

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
KALİTE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KALİTE MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**ÇOK DEĞİŞKENLİ KONTROL GRAFİKLERİ
VE UYGULAMALARI**

HAZIRLAYAN

NIHAN ATAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA - 2020

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
KALİTE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KALİTE MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**ÇOK DEĞİŞKENLİ KONTROL GRAFİKLERİ
VE UYGULAMALARI**

HAZIRLAYAN

NIHAN ATAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TEZ DANIŞMANI
DR. ÖĞR. ÜYESİ PELİN TOKTAŞ**

ANKARA – 2020

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Kalite Mühendisliği Anabilim Dalı Kalite Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı çerçevesinde Nihan ATAK tarafından hazırlanan bu çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 27/05/2020

Tez Adı: Çok Değişkenli Kontrol Grafikleri ve Uygulamaları

Tez Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı - Soyadı, Kurumu)

İmza

Prof. Dr. Ergün ERASLAN (Ankara Yıldırım Beyazıt Üniversitesi)

Dr. Öğr. Üyesi Pelin TOKTAŞ (Başkent Üniversitesi)

Doç. Dr. Gülin Feryal CAN (Başkent Üniversitesi)

ONAY

Prof. Dr. Ömer Faruk ELALDI
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Tarih: ... / ... /

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Tarih: 30 / 06 / 2020

Öğrencinin Adı, Soyadı: Nihan ATAK

Öğrencinin Numarası: 21410510

Anabilim Dalı: Kalite Mühendisliği

Programı: Kalite Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans

Danışmanın Unvanı/Adı, Soyadı: Dr. Öğr. Üyesi Pelin TOKTAŞ

Tez Başlığı: Çok Değişkenli Kontrol Grafikleri ve Uygulamaları

Yukarıda başlığı belirtilen Yüksek Lisans tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam 69 sayfalık kısmına ilişkin, 30 / 06 / 2020 tarihinde tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 5'tir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Öğrenci İmzası:

Onay

... / ... / 2020

Dr. Öğr. Üyesi Pelin TOKTAŞ

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmalarımda bana destek olan kıymetli hocam Sayın Dr. Öğr. Üyesi Pelin TOKTAŞ'a çalışmanın sonuca ulaştırılmasında ve karşılaşılan güçlüklerin aşılmasında her zaman yardımcı ve yol gösterici olduğu için teşekkürü borç bilirim.

Çalışmam boyunca desteklerini esirgemeyen canım anneme, inancımı pekiştiren canım babama, beni cesaretlendiren canım abime, her zaman yanımda olan değerli arkadaşlarım; Gözde SOYSAL'a, Gizem ÜNLÜ'ye, E. Başak AYIK'a ve Sezen KAYNAK'a ve ismini sayamadığım tüm arkadaşlarıma içtenlikle teşekkür ederim.



ÖZET

Nihan ATAK

ÇOK DEĞİŞKENLİ KONTROL GRAFİKLERİ VE UYGULAMALARI

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Kalite Mühendisliği Anabilim Dalı

2020

Kalite kontrol yöntemlerinin sistemli yaklaşımı olarak kullanılan kontrol grafikleri; belirlenen kalite karakteristiklerinden alınan ölçüm sonuçlarını ya da bunlardan üretilen istatistiklerin grafiklere aktarılması ile oluşturulmaktadır. Gerçek hayat problemlerinde birbiri ile ilişkili iki veya daha fazla kalite karakteristiğinin olduğu durumlar kaçınılmazdır. Literatürde çok değişkenli kontrol problemleri çözümünde Hotelling T^2 , MCUSUM ve MEWMA kontrol grafiği yöntemleri öne çıkmaktadır. Bu yöntemler arasından Hotelling T^2 kontrol grafiği yöntemi, uygulama kolaylığı sebebi ile en çok tercih edilen yöntemdir. Bu kontrol grafiği yöntemi sayesinde çok değişkenli prosesin kontrol altında olup olmadığı hakkında bilgi sağlanırken, bu kontrol dışı durumun hangi kalite karakteristiklerinden kaynaklandığı ile ilgili bilgi sağlanamamaktadır. Bu kontrol grafiği yöntemleri tamamlayıcısı olan ve değişkenliğin tespit edilebilmesi için kullanılan bazı ayrıştırma yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemler arasından MYT ayrıştırma yöntemi en yaygın kullanımı olan ve en sağlıklı sonuçların elde edilmesini sağlayan yöntemlerdendir. Bu tez çalışmasında, bir bulaşık makinesi fabrikasında üretilen bulaşıkların yerleştirildiği bulaşık makinesi üst sepetinin müşteri kaynaklı şikayetleri sebebi ile incelenmesi yapılmıştır. Üst sepet kullanımında müşteri geribildirimleri değerlendirilerek kalitesizliğe sebep olan 4 adet kalite karakteristiği belirlenmiştir. Bu kalite karakteristikleri için günlük ölçümler alınarak çok değişkenli kontrol yöntemlerinden Hotelling T^2 kontrol grafiği yöntemi uygulanarak kontrol dışı durumun tespiti yapılmıştır. Kontrol dışı durumunun yani değişkenliğin hangi kalite karakteristiklerinden kaynaklandığını tespit edebilmek için ise MYT ayrıştırma yöntemi kullanılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Kontrol grafikleri, proses kontrol, çok değişkenli kalite kontrol, Hotelling T^2 istatistiği, Mason-Young-Tracy (MYT) ayrıştırma yöntemi.

ABSTRACT

Nihan ATAK

MULTIVARIATE CONTROL CHARTS AND APPLICATIONS

Başkent University, Institute of Science

Department of Quality Engineering

2020

The control charts which are used as the systematic approach of the quality control methods are created by the transfer of the measurement results taken from the identified quality characteristics or the statistics generated from them into the charts. In the real life problems, the cases where there are two or more correlated quality characteristics are unavoidable. In the resolution of the multivariate control problems in the literature, the control chart methods of Hotelling T^2 , MCUSUM and MEWMA become prominent. Among these methods, the control chart method of Hotelling T^2 is the most preferred method due to its ease of application. While information about whether the multivariate process is under control is provided by means of this control chart method, the information on from which variable or variables this out-of-control status arises cannot be provided. Certain decomposition methods which are complementary for these control chart methods and which are used for the variability to be able to be determined have been developed. Among these methods, MYT decomposition method is one of the methods which are most commonly used and which ensure that the most accurate results are obtained. In this thesis study, the examination of the top rack of a dishwashing machine which was produced at a dishwashing machine factory and into which the dishes are placed was made due to its customer complaints. In the use of the top rack, 4 quality characteristics which lead to inferiority were identified by evaluating the customer feedbacks. The daily measurements were taken for these quality characteristics and the assessment of the out-of-control status was made by applying the control chart method of Hotelling T^2 from the multivariate control methods. In order to be able to determine from which quality characteristics of the out-of-control status, i.e. the variability, arises, however, MYT decomposition method was used.

KEYWORDS: Control charts, process control, multivariate quality control, statistic of Hotelling T^2 , Mason-Young-Tracy (MYT) decomposition method.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEŞEKKÜR.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT	iii
İÇİNDEKİLER	iv
TABLolar LİSTESİ.....	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	4
3. KALİTE, KALİTE KONTROL VE İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL	
KAVRAMLARI.....	9
3.1. Kalite ve Tanımı	9
3.2. Kalite Kontrol ve Tanımı	10
3.3. İstatistiksel Kalite Kontrol Tarihi ve Tanımı.....	11
3.4. Geleneksel İstatistiksel Proses Kontrol.....	12
3.4.1. Ölçüm sistemi yeterliliği.....	14
3.4.2. Proses yeterliliği	15
4. ÇOK DEĞİŞKENLİ PROSES KONTROLÜ	17
4.1. Çok Değişkenli Kalite Kontrol Problemi.....	17
4.1.1. Çok değişkenli proses kontrolü varsayımları.....	20
4.1.2. Örneklem ortalama vektörü ve kovaryans matrisi.....	21
4.2. Hotelling T^2 Kontrol Grafiği.....	23
4.2.1. Faz I süreci	23
4.2.2. Faz II süreci.....	28
4.3. Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafiği	30
4.4. Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Grafikleri	31
4.4.1. MCUSUM 1. yöntemi	31
4.4.2. MCUSUM 2. yöntemi	32
5. MASON-YOUNG-TRACY (MYT) AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ.....	33
5.1. Ayrıştırma Yöntemindeki T^2 Değerinin Hesaplanması	33
5.2. Kontrol Dışı Durumların Yorumlanması.....	38

6. ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL UYGULAMASI	41
6.1. Çok Değişkenli Problemin Tanımı.....	41
6.2. Hotelling T2 Kontrol Yöntemi Varsayımlarının İncelenmesi	42
6.2.1. Verilerin normalliğinin araştırılması.....	42
6.3. Faz I Aşaması ve Referans Veri Setinin Oluşturulması.....	45
6.4. Faz II Aşaması	53
6.5. MYT Ayırıştırma Yöntemi Uygulaması	54
6.6. Hotelling T2 Kontrol Yöntemi İçin Excel’de Arayüz Oluşturulması.....	63
7. SONUÇ.....	68
KAYNAKLAR.....	70
EKLER	
EK1: Faz I İçin Veriler	
EK2: Referans Veri Seti	
EK3: Faz II İçin Veriler	

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1.	C_p ve C_{pk} İndeksleri Karar Noktaları.....	16
Tablo 6.1.	Faz I ölçümleri ile kalite karakteristikleri korelasyon katsayıları matrisi	45
Tablo 6.2.	Faz I aşaması $m = 20$ için örnek ortalamalar hesabı tablosu	46
Tablo 6.3.	Faz I aşaması $m = 20$ için örnek varyans ve kovaryans hesabı tablosu.....	47
Tablo 6.4.	Faz I aşaması $m = 20$ için T^2 değerleri	48
Tablo 6.5.	Faz I aşaması $m = 14$ için örnek ortalamalar hesabı tablosu	49
Tablo 6.6.	Faz I aşaması $m = 14$ için örnek varyans ve kovaryans hesabı tablosu.....	50
Tablo 6.7.	Faz I aşaması $m = 14$ için T^2 değerleri	51
Tablo 6.8.	Referans veri seti ($m = 14$) için korelasyon katsayıları matrisi.....	52
Tablo 6.9.	Faz II aşaması $m = 50$ için T^2 değerleri.....	53
Tablo 6.10.	$Tj2$ koşulsuz terim hesabı için sinyal veren gözlemlerin ortalamalar tablosu	56
Tablo 6.11.	İkili koşullu değişkenler ve formülleri	61
Tablo 6.12.	33. Gözlem değeri için ikili koşullu $T_{i,j2}$ ($i \neq j$) hesaplamaları.....	62

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1.	Bir proses değişkeni için hazırlanan Shewhart kontrol grafiği	13
Şekil 4.1.	Metal Yayların Gerilmesinde Kalınlık (x_1) ve Çap (x_2) için Kontrol Grafiği.....	17
Şekil 4.2.	Bağımsız Kontrol Limitleri kullanılarak oluşturulan kalınlık (x_1) ve çap (x_2) kontrol bölgesi	19
Şekil 5.1.	MYT Ayrıştırma Yöntemi için Akış Şeması.....	19
Şekil 6.1.	Sağ Ön Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği	42
Şekil 6.2.	Sağ Arka Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği	43
Şekil 6.3.	Sol Ön Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği	43
Şekil 6.4.	Sol Arka Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği	44
Şekil 6.5.	Minitab ile oluşturulan $m = 20$ için çok değişkenli kontrol grafiği	49
Şekil 6.6.	Minitab ile oluşturulan $m = 14$ için çok değişkenli kontrol grafiği	52
Şekil 6.7.	Faz II aşaması çok değişkenli kontrol grafiği.....	54
Şekil 6.8.	Arayüz için verilerin kaydedilmesi	64
Şekil 6.9.	Veri dosyası hazırlama	64
Şekil 6.10.	Etiketleri Tanımlama	65
Şekil 6.11.	Faz I Aşaması ve Kontrol Grafiği	66
Şekil 6.12.	Faz II Aşaması ve Kontrol Grafiği	67

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

C_p	proses yeterliliği
C_{pk}	proses performansı
μ	ana kütle ortalama vektörü
S	örnek kovaryans matrisi
Σ	ana kütle kovaryans matrisi
$\mathbf{x}$	örnek ortalama vektörü
AKL	alt kontrol limiti
ARL	ortalama tekrar uzunluğu
ASL	alt spesifikasyon limit
KD	kritik değer
MCUSUM	Multivariate Cumulative Sum - Çok Değişkenli Kümülatif Toplam Kontrol Grafikleri
MEWMA	Multivariate Exponentially Weight Moving Average – Çok Değişkenli Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama Kontrol Grafikleri
MYT	Mason-Young-Tracy ayrıştırma yöntemi
ÜSL	üst spesifikasyon limiti
ÜKL	üst kontrol limiti
PCA	Principal Component Analysis - Temel Bileşenler Analizi
PLS	Partial Least Squares - Kısmi En Küçük Kareler
ρ	P-değeri
R	Korelasyon katsayısı

1. GİRİŞ

Günümüz teknolojisi ile değişen ve artan tüketici istek ve ihtiyaçları göz önüne alındığında firmalar kaliteye bakış açılarını değiştirmek zorundadır. Firmaların rekabetçi koşullarda ayakta kalabilmeleri ve tercih edilen olabilmeleri için hem müşteri memnuniyetini sağlamalı, hem de ekonomik seviyelerde ürün veya hizmet sunmaları gerekmektedir. Bu da, müşteri beklentilerini karşılayan, daha az maliyetle ürün veya hizmeti üretmek için kullandıkları daha sistemli kontrol yöntemlerini ön plana çıkarmaktadır.

Sistemli kontrol yaklaşımları dikkate alındığında, tüm organizasyon seviyelerini içeren ve müşteri memnuniyetini esas alan, sürekli iyileştirme ve geliştirme prensibinin benimsendiği, Toplam Kalite Yönetimi akla gelmektedir [22]. Toplam Kalite Yönetiminin temel amacı; sürekli iyileştirme ve geliştirme ile müşteri odaklı aynı zamanda düşük maliyetli ürün ve hizmet sunmaktır. Kalite kontrol yöntemleri ise bu temel amacın gerçekleştirilmesi için kullanılan istatistiksel yöntemlerdir.

Proses kontrolünün öncüsü olarak nitelendirebileceğimiz Shewhart, 1924 yılında kontrol grafikleri ile ilgili çalışması sayesinde, bu kontrol grafiklerinin proses kalitesinin ölçülmesi amacıyla günümüzde kullanımına devam edilmektedir. Bu grafiklerin kullanımı kalite konusunda üst seviyelere geçilmesine, kalitenin korunmasına ve daha iyi ürün ve hizmetin sunulmasına olanak sağlamıştır. Bahsi geçen kontrol grafiklerinin özelliği; üretilen ve kontrolü sağlanacak ürünün yalnızca bir adet kalite karakteristiğinin ölçümü ile ilgilenmesidir. Günümüzde artan müşteri beklentileri, globalleşen ve rekabetçi koşullar göz önüne alındığında kaliteyi geliştirmek, mevcut kaliteyi korumak ve kalitenin iyileştirilmesini sağlamak için birbiri ile ilişkili değişkenlerin eşzamanlı değerlendirilmesini gerektirmiştir. Bu gereklilik ile üreticiler proseslerini en etkili şekilde izlemek ve değerlendirmek için çok değişkenli kontrol grafiklerinden yararlanmaktadır [11].

Birden fazla kalite karakteristiği ile çalışıldığı durumlarda, proseslerin kontrolü iki farklı şekilde yapılabilir. Bunlardan ilki; ele alınan karakteristiklerin ayrı ayrı tek değişkenli kontrol grafikleri düzenlenerek değerlendirilmesidir. Bu uygulama sadece ele alınan karakteristikler arasında ilişki olmadığı durumlar için doğru sonuçlar vermektedir. Bir ürünün kalite karakteristikleri birden fazla değişkenden oluşuyorsa, kalite karakteristikleri arasında ilişki kaçınılmazdır. Her bir kalite karakteristiği için tek

değişkenli kontrol grafiklerinin düzenlenmesi ve kalite karakteristikleri arasındaki ilişkinin göz ardı edilmesi, proses hakkında yanlış ve eksik sonuçların elde edilmesine sebep olabilmektedir. Bu durumda ise ikinci ve en uygun yöntem olan ve kalite karakteristikleri arasında ilişkiyi dikkate alan çok değişkenli kalite kontrol grafiklerinin kullanılması olacaktır.

Çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri; en az iki adet kalite karakteristiğini eş zamanlı olarak değerlendirilmesi ile proses hakkında doğru sonuçların elde edilmesini sağlayan araçlardır [25]. Teknolojinin gelişimi ile karmaşık hale gelen üretim prosesleri sebebi ile ve müşterilerin yüksek kalite beklentilerini karşılamak amacıyla mevcut pazarda rekabeti yakalayabilmek için çok değişkenli kontrol grafiklerinin kullanımı önemli hale gelmiştir. Bu yöntem sayesinde ilgilenilen ürünün değişkenliğinin saptanarak, kontrol dışı durumlara sebebiyet veren durumların belirlenmesi ile ve sonrasında gerçekleştirilen iyileştirme çalışmaları sayesinde firmalar ürün ve hizmetlerinin kalitesini arttırmaktadır.

Örneğin plastik tükenmez kalem içi üretim prosesi ele alındığında; mürekkep yerleştirilen plastiğin mürekkepten etkilenmeyen, yeterli sertlikte ve dayanıklılıkta, rutubet alma kapasitesi düşük olma gibi kalite karakteristiklerine sahip olması beklenmektedir. Bu karakteristikler arasında ilişki olması ve karakteristiklerin ayrı ayrı değerlendirilmesi ürünün kalitesinin değerlendirilmesinde yanıltıcı analizlerin yapılmasına sebep olacaktır. Çok değişkenli kontrol yöntemleri sadece kontrol dışı durumların saptanması için değil, aynı zamanda verilerin analizinin yapılarak prosesin kararlılığının sürdürülmesi ve standardizasyonun da sağlanabilmesi için kazançlı ve etkili yöntemlerdir.

Çok değişkenli kontrol yöntemleri uygulanmasında en temel yöntem, Hotelling T^2 kontrol grafiği yöntemidir. İstatistiksel uzaklık ile ilgilendiği için Hotelling tarafından 1947 yılında geliştirilen bu yöntem, araştırmacısının ismini alarak Hotelling T^2 kontrol grafiği olarak adlandırılmıştır [14]. Bu yöntemden başka literatürde bahsi geçen Multivariate Exponentially Weight Moving Average (MEWMA) – Çok Değişkenli Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama Kontrol Grafikleri ve Multivariate Cumulative Sum (MCUSUM) - Çok Değişkenli Kümülatif Toplam Kontrol Grafikleri ise tek değişkenli yöntemlere Hotelling T^2 adapte edilmesi ile oluşturulan yöntemlerdendir. MCUSUM ve MEWMA grafikleri kullanıcılar tarafından çok bilinmemeleri ve kompleks hesaplama yöntemi sebebiyle çok yaygın olarak kullanılmamaktadır [3].

Çok değişkenli kontrol yöntemlerinin çalışma prensibi sadece prosesin kontrol altında olup olmadığı konusu ile ilgilendiği için prosesin kontrol dışı olmasına sebep olan değişkenlerin yani kalite karakteristiklerinin tespiti için ise Mason-Young-Tracy (MYT)

ayırıştırma tekniği literatürde bu amaç için kullanılan en yaygın araçlardan biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Kontrol dışı durumlara sebebiyet veren kalite karakteristiklerinin tespiti için kullanılan MYT ayırıştırma tekniği, prosesin dikkatli analizi ve kontrolü açısından prosesteki kaymaların tespitindeki hassasiyeti diğer yöntemlere göre yüksek olması sebebi ile daha etkili olduğu da ispatlanmıştır. Bu ayırıştırma tekniğinin amacı, proses değişkenlerinin olası tüm alt kümeleri kullanılarak tahmini regresyon modellerini oluşturmaktadır [1]. Bu yöntem sayesinde ortaya çıkan değişkenliğe sebep olarak çıkan kalite karakteristikleri ile üretim prosesi problemlerinin çözüm anahtarları ortaya çıkmış olacaktır. MYT yönteminin sunduğu anahtar veriler, problemin tespiti aşamasında temel sebeplere ulaşmak için başlangıç noktası olarak değerlendirilebilir.

Tezin ikinci bölümünde, tez konunun anlatımına yol gösterici olması amacıyla kontrol yöntemleri ile ilgili şimdiye kadar gerçekleştirilen araştırma ve uygulama çalışmalarının anlatıldığı literatür araştırması bölümünde; konunun tarihsel gelişimi, çalışmaların kapsamlarının değerlendirilmesi yer almaktadır. Üçüncü bölüm; kalite, kalite kontrol ve istatistiksel kalite kontrol kavramları anlatılarak temel konulara giriş yapılmıştır. Bu bölümde istatistiksel kalite kontrol proseslerinin öneminin anlaşılabilmesi için önemli kaynaklardan alınan bilgiler aktarılmıştır. Dördüncü bölümde ise çok değişkenli kontrol yöntemlerine giriş yapılarak, çok değişkenli problemler tanımlanmıştır. Bu tanımlama ile bu yöntemlerin kullanımının amacı belirlenmiş, genel hesaplamalar ile terimsel açıklamalar yapılmıştır. Çok değişkenli kontrol yöntemleri olan Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM yöntemleri bu bölümde ayrıntılı bir şekilde anlatılmış, yöntemlerin üstünlükleri açıklanmıştır. Tezin beşinci bölümünde ise dördüncü bölümde anlatılan çok değişkenli kontrol yöntemlerinin tamamlayıcısı olarak belirlenen kontrol dışı durumlara sebep olan değişkenin tespit edilmesi için literatürde en yaygın şekilde kullanılan MYT ayırıştırma tekniğinin anlatımı yer almaktadır. Altıncı bölüm olan uygulama bölümü ise, bu çalışmanın amacı olan çok değişkenli kalite kontrol yöntemlerinden proses değişkenliğini, ortalamadaki değişimlerin belirlenmesinde en çok kullanılan Hotelling T^2 kontrol grafiklerinin bir beyaz eşya firmasında üretilen bulaşık makinesi üst sepeti için uygulaması ve kontrol dışı durumlara ise sebep olan değişken veya değişkenlerin saptanması için MYT ayırıştırma tekniğinin kullanımının anlatımını içermektedir. Ayrıca uygulama aşamasına ek olarak firmada kullanılmak üzere Hotelling T^2 kontrol yönteminin uygulamasının yapılabileceği bir arayüz hazırlanmış, bu arayüzün kullanımı hakkında detaylı bilgi verilmiştir.

2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Bu bölümde çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri ile ayırıştırma metotları konularında yapılan önceki çalışmalar anlatılmıştır. 1924 yılında ilk olarak kullanılmaya başlanmış ve halen de kullanımı etkili olan Shewhart kontrol grafikleri düşünüldüğünde yapılmış olan bu araştırma tez çalışmasında yol gösterici olmuştur.

Günümüzde endüstri alanında yapılan üretim çalışmalarında proseslerin kalitesini belirleyen ve etkileyen birden fazla kalite karakteristikleri bulunmaktadır. Bu karakteristiklerin bağımsız bir şekilde değerlendirilmesi proses hakkında yanlış ve yanıltıcı sonuçları elde etmeye sebep olacaktır. Bu sebeple proses kontrolünde en uygun yöntem olarak çok değişkenli kontrol grafikleri olarak önerilmektedir [10]. Bu yöntemler arasından prosesin kontrol altında olup olmadığını kontrol edebilmek için birçok yöntem olsa da, en etkili yöntemler olan Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM uygulamalarıdır [12].

Çok değişkenli Kontrol Grafikleri uygulaması ilk olarak Hotelling (1947) II. Dünya Savaşı'nda bombaların hedefi tutturma yeteneğini incelemiş, atış mesafesi ve hedeften sapma kalite karakteristikleri arasındaki ilişkiyi değerlendirilerek bombaların kalitesi konusunda çalışmalar yapmıştır. Bombaların hedefi tutturma yeteneğini ölçmek için bu iki kalite karakteristiklerini birlikte değerlendiren T^2 kontrol grafiklerini geliştirmiştir. İlerleyen yıllarda bu yöntemin diğer uygulama alanlarında kullanılması için yeterli teknoloji sistemlerinin olmaması sebebi ile etkili uygulama alanı bulunamamıştır [9].

Literatürde çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri olarak Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM kontrol grafikleri önerilmektedir. Bu yöntemlerin önerilmesinin en belirgin özelliği çok değişkenli grafikleri ortalama vektör veya varyans-kovaryans matrisinin izlenmesinde kalite karakteristikleri arasındaki ilişkiyi dikkate almasıdır. Fırat and Arıcıgil, [23] çalışmasında öncelikle çok değişkenli kalite kontrolünün tarihsel gelişimini ele almışlardır. Proses değişkenliğini ve ortalamadaki değişimleri belirlemede en çok kullanılan Hotelling T^2 , MCUSUM ve MEWMA kontrol grafiklerini incelemişlerdir. Bu grafiklerin seçiminde yol haritası oluşturmuş, kontrol dışı sinyallerin belirlenmesinde ve yorumlanmasında kullanılan yöntemleri açıklamışlardır.

Ronald et al. [26] bu çalışmasında, iki yeni çok değişkenli yaklaşım olan MCUSUM ve MEWMA kontrol grafiklerinin biyo keşif çalışmaları üzerinde karşılaştırmaları yapılmışlardır. Bu iki karşılaştırma sonrasında her iki yönteminde benzer sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir.

Özçakmak [6] çalışmasında, boya üretimi yapan bir firmada üç kalite karakteristiği ile çalışma yaparak; boyaların viskozite, katı madde ve özgül ağırlıklarını Hotelling T^2 kontrol grafiği kullanarak analizini yapmıştır. Çalışma sonucunda dikkate alınan kalite karakteristikleri için düzenlen Hotelling T^2 kontrol grafiği sonucunda 27 numaralı örnekte kontrol dışı sinyal gözlemlenmiş ve bu sinyalin katı madde değişkeninden kaynaklandığını tespit etmiştir.

Djekic et al. [29] tarafından 2 farklı peynir türü (beyaz peynir ve yumuşak peynir) için belirlenen süt yağı, protein içeriği, pH, NaCl ve yağsız katı maddelerin içindeki nem oranı gibi kalite karakteristikleri için çok değişkenli istatistiksel proses kontrol grafikleri oluşturulmuştur. Çok değişkenli istatistiksel kalite kontrolü uygulaması olan Hotelling T^2 kontrol grafiği kullanılmıştır. İki peynir karşılaştırıldığında karakteristikler arasında önemli derecede farklılıklar gözlemlenmiştir. Sadece katı maddelerin içindeki nem oranı iki peynirde de aynı parametre değerini göstermiştir. Diğer tüm parametreler örnek kontrol limitlerinin ya altında ya da üstünde çıkmıştır. Bu sonuçlar peynir üretiminde çok fazla istikrarsızlık ve dengesizlik olduğunun göstergesidir. Daha sonra kontrol altında olduğu bilinen kalite karakteristiklerine sahip bir alt örneklem ile oluşturulan kontrol grafiklerinde bile kontrol dışı durumlar saptanmaya devam etmiştir. Kalite karakteristikleri arasında ilişki olması durumunda ve kalite karakteristiği sayısının 10'dan büyük olması durumunda Hotelling T^2 kontrol grafiği yönteminin etkili bir yöntem olamayacağı yorumu yapılmıştır.

Proses analizlerinde her zaman ana kütlenin gerçek parametreleri bilinmeyebilir. Chou et al., [4] yaptıkları bu çalışmada da buna değinerek genellikle kovaryans matrisinin tahmin edicisi olan S kullanılarak hesaplandığı duruma değinmişlerdir. Kovaryans matrisinin tahmin edicisi olarak kullanılan S 'in uygulama olarak yeterli özelliklere sahip olmasının yanı sıra bazı durumlarda diğer tahmin edicilerin uygulanması ile daha doğru sonuçlar elde edilebileceğini göstermek istemişlerdir. Alternatif kovaryans matrislerini ele alarak bu tahmin ediciler ile hesaplanan T^2 kontrol grafiklerinin güçlerini karşılaştırmışlardır. Sonuç olarak Faz I'de kovaryans matrisinin S kullanılarak hesaplandığı durumun kontrol dışı durumların tespitinde en etkili olduğunu göstermişlerdir.

Geleneksel tek değişkenli yöntemler ile analizde eksikliğin kalite karakteristikleri arasındaki ilişki durumunu dikkate almaması durumundan bahsedilmiştir. Bu sebeple Vanhatalo and Kulahci [18] geliştirilen çok değişkenli kontrol yöntemlerinden Hotelling T^2 kontrol grafiklerinin performansının farklı sapma büyüklükleri için kalite karakteristikleri arasındaki ilişki yapılarından nasıl etkilendiği üzerine daha önce

yapılmamış bir çalışma yapmıştır. Çalışma performansı, T^2 kontrol grafikleri oluşturulurken 3 farklı yaklaşım ve 2 farklı kovaryans matrisi tahmin edicisi ile üretilmiş veriler kullanılarak Average Run Length (ARL) – Ortalama Çalışma Uzunluğu değerlerine göre karşılaştırılmıştır.

Çoğu zaman artarda veya alt gruplar halinde alınan gözlemlerin zaman içinde bağımsız oldukları varsayılmaktadır. Ancak bu varsayım günümüz uygulamaları için çok da geçerli değildir. Boone [12]'nin yaptığı çalışmada dört yeni çok değişkenli parametrik olmayan Shewhart kontrol çizelgesi önerilmiştir. Kullanımı nispeten basittir ve Wilcoxon işaretli sıralama istatistiklerinin çok değişkenli biçimlerine ve birden fazla tek değişkenli işaret ve Wilcoxon işaretli sıralama istatistiklerinin maksimum değerlerine dayanmaktadır. Bu çizelgelerin performansı da incelenmiş, resimler ve uygulamalara da yer verilmiştir.

Arıcıgil [9]'in ise çalışmasında incelediği ürün ise ayaksız bardaklar grubunda yer alan “İstanbul” serisi bira bardağıdır. Bardağın kalite kontrolünde yükseklik, ağız çapı, dip çapı, et kalınlığı, dip yüksekliği ve köpük payı olmak üzere 6 kalite karakteristiği incelenmiştir. Çok değişkenli istatistiksel proses kontrol metodlarından olan Hotelling T^2 kontrol grafiği uygulanmıştır. Hotelling T^2 diyagramlarının sağladığı kolaylıkları ve üstünlükleri göstermek amacıyla tek değişkenli kontrol grafikleri de çizilerek karşılaştırma yapılmıştır. Kontrol dışı olduğu belirlenen nedenleri ortaya çıkarmak amacıyla MYT Ayırıştırma Yöntemi kullanılmıştır.

Seri üretim alanında Çetin ve Birgören [27] de çalışmalarında Hotelling T^2 kontrol grafikleri kullanarak bir pirinç döküm fabrikasında pirinç eritme prosesi incelemiştir. Süreç kontrol altındayken toplanan çok değişkenli proses verilerine dayalı olarak Hotelling T^2 kontrol grafiği oluşturulmuş, ardından grafiğe yeni proses verileri uygulanarak 2. aşaması tamamlanmıştır. Kontrol dışı durumlara işaret eden sinyallerin araştırılması ve hata kaynaklarını tespit etmek amacıyla MYT ayırıştırma yöntemi uygulanmıştır. Bu ayırıştırma yönteminin uygulanmasını sağlayan bir bilgisayar programı yazılmış ve gerçek veriler ile uygulaması yapılmıştır.

Bersimis, et al. [10], çalışmalarında çok değişkenli Shewhart tipi kontrol grafikleri, MCUSUM kontrol grafikleri ve MEWMA kontrol grafikleri gibi çok değişkenli istatistiksel proses kontrolünün uygulanması için temel prosedürleri tartışmıştır. Ek olarak, Principal PCA ve PLS gibi çok değişkenli istatistiksel tekniklere dayanarak çok değişkenli kontrol grafiklerinin oluşturulması için yöntemleri gözden geçirmişlerdir. Son olarak, kontrol dışı bir sinyalin yorumlanması için T^2 ayırıştırma yöntemi yanı sıra diğer bazı yöntemlerini tarif etmişlerdir.

Kalite kontrol yöntemlerinin uygulamasında; üretim odaklı çalışmaların yanı sıra hizmet sektöründe kalite güvencesini sağlamak ve müşteri memnuniyetini korumak kritik önem sağlamaktadır. Matthew et al. [16] bu çalışmalarında, birden fazla kalite karakteristikleri ile çok değişkenli kontrol prosedürlerinin istatistiksel proses kontrol yöntemlerini insan prosesleri içeren bir çalışmada uygulanabilirliğini göstermişlerdir. Burada önerilen yaklaşımın yeniliği bir sistemin genel işleyişini izlemek amacıyla, girdi ve çıktılara odaklanmakla birlikte tasarlanan bu sistemin insan kaynaklı süreçler için bir değerlendirme yöntemi olarak faydalı olacağı sonucunun elde edilmesi ile sonuçlanmıştır. Yılmaz [28] ise çalışmasında, bir devlet hastanesindeki müşteri memnuniyetini düzeyini ve yoğun bakım bölümünün performansını görüntülemek için çok değişkenli istatistiksel proses kontrolü yöntemlerinden olan Hotelling T^2 kontrol grafiğini uygulamıştır. Kontrol dışı olduğu belirlenen nedenler MYT ayırıştırma tekniği ile ortaya çıkarılmış ve Qualstat programından faydalanılarak değerlendirilmiştir.

Ölçüm hatalarının çok değişkenli kontrol grafiklerinin performansı üzerindeki etkisi henüz düşünülmemiştir. Sabahno and Castagliola [24] bu makalede, parametrelerin bulunduğu durumunda, ölçüm hatalarının farklı güven aralığı değerleri durumunda ($0 < t_1 \leq 1 \leq t_2$) Hotelling T^2 kontrol grafikleri performansı üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Ölçüm hatası fonksiyonu olarak doğrusal değişkenli bir hata modeli kullanılmıştır. Grafiğin performansını ölçmek için Markov Zinciri modeli kullanılmış ve sinyal ölçütü için ise ortalama süreyi kullanmışlardır. Sayısal bir analizle, ölçüm hatalarının Hotelling T^2 kontrol grafiği performansı üzerindeki olumsuz etkisini değerlendirmiştir. Ayrıca, çoklu ölçümlerin etkisini ve doğrusal olarak eş değişkenli hata modelinin parametrelerinin Hotelling T^2 kontrol grafiklerinin ana özellikleri üzerindeki etkisini araştırmışlardır.

Çok değişkenli istatistiksel proses incelemelerinde kontrol dışı durum sinyallerine sebep olabilecek birçok durum bulunmaktadır. Çok değişkenli kontrol prosedürleri tek başlarına kullanıldığında önemli bir dezavantajı bulunmaktadır: kontrol dışı olduğu tespit edilen bir prosesin hangi değişkenden kaynaklandığı ile ilgili bilgiyi sağlamaması. Gonzalez and Rodriguez [7] bu çalışmasında ilaç hammaddelerinin en önemli karakteristiklerinden biri olan safsızlık durumları çok değişkenli prosedürler kullanılarak incelenmiş, kontrol dışı durum tespiti için ise MYT yöntemi ile T^2 değerlerini ayıran ayırıştırma prosedürünü kullanmışlardır.

Maravelakis et al. [33] PCA üzerine yeni bir yaklaşım çalışması araştırılmıştır. Teorik kontrol limitlerinden türetilmiş ve detaylandırılmış bir metot olarak adlandırılmaktadır. Grafikselleştirme yöntemleri yanında da desteklenen bir yöntemdir. Bu

makalede Çok Değişkenli Kontrol Grafiklerinde her bir gözlem için kontrol dışı olan değişken veya değişkenlerin saptanmasında yeni bir yaklaşım olan temel bileşenler analizi ele alınmıştır. Bu yöntem, kontrol dışı değişkenlerin belirlenmesinde daha etkili ve kolay bir yöntem olması sebebiyle bu alternatif yöntem keşfedilmiştir.

Li et al. [40] büyük ölçekli elektrik şebekesi izleme sistemi ekipmanı için, çalışma ortamının giderek karmaşıklaşması ve izleme sisteminin hata veya arıza olasılığı giderek artması sebebi ile arızaların otomatik olarak sınıflandırılmasını ve izleme sistemindeki arıza kaynaklarının ortadan kaldırılmasını tamamlayabilmek adına Gauss karışım modeline (GMM) dayalı bir arıza sınıflandırma algoritması önermiştir. Bu makalede önerilen algoritmanın, hata tespiti ve hata ayrımında nedensel MYT ayrışmasına dayanan geleneksel algoritmadan daha üstün olduğunu göstermektedir.

3. KALİTE, KALİTE KONTROL VE İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL KAVRAMLARI

Çalışmanın bu bölümünde, öncelikle kalitenin tanımı yapılmış, daha sonra kalite kontrol süreci ve tarihi ile günümüzdeki kullanım alanları hakkında bilgi verilmiştir. Bölümün son kısımda ise, istatistiksel kalite kontrol kavramları ve kullanım alanları anlatılmıştır.

3.1. Kalite ve Tanımı

Önemli kalite düşünürleri ve organizasyonlar tarafından “kalite” ile ilgili birçok tanım ileri sürülmüştür. Kalite konusunun çok boyutlu olduğu düşünüldüğünde kalitenin birden fazla tanımının olması olağandır. Dünyaca ünlü uzmanlar, bilim adamları ve önemli organizasyonlar tarafından yapılan bazı kalite tanımları aşağıda listelenmiştir.

- Kalite, kullanıma uygunluktur, Juran.
- Kalite, şartlara uygunluktur, Crosby.
- Kalite, bir ürün veya hizmetin değeridir, Feigenbaum.
- Kalite, müşterinin şimdiki ve gelecekteki isteklerinin karşılanmasıdır, Deming.
- Kalite, ürünün sevkiyattan sonra toplumda neden olduğu en az zarardır, Taguchi.
- Kalite, bir hizmetin veya ürünün isteklere uygunluk derecesidir, EOQC – Avrupa Kalite Kontrol Organizasyonu.
- Kalite, ürün ya da hizmeti ekonomik yoldan üreten ve tüketici isteklerine cevap veren bir üretim sistemidir, JIS – Japon Sanayi Standartları Komitesi
- Kalite, bir ürün veya hizmetin kesin veya dolaylı olarak tanımlanmış, ihtiyaçları karşılamadaki yeterliliğini belirleyen işlev ve özelliklerin bütünlüğüdür, ISO 9001 [5, 22].

Kalite kavramını olumlu veya olumsuz etkileyebilecek bileşenler; tasarım kalitesi ve uygunluk kalitesi olarak ikiye ayrılmaktadır.

Kullanıcı bakış açısıyla kaliteyi tanımlanırsa; tasarım kalitesinden bahsediliyor demektir. Tasarım kalitesi müşteri istek ve ihtiyaçları, teknik gereksinimleri ve standartları

temel olarak tasarlanmasının ölçüsüdür. Yani tasarım kalitesinin yüksek olması müşteriler tarafından tercih edilen özelliklerin tasarımda yer alması anlamına gelmektedir.

Üretici bakış açısı ile kalite ise; uygunluk kalitesi olarak tanımlanmaktadır. Uygunluk kalitesi belirlenen özellikler ile üretim gerçekleştirilirken tasarım kalitesine ne kadar uyulduğunun ölçüsüdür. Ürünün uygunluk kalitesinin yüksek olması, tasarım kalitesi ile belirlenen özellikleri karşılıyor olması demektir [9, 11, 12].

3.2. Kalite Kontrol ve Tanımı

Kalite kontrol üzerine bir sürü tanımlamalar yapılmıştır. Genel olarak kontrol terimi ele alınacak olursa, iki farklı tanım kullanılabilir. İlk tanım, muayene ve denetleme anlamında ürünlerin değerlendirilmesidir. İkincisi ise, yapılan faaliyetlerin önceden belirlenmiş standartlara veya müşteri isteklerine göre belirlenmiş toleranslara uygun olup olmadıklarının denetlenmesidir. Feigenbaum'a (1991) göre kontrol teriminin anlamı; "bir yönetim faaliyeti için tatmin edici sonuçlar sağlayan ortalama değerleri koruyarak prosesteki yetki ve sorumlulukların paylaşılmasıdır". Bu genel tanımlama; işletmede olumlu etkisini görebilmek amacıyla kontrol işlemlerinin uygulanması ve sürdürülmesi için kontrol bilincinin olmasını ve uygun görev dağılımının yapılması gerektiğini anlatmaktadır. Kontrol, ürün ve hizmet içeren proseslere uyarlanabilir ve aşağıdaki adımları içerir;

- Standardın kurulması,
- Uygunluğun değerlendirmesi,
- Gerektiğinde müdahale edilmesi,
- İyileştirmelerin planlanmasıdır [2].

Kalite kontrol ise, ürün veya hizmet için hedeflenen kalite seviyesine ulaşmak için belirlenmiş hedef, amaç veya standartlar doğrultusunda uygulanan faaliyetler ile bir ölçüm sistemidir.

Etkin kalite kontrolün gerçekleştirilebilmesi için Juran (1988) tarafından 7 aşama belirlenmiştir. Bu aşamalar;

- Kalite kontrol konusunun belirlenmesi,
- Ölçüm yapılacak özelliklerin belirlenmesi,
- Ölçülen özelliklerin hedef değerinin belirlenmesi,

- Mevcut performansın ölçülebilmesi için veri toplama sisteminin belirlenmesi,
- Mevcut durum performansının belirlenmesi,
- Hedeflenen performans ile mevcut performans arasındaki farkın değerlendirilmesi,
- Önceden belirlenmiş kriterleri kullanılarak değişkenliğin nedenlerinin araştırılmasıdır [2].

Shewhart tarafından kontrol grafiklerinin ve Dodge-Roming tarafından kabul örnekleme yöntemlerinin geliştirilmesi ile kalite kontrol konusunun muayene konusuna göre daha iyi sonuçlar alınmasını sağlanmıştır [22].

3.3. İstatistiksel Kalite Kontrol Tarihi ve Tanımı

Kullanıcısı veya tüketicisi tarafından kalite denildiğinde akla ilk olarak gelen ve ürünü ortak olarak tanımlayan çeşitli parametrelere sahiptir. Bu parametrelere genellikle kalite karakteristikleri denir. Bazen bunlara kritik kalite özellikleri de denilmektedir. Kalite karakteristikleri çeşitli tiplerde olabilir:

1. Fiziksel: uzunluk, ağırlık, voltaj, viskozite vb.

2. Duyusal: tat, görünüm, renk vb.

3. Zamana Yönelim: güvenilirlik, dayanıklılık, servis kolaylığı vb [35].

Shewhart tarafından gerçekleştirilmiş olan öncü çalışmalardan bu yana, zaman içinde proses performanslarını izlemek için kontrol grafikleri başarıyla kullanılmıştır. Kontrol grafikleri, geline bu ileri seviye kalite uygulamalarının temellerini oluşturmaktadır. Ancak bu grafikler ürüne ait tek bir kalite karakteristiğini incelemek için oluşturulmuştur. Teknolojinin hızlı gelişimi ve artan müşteri beklentileri ile rekabet unsurlarının hayatta önemli bir yere gelmesi, üreticilerin ürünlerini daha geniş açılardan değerlendirmesini gerektirmiş ve ürün için kritik kalite özelliklerinin yani kalite karakteristiklerinin birbiri ile ilişki olan durumları birlikte ele almak ihtiyacı daha önemli hale gelmiştir. Bu durumlar ise proses değişkenlikleri, ilişki seviyeleri gibi proses hakkında daha fazla bilginin elde edilmesini sağlamıştır. Çok değişkenli kontrol grafikleri için yapılan ilk çalışma Hotelling (1947) tarafından yapılmıştır. Hotelling tarafından geliştirilen bu çalışmalar literatürde sunulan çok değişkenli diğer yöntemlerin keşfedilmesine olanak sağlamıştır [11].

Bir ürüne ait birden fazla kalite karakteristiğinin eşzamanlı olarak incelenmesini gerektirecek günlük hayat problemleriyle de sıklıkla karşılaşılmaktadır. Birbiri arasında

ilişki olan kalite karakteristikleri için tek değişkenli kontrol grafikleri kullanmak uygun olmamakla birlikte yanlış değerlendirme yapılmasına da sebep olacaktır.

Çok değişkenli kontrol yöntemleri yerine tek değişkenli yönteminin uygulaması durumunda gerçekleşebilecek iki tip hata olasılığı karşımıza çıkacaktır. Bu hatalar; proses kontrol altındayken kontrol dışıymış gibi görünmesi olasılığı (α) veya kontrol altında olmayan bir proses de kontrol altındaymış gibi görünmesi olasılığı (β) söz konusu olabilir. İncelenecek prosesten çekilen büyük bir örnek ile kalite karakteristikleri arasındaki korelasyon katsayıları hesaplanarak ilişki tespit edildiği durumda çok değişkenli kontrol yöntemlerinin uygulanması önerilmektedir [11].

Artan müşteri kalite talepleri, piyasada yaşanan rekabetçi koşullar, teknolojik gelişmeler vb. durumlara ayak uydurabilmek için gerçekleştirilecek kaliteli ürün veya hizmet için çok değişkenli kontrol yöntemlerinin kullanımını önemli hale getirmiştir. Ayrıca yine teknolojinin ilerlemesi sayesinde yöntemlerin uygulaması işlem karmaşıklığı ve uygulama zorluğu konularına çözüm olarak hazırlanan yazılımlar ve paket programlar sayesinde birçok kullanıcıya kolay erişim imkânı sağlamaktadır.

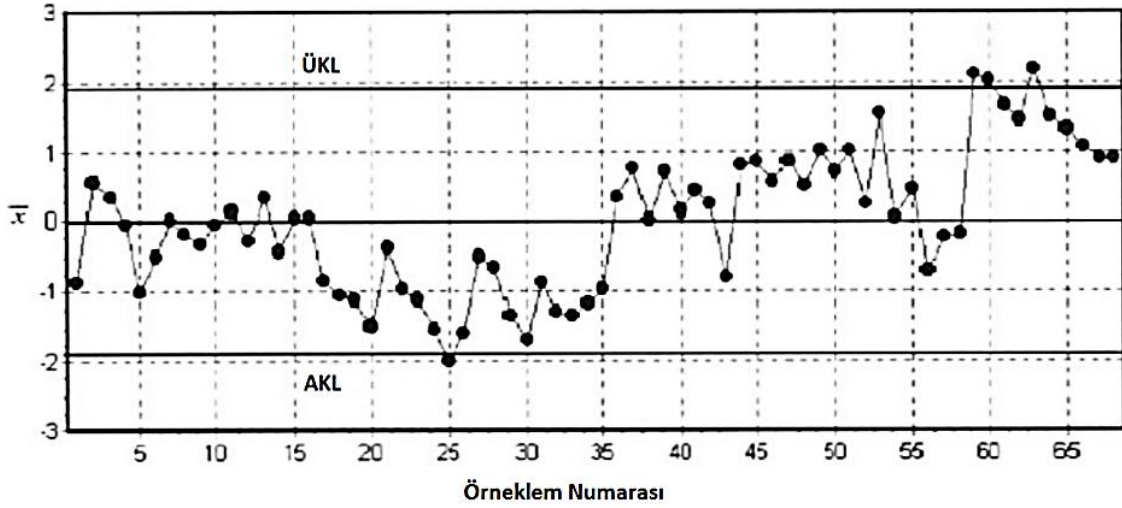
3.4. Geleneksel İstatistiksel Proses Kontrol

Kontrol grafikleri 1924 yılında proseslerin izlenmesi için kullanılmak üzere Shewhart tarafından geliştirilmiştir. İlk grafik bir üretim sürecinde kusurlu yüzdesini izlemek amacı ile oluşturulmuş olsa da daha sonra ortalama değerler için bu grafikleri geliştirmiştir ve uygulamıştır [30]. Geliştirildiği tarihten itibaren değişkenliğin rasgele etkileri ile prosese ait önemli karakteristiklerinin sebep olduğu değişkenliğin nedenlerini ayırt etmek için de yaygın olarak kullanılmıştır.

Shewhart kontrol grafiklerini şu şekilde tanımlamıştır; “Kontrol grafikleri ilk olarak yönetimin ulaşmak için çabaladığı kalitede bir proses için bir hedef veya standart olarak tanımlanmaktadır, ikinci olarak; bu hedefe ulaşmak için bir araç olacaktır. Üçüncüsü ise; hedefe ulaşp ulaşmadığının karar mekanizmasıdır.” Bu üç önemli görevinin yanı sıra kontrol grafikleri aynı zamanda ulaşılan hedefin korunması ve daha ileri hedeflere ulaşılması için de bir yol haritası olmaktadır. Kontrol grafikleri 1956 yılında Duncan (1986) tarafından tanımlandığı gibi “istatistiksel bir araç” olarak da görülebilir. Temelde tekrarlayan işlemlerin incelenerek analiz edilmesi ve kontrolü için önemli bir araçtır. Ayrıca Feigenbaum (1983) kontrol grafiklerini; “Mevcut ürün özelliklerini, kalite

karakteristikleri konusunda daha önceden üretilmiş ürünün sınır değerleri ile grafiksel olarak karşılaştırılmasıdır.” olarak tanımlamıştır [11].

Kontrol grafikleri prosesleri izlemek için kullanılan grafiksel bir görüntüleme yöntemleridir. Kontrol grafikleri genellikle izlenen kalite karakteristiklerinin alınan örnek değerlerinden, üst ve alt kontrol limitlerinden ve yatay bir merkez çizgisinden oluşmaktadır. Kontrol grafiğine örnek Şekil (3.1)’de verilmektedir [30].



Şekil 3.1. Bir proses değişkeni için hazırlanan Shewhart kontrol grafiği

Kontrol limitleri şartname sınırları ile değil, istatistiksel veriler kullanılarak hesaplanır. Alınan örnekler hesaplanan kontrol sınırları içinde ise proses kontrol altında demektir. Kontrol dışı noktalar var ise bu da prosesteki değişkenliğin göstergesidir. Bir üretim süreci ne kadar düzgün işlese de değişkenlik mutlaka kaçınılmazdır. Bu değişkenlikler iki grupta incelenecek olursa;

i) Genel Nedenler

Prosesin doğal yapısından kaynaklanan nedenlerdir. En aza indirgense dahi süreçte her daim olması beklenmektedir. Çevresel koşullardaki değişim, ölçüm hataları, ekipman kullanımındaki hatalar, ekipman ayarındaki değişiklikler vb. olarak örneklendirilen nedenlerin toplamının prosesteki değişkenliğe katkısı küçük olduğu varsayılır.

ii) Özel Nedenler

Özel nedenler, genel nedenlerle karşılaştığında süreç değişkenliğine katkısı daha fazladır ve önceden tahmin edilememektedir. Önlem alınmadığı durumlarda süreci olumsuz yönde etkilemekte ve hatalı ürün üretimine sebebiyet vermektedir. Bu özel nedenlerin tespit edilebilmesi için literatürde bazı yöntemler kullanılmaktadır. Bunlar;

- Yeni Yediler: yakınlık diyagramı, ağaç diyagramı, süreç karar diyagramı, matris diyagramı, ilişkiler diyagramı, matris diyagramı, ok diyagramı.
- Eski Yediler: balık kılçığı diyagramı, histogram, kontrol grafikleri, kontrol diyagramı, pareto diyagramı, serpilme diyagramı, akış diyagramı.
- İlaveler: koşu diyagramı, box and whisker plot, iş akış diyagramıdır.

Öncelikli olarak kullanılacak olan kontrol yönteminin performansını değerlendirmek ileriki süreçlerin de doğru ilerlemesi için gerekli bir aşamadır. Kontrol grafiğinin performansını değerlendirmek için ARL hesabı gerekmektedir.

$$ARL = \frac{1}{p} \quad (3.1)$$

Burada p değeri; herhangi bir ölçüm değerinin kontrol limitlerinin dışına çıkma olasılığı, ARL ise kontrol grafiğinde kontrol dışı bir durum sinyal verene kadar ortalama alınan örnek sayısı olarak da tanımlanabilmektedir. Eğer proses kontrol altındaysa ARL değerinin büyük olması tercih edilirken kontrol dışı durumda bu değerin küçük olması istenmektedir [10].

Örneğin 3σ spesifikasyon limitlerinde bir Shewhart $\bar{x}$ ortalama grafiği için $p = 0.0027$ proses kontrol altındayken tek bir noktanın kontrol limitleri dışına çıkma olasılığıdır. Bu nedenle proses kontrol altındayken $\bar{x}$ ortalama grafiği ARL değeri;

$$ARL = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,0027} \approx 370$$

Bu hesaplama, proses kontrol altında dahi olsa yaklaşık 370 adet örnekte bir kontrol dışı üretim gerçekleşeceğini göstermektedir [14].

3.4.1. Ölçüm sistemi yeterliliği

Shewhart kontrol grafikleri ile bazı durumlarda bağımsız kalite karakteristikleri arasındaki değişkenlik incelenir ve böylece diğer kalan kalite karakteristiklerinin davranışları bu incelemeden etkilenmez. Genellikle endüstriyel ortamlarda yaygın olarak kullanılan kontrol grafikleri oluşturulurken birçok ekipman kullanılmaktadır [30]. Gerçek süreç değişkenliğini ortaya çıkarmak için ölçüm sisteminden kaynaklanan değişkenlik öncelikle tanımlanmalı ve sistemin değişkenliğinden ayrıştırılmalıdır. Amaç, ihtiyaçlara uygun olan bir ölçüm sistemi geliştirmektir.

Bir ölçüm sistemi;

- Ölçüm cihazlarını,

- Ölçüm yapan operatörleri,
- Ölçüm ortamını,
- Ölçüm prosedürlerini ve
- Ölçüm için yardımcı ekipmanları içerir.

Bir ölçüm sisteminin geçerli olabilmesi için, kabul edilebilirliğinin, yeniden üretilebilirliğinin ve kararlılığının istenilen seviyede olması gerekir. İdeal bir ölçüm sisteminde tekrarlanan ölçümlerde değişkenliğin az ve farkın küçük, aynı parçaların ölçümünde sistemin kararlı olup ölçümler arasında mümkün olduğunca az fark olması beklenir. Mevcut durum incelenirken eğer değişkenlik gözlenirse, bu değişkenliğin prosesten kaynaklı olması beklenir. Farklı operatör ve farklı ölçüm cihazlarıyla yapılan ölçümlerde iki ölçüm arasında fark olmaması, ölçüm sisteminin güvenilirliğini gösterir.

- Toplam Değişkenlik = Süreç Değişkenliği + Ölçüm Değişkenliği olup,
- Ölçüm Değişkenliği < Süreç Değişkenliği olması istenmektedir [35].

3.4.2. Proses yeterliliği

Süreç yeterliliği, istatistiksel bir ölçüt olup müşteri beklentilerine (spesifikasyon limitlerine) göre bir sürecin ne kadar değişkenlik gösterdiğini özetler ve ayrıca üretime ait sonuçları elde etmemizi sağlayan ürüne ait özelliklere dair kritik performans ölçümüdür. Prosesten alınan tüm alınan örneklerin spesifikasyon limitleri içinde olması prosesin yeterli olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla, proses yeterlilik ölçümleri işletmenin kendi performansının veya tedarikçi performansının kalite spesifikasyonlarını elde etmek için geniş bir kullanımı vardır. Proses yeterliliğinin ölçümü için iki farklı indeks kullanılmaktadır [34].

Normal dağılıma uyan veriler için proses yeterliliğinin belirlenmesinde kullanılan ilk indeks C_p 'dir. C_p indeksi prosesin yayılımını kontrol etmektedir. Çift taraflıdır ve prosesin değişkenliğini ortaya koymaktadır. Diğer indeks olan C_{pk} ise, prosesin hem yayılımını hem de proses ortalamasının hedef değerden sapmasını kontrol etmektedir. Tek taraflıdır ve hesaplanan iki değerden minimum olan seçilir [31].

Çoğu yeterlilik çalışmaları normalliği dikkate alır ve bu sebepten dolayı doğal tolerans limitleri ortalama değer 3σ altında ve üstünde yer almaktadır. Literatürde proses yeterliliğinin ölçümü için kullanılan indeksler Eşitlik (3.2) ve Eşitlik (3.3)'te verilmiştir.

$$C_p = \frac{USL - ASL}{6\sigma} \quad (3.2)$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\bar{USL} - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - ASL}{3\sigma}\right) \quad (3.3)$$

Bu indekslerin hesaplanması sonucunda proses yeterliliği ile ilgili karar Tablo (3.1)'e göre verilmektedir [38].

Tablo 3.1. C_p ve C_{pk} İndeksleri Karar Noktaları [31]

İndeks Karar Noktaları	Yorum
$C_p > 1,33$	Proses yeterlidir.
$1 < C_p < 1,33$	Proses marjinal olarak yeterli, daha yakından takip edilmelidir.
$C_p < 1$	Proses yetersizdir. (Değişkenliğin sebepleri incelenip, azaltılması gerekmektedir.)
$C_{pk} > 1,33$	Proses şartname limitlerini karşılıyor.
$1 < C_{pk} < 1,33$	Proses marjinal olarak şartname limitlerini karşılıyor, daha yakından takip edilmelidir.
$C_{pk} < 1$	Proses şartname limitlerini karşılamıyor. (Değişkenliğin sebepleri incelenip, azaltılması gerekmektedir.)

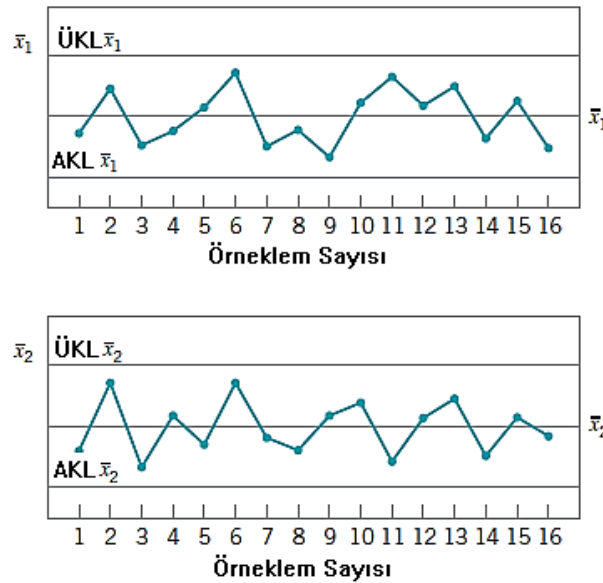
4. ÇOK DEĞİŞKENLİ PROSES KONTROLÜ

4.1. Çok Değişkenli Kalite Kontrol Problemi

Önceki bölümlerde proseslerin eş zamanlı kontrolü veya birden fazla ilişkili kalite karakteristiklerinin birlikte değerlendirilmesi gereken birçok durum bulunduğu bahsedilmişti. Bu bölümde, gerçek hayat problemlerinde birbiri ile ilişkili iki veya daha fazla kalite karakteristiğinin olduğu durumlarda en uygun analiz yöntemleri olarak kullanılan çok değişkenli kontrol yöntemleri anlatılmıştır.

Şekil (4.1)'de metal yayların gerilmesinde etkili iki adet kalite karakteristiği ayrı ayrı çizilmiş tek değişkenli kontrol grafiklerini göstermektedir. Bu kalite karakteristiklerinden biri kalınlık (x_1), diğeri ise çap (x_2) olarak ele alındığında proses kontrolü iki şekilde gerçekleştirilebilmektedir [25].

Bu yöntemlerden ilki; her bir kalite karakteristiğinin bağımsız normal dağıldığı varsayıldığı durumda ayrı ayrı $\bar{x}$ grafiği uygulayarak değişkenlerin grafik üzerinde dağılımlarını Şekil 4.1'deki gibi görüntülemektir. Bu yöntemi kalite karakteristiklerinin birbirlerinden bağımsız olduğu durumlarda uygulamak kolay ve uygun bir yöntem olacaktır. Ancak, kalite karakteristikleri arasında ilişki yani korelasyon olması durumunda bu yöntemi uygulamak hem çok fazla grafik düzenlenmesine hem de proses hakkında yanlış sonuçların elde edilmesine sebep olacaktır [25].



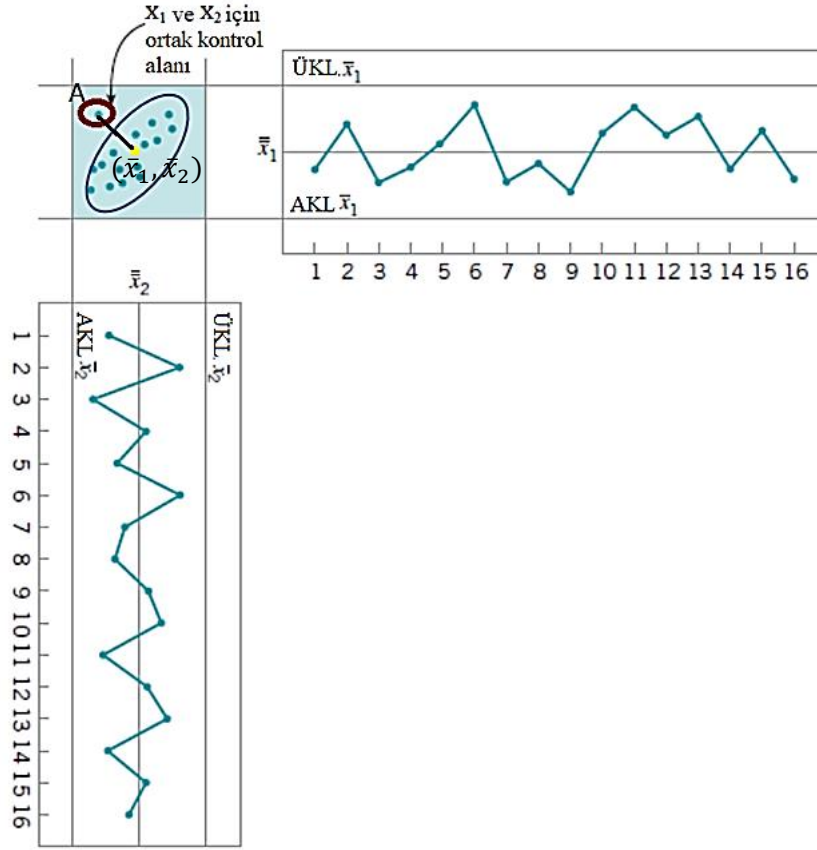
Şekil 4.1. Metal Yayların Gerilmesinde Kalınlık (x_1) ve Çap (x_2) için Kontrol Grafiği

İkinci yöntem ise; çok değişkenli kontrol grafiklerini kullanarak prosesleri izlemektir. Çok değişkenli proses kontrol problemleri; tek değişkenli proses kontrol problemlerinden yola çıkarak oluşturulmuştur. Çok değişkenli kontrol yöntemleri de yine aynı şekilde tek değişkenli yöntemler genişletilerek geliştirilmiştir. İki veya daha fazla kalite karakteristiği içeren proseslerin izlemek amacıyla kullanılan yöntembilimi olarak tanımlanmaktadır. Bu yöntemin kullanım amacı; tek değişkenli kontrol grafikleri düzenlenerek izlenmeye çalışılan prosesin dezavantajlarını ortadan kaldırmaktadır. Birbiri ile ilişkili birden fazla kalite karakteristiği içeren proseslerin tek değişkenli kontrol yöntemleri ile incelenmesi dezavantajları;

- Kalite karakteristiklerinin ilişkisi hesaba katılmaması ile bilgi kaybının yaşanması,
- Tek değişkenli grafikler ile oluşturulan grafik sayısının fazlalaşması ve karmaşıklaşması,
- Proseslerin çoğunlukla ilişkili kalite karakteristikleri içermesi ile gerçeğe yakın bilginin elde edilememesi,
- Kontrol dışı durumun hızlı tespit edilememesi

şeklinde listelenebilir [31].

Bu durumun daha net anlaşılması için; kalite karakteristikleri arasında doğrusal ilişki olması durumu olan bir örnek incelenmiştir. Örneğin kalınlık ve çap için, iki kalite karakteristiği kullanılarak oluşturulan çok değişkenli Shewhart kontrol grafiği Şekil (4.2)'de verilmiştir [25].



Şekil 4.2. Bağımsız Kontrol Limitleri kullanılarak oluşturulan kalınlık ($\bar{x}_1$) ve çap ($\bar{x}_2$) kontrol bölgesi

Her iki kalite karakteristiği için de ayrı ayrı oluşturulan grafiklerde proseslerin kontrol altında olduğu sonucu çıkarılsa da kontrol bölgesi dışında noktalar ancak çok değişkenli kontrol grafiği çizildiğinde ortaya çıkmıştır. $\bar{x}_1$ ve $\bar{x}_2$ kalite karakteristikleri için grafiklerinin eşzamanlı kontrolünde iki bağımsız $\bar{x}$ grafiğinin kullanılarak ortak kontrol alanı ile değişkenlik araştırılacak ise, alınan örneklerin sayıca çok olması sebebi ile ortak kontrol alanı biçimsizleşecektir. Bu biçimsizlik proses ile ilgili yorum yapılmasını da zorlaştıracaktır. Ayrıca 1. tip hata (α) olasılığının artmasına sebep olabilmektedir. Genel olarak p adet kalite karakteristiğinin olduğu durumda 1. tip hata olasılığı Eşitlik (4.1)'te verilmiştir.

$$P\{1. Tip Hata\} = \alpha \quad (4.1)$$

iken, kalite karakteristiklerinin birlikte değerlendirilmesi durumunda gerçek olasılık ise Eşitlik (4.2)'de verilmiştir.

$$\alpha' = 1 - (1 - \alpha)^p \quad (4.2)$$

olmaktadır. Proses kontrol altında olduğu durumda tüm kalite karakteristiklerin (p) ortalamalarının kontrol limitleri içinde olma olasılığı;

$$P\{\text{tüm } p \text{ ortalama değerlerinin kontrol sınırları içinde}\} = (1 - \alpha)^p \quad (4.3)$$

olmaktadır.

$\bar{x}_1$ ve $\bar{x}_2$ için oluşturulan ayrı kontrol grafikleri durumunda her kalite karakteristiği için gözlem değerlerinin 3 sigma kontrol limitlerini ařma olasılığı 0.0027'dir. Oysa her iki kalite karakteristiği de kontrol altında iken eşzamanlı olarak kontrol limitlerini aşması olasılığı $(0.0027)(0.0027) = 0.00000729$ olacaktır. Bu değer 0.0027 değerinden oldukça küçük bir değerdir. Dahası süreç kontrol altında iken her iki kalite karakteristiği gözlemlerinin eşzamanlı olarak kontrol limitleri içerisine dūřmesi olasılığı $(0.9973)(0.9973) = 0.99460729$ olarak hesaplanmaktadır. Dolayısıyla her bir kalite değişkeni için ayrı ayrı tek değişkenli kontrol grafiği düzenlemek söz konusu değişkenlerin eşzamanlı kontrolü ile aynı sonucu vermeyecektir [6, 27].

4.1.1. Çok değişkenli proses kontrolü varsayımları

Tek değişkenli kalite kontrol istatistiğinde genellikle kalite karakteristikleri normal dağılım göstermektedir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $-\infty < x < \infty$ olmak üzere Eşitlik (4.4)'te verilmiştir.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4.4)$$

Normal dağılımının ortalaması μ ve varyansı σ^2 'dir. Eşitlik (4.5), x değişkenine ilişkin gözlemlerin, ortalamaya olan uzaklığının standart sapma ile standartlaştırılmış halini yani x ile μ arasındaki uzaklığın karesini ifade etmektedir.

$$(x - \mu)(\sigma^2)^{-1} (x - \mu) \quad (4.5)$$

Bu durum çok değişkenli problemler için de kullanılabilir. Çok değişkenli kontrol problemleri her bir kalite karakteristiğinin rasgele değişkenler $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ gözlemler ile temsil edildiği tekrarlayan süreci içermektedir. Burada p adet kalite karakteristiği ile çalışıldığı durumda m adet alt birimden alınan n adet alt gözlem değeri için ana kütle ortalamalar vektörü μ ve kovaryans matrisi Σ ile çok değişkenli normal dağıldığı varsayılmaktadır.

Gözlem vektörü;

$\mathbf{x}' = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_p]$ şeklinde gösterilmektedir.

$\mathbf{x}'$ lerin ana kütle ortalama vektörü ise;

$\mu' = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_p]$ şeklinde gösterilmektedir. Bu rasgele değişkenlerin varyans ve kovaryansları ise kovaryans matrisi ise Σ ile gösterilmektedir. Köşegen elemanları kalite

karakteristikleri varyanslarını, diğer elemanlar ise kalite karakteristikleri arasındaki kovaryanslarını göstermektedir. Kovaryans matrisi Eşitlik (4.6)'da verilmiştir.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1p} \\ & \ddots & \vdots \\ & & \sigma_p^2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Çok değişkenli normal olasılık yoğunluk fonksiyonu $-\infty < x_j < \infty$ olarak Eşitlik (4.7)'de verilmiştir.

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)} \quad j = 1, 2 \dots p \quad (4.7)$$

Çok değişkenli durum için $\mathbf{x}$ ile $\boldsymbol{\mu}$ arasındaki standardize edilmiş uzaklık;

$$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \quad (4.8)$$

olarak gösterilmektedir.

Bir diğer varsayım ise çok değişkenli kontrol yöntemlerinde kalite karakteristikleri arasında ilişki durumudur. Çok değişkenli yöntemlerin kullanımını esas kılan durum belirlenen kalite karakteristikleri arasında ilişki ve ilişkilerin derecesidir. Kalite karakteristikleri arasındaki ilişki araştırılırken hesaplanan korelasyon katsayıları ve bu katsayıların derecesi çok değişkenli problemlerde önemlidir. İlişkinin olup olmadığı incelenirken, iki kalite karakteristiği için hesaplanan korelasyon katsayısı -1 ve +1 arasında değer alabilmektedir. Katsayının bu değerlere yakın olması kalite karakteristikleri arasındaki ilişkinin kuvvetli olduğu anlamına gelmektedir. Eğer katsayı 0'a yakın bir değer ise; incelenen kalite karakteristikleri arasında doğrusal bir bağlantı bulunmadığını yani aralarında korelasyon olmadığını göstermektedir. Kalite karakteristikleri arasında belirlenen ilişki durumuna göre düzenlenecek grafiklere karar verilecektir; eğer kalite karakteristikleri arasında belirli derecede ilişki olduğu tespit edilemez ise kalite karakteristiklerinin bağımsız birer değişken olduğu düşünülerek tek değişkenli kontrol grafikleri oluşturulması anlamlı olacaktır. Diğer durum için çok değişkenli kontrol yöntemlerinin uygulamasına devam edilmelidir [34].

4.1.2. Örneklem ortalama vektörü ve kovaryans matrisi

Temel hesaplamalar aşağıdaki notasyonlar ışığında gerçekleştirilmektedir.

- $i = 1, 2, \dots, n$ (alt gözlem)
- $j = 1, 2, \dots, p$ (kalite karakteristiği)
- $k = 1, 2, \dots, m$ (altgrup)

- $\bar{\mathbf{x}}$: örnek ortalama vektörü
- $\mathbf{S}$: örnek kovaryans matrisi
- s_j^2 : $\mathbf{S}$ matrisindeki varyans değerleri
- s_{jk} : $\mathbf{S}$ matrisindeki kalite karakteristikleri arası ilişkiyi gösteren kovaryans değerleri

Her bir kalite karakteristiği p için rasgele olarak alınan n adet alt gözleminin $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}$ normal dağıldığı varsayarsak, $\boldsymbol{\mu}$ ortalama vektörü ve $\boldsymbol{\Sigma}$ kovaryans matrisi bilinmediği durumda bu değerler yerine kullanılacak $\bar{\mathbf{x}}$ ve $\mathbf{S}$ tahmin değerlerinin hesaplanması aşağıdaki gibidir. Örnek ortalama vektörü Eşitlik (4.9)'da verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

Burada i değeri 1'den n 'e kadar alınan gözlem adetlerini gösterirken, $\mathbf{x}_i$ bu gözlemlerin değerlerini ve $\bar{\mathbf{x}}$ ise gözlemlerin ortalamalarını ifade etmektedir.

Örnek kovaryans matrisi $\mathbf{S}$ ise Eşitlik (4.10)'daki formül ile hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.10)$$

$\mathbf{S}$ matrisindeki örnek diyagonaldeki varyans değerleri hesabı Eşitlik (4.11)'de verilmiştir.

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (4.11)$$

Örnek kovaryans değerleri hesabı Eşitlik (4.12)'de verilmiştir.

$$s_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.12)$$

Uygun bir kovaryans tahmin edici kullanıldığı durumda hesaplanan standart sapma değerleri iki değişken arasındaki ilişki ve korelasyon durumu hakkında bilgi verebilmektedir [32].

Eşitlik (4.9)'da verilen ortalama vektörü ve Eşitlik (4.10)'da verilen kovaryans matrisi sırasıyla $\boldsymbol{\mu}$ ve $\boldsymbol{\Sigma}$ için yansız tahmin edicilerdir. Gösterimleri ise Eşitlik (4.13)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} E(\bar{\mathbf{x}}) &= \boldsymbol{\mu} \\ E(\mathbf{S}) &= \boldsymbol{\Sigma} \end{aligned} \quad (4.13) \quad \text{ve}$$

Çok değişkenli durumlar için birden çok kontrol grafiği önerilmektedir. Bunlar arasında en popüler olanları Hotelling T^2 grafikleri, MEWMA ve MCUSUM kontrol grafikleridir.

4.2. Hotelling T^2 Kontrol Grafiği

Hotelling T^2 kontrol grafiği, her bir ürün için birden fazla kalite karakteristiğini birlikte değerlendirme imkânı sunmaktadır. Bu kontrol grafiği çok değişkenli normal dağılıma dayalı istatistiksel uzaklığın bir ölçüsüdür. İstatistiksel uzaklık Euclidean uzaklığının aksine değişken varyanslarını da göz önüne almaktadır. T^2 istatistiği, Hotelling tarafında örnek varyans kovaryans matrisi bilinmediği durumlar için çok değişkenli hipotezleri test edebilmek için tek değişkenli student- t istatistiği temeli baz alınarak formüle edilmiştir.

T^2 kontrol grafiklerinde bir üst kontrol sınırı vardır. T^2 istatistiğinin karesel ifade olmasından kaynaklı olarak değeri her zaman pozitif olmaktadır. Bu durumda alt kontrol sınırına ihtiyaç duyulmamaktadır. T^2 için ideal değer sıfır olmalıdır ki bu da gözlem değerlerinin proses ortalaması çevresinde olduğunun göstergesidir.

Tek değişkenli kalite kontrolünde olduğu gibi çok değişkenli kalite kontrolü de iki aşamadan oluşmaktadır.

4.2.1. Faz I süreci

Bu faz; proses çalışması, veri analizi ve normal olmayan gözlemlerin belirlenmesi çalışmalarını içermektedir. Prosesin kontrol altında olup olmadığını test eden bu aşama geriye dönük bir yaklaşımdır. Birinci aşamanın amacı ikinci aşamada kullanılacak kontrol sınırlarının belirlenmesidir. Birinci aşamada $m = 20 - 25$ gözlemden oluşan bir örnek grubu oluşturulur. Parametreler tahmin edilerek kontrol grafiği oluşturulur. Kontrol dışı durumlar belirlenerek ilk veri setinden çıkartılır. Bu işlem tüm veriler kontrol altında olana dek devam edilir. Bu noktada birinci aşama sona ermektedir ve elde edilen veri seti referans veri seti olarak tanımlanır.

Faz I aşaması kontrol dışı gözlemlerin veri kümesinden çıkarılması ve referans veri setinin oluşturulması olarak bilinmekte olup, aşamalar aşağıdaki gibi listelenmiştir;

- 1- Çok değişkenli kontrol grafikleri değişkenlerin normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Bu nedenle değişkenlerin normal dağılıma uygun olup olmadıkları incelenmelidir.

- 2- Normal dağılıma uymayan değişkenin normalizasyonu için uygun bir sağlayacak yapılmalıdır.
- 3- Alınacak örneklemelerin alt gözlemler halinde veya bireysel olacağına karar verilmelidir. ($n > 1$ veya $n = 1$)
- 4- Temel hesaplamalar yapılmalıdır.

Eğer ana kütle gerçek parametreleri biliniyorsa ana kütle ortalaması μ ve varyans-kovaryans Σ değerleri ile hesaplanan değerler normal dağıldığı varsayılmakta ve ki-kare dağılımına uymaktadır. χ_0^2 olarak gösterilen bu değer Eşitlik (4.14) olarak verilmiştir.

$$\chi_0^2 = n(\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{x}} - \boldsymbol{\mu}) \quad (4.14)$$

Eşitlik (4.14)'te kalite karakteristikleri ortalama vektörünü gösteren $\boldsymbol{\mu}' = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_p]$ ve kovaryans matrisi ise $\boldsymbol{\Sigma}$ olarak gösterilmektedir.

Eğer ana kütle gerçek parametreleri bilinmiyor ise örnek ortalama vektörünün ve kovaryans matrisinin geçmiş verilerden tahmin edilmesi gerekmektedir. Yeni gözlem vektörü $\mathbf{x}$, $\bar{\mathbf{x}}$ ve $\mathbf{S}$ tahminleri birbirinden bağımsız olmak üzere, Eşitlik (4.15)'te verilen T^2 istatistiği dağılımı F-dağılımı olacaktır [30].

$$T^2 = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (4.15)$$

Alt gözlemler halinde örnek alınması durumu için temel hesaplamalar ($n > 1$)

Çok değişkenli p adet kalite karakteristiği ile çalışıldığı durumda ve normal dağılım varsayımı altında her birinde n adet gözlem bulunan m adet örneklem alındığı varsayılın. Bu durum için x_{ijk} gözlem değerlerini, $\bar{x}_{jk}$ ise örneklem ortalamasını göstermektedir. Örneklem ortalaması Eşitlik (4.16)'da verilmiştir;

$$\bar{x}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ijk} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.16)$$

Her bir kalite karakteristiği için ortalama değeri $\bar{\bar{x}}_j$ olmak üzere Eşitlik (4.17)'de verilmiştir.

$$\bar{\bar{x}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{x}_{jk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.17)$$

Bu hesaplamalar sonucunda p adet kalite karakteristiği için ortalamalar vektörü $\bar{\bar{\mathbf{x}}}$ olmak üzere Eşitlik (4.18)'deki gibi oluşturulmuştur.

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Örnek kovaryans matrisi $\mathbf{S}$ olmak üzere ise Eşitlik (4.19)'da verilmiştir.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}})' \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.19)$$

k . altgrup için j . kalite karakteristiği ile h . kalite karakteristiği arasındaki kovaryans değeri s_{jhk} olmak üzere Eşitlik (4.20)'de verilmiştir.

$$s_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{jk})(x_{ihk} - \bar{x}_{hk}) \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \\ j \neq h \end{cases} \quad (4.20)$$

k . altgrup için j . kalite karakteristiği ile h . kalite karakteristiği arasındaki değeri s_{jhk} değerlerinin ortalaması $\bar{s}_{jh}$ olmak üzere Eşitlik (4.21)'de verilmiştir.

$$\bar{s}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m s_{jhk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \\ j \neq h \end{cases} \quad (4.21)$$

k . altgrup için j . kalite karakteristiği için n adet örneklem varyansı hesabı s_{jk}^2 olmak üzere Eşitlik (4.22)'de verilmiştir.

$$s_{jk}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{jk})^2 \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.22)$$

$\mathbf{S}$ matrisindeki örnek diyagonaldeki yani j . kalite karakteristiğine ait varyans değerleri s_j^2 olmak üzere Eşitlik (4.14) ile hesaplanmaktadır.

$$s_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m s_{jk}^2 \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.23)$$

Tüm bu hesaplamalar sonucunda $\bar{\mathbf{x}}$ ortalamalar vektörü elemanı $\bar{x}_j$ olmak üzere $p \times p$ ortalama örnek kovaryans matrisi $\mathbf{S}$, Eşitlik (4.24)'deki formdadır.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{s}_1^2 & \cdots & \bar{s}_{1p} \\ & \ddots & \vdots \\ & & \bar{s}_p^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Ana kütle parametrelerinin bilinmediği ve Σ yerine tahmin edilen $\mathbf{S}$ ve prosesten alınan kontrol altındaki $\bar{\mathbf{x}}$ ortalama vektör değerleri ile hesaplanan n adet alt gözlem için T^2 test istatistiği değeri Eşitlik (4.25) olarak verilmiştir.

$$T_i^2 = n(\bar{\mathbf{x}}_{jk} - \bar{\mathbf{x}}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_{jk} - \bar{\mathbf{x}}_j) \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.25)$$

p adet kalite karakteristiği ile çalışıldığı durumda ve normal dağılım varsayımı altında m adet örneklem için n adet alt gözlem alındığında Faz I için üst kontrol limiti Eşitlik (4.26), alt kontrol limiti ise Eşitlik (4.27) olarak verilmiştir.

$$\text{ÜKL} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1} \quad (4.26)$$

$$AKL = 0 \quad (4.27)$$

T^2 istatistiğinin karesel ifade olması sebebi ile hesaplanan değerlerin negatif olma ihtimali bulunmamaktadır. Bu sebeple hesaplanacak tüm alt kontrol limit değerleri 0 olarak alınmaktadır. Tezin devam eden kısımlarında AKL değeri ayrıca gösterilmemiş olup, sadece üst kontrol limiti hesaplamalarına yer verilmiştir.

Eğer ana kütlenin gerçek parametreleri biliniyorsa veya μ ve Σ tahmini için alınan başlangıç örneklerinin sayısı büyük ise ($m \geq 20$ veya 25) dağılımı ki-kare olacak ve hesaplanacak üst kontrol limiti Eşitlik (4.28)'deki gibi olacaktır [25]. Burada α değeri anlamlılık derecesini göstermektedir.

$$\text{ÜKL} = \chi_{\alpha, p}^2 \quad (4.28)$$

Bireysel gözlemler halinde örnek alınması durumu için temel hesaplamalar **(n = 1)**

Çok değişkenli normal dağılım varsayımı altında p adet kalite karakteristiği ve m adet altgrup ile çalışıldığı varsayılın. Örnek adeti $n = 1$ olan durumda j . kalite karakteristiği ortalaması Eşitlik (4.29) olarak verilmiştir;

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{jk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (4.29)$$

Bu hesaplamalar sonucunda p adet kalite karakteristiği için ortalamalar vektörü Eşitlik (4.30)'daki gibi oluşturulur.

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Örnek kovaryans matrisi ise Eşitlik (4.31) olarak,

$$S = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.31)$$

Ana kütle parametrelerinin bilinmediği ve Σ yerine tahmin edilen S ve prosesten alınan kontrol altındaki $\bar{\bar{x}}$ ortalama vektör değerleri ile hesaplanan n adet alt gözlem için T^2 test istatistiği değeri Eşitlik (4.32) olarak verilmiştir.

$$T^2 = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) \quad (4.32)$$

Bireysel gözlemlerin alındığı durumlarda Faz I için p adet kalite karakteristiğinden alınan m adet altgrup için $m > 100$ olduğu durumda kontrol limitleri Eşitlik (4.33) veya Eşitlik (4.34) olarak alınmaktadır.

$$\bar{U}KL = \frac{p(m-1)}{m-p} F_{\alpha,p,m-p} \quad (4.33)$$

$$\bar{U}KL = \chi^2_{\alpha,p} \quad (4.34)$$

Eşitlik (4.33); $m > 100$ olduğu durum için daha uygundur. Ki-kare ile belirlenen limit eşitliği daha çok kovaryans matrisinin bilindiği durumlarda uygun olmakla beraber bu yaklaşımın da kullanıldığı görülmektedir [25].

Bireysel gözlemlerle kontroller gerçekleştirilirken p adet kalite karakteristiğinin küçük olması durumunda T^2 dağılımının ki-kare dağılımına uyumunda problemler yaşanabilir. Bu yüzden T^2 'nin gerçek dağılımının belirlenmesi problemin ortadan kalkmasını sağlayacaktır.

Tracy ve arkadaşları (1992) gözlem sayısının ($n = 1$) olduğu durum için Faz I'de kalite karakteristiğinin küçük olduğu durumlarda T^2 değerlerinin ki-kare dağılımına uyumunda problem yaşandığını ve beta dağılımı gösterdiğine dikkat çekmişlerdir. Bu durumda hesaplanacak limit değerlerini Eşitlik (4.35)'de verilmiştir [36].

$$\bar{U}KL = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha,p/2,(m-p-1)/2} \quad (4.35)$$

Tracy ve arkadaşları (1992) tarafından Faz I için yaklaşım dağılımları olan F, ki-kare ve beta dağılımları üzerinde kalite karakteristiği değerlerini $p = 2,5,10$ ve önem seviyesi $\alpha = 0,01$ olarak çalışma yapmışlardır. Sürecin ilk aşamasında $\bar{U}KL$ hesaplamalarında T^2 istatistiğinin gerçek dağılımı olan beta dağılımı yerine ki-kare veya F dağılımı kullanarak hesaplanan üst kontrol limitlerinin beta dağılımı ile hesaplanan üst kontrol limitlerine göre daha yüksek olduğu gözlenmiştir. Limit değerlerinin artması ile sürecin kontrol altında olduğuna dair kurulan hipotezin doğrulanmasında II. tip hatanın da (H_0 hipotezi yanlış iken kabul edilmesi olasılığı) arttığı gözlenmiştir. Ayrıca örneklem sayısı m arttıkça söz konusu üç dağılım ile hesaplanan $\bar{U}KL$ değerlerinin birbirlerine yaklaştığı gözlenmiştir. Yapılan

alışmalar göz önüne alındığında genel olarak Faz I için küçük m değerleri için beta dağılımının uygulanması uygundur denilebilir [36].

Bireysel gözlem alınması durumunda önemli problemlerden biri kovaryans matrisinin Σ tahminidir. Sullivan ve Woodal (1995) bu problemle ilgili olarak bir çalışma ve analiz sunmuş ve birçok tahminleri karşılaştırmıştır. Eşitlik (4.36) olarak verilen S_1 , bu tahmin ediciler arasında tüm m gözlem değerleri değerlendirilmektedir [37].

$$S_1 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.36)$$

Gözlem çiftleri arasındaki farkı kullanarak önerilen ikinci bir tahmin edicisi Eşitlik (4.37), matrisi ise Eşitlik (4.38)'de verilmiştir.

$$v_i = x_{i+1} - x_i \quad i = 1, 2, \dots, m-1 \quad (4.37)$$

$$V = \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_2 \\ \vdots \\ v'_{m-1} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Σ kovaryans matrisi tahmin değeri, farklılıkların örnek kovaryans matrisinin yarısı olup, Eşitlik (4.39) olarak verilmiştir [25].

$$S_2 = \frac{1}{2} \frac{V'V}{(m-1)} \quad (4.39)$$

Referans veri seti; her alınan gözlem değeri için T^2 değeri hesaplanması ve belirlenen ÜKL eşitliği ile karşılaştırmasının yapılması ile oluşturulmaktadır. ÜKL değerini aşan her T^2 değeri veri setinden çıkartılır ve hiçbir T^2 değeri ÜKL'yi aşmayana kadar T^2 ve limit değerleri tekrar hesaplanır. Bu işlemler sonunda elde edilen veriler “referans veri seti” olarak adlandırılmaktadır. Bazı durumlarda, kontrol dışı gözlemlerin veri setinden atılması işlemi üç dört kez uygulansa da bazı gözlemlerin halen ÜKL sınırları dışında olduğu görülmektedir. Bu durum için olası hata kaynağı aranmalı, eğer bulunamıyorsa işlem durdurulmalıdır.

4.2.2. Faz II süreci

Faz II sürecinin amacı; prosesin birinci aşamasında elde edilen dağılım yapısına uygunluğunun kontrol edilmesi ve prosesin kontrol altında olmasının devamlılığının sağlamaktır. Bunun için alınan gözlemlerle kontrol dışı durumlar saptanmaya çalışılır.

Kontrol grafiklerinin oluşturulabilmesi için I. Tip hata yapma olasılığı α 'nın (hipotez doğru iken reddedilmesi) belirlenmesine bağlıdır. I. Tip hata, proses kontrol altındayken,

kontrol dışıymış gibi görünmesinin olasılığıdır. Faz I'de seçilen α , Faz II'de seçilen α değerinden küçük olmalıdır. Daha küçük α değeri ile çalışmak referans veri seti oluşturulurken kontrol dışı gözlemlerin atılmasında oluşabilecek hataların olasılığının azalmasını sağlamaktır.

Çok değişkenli durumlarda kontrol dışı durumların belirlenmesi için kullanılan alternatif diğer yöntem için hipotezler; $H_0: \mathbf{x}_i \sim N(\bar{\mathbf{x}}, \Sigma)$, $i = 1, 2, \dots, m$ ve $H_1: \mathbf{x}_i \sim N(\bar{\mathbf{x}}, d_i, \Sigma)$, $i = 1, 2, \dots, m$ şeklinde kurulmaktadır. Burada H_0 hipotezi

Hipotezlerde bahsedilen d_i , i. gözlem vektörü için ortalama vektöründeki bilinen değişim miktarıdır. Bu değişim miktarı hesabı Eşitlik (4.40)'da verilmiştir.

$$d_i = T^2 - T_{(i)}^2 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.40)$$

T^2 istatistiğinin dağılımı ise Eşitlik (4.41) gibi olacaktır.

$$\frac{n(n-p)}{p(n+1)(n-1)} T^2 \sim F_{\alpha, p, n-p} \quad (4.41)$$

Çok değişkenli durumlarda kontrol dışı gözlemin belirlenmesi hem ortalama vektöründeki sapma miktarına (d_i) hem de kalite karakteristikleri arasındaki korelasyondan dolayı varyans-kovaryans matrisine (Σ) bağlıdır.

p adet kalite karakteristiği ile çalışıldığı durumda ve normal dağılım varsayımı altında Faz I aşamasında referans veri seti oluşturulduğunda belirlenen m adet altgrup için Faz II kontrol limitleri farklı altgrup durumlarına göre Eşitlik (4.42) ve Eşitlik (4.43)'te verilmiştir.

$n = 1$ durumunda;

$$\ddot{ÜKL} = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{\alpha, p, m-p} \quad (4.42)$$

$n > 1$ durumunda ise;

$$\ddot{ÜKL} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1} \quad (4.43)$$

Eğer ana kütlenin gerçek parametreleri biliniyorsa veya μ ve Σ tahmini için alınan başlangıç örneklerinin sayısı nispi olarak büyük ise ($m \geq 100$) hesaplanacak kontrol limitleri Eşitlik (4.44)'deki gibi olacaktır [25].

$$\ddot{ÜKL} = \chi_{\alpha, p}^2 \quad (4.44)$$

4.3. Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafiği

Çok Değişkenli Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama Grafiği olarak da tanımlanan MEWMA, tek değişkenli durumlarda da yaygın olarak kullanılan EWMA kontrol grafiklerinin çok değişkenli versiyonudur. Tek değişkenli durumlarda EWMA proses ortalamasında daha küçük sapmaları tespit etmede Shewhart kontrol grafikleri ile karşılaştırıldığında daha etkili bir yöntemdir.

MEWMA Kontrol Grafikleri başlangıçta Lowry Woodal, Champ ve Rigdon (1992) tarafından önerilmiştir. Hotelling tarafından önerilen ve son alınan gözlemlere dayanan T^2 grafiklerinin aksine MEWMA grafikleri geçmişten bugüne olan gözlemlerin tamamını kullanarak oluşturulmaktadır. Bu sayede tek değişkenli durumlarda da olduğu gibi proses ortalamasındaki küçük sapmaların tespiti konusunda daha etkili olmaktadır [38].

MEWMA Kontrol Grafikleri, geçmiş gözlemlerden elde edilen bilgileri de kullanarak varyanstaki değişimlere ve ortalamadaki değişimlere duyarlı hale getirmiştir. Ölçülen her bir kalite karakteristiği için ağırlıklı ortalamasının hesaplanmasını sağlamak ve sürecin ortalama vektörünü izlemek için önceki gözlemlerin ağırlıklı ortalamalarını kullanmaktadır. Tek değişkenli prosedürlerde de olduğu gibi bu grafiklerin çok değişkenli versiyonu Faz II durumunda kullanılan yöntemlerdir [26].

Temel Hesaplamalar:

- x_i : $i = 1, 2, \dots, n$ 'e kadar alınan gözlem değerleri
- Z_i : i . EWMA vektörü
- Z_0 : başlangıç vektörü ($Z_0 = 0$)
- λ : EWMA ağırlık köşegen matrisi (bu matris sayesinde her değişken için belirli bir ağırlık belirler ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$))
- H : hesaplanan ÜKL değeri

Prosesin kontrol altında olduğu ve kalite karakteristikleri normal dağılım gösterdiği varsayımı altında i . gözlem için MEWMA vektörü Eşitlik (4.45)'deki gibidir.

$$Z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)Z_{i-1} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ 0 < \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (4.45)$$

Kovaryans matrisi hesabı ise Eşitlik (4.46) olarak verilmiştir.

$$\Sigma_{Zi} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ 0 < \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (4.46)$$

MEWMA kontrol grafiğinde kontrol dışı durum tespiti için ise Eşitlik (4.47)'deki eşitsizlik kullanılmaktadır.

$$T_i^2 = Z_i' \Sigma_{Zi}^{-1} Z_i > H \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ 0 < \lambda \leq 1 \end{cases} \quad (4.47)$$

Kontrol grafiğinin performansını değerlendirmek için ARL hesabı gerekmektedir. Bu ARL hesabı Eşitlik (4.48)'de verilmiştir.

$$ARL = (\mu' \Sigma^{-1} \mu)^{1/2} \quad (4.48)$$

Yüksek ARL değeri ortalamadaki büyük değişimleri ifade etmektedir. Genel olarak kontrol limitlerinin standardize veriler kullanılarak oluşturulması sebebi ile ARL değerinin 0'a eşit olması beklenmektedir çünkü ARL değeri ortalamadaki değişikliklere karşılık gelmektedir. Ayrıca ARL değerinin küçük bir değer alması, prosesin kontrol altında olduğunun göstergesidir [26].

MEWMA grafikleri yalnızca merkezileşme parametresine dayanmakta olup, farklı kalite karakteristikleri için eşit olmayan ağırlıklı ortalama durumunda, ARL değeri de merkezileşme değeri yerine eşit olmayan ağırlıklı ortalama sebebi ile kaymanın yönüne bağlıdır.

4.4. Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Grafikleri

MCUSUM Kontrol Grafikleri, MEWMA grafikleri gibi geçmişten bugüne olan gözlemlerin tamamını kullanarak oluşturulmaktadır. 1954 yılında Page tarafından geliştirilmiş olup, ilk olarak proses düzeyinde hafif ancak sürekli kaymaları tespit etmek için geliştirilmiştir. MCUSUM, tek değişkenli durumlarda da yaygın olarak kullanılan CUSUM kontrol grafiklerinin çok değişkenli versiyonudur. Hem bireysel gözlem ($n = 1$) hem de gözlemler halinde gözlemler alındığı durumlar ($n > 1$) için kullanılabilir.

Temel prensibi; belirlenen kalite karakteristiklerinin hedeften sapmalarının birikimlerini temel almasıdır. Bir MCUSUM kontrol grafiği, iki yöntemle dayanarak CUSUM'dan elde edilebilir. İlk yöntem, en iyi ARL performansının sağlandığı istatistik değerlerine bağlı olarak her birçok değişkenli gözlemin ağırlıklı bir ölçüme indirgenmesini ve ardından bu ölçümlerin bir CUSUM grafiğini oluşturmayı içermektedir. İkinci yöntem ise, X_i ölçümünü ağırlıklı ölçümlere indirmeden önce biriktirerek doğrudan gözlemlerden bir MCUSUM oluşturmayı içerir [12].

4.4.1. MCUSUM 1. yöntemi

Temel hesaplamalarda ;

- $S_0 = 0$ ve $k > 0$ olmak üzere S_{i-1} değerleri $i = 1, 2, \dots, n$ 'e kadar kovaryans değerlerini,
- C_i : i . gözlem anındaki çok değişkenli toplam değerini,
- X_i : i . gözlem değerini,

- k : örneklem ortalamasının hedef değere olan uzaklığını yarıya bölen sabitini göstermektedir.

Her bir gözlem için çok değişkenli toplam değeri Eşitlik (4.49)'da verilmiştir.

$$C_i = [(S_{i-1} + X_i)' \Sigma^{-1} (S_{i-1} + X_i)]^{1/2} \quad \{i = 1, 2, \dots, n\} \quad (4.49)$$

$i = 1, 2, \dots, n$ için $S_0 = 0$ ve $k > 0$ olduğu durumda MCUSUM Grafiğinde

kontrol dışı durum tespiti için ise Eşitlik (4.50) kullanılmaktadır.

$$\gamma_i = (S_i' \Sigma^{-1} S_i)^{1/2} > H \quad \{i = 1, 2, \dots, n\} \quad (4.50)$$

Burada H , belirlenmiş bir kontrol altı ARL değeri elde etmek için seçilmektedir. MCUSUM prosedürü doğrudan gözlemlerden bir CUSUM vektörü oluşturur ve ortalamanın kaydığı yönün değerini verir. Bu kontrol grafiği yöntemi, ortalama vektördeki küçük kaymaları Hotelling T^2 kontrol grafiklerine göre daha hızlı algılar [19].

4.4.2. MCUSUM 2. yöntemi

Pignatiello ve Runger (1990) tarafından önerilen en iyi performansı gösteren MCUSUM kontrol grafiği olarak tanımlanmaktadır [19].

Birikimli toplamların vektörü Eşitlik (4.51) olarak verilmiştir.

$$\sum_{j=i-l_{i+1}}^n X_j \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, p \end{cases} \quad (4.51)$$

Çok değişkenli CUSUM istatistiği ise Eşitlik (4.52) olarak verilmiştir.

$$MC_i = \max\{0, (D_i' \Sigma^{-1} D_i)^{1/2} k l_i\} \quad \{i = 1, 2, \dots, n\} \quad (4.52)$$

Eşitlik (4.52)'de belirtilen l_i altgrup sayısını göstermektedir. l_i değeri kararı Eşitlik (4.53)'deki durumlara göre değerlendirilmektedir.

$$l_i = \begin{cases} l_{i-1} + 1 & MC_i > 0 \\ 1 & d.d \end{cases} \quad (4.53)$$

MCUSUM Grafiğinde kontrol dışı durum tespiti için ise Eşitlik (4.54) kullanılmaktadır.

$$MC_i > \text{ÜKL} \quad \{i = 1, 2, \dots, n\} \quad (4.54)$$

5. MASON-YOUNG-TRACY (MYT) AYRIŞTIRMA YÖNTEMİ

5.1. Ayırıştırma Yöntemindeki T^2 Değerinin Hesaplanması

Tek değişkenli kontrol grafiklerinde sadece bir adet kalite karakteristiği incelendiği için kontrol dışı durum sinyallerinin tespiti de basittir. Çok değişkenli durumlarda kontrol dışı durumların tespiti daha karmaşık hale gelmektedir. Belirlenen bir limit değeri ile hesaplanan T^2 istatistiği değerleri karşılaştırılarak T^2 istatistiği değerlerinin genel veri kümesine uyumsuzluğu incelenebilmektedir. T^2 istatistiği, limit değerin üstünde kalırsa kontrol dışı durum olduğuna dair bir sinyal olarak algılanır. Bu kontrol dışı sinyale sebep olan durum iki veya daha fazla kalite karakteristiğinin ilişki durumu göz önüne alınarak hesaplanan T^2 istatistiklerinden birinin kontrol dışı olması durumudur. Bu durumun karmaşıklığı göz önüne alındığında sinyalin yorumlanması da zorlaşmaktadır [30].

T^2 istatistiği, p -boyutlu vektör verilerinin tek değişkenli istatistiğe indirgenmiş değerlerdir. Kontrol dışı durumların tespit edilebilmesi için bu istatistik değerinin bileşenlerine ayrıştırılması gerekmektedir. Kontrol dışı sinyaller birçok farklı durumlar sonucunda ortaya çıkmaktadır. Örneğin, bir problemde p adet kalite karakteristiğinden bir gözlemin kontrol dışı olması veya Faz I aşamasında referans veri seti oluşturulurken iki veya daha fazla kalite karakteristiği arasında ilişkinin olmaması, kontrol dışı sinyallere sebep olabilmektedir. Yukarıda bahsedilen koşulların hepsinin kombinasyonu nedeniyle de kontrol dışı sinyaller mümkün olabilmektedir. Bu, bazı kalite karakteristiklerinde kontrol dışı durumların olduğu, bazılarının ise birbiri ile yanlış ilişkilendirildiği anlamına gelmektedir [32].

Bu bölümde, şimdiye kadar bahsedilmiş olan sinyallerin yorumlanması için kullanılacak olan MYT ayırıştırma yöntemi anlatılmaktadır. Bu yöntem Mason, Young ve Tracy tarafından 1995 yılında önerilmiş olup yöntemin ana fikri T^2 istatistiklerini her bir ayrı kalite karakteristiğinin katsayısını yansıtan bağımsız parçalara ayırmaktır [39]. Böylelikle kontrol dışı sinyale en büyük ölçüde sebep olan kalite karakteristiği tespit edilmiş olur.

Örneğin iki kalite karakteristiğine sahip normal bir süreç için Shewhart kontrol grafiği oluşturulmuş olsun. Bu kontrol grafiği oluşturulurken Eşitlik (4.41)'deki T^2 istatistiği kullanılıyor olsun.

$$\frac{n(n-p)}{p(n+1)(n-1)} T^2 \sim F_{\alpha, p, n-p} \quad (4.41)$$

İki kalite karakteristiği arasında pozitif ilişki olması durumunda Şekil (4.2)'de olduğu şekilde eliptik bir ortak kontrol alanı meydana gelmektedir. Elips dışındaki noktalar kontrol dışı durumun sinyali olacaktır.

Değişkenlerin tekil olarak kontrol dışı durumlarının tespit edilmesi kolay iken, birden fazla kalite karakteristiği ile ilgilenildiği durumda kontrol dışı sinyalin yorumlanması için kullanılan bir yöntem de bir gözlemin verilerin merkezinden uzaklığının (d) hesaplanmasıdır. Bu uzaklık değeri Şekil 4.2'de gösterilen A noktasının ortalama noktadan $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ uzaklığı karesel Euclidean uzaklığı $d = (x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_2)^2$ olarak verilmektedir. Bu eşitlikte x_1 ve x_2 etkilerinin kolaylıkla belirlenebileceği ve iki kalite karakteristiğinden olduğu görülmektedir. Ancak bu eşitlikte eksik olan iki kalite karakteristiğinin varyans ve kovaryans etkilerinin göz ardı edilmesi ile kontrol grafiğinin doğru yorumlanması mümkün olmayacaktır.

Euclidean uzaklığı yerine Mahalanobis uzaklığının kullanılması daha doğru sonuçların elde edilmesini sağlayacaktır [1]. Bu eşitliği dikkate alarak oluşturulan Hotelling T^2 kontrol grafiği gösterimi Eşitlik (4.15)'te verilmişti.

İki veya daha fazla kalite karakteristikleri ile ilgilenilen bir problemlerde T^2 istatistiğinin MYT yöntemi ile ayrıştırması için aşağıdaki adımlar izlenecektir.

Ayrıştırma için ilk $(p - 1)$ kalite karakteristiği birlikte ve p . kalite karakteristiği ayrı şekilde değerlendirilir. O halde $(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})'$ vektörü Eşitlik (5.1) şeklinde olacaktır.

$$(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})' = (\mathbf{x}^{p-1} - \bar{\mathbf{x}}^{p-1})(\mathbf{x}^p - \bar{\mathbf{x}}^p) \quad (5.1)$$

Burada x^{p-1} p . kalite karakteristiği hariç $(p - 1)$ boyutlu ortalama vektörünü göstermektedir. $(\mathbf{x}^{p-1})' = (x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$, $(\bar{\mathbf{x}}^{p-1})' = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{p-1})$ ve $(\bar{\mathbf{x}}^p)' = (\bar{x}_p)$ değerine karşılık gelmektedir.

Bu veriler ile T^2 istatistiği ise Eşitlik (5.2)'deki şekilde iki bağımsız terime ayrıştırılmaktadır.

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p.1,2,\dots,p-1}^2 \quad (5.2)$$

Aynı şekilde $(p - 1)$ boyutlu bir vektör için T^2 istatistiğinin koşullu ve koşulsuz terimlere ayrıştırması genel gösterimi Eşitlik (5.3)'te verilmiştir. Burada T_{p-1}^2 istatistiği $\mathbf{x}$ vektörünün ilk $(p - 1)$ değişken durumu için hesaplanan değeridir. T_{p-1}^2 koşulsuz terim olarak adlandırılmakta ve ilk $(p - 1)$ kalite karakteristiği kullanılarak hesaplanan tek değişkenli T istatistiğinin karesini ifade etmektedir. $T_{p.1,2,\dots,p-1}^2$ ise koşullu terim olarak adlandırılmakta ve x_p 'nin ortalama ve standart sapmasının tahmini değerleri ile düzeltilmiş $\mathbf{x}$ ortalamalar vektörünün p . değerini ifade etmektedir.

$$T_{p-1}^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1,1,2,\dots,p-2}^2 \quad (5.3)$$

T_{p-1}^2 koşulsuz terim ve $T_{p,1,2,\dots,p-1}^2$ ise koşullu terim açılımı Eşitlik (5.4) ve Eşitlik (5.5)'te verilmiştir.;

$$T_{p-1}^2 = (\mathbf{x}^{p-1} - \bar{\mathbf{x}}^{p-1})' S_{XX}^{-1} (\mathbf{x}^{p-1} - \bar{\mathbf{x}}^{p-1}) \quad (5.4)$$

$$T_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = \frac{(\mathbf{x}_p - \bar{\mathbf{x}}_{p,1,2,\dots,p-1})^2}{S_{p,1,2,\dots,p-1}^2} \quad (5.5)$$

$\bar{x}^{(p-1)}$ değeri ilk $(p-1)$ kalite karakteristiğine ait n adet gözlemin örnek ortalama vektörünü ifade etmektedir. $\bar{x}_{p,1,2,\dots,p-1}$ değeri ise Eşitlik (5.6) olarak verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{x}}_{p,1,2,\dots,p-1} = \bar{\mathbf{x}}_p + b_p' (\mathbf{x}^{p-1} - \bar{\mathbf{x}}^{p-1}) \quad (5.6)$$

$\bar{\mathbf{x}}_p$; p . kalite karakteristiğindeki gözlemlerin ortalamasını, b_p ise $\bar{x}_p$ 'nin $(p-1)$ değişken üzerinden oluşturulan regresyonundan oluşturulan kalite karakteristiği regresyon katsayısını göstermektedir. b_p hesaplaması Eşitlik (5.7) olarak verilmiştir.

$$b_p = S_{XX}^{-1} S_{xX} \quad (5.7)$$

Koşullu terim varyans tahmini Eşitlik (5.8), örnek kovaryans matrisi gösterimi Eşitlik (5.9) olarak verilmiştir [27].

$$s_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = S_p^2 - S_{xX} S_{XX}^{-1} S_{xX} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{XX} & S_{xX} \\ S_{xX}' & S_p^2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Burada varyans ve kovaryans matrisi birimleri aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

S_{XX} : $\mathbf{S}$ kovaryans matrisinin $(p-1) \times (p-1)$ boyutlu temel alt matrisi

S_{xX} : p . kalite karakteristiği ile diğer kalite karakteristikleri arasındaki kovaryans değerlerini içeren $(p-1)$ boyutlu vektör,

S_p^2 : p . değişken varyans değeri

Faz II aşamasında alınan yeni gözlem değerleri, Faz I aşamasında referans veri seti ile hesaplanan ortalama ve kovaryans matrisi değerleri ile analiz edilerek kontrol dışı durumun saptanması için, kalite karakteristiklerinin T^2 istatistiğinde içerdiği oranların saptanması gerekmektedir. MYT yöntemi ile bu oranların hesaplanması için T^2 istatistiği değerlerinin koşullu ve koşulsuz terimlere ayrıştırması gerekmektedir. Ayrıştırma Eşitlik (5.10) ve Eşitlik (5.11) olarak verilmiştir. [32]:

$$T^2 = T_1^2 + (T_{2,1}^2 + T_{3,1,2}^2 + \dots + T_{p,1,2,\dots,p-1}^2) \quad (5.10)$$

$$T^2 = T_1^2 + \sum_{j=2}^p T_{j,1,2,\dots,j-1}^2 \quad (5.11)$$

p . kalite karakteristiği için referans veri setinden alınan ortalama ve standart sapma değerleri ile hesaplamaktadır. T_p^2 koşulsuz terimi Eşitlik (5.12) olarak verilmiştir.

$$T_p^2 = \frac{(x_p - \bar{x}_p)^2}{s_p^2} \quad (5.12)$$

Benzer olarak 1. kalite karakteristiği için koşulsuz terimi formüle edilirse $T_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_1^2}$ eşitliğini elde etmiş oluruz.

T_1^2 istatistiği değeri koşulsuz terimi ifade etmekte, ve Eşitlik (5.10)'da verilen diğer tüm değişkenlerin koşullu terimleri ifade etmektedir.

Bu ayırıştırma metodunda T^2 değerinin ayırıştırma derecesi p faktöriyel ($p!$) olarak hesaplanmaktadır. Bu bilgiler ile T^2 istatistiği ayırıştırma terimleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

Mason ve arkadaşları ilk olarak iki adet kalite karakteristiğine sahip bir proses için ayırıştırma yöntemi sunmuşlardır. Bu iki kalite karakteristiği için Hotelling T^2 istatistiğinin ayırıştırması aşağıdaki şekildedir. İki adet kalite karakteristiği için $2! = 2$ adet ayırıştırma derecesi hesaplanacaktır.

$$T^2 = \begin{cases} T_1^2 + T_{2.1}^2 \\ T_2^2 + T_{1.2}^2 \end{cases}$$

T_1^2 ; gözlem vektörü $\mathbf{x}$ 'in ilk kalite karakteristiği için koşulsuz T^2 değerini ifade etmektedir. $T_{2.1}^2$ değeri ise; 2. kalite karakteristiğinin x_1 verildiği durumda x_2 'nin koşullu dağılımının ortalama ve standart sapmasının tahmini ile hesaplanan karesel bir değeri ifade etmektedir. Burada $T_{2.1}^2 \neq T_{1.2}^2$ olduğu bilinmelidir.

Sani ve Abubakar ise bu kalite karakteristiği sayısını üçe çıkararak Mason ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmanın kalite karakteristiğinin arttığı durumda ayırıştırma yönteminin değişmediğini göstermişlerdir. Üç kalite karakteristiği için ise istatistiğin ayırıştırılması aşağıdaki gibidir [39].

$$T^2 = \begin{cases} T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 \\ T_1^2 + T_{3.1}^2 + T_{2.1,3}^2 \\ T_2^2 + T_{3.2}^2 + T_{1.2,3}^2 \\ T_2^2 + T_{1.2}^2 + T_{3.1,2}^2 \\ T_3^2 + T_{1.3}^2 + T_{2.1,3}^2 \\ T_3^2 + T_{2.3}^2 + T_{1.2,3}^2 \end{cases}$$

MYT ayırıştırma ile sürecinin dikkatli analizi ve kontrolü açısından T^2 istatistiğinin prosesteki kaymaların tespitindeki duyarlılığının izlenebilirliğinin artırılmasında daha etkili olduğu ispatlanmıştır. Bu ayırıştırma teknikleri proses değişkenlerinin olası tüm alt

kümeleri kullanılarak tahmini regresyon modellerini oluşturur Bu alt kümeler ise T^2 istatistiğinin prosesteki ani değişimleri ve prosesteki kademeli değişiklikleri saptamada hassasiyetin arttırılmasında kullanılabilmektedir [30].

Şimdiye kadar anlatılan ayrıştırma yöntemi aşamaları dışında T^2 istatistiğini koşullu ve koşulsuz terimlere ayrıştırılması için uygulanabilecek kestirme yöntem ise aşağıdaki gibi verilmektedir.

Eşitlik (5.2)'te verilen ve Eşitlik (5.11)'in ilk $(p - 1)$ terimi alt vektörü; $(\mathbf{x}_{p-1})' = (x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$ 'nin T^2 değerine karşılık gelmektedir. Bu istatistik Eşitlik (5.13) şeklinde yazılabilmektedir.

$$T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 = T_1^2 + (T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + \dots + T_{p.1,2,\dots,p-2}^2) \quad (5.13)$$

Benzer şekilde eşitlik (5.13)'ün ilk $(p - 2)$ terimi de alt vektör $(\mathbf{x}_{p-2})' = (x_1, x_2, \dots, x_{p-2})$ 'nin T^2 değerine karşılık gelmektedir. İşlemlere devam edildiğinde $\mathbf{x}_1 = (x_1)$ eşitliğine ulaşılabilmektedir. O halde 1. koşulsuz terim gösterimi Eşitlik (5.14) olarak yazılabilmektedir.

$$T_{(x_1)}^2 = T_1^2 \quad (5.14)$$

Bu şekilde devam ederek tüm alt vektörlere ait T^2 değeri hesaplanabilmektedir. T^2 koşullu terimleri $T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2, T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2, T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-2})}^2, \dots, T_1^2$ koşullu ve koşulsuz terimler kullanılarak hesaplanabilmektedir. Hesaplama Eşitlik (5.15)'te verilmiştir.

$$T_{(x_1, x_2, \dots, x_j)}^2 = (\mathbf{x}^{(j)} - \bar{\mathbf{x}}^{(j)})' s_{jj}^{-1} (\mathbf{x}^{(j)} - \bar{\mathbf{x}}^{(j)}) \quad (5.15)$$

$\mathbf{x}^{(j)}$ uygun gözlem altvektörünü, $\bar{\mathbf{x}}^{(j)}$ de karşılık gelen referans veri seti altvektör ortalamasını ve s_{jj} ise referans veri seti $\mathbf{S}$ kovaryans matrisinden elde edilen (gereksiz satır ve sütunlar temizlenerek) kovaryans altmatrisinin tersini göstermektedir. Eşitlik (5.15) kullanılarak koşullu terimlerin hesabı Eşitlik (5.16)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} T_{p.1,2,\dots,p-1}^2 &= T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2 - T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 \\ T_{p.1,2,\dots,p-2}^2 &= T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 - T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-2})}^2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$T_{2.1}^2 = T_{(x_1, x_2)}^2 - T_1^2$$

Hesaplanan son eşitlikte ulaşılan $T_{2.1}^2 = T_{(x_1, x_2)}^2 - T_1^2$ değerlerinden T_1^2 değeri $T_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_1^2}$ olarak hesaplanmakta ve $T_{(x_1, x_2)}^2$ teriminin hesabı için Eşitlik (5.17)

kullanılmaktadır. Eşitlik (5.17) kullanılarak $T_{2,1}^2$ ve $T_{2,1}^2$ koşullu terimleri hesaplanabilmektedir.

$$T_{(x_1, x_2)}^2 = (\mathbf{x}^{(2)} - \bar{\mathbf{x}}^{(2)})' s_{22}^{-1} (\mathbf{x}^{(2)} - \bar{\mathbf{x}}^{(2)}) \quad (5.17)$$

5.2. Kontrol Dışı Durumların Yorumlanması

Her bağımsız T^2 değeri serbestlik derecesi 1 ve $n - 1$ olan F dağılımına sahiptir. Bu hesaplanan değere kritik değer denilmektedir. Ayrıştırılan koşullu ve koşulsuz T^2 değerlerinin anlamlı olup olmadıklarını araştırmak için T^2 terimleri ile, kritik değer karşılaştırılması yapılır. Bu karşılaştırma sonucu kontrol dışı durumun hangi gözlemden kaynaklandığının tespit edilmesi için çözüm yolu sağlar [6].

$n = 1$ için koşulsuz T^2 terimlerini karşılaştırmak için kritik değer (KD) hesabı Eşitlik (5.18) olarak verilmiştir.

$$KD = \left(\frac{n+1}{n} \right) F_{(\alpha, 1, n-1)} \quad (5.18)$$

$n > 1$ için koşulsuz T^2 terimlerini karşılaştırmak için KD hesabı Eşitlik (5.19) olarak verilmiştir.

$$KD = \left(\frac{m+1}{m} \right) F_{(\alpha, 1, mn-n)} \quad (5.19)$$

$n = 1$ için koşullu T^2 terimlerini karşılaştırmak için kritik değer hesabı ise Eşitlik (5.20) olarak verilmiştir. Burada n ; gözlem adetini, k ise koşullu terim adetini belirtmektedir.

$$KD = \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} \right] F_{(\alpha, 1, n-k)} \quad (5.20)$$

$n > 1$ için koşullu T^2 terimlerini karşılaştırmak için kritik değer hesabı ise Eşitlik (5.21)'de verilmiştir.

$$KD = \left[\frac{(m+n)(m-1)}{mn(m-k-1)} \right] F_{(\alpha, 1, m-k)} \quad (5.21)$$

Burada n ; gözlem sayısını, m ; referans veri seti gözlem adetini, k ise koşullu terim sayısını göstermektedir.

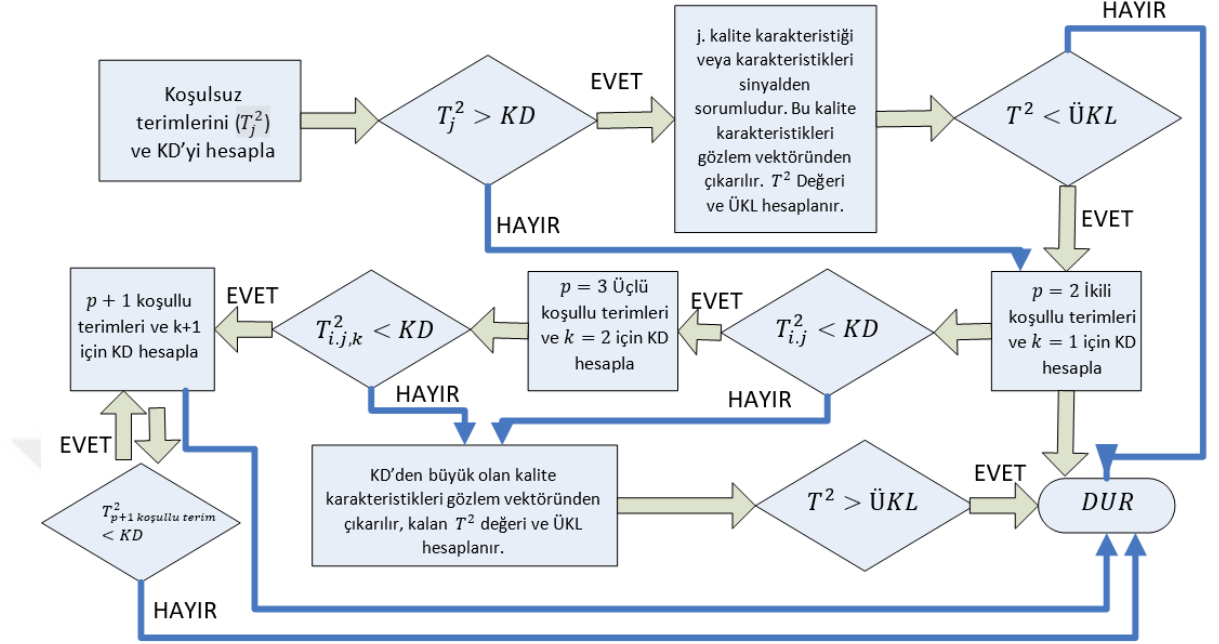
Ayrıştırma işlemi için hesaplama adımları aşağıdaki gibi sıralanmaktadır [9, 30].

1. $\mathbf{x}$ vektöründe her bir kalite karakteristiği için koşulsuz T^2 terimleri hesaplanır. Hesaplanan değerler ile kritik değer karşılaştırması yapılır. Eğer $T_j^2 > KD$ ise kontrol dışı duruma sebep olan kalite karakteristiği olarak belirlenir. Bu durumda bu kalite karakteristikleri gözlem vektöründen çıkarılır ve kalan kalite

karakteristikleri ile hesaplanan T^2 değeri hesaplanan ÜKL ile kontrol edilir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden küçük ise kontrol dışı durumun kaynağı gözlem vektöründen çıkarılan koşulsuz terimlerdir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden büyük ise kontrol dışı durumun kaynağı koşullu terimlerdir ve ikili koşullu terimler hesaplanarak devam edilir.

2. Gözlem vektöründen çıkarılmış hali ile kalite karakteristikleri arasındaki korelasyon yapısı yeniden incelenmelidir. Zayıf korelasyon yapısına (0,03 ve daha az) sahip olan kalite karakteristikleri de vektörden çıkarılmalıdır. Çünkü kalite karakteristiklerinin katkısı da T_j^2 istatistiği bileşeni tarafından ölçülmektedir.
3. Bu adımda alt vektörde kalan kalite karakteristikleri ile ikili koşullu terimleri ($T_{i,j}^2$) (j . kalite karakteristiği verildiğinde i . kalite karakteristiğinin T^2 değeri) hesaplanmaktadır. $T_{i,j}^2$ terimi ile hesaplanan kritik değer karşılaştırması sonucunda kritik değerden büyük $T_{i,j}^2$ değerlerine sahip olan tüm kalite karakteristikleri vektörden çıkarılır ve kalan kalite karakteristikleri ile T^2 değeri kontrol edilir. Kalan kalite karakteristikleri ile hesaplanan T^2 değeri hesaplanan ÜKL ile kontrol edilir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden küçük ise kontrol dışı durumun kaynağı gözlem vektöründen çıkarılan ikili koşullu terimlerdir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden büyük ise kontrol dışı durumun kaynağı üçlü koşullu terimlerdir ve üçlü koşullu terimler hesaplanarak devam edilir.
4. Bu adımda ise alt vektörde kalan kalite karakteristikleri ile üçlü koşullu terimleri ($T_{i,j,k}^2$) (j . ve k . kalite karakteristiği verildiğinde i . kalite karakteristiğinin T^2 değeri) hesaplanmaktadır. Hesaplanan kritik değer karşılaştırması sonucunda kritik değerden büyük değerlere sahip olan tüm kalite karakteristikler vektörden çıkarılır ve kalan kalite karakteristikleri ile T^2 değeri kontrol edilir. Kalan kalite karakteristikleri ile hesaplanan T^2 değeri hesaplanan ÜKL ile kontrol edilir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden küçük ise kontrol dışı durumun kaynağı gözlem vektöründen çıkarılan üçlü koşullu terimlerdir. Hesaplanan T^2 değeri, ÜKL değerinden büyük ise kontrol dışı durumun kaynağı varsa dördü koşullu terimlerdir ve varsa dördü koşullu terimler hesaplanarak devam edilir.

5. Alt vektörde silinmeyen kalite karakteristiği kalmayana veya T^2 değeri sinyal vermeyene dek bu işlemlere devam edilir [14, 32].



Şekil 5.1. MYT Ayırıştırma Yöntemi için Akış Şeması

6. ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL UYGULAMASI

Çalışmamın bu kısmında, bir bulaşık makinesi fabrikasında üretilen bulaşıkların yerleştirildiği üst sepetinin müşteri kaynaklı şikayetleri sebebi ile incelenmesi yapılmıştır. Makine üretiminin gerçekleştirilmesi aşamasından sonra son kontrolü yapılan makinelerin bayi aracılığı ile nihai müşteriye ulaşması süreci ile geri bildirimlerin direk müşteriden gelmektedir. Üst sepet kullanımında müşteri geribildirimleri değerlendirilerek kalitesizliğe sebep olan 4 adet kalite karakteristiği belirlenmiştir. Bunlar; sağ ön, sağ arka, sol ön ve sol arka olmak üzere 4 kalite karakteristiğidir. Bu kalite karakteristikleri için günlük ölçümler alınarak üst sepet üretim prosesi incelenmiştir. Bulaşık makinesi üst sepeti için çok değişkenli kalite kontrol yöntemlerinin uygulanmasının amacı;

- hurda miktarını azaltmak,
- sepetlerin istenilen ölçülerde üretilmesini sağlamak,
- müşterilerin sepet kaynaklı şikayetlerini önlemek ve
- sepetlerin kalitesini arttırmaktır.

İlk olarak Hotelling T^2 yöntemi ile prosesin kontrol altında olup olmadığı tespit edildikten sonra, kontrol dışı durumun hangi kalite karakteristiğinden kaynakladığını saptamak için MYT ayrıştırma tekniği uygulanmıştır.

Çok değişkenli kontrol süreci aşamaları;

1. Kontrol limitlerinin belirlenmesi için Faz I için gerekli hesaplamaların yapılması,
2. Elde edilen bilgiler ile Faz II aşamasına geçilerek yeni alınan gözlem değerleri ile hesaplanan T^2 değerlerinin limit değerleri ile karşılaştırmasının yapılarak prosesin gerçek gözlemler ile analizinin yapılması ve
3. Kontrol dışı durumun tespit edilmesi ve kontrol dışı duruma sebep olan kalite karakteristiklerinin belirlenmesi için ayrıştırma yönteminin uygulanması şeklinde sıralanmaktadır.

6.1. Çok Değişkenli Problemin Tanımı

Proses kontrolü için günlük yapılan 3 vardiyadan birer adet ölçüm alınmış, Faz I aşaması için ilk 20 günlük veri kullanılmıştır. Kullanılan veriler EK 1’de verilmiştir. Bu durumda $n = 3$, $m = 20$ ve $p = 4$ olan ilk veri seti için Faz I hesaplamaları yapılarak Faz II kontrol limitleri hesaplamak için m değeri belirlenmiştir.

Kontrol altında olduğu belirlenen Faz I aşamasının ardından Faz II aşaması hesaplamaları için kullanılacak gözlemler EK 3'te verilmiştir. Bu faz için yine 3 vardiyadan 1 adet gözlem alınarak 50 gün boyunca üst sepete ait ölçümler alınmış, prosesin incelenmesi için kaydedilmiştir. Bu durumda $n = 3$, $m = 50$ ve $p = 4$ olan veri seti için Faz II hesaplamaları yapılarak proses incelenmiştir.

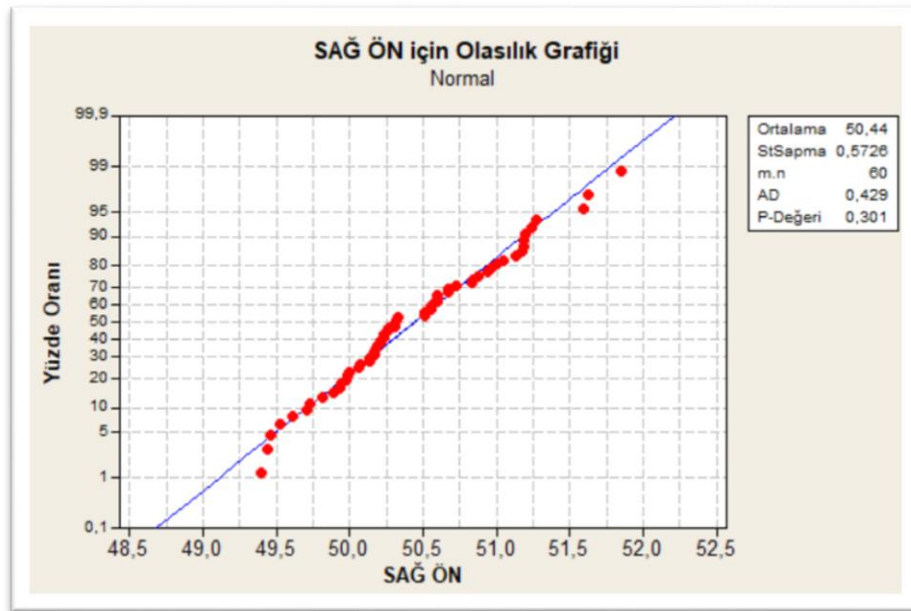
6.2. Hotelling T^2 Kontrol Yöntemi Varsayımlarının İncelenmesi

6.2.1. Verilerin normalliğinin araştırılması

Faz I aşaması hesaplamalarının yapılarak Faz II aşamasına geçilebilmesi için alınan gözlem değerlerinin normalliğinin araştırılması gerekmektedir. Bu durumu kontrol edebilmek için Minitab programı ile Faz I aşamasındaki verilere Anderson-Darling normallik testi yapılmıştır. Bu test için kurulan hipotezler aşağıdaki gibidir;

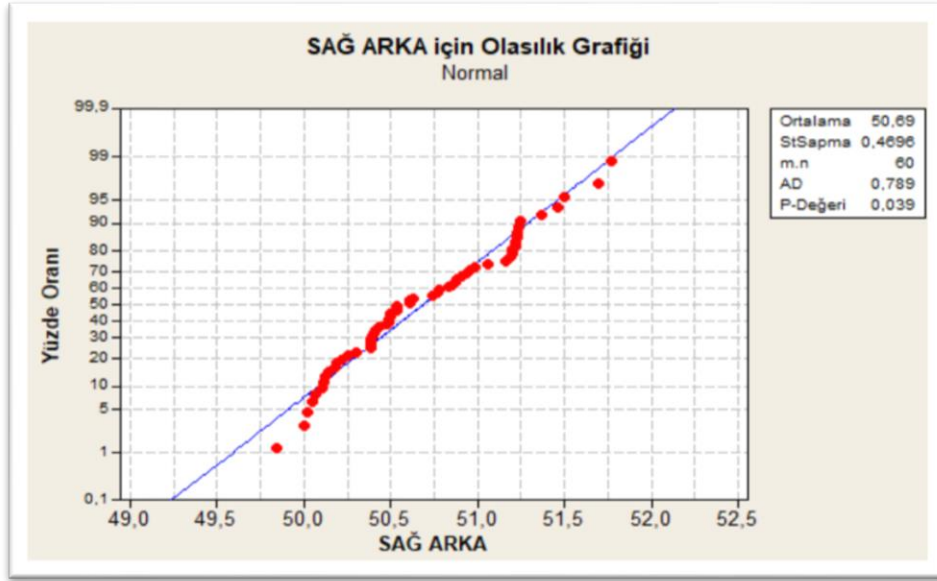
H_0 : Gözlemlerin dağılımı normal dağılıma uygundur.

H_1 : Gözlemlerin dağılımı normal dağılıma uygun değildir.



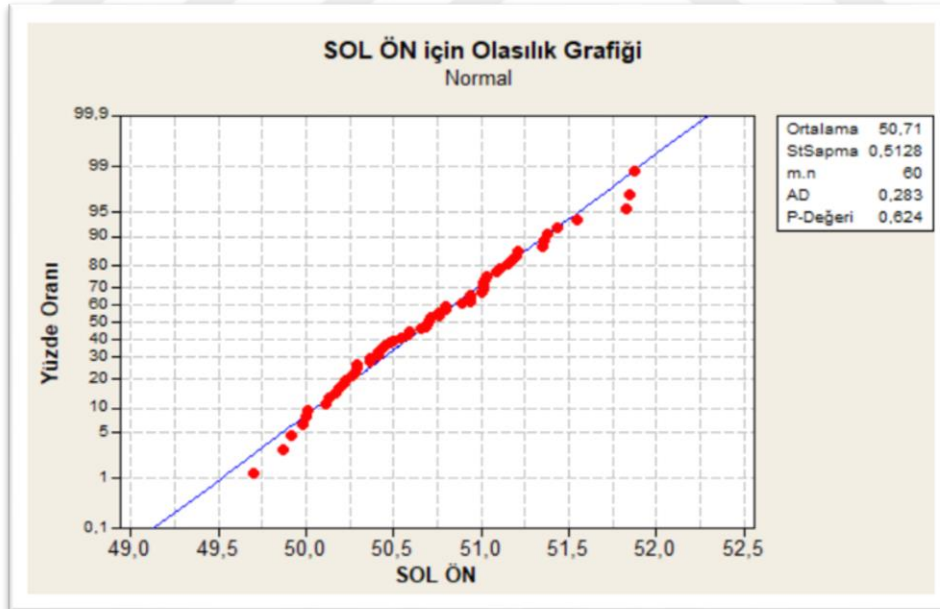
Şekil 6.1. Sağ Ön Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği

Sağ ön ölçüm değerleri için yapılan normallik testi Şekil 6.1'de verilmiştir. 0,01 anlamlılık derecesi için yapılan testte P-değeri 0,301 olarak elde edildiği için sağ ön ölçüm değerinin normal dağılıma sahip olduğu söylenebilir.



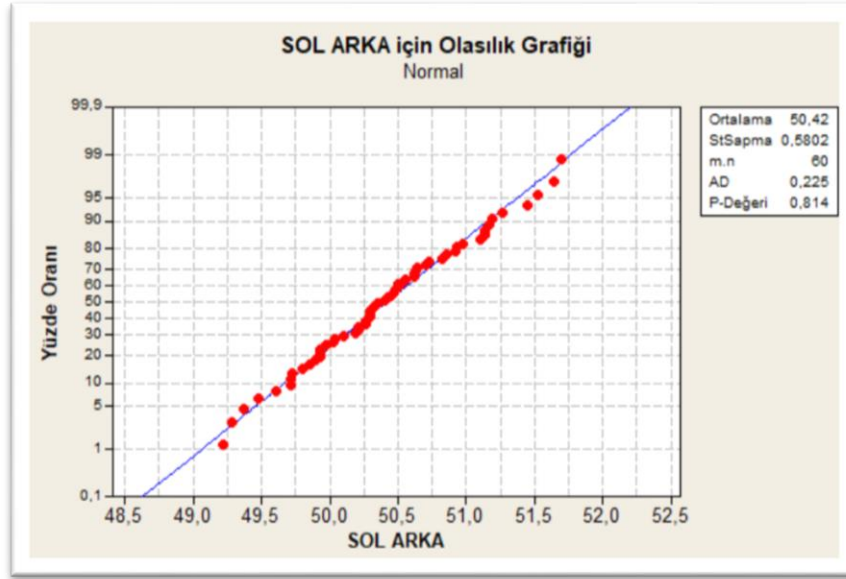
Şekil 6.2. Sağ Arka Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği

Sağ arka ölçüm değerleri için yapılan normallik testi Şekil 6.2’de verilmiştir. 0,01 anlamlılık derecesi için yapılan testte P-değeri 0,163 olarak elde edildiği için sağ arka ölçüm değerinin normal dağılıma sahip olduğu söylenebilir.



Şekil 6.3. Sol Ön Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği

Sol ön ölçüm değerleri için yapılan normallik testi Şekil 6.3’de verilmiştir. 0,01 anlamlılık derecesi için yapılan testte P-değeri 0,624 olarak elde edildiği için sol ön ölçüm değerinin normal dağılıma sahip olduğu söylenebilir.



Şekil 6.4. Sol Arka Kalite Karakteristiği için Normallik Grafiği

Sol arka ölçüm değerleri için yapılan normallik testi Şekil 6.4’de verilmiştir. 0,01 anlamlılık derecesi için yapılan testte P-değeri 0,814 olarak elde edildiği için sol arka ölçüm değerinin normal dağılıma sahip olduğu söylenebilir.

6.2.2. Verilerin Doğrusallığının Araştırılması

Belirlenen kalite karakteristikleri arasındaki ilişkinin tespiti ve ilişkinin derecesinin belirlenmesi için alınan gözlemlerin korelasyon katsayılarının hesaplanması gerekmektedir. Problem tanımında da belirtildiği üzere ilgilenen kalite karakteristikleri; bulaşık makinesine ait üst sepet ölçülerinden sağ ön, sağ arka, sol ön ve sol arka olarak belirlenmiştir.

Kalite karakteristikleri arasındaki ilişki araştırılırken oluşturulan hipotez aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

H_0 : Kalite karakteristikleri arasında ilişki yoktur ($\rho = 0$).

H_1 : Kalite karakteristikleri arasında ilişki vardır ($\rho \neq 0$).

Bu problemde kalite karakteristikleri belirlenirken iç ve dış müşterilerden gelen geri bildirimler ile sepetin uzun yıllar sorunsuz bir şekilde kullanımı için belirlenen ölçüm değerlerinin kritik olanları göz önüne alınmıştır. Uygulamada 4 adet kalite karakteristiği için günlük 3 örnek alınmıştır. Faz I aşamasında gözlemler 20 gün boyunca kaydedilmiş, Faz I verileri ile hesaplanan korelasyon katsayıları (r) ve P-değerleri (ρ) Tablo (6.1)’de verilmiştir.

Tablo 6.1. Faz I ölçümleri ile kalite karakteristikleri korelasyon katsayıları matrisi

	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
SAĞ ÖN	$r = 1$	$r = 0,394$ $\rho = 0,002$	$r = 0,537$ $\rho = 0,000$	$r = 0,759$ $\rho = 0,000$
SAĞ ARKA	$r = 0,394$ $\rho = 0,002$	$r = 1$	$r = 0,431$ $\rho = 0,001$	$r = 0,367$ $\rho = 0,004$
SOL ÖN	$r = 0,537$ $\rho = 0,000$	$r = 0,431$ $\rho = 0,001$	$r = 1$	$r = 0,561$ $\rho = 0,000$
SOL ARKA	$r = 0,759$ $\rho = 0,000$	$r = 0,367$ $\rho = 0,004$	$r = 0,561$ $\rho = 0,000$	$r = 1$

Tablo (6.1)'de görüldüğü üzere; değerlendirilen ikili kalite karakteristikleri grupları için hesaplanan r değerinin 0'dan farklı çıkması ve korelasyon derecelerinin de anlamlı olması sebebi ile kalite karakteristiklerinin arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilmektedir. Ayrıca ρ ile 0,05 karşılaştırıldığında tüm ρ değerlerinin 0,05 değerinden küçük olması sebebi ile H_1 hipotezi kabul edilir ve değişkenler arasında 0,05 anlamlılık derecesinde ilişki olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu sonuç ile aralarında doğrusal ilişkisi olduğu ispat edilen kalite karakteristikleri için çok değişkenli kontrol grafikleri uygulaması aşamasına geçilebilmektedir.

6.3. Faz I Aşaması ve Referans Veri Setinin Oluşturulması

Referans veri setinin oluşturulmasının amacı; kontrol altında bir veri seti oluşturarak Faz II aşamasında kullanılacak ÜKL değeri hesabında gerekli olan altgrup değerinin (m) belirlenmesidir. İlk olarak Faz I aşaması için alınan gözlemler ile temel hesaplamalar yapılır ve varsa kontrol dışı durumlar veri setinden çıkarılır. Kontrol dışı durum ortadan kalkana kadar tüm hesaplamalar tekrarlanır ve değerler veri setinden çıkarılmaya devam edilir. Sonuç olarak kalan gözlem değerleri ile oluşan veri seti “referans veri seti” olarak adlandırılır.

Ortalama vektörü μ ve Σ kovaryans matrisi bilinmeyen durumlar için örneklem ortalama vektörü ve örneklem kovaryans matrisi tahmin edilir. Faz I aşaması için alınan ilk gözlemler EK 1'de verilmiş olup, her bir kalite karakteristiğinin günlük 3 vardiya için

ortalama değerleri Tablo (6.2), varyans ve kovaryans değerleri ise Tablo (6.3)'te verilmiştir.

Tablo 6.2. Faz I aşaması $m = 20$ için örnek ortalamalar hesabı tablosu

Sıra No	Gün	ORTALAMALAR			
		SAĞ N ($\bar{x}_{1k}$)	SAĞ ARKA ($\bar{x}_{2k}$)	SOL N ($\bar{x}_{3k}$)	SOL ARKA ($\bar{x}_{4k}$)
1	10.01.2006	49,70	50,20	50,01	49,67
2	11.01.2006	50,35	50,84	50,67	50,21
3	12.01.2006	50,60	51,28	51,23	50,91
4	13.01.2006	50,55	50,83	50,94	50,69
5	14.01.2006	50,60	50,78	51,06	50,59
6	15.01.2006	50,48	50,87	50,99	50,48
7	16.01.2006	50,15	50,57	50,45	50,13
8	17.01.2006	50,21	50,45	50,38	50,51
9	18.01.2006	51,23	50,36	50,66	50,96
10	19.01.2006	51,12	51,40	50,27	50,67
11	20.01.2006	50,77	50,23	50,68	51,27
12	21.01.2006	51,69	50,62	51,76	51,20
13	22.01.2006	49,75	50,03	50,00	49,70
14	23.01.2006	49,74	50,24	50,27	49,66
15	24.01.2006	50,39	50,77	51,04	50,25
16	25.01.2006	50,38	50,91	50,77	50,29
17	26.01.2006	50,44	51,25	51,34	50,87
18	27.01.2006	50,21	50,91	50,52	49,87
19	28.01.2006	50,53	50,69	50,89	50,45
20	29.01.2006	50,00	50,52	50,31	49,94
		$\bar{x}_1 = 50,44$	$\bar{x}_2 = 50,69$	$\bar{x}_3 = 50,71$	$\bar{x}_4 = 50,42$

Tablo 6.3. Faz I aşaması $m = 20$ için örnek varyans ve kovaryans hesabı tablosu

Sıra No	Gün	VARYANS				KOVARYANS					
		s_{1k}^2	s_{2k}^2	s_{3k}^2	s_{4k}^2	s_{12k}	s_{13k}	s_{14k}	s_{23k}	s_{24k}	s_{34}
1	10.01.2006	0,06	0,03	0,01	0,06	-0,03	-0,02	-0,04	0,02	0,04	0,03
2	11.01.2006	0,43	0,54	0,71	0,71	0,40	0,53	0,49	0,58	0,62	0,69
3	12.01.2006	0,00	0,01	0,06	0,48	0,00	0,01	-0,02	0,01	-0,01	0,12
4	13.01.2006	0,06	0,17	0,06	0,06	-0,02	0,03	0,00	-0,09	-0,10	0,05
5	14.01.2006	0,12	0,15	0,01	0,06	-0,11	0,01	0,08	0,02	-0,08	0,00
6	15.01.2006	0,02	0,09	0,00	0,04	0,04	0,01	0,03	0,01	0,05	0,01
7	16.01.2006	0,01	0,11	0,06	0,03	-0,02	-0,02	-0,01	0,07	0,06	0,04
8	17.01.2006	0,00	0,01	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00
9	18.01.2006	0,00	0,00	0,45	0,36	0,00	0,01	-0,01	-0,03	0,03	-0,39
10	19.01.2006	0,00	0,10	0,02	0,07	0,02	0,01	-0,02	0,05	-0,04	-0,02
11	20.01.2006	0,05	0,06	0,00	0,05	-0,06	0,00	-0,05	0,00	0,06	0,00
12	21.01.2006	0,02	0,05	0,03	0,00	0,03	-0,02	-0,01	-0,03	-0,01	0,01
13	22.01.2006	0,07	0,04	0,01	0,11	-0,04	0,00	0,08	0,01	-0,06	-0,02
14	23.01.2006	0,05	0,05	0,07	0,14	-0,04	0,03	0,01	0,00	0,04	0,09
15	24.01.2006	0,21	0,06	0,09	0,02	0,10	0,14	-0,06	0,07	-0,02	-0,04
16	25.01.2006	0,30	0,47	0,05	0,09	0,37	-0,10	0,17	-0,12	0,21	-0,06
17	26.01.2006	0,49	0,04	0,19	0,44	-0,06	-0,20	0,43	0,08	-0,01	-0,09
18	27.01.2006	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00	0,00	0,01	0,00	-0,01	0,00
19	28.01.2006	0,33	0,17	0,02	0,13	0,24	0,06	0,21	0,05	0,15	0,04
20	29.01.2006	0,34	0,36	0,01	0,10	0,31	-0,06	0,16	-0,05	0,19	-0,03
Ortalamalar:		0,13	0,13	0,09	0,15	0,06	0,02	0,07	0,03	0,05	0,02
		$\bar{s}_1^2$	$\bar{s}_2^2$	$\bar{s}_3^2$	$\bar{s}_4^2$	$\bar{s}_{12}$	$\bar{s}_{13}$	$\bar{s}_{14}$	$\bar{s}_{23}$	$\bar{s}_{24}$	$\bar{s}_{34}$

Hesaplanan değerlere göre örnek ortalama vektörü Eşitlik (6.1), örnek kovaryans matrisi ise Eşitlik (6.2) olarak verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 50,44 \\ 50,69 \\ 50,71 \\ 50,42 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,13 & 0,06 & 0,02 & 0,07 \\ 0,06 & 0,13 & 0,03 & 0,05 \\ 0,02 & 0,03 & 0,09 & 0,02 \\ 0,07 & 0,05 & 0,02 & 0,15 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

S matrisinin $\mathbf{S}^{-1}$ yani tersinin alınmış hali Eşitlik (6.3)'de hesaplanmıştır.

$$\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 11,70 & -3,29 & -0,49 & -4,34 \\ -3,29 & 10,97 & -2,62 & -1,65 \\ -0,49 & -2,62 & 11,84 & -0,53 \\ -4,34 & -1,65 & -0,53 & 9,46 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Birinci gün toplanan gözlem değerleri için 4 adet kalite karakteristiği T_1^2 istatistiği hesabı için örnek olarak Eşitlik (6.4)'te verilmiştir. Eşitlik (6.4)'te $\bar{\mathbf{x}}_1' = [49,70 \ 50,20 \ 50,01 \ 49,67]$ ortalama gözlem matrisi için T^2 değerleri hesaplaması için Eşitlik (4.25) kullanılmıştır.

$$T_1^2 = [-0,74 \ -0,49 \ -0,70 \ -0,75] \begin{bmatrix} 11,70 & -3,29 & -0,49 & -4,34 \\ -3,29 & 10,97 & -2,62 & -1,65 \\ -0,49 & -2,62 & 11,84 & -0,53 \\ -4,34 & -1,65 & -0,53 & 9,46 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,74 \\ -0,49 \\ -0,70 \\ -0,75 \end{bmatrix}$$

$$T_1^2 = 26,17 \quad (6.4)$$

Diğer 20 adet altgrup için için T_k^2 ($k = 1, 2, \dots, 20$) istatistik değerleri hesaplanarak Tablo (6.4) olarak verilmiştir.

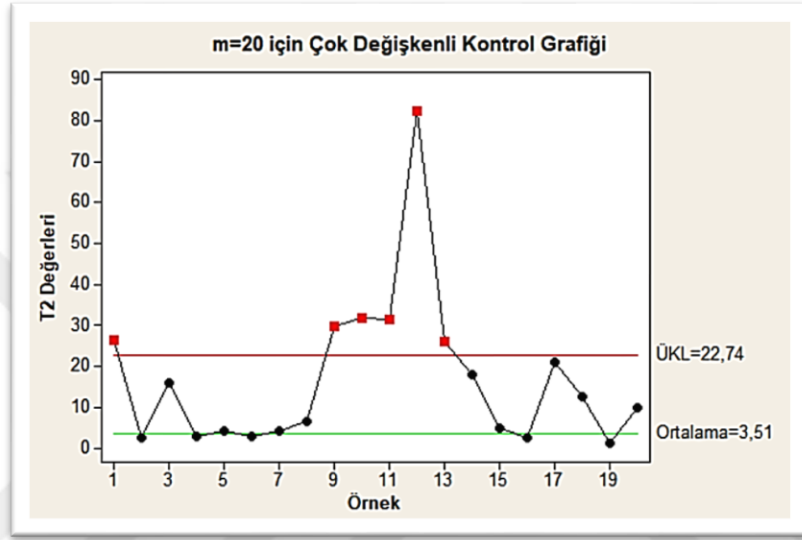
Tablo 6.4. Faz I aşaması $m = 20$ için T^2 değerleri

$T_1^2 = 26,17 *$	$T_5^2 = 4,28$	$T_9^2 = 29,71 *$	$T_{13}^2 = 25,83 *$	$T_{17}^2 = 21,00$
$T_2^2 = 2,52$	$T_6^2 = 2,75$	$T_{10}^2 = 31,74 *$	$T_{14}^2 = 17,94$	$T_{18}^2 = 12,52$
$T_3^2 = 15,92$	$T_7^2 = 4,07$	$T_{11}^2 = 31,41 *$	$T_{15}^2 = 4,76$	$T_{19}^2 = 1,25$
$T_4^2 = 2,76$	$T_8^2 = 6,36$	$T_{12}^2 = 82,33 *$	$T_{16}^2 = 2,60$	$T_{20}^2 = 9,91$

T^2 istatistiklerinin $m = 20$ için Faz I aşamasında eşitlik (4.26)'da verilen formülü ile hesaplanan kontrol limiti ile karşılaştırılması gerekmektedir. ÜKL değeri Eşitlik (4.26) formülü kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.5) ile verilmiştir.

$$\text{ÜKL} = \frac{4(20 - 1)(3 - 1)}{60 - 20 - 4 + 1} F_{0,001,4,37} = 22,74 \quad (6.5)$$

Hesaplanan T^2 istatistiklerinin ve $m = 20$ için ÜKL değerlerinin Minitab programı kullanılarak sağlanması yapılmış, kontrol grafiği Şekil (6.5) olarak verilmiştir.



Şekil 6.5. Minitab ile oluşturulan $m = 20$ için çok değişkenli kontrol grafiği

Tablo (6.4)'te verilen T^2 istatistiklerinin Eşitlik (6.5) olarak hesaplanan ÜKL değeri ile karşılaştırması sonucunda ve Şekil 6.5'da görüldüğü üzere; ÜKL değerini aşan 6 adet gözlem tespit edilmiştir. Bu gözlemler veri kümesinden çıkarılarak kalan 14 altgrup ile örnek ortalama vektörü ve örnek kovaryans matrisi yeniden hesaplanmıştır. Yeni oluşturulan veri kümesi ile hesaplanan yeni T^2 istatistiklerinin yeni ÜKL değeri karşılaştırılması yapılmıştır.

Tablo 6.5. Faz I aşaması $m = 14$ için örnek ortalamalar hesabı tablosu

Sıra No	Gün	ORTALAMALAR			
		SAĞ ÖN ($\bar{x}_{1k}$)	SAĞ ARKA ($\bar{x}_{2k}$)	SOL ÖN ($\bar{x}_{3k}$)	SOL ARKA ($\bar{x}_{4k}$)
1	11.01.2006	50,35	50,84	50,67	50,21
2	12.01.2006	50,60	51,28	51,23	50,91
3	13.01.2006	50,55	50,83	50,94	50,69
4	14.01.2006	50,60	50,78	51,06	50,59

5	15.01.2006	50,48	50,87	50,99	50,48
6	16.01.2006	50,15	50,57	50,45	50,13

Tablo 6.5 devam ediyor.

7	17.01.2006	50,21	50,45	50,38	50,51
8	23.01.2006	49,74	50,24	50,27	49,66
9	24.01.2006	50,39	50,77	51,04	50,25
10	25.01.2006	50,38	50,91	50,77	50,29
11	26.01.2006	50,44	51,25	51,34	50,87
12	27.01.2006	50,21	50,91	50,52	49,87
13	28.01.2006	50,53	50,69	50,89	50,45
14	29.01.2006	50,00	50,52	50,31	49,94
		$\bar{x}_1 = 50,33$	$\bar{x}_2 = 50,78$	$\bar{x}_3 = 50,77$	$\bar{x}_4 = 50,35$

Tablo 6.6. Faz I aşaması $m = 14$ için örnek varyans ve kovaryans hesabı tablosu

Sıra No	Gün	VARYANS				KOVARYANS					
		s_{1k}^2	s_{2k}^2	s_{3k}^2	s_{4k}^2	s_{12k}	s_{13k}	s_{14k}	s_{23k}	s_{24k}	s_{34}
1	10.01.2006	0,43	0,54	0,71	0,71	0,40	0,53	0,49	0,58	0,62	0,69
2	11.01.2006	0,00	0,01	0,06	0,48	0,00	0,01	-0,02	0,01	-0,01	0,12
3	12.01.2006	0,06	0,17	0,06	0,06	-0,02	0,03	0,00	-0,09	-0,10	0,05
4	13.01.2006	0,12	0,15	0,01	0,06	-0,11	0,01	0,08	0,02	-0,08	0,00
5	14.01.2006	0,02	0,09	0,00	0,04	0,04	0,01	0,03	0,01	0,05	0,01
6	15.01.2006	0,01	0,11	0,06	0,03	-0,02	-0,02	-0,01	0,07	0,06	0,04
7	16.01.2006	0,00	0,01	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	0,00
8	17.01.2006	0,05	0,05	0,07	0,14	-0,04	0,03	0,01	0,00	0,04	0,09
9	18.01.2006	0,21	0,06	0,09	0,02	0,10	0,14	-0,06	0,07	-0,02	-0,04
10	19.01.2006	0,30	0,47	0,05	0,09	0,37	-0,10	0,17	-0,12	0,21	-0,06
11	20.01.2006	0,49	0,04	0,19	0,44	-0,06	-0,20	0,43	0,08	-0,01	-0,09
12	21.01.2006	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00	0,00	0,01	0,00	-0,01	0,00
13	22.01.2006	0,33	0,17	0,02	0,13	0,24	0,06	0,21	0,05	0,15	0,04
14	23.01.2006	0,34	0,36	0,01	0,10	0,31	-0,06	0,16	-0,05	0,19	-0,03
Ortalamalar:		0,17	0,16	0,10	0,17	0,09	0,03	0,11	0,05	0,08	0,06
		$\bar{s}_1^2$	$\bar{s}_2^2$	$\bar{s}_3^2$	$\bar{s}_4^2$	$\bar{s}_{12}$	$\bar{s}_{13}$	$\bar{s}_{14}$	$\bar{s}_{23}$	$\bar{s}_{24}$	$\bar{s}_{34}$

Hesaplanan değerlere göre örnek ortalama vektörü Eşitlik (6.6), örnek kovaryans matrisi ise Eşitlik (6.7) olarak verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 50,33 \\ 50,78 \\ 50,77 \\ 50,35 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0,17 & 0,09 & 0,03 & 0,11 \\ 0,09 & 0,16 & 0,05 & 0,08 \\ 0,03 & 0,05 & 0,10 & 0,06 \\ 0,11 & 0,08 & 0,06 & 0,17 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

T_k^2 ($k = 1, 2, \dots, 14$) istatistik değerleri Eşitlik (4.25) kullanılarak hesaplanmış, T_k^2 değerleri Tablo (6.7) olarak verilmiştir.

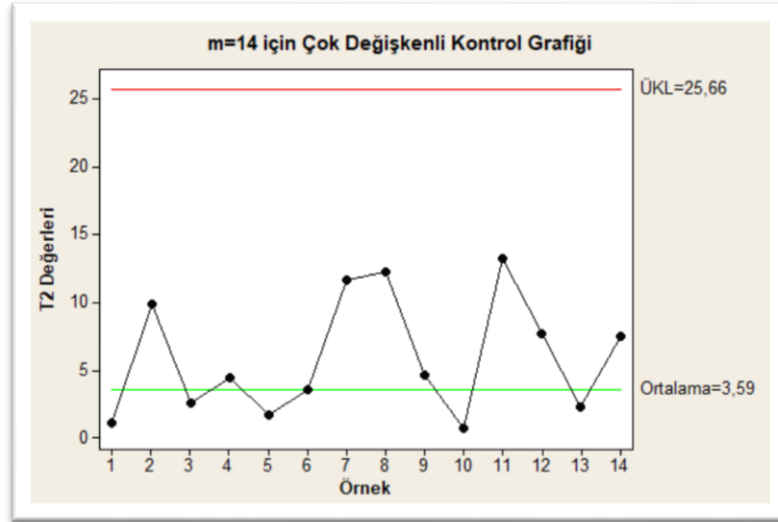
Tablo 6.7. Faz I aşaması $m = 14$ için T^2 değerleri

$T_1^2 = 1,03$	$T_5^2 = 1,65$	$T_9^2 = 4,61$	$T_{13}^2 = 2,29$
$T_2^2 = 9,82$	$T_6^2 = 3,54$	$T_{10}^2 = 0,69$	$T_{14}^2 = 7,51$
$T_3^2 = 2,59$	$T_7^2 = 11,67$	$T_{11}^2 = 13,23$	
$T_4^2 = 4,40$	$T_8^2 = 12,27$	$T_{12}^2 = 7,74$	

Yeni ÜKL değeri Eşitlik (4.26) formülü kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.8) olarak verilmiştir.

$$\text{ÜKL} = \frac{4(14-1)(3-1)}{42-14-4+1} F_{0,001,4,25} = 25,66 \quad (6.8)$$

Yeniden hesaplanan T^2 istatistiklerinin ve $m = 14$ için ÜKL değerlerinin Minitab programı kullanılarak sağlanması yapılmış, kontrol grafiği Şekil 6.6'daki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 6.6. Minitab ile oluşturulan $m = 14$ için çok değişkenli kontrol grafiği

Tablo (6.7)'de verilen T^2 istatistiklerinin Eşitlik (6.8) olarak hesaplanan ÜKL değeri ile karşılaştırılması sonucunda ve Şekil 6.6'de görüldüğü üzere; ÜKL değerini aşan herhangi bir gözlem bulunmamaktadır. $m = 14$ için veriler kontrol altında olup, referans veri seti oluşturulmuştur. Oluşturulan referans veri seti EK 2'de verilmiştir.

Referans veri seti korelasyon katsayılarının, ilk veri setine göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Tablo (6.8)'de hesaplanan r değerinin 0'dan farklı çıkması ve korelasyon derecelerinin de anlamlı olması sebebi ile kalite karakteristiklerinin arasında doğrusal bir ilişki olduğu söylenebilmektedir. Daha yüksek r değeri ve daha güçlü ilişki veri setinden kontrol dışı verilerin uzaklaştırılması ile elde edilmiştir. Ayrıca ρ ile 0,05 karşılaştırıldığında tüm ρ değerlerinin 0,05 değerinden küçük olması sebebi ile H_1 hipotezi kabul edilir ve değişkenler arasında 0,05 anlamlılık derecesinde ilişki olduğu ortaya çıkmaktadır.

Tablo 6.8. Referans veri seti ($m = 14$) için korelasyon katsayıları matrisi

	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
SAĞ ÖN	$r = 1$ $\rho = 0,000$	$r = 0,601$ $\rho = 0,000$	$r = 0,519$ $\rho = 0,000$	$r = 0,706$ $\rho = 0,000$
SAĞ ARKA	$r = 0,601$ $\rho = 0,000$	$r = 1$	$r = 0,595$ $\rho = 0,000$	$r = 0,568$ $\rho = 0,000$
SOL ÖN	$r = 0,519$ $\rho = 0,000$	$r = 0,595$ $\rho = 0,000$	$r = 1$	$r = 0,668$ $\rho = 0,000$

SOL ARKA	$r = 0,706$ $\rho = 0,000$	$r = 0,568$ $\rho = 0,000$	$r = 0,668$ $\rho = 0,000$	$r = 1$
-----------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	---------

6.4. Faz II Aşaması

Daha önce de belirtildiği gibi; Faz I aşamasında elde edilen ortalama ve kovaryans değerleri ile Faz II aşamasında alınan yeni gözlem değerlerinin kontrolü gerçekleştirilecektir. Faz I aşamasında referans veri seti oluşturularak Faz II aşamasında kullanılacak ÜKL değeri hesabında gerekli olan altgrup değerinin (m) belirlenmiş olup yeni ÜKL hesabı ile T^2 istatistiklerinin karşılaştırılması yapılarak proses hakkında bilgi sahibi olunacaktır. Bu aşamada ÜKL değeri hesaplanması dışında tüm hesaplamalar Faz I aşaması gibi gerçekleştirilmektedir. Yapılan hesaplamalarda örnek ortalama vektörü ve örnek kovaryans matrisi referans veri setinden alınmıştır. Faz II aşamasında kullanılan veriler EK 3'te verilmiştir.

Faz II aşamasında 50 adet altgrup için T_k^2 ($k = 1, 2, \dots, 50$) istatistik değerleri örnek ortalama vektörü Eşitlik (6.6), örnek kovaryans matrisi ise Eşitlik (6.7) kullanılarak hesaplanmış Tablo (6.9)'da verilmiştir.

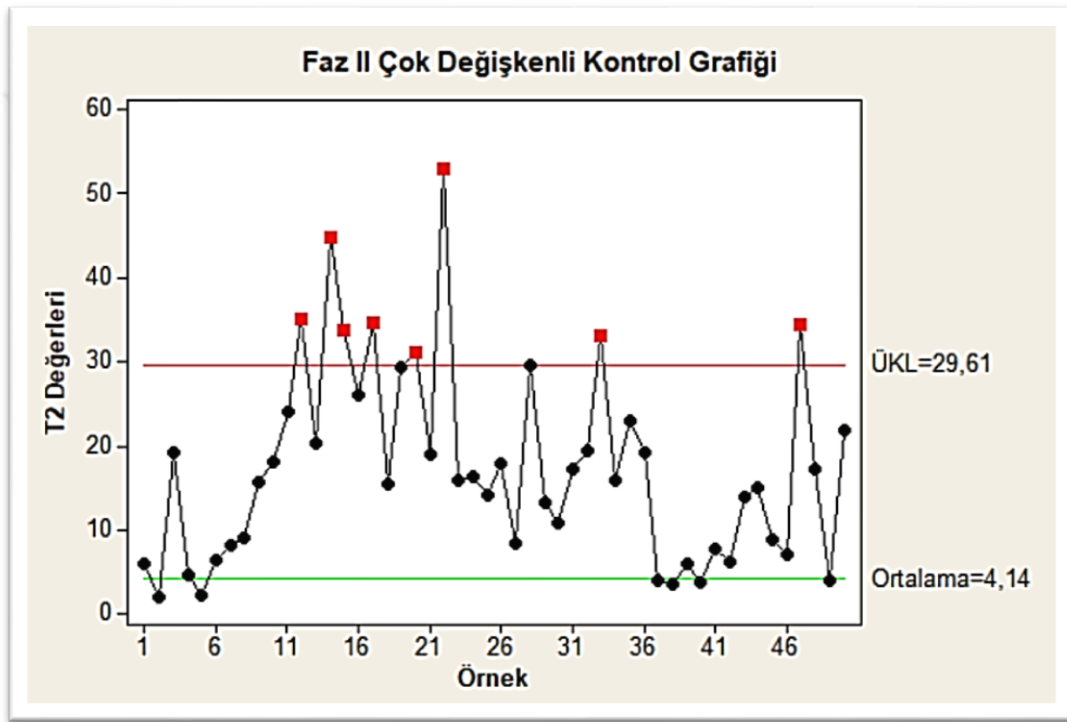
Tablo 6.9. Faz II aşaması $m = 50$ için T^2 değerleri

$T_1^2 = 6,04$	$T_{13}^2 = 20,39$	$T_{25}^2 = 14,14$	$T_{37}^2 = 3,99$	$T_{49}^2 = 3,91$
$T_2^2 = 1,93$	$T_{14}^2 = 44,82 *$	$T_{26}^2 = 17,77$	$T_{38}^2 = 3,53$	$T_{50}^2 = 21,89$
$T_3^2 = 19,11$	$T_{15}^2 = 33,80 *$	$T_{27}^2 = 8,44$	$T_{39}^2 = 5,82$	
$T_4^2 = 4,71$	$T_{16}^2 = 26,12$	$T_{28}^2 = 29,50$	$T_{40}^2 = 3,63$	
$T_5^2 = 2,24$	$T_{17}^2 = 34,66 *$	$T_{29}^2 = 13,30$	$T_{41}^2 = 7,64$	
$T_6^2 = 6,30$	$T_{18}^2 = 15,48$	$T_{30}^2 = 10,73$	$T_{42}^2 = 6,15$	
$T_7^2 = 8,17$	$T_{19}^2 = 29,40$	$T_{31}^2 = 17,19$	$T_{43}^2 = 13,85$	
$T_8^2 = 9,05$	$T_{20}^2 = 31,15 *$	$T_{32}^2 = 19,52$	$T_{44}^2 = 15,02$	
$T_9^2 = 15,62$	$T_{21}^2 = 18,95$	$T_{33}^2 = 33,06 *$	$T_{45}^2 = 8,84$	
$T_{10}^2 = 18,19$	$T_{22}^2 = 53,16 *$	$T_{34}^2 = 15,35$	$T_{46}^2 = 7,13$	

$T_{11}^2 = 24,17$	$T_{23}^2 = 15,87$	$T_{35}^2 = 23,01$	$T_{47}^2 = 34,54 *$
$T_{12}^2 = 35,10 *$	$T_{24}^2 = 16,26$	$T_{36}^2 = 19,01$	$T_{48}^2 = 17,30$

Faz II aşaması için ÜKL değeri Eşitlik (4.41) formülü kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.9) olarak verilmiştir.

$$\text{ÜKL} = \frac{4(14 + 1)(3 - 1)}{42 - 14 - 4 + 1} F_{0,001,4,25} = 29,61$$



Şekil 6.7. Faz II aşaması çok değişkenli kontrol grafiği

Tablo 6.9 T^2 değerleri ile Eşitlik (6.9) ile hesaplanan ÜKL değerinin karşılaştırması sonucunda ve Şekil 6.7’de görüldüğü üzere; 50 örnekten 8 tanesinin kontrol dışı olduğu görülmektedir. Kontrol dışı sinyalin saptanması için MYT ayrıştırma yöntemi ile değişkenliğin sebepleri tespit edilecektir.

6.5. MYT Ayrıştırma Yöntemi Uygulaması

Bu bölümde Faz II aşamasında kontrol dışı sinyal veren 12, 14, 15, 17, 20, 22, 33 ve 47 numaralı gözlemlerin ayrıştırılması gerçekleştirilmiştir. Sinyal veren T^2 istatistiğine 4

adet kalite karakteristiğinin de etkisi olduğu için T^2 istatistiğinin ayrıştırması aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_1^2 + T_{3.1}^2 + T_{4.1,3}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_1^2 + T_{4.1}^2 + T_{2.1,4}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{4.1,2}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_1^2 + T_{3.1}^2 + T_{2.1,3}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_1^2 + T_{4.1}^2 + T_{3.1,4}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{3.2}^2 + T_{4.2,3}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{1.2}^2 + T_{3.1,2}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{4.2}^2 + T_{1.2,3}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{1.2}^2 + T_{4.1,2}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{3.2}^2 + T_{1.2,3}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_2^2 + T_{4.2}^2 + T_{3.2,4}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{1.3}^2 + T_{2.1,3}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{2.3}^2 + T_{4.2,3}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{4.3}^2 + T_{1.3,4}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{1.3}^2 + T_{4.1,3}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{2.3}^2 + T_{1.2,3}^2 + T_{4.1,2,3}^2$$

$$T^2 = T_3^2 + T_{4.3}^2 + T_{2.3,4}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{1.4}^2 + T_{2.1,4}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{2.4}^2 + T_{3.2,4}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{3.4}^2 + T_{1.3,4}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{1.4}^2 + T_{3.1,4}^2 + T_{2.1,3,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{2.4}^2 + T_{1.2,4}^2 + T_{3.1,2,4}^2$$

$$T^2 = T_4^2 + T_{3.4}^2 + T_{2.3,4}^2 + T_{1.2,3,4}^2$$

Koşulsuz terimler için hesaplanan kritik değer (KD), kontrol dışı sinyal veren her bir kalite karakteristiği için hesaplanan koşulsuz terimi olan T_j^2 değerleri ile karşılaştırılmıştır.

Öncelikle koşulsuz terimler için kritik değer Eşitlik (5.19) formülü kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.10)'da verilmiştir.

$$KD = \left(\frac{(14 + 1)}{14} \right) F_{(0,001,1,28)} = 13,58 \quad (6.10)$$

Koşulsuz değişkenler için kullanılacak formül Eşitlik (5.12) kullanılarak $n > 1$ durumu göz önüne alınarak Eşitlik (6.11) olarak verilmiştir.

$$T_j^2 = n \frac{(x_j - \bar{x}_j)^2}{s_j^2} \quad (6.11)$$

Kontrol dışı sinyal veren 12. gözlem için ayrıştırmanın gerçekleştirilmesi işlemine koşulsuz terimlerin hesaplanması ile devam edilmiştir. Kontrol dışı sinyal veren kalite karakteristikleri gözlem değeri ortalamaları Tablo (6.10) olarak verilmiştir.

Tablo 6.10. Sinyal veren gözlemler için ortalamalar tablosu

	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
Sıra No	$\bar{x}_{1k}$	$\bar{x}_{2k}$	$\bar{x}_{3k}$	$\bar{x}_{4k}$
12	51,42	50,73	50,47	50,60
14	50,34	50,15	49,88	50,57
15	50,09	50,16	50,08	50,57
17	50,77	50,29	49,99	50,34
20	51,43	50,86	50,58	50,96
22	51,25	50,45	50,09	50,13
33	49,82	50,11	51,05	49,48
47	51,34	50,78	50,49	51,12

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere 12. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{12}' = [51,42 \ 50,73 \ 50,47 \ 50,60]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Örnek olarak T_1^2 terimi için gerçekleştirilen hesaplamalar Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmış, sonucu Eşitlik (6.12) olarak verilmiştir.

$$T_1^2 = n \frac{(\bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}_1)^2}{\bar{s}_1^2} = 3 \frac{(51,42 - 50,33)^2}{0,17} = 20,97 * \quad (6.12)$$

Benzer şekilde diğer kalite karakteristikleri için koşulsuz terimler de sırası ile; $T_2^2 = 0,01$, $T_3^2 = 2,70$ ve $T_4^2 = 1,10$ şeklinde hesaplanmıştır.

12. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sağ ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_1^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek

için “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiği veri setinden çıkararak kalanlar ile T^2 değeri hesaplanmıştır.

ÜKL değeri hesabı ise, değişen koşullu p kalite karakteristiği sayısına göre hesaplanacaktır. KD’yi aşan ($\mathbf{x}_1$) değişkeni veri setinden çıkarıldığı için bu durumdaki p değeri 3 olmaktadır. KD değerini aşan ($\mathbf{x}_1$) değişkeni veri setinden çıkarılarak hesaplanan yeni T^2 değeri hesaplanacaktır.

Eşitlik (5.13)’den yola çıkarak 3 adet kalite karakteristiği için hesaplanan $T^2_{(x_2, x_3, x_4)}$ değeri Eşitlik (6.13)’te verilmiştir. $T^2_{(x_2, x_3, x_4)}$ değeri; 1. kalite karakteristiği gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T^2_{(x_2, x_3, x_4)} = n(\bar{\mathbf{x}}^{(3)} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}^{(3)})' s_{33}^{-1} (\bar{\mathbf{x}}^{(3)} - \bar{\bar{\mathbf{x}}}^{(3)}) \quad (6.13)$$

Referans veri setinden elde edilen ve 1. kalite karakteristiği çıkarıldığında geriye kalan kalite karakteristikleri için oluşturulan varyans-kovaryans matrisi Eşitlik (6.14)’te verilmiştir.

$$s_{33} = \begin{bmatrix} 0,16 & 0,05 & 0,08 \\ 0,05 & 0,10 & 0,06 \\ 0,08 & 0,06 & 0,17 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Referans veri seti ortalama vektöründen 1. kalite karakteristiği çıkarılarak oluşturulan ortalama vektörü $\bar{\bar{\mathbf{x}}}^{(3)} = [50,78 \quad 50,77 \quad 50,35]$ ve 1. kalite karakteristiği çıkarıldığında geriye kalan kalite karakteristikleri için oluşturulan ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}^{(3)'} = [50,73 \quad 50,47 \quad 50,60]$ ile Eşitlik (6.13) kullanılarak hesaplanan 12. gözleme ait $T^2_{(x_2, x_3, x_4)}$ değeri Eşitlik (6.15) olarak verilmiştir.

$$T^2_{(x_2, x_3, x_4)} = 3[0,05 \quad -0,30 \quad 0,25] \begin{bmatrix} 8,32 & -2,08 & -3,02 \\ -2,08 & 13,92 & -3,91 \\ -3,02 & -3,91 & 8,63 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,05 \\ -0,30 \\ 0,25 \end{bmatrix} \\ T^2_{(x_2, x_3, x_4)} = 7,16 \quad (6.15)$$

Eşitlik (6.15)’de verilen $T^2_{(x_2, x_3, x_4)}$ değeri ile Eşitlik (4.41)’deki formül ile hesaplanan ve Eşitlik (6.16)’da verilen $\bar{\text{ÜKL}}_{(3)}$ değeri karşılaştırılacaktır. 1. kalite karakteristiği çıkarılarak prosesin kontrol altında olup olmadığı incelenecek ve bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır.

$$\bar{\text{ÜKL}}_{(3)} = \frac{3(14 + 1)(3 - 1)}{42 - 14 - 3 + 1} F_{0,01,3,26} = 24,15 \quad (6.16)$$

$T^2_{(x_2, x_3, x_4)} 7,16 < \bar{\text{ÜKL}}_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_2$,

$\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu durumda ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 14. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{14}' = [50,34 \ 50,15 \ 49,88 \ 50,57]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 0,01$, $T_2^2 = 7,44$, $T_3^2 = \mathbf{23,76}$ ve $T_4^2 = 0,93$ olarak hesaplanmıştır.

14. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sol ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_3^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.17)'de verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.16)'da hesaplanan $\ddot{U}KL_{(3)}$ değeri karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır. $T_{(x_1, x_2, x_4)}^2$ değeri; 3. kalite karakteristiği gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T_{(x_1, x_2, x_4)}^2 = 13,88 \quad (6.17)$$

$T_{(x_1, x_2, x_4)}^2 = 13,88 < \ddot{U}KL_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 15. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{15}' = [50,09 \ 50,16 \ 50,08 \ 50,57]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 1,02$, $T_2^2 = 6,98$, $T_3^2 = \mathbf{14,28}$ ve $T_4^2 = 0,85$ olarak hesaplanmıştır.

15. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sol ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_3^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.18)'de verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.16)'da hesaplanan $\ddot{U}KL_{(3)}$ değeri

karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır. $T^2_{(x_1, x_2, x_4)}$ değeri; 3. kalite karakteristiği gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T^2_{(x_1, x_2, x_4)} = 13,32 \quad (6.18)$$

$T^2_{(x_1, x_2, x_4)} = 13,32 < \text{ÜKL}_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 17. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{17}' = [50,77 \ 50,29 \ 49,99 \ 50,34]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 3,42$, $T_2^2 = 4,50$, $T_3^2 = 18,25$ ve $T_4^2 = 0,00$ olarak hesaplanmıştır.

17. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sol ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_3^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.19)'da verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.16)'da hesaplanan $\text{ÜKL}_{(3)}$ değeri karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır. $T^2_{(x_1, x_2, x_4)}$ değeri; 3. kalite karakteristiği gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T^2_{(x_1, x_2, x_4)} = 6,32 \quad (6.19)$$

$T^2_{(x_1, x_2, x_4)} = 6,32 < \text{ÜKL}_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 20. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{20}' = [51,43 \ 50,86 \ 50,58 \ 50,96]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır.

Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 21,35$, $T_2^2 = 0,12$, $T_3^2 = 1,08$ ve $T_4^2 = 6,78$ olarak hesaplanmıştır.

20. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sağ ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_1^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.20)'de verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.16)'da hesaplanan $\dot{U}KL_{(3)}$ değeri karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır. $T_{(x_2, x_3, x_4)}^2$ değeri; 1. kalite karakteristiği gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T_{(x_2, x_3, x_4)}^2 = 13,68 \quad (6.20)$$

$T_{(x_2, x_3, x_4)}^2 = 13,68 < \dot{U}KL_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_2$, $\mathbf{x}_3$, $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 22. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{22}' = [51,25 \ 50,45 \ 50,09 \ 50,13]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 14,94$, $T_2^2 = 1,92$, $T_3^2 = 13,87$ ve $T_4^2 = 0,85$ olarak hesaplanmıştır.

22. gözlemde Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile “sağ ön” ve “sol ön” ölçü kalite karakteristiğine ait koşulsuz T_1^2 ve T_3^2 istatistiği değerinin KD 'yi aştığı görülmüştür. Diğer kalite karakteristikleri için bu durum söz konusu değildir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) ve “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.21)'de verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.12)'da hesaplanan $\dot{U}KL_{(2)}$ değeri karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır. $T_{(x_2, x_4)}^2$ değeri; 1. ve 3. kalite karakteristikleri gözlem değerleri veri setinden çıkarıldığında prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisini elde etmemizi sağlayacaktır.

$$T_{(x_2, x_4)}^2 = 2,03 \quad (6.21)$$

İki değişken için $\dot{U}KL_{(2)}$ değeri Eşitlik (6.22) olarak verilmiştir.

$$\bar{U}KL_{(2)} = \frac{2(14 + 1)(3 - 1)}{42 - 14 - 2 + 1} F_{0,01,2,27} = 18,94 \quad (6.22)$$

$T^2_{(x_2, x_4)} = 2,03 < \bar{U}KL_{(2)} = 18,94$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) ve “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) değişkenlerinden kaynaklandığı, kalite karakteristiklerinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_2$ ve $\mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 33. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{33}' = [49,82 \ 50,11 \ 51,05 \ 49,48]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = 4,59$, $T_2^2 = 8,42$, $T_3^2 = 2,35$ ve $T_4^2 = 13,36$ olarak hesaplanmıştır.

Hesaplanan $KD = 13,58$ değeri ile 33. gözlem koşulsuz T_j^2 terimleri karşılaştırıldığında KD 'yi aşan değer olmadığı görülmektedir. Kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin değişkenlerin arasındaki ilişkiden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır.

Öncelikle ikili koşullu değişkenlerin hesaplaması yapılmıştır. Hesaplanan ikili koşullu değişkenlerin kontrol dışı duruma sebep olup olmadıklarını anlamak için kritik değer hesaplanarak karşılaştırması yapılmıştır. Kritik değerden büyük değerlere sahip olan tüm kalite karakteristikleri vektörden çıkarılıp ve kalan kalite karakteristikleri ile T^2 değeri kontrol edilmiştir. Eğer sinyal yok ise kontrol dışı durumun kaynağı gözlem vektöründen çıkarılan ikili koşullu terimlerdir. Eğer kritik değerden büyük bir ikili koşullu değişken yok ise üçlü koşullu değişkenlerin hesaplanmasına devam edilecektir. Hesaplanacak ikili koşullu değişkenler Tablo 6.11 olarak verilmiştir.

Tablo 6.11. İkili koşullu değişkenler ve formülleri

$T_{1.2}^2 = T_{(x_1, x_2)}^2 - T_2^2$	$T_{2.1}^2 = T_{(x_1, x_2)}^2 - T_1^2$	$T_{3.1}^2 = T_{(x_1, x_3)}^2 - T_1^2$	$T_{4.1}^2 = T_{(x_1, x_4)}^2 - T_1^2$
$T_{1.3}^2 = T_{(x_1, x_3)}^2 - T_3^2$	$T_{2.3}^2 = T_{(x_2, x_3)}^2 - T_3^2$	$T_{3.2}^2 = T_{(x_2, x_3)}^2 - T_2^2$	$T_{4.2}^2 = T_{(x_2, x_4)}^2 - T_2^2$
$T_{1.4}^2 = T_{(x_1, x_4)}^2 - T_4^2$	$T_{2.4}^2 = T_{(x_2, x_4)}^2 - T_4^2$	$T_{3.4}^2 = T_{(x_3, x_4)}^2 - T_4^2$	$T_{4.3}^2 = T_{(x_3, x_4)}^2 - T_3^2$

Koşullu terimlerin hesabı yapılırken $T_{(x_1, x_2)}^2$ terimi Eşitlik (5.13) kullanılarak hesaplanmış ve Eşitlik (6.23) olarak verilmiştir. $T_{1.2}^2$ ve $T_{2.1}^2$ koşullu terimleri ise, Eşitlik (5.16) kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.24) ve Eşitlik (6.25)'te verilmiştir.

$$T_{(x_1, x_2)}^2 = 3[-0,51 \quad -0,67] \begin{bmatrix} 0,51 & -0,28 \\ -0,28 & 6,44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,51 \\ -0,67 \end{bmatrix} = 8,50 \quad (6.23)$$

$$T_{1.2}^2 = 8,50 - 8,42 = \mathbf{0,08} \quad (6.24)$$

$$T_{2.1}^2 = 8,50 - 4,59 = \mathbf{3,91} \quad (6.25)$$

Diğer ikili koşullu değişkenler için hesaplamalar benzer şekilde yapılmış ve Tablo (6.12)'de verilmiştir.

Koşullu terimler için KD ise Eşitlik (5.21) kullanılarak hesaplanmış, Eşitlik (6.26)'da verilmiştir.

$$KD_{(2)} = \left[\frac{(14+3)(14-1)}{42(14-1-1)} \right] F_{(0,01,1,13)} = 7,23 \quad (6.26)$$

Tablo (6.12)'de ikili koşullu terimleri belirtilmiştir. Terimler ile $KD_{(2)} = 7,23$ değeri karşılaştırılması ile kritik değeri aşan değerler yıldız ile işaretlenmiştir.

Tablo 6.12. 33. Gözlem değeri için ikili koşullu $T_{i,j}^2$ ($i \neq j$) hesaplamaları

$T_{1.2}^2 = 0,08$	$T_{2.1}^2 = 3,91$	$T_{3.1}^2 = 4,83$	$T_{4.1}^2 = \mathbf{8,84} *$
$T_{1.3}^2 = 7,07$	$T_{2.3}^2 = \mathbf{14,18} *$	$T_{3.2}^2 = \mathbf{8,11} *$	$T_{4.2}^2 = 6,88$
$T_{1.4}^2 = 0,08$	$T_{2.4}^2 = 1,94$	$T_{3.4}^2 = \mathbf{13,57} *$	$T_{4.3}^2 = \mathbf{24,73} *$

Yapılan hesaplara göre Tablo 6.12'de görüldüğü üzere $T_{2.3}^2, T_{3.2}^2, T_{3.4}^2, T_{4.3}^2$ ve $T_{4.1}^2$ ikili koşullu değerlerinin Eşitlik (6.26)'da hesaplanan $KD_{(2)}$ değerinden büyük olması ile sinyale sebep oldukları görülmektedir. Bu durumda hesaplanan ikili koşullu terimlerden $KD_{(2)}$ değerini aşan bir değer bulunmasaydı, üçlü koşullu terimler hesaplanarak değişkenlik kontrolüne devam edilecekti. Bu durumda ise üçlü koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Referans veri setinden alınan $\bar{\mathbf{x}}' = [50,33 \ 50,78 \ 50,77 \ 50,35]$ ortalama vektörü kullanılarak Tablo (6.10)'da da görüldüğü üzere kontrol dışı sinyal veren 47. gün ortalama gözlem vektörü $\bar{\mathbf{x}}_{47}' = [51,34 \ 50,78 \ 50,49 \ 51,12]$ için T_j^2 koşullu terimleri hesaplanmıştır. Koşulsuz terimlerin hesabı Eşitlik (6.11) formülü kullanılarak yapılmıştır. Koşulsuz terimler; $T_1^2 = \mathbf{18,00}$, $T_2^2 = 0,00$, $T_3^2 = 2,52$ ve $T_4^2 = 10,46$ olarak hesaplanmıştır.

Koşulsuz terimler için Eşitlik (6.10)'da hesaplanan $KD = 13,58$ ile 47. gözlem koşulsuz T_j^2 terimleri karşılaştırıldığında KD değerini aşan T_1^2 istatistiği olarak görülmektedir. Problemin kaynağını analiz edebilmek için “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiği veri setinden çıkararak T^2 değeri hesaplanmıştır. KD değerini aşan ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiği veri setinden çıkarılarak hesaplanan ve Eşitlik (6.26)'da verilen T^2 değeri ile Eşitlik (6.16)'da hesaplanan $\ddot{U}KL_{(3)}$ değeri karşılaştırılacaktır. Bu sayede kontrol dışı durumun sebebi araştırılacaktır.

$$T_{(x_2, x_3, x_4)}^2 = 23,68 \quad (6.26)$$

$T_{(x_2, x_3, x_4)}^2 = 23,68 < \ddot{U}KL_{(3)} = 24,15$ olması sebebi ile kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) kalite karakteristiğinden kaynaklandığı, $\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4$ kalite karakteristiklerinden kaynaklanmadığı ortaya çıkmıştır. Bu sebeple ikili koşullu terimlerin hesaplanmasına ihtiyaç bulunmamaktadır.

Hesaplamalar incelendiğinde çoğunluk olarak kontrol dışı duruma sebep olan değişkenliğin sebebinin “sağ ön” ($\mathbf{x}_1$) ve “sol ön” ($\mathbf{x}_3$) değişkenlerinden kaynaklandığı görülmüştür.

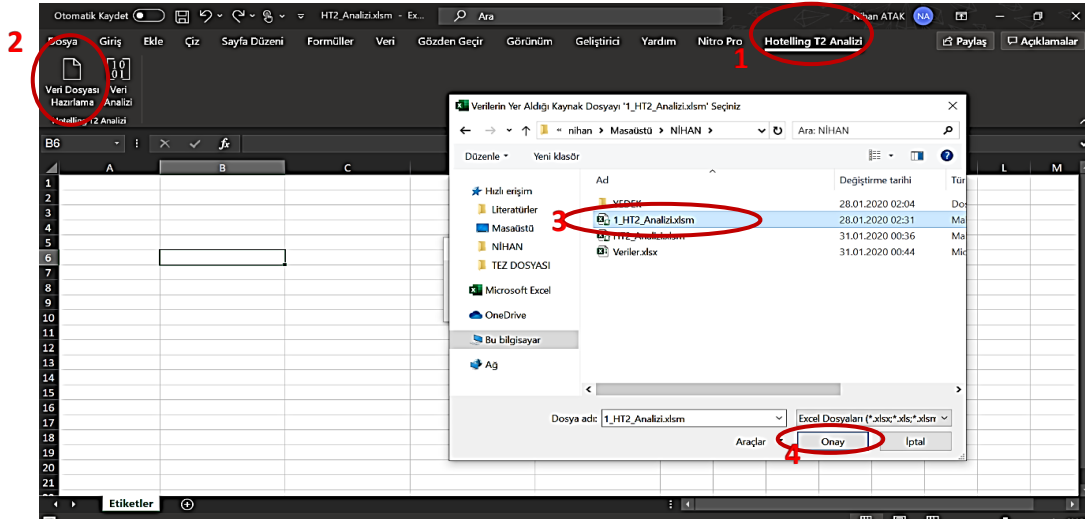
6.6. Hotelling T^2 Kontrol Yöntemi İçin Excel'de Arayüz Oluşturulması

Tez çalışmamın bu kısmında, üretim sürecinin kontrolünü veri girişi yapıldığı sırada gerçekleştirebilmek için mavi yakalı personellerin de kolayca uygulayabileceği bir arayüz geliştirilmiştir. Bu arayüz sayesinde personellerin sürecin takibini anında yapabilecek ve kontrol dışı durum ile karşılaştıklarında amirlerine bilgi vererek sürece müdahale edilebilmesini sağlayacaklardır. Arayüzü kullanmadan önce mavi yakalı personeller Excel üzerinden verilerini kaydetme işlemlerini yapmaktalardı. Bu arayüz için de herhangi bir değişiklik yapılmadan yine verilerini Excel üzerinden kaydetmeye devam edeceklerdir. Süreçleri, tez çalışmasının detaylarında da belirtildiği üzere, Faz I ve Faz II olarak ayrı analizini sağlayabilmek için firma ile yapılan görüşme neticesinde Faz I süreci için minimum 20 günlük verinin alınması şeklinde karar alınmıştır. Tek fark ilgilenilen karakteristiklerin daha sonra analiz için yeni bir Excel dosyasına kopyalanmasıdır. Faz I ve Faz II olarak iki ayrı sayfada veriler kaydedilmelidir.

Figure 6.8 shows two screenshots of an Excel spreadsheet. The left screenshot displays a table with columns for date, right side, right back, left side, and left back. The right screenshot displays a similar table with additional columns for right side, right back, left side, and left back. Both tables contain numerical data for various dates in October 2006.

Şekil 6.8. Arayüz için verilerin kaydedilmesi

Veriler kaydedildikten sonra “HT2_Analizi” Excel dosyası açılarak önce “Veri Dosyası Hazırlama” ile Şekil 6.8’de kaydedilen verilerin Hotelling T^2 Analizi için elektronik tabloda hazırlanmasını sağlayacak, “Veri Analizi” ile hazırlanan verilerin analiz işlemlerine başlanacaktır.



Şekil 6.9. Veri dosyası hazırlama

“Veri Dosyası Hazırlama” işlemi sırasıyla 4 aşama ile gerçekleştirilmektedir.

1. Hotelling T2 Analizi’ne tıklanır.
2. Veri Dosyası Hazırlama seçilir.

3. Kaydedilen veri dosyası seçilir ve “Onay” tuşuna basılır.
4. Verilerin analiz için biçimlendirilerek kaydedileceği hedef dosya “0_Veriler” var ise seçilir ve “Aç” tuşuna basılır. Yok ve yeni dosya hazırlanacak ise açılan pencerede “İptal” tuşuna basılır.

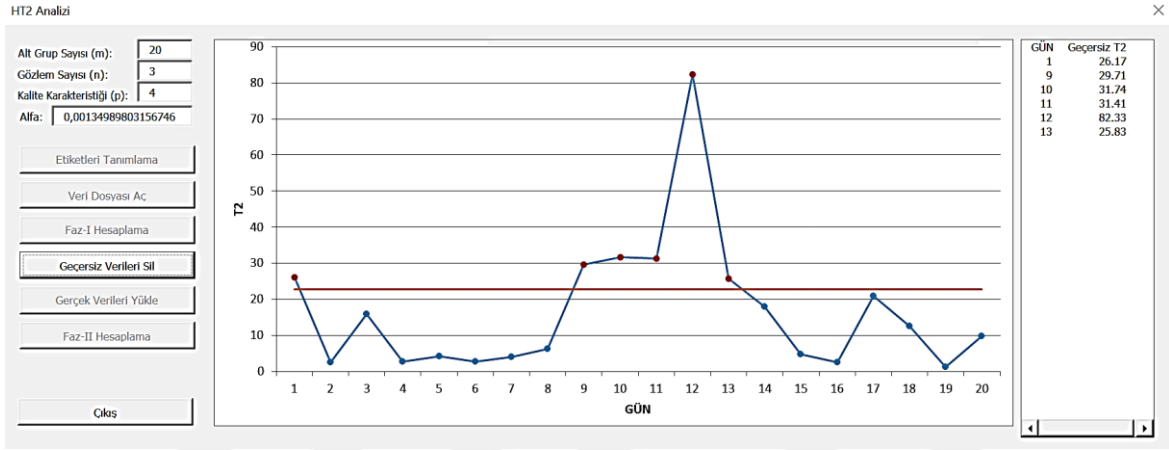
“Veri Analizi”, alınan gözlemler ile ilgili bilgilerin girilmesi işlemi ile başlanıp, Faz I ve Faz II aşamaları için T^2 değerlerinin hesaplanması ve ÜKL değerleri ile karşılaştırılması yapılmaktadır. Sırasıyla 8 aşama ile gerçekleştirilmektedir.

1. Veri Analizi seçilir.
2. Veri kümesi ile ilgili sırasıyla aşağıda verilen bilgilerin girişi yapılır. Aşağıda bahsedilen veri girişleri tamamlandıktan sonra “Etiketleri Tanımla” butonuna basılır.
 - a. Alt Grup Sayısı (m):
 - b. Gözlem Sayısı (n):
 - c. Kalite Karakteristiği (p):
 - d. Güven Aralığı (Alfa):
3. “Etiketleri Tanımla” butonuna basıldıktan sonra, çıkan sayfaya altgrup sayısı karşısına birimi işlenir, 2. maddede girilen kalite karakteristiği (p) sayısı kadar sarı hücre ile Şekil 6.10 gibi bir elektronik tablo çıkar ve belirlenen kalite karakteristiği başlıkları bu hücrelere girilir. İlgili verilerin girişi de tamamlandıktan sonra “Forma Geri Dön” butonuna tıklanır.

	A	B	C	D	E	F
1	Etiketler					
2						
3	Alt Grup Sayısı	GÜN				
4	Kalite Karakteristiği	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA	
5						
6						
7						
8		Forma Geri Dön				
9						
10						

Şekil 6.10. Etiketleri Tanımlama

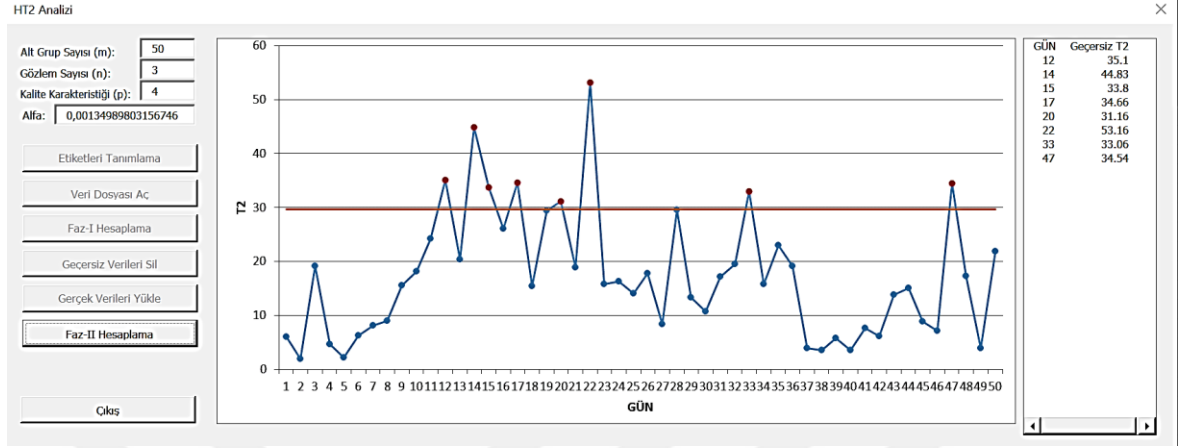
4. İşlemlere devam edebilmek için çıkan pencerede “Veri Dosyası Aç” butonuna tıklanır. Veri Dosyası Hazırlama aşamasında oluşturulan ve masaüstüne kaydedilen “0_Veriler” excel dosyasından verilerin analizi için seçilir ve Onay tuşuna basılır. Böylelikle arkada veriler ile hesaplamalar yapılır.
5. Açık olan pencerede aktif hale gelen “Faz I Hesaplama” butonu ile T^2 değerleri ve ÜKL hesabı tamamlanarak bu değerler için oluşturulan kontrol grafiği ekrana gelir. Pencerenin sağ tarafından ÜKL değerlerini aşan T^2 değerleri ve bunların hangi günlerde gerçekleştiği bilgisi yer alacaktır.



Şekil 6.11. Faz I Aşaması ve Kontrol Grafiği

6. Referans Veri Seti oluşturmak için gerekli olan kontrol dışı gözlemlerin silinmesi işlemine devam etmek için sol tarafta aktif olan “Geçersiz Verileri Sil” butonuna tıklanır. Bu işlem kontrol dışı gözlem kalmayana kadar devam ettirilir.
7. ÜKL değerini aşmayan T^2 değerleri elde edildiğinde oluşan veri seti “Referans Veri Seti” olduğuna ve ÜKL değerini hesaplayacağımız alt grup sayısı elde edildiğine göre Faz II aşamasına geçilebilmektedir. Sol tarafta butonların aktif olabilmesi için Faz II aşaması “Alt Grup Sayısı (m):” kısmında güncelleme yapılması gerekmektedir. Yeni veri seti için açık olan pencerede solda aktif hale gelen “Gerçek Verileri Yükle” butonuna tıklanır ve verilerin analizine başlanır.
8. Veriler yüklendikten sonra aktif hale gelen “Faz II Hesaplama” butonuna tıklanır. Analiz sonucunda T^2 değerleri ve ÜKL hesabı yapılır, bu değerler için oluşturulan kontrol grafiği ekrana gelir. Pencerenin sağ tarafından ÜKL değerlerini aşan T^2 değerleri ve bunların hangi günlerde gerçekleştiği bilgisi yer

alacaktır. Böylelikle verilerin analizi tamamlanmış, kontrol dışı gözlem günleri tespit edilmiş olur.



Şekil 6.12. Faz II Aşaması ve Kontrol Grafiği

Faz II aşamasının da tamamlanması ile prosesin kontrol altında olup olmadığı bilgisi de sağlanmış olacaktır. Prosese, mavi yakalı personeller aşamasında direk müdahale edilebilmesine olanak sağlayan bu arayüz sayesinde zaman ve maliyet kayıplarını da en aza indireceği düşünülmektedir.

7. SONUÇ

Bir prosesteki değişkenliğin özel nedenlerinin tespit edilebilmesi için kontrol grafikleri kullanımının önemi büyüktür. Duruma göre kullanılacak tek değişkenli veya çok değişkenli kontrol grafiklerinin kararı; proseslerin doğru şekilde analizine ve doğru çıktıya minimum maliyet ile olanak sağlamaktadır.

Bu çalışmada kontrol yöntemleri ile ilgili şimdiye kadar gerçekleştirilen araştırma ve uygulama çalışmalarının anlatıldığı literatür araştırması yer verilmiş, konunun tarihsel gelişimi, çalışmaların kapsamlarının değerlendirilmesi yapılmıştır. Daha sonrasında kalite, kalite kontrol ve istatistiksel kalite kontrol kavramları anlatılarak temel konulara giriş yapılmıştır. İlerleyen bölümlerde uygulama kısmında kullanılan çok değişkenli kontrol yöntemlerine giriş yapılarak, çok değişkenli problemler tanımlanmıştır. Çok değişkenli kontrol yöntemleri olan Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM yöntemleri ayrıntılı bir şekilde anlatılmakta, yöntemlerin üstünlükleri açıklanmaktadır. Çok değişkenli kontrol yöntemlerinin tamamlayıcısı olarak belirlenen kontrol dışı durumlara sebep olan değişkenin tespit edilmesi için literatürde en yaygın şekilde kullanılan MYT ayrıştırma tekniğinin anlatılmaktadır.

Çalışmanın uygulama bölümünde ise; birden fazla kalite karakteristiği ile ilgilenilmesi sebebi ile Hotelling T^2 kontrol grafiği yöntemi kullanılarak bulaşıkların yerleştirildiği bulaşık makinesi üst sepetinin müşteri kaynaklı şikayetlerinin kaynağı araştırılmıştır. Araştırma için üretici firma tarafından sepetin kalitesine etki eden sağ ön, sağ arka, sol ön ve sol arka olmak üzere 4 kalite karakteristiği belirlenmiş ve bu karakteristikler ile çalışmalar yapılmıştır. Proses kontrolü için günlük yapılan 3 vardiyadan birer adet ölçüm alınmış, Faz I aşaması için ilk 20 günlük veri, Faz II aşamasında ise 50 adet günlük veri kullanılarak Hotelling T^2 kontrol grafiği yöntemi ile prosesin 8 adet gözlem değeri ile kontrol dışında olduğu belirlenmiştir.

Değişkenliğin tespit edilebilmesi için kullanılan MYT yöntemi sayesinde sinyal yaratmış olan gözlem değerleri koşullu ve koşulsuz terimlerine ayrıştırılarak kontrol dışı durumun çoğunlukla sağ ön (x_1) ve sol ön (x_3) kalite karakteristiklerinden kaynaklandığı görülmüştür.

Prosesin kontrolünü mavi yakalı bazında anlık olarak sağlamak amacı ile ölçüm değerlerini analiz edebilecekleri Excel ile bir arayüz oluşturulmuştur. Gerçek hayat proseslerinde de birden fazla kalite karakteristiği ile ilgilenildiği düşünüldüğünde paket

programların kullanım zorluğu ve karmaşıklığı da düşünöldüğünde üretim esnasında mavi yakalılar tarafından ölçüm verileri anlık olarak bu arayüz sayesinde kontrol edilebilecek ve kontrol dışı durumlarda anında müdahale edilmesi için amirlerine bilgi verebileceklerdir.

Bundan sonraki çalışmalarda Hotelling T^2 kontrol grafiğı yöntemi dışındaki diğer yöntemler de ele alınarak performanslar kıyaslanabilir. Oluşturulan arayüze diğer kontrol grafikleri de eklenerek kullanıcılara kontrol grafiğı seçiminde esneklik sunulabilir. Literatürde var olan diğer ayrıştırma yöntemleri de incelenerek performans kıyaslaması yapılabilir.



KAYNAKLAR

- [1] R. Mason, N. Tracy, J. Young, “A Practical Approach for Interpreting Multivariate T^2 Control Chart Signals,” *Journal of Quality Technology*, vol. 29, no.4, pp. 369-501, Oct. 1997.
- [2] J. Juran, A. Godfrey, *Juran's Quality Handbook*. United States of America: McGraw-Hill, 1998.
- [3] R. Mason, J. Young, “Improving the Sensivity of the T^2 Statistic in Multivariate Process Control,” *Journal of Quality Technology*, vol. 31, no. 2, pp. 131-258, Apr. 1999.
- [4] Y. Chou, R. Mason, J. Young, “Power Comparisons for a Hotelling's T^2 Statistic,” *Communications in Statistics*, vol. 28, no. 4, pp. 1031-1050, June, 2007, DOI: 10.1080/03610919908813591.
- [5] T. Özdemir, *İstatistiksel Kalite Kontrol*, Türkiye: A.Ü.F.F. Döner Sermaye İşletmesi Yayınları, 2000.
- [6] M. Özçomak, “Hotelling T^2 Kontrol Grafiğinin Boya Üretim Sürecine Uygulanması Üzerine Bir Çalışma,” *Ekev Akademi Dergisi*, vol. 7, pp. 337-350, 2003.
- [7] M. Parra, P. Loaiza, “Application of the Multivariate T^2 Control Chart and the Mason–Tracy–Young Decomposition Procedure to the Study of the Consistency of Impurity Profiles of Drug Substances,” *Quality Enginnering*, vol. 16, no. 1, pp. 127-142, August, 2006, DOI: 10.1081/QEN-120020779.
- [8] I. Huh, “Multivariate EWMA Control Chart and Application to Semiconductor Manufacturing Process,” M.S. thesis, McMaster University, Hamilton, Canada, 2010.

- [9] Ç. Çılan, “Çok Değişkenli İstatistik Proses Kontrolünde Hotelling T^2 Yaklaşımı ve İmalat Sanayiinde Bir Uygulama”, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 2004.
- [10] S. Bersimis, J. Panaretos and S. Psarakis, “Multivariate Statistical Process Control Charts and the Problem of Interpretation: A Short Overview and Some Applications in Industry,” *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 23, pp. 517-543, November, 2007, DOI: 10.1002/qre.829.
- [11] M. Khalidi, “Multivariate Quality Control: Statistical Performance and Economic Feasibility,” PhD thesis, Dept. Ind. And Manuf. Eng., Wichita State University, Kansas, ABD, 2007.
- [12] M. Boone, “Contributions to Multivariate Control Charting: Studies of the Z Chart and Four Nonparametric Chart,” PhD thesis, Department of Information Systems, University of Alabama, Tuscaloosa, Alabama, 2010.
- [13] M. Doğruel, “Tek ve Çok Değişkenli Proses Kontrol Diyagramları ve Beyaz Eşya Sektöründe Uygulanması,” Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, İstanbul, 2010.
- [14] M. Ülen, “Çok Değişkenli İstatistiksel Kalite Kontrolünün İlaç Endüstrisinde Uygulanması,” Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2010.
- [15] M. Ülen, İ. Demir, “Application of Multivariate Statistical Quality Control In Pharmaceutical Industry,” *Balkan Journal of Mathematics*, BALKANJM, vol. 01, pp. 93-105, 2013.
- [16] M. Mihalcin, T. Mazuchi, S. Sarkani, J. Dever, “Quality Control – An Approach Applying Multivariate Control Charts during the Operation of Systems Involving Operation Processes,” *Systems Engineering*, vol. 17, no. 2, pp. 204-212, December, 2012, DOI:10.1002/sys.21263.

- [17] G. Zhang, S. Chang, "Multivariate EWMA Control Charts Using Individual Observations for Process Mean and Variance Monitoring and Diagnosis," *International Journal of Production Research*, vol. 46, no: 24, pp. 6855-6881, December, 2006, DOI:10.1080/00207540701197028.
- [18] E. Vanhatalo, M. Kulahci, "The Effect of Autocorrelation on the Hotelling T^2 Control Chart," *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 31, pp. 1779-1796, September, 2014, DOI: 10.1002/qre.1717.
- [19] J. Joseph, JR. Pignatiello, "Comparisons of Multivariate CUSUM Charts," *Journal of Quality Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 173-178, 1990.
- [20] O. Obafemi, I. Ajao, F. Bolarinwa, "Application of Hotelling T Square in Comparing Students' Enrollment in Some Selected Nigeria Tertiary Institutions," *Journal of Science*, vol. 5, no. 8, pp. 678-682, 2015.
- [21] N. Chen, X. Zi, C. Zou, "A Distribution-Free Multivariate Control Chart," *Technometrics*, vol. 28, no: 4, pp. 448-459, January, 2017, DOI: 10.1080/00401706.2015.1049750.
- [22] A. Shoshan, "Application Of Total Quality Management (TQM) In Turkish Construction Industry," M.S. thesis, Çukurova University, Adana, 2016.
- [23] Ü. Firat, Ç. Arıcıgil, "Multivariate Quality Control: A Historical Perspective, First International Joint Symposium on Business Administration," *Challenges for Business Administration in the New Millenium*, Gökçeada, Turkey, 2000.
- [24] H. Sabahno, A. Amiri, P. Castagliola, "Evaluating The Effect of Measurement Errors on The Performance of The Variable Sampling Intervals Hotelling's T^2 Control Charts," *John Wiley & Sons, Ltd.*, vol. 34, pp. 1785-1799, July, 2018, DOI: 10.1002/qre.2370.
- [25] D. C. Montgomery, *Introduction to Statical Quality Control*. Canada: John Wiley & Sons, 1997.

- [26] D. Ronald, Jr. Fricker, M. Knitt, C. Hu, “Comparing Directionally Sensitive MCUSUM and MEWMA Procedures with Application to Biosurveillance,” *Quality Engineering*, vol.20, pp. 478-494, 2018, DOI: 10.1080/08982110802334104.
- [27] S. Özel, “Çok Değişkenli Kalite Kontrolün Döküm Sanayiinde Uygulanması,” Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale, 2005.
- [28] H. Yılmaz, “Çok Değişkenli İstatistiksel Süreç Kontrolü: Bir Hastane Uygulaması,” Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2012.
- [29] I. Djekic, M.J. iocinovic, B. Pisinov, S. Ivanovic, N. Smigic, I. Tomasevic, “One approach in Using Multivariate Statistical Process Control in Analyzing Cheese Quality,” *Mljekarstvo*, vol.65, no.2, pp. 91-100, 2015, DOI: 10.15567/mljekarstvo.2015.0203.
- [30] R. Mason, J. Young, *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Application*, ASA-SIAM, 2001.
- [31] S. Akcan, F. Kahraman, “Bir Talaşlı Üretim İşletmesinde Proses Yeterlilik Analizi,” *Ç. Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, vol. 23, no. 1, pp. 395-367, 2008.
- [32] M. Goldoost, J. Ebrahimi, S. Fallah, “Identification of The Out-Of Control Variable(s) in The Process Of Producing Needle Valves in Gas Industries,” *International Journal of Advanced Research*, vol. 3, no. 9, pp. 224-230, 2015.
- [33] P. Maravelakis, S. Bersimis, J. Panaretos, S. Psarakis, “Identifying the Out of Control Variable in a Multivariate Control Chart, Communication and Statistics,” *MPRA*, vol.31, no.12, pp.2391-2408, 2002, DOI: 10.1018/STA-120017232.
- [34] J. Cohen, *Statistical Power Analysis for the Bahavioral Science*, Lawrence Erlbaum Associates, New York, 1988.

- [35] B. Durman, F Pakdil, "İstatistiki Proses Kontrol Uygulamaları İçin Bir Sistem Tasarımı," *VII Ekonometri Kongresi*, 2005.
- [36] R. Mason, N. Tracy, J. Young, "Multivariate Control Charts for Individual; Observations," *Journal of Quality*, vol. 24, no. 2, pp. 88-95, 1992.
- [37] H. Sullivan, H. Woodall, "A Comparison Of Multivariate Quality Control Charts for Individual Observations," *Journal of Quality Technology*, vol. 28, pp. 398-408, 1996.
- [38] C.A. Lowry, W. H. Woodal, C. W. Champ, C. E. Rigdon, "A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart," *Technometrics*, vol. 34, pp. 46-53, 1992.
- [39] S.A. Sani and Y. Abubakar, "Demonstrating the Invariance Property of the Hotelling T^2 Statistic, International Journal of Innovative Research in Science," *Engineering and Technology*, vol. 2, no. 7, pp. 2515-2519, 2013.
- [40] X. Li, S. Liu, "Fault Separation And Detection Algorithm Based on Mason Young Tracy Decomposition And Gaussian Mixture Models," *International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics*, vol. 13 no. 1, 2020, DOI: 10.1108/IJICC-11-2019-0124.

EKLER



EK 1: FAZ I İÇİN VERİLER

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
1	10-Oca-2006	49,94	50,14	49,98	49,6
	10-Oca-2006	49,71	50,07	49,91	49,47
	10-Oca-2006	49,46	50,38	50,13	49,93
2	11-Oca-2006	49,61	50,05	49,7	49,28
	11-Oca-2006	50,84	50,96	51,11	50,42
	11-Oca-2006	50,6	51,5	51,2	50,93
3	12-Oca-2006	50,67	51,37	51,36	50,64
	12-Oca-2006	50,57	51,23	50,94	50,4
	12-Oca-2006	50,55	51,25	51,38	51,7
4	13-Oca-2006	50,67	51,22	50,8	50,45
	13-Oca-2006	50,26	50,87	50,8	50,71
	13-Oca-2006	50,72	50,4	51,21	50,92
5	14-Oca-2006	50,94	50,61	51,15	50,82
	14-Oca-2006	50,6	50,5	50,94	50,62
	14-Oca-2006	50,25	51,22	51,09	50,33
6	15-Oca-2006	50,51	50,77	51	50,55
	15-Oca-2006	50,33	50,63	50,94	50,26
	15-Oca-2006	50,6	51,2	51,02	50,62
7	16-Oca-2006	50,06	50,74	50,7	50,26
	16-Oca-2006	50,17	50,78	50,43	50,21
	16-Oca-2006	50,21	50,18	50,21	49,93
8	17-Oca-2006	50,21	50,53	50,36	50,32
	17-Oca-2006	50,18	50,38	50,41	50,48
	17-Oca-2006	50,23	50,43	50,37	50,73
9	18-Oca-2006	51,24	50,3	51,44	50,29
	18-Oca-2006	51,27	50,38	50,26	51,14
	18-Oca-2006	51,18	50,39	50,29	51,45
10	19-Oca-2006	51,05	51,24	50,19	50,97
	19-Oca-2006	51,13	51,19	50,17	50,53
	19-Oca-2006	51,19	51,77	50,45	50,5
11	20-Oca-2006	50,96	50	50,68	51,1
	20-Oca-2006	50,83	50,19	50,66	51,17
	20-Oca-2006	50,51	50,49	50,69	51,53
12	21-Oca-2006	51,85	50,85	51,55	51,14
	21-Oca-2006	51,63	50,61	51,88	51,19
	21-Oca-2006	51,59	50,41	51,85	51,27
13	22-Oca-2006	49,44	50,22	50,01	49,37
	22-Oca-2006	49,93	50,02	50,11	49,71
	22-Oca-2006	49,89	49,84	49,87	50,03

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
14	23-Oca-2006	49,98	50,12	50,54	49,9
	23-Oca-2006	49,73	50,11	50	49,22
	23-Oca-2006	49,52	50,5	50,28	49,85
15	24-Oca-2006	49,97	50,48	50,76	50,35
	24-Oca-2006	50,88	50,94	51,35	50,1
	24-Oca-2006	50,32	50,88	51,01	50,3
16	25-Oca-2006	51	51,7	50,58	50,63
	25-Oca-2006	50	50,49	51,03	50,04
	25-Oca-2006	50,13	50,53	50,71	50,19
17	26-Oca-2006	49,81	51,46	51,83	50,5
	26-Oca-2006	50,31	51,06	51,01	50,47
	26-Oca-2006	51,19	51,23	51,17	51,64
18	27-Oca-2006	50,13	50,98	50,5	49,71
	27-Oca-2006	50,19	50,83	50,48	49,93
	27-Oca-2006	50,31	50,91	50,59	49,97
19	28-Oca-2006	50,23	50,53	50,89	50,27
	28-Oca-2006	50,17	50,38	50,76	50,21
	28-Oca-2006	51,2	51,16	51,01	50,86
20	29-Oca-2006	50,55	51,2	50,22	50,3
	29-Oca-2006	49,39	50,1	50,41	49,72
	29-Oca-2006	50,07	50,25	50,29	49,8

EK 2: REFERANS VERİ SETİ

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
1	11-Oca-2006	49,61	50,05	49,7	49,28
	11-Oca-2006	50,84	50,96	51,11	50,42
	11-Oca-2006	50,6	51,5	51,2	50,93
2	12-Oca-2006	50,67	51,37	51,36	50,64
	12-Oca-2006	50,57	51,23	50,94	50,4
	12-Oca-2006	50,55	51,25	51,38	51,7
3	13-Oca-2006	50,67	51,22	50,8	50,45
	13-Oca-2006	50,26	50,87	50,8	50,71
	13-Oca-2006	50,72	50,4	51,21	50,92
4	14-Oca-2006	50,94	50,61	51,15	50,82
	14-Oca-2006	50,6	50,5	50,94	50,62
	14-Oca-2006	50,25	51,22	51,09	50,33
5	15-Oca-2006	50,51	50,77	51	50,55
	15-Oca-2006	50,33	50,63	50,94	50,26
	15-Oca-2006	50,6	51,2	51,02	50,62
6	16-Oca-2006	50,06	50,74	50,7	50,26
	16-Oca-2006	50,17	50,78	50,43	50,21
	16-Oca-2006	50,21	50,18	50,21	49,93
7	17-Oca-2006	50,21	50,53	50,36	50,32
	17-Oca-2006	50,18	50,38	50,41	50,48
	17-Oca-2006	50,23	50,43	50,37	50,73
8	23-Oca-2006	49,98	50,12	50,54	49,9
	23-Oca-2006	49,73	50,11	50	49,22
	23-Oca-2006	49,52	50,5	50,28	49,85
9	24-Oca-2006	49,97	50,48	50,76	50,35
	24-Oca-2006	50,88	50,94	51,35	50,1
	24-Oca-2006	50,32	50,88	51,01	50,3
10	25-Oca-2006	51	51,7	50,58	50,63
	25-Oca-2006	50	50,49	51,03	50,04
	25-Oca-2006	50,13	50,53	50,71	50,19
11	26-Oca-2006	49,81	51,46	51,83	50,5
	26-Oca-2006	50,31	51,06	51,01	50,47
	26-Oca-2006	51,19	51,23	51,17	51,64
12	27-Oca-2006	50,13	50,98	50,5	49,71
	27-Oca-2006	50,19	50,83	50,48	49,93
	27-Oca-2006	50,31	50,91	50,59	49,97
13	28-Oca-2006	50,23	50,53	50,89	50,27
	28-Oca-2006	50,17	50,38	50,76	50,21
	28-Oca-2006	51,2	51,16	51,01	50,86
14	29-Oca-2006	50,55	51,2	50,22	50,3
	29-Oca-2006	49,39	50,1	50,41	49,72
	29-Oca-2006	50,07	50,25	50,29	49,8

EK 3: FAZ II İÇİN VERİLER

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
1	30-Oca-2006	49,71	50,66	50,51	49,97
	30-Oca-2006	49,88	50,59	50,61	50,16
	30-Oca-2006	50,12	51	50,43	50
2	31-Oca-2006	49,96	50,3	50,4	50,12
	31-Oca-2006	50,01	50,58	50,76	50,11
	31-Oca-2006	50,35	50,58	50,77	50,43
3	1-Şub-2006	50,72	51,22	51,22	50,85
	1-Şub-2006	50,95	51,17	51,35	51,26
	1-Şub-2006	51,45	51,69	51,57	51,71
4	2-Şub-2006	50,44	50,9	51,1	50,3
	2-Şub-2006	50,83	51	51,02	50,75
	2-Şub-2006	51,06	50,9	50,89	51,13
5	3-Şub-2006	50,7	50,7	51,2	51,2
	3-Şub-2006	50,28	50,98	51,02	50,15
	3-Şub-2006	50,3	51	50,9	50,12
6	4-Şub-2006	50,84	50,99	51	50,83
	4-Şub-2006	50,7	51,04	51,05	50,53
	4-Şub-2006	50,9	50,64	50,68	51,22
7	5-Şub-2006	50,86	50,97	50,55	50,67
	5-Şub-2006	51,03	50,88	50,93	50,76
	5-Şub-2006	51,05	51,03	51,18	50,91
8	6-Şub-2006	51,13	51,07	51,26	51,07
	6-Şub-2006	50,84	50,7	50,85	50,57
	6-Şub-2006	50,91	50,78	50,69	50,61
9	7-Şub-2006	50,68	50,35	50,83	50,74
	7-Şub-2006	50,78	50,21	50,37	50,14
	7-Şub-2006	50,69	50,33	50,39	50,18
10	8-Şub-2006	51,59	50,95	50,82	51,15
	8-Şub-2006	51,61	51,16	50,93	51,06
	8-Şub-2006	50,08	50,1	50,25	50,6
11	9-Şub-2006	51,04	51,24	51	49,86
	9-Şub-2006	51,19	50,66	50,68	51,13
	9-Şub-2006	51,39	50,65	50,32	52,47
12	10-Şub-2006	51,45	50,59	50,4	50,31
	10-Şub-2006	51,33	50,86	50,41	50,63
	10-Şub-2006	51,48	50,93	50,61	50,86
13	11-Şub-2006	50,89	50,24	50,08	50,84
	11-Şub-2006	50,63	50,18	50,11	50,93
	11-Şub-2006	50,45	50,2	50,83	49,5
14	12-Şub-2006	49,51	50,25	49,3	50,23
	12-Şub-2006	50,81	50,08	50,12	50,86
	12-Şub-2006	50,69	50,11	50,23	50,63

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
15	13-Şub-2006	50,13	50,1	50,3	50,8
	13-Şub-2006	50,02	50,07	50,22	50,2
	13-Şub-2006	50,12	50,32	49,72	50,7
16	14-Şub-2006	50	49,7	49,9	50,4
	14-Şub-2006	50,7	50,78	50,7	50,85
	14-Şub-2006	50,58	50,05	50,02	50,54
17	15-Şub-2006	50,8	50,41	50,3	50,4
	15-Şub-2006	50,7	50,15	49,9	50,1
	15-Şub-2006	50,8	50,3	49,78	50,53
18	16-Şub-2006	50,3	50,41	50,3	50,4
	16-Şub-2006	50,97	50,63	50,64	51,04
	16-Şub-2006	50,63	50,71	50,4	50,98
19	17-Şub-2006	50,65	49,87	50,61	50,35
	17-Şub-2006	50,69	49,91	50,88	50,13
	17-Şub-2006	50,65	50,11	50,83	50,39
20	18-Şub-2006	51,1	50,7	50,84	50,95
	18-Şub-2006	51,57	50,9	50,4	51,01
	18-Şub-2006	51,63	50,98	50,51	50,93
21	19-Şub-2006	50,79	50,5	50,27	50,45
	19-Şub-2006	50,3	50,41	50,3	50,4
	19-Şub-2006	50,31	49,96	50,13	50,59
22	20-Şub-2006	51,46	51,7	49,77	49,7
	20-Şub-2006	51,4	49,22	50,02	50,03
	20-Şub-2006	50,9	50,44	50,48	50,65
23	21-Şub-2006	51	50,83	51,32	50,01
	21-Şub-2006	49,85	50,75	50,54	49,7
	21-Şub-2006	50,4	50,25	51,2	50
24	22-Şub-2006	50,14	51	51,58	50,72
	22-Şub-2006	50,1	50,66	50,88	50,3
	22-Şub-2006	49,39	51,41	50,98	50,62
25	23-Şub-2006	50,38	51,18	51,21	49,8
	23-Şub-2006	49,97	50,27	50,6	49,75
	23-Şub-2006	50,75	50,45	51,05	50
26	24-Şub-2006	50,77	50,5	51,58	50,37
	24-Şub-2006	50,38	50,68	51,37	51,31
	24-Şub-2006	50,9	50,5	50,95	50,4
27	25-Şub-2006	50,97	51,06	51,13	50,88
	25-Şub-2006	50,17	50,84	51,11	49,84
	25-Şub-2006	50,3	50,91	51,1	49,9
28	26-Şub-2006	49,9	51,44	51,16	49,84
	26-Şub-2006	49,93	51,19	51,21	49,91
	26-Şub-2006	50,61	51,2	51,55	49,95

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
29	27-Şub-2006	49,2	50,15	51,2	49,9
	27-Şub-2006	50,46	50,54	50,97	49,86
	27-Şub-2006	50,12	51,36	51,36	50,31
30	28-Şub-2006	50,1	50,36	51,1	50,39
	28-Şub-2006	50,63	50,19	51,14	50,16
	28-Şub-2006	50,16	50,53	51,03	50,73
31	1-Mar-2006	49,6	49,55	50,12	49,75
	1-Mar-2006	49,9	50,21	50,33	50,1
	1-Mar-2006	49,87	50,2	50,41	50,39
32	2-Mar-2006	50,12	51,02	50,45	49,3
	2-Mar-2006	50,3	51	50,21	50,03
	2-Mar-2006	48,84	50,64	50,74	49,24
33	3-Mar-2006	49,5	50,02	51,5	50,04
	3-Mar-2006	49,88	50,11	50,7	49,11
	3-Mar-2006	50,07	50,19	50,95	49,27
34	4-Mar-2006	49,71	50	50,8	49,61
	4-Mar-2006	50,38	50,95	51,2	50,1
	4-Mar-2006	49,36	50,32	51,19	49,7
35	5-Mar-2006	48,61	50,02	50,06	48,75
	5-Mar-2006	50,19	50,56	50,2	49,08
	5-Mar-2006	50,41	51,13	50,63	50
36	6-Mar-2006	50,02	50,75	50,26	49,15
	6-Mar-2006	50	50,95	50,8	49,91
	6-Mar-2006	49,77	51,13	50,65	49,5
37	7-Mar-2006	51,38	50,44	50,21	51,79
	7-Mar-2006	49,2	50,6	50,96	49,16
	7-Mar-2006	50,38	51,1	50,13	49,73
38	8-Mar-2006	50,13	50,33	50,88	49,76
	8-Mar-2006	49,83	49,95	50,14	50,22
	8-Mar-2006	50,41	51,27	50,56	49,85
39	9-Mar-2006	50,5	51,07	50,49	49,92
	9-Mar-2006	50,12	50,8	50,5	50,32
	9-Mar-2006	50,4	50,95	50,45	51,01
40	10-Mar-2006	50,03	50,38	50,88	50,46
	10-Mar-2006	51,35	51,85	51,2	51,24
	10-Mar-2006	50,65	50,9	51,01	50,51
41	11-Mar-2006	49,5	50,9	51,5	50,04
	11-Mar-2006	49,52	50,25	51,05	49,8
	11-Mar-2006	50,1	50,11	49,8	50,22
42	12-Mar-2006	49,5	50,9	50,81	49,3
	12-Mar-2006	50,03	50,7	51,07	50,5
	12-Mar-2006	50,01	50,62	50,16	49,94

SIRA NO	TARİH	SAĞ ÖN	SAĞ ARKA	SOL ÖN	SOL ARKA
43	13-Mar-2006	49,8	51,2	51,6	49,9
	13-Mar-2006	50,27	51,8	51,21	49,6
	13-Mar-2006	50,2	50,13	50,25	50,16
44	14-Mar-2006	50,28	50,23	50,21	50,33
	14-Mar-2006	50,32	50,1	50,09	50,24
	14-Mar-2006	50,4	50,47	50,33	50,19
45	15-Mar-2006	50,14	50,35	50,4	50,21
	15-Mar-2006	50,43	50,6	50,46	50,22
	15-Mar-2006	50,7	50,65	50,2	50,8
46	16-Mar-2006	50,66	51,23	51,03	50,4
	16-Mar-2006	49,98	51,17	50,8	50,14
	16-Mar-2006	49,46	50,68	50,2	49,59
47	17-Mar-2006	51,32	50,63	50,57	51,42
	17-Mar-2006	51,38	50,86	50,44	51,12
	17-Mar-2006	51,31	50,84	50,45	50,82
48	18-Mar-2006	51,48	50,69	50,49	50,91
	18-Mar-2006	50,71	50,5	50,9	50,63
	18-Mar-2006	50,72	50,54	50,35	50,8
49	19-Mar-2006	50,14	50,49	50,48	49,96
	19-Mar-2006	50,19	50,32	50,6	50,99
	19-Mar-2006	50,21	50,38	50,93	50,16
50	20-Mar-2006	51,22	50,78	50,04	50,78
	20-Mar-2006	51,02	50,55	50,4	50,96
	20-Mar-2006	51,04	50,45	51,1	50,4