

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EYLEYİCİ DOYUMLU ÇİFT TANK SIVI SEVİYE KONTROL SİSTEMİ İÇİN
BERNSTEIN POLİNOMLARI TABANLI KOMPANZATÖR TASARIMI**



**YÜKSEK LİSANS TEZİ
KONTROL VE OTOMASYON MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KONTROL VE OTOMASYON MÜHENDİSLİĞİ PROGRAMI**

**DANIŞMAN
DR. ÖĞR. ÜYESİ LEVENT UCUN**

İSTANBUL, 2018

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EYLEYİCİ DOYUMLU ÇİFT TANK SIVI SEVİYE KONTROL SİSTEMİ İÇİN
BERNSTEIN POLİNOMLARI TABANLI KOMPANZATÖR TASARIMI

Buse TACAL tarafından hazırlanan tez çalışması 18.12.2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Dr. Öğr. Üyesi Levent UCUN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Dr. Öğr. Üyesi Levent UCUN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Şeref Naci ENGİN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Tufan KUMBASAR
İstanbul Teknik Üniversitesi

ÖNSÖZ

Tez danışmanlığımı üstlenerek araştırma konumun seçimi ve yürütülmesi sırasında değerli bilimsel önerilerinden yararlandığım, benim de bilime katkıda bulunmamda yardımcı olan, bilgisini benimle her zaman paylaşan ve desteğini benden esirgemeyen tez danışmanım sayın Dr. Öğr. Üyesi Levent UCUN'a teşekkürü bir borç bilirim. Deneyimlerini ve desteğini benden esirgemeyen sevgili arkadaşım Arş. Gör. Elif ÇİÇEK'e teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca en büyük desteği ve sevgiyi vererek, her zaman yanımda olan annem Seher TACAL'a, babam Subitay Tacal'a ve biricik ablam Rahmiye TACAL'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Aralık, 2018

Buse TACAL

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vi
KISALTMA LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT.....	xiii
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	3
1.3 Hipotez	4
BÖLÜM 2	
MATEMATİKSEL ÖN BİLGİ	5
2.1 Frekans Tabanlı Sistem Tanıma Teknikleri.....	5
2.2 Tanımlama Fonksiyonları	8
2.3 Yüksek Mertebeli Sinüzoidal Giriş Tanımlama Fonksiyonları	9
2.3.1 IQ Demodülasyonu	13
2.3.2 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)	15
2.4 Çalışmada Kullanılan Polinom Yaklaşımları.....	16
2.4.1 Chebyshev Polinomları	16
2.4.2 Bernstein Polinomları	17
BÖLÜM 3	
YMSGTF TABANLI OPTİMİZASYON ALGORİTMASI	21
3.1 Lure Tipi Sistemler	21

3.2	Maliyet Fonksiyonu.....	23	
3.3	Kompanzatör Tasarımı.....	23	
3.3.1	Chebyshev Polinomları Tabanlı Kompanzatör Tasarımı.....	24	
3.3.2	Bernstein Polinomları Tabanlı Kompanzatör Tasarımı.....	25	
BÖLÜM 4			
ÇİFT TANK SIVI SEVİYE KONTROL SİSTEMİ.....			26
4.1	Sistem Konfigürasyonu.....	26	
4.2	Sistemin Matematiksel Modeli.....	27	
BÖLÜM 5			
BENZETİM SONUÇLARI.....			30
5.1	Chebyshev Polinomları Tabanlı Kompanzatör Tasarımı.....	33	
5.2	Bernstein Polinomları Tabanlı Kompanzatör Tasarımı.....	37	
BÖLÜM 6			
SONUÇ VE ÖNERİLER.....			40
KAYNAKLAR.....			41
EK-A			
ÖNERİLEN YMSGTF TABANLI YÖNTEMİN MATLAB KODU.....			44
ÖZGEÇMİŞ.....			59

SİMGE LİSTESİ

$B_{i,n}$	Bernstein polinomu
B	Doğrusal olmayan Bode
c_n	Bernstein tabanlı kompanzatorün katsayısı
C_p	Parçalı sürekli fonksiyon
H_k	k dereceli YMSGTF
κ	Kompanzator
T_n	n dereceli Chebyshev polinomu
ψ	y sinyalinin tek taraflı spektrumu
β_n	Chebyshev tabanlı kompanzatorün katsayısı
φ_0	Faz payı
ω_0	Frekans
ω_{LP}	Kesim frekansı
\mathfrak{F}_p	Genelleştirilmiş frekans cevabı fonksiyonu
\overline{CS}	Düzgün yakınsak sistem
\mathbb{R}^n	Reel sayılar kümesi
\overline{S}_{ξ_0}	ξ_0 frekanslı sinüzoidal sinyal ailesi
\overline{VS}	Volterra Sistem

KISALTMA LİSTESİ

DFT	Ayrık Fourier Dönüşümü
DZD	Doğrusal Zamanla Değişmeyen
FFT	Hızlı Fourier Dönüşümü
FCF	Frekans Cevabı Fonksiyonu
ISE	Toplam Karese Hata
TF	Tanımlama Fonksiyonu
YMSGTF	Yüksek Mertebeli Sinüzoidal Giriş Tanımlama Fonksiyonları

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2. 1 Tanımlama fonksiyonları.....	9
Şekil 2. 2 YMSGTF gösterimi.....	11
Şekil 2. 3 FFT yöntemi kullanılarak yüksek mertebeli sinüzoidal giriş tanımlama fonksiyonlarının belirlenmesi.....	11
Şekil 2. 4 IQ demodülasyonu yöntemi kullanılarak k mertebeli harmoniğin genlik ve faz değerlerinin hesaplanması.....	14
Şekil 2. 5 IQ demodülasyonu yöntemi kullanılarak yüksek mertebeli sinüzoidal giriş tanımlama fonksiyonlarının belirlenmesi.....	14
Şekil 2. 6 Birinci dereceden Bernstein polinomları.....	18
Şekil 2. 7 İkinci dereceden Bernstein polinomları.....	19
Şekil 3. 1 Lure tipi sistemler.....	21
Şekil 3. 2 Paralel bağlı kompanzatör blok diyagramı.....	24
Şekil 3. 3 Seri bağlı kompanzatör blok diyagramı.....	24
Şekil 4. 1 Çift tank sıvı seviye kontrol sistemi.....	26
Şekil 5. 1 Sistemin blok diyagramı.....	30
Şekil 5. 2 Doğrusal ve doğrusal olmayan eyleyici doyum grafiği.....	31
Şekil 5. 3 Sistemin akış diyagramı.....	32
Şekil 5. 4 $n = 3$ için sistemin zaman cevabı.....	33
Şekil 5. 5 $n = 3$ için sistemin frekans cevabı.....	34
Şekil 5. 6 $n = 5$ için sistemin zaman cevabı.....	35
Şekil 5. 7 $n = 5$ için sistemin frekans cevabı.....	36
Şekil 5. 8 $n = 10$ için sistemin zaman cevabı.....	37
Şekil 5. 9 $n = 10$ için sistemin frekans cevabı.....	38

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2. 1 Doğrusal olmayan sistemler için frekans tabanlı sistem tanıma yaklaşımlarına genel bakış	6
Çizelge 4. 1 Sistem parametreleri	29
Çizelge 5. 1 Statik ileri beslemeli kontrolörün parametreleri	31
Çizelge 5. 2 $n = 3$ için ISE tablosu	34
Çizelge 5. 3 $n = 5$ için ISE tablosu	36
Çizelge 5. 4 $n = 10$ için ISE tablosu	38

**EYLEYİCİ DOYUMLU ÇİFT TANK SIVI SEVİYE KONTROL SİSTEMİ İÇİN
BERNSTEIN POLİNOMLARI TABANLI KOMPANZATÖR TASARIMI**

Buse TACAL

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Levent UCUN

Fiziksel sistemlerde kontrolör tasarımının hedeflendiği çalışmalarda karşılaşılan en büyük problemlerden biri sistemin matematiksel modelinin yeterince doğru olmaması, hatta bazı durumlarda analitik olarak elde edilememesidir. Literatürde bu tür problemlerle karşılaşıldığında kullanılan yöntemlerden biri de sistem tanıma algoritmalarıdır. Sistem tanıma teknikleri, farklı yaklaşımları ve algoritmaları kullanarak var olan fiziksel sistemi en iyi şekilde ifade edecek matematiksel bir modelin çıkartılması amacını taşımaktadır. Sistem tanıma çalışmalarında kullanılan yöntemlerden biri de tanımlama fonksiyonlarıdır. Tanımlama fonksiyonlarının kullanılmasındaki temel amaç sistemin girişine farklı tipte sinyaller uygulanarak elde edilen sistem çıkışının analizi sonucunda sistemi oluşturan dinamik yapıların belli algoritmalar yardımıyla ifade edilmesidir. Tanımlama fonksiyonları yaklaşımının özellikle son yıllarda popüler olan alt dallarından biri ise literatürde Yüksek Mertebeli Sinüzoidal Giriş Tanımlama Fonksiyonları (YMSGTF) olarak ifade edilen yaklaşımdır. Bu çalışmada, YMSGTF'ler kullanılarak eyleyici doyumlu içeren bir sistem olan çift tank sıvı seviye kontrol sistemi için kontrolör tasarımı yapılmıştır. YMSGTF yaklaşımında temel amaç sisteme uygun genlik ve frekans değerlerine sahip sinüzoidal sinyaller uygulayarak ve sistem çıkışında elde edilen sinyaller incelenerek sistemde bulunan doğrusal ve doğrusal olmayan

karakteristiklerinin analizinin yapılması ve böylece sistemin matematiksel olarak ifade edilmesidir.

Daha detaylı açıklanacak olursa, kararlı, zamanla değişmeyen, doğrusal, tek girişli tek çıkışlı, nedensel bir sistemin girişine bir sinüzoidal sinyal uygulandığında elde edilen periyodik çıkış sinyalinin frekansı uygulanan giriş sinyalinin frekansı ile aynı olacaktır. Eğer doğrusal sistem, doğrusal olmayan karakteristiğe sahip bir sistem ile değiştirilip aynı sinüzoidal giriş sinyali uygulanırsa bu durumda çıkış sinyali ifadesinde, sistemde bulunan doğrusal olmayan yapının karakteristiğine göre sistem girişine uygulanan sinyalin frekansına ek olarak farklı frekanslı bileşenler de görülmeye başlayacaktır. Harmonik olarak ifade edilen bu bileşenler sistemde bulunan doğrusal olmayan yapının varlığı sonucunda ortaya çıkmaktadır. Bu noktada, temel olarak ele alınan algoritma sistem çıkışında ortaya çıkan bu harmoniklerin bastırılması veya genlik değerlerinin minimize edilmesi hedefini taşımaktadır.

Harmonik değerlerinin azaltılması durumunda sistemdeki doğrusal olmayan yapının sistem çıkışına olan etkisi azaltılarak sistemde hali hazırda bulunan basit yapıya veya klasik doğrusal kontrolörlerin performansı yüksek oranda arttırılmaktadır. Bu yaklaşımda, sistemde hali hazırda var olan geri beslemeli kontrolörlerin üzerine ikincil bir kontrolör tasarlanarak ve kararlılığı garanti ederek sistemde bulunan doğrusal olmayan karakteristiğinin sistem çıkışına olan etkisinin azaltılması ve kontrol performansının arttırılması hedeflenmiştir.

Bu çalışmada, YMSGTF yaklaşımının ele alınmasının en önemli sebebi fiziksel sistemlere uygulanabilirliğinin oldukça yüksek olmasıdır. Bu sebeple çalışmada algoritmanın uygulanabilirliği eyleyici doyumunu içeren çift tank sıvı seviye kontrol sistemi üzerinde gösterilmiştir. Çalışmanın özgün değerlerinden biri, literatürdeki çalışmalarda ele alınan YMSGTF yaklaşımının, özellikle kontrolör performansı anlamında önemli bir kısıtlayıcı olan eyleyici doyumunun var olduğu sistemlerde uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

Ayrıca literatürde bulunan çalışmalardan farklı olarak YMSGTF tabanlı kompanzator tasarımı yapılırken maliyet fonksiyonu tabanlı bir optimizasyon algoritması kullanılarak kompanzator parametreleri hesaplanmıştır. Bu aşamada kompanzator yapısı ilk olarak literatürde de var olan Chebyshev polinomları kullanılarak oluşturulmuştur ve çalışma kapsamında önerilen kontrolör için Bernstein polinomları kullanılması çalışmanın literatürden farklı yanlarını ortaya koymaktadır.

Çalışmada ele alınan sistem olan çift tank sıvı seviye sisteminin kontrolü için iki kontrol çevrimi bulunmaktadır. Bu çevrimlerde sisteme uygulanan kontrol sinyaline etkiyen eyleyici doyumları sistemdeki kontrolör performansını düşürmektedir. Bu sebeple sistemde hali hazırda var olan klasik kontrolör yapısına ek olarak ikincil YMSGTF tabanlı bir kompanzator tasarımı yapılarak sistemdeki eyleyici doyumunun, sistem çıkışının uygulanan referans sinyalini takip etme performansına olan olumsuz etkisinin azaltılması sağlanmıştır.

Sistemde ele alınan konfigürasyonda sistem çıkışı alt bölümde bulunan tankın sıvı seviyesi olarak belirlenmiştir ve uygulanan referans işareti de bu seviyenin izlemesi istenen değerler serisi olarak tanımlanmıştır.

Çalışma kapsamında elde edilen zaman domen ve frekans domenindeki sonuçlar ile benzetim ortamında önerilen kontrolörün başarımı gösterilmiştir. Bu sonuçlar; sistemin

referans takip performansını gösteren sistem çıkışının zaman cevabını, sistem çıkışının frekans domenindeki karşılığı olan harmonik grafiklerini ve çizelge olarak verilmiş olan toplam karesel hatanın sayısal değerini içermektedir.

Anahtar Kelimeler: Frekans tabanlı sistem tanıma teknikleri, eyleyici doyumu, Bernstein polinomları



**BERNSTEIN POLYNOMIALS BASED COMPENSATOR DESIGN FOR
ACTUATOR SATURATED COUPLED TANK LEVEL CONTROL SYSTEM**

Buse TACAL

Department of Control and Automation Engineering

MSc. Thesis

Adviser: Assist. Prof. Dr. Levent UCUN

One of the major problems encountered in the studies dealing with the controller design in physical systems is that the mathematical model of the system is not sufficiently accurate enough and can not be obtained analytically in some cases. A well-known method used in the literature when faced with such problems is system identification algorithms. System identification techniques aim to construct a mathematical model that describes the existing physical system as well as possible by using different approaches and algorithms. A major method highly used in system identification studies is identification functions.

The main purpose of using identification functions can be defined as the approach where different types of signals are applied as the input to the system and as a result of the analysis of the system output, the analysis of dynamic structures within the system model is carried out via different algorithms. One of the subclasses of describing functions can be defined as Higher Order Sinusoidal Input Describing Functions (HOSIDFs) which become a popular approach in control literature especially in the last decade. The controller design for a couple tank system with actuator saturation is carried out via HOSIDFs in this study. HOSIDF approach aims to define linear and nonlinear structures of the system via the analysis of system output where a sinusoidal input signal with predefined amplitude and frequency is applied to the system.

When a sinusoidal input signal is applied to a stable, linear time invariant, single input single output and causal system, the periodic sinusoidal system output has the same frequency with the applied input signal. If the linear system is replaced with a nonlinear system in the aforementioned assumption, the system output consists of different spectral components in addition to the main spectral line at the fundamental frequency of the applied sinusoidal input signal.

These components, expressed as harmonics, are considered as the results of the presence of non-linear structures in the system. At this point, the aforementioned algorithm should aim to suppress these harmonics or minimize the amplitude values.

As the magnitude values of the harmonics are reduced, the effect of the non-linear structures on the system output is also reduced and the performance of the predefined conventional linear controllers in the system is highly increased. It is aimed in this approach to reduce the effect of non-linear characteristics in the system to the output and increase the controller performance via the implementation of a secondary compensator on the already existing feedback controller in the system without harming the closed-loop stability.

In this study, the most important reason to utilize HOSIDF approach can be considered as its high applicability to real-time physical systems. For this reason, the implementation of the proposed algorithm in the study is illustrated on the couple tank level control system involving actuator saturation.

The main contribution of the research can be defined as the application of HOSIDF approach to the systems, in which there exists a significant output limitation due to actuator saturation, deteriorating the controller performance. In addition to the studies already existing in the literature, the compensator parameters are calculated by using a frequency based optimization algorithm in order to be implemented into the HOSIDF based compensator.

At this point, the compensator structure is first constructed via Chebyshev polynomials that are also used in the existing literature. Then, Bernstein polynomials are utilized for the proposed controller structure in the study which improved the control performance considerably and can be accounted as a contribution to the literature.

There exist two main control loops in the couple tank level control system. The existing actuator saturations acting on the control signal applied to the system reduces the performance of the controller significantly. Therefore, in addition to the existing controller structure in the system, a secondary HOSIDF-based compensator design is applied to reduce the performance degrading effect of the actuator saturation on the reference tracking performance of the system.

The system output is defined as the liquid level of the tank in the lower section while the applied reference input is defined as the nonconstant setpoint values for the tank level in the lower section.

Time domain and frequency domain simulation results obtained in the study are also given in order to illustrate the performance of the proposed controller. The simulation results include the time domain plots of the system output in order to represent the reference tracking performance of the system, the harmonic plots that represent the

frequency domain representation of the system output and Integrated Squared Error (ISE) tables.

Keywords: Frequency domain techniques, actuator saturation, Bernstein polynomials



1.1 Literatür Özeti

Kontrol sistemlerinde referans izleme problemi yıllardır ele alınan temel problemlerden biri olarak öne çıkmaktadır. Literatürde doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemler için referans izleme problemlerinin çözümünü ele alan farklı tasarımlar ve yaklaşımlar kullanılan pek çok çalışma bulunmaktadır. Sistemin eyleyici doyumu, zaman gecikmesi, parametre değişimi gibi doğrusal olmayan yapılar içermediği durumlarda doğrusal kontrolör yaklaşımları kapalı çevrim sistemin referans izleme performansı açısından çok başarılı sonuçlar vermektedir [1].

Sistemde doğrusal olmayan yapılar var olduğu durumlarda doğrusal model ele alınarak yapılan tasarımlar yetersiz kalabilmektedirler. Bu sebeple; zaman gecikmesi, eyleyici doyumu gibi doğrusal olmayan ifadelerin etkin olduğu sistemlerde doğrusal olmayan kontrol teknikleri kullanılarak veya doğrusal olmayan yapılar sistemde belli kıstaslar altında belirsizlik olarak kabul edilerek farklı kontrolör tasarımları yapılmaktadır [2], [3].

Literatürde doğrusal olmayan yapılar içeren sistemler için birçok farklı frekans tabanlı sistem tanıma teknikleri bulunmaktadır. Bu tekniklerin en önemlilerinden biri olan Volterra serisi tekniği literatürde uzun yıllardır çalışılan bir yaklaşımdır. Doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi, genellikle sistem davranışının bir seriye yaklaştırılması ile elde edilir. Doğrusal olmayan sistemler için seri yaklaşımlarının kullanılması ise Vito Volterra tarafından bu yaklaşımın kullanılmasına dayanmaktadır [4]. İlerleyen zamanlarda Norbert Wiener tarafından bu çalışmalar daha da geliştirilmiştir ve bu seri yaklaşımı Volterra serileri olarak adlandırılmıştır [5], [6]. Volterra serileri

yaklaşımı, belirli bir aralıktaki 'statik fonksiyonların' polinom yaklaşımını, belirli bir çalışma noktası etrafında dinamik sistemlerin yakınlaştırılmasına genellemektedir [7].

Volterra serileri yaklaşımına ek olarak Frekans Cevabı Fonksiyonları (FCF) yöntemi de birçok farklı çalışma ve uygulamada kullanılmıştır. Doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemler için frekans tanıma teknikleri, analiz, modelleme ve kontrolör tasarımı için mühendislik alanında yaygın bir kabul görmüştür [8]. Doğrusal olmayan FCF yaklaşımında ise düzgün yakınsak doğrusal olmayan sistemlerde sinüzoidal giriş sinyalinin sistemin kalıcı hal çözümü ve sistem çıkışı ile olan ilişkisini ele alarak sistem tanımlama yapılmaktadır [9].

Yukarıda verilen yaklaşımların doğrusal olmayan sistemlerde istenen performansa ulaşamaması sebebiyle literatürde tanımlama fonksiyonları yöntemi son yıllarda popüler hale gelmiştir. Tanımlama fonksiyonları, kontrol uygulamalarının pek çok alanında kullanılmaktadır. Literatürde sistemin zamanla değişmeyen doğrusal kısmı ve doğrusal olmayan parçasının tanımlama fonksiyonları aracılığıyla belirlendiği çalışmalar bulunmaktadır [10]. Ayrıca tanımlama fonksiyonlarının performansının diğer yöntemlerle kıyaslandığı çalışmalar bulunmaktadır [11].

Literatürde tanımlama fonksiyonlarının farklı çeşitleri ve uygulamaları bulunmaktadır. Özellikle son yıllarda YMSGTF kullanılarak kontrolör ve kompanzatör tasarımı konusunda önemli çalışmalar yapılmıştır. Öncelikli olarak YMSGTF yaklaşımı, sistemin dinamik yapısının incelenmesi amacıyla ele alınmıştır. Bu çalışmalarda YMSGTF'lerin hesaplanmasında FFT (Hızlı Fourier Dönüşümü) analizi ve IQ demodülasyonu gibi yöntemler kullanılmıştır [12], [13]. YMSGTF yaklaşımı ile doğrusal olmayan ifadelerin sistem cevabına olan etkilerinin analizi üzerine de çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalarda hem frekans hem de zaman tanım bölgesinde performans sonuçları elde edilmiştir [14]. Bu çalışmalara ek olarak YMSGTF yaklaşımı, Lure tipi sistemlerin analiz edilmesinde ve bu tip sistemler için kompanzatör tasarımında da kullanılmıştır [15], [16]. Literatürde YMSGTF yaklaşımı, blok yapılı doğrusal olmayan sistemlerin spektral analizinde de sıklıkla kullanılmıştır [17]. YMSGTF yaklaşımının kullanıldığı alanlardan biri de sürtünme etkisi içeren hava araçlarında kullanılan kamera platformu gibi sistemlerde sürtünme etkisini azaltmak amaçlı kontrolör tasarımıdır [18]. Ayrıca, elektron

mikroskobu gibi fiziksel sistemlerde ve farklı uygulamalarda da kullanılmıştır [19]. YMSGTF yaklaşımı ile diğer frekans tanım bölgesi analiz metotlarının karşılaştırılmasının yapıldığı ve bu yaklaşımın kullanıldığı farklı alanları da özetleyen yayınlar da literatürde bulunmaktadır [20].

Bu çalışmada ele alınan kompanzator tasarımının da temelini oluşturan polinomlardan biri olan Chebyshev polinomları özellikle nümerik analizde farklı uygulamalarda kullanılmaktadır. Kontrol sistemleri literatüründe Chebyshev polinomları, sistem modellerinin indirgenmesi ile ilgili çalışmalarda kullanılmıştır [21]. Ayrıca, işaret işleme alanında Schur algoritmasının oluşturulmasında Chebyshev polinomlarının kullanımı ile ilgili çalışmalar yapılmıştır [22]. Bu yayınlara ek olarak, işaret işleme alanında sinyal seyrekliğiyle ilgili çalışmalarda da Chebyshev polinomları yaklaşımı bulunmaktadır [23]. Coleman filtreleri ve birçok yeni filtre tasarımında da kullanılan Chebyshev polinomları son zamanlarda radyo frekans tanımlamalarında siber güvenlik ile ilgili çalışmalarda da karşımıza çıkmaktadır [24], [25].

Bu çalışmada ele alınan kompanzator tasarımının da temelini oluşturan polinomlardan biri de Bernstein polinomlarıdır. Bernstein polinomları, matematiksel algoritmaların geliştirilmesi başta olmak üzere birçok farklı konuda kullanılmaktadır. Aynı zamanda, literatürde Bernstein polinomlarının optimal kararlılığı ile ilgili çalışmalar da bulunmaktadır [26]. Bu çalışmalara ek olarak, sinyal işleme alanında farklı filtrelerin tasarlanmasında Bernstein polinomlarının kullanıldığı çalışmalar bulunmaktadır [27], [28].

1.2 Tezin Amacı

Tezin temel amaç ve hedefleri;

Eyleyici doyumlu bir sistemin frekans tabanlı sistem tanılama tekniklerinden biri olan tanımlama fonksiyonları kullanılarak analizini yapmak,

Sistemde bulunan doğrusal olmayan eyleyici doyumunun sistem çıkışına olan performans düşürücü etkisini azaltmak,

Eyleyici doyumlu sistemlerde, YMSGTF yaklaşımı kullanılarak tasarımı planlanan kompanzatör yardımıyla sistem çıkışının uygulanan referans sinyalini izleme performansını arttırmak,

Kompanzatör tasarımında kullanılacak olan frekans tabanlı maliyet fonksiyonu ve kompanzatör yapısını oluşturan Chebyshev ve Bernstein polinomları üzerinden optimal kompanzatör tasarımı yapmak

şeklinde sıralanabilir.

1.3 Hipotez

YMSGTF tabanlı kontrolör ve kompanzatör tasarımı çalışmaları literatürde son yıllarda yapılmasına rağmen bu çalışmalarda eyleyici doyumlu sistemler ele alınmamıştır. Literatürdeki YMSGTF çalışmalarından farklı olarak frekans tabanlı matematiksel analiz yöntemi eyleyici doyumlu bir sistem olan çift tank sıvı seviye kontrol sistemi üzerinde benzetimler yapılarak uygulanmış ve Bernstein tabanlı kompanzatör katsayıları YMSGTF tabanlı maliyet fonksiyonunun en küçük değerinin bulunması problemi çözülerek elde edilmiştir. Chebyshev polinomları tabanlı kompanzatör tasarımı literatürde bulunmaktadır ancak bu çalışmada Chebyshev polinomları tabanlı kompanzatöre ek olarak Bernstein polinomları tabanlı kompanzatör tasarımı yapılarak literatüre yeni bir kompanzatör yapısı getirilmiştir.

Elde edilen sonuçların sistemde hali hazırda var olan statik ileri beslemeli kontrolörün referans izleme performansı ile hem zaman domeninde hem de frekans domeninde karşılaştırılması sonucunda elde edilen sonuçlarla literatürde bulunan Chebyshev tabanlı kompanzatöre oranla Bernstein tabanlı kompanzatörün başarımının daha iyi performans gösterdiği ortaya konulmaktadır.

MATEMATİKSEL ÖN BİLGİ

Bu bölümde, ilk olarak frekans tabanlı sistem tanıma teknikleri anlatılmıştır. İlerleyen kısımlarda tanımlama fonksiyonları verilerek bir tanımla fonksiyonu olan ve frekans tabanlı maliyet fonksiyonu oluşturulurken kullanılan YMSGTF teorisi anlatılmaktadır. YMSGTF'leri hesaplayabilmek için kullanılan metotlardan IQ demodülasyonu ve FFT metodu verildikten sonra kompanzator tasarımında kullanılan Chebyshev ve Bernstein polinomları anlatılmıştır.

2.1 Frekans Tabanlı Sistem Tanıma Teknikleri

Frekans Cevabı Fonksiyonu ve Bode, Nyquist ve Nichols grafikleri günümüzde standart mühendislik araçları haline gelmiştir ve endüstride dinamik sistemlerin modellenmesi ve tasarımı için vazgeçilmez olduğunu kanıtlamıştır. Sistemlerin artan performans gereksinimleri, doğrusal olmayan sistemlerde farklı bir şekilde ele alınmaktadır. İlk yapılan çalışmalarda, belli bir derecedeki doğrusal olmayan yapılar sistemin performansına olumsuz etki etmediği için göz ardı edilebilmekteydiler ancak yakın zamanda yapılan çalışmalarda ise bu tür yapıların sistem çıkışı üzerinde performans sınırlayıcı etkisini azaltmak amacıyla sistem modelinde göz ardı edilmeyerek matematiksel olarak ifade edilmektedirler. DZD sistemler için frekans tabanlı sistem tanıma teknikleri, bu yaklaşımların doğrusal olmayan sistemlere doğru genişletilmesinin önünü açan etkenlerden biridir. Frekans domenindeki doğrusal olmayan sistemleri analiz etmek ve modellemek için farklı yaklaşımlar geliştirilse de, alternatif yöntemler arasındaki farklılıklar ve eşdeğerlikler çok az ele alınmıştır. Bu yöntemlerden bazıları,

- Volterra serileri yaklaşımı
- Frekans cevabı fonksiyonu ve doğrusal olmayan sistemler için Bode grafiği
- Tanımlama fonksiyonları

şeklinde sıralanabilir. Çizelge 2.1’de bu frekans tabanlı sistem tanıma tekniklerinin ana özelliklerine genel bir bakış açısı sunulmaktadır. Çizelge 2.1’de koyu renkle taranmış bölümler sol kısımda bulunan sistem tanıma tekniklerinin, yukarıda verilen doğrusal olmayan yapılara etkisini ifade etmektedir. Kazanç daralması/genişlemesi, giriş sinyalinin uyarılma seviyesine olan bağlılığını ifade etmektedir. Duyarsızlaştırma, sistem cevabının başka bir frekanstaki giriş sinyali ile olan bağlılığını ifade etmektedir. İntermodülasyon, giriş frekansının sistem çıkışında başka frekanslar üretmek için birleşmesidir. Harmonik ise giriş sinyalinin frekansının tam katı olan frekans değerlerinde yeni frekans bileşenlerinin üretilmesidir.

Çizelge 2. 1 Doğrusal olmayan sistemler için frekans tabanlı sistem tanıma yaklaşımlarına genel bakış [20]

		Kazanç Daralması Genişlemesi	Duyarsızlaştırma	İntermodülasyon	Harmonik
Genelleştirilmiş FCF					
Doğrusal Olmayan FCF					
Tanımlama Fonksiyonları	Sinüzoidal				
	Genelleştirilmiş				
	YMSGTF				

Frekans domeninde yapılan analizlerde, doğrusal olmayan etkiler farklı şekillerde karşımıza çıkabilmektedir. Örneğin, doğrusal olmayan sistemin kazancı giriş sinyalinin genliğine bağlı olabilirken çıkış sinyali, giriş sinyalinin harmoniklerini içerebilmektedir. Bu gibi doğrusal olmayan etkiler Çizelge 2.1’de özetlenmiştir ve bu etkiler, doğrusal olmayan sistemler için farklı frekans tabanlı sistem tanıma tekniklerini kullanarak açıklanmıştır. Bu tekniklerden biri olan Volterra serileri yaklaşımı, belirli bir aralıktaki “statik fonksiyonların” polinom yaklaşımını, belirli bir çalışma noktasının etrafında

dinamik sistemlerin uyarlanması için genelleştirmektedir [7]. Bu noktada, Volterra sisteminin tanımı aşağıda verilmiştir.

Tanım 2.1 (\overline{VS} : Volterra Sistem) Volterra sistem olarak adlandırılan ve

$$y_p(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_p) \prod_{m=1}^p u(t - \tau_m) d\tau_m \quad (2.1)$$

$$y_{\wp}(t) = \sum_{p=1}^{\wp} y_p(t)$$

şeklinde verilen sisteme $u(t)$ girişi uygulandığında \wp dereceli sistem yanıtı y_{\wp} elde edilsin. Bu frekans tabanlı gösterim, çoklu Fourier dönüşümünün p mertebeli Volterra yaklaşımına uygulanması ile elde edilir. Bu gösterim, p mertebeli genelleştirilmiş FCF olarak adlandırılır.

Volterra serileri, verilen bir çalışma noktasında 1 olasılık değeri ile tüm sınırlı giriş sinyalleri için $y(t)$ ifadesine yakınsamalıdır. Bu durum

$$\lim_{\wp \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} E\{|y(t) - y_{\wp}(t)|\} = 0 \quad (2.2)$$

şeklinde verilen ve $E\{.\}$, ortalama değeri ifade etmek üzere tanımlanan limit ifadesi ile gösterilmektedir.

Tanım 2.2 ($\mathfrak{S}_p(\overline{\omega}_p)$: Genelleştirilmiş Frekans Cevabı Fonksiyonu) Tanım 2.1’de verildiği üzere Volterra sistem ele alınsın. Burada p mertebeli genelleştirilmiş FCF, $\mathfrak{S}_p(\overline{\omega}_p) : \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{C}$ şeklinde $\overline{\omega}_p = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p) \in \mathbb{R}^p$ olarak

$$\mathfrak{S}_p(\overline{\omega}_p) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau_1, \dots, \tau_p) \prod_{m=1}^p e^{-2\pi i \xi_m \tau_m} d\tau_m \quad (2.3)$$

şeklinde belirtilmiştir.

Tanım 2.3 (\overline{CS} : Düzgün Yakınsak Sistem) Zamanla değişmeyen

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), w(t)) \\ y(t) &= g(x(t), w(t)) \end{aligned} \quad (2.4)$$

şeklinde bir sistemin var olan her $w \in \mathfrak{W}$ için \mathfrak{W} giriş sinyallerinin düzgün yakınsak olduğu

- Tüm $x_w(t)$ sonuçları, $t \in [t_0, \infty)$ ve tüm başlangıç koşulları $x_0 \in \mathbb{R}^n$ olmak üzere tanımlanır.
- $\bar{x}_w(t)$ 'nin tüm $t \in (-\infty, \infty)$ için sınırlı tek çözümü vardır.
- $\bar{x}_w(t)$ 'nin çözümü düzgün global asimptotik kararlıdır.

şartları altında $w(t)$ giriş sinyaline bağlılığını vurgulamak için limit çözümü $\bar{x}_w(t)$ ile gösterilir.

Tanım 2.4 ($B(\omega, \gamma)$): Doğrusal Olmayan Bode Grafiği (2.4)'de verildiği gibi bir sistem, skaler çıkışı $y(t) \in \mathbb{R}$ olmak üzere ve $\xi = \omega/2\pi$ frekanslı $w \in \mathbb{S}$ şeklinde bir sinüzoidal giriş düşünelim. Ele alınan sistem

1. $f(x, w)$, x açısından yerel Lipschitzdir.
2. Sistem, giriş-durum kararlılığına sahiptir.

kabüllerini sağlasın. Bu durumda doğrusal olmayan Bode grafiği,

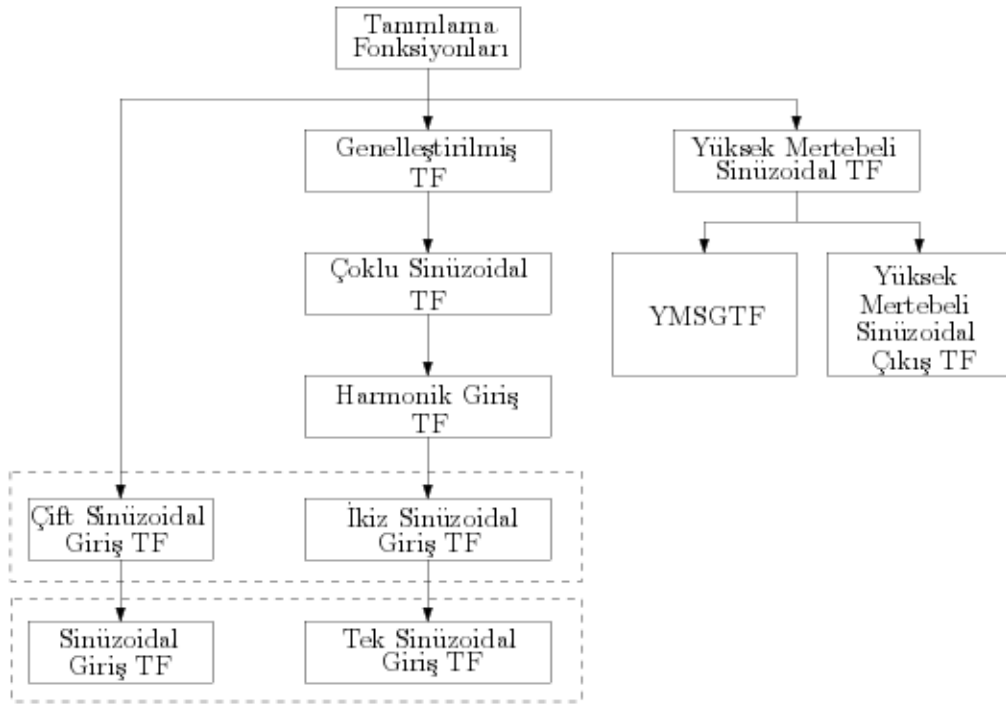
$$\mathcal{B}(\omega, \gamma) = \frac{1}{\gamma} \left(\sup_{t \in [-\frac{\pi}{\omega}, \frac{\pi}{\omega})} |\mathfrak{R}_0(\gamma \sin(\omega t), \gamma \cos(\omega t), \omega)| \right) \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir.

2.2 Tanımlama Fonksiyonları

Doğrusal zamanla değişmeyen sistemler için FCF, tek bir sinüzoidal sinyale verilen cevap süperpozisyon prensibi kullanılarak genişletilebildiğinden sistem dinamiklerini tam olarak ifade etmektedir ancak doğrusal olmayan sistemlerde ise süperpozisyon prensibi kullanılamadığından bu durum sağlanamamaktadır. Bu sebeple, FCF'i doğrusal olmayan sistemlerde elde edebilmek için başka yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Tanımlama fonksiyonları, giriş sinyaline denk gelen çıkış sinyalini frekans alan haritalama yöntemini kullanarak gerçekleştirmeyi amaçlamaktadır. Çizelge 2.1'de gösterildiği gibi sistem tanımlama fonksiyonlarının farklı türleri bulunmaktadır. Bu farklı sistem tanımlama

fonksiyonları arasındaki ana fark uygulanan sinyal ve tanımlandıkları sistemdeki doğrusal olmayan etkilerin türüdür.



Şekil 2. 1 Tanımlama fonksiyonları [20]

Şekil 2.1’de sistem tanımlama fonksiyonlarının üç farklı türü olarak sinüzoidal tanımlama fonksiyonları, genelleştirilmiş tanımlama fonksiyonları ve yüksek mertebeli sinüzoidal tanımlama fonksiyonları gösterilmektedir. Oluşturulan her bir farklı dal, tanımlama fonksiyonlarının alt sınıflarını temsil etmektedir ve her bir alt dal bir üstteki tanımlama fonksiyonunun özel bir durumudur. Çift sinüzoidal giriş tanımlama fonksiyonları, iki sinüzoidal girişin toplamı şeklinde bir sinyal sisteme uygulandığında karşılık gelen uyarım frekanslarında çıkış yanıtı modellenerek elde edilmektedir. Genelleştirilmiş tanımlama fonksiyonları ise doğrusal olmayan sistemlerin Volterra serisine yaklaştırılmasına dayanmaktadır. Son olarak, yüksek mertebeli sinüzoidal tanımlama fonksiyonları ise hem temel uyarım frekansında hem de bu frekansın daha yüksek değerlerinde sinüzoidal sinyallere verilen sistem yanıtını kullanarak sistemin modellenmesini gerçekleştirmektedir [20].

2.3 Yüksek Mertebeli Sinüzoidal Giriş Tanımlama Fonksiyonları

Kararlı, doğrusal olmayan ve zamanla değişmeyen bir sisteme

$$u(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.6)$$

şeklinde frekansı ω_0 , genliği A ve faz payı φ_0 olan bir $u(t)$ giriş sinyali uygulandığında

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(A, \omega) \cos(n(\omega_0 t + \varphi_0) + \varphi_n(A, \omega)) \quad (2.7)$$

olarak ifade edilen $y(t)$ çıkış sinyali elde edilmektedir. $\tilde{u}(t)$ sinyali; frekansı $n\omega_0$, genliği A ve faz payı $n\varphi_0$ olan sonsuz $u(t)$ sinyallerinin toplamını ifade etmektedir ve

$$\tilde{u}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A \cos(n(\omega_0 t + \varphi_0)) \quad (2.8)$$

şeklinde gösterilmektedir. YMSGTF $H(A, \omega)$, sistemin yanıtının, $\tilde{y}(t)$, giriş fonksiyonuna, $u(t)$, oranını ifade etmektedir. Bu oran,

$$H(A, \omega) = \frac{A_1(A, \omega) e^{j(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_1(A, \omega))}}{A e^{j\omega_0 t + \varphi_0}} = \frac{1}{A} (b_1 + j a_1) \quad (2.9)$$

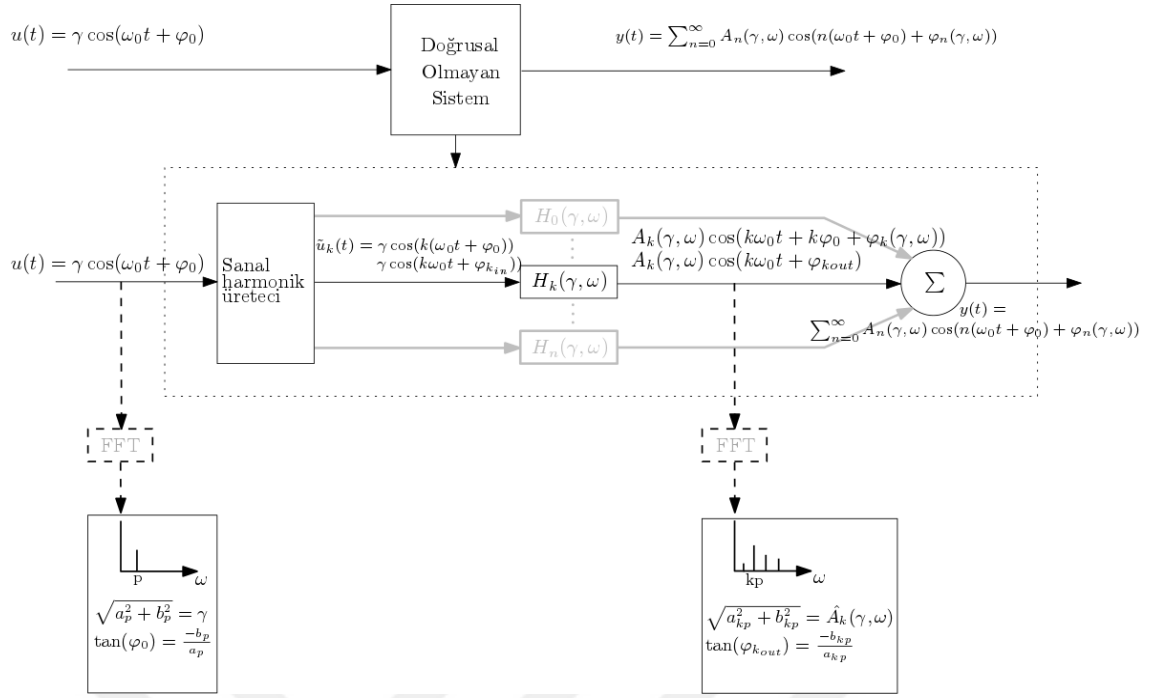
şeklinde ifade edilmektedir. YMSGTF'nin gerçekte kısmı,

$$a_1 = \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_0}} y(t) \cos(\omega_0 t) dt \quad (2.10)$$

ve sanal kısmı ise

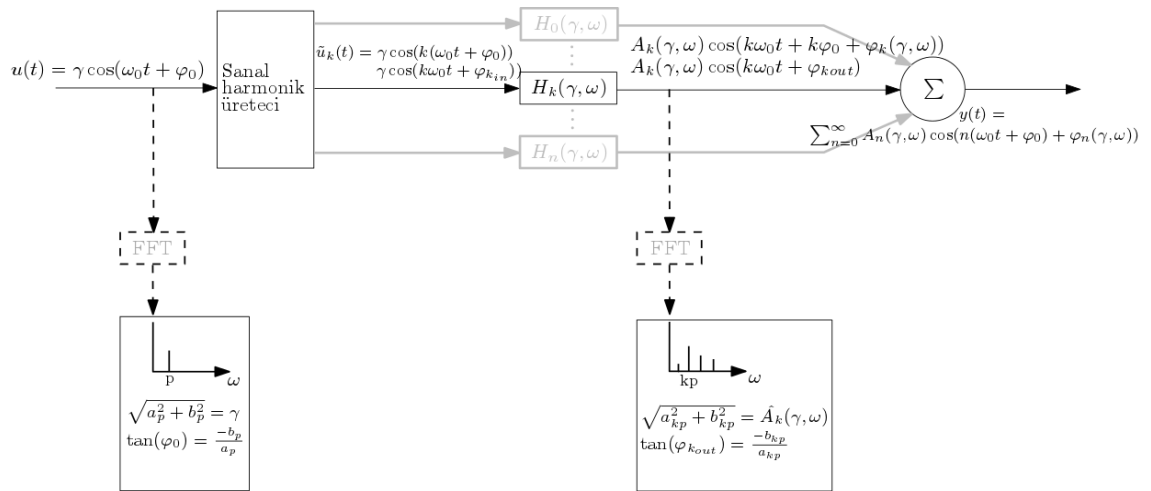
$$b_1 = \frac{\omega_0}{\pi} \int_{t_0}^{t_0 + \frac{2\pi}{\omega_0}} y(t) \sin(\omega_0 t) dt \quad (2.11)$$

olarak ifade edilmektedir.



Şekil 2. 2 YMSGTF gösterimi [12]

Şekil 2.2’ de verilmekte olan “sanal harmonik üretici” gerçekte var olmayıp uygulanan giriş sinyallerinin harmoniklerine ayrılarak kullanıldığı ve bu yaklaşım üzerinden analiz yapıldığını açıklamak için gösterimsel olarak kullanılmıştır. Şekil 2.2’ de noktalı çizgilerle gösterilen kısım ele alınan doğrusal olmayan sistemi ifade etmektedir ve bu yaklaşımla beraber sistem dinamikleri bilinmeden de sisteme sinüzoidal giriş sinyali uygulandığında elde edilen çıkış sinyali yardımıyla YMSGTF kullanılarak tasarım yapılabileceği gösterilmektedir.



Şekil 2. 3 FFT yöntemi kullanılarak yüksek mertebeli sinüzoidal giriş tanımlama fonksiyonlarının belirlenmesi [12]

Şekil 2.3'te YMSGTF paralel alt sistemlerin toplamı halinde gösterilmektedir. $\tilde{u}_k(t)$ sinyali sanal harmonik üreticiden elde edilen sinyali ifade etmektedir. $H_1(A, \omega)$, YMSGTF'nin ilk elemanı olarak yorumlanmaktadır.

$$H_n(A, \omega) = \frac{A_n(A, \omega)e^{j(n(\omega_0 t + \varphi_0) + \varphi_n(A, \omega))}}{Ae^{jn(\omega_0 t + \varphi_0)}} = \frac{A_n(A, \omega)e^{j(\varphi_n(A, \omega))}}{A} \quad (2.12)$$

ile ifade edilen $H_n(A, \omega)$ fonksiyonu, çıkış sinyaline etki eden n numaralı harmonik ile sanal harmonik üretici ile uyarma sinyalinden üretilen n numaralı sinyalin oranını ifade etmektedir. $H_n(A, \omega)$ fonksiyonu Fourier serileri yardımıyla

$$H_n(A, \omega) = \frac{A_n(A, \omega)e^{j(\varphi_n(A, \omega))}}{A} = \frac{1}{A}(b_n + ja_n) \quad (2.13)$$

olarak ifade edilmektedir [12].

YMSGTF'ler hesaplanırken farklı metotlar kullanılmaktadır. Bu metotlar IQ demodülasyonu ve FFT metodu olarak sıralanabilir. YMSGTF'lerin hesabı $2m$ derece ile Fourier dönüşümü yapıldığında 0 Hz'den başlayarak $(m + 1)$ frekansına kadar tek taraflı spektrum frekans hattı elde edilmektedir. Bu frekans aralığı L sinyal uzunluğu olmak üzere $\Delta f = \frac{1}{L}$ şeklinde ifade edilmektedir. Frekans spektrumunda giriş sinyalinin genliği,

$$A = \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \quad (2.14)$$

olarak ifade edilmektedir. Giriş sinyalinin faz payı ise

$$\varphi_0 = \begin{cases} \arctan\left(-\frac{b_p}{a_p}\right), & a_p < 0 \\ \arctan\left(-\frac{b_p}{a_p}\right) + \pi, & a_p \geq 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

şeklinde ifade edilmektedir. YMSGTF'leri ifade eden $H_k(A, \omega)$ alt sisteminin çıkış sinyalinin genliği,

$$A_k(A, \omega) = \sqrt{a_{kp}^2 + b_{kp}^2} \quad (2.16)$$

olarak ve faz payı ise

$$\varphi_{kout} = \varphi_{kin} + \varphi_k(A, \omega) = k\varphi_0 + \varphi_k(A, \omega) \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilmektedir. k dereceli YMSGTF'nin genliği,

$$|H_k(A, \omega)| = \frac{\sqrt{a_{kp}^2 + b_{kp}^2}}{\sqrt{a_p^2 + b_p^2}} \quad (2.18)$$

olarak elde edilmektedir. $\varphi_k(A, \omega)$, k dereceli yüksek mertebeli sinüzoidal tanımlama fonksiyonunun açısı,

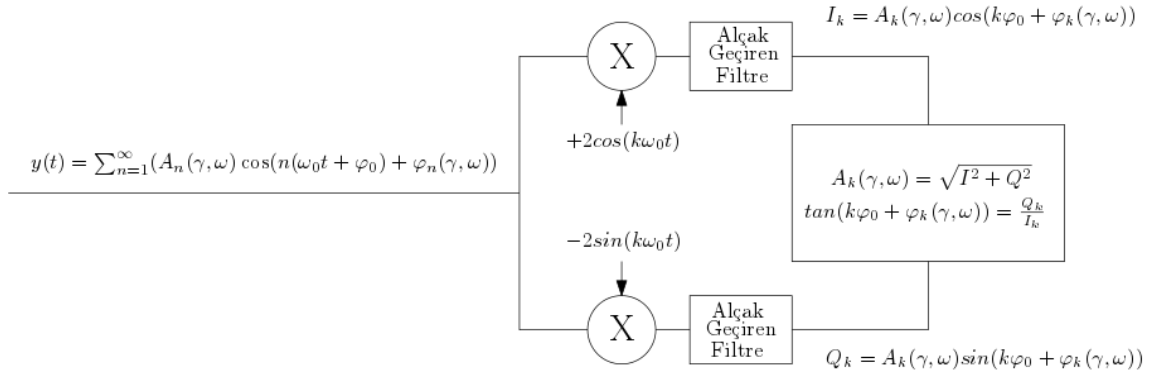
$$\varphi_k(A, \omega) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{-b_{kp}}{a_{kp}}\right) - \left[k \arctan\left(\frac{-b_p}{a_p}\right) \right] \text{mod} 2\pi, a_p \geq 0, a_{kp} \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{-b_{kp}}{a_{kp}}\right) - \left[k \arctan\left(\frac{-b_p}{a_p}\right) + \pi \right] \text{mod} 2\pi, a_p < 0, a_{kp} \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{-b_{kp}}{a_{kp}}\right) + \pi - \left[k \arctan\left(\frac{-b_p}{a_p}\right) \right] \text{mod} 2\pi, a_p \geq 0, a_{kp} < 0 \\ \arctan\left(\frac{-b_{kp}}{a_{kp}}\right) + \pi - \left[k \arctan\left(\frac{-b_p}{a_p}\right) + \pi \right] \text{mod} 2\pi, a_p < 0, a_{kp} < 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

olarak ifade edilmektedir [12].

Yukarıda daha önce açıklandığı üzere ele alınan bu yaklaşımda YMSGTF'lerin hesaplanmasında literatürde de sıklıkla kullanılan FFT ve IQ demodülasyonu yöntemleri tercih edilmektedir.

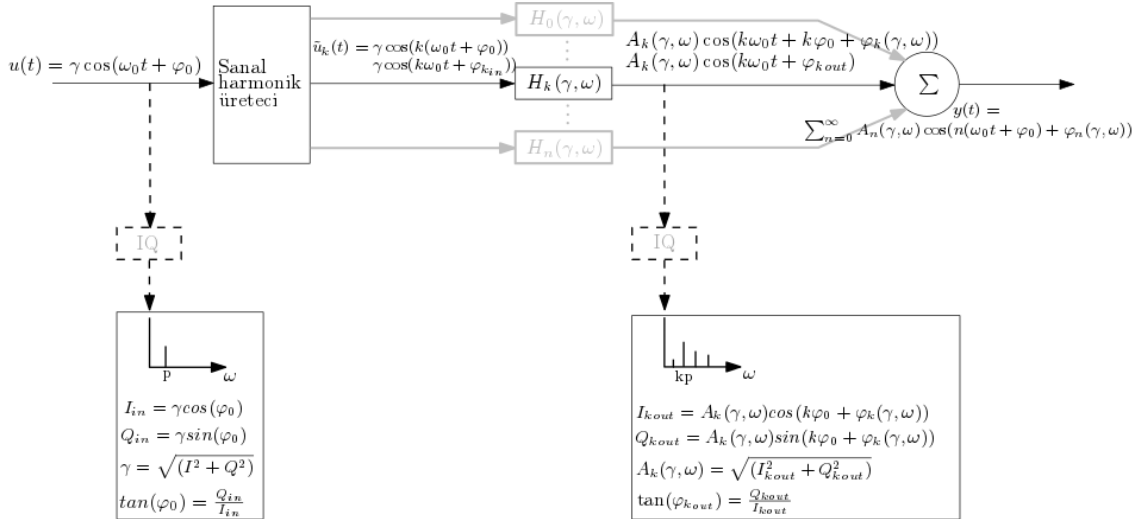
2.3.1 IQ Demodülasyonu

YMSGTF hesaplanırken kullanılan metotlardan biri IQ demodülasyonudur. IQ demodülasyonu ile YMSGTF hesaplanırken ω_0 frekanslı sinüzoidal giriş sinyali ve bu giriş sinyalinin harmonikleri kullanılmaktadır. Bu sebeple, frekans spektrumu ω_0 değerinden daha küçük bant genişliğine sahip sinyaller topluluğu olarak düşünülebilmektedir.



Şekil 2. 4 IQ demodülasyonu yöntemi kullanılarak k mertebeli harmoniğin genlik ve faz değerlerinin hesaplanması

YMSGTF'lerin genliği ve fazı, IQ demodülasyonu kullanılarak ifade edilmektedir. Şekil 2.4'te k mertebeli harmoniğin faz ve genlik hesaplamaları gösterilmektedir. Sistemin çıkışı $y(t)$, iki ayrı dal üzerinden $-2 \cos(k\omega_0 t)$ ve $-2 \sin(k\omega_0 t)$ ile çarpılmaktadır. Bu çarpım sonucunda iki yeni sinyal elde edilmektedir. Bu iki yeni sinyalin her biri gerçek sinyal ve lokal osilatör sinyallerinin farkı ve toplamından oluşur ve bu iki sinyal arasında 90° faz farkı bulunmaktadır. $\omega_{LP} \ll \omega_0$ kesim frekansı ile alçak geçiren filtreleme yapıldıktan sonra k mertebeli harmoniği ifade eden kalan sinyaller olan $A_k \cos(k\varphi_0 + \varphi_k(\gamma, \omega))$ ifadesi I sinyali olarak, $A_k \sin(k\varphi_0 + \varphi_k(\gamma, \omega))$ ifadesi Q sinyali olarak adlandırılır.



Şekil 2. 5 IQ demodülasyonu yöntemi kullanılarak yüksek mertebeli sinüzoidal giriş tanımlama fonksiyonlarının belirlenmesi [12]

Kullanılan iki lokal osilatörün frekansı $k\omega_0$ olduğundan dolayı I_k ve Q_k bileşenleri IQ demodüle edilen sinyalin Fourier bileşenleridir. Bu sebeple, k mertebeli YMSGTF'nin

genliğini ifade eden $|H_k(\gamma, \omega)|$ ve k mertebeli YMSGTF'nin faz değerini ifade eden φ_k değerleri Şekil 2.5'te verildiği üzere hesaplanabilir [12].

2.3.2 Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT)

Fourier dönüşümü, 1768 yılında Joseph Fourier tarafından sinyallerin sinüzoidal fonksiyonların toplamları cinsinden yazılması olarak önerilmiştir. Sürekli ve ayrık olmak üzere iki çeşidi bulunan Fourier dönüşümü için hesaplama algoritmalarının ortaya çıkışı ve gelişimi Gauss'un asteroidlerin sahip olduğu yörüngelerin ara değerlerini hesaplamak için yaptığı çalışmalara kadar uzanmaktadır. Gauss'tan sonra yirminci yüzyılın ilk yarısına kadar olan süreç içerisindeki modele ve çalışmaya yıllar içerisinde çeşitli bilim insanları tarafından kayda değer eklentiler ve düzenlemeler yapılmıştır [29].

Günlük yaşam içerisinde kullanılan sistemler çoğunlukla sürekli zamanlıdır. Fakat birçok sinyal işleme işlemi ayrık zaman sinyalleri üzerinde çalışan dijital bilgisayarlarla yapılmaktadır. Yapılan çalışmalarda, sürekli zaman sinyalleri örneklenerek ve sayısallaştırılarak dijital bilgisayarlarda saklanabilir hale getirilmektedir. Sistemin frekans cevabının hesaplanabilmesi için bu sinyallerin spektrumu gerekmektedir. Sinyallerin spektrumunun elde edilmesi için FFT metodu kullanılır ve FFT metodu kullanılırken DFT metodundan faydalanılmaktadır. Bir sinyalin spektrumunun ölçülebilmesi için

- Zamanda ayırıştırma: Eşzamanlı zaman çizelgesinde sürekli zaman sinyalini örnekleme.
- Verilerin uzunluğunu kısıtlama: Bilgisayarlar sadece sınırlı sayıda veri ile çalışabilmektedir. Verinin uzunluğu N tane örnek ile sınırlandırılmalıdır. Bu işleme pencereleme denilmektedir.
- Frekansta ayırıştırma: Sonlu uzunluktaki ayrık zamanlı sinyal yine sürekli frekans spektrumuna sahiptir. Bu spektrumun değeri sadece eşit uzaklıktaki frekanslarda hesaplanacaktır.

aşamaları gerçekleştirilmelidir [30].

Fourier dönüşümü temel olarak N adet karmaşık $x(n)$ veri serisini N adet $X(k)$ serisine

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{kn}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (2.20)$$

eşitliği kullanılarak dönüştürmektedir. Faz faktörü olarak tanımlanan W_N ifadesi $W_N = e^{-j2\pi fN}$ olarak tanımlanmaktadır. (2.20)'de görüldüğü gibi her k değerini hesaplamak için N adet karmaşık çarpma ($4N$ gerçek sayı çarpma) ve $N-1$ adet karmaşık toplama ($4N-2$ gerçek sayı toplama) gerekmektedir. Bundan dolayı N adet k değerini hesaplamak için N^2 adet karmaşık çarpma ve N^2-N adet karmaşık toplama gerekmektedir. Ayrıca hesaplanan sonuçların tutulması için $2N$ adet hafıza bölgesine ihtiyaç duyulmaktadır [31].

Fourier dönüşümünün doğrudan hesabı faz faktörünün önemli olan simetri ve tekrarlı özelliklerini kullanmadığından çok verimli olmamaktadır. Literatürde bulunan radix türü algoritmalar faz faktörlerinin bu özelliklerini kullanarak hesap miktarını düşürmektedir. Bu algoritmalar en çok kullanılanı radix-2 algoritması olup, Fourier dönüşümü parçala ve hesapla yöntemiyle tekrar eden hesaplara indirgenmektedir. Bu sayede FFT için gereken karmaşık çarpma sayısı $(N/2) \log_2(N)$ 'e düşmektedir. Gereken karmaşık toplama ise $(N) \log_2(N)$ kadar olmaktadır. Ancak her adımda bütün değerleri hafızada tutmak gerektiği için hafıza gereksiniminde bir değişiklik olmamaktadır [32].

2.4 Çalışmada Kullanılan Polinom Yaklaşımları

Bu bölümde kompanzator tasarımının yapısını oluşturan Chebyshev ve Bernstein polinomları hakkında matematiksel ifadeler verilmektedir.

2.4.1 Chebyshev Polinomları

Chebyshev polinomları özellikle nümerik analizde farklı uygulamalarda kullanılmaktadır. Kontrol sistemleri literatüründe Chebyshev polinomları, sistem modellerinin indirgenmesi ile ilgili çalışmalarda kullanılmıştır. Bu projede ise kompanzatorün yapısı oluşturulurken Chebyshev polinomlarından yararlanılacaktır. Chebyshev polinomları hesaplanırken

$$T_n(v) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ v, & n = 1 \\ 2v T_{n-1}(v) - T_{n-2}(v), & n > 1 \end{cases} \quad (2.21)$$

ifadesi kullanılmaktadır. Bu ifadede $T_n(v)$, n dereceli Chebyshev polinomunu ifade etmektedir. Bu ifade incelendiğinde iteratif bir yapı olduğu ve her Chebyshev polinomunun değerinin kendisinden önce gelen daha küçük dereceli Chebyshev polinomları kullanılarak hesaplandığı görülmektedir.

2.4.2 Bernstein Polinomları

Kompanzator tasarımı yapılırken Chebyshev polinomlarına ek olarak Bernstein polinomları da kullanılabilir. Bernstein polinomları, $i = 0, 1, \dots, n$ olmak üzere

$$B_{i,n}(v) = \binom{n}{i} v^i (1-v)^{n-i} \quad (2.22)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada,

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (2.23)$$

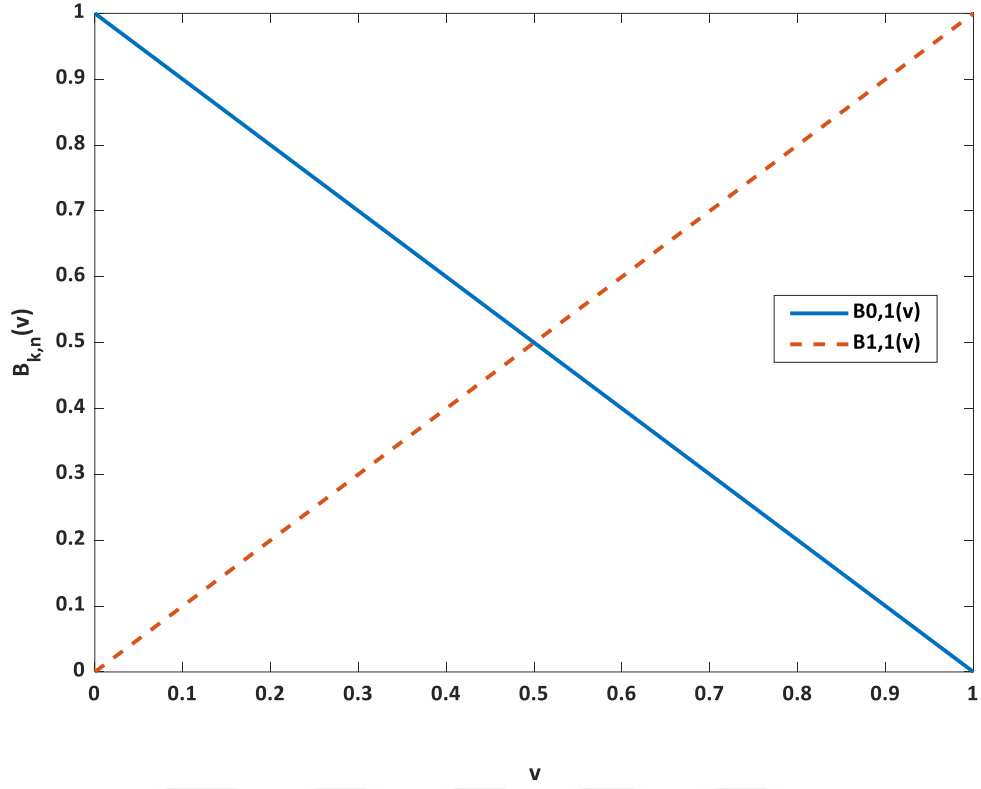
olarak hesaplanmaktadır. $i < 0$ ya da $i > n$ olması durumunda $B_{i,n} = 0$ kabul edilir.

Birinci dereceden Bernstein polinomları $B_{0,1}(v)$ ve $B_{1,1}(v)$ polinomları ile oluşturulmaktadır. $B_{0,1}(v)$ ve $B_{1,1}(v)$ polinomları sırasıyla

$$B_{0,1}(v) = 1 - v \quad (2.24)$$

$$B_{1,1}(v) = v$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Şekil 2.6'da birinci dereceden Bernstein polinomlarını ifade eden grafik bulunmaktadır.



Şekil 2. 6 Birinci dereceden Bernstein polinomları

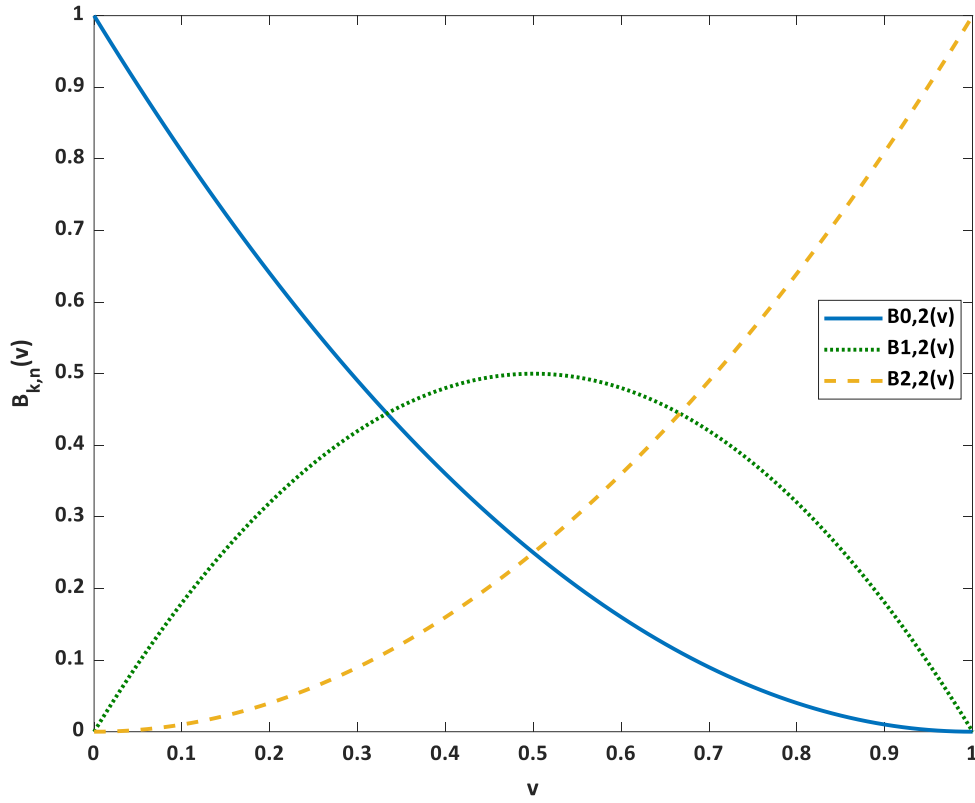
İkinci dereceden Bernstein polinomları da birinci dereceden Bernstein polinomlarından olduğu gibi derecesinden küçük eşit olan Bernstein polinomlarından oluşmaktadır. İkinci dereceden Bernstein polinomları hesaplanırken $B_{0,2}(v)$, $B_{1,2}(v)$ ve $B_{2,2}(v)$ polinomları kullanılmaktadır. $B_{0,2}(v)$, $B_{1,2}(v)$ ve $B_{2,2}(v)$ polinomları ise sırasıyla

$$B_{0,2}(v) = (1 - v)^2$$

$$B_{1,2}(v) = 2v(1 - v) \quad (2.25)$$

$$B_{2,2}(v) = v^2$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Şekil 2.7'de ikinci dereceden Bernstein polinomlarını ifade eden grafik bulunmaktadır.



Şekil 2. 7 İkinci dereceden Bernstein polinomları

Bernstein polinomları iteratif yapıda yazılabilen polinomlardır. n dereceli Bernstein polinomu, $n - 1$ dereceli iki Bernstein polinomu şeklinde yazılabilmektedir. k, n dereceli Bernstein polinomu,

$$B_{k,n}(v) = (1 - v)B_{k,n-1}(v) + vB_{k-1,n-1}(v) \quad (2.26)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Ayrıca, Bernstein polinomları $[1 \ v \ v^2 \ \dots \ v^n]$ parantezinde v cinsinden yazılabilmektedir. n dereceli bir Bernstein polinomu n 'e eşit veya n 'den küçük Bernstein polinomları ile v cinsinden yazılabilmektedir. Bu eşitliğin elde edilmesi için binom açılımı teoremi kullanılmaktadır. Bernstein polinomları, v 'nin kuvvetleri cinsinden

$$B_{k,n}(v) = \binom{n}{k} v^k (1 - v)^{n-k} = \sum_{i=k}^n (-1)^{i-k} \binom{n}{i} \binom{i}{k} v^i \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bernstein polinomları, matrisler şeklinde ifade edilebilmektedir ve bu ifade birçok uygulamada kullanılmaktadır.

Matris gösterimi, lineer kombinasyonların nokta çarpımı ile edilebilmektedir. Bu nedenle, Bernstein baz polinomlarının lineer kombinasyonu,

$$B(v) = c_0 B_{0,n} + c_1 B_{1,n} + c_2 B_{2,n} + \dots + c_n B_{n,n} \quad (2.28)$$

şeklinde gösterilmektedir. Bu gösterim, lineer kombinasyonların nokta çarpımı şeklinde tekrar yazıldığında

$$B(v) = [B_{0,n} \ B_{1,n} \ B_{2,n} \ \dots \ B_{n,n}] \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

olarak elde edilmektedir ve bu gösterim de

$$B(v) = [1 \ v \ v^2 \ \dots \ v^n] \begin{bmatrix} b_{0,0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{0,1} & b_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ b_{0,2} & b_{1,2} & b_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{0,n} & b_{1,n} & b_{2,n} & \dots & b_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

şeklinde alt üçgen matrisi ile ifade edilebilmektedir. İkinci dereceden Bernstein polinomları matris formunda,

$$B(v) = [1 \ v \ v^2] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

şeklinde ve üçüncü dereceden Bernstein polinomları ise

$$B(v) = [1 \ v \ v^2 \ v^3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

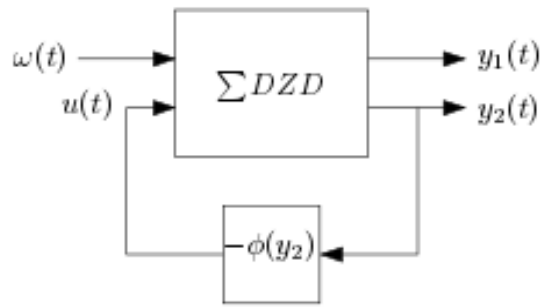
şeklinde gösterilmektedir.

YMSGTF TABANLI OPTİMİZASYON ALGORİTMASI

Bu bölümde, ilk olarak Lure tipi sistemlerin özellikleri daha sonrasında frekans domeninde oluşturulan maliyet fonksiyonu ve iki farklı polinom yaklaşımı kullanılarak tasarlanan kompanzatör yapıları anlatılacaktır.

3.1 Lure Tipi Sistemler

Lure tipi sistemler, birbirine bağlı doğrusal ve doğrusal olmayan bileşenlerden oluşan bir sistem olarak tanımlanmaktadır [33]. Lure tipi sistemler, Şekil 3.1’de verildiği gibi çok giriş çok çıkışlı bir DZD bileşen ve geri beslemede doğrusal olmayan yapılar içerecek şekilde tanımlanmaktadır.



Şekil 3. 1 Lure tipi sistemler [15]

Şekil 3.1’de verilmekte olan Lure tipi sistemin durum uzay gösterimi

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_\omega \omega(t) \quad x(t_0) = x_0 \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} D_{1,\omega} & D_{1,u} \\ D_{2,\omega} & D_{2,u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}$$

$$u(t) = -\phi(y_2)$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada, $y_1(t), y_2(t) \in \mathbb{R}$ sistemin çıkışlarını, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ sistemin durumlarını ve $\omega \in \mathcal{C}_p$ sistemin harici girişlerini ifade etmektedir. Bunlara ek olarak durum uzay gösterimi, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_u \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $B_\omega \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C_l \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ ve $D_{l,u/\omega} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ matrisleri ile $l = 1,2$ olmak üzere gösterilmektedir. $u(t) \in \mathbb{R}$ ise $\phi : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ile oluşturulan statik doğrusal olmayan bir geri beslemedir.

Teorem 3.1 Lur'e tipi bir sistem, (3.1)'de verildiği gibi ele alınsın. $\omega \in \overline{\mathbb{S}}_{\xi_0}$ ifadesi ξ_0 frekanslı bir sinüzoidal sinyal olmak üzere ve

- A1: Sistem, giriş sinyalleri \mathbb{S} sınıfına göre homojen olarak yakınsaktır.
- A2: Kalıcı hal durumu çıkışları $\bar{y}_{1,\omega}$ ve $\bar{y}_{2,\omega}$, $\omega \in \overline{\mathbb{S}}_{\xi_0}$ şeklindeki bazı sinüzoidal girişler için sıfırdan farklıdır.
- A3: $|C_l(2\pi i\xi - A)^{-1}B_u + D_{l,u}| \neq 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}, l = 1,2.$

kabülleri altında aşağıda verilen ifadeler birbirine eşdeğerdir.

- S1: $\bar{y}_{1,\omega} \in \overline{\mathbb{S}}_{\xi_0}$.
- S2: v genlik olmak üzere $\bar{y}_{2,\omega} \in \overline{\mathbb{S}}_{\xi_0}$.
- S3: Durum uzay gösterimi

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\omega(t) & \tilde{x}(t_0) &= t_0 \\ y(t) &= \tilde{C}\tilde{x}(t) + \tilde{D}\omega(t) \end{aligned} \tag{3.2}$$

olarak verilen doğrusal zamanla değişmeyen ve (3.1)'de verilen sisteme eşdeğer olan sistemi sağlayan $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ ve \tilde{D} matrisleri vardır.

Bu noktada $\overline{\mathbb{S}}_{\xi_0}$ ifadesi ξ_0 frekanslı sinüzoidal sinyaller kümesini tanımlamaktadır. Ayrıca bu eşdeğerlilik teoreminde (3.2)'nin (3.1)'a eşdeğer olması tüm $\{(x_0, \omega) \in \mathbb{R}^n \times \mathcal{C}_p \mid \|y_2(t)\|_\infty \leq v\}$ için (3.1) ve (3.2) ifadelerinin çözümlerinin ve çıkış değerlerinin $x(t) = \tilde{x}(t)$ ve $y(t) = \tilde{y}(t)$ eşitliklerini sağladığı anlamına gelmektedir.

Teorem 3.1, sistemin girişine sinüzoidal sinyal uygulandığında sistem çıkışı kullanılarak sistemin dinamiklerinin lokal doğrusallığına ulaşılabilir olduğunu göstermektedir. Bu olgu yardımıyla sistemin çıkış ifadesi kullanılarak sistemde doğrusal olmayan yapıların sistem çıkışına olan etkisinin analizinin yapılabileceği anlaşılmaktadır [15].

Bu aşamada Teorem 3.1 ile Lur'e tipi sistem yapısına uygun eyleyici doyumlu bir sistem için YMSGTF tabanlı bir maliyet fonksiyonu beraber kullanılarak bu fonksiyonun en küçük değerinin hesaplanması problemi üzerinden bir kompanzatör tasarımı yapılmaktadır.

3.2 Maliyet Fonksiyonu

Bu bölümde, Lur'e tipi sistem yapısına uygun eyleyici doyumlu bir sistem için YMSGTF tabanlı maliyet fonksiyonu anlatılmaktadır. Maliyet fonksiyonunda yer alan YMSGTF'lerin hesaplanmasında Bölüm 2'de detaylı olarak verilmekte olan FFT metodundan yararlanılmaktadır. Optimizasyon için belirlenen maliyet fonksiyonu YMSGTF yardımıyla

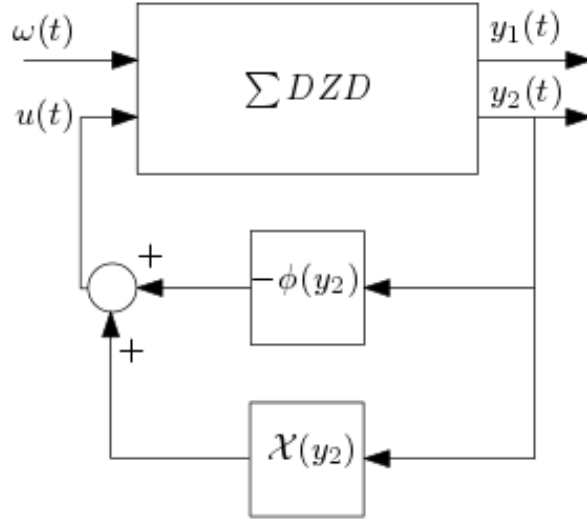
$$J(\kappa) = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq 1}}^K \frac{|y(k\omega_0, \kappa)|}{|y(\omega_0, \kappa)|} \quad (3.3)$$

şeklinde harmonikler üzerinden belirlenmiştir. (3.3)'de $y(\omega_0, \kappa)$ sinyali, sisteme $u(t)$ girişi verildiğinde elde edilen $y(t)$ çıkışının birinci harmonik için FFT yöntemi ile tek taraflı spektrumunu ifade etmektedir. Bu ifadede k değeri ise harmonik sayısını göstermektedir. Sisteme uygulanacak olan kompanzatörü κ ifadesi göstermektedir. Kompanzatör için en uygun parametreler maliyet fonksiyonu üzerinden $\kappa^* = \arg \min_{\kappa} J(\kappa)$ ile elde edilmektedir.

Teorem 3.1 ve (3.3) , sisteme sinüzoidal bir giriş sinyal uygulanarak sistemde var olan doğrusal olmayan yapıların optimal hale getirilmesinin mümkün olabildiğini göstermektedir.

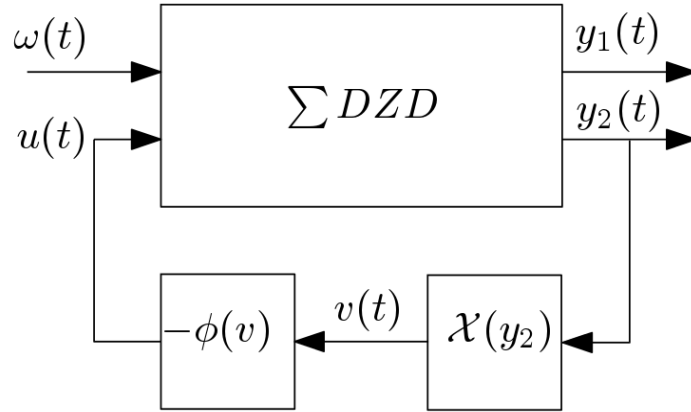
3.3 Kompanzatör Tasarımı

Çalışmada tasarımı yapılan kompanzatör Teorem 3.1'de verilen Lur'e tipi sistem yapısına uygun olarak sisteme paralel ve seri olmak üzere iki şekilde uygulanabilmektedir.



Şekil 3. 2 Paralel bağlı kompanzator blok diyagramı [15]

Şekil 3.2’de tasarımı yapılan kompanzatorün sisteme paralel bağlantısı ve Şekil 3.3’te ise seri olarak bağlantısı gösterilmektedir ve $X(y_2)$ ifadesi tasarımı yapılan kompanzatorü ifade etmektedir. Bu çalışmada, kompanzator sisteme seri olarak bağlanmaktadır.



Şekil 3. 3 Seri bağlı kompanzator blok diyagramı [15]

Maliyet fonksiyonunu minimize eden κ katsayıları, iki farklı polinom yaklaşımı ile kullanılarak kompanzator tasarımı kullanılmıştır.

3.3.1 Chebyshev Polinomları Tabanlı Kompanzator Tasarımı

Chebyshev polinomları kullanılarak oluşturulacak kompanzatorün yapısı,

$$\chi(v) = \sum_{n=0}^N \beta_n T_n(v) = \lambda v + \sum_{\substack{n=0 \\ n \geq 2}}^N b_n v^n, \quad v \in \mathbb{R} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu çalışmada Chebyshev polinomları tasarımı yapılan kompanzatorün bazını oluşturmaktadır. Diğer bir ifadeyle, tasarımı yapılan kompanzator (3.4)'de verildiği üzere kullanılan Chebyshev polinomlarının lineer kombinasyonu olarak tanımlanmaktadır. Maliyet fonksiyonunu minimize eden κ katsayıları, Chebyshev polinomları tabanlı kompanzator tasarımı yapılırken (3.4)'de verilen β_n katsayıları ile $\kappa = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \dots \ \beta_N]$ şeklinde hesaplanmaktadır.

3.3.2 Bernstein Polinomları Tabanlı Kompanzator Tasarımı

Chebyshev polinomları gibi Bernstein polinomları da kompanzator tasarımı için kullanılabilir. Bernstein polinomları kullanılarak oluşturulacak olan kompanzator yapısında Bernstein polinomlarının (2.30)'deki gibi matris gösterimi kullanılmaktadır. Bernstein polinomları kullanılarak oluşturulacak kompanzatorün yapısı,

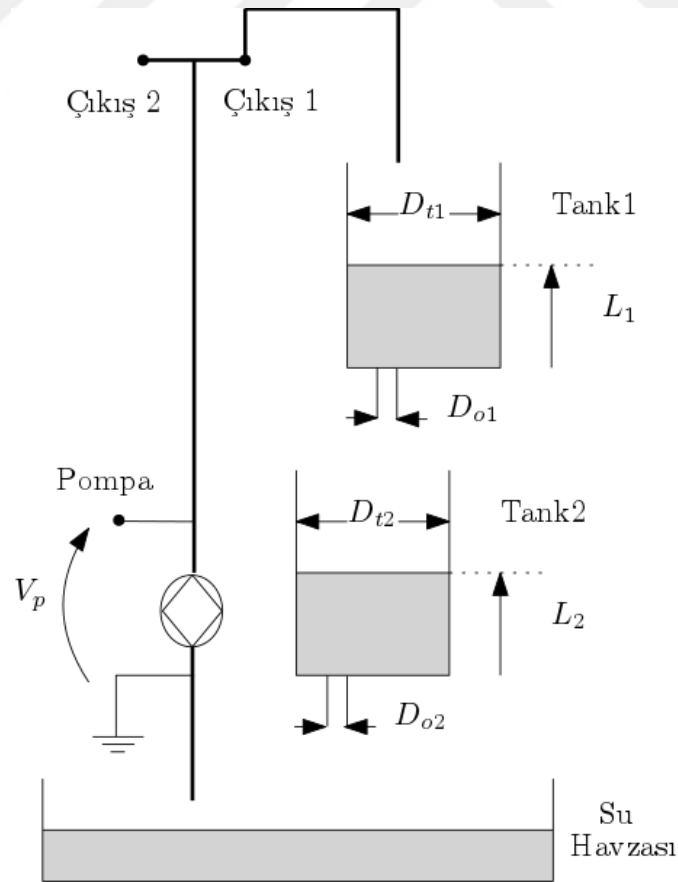
$$\chi(v) = [1 \quad v \quad v^2 \quad \dots \quad v^n] \begin{bmatrix} b_{0,0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{0,1} & b_{1,1} & 0 & \dots & 0 \\ b_{0,2} & b_{1,2} & b_{2,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{0,n} & b_{1,n} & b_{2,n} & \dots & b_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Chebyshev polinomları yaklaşımında olduğu gibi maliyet fonksiyonunu minimize eden κ katsayıları Bernstein polinomları tabanlı kompanzator tasarımı yapılırken (3.5)'de verilen c_n katsayıları ile $\kappa = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ \dots \ c_n]$ şeklinde hesaplanmaktadır.

ÇİFT TANK SIVI SEVİYE KONTROL SİSTEMİ

Bu çalışmada tasarlanan kompanzator, araştırma laboratuvarımızda bulunan çift tank sıvı seviye kontrol sistemine uygulanmıştır. Bu bölümde sistemin konfigürasyonu ve matematiksel modeli hakkında bilgiler verilmektedir.

4.1 Sistem Konfigürasyonu



Şekil 4. 1 Çift tank sıvı seviye kontrol sistemi

Şekil 4.1’de çalışmada ele alınan çift tank sıvı seviye kontrol sistemi gösterilmektedir. Çift tank sıvı seviye kontrol sistemi, temel olarak su haznesi olan bir pompadan ve iki tank sisteminden oluşmaktadır. Ele alınan sistem; otonom, kapalı ve sirkülasyon içerisinde olan cihaz yapısına bir örnek olarak ele alınmaktadır. Sistemdeki sıvı tankları, üst bölümde bulunan tanktan, Tank 1, altta bulunan tanka, Tank 2, su akışı olacak şekilde ön plakaya monte edilmiştir. Tank 2’ye gelen su akışı su rezervuarına akmaktadır. Her iki tankın alt bölümlerinde sıvının çekildiği bir çıkış bulunmaktadır. Çift tank sıvı seviye kontrol sistemi, Çıkış 1 ve Çıkış 2 olmak üzere normalde kapalı olan iki tane hızlı bağlantı çıkışı yardımıyla pompadan su çıkışını sağlamaktadır. Bu iki çıkışın çapları farklı amaçlarla kullanılmak üzere farklı çap değerlerinde tasarlanmıştır. Sıvı seviyesini ölçebilmek için her iki tankın da altında basınca duyarlı algılayıcılar bulunmaktadır. Bu algılayıcılar basınç farkı üzerinden her bir tankta bulunan sıvı seviyesini doğru olarak ölçebilmektedir. Çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin farklı konfigürasyonları bulunmaktadır. Bu konfigürasyonlar için farklı kontrol yöntemleri kullanılan çalışmalar bulunmaktadır [34], [35].

Bu konfigürasyonda, sıvı akışı sırasıyla pompa yardımıyla Tank 1’e, Tank 1’den de Tank 2’ye aktarılmaktadır. Tank 2’ye ele alınan sistemde kontrol sinyali olan pompa motorundan doğrudan bir aktarım bulunmamaktadır. Bu konfigürasyonda amaç, Tank 1’i dolduran bir pompa motoru kullanarak Tank 2 sıvı seviye kontrolünün yapılmasıdır.

4.2 Sistemin Matematiksel Modeli

Çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin matematiksel modelinin elde edilmesi için Tank 1 ve Tank 2 aracılığıyla dinamik denklemler elde edilmiştir.

Sıvının Tank 1’den çıkış oranı

$$F_{o1} = A_{o1}v_{o1} \quad (4.1)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, A_{o1} , Tank 1’in üst çıkış kesit alanı $A_{o1} = \frac{1}{4}\pi D_{o1}^2$ şeklinde v_{o1} ise $v_{o1} = \sqrt{2}\sqrt{gL_1}$ olarak hesaplanmaktadır. A_{o1} ve v_{o1} ifadelerinin açık hali (4.1) ‘de yerine konulduğunda sıvının Tank 1’den çıkış oranı

$$F_{o1} = A_{o1}\sqrt{2}\sqrt{gL_1} \quad (4.2)$$

şeklinde yazılabilmektedir. L_1 sıvı seviyesinin birinci mertebeden diferansiyel denklemler ile gösterimi

$$A_{t1} \frac{\partial}{\partial t} L_1 = F_{i1} - F_{o1} \quad (4.3)$$

şeklinde Tank 1 için kütle-denge prensibi kullanılarak elde edilmektedir. Tank 1'den Tank 2'ye akış oranı $F_{i1} = K_p V_p$ ile ifade edilmektedir. F_{i1} (4.3)'de yerine konulduğunda, L_1 sıvı seviyesinin birinci mertebeden diferansiyel denklemler ile gösterimi

$$\frac{\partial}{\partial t} L_1 = \frac{K_p V_p - A_{o1}\sqrt{2}\sqrt{gL_1}}{A_{t1}} \quad (4.4)$$

şeklinde elde edilmektedir.

Tank 1 için yapılan bütün hesaplamalar Tank 2 için de hesaplanmıştır. Sıvının Tank 2'den çıkış oranı

$$F_{o2} = A_{o2}v_{o2} \quad (4.5)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada, A_{o2} , Tank 2'in üst çıkış kesit alanı $A_{o2} = \frac{1}{4}\pi D_{o2}^2$

şeklinde ve v_{o2} ise $v_{o2} = \sqrt{2}\sqrt{gL_2}$ şeklinde hesaplanmaktadır. A_{o2} ve v_{o2} ifadelerinin açık hali (4.5) 'de yerine konulduğunda sıvının Tank 2'den çıkış oranı

$$F_{o2} = A_{o2}\sqrt{2}\sqrt{gL_2} \quad (4.6)$$

şeklinde yazılabilmektedir. $F_{i2} = F_{o1}$ prensibi kullanılarak, Tank 2'den hazneye akış oranı

$$F_{i2} = A_{o1}\sqrt{2}\sqrt{gL_1} \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilmektedir. L_2 sıvı seviyesinin birinci mertebeden diferansiyel denklemler ile gösterimi

$$A_{t2} \frac{\partial}{\partial t} L_2 = F_{i2} - F_{o2} \quad (4.8)$$

şeklinde Tank 2 için kütle-denge prensibi kullanılarak elde edilmektedir. F_{i2} ve F_{o2} (4.8)'de yerine konulduğunda, L_2 sıvı seviyesinin birinci mertebeden diferansiyel denklemler ile gösterimi

$$\frac{\partial}{\partial t} L_2 = \frac{-A_{o2}\sqrt{2}\sqrt{gL_2} + A_{o1}\sqrt{2}\sqrt{gL_1}}{A_{t2}} \quad (4.9)$$

şeklinde elde edilmektedir [36].

Çift tank sıvı seviye kontrol sistemini oluşturan Tank 1 ve Tank 2'ye ait parametreler Çizelge 4.1'de nümerik olarak ifade edilmektedir.

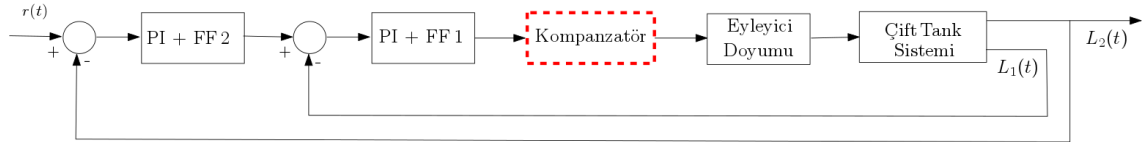
Çizelge 4. 1 Sistem parametreleri

PARAMETRE	AÇIKLAMA	DEĞER	BİRİMİ
K_p	Hacimsel Akış Sabiti	3.3	$cm^3/s/V$
D_{o1}	Çıkış 1 çapı	0.635	cm
D_{o2}	Çıkış 2 çapı	0.47625	cm
D_{t1}	Tank 1 iç çapı	4.445	cm
D_{t2}	Tank 2 iç çapı	4.445	cm
g	Yer çekimi ivmesi	981	cm/s^2

BÖLÜM 5

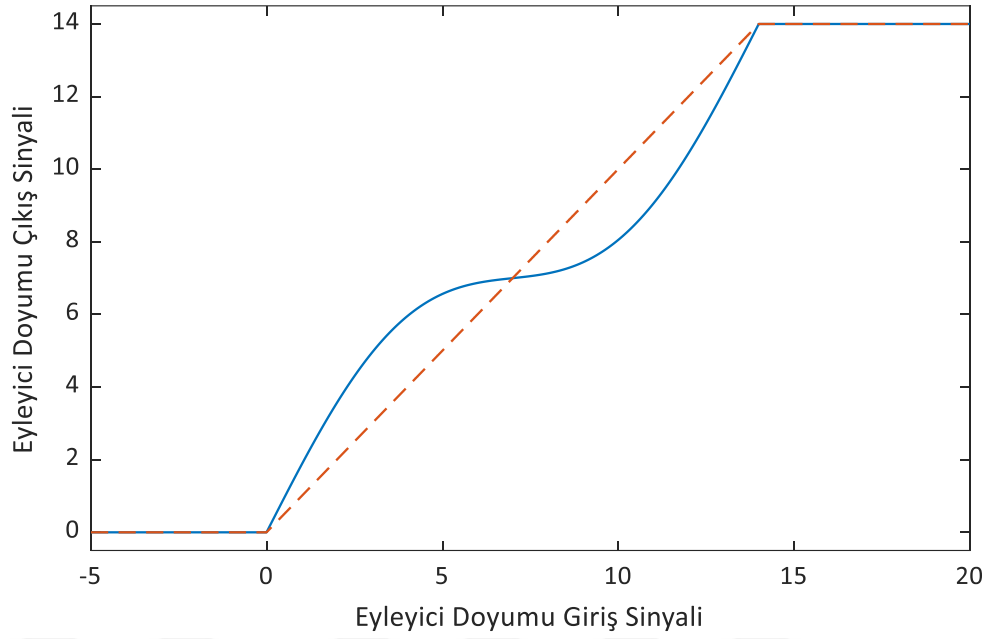
BENZETİM SONUÇLARI

YMSGTF fonksiyonları yaklaşımı kullanılarak tasarım yapılabilmesi için Bölüm 2’de verildiği üzere yaklaşımın uygulanacağı sistemin kararlı, doğrusal olmayan ve zamanla değişmeyen bir sistem olması gerekmektedir. Yapılan çalışmada, çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin kapalı çevrim kararlılığını sağlayan hali hazırda bulunan iki adet PI + statik ileri beslemeli kontrolör yapıları bulunmaktadır. Şekil 5.1’de sistemin blok diyagramı gösterilmektedir ve PI + statik ileri beslemeleri kontrolör yapılarının, PI+FF1 ve PI+FF2, parametreleri ise Çizelge 5.1’de verilmektedir.



Şekil 5. 1 Sistemin blok diyagramı

Çift tank sıvı seviye kontrol sistemi için statik ileri beslemeli kontrolörler tasarlanırken, sistemdeki eyleyici doyumu doğrusal artış gösteren ve belirli bir alt ve üst sınır değerine göre oluşturulmuştur. Fakat gerçekte yükselticilerin yapısı doğrusal artış göstermemektedir. Bu amaçla, sistemde bulunan eyleyici doyumu doğrusal olmayan şekilde artış gösteren ve alt ve üst sınırı daha zorlayıcı değerlerde olan bir yapı ile değiştirilmiştir.



Şekil 5. 2 Doğrusal ve doğrusal olmayan eyleyici doyumu grafiği

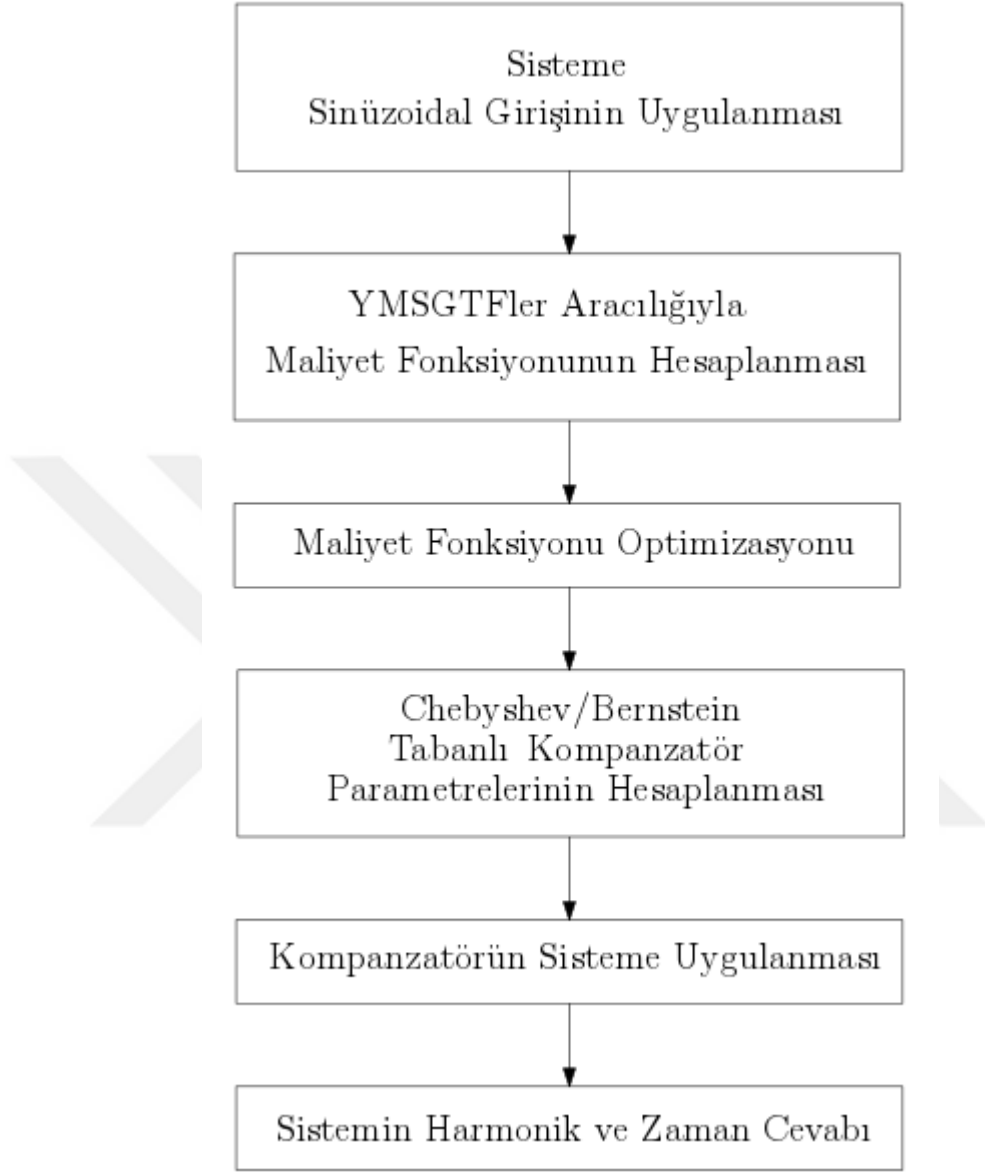
Şekil 5.2'de doğrusal ve doğrusal olmayan eyleyici doyumu grafiği verilmektedir ve eyleyici doyumu kırmızı kesikli çizgilerdeki gibi hale getirildikten sonra hali hazırda bulunan PI + statik ileri beslemeli kontrolörlerin referans takip performansı düşmektedir. Bu sebeple referans takip performansı arttırılmak amacıyla farklı polinom yaklaşımları kullanılarak kompanzator tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 5. 1 Statik ileri beslemeli kontrolörün parametreleri

PARAMETRE	DEĞER
K_{p1}	7.2152
K_{p2}	5.0934
K_{I1}	9.1061
K_{I2}	1.7436
K_{ff1}	2.2911
K_{ff2}	1

Bernstein polinomları ile tasarlanan kompanzatorün başarımını göstermek amacıyla iki farklı polinom yaklaşımı ile kompanzator tasarımı yapılmış ve benzetim sonuçları elde

edilmiştir. Chebyshev polinomları ve Bernstein polinomları tabanlı tasarlanan kompanzator yapılarının başarımı gösterilmek amacıyla benzetim çalışmaları yapılmıştır.



Şekil 5. 3 Sistemin akış diyagramı

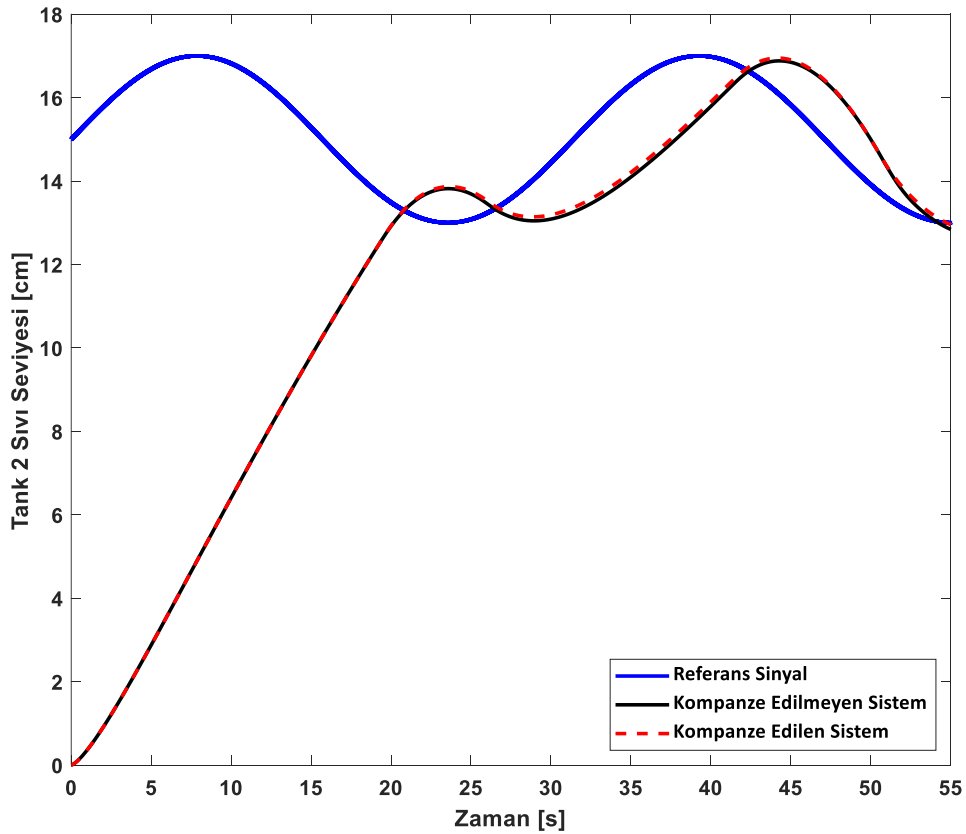
Şekil 5.3'te çalışmanın akış diyagramı verilmektedir. Her iki polinom tabanlı kompanzator tasarımı yapılırken, öncelikle sisteme sinüzoidal bir giriş sinyali uygulanmaktadır. Benzetim çalışmaları yapılırken sisteme uygulanan sinüzoidal giriş sinyali

$$r(t) = 2 \sin(2t) + 15 \quad (5.1)$$

şeklindedir. Uygulanan sinüzoidal giriş ile elde edilen çıkış sinyali üzerinden YMSGTF yaklaşımı kullanılarak frekans tabanlı bir maliyet fonksiyonu oluşturulmaktadır. MATLAB üzerinden maliyet fonksiyonunun optimizasyonu yapılarak kompanzatorün optimal değerleri elde edilmektedir. Elde edilen optimal değerler Chebyshev ve Bernstein polinomları için ayrı ayrı kompanzator parametrelerini oluşturmaktadır. Tasarlanan kompanzator sisteme uygulandıktan sonra sistemin zaman ve harmonik cevabına ek olarak ISE tabloları da elde edilerek referans takip performansı gösterilmektedir.

5.1 Chebyshev Polinomları Tabanlı Kompanzator Tasarımı

Bölüm 3’de detaylı olarak açıklanan frekans tabanlı maliyet fonksiyonunu minimize eden optimal değerleri elde edildikten sonra (3.4)’de verilen kompanzator denkleminde yerlerine yazılarak blok diyagramda Şekil 5.1’de gösterildiği şekilde sisteme uygulanmıştır. Bu tasarım yapılırken kompanzator katsayılarını ifade eden β_n ifadesinde $n = 3$ olarak seçilmiştir.



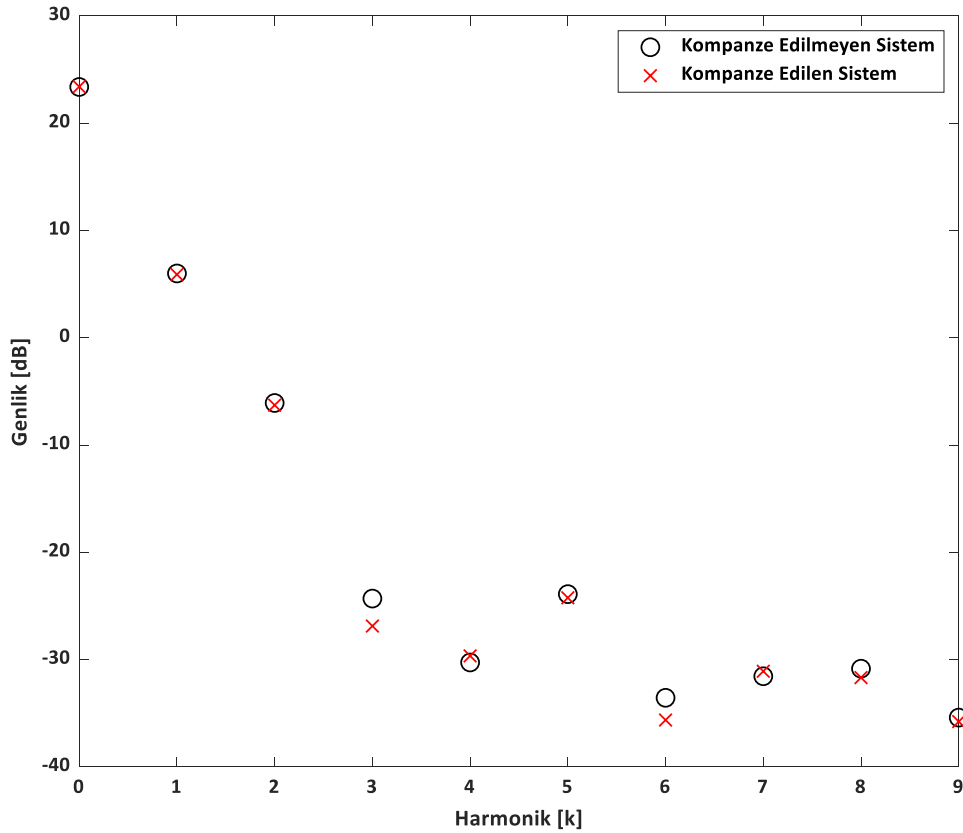
Şekil 5.4 $n = 3$ için sistemin zaman cevabı

Şekil 5.4'te sistemde tasarımı yapılan kompanzatorün sistemde olduğu ve olmadığı iki ayrı durum için sistem çıkışının grafikleri verilmiş ve gerekli karşılaştırma yapılmıştır. Şekilde görüldüğü üzere sisteme Chebyshev tabanlı kompanzator uygulandıktan sonra elde edilen sistemin cevabının (kesikli çizgi) referans sinyalini izleme performansı iyileştirilmiştir.

Çizelge 5. 2 $n = 3$ için ISE tablosu

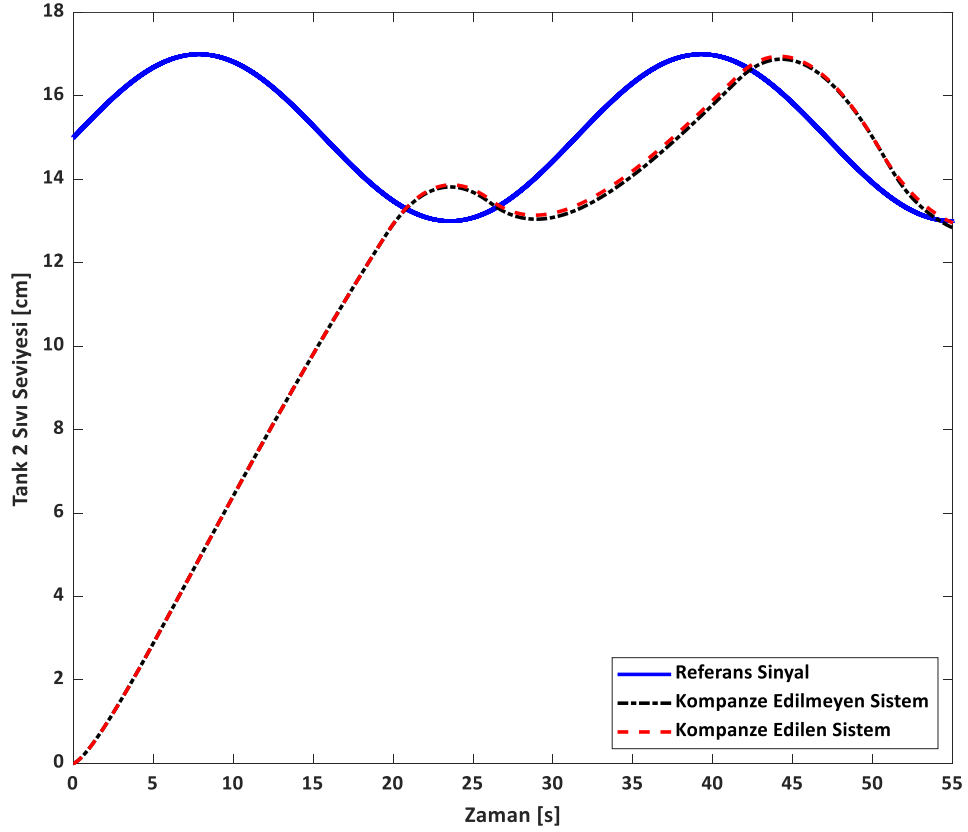
	KOMPANZE EDİLMİYEN SİSTEM	KOMPANZE EDİLEN SİSTEM
ISE	74.8836	71.5081

Verilen grafiklere ek olarak, elde edilen iyileştirmeyi nümerik olarak ifade etmek üzere Çizelge 5.2'de, tasarlanan kompanzator sisteme uygulanmadan önce ve uygulandıktan sonra elde edilen sistem cevaplarının referans sinyaline göre hesaplanan ISE değerleri verilmektedir. Verilen ISE değerleri incelendiğinde Chebyshev tabanlı kompanzatorün etkisiyle daha küçük bir hata değeri elde edildiği ve sistemin referans izleme performansının arttığı görülmektedir.



Şekil 5. 5 $n = 3$ için sistemin frekans cevabı

Sistemin zaman cevabına ek olarak, Şekil 5.5'te ise sistem çıkışının harmonik cevabı ve analizi verilmiştir. Sistem çıkışının harmonikleri incelendiğinde tasarımı yapılan kompanzator sisteme uygulandığında çıkış cevabındaki belli etkin harmoniklerin genlik değerlerinde azalmalar görülmüştür. Girişine sinüzoidal bir sinyal uygulanan sistemin çıkışında elde edilen harmonik cevabında 1. harmonik dışındaki diğer harmoniklerin sistemdeki doğrusal olmayan yapılarından dolayı ortaya çıktığı göz önüne alınmaktadır.



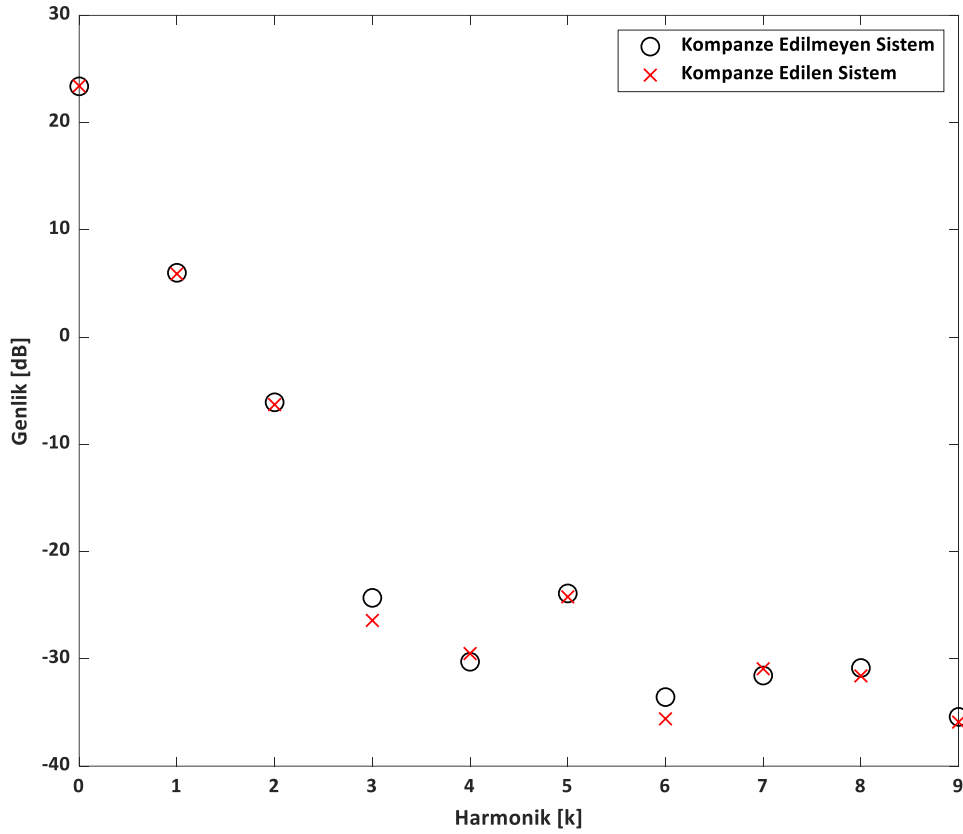
Şekil 5.6 $n = 5$ için sistemin zaman cevabı

Kompanzator katsayılarını ifade eden β_n ifadesinde $n = 3$ olarak seçildikten sonra farklı değerlerde alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Şekil 5.6'da β_n ifadesinde $n = 5$ seçilerek yapılan tasarım sonucunda elde edilen kompanzator sisteme uygulandığında elde edilen sistemin zaman cevabı verilmektedir. Bu noktada sistemin referans sinyalini izleme performansında görülen gecikmelerin sebebi ise çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin dinamik olarak yavaş cevap veren bir sistem olması ve uygulanan referans sinyalinin sisteme göre oldukça hızlı değişen bir sinyal olmasıdır. Referans sinyali olarak nispeten hızlı değişen bir sinyal seçilmesinin sebebi ise tasarımı yapılan kompanzatorün sistem için zorlayıcı bir referans sinyalini izleme performansını da arttırdığını göstermektedir.

Çizelge 5. 3 $n = 5$ için ISE tablosu

	KOMPANZE EDİLMİYEN SİSTEM	KOMPANZE EDİLEN SİSTEM
ISE	74.8836	71.9995

Çizelge 5.3'te tasarlanan kompanzator sisteme uygulanmadan önce ve uygulandıktan sonra elde edilen sistem cevaplarının referans sinyaline göre hesaplanan ISE değerleri verilmektedir. Verilen ISE değerleri incelendiğinde Chebyshev tabanlı kompanzatorün etkisiyle daha küçük bir hata değeri elde edildiği ve sistemin referans izleme performansının arttığı görülmektedir. Fakat β_n ifadesinde $n = 3$ seçilerek yapılan tasarımda ISE değerleri daha küçük elde edilmiştir.



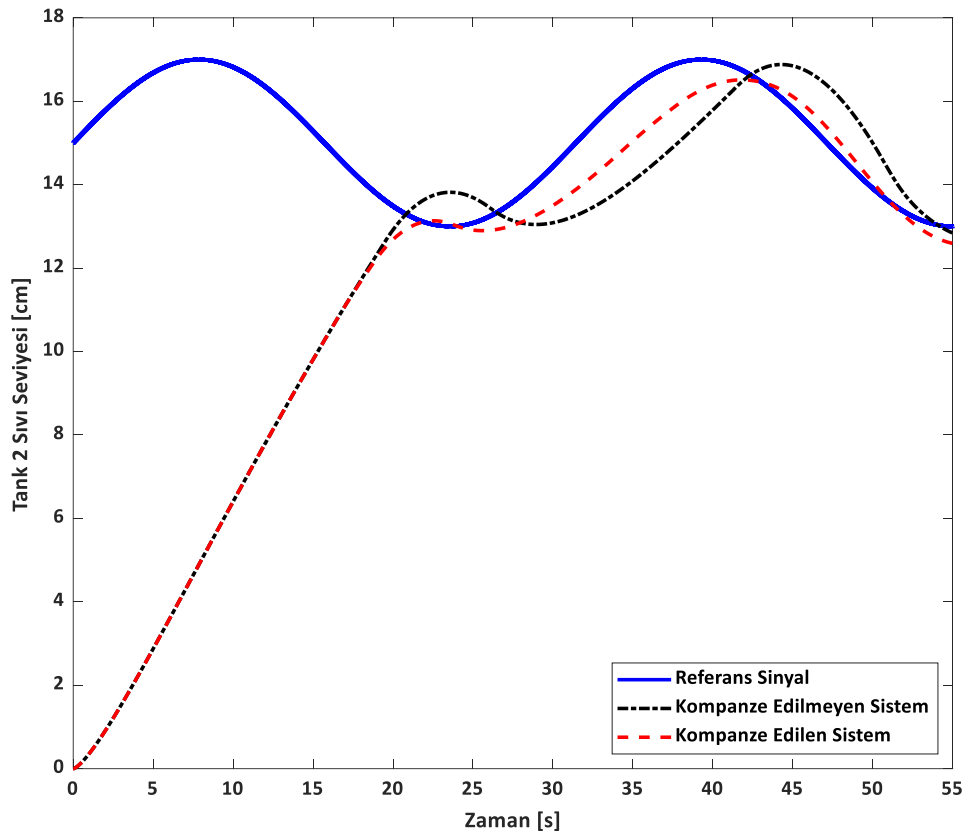
Şekil 5.7 $n = 5$ için sistemin frekans cevabı

Şekil 5.7'de ise sistem çıkışının harmonik cevabı ve analizi verilmiştir. Her iki tasarım için elde edilen harmonik cevabının analizinden tasarımı yapılan kompanzator yardımıyla sistemdeki eyleyici doyumunun çıkış cevabına olan etkisinin azaltıldığı anlaşılmaktadır. Chebyhev polinomları tabanlı yapılan tasarımlar incelendiğinde referans izleme

performansını en iyi şekilde artıran tasarım β_n ifadesinde $n = 3$ seçildiğinde elde edilen olmuştur.

5.2 Bernstein Polinomları Tabanlı Kompanzator Tasarımı

Chebyshev polinomları tabanlı kompanzator tasarımında olduğu gibi Bölüm 3’de detaylı olarak açıklanan frekans tabanlı maliyet fonksiyonunu minimize eden optimal değerleri elde edildikten sonra (3.5)’de verilen kompanzator denkleminde yerlerine yazılarak blok diyagramda Şekil 5.1’de gösterildiği şekilde sisteme uygulanmıştır.



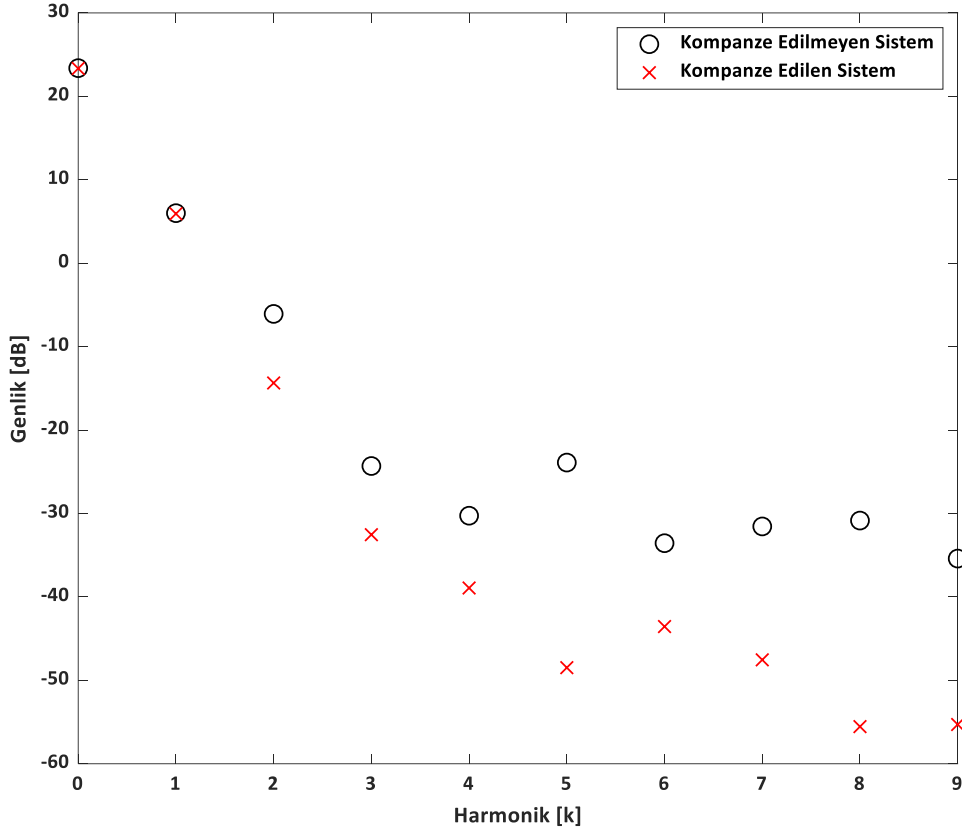
Şekil 5.8 $n = 10$ için sistemin zaman cevabı

Kompanzator katsayılarını ifade eden c_n ifadesinde n farklı değerlerde alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Yapılan çalışmalar sonucunda optimal değerler $n = 10$ seçildiğinde elde edilmiştir. Şekil 5.8’de Bernstein polinomları tabanlı kompanzator tasarımı sonucunda elde edilen kompanzator sisteme uygulandığında elde edilen sistemin zaman cevabı verilmektedir.

Çizelge 5. 4 $n = 10$ için ISE tablosu

	KOMPANZE EDİLMİYEN SİSTEM	KOMPANZE EDİLEN SİSTEM
ISE	74.8836	43.7597

Çizelge 5.4'te tasarlanan kompanzator sisteme uygulanmadan önce ve uygulandıktan sonra elde edilen sistem cevaplarının referans sinyaline göre hesaplanan ISE değerleri verilmektedir. Verilen ISE değerleri incelendiğinde Bernstein tabanlı kompanzatorün etkisiyle çok daha küçük bir hata değeri elde edildiği ve sistemin referans izleme performansının arttığı görülmektedir. Şekil 5.8'de elde edilen sonuçların, Çizelge 5.4'te verilen ISE değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir.



Şekil 5. 9 $n = 10$ için sistemin frekans cevabı

Sistemin zaman cevabına ek olarak, Şekil 5.9'da ise sistem çıkışının harmonik cevabı ve analizi verilmiştir. Sistem çıkışının harmonikleri incelendiğinde tasarımı yapılan kompanzator sisteme uygulandığında çıkış cevabındaki belli etkin harmoniklerin genlik değerlerinde azalmalar görülmüştür. Bölüm 3'de detaylı olarak anlatılan maliyet

fonksiyonu frekans tabanlı olduğundan frekans cevabı grafiklerinde kompanzatörün başarımı daha iyi şekilde gösterilebilmektedir.



SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Chebyshev ve Bernstein polinomları kullanılarak tasarımı yapılan kompanzatorlerin çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin referans izleme performansını iyileştirmek üzere ikincil bir kontrolör olarak sisteme uygulanması problemi ele alınmıştır. Kompanzator tasarımı YMSGTF tabanlı bir maliyet fonksiyonunun en küçük değerini bulunmasını temel alan bir optimizasyon problemi çözülmüştür. Önerilen tasarım, sistemde bulunan eyleyici doyum ve diğer doğrusal olmayan yapıların kapalı çevrim sistemin referans izleme performansına olan etkisini azaltmak amacıyla yapılmıştır. Bu hedefin başarımı ise sistem cevabının harmonikleri incelenerek gösterilmiştir. Ayrıca sistemin referans izleme performansındaki iyileştirme verilen zaman cevabında da açıkça gösterilmektedir. YMSGTF yaklaşımı kullanılarak yapılan tasarımlarda Chebyshev polinomları tabanlı kompanzator tasarımı literatürde bulunmaktadır. Bu çalışmada, Bernstein polinomları tabanlı kompanzator tasarımı yapılması ise çalışmanın özgün değerini oluşturmaktadır. Benzetim sonuçları ile elde edilen sonuçlar doğrultusunda çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin referans izleme performansını arttıran kompanzator tasarımı Bernstein polinomları tabanlı oluşturulan kompanzatorün başarımının daha yüksek olduğu görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Bobtsov, A.A., (2003). "A Robust Algorithm for Tracking the Reference Signal", *Automation and Remote Control*, 64:943-950.
- [2] Li, H., Cheng Y., Si Y. ve Gao H., (2011). "Reference Tracking Control for Flexible Air-Breathing Hypersonic Vehicle with Actuator Delay and Uncertainty", *Journal of System Engineering and Electronics*, 22:141-145.
- [3] Pongrácz, B., Ailer P., Hangos K.M. ve Szederkényi G., (2008). "Nonlinear Reference Tracking Control of a Gas Turbine with Load Torque Estimation", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 22:757-773.
- [4] Volterra, V., (1959). *Theory of functionals and of integral and integro-differential equations*, Dover Publications, New York, USA.
- [5] Rugh, W., (1981). *Nonlinear System Theory: The Volterra/ Wiener Approach*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, USA.
- [6] Schetzen, M., (1980). *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- [7] Jing, X. ve Lang, Z., (2015). *Frequency Domain Analysis and Design of Nonlinear System Based on Volterra Series Expansion*, Springer, Hong Kong, China.
- [8] Bode, H., (1945). *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, Van Nostrand.
- [9] Pavlov, A., Van de Wouw, N. ve Nijmeijer, H., (2007). "Frequency Response Functions for Nonlinear Convergent Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52:1159-1165.
- [10] Colgren, R.D. ve Jonckheere, E.A., (1997). "H ∞ Control of a Class of Nonlinear Systems Using Describing Functions and Simplicial Algorithms", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42:707-712.
- [11] Lanza, V., Bonnin M. ve Gilli M., (2007). "On the Application of the Describing Function Technique to the Bifurcation Analysis of Nonlinear Systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 54:343-347.

- [12] Nuij, P.W.J.M., Bosgra, O.H. ve Steinbuch M., (2006). "Higher-order Sinusoidal Input Describing Functions for the Analysis of Non-linear Systems with Harmonic Responses", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20:1883-1904.
- [13] Nuij, P.W.J.M., Steinbuch M., ve Bosgra, O.H., (2008). "Measuring the Higher Order Sinusoidal Input Describing Functions of a Non-linear Plant Operating in Feedback", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20:1883-1904.
- [14] Rijlaarsdam, D., Nuij, P.W.J.M., Schoukens, J. ve Steinbuch M., (2012). "Frequency Domain Based Nonlinear Feed Forward Control Design for Friction Compensation", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27:551-562.
- [15] Rijlaarsdam, D.J., Setiadi, A.C., Nuij, P.W.J.M., Schoukens, J. ve Steinbuch M., (2013). "Frequency Domain-based Nonlinearity Detection and Compensation in Lur'e Systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 23:1168-1182.
- [16] Setiadi, A., Rijlaarsdam, D., Nuij, P. ve Steinbuch M., (2014). "Frequency Domain-based Real Time Performance Optimization of Lur'e Systems", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 42:58-70.
- [17] Rijlaarsdam, D., Nuij, P., Schoukens, J. ve Steinbuch M., (2011). "Spectral Analysis of Block Structured Nonlinear Systems and Higher Order Sinusoidal Input Describing Functions", *Automatica*, 47: 2684–2688.
- [18] Uzun, L. ve Salásek, J., (2014). "HOSIDF-based Feedforward Friction Compensation in Low-Velocity Motion Control Systems", *Mechatronics*, 24:118-127.
- [19] Rijlaarsdam, D.J., Nuij, P.W.J.M., Schoukens, J. ve Steinbuch M., (2011). "Frequency Domain Based Friction Compensation Industrial Application to Transmission Electron Microscopes", *Proceedings of the 2011 American Control Conference*, San Francisco, CA, 978:4093-4098.
- [20] Rijlaarsdam, D.J., Nuij, P.W.J.M., Schoukens, J. ve Steinbuch M., (2017). "A Comparative Overview of Frequency Domain Methods for Nonlinear Systems", *Mechatronics*, 42:11-24.
- [21] Bistritz, Y. ve Langholz, G., (1979). "Model Reduction by Chebyshev Polynomial Techniques", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24:741-747.
- [22] Chapman, R. ve Rahman, M.A.A., (1990). "Chebyshev Polynomial-Based Schur Algorithm", *IEEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, 137:11-14.
- [23] Onuki, M., Ono, S., Shirai, K. ve Tanaka, Y., (2017). "Fast Singular Value Shrinkage With Chebyshev Polynomial Approximation Based on Signal Sparsity", *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65:6083-6096.
- [24] Stošić, B.P. ve Pavlović, V.D., (2017). "Chebyshev Polynomials of the Second Kind in Filter Design", *2017 13th International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications (TELSIKS)*, 18-20 October 2017, Niš, 191-194.

- [25] Shen, Z., Zheng, P., Qian, Y. ve Choo, K.K.R., (2018). "A Secure and Practical RFID Ownership Transfer Protocol Based on Chebyshev Polynomials", IEEE Access, 6: 14560-14566.
- [26] Farouki, R.T. ve Goodman, T.N.T., (1996). "On the Optimal Stability of the Bernstein Basis", Mathematics of Computation, 65: 1553-1566.
- [27] Rajagpoal, L. ve Roy, S.D., (1987). "Design of Maximally at FIR Using the Bernstein polynomial", IEEE Transactions on Circuits and Systems, 34: 1587-1590.
- [28] Farouki, R.T. ve Goodman, T.N.T., (2000). "Design of Arbitrary Cutoff 2-d diamond-shaped FIR Filters Using the Bernstein Polynomial.", IEEE Signal Processing Letters, 7: 310-313.
- [29] Frigo, M., ve Johnson, S.G., (1998). "FFTW: an adaptive software architecture for the FFT", Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Seattle, WA, 3:1381-1384.
- [30] Pintelon, R. ve Schoukens, J., (2012). System Identification: A Frequency Domain Approach, Second Edition, N.J.: John Wiley & Sons Inc, Hoboken, New Jersey, USA.
- [31] Cooley, J.W. ve Tukey, J.W., (1956). "An Algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series", Mathematics of Computation, 19:297-301.
- [32] Duhamel, P. ve Metterli, M., (1956). "Fast Fourier transforms: a tutorial review and a state of the art", Signal Processing, 19:259-299.
- [33] Khalil, H.K., (2002). Nonlinear Systems, Third Edition, Prentice Hall, New Jersey, USA.
- [34] Johansson, K.H., (2000). "The Quadrable-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero", Transaction on Control System Technology, 8:456-465.
- [35] Roy, P. ve Roy, B.K., (2016). "Fractional Order PI Control Applied to Level Control in Coupled Two Tank MIMO System with Experimental Validation", Control Engineering Practise, 48:119-135.
- [36] Quanser Couple Tank User Manual, Document Number: 557, Revision: 05.

ÖNERİLEN YMSGTF TABANLI YÖNTEMİN MATLAB KODU

```
clc
clear
close all
format long
%%
global B;
global n;
global sat_f1 sat_f2;
global sat_b1 sat_b2;
global sat_front;
global sat_behind;
global W;
global VMAX_AMP IMAX_AMP% Amplifier Maximum Output Voltage (V) and Current
(A)
global L1_MAX L2_MAX% safety water level limits (cm)
global K_L1 K_L2% Pressure Sensor Sensitivities (cm/V)
Kp = 3.3;% Pump Flow Constant (cm3/s/V)
Vp_MAX = 12;% Pump Maximum Continuous Voltage(V)
Dout1 = 0.635;% "Out 1" Orifice Diameter (cm) = 1/4 in
Dout2 = 0.47625;% "Out 2" Orifice Diameter (cm) = 3/16 in
L1_MAX = 30;% Tank 1 Height (i.e. Maximum Water Level) (cm)
```

Dt1 = 4.445; % Tank 1 Inside Diameter (cm) = 1.75 inch
 L2_MAX = 30; % Tank 2 Height (i.e. Maximum Water Level) (cm)
 Dt2 = 4.445; % Tank 2 Inside Diameter (cm) = 1.75 inch
 Dso = 0.31750; % Small Outflow Orifice Diameter (cm) = 1/8 in
 Dmo = 0.47625; % Medium Outflow Orifice Diameter (cm) = 3/16 in
 Dlo = 0.55563; % Large Outflow Orifice Diameter (cm) = 7/32 in
 Di1 = Dout1; % Tank 1 Inlet and Outlet Diameters (cm)
 Do1 = Dmo;
 Di2 = 0; % Tank 2 Inlet Diameters (cm)
 Do2 = Dmo; % Tank 2 Outlet Diameters (cm)
 K_L1 = 25 / 4.15; % Tank 1 Water Level Sensor Sensitivity (cm/V) 25 / 4.1 = 6.1
 K_L2 = 25 / 4.15; % Tank 2 Water Level Sensor Sensitivity (cm/V) 25 / 4.1 = 6.1
 % Calculate the system's areas
 At1 = pi * Dt1^2 / 4; % Tank 1 Inside Cross-Section Area (cm^2)
 At2 = pi * Dt2^2 / 4; % Tank 2 Inside Cross-Section Area (cm^2)
 Ao1 = pi * Do1^2 / 4; % Tank 1 Outlet Area (cm^2)
 Ao2 = pi * Do2^2 / 4; % Tank 2 Outlet Area (cm^2)
 Ai1 = pi * Di1^2 / 4; % Tank 1 Inlet Area (cm^2)
 Ai2 = pi * Di2^2 / 4; % Tank 2 Inlet Area (cm^2)
 g = 981; % Gravitational Constant on Earth (cm/s^2)
 VMAX_AMP = 22; % Amplifier Maximum Output Voltage (V) and Current (A)
 IMAX_AMP = 4; % Amplifier Maximum Output Voltage (V) and Current (A)
 K_AMP = 3; % Amplifier Gain used: set VoltPAQ to 3
 VMAX_DAC = 10; % Digital-to-Analog Maximum Voltage (V); for MultiQ cards set to 10

 % #CONFIGURATION 1 PARAMETER
 L10 = 15; % Quiescent operating level (cm)
 % Controller design specifications
 PO_1 = 11; % Tank #1 Percent Overshoot (%)
 ts_1 = 5; % Tank #1 2% Settling Time (s)
 % Integral anti-windup maximum for the limiter integrator

```

MAX_L1_WDUP = 3; % tank #1 level loop (V)
TS = 15; % Control loop initial Settling Time in reaching L10 (s)

% #CONFIGURATION 2 PARAMETER
L20 = 15; % Quiescent operating level (cm)
% Inner controller design specifications
PO_1 = 11; % Tank #1 Percent Overshoot (%)
ts_1 = 5; % Tank #1 2% Settling Time (s)
% Outer controller design specifications
PO_2 = 10; % Tank #2 Percent Overshoot (%)
ts_2 = 20; % Tank #2 2% Settling Time (s)
% Integral anti-windup maximum for the limiter integrator
MAX_L1_WDUP = 3; % Tank #1 level loop (V)
MAX_L2_WDUP = 3; % Tank #2 level loop (cm)
LR_1_MAX = 25; % Safety Limit on tank #1 setpoint, Lr_1, (cm)
% Control loop initial Settling Time in reaching L20 (s)
TS = 35;
% first-order low-pass filter specifications
tau_t1 = 1 / ( 2 * pi * 1.0 ); % Low-pass filter time constant for Tank #1 pressure sensor
signal
tau_t2 = 1 / ( 2 * pi * 0.33 ); % Low-pass filter time constant for Tank #2 pressure sensor
signal
% Turn on/off the safety watchdog on tank #1 level: set to 1, or 0
L1_WD_EN = 1; % enable: watchdog on
%L1_WD_EN = 0; % disable: watchdog off
L1_MAX = 30; % Set tank #1 level safety limits for watchdog (cm)
% Turn on/off the safety watchdog on tank #2 level: set to 1, or 0
L2_WD_EN = 1; % enable: watchdog on
%L2_WD_EN = 0; % disable: watchdog off
L2_MAX = 25; % Set tank #2 level safety limits for watchdog (cm)

```

```

[ Kp_1, Ki_1, Kff_1, Kp_2, Ki_2, Kff_2 ] = dtanks_2( Kp, At1, Ao1, At2, Ao2, g, L20, PO_1,
ts_1, PO_2, ts_2 );
global Fs;
%positive sine wave
initial=input('Enter the initial value of amplitude:');
amp=input('Enter the value of amplitude:');
Fs=100; %Sampling Frequency
global L;
global L2;
global w0;
w0=0.2;
TimeP=2*pi/w0;
L = Fs*TimeP+1; %Length of signal
T=1/Fs; %Sampling Period
t=(0:2*L-1)*T; %Time vector
tt=t(end);
L2=length(t);
wave=amp*sin(w0*t)+initial;
% Input signal for the Simulink Model
global wpos;
wpos = [t' wave'];
% Initializing the model to be able to perform changes
open('model.slx');
% Frequencies or Harmonics and corresponding Amplitude values
global k;
global f;
global p1;
global pp;
pp = [];
% Running tezo plast.m (#NESTED FUNCTION)
[history, output, searchdir, bsol, fval] = tezo plast;

```

```

% Displaying the optimized BETA's and corresponding cost function outputs
fprintf('BETA VALUES\n');
disp(history.b);
fprintf('FVAL VALUES\n');
disp(history.fval);
% % Saving variables exists on workspace
% save('VARIABLES.mat');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [ Kp_1, Ki_1, Kff_1, Kp_2, Ki_2, Kff_2 ] = dtanks_2( Kp, At1, Ao1, At2, Ao2, g,
L0, PO_1, ts_1, PO_2, ts_2 )
L20 = L0; % Quiescent Operating Levels (cm)
L10 = ( Ao2 / Ao1 )^2 * L20; % == L20
% Tank #1 Level feedforward-plus-PI Loop
% POLE PLACEMENT: TANK #1 LOOP
% Compute the PI controller gains through pole placement technique
[ Kp_1, Ki_1, Kff_1 ] = dtanks_1( Kp, At1, Ao1, At2, Ao2, g, L10, PO_1, ts_1 );
% Tank #2 Level Loop
% Initialization of the Laplace Representation of the Tank #2 system
% open-loop TF: G2 = L21/L11
Kdc_2 = Ao1 / Ao2 * sqrt( L20 / L10 ); % open-loop DC gain [cm/cm] = 1
tau_2 = At2 / Ao2 * sqrt( 2 * L20 / g ); % open-loop time constant [s] = 15.23
% open-loop TF: G2 = L21/L11
G2_num = [ Kdc_2 ];
G2_den = [ tau_2, 1 ];
% OL system
G2 = tf( G2_num, G2_den );
% POLE PLACEMENT: TANK #2 LOOP
%TANK2_POLES_LOC = 'REAL'; % zeta_2 >= 1
TANK2_POLES_LOC = 'COMPLEX'; % zeta_2 < 1
if strcmp( TANK2_POLES_LOC, 'COMPLEX' )
    % calculate pt2_1 and pt2_2 from PO_2, ts_2

```

```

% i) spec #1: maximum Percent Overshoot (PO_2)
if ( PO_2 > 0 )
    zeta_2_min = abs( log( PO_2 / 100 ) ) / sqrt( pi^2 + log( PO_2 / 100)^2 );
    zeta_2 = zeta_2_min;
else
    error( 'Error: Set Percentage Overshoot.' )
end

% ii) spec #2: ts_2:
% 2% settling time: ts_2 = 4 / ( zeta_2 * wn_2 )
wn_2 = 4 / ( zeta_2 * ts_2 );

% iii) dominating pair of complex poles (satisfying desired bandwidth and damping)
% calculate pt2_1 and pt2_2 from PO_2, ts_2
beta_2 = sqrt( 1 - zeta_2^2 );
pt2_1 = - zeta_2 * wn_2 + beta_2 * wn_2 * i;
pt2_2 = - zeta_2 * wn_2 - beta_2 * wn_2 * i;
end

% Compute the PI controller gains through pole placement technique
% if char. eq. is: ( s - pt2_1 ) * ( s - pt2_2 ) = 0
% the PI gains are given by (see Maple worksheet):
Kp2_pp = -( pt2_2 * tau_2 + pt2_1 * tau_2 + 1 ) / Kdc_2;
Ki2_pp = pt2_1 * pt2_2 / Kdc_2 * tau_2;
% or:
Kp2_zw = ( 2 * zeta_2 * wn_2 * tau_2 - 1 ) / Kdc_2;
Ki2_zw = wn_2^2 * tau_2 / Kdc_2;
Kp_2 = Kp2_pp;
Ki_2 = Ki2_pp;
% level feedforward gain (cm/cm)
Kff_2 = Ao2^2 / Ao1^2; % = 1

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [ Kp_1, Ki_1, Kff_1 ] = dtanks_1( Kp, At1, Ao1, At2, Ao2, g, L0, PO_1, ts_1 )
L10 = L0; % Quiescent Operating Level (cm)
Vp0 = Ao1 / Kp * sqrt( 2 * g * L10 ); % Quiescent Operating Pump Voltage (V) = 9.26 V
% Initialization of the Laplace Representation of the Tank #1 system
% open-loop TF: G1 = L11/Vp1
Kdc_1 = Kp * sqrt( 2 * L10 / g ) / Ao1; % DC gain [V/cm] = 3.24
tau_1 = At1 / Ao1 * sqrt( 2 * L10 / g ); % time constant [s] = 15.23
% open-loop TF: G1 = L11/Vp1
G1_num = [ Kdc_1 ];
G1_den = [ tau_1, 1 ];
% OL system
G1 = tf( G1_num, G1_den );
% POLE PLACEMENT: TANK #1 LOOP
%TANK1_POLES_LOC = 'REAL'; % zeta_1 >= 1
TANK1_POLES_LOC = 'COMPLEX'; % zeta_1 < 1
if strcmp( TANK1_POLES_LOC, 'COMPLEX' )
    % calculate the required controller gains, Kp_1 and Ki_1
    % meeting the desired specifications
    % i) spec #1: maximum Percent Overshoot (PO_1)
    if ( PO_1 > 0 )
        % PO_1 = 100 * exp( - pi * zeta_1 / sqrt( 1 - zeta_1^2 ) )
        zeta_1_min = abs( log( PO_1 / 100 ) ) / sqrt( pi^2 + log( PO_1 / 100)^2 );
        zeta_1 = zeta_1_min;
    else
        error( 'Error: Set Percentage Overshoot.' )
    end
    % ii) spec #2: ts_1:
    % 2% settling time: ts_1 = 4 / ( zeta_1 * wn_1 )
    wn_1 = 4 / ( zeta_1 * ts_1 );
    % iii) dominating pair of complex poles (satisfying desired bandwidth and damping)

```

```

    % calculate pt1_1 and pt1_2 from PO_1, ts_1
    beta_1 = sqrt( 1 - zeta_1^2 );
    pt1_1 = - zeta_1 * wn_1 + beta_1 * wn_1 * i;
    pt1_2 = - zeta_1 * wn_1 - beta_1 * wn_1 * i;
end

% Compute the PI controller gains through pole placement technique
% if char. eq. is: ( s - pt1_1 ) * ( s - pt1_2 ) = 0
% the PI gains are given by (see Maple worksheet):
Kp1_pp = -( pt1_2 * tau_1 + pt1_1 * tau_1 + 1 ) / Kdc_1;
Ki1_pp = pt1_1 * pt1_2 / Kdc_1 * tau_1;
% or:
Kp1_zw = ( 2 * zeta_1 * wn_1 * tau_1 - 1 ) / Kdc_1;
Ki1_zw = wn_1^2 / Kdc_1 * tau_1;
Kp_1 = Kp1_pp;
Ki_1 = Ki1_pp;
% voltage feedforward gain (V/cm^0.5)
Kff_1 = Ao1 * sqrt( 2 * g ) / Kp; % = 2.39

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [history, output, searchdir, bsol, fval] = tezoftlast

% Set up shared variables with OUTFUN
history.b = [];
history.fval = [];
searchdir = [];

% j = 1;
b0 = [0; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1]; % Initial beta
global k;
global p1;
global pp;
global sat_f1 sat_f2;
global sat_b1 sat_b2;
global sat_front;

```

```

global sat_behind;
global W;
global B;
global n;
e= sym('e');
n=9;
%Bernstein polynomial based compensator
P1=0;P2=0;P3=0;P4=0;P5=0;P6=0;P7=0;P8=0;P9=0;P0=0;
for i=0:n
    x=e.^i;
    for m=0:n
        if (m==0)&& (m<=i)
            P0= P0+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P00=fliplr(sym2poly(P0));
        end
        if (m==1)&& (m<=i)
            P1= P1+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P11=fliplr(sym2poly(P1));
        end
        if (m==2)&& (m<=i)
            P2= P2+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P22=fliplr(sym2poly(P2));
        end
        if (m==3)&& (m<=i)
            P3= P3+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P33=fliplr(sym2poly(P3));
        end
        if (m==4)&& (m<=i)
            P4= P4+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P44=fliplr(sym2poly(P4));
        end
    end
end

```

```

        if (m==5)&& (m<=i)
            P5= P5+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P55=fliplr(sym2poly(P5));
        end
        if (m==6)&& (m<=i)
            P6= P6+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P66=fliplr(sym2poly(P6));
        end
        if (m==7)&& (m<=i)
            P7= P7+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P77=fliplr(sym2poly(P7));
        end
        if (m==8)&& (m<=i)
            P8= P8+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P88=fliplr(sym2poly(P8));
        end
        if (m==9)&& (m<=i)
            P9= P9+ (-1)^(i-m)*comb(n,i)*comb(i,m)*x;
            P99=fliplr(sym2poly(P9));
        end
    end
end
B = [P00',P11',P22',P33',P44',P55',P66',P77',P88',P99'];

% Coefficient vector for optimization. ||A.b = alpha||
A = [-9 9 0 0 0 0 0 0 0];
%%
% The Outputfcn field of options specifies one or more functions that
% an optimization function calls at each iteration.
% Typically, you might use an output function to plot points at each
% iteration or to display optimization quantities from the algorithm.

```

```

options = optimoptions(@fmincon, 'OutputFcn', @outfun, ...
    'Display', 'iter', 'Algorithm', 'sqp');
% [x,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian] =
fmincon(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options);
% Optimization part(#FMINCON)
[bsol fval lambda output] = fmincon(@costfunc, b0, [], [], ...
    A, 0.9, [], [], [], options);
%%
function stop = outfun(b, optimValues, state)
    % b is the point computed by the algorithm at the current iteration.
    % optimValues is a structure containing data from the current iteration.
    % state is the current state of the algorithm.
    % stop is a flag that is true or false depending on whether the optimization
    % routine should quit or continue.
    stop = false;
    switch state
        % Setup for plots or guis
        case 'init'
            hold on
            plot(k(1: 10), 20*log10(W(1: 10)), 'o');
            title('FFT of Output Signal');
            pp=[pp p1];
            sat_f1 = sat_front;
            sat_b1 = sat_behind;;

            % Make updates to plot or guis as needed
        case 'iter'
            %     figure(j);
            %     plot(k(1 : 20 : length(k)), p1(1 : 20 : length(p1)), 'o');
            %     title('FFT of Output Signal');
            %     j = j + 1;

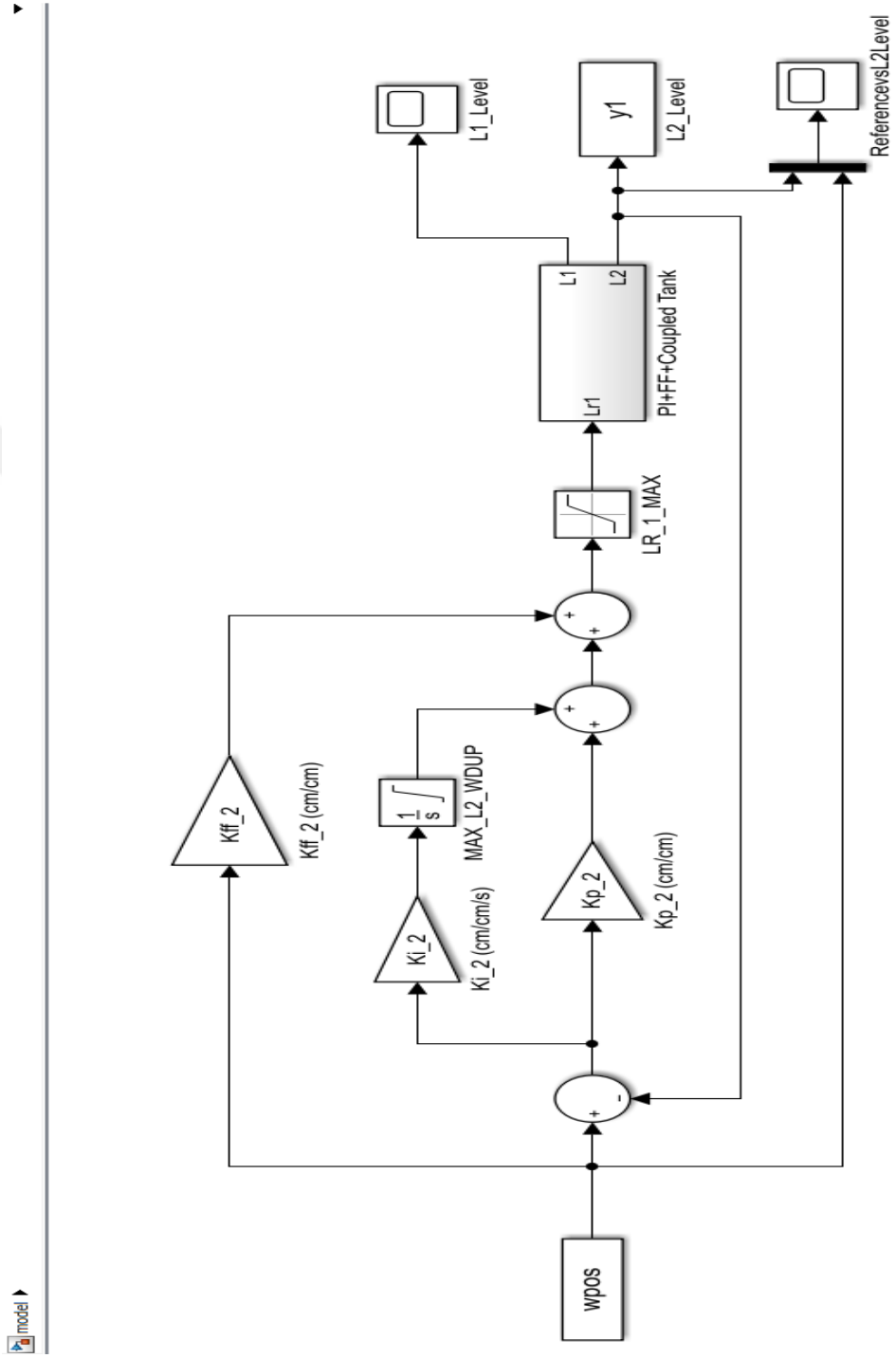
```

```

history.fval = [history.fval optimValues.fval];
history.b = [history.b b];
searchdir = [searchdir; optimValues.searchdirection'];
% The second output argument, searchdir, contains the search directions for
% fmincon at each iteration. The search direction is a vector pointing from
% the point computed at the current iteration to the point computed at the
next iteration

% case 'interrupt'
% Probably no action here. Check conditions to see
% whether optimization should quit.
case 'done'
% Cleanup of plots, guis, or final plot
plot(k(1:10), 20*log10(W(1:10)), 'o');
legend('Initial','Optimized');
hold off
pp=[pp p1];
sat_f2 = sat_front;
sat_b2 = sat_behind;;
otherwise
end
end
%%
end

```



Şekil A. 1 Çift tank sıvı seviye kontrol sisteminin simulink diyagramı 1


```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
function y = comp(u, b, B)
```

```
 %#codegen
```

```
 y=1;
```

```
 V=zeros(1,10);
```

```
 for i=0:9
```

```
     V(i+1)=[u^i];
```

```
 end
```

```
 y = V*B*b;
```

```
 end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
function y = sat(u)
```

```
 %#codegen
```

```
 d=2*sin((2*pi/14)*(u+7));
```

```
 y=u-d;
```

```
 for i=1:length(y)
```

```
     if y(i)>14
```

```
         y(i)=14;
```

```
     elseif y(i)<0
```

```
         y(i)=0;
```

```
     end
```

```
 end
```

```
 y;
```

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Buse TACAL
Doğum Tarihi ve Yeri : 18.09.1994, Tirebolu
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : btacal@yildiz.edu.tr

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	-
Lisans	Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği	Yıldız Teknik Üniversitesi	2016
Lise	Fen Bilimleri	Giresun Keşap Anadolu Öğretmen Lisesi	2012

İŞ TECRÜBESİ

Yıl	Firma/Kurum	Görevi
2018	Yıldız Teknik Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

YAYINLARI

Bildiri

1. Tacal, B., Kılıç, M. ve Uçun, L., (2018). "Eyleyici Doyumlu Çift Tank Seviye Kontrol Sistemi için Chebyshev Polinomları Tabanlı Kompanzator Tasarımı", Otomatik Kontrol Türk Millî Komitesi Ulusal Toplantısı (TOK 2018), 12-14 Eylül 2018, Kayseri, 82-87.

