

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

KESİRLİ FREKANSLI FOURİER
FONKSİYONLARINA DAYALI VE NORMAL
DAĞILMAMAYI DİKKATE ALAN YENİ BİR
BİRİM KÖK TESTİ

Derya ÖZ

2502170570

TEZ DANIŞMANI

Doç. Dr. Aycan HEPSAĞ

İSTANBUL – 2023

ÖZ
KESİRLİ FREKANSLI FOURİER FONKSİYONLARINA DAYALI VE
NORMAL DAĞILMAMAYI DİKKATE ALAN YENİ BİR BİRİM KÖK
TESTİ
DERYA ÖZ

Bu çalışmada, kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler (RALS) yaklaşımı ve Fourier yaklaşımı kullanılarak hem kalıntıların normal dağılım göstermediği durumları el alan hem de zaman serilerinde gözlemlenen yapısal kırılmaları dikkate alan ADF tipi yeni bir birim kök testinin literatüre kazandırılması amaçlanmıştır. Önerilen yeni birim kök testine ilişkin geliştirilen test istatistiği, normal dağılım varsayımına dayanmamaktadır ve bu nedenle ilgili test istatistiğinin standart bir dağılımı olmadığı varsayılmaktadır. Bu yeni birim kök testinin alternatif testlere göre daha güçlü olup olmadığını belirlemek amacıyla testin küçük örneklem özellikleri incelenmiştir. Daha sonra testin ampirik uygulamasıyla alternatif birim kök testi ile etkinliği kıyaslanmıştır.

Çalışmanın ilk iki bölümünde; zaman serilerine ilişkin temel kavramlar, geleneksel birim kök testleri, Fourier ve Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) yaklaşımlarına ilişkin birim kök testleriyle ilgili açıklamalara yer verilmiştir. Çalışmanın üçüncü bölümünde ise önerilen yeni birim kök testine ait test istatistiği geliştirilmiştir. Geliştirilen test istatistiğinin standart bir dağılıma uygunluk göstermediği bilgisiyle, simülasyonlarla testin kritik değerleri elde edilmiştir. Ayrıca önerilen yeni birim kök testinin küçük örneklem özelliklerini incelemek amacıyla boyut (size) ve güç (power) analizleri yapılmıştır.

Çalışmanın son kısmında ise, ampirik uygulama ile önerilen yeni birim kök testinin alternatif olarak ele alınan Omay (2015)'a ait Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök testi ile etkinlikleri bakımından kıyaslanması amaçlanmaktadır. Bu amaçla metal emtia piyasalarındaki etkinlik hipotezinin varlığı araştırılmıştır. Elde edilen bulgulara göre, önerilen yeni birim kök testinin alternatif birim kök testinden ampirik olarak daha güçlü sonuçlar verdiği ifade edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Birim kök testi, Fourier yaklaşımı, RALS yaklaşımı, Metal emtia piyasaları, Etkinlik hipotezi.



ABSTRACT
A NEW UNIT ROOT TEST BASED ON FRACTIONAL FREQUENCY
FOURIER FUNCTIONS AND WITH NON-NORMAL ERRORS
DERYA ÖZ

In this study, using the residual augmented least squares (RALS) approach and the Fourier approach, it is aimed to introduce a new unit root test of the ADF type into the literature, which takes into account both the situations where residuals do not show normal distribution and the structural fractures observed in time series. The developed test statistic for the proposed new unit root test is not based on the assumption of a normal distribution, and therefore it is assumed that there is no standard distribution of the corresponding test statistic. In order to determine whether this new unit root test is more powerful than alternative tests, the small sample characteristics of the test were examined. Then, the empirical application of the test and its effectiveness were compared with the alternative unit root test.

In the first two sections of the study; basic concepts of time series, traditional unit root tests, Fourier and residual augmented least squares (RALS) approaches related to unit root tests are included. In the third part of the study, the test statistics of the proposed new unit root test were developed. With the knowledge that the developed test statistics do not conform to a standard distribution, the critical values of the test have been obtained by simulations. In addition, size and power analyses were performed in order to examine the small sample characteristics of the proposed new unit root test.

In the last part of the study, it is aimed to compare the proposed new unit root test with empirical application in terms of its effectiveness with the Fractional Frequency Flexible Fourier Unit Root test of Omay (2015), which is considered as an alternative. For this purpose, the existence of the efficiency hypothesis in metal commodity markets has been investigated. According to the findings obtained, it has

been stated that the proposed new unit root test gives empirically stronger results than the alternative unit root test.

Keywords: Unit root test, Fourier approach, RALS approach, Metal commodity markets, Efficiency hypothesis.



ÖNSÖZ

Zaman serileri analizlerinde birim kök testleri geçmişten günümüze birçok farklı formda geliştirilerek kullanılmıştır. Geleneksel birim kök testlerine kıyasla, güncel birim kök testlerinin daha iyi sonuçlar verdiği bilinmektedir. Bu çalışmada da birim kök testleri üzerine daha önceden önerilmiş testlerden yola çıkarak yeni bir birim kök testi geliştirilmiştir.

Öncelikle doktora eğitim sürecimin başladığı günden bu yana üzerimde büyük emeği olan, tezimin tüm aşamalarında sabırla koşulsuz desteğini hissettiren, motivasyonu her şeye rağmen tezimi tamamlayabilmemi sağlayan değerli tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Aycan Hepsağ'a minnetle en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme komitesinde ve jürisinde bulunarak destek sağlayan Sayın Prof. Dr. Nilgün Çil'e, Sayın Prof. Dr. Nurcan Metin'e ve Sayın Prof. Dr. Burak Güriş'e katkılarından dolayı teşekkürlerimi arz ederim.

Hayatımın her anında eşsiz sevgi ve desteğiyle bana güç veren canım aileme; başta annem Sultan İspir'e ve babam Armağan İspir'e, ablam Evrim İspir'e, abilerim Evren İspir ve Deniz İspir'e teşekkürü bir borç bilirim.

Zamanımın büyük bir kısmını tezimi tamamlamak için harcarken, anlayışla hep yanımda olan yol arkadaşım Dr. Öğr. Üyesi Tuncel Öz'e çok teşekkür ederim. Ayrıca, yaşamın bana en güzel hediyesi olan canım oğlum Rüzgar Öz'e bu süreçte kimi zaman bir yetişkin kadar anlayışlı olması ve sonsuz sevgisi için çok teşekkür ederim.

Yakın zamanda kaybettiğim değerli arkadaşım ve aynı zamanda meslektaşım Dr. Öğr. Üyesi Barış Erkan Yazıcı'ye, tezimin her aşamasında göstermiş olduğu desteğe minnetle, akademik olarak adını yaşatabilmeyi yaşam boyu bir görev bilerek bu tezi ithaf ediyorum.

İSTANBUL, 2023

Derya Öz

İÇİNDEKİLER

ÖZ	ii
ABSTRACT	iiiv
ÖNSÖZ	vi
TABLolar LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xii
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ VE TEMEL KAVRAMLAR

1.1. ZAMAN SERİSİ BİLEŞENLERİ VE ÖZELLİKLERİ.....	3
1.2. ZAMAN SERİSİ SÜREÇLERİ VE DURAĞANLIK KAVRAMI	12
1.3. BİRİM KÖK KAVRAMI VE GELENEKSEL BİRİM KÖK TESTLERİ ...	23
1.3.1. Dickey–Fuller (DF) Birim Kök Testi ve Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) Birim Kök Testi (1979–1981).....	25
1.3.2. Phillips–Perron (PP) (1988) Birim Kök Testi.....	28
1.3.3. ADF– GLS Birim Kök Testi (1996)	29
1.3.4. KPSS Birim Kök Testi (1992)	30
1.3.5. Ng– Perron Birim Kök Testi	31
1.4. YAPISAL KIRILMALI BİRİM KÖK TESTLERİ.....	32

İKİNCİ BÖLÜM

FOURIER FONKSİYONLARINA VE KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI BİRİM KÖK TESTLERİ

2.1. FOURIER BİRİM KÖK TESTLERİ	36
2.1.1. Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier Durağanlık Testi.....	36
2.1.2. Christopoulos ve León-Ledesma (2010) Fourier–ADF Birim Kök Testi	41
2.1.3. Christopoulos ve León-Ledesma (2010) Fourier–KSS Birim Kök Testi.	44
2.1.4. Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier–Sollis Birim Kök Testi	46
2.1.5. Güriş (2019) Fourier–Kruse Birim Kök Testi	49
2.1.6. Enders ve Lee (2012) Esnek Fourier Birim Kök Testi	52
2.1.7. Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier Birim Kök Testi	64
2.2. KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI BİRİM KÖK TESTLERİ	67
2.2.1. Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS–ADF Birim Kök Testi	88
2.2.2. Meng, Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS–LM Birim Kök Testi	91
2.2.3. Meng, Lee ve Payne (2017) RALS–LM Birim Kök Testi	95

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI KESİRLİ FREKANSLI ESNEK FOURIER BİRİM KÖK TESTİ: YENİ BİR TEST ÖNERİSİ

3.1. KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI KESİRLİ FREKANSLI ESNEK FOURİER BİRİM KÖK TESTİ.....	98
3.2. KÜÇÜK ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ.....	108

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ETKİN PİYASALAR HİPOTEZİ ANALİZİ: YENİ KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI KESİRLİ FREKANSLI ESNEK FOURİER BİRİM KÖK TESTİ UYGULAMASI

4.1. VERİ SETİ VE YÖNTEM.....	119
4.2. ETKİNLİK HİPOTEZİ	120
4.3. AMPİRİK SONUÇLAR.....	129
SONUÇ	1342
KAYNAKÇA	1344
ÖZGEÇMİŞ.....	1434

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 2.1 : τ_{DF_t} 'nin kritik değerleri (Enders ve Lee, 2012).....	555
Tablo 2.2 : τ_{DF_c} test istatistiği için kritik değerler (Enders ve Lee, 2012).....	566
Tablo 2.3 : $\tau_{DF_t}(n)$ için kümülatif değerler kullanılarak elde edilen kritik değerler.....	577
Tablo 2.4 : $\tau_{DF_c}(n)$ için kümülatif değerler kullanılarak elde edilen kritik değerler	577
Tablo 2.5 : Bilinen frekanslarda testlerin sonlu örneklem performansı.....	588
Tablo 2.6 : $F(\hat{k})$ testi kullanıldığında τ_{DF_t} 'nin sonlu örneklem performansı	599
Tablo 2.7 : Kümülatif frekanslar kullanıldığında boyut ve güç analizi sonuçları.....	60
Tablo 2.8 : Normal dağılım dışında çeşitli dağılımların asimptotik varyans oranları	833
Tablo 2.9 : N. varyansın RALS tahmincisi, alternatif dağılımlar	855
Tablo 2.10 : %5 test boyutu, $H_0: \beta = 1$	866
Tablo 3.1 : τ_{RALS-c}^{fr} test istatistiğine ait kritik değerler	1044
Tablo 3.2 : τ_{RALS-t}^{fr} test istatistiğine ait kritik değerler	1066
Tablo 3.3 : τ_{RALS-c}^{fr} test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100)	11010
Tablo 3.4 : $\tau_{RALS-DF_t}^{fr}$ test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100).....	1122
Tablo 3.5 : $\tau_{RALS-DF_c}^{fr}$ test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (T=100).....	1155
Tablo 3.6 : τ_{RALS-t}^{fr} test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (T=100)	1177
Tablo 4.1 : Çalışmada Kullanılan Metal Emtia Piyasaları ve Gözlem Dönemleri	12020
Tablo 4.2 : Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması.....	1244
Tablo 4.3 : Emtia Piyasalarında Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması.....	1288
Tablo 4.4 : Omay (2015) Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi (FFFF–ADF)	13030
Tablo 4.5 : Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Fourier ADF Birim Kök Testi (RALS–FFFF–ADF)	1311

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1 : Beyaz gürültü süreci gösterimi.....	6
Şekil 1.2 : Olası trend gösterimleri (Mann, 1995).....	9
Şekil 1.3 : Mevsimsel dalgalanmaların gösterimi (Sincich, 1996).....	10
Şekil 1.4 : Konjonktürel dalgalanmaların gösterimi (Mann, 1995).....	11
Şekil 1.5 : Rassal yürüyüş süreci gösterimi.....	18

KISALTMALAR LİSTESİ

ACF	: Otokorelasyon fonksiyonu
ADF	: Arttırılmış Dickey–Fuller
ADF–GLS	: Arttırılmış Dickey–Fuller–Generalized Least Squares
AIC	: Akaike
AR	: Otoregresif
ARIMA	: Otoregresif entegre hareketli ortalama
ARMA	: Otoregresif hareketli ortalama
BIC	: Bayes Bilgi Kriteri
DF	: Dickey–Fuller
DGP	: Data–Generating Process–veri üretme süreci
EKK	: En Küçük Kareler
ESTAR	: Üstün düzgün geçişli otoregresif
FADF	: Fourier–ADF
FFF	: Esnek Fourier Formu
FFFF	: Kesirli frekanslı esnek Fourier
FKPSS	: Fourier–KPSS
FKSS	: Fourier–KSS
GMM	: Genelleştirilmiş Momentler Methodu
HQ	: Hannan–Quinn
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin
LM	: Lagrange çarpanı
MA	: Hareketli ortalama
PP	: Phillips–Perron
RALS	: Residual Augmented Least Squares–Kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler
SC	: Schwarz Kriteri
SSR	: Sum of Square–Kalıntı kareler toplamı

GİRİŞ

Zaman serileri analizlerinde literatürde çok sayıda birim kök testi bulunmaktadır. Finansal serilerde durağanlığın test edilmesi için geleneksel birim kök testlerinin yanı sıra daha gelişmiş birim kök testlerinin de önerilmesiyle, değişkenlerin birim köklü bir süreç izleyip izlemediğine ilişkin daha doğru bir şekilde karar verilmesi sağlanmaktadır.

Finansal serilerin dağılımları incelendiğinde, çoğunlukla normallik varsayımını sağlamadığı görülmektedir. Geleneksel birim kök testleri de kalıntıların normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Dolayısıyla normallik varsayımına dayalı birim kök testlerinde, normal dağılıma uygunluk göstermeyen serilerin kullanılması test sonuçlarının hatalı çıkmasına sebep olabilmektedir. Ampirik uygulamalarda kullanılan serilerde meydana gelebilecek yapısal kırılmaların da göz ardı edilmesi, normallik varsayımının sağlanmadığı durumlar gibi, test sonuçlarını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu tezde literatüre yeni bir birim kök testinin kazandırılması amaçlanmaktadır. Çalışmada önerilen bu yeni yöntem ile test regresyonlarına ait kalıntıların normal dağılmadığı ve aynı zamanda kullanılan serilerde yapısal kırılmanın göz ardı edilmediği, bir yeni birim kök testi geliştirilmiştir. Çalışma kapsamında önerilen Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testine ilişkin simülasyon uygulamalarıyla kritik değerler elde edilerek, testin küçük örneklem özellikleri incelenmiştir. Ayrıca ampirik uygulamayla da alternatif olarak ele alınan test kıyaslanmış ve alternatif teste göre daha güçlü bir birim kök testi olduğu gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada dört bölüm bulunmaktadır. Birinci bölümde, zaman serileri ile ilgili temel kavramlara yer verilmiştir. Ayrıca geleneksel birim kök testleri ele alınmıştır ve yapısal kırılma kavramı açıklanmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde, Fourier yaklaşımına dayanan birim kök testleri ile RALS yaklaşımına dayanan birim kök testleri detaylı olarak anlatılmıştır. Bununla

birlikte ilgili birim kök testlerinin geleneksel birim kök testlerine göre daha gelişmiş testler olduğu ifade edilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde, önerilen Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi için yeni bir test istatistiği de geliştirilmiştir. Ayrıca yeni önerilen testin uygulama aşamasında kullanılacak, sabitli ve sabitli ile trendli durum için yardımcı regresyon denklemleri elde edilmiştir. Yapılacak testler için hipotezlere de yer verilmiştir. İlgili test istatistiklerine ait kritik değerler hesaplanmıştır. Sabitli ve sabitli ile trendli durum için elde edilen test istatistiğine ilişkin boyut (size) ve güç (power) analizleri de farklı dağılımlar altında incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre; önerilen yeni testin, alternatif teste göre daha güçlü olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte yeni önerilen testte boyut çarpıklığı (size distortion)nın bulunmadığı ifade edilmiştir. Tüm sonuçlar doğrultusunda, bu çalışmada önerilen yeni birim kök testinin ampirik analizlerde uygulanmasında bir sorun bulunmadığı görülmüştür.

Çalışmanın dördüncü ve son bölümünde ise, önerilen yeni birim kök testine ait test istatistiğinin ampirik olarak incelenmesi amacıyla, metal emtia piyasalarında etkinlik hipotezi konusunun uygulamasına yer verilmiştir. Öncelikle analizde kullanılacak yöntemler açıklanmıştır. Daha sonra etkinlik hipotezi kavramıyla ilgili literatür taramasına yer verilmiştir. Uygulama aşamasında ise metal emtia piyasalarında etkinlik hipotezinin geçerliliği, hem tezin üçüncü bölümünde geliştirilen yeni birim kök testi ile hem de alternatif birim kök testi ile incelenmiştir. Yapılan ampirik analizler sonucunda, yeni birim kök testinin alternatif test olarak belirlenen Kesirli Frekanslı Esnek Fourier birim kök testi ile kıyaslandığında; ampirik olarak daha güçlü bir birim kök testi olduğu görülmüştür.

BİRİNCİ BÖLÜM

ZAMAN SERİSİ VE TEMEL KAVRAMLAR

1.1. ZAMAN SERİSİ BİLEŞENLERİ VE ÖZELLİKLERİ

Zamana göre ardışık olarak toplanmış gözlemlerden elde edilen veriler yaygın olarak birçok alanda kullanılmaktadır. Zaman serisi analizinin temelde iki amacı vardır: bunlardan birincisi gözlenen serinin stokastik sürecini modellemek, bir diğeri ise gelecek tahmini yapmaktır (Cryer and Chan, 2008).

Zaman serisi verileri genellikle günlük, haftalık, aylık, üç aylık (çeyrek yıllık), altı aylık, yıllık ve daha uzun dönemli aralıklarla düzenlenmektedir. Ekonomik verilerin çoğunluğu bu şekilde eşit aralıklı zaman dilimlerinde ölçülmektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

Zaman serilerinin analizi aşamasında temel olarak bir takım özelliklerin bilinmesi gerekmektedir. Bunlar arasında; gecikme ve fark alma işlemcisi, zaman serisi bileşenleri, beyaz gürültü süreci ve zaman serisi süreçleri sayılabilir.

Gecikme ve fark işlemcisi, ekonometrik zaman serileri için sıklıkla kullanılan araçlardır. Zaman serileri verilerinin dönem kaydırılması ile zaman serilerinin gecikmeli serileri elde edilmektedir. Bu ifade notasyon yardımı ile aşağıdaki gibi açıklanmaktadır:

Y_t : Herhangi bir zaman serisi verisi olsun.

Y_{t-1} : Y_t serisinin bir dönem gecikmeli serisi, yani verilerin bir dönem kaydırılması ile elde edilen seri olacaktır.

Benzer şekilde Y_{t-2} serisi de Y_t serisinin iki dönem gecikmeli serisidir, yani verilerin iki dönem kaydırılması ile oluşmaktadır. Genellemek gerekirse Y_t serisinin k dönem gecikmeli serisi Y_{t-k} olarak tanımlanmaktadır.

Gecikme işlemcisi zaman serileri verilerinin trend ve mevsimsellik bileşenleri üzerinde herhangi bir etkiye neden olmamaktadır. Dolayısıyla düzey değerleri için seri trend ve mevsimsellik özelliklerini gösteriyorsa, aynı serinin gecikmeli verileri için de bu özellikler geçerli olacaktır. Ancak burada k gecikme döneminin çok uzun tutulmadığı varsayımı dikkate alınmaktadır. k gecikme dönem sayısı maksimum, gözlem sayısından iki eksik olarak belirlenebilmektedir. Aksi takdirde oluşturulacak gecikmeli seride yalnızca bir gözlem değeri kalacaktır, dolayısıyla seri özelliği kalmamakla birlikte bir sabit değere dönüşecektir (Kadılar, 2005). Literatürde gecikme işlemcisi “L” sembolü ile gösterilmektedir. Bir zaman serisi verisinin bir dönem gecikmeli serisi oluşturulduğunda; $LY_t \equiv Y_{t-1}$ şeklinde yazılabilmektedir. Gecikme işlemcisi bir seriye iki defa uygulanırsa; $L(LY_t) = L(Y_{t-1}) = Y_{t-2}$ şeklinde olacaktır. Buarada gecikme işlemcisi iki defa uygulandığında L^2 olarak da gösterilebilmektedir. Yani $L^2 Y_t \equiv Y_{t-2}$ olacaktır. Özetle, Y_t serisinin herhangi bir k dönem gecikmeli serisini elde etmek için, $L^k Y_t \equiv Y_{t-k}$ eşitliği kullanılabilmektedir. (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

Fark işlemcisi ise, zaman serilerinde ardışık olarak verinin son değerlerinden belli bir dönem öncesi değerlerinin çıkarılması işlemini gerçekleştirmektedir. Fark alma işlemcisi, zaman serileri verilerindeki değişimin yönünün ve büyüklüğünün tespit edilmesini sağlamaktadır. Bununla birlikte fark alma işlemi ile serideki mevsimsellik ve trend bileşenlerini ortadan kaldırmak mümkün olmaktadır. Fark alma işlemcisi “ Δ ” sembolü ile gösterilmektedir. Bir zaman serileri verisinin birinci dereceden farkı oluşturulmak istenirse; $\Delta Y_t \equiv Y_t - Y_{t-1}$ şeklinde yazılmaktadır. Fark işlemcisi bir seriye iki defa uygulanırsa; $\Delta^2 Y_t = \Delta(\Delta Y_t) = \Delta(Y_t - Y_{t-1}) = \Delta Y_t - \Delta Y_{t-1}$ şeklinde serinin ikinci dereceden farkları elde edilmektedir. Uygulamalarda üçüncü farkın alınmasına ihtiyaç duyulmamaktadır. Mevsimsellik özelliği taşıyan periyodik serilerde mevsimsel fark alma işlemi kullanılmaktadır. Bu amaçla, seride yer alan son verilerden mevcut periyot kadar önceki veriler çıkartılarak uygulanmaktadır. (Kadılar, 2005).

Bir durağan stokastik süreç, bir bağımsız dizi ve özdeş dağılan $Y_1, \dots, Y_t, \dots$ şeklindeki sıfır (0) ortalama ve σ^2 sabit varyansa sahip rassal değişkenleri

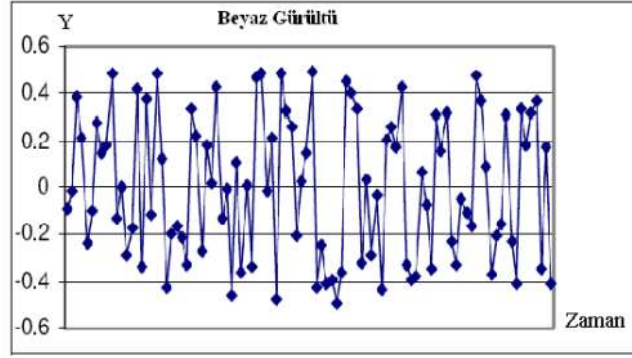
içermektedir. Durağan olan bu süreç bir beyaz gürültü süreci olarak tanımlanmaktadır. Burada bağımsızlıktan kasıt, Y_t rassal değişkenlerinin ilişkisiz olduğunu ifade etmek içindir ve otokovaryans fonksiyonu özetle aşağıdaki gibidir: (Box and etc., 2016).

$$\gamma_k = E [\varepsilon_t \varepsilon_{t+k}] = \begin{cases} \sigma^2, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

Dolayısıyla beyaz gürültü sürecinin rassal değişkenleri sabit bir ortalama ve sabit bir varyansa sahip olmaktadır. Sıfır (0) ortalamalı ve sabit varyanslı bağımsız yani korelasyonsuz özdeş dağılan rassal değişkenler dizisi, $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$ $t = 1, 2, \dots, T$ şeklinde tanımlanmaktadır ve serinin durağan olduğu kabul edilmektedir. Görüldüğü üzere serinin ortalaması ve otokovaryans fonksiyonu zamana bağlı değildir. Bu sebeple beyaz gürültü süreci kovaryans durağan veya ikinci–derece durağan olarak ifade edilebilir ve beyaz gürültü süreci bir belleğe sahip değildir. (Sevüktekin ve Çınar, 2017). Bütün bu bilgilere dayanarak, eğer bir seri beyaz gürültü serisi ise aşağıdaki özellikleri taşımaktadır.

- $E(Y_t) = \mu$
- $\text{Var}(Y_t) = \sigma^2$
- $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k}) = 0$

Bu koşulların durağanlık koşullarından tek farkı kovaryans teriminin sıfıra eşit olmasıdır. Bu nedenle beyaz gürültü serisi durağan bir seriden daha farklı özellikleri göstermektedir (Kadırlar ve Ö. Çekim, 2020). Aşağıda Şekil 1.1’de beyaz gürültü sürecine ilişkin grafik yer almaktadır (Erdoğan, 2006):



Şekil 1.1 : Beyaz gürültü süreci gösterimi

Bir zaman serisi verisi incelendiğinde gözlem değerleri bazı dalgalanmaların etkisi altında kalmaktadır. Bu etkiler zaman serilerinin bileşenleri olarak aşağıdaki sırayla;

- Düzensiz Hareketler (Rassal Hareketler) (D)
- Trend (T)
- Mevsimsellik (Mevsimsel Dalgalanmalar) (M)
- Konjonktürel Dalgalanmalar (K)

şeklinde tanımlanmaktadır. Zaman serisi verileri ile analiz yapılmadan önce yukarıdaki bileşenlerin her birinin etkisi ayrı ayrı incelenmelidir. Bu bileşenler gözlem değerleri üzerinde aynı veya farklı yön ve şiddette etki gösterebilirler (Kıran, 2014).

Zaman serisi bileşenlerinden olan düzensiz hareketler, zaman serisi verilerinde dalgalanmalara neden olan faktörlerden biri olarak ifade edilmektedir. Literatürde random walk (rassal yürüyüş) olarak da ifade edilmektedir. Belirli olmayan, önceden öngörülemeyen ve hata terimi ile tanımlanabilecek bir zaman serisi bileşenidir.

Bir diğer zaman serisi bileşeni olarak tanımlanan trend, zaman serisi verilerinde uzun dönem eğilim bileşeni olarak da bilinmektedir. Zaman serilerindeki düşme ve yükselme durumlarından sonra ortaya çıkan kararlı sonuç olarak tanımlanmaktadır. Zaman serileri uzun dönem bakımından kararlı alçalma veya

yükselme eğiliminde olmaktadır. Ekonomik değişkenlere ilişkin verilerde de bu durum gözlenmektedir (Şenesen, 2000).

Zaman serilerinde stokastik trend ve deterministik trend olmak üzere iki farklı trend etkisine rastlanmaktadır. İktisadi değişkenlerin çoğunda bulunan trend etkisinin kendilerinin de bu dalgalanmaların dışında olmadıkları tespit edilmiştir. Dolayısıyla değişkenler üzerindeki etkisi sadece birkaç dönem olan geçici şoklarla birlikte, etkisi uzun süren kalıcı şoklar da varolmaktadır. Kalıcı şokların etkisinde olan trend, serinin belli bir değere doğru yaklaşmasına engel olmaktadır. Durağanlık kavramı da serilerin zaman içinde belli bir değere yaklaşması olarak ifade edildiğinden, kalıcı şoklarla ortaya çıkan trend, durağan olmayan bir özellik taşımaktadır ve şokların öngörülemeyen tesadüfi özelliğinden dolayı da bu trende stokastik trend adı verilmektedir (Tarı, 2005).

Birinci mertebeden;

$$Y_t = \alpha + \beta t + \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \alpha = 0 \quad (1.2)$$

süreci ele alındığında hata terimi ε_t ' nin ortalaması sıfır(0), varyansı sabit (beyaz gürültü) özelliklerini taşımaktadır. Ayrıca burada t değişkeni, zamana bağlı olarak trendi ifade etmektedir. Stokastik ve deterministik trendi açıklamak üzere:

İlk olarak (1.2) denkleminde $\beta = 0$ ve $\phi = 1$ ise;

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \alpha + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \alpha + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

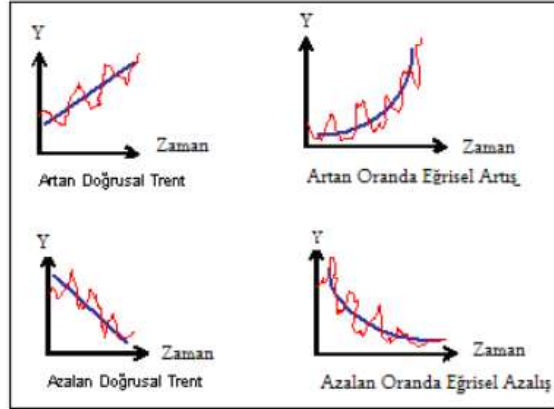
olacaktır. Burada Y_t , α 'nın işaretine bağlı olarak aşağı veya yukarı yönde bir eğilim göstermektedir. Bu tür trende stokastik trend denilmektedir.

İkinci olarak da (1.2) denkleminde $\beta \neq 0$ ve $\phi = 0$ ise;

$$Y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (1.4)$$

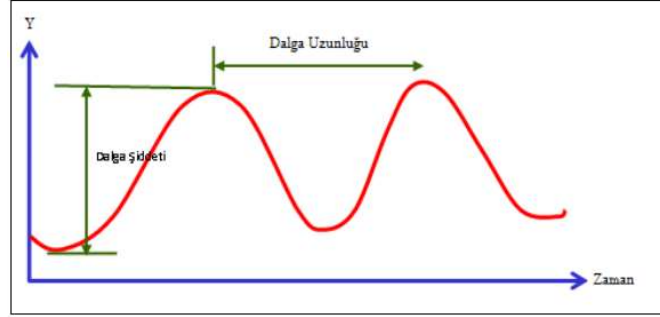
denklemini elde edilecektir. Burada t bir zaman değişkenini ifade etmektedir. Y_t ise β 'nin işaretine bağlı olarak aşağı veya yukarı yönde bir eğilim göstermektedir. Buradaki trende ise deterministik trend adı verilmektedir. Ayrıca (1.2) denkleminde eğer $\beta \neq 0$ ve $\phi = 1$ ise hem stokastik hem de deterministik süreç söz konusudur.

Deterministik trend etrafındaki dalgalanmalara “trend durağan süreç” ve stokastik süreç etrafındaki dalgalanmalara ise “fark durağan süreç” denilmektedir (Thomas, 1997). Bir zaman serisinde trend yön ve şiddeti açısından farklı şekillerde ortaya çıkmaktadır. Örneğin trend eğrisel ya da doğrusal, artan ya da azalan olarak gözlemlenebilmektedir. Şekil 1.2’de karşılaşılabilecek doğrusal ve eğrisel trend gösterimleri verilmiştir (Oğhan, 2010):



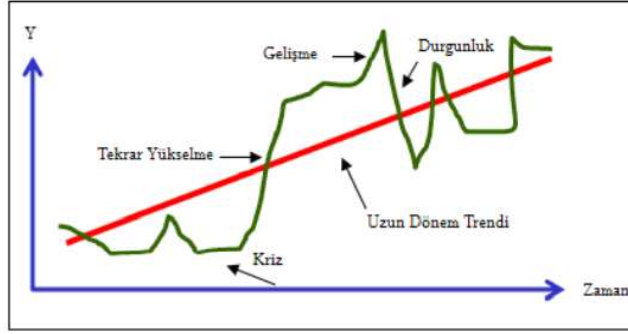
Şekil 1.2 : Olası trend gösterimleri (Mann, 1995)

Düzensiz hareketler ve trend bileşeninden sonra zaman serisi bileşeni olarak tanımlanan mevsimsellik bileşeni ise, zaman serilerinde mevsimlere göre değişim olarak tanımlanmaktadır. Mevsimsel bileşenin zaman serileri üzerindeki etkisi döngüsel ve periyodiktir. Örneğin, turizm verileri incelenecek olsa, tatil dönemlerindeki turist sayısının artması, zaman değişkeni üzerinde sistematik bir etkiye sebep olacaktır. Önemli boyutta mevsimsel dalgalanmalar gözlenen bu serilerde düzeltme işlemi (seasonal adjustment) yapılmaktadır. Ancak mevsimsel bileşen içeren seriler herhangi bir düzeltme yapılmadan analize dahil edilecekse, mevsimsel kukla (seasonal dummy) değişkenler kullanılmalıdır. Bir zaman serisinde mevsimsellik incelenecekse, ele alınan serinin yıllık seri olmaması gerekmektedir. Mevsimsel bileşenin tam anlamıyla gözlemlenebilmesi için günlük, aylık, çeyrek yıllık şeklinde düzenlenmiş zaman serisi verileri ile çalışılmalıdır (Şenesen, 2000). Ard arda gelişen iki mevsimsel dalgalanmanın maksimum noktaları arasındaki zaman aralığı dalga uzunluğu olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca bir mevsimsel dalgalanmanın maksimum ve minimum noktası arasındaki farka ise dalga şiddeti denilmektedir. Şekil 1.3'te mevsimsel dalgalanmaların gösterimi bulunmaktadır (Oğhan, 2010):



Şekil 1.3 : Mevsimsel dalgalanmaların gösterimi (Sincich, 1996)

Zaman serisi bileşenlerinden son olarak konjonktürel dalgalanmalar, ekonomi verilerinde mevsimsel dalgalanmalar dışında kalan dönemsel değişimlerdir. Konjonktürel dalgalanmaların etkisi mevsimsellik etkisi gibi periyodik değildir (Şahbaz, 2007). Ekonomik verilerde genellikle sabit bir oranda artış ya da azalış görülmemektedir. Konjonktürel dalgalanmalar, trend bileşeni etrafında iki veya on yıl ya da daha fazla yıl zaman aralıkları ile yani uzun vadede herhangi bir dönemde artma ya da azalma şeklinde tekrarlanabilen değişimlerdir. Konjonktürel dalgalanmaların trend etrafındaki dalgalanmaları S şeklindedir. Örnek olarak; ekonomideki refah, durgunluk, gerileme ve tekrardan refah dönemleri gösterilebilmektedir. Bu değişimler mevsimsel dalgalanmalarla benzerlik gösterse de periyodik olarak düzenli bir sistemde gerçekleşmediği dolayısıyla periyotlar arasındaki sürenin düzensiz olması ve süresinin belirsizliği bakımından farklılık göstermektedir. Şekil 1.4'te konjonktürel dalgalanmalara ilişkin bir gösterim bulunmaktadır (Köksal, 1985):



Şekil 1.4 : Konjonktürel dalgalanmaların gösterimi (Mann, 1995)

Otokorelasyonlu zaman serisi bileşenleri de diğer bileşenler gibi zaman serilerinde gözlemlenmektedir. Korelasyon ve otokorelasyon kavramlarından yola çıkarak; iki değişken arasındaki ilişkiyi ölçmek için kullanılan ölçü korelasyon olarak adlandırılmakta iken otokorelasyon, bir serinin herhangi bir döneme ilişkin değeri ile bir önceki ya da bir sonraki dönem değeri arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. Bir seride otokorelasyonun varlığı, o serinin gözlem değerleri arasında korelasyon olduğunu göstermektedir. Genellikle otokorelasyonlar serinin hareketinden (momentumundan) ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle eğer bir seri otokorelasyonlu ise, trend ve mevsimsellik nedeni ile diğer sistematik etkiler de göz önünde bulundurulmalıdır. Trend ve mevsimsel bileşenin etkilerinin olmadığı serilerde yüksek pozitif otokorelasyon varsa seriler rassal yürüyüş serilerine benzer yapıda olabilmektedir. Ekonomik verilerde genellikle pozitif otokorelasyon görülmektedir. Negatif otokorelasyonlu seriler ise daha çok rassal olmayan süreçlerin sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır. Negatif otokorelasyonlu seriler çok düşük ve çok yüksek gözlem değerlerinin birbirini izlediği serilerdir. Çoğunlukla otokorelasyonlu seriler bir rassal yürüyüş özelliği göstermemektedir. Ancak bazen, trend ve mevsimsel bileşeni olan, ayrıca çok az rassal değişme içeren serilerde de yüksek görülmektedir. (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

Otokorelasyonlu zaman serileri dışında bir diğer bileşen ise aykırı (outlier) değer olarak tanımlanmaktadır. Bir veri setinde aykırı (outlier) değer olarak adlandırılan aşırı uç değerlerin varlığı da dikkate alınması gereken bir diğer önemli

unsurdur (Ovla ve Taşdelen, 2012). Zaman serilerinde de bazı durumlarda gelişen anlık ve genellikle tekrarlanmayan aykırı değerli gözlemler ile karşılaşılabilir. Aykırı değerler genellikle seride yer alan gözlem değerlerinden ortalama olarak ya çok küçük ya da çok büyük değerler almaktadır. Bu nedenle aykırı değerler geçmiş ya da gelecek ile ilgili herhangi bir kalıbı temsil etmemektedirler. Aykırı değerler çoğunlukla; doğal afetler, savaşlar, grevler, arzın kesilmesi, fabrikaların kapanması gibi olağan dışı olayların sebep olduğu ve tekrarlanmayan gözlem değerleridir. Zaman serilerinde tespit edilen aykırı değerlerin düzeltilmesi, özellikle ön raporlama aşamasında bir takım sorunlara sebebiyet vereceğinden, önemli bir işlemdir (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

1.2. ZAMAN SERİSİ SÜREÇLERİ VE DURAĞANLIK KAVRAMI

Zaman serilerinde geleneksel ayrışım yöntemi ile serideki trend, mevsimsellik, konjonktür etkiler ve düzensiz hareketlerin ayrıştırılması söz konusudur. Ancak bu analiz yaklaşımı etkili ve modern bir yaklaşım olmamaktadır.

Herhangi bir zaman serisi için kurulacak modelin, serinin gelecekteki tahmini değerlerini ön raporlayabilecek bir model olması beklenmektedir. Zaman serisi modelleri ekonometrik modeller gibi düşünülmemelidir. Çünkü bir zaman serisi modelinin, Y_t gibi bir zaman serisi değişkeninin, $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt}$ gibi diğer değişkenler arasında bulunan davranışsal $Y_t = f(X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{nt})$ ilişkisini elde etme amacı bulunmamaktadır. Bundan farklı olarak zaman serileri modellerinde daha çok Y_t gibi değişkenlerdeki hareketlerin, değişkenin kendi geçmiş değerlerindeki gelişmelerle ifade edilmesi çalışılmaktadır.

Zaman serisi verilerinin analizi yapılırken geleneksel yaklaşımla ilk olarak serinin zaman yolu grafiği elde edilmektedir. Daha sonra grafik ile seride trend, konjonktürel dalgalanmalar, mevsimsellik gibi zaman serisi bileşenlerinin varlığı incelenmektedir. Bir diğer zaman serisi bileşeni olan düzensiz hareketlerin de giderilmesi işlemiyle seri temiz bir dizi şekline dönüştürülmektedir.

Bir zaman serisinin bileşenlerine ayrıştırılması için iki farklı modelleme kullanılmaktadır. Bunlar; çarpımsal ve toplamsal modellerdir. Herhangi bir zaman serisinin bileşenleri fonksiyonel olarak aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

Zaman Serisi= f (Trend, Konjonktürel Dalgalanmalar, Mevsimsel Dalgalanmalar, Düzensiz Hareketler)

veya

$$Y_t = f(T_t, C_t, S_t, I_t) \quad (1.5)$$

Bu fonksiyonda I_t düzensiz hareketler yerine stokastik bir değişken olan ε_t yazılırsa:

$$\text{Zaman Serisi} = \text{İzlenen seyir} + \text{hata} \quad (1.6)$$

veya

$$Y_t = f(T_t, C_t, S_t, \varepsilon_t) \quad (1.7)$$

şeklinde olacaktır.

Y_t gibi bir zaman serisinde tüm zaman serisi bileşenlerini içerdiğini varsayan toplamsal model aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t \quad (1.8)$$

Burada;

Y_t : t dönemindeki serinin gözlem değerlerini,

T_t : trendi,

C_t : konjonktürel dalgalanmaları,

S_t : mevsimsel dalgalanmaları,

I_t : düzensiz hareketleri göstermektedir.

Diğer bir modelleme yöntemi olan çarpımsal model ise aşağıdaki gibidir.

$$Y_t = T_t C_t S_t I_t \quad (1.9)$$

Bir zaman serisinin bileşenlerine ayrıştırılması dışında diğer önemli faktörlerin de analiz aşamasında ele alınması gerekmektedir. Mesela zaman serisi verileri kullanılarak yapılan ampirik çalışmalarda serinin durağan olduğu varsayılmaktadır. Ancak ekonomide zaman serisi verilerinin büyük bir kısmı verilerin birbiri ile bağımlı ve korelasyonlu olduğu gözlenmektedir. Dolayısıyla durağanlık varsayımı sağlanmamaktadır. Bu nedenle durağan–dışı yani durağan olmayan serilerin durağanlaştırılması için birçok yöntem geliştirilmiştir. Çünkü durağanlık varsayımının sağlanmaması bir takım önemli sorunlara sebep olmaktadır. Örneğin, durağanlık varsayımının sağlanmadığı iki veya daha çok seri ile elde edilecek bir regresyon modelinin R^2 değeri oldukça yüksek çıkacaktır. Gerçekte bu iki veya daha fazla değişken arasında bir ilişki bulunmazken, elde edilen regresyon modeli durağan–dışı seriler ile oluşturulduğu için ortaya bir sahte regresyon problemi çıkmaktadır. R^2 değerinin yüksek çıkması seriler arasında doğrusal bir ilişki olmasından değil, tüm serilerin güçlü bir trende sahip olmasından kaynaklanmaktadır.

Geleneksel zaman serileri analizlerinden bir diğer yaklaşım ise Box–Jenkins tarafından geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda, istatistiksel zaman serilerinin geleceğe ilişkin tahmin değerlerini önraporlamak amacıyla bir takım stokastik zaman serisi modelleri önerilmiştir. Stokastik zaman serisi modelleri, stokastik süreçler, pür rassal süreç ve otokorelasyon fonksiyonlarını içermektedir (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

Gözlenen değerleri, belirli bir zaman aralığıyla ilişkili olarak ard arda gelen sayısal değerlerden oluşan, zaman serileri ile ilgili stokastik süreçler elde edilmektedir. Bu süreçler durağan ve durağan–dışı olarak iki farklı kategoride tanımlanmaktadır. Bir zaman serisi veri seti kullanılarak serinin tahmin edilmesi bir stokastik (tahmini) süreç ile mümkündür. Ele alınan zaman serisindeki $y_1, y_2, \dots, y_t$ değerleri zamana bağlı ve rassal olarak bir olasılık dağılımından türetilirler. Bu süreci modelleyerek kullanılan zaman serisi veri setinin gelecekteki davranışıyla ilgili olasılıkların elde edilmesi sağlanmaktadır (Kutlar, 2017).

Bir zaman serisinin ortalamasında sistematik olarak bir değişim gözlenmiyorsa yani trendi yoksa, bununla birlikte varyansında da sistematik bir değişim yoksa ve düzenli bir şekilde periyodik değişimler bulunmuyorsa bu seri durağan zaman serisi olarak tanımlanmaktadır. Durağan olan bir süreçte zaman boyunca stokastik sürecin özelliklerinde bir değişiklik gözlenmemektedir. Bu durumda durağan süreçlerde iki dönem arası için elde edilen kovaryans, bu kovaryansın hesaplandığı döneme bağlı değildir, sadece iki dönem arasındaki uzaklığa bağlıdır.

Zaman serisi modellerini elde edebilmek için belirli bir stokastik sürecin zamana dayalı olarak değişiklik gösterip göstermediğinin tespit edilmesi gerekmektedir. Eğer stokastik sürecin özellikleri zaman içinde değişiklik gösteriyorsa, yani süreç durağan–dışı ise kullanılan zaman serisi verisinin geçmiş dönem ve gelecek dönemdeki zaman aralıklarını matematiksel olarak modellemek genellikle zordur (Sevüktekin ve Çınar, 2017). Ancak stokastik süreç zaman boyunca sabit ise, yani süreç durağan ise; geçmiş dönem değerlerini kullanarak tahmin edilebilecek sabit katsayılı bir denklem ile süreç modelinin elde edilmesi mümkündür. Buradaki yaklaşım tek denklemlili bir regresyon modeline benzetilebilir. Ancak regresyon modelinde iki değişken arasındaki ilişkinin zaman içinde değişikliğe uğramadığı yani sabit olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle eğer değişkenler arasındaki ilişki zaman içinde değişiklik gösteriyorsa regresyon modeli ile yapılacak analizler geçersiz olacaktır. Gerçek hayattaki zaman serilerinin birçoğu durağan değildir ve serinin ortalaması zaman içinde değişiklik göstermektedir. Ayrıca seride çoğunlukla artan ya da azalan trend özelliği bulunmaktadır. Bazen de seride meydana gelen büyük dalgalanmalar da serinin durağan–dışı olmasına neden olmaktadır. Bu durumlar göz

önüne alınarak eğer ele alınan zaman serisi durağan değilse yani durağan–dışı ise, otokorelasyonlar büyük oranda sıfırdan sapma gösterir veya gecikmeler arttıkça sıfırdan uzaklaşır veya meydana sahte bir örnek (pattern) çıkmasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla bir zaman serisi verisi için uygun bir model oluşturmada serilerin durağanlık koşulu önem arz etmektedir (Kutlar, 2017).

Durağanlık kavramı özellikle iktisadi analizlerde önemlidir. Çünkü durağan olmayan yani durağan–dışı seriler ile yapılan analizlerde geleneksel t ve F testleri ile R^2 değeri sapmalı sonuçlar elde etmemize sebep olabilmektedir.

Bir stokastik sürecin durağanlık koşulları aşağıdaki gibidir:

- Ortalama: $E(Y_t) = \mu$
- Varyans: $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$
- Kovaryans: $\gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$

Burada γ_k , aralarında k dönem kadar fark bulunan iki Y değeri (Y_t, Y_{t+k}) arasındaki kovaryansa eşittir. Eğer $k=0$ ise, bu değer Y_t ’nin varyansına eşit olur.

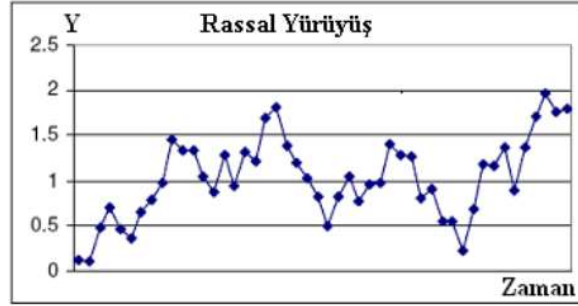
Eğer bir zaman serisi durağan ise, ortalaması, varyansı ve farklı gecikmelerdeki kovaryansı (ardışık ortak varyansı), ne zaman ölçülürse ölçülsün aynı olacaktır; yani bu ölçüler zaman–değişmezdir. Zaman–değişmez seriler kendi ortalamasına dönme eğilimindedir ve bu ortalama etrafındaki dalgalanmalar (varyanslarıyla ölçülür) neredeyse sabit bir yüksekliğe sahip olacaktır. Diğer bir ifadeyle durağan süreçler sonlu varyans nedeniyle ortalamasından fazla uzaklaşmazlar. Ek olarak durağan bir sürecin ortalamasına dönüş hızı, sürecin ardışık ortak varyanslarına bağlı olmaktadır. Bu değerler küçük ise ortalama dönüş hızı, büyükse yavaş olacaktır (Şenesen ve G. Şenesen, 2012).

Zaman serileri ele alınarak yapılan analizlerde durağan stokastik süreçler istatistiksel olarak bir denge olarak bilinmektedir. Bunun nedeni gözlem değerlerinin sabit bir ortalama etrafında değişim göstermesidir. Zaman serilerinin modellenmesinde AR (otoregresif), MA(hareketli ortalama) ve ARMA(otoregresif hareketli ortalama) durağan stokastik süreçlerinden yararlanılmaktadır. Ancak bir çok

iktisadi seri durağan olmadığı için serinin uygun mertebeden farkları alınarak seri durağan hale getirildikten sonra ARIMA (otoregresif entegre hareketli ortalama) süreci kullanılmaktadır (Göktaş, 2005).

Durağan–dışı stokastik sürece uygunluk gösteren serilerde veri setinin tamamı zaman içinde aynı gelişmeleri göstermediği için, seriyi modellemek bakımından durağanlığın sağlanması gerekmektedir. Genellikle zaman serilerini durağan hale getirebilmek amacıyla fark alma işlemi kullanılmaktadır. Bununla birlikte bazı iktisadi değişkenlerde logaritmik değerler üzerinde doğrusallık söz konusu olduğundan, serilerde durağanlığın sağlanması için logaritma işleminden de yararlanılmaktadır. Ayrıca logaritması alınmış serilerde de fark alma işlemi uygulanarak durağanlık koşulu sağlanmaktadır. Özetle, serileri durağanlaştırmak için birinci veya ikinci mertebeden fark alma ile logaritmik dönüşüm yöntemleri kullanılabilir (Göktaş, 2005). Durağan–dışı zaman serilerini de modellemek için Pür Rassal Yürüyüş Süreci, Kayan Rassal Yürüyüş Süreci, Zaman Trendleri ve Box–Jenkins Yaklaşımı ele alınmaktadır. Ayrıca durağan–dışı doğrusal stokastik bir süreç olarak ifade edilen Otopregresif Entegre Hareketli Ortalama Süreci şeklinde tanımlanan ARIMA(p,d,q) modeli de kullanılabilir.

Durağan olmayan zaman serilerinin en klasik örneği olarak karşımıza çıkan Rassal Yürüyüş Süreci iki farklı biçimde tanımlanmaktadır. Bunlar; Pür (yani sabit terimsiz) ve Kayan (yani sabit terimli) Rassal Yürüyüş Süreci olarak adlandırılmaktadır. Hisse senedi fiyatı, döviz kuru gibi varlık fiyatlarına ilişkin verilerin bir rassal yürüyüş süreci ile modellenebileceği sıkça ileri sürülmektedir. Şekil 1.5’te rassal yürüyüş sürecinin grafiksel gösterimi bulunmaktadır:



Şekil 1.5 : Rassal yürüyüş süreci gösterimi

Pür Rassal Yürüyüş Sürecini açıklamak amacıyla, ε_t 'nin sıfır(0) ortalama ve σ^2 varyansa sahip bir beyaz gürültü hata terimi olduğu varsayımı altında, aşağıdaki (1.10) denkleminde yer alan Y_t rassal bir yürüyüş olarak tanımlanırsa,

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2) \quad (1.10)$$

denklemini elde edilmektedir. (1.10) denkleminde göre Y_t 'nin t döneminde alacağı değer, (t-1) dönemindeki değeri ile rassal bir etkiyi ifade eden ε_t 'nin değerine bağlıdır. Bu denklem farklı t değerleri için düzenlendiğinde:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= Y_0 + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= Y_1 + \varepsilon_2 = Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ Y_3 &= Y_2 + \varepsilon_3 = Y_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

şeklinde olacaktır. Tüm bunlar genellenirse, süreç sıfır(0) döneminde iken Y_0 değeri ile başladığında;

$$Y_t = Y_0 + \sum \varepsilon_t \quad (1.12)$$

denklemleri elde edilmektedir.

Buradan Y_t 'nin ortalaması ve varyansı;

$$E(Y_t) = E(Y_0 + \sum \varepsilon_t) = Y_0 \quad (1.13)$$

ve

$$\text{var}(Y_t) = t\sigma^2 \quad (1.14)$$

şeklinde. (1.13) denkleminde Y_t 'nin ortalaması kendi başlangıç değeri olan Y_0 'a eşittir, yani sabittir. Ancak (1.14) denkleminde Y_t 'nin varyansının zamana göre değiştiği, t değeri arttığında varyansın sınırsız olarak arttığı görülmektedir, yani varyans sabit değildir. Bu durum da durağanlık koşulunun sağlanmamasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla Pür Rassal Yürüyüş Süreci, durağan-dışı bir olasılıklı süreç olmaktadır. Uygulamalarda genellikle Y_0 başlangıç değeri sıfır(0) olarak alınmaktadır, bu durumda $E(Y_t)=0$ olmaktadır.

Rassal yürüyüş sürecinin belleği sonsuzdur. Bunun nedeni, (1.12) denklemi ile açıklanabilmektedir. Bu denklemde Y_t 'nin başlangıç değeri Y_0 ile rassal etkilerin toplamına eşit olduğu görülmektedir. Dolayısıyla belli bir şokun etkisi sönüp gitmemektedir. Yani rassal yürüyüş bir etkiyi sonsuza kadar hatırlamaktadır. Buradaki $\sum \varepsilon_t$ toplamı da olasılıklı eğilim olarak adlandırılmaktadır.

Kayan Rassal Yürüyüş Süreci ise (1.10) denklemine sürüklenme katsayısı olarak tanımlanan δ katsayısının eklenmesi ile aşağıdaki (1.15) denklemi gibi tanımlanmaktadır.

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.15)$$

Yukarıdaki denklemde δ katsayısının işaretine göre Y_t aşağıya veya yukarıya doğru sürüklenmektedir.

Kayan Rassal Yürüyüş Sürecinin ortalama ve varyansı,

$$E(Y_t) = Y_0 + t \cdot \Delta \quad (1.16)$$

ve

$$\text{var}(Y_t) = t\sigma^2 \quad (1.17)$$

olarak tanımlanmaktadır. (1.16) ve (1.17) denklemlerinden görüldüğü üzere, hem ortalamanın hem de varyansın zamana dayalı olarak artması yani sabit kalmaması sebebiyle durağanlık varsayımı sağlanmamaktadır (Şenesen vd.,2012).

Genellikle zaman serilerinde durağanlık varsayımı sağlanmamaktadır. Böyle seriler zaman serisi bileşenleri olan düzensiz hareketler, trend, mevsimsellik, konjonktürel dalgalanmalardan birini ya da birkaçını içermektedirler. Bu sebeple durağanlık varsayımı sağlanmayan serilerde gözlem değerleri kümesinin bileşik olasılık dağılımı, gözlemlerin yapıldığı zaman noktalarının ileriye ya da geriye kaydırılması ile değişikliğe uğramaktadır. Bu durum da serinin değişik kısımlarında

farklılıklar oluşmasına neden olmaktadır. Zaman serileri için geliştirilmiş olasılık dağılımlarının sadece durağan serilerde uygulanabilmesi sebebiyle, zaman serileri veri seti kullanılan bir analizde öncelikle durağanlığın test edilmesi gerekmektedir, durağanlık sağlanmıyorsa da çeşitli dönüşüm yöntemleri yardımıyla seri durağanlaştırılmalıdır (Duru, 2007).

Zaman serisi verilerinde durağanlık; ortalama durağanlık, varyans durağanlık, fark durağanlık ve trend durağanlık şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Kısaca özetleyecek olursak, ortalama durağanlıkta zaman serisinin zaman yolu grafiği incelendiğinde zaman boyunca ortalamada herhangi bir değişim bulunmuyorsa böyle seriler ortalama durağan olarak tanımlanmaktadır. Dolayısıyla böyle zaman serileri zaman içerisinde belirli bir noktada ortalamaı sıklıkla keserek ortalama etrafında dağılmaktadır. Öte yandan eğer bir zaman serisi için zaman yolu grafiğinde zaman içerisinde varyansta bir değişim yoksa, böyle seriler varyans durağan olarak adlandırılmaktadır. Zaman serilerinde hem ortalama hem de varyansta durağan-dışılık aynı anda gözlemlenebilmektedir.

Durağan-dışı zaman serileri için durağan-dışılığın sebepleri arasında yer alan etkenlerden biri olan stokastik trend de genellikle rassal yürüyüş olarak bilinmektedir. Çünkü durağan-dışı serilerde veriler belirli bir ortalama (ya da sıfır ortalama) etrafında saçılım göstermez ve sabit bir varyansa sahip değildirler. Durağan-dışı bir zaman serisinde deterministik trend yoksa, stokastik trend olması yüksek ihtimaldir. Durağan-dışı zaman serilerinde stokastik trend dışlanarak seri durağan hale getirilmektedir. Buradaki durağanlaştırma fark alma işlemi olarak ifade edilmektedir. Örneğin, Pür Rassal Yürüyüş Süreci:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.18)$$

Burada Y_{t-1} stokastik trend içermektedir, bu sebeple Y_t serisi durağan-dışıdır. (1.18) numaralı denklemde eşitliğin her iki tarafının farkı alındığında seri aşağıdaki gibi durağanlaştırılmış olacaktır.

$$Y_t - Y_{t-1} = Y_{t-1} - Y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$$

$$(1 - L)Y_t = \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \varepsilon_t \tag{1.19}$$

Fark durağan serilerde merkezden çizilen doğru etrafında dağılım söz konusudur. Fakat trend durağan serilerde bir merkez doğru çizgisi bulunmamaktadır. Fark durağan süreçte rassal hataların etkisi sonsuza kadar devam ederken, trend durağan süreçte aynı durum söz konusu değildir.

Durağan olan bir zaman serisinde, trend etkisi sebebiyle serinin ortalamasındaki değişmeden dolayı aynı zaman serisi durağan–dışı bir yapıya sahip olabilmektedir. Trend durağan–dışı serilerde durağanlığı sağlamak amacıyla iki yaklaşım kullanılmaktadır. İlk yaklaşımda, durağan–dışı zaman serisi için elde edilen regresyon denkleminde, seri zaman(trend) üzerine regrese edilmektedir. Böylece elde edilen yeni denklemdeki artıklar üzerinden analizler yapılmaktadır. İkinci yaklaşımda ise, trend bileşeninin bir regresör olarak ilave edildiği zaman serisi modeli için analizler uygulanmaktadır. Eğer bir değişken trend durağan olarak ifade ediliyorsa, kısa dönemli şokların serinin uzun dönemli gelişimine yalnızca geçici etkisi bulunmaktadır. Ancak seri fark durağan (entegre) şeklinde ise, kısa dönemli şoklar değişkenin düzeyine sürekli olarak etki etmektedir. Çoğunlukla trende sahip olan zaman serilerinin korelogramları incelendiğinde pozitif otokorelasyonların varlığı söz konusudur.

Bazı durumlarda mevsimselliğin etkisi ile de seriler durağan–dışı özellik göstermektedir. Durağan–dışı mevsimsel seriler için de mevsimsel farkların

alınmasıyla durağanlık sağlanabilmektedir. Bir değişkenin cari değeri ile bir önceki yılın aynı dönemine ilişkin değeri arasındaki fark mevsimsel fark olarak tanımlanmaktadır.

Bir zaman serisinin durağan–dışı olup olmadığını tespit etmek için iki yol bulunmaktadır:

- i. Serilerin zaman yolu grafiğinde ve korelogramında otokorelasyon ile kısmi otokorelasyon katsayıları için yapılan sübjektif yargılarla,
- ii. Formel istatistiksel testler yardımıyla birim kök varlığının tespiti ile mümkündür (Sevüktekin ve Çınar, 2017).

Ayrıca zaman serilerinin durağan olup olmadığı incelenirken, zaman serisinin otokorelasyon fonksiyonu olarak bilinen korelogramdan da faydalanılmaktadır. Durağan olan bir zaman serisinde korelogramın birinci ya da ikinci gecikmede sıfırı kesmesi gerekmektedir. Ancak bazen otokorelasyon fonksiyonu daha yüksek gecikmelerde sıfırı kesmektedir, böyle zaman serisi verileri durağan–dışı olarak tanımlanmaktadır. Kısmi otokorelasyon fonksiyonu ise ilgili zaman serisi verisinin kaçınıcı dereceden farkının alınması gerektiğini belirtmektedir (Çakmur Yıldıztan, 2017).

1.3. BİRİM KÖK KAVRAMI VE GELENEKSEL BİRİM KÖK TESTLERİ

Bir seride Otokorelasyon Fonksiyonu (ACF) değerlerinin yavaşça azalması, o seride trend varlığına rastlanmadığını göstermektedir. Zaman serilerinde trendin varlığı ya da trend–durağan olduğu ACF değerleri ile tespit edilebilirken, birim kök varlığına bu değerlerle karar vermek pek mümkün değildir. Bir zaman serisi verisinde birim kök varlığını test etmek amacıyla kullanılan bir takım istatistiksel testler vardır (Kutlar, 2009). Literatürde ilk olarak karşılaşılan birim kök testi Dickey–Fuller (DF) Testi ile Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) Testidir. Ayrıca KPSS, ADF–GLS ve Phillips–Perron Birim Kök Testleri de zaman serilerinde birim kök varlığını test etmek için kullanılan geleneksel testler arasındadır.

Durağan ve durağan-dışı serilerdeki farklar aşağıdaki gibi özetlenmektedir.

Durağan serilerde;

- Uzun dönemde seride dalgalanmalar olsa da aynı ortalama korunmaktadır,
- Zamana göre değişmeyen bir sonlu varyansa sahiptir,
- Gecikme zamanı uzadıkça, korelogram değerleri sifıra yaklaşmakta ve sıfır olmaktadır.

Durağan-dışı serilerde ise;

- Seri için uzun sürede dönecek bir ortalama değer bulunmamaktadır,
- Varyans zamana dayalı olduğu için, zaman sonsuza yaklaştığında varyans da sonsuza yaklaşmaktadır,
- Teorik korelogram değerleri hemen bitmemekte, yavaşça azalmaktadır.

Aşağıdaki denklemde veri üreten süreç yer almaktadır. Bu sürecin durağanlık koşulu $|\rho| < 1$ şeklinde ifade edilmektedir.

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t \quad (1.20)$$

Veri üreten sürecin bir sabit ile oluşturulmasına ilişkin denklem aşağıdaki gibidir (Kutlar, 2009).

$$y_t = m_0 + \rho y_{t-1} + u_t \quad (1.21)$$

Durağan-dışı serilerde uzun dönem ortalaması bulunmazken, varyansı da zamana bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Böyle seriler ile yapılan uygulamalarda

gözlem değerleri sonsuza giderken, serilerin ortalama ve varyans değerlerinin sonsuza yaklaşması sebebiyle değişkenler arasındaki ilişki ele alındığında t ve F sınamaları hatalı sonuç vermektedir. Dolayısıyla durağan–dışı seriler ile oluşturulan modellerde de hata olacaktır. Bu durum sahte regresyon şeklinde tanımlanmaktadır. Böyle serilerde gözlemlenen trend etkisi ortadan kaldırılmalıdır. Yani Y değişkenine trend kazandıran unsurlar X değişkenleri ile de ilişkisi bulunuyorsa sahte regresyon sorunu ile karşılaşmaktadır. Bazen denkleme trend değişkeninin eklenmesiyle sahte regresyon problemi çözülebilmektedir. Bir modelde sahte regresyon problemi varsa, o modele ilişkin hesaplanan R^2 değeri oldukça yüksek çıkmaktadır.

1.3.1. Dickey–Fuller (DF) Birim Kök Testi ve Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) Birim Kök Testi (1979–1981)

Literatürde ilk olarak önerilmiş birim kök testleri olarak bilinen Dickey–Fuller (DF) Birim kök testi (1979) ve Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) Birim Kök Testi (1981) hata teriminin bağımsız ve özdeş dağıldığı $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$ varsayımına dayanmaktadır. Ancak gerçekte bu varsayım çoğunlukla sağlanmamaktadır. Bu nedenle, eğer hata terimindeki serisel korelasyon sıfırdan farklı bulunduyorsa, serisel korelasyonu yok etmek amacıyla, modelde bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerine de yer verilmektedir. Ortaya çıkan test ise Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) birim kök testi olarak tanımlanmaktadır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2015).

Dickey–Fuller (DF) testi yukarıda yer alan (1.10) denklemindeki pür rassal yürüyüş süreci temel alınarak geliştirilmiştir.

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (1.21)$$

$$t_{\hat{\phi}} = \frac{\hat{\phi}-1}{sh_{\hat{\phi}}} \quad (1.22)$$

DF testi için kullanılacak hipotezler:

$$H_0 = \phi = 1 \quad (\text{Seri birim köklüdür.})$$

$$H_1 = \phi < 1 \quad (\text{Seri durağandır.})$$

şeklindedir. Eğer (1.22) denklemindeki t istatistiği kritik değerden mutlak değerce küçük olursa, $\phi = 1$ sıfır hipotezi reddedilememektedir. Bu durumda ilgili zaman serisi verisi birim kök süreci göstermektedir. Yukarıdaki (1.21) eşitliğinde $\phi = 1$ için eşitliğin (1.10)'deki gibi pür rassal yürüyüş sürecine dönüştüğü görülmektedir. Dolayısıyla pür rassal yürüyüş süreci birim kök süreci şeklinde adlandırılmaktadır. Öte yandan, t istatistiği kritik değerden mutlak değerce büyük olduğunda ise sıfır hipotezinin reddedilmesi ve serinin durağan bir süreç izlediği sonucuna varılmaktadır.

Dickey ve Fuller (1979)'in (1.21) denklemi için $\phi = \delta + 1$ şeklinde bir dönüşüm yaparak elde ettikleri yardımcı regresyonlar aşağıdaki gibidir:

$$Y_t = (\delta + 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.23)$$

$$Y_t = \delta Y_{t-1} + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$t_{\hat{\delta}} = \frac{\hat{\delta}}{sh_{\hat{\delta}}} \quad (1.24)$$

Yukarıdaki (1.23) yardımcı regresyonları kullanılarak gerçekleştirilecek birim kök testleri için kurulacak hipotezler:

$$H_0 = \delta = 0 \quad (\text{Seri birim köklüdür.})$$

$$H_1 = \delta < 0 \quad (\text{Seri durağandır.})$$

şeklindedir. (1.24)'teki $t_{\hat{\delta}}$ istatistiğinin mutlak değerce kritik değerden küçük olması, sıfır hipotezinin reddedilememesi ve serinin birim köklü bir süreç izlediğini ifade etmektedir. Diğer taraftan $t_{\hat{\delta}}$ istatistiği mutlak değerce kritik değerden büyük olduğunda, sıfır hipotezi reddedilmekte ve seri durağan olarak kabul edilmektedir.

Yukarıdaki (1.23) yardımcı regresyon denklemine sabit terim ve sabit terimle deterministik trend değişkenleri eklenerek (1.25) ve (1.26) denklemleri elde edilmektedir:

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.25)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \beta_t + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1.26)$$

Dickey–Fuller (1979) testinde otokorelasyon problemi göz ardı edildiği için yine Dickey–Fuller (1981) tarafından otokorelasyon sorununun dikkate alındığı Arttırılmış Dickey–Fuller (ADF) testi önerilmiştir. ADF testine ait yardımcı regresyon denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.27)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.28)$$

$$\Delta Y_t = \mu + \beta_t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.29)$$

Burada, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ya da temiz–dizi olarak kabul edilmektedir.

Yukarıdaki yardımcı regresyon denklemlerine bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenerek, denklemler genişletilmektedir. Genişletme işlemi yapılırken modele kaç gecikme ekleneceği çok önemlidir. Model için en uygun gecikme uzunluğu, Akaike (AIC), Schwarz (SC), Hannan–Quinn (HQ) gibi bilgi kriterleri yardımıyla belirlenmektedir. Böylece hata terimlerine ilişkin otokorelasyon problemi yok edilmektedir.

ADF testi için oluşturulacak hipotezler DF testinde kurulan hipotezler ile aynıdır (Yazıcı, 2021).

1.3.2. Phillips–Perron (PP) (1988) Birim Kök Testi

Dickey–Fuller (DF) birim kök testlerine alternatif olarak Phillips ve Perron 1988 yılındaki çalışmalarında, DF testlerine bir düzeltme faktörü eklenmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Çünkü DF testlerinin aksine hata teriminin temiz–dizi olmadığını ileri sürmüşlerdir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2015). Ayrıca Dickey–Fuller yardımcı regresyon modelleri tahmin edilirken en küçük kareler (EKK) yönteminden farklı olarak parametrik olmayan tahmin yöntemleri geliştirmişlerdir. Aslında hipotezlerde herhangi bir fark yoktur. Sıfır hipotezi serinin birim köklü olduğunu ifade ederken, alternatif hipotez serinin durağanlığı şeklindedir. PP testinde de (1.27), (1.28) ve (1.29) yardımcı regresyon denklemleri kullanılmaktadır. Test istatistiği ise dönüştürülmüş haliyle aşağıdaki formül (1.30) yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$Z_t = (\sum_{t=2}^T Y_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} \frac{(\hat{\Phi}_1 - 1)}{s_{T1}} - \left(\frac{1}{2}\right) \frac{s_{T1}^2 - s_{\varepsilon}^2}{\left[s_{T1}^2 (T^{-2} \sum_{t=2}^T Y_{t-1}^2)^{1/2}\right]} \quad (1.30)$$

Burada $s_{\varepsilon}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2$ hata teriminin varyansının tutarlı tahmincisi,

$s_{T1}^2 = s_{\varepsilon}^2 + \frac{2 \sum_{s=1}^l w_{sl} \sum \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-s}}{T}$ ise uzun dönem varyans tahmincisi olarak tanımlanmaktadır.

Hipotezlerin test edilmesi aşamasında, elde edilen Z_t test istatistiği PP (1988) tarafından üretilen kritik değerlerden mutlak değerce küçük ise sıfır hipotezi reddedilemediği için seri birim köklü bir süreç izleyecektir. Ancak Z_t test istatistiği kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğunda, seri durağan olacaktır (Yazıcı, 2021).

1.3.3. ADF– GLS Birim Kök Testi (1996)

Andrews 1991 yılında yapmış olduğu çalışmasında l ile gösterilen gecikme parametresinin tutarlılığı için $l \rightarrow \infty$ iken $l = o\left(T^{\frac{1}{3}}\right)$ olması gerektiğini varsaymıştır. Fakat Phillips–Perron testinde hata teriminin örneklem çarpıklığı sorununu bu testin zayıf yönü olarak ifade etmektedir. Schwert ise 1989 yılındaki çalışmasında eğer örneklem çarpıklığı sorunu düzeltilirse Phillips–Perron testinin ADF testine göre daha güçlü bir test olduğunu göstermiştir.

Zaman serileri verilerinde deterministik terimler bulunuyorsa ADF testinin zayıf güçlü olması sebebiyle Elliott, Rothenberg ve Stock'un 1996 yılındaki çalışmasında daha güçlü bir test olan ADF–GLS testi önerilmiştir. Böylece serilerde bir sabit terim veya sabit terim ile birlikte deterministik trend bulunduğu ADF testine kıyasla daha iyi sonuçlar elde edilmektedir. ADF–GLS testinde test sürecine geçilmeden önce serilerde bulunan sabit terim veya deterministik trend arındırılmaktadır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2015).

ADF–GLS testinde kullanılan yardımcı regresyon denklemleri:

$$Y_t = d_t + u_t \quad (1.31)$$

$$u_t = au_{t-1} + v_t \quad (1.32)$$

şeklindedir. Buarada;

d_t : deterministik kısım,

v_t : gözlemlenemeyen ancak sıfır ortalamaya sahip olduğu varsayılan hata süreci olarak tanımlanmaktadır.

Test için kurulan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0 = a = 1$$

$$H_1 = a = \tilde{a} < 1$$

ADF–GLS testinin uygulama aşamasında bir takım farklılıklar yer almaktadır. Eğer zaman serisinde sabit terim bulunuyorsa ilk olarak seri ortalamadan arındırılır ve sonrasında test uygulanmaktadır. Öte yandan eğer zaman serisinde sabit terim ile birlikte deterministik trend de yer alıyorsa seri trendden arındırıldıktan sonra test edilmektedir. Ortalamadan ya da trendden arındırılan zaman serilerine klasik ADF birim kök testi uygulanabilmektedir. Daha sonra hesaplanan test istatistiği kritik değerler ile kıyaslanmaktadır. Eğer test istatistiği kritik değerlerden mutlak değerce küçük ise sıfır hipotezi reddedilemediğinden seri birim köklüdür, ancak test istatistiği mutlak değerce kritik değerlerden büyük ise sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan olduğu kabul edilmektedir (Yazici, 2021).

1.3.4. KPSS Birim Kök Testi (1992)

Durağanlık testlerinden biri olan ve Kwiatkowski, Philips, Schmidt ve Shin (KPSS) (1992) tarafından öne sürülen bu testte, kurulan hipotezler diğer testlerden farklılaştırılarak birim kök testinin gücünü arttırdığı düşünülmektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2015).

KPSS testi, ADF, PP ve ADF – GLS testlerinden, birim kök hipotezinin tanımlanması bakımından farklılaşmaktadır. KPSS testinde sıfır hipotezi serinin durağanlığı şeklinde tanımlanırken, alternatif hipotezde ise seri birim köklü olarak ifade edilmektedir. KPSS testindeki durağanlık hipotezi trend durağanlık anlamına gelmektedir. Çünkü test uygulanmadan önce zaman serisinin trendden arındırılması şartı bulunmaktadır. KPSS testi için kullanılan test istatistiği:

$$\hat{\eta} = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T S_t^2}{s^2(l)} \quad (1.33)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada;

$$S_t^2 = \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \quad (1.34)$$

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-s} \quad (1.35)$$

formülleri ile elde edilmektedir.

KPSS testinde test istatistiği Lagrange Çarpanı (LM)'na dayanmaktadır. Dolayısıyla pozitif bir değer almaktadır. Hesaplanan test istatistiği KPSS tarafından üretilen kritik değerler ile karşılaştırılarak hipotez testi gerçekleştirilmektedir. Eğer hesaplanan LM test istatistiği kritik değerden küçük olursa sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için serinin durağanlığı söz konusudur. Öte yandan hesaplanan LM test istatistiği kritik değerden büyük olduğunda sıfır hipotezi reddedilerek, serinin birim köklü bir süreç izlediği ifade edilmektedir.

1.3.5. Ng– Perron Birim Kök Testi

Birim kök testlerinden ADF ve PP testlerinde küçük örneklemelerde görülen boyut çarpıklığı (size distortion) sorunundan yola çıkarak Ng ve Perron (2001) modifiye edilmiş şekilde tanımlanan dört ayrı birim kök testi ileri sürmüşlerdir. Geliştirilen dört birim kök testinden MZ_α ve MZ_t testi Phillips – Perron tipi birim kök testlerinin modifiye edilmiş şekli olarak ifade edilmektedir. MSB testi Bhargava testinin modifiye edilmiş şekli ve MPT testi ise ADF – GLS birim kök testinin modifiye edilmesi ile elde edilmiştir.

$$MZ_\alpha = Z_\alpha + \left(\frac{T}{2}\right) (\hat{\Phi}_1 - 1)^2 \quad (1.36)$$

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2 / s^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.37)$$

$$MZ_t = Z_t + \left(\frac{1}{2}\right) (\sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2 / s^2)^{\frac{1}{2}} (\hat{\Phi}_1 - 1)^2 \quad (1.38)$$

$$MPT = \frac{[\bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{Y}_{t-1}^2 - \bar{c}T^{-1} \tilde{Y}_T^2]}{s_{AR}^2} \quad (1.39)$$

$$MPT = \frac{[\bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{Y}_{t-1}^2 + (1-\bar{c})T^{-1} \tilde{Y}_T^2]}{s_{AR}^2} \quad (1.40)$$

(1.39) denklemi sabit terimin varlığında kullanılan test istatistiğidir. (1.40) denklemi ise seride sabit terimin ve trendin olması durumunda kullanılan test istatistiğidir.

1.4. YAPISAL KIRILMALI BİRİM KÖK TESTLERİ

Geleneksel birim kök testlerinin veri üretme süreçleri ele alındığında zaman serilerinde karşılaşılabilecek yapısal kırılmalar (değişmeler) dikkate alınmamaktadır. Zaman serilerinde ortaya çıkan durağan-dışı olma sorununun sebeplerinden biri de yapısal kırılma durumudur. Bu durumda, geleneksel birim kök testlerinde yapısal kırılmalar dikkate alınmadığı için sıfır hipotezinin reddedilememe eğiliminde olması söz konusudur. Dolayısıyla gerçekte durağan olan bir serinin yapısal kırılma sebebiyle birim köklü bir süreç gösterdiği sonucuna varılmaktadır.

Perron (1989) yapmış olduğu çalışmada, yapısal kırılmalı serilerde geleneksel birim kök testlerinin kullanılmasıyla ortaya çıkan problemlerin üstesinden gelebilmek amacıyla, literatüre ilk yapısal kırılmalı birim kök testini kazandırmıştır. Perron (1989), birim kök sınaması aşamasında kullanılan test regresyonlarına yapısal kırılmayı da ekleyerek aşağıda Model A, Model B ve Model C şeklinde ifade edilen test regresyonlarını geliştirmiştir:

Model A:

$$\Delta Y_t = \mu + \beta_t + \delta Y_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.41)$$

$$DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases} \quad (1.42)$$

$$DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \quad (1.43)$$

Model B:

$$\Delta Y_t = \mu + \beta_t + \delta Y_{t-1} + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t^* + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.44)$$

$$DVT_t^* = \begin{cases} t - T_b, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \quad (1.45)$$

Model C:

$$\Delta Y_t = \mu + \beta_t + \delta Y_{t-1} + \gamma_1 DVTB_t + \gamma_2 DVU_t + \gamma_3 DVT_t + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1.46)$$

$$DVTB_t = \begin{cases} 1, & t = T_b + 1 \\ 0, & t \neq T_b + 1 \end{cases} \quad (1.47)$$

$$DVU_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \quad (1.48)$$

$$DVT_t = \begin{cases} 1, & t > T_b \\ 0, & t \leq T_b \end{cases} \quad (1.49)$$

Yukarıdaki her bir modelde yapısal kırılma farklı şekilde tanımlanmıştır. Model A sabitte meydana gelebilecek tek bir yapısal kırılma, Model B trendde tek bir yapısal kırılma ve Model C ise sabit ve trendde tek bir yapısal kırılma dikkate alınarak geliştirilmiştir. Perron (1989) yapısal kırılmalı birim kök testinin hipotezleri aşağıdaki gibidir:

$H_0: \delta = 0$ (Yapısal kırılmalı birim kök süreci)

$H_1: \delta < 0$ (Yapısal kırılmalı durağanlık)

Hesaplanan test istatistiklerinin değeri mutlak değerce kritik değerden küçük ise sıfır hipotezi reddedilememektedir ve bu durumda serinin yapısal kırılmalı birim kök süreci izlediği sonucuna varılmaktadır.

Perron (1989) çalışmasında önerilen yapısal kırılmalı birim kök testinde, yapısal kırılmaların dışsal olarak tanımlanması eleştirilere sebep olmuştur. Zivot ve Andrews (1992), test regresyonlarında tanımlanan yapısal kırılmaların içsel olarak ifade edilebileceği yeni bir yapısal kırılmalı birim kök testi önermişlerdir. Zivot ve Andrews (1992) bu amaçla yine Model A, Model B ve Model C şeklinde üç farklı yardımcı regresyon tanımlamışlardır.

Perron (1989) ve Zivot ve Andrews (1992) çalışmalarında tek bir yapısal kırılma ile birim kök testleri önerildiğinden, birden fazla yapısal kırılmalı zaman serilerinin olabileceği ihtimali üzerine Lumsdaine ve Papell (1997) iki yapısal kırılmalı birim kök testleri geliştirmişlerdir. Bu amaçla AA ve CC şeklinde tanımladıkları iki farklı yardımcı regresyon modeli önermişlerdir. Bu modellerden birinde (Model AA) sabitte içsel iki kırılmayı, diğerinde (Model CC) ise sabit ve trendde iki içsel kırılmayı ele almışlardır. Hipotezlerde de farklı olarak; sıfır hipotezinde seri birim köklü, alternatif hipotezde ise iki yapısal kırılmalı durağanlık ifadeleri kullanılmaktadır (Yazici, 2021).

Perron (1989), Zivot ve Andrews (1992) ve Lee ve Strazicich (2004) tek bir yapısal kırılmalı birim kök testlerini; Lumsdaine ve Papell (1997) ve Lee ve Strazicich (2003) ise iki yapısal kırılmalı birim kök testlerini geliştirmişlerdir. Daha sonra Carrion-i-Silvestre vd. (2009) kırılma tarihinin içsel olarak tespit edildiği ve beş yapısal kırılmaya kadar eklenebilmesine imkan tanıyan çoklu yapısal kırılmalı birim kök testini geliştirmişlerdir (Gövdeli, 2016). Bu çalışmalardan sonra Narayan ve Popp (2010) çalışmasında, ADF tipi birim kök testini temel alarak iki yapısal kırılmalı birim kök testini geliştirmişlerdir. Narayan ve Popp (2010) testinde de yapısal kırılmaların içsel olduğu varsayılmaktadır (Çobanoğlu, 2021).



İKİNCİ BÖLÜM

FOURIER FONKSİYONLARINA VE KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI BİRİM KÖK TESTLERİ

2.1. FOURIER BİRİM KÖK TESTLERİ

Çalışmanın bu kısmında literatürde yer alan Fourier Birim Kök Testlerinden; Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier Durağanlık Testi, Christopoulos ve León-Ledesma (2010) Fourier-ADF Birim Kök Testi, Christopoulos ve León-Ledesma (2010) Fourier-KSS Birim Kök Testi, Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier-Sollis Birim Kök Testi, Güriş (2019) Fourier-Kruse Birim Kök Testi, Enders ve Lee (2012) Esnek Fourier Birim Kök Testi ve Omay (2015) Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi anlatılmaktadır.

2.1.1. Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier Durağanlık Testi

Zaman serilerinde gelişen yapısal değişiklikler uygulama aşamasında birim kök testlerinden elde edilen sonuçları olumsuz şekilde etkilemektedir. Zaman serilerindeki yapısal kırılmayı modele dahil etmek için kullanılan gölge değişkenlerin, bu kırılmaların ani olarak meydana geldiği varsayımına dayanması gerçekçi bir yaklaşım olmamaktadır. LNV (1998) ve Harvey ve Mills (2002) tarafından önerilen birim kök testleri yardımıyla zaman serisindeki yapısal kırılma sürecinin daha yavaş ve yumuşak şekilde gerçekleşebileceğine imkan sağlanmıştır. Fakat bu testlerde kullanılan lojistik yumuşak geçiş fonksiyonun sayısı kadar yapısal kırılma tanımlanabilmesi bir dezavantajdır.

Becker, Enders ve Lee (2006) yapmış oldukları çalışmayla durağanlığın test edilmesinde Fourier fonksiyonlarını ele alarak, zaman serilerinde meydana gelen

yapısal kırılma(lar)nın sayısının, şeklinin ve konumunun önemsiz olduğunu ileri sürmüşlerdir. Bu test, daha önceki bölümde ele alınan KPSS testinin Fourier fonksiyonu ile arttırılmış şeklidir ve bu nedenle bu test Fourier–KPSS (FKPSS) testi olarak da tanımlanmaktadır (Hepsağ, 2022). Fourier fonksiyonlarının bu testte kullanılmasındaki temel neden, bilinmeyen fonksiyonların hareketini yakalayabilmesidir (Gallant, 1981). Bu test için durağanlığın incelenmesinde kullanılan temel regresyon modeli:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n b_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t; \quad n < \frac{T}{2} \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada;

n: Frekans sayısı,

k: Kısmi frekans sayısı,

T: Gözlem sayısı,

t: Deterministik trend,

$\pi = 3,14$ (pi sayısı) olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca modelde yer alan sin ve cos terimleri regresyondaki diğer deterministik bileşenler olarak tanımlanan trigonometrik terimlerdir.

Becker, Enders ve Lee (2006), (2.1) numaralı denklemde $n=1$ kabul ederek sabit terimli ve sabit ile birlikte trendli regresyon modelleri önermişlerdir. Bu modeller aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Becker vd. (2006) çalışmalarında Fourier durağanlık testini iki adımda gerçekleştirmektedirler. Öncelikle (2.2) ve (2.3) denklemleri en küçük karalar (EKK) yöntemi ile elde edilmektedir. Modelleri tahmin ederken k frekans sayısının kaç olması gerektiği, teste ilişkin istatistiksel dağılımın k değerinden etkilenmesi sebebiyle önemlidir. Becker vd. (2006) uygun k değeri tespitinin, tahmin aşamasındayken k değerinin 1'den 5'e kadar değer alması sağlanarak modellerin tahmin edilmesi ile mümkün olacağını önermişlerdir. Tahmin edilen modeller arasından kalıntı kareler toplamı en küçük olanın k değeri, uygun k değeri olarak kabul edilecektir. Dolayısıyla uygun k frekans sayısına ilişkin model, test için ilk aşamada tahmin edilecek model olarak belirlenmektedir. Model tahmini yapıldıktan sonra testin ikinci aşamasında ilgili modelin kalıntılarına KPSS (1992) testi uygulanmaktadır. Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0: \sigma_u^2=0 \text{ (Seri durağandır.)}$$

$$H_1: \sigma_u^2>0 \text{ (Seri birim köklüdür.)}$$

Sabitli model ve sabit terim ile birlikte trendli model için test istatistikleri aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Hepsağ, 2022):

$$\tau_\mu(k) \text{ veya } \tau_\tau(k) = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T S_t(k)^2}{\sigma^2} \quad (2.4)$$

(2.4) numaralı denklemde;

$$S_t(k)^2 = \sum_{j=1}^t e_j^2 \quad (2.5)$$

olarak elde edilmektedir ve ilk aşamada tahmin edilen modelin kalıntı kareler toplamıdır. Burada;

e_j^2 : (2.2) ve (2.3) numaralı modellerden elde edilen en küçük kareler kalıntılarıdır.

$$\sigma^2 = \gamma_0 + 2 \sum w_j Y_j \quad (2.6)$$

uzun dönem varyansın parametrik olmayan yöntemlerle elde edilen tahminini,

T: Gözlem sayısını ifade etmektedir (Yazici, 2021).

Test istatistiği elde edildikten sonra, hesaplanan $\tau_\mu(k)$ ya da $\tau_\tau(k)$ test istatistikleri kritik değerlerden küçük olduğunda sıfır hipotezi reddedilemediği için serinin durağan bir süreç izlediği kabul edilmektedir. Ancak hesaplanan $\tau_\mu(k)$ ya da $\tau_\tau(k)$ test istatistikleri kritik değerlerden büyük olduğunda sıfır hipotezi reddedilerek serisinin birim köklü olduğu söylenmektedir.

Becker vd. (2006) geliştirdikleri Fourier durağanlık testinde, zaman serisinin durağan bir süreç izlediğinin belirlenmesinden sonra önerdikleri bir diğer test ise, sin ve cos olarak adlandırılan Fourier terimlerinin istatistiki olarak anlamlılığının sınanmasıdır. Becker vd. (2006) durağanlık varsayımı altında bu testin uygulanabilmesi için aşağıdaki $F_\mu(\hat{k})$ veya $F_\tau(\hat{k})$ test istatistiklerini önermişlerdir:(Becker vd., 2006):

$$F_i(k) = \left(\frac{ESS_R - \frac{ESS_{UR}(k)}{2}}{\frac{ESS_{UR}(k)}{T-q}} \right), \quad i = \mu, \tau \quad (2.7)$$

Burada;

ESS_R : Kısıtlı modele ait kalıntı kareler toplamı yani trigonometrik terimlerin olmadığı durumda modele ait kalıntı kareler toplamını,

ESS_{UR} : Kısıtsız modele ait kalıntı kareler toplamı yani trigonometrik terimlerin olduğu modele ilişkin kalıntı kareler toplamını,

T: Toplam gözlem sayısını,

q: Kısıtsız modele ait toplam bağımsız değişken sayısını ifade etmektedir.

Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$$

$$H_1: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$$

Bu testlerin dağılımları zaman serisinin durağanlığına dayanmaktadır. Dolayısıyla durağan olduğu tespit edilen zaman serisi için (2.7) numaralı F testleri uygulanabilmektedir. Hipotezlerin test edilmesinde, hesaplanan F test istatistiği $F_\mu(\hat{k})$ veya $F_\tau(\hat{k})$ kritik değerlerinden küçük olduğunda sıfır hipotezi reddedilemediği için Fourier terimlerinin istatistiksel olarak anlamsız olduğu sonucuna varılmaktadır. Fourier terimlerinin anlamsız olması, Becker vd. (2006) tarafından önerilen Fourier durağanlık testinin uygun bir test olmadığını göstermektedir. Bu sebeple Fourier durağanlık testi yerine klasik KPSS testinin kullanımı uygun olacaktır. Öte yandan hesaplanan F test istatistiği $F_\mu(\hat{k})$ veya $F_\tau(\hat{k})$ kritik değerlerinden büyük olduğunda, sıfır hipotezi reddedilerek Fourier terimlerinin anlamlı olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu sonuç ise Becker vd. (2006) tarafından önerilen Fourier durağanlık testinin ilgili zaman serisi için durağanlığın test edilmesinde kullanılabilecek bir test olduğunu göstermektedir (Hepsağ, 2022).

2.1.2. Christopoulos ve León–Ledesma (2010) Fourier–ADF Birim Kök Testi

Christopoulos ve León – Ledesma 2010 yılında yapmış oldukları çalışmada, Becker vd. (2006) çalışmasındaki model spesifikasyonlarını temel alarak üç farklı Fourier birim kök testi önermişlerdir. Bu testler; F – ADF, F – Sup – t_{iN} ve F – t_{NL} olarak tanımlanmaktadır. Çalışmada ilk olarak Fourier –ADF (FADF) birim kök testine yer verilmiştir. Test için tahmin edilecek regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Burada;

$$\gamma(t) = \alpha + \sum_{n=1}^G \gamma_1^n \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{n=1}^G \gamma_2^n \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.9)$$

$$\gamma(t) = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.10)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

(2.8) numaralı denklemde;

k: Frekans sayısını,

T: Gözlem sayısını,

t: Deterministik trendi,

$\Pi=3,14$ pi sayısını,

sin ve cos: Modeldeki diğer deterministik bileşenler olan trigonometrik olarak tanımlanmaktadır.

Christopoulos ve León – Ledesma (2010) Fourier – ADF (FADF) testinin uygulanmasında ilk olarak (2.8) numaralı regresyon modeli en küçük kareler (EKK) yöntemi kullanılarak elde edilmektedir. Burada daha önceki testlerde de olduğu gibi k frekans sayısının doğru bir şekilde tespit edilmesi önemli olmaktadır. En uygun k frekans sayısı için 1, 2, 3, 4 ve 5 değerleri kullanılarak (2.8) numaralı model en küçük kareler (EKK) yöntemi yardımıyla elde edildikten sonra, hangi k değeri için regresyon modelinin kalıntı kareler toplamı en küçük oluyorsa, o frekans sayısı uygun frekans sayısı olarak tespit edilmektedir. Daha sonra en uygun k değeri kullanılarak elde edilen regresyon modeline ilişkin kalıntılar aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır (Christopoulos ve León – Ledesma, 2010):

$$\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{\alpha} - \hat{\gamma}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) - \hat{\gamma}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (2.11)$$

İki aşamalı olarak gerçekleştirilen FADF testinin birinci aşamasında hesaplanan kalıntıların $\hat{\varepsilon}_t = \emptyset \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t$ şeklinde $\emptyset = 1$ varsayılarak rassal yürüyüş süreci izlediği kabul edilmektedir (Hepsağ, 2022). Daha sonra ikinci aşamada hesaplanan kalıntılara, geleneksel ADF testi uygulanmaktadır. Bu aşamada kalıntılara dayalı tahmin edilen ADF test regresyonu aşağıdaki (2.12) numaralı denklem yardımıyla tahmin edilerek, birim kök sınaması yapılmaktadır (Christopoulos ve León – Ledesma, 2010):

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^m \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + v_t \quad (2.12)$$

Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$H_0: \delta=0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta < 0$ (Seri durağandır.)

(2.12) numaralı regresyon denkleminde birim kökün varlığını test etmek amacıyla kullanılan FADF test istatistiği aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$FADF = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (2.13)$$

Burada;

$\hat{\delta}$: (2.12) numaralı test regresyonunda bulunan δ parametresinin tahmini değeri,

$SE(\hat{\delta})$: $\hat{\delta}$ tahmincisine ait standart hatayı belirtmektedir.

Hesaplanan test istatistiği değeri kritik değerlerden mutlak değerce küçük olduğunda, sıfır hipotezi reddedilemediği için seri birim köklü olacaktır. Öte yandan hesaplanan test istatistiği değeri kritik değerlerden mutlak değerce büyük olduğunda sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği ifade edilmektedir (Hepsağ, 2022).

Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından önerilen Fourier – ADF birim kök testinin sonucu durağanlık varsayımını sağlıyorsa, Fourier terimlerinin anlamlılığının test edilmesi gerekmektedir. Bu test için tahmini yapılan (2.8) regresyon modeli ile Becker vd. (2006) çalışmasında önerilen F – KPSS testindeki regresyon modeli ile birebir aynıdır. Bu nedenle Christopoulos ve León – Ledesma (2010), fourier terimlerinin anlamlılığının test edilmesinde kullanılacak kritik değerleri tekrardan üretmemişlerdir. Dolayısıyla bu testte, Becker vd. (2006) çalışmasında üretilen kritik değerlerin kullanımının uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Bu nedenle Fourier – ADF testi yapıldıktan sonra zaman serisinin durağanlığı söz konusu ise, Fourier terimlerinin anlamlılığının test edilmesi için Becker vd. (2006) tarafından üretilen F kritik değerlerinden yararlanılacaktır. Fourier – ADF testi için kullanılan

regresyon modelinin sadece sabit terimli olduğu gözlemlenmektedir. Dolayısıyla sabit terimli ve deterministik trendi olan regresyon modelleri için bu test uygun olmayacaktır (Christopoulos ve León – Ledesma, 2010).

2.1.3. Christopoulos ve León–Ledesma (2010) Fourier–KSS Birim Kök Testi

Çalışmanın bu kısmında Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından önerilen üçüncü test olan F – KSS olarak da adlandırılan F – t_{NL} testi açıklanacaktır. Diğer testlerde olduğu gibi bu testte de iki aşama söz konusudur. Testin ilk aşamasında en küçük kareler (EKK) yöntemiyle (2.8) numaralı regresyon denklemi tahmin edilerek, modele ilişkin kalıntılar elde edilmektedir. Burada da uygun k değerinin seçimi önemlidir. Testin ikinci aşamasında da Christopoulos ve León – Ledesma (2010), Kapetanios vd. (2003) çalışmasında bulunan, doğrusal olmayan üssel yumuşak geçişli otoregresif süreç izleyen aşağıdaki yardımcı regresyon modelini temel almışlardır (Christopoulos ve León – Ledesma, 2010):

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta \hat{\varepsilon}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^m \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + v_t \quad (2.14)$$

(2.14) numaralı regresyon denkleminde birim kök varlığını sınamak için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0: \delta=0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta < 0$ (Seri durağandır.)

Hipotez testi için hesaplanacak test istatistiği aşağıdaki (2.15) formülü yardımıyla elde edilmektedir (Hepsağ, 2022):

$$F - t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (2.15)$$

Eğer hesaplanan test istatistiği mutlak değerce kritik değerden küçük olursa, sıfır hipotezi reddedilememektedir ve seri birim köklü bir süreç izlemektedir. Dolayısıyla Fourier terimleri istatistiki olarak anlamsız olacaktır. Bu durumda F – KSS testi uygun bir test olmadığı için Kapetanios vd. (2003) tarafından önerilmiş birim kök testi tercih edilmektedir. Öte yandan hesaplanan test istatistiği mutlak değerce kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Böylece Fourier terimlerinin de anlamlı olduğu ifade edilmektedir. Fourier terimleri anlamlı olduğunda ise Christopoulos ve León – Ledesma (2010) çalışmasındaki testin, ilgili zaman serisinin durağanlığının sınanması için uygun bir test olduğu kabul edilmektedir (Yazici, 2021).

Test sonucunda ilgili zaman serisinin durağanlığı söz konusu ise Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından yapılan çalışmada olduğu gibi, (2.8) numaralı denklemde bulunan sin ve cos trigonometrik terimlerin katsayıları olan γ_1 ve γ_2 parametrelerinin istatistiki bakımdan anlamlılığının sınanması gerekmektedir. Bu işlem, daha önceden ele alınan Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier durağanlık testinde de aynıdır.

Christopoulos ve León – Ledesma (2010) FKSS birim kök testi sadece sabit terimli modeller dikkate alınarak geliştirilmiştir. Dolayısıyla sabit terimli bir modelde trigonometrik terimlerin anlamlılığının sınanması için daha önceden tanımlanan $F_\mu(\hat{k})$ test istatistiği (2.7) numaralı formül yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$F_i(k) = \left(\frac{ESS_R - \frac{ESS_{UR}(k)}{2}}{\frac{ESS_{UR}(k)}{T-q}} \right), \quad i = \mu, \tau$$

$F_{\mu}(\hat{k})$ test istatistiğinin karşılaştırılması için kullanılan kritik değerler Becker, Enders ve Lee (2006) çalışmasında yer almaktadır. Yapılan kıyaslamalar sonucunda trigonometrik terimlerin anlamsız olması halinde; durağanlığın Christopoulos ve León – Ledesma (2010) FKSS testine göre değil, KSS (2003) birim kök testine göre raporlanması gerekmektedir (Hepsağ, 2022).

2.1.4. Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier–Sollis Birim Kök Testi

Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) çalışmasında Fourier – Sollis olarak adlandırılan birim kök testi, Christopoulos ve León – Ledesma (2010) FADF ve FKSS birim kök testleri ile benzerlik göstermektedir. Bu test için kullanılan regresyon modelleri aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_t \quad (2.17)$$

(2.16) ve (2.17) numaralı modeller sırasıyla sadece sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durum için oluşturulmuştur (Hepsağ, 2022). Burada, k Fourier fonksiyonlarının frekans sayısı, T örneklem hacmi ve t ise bir trend terimidir. Ayrıca formüllerde yer alan $\Pi=3.1416$ pi sayısına eşittir. Yukarıdaki modellerin kısmi standart doğrusal spesifikasyonu $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ şeklinde tanımlanmaktadır. Eğer bir yapısal kırılma varsa, model bu iki frekans bileşenlerinden en az birini içermek zorundadır. Ayrıca en iyi k değeri belirlenirken daha önceki yöntemlerde izlenen yol geçerli olmaktadır. Yukarıdaki spesifikasyon varsayımıyla deterministik bileşenler için oluşturulacak sıfır hipotezi aşağıdaki gibidir:

$$H_0: \varepsilon_t = v_t, \quad v_t = v_{t-1} + u_t$$

Burada u_t 'nin sıfır (0) ortalamaya sahip olduğu varsayılmaktadır. Bu hipotezi test etmek amacıyla Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından önerilen ve üç aşamada elde edilen test istatistiğinden yararlanılacaktır.

Birinci aşamada en uygun k değeri tespit edilmektedir ve daha sonra EKK kalıntıları aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{\alpha}(t) \quad (2.18)$$

Burada $\hat{\alpha}(t)$ sadece sabitli model için;

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha} + \hat{\gamma}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\gamma}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\varepsilon}_t \quad (2.19)$$

ve sabit ile birlikte trendli model için

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}t + \hat{\gamma}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\gamma}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\varepsilon}_t \quad (2.20)$$

şeklinde elde edilmektedir (Ranjbar vd., 2018).

İkinci aşamada, testin ilk aşamasında elde edilen kalıntıların Sollis (2009) testinde olduğu gibi asimetrik ESTAR sürecine uygunluk gösterdiği varsayılmaktadır.

$\Delta \hat{\varepsilon}_t = [1 - \exp(-\theta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2)]\{[1 + \exp(-\theta_2 \hat{\varepsilon}_{t-1})]^{-1} \gamma_1 + (1 - [1 + \exp(-\theta_2 \hat{\varepsilon}_{t-1})]^{-1}) \gamma_2\} \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t$ şeklinde ele alınan asimetrik ESTAR modelinde birim kök varlığı doğrudan tespit edilememektedir. Dolayısıyla asimetrik ESTAR modeline

birinci mertebeden Taylor açılımı uygulandıktan sonra aşağıdaki test regresyonu elde edilmektedir:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \delta_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^3 + \delta_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^m \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + v_t \quad (2.21)$$

(2.21) numaralı model EKK yöntemiyle tahmin edilmektedir. Test için kurulacak hipotezler:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$$

$$H_0: \delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$$

şeklinde oluşturulmaktadır. Hipotezlerin sınanması amacıyla hesaplanacak test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$F = \frac{\frac{ESS_R - ESS_{UR}}{2}}{\frac{ESS_{UR}}{n-1}} \quad (2.22)$$

Burada:

ESS_R : Kısıtlı modele ait kalıntı kareler toplamını,

ESS_{UR} : Kısıtsız modele ait kalıntı kareler toplamını,

n : Gözlem sayısını,

l : Kısıtsız modele ait parametre sayısını ifade etmektedir.

Hesaplanan F test istatistiği Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) çalışmasında önerilen kritik değerlerden küçük olduğunda sıfır hipotezi reddedilemediği için seri birim köklü olacaktır. Eğer hesaplanan F istatistiği kritik değerlerden büyük olursa sıfır hipotezi reddedileceği için seri durağandır sonucuna ulaşılmaktadır.

Testin son aşamasında zaman serinin durağanlığı tespit edildiği takdirde Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) çalışmasında önerilen (2.16) ve (2.17) numaralı modellerinde bulunan sin ve cos trigonometrik terimlerine ilişkin γ_1 ve γ_2 parametrelerinin istatistiki bakımdan anlamlılığının test edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla Becker, Enders ve Lee (2006) durağanlık testi kullanılmaktadır. Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier – Sollis birim kök testinde sabit terimli model ve sabit terim ile birlikte trendli model ele alındığı için, trigonometrik terimlere ait katsayıların anlamlılığının sınanmasında $F_{\mu}(\hat{k})$ ve $F_{\tau}(\hat{k})$ test istatistiği kullanılmaktadır. Hesaplanan test istatistikleri Becker, Enders ve Lee (2006) tarafından önerilen kritik değerler ile kıyaslanmaktadır. Eğer trigonometrik terimler istatistiki açıdan anlamsız ise durağanlık sonucunun Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier – Sollis birim kök testine göre değil, Sollis (2009) testine göre yorumlanması söz konusudur (Hepsağ, 2022).

2.1.5. Güriş (2019) Fourier–Kruise Birim Kök Testi

Zaman serilerinde durağanlığın test edilmesi için önerilen bir diğer Fourier birim kök testi Güriş (2019) Fourier – Kruise birim kök testidir. Bir zaman serisinde yapısal kırılmaların yanısıra doğrusal olmayan bir yapı da söz konusu ise bu durum gözardı edilmemelidir. Kapetanios vd. (KSS, 2003) ve Kruise (2011) çalışmalarında spesifik doğrusal olmayan alternatiflere karşı birim kök testi önermişlerdir. Üstün Düzgün Geçişli Otoregresif (ESTAR) modeli yardımıyla doğrusal olmayan durağanlığın ele alındığı KSS (2003) ve Kruise (2011) çalışmalarında, ESTAR modelin rejimler arasında yumuşak geçişli olduğu ifade edilmektedir.

Güriş (2019), Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından önerilen yaklaşımdan yola çıkarak doğrusal dışılığı ve yapısal kırılmayı birlikte dikkate alan yeni bir birim kök testi geliştirmiştir. Fourier fonksiyonu ilk aşamada, Christopoulos ve León – Ledesma (2010) tarafından önerilen bilinmeyen form ve sayıdaki yapısal kırılmaları modellemek için kullanılmaktadır. İkinci testte, birim kökün varlığını sınamak için, KSS testine yapılan eleştiriler ışığında geliştirilen Kruise (2011) testi

uygulanmaktadır. Doğrusal olmayan durağanlık, Kruse (2011) tarafından geliştirilen Üstün Düzgün Geçişli Otoregresif (ESTAR) modeli yardımıyla sınanmaktadır. ESTAR modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} + [1 - \exp\{-\theta(y_{t-1} - c)^2\}] + \varepsilon_t \quad (2.23)$$

Kruse (2011) çalışmasında Taylor açılımı kullanarak (2.23) numaralı denklem değişikliğe uğramıştır ve bu durum (2.24) numaralı denklemde ifade edilmektedir.

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \varphi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.24)$$

Kruse (2011) testi için kurulacak hipotezler:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$$

$$H_1: \delta_1 < 0, \delta_2 \neq 0$$

şeklindedir. Hipotez testi için kullanılacak test istatistiği τ aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\tau = t_{\delta_2=0}^2 + 1(\hat{\delta}_1 < 0)t_{\delta_1=0}^2 \quad (2.25)$$

Kruse (2011) çalışmasında τ istatistiğini sorunsuz parametreleri olan asimptotik dağılımla aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

$$\tau \Rightarrow a(W(r)) + B(W(r)) \quad (2.26)$$

Bu test prosedürü Christopoulos ve León – Ledesma (2010) çalışması ile benzerlik göstermektedir. Testin ilk aşamasında doğrusal olmayan deterministik bileşen aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^* t}{T}\right) + \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^* t}{T}\right) + v_t \quad (2.27)$$

(2.27) numaralı denklemde en uygun k değeri, daha önceki yöntemlerde olduğu gibi tespit edilmektedir. Daha sonra y_t denklemi EKK yöntemi yardımıyla tahmin edilerek, denkleme ait hatalar aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır:

$$v_t = y_t - \alpha_0 - \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^* t}{T}\right) - \alpha_2 \cos\left(\frac{2\pi k^* t}{T}\right) \quad (2.28)$$

Testin ikinci aşamasında, testin ilk aşamasında hesaplanan kalıntılarla tahmin edilen eşitliğin test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$\Delta v_t = \delta_1 v_{t-1}^3 + \delta_2 v_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \varphi_j \Delta v_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2.29)$$

Test için kurulacak hipotezler:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = 0$$

$$H_1: \alpha_1 = \alpha_2 \neq 0$$

şeklindedir ve F testi ile test edilmektedir. Eğer sıfır hipotezi reddedilirse, y_t zaman serisi deterministik fonksiyonda kırılmalı durağandır şeklinde yorumlanırken; sıfır hipotezi reddedilemezse Güriş (2019) birim kök testi, Kruse (2011) tarafından önerilen

birim kök testine dönüşmektedir. Hesaplanan F istatistiğinin kıyaslanacağı kritik değerler ise Becker vd. (2006) çalışmasında bulunan kritik değerlerdir (Güriş, 2019).

2.1.6. Enders ve Lee (2012) Esnek Fourier Birim Kök Testi

Perron (1989) geniş ve önemli bir literatür çalışmasıyla geleneksel Dickey–Fuller (DF) testinde yapılacak değişikliklerle, kırılma zamanı önceden bilinen tek yapısal kırılmalı durumlar için önerilerde bulunmuştur. Ancak bazı zaman serilerinde tarihi bilinmeyen birden fazla yapısal kırılmalı durum söz konusudur. Bununla birlikte, Lee ve Strazicich (2003) çalışmasında, ikiden fazla yapısal kırılmanın dikkate alınmadığı görülmektedir. Çünkü, bir çok içsel kırılmaya sahip bir testin çok fazla güçlü olmadığını ileri sürmüşlerdir. Daha sonra Prodan (2008) özellikle kırılmalar zıt işaretli olduğunda, çoklu kırılmaların sayısını ve büyüklüklerini düzgün bir şekilde tahmin etmenin oldukça zor olabileceğini göstermiştir. Aynı şekilde Leybourne vd. (1998) ve Kapetanios vd. (2003), doğrusal olmayan birim kök testlerini geliştirecek testler üzerinde de çalışmışlardır. Ancak çoklu yapısal kırılmanın düzgün bir şekilde modellenmesinin zor olduğunu ifade etmişlerdir.

Bu tür sorunları aşmak için, Enders ve Lee ile Rodrigo ve Taylor, Gallant'ın (1981) Esnek Fourier Formunun (FFF) bir çeşidine dayanan bir Fourier birim kök testi önermektedir. Daha sonra Becker vd. (2004, 2006) çalışması temel alınarak bir veya daha fazla yapısal kırılmalı bir serinin temel özelliklerini, az sayıda düşük frekanslı bileşenlerin kullanıldığı Fourier yaklaşımıyla ele almışlardır. Bu yaklaşımın en önemli özelliği, kırılma tarihlerinin veya sayısının önceden bilinmesi şartının bulunmamasıdır. Bu nedenle belirli kırılma tarihlerini, kırılma sayısını ve kırılma şeklini seçmek yerine, uygun frekans bileşenlerini tahmin denklemine dahil ederek bu spesifikasyon sorunu ortadan kaldırılmış olacaktır. Bu çalışmada Enders ve Lee ile Rodrigues ve Taylor'un çalışmaları genişletilerek Dickey–Fuller tipi yeni bir Fourier Birim kök testi önerilmiştir. Enders ve Lee'nin Fourier birim kök testi, Lagrange Çarpanı(LM)na dayalı trendden arındırma yöntemini benimserken; Rodrigues ve Taylor'ın Fourier testinde Dickey–Fuller Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (DF–

GLS)'e dayalı trendden arındırma yöntemi kullanılmıştır. Öte yandan, bu trendden arındırma yöntemleri başlangıç değeri büyük olan serilerde önemli bir güç kaybına sebep olmaktadır.

Standart Dickey–Fuller tipi birim kök testleri kullanımı bakımından basit olmasının yanısıra, bu başlangıç değeri probleminde de muaf olmaktadır. Ayrıca bu çalışmada doğrusal olmama durumları için ön test olarak bir F testi önerilmiştir. Bu tür bir ön test faydalı olacaktır, çünkü Fourier testlerini, doğrusallığın sağlanmadığı durumlarda kullanmak önemli bir güç kaybına sebep olabilmektedir.

Çalışmanın bu kısmında Enders ve Lee (2012) tarafından geliştirilen Esnek Fourier birim kök testi ele alınmıştır. Enders ve Lee (2012) çalışmasında Dickey–Fuller Testi, zamana bağlı bir fonksiyon olan ve α_t ile gösterilen deterministik terimle ele alınarak;

$$y_t = \alpha(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t \quad (2.30)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada ε_t , σ_ε^2 sabit varyanslı hata terimini, $\alpha(t)$ ise t 'nin deterministik fonksiyonunu göstermektedir.

Enders ve Lee (2012), bir birim kök için boş hipotezin test edilmesini amaçlamışlardır (yani $\rho = 1$). Eğer $\alpha(t)$ yanlış tanımlanmış veya bilinmiyorsa, $\rho = 1$ için herhangi bir test sorunlu olacaktır. Bilinmeyen işlevsel $\alpha(t)$ formunun bir yakınsaması olarak Fourier açılımı;

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n \leq \frac{T}{2} \quad (2.31)$$

Burada n , yaklaşımda yer alan frekans sayısını, k belirli bir frekansı ve T ise gözlem sayısını temsil etmektedir.

Açıkçası $\alpha_1 = \beta_1 = \dots = \alpha_n = \beta_n = 0$ ise, süreç doğrusaldır ve geleneksel birim kök test metodolojileri uygun olmaktadır. Ancak bir yapısal kırılma veya doğrusal olmama eğilimi söz konusu ise, veri üretme sürecinde en az bir Fourier frekansı bulunması gerekmektedir. Gallant (1981) tarafından belirtildiği üzere, Taylor serisi gibi diğer yaklaşımların çoğu, örnek uzaydaki belirli bir noktada geçerlidir. Fourier yaklaşımının avantajı ise, örnek uzayda kısmi değil, tamamında geçerliliğini sağlamasıdır. Örnek olarak, bir regresyon modeli kurulurken n değerinin büyük olması mümkün değildir.

Çalışmada birçok frekans bileşeninin kullanımında, serbestlik derecelerinin kullanıldığı ve durumun aşırı uyum problemine neden olacağı ifade edilmiştir. Dolayısıyla $\alpha(t)$ 'nin spesifik biçimini belirlemek yerine (2.31) numaralı açılıma dahil edilecek uygun frekansların seçimi yapılmalıdır. İlk olarak yalnızca bir tane k frekansı kullanıldığı durum için test regresyonu aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + c_4 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.32)$$

Yukarıdaki eşitlikte $\rho = 0$ sıfır hipotezi için t istatistiği τ_{DF_t} olarak gösterilmektedir. Dickey–Fuller testlerinin asimptotik özellikleri, testin LM versiyonundan farklı değildir. Dolayısıyla burada asimptotik dağılım için bir gösterim yapılmamıştır. Buradaki kilit nokta, bir birim kök testi sıfır hipotezi için kritik değerlerin diğer testlerde olduğu gibi yalnızca k frekansına ve T örneklem büyüklüğüne bağlı olmasıdır. Ancak Fourier terimlerinin katsayılarına ve diğer deterministik terimlere bağlı değildir. Dolayısıyla simülasyonla kritik değerler tablolastırılabilir. τ_{DF_t} 'nin kritik değerleri aşağıdaki Tablo 2.1'de verilmiştir.

Tablo 2.1 : τ_{DF_t} 'nin kritik değerleri (Enders ve Lee, 2012)

k	$T = 100$			$T = 200$			$T = 500$			$T = 2500$		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
Critical values of $\tau_{DF,t}$												
1	-4.95	-4.35	-4.05	-4.87	-4.31	-4.02	-4.81	-4.29	-4.01	-4.80	-4.27	-4.00
2	-4.69	-4.05	-3.71	-4.62	-4.01	-3.69	-4.57	-3.99	-3.67	-4.58	-3.98	-3.67
3	-4.45	-3.78	-3.44	-4.38	-3.77	-3.43	-4.38	-3.76	-3.43	-4.38	-3.75	-3.43
4	-4.29	-3.65	-3.29	-4.27	-3.63	-3.31	-4.25	-3.64	-3.31	-4.24	-3.63	-3.30
5	-4.20	-3.56	-3.22	-4.18	-3.56	-3.24	-4.18	-3.56	-3.25	-4.16	-3.55	-3.24
Critical values of $F(\hat{k}) = \text{Max}F(k)$												
	12.21	9.14	7.78	11.70	8.88	7.62	11.52	8.76	7.53	11.35	8.71	7.50

Araştırmacı k değerini belirtmek isterse, test doğrudan bu kritik değerler kullanılarak yapılmalıdır. Eğer k değeri tahmin edilecekse aşağıdaki adımlar izlenmelidir:

Adım 1: (2.32) numaralı denklem, $1 \leq k \leq 5$ olacak şekilde tüm k tamsayı değerleri için tahmin edilmelidir. Kalıntı kareler toplamı (Sum of square (SSR)) en küçük olan regresyon modeline göre $\hat{k}$ elde edilmektedir. Eğer kalıntılarda koreslasyon varsa, (2.32) numaralı denklemin Δy_t gecikmeli değerler ile tahmin edilmesi gerekmektedir.

Adım 2: Doğrusal-dışı durumlar için ön test yapılmalıdır. Bunun için sıfır hipotezi $c_3 = c_4 = 0$ şeklinde ifade edilmektedir ve F testi ile test gerçekleştirilmektedir. Birim kök sıfır hipotezi veri üretme süreci(data-generating process (DGP))ne uygulandığında, F istatistiğinin dağılımı standart olmamaktadır. Dolayısıyla Tablo 2.1'deki kritik değerler $F(\hat{k})$ olarak tanımlanacaktır. Örneğin, rneklem büyüklüğü $T=100$ olduğunda, %5 anlam düzeyindeki kritik değer 9.14'tür. Eğer hesaplanan F değeri kritik değerden küçükse, doğrusal eğilimi ifade eden sıfır hipotezi reddedilememektedir. Bu durumda klasik doğrusal Dickey- Fuller testinin kullanımı uygun olacaktır.

Bazı durumlarda deterministik trendin (2.32) numaralı denklemde kullanılmasına gerek yoktur. Bu tür modeller bilinmeyen bir seviye değişikliğine izin vermektedir, ancak doğrusal bir trendin varlığını engellemektedir. Dolayısıyla (2.32) numaralı tahmin modelinden gereksiz bulunan trend değişkeni çıkarılarak testin gücü arttırılabilmektedir. Bu amaçla trendsiz durumlar için de kritik değerler elde edilmiştir.

Doğrusal bir eğilimin veya trendin bulunmadığı bu testler, genellikle doğrusal bir eğilimin olduğunu varsayan testlerden daha güçlüdür. Test istatistiği τ_{DF_c} olarak tanımlanacaktır. τ_{DF_c} istatistiği için Monte Carlo simülasyonlarıyla elde edilen kritik değerler ise aşağıdaki Tablo 2.2’de verilmiştir.

Tablo 2.2 : τ_{DF_c} test istatistiği için kritik değerler (Enders ve Lee, 2012).

k	$T = 100$			$T = 200$			$T = 500$			$T = 2500$		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
Critical values of τ_{DF_c}												
1	-4.42	-3.81	-3.49	-4.37	-3.78	-3.47	-4.35	-3.76	-3.46	-4.31	-3.75	-3.45
2	-3.97	-3.27	-2.91	-3.93	-3.26	-2.92	-3.91	-3.26	-2.91	-3.89	-3.25	-2.90
3	-3.77	-3.07	-2.71	-3.74	-3.06	-2.72	-3.70	-3.06	-2.72	-3.69	-3.05	-2.71
4	-3.64	-2.97	-2.64	-3.62	-2.98	-2.65	-3.62	-2.97	-2.66	-3.61	-2.96	-2.64
5	-3.58	-2.93	-2.60	-3.55	-2.94	-2.62	-3.56	-2.94	-2.62	-3.53	-2.93	-2.61
Critical values of $F(\hat{k}) = \text{Max}F(k)$												
	10.35	7.58	6.35	10.02	7.41	6.25	9.78	7.29	6.16	9.72	7.25	6.11

Bu tabloda örneğin; $\rho = 0$ hipotezi için $T=100$, $k=1$ ve %5 anlam düzeyinde kritik değer $\tau_{DF_c} = -3.81$ olarak bulunmuştur. Tablo 2.2’de her bir k değeri için sıfır hipotezi $c_3 = c_4 = 0$ şeklinde ifade edilmektedir ve F testi ile test gerçekleştirilmektedir. F istatistiğinin dağılımı standart olmamaktadır. Dolayısıyla Tablo 2.2’deki kritik değerler de $F(\hat{k})$ olarak adlandırılacaktır.

Daha sonra Fourier fonksiyonundaki çoklu frekanslara sahip Fourier testleri Enders ve Lee (2012) çalışmasında olduğu gibi ele alınacaktır. Birden fazla frekans kullanımı, daha kesin bir yaklaşım sağlayabilmektedir. Kümülatif frekanslar kullanılıyorsa, elde edilen testler sırasıyla $\tau_{DF_t}(n)$ ve $\tau_{DF_c}(n)$ olarak gösterilecektir. $n=1, \dots, 5$ için $\tau_{DF_t}(n)$ ve $\tau_{DF_c}(n)$ için uygun kritik değerler aşağıdaki Tablo 2.3 ve Tablo 2.4’te yer almaktadır. Kümülatif frekansların kullanılması daha kesin tahminler verse de, verilerin aşırı uyumlanması nedeniyle önemli güç kaybına sebep olacağı konusu dikkat çekmektedir.

Tablo 2.3 : $\tau_{DF_t}(n)$ için kümülatif değerler kullanılarak elde edilen kritik değerler

n	$T = 100$			$T = 200$			$T = 500$			$T = 2500$		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
1	-4.95	-4.35	-4.05	-4.87	-4.31	-4.02	-4.81	-4.29	-4.01	-4.80	-4.27	-4.00
2	-5.68	-5.08	-4.78	-5.58	-5.02	-4.73	-5.50	-4.96	-4.69	-5.48	-4.95	-4.68
3	-6.33	-5.73	-5.42	-6.19	-5.63	-5.34	-6.10	-5.57	-5.29	-6.04	-5.54	-5.27
4	-6.94	-6.31	-6.00	-6.73	-6.18	-5.89	-6.61	-6.10	-5.83	-6.57	-6.05	-5.79
5	-7.52	-6.86	-6.54	-7.24	-6.68	-6.39	-7.10	-6.58	-6.32	-7.03	-6.53	-6.26

Tablo 2.4 : $\tau_{DF_c}(n)$ için kümülatif değerler kullanılarak elde edilen kritik değerler

n	$T = 100$			$T = 200$			$T = 500$			$T = 2500$		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
1	-4.42	-3.81	-3.49	-4.37	-3.78	-3.47	-4.35	-3.76	-3.46	-4.31	-3.75	-3.45
2	-5.16	-4.52	-4.19	-5.08	-4.48	-4.17	-5.02	-4.45	-4.14	-4.98	-4.42	-4.12
3	-5.79	-5.15	-4.80	-5.68	-5.08	-4.76	-5.61	-5.03	-4.72	-5.58	-5.01	-4.69
4	-6.40	-5.71	-5.35	-6.23	-5.60	-5.28	-6.14	-5.55	-5.23	-6.09	-5.51	-5.19
5	-6.95	-6.23	-5.86	-6.73	-6.09	-5.75	-6.61	-6.02	-5.70	-6.54	-5.97	-5.66

Enders ve Lee (2012) çalışmasında simülasyon deneyleri kullanarak önerdikleri Fourier testinin performansını incelemişlerdir. Bu amaçla tüm Monte Carlo simülasyonları %5 anlamlılık düzeyinde 20.000 tekrar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İlk olarak, Fourier test istatistiği τ_{DF_t} 'nin k değerine bağlı olduğu, ancak α_k ve β_k büyüklüklerine göre değişmediği gösterilmiştir. Tablo 2.5' teki sonuçlar, örneklem büyüklüğünden bağımsız olarak farklı k , α_k ve β_k değerlerine sahip tüm durumlarda testlerin boyutunun %5'e yakın olduğunu göstermektedir. Çalışmada örneklem büyüklüğü küçük olduğunda, testin gücünün düşük olduğu ifade edilmiştir. Ancak örneklem büyüklüğünün $T=200$ veya $T=500$ olarak artırılması durumunda, testin gücünün hızla 1.0'e doğru yükseldiği gözlenmektedir. Bu sonuç, testin tutarlı olduğu anlamına gelmektedir. Beklendiği gibi, trend test regresyonunun dışında bırakıldığında, τ_{DF_c} testinin gücü oldukça yüksek olabilmektedir. Örneğin, Tablo 2.5'te gösterildiği gibi, $T=100$, $k=1$, $\alpha_1=0$, $\beta_1=5$ ve $\rho=0,9$ olduğunda, τ_{DF_c}

testinin gücü %18'dir ve $k=2$ ile 5 arasında değer aldığıında testin gücü %30'u aşmaktadır.

Tablo 2.5 : Bilinen frekanslarda testlerin sonlu örneklem performansı

DGP			$T = 100$		$T = 200$		$T = 500$	
k	α_k	β_k	$\rho = 1.0$	$\rho = 0.9$	$\rho = 1.0$	$\rho = 0.9$	$\rho = 1.0$	$\rho = 0.9$
The $\tau_{DF,t}$ version of the test								
1	0	5	0.048	0.104	0.050	0.321	0.051	0.994
	3	0	0.051	0.105	0.050	0.318	0.049	0.994
	3	5	0.051	0.108	0.050	0.318	0.050	0.993
2	0	5	0.049	0.158	0.049	0.479	0.054	0.999
	3	0	0.051	0.158	0.049	0.477	0.051	0.999
	3	5	0.049	0.153	0.052	0.478	0.050	0.999
3	0	5	0.048	0.181	0.048	0.565	0.049	1.000
	3	0	0.050	0.176	0.048	0.567	0.047	1.000
	3	5	0.050	0.182	0.047	0.566	0.050	1.000
The $\tau_{DF,c}$ version of the test								
1	0	5	0.051	0.180	0.049	0.525	0.050	1.000
	3	0	0.049	0.182	0.050	0.521	0.050	1.000
	3	5	0.050	0.181	0.049	0.526	0.052	1.000
2	0	5	0.051	0.312	0.050	0.796	0.048	1.000
	3	0	0.050	0.309	0.052	0.797	0.051	1.000
	3	5	0.051	0.314	0.052	0.797	0.049	1.000
3	0	5	0.048	0.327	0.049	0.846	0.050	1.000
	3	0	0.052	0.325	0.049	0.850	0.050	1.000
	3	5	0.049	0.326	0.053	0.847	0.051	1.000

Çalışmanın daha sonraki kısmında Enders ve Lee (2012), verilerden k 'nın tahmin edildiği durumları incelemektedirler. İlk olarak doğrusal olmayan bir eğilimin var olup olmadığı belirlenmektedir ve ikinci adımda bir birim kökün varlığı test edilerek iki adımlı bir prosedür benimsenmektedir. Tablo 2.1 veya Tablo 2.2' nin alt kısmında bulunan $F(\hat{k})$ değerleri kullanılarak (2.32) denklemi için $c3 = c4 = 0$ sıfır hipotezi test edilmektedir. Eğer doğrusallığın test edildiği sıfır hipotezi reddedilemezse klasik Dickey–Fuller testi uygulanmaktadır. Aşağıdaki Tablo 2.6'da 200 örneklem büyüklüğü için simülasyon sonuçları verilmiştir.

Tablo 2.6 : $F(\hat{k})$ testi kullanıldığında τ_{DF_t} 'nin sonlu örneklem performansı

DGP			5%	10%	Relative frequency of the selected values of k						
k	α_k	β_k	Rejection rate	Rejection rate	Linear	1	2	3	4	5	6 $\geq$
(a) Size with $T = 200, \rho = 1$											
1	0	0	0.080	0.138	0.94	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	0	5	0.049	0.091	0.89	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0	0.068	0.121	0.92	0.07	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	5	0.053	0.092	0.82	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0	0	0.076	0.136	0.95	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
	0	5	0.045	0.087	0.64	0.01	0.35	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0	0.055	0.098	0.87	0.02	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	5	0.045	0.084	0.46	0.00	0.54	0.00	0.00	0.00	0.00
(b) Power with $T = 200, \rho = 0.9$											
1	0	0	0.641	0.809	0.99	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0	5	0.232	0.256	0.74	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0	0.331	0.490	0.95	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	5	0.292	0.384	0.58	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0	0	0.644	0.812	0.99	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0	5	0.449	0.585	0.28	0.00	0.72	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0	0.259	0.358	0.78	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	5	0.465	0.657	0.09	0.00	0.91	0.00	0.00	0.00	0.00

Tablo 2.6'daki sonuçlar testin boyut ve güç özellikleri bakımından oldukça iyi olduğunu göstermektedir. DGP' nin gerçekten de doğrusal olduğu, $\alpha_k = \beta_k = 0$ iken gücün en yüksek olmasından gözlemlenmektedir. Ayrıca Lee ve Enders (2012) bu sonuçların DGP'de kullanılan k değerine duyarsız olduğunu ifade etmektedirler ve örneklem büyüklüğünün $T=500$ 'e yükseltilmesinin testin gücünü büyük ölçüde artırdığını ileri sürmüşlerdir. Testin en önemli özelliği DGP'de bulunan çeşitli kırılma(lar) için yeni bir yaklaşım sağlamasıdır. Bu nedenle tahmini frekansın DGP'de mevcut olan gerçek frekansa oldukça yakın olduğunu gözlemlemek mümkündür. Tablo 2.6'nın sağ kısmında, çeşitli seriler için tahmin edilen frekansların oranları bildirilmektedir. Enders ve Lee (2012)' ye göre testin, α_k ve β_k büyük olduğunda (bunlar trigonometrik bileşenlerin önemini artırdığı için), ρ küçük olduğunda (birim kök 'düşük frekanslı' bir olay olduğu için) ve T büyük olduğunda, doğru frekansı seçme olasılığı yüksektir.

Çalışmanın bundan sonraki kısmında, tahmin denkleminde kümülatif frekansları içeren test incelenmektedir.

Tablo 2.7 : Kümülatif frekanslar kullanıldığında boyut ve güç analizi sonuçları

n	$T = 100$		$T = 200$		$T = 500$	
	$\rho = 1$	$\rho = 0.9$	$\rho = 1$	$\rho = 0.9$	$\rho = 1$	$\rho = 0.9$
Finite-sample performance of $\tau_{DF}(n)$						
1	0.053	0.106	0.049	0.321	0.049	0.994
2	0.053	0.083	0.050	0.197	0.051	0.940
3	0.048	0.069	0.049	0.137	0.051	0.804
4	0.050	0.063	0.048	0.113	0.050	0.653
5	0.047	0.061	0.046	0.096	0.051	0.515
Finite-sample performance of $\tau_{DF,c}(n)$						
1	0.050	0.179	0.050	0.541	0.050	1.000
2	0.053	0.156	0.050	0.365	0.049	0.990
3	0.051	0.139	0.049	0.277	0.050	0.951

Tablo 2.7'de raporlanan Monte Carlo simülasyon sonuçları, kümülatif frekanslar kullanıldığında daha önceden tanımlanan $\tau_{DF_t}(n)$ ve $\tau_{DF_c}(n)$ test istatistiklerinin, doğru boyutta olduğunu göstermektedir. Enders ve Lee (2012)'ye göre sorun, tahmin denklemine ek frekans bileşenleri eklendikçe testin gücü hızla azalmaktadır. Aslında, tahmin denklemine çok sayıda frekans bileşeni dahil edildiğinde aşırı uyumlanma durumu söz konusudur. Örneğin, frekans bileşenlerinin sayısı $n=3$ 'ü geçerse, testin gücü büyük T değerleri için bile hızla azalmaktadır. Eğer DGP' de herhangi bir trend yoksa, $\tau_{DF_c}(n)$ test istatistiği gücünün daha önce tanımlanan iki test istatistiğinin gücünün oldukça üzerinde olabilmesi durumu söz konusudur. Bu nedenle, $n=1$ veya $n=2$ gibi küçük bir n değerinin kullanılması önerilmektedir. Ayrıca, Enders ve Lee(2012) çalışmasında, n 'nin uygun değerini seçmek için Bayes Bilgi Kriterini (BIC) kullanmayı da denemişlerdir. Bazı durumlarda, BIC kriterini kullanarak n 'yi tahmin etmek daha kolay olmuştur. Bununla birlikte, düşük frekanslı bileşenler birim kökü 'filtreleyebildiğinden', n değerini tahmin etmenin genellikle önemli boyut bozulmalarına yol açtığı gözlemlenmiştir. Ayrıca korelasyonlu hataların varlığına yol açacağından, klasik Dickey–Fuller testlerinden elde edilen sonuçlar da aynı olmayacaktır.

Enders ve Lee (2012) çalışmasında, doğrusal olmayan bilinmeyen çoklu kırılmaların varlığında Dickey–Fuller tipi Fourier birim kök testi önerilmiştir. Böylece, sınırlı sayıda parametre kullanıldığı için, çok fazla kukla değişken kullanılan

birim kök testlerinde karşılaşılabilecek güç kaybı sorunu önlenabilmektedir. Bu çalışmada önerilen testler Enders and Lee'nin LM tipi veya Rodrigues ve Taylor'ın DF–GLS tipi testini tamamlayabilmektedir. Özellikle, Dickey–Fuller tipi testler büyük bir başlangıç değeri olması durumunda kullanışlı olmaktadır. Ayrıca, doğrusal bir trend olmadığında seviye değişiklikleriyle (kayma) DF tipi testlerin kullanımı önerilmiştir. Bu gibi durumlarda, LM tipi veya DF–GLS tipi testler, bu çalışmada raporlanan testlerden daha az güçlü olabilmektedir (Enders ve Lee, 2012).

Bu test, daha önce anlatılan Becker, Enders ve Lee (2006) Fourier durağanlık testi, Christopoulos ve León – Ledesma (2010) FADF ve FKSS birim kök testleri, Ranjbar, Chang, Elmi ve Lee (2018) Fourier – Sollis birim kök testi ve Gürış (2019) Fourier – Kruse birim kök testinden farklılık göstermektedir. Bu testte Dickey – Fuller (DF) tipi bir test regresyon modeli ele alınmaktadır. Enders ve Lee (2012) tarafından önerilen sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli yapıların bulunduğu test regresyonları aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.33)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.34)$$

Yukarıdaki (2.33) ve (2.34) numaralı denklemlerde;

k: Frekans sayısını,

T: Gözlem sayısını,

t: Deterministik trendi,

$\pi=3.14$ olarak ifade edilen pi sayısı şeklinde tanımlanmaktadır. Ayrıca sin ve cos terimleri ise modellerdeki diğer deterministik bileşenler olan trigonometrik terimler olarak ifade edilmektedir.

Test için geliştirilen (2.33) ve (2.34) numaralı regresyon modelleri EKK yöntemi ile tahmin edilmektedir. Bu testte de k değerinin uygun bir şekilde tespit edilmesi, testin istatistiksel dağılımının k değerine bağlı olması nedeniyle önemlidir. Farklı k değerlerine ait tahmin edilen test regresyonlarının kalıntı kareler toplamını minimum yapan k frekans sayısı, uygun frekans sayısı olarak kabul edilmektedir ve bu değer kullanılarak tahmin edilen model dikkate alınmaktadır. Enders ve Lee (2012) birim kök testinde ilk olarak birim kök süreci araştırılmamaktadır, bu nedenle de izlediği prosedür bakımından diğer Fourier fonksiyonlarına dayalı birim kök testlerinden farklılık göstermektedir. Bu testte ilk olarak trigonometrik terimlerin istatistiki açıdan anlamlı olup olmadığı sınanmaktadır. (2.33) ve (2.34) test regresyonlarında yer alan $\sin$ ve $\cos$ terimlerinin anlamlılığı için kurulacak hipotezler ve kullanılacak $F(\hat{k})$ test istatistiği aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ (Katsayılar istatistiki olarak anlamsızdır.)

$H_0: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$ (Katsayılardan en az biri istatistiki olarak anlamlıdır.)

$$F(\hat{k}) = \left(\frac{ESS_R - \frac{ESS_{UR}(k)}{2}}{\frac{ESS_{UR}(k)}{T-q}} \right) \quad (2.35)$$

Formülde yer alan ESS_R kısıtlı modele ilişkin hesaplanan kalıntı kareler toplamını, $ESS_{UR}(k)$ ise kısıtsız modele ait kalıntı kareler toplamını ifade etmektedir. Ayrıca T gözlem sayısını, q kısıtsız modele ilişkin parametre sayısını göstermektedir. (2.33) veya (2.34) test regresyonları için elde edilen $F(\hat{k})$ test istatistiği değeri, Enders ve Lee (2012) çalışmasında önerilen kritik değerlerden büyük olduğunda sıfır hipotezinde belirtilen durumun geçersizliği ve bu durumda trigonometrik terimlere ait katsayılardan en az birinin istatistiki olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Katsayılardan en az birinin istatistiksel olarak anlamlı olması, birim kök varlığının test edilmesinde Enders ve Lee (2012) Esnek Fourier birim kök testinin kullanımının uygun olduğunu göstermektedir. Öte yandan test istatistiğinin kritik değerlerden küçük

olması halinde, sıfır hipotezi reddedilemediğinden katsayılar istatistiksel açıdan anlamsız olmaktadır. Bu sonuca göre de birim kökün varlığını test etmek için Esnek Fourier birim kök testi yerine geleneksel ADF birim kök testinin kullanımı uygunluk göstermektedir.

Katsayıların anlamlılığının test edilmesi sonucunda eğer trigonometrik terimler anlamlıysa, ikinci aşamada Enders ve Lee (2012) Esnek Fourier birim kök testi için tahmin edilecek (2.33) ve (2.34) test regresyonlarına ilişkin kurulacak hipotezler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$H_0: \delta=0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta<0$ (Seri durağandır.)

Test için kullanılacak test istatistiği (2.33) numaralı denklem için τ_{DF_c} ve (2.34) numaralı denklem için τ_{DF_t} olarak tanımlanmakta ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\tau_{DF_c}, \tau_{DF_t} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (2.36)$$

(2.36) numaralı formülde yer alan $\hat{\delta}$, δ parametresinin tahminidir ve $SE(\hat{\delta})$ değeri de bu tahminciye ilişkin hesaplanan standart hata olarak adlandırılmaktadır. Eğer hesaplanan τ_{DF_c} , τ_{DF_t} test istatistikleri mutlak değerce Enders ve Lee (2012) tarafından elde edilen kritik değerlerden küçük ise, sıfır hipotezi reddedilemediğinden seri birim köklüdür sonucuna ulaşılmaktadır. Aksi takdirde hesaplanan test istatistikleri mutlak değerce kritik değerlerden büyük ise, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği ifade edilmektedir (Hepsağ, 2022).

2.1.7. Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier Birim Kök Testi

Literatürde bulunan çoklu doğrusal kırılmalı birim kök testlerinden Becker vd. (2006), Enders ve Lee (2012) ve Rodrigues ve Taylor (2012) birim kök testleri Esnek Fourier birim kök testlerinin farklı formları olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu çalışmalarda Fourier yaklaşımı; bilinmeyen formdaki bir deterministik fonksiyonun periyodik olmasa bile davranışını yakalayabilme, kırılmaların anlık veya yumuşak geçişli olmasına bakılmaksızın kukla değişken yöntemlerinden daha iyi sonuçlar alınabilmesi ve kırılmaların formu, sayısı ve gerçekleştiği tarihin bilinmemesi durumunda kullanılabilmesi bakımından avantaj sağlamaktadır. Tüm bu çalışmalarda Fourier dönüşümlerinde k frekans değerinin tam sayılı olarak kullanılması şartıyla yapısal kırılmanın belirlenebileceği, aksi halde aşırı-filtrasyon probleminin ortaya çıkması durumu söz konusudur. Ancak, bu çalışmaların hiçbirinde k frekans değerinin kesirli olabileceği ele alınmamıştır. Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testi, Becker vd. (2004) çalışmasındaki yapısal kırılma testine dayanmaktadır. Ayrıca Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testi, Becker vd. (2004) testi ile birlikte Enders ve Lee (2012) testinin kombinasyonu şeklinde Fourier dönüşümlerine dayanan bir birim kök testi olması amaçlanarak geliştirilmiştir (Omay, 2015).

Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testinde k frekans değerleri kesirli (ondalıklı) değerler alabilmektedir. k^{fr} kesirli frekans sayısı olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca k , 0.1 ile 2 arasında değer almaktadır ($0.1 \leq k^{fr} \leq 2$). Kesirli Esnek Fourier test regresyonları sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durum için sırasıyla (2.37) ve (2.38)'teki gibi tanımlanmıştır:

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T} f^{fr} t\right) + \gamma_1 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.37)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \gamma_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} f^{fr} t\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.38)$$

Bu formüllerde;

T : Gözlem sayısını,

t: Deterministik trendi,

$\pi=3.14$ olarak tanımlanan pi sayısını göstermektedir. Ayrıca sin ve cos deterministik bileşenleri ise trigonometrik terimlerdir.

Yukarıdaki (2.37) ve (2.38) test regresyonları EKK yöntemi yardımıyla tahmin edilmektedir. Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testinde de k^{fr} frekans sayısını belirlemek önemlidir. Elde edilen modellerde kalıntı kareler toplamını en küçük yapan k^{fr} değeri en uygun frekans sayısı olarak kabul edilmektedir. Böylece belirlenen k^{fr} frekans değeri ile tahmin edilen model, birim kökün sınanması için kullanılacak model olarak kullanılmaktadır. Bu testte de ilk aşamada test regresyonunda yer alan trigonometrik terimlerin istatistiki açıdan anlamlılığı sınanmaktadır. Bu amaçla (2.37) ve (2.38) test regresyonlarındaki sin ve cos trigonometrik terimleri için kısıtlara dayalı ve sabit terimli durum ya da sabit terim ile birlikte trendli duruma ilişkin test istatistiği $F(\hat{k}^{fr})$ olarak tanımlanmaktadır.

Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ (Katsayılar istatistiki olarak anlamsızdır.)

$H_0: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq 0$ (Katsayılardan en az biri istatistiki olarak anlamlıdır.)

Hipotezlerin sınanması amacıyla hesaplanacak $F(\hat{k}^{fr})$ test istatistiği:

$$F(\hat{k}^{fr}) = \left(\frac{\frac{ESS_R - \frac{ESS_{UR}(k^{fr})}{2}}{2}}{\frac{ESS_{UR}(k^{fr})}{T-q}} \right) \quad (2.39)$$

şeklindedir.

Formülde yer alan ESS_R kısıtlı modele ilişkin hesaplanan kalıntı kareler toplamını, $ESS_{UR}(\hat{k}^{fr})$ ise kısıtsız modele ait kalıntı kareler toplamını ifade etmektedir. Ayrıca T gözlem sayısını, q kısıtsız modele ilişkin parametre sayısını göstermektedir. (2.37) veya (2.38) test regresyonları için elde edilen $F(\hat{k}^{fr})$ test istatistiği değeri, Omay (2015) çalışmasında önerilen kritik değerlerden büyük olduğunda sıfır hipotezinde belirtilen durumun geçersizliği ve bu durumda trigonometrik terimlere ait katsayılardan en az

birinin istatistiki olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Katsayılardan en az birinin istatistiksel olarak anlamlı olması, birim kök varlığının test edilmesinde Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testinin kullanımının uygun olduğunu göstermektedir. Öte yandan test istatistiğinin kritik değerlerden küçük olması halinde, sıfır hipotezi reddedilemediğinden katsayılar istatistiksel açıdan anlamsız olmaktadır. Bu sonuca göre de birim kökün varlığını test etmek için Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testi kullanılamamaktadır.

Trigonometrik terimlerin anlamlılığı sonucu altında, Omay (2015) Kesirli Esnek Fourier birim kök testi kullanılarak (2.37) ve (2.38) test regresyonlarında birim kök varlığı sınanmak üzere kurulacak hipotezler:

$H_0: \delta=0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta<0$ (Seri durağandır.)

Test için kullanılacak test istatistiği (2.37) numaralı denklem için $\tau_{DF_c}^{fr}$ ve (2.38) numaralı denklem için $\tau_{DF_t}^{fr}$ olarak tanımlanmakta ve aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\tau_{DF_c}^{fr}, \tau_{DF_t}^{fr} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (2.40)$$

(2.40) numaralı formülde yer alan $\hat{\delta}$, δ parametresinin tahminidir ve $SE(\hat{\delta})$ değeri de bu tahminciye ilişkin hesaplanan standart hata olarak adlandırılmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{DF_c}^{fr}$, $\tau_{DF_t}^{fr}$ test istatistikleri mutlak değerce Omay (2015) tarafından elde edilen kritik değerlerden küçük ise, sıfır hipotezi reddedilemediğinden seri birim köklüdür sonucuna ulaşılmaktadır. Aksi takdirde hesaplanan test istatistikleri mutlak değerce kritik değerlerden büyük ise, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği ifade edilmektedir. Omay (2015) çalışmasında yer alan kritik değerler tablosu incelendiğinde k^{fr} değerinin 1.1 ile 1.9 arasında olmasına dayalı kritik değerlerin üretildiği gözlemlenmektedir. k^{fr} frekans değerinin 0.9 ve daha küçük

değerleri için kullanılabilecek kritik değerler de aynı çalışmada mevcuttur (Hepsağ, 2022).

2.2. KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI BİRİM KÖK TESTLERİ

İktisadi ve finansal serilerde olduğu gibi bazı serilerin dağılımı normal dağılıma uygunluk göstermemektedir. Böyle serilerde en küçük kareler (EKK) tahmincileri etkin olmayan sonuçlar vermektedir. Normal dağılım göstermeyen seriler için Im ve Schmidt (1996), kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler (RALS) tahmincilerini modele eklemeyi ileri sürmüştür (Gallagher ve Taylor, 2000). Daha sonra Im ve Schmidt (1996) çalışmasını geliştirerek EKK tahmincilerinin ancak normallik varsayımı altında etkin olabileceğini, aksi takdirde hatalar normal dağılıma uygunluk göstermiyorsa etkin tahmincilerin, bağımsız değişkenlere dayalı olmayan daha yüksek mertebeli moment varsayımının uygulanmasıyla, elde edilebileceğini göstermişlerdir. Ayrıca genelleştirilmiş momentler methodu (GMM) yardımıyla bağımsız değişkenlere bağımlı olmayan yüksek mertebe koşulunun sağlanması amacıyla, EKK yöntemiyle elde edilen kalıntılara ait fonksiyonları genişleterek doğrusal regresyon modellerini tahmin etmişlerdir (Canpolat, 2017).

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında normallik varsayımı sağlandığında en küçük kareler yönteminin etkili olduğunu ve bununla birlikte hatalar normal dağılıma uygunluk göstermediğinde, daha yüksek momentlerin regresörlere bağlı olmadığı iddiasından etkinlik elde edilebileceğini ileri sürmüşlerdir. Bu çalışmada, daha yüksek momentlerin regresörlere bağlı olmadığı varsayımının bir GMM çerçevesinde nasıl kullanılabileceği gösterilmiş ve asimptotik olarak GMM tahmin edicilerine eşdeğer basit tahmin ediciler önerilmiştir. Bu tahminciler, en küçük kareler kalıntılarının işlevleriyle arttırılmış doğrusal regresyonlarla hesaplanabilmektedir.

Bu makalede, hataların ek momentlerine ilişkin varsayımlardan en küçük kareler regresyonunda mümkün olan etkinlik kazanımları ele alınmaktadır. Bu etkinlik

kazanımları, ek momentler biliniyorsa, ancak momentlerin basitçe regresörlerle ilgisiz olduğu ve hataların normal olduğu durumlar dışında mümkün olması gerektiği varsayılırsa, bir GMM çerçevesinde gerçekleştirilebilmektedir.

Daha açıklayıcı olmak için Im ve Schmidt (2008) çalışmasında, önce y_i ; $i = 1, \dots, N$ serisini ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan rastgele bir örneklem olarak tanımlamışlardır. Ayrıca $\mu_j = E(y - \mu)^j$; $j = 2, 3, \dots$ olarak ifade edilmiş ve μ_j 'nin tüm j değerleri için sonlu olduğu varsayılmıştır. Örneklem ortalaması, $E(y - \mu) = 0$ moment koşuluna dayanmaktadır ve normallik koşulu altında etkili bir tahmincidir.

Çalışmanın devamında $E[(y - \mu)^2 - \sigma^2] = 0$ şeklindeki ikinci moment koşulunun eklendiği varsayılmıştır. Buna göre eğer σ^2 bilinmiyorsa, μ' nün GMM tahmini yine örneklem ortalamasıdır. Ancak σ^2 biliniyorsa, farklı bir tahmin edici elde edilerek, bu tahmin edicinin $\mu_3 = 0$ olmadıkça örneklem ortalamasından daha etkili olması durumu söz konusudur. Benzer şekilde Im ve Schmidt (2008), üçüncü momentin bilinmesi durumunda, $\mu_4 = 3\sigma^4$ olmadıkça örneklem ortalamasının geliştirilebileceğini ileri sürmüşlerdir. Tabii ki, normallik varsayımı altında, $\mu_3 = 0$ ve $\mu_4 = 3\sigma^4$ 'tür ve bu nedenle örneklem ortalaması iyileştirilememektedir. Im ve Schmidt (2008), bu sonuçların daha yüksek momentlere kadar uzandığını ve aslında tüm yüksek momentlerin bulunduğu, ancak ortalama için bilgilendiriciliği olmayan tek dağılımın normal dağılım olduğunu göstermişlerdir. Etkinlik kazanımları mümkün olduğunda, bunların bir kesişme noktası ve artıkların belirli fonksiyonları (ortalamalardan sapmalar) üzerinde y 'yi geri çekerek elde edilebileceklerini göstermişlerdir. Bu tahmincilerle Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS)–(Residual Augmented Least Squares) tahmincileri adı verilmiştir.

Öncelikle Im ve Schmidt (2008) çalışmasında $y_i = x_i'\beta + \varepsilon_i$ gibi bir regresyon modeli ele alınmıştır. Burada EKK tahmincisi ise $E[x(y - x'\beta)] = 0$ moment koşuluna dayanmaktadır. Koşullu heteroskedasite olmadığı varsayımı altında; $E\{x[(y - x'\beta)^2 - \sigma^2]\} = 0$ koşulunun da eklendiği varsayılmaktadır. σ^2 'nin bilindiği varsayılabilir, ancak x 'e bağlı olmadığı sürece buna gerek yoktur. Bu ekstra moment koşullarından etkinlik kazancı elde etmek için gereken koşul, yine de temel olarak $\mu_3 \neq 0$ 'dır. $\mu_3(x)$ gibi üçüncü koşullu moment x 'e bağlıysa, bu durum biraz daha

belirsizdir, ancak $\mu_3(x)=0$ durumu etkinlik kazancı olmaması için yeterlidir. $\mu_3(x)$ ve $\mu_4(x)$ 'in x 'e bağlı olmaması durumunda, basit bir RALS tahmin aracı asimptotik olarak GMM tahmincisine eşdeğerdir. Ayrıca, $\mu_3(x)$ ve $\mu_4(x)$ x 'e bağlı olmadığında, bu tahmin edici $E[(y - x'\beta) | x] = 0$ ve $E\{x[(y - x'\beta)^2 - \sigma^2] | x\} = 0$ koşullu moment kısıtlamalarına dayanan GMM tahmincisi kadar verimli olmaktadır. Tüm bu sonuçlar daha yüksek momentlere ve aslında ε 'un diğer fonksiyonlarının beklentisine uzanmaktadır.

MaCurdy (1982, 2001) ve Newey (1988, 1993)'in daha önceki makalelerinde de benzer fikirlerde çalışmalar yapılmıştır. MaCurdy (1982), hataların daha yüksek momentlerinin x 'e bağlı olmadığı varsayımının EKK yöntemine göre etkinliği artırmak için nasıl kullanılabileceğini gösteren ilk çalışmadır. Newey (1988), hataların daha yüksek momentlerinin x 'e bağlı olmadığı varsayımıyla ortaya çıkan moment koşulları açısından hatalar ve regresörler arasındaki bağımsızlık varsayımı altında, uyarlamalı tahmini değerlendirmiştir ve çalışmasında hataların daha genel fonksiyonlarının x 'e bağlı olmadığı durumunu da ele almıştır. Im ve Schmidt (2008) çalışmasındaki analiz yöntemi genel olarak Newey (1988) yaklaşımına benzer, ancak bu kısıtlamaları getiren koşullu ve koşulsuz moment koşulları arasındaki ilişki hakkında daha orijinal fikirler bulunmaktadır. Im ve Schmidt (2008)'in çalışmasının, bu konuda daha önceden yapılmış makalelere göre, diğer önemli katkısı RALS tahmincisidir. Newey (1988) 'in doğrusallaştırılmış GMM tahmincisi ile ilgilidir ancak ondan daha basittir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında özetle; ilk olarak örneklem ortalaması ile ilgili problem ele alınmıştır. Daha sonra, $h(\varepsilon)$ 'nin bazı işlevleri için doğrusal regresyon modeli ele alınmıştır, burada $E[h(\varepsilon) | x]$ ifadesi x 'e bağlı değildir. Bir sonraki aşamada, $h(\varepsilon) = \varepsilon^2$ özel durumu, yani koşullu heteroskedasite olmadığı varsayımı için açıklamalarda bulunmuşlardır. Im ve Schmidt (2008) çalışmasının son kısmında ise bazı simülasyon sonuçları ve açıklamalar yer almaktadır. Çalışmanın detayları aşağıda anlatılmıştır.

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında, ortalama tahmini için $y_i, i = 1, \dots, N$ ortalaması μ (ilgilenilen parametre) olan rastgele bir dağılımdan seçilmiş bir örneklem olarak kabul edilmektedir. Ayrıca, $\mu_j = E(y - \mu)^j$ ve $\sigma^2 = \mu_2$ olarak

tanımlanmaktadır. Kolaylık açısından μ_j 'nin $j = 2, 3, \dots$ için sonlu olduğu varsayılmaktadır. Örneklem ortalaması; $E(y - \mu) = 0$ moment koşuluna dayanır ve normallik varsayımı altında etkin bir tahmincidir. $j \geq 2$ tamsayı değerleri için μ_j değerinin bilindiği varsayımıyla, aşağıdaki iki moment koşulu tanımlanmıştır:

$$E(y - \mu) = 0 \quad (2.41)$$

$$E[(y - \mu)^j - \mu_j] = 0 \quad (2.42)$$

Eğer μ_j bilinmiyorsa, μ 'ye dayalı (2.41) ve (2.42) numaralı moment koşullarının GMM tahmini örneklemin ortalaması olacaktır. Öte yandan μ_j biliniyorsa, μ 'ye dayalı (2.41) ve (2.42) numaralı moment koşullarının GMM tahmini genellikle örneklem ortalamasından farklı olacaktır (yalnızca (2.41) eşitliğine dayalı olan) ve örneklem ortalamasından daha az etkinlikte olmamaktadır. Ancak bazen ikinci moment koşulları etkinliği artırmaz, bu durumda (2.42) eşitliği verildiğinde (2.41) eşitliği gereksizdir. Bu koşulun gereksiz olduğu, MaCurdy (1982) ve Breusch vd. (1999) çalışmalarında verilmiştir. Bu çalışmalardan yararlanılarak (2.41) koşulu verildiğinde (2.42) için gereksizlik koşulu aşağıdaki gibi açıklanmıştır:

$$\mu_{j+1} = j\sigma^2\mu_{j-1} \quad (2.43)$$

Burada $\mu_3 = 0$ olmadıkça, σ^2 bilgisi kullanışlı bir bilgidir. μ_3 bilgisi ise $\mu_4 = 3\sigma^4$ olmadıkça faydalı olmaktadır. Normal dağılım için momentler arasındaki bu ilişkilerin doğru olması tesadüf değildir, çünkü normallik varsayımı altında örneklem ortalaması etkindir ve daha yüksek momentler hakkında bilgi sahibi olmak bir işe yaramamaktadır. Gerçekten de (2.43) eşitliği normal dağılım için daha yüksek

momentleri ($j \geq 3$) veren bir denklemdir. Normal dağılımdan başka hiçbir dağılımın bu ilişkileri karşılamadığı bilinmektedir (yani, sıfıra eşit üçüncü veya daha yüksek mertebeden kümülanlara sahiptir). Bu nedenle, normal varsayımı sağlanmadığında, daha yüksek bir mertebe bilgisi, μ 'nün tahmini için gereksiz değildir. Bu sonuç daha önceki çalışmalarda yer almaması bakımından önemlidir.

μ_j bilgisine dayanan etkinlik artışı, (2.41) ve (2.42) denklemlerine bağlı olarak GMM tarafından sağlanabilmektedir. Ancak, aşağıdaki Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) tahmincisi kullanılarak da elde edilebilmektedir. $\bar{y}$, örneklem ortalaması, $e_i = y_i - \bar{y}$ ve $m_k = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N e_i^k$ ($k \geq 2$ olmak şartıyla) y 'nin k . merkezi örneklem momenti olarak tanımlanmıştır. Buna göre oluşturulan değişken (2.44) eşitliğindeki gibidir:

$$w_i = e_i^j - \mu_j - j\mu_{j-1}e_i \quad (2.44)$$

RALS tahmincisi, örneğin $\hat{\mu}$, y_i 'nin $[1, w_i]$ üzerindeki bir regresyonunun kesişme katsayısı olarak tanımlanmaktadır. Im ve Schmidt (2008) çalışmasında, bu bilgilerden yola çıkarak; RALS tahmincisinin, (2.41) ve (2.42) eşitliklerine dayalı GMM tahmincisi ile aynı asimptotik etkinliğe sahip olduğunu ileri sürmüşlerdir.

Ancak, bu tür bir artışın tahminlerin etkinliğini neden ve ne kadar artırdığını sezgisel olarak anlamak için aşağıdakiler göz önünde bulundurulmuştur.

$$\varepsilon_i = y_i - \mu \quad (2.45)$$

$$\omega_i = \varepsilon_i^j - \mu_j - j\mu_{j-1}\varepsilon_i \quad (2.46)$$

Buradaki ω_i miktarı gözlemlenemez ancak eşitlik (2.44)'teki w_i gözlemlenebildiği için ω_i 'nin bir tahmini olarak ifade edilebilmektedir. $E(\omega_i) = 0$ olduğundan sabit terim ile ilişkisiz olacaktır. $E(\varepsilon_i \omega_i) = \mu_{j+1} - j\sigma^2 \mu_{j-1}$ olduğundan ω_i , (2.43) numaralı denklemdaki gereksizlik koşulu sağlanmadığı sürece, hata ile ilişkilidir. Bir regresyonun, regresörle ilişkisiz ancak hatayla ilişkili olan değişkenler ile genişletilerek tahmin edilmesinin, etkinliğini arttırdığı bilinmektedir. Bu konu hakkında daha detaylı bilgi için, Wooldridge (1993) ve Qian ve Schmidt (1999) tarafından yapılan çalışmalar faydalı olacaktır. Bunu yaparak, ilgili hata varyansının gerçek hata varyansından daha küçük olduğu, artan değişkenlere bağlı varyans elde edilmektedir. Özellikle, arttırma işlemi asimptotik varyans tahminini $(1 - R^2)$ faktörü kadar azaltmaktadır. Burada R , arttırılmış değişkenler kümesi ile ε_i hata terimi arasındaki çoklu korelasyon katsayısıdır. Bu bağlamda gereksizlik koşulu eşitlik (2.43) geçerli olduğunda korelasyon sıfırdır, ancak hatalar yeterince normal olmadığında yüksek olabilmektedir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmanın bir sonraki aşamasında aşağıdaki doğrusal regresyon modelinin tahminini ele almışlardır:

$$y_i = x_i' \beta + \varepsilon_i \quad (2.47)$$

Burada x_i açıklayıcı değişkenleri bir $k \times 1$ boyutlu vektördür. Ayrıca $z_i = (y_i, x_i')'$ gözlemleri $z = (y, x')'$ dağılımından gelen rassal bir örneklem olarak varsayılmıştır ve $E(\varepsilon | x) = 0$ olduğu kabul edilmiştir. Ancak; ortalaması x 'e bağlı olmayan, $J \times 1$ boyutunda olduğu bilinen, türevlenebilir bir $h(\varepsilon)$ fonksiyonu önerilmiştir. Yani tüm x 'ler için aşağıdaki (2.48) numaralı denklemin sağlandığı varsayılmıştır:

$$E[h(\varepsilon) | x] \equiv H(x) = H \quad (2.48)$$

Burada H 'nin bilindiği ancak sadece x 'e bağlı olmadığı varsayılmaktadır. Bu bilgilerin ne zaman yararlı olduğu ve nasıl kullanılacağı önemlidir.

Öncelikle $h(\varepsilon)$ 'nin ε 'nin tamsayı kuvvetlerini içerdiği bilgisiyle, ε 'nin bir veya daha fazla koşullu momentinin x 'e bağlı olmadığı varsayılmaktadır. Belki de en ilginç özel durum, $h(\varepsilon) = \varepsilon^2$ olduğu zamandır ve dolayısıyla $H = \sigma^2$. Bu durumda (2.48) eşitliği koşullu heteroskedasitenin olmadığı varsayımıdır. Bu konu Im ve Schmidt (2008) çalışmasının devamında daha detaylı olarak açıklanmıştır.

Im ve Schmidt (2008) çalışmalarında iki farklı moment koşulunu ele almışlardır. İlk olarak, aşağıdaki koşulsuz moment koşulları dikkate alınmıştır:

$$E[x(y - x'\beta)] = 0, \quad (2.49)$$

$$E\{x \otimes [h(y - x'\beta) - H]\} = 0. \quad (2.50)$$

(2.49) numaralı eşitlik ilk olarak en küçük kareler (EKK) yöntemi ile ele alınmaktadır. Daha sonra (2.50) numaralı denklemde de EKK yöntemi geliştirilmeye çalışılmaktadır. H 'nin bilinmediği ve sadece x 'e bağlı olmadığı varsayılmaktadır. (2.50) denkleminde k_j moment koşulları ile sadece J yeni parametreleri eklenerek bu durum mümkün olmaktadır. Ayrıca aşağıda yer alan koşullu moment kısıtlamaları da dikkate alınmaktadır:

$$E[(y - x'\beta) | x] = 0, \quad (2.51)$$

$$E\{[h(y - x'\beta) - H] | x\} = 0. \quad (2.52)$$

Bu moment koşulları yukarıdaki varsayımlara karşılık gelmektedir. Dolayısıyla (2.49) numaralı denklem (2.51) numaralı denklemin ve (2.50) numaralı denklem de (2.52) numaralı denklemin yerine geçmektedir. Ayrıca, Newey (1988) çalışmasında bu koşullu moment kısıtlamalarını da göz önünde bulundurmıştır.

z dağılımı için, GMM tahminlerinin tutarlı ve asimptotik olarak normal dağılan matris formundaki varyansı ile tahmin edilecek şekilde düzenli koşulları yerine getirdiği varsayılmıştır. Ayrıca aşağıdaki notasyon da tanımlanmaktadır:

$$d(x) = E[h'(\varepsilon) | x], \quad d = E_x d(x), \quad (2.53)$$

$$\sigma^2(x) = E(\varepsilon^2 | x), \quad \sigma^2 = E_x \sigma^2(x), \quad (2.54)$$

$$\Sigma_{\varepsilon h}(x) = E[\varepsilon h(\varepsilon)' | x], \quad \Sigma_{\varepsilon h} = E_x \Sigma_{\varepsilon h}(x), \quad (2.55)$$

$$\Sigma_{hh}(x) = E[h(\varepsilon)h(\varepsilon)' | x], \quad \Sigma_{hh} = E_x \Sigma_{hh}(x). \quad (2.56)$$

Bu ifadelerde E_x , x'in dağılımı üzerindeki beklentiye göstermektedir. Bu nedenle, örneğin, $\sigma^2(x)$ ε 'nin, x ve σ^2 koşulsuz varyansı üzerindeki, koşullu varyansıdır.

Öncelikle (2.50) numaralı denklemin hangi koşullar altında uygulandığı incelenerek, klasik en küçük karele (EKK) yöntemine göre β 'nin tahmininin etkinliği arttırılmaktadır. Genellikle β tahmini için (2.50) numaralı denklemin varlığında, (2.49) numaralı denklem gereksizdir. Aşağıdaki sonuçlar artıklık koşulunu vermektedir:

Önerme 1: (2.50) numaralı denklemin moment koşullarını kullanmak yerine (2.49) numaralı denklemin kullanımı β tahmininin etkinliğini arttırmazsa:

$$E_x = [xx' \otimes \Sigma_{h\varepsilon}(x)][E_x \sigma^2(x)xx']^{-1} E_x xx' = E_x [xx' \otimes d(x)] \quad (2.57)$$

Burada eğer $\sigma^2(x)$, $d(x)$ ve $\Sigma_{h\varepsilon}(x)$ terimleri x 'e bağılı olmasaydı, $\Sigma_{h\varepsilon} = \sigma^2 d$ olarak basitleştirilebilirdi. Örneğin; eğer $h(\varepsilon) = \varepsilon^j$ ise daha önceden ifade edildiği gibi bu koşul $\mu_{j+1} = j\sigma^2 \mu_{j-1}$ şeklinde olmaktadır. $j=2$ için yapılacak açıklamalar çalışmanın devamında yer almaktadır.

Daha sonra Im ve Schmidt (2008) koşullu moment kısıtlamaları olan (2.51) ve (2.52) numaralı denklemleri ele almışlardır. Chamberlain (1987) ve Newey (1988) çalışmalarında, etkin GMM tahmin edicisinin formu kolay anlaşılmaktadır. Im ve Schmidt (2008), bu tahmincinin anlamlı bir şekilde basitleştireceği başka momentleri içeren koşulların da olduğunu aşağıda yer alan Önerme 2 ve Önerme 3 ile açıklamışlardır:

Önerme 2: (2.51) ve (2.52) koşullu moment kısıtlamalarının geçerli olduğu, $\sigma^2(x)$ 'in x 'e bağılı olmadığını, $d(x) = 0$ ve $\Sigma_{eh}(x) = 0$ olduğu varsayımı altında, β 'nin etkin GMM tahmincisi klasik en küçük kareler (EKK) yöntemi ile elde edilmektedir.

Önerme 2 koşulları altında, Önerme 1'de ifade edilen (2.57) koşulunun geçerliliği söz konusudur ve bu nedenle koşulsuz moment sınırlamalarına dayalı olarak β 'nin GMM tahmini klasik en küçük kareler (EKK) yöntemine karşılık gelmektedir. Ayrıca Önerme 2 koşullarının bir diğer sonucu; koşullu moment kısıtlamalarına dayalı GMM tahmininin, koşulsuz moment kısıtlamalarına dayalı GMM tahminiyle aynı olmasıdır.

Önerme 2 bilindik bir sonuçtur. Çünkü, ε 'nin bazı fonksiyonlarının sıfır (0) ortalamaya sahip olması gerekirken; yalnızca ε fonksiyonlarını içeren koşulların x 'e bağılı olmayan x üzerindeki beklentilerinin bulunması istenmektedir. Bu amaçla aşağıdaki ek varsayım tanımlanmaktadır.

Ek Varsayım: $\sigma^2(x)$, $d(x)$ ve $\Sigma_{eh}(x)$, x 'e bağılı değildir.

Im ve Schmidt (2008), bu ek varsayımı Önerme 2 koşulları ile karşılaştırdıklarında, (x) veya $\Sigma_{eh}(x)$ 'in sıfıra(0) eşit olmak zorunda olmadığı ve yalnızca x 'e bağlı olduklarını ifade etmişlerdir. Ancak artık $\Sigma_{hh}(x)$ 'in x 'e bağlı olamayacağı konusunda ek bir koşul ileri sürmüşlerdir.

Önerme 3: Koşullu moment kısıtlamaları olan (2.51) ve (2.52) numaralı denklemlerin geçerli olduğu, Ek Varsayımın da geçerli olduğu ve x 'in bir sabit içerdiği varsayılmıştır. Bu durumda, koşulsuz moment kısıtlamalarına ((2.49) ve (2.50) numaralı denklemler) dayalı olarak elde edilen β 'nın GMM tahmininin, koşullu moment kısıtlamalarına dayalı olarak elde edilen β 'nin GMM tahmini kadar etkin olduğu ifade edilmiştir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmalarında, Önerme 3'teki etkin GMM tahmincisinin en küçük kareler (EKK) yöntemine dayalı olmadığına dikkat edilmesi gerektiğini söylemişlerdir. d ve Σ_{eh} sıfıra eşit olmadıkça, $E[h(\epsilon) | x]$ 'in x 'e bağlı olmadığı iddiası ((2.52) numaralı denklemde ifade edilen koşul), klasik en küçük kareler (EKK) yönteminde bir etkinlik artışı sağladığını ileri sürmüşlerdir. Ayrıca Önerme 3'ün bir diğer önemi, bazı momentler x 'e bağlı olmadığında, bu etkinlik artışının yalnızca koşulsuz moment kısıtlamaları kullanılarak gerçekleştirilebilmesi ile mümkün olduğunu ifade etmişlerdir.

Aslında, Önerme 3'ün varsayımları altında, mümkün olan etkinlik artışı çok basit bir RALS tahmincisi kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Bu amaçla aşağıdaki (2.58), (2.59) ve (2.60) numaralı denklemler tanımlanmıştır.

e_i , $i = 1, \dots, N$: Klasik en küçük kareler (EKK)'e ait hata terimleri şeklinde tanımlanmak üzere,

$$\hat{H} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(e_i), \quad (2.58)$$

$$\hat{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h'(e_i), \quad (2.59)$$

$$w_i = h(e_i) - \hat{H} - \hat{d}e_i, \quad i = 1, \dots, N. \quad (2.60)$$

Bu durumda, β 'nin artırılmış en küçük kareler (RALS) tahmini, y_i 'nin $\begin{bmatrix} x_i \\ w_i \end{bmatrix}$ üzerindeki regresyonunda bulunan x_i 'lerin katsayısı olarak ifade edilmektedir.

Önerme 4: Im ve Schmidt (2008)'e göre, koşullu moment kısıtlamaları (2.51) ve (2.52) numaralı eşitliklerin geçerli olduğu, Ek Varsayımın geçerli olduğu ve x 'in bir sabit içerdiği varsayılmaktadır. Bu durumda, eğim katsayılarının RALS tahmini (β 'nin kesişim olmayan kısmı) koşullu moment kısıtlamalarına dayalı olarak GMM tahmini kadar etkili olacaktır.

$x_i = (1, x'_{i*})'$ ve $\beta = (\alpha, \beta'_*)'$ olarak tanımlanmıştır. Bu önermenin ispatı Im ve Schmidt (2008) çalışmasının devamında Ek A'da yer almaktadır. İspatı basitçe iki temel unsura bağlıdır. Bunlardan birincisi; β_* 'ın RALS tahmininin asimptotik varyans matrisi, $\sigma_A^2 [E(xx')]^{-1}$ 'in $(k-1) \times (k-1)$ boyutlu sağ alt bloğuna eşittir.

Burada;

$$\sigma_A^2 = \sigma^2 - \Sigma_{\varepsilon\omega} \Sigma_{\omega\omega}^{-1} \Sigma_{\omega\varepsilon} \quad (2.61)$$

şeklindedir. Yukarıdaki (2.61) numaralı denklemde; $\Sigma_{\omega\varepsilon} = \Sigma_{h\varepsilon} d\sigma^2$ ve

$\Sigma_{\omega\omega} = \Sigma_{hh} - d\Sigma_{eh} - \Sigma_{he} + \sigma^2 dd'$ olarak tanımlanmaktadır. İkinci ispat ise; β_* 'ın eğim parametreleri için bu eşitlik, koşullu moment kısıtlamalarına dayalı GMM tahmininin asimptotik varyans matrisine eşittir.

Ayrıca bu önermenin ispatı ile ortaya çıkan bir diğer sonuç ise, eğer H biliniyorsa, bu durum eğim katsayıları için değil, yalnızca kesişme noktası (sabit) için RALS tahmincisinin etkinliğini artıracağını göstermesidir.

Im ve Schmidt (2008)'e göre oluşturulan değişken w , $\omega = h(\varepsilon) - H - d\varepsilon$ eşitliğinin bir analog örneği olarak tanımlanmaktadır. Buradaki ω değişkeni x ile ilişkili değildir ve ε hata terimi ile ilişkilidir ancak $\Sigma_{h\varepsilon} = \sigma^2 d$ (Önerme 1'de verilen artıklık koşulu) olmadıkça ve dolayısıyla $\Sigma_{\omega\varepsilon}=0$ ve bu nedenle $\sigma_A^2 = \sigma^2$ ise geçerlidir. Bu nedenle Im ve Schmidt (2008), artıklık koşulunun geçerli olduğu durumlar dışında, oluşturulan değişkenin regresyona eklenmesi, tahmin etkinliğini arttırdığı yönünde açıklama yapmışlardır.

Etkinlik artışının olmama koşulu ($\Sigma_{\varepsilon\omega}=0$), belki de en basit şekilde artıklara dayanan regresörlerin ortak önemini test ederek, test edilebilmektedir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında yer alan RALS tahmincisi, Newey(1988)'in doğrusallaştırılmış GMM tahmincisi ile yakından ilişkilidir. Önerme 4 koşulları altında, yalnızca asimptotik olarak ihmal edilebilir bir terimin eklenmesi nedeniyle doğrusallaştırılmış GMM tahmincisinden farklıdır. Önerme 4'ün alternatif bir kanıtını da oluşturacak olan bu karşılaştırma, Im ve Schmidt (2008) Ek A'da bulunmaktadır. RALS tahmincisinin doğrusallaştırılmış GMM tahmincisine göre hesaplanmasının daha kolay olması bakımından avantajlı olduğu ifade edilmiştir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında yer alan Ek A ve Qian ve Schmidt'in (1999) tartışmasından sonra, RALS regresyonundan gelen β_* (eğim katsayıları) tahmini için geleneksel olarak hesaplanan standart hataların, ek varsayım ve koşullu moment kısıtlamaları altında, asimetrik olarak geçerli olduğu varsayılmıştır. Im ve Schmidt (2008)'e göre koşullu moment kısıtlamaları geçerli olsa da Ek Varsayım geçerli değilse, RALS tahmincisi hala tutarlıdır ancak etkin bir tahminci değildir. Bu durumda, koşullu moment kısıtlamalarına dayanan etkin GMM tahmincisi, koşulsuz moment kısıtlamalarına dayanan etkin GMM tahmincisine göre baskındır ve bu da RALS tahminine ve klasik en küçük kareler (EKK) tahminine göre baskın olmaktadır. GMM tahmincisinin RALS tahmincisinden daha etkin olduğu, $d(x)$, $\Sigma_{eh}(x)$ ve $\Sigma_{hh}(x)$ 'in ne düzeyde x 'e bağlı olduğuna dayanmaktadır. Bununla birlikte, etkinlik artışı için GMM gibi karmaşık bir tahminci kullanmak yerine RALS gibi basit bir tahminci kullanmak avantajlı olacaktır. Im ve Schmidt (200)'e göre, Ek Varsayımın başarısızlığının RALS yöntemi için temel sebebi, geleneksel olarak hesaplanan

standart hatalar (klasik EKK yöntemi ile hesaplanan)'ın geçersiz olacağıdır. Bunun yerine, klasik heteroskedasite-sağlam standart hatalara ihtiyaç duyulacağını ifade etmişlerdir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmalarının bundan sonraki kısmında koşullu heteroskedasitenin olmama durumunu ele almışlardır. Bu amaçla, belki de en pratik bilgi olan $h(\varepsilon) = \varepsilon^2$ özel durumunu incelemişlerdir. O halde $E[h(\varepsilon) | x] = \sigma^2(x)$ ve bunun x 'e bağlı olmadığı iddiasının, bazen koşullu değişen varyansın olmadığı iddiasına karşılık geldiğini ileri sürmüşlerdir. Bu durumda koşulsuz moment kısıtlamaları aşağıdaki gibidir:

$$E[x(y - x'\beta)] = 0 \quad (\text{Daha önceden tanımlanan (2.49) numaralı denklem})$$

$$E\{x[(y - x'\beta)^2 - \sigma^2]\} = 0 \quad (2.50)^*$$

Koşullu moment kısıtlamaları ise:

$$E[(y - x'\beta) | x] = 0 \quad (\text{Daha önceden tanımlanan (2.51) numaralı denklem})$$

$$E[(y - x'\beta)^2 | x] = 0 \quad (2.52)^*$$

Im ve Schmidt (2008)'e göre makalenin doğrusal regresyon ile ilgili kısmında tanımlanan diğer gösterim bu duruma kolayca uyarlanabilmektedir: (2.51) denklemini sıfıra eşit oldukça; $\Sigma_{\varepsilon h}(x) = \mu_3(x)$ ve $\Sigma_{hh}(x) = \mu_4(x)$ oldukça, $d(x) = 2E(\varepsilon | x)$ olarak ifade edilebilmektedir.

Daha önceden de ifade edildiği gibi (2.49) numaralı denklem klasik en küçük kareler (EKK) yöntemine dayanmaktadır ve (2.49) denkleminde ek olarak (2.50)* denkleminin genellikle en küçük kareler (EKK) tahmincisinden daha etkin tahminciler sağladığı ileri sürülmüştür. Önerme 1'e göre (2.50)* numaralı denklem verildiğinde (2.49) numaralı denklem gereksiz görülmektedir:

$$E_x[xx' \otimes \mu_3(x)][E_x\sigma^2(x)xx']^{-1}E_xxx' = 2E_x[xx' \otimes E(\varepsilon | x)] \quad (2.62)$$

x ve momentler arasındaki ilişkiler dışında, $E(\varepsilon | x) = 0$ ve $\mu_3(x) = 0$ olması gerekmektedir. Dolayısıyla, ikinci moment hakkındaki bir varsayım, üçüncü moment sıfır olmadığı sürece olacaktır.

Im ve Schmidt'e göre, koşullu moment kısıtlaması (2.52*) koşulsuz moment kısıtlamasında (2.50*) daha güçlüdür. Oysa (2.50*) numaralı denklem, $\eta \equiv (y - x'\beta)^2 - \sigma^2$, nin x 'e bağlı olmadığını iddia etmektedir. x 'in diğer fonksiyonları için de bu durum mümkündür. Örneğin MaCurdy (1982, 2001), orijinal regresyon denklemi ile ek regresyon denkleminde oluşan bir sistemi ele almıştır,

$$y_i^2 = (x_i'\beta)^2 + \sigma^2 + \text{error} \quad (2.63)$$

(Bu yaklaşım, daha yüksek mertebeden momentlere genellenebilmektedir, ancak beklentisi x 'e bağlı olmayan $h(\varepsilon)$ fonksiyonları için bu durum söz konusu değildir.) Bu doğrusal olmayan regresyon modeli için birinci dereceden koşulun, aşağıdaki moment koşullarını yansıttığı kabul edilmektedir:

$$E\{x(x'\beta)[y^2 - (x'\beta)^2 - \sigma^2]\} = 0 \quad (2.64)$$

(2.63) numaralı eşitlikteki hata(error), $\eta + 2(x'\beta)\varepsilon$ 'e eşit olduğuna göre; $x(x'\beta)$ 'in η ile ve $x(x'\beta)^2$ 'nin ε ile ilişkisiz olması gerekmektedir. Bu ise (2.50*) numaralı denkleminin, x 'in η ilişkisiz olması gerektiğinden, daha güçlü veya daha zayıf olduğunu göstermemektedir. Elbette, (2.49), (2.50*) ve (2.64) numaralı denklemlerin hepsi (2.51) ve (2.52*) numaralı denklemlerden gelmektedir. Bu nedenle (2.51) ve (2.52*) numaralı denklemlerde; (2.49) ve (2.50*) numaralı denklemler ile aynı tahminci veya başka herhangi bir basit tahminci kullanılmaktadır.

Bu sorunun ilk cevabı makaledeki Önerme 2'de yer almaktadır. Eğer tüm x 'ler için $\mu_3(x) = 0$ ise, (2.51) ve (2.52*) numaralı denklemler klasik en küçük kareler (EKK) yöntemine dayanacaktır ((2.51) numaralı denkleme göre sıfıra eşit olan $d(x) = 2E(\varepsilon | x)$ durumu dikkate alınarak). Bu şaşırtıcı bir sonuç değildir, çünkü üçüncü moment sıfıra eşitse, ikinci moment bilgisinin işe yaramadığını ileri sürmektedir. Newey (1993, s. 427)'in çalışmasında, tüm x 'ler için $\mu_3(x) = 0$ ise, (2.49) numaralı eşitlik verildiğinde (2.50*) numaralı denklemin gereksiz olduğunu ima etmektedir.

Bu sorunun ikinci cevabı ise Önerme 3 ve Önerme 4'te verilmiştir. Önceki bölümdeki Ek Varsayımı, $\mu_3(x)$ ve $\mu_4(x)$ 'in x 'e bağlı olmasını gerektirmektedir. Ek Varsayım göz önüne alındığında, Önerme 3'e göre (2.49) ve (2.50*) numaralı denklemlerin (2.51) ve (2.52*) numaralı denklem ile aynı etkinlik kazanımlarını yakalamaktadır. Önerme 4'te, bu verimlilik kazanımlarının çok basit bir RALS tahmincisi ile elde edilebileceğini göstermektedir. RALS tahmincisi ise β katsayılarının vektörüdür. β 'nin RALS tahmincisi, y_i regresyonu üzerinde yer alan $(x'_i, w_i)'$ 'nin x_i katsayı vektörüdür. Burada $w_i = e_i^2 - \hat{\sigma}^2$ şeklindedir. Bu ek değişkenin eklenmesi, x_i ile bağımsız olduğu için tahminin etkinliğini arttırmaktadır ancak üçüncü moment sıfır olmadığı sürece ε_i ile ilişkilidir.

Im ve Schmidt (2008) çalışmalarında etkinlik hesaplamaları ile simülasyonlara da yer vermişlerdir. Çeşitli tahminciler için asimptotik değişkenlerin bazı hesaplamalarını ve karşılaştırmalarını yaparak; bu asimptotik sonuçların sonlu örneklemdeki ilgi düzeyini inceleyecek bazı Monte Carlo simülasyonlarının sonuçlarını bildirmişlerdir. Bu amaçla klasik en küçük kareler (EKK) yöntemi ve iki farklı RALS tahmincisini ele almışlardır. Im ve Schmidt (2008) çalışmalarında,

koşullu heteroskedasitenin olmama durumunu ele aldıkları kısımda RALS tahmincilerinden birinin, koşullu heteroskedasite olmadığı varsayımına dayandığını göstermişlerdir. Diğer RALS tahmincisi ise $h(\varepsilon) = (\varepsilon^2, \varepsilon^3)'$ durumuna karşılık gelmektedir ve böylece ε 'nin ikinci ve üçüncü koşullu momentlerinin x 'e bağlı olmadığı varsayımına dayanan moment koşulları uygulanmaktadır. Bu durumda regresyona eklenecek ek değişkenler $w_i = (e_i^2 - \hat{\sigma}^2, e_i^3 - m_3 - 3\hat{\sigma}^2 e_i)'$ şeklindedir. Burada m_3 , kalıntıların üçüncü örneklem momentidir.

Im ve Schmidt (2008) asimptotik etkinlik karşılaştırmaları ile konuyu ele almışlardır. β ($\sqrt{N}$ ile normalleştirilmiş)'nin EKK tahmininin asimptotik varyansı, $\sigma^2[E(xx')]^{-1}$ şeklinde tanımlanmıştır. Önerme 4 koşulları altında (x 'e bağlı hatanın iki ile altı arasındaki momentlerinin x 'e bağlı olmaması için), RALS tahmincisinin asimptotik varyansı, $\sigma_A^2[E(xx')]^{-1}$ olarak gösterilmiştir. Burada, $\sigma_A^2 = \sigma^2 - \Sigma_{\varepsilon\omega}\Sigma_{\omega\omega}^{-1}\Sigma_{\omega\varepsilon}$ 'dir. Bu nedenle, RALS tahmincisinin asimptotik varyansının EKK tahmincisinin asimptotik varyansına oranı sadece σ_A^2/σ^2 'dir. Sadece koşullu heteroskedasitenin uygulanmadığı durumlarda $\sigma_A^2 = \sigma^2 - \mu_3^2/(\mu_4 - \sigma^4)$ olacaktır; ancak hem ikinci hem de üçüncü momentlerin kullanıldığı durumlarda ise,

$$\sigma_A^2 = \sigma^2 - \frac{\mu_3^2(\mu_6 - 6\mu_4\sigma^2 + 9\sigma^6 - \mu_3^2) - 2\mu_3(\mu_4 - 3\sigma^4)(\mu_5 - 4\mu_3\sigma^2) + (\mu_4 - 3\sigma^4)^2(\mu_4 - \sigma^4)}{(\mu_4 - \sigma^4)(\mu_6 - 6\mu_4\sigma^2 + 9\sigma^6 - \mu_3^2) - (\mu_5 - 4\mu_3\sigma^2)^2} \quad (2.65)$$

Im ve Schmidt (2008) çalışmasında Normal dağılım için EKK yönteminin etkin olduğunu ve bu oranların 1'e eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Aşağıdaki Tablo 2.8'de çeşitli normal olmayan dağılımlar için bu asimptotik varyans oranlarını göstermişlerdir. Tabloda; bir, iki, üç, dört, altı ve on serbestlik dereceli ki-kare dağılımını; yedi, sekiz ve on serbestlik dereceli t dağılımını; çift üstel dağılımını; ve Beta(2,2) dağılımını ele almışlardır.

Tablo 2.8 : Normal dağılım dışında çeşitli dağılımların asimptotik varyans oranları

Distribution	χ^2_1	χ^2_2	χ^2_3	χ^2_4	χ^2_6	χ^2_{10}	t_7	t_8	t_{10}	DEX	Beta(2,2)
2nd moment only	0.43	0.50	0.56	0.60	0.67	0.75	1	1	1	1	1
2nd and 3rd moments	0.26	0.33	0.40	0.46	0.56	0.68	0.90	0.95	0.98	0.86	0.65

Im ve Schmidt (2008), Tablo 2.8’de t dağılımı için yedi serbestlik derecesinden daha az olarak serbestlik derecelerini dikkate almamışlardır, çünkü ikinci ve üçüncü momentlerin kullanıldığı RALS/GMM tahmincisinin, yedi veya daha fazla serbestlik derecesi gerektiren altıncı momentin sonlu olması gerektiğini ifade etmişlerdir ve RALS/GMM tahmincisinin t dağılımı için sadece ikinci momentleri kullanarak, çünkü EKK yönteminde etkinlik artışı olmayacağı için, değerlendirmenin anlamsız olacağını ileri sürmüşlerdir.

Im ve Schmidt (2008) Tablo 2.8’de, ikinci veya üçüncü şartlı momentlerin sabitliği varsayımıyla elde ettikleri, önemsiz olmayan etkinlik artışlarının potansiyelini açıkça göstermektedir. Yalnızca ikinci moment kullanıldığı zaman, yani koşullu heteroskedasitenin kabul edilme zorunluluğu olmadığında, simetrik dağılımlar için etkinlik artışı olmadığını, ancak 10’a kadar olan serbestlik derecelerinde tüm ki–kare dağılımları için önemli etkinlik artışı olmaktadır. İkinci ve üçüncü momentlerin sabitliği varsayımı altında, t dağılımları ve çift üstel dağılım için etkinlikte hala çok az artışların mevcut olduğunu, ancak ki–kare ve Beta (2,2) dağılımları için önemli düzeyde etkinlik artışlarının olduğunu ifade etmişlerdir. Bununla birlikte, Ki–kare durumunda, ikinci momente ek olarak üçüncü momentin sabitliğinin kullanılmasıyla elde edilen artışın, ancak serbestlik derecesinin çok küçük olduğu durumlar dışında, çok büyük olmadığını ileri sürmüşlerdir.

Daha sonra Im ve Schmidt (2008), bu tahmincilerin sonlu örnek performansına dair kanıt sağlamak için Monte Carlo simülasyonu üzerinde çalışmışlardır. Veriler aşağıdaki basit bir regresyon modelinden oluşturulmuştur:

$$y_i = \alpha + \beta x_i^* + \varepsilon_i \quad (2.66)$$

Burada $\alpha = \beta = 1$ olarak seçilmiştir ve bu değerlerin sonuçları etkilemediği ifade edilmiştir. Ayrıca x_i^* ise normal dağılımdan $N(0,1)$ seçilmiştir. Bu seçim ile ve daha önce kullanılan $x_i = (1, x_i^*)'$ gösterimi ile, $E(x_i x_i') = I_2$ şeklindedir. Hatalar farklı dağılımlardan çekilerek, sıfır ortalamaya sahip ve varyansı bir olacak şekilde normalleştirme işlemi yapılmıştır (Örneğin, n serbestlik derecesine sahip ki-kare dağılımı için üretilen χ_2 değişkeninden n çıkarılarak sonra $2n$ 'nin kareköküne bölünmesi gibi). Bu normalleştirme ile, β 'nın EKK tahmininin varyansı 1'e eşit olacak ve β 'nın RALS tahmin edicisinin asimptotik varyansı, yukarıda verildiği gibi σ_A^2 'ya eşit olmaktadır. Burada normal dağılan hatalarla birlikte yukarıdaki asimptotik varyans hesaplamalarında dikkate alınan ve aynı dağılımları izleyen hatalar dikkate alınmıştır. Bu amaçla kullanılan örneklem büyüklükleri; $N=50, 100, 1000, 5000$ olarak alınmıştır ve iterasyon sayısı 5000'dir.

Simülasyonlarda kullanılan pseudo-normal rastgele sayılar, standart bir kabul–reddetme algoritması uygulanan GAUSS prosedürü tarafından üretilmektedir. Burada, çeşitli normal dağılmayan hatalar, bağımsız standart normal dağılan hatalara uygun dönüşümler yapılarak üretilmektedir. Ayrıca, Beta (2.2) rastgele değişkenlerin üretiminde Jambunathan (1954) yöntemi izlenmektedir (Johnson ve Kotz, 1970). Çift üstel rassal değişkenler ise, cdf'nin tersini pseudo-uniform değişkenlere uygulanmasıyla elde edilmektedir.

Yukarıda tartışıldığı gibi, sırasıyla ikinci momentler ve ikinci ve üçüncü momentler kullanılarak EKK ve iki RALS tahmincisi ele alınmıştır. Aslında asimptotik olarak RALS'a eşdeğer olan çeşitli GMM tahmincileri ve doğrusallaştırılmış GMM tahmincileri de ele alınabilirdi, ancak bu tahmin edicilerin tümü hesaplama açısından daha karmaşık olduğu için dikkate alınmamıştır. Aşağıdaki Tablo 2.9'da N tane β 'nın RALS tahmincisinin varyansı verilmiştir:

Tablo 2.9 : N. varyansın RALS tahmincisi, alternatif dağılımlar

Distribution	Moments	$N = 50$	$N = 100$	$N = 1000$	$N = 5000$	$N = \infty$
Normal	2	1.110	1.066	1.009	0.949	1
	2&3	1.195	1.116	1.012	0.950	1
χ^2_1	2	0.340	0.338	0.404	0.418	0.43
	2&3	0.182	0.159	0.196	0.226	0.26
χ^2_2	2	0.493	0.456	0.487	0.489	0.50
	2&3	0.328	0.271	0.287	0.313	0.33
χ^2_3	2	0.576	0.514	0.560	0.546	0.56
	2&3	0.439	0.369	0.384	0.387	0.40
χ^2_4	2	0.641	0.611	0.595	0.603	0.60
	2&3	0.516	0.462	0.435	0.444	0.46
χ^2_6	2	0.730	0.675	0.656	0.681	0.67
	2&3	0.659	0.599	0.539	0.558	0.56
χ^2_{10}	2	0.839	0.774	0.743	0.767	0.75
	2&3	0.840	0.745	0.665	0.688	0.68
t_7	2	1.040	1.031	1.041	0.995	1
	2&3	1.081	0.994	0.972	0.917	0.90
t_8	2	1.062	0.985	1.030	1.013	1
	2&3	1.112	0.967	0.959	0.960	0.95
t_{10}	2	1.122	1.049	0.965	1.025	1
	2&3	1.166	1.041	0.924	0.980	0.98
Double exp.	2	1.004	1.003	1.003	1.035	1
	2&3	0.926	0.837	0.836	0.873	0.86
Beta(2, 2)	2	1.122	1.075	0.993	1.014	1
	2&3	0.890	0.796	0.669	0.658	0.65

Burada EKK yöntemine göre N tane varyans 1'e eşittir ve bu bir karşılaştırma standardıdır. Karşılaştırmanın diğer standardı, Tablo 2.8'de verilenlerle aynı olan ve son sütunda yer alan ($N = \infty$) asimptotik varyanstır. Im ve Schmidt (2008), tahminlerin ortalamasını (veya yanlışlığını) da raporlamayı amaçlamışlardır, ancak tahminlerin en küçük örneklem büyüklükleri için bile temelde yansız olduğunu tespit etmişlerdir.

Im ve Schmidt (2008) Tablo 2.9'daki sonuçlara göre, asimptotik teoremin $N=100$ gibi orta örneklem büyüklükleri için bile uygulanabilirliğini destekler yönde olduğunu ifade etmişlerdir. $N \geq 100$ için, RALS N varyansının genellikle tablonun son sütununda verilen asimptotik değere oldukça benzediğini ileri sürmüşlerdir. Bunun birkaç belirgin etkisi olduğu ve ilk etkinin, asimptotik olarak gereksiz olan zorlu koşullarda sonlu örneklerde çok az kayıp olduğunu yani, daha yüksek momentleri kullanmanın bir avantajı olmadığı durumlarda (yani, normallik altında veya sadece ikinci momentler kullanıldığında simetrik dağılımlar için), RALS

yönteminin sonlu örnek varyansının EKK varyansından sadece biraz daha büyük olduğunu ifade etmişlerdir. İkincisi, daha yüksek mertebeden momentlerin asimptotik olarak avantajlı olduğu yerlerde, sonlu örnek varyansında da neredeyse her zaman bir kazanç olduğunu (RALS'nin N varyansı 1'den azdır) ve asimptotik varyansın avantajın boyutunu tahmin etmek için etkin bir rol aldığını söylemişlerdir.

Tahminin etkinliği önemlidir, ancak RALS prosedürünün geçerli çıkarımlara yol açıp açmadığını incelemek amacıyla Im Schmidt (2008) çalışmasında yer alan Tablo 2.10 elde edilmiştir. Aşağıdaki Tablo 2.10'da $\beta=1$ (gerçek değer) sıfır hipotezi için Wald testinin reddedilme sıklığı (ampirik boyut) verilmiştir.

Tablo 2.10 : %5 test boyutu, $H_0:\beta=1$

Distribution	N = 50			N = 100			N = 1000			N = 5000		
	OLS	RALS 2	RALS 2&3	OLS	RALS 2	RALS 2&3	OLS	RALS 2	RALS 2&3	OLS	RALS 2	RALS 2&3
Normal	0.053	0.072	0.103	0.055	0.061	0.075	0.053	0.054	0.054	0.042	0.043	0.043
χ^2_1	0.054	0.052	0.075	0.055	0.050	0.057	0.051	0.052	0.052	0.049	0.048	0.051
χ^2_2	0.058	0.060	0.086	0.047	0.052	0.067	0.046	0.046	0.050	0.049	0.046	0.049
χ^2_3	0.059	0.061	0.092	0.049	0.046	0.064	0.047	0.049	0.053	0.047	0.049	0.050
χ^2_4	0.062	0.060	0.090	0.053	0.055	0.069	0.050	0.049	0.046	0.048	0.054	0.049
χ^2_6	0.053	0.058	0.092	0.056	0.051	0.066	0.049	0.049	0.053	0.051	0.051	0.053
χ^2_{10}	0.058	0.061	0.100	0.050	0.054	0.077	0.048	0.048	0.050	0.046	0.052	0.052
t_7	0.054	0.067	0.088	0.054	0.063	0.063	0.058	0.056	0.059	0.052	0.051	0.049
t_8	0.057	0.065	0.089	0.051	0.059	0.063	0.056	0.057	0.054	0.052	0.051	0.052
t_{10}	0.056	0.073	0.090	0.054	0.060	0.065	0.047	0.048	0.048	0.051	0.051	0.052
Double exp.	0.052	0.067	0.069	0.048	0.058	0.054	0.050	0.052	0.050	0.051	0.051	0.053
Beta(2, 2)	0.057	0.073	0.111	0.053	0.064	0.084	0.045	0.046	0.056	0.052	0.051	0.053

Nominal boyut %5'tir. EKK tahmincisi ve RALS tahmincileri için ampirik boyut verilmiştir, çünkü EKK Wald testleri normallik dışında sonlu örneklerde %5'e eşit boyutta olmayacaktır. RALS tahmincileri için Wald testi, arttırılmış regresyona uygulanan olağan t testidir. Im ve Schmidt (2008)'e göre bu test asimptotik olarak geçerlidir, ancak sonlu örneklem büyüklüğü özellikleri bilinmemektedir.

Im ve Schmidt (2008) Tablo 2.10'daki sonuçlara göre, testin ampirik boyutunun genellikle 0,05'e oldukça yakın olduğunu söylemişlerdir. En büyük boyutlu bozulmalar, küçük N değerleri içindir ve hem ikinci hem de üçüncü momentlerin kullanıldığı durumlar içindir, ancak $N \geq 100$ için çok ciddi bozulmalar olmadığını ifade

etmişlerdir. Örneğin, $N = 100$ için en kötü durum, ampirik boyutun 0,076 olduğu Beta(2,2) iken; $N \geq 1000$ için ise yorumlanacak kadar ciddi boyut bozulmaları bulunmamaktadır.

Im ve Schmidt (2008) çalışmasındaki, sonlu örnek varyansının genellikle asimptotik varyansa yakın olduğunu gösteren Tablo 2.9'daki sonuçlar göz önüne alındığında, ciddi boyut bozulmalarının olmamasını şaşırtıcı bulmamışlardır. Bu iyimser sonuçların her ikisi de basitçe, asimptotik teorinin önerdikleri RALS tahmincisi gibi basit tahmincilerle oldukça iyi uygulandığını göstermektedir.

Im ve Schmidt (2008) bu çalışmada, hatanın daha yüksek momentlerinin regresörlere bağlı olmadığı varsayımıyla ima edilen moment koşullarını kullanarak sıradan en küçük kareler tahmincisini ne zaman ve ne kadar iyileştirmenin mümkün olduğunu araştırmışlardır (veya daha genel olarak, hataların diğer işlevlerinin, regresörlere bağlı olmayan beklentileri olduğunu ileri sürmüşlerdir). En önemli durumun, ikinci momentleri ele aldıkları durum olduğunu ve bu nedenle araştırma konusunu, koşullu değişen varyans varsayımının β tahmini için önemli olup olmadığı şeklinde ifade etmişlerdir. Temel olarak hatanın üçüncü momenti sıfıra eşit olmadıkça, koşullu heteroskedasiteye dayanan etkinlik artışının üçüncü momentin büyüklüğüne bağlı olduğu belirtilmiştir.

Im Schmidt (2008)'e göre koşullu heteroskedasite, doğal olarak hatanın koşullu ikinci momentiyile ilgili bir tanımlamayla ifade edilmediğinden, koşullu moment kısıtlamalarına ve potansiyel olarak karmaşık GMM tahminine yol açmaktadır. Etkin GMM tahmincisi kadar etkili olan çok basit tahmincilerin koşullar verilmiştir. Im ve Schmidt (2008) bu koşullar basit olduğunu: hatanın üçüncü ve dördüncü koşullu momentlerinin regresörlere bağlı olmadığını ileri sürmüşlerdir. Buna göre Im ve Schmidt (2008), basit verimli tahmincilerin, en küçük kareler (EKK) kalıntılarının fonksiyonlarıyla arttırılmış bir regresyonu içerdiğini ve benzer sonuçların, daha yüksek mertebeden momentlere veya hataların diğer fonksiyonlarına dayalı koşullu moment kısıtlamalarının uygulanması için de geçerli olduğunu açıklamışlardır (Im ve Schmidt, 2008).

2.2.1. Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS–ADF Birim Kök Testi

Geleneksel birim kök testlerinde test regresyonlarından elde edilen hata terimlerinin normal dağılıma uygunluk gösterdiği varsayılmaktadır. Bu nedenle test istatistiklerinin yani tahmincilerin dağılımı ile teste ilişkin kritik değerler de normallik varsayımına göre belirlenmektedir. Öte yandan test regresyonlarına ait hata terimlerinin normallik şartını sağlamaması halinde tahmincilerin asimptotik dağılımlarında bir farklılık gözlenmemektedir ve tahmincilerin tutarlılık özelliği geçerliliğini korumaktadır. Dolayısıyla geleneksel birim kök testleri, test regresyonlarına ait kalıntılar normallik varsayımını sağlamasa bile uygulanabilmektedir. Im, Lee ve Tieslau (2014) çalışmasında birim kök testlerine ait test istatistiklerinin asimptotik dağılımında herhangi bir etki olmasa bile normallik şartının önemli olduğu vurgulanmaktadır. Normallik varsayımının sağlanmaması durumunu birim kök süreçlerine dahil ederek, daha etkin tahminciler ile birim kök testlerinin daha güçlü olabileceğini ileri sürmüşlerdir. Im vd. (2014) yapmış oldukları bu çalışmada, Im ve Schmidt (2008) çalışmasında yer alan kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler RALS yöntemini ADF birim kök testi için düzenlemişlerdir. Bu nedenle bu test RALS–ADF testi olarak da adlandırılmaktadır. Im, Lee ve Tieslau RALS–ADF (2014) testinde, geleneksel birim kök testlerinden olan ADF testine ait regresyon modelleri kalıntılarının normallik varsayımını sağlamaması sebebiyle, yüksek mertebeden momentlerindeki normal dağılmama durumunun açıklanması amaçlanmıştır. Böylece normallik varsayımını sağlamayan kalıntıların yüksek dereceli momentleri, normal dağılıma uygunluk göstermeme konusunda bilgi vermektedir.

Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS–ADF birim kök testinde tahmin süreci iki aşamada yapılmaktadır. İlk olarak sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durumlar için geleneksel ADF test regresyonları en küçük kareler (EKK) yöntemi ile tahmin edilmektedir ve bu test regresyonlarına ilişkin kalıntı serileri hesaplanmaktadır. Aşağıda ilgili ADF test regresyonları sırasıyla sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durumlar için verilmiştir:

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.67)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.68)$$

Testin ikinci aşamasında, tahmin edilen ADF test regresyonlarına ait kalıntıların ikinci ve üçüncü momentleri bulunarak normal dağılmama durumu incelenmektedir. Kalıntılara ilişkin ikinci ve üçüncü momentler aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$m_2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}{T} \quad (2.69)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^3}{T} \quad (2.70)$$

Burada;

$\hat{\varepsilon}_t^2$: Testin ilk aşamasında elde edilen kalıntı kareleri,

$\hat{\varepsilon}_t^3$: Testin ilk aşamasında elde edilen kalıntıların küpleri,

T: Gözlem sayısını ifade etmektedir.

Yukarıdaki ikinci ve üçüncü momentler elde edildikten sonra kalıntılarla arttırılmış değişkenler olarak tanımlanan $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$\hat{w}_{2t} = \hat{\varepsilon}_t^2 - m_2 \quad (2.71)$$

$$\hat{w}_{3t} = \hat{\varepsilon}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{\varepsilon}_t \quad (2.72)$$

Kalıntılarla arttırılmış $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri tahmin edildikten sonra (2.67) ve (2.68) geleneksel ADF birim kök test regresyonlarına eklenerek RALS–ADF test regresyonları:

$$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta y_{t-i} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + u_t \quad (2.73)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i \Delta y_{t-i} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + u_t \quad (2.74)$$

(2.73) ve (2.74) test regresyonları sırasıyla sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durum için RALS–ADF test regresyonları olarak ifade edilmektedir. RALS–ADF test regresyonları klasik en küçük kareler (EKK) yöntemiyle elde edilmektedir. Daha sonra birim kökün varlığının test edilmesi $\tau_{\text{RALS-ADF}}$ şeklinde gösterilen test istatistiği:

$$\tau_{\text{RALS-ADF}} = \rho \tau_{\text{ADF}} + \sqrt{1 - \rho^2} Z \quad (2.75)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada;

τ_{ADF} : Klasik ADF birim kök testi için hesaplanan test istatistiğini,

Z: Sıfır (0) ortalamalı ve birim varyansa sahip rassal bir değişkeni göstermektedir.

Ayrıca ρ^2 :

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_u^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.76)$$

şeklinde tahmin edilmektedir. Burada;

$\hat{\sigma}_u^2$: RALS–ADF birim kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini,

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$: Geleneksel ADF birim kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini göstermektedir.

Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0: \delta = 0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta < 0$ (Seri durağandır.)

Hesaplanan $\tau_{\text{RALS-ADF}}$ test istatistiğinin dağılımı ρ^2 parametresine bağlıdır. Bu parametrenin $\rho^2=0.1, 0.2, \dots, 0.9$ değerleri için hesaplanan kritik değerler $\tau_{\text{RALS-ADF}}$ test istatistiği ile kıyaslanmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{\text{RALS-ADF}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden küçükse, sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için seri birim köklü olacaktır. Ancak $\tau_{\text{RALS-ADF}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği sonucuna ulaşılmaktadır (Hepsağ, 2022).

2.2.2. Meng, Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS–LM Birim Kök Testi

Kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler (RALS) yöntemine dayalı bir diğer birim kök testi Meng, Im, Lee ve Tieslau (2014) RALS – LM testidir. Bu test, Im ve Schmidt (2008)’in önerdiği kalıntılarla arttırılmış en küçük kareler (RALS) yönteminin LM tipi birim kök testlerine dönüştürülmüş halidir. Meng vd. (2014) tarafından geliştirilen RALS–LM testi üç farklı şekilde uyarlanmıştır. Bunlar; sabit terimde meydana gelen bir (1) yapısal kırılmalı, sabit terimde meydana gelen iki (2) yapısal kırılmalı ve yapısal kırılmanın dikkate alınmadığı RALS – LM testleri olarak ifade edilmektedir. Meng vd. (2014), Schmidt ve Phillips (1992) tarafından yapılan çalışmadaki LM testinin kalıntılarla genişletilmesiyle, RALS–LM birim kök testini

geliştirmişlerdir. Ayrıca sabit terimde meydana gelen 1 ve 2 yapısal kırılmalı RALS – LM birim kök testleri de, Lee ve Strazicich (2003, 2004) çalışmalarındaki sabit terimde meydana gelen 1 ve 2 yapısal kırılmalı LM testinin kalıntılarla arttırılmış halidir.

Burada ilk olarak Meng vd. (2014) çalışmasında yer alan RALS – LM testlerinden, yapısal kırılmanın dikkate alınmadığı RALS – LM birim kök testi açıklanacaktır. Bu testte tahmin süreci iki aşamalıdır. Birinci aşamada Schmidt ve Phillips (1992) çalışmasında yer alan klasik LM test regresyonu, en küçük kareler (EKK) yöntemi ile tahmin edilerek, ona ait kalıntılar hesaplanmaktadır. LM testine ilişkin test regresyonu aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \delta'z_t + y_t \quad (2.77)$$

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_k \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.78)$$

Burada;

$z_t=[1, t]$ sabit terim ve trendin varlığını gösteren deterministik bileşendir.

Test regresyonlarına ait kalıntıların ikinci ve üçüncü momentleri aşağıdaki gibidir:

$$m_2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}{T} \quad (2.79)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^3}{T} \quad (2.80)$$

(2.79) ve (2.80) momentleri elde edildikten sonra kalıntılarla arttırılmış değişkenler olarak tanımlanan $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$\hat{w}_{2t} = \hat{\varepsilon}_t^2 - m_2 \quad (2.81)$$

$$\hat{w}_{3t} = \hat{\varepsilon}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{\varepsilon}_t \quad (2.82)$$

Kalıntılarla arttırılmış $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri tahmin edildikten sonra (2.78) geleneksel LM birim kök test regresyonuna eklenerek RALS–LM test regresyonu:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_k \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + u_t \quad (2.83)$$

(2.83) test regresyonu yapısal kırılmanın dikkate alınmadığı durum için RALS–LM test regresyonu olarak ifade edilmektedir. RALS–LM test regresyonu klasik en küçük kareler (EKK) yöntemiyle elde edilmektedir. Daha sonra birim kökün varlığının test edilmesi için kullanılan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği:

$$\tau_{\text{RALS-LM}} = \rho \tau_{\text{LM}} + \sqrt{1 - \rho^2} Z \quad (2.84)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada;

τ_{LM} : Klasik LM birim kök testi için hesaplanan test istatistiğini,

Z: Sıfır (0) ortalamalı ve birim varyansa sahip rassal bir değişkeni göstermektedir. Ayrıca ρ^2 ,

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_u^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.85)$$

şeklinde tahmin edilmektedir. Burada;

$\hat{\sigma}_u^2$: RALS–LM birim kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini,

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$: Geleneksel LM birim kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini göstermektedir.

Test için kurulacak hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0: \phi = 0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \phi < 0$ (Seri durağandır.)

Hesaplanan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiğinin dağılımı ρ^2 parametresine bağlıdır. Bu parametrenin $\rho^2=0.1, 0.2, \dots, 0.9$ değerleri için hesaplanan kritik değerler $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği ile kıyaslanmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden küçükse, sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için seri birim köklü olacaktır. Ancak $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği sonucuna ulaşılmaktadır.

Sabit terimdeki bir (1) yapısal kırılmalı RALS–LM testinde ise (2.77), (2.78) ve (2.83) numaralı modelleri için deterministik bileşen $z_t=[1, t, D_{1t}]$ olarak tanımlanmaktadır. Burada D_{1t} , sabit terimde meydana gelen bir (1) yapısal kırılmayı temsil eden gölge değişkendir. Öte yandan sabit terimde meydana gelen iki (2) yapısal kırılmalı RALS–LM testi için (2.77), (2.78) ve (2.83) modellerindeki deterministik bileşen $z_t=[1, t, D_{1t}, D_{2t}]$ şeklindedir. Burada; D_{1t} sabit terimde meydana gelen ilk

yapısal kırılmayı temsil eden gölge değişkeni ve D_{2t} ise sabit terimde meydana gelen ikinci yapısal kırılmayı temsil eden gölge değişkenini ifade etmektedir. Yapısal kırılmalı RALS–LM birim kök testlerinde kurulacak hipotezler ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Hepsağ, 2022):

H_0 : Seri yapısal kırılmalı birim köklüdür.

H_1 : Seri yapısal kırılmalı durağandır.

2.2.3. Meng, Lee ve Payne (2017) RALS–LM Birim Kök Testi

Meng, Lee ve Payne (2017) RALS–LM birim kök testi, sabit terimde ve deterministik trendde meydana gelecek 1 ve 2 yapısal kırılmanın dikkate alındığı bir testtir. Fakat literatürde yer alan Meng vd. (2014) RALS–LM birim kök testinde sadece sabit terimdeki 1 ve 2 yapısal kırılma ele alınmıştır. Ayrıca Meng, Lee ve Payne (2017) RALS–LM birim kök testi, daha önceden yapılan Lee ve Strazicich (2003, 2004) çalışmalarında önerilen sabit terim ve deterministik trend için 1 ve 2 yapısal kırılmalı LM birim kök test regresyonlarının kalıntılarla arttırılmış şeklidir.

Meng vd. (2017) RALS–LM birim kök testi de diğer testlerde olduğu gibi iki aşamalıdır. İlk aşamada Lee ve Strazicich (2003, 2004)’a ait LM birim kök testinin test regresyonları en küçük kareler (EKK) yöntemiyle elde edilerek, test regresyonunun kalıntı serisi bulunmaktadır. LM test regresyonuna ilişkin gösterimler aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \delta' z_t + y_t \quad (2.86)$$

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_k \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.87)$$

(2.86) ve (2.87) numaralı denklemlerde bir (1) yapısal kırılma bulunan durumlar için deterministik bileşen $z_t=[1, t, D_{1t}, DT_{1t}]'$ şeklindedir. Buradaki gölge değişkenler sırasıyla; sabit terim, trend, sabit terimde ve trendde bir (1) yapısal kırılmalı durumlara karşılık gelmektedir. Öte yandan iki (2) yapısal kırılmalı durumlar için deterministik bileşen $z_t=[1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]'$ olarak tanımlanmaktadır. Buradaki gölge değişkenler; sabit terim, trend, sabit terimde ve trendde iki (2) yapısal kırılmalı durumları ifade etmektedir. Ayrıca D_{1t} sabit terimdeki bir (1) yapısal kırılmayı ve D_{2t} ise sabit terimdeki iki (2) yapısal kırılmayı; DT_{1t} deterministik trenddeki birinci yapısal kırılmayı ve DT_{2t} ise deterministik trenddeki ikinci yapısal kırılmayı göstermektedir.

Kalıntılarla arttırılmış değişkenleri elde etmek amacıyla (2.87) numaralı test regresyonunun kalıntılarının ikinci ve üçüncü momentleri sırasıyla aşağıda verilmektedir:

$$m_2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}{T} \quad (2.88)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^3}{T} \quad (2.89)$$

(2.88) ve (2.89) momentleri elde edildikten sonra kalıntılarla arttırılmış değişkenler olarak tanımlanan $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri aşağıdaki formüller yardımıyla hesaplanmaktadır:

$$\hat{w}_{2t} = \hat{\varepsilon}_t^2 - m_2 \quad (2.90)$$

$$\hat{w}_{3t} = \hat{\varepsilon}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{\varepsilon}_t \quad (2.91)$$

Bu testin ikinci aşamasında ise hesaplanan kalıntılarla arttırılmış $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri, (2.87) numaralı denkleme ilave edilerek en küçük kareler (EKK) yöntemiyle tahmin edilen RALS–LM test regresyonuna ulaşılmaktadır:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \alpha_k \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + u_t \quad (2.92)$$

RALS–LM test regresyonu en küçük kareler (EKK) yöntemiyle tahmin edildikten sonra, birim kök varlığının sınanması için kullanılan hipotezler aşağıdaki gibidir:

$H_0: \phi = 0$ (Seri yapısal kırılmalı birim köklüdür.)

$H_1: \phi < 0$ (Seri yapısal kırılmalı durağandır.)

Hipotezlerin test edilmesi için hesaplanan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği:

$$\tau_{\text{RALS-LM}} = \rho \tau_{\text{LM}} + \sqrt{1 - \rho^2} Z \quad (2.93)$$

şeklindedir. Hesaplanan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiğinin dağılımı ρ^2 parametresine bağlıdır. Bu parametrenin $\rho^2=0.1, 0.2, \dots, 1$ değerleri için hesaplanan kritik değerler $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği ile kıyaslanmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden küçükse, sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için seri yapısal kırılmalı birim köklü olacaktır. Ancak $\tau_{\text{RALS-LM}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin yapısal kırılmalı durağan bir süreç izlediği sonucuna ulaşılmaktadır (Hepsağ, 2022).

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

KESİRLİ FREKANSLI FOURIER FONKSİYONLARINA DAYALI VE NORMAL DAĞILMAMAYI DİKKATE ALAN YENİ BİR BİRİM KÖK TESTİ

Çalışmanın üçüncü bölümünde yeni bir test önerisi olarak; Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi'ne ait teorik yapıya ve küçük örneklem özelliklerine ait sonuçlara yer verilmiştir. Burada önerilen yeni birim kök testi, literatürde yer alan Im ve Schmidt (2008), Omay (2015) ve Im, Lee ve Tieslau (2014) çalışmaları temel alınarak geliştirilmiştir. Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testine ait test istatistiği, Fourier fonksiyonlarıyla yumuşak kırılmaları ele alan ve kalıntıların normal dağılmaması halinde, kalıntılarla arttırılmış bir yöntem izleyerek geliştirilmiştir. Böylece, normal dağılmama ve yapısal kırılma bilgisinin birim kök sınamalarında sürece dahil edilmesiyle birlikte, diğer yöntemlere göre daha etkin tahminciler elde edilebilen, daha güçlü bir birim kök testinin ortaya çıkması beklenmektedir.

3.1. KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI KESİRLİ FREKANSLI ESNEK FOURIER BİRİM KÖK TESTİ

Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök testinde tahmin süreci iki aşamada yapılmaktadır. İlk olarak sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durumlar için, Omay (2015) Kesirli Frekanslı Esnek Fourier (FFFF) Birim Kök testine ait test regresyonları en küçük kareler (EKK) yöntemi ile tahmin edilmektedir ve bu test regresyonlarına ilişkin kalıntı serileri hesaplanmaktadır. Aşağıda FFFF–ADF Birim Kök testi için test

regresyonları sırasıyla sabit terimli ve sabit terim ile birlikte trendli durumlar için verilmiştir:

$$\Delta y_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.37)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.38)$$

Burada;

μ : Sabit terim,

t : Deterministik trend,

π : 3.14 (pi sayısı)

T : Gözlem sayısı

k^{fr} : kısmi frekans sayısını ifade etmektedir. Ayrıca α_1 ve β_1 ise diğer deterministik bileşenler olan $\sin$ ve $\cos$ trigonometrik terimlerinin katsayıları olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca $0.1 \leq k^{fr} \leq 2$ şeklindedir.

Testin ikinci aşamasında, tahmin edilen (2.37) ve (2.38) numaralı test regresyonlarına ait kalıntıların ikinci ve üçüncü momentleri bulunarak normal dağılmama durumu incelenmektedir. Kalıntılara ilişkin ikinci ve üçüncü momentler sırasıyla; $m_2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}{T}$ ve $m_3 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^3}{T}$ formülleriyle hesaplanmaktadır. Burada;

$\hat{\varepsilon}_t^2$: Testin ilk aşamasında elde edilen kalıntı kareleri,

$\hat{\varepsilon}_t^3$: Testin ilk aşamasında elde edilen kalıntıların küpleri,

T : Gözlem sayısını ifade etmektedir.

Yukarıdaki ikinci ve üçüncü momentler elde edildikten sonra kalıntılarla arttırılmış değişkenler olarak tanımlanan, $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ değişkenleri sırasıyla; $\hat{w}_{2t} = \hat{\varepsilon}_t^2 - m_2$ ve

$\hat{w}_{3t} = \hat{\varepsilon}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{\varepsilon}_t$ formülleri yardımıyla hesaplanmaktadır. Daha sonra (2.37) ve (2.38) numaralı FFFF–ADF birim kök test regresyonlarına; RALS- ADF Birim Kök testinde yer alan, kalıntılarla arttırılmış değişkenler olan $\hat{w}_{2t}$ ve $\hat{w}_{3t}$ terimleri eklenerek, sırasıyla sabitli ile sabitli ve trendli model için önerilen Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök test regresyonları elde edilmiştir:

$$\Delta y_t = \mu + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + v_t v \quad (3.1)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \beta_1 \cos\left(\frac{2\pi k^{fr} t}{T}\right) + \delta y_{t-1} + \gamma_2 \hat{w}_{2t} + \gamma_3 \hat{w}_{3t} + v_t v \quad (3.2)$$

(3.1) ve (3.2) test regresyonları elde edildikten sonra birim kök sınamaları öncesinde, Tablo 3.1’deki Omay (2015)’a ait doğrusal olmama durumları için ön test olarak geliştirilmiş F testine ilişkin yeni bir $F_{RALS}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiği önerilmiştir. Daha sonra $F_{RALS}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiğinin kritik değerleri de hesaplanmıştır. Burada $F_{RALS}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiğinin dağılımı standart bir dağılıma uygunluk göstermediğinden ρ^2 ’ye bağlı olarak hesaplanmaktadır. Hesaplanan $F_{RALS}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiği ile sin ve cos trigonometrik terimlerinin katsayıları için anlamlılık testi yapılmaktadır. Doğrusal–dışı durumlar için geliştirilen bu ön testin hipotezleri:

$$H_0: \alpha_1 = \beta_1 = 0 \text{ (Seri doğrusaldır).}$$

$$H_1: \alpha_1 \neq \beta_1 \neq 0 \text{ (Seri doğrusal değildir).}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Kısıtlara dayalı ve sabit terimli durumlar için $F_{RALS-\mu}(\hat{k}^{fr})$; sabit terimli ve trendli durum için ise $F_{RAL}(\hat{k}^{fr})$ şeklinde tanımlanan test istatistiğine ilişkin oluşturulan sıfır hipotezinde, trigonometrik terimlerin

katsayılarının anlamsız olduğu ifade edilirken; alternatif hipotezde bu katsayılardan en az birinin anlamlı olduğu varsayılmaktadır. Test için kullanılan test istatistikleri:

$$F_{RALS}(\hat{k}^{fr}), F_{RAL}(\hat{k}^{fr}) = \left(\frac{ESS_R - ESS_{UR}(\hat{k}^{fr})/2}{ESS_{UR}(\hat{k}^{fr})/(T-q)} \right) \quad (3.3)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada;

ESS_R : Kısıtlı modele ait kalıntı kareler toplamını,

$ESS_{UR}(k)$: Kısıtsız modele ait kalıntı kareler toplamını,

T : Gözlem sayısını,

q : Kısıtsız modele ait parametre sayısını göstermektedir.

Hesaplanan $F_{RALS}(\hat{k}^{fr})$ veya $F_{RAL}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiğinin sırasıyla Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'deki kritik değerlerden büyük olması durumunda, sıfır hipotezi reddedilerek trigonometrik terimlerin katsayılarının en az birinin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Aynı zamanda serinin doğrusal olmadığı ifadesinin de kabul edilmesi anlamına gelmektedir. Bu durumda testin bir sonraki aşamasına geçilerek, serinin birim köklü bir süreç izleyip izlemeyeceği araştırılmaktadır. Fakat, $F_{RALS-\mu}(\hat{k}^{fr})$ veya $F_{RALS-\tau}(\hat{k}^{fr})$ test istatistiğinin sırasıyla Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'deki kritik değerlerden küçük olması durumunda sıfır hipotezi reddedilememektedir ve trigonometrik terimlerin katsayılarının istatistiksel olarak anlamsız olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu durumda doğrusal eğilimi ifade eden sıfır hipotezi kabul edilmekte ve klasik RALS birim kök testlerinin kullanımı uygun olmaktadır.

Ön test yapıldıktan sonra (3.1) ve (3.2) numaralı test regresyonlarına ilişkin durağanlık sınamaları

$H_0: \delta = 0$ (Seri birim köklüdür.)

$H_1: \delta < 0$ (Seri durağandır.)

şeklinde kurulan hipotezler ile gerçekleştirilmektedir. Kullanılan t test istatistiği ise sırasıyla; sabitli model için $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ ve sabit terimle birlikte trendli model için $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ şeklinde gösterilmektedir. Bu test istatistikleri:

$$\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}} = \rho\tau_{\text{DF}} + \sqrt{1 - \rho^2}Z \quad (3.4)$$

$$\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}} = \rho\tau_{\text{DF}} + \sqrt{1 - \rho^2}Z \quad (3.5)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Burada;

τ_{DF} : Klasik DF birim kök testi için hesaplanan test istatistiğini,

Z: Sıfır (0) ortalamalı ve birim varyansa sahip rassal bir değişkeni göstermektedir.

Ayrıca ρ^2 :

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\sigma}_u^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (3.6)$$

şeklinde tahmin edilmektedir. Burada;

$\hat{\sigma}_u^2$: Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini,

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$: RALS-ADF birim kök testi için test regresyonuna ait hata teriminin varyans tahminini göstermektedir.

Hesaplanan $\tau_{\text{RALS-DF}}^{\text{fr}}$ test istatistiğinin dağılımı ρ^2 parametresine, k frekansına ve T örneklem büyüklüğüne bağlıdır. Ancak Fourier terimlerinin katsayılarına ve diğer deterministik terimlere bağlı değildir. Ayrıca test istatistiğinin standart bir dağılımı olmadığı için kritik değerler Monte Carlo simülasyonları ile elde edilmiştir. İlk olarak sabit terimli model için $\tau_{\text{RALS-}}^{\text{fr}}{}_c$ test istatistiğine ait kritik değerler; $T=1000$ için 100.000 iterasyonla, ρ^2 : 0.1, 0.2, ..., 0.9 ve kesirli frekanslı $k^{\text{fr}}=0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.9, 2$ değerleriyle; %1, %5 ve %10 anlam düzeylerinde Tablo 3.1'deki gibi elde edilmiştir. Daha sonra hesaplanan $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiği ile kıyaslanmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{\text{RALS-}}^{\text{fr}}{}_c$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden küçükse, sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için seri birim köklü olacaktır. Ancak $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği sonucuna ulaşılmaktadır. Bununla birlikte sabit terimli trendli model için $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait kritik değerler de aynı şekilde; $T=1000$ için 100.000 iterasyonla, ρ^2 : 0.1, 0.2, ..., 0.9 ve $k^{\text{fr}}=0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.9, 2$ değerleriyle; %1, %5 ve %10 anlam düzeylerinde Tablo 3.2'deki gibi elde edilmiştir. Daha sonra hesaplanan $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiği ile kıyaslanmaktadır. Eğer hesaplanan $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden küçükse, sıfır hipotezi reddedilemeyeceği için seri birim köklü olacaktır. Ancak $\tau_{\text{RALS-}}^{\text{fr}}{}_t$ test istatistiği mutlak değerce belirlenen kritik değerden büyükse, sıfır hipotezi reddedilerek serinin durağan bir süreç izlediği sonucuna ulaşılmaktadır.

Bazı durumlarda trend değişkeni modelden çıkarılarak testin gücü arttırılabilmektedir. Bu amaçla trendsiz durumlar için de kritik değerler elde edilmiştir. Doğrusal bir eğilimin veya trendin bulunmadığı bu testler, genellikle doğrusal bir eğilimin olduğunu varsayan testlerden daha güçlüdür. Test istatistiği $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ ve $F_{\text{RALS-}}(\hat{k}^{\text{fr}})$ için simülasyonla elde edilen kritik değerler ise aşağıdaki Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1 : $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait kritik değerler

		ρ^2								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$k^{\text{fr}}=0.1$	%1	-3.239	-3.644	-3.963	-4.243	-4.492	-4.719	-4.937	-5.141	-5.337
	%5	-2.530	-2.917	-3.223	-3.485	-3.722	-3.938	-4.140	-4.327	-4.503
	%10	-2.151	-2.528	-2.822	-3.078	-3.303	-3.511	-3.704	-3.883	-4.056
$k^{\text{fr}}=0.2$	%1	-3.238	-3.647	-3.968	-4.244	-4.496	-4.725	-4.944	-5.146	-5.344
	%5	-2.532	-2.919	-3.225	-3.491	-3.729	-3.943	-4.145	-4.331	-4.509
	%10	-2.154	-2.530	-2.826	-3.083	-3.307	-3.515	-3.708	-3.891	-4.061
$k^{\text{fr}}=0.3$	%1	-3.242	-3.648	-3.972	-4.251	-4.504	-4.732	-4.948	-5.159	-5.354
	%5	-2.535	-2.922	-3.233	-3.498	-3.736	-3.951	-4.153	-4.341	-4.517
	%10	-2.158	-2.535	-2.834	-3.090	-3.318	-3.525	-3.717	-3.898	-4.070
$k^{\text{fr}}=0.4$	%1	-3.246	-3.655	-3.975	-4.255	-4.507	-4.741	-4.964	-5.174	-5.372
	%5	-2.539	-2.927	-3.238	-3.505	-3.743	-3.958	-4.161	-4.351	-4.530
	%10	-2.162	-2.540	-2.841	-3.099	-3.329	-3.534	-3.728	-3.908	-4.081
$k^{\text{fr}}=0.5$	%1	-3.250	-3.661	-3.982	-4.265	-4.517	-4.751	-4.979	-5.189	-5.390
	%5	-2.542	-2.934	-3.240	-3.511	-3.749	-3.968	-4.170	-4.359	-4.540
	%10	-2.166	-2.547	-2.850	-3.108	-3.339	-3.548	-3.740	-3.924	-4.096
$k^{\text{fr}}=0.6$	%1	-3.246	-3.655	-3.974	-4.259	-4.513	-4.752	-4.976	-5.189	-5.387
	%5	-2.541	-2.933	-3.245	-3.512	-3.755	-3.975	-4.177	-4.366	-4.545
	%10	-2.169	-2.549	-2.854	-3.110	-3.339	-3.548	-3.742	-3.923	-4.096
$k^{\text{fr}}=0.7$	%1	-3.242	-3.643	-3.969	-4.250	-4.511	-4.750	-4.976	-5.188	-5.386
	%5	-2.532	-2.924	-3.232	-3.499	-3.738	-3.955	-4.158	-4.349	-4.528
	%10	-2.161	-2.542	-2.844	-3.100	-3.229	-3.537	-3.729	-3.912	-4.085
$k^{\text{fr}}=0.8$	%1	-3.227	-3.631	-3.955	-4.237	-4.496	-4.730	-4.955	-5.161	-5.354
	%5	-2.515	-2.899	-3.205	-3.472	-3.710	-3.926	-4.126	-4.316	-4.497
	%10	-2.143	-2.520	-2.818	-3.070	-3.299	-3.505	-3.696	-3.877	-4.047
$k^{\text{fr}}=0.9$	%1	-3.199	-3.604	-3.928	-4.204	-4.452	-4.684	-4.907	-5.106	-5.295
	%5	-2.486	-2.862	-3.163	-3.422	-3.656	-3.874	-4.074	-4.260	-4.441
	%10	-2.112	-2.479	-2.771	-3.021	-3.246	-3.448	-3.639	-3.816	-3.981
$k^{\text{fr}}=1.0$	%1	-3.166	-3.558	-3.870	-4.146	-4.390	-4.618	-4.831	-5.029	-5.226
	%5	-2.449	-2.815	-3.112	-3.363	-3.594	-3.806	-4.003	-4.191	-4.361
	%10	-2.072	-2.428	-2.709	-2.952	-3.172	-3.369	-3.554	-3.728	-3.896

Tablo 3.1: $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait kritik değerler (Devamı)

		ρ^2								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$k^{\text{fr}}=1.1$	%1	-3.128	-3.505	-3.814	-4.083	-4.332	-4.553	-4.764	-4.963	-5.156
	%5	-2.410	-2.766	-3.051	-3.302	-3.525	-3.732	-3.924	-4.103	-4.276
	%10	-2.032	-2.372	-2.643	-2.879	-3.091	-3.285	-3.467	-3.638	-3.800
$k^{\text{fr}}=1.2$	%1	-3.094	-3.470	-3.784	-4.048	-4.291	-4.515	-4.730	-4.917	-5.102
	%5	-2.378	-2.723	-2.997	-3.241	-3.460	-3.660	-3.849	-4.031	-4.198
	%10	-1.995	-2.322	-2.585	-2.816	-3.022	-3.212	-3.387	-3.552	-3.709
$k^{\text{fr}}=1.3$	%1	-3.072	-3.438	-3.735	-4.003	-4.242	-4.464	-4.670	-4.861	-5.042
	%5	-2.353	-2.687	-2.952	-3.181	-3.400	-3.598	-3.784	-3.959	-4.124
	%10	-1.967	-2.284	-2.540	-2.761	-2.961	-3.147	-3.319	-3.480	-3.633
$k^{\text{fr}}=1.4$	%1	-3.058	-3.412	-3.695	-3.948	-4.179	-4.389	-4.593	-4.800	-4.982
	%5	-2.330	-2.652	-2.910	-3.143	-3.350	-3.543	-3.723	-3.892	-4.055
	%10	-1.946	-2.254	-2.502	-2.717	-2.913	-3.093	-3.262	-3.421	-3.571
$k^{\text{fr}}=1.5$	%1	-3.032	-3.389	-3.663	-3.916	-4.142	-4.354	-4.555	-4.746	-4.929
	%5	-2.309	-2.623	-2.881	-3.111	-3.317	-3.507	-3.678	-3.845	-4.003
	%10	-1.927	-2.226	-2.471	-2.680	-2.872	-3.047	-3.211	-3.364	-3.511
$k^{\text{fr}}=1.6$	%1	-3.018	-3.359	-3.637	-3.881	-4.106	-4.311	-4.508	-4.694	-4.869
	%5	-2.296	-2.605	-2.858	-3.077	-3.274	-3.457	-3.630	-3.794	-3.950
	%10	-1.913	-2.206	-2.441	-2.646	-2.833	-3.006	-3.168	-3.320	-3.463
$k^{\text{fr}}=1.7$	%1	-3.004	-3.337	-3.611	-3.853	-4.081	-4.288	-4.478	-4.663	-4.836
	%5	-2.285	-2.587	-2.834	-3.048	-3.243	-3.424	-3.591	-3.751	-3.902
	%10	-1.900	-2.189	-2.422	-2.625	-2.806	-2.974	-3.131	-3.276	-3.414
$k^{\text{fr}}=1.8$	%1	-2.997	-3.326	-3.595	-3.831	-4.048	-4.255	-4.442	-4.624	-4.798
	%5	-2.278	-2.573	-2.812	-3.028	-3.216	-3.393	-3.563	-3.720	-3.870
	%10	-1.890	-2.177	-2.407	-2.603	-2.783	-2.948	-3.101	-3.244	-3.384
$k^{\text{fr}}=1.9$	%1	-2.989	-3.319	-3.585	-3.818	-4.037	-4.232	-4.420	-4.601	-4.766
	%5	-2.272	-2.562	-2.799	-3.010	-3.203	-3.379	-3.546	-3.703	-3.849
	%10	-1.883	-2.167	-2.395	-2.588	-2.765	-2.930	-3.080	-3.221	-3.358
$k^{\text{fr}}=2.0$	%1	-2.980	-3.302	-3.564	-3.790	-4.006	-4.208	-4.397	-4.580	-4.746
	%5	-2.263	-2.554	-2.791	-2.997	-3.186	-3.360	-3.525	-3.681	-3.829
	%10	-1.881	-2.158	-2.383	-2.576	-2.748	-2.910	-3.063	-3.205	-3.337
ρ^2										
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$F_{\text{RALS}-\mu}(k^{\text{fr}})$	%99	4.104	5.192	6.083	6.859	7.587	8.256	8.842	9.401	9.931
	%95	3.146	3.970	4.647	5.169	5.690	6.169	6.616	7.033	7.420
	%90	2.640	3.352	3.921	4.326	4.754	5.157	5.517	5.862	6.191

Test istatistiği $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ ve $F_{\text{RALS}-t}(\hat{k}^{\text{fr}})$ için simülasyonla elde edilen kritik değerler ise Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3.2 : $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait kritik değerler

		ρ^2								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$k^{\text{fr}}=0.1$	%1	-3.355	-3.814	-4.166	-4.482	-4.766	-5.019	-5.264	-5.489	-5.706
	%5	-2.642	-3.080	-3.421	-3.713	-3.976	-4.217	-4.440	-4.650	-4.847
	%10	-2.266	-2.692	-3.023	-3.307	-3.561	-3.791	-4.006	-4.208	-4.398
$k^{\text{fr}}=0.2$	%1	-3.355	-3.814	-4.166	-4.482	-4.766	-5.019	-5.264	-5.489	-5.706
	%5	-2.641	-3.080	-3.421	-3.713	-3.976	-4.217	-4.441	-4.650	-4.847
	%10	-2.266	-2.691	-3.023	-3.307	-3.561	-3.791	-4.006	-4.208	-4.398
$k^{\text{fr}}=0.3$	%1	-3.355	-3.814	-4.167	-4.482	-4.766	-5.019	-5.264	-5.489	-5.706
	%5	-2.641	-3.080	-3.421	-3.714	-3.976	-4.217	-4.440	-4.649	-4.847
	%10	-2.266	-2.692	-3.023	-3.307	-3.561	-3.791	-4.006	-4.207	-4.398
$k^{\text{fr}}=0.4$	%1	-3.362	-3.822	-4.176	-4.493	-4.778	-5.038	-5.273	-5.505	-5.722
	%5	-2.646	-3.088	-3.430	-3.723	-3.986	-4.230	-4.454	-4.664	-4.861
	%10	-2.271	-2.700	-3.033	-3.317	-3.569	-3.801	-4.017	-4.221	-4.412
$k^{\text{fr}}=0.5$	%1	-3.365	-3.826	-4.182	-4.500	-4.786	-5.045	-5.283	-5.513	-5.728
	%5	-2.649	-3.091	-3.436	-3.730	-3.995	-4.236	-4.462	-4.671	-4.868
	%10	-2.275	-2.705	-3.039	-3.323	-3.576	-3.811	-4.025	-4.230	-4.421
$k^{\text{fr}}=0.6$	%1	-3.370	-3.828	-4.190	-4.504	-4.796	-5.054	-5.292	-5.523	-5.738
	%5	-2.652	-3.094	-3.442	-3.737	-4.002	-4.242	-4.468	-4.679	-4.876
	%10	-2.280	-2.710	-3.045	-3.329	-3.583	-3.819	-4.036	-4.241	-4.432
$k^{\text{fr}}=0.7$	%1	-3.373	-3.833	-4.200	-4.515	-4.801	-5.060	-5.301	-5.527	-5.739
	%5	-2.656	-3.098	-3.448	-3.745	-4.008	-4.251	-4.475	-4.687	-4.887
	%10	-2.283	-2.716	-3.050	-3.335	-3.591	-3.827	-4.047	-4.251	-4.444
$k^{\text{fr}}=0.8$	%1	-3.378	-3.841	-4.214	-4.528	-4.815	-5.079	-5.315	-5.539	-5.757
	%5	-2.660	-3.105	-3.455	-3.752	-4.017	-4.262	-4.487	-4.700	-4.900
	%10	-2.290	-2.724	-3.057	-3.345	-3.602	-3.836	-4.057	-4.263	-4.455
$k^{\text{fr}}=0.9$	%1	-3.388	-3.848	-4.220	-4.533	-4.825	-5.085	-5.326	-5.552	-5.772
	%5	-2.665	-3.112	-3.461	-3.761	-4.026	-4.271	-4.500	-4.714	-4.916
	%10	-2.296	-2.730	-3.069	-3.356	-3.614	-3.850	-4.071	-4.280	-4.471
$k^{\text{fr}}=1.0$	%1	-3.387	-3.856	-4.225	-4.544	-4.831	-5.093	-5.338	-5.568	-5.785
	%5	-2.667	-3.115	-3.464	-3.765	-4.034	-4.280	-4.508	-4.724	-4.927
	%10	-2.299	-2.735	-3.077	-3.368	-3.627	-3.863	-4.083	-4.288	-4.482

Tablo 3.2: $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait kritik değerler (Devamı)

		ρ^2								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$k^{\text{fr}}=1.1$	%1	-3.387	-3.857	-4.225	-4.542	-4.829	-5.092	-5.338	-5.566	-5.787
	%5	-2.669	-3.116	-3.465	-3.766	-4.038	-4.282	-4.510	-4.725	-4.931
	%10	-2.301	-2.737	-3.078	-3.369	-3.630	-3.869	-4.087	-4.292	-4.485
$k^{\text{fr}}=1.2$	%1	-3.389	-3.857	-4.227	-4.536	-4.821	-5.087	-5.334	-5.570	-5.783
	%5	-2.666	-3.113	-3.462	-3.765	-4.035	-4.283	-4.510	-4.724	-4.928
	%10	-2.298	-2.733	-3.073	-3.363	-3.620	-3.858	-4.077	-4.283	-4.478
$k^{\text{fr}}=1.3$	%1	-3.374	-3.846	-4.213	-4.530	-4.818	-5.079	-5.321	-5.557	-5.778
	%5	-2.657	-3.098	-3.448	-3.750	-4.019	-4.265	-4.494	-4.708	-4.913
	%10	-2.289	-2.720	-3.059	-3.346	-3.603	-3.840	-4.058	-4.264	-4.460
$k^{\text{fr}}=1.4$	%1	-3.361	-3.826	-4.197	-4.511	-4.793	-5.053	-5.298	-5.529	-5.744
	%5	-2.639	-3.081	-3.427	-3.726	-3.991	-4.235	-4.465	-4.674	-4.878
	%10	-2.269	-2.695	-3.033	-3.318	-3.575	-3.808	-4.028	-4.234	-4.425
$k^{\text{fr}}=1.5$	%1	-3.339	-3.792	-4.155	-4.470	-4.758	-5.018	-5.259	-5.487	-5.707
	%5	-2.617	-3.052	-3.393	-3.688	-3.949	-4.192	-4.418	-4.632	-4.831
	%10	-2.243	-2.662	-2.994	-3.278	-3.534	-3.766	-3.981	-4.182	-4.373
$k^{\text{fr}}=1.6$	%1	-3.308	-3.756	-4.120	-4.435	-4.719	-4.969	-5.218	-5.444	-5.662
	%5	-2.594	-3.019	-3.357	-3.648	-3.905	-4.145	-4.366	-4.575	-4.772
	%10	-2.217	-2.629	-2.957	-3.235	-3.486	-3.715	-3.930	-4.129	-4.319
$k^{\text{fr}}=1.7$	%1	-3.286	-3.724	-4.086	-4.398	-4.672	-4.924	-5.166	-5.392	-5.604
	%5	-2.570	-2.992	-3.325	-3.606	-3.862	-4.094	-4.310	-4.518	-4.712
	%10	-2.192	-2.597	-2.916	-3.191	-3.439	-3.664	-3.875	-4.073	-4.257
$k^{\text{fr}}=1.8$	%1	-3.264	-3.697	-4.049	-4.357	-4.628	-4.887	-5.118	-5.343	-5.547
	%5	-2.550	-2.964	-3.289	-3.571	-3.820	-4.054	-4.267	-4.471	-4.665
	%10	-2.170	-2.566	-2.879	-3.151	-3.393	-3.617	-3.824	-4.018	-4.204
$k^{\text{fr}}=1.9$	%1	-3.249	-3.677	-4.023	-4.323	-4.588	-4.834	-5.059	-5.274	-5.479
	%5	-2.536	-2.936	-3.260	-3.534	-3.780	-4.006	-4.216	-4.420	-4.608
	%10	-2.152	-2.540	-2.847	-3.113	-3.352	-3.570	-3.776	-3.966	-4.148
$k^{\text{fr}}=2.0$	%1	-3.231	-3.650	-3.995	-4.292	-4.554	-4.789	-5.017	-5.236	-5.541
	%5	-2.519	-2.916	-3.230	-3.501	-3.743	-3.969	-4.177	-4.376	-4.564
	%10	-2.135	-2.514	-2.821	-3.080	-3.316	-3.531	-3.734	-3.918	-4.096
		ρ^2								
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$F_{\text{RALS-t}}(\hat{k}^{\text{fr}})$	%99	4.336	5.570	6.591	7.466	8.253	8.973	9.639	10.265	10.837
	%95	3.264	4.177	4.930	5.575	6.147	6.670	7.159	7.619	8.044
	%90	2.736	3.489	4.114	4.640	5.127	5.568	5.977	6.361	6.722

3.2. KÜÇÜK ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ

Çalışmanın bu kısmında geliştirilen yeni testin küçük örnek özelliklerini incelemek amacıyla boyut ve güç analizleri gerçekleştirilmiştir. Herhangi bir test için kurulan hipotezlerin test edilmesi aşamasında iki tip hatayla karşılaşılabilir. Bu hatalar; I. tip hata yani α tipi hata ve II. Tip hata yani β tipi hata olarak adlandırılmaktadırlar. α tipi hata doğru olan sıfır hipotezinin (H_0) reddedilmesi iken; β tipi hata yanlış olan sıfır hipotezinin (H_0) reddedilememesi şeklinde tanımlanmaktadır. α ve β tipi hatalar, hipotez testleri gerçekleştirilirken hata yapma olasılığı olarak da ifade edilmektedir. Ayrıca, α olasılığı testin güvenilirlik düzeyi veya boyutu(size) iken; $(1 - \beta)$ olasılığı ise yanlış olan sıfır hipotezinin (H_0) reddedilme olasılığıdır yani testin gücü(power)dür. Dolayısıyla geliştirilen herhangi bir teste ilişkin boyut ve güç analizlerinin yapılması, ilgili test için hangi durumlarda daha iyi sonuçlar vereceğinin tespit edilmesini sağlamaktadır. Önerilen testin küçük örneklem özelliklerinin, yani boyut ve güç özelliklerinin elde edilmesinde Monte Carlo simülasyonlarından yararlanılmaktadır (Karul, 2016).

Monte Carlo simülasyonlarında Arranz ve Escibano (2000), Kapetanious vd. (2006) ve Banerjee vd. (2017) tarafından önerilen iki değişkenli yapıyı dikkate alan aşağıdaki veri yaratma süreci izlenmiştir:

$$\Delta y_t = \psi \Delta x_t + \eta u_{t-1} [1 - \exp(-\theta u_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \quad (3.7)$$

$$\Delta x_t = v_t \quad (3.8)$$

$$u_t = y_t - \alpha_0 - \phi \cdot t - \alpha_k \sin\left(\frac{2\pi}{T} fr_t\right) - \beta_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T} fr_t\right) - \beta_x x_t \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ v_t \end{bmatrix} \sim \text{iidN} \left(0, \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.10)$$

ψ : ortak faktörlerin etkisini gösteren parametresi

θ : geçiş parametresi

η : eta düzgünleştirme parametresidir. α_k : -3.0 ve β_k : -5.0 olarak belirlenmiştir. Monte Carlo denemelerinde $\beta_x=1$ ve $\sigma_\varepsilon^2=1$ olarak varsayılmıştır. Bunun dışında parametre değerleri $\theta=\{0.1,1.0\}$, $\eta=\{-0.1,-0.3,-0.5,-1.0\}$ ve $\psi=\{0.5,1\}$ olarak belirlenmiştir (Yazici, 2021).

Küçük örnek özelliklerinin incelenmesinde ilk olarak, önerilen test için boyut (size) analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu incelemede farklı dağılımlar (Normal dağılım ve t dağılımı) altında, $k^{fr}=0.5, 1, 1.5$; $\rho=0.1, 0.5, 0.9$ ve α_1 ile β_1 'in çeşitli değerleriyle; 10.000 iterasyonla $T=100$ için %5 güven düzeyinde yapılan boyut analizlerinde hem sabitli model, hem de sabitli ve trendli modelin test istatistiğinin sonuçları Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te verilmiştir. Tablolarda $\alpha_1=0$ ve $\beta_1=0$ ise, Fourier terimleri anlamsız olacağı için ilgili testin RALS–ADF olduğu bilinmektedir. Eğer $\alpha_1=0$ ve $\beta_1=5$ ise modelde sin terimi yer almayacak, cos terimi bulunacaktır. Ayrıca $\alpha_1=3$ ve $\beta_1=0$ ise de modelde sin terimi bulunacak, cos terimi bulunmayacaktır. Son olarak, eğer $\alpha_1=3$ ve $\beta_1=5$ ise her iki trigonometrik terimin de modelde bulunacağı anlamındadır.

Tablo 3.3 : $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
Normal	0.5	0	0	0.202	0.010	0.007
		0	5	0.035	0.028	0.024
		3	0	0.026	0.020	0.019
		3	5	0.046	0.050	0.053
	1	0	0	0.026	0.014	0.011
		0	5	0.034	0.028	0.027
		3	0	0.039	0.033	0.029
		3	5	0.047	0.051	0.052
	1.5	0	0	0.037	0.025	0.022
		0	5	0.042	0.036	0.035
		3	0	0.044	0.040	0.038
		3	5	0.048	0.049	0.050
t₍₂₎	0.5	0	0	0.088	0.063	0.051
		0	5	0.102	0.085	0.079
		3	0	0.092	0.074	0.064
		3	5	0.114	0.110	0.107
	1	0	0	0.095	0.069	0.058
		0	5	0.101	0.086	0.074
		3	0	0.104	0.090	0.084
		3	5	0.115	0.110	0.108
	1.5	0	0	0.106	0.087	0.077
		0	5	0.110	0.095	0.086
		3	0	0.111	0.100	0.092
		3	5	0.115	0.110	0.103

Tablo 3.3 : $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100) (Devamı)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
t₍₃₎	0.5	0	0	0.072	0.049	0.040
		0	5	0.086	0.074	0.067
		3	0	0.077	0.059	0.052
		3	5	0.099	0.097	0.096
	1	0	0	0.077	0.057	0.044
		0	5	0.084	0.070	0.062
		3	0	0.090	0.077	0.068
		3	5	0.102	0.097	0.093
	1.5	0	0	0.087	0.071	0.063
		0	5	0.092	0.081	0.075
		3	0	0.093	0.083	0.079
		3	5	0.098	0.094	0.092
t₍₄₎	0.5	0	0	0.054	0.036	0.028
		0	5	0.071	0.059	0.052
		3	0	0.060	0.047	0.041
		3	5	0.082	0.081	0.080
	1	0	0	0.061	0.042	0.034
		0	5	0.069	0.057	0.051
		3	0	0.073	0.064	0.058
		3	5	0.083	0.082	0.081
	1.5	0	0	0.074	0.059	0.049
		0	5	0.078	0.067	0.060
		3	0	0.079	0.073	0.069
		3	5	0.084	0.080	0.078

Tablo 3.4 : $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
Normal	0.5	0	0	0.027	0.013	0.011
		0	5	0.034	0.026	0.025
		3	0	0.036	0.031	0.028
		3	5	0.047	0.050	0.053
	1	0	0	0.025	0.012	0.009
		0	5	0.036	0.032	0.029
		3	0	0.033	0.025	0.023
		3	5	0.047	0.051	0.050
	1.5	0	0	0.029	0.001	0.012
		0	5	0.037	0.004	0.029
		3	0	0.038	0.004	0.028
		3	5	0.047	0.008	0.049
t₍₂₎	0.5	0	0	0.093	0.071	0.062
		0	5	0.100	0.084	0.078
		3	0	0.104	0.090	0.084
		3	5	0.117	0.113	0.108
	1	0	0	0.092	0.071	0.059
		0	5	0.104	0.092	0.085
		3	0	0.099	0.082	0.076
		3	5	0.116	0.113	0.110
	1.5	0	0	0.096	0.073	0.063
		0	5	0.103	0.089	0.082
		3	0	0.106	0.095	0.088
		3	5	0.116	0.112	0.110

Tablo 3.4 : $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait boyut (size) özellikleri (T=100) (Devamı)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
t₍₃₎	0.5	0	0	0.078	0.057	0.048
		0	5	0.084	0.070	0.063
		3	0	0.087	0.075	0.067
		3	5	0.100	0.097	0.096
	1	0	0	0.076	0.026	0.045
		0	5	0.087	0.034	0.068
		3	0	0.083	0.032	0.062
		3	5	0.100	0.042	0.096
	1.5	0	0	0.080	0.060	0.048
		0	5	0.087	0.076	0.068
		3	0	0.089	0.079	0.073
		3	5	0.099	0.099	0.096
t₍₄₎	0.5	0	0	0.062	0.041	0.035
		0	5	0.069	0.056	0.050
		3	0	0.072	0.059	0.055
		3	5	0.083	0.081	0.079
	1	0	0	0.060	0.040	0.033
		0	5	0.072	0.061	0.055
		3	0	0.068	0.054	0.048
		3	5	0.083	0.081	0.078
	1.5	0	0	0.064	0.044	0.037
		0	5	0.073	0.061	0.056
		3	0	0.073	0.063	0.058
		3	5	0.084	0.084	0.081

RALS yöntemine dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier testinin performansına yönelik yapılan bu çalışmada, simülasyonlar %5 anlamlılık düzeyinde $T=100$ için 10.000 iterasyonla gerçekleştirilmiştir. Öncelikle Tablo 3.3 ve Tablo 3.4'te $\tau_{\text{RALS}-c}^{\text{fr}}$ ile $\tau_{\text{RALS}-t}^{\text{fr}}$ test istatistiklerinin normal dağılım ile t dağılımı altında; $k^{\text{fr}}=0.5, 1, 1.5$ ve $\rho^2=0.1, 0.5, 0.9$ değerleri ile α_k ve β_k büyüklüklerine göre, düşük seviyede değişikliklerin olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca örneklem büyüklüğünden bağımsız olarak farklı k^{fr} , ρ^2 , α_k ve β_k değerlerine sahip ilgili dağılımlarda testin boyutunun çoğunlukla nominal değer %5 (0.05)'e yakın değerler aldığı tespit edilmiştir. Bu sonuçlar doğrultusunda $\tau_{\text{RALS}-DF_c}^{\text{fr}}$ ve $\tau_{\text{RALS}-DF_t}^{\text{fr}}$ test istatistiklerinin küçük örneklemelerde uygulanması uygundur.

Küçük örnek özelliklerini incelemek amacıyla ikinci olarak da, önerilen test istatistiklerinin güç analizleri gerçekleştirilmiştir. Aynı şekilde $T=100$ için %5 güven düzeyinde 10.000 iterasyonla yapılan güç analizinde hem sabitli model hem de sabitli ve trendli modelin test istatistiğine ait sonuçlar Tablo 3.5 ve Tablo 3.6'da sunulmuştur.

Tablo 3.5 : $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (T=100)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
Normal	0.5	0	0	0.043	0.041	0.040
		0	5	0.052	0.060	0.064
		3	0	0.050	0.058	0.060
		3	5	0.062	0.086	0.097
	1	0	0	0.051	0.054	0.054
		0	5	0.061	0.075	0.081
		3	0	0.063	0.080	0.087
		3	5	0.077	0.112	0.130
	1.5	0	0	0.071	0.088	0.093
		0	5	0.079	0.114	0.130
		3	0	0.081	0.116	0.133
		3	5	0.093	0.146	0.175
t₍₂₎	0.5	0	0	0.112	0.103	0.094
		0	5	0.122	0.122	0.120
		3	0	0.119	0.117	0.115
		3	5	0.131	0.147	0.154
	1	0	0	0.122	0.116	0.111
		0	5	0.131	0.137	0.139
		3	0	0.130	0.141	0.145
		3	5	0.143	0.171	0.185
	1.5	0	0	0.138	0.150	0.152
		0	5	0.146	0.173	0.183
		3	0	0.147	0.177	0.189
		3	5	0.157	0.204	0.227

Tablo 3.5 : $\tau_{\text{RALS-DF}_c}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (Devamı)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
t₍₃₎	0.5	0	0	0.095	0.088	0.084
		0	5	0.103	0.108	0.108
		3	0	0.102	0.104	0.105
		3	5	0.115	0.131	0.141
	1	0	0	0.105	0.103	0.099
		0	5	0.114	0.124	0.126
		3	0	0.116	0.127	0.129
		3	5	0.130	0.156	0.169
	1.5	0	0	0.125	0.137	0.137
		0	5	0.131	0.158	0.168
		3	0	0.135	0.164	0.178
		3	5	0.144	0.189	0.213
t₍₄₎	0.5	0	0	0.080	0.073	0.068
		0	5	0.090	0.095	0.096
		3	0	0.086	0.088	0.089
		3	5	0.100	0.117	0.130
	1	0	0	0.090	0.037	0.084
		0	5	0.100	0.044	0.112
		3	0	0.102	0.047	0.119
		3	5	0.115	0.058	0.161
	1.5	0	0	0.108	0.120	0.122
		0	5	0.117	0.144	0.159
		3	0	0.118	0.146	0.163
		3	5	0.128	0.177	0.204

Tablo 3.6 : $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (T=100)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
Normal	0.5	0	0	0.042	0.038	0.037
		0	5	0.049	0.053	0.057
		3	0	0.050	0.055	0.058
		3	5	0.060	0.078	0.087
	1	0	0	0.041	0.034	0.033
		0	5	0.049	0.052	0.054
		3	0	0.048	0.051	0.053
		3	5	0.059	0.076	0.084
	1.5	0	0	0.045	0.042	0.039
		0	5	0.055	0.062	0.063
		3	0	0.056	0.064	0.067
		3	5	0.066	0.089	0.098
t₍₂₎	0.5	0	0	0.111	0.096	0.089
		0	5	0.118	0.112	0.111
		3	0	0.117	0.115	0.113
		3	5	0.128	0.139	0.144
	1	0	0	0.109	0.093	0.086
		0	5	0.117	0.114	0.111
		3	0	0.116	0.109	0.107
		3	5	0.127	0.137	0.142
	1.5	0	0	0.114	0.100	0.092
		0	5	0.121	0.120	0.117
		3	0	0.123	0.122	0.121
		3	5	0.131	0.148	0.156

Tablo 3.6 : $\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$ test istatistiğine ait güç (power) özellikleri (T=100) (Devamı)

Dağılım	k^{fr}	α_1	β_1	$\rho^2=0.1$	$\rho^2=0.5$	$\rho^2=0.9$
$t_{(3)}$	0.5	0	0	0.093	0.085	0.078
		0	5	0.101	0.100	0.099
		3	0	0.101	0.103	0.102
		3	5	0.113	0.124	0.131
	1	0	0	0.092	0.081	0.075
		0	5	0.101	0.102	0.100
		3	0	0.099	0.096	0.095
		3	5	0.112	0.124	0.130
	1.5	0	0	0.096	0.089	0.081
		0	5	0.105	0.106	0.105
		3	0	0.106	0.111	0.110
		3	5	0.117	0.133	0.139
$t_{(4)}$	0.5	0	0	0.079	0.070	0.066
		0	5	0.084	0.085	0.084
		3	0	0.087	0.089	0.090
		3	5	0.095	0.110	0.118
	1	0	0	0.076	0.067	0.062
		0	5	0.086	0.088	0.086
		3	0	0.083	0.082	0.081
		3	5	0.095	0.109	0.115
	1.5	0	0	0.082	0.074	0.069
		0	5	0.091	0.095	0.094
		3	0	0.091	0.095	0.096
		3	5	0.102	0.122	0.130

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ETKİN PİYASALAR HİPOTEZİ ANALİZİ: YENİ KALINTILARLA ARTTIRILMIŞ EN KÜÇÜK KARELER (RALS) YÖNTEMİNE DAYALI KESİRLİ FREKANSLI ESNEK FOURIER BİRİM KÖK TESTİ UYGULAMASI

Çalışmanın bu kısmında üçüncü bölümde geliştirilen yeni Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testine ilişkin ampirik bir uygulama yer almaktadır. Bu amaçla Metal Emtia piyasalarında etkinlik hipotezinin varlığı araştırılmıştır. Tezin üçüncü bölümünde geliştirilen yeni birim kök testi ile ampirik olarak kıyaslama yapılabilmesi adına literatürde bulunan Omay (2015)'ya ait Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi de kullanılmıştır.

Bu bölümde öncelikle ampirik uygulamada kullanılan veri setine ilişkin açıklamalar yer almaktadır. Daha sonra Etkin Piyasalar Hipotezi kavramı ve literatür taraması bulunmaktadır. Son kısımda ise uygulamada kullanılan yöntemlere ilişkin ampirik sonuçlar verilmektedir.

4.1. VERİ SETİ VE YÖNTEM

Çalışmada kullanılan Metal Emtia piyasalarına ait günlük dolar bazlı kapanış fiyatları, veri setinin elde edilebilirliğine göre gözlem dönemleri farklılık göstermekle birlikte, en geniş tarih aralığı olarak 4 Ocak 2010–31 Aralık 2022 dönemi için www.investing.com adresinden elde edilmiş ve analizlerde kullanılabilmesi amacıyla serilerin doğal logaritması alınmıştır. Ele alınan Metal Emtia piyasasındaki değişkenlerin adı ve gözlem dönemleri Tablo 4.1'de verilmiştir:

Tablo 4.1 : Çalışmada Kullanılan Metal Emtia Piyasaları ve Gözlem Dönemleri

Piyasalar	Gözlem Dönemi
Altın	04.01.2010–31.12.2022
Alüminyum	17.06.2014–31.12.2022
Bakır	04.01.2010–31.12.2022
Çelik	17.06.2014–31.12.2022
Gümüş	04.01.2010–31.12.2022
Kalay	17.06.2014–31.12.2022
Kurşun	17.06.2014–31.12.2022
Nikel	17.06.2014–31.12.2022
Paladyum	04.01.2010–31.12.2022
Platin	04.01.2010–31.12.2022

4.2. ETKİNLİK HİPOTEZİ

Küreselleşme ile birlikte finansal piyasalarda etkinlik hipotezi kavramı önem kazanmıştır. Ekonomi ile finansal piyasalar arasındaki ilişki, küresel anlamda ülke piyasalarında, gelecekte ne yönde bir gelişme olacağı sorusunu da beraberinde getirmiştir. Gelişmekte olan ülkelerde karşılaşılan sermaye hareketlerindeki ani artışlar, ilgili ülkelerin piyasalarında etkinlik hipotezinin geçerli olup olmadığı bakımından dikkat çekmiştir. Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, piyasalardaki sermaye hareketliliği ile ilgili Samuelson (1965)'e kadar yapılmış bir çalışma bulunmamaktadır. Ancak Fama (1970), bilinen tüm bilgiler ile fazladan bir gelir elde edilemeyeceğini öne sürerek, etkinlik hipotezi kavramını tanımlamıştır. Bir piyasanın etkin olması, her koşulda erişilebilir bilginin tamamıyla menkul kıymetler değerine yansımaya mümkündür. Yatırımcıların daha tecrübeli ve bilgili olması ile teknolojik gelişmelerin varlığıyla borsa daha verimli ve etkin olmaktadır. Ancak profesyonel yatırımcılar da her ne kadar konuya hakim olsalar da aşırı kazanç elde etmeleri mümkün değildir. Yani piyasadaki dinamikler aşırı kazanç mekanizmasına engel olmaktadır. Bunun nedeni menkul kıymetler piyasasının yeni gelen bir bilgiye

bir anda, tam ve doğru bir şekilde tepki göstermesidir. Menkul kıymet piyasaları incelendiğinde rassal olarak artış ve azalışlar söz konusudur. Fama (1970) tarafından yapılan çalışmayla, etkin piyasalar hipotezi için fiyatlar üzerindeki bilgi etkisinin durumuna göre güçlü, yarı güçlü ve zayıf formda etkinlik kavramları ortaya çıkmıştır. Fama (1970)' ya göre bu hipotez rassal yürüyüş (random walk) kavramına dayanmaktadır. Rassal yürüyüşün temel alınmasındaki sebep ise, fiyatlarda meydana gelen değişimlere ilişkin dağılımın, benzer ve bağımsız olarak gerçekleşmesidir. Dolayısıyla piyasaların geçmişteki fiyat hareketleri ve trend bilgilerinin, ilgili piyasaya ait gelecek tahmininde kullanılamayacağı ileri sürülmektedir. Etkinlik hipotezi için rassal yürüyüş kavramı ilk olarak Kendall 1953'teki çalışmada ele alınmıştır. 22 emtia ve hisse senedi fiyatlarına ilişkin verilerin kullanıldığı çalışmada, fiyat serilerindeki hareketlerin rassal olarak gerçekleştiği ve fiyat değişimlerinin birbiriyle ilişkisinin sıfıra yakın olduğu gözlemlenmiştir (Altınöz, 2016).

Etkin piyasalar hipotezi uzun yıllardır önemli bir önerme olarak araştırmacılar tarafından ele alınmıştır. Bunun nedeni, etkinlik hipotezinin geçerli olmadığı piyasalarda risk ağırlıklı getirinin daha fazla olması beklentisidir. Bir piyasanın etkinliği, finansal teoriler ile yatırım stratejileri bakımından önemli hale gelmiştir. Hisse senedi fiyatlarının davranışlarını tespit etmek ve standart risk–getiri modellerine ait özelliklerin belirlenmesi konuları araştırmacıların oldukça ilgisini çekmektedir. Bahsedilen modellerde, getiri serilerinin rassal yürüyüş özelliği sergilediği ve normal dağılım varsayımına uygunluk gösterdiği kabul edilmektedir. Yatırımcılar bakımından etkinlik hipotezi ise, işlem stratejileri geliştirilirken hisse senetlerinin tahmini değerleri ve bu tahminlerin geçerliliğinin zayıf formda etkin piyasa hipoteziyle ilgili olması açısından ele alınmaktadır. Ayrıca hisse senedi piyasalarında etkinlik hipotezi geçerli olmadığında, sermayenin etkin bir şekilde dağıtımında fiyatlama mekanizmasının yeterli olmayacağı ve ilgili ülkenin ekonomisi bakımından olumsuz sonuçlara neden olacağı ileri sürülmektedir. Dolayısıyla etkinlik hipotezi, ortaya çıkabilecek ekonomik problemlerin giderilmesine yönelik alınacak kararlarda etkili bir yol göstericidir.

Fama (1970), piyasa etkinliğini üç farklı formda tanımlarken, ilgili formların başlangıç noktasının zayıf formda etkinlik hipotezine bağlı olarak geliştirildiğini ileri sürmüştür. Zayıf formda etkin piyasalar için fiyatların, geçmiş dönemlere ilişkin

fiyatlara ait mevcut bilginin tamamını yansıttığı ileri sürülmektedir. Zayıf formda etkin piyasalardaki yatırımcılar, piyasaya ulaşmış yeni bilgilere anlık olarak erişememektedirler. Bununla birlikte, kamuya açıklanamayan bir takım bilgilerin önceden yatırımcılar tarafından bilinmesi de söz konusudur (Çevik ve Sezen, 2020). Zayıf formda etkin piyasa hipotezine göre, yatırımcıların piyasaların geçmiş fiyatlarıyla ortalama üstü bir getiri elde edemeyeceği ifade edilmektedir. Dolayısıyla fiyatlar rassal yürüyüş sergilediği için, yapılacak herhangi bir teknik veya zaman serisi analizinin uzun dönemde herhangi bir katkısı olmayacaktır (Maymin, 2011).

Yarı güçlü formda etkinlik, piyasadaki tüm katılımcıların bilgilerine ilişkin yani kamuya açık bilgilerin tamamının yansıdığı cari fiyatların gösterdiği özellik olarak ifade edilmektedir (Kumar ve Joshi, 2014). Bu tür etkinlikte, döviz kurlarına ait bilginin yalnızca geçmiş dönem döviz kurları bilgisine değil, diğer döviz kurları ile makro ekonomik değişkenlerin bilgisini de yansıttığı ifade edilmektedir. Dolayısıyla bir spekülâtör ve arbitrajcının döviz piyasasından yararlanarak kazanç sağlaması için herhangi bir kural veya teknik kullanmadığı ileri sürülmektedir. Yarı güçlü formda etkin olan piyasalardaki finansal varlıklar, kamu tarafından ulaşılabilir bilgiyi eş zamanlı olarak yansıtmaktadır. Bu nedenle bu tür piyasalarda yatırımcılar, geçmiş dönem fiyatlar ile kamu tarafından ulaşılabilir bilgilerden yararlanarak ortalama üzerinde getiriye sahip olamamaktadır (Berke vd., 2014).

Son olarak güçlü formda etkinlik ise, hisse senedi fiyatlarının kamuya duyurulan veya duyurulmayan bilgilerin tamamını içerdiği yönünde bir yaklaşımdır. Bu nedenle güçlü formda etkin bir piyasa, kamuya duyurulmuş var olan bilgiler ile kamuya duyurulmamış olan özel bilgilerin tamamının hisse senedi fiyatlarındaki eş zamanlı etkisini yansıtmaması nedeniyle, zayıf ve güçlü formda etkinlik kavramlarını da kapsamaktadır (İldırar ve Dalli, 2021).

Etkinlik hipotezi ile ilgili literatürde birçok çalışma bulunmaktadır. Roberts (1959), literatürde yer alan zayıf formda etkinlik konusundaki ilk çalışmayla, hisse senedi fiyatlarındaki değişikliklerin rassal yürüyüş sergilediği yani birim köklü olduğunu ve dolayısıyla zayıf formda etkin olduğunu göstermiştir. Daha sonra Fama (1965), Frenberg ve Hanson (1993), Vaidyanathan ve Gali (1994), Poshakwale (1996),

Kılıç (1997), Ma ve Barnes (2001), Lim Kian vd. (2003), Worthington ve Higgs (2006), Çelik ve Taş (2007), Hajek (2007), Dhankar ve Chakaborty (2007), Duman Atan vd. (2009), Çevik ve Erdoğan (2009), Ergül (2009), Awad ve Daraghma (2009), Özcan ve Yılancı (2009), Demireli vd. (2010), Çevik (2012), Zeren vd. (2013), Günay (2014) tarafından birçok çalışma yapılmıştır (Koyuncu ve Aslan, 2019). Türkiye’de etkinlik hipotezi ile ilgili son yıllarda yapılmış çalışmalar ise aşağıdaki tabloda özetlenmiştir:



Tablo 4.2 : Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması

Yazar(lar) / Yayın Tarihi	Uygulama Alanı	Analiz Yöntem(ler)i	Bulgular
Berke, B., Özcan, B. ve Dizdarlar, H.I. (2014)	Türkiye’deki döviz piyasası zayıf ve yarı güçlü formda etkinlik bakımından incelenmiştir.	ADF, PP ve LM Birim Kök Testleri	İncelenen seriler zayıf formda etkin, ancak yarı güçlü formda etkin değildir.
Hepsağ, A. ve Yaşar Akçalı, B. (2015)	G7 ve E7 ülkelerine ait hisse senedi piyasalarında zayıf formda etkinlik araştırılmıştır.	Sollis (2009) Birim Kök Testi, KSS Birim Kök Testi	G7 ülkelerinden ABD, Fransa, İtalya ve Japonya ülke piyasaları zayıf formda etkin, ancak diğer ülkeler etkin değildir. Ayrıca E7 ülkelerinde Brezilya, Çin, Endonezya, Hindistan, Meksika ve Türkiye piyasaları zayıf formda etkin iken geriye kalan ülkeler zayıf formda etkin değildir.
Altunöz, U. (2016)	Borsa İstanbul’da zayıf formda etkin piyasa hipotezinin test edilmesinde bankacılık piyasası ele alınmıştır.	ADF Birim Kök Testi, PP Birim Kök Testi	İncelenen seriler birim köklü olup, zayıf formda etkindir.
Malcıoğlu, G. ve Aydın, M. (2016)	BIST 100 Endeksi ve alt endeksleri (Sınai, Teknoloji, Mali ve Hizmet Endeksi) etkinlik bakımından incelenmiştir.	Harvey Doğrusallık Testi, KSS Birim Kök Testi	İncelenen seriler durağan olup, zayıf formda etkin değildir.
Gözen, M. Ç., Koç, S. ve Abasız, T. (2016)	TL/ABD Doları ile TL/AVRO kurları için zayıf formda etkinlik araştırılmıştır.	KPSS Birim Kök Testi, ADF Birim Kök Testi, İki Yapısal Kırılmalı LM ve LP Birim Kök Testleri	İncelenen serilerde Türkiye için zayıf formda etkinlik hipotezinin geçerli olduğu bulunmuştur.
Çevik, E. İ. (2018)	BIST 100 Endeksinin bütünleşme derecesi rejimlere bağlı olarak zayıf formda etkinlik bakımından araştırılmıştır.	Markov–Swicthing ADF (MS–ADF) Birim Kök Testi	Yüksek volatilité rejiminde zayıf formda etkinlik, düşük volatilité rejiminde ise zayıf formda etkinliğin geçerli olmadığı tespit edilmiştir.

Tablo 4.2 : Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması (Devamı)

Yazar(lar) / Yayın Tarihi	Uygulama Alanı	Analiz Yöntem(ler)i	Bulgular
Kayral, İ. E. ve Alagöz, H. M. (2019)	G-20 Ülkeleri borsası için zayıf formda etkinlik test edilmiştir.	Varyans Oran Testi, ADF, PP, KPSS Birim Kök Testleri	ABD, Hindistan, Suudi Arabistan, Çin ülke borsalarının zayıf formda etkin olmadıkları ve geriye kalan ülke borsalarında zayıf formda etkinliğin geçerli olduğu tespit edilmiştir.
Bektur, Ç. ve Aydın, M. (2019)	BIST 100 (Getiri) ve alt endeksleri için zayıf formda etkinlik hipotezinin geçerliliği sınanmıştır.	Fourier KPSS Birim Kök Testi	İncelenen serilerin birim köklü olduğu, dolayısıyla bu serilerde zayıf formda etkinlik hipotezinin geçerli olduğu bulunmuştur.
Çevik, E. İ. ve Sezen, S. (2020)	BIST bankacılık sektör endeksi için zayıf formda etkinlik araştırılmıştır.	Uzun Hafıza Modelleri	İncelenen seriler durağan olup, zayıf formda etkin değildir.
Şahin, Ö. (2020)	BIST100, Dolar Kuru ve Altın Fiyatı Piyasalarına üzerine bir çalışmadır.	Run Test ve Volatilite Modelleri	İncelenen seriler durağan olup, zayıf formda etkin değildir.
Özdemir, A. ve Çelik, İ. (2020)	S&P500 (ABD) ve BIST 100 pay piyasası endekslerine ait getiri serileri için uzun hafıza etkisi ve uzun dönem volatilitesi farklı dağılımlar altında incelenmiştir.	ARFIMA ve FIGARCH model kombinasyonları	İncelenen seriler durağan olup, etkinlik hipotezi geçerli olmamaktadır.
Başarır, Y. ve Serel A. (2021)	Türkiye'deki döviz piyasasının zayıf ve yarı güçlü formda etkinliği araştırılmıştır.	Engle Granger Eşbütünleşme Testi, Gregory Hansen Testi	Döviz piyasaları zayıf formda etkin ancak yarı güçlü formda etkin değildir.
İldırar, M. ve Dallı, T. (2021)	BIST bankalar endeksi ile birlikte 12 bankanın aylık kapanış fiyatlarında zayıf formda etkinlik araştırılmıştır.	ADF, PP, KPSS Birim Kök Testleri, Varyans Oranı Testi	Türkiye Halk bankası dışındaki tüm serilerde zayıf formda etkinliğin geçerli olduğu görülmüştür.
Erataş Sönmez, F. (2021)	G7 ülkeleri piyasalarında zayıf formda etkinliğin geçerliliği incelenmiştir.	Durağan olmayan panel birim kök testleri	İlgili serilerde zayıf formda etkinlik söz konusudur.

Tablo 4.2 : Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması (Devamı)

Yazar(lar) / Yayın Tarihi	Uygulama Alanı	Analiz Yöntem(ler)i	Bulgular
Yalçın, Ç. K.,Çevik, Y. E. ve Tanrıöven, C. (2022)	Yüksek frekanslı işlemler sonrası BIST 100 endeksi için zayıf formda etkinlik araştırılmıştır.	Varyans Oranı Testi	İncelenen seriler durağan olup, zayıf formda etkin değildir.
Buzdağlı, Ö. (2022)	Dolar/TL ve Euro/TL'ye ait nominal döviz kuru verileri zayıf formda etkinlik bakımından incelenmiştir.	Fourier ADF, Fourier KSS, Fourier Solis ve Fourier Kruse Birim Kök Testi	İncelenen seriler durağan olup, zayıf formda etkin değildir
Eyüboğlu, K. ve Kızıltoprak, G. (2022)	Metal emtia piyasalarında altın, gümüş, platin ve paladyuma ait günlük dolar bazlı kapanış fiyatları ele alınarak zayıf formda etkinliğin geçerliliği test edilmiştir.	Fourier ADF Birim Kök Testi	Altın, platin ve paladyum piyasaları birim köklü olduğu için etkinlik hipotezi geçerliiyken, gümüş piyasasından fiyatlar durağan olduğu için etkinlik hipotezi geçerli değildir.
Küçük Kaplan, İ., Kılıç, E., Pazarcı, Ş. ve Kar, A. (2023)	G-8 ülkeleri borsa endeksleri için etkin piyasa hipotezinin geçerliliği test edilmiştir.	ADF, RALS-ADF, Fourier-ADF ve Fourier-KSS Birim Kök Testleri	Almanya, Fransa, Japonyo piyasalarında etkin piyasa hipotezi geçerlidir. Rusya serisi için ADF dışındaki tüm birim kök test sonuçlarına göre etkin piyasa hipotezi geçersizdir.

Etkinlik hipotezi, alıcı ve satıcıların eşit düzeyde bilgilendirildiklerini varsayan bir yaklaşımdır. Örneğin, metal kullanımları, oluşabilecek ihtiyaçlar veya metalin bulunabilirliğiyle ilgili gelecekteki durumuna ilişkin beklentilerin rasyonelliğini varsaymaktadır. Dolayısıyla öğrenilen yeni bilgiler sonucunda değişiklik gösteren beklentilerle, alıcı ve satıcıların metal fiyatını yeni bir dengeye doğru yükseltmesi veya düşürmesi durumu bulunmaktadır. Metal piyasalarında elde edilen yeni bilgilerle, etkin bir piyasa söz konusu ise, fiyatlar yeni denge düzeyine hızlıca geçecektir ve piyasa katılımcıları var olan bilgilerden yararlanarak sorumluluk aldıkları riskin getirisi üstünde bir kazanç elde edemeyeceklerdir (Eyüboğlu ve Kızıltoprak, 2022). Bu tezin uygulama kısmında da metal emtia piyasalar ile ilgili etkinlik hipotezinin

varlığı araştırılmaktadır. Bu amaçla yukarıdaki literatür taramasına ek olarak Emtia Piyasalarında Etkinlik Hipotezinin araştırıldığı çalışmalar Tablo 4.3'te verilmiştir (Eyüboğlu ve Kızıltoprak, 2022):



Tablo 4.3 : Emtia Piyasalarında Etkinlik Hipotezi Literatür Taraması

Yazar(lar) / Yayın Tarihi	Emtia	Analiz Yöntem(ler)i	Bulgular
Tschoegl (1978)	Altın	Seri Korelasyon Testi	Etkin Değil
Booth ve Kaen (1979)	Altın, Gümüş	Korelasyon, Runs Testi	Etkin Değil
Taylor (1980)	Bakır, Çinko, Kurşun, Kalay	Varyans Modeli, ARMA Modeli	Üç Metal Etkin Değil
Bird (1985)	Bakır, Çinko, Kurşun, Kalay	Filtre Testi	Üç Metal Etkin Değil
Jones ve Uri (1990)	Kurşun, Kalay, Çinko	ADF, Ljung–Box Testi	Üç Metal Yarı Formda Etkin Değil
Smith (2002)	Altın	Çoklu Varyans Oranı Testi	Etkin Değil
Kenourgios ve Samitas (2004)	Bakır	ADF, Phillips–Perron, Engle Granger	Etkin Değil
Park ve Lim (2008)	Alüminyum, Bakır, Kurşun, Çinko, Kalay, Nikel	En Küçük Kareler, GARCH	Bir Metal Etkin, Beş Metal Etkin Değil
Narayan vd. (2010)	Altın, Petrol	Phillips–Perron, Gregory–Hansen Eşbütünlük Testi	Etkin Değil
Oh (2010)	Bakır, Alüminyum, Çinko	ADF, Phillips–Perron	İki Metal Etkin Değil
Otto (2010)	Bakır, Alüminyum, Çinko, Nikel, Kalay, Kurşun	Lo–McKinlay ve Wright Varyans Oranı Testleri	Beş Metal Etkin, Bir Metal Etkin Değil
Nwala (2011)	12 Emtia	Lagrange Multiplier (LM) Birim Kök Testi	Etkin
Patel ve Patel (2014)	Alüminyum, Bakır, Nikel	ADF, Runs Testi	İki Metal Etkin
Chinhamu ve Chikobvu (2014)	Platin	ADF, GARCH	Etkin
Charles vd. (2015)	Altın, Gümüş, Platin	Portmanteau, Varyans Rasyo Testi	Etkin
Uyar ve Uzuner (2015)	Altın	Runs Testi	Etkin Değil
Chang vd. (2018)	Altın	Runs, Varyans Testleri	Kısa Dönemli Etkin
Moralı ve Uyar (2018)	Altın, Gümüş, Platin, Paladyum	Hurst Üsteli Katsayısı Analizi	Etkin Değil
Pathak vd. (2020)	Altın, Gümüş, Platin, Paladyum	Genelleştirilmiş Spektral Testi	Etkin
Rao ve Charles (2021)	Pamuk, Ham Petrol, Altın	Taşıma Maliyeti Modeli	Etkin Değil

4.3. AMPİRİK SONUÇLAR

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde metal emtia piyasalarında yer alan serilerin bazıları veya tamamında etkin piyasalar hipotezinin geçerliliği hakkında farklı sonuçlar olması nedeniyle, kesin bir yargıya varılamamaktadır. Elde edilen sonuçlarda, analizler için kullanılan yöntemlerin de etkisi bulunmaktadır. Çalışmanın ampirik kısmında öncelikle metal emtia piyasalarından altın, alüminyum, bakır, çelik, gümüş, kalay, kurşun, nikel, paladyum ve platin değişkenlerine ilişkin doğal logaritması alınmış serilere Omay (2015)'e ait Kesirli Frekanslı Esnek Fourier ADF (FFFF–ADF) birim kök testi uygulanmıştır. Daha sonra aynı veri setine bu çalışmanın üçüncü bölümünde yeni bir test önerisi olarak sunulan Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier (RALS–FFFF–ADF) birim kök testi uygulanmıştır. Değişkenlere uygulanan FFFF–ADF birim kök testi ve RALS–FFFF–ADF birim kök testinin sonuçları sırasıyla Tablo 4.4 ve Tablo 4.5'te verilmiştir.

Tablo 4.4 : Omay (2015) Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi (FFFF–ADF)

Emtia	$\tau_{DF,t}^{fr}$	k^{fr}	$F(\hat{k}^{fr})$	JB
Altın	-3.603	0.2	1.710	6662.48***
Alüminyum	-1.937	0.1	0.220	507.26***
Bakır	-3.158	0.2	3.800	1204.80***
Çelik	-1.102	0.1	2.230	516846.70***
Gümüş	-3.518	0.2	3.653	8718.21***
Kalay	-1.507	0.1	0.327	4514.94***
Kurşun	-4.208	0.2	1.353	18742.09***
Nikel	-3.809	0.1	3.740	2547742.9***
Paladyum	-4.050	0.2	6.990	15468.75***
Platin	-4.125	0.1	4.644	6493.61***

Notlar: * %1, %5 veya %10 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedildiğini göstermektedir. ** %5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan trigonometrik terimlerin anlamsız olduğu ifadesinin reddedildiğini göstermektedir. *** %5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan normal dağılım varsayımının reddedildiğini ifade etmektedir. Parantez içindeki değerler ise uygun gecikme uzunluklarıdır.

Tablo 4.4'te verilen metal emtia değişkenlerinin FFFF–ADF birim kök testi sonuçlarına göre analizde ele alınan tüm değişkenlerin Fourier terimlerinin istatistiki olarak anlamsız olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca tüm metal emtia değişkenleri için normallik varsayımının ifade edildiği sıfır hipotezi reddedilerek, değişkenlerin normal dağılıma uygunluk göstermediği tespit edilmiştir.

Tablo 4.5 : Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Fourier ADF Birim Kök Testi (RALS–FFFF–ADF)

Emtia	$\tau_{\text{RALS-DF}_t}^{\text{fr}}$	k^{fr}	ρ^2	$F_{\text{RALS}}(\hat{k}^{\text{fr}})$
Altın	-4.335	1.5	0.88	3.522
Alüminyum	-3.334	2.0	0.88	7.074**
Bakır	-3.186	0.1	0.85	3.867
Çelik	-1.684	2.0	0.63	8.054**
Gümüş	-3.599	0.1	0.83	3.620
Kalay	-2.371	2.0	0.74	6.326**
Kurşun	-5.910*	2.0	0.90	10.242**
Nikel	-3.978	0.1	0.71	3.770
Paladyum	-4.887*	1.1	0.86	9.868**
Platin	-4.295	0.1	0.86	4.858

Notlar: * %1, %5 veya %10 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan birim kökün varlığının reddedildiğini göstermektedir. ** %5 anlamlılık düzeyinde sıfır hipotezi olan trigonometrik terimlerin anlamsız olduğu ifadesinin reddedildiğini göstermektedir. Parantez içindeki değerler uygun gecikme uzunluklarıdır.

Tablo 4.5’te sunulan metal emtia değişkenlerine ilişkin yeni önerilen birim kök testi sonuçlarına göre; Alüminyum, Çelik, Kalay, Kurşun ve Paladyum için Fourier terimlerinin istatistiki olarak anlamlılığı söz konusudur. Dolayısıyla analizlere sadece bu değişkenlerle devam edilmiştir. Önerilen yeni RALS–FFFF–ADF testi sonuçlarına göre Kurşun ve Paladyum piyasaları için birim kökün varlığının ileri sürüldüğü sıfır hipotezinin reddedilerek serilerin durağan olduğu sonucuna varılmıştır. Fakat Alüminyum, Çelik ve Kalay değişkenleri ise birim köklü bir süreç izlemektedir. Bu durumda, RALS–FFFF–ADF birim kök testi sonucuna göre fourier terimleri anlamlı olan değişkenler için etkinlik hipotezinin geçerliliği incelendiğinde; Alüminyum, Çelik ve Kalay piyasalarının etkin olduğu, Kurşun ve Paladyum piyasaları için ise etkinlik hipotezinin geçerli olmadığı belirlenmiştir.

SONUÇ

Zaman serileri analizlerinde literatürde çok sayıda birim kök testi bulunmaktadır. Finansal serilerde durağanlığın test edilmesi için geleneksel birim kök testlerinin yanı sıra daha gelişmiş birim kök testlerinin geliştirilmesiyle, değişkenlerin birim köklü bir süreç izleyip izlemediğine ilişkin daha doğru bir şekilde karar verilmesi sağlanmaktadır.

Finansal serilerin dağılımları incelendiğinde, çoğunlukla normallik varsayımını sağlamadığı görülmektedir. Geleneksel birim kök testleri de yardımcı regresyonların kalıntılarının normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Dolayısıyla normallik varsayımına dayalı birim kök testlerinde, normal dağılıma uygunluk göstermeyen serilerin kullanılması test sonuçlarının hatalı çıkmasına sebep olabilmektedir. Bu nedenle gerçekte durağan olan bir seri, normallik varsayımının dikkate alınmaması sebebiyle birim köklü olarak kabul edilebilmektedir. Normallik varsayımı dışında, yapısal kırılmaların da göz ardı edilmesi yanlış sonuçlar elde edilmesine neden olabilmektedir. Buradan hareketle kalıntılar için normallik varsayımının sağlanmaması ve yapısal kırılmaların varlığı durumuna dikkat edilmesi gerekmektedir. Bu tezde literatüre yeni bir birim kök testinin kazandırılması amaçlanmaktadır. Çalışmanın üçüncü bölümünde geliştirilen bu yeni yöntem ile normal dağılmayan ve yapısal kırılmalı seriler için, birim kökün varlığı test edilmektedir. Böylece bu test, olası yapısal değişiklikleri dikkate alan Fourier fonksiyonlarına ve kalıntıların normal dağılmadığı durumlarda daha etkin sonuçlar veren RALS yöntemlerine dayalı bir test olarak önerilmiştir.

Çalışma kapsamında önerilen Kalıntılarla Arttırılmış En Küçük Kareler (RALS) Yöntemine Dayalı Kesirli Frekanslı Esnek Fourier Birim Kök Testi için yeni bir test istatistiği de geliştirilmiştir. Ayrıca yeni önerilen testin uygulama aşamasında kullanılan, sabitli ve sabitli ile trendli durum için yardımcı regresyon denklemleri elde edilmiştir. Yapılacak testler için hipotezlere de yer verilmiştir. İlgili test istatistiklerine ilişkin Monte Carlo simülasyonları yardımıyla kritik değerler hesaplanmıştır. Sabitli ve sabitli ile trendli durum için elde edilen test istatistiğine ilişkin Normal dağılım ve

t dağılımı altında boyut (size) ve güç (power) analizleri de uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre; önerilen yeni testin, alternatif testlere göre daha güçlü olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte yeni önerilen testte boyut çarpıklığı (size distertion)nın bulunmadığı ifade edilmiştir. Tüm sonuçlar doğrultusunda, bu çalışmada önerilen yeni birim kök testinin ampirik analizlerde uygulanmasında bir sorun bulunmadığı görülmüştür.

Çalışmada önerilen yeni birim kök testine ait test istatistiğinin ampirik olarak incelenmesi amacıyla, metal emtia piyasalarında etkinlik hipotezi konusuna yer verilmiştir. Ayrıca metal emtia piyasalarında etkinlik hipotezinin geçerliliği, alternatif birim kök testiyle de ele alınmıştır. Yapılan ampirik analizler sonucunda, yeni birim kök testi alternatif testle kıyaslandığında; ampirik olarak daha güçlü olduğu görülmüştür.

KAYNAKÇA

- AKDİ, “Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)”, **Gazi Y.:**2012 **Kitabevi**, Ankara, 3. Baskı, s.47,53,81.
- ALTUNÖ “Borsa İstanbul’da Zayıf Formda Etkin Piyasa Hipotezinin Testi: Z, U. Bankacılık Sektörü Örneği”, **Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi**, Cilt: 9 Sayı: 43, s.1619–1625. :2016
- BAŞARI “Türkiye Döviz Piyasasında Etkin Piyasalar Hipotezinin Davranışsal R, Y. ve Finans Açısından Tespiti”, **Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları SEREL Dergisi**, Cilt:19, Sayı:3, s.77–93. A.:2021
- BECKER, “A stationarity test in the presence of an unknown number of smooth L., breaks”, **Journal of Time Series Analysis**, 27(3), p. 381–409. ENDERS, <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.2006.00478.x> W., LEE, J.: 2006
- BEKTUR, “Borsa İstanbul ve Alt Endekslerinde Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Ç. ve Analizi: Fourier Yaklaşımı”, **Akademik İncelemeler Dergisi**, 14 (2), AYDIN, s.59–76. M.:2019
- BERKE, “Döviz Piyasasının Etkinliği: Türkiye için Bir Analiz”, **Ege Akademik B., Bakış**, Cilt:14, Sayı: 4, s.621–636. ÖZCAN, B. ve DİZDAR LAR, H.I.:2014

BOX, “Time Series Analysis Foreacsting and Control”, (Çevrimiçi)
G.E.P. https://books.google.com.tr/books?hl=tr&lr=&id=rNt5CgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR7&dq=time+series+analysis+book&ots=DK50wNoYRE&sig=i2tEnEPy_7_AN-gBQf9z0qV6xt0&redir_esc=y#v=onepage&q=time%20series%20analysis%20book&f=false, 20 Kasım 2021.

BUZDAĞ “Türkiye’de Döviz Piyasasının Etkinliğinin Fourier Birim Kök
LI, Testleriyle Analizi”, **Finans Politik ve Ekonomik Yorumlar**, 661,
Ö.:2022 s.93–110.

CANPOL “Görünürde İlişkisiz Regresyon Modellerine Dayalı Kalıntılarla
AT, Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu Panel Birim Kök Testi”, Doktora
E.:2017 tezi, İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.138–139.

CHAN, “Time Series Analysis With Applications in R”, **Springer Text in**
K.S. AND **Statistics**, Second Edition, p.1–10.
CRYER,
J. D.: 2008

CHRİSTO “Smooth breaks and non–linear mean reversion: Post–Bretton Woods
POULOS, real Exchange rates”, **Journal of International Money and Finance**,
D.K. (29)6, p.1076–1093.

AND
LEÓN–
LEDESM
A,
M.A.:201
0

ÇAKMU “E-Views Uygulamalı Temel Ekonometri Makro Ekonomik
R Verilerle”, **Türkmen Kitabevi**, 3. Baskı, s.244.

YILDIRT
AN,
D.:2017

ÇEVİK, “Borsa İstanbul Zayıf Formda Etkin mi? Markov–Swicthing Adf Testi
E. İ.:2018 Yaklaşımı”, **BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar**, Cilt:2 Sayı:2,
s.9–30.

ÇOBANO “Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testlerinin Gelişimi: Makroekonomik
ĞLU, Verilerle Bir Uygulama”, YL tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi Sosyal
V.:2021 Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Bursa, s.30.

DURU, “Zaman Serileri Analizinde Arıma Modelleri ve Bir Uygulama”, YL
Ö.:2007 tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri
Anabilim Dalı, İstanbul, s.7,21.

ENDERS, “Applied Econometric Time Series”, Wiley, USA.
W., AND
LEE, J.:
2010

ENDERS, “The Flexible Fourier Form and Dickey–Fuller type Unit Root Tests”,
W., AND **Economics Letters**, 117 (1), 196–199.
LEE, J.:
2012

ERATAŞ “Etkin Piyasa Hipotezinin Geçerliliği: G7 Ülkeleri Örneği”, **Yönetim**
SÖNMEZ ve **Ekonomi**, Manisa Celal Bayar Üniversitesi İ.İ.B.F., Cilt:28, Sayı:1,
, F.:2021 s.67–82.

- ERDOĞA “Zaman Serilerinde ARIMA Modelleri”, YL tezi, Muğla Üniversitesi
N, Fen Bilimleri Enstitüsü, Muğla, s.87.
E.:2006
- EYÜBOĞ “Metal Emtia Piyasalarında Zayıf Formda Etkinliğin İncelenmesi”,
LU, K. ve **Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi**, 24(2), s.605–
KIZILTO 618.
PRAK,
G.:2022
- GALLAN “On the Bias in Flexible Functional Form and an Essentially Unbiased
T, R.;1981 form: The fFlexible Fourier Form”, **Journal of Econometrics**, 15(2),
p. 211–245.
- GÖKTAŞ “Teorik ve Uygulamalı Zaman Serileri Analizi”, **Beşir Kitabevi**,
, Ö.:2005 İstanbul, s.9, 80–81, 83–89, 91.
- GÖVDEL “Türkiye’de Eğitim–Ekonomik Büyüme İlişkisi: Yapısal Kırılmalı
İ, T.:2016 Birim Kök ve Eşbütünleşme Analizi”, **Niğde Üniversitesi İktisadi ve
İdari Bilimler Fakültesi Dergisi**, 9 (3), s.223–238.
- GÖZEN, “Testing The Validity Of Exchange Rate Determination Approaches
Ç. M., For Turkey”, **Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler
KOÇ, S. Dergisi**, Cilt:38, Sayı:2, s./p.111–128.
ve
ABASIZ,
T.:2016
- GÜRİŞ, “A new nonlinear unit root test with Fourier function”,
B.:2019 **Communications in Statistics–Simulation and Computation**,
48(10), p.3056–3062.

HEPSAĞ, “Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim A. ve Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği”, **BDDK YAŞAR Bankacılık ve Finansal Piyasalar**, Cilt: 9, Sayı: 2, s.73–90.
AKÇALI,
B.:2015

HEPSAĞ, “Ekonometrik Zaman Serileri Analizlerinde Güncel Yöntemler A.:2022 (WinRATS Uygulamalı)”, **Der Yayınları**, İstanbul, s.133–234.

ILDIRAR ” Etkin Piyasa Hipotezinin Türk Bankacılık Sektörü Üzerine , M. ve Uygulaması”, **Journal of Economics and Research**, 2(2), p.47–66.
DALI,
T.:2021

IM, K. S. “More efficient estimation under non-normality when higher moments and do not depend on the regressors, using residual augmented least SCHMİD squares”, **Journal of Econometric**, 144, p.219–233.
T, P.:2008

JOHNSO “Continuous Univariate Distributions”, **Houghton Mifflin**, New York, N and p.38.
N.L.,
KOTZ,
S.:1970

KADILA “SPSS Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş”, Hacettepe R, C. Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, s.11.
:2005

KADILA “SPSS ve R Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş”, **Seçkin R, C. ve Yayıncılık**, 3. Baskı, s.35.
ÇEKİM,

Ö.H.:

2020

KARUL, “Esnek Fourier Fonksiyonlu Yeni Bir Panel Birim Kök Testin Önerisi
Ç.:2016 ve OECD Örneği”, YL Tezi, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler
Enstitüsü, s.19–37.

KAYNAR “Zaman Serisi Analizinde MLP Yapay Sinir Ağları ve ARIMA
, O. ve Modelinin Karşılaştırılması”, **Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari**
TAŞTAN, **Bilimler Fakültesi Dergisi**, Sayı:33, s. 161–172.
S.:2009

KAYRAL “G–20 Üyesi Ülke Borsalarının Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Test
, İ.E. ve Edilmesi”, **Muhasebe Bilim Dünyası Dergisi**, 21(3), s.809–828.
ALAGÖZ
, H.
M.:2019

KIRAN, (Çevrimiçi)
B. :2014 http://auzefkitap.istanbul.edu.tr/kitap/ekonometri_ue/zamanserilerianaliz.pdf, 12 Kasım 2021.

KOYUNC “Etkin Piyasa Hipotezi ve Gelişmiş Borsalar Üzerine Bir Uygulama:
U, T. ve Panel Veri Analizi”, **Kapadokya Akademik Bakış**, 1(1) ,s.17–30.
ASLAN,
A.:2017

KÖKSAL “İstatistik Analiz Metodları”, Çağlayan Kitabevi, İstanbul, s.458.
, A.
B.:1985

KUMAR “Testing Efficient Market Hypothesis in the Foreign Exchange
V.R. and Market”, **International Journal of Research in Commerce &**
Management, 5(8), p.4–16.

JOSHI,

G.:2014

KUTLAR “Ekonometrik Zaman Serileri– Teori ve Uygulama Eviews ve
, A.:2017 GiveWin2 (PcGive)”, **Umuttepe Yayınları**, 2. Baskı s.1, 4, 22.

KUTLAR “Uygulamalı Ekonometri”, **Nobel Yayın Dağıtım**, 3. Baskı, s.317–
, A.:2009 321.

KÜÇÜKK “G–8 Ülkelerinde Etkin Piyasa Hipotezinin Test Edilmesi: Fourier
APLAN, Kırılmalı Birim Kök Testlerinden Yeni Kanıtlar”, **İktisat Politikası**
İ., KILIÇ, **Araştırmaları Dergisi**, Cilt:10, Sayı:1, s.1–18.

E.,

PAZARCI

, Ş. ve

KAR,

A.:2023

MANN, “Statistics For Business and Economics”, Wiley, USA, p.879.

S.P.1995

MALCIO “Borsa İstanbul’da Piyasa Etkinliğinin Analizi: Harvey Doğrusallık
ĞLU, G. Testi”, **Journal of Accounting, Finance and Auditing Studies**, 2(1),
ve s.113–124.

AYDIN,

M.:2016

MAYMIN “Markets are Efficient if and Only if $P=NP$ ”, **Algorithmic Finance**,
, P. 1(1): p.1–12.

Z.:2011

MENG, “More powerful LM unit root tests with non-normal errors”, **In**
M., IM, K. **Festschrift in honor of Peter Schmidt**, Springer, New York, NY,
S., LEE, J. p.343–357.

AND

TIESLAU

, M.

A.:2014

OĞHAN, “Zaman Serisi Analiz Yöntemlerinin Karşılaştırılması”, YL tezi, **Ege S.:2010 Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**, s.8–10.

OMAY, “Fractional frequency flexible Fourier form to approximate smooth T.:2015 breaks in unit root testing”, **Economic Letters**, 134, p.123–126.

OVLA, “Aykırı Değer Yönetimi”, Mersin Üniversitesi Tıp Fakültesi, H.D., Biyoistatistik ve Tıbbi Bilişim Anabilim Dalı, **Mersin Üniversitesi TAŞDEL Sağlık Bilim Dergisi S(3) s.2.**

EN,

B.:2012

ÖZDEMİR “Pay Piyasalarında Etkin Piyasalar Hipotezinin Farklı Dağılım R, A. ve Varsayımları Bağlamında Uzun Hafıza Modelleri İle Tespiti: ABD ve ÇELİK, Türkiye Karşılaştırması”, **İşletme Fakültesi Dergisi**, 21(1), s.125– İ.:2018 160.

RANJBA “A new unit root test against asymmetric ESTAR nonlinearity with R, O., Smooth Breaks”, **Iranian Economic Review**, 22(1), p.51–62.

CHANG,

T., ELMİ,

Z. M.

AND

LEE, C.

C.: 2018

SEVÜKT “İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitésinin EKİN, M. Modellenmesi ve Önraporlanması”, **Ankara Üniversitesi SBF VE Dergisi**, 61(4), 243–265.

NARGEL <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ausbf/issue/3215/44765>

EÇEKEN

LER,

M.:2015

SEVÜKT “Ekonometrik Zaman Serileri Analizi Eviews Uygulamalı”, **Dora –**
EKİN, M. **Yayınları**, 5. Baskı s.2, 18–20, 47–51, 63, 122–125, 239–247.

VE

ÇINAR,

M. :2017

ŞAHBAZ, “Zaman Serilerinde Nedensellik Analizi (Türkiye’de Ekonomik
Ü.:2007 Büyüme ve Turizm Gelirleri Arasındaki İlişkinin Nedensellik Analizi),
YL Tezi, Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir,
s.8.

ŞAHİN, “Finansal Piyasa Etkinliğinin Run Testi ve Volatilite Modelleri ile
Ö. :2020 Analizi: BIST 100, Dolar Kuru ve Altın Fiyatı Piyasaları Üzerine Bir
Uygulama”, **Ekonomik ve Sosyal Araştırmalar Dergisi**, 16(2),
s.333–348.

ŞENESE “İşletme ve İktisat için İstatistik”, Paul Newbold (Çev.Ümit Şenesen),
N, Ü. **Literatür Yayınları**, İstanbul, s.777–785.
:2000

ŞENESE “Temel Ekonometri”, Damodar N. Gujarati & Dawn C. Porter (Çev.
N, Ü. ve Ümit Şenesen ve Gülay Günlük Şenesen), **Literatür Yayınları**,
ŞENESE İstanbul, s.740–744.

N, G.

G.:2012

TARI, “Ekonometri”, **Kocaeli Üniversitesi**, 172, s.381.

R.:2005

THOMAS “Modern Econometrics” **Addison Wesley Longman Limited**, Essex–
, R. England, p.-410–411.

L.:1997

YALÇIN, “Yüksek Frekanslı İşlemler Sonrası Borsa İstanbul'da Piyasa
Ç.K., Etkinliğinin Test Edilmesi”, **Hitit Sosyal Bilimler Dergisi**, 15(1),
ÇEVİK, s.100–119.

Y.E. ve

TANRIÖ

VEN,

C.:2022

YAZICI, “Fourier Fonksiyonlarına Dayalı Doğrusal Olmayan Yeni Bir
B.E.:2021 Eşbütünleşme Testi Önerisi”, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü, s.3–9, 29–42.

ÖZGEÇMİŞ

Derya ÖZ, İstanbul Çekmeköy Mehmetçik Lisesi'nde lise eğitimini tamamladıktan sonra, 2008 yılında başladığı Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik bölümünden 2013 yılında lisans diplomasını almıştır. Daha sonra lisansüstü eğitimini Eskişehir Osmangazi Üniversitesi'nde İstatistik Teorisi alanında 2016 yılında yüksek lisans diplomasını alarak tamamlamıştır. 2017 yılında İstanbul Üniversitesi Ekonometri Doktora programına katılarak, bir yıl bilimsel hazırlık eğitimini tamamladıktan sonra akademik çalışmalarını program kapsamında sürdürmüştür. 2013–2022 yılları arasında İstanbul Nişantaşı Üniversitesi'nde araştırma görevlisi ve öğretim görevlisi kadrolarında görev yapmış ve şuanda İstanbul Ticaret Üniversitesi Meslek Yüksekokulu'nda öğretim görevlisi olarak çalışmalarını devam ettirmektedir.