birbirlerine gönderirler (Thomas, 1999). Böylece alınan ve gönderilen sinyallere ait faz değerleri oluşur. Her iki sinyal türü için faz farkları elde edilerek uzaklık ve türevleri (değişimi) belirlenir. Alınan ve gönderilen sinyallerin faz değerleri arasındaki farklar alınarak faz farkı (one-way phase) değerleri,

$$\begin{aligned}\Psi_A^B(t + \delta t_A) &= \varphi_A(t + \delta t_A) - \varphi^B(t + \delta t_A) + I_A^B + N_A^B + d_A^B + \varepsilon_A^B \\ \Psi_B^A(t + \delta t_B) &= \varphi_B(t + \delta t_B) - \varphi^A(t + \delta t_B) + I_B^A + N_B^A + d_B^A + \varepsilon_B^A\end{aligned}\quad (3.1)$$

ifade edilir (Kim ve Lee, 2009).

$\varphi_A(t + \delta t_A)$ A uydusundan B uydusuna gönderilen sinyalin başlangıç faz değeri iken $\varphi^B(t + \delta t_A)$ A uydusunun B uydusundan aldığı sinyalin faz değeridir. δt_A and δt_B gerçek zaman ile gözlem anı arasındaki zaman farkı hatasıdır. I_A^B değeri iyonosferik etkiyi, N_A^B tamsayı belirsizliğini, d_A^B anten faz merkezliliği kayıklığını ve ε_A^B ise ölçüm hatalarını ifade etmektedir. KBR donanımının sinyal üretiminde yaşanan belirsizliklerden dolayı faz değerlerinde gürültüler oluşur. Her bir uyduya ait faz farkları değerlerinden karşılıklı faz farkı değeri (dual one-way phase) elde edilerek belirsizlikler elemine edilir veya en aza indirgenir (Kim ve Lee, 2009). (3.1) eşitliklerinin toplamı,

$$\Phi(t) \equiv \Psi_A^B(t + \delta t_A) + \Psi_B^A(t + \delta t_B) \quad (3.2)$$

ikili tek-yön faz gözlemini verir (Kim ve Tapley, 2003). A uydusunun B'den aldığı faz değeri, B'nin A'ya ilettiği başlangıç faz değerine sinyalin yolculuk süresi göz önüne alınarak eşitlenebilir:

$$\varphi^B(t + \delta t_A) = \varphi_B(t + \delta t_A - \eta_A^B) \quad (3.3)$$

η_A^B B'den A'ya giden sinyalin yolculuk süresidir. (3.3), (3.2)'de yerine yazılarak (3.1)'e göre,

$$\begin{aligned}\Phi(t) = & (\bar{f}_A \eta_B^A + \bar{f}_B \eta_A^B) + [(\Delta\varphi_A(t) - \Delta\varphi_A(t - \eta_B^A)) \\ & + (\Delta\varphi_B(t) - \Delta\varphi_B(t - \eta_A^B))] + (\bar{f}_A - \bar{f}_B)(\Delta t_A - \Delta t_B) \\ & + (\Delta\dot{\varphi}_A - \Delta\dot{\varphi}_B)(\Delta t_A - \Delta t_B) + N + I + d + \varepsilon\end{aligned}\quad (3.4)$$

şeklinde genişletilebilir (Kim ve Tapley, 2003). Eşitlik (3.4)'de bulunan $\bar{f}_A$ ve $\bar{f}_B$ değerleri aralarında belirli bir frekans farkı olan ve karşılıklı olarak kullanılan sinyal frekanslarıdır. Eşitliğin ilk terimi gerçek faz ölçümün temsil eder, ikinci terim oskilator hatalarından kaynaklanan faz gürültüleri (phase noise), üçüncü terim zaman farkı hatalarını ve dördüncü terim ise zaman ve faz farkı hatalarının tekrar ele alınmasını ifade eder. Böylece karşılıklı faz farkı elde edilebilir.

(3.4)'de bulunan gerçek faz ölçümü terimi karşılıklı uçuş sürelerine ışık hızı uzunluk düzeltmesi, $\Delta c\eta$, getirilerek,

$$(\bar{f}_A \eta_B^A + \bar{f}_B \eta_A^B) \approx (\bar{f}_A + \bar{f}_B)\eta + \Delta c\eta \quad (3.5)$$

sadeleştirilebilir. Sinyalin yolculuk süresi $\eta = \rho_{AB}(t)/c$ olarak alınırsa (3.5)'de uyduların kütle merkezleri arasındaki uzaklık, $\rho_{AB}(t)$, ile karşılıklı faz değeri arasında matematiksel ilişki kurulmuş olur (Kim ve Tapley, 2003). Kayık uzunluk (biased range) değeri karşılıklı faz farkının dalga boyu ile ölçeklendirilmesiyle elde edilir ve genel olarak,

$$R(t) \equiv \lambda\Phi(t) \quad (3.6)$$

eşitliği ile basitleştirilir. (3.4) ve (3.5), (3.6)'da yerine yazılırsa uyduların kütle merkezleri arasındaki uzaklığa bağlı kayık uzaklık,

$$R_{K,Ka}(t) = \rho_{AB}(t) + \Delta c\eta + \rho_{err}(t) + d + N + I + \varepsilon \quad (3.7)$$

çıkar (Kim ve Tapley, 2003).

Hem K hem de Ka-band sinyalleri için ayrı ayrı kayık uzaklık değerleri $R_K(t)$ ve $R_{Ka}(t)$ (3.7)'den türetilerek iyonosferik etki yok edilebilir. Bu işlem karşılıklı çift

band kombinasyonu olarak adlandırılır. İyonosferik etkiden arındırılmış tek bir kayak uzaklık (dual one-way range) değeri,

$$R(t) = \frac{\bar{f}_{Ka}^2 R_{Ka}(t) - \bar{f}_K^2 R_K(t)}{\bar{f}_{Ka}^2 - \bar{f}_K^2} \quad (3.8)$$

üretilmiş olur (Thomas, 1999). İyonosferik etkiden arındırılmış kayak uzaklık,

$$R(t) = \rho_{AB}(t) + \Delta c\eta + \rho_{err}(t) + d + N + \varepsilon \quad (3.9)$$

biçiminde yazılır. $R(t)$ uydular arasındaki gerçek baz uzunluğunu içerir. Dolayısıyla yörünge belirleme yöntemleri ile elde edilen konum doğrulama amacıyla kullanılabilir.

3.4 KBR Verileri ile Yörünge Doğrulama

GRACE uyduları arasında yörünge bilgilerinden hesaplanan baz uzunluğu KBR gözlemlerinden hesaplanan uzunluk değeri ile karşılaştırılırsa, yörünge doğrulama işlemi gerçekleştirilmiş olur. Bilindiği gibi, KBR gözlemlerinden elde edilen uzunlukların doğruluğu mikron düzeyindedir (Dunn vd., 2003). Doğrulamanın gerçekleştirilebilmesi için (3.9),

$$R(t_i) = \rho_{AB}(t_i) + B_{KBR}(t_i) + \Delta_{c\eta}(t_i) + \Delta_{ant}(t_i) + \varepsilon(t_i) \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilir. t_i , i epöğünü, $R(t_i)$ kayak uzunluğu, $\Delta_{c\eta}(t_i)$ ışık hızı uzunluk düzeltmesini ve $\Delta_{ant}(t_i)$ anten faz merkezliliği düzeltmesini temsil eder. $B_{KBR}(t_i)$ tamsayı belirsizliğinin neden olduğu kayıklık (bias) ve $\varepsilon(t_i)$ ölçüm hatalarının toplam etkisini barındırır (Kroes, 2006). $\rho_{AB}(t_i)$ ise anlık olarak yörünge konumlarından hesaplanan baz uzunluğudur. GRACE uydularına ait KBR verileri Level 1B (L1B) formatında hazırlanmakta ve JPL'e ait PODAAC tarafından sunulmaktadır. Veriler iyonosferik etkiden arındırılmış kayak uzaklık, ışık hızı ve anten faz merkezliliği düzeltmesi değerlerini içermektedir (Case vd., 2010). B_{KBR} bilinmeyen,

$$B_{KBR} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R(t_i) - \rho_{AB}(t_i) - \Delta_{c\eta}(t_i) - \Delta_{ant}(t_i) \quad (3.11)$$

n sayıda ardışık KBR gözleminden kestirilebilir. Ardışık gözlemlerde değişmez kalan kayıklık değeri farklardan atılırsa geriye, uydu verilerinden hesaplanan baz uzunluk hataları kalır.

KBR verileri 5 saniyelik epoklarda günlük olarak üretilmektedir. Gözlemlerde veri kayıpları da yaşanabilmektedir. Bundan dolayı (3.11) ile günlük kayıklık değerlerinin hesaplanmasında veri kayıplarının olup olmadığının dikkate alınması esastır. Eğer veri kaybı yaşanmış ise her bir sürekli veri grubu kendi içerisinde değerlendirilerek günlük kayıklık değerleri elde edilmelidir (Kroes, 2006). B_{KBR} değeri ya da değerleri bir günlük zaman periyodu için (3.11) ile belirlenmiş olur. Böylece uyduların KBR gözlemlerinden hesaplanacak olan kütle merkezleri arasındaki uzaklık değeri,

$$\bar{\rho}_{AB}(t_i) = R(t_i) - [B_{KBR} + \Delta_{c\eta}(t_i) + \Delta_{ant}(t_i)] \quad (3.12)$$

hesaplanabilir. Hesaplanan bu uzaklık değeri ile yörünge konumlarından elde edilen uzaklık arasındaki farklar,

$$\delta\rho_{AB}(t_i) = \rho_{AB}(t_i) - \bar{\rho}_{AB}(t_i) \quad (3.13)$$

alınır ve anlık olarak değerlendirilir. Sonuç olarak yörünge konumlarının KBR gözlemleri ile doğrulaması sağlanmış olur.

4. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Belirli bir aralıkta tanımlı ölçülerin sahip olduğu davranış biçimi çeşitli fonksiyonel modeller ile ifade edilebilir. Polinom, trigonometrik, üssel ve daha birçok farklı fonksiyon türü bu modellere örnektir. Genel olarak enterpolasyon, ölçülerin sergilediği davranış şeklini ortaya çıkarmak ve yeni değerleri bu davranışa göre türetmektir. Fonksiyonel modeller ile ölçülerini ifade etmeye çalışmak bir öğrenme ve anlama aşamasıdır. Böylece ölçüler ile modele ait bilinmeyenler arasında anlamlı bir ilişki yapısı oluşturulmaya çalışılır. Dolayısıyla ölçülerin davranış biçimini yansıtabilen modeller enterpolasyon sonuçlarını doğrudan etkileyecektir.

Jeodezik uygulamalarda genellikle çok fazla sayıda ölçü veya gözlem değerlerinden yeni bilgiler türetilmeye çalışılır. Zamanın ya da konumun bir fonksiyonu olarak toplanan gözlemlerde ise yaşanan veri kayıpları ya da veri sıklaştırma gereksinimi değişik enterpolasyon yaklaşımlarının uygulanmasını zorunlu kılmaktadır. En küçük kareler yaklaşımı, kollokasyon ve spline fonksiyonları ile enterpolasyon literatürde sıkça karşılaşılan yöntemlerdir. Bu bölümde yöntemlerin genel yaklaşım özellikleri ele alınmıştır.

4.1 En Küçük Kareler Yaklaşımı ile Enterpolasyon

$x_1, x_2, \dots, x_n$ aralığında $y = f(x)$ fonksiyonu ile tanımlı n sayıda ölçü k . dereceden bir polinom,

$$p(x) = \sum_{i=0}^k a_i \psi_i(x) \quad (4.1)$$

ile ifade edilebilir. $\psi_i(x)$ basit fonksiyonu x^i ile tanımlanırsa $p(x)$ polinomu,

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k \quad (4.2)$$

görünümünü alır. Ölçü değeri olmayan herhangi bir noktanın enterpolasyonu $p(x)$ polinomuna ait bilinmeyenlerin elde edilmesiyle sağlanır.

EKK yaklaşımı bilinmeyen parametrelere (a_i) en uygun değerleri saptamayı amaçlar. Bunu sağlamak için dayanak noktalarındaki ölçü hatalarına ait normun

minimum olması şartı gözetilir. Ayırık ölçü dizisinin EKK hata normu,

$$\|\varepsilon\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i(x)[f_i(x) - w_i(x)]^2} \quad (4.3)$$

L_2 normu olarak adlandırılır. Karesel formda (4.3) için en iyi yaklaşım,

$$\|\varepsilon\|^2 = \sum_{i=1}^n w_i(x)[f_i(x) - p_i(x)]^2 = \min. \quad (4.4)$$

koşulunu sağlar. (4.3) ve (4.4) eşitliklerinde w_i ölçülerin ağırlıklarını temsil eder. Norm koşuluna göre ölçüler ve fonksiyonel model $p(x)$ polinomu ile normal denklemler oluşturulup a_i bilinmeyenlerinin elde edilmesi amaçlanır (Moritz, 1978).

$p(x)$ fonksiyonel model yardımıyla n sayıda ölçüye ait gözlem denklemi,

$$\begin{aligned} p_1(x_1) &= a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_kx_1^k = y_1 \\ p_2(x_2) &= a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \dots + a_kx_2^k = y_2 \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \ddots \quad \quad \quad \vdots \\ p_n(x_n) &= a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_kx_n^k = y_n \end{aligned} \quad (4.5)$$

yazılabilir. Matris gösterimi ile (4.5),

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{l} \quad (4.6)$$

hatasız ölçülerle normal denklem sistemini oluşturur. Buna göre $\mathbf{A}$ normal denklem sisteminin katsayılar matrisini, $\mathbf{x}$ bilinmeyenler vektörünü ve $\mathbf{l}$ ölçü vektörünü ifade eder. (4.6)'da bilinmeyen parametreleri içeren $\mathbf{x}$ vektörü u elemandan oluşur. $\mathbf{A}$ katsayılar matrisinin boyutları ise $(n \times u)$ kadardır. Daha az sayıda bilinmeyen $\mathbf{A}$ 'nın dikdörtgen matrise dönüşmesine neden olur ki, bu çözümün kararsızlaşacağı (gereğinden fazla çözüm) anlamına gelir. Çözüm, ölçü ve fonksiyonel model arasındaki farkların (hataların),

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (4.7)$$

(4.4)'e göre en küçükleştirilmesinden çıkar. Burada hataların dağılımı için Gauss-

Markov modeli,

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min. \quad , \quad \sigma_0^2 \text{diag}(\mathbf{C}^{-1}) \quad , \quad \mathbf{v} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (4.8)$$

esas alınır. Bilinmeyenlerin elde edilmesi için ise aşağıdaki yol izlenir:

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \\ \mathbf{n} &= \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Böylece bilinmeyen parametreler ölçülen değerler ve onların hata yayılım özelliklerinden dikkate alınarak belirlenmiş olur. (4.9)'da bulunan $\mathbf{N}$ normal denklemler matrisi, $\mathbf{n}$ sabit terimler vektörü ve $\mathbf{P}$ ise korelasyonsuz ölçülere ait ağırlıkları içeren matris olup EKK yaklaşımının stokastik modelini temsil eder. Hata normunun minimum yapılma amacı altında fonksiyonel modeli ölçülere en iyi şekilde uydurmaktır. Genel olarak bu işleme dengeleme adı verilmektedir. Stokastik ilişki gözetilerek dengelenmiş ölçüler,

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (4.10)$$

eşitliğinden çıkar. EKK çözümünün varyans kestirimi,

$$m_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u} \quad (4.11)$$

ile yapılmış olur. Burada u bilinmeyen parametrelerin sayısıdır.

Dengeleme işlemi tamamlandıktan sonra bilinmeyenlere ait parametre anlamlılık testi uygulanmalıdır. Böylece kestirilen parametrelerin ölçüler ile etkileşim içinde olup olmadığı ortaya çıkacaktır. Parametrelerin kabulü veya red edilmesine ilişkin sıfır (H_0) ve seçenek (H_s) hipotezleri,

$$\begin{aligned} H_0 &: E(a_i) = 0 \\ H_s &: E(a_i) \neq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

kurulur. Hipotezlerin kontrolü için oluşturulan test büyüklükleri bilinmeyenlere ait

Çizelge 4.1. Bilinmeyen parametrelerin t-dağılımına göre anlamlılık testi

Karşılaştırma	Hipotez Sonuçları	Yorum
$T_{a_i} < t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$	H_0 : kabul edilir, H_s : red edilir	$a_i = 0$ olduğu sonucuna varılır ve fonksiyonel mod- elden çıkarılır
$T_{a_i} > t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$	H_0 : red edilir, H_s : kabul edilir	$a_i \neq 0$ olduğu sonucuna varılır

ortalama hatalar m_{a_i} ve test istatistikleri,

$$m_{a_i} = m_0 \sqrt{q_{a_i a_i}} \quad ; \quad i = 0, \dots, k$$

$$T_{a_i} = \frac{|a_i|}{m_{a_i}} \quad (4.13)$$

eşitlikteki gibi belirlenir. $q_{a_i a_i}$ bilinmeyen parametrelere ilişkin ters ağırlık matrisinin i . köşegen elemanıdır. Çift veya tek taraflı t-dağılımına ait tablo değerleri f serbestlik derecesi ve α güven düzeyi dikkate alınarak elde edilir. Tablo değerleri ve test büyüklükleri Çizelge 4.1’de tanımladığı gibi karşılaştırılarak parametrelerin anlamlılığı ortaya konur. Böylece anlamlılık testine göre bilinmeyen parametreler belirlendikten sonra herhangi bir x_j noktasının aranan ölçü değeri $p(x)$ polinomu kullanılarak elde edilebilir.

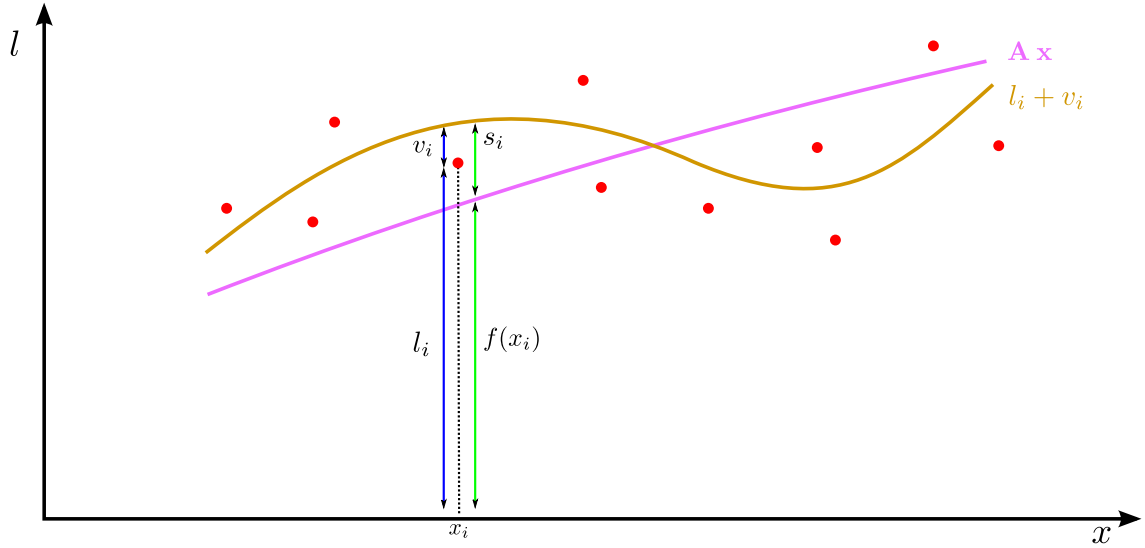
4.2 Kollokasyon Yaklaşımı ile Enterpolasyon

Kollokasyon yaklaşımı, ölçü dağılımını temsil eden basit fonksiyonlardan olan sapmaların komşuluk ilişkisi referans alınarak oluşturulan stokastik model yardımıyla ölçü yapılmayan noktalarda enterpolasyon sağlar. Herhangi bir i . noktadaki ölçüye bağlı yaklaşım modeli,

$$l_i = f(x_i) + s(x_i) + n_i \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (4.14)$$

şeklinde tanımlanabilir. $f(x_i)$ basit fonksiyonlardan üretilen fonksiyonel bölümü (trend), $s(x_i)$ stokastik bir büyüklük olarak sinyali ve n_i ise gözlem hatalarını (gürültü - noise) temsil eder. (4.14)’nin tüm ölçüleri temsil eden genel gösterimi,

$$\mathbf{l} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4.15)$$



Şekil 4.1. Kollokasyon yaklaşımı genel gösterimi

matris eşitliği ile verilir. Modelin çözümü sinyaller ile gürültüler arasında korelasyonun olmadığı varsayımına göre düzenlenir. Gürültüler sadece ölçüm noktalarında tanımlı iken sinyaller sürekli bir fonksiyon ile ifade edilir (Moritz, 1972). Dolayısıyla sinyaller hem ölçü hem de enterpolasyon noktalarında tanımlı olup sırasıyla iç ve dış sinyaller olarak adlandırılır (Demirel, 1983).

Kollokasyon yaklaşımının uygulanışı,

- **Süzme:** Ölçülere ait gürültülerin ve sinyallerin belirlenmesi,
- **Dengeleme:** Bilinmeyen parametrelerin dengeli olarak çözümünün sağlanması,
- **Prediksiyon:** Enterpolasyonu sağlanacak noktaların sinyal ve ölçü değerlerinin elde edilmesi,
- **Hata Analizi:** Ölçülerin ve hesaplanan büyüklüklerin istatistiksel sonuçlarının çıkarımı

gibi 4 aşama dikkate alınarak gerçekleştirilir (Demirel, 1983).

Çözümün gerçekleştirilmesi için ilk olarak n sayıdaki ölçüye uygun basit bir fonksiyonel model belirlenir. Verilerin dağılımına göre trigonometrik, üssel veya polinom gibi birçok fonksiyon model kullanılabilir. Modelin uygunluğu EKK yaklaşımı temelinde bir ön dengeleme işlemi ile bir önceki başlıkta olduğu gibi ele alınır. Böylece modele ait bilinmeyenler ve trend belirlenmiş olur. Kollokasyonun

Çizelge 4.2. Kovaryans fonksiyonlarından bazıları (Demirel, 1983)

Fonksiyon Adı	Matematiksel Modeli	Bilinmeyen Parametreler	Kısıtlamalar
Hirvonen	$C = C_0/[1 + (q/q_0)^2]$	C_0 ve q_0	
Gauss	$C_0/e^{-a^2q^2}$	C_0 ve a	
Doğrusal	$C = [C_0(b - q)]/b$	C_0 ve b	$ q \leq b$ ve $ q \geq b > 0$ için $C_0 = 0$

en önemli aşaması, sinyallere ait stokastik modelin oluşturulmasıdır. Belirlenen trendin ölçülerden ayrımı sağlanarak sinyal ve ölçü hatalarından oluşan stokastik büyüklükler,

$$\mathbf{z} = \mathbf{1} - \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{s} - \mathbf{v} \quad (4.16)$$

elde edilir. Sinyallere ait varyans ve kovaryans yayılımı deneysel yollarla tanımlanabilir. Benzer uygulama deneyimlerinden yola çıkılarak stokastik model önceden tanımlı fonksiyonlar arasından da seçilebilir. Probleme ilişkin ölçü sayısı yeterli ise (örneğin $n > 30$) kovaryans fonksiyonunun bilinmeyen parametreleri deneysel verilerden türetilmelidir. Literatürde sıkça karşılaşılan kovaryans fonksiyonlarından bazıları ve stokastik parametreleri Çizelge 4.2’de listelenmiştir.

Sinyallere ait deneysel kovaryans değerleri zaman veya uzaklık farkı (q) gibi bağımsız değişkene göre gruplandırılarak,

$$q - \Delta q \leq q_k \leq q + \Delta q \quad (r = 1, 2, \dots, n_k) \quad (4.17)$$

belirlenir. Hesaplanan k sayıda kovaryans deneysel kovaryans değerinden, belirli sayıda artı değerli kovaryans değeri çıkar. $q = 0$ için kovaryans değerleri varyansa karşılık gelir. Artan q değerlerine göre azalarak ilerleyen en küçük artı değerli deneysel kovaryanslar, öngörülen kovaryans fonksiyonunun bilinmeyen parametrelerini kestirmek amacıyla kullanılabilir. q_k ’nın fonksiyonu olarak deneysel kovaryanslar,

$$C_z(q_k) = C_s(q_k) = \frac{[s_i s_j]}{n_k - u} \quad (4.18)$$

ile hesaplanır. Öte yandan, kestirilen ölçü hatalarının gürültü bileşeninin korelasyonsuz ve rasgele büyüklükler olması, uzaklığın sıfırdan farklı olduğu

noktalar arasında kovaryans değerlerinin sıfır çıkması belirlenir. Bu durumda ölçü noktalarında ($q = 0$) sinyal ve hata bileşenlerinin varyans değerleri arasındaki ilişki, hata yayılma özelliklerinden (s ve n korelasyonsuz),

$$\begin{aligned} C_z(0) &= C_s(0) + C_n(0) \\ &= \frac{[s_i s_i]}{n - u} + \frac{[v_i v_i]}{n - u} \end{aligned} \quad (4.19)$$

eşitliği ile tanımlıdır. Kovaryans fonksiyonları ile elde edilen n sayıda iç sinyal (C_{ss}) ve m sayıda dış sinyal (C_{sps_p}) ve de iç-dış sinyallere ait varyans-kovaryans matrisleri,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{ss} &= \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & C_s(0) & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & & C_s(0) & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & C_s(0) \end{bmatrix} & \mathbf{C}_{sps_p} &= \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_m} \\ & C_s(0) & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_m} \\ & & C_s(0) & \cdots & C_{s_1 s_m} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & C_s(0) \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{sps} &= \begin{bmatrix} C_s(0) & C_{s_1 s_2} & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & C_s(0) & C_{s_1 s_3} & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & & C_s(0) & \cdots & C_{s_1 s_n} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & C_s(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.20)$$

biçiminde oluşturulur. Ölçüler eşit doğrulukta olup ortalama hatası μ ise kovaryans matrisi,

$$\mathbf{C}_u = \mu^2 \mathbf{E} \quad ; \quad \mathbf{E} : \text{birim matris} \quad (4.21)$$

eşitliğiyle ifade edilir. Kollokasyon probleminin çözümü için son olarak, kovaryans matrislerinden ters ağırlık katsayıları matrisleri hesaplanır. Ön dengelemeye ait

$\mu_0^2 = C_s(0)$ referans alınır, sinyaller ve ölçülere ait ağırlık katsayıları matrisleri,

$$\mathbf{Q}_{ss} = \frac{\mathbf{C}_{ss}}{\mu_0^2} \quad ; \quad \mathbf{Q}_{s_p s_p} = \frac{\mathbf{C}_{s_p s_p}}{\mu_0^2} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{Q}_{s_p s} = \frac{\mathbf{C}_{s_p s}}{\mu_0^2} \quad ; \quad \mathbf{Q}_{ll} = \frac{\mathbf{C}_{ll}}{\mu_0^2}$$

çıkar.

Stokastik model (4.22) eşitlikleri ile tanımlandıktan sonra en küçük kareler yaklaşımı ile dengeleme işlemine geçilebilir. Ölçüler ve iç sinyallere ait ağırlık katsayıları matrisi,

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}_{ss} + \mathbf{Q}_{ll} \quad (4.23)$$

ile bilinmeyen parametreler,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \bar{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \bar{\mathbf{Q}}^{-1} \mathbf{l}) \quad (4.24)$$

bulunur. İç sinyal $\mathbf{s}$ ve dış sinyal $\mathbf{s}_p$ değerleri,

$$\mathbf{s} = \mathbf{Q}_{ss} \bar{\mathbf{Q}}^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x}) \quad (4.25a)$$

$$\mathbf{s}_p = \mathbf{Q}_{s_p s} \bar{\mathbf{Q}}^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x}) \quad (4.25b)$$

eşitliklerinden hesaplanır. Böylece dış sinyalleri belli olan noktaların enterpolasyon sonuçları,

$$\mathbf{l}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x} + \mathbf{s}_p \quad (4.26)$$

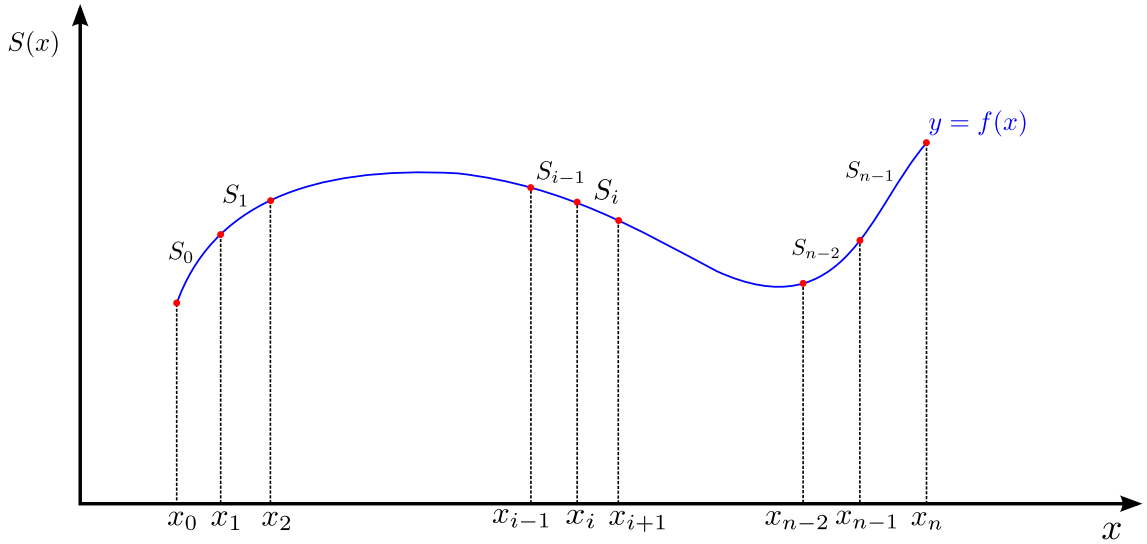
ile bulunabilir. Ölçülere ait düzeltme değerleri ile birim ağırlık ölçünün ortalama hatası,

$$\mathbf{v} = -\mathbf{Q}_{ll} \bar{\mathbf{Q}}^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x}) \quad (4.27a)$$

$$m_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{ll}^{-1} \mathbf{v} + \mathbf{s}^T \mathbf{Q}_{ss}^{-1} \mathbf{s}}{n - u}} \quad (4.27b)$$

matris işlemlerinden çıkar.

Kollokasyon yaklaşımının temelleri ve uygulaması ve de hata analizine ait daha



Şekil 4.2. Kübik Spline polinomlarının genel davranış biçimi

detaylı bilgi (Moritz, 1972) ve (Demirel, 1983)'den elde edilebilir.

4.3 Kübik Spline Entropolasyonu

Spline fonksiyonları ile enterpolasyon ardışık dayanak noktaları arasında yerel polinomlar tanımlayarak gerçekleştirilir. Genel denklem olarak $y = f(x)$ fonksiyonu ile ifade edilen $[x_0, x_1, \dots, x_n]$ dayanak noktalarının ölçü değerleri her bir $[x_i, x_{i+1}]$ aralığında k . dereceden $S_i(x)$ polinomu ile tanımlanabilir. Yaklaşımın oluşması için,

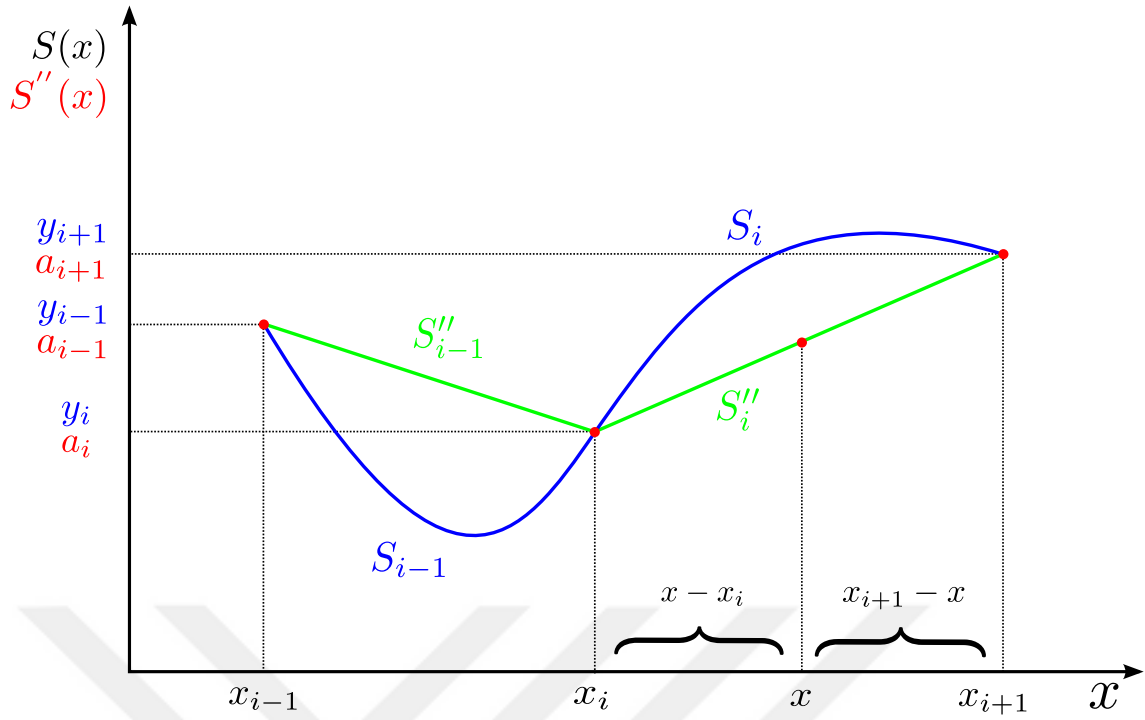
- Her bir $S_i(x)$ polinomunun derecesi k derecesinden büyük olamaz,
- Polinoma ait türevler iç dayanak noktalarında sürekli olmalıdır,

$$\begin{aligned} S_{i-1}^j(x_i) &= S_i^j(x_i) \quad ; \quad j = 0, \dots, k-1 \\ i &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (4.28)$$

şartları tanımlanır (Buchanan ve Turner, 1992; Üstün, 2013).

En yaygın olarak kullanılan yaklaşım türü kübik ($k = 3$) spline enterpolasyonudur. Her bir $[x_i, x_{i+1}]$ aralığında 3. dereceden $S_i(x)$ polinomları tanımlanır ve iç dayanak noktalarında birinci $S_i'(x)$ ve ikinci türevler $S_i''(x)$ sürekli dir. i . aralıktaki kübik polinom,

$$S_i(x) = A_i(x - x_i)^3 + B_i(x - x_i)^2 + C_i(x - x_i) + D_i \quad (4.29)$$



Şekil 4.3. $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ dayanak noktaları arasında tanımlı kübik spline polinomu ve ikinci türevler

A_i , B_i , C_i ve D_i bilinmeyenleri ile ifade edilebilir. $S_i(x)$ polinomunun $S''_i(x)$ ikinci türevi ile i . ve $i + 1$. dayanak noktaları arasında 1. dereceden doğrusal bir denklem tanımlanmış olur. İki dayanak noktası arasındaki herhangi bir x değerini ele alırsak,

$$\begin{aligned} t_i &= x_{i+1} - x_i \\ v_i &= x - x_i \\ v_{i+1} &= x - x_{i+1} \end{aligned} \tag{4.30}$$

x değerinin uç noktalara olan uzaklıkları elde edilir. $S''_i(x)$ doğrusal denkleminin uç dayanak noktalarındaki değerleri,

$$S''_i(x_i) = a_i \quad ; \quad S''_i(x_{i+1}) = a_{i+1} \tag{4.31}$$

ile ifade edilirse x noktasındaki değeri,

$$S''_i(x) = \frac{a_{i+1}(x - x_i) - a_i(x - x_{i+1})}{t_i} = \frac{a_{i+1}v_i - a_i v_{i+1}}{t_i} \tag{4.32}$$

eşitliğinden bulunur. Aynı dayanak noktasındaki kübik spline polinomu (4.32)'in iki

defa integralinin alınması ile,

$$\begin{aligned} S_i(x) &= \frac{a_{i+1}(x - x_i)^3 - a_i(x - x_{i+1})^3}{6 t_i} - b_i(x - x_{i+1}) + c_i(x - x_i) \\ &= \frac{a_{i+1}v_i^3 - a_i v_{i+1}^3}{6 t_i} - b_i v_{i+1} + c_i v_i \end{aligned} \quad (4.33)$$

elde edilir (Buchanan ve Turner, 1992). Eşitlik (4.33) 4 adet bilinmeyene sahiptir. x noktasındaki enterpolasyon işlemi i ve $i + 1$ aralığındaki a_{i+1} , a_i , b_i ve c_i bilinmeyenlerinin belirlenip $S_i(x)$ polinomunun çözümü ile sağlanır. Dolayısıyla $[x_0, x_1, \dots, x_n]$ aralığında oluşacak denklem sisteminin çözümü ile her bir $[x_i, x_{i+1}]$ aralığına ait kübik spline polinomları elde edilir.

Bilinmeyenleri belirlemek için spline yaklaşımına ait koşullar kullanılır. Kübik spline polinomlarına ait koşullar ise,

$$S_{i-1}(x_i) = S_i(x_i) = f(x_i) = y_i \quad (4.34a)$$

$$S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i) \quad ; \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (4.34b)$$

$$S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i) \quad (4.34c)$$

(4.34) ile ifade edilebilir. İlk olarak x_i dayanak noktasında $v_i = 0$ ve $v_{i+1} = -t_i$ olacağından (4.33),

$$S_i(x_i) = y_i = \frac{a_i t_i^2}{6} + b_i t_i \quad (4.35)$$

şekline dönüşür. Aynı yaklaşım x_{i+1} noktasında da,

$$S_i(x_{i+1}) = y_{i+1} = \frac{a_{i+1} t_i^2}{6} + c_i t_i \quad (4.36)$$

şeklinde oluşturulur. Dolayısıyla bu iki eşitliğin beraber çözümü ile b_i ve c_i bilinmeyenleri,

$$\begin{aligned} b_i &= \frac{y_i}{t_i} - \frac{a_i t_i}{6} \\ c_i &= \frac{y_{i+1}}{t_i} - \frac{a_{i+1} t_i}{6} \end{aligned} \quad (4.37)$$

elde edilmiş olur (Buchanan ve Turner, 1992). Geriye belirlenmesi gereken a_{i+1} ve a_i bilinmeyenleri kalır. (4.34b) ile tanımlanan birinci türevlere ait süreklilik koşulu

ile bu bilinmeyenler belirlenebilir. $S'_i(x)$ değeri (4.33)'ün x göre türevi alınarak,

$$\begin{aligned} S'_i(x) &= \frac{a_{i+1}(x - x_i)^2 - a_i(x - x_{i+1})^2}{2t_i} - b_i + c_i \\ &= \frac{a_{i+1}vi^2 - a_iv_{i+1}^2}{2t_i} - b_i + c_i \end{aligned} \quad (4.38)$$

elde edilir. x_i ve x_{i+1} noktalarındaki birinci türevler ise (4.38)'den

$$\begin{aligned} S'_i(x_i) &= c_i - b_i - \frac{a_it_i}{2} \\ S'_i(x_{i+1}) &= c_i - b_i + \frac{a_{i+1}t_i}{2} \end{aligned} \quad (4.39)$$

şeklinde ifade edilir. Her iç dayanak noktasında süreklilik koşulu sağlanması gerektiğinden (4.39)'daki gibi x_i noktası için $i - 1$. birinci türev eşitliği,

$$S'_{i-1}(x_i) = c_{i-1} - b_{i-1} + \frac{a_it_{i-1}}{2} \quad (4.40)$$

şeklinde ifade edilerek x_i noktasındaki birinci türev süreklilik koşulu $S'_i(x_i) = S'_{i-1}(x_i)$ ile aşağıdaki eşitlik,

$$\frac{(t_{i-1} + t_i)a_i}{2} + b_i - c_i - (b_{i-1} - c_{i-1}) = 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (4.41)$$

tanımlanabilir.

(4.37)'den b_i ile c_i değerleri x_i ve b_{i-1} ile c_{i-1} değerleri x_{i-1} dayanak noktaları için elde edilip (4.41)'de yerlerine yazılarak a_i ve a_{i+1} bilinmeyenlerinin çözümüne ilişkin denklem sistemi,

$$\frac{t_{i-1}a_{i-1}}{6} + \frac{(t_{i-1} + t_i)a_i}{3} + \frac{t_ia_{i+1}}{6} = l_i - l_{i-1} \quad ; \quad i = 1, \dots, n - 1 \quad (4.42)$$

oluşturulur. Eşitlikte yer alan l_i bölünmüş farkları temsil eder (Buchanan ve Turner, 1992).

Sonuç olarak (4.42)'de $n - 1$ adet denklem ve $n + 1$ adet bilinmeyen oluşur. Sistemin çözülebilmesi için denklem ve bilinmeyen sayılarının eşit olması gerektiğinden ayrıca 2 adet daha koşul tanımlamak gerekir. Tanımlanan koşullara göre kübik spline enterpolasyonunun çeşitli yaklaşımları oluşturulur. Bunlar,

- **Doğal kübik spline:** yaklaşımı ile oluşturulan koşullar,

$$S_0''(x_0) = 0 \quad ; \quad S_n''(x_n) = 0 \quad (4.43)$$

ile tanımlanır ve $a_0 = a_n = 0$ olarak elde edilir. Böylece bilinmeyen sayısı $n - 1$ adet olup sistemin çözümü sağlanabilecektir.

- **Kenetlenmiş (clamped) kübik spline:** $y = f(x)$ 'in x_0 ve x_n dayanak noktalarındaki birinci türevleri spline polinomlarına ait birinci türevlere eşit olması koşulu ile elde edilir.

$$S_0'(x_0) = f'(x_0) \quad ; \quad S_{n-1}'(x_n) = f'(x_n) \quad (4.44)$$

Doğal kübik spline yaklaşımının tersine bilinmeyen sayısı aynı kalırken denklem sistemine 2 adet yeni denklem tanımlanmış olur.

- **Not-a-knot kübik spline:** x_0 ve x_n noktalarında,

$$S_0'''(x_1) = S_1'''(x_1) \quad ; \quad S_{n-1}'''(x_{n-1}) = S_n'''(x_{n-1}) \quad (4.45)$$

üçüncü türevlerin sürekli olması üzerine kuruludur. Bilinmeyen sayısı $n - 1$ adet olur ve denklem sisteminin çözümüne olanak sağlar (Buchanan ve Turner, 1992; Burden ve Faires, 2001; Üstün, 2013).

Kullanılan yaklaşımlara göre a_i ve a_{i+1} bilinmeyen parametreleride belirlenmiş olacaktır. Herhangi bir $[x_i, x_{i+1}]$ aralığındaki x noktasının enterpolasyonu ise bulunduğu aralığa bağlı bilinmeyen parametreleri belirlenmiş $S_i(x)$ spline polinomu ile belirlenebilecektir.

5. SAYISAL UYGULAMA

Tez konusu kapsamında GRACE uydularının bir aylık kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörünge çözümleri gerçekleştirilmiştir. Zaman periyodu 2010 yılı Mayıs ayı seçilmiş ve yörüngeler sıfır farklar yaklaşımı temelinde Bernese 5.2 GNSS yazılımı kullanılarak elde edilmiştir. Günlük çözümler 10'ar saniyelik epoklarda sürekli konum bilgisini içermektedir. GPS gözlemlerinde yaşanan veri kayıpları kinematik yörünge konumlarının sürekliliğini etkilemiş ve anlık veri kayıpları yaşanmıştır. İndirgenmiş-dinamik yörünge konumlarında ise bu durum söz konusu değildir.

İki aşamalı uygulama işlem adımları Şekil 5.1'de gösterilmektedir. İlk aşamada yörüngelerin duyarlılıkları araştırılmıştır. İç ve dış doğrulama yaklaşımları ile konum bilgisinin ne kadar duyarlı olduğu tespit edilmiştir. İndirgenmiş-dinamik yörüngeler tüm doğrulama yöntemlerinde kullanılmıştır. Kinematik yörüngelerde ise veri kayıpları bazı doğrulama modellerinin uygulanmasını engellemiştir. İkinci aşamada kinematik yörüngelerdeki veri boşluklarının enterpolasyon metotları ile elde edilmesi amaçlanmıştır. En küçük kareler yaklaşımı temelinde enterpolasyon polinomları ve kollokasyon kullanılmıştır. Sürekli konum bilgisine sahip indirgenmiş-dinamik yörüngelerin 5'er saniyelik aralıklarla sıklaştırılması işlemi de gerçekleştirilmiştir. Yöntem olarak kenetlenmiş, not-a-knot ve doğal kübik spline yaklaşımları ele alınmıştır.

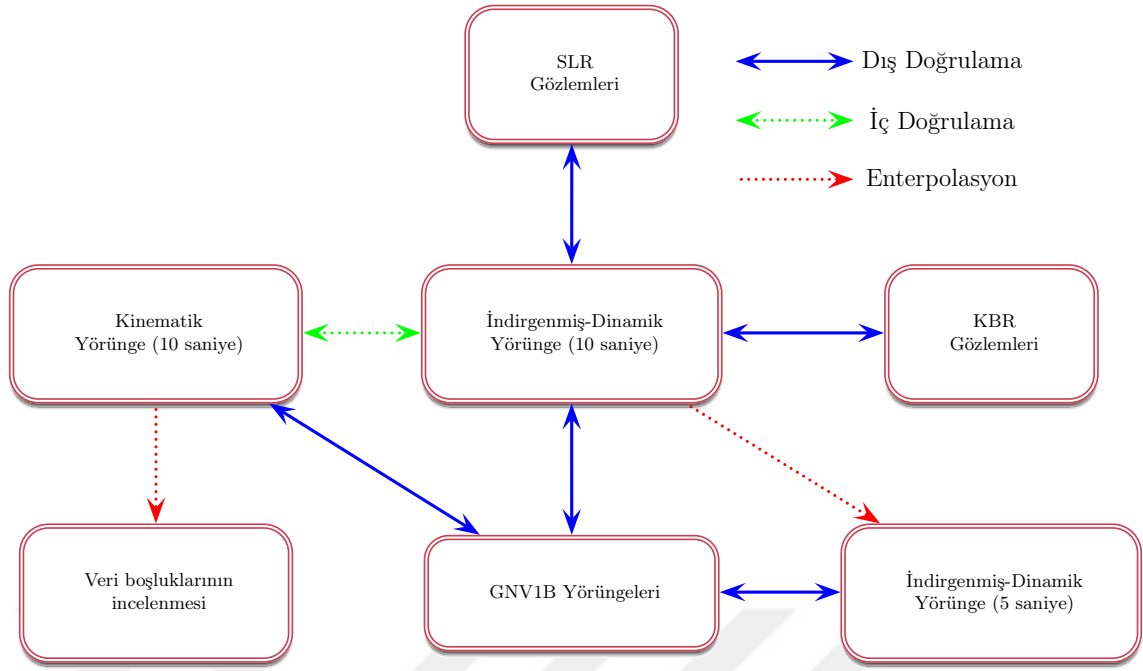
Enterpolasyonu sağlanan noktaların gerçek verilerden ne kadar uzaklaştığı incelenmiştir. Böylece bir aylık konum bilgisi iki farklı yörünge modeli temelinde üretilmiş, karşılaşılan sorunlar irdelenmiş ve çözüm önerileri getirilmiştir.

5.1 Bernese 5.2 GNSS Yazılımı ve Yörünge Çözüm Yaklaşımı

Günümüze kadar uydu yörüngelerin belirlenmesi amacıyla farklı kurum ve kuruluşlar tarafından birçok yazılım geliştirilmiştir. Çizelge 5.1'de bu yazılımlardan bazıları bulunmaktadır. Uygulama kapsamında AIUB'de geliştirilen Bernese 5.2 GNSS yazılımı kullanılmıştır. Program 1988 yılından beri farklı versiyonlar ile kullanıcılara sunulmuştur. Günümüzde aktif olarak 600'den fazla kurum ve kuruluş bilimsel veya diğer amaçlarla Bernese yazılımını kullanmaktadır. Uydu

Çizelge 5.1. Günümüzde yaygın olarak kullanılan yörünge belirleme yazılımlarından bazıları

Yazılım	Kurum
Bernese5.2 GNSS	AIUB: Astronomical Institute of the University of Bern
EPOS (Earth Parameter and Orbit System)	GFZ: GeoForschungsZentrum
GINS (Geodesie par Integration Numerique Simultanee)	GRGS/CNES: Groupe de Resherches de Geodesie Spatiale / Centre National d'Etudes Spatiales
GPSY/OASIS (GNSS-Inferred Positioning System and Orbit Analysis Simulation Software)	JPL/NASA: Jet Propulsion Laboratory/National Aeronautics and Space Administration
GHOST (GPS High Precision Orbit Determination Software Tools)	DLR: Deutsches Zentrum für Luft und Raumfahrt
NAPEOS (the Navigation Package for Earth Observation Satellites)	ESOC/ESA: European Space Operations Centre / the European Space Agency
MSODP (Multi Satellite Orbit Determination Programme)	UTCSR: University of Texas Centre for Space Research
GEODYN (the orbit determination and geodetic parameter estimation software)	GSFC/NASA: Goddard Space Flight Center/National Aeronautics and Space Administration
MADOCA (Multi-GNSS advanced Demonstration tool for Orbit and Clock Analysis)	JAXA: Japan Aerospace Exploration Agency

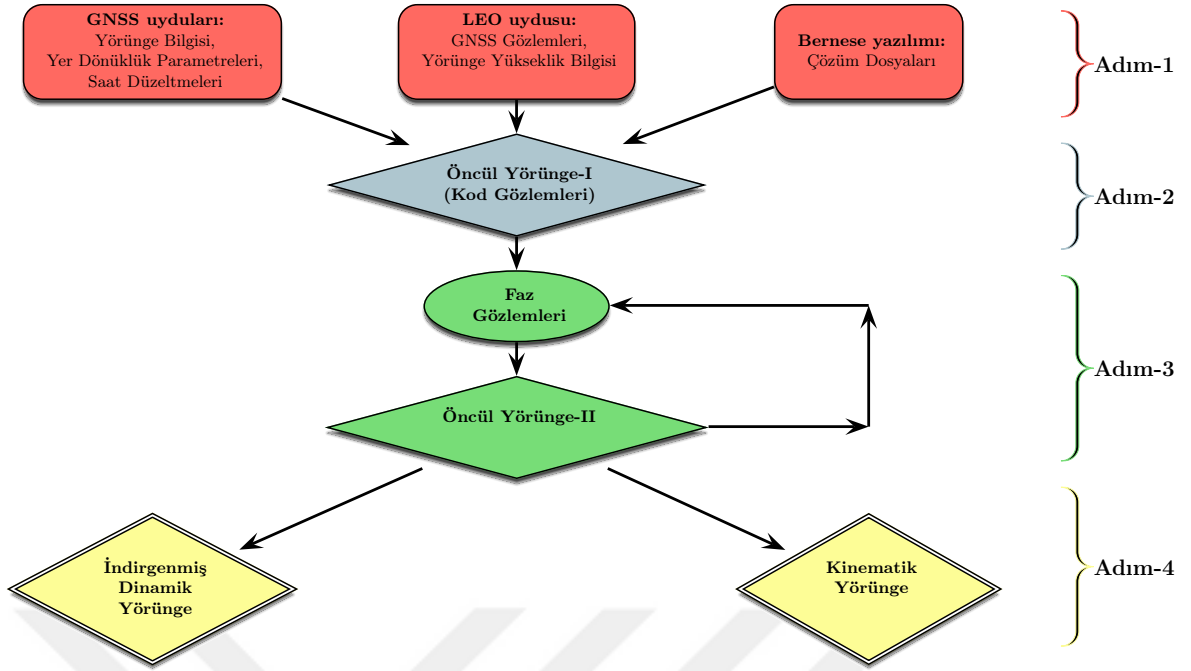


Şekil 5.1. Sayısal uygulama boyunca izlenen genel işlem adımları

yörüngelerinin analizi, iyonosferik veya troposferik modelleme, SLR gözlemlerinin incelenmesi ve GNSS yer kontrol ağı çözümleri gibi birçok farklı alanda çalışmalar bunlardan bazılarıdır.

Yazılım, UNIX/Linux, Mac ve Windows işletim sistemleri ile uyumludur. Program modüler yapıda olup farklı görevleri olan birden fazla yazılım dili kullanılmıştır. Hesap modülleri Fortran90 dilinde yazılmıştır. Komut satırının yanısıra QT-4 kütüphanesi kullanılarak C++ ile hazırlanmış kullanıcı arayüzü ile de çalışılabilmektedir. Ayrıca Bernese Processing Engine (BPE) yaklaşımı ile otomatize bir biçimde çözümler yapılabilir. Dolayısıyla sıralı ya da paralel çözüm yapabilme yeteneği ile veri yoğunluğuna bağlı karmaşıklığı ortadan kaldırmaktadır. Bernese 5.2 GNSS yazılımı hakkında daha fazla <http://www.bernese.unibe.ch/> adresinden elde edilebilir.

Yakın yörünge uydularının kinematik ve indirgenmiş dinamik yörüngeleri Bernese yazılımı ile elde edilebilmektedir. Çözüm stratejisi kod gözlemleri ile başlar ve faz gözlemlerinin iteratif olarak iyileştirilmesidir. Her bir iteratif adımda, uydu hareket denkleminin parametrik tanımlama farklılıklarına göre sonuç yörüngelere ulaşılmaktadır. Şekil 5.2’de Bernese 5.2 yazılımının sıfır farklar yaklaşımına göre çözüm adımları bulunmaktadır. (Dach vd., 2015), işlem adımlarını daha detaylı olarak açıklamıştır (Dach vd., 2015):



Şekil 5.2. Bernese 5.2 GNSS yazılımı duyarlı yörünge çözüm şeması

- **Adım-1:** Verilerin hazırlanması aşamasıdır. Genel olarak üç tipte veri türü kullanılır. GNSS uydularına ait yörünge efemeris bilgileri, yakın yörünge uydusuna gerçekleştirilmiş gözlemler ve Bernese yazılımının çözüm amacıyla ihtiyaç duyduğu veriler kullanılmaktadır. Girdi verileri ilgili veri tabanlarından temin edildikten sonra Bernese ile çözüme başlanır. İlk olarak Bernese çalışma prensibi temelinde verileri belirli alt dizinlere kopyalar.
- **Adım-2:** Herhangi bir öncül yörünge bilgisi olmaksızın kod gözlemlerinden ilk kinematik yörünge çözümü gerçekleştirilir. Çözümde yörünge yükseklik bilgisi dikkate alınmaz. Kepler yörünge elemanları ve uydu koordinat sisteminde tanımlı sabit ivme değerleri ile hareket denklemi parametrik olarak tanımlanır. Nümerik integrasyon ile hareket denkleminin inersiyal sistemde tanımlı standart yörünge konumları elde edilir. Ayrıca varyasyonel denklemlere ait türevler de hesaplanmaktadır. Elde edilen bilgiler sonraki adımların girdi verileri olarak kullanılır.
- **Adım-3:** Adım-2’de elde edilen standart konumlar öncül yörünge olarak kabul edilir. Faz gözlemlerinin iteratif çözümü ile sonuç yörüngelerin elde edilmesi amacıyla öncül konumlar üretilir. Yakın yörünge uydusuna ait yükseklik bilgisi kullanılarak Kepler elemanları ve 15 dakikalık aralıklarla kurulmuş her

eksendeki sabit ivme değerleri ile parametrik denklem oluşturulur. Denklemin cözümü ile standart yörüngeler elde edilir. Bernese yazılımı bu işlemi 3 iterasyon ile tekrarlı olarak gerçekleştirmektedir. Her adımda iyonosferik düzeltme getirilmiş ve uyuşumsuz ölçüleri ayıklanmış faz gözlemleri kullanılır. Üretilen standart yörüngeler bir sonraki iterasyonda öncül yörünge olarak ele alınır.

- **Adım-4:** Son iterasyonda elde edilen standart yörünge konumları sonuç kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörünge cözümü için öncül yörünge olarak kullanılır. Kepler yörünge elemanları ve 6 dakikalık aralıklarda tanımlı yerel sabit ivme değerleri ile hareket denklemi tanımlanır. İndirgenmiş-dinamik yörünge elde edilir. Bu cözüm sonucunda standart konumlar tekrar oluşturulup öncül konumlar olarak sonuç kinematik yörünge cözümünde kullanılır. Sonuç yörüngeler yer merkezli yer sabit (ECEF) koordinat sisteminde tanımlı konumlardan oluşmaktadır. Ayrıca uydu koordinat sisteminde (UKS) kinematik ve indirgenmiş dinamik yörünge farkları da üretilmektedir.

5.2 Yörüngelerin Üretilmesi

2010 yılı Mayıs ayı boyunca (DOY: 121-151) kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörünge cözümleri gerçekleştirilmiştir. GPS uydularına ait duyarlı efemeris bilgileri, yer dönüklük parametreleri ve saat düzeltme dosyaları CODE (Center for Orbit Determination in Europe) merkezi veri tabanından temin edilmiştir. Ayrıca Bernese yazılımının ihtiyaç duyduğu diğer veriler de aynı veri tabanından indirilmiştir. GRACE uydularına ait GPS gözlemleri ve yörünge yükseklik bilgisini içeren veriler ise JPL/NASA kurumuna ait PODAAC veri tabanından alınmıştır. Girdi verilerinin temini aşaması tamamlandıktan sonra yörüngelerin cözümüne geçilmiştir. Yörüngeler Çizelge 5.2'deki seğimler ve kısıtlamalar ile elde edilmiştir. İndirgenmiş dinamik yörünge cözümünün üretilmesi amacıyla kullanılan güç modeli de Çizelge 5.2'de bulunmaktadır. Çizelgede * ile işaretli modellerin alternatifleri ile de cözüm Bernese yazılımı ile sağlanabilmektedir (Dach vd., 2015). Alternatif modellere http://www.aiub.unibe.ch/download/BSWUSER52/GEN/ALTERNATIVE_MODEL

Çizelge 5.2. Bernese 5.2 yazılımı ile yörünge çözümü genel seçimleri ve dinamik parametreler

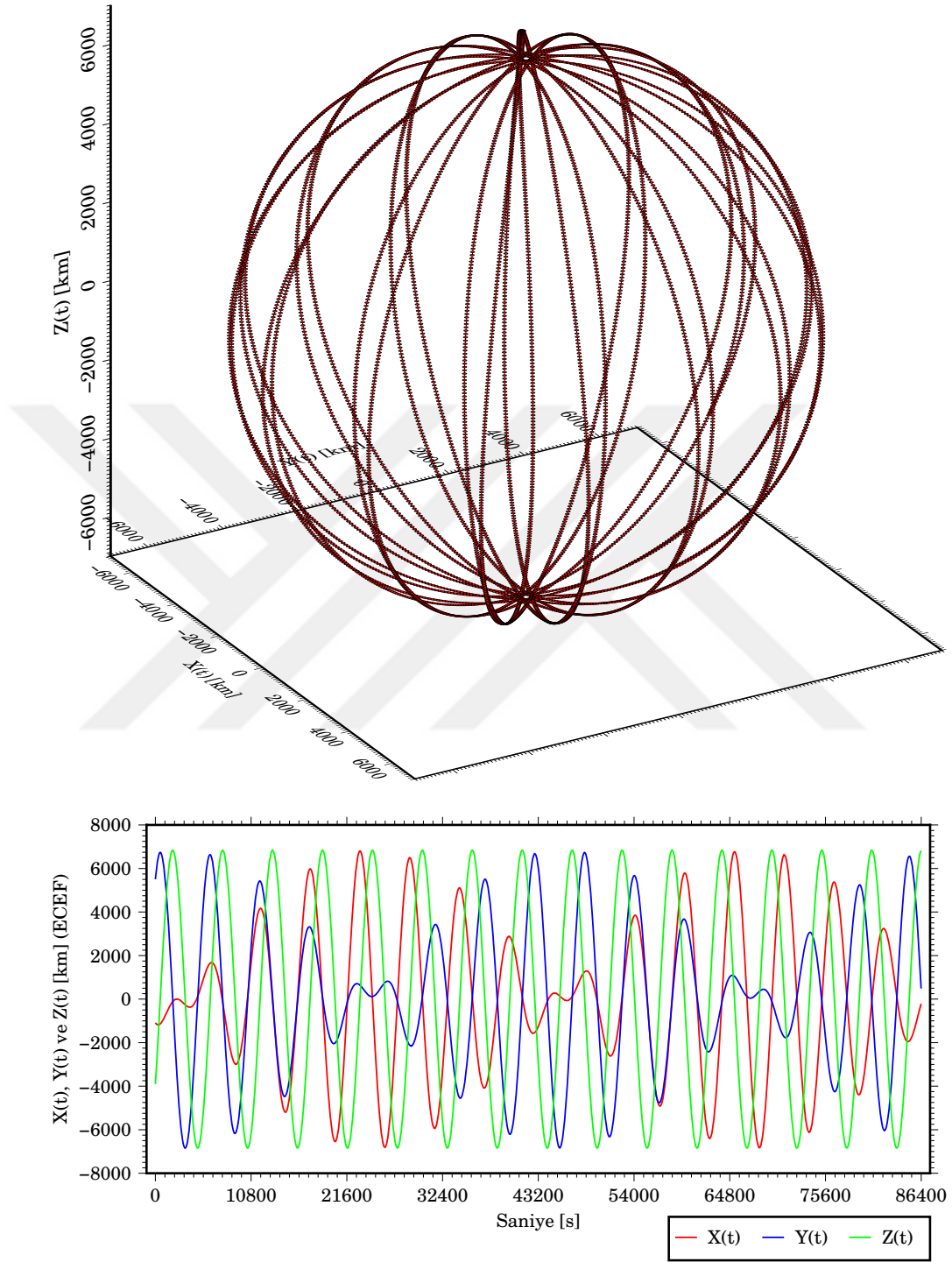
Unsur	Seçim
Epok aralığı	10 saniye
GPS ufuk açısı	5°
İvmelenme yay yaklaşımı	Parçalı-sabit-ivmelenme (piecewise-constant-acceleration)
İvmelenme aralığı	6 dakika
İvmelenme sabiti	$1 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$
Dinamik Güç Modeli	
Gravite Modeli*	EGM2008_SMALL
Nutasyon Modeli*	IAU2000R06.NUT
Katı Yeryuvarı Gelgit Modeli*	TIDE2000.TPO
Okyanus Gelgit Modeli*	OT_FEE2004.TID
Gezegen Efemeris Modeli	DE405(JPL)
Atmosferik Sürüklenme	Gülle Modeli
Solar Radyasyon basıncı	CODE yörünge Modeli (ECOM)

sayfasından ulaşılabilir.

Yörünge çözümleri 10 saniyelik epoklarda ve ECEF sisteminde tanımlıdır. Ayrıca uydu koordinat sisteminde tanımlı yörünge konum farkları Bernese yazılımı ile oluşturulmaktadır. GRACE uydusunun yörünge davranışı Şekil 5.3’de hem 3 boyutlu hem de tek boyutlu olmak üzere indirgenmiş-dinamik yörünge konumları kullanılarak gösterilmiştir. GRACE-B uydusu da benzer davranışı sergilemektedir. Kinematik yörünge konumlarının gösterimine gerek duyulmamıştır çünkü iç doğrulama bölümünde de anlatılacağı üzere iki yörünge türü arasındaki farklar cm mertebesindedir.

5.3 Yörüngelerin İncelenmesi

Yörüngelerin üretilmesi tamamlandıktan sonra ilk incelemelerde kinematik yörünge çözümlerinin veri boşluklarına sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu duruma GPS gözlemlerinde yaşanan kayıplar sebep olmuştur. Yörünge çözüm modeli yaklaşım farklılığından dolayı indirgenmiş-dinamik yörünge çözümlerinde veri kaybı yaşanmamıştır. 10’ar saniyelik aralıklarla ifade edilen bir günlük yörüngede toplam 8640 adet konum bilgisi bulunmalıdır. Bir aylık süreçte uydu çiftine ait kinematik yörüngelerde yaşanan veri kayıpları Çizelge 5.3’de verilmiştir. GRACE-A uydusu için 142. ve 143. gün dikkat çekmektedir. Veri kaybı günlük ortalamanın çok



Şekil 5.3. GRACE-A uydusu 121. güne ait ECEF sisteminde tanımlı indirgenmiş-dinamik yörünge konumları (üstte üç boyutta yörünge)

Çizelge 5.3. Bir aylık kinematik yörünge konumlarının sahip olduğu veri kayıpları (**A:** toplam eksik gözlem sayısı, **B:** minimum eksik gözlem sayısı, **C:** maksimum eksik gözlem sayısı, **D:** toplam yay süreksizliği)

DOY	GRACE A					GRACE B				
	Gözlem Sayısı	A	B	C	D	Gözlem Sayısı	A	B	C	D
121	8631	9	2	7	2	8571	69	1	14	13
122	8629	11	2	5	3	8520	120	1	26	14
123	8637	3	1	2	2	8501	139	1	33	17
124	8600	40	2	14	5	8550	90	1	25	13
125	8555	85	2	60	5	8537	103	1	35	18
126	8629	11	2	9	2	8573	67	1	12	14
127	8635	5	1	2	3	8598	42	1	17	12
128	8570	70	2	60	3	8581	59	1	15	11
129	8605	35	1	11	7	8564	76	1	18	15
130	8633	7	2	3	3	8479	161	1	60	21
131	8626	14	1	7	4	8540	100	1	21	12
132	8616	24	2	12	6	8476	164	1	90	10
133	8620	20	1	12	5	8443	197	1	38	19
134	8623	17	1	11	5	8543	97	1	25	18
135	8634	6	2	2	3	8557	83	1	38	12
136	8632	8	2	6	2	8553	87	1	39	13
137	8625	15	2	7	3	8567	73	1	23	9
138	8627	13	1	8	4	8530	110	1	24	15
139	8595	45	2	12	9	8404	236	1	57	23
140	8631	9	1	4	5	8524	116	1	24	18
141	8620	20	1	8	7	8507	133	1	32	30
142	8274	366	3	360	3	8501	139	1	35	18
143	5212	3428	1	3392	6	8561	79	1	21	18
144	8571	69	1	38	6	8538	102	1	25	16
145	8521	119	1	108	9	8460	180	1	37	27
146	8600	40	2	27	4	8537	103	1	21	21
147	8638	2	2	2	1	8510	130	1	26	18
148	8620	20	2	15	3	8541	99	1	25	18
149	8632	8	1	3	5	8540	100	2	31	14
150	8632	8	2	4	3	8500	140	1	63	19
151	8609	31	1	15	6	8545	95	1	35	14

Çizelge 5.4. GRACE-A ve GRACE-B DOY:121 iç doğrulama merkezi eğilim ölçütleri (birim: cm)

Uydu	Epok	Fark	Min	Maks.	Med.	Ort.	RMS	Çarpıklık	%90	%95
A	8631	dx	-38.2	24.1	-0.1	-0.0	2.7	pozitif	≤ 4.3	≤ 5.0
		dy	-9.1	11.8	0.1	0.1	1.9	simetrik	≤ 3.3	≤ 3.9
		dz	-7.0	7.3	0.0	0.2	2.1	pozitif	≤ 3.5	≤ 4.0
B	8571	dx	-77.7	83.8	-0.1	-0.2	3.7	negatif	≤ 5.0	≤ 6.0
		dy	-29.5	27.4	-0.1	-0.1	2.5	simetrik	≤ 4.0	≤ 4.5
		dz	-11.3	7.0	-0.5	-0.2	2.6	pozitif	≤ 4.0	≤ 5.0

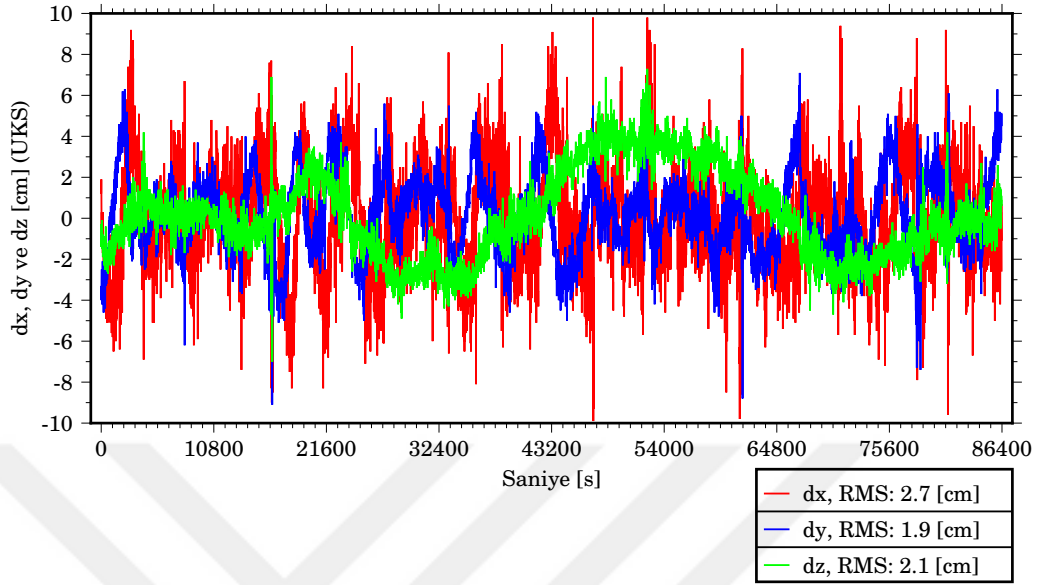
üzerindedir. GFZ tarafından aylık olarak yayınlanan durum değerlendirme raporları bulunmaktadır. GRACE-A uydusuna 22 Mayıs (DOY: 142) saat 23:03:34'den 23 Mayıs (DOY: 143) saat 09:19:35 anına kadar GPS gözlemi gerçekleştirilemediği raporlanmıştır (Flechtner vd., 2010). Çizelge 5.3 GRACE-B uydusu açısından incelendiğinde sürekli konum kaybı GRACE-A uydusuna göre daha fazladır.

Yörünge konumlarının ön inceleme aşaması tamamlandıktan sonra duyarlılıklarının test edilmesi amaçlanmıştır. Bunun için genel olarak iki yaklaşım kullanılmaktadır. Üretilen yörüngelerin birbiriyle karşılaştırılması iç doğrulama olarak adlandırılırken başka kurum ve kuruluşlara ait yörüngeler veya uydu misyonlarının sahip olduğu farklı gözlemler ile karşılaştırılmalarına ise dış doğrulama olarak ifade edilir. Bu çalışmada değişik yaklaşımlar uygulanmaya çalışılmıştır.

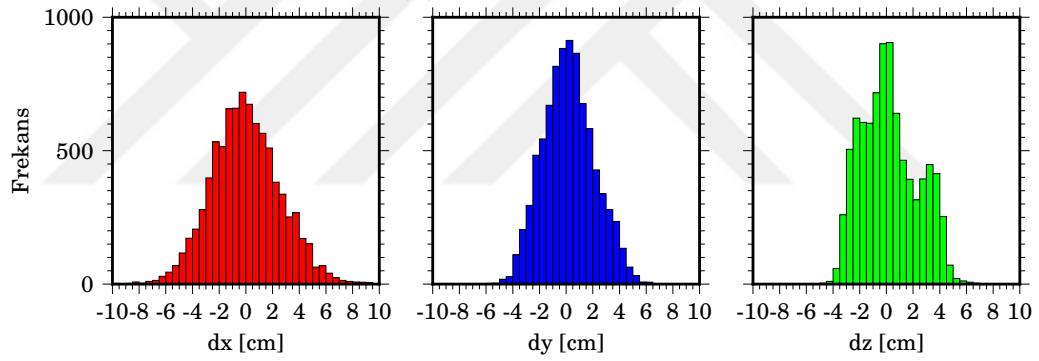
5.4 İç Doğrulama

Kinematik ve indirgenmiş dinamik yörüngelerin karşılaştırılmasıdır. Aynı epoklarda ve uydu koordinat sistemindeki farklar (radyal: dx , yörünge boyunca: dy , yörüngeye dik doğrultuda: dz) değerlendirilir. Günlere ait farklar Bernese 5.2 GNSS yazılımı ile elde edilmiştir. GRACE-A ve GRACE-B uydularının 121. güne ait farklar ve dağılımlarına ilişkin bilgiler Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'de bulunmaktadır. Farklara, merkezi eğilim ölçütleri uygulanarak yörünge duyarlılıkları hakkında bilgi edinilmesi amaçlanmıştır. Uydu çiftinin 121. güne ait RMS değerleri yaklaşık 2.5 cm civarındadır. %90 güven düzeyine göre farklı eksen bileşenlerine ait koordinat farklarının en düşük değeri yaklaşık 3.3 cm iken en yüksek değeri 5 cm olarak elde edilmiştir. Bu değerler %95 güven düzeyinde biraz daha artmaktadır. 121. güne ait sonuçlar Çizelge 5.4'de listelenmiştir.

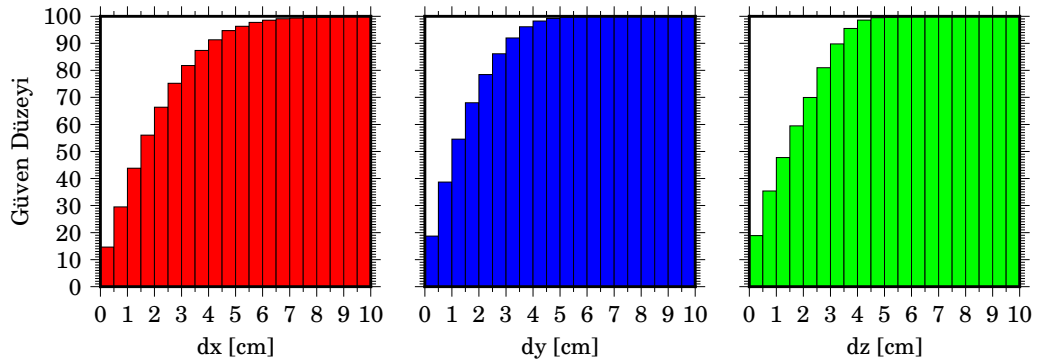
Bir aylık zaman periyodundaki doğrulama sonuçlarına ilişkin çizelgeler EK



(a) Konum farkları

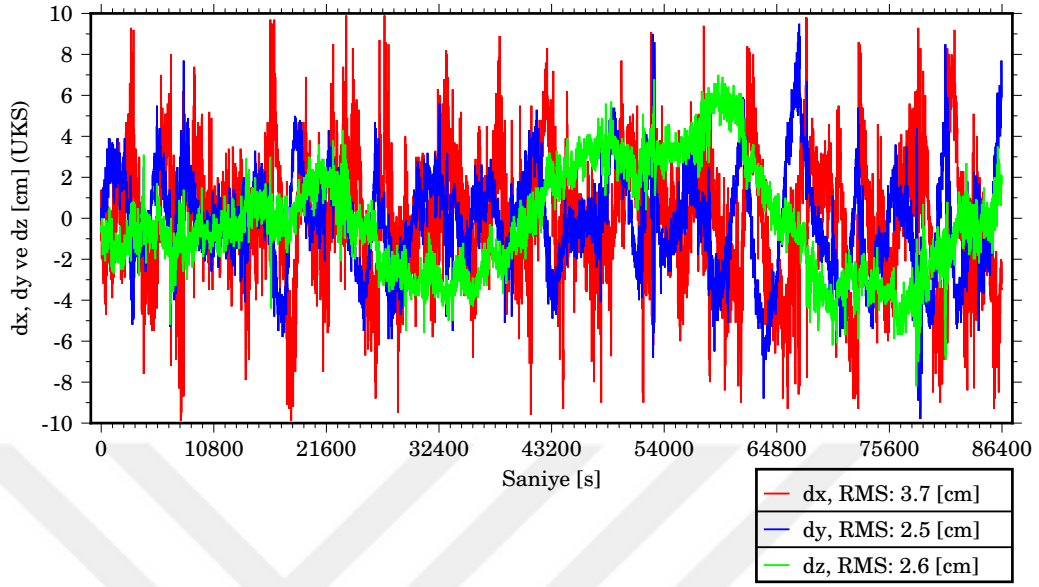


(b) Frekans dağılımı

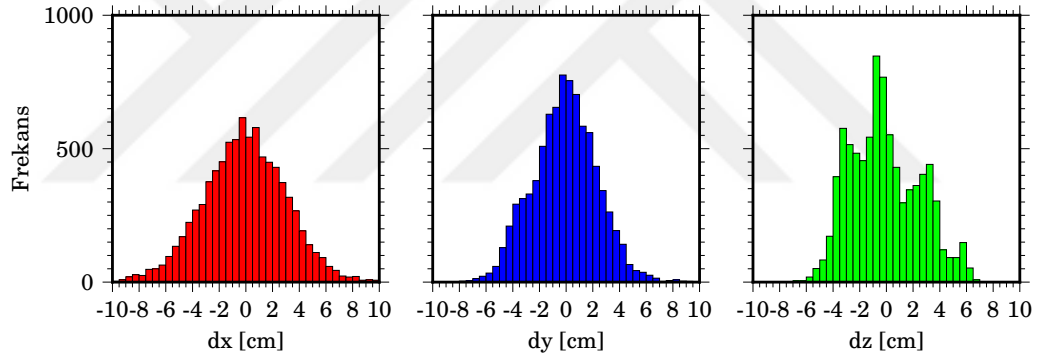


(c) Yoğunluk dağılımı

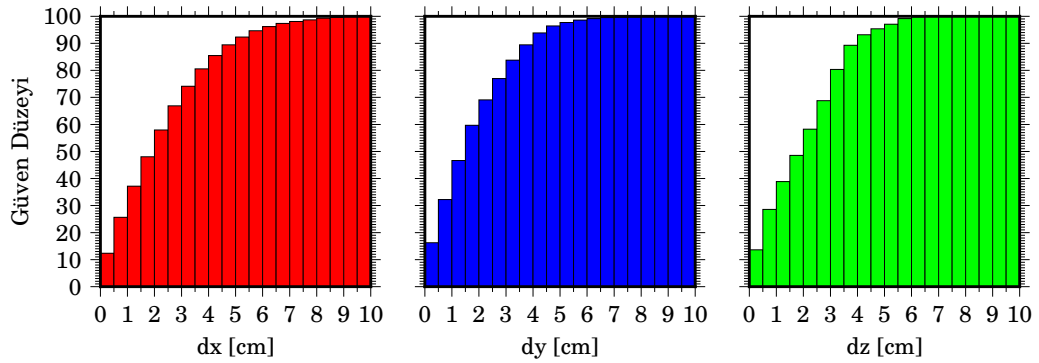
Şekil 5.4. GRACE-A uydusu 121. güne ait UKS sisteminde kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörünge konum farklarının, frekans ve yoğunluk dağılımı



(a) Konum farkları



(b) Frekans dağılımı



(c) Yoğunluk dağılımı

Şekil 5.5. GRACE-B uydusu 121. güne ait UKS sisteminde tanımlı kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörünge konum farkları, frekans ve yoğunluk dağılımı

A'da bulunmaktadır. GRACE-A uydusu için aylık ortalama RMS değerleri her bir bileşende (dx, dy, dz) sırasıyla yaklaşık olarak 2.7 cm, 1.9 cm, 1.8 cm'dir. GRACE-B içinse 3.6 cm, 3.4 cm, 2.2 cm olarak elde edilmiştir. Ortalama RMS değerleri GRACE-B uydusunda GRACE-A'ya göre daha yüksektir. Bu durum araştırılmış ve doğrulama sonuçları GRACE-B için 139. günde genel dağılımın dışına çıkmış olduğu tespit edilmiştir. Bu güne ait doğrulama sonuçları 19.7 cm, 38.3 cm ve 5.7 cm'dir. Dolayısıyla GPS gözlem kaybının varlığı açısından Çizelge 5.3 incelenmiştir. 139. güne ait toplam kayıp 236 adettir ve GRACE-B günlük veri kayıpları arasındaki en yüksek değerdir. Aylık durum raporu incelendiğinde ise 139. günde veri kaybı açısından olağandışı bir durumdan bahsedilmemiştir fakat 04:44:45 - 04:46:26 saatleri arasında yaklaşık 2 dakika boyunca GRACE-B uydusuna manevra yaptırıldığı raporlanmıştır (Flechtner vd., 2010). Ayrıca yörünge hareket doğrultusunda tanımlı fark $dy = 38.3$ cm ile en yüksek değer olarak elde edilmiştir. Dolayısıyla manevra etkisi ile uydu hareket davranışının yapay olarak bozulmasının gözlem sonuçlarına yansıyabileceği düşünülmektedir. GRACE-B uydusunun 139. güne ait RMS değerleri dikkate alınmadan tekrardan aylık ortalama değerleri hesaplanmış ve 3.1 cm, 2.3 cm ve 2.1 cm elde edilmiştir.

5.5 Dış Doğrulama

Yörünge çözümlerinin uydu misyonlarına ait referans (bağımsız) yörüngeler ve sahip oldukları farklı gözlem yöntemlerine ait veriler ile karşılaştırılmıştır. Burada referans yörünge GNV1B yörüngeleridir. GRACE uydusu gözlem doğruluğu yüksek olduğu bilinen KBR ve SLR gözlemlerine sahiptir. Dolayısıyla GRACE misyonu yörüngelerine ait dış doğrulama işlemi bu veri kaynaklarıyla da sağlanabilir.

5.5.1 GNV1B dış doğrulaması

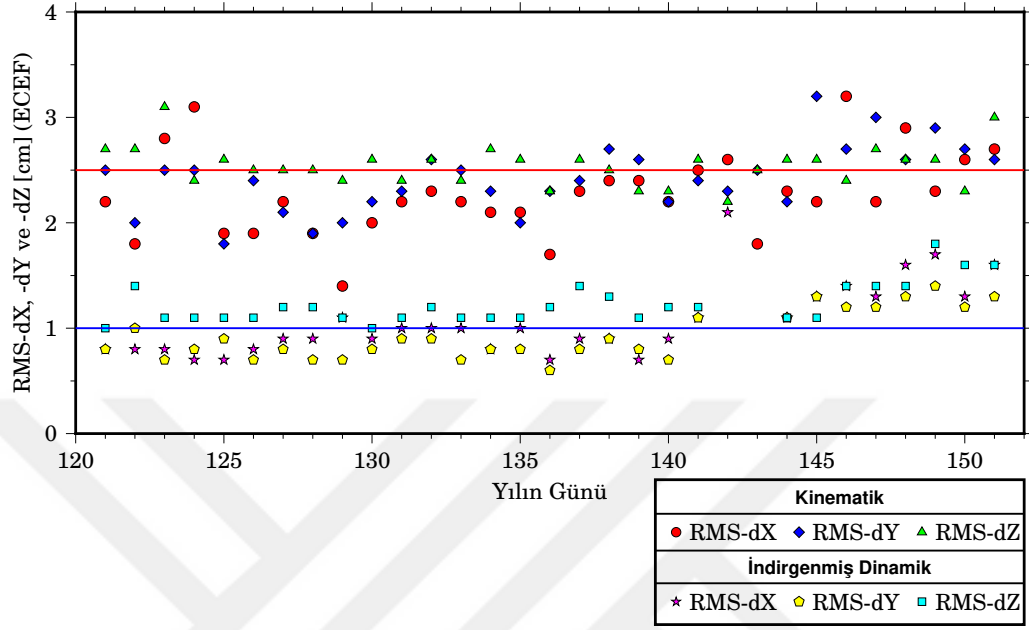
GNV1B yörüngeleri GRACE uydu misyonuna ait referans yörünge olarak kabul edilmektedir. Yörüngeler Level-1B (L1B) formatında indirgenmiş-dinamik yörünge türünde ikili farklar (DD) yaklaşımı ile hesaplanır. Yörünge veri seti GIPSY/OASIS yazılımı kullanılarak JPL tarafından hazırlanmaktadır (Krishnan, 2012). 5 saniyelik epoklarda ve ECEF koordinat sisteminde tanımlı konum ve hız bilgisini içerir (Case vd., 2010). Yörünge doğrulukları yaklaşık olarak

2.5 cm civarındadır (Li vd., 2010; Doğanalp, 2013). İstenen veriler GFZ'ye ait ISDC (Information System and Data Center) veya JPL'e ait PODAAC (Physical Oceanography Distributed Active Archive Center) adreslerinden ücretsiz olarak temin edilebilir.

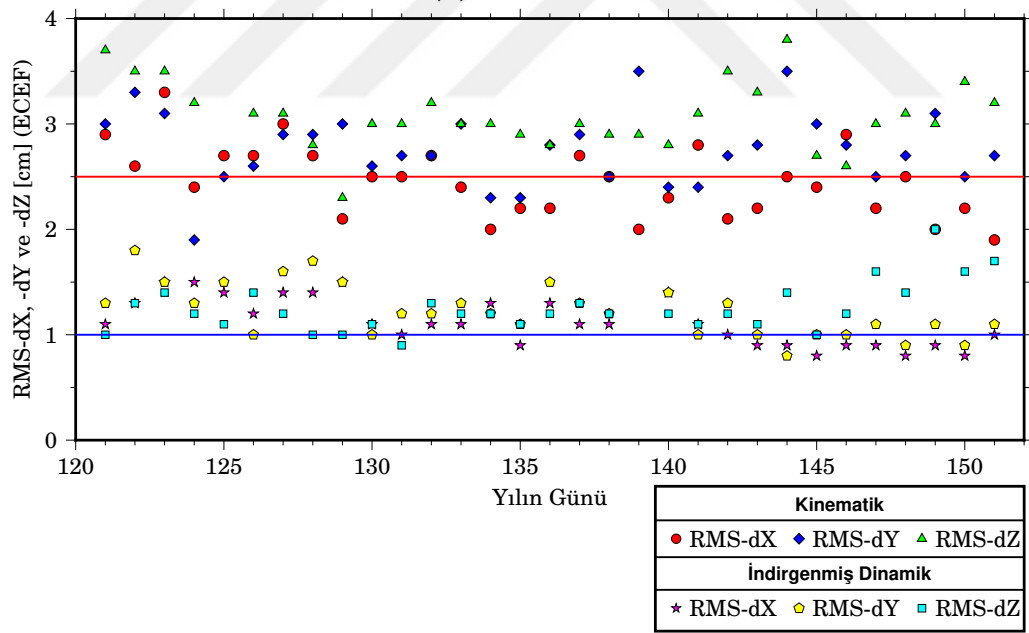
Doğrulama işlemleri hem kinematik hem de indirgenmiş dinamik yörünge çözümleri ile gerçekleştirilmiştir. GNV1B yörüngelerinin 10'ar saniyelik konumları ile farklar elde edilmiş ve sonuçlar değerlendirilmiştir. Bir aylık zaman periyodu boyunca kinematik yörünge farklarına ait RMS değerleri yaklaşık 2.5 cm civarındadır. İndirgenmiş-dinamik yörünge çözümü içinse yaklaşık 1 cm civarında elde edilmiştir. Günlük RMS değerlerinin dağılımı Şekil 5.6'de bulunmaktadır. GRACE-A ve GRACE-B tüm doğrulama sonuçları EK B'de gösterilmiştir. Bir aylık süreçte GRACE-A RMS değerleri GRACE-B uydusuna göre daha düşük gerçekleşmiştir. Mayıs ayı durum raporunda ifade edilen gözlem eksikliği ve manevra hareketi mevcut GNV1B yörüngeleriyle olan doğrulama sonuçlarına da yansımıştır. Şekil 5.6'de GRACE-A için 142. ve 143. gün; GRACE-B içinse 139. gün indirgenmiş-dinamik yörünge doğrulama sonuçları bulunmamaktadır. GRACE-A 142. günde RMS değerleri 2.1 cm, 6.5 cm ve 5.2 cm iken; 143. günde 27.7 cm, 24.6 cm ve 42.6 cm olarak elde edilmiştir. GRACE-B 139. gün RMS değerleri ise 41.4 cm, 8.9 cm ve 22.1 cm'dir. Benzer durum kinematik yörünge doğrulama sonuçlarında yoktur. Bu durum doğrulama yaklaşımı gereği anlık konum farklarının alınmasından kaynaklanır. Ayrıca GNV1B yörüngelerinin indirgenmiş-dinamik yörünge türü olmasına rağmen bu üç günde farkların artması dikkat çekicidir. GNV1B yörüngelerinin GRACE uydularının mevcut yörünge davranış biçimi ve sonuçları dikkate alınarak üretildiği düşünülmektedir.

5.5.2 SLR dış doğrulaması

SLR gözlemleri NPT (Normal Point Data) CDDIS (NASA Archive of Space Geodesy Data) ve EDC (EUROLAS Data Center) kurumlarına ait online veri tabanlarından ücretsiz olarak temin edilmiştir. Doğrulama işlemi Bernese 5.2 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Gözlemler indirgenmiş-dinamik yörünge konumları ile karşılaştırılmıştır. Kısa aralıklarla belirli sayıda SLR gözlemlerinin yapılması veri boşluklarına sahip kinematik yörüngelerin doğrulanmasını anlamsız



(a) GRACE-A



(b) GRACE-B

Şekil 5.6. GRACE-A ve GRACE-B uyduları bir aylık ECEF sisteminde tanımlı GNV1B doğrulaması karesel ortalama hata değerleri dağılımı

Çizelge 5.5. GRACE-A ve GRACE-B uyduları indirgenmiş-dinamik yörünge SLR doğrulama sonuçları (**Ort:** Ortalama, **RMS:** Karesel Ortalama Hata , σ : Standart sapma, toplam eksik gözlem sayısı

GRACE A					GRACE B				
DOY	Gözlem	Ort. [cm]	RMS [cm]	σ [cm]	DOY	Gözlem	Ort. [cm]	RMS [cm]	σ [cm]
121	28	-0.4	4.3	4.3	122	46	-1.0	5.8	5.8
125	48	0.1	3.7	3.8	124	20	-0.7	0.9	0.5
127	55	0.8	1.3	1.1	125	19	-2.4	2.5	0.5
128	19	-1.0	1.1	0.4	127	5	-0.2	0.6	0.6
131	22	0.3	0.5	0.3	128	47	-0.9	3.5	3.4
132	6	-0.1	0.2	0.1	131	25	-1.2	1.3	0.6
135	15	-0.1	0.8	0.8	133	34	-1.3	3.6	3.4
136	16	-1.2	1.2	0.2	135	20	-1.4	1.5	0.4
137	20	-0.1	0.6	0.6	136	16	-0.6	0.7	0.5
141	14	-0.3	1.0	1.0	137	34	8.3	21.4	20.0
142	7	2.7	2.7	0.2	141	19	-0.8	1.1	0.7
143	10	-19.9	19.9	1.1	142	9	0.8	0.9	0.5
144	20	0.2	0.4	0.3	143	23	-0.2	1.0	1.0
145	9	0.2	0.2	0.1	144	14	-0.6	0.8	0.5
147	39	-0.6	0.8	0.6	145	30	-0.5	0.6	0.3
148	23	1.2	1.7	1.3	147	33	0.2	1.4	1.4
149	55	-0.8	3.2	3.2	148	33	-0.0	1.3	1.3
150	24	-1.6	2.2	1.6	149	29	0.7	0.9	0.6
151	20	0.0	1.0	1.0	150	20	0.9	0.9	0.3
					151	35	-0.6	1.4	1.3

kılmaktadır. Bir aylık süreçte GRACE-A uydusu için 19 farklı günde toplam 8 farklı istasyondan gözlemler yapılırken, GRACE-B uydusu için 20 farklı günde toplam 9 farklı istasyondan gözlemler elde edilebilir durumdadır. Doğrulama sonuçları Çizelge 5.5’de bulunmaktadır. Bazı günlerde doğrulama gerçekleştirilememiştir. Bu günlere ait gözlem verileri bulunmasına rağmen çözüm Bernese yazılımı ile sağlanamamıştır.

Gözlem farklarına ait RMS değerleri dağılımı genel olarak 1 cm’nin altındadır. Genel dağılıma göre farklılaşan günler de bulunmaktadır. GRACE-A uydusu için DOY: 143. güne ait RMS değeri 20 cm civarındadır. Bugüne ait gözlemler 7810/14001S007 numaralı Zimmerwald istasyonundan yapılmıştır. Başlangıç anı 04:24:32 olup toplamda 10 gözlem gerçekleştirilmiştir. SLR gözlem zaman aralığı GRACE-A uydusunda yaşanan sorun zamanı ile örtüşmektedir. Nedeni önceki bölümde bahsedildiği gibi GPS gözlemlerinin gerçekleştirilememesidir. İndirgenmiş dinamik yörünge kalitesinin azalması SLR gözlemleri ile ortaya konulmuştur.

GRACE-B 137. güne ait RMS değerleri genel dağılımın dışındadır. Söz

Çizelge 5.6. GRACE-B uydusu DOY: 137. güne ait SLR doğrulama sonuçları

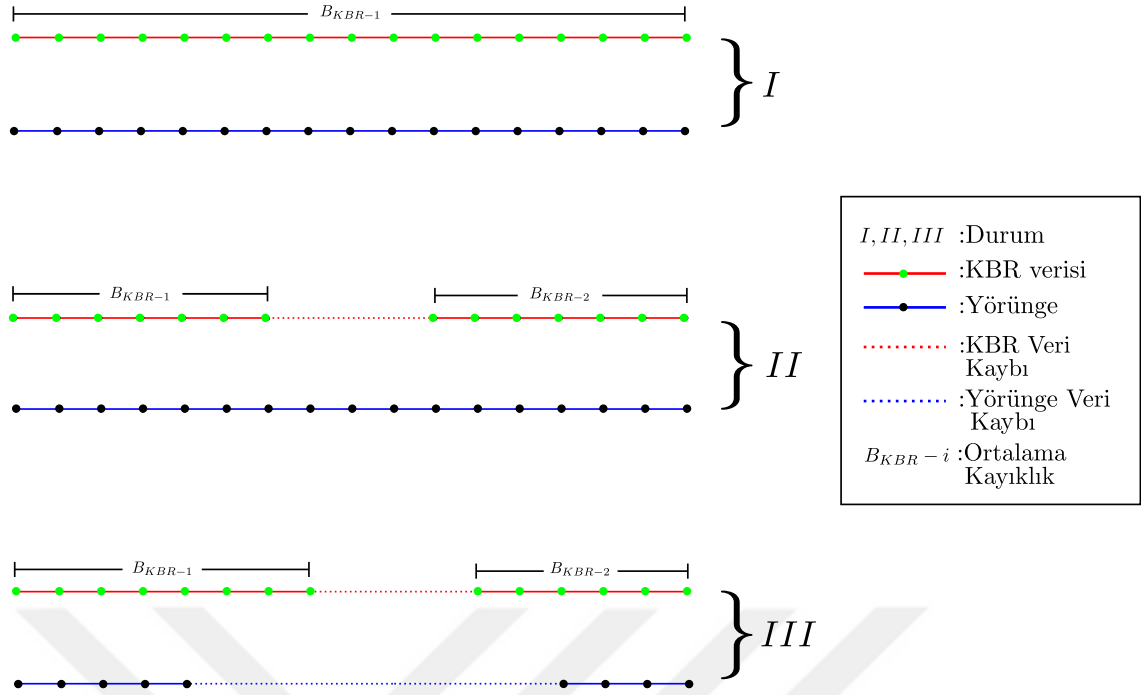
İstasyon Adı	İstasyon No	Gözlem Sayısı	Ort. [cm]	RMS [cm]
Haleakala(Hawaii)	7119/40445M004	4	-0.3	1.0
Koganei(Japonya)	7308/21704S002	11	70.5	83.5
Yarragadee(Avustralya)	7090/50107M001	23	0.1	1.5
Toplam		34	8.3	21.4

konusu gün için GRACE aylık durum raporunda olumsuzluk belirtilmemiştir. İstasyon bazlı doğrulama sonuçları Çizelge 5.6'da bulunmaktadır. Kagonei istasyonundaki sorun, genel doğrulama sonuçlarına olumsuz yönde yansımıştır. ILRS (International Laser Ranging Service) kurumu istasyonların mevcut durumları hakkında bilgiler sunmaktadır. Koganei istasyonu 26 Mart 2010 tarihinde ILRS kurumuna teleskop arızası bildirimi yapılmıştır.

Özetle, SLR gözlemleri ile indirgenmiş-dinamik yörünge sonuçları genelinde birkaç mm mertebesinde doğrulanmıştır.

5.5.3 KBR dış doğrulaması

KBR gözlemleri JPL'e ait PODAAC veri tabanından ücretsiz olarak temin edilmiştir. İndirgenmiş-dinamik yörüngelerin doğruluğu KBR gözlemleri üzerinden test edilmiştir. Kinematik yörünge konumları için bu işlem gerçekleştirilememiştir. Sorun KBR doğrulamasının yaklaşım modelinden kaynaklanmaktadır. KBR gözlemlerine ait süreksizlik doğrulamayı etkilemezken yörünge konumlarındaki boşluklar ortalama kayıklık değerini olması gerektiği değerden sapmasına neden olur. (3.11)'e göre ortalama kayıkların hesaplanmasında konum sürekliliği gerekmektedir. KBR ve yörünge konumlarında yaşanacak süreksizlik durumları Şekil 5.7'de anlatılmaya çalışılmıştır. Şekildeki durumlardan *I* ve *II*'de KBR doğrulaması yapmak olanaklıdır. Durum-*III*'de ise doğrulama işlemi sağlanamaz. Çünkü hem B_{KBR-1} hem de B_{KBR-2} ortalama kayıklık değerleri, anlık yörünge bilgisi bağımlılığından dolayı beklenen değerleri yansıtmaz. Bir başka deyişle (3.11)'de $\rho_{AB}(t_i)$ değerleri hesaplanamayacağı için anlık ortalama kayıklık değerleri bulunamaz. Dolayısıyla sadece indirgenmiş-dinamik yörünge konumları KBR verileri ile doğrulanmıştır. Bir aylık süreçte elde edilen doğrulama sonuçları Çizelge 5.7'de bulunmaktadır. 10 saniyelik KBR gözlemleri ve eşdeğer yörünge bilgisi hesaba



Şekil 5.7. KBR verisi ve yörünge süreksizliği durumları

katılmıştır.

Baz uzunluğu karşılaştırması 1 cm altında dağılıma sahiptir. 139. gün genel dağılımın dışındadır. RMS değeri yaklaşık 0.4 m civarındadır. Bu büyüklükteki farkın nedeni, olasılıkla GRACE-B uydusuna yaptırılan manevradır. Uyduların genel davranış hareketinin yapay olarak etkilenmesi KBR gözlemlerine yansımış olabilir. 142. ve 143. günlerde ise GRACE-A uydusunda yaşanan KBR veri kayıpları yörünge doğrulamasına yansımamıştır. Şekil 5.7’de durum-II bu günlerde gerçekleştirilen doğrulama yaklaşımının temelini oluşturur. Dolayısıyla KBR veri kayıpları yörünge doğrulama sonuçlarına yansımayacaktır.

Genel olarak doğrulama sonuçları incelendiğinden Bernese 5.2 yazılımı ile üretilen 10 saniyelik yörüngeler kendi içerisinde 3-4 cm mertebesinde duyarlılık sergilemiştir. Referans yörünge GNV1B doğrulama sonuçları her iki uydu çifti için kinematik yörüngelerde yaklaşık 2.5 cm indirgenmiş-dinamik yörüngelerde ise 1 cm mertebesinde tutarlılık ile doğrulanmıştır. GRACE misyonuna ait inceliği yüksek gözlem donanımlarına ait gözlemler ile indirgenmiş-dinamik yörüngelerin mm mertebesine varan RMS değerleri elde edilmiştir.

Çizelge 5.7. İndirgenmiş dinamik yörüngelerin KBR dış doğrulama sonuçları

DOY	Gözlem Sayısı	Min. [mm]	Maks. [mm]	Ort. [nm]	RMS [mm]
121	8640	-15.91	23.52	0.15	7.85
122	8640	-23.85	36.73	0.22	7.89
123	8640	-33.30	23.73	0.63	7.83
124	8640	-22.38	19.09	0.44	8.40
125	8573	-22.08	18.77	-1.18	7.46
126	8640	-23.90	50.58	0.05	11.10
127	8628	-15.78	13.87	-0.10	6.83
128	8562	-24.28	13.29	0.11	7.08
129	8640	-22.20	20.23	-0.69	7.38
130	8563	-22.12	27.82	-0.25	8.67
131	8630	-22.29	34.55	-0.02	9.68
132	8543	-25.65	20.99	-0.01	8.83
133	8625	-20.50	19.76	-1.18	8.53
134	8640	-17.18	22.53	-0.03	7.13
135	8640	-31.74	17.10	-0.35	8.55
136	8640	-18.34	21.60	0.02	6.54
137	8640	-16.54	27.73	0.40	7.76
138	8640	-16.32	21.08	1.12	8.20
139	8640	-2598.76	2562.59	0.48	419.11
140	8640	-19.07	19.17	0.63	7.90
141	8618	-28.68	27.02	0.65	10.10
142	8277	-26.82	35.26	-0.50	10.43
143	5232	-19.65	15.63	-0.30	5.93
144	8582	-41.71	58.68	-0.33	11.52
145	8548	-22.59	25.08	-0.93	8.89
146	8640	-31.09	20.71	-0.02	8.42
147	8640	-28.46	49.12	-0.04	13.06
148	8640	-22.66	22.57	-0.02	8.06
149	8640	-25.78	41.80	-0.01	10.56
150	8619	-29.35	20.92	0.01	7.69
151	8640	-28.62	36.46	-0.07	7.42

5.6 Yörüngelerin Enterpolasyonu ve Sıklaştırılması

Uygulamanın ikinci aşamasını yörüngelerin enterpolasyonu oluşturur. Üretilen yörüngelerde yaşanan veri kayıpları ile referans yörünge ve gözlemlerdeki veri sıklığından dolayı enterpolasyon işlemlerine ihtiyaç duyulmuştur. Kinematik yörüngelerdeki boşlukların ve indirgenmiş-dinamik yörünge konumlarının ise 5 saniyelik aralıklarla elde edilebilirliği araştırılmıştır.

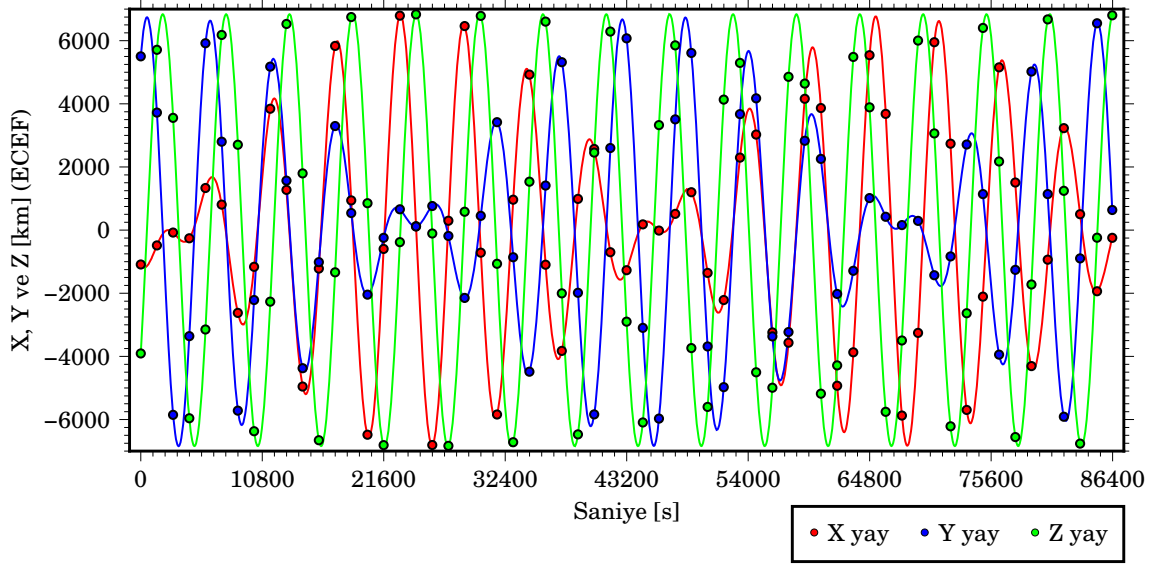
İlk olarak kinematik yörünge enterpolasyonu ele alınmıştır. Belirli dayanak noktası sayısına göre boşluklar 2 farklı enterpolasyon yöntemiyle üretilmiştir. EKK yaklaşımı temelinde enterpolasyon polinomları ve kollokasyon kullanılmıştır. İndirgenmiş-dinamik çözümler sürekli konum bilgisine sahiptir. Kübik spline polinomlarına ait kenetlenmiş, not-a-knot ve doğal yaklaşım türleri kullanılmıştır.

5.6.1 Kinematik yörüngelerin enterpolasyonu

Bir aylık süreçte ECEF sisteminde kinematik yörünge konumlarının davranış biçimi Şekil 5.3'de ortaya konulmuştur. GRACE-A uydusunun DOY: 121. gününe ait kinematik yörünge konumları referans olarak ele alınmıştır. Kübik spline polinomları ile ardışık dayanak noktalarının yerel davranış biçimi dikkate alınırken, EKK ile belirli sayıda dayanak noktasının oluşturduğu yay parçaları ele alınmıştır. Dolayısıyla enterpolasyon polinomları ve kollokasyon yaklaşımlarında uygun yay uzunluğu ne olacak sorusu karşımıza çıkar.

En küçük kareler yaklaşımı ile polinom enterpolasyonu

GRACE uydularının yeryüvarı etrafındaki bir tam dolanımı yaklaşık 94 dakikadır. Bir gün 86400 saniye veya 1440 dakikadır. Dolayısıyla uydu çiftine ait bir günlük yörünge dolanım sayısı yaklaşık 15 tam turdur. 10'ar saniyelik konumlara sahip yörüngelerin bir tam turunda yaklaşık 576 adet konum bilgisi bulunmalıdır. Yörünge yay uzunluğunun seçimi amacıyla çeyrek yörünge yaklaşımı oluşturulmuştur. Yörüngeler 144 adet dayanak noktası içerecek biçimde parçalanmıştır. Referans gün DOY: 121'e ait ilk 144 adet konum dikkate alınarak eksen bileşenlerinin RMS değerleri incelenmiştir. Şekil 5.9a'da 1. dereceden 25. dereceye kadar EKK yöntemiyle RMS değerlerini grafiği gösterilmiştir. Her bir bileşen 20. dereceye kadar iyileşme göstermiştir; 20. dereceden sonra iyileşme



Şekil 5.8. 144 adet dayanak noktası içeren yayların zamana bağlı davranışı

yoktur. 144 adet dayanak noktası içeren yaylarda 20. derece polinom kullanıldığında RMS uyumu tüm koordinat bileşenlerinde 1 cm ve altındadır. Daha kısa yay uzunluğu olarak 50 verinin dayanak noktası alındığı durumda ise, 1 cm düzeyine 5. derece polinomlarla ulaşılmıştır. Bu yüzden sonraki uygulamada daha kısa yay uzunlukları tercih edilmiştir.

Çeyrek yörünge yaklaşımının kullanılmamasının bir diğer nedeni ise uydu çiftinin sahip olduğu anlık hızdır. GRACE uyduları anlık olarak yaklaşık 7.6 km/sn hızla hareket etmektedir. 10'ar saniyeden 144 adet konum 1440 saniyelik zamanı dolayısıyla yaklaşık 11000 km'lik yörünge yol uzunluğu katedilmektedir. Bu denli uzun süre ve yol boyunca uydular değişken yapıda fiziksel etkilere maruz kalabilirler. Bu durum yörünge enterpolasyon sonuçlarına yansıyabilir. Yörüngelerin çözümü Çizelge 5.2'de bulunan ivmelenme yay yaklaşımı ile 6 dakikalık ivmelenme değerleri dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu süreç 10'ar saniyeden 36 adet konumu ifade eder. Dolayısıyla benzer şekilde çözüm şartlarını sağlamak için yörünge yay uzunlukları 30, 40 ve 50 adet konumlarla sınırlandırılmıştır.

Seçilen yay uzunlukları için 1. dereceden 25. dereceye kadar regresyon analizi gerçekleştirilmiştir. Eksen bileşenlerinin karesel ortalama hata değerlerine ilişkin dereceye bağlı davranışı Şekil 5.9b, 5.10a ve 5.10b'de bulunmaktadır. Davranış biçimleri incelenerek üç farklı yay yaklaşımı için eksen bileşenlerine göre polinom dereceleri,

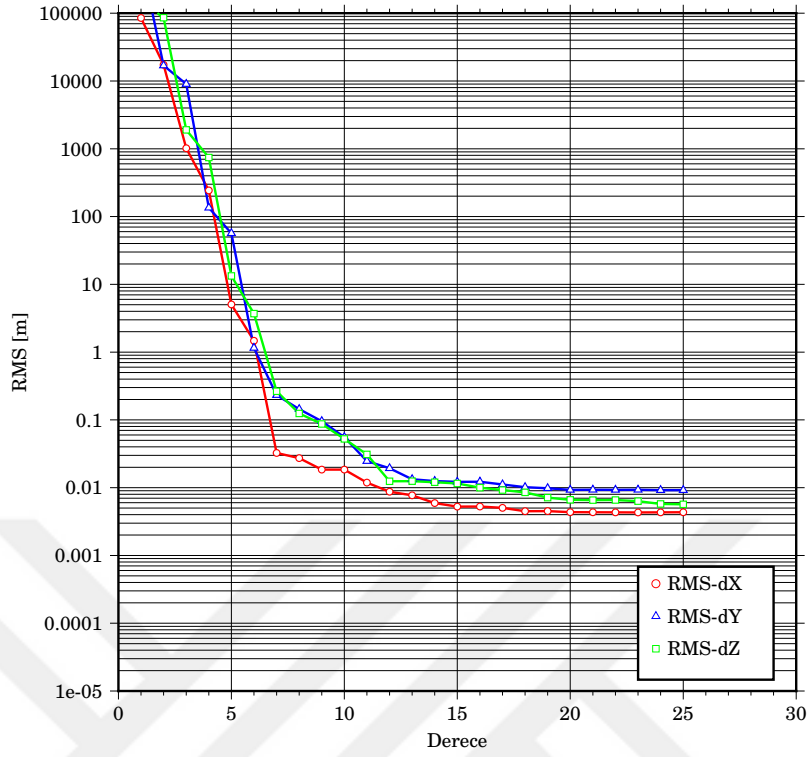
- 50 ve 40 adet dayanak noktası içeren yaylar için 6,
- 30 adet dayanak noktası içeren yay için 5

seçilebilir. Verilen rakamlar RMS uyumunun 1 cm ve daha iyi sonuçlanması koşulu için geçerlidir. 1 cm eşiğinin daha yüksek derecelerde aşılamadığı ve çok yüksek derecelere çıkıldıkça sonuçların kararsızlaştığı görülmektedir. Kestirilen parametrelerin bazılarının anlamsızlığı bu kararsızlığın nedeni olarak değerlendirilebilir. Her bir yay yaklaşımında bilinmeyen parametreler için anlamlılık testleri uygulanmıştır. Sonuçlar EK C'de listelenmiştir. Test sonuçları seçilen polinom derecelerinin anlamlılığını desteklemektedir. Yay uzunluğu ve polinom derecesi seçimi tamamlandıktan sonra kollokasyon ve EKK yaklaşımı ile enterpolasyon çözümleri gerçekleştirilmiştir:

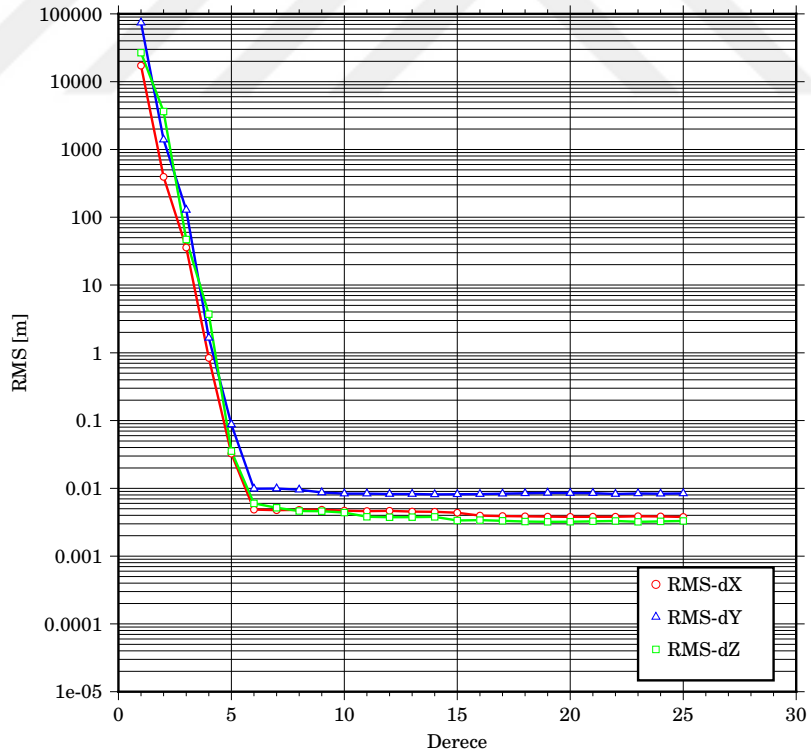
Kollokasyon

Kollokasyon için fonksiyonel model seçimi amacıyla enterpolasyon polinomlarında izlenen adımlar uygulanmıştır. 144 adet konum içeren referans yay EKK kollokasyon yaklaşımı ile de regresyon analizi işlemi gerçekleştirilmiştir. Yay uzunluğuna bağlı trend modelin polinom derecesi ne olmalı sorusunun cevabı araştırılmıştır. Böylece RMS değerleri iyileşmesinin hangi derecelerde olduğu tespit edilmeye çalışılmıştır.

Çeyrek yörünge yaklaşımına ait yay için gerçekleştirilen analiz sonuçları Şekil 5.11a'da bulunmaktadır. Şekilden de görüldüğü üzere 4. ve 5. derecede bileşenlere ait RMS değerleri 1 cm civarındadır. Bu derecelere kadar iyileşme devam etmiş sonraki değerlerde ise iyileşme olmamıştır. Bileşenlerde 11. dereceden sonra çözüm bulunmamaktadır. EKK enterpolasyon polinomları yaklaşımda da olduğu gibi 144 verilik yay uzunluğu yerine 50, 40 ve 30 verilik yaylar kullanılarak kollokasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. Dolayısıyla bu yay uzunluklarına karşılık fonksiyonel model araştırması da yapılmıştır. Yaylara ait RMS değerlerinin dereceye bağlı davranışı Şekil 5.11b, 5.12a ve 5.12b'de bulunmaktadır. Yayların tamamında bileşenlere ait iyileşme 3. dereceye kadar sürmüştür. 30 ve 40 verilik yaylarda 4. dereceden sonra çözüm yok iken 50 verilik yayda 5. dereceden sonra çözüm bulunmamaktadır. Bunun nedeni dayanak noktaları arasında korelasyonun sağlanamamasıdır. Kollokasyona

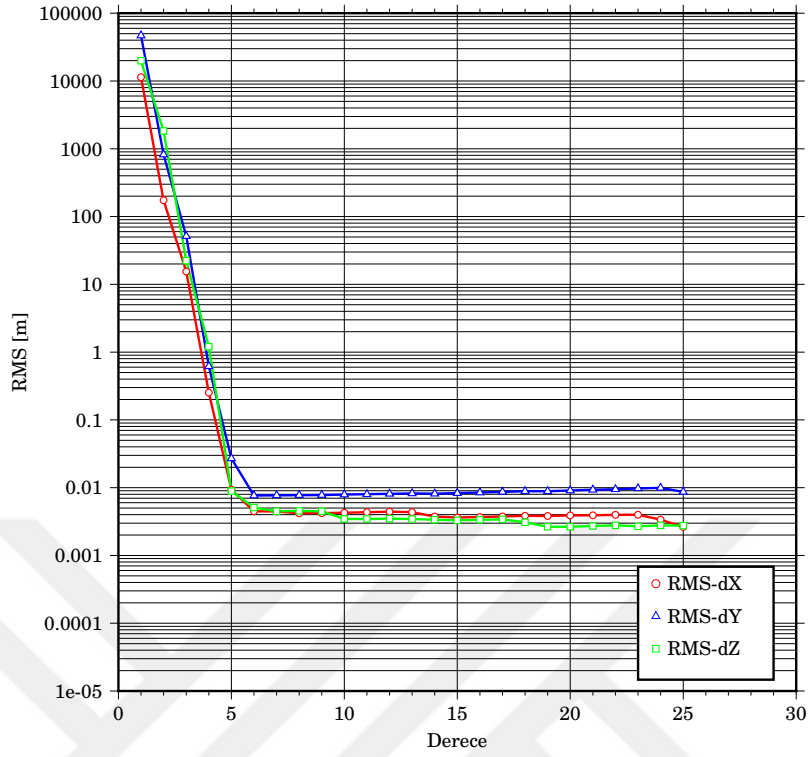


(a) 144 adet dayanak noktası içeren yay

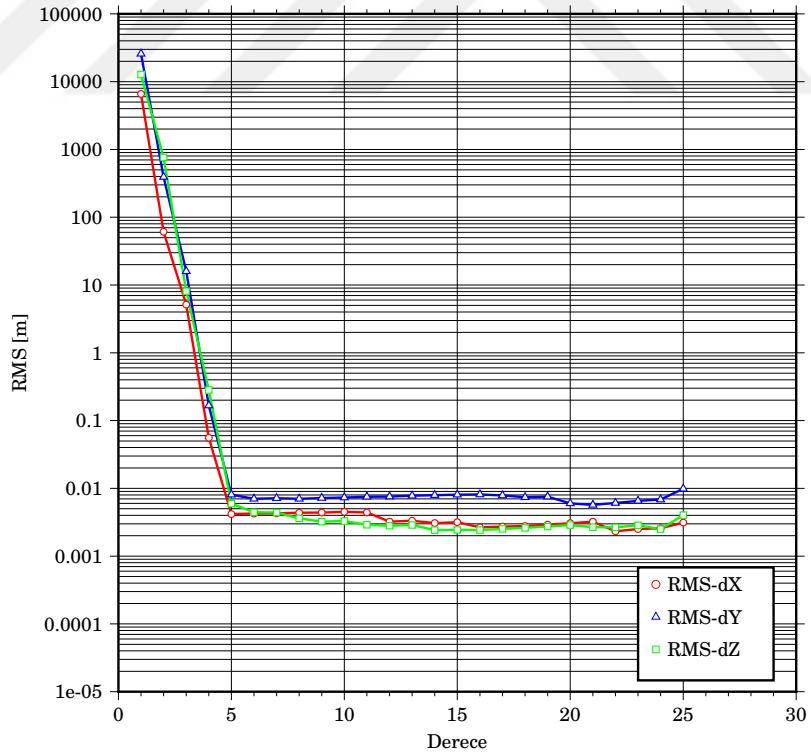


(b) 50 adet dayanak noktası içeren yay

Şekil 5.9. EKK enterpolasyon polinomları, 144 ve 50 adet dayanak noktası içeren yayların polinom derecelerine göre karesel ortalama hata değerleri

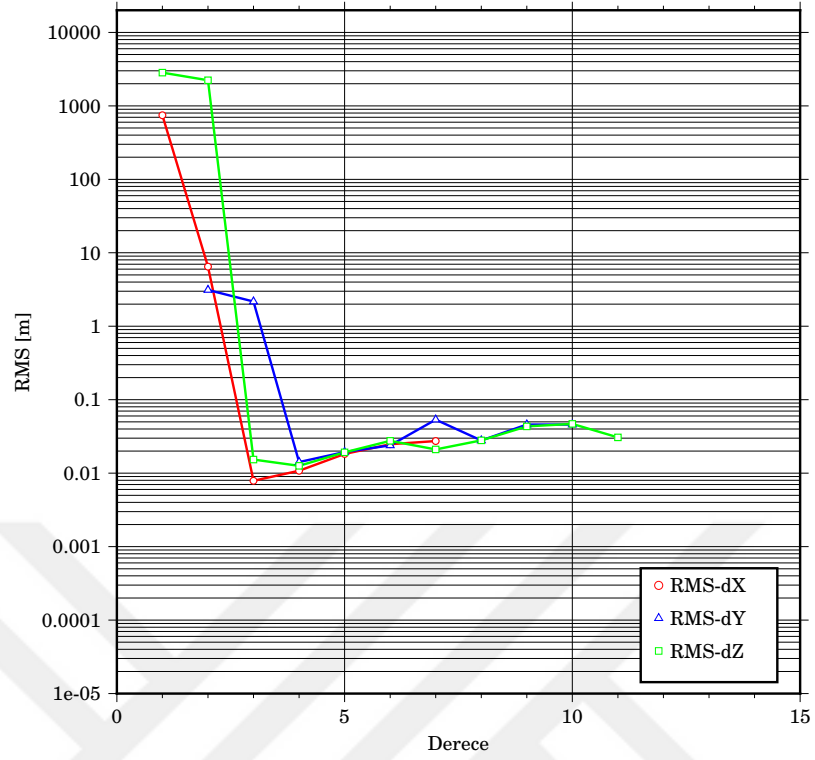


(a) 40 adet dayanak noktası içeren yay

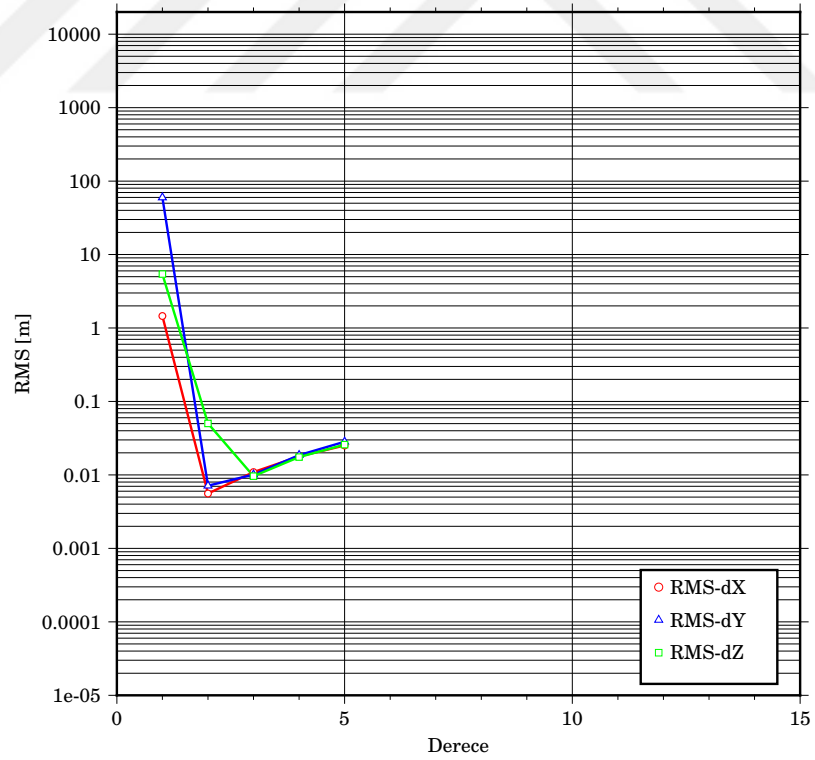


(b) 30 adet dayanak noktası içeren yay

Şekil 5.10. EKK enterpolasyon polinomları, 40 ve 30 adet dayanak noktası içeren yayların polinom derecelerine göre karesel ortalama hata değerleri

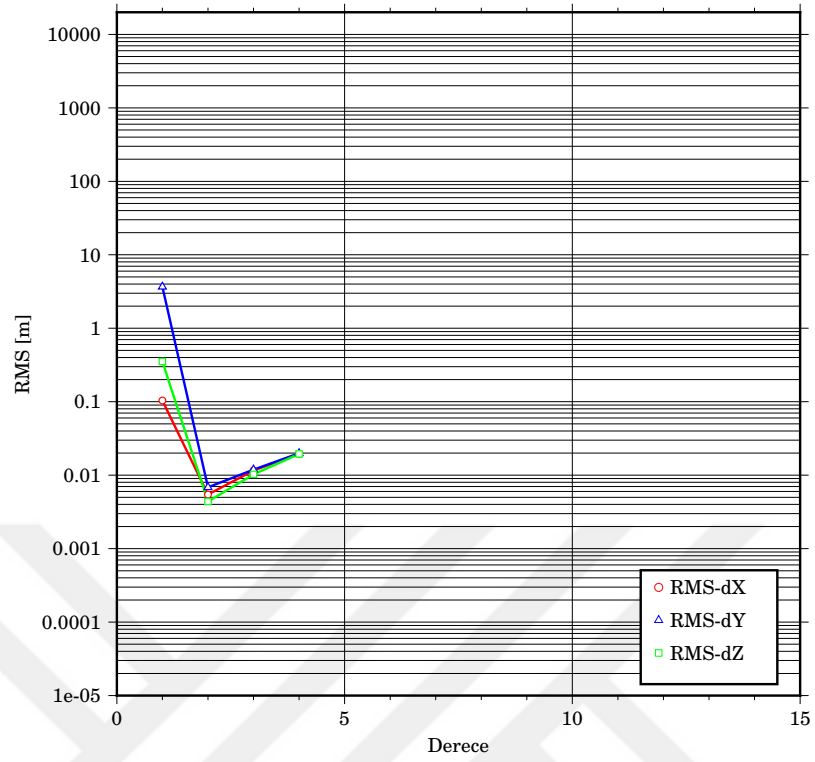


(a) 144 adet dayanak noktası içeren yay

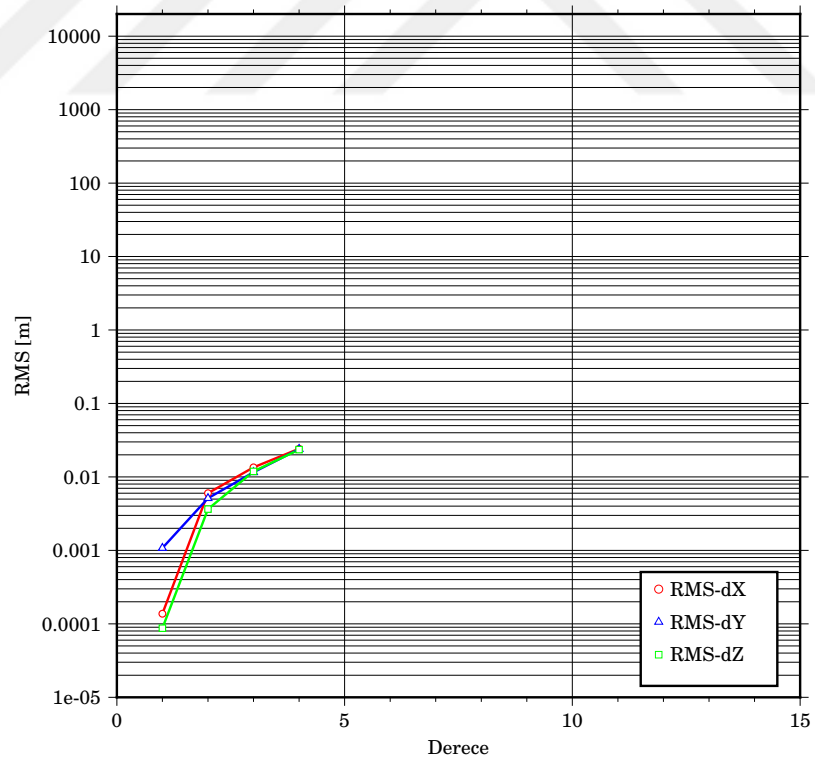


(b) 50 adet dayanak noktası içeren yay

Şekil 5.11. Kollokasyon, 144 ve 50 adet dayanak noktası içeren yayların polinom derecelerine göre karesel ortalama hata değerleri



(a) 40 adet dayanak noktası içeren yay



(b) 30 adet dayanak noktası içeren yay

Şekil 5.12. Kollokasyon, 40 ve 30 adet dayanak noktası içeren yayların polinom derecelerine göre karesel ortalama hata değerleri

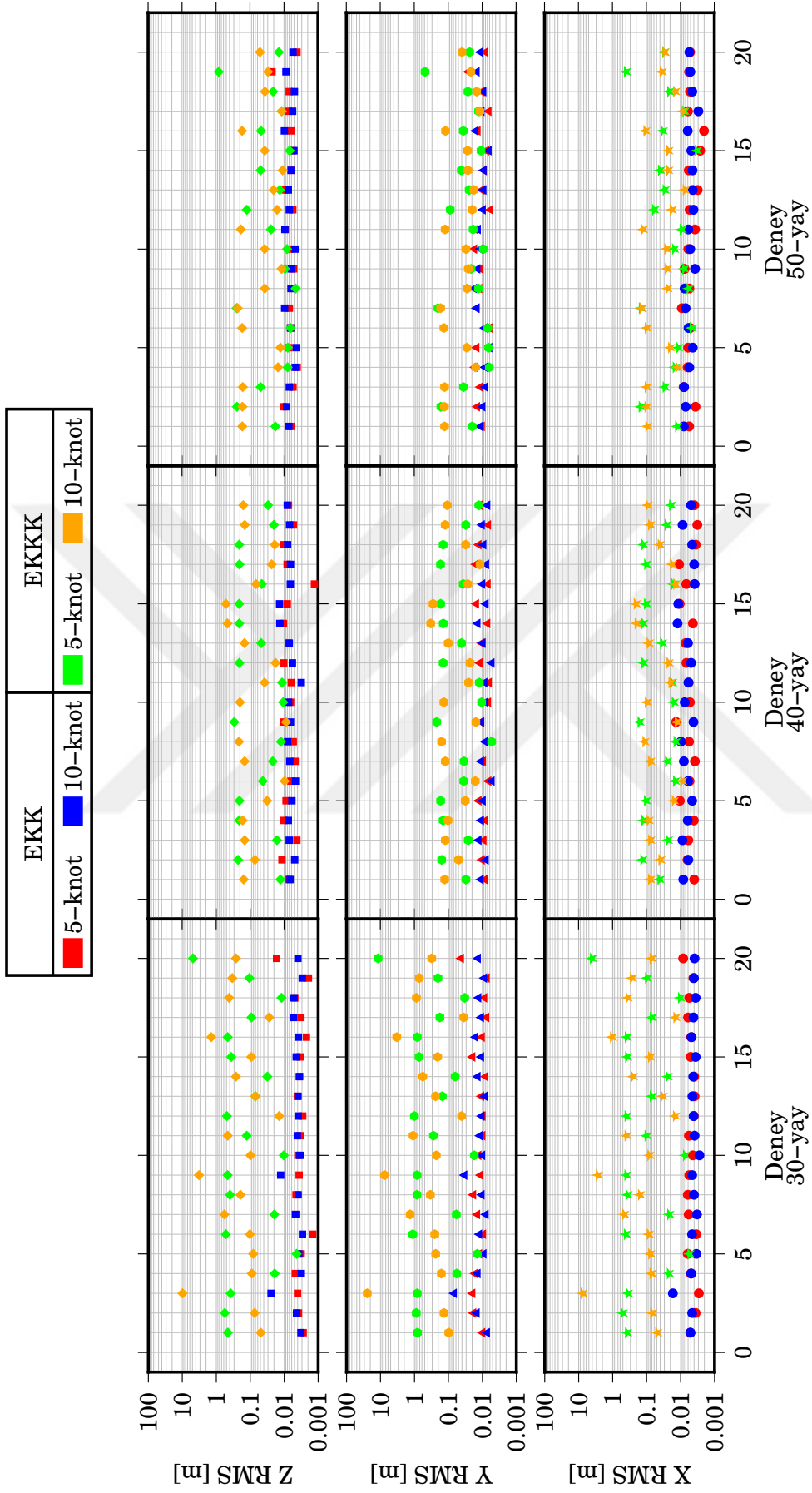
ait trend modelin derecesi her bir farklı yay uzunluğu yaklaşımı için 3. derece olarak alınmıştır.

Hem kollokasyon hem de enterpolasyon polinomları için fonksiyonel model seçimleri tamamlandıktan sonra deney algoritması işletilerek yöntemlerin çözüm başarısı araştırılmıştır.

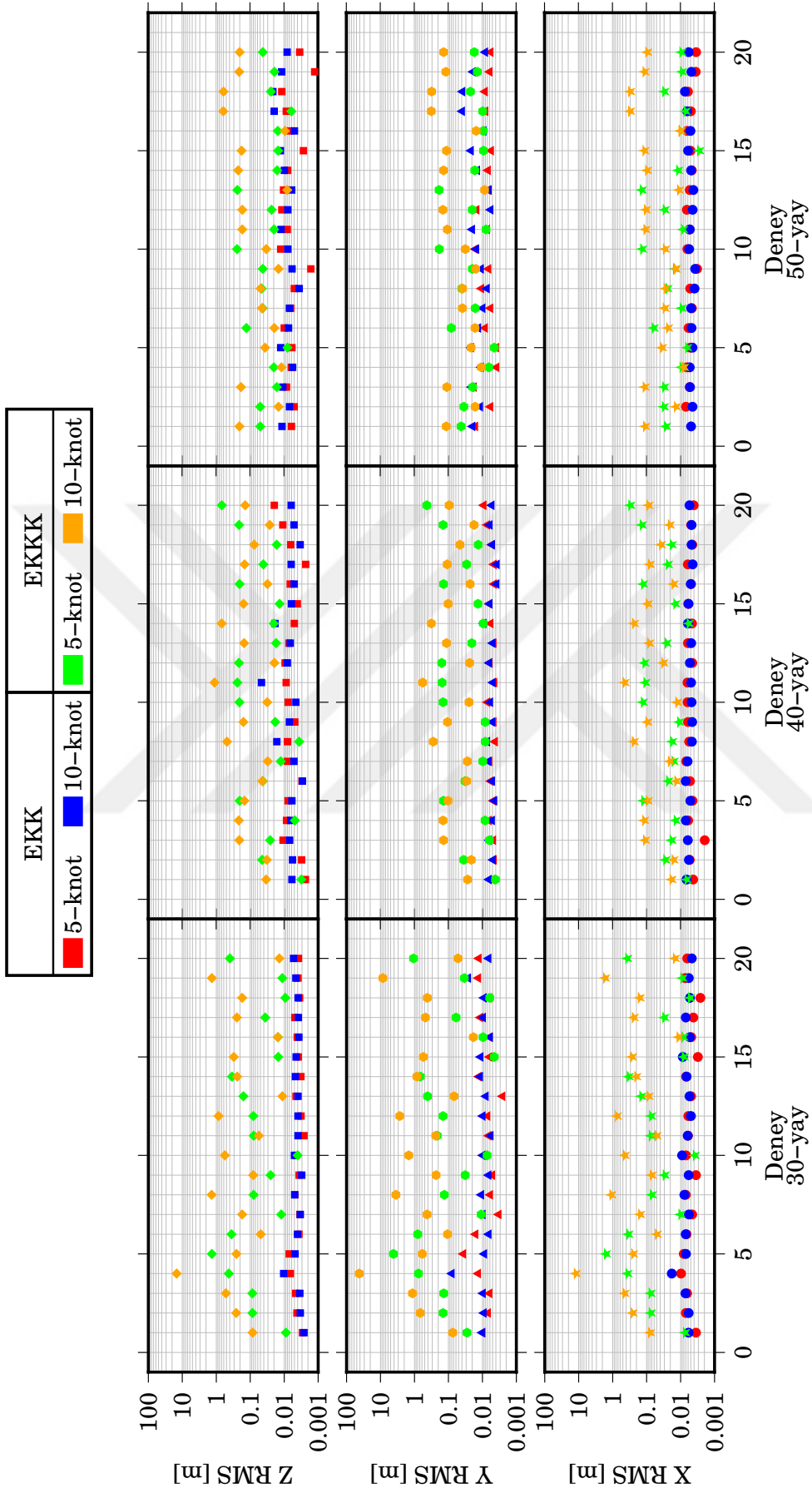
Deney sonuçları

Uygulama için veri kaybı yaşanmamış ve günlük yörünge dolanımının farklı zamanlarında olacak biçimde belirli yaylar seçilmiştir. Deney algoritması; yaylardan rasgele 5 ve 10 adet konumun çıkarılarak enterpolasyonunun sağlanması üzerinde kuruludur. Bu işlem 20 defa tekrarlı olarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen konumlar, gerçek değerleri ile karşılaştırılıp yöntemlerin veri boşluklarını doldurma başarısı ele alınmıştır. Ayrıca yörüngeler boyunca zamana bağlı etkileşimin de incelenmesine olanak tanınmıştır. GRACE-A DOY: 142 ve 143., GRACE-B 139. günler dikkate alınmamıştır. Dolayısıyla GRACE-A için toplam 29 gün GRACE-B içinse 30 günlük çözümler üretilmiştir. Böylece bir günlük 20 adet deneye bağlı toplam deney sayısı GRACE-A uydusu için 580 adet iken GRACE-B içinse 600 adettir. GRACE-A ve -B uydularının 121. güne ait deney sonuçlarının RMS değerleri Şekil 5.13 ve 5.14'de bulunmaktadır. Şekiller incelendiğinde EKK enterpolasyon polinomlarına ait eksen bileşenleri için RMS değerleri yaklaşık 1 cm civarındadır. Kollokasyon sonuçları ise daha başarısız olmuştur. En iyi RMS değerleri 50 verilik yay için yaklaşık 10 cm olarak elde edilmiştir. Benzer durum GRACE-B deneyleri için de geçerlidir.

Tüm deneylerin varyanslarının davranış biçimi de incelenmiştir ve frekans dağılımları oluşturulmuştur. Dağılımlar her iki uydu için Şekil 5.15 ve 5.16'de bulunmaktadır ve Ki-kare dağılımının genel özelliklerini yansıtmaktadır. Şekiller incelendiğinde enterpolasyon polinomları ile elde edilen sonuçlar gayet olumlu olarak görülmektedir. Beklenildiği üzere yaylardan eksiltilecek nokta sayısı arttıkça 2.5 cm altında kalan varyans değerlerinin frekansı azalmaktadır. Fakat toplam deney sayısı düşünüldüğünde gayet başarılı sonuçlar alınmıştır. Sonuçlar eksen bileşenlerine göre ele alındığında en başarılı çözümler $X(t)$ bileşeninde iken en başarısız olanlar ise $Z(t)$ eksen çözümleri olmuştur. Yay uzunluğuna göre ise 50 verilik yaylarda daha başarılı



Şekil 5.13. GRACE-A DOY: 121 seçilen yay uzunluklarına göre EKK enterpolasyon polinomu ve kollokasyon RMS değerleri frekans dağılımı



Şekil 5.14. GRACE-B DOY: 121 seçilen yay uzunluklarına göre EKK enterpolasyon polinomu ve kollokasyon RMS değerleri frekans dağılımı

sonuçlar alınmıştır. 2.5 cm'nin altında kalan varyans değerlerinin, eksiltelen nokta sayısı arttıkça frekansları diğer yay grubu deneylerine göre daha yüksek olmuştur. Kollokasyon işlemine ait dağılımların ise istenilen seviyeye ulaşmamış olduğu belirgin bir şekilde görülmektedir.

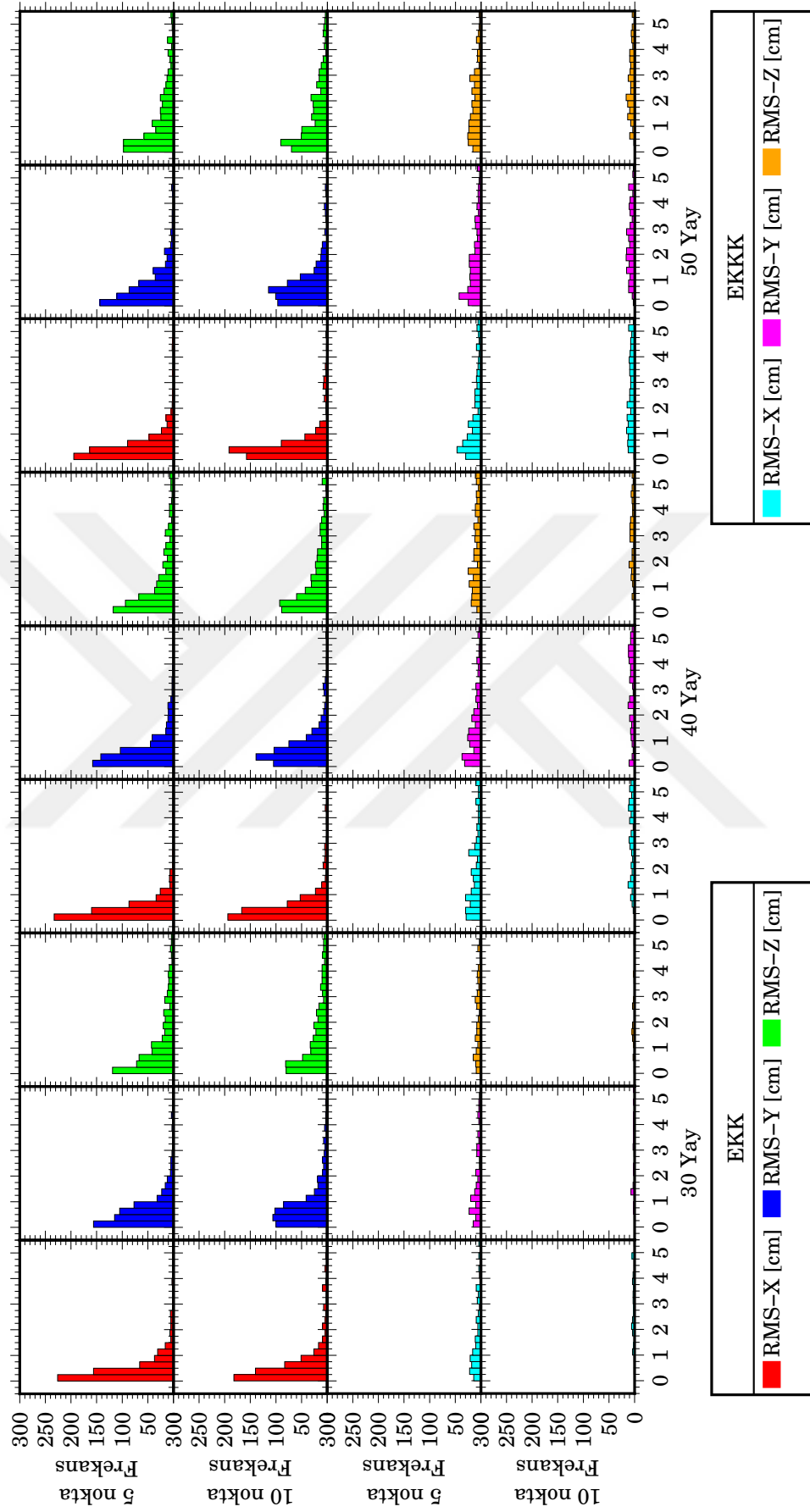
Sonuç olarak farklı gün ve zaman aralıklarına ait yaylarda enterpolasyon polinomları ile başarılı sonuçlar alınmıştır. Kollokasyon yaklaşımı ise istenileni verememiştir. Bu durum kollokasyon işleminin başarısız veya uygulanabilir olmadığı anlamına gelmez. Genel olarak kollokasyon, polinom enterpolasyonunda istenilen fonksiyonel model başarısı sağlanamadığı zaman uygulanır. Dolayısıyla modellerin sinyal kavramıyla desteklenmesi ile çözüme ulaşılır. Bu uygulamada polinom çözümlerinin anlamlı sonuçlar ürettiği olması (seçilen derece ve yay uzunluklarına göre) kollokasyon çözümüne gereksinimin olmadığı sonucunu doğurmuştur. Böylece yörünge yaylarından rasgele 5 veya 10 adet dayanak noktasının varlığı, enterpolasyon polinomları ile istenilen seviyede elde edilmiştir.

5.6.2 İndirgenmiş-dinamik yörünge enterpolasyonu

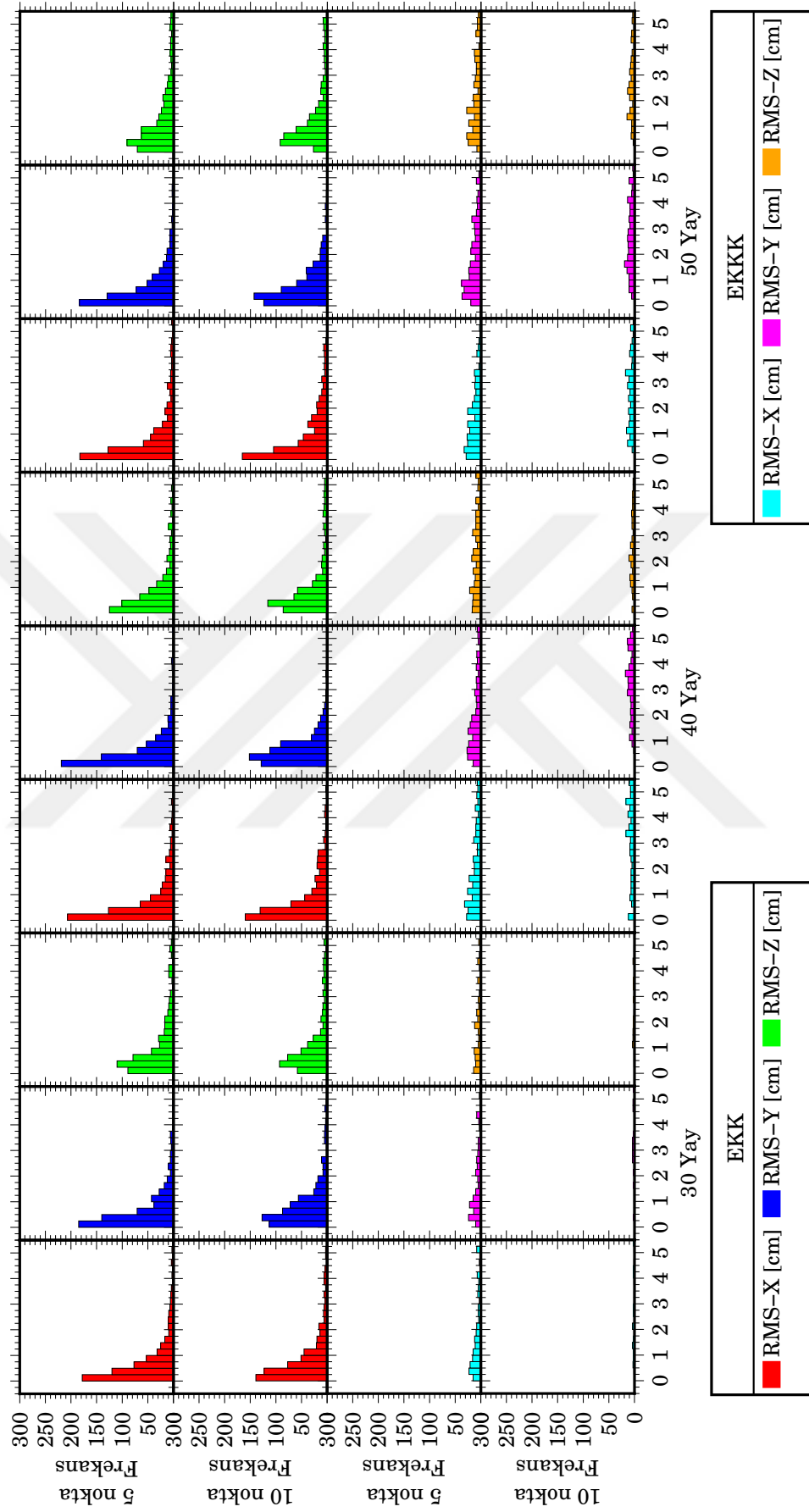
İndirgenmiş-dinamik yörünge çözümlerinde veri kaybı yaşanmamıştır. İstisnai günler dışında her bir yörünge toplamda 8640 adet 10 'ar saniyelik epoklarda sürekli konum bilgisine sahiptir. Dolayısıyla ardışık konumların kübik spline enterpolasyonu ile 5'er saniyelik değerlerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Yöntemin doğal, kenetlenmiş ve not-a-knot yaklaşımları kullanılmıştır.

Enterpolasyonu sağlanan 5'er saniyelik konumların irdelenmesinde GNV1B yörüngeleri kullanılmıştır ve sadece 5'er saniyelik konum bilgileri dikkate alınmıştır. Böylece kübik spline yaklaşımlarının sonuçlara etkisi araştırılmıştır. Doğrulama sonuçları EK D'de bulunmaktadır. Her iki uyduya ait enterpolasyonu sağlanan konumların GNV1B doğrulama RMS değerleri yaklaşık 1 cm olarak elde edilmiştir. Farklı yaklaşımlarının tamamı ile benzer sonuçlar elde edilmiştir. Aylık RMS dağılımının dışına çıkan günler önceki bölümlerde sunulan ve uydu çiftinin aylık durum raporunda da bahsedilen DOY: 142., 143. ve 139. günlerdir.

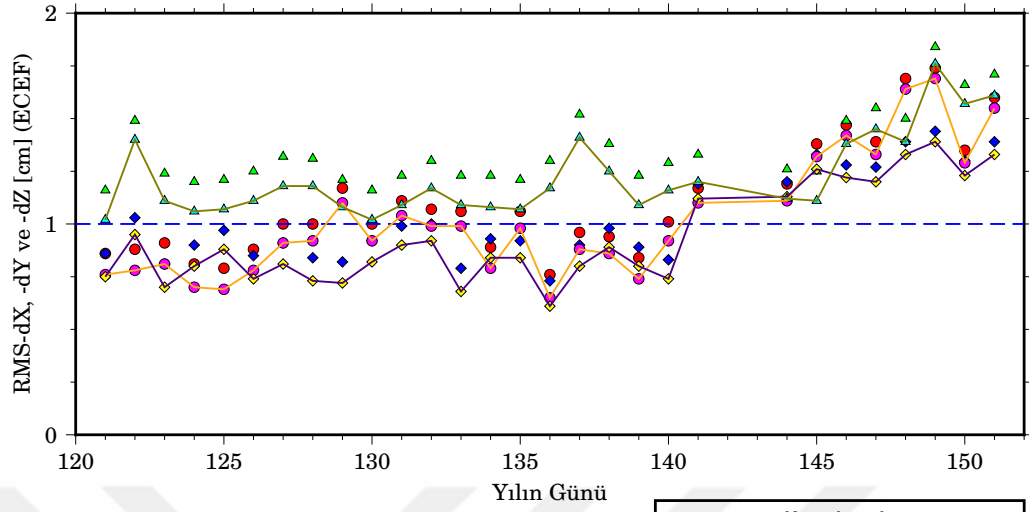
Bernese yazılımı ile üretilen 10'ar saniyelik indirgenmiş-dinamik yörünge konumlarının GNV1B yörüngeleri ile doğrulama RMS değerleri dağılımı yaklaşık 1 cm olarak elde edilmişti. Kübik spline yaklaşımları ile 5'er saniyelik konumların



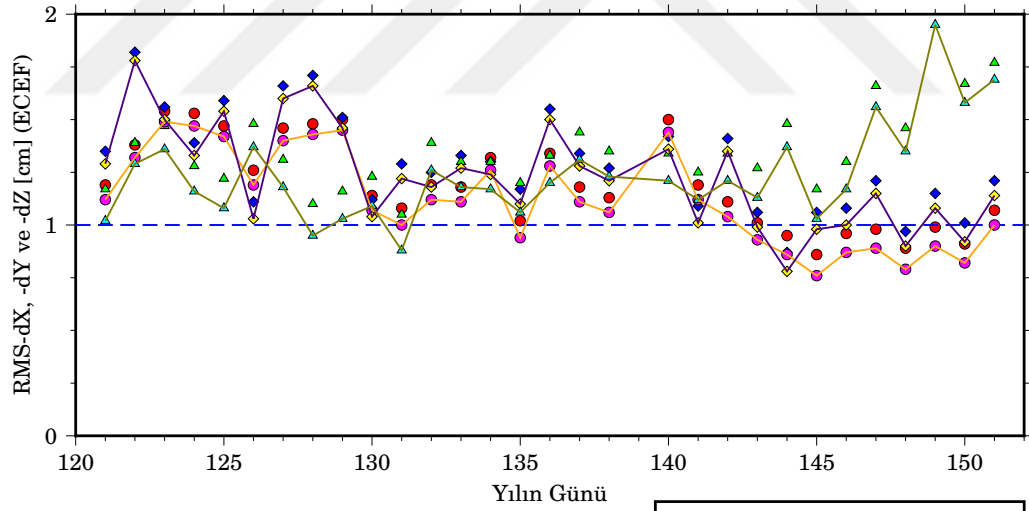
Şekil 5.15. GRACE-A EKK enterpolasyon polinomu ve kollokasyon deneylerinin varyans dağılımı (birim: cm)



Şekil 5.16. GRACE-B EKK interpolasyon polinomu ve kollokasyon deneylerinin varyans dağılımı (birim: cm)



(a) GRACE-A



(b) GRACE-B

Şekil 5.17. GRACE-A ve GRACE-B uyduları bir aylık GNV1B doğrulaması karesel ortalama hata değerleri dağılımı

doğrulama RMS değerleri de yaklaşık 1 cm olarak dağılım sergilemesi spline yaklaşımlarının gayet uygun olduğunu göstermektedir. RMS değerlerini aylık dağılımı Şekil 5.17’de bulunmaktadır. Doğal ve not-a-knot yaklaşım birebir aynı sonuçları vermiştir. Kenetlenmiş kübik spline yaklaşımı diğer iki yaklaşıma göre biraz farklıdır. Uydu çifti bakımından Şekil 5.17’yi incelediğimizde ise GRACE-A’ya ait yörüngeler daha tutarlı şekilde sıklaştırılmıştır.



6. SONUÇ ve ÖNERİLER

6.1 Sonuç

Tez çalışmasının temel amacı yakın yörünge uydularından GRACE misyonuna ait duyarlı yörünge çözümlerinin elde edilmesi ve irdelenmesi üzerine kuruludur. Genel olarak 3 aşamadan oluşan uygulama bölümü ile bu amaç yerine getirilmiştir. İlk aşamada bir aylık duyarlı yörüngesi belirlenen GRACE uydularının, ikinci aşamada yörünge kalitesi ise iç ve dış doğrulama işlemleri ile açıklanmıştır. Üçüncü aşamada ise veri boşluklarının doldurulmasına yönelik enterpolasyon veya daha kısa zaman aralıklarına sıklaştırılması ele alınmıştır. Belirlenen çözümlerde karşılaşılan olumsuz durumlar aşağıda listelenmiştir:

- DOY: 137. güne ait SLR Koganei istasyonunda gözlem teleskobunda yaşanan arızanın gözlem sonuçlarına yansması ortaya konmuştur.
- DOY: 139. günü GRACE-B uydusuna yaptırılan manevra hareketinin yörünge sonuçlarına doğrudan etkisi belirlenmiştir.
- GRACE-A DOY: 142. ve 143. güne ait GPS gözlemlerindeki kayıpların sonuçlara etkisi ortaya konmuştur.

İç doğrulama yaklaşımı ile kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörüngelerin duyarlılıkları araştırılmıştır. Doğrulamalara ait RMS değerleri genel dağılımı 2-3 cm aralığında değişmektedir. Yörünge belirleme uygulaması zaman periyodu boyunca GRACE-A çözümlerinde herhangi olağandışı bir durum tespit edilmemiştir. Var olan konum bilgisine ait farkların alınmıyor olması iç doğrulama sonuçlarının veri kaybından etkilenmesini önlemiştir. Fakat veri kayıplarının yaşandığı epoklarda doğrulamalar sağlanamamıştır. GRACE-B DOY: 139 gün RMS değerleri mevcut dağılım davranışının dışına çıkmıştır. Bu durumun oluşmasının nedeni manevra etkisinin bir sonucu olduğu düşünülmektedir. Ayrıca iki farklı yaklaşıma sahip duyarlı yörünge çözümü, bu farkın ortaya çıkmasına neden olmuş olabilir. Kinematik yörünge konumları doğrudan GPS gözlemlerine bağlı mutlak konumlar olarak ele alındığından manevra gibi yapay bir etkiyi yapısında barındırabilir. İndirgenmiş-dinamik yörünge konumları ise gözlemlerin yanısıra dinamik güç modeline bağlı olarak üretildiğinden yapay etkinin varlığının azalmış olabileceği düşünülmektedir.

Dolayısıyla manevra etkisinin olduğu bu günde iki tip yörünge konumları arasındaki farklar artmış ve duyarlılık değerlerine yansımıştır.

Dış doğrulama yaklaşımı üç alt kategoride ele alınmıştır. Bunlardan GNV1B doğrulamalarının zaman periyodu boyunca RMS değerleri kinematik ve indirgenmiş-dinamik yörüngeler için sırasıyla yaklaşık 2.5 cm ve 1 cm civarındadır. Bu değerler her bir eksen bileşeni için geçerlidir. İndirgenmiş-dinamik yörünge çözümlerinin kinematik yörüngelere nazaran daha anlamlı doğrulama sonucu vermesi GNV1B yörüngelerinin indirgenmiş-dinamik yörünge türünde olmasıdır. Yörüngelerin, referans yörüngeler ile birkaç cm doğruluğa ulaşan RMS değerleri yörüngelerin kalitesinin yeterli olduğunu göstermektedir.

KBR doğrulaması sadece indirgenmiş dinamik yörüngelere uygulanmıştır. Genel anlamda bir aylık süreçteki her bir güne ait RMS değerleri 1 cm civarındadır. KBR veri kayıplarının yaşandığı günlerde herhangi bir değişim görülmemektedir. Bunun nedeni Şekil 5.7’de ele alınan KBR doğrulaması yaklaşımının matematiksel temelleri ile ilgilidir. Sonuç olarak, KBR gözlemlerinin yapılamamış olması her zaman doğrulamanın yapılamayacağı anlamına gelmez. Fakat sürekli konum bilgisinin olmaması KBR doğrulama işlemini doğrudan etkilemektedir. Bu durum aynı zamanda kinematik yörüngelere KBR doğrulaması yapılmamasının da nedenidir. Uzun zaman aralıklarında yaşanan ardışık konum bilgisi kayıpları doğrulamayı doğrudan ve olumsuz yönde etkilemektedir. Manevra etkisinin yaşandığı DOY: 139. gün için durum farklıdır. Belirgin bir şekilde etkinin varlığı doğrulama sonuçlarına yansımıştır. Bu güne ait doğrulama RMS değeri yaklaşık 40 cm olarak elde edilmiştir. Bu değer belirgin bir farkı ortaya koymaktadır. Dolayısıyla uydular arasındaki baz uzunluğunun, manevra etkisine bağlı değişimi belirgin bir biçimde temsil edilmiş olduğu düşünülmektedir.

SLR gözlemleri ile de indirgenmiş dinamik yörünge konumları mm mertebesinde doğrulanmıştır. Belirli kısa zaman aralıklarına sahip gözlemler olsalar da yüksek ölçüm inceliği sayesinde bu doğruluğa ulaşılmıştır. DOY: 142. ve 143. güne ait SLR doğrulaması RMS değerleri aylık periyottaki davranış biçiminden uzaklaşmıştır. GNV1B dış doğrulamasında da olduğu gibi belirlenen indirgenmiş dinamik yörüngeler veri kayıplarından etkilenmiş olabileceği düşünülmektedir. Manevra etkisinin olduğu gün GRACE-B uydusuna SLR

doğrulama işlemi gerçekleştirilememiştir. Dolayısıyla SLR doğrulamasına yansımaları belirlenememiştir. GRACE-B uydusu için genel dağılım dışında 137. gün çıkmıştır. Üç farklı istasyondan gerçekleştirilen SLR gözlemlerine bağlı doğrulama sonuçları bu istasyonlardan Koganei/Japonya istasyonunda yaşanan teleskop arızasından etkilenmiştir. Böylece 137. gün için genel aylık RMS dağılımının dışında sonuçlar elde edilmiştir. Kinematik yörüngeler ile SLR doğrulaması da yapılabilir. Bernese yazılımı ile sadece indirgenmiş dinamik yörüngelere SLR doğrulaması gerçekleştirilebilmiştir.

Uygulamanın üçüncü aşaması olarak yörüngelerin enterpolasyonu işlemi gerçekleştirilmiştir. Kinematik yörüngelerde yaşanan veri kayıplarının elde edilebilirliği en küçük kareler yaklaşımı ile enterpolasyon polinomları ve kollokasyon yöntemi uygulanarak araştırılmıştır. Bir günlük 30, 40 ve 50 konum bilgisine sahip yaylardan 5 ve 10'ar adet konum bilgisi rasgele ayrıştırılmış ve 20 tekrardan oluşan enterpolasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. GRACE-A ve -B uydusuna ait toplam 580 ve 600 adet deney sonuçları kendi içerisinde gerçek değerleri ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Polinomlar ile çözüm kollokasyona göre anlamlı sonuçlar vermiştir. Beklendiği üzere yaylardaki boşluk ya da kayıp sayısı arttıkça duyarlılıklar kötüleşmiştir. Bunun yanı sıra yay uzunluğu artırılması RMS değerlerini iyileştirmiştir. Her bir eksen bileşenine ait tek boyutta 5 ve 10 veri kaybına sahip deneylerde RMS dağılımları 2.5 cm altında elde edilebilmiştir. En anlamlı RMS değerleri, ECEF sisteminde tanımlı $X(t)$ ekseninde deneylerinde iken $Z(t)$ ekseninde ise duyarlılık biraz daha azalmıştır. GNV1B, kinematik yörünge doğrulama referans RMS değeri 2.5 cm olduğu düşünüldüğünde oluşturulan sonuçlar anlamlıdır. Kollokasyon çözümlerinde ise sonuçlar elde EKK yaklaşımı kadar başarılı değildir. Yaklaşımların matematiksel temellere ve yüksek dereceli enterpolasyon polinomlarına duyulan gereksinimin bu başarı düşüklüğünün nedeni olarak görülmektedir. Kısacası kollokasyon, sinyal-gürültü büyüklüklerinin birbirinden iyi ayrıştırılabildiği uygulamalarda başarı sağladığı bilinmektedir.

İndirgenmiş-dinamik yörünge çözümlerinin 5'er saniyelik konumlara sıklaştırılması ise enterpolasyon yaklaşımlarının ikinci alt aşamasıdır. Aylık yörünge çözümlerinin enterpolasyonu kübik spline yaklaşımları ile gerçekleştirilmiştir. Enterpolasyonu sağlanan konum bilgisinin doğrulaması GNV1B

yörüngeleri ile araştırılmıştır. Genel anlamda GRACE-A ile oluşturulan çözümler kenetlenmiş, not-a-knot ve doğal yaklaşımların tamamı ile 1 cm duyarlılıkla elde edilmiştir. GRACE-B çözümleri ise yaklaşık 1 cm - 1.5 cm arasında elde edilmiştir. 10'ar saniyelik indirgenmiş-dinamik yörünge konumlarının GNV1B RMS değerleri yaklaşık 1 cm olduğu düşünüldüğünde kübik spline enterpolasyonu ile oluşturulan 5'er saniyelik konumların RMS değerleri anlamlıdır. Yerel anlamda çözümler sunan spline yaklaşımları gayet başarılı olarak görülmektedir.

6.2 Öneriler

Günümüze kadar birçok uydu misyonu hayata geçirilmiştir. Bu çalışmada GRACE misyonu ele alınmıştır fakat GOCE, CHAMP gibi birçok farklı misyon ile de benzer çalışmalar farklı zaman aralıklarında farklı yazılımlar ile gerçekleştirilebilir. Doğrulama sonuçlarının anlamlılığı daha da arttırılabilir. Bernese yazılımı, farklı dinamik güç modeli, farklı kısıtlayıcı parametre seçimi ve farklı epok bilgisi ile yörüngeler üretilebileceğinden, doğrulama sonuçlarında az ya da çok anlamlı değişimlerin gözlenebileceği unutulmamalıdır.

Yörünge enterpolasyonunda, kaynak verinin boşluk veri içerip içermediği veya başka bir deyişle düzenli veri aralığına sahip olup olmadığı önemlidir. Bu çalışmada düzenli (kesintisiz) veri aralığına sahip yörünge bilgilerinin sıklaştırılmasında spline enterpolasyon yöntemleri tercih edilmiştir. Nitekim, spline çözümlerine ilişkin doğrulama sonuçlarının RMS istatistikleri yaklaşık 1 cm düzeylerindedir. Bu yüzden veri sıklaştırmada bu tür yaklaşımlara öncelik verilmelidir.

KAYNAKLAR

- Balmino, G. (2001). New space missions for mapping the earth's gravity field. *Comptes Rendus De L Academie Des Sciences Serie IV Physique Astrophysique*, 2(9):1353–1359.
- Beutler, G. (2005). *Methods of Celestial Mechanics: Volume I: Physical, Mathematical and Numerical Principles*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Bock, H. (2003). *Efficient Methods for Determining Precise Orbits of Low Earth Orbiters Using the Global Positioning System*. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Schweizerische Geodätische Kommission.
- Buchanan, J. ve Turner, P. (1992). *Numerical Methods and Analysis*. International series in pure and applied mathematics. McGraw-Hill, New York.
- Burden, R. ve Faires, J. (2001). *Numerical Analysis*. Brooks/Cole, USA.
- Case, K., Kruizinga, G., ve Wu, S. (2010). *GRACE Level 1B Data Product User Handbook*. JPL Publication D-22027.
- Dach, R., Lutz, S., Walser, P., ve Fridez, P. (2015). *Bernese GNSS Software, Version 5.2*. Astronomical Institute, University of Bern.
- Demirel, H. (1983). Kollokasyon. *Harita Kadastro Mühendisleri Odası Dergisi*, 75–98.
- Doğanalp, S. (2013). *Gravite Alanı Belirleme Amaçlı Yakın Yer Uyduları İçin Duyarlı Yörünge Belirleme Teknikleri*. Doktora tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Dunn, C., Bertiger, W., Bar-Sever, Y., Desai, S., Haines, B., Kuang, D., Franklin, G., Harris, I., Kruizinga, G., Meehan, T., Nandi, S., Nguyen, D., Rogstad, T., Thomas, J. B., Tien, J., Romans, L., Watkins, M., Wu, S.-C., Bettadpur, S., ve Kim, J. (2003). Instrument of GRACE: GPS augments gravity measurements. *GPS World*, 14(2):16–28.
- Flechtner, F., Bettadpur, S., Watkins, M., ve Kruizinga, G. (2010). *GRACE Science Data System Monthly Report May 2010*. GeoForschungsZentrum, Information System and Data Center.
- Jäggi, A. (2007). *Pseudo-Stochastic Orbit Modelling of Low Earth Satellites Using the Global Positioning System*. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. Schweizerische Geodätische Kommission.
- Johannessen, J. A. (1999). *The Four Candidate Earth Explorer Core Missions: Gravity Field and Steady State Ocean Circulation Mission*. ESA Publ. Division.
- Kang, Z., Nagel, P., ve Pastor, R. (2003). Precise orbit determination for GRACE. *Advances in Space Research*, 31(8):1875–1881.
- Kang, Z., Tapley, B., Bettadpur, S., Ries, J., Nagel, P., ve Pastor, R. (2006). Precise orbit determination for the GRACE mission using only GPS data. *Journal of Geodesy*, 80(6):322–331.

- Kim, J. ve Lee, S. W. (2009). Flight performance analysis of GRACE K-band ranging instrument with simulation data. *Acta Astronautica*, 65(11):1571–1581.
- Kim, J. ve Tapley, B. D. (2003). Simulation of dual one-way ranging measurements. *Journal of spacecraft and rockets*, 40(3):419–425.
- Krishnan, S. K. (2012). Assessment of numerical differentiation methods for kinematic orbit solution of the GRACE mission. Yüksek Lisans tezi, The University of Texas at Austin.
- Kroes, R. (2006). *Precise relative positioning of formation flying spacecraft using GPS*. Publications on geodesy. Nederlandse Commissie voor Geodesie.
- Li, J., Zhang, S., Zou, X., ve Jiang, W. (2010). Precise orbit determination for GRACE with zero-difference kinematic method. *Chinese Science Bulletin*, 55(7):600–606.
- Moritz, H. (1972). *Advanced Least-squares Methods*. Department of Geodetic Science, Ohio State University.
- Moritz, H. (1978). *Introduction to interpolation and approximation*. Helbert Wichmann Verlag Karlsruhe.
- Reigber, C., Lühr, H., ve Schwintzer, P. (2000). Status of the CHAMP mission. *Towards an Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS)*, 63–65. Springer.
- Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P., ve Woodworth, P. (2002). Dedicated gravity field missions—principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 33(1):3–20.
- Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy: foundations, methods and applications*. Walter de Gruyter.
- Švehla, D. ve Rothacher, M. (2003). Kinematic and reduced-dynamic precise orbit determination of low earth orbiters. *Advances in Geosciences*, 1(1):47–56.
- Swatschina, P. (2012). *Dynamic and Reduced-Dynamic Precise Orbit Determination of Satellites in Low Earth Orbits*. Doktora tezi, Vienna University of Technology.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Watkins, M., ve Reigber, C. (2004). The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophysical Research Letters*, 31(9).
- Thomas, J. (1999). *An analysis of gravity-field estimation based on intersatellite dual-1-way biased ranging*. DTIC Document.
- Visser, P. (1992). *The Use Of Satellites In Gravity Field Determination And Model Adjustment*. Doktora tezi, Delft University Press.
- Üstün, A. (2006). Gravite Alanı Belirleme Amaçlı Uydu Misyonları: Champ, Grace, GOCE ve İlk Sonuçlar. *Harita Dergisi*, (136):16–30.
- Üstün, A. (2013). Jeodezide Yaklaşım Yöntemleri: Enterpolasyon ve Kollokasyon Lisansüstü Ders Notları (basılmadı).

A. İç doğrulama sonuçları

Çizelge A.1. GRACE-A uydusu iç doğrulama sonuçları

GRACE-A	RMS-dx	Ort-dx	Min-dx	Maks-dx	RMS-dy	Ort-dy	Min-dy	Maks-dy	RMS-dz	Ort-dz	Min-dz	Maks-dz
DOY	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
121	2.7	-0.0	-38.2	24.1	1.9	0.1	-9.1	11.8	2.1	0.2	-7.0	7.3
122	2.6	-0.0	-11.5	14.8	1.8	0.2	-7.1	7.5	1.4	0.2	-4.6	5.3
123	3.3	0.1	-48.4	83.5	2.2	-0.1	-43.5	25.8	2.5	0.4	-11.6	24.7
124	2.5	-0.1	-12.4	16.8	1.9	-0.0	-7.2	8.6	2.9	1.3	-8.4	8.0
125	2.7	-0.1	-35.3	31.1	1.9	-0.1	-14.7	19.1	1.2	0.4	-9.4	10.9
126	2.7	0.1	-18.1	22.9	1.9	-0.2	-11.5	11.3	1.5	0.3	-7.6	5.4
127	2.5	-0.0	-30.3	17.2	1.9	-0.2	-19.1	15.4	1.8	0.6	-11.1	12.4
128	2.4	0.1	-24.7	19.4	1.7	0.0	-8.2	10.2	1.6	0.1	-5.1	5.4
129	2.4	0.0	-17.6	16.2	1.6	-0.0	-7.5	8.0	1.4	-0.1	-5.2	4.8
130	2.6	0.0	-54.1	25.6	1.8	-0.2	-10.4	29.2	2.0	-0.2	-5.7	5.8
131	2.6	0.1	-11.6	13.9	1.9	-0.1	-8.8	7.9	1.8	0.6	-4.1	5.2
132	2.8	0.0	-35.7	25.5	2.1	-0.1	-11.8	21.6	2.1	0.3	-6.0	7.8
133	2.6	0.1	-21.2	18.8	1.9	-0.2	-9.3	8.8	2.1	-0.1	-4.4	5.2
134	2.7	0.1	-40.7	15.9	1.8	-0.1	-5.9	24.7	1.5	0.6	-7.3	4.8
135	2.5	-0.1	-55.0	21.2	1.7	-0.2	-7.4	31.6	1.6	0.4	-5.2	6.7
136	2.5	-0.1	-20.7	14.8	1.7	-0.1	-7.9	8.6	1.6	0.3	-5.3	5.0
137	2.7	0.1	-12.4	29.0	1.9	-0.1	-9.2	13.2	2.0	-0.1	-5.9	9.8
138	2.8	0.0	-22.3	58.6	1.9	0.1	-22.3	8.6	2.0	0.4	-5.7	16.0
139	2.7	-0.1	-25.7	11.5	1.9	-0.1	-8.8	7.6	1.9	0.8	-4.0	6.6
140	2.5	0.0	-33.4	14.6	1.7	-0.1	-8.0	21.8	1.5	0.2	-5.6	7.7
141	2.8	0.0	-14.3	14.3	2.1	-0.1	-8.2	6.5	1.8	0.3	-5.0	6.9
142	2.6	-0.0	-10.6	18.3	1.9	-0.1	-8.4	6.9	1.6	0.0	-7.3	7.3
143	2.6	0.2	-13.0	13.5	1.9	0.1	-9.9	5.9	1.5	-0.7	-5.8	4.4
144	2.7	0.1	-11.5	18.6	2.0	-0.1	-6.2	8.2	1.7	-0.1	-7.1	6.4
145	3.0	0.1	-15.4	22.0	2.1	-0.1	-9.1	9.2	2.1	-0.0	-5.7	5.9
146	2.8	0.0	-15.5	20.3	2.1	-0.2	-7.8	7.9	2.3	0.7	-10.2	8.6
147	2.8	0.0	-17.5	18.9	2.0	-0.0	-6.4	8.7	1.8	0.6	-6.3	5.4
148	2.7	0.1	-23.6	25.3	1.8	-0.0	-12.0	9.1	1.6	0.7	-4.5	5.1
149	2.8	0.0	-13.5	31.5	2.0	0.1	-15.2	11.9	1.9	0.3	-4.8	6.3
150	2.5	0.1	-11.1	14.3	1.8	-0.2	-6.8	6.6	1.8	0.8	-3.0	7.5
151	2.8	0.0	-12.8	20.4	2.1	-0.1	-9.2	7.6	1.6	0.4	-4.9	6.3

Çizelge A.2. GRACE-B uydusu iç doğrulama sonuçları

GRACE-B DOY	RMS-dx [cm]	Ort-dx [cm]	Min-dx [cm]	Maks-dx [cm]	RMS-dy [cm]	Ort-dy [cm]	Min-dy [cm]	Maks-dy [cm]	RMS-dz [cm]	Ort-dz [cm]	Min-dz [cm]	Maks-dz [cm]
121	3.7	-0.2	-77.7	83.8	2.5	-0.1	-29.5	27.4	2.6	-0.2	-11.3	7.0
122	3.7	0.2	-73.8	37.3	2.8	0.1	-19.6	13.9	1.9	-0.4	-9.9	14.7
123	3.3	-0.2	-33.0	21.1	2.6	-0.2	-12.9	24.4	2.5	-0.4	-6.5	7.6
124	2.9	-0.1	-26.7	59.4	2.1	-0.1	-50.9	20.0	1.8	0.9	-4.3	5.6
125	3.8	-0.3	-104.6	36.0	2.8	0.2	-17.3	65.6	2.1	0.7	-5.1	7.2
126	3.3	-0.1	-92.9	111.1	2.0	-0.1	-12.9	11.4	1.8	0.2	-5.3	6.6
127	3.3	0.1	-18.9	19.8	2.5	-0.1	-16.8	17.9	1.9	0.2	-15.8	8.1
128	2.9	-0.0	-16.9	26.6	2.2	0.1	-8.5	12.8	1.7	-0.5	-5.8	6.4
129	2.7	0.0	-11.8	17.6	2.1	-0.0	-9.5	7.0	2.0	-0.4	-6.4	5.5
130	3.1	-0.1	-25.3	28.7	2.4	-0.2	-8.3	11.4	2.0	-0.3	-6.8	5.7
131	3.1	0.1	-51.6	61.6	2.2	-0.1	-42.6	31.1	2.6	0.3	-17.4	11.2
132	3.1	-0.3	-37.2	50.9	2.5	0.0	-25.7	24.4	2.3	-0.3	-6.0	7.0
133	3.0	-0.1	-18.4	17.6	2.3	-0.1	-12.7	11.7	2.4	-0.0	-5.4	10.2
134	2.9	0.2	-27.6	63.1	2.1	-0.3	-45.6	11.1	1.9	0.5	-5.8	8.8
135	2.8	-0.1	-14.8	44.3	2.1	-0.3	-31.0	13.6	2.0	0.2	-11.0	6.5
136	2.8	0.0	-12.7	12.9	2.1	-0.1	-7.6	11.6	1.6	-0.1	-5.4	4.9
137	3.0	0.1	-28.7	19.4	2.2	-0.2	-7.7	13.1	2.3	-0.6	-8.3	6.1
138	3.0	-0.2	-12.2	19.6	2.2	0.1	-16.3	10.2	2.1	0.9	-3.6	6.1
139	19.7	0.9	-109.9	138.8	38.3	1.3	-254.9	261.3	5.7	0.8	-34.9	40.8
140	2.6	-0.1	-11.6	18.8	2.0	-0.2	-13.3	8.3	1.6	0.1	-5.8	4.5
141	3.2	0.0	-47.0	17.3	2.5	-0.3	-9.9	28.1	2.0	0.2	-4.6	11.9
142	3.2	-0.1	-39.6	35.4	2.5	-0.0	-18.1	25.0	2.0	0.2	-7.6	6.9
143	3.1	0.2	-23.4	29.0	2.4	-0.1	-20.9	11.2	1.8	-1.0	-6.9	5.3
144	3.5	0.1	-15.0	44.7	2.8	-0.1	-29.4	12.4	3.1	-0.8	-8.8	10.4
145	3.0	0.1	-19.6	26.7	2.1	-0.0	-13.7	9.7	2.7	-0.8	-10.9	6.5
146	3.0	0.0	-45.8	22.9	2.4	-0.0	-16.0	37.2	2.6	0.1	-6.9	8.5
147	2.6	0.0	-14.7	22.3	2.0	-0.1	-20.4	9.2	1.8	-0.2	-8.5	6.0
148	3.2	0.2	-39.4	35.0	2.5	0.1	-17.4	25.5	2.1	-0.4	-7.0	8.3
149	3.0	0.0	-25.7	22.3	2.5	0.0	-15.1	12.8	2.4	-0.6	-8.6	5.2
150	3.0	0.2	-14.7	21.2	2.4	-0.2	-10.9	15.6	1.9	-0.1	-6.8	6.8
151	2.9	0.1	-20.3	39.8	2.1	0.0	-25.8	9.9	1.8	-0.2	-5.9	9.5

B. GNV1B doğrulama sonuçları

Çizelge B.1. GRACE-A uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge GNV1B doğrulama sonuçları

GRACE-A DOY	Min-dX [cm]	Maks-dX [cm]	Ort-dX [cm]	RMS-dX [cm]	Min-dY [cm]	Maks-dY [cm]	Ort-dY [cm]	RMS-dY [cm]	Min-dZ [cm]	Maks-dZ [cm]	Ort-dZ [cm]	RMS-dZ [cm]
121	-1.6	2.1	0.3	0.8	-1.2	2.9	0.3	0.8	-1.9	3.5	0.4	1.0
122	-2.1	1.9	0.3	0.8	-2.1	6.8	0.2	1.0	-5.0	3.9	0.5	1.4
123	-1.8	2.5	0.4	0.8	-1.8	2.5	0.1	0.7	-3.3	3.2	0.7	1.1
124	-2.0	2.0	0.1	0.7	-2.0	2.8	0.4	0.8	-2.4	3.8	0.5	1.1
125	-2.0	2.4	0.1	0.7	-2.4	2.8	0.1	0.9	-1.4	4.0	0.7	1.1
126	-1.7	2.4	0.2	0.8	-2.1	2.3	0.2	0.7	-2.1	3.9	0.6	1.1
127	-1.7	2.5	0.4	0.9	-2.2	3.3	0.2	0.8	-2.2	4.5	0.6	1.2
128	-3.3	2.4	0.2	0.9	-2.7	2.0	0.0	0.7	-2.1	4.3	0.5	1.2
129	-1.9	3.7	0.4	1.1	-2.3	2.3	-0.1	0.7	-2.0	2.9	0.7	1.1
130	-2.0	2.8	0.3	0.9	-2.3	2.3	0.1	0.8	-1.8	3.5	0.6	1.0
131	-2.8	2.8	0.2	1.0	-4.1	2.1	-0.2	0.9	-2.6	2.8	0.7	1.1
132	-2.4	3.2	-0.0	1.0	-2.7	2.6	0.0	0.9	-2.4	4.2	0.6	1.2
133	-2.8	3.0	0.2	1.0	-2.0	2.5	-0.1	0.7	-1.6	3.3	0.6	1.1
134	-1.9	2.4	0.2	0.8	-2.1	3.8	0.1	0.8	-2.6	3.1	0.5	1.1
135	-2.7	2.6	0.2	1.0	-2.3	2.9	-0.0	0.8	-2.4	2.8	0.4	1.1
136	-2.0	2.0	-0.1	0.7	-1.8	1.8	-0.1	0.6	-2.2	3.1	0.6	1.2
137	-2.0	2.8	0.2	0.9	-2.3	2.5	-0.1	0.8	-3.0	3.7	0.7	1.4
138	-2.0	2.1	0.2	0.9	-2.8	3.5	0.1	0.9	-1.8	3.8	0.8	1.3
139	-2.4	2.0	0.0	0.7	-2.4	2.0	-0.0	0.8	-3.2	3.2	0.4	1.1
140	-2.6	3.1	0.4	0.9	-2.3	3.4	-0.0	0.7	-1.9	3.6	0.8	1.2
141	-3.7	2.9	0.2	1.1	-2.7	4.7	0.0	1.1	-2.9	5.5	0.7	1.2
142	15.8	3.5	0.2	2.1	-58.9	12.7	-0.6	6.5	-27.4	39.0	1.5	5.2
143	95.1	113.0	3.3	27.7	-78.2	132.8	2.2	24.6	-179.0	82.4	-12.5	42.6
144	-2.7	2.5	0.1	1.1	-3.1	5.0	0.2	1.1	-2.3	3.3	0.7	1.1
145	-2.7	3.1	0.1	1.3	-2.5	3.8	0.1	1.3	-1.0	3.4	0.8	1.1
146	-3.0	5.0	0.0	1.4	-3.3	2.4	-0.3	1.2	-2.0	4.6	0.9	1.4
147	-2.8	2.8	0.0	1.3	-3.0	3.9	-0.2	1.2	-1.3	5.1	1.0	1.4
148	-3.7	3.6	-0.0	1.6	-2.8	4.6	0.1	1.3	-1.8	3.7	0.9	1.4
149	-3.5	6.8	0.0	1.7	-2.6	6.5	0.2	1.4	-3.7	8.9	0.9	1.8
150	-2.2	3.4	0.3	1.3	-2.7	3.9	-0.2	1.2	-1.6	5.5	1.1	1.6
151	-2.3	5.0	0.3	1.6	-2.6	5.0	0.0	1.3	-1.5	7.4	1.1	1.6

Çizelge B.2. GRACE-B uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge GNV1B doğrulama sonuçları

GRACE-B DOY	Min-dX [cm]	Maks-dX [cm]	Ort-dX [cm]	RMS-dX [cm]	Min-dY [cm]	Maks-dY [cm]	Ort-dY [cm]	RMS-dY [cm]	Min-dZ [cm]	Maks-dZ [cm]	Ort-dZ [cm]	RMS-dZ [cm]
121	-2.0	2.8	0.3	1.1	-2.7	2.9	0.2	1.3	-2.5	3.2	0.3	1.0
122	-2.9	2.8	0.3	1.3	-3.2	8.0	0.2	1.8	-3.6	4.1	0.6	1.3
123	-3.5	4.0	0.5	1.5	-2.6	3.5	0.4	1.5	-2.7	4.7	0.8	1.4
124	-3.3	3.6	0.2	1.5	-2.3	3.2	0.2	1.3	-2.0	3.4	0.7	1.2
125	-3.2	3.4	0.1	1.4	-2.8	3.0	0.1	1.5	-2.0	4.0	0.7	1.1
126	-2.5	4.9	0.2	1.2	-2.9	2.6	0.1	1.0	-1.9	4.6	1.0	1.4
127	-2.4	4.1	0.3	1.4	-3.7	3.0	0.1	1.6	-2.7	4.5	0.7	1.2
128	-2.2	3.3	0.2	1.4	-3.5	3.8	0.1	1.7	-1.7	3.2	0.5	1.0
129	-2.3	3.9	0.4	1.5	-2.8	3.6	0.0	1.5	-1.7	3.3	0.6	1.0
130	-2.2	2.7	0.4	1.1	-2.2	2.1	0.1	1.0	-1.8	2.9	0.6	1.1
131	-2.4	2.7	0.2	1.0	-3.2	2.3	-0.2	1.2	-2.0	2.7	0.6	0.9
132	-2.5	2.6	-0.0	1.1	-2.9	2.6	-0.1	1.2	-2.8	3.5	0.6	1.3
133	-2.0	2.8	0.3	1.1	-2.9	3.0	-0.1	1.3	-1.8	3.7	0.6	1.2
134	-2.7	3.7	0.1	1.3	-2.9	2.6	0.1	1.2	-2.3	3.5	0.7	1.2
135	-1.7	2.3	0.2	0.9	-2.9	2.4	-0.0	1.1	-2.2	3.1	0.5	1.1
136	-3.2	2.7	0.0	1.3	-2.8	2.8	-0.2	1.5	-2.2	3.3	0.7	1.2
137	-2.4	2.5	0.0	1.1	-2.6	2.9	-0.1	1.3	-2.7	3.7	0.6	1.3
138	-2.4	2.1	0.1	1.1	-2.4	2.7	0.1	1.2	-1.9	3.7	0.7	1.2
139	-260.5	137.2	-2.9	41.4	-50.5	24.2	-2.0	8.9	-41.0	282.1	2.9	22.1
140	-2.9	3.9	0.5	1.4	-2.8	3.4	-0.2	1.4	-1.8	3.0	0.9	1.2
141	-2.4	2.5	0.3	1.1	-3.7	4.8	-0.1	1.0	-1.8	5.6	0.8	1.1
142	-2.8	3.0	0.3	1.0	-3.9	3.9	0.2	1.3	-2.2	5.2	0.8	1.2
143	-2.5	4.3	0.2	0.9	-2.7	6.8	-0.1	1.0	-2.6	3.5	0.8	1.1
144	-2.3	3.2	0.3	0.9	-1.8	5.2	0.1	0.8	-5.2	3.5	0.5	1.4
145	-1.7	2.5	0.2	0.8	-2.5	4.8	0.0	1.0	-2.4	3.0	0.6	1.0
146	-1.9	3.4	-0.0	0.9	-3.2	5.3	-0.1	1.0	-1.9	3.3	0.7	1.2
147	-3.7	1.9	-0.1	0.9	-3.5	5.4	-0.4	1.1	-1.8	6.4	1.0	1.6
148	-1.9	3.1	-0.1	0.8	-1.4	4.8	0.2	0.9	-2.6	4.0	0.7	1.4
149	-2.2	4.6	0.1	0.9	-2.0	8.8	0.3	1.1	-4.0	11.6	1.0	2.0
150	-2.4	2.5	0.1	0.8	-2.2	3.1	-0.0	0.9	-3.1	5.6	0.9	1.6
151	-2.1	3.4	0.3	1.0	-2.2	7.6	0.1	1.1	-1.6	11.3	1.1	1.7

Çizelge B.3. GRACE-A uydusu kinematik yörünge GNV1B doğrulama sonuçları

GRACE-A DOY	Min-dX [cm]	Maks-dX [cm]	Ort-dX [cm]	RMS-dX [cm]	Min-dY [cm]	Maks-dY [cm]	Ort-dY [cm]	RMS-dY [cm]	Min-dZ [cm]	Maks-dZ [cm]	Ort-dZ [cm]	RMS-dZ [cm]
121	-9.1	10.7	-0.3	2.2	-8.9	11.1	0.6	2.5	-25.9	41.3	0.3	2.7
122	-7.1	8.7	0.2	1.8	-6.3	9.3	0.4	2.0	-14.8	11.1	0.8	2.7
123	-22.0	18.9	0.1	2.8	-32.9	11.8	0.1	2.5	-56.0	93.7	0.6	3.1
124	-12.0	8.5	-0.8	3.1	-6.6	9.2	1.1	2.5	-12.4	19.1	0.3	2.4
125	-7.0	15.3	-0.1	1.9	-10.3	9.3	0.1	1.8	-33.7	41.1	0.1	2.6
126	-7.4	7.9	0.4	1.9	-9.6	11.2	0.2	2.4	-22.7	24.5	0.5	2.5
127	-11.2	12.2	-0.2	2.2	-10.6	8.5	0.1	2.1	-16.3	34.5	0.7	2.5
128	-6.9	10.5	-0.5	1.9	-7.5	8.9	-0.2	1.9	-14.5	27.9	0.5	2.5
129	-6.2	8.2	0.0	1.4	-14.6	19.3	0.1	2.0	-17.4	10.0	0.8	2.4
130	-6.9	8.1	0.1	2.0	-8.1	9.5	-0.6	2.2	-15.7	62.3	0.9	2.6
131	-11.8	6.7	-0.4	2.2	-10.0	7.5	0.0	2.3	-15.0	12.9	0.5	2.4
132	-10.2	8.6	0.3	2.3	-7.4	9.3	0.9	2.6	-27.9	41.0	0.3	2.6
133	-6.0	10.2	1.3	2.2	-7.5	8.4	-0.9	2.5	-23.7	18.7	0.5	2.4
134	-9.2	15.4	-0.2	2.1	-8.7	13.0	0.1	2.3	-13.6	47.8	0.9	2.7
135	-7.2	9.9	0.0	2.1	-10.8	9.9	0.1	2.0	-18.4	64.8	0.2	2.6
136	-6.6	9.5	-0.3	1.7	-7.7	7.9	-0.2	2.3	-15.1	24.1	0.9	2.3
137	-6.7	7.6	0.1	2.3	-14.2	11.3	-0.0	2.4	-12.6	28.9	0.9	2.6
138	-8.8	15.9	-0.2	2.4	-10.0	8.9	0.3	2.7	-25.4	63.1	0.4	2.5
139	-8.9	10.1	-0.5	2.4	-7.4	6.9	-0.6	2.6	-11.5	25.5	0.4	2.3
140	-6.5	12.1	0.7	2.2	-9.7	10.4	-0.4	2.2	-15.6	40.4	0.6	2.3
141	-12.4	8.7	-0.3	2.5	-9.3	10.1	0.2	2.4	-13.7	14.9	0.9	2.6
142	-8.7	10.1	-0.5	2.6	-17.7	11.7	0.2	2.3	-9.0	16.4	1.1	2.2
143	-5.0	7.3	0.9	1.8	-8.4	10.2	-0.1	2.5	-12.8	12.9	0.6	2.5
144	-7.9	7.4	0.3	2.3	-8.3	8.2	-0.0	2.2	-13.4	17.2	0.8	2.6
145	-7.6	7.2	-0.5	2.2	-7.7	8.5	-0.4	3.2	-15.3	21.5	0.4	2.6
146	-9.9	12.8	0.4	3.2	-10.2	7.8	-0.8	2.7	-20.1	17.1	0.6	2.4
147	-11.3	19.3	0.1	2.2	-9.3	9.9	0.3	3.0	-12.7	18.3	0.9	2.7
148	-7.7	7.2	0.1	2.9	-10.3	12.6	0.3	2.6	-23.4	30.4	0.8	2.6
149	-6.8	11.3	-0.2	2.3	-9.3	8.3	-0.5	2.9	-35.1	15.5	0.3	2.6
150	-8.7	9.5	0.9	2.6	-9.1	8.2	-0.6	2.7	-14.5	12.1	0.5	2.3
151	-9.6	9.0	0.8	2.7	-7.9	8.6	-0.5	2.6	-9.8	28.5	1.6	3.0

Çizelge B.4. GRACE-B uydusu kinematik yörünge GNV1B doğrulama sonuçları

GRACE-B DOY	Min-dX [cm]	Maks-dX [cm]	Ort-dX [cm]	RMS-dX [cm]	Min-dY [cm]	Maks-dY [cm]	Ort-dY [cm]	RMS-dY [cm]	Min-dZ [cm]	Maks-dZ [cm]	Ort-dZ [cm]	RMS-dZ [cm]
121	-12.1	10.9	-0.9	2.9	-10.3	10.3	0.2	3.0	-86.1	83.3	0.1	3.7
122	-25.8	10.3	0.6	2.6	-68.9	35.5	-0.3	3.3	-32.6	28.3	1.0	3.5
123	-11.5	11.8	0.7	3.3	-9.2	14.3	-0.2	3.1	-21.8	42.6	1.1	3.5
124	-11.4	9.2	-0.2	2.4	-12.8	9.1	0.3	1.9	-77.1	15.8	0.8	3.2
125	-8.8	10.5	-0.3	2.7	-10.4	7.6	-0.3	2.5	-38.2	124.7	0.4	4.1
126	-16.9	12.8	-0.0	2.7	-90.5	74.7	-0.5	2.6	-55.4	63.1	1.2	3.1
127	-8.9	10.7	0.7	3.0	-14.3	18.8	-0.4	2.9	-18.2	22.7	0.7	3.1
128	-11.5	9.9	-0.1	2.7	-11.4	12.9	0.1	2.9	-13.1	28.0	0.7	2.8
129	-8.9	7.0	-0.0	2.1	-8.3	12.7	0.3	3.0	-16.9	13.1	0.6	2.3
130	-8.3	11.5	0.0	2.5	-9.1	6.8	-0.7	2.6	-27.4	28.2	0.7	3.0
131	-13.6	8.4	-0.6	2.5	-9.8	19.6	0.1	2.7	-60.3	73.8	0.4	3.0
132	-8.3	9.5	0.0	2.7	-11.9	12.5	0.0	2.7	-54.7	46.8	0.7	3.2
133	-11.5	9.8	0.5	2.4	-15.7	17.7	-0.6	3.0	-16.3	21.5	0.7	3.0
134	-10.7	8.7	0.2	2.0	-11.4	22.4	-0.1	2.3	-76.7	23.0	0.8	3.0
135	-9.9	10.5	-0.1	2.2	-15.6	8.1	-0.4	2.3	-51.7	18.0	0.4	2.9
136	-7.7	8.3	0.0	2.2	-9.9	7.9	-0.1	2.8	-12.4	13.2	0.7	2.8
137	-9.3	9.5	0.6	2.7	-10.4	11.1	-0.6	2.9	-16.3	32.1	0.6	3.0
138	-9.0	8.9	-0.0	2.5	-8.6	8.1	-0.1	2.5	-24.8	15.5	0.0	2.9
139	-9.6	7.9	0.1	2.0	-19.3	12.1	-0.3	3.5	-52.6	34.3	0.8	2.9
140	-11.5	8.8	0.5	2.3	-7.4	13.7	-0.6	2.4	-20.1	16.5	1.2	2.8
141	-12.1	10.2	1.2	2.8	-10.6	12.6	0.1	2.4	-17.9	55.7	0.5	3.1
142	-9.5	16.7	-0.2	2.1	-11.5	10.7	0.1	2.7	-38.1	44.8	1.5	3.5
143	-9.7	10.1	0.1	2.2	-11.2	12.0	-0.2	2.8	-26.6	30.2	1.4	3.3
144	-9.9	9.6	0.6	2.5	-12.8	13.4	-0.4	3.5	-16.5	50.5	0.8	3.8
145	-11.9	16.8	-0.2	2.4	-18.7	10.6	0.1	3.0	-26.6	25.5	0.3	2.7
146	-16.0	10.6	0.6	2.9	-27.1	8.5	-0.5	2.8	-24.0	58.8	0.4	2.6
147	-10.5	11.4	0.4	2.2	-8.9	13.2	-0.6	2.5	-27.8	18.2	1.3	3.0
148	-28.5	29.1	0.6	2.5	-14.1	22.5	0.1	2.7	-24.2	48.0	0.8	3.1
149	-9.9	10.3	-0.2	2.0	-9.0	9.6	-0.5	3.1	-26.9	32.5	0.5	3.0
150	-11.3	11.1	0.8	2.2	-14.5	8.4	-0.1	2.5	-16.7	22.2	1.6	3.4
151	-6.0	11.0	0.5	1.9	-8.5	18.0	-0.1	2.7	-26.3	46.4	1.5	3.2

C. Bilinmeyen parametreler anlamlılık testi sonuçları

Çizelge C.1. 50 adet dayanak noktası içeren yay(+:geçerli, -:geçersiz)

Bilinmeyen Parametre	Test Büyüklüğü					
	$X(t)$	Durum	$Y(t)$	Durum	$Z(t)$	Durum
a0	779795271.21	+	2075420176.76	+	1207121121.65	+
a1	6240618.12	+	59456784.59	+	279391747.24	+
a2	3119625.11	+	6615904.25	+	3884820.07	+
a3	123378.95	+	214545.50	+	921873.27	+
a4	9036.18	+	15922.75	+	9581.07	+
a5	1157.16	+	1129.51	+	4153.17	+
a6	43.80	+	58.58	+	38.62	+
a0	795786064.59	+	2063769461.80	+	1399534824.06	+
a1	4232813.48	+	39295446.15	+	215294081.78	+
a2	3183597.39	+	6578764.78	+	4504055.87	+
a3	45459.74	+	77029.27	+	385909.00	+
a4	9221.48	+	15833.37	+	11108.28	+
a5	178.02	+	170.17	+	728.67	+
a6	44.69	+	58.25	+	44.78	+
a7	1.67	-	0.72	-	3.98	+
a0	700248847.67	+	1903200184.29	+	1389083285.71	+
a1	4195080.69	+	40815077.71	+	240675444.55	+
a2	1711113.30	+	3705713.93	+	2730563.87	+
a3	45054.50	+	80008.14	+	431404.42	+
a4	2783.52	+	5005.97	+	3778.19	+
a5	176.43	+	176.75	+	814.57	+
a6	6.32	+	5.89	+	3.22	+
a7	1.65	-	0.75	-	4.44	+
a8	0.50	-	2.08	+	3.39	+

Çizelge C.2. 40 adet dayanak noktası içeren yay(+:geçerli, -:geçersiz)

Bilinmeyen Parametre	$X(t)$	Durum	Test Büyüklüğü		$Z(t)$	Durum
a0	750744222.96	+	2340677952.26	+	1475696348.44	+
a1	8267554.36	+	63193336.13	+	230533378.13	+
a2	1977341.59	+	4747491.89	+	3027169.45	+
a3	52141.27	+	144189.84	+	485271.24	+
a4	3722.58	+	7264.69	+	4744.32	+
a5	333.85	+	477.49	+	1398.26	+
a6	10.76	+	19.80	+	8.49	+
a0	755238879.83	+	2322642665.26	+	1671754178.31	+
a1	5518139.52	+	41604013.80	+	173273617.65	+
a2	1989179.81	+	4710911.72	+	3429352.65	+
a3	18860.87	+	51451.04	+	197687.74	+
a4	3744.87	+	7208.71	+	5374.64	+
a5	49.60	+	72.32	+	242.65	+
a6	10.83	+	19.64	+	9.62	+
a7	1.18	-	0.70	-	3.22	+
a0	712041558.58	+	2045711418.65	+	1464098161.83	+
a1	5863554.62	+	41299471.82	+	171032056.04	+
a2	1142449.79	+	2527599.06	+	1829579.83	+
a3	20041.49	+	51074.41	+	195130.35	+
a4	1206.65	+	2165.34	+	1606.21	+
a5	52.71	+	71.79	+	239.51	+
a6	3.74	+	1.82	-	1.65	-
a7	1.26	-	0.70	-	3.18	+
a8	2.27	+	0.73	-	0.42	-

Çizelge C.3. 30 adet dayanak noktası içeren yay (+:geçerli, -:geçersiz)

Bilinmeyen Parametre	$X(t)$	Durum	Test Büyüklüğü		$Z(t)$	Durum
a0	805642054.46	+	2186590442.09	+	1447561312.78	+
a1	8177780.87	+	43769700.90	+	124416166.53	+
a2	2380293.01	+	4808440.76	+	3225811.61	+
a3	16655.73	+	55461.38	+	146428.45	+
a4	6278.99	+	10088.16	+	6953.29	+
a5	66.76	+	103.09	+	237.58	+
a0	675709054.58	+	2148921664.01	+	1654705809.47	+
a1	8021970.00	+	50310041.05	+	166336896.25	+
a2	1024968.01	+	2426163.38	+	1893153.83	+
a3	16338.39	+	63748.76	+	195765.99	+
a4	1095.59	+	2064.89	+	1657.48	+
a5	65.49	+	118.49	+	317.62	+
a6	0.31	-	2.95	+	4.46	+
a0	669985855.07	+	2112167985.15	+	1674052820.18	+
a1	5256732.96	+	32680709.50	+	111215647.11	+
a2	1016286.61	+	2384667.95	+	1915288.80	+
a3	5772.29	+	22328.46	+	70577.49	+
a4	1086.31	+	2029.57	+	1676.86	+
a5	8.91	+	16.90	+	46.67	+
a6	0.30	-	2.90	+	4.51	+
a7	0.78	-	0.47	-	1.24	-

D. Enterpolasyon sonuçları

Çizelge D.1. GRACE-A uydusu 30 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	-0.6	0.8	0.5	-0.4	0.9	0.5	-1.1	-0.0	0.5	137	5	-1.0	4.0	2.0	-2.9	0.3	1.4	-0.9	0.9	0.7
121	10	-1.1	0.6	0.5	-1.4	2.1	1.1	-2.2	-0.8	1.3	137	10	1.4	6.4	3.3	-5.5	-1.8	3.2	-2.3	-0.6	1.7
122	5	-0.3	0.2	0.2	-0.3	0.2	0.2	-0.8	1.5	0.8	138	5	-0.4	0.6	0.4	-2.3	0.4	1.9	-3.5	2.6	2.3
122	10	-1.2	-0.4	0.7	-0.4	0.7	0.5	-3.2	2.3	1.6	138	10	-0.6	0.4	0.3	-3.4	-0.1	2.3	-5.0	1.0	2.8
123	5	-0.9	0.5	0.6	-4.2	-0.7	2.8	-1.1	0.6	0.7	139	5	0.1	1.1	0.8	-1.1	0.8	0.7	1.0	1.9	1.4
123	10	-1.7	0.3	1.1	-7.7	-1.8	5.2	-1.0	0.9	0.7	139	10	0.6	1.9	1.2	-2.0	3.7	1.7	1.0	3.8	2.7
124	5	-0.1	0.7	0.4	-0.5	0.5	0.4	0.6	1.2	0.9	140	5	0.1	0.9	0.6	-2.2	-0.6	1.6	-1.3	-0.2	1.0
124	10	-1.1	0.2	0.6	-3.7	-1.3	2.4	-0.1	2.3	1.7	140	10	-0.3	0.9	0.4	-3.0	-0.3	1.7	-1.5	0.8	0.9
125	5	-1.2	-0.1	0.9	-1.2	-0.5	0.9	0.3	1.9	1.1	141	5	-0.7	0.2	0.3	-0.5	0.1	0.3	-0.8	0.9	0.7
125	10	-1.6	0.1	1.1	-2.2	0.9	1.8	0.6	3.4	2.2	141	10	-0.3	0.9	0.5	-1.1	-0.1	0.8	-3.6	-1.1	2.6
126	5	-3.7	1.2	1.8	-0.7	0.7	0.5	-2.7	0.8	1.3	142	5	-1.1	1.5	1.1	-0.7	-0.1	0.5	-0.4	0.1	0.3
126	10	-4.4	0.7	1.7	-0.6	0.8	0.4	-3.3	1.3	1.6	142	10	-0.7	2.5	1.3	-1.1	-0.0	0.7	-0.8	-0.1	0.5
127	5	-2.2	0.6	1.2	-0.6	0.9	0.5	0.6	2.2	1.5	143	5	0.0	0.5	0.4	0.2	2.2	1.4	-0.3	0.6	0.4
127	10	-3.0	-0.3	1.5	-1.2	0.3	0.8	0.9	3.2	2.0	143	10	-0.5	0.2	0.3	0.5	3.4	1.9	-0.0	0.9	0.6
128	5	-3.6	-0.0	1.9	-0.2	0.3	0.2	-0.6	0.3	0.3	144	5	-1.1	-0.6	0.9	0.7	2.9	2.3	-1.1	-0.5	0.8
128	10	-3.9	0.6	1.6	-0.4	0.2	0.2	-0.6	0.4	0.3	144	10	-1.3	1.5	0.9	0.3	6.8	4.9	-1.6	0.6	1.1
129	5	-0.1	1.6	0.9	-1.1	0.7	0.8	-0.6	0.9	0.6	145	5	-0.2	0.6	0.3	-0.7	-0.1	0.5	-0.4	1.2	0.6
129	10	0.3	2.3	1.3	-1.5	0.3	1.0	-1.1	0.6	0.6	145	10	-0.9	0.2	0.5	-0.6	0.5	0.4	-1.4	3.8	1.8
130	5	-0.9	1.1	0.8	-2.9	1.6	1.8	-0.7	0.2	0.3	146	5	-0.1	2.4	1.4	0.7	1.7	1.3	-1.8	-0.2	1.0
130	10	-0.9	1.2	0.7	-3.2	1.7	1.5	-0.7	0.5	0.4	146	10	-0.3	3.2	1.7	-0.8	2.4	1.6	-2.9	-0.1	1.6
131	5	0.7	1.3	1.0	0.2	0.9	0.5	-4.9	-2.8	3.9	147	5	0.4	1.4	0.8	-0.4	1.9	0.9	-1.2	0.5	0.7
131	10	-1.0	1.4	0.9	-0.3	0.8	0.3	-3.4	4.1	2.5	147	10	-1.1	1.1	0.6	-1.6	1.1	1.1	-0.8	1.4	0.8
132	5	-0.8	0.1	0.5	-1.6	0.2	0.8	-0.5	0.3	0.3	148	5	-0.4	0.1	0.2	-0.6	-0.2	0.5	-2.3	2.9	1.8
132	10	-1.1	0.1	0.7	-2.8	-0.4	1.6	-0.1	0.6	0.4	148	10	-1.2	0.1	0.6	-0.8	0.8	0.5	-2.3	3.8	1.9
133	5	-0.2	0.8	0.5	-0.6	0.4	0.4	-1.1	0.6	0.7	149	5	0.1	1.4	0.8	-0.9	-0.2	0.5	-1.5	-0.2	0.9
133	10	0.4	2.1	1.3	-1.4	0.0	0.6	-0.1	1.8	1.0	149	10	-3.5	0.3	1.3	-0.3	1.8	0.7	-2.6	-0.4	1.6
134	5	-2.5	-0.7	2.0	-1.7	0.1	1.2	-2.0	-0.9	1.5	150	5	-2.2	-0.4	1.6	0.4	2.8	1.8	-1.6	-0.4	1.0
134	10	-2.8	0.9	1.7	-1.4	0.6	0.8	-2.8	-0.4	1.7	150	10	-2.2	0.8	1.2	0.6	3.6	1.9	-1.9	0.3	1.0
135	5	-4.9	1.6	2.5	-0.2	1.4	0.7	-0.6	1.8	0.9	151	5	0.1	0.6	0.3	-1.3	-0.1	0.7	-0.6	0.6	0.4
135	10	-6.3	2.5	3.2	-1.2	1.7	1.0	-0.7	2.6	1.3	151	10	-0.2	1.1	0.5	-0.8	1.3	0.8	-1.3	-0.2	0.8
136	5	1.3	2.9	1.9	-1.0	-0.2	0.6	-1.0	-0.3	0.6											
136	10	0.5	3.8	2.2	-2.2	1.2	1.0	-1.9	0.8	1.2											

Çizelge D.2. GRACE-B uydusu 30 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	-0.5	0.8	0.5	-0.4	4.0	2.1	-1.2	0.9	0.9	137	5	0.3	1.3	0.8	-2.3	-0.8	1.8	0.6	2.3	1.6
121	10	0.0	1.4	0.8	1.5	6.9	4.0	-1.4	0.9	0.8	137	10	0.1	1.8	1.1	-6.9	-1.1	5.5	0.8	5.4	4.1
122	5	-2.0	0.1	0.9	-5.2	2.6	2.7	-3.5	3.2	2.3	138	5	0.3	0.9	0.6	-2.4	-0.9	1.5	0.9	3.3	2.2
122	10	-1.8	0.9	0.8	-4.0	3.7	2.2	-1.9	5.0	2.7	138	10	0.1	1.5	0.9	-2.6	0.4	1.3	-1.9	3.0	1.8
123	5	-1.3	0.4	0.8	-0.5	0.0	0.3	-2.2	0.4	1.2	139	5	0.2	1.5	0.8	-1.4	-0.2	1.0	-1.6	0.4	0.9
123	10	-2.0	-0.1	1.2	-0.9	-0.2	0.6	-2.6	1.2	1.4	139	10	-0.3	1.9	0.9	-0.9	2.2	1.0	-2.3	-0.1	1.2
124	5	-1.5	2.4	1.4	-1.4	0.7	0.8	-2.5	0.9	1.2	140	5	-0.1	0.5	0.3	-0.4	0.2	0.2	0.4	2.0	1.2
124	10	-1.8	4.9	2.2	-4.1	0.4	2.1	-5.0	-0.5	2.4	140	10	-0.4	0.7	0.5	0.2	0.9	0.6	0.5	2.9	1.6
125	5	-3.5	0.5	1.9	0.5	1.7	1.2	-7.7	-1.1	4.4	141	5	0.0	1.9	1.1	-0.3	0.1	0.2	0.0	1.2	0.7
125	10	-1.3	4.1	2.2	-1.4	1.5	1.0	-5.5	5.8	3.3	141	10	0.2	2.7	1.5	-0.2	0.7	0.4	0.0	1.8	1.0
126	5	0.0	2.3	1.4	-2.2	-0.3	1.2	0.8	7.1	3.9	142	5	-0.5	0.1	0.4	-0.5	0.3	0.3	-2.0	2.0	1.7
126	10	-2.1	1.8	1.1	-2.5	0.3	1.2	-0.6	7.9	3.4	142	10	-0.8	0.0	0.6	-0.9	0.0	0.6	-4.6	2.8	2.3
127	5	-0.1	0.3	0.2	0.4	1.5	0.9	-5.3	-1.5	3.3	143	5	-1.4	-0.1	0.9	-0.8	-0.0	0.6	-0.3	0.7	0.6
127	10	0.4	1.2	0.9	0.3	2.2	1.3	-7.5	-0.9	4.2	143	10	-2.8	0.3	1.4	-1.6	-0.7	1.1	0.6	1.8	1.4
128	5	-0.1	1.3	0.8	-0.8	0.2	0.5	-1.7	-0.1	0.9	144	5	-1.5	1.3	0.9	-1.5	1.1	1.0	0.4	1.0	0.7
128	10	0.1	2.0	1.1	-2.2	-0.3	1.5	-2.5	-0.6	1.3	144	10	-1.4	1.5	0.8	0.7	3.8	2.6	0.7	1.8	1.4
129	5	0.2	0.7	0.6	-2.9	-0.1	1.4	-1.7	-0.3	1.2	145	5	-0.5	1.0	0.6	-0.3	1.4	0.8	-2.3	2.8	2.1
129	10	-0.3	1.1	0.7	-3.1	2.9	1.8	-2.6	-0.3	1.7	145	10	-1.0	0.9	0.5	-0.1	1.8	0.9	-2.0	3.2	1.6
130	5	0.6	1.8	1.1	1.2	2.2	1.6	-0.5	0.3	0.3	146	5	0.2	1.4	1.0	-1.0	0.2	0.7	-0.5	0.6	0.5
130	10	0.7	3.4	2.4	0.8	3.7	2.5	-0.8	0.1	0.4	146	10	-0.6	1.8	1.1	-1.5	0.4	0.9	-0.9	0.4	0.5
131	5	-0.0	0.8	0.4	-1.0	0.5	0.6	-1.8	0.4	1.1	147	5	-0.2	0.3	0.2	-0.7	0.0	0.5	-1.1	1.6	1.0
131	10	0.1	1.7	1.1	-0.8	0.7	0.4	-3.3	1.9	1.8	147	10	-0.9	0.1	0.6	-1.1	-0.2	0.7	0.7	3.4	2.2
132	5	0.7	2.5	1.5	-0.6	0.4	0.3	1.2	4.0	2.4	148	5	-0.7	0.7	0.5	0.1	1.2	0.7	-0.3	0.7	0.5
132	10	-1.8	2.2	1.2	-0.3	1.0	0.5	-5.4	3.0	2.5	148	10	-2.4	-0.6	1.6	-2.7	0.4	1.1	-1.0	1.0	0.6
133	5	1.3	2.4	1.7	-2.4	2.0	1.6	-0.1	1.3	0.6	149	5	-1.1	1.4	0.8	-1.4	1.2	0.9	-0.5	0.7	0.5
133	10	0.5	4.0	2.6	-3.6	0.6	1.9	-0.2	2.0	1.1	149	10	-4.1	-0.5	2.1	-1.8	0.7	0.9	-1.6	0.7	0.9
134	5	0.5	1.8	1.3	-1.7	-0.6	1.2	-0.1	0.2	0.2	150	5	-1.9	-0.6	1.4	-1.2	-0.5	1.0	-0.7	0.1	0.4
134	10	1.0	3.2	2.1	-3.0	-0.8	1.9	-0.1	0.3	0.2	150	10	-2.8	-0.5	1.8	-2.5	-1.1	1.9	-0.5	0.5	0.3
135	5	-0.8	0.7	0.5	-2.4	1.5	1.4	-0.7	1.2	0.7	151	5	-1.0	0.7	0.7	-0.7	0.7	0.6	-1.6	2.0	1.3
135	10	-1.1	0.5	0.5	-2.0	1.9	1.1	-0.3	1.6	0.7	151	10	-0.5	1.2	0.7	-0.6	0.9	0.5	-1.9	2.0	1.2
136	5	-0.2	1.3	0.8	-2.9	-0.6	1.7	0.0	2.0	1.0											
136	10	-2.2	0.3	1.1	-2.8	1.3	1.3	-2.3	1.4	1.1											

Çizelge D.3. GRACE-A uydusu 40 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	-0.2	0.5	0.3	0.0	1.6	1.0	-0.2	0.3	0.2	137	5	-1.0	2.6	1.5	-0.4	0.6	0.4	-0.9	1.4	0.9
121	10	-0.5	0.3	0.3	-2.4	1.2	1.0	-0.4	0.3	0.2	137	10	-2.1	1.9	1.3	-0.8	0.2	0.4	-0.8	1.5	0.8
122	5	-0.4	-0.1	0.3	-2.8	-0.6	1.9	-0.6	1.2	0.8	138	5	-0.8	-0.2	0.6	-0.8	-0.2	0.5	-1.7	0.7	0.9
122	10	-0.3	0.4	0.2	-2.9	0.5	1.6	-1.4	1.5	0.9	138	10	-0.7	0.6	0.5	-1.3	0.1	0.8	-1.3	1.6	0.8
123	5	-1.5	2.4	1.3	-1.0	0.8	0.7	-0.1	0.7	0.4	139	5	0.8	1.1	1.0	-3.6	0.6	2.1	0.5	3.6	2.3
123	10	-3.9	0.6	2.5	-2.8	0.1	1.4	0.3	1.4	0.9	139	10	-0.7	1.1	0.8	-2.7	2.4	1.6	-1.6	3.0	1.5
124	5	0.2	1.0	0.7	0.1	1.2	0.6	-2.8	-0.6	1.7	140	5	-0.1	0.9	0.5	-0.0	0.3	0.2	-0.3	1.5	0.8
124	10	-0.6	0.8	0.4	-0.3	1.4	0.7	-2.5	1.1	1.1	140	10	-1.5	0.5	0.6	-0.3	1.2	0.6	0.5	2.6	1.4
125	5	-1.7	1.1	1.1	-1.2	1.6	1.1	0.2	0.6	0.5	141	5	-0.6	0.8	0.5	-1.0	-0.1	0.8	-2.0	2.3	1.9
125	10	-2.2	0.6	1.1	-0.8	2.1	1.0	0.1	1.4	1.0	141	10	-0.8	0.7	0.5	-0.7	1.1	0.6	-3.4	0.8	1.9
126	5	-0.1	1.2	0.7	-1.1	-0.4	0.7	-1.1	2.3	1.5	142	5	-0.6	0.7	0.5	-0.6	0.2	0.4	-0.1	3.1	1.9
126	10	0.1	1.6	0.9	-1.3	0.5	0.8	-1.1	2.3	1.2	142	10	-0.9	0.4	0.5	-0.4	0.7	0.3	0.4	4.7	2.5
127	5	-0.4	1.2	0.8	-0.8	0.2	0.4	-1.7	0.8	1.0	143	5	-0.6	0.5	0.5	0.4	2.7	1.5	-0.8	-0.1	0.5
127	10	-1.1	1.5	0.8	-0.9	1.6	1.0	-2.3	3.2	1.8	143	10	-0.9	0.2	0.5	0.9	4.0	2.3	-0.9	0.3	0.5
128	5	-0.6	0.4	0.4	-0.1	1.3	0.9	0.7	1.4	1.0	144	5	-1.5	-0.5	1.0	-0.9	-0.1	0.6	-5.1	1.6	2.8
128	10	-0.9	1.4	0.8	-0.8	1.2	0.7	0.4	2.3	1.5	144	10	-1.7	0.3	1.0	-0.2	1.3	0.6	-12.3	-5.9	8.8
129	5	-1.6	0.7	1.1	-0.9	0.7	0.6	-1.4	1.7	1.2	145	5	-1.4	1.5	1.2	-0.6	0.3	0.4	-3.5	2.3	2.0
129	10	-1.9	0.8	1.0	-1.1	0.9	0.7	-1.6	1.5	1.1	145	10	0.2	3.2	2.2	-0.8	0.0	0.5	-0.8	5.1	3.1
130	5	-0.3	0.5	0.4	-0.2	0.7	0.5	-5.4	-2.1	3.6	146	5	-0.4	0.7	0.5	-0.6	0.9	0.5	-6.0	2.0	3.2
130	10	-2.1	0.3	1.1	-0.1	0.9	0.5	-5.1	1.4	2.5	146	10	-0.6	1.6	1.0	-1.0	0.5	0.6	-7.3	0.6	3.3
131	5	-0.5	1.6	0.8	-1.1	1.1	0.9	-0.4	1.6	0.9	147	5	-0.8	0.1	0.5	-0.3	0.9	0.5	-0.7	2.3	1.2
131	10	-0.5	1.5	0.6	-1.7	0.4	1.0	0.2	2.1	1.0	147	10	-0.4	1.1	0.5	0.0	1.2	0.6	-2.4	3.3	2.1
132	5	-0.3	0.4	0.3	-0.2	0.8	0.4	0.6	3.1	1.7	148	5	-0.8	0.5	0.5	-0.3	0.3	0.2	0.6	3.9	2.5
132	10	-0.4	0.9	0.5	-0.3	1.0	0.6	-2.1	2.3	1.1	148	10	-0.3	1.1	0.6	-0.4	0.7	0.4	-4.4	2.1	2.4
133	5	0.3	0.6	0.5	-0.3	1.3	0.6	-0.7	1.2	0.6	149	5	-2.1	1.3	1.4	-2.1	0.7	1.4	-0.4	2.8	1.7
133	10	-0.5	0.6	0.4	-0.6	2.2	1.3	-0.9	1.8	1.1	149	10	-2.1	1.9	1.3	-2.1	1.6	1.2	-0.6	3.2	1.6
134	5	0.2	1.3	0.8	-3.9	-1.2	2.5	-0.5	-0.1	0.3	150	5	-0.7	1.5	0.8	-0.1	1.4	1.1	-0.2	0.2	0.1
134	10	-0.7	2.0	1.3	-5.0	0.4	2.7	-0.6	0.9	0.4	150	10	-0.9	1.6	0.7	-1.2	1.2	0.8	-0.0	0.5	0.3
135	5	-2.6	0.2	1.6	0.0	1.7	1.1	-1.5	1.7	1.2	151	5	-2.0	0.6	1.1	-0.5	-0.1	0.3	0.1	2.2	1.3
135	10	-1.7	2.9	1.4	-3.7	0.5	1.5	-3.0	0.5	1.9	151	10	-1.4	1.2	0.8	-0.4	0.4	0.3	-2.1	1.2	1.0
136	5	0.0	2.2	1.5	-1.1	0.0	0.7	0.2	0.8	0.6											
136	10	-1.6	3.3	2.1	-2.0	-0.4	1.3	0.0	1.0	0.6											

Çizelge D.4. GRACE-B uydusu 40 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	0.2	1.0	0.6	-2.0	1.4	1.1	-0.9	0.8	0.7	137	5	-0.5	0.2	0.3	-0.4	0.8	0.6	-4.0	0.6	2.3
121	10	-1.9	0.8	0.8	-2.8	0.8	1.2	-2.5	1.1	1.1	137	10	-0.5	0.3	0.3	0.2	1.4	0.8	-3.8	2.0	1.7
122	5	-1.0	0.0	0.5	-1.0	2.3	1.1	-1.2	0.7	0.8	138	5	-0.3	0.4	0.3	-0.3	0.3	0.2	-2.5	-0.4	1.8
122	10	-0.4	2.2	0.9	-1.4	2.8	1.4	-2.1	0.9	1.0	138	10	-0.4	0.3	0.3	-1.6	0.3	0.8	-7.5	-2.7	6.2
123	5	-2.1	0.4	1.1	-1.1	0.2	0.6	0.3	0.8	0.7	139	5	0.4	1.6	1.1	-1.7	-0.3	1.1	-3.5	-0.0	2.0
123	10	-2.3	2.8	1.6	-1.7	1.3	1.1	-0.5	0.6	0.4	139	10	-0.2	1.8	1.0	-1.9	1.4	1.1	-4.7	1.3	2.5
124	5	1.1	3.4	2.7	-0.1	0.6	0.3	-0.1	0.8	0.4	140	5	-2.1	0.1	1.2	-0.0	0.6	0.4	-1.0	0.2	0.7
124	10	-4.1	5.6	4.0	-1.1	0.6	0.5	-0.7	2.1	1.1	140	10	-2.6	0.2	1.3	-0.0	1.2	0.8	0.4	2.1	1.3
125	5	-0.3	0.8	0.5	-0.7	0.3	0.4	-0.7	1.4	0.8	141	5	-2.1	-0.1	1.2	-0.8	0.2	0.6	-1.5	-0.2	0.9
125	10	-0.9	0.4	0.5	-1.6	-0.8	1.2	-1.4	1.6	0.9	141	10	-1.9	1.6	1.1	-1.4	0.2	0.9	-1.4	1.9	1.0
126	5	-0.9	0.8	0.6	-0.2	1.1	0.7	-1.9	0.0	1.3	142	5	-0.4	0.4	0.3	-0.7	0.1	0.4	-3.1	-1.0	2.3
126	10	-0.6	1.8	0.8	-1.7	0.5	0.8	-2.4	1.5	1.6	142	10	-0.6	0.3	0.3	-0.6	0.8	0.5	-4.0	0.8	2.5
127	5	-2.2	0.1	1.2	-5.0	-0.3	2.7	-0.4	1.6	1.0	143	5	0.2	1.1	0.7	-1.1	1.2	0.8	-0.2	0.8	0.4
127	10	-2.0	0.4	0.8	-3.8	2.3	1.7	-2.4	0.1	1.6	143	10	-0.3	1.5	0.9	-1.0	1.3	0.7	-0.9	0.9	0.6
128	5	0.3	1.1	0.6	-0.7	0.2	0.4	-0.3	0.1	0.2	144	5	-0.2	0.2	0.1	-1.1	-0.0	0.6	-2.0	1.5	1.4
128	10	-2.0	0.3	0.9	-0.8	0.4	0.5	-1.2	-0.1	0.7	144	10	0.2	0.7	0.6	-0.6	0.9	0.5	-1.2	2.4	1.3
129	5	-0.3	0.7	0.4	-0.0	0.3	0.2	-5.5	2.1	3.3	145	5	-1.6	0.2	0.9	-0.3	0.3	0.2	-0.4	1.2	0.7
129	10	-0.3	1.1	0.6	-0.9	0.5	0.4	-3.7	4.3	2.8	145	10	-1.0	1.3	0.8	-0.6	0.1	0.3	-0.9	1.0	0.5
130	5	-1.1	0.6	0.7	-0.2	0.9	0.6	-0.0	0.6	0.3	146	5	-0.5	0.8	0.5	-0.8	0.6	0.5	0.0	3.9	2.1
130	10	-1.1	0.6	0.6	-1.4	0.3	0.8	-0.4	0.4	0.2	146	10	-0.7	0.5	0.5	-1.9	0.6	1.2	-2.9	4.6	2.5
131	5	-0.7	2.1	1.0	-2.0	2.0	1.4	0.1	0.8	0.7	147	5	-0.4	0.3	0.4	-1.8	2.0	1.5	-3.4	-0.5	1.9
131	10	-1.8	2.0	1.0	-1.5	2.5	1.4	-0.2	1.2	0.7	147	10	-0.2	2.2	1.1	-1.0	3.5	1.9	-3.7	0.6	1.6
132	5	0.5	1.0	0.8	-0.3	0.2	0.2	-1.4	0.6	0.9	148	5	-0.7	-0.0	0.3	-1.0	-0.2	0.6	-1.6	0.2	0.9
132	10	-0.5	1.1	0.7	-0.5	0.4	0.3	-3.8	0.3	1.5	148	10	-0.9	-0.1	0.4	-1.9	-0.7	1.4	-0.5	4.1	1.6
133	5	-0.1	0.8	0.5	-0.5	1.1	0.7	0.2	1.1	0.7	149	5	0.1	0.3	0.2	-0.1	0.8	0.4	-2.4	1.9	1.5
133	10	-0.2	0.9	0.5	0.5	2.3	1.5	0.4	1.9	1.3	149	10	-1.9	0.2	0.8	-0.9	0.4	0.5	-1.0	4.6	2.0
134	5	-1.8	3.4	2.2	-1.7	0.5	0.9	-2.4	2.9	1.9	150	5	-0.5	1.0	0.8	-0.4	0.7	0.5	0.1	0.5	0.4
134	10	0.6	5.7	3.2	-2.6	0.2	1.4	-2.5	3.0	1.6	150	10	-1.9	2.0	1.1	-0.6	0.6	0.4	-0.1	1.1	0.8
135	5	0.7	3.5	2.0	-1.8	0.8	1.4	-0.3	1.1	0.6	151	5	-0.3	0.7	0.4	-0.6	-0.2	0.4	-0.5	2.1	1.4
135	10	1.0	4.9	2.5	-2.5	0.2	1.6	-0.5	1.0	0.4	151	10	0.1	1.4	0.7	-0.3	0.8	0.4	0.1	2.6	1.4
136	5	-1.3	1.7	1.1	-0.1	1.1	0.6	-1.4	1.2	1.0											
136	10	1.5	5.4	3.8	1.4	3.0	2.1	-0.9	1.8	1.0											

Çizelge D.5. GRACE-A uydusu 50 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	-1.3	-0.1	0.8	0.7	2.7	1.6	-1.3	0.7	0.8	137	5	-0.8	1.3	0.8	-0.3	0.5	0.3	-0.4	0.9	0.5
121	10	-1.3	1.3	0.7	-1.6	2.7	1.3	-2.8	1.7	1.7	137	10	-0.6	1.5	0.7	-0.5	0.4	0.4	-0.8	0.8	0.5
122	5	-0.7	0.4	0.4	0.2	0.9	0.6	-0.4	0.4	0.3	138	5	-1.7	1.6	1.4	-1.3	0.8	0.8	-1.4	0.1	0.9
122	10	-0.8	0.4	0.5	-1.2	0.7	0.6	-1.5	0.4	0.8	138	10	-0.7	2.7	1.7	-1.5	0.9	0.8	-2.5	0.1	1.5
123	5	-1.0	1.6	0.9	-2.2	1.0	1.8	-3.8	-0.6	2.2	139	5	-1.1	0.8	0.8	-0.6	0.2	0.4	-0.7	0.2	0.5
123	10	-2.5	0.7	1.6	-3.7	-0.3	2.7	-5.8	-1.3	3.5	139	10	-1.4	0.5	0.9	-0.5	1.0	0.5	-0.8	1.5	0.7
124	5	-0.6	0.1	0.3	0.3	0.8	0.6	-1.4	0.5	0.9	140	5	-0.3	0.1	0.2	-0.9	0.2	0.5	-0.7	0.6	0.5
124	10	-0.7	0.3	0.5	-0.4	0.9	0.5	-0.9	1.4	0.8	140	10	-0.4	0.4	0.3	-1.3	0.0	0.8	-0.3	3.0	1.6
125	5	-4.0	0.3	1.9	-0.5	0.7	0.4	-0.2	0.9	0.6	141	5	-0.5	1.5	0.8	-0.7	0.6	0.5	-1.9	-0.3	1.3
125	10	-3.5	2.9	1.6	-0.9	0.7	0.6	0.2	1.3	0.8	141	10	-0.8	1.5	0.7	-0.8	0.5	0.4	-1.4	1.7	0.9
126	5	-1.4	0.6	0.8	-1.0	1.1	0.7	-0.5	2.2	1.2	142	5	-3.4	1.5	2.3	-0.9	0.8	0.8	-2.6	0.9	1.4
126	10	-1.6	0.7	0.8	-1.5	0.8	0.8	-2.9	1.6	1.4	142	10	-4.9	0.1	2.9	-0.4	2.2	1.1	-2.1	2.2	1.4
127	5	-0.5	0.7	0.5	-0.3	0.7	0.5	-5.4	-0.1	2.9	143	5	-0.2	1.0	0.5	0.0	0.8	0.4	-1.1	0.3	0.7
127	10	-1.1	1.2	0.6	-0.1	1.9	0.8	-5.3	1.1	2.1	143	10	-0.9	0.9	0.6	-0.2	1.2	0.6	-0.7	2.0	0.8
128	5	-0.8	0.8	0.6	-1.8	0.5	0.9	-0.8	1.1	0.7	144	5	-0.2	0.3	0.1	-0.3	0.4	0.2	-0.6	2.3	1.2
128	10	-1.3	0.4	0.8	-1.8	1.3	0.8	-0.9	1.1	0.6	144	10	-0.4	0.7	0.3	-0.8	0.3	0.4	-3.5	2.4	1.9
129	5	-0.4	0.6	0.4	-1.1	0.1	0.5	-0.2	2.7	1.6	145	5	-1.0	4.0	2.4	-0.7	0.9	0.6	-0.5	0.5	0.5
129	10	-1.6	0.1	0.6	-1.2	0.4	0.6	-0.7	2.7	1.2	145	10	-2.3	3.4	1.8	-1.4	0.5	0.8	-0.7	1.4	0.9
130	5	-0.8	0.1	0.6	-0.9	-0.3	0.7	-0.3	0.4	0.3	146	5	-0.0	1.5	1.0	-0.3	0.6	0.4	0.3	2.0	1.5
130	10	-0.8	0.8	0.6	-0.9	1.2	0.7	-1.0	0.9	0.6	146	10	0.1	1.8	1.1	-0.8	0.5	0.4	-2.1	2.8	1.7
131	5	-0.4	0.4	0.3	-0.0	0.1	0.1	-0.6	4.0	2.7	147	5	-1.4	0.0	0.8	-2.9	-0.8	2.0	-3.6	-0.8	2.3
131	10	-1.6	-0.1	0.7	-0.8	0.0	0.4	-5.6	1.9	2.8	147	10	-2.0	1.0	1.0	-3.1	2.3	2.0	-3.6	2.2	2.1
132	5	-0.7	1.1	0.8	-1.1	0.9	0.8	-2.4	0.1	1.2	148	5	-0.5	0.2	0.3	-1.0	0.7	0.7	-3.6	0.8	2.2
132	10	0.1	1.9	1.2	-1.3	0.9	0.9	-2.0	1.9	1.2	148	10	-1.4	0.4	0.7	-1.0	0.7	0.6	-4.7	0.5	2.5
133	5	-0.4	0.5	0.3	-0.3	0.3	0.2	-0.8	-0.3	0.5	149	5	-0.8	0.8	0.5	-0.5	0.2	0.3	-0.3	1.5	0.8
133	10	-1.5	0.0	0.7	-0.9	1.2	0.6	-0.8	0.9	0.5	149	10	-1.1	1.0	0.8	-0.7	0.1	0.4	-2.0	0.7	1.1
134	5	-0.8	2.2	1.1	-1.6	2.5	1.6	-0.7	1.0	0.6	150	5	0.1	1.4	1.0	-1.5	-0.5	1.0	-0.7	1.9	1.2
134	10	-0.9	2.0	0.9	-2.6	1.6	1.7	-1.9	0.9	0.8	150	10	-3.9	1.8	1.7	-1.3	2.1	0.9	-2.2	1.3	1.1
135	5	-1.6	1.1	1.0	-0.2	2.5	1.3	0.2	2.4	1.3	151	5	-0.3	0.8	0.6	-0.7	-0.3	0.5	-1.0	1.6	0.9
135	10	-1.7	1.0	0.8	-0.9	3.1	1.5	-1.2	2.8	1.3	151	10	-1.0	0.7	0.5	-0.5	0.9	0.4	-1.3	1.3	0.8
136	5	-1.4	2.0	1.2	-1.6	2.7	2.0	-0.8	0.6	0.5											
136	10	-0.8	2.7	1.3	-1.4	2.9	1.5	-1.8	-0.2	1.1											

Çizelge D.6. GRACE-B uydusu 50 adet dayanak noktası içeren yaylar

DOY	Yay	dX			dY			dZ			DOY	Yay	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]			Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	5	-0.2	0.7	0.4	-1.0	0.2	0.8	-4.0	0.5	3.1	137	5	-0.1	0.3	0.2	-0.5	2.2	1.2	-6.5	0.3	4.3
121	10	-0.7	0.4	0.4	-1.2	0.3	0.7	-3.6	0.9	2.0	137	10	-0.3	0.5	0.3	0.3	3.8	2.2	-6.9	4.9	4.2
122	5	-0.4	0.4	0.3	1.6	2.7	2.0	-2.5	0.2	1.2	138	5	-0.7	0.3	0.4	-0.4	1.2	0.8	-0.5	1.9	1.2
122	10	-1.2	0.1	0.6	-2.3	2.8	1.9	-3.0	2.8	1.8	138	10	-1.0	0.0	0.6	-0.2	1.3	0.6	-0.0	2.4	1.2
123	5	-0.3	0.4	0.3	-0.7	-0.2	0.5	-0.7	2.5	1.6	139	5	-1.9	0.4	1.2	-0.9	0.5	0.5	-2.3	1.0	1.3
123	10	0.1	1.1	0.7	-1.1	-0.4	0.7	-0.7	2.9	1.5	139	10	-2.3	0.6	1.1	-0.9	0.5	0.4	-2.5	0.8	1.1
124	5	-1.9	-0.9	1.5	-0.1	1.4	0.7	-1.2	1.0	0.8	140	5	0.4	0.9	0.7	0.5	0.9	0.8	-1.6	2.9	1.8
124	10	-2.7	-0.4	1.9	0.5	1.9	1.1	-1.6	1.3	1.0	140	10	-0.5	0.9	0.6	0.1	1.3	0.9	-4.7	1.5	2.4
125	5	-0.7	-0.2	0.6	0.0	0.6	0.3	0.7	2.2	1.7	141	5	-0.1	0.9	0.6	-0.7	0.3	0.4	-2.9	2.6	2.0
125	10	-0.8	0.1	0.5	-0.5	0.8	0.5	-1.6	2.1	1.4	141	10	-2.2	0.4	0.9	-0.7	0.8	0.5	0.9	12.9	5.5
126	5	-0.3	0.5	0.3	-1.1	0.6	0.6	-0.5	0.2	0.3	142	5	-0.3	0.5	0.3	-0.2	1.8	0.8	-0.3	2.0	1.4
126	10	-1.1	0.1	0.5	-1.2	1.7	0.8	-1.7	-0.1	0.9	142	10	-0.2	0.5	0.2	-1.5	1.5	1.0	-5.0	0.4	2.6
127	5	-0.1	0.3	0.2	0.3	1.4	1.0	-0.6	0.5	0.4	143	5	-1.4	1.8	1.2	-2.0	0.9	1.0	-0.0	4.8	2.3
127	10	-0.3	0.6	0.4	-0.4	1.7	1.1	-1.4	1.7	0.8	143	10	-1.4	2.0	1.1	-2.2	0.9	0.9	0.3	5.8	2.5
128	5	-0.6	-0.3	0.6	-0.5	-0.0	0.3	-0.8	0.8	0.6	144	5	-0.8	0.1	0.5	-0.3	1.2	0.6	-0.1	2.9	1.6
128	10	-1.1	-0.3	0.8	-0.3	0.6	0.3	-2.5	0.6	1.0	144	10	0.1	2.4	1.2	-2.9	1.0	1.1	-1.5	2.2	1.1
129	5	-1.0	-0.1	0.6	0.1	0.9	0.6	0.1	1.6	0.9	145	5	0.4	1.1	0.8	0.2	1.9	1.1	-4.3	1.6	2.4
129	10	-1.8	-0.5	1.3	-0.9	0.7	0.5	-2.5	0.7	1.2	145	10	-0.6	1.3	0.9	-1.2	3.6	1.7	-3.6	3.0	2.1
130	5	-0.8	0.8	0.6	-1.4	0.5	0.7	-0.1	0.5	0.3	146	5	-0.7	1.0	0.8	-0.5	0.1	0.2	-0.8	0.5	0.5
130	10	-2.9	-0.3	1.8	-1.1	0.9	0.6	-0.6	0.8	0.5	146	10	-0.3	2.4	1.2	-1.0	0.6	0.4	-2.5	0.2	1.3
131	5	-0.8	0.0	0.4	0.0	0.3	0.2	-2.2	0.7	1.1	147	5	-0.7	0.5	0.5	-0.4	0.5	0.3	-3.6	0.7	2.2
131	10	-1.6	-0.3	1.1	0.2	1.0	0.6	-1.6	2.4	1.2	147	10	-0.3	2.0	0.8	-0.3	0.6	0.4	-7.8	-2.6	5.8
132	5	-0.8	0.6	0.5	-2.9	0.3	1.8	-0.7	1.2	0.7	148	5	-0.6	0.6	0.5	-0.6	0.3	0.3	-3.6	0.3	1.7
132	10	-0.5	1.1	0.6	-3.2	0.2	1.4	-0.3	1.6	0.9	148	10	-0.2	2.6	1.3	-1.1	0.2	0.7	-5.4	-1.3	2.9
133	5	-0.8	0.9	0.6	-0.2	1.7	0.8	-1.4	0.0	0.7	149	5	-0.8	0.0	0.5	-1.5	-0.0	0.9	-0.8	1.0	0.8
133	10	-0.1	1.8	1.0	-1.4	1.6	0.8	-0.9	1.4	0.8	149	10	-0.6	0.6	0.4	-0.3	2.8	1.4	-1.9	0.5	0.9
134	5	-1.3	-0.1	1.0	-0.8	1.2	0.8	-7.8	0.9	4.2	150	5	-0.8	0.7	0.5	-1.4	-0.1	0.7	-1.5	1.0	1.0
134	10	-1.6	0.1	1.0	-1.7	0.8	0.9	-5.9	4.9	3.4	150	10	-0.5	1.0	0.6	-1.1	1.9	0.7	-1.8	0.9	1.1
135	5	-0.7	0.5	0.4	-1.3	0.3	0.7	-1.3	1.9	1.2	151	5	-1.4	0.0	0.9	-0.4	0.0	0.3	-1.7	-0.1	1.1
135	10	-0.8	0.6	0.5	-1.3	0.3	0.5	-2.6	1.0	1.4	151	10	-1.0	1.6	0.9	-1.2	1.1	0.7	-2.8	-1.0	1.8
136	5	-1.2	0.7	0.7	-0.9	0.2	0.5	-0.8	1.9	1.1											
136	10	-1.0	0.9	0.6	-0.7	0.6	0.4	-0.9	2.0	1.1											

Çizelge D.7. GRACE-A uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge kübik spline enterpolasyonu sonuçları (**A:**kenetlenmiş, **B:**not-a-knot,**C:**doğal)

DOY	Yaklaşım	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	A	-9.4	8.3	0.9	-8.3	9.8	0.9	-9.8	11.2	1.2
	B	-1.6	2.1	0.8	-1.2	3.0	0.8	-1.9	3.5	1.0
	C	-1.6	2.1	0.8	-1.2	3.0	0.8	-1.9	3.5	1.0
122	A	-8.2	8.7	0.9	-9.0	8.7	1.0	-9.6	10.1	1.5
	B	-2.0	1.9	0.8	-2.1	7.5	0.9	-5.0	3.9	1.4
	C	-2.0	1.9	0.8	-2.1	7.5	0.9	-5.0	3.9	1.4
123	A	-7.8	8.9	0.9	-9.0	9.8	0.8	-8.7	10.5	1.2
	B	-1.8	2.5	0.8	-1.8	2.6	0.7	-3.4	3.2	1.1
	C	-1.8	2.5	0.8	-1.8	2.6	0.7	-3.4	3.2	1.1
124	A	-9.9	9.3	0.8	-7.7	9.5	0.9	-9.5	9.9	1.2
	B	-2.0	2.0	0.7	-2.0	2.8	0.8	-2.4	3.7	1.1
	C	-2.0	2.0	0.7	-2.0	2.8	0.8	-2.4	3.7	1.1
125	A	-7.8	10.1	0.8	-9.2	8.8	1.0	-8.3	11.0	1.2
	B	-2.0	2.3	0.7	-2.4	2.8	0.9	-1.3	4.4	1.1
	C	-2.0	2.3	0.7	-2.4	2.8	0.9	-1.3	4.4	1.1
126	A	-8.4	7.7	0.9	-8.9	9.5	0.8	-9.4	11.8	1.2
	B	-1.6	2.4	0.8	-2.1	2.3	0.7	-2.1	3.9	1.1
	C	-1.6	2.4	0.8	-2.1	2.3	0.7	-2.1	3.9	1.1
127	A	-9.6	10.0	1.0	-8.8	9.5	0.9	-9.1	12.2	1.3
	B	-1.7	2.5	0.9	-2.2	3.2	0.8	-2.1	4.5	1.2
	C	-1.7	2.5	0.9	-2.2	3.2	0.8	-2.1	4.5	1.2
128	A	-7.8	10.2	1.0	-9.0	8.8	0.8	-9.4	9.9	1.3
	B	-3.3	2.4	0.9	-2.7	2.0	0.7	-2.1	4.2	1.2
	C	-3.3	2.4	0.9	-2.7	2.0	0.7	-2.1	4.2	1.2
129	A	-9.5	7.5	1.2	-9.4	9.3	0.8	-9.3	10.5	1.2
	B	-1.9	3.7	1.1	-2.3	2.5	0.7	-2.0	2.9	1.1
	C	-1.9	3.7	1.1	-2.3	2.5	0.7	-2.0	2.9	1.1
130	A	-9.4	9.3	1.0	-9.6	8.6	0.9	-8.8	9.4	1.2
	B	-2.0	2.8	0.9	-2.3	2.4	0.8	-1.8	3.4	1.0
	C	-2.0	2.8	0.9	-2.3	2.4	0.8	-1.8	3.4	1.0
131	A	-8.2	9.6	1.1	-9.6	8.2	1.0	-9.9	9.9	1.2
	B	-2.8	2.9	1.0	-4.1	2.2	0.9	-2.5	2.8	1.1
	C	-2.8	2.9	1.0	-4.1	2.2	0.9	-2.5	2.8	1.1
132	A	-9.2	8.5	1.1	-9.8	9.7	1.0	-10.0	11.1	1.3
	B	-2.4	3.1	1.0	-2.7	2.5	0.9	-2.4	4.2	1.2
	C	-2.4	3.1	1.0	-2.7	2.5	0.9	-2.4	4.2	1.2
133	A	-8.5	10.2	1.1	-8.5	8.1	0.8	-9.1	9.6	1.2
	B	-2.8	3.0	1.0	-2.0	2.5	0.7	-1.5	3.3	1.1
	C	-2.8	3.0	1.0	-2.0	2.5	0.7	-1.5	3.3	1.1
134	A	-7.4	8.5	0.9	-8.8	9.6	0.9	-10.0	9.9	1.2
	B	-1.9	2.4	0.8	-2.2	3.8	0.8	-2.6	3.1	1.1
	C	-1.9	2.4	0.8	-2.2	3.8	0.8	-2.6	3.1	1.1
135	A	-9.1	9.0	1.1	-8.2	9.6	0.9	-9.9	10.5	1.2
	B	-2.7	2.6	1.0	-2.3	3.1	0.8	-2.3	2.8	1.1
	C	-2.7	2.6	1.0	-2.3	3.1	0.8	-2.3	2.8	1.1
136	A	-8.4	8.9	0.8	-7.7	7.7	0.7	-8.9	10.3	1.3
	B	-2.0	2.1	0.7	-1.8	1.8	0.6	-2.2	3.1	1.2
	C	-2.0	2.1	0.7	-1.8	1.8	0.6	-2.2	3.1	1.2
137	A	-7.9	10.0	1.0	-9.2	9.9	0.9	-9.3	11.6	1.5
	B	-2.0	2.8	0.9	-2.3	2.6	0.8	-3.0	3.7	1.4
	C	-2.0	2.8	0.9	-2.3	2.6	0.8	-3.0	3.7	1.4

Çizelge D.8. GRACE-A uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge kübik spline interpolasyonu sonuçları (**A**:kenetlenmiş, **B**:not-a-knot,**C**:doğal)

DOY	Yaklaşım	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
138	A	-9.0	8.1	0.9	-9.6	9.4	1.0	-8.9	11.7	1.4
	B	-2.0	2.1	0.9	-2.8	3.7	0.9	-1.8	3.8	1.2
	C	-2.0	2.1	0.9	-2.8	3.7	0.9	-1.8	3.8	1.2
139	A	-9.0	8.4	0.8	-8.5	8.3	0.9	-9.9	10.4	1.2
	B	-2.3	2.0	0.7	-2.3	2.0	0.8	-3.2	3.2	1.1
	C	-2.3	2.0	0.7	-2.3	2.0	0.8	-3.2	3.2	1.1
140	A	-9.0	8.2	1.0	-8.4	9.5	0.8	-8.7	11.5	1.3
	B	-2.6	3.3	0.9	-2.3	3.7	0.7	-1.9	3.6	1.2
	C	-2.6	3.3	0.9	-2.3	3.7	0.7	-1.9	3.6	1.2
141	A	-9.8	8.9	1.2	-9.1	10.3	1.2	-9.8	11.8	1.3
	B	-3.7	2.9	1.1	-2.7	5.1	1.1	-2.8	5.9	1.2
	C	-3.7	2.9	1.1	-2.7	5.1	1.1	-2.8	5.8	1.2
142	A	-16.1	9.3	2.1	-58.9	19.2	6.5	-28.7	45.2	5.2
	B	-16.6	3.5	2.1	-58.9	12.7	6.5	-28.4	39.0	5.1
	C	-16.6	3.5	2.1	-58.9	12.7	6.5	-28.4	39.0	5.1
143	A	-95.1	113.0	27.7	-86.5	132.8	24.6	-184.1	82.3	42.6
	B	-95.1	113.0	27.7	-84.3	132.8	24.6	-179.0	82.3	42.6
	C	-95.1	113.0	27.7	-84.3	132.8	24.6	-179.0	82.3	42.6
144	A	-8.8	9.4	1.2	-8.6	10.7	1.2	-8.8	10.8	1.3
	B	-2.7	2.5	1.1	-3.0	5.5	1.1	-2.4	3.3	1.1
	C	-2.7	2.5	1.1	-3.0	5.5	1.1	-2.4	3.3	1.1
145	A	-8.3	10.6	1.4	-8.4	8.7	1.3	-8.1	10.8	1.2
	B	-2.7	3.1	1.3	-2.6	3.8	1.3	-1.0	3.4	1.1
	C	-2.7	3.1	1.3	-2.6	3.8	1.3	-1.0	3.4	1.1
146	A	-9.0	9.3	1.5	-10.2	8.2	1.3	-9.9	10.8	1.5
	B	-3.0	5.2	1.4	-3.4	2.4	1.2	-2.0	4.7	1.4
	C	-3.0	5.2	1.4	-3.4	2.4	1.2	-2.0	4.7	1.4
147	A	-9.3	9.2	1.4	-8.7	10.4	1.3	-8.8	10.7	1.6
	B	-2.8	2.8	1.3	-3.0	4.1	1.2	-1.3	5.1	1.4
	C	-2.8	2.8	1.3	-3.0	4.1	1.2	-1.3	5.1	1.4
148	A	-9.5	8.9	1.7	-8.7	8.1	1.4	-9.2	10.6	1.5
	B	-3.7	3.5	1.6	-2.8	4.6	1.3	-1.8	3.6	1.4
	C	-3.7	3.5	1.6	-2.8	4.6	1.3	-1.8	3.6	1.4
149	A	-8.7	9.5	1.7	-9.1	9.5	1.4	-10.3	11.8	1.8
	B	-3.5	7.3	1.7	-2.6	7.1	1.4	-4.2	9.1	1.8
	C	-3.5	7.3	1.7	-2.6	7.1	1.4	-4.2	9.0	1.8
150	A	-8.6	8.8	1.4	-10.4	9.4	1.3	-9.0	11.0	1.7
	B	-2.2	3.4	1.3	-2.7	3.9	1.2	-1.6	5.5	1.6
	C	-2.2	3.4	1.3	-2.7	3.9	1.2	-1.6	5.5	1.6
151	A	-7.7	9.1	1.6	-8.5	8.3	1.4	-9.0	10.8	1.7
	B	-2.2	5.0	1.6	-2.7	5.2	1.3	-1.5	7.8	1.6
	C	-2.2	5.0	1.6	-2.7	5.2	1.3	-1.5	7.8	1.6

Çizelge D.9. GRACE-A uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge kübik spline enterpolasyonu sonuçları (**A:**kenetlenmiş, **B:**not-a-knot,**C:**doğal)

DOY	Yaklaşım	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
121	A	-8.7	9.2	1.2	-9.8	8.4	1.4	-9.5	10.9	1.2
	B	-2.0	2.8	1.1	-2.6	3.1	1.3	-2.5	3.2	1.0
	C	-2.0	2.8	1.1	-2.6	3.1	1.3	-2.5	3.2	1.0
122	A	-8.1	8.9	1.4	-9.2	9.6	1.8	-8.8	10.1	1.4
	B	-2.8	2.8	1.3	-3.1	8.9	1.8	-3.8	4.1	1.3
	C	-2.8	2.8	1.3	-3.1	8.8	1.8	-3.8	4.1	1.3
123	A	-9.3	9.9	1.5	-9.4	10.7	1.6	-9.8	11.5	1.5
	B	-3.5	4.0	1.5	-2.6	3.5	1.5	-2.7	4.7	1.4
	C	-3.5	4.0	1.5	-2.6	3.5	1.5	-2.7	4.7	1.4
124	A	-9.5	10.7	1.5	-8.6	8.4	1.4	-9.2	10.4	1.3
	B	-3.4	3.6	1.5	-2.3	3.3	1.3	-2.0	3.5	1.2
	C	-3.4	3.6	1.5	-2.3	3.3	1.3	-2.0	3.5	1.2
125	A	-8.9	9.6	1.5	-9.1	8.9	1.6	-8.8	10.9	1.2
	B	-3.2	3.4	1.4	-2.8	3.0	1.5	-2.0	4.3	1.1
	C	-3.2	3.4	1.4	-2.8	3.0	1.5	-2.0	4.3	1.1
126	A	-9.3	8.9	1.3	-9.7	9.3	1.1	-9.0	11.8	1.5
	B	-2.5	4.9	1.2	-2.9	2.6	1.0	-1.9	4.5	1.4
	C	-2.5	4.9	1.2	-2.9	2.6	1.0	-1.9	4.5	1.4
127	A	-9.6	9.8	1.5	-10.4	8.7	1.7	-9.8	12.0	1.3
	B	-2.4	4.1	1.4	-3.7	2.9	1.6	-2.7	4.5	1.2
	C	-2.4	4.1	1.4	-3.7	2.9	1.6	-2.7	4.5	1.2
128	A	-9.2	8.8	1.5	-9.1	10.3	1.7	-8.8	10.0	1.1
	B	-2.2	3.3	1.4	-3.5	3.8	1.7	-1.7	3.2	0.9
	C	-2.2	3.3	1.4	-3.5	3.8	1.7	-1.7	3.2	0.9
129	A	-9.0	8.0	1.5	-8.9	10.2	1.5	-9.0	10.9	1.2
	B	-2.3	4.0	1.4	-2.8	3.7	1.5	-1.7	3.2	1.0
	C	-2.3	4.0	1.4	-2.8	3.7	1.5	-1.7	3.2	1.0
130	A	-8.2	9.6	1.1	-8.3	8.4	1.1	-9.2	10.1	1.2
	B	-2.4	2.7	1.1	-2.1	2.1	1.0	-1.8	2.9	1.1
	C	-2.4	2.7	1.1	-2.1	2.1	1.0	-1.8	2.9	1.1
131	A	-9.5	8.2	1.1	-10.2	8.5	1.3	-8.7	9.8	1.1
	B	-2.4	2.7	1.0	-3.2	2.3	1.2	-2.0	2.7	0.9
	C	-2.4	2.7	1.0	-3.2	2.3	1.2	-2.0	2.7	0.9
132	A	-9.5	8.7	1.2	-10.2	8.5	1.2	-10.8	11.4	1.4
	B	-2.5	2.6	1.1	-2.9	2.6	1.2	-2.8	3.5	1.3
	C	-2.5	2.6	1.1	-2.9	2.6	1.2	-2.8	3.5	1.3
133	A	-7.6	9.5	1.2	-8.7	8.5	1.3	-9.0	10.3	1.3
	B	-2.1	2.8	1.1	-2.9	3.0	1.3	-1.8	3.7	1.2
	C	-2.1	2.8	1.1	-2.9	3.0	1.3	-1.8	3.7	1.2
134	A	-9.1	7.4	1.3	-9.5	9.1	1.3	-9.2	10.3	1.3
	B	-2.7	3.6	1.3	-2.9	2.5	1.2	-2.3	3.5	1.2
	C	-2.7	3.6	1.3	-2.9	2.5	1.2	-2.3	3.5	1.2
135	A	-9.0	8.4	1.0	-9.3	8.8	1.2	-10.0	10.8	1.2
	B	-1.7	2.3	0.9	-2.9	2.5	1.1	-2.2	3.0	1.1
	C	-1.7	2.3	0.9	-2.9	2.5	1.1	-2.2	3.0	1.1
136	A	-8.3	8.9	1.3	-8.1	8.4	1.6	-8.8	10.3	1.3
	B	-3.2	2.7	1.3	-2.8	2.8	1.5	-2.2	3.3	1.2
	C	-3.2	2.7	1.3	-2.8	2.8	1.5	-2.2	3.3	1.2
137	A	-9.0	8.1	1.2	-9.5	9.4	1.3	-10.2	11.2	1.4
	B	-2.4	2.5	1.1	-2.6	2.9	1.3	-2.7	3.7	1.3
	C	-2.4	2.5	1.1	-2.6	2.9	1.3	-2.7	3.7	1.3

Çizelge D.10. GRACE-B uydusu indirgenmiş-dinamik yörünge kübik spline interpolasyonu sonuçları (**A**:kenetlenmiş, **B**:not-a-knot,**C**:doğal)

DOY	Yaklaşım	dX			dY			dZ		
		Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]	Min [cm]	Maks [cm]	RMS [cm]
138	A	-8.6	9.2	1.1	-9.2	8.9	1.3	-9.9	11.5	1.4
	B	-2.4	2.1	1.1	-2.4	4.8	1.2	-1.9	3.7	1.2
	C	-2.4	2.1	1.1	-2.4	4.9	1.2	-1.9	3.7	1.2
139	A	-260.4	137.2	41.4	-50.5	24.2	8.9	-45.6	279.9	22.1
	B	-260.4	137.2	41.4	-50.5	24.2	8.9	-41.0	279.9	22.0
	C	-260.4	137.2	41.4	-50.5	24.2	8.9	-41.0	279.9	22.0
140	A	-9.3	8.6	1.5	-9.5	8.2	1.4	-8.5	10.9	1.3
	B	-2.9	3.9	1.4	-2.8	3.4	1.4	-2.1	3.0	1.2
	C	-2.9	3.9	1.4	-2.8	3.4	1.4	-2.1	3.0	1.2
141	A	-9.4	9.3	1.2	-10.5	10.3	1.1	-9.3	10.4	1.2
	B	-2.4	2.5	1.1	-3.7	5.0	1.0	-1.9	5.7	1.1
	C	-2.4	2.5	1.1	-3.7	5.0	1.0	-1.9	5.7	1.1
142	A	-8.6	8.6	1.1	-8.7	10.1	1.4	-8.3	10.2	1.3
	B	-2.8	3.0	1.0	-3.9	3.9	1.4	-2.2	5.2	1.2
	C	-2.8	3.0	1.0	-3.9	3.9	1.4	-2.2	5.2	1.2
143	A	-8.4	7.9	1.0	-9.6	8.1	1.1	-9.1	10.2	1.3
	B	-2.5	4.9	0.9	-2.7	7.1	1.0	-2.5	3.5	1.1
	C	-2.5	4.9	0.9	-2.7	7.1	1.0	-2.5	3.5	1.1
144	A	-8.3	10.0	0.9	-8.3	9.7	0.9	-10.0	10.8	1.5
	B	-2.9	3.1	0.9	-1.8	5.5	0.8	-5.2	3.5	1.4
	C	-2.9	3.1	0.9	-1.8	5.5	0.8	-5.2	3.5	1.4
145	A	-9.0	8.6	0.9	-8.7	8.3	1.1	-8.7	10.6	1.2
	B	-1.7	2.4	0.8	-2.4	4.8	1.0	-2.4	3.0	1.0
	C	-1.7	2.4	0.8	-2.4	4.8	1.0	-2.4	3.0	1.0
146	A	-8.9	8.8	1.0	-11.0	8.2	1.1	-9.1	10.6	1.3
	B	-1.9	3.6	0.9	-3.2	5.7	1.0	-1.9	3.3	1.2
	C	-1.9	3.6	0.9	-3.2	5.7	1.0	-1.9	3.3	1.2
147	A	-8.7	9.4	1.0	-9.6	11.1	1.2	-9.6	10.9	1.7
	B	-3.7	1.9	0.9	-3.5	5.7	1.1	-1.9	6.4	1.6
	C	-3.7	1.9	0.9	-3.5	5.7	1.1	-1.9	6.4	1.6
148	A	-9.2	7.6	0.9	-8.6	7.8	1.0	-9.5	10.1	1.5
	B	-1.9	3.1	0.8	-1.4	4.7	0.9	-2.6	3.9	1.4
	C	-1.9	3.1	0.8	-1.4	4.7	0.9	-2.6	3.9	1.4
149	A	-8.2	9.2	1.0	-9.4	9.8	1.1	-10.0	13.1	2.0
	B	-2.2	5.1	0.9	-2.0	9.1	1.1	-4.6	12.1	1.9
	C	-2.2	5.1	0.9	-2.0	9.1	1.1	-4.6	12.1	1.9
150	A	-9.1	9.4	0.9	-9.2	9.6	1.0	-9.0	10.2	1.7
	B	-2.3	2.5	0.8	-2.2	3.2	0.9	-3.1	5.6	1.6
	C	-2.3	2.5	0.8	-2.2	3.2	0.9	-3.1	5.6	1.6
151	A	-8.2	7.7	1.1	-8.8	9.5	1.2	-9.1	13.5	1.8
	B	-2.1	3.6	1.0	-2.2	7.8	1.1	-1.6	12.2	1.7
	C	-2.1	3.6	1.0	-2.2	7.8	1.1	-1.6	12.2	1.7

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Metehan UZ
Uyruğu : T. C.
Doğum Yeri ve Tarihi : Torbalı - 03.05.1988
Telefon : +090 332 223 19 34
e-posta : metehanuz@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Mezuniyet Yılı
Lise	: Derici Mustafa Gürbüz Anadolu Lisesi, Kuşadası, Aydın	2006
Lisans	: Selçuk Ü., Harita Mühendisliği, Selçuklu, Konya	2013
Y. Lisans	: Selçuk Ü., Harita Mühendisliği ABD., Selçuklu, Konya	-

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2014-...	Selçuk Ü., Harita Mühendisliği, Jeodezi ABD.	Araştırma Görevlisi

UZMANLIK ALANI

Jeodezi, Uydu Jeodezisi, Uydu Yörüngeleri

YABANCI DİLLER

İngilizce (YDS:77.50)

YAYINLAR

UZ, M. ve ÜSTÜN, A. (2016). On spline and polynomial interpolation of low earth orbiter data: GRACE example, European Geosciences Union General Assembly 17 - 22 Nisan 2016