

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

KUANTUM MEKANİĞİNDE LOKALİTE PROBLEMİ

Murat Hazer UYGUNOL

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Murat GERÇEKLİOĞLU

Fizik Anabilim Dalı

Sunuş Tarihi : 26.05.2016

Bornova-İZMİR

2016

Murat Hazer UYGUNOL tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan “Kuantum Mekanikte Lokalite Problemi” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 26 Mayıs 2016 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı : Prof. Dr. Erhan PESEN

.....

Raportör Üye: Yrd. Doç. Dr. İlbeyi AVCI

.....

Üye : Prof. Dr. Murat GERÇEKLİOĞLU

.....

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Kuantum Mekaniğinde Lokalite Problemi” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

26 /05/ 2016

İmzası

Murat Hazer UYGUNOL

ÖZET**KUANTUM MEKANİĞİNDE LOKALİTE PROBLEMİ**

UYGUNOL, Murat Hazer

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Murat GERÇEKLİOĞLU

26/05/2016, 54 sayfa

Bu yüksek lisans tez çalışmasında, kuantum mekaniğinin temellerindeki soru işaretleri olan; formülasyonun tam olmama ve lokalite problemi üzerinde durulmuştur. Problemin kaynağı olan EPR makalesi tanıtılıp, problemin çözümü için ortaya atılan saklı parametre teorileri açısından değerlendirilmiştir. Bell tarafından gerçekleştirilen çalışmalarla birlikte kuantum mekaniği formülasyonun tamamlanmış bir teoriye ait kıstasları sağlasa bile, lokal özelliğe sahip olamayacağı gerçeği açıklanmıştır.

Görelilik teorisi fiziksel etkileşimlerin belli bir hızla gerçekleşeceğini savunurken kuantum mekaniği bu durumun tersi görüşlerle karşımıza çıkmaktadır. Bu problemin irdelenmesi, fizik biliminin iki önemli teorisini karşı karşıya getirmesi açısından büyük öneme sahiptir. Problemin çözümü için atılacak adımlar her iki teoriyi de kapsayan daha genel bir teorinin varlığına işaret edebilir.

Anahtar sözcükler: EPR, dolanıklık, saklı parametre teorileri, Bell eşitsizlikleri



ABSTRACT**LOCALITY IN QUANTUM MECHANICS**

UYGUNOL, Murat Hazer

MSc in Physics

Supervisor: Prof. Dr. Murat GERÇEKLIOĞLU

26/05/2016 2016, 54 pages

In this MSc thesis, we work on the foundational problems in quantum mechanics which are completeness and locality. EPR paper which is the beginning point of these problems is introduced and investigated from the hidden parameter point of view which proposed for the solution. The work held by Bell showed that even if quantum mechanics formulation provides the criteria of the completeness, it has non-local character.

While the theory of relativity suggests that the interactions occur with certain speed, Q.M. exhibits some phenomena which is exactly opposite to the criterion of relativity theory. Investigating the problem is of great importance because; it conflicts two important theories of physics each other. The attempts for the solution of the problem may imply more general theory which contains both of these theories.

Keywords: EPR, entanglement, hidden parameters theory, Bell's inequalities



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemedен çalışmama katkıda bulunan Hocam Sayın Prof. Dr. Murat GERÇEKLİOĞLU'na teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Eş zamanlı olarak yürüttüğümüz yüksek lisans eğitimlerimiz boyunca, maddi ve manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen sevgili Bengi Ekin ÖZDİŞ'e teşekkür ederim.

Hayatımın tüm aşamalarında ilgi ve sevgilerini esirgemeyen, her an için maddi ve manevi desteklerini hissettiğim, sevgili annem ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
TEŞEKKÜR	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
2. KUANTUM MEKANİĞİ FORMÜLASYONU	4
2.1 Kuantum Mekaniği Formalizminin Temel Aksiyomları	6
3. EİNSTEİN, PODOLSKY VE ROSEN KRİTİĞİ.....	10
3.1 Dolanıklık	10
3.2 Lokalite, Realizm ve Tamlık Kriterleri	12
3.2.1 Realitenin bir elemanı olabilme kriteri	13
3.2.2 Lokalite kriteri	14
3.2.3 Teoriye ait tamlık kriteri	15
3.3 Kriğin Formülasyonu	17
3.4 Kriğin Bohm Formülasyonu	23
4. SAKLI PARAMETRE TEORİLERİ.....	31

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

4.1 Von Neumann Teorisi ve Saklı Parametreleri Eleştirisi	33
4.1.1 Yoğunluk operatörü formalizmi.....	34
4.1.2 Von Neumann'ın saklı parametre teorilerini eleştirisi	36
4.2 Bell Teorimi	39
4.2.1 Orijinal Bell eşitsizliği	39
4.2.2 Lokalite (non-lokalite) problemi.....	43
4.2.3 CHSH eşitsizlikleri	44
5. SONUÇ	49
KAYNAKLAR DİZİNİ	51
ÖZGEÇMİŞ	54
EKLER.....	

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil

Sayfa

3.1 Fiziksel Realite kümesi elemanlarının her birinin formülasyon tarafından sunulanlar ile eşleşebilmesi tamlık özelliği olarak bilinir. Tamlık özelliğinin sağlanması için iki kümeye ait elemanların birebir örtüşmesi gerekmektedir15

3.2 Spin ölçümünde kullanılan ölçüm aparatlarının uzaysal yerleşimi26

3.3 A ve B fiziksel olaylarının ışık konilerinin gösterimi. Işık konisinin üst kısmı olayın geleceğini, alt kısmı ise olayın geçmişini temsil etmektedir. Koninin başlangıç noktası bahsi geçen olayın gerçekleştiği anı temsil eder. Ayrık noktalarda gerçekleşen A ve B fiziksel olaylarının $t=0$ anında birbirlerini etkilemesi mümkün değildir. Bunun sebebi $t=0$ anında bu iki olaya ait ışık konilerinin birbirleriyle çakışmamasıdır.....28

4.1 Bell eşitsizliklerinin ihlali için kullanılan $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ yönelimleri43

4.2 EPR-Bohm deneyinin CHSH eşitsizliğini elde etmek için düzenlenişi. a,b ve a', b' yönelimleri kendi aralarında birbirlerine dik olacak şekilde ayarlanacaktır.....44

4.3 Kuantum mekaniği formülasyonu tarafından Bell-CHSH eşitsizliklerin ihlal edildiğini göstermek amacıyla kullanılacak spin yönelimlerin açısız oryantasyonları47

4.4 Bell-CHSH eşitsizliklerindeki korelasyon fonksiyonlarının, açığa bağlı olarak eşitsizliğe verdiği cevap (Cushing, 1998)48

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
$ \Psi\rangle$	durum vektörü, dalga fonksiyonu
$ \Psi(I, II)\rangle$	iki parçacıktan oluşan sisteme ait dalga fonksiyonu
$\hat{A}$	A gözlemlenebilirine karşılık gelen hermitik operatör
$\hbar$	Planck sabiti/ 2π
∇	Nabla operatörü
$\otimes$	Tensör çarpımı
V	Potansiyel enerji
$\mathbb{R}$	Reel sayılar kümesi
$ \Psi(I, II)\rangle_p$	Momentum uzayındaki dalga fonksiyonu
$ \Psi(I, II)\rangle_x$	Konum uzayındaki dalga fonksiyonu
$ \Psi(I, II)\rangle^x$	Dolanık durumun x eksenindeki tasviri
$ \Psi(I, II)\rangle^y$	Dolanık durumun y eksenindeki tasviri
<u>Kısaltmalar</u>	
Q.M.	Kuantum Mekaniği
EPR	Einstein, Podolsky Ve Rosen makalesi

1) GİRİŞ

Kuantum mekaniği (Q.M.) formülasyonu öngörülerinde belirttiği istatistiksel veriler ve deneylerle sınanan bu öngörülerini temel alındığında doğru bir formülasyon olarak nitelendirilebilir.

Dalga fonksiyonunun olasılıkları doğru olarak belirlemede kullanışlı bir araç olmasının yanında bazı sakıncalı özellikleri de bünyesinde barındırmaktadır. Ψ dalga fonksiyonunun kendisi, Schrödinger denklemi aracılığıyla gerçekleşen zaman devriminin deterministik yapıda olduğu bilinmektedir. Herhangi bir anda bilenen Ψ fonksiyonun, farklı bir andaki durumu kesin olarak belirlenebilmektedir. Fakat bu dalga fonksiyonu aracılığı ile tasvir edilmeye çalışılan parçacığa ait fiziksel gerçeklik elemanları (konum-momentum gibi), Heisenberg belirsizlik ilkesinin sonucu olarak, Ψ fonksiyonunun sahip olduğu deterministik yapıya sahip değildirler.

Makroskopik (büyük ölçekli) topluluklar üzerinden gerçekleştirilen klasik istatistiksel incelemelerde açığa çıkan olasılıkların nedeni; parametre sayısı ve serbestlik derecesinin fazlalığıdır. Yine de, temelde deterministik bir formalizm yapısı bulunmaktadır. Kuantum mekaniğinin Bohr-Heisenberg-Born yorumuna göre açığa çıkan formalizm yapısı ise çok farklıdır. Örnek olarak; mikroskobik (küçük ölçekli) boyutlardaki herhangi bir parçacığın izleyebileceği yörünge için oluşturulabilecek deterministik bir yapı bulunmamaktadır. Klasik mekanik formalizmi içerisindeki deterministik yapıyı çok yakından bilenlerin, kuantum mekaniği ile aynı öngörülerde bulunabilecek deterministik bir formalizmin varlığı hakkındaki merakları doğaldır.

Albert Einstein, kuantum mekaniğinin gelişim sürecinde, fotoelektrik olayın teorisi, katıların ısınma ısısının teorisi ve kuantum (Bose-Einstein) istatistiği gibi alanlara yapmış olduğu önemli katkılara rağmen, son tahlilde bu devrimci teorinin büründüğü indeterminist yapıdan rahatsızdı. Q.M formalizmine karşı yapılmış olan en önemli eleştiri Einstein, Podolsky ve Rosen (EPR) tarafından 1935 yılında gerçekleştirilmiştir (Einstein et al., 1935). EPR makalesinde, bir düşünce deneyi yardımıyla, özellikle dikkat edilen nokta kuantum mekaniğinin tamamlanmış bir teori olup olmadığı sorusudur. Sonuç olarak Q.M. formalizmi tarafından sağlanan doğaya ait tasvirin tam olmadığını savunarak, bu eksikliğin giderilebileceğini vurgulamışlardır. Bu eleştirinin ardılı olarak açığa çıkabilecek, doğayı tam olarak betimlemeyi arzulayan matematiksel yapının uyması gereken üç önemli özellik bulunmaktadır. Bunlar; realizm, lokalite ve kullanılmış formalizm içindeki doğru olan kısımların lokal-gerçekçi teoriler tarafından da sağlanması gerekliliğidir (d'Espagnat , 1979).

Realizm; fiziksel niceliklerin herhangi bir gözlemci ve gözlem metoduna bağlı olmadan var olması gerektiğini belirtmektedir. Bu görüşe zıt olarak, fiziksel özelliklerin gözlemciye, ölçüm aletine, ölçümün gerçekleştiği ortama bağlı olarak değişebildiğini düşünen biri realizm ilkesinin dışına çıkmaktadır.

Lokalite özelliği uzayda, aralarında mesafe bulunan iki farklı noktada meydana gelen olayların birbirini etkileyemeyeceği gerçeğini yansıtmak için gereklidir. Bu özelliğin sağlanmadığı durumlarda, klasik fizik yasalarının temelini teşkil eden nedensellik ilkesi yıkılmış olacaktır. Sağlandığı durumlarda ise superluminal iletişimle gerçekleşebilecek etkileşimler dışlanmış olacaktır.

Q.M. formalizmi tamamıyla değiştirilmesi gereken bir teori değildir. Deneylerdeki başarılı öngörülerini sayesinde doğruluğu kabul edilebilmektedir. Bu nedenle tamamen başarısız saymak doğru olmayacaktır. Bu bağlamda doğru sonuçlara ulaştığı olasılığa bağlı öngörülerinin, oluşturulacak yeni formalizm tarafından da elde edilmesi gerekmektedir.

Üç özelliği de içinde barındıran lokal ve gerçekçi bir teori ile Q.M. teorisi arasındaki, uzayın farklı noktalarında konumlandırılmış korelasyon halindeki mikro parçacıkları kullanarak oluşturulan Bell eşitsizliği ile beraber EPR düşünce deneyi ile başlayan tartışmaları deneylerle sınanabilir hale gelmiştir (Bell, 1964) . Bell eşitsizliği olarak bilinen kıstas; lokal ve gerçekçi teoriler tarafından sağlanırken, Q.M. teorisi eşitsizliğin ihlalini öngörmektedir.

1970'lerden başlayarak gerçekleştirilen deneylerin sonucu; düşünsel açıdan garip sonuçları kabullenmemizi gerektirmektedir. Ya fizikçilerin realizm ilkesini terk etmesi gerektiği ya da uzay-zaman kavramını bariz bir biçimde gözden geçirip değiştirmemiz gerektiği sonucuna varılmıştır (Clauser and Shimony, 1978).

Kuantum mekaniğinin temelleri ile ilgili olan tamamlanmış bir teori olup-olmadığı tartışması günümüzde lokal mi non-lokal mi biçimini kazanmıştır. Deneysel verilerden elde edilecek sonuçların, Einstein ve Bohr arasında gerçekleştirilen tartışmaların sona erdiğini ve lokal-gerçekçi teorilerden vazgeçilmesi gerektiği şeklinde yorumlanabilmektedir (Aspect, 2015). Işığın taneciksel mi ya da dalgasal özellikte mi olduğuna dair geçmişte gerçekleştirilen tartışmalara benzer olarak, deneysel göstergelerden hareketle kesin bir sonuca varmak (ya da tarafgir davranmak) doğru olmayacaktır. Çünkü bu gün için biliyoruz ki ışık hem tanecik hem de dalga özelliğini içinde barındıran bir yapı olarak karşımıza çıkmaktadır. Benzer olarak, lokal-gerçekçi teorilerin olmayacağını savunmak, Q.M. teorisinin kendi içerisinde doğaya ait tasvirlerin ortak özelliği olan gerçeklik ve lokallik özelliğinin sağlanmadığını kesinlikle kabul etmek anlamına gelir.

Non-lokalite problemi sadece Q.M. teorisi ile ilgili değil, aynı zamanda rölativite teorisi ile alakalı olarak karşımızdadır. Doğadaki etkileşimlerin limit bir hızla meydana geldiği rölativite teorisinin temel varsayımlarındandır. Fiziğin iki önemli teorisini karşı karşıya getirmesi açısından bu problem büyük önem arz etmektedir.

Bu problemin üstesinden nasıl gelinmelidir? Cevap sadece lokalite özelliğini sağlayan bir teorisinin oluşumunu değil aynı zamanda doğayı kavrama

amacımıza hizmet edecek çok daha kapsamlı ve öngöröleri ile doğaya bakış açımızı geliştirecek bir teori ya da henüz yapılamamış bir yorum olabilir.



2) KUANTUM MEKANİĞİ FORMÜLASYONU

Makroskopik dünyaya ait olayların fiziksel tasviri 19. yüzyılın sonunda; mekanik, akustik ve termal süreçlerin anlaşılmasına ait başarı ayrıca Maxwell denklemleri ile elektrik, manyetik ve optik süreçlerin anlaşılması sayesinde büyük başarılar elde edilmiştir. Bu tasvir içinde maddelere tanecik özelliği atanmışken, bazı görüngüler dalga benzeri davranışlar göstermektedir. Klasik mekanik formalizminin doğadaki tüm süreçleri başarılı ve deterministik bir şekilde tasvir ettiğini düşünmek doğru olmayacaktır. En başta maddenin taneciksel yapısı (atomlar) hakkında bir bilgi sunamamaktadır. 20. yüzyılın başında bazı fizikçiler doğadaki bazı görüngüleri açıklığa kavuşturmanın eldeki formalizmi kullanarak mümkün olmadığını fark etmişlerdir. Bu açıklanamayan görüngüler genel olarak; klasik fizikte karşımıza çıkan taneciksel yapı davranışı ile dalga benzeri yapının etkileşiminde açığa çıkmaktadır. O zamanlar, açıklanmayı bekleyen görüngülerin başında, siyah cisim ışıması ve atomların spektral çizgileri gelmektedir. (Bransden and Joachain, 2000)

Bu çerçeve içinde; mikro dünyanın kuantum mekaniksel tasvirinin temelleri 1900 yılında Max Planck tarafından siyah cismin ışımasını açıklayabilmek amacıyla atomlar tarafından soğurulan ve salınan enerjinin kuantal yapıda olması gerektiğiyle atılmıştır. Planck; madde ve alanlar arasındaki enerji aktarımının; sürekli formda olmadığını, kesikli ve bölünemez miktarlardaki enerji kuantları tarafından olması gerektiğini öne sürmüştür. Alanın madde ile değiş-tokuş ettiği enerjinin alan frekansı ile orantılı olması ve orantı sabiti değerinin ayarlanarak deneysel dağılımın belli uygunlukta elde edilebileceğini göstermiştir. Bu gösterimle beraber siyah cisim ışımasındaki deneysel verilerin dağılımını sağlarken, klasik teorisin temel varsayımları soru işaretlerine maruz kalacaktır. Klasik dünya görüşünde enerji sürekli yapıda karşımıza çıkmaktaydı. Mikro-dünyada da hüküm sürmesini beklediğimiz klasik mekaniğin bu temel varsayımı ilk bakışta soru işaretlerine maruz kalmıştır. Planck tarafından enerjinin kesikli nicelikler halinde transfer edilmesi gerektiği fikri daha sonra genişletilerek açısal momentum ve konum gibi temel fiziksel özelliklere de uygulanmıştır.

Mikro dünyadaki görüngüleri açıklama amacı güden kuantum mekaniği formalizminin bu kuramsal arayışı dört ayrı evrede incelenebilir (Reichenbach, 1944).

İlk evre, Planck, Einstein, Bohr tarafından oluşturulmuştur. 1900'de Planck siyah cismin ışıması problemine ait çözümü olan kuantum fikrini ortaya atıp, maddesel titreşimlerin kuantal yapıda olduğu varsayımını yaparak yüzleştiği siyah cismin ışıması problemini çözebilme yeteneğine sahip oluyordu. Probleme ait çözümün bu şekilde açığa çıkması enerjideki kesikli yapı fikrini ortaya çıkmasına sebep oldu. Daha sonra Einstein tarafından kuantum fikrinin ışık yapısının içinde

de olduğunu deneysel olarak gösterildi. Madde artık gitgide kesikli yapı formunu almaya başlamıştı. Son adımı da Bohr büyük bir ustalıkla tamamladı ve maddeyi oluşturan en temel yapı olan atomların dahi kesikli enerji değerleri alabileceğini gösterdi. Böylece doğaya ait temel özelliklerin sürekli olması özelliğinin üzerinde soru işaretleri birikmiş oldu.

Daha sonraki evre bu kesikli yapıyı ve bu yapının oluşturabileceği sonuçları kullanarak yapıya dair matematiksel formalizmi oluşturma evresidir. Bu evrede de-Broglie dalga tanımını ortaya atmış; Schrödinger de dalganın uyması gereken dalga denkleminin yapısını keşfetmiştir. Bu evrede dikkat edilmesi gereken nokta; bu matematiksel yapıya dair oluşumun, ilk evrenin daha tam manasıyla anlaşılmadan oluşturulabilmesidir. Doğanın kesikli yapıda olmasına dair gereklilikler tam manasıyla anlaşılmadan ve deneylerle beraber bu yapının bariz özellikleri elde edilemeden matematiksel formalizm elde edilebilmiştir. Matematiksel yapının oluşturulması eşzamanlı olarak P. Dirac (Dirac, 1958), E.Schrödinger (Schrödinger, 1926) ve Heisenberg-Bohr-Jordan (Green, 1965) gibi teorik fizikçiler tarafından birbirlerinden bağımsız olarak oluşturulmuştur.

Üçüncü evre matematiksel gelişmelerdeki sonuçlara ait irdelemenin ve yorumların gerçekleştiği evre olarak görülebilir. Bu evrede Schrödinger dalga mekaniği ile matris mekaniğini arasında fark olmadığını belirterek dalga yorumunu sağlamlaştırmış oldu. Born matematiksel olarak ifade edilebilen bu dalgalara olasılık yorumu katarak fiziksel özelliklerle ilgili hesaplamalarda bu formalizmin nasıl kullanılabileceğine dair bir ipucu sağladı. Heisenberg ise kurulan matematiksel yapının içinde deneylerde mümkün olan tüm parametrelerin bilinmesine karşın elde edilecek sonuçlarda kısıtlama ve deneyler vasıtasıyla fiziksel sistemde bozulmalara neden olabilecek belirsizlik ilkesini keşfetti. Bohr belli fiziksel özellikler arasında formüle ettiği tamamlayıcılık ilkesinde, kuantum mekaniği ile oluşturulan doğa tasvirinin kendi içinde belirsiz olduğuna dair bir öneri ileri sürdü. Sonuç olarak Bohr tarafından ortaya atılan yapı Orthodox yorumu, Kopenhag yorumu ya da geleneksel yorum adlarıyla anılmaya başlandı ve kabul gördü.

Dördüncü evre de ilk üç evrede işlenen doğa kurallarına ait sonuçların matematiksel, mantıksal ve felsefi açıdan irdelenmesi olarak düşünülebilir. Bu evre günümüze kadar devam etmektedir. İrdemelerde kullanılan gerçeklik kriteri ve doğa yasalarındaki neden-sonuç ilişkisinin temelini oluşturan lokalite özelliğinin geçerli olması gerektiğini savunan birçok düşünce olmasına rağmen kuantum mekaniği formülasyonu içerisinde lokalite özelliği ve gerçeklik ilkesinin sağlanması mümkün olmamaktadır. Bu temel problemlerin sergilenmesine ait birçok yayın ve düşünce bulunurken bu savların karşında durabilecek sağlam bir açıklama, gerekçe ve iddia daha ortaya atılamamıştır.

2.1) Kuantum Mekanikliği Formalizminin Temel Aksiyomları

Mikro evrendeki fiziksel süreçler ve fiziksel özellikleri tasvir etmek amacıyla oluşturulan kuantum mekaniği bazı aksiyomlar aracılığıyla formalize edilmiştir. Formülasyonu oluşturan aksiyomlar genel olarak Kopenhag ekolü çerçevesinde verilmektedir (Grib and Rodrigues, 1999). Formülasyonun farklı yorumlarında bazı ek aksiyomlar ya da aksiyomlardan bazılarının varlığına gerek duyulmadığı görülmektedir. Fakat bu formülasyona getirilebilecek yorumlarla istenilen cevaplar elde edilememiş, hatta bazı yorumlar cevaplardan çok sorunlar üretmiştir. Q.M.'nin kabul görmüş yorumuna ait temel aksiyomlar aşağıdaki gibidir.

1) Kesikli durumların oluşturduğu kuantum mekaniksel sistemler topluluğu matematiksel Hilbert uzayındaki (H) vektörler ile tasvir edilmektedir. Bu uzay karmaşık ya da reel olarak kabul edilir. Hilbert uzayında süperpozisyon ilkesi geçerli olmaktadır.

$$|\Psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle + \dots + c_n|\psi_n\rangle = \sum_{i=1}^n c_i|\psi_i\rangle \quad (2.1)$$

Durum vektörü ifadesindeki c_i katsayıları sistem tanımını oluşturan süperpoze durumların olasılığına ait bilgiler içermektedir. Bu katsayılar matematiksel bağıntılar kullanılarak belirlenebilmektedir. Katsayıların sağlaması gereken en önemli özellik ise normalizasyon özelliğidir. Normalizasyon özelliği toplam olasılığın birden büyük olmamasını sağlayan bir özelliktir. Bu özellik yardımıyla olasılık belirten matematiksel bir değerin 0 ile 1 arasında olması ve tüm olasılıklar göz önüne alınacaksa, sonucun birim olması gerekliliği sağlanacaktır.

2) Her gözlemlenebilir fiziksel A niceliği Hilbert uzayında hermitik $\hat{A}$ operatörüne karşılık gelmektedir. A ve B gibi iki adet fiziksel gözlemlenebilirin uygun olma durumu (eş zamanlı ölçümü) sade ve sadece bu gözlemlenebilir niceliğe karşılık gelen Hilbert uzayındaki hermitik operatörlerin $([\hat{A}, \hat{B}] = 0)$ yer değiştirme özelliği göstermesiyle sağlanabilmektedir. Bu gözlemlenebilirlerle karşılık gelen hermitik operatörlerin komüt olma özelliğini sağlamadığı durumda bu iki fiziksel niceliğin matematiksel bir nicelik alması ve gözlemlenebilmesi mümkün olmamaktadır. Bu aksiyomun temelinde Heisenberg tarafından oluşturulan belirsizlik ilkesi yatmaktadır.

3) A fiziksel niceliğinin sonucu her zaman bu niceliğe karşılık gelen $\hat{A}$ operatörünün özdeğeri olmaktadır. Buna göre; kuantum mekaniğindeki fiziksel

niceliklere dair bilgi, matematikte özdeğer – özvektör problemi olarak bilinen problemin çözülmesiyle elde edilecektir.

4) Durum fonksiyonu ve durum fonksiyonunun zamanla devinimi hakkındaki aksiyomdan bahsedelim. Fiziksel bir sisteme ait formalizm genel olarak iki ana yapı üzerine kurulmaktadır. Birinci yapı; sistemin tabii olduğu mekanizma hakkında bilgi sunar. Bu mekanizma; doğayı anlama çabamıza katkıda bulunacaktır. İkinci yapı ise birinci yapıdaki mekanizmanın zamana karşı vereceği cevapları irdeler yani nasıl öngörülerde bulunabileceğimizi bildirir. Kuantum mekaniği formalizmi içinde sistemin zamanla nasıl değişeceği $|\Psi\rangle$ dalga fonksiyonunun (durum vektörünün) zamandaki evrimi ile tasvir edilmektedir. $|\Psi\rangle$ durumu Hilbert uzayı içinde yer alan bir vektör olarak düşünülmektedir. Klasik mekanik formalizminde fiziksel sisteme ait tasvir koordinatlar ve momentumlar cinsinden tanımlandığı için klasik dünya görüşünden bir ayrılma noktası da burada yaşanmaktadır. Sistem üzerinde gözlem söz konusu olmadığı sürece, durum vektörü zaman içinde sürekli bir değişim gösterecektir. Sürekli değişim varlığından ve başlangıç anındaki durum vektörü $|\Psi(t_0)\rangle$ tanımından yararlanarak herhangi bir andaki durum vektörü $|\Psi(t)\rangle$ tanımını elde edebiliriz. Durum vektörünün zamana karşı verdiği cevabı belirleme yöntemi ise Schrödinger tarafından tanıtılmıştır. $\hat{H}$ hamiltonyen operatörü olmak üzere;

$$\hat{H}|\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} \quad (2.2)$$

şeklindeki ifade ile sistemin zamanla devinimi hakkında bilgi edinilebilecektir. Hamiltonyen operatörünün yapısı incelenen sistemin doğasına bağlı olarak değişim göstermektedir. Rölativistik olmayan, spin özelliğinin göz ardı edildiği durumlarda;

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_j \frac{\nabla_j^2}{m_j} + V \quad (2.3)$$

formunu almaktadır. Hamilton operatörünün açıkça zamana bağlı olmadığı durumlarda;

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \exp\left[\frac{-i}{\hbar} H(t-t_0)\right] |\Psi(t_0)\rangle \\ &= U(t, t_0) |\Psi(t_0)\rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$

yazılabilir. $|\Psi(t)\rangle$ durum fonksiyonunun normu her daim korunmaktadır. Bu korunuma neden olan ise $U(t, t_0)$ zaman devinim operatörünün üniter bir operatör olmasıdır.

$$U(t, t_0) = \exp\left[\frac{-i}{\hbar} H(t - t_0)\right] \quad (2.5)$$

5) Kuantum mekaniksel durumları ve bu durumlara ait zamanla devinimin belirlenmesi ile kuantum teorisine ait formalizmin tamamlandığını düşünmek çok yanlış olacaktır. Dalga fonksiyonu tarafından tasvir edildiği düşünülen sisteme ait fiziksel özellikler yerine, bu sistemin sadece zamanla devinimi bildirebilen, biçimsel davranışlarını tasvir edebilmekteyiz. Daha açıkçası elektronlara ait iletkenlik gibi fiziksel bir özelliğin dalga fonksiyonu yardımıyla hesaplanabilecek durumda değildir. Dalga fonksiyonu ile bu tarzdaki fiziksel özelliklere ait cevaplar ölçüm kuralları ile belirlenebilmektedir. A gözlemlenebilirine ait olan fiziksel özellikler bir özdeğer ve özvektör kümesi sayesinde belirlenebilir. Bu kümenin elemanları olan özdeğerler ve özvektörler aşağıdaki özdeğer-özvektör denkleminde göre belirlenir.

$$\hat{A}|\Psi\rangle = a_i |\Psi\rangle \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.6)$$

a_i reel bir sayıyı temsil etmek üzere; bu özdeğere karşılık gelen özvektör $|\Psi\rangle$ olmaktadır. Ölçüm sonucuna ait olası değerler $\{a_i\}$ özdeğerleri ile kısıtlanmış durumdadır. Fiziksel nicelikler sadece belli değerleri alabilmektedir; alabildiği bu değerler dışındaki değerlerde fiziksel büyüklüğe karşılık matematiksel niceliklerin bulunması mümkün değildir. Ölçümün sistem dalga fonksiyonu üzerine yaptığı yıkıcı bir etki mevcuttur. Süperpozisyon durumunda olan bir sistem üzerinde ölçüm yapıldığında $|\Psi\rangle$ durum vektörü bilinemez bir yolla $\hat{A}$ operatörünün özdeğerlerinden birine indirgenmektedir.

6) Olasılık yorumu; Max Born tarafından öne sürülen ve kabul gören dalga fonksiyonu yorumudur. Dalga fonksiyonuna ait önemli bir özelliği tanımlayan bu yorum; dalga fonksiyonun karesinin olasılık belirteceğini söyler. Bir parçacık topluluğunda $|\Psi\rangle$ özvektörlerine ve a_n özdeğerlerine sahip $\hat{A}$ operatörü ile temsil edilebilen A gözlemlenebilirinin herhangi bir ölçüm sonucunda a_n değerinde olma olasılığı

$$W_n = |\langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle|^2 \quad (2.7)$$

ile verilmektedir.

Born tarafından geliştirilen bu olasılık yorumu mikro dünya ile makro dünya arasındaki bir bağlantı olarak görülebilir. Çünkü mikro dünyadaki olaylara ve özelliklere ait sonuçları olasılıklarla da olsa, belirtmektedir. Fiziksel niceliklere dair olasılıklar belirtmesi temelde doğayı anlamaya yönelik olan çabamızı derinden sarsmıştır. Çünkü bir topun eğik atış yaparak belli bir noktaya düşmesi genelde birçok parametreye bağlı olmaktadır ama buna rağmen durum idealize edildiğinde (parametre sayısı azaltıldığında) sonuçlar tatminkâr olmaktadır. Kuantum mekaniği formalizminin bu kadar anlaşılabilir olmasının temelinde bu tarz klasik fizik dünya görüşünden ayrılmalar yatmaktadır. Kuantum mekaniksel sistem durumlarını idealize edebilmek mümkün değildir. Her zaman için olasılık belirterek yola devam edilmesi gerekmektedir. Bu da nedensel yasalardan kopup olasılık yasalarına geçişi gerektirmektedir. Bu tarzda bir geçiş günümüze kadar fizik dünyasında herkesin anlayabileceği tarzda yapılamamıştır.

Kuantum mekaniğinin kuşkusuz bir şekilde en garip özelliği fiziksel sistem tanımının dalga fonksiyonu yardımıyla tam olarak yapılabilmesi olacaktır. Bu özellik ve deneysel gözlemlerle mikro dünyadaki yapıların tanecik-dalga özelliğini aynı anda gösteriyor olması fiziksel dünya görüşümüzü derinden sarsmış ve fizikte yeni bir alanın doğmasına neden olmuştur. Bu alanda geçerli olan formalizme ait temel aksiyomlar yukarıda sunulduğu gibi ifade edilmektedir. Bu aksiyomların kabul edilmesiyle çok ciddi sorunlar açığa çıkmaktadır.

Bu sorunların klasik dünya diliyle tarifi bile mümkün olmazken üstesinden gelmek, tatminkâr cevaplar sunabilmek pek mümkün olmamıştır. Fizik bu sorunların aşılabilmesi için gerekli atılımları tamamlayamamış; lakin mikro dünyada karşımıza çıkan bazı özellikleri kullanarak çok kullanışlı, yararlı yeniliklere kapılar açılabilmiştir.

3) EİNSTEİN, PODOLSKY VE ROSEN KRİTİĞİ

Q.M. formalizmi tarafından mikro-sistemlerin tasvirinde kullanılan dalga fonksiyonu tanımının fiziksel gerçekliğe dair tam bir tanım olması aksiyomu yani; dalga fonksiyonunun sistem hakkında tam bir tasvir sunabileceği aksiyomu EPR tarafından soru işaretlerine maruz bırakılmıştır. “*Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*” (Einstein et al., 1935) isimli makalelerinde bu soru işaretini, bazı kriterler yardımıyla açıkça gözler önüne sermeyi başaramamıştır. Kuantum mekaniği formülasyonu içindeki bu paradoksiyel durumu realite, lokalite ve tamlik kriterlerinin yardımıyla görünür hale getirmişlerdir. Sonuç olarak da fiziksel gerçekliğin kuantum mekaniksel tasvirinin tam olamayacağı sonucuna varıp, istenilen tarzda bir formalizmin elde edilmesi gerekliliğini dile getirmişlerdir.

Kritiğin temelinde, formalizm yapısı içerisinde karşılaştığımız komüt olmayan operatör ile sunulan fiziksel gözlemlenebilirlerin her ikisinin eş-zamanlı olarak belirlenemeyeceğini ifade eden Heisenberg belirsizlik ilkesi bulunmaktadır. Heisenberg belirsizlik ilkesi klasik mekanik görüşü ile kuantum mekaniği arasındaki en belirgin farklılığı dile getirmektedir. Bu ilkeye göre; klasik yörünge görüşünden vazgeçilmesi gerekmektedir. Çünkü kuantum mekaniksel bir parçacığa ait konumun ve momentumun eş zamanlı ve kesin değerlerle tanımlanması mümkün olmamaktadır. Belirsizlik ilkesinin doğayı tasvir etmeyi amaçlayan bir formalizm yapısı içerisinde fiziksel gerçekliklere ait bazı bilgilerin kısıtlı olarak yansıtılabileceği gerçeğini sunması, fiziksel sistemlerin tasvirine ait istenilen kriterlerin yerine getiremeyeceği sonucuna varacaktır.

EPR ilk olarak kuantum mekaniği formalizminin etkileşime giren iki parçacığın birlikte tanımlanabilmesine izin verdiğini göstererek kritiğe başlamışlardır. Q.M. formülasyonu içerisinde yer alan bu özellik daha sonra Schrödinger tarafından “dolanıklık” olarak adlandırılmış ve günümüze kadar süren yeniliklerin temelinde bu özellik bulunmaktadır. (Schrödinger, 1935)

Kritiği incelemeye başlamadan önce dolanıklık durumlar ile kastedilen özelliğin ne olduğundan bahsetmek uygun olacaktır.

3.1) Dolanıklık

Dolanıklık bütünüyle kuantum mekaniksel bir görüngü olarak karşımıza çıkmaktadır. Klasik mekanik yapısı içerisinde bu tarz bir özellik karşışmamız mümkün olmamaktadır. Dolanıklık, iki ya da daha fazla kuantum mekaniksel parçacıktan oluşan kompozit sistem durumunun tasviri çerçevesinde karşımıza çıkan her bir bireysel parçacığa ait özelliğin birbirleriyle ilintili, bağıntılı olması gerektiğini belirten bir özelliktir. Bu özellik sayesinde parçacıklardan birinin özelliğini bilerek diğer parçacıklar hakkında öngörülerde bulunmak mümkün olmaktadır.

A ve B iki adet etkileşim göstermeyen kuantum mekaniksel sistemler olmak üzere, sırasıyla H_A ve H_B Hilbert uzaylarında $|\psi_A\rangle$ ve $|\psi_B\rangle$ vektörleri ile temsil edilsin. Bu iki durumdan oluşan kompozit sisteme ait durum $H_A \otimes H_B$ uzayında yer alıp $|\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ vektörü ile temsil edilebilecektir. Bu tarzda yazılabilen kompozit sistem durumlarına tensör çarpım durumları ya da ayrılabilir durumlar denilmektedir. En basit olarak sistemi oluşturan alt-sistemlere ait durum vektörlerinin dolanıklığı; tüm sistemin tasvir edilebildiği $|\Psi\rangle$ durum vektörünün alt-sistemlerin durum vektörlerinin $|\psi_n\rangle$ tensör çarpımı ile ifade edilememesi olarak tanımlanmaktadır.

$$|\Psi\rangle \neq |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \cdots \otimes |\psi_n\rangle \quad (3.1)$$

Dolanıklığın söz konusu olmadığı kompozit durum vektörünün tasviri; yalın durumların tensör çarpımları olarak bilinir ve (3.1) denkleminde eşitliğin geçerli olduğu hal gözlenmektedir, bu da kompozit sistemin ayrılabilir durumlardan meydana geldiğini ima eder.

Genelde kompozit sistemleri tasvir eden durum vektörleri ayrılabilir durumlar olarak sunulamamaktadır. H_A ve H_B uzayında, $\{|u_i\rangle_A\}$ ve $\{|u_i\rangle_B\}$ kümeleri temel bir bazı oluşturmak üzere, Schmidt ayrışımı (Ek-A) kullanılarak toplam sisteme ait $H_A \otimes H_B$ tensör çarpımı uzayındaki $|\Psi\rangle_{AB}$ durum vektörü yazılabilir. Bu yöntem kullanılarak kompozit sistemin durum vektörü

$$|\Psi\rangle_{AB} = \sum_i c_i |u_i\rangle_A \otimes |v_i\rangle_B \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. (3.2) denkleminde c_i katsayılarından sadece bir tanesi sıfıra eşit değil, geri kalan tüm katsayılar sıfıra eşit olursa, benzer şekilde dolanık olmayan durum vektörü ile karşılaşmış oluruz. Lakin c_i katsayılarının birden fazlası sıfırdan farklı bir katsayı ise temsil edilen durum dolanıklık özelliğine sahip olacaktır. En sade haliyle baz hal durumları çarpanlarına ayıramayan kompozit durum vektörleri ile temsil edilen kuantum mekaniksel sistemlerin, dolanıklık özelliğine sahip olduğu söylenir (Auletta et al., 2013).

Bu tanımın açıklayıcı bir örneğini kuantum mekaniksel parçacıkların spin özelliklerinden yararlanarak vermek faydalı olacaktır. Parçacığa ait spin özelliğinin +z yöneliminde olanı $|+\rangle$, -z yöneliminde olanı $|-\rangle$ şeklinde temsil etmek üzere A ve B gibi iki parçacıktan oluşan dolanık sistem tasviri

$$|\Psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_A \otimes |-\rangle_B - |-\rangle_A \otimes |+\rangle_B] \quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durum vektörü yardımıyla da A ve B parçacıklarından oluşan sistemin spin özelliklerinin birbirinden bağımsız olarak, iki durum vektörünün çarpımı şeklinde yazılamayacağı ve sistemin dolanıklık özelliğine sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Her ne kadar dolanıklık özelliğinin matematiksel olarak tasvirini anlatmaya çalışsak da fiziksel olarak bu tarzda bir sistemin nasıl elde edilebileceği hakkında fikir edinmeden dolanıklık özelliğinin tam manasıyla anlaşılabilmesi mümkün olmayacaktır. Dolanık haldeki kuantum mekaniksel sistemleri elde etmenin başlıca yolları; spin-0 parçacığının, iki adet spin-1/2 parçacığa ayrılması ya da elektron ve pozitronun etkileşime girerek iki adet yokolma fotonu yayınlaması süreçleriyle elde edilebilir. Bunların dışında atom çekirdeğine en yakın haldeki iki elektron dolanık hal gösteren örneklerden biridir.

Dolanıklık ismi her ne kadar EPR 1935 makalesinde ilk olarak tanımlanmamışsa da bu özelliğe ilk defa dikkat çekilmesi açısından oldukça büyük öneme sahiptir. Dolanıklık ismi Schrödinger tarafından EPR makalesiyle aynı yıl yayımlanan makalesinde anılmıştır. Bu nedenle; dolanıklığın isim babası olarak Schrödinger anılabilir fakat kuantum mekaniğinde bu tarz garip bir özelliğinin var olduğunu fark eden EPR makalesi yazarları olduğu daha doğrusu Einstein olduğu (Rosenfeld, 1983) unutulmamalıdır.

Günümüze kadar dolanıklık özelliğinin mekanizması, doğası ve ontolojik yapısı hakkında kesin yargılara varılabilmiş değildir. Bunun yanında dolanıklık özelliği; fizik biliminde ve mühendislikte birçok yeniliğin tetikleyicisi olmuş ve olmaya devam etmektedir.

3.2) Lokalite, Realizm Ve Tamlık Kriterleri

EPR makalesinde bazı kriterlerden ve dolanık sistemlerin kuantum mekaniksel tasvirinden faydalanan kuantum mekaniği formülasyonu ile yapılması istenen doğa tasvirinin eksik olduğu sonucuna varılmaktadır. Dolanık parçacıklar arasındaki göreceli uzaklık ve herhangi bir yöndeki toplam momentum niceliklerinin korelasyon gösterecek şekilde açığa çıkmaktadır. EPR argümanı sonuç olarak okurlarını bir ikileme baş başa bırakmıştır; eğer ki, Q.M. formalizmi öngörülleri doğru olarak kabul edilirse, ya Q.M. tarafından gerçekleştirilmeye çalışılan doğanın tam bir tasviri gerçekleşmemiştir ya da Q.M.'sel olarak doğa lokalite ilkesini sağlamamaktadır ki EPR yazarlarına göre sağlaması gerekmektedir. Çünkü ikincisinin kabul edilebilmesi yani doğada fiziksel etkileşimlerin lokal olmadığı gerçeği daha büyük paradokslara yol açabilecektir.

Kullanılan kriterleri tanımadan, anlamadan sonuç kısmının elde edilebilmesi ve anlaşılması mümkün olamayacaktır. Bu kriterler realitenin bir elemanı olabilme, lokalite ve tamlık kriterleri olarak adlandırılmaktadır. Kuantum mekaniği formülasyon ile ilgili “huzursuz” olduğunu dile getiren (Vella, 2002) ve bu nedenle birçok kere N.Bohr ile tartışmaya giren Einstein en etkin eleştirisini bu kriterler yardımıyla yapmıştır.

3.2.1) Realitenin bir elemanı olabilme kriteri

EPR; fiziksel realite hakkında açıkça bir tanım yapmaktan kaçınmıştır. Fakat durum vektörü ile tasvir edilmeye çalışılan fiziksel sistemin bir realiteye karşılık gelmesi gerektiği aşikârdır. Fiziksel realitenin herhangi bir formülasyonda bir küme olarak verildiğini düşünecek olursak, bu kümenin elemanı olabilmenin bazı kıstasları olacaktır. EPR tarafından getirilen kriter de tam bu noktada dikkate alınmalıdır. Fiziksel realitenin bir elemanı olabilme kriteri EPR tarafından aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

“Eğer sistem hakkında, sistemi herhangi bir şekilde rahatsız etmeden, elde edilebilecek fiziksel niceliğin değerini kesin olarak öngörebiliyorsak, bu fiziksel niceliğe karşılık gelen fiziksel gerçeklik unsuru mevcuttur.”

Fiziksel realitenin elemanı olabilecek bir fiziksel niceliğin herhangi bir ölçümün varlığından bağımsız olarak, ölçüm gerçekleştirilmeden önce de niceliğinin var olması gerekliliğini savunan bir kriterdir.

Realizm kriteri formalizme ait doğruluğun bir yansıması olarak görülebilir. Formalizmin doğruluğu ve tamamlanmış olması birbirinden farklı özelliklerdir. Doğruluk bir teoremin sonucu olan öngörülerle, deneyimlerimiz olan ölçüm sonuçları arasındaki uyumdur. Bu uyuma ne kadar fazla ise teoremin o derecede doğru olduğu söylenir. Kuantum mekaniği formalizminin doğruluğu konusunda bir kusur bulunabilmesi mümkün değildir. Çünkü birçok deneyle uyum içinde olan öngörülerde bulunmaktadır.

Genelde deneysel bir yöntemle fiziksel teorilerin doğruluğunu ispatlamak imkansız olacaktır. Böyle bir ispat için tüm fiziksel gerçeklik unsurlarının ele alınması gerekecektir, bu tarzda bir işlem ise tüme varım yöntemlerini ve sonsuz bir zaman dilimini kullanmamızı gerektirir. Bu sınırlamanın farkında olan EPR teoremin doğruluğu konusunda bir zaafı olabileceğini savunmuş değildir, aksine teoriye ait öngörülerin deneysel gözlemler ile uyum içerisinde olmasından ötürü kuantum mekaniği formalizmini doğru olarak nitelendirmiştir.

EPR tarafından sunulan Q.M. formalizminin eksik olduğu ile ilgili argümanın, bu kriterin doğru olmadığını dayanak gösterip kabul etmemek mümkün olmayacaktır. Çünkü fiziksel gerçekliğin elemanı olabilme kriteri, tanımı itibarıyla analitik ve kapalı bir yapıya sahiptir. Bu yapıda bahsi geçen kriter tanımının “sistemi herhangi bir şekilde rahatsız etmeden” sözcüklerinde gizlidir. Eğer sistemin durumunu değiştirmeyen bir yöntem ile fiziksel niceliklerin değerleri elde edilebiliyorsa bu fiziksel niceliklere ait bazı çıkarımlar yapmak mümkündür. Bu çıkarımlar fiziksel büyüklüğün elde edilmesinde kullanılan yöntemin uygulanma zamanına, şekline, uygulayana veya bunlar dışındaki herhangi başka bir etkene bağlı olmadan varlığını sürdürdüğü olacaktır. Fiziksel büyüklüğün belirlenmesi için gereken yöntemden bağımsız olması; zaten her an için varlığını sürdürecektir olması anlamına gelir. Bu da bahsi geçen niceliklerin fiziksel gerçekliğin bir elemanı olabilmesini sağlayacaktır. (Maudlin, 2014)

3.2.2) Lokalite kriteri

Einstein tarafından temelleri atılan görelilik teorisine göre tüm fiziksel süreçler nedensel etkileşimleri takip edecek biçimde ışık konisi içerisinde meydana gelmektedir. Doğada aktarılabilecek sinyallere ait hızın limiti ışık hızı olarak belirlenmiştir. Bu kriter doğadaki fiziksel etkileşimlerin yapısı hakkında bilgiler sunup, fiziksel etkileşimlerin yalıtkanı ya da azaltıcısı olarak uzaydaki ayrık konumları kullanmaktadır. Yani; fiziksel etkileşimlerin birçoğu mesafeye bağlı olarak değişim gösterir ve mesafeler büyürken etkileşimler azalma eğiliminde olur, limit durumunda ise etkileşimler artık ortadan kalkar.

İlk bakışta lokalite kriterinin eleştirilebilecek ya da vazgeçilebilecek bir dayanak noktası olarak görülebilir. Başka bir deyişle klasik fizik teorilerinin lokal olmadığı savunulabilir. Örneğin Newton tarafından geliştirilen kütle çekim yasasının lokal olmadığı, kütle çekime maruz kalan cisimlerin uzayda ayrık noktalarda yer almasına rağmen aralarında kütle çekim etkileşiminin var olduğu gerçeğinden yola çıkarak, savunulabilir. Ya da elektromanyetik etkileşimlerin ayrık noktalarda birbirlerini etkilemesine rağmen doğanın nasıl yerel olması gerektiği düşünülebilir. Bahsi geçen farazi çıkarımlar doğru olamayacaktır bunun iki nedeni bulunmaktadır. İlki; klasik fizik teorilerindeki etkileşimlerin çoğunun ters kare yasasına uymasındır. Bunun sonucu olarak da iki cisim arasındaki uzaklığın belli bir büyüklüğünden sonra aradaki etkileşim yok olacak böylece etkileşimin aradaki mesafeye bağlı olduğu ve anlık olarak gerçekleşmediği açığa çıkacaktır. İkinci neden olarak etkileşimlerin açığa çıkması için gerekli olan süresidir. Yani; etkileşimlere neden olan mekanizmadan kaynaklanan gecikmedir. Bunun sonucu olarak etkileşen cisimler arasındaki mesafe artırılarak etkileşimler için yalıtım sağlanmış olunur.

Lokalite kriterinin sağlanmadığı durumlarda daha büyük sorunlar açığa çıkacaktır. Bu sorunlardan en önemlisi nedensellik ilkesinin ihlalidir. Nedensellik ilkesi; fiziksel etkileşimlerin belli bir neden-sonuç mantık silsilesi içerisinde olması gerektiğine dair bir ilkedir. Belli bir olayın sonucunun, nedeninden önce gerçekleşmeyeceği gibi basit bir argümanın savunucusudur. Işık hızından daha yüksek hızlardaki etkileşimlerde ışık konisinin dışında yer almak neden-sonuç arasındaki zaman sıralamasını değiştirebilecek etkiye sahip olacaktır. Bu etki kabul edilemez sonuçlara yol açmaktadır.

EPR makalesinde dolanık sistemlerin ayrılabilirliği ve lokalite özelliği iç içe geçmiş kavramlar olarak görülebilir. Bazı kaynaklarda (d’Espagnat, 1999) lokalite kriterinden bahsedilmeden ayrılabilirlik özelliği anlaşılmaya ve anlatılmaya çalışılır. EPR makalesinde bu kriter aşağıdaki gibi dile getirilmiştir.

Eğer “ölçüm gerçekleştiği anda... iki sistem artık etkileşim halinde değilse, birinci sistem üzerinde yapılan herhangi bir etkinin sonucu olarak ikinci sistemde bir değişim gerçekleşemez.”

Bu kriterdeki, yerel olarak ayrık olan sistemlerden biri üzerinde uygulanacak herhangi bir işlemin diğer sistem üzerinde etki yapamayacağı savının temeli fiziksel etkileşimlerin belli bir hızla uzay-zaman içerisinde yol alması

gerektiğidir. Doğanın tasvirlerinden biri olan görelilik kuramına göre uzayda ayrık noktalarda konumlandırılmış sistemler arasında anlık etkileşimlerin gerçekleşmesi mümkün değildir.

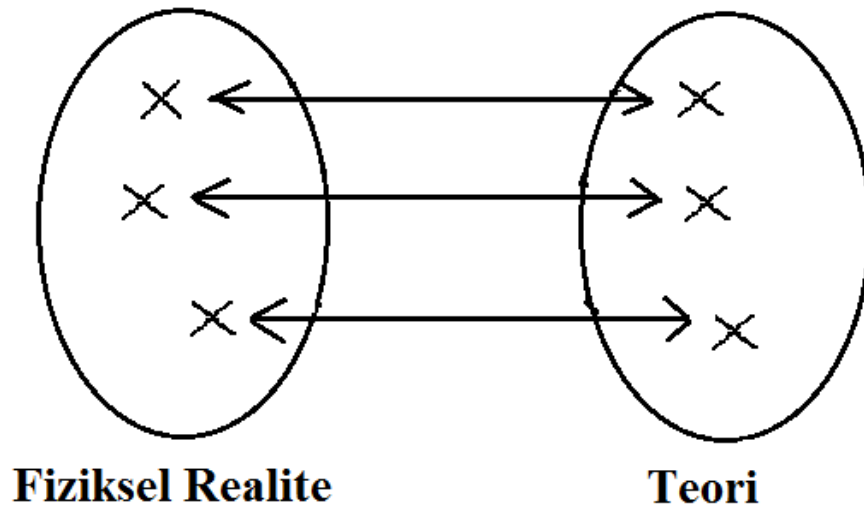
Görelilik teorisi doğada superluminal etkinin var olmayacağı öngörüsünde bulunmaktadır. Bu savının temelinde nedensellik ilkesinin geçerli olması gerektiği gerçeği yatar. Fakat kuantum mekaniği formülasyonunda böyle bir superluminal etkiden bahsedilebilmektedir. Doğanın iki başarılı tasviri olan kuantum mekaniği ve görelilik kuramlarını karşı karşıya getirmesi bakımından kuantum mekaniği formalizmi içerisinde karşımıza çıkan lokal özellik göstermeme probleminin çözümü oldukça büyük önem taşımaktadır.

3.2.3) Teoriye ait tamlık kriteri

EPR tarafından kuantum mekaniği formalizminin açık kalan noktası bu formalizmin tamamlanmamış olması ile alakalı olarak açığa çıkmaktadır. Doğayı tasvir etme amacı güden bir teoride doğruluktan daha çok ihtiyaç duyulan tamlık özelliğidir. Einstein ve arkadaşları tarafından teoriye ait tamlık özelliği aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

Fiziksel bir teorinin tam olma kriteri; sade ve sadece “fiziksel realite elemanlarının her birinin fiziksel teori içinde yer almasıyla sağlanır.”

Buna göre, teoriyle sunulmak istenilen fiziksel realite elemanlarından bazılarının ya da tümünün teorinin formülasyonu içerisinde yer almaması, bahsi geçen teorinin tamamlanmış olmadığını manasına gelmektedir.



Şekil 3.1: Fiziksel Realite kümesi elemanlarının her birinin formülasyon tarafından sunulanlar ile eşleşebilmesi tamlık özelliği olarak bilinir. Tamlık özelliğinin sağlanması için iki kümeye ait elemanların birebir örtüşmesi gerekmektedir.

EPR tarafından ima edilen kriter, Şekil 3.1'deki kümeler arasında birebir eşleşmenin mümkün olmadığı ya da gerçekleşmediği durumlarda sağlanmaz. Tamlik koşulunu sağlamayan bir teori aynı zamanda deterministik olmayan bir fiziksel teoriye denktir. Deterministik olmayan teorinin kaynağı realite kümesinde eşleşmeye girememiş olan fiziksel realite elemanları olacaktır. Bu elemanların birer fiziksel gerçeklik unsuru olmasına rağmen teori tarafından tasvir edilememesi deterministik olmayan bir yapı açığa çıkacaktır. Fiziksel realite elemanlarının teori tarafından temsil edilmesi deterministik bir teori tarafından sağlanabilmektedir.

Bu kriterler içinde açıkça görülmesi de EPR tarafından kullanılan bir varsayım daha bulunmaktadır. Bu varsayım; kuantum mekaniği teorisinin deneylerle olan uyumunun göz ardı edilemeyeceğini garanti altına alan bir varsayım olmuştur. Başka bir deyişle; kuantum mekaniğinin istatistiksel öngörülerinin deneylerle uyumlu olmasından dolayı, formalizm tarafından sunulan istatistiksel öngörülerin geçerliliği olmuştur.

Kuantum mekaniği formalizmini oluşturan aksiyomlardan biri komüt olmayan operatörlerle ifade edilen fiziksel nicelikler, Heisenberg belirsizlik ilkesine göre, eş zamanlı gözlemlenememekte ve aynı anda kesin matematiksel niceliklere sahip olamayacaklarını belirtmektedir. Söz konusu gözlemlenebilirlerden biri hakkında tam bilgiye sahip olmamız aynı anda diğeri hakkında bilgi edinmemizi imkansız hale getirmektedir. Aslında komüt olmayan gözlemlenebilirlerden birinin belirlenmesi, yani ölçüm işlemi, sistem tanımını olan durum vektörünü değiştirmektedir. Bu ölçümden kaynaklanan rahatsızlıkta diğer gözlemlenebilirin belirsiz kalmasına neden olmaktadır.

EPR başlangıç olarak Heisenberg belirsizlik ilkesini, komüt olmayan operatörlerle sunulan gözlemlenebilirler arasında belirsizliği, almıştır. İki fiziksel realite elemanın kesin değerler elde edememesini ima eden bu ilkedan başlayarak iki varsayımda bulunmuştur.

- i. Ya durum vektörü ile verilen fiziksel gerçekliğin tasviri tam değildir
- ii. Ya da komüt olmayan operatörlerle ifade edilen fiziksel nicelikler eş zamanlı bir gerçekliğe sahip olamayacaktır

Yukarıdaki çıkarımlar dışında herhangi başka bir çıkarım yapılması mümkün gözükmemektedir, bu nedenle bu iki varsayımdan birisinin mutlaka doğru olması gerekir. Bu gerekliliğin mantık silsilesini vermek gerekirse; ii. varsayımının reddi, komüt olmayan gözlemlenebilirlerin eş-zamanlı olarak birer realiteye karşılık geldiğini ifade ederken i. varsayımın reddine neden olmaktadır. i. varsayımın reddi, realitenin durum vektörü ile tasvirinin tam olduğunu ve komüt olmayan gözlemlenebilirlerin eş-zamanlı olarak sunulmasını gerektirir. Bu sonuç kabul edilebilir değildir. Çünkü bu sonuç Heisenberg belirsizlik ilkesi ile taban tabana zıt olacaktır. Bu yolla i. ve ii. varsayımları arasındaki uyum açığa çıkmaktadır. Bu uyum i. varsayımının doğru olması durumunda ii. varsayımının yanlış olması gerekliliği ve aynı durumun tersi içinde geçerli olması gerektirecek şekilde açığa çıkacaktır.

EPR bahsi geçen kriterleri ve varsayımları bir düşünce deneyinde kullanarak kuantum mekaniği formalizminin tam olmadığı sonucuna varmıştır. Sonraki bölümde bu sonuca varılan yöntemi irdelemek gerekecektir.

3.3) Kriğin Formülasyonu

Einstein ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilen çalışmada, kuantum mekaniği formalizminin tamamlanmış olmadığı sonucuna varan düşünce silsilesi kabaca; teori içinde yer almayan bir fiziksel gerçeklik unsurunu sunabilmekle ilk adımı atıp gelişmiştir.

İlk olarak tek bir parçacığa ait durum vektörü örneğini ele alalım. Formülasyonun temelinde, durum vektörü kavramı sayesinde fiziksel sisteme ait tam bir tanım elde edilebilmesi varsayımı bulunmaktadır. Her bir fiziksel nicelik (A) için bir operatör ($\hat{A}$) karşılık gelmekte, eğer durum vektörü bu operatörün özdeğerlerinden biri ise matematiksel değerinin elde edilebilmesi için, özdeğer-özvektör eşitliği kullanılmaktadır.

$$\hat{A}|\psi\rangle = a|\psi\rangle \quad a \in \mathbb{R} \quad (3.4)$$

Bu şekilde ifade edilebilen fiziksel niceliklere ait matematiksel değerlerin a olduğu kesin olarak bilinmektedir. Fiziksel realitenin elemanı olma kriteri hatırlanacak olursa burada A fiziksel niceliğine karşılık gelen bir fiziksel gerçeklik elemanı olduğu söylenir. A fiziksel özelliğinin momentum olduğu durum göz önüne alınacak olursa, durum vektörü matematiksel olarak düzlem dalga ile tasvir edilebilir halde olması gerekecektir. Düzlem dalga vektörü ile momentum değeri kesin olarak belirlenirken, konum değeri belirsizliğe sahip olacaktır ve konum özelliği için kesin bir öngöründe bulunmak mümkün olmayacaktır.

$$\hat{x}|\psi\rangle \neq a|\psi\rangle \quad (3.5)$$

Kuantum mekaniği formalizmi tarafından konum değeri için kesin bir tanımlama yapılamazken, sadece b ve c gibi iki konum değerinin ölçümü için geçerli olan göreceli olasılıklardan bahsetmek mümkün olacaktır. Bu göreceli olasılık değeri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$P(b, c) = \int_b^c \psi^* \psi dx = c - b \quad (3.6)$$

Buna rağmen; konuma dair kesin niceliğin ölçüm işleminden sonra belirlenebileceği düşünülebilir. Fakat ölçüm işlemi durum vektörünü rahatsız edip bozacaktır. Konum özelliği kesin olarak belirlendikten sonra sisteme ait dalga vektörü artık kesin bir şekilde momentum niceliğini sunan düzlem dalga halinde kalmayacaktır. Buradan çıkartılması gereken sonuç sisteme ait momentum

özelliği kesin olarak bilinirken, sistemin konumunun bir fiziksel realiteye karşılık gelmesinin mümkün olmayacağıdır. Zaten kuantum mekaniğine göre; konum ve momentum özelliklerini tasvir eden operatörlerin komüt olmaması nedeniyle bu sonuç şaşırtıcı olmayacaktır. Fakat konum özelliği, dalga vektörü ile tanımlanan fiziksel realitenin bir elemanı olduğu gösterilirse; durum vektörü tasvirinin fiziksel realitenin tam bir temsili olmadığı sonucu açığa çıkacaktır. EPR tarafından yapılan çalışmanın temeli bu tarzda fiziksel gerçeklik elemanının varlığını göstermek olmuştur.

Dalga fonksiyonu tasvirinin realitenin tam bir tanımını sunmadığını göstermek amacıyla Einstein ve arkadaşları tarafından bir düşünce deneyi ortaya atılmıştır. Bu düşünce deneyinde $t=0$ anında etkileşime giren I ve II parçacıklarının, aralarındaki etkileşim $t=T$ anında son bulmaktadır. I ve II parçacıkları $t=T$ anından itibaren bir etkileşim içine giremeyecek şekilde uzayın ayrı noktalarında konumlandırılmışlardır. Ayrık noktalarda konumlandırılması sayesinde aralarında herhangi bir etkileşimin meydana gelmesi engellenmiştir.

I ve II parçacıklarının $t=0$ anından önce durum vektörlerinin bilindiği varsayarsak; Schrödinger denklemi ile sunulan zaman devinimi ifadesinden yararlanıp $t=T$ anından sonraki durum vektörünü de belirlememiz mümkün olacaktır. I ve II parçacığının bileşiminden oluşan sistem herhangi bir şekilde rahatsız edilmediği (sistem üzerinde ölçüm gerçekleştirmediği) için Schrödinger denklemi ile belirlenen zaman devinim denklemini kullanmakta herhangi bir sakınca olmayacaktır. Sistemin zaman devinimi için netlik söz konusu olmasına rağmen, etkileşimden sonra I ve II parçacıklarının şahsi durum vektörleri hakkında hesaplama yapabilmek mümkün olmayacaktır. Kuantum mekaniği formalizmine göre sistemi oluşturan parçacıklara ait şahsi durum vektörleri ancak ölçüm yoluyla belirlenen fiziksel özellikleri yardımıyla belirlenebilecektir. Ölçme işlemi, sisteme ait durum vektörünün çökümüne yol açmakta bu sayede sistem durum vektörü süperpoze hallerden biri üzerine çöktüğü için I ve II parçacıklarının şahsi durum vektörleri üzerinde çıkarım yapmak mümkün olacaktır.

Durum fonksiyonu çökümü sürecinden faydalanarak sistem bileşenlerinden birisinin üzerinde rahatsızlık yaratmadan A ve B gibi iki fiziksel özellik için çıkarımda bulunmak mümkün olabilecektir. Bu sayede A ve B fiziksel özelliklerinin fiziksel geçekliğinin birer elemanı olduğu sonucuna varıp kuantum mekaniği formülasyonun durum vektörü ile bu realite elemanlarını tasvir etmesini bekleriz.

Sisteme ait dalga fonksiyonunun çökümüne neden olan ölçüm işleminin I parçacığı üzerinde, A fiziksel özelliğini belirlemek amacıyla yapıldığını düşünelim. Bu ölçüm işlemi sonucunda; I parçacığının $\hat{A}$ operatörüyle temsil edilen A fiziksel özelliği $a_1, a_2, a_3, \dots$ özdeğerlerinden birine sahip olacak şekilde $u_1(I), u_2(I), u_3(I), \dots$ özvektörlerinden birine çökerek, a_k özdeğerine ve $u_k(I)$ özvektörüne sahip olacaktır. Bu süreçte I ve II parçacığından oluşan sistem için geçerli olan durum vektörü için yaşanan süreç;

$$\Psi(I, II) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(I) \psi_n(II) \rightarrow \Psi(I, II) = u_k(I) \psi_k(II) \quad (3.7)$$

şeklinde gösterilebilir. Aradaki geçiş lineer özellik göstermeyip zaman içinde sıçrama (kesiklilik) göstermektedir. Ölçümden önce birçok terimin toplamı şeklinde sunulan sisteme ait durum vektörü ölçümün getirdiği rahatsızlıkla beraber tek bir terime indirgenmiştir.

A fiziksel niceliğinin ölçüm işlemi sırasında $\{u_n(I)\}$ baz dalga fonksiyonlarının oluşturduğu kümeden bir elemanın seçimi sağlamıştır. A fiziksel niceliği yerine, B fiziksel niceliğini ölçmek istersek yaşanacak süreci ve elde edeceğimiz sonucu irdeleyelim. I parçacığının $\hat{B}$ operatörüyle temsil edilen B fiziksel özelliği $b_1, b_2, b_3, \dots$ özdeğerlerinden ve $v_1(I), v_2(I), v_3(I), \dots$ özvektörlerinden birine çökerek, b_r özdeğerine ve $v_r(I)$ özvektörüne sahip olacaktır.

$$\Psi(I, II) = \sum_{s=1}^{\infty} v_s(I) \phi_s(II) \rightarrow \Psi(I, II) = v_r(I) \phi_r(II) \quad (3.8)$$

Dikkat edilmesi gereken bir nokta da ölçümlerin gerçekleştiği anda I ve II parçacıklarının etkileşim halinde olmadığı gerçeği olacaktır. Bu parçacıklar uzayda ayrı noktalarda konumlandırılmalarından dolayı; I parçacığı üzerinde yapılan herhangi bir işlemin, II parçacığı üzerinde herhangi bir etki yaratması beklenmez. EPR makalesinde lokaliteden açıkça bahsedilmez fakat bu noktada etkileşimlerin doğasına ait getirilen sınırlama ile lokalite ve ışıktan hızlı fiziksel etkinin doğada görülemeyeceği varsayımını kapalı olarak içermektedir. I parçacığı üzerinde gerçekleşen herhangi bir etkinin II parçacığında herhangi bir değişikliğe neden olamayacağını belirterek bir sonraki çıkarımı yapmaya başlayabiliriz. Mademki, II parçacığının durumu I parçacığına yapılan herhangi bir etki ile değişime uğramıyor o zaman, (3.7) ve (3.8) denklemlerinde sırasıyla sunulan $\psi_k(II)$ ve $\phi_r(II)$ durum vektörlerinin (iki farklı durum vektörünü) II parçacığın (aynı gerçekliğin) tasviri olduğunu çıkarabiliriz. Bu aynı zamanda II parçacığına ait A ve B fiziksel özelliklerinin ölçüm yapılmadan belirlenmesini sağlar, böylece de A ve B özelliklerinin birer fiziksel gerçeklik elemanı olduğu sonucuna varılır.

EPR makalesinde II parçacığının gerçekliğine ait elemanların (A ve B fiziksel özellikleri) belirlenmesinden sonra izlenen yol; bu elemanların seçiminin konum ve momentum gibi komüt operatörlerle sunulamayan iki fiziksel özellik olacak şekilde yapılabileceğini göstermek olmuştur. Böylece de ii. varsayımının reddine varacak yolu keşfetmiş oluyorklar. Bu amaçla I parçacığının durum vektörü tanımının momentum (p) uzayında düzlem dalga ile verildiğini benzer olarak da konum uzayında (x) delta-fonksiyonu ile verildiğini düşünebiliriz. Bu tanımlamalar sayesinde I parçacığının momentum ve konum uzaylarında iki ayrı tasvirini ve aynı şekilde kompozit sisteme ait tasvirini elde etmiş oluruz. Bu iki uzay arasındaki dönüşüm Fourier dönüşümü ile yapılabilir. Kompozit sistem tasvirinin iki ayrı uzayda tanımını irdelersek (Redhead, 1989);

$$|\Psi(I, II)\rangle_p = \int_{-\infty}^{+\infty} |p\rangle_I \otimes |-p\rangle_{II} e^{-ilp} dp \quad (3.9)$$

momentum uzayındaki tasviri sunacaktır. Bu tasvirde sürekli bir spektrum kullanıldığı için toplam sembolünden integral sembolüne geçiş yapılabilir. Tensör çarpım ifadesinde ilk terimi oluşturan I parçacığının düzlem dalga ile ifade edilebilmesi bu parçacığın kesin bir momentum özelliğine sahip olmasını sağlar. $|\Psi(I, II)\rangle_p$ tasviri $\hat{P}_I$ ve $\hat{P}_{II}$ operatörleriyle sunulan özelliklerinin bir özfonksiyonu şeklinde açığa çıkmaktadır. Başka bir deyişle; $|\Psi(I, II)\rangle_p$ dalga fonksiyonu $\hat{P}_I + \hat{P}_{II}$ operatörünün, özdeğeri 0 olan bir özfonksiyonudur.

$$(\hat{P}_I + \hat{P}_{II})|\Psi(I, II)\rangle_p = 0|\Psi(I, II)\rangle_p \quad (3.10)$$

Benzer olarak momentum uzayından konum uzayına dönüşüm yaparak kompozit sistemin konum uzayındaki tasvirini elde etmiş oluruz. Bu işlemi gerçekleştirebilmek adına $|p\rangle_I$ ve $|-p\rangle_{II}$ durumlarının açılımlarını yapalım.

$$|p\rangle_I = \int_{-\infty}^{\infty} \langle x|p\rangle |x\rangle dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} |x\rangle e^{ixp} dx \quad (3.11)$$

$$|p\rangle_{II} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle x'|-p\rangle |x'\rangle dx' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} |x'\rangle e^{-ix'p} dx' \quad (3.12)$$

Açılımları elde ederken (3.11) ve (3.12) denklemlerinde karşımıza çıkan iç çarpım terimlerinin eşdeğerleri aşağıdaki gibi kullanılmıştır.

$$\begin{aligned} \langle x|p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{ixp} \\ \langle x'|-p\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-ix'p} \end{aligned} \quad (3.13)$$

İç çarpım terimlerinin eşdeğerlerini ve durum vektörleri açılımlarını (3.9) denkleminde kullanarak;

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{2\pi} \iiint_{-\infty}^{\infty} |x\rangle |x'\rangle dx dx' dp e^{i(x-x'-l)p} \quad (3.14)$$

eşitliğini elde edebiliriz. Exponansiyel terim ile dirac-delta fonksiyonu arasında geçerli olan

$$\delta(x-a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ip(x-a)} dp \quad (3.15)$$

eşitliğinin kullanılmasıyla (3.14) denklemi aşağıdaki halini alır.

$$|\Psi(I, II)\rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} dx dx' |x\rangle |x'\rangle \delta(x-x'-l) \quad (3.16)$$

Dirac-delta fonksiyonun bir başka özelliğini burada kullanmak yerinde olacaktır.

Bu özellik $\int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \delta(t-t') = f(t')$ şeklinde matematiksel olarak gösterilebilir. Bu

eşitliğinde kompozit sisteme ait durum vektörü tasvirinde kullanılmasıyla; (3.9) denkleminde momentum uzayında verilen tanımın, konum uzayında karşılığını elde etmiş olmaktadır.

$$|\Psi(I, II)\rangle_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x\rangle_I \otimes |x-l\rangle_{II} dx \quad (3.17)$$

Başka bir deyişle (3.9) ve (3.17) durum vektörleri I ve II parçacıklarının etkileşimiyle oluşan kompozit sistemin durum vektörü olarak birbirlerinin Fourier dönüşümleridirler. İki durum vektörü de kompozit sistemin tasvirinde kullanılabilir durumdadır. Parçacıkların konumlarının farkı her zaman l sabitine eşit olacak şekilde açığa çıkacaktır. Bunun temeli iki parçacığın konum operatörleri farkının özdeğerinin l olmasıdır.

$$(\hat{X}_I - \hat{X}_{II})|\Psi(I, II)\rangle_x = l|\Psi(I, II)\rangle_x \quad (3.18)$$

Kuantum mekaniğinin temel aksiyomlarından olan dalga fonksiyonunun fiziksel sistemin tam bir tasvirini yansıtacağı varsayımı doğru olarak kabul edip, bu dalga fonksiyonunu iki parçacığın etkileşimiyle oluşan kompozit sistemin tasviri için kullanabiliriz. Bahsedildiği gibi bu izni bize veren kuantum mekaniğinin temel aksiyomu olmuştur.

Şu aşamadan itibaren yapmamız gereken kompozit sistem durum vektörü tanımından yararlanarak I parçacığının momentum ve konum özelliklerinin değerlerini belirleyebilmek olacaktır. I parçacığının momentumunu yerel olarak ve II parçacığından ayrık bir noktada olacak şekilde ölçüm sonucunu p olarak belirlemiş olalım. Bu ölçüm sonucundan yola çıkarak II parçacığının üzerinde herhangi bir ölçüm ya da rahatsızlık yaratmadan momentum özelliğini belirlemiş oluruz. Bu manada momentum özelliğinin II parçacığa ait realitenin bir elamanı olarak $-p$ değerinde olacağı belirlenir.

Benzer olarak; I parçacığının konumunu yerel ve diğer parçacıktan ayrık olarak ölçelim. Ölçüm sonucu x olarak belirlemiş olalım. Bu konum değerinden

yola çıkarak ve (3.18) denkleminde belirtilen özdeğer ve özvektör eşitliğinden çıkarılan, iki konum değeri arasında l kadarlık bir farkın olması gerekliliğini kullanarak; II parçacığının konum değerini, parçacık üzerinde herhangi bir rahatsızlık yaratmadan belirlemiş oluruz. Bu sayede konum özelliğinin II parçacığının yaratmış olduğu fiziksel realiteye ait bir eleman olduğu sonucuna varırız ve değerini $x-l$ olarak belirleyebiliriz. I parçacığı üzerine yapılan ölçüm işlemi sonucunda II parçacığının fiziksel özelliğinin, parçacık rahatsız edilmeden belirlenmesinin temelinde sistem tasvirinde kullanılan dalga fonksiyonunun ölçüm sonucunda çöküme uğraması yatmaktadır.

II parçacığının konum ve momentum özelliklerinin fiziksel bir gerçekliğin elemanı olduğunu gösterirken, dalga fonksiyonu ile yapılan fiziksel gerçeklik tasvirinin tam olduğu varsayımını kullandık. Eğer bu durum vektörü ile yapılmak istenen tasvir tam ise sisteme ait fiziksel gerçeklik elemanlarının herhangi bir kısıtlama olmadan bu durum vektörü sayesinde formülasyon kullanılarak açığa çıkması gerekmektedir. Fakat durum vektörü tanımının tam ve kuantum mekaniği formülasyonunun doğru kabul edersek; Heisenberg belirsizlik ilkesini de kabul etmiş oluruz. İşlenen sistemde belirsizlik ilkesinin açık bir ihlali bulunmaktadır. Belirsizlik ilkesine göre; II parçacığının konum ve momentum özelliklerinin karşılığı olan $\hat{X}_{II}$ ve $\hat{P}_{II}$ operatörlerin komütatif $([\hat{X}_{II}, \hat{P}_{II}] = i\hbar)$ özellik göstermemesi nedeniyle, bu iki fiziksel özelliğin kesin değerler almasını sınırlandırmakta ve belli oranda belirsizlikle bu iki fiziksel özelliğe ait değerlerin bilinebileceğini belirtmektedir. Fakat elde ettiğimiz sonuç belirsizlik ilkesine uymamaktadır. II parçacığının konum ve momentum özelliklerinin bir fiziksel gerçeklik elemanı oldukları bu iki özelliğin ölçümden bağımsız olarak kesin değerlere sahip olmasını gerektirmektedir.

Sonuç olarak; en başta aradığımız durum olan; ii. varsayımını, komüt olmayan operatörlerle ifade edilen fiziksel gözlemlenebilirlerin eş-zamanlı bir fiziksel gerçekliğe sahip değildir, yanlışlamış ve reddetmiş oluyoruz. ii. varsayımının reddi bizi mantiken i. varsayımının kabul edilmesine zorlamakta. Bu zorlamayla varılan nokta, i. varsayımının kabulüne yani; dalga fonksiyonu tasvirinin tam olmadığı sonucunu çıkarmamıza neden olmaktadır.

EPR bu sonuca vardıktan sonra günümüze kadar devam eden bir araştırma alanını da şu soruyu sorarak açmıştır:

“fiziksel gerçekliğin bu tarzda (tamamlanmışlık özelliğini sağlayan) bir tasvirinin varlığı konusunda ucu açık sorular bırakıyoruz. İnaniyoruz ki böyle bir teori mümkündür”.

EPR tarafından varılan bu sonuçta, araç olarak kullanılan kuantum mekaniksel alt-sistemlerin etkileşimiyle oluşan bileşik sistemlerin tasvirine dair dolanıklık özelliği aynı yıl Schrödinger tarafından adlandırılmıştır. Mikro dünyada karşımıza çıkan bu garip özelliğin makro dünya gözlüğü ile canlandırılması ve anlaşılması mümkün olamamıştır. Fakat bu özelliğin altında yatan fiziksel mekanizmayı irdelemeden; fizik ve mühendislikte yeni alanların doğması mümkün olabilmiştir.

3.4) Kritisin Bohm Formulasyonu

Einstein ve arkadaşları tarafından Q.M. formalizmindeki problemin gösterilebilmesi için konum ve momentum değişkenleri kullanılmıştır. Lakin; bu operatörlerin özdeğerlerinin delta fonksiyonu olarak açığa çıkması ve Fourier bileşenleri problemin açıkça anlaşılmasını engellemektedir. Kuantum mekaniği formülasyonuna EPR tarafından yapılan kritisin daha anlaşılabilir ve sade hali D.Bohm tarafından yapılmıştır (Bohm, 1951). Bu kritikte parçacıkların spin özelliği kullanılmıştır. Bazı özdeğer-özvektör problemlerinin çözümü ile kritik matematiksel açıdan daha görünür hale gelmiştir.

Toplam spin değeri 0 olan bir diatomik molekülü, spin-1/2 değerine sahip I ve II atomlarının (alt sistemlerinin) etkileşimiyle oluştuğu varsayalım. Kompozit sisteme ait spin dalga fonksiyonu tekil halde (singlet state) bulunacaktır. Belli zaman aralığında etkileşim halinde olan ve bir şekilde dolanıklık özelliği kazanmış parçacıklar, belli bir andan itibaren toplam açısal momentumun değişmesine neden olmayan bir süreç yardımıyla, aralarındaki etkileşim kesilerek ayırık noktalarda konumlandırılacaklardır.

Kompozit sistem üzerine herhangi bir tork uygulanmadığı sürece toplam spin değerinin 0 olması gerekliliğinden yararlanarak dalga fonksiyonu tasviri yazılabilir. Kompozit sistemin spin vektörü, bu sistemi oluşturan iki parçacığın spin vektörleri cinsinden ifade edilmektedir.

$$S = \sigma^I + \sigma^{II} \quad (3.19)$$

σ^I , I parçacığının; σ^{II} , II parçacığının spin vektörünü temsil etmektedir. Tekil hal olarak adlandırılan spin kuantum mekanişel durumu kısaca kompozit sistem spin vektörünün $S = 0$ şeklinde ifade edilmesiyle oluşur. I ve II parçacığının şahsi spin değerlerinin $+\frac{\hbar}{2}$ ve $-\frac{\hbar}{2}$ değerlerinden birine yerleşmesi gerektiği ve bileşke momentumun 0 olması gerekliliği de göz önüne alınarak; kompozit sisteme ait dolanıklık özelliği gösteren durum vektörü, z yönelimi için

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\uparrow\rangle^I |\downarrow\rangle^{II} - |\downarrow\rangle^I |\uparrow\rangle^{II} \right] \quad (3.20)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durum vektörü tasviri Bohm düşünce deneyindeki senaryoda parçacıkların aynı yönelimdeki spin bileşenleri için negatif korelasyon açığa çıkaracağını öngörmekte kullanılır. Öngörüü Pauili spin matrislerinden yararlanarak ve (3.20) dolanık durum vektörünü z yönündeki spinörler cinsinden yazarak gösterilebilir. Pauili spin matrisleri cinsinden I ve II parçacığının spin operatörleri aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_z^I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_I, \sigma_z^{II} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{II} \quad (3.21)$$

Benzer şekilde (3.20) dolanık hal dalga fonksiyonu tasviri de spinörler cinsinden yazılabilir.

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^I \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^{II} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^I \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^{II} \right] \quad (3.22)$$

Spin operatörlerinin (3.22) dolanık hal dalga fonksiyonu üzerine etki ettirilmesiyle negatif korelasyonların açığa çıkacağı, yani parçacıkların spin bileşenlerinin matematiksel değerlerinin birbirlerinin toplamaya göre tersi olacağı görülebilir. Buna göre; Q.M formülasyonu kullanılarak II parçacığın spin değerinin, I parçacığın spin değerinin ters işaretlisi olarak açığa çıkacağı öngörüsü elde edilir.

$$\sigma_z^I \sigma_z^{II} |\Psi(I, II)\rangle = -|\Psi(I, II)\rangle \quad (3.23)$$

Genelde durum vektörü temsilinde kullanılan spin vektörlerinin yönelimi z eksenini yönelimindedir. Tekil hal durum vektörüne ait bir diğer ilginç özellik; bu durum vektörü tasvirinin dönme altında invaryant kalmasıdır (Griffths, 2003). Bu özellik sayesinde sadece spinin z yönündeki bileşenini değil, istenilen herhangi bir yöndeki bileşene göre tasvir edebilme yeteneğine sahip olacağız.

Durum vektörünün dönme altında invaryant kalma özelliğini görmek için z eksenindeki zıt yönlü spin vektörlerini ($|\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\rangle$) açığa bağli olarak ifade edilmesi gerekmektedir. Bu ifadelerin elde edilebilmesi amacıyla polar koordinatlardaki θ ve φ yönelimindeki spin vektörlerinin z eksenindeki spin yönelimleri cinsinden bir açılımı yapılabilir.

$$\begin{aligned} |\uparrow, \theta, \varphi\rangle &= \cos(\theta/2) |\uparrow\rangle + \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} |\downarrow\rangle \\ |\downarrow, \theta, \varphi\rangle &= \sin(\theta/2) e^{i\varphi} |\uparrow\rangle - \cos(\theta/2) |\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (3.24)$$

Tekil hal spin durumunun sadece z yöneliminde toplam spin değerinin 0 olması (yani zıt korelasyon öngörüsünün) gerekmediği; bu açılımdaki $|\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\rangle$ spin vektörlerinin, açığa bağli $|\uparrow, \theta, \varphi\rangle$ ve $|\downarrow, \theta, \varphi\rangle$ terimleri cinsinden yazılmasıyla görülebilecektir. Spinin z bileşeninin açığa bağli olarak ifade edilen spin vektörleri cinsinden elde edilmesiyle (3.20) denklemi; açığa bağli olarak ifade edilebilir hale gelecektir. Dolanık hal durum vektörünü tüm yönelimler için elde etmek adına (3.24) denklemini tersine çevirmemiz gerekir. Böylece dolanık hal tasvirindeki spin z bileşenlerinin yerine açılara bağli ifadeler girdirilebilmiş olur.

$$\begin{aligned} |\uparrow\rangle &= \cos(\theta/2) |\uparrow, \theta, \varphi\rangle + \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} |\downarrow, \theta, \varphi\rangle \\ |\downarrow\rangle &= \sin(\theta/2) e^{i\varphi} |\uparrow, \theta, \varphi\rangle - \cos(\theta/2) |\downarrow, \theta, \varphi\rangle \end{aligned} \quad (3.25)$$

Bu aşamada (3.20) denklemi ile verilen dolanık duruma ait tasvirde II parçacığına ait spin bileşenlerinin (3.25) denklemi yardımıyla açığa bağlı ifadelerle tasvir edildiğini düşünelim.

$$\begin{aligned}
 |\Psi(I, II)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle^I \left(\sin(\theta_{II}/2) e^{i\varphi_{II}} |\uparrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} - \cos(\theta_{II}/2) |\downarrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} \right) \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle^I \left(\cos(\theta_{II}/2) |\uparrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} + \sin(\theta_{II}/2) e^{-i\varphi_{II}} |\downarrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} \right) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos(\theta_{II}/2) |\uparrow\rangle^I + \sin(\theta_{II}/2) e^{-i\varphi_{II}} |\downarrow\rangle^I \right) |\downarrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} \\
 &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sin(\theta_{II}/2) e^{i\varphi_{II}} |\uparrow\rangle^I - \cos(\theta_{II}/2) |\downarrow\rangle^I \right) |\uparrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Elde edilen son denklemin ikinci eşitinden sonraki parantez içi terimleri (3.24) bağıntısına göre tekrardan düzenleyerek;

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\downarrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^I |\uparrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} - |\uparrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^I |\downarrow_{\theta_{II}, \varphi_{II}}\rangle^{II} \right) \quad (3.27)$$

elde edilmiş olur. Açık değerleri için II indisi düşürerek herhangi bir açı değeri için bu ifadeyi yazmak mümkün olur.

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow_{\theta, \varphi}\rangle^I |\downarrow_{\theta, \varphi}\rangle^{II} - |\downarrow_{\theta, \varphi}\rangle^I |\uparrow_{\theta, \varphi}\rangle^{II} \right) \quad (3.28)$$

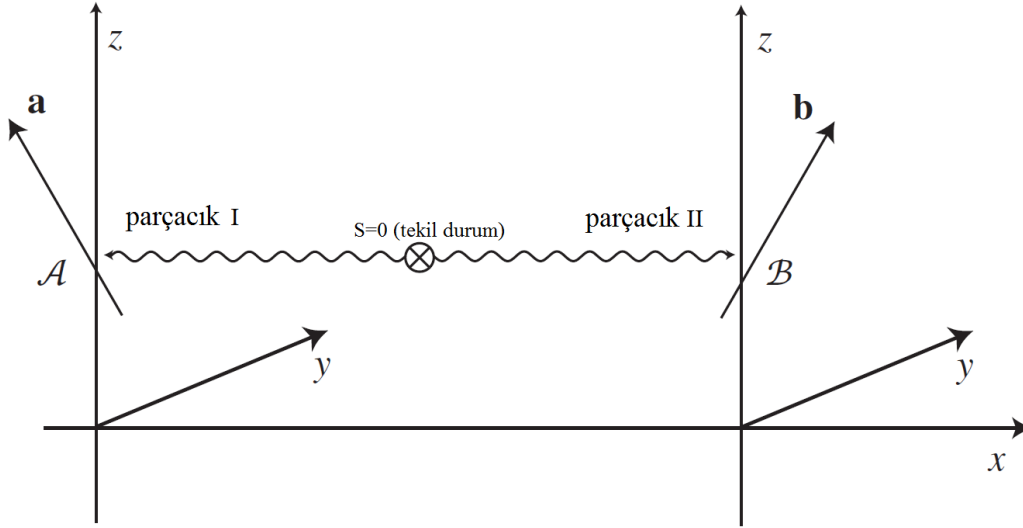
Böylece dolanık spin durum tasvirine dair mükemmel zıt korelasyonu gösteren dalga fonksiyonu tasvirinin her bir yönelim için geçerli olduğunun görülmesi daha net hale gelir. Zıt korelasyonların yönelimden bağımsız olan bu özelliği tekil spin durumunun rotasyon altında invariant kalmasıyla sağlanmaktadır. Bu özellik ilerleyen basamaklarda kullanmamız gereken önemli bir özelliktir.

Dolanık spin durumlarının açığa bağlı genel ifadesiyle beraber; sistem bileşenleri olan I ve II parçacığının spin özdeğerlerinin tüm yönelimler için birbirlerinin negatifi olacak şekilde var oldukları sonucuna varılır. Bu sonucu takiben; spinin her bir yönelimi için aşağıdaki gibi gösterim yapmak mümkün olacaktır.

$$\begin{aligned}
 |\Psi(I, II)\rangle^x &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\leftarrow\rangle|\rightarrow\rangle - |\rightarrow\rangle|\leftarrow\rangle] \\
 |\Psi(I, II)\rangle^y &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|\nearrow\rangle|\swarrow\rangle - |\swarrow\rangle|\nearrow\rangle] \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Spin özelliği ile ilgili durum vektörünün irdelenmesiyle beraber EPR tarafından kullanılan mantık silsilesinin benzerini spin fiziksel özelliğini içeren

Şekil 3.2'deki gibi farazi bir deneyde kullanılabilir. Tekil spin durumundaki kompozit sistemin belli bir T anından itibaren iki adet parçacığa ayrışmasıyla oluşan alt-sistemler üzerinde ölçüm yapılmaktadır.



Şekil 3.2: Spin ölçümünde kullanılan ölçüm aparatlarının uzaysal yerleşimi

Keyfi olarak seçilmiş yönelimlerin durum vektörünün yapısını değiştirmedikini göstermiştik. Deneycinin herhangi bir deneyde parçacıklardan birinin x, y ve z yönündeki spin bileşenlerinden sadece ve sadece birini seçerek ölçüm işlemini gerçekleştirdiği unutulmamalıdır. Sistemin mükemmel zıtkorelasyon göstermesi ölçüm yapılmayan parçacık hakkında da bilgi edinmemizi sağlayacaktır. EPR tarafından ortaya sürülen fiziksel gerçekliğin elemanı olma kriteri sadece I parçacığı üzerinde ölçüm yaparak sağlanmakta ve bu ölçüm işlemi sonucunda II parçacığının spin özelliği, parçacık üzerinde herhangi bir rahatsızlık oluşturulmadan kesin olarak tayin edilmekte. I parçacığının herhangi bir yönelimde spin ölçümü yapıldığında elde edilen ölçüm sonucuna göre $|\Psi(I, II)\rangle$ durum vektörü (3.28) denklemindeki terimlerden birine çökecektir. Tercih edilen yönetime (θ ve φ değerlerine) bağlı olarak sistem durum vektörünün çökeceği hal (ölçüm yapılan I parçacığının spin değerinin pozitif yönde elde edilmesi sonucunda) aşağıdaki gibi olacaktır.

$$|\Psi(I, II)\rangle = |\uparrow \theta, \varphi\rangle^I |\downarrow \theta, \varphi\rangle^{II} \quad (3.30)$$

Çöküme uğrayan durum vektöründen yararlanarak II parçacığının spin değerinin I parçacığının ölçüm sonucunun zıt yönünde açığa çıkması gerektiği bu durum vektörü ile görülebilir. Durum vektörünün sistem tasvirini yansıttığı varsayımından yola çıkarak II parçacığının, I parçacığının ölçümü yapılan yönelimindeki, spin değeri parçacık üzerine rahatsızlık vermeden elde edilmiş oldu.

İlk bakışta spin örneğindeki durumun makro dünyada gerçekleşmesi mümkün bir senaryoya benzetilerek problemin anlaşılmasını kolay hale getirebilir. İki adet topumuzdan oluşan bir sistemi düşünelim. Bu topların renkleri mavi ve kırmızıdır. Elimizdeki bu iki topu gözümüz kapalı bir şekilde farklı zarflara koyup iki ayrı noktaya yerleştirdiğimizi farz edelim. İki ayrı noktadaki zarflardan birini açarak açılmayan diğer zarfın içinde yer alan topun rengini bilebiliriz. Böyle bir durumda herhangi bir sakıncalı durum ya da gizemden bahsetmek doğru olmayacaktır. Fakat mikro-evrende Q.M. tarafından çizilen kurallar yönetimindeki senaryoda durum yukarıdaki klasik örnekten daha farklıdır. Spin örneğinde; z yönünde yazılan sisteme ait durum vektörü diğer yönler için de geçerli olacaktır. Sistemi oluşturan parçacıklardan sadece birisi üzerinde spin ölçümü yapılacaktır. Bu ölçümün hangi yönelimdeki spin değeri için olacağı deneyciye ait bir karardır. Fakat ölçülmeyen parçacık bir şekilde, ölçümü yapılan parçacığın yöneliminin farkına vararak o yöndeki spin bileşenini fiziksel gerçeklik unsuru olarak açığa çıkarmaktadır. Peki, II parçacığı, I parçacığı üzerinde yapılan ölçüm yönünün seçimini aralarında herhangi bir etkileşim olmadan nasıl farkına varabilmektedir ki, bu farkındalığa göre spin bileşenlerinden birini fiziksel realitenin bir elemanı olarak sunabilsin? Ya da I parçacığı üzerinde gerçekleştirilen spin ölçümü nasıl oluyor da II parçacığının hangi yönelimindeki spin bileşen değerinin fiziksel realitenin elemanı olarak açığa çıkabilmesine neden oluyor?

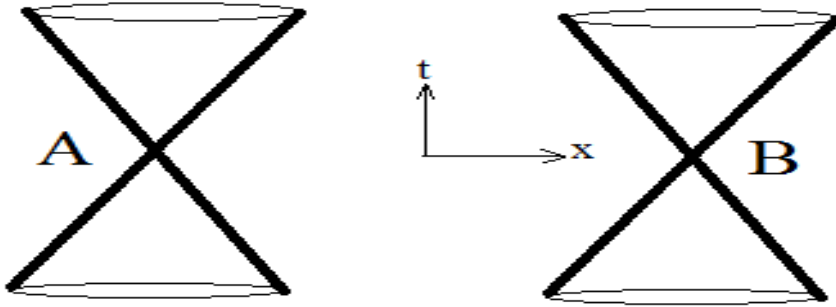
Bir fiziksel teoriden beklenen en önemli özellik fiziksel gerçeklik elemanlarının teori tarafından açık bir şekilde ifade edilebilmesidir. Fakat Q.M formülasyonu tarafından sadece spin değerlerinin zıt korelasyon göstereceğini belirtilmektedir. Parçacıklara ait şahsi spin değerlerinin formülasyon tarafından belirlenebilmesi mümkün değildir. Eğer böyle bir şey mümkün olabilseydi σ_z^I spin operatörünün dolanık hal dalga fonksiyonun özvektörü olması gerekirdi.

$$\sigma_z^I |\Psi(I, II)\rangle \neq a |\Psi(I, II)\rangle \quad (3.31)$$

II parçacığına ait fiziksel gerçeklik elemanlarından sade ve sadece birinin belli bir anda kesin olarak, dalga fonksiyonu yardımıyla elde edilebileceği gerçeğinden yola çıkarak, dalga fonksiyonu tasvirinin fiziksel realitenin her bir elemanına karşılık gelmediği açıkça belli olacaktır. Açık bir şekilde ifade etmek gerekirse II parçacığının fiziksel realite elemanları x, y ve z yönelimindeki spin bileşenleri olmasına rağmen kuantum mekaniği formülasyonu sadece bu yönelimlerden birini temsil etme yeteneğine sahiptir. Daha da vahim olan bir durum ise II parçacığına ait fiziksel gerçeklik elemanının I parçacığında yapılan ölçüme bağlı olarak açığa çıkmasıdır. Fiziksel gerçeklik unsurunun herhangi bir etmene bağlı olmadan bağımsız bir şekilde varlığını sürdürmesi gerekmektedir.

EPR kritiğinin Bohm senaryosunda lokalite özelliğinin ihlal edildiği daha net olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu netliği açıklayabilmek adına sistemin spin durum vektörünün ölçümünden önceki halinin (3.20) ifadesindeki gibi belirtildiğini hatırlayalım. Bu durum vektörüne göre I ve II parçacıklarının spin değerleri herhangi bir yönelimde toplam spin değerini 0 yapacak şekilde karşımıza

çıkılmaktadır. Bu iki parçacık uzayda ayrı noktalar da konumlandırıldığı için aralarında anlık bir etkileşimin gözlemlenmesi mümkün olmayacaktır. Görelilik teorisine göre uzayda ayrı noktalar da gerçekleşmiş fiziksel süreçlerin ışık konileri birbirleriyle sürecin başlangıç anında anlık olarak çakışmamaktadır. Işık konileri ancak ve ancak bu iki fiziksel sürecin gerçekleştiği konumlar arasındaki farkın ışık hızı tarafından katetildiği süre zarfı sonunda çakışmaya başlaması gerekmektedir. A ve B olaylarından faydalanarak ışık konilerinin uzay-zamanda gösterimi Şekil 3.3'deki gibidir.



Şekil 3.3: A ve B fiziksel olaylarının ışık konilerinin gösterimi. Işık konisinin üst kısmı olayın geleceğini, alt kısmı ise olayın geçmişini temsil etmektedir. Koninin başlangıç noktası bahsi geçen olayın gerçekleştiği anı temsil eder. Ayrı noktalar da gerçekleşen A ve B fiziksel olaylarının $t=0$ anında birbirlerini etkilemesi mümkün değildir. Bunun sebebi $t=0$ anında bu iki olaya ait ışık konilerinin birbirleriyle çakışmamasıdır.

Q.M. tarafından spin ölçümünün gerçekleştirildiği bir deneyde ışık konisine ait bu zorunluluğun ortadan kalktığı açıkça görülebilir. Non-lokalite probleminin daha net bir şekilde anlaşılabilmesi için uzayın ayrı noktalarında Alice ve Bob tarafından spin değerlerinin belirlenebilmesi amacıyla kurgulanmış olan senaryoyu düşünelim. Bu düşünce deneyinde sistem durum vektörü tekil halde ($s=0$) bulunmaktadır ve bu durum vektörü sayesinde spin özelliği için zıt korelasyonlarla karşılaşacağımızın farkındayız. Alice tarafından I parçacığı üzerinde spinin z bileşeni yönünde bir ölçüm düzenlendiğini ve değerin + yönde belirlendiğini varsayalım. Alice ve Bob ikilisini aynı anda gören bir üst gözlemci olarak bizler; biliyoruz ki Bob'un spin değeri - yönde belirecek. Fakat Alice ile herhangi bir şekilde iletişim halinde olmayan Bob üzerinde çalıştığı II parçacığının spin değerinin eşit olasılıklarla + ve - yönlerinde olduğunu bilmektedir.

Yukarıdaki senaryoya göre non-lokalite problemi iki farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır. İlk olarak üst-gözlemci olan okuyucular, Alice tarafından yapılan ölçüm işleminin sonucunu öğrendiği anda Bob'un laboratuvarındaki spin özelliğinin değerine ait tanımın anlık olarak değiştiğini fark edeceklerdir. Bu değişimin nedeni uzayda ayrı noktada konumlandırılmış olan Alice laboratuvarından gelmektedir. Üst-gözlemci, yani okuyucu Alice tarafından yapılan bir işlem sonucunun superluminal bir hızla Bob'un laboratuvarına

iletilmiş olması gerektiğini ve bu sayede II parçacığının spin özelliği bilgisini belirlediği sonucuna varacaktır.

İkinci superluminal etki ise Alice'in temel Q.M. bilgisine sahip olduğu varsayılırsa açığa çıkabilecektir. Bahsi geçen dolanıklık özelliği hakkında bilgi sahibi olan Alice kendi laboratuvarında I parçacığının spin değerini ölçerek II parçacığının spin değeri hakkında kesin bir bilgiye sahip olur. Yani; Bob'un laboratuvarında bulunan II parçacığının spin yönelimini belirlemek için, bulunduğu A laboratuvarında ölçüm yaparak kesin bir sonuca varabilir.

I parçacığı üzerinde ölçüm işlemi gerçekleşmeden önce; II parçacığının z yönündeki spin durum vektörünün her iki bileşeni, ölçüm sonucunda $\frac{1}{2}$ olasılıkla açığa çıkacak şekilde temsil edilmekteydi. Fakat I parçacığı üzerinde ölçüm işlemi yapıldığı anda, sanki II parçacığına da bir etki yapılmış gibi durum vektörü tarafından elde edebileceğimiz bilgi değişiyor. Bu değişim I parçacığının z ekseninde yapılan spin ölçüm işlemi sonucunun tam zıttı olacak şekilde karşımıza çıkıyor. Yani I parçacığının spin ölçümünün sonucu $+z$ yönünde belirlenmişse, II parçacığı kendini $-z$ yönünde olacak şekilde ayarlıyor ve önceki durumundan daha farklı bir bilgi açığa sunuyor. I parçacığı üzerinde yapılan bir rahatsızlığın anlık olarak II parçacığını etkilemesi bu iki parçacık arasında bir etkileşme mekanizmasının olmasını gerektirecektir. Bu mekanizmanın doğası günümüzde net bir şekilde anlaşılamamıştır. Fakat iki parçacık arasındaki etkileşimin anlık olması, aralarında ışıktan hızlı fiziksel etkileşimin varlığını gerektirecektir. Bu tarz bir superluminal etki görelilik teorisi tarafından açıkça dışlanmaktadır.

Bohr tarafından, EPR kritiğine cevaben aynı yıl bir çalışma yapılmıştır (Bohr, 1935). Bohr tarafından verilen cevap kesin bir yargıya varmamızı sağlayacak kadar anlaşılabilir değildir (Bell, 1981). Bu cevapta kuantum mekaniksel gözlemlenebilirlerin uyumlu olması aksiyomu kullanılmıştır. EPR tarafından öne sürülen, fiziksel gerçekliğin bir elemanı olma kritiğindeki, sistem üzerinde herhangi bir rahatsızlık vermeden fiziksel niceliği belirleyebilme kıstasını kusurlu bulmuştur. Kuantum mekaniğinin uyumlu olma aksiyomu ile bu kusuru açıklamaya niyetlenmiştir. Bu açıklama deneysel ayarlamaların non-lokalite ile alakalı değil sadece fiziksel niceliklerle alakalı olduğudur. Yani, EPR-Bohm düşünce deneyi göz önüne alınacak olursa, I parçacığının hangi yöndeki spin ölçümünün gerçekleştireceği kararı II parçacığında hangi fiziksel niceliklere haiz olacağını belirleyecektir. Fakat dalga fonksiyonu yardımıyla yine de hangi fiziksel niceliklerin II parçacığına ait realitenin elemanı olacağı belirlenemeyecektir. Bir bakıma bu cevap kuantum mekaniğindeki non-lokal etkileşimlerin kabulüne neden olacaktır ya da dalga fonksiyonu ile tasviri yapılacak sistemin ölçüm aleti olan etkileşiminden doğan mekaniğe bağlı olarak fiziksel realitesi değiştirdiğini kabullenmemize neden olacaktır. Bohr tarafından verilen cevabın tarafımızdan anlaşılabilirdiği kadar özeti; fiziksel sisteme ait realite elemanlarının ölçüm varlığına bağlı olarak açığa çıkması şeklindedir. Bu da ikinci sistemdeki fiziksel realite kümesinin elemanlarını sınırlayıp teoriyi tamamlanmış hale getirebilecek bir sonuç doğurabilir.

Bohr tarafından EPR makalesine verilen cevabın bir diğer dikkat edilmesi gereken noktası ise Bohr'un Kopenhag yorumunu savunmasında kullandığı

dayanak noktasının değişmesi, bir nevi geri adım atması olarak görülebilir. 1935 yılına kadar gerçekleşen tartışmaların tümü Bohr tarafından, fiziksel sistemin tasvirinde açığa çıkan indeterministik yapının nedeninin ölçüm olması temeline dayanmaktaydı. Bu temele kaynak ise Heisenberg tarafından öne sürülen ölçümün fiziksel sistemde bozulmalara (arızalara) yol açacağı fikriydi. EPR tarafından bu düşünce, yani fiziksel sistemin gerçeklik elemanlarının ölçümlerle beraber bozulması demek, sistemin haiz olduğu gerçeklik elemanlarının belirlenememesi demek oluyordu. Fakat 1935 yılında EPR’de açığa çıkan sistem üzerinde bozulma yaratmadan fiziksel gerçeklik elemanlarını belirleyebilme yöntemi ki bu yöntemin kaynağı dolanıklık özelliğidir, bu problemin üstesinden gelmekteydi. EPR makalesine yanıt olarak sunulan Bohr cevabının ardından tartışma kuantum mekaniğinin uygun gözlemlenebilirler kıstası altında devam etti. Bohr tarafından kuantum mekaniğinin Kopenhag yorumunun savunmasında kullanılan gerekçelerdeki bu tarz bir kayma (geri adım atma) soru işaretlerine maruz kalabilir.

Q.M. temellerinde açığa çıkan bu tarz fiziksel fenomen, fiziğin iki önemli teorisini karşı karşıya getirmesi bakımından oldukça büyük önem arz etmektedir. Doğada gerçekleşen bu sürecin açıklanabilmesi kuvvetle ihtimal doğayı anlama yönünde ilerleyen fizik bilimine çok büyük katkılar sunacaktır. Hali hazırda kuantum mekaniksel parçacıklara ait, ayrık noktalarda konumlandırılmalarına rağmen tek bir sistemmiş gibi davranmaları fizik ve mühendislikte bazı yeniliklerin gerçekleştirilebilmesi için kaynak noktası olarak görülmektedir.

EPR ve Bohm tarafından işlenen kritiklerin basamakları birbirlerine denk ve vardıkları sonuç aynıdır. Her iki kritikte kuantum mekaniğine göre uyumlu olmayan gözlemlenebilirlerin iki ayrı sistemde tasviri ile ilgilenmiştir. Ölçüm işlemi sistemlerden sadece biri üzerine uygulanmış bu da diğeri sistemin fiziksel özelliğinin realitenin elemanı olabilme kriterini sağlamıştır. Rahatsızlığa, ölçüme maruz kalmamış sistem üzerinde bazı fiziksel gerçeklik elemanlarının olmasına rağmen bunların kuantum mekaniği formülasyonu içinde açıkça tanımlanamaması nedeniyle dalga fonksiyonu tasvirinin tam olmadığı sonucuna varılmıştır.

4) SAKLI PARAMETRE TEORİLERİ

Kuantum mekaniğinin ilk ciddi eleştirisi olarak karşımıza çıkan EPR ve Bohm kritiklerinin sonucu fizik camiasında tartışmaların alevlenmesine neden oldu. Kuantum mekaniği formülasyonu içerisinde karşımıza çıkan formülasyonun tamamlanmışlığına ait kriterinin ve teorideki lokalite eksikliğinin mutlaka giderilmesi gerektiği EPR makalesinin sonuç kısmında belirtilmişti. Bu manada formalizme ek olarak bazı parametrelerin gelmesiyle beraber tamlik ve lokalite kriterinin sağlanabileceği üzerinde fikirler üretildi.

Tüm bu gizlilik sıfatına rağmen bu parametre klasik termodinamik çerçevesinde gözümüzde canlandırılabilir (Peres, 1993). Bilindiği gibi klasik termodinamik formülasyonunda da olasılıklardan bahsedilip belli istatistiksel yöntemlerle ortalamalar elde edilmektedir. En sık kullanılan örneklerden biri de çevresinden yalıtılmış bir kap içerisindeki gaz moleküllerinin hareketinin ortalama değerler ile ifade edilmesidir. Ortalama değer ifadesinin açığa çıkmasının nedeni sistemi irdelememiz için gerekli olan parametrelerin ve serbestlik derecelerinin muazzam büyüklükte bir bilgi yığını oluşturmalarıdır. Klasik termodinamik formülasyonu ile irdelenen bu gaz moleküllerinin hareketi üzerinde ortalama değerler belirtsek dahi, her bir gaz molekülünün kesin değerlere sahip olduğu bilinmektedir. Kesin bilgiler yerine olasılıklardan, bunun sonucunda da istatistiksel sapmalardan bahsetmemizin tek sebebi gaz moleküllerini tam manasıyla incelemek için gerekli bilgi yığının büyüklüğüdür. İstatistiksel mekanik gözlüğü ile bakıldığında, bu bilgi yığını temsil edebilecek parametre bir saklı parametre olarak düşünülebilir. Fakat aradaki önemli bir fark bulunmaktadır. Q.M. formülasyonunda karşımıza çıkan istatistiksel sapmalara ve olasılıklara sadece topluluk tasvirinde değil, aynı zamanda tek bir parçacığı incelemeye çalıştığımızda bile rastlanmaktadır. EPR tarafından bakıldığında ise saklı parametreler, tek bir parçacığın fiziksel özelliklerine dair sapmalar ve olasılıklar açığa çıkmadan çıkarım yapabilecektir. Bu tarzda bir parametrenin formülasyon içerisine girdirilmesiyle, istatistiksel sapmalardan kurtulup fiziksel özelliklerin kesin değerlerini elde etmek amacı güdülmektedir.

Deneyssel analizde saklı parametrelere atıf verilen nokta dolanık durumun oluşması için iki parçacığın birbirleriyle olan etkileşiminin gerçekleştiği an olarak düşünülebilir. Bu etkileşimin doğası çerçevesinde deneycinin gözlemiyle açığa çıkamayan, fakat parçacıkların birbirlerine belli spin yönelimlerindeki değerlerini aktardığı bir parametre varlığı söz konusu olabilecektir. Bu iki parçacık sanki birbirlerinin gerçek spin değerlerini biliyormuşçasına ve toplam momentum korunumu sağlayacak şekilde değerler açığa çıkarmaktadır. İki parçacık arasında deneyci tarafından gözlemlenemeyecek olan bu etkileşim saklı parametreler sayesinde formülasyon içine girdiriliyor olarak düşünülebilir. Bu etkileşimin eldeki formalizmin içerisinde açıkça belirtilemeyip saklı parametrelere atfedilmesinin sebebi eldeki formülasyon da olabilir.

Saklı parametre teorilerinin öncülü, de Broglie tarafından ortaya atılan daha sonrasında Bohm tarafından matematiksel olarak geliştirilen ve de Broglie-Bohm mekaniği (Kılavuz dalga mekaniği) olarak anılan formülasyondur (Bohm, 1952). Bu formülasyon her bir parçacığın kesin fiziksel özellik değerlerine sahip olduğu

ve her bir parçacığın bir kılavuz dalga öncülüğünde zaman devinimini tamamladığı iddia edilmektedir. Bu iddianın ana kaynağı Schrödinger dalga denkleminin çözümü olan fonksiyonun

$$\Psi = R \exp(iS / \hbar) \quad (4.1)$$

ifadesiyle sunulmasıdır.

Kılavuz dalgalar (R) ile birlikte bir alan tanımı açığa çıkmaktadır. Bu alan belli bir potansiyel enerji değerine sahiptir, parçacıkların hareketi ve özellikleri bu alan yardımıyla beraber tanımlanabilecektir (Belinfante, 1973). Kuantum mekaniği formülasyonun yorumlarından biri olarak kabul edilen bu teori, kuantum mekaniğinin EPR’de bahsi geçen eksikliklerinden bazılarını kapatmıştır. Bohmian mekaniği teorisinin temelini oluşturan düşünce mikro parçacıkların, klasik makro parçacıklar gibi belli bir yörüngeye yani kesin konum ve momentum bilgilerine sahip olduğu varsayımı yatmaktadır. Ayrıca bu varsayım Q.M. öngörülleri ile tutarlı sonuçlar vermektedir. Fakat, lokalite probleminin çözümü adına kısır cevaplar belirtmektedir. Bohmian mekaniği yaklaşımın doğru olacağını göstermek adına Bohm tarafından aşağıdaki üç varsayım yapılmıştır (Bohm, 1952).

- i. Ψ -alanı Schrödinger denklemini sağlamaktadır.
- ii. Parçacığın momentumu $\mathbf{p} = \nabla S(\mathbf{x})$ olarak tanımlanmaktadır
- iii. Parçacığın konumuna ait olasılık yoğunluğu $\rho(\mathbf{x}) = |\Psi(\mathbf{x})|^2 = R^2$ ifadesi ile verilmektedir.

Kılavuz dalgalarla oluşturulan alanın potansiyel enerji kaynağı, kuantum potansiyel olarak anılan yeni bir tür potansiyel olmaktadır.

Yeniden, (4.1) denklemi aracılığı ile yorumlanmış bu dalga fonksiyonunun Schrödinger dalga denkleminde yerine yazılmasıyla beraber sanal ve reel kısımdan oluşan iki adet denklem elde etmiş olunur. Elde edilen eşitlikler aşağıdaki gibidir

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\rho \frac{\nabla S}{m} \right) \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V(x) - \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 \rho}{\rho} - \frac{(\nabla \rho)^2}{2\rho^2} \right] = 0 \quad (4.3)$$

Elde edilen denklemlerin bir yorumu $\hbar \rightarrow 0$ limitinde alacağı hali göz önüne alarak yapılmaktadır. Klasik limitte (4.3) ifadesindeki $S(x)$ Hamilton-Jacobi denkleminin çözümünü sunmaktadır. (ii) varsayımının kullanılmasıyla

beraber parçacığa ait hız, klasik mekanik denklemlerinde olduğu gibi, $v(\mathbf{x}) \equiv \nabla S(\mathbf{x})/m$ şeklinde açığa çıkmaktadır. Aynı $S(\mathbf{x})$ (4.2)'de kullanıldığı zaman olasılığın korunum denklemi elde edilir.

Kuantum mekaniği formalizmine getirilerine dönecek olursak (4.3)'de klasik Hamilton-Jacobi denkleminde ek olarak bir kuantum mekaniksel potansiyel tanımlanmıştır. Klasik potansiyel terimine ek olarak getirilen bu potansiyele ait yapı aşağıdaki gibi geliştirilebilir.

$$V_{\text{quantum}} = -\frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 \rho}{\rho} - \frac{(\nabla \rho)^2}{2\rho^2} \right] = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \quad (4.4)$$

Bohmian mekaniği; kuantum mekaniği ile klasik mekanik arasındaki en büyük farkı ifade eden ve büyük öneme sahip olan klasik yörünge anlayışını canlandırmışsa da lokalite probleminin kaynağının bu potansiyel alan olduğunu dile getirmesi yeterli değildir. Elektromanyetik etkileşimlerin de alan tanımı sayesinde yapıldığını 3.2.2 kısmında dile getirmiştik. Lakin bu etkileşimler mesafeye bağlı olarak ifade edilebilir, ters kare yasasına göre işlemektedirler. Bohm tarafından tanımlanan alanın oluşturduğu Q.M.'sel potansiyel ise mesafeye bağlı olmadan temsil edilmekte. Parçacıklar evrenin en uç noktalarında konumlandırılırsalar bile aralarındaki bu Q.M.'sel potansiyelden kaynaklanan etkileşim her daim sabit kalacaktır. Burada; lokalite probleminin çözümü sunmaması açısından, Bohm mekaniğinin formülasyonu üzerinde uzun uzadıya kalıp esas problemden uzaklaşmaktan kaçınılmıştır.

4.1) Von Neumann Teorisi ve Saklı Parametreleri Eleştirisi

Bohm deneyini düşünecek olursak saklı parametreler yardımıyla elde edilmek istenilen formalizmin getirisi; parçacıkların zıt korelasyon göstereceği gerçeğinin yanında, parçacıkların şahsi spin değerlerinin kesin değerlerle gözlemlenebilmesidir. Fiziksel özelliklerin kesin değerlere sahip olduğu göze alınırsa istatistiksel yapıdan ve de fiziksel özelliklere ait değerlerin sapmalarından kurtulmamız gerekmektedir. Bu mantık ile von Neumann tarafından geliştirilen yoğunluk operatörü formalizmi kullanarak, elde edilmek istenen sonucun imkansız olacağına dair kanıtlama yapmak mümkün olacaktır.

Von Neumann tarafından geliştirilen yoğunluk operatörü formalizmi kuantum mekaniğinde çok parçacıklı sistemlerin incelenmesinde oldukça kullanışlı olması yönünden büyük öneme sahiptir. Yoğunluk operatörünün bazı özelliklerinden ve belli aksiyomlardan yararlanarak saklı parametreler ile beklenen sapmanın açığa çıkmayacağı (olmadığı) kuantum mekaniksel durumun var olamayacağı sonucuna ulaşılabilecektir (Grib and Rodrigues, 1999). Bu amaç doğrultusunda ilk olarak yoğunluk operatörü formalizmini tanıtmak ve irdelenmesi gerekecektir. Önceden de değinildiği gibi, Von Neumann tarafından yapılan saklı parametre teorilerinin eleştirisi yanlış olmasına rağmen, geliştirdiği yoğunluk operatörü formalizmi sayesinde, çok parçacıklı sistemlerin kuantum mekaniksel

incelemesini mümkün hale getirmiştir. Bu anlamda, von Neumann'a ait başarılı çalışma gözden kaçmamalıdır.

4.1.1) Yoğunluk operatörü formalizmi

Kuantum mekaniksel sistemlere ait tasvirin durum vektörü ile yapıldığını ve durum vektörünün süperpoze hallerden oluşacağı, kabul edilen ortodoks yorum tarafından belirtilmişti. Bu tasvire göre kuantum mekaniksel sisteme ait durum vektörü

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^N c_i |q_i\rangle \quad (c_i = \langle q_i | \Psi \rangle) \quad (4.5)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durum vektörü gösteriminde c_i katsayıları sistem durumlarına ait olasılıkları belirlemektedir ve $|q_i\rangle$ durum vektörleri tam ortonormal bir baz küme oluşturmaktadır ($\langle q_i | q_j \rangle = \delta_{ij}$). Yoğunluk operatörü tanımını elde etmek için izdüşüm operatöründen faydalanmamız gerekecektir (Sakurai and Napolitano, 2011).

$$\hat{P}_i \equiv |q_i\rangle\langle q_i| \quad (4.6)$$

Bu operatörün izdüşüm operatörü olarak adlandırılmasının sebebi; etki ettiği durum vektörünün i . bileşenini açığa çıkarmasıdır. Operatörün bu özelliği daha açık bir şekilde durum vektörü üzerine etki ettirildiği zaman görünür hale gelecektir.

$$\hat{P}_i |\Psi\rangle = |q_i\rangle\langle q_i | \Psi \rangle = c_i |q_i\rangle \quad (4.7)$$

Son eşitlikten de görüleceği üzere durum vektörünü oluşturan superpoze hallerden biri üzerine izdüşüm alma işlemini sağlayan operatör, izdüşüm operatörü olarak adlandırılmaktadır. (4.7) denkleminde her iki tarafında i indisleri üzerinden toplamını alırsak; durum vektörünün elde edileceği gözükmemektedir.

$$\sum_i \hat{P}_i |\Psi\rangle = \sum_i c_i |q_i\rangle = |\Psi\rangle \quad (4.8)$$

Elde edilen (4.8) denklemiyle beraber izdüşüm operatörünün bir diğer önemli özelliği karşımıza çıkacaktır.

$$\sum_i \hat{P}_i = \sum_i |q_i\rangle\langle q_i| = \hat{1} \quad (4.9)$$

Bu ifade, sistem tasvirini sunan $|\Psi\rangle$ durum vektörünün tüm bileşenlerinin taranarak hesaplanan izdüşümlerinin toplamının yine sistemin kendisini meydana getireceğini belirtmektedir. Bu koşul; mantık çerçevesinden bakıldığında parçaların toplamının bütünü geçemeyeceği gerçeğini yansıtmaktadır.

İzdüşüm operatörü ile ilgili gerekli tanımlamaları ve irdellemeleri verdikten sonra kuantum mekaniğinin durum vektörü ile verilen formülasyonundan yoğunluk operatörü formalizmine nasıl geçiş yapıldığını incelemek gerekecektir (Redhead, 1989). Durum vektörü ile yapılan formülasyonda fiziksel niceliklere ait olasılık hesabı, bu fiziksel niceliğe karşılık gelen operatörün durum vektörü ile olan etkileşimi aracılığıyla yapılmaktadır. $|\Psi\rangle$ ile temsil edilen sistemin $\hat{Q}$ operatörü ile temsil edilen Q fiziksel niceliğinin ölçüm sonucunda Q_i özdeğerine sahip olmasına dair olasılık hesabı süperpozisyonu oluşturan durumların katsayıları aracılığıyla aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned} p(Q_i)_{\hat{Q}}^{|\Psi\rangle} &= |c_i|^2 = |\langle q_i | \Psi \rangle|^2 = \langle q_i | \Psi \rangle \langle \Psi | q_i \rangle \\ &= \sum_j \hat{P}_j \langle q_i | \Psi \rangle \langle \Psi | q_i \rangle = \sum_j \langle q_j | q_i \rangle \langle q_i | \Psi \rangle \langle \Psi | q_j \rangle \end{aligned} \quad (4.10)$$

Son eşitlikle beraber matematikte matris izi olarak adlandırılan tanım kullanılacak olursa $\left(\sum_n \langle n | K | n \rangle = \text{Tr}(K) \right)$;

$$p(Q_i)_{\hat{Q}}^{|\Psi\rangle} = \text{Tr} \left[|q_i\rangle \langle q_i | \Psi \rangle \langle \Psi | \right] \quad (4.11)$$

Gelinen son denklemden Tr işlemcisi içerisindeki terimleri tanıtmak gereklidir. İlk terim, $|q_i\rangle \langle q_i|$ terimi bahsettiğimiz gibi izdüşüm operatörü olarak anılır. İkinci terim, $|\Psi\rangle \langle \Psi|$ terimi ise sistem tanımlanmasında çok kullanışlı bir araç olan yoğunluk operatörü olarak bilinmektedir. Bu operatör $\hat{\rho}$ ile temsil edilmekte ve sistem durum vektörü ile yapılan tanımlamanın, çok parçacıklı sistemlerde karşılaştığı zorlukları aşabilmektedir. Yoğunluk operatörüne ait bazı özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- i. $\hat{\rho}$ hermitik bir operatördür.
- ii. Pozitif tanımlı bir operatördür. $\langle \Psi | \hat{\rho} | \Psi \rangle \geq 0$
- iii. Kuantum mekaniği durum vektörü formalizminde toplam olasılığın 1 olarak açığa çıkması gerekliliği ile verilen olasılıklar toplamının korunumu ifadesi yoğunluk operatörü temsiliinde

$$\text{Tr}[\hat{\rho}] = 1 \quad (4.12)$$

şeklinde temsil edilmektedir.

Yoğunluk operatörüne ait bu özelliklerin tanımlanması ve olasılık ifadesinin (4.11) denklemindeki gibi elde edilmesini takiben Q fiziksel niceliğine ait beklenen değer ifadesini bulmak amacı doğrultusunda yapılacak olan hesapta, Q_i değerleri ve bu değerlerin ortalama katkılarına sunan $p(Q_i)_{\hat{Q}}^{|\Psi\rangle}$ ifadeleri yer alacaktır. Buna göre, Q fiziksel niceliğinin beklenen değeri için;

$$\begin{aligned}\langle Q \rangle &= \sum_i p(Q_i)_{\hat{Q}}^{|\Psi\rangle} Q_i = \sum_i Q_i \text{Tr} \left[\hat{P}_i \hat{\rho} \right] \\ &= \text{Tr} \left[\sum_i Q_i \hat{P}_i \hat{\rho} \right] = \text{Tr} \left[\hat{Q} \hat{\rho} \right]\end{aligned}\quad (4.13)$$

ifadesini kullanmak mümkün olmaktadır. Son ifade ile beraber herhangi bir fiziksel niceliğe dair beklenen değer ifadesinin yoğunluk operatörü yardımıyla nasıl elde edilebileceğini göstermiş oluyoruz. Von Neumann tarafından tanıtılan bu yoğunluk operatörü ifadesi birçok durumun bir araya gelmesiyle oluşan kompozit sistemlerin tasvir edilmesinde oldukça işlevseldir (Fano, 1957). Bu yönüyle yoğunluk operatörü tanımının naifliği gözden kaçırılmamalıdır.

4.1.2) Von Neumann'ın saklı parametre teorilerini eleştirisi

Saklı parametrelerin formülasyon içine girdirilmesiyle beraber, fiziksel niceliklerin beklenen değerlerine ait kesin öngörülerden bahsedilebilmesi gerekliliği üzerine yoğunlaştığımız zaman, bu tarz bir durumun bazı sakıncalı sonuçlara yol açtığını göstermek mümkündür. Saklı parametreler, kuantum mekaniği formülasyonu içindeki fiziksel niceliklere ait ortalama değerleri ortadan kaldırma amacını gütmektedir. Bu amaç doğrultusunda kuantum mekaniğinde fiziksel niceliklere ait dispersiyonun (sapmanın) gözlemlenmediği durumlarla karşılaşmamız gerekmektedir (Albertson, 1961).

Aslında, saklı parametrelere gerek kalmadan kuantum mekaniği içinde sapmanın gözlemlenmediği bir durumla karşılaşmak mümkündür. Bu durum sadece sistem tanımını oluşturan durum vektörünün, baz durumlarının süperpozisyonundan oluşmadığı zamanlarda gözlemlenebilecektir. Fiziksel niceliklere ait sapma $\sigma(Q)$ $\left(\sigma^2(Q) = \langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2\right)$ ile temsil edilmektedir. Tek bir durum (süperpoze olmayan hal) ile ifade edilen kuantum mekaniksel durumlar için bu değer 0 olacağı açıktır. Fakat, durum vektörü, baz hallerin süperpozisyonundan oluşuyorsa fiziksel niceliklere ait dispersiyonun açığa çıkması kaçınılmazdır. Saklı parametre teorilerinin yardımıyla kuantum mekaniğinin gelmesi istenen nokta ise; süperpoze hallerden oluşan durum vektörünün varlığında dahi fiziksel niceliklere ait sapmanın açığa çıkmamasıdır.

Sapmanın beklenen değerler cinsinden tanımını kullanıp, bu beklenen değer ifadesini yoğunluk operatörü ile beraber temsil edelim. Bu gösterim için izdüşüm operatöründen faydalanabiliriz.

$$\begin{aligned}\sigma(\hat{P}_i) = 0 &\Rightarrow \langle \hat{P}_i^2 \rangle = \langle \hat{P}_i \rangle^2 \\ \langle \hat{P}_i \rangle &= Tr[\hat{P}_i \hat{\rho}] \Rightarrow Tr[\hat{P}_i^2 \hat{\rho}] = Tr[\hat{P}_i \hat{\rho}]^2\end{aligned}\quad (4.14)$$

Beklenen değerini hesaplamak istediğimiz nicelik izdüşüm operatörü de olabilir, birim operatörü de olabilir. Birim operatöre ait beklenen değer 1 olarak açığa çıkması gerektiği bilinmektedir. Bu gerekliliğin kaynağında asıl olarak durum vektörlerinin normalize olması gerekliliği ve toplam olasılığın birden büyük olamayacağı gerçeği yatmaktadır. Kolay anlaşılabilmesi açısından birim operatör ile işlemlerimizi gerçekleştirelim; sapmanın gözlemlenmediği durumlar için aşağıdaki sonucun elde edilmesi gerekmektedir.

$$Tr[\hat{I}^2 \hat{\rho}] = Tr[\hat{I} \hat{\rho}]^2 \quad (4.15)$$

Birim operatörün karesinin, kendisine eşit olduğu bilindiğine göre;

$$Tr[\hat{\rho}] = Tr[\hat{\rho}]^2 \Rightarrow \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle = \langle \Psi | \rho | \Psi \rangle^2 \quad (4.16)$$

olması gerekir. Bu gerekliliğin sonucu olarak $\hat{\rho}$ terimine ait değer ya 0 ya da 1 olması gerekliliği doğmaktadır. 0 olarak elde edeceğimiz sonuç yada çözüm fiziksel bir anlam taşımayacağı için ihmal edilebilir. Elimizde mantıklı olarak kalan çözüm;

$$\hat{\rho} = 1 \quad (4.17)$$

Fiziksel niceliklere ait sapmanın gözlemlenmediği durumlarda karşımıza çıkan bu sonucu irdelemek gerekecektir. Baz durumların süperpozisyonundan oluşan durum vektörü tasvirinde; süperpozisyona giren baz vektörlerinin sayısı n olmak üzere,

$$Tr[\hat{\rho}] = n \neq 1 \quad (n = \dim(H)) \quad (4.18)$$

şeklindedir.

Kuantum mekaniksel sistemin tasvirinde kullanılan Hilbert uzayının boyut sayısı n , $Tr[\hat{\rho}]$ teriminin değerine karşılık gelmiştir. Bu yargıya varmamızın kaynağı; dispersiyon gözlemlenmeyen durumların yoğunluk operatörü formalizmi ile yansıtılması olmuştur. Fakat (iii) varsayımında ifade edilen (4.12) eşitliği ihlal edilmektedir. Kuantum mekaniği formülasyonun ve istatistiksel mekaniğin temel aksiyomlarından biri olan toplam olasılığın birden büyük olamayacağı gerçeğini

çığnediği için sonuç kabul edilebilir değildir. Bu nedenle de, saklı parametreler ile istenilen dispersiyon göstermeyen sistemlerin yoksunluğu bizi saklı parametrelerin olmadığı, olamayacağı sonucuna yönlendirmektedir.

Sonuç olarak; saklı parametreler ile arzu edilen durumun istatistiksel sonuçlardan sıyrılıp kesin sonuçlar elde etmek olduğu düşünülürse, yoğunluk operatörü formalizmi de kullanılarak görülecektir ki, bu yapıdaki bir düşünce sonucunda normalizasyon şartının sağlanmadığı durum açığa çıkacaktır. Sonucu elde etmek amacıyla başlangıç noktası olarak kullandığımız birim operatör beklenen değerinin 1 olması gerekliliği aslında durum vektörlerinin normalize olmasını gerektiren bir şarttır.

$$\langle \Psi | \hat{I} | \Psi \rangle = \langle \Psi | \Psi \rangle = 1 \quad (4.19)$$

Bu şartın sağlanmaması mantıksal olarak kabul edilemez sonuçlara çıkmakta ve toplam olasılığın 1 olması gerekliliğinin geçersiz olmasına yorumlanmaktadır.

Von Neumann tarafından (von Neumann, 1955) varılan bu sonuç saklı parametreler ile ilgili olarak açığa çıkabilecek araştırma alanının önünü tıkamış ve kuantum mekaniği Ortodoks yorumunun zirve noktası olarak görülmüştür. Lakin bu sonuca ulaşırken kullandığı (kendisinin kullandığı işaretlendirmelerin aynısı kullanılarak EK-B de gösterilen) varsayımlardan bazıları tutarsızlık göstermektedir. Bu varsayımlar EK-B’de sunulanlardan **[B’]**, **[I]** ve **[II]** varsayımlarıdır. Bahsi geçen varsayımlar tek bir varsayım altında toplanabilir. Üç varsayımı da kapsayacak olan genelleştirilmiş varsayım “herhangi iki hermitik operatörün lineer gerçel kombinasyonu olarak sunulan gözlemlenebilirlerin beklenen değeri, lineer gerçel kombinasyonun beklenen değerine eşittir” şeklinde ifade edilebilir (Ballentine, 1970).

Bahsi geçen varsayımlar kavramsal olarak anlaşılması kolay olan iki boyutlu Hilbert uzayında temsil edilen spin- $\frac{1}{2}$ parçacığının temsili yardımıyla yanlıştır (Bell, 1966). Bu senaryoda gözlemlenebilir olarak seçilebilecek fiziksel nicelikler $\hat{R} = \sigma_x$ ve $\hat{S} = \sigma_y$ olacaktır. Pauli spin matrisleri ile gösterilen bu nicelikler ± 1 değerlerini alabileceklerdir. Yani; $\langle \hat{R} \rangle = \langle \hat{S} \rangle = \langle \sigma_y \rangle = \langle \sigma_x \rangle = \pm 1$ olası değerleri spin bileşenleri arasında belirlenecektir. İki bileşenin toplamını düşündüğümüz zaman ise $\langle R + S \rangle = \langle \sigma_x + \sigma_y \rangle = \pm \sqrt{2}$ sonucu elde edilir. Bu sonuç yardımıyla da genelleştirilmiş varsayımın hatalı olduğu açığa çıkmaktadır (Mermin, 1993).

Von Neumann tarafından yapılan bu hatalı varsayımların sadece saklı parametreler ile alakalı olarak yaptığı yorumda geçerli olduğunu, yoğunluk operatörü formalizmi için geliştirilmiş ispatın 4.1.1 bölümünde verildiğini unutmamak gerekir (Redhead 1989). Yoğunluk operatörü, çok parçalı sistemlerin kuantum mekaniksel etkileşimlerinin matematiksel olarak rahatça incelenebilir hale getirmiş olması bakımından önemli bir yere sahiptir. Yapılan

hatalı varsayımların ilk farkına varan 1935 yılında Grete Hermann (Hermann, 1999) olsa da 1966 yılında Bell tarafından dile getirilmesi ile hatanın farkına varılabilmektedir (Jammer 1974).

4.2) Bell Teoremi

EPR kritiğiyle beraber açığa çıkan saklı parametre teorilerinin varlığı üzerine yapılan çalışmalara iki yönde tepki verilmiştir. Determinist görüşe sahip olanlar; kuantum mekaniği formalizminin ek parametreler yardımıyla genişletilip lokal gerçekçi teorilerinin oluşturulabileceğini savunmaktadırlar. Diğer bir yandan ise indeterministik görüşü savunanlar; EPR kritiğinde varılan sonucun yanlış olduğunu ve Q.M. formalizminin nihai bir teori olduğu yargısını savunmaktadırlar. Bell; teorik ve felsefi ortamda yürütülen bu tartışmaların deneysel ortamda tartışılabilir olduğunu göstermesi açısından önemli bir işi başarmıştır.

Görüş ayrılıkları arasında hangisinin geçerli olacağına dair soru işaretleri, J.S.Bell tarafından gerçekleştirilen çalışmaya kadar cevaplanabilmiş değildi (Bell 1964). Bell bu çalışmasıyla; kuantum mekaniksel sistemlerde (EPR-Bohm deneyi) lokal gerçekliğin matematiksel eşitsizlik olarak açığa çıkan kısıtlamalar ortaya koyduğunu göstermiştir. Deneysel gelişmeler sonucunda saklı parametrelerin test edilebilir olmasını göstermesi bakımından Bell eşitsizlikleri büyük öneme sahiptir. Bell Teoremi kısaca; kuantum mekaniğinin tüm öngörülleri ile uyumlu olacak şekilde lokal saklı parametre teorilerinin oluşturulamayacağını göstermektedir.

Bell geliştirdiği eşitsizlikler yardımıyla, herhangi bir saklı parametre düşüncesinden elde edilebilecek ve aynı zamanda lokal bir formülasyonun; kuantum mekaniği istatistiksel öngörülleriyle çelişeceğini kanıtlamıştır. Başka bir deyişle saklı parametreler sayesinde EPR kritiklerine göre istenilen tamamlanmış kuantum mekaniği formülasyonunun lokalite özelliğine sahip olamayacağını göstermiştir (Grib and Rodrigues 1999).

4.2.1) Orjinal Bell eşitsizliği

Eşitsizliklerin çıkarımını gerçekleştirmeden önce kullanılacak terimlerin açıkça belirtilmesinde fayda olacaktır. EPR-Bohm deneyinde gerçekleştirilen senaryonun aynısı bu eşitsizliklerin elde edilmesi için de kullanılacaktır. Tekil haldeki spin durumunu meydana getiren iki parçacıklı sistem tasviri ele alınacak ve bu kuantum mekaniksel durumun açısız dönüşüm altında invaryant kalma özelliğinden yararlanılacaktır. Tekil spin durumundaki iki parçacıktan oluşan kuantum mekaniksel sisteme ait tasvirin dönme altında invaryant kaldığını daha önce 3.4 bölümünde göstermiş bulunuyoruz. Eşitsizliklerin elde edilmesinde θ ve ϕ açılarından yararlanmak yerine $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ birim vektörlerini kullanmamız gerekecektir. Bu birim vektörlerin uzayda farklı yönelimlerde olması farklı θ ve ϕ açı değerlerinin ele alındığını gösterir.

İki parçacıktan oluşan tekil spin durumuna ait birinci ve ikinci parçacığın spin bileşen değerleri birim vektörler ve saklı parametreler yardımıyla sırasıyla $A(\hat{a}, \lambda)$ ve $B(\hat{b}, \lambda)$ şeklinde temsil edileceklerdir. Hesaplamalarımızda daha net sonuçlar ve daha kolay sürdürülebilir işlemler yapmak adına parçacıklara ait spin değerlerinin $\pm \frac{1}{2}$ büyüklük değerleri yerine ± 1 büyüklük değerlerini alabileceği düşünülecektir.

EPR kritiğini geliştirmek adına Bohm tarafından irdelenen tekil spin durumunun en önemli özellikleri dönme altında invaryant kalması ve her iki parçacık için aynı yönelimdeki spin ölçümleri gerçekleştirildiğinde zıt korelasyonların açığa çıkmasıdır. Bu anlamda Bell eşitsizlikleri ölçümler arasındaki korelasyon fonksiyonu üzerinde yoğunlaşmaktadır. Kuantum mekaniği formülasyonu açısından her iki parçacık için aynı yönelimde yapılacak, $\vec{\sigma}^1 \cdot \hat{a}$ ile gösterilen I parçacığının ölçüm sonucu ± 1 değerini alması durumunda, $\vec{\sigma}^2 \cdot \hat{a}$ ile temsil edilecek II parçacığının ölçüm sonucu kesin olarak ∓ 1 değerlerini alarak zıt korelasyonlar elde edilmektedir.

Korelasyon kelimesi burada anahtar kelime rolündedir. Özellikle güçlü korelasyonların; açıklanması gereklidir. Uzaysal olarak birbirlerinden ayrık noktalarda gerçekleşen olaylarda açığa çıkacak olan güçlü korelasyonların yalnızca lokal nedenler aracılığı ile anlaşılması mümkündür. Makro boyutta tasarlanabilecek bir senaryo ile daha anlaşılır olmak gerekebilir. Aynı fabrikada, aynı işçiler ve aynı hammadde tarafından üretilmiş bir çift pantolonun cep astarlarını dışardan görülemeyecek şekilde kırmızı (K pantolonu) ve mavi (M pantolonu) olarak iki farklı renkte tasarlanmış olsun. İki farklı şehirde gerçekleştirilecek cep astarlarının renk gözlemi için, gözlem gerçekleştiği anda astarlar arasında anlık bir etkileşimden söz etmek mümkün değildir. Çünkü, başlangıçta sistem tasviri oluşturulurken bu tarzda bir korelasyon oluşturulmuştu. Gözlem yapıldığı anda pantolonların şahsi fiziksel gerçeklik elemanlarını (astar renkleri), mikro-evrende olduğu gibi, sanki gözden geçirip açığa çıkarması gibi bir durum söz konusu değildir. Mikro- evrendeki örneği olan EPR-Bohm deneyinde açığa çıkan korelasyonlar hakkındaki en önemli nokta, bu korelasyonların lokal etkileşimler cinsinden açıklanamaz olmasıdır. Bunun dışında uzayın farklı bir noktasında gerçekleştirilen ölçüm sonucuna bağlı olarak açığa çıkmasıdır.

Saklı parametrelerin istenilen etkiyi gerçekleştirmesi durumunda spin ölçümleri arasındaki korelasyonun dışında, parçacıkların şahsi spin değerlerinin bilgisini elde etmiş olmamız gerekmektedir. Sisteme ait durum vektörü ile sadece korelasyon hakkında bilgi edinmemiz yeterli gözükmemektedir. Lokalite özeliğinin bu senaryo içerisindeki yeri spin ölçümleri sırasında Stern-Gerlach magnetlerinin yönelimlerinin bu magnetlerde gerçekleşen ölçüm sonuçları üzerinde herhangi bir etkisi olamayacağı ile temsil edilmektedir. Bahsi geçen düzenin işlemesi durumunda parçacıkların keyfi yönelimlerdeki şahsi spin değerleri için aşağıdaki gibi çıkarımlar yapmak mümkün olacaktır.

$$\begin{aligned} A(\hat{a}, \lambda) &= \pm 1 \\ B(\hat{b}, \lambda) &= \pm 1 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Bohm tarafından tasarlanan deney düzeneğinde, EPR’de kullanılan lokalite özelliği II parçacığının spin değeri $B(\hat{b}, \lambda)$ ölçüm sonucunun, I parçacığının spin ölçümünde gerçekleştirilecek magnet yönelimi olan $\hat{a}$ yöneliminden bağımsız olarak açığa çıkması olacaktır. Benzer şekilde I parçacığının ölçüm sonucunun da bu bağımsızlığa sahip olması gerekmektedir.

Saklı parametrelere ait olasılık dağılımını $\rho(\lambda)$ olarak temsil edip bu dağılımın normalize olduğunu belirtmek gerekecektir.

$$\int \rho(\lambda) d\lambda = 1 \quad (4.21)$$

Parçacıkların spin bileşenlerinin çarpımının beklenen değeri, $\vec{\sigma}^1 \cdot \hat{a}$ ve $\vec{\sigma}^2 \cdot \hat{b}$, kuantum mekaniksel dolanık durum vektörü tasviri kullanılarak

$$P_{QM}(\hat{a}, \hat{b}) = \langle \vec{\sigma}^1 \cdot \hat{a} \vec{\sigma}^2 \cdot \hat{b} \rangle = -\hat{a} \cdot \hat{b} = -\cos(\alpha) \quad (4.22)$$

şeklinde elde edilecektir (EK-C). Bu sonuçta geçen α açı değeri $\hat{a}, \hat{b}$ yönelimleri arasındaki açı farkı değerine eşit olacaktır. Sonuç olarak; elde edilen birim vektörler çarpımının aralarındaki açıya bağlı olarak ifade edilebileceği gözden kaçmamalıdır. Saklı parametreler kullanılarak bu korelasyon fonksiyonuna ait değer aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P(\hat{a}, \hat{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{b}, \lambda) \quad (4.23)$$

Saklı parametreler yardımıyla elde dilecek bu korelasyon fonksiyonu sadece ve sadece $\hat{a} = \hat{b}$ olması durumunda -1 değerine sahip olacaktır.

$$P(\hat{a}, \hat{a}) = -1 \quad \forall \hat{a} \quad (4.24)$$

$\rho(\lambda)$ dağılımının normalize olması ve (4.20) denklemindeki değerler ışığı altında (4.23) denklemi ile hesaplanmak istenen korelasyon fonksiyonunun -1 değerinden daha küçük değerleri elde edemeyeceği görülmelidir. Böylece;

$$A(\hat{a}, \lambda) = -B(\hat{a}, \lambda) \quad \forall \hat{a}, \lambda \quad (4.25)$$

olması gerekecektir. Bu varsayımdan sonra (4.23) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilecektir.

$$P(\hat{a}, \hat{b}) = - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) A(\hat{b}, \lambda) \quad (4.26)$$

Bu denklemin elde edilmesi sonucunda korelasyon fonksiyonlarının arasındaki farklar incelenecek ve sonuca ulaşabilmek adına bir başka uzaysal

yönelimi ifade eden $\hat{c}$ birim vektörünü işlemlerimize dahil etmek gerekecektir. $\hat{c}$ yönelimini korelasyon fonksiyonuna dahil edip bu korelasyon fonksiyonları arasındaki farkı irdelersek;

$$\begin{aligned}
 P(\hat{a}, \hat{b}) - P(\hat{a}, \hat{c}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{b}, \lambda) - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{c}, \lambda) \\
 &= \int d\lambda \rho(\lambda) \left(A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{b}, \lambda) - A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{c}, \lambda) \right) \left[A(\hat{b}, \lambda) \right]^2 \\
 &= \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) A(\hat{b}, \lambda) \left(-1 - A(\hat{b}, \lambda) B(\hat{c}, \lambda) \right) \\
 &= - \int d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) A(\hat{b}, \lambda) \left(1 + A(\hat{b}, \lambda) B(\hat{c}, \lambda) \right) \quad (4.27)
 \end{aligned}$$

sonucuna varmış oluruz. Bu sonucu elde ederken $\left[A(\hat{b}, \lambda) \right]^2$ teriminin 1 olması gerçeğini kullanarak denklemi bu terimle genişletebildik. Bu eşitlikten yola çıkarak bir eşitsizlik elde edebilmek adına $A(\hat{a}, \lambda) A(\hat{b}, \lambda)$ teriminin alabileceği değer aralığını gözden geçirmek gerekecektir. I parçacığına ait farklı yönelimlerdeki spin bileşen ölçümlerinin sonucunda belirlenecek değerlere ait çarpımlarının +1 ve -1 değerleri arasında olması gerektiği görülmelidir. Böylelikle (4.27) eşitliği bu bilgiye dayanarak bir eşitsizlik halini alabilir.

$$\left| P(\hat{a}, \hat{b}) - P(\hat{a}, \hat{c}) \right| \leq \int d\lambda \rho(\lambda) \left(1 + A(\hat{b}, \lambda) B(\hat{c}, \lambda) \right) \quad (4.28)$$

Eşitsizliğin sağ tarafını saklı parametrelerin normalize olduğu gerçeği ve (4.23) denklemi kullanılarak yeniden yazılabilir.

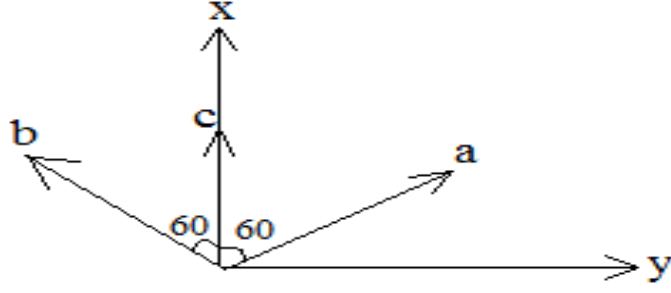
$$\left| P(\hat{a}, \hat{b}) - P(\hat{a}, \hat{c}) \right| \leq 1 + P(\hat{b}, \hat{c}) \quad (4.29)$$

Elde edilen bu son eşitsizlik Bell eşitsizliği olarak bilinmektedir. Bell tarafından saklı parametreler kullanılarak geliştirilen bu eşitsizliğin korelasyon fonksiyonları tarafından sağlanması gerekmektedir. Burada kullanılan korelasyon fonksiyonları saklı parametreler ile istenilen özellikleri sağlanması adına formülasyona girdirilmiş λ parametreleri kullanılarak elde edilmiştir.

Korelasyon fonksiyonunun saklı parametreler ile elde edilip Bell eşitsizliklerini sağlaması öngörülmektedir. Kuantum mekaniği formalizmi ile elde edilen korelasyon fonksiyonunun (4.22) bu eşitsizlikleri ihlal edeceği görülebilir. Bu ihlali göstermek adına kuantum mekaniği kullanılarak elde edilmiş korelasyon fonksiyonlarını (4.29) denkleminde yerine koyarak işlemlerimizi gerçekleştirelim.

$$\left| -\cos(\alpha_{\hat{a}, \hat{b}}) + \cos(\alpha_{\hat{a}, \hat{c}}) \right| \leq 1 - \cos(\alpha_{\hat{b}, \hat{c}}) \quad (4.30)$$

Bu eşitsizlikte kullanılan α açıları, indisleri ile belirtilen yönelimler arasındaki açı değerini sunmaktadır. $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ yönelimleri xy düzleminde olmak üzere Şekil-4.1'de gösterildiği gibi bir ayarlama yapmak mümkün olacaktır.



Şekil 4.1: Bell eşitsizliklerinin ihlali için kullanılan $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ yönelimleri

Bu yönelimleri kullanarak (4.30) eşitsizliği için aşağıdaki gibi bir sonuç elde edilecektir.

$$1 \leq \frac{1}{2} \quad (4.31)$$

4.2.2) Lokalite (non-lokalite) problemi

Gelinen bu noktadan itibaren varılabilecek tek sonuç saklı parametre teorileri Bell eşitsizliklerini sağlarken, kuantum mekaniği öngörülerinin bu eşitsizlikleri ihlal edeceği sonucu olacaktır. Daha açık bir şekilde; kuantum mekaniği formalizmine bazı parametrelerin eklenmesiyle, kuantum mekaniğinin istatistiksel öngörülerini değiştirmeden, lokalite özelliğini sağlayacak bir teori mümkün olamayacaktır. Bu halde sürdürülebilen tek sonuç kuantum mekaniği formülasyonunun ek parametreler sayesinde tamamlanmışlık kritiğini yerine getirebilmesi durumunda bile lokalite özelliğini gösteremeyeceği olacaktır. Kuantum mekaniğiyle yapılan doğaya ait tasvirde non-lokal özellik, yani uzaktan anlık etkileşimlerin varlığı göz ardı edilebilir değildir.

Bell tarafından geliştirilen bu eşitsizliğin lokal saklı parametre teorileri ve kuantum mekaniği arasındaki kısıtlamaları karşılaştırmak adına oldukça büyük öneme sahiptir. Bu çalışmadan önce kuantum mekaniği üzerinde gerçekleştirilen tartışmalar genel anlamda test edilebilir halde değildi. Bell yaptığı çalışmayla beraber bu iki teori arasında bir sınır çizerek (eşitsizlik) tartışmanın deneysel ortamda sürdürülebilmesini sağlamıştır. Ortaya atılan bu eşitsizliklere saklı parametre teorileri öngörülerini uyuyorken; kuantum mekaniği öngörülerini bu eşitsizliğin ihlalini öngörmektedir. Deneysel olarak gerçekleştirilebilecek bazı senaryolarda da eşitsizliğin ihlal edilebileceğini göstermiş oluyoruz.

Bu güne kadar birçok Bell eşitsizliğine benzer eşitsizlik oluşturulabilmiştir. Fakat; (4.29) eşitsizliği ile gösterilen eşitsizlik Bell tarafından elde edilmiş olanıdır. Eşitsizliklerin elde edilip tartışmanın içine bir kıstas olarak girdirilmesi beraberinde birçok deneyinde yapılabilmesine izin vermiştir. Bell tarafından gerçekleştirilen çalışmadan önce yaklaşık 30 yıl teorik, düşünsel alanda gerçekleştirilen kuantum mekaniğinin temellerine ait tartışmanın, yukarıdaki eşitsizliklerle deneysel ortama taşınması çok büyük öneme sahiptir.

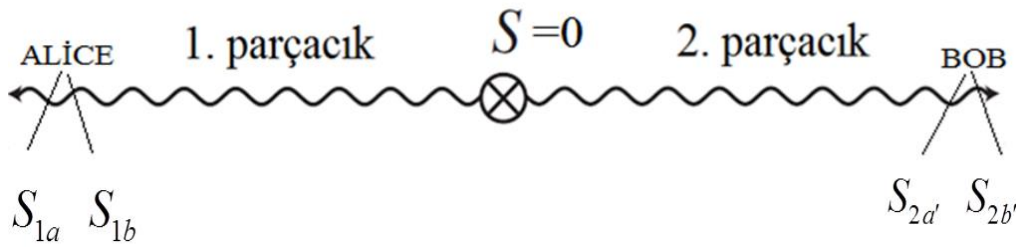
4.2.3) CHSH eşitsizlikleri

Bell tarafından geliştirilen eşitsizliklerin ardılı olarak birçok eşitsizlik türetilmiştir. Geliştirilen eşitsizlikler içerisinde Clauser, Horne, Shimony ve Holt (CHSH) tarafından geliştirilenin önemi büyüktür (Clauser et al., 1969). Bu öneme sebebiyet veren üç neden bulunmaktadır (Clauser and Shimony, 1978). İlk olarak geliştirdikleri analiz yardımıyla gerçek bir sisteme uygulanabilir duruma gelmiştir. İkincisi; o günün teknolojisini bu deneyleri gerçekleştirebilmek adına kullanılabilir hale getirmişlerdir. Ayrıca elektronun spin özelliği yerine, atomik ışımalarla elde edilecek fotonların polarizasyon özelliğini kullanarak gerçekleştirilecek deneyi tanıtır, bu deney için gerekli şartları belirlemişlerdir.

Bu eşitsizlik dört adet foton kullanılarak türetilmiştir. Fotonlar arasındaki korelasyon fonksiyonları kullanılarak hesaplar sürdürülmüştür. Kuantum mekaniği ve lokal gerçekçi teorilerin karşılaştırılması adına açığa çıkacak kıstasa ait deneyin foton polarizasyonu ya da spin özelliği ile gerçekleştirilmesi arasında çok büyük farklar bulunmadığı görülebilir (Auletta, 2001). Bu manada yeni kavramlar aracılığı ile konu bütünlüğünün dağılmasına sebebiyet vermemesi açısından bu eşitsizlikleri daha önceki bölümlerde göz önüne aldığımız koşulları kullanarak sürdürüyoruz.

Bu amaç doğrultusunda EPR-Bohm düşünce deneyini aşağıdaki senaryo ile göz önüne almak gerekecektir. Planlanan deneyde parçacıklara ait spin değerlerinin ± 1 değerlerini alabileceği düşünülmektedir. Yani etkileşime girdikten sonra ayırık noktalarda konumlandırılacak parçacıkların spin değerleri ± 1 olan parçacıklar olduğu bilinmektedir. Buradan hareketle CHSH eşitsizliğini elde etmek için sürdüreceğimiz işlemler daha net ve anlaşılır bir şekilde açıklanabilir.

Daha önce üzerinde durulduğu gibi, iki parçacığın etkileşmesiyle oluşan dolanık durumlar kullanılarak deney gerçekleştirilecektir. I ve II parçacığının etkileşmesiyle oluşan sistemin spin durumu tekil hal olarak adlandırılan ve zıt-korelasyon gösteren durumda bulunacaktır. I ve II parçacığının uzayın ayırık bölgelerinde spin ölçümlerinin yapılması öngörülmektedir. Bu ölçümler I parçacığı için Alice tarafından, II parçacığı için Bob tarafından gerçekleştirilecektir. Spin ölçümlerinin yapılabilmesi için Stern-Gerlach magnetleri kullanılırken, foton polarizasyon ölçümleri için polarizör kullanılabilir.



Şekil 4.2: EPR-Bohm deneyinin CHSH eşitsizliğini elde etmek için düzenlenişi. a,b ve a',b' yönelimleri kendi aralarında birbirlerine dik olacak şekilde ayarlanacaktır.

Alice ve Bob tarafından gerçekleştirilecek spin ya da polarizasyon ölçümlerinde; Alice a ve b yönelimlerinden sadece birini seçerek ölçebilecek, böylece de kuantum mekaniği öngörülerinin doğru olduğu varsayımını kullanabilecektir. Yani; kuantum mekaniği formülasyonunda karşımıza çıkan tek bir parçacığa ait dik spin bileşenlerinden sadece birini deneysel olarak belirleyebilme kısıtlamasını kullanılmaktadır. Daha açık bir şekilde ifade etmek gerekirse, Alice I parçacığının a ya da b bileşenlerinden sadece birini benzer olarak Bob II parçacığının a' ya da b' bileşenlerinden sadece birini ölçebilecektir. Dikkat edilmesi gereken nokta a ve b (a' ve b') yönelimlerinin birbirleri arasında dik olması gerekliliğidir. İki ayrı konumda olan a ve a' (b ve b') yönelimleri arasındaki açı değerleri farkı Alice ve Bob tarafından Stern-Gerlach mıknatıslarının ya da polarizör yönelimlerinin ayarlanmasıyla istenilen değeri alabilir.

Sadece kuantum mekaniği formülasyonu kullanılarak geline bu noktadan itibaren saklı parametreler ile elde edilmek istenen formülasyonun özelliklerini kullanmak gerekecektir. Kuantum mekaniği teorisi sadece, parçacıklara ait spin değerlerinin zıt korelasyonlar gösterecek şekilde karşımıza çıkması gerektiği bilgisini sunmaktadır. Parçacıklara ait spin özelliğinin ya da foton polarizasyonun fiziksel realiteye ait bir eleman olduğu zıt korelasyonların varlığından yararlanılarak gösterilebilir. Bu anlamda parçacıklardan biri üzerinde ölçüm gerçekleştirerek diğer parçacığın spin değerini ya da polarizasyonunu ölçüm yapmadan (sistem üzerinde rahatsızlık yaratmadan) kesin bir yargı ile öngörebileceğiz. Bu da EPR tarafından ortaya atılan realitenin bir elemanı olabilme kriterinin spin özelliği ve polarizasyon tarafından açıkça sağladığını göstermektedir. Fakat, kuantum mekaniği formülasyonunda iki dik yönelimde sunulan spin bileşenleri eş zamanlı bir realiteye sahip olamayacaklardır. Çünkü bu dik spin bileşenlerine karşılık gelen operatörler yer değiştirme özelliği göstermemektedir. Benzer durum foton polarizasyonu için de geçerlidir. Saklı parametrelerin etkisi ile realitenin elemanı olmasına rağmen eş-zamanlı olarak değer almaları mümkün olmayan bu iki fiziksel niceliğin kesin değerlere sahip olması beklenecektir. Bu amaçla formülasyona girdirilecek saklı parametreler aşağıdaki gibi kesin spin değerlerinin ölçümden önce ve sonra, ölçüme bağlı olmadan açığa çıkması gerekecektir. Alice ve Bob tarafından gerçekleştirilen ölçüme bağlı olmadan sisteme ait durum vektörü ve saklı parametre λ tarafından gerçekleştirilecek tasvir aracılığıyla sistemi oluşturan parçacıklara ait spin değerlerinin aşağıda belirtilen ifadelerdeki gibi belirlenmesi gerekecektir.

$$\begin{aligned} S_{1a} &= f(\Psi, \lambda) = \pm 1 & S_{1b} &= f(\Psi, \lambda) = \pm 1 \\ S_{2a'} &= f(\Psi, \lambda) = \pm 1 & S_{2b'} &= f(\Psi, \lambda) = \pm 1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Dolanık sisteme ait spin özelliklerin fiziksel bir gerçekliğe ait eleman olduğu vurgusunu yaptıktan sonra; bu özelliklere ait değerlerin ölçümlerden, çevreden ve parçacıkların üzerine yapılacak herhangi bir etkiden bağımsız olarak her daim kesin bir matematiksel değere sahip olması gerekecektir. Parçacıkların alabileceği spin değerleri ± 1 olduğuna ve bu değerlerin fiziksel bir gerçekliği yansıttığı bilindiğine göre bu değerlerin matematiksel olarak toplamından ve farkından da bahsetmek mümkün olacaktır.

$$\begin{aligned} S_{1a} + S_{1b} &= 0, \pm 2 \\ S_{1a} - S_{1b} &= 0, \pm 2 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Spin değerlerinin bu şekilde toplanıp çıkarılması sayesinde, spin özelliklerine ölçüm varlığından bağımsız olarak ± 1 gibi bir değer ataması mümkün kılınmıştır. (4.33) eşitliğinde Alice'e ait laboratuvarında bulunan I parçacığının iki dik spin bileşenlerinin farkı ya da toplamı ölçümlerin varlığından bağımsız olarak $0, \pm 2$ olacak şekilde açığa çıkmaktadır.

EPR kritiklerinde yer alan tamamlanmışlık kriterini yukarıdaki argümanla yerine getirdikten sonra, saklı parametre teorilerin sağlaması gereken lokalite kriterini irdelemek gerekecektir. Tarif edilen düşünce deneyinde lokalite; Alice ve Bob tarafından elde edilmiş ya da elde edilebilecek sonuçların birbirlerinin laboratuvarındaki sonuçlardan etkilenmeden açığa çıkması olacaktır. Yani Bob tarafından belirlenecek II parçacığının spin değeri; Alice'in laboratuvarında gerçekleştirilen ya da gerçekleştirilmiş ölçümlerden bağımsız olarak açığa çıkmalıdır. Bu anlamda II parçacığına ait spin özelliklerinin matematiksel değerini temsil eden $S_{2a'}$, $S_{2b'}$ değerleri (4.33) denklemlerine aynı etkileri göstermelidir. Matematiksel olarak bu etki çarpma işlemi kullanılarak gösterilebilir.

$$\begin{aligned} (S_{1a} + S_{1b})S_{2a'} + (S_{1a} - S_{1b})S_{2b'} &= \pm 2 \\ S_{1a}S_{2a'} + S_{1b}S_{2a'} + S_{1a}S_{2b'} - S_{1b}S_{2b'} &= \pm 2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$S_{2a'}$ ve $S_{2b'}$ çarpanları Alice tarafından gerçekleştirilen ölçümden bağımsız olarak her iki denkleme de benzer etkiyi göstermesi (4.34) denklemi ile sağlanacaktır. Bu denklemle beraber açıkça görülecektir ki; Alice laboratuvarı konumunda gerçekleştirilen I parçacığının spin ölçümünden bağımsız olarak, Bob laboratuvarında gerçekleştirilen II parçacığının spin değerleri açığa çıkabilecektir.

Bu senaryonun bir defa gerçekleştirilmesi sonucunda (4.34) denklemi ± 2 değerlerinden birine eşit olurken birden çok basamaktan oluşan işlemlerin ortalaması -2 ve $+2$ değerleri arasında olabilecektir. Buna göre; saklı parametrelerle elde edilmek istenilen teorinin EPR-Bohm deneyinde geçerli olacak korelasyon fonksiyonlarına ait öngörülleri aşağıdaki eşitsizliği sağlayacak şekilde açığa çıkmaktadır

$$-2 \leq \langle S_{1a}S_{2a'} + S_{1b}S_{2a'} + S_{1a}S_{2b'} - S_{1b}S_{2b'} \rangle \leq +2 \quad (4.35)$$

Bell-CHSH eşitsizliği olarak anılan eşitsizlik; (4.35) eşitsizliğidir.

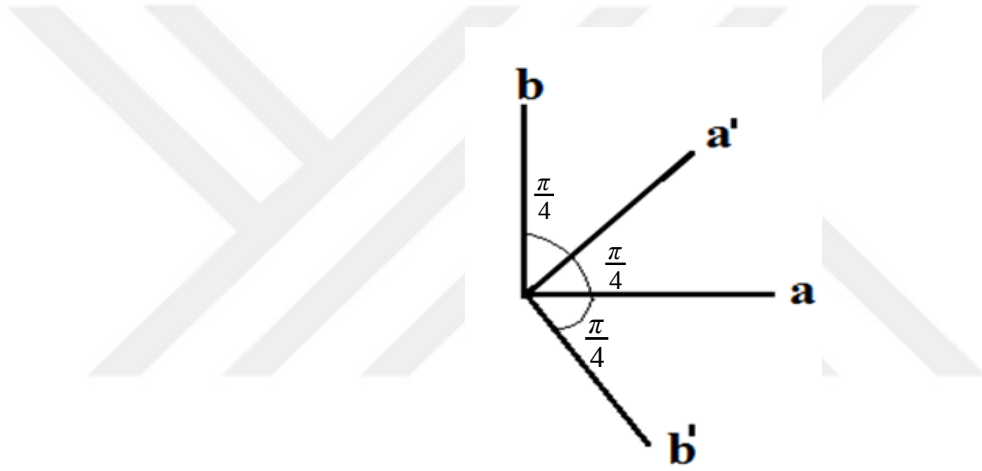
Kuantum mekaniği formalizmi kullanılarak elde edilecek korelasyon fonksiyonlarının matematiksel değeri EK-C'de sunulmuştur. α açıları alt indislerinde gösterilen spin yönelimleri arasındaki açı değerleri göstermek üzere; (4.35) denklemindeki korelasyon fonksiyonlarını kuantum mekaniği

formülasyonunu kullanarak elde etmek gerekirse aşağıdaki gibi bir eşitlik elde edilecektir.

$$\left| \langle S_{1a}S_{2a'} + S_{1b}S_{2a'} + S_{1a}S_{2b'} - S_{1b}S_{2b'} \rangle \right| = \left| -\cos \alpha_{aa'} - \cos \alpha_{ba'} - \cos \alpha_{ab'} + \cos \alpha_{bb'} \right| \quad (4.36)$$

a, a' ve b, b' yönelimlerinin kendi arasında dik olma şartını sağlayan yönelim ayarlamasının yapılması mümkündür. Açıların ayarlanması, spin ölçümü için Stern-Gerlach magnetlerinin ve polizörlerin istenilen yönelimde çevrilmesiyle gerçekleştirilebilir. Böyle bir uzaysal yerleştirme için açı değerleri aşağıdaki gibi elde edilebilir.

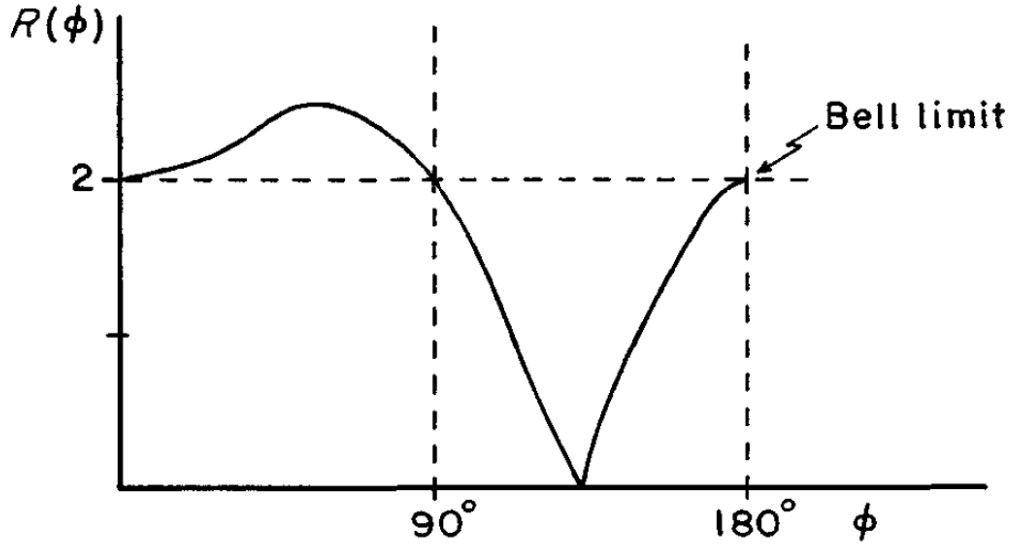
$$\alpha_{ab} = \alpha_{a'b'} = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_{aa'} = \alpha_{ba'} = \alpha_{ab'} = \frac{\pi}{4}, \quad \alpha_{bb'} = \frac{3\pi}{4} \quad (4.37)$$



Şekil 4.3: Kuantum mekaniği formülasyonu tarafından Bell-CHSH eşitsizliklerin ihlal edildiğini göstermek amacıyla kullanılacak spin yönelimlerin açısal oryantasyonları

Açı değerlerinin (4.36) denkleminde yerine yazılmasıyla korelasyon fonksiyonları toplamının $2\sqrt{2}$ şeklinde açığa çıkacağı görülebilir. Bu da bize lokal gerçekçi teoriler ile, kuantum mekaniği formülasyonu arasındaki farkın net bir şekilde açığa çıktığını gösteren sonuçtur. Kuantum mekaniği formülasyonu Bell-CHSH eşitsizliklerinin, (4.35) denklemi, ihlalini öngörmekte iken; saklı parametreler ile elde edilmesi planlanan lokal gerçekçi teorilerin bu eşitsizliklere uygun öngörülerde bulunması gerekir.

4.37'deki açı değerleri dışında hangi açı değerlerinde bu eşitsizliklerin sağlandığı ya da ihlal edildiği Şekil 4.4 yardımıyla incelenebilir.



Şekil 4.4: Bell-CHSH eşitsizliklerindeki korelasyon fonksiyonlarının, açığa bağlı olarak eşitsizliğe verdiği cevap (Cushing, 1998)

Bell-CHSH eşitsizlikleri ile beraber deneyler büyük önem kazandı. Literatürde de bir çok yerde bu deneylerle ilgili gerekli bilgilere ulaşmak mümkündür (Redhead, 1989), (Selleri, 1988). Clauser ve arkadaşları tarafından (Freedman and Clauser, 1972) başlayan deneyler günümüze kadar gelişerek devam etmiştir. Deneysel yöntemlerin, teknoloji yardımıyla gelişimi kronolojik olarak ilerleyerek bu deneylerdeki boşlukların (loophole) kapanmasını sağlamıştır. Eşitsizliğin ihlal edilip edilmediğine dair bir yargıya varabilmek için deney boşluklarının kapanması günümüze kadar sürmüştür (Hensen et al., 2015). Deneylerden elde edilen genel görüş doğanın lokal gerçekliğe sahip olmadığı yönünde yorumlanmıştır (Aspect, 2015).

5) SONUÇ

Q.M. temellerindeki soru işaretlerinin, formalizminin oluşturulmasının hemen ardından yeşermesine rağmen, günümüzde açıkça ve herkesin anlayabileceği cevaplar açığa çıkaramamıştır. Lokalite probleminin çözümü olabilecek cevap(lar) daha genel bir teorinin varlığına işaret ederek ve doğayı daha yakından tanımamızı sağlayacaktır.

Öncelikle; Q.M. temellerinde süren tartışmaların sebebi olan eleştirilerin, teorinin istatistiksel varsayımlarını hedef aldığı yanlışlığına düşülmemelidir. Aksine Q.M. teorisinin eksiklerini kapatması gereken, kapsamlı bir teorinin mutlaka Q.M. deneysel öngörülerini sağlaması gerekir. Bu manada Q.M. teorisinin doğruluğu, yani insan deneyimi olan deneyler ile olan uyumu, inkar edilmemektedir. Bunun aksine, tartışma konusu olan konu; teorinin doğayı tamamlanmış bir şekilde tasvir edip edemeyeceğidir. Teorinin tamamlanmışlığı ile doğruluğu arasındaki farkın net bir şekilde anlaşılması, tartışmaları kavramak açısından büyük önem arz etmektedir. Bu anlamda doğruluk ve tamamlanmışlık yargıları arasındaki en önemli farkın insan deneyimi olduğunu belirtmek gerekir. Doğruluk tamamen insan deneyimi ile beraber sonuca varılabilen bir yargıdır. Tasvirin tam olup olmadığına dair yargı ise insan deneyiminden bağımsız olan doğadaki fiziksel gerçekliklerin, teorinin formülasyonu tarafından açıkça belirtilip belirtilmediğiyle ilgilenir.

Q.M teorisinin mikro evren tasvirinin tam olup olmadığına dair soru işaretlerinin oluşmasına neden olan çalışmayla beraber (EPR) mikro evrende karşımıza çıkan “dolanıklık” özelliği mühendisliğin ve kuantum optik uygulamalarının anahtarı konumundadır. Dolanıklık özelliğinin mühendislik alanındaki uygulamalarının yanında, bazı garip sonuçları beraberinde açığa çıkarmıştır. Deneyden ve herhangi bir etmenden bağımsız olması gereken fiziksel realiteye ait temel özellikleri ve doğadaki etkileşimlerin neden sonuç ilişkisine bağlı olarak gelişen sürecini kökten değiştireceği görülmektedir.

Dolanık parçacıklar arasında açığa çıkan korelasyonlar bu tartışmalarda büyük öneme sahiptir. Lokalite probleminin asıl sebebi korelasyonları açıklamaya ehil fiziksel bir etkileşimin, bilinen uzay-zaman geometrisi aracılığıyla tasvirinin mümkün olmamasıdır. Bu tarz bir etkileşim, mekanik manada bir etkileşim olmasa bile, en azından iki farklı bölgede açığa çıkacak fiziksel realite elemanlarının belirmesinde etkin rol oynamalıdır. Klasik fizik alanında karşımıza çıkan; kütleler arasındaki etkileşimler kütle çekim teorisi, elektriksel yüke sahip olan parçacıklar arasındaki etkileşimler ise elektromanyetik teori ile ifade edilebilmektedir. Bu tarz klasik etkileşimler mesafeye bağlı olarak ifade edilebilirken Q.M tarafından dolanık durumlar arasındaki etkileşimler mesafeye bağlı olarak tasvir edilememektedir. Klasik etkileşimleri göz önüne aldığımızda mesafeye bağımlılık etkileşimlerin çoğunun örnek olarak ters kare yasasına riayet etmesiyle açıklanabilir. Ayrıca klasik etkileşimler birçok parçacık arasında açığa çıkarken, kuantum mekaniğine ait etkileşim sadece iki özel parçacık arasında gerçekleşmektedir. Mesafeye bağlı olmayan ve özel iki parçacık arasında gerçekleşen bu anlık etkileşimler, lokalite probleminin temelini oluşturmaktadır.

Q.M. karşımıza çıkan etkileşimlerden ve gerçekleştirilen deneylerden yola çıkarak doğanın lokalite özelliğine sahip olup/olmadığı yargısına varmak devam eden tartışmaların sonucu olarak görülmemelidir. Varılan bu yargıya yapılan eleştirinin birkaç nedeni bulunmaktadır. İlk olarak, deneylerin, doğanın (ya da mikro-evrenin) lokalite özelliğine sahip olmadığı şeklinde yorumlanması bu alanda daha derin çalışmalar yaparak, doğanın bu yönünü de açıkça tasvir edilmesini gerektirir. Fakat günümüze kadar devam eden ve sonucunda doğaya ait lokalite problemine çözüm sunmayı amaçlayacak çalışmaların bu sonuçla beraber önemi daha da artmaktadır. İkinci olarak; deneyler vasıtasıyla Einstein ve Bohr arasındaki tartışmaların kapandığını ve Q.M. formülasyonun mikro evrene dair nihai bir tasvir sunduğunu savunmak (yani Bohr'un taraftarlığını yapmak) bu ikili arasında geçen tartışmalarla alakalı olmayabilir. Nedeni ise; 1935 yılındaki EPR makalesinde mikro evrendeki konum ve momentum fiziksel özellikleri üzerinden eleştiriler gerçekleştirilirken, günümüzde gerçekleştirilen deneyler fotonlar yada spinler üzerinden yürütülmektedir. Özellikle spinlere ait bağlamsallık (contextuality) sorununun bu deneylerde göz önüne alınmaması bu düşüncenin temel sebebidir (Kupczynski, 2016). Bağlamsallık problemi, Einstein ve Bohr arasında gerçekleşen tartışmalar sırasında, henüz gözler önüne serilmediği için tartışmaya tarafgir yaklaşmak doğru olmayacaktır.

2015 yılında yayınlanan daha gelişmiş ve boşluğu olmadığı iddia edilen deneylerin (Giustina et al., 2015) sonuçlarına ait analizler için yeteri kadar zaman geçmediği ve karmaşık deneylerden meydana gelmesi nedeniyle kesin yargılara varmak hatalı olacaktır. Tabii bu deneyler non-lokaliteyi kesin olarak teyit ediyor gözükse bile, bunun nasıl gerçekleştiğini izah eden bir fizik teorisi şu an için elde mevcut değildir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Albertson, J.**, 1961, Von Neumann's hidden-parameter proof., *American Journal of Physics*, 29(8), 478-484 pp.
- Aspect, A.**, 2015, Closing the door on Einstein and Bohr's quantum debate. *Physics*, 8, 123 p.
- Auletta, G.**, 2001, Foundations and Interpretation of Quantum Mechanics, World Scientific Publishing, London, 981 p.
- Auletta, G., Fortunato, M. and Parisi, G.**, 2013, Quantum Mechanics, Cambridge University Press, New York, 724p.
- Ballentine, L.E.**, 1970, The statistical interpretation of quantum mechanics, *Reviews of Modern Physics*, 42(4), 358–381 pp.
- Belinfante, F.J.**, 1973, A Survey of Hidden Variables Theories, Pergamon Press, New York, 355 p.
- Bell, J.S.**, 1964, On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics*, 1(3), 195–200, pp.
- Bell, J.S.**, 1966, On the Problem of the Hidden Variables in Quantum Mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 38(3), 447–452 pp.
- Bell, J.S.**, 1981, Bertlmann's socks and the nature of reality, *Le Journal de Physique Colloques*, 42(C2), 41–62 pp.
- Bohm, D.**, 1951, Quantum Theory, Dover Publications, New York, 646 p.
- Bohm, D.**, 1952, A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables. I. ,*Physical Review*, 85(2), 166–179 pp.
- Bohr, N.**, 1935, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Physical Review*, 48(8), 696–702 pp.
- Bransden, B.H. and Joachain, C.J.**, 2000, Quantum Mechanics, Pearson Education Limited, New York, 803 p.
- Clauser, J.F., Horne, M.A., Shimony, A., and Holt, R.A.**, 1969, Proposed experiment to test separable hidden-variable theories. *Physics Letters A*, 23(15), 880–884 pp.
- Clauser, J.F. and Shimony, A.**, 1978, Bell's theorem. Experimental tests and implications. *Reports on Progress in Physics*, 41(12), 1881–1927 pp.
- Cushing, J.T.**, 1998, Philosophical Concepts in Physics V.2, Cambridge University Press, Cambridge, 424 p.
- d'Espagnat, B.**, 1979, The Quantum theory and reality, *Scientific American*, 241(5), 158–181 pp.
- d'Espagnat, B.**, 1999, Conceptual Foundations of Quantum Mechanics, Perseus Books, Massachusetts, 301 p.
- Dirac, P.**, 1958, Generalized Hamiltonian Dynamics, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 246(1246), 129-148 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N.**, 1935, Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical Review*, 47(4), 777–780 pp.
- Fano, U.**, 1957, Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques, *Reviews of Modern Physics*, 29(1) 74-93 pp.
- Freedman, S.J. and Clauser, J.F.**, 1972, Experimental test of local hidden-variable theories. *Physical Review Letters*, 28(14), 938–941 pp.
- Green, H.S.**, 1965, Matrix Mechanics, P. Noordhoff, Groningen, 118 p.
- Grib, A.A. and Rodrigues, W.A.**, 1999, Nonlocality In Quantum Physics, Springer Science, New York, 225 p.
- Griffiths, R.B.**, 2003, Consistent Quantum Theory, Cambridge University Press, Cambridge, 391 p.
- Giustina, M., Versteegh, M.A.M., Wengerowsky, S., Handsteiner, J., Hochtner, A., Phelan, K., Steinlechner, F., Kofler, J., Larsson, J., Abellan, C., Amaya, W., Pruneri, V., Mitchell, M.W., Beyer, J., Gerrits, T., Lita, A.E., Shalm, L.K., Nam, S.W., Scheidl, T., Ursin, R., Wittmann, B. and Zeilinger, A.** 2015, Significant-loophole-free test of bell's theorem with entangled photons, *Physical Review Letters*, 115(25), 1–7 pp.
- Hensen, B., Bernien, H., Dreau, A.E., Reiserer, A., Kalb, N., Blok, M.S., Ruitenberg, J., Vermeulen, R.F.L., Schouten, R.N., Abellan, C., Amaya, W., Pruneri, V., Mitchell, M.W., Markham, M., Twitchen, D.J., Elkouss, D., Wehner, S., Taminiau, T.H. and Hanson, R.**, 2015. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. *Nature*, 526, 682–686 pp.
- Herman, G.**, 1999, The Foundations of Quantum Mechanics. *The Harvard Review of Philosophy*, 7(1), 35–44. pp
- Jammer, M.**, 1974, The Philosophy of Quantum Mechanics, John Wiley and Sons, USA, 536 p.
- Kupczynski, M.**, 2016, Can Einstein with Bohr Debate on Quantum Mechanics Be Closed ? , 1–12 pp. ([arXiv:1603.00266v2](https://arxiv.org/abs/1603.00266v2))
- Maudlin, T.**, 2014, What Bell did, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 47(42), 4010 p.
- Mermin, N.D.**, 1993, Hidden variables and the two theorems of John Bell. *Reviews of Modern Physics*, 65(3), 803–815 pp.
- von Neumann, J.**, 1955, Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, Princeton University Press, Princeton, 445 p.
- Peres, A.**, 1993, Quantum Theory: Concepts and Methods, Kluwer Academic Publishers, New York, 446 p.
- Redhead, M.**, 1989, Incompleteness, Nonlocality, and Realism, Clarendon Press. Oxford, 191 p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Reichenbach, H.**, 1944, *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, University of California Press, Berkeley, 208. p.
- Rosenfeld, L.**, 1983, *The Einstein-Podolsky-Rosen Paper*, 137 p., *Quantum Theory and Measurement*, J. A. Wheeler and W. H. Zurek, (Eds.) Princeton University Press, Princeton, 811 p.
- Sakurai, J.J. and Napolitano, J.**, 2011, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Boston, 550 p.
- Schrödinger, E.**, 1926, An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules, *Physical Review*, 28(6), 1049–1070 pp.
- Schrödinger, E.**, 1935, The present status of quantum mechanics, *Die Naturwissenschaftenturwissenschaften*, 23(48), 1–26 pp.
- Selleri, F.**, 1988, *Quantum Mechanics Versus Local Realism*, Springer Science+Business Media, New York, 461 p.
- Selleri, F.**, 1989, *Quantum Paradoxes and Physical Reality*, Kluwer Academic Publishers, London 373 p.
- Vella, D.J.R.**, 2002, Hidden variables: the end of the road for quantum mechanics? *Physics Essays*, 15(2), 211–229 pp.

ÖZGEÇMİŞ

1990 İzmir doğumlu. İlk ve orta öğrenimini İzmir’de tamamladı. 2008 yılında Karşıyaka Gazi Lisesi’nden, 2013 yılında Ege Üniversitesi Fizik bölümünden mezun oldu. 2013 yılında Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Nükleer Fizik Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine ve 2015 yılında Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İş Güvenliği Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine başladı.



EKLER

Ek-A	Schmidt Ayrışımı
Ek-B.	V. Neumann Tarafından Geliştirilen Saklı Parametrelerin İmkansızlığına Ait Kanıtın Varsayımları
Ek-C	Spin Korelasyon Fonksiyonlarının Kuantum Mekanîği Formülasyonu Kullanılarak Elde Edilmesi



Ek-A

SCHMİDT AYRIŞIMI

A ve B gibi yalın durumların birleşiminden oluşan kompozit sistemin, dolanık yada ayrılabilir durumu meydana getireceği Schmidt Teoreminin yardımı ile belirlenebilir. (Auletta et al. 2013)

$|\Psi\rangle$ dalga fonksiyonu $H_A \otimes H_B$ uzayında kompozit sistemi tasvir eder. Bu dalga fonksiyonu için H_A uzayında tanımlı $|n_i\rangle^A$ ve H_B uzayında tanımlı $|m_i\rangle^B$ ortonormal baz dalga fonksiyonları kullanılarak kompozit sistem tasviri gerçekleştirilebilir.

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^j k_i |n_i\rangle^A \otimes |m_i\rangle^B \quad (\text{A.1})$$

Bu ifadede j kompozit sistem uzaylarından küçük boyutlu olanının boyut sayısı olmaktadır. Aynı zamanda k_i katsayıları aşağıdaki ifadeyi geçerli kılmaktadır.

$$\sum_{i=1}^j k_i^2 = 1 \quad (\text{A.2})$$

Pozitif katsayıların sayısı Schmidt numarası N_s olarak adlandırılırsa kompozit sistem durumunun dolanık olup olmadığı ile ilgili bir kıstas tanımlanabilir. Eğer ki k_i katsayılarından birden fazlası sıfırdan farklı bir sayıya denk geliyorsa $N_s > 1$ olur, bu sonuçla beraber $|\Psi\rangle$ dalga fonksiyonunun dolanıklık özelliğine sahip olan bir kompozit sistemi tasvir ettiği anlaşılır.

Saf durumlar için; eğer k_i katsayılarından sadece ve sadece bir tanesi sıfırdan farklı bir sayıya denk geliyorsa yani $N_s = 1$ olursa, bu sonuç $|\Psi\rangle$ dalga fonksiyonunun ayrılabilir durumlardan oluşan sistemi tasvir ettiğini göstermektedir.

Ek-B.

VON NEUMANN TARAFINDAN GELİŞTİRİLEN SAKLI PARAMETRELERİN İMKANSIZLIĞINA AİT KANITIN VARSAYIMLARI

Aksiyomların numaralandırılmasında [I] parantez ifadeleri von Neumann tarafından kaleme alınana kitapta geçerli olan numaralandırmalar olmaktadır.(von Neumann 1955)

i. [I] $\hat{R}$ operatörü ile temsil edilen herhangi bir gözlemlenebilir için; bu gözlemlenebire ait f fonksiyonunun operatör olarak temsili de $f(\hat{R})$ ile verilir.

ii. [II] $R, S, T, \dots$ operatörleriyle temsil edilen gözlemlenebilirlerin toplamı; operatörlerin komüt olup olmadığına bakılmaksızın $\hat{R} + \hat{S} + \hat{T} + \dots$ şeklinde tanımlanır.

iii. [A'] R gözlemlenebiliri has bir özelliği olarak negatif değer alamıyorsa $\langle R \rangle \geq 0$ olur.

iv. [B'] keyfi $a, b, c, \dots$ sabitleri ve keyfi $R, S, T, \dots$ nicelikleri (hermitik operatörlerle sunulan) olmak üzere aşağıdaki eşitlik geçerlidir.

$$\langle aR + bS + cT + \dots \rangle = a\langle R \rangle + b\langle S \rangle + c\langle T \rangle + \dots$$

Ek-C

SPİN KORELASYON FONKSİYONLARININ KUANTUM MEKANİĞİ FORMÜLASYONU KULLANILARAK ELDE EDİLMESİ

Korelasyon fonksiyonlarının hesabının anlaşılabilmesi, saklı parametre teorileri ve kuantum mekaniği formülasyonu arasında en belirleyici sınır olarak görüldüğü için büyük önem arz etmektedir. Korelasyon fonksiyonu ayrık noktalarda konumlandırılmış iki parçacığın spin değerleri için hesaplanacaktır. Bu hesaplamalar için kullanılacak tekil haldeki dolanıklık özelliğine sahip sistemin kuantum mekaniksel tasviri (3.20) denklemin de verildiği gibidir. Bu tasvirde kullanılan ket durumlarını matrislerle ifade ederek işlemlerimizi gerçekleştirebiliriz.

$$|\Psi(I, II)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_I \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{II} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_I \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{II} \right] \quad (C.1)$$

Hesaplanmak istenen korelasyon fonksiyonunda spin bileşenlerine ait operatörler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_x &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \vec{\sigma}_y &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \vec{\sigma}_z &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (C.2)$$

Temsil edilen sisteme ait toplam spinin; parçacıklara ait spin yönelimlerinin sırasıyla keyfi a ve b yönelimlerinde olduğu varsayılarak aşağıdaki gibi eşitlikler kurulabilir.

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{a} &= a_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{1x} + a_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_{1y} + a_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{1z} \\ \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{b} &= b_x \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{2x} + b_y \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_{2y} + b_z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{2z} \end{aligned} \quad (C.3)$$

Korelasyon fonksiyonun elde edilebilmesi için; (C.3) eşitliklerinin çarpımının, (C.1) ile gösterilen durum vektörü vasıtasıyla, beklenen değerinin hesabının yapılmasını gerekmektedir. (C.3) eşitliklerinin çarpılmasıyla dokuz adet terim açığa çıkacaktır. Bu dokuz adet terime ait beklenen değerlerden üçü sıfırdan farklı sonuçlar verecek olup, diğer altı adet terim sıfır sonucu verecektir. Beklenen değer hesabında sıfır sonucunu vermeyen elemanlar (C.3) eşitlikleri çarpımının köşegen elemanları olarak gözümüzde canlandırabiliriz.

$$\begin{aligned}
\langle \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{a} \cdot \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{b} \rangle &= \langle \Psi(I, II) | (\sigma_{1x} a_x \sigma_{2x} b_x) + (\sigma_{1x} a_x \sigma_{2y} b_y) + (\sigma_{1x} a_x \sigma_{2z} b_z) \\
&\quad + (\sigma_{1y} a_y \sigma_{2x} b_x) + (\sigma_{1y} a_y \sigma_{2y} b_y) + (\sigma_{1y} a_y \sigma_{2z} b_z) \\
&\quad + (\sigma_{1z} a_z \sigma_{2x} b_x) + (\sigma_{1z} a_z \sigma_{2y} b_y) + (\sigma_{1z} a_z \sigma_{2z} b_z) | \Psi(I, II) \rangle \quad (C.4)
\end{aligned}$$

Hesabın sürdürülmesinde gelinen (C.4) denkleminde sonucu sıfırdan farklı olarak açığa çıkacak terimlerin hesabından birisi aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$\begin{aligned}
\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1x} a_x \sigma_{2x} b_x | \Psi(I, II) \rangle &= \\
&= \langle \Psi(I, II) | \frac{a_x b_x}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{1x} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{2x} \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\rangle \\
&= \langle \Psi(I, II) | \frac{a_x b_x}{\sqrt{2}} \left| -\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\rangle \\
&= \langle \Psi(I, II) | -a_x b_x | \Psi(I, II) \rangle = -a_x b_x \quad (C.5)
\end{aligned}$$

Benzer şekilde köşegen terimlerin hesabında aşağıdaki sonuçlar elde dillecektir.

$$\begin{aligned}
\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1y} a_y \sigma_{2y} b_y | \Psi(I, II) \rangle &= -a_y b_y \\
\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1z} a_z \sigma_{2z} b_z | \Psi(I, II) \rangle &= -a_z b_z \quad (C.6)
\end{aligned}$$

Sıfır sonucunun elde edileceği terim hesabına örnek olarak aşağıdaki işlem gösterilebilir.

$$\begin{aligned}
\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1x} a_x \sigma_{2y} b_y | \Psi(I, II) \rangle &= \\
&= \langle \Psi(I, II) | \frac{a_x b_y}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_{1x} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_{2y} \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 \right\rangle \\
&= \langle \Psi(I, II) | \frac{a_x b_y}{\sqrt{2}} \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}_2 \right\rangle \\
&= \frac{a_x b_y}{2} \langle (1 \ 0)_1 \otimes (0 \ 1)_2 - (0 \ 1)_1 \otimes (1 \ 0)_2 | \cdot \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix}_2 - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}_2 \right\rangle \\
&= \frac{a_x b_y}{2} (-i) - (-i) = 0 \quad (C.7)
\end{aligned}$$

Benzer olarak beklenen değere hesabında sonucu sıfır olarak belirlenecek beş adet terim aşağıdaki gibi sıralanabilir.

$$\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1x} a_x \sigma_{2z} b_z | \Psi(I, II) \rangle = 0 \quad (C.8)$$

$$\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1y} a_y \sigma_{2x} b_x | \Psi(I, II) \rangle = 0 \quad (C.9)$$

$$\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1y} a_y \sigma_{2z} b_z | \Psi(I, II) \rangle = 0 \quad (C.10)$$

$$\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1z} a_z \sigma_{2x} b_x | \Psi(I, II) \rangle = 0 \quad (C.11)$$

$$\langle \Psi(I, II) | \sigma_{1z} a_z \sigma_{2y} b_y | \Psi(I, II) \rangle = 0 \quad (C.12)$$

Elde edilen terim hesaplarının (C.4) denkleminde yerine yazılmasıyla beraber; yani (C.8)-(C.12) terimlerinin toplanmasıyla elde edilecek ifade şu şekildedir.

$$\langle \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{a} \cdot \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{b} \rangle = -a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z = -\hat{a} \cdot \hat{b} = -\cos \alpha_{ab} \quad (C.13)$$

Böylelikle spin korelasyon fonksiyonunun kuantum mekaniği formalizmi ile elde edilmesi tamamlanmış olur. (C.14) sonucuna göre, I ve II parçacığının spin değerleri arasındaki korelasyon; parçacıkların sırasıyla keyfi a ve b yönelimleri için, bu yönelimler arasındaki açının kosinüs değerinin negatif işaretlisine eşit olacağı görülecektir.