

**DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİMLİ BİLİŞSEL RADYO İÇİN
KARMA SPEKTRUM PAYLAŞIM PROTOKOLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Muhammet Ali ÖZCAN

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit Aygölü

EKİM 2019

**DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİMLİ BİLİŞSEL RADYO İÇİN
KARMA SPEKTRUM PAYLAŞIM PROTOKOLÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Muhammet Ali ÖZCAN
(504161321)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Anabilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit Aygölü

EKİM 2019

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504161321 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Muhammet Ali ÖZCAN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİMLİ BİLİŞSEL RADYO İÇİN KARMA SPEKTRUM PAYLAŞIM PROTOKOLÜ” başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ümit Aygölü**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. İbrahim Altunbaş**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç.Dr. Hacı İlhan
Yıldız Teknik Üniversitesi

.....

Teslim Tarihi : **18 Eylül 2019**

Savunma Tarihi : **9 Ekim 2019**



ÖNSÖZ

Bu çalışmayı hazırlarken desteğini ve yardımlarını esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. Ümit Aygölü'ne, bu süreçte beni destekleyen aileme teşekkür ederim.

Ekim 2019

Muhammet Ali ÖZCAN
(Elektronik ve Haberleşme Mühendisi)





İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET	xiii
SUMMARY	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları.....	4
2. DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİM	5
2.1 Sistem Modeli ve SIC.....	6
2.2 Kesinti Olasılığı Hesabı.....	7
2.3 Kesinti Başarımı	9
3. BİLİŞSEL RADYO.....	11
3.1 Sistem Modeli.....	11
3.2 Altına Serme.....	11
3.3 Üstüne Serme.....	12
3.4 Bilişsel Radyo için Başarım Değerlendirmesi.....	15
3.4.1 Altına serme için benzetim sonuçları.....	15
3.4.2 Üstüne serme için benzetim sonuçları	15
4. CR-NOMA	17
4.1 Altına Sermeli NOMA	18
4.1.1 Kesinti olasılığı hesabı	19
4.2 Üstüne Sermeli NOMA	22
4.2.1 Kesinti olasılığı hesabı	24
4.3 Karma CR-NOMA	26
4.4 CR-NOMA için Başarım Değerlendirmesi	27
4.4.1 PT'nin verici gücünün sabit olması durumu	27
4.4.2 PT'nin verici gücünün ST'nin verici gücüyle orantılı olması durumu ...	30
4.4.2.1 Girişim katsayısının $\zeta = 0.1$ olması durumu ($\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$).....	30
4.4.2.2 Girişim katsayısının $\zeta = 1$ olması durumu ($\rho_{th} = \rho_p$)	31
4.4.2.3 Girişim katsayısının $\zeta = 0.01$ olması durumu ($\rho_{th} = 0.01 \times \rho_p$) ...	31
4.4.2.4 PT-ST hattının farklı uzunluklarda olması durumu	33
4.5 CR-NOMA için Referans Sistem	35
4.6 Karma CR-NOMA'da PU'nun Güç Katsayısının Hesabı.....	37
5. SONUÇLAR.....	41
KAYNAKLAR.....	43

EKLER	47
Ek A: Sıralı İstatistik	48
Ek B: İntegrallerin Sayısal Hesabı.....	49
Ek B.1: Gauss-Chebyshev ile İntegral Hesaplama.....	49
Ek B.2: Gauss-Laguerre ile İntegral Hesaplama	49
Ek C: Bazı Teorik İfadelerin Çıkarımı	50
Ek C.1: $\frac{\rho_{s,\text{maks}} h_{sr,k} ^2}{\rho_p h_{ps,k} ^2+1}$, nin CDF'i.....	50
Ek C.2: $\Pr\left(\frac{I_{th}}{ h_{sp} ^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{\rho_{th} h_{sr,k} ^2/ h_{sp} ^2}{\rho_p h_{ps,k} ^2+1} \leq z\right)$, nin Hesaplanması	51
Ek C.3: $\Pr\left(\rho_p h_{pr} ^2 + \frac{\rho_s\alpha_0 h_{sp} ^2}{\rho_s\bar{\alpha}_0 h_{sp} ^2+1} \leq z\right)$, nin Hesaplanması	52
Ek C.4: $\Pr\left(h_{sr,k} ^2 > \psi, \rho_p h_{ps,k} ^2 + \frac{\rho_s\alpha_0 h_{sr,k} ^2}{\rho_s\bar{\alpha}_0 h_{sr,k} ^2+1} > \phi\right)$, nin Hesaplanması....	54
ÖZGEÇMİŞ	57



KISALTMALAR

4G	: Dördüncü Nesil İletişim Sistemleri (The Fourth Generation Communication Systems)
5G	: Beşinci Nesil İletişim Sistemleri (The Fifth Generation Communication Systems)
CDF	: Olasılık Dağılım Fonksiyonu (Cumulative Distribution Function)
CD-NOMA	: Kod Tanım Bölgesindeki Dik Olmayan Çoklu Erişim (Code-domain NOMA)
CR	: Bilişsel Radyo (Cognitive Radio)
CR-NOMA	: Bilişsel Radyolu Dik Olmayan Çoklu Erişim (Cognitive Radio NOMA)
IDMA	: Serpiştirme Bölmeli Çoklu Erişim (Interleave Division Multiple Access)
MRC	: En Büyük Oranlı Birleştirme (Maximal Ratio Combining)
MUSA	: Çok Kullanıcı Paylaşımlı Erişim (Multi-user Shared Access)
NOMA	: Dik Olmayan Çoklu Erişim (Non-orthogonal Multiple Access)
OFDM	: Dik Frekans Bölmeli Çoğullama (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)
OMA	: Dik Çoklu Erişim (Orthogonal Multiple Access)
PDF	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (Probability Distribution Function)
PDMA	: Örüntü Bölmeli Çoklu Erişim (Pattern Division Multiple Access)
PD-NOMA	: Güç Tanım Bölgesindeki Dik Olmayan Çoklu Erişim (Power-Domain NOMA)
PR	: Birincil Alıcı (Primary Receiver)
PT	: Birincil Verici (Primary Transmitter)
PU	: Birincil Kullanıcı (Primary User)
SCMA	: Seyrek Kodlanmış Çoklu Erişim (Sparse Code Multiple Access)
SIC	: Ardışık Girişim Giderme (Successive Interference Cancellation)
SINR	: İşaret/(girişim+gürültü) oranı (Signal-to-interference-plus-noise Ratio)
SNR	: İşaret gürültü oranı (Signal-to-noise Ratio)
SR	: İkincil Alıcı (Secondary Receiver)
ST	: İkincil Verici (Secondary Transmitter)
SU	: İkincil Kullanıcı (Secondary User)
UE	: Kullanıcı Düzenegi (User Equipment)

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : İki kullanıcılı aşağı yönlü NOMA sistemi.....	5
Şekil 2.2 : SIC ile x_n işaretini çözme anındaki SINR'daki girişimin azaltılması.	7
Şekil 2.3 : Dört kullanıcılı NOMA için kesinti olasılıkları ($R = 0.5, \lambda = 1, v = 2$).	9
Şekil 3.1 : Bilişsel radyo sistem modeli.....	11
Şekil 3.2 : Altına sermeli bilişsel radyolu sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_{s,maks}, R_p = R_s = 0.5, d_{sr} = d_{pr} = 0.5, d_{sp} = 5, d_{ps} = 4$).	15
Şekil 3.3 : Üstüne sermeli bilişsel radyolu sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s, R_p = R_s = 0.5, d_{sr} = d_{pr} = d_{pst} = 0.5, d_{sp} = d_{ps} = 1$).	16
Şekil 4.1 : Bilişsel Radyo NOMA'nın Sistem Modeli.	17
Şekil 4.2 : Altına Sermeli NOMA Sistem Modeli: düz çizgili kanallardan kullanıcılar kendi işaretlerini gönderirler, kesikli çizgili kanallardan ise diğer kullanıcıya girişim yaparlar.	18
Şekil 4.3 : Üstüne Sermeli NOMA Sistem Modeli (Girişim yok).	22
Şekil 4.4 : Karma CR-NOMA Sistem Modeli (kesikli çizgiler girişimi göstermekte).	27
Şekil 4.5 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = 20$ dB iken $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2, \rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).	29
Şekil 4.6 : Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU'nun kendi aralarında karşılaştırılması ($\rho_p = 20$ dB olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2, \rho_{th} = \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).	30
Şekil 4.7 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2, \rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$). ...	32
Şekil 4.8 : Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU'nun kendi aralarında karşılaştırılması ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2, \rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).	33
Şekil 4.9 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = \rho_s$ iken Altına Sermeli olduğu durumda, $R_p = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, Üstüne Sermeli durumda $R_p = 0.15$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.3, \rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).	33
Şekil 4.10 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2, \rho_{th} = \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).	34

Şekil 4.11	: Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.01 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$)..	34
Şekil 4.12	: Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin farklı d_{pst} değerlerine göre kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1$, $d_{pst} \in \{0.5, 1, 2, 4\}$, $d_{sr} = 1$, $d_{sp} = 2, d_{ps} = 5, v = 3$).....	35
Şekil 4.13	: Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU'nun kendi aralarında karşılaştırılması $d_{pst} = 0.5$ ve ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).....	35
Şekil 4.14	: Altına Sermeli OMA sisteminin iletişim aralıkları.....	36
Şekil 4.15	: Üstüne Sermeli OMA sisteminin iletişim aralıkları.	36
Şekil 4.16	: Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($K = 3$ ve $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_s = \rho_p$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 0.5, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).....	37
Şekil 4.17	: Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = 20$ dB iken $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pst} = 0.5, d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).....	38
Şekil 4.18	: Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = \rho_s$ dB iken $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pst} = 0.5, d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).....	39

DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİMLİ BİLİŞSEL RADYO İÇİN KARMA SPEKTRUM PAYLAŞIM PROTOKOLÜ

ÖZET

Gezgin aygıtların yaygınlaşmasıyla daha fazla veri tüketilmektedir. Bu gereksinimi karşılayabilmek için yeni yöntemler araştırılmaktadır. Bu yöntemlerden birisi, yeterince yararlanılamayan spektrumdan yararlanmayı hedefleyen bilişsel radyodur. Altına sermeli bilişsel radyo, belirli bir güç kısıtı altında lisanssız kullanıcıların lisanslı kullanıcılarla aynı anda çalışmasına olanak verir. Üstüne sermeli bilişsel radyoda, lisanssız kullanıcıların kesinti/hata başarımı kötü olan lisanslı kullanıcıların başarımını iyileştirmek için onlara yardım etmesi karşılığında lisanslı kullanıcıların frekans bantlarını kullanmalarına izin verilir. Dik çoklu erişim (OMA) teknikleri yerine dik olmayan çoklu erişim (NOMA) teknikleri kullanılarak da OMA'ya göre karmaşıklığın daha yüksek olması pahasına iletişimin hızı arttırılabilir. NOMA teknikleri içerisinde diğer tekniklere göre basitliğiyle, karmaşıklığının az olmasıyla, güç tanım bölgesindeki NOMA, diğerlerinden daha fazla dikkat çekmektedir. Hem hızlı bir iletişim için hem de spektrumu daha verimli kullanabilmek için bu çalışmada bilişsel radyo ile NOMA birlikte kullanılmıştır.

Bu çalışmada önce Altına Sermeli NOMA ve Üstüne Sermeli NOMA, tek başlarına bir sistem olarak düşünülüp kesinti olasılık ifadeleri türetilmiştir. Elde edilen teorik sonuçların bilgisayar benzetim sonuçlarıyla uyumlu olduğu görülmüştür. Altına Sermeli NOMA'da, PU'nun ikincil kullanıcı (SU)'nun üzerindeki kısıtı azalır, yani SU'nun girişimi artarsa, PU'nun kesinti başarımının düşeceği, SU'nun kesinti başarımının artacağı gösterilmiştir. Ayrıca, SU'nun sürekli bir girişim yapmasından dolayı PU'nun kesinti olasılığının bir hata katına gireceği gösterilmiştir. Bunun tersi durumda da (PU'nun SU'ya girişimi nedeniyle) yine hata katı görülmektedir. Üstüne Sermeli NOMA'da PU'ya uygun bir güç paylaşım katsayısı verildiği takdirde, PU'nun başarımı, çeşitleme arttığından dolayı iyileşmekte, SU'nun başarımı altına sermeli duruma göre kötüleşmektedir. Daha sonra, bilişsel radyodaki altına sermeli yaklaşım ile üstüne sermeli yaklaşım birleştirilerek karma bir NOMA sistem oluşturulup bu sistemin kesinti olasılık ifadeleri türetilmiş, elde edilen sonuçların bilgisayar benzetim sonuçlarıyla uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir. Bu tezde önerilen karma sistem, PU ile SU arasındaki hat kesintiye girmezse üstüne sermeli, girerse altına sermeli çalışacaktır. PU'nun verici gücü arttıkça sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı artmaktadır. Bir başka deyişle, yüksek işaret-gürültü oranlarında (SNR) karma sistem, üstüne sermeli sisteme yakınsamaktadır. Üstüne sermeli sistem ile PU'nun kesinti başarımı artmakta, karma sistem ile PU'nun başarımı düşmektedir. Ancak, bu düşüş PU'nun tek başına çalıştığı durumdan daha kötü olmaz. Dolayısıyla, PU'daki bu düşüş tolere edilebilir. SU'nun başarımı ise karma sistemde, üstüne sermeliye göre artmaktadır. Kısacası, lisanslı kullanıcının altına sermedeki dezavantajlı durumu, lisanssız kullanıcının üstüne sermedeki dezavantajlı durumu, karma sistemle iyileştirilmiştir.



SPECTRUM SHARING PROTOCOL FOR NON-ORTHOGONAL MULTIPLE ACCESS COGNITIVE RADIO

SUMMARY

More data is consumed by the widespread use of mobile devices and new methods are being investigated to meet this requirement. Two of these methods are non-orthogonal multi-access (NOMA) techniques and cognitive radios.

First, before addressing NOMA techniques, orthogonal multiple access (OMA) techniques have to be mentioned. Resources are shared as orthogonal in domains of time, frequency or code in OMA. Interference of each user to other users in the same cellular network is cancelled out thanks to orthogonality. By using NOMA techniques instead of OMA techniques, the rate of communication can be increased at the expense of higher complexity than OMA. As another consequence of using NOMA, while the number of users in the cellular network is limited in OMA because of the limited resources, the number of users and rates in proportion to the permitted interference in the NOMA network are more than that of OMA. Two main NOMA techniques are power-domain NOMA (PD-NOMA) and code-domain NOMA (CD-NOMA). In PD-NOMA, all resources except power are the same for each user. However, the power of each user is different from another user. Downlink PD-NOMA could be explained as follows: The signal transmitted from the base station is the weighted sum of the signals of all users. These weights are called power coefficients, and they are chosen such that the weight of a weak user is larger than the weight of a strong user. Users decode their own signals using successive interference cancellation (SIC) technique at their receivers. In CD-NOMA, users' messages are coded via a different code or method. Pattern division multiple access and multi-user shared access techniques could be given as examples of CD-NOMA. PD-NOMA usually has low complexity and high flexibility compared to CD-NOMA techniques. Thus, since considering PD-NOMA draws more attention for its simplicity, PD-NOMA is used instead of an CD-NOMA technique in this study. From now on, NOMA is called instead of PD-NOMA.

A big majority of the radio spectrum is licensed. In other words, the number of frequency bands that can be used by unlicensed user is few. However, the problem here is that the licensed users do not benefit from the licensed bands sufficiently. Thus, the occupancy rate of the spectrum is not high. To meet mentioned requirements, the licensed spectrum can be shared by the unlicensed users. However, this is unlikely due to the fullness of the spectrum. Cognitive radio (CR) has been proposed as a solution. CR aims to utilize for another user the spectrum that is not sufficiently utilized by its owner. In the CR, a number of users in a wireless communication system have information about other users such as their channel status, operational status, message information, and by using this information, they can increase their performance without reducing the performance of other users or not reducing it to less than a tolerable interference level. In cognitive radio, users who have the priority to use the spectrum band are called primary users (licensed users) and users who do not have

the right to use the spectrum band but also has information about the primary users are called secondary users (unlicensed users). CR can be examined in three different paradigm according to the network knowledge of the users and the regulation regarding the use of spectrum. These paradigms are underlay, overlay and interweave. Underlay cognitive radio allows unlicensed users to transmit simultaneously with licensed users under a certain power constraint. Unlicensed users are allowed to use frequency bands in situations that licensed users have weak outage/error performance on condition that they help licensed users to improve the performance of them on the overlay cognitive radio. Interweave is the approach at the time when cognitive radio was first proposed, and in cases where primary users are not active (considered in spectrum gaps), secondary users become active for transmission. Interweave paradigm is not considered in this thesis.

In this study, cognitive radio and NOMA are combined for a fast communication and for an improved spectrum efficiency. First, Underlay NOMA and Overlay NOMA are considered as separate systems. In the considered CR model, the primary user (PU) consists of one transmitter and one receiver, however the secondary user (SU) employs NOMA being composed of one transmitter and variable number of receivers. The power of the secondary user is limited by the PU's constraint in Underlay NOMA. While the outage probabilities of both the PU and SU are calculated, the interference between PU and SU is taken into account. The Overlay NOMA system is designed to operate in two time intervals. Here, in the first time interval, the secondary user listens to the primary user and decodes PU's signal and cooperates with PU for the transmission of PU's message and its own message. Outage performances of these systems are derived and the obtained results are approved by computer simulations. In Underlay NOMA, it is shown that the outage performance of PU decreases and that of SU increases if the PU's power level constraint on the SU is relaxed, in other words if the interference of the SU increases. Besides, it is shown that the outage probability of PU enters an error floor due to a continuous interference by SU. Similarly, under the interference of PU on SU, an error floor occurs also on the outage probability of SU. If an appropriate power allocation coefficient is attributed to PU in Overlay NOMA, the performance of PU improves due to increased diversity, and the performance of SU decreases considering Underlay NOMA. As the main contribution of the thesis, a hybrid system is proposed by combining the underlay and overlay approaches in the cognitive radio, and then the outage probabilities of the proposed hybrid system are derived and the obtained theoretical outage probability curves are found in perfect match with the computer simulation curves. When the channel between PU and SU does not in outage, the hybrid system operates in overlay mode, and otherwise in underlay mode. The higher the transmitter power of PU, the higher the likelihood of working in overlay mode. In other words, at high signal-to-noise ratios (SNR), the hybrid system converges to the overlay system. While PU's outage performance increases in the hybrid system due to cooperation in the overlay mode, the performance of PU in the hybrid system decreases in the underlay mode due to the SU's interference. However, this decrease will not be worse than the system in which PU operates alone from point-to-point in the network. Thus, this decrease in the performance of PU is tolerable. On the other hand, the performance of SU increases in the hybrid system compared to the overlay mode. In addition, considering that a certain amount of power of SU is allocated to PU when working on the overlay mode, it has been shown that this amount of power can be selected so that the performance of hybrid cognitive radio

NOMA is higher than that of OMA. In brief, the disadvantageous status of the licensed user in the underlay cognitive radio and the disadvantageous status of the unlicensed user in the overlay cognitive radio are improved by the proposed hybrid system.





1. GİRİŞ

1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

Cisco'nun 2014 yılında yayınladığı bir teknik raporda, 2018 yılına kadar verdiği tahminlerde, gezgin veri kullanan aygıtların sayısının bir yıldaki artış oranının giderek artacağı ve hatta aygıt başına düşen veri kullanım miktarındaki artış hızının bundan daha fazla olacağı öngörülmüştü [1]. Bu sebepten dolayı, bir sonraki iletişim sistemi nesli olan 5G'de veri hızlarının 4G'ye göre çok daha fazla olması, ayrıca iletişimdeki gecikmenin düşürülmesi gibi gereksinimler ortaya çıktı [2]. Burada söz konusu olan gereksinimleri karşılamak için önerilen çözümlerden birisi de dik olmayan çoklu erişim teknikleridir (NOMA) [3–7]. Fakat, 5G'nin ilk evresinde çoklu erişim tekniği olarak aşağı yönlü iletimde 4G'de de kullanılan dik frekans bölmeli çoklu erişim tekniği standarda girdi [8].¹ Cisco'nun istenilen veri hızının artacağı öngörülerini devam ettiği için NOMA'nın, yeni nesil iletişim sistemlerindeki adaylığının devam ettiği düşünülebilir [9].

Dik çoklu erişim (OMA) tekniklerinde kaynaklar, zaman, frekans, kod vb. bölgelerde dik bir biçimde kullanıcılar arasında paylaştırılır. Bu sayede, aynı hücreyel ağ içerisindeki kullanıcıların birbirlerine yaptıkları girişim ideal olarak sıfırlanmış olur. Ancak, bu kaynaklar NOMA'da dik olmayan bir biçimde kullanıcılara dağıtılarak kullanıcıların alıcı karmaşıklığını arttırmak pahasına kontrollü girişimine izin verilir [3, 4, 6, 10]. Bunun sonucunda, OMA'da kaynak kısıtlı olduğu için bir hücreyel ağ içindeki kullanıcıların sayısı sınırlı iken NOMA'da izin verilen girişim miktarına göre daha fazla kullanıcıya ve veri iletim hızlarına ulaşılabilir. NOMA, genel olarak güç tanım bölgesindeki NOMA (PD-NOMA) ve kod tanım bölgesindeki (CD-NOMA) olmak üzere ikiye ayrılır [3, 7]. PD-NOMA'da bütün kullanıcılar, aynı frekans bandında aynı zamanda iletim durumunda olup kullanıcılara ayrılan güçte farklılıklar vardır [11–15]. Bir başka deyişle çoklu erişim, güç tanım bölgesinde yapılmaktadır. PD-NOMA'nın aşağı yönlü durumda nasıl çalıştığı şöyle anlatılabilir: baz istasyonundan kullanıcılara gönderilecek işaret, kullanıcıların ağırlıklandırılmış

¹ Yukarı yönlü iletimde ise ayrık Fourier dönüşümlü OFDM standarda girdi.

işaretlerinin toplanmasıyla elde edilir. Aşağı yönlü PD-NOMA'da, kanalı zayıf olan kullanıcıya ayrılan güç, güçlü olanınkinden daha yüksektir. Alıcıda ise kullanıcılar, kendi işaretlerini ardışık girişim giderme (SIC) ile çözer. CD-NOMA'da ise çoklu erişim, kod tanım bölgesinde gerçekleşir. Örnek olarak, serpiştirme bölmeli çoklu erişim (IDMA) [16], örüntü bölmeli çoklu erişim (PDMA) [17], çok kullanıcılı paylaşımlı erişim (MUSA) [18], seyrek kodlanmış çoklu erişim (SCMA) [19] gibi yöntemler sayılabilir. IDMA'da bütün kullanıcılar, aynı frekans bandını, zamanını ve yayılma dizisini kullanırken alıcıda serpiştirme sayesinde ayrıştırılır.² PDMA'da, zaman, frekans ve uzaydan (konumdan) oluşan kaynaklar, her kullanıcıya farklı bir örüntü oluşturacak biçimde paylaştırılır. Bu örüntüler, bu kaynaklardan sadece birinden oluşabilir veya bu kaynakların kombinasyonlarıyla da oluşabilir. MUSA'da kullanıcılar, düşük ilişkili yayılma kodlarıyla ayrıştırılır. SCMA'da kullanıcılar, seyrek yayılma kodlarıyla ayrıştırılır. PD-NOMA, genellikle CD-NOMA'ya göre daha az karmaşıklığa sahip olup diğer yöntemlere göre daha fazla esnekliğe sahiptir. Bu tezin bundan sonraki kısmında PD-NOMA'dan bahsedilecek olup PD-NOMA'ya kısaca NOMA denecektir.

Radyo spektrumunun çok büyük bir bölümü lisanslıdır [20]. Bu da spektrumdaki doluluk oranının yüksek olduğunu göstermektedir. Bir başka deyişle, lisanssız bir biçimde herhangi bir mevzuata tabi olmadan kullanılabilecek bant sayısı azdır.³ Ancak, buradaki problem spektrumdaki doluluktan ziyade lisanslı kullanıcıların lisanslı bantlardan yeterince yararlanmaması olup lisanslı bantların kullanılma oranı düşüktür [22]. Bununla birlikte, gezgin aygıt sayısı ve bu gezgin aygıtların hız gereksinimleri artmaktadır [1, 9]. Bu gereksinimleri karşılayabilmek için yeni teknolojiler geliştirilmektedir. Bu teknolojileri uygulayabilmek için kullanılmayan bantları lisanslamak gerekmekte ancak spektrumdaki doluluktan dolayı bu pek mümkün gözükmemektedir. Buna çözüm olarak bilişsel radyo (CR) önerilmiştir [23]. Bilişsel radyoda, bir telsiz iletişim sistemindeki birtakım kullanıcıların diğer kullanıcılar hakkındaki kanal durumu, çalışma durumu, mesaj bilgisi gibi bilgilere sahip olup bu bilgileri kullanarak kendi başarımlarını diğer kullanıcıların başarımlarını

²Her kullanıcı, farklı bir serpiştirme dizisine sahiptir, fakat bu diziler birbirlerine dik olmak zorunda değildir.

³Bu bantlar sınai, bilimsel ve tıbbi amaçlarla kullanılmaktadır. Bu bantların bir listesi ITU'nun 2016 yılındaki radyo mevzuatının 5.150 numaralı maddesinde bulunabilir [21].

düşürmeden veya tolere edilebilir seviyeden daha azına düşürmeden arttırması hedeflenmektedir [24].

Bilişsel radyoda, spektrum bandını kullanma önceliğine sahip kullanıcılara birincil kullanıcı, lisanslı kullanıcı, bandı kullanma hakkına sahip olmayan ama aynı zamanda birincil kullanıcılar hakkında bilgiye sahip olan kullanıcılara ikincil kullanıcı, lisanssız kullanıcı veya bilişsel kullanıcı denir. Bilişsel radyo, kullanıcıların sahip olduğu ağ bilgisine ve spektrum kullanımına ilişkin mevzuata göre üç farklı yaklaşımda incelenebilir [24]. Bunlar altına serme, üstüne serme ve arasına sermedir. Altına sermede, birincil ve ikincil kullanıcılar aynı anda etkindir. İkincil kullanıcılar, birincil kullanıcıların başarımlarını düşürmemek için belirli bir güç eşik değeri altında haberleşir. Üstüne sermede, birincil ve ikincil kullanıcılar farklı zamanlarda işbirlikli olarak çalışır. İkincil kullanıcılar, birincil kullanıcıların hata başarımını arttırmak için hem birincil kullanıcıların bilgilerini hem kendi bilgilerini iletir. Arasına serme ise bilişsel radyonun ilk kez önerildiği zamandaki yaklaşım olup birincil kullanıcıların iletişimde olmadığı durumlarda, spektrum boşluklarında, ikincil kullanıcıların çalışması durumudur [23].⁴ Bu tezin devamında sistem modeli tanıtılıp altına serme ve üstüne sermeden bahsedilecektir. Araya sermeye bu tezde değinilmemiştir.

NOMA'nın OMA'ya göre ağdaki kullanıcı sayısının fazla olması, kapasitesinin yüksek olması gibi avantajları vardır. Bilişsel radyo kullanan sistemlerde ise kullanmayan sistemlere göre spektrum daha verimli kullanılmaktadır. Diğer bir deyişle, hem NOMA hem de CR, spektrum verimliliğini artırır. Bu sebeple CR ve NOMA aynı sistemde bir araya getirilecektir. [25]'te, altına sermeli bilişsel radyolu NOMA'nın kesinti başarımı hesaplanmıştır. Buradaki modelde, ikincil kullanıcıların bir çember içerisinde düzgün dağıldığı ve kanallardaki sönmülemenin duruğumsu Rayleigh dağılımlı olduğu varsayılmıştır. Sonuç olarak, hedeflenen hızlar ve güç paylaşım katsayıları uygun seçildiği takdirde NOMA, OMA'dan daha iyi bir kesinti başarımına sahip olduğu gösterilmiştir. İkincil kullanıcıların kanal koşullarının birincil kullanıcılara göre daha iyi olduğu durumlar için bir üstüne sermeli bilişsel radyolu NOMA sistemi [26]'da önerilmiştir. Bu sistemde ikincil baz istasyonu, birincil kullanıcının işaretini de

⁴Bu yaklaşımda, lisanslı kullanıcının kendi bandını kullanıp kullanmadığını anlamak için ikincil kullanıcıların bir spektrum algılama yöntemi kullanarak spektrumunu taraması gerekmektedir.

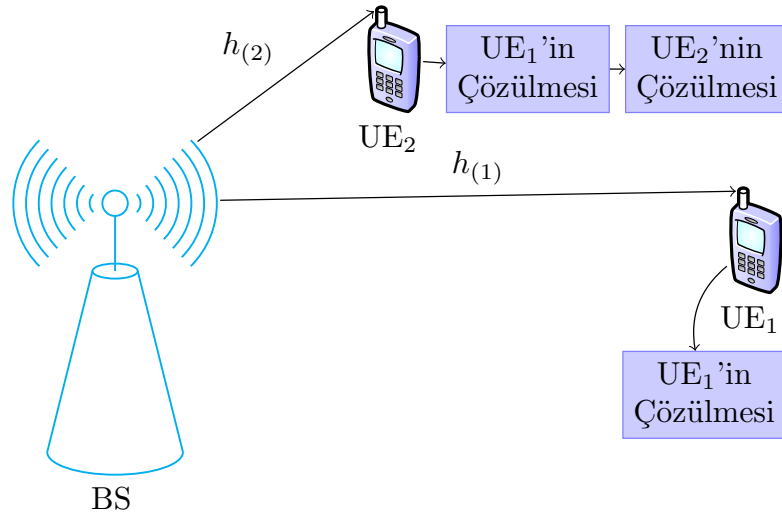
ileterek birincil sistemin başarımının artmasına olanak sağlamaktadır. Kanal modeli Nakagami- m olup Üstüne Sermeli NOMA'nın OMA'dan daha iyi bir başarıma sahip olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, hem Altına Sermeli NOMA'da hem Üstüne Sermeli NOMA'da röle veya röleler aracılığıyla yapılan işbirliği sayesinde kesinti başarımının iyileştiği bilinmektedir [27, 28]. Bir de NOMA'da klasik CR yaklaşımından başka CR'den esinlenmiş NOMA yaklaşımı vardır ki bu yaklaşımda güçlü kanala sahip kullanıcının gücü, daha zayıf bir kanala sahip kullanıcının işaret/(girişim+gürültü) oranı (SINR) ile kısıtlanır [29]. Bu yaklaşım, bu tezin konusu değildir.

1.2 Tezin Konuya Katkıları

Bu çalışmada Altına Sermeli NOMA ve Üstüne Sermeli NOMA'nın birlikte çalıştığı karma bir sistem önerilip bu sistemin kesinti başarımları hesaplanmıştır. Bunun için öncelikle Altına Sermeli NOMA sistem modeli tanıtılmıştır. Bu modelde, ikincil kullanıcı (SU) NOMA çalışmakta olup ikincil kullanıcının gücü birincil kullanıcı (PU) tarafından sınırlandırılmıştır. Birincil ve ikincil kullanıcıların birbirlerine yaptıkları girişim dikkate alınarak hem birincil kullanıcının hem ikincil kullanıcının kesinti olasılıkları hesaplanmıştır. Üstüne Sermeli NOMA sistemi, iki zaman aralığında çalışmak üzere tasarlanmıştır. Burada, birinci zaman aralığında ikincil kullanıcı, birincil kullanıcıyı dinleyip PU'nun işaretini çözer ve PU'nun iletimine yardım eder. Kullanıcıların hangi zaman aralıklarında nasıl haberleştikleri dikkate alınarak hem birincil kullanıcının hem ikincil kullanıcının kesinti olasılıkları hesaplanmıştır. Bu tezde önerilen Karma CR-NOMA sistemi ise birincil kullanıcı ile ikincil kullanıcı arasındaki hatta bir kesinti olup olmadığına göre farklı paradigmalara göre çalışacaktır. Eğer o hat kesintide ise sistem altına sermeli çalışacak, hat kesintide değilse üstüne sermeli çalışacaktır. Bu karma sistemin kesinti olasılıkları hesaplanmış olup ikincil kullanıcı açısından Karma CR-NOMA sistemin, Altına ve Üstüne Sermeli NOMA sistemlerine göre daha iyi bir başarıma sahip olduğu görülmüştür. Birincil kullanıcı açısından ise Karma CR-NOMA sistemin, Altına Sermeli NOMA'dan iyi, Üstüne Sermeli NOMA'dan kötü bir başarıma olduğu görülmüştür.

2. DİK OLMAYAN ÇOKLU ERİŞİM

NOMA'da bütün kullanıcılar, aynı frekans bandında aynı zamanda iletim durumunda olup kullanıcılara ayrılan güçte farklılıklar vardır. Bunu anlatabilmek için iki kullanıcı, aşağı yönlü bir sistem göz önüne alınsın (Şekil 2.1). Burada, $i \in \{1,2\}$ olmak üzere UE_i ile baz istasyonu arasındaki kanal $h_{(i)}$ olup bu kanallar arasında her zaman $|h_{(2)}| > |h_{(1)}|$ ilişkisi bulunsun. Bu durumda, baz istasyonundan gönderilecek olan işaret $x = \sqrt{P_T \alpha_1} x_1 + \sqrt{P_T \alpha_2} x_2$ olacaktır. Burada, P_T verici gücünü, x_i UE_i 'ye ait işareti, α_i ise UE_i 'ye ayrılan güç yüzdesini göstermekte olup $\alpha_1 > \alpha_2$ ve $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ koşullarını sağlar. NOMA'da, UE_1 'e zayıf kullanıcı, UE_2 'ye ise güçlü kullanıcı denir. $\alpha_1 > \alpha_2$ koşulunun nedeni, bu kullanıcıların işaretlerini alıcı tarafta ayırabilmek içindir.¹ Alıcı tarafta işaretleri ayırabilmek için ardışık girişim giderme (SIC) kullanılır [11]. Buna göre UE_2 'ye gelen işaretteki UE_1 'e ait girişim SIC ile kaldırılır, daha sonra UE_2 kendi işareti olan x_2 'yi çözer. UE_1 'de ise x_2 'ye ayrılan güç x_1 'e göre daha düşük olduğu için x_2 girişim olarak görülüp doğrudan x_1 işareti çözülür (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 : İki kullanıcıli aşağı yönlü NOMA sistemi.

¹ Aslında bu koşulun geçerli olmadığı durumlarda da kullanıcıların servis kalitesi sağlandığı sürece sistem çalışır [30].

2.1 Sistem Modeli ve SIC

N kullanıcılı aşağı yönlü bir NOMA sisteminde vericiden süperpozisyon ile kodlanarak gönderilecek olan işaret,

$$x = \sum_{i=1}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i \quad (2.1)$$

olup burada $i \in \{1, \dots, N\}$ olmak üzere x_i , i . kullanıcıya gönderilecek olan işaret ($\mathbb{E}[|x_i|^2] = 1$) olup α_i , i . kullanıcıya ayrılan güç paylaştırma katsayısıdır. P_T ise toplam verici gücünü göstermektedir. Kullanıcılar ile baz istasyonu arasındaki kanal sönümleme katsayısı $h_i, i \in \{1, \dots, N\}$ bağımsız özdeşçe dağılmış rastlantı değişkenleridir.² Bu kanallar, matematiksel analizi kolaylaştırabilmek için genelliği bozmaksızın, $(|h_{(1)}| < |h_{(2)}| < \dots < |h_{(N)}|)$ şeklinde sıralansın. Burada $|h_{(i)}|, i \in \{1, \dots, N\}$, N adet bağımsız ve özdeşçe dağılmış h_i rastlantı değişkeninin sıralanmış halidir. Zayıf kullanıcılar, güçlü kullanıcılara ayrılan güçten daha yüksek güçle iletim yapar. Bu durumda, güç paylaştırma katsayıları $\alpha_i, i \in \{1, \dots, N\}$ olup bu katsayılar $\alpha_1 > \dots > \alpha_N$, $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ koşullarını sağlar.

UE _{n} 'de alınan işaret,

$$y_n = h_{(n)}x + \eta_n \quad (2.2)$$

$$= h_{(n)} \sum_{i=1}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i + \eta_n \quad (2.3)$$

olup burada η_n alıcıdaki AWGN örneği olup $\eta_n \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımına sahiptir. n . kullanıcı, j . kullanıcının işaretini eğer $j < n$ ise SIC ile çözer, eğer $j > n$ ise j . kullanıcının işaretini girişim varsayarak kendi işaretini çözer. UE _{n} 'de x_j 'yi çözme anındaki işaret/(girişim+gürültü) oranını (SINR) $\gamma_{j \rightarrow n}$ ifade etmek üzere SIC yardımıyla SINR'ın adım adım nasıl değiştiği Şekil 2.2'de gösterilmiştir.

Şeki 2.2'deki örneğin tersine $\gamma_{j \rightarrow n}$ ifadesi daha genel bir biçimde şöyle gösterilebilir:

$$\gamma_{j \rightarrow n} = \frac{P_T \alpha_j |h_{(n)}|^2}{P_T |h_{(n)}|^2 \sum_{i=j+1}^N \alpha_i + N_0}. \quad (2.4)$$

N . kullanıcının kendi işaretini çözme anındaki SNR'ı ise

$$\gamma_{N \rightarrow N} = \frac{P_T \alpha_N |h_{(N)}|^2}{N_0} \quad (2.5)$$

²Bu çalışmada Rayleigh kanal modeli kullanılacaktır. Matematiksel olarak, $h_i \sim \mathcal{CN}(0, \Omega)$ dağılımlıdır. Burada d verici ile alıcı arasındaki uzaklığı ve v yol kaybı üstelini belirtmek üzere $\Omega = d^{-v}$ olmaktadır.

$$\begin{aligned}
y_n &= h_{(n)}x + \eta_n = h_{(n)} \sum_{i=1}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i + \eta_n & \longrightarrow \gamma_{1 \rightarrow n} &= \frac{P_T \alpha_1 |h_{(n)}|^2}{P_T |h_{(n)}|^2 \sum_{i=2}^N \alpha_i + N_0} \\
y_n^1 &= y_n - h_{(n)} \sqrt{P_T \alpha_1} x_1 = h_{(n)} \sum_{i=2}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i + \eta_n & \longrightarrow \gamma_{2 \rightarrow n} &= \frac{P_T \alpha_2 |h_{(n)}|^2}{P_T |h_{(n)}|^2 \sum_{i=3}^N \alpha_i + N_0} \\
y_n^2 &= y_n^1 - h_{(n)} \sqrt{P_T \alpha_2} x_2 = h_{(n)} \sum_{i=3}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i + \eta_n & \longrightarrow \gamma_{3 \rightarrow n} &= \frac{P_T \alpha_3 |h_{(n)}|^2}{P_T |h_{(n)}|^2 \sum_{i=4}^N \alpha_i + N_0} \\
&\vdots & & \vdots \\
y_n^{n-1} &= y_n^{n-2} - h_{(n)} \sqrt{P_T \alpha_{n-1}} x_{n-1} = h_{(n)} \sum_{i=n-1}^N \sqrt{P_T \alpha_i} x_i + \eta_n & \longrightarrow \gamma_{n \rightarrow n} &= \frac{P_T \alpha_n |h_{(n)}|^2}{P_T |h_{(n)}|^2 \sum_{i=n+1}^N \alpha_i + N_0}
\end{aligned}$$

Şekil 2.2 : SIC ile x_n işaretini çözme anındaki SINR'daki girişimin azaltılması.

olacaktır. $\alpha_{N+1} = 0$ biçiminde keyfi bir seçim aracılığıyla $\bar{\alpha}_j \triangleq \sum_{i=j+1}^{N+1} \alpha_i$ tanımı yapılsın. Bu durumda, (2.4), (2.5)'i içerecek şekilde şöyle yazılabilir:

$$\gamma_{j \rightarrow n} = \frac{\rho \alpha_j |h_{(n)}|^2}{\rho |h_{(n)}|^2 \bar{\alpha}_j + 1}. \quad (2.6)$$

Burada $\rho = P_T/N_0$ olup SNR'ı göstermektedir. Bunun böyle ifade edilebilmesinin nedeni $\bar{\alpha}_N = 0$ 'dir.

2.2 Kesinti Olasılığı Hesabı

Bir iletişim sisteminin veri hızı, sistemin ulaşılabilir veri hızını aştığında iletişim olanaksız hale gelir. Buna kesinti denir. O halde, ulaşılabilir veri hızının $C = \log_2(1 + \text{SNR})$ olduğu göz önüne alınarak kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned}
P_{out} &= \Pr(C < R) \\
&= \Pr(\log_2(1 + \text{SNR}) < R) \\
&= \Pr(\text{SNR} < 2^R - 1) \\
&= \Pr(\text{SNR} < \phi)
\end{aligned}$$

biçiminde bulunur. Burada R , birim zamanda ve bant genişliğinde iletilmesi hedeflenen maksimum bit sayısını göstermektedir. ϕ ise $\phi = 2^R - 1$ olup iletişimin kesintiye girmemesi için gereken minimum SNR değeridir.³

³Buradaki SNR ifadesinde kanal etkisi belirtilir. Yani, burada anlık SNR kastedilmiştir.

n . kullanıcı, kesintiye ancak ve ancak SIC sırasında kendisinden önce gelen işaretleri ($j < n$) veya kendi işaretini çözemediği zaman girer. n . kullanıcının j . kullanıcının işaretini çözebilmesi için gerekli koşul $\phi_j \leq \gamma_{j \rightarrow n}$ 'dir. Burada $\phi_j = 2^{R_j} - 1$ olup R_j ise j . kullanıcının hedeflenen hızıdır. Bu durumda n . kullanıcının kesintiye girme olasılığı,

$$P_n^{out} = 1 - \Pr \left(\{ \gamma_{n \rightarrow n} > \phi_n \} \cap \{ \gamma_{n-1 \rightarrow n} > \phi_{n-1} \} \cap \dots \cap \{ \gamma_{1 \rightarrow n} > \phi_1 \} \right) \quad (2.7)$$

olmaktadır. Bu durumda $\{ \gamma_{j \rightarrow n} > \phi_j \}$ olayı, $\alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j > 0$ koşulu altında,

$$\begin{aligned} \{ \gamma_{j \rightarrow n} > \phi_j \} &\equiv \left\{ \frac{\rho \alpha_j |h_{(n)}|^2}{\rho |h_{(n)}|^2 \bar{\alpha}_j + 1} > \phi_j \right\} \\ &\equiv \left\{ \rho |h_{(n)}|^2 (\alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j) > \phi_j \right\} \\ &\equiv \left\{ |h_{(n)}|^2 > \frac{\phi_j}{\rho (\alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j)} \right\} \end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. $\psi_j \triangleq \frac{\phi_j}{\rho (\alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j)}$ tanımıyla P_n^{out} şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$P_n^{out} = 1 - \Pr \left(\{ |h_{(n)}|^2 > \psi_n \} \cap \{ |h_{(n)}|^2 > \psi_{n-1} \} \cap \dots \cap \{ |h_{(n)}|^2 > \psi_1 \} \right) \quad (2.8)$$

$$= 1 - \Pr \left(|h_{(n)}|^2 > \max\{\psi_1, \dots, \psi_n\} \right) \quad (2.9)$$

$$= \Pr \left(|h_{(n)}|^2 \leq \psi_n^{\max} \right) \quad (2.10)$$

$$= F_{|h_{(n)}|^2} \left(\psi_n^{\max} \right). \quad (2.11)$$

Burada $\psi_n^{\max} = \max\{\psi_1, \dots, \psi_n\}$ olup $F_{|h_{(n)}|^2}(\cdot)$, n . sıralı istatistiğinin olasılık dağılım fonksiyonudur (CDF). Bu ifade $\alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j > 0$ koşulu altında geçerlidir. Eğer bu koşul geçerli olmazsa kesinti olasılığı bir olacaktır [15]. Yani, kesinti olasılığı kesin bir biçimde şöyle ifade edilebilir:

$$P_n^{out} = \begin{cases} F_{|h_{(n)}|^2} \left(\psi_n^{\max} \right) & , \alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j > 0 \quad j = 1, \dots, n \\ 1 & , \alpha_j - \bar{\alpha}_j \phi_j \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{cases}. \quad (2.12)$$

$F_{|h_{(n)}|^2}(\cdot)$ sıralı istatistiğinin CDF'i sıralanmamış $|h|^2$ rastlantı değişkeninin CDF'ine bağlı olarak şöyle yazılır (Ek 6, Denklem A.1):

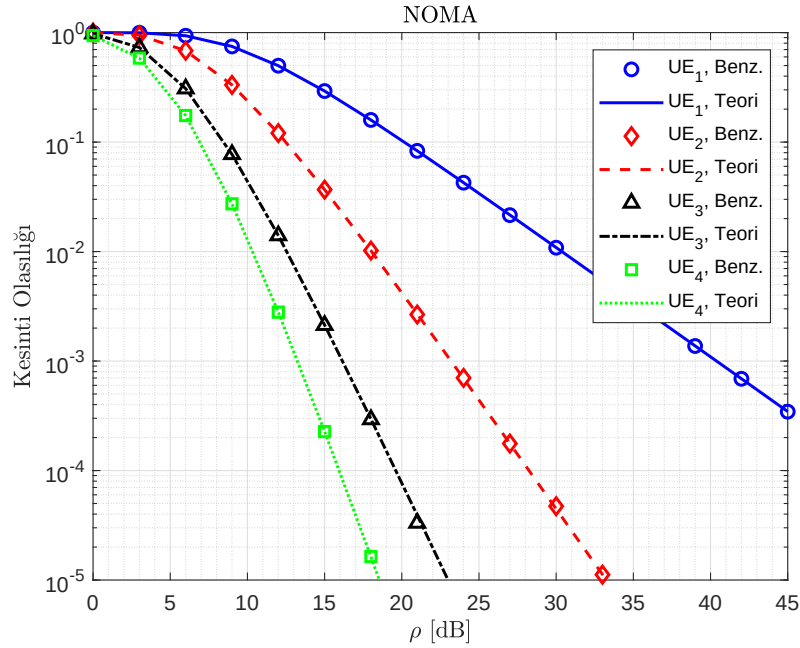
$$F_{|h_{(n)}|^2}(x) = \sum_{k=n}^N \binom{N}{k} [F_{|h|^2}(x)]^k [1 - F_{|h|^2}(x)]^{N-k}. \quad (2.13)$$

Kanalın Rayleigh dağılımlı olduğu varsayılırsa $|h|^2$ üstel dağılımlı olacaktır. Bu durumda $|h|^2$ 'nin CDF'i $F_{|h|^2}(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ olur. Burada λ , üstel dağılımın parametresi olup $\lambda = \frac{1}{\Omega} = d^v$ 'dür.

2.3 Kesinti Başarımı

Öncelikle, güç paylaşımı şöyle yapılmaktadır: $N = 2$ için $\alpha_1 = 0.8, \alpha_2 = 1 - \alpha_1$ olmakta, $N > 2$ için ise $\alpha_n = \frac{N-n+1}{\mu}$ olmaktadır [15]. μ burada $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$ koşulunu sağlamak için kullanılır.

$N = 4$ kullanıcıli bir NOMA sisteminin $\lambda = 1$ iken ve hedeflenen hızın $R = 0.5$ olduğu durumdaki kesinti olasılığının teorik ve bilgisayar benzetim sonuçları Şekil 2.3'te verilmiştir. Şekilden de görüleceği üzere kanalı güçlü olan kullanıcının başarımı, zayıf olandan daha iyi olmaktadır. Matematiksel olarak, UE_n 'lerin kanalları arasında $|h_{(N)}|^2 > \dots > |h_{(n)}|^2 > \dots > |h_{(1)}|^2$ ilişkisi olmasından dolayı UE_n kullanıcısının çeşitleme kazancı n 'dir [15]. Bunun nedeni şöyle açıklanabilir: $n > m$ olduğu durumda güç paylaşım katsayıları $\alpha_m > \alpha_n$ biçiminde seçilecektir. n . kullanıcıya gelen toplam işarete m . kullanıcının işareti n 'ye göre daha güçlü olduğundan önce m . kullanıcının işareti çözülerek bu işaretin girişim etkisi giderilmektedir. Yani, çeşitleme kazancı SIC'den dolayı gelmektedir.



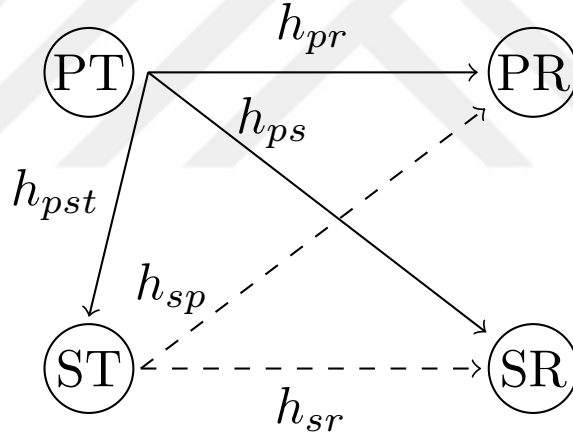
Şekil 2.3 : Dört kullanıcıli NOMA için kesinti olasılıkları ($R = 0.5, \lambda = 1, v = 2$).



3. BİLİŞSEL RADYO

3.1 Sistem Modeli

Bilişsel radyo için örnek bir sistem modeli Şekil 3.1’de verilmiştir.¹ Burada PT-PR çifti, sırasıyla birincil kullanıcının vericisini ve alıcısını, ST-SR çifti ise sırasıyla ikincil kullanıcının vericisini ve alıcısını göstermektedir. h_{pr} , h_{pst} , h_{ps} , h_{sp} ve h_{sr} sırasıyla PT-PR, PT-ST, PT-SR, ST-PR ve ST-SR arasındaki kanal katsayılarını göstermektedir. PT ve ST’nin iletim güçleri P_p ve P_s olup PT ve ST’den iletilen işaretler x_p ve x_s ’dir ($\mathbb{E}[|x_p|^2] = \mathbb{E}[|x_s|^2] = 1$). Ayrıca, R_p ve R_s , PT ve ST’nin iletim hızlarıdır. Alıcı taraflardaki gürültü örneği, η , sıfır ortalamalı N_0 varyanslı toplamsal beyaz Gauss gürültüsüdür.



Şekil 3.1 : Bilişsel radyo sistem modeli.

3.2 Altına Serme

Bu sistemde, birincil ve ikincil kullanıcılar aynı anda iletmekte olup PR’nin ST’nin verici gücü P_s üzerinde bir kısıtı bulunmaktadır. Bu kısıt,

$$P_s = \min \left\{ \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2}, P_{s,maks} \right\} \quad (3.1)$$

¹ [31] numaralı makalede kullanılan şekil, örnek alınmıştır.

biçiminde olup I_{th} burada PR'nin koyduğu güç eşiği, $P_{s,maks}$ ise ST'nin maksimum verici gücüdür. PR'de alınan işaret,

$$y_{pr} = \sqrt{P_p}h_{pr}x_p + \sqrt{P_s}h_{sp}x_s + \eta_p \quad (3.2)$$

olup buradaki birincil kullanıcı için SNR değeri,

$$\gamma_{pr} = \frac{P_p|h_{pr}|^2}{P_s|h_{sp}|^2 + N_0} \quad (3.3)$$

biçimindedir. SR'de alınan işaret,

$$y_{sr} = \sqrt{P_s}h_{sr}x_s + \sqrt{P_p}h_{ps}x_p + \eta_s \quad (3.4)$$

olup buradaki ikincil kullanıcı için SNR değeri,

$$\gamma_{sr} = \frac{P_s|h_{sr}|^2}{P_p|h_{ps}|^2 + N_0} \quad (3.5)$$

biçimindedir.

Kesinti Olasılığı Hesabı:

Birincil kullanıcı için kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_p^{out} &= \Pr(\log_2(1 + \gamma_{pr}) < R_p) \\ &= \Pr(\gamma_{pr} < 2^{R_p} - 1) \end{aligned} \quad (3.6)$$

olmaktadır. İkincil kullanıcı için kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_s^{out} &= \Pr(\log_2(1 + \gamma_{sr}) < R_s) \\ &= \Pr(\gamma_{sr} < 2^{R_s} - 1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

olmaktadır.

3.3 Üstüne Serme

Bu sistemde, işbirlikli iletim iki eşit zaman aralığında yapılmaktadır. Birinci zaman aralığında PT, işaretini PR, ST ve SR'ye göndermekte, ikinci zaman aralığında ise ST, PT'nin işaretini çözdükten sonra kendi işareti ile birlikte PR ve SR'ye göndermektedir. Çözemezse iki zaman aralığında da sadece PU çalışmaktadır. Birinci zaman aralığında PR'ye gelen işaret,

$$y_{pr,1} = \sqrt{P_p}h_{pr}x_p + \eta_{pr,1} \quad (3.8)$$

olup buradaki x_p için SNR değeri,

$$\gamma_{pr,1} = \rho_p |h_{pr}|^2 \quad (3.9)$$

biçiminde olmaktadır. Burada $\rho_p = \frac{P_p}{N_0}$ 'dır. SR'ye gelen işaret,

$$y_{sr,1} = \sqrt{P_p} h_{ps} x_p + \eta_{sr,1} \quad (3.10)$$

olup buradaki x_p için SNR değeri,

$$\gamma_{sr,1}^p = \rho_p |h_{ps}|^2 \quad (3.11)$$

olmaktadır. ST'ye gelen işaret,

$$y_{st,1} = \sqrt{P_p} h_{pst} x_p + \eta_{pst,1} \quad (3.12)$$

olup buradaki x_p için SNR değeri,

$$\gamma_{pst,1} = \rho_p |h_{pst}|^2 \quad (3.13)$$

biçiminde olmaktadır. ST, kendisine gelen işareti çözer. Çözdükten sonra kendi verici gücü P_s 'nin α kadarını x_p için geri kalanı x_s için kullanır. Bir başka deyişle, ST'den gönderilecek olan işaret $\tilde{x}_s = \sqrt{\alpha} x_p + \sqrt{1-\alpha} x_s$ 'dir. Alıcıda, bu işaretleri birbirlerinden ayrılabilmek için α değeri $\alpha > 0.5$ koşulunu sağlayan bir değer seçilir. Bu durumda, ikinci zaman aralığında PR'de alınan işaret,

$$\begin{aligned} y_{pr,2} &= \sqrt{P_s} h_{sp} \tilde{x}_s + \eta_{pr,2} \\ &= \sqrt{P_s} h_{sp} (\sqrt{\alpha} x_p + \sqrt{1-\alpha} x_s) + \eta_{pr,2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

biçiminde olmaktadır. Burada, x_p için SNR değeri,

$$\gamma_{pr,2} = \frac{P_s |h_{sp}|^2 \alpha}{P_s |h_{sp}|^2 (1-\alpha) + N_0} \quad (3.15)$$

olmaktadır. Aynı biçimde, SR'ye gelen işaret,

$$y_{sr,2} = \sqrt{P_s} h_{sr} (\sqrt{\alpha} x_p + \sqrt{1-\alpha} x_s) + \eta_{sr,2} \quad (3.16)$$

olmaktadır. x_p 'nin x_s 'ye olan girişimi giderildikten sonra x_s işareti çözülür. Öncelikle, x_p için bu SNR değeri,

$$\gamma_{sr,2}^p = \frac{P_s |h_{sr}|^2 \alpha}{P_s |h_{sr}|^2 (1-\alpha) + N_0} \quad (3.17)$$

olup x_s 'ye olan girişim giderildikten sonra x_s için SNR değeri,

$$\gamma_{sr,2} = \frac{P_s |h_{sr}|^2 (1 - \alpha)}{N_0} \quad (3.18)$$

olmaktadır. ST, kendine gelen işareti çözemezse, ikinci zaman aralığında PT x_p işaretini tekrar yollar. İki zaman aralığındaki kanal birbirinden bağımsız olduğu için PR'deki PU'nun SNR'ı,

$$\tilde{\gamma}_{pr,1} = \rho_p |\tilde{h}_{pr}|^2 \quad (3.19)$$

olacaktır. $\tilde{h}_{pr}$, h_{pr} ile aynı dağılıma sahip fakat h_{pr} 'den bağımsızdır. Bunun anlamı, birbirini izleyen iki zaman aralığında PT ile PR arasındaki kanalın istatistiksel bağımsız olarak değiştiğidir.

Kesinti Olasılığı Hesabı:

Birincil kullanıcının kesinti olasılığı P_p^{out} 'u bulmak için öncelikle PT-ST hattında bir kesinti olup olmadığını bulmak gerekir. Bu hattaki kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_{pst}^{out} &= \Pr \left(\frac{1}{2} \log_2 (1 + \gamma_{pst,1}) < R_p \right) \\ &= \Pr (\gamma_{pst,1} < 2^{2R_p} - 1) \end{aligned} \quad (3.20)$$

olup (3.20)'teki $\frac{1}{2}$ çarpanı, iletimin iki eşit zaman aralığında yapılmasından dolayı gelmiştir. Eğer burada kesinti olmazsa PR'de MRC ile x_p işareti çözülür. Bu durumda, birincil kullanıcının kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_p^{out} &= P_{pst}^{out} \Pr \left(\frac{1}{2} \log_2 (1 + \gamma_{pr,1} + \tilde{\gamma}_{pr,1}) < R_p \right) + \\ &\quad \underbrace{(1 - P_{pst}^{out}) \Pr \left(\frac{1}{2} \log_2 (1 + \gamma_{pr,1} + \gamma_{pr,2}) < R_p \right)}_{\text{MRC bileşeni}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

şeklinde ifade edilebilir. İkincil kullanıcı ancak ve ancak PT-ST hattında kesinti olmazsa, SR'de x_p işareti ve daha sonra x_s işareti doğru çözülürse kesintiye girmez. Bu durumda ikincil kullanıcının kesinti olasılığı [32],

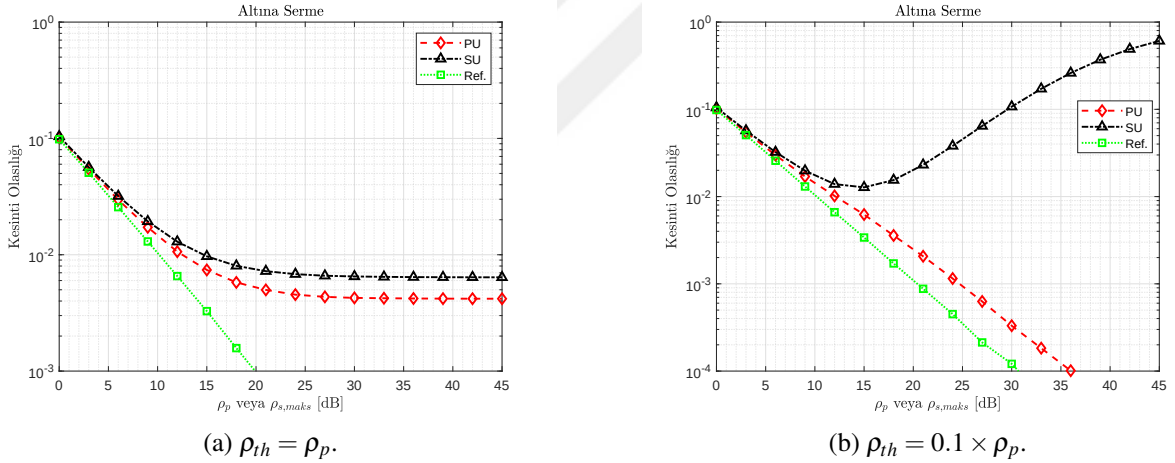
$$\begin{aligned} P_s^{out} &= 1 - \underbrace{\Pr (\gamma_{pst,1} > 2^{2R_p} - 1)}_{\text{ST'de } x_p \text{'nin çözülmesi olasılığı}} \times \\ &\quad \underbrace{\Pr (\gamma_{sr,1}^p + \gamma_{sr,2}^p > 2^{2R_p} - 1)}_{\text{SR'de } x_p \text{'nin çözülmesi olasılığı}} \times \\ &\quad \underbrace{\Pr (\gamma_{sr,2} > 2^{2R_s} - 1)}_{\text{SR'de } x_s \text{'nin çözülmesi olasılığı}} \end{aligned} \quad (3.22)$$

olacaktır.

3.4 Bilişsel Radyo için Başarım Değerlendirmesi

3.4.1 Altına serme için benzetim sonuçları

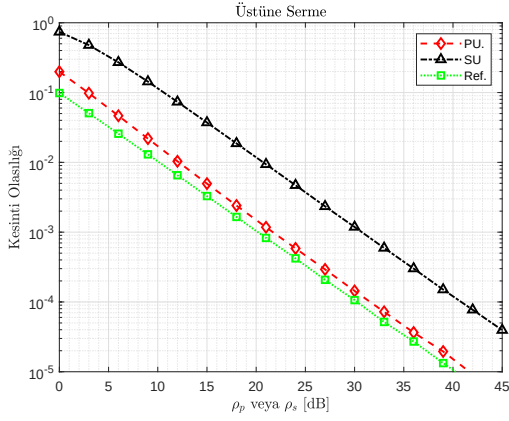
Şekil 3.2’de Bölüm 3.2’de anlatılan altına sermeli sistemin benzetim eğrileri verilmiştir. Bunlar, $R_p = R_s = 0.5$, $d_{sr} = d_{pr} = 0.5, d_{sp} = 5, d_{ps} = 4$ sistem parametrelerine sahip bir sistemin $\rho_p = \rho_{s,maks}$ olduğu durumda bilgisayar benzetim sonuçlarıdır. Ayrıca şekillerde, referans sistem olarak noktadan noktaya ileten sistemin benzetim sonuçları da gösterilmiştir. Şekil 3.2a’da $\rho_{th} = \rho_p$ iken hem birincil kullanıcının (PU) hem ikincil kullanıcının (SU) hata katına girdiği görülmektedir. Bunun nedeni, PU’nun, SU’ya (veya tam tersi) girişim yapmasıdır. SU’nun PU’ya yaptığı girişim, PU’nun SU’ya yaptığı girişimden daha düşük olduğu için PU’nun başarımı SU’nunkinden iyidir. Şekil 3.2b’de $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ iken benzetim sonuçları verilmiştir. Burada eşik değeri düşürüldüğü için, PU’ya olan girişim azalmıştır. Dolayısıyla PU’nun başarımı iyileşmiştir. Ancak, bunun karşılığında SU’nun başarımı kötüleşmiştir.



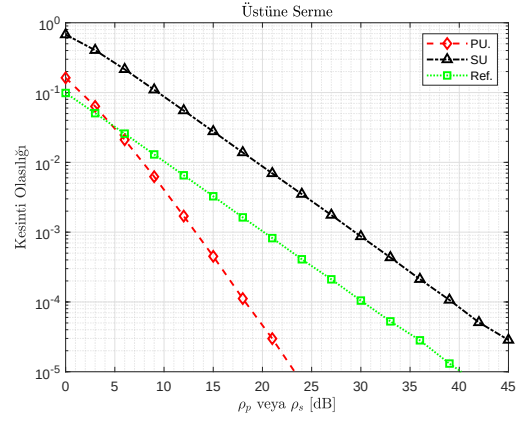
Şekil 3.2 : Altına sermeli bilişsel radyolu sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_{s,maks}$, $R_p = R_s = 0.5$, $d_{sr} = d_{pr} = 0.5, d_{sp} = 5, d_{ps} = 4$).

3.4.2 Üstüne serme için benzetim sonuçları

Şekil 3.3’te Bölüm 3.3’te anlatılan üstüne sermeli sistemin kesinti olasılığı bilgisayar benzetim sonuçları, referans alınan, noktadan noktaya ileten bir sistemin kesinti olasılığı benzetim sonuçlarıyla birlikte verilmiştir. Şekil 3.3a’da SU’nun PU’ya ayırdığı gücü ifade eden $\alpha = 0.3$ için sistemin benzetim sonuçları verilmiş olup PU’nun başarımı referans sisteme göre düşüktür. Ancak, $\alpha = 0.6$ olduğunda, Şekil 3.3b’de görülebileceği üzere PU’nun çeşitleme kazancının artmasından dolayı kesinti



(a) $\alpha = 0.3$.



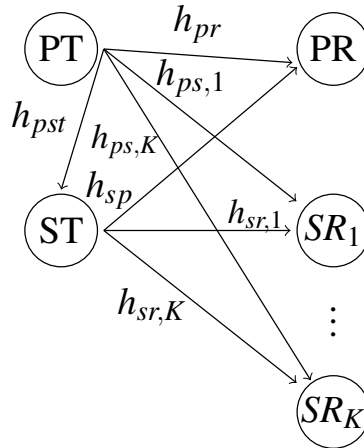
(b) $\alpha = 0.6$.

Şekil 3.3 : Üstüne sermeli bilişsel radyolu sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$, $R_p = R_s = 0.5$, $d_{sr} = d_{pr} = d_{pst} = 0.5$, $d_{sp} = d_{ps} = 1$).

başarımı referans sisteme göre daha iyi olmaktadır. SU'nun başarımı ise α artmasına rağmen kötüleşmemektedir. Bu şöyle açıklanabilir: ikinci alıcıda SU'nun işaretinden önce PU'nun işaretinin çözüldüğü göz önüne alınarak α 'nın artması, PU'nun işaretinin çözülme olasılığını arttırdığı için SU'nun başarımı kötüleşmemektedir.

4. CR-NOMA

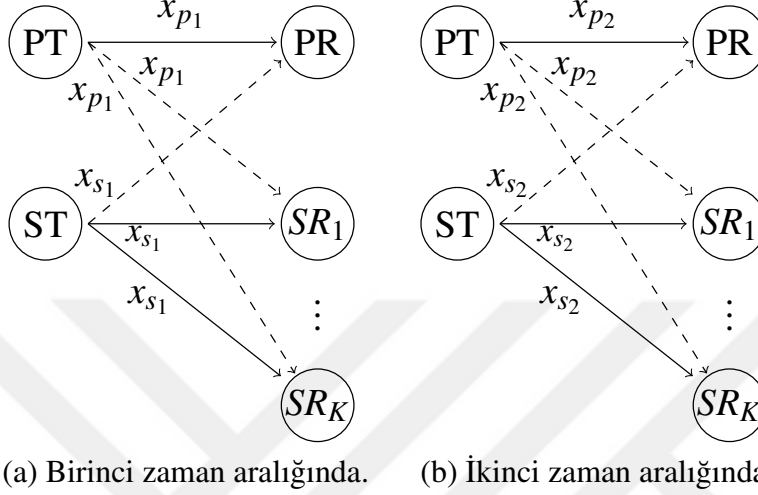
Bu bölümde Altına Sermeli NOMA ve Üstüne Sermeli NOMA sistemlerinin kesinti başarımları çıkartılacak olup daha sonra karma bir sistem modeli önerilecektir. Altına Sermeli NOMA, Üstüne Sermeli NOMA ve Karma CR-NOMA için sistem modellerinde kullanılacak birimler ve aralarındaki kanallar Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Burada PT-PR çifti, sırasıyla birincil kullanıcının vericisini ve alıcısını, $k \in \{1, \dots, K\}$ olmak üzere ST-SR_k çiftleri ise sırasıyla ikincil kullanıcının vericisini ve alıcılarını göstermektedir. h_{pr} , h_{pst} , ve h_{sp} sırasıyla PT-PR, PT-ST ve ST-PR arasındaki kanal katsayılarını göstermekte olup bu katsayılar, daha sonra belirtilecek olan duruğumsu sönümlemeli kanala aittir. $k \in \{1, \dots, K\}$ olmak üzere $h_{sr,k}$ ’lar ST’den SR_k’lara olan kanal katsayılarını göstermekte olup $|h_{sr,1}|^2 < |h_{sr,2}|^2 < \dots < |h_{sr,K}|^2$ koşulunu sağlar. Yine aynı şekilde, $k \in \{1, \dots, K\}$ olmak üzere $h_{ps,k}$ ’lar PT’den SR_k’lara olan kanal katsayılarını göstermekte olup bu katsayılar birbirlerinden bağımsızdır. PT ve ST’nin iletim güçleri P_p ve P_s olup PT ve ST’den iletilen işaretler x_p ve x_s ’dir. ST’den iletilecek işaret $x_s = \sum_{k=1}^K \sqrt{\alpha_k} x_k$ olup x_k , SR_k’ya gönderilen işareti, α_k ise P_s gücünün ne kadarının x_k ’ya ayrıldığını gösterir. Ayrıca, α_k ’lar $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_K$ ve $\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1$ koşullarını sağlar. R_p , PT’nin hedeflenen hızı, R_k ’lar ise SR_k’ların iletim hızıdır. Alıcı taraflardaki gürültü örneği, η , sıfır ortalamalı N_0 varyanslı toplamsal beyaz Gauss gürültüsüdür.



Şekil 4.1 : Bilişsel Radyo NOMA'nın Sistem Modeli.

4.1 Altına Sermeli NOMA

Bu sistemde, birincil ve ikincil kullanıcı aynı anda çalışmaktadır. Birinci zaman aralığındaki kanal katsayısı ile ikinci zaman aralığındaki kanal katsayısı birbirinden istatistiksel bağımsız olup her iki zaman aralığında, her iki kullanıcı da farklı işaretler Şekil 4.2’de verildiği gibi yollanmaktadır. Bu paradigmada, PR’nin ST’nin verici gücü



Şekil 4.2 : Altına Sermeli NOMA Sistem Modeli: düz çizgili kanallardan kullanıcılar kendi işaretlerini gönderirler, kesikli çizgili kanallardan ise diğer kullanıcıya girişim yaparlar.

P_s üzerinde bir kısıtı bulunmaktadır. Bu kısıt,

$$P_s = \min \left\{ \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2}, P_{s,maks} \right\} \quad (4.1)$$

biçiminde olup I_{th} burada PR’nin koyduğu güç eşiği, $P_{s,maks}$ ise ST’nin maksimum verici gücüdür. PR’de alınan işaret,

$$y_{pr} = \sqrt{P_p} h_{pr} x_p + h_{sp} \sum_{i=1}^K \sqrt{P_s \alpha_i} x_i + \eta_{pr} \quad (4.2)$$

biçimindedir. Bu işarettaki birincil kullanıcının SINR’ı,

$$\begin{aligned} \gamma_{pr} &= \frac{P_p |h_{pr}|^2}{\sum_{i=1}^K P_s \alpha_i |h_{sp}|^2 + N_0} \\ &= \frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{\rho_s |h_{sp}|^2 + 1} \end{aligned} \quad (4.3)$$

olup burada $\rho_p = \frac{P_p}{N_0}$ ve $\rho_s = \frac{P_s}{N_0}$ biçiminde tanımlanmıştır. k . ikincil alıcıda alınan işaret,

$$y_{sr,k} = h_{sr,k} \sum_{i=1}^K \sqrt{P_s \alpha_i} x_i + h_{ps,k} \sqrt{P_p} x_p + \eta_{sr,k} \quad (4.4)$$

biçiminde olmaktadır. k . alıcı, j . alıcının işaretini eğer $j < k$ ise SIR ile çözer¹ eğer $j > k$ ise j . alıcının işaretini girişim varsayarak kendi işaretini çözer. Bu durumda, SR_k 'da x_j 'yi çözme anındaki SINR,

$$\gamma_{j \rightarrow k}^{sr} = \frac{P_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{P_s |h_{sr,k}|^2 \sum_{i=j+1}^K \alpha_i + P_p |h_{ps,k}|^2 + N_0} \quad (4.5)$$

biçimindedir. K . alıcının kendi işaretini çözme anındaki SNR'ı ise

$$\gamma_{K \rightarrow K}^{sr} = \frac{P_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{P_p |h_{ps,k}|^2 + N_0} \quad (4.6)$$

olarak ifade edilir. $\alpha_{K+1} = 0$ biçiminde keyfi bir seçim aracılığıyla $\bar{\alpha}_j \triangleq \sum_{i=j+1}^{K+1} \alpha_i$ tanımı yapılsın. Bu durumda, (4.5), (4.6)'yı içerecek şekilde şöyle yazılabilir:

$$\gamma_{j \rightarrow k}^{sr} = \frac{\rho_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{\rho_s |h_{sr,k}|^2 \bar{\alpha}_j + \rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1}. \quad (4.7)$$

4.1.1 Kesinti olasılığı hesabı

Öncelikle birincil kullanıcın kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_p^{ul} &= \Pr \left(\log_2(1 + \gamma_{pr}) < R_p \right) \\ &= \Pr \left(\gamma_{pr} < 2^{R_p} - 1 \right) \\ &= \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{\rho_s |h_{sp}|^2 + 1} < \phi_p \right) \\ &= \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{I_{th} + 1} < \phi_p, \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < \rho_{s,\text{maks}} \right) + \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{\rho_{s,\text{maks}} |h_{sp}|^2 + 1} < \phi_p, \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} \geq \rho_{s,\text{maks}} \right) \\ &= \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{I_{th} + 1} < \phi_p \right) \Pr \left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < \rho_{s,\text{maks}} \right) + \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{\rho_{s,\text{maks}} |h_{sp}|^2 + 1} < \phi_p, \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} \geq \rho_{s,\text{maks}} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

olarak hesaplanacaktır. Burada $\phi_p = 2^{R_p} - 1$ 'dir. (4.8)'deki ikinci terimdeki olasılık ifadesi şöyle hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} P_2^{ul} &= \Pr \left(\frac{\rho_p |h_{pr}|^2}{\rho_{s,\text{maks}} |h_{sp}|^2 + 1} < \phi_p, \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} \geq \rho_{s,\text{maks}} \right) \\ &= \int_0^{I_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} \Pr \left(|h_{pr}|^2 < \frac{\phi_p (\rho_{s,\text{maks}} x + 1)}{\rho_p} \mid |h_{sp}|^2 = x \right) f_{|h_{sp}|^2}(x) dx \\ &= \int_0^{I_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} F_{|h_{pr}|^2} \left(\frac{\phi_p (\rho_{s,\text{maks}} x + 1)}{\rho_p} \right) f_{|h_{sp}|^2}(x) dx \end{aligned}$$

¹Çünkü j . alıcının işareti k . alıcının işaretinden daha güçlüdür. Matematiksel olarak ifade etmek gerekirse $j < k$ iken $\alpha_j > \alpha_k$ 'dır.

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{I_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} \left(1 - e^{-\frac{\lambda_{pr}\phi_p(\rho_{s,\text{maks}}x+1)}{\rho_p}} \right) \lambda_{sp} e^{-\lambda_{sp}x} dx \\
&= 1 - e^{-\lambda_{sp}\frac{I_{th}}{\rho_{s,\text{maks}}}} - \lambda_{sp} e^{-\lambda_{pr}\frac{\phi_p}{\rho_p}} \int_0^{I_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} e^{-x\left(\frac{\lambda_{pr}\phi_p\rho_{s,\text{maks}}}{\rho_p} + \lambda_{sp}\right)} dx \\
&= 1 - e^{-\lambda_{sp}\frac{I_{th}}{\rho_{s,\text{maks}}}} - \lambda_{sp} e^{-\lambda_{pr}\frac{\phi_p}{\rho_p}} \frac{1}{u} \left(1 - e^{-uI_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} \right). \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Burada $u = \frac{\lambda_{pr}\phi_p\rho_{s,\text{maks}}}{\rho_p} + \lambda_{sp}$ 'dir. Bu durumda birincil kullanıcının kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned}
P_p^{ul} &= F_{|h_{pr}|^2} \left(\frac{\phi_p(I_{th}+1)}{\rho_p} \right) \left(1 - F_{|h_{sp}|^2} \left(\frac{I_{th}}{\rho_{s,\text{maks}}} \right) \right) + P_2^{ul} \\
&= 1 - \left(1 - e^{-\lambda_{pr}\frac{\phi_p(I_{th}+1)}{\rho_p}} \right) e^{-\lambda_{sp}\frac{I_{th}}{\rho_{s,\text{maks}}}} - e^{-\lambda_{sp}\frac{I_{th}}{\rho_{s,\text{maks}}}} - \lambda_{sp} e^{-\lambda_{pr}\frac{\phi_p}{\rho_p}} \frac{1}{u} \left(1 - e^{-uI_{th}/\rho_{s,\text{maks}}} \right) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

olacaktır.

İkincil alıcılar için Bölüm 2.2'dekine benzer bir biçimde kesinti olasılığı ifadeleri çıkarılacaktır. k . alıcı, kesintiye ancak ve ancak SIC sırasında kendisinden önce gelen işaretleri ($j < k$) veya kendi işaretini çözemediği zaman girer. k . alıcının j . alıcının işaretini çözebilmesi için gerekli koşul $\phi_j \leq \gamma_{j \rightarrow k}^{sr}$ 'dir. Burada $\phi_j = 2^{R_j} - 1$ olup R_j ise j . alıcının hedef hızıdır. Bu durumda k . alıcının kesintiye girme olasılığı,

$$P_{sr,k}^{ul}(\Phi_k) = 1 - \Pr \left(\{ \gamma_{k \rightarrow k}^{sr} > \phi_k \} \cap \{ \gamma_{k-1 \rightarrow k}^{sr} > \phi_{k-1} \} \cap \dots \cap \{ \gamma_{1 \rightarrow k}^{sr} > \phi_1 \} \right) \tag{4.11}$$

olmaktadır. Burada $\Phi_k = [\phi_1, \dots, \phi_k]$ 'dir. Bu durumda $\{ \gamma_{j \rightarrow k}^{out} > \phi_j \}$ olayı, $\alpha_j - \phi_j \bar{\alpha}_j > 0$ koşulu altında,

$$\begin{aligned}
\{ \gamma_{j \rightarrow k}^{sr} > \phi_j \} &\equiv \left\{ \frac{\rho_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{\rho_s |h_{sr,k}|^2 \bar{\alpha}_j + \rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} > \phi_j \right\} \\
&\equiv \left\{ \frac{\rho_s |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} > \frac{\phi_j}{\alpha_j - \phi_j \bar{\alpha}_j} \right\}
\end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. $X_k \triangleq \frac{\rho_s |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1}$ ve $\psi_j \triangleq \frac{\phi_j}{\alpha_j - \phi_j \bar{\alpha}_j}$ tanımlarıyla $P_{sr,k}^{ul}$ şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned}
P_{sr,k}^{ul}(\psi_k^{\text{maks}}) &= 1 - \Pr \left(\{ X_k > \psi_k \} \cap \{ X_k > \psi_{k-1} \} \cap \dots \cap \{ X_k > \psi_1 \} \right) \\
&= 1 - \Pr \left(X_k > \text{maks} \{ \psi_1, \dots, \psi_k \} \right) \\
&= \Pr \left(X_k \leq \psi_k^{\text{maks}} \right) \\
&= F_{X_k} \left(\psi_k^{\text{maks}} \right). \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Burada $\psi_k^{\text{maks}} = \text{maks}\{\psi_1, \dots, \psi_k\}$ olmaktadır. X_k 'nin CDF'i,

$$\begin{aligned}
F_{X_k}(x) &= \Pr(X_k \leq x) \\
&= \Pr\left(\frac{\rho_s |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} \leq x\right) \\
&= \Pr\left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} \geq P_{s,\text{maks}}, \frac{P_{s,\text{maks}}}{N_0} |h_{sr,k}|^2 \leq x\right) + \Pr\left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{I_{th}/N_0}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} |h_{sr,k}|^2 \leq x\right) \\
&= F_{|h_{sp}|^2}\left(\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}\right) \underbrace{\Pr\left(\frac{\rho_s |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} \leq x\right)}_{P_1(x)} + \underbrace{\Pr\left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{\rho_{th}}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} |h_{sr,k}|^2 \leq x\right)}_{P_2}
\end{aligned}$$

olup burada $\rho_{s,\text{maks}} = P_{s,\text{maks}}/N_0$, $\rho_{th} = I_{th}/N_0$ ve $F_{|h_{sp}|^2}(x)$, $|h_{sp}|^2$ 'nin CDF'idir. $P_1(x)$, $\frac{\rho_{s,\text{maks}} |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1}$ 'nin CDF'i olup şöyle ifade edilir:

$$P_1(x) = \sum_{i=k}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} \frac{(-1)^j \lambda_k}{\rho_p} \frac{e^{-\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} x(n-i+j)}}{\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} x(n-i+j) + \frac{\lambda_k}{\rho_p}}. \quad (4.13)$$

Kanıt. Ek C.1'de verilmiştir. □

P_2 ise

$$\begin{aligned}
P_2 &= \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}} \left(\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}} (\rho_p z + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}} (\rho_p z + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k z} dz \\
&= \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \sum_{m=1}^M \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} e^{x_m} w_m \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}} \left(\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}} (\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}} (\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k x_m}
\end{aligned} \quad (4.14)$$

olarak bulunur. Burada x_m , Laguerre polinomu $L_M(x)$ 'in m . kökü, ağırlık ise $w_m = \frac{x_m}{(M+1)^2 L_{M+1}(x_m)^2}$ olmaktadır. M değeri yeteri kadar büyük seçilirse integral hesabı o kadar doğru olur.

Kanıt. Ek C.2'de verilmiştir. □

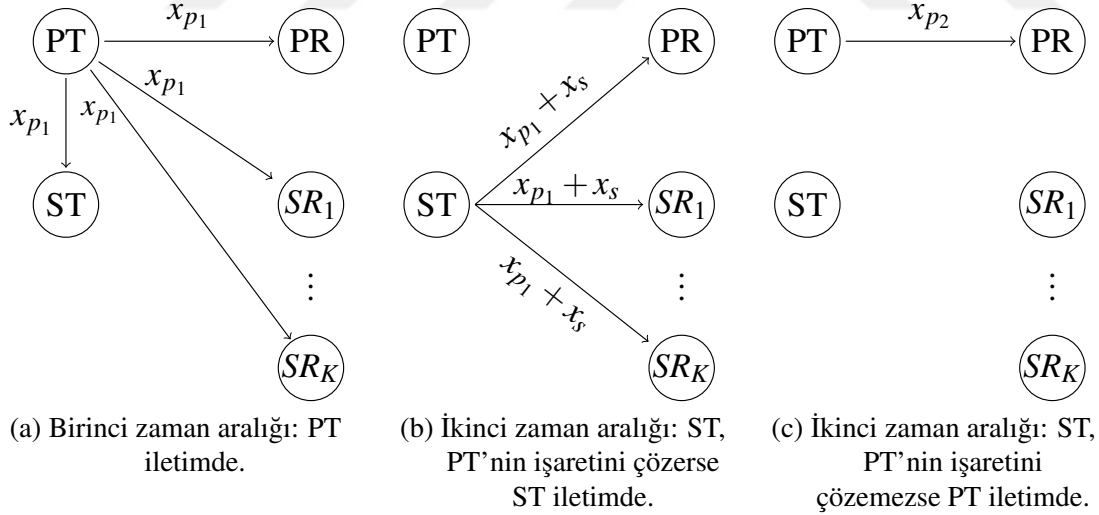
Bu durumda, k . ikincil alıcının kesintiye girme olasılığı,

$$\begin{aligned}
 P_{sr,k}^{ul}(\psi_k^{\text{maks}}) &= F_{X_k}(\psi_k^{\text{maks}}) = \\
 &\left(1 - e^{-\lambda_{sp} \frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}}\right) \sum_{i=k}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} \frac{(-1)^j \lambda_k}{\rho_p} \frac{e^{-\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} \psi_k^{\text{maks}}(n-i+j)}}{\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} \psi_k^{\text{maks}}(n-i+j) + \frac{\lambda_k}{\rho_p}} + \\
 &\sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \sum_{m=1}^M \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} e^{x_m} w_m \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}} \left(\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}}(\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{\psi_k^{\text{maks}}(\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k x_m}
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

biçimindedir.

4.2 Üstüne Sermeli NOMA

Burada, birincil kullanıcı ile ikincil kullanıcı farklı zaman aralıklarında iletimdedirler. Şekil 4.3'te sistem modeli verilmiştir. Birinci zaman aralığında PT, işaretini PR, ST ve SR_k 'lara göndermekte, ikinci zaman aralığında ise ST, PT'nin işaretini çözerse SR_k 'ların işaretleri ile birlikte PT'nin işaretini PR ve SR_k 'lara göndermekte olup eğer ST, PT'nin işaretini çözemezse ST'nin sisteme girmesine izin verilmemekte, PT ise ikinci zaman aralığında PR'ye yeni bir işaret göndermektedir.



Şekil 4.3 : Üstüne Sermeli NOMA Sistem Modeli (Girişim yok).

Birinci zaman aralığında PT iletimdeyken PR'ye gelen işaret,

$$y_{pr}^{o,1} = \sqrt{P_p} h_{pr} x_p + \eta_{pr,1} \tag{4.16}$$

olup x_p işareti için SNR değeri,

$$\gamma_{pr}^{p,1} = \rho_p |h_{pr}|^2 \tag{4.17}$$

olmaktadır. Burada $\rho_p = P_p/N_0$ 'dır. k . ikincil alıcıya gelen işaret,

$$y_{sr,k}^{o,1} = \sqrt{P_p} h_{ps,k} x_p + \eta_{sr,k}^1 \quad (4.18)$$

olup x_p işareti için SNR değeri,

$$\gamma_{sr,k}^{p,1} = \rho_p |h_{ps,k}|^2 \quad (4.19)$$

olacaktır. PT'den ST'ye gelen işaret,

$$y_{pst}^{o,1} = \sqrt{P_p} h_{pst} x_p + \eta_{pst} \quad (4.20)$$

olup x_p işareti için SNR değeri,

$$\gamma_{pst}^{p,1} = \rho_p |h_{pst}|^2 \quad (4.21)$$

olacaktır. ST, kendisine gelen işareti çözerse ikinci zaman aralığında, kendi verici gücü P_s 'nin α_0 kadarını x_p için geri kalanı x_s için kullanır. Bu durumdaki güç paylaşırma katsayıları, $\alpha_0 > \alpha_1 > \dots > \alpha_K$ ve $\sum_{i=0}^K \alpha_i = 1$ koşullarını sağlar. Bir başka deyişle, ST'den gönderilecek olan işaret, $x_0 \triangleq x_p$ tanımı ile birlikte $\tilde{x}_s = \sqrt{\alpha_0} x_0 + x_s = \sum_{i=0}^K \sqrt{\alpha_i} x_i$ biçiminde olacaktır. Bu durumda, ikinci zaman aralığında PR'de alınan işaret,

$$y_{pr}^{o,2} = h_{sp} \sum_{i=0}^K \sqrt{P_s \alpha_i} x_i + \eta_{pr,2} \quad (4.22)$$

olacaktır. Burada birincil kullanıcının SNR'si,

$$\gamma_{pr}^{p,2} = \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sp}|^2}{\rho_s |h_{sp}|^2 \sum_{i=1}^K \alpha_i + 1} \quad (4.23)$$

olmaktadır. Burada $\rho_s = P_s/N_0$ 'dır. k . ikincil kullanıcıya gelen işaret,

$$y_{sr,k}^{o,2} = h_{sr,k} \sum_{i=0}^K \sqrt{P_s \alpha_i} x_i + \eta_{sr,k}^2 \quad (4.24)$$

olmaktadır. Bir önceki bölümde anlatıldığı gibi k . alıcı, j . alıcının işaretini eğer $j < k$ ise SIC ile çözer eğer $j > k$ ise j . alıcının işaretini girişim varsayarak kendi işaretini çözer. Fakat, $j = 0$ ise bu alıcının birincil alıcı olduğu anlamına gelmektedir. Birinci zaman aralığında SR_k 'lara x_0 işaretinin geldiği göz önüne alınarak x_0 'ın çözülme başarımı MRC ile artırılabilir. Bu durumda, SR_k 'da x_j 'yi çözme anındaki SINR,

$$\gamma_{j \rightarrow k}^{sr,2} = \frac{P_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{P_s |h_{sr,k}|^2 \sum_{i=j+1}^K \alpha_i + N_0} \quad (4.25)$$

olacaktır. K . alıcının kendi işaretini çözme anındaki SNR'ı ise

$$\gamma_{K \rightarrow K}^{sr,2} = \frac{P_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{N_0} \quad (4.26)$$

olarak yazılır. $\alpha_{K+1} = 0$ biçiminde keyfi bir seçim aracılığıyla $\bar{\alpha}_j \triangleq \sum_{i=j+1}^{K+1} \alpha_i$ tanımı yapılsın. Bu durumda, (4.25), (4.26)'yı içerecek şekilde şöyle yazılabilir:

$$\gamma_{j \rightarrow k}^{sr,2} = \frac{\rho_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{\rho_s |h_{sr,k}|^2 \bar{\alpha}_j + 1}. \quad (4.27)$$

ST, kendine gelen işareti çözemezse, ikinci zaman aralığında PT yeni bir işaret yollar.

4.2.1 Kesinti olasılığı hesabı

Birincil kullanıcının işareti PR'de, eğer PT-ST hattı kesintide değilse iki zaman aralığında gelen işaretler kullanılarak MRC ile çözülür kesintideyse iki zaman aralığında gelen iki farklı işaret ayrı ayrı çözülür. Öncelikle PT-ST hattının kesintide olma olasılığı,

$$\begin{aligned} P_{\text{pst}}^{\text{ol}} &= \Pr \left(\frac{1}{2} \log_2 (1 + \gamma_{\text{pst}}^{p,1}) < R_p \right) \\ &= \Pr \left(\gamma_{\text{pst}}^{p,1} < \tilde{\phi}_0 \right) \\ &= 1 - e^{-\lambda_{\text{pst}} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \end{aligned} \quad (4.28)$$

olacaktır. $\tilde{\phi}_0$, burada $\tilde{\phi}_0 = 2^{2R_p} - 1$ 'dir. Bu durumda, birincil alıcının kesinti olasılığı,

$$\begin{aligned} P_p^{\text{ol}} &= P_{\text{pst}}^{\text{ol}} \Pr \left(\log_2 (1 + \gamma_{\text{pr}}^{p,1}) < R_p \right) + (1 - P_{\text{pst}}^{\text{ol}}) \Pr \left(\frac{1}{2} \log_2 (1 + \gamma_{\text{pr}}^{p,1} + \gamma_{\text{pr}}^{p,2}) < R_p \right) \\ &= P_{\text{pst}}^{\text{ol}} \Pr \left(\gamma_{\text{pr}}^{p,1} < \phi_0 \right) + (1 - P_{\text{pst}}^{\text{ol}}) \Pr \left(\gamma_{\text{pr}}^{p,1} + \gamma_{\text{pr}}^{p,2} < \tilde{\phi}_0 \right) \\ &= \left(1 - e^{-\lambda_{\text{pst}} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \right) \left(1 - e^{-\lambda_{\text{pr}} \frac{\phi_0}{\rho_p}} \right) + e^{-\lambda_{\text{pst}} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \Pr \left(\gamma_{\text{pr}}^{p,1} + \gamma_{\text{pr}}^{p,2} < \tilde{\phi}_0 \right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

olacaktır. Burada $\phi_0 = 2^{R_p} - 1$ 'dir. $\sum_{i=1}^K \alpha_i = \bar{\alpha}_0$ olduğu göz önüne alınarak $P_{\text{MRC}}^{\text{OL}} \triangleq \Pr \left(\gamma_{\text{pr}}^{p,1} + \gamma_{\text{pr}}^{p,2} < \tilde{\phi}_0 \right)$ CDF ifadesi ise Gauss-Chebyshev yöntemi ile

$$\begin{aligned} P_{\text{MRC}}^{\text{OL}} &= 1 - e^{\frac{-\lambda_{sp} D}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 D)}} - e^{-\lambda_{pr} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \int_0^D \frac{\alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} e^{-y \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} dy \\ &= 1 - e^{\frac{-\lambda_{sp} D}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 D)}} - e^{-\lambda_{pr} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \frac{D\pi}{2n} \sum_{j=1}^n \frac{\sqrt{1-y_j^2} \alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y_j)^2} e^{-y_j \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y_j)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} \end{aligned} \quad (4.30)$$

olacaktır. Burada $D = \begin{cases} \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} & , \tilde{\phi}_0 \geq \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \\ \tilde{\phi}_0 & , \tilde{\phi}_0 < \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \end{cases}$, $y_j = \frac{D}{2}(1 + x_j)$, $x_j = \cos \frac{(2j-1)\pi}{2n}$ 'dir. Buradaki n değeri yeteri kadar büyük seçilirse integral hesabındaki hata payı küçük olur.

Kanıt. Ek C.3'te verilmiştir. □

İkincil alıcılar kendi işaretlerini SIC ile çözer. k . ikincil alıcı, kesintiye ancak ve ancak SIC sırasında kendisinden önce gelen işaretleri $j < k$ veya kendi işaretini çözemediği zaman girer. k . ikincil alıcının j . alıcının işaretini çözebilmesi için gerekli koşul, $j \geq 1$ iken $\tilde{\phi}_j \leq \gamma_{j \rightarrow k}^{sr,2}$ 'dir, $j = 0$ iken MRC ile x_0 işareti çözüldüğü için bu koşul $\tilde{\phi}_0 \leq \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2}$ olacaktır. Burada $\tilde{\phi}_j = 2^{2R_j} - 1$ olup R_j ise j . alıcının hedeflenen hızıdır.² PR-ST hattı iletimdeyken k . ikincil alıcının kesintiye girme olasılığı,

$$\tilde{P}_{sr,k}^{ol} = 1 - \Pr \left(\{ \gamma_{k \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_k \} \cap \dots \cap \{ \gamma_{1 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_1 \} \cap \{ \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \} \right) \quad (4.31)$$

olmaktadır. Bu durumda $j \geq 1$ için $\{ \gamma_{j \rightarrow k}^{out} > \tilde{\phi}_j \}$ olayı, $\alpha_j - \tilde{\phi}_j \bar{\alpha}_j > 0$ koşulu altında,

$$\begin{aligned} \{ \gamma_{j \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_j \} &\equiv \left\{ \frac{\rho_s \alpha_j |h_{sr,k}|^2}{\rho_s |h_{sr,k}|^2 \bar{\alpha}_j + 1} > \tilde{\phi}_j \right\} \\ &\equiv \left\{ |h_{sr,k}|^2 > \frac{\tilde{\phi}_j}{\rho_s (\alpha_j - \tilde{\phi}_j \bar{\alpha}_j)} \right\} \end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. $j \geq 1$ olmak üzere $\tilde{\psi}_j \triangleq \frac{\tilde{\phi}_j}{\rho_s (\alpha_j - \tilde{\phi}_j \bar{\alpha}_j)}$ tanımıyla (4.31) şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{sr,k}^{ol} &= 1 - \Pr \left(\{ |h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k \} \cap \dots \cap \{ |h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_1 \} \cap \{ \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \} \right) \\ &= 1 - \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \max\{ \tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_k \}, \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \right) \\ &= 1 - \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k^{\max}, \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Burada $\tilde{\psi}_k^{\max} = \max\{ \tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_k \}$ olmaktadır. $\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \tilde{\phi}_0 > 0$ koşulu altında (4.32) eşitliğindeki $\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k^{\max}, \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \right)$ terimi ise

$$\begin{aligned} &\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k^{\max}, \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \right) = \\ &\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k^{\max}, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \tilde{\phi}_0 \right) = F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \tilde{\phi}_0)} \right) \times \\ &\sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=1}^m \binom{k-1}{j} (-1)^j \frac{n! \lambda_{sr} e^{x_i w_i}}{(k-1)!(n-k)!} e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\tilde{\phi}_0 - \frac{\rho_s \alpha_0 (x_i + \tilde{\psi}_k^{\max})}{\rho_s \bar{\alpha}_0 (x_i + \tilde{\psi}_k^{\max}) + 1} \right) - \lambda_{sr} (n-k+1+j) (x_i + \tilde{\psi}_k^{\max})} \\ &+ \left[1 - F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \tilde{\phi}_0)} \right) \right] (1 - F_{|h_{sr,k}|^2}(\tilde{\psi}_k^{\max})), \quad \alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \tilde{\phi}_0 > 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

biçimindedir.

Kanıt. Ek C.4'te verilmiştir. □

²Birincil alıcının hedeflenen hızı, $R_0 = R_p$ 'dir.

$\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \tilde{\phi}_0 \leq 0$ ise

$$\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \tilde{\psi}_k^{\text{maks}}, \gamma_{sr,k}^{p,1} + \gamma_{0 \rightarrow k}^{sr,2} > \tilde{\phi}_0 \right) = \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=1}^m \binom{k-1}{j} (-1)^j \frac{n! \lambda_{sr} e^{x_i w_i}}{(k-1)!(n-k)!} e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\tilde{\phi}_0 - \frac{\rho_s \alpha_0 (x_i + \tilde{\psi}_k^{\text{maks}})}{\rho_s \bar{\alpha}_0 (x_i + \tilde{\psi}_k^{\text{maks}}) + 1} \right) - \lambda_{sr} (n-k+1+j) (x_i + \tilde{\psi}_k^{\text{maks}})} \quad (4.34)$$

biçimindedir. PT-ST hattının iletimde olup olmadığı da göz önüne alınırsa k . ikincil alıcının kesintiye girme olasılığı,

$$\begin{aligned} P_{sr,k}^{ol} &= (1 - P_{\text{pst}}^{ol}) \tilde{P}_{sr,k}^{ol} + P_{\text{pst}}^{ol} \times 1 \\ &= e^{-\lambda_{pst} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \tilde{P}_{sr,k}^{ol} + \left(1 - e^{-\lambda_{pst} \frac{\tilde{\phi}_0}{\rho_p}} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

olacaktır.

4.3 Karma CR-NOMA

Karma NOMA sistem, Şekil 4.4'te gösterildiği gibi PT-ST hattı iletimde iken üstüne sermeli, kesintide iken altına sermeli olarak çalışacaktır. Sistem, iki zaman aralığında tanımlanmaktadır. Birinci zaman aralığında PT, işaretini PR, ST ve SR_k 'lara göndermekte, ikinci zaman aralığında ise ST, PT'nin işaretini çözerse SR_k 'ların işaretleri ile birlikte kendi işaretini PR ve SR_k 'lara göndermekte (üstüne sermeli) eğer ST, PT'nin işaretini çözemezse hem PT hem ST kendi işaretlerini kendi alıcılarına yollamaktadırlar (altına sermeli). Ancak, sistem altına sermeli çalışırken PU ve SU birbirlerine girişim yapmaktadır. Öncelikle, (4.28) yardımıyla sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı,

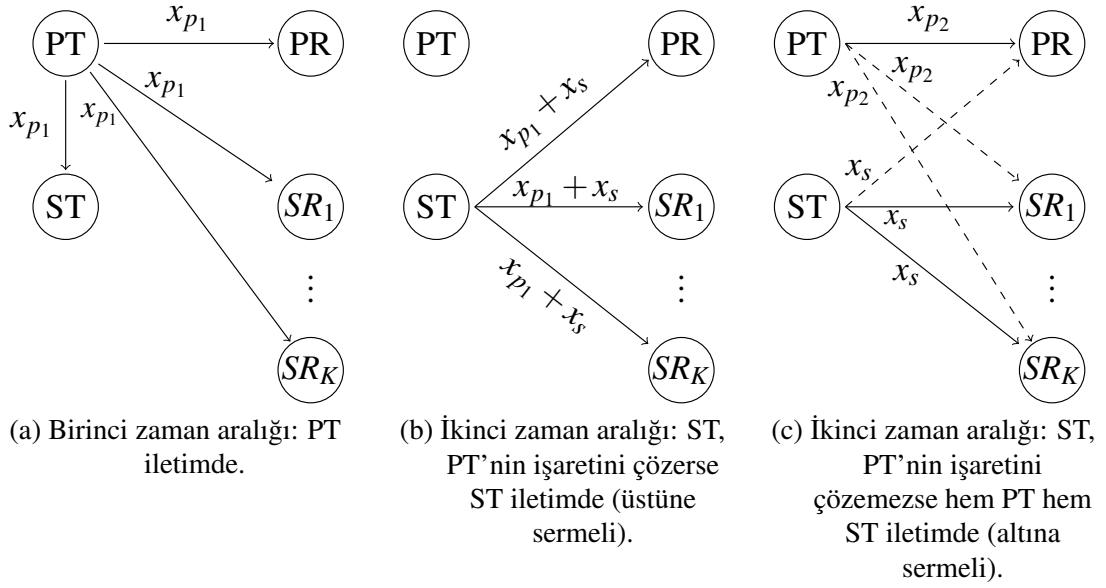
$$P_{ol} = 1 - P_{\text{pst}}^{ol} \quad (4.36)$$

olup, sistemin altına sermeli çalışma olasılığı $P_{ul} = 1 - P_{ol}$ 'dur. Bu durumda, (4.10) ve (4.28) yardımıyla sistemdeki birincil kullanıcının kesinti olasılığı,

$$P_p^{krm} = P_{ol} P_{\text{MRC}}^{OL} + P_{ul} P_p^{ul} \quad (4.37)$$

olacaktır. $j \in \{1, \dots, K\}$ ve R_j 'ler ikincil alıcıların hedeflenen hızları, α_j 'ler j . ikincil alıcı için güç paylaşım katsayısını göstermek üzere $\phi_j = 2^{2R_j} - 1$,³ $\bar{\alpha}_j = \sum_{i=j+1}^{K+1} \alpha_i$,

³SU, sadece ikinci zaman aralığında çalıştığı için üsteldeki çarpan 2 olmaktadır.



Şekil 4.4 : Karma CR-NOMA Sistem Modeli (kesikli çizgiler girişi göstermekte).

$\psi_j = \frac{\phi_j}{\alpha_j - \phi_j \bar{\alpha}_j}$ ve $\psi_k^{\max} = \max\{\psi_1, \dots, \psi_k\}$ tanımları kullanılarak (4.15) ve (4.32) yardımıyla karma sistemdeki k . ikincil alıcının kesinti olasılığı,

$$P_{sr,k}^{krm} = P_{ol} \tilde{P}_{sr,k}^{ol} + P_{ul} P_{sr,k}^{ul}(\psi_k^{\max}) \quad (4.38)$$

olacaktır. PT-ST hattı iletimdeyken k . ikincil alıcının kesinti olasılığı $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ olduğu için bu ifadeye tek başına ayrı bir sistem olan üstüne sermeli sistemin kesintiye girme olasılığı $P_{sr,k}^{ol}$ kullanılmamıştır. Açık olmak gerekirse (4.35)'te, PT-ST hattının iletimde olması dikkate alınarak $P_{sr,k}^{ol}$ hesaplandığı için (4.38)'de $P_{sr,k}^{ol}$ yerine $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ kullanılmıştır.

4.4 CR-NOMA için Başarım Değerlendirmesi

Bu bölümde Altına Sermeli, Üstüne Sermeli ve Karma CR-NOMA sistemlerin bilgisayar benzetim sonuçları verilecek, önceki bölümlerde elde edilen teorik sonuçlarla karşılaştırılacaktır.

4.4.1 PT'nin verici gücünün sabit olması durumu

İkincil üç alıcının olduğu durumda birincil kullanıcının (PU) hedeflenen hızının $R_p = R_0 = 0.1$, ikincil alıcılar için hedeflenen hızların $R_1 = R_2 = R_3 = 0.2$ olduğu durum için $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1^4, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4^5$ uzaklıkları alınarak birincil kullanıcının

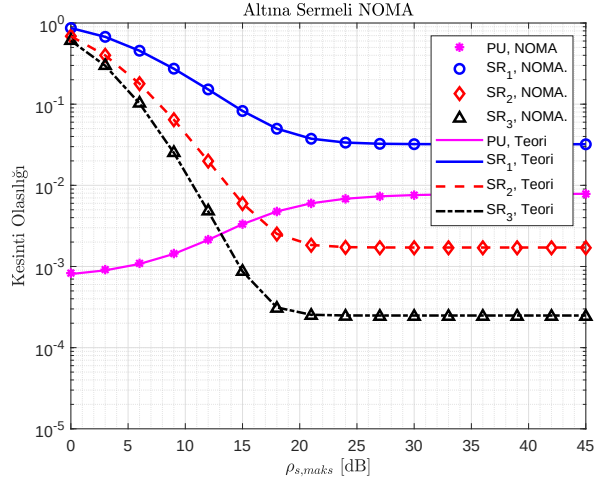
⁴Buradaki d_{sr} , ST ve SR arasındaki kanallardaki sıralı istatistiği elde etmek için kullanılan sırasız istatistiğin parametresini gösterir. Bu kanallar Rayleigh dağılımlı olduğu için kanalın gücü üstel dağılımlıdır. Yol kaybı üsteli $\nu = 3$ alındığı için bu üstel dağılımın parametresi, $\lambda_{sr} = d_{sr}^3$ 'tür.

⁵PT'den bütün ikincil kullanıcılara olan uzaklıklar eşit alınmıştır.

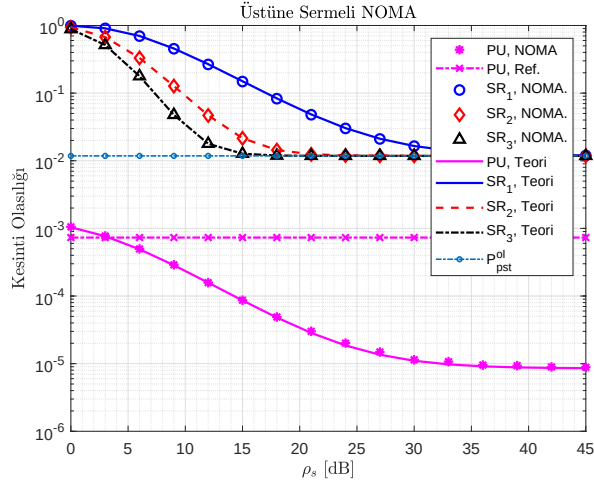
verici SNR'ının $\rho_p = 20$ dB'de sabitken çıkarılan Karma CR-NOMA sistemin kesinti başarımı bilgisayar benzetim sonuçları teorik sonuçlarla birlikte Şekil 4.5'te verilmiş olup benzetim sonuçlarının teorik sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Altına Sermeli NOMA'da, birincil kullanıcının güç kısıtlaması, ikincil kullanıcının gücünü girişim oranı katsayısı $\zeta = 0.1$ olmak üzere $I_{th} = \zeta \times P_p$ biçiminde etkiler. Şekil 4.5a'da Altına Sermeli NOMA için kesinti başarımları verilmiştir. Birincil kullanıcının gücü sabit iken $\rho_{s,maks}$ ⁶ arttığı için ikincil alıcıların kesinti başarımları iyileşmekte ancak birincil kullanıcının kesinti başarımı kötüleşmektedir. Ancak PT'nin SR_k 'lara ve ST'nin PR'ye yaptığı girişimden dolayı belli bir SNR değerinden sonra hem PU'nun hem SR_k 'ların servis kesilme olasılıkları hata katına girmektedirler. Bu şöyle açıklanabilir: (4.1) denkleminin $P_s = \min \left\{ \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2}, P_{s,maks} \right\} = \min \left\{ \frac{\zeta P_p}{|h_{sp}|^2}, P_{s,maks} \right\}$ biçiminde olduğu dikkate alınırsa altına sermelideki PU ve SU'nun SNR ifadeleri (4.3) ve (4.7) belirli bir değere yakınsayacak, bunun sonucunda da kesinti olasılıkları da belirli bir değere yakınsayacaktır. Şekil 4.5b'de, Üstüne Sermeli NOMA için kesinti başarımları gösterilmiştir. PU'nun verici gücü bütün iletim boyunca sabit olmasına rağmen buradaki işbirliğinden dolayı PU'nun başarımı, noktadan noktaya ileten referans sistemin kesinti başarımından daha iyi olmaktadır. Bütün SR'lerin kesinti olasılıklarının, ρ_s arttıkça bir asimptotik alt sınıra yakınsadığı görülmektedir.⁷ Bu alt sınır (4.35)'teki $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ değeri, ρ_s arttıkça P_{pst}^{ol} değerine göre ihmal edilebilecek kadar küçüldüğü için $P_{sr,k}^{ol}$ ifadesi P_{pst}^{ol} ifadesine yakınsamaktadır. Şekil 4.5c'deki karma sistemde, PU'nun başarımı, altına sermeli sisteme göre iyileşmekteyken ikincil alıcıların başarımları, üstüne sermeli sisteme göre iyileşmektedir. Bu sonuç Şekil 4.6'dan açıkça görülmektedir. Karma sistemde PU'nun başarımı, üstüne sermeli sistemden kötüyken referans sisteme üstünlüğünü hala korumaktadır (Şekil 4.6a). Ayrıca SR_k 'lar, karma sistem sayesinde üstüne sermelidekinden farklı ve daha düşük kesinti olasılıklarında bir sınır değere yaklaşmaktadırlar.

⁶Altına Sermeli NOMA'da, ikincil baz istasyonun maksimum verici gücü $P_{s,maks}$ ile gösterilirken Üstüne Sermeli NOMA'da bu değer, P_s ile gösterilmektedir.

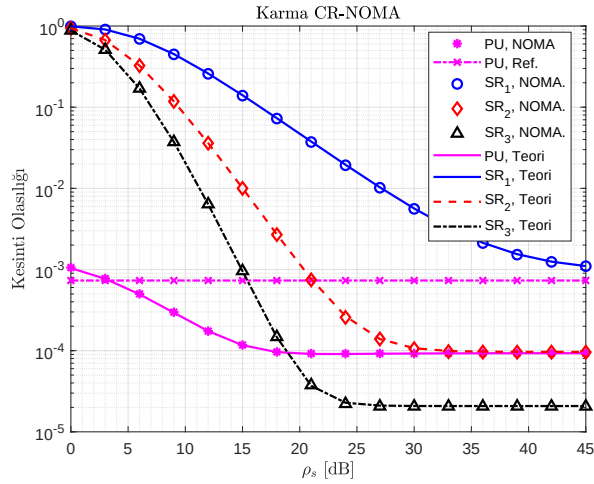
⁷Burada ρ_p sabit olduğu için asimptotik alt sınır bir hata katı gibi gözükmemektedir.



(a) Altına Sermeli NOMA.

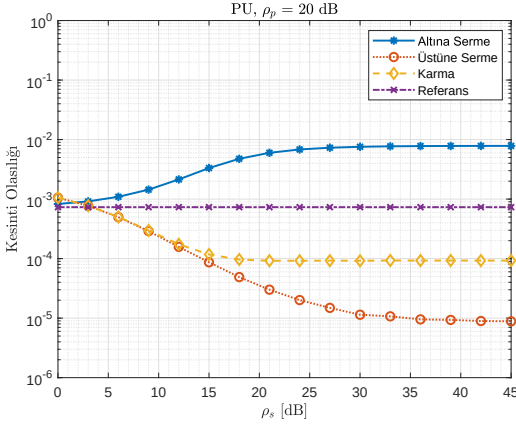


(b) Üstüne Sermeli NOMA.

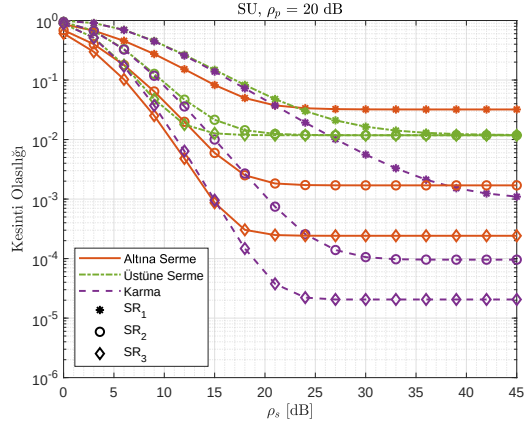


(c) Karma CR-NOMA.

Şekil 4.5 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = 20$ dB iken $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).



(a) Birincil Kullanıcı.



(b) İkincil Kullanıcı.

Şekil 4.6 : Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU'nun kendi aralarında karşılaştırılması ($\rho_p = 20$ dB olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

4.4.2 PT'nin verici gücünün ST'nin verici gücüyle orantılı olması durumu

4.4.2.1 Girişim katsayısının $\zeta = 0.1$ olması durumu ($\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$)

Burada PU'nun verici gücünün SU'nun verici gücüyle eşit olduğu durum göz önüne alınmıştır. Geri kalan sistem parametreleri, Bölüm 4.4.1'deki değerleri almaktadır. Bu sistemin kesinti olasılığı benzetim sonuçları, teorik sonuçlarla birlikte Şekil 4.7'de verilmiş olup benzetim sonuçlarının teorik sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Şekil 4.7a'da Altına Sermeli NOMA'nın kesinti başarımları verilmiş olup PU'nun kesinti olasılığı bir önceki sisteme (ρ_p 'nin sabit olduğu) göre iyileşmiştir. Şekil 4.7b'de Üstüne Sermeli NOMA'nın kesinti başarımları görülmektedir. ρ_p 'nin sabit olduğu duruma göre PU ve SU'nun başarımlarının arttığı görülmektedir. ρ_p sabitken SU'nun kesinti olasılığının hata katına girdiği Şekil 4.5b'de gösterilmişti. Ancak, burada ρ_s artarken ρ_p de arttığı için SU'nun kesinti olasılığı hata katına girmemektedir. Fakat, burada SR_1 dışındaki SR'ler, 4.5b'dekinden farklı olarak asimptotik bir alt sınıra yakınsamaktadırlar. Bunun nedeni (4.35)'teki $\left(P_{sr,k}^{ol} = (1 - P_{pst}^{ol}) \tilde{P}_{sr,k}^{ol} + P_{pst}^{ol} \right)$ ifadesi dikkate alınırsa P_{pst}^{ol} 'nin çeşitleme kazancı bir iken $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ 'nin çeşitleme kazancının k olmasıdır. Daha açık bir biçimde söylemek gerekirse $k = 1$ iken $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ değeri P_{pst}^{ol} değerine göre yeterince küçük değilken $k > 1$ iken $\tilde{P}_{sr,k}^{ol}$ ifadesinin değerinin çeşitleme kazancı nedeniyle P_{pst}^{ol} ifadesinden küçük kalmaktadır. Bundan dolayı, $k > 1$ iken

ρ_s arttıkça $P_{sr,k}^{ol}$ ifadesi P_{pst}^{ol} ifadesine yakınsar. Şekil 4.7c’de karma sistemin kesinti başarımı verilmiştir. Buradaki durum için de Bölüm 4.4.1’dekine benzer sonuçlar görülmektedir. PU’nun başarımı, altına sermeli sisteme göre iyileşmekteyken ikincil alıcıların başarımı, üstüne sermeli sisteme göre iyileşmektedir (Şekil 4.8). PU, referans sisteme üstünlüğünü korumaktadır.

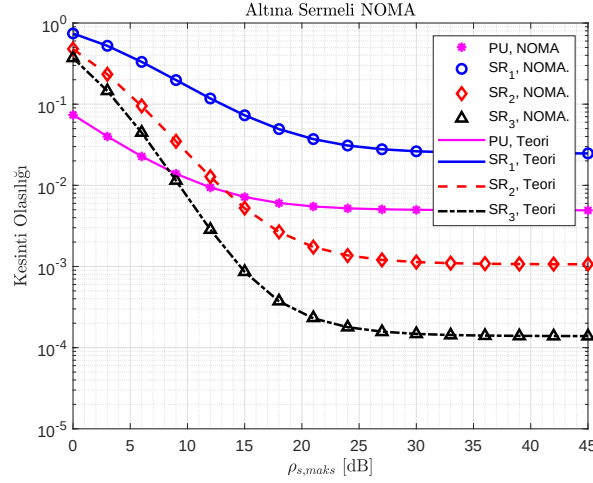
Karma CR-NOMA’nın üstüne sermeli çalışırken kesinti başarımının iyileştiği göz önüne alınarak PU ve SU’nun üstüne sermelide ki hedeflenen hızları, altına sermeliye göre arttırılabilir. Şekil 4.9’da buna örnek bir sistemin kesinti başarımları verilmiştir. Bu sistem altına sermeli çalışırken $R_p = 0.1$ ve $k \in \{1,2,3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$ seçilmekte, sistem üstüne sermeli çalışırken hedeflenen hızlar altına sermeli sistemdekilerin 1.5 katı seçilmektedir. Diğer sistem parametreleri şeklin açıklamasında verilmiştir. Beklendiği üzere burada, Şekil 4.7c’dekine göre daha kötü bir başarımlar elde edilmektedir. Ancak hedeflenen hız, servis kalitesi gereklilikleri sağlandığı sürece arttırılabilir.

4.4.2.2 Girişim katsayısının $\zeta = 1$ olması durumu ($\rho_{th} = \rho_p$)

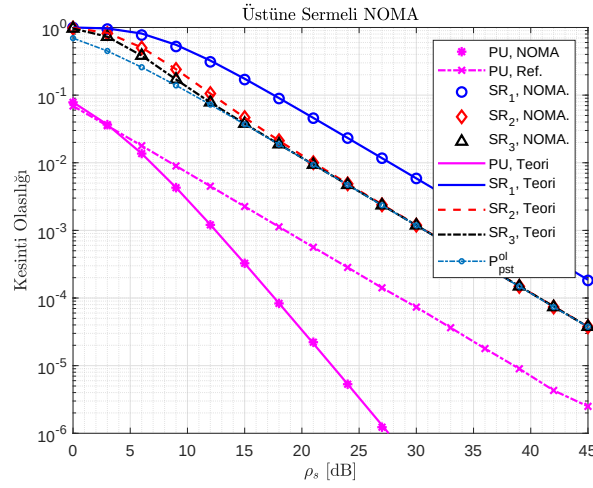
PU’ya girişim miktarı $\rho_{th} = \rho_p$ olarak seçildiğinde ortaya çıkan kesinti başarımları Şekil 4.10’da verilmiştir. Şekil 4.10a’daki altına sermeli sistemdeki PU’nun başarımı, girişim oranı arttığı için Şekil 4.7a’dakine göre kötüdür ancak SR’lerin başarımları daha iyidir. Buradaki üstüne sermeli sistemin başarımı, değişen parametre üstüne sermeli sistemi etkilemediğinden Şekil 4.7b’deki ile aynıdır. Şekil 4.10b’deki karma sistemdeki PU’nun başarımı Şekil 4.7c’deki karma sistemdeki PU’ya göre 2 dB kadar kötüleşmiştir. Ancak SR’ler açısından bir kazanç yoktur. Bunun nedeni, ρ_s arttıkça (ρ_{th} arttığı için) karma sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığının artmasıdır.

4.4.2.3 Girişim katsayısının $\zeta = 0.01$ olması durumu ($\rho_{th} = 0.01 \times \rho_p$)

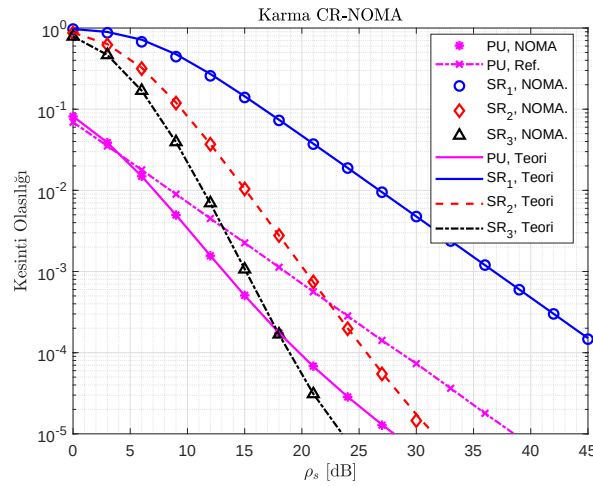
PU’ya girişim miktarı $\rho_{th} = 0.01 \times \rho_p$ olarak seçildiğinde ortaya çıkan kesinti başarımları Şekil 4.11’de verilmiştir. Şekil 4.11a’daki altına sermeli sistemdeki PU’nun başarımı, girişim oranı azaldığı için Şekil 4.7a’dakine göre iyidir ancak SR’lerin başarımları kötüdür. Buradaki üstüne sermeli sistemin başarımı, değişen parametre üstüne sermeli sistemi etkilemediğinden Şekil 4.7b’deki ile aynıdır. Şekil 4.11b’deki karma sistemdeki PU’nun başarımı Şekil 4.7c’deki karma sistemdeki PU’ya göre 4 dB kadar iyileşmiştir. Ancak SR’ler altına sermede kötü bir başarıma



(a) Altına Sermeli NOMA.

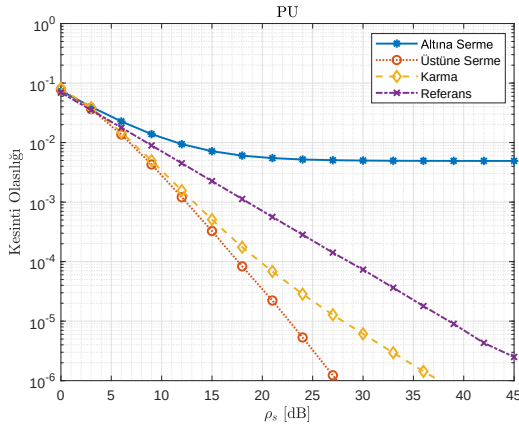


(b) Üstüne Sermeli NOMA.

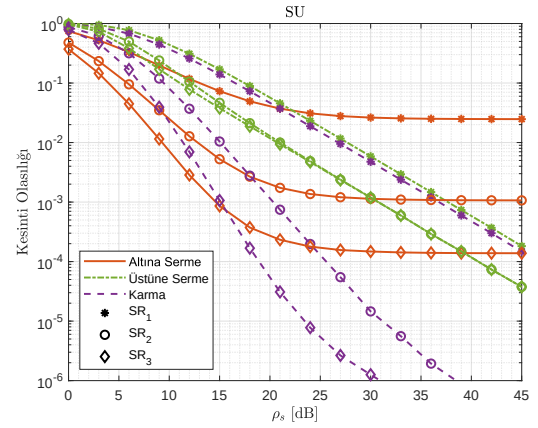


(c) Karma CR-NOMA.

Şekil 4.7 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

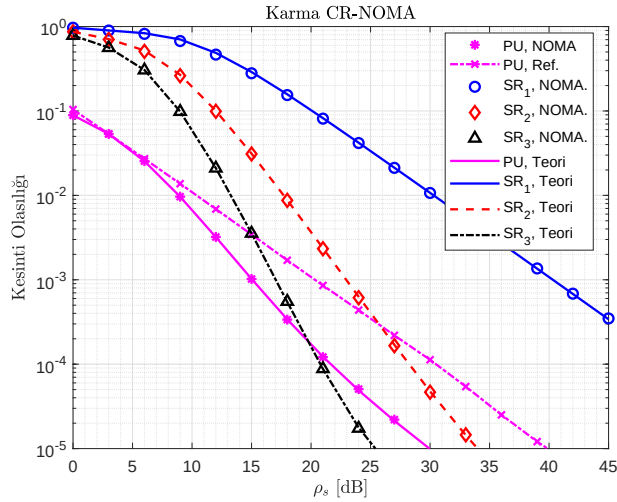


(a) Birincil Kullanıcı.



(b) İkincil Kullanıcı.

Şekil 4.8 : Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU'nun kendi aralarında karşılaştırılması ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).



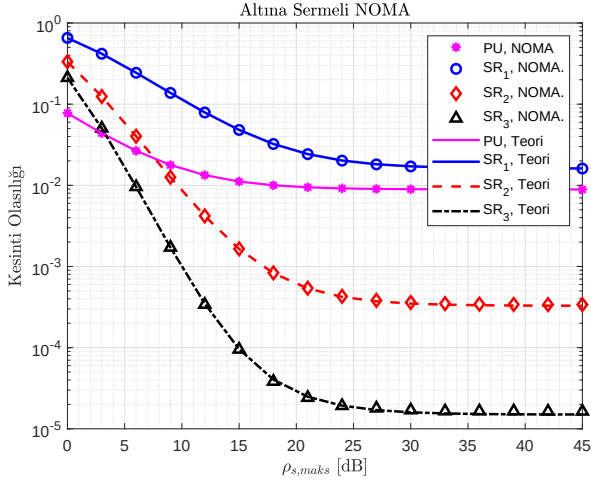
Şekil 4.9 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = \rho_s$ iken Altına Sermeli olduğu durumda, $R_p = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, Üstüne Sermeli durumda $R_p = 0.15$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.3$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

sahip olduğu için bu başarımın $k > 1$ için SR_k 'lardaki etkisi daha düşük SNR'larda eğimin (çeşitleme) bir olmasıdır.⁸

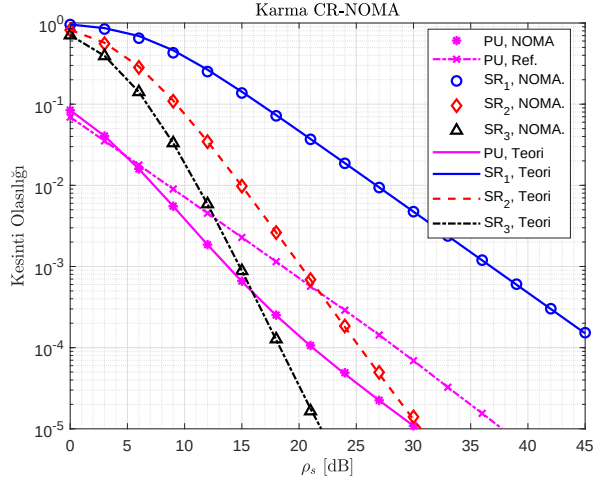
4.4.2.4 PT-ST hattının farklı uzunluklarda olması durumu

Şekil 4.12'de farklı d_{pst} değerleri için PU, SR_2 ve SR_3 'ün kesinti başarımları benzetim sonuçları verilmiştir. Şekil 4.12a'ya göre d_{pst} arttıkça PU'nun başarımı, ST ile işbirliği yapma olasılığı düştüğü için düşmektedir. Aynı biçimde, d_{pst} değişmesi altına sermeyi etkilemediği dikkate alınır, d_{pst} arttıkça ST'nin işbirliği yapma olasılığı düştüğü için

⁸4.7c'deki SR_k 'lar daha yüksek SNR'larda eğimi bir olmaktadır.

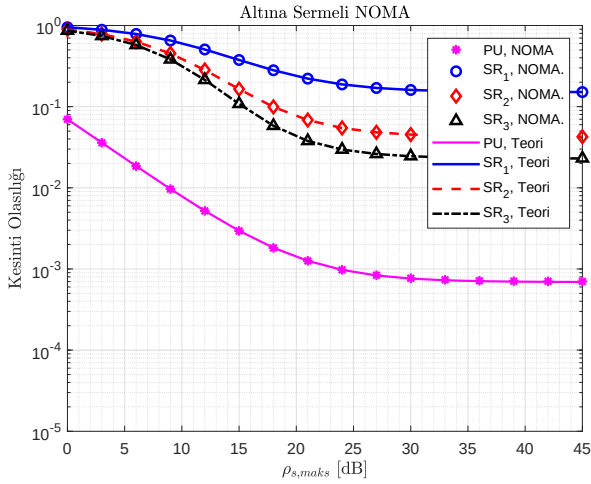


(a) Altına Sermeli NOMA.

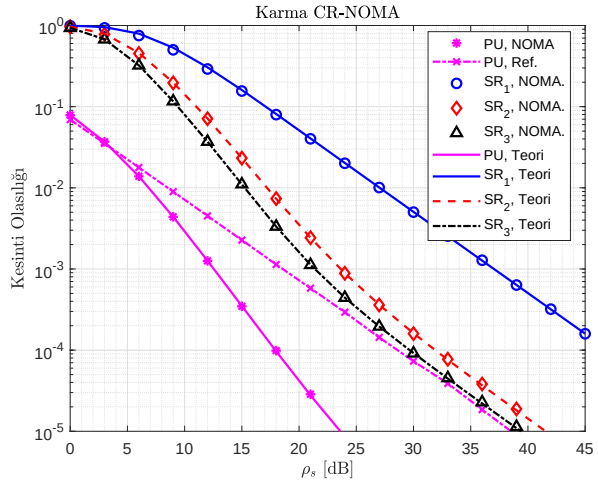


(b) Karma-CR NOMA.

Şekil 4.10 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).



(a) Altına Sermeli NOMA.

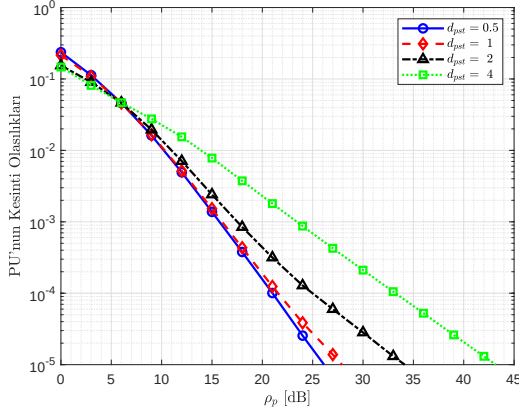


(b) Karma-CR NOMA.

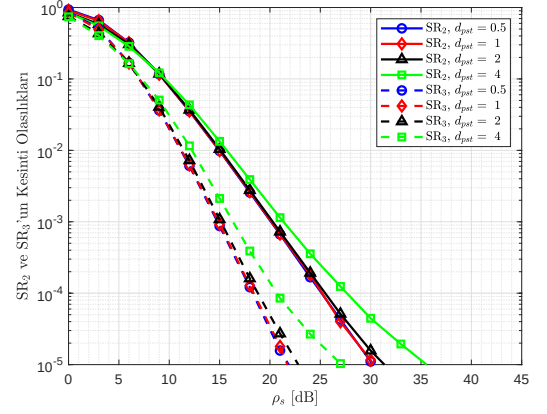
Şekil 4.11 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.01 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 2, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

SU'nun başarımı kötüleşmektedir (Şekil 4.12b). Buradan görüleceği üzere d_{pst} 'nin artması, PU ve SU'nun başarımını kötü yönde etkilerken PU'yu SU'ya göre daha fazla etkilemektedir.

Şekil 4.8 ve Şekil 4.13'teki sistemlerin parametleri d_{pst} dışında aynıdır. Şekil 4.8'deki sistemde $d_{pst} = 2$, Şekil 4.13'te $d_{pst} = 0.5$ 'tir. Şekil 4.8b'dekine göre d_{pst} küçük olduğu için buradaki karma sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı artmıştır. Şekil 4.13a'da PU'nun karma sistemdeki başarımı üstüne sermelideki ile aynı olmuştur.



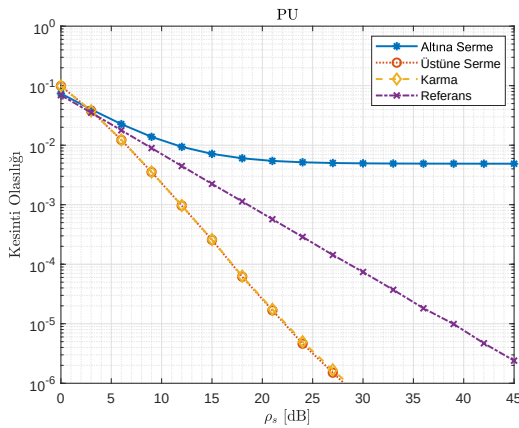
(a) Birincil Kullanıcı.



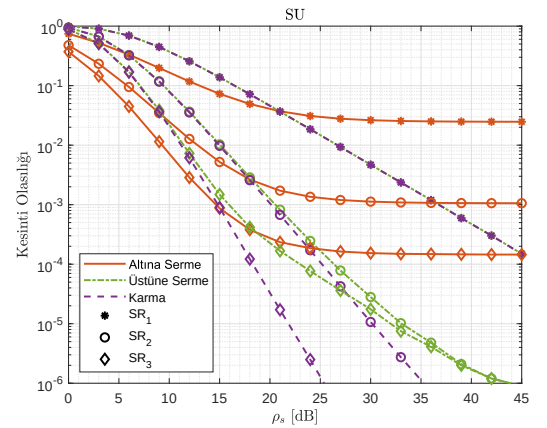
(b) İkincil Kullanıcı (SR₂ ve SR₃).

Şekil 4.12 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin farklı d_{pst} değerlerine göre kesinti olasılıkları ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1$, $d_{pst} \in \{0.5, 1, 2, 4\}$, $d_{sr} = 1$, $d_{sp} = 2, d_{ps} = 5, v = 3$).

Şekil 4.13b’de SU’nun üstüne sermelideki başarımı, Şekil 4.8b’dekine göre karmadaki başarımına yaklaşmıştır. Bu sonuçlardan görüleceği üzere karma sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı arttığında (d_{pst} küçüldüğünde) karma sistemin başarımı hem PU hem SU için üstüne sermelinin başarımına yaklaşır. d_{pst} ’nin küçülmesi PU’yu SU’dan daha fazla etkilediği buradan da görülmektedir.



(a) Birincil Kullanıcı.



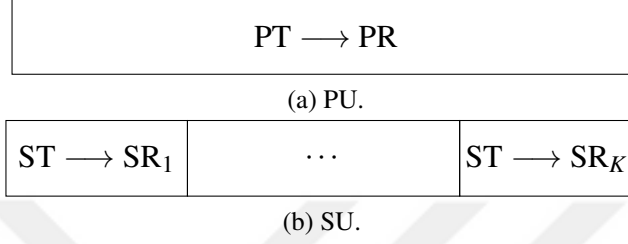
(b) İkincil Kullanıcı.

Şekil 4.13 : Altına sermeli, üstüne sermeli ve karma NOMA sistemlerinde PU ve SU’nun kendi aralarında karşılaştırılması $d_{pst} = 0.5$ ve ($\rho_p = \rho_s$ olduğu durumda, $R_0 = 0.1$ ve $k \in \{1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

4.5 CR-NOMA için Referans Sistem

Bölüm 4.4.2.4’te görüldüğü üzere d_{pst} ’nin değişimi, birincil kullanıcıyı ikincil kullanıcıdan daha fazla etkilemektedir. PU’nun başarımını etkileyen önemli

etkenlerden birisi karma sistemin, üstüne sermeli çalışırken ST'nin PU'ya ayırdığı gücü belirleyen güç paylaşım katsayısı α_0 'dır. α_0 'ı değiştirerek PU'nun başarımı, karma bilişsel radyolu OMA (CR-OMA)'ya göre arttırılabilir. Bunun için öncelikle CR-OMA'nın ulaşılabilir hızları belirlenmelidir. PU'nun davranışı, Karma CR-OMA, altına sermeli çalıştığı durumda Karma CR-NOMA'daki ile benzerdir. Ancak SR'lere iletilen işaretlerin hızları farklı olup Altına Sermeli OMA'da SR_k için ulaşılabilir hız şöyle ifade edilebilir (Şekil 4.14):

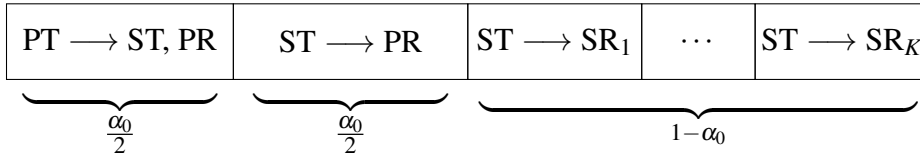


Şekil 4.14 : Altına Sermeli OMA sisteminin iletişim aralıkları.

$$R_{sr,k}^{OMA,UL} = \frac{1}{K} \log_2 \left(1 + \frac{\tilde{\rho}_s |h_{sr,k}|^2}{\rho_p |h_{ps,k}|^2 + 1} \right). \quad (4.39)$$

Burada, $\tilde{\rho}_s = \min\{\rho_{th}, \rho_s\}$ 'dir. Karma sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı, sistem kaynaklarının α_0 kadarının PU için kullanıldığı göz önüne alınarak PT-ST hattının ulaşılabilir hızı $R_{pst}^{OMA,OL} = \frac{\alpha_0}{2} \log_2(1 + \rho_p |h_{pst}|^2)$ olacaktır (Şekil 4.15).⁹ PU'nun bilgisi ST'de çözülemezse PU'nun ulaşılabilir hızı $R_{pr,1}^{OMA,OL} = \alpha_0 \log_2(1 + \rho_p |h_{pr}|^2)$ olacaktır. ST'de PU'nun bilgisi çözülürse ST'nin de yardımıyla PU'nun ulaşılabilir hızı $R_{pr,2}^{OMA} = \frac{\alpha_0}{2} \log_2(1 + \rho_p |h_{pr}|^2 + \rho_s |h_{sp}|^2)$ olacaktır. SR_k 'ların ulaşılabilir hızları ise şu biçimde ifade edilir [26]:

$$R_{sr,k}^{OMA,OL} = \frac{1 - \alpha_0}{K} \log_2 \left(1 + \rho_s |h_{sr,k}|^2 \right) \quad (4.40)$$



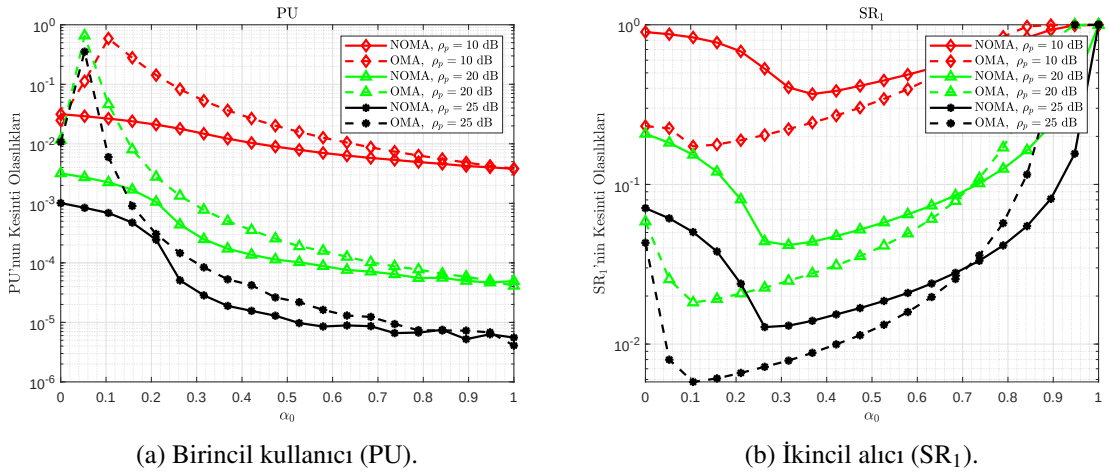
Şekil 4.15 : Üstüne Sermeli OMA sisteminin iletişim aralıkları.

⁹Sistem kaynağı zaman olarak alınmış olup referans olarak [26]'daki OMA-II şeması kullanılmıştır.

4.6 Karma CR-NOMA'da PU'nun Güç Katsayısının Hesabı

Yukarıda belirtilen hızları kullanarak Karma CR-OMA'nın kesinti başarımları çıkartılabilir. Burada uygun α_0 katsayısı belirlenecek olup α_0 'ın diğer katsayılardan büyük olması gerekliliği kaldırılacaktır [30]. Böylelikle güç paylaşımı değişmektedir. Yeni güç paylaşım katsayıları şöyle bulunur: $K \geq 2$ için ise $\tilde{\alpha}_k = \frac{K-k+1}{\mu}$ olmaktadır. μ burada $\sum_{k=1}^K \tilde{\alpha}_k = 1$ koşulunu sağlamak için kullanılır. $\alpha_k = \tilde{\alpha}_k(1 - \alpha_0)$ yapıldıktan sonra $\sum_{k=0}^K \alpha_k = 1$ koşulu sağlanmış olur.

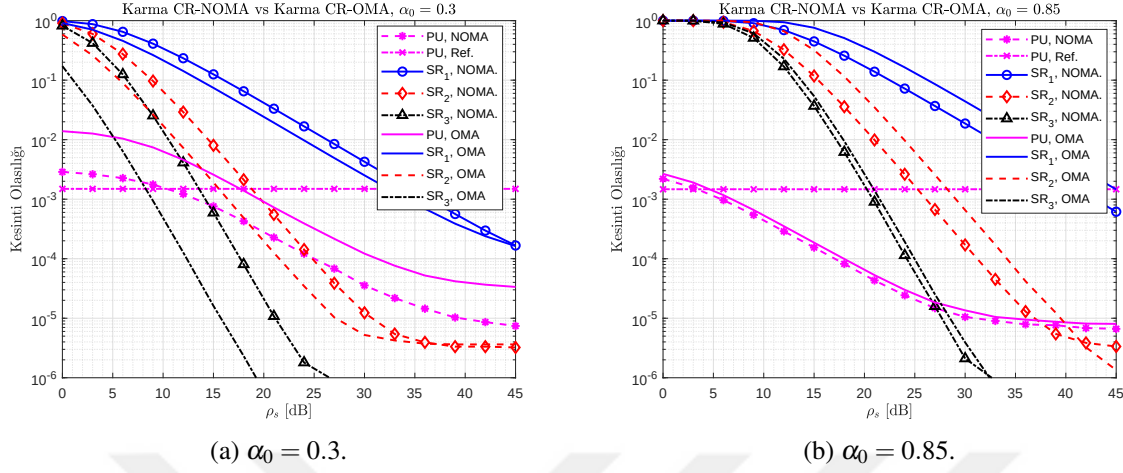
Karma CR-NOMA'da ve Karma CR-OMA'da hem PU'nun hem en kötü başarıma sahip SR_1 'in kesinti olasılıklarının $\rho_p = 10, 20, 25$ dB iken farklı α_0 değerlerine göre çıkartılan benzetim sonuçları Şekil 4.16'da verilmiştir. Şekil 4.16a'da NOMA'nın PU kesinti başarımları, OMA'ninkinden daha iyidir. Şekil 4.16b'de NOMA'nın SR_1 kesinti başarımları, α_0 'ın $\alpha_0 > 0.75$ değerleri için OMA'ninkinden daha iyidir. $\alpha_0 = 0.3$ ve



Şekil 4.16 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılıkları ($K = 3$ ve $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_s = \rho_p$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pr} = 1, d_{pst} = 0.5, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

$\rho_p = 20$ dB için çıkartılan benzetim sonuçları Şekil 4.17a'da verilmiştir. Bu α_0 değeri sadece PU'nun başarımını arttırmaya yönelik seçildiği için NOMA'nın PU başarımı, OMA'ninkinden daha yüksektir. Ancak, OMA'nın SU başarımı, NOMA'dan yüksektir. $\alpha_0 = 0.85$ için çıkartılan benzetim sonuçları Şekil 4.17b'de verilmiştir. NOMA'nın ve OMA'nın PU eğrileri, yüksek SNR'da neredeyse aynı başarıma sahipler. NOMA'nın SR_1 kesinti başarımları, OMA'nın SR_1 kesinti başarımından iyidir. Bu durum, Şekil

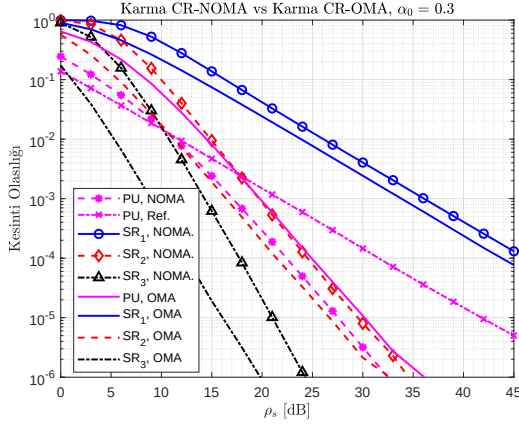
4.16a ve 4.16b'deki sonuç ile tutarlıdır. Ayrıca, Şekil 4.17'den görüleceği üzere yüksek SNR'da SR₂ için OMA, NOMA'dan daha iyi bir başarıma sahiptir.¹⁰



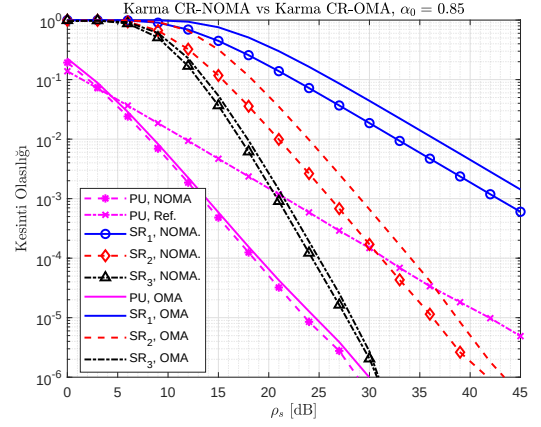
Şekil 4.17 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = 20$ dB iken $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pst} = 0.5, d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).

Önceki eğriler Şekil 4.16'ya dayanarak çıkarılmıştı. Şekil 4.16'da sabit bir ρ_p değeri için istenilen koşulları sağlayan α_0 değerine bakılmıştı. $\rho_p = 20$ dB için $\alpha_0 = 0.3$ ve $\alpha_0 = 0.85$ seçilip $\rho_p = \rho_s$ 'ye göre yapılan benzetim Şekil 4.18'de verilmiştir. Şekil 4.18a'da ($\alpha_0 = 0.3$), NOMA'nın PU'su 3 dB gibi bir farkla OMA'dan daha iyidir. Ancak, bunun karşılığında OMA'nın SR'leri, NOMA'nın SR'lerinden daha iyi bir başarıma sahiptir. Şekil 4.18b'de ($\alpha_0 = 0.85$), NOMA'nın PU'su küçük bir farkla OMA'dan daha iyidir. NOMA'nın SR₁'i, OMA'nın SR₁'ine göre 4 dB kadar daha iyi bir başarıma sahiptir. Farklı ρ_p değerlerinde tek bir α_0 kullanılmasının nedeni, Şekil 4.16'dan görülebileceği üzere farklı ρ_p değerlerinde benzer α_0 değerlerinde NOMA, OMA'dan daha iyi başarıma sahip olmasıdır. Ayrıca, α_0 'ın seçiminde PU ve SU arasında bir ikilem olduğu görülmektedir. Daha açık olmak gerekirse α_0 'ın küçük değerlerinde Karma CR-NOMA'daki PU'nun başarımı, α_0 'ın büyük değerlerinde SU'nun başarımları, Karma CR-OMA'ninkinden daha iyi olmaktadır. Ayrıca, şunu bir kez daha belirtmek de yarar vardır: α_0 'ın büyük değerlerinde PU'nun başarımı Karma CR-NOMA'da, Karma CR-OMA'dan çok az bir farkla daha iyidir.

¹⁰ α_0 seçilirken SR₂ dikkate alınmamıştı.



(a) $\alpha_0 = 0.3$.



(b) $\alpha_0 = 0.85$.

Şekil 4.18 : Karma bilişsel radyolu NOMA sistemin kesinti olasılığı ($\rho_p = \rho_s$ dB iken $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ olmak üzere $R_k = 0.2$, $\rho_{th} = 0.1 \times \rho_p$ ve $d_{pst} = 0.5, d_{pr} = 1, d_{sr} = 1, d_{sp} = 2, d_{ps} = 4$).



5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, bilişsel radyoda spektrum paylaşım protokolleri olan altına serme, üstüne serme paradigmaları NOMA ile birlikte uygulanmış olup sonrasında karma bir protokol önerilip bu karma sistemin kesinti olasılıklarına ilişkin teorik ifadeler türetilmiştir. Elde edilen teorik sonuçların doğruluğu bilgisayar benzetim sonuçları ile desteklenmiştir. Altına Sermeli NOMA'da PU'nun SU üzerindeki kısıtı azalır, yani SU'nun girişimi artarsa, PU'nun kesinti başarımının düşeceği, SU'nun kesinti başarımının artacağı gösterilmiştir. PU'nun verici gücü ile PU'nun SU üzerindeki kısıtı doğru orantılı olursa, $I_{th} \propto P_p$, PU'nun başarımı için yararlı olacaktır. Ayrıca, SU'nun sürekli bir girişim yapmasından dolayı PU'nun kesinti olasılığının bir hata katına gireceği gösterilmiştir. Bunun tersi durumda da (PU'nun SU'ya girişimi altında) yine hata katı görülmektedir. Üstüne Sermeli NOMA'da PU'ya uygun bir güç paylaşım katsayısı verildiği takdirde, PU'nun başarımı, çeşitleme arttığından dolayı iyileşmektedir. Ancak, SU'nun asimptotik bir alt sınıra yakınsadığı görülmüştür. Karma sistem ise PT-ST hattı iletimdeyken üstüne sermeli, iletimde değilken altına sermeli çalıştığı için PU'nun verici gücü arttıkça sistemin üstüne sermeli çalışma olasılığı artmaktadır. Benzetim sonuçları bunu doğrulamaktadır. Altına sermeli sistem, SU'nun yararına iken PU'nun yararına değildir. Üstüne sermeli sistem, PU'nun yararına iken SU'nun yararına değildir. Karma sistem bu iki sistemde farklı önceliklere sahip kullanıcılara ortak bir yarar getirmek için önerilmiştir. İkincil kullanıcı açısından Karma CR-NOMA sistemin Altına ve Üstüne Sermeli NOMA sistemlerine göre daha iyi bir başarıma sahip olduğu görülmüştür. Birincil kullanıcı açısından ise Karma CR-NOMA sistem, Altına Sermeli NOMA'ya göre iyi, Üstüne Sermeli NOMA'ya göre kötü bir başarıma olduğu görülmüştür. SU'nun ilettime katılabilmesi için PU'nun tolere edilebilir bir oranda taviz vermesi kabul edilebilir. Ancak bu durumda bile karma sistemdeki PU'nun başarımının referans sistemdekinden fark edilir derecede iyi olduğu görülmüştür. Ayrıca karma sistem üstüne sermeli çalışırken SU'nun gücünün

α_0 kadarının PU'ya ayrıldığı dikkate alınarak Karma CR-NOMA'nın başarımı, Karma CR-OMA'dan yüksek olacak biçimde α_0 değerin seçilebileceği gösterilmiştir.



KAYNAKLAR

- [1] (2014). Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2013–2018, **Teknik Rapor**, Cisco.
- [2] **Andrews, J.G., Buzzi, S., Choi, W., Hanly, S.V., Lozano, A., Soong, A.C. ve Zhang, J.C.** (2014). What will 5G be?, *IEEE Journal on selected areas in communications*, 32(6), 1065–1082.
- [3] **Dai, L., Wang, B., Yuan, Y., Han, S., Chih-Lin, I. ve Wang, Z.** (2015). Non-orthogonal multiple access for 5G: solutions, challenges, opportunities, and future research trends, *IEEE Communications Magazine*, 53(9), 74–81.
- [4] **Islam, S.R., Avazov, N., Dobre, O.A. ve Kwak, K.S.** (2017). Power-domain non-orthogonal multiple access (NOMA) in 5G systems: Potentials and challenges, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 19(2), 721–742.
- [5] **Ding, Z., Lei, X., Karagiannidis, G.K., Schober, R., Yuan, J. ve Bhargava, V.K.** (2017). A survey on non-orthogonal multiple access for 5G networks: Research challenges and future trends, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 35(10), 2181–2195.
- [6] **WEI, Z., YUAN, J., Derrick, W.K.N., Maged, E. ve DING, Z.** (2016). A Survey of Downlink Non-Orthogonal Multiple Access for 5G Wireless Communication Networks, *ZTE COMMUNICATIONS*, 17, 1.
- [7] **Liu, Y., Qin, Z., El Kashlan, M., Ding, Z., Nallanathan, A. ve Hanzo, L.** (2017). Nonorthogonal Multiple Access for 5G and Beyond, *Proceedings of the IEEE*, 105(12), 2347–2381.
- [8] **3GPP** (2018). NR; Physical layer; General description, **Technical Specification (TS) 38.201**, 3rd Generation Partnership Project (3GPP), <http://www.3gpp.org/DynaReport/38201.htm>, version 15.0.0.
- [9] (2019). Cisco Visual Networking Index: Global Mobile Data Traffic Forecast Update, 2017–2022, **Teknik Rapor**, Cisco.
- [10] **Wang, B., Wang, K., Lu, Z., Xie, T. ve Quan, J.** (2015). Comparison study of non-orthogonal multiple access schemes for 5G, *2015 IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting*, IEEE, s.1–5.
- [11] **Saito, Y., Kishiyama, Y., Benjebbour, A., Nakamura, T., Li, A. ve Higuchi, K.** (2013). Non-orthogonal multiple access (NOMA) for cellular future radio access, *2013 IEEE 77th vehicular technology conference (VTC Spring)*, IEEE, s.1–5.

- [12] **Higuchi, K. ve Benjebbour, A.** (2015). Non-orthogonal multiple access (NOMA) with successive interference cancellation for future radio access, *IEICE Transactions on Communications*, 98(3), 403–414.
- [13] **Benjebbour, A., Saito, Y., Kishiyama, Y., Li, A., Harada, A. ve Nakamura, T.** (2013). Concept and practical considerations of non-orthogonal multiple access (NOMA) for future radio access, *2013 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems*, IEEE, s.770–774.
- [14] **Benjebbour, A., Saito, K., Li, A., Kishiyama, Y. ve Nakamura, T.** (2015). Non-orthogonal multiple access (NOMA): Concept, performance evaluation and experimental trials, *2015 International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM)*, IEEE, s.1–6.
- [15] **Ding, Z., Yang, Z., Fan, P. ve Poor, H.V.** (2014). On the performance of non-orthogonal multiple access in 5G systems with randomly deployed users, *IEEE signal processing letters*, 21(12), 1501–1505.
- [16] **Ping, L., Liu, L., Wu, K. ve Leung, W.K.** (2006). Interleave division multiple-access, *IEEE transactions on wireless communications*, 5(4), 938–947.
- [17] **Chen, S., Ren, B., Gao, Q., Kang, S., Sun, S. ve Niu, K.** (2017). Pattern division multiple access—A novel nonorthogonal multiple access for fifth-generation radio networks, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(4), 3185–3196.
- [18] **Yuan, Z., Yu, G., Li, W., Yuan, Y., Wang, X. ve Xu, J.** (2016). Multi-user shared access for internet of things, *2016 IEEE 83rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, IEEE, s.1–5.
- [19] **Nikopour, H. ve Baligh, H.** (2013). Sparse code multiple access, *2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, IEEE, s.332–336.
- [20] **FCC**, (2016), Frequency Allocation Chart, https://ntia.doc.gov/files/ntia/publications/january_2016_spectrum_wall_chart.pdf.
- [21] **ITU** (2016). ITU-R Radio Regulations.
- [22] **Haykin, S.** (2005). Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 23(2), 201.
- [23] **Mitola, J.** (2000). Cognitive Radio: An Integrated Agent Architecture for Software Defined Radio, *Doktora Tezi*, KTH, Stockholm, İsveç.
- [24] **Goldsmith, A., Jafar, S.A., Maric, I. ve Srinivasa, S.** (2009). Breaking spectrum gridlock with cognitive radios: An information theoretic perspective., *Proceedings of the IEEE*, 97(5), 894–914.

- [25] **Liu, Y., Ding, Z., El Kashlan, M. ve Yuan, J.** (2016). Nonorthogonal multiple access in large-scale underlay cognitive radio networks, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(12), 10152–10157.
- [26] **Lv, L., Ni, Q., Ding, Z. ve Chen, J.** (2017). Application of non-orthogonal multiple access in cooperative spectrum-sharing networks over Nakagami- m fading channels, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(6), 5506–5511.
- [27] **Lv, L., Chen, J., Ni, Q., Ding, Z. ve Jiang, H.** (2018). Cognitive non-orthogonal multiple access with cooperative relaying: A new wireless frontier for 5G spectrum sharing, *IEEE Communications Magazine*, 56(4), 188–195.
- [28] **Lee, S., Duong, T.Q., Benevides da Costa, D., Ha, D.B. ve Nguyen, S.Q.** (2017). Underlay cognitive radio networks with cooperative non-orthogonal multiple access, *IET Communications*, 12(3), 359–366.
- [29] **Ding, Z., Fan, P. ve Poor, H.V.** (2016). Impact of user pairing on 5G nonorthogonal multiple-access downlink transmissions, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(8), 6010–6023.
- [30] **Vaezi, M., Schober, R., Ding, Z. ve Poor, H.V.** (2019). Non-orthogonal multiple access: Common myths and critical questions, *arXiv preprint arXiv:1809.07224*.
- [31] **Laneman, J.N., Tse, D.N. ve Wornell, G.W.** (2004). Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior, *IEEE Transactions on Information theory*, 50(12), 3062–3080.
- [32] **Han, Y., Pandharipande, A. ve Ting, S.H.** (2009). Cooperative decode-and-forward relaying for secondary spectrum access, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 8(10), 4945–4950.
- [33] **David, H.A. ve Nagaraja, H.N.** (2003). *Order Statistics*, John Wiley.
- [34] **Atkinson, K.E.** (1989). *An introduction to numerical analysis. 1989*, John Wiley & Sons.
- [35] **Abramowitz, M. ve Stegun, I.A.** (1965). *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*, Courier Corporation.
- [36] **Weisstein, E.W.**, Laguerre Polynomial. From MathWorld—A Wolfram Web Resource, <http://mathworld.wolfram.com/LaguerrePolynomial.html>.
- [37] **Bertsekas, D.P. ve Tsitsiklis, J.N.** (2002). *Introduction to probability*, Athena Scientific Belmont, MA.



EKLER

Ek A: Sıralı İstatistik

Ek B: İntegrallerin Sayısal Hesabı

Ek B.1: Gauss-Chebyshev ile İntegral Hesaplama

Ek B.2: Gauss-Laguerre ile İntegral Hesaplama

Ek C: Bazı Teorik İfadelerin Çıkarımı

Ek C.1: $\frac{\rho_{s,\text{maks}}|h_{sr,k}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1}$, nin CDF'i

Ek C.2: $\Pr\left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{\rho_{th}|h_{sr,k}|^2/|h_{sp}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1} \leq z\right)$, nin Hesaplanması

Ek C.3: $\Pr\left(\rho_p|h_{pr}|^2 + \frac{\rho_s\alpha_0|h_{sp}|^2}{\rho_s\bar{\alpha}_0|h_{sp}|^2+1} \leq z\right)$, nin Hesaplanması

Ek C.4: $\Pr\left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p|h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s\alpha_0|h_{sr,k}|^2}{\rho_s\bar{\alpha}_0|h_{sr,k}|^2+1} > \phi\right)$, nin Hesaplanması

Ek A: Sıralı İstatistik

Tanım 1. $X_1, \dots, X_n$ rastlantı değişkenleri olup bu değişkenler büyüklüklerine göre şu şekilde sıralansın.

$$X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(n)}.$$

Bu durumda $i \in \{1, \dots, n\}$ olmak üzere i 'nci en küçük rastlantı değişkeni $X_{(i)}$ 'ye i 'nci sıralı istatistik denir [33].

Buradan sonra çıkarılacak ifadelerde, X_i 'lerin bağımsız ve özdeşçe dağılmış oldukları kabul edilecektir. Öncelikle, en büyük istatistiğin olasılık dağılım fonksiyonu (CDF),

$$\begin{aligned} F_{X_{(n)}}(x) &= \Pr(X_{(n)} \leq x) \\ &= \Pr(\max(X_1, \dots, X_n) \leq x) \\ &= \Pr(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) \\ &= \Pr(X_1 \leq x) \cdots \Pr(X_n \leq x) \\ &= [F_{X_1}(x)]^n \end{aligned}$$

olmaktadır. En küçük istatistiğin CDF'i,

$$\begin{aligned} F_{X_{(1)}}(x) &= \Pr(X_{(1)} \leq x) \\ &= 1 - \Pr(X_{(1)} > x) \\ &= 1 - \Pr(\min(X_1, \dots, X_n) > x) \\ &= 1 - \Pr(X_1 > x, \dots, X_n > x) \\ &= 1 - \Pr(X_1 > x) \cdots \Pr(X_n > x) \\ &= 1 - [1 - \Pr(X_1 \leq x)]^n \\ &= 1 - [1 - F_{X_1}(x)]^n \end{aligned}$$

olmaktadır. Genel olarak i 'nci istatistiğin CDF'i,

$$\begin{aligned} F_{X_{(i)}} &= \Pr(X_i \text{'lerin en az } i \text{ tanesi } x \text{'ten küçük veya } x \text{'e eşit olması}) \\ &= \sum_{k=i}^n \binom{n}{k} [\Pr(X_1 \leq x)]^k [\Pr(X_1 > x)]^{n-k} \\ &= \sum_{k=i}^n \binom{n}{k} [F_{X_1}(x)]^k [1 - F_{X_1}(x)]^{n-k} \end{aligned} \tag{A.1}$$

olmaktadır. i 'nci istatistiğin olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) ise

$$\begin{aligned} f_{X_{(i)}}(x) &= \frac{d}{dx} F_{X_{(i)}}(x) \\ &= \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} f_{X_1}(x) [F_{X_1}(x)]^{i-1} [1 - F_{X_1}(x)]^{n-i} \end{aligned} \tag{A.2}$$

olmaktadır [33].

Ek B: İntegrallerin Sayısal Hesabı

Ek B.1: Gauss-Chebyshev ile İntegral Hesaplama

İntegrali alınamama gibi bir nedenle bir fonksiyonun integrali, sayısal bir yöntemle hesaplanabilir. Bu yöntemlerden Gauss integral alma yöntemleri ile $f(x)$ fonksiyonunun integrali şöyle hesaplanabilir [34]:

$$\int_{-1}^1 w(x)f(x)dx \approx \sum_{j=1}^n w_j f(x_j). \quad (\text{B.1})$$

Burada, $w(x)$ ağırlıklandırma fonksiyonu, w_j ağırlığı ve x_j ise $f(x)$ fonksiyonunun hangi noktalarda değerinin hesaplandığını belirtmektedir. Bir başka deyişle, $f(x)$ üzerinde n nokta kullanılarak integral hesaplanabilir. Ağırlıklandırma fonksiyonu $w(x) = 1$ olan yönteme Gauss integral alma yöntemi olup w_j ve x_j hesabı, ağırlığı $w(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ olan Gauss-Chebyshev yöntemininkine göre karmaşıktır. Gauss-Chebyshev yönteminde ağırlık,

$$w_j = \frac{\pi}{n} \quad (\text{B.2})$$

olup x_j ise

$$x_j = \cos \frac{(2j-1)\pi}{2n} \quad (\text{B.3})$$

olacaktır [35]. İntegral sınırı $(-1, 1)$, (a, b) gibi herhangi bir sonlu aralığa çevrilebilir. Gauss-Chebyshev için bu çevrim sonucunda $f(x)$ 'in integrali şöyle bulunmaktadır:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2} \sum_{j=1}^n \sqrt{1-x_j^2} f\left(\frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2}x_j\right). \quad (\text{B.4})$$

Ek B.2: Gauss-Laguerre ile İntegral Hesaplama

Sınırları $(0, \infty)$ olan bir $f(x)$ fonksiyonunun integrali, sayısal olarak Gauss-Laguerre yöntemi ile şu biçiminde hesaplanabilir [35]:

$$\int_0^\infty e^{-x} f(x)dx \approx \sum_{j=1}^n w_j f(x_j). \quad (\text{B.5})$$

Burada x_j , Laguerre polinomu $L_n(x)$ 'in j . köküdür [36]. Ağırlık,

$$w_j = \frac{x_j}{(n+1)^2 L_{n+1}(x_j)^2} \quad (\text{B.6})$$

olmaktadır. Sonuç olarak integral şöyle hesaplanır:

$$\int_0^\infty f(x)dx \approx \sum_{j=1}^n e^{x_j} w_j f(x_j). \quad (\text{B.7})$$

Ek C: Bazı Teorik İfadelerin Çıkarımı

Ek C.1: $\frac{\rho_{s,maks}|h_{sr,k}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1}$,nin CDF'i

Önerme 1. $|h_{sr}|^2$ ve $|h_{ps,k}|^2$ rastlantı değişkenleri, üstel dağılımlı olup dağılımın parametreleri, sırasıyla λ_{sr} ve $k \in \{1, \dots, n\}$ olmak üzere λ_k 'dir. $|h_{sr,k}|^2$, $|h_{sr}|^2$ 'in n büyüklü örneklem içerisindeki k . sıralı istatistiğidir. $\rho_{s,maks}$ ve ρ_p , sıfırdan büyük sabit değişkenler olmak üzere $Z_k = \frac{\rho_{s,maks}|h_{sr,k}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1}$,nin CDF'i şudur:

$$F_{Z_k}(z) = \sum_{i=k}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} \frac{(-1)^j \lambda_k}{\rho_p} \frac{e^{-\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,maks}} z(n-i+j)}}{\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,maks}} z(n-i+j) + \frac{\lambda_k}{\rho_p}}. \quad (\text{C.1})$$

Kanıt. Öncelikle, $p > 0$ ve q keyfi bir değer olmak üzere $W = pX + q$, W 'nin CDF'i, X 'in CDF'ine bağlı olarak şöyle bulunur:

$$\begin{aligned} F_W(w) &= \Pr(W \leq w) = \Pr(pX + q \leq w) = \Pr\left(X \leq \frac{w-q}{p}\right) \\ &= F_X\left(\frac{w-q}{p}\right), \quad w \geq q. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

W 'nin PDF'i, X 'in PDF'ine bağlı olarak şöyle bulunur:

$$\begin{aligned} f_W(w) &= \frac{d}{dw} F_W(w) \\ &= \frac{1}{p} f_X\left(\frac{w-q}{p}\right), \quad w \geq q. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

W ve Q , birbirinden bağımsız olasılık dağılımları olup Q 'nun alabileceği değer $q > 0$ olmak üzere $R = \frac{W}{Q}$,nin CDF'i,

$$\begin{aligned} F_R(r) &= \Pr(R \leq r) = \Pr\left(\frac{W}{Q} \leq r\right) = \Pr(W \leq rq) \\ &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^{rq} f_W(w) f_Q(q) dw dq \\ &= \int_0^\infty F_W(rq) f_Q(q) dq \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

olacaktır. (C.2), (C.3), (C.4) ve sıralı istatistiğin CDF eşitliği (A.1)'den yararlanarak Z_k 'nin CDF'i,

$$\begin{aligned} F_{Z_k}(z) &= \int_{-\infty}^\infty F_{|h_{sr,k}|^2}\left(\frac{xz}{\rho_{s,maks}}\right) \frac{1}{\rho_p} f_{|h_{ps,k}|^2}\left(\frac{x-1}{\rho_p}\right) dx \\ &= \int_{-\infty}^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left[F_{|h_{sr}|^2}\left(\frac{xz}{\rho_{s,maks}}\right) \right]^i \left[1 - F_{|h_{sr}|^2}\left(\frac{xz}{\rho_{s,maks}}\right) \right]^{n-i} \frac{1}{\rho_p} f_{|h_{ps,k}|^2}\left(\frac{x-1}{\rho_p}\right) dx \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

biçiminde hesaplanır. $|h_{sr}|^2$ 'nin CDF'i $F_{|h_{sr}|^2}(x) = 1 - e^{-\lambda_{sr}x}$, $x \geq 0$ ve $|h_{ps,k}|^2$ 'nin PDF'i $f_{|h_{ps,k}|^2}(x) = \lambda_k e^{-\lambda_k x}$, $x \geq 0$, (C.5)'te yerlerine koyulup binom açılımından

yararlanılırsa Z_k 'nin CDF'i,

$$\begin{aligned}
F_{Z_k}(z) &= \int_1^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left[1 - e^{-\lambda_{sr} \frac{xz}{\rho_{s,\text{maks}}}} \right]^i \left[e^{-\lambda_{sr} \frac{xz}{\rho_{s,\text{maks}}}} \right]^{n-i} \frac{\lambda_k}{\rho_p} e^{-\lambda_k \frac{x-1}{\rho_p}} dx \\
&= \int_1^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left[\sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j e^{-\lambda_{sr} \frac{xz}{\rho_{s,\text{maks}}}} \right] e^{-\lambda_{sr} \frac{xz}{\rho_{s,\text{maks}}}} (n-i) \frac{\lambda_k}{\rho_p} e^{-\lambda_k \frac{x-1}{\rho_p}} dx \\
&= \sum_{i=k}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} \frac{(-1)^j \lambda_k}{\rho_p} e^{\frac{\lambda_k}{\rho_p}} \int_1^\infty e^{-x \left(\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} z(n-i+j) + \frac{\lambda_k}{\rho_p} \right)} dx \\
&= \sum_{i=k}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} \frac{(-1)^j \lambda_k}{\rho_p} \frac{e^{-\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} z(n-i+j)}}{\frac{\lambda_{sr}}{\rho_{s,\text{maks}}} z(n-i+j) + \frac{\lambda_k}{\rho_p}} \quad (\text{C.6})
\end{aligned}$$

olarak bulunur. □

Ek C.2: $\Pr \left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{\rho_{th}|h_{sr,k}|^2/|h_{sp}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1} \leq z \right)$ 'nin Hesaplanması

$|h_{sp}|^2$ ve $|h_{ps,k}|^2$ rastlantı değişkenleri, üstel dağılımlı olup dağılımın parametreleri, sırasıyla λ_{sp} ve $k \in \{1, \dots, n\}$ olmak üzere λ_k 'dir. $|h_{sr,k}|^2, |h_{sr}|^2$ 'in n büyüklü örneklem içerisindeki k . sıralı istatistiğidir. ρ_{th}, I_{th} ve ρ_p sıfırdan büyük sabit değişkenler olmak

üzere $P_2 = \Pr \left(\frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}}, \frac{\rho_{th}|h_{sr,k}|^2/|h_{sp}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1} \leq z \right)$ olasılığı şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned}
P_2 &= \Pr \left(\frac{\rho_{th}|h_{sr,k}|^2/|h_{sp}|^2}{\rho_p|h_{ps,k}|^2+1} \leq z, \frac{I_{th}}{|h_{sp}|^2} < P_{s,\text{maks}} \right) \\
&= \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 \leq \frac{z(\rho_p|h_{ps,k}|^2+1)|h_{sp}|^2}{I_{th}}, |h_{sp}|^2 > \frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}} \right) \\
&= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}}^{\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}} \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 \leq \frac{z(\rho_p x+1)y}{I_{th}} \middle| x = |h_{ps,k}|^2, y = |h_{sp}|^2 \right) f_{|h_{sp}|^2}(y) f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dy dx \\
&= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}}^{\frac{I_{th}}{P_{s,\text{maks}}}} F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{z(\rho_p x+1)y}{I_{th}} \right) f_{|h_{sp}|^2}(y) f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dy dx. \quad (\text{C.7})
\end{aligned}$$

Sıralı istatistiğin CDF eşitliği (A.1)'den yararlanarak, $|h_{sp}|^2, |h_{ps,k}|^2$ ve $|h_{sr}|^2$ 'nin PDF'leri sırasıyla, $f_{|h_{sp}|^2}(y) = \lambda_{sp} e^{-\lambda_{sp} y}, y \geq 0, f_{|h_{ps,k}|^2}(x) = \lambda_k e^{-\lambda_k x}, x \geq 0, f_{|h_{sr}|^2}(x) = \lambda_{sr} e^{-\lambda_{sr} x}, x \geq 0$ olmak üzere (C.7) binom açılımının yardımıyla şu biçimde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
P_2 &= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,maks}}}^\infty F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}} \right) f_{|h_{sp}|^2}(y) f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dy dx \\
&= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,maks}}}^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left[F_{|h_{sr}|^2} \left(\frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}} \right) \right]^i \times \\
&\quad \left[1 - F_{|h_{sr}|^2} \left(\frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}} \right) \right]^{n-i} f_{|h_{sp}|^2}(y) f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dy dx \\
&= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,maks}}}^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \left[1 - e^{-\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}}} \right]^i \left[e^{-\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}}} \right]^{n-i} f_{|h_{sp}|^2}(y) f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dy dx \\
&= \int_0^\infty \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,maks}}}^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j e^{-\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}}} e^{-\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)y}{I_{th}} (n-i)} \lambda_{sp} e^{-\lambda_{sp} y} dy f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dx \\
&= \int_0^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} \int_{\frac{I_{th}}{P_{s,maks}}}^\infty e^{-y \left(\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)} dy f_{|h_{ps,k}|^2}(x) dx \\
&= \int_0^\infty \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,maks}} \left(\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k x} dx \\
&= \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,maks}} \left(\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k x} dx \quad (\text{C.8})
\end{aligned}$$

Gauss-Laguerre yöntemi (Bölüm 6) ile (C.8)'deki integral hesaplandıktan sonra şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$P_2 = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \sum_{j=0}^i \sum_{m=1}^M \binom{i}{j} (-1)^j \lambda_{sp} e^{x_m} w_m \frac{e^{-\frac{I_{th}}{P_{s,maks}} \left(\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp} \right)}}{\lambda_{sr} \frac{z(\rho_p x_m + 1)}{I_{th}} (n-i+j) + \lambda_{sp}} \lambda_k e^{-\lambda_k x_m}. \quad (\text{C.9})$$

Burada x_m , Laguerre polinomu $L_M(x)$ 'in m . kökü, ağırlık ise $w_m = \frac{x_m}{(M+1)^2 L_{M+1}(x_m)^2}$ olmaktadır. M değeri yeteri kadar büyük seçilirse integral hesabının doğruluğu o kadar yüksektir.

Ek C.3: $\Pr \left(\rho_p |h_{pr}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sp}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sp}|^2 + 1} \leq z \right)$, **nin Hesaplanması**

Önerme 2. $|h_{pr}|^2$ ve $|h_{sp}|^2$ rastlantı değişkenleri, üstel dağılımlı olup dağılımın parametreleri, sırasıyla λ_{pr} ve λ_{sp} 'dir. ρ_p , ρ_s , α_0 ve $\bar{\alpha}_0$ sıfırdan büyük sabit değişkenler olmak üzere $Z = \rho_p |h_{pr}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sp}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sp}|^2 + 1}$ 'nin CDF'i şudur:

$$\begin{aligned}
F_Z(z) &= 1 - e^{\frac{-\lambda_{sp} D}{\rho_s(\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 D)}} - e^{-\lambda_{pr} \frac{z}{\rho_p}} \times \\
&\quad \int_0^D \frac{\alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s(\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} e^{-y \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s(\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} dy, D = \begin{cases} \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} & , z \geq \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \\ z & , z < \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \end{cases} \quad (\text{C.10})
\end{aligned}$$

Kanıt. $X \triangleq \rho_p |h_{pr}|^2$ ve $Y \triangleq \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sp}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sp}|^2 + 1}$ olarak tanımlanırsa $Z = X + Y$ 'nin CDF'i katlama [37] ile hesaplanır.

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X(z-y) f_Y(y) dy. \quad (\text{C.11})$$

Bu durumda önce X 'in CDF'i (C.2) eşitliği ve $F_{|h_{pr}|^2}(x) = 1 - e^{-\lambda_{pr}x}$ aracılığıyla,

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda_{pr} \frac{x}{\rho_p}}, \quad x \geq 0 \quad (\text{C.12})$$

olarak bulunur. Y 'nin CDF'i ise

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= \Pr \left(\frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sp}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sp}|^2 + 1} \leq y \right) \\ &= \Pr \left(|h_{sp}|^2 \leq \frac{y}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} \right), \quad \alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y > 0 \\ &= F_{|h_{sp}|^2} \left(\frac{y}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} \right), \quad \alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y > 0 \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

olarak hesaplanır. Y 'nin PDF'i ise $f_{|h_{sp}|^2}(x) = \lambda_{sp} e^{-\lambda_{sp}x}$, $x \geq 0$ olduğu dikkate alınarak

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) = f_{|h_{sp}|^2} \left(\frac{y}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} \right) \frac{\alpha_0}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} \quad (\text{C.14})$$

$$= \frac{\alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} e^{\frac{-\lambda_{sp} y}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)}}, \quad \alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y > 0 \quad (\text{C.15})$$

biçiminde hesaplanır. (C.12) ve (C.15), (C.11)'de yerlerine koyulup $z - y \geq 0$ ve $\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y > 0$ koşulları dikkate alınırsa Z 'nin CDF'i,

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} F_X(z-y) f_Y(y) dy \\ &= \int_0^D \left(1 - e^{-\lambda_{pr} \frac{z-y}{\rho_p}} \right) f_Y(y) dy \\ &= F_Y(D) - e^{-\lambda_{pr} \frac{z}{\rho_p}} \int_0^D \frac{\alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} e^{-y \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} dy \\ &= 1 - e^{\frac{-\lambda_{sp} D}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 D)}} - e^{-\lambda_{pr} \frac{z}{\rho_p}} \int_0^D \frac{\alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)^2} e^{-y \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} dy \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

olup burada $D = \begin{cases} \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} & , z \geq \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \\ z & , z < \frac{\alpha_0}{\bar{\alpha}_0} \end{cases}$. (C.16)'daki integral Gauss-Chebyshev (Bölüm 6) ile hesaplanırsa $F_Z(z)$,

$$F_Z(z) = 1 - e^{\frac{-\lambda_{sp} D}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 D)}} - e^{-\lambda_{pr} \frac{z}{\rho_p}} \frac{D\pi}{2n} \sum_{j=1}^n \frac{\sqrt{1-y_j^2} \alpha_0 \lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y_j)^2} e^{-y_j \left(\frac{\lambda_{sp}}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 y_j)} - \frac{\lambda_{pr}}{\rho_p} \right)} \quad (\text{C.17})$$

olacaktır. Burada $y_j = \frac{D}{2}(1 + x_j)$, $x_j = \cos \frac{(2j-1)\pi}{2n}$ 'dir. n değeri yeteri kadar büyük seçilirse integral hesabındaki hata payı küçük olur. $\square$

Ek C.4: $\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \phi \right)$,nin Hesaplanması

Önerme 3. $|h_{ps,k}|^2$ ve $|h_{sr}|^2$ rastlantı değişkenleri, üstel dağılımlı olup dağılımın parametreleri, sırasıyla $k \in \{1, \dots, n\}$ olmak üzere λ_k ve λ_{sr} 'dir. $|h_{sr,k}|^2$, $|h_{sr}|^2$ 'in n büyüklü örneklem içerisindeki k . sıralı istatistiğidir. ρ_p , ρ_s , α_0 ve $\bar{\alpha}_0$ sıfırdan büyük sabit değişkenler olmak üzere $\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi > 0$ koşulu altında $\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \phi \right)$,

$$\begin{aligned} & \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \phi \right) = \\ & F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=1}^m \binom{k-1}{j} (-1)^j \frac{n! \lambda_{sr} e^{x_i w_i}}{(k-1)! (n-k)!} \times \\ & e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 (x_i + \psi)}{\rho_s \bar{\alpha}_0 (x_i + \psi) + 1} \right) - \lambda_{sr} (n-k+1+j)(x_i + \psi)} + \left[1 - F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \right] (1 - F_{|h_{sr,k}|^2}(\psi)) \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

olacaktır.

Kanıt. $X_k \triangleq |h_{sr,k}|^2$ ve $Y_k \triangleq \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1}$ tanımlarıyla $\Pr (X_k > \psi, Y_k > \phi)$ olasılığı, $\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi > 0$ koşulu altında Ek 6'daki sıralı istatistiğin PDF ifadesi (A.2) kullanılarak şöyle hesaplanır:

$$\begin{aligned} & \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \phi \right) \\ &= \Pr \left(\phi > \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} \right) \int_{\psi}^{\infty} \Pr \left[|h_{ps,k}|^2 > \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) \right] f_{|h_{sr,k}|^2}(x) dx + \\ & \Pr \left(\phi \leq \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} \right) \int_{\psi}^{\infty} f_{|h_{sr,k}|^2}(x) dx \\ &= \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 < \frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \int_{\psi}^{\infty} \Pr \left[|h_{ps,k}|^2 > \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) \right] f_{|h_{sr,k}|^2}(x) dx + \\ & \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 \geq \frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \Pr (|h_{sr,k}|^2 > \psi) \\ &= F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \int_{\psi}^{\infty} \Pr \left[|h_{ps,k}|^2 > \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) \right] f_{|h_{sr,k}|^2}(x) dx + \\ & \left[1 - F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \right] (1 - F_{|h_{sr,k}|^2}(\psi)). \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

Burada $F_{|h_{sr,k}|^2}(\cdot)$, $|h_{sr,k}|^2$ 'nin CDF'i Ek 6'daki (A.1) ve $|h_{sr}|^2$ 'nin CDF'i $F_{|h_{sr}|^2}(x) = 1 - e^{-\lambda_{sr} x}$, $x \geq 0$ yardımıyla hesaplanabilir. Eğer $\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi > 0$ koşulu sağlanmazsa $\Pr \left(|h_{sr,k}|^2 \geq \frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right)$ olasılığı bir olur. (C.19)'daki integral ise $|h_{ps,k}|^2$ 'nin CDF'i $F_{|h_{ps,k}|^2}(x) = 1 - e^{-\lambda_k x}$, $x \geq 0$, $|h_{sr}|^2$ 'nin PDF'i ve CDF'i (PDF'i $f_{|h_{sr}|^2}(x) =$

$\lambda_{sr}e^{-\lambda_{sr}x}$, $x \geq 0$), (C.19)'da yerlerine yazılıp binom açılımından yararlanılırsa,

$$\begin{aligned}
& \int_{\psi}^{\infty} \Pr \left[|h_{ps,k}|^2 > \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) \right] f_{|h_{sr,k}|^2}(x) dx \\
&= \int_{\psi}^{\infty} e^{-\lambda_k \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right)} \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \lambda_{sr} e^{-\lambda_{sr}x} (1 - e^{-\lambda_{sr}x})^{k-1} (e^{-\lambda_{sr}x})^{n-k} dx \\
&= \int_{\psi}^{\infty} e^{-\lambda_k \frac{1}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right)} \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \lambda_{sr} e^{-\lambda_{sr}x} \times \\
&\quad \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k-1}{j} (-1)^j e^{-\lambda_{sr}xj} e^{-\lambda_{sr}x(n-k)} dx \\
&= \frac{n! \lambda_{sr}}{(k-1)!(n-k)!} \sum_{j=0}^{k-1} \binom{k-1}{j} (-1)^j \int_{\psi}^{\infty} e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) - \lambda_{sr}(n-k+1+j)x} dx
\end{aligned} \tag{C.20}$$

olacaktır. (C.20)'deki integral Gauss-Laguerre yöntemi (Bölüm 6) ve değişken dönüşümü $\left(\int_{\psi}^{\infty} f(\tilde{x}) d\tilde{x} = \int_0^{\infty} f(x+\psi) dx \right)$ kullanılarak şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& \int_{\psi}^{\infty} e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 x}{\rho_s \bar{\alpha}_0 x + 1} \right) - \lambda_{sr}(n-k+1+j)x} dx = \\
& \sum_{i=1}^m e^{x_i} w_i e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 (x_i + \psi)}{\rho_s \bar{\alpha}_0 (x_i + \psi) + 1} \right) - \lambda_{sr}(n-k+1+j)(x_i + \psi)}.
\end{aligned} \tag{C.21}$$

Burada x_i , Laguerre polinomu $L_m(x)$ 'in i . köküdür [36]. Ağırlık,

$$w_i = \frac{x_i}{(m+1)^2 L_{m+1}(x_i)^2} \tag{C.22}$$

olmaktadır. Bu durumda (C.20) şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned}
& \Pr \left(|h_{sr,k}|^2 > \psi, \rho_p |h_{ps,k}|^2 + \frac{\rho_s \alpha_0 |h_{sr,k}|^2}{\rho_s \bar{\alpha}_0 |h_{sr,k}|^2 + 1} > \phi \right) = \\
& F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \sum_{j=0}^{k-1} \sum_{i=1}^m \binom{k-1}{j} (-1)^j \frac{n! \lambda_{sr} e^{x_i} w_i}{(k-1)!(n-k)!} \times \\
& e^{-\frac{\lambda_k}{\rho_p} \left(\phi - \frac{\rho_s \alpha_0 (x_i + \psi)}{\rho_s \bar{\alpha}_0 (x_i + \psi) + 1} \right) - \lambda_{sr}(n-k+1+j)(x_i + \psi)} + \left[1 - F_{|h_{sr,k}|^2} \left(\frac{\phi}{\rho_s (\alpha_0 - \bar{\alpha}_0 \phi)} \right) \right] (1 - F_{|h_{sr,k}|^2}(\psi))
\end{aligned} \tag{C.23}$$

□



ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Muhammet Ali ÖZCAN

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans:** 2016, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

