

**KARAMANOĞLU MEHMETBEY ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TRANSFER BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ: DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER**

YÜKSEK LİSANS

Sevcan MERCAN

Matematik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kâmil ARI

HAZİRAN 2020

**KARAMANOĞLU MEHMETBEY ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TRANSFER BECERİLERİNİN
İNCELENMESİ: DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Sevcan MERCAN
(170831101)**

Matematik Anabilim Dalı

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kâmil ARI
Eş Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Hatice ÇETİN**

HAZİRAN 2020

TEZ ONAYI

Sevcan MERCAN tarafından hazırlanan 9. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsil Transfer Becerilerinin İncelenmesi: Denklemler ve Eşitsizlikler adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Ana Bilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: İkinci Danışman:
(Doç. Dr. Kâmil ARI)(Dr. Öğr. Üyesi Hatice ÇETİN)

Jüri Üyeleri

İmza:

Doç. Dr. Kamil ARI

Dr. Öğr. Üyesi Hatice ÇETİN

Doç. Dr. Murat YILDIZ

Dr. Öğr. Üyesi Murat İbrahim YAZAR

Dr. Öğr. Üyesi Nurullah YAZICI

Tez Savunma Tarihi: 11/06/2020

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Doç. Dr. Ahmet KAYABAŞI
Enstitü Müdürü



BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Bu çalışmadaki tüm bilgilerin, akademik ve etik kurallara uygun bir şekilde elde edildiğini beyan ederim. Aynı zamanda bu kural ve davranışların gerektirdiği gibi, bu çalışmanın özünde olmayan tüm materyal ve sonuçları tam olarak aktardığımı ve referans gösterdiğimi belirtirim.







Aileme,



ÖNSÖZ

Birçok açıdan yeni şeyler öğrenmeme vesile olan, çalışmam süresince her türlü desteği veren, ihtiyaç duyduğum her an bana zaman ayıran danışmanlarım Doç. Dr. Kamil ARI ve Dr. Öğr. Üyesi Hatice ÇETİN'e saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez jüri üyelerim olan Doç. Dr. Murat YILDIZ, Dr. Öğr. Üyesi Nurullah YAZICI ve Dr. Öğr. Üyesi Murat İbrahim YAZAR hocalarıma yaptıkları düzeltmeler ve katkılarından dolayı teşekkür ederim

Bu çalışma boyunca yardımlarını esirgemeyen kıymetli hocalarım Dr. Öğr. Üyesi Erhan DEVRİLMEZ'e ve Dr. Öğr. Üyesi Nadide YILMAZ'a yüksek lisans başlamamda ve devam ettirmemde hep yanımda olan yol arkadaşım Öğr. Gör. Ali ERDOĞAN'a çok teşekkür ederim.

Her konuda bana destek olan zor anlarımda bana moral veren aileme ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2020

Sevcan Mercan



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	ix
İÇİNDEKİLER	xi
KISALTMALAR	xiii
SEMBOLLER	xv
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xvii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xix
ÖZET.....	xxi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	4
1.2. Problem cümlesi.....	4
1.2.1. Alt Problemler.....	4
1.3. Araştırmanın Amacı	5
1.4. Araştırmanın Önemi	5
1.5. Araştırmanın Varsayımları	6
1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları	6
2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ARAŞTIRMASI.....	9
2.1. Temsil Kavramı.....	9
2.2. Matematik Eğitiminde Temsilin Yeri ve Önemi	12
2.3. Çoklu Temsil	16
2.4. Çoklu Temsiller Arası Transfer ve Cebir	17
2.5. Çoklu Temsil ve Cebir İle İlgili Araştırmalar	23
2.6. Çoklu Temsil ve Denklem- Eşitsizlik İle İlgili Araştırmalar	38
3. MATERYAL ve METOT	43
3.1. Araştırmanın Modeli	43
3.2. Araştırmanın Örneklemi	43
3.3. Verilerin Toplanması.....	44
3.3.1. Veri Toplama Aracının Geliştirilmesi.....	44
3.3.2. Veri Toplama Aracının Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması.....	45
3.3.3. Veri Toplama Süreci	53
3.4. Veri Analizi	54
4. BULGULAR	57
4.1. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerileri ne düzeydedir?.....	57
4.2. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında verilen bir temsilden sözel/ cebirsel/ grafik/ tablo temsiline transfer becerileri arasında ilişki var mıdır?	60
5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER	63
5.1. Tartışma ve Sonuç	63
5.2. Öneriler.....	68
5.2.1. Matematik Eğitimi Araştırmacıları İçin Öneriler.....	68
5.2.2. Matematik Öğretmenleri İçin Öneriler	69
KAYNAKLAR	71
EKLER	81
EK-1.....	81
EK-2	83
ÖZGEÇMİŞ.....	87



KISALTMALAR

ÇTTÖA	: Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
PSSM	: Principles and Standards for School Mathematics (Okul Matematiği İçin İlkeler ve Standartlar)
SPSS	: Statistical Package for Social Sciences (Sosyal bilimler için veri analizi)
KMK	: Kultusministerkonferenz (Alman Ulusal Standartları)



SEMBOLLER

f	: Frekans
%	: Yüzde
sd	: Serbestlik derecesi
p	: Anlamlılık düzeyi
N	: Veri sayısı
S.s	: Standart sapma
$\bar{X}$	: Aritmetik ortalama





ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3-1: Araştırma örnekleminin cinsiyete göre dağılımı.....	44
Çizelge 3-2: Araştırmanın örnekleminin okullara göre dağılımı	44
Çizelge 3-3: Soruların güçlük değerleri, uyum indeksleri ve puan-ölçüm korelasyonları.....	46
Çizelge 3-4: Soruların güçlük ve güvenirlik değerleri ve puan-ölçüm korelasyonları.....	47
Çizelge 3-5: Katılımcıların güçlük ve güvenirlik değerleri ve puan-ölçüm korelasyonları.....	48
Çizelge 3-6: Doğrulayıcı faktör analizi için uyum indeks değerleri	52
Çizelge 3-7: Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı'na ilişkin elde edilen değerler.....	52
Çizelge 3-8: Analitik puanlama anahtarı.....	54
Çizelge 4-1: Faktörlere ait ortalama puan ve standart sapma.....	58
Çizelge 4-2: ANOVA testi bulguları.....	59
Çizelge 4-3: Her bir maddeye ilişkin ortalama puan ve standart Sapmalar.....	59
Çizelge 4-4: Pearson korelasyon analizi bulguları.....	61



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Lesh'in Çoklu Temsil Modeli (Akkuş Çıkla, 2004).....	16
Şekil 2.2: Transfer - Doğrulama Modeli.....	18
Şekil 2.3: Matematiksel Transferler İçin Çok Boyutlu Kodlama.....	35
Şekil 3.1: Kişi-madde Haritası (Wright Map)	49
Şekil 3.2: Doğrulayıcı Faktör Analizi.....	51
Şekil 3.3: Elde Edilen t Değerleri.....	53
Şekil 4.1: Grafik Temsilden Diğer Temsillere Transfer İçeren Problem Örneği.....	57





ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

9. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKLU TEMSİL TRANSFER BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER

Sevcan Mercan

Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Kâmil ARI
İkinci Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Hatice ÇETİN

Haziran, 2020, 113 sayfa

Matematik öğretiminde pek çok konunun temelini teşkil eden sayılar ve cebir öğrenme alanı kapsamındaki denklemler ve eşitsizlikler öğrencilerin anlamada güçlük çektiği bir alt öğrenme alanıdır. Bu konunun anlamlı ve bütüncül öğretilmesi açısından öğrencilerin çoklu temsilleri (tablo, grafik, denklem, sözel ifade) transfer etme becerilerinin incelenmesi önemlidir. Bu çalışmada 9. Sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerilerinin ve bu temsil transferleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada nicel araştırma yöntemi kapsamında yer alan tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmaya İç Anadolu Bölgesindeki bir ilimizde bulunan 9 liseden amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen 2018-2019 eğitim öğretim yılının ikinci yarısında 9. sınıfta öğrenim gören 637 öğrenci katılmıştır. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen dört boyutlu Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı (ÇTTÖA) ile toplanmış ve betimsel analiz tekniğiyle analiz edilmiştir. Ölçme aracı ilk olarak 97 lise öğrencisine uygulanmış ve cronbach alfa değeri .88 olarak tespit edilmiştir. Elde edilen bulgular öğrencilerin denklem ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transfer becerilerinin istenen düzeyde olmadığını göstermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin en başarılı oldukları temsil transferinin grafik temsilden sözel temsile transfer olduğu, öğrencilerin en çok zorlandığı temsil transferinin grafik temsilden cebirsel temsile transfer olduğu tespit edilmiştir. Diğer temsillere transfer yaparken öğrencilerin başarılı oldukları temsiller sırasıyla tablo, grafik, sözel, cebirsel temsildir. Ayrıca öğrencilerin grafik/ tablo / sözel/ cebirsel temsile transfer becerileri arasında anlamlı bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu doğrultuda, denklem ve eşitsizliklerin öğretiminde her bir temsilin birbiriyle ilişkili ve bütüncül bir şekilde kullanılması önerilebilir.

AnahtarKelimeler: Matematik eğitimi, denklemler ve eşitsizlikler, çoklu temsil, temsiller arası transfer, 9. sınıf



ABSTRACT

MsThesis

INVESTIGATION OF 9th GRADE STUDENTS' SKILL IN TRANSLATING AMONG REPRESENTATIONS: EQUATIONS AND INEQUALITIES

Sevcan Mercan

**Karamanoğlu Mehmetbey University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics**

**Supervisor: Assoc.Prof. Dr. Kâmil ARI
Co-Supervisor: Assoc.Prof. Dr. Hatice ÇETİN**

June, 2020, 113 pages

Students have a difficulty in understanding the subject of equation and inequalities within the scope of numbers and algebra learning area, which forms the basis of several subjects in math teaching. In order to teach this subject in a meaningful and integrated way, it is important to examine students' skills of transferring multiple representations (table, diagram, equation, verbal expression) in algebra teaching. This study aimed to examine multiple representation transfer skills of ninth grade students in the equations and inequalities in the sub-learning area and the correlation between these representation transfers. The study used survey model, which is among quantitative research methods. 637 ninth grade students who were selected from nine high schools in the city in the Central Anatolia Region, via purposeful sampling method and were receiving education in the second term of the 2018-2019 academic year, took part in the study. The data were collected via the four-dimensional Multiple Representation Transfer Measurement Tool (MRTMT), which was developed by the researcher and analyzed via descriptive analysis technique. The measurement tool was initially applied to 97 high school students and the Cronbach's alpha value was found to be .88. The findings acquired demonstrate that the students do not have adequate representation transfer skills in the equations and inequalities in the sub-learning area. The descriptive analysis findings revealed that the representation transfer in which the students show the best success is transfer from diagram representation to verbal representation. On the other hand the representation transfer in which the students have the greatest difficulty is transfer from diagram representation to algebraic representation. In transfer to other representations, the students are successful respectively in table, diagram, verbal and algebraic representation. In addition we observed a significant correlation between the students' skills of transferring to diagram / table / verbal / algebraic representation. Accordingly we can suggest that each representation be used in association and integration with each other in equations and inequalities teaching.

Keywords: Mathematics education, equations and inequalities, multiple representation, translating among representations, 9 th grade



1. GİRİŞ

Günümüzde her geçen gün değişen bilimsel ve teknolojik gelişmelerle birlikte matematik eğitiminin önemi hızla artmaktadır. Matematik öğretimi; tüm ülkeler tarafından daima önemsenmiş, bilimsel ve teknik alandaki gelişmeler, matematiğin iyi öğrenilmesine bağlanmıştır (Altun, 2016). Matematik öğrenmek, kendi sözcük ve sembol tanımlarıyla yabancı bir dili öğrenmek gibidir (Matteson, 2006). Her kelime ve soyut sembol okunmalı (veya yazılmalıdır) ve titizlikle anlaşılmalıdır (Fuentes, 1998). Matematik öğrenmek ve matematik öğretmenin öncelikli amacı bireye günlük yaşamında karşılaşılabileceği matematiksel bilgi ve becerilerini kazandırarak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme yaklaşımı içinde ele alan bir düşünme biçimi ile inceleme özelliği kazandırmaktır (Erüs, 2007).

Matematiğin kendi içinde belirli bölümleri vardır. Bu bölümlerden biri cebirdir. Cebirin tarihçesinin yazılı kayıtlara göre antik Mısır ve Babil de başladığı, Gauss döneminde bugünkü modern biçimine dönüştüğü söylenebilir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014). İslam dünyasında cebir alanında çalışmış olan en önemli matematik bilgini Harezmi'dir. Harezmi 830 lu yıllarda yazdığı "El Kitab'ül-Muhtasar fi Hıساب'il Cebri ve'l-Mukabele" (cebir ve denklem kitabı üzerine özet kitap) adlı kitabında matematiğin bir dalı olarak cebir adını ilk kez kullanmıştır (Sarpkaya-Aktaş, 2019). Cebir Türk Dil Kurumu'na göre "artı ve eksi gerçek sayılarla, bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematik kolu" dur. Bunun yanında cebir,

- Zor, zorlayış.
- Pozitif ve negatif gerçek sayılarla, bunların yerini tutan harfler yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kuran matematik kolu.
- Sayılar yerine imgeler konularak sayısal işlemlerin genelleştirilmesi; sayı bilgisinin soyutlanması (Argün ve diğerleri, 2014, s. 72) anlamlarına gelir.

Cebir, matematiksel olarak farklı şekillerde tanımlanmıştır: Lew (2004), cebiri, denklemleri çözmek, fonksiyonel ilişkileri analiz etmek ve ifadeler ve ilişkilerden oluşan temsili sistemin yapısını belirlemek için sembollerle ve tüm ifadelerin ötesinde tüm sayılarla ilgilenen bir konu olarak tanımlamıştır. Ayrıca denklem çözme, fonksiyonel ilişkileri analiz etme ve yapıyı belirleme gibi faaliyetlerin cebirin amacı olmadığını, cebirin gerçek dünya olaylarının modellenmesi ve çeşitli durumlarla ilgili problem çözme araçları olduğunu ifade etmiştir. Kieran (1992), cebirin bir okul dersi olma işlevini vurgularken cebiri sayı ilişkilerini ve özelliklerini temsil eden ve işlemlerin sembolleri, denklem çözümleri, polinomlar gibi konuları içeren matematiğin bir kolu olarak ifade etmiştir (Maccini ve Hughes, 2000). Choike'e (2000) göre cebir, henüz bilinmeyen miktarları içeren bir soruya cevap bulmak için gereken aritmetik düzenleme sürecidir. En genel tanımıyla cebir matematiğin dilidir ve bu dil anlam ve işlemlerden oluşur (Baki, 2018).

Cebir, öğrencilerin matematik öğrenmelerinde kritik bir dönüm noktası olarak kabul edilmiştir (Wang, 2015). Dolayısıyla pek çok araştırmacı tarafından çalışma alanı olan cebirin birkaç işlevi şu şekilde sıralanabilir: cebir bir dildir, cebir bir problem çözme aracıdır cebir bir düşünce aracıdır, cebir bir okul dersidir (Dede ve Argün, 2003). Cebirin bu farklı işlevleri farklı tanımlarında ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır. Örneğin, “Cebir, miktarlar üzerindeki eylemleri ve aralarındaki ilişkileri tanımlayan bir dildir.” (Wagner ve Parker, 1993, s. 122) ifadesini kullanan araştırmacılar cebirin dil işlevine dikkat çekmektedir.

Cebir, soyut düşünceye açılan bir kapı olarak tarif edilir (Witzel, Mercer ve Miller, 2003). Bu yüzden, kavramsal anlamayı geliştirmek için soyut sembolik temsillere geçmeden önce öğretime çeşitli temsillerle başlamanın öğrencilerin yetenek gelişimine yarar sağladığı düşünülmektedir (Foegen, 2008). Ayrıca öğrenciler tarafından soyut olarak algılanan cebirin öğretiminde çoklu temsillerin etkin bir şekilde kullanılmasına ve bu gösterimlerin ilişkilendirilmesine ihtiyaç vardır (Sarpkaya-Aktaş, 2019). Bu bağlamda, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) ortaokul ve lise öğrencilerinin öğrencilerin problem durumlarını temsil etmek ve çözmek için sembolik cebir kullanmaları gerektiğini öne sürmektedir. Temsiller, öğrencilerin matematiksel ilişkileri anlamalarını ve problem çözme yeteneklerini geliştirmelerini sağlar (Fennell ve Rowan, 2001; Cai ve Lester, 2005). Çoklu temsil kullanımı aynı

zamanda bir problem çözme stratejisidir. Öğrenme ortamlarındaki öğrenci çeşitliliği göz önüne alındığında çeşitli temsil biçimlerini ilişkilendiren bir öğretim stratejisi, farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilere ulaşmak için etkili bir strateji olarak düşünülebilir. Bir problemi anlamak ve tanımlamak için temsil çeşitliliğini ve gücünü kullanmak etkili bir araçtır. Temsiller özellikle öğrencilerin matematik problemlerini anlamalarına ve yeni matematiksel kavramları öğrenmelerine yardımcı olmada etkilidir (Lee, Lei, Chen, M., Tso ve Chen, 2018). Özellikle görsel temsiller, matematik öğretiminde yaygın olarak kullanılan güçlü eğitim araçlarıdır, çünkü öğrencilerin matematik öğrenmelerini önemli ölçüde geliştirme potansiyeline sahiptir (Rau, 2017).

Matematik eğitiminde kavramsal öğrenme, tanımsal olarak ve temel özellikleriyle öğrenilen bir kavramı, çeşitli temsil durumlarında da anlamayı gerektirir ve bu doğrultuda öğrencilerden tanımsal bilgilerini kavramın çeşitli gösterimlerine transfer edebilmeleri beklenir (Ural, 2012). Öğrenciler herhangi bir kavramı cebirsel olarak ifade etmenin yanında sözel/ grafik/ tablo gibi temsiller arasında transfer yapabilmeyi öğrendikleri zaman gerçek bir kavram öğretimi gerçekleşebilir (Keller ve Hirsch, 1998; Bossé, Adu-Gyamfi ve Chandler, 2014). Öğrenciler tarafından her kelime ve soyut sembol okunmalı (veya yazılmalıdır) ve tam olarak anlaşılmalıdır. Örneğin, bazı matematik metinleri tamamen kelimelerden oluşurken denklemler gibi bazı matematik metinleri de sembollerden oluşmaktadır. Öğrenciler problemi anlamlandırırken ve problem için bir çözüm ararken sözlü ifadeden sembollere, sembolden sözlü ifadeye transfer edebilme konusunda ustalaşmalıdırlar. Bu öğrencilere yardımcı olmak için, öğretmenlerin aynı matematik konuları ile ilgili olarak birden fazla temsille öğrencilere deneyim kazanma fırsatı vermeleri gerekir (Fuentes, 1998). Çünkü öğrencilerden beklenen transfer becerilerinin gerçekleşmesi, bu yönde yapılacak öğretim etkinliklerine bağlıdır. Çoklu temsilleri kullanarak problem çözme yaklaşımı, öğrencilerin cebir hakkındaki önemli kavramları anlamalarını geliştirir ve derinleştirir (Choike, 2000). Temsiller matematikte yoğun olarak kullanılmaktadır ayrıca yapılan araştırmalar göstermiştir ki transfer becerisi matematik eğitimindeki başarı ile yüksek düzeyde ilişkilidir (Gagatsis ve Shiakalli, 2004).

1.1. Problem Durumu

Bu çalışmada, yukarıda bahsedildiği gibi kavramsal öğrenme, problem çözme, ilişkilendirme gibi kritik matematik becerileri hakkında önemli rolü olduğu belirtilen (Ural, 2012; Keller ve Hirsch, 1998; Bossé ve diğerleri, 2014) çoklu temsiller arası transfer beceriler üzerine odaklanılmıştır. Soyut olduğu düşünülen cebir konusunda (Van Ameron, 2002; Witzel ve diğerleri, 2003; Lew, 2004) zorluk çekildiği, bu zorlukların üstesinden gelinmesi için bir yol olan çoklu temsiller ve transferleri üzerinde araştırma yapılmıştır. Bu doğrultuda, 9. Sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsiller arasında transfer yapabilme becerileri incelenmiştir. Ortaöğretim 9. sınıf müfredatında yer alan denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanı doğrultusunda literatürde yer alan grafik/ tablo/ sözel/ cebirsel çoklu temsil boyutları (Heinze, Star ve Verschaffel, 2009; Bossé, Adu Gyamfi ve Cheetham, 2011a; Waisman, Leikin, Shaul ve Leikin, 2014; Wilkie, 2016) esas alınarak Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı geliştirilerek araştırma problemlerine yanıt aranmaya çalışılmıştır.

1.2. Problem cümlesi

1) 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerileri ne düzeydedir?

1.2.1. Alt Problemler

1. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında sözel temsilden diğer temsillere transfer becerileri ne düzeydedir?
2. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında grafik temsilden diğer temsillere transfer becerileri ne düzeydedir?
3. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında cebirsel temsilden diğer temsillere transfer becerileri ne düzeydedir?
4. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında tablo temsilden diğer temsillere transfer becerileri ne düzeydedir?

2) 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında grafik/ tablo / sözel/ cebirsel temsile transfer becerileri arasında ilişki var mıdır?

1.3. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada öğrencilerin MEB’de (2018b) ifade edilen 9. Sınıf Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında “Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapılır.” (MEB, 2018b, s.21) kazanımı doğrultusunda temsiller arası transfer becerilerinin ve bu temsil transferleri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.4. Araştırmanın Önemi

Denklemlerin sayılar ve cebir öğrenme alanının temel konularından olduğu söylenebilir. Arcavi, Drijversve Stacey (2016) denklemlerin cebirin ana yapısı olduğunu ve matematiğin tüm dallarına hakim olduğunu ifade etmektedir. Denklem kavramının anlaşılması ileri matematiksel kavramların anlaşılmasına zemin hazırladığı (Özarslan, 2010) için önemlidir. Denklem ve eşitsizlikler oldukça önemli olmasına rağmen öğrencilerin en çok hata yaptığı konulardan biridir (Şandır, Ubuz ve Argün, 2007).

Bu konunun kavramsal olarak öğrenilmesi için temsiller arası transfer becerileri önemlidir. Matematiksel kavramları anlama, ilişkilendirme ve etkili bir şekilde kullanmanın anahtarı, grafik, tablo, sembolik ve sözel temsiller arasında transfer yapmakla bağlantılıdır (Bossé ve diğerleri, 2014). Çok sayıda çalışma transfer sürecini çevreleyen bileşenleri (ör. Knuth, 2000), öğrenci başarılarını ve başarısızlıklarını (örneğin, Duval, 2006), öğrencilerin kullandığı teknikleri (örn. Pyke, 2003) ve öğrencilerin farklı yetenek düzeylerine göre transfer sürecindeki farklılıkları araştırmıştır (Gagatsis ve Shiakalli, 2004; Bossé ve diğerleri, 2014). Bu araştırmaların yanında öğrencilerin temsiller arasında transfer yapmakta zorluk çektiklerini belirten pek çok araştırma mevcuttur (Porzio, 1997; Galbraith ve Haines, 2000; Knuth, 2000; Bossé ve diğerleri, 2011a; Gagatsis ve Shiakalli, 2004).

Bazı araştırmacılara göre öğrencilerin çoklu temsiller arasında transfer yapabilmeleri matematiksel kavramının oluşum süreci için gereklidir ve onlarla esnek bir şekilde başa çıkabilme becerisi kazandırır, başarılı matematiksel düşünme ve problem çözmenin anahtarıdır (NCTM, 2000; Ainsworth, 2006). Çoklu temsillerin sadece yararlı değil, aynı zamanda matematik ve fen bilimlerinde kavramsal öğrenme için vazgeçilmez olduğunu iddia edilmektedir (Cheng, 2000).

Ortaöğretim matematik dersi öğretim programında öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırma sürecinde çoklu temsillerin ve materyallerin kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2018b). Öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecinde temsiller arası transferde hangi transferlerin diğerlerinden daha zor olduğunun değerlendirilmesi, bu öğrenci ve içerik merkezli transfer faktörlerinin bir birleşimidir ve bu nedenle önemlidir (Bossé ve diğerleri, 2011a).

Ulusal tezler incelendiğinde çoklu temsil bağlamında yapılmış çalışma sayısı sınırlıdır (Kardeş, 2010; Ergene, 2011; Sevimli, 2013; İzgiol, 2014; Kaya, 2015; Çetin, 2016). Bu çalışmalar genellikle öğretmen adayları (Kardeş, 2010; Ergene, 2011; Sevimli, 2013; İzgiol, 2014) ve ortaokul öğrencilerine (Kaya, 2015; Çetin, 2016) odaklanmaktadır. 9. Sınıf düzeyinde yapılmış yerel düzeyde çoklu temsiller arası transfer becerilerini ölçen bir ölçme aracına ve matematiksel kavram ve işlemlerin öğreniminde önemli görülen çoklu temsiller arası transfer becerilerine yoğunlaşan bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden, bu araştırmanın 9. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arası transfer becerilerinin ne düzeyde olduğunu araştırdığı ve ortaöğretim 9. sınıf düzeyinde özgün bir çoklu temsil transfer ölçme aracı geliştirildiği için literature katkısı olacağı düşünülmektedir.

1.5. Araştırmanın Varsayımları

- Araştırmaya katılan öğrencilerin aritmetik ve cebirsel işlemlerle ilgili gerekli ön koşul bilgilere sahip oldukları,
- Araştırmada kullanılan uygulama sorularını öğrencilerin tüm ciddiyet ve samimiyetle cevapladıkları,
- Araştırmanın kontrol edilmeyen diğer değişkenlerinin araştırmaya katılan tüm öğrencileri aynı oranda etkilediği varsayılmıştır.

1.6. Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırma 2018-2019 eğitim öğretim yılının ikinci yarısında öğrenim gören 637 9. Sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.
- 2018 yılında Milli Eğitim Bakanlığının yayınladığı Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda belirtilen sayılar ve cebir öğrenme alanına ait denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında “Denklemler ve eşitsizlikler ile ilgili problemler çözer.” (Meb, 2018b, s. 21) kazanımı ve altındaki

“Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapılır.” (Meb, 2018b, s. 21) ibaresi ile sınırlıdır.





2. KURAMSAL TEMELLER VE KAYNAK ARAŞTIRMASI

Matematiğin kendi başına bir dil ve yapılar topluluğu olması her bir matematik kavramının öğretiminin yapılandırmacı yaklaşımla gerçekleştirileceği fikrini doğurmaktadır (Altun, 2016). Yapılandırmacı yaklaşımda öğretim öğrenci merkezlidir. Ayrıca öğrencilerin kendi bilişsel yapılarını kurabilmeleri için uygun çevre ve öğrenme-öğretme ortamı hazırlanması gerekir. Bu doğrultuda öncelikle bireyin bilişsel olarak matematiksel kavramı nasıl gerçekleştirdiğini anlamak önemlidir. Bu durumunun farkında olan pek çok araştırmacı matematiksel anlamada temsillerin önemine dikkat çekerek bireyin matematiksel bilgiyi anlamasının gelişimini temsillerle ilişkilendirmektedirler (örneğin; Janvier, 1987; Goldin, 1998, 2003; Schultz ve Waters, 2000). Schultz ve Waters (2000), temsillerin sadece beceri alanında değil, aynı zamanda kavram geliştirme ve problem çözme becerisinde de önemli olduğunu ifade etmektedir.

Bu bölümde sırasıyla temsil kavramı ve temsil kavramının matematik eğitimindeki yeri ve önemi, çoklu temsil, çoklu temsiller arası transfer ve cebir başlıkları ile kaynak araştırması başlığına yer verilmiştir.

2.1. Temsil Kavramı

Temsil, tamamen ya da kısmen referans olarak ilişkili olan, anlamı olan, simgesi olan, özel bir şekilde birbirini etkileyen veya başka bir şeyi temsil eden bir tür konfigürasyondur (Palmer, 1977; Aktaran: Goldin ve Kaput, 1996). Temsil bir şeyi başka bir şekilde ifade etme biçimidir. Soyut kavram veya sembollerin gerçek dünyada somut olarak modellenme işlemidir (Kaput, 1998). Temsil, bir şekilde bir şeyin yerine geçen veya başka bir şeyi "temsil edebilen" işaretlerin, karakterlerin, simgelerin veya nesnelerin konfigürasyonudur (Goldin, 2003). Temsilleri matematiksel dilin bir parçası olarak düşünülebiliriz (Kuntze, Prinz, Friesen, Batzel Kremer, Bohl ve Kleinknecht, 2018). İnsanlar bir şeyi ifade ederken veya bir problem üzerinde çalışırken anlamalarına yardımcı olmak için temsilleri kullanırlar. Bireyler veya gruplar problemler üzerinde çalışırken, çizimler yapabilir, notlar tutabilir, tablo veya denklemler oluşturabilirler. Bu temsiller, kişilerin oluşturdukları fikirleri ve çıkarımları izlemelerine yardımcı olur ve ayrıca çalışmalarını organize edebilmelerini sağlar (Greeno ve Hall, 1997).

Temsil, bir nesne için bir kelime, bir durum için bir cümle, bir şeylerin düzenlenmesi için bir şema, bir sahne için bir resim gibi başka bir şeyin yerine geçen bir yapıdır (McKendree, Small, Stenning ve Conlon, 2002). Görsel temsiller, çeşitli tasarım boyutlarına göre farklılık gösterebilir: somut veya soyut olabilirler; fiziksel olabilirler (yani görsel özellikler somuttur) veya sanal olabilir (yani görsel özellikler dijital ekranda sunulur); statik veya animasyonlu olabilirler (yani, öğrenme deneyimi sırasında görsel özellikler değişir); ve etkileşimli olabilirler (Rau, 2017). Literatür incelendiğinde temsil kavramının farklı sınıflandırmaları mevcuttur. Bu sınıflandırmalardan biri Lesh, Post ve Behr (1987) tarafından yapılan resim ve diyagramlar, manipülatifler, sözlü semboller, yazılı semboller ve gerçek hayat durumları bileşenlerinden oluşan sınıflandırmadır. Bir diğer sınıflandırma olan iç temsil dış temsil sınıflandırması literatürde en sık karşımıza çıkan sınıflandırmadır. Kaput (1998), böyle bir ayrımın özünde bilişsel olduğunu ve düşünme ve öğrenmeyle ilgili diğer bakış açılarını (bilişsel, davranışçı vb.) dikkate almadığını belirtmiştir. Lesh, Post ve Behr (1987) temsili öğrencilerin içsel anlamalarının dışsal uygulamaları olarak ifade etmektedir. Wileman (1980), iç (zihinsel) temsiller ile dış temsiller arasında bir fark olmadığını iç temsilin dış temsilin zihindeki resmi olduğunu iddia ederken (Bayık, 2010) bazı araştırmacılar öğrencilerin zihinsel gelişiminin doğrudan çalışma yetenekleriyle bağlantılı olduğuna inanmaktadır (Pape ve Tchoshanov, 2001). Edwards (1998), öğrenen tarafından yapılan ve hem sıradan hem de "özel" görüntüleri içerebilen iç temsiller ile sosyal olarak paylaşılan, dışarıda gösterilen gösterimler ve matematik veya fen ile ilgili öğrenme ve öğretme sırasında karşılaşılan fikirleri ifade etme araçları olan dış temsiller arasında bir ayrım olduğunu belirtmiştir. Bu ayrımın varlığını destekleyen Goldin ve Steingold' a (2001) göre dış temsiller geleneksel matematik sembol sistemlerinden (onluk taban, cebirsel gösterim, sayı doğrusu, kartezyen koordinat temsili gibi) yapılandırılmış öğrenme ortamlarına (örneğin somut manipülatif materyal veya bilgisayar temelli mikro dünyalar) kadar uzanmaktadır. Dış temsillerin aksine iç temsiller kişisel olarak öğrencilerin sembolize etme yapılarını ve matematiksel notasyonlara yükledikleri anlamı ayrıca doğal dillerini, görsel tasvirlerini, uzaysal temsillerini, problem çözme stratejilerini, sezgisel bilgilerini ve en önemlisi matematikle ilgili hislerini içermektedir.

Öğrenciler gösterimleri hayal ettikleri ya da zihinsel olarak manipüle ettikleri zaman, içsel temsilleri kullanırlar. İçsel temsiller, öğrencilerin belirli bir konu veya alan hakkındaki içerik bilgisini oluşturan zihinsel modellerin yapı taşları olarak ifade edilirken (Rau, 2017); dış temsiller, bir grafik, tablo veya denklem gibi bir tür somut gösterimlerdir (Ainley, Barton, Jones, Pfannkuch ve Thomas, 2002). Daha açık bir şekilde ifade edersek dış temsiller, fiziksel semboller, nesneler veya boyutlar (örneğin, yazılı semboller, abaküs boncukları, grafiğin boyutları vb.) ve dış kurallar ve sınırlamalar, veya fiziksel konfigürasyonlardaki ilişkiler gibi çevremizdeki bilgi ve yapılar olarak tanımlanırken iç temsiller önermeler, üretimler, şemalar, sinir ağları veya diğer biçimler gibi zihindeki yapı ve bilgilerdir (Zhang, 1997).

Genellikle tüm sınıf düzeylerindeki temsil standartlarında (NCTM, 2000) ve ülkemizde Milli eğitim müfredatında belirtilen hedeflerin çoğu doğrudan öğrencilerin dış temsillerin üretimine odaklanır (Goldin, 1998; Sevimli, 2009). Dolayısıyla temsiller sınıftaki öğretmen ve öğrenciler arasında matematikle ilgili etkileşimlerde kilit rol oynamaktadır ve bir dil gibi matematiksel anlamlandırma, iletişim ve muhakeme için birer araçtır (Kuntze ve diğerleri, 2018). Örneğin 6 sayısı, altı nesne içeren bir çokluğu temsil edebilir ya da bir ölçümün sonucu olabilir. Kartezyen grafik de aynı şekilde bir temsildir. Bir fonksiyonu veya bir cebirsel denkleminin çözüm kümesini temsil edebilir. Dolayısıyla temsil edilen şeyin içeriğe veya temsilin kullanımına göre değişebileceğini söyleyebiliriz (Goldin ve Steingold, 2001). Burada temsiller tek başına değildir örneğin 6 rakamı 0,1,2,3 ve benzeri simgelerle ilerleyen ve çok basamaklı onluk tabanı, aritmetik işlemler ve eşitlik sembollerini, kesirleri temsil etmek için kullanılan kuralları içeren geleneksel sembol sistemine aittir. 6 sayısı ait olduğu sistemden ayrı olarak tek başına düşünüldüğünde neredeyse hiçbir anlamı yoktur. Ek olarak temsil kavramının önemli bir yönü, iki yönlü doğasıdır (Goldin ve Steingold 2001). Bir ilişkiyi gösteren, tasvir eden, kodlayan ve sembolize eden bir temsil genellikle her iki yönde de ifade edilebilir. Örneğin, bir grafik (kartezyen düzlemde orijin merkezli 1 yarıçaplı bir çember) iki değişkenli bir denklemin (örneğin $x^2 + y^2 = 1$ denklemi) geometrik gösterimi olabilir. Aynı şekilde denklemin geometrik gösterimi bir grafiği ifade eder.

Okullarda ve diğer çalışma ortamlarında temsil uygulamaları üzerine yaptıkları araştırmalarda Greeno ve Hall (1997) temsilin üç temel noktasına değinmiştir:

- Temsil biçimleri, kendi içlerinde bitmiş gibi öğretilmemelidir. Bunun yerine, öğrencilerin anlamasını inşa etmek, bilgi ve kavramayı aktarmak için yararlı araçlar olarak düşünülebilir.
- Temsiller anlama ve anlatmak için bir araç olarak kullanıldığında, eldeki amaçlara göre oluşturulur ve uyarlanır. Genellikle standart olmayan bir temsil, bu amaçlara standart bir formdan daha iyi hizmet eder ve öğrenciler kullanmak için esnek bir şekilde temsiller üretmeyi öğrenmelidir.
- Bir şeyin bir temsil olarak işlev görmesi için, insanlar anlamlı bir şekilde onu yorumlamalıdır. Elbette standart temsil biçimleri değerlidir ve öğrencilerin bu standart temsil biçimlerini nasıl kullanacaklarını öğrenmeleri önemlidir. Bununla birlikte, öğrenciler, avantajları ve sınırlamaları da dahil olmak üzere, temsillerin özelliklerinin tartışarak temsilleri inşa etmeyi ve yorumlamayı öğrenmede daha aktif olarak yer alabilirler. (Greeno ve Hall, 1997, s.362)

2.2. Matematik Eğitiminde Temsilin Yeri ve Önemi

Her geçen gün hızla değişen ve gelişen toplumda matematiği anlayan ve uygulayabilen kişilerin daha iyi fırsatlara sahip olacağı düşünülmektedir. Matematiksel yeterliliğin daha üretken ve verimli bir geleceğe kapı açacağı, matematiksel yeterliliğin eksik olması durumunda ise bu kapıların kapalı kalacağı ifade edilmiştir (NCTM, 2000). Bu doğrultuda NCTM tarafından 2000 yılında yayınlanan Okul Matematiğinin İlke ve Standartları (PSSM), okullarda uygulanan nitelikli bir matematik programının temel bileşenlerini ana hatlarıyla belirtmektedir. PSSM’de yer alan ve okul öncesi eğitimden 12. sınıfa kadar olan tüm aralığı kapsayan beş içerik standardı (sayı ve işlemler, cebir, geometri, ölçme, veri analizi ve olasılık), öğrencilerin öncelikli olarak öğrenmesi gereken içerik gruplarını açık bir şekilde tanımlarken, beş süreç standardı (problem çözme, muhakeme ve ispat, iletişim, ilişki, temsil) içerik bilgisi edinme ve uygulama yollarını vurgulamaktadır. Bu süreç standartlarından biri olan temsil standardında öğrencilere matematiksel fikirleri düzenlemeleri, kaydetmeleri ve aktarmaları için temsiller oluşturmaları ve kullanmaları; problemleri çözmek için matematiksel temsiller arasında seçim yapmaları, uygulamaları ve temsiller arasında transferler yapmaları ve fiziksel, sosyal ve matematiksel olguları modellemek ve yorumlamak için temsilleri kullanmaları önerilmektedir.

Ülkemizde ilköğretim öğretim programının özel amaçları içerisinde yer alan “Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilecektir.” (MEB, 2018a, s. 9)

ifadesi ve ortaöğretim öğretim programının uygulanması sırasında özellikle “Öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırma süreçleri, çoklu temsiller ve materyallerle desteklenmelidir.” (MEB, 2018b, s. 11) ifadesi eğitim öğretimde temsil kullanımına vurgu yapmaktadır. Öğretim programlarında da vurgulanmakta olan temsil, bir süreçten daha fazlasıdır; hem öğretme hem de öğrenmenin temel bir bileşeni, matematiğin modellenmesi ve öğrencilerin matematik hakkındaki düşüncelerini göstermeleri için bir yoldur (Fennell ve Rowan, 2001). Ayrıca Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi tarafından Okul Matematiği İçin İlke ve Standartlarda sunulan beş matematiksel süreçten biridir (NCTM, 2000). Bu süreçler, matematiği öğretme yöntemlerimizi yönlendirmeli ve öğrencilerin öğrenmelerini desteklemelidir.

Bazı eğitimciler ve araştırmacılar öğretme ve öğrenme faaliyetlerinde, daha derinlemesine anlamının önemine vurgu yapmış ve dolayısıyla dikkatlerini matematiksel ve bilimsel fikirlerin temsil sistemlerine yöneltmişlerdir. Özellikle çağdaş öğretim yaklaşımları, günümüzde profesyonel bilim tekniklerini ezberletmekten ve çoğaltmaktan uzaklaşarak, daha çok bilime katılma faaliyetlerine doğru yöneldiğinden, öğretimin bir parçası olarak temsil kullanımı da giderek önem kazanmıştır (DiSessa ve Sherin, 2000).

Bir ifadenin uygun temsillerini modellemenin, öğrencilerin fikirlerini daha fazla akılda tutmalarına ve görselleştirmelerine yardımcı olmak için iyi bir yol olduğu düşünülmektedir. Öğretmenler zenginleştirilmiş bir matematiksel dil kullanarak öğrencilerin akıl yürütmelerine, temsiller arası bağlantılar kurmalarına ve bunları yansıtmalarına yardımcı olmalıdır (Kuntze ve diğerleri, 2018). Çünkü bir kavramın öğretiminde öğretmenin vurguladığı temsiller, öğrencilerin iç temsillerinin inşasını etkilemektedir (Kendal ve Stacey, 2000). Ayrıca, öğrenciler, öğretmenin kullandığı temsilin herhangi bir fikri temsil etmenin tek doğru yolu olmadığını farkında olmalıdır. Böylece öğrenciler matematiği anlamak için çeşitli temsiller hakkında düşünme ve seçim yapma fırsatına sahip olacaktır.

Matematik alanı içinde temsiller, bir öğrenen tarafından deneyim yoluyla geliştirilen matematiksel fikirlerin veya bilişsel şemaların soyutlamaları olarak düşünülebilir (Pape ve Tchoshanov, 2001). Ayrıca temsiller matematiksel kavramları anlamak ve problem çözmek için birer araçtır, aynı zamanda kavramlar ve problem çözme ile ilgili iletişim kurma yöntemleri olarak da kullanılır (Stylianou, 2010). Öğretmenler,

öğrencilerin matematiksel fikirlerini açıklığa çıkarmak, matematiksel düşüncesine ulaşmak ve matematiksel bir fikri kavrayabilmeleri için zihinsel veya fiziksel olarak manipüle edebilecekleri bir biçime dönüştürmelerine yardımcı olmak için temsilleri kullanabilir.

Dufour-Janvier, Bednarz ve Belanger (1987) temsillerin matematik eğitimindeki rolünü şu şekilde belirtmiştir:

- Temsiller, matematiğin doğasında yer alır.
- Temsiller, kavramların birçok şekilde somutlaştırılmasıdır.
- Temsiller belli zorlukları kısmi olarak azaltmak için kullanılabilir.
- Temsiller matematiğin daha ilgi çekici ve ilginç olmasını amaçlamaktadır.(Aktaran: Özgün Koca, 1998, s. 3)

Aynı şekilde Chapman (2010) temsilin matematik eğitiminde önemli rol oynadığını ifade etmiştir. Ona göre bu roller birbiriyle ilişkilidir ve bir düşünme yolu (yani, temsil edilen şeyle bir anlam ifade etme), bir kayıt yolu (yani, düşüncelerini temsillerle belgeleme) ve bir iletişim şekli (örneğin bir açıklama aracı) olarak kategorize edilebilir.

Temsilleri sınıflarda kullanılan matematiksel dilin bir parçası olarak düşünebiliriz (Kuntze ve diğerleri, 2018). Temsiller kavram geliştirme ve problem çözme becerisinde önemli rol oynamaktadır. Ancak bir temsil kendiliğinden temsil edilmez, yorumlanması gerekir ve yorumlanması için de bir tercümana ihtiyacı vardır (Glaserfeld, 1987). Bu noktada öğretmenlerin sınıf içerisinde temsili nasıl kullandıkları ve öğrencilere nasıl aktardıkları önem kazanmaktadır. Öğrencilerin kavram ve temsil kullanma yeteneğinin gelişimi öğretmenlerin temsil kavramlarının doğasından etkilenir (Stylianou, 2010). Dolayısıyla öğrenme ortamları öğrencilere matematiksel bir nesnenin farklı temsillerini tanımaları için fırsat vermelidir. Bu nedenleri göz önünde bulundurarak eğitimcilere düşen görev öğretim ortamlarında belirli bir temsili tercih etmek yerine öğrencilere birden fazla temsil bulunan bir ortam sağlayarak öğrencilerin farklı temsilleri kullanmalarını sağlamak ve kendileri için en anlamlı temsili seçmelerine fırsat vermektir.

Stylianou (2010), öğrencilerin özgür bir biçimde araştırmalara ve tartışmalara katılmalarına izin veren ders yapısının üç aşamada gerçekleşebileceğinden bahsetmektedir. Bu ders yapısının ilk aşaması öğretmenin matematiksel bir görevi başlatmasıyla başlar (başlatma aşaması), daha sonraki aşamada öğrenciler ellerindeki bilgilerle ve araçlarla problem çözmek için küçük gruplar halinde çalışırlar (keşif

aşaması). Son olarak tartışma ve özetleme aşamasında öğretmen gruplardan tartışmalarını toparlamalarını ve göreve yönelik yaklaşımlarını sunmaları istenir. Bu aşamada öğretmen öğrencilere rehberlik ederek önemli matematiksel fikirleri özetlemeye ve vurgulamaya yardımcı olmaktadır. Bu bağlamda yapılan çalışmada öğretmenlerin başlatma aşamasında temsili bir açıklama ve sunum aracı olarak gördükleri ve temsili yararlı olarak algıladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Keşif aşamasında temsilin rolü ile ilgili çok az bilgi elde edilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmenlerin üçte ikisinin öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmalarını istediği fakat problem çözme sürecinde temsillerin nasıl kullanılacağı ya da bu süreçte farklı temsillerin hangi roller oynayabileceği konusunda belirli bir öğretim hedeflerinin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

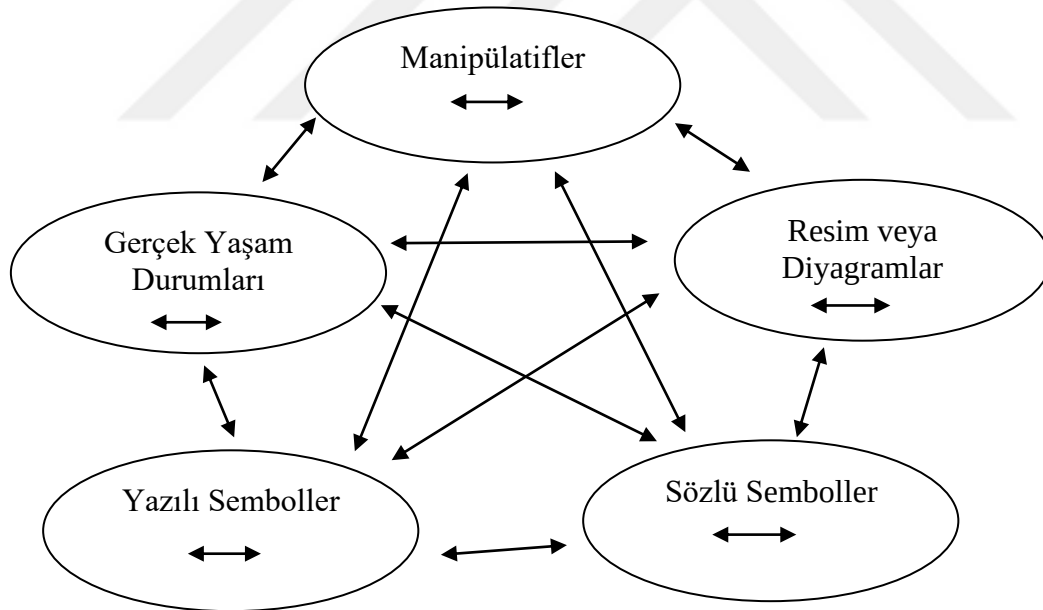
Carpenter, Fennema, Fuson, Hiebert, Human, Murray, Olivier, Wearne (1994) öğrencilerin ilişki kurma becerilerini desteklemek için çeşitli ilkelerin öğretimin geliştirilmesine yönelik olarak rehberlik ettiğini ifade etmiştir. Bu ilkelerden ilki, dış temsillerin (fiziksel, resimsel, sözlü, sembolik), miktarları göstermek ve kaydetmek, miktarlara etki etmek ve miktarlar arasında ilişki kurmak için araçlar olduğunu ifade ederken ikinci ilke, belirli bir temsil kullanıldığında (örneğin, taban-on blok), öğrencilerin bir araç olarak kullanmayı pratik yapmasına ve bağlantılara aşina olmalarına yardımcı olmak için sürekli olarak kullanılması gerektiğini ifade etmektedir. Üçüncü ilke temsillerin kendi başlarına ilginç eserler olarak analiz edilmesinin yanı sıra problemleri çözmek için kullanıldığını ifade ederken dördüncü ilke, sınıf tartışmalarının temsillerin nasıl kullanılabileceğine ve nasıl benzer ve farklı olduklarına odaklanması gerektiğini ifade etmektedir. Bu ilkelerin genel amacı, öğrencilerin farklı temsil biçimlerini rahatça kullanmalarına yardımcı olmak ve aralarında ilişkiler kurmaktır.

Dış temsiller bu tezin ana odağıdır. Dış temsiller fikirlerin, kavramların ve yapıların fiziksel uygulamaları olarak tanımlanabilir ve bunları kullanarak matematiksel fikirler öğrenciler tarafından manipüle edilebilir. Matematikte, grafikler, tablolar, cebirsel ifadeler, bilgisayar animasyonları, canlandırılmış eylemler, konuşma ve yazı dili, dış temsil sistemlerine örnek olarak verilebilir. Öğrencilerin dış temsilleri ve yapılandırılmış matematiksel aktiviteleri öğrenmesindeki etkileri anladığımız zaman matematiği en etkili şekilde öğretebiliriz (Goldin ve Steingold, 2001).

2.3.Çoklu Temsil

Kardeş' e (2010) göre çoklu temsiller dış temsillerin özel halidir. Ainsworth (1999), aynı amacı belirtmek için aynı anda kullanılan temsillerden ikisi veya daha fazlası için çoklu gösterimler terimini kullanmıştır. Kardeş, Aydın ve Delice (2012) çoklu temsili matematiğe yönelik bir ilişkinin veya kavramın farklı biçimlerde ifade edilmesi şeklinde tanımlarken Özgün Koca (1998), 'çoklu temsiller aynı bilgiyi birden fazla biçimde sunmak için fikir ve kavramların dış matematiksel düzenlemeleridir' ifadesini kullanmaktadır.

NCTM (2000), öğrencilerin problem çözme ve muhakeme araçları olarak çoklu temsilleri kullanma yeteneklerini geliştirmenin önemli olduğunu vurgulamaktadır. Kavramların öğretiminde çoklu temsillerinin kullanılması daha derin ve esnek bir anlayış sağlamaktadır (Keller ve Hirsch, 1998). Literatürde çoklu temsil ve bu temsiller arası transfer bazı araştırmacılar tarafından modellenmiştir. Örneğin Lesh'in modeli Şekil 2.1'de verilmiştir (Aktaran: Akkuş Çıkla, 2004).



Şekil 2.1: Lesh'in Çoklu Temsil Modeli (Akkuş Çıkla, 2004).

Literatürde yer alan diğer bir çoklu temsil modelinde Bruner (1966), öğrencilerin bilişsel gelişimini etkileyen en önemli faktörler olarak kabul edilen matematiksel fikirleri temsil eden üç mod önermiştir: enaktif mod (eylem temelli), ikonik mod (resim temelli) ve sembolik mod (dil temelli). Bruner'e (1966) göre, bu modlar,

öğrencinin aklında etkin görsel görüntüler oluşturmak için enaktif-ikonik-sembolik devamlılıkta verimli bir şekilde etkileşime girer (Aktaran: Çağlayan, 2014).

Öğrencilerin temsiller arasındaki bağları inşa etmelerinde yardımcı olmak için, ilk başlangıçtaki veya referans noktası temsilini bilmek önemlidir. Bir yapılandırmacı bakış açısına göre, ilk temsili seçmek, çeşitli değişkenlerin bir fonksiyonu olarak düşünülebilir (Keller ve Hirsch, 1998). Kavram görüntüleri çeşitli görsel ve kavramsal şemalara yerleştirilmişse, kavramın sağlıklı bir şekilde temsil edilmesine yardımcı olur ve bir kişinin problem çözmeye karşı yaklaşımı üzerinde dinamik bir etki sağlar. Öğrenci karşısındaki konuşmacı tarafından kullanılan kelimelerin anlamlarını algılamaya çalışır ve bu nesnelerin ve fikirlerin manipülasyonunu sağlar. Bu deneyimler sayesinde, zaten var olan çeşitli kavramlar ve görüntüler, yeni bir iç görü veya anlam vermek için birbirleriyle bağlanabilir.

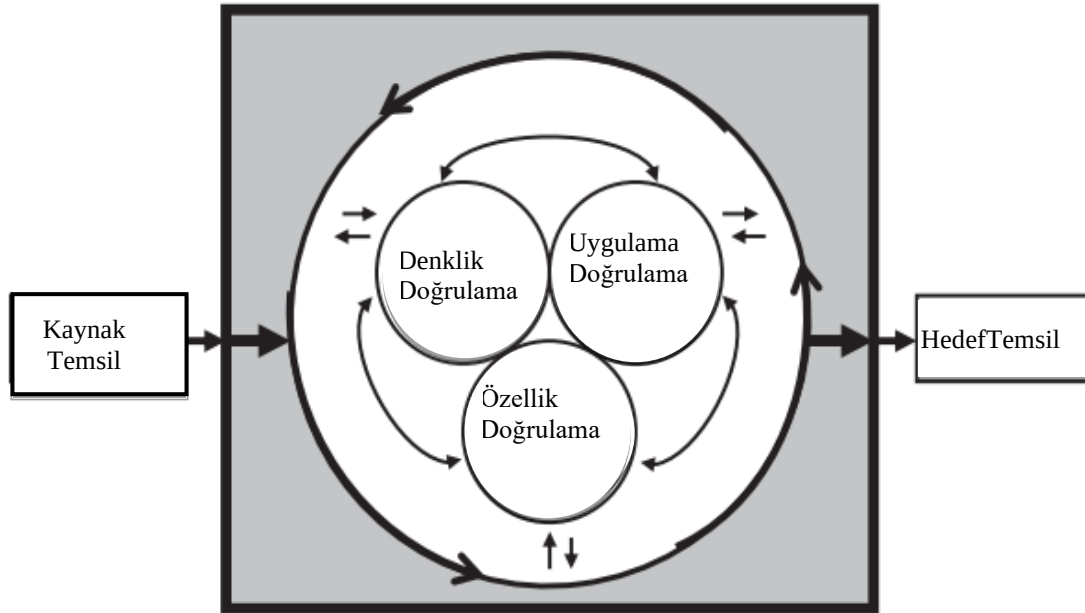
2.4. Çoklu Temsiller Arası Transfer ve Cebir

Matematik eğitiminde çoklu temsil kavramı birçok araştırmacı tarafından vurgulanmaktadır (Even, 1998; Aviles Garay, 2001; Hitt, 2002; Gagatsis ve Shiakalli, 2004; Hacıömeroğlu, 2007; Bieda ve Nathan, 2009; Dündar, 2015; Kaya, 2015) Araştırmacılar özellikle dış temsillerin öğrencilerin kavramsal anlamasını geliştirdiğini (Hacıömeroğlu, 2007; Dündar, 2015) hatta matematiğin kavramsal olarak anlaşılması için çoklu temsillerle öğrenmenin şart olduğunu (Dreher, Kuntze ve Lerman, 2015) ifade etmiştir. Çoklu temsilin araştırmacılar tarafından vurgulanmasının nedeni tek bir temsilin matematiksel bir nesneyi açık ve net bir şekilde ifade edememesindendir. Bu noktada bir kavramın öğrenilmesi için mümkün olduğu kadar kavramın dış temsilleri ile çeşitlendirilerek inşa edilmesi ve temsiller arası etkileşim için daha fazla fırsat verilmesi gerektiği fikri ortaya atılmıştır (Hitt, 2002).

Transfer, bir temsil tarzından diğerine geçiş (Janvier, 1987) ve “farklı bir temsil yöntemine yorumlamanın gerektirdiği hareket” olarak tanımlanmaktadır (Roth ve Bowen, 2001, s. 161). Transfer edilen şey temsilin kendisi değil, temsillerle ifade edilen fikirler veya yapılarıdır (Adu Gyamfi, Stiff ve Bossé, 2012). Transfer terimi bir matematiksel temsilin ifade ettiği bilgi ve ilişkilerin başarılı bir şekilde hedef temsile dönüştürüldüğü bir süreç referans olarak da kullanılır. Sonuç olarak, bu çalışmada kullanılan transfer terimi, bir matematiksel temsilin yapılarının bir başka temsille

eşleştirildiği bir işlemi ifade etmektedir. Tablo biçiminde sunulan bir ifadeyi alıp kural veya bağlılık ilişkisini koruyarak grafik biçimde ifade etmek bu sürece bir örnektir. Dolayısıyla, transfer işlemi bir başlangıç (giriş) temsili ve bir hedef (çıkış) temsili olmak üzere iki temsil biçimini içermektedir (Adu-Gyamfi ve diğerleri, 2012). Başlangıç temsilinde ifade edilen temel unsurlar veya yapılar, hedef temsilinde bulunan yapılar aracılığıyla başarıyla ifade edilirse, transfer başarılı olacaktır.

Bir temsil transferinde öğrencilerin başarılı olup olmadığını belirlemek için Adu-Gyamfi ve diğerleri (2012) Şekil 2-2’de sunulan “Transfer-Doğrulama Modelini” önermektedir ;



Şekil 2.2 : Transfer - Doğrulama Modeli (Adu Gyamfi ve diğerleri, 2012).

Bu modelde herhangi bir kaynak temsilin hedef temsile doğru bir biçimde dönüştürülebilmesi için denklik doğrulama, uygulama doğrulama ve özellik doğrulama şartlarını sağlaması gerektiği ifade edilmektedir. Bir öğrencinin transferi doğru bir biçimde yapıp yapmadığının belirlenmesi için bu şartlar dikkate alınır. Denklik doğrulamada bir öğrenci, hem kaynak hem de hedef temsillerin aynı bilgiyi iletip iletmediğini veya aynı matematiksel fikirlerin veya yapıların somutlaştırılmasını sağlayıp sağlamadığını belirlemelidir. Özellik doğrulama ise öğrencilerin belirli bir kaynak temsili istenen hedef temsile doğru bir şekilde transfer edebilmek için temsillerin temel özelliklerinin tanımlamaları ve anlamaları için kritik ihtiyacı yansıtmaktadır. Uygulama doğrulamada, transfer sırasında

hatalardan kaçınılması durumunda, dönüştürme eylemlerinin veya faaliyetlerinin aslında uygun ve doğru bir şekilde gerçekleştirildiği doğrulanmalıdır. Bu model, transfer sürecinde öğrencilerin zayıf oldukları ve hata yaptıkları transferleri tespit etmeyi kolaylaştırmaktadır.

Öğrenciler bir temsille ilk defa karşılaştıklarında, temsilin nasıl kullanıldığını ve yorumlandığını öğrenmelidir. Ayrıca bu temsili, karşılık gelen matematiksel nesne ile karıştırmamak için ayrı bir biçimde düşünmek yeterli değildir, belirli temsillerin ötesine geçmek ve farklı temsiller arasında transfer yapabilmek için bu nesnenin diğer temsillerle bağlantıların yapılması gerekir (Duval, 2006; Dreher ve Kuntze, 2014).

Problem çözme sürecinde, farklı temsilleri kullanmanın, temsiller arası dönüşüm esnekliğine sahip olmanın, kavramsal anlamayı geliştireceği, performansı etkileyebileceği düşünülmektedir (Delice ve Sevimli, 2010). Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerin anlamlı bir şekilde matematik öğrenmelerini desteklemek için kavramın farklı gösterimlerini kullanmaları gerekir (Ainsworth, 2006). Çizimler kavramların veya problemin daha iyi anlaşılmasını kolaylaştırdığı ve matematiksel akıl yürütmeye yardımcı olduğu düşünülmektedir (Debrenti, 2015). Dolayısıyla, çoklu temsil kullanımının desteklenmesindeki amaç belirli bir problemi çözmek için ayrı ayrı temsiller kullanılarak farklı yöntemlerle matematiksel tartışmalar yapmak yerine, öğrencilerin güçlü matematiksel fikirler geliştirmek için temsillerini birbirleri üzerine inşa etmelerini sağlamaktır (Stein, Engle, Smith ve Hughes, 2008). Matematik öğretiminde çoklu temsilleri etkin bir şekilde kullanmak, matematiksel kavramları farklı biçimlerde kavramsallaştırma, ifade etme ve gözlemleme fırsatı vermektedir. Bu ise öğrencilerin kavramlar hakkında daha derin ve esnek anlamlara sahip olmasını sağlamaktadır (İncikabı ve Biber, 2018).

Even (1998), aynı temsili farklı temsil modlarında tanımlayabilme ve temsil edebilme, temsiller arasında geçiş yapmak için esnek olma, çeşitli temsil modları arasında en uygun olanı seçme ve temsillerin avantaj ve dezavantajlarını kullanabilmenin matematikte kavramsal anlama için çok önemli olduğunu belirtmiştir. Hitt (1998) bu görüşü destekleyerek matematik öğretiminin temel amacının, öğrencilerin bir temsil türünden diğerine çelişkilere düşmeden geçebilmesi olduğunu ifade etmiştir.

Bu mevcut durumu ele almak için matematik eğitimi topluluğu tarafından pek çok öğretim yaklaşımı önerilmiştir. Matematik eğitimi alanındaki birçok araştırmacı tarafından vurgulanan matematiği öğrenmenin kilit rolü, birçok ülkenin mevcut ulusal standartlarında (örneğin NCTM, 2000; Alman Ulusal Standartları (KMK), 2003) yeniden ifade edilmiştir. KMK matematiksel temsilleri kullanmayı, matematiksel yeterliliğin altı genel yönünden biri olarak vurgulamaktadır;

Matematiksel temsilleri kullanma:

- Matematiksel nesneler ve durumlar için farklı gösterimleri uygulamak, yorumlamak ve ayırt etmek,
- Temsiller arasındaki bağlantıları tanımak ve
- Duruma ve amacına bağlı olarak farklı temsiller seçmek ve bunlar arasında değişiklik yapmak (KMK, 2003, s. 8).

“Matematiksel temsilleri kullanma”nın matematiksel yeterliliğin genel bir yönü olarak nitelendirilmesi, temsil kullanımının her türlü matematiksel konu için geçerli olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla çoklu temsillerin kullanılmasını içeren öğretim, geleneksel öğretime göre daha geniş bir yelpazede öğrenenlere ve öğrenme stillerine hitap etmeyi ve öğrencilerin incelenen kavramları daha iyi anlamasını sağlamak için farklı temsiller arasında köprüler kurmalarını amaçlamaktadır (Mallet, 2007). Rau, Aleven ve Rummel'a (2009) göre ancak temsiller arasında aktif olarak bağlantı kurmaya teşvik edilirlse birden fazla temsilin kullanılması öğrencilerin öğrenmelerini teşvik edebilir. Matematik dersinde bunu uygulamak için, öğretmen bilgisine ihtiyaç vardır. Çünkü bir öğretmen öğrencilerinin çoklu temsilleri anlamalarını ve ne tür bir öğrenmeye dayanan ortamlar tarafından ne tür bir öğrenmeyi desteklediğini biliyorsa, öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamak için uygun bir yöntem, manipülatif ya da etkinlik türünü daha iyi seçip kullanabilir (Akkuş Çıkla, 2004).

Temsiller arasında transfer işlemi otomatik değildir, oldukça karmaşıktır (Gagatsis ve Shiakalli, 2004) ve farklı matematiksel başarı seviyelerine sahip katılımcılarda farklılık gösterir (Waisman ve diğerleri, 2014). Nistal, van Dooren, Clarebout, Elen ve Verschaffel (2009) yaptıkları çalışmada çoklu temsillerin öğrencilere yük olmadan matematiksel öğrenmeyi ve problem çözmeyi desteklemesi için, öğrencilerin bazı eğilimlere sahip olması gerektiğini ifade etmektedir. Bu eğilimlerden bazıları şunlardır: öğrenciler temsillerle etkileşimde bulunmak için gerekli diyagram bilgisine sahip olmalı, transferi koordine edebilmeli ve aynı alanda temsiller arasında geçiş

yapabilmeli ve daha sonra, kullanılan temsillerden gelen bilgileri içerecek bir zihinsel model yaratmalı veya değiştirmelidir. Ayrıca her durum için en uygun temsili seçmek için gerekli stratejik bilgi ve becerilere sahip olmalıdır.

Öğrencilerden beklenen yeteneklerin yanında öğrenme ortamları ve öğretmen faktörü de çoklu temsil kullanımı için önemlidir. Dolayısıyla öncelikle, öğrenme ortamları, öğrencilere matematiksel bir nesnenin farklı temsillerini tanımlarını sağlamak için uygun birçok yönlü konsept imajı geliştirme fırsatı vermelidir. İkincisi, temsiller arası transfer dikkatli bir şekilde yapılmalı, öğrenciler temsiller arasındaki sürekliliği yansıtmaları için ve birbirleriyle bağlantı kurmaları için açıkça teşvik edilmelidir. Böylece çoklu temsiller, öğrenmenin önünde bir engel olmayacaktır (Duval, 2006; Blomberg, Renkl, Sherin, Borko ve Seidel, 2013).

Cebir öğrenmek için amaçlardan biri, karmaşık durumları bir tablo ve bir diyagram kullanarak düzenlemek için bir araç geliştirmektir (Lew, 2004). Öğrencilerin cebir başarısını etkileyen altı tür düşünme yeteneğinden biri olan organizasyon yeteneği, birçok problem çözme aktivitesi için çok önemli olan tüm bağımsız değişkenleri bulmak için birlikte düşünmeye teşvik eder. Verileri bir tablo oluşturarak sıralayarak ve düzenleyerek, problem durumu ve problemin koşulları arasındaki ilişki hakkında genel bir bilgi elde edilebilir ve bağımsız bir değişken ile ilgili bağımlı değişken arasındaki ilişki daha kolay kontrol edilebilir.

Cebir öğrenciler için oldukça zor bir ders olarak görülmektedir (Egodawatte, 2011; Kalaivani ve Tarmizi, 2014). Özellikle, cebirin sadece soyut sembollerle ilgilenen bir konu olarak öğretilmesi, öğrencilerin matematiğin anlamsız olduğu inancını desteklemektedir (Lew, 2004). Semboller içeren değişken kavramı, cebirdeki en zor ve en önemli kavramlardan biri olarak kabul edilir. Yapılan bazı araştırmalarda değişken kavramı elektronik tablo aracılığıyla öğretilmeye çalışılmıştır (örneğin, Drier, 2001; Dettori, Garuti ve Lemut, 2006). Araştırmacılar değişkenlerle ilgili çeşitli matematiksel fikirleri ve durumları temsil etmek ve araştırmak için bir elektronik tablo kullanılması önermektedir (Lew, 2004).

Diğer taraftan cebir, düşünme yolunu öğrenmek için önemli bir konudur (Lew, 2004). Bu anlamda, cebirsel kavramlar ve gösterimler, ilköğretim matematiğinin ayrılmaz bir parçasıdır (Carragher, Schliemann, Brizuela ve Earnest, 2006). Tarihsel analizler ve deneysel kanıtlar incelendiğinde öğrencilerin cebirle ilgili uzun ve zorlu

bir yolculukla karşı karşıya kaldıkları sonucuna varabiliriz (Carraher ve diğerleri, 2006).

Cebir, teknoloji, iş gücünün ihtiyaçları ve cebir öğretme ve öğrenme araştırmalarındaki gelişmeler, cebirin neyi öğrettiğini, nasıl öğretildiğini ve öğrenildiğini derinden etkilemektedir (Lacampagne, Blair ve Kaput, 1995). Cebirsel düşünce kendiliğinden gelişmez ve dolayısıyla öğrencilere özel olarak öğretilmediği sürece öğrencilerin aritmetik bir yaklaşımdan öteye geçiş yapma olasılıkları yoktur (Stacey ve Macgregor, 2000). Öğrencinin bakış açısından, bir problem çözmek için cebir kullanmak, öğretmenler tarafından açık bir amaç olmaksızın dayatılan ekstra bir zorluk olarak görülmektedir (Stacey ve MacGregor, 2000). Bu zorluk Booth'a (1988) göre aritmetik ve ilköğretim matematiğinin öğretilme yollarından kaynaklanabilir (Carraher ve diğerleri, 2006). Ayrıca Van Ameron (2002) cebirin sevilmemesi nedenini gerçek dünya ile ilişkisinin çok az olmasına ve çok katı kuralları olan soyut bir matematik dalı olmasına bağlamaktadır. Stacey ve MacGregor (2000), cebirin öğrencilere aritmetik yönlerin (sayısal problem çözme, formül yazma, denklemleri yalnızca hikaye olarak yorumlama, hesaplanacak şeyleri temsil etmek için bilimeyen kullanma vb.) en üst düzeyde olması için öğretilebileceğini, ancak bu yaklaşımın cebirsel problem çözme yeteneğinin sadece küçük bir kısmını öğrencilere sağlayacağını ifade etmektedir. Bu noktada öğrencilere çoklu temsil tabanlı bir cebir eğitimi vermek, cebirsel düşünmeye kavramsal geçişi teşvik edecektir (Akkuş Çıkla, 2004).

Günlük hayatta ve bilimsel çalışmalarda karşımıza çıkan problemlerden bazıları denklemler ve denklem sistemleri ile veya bir eşitsizliğin incelenmesi ile çözülebildiği için denklem ve eşitsizlik kavramlarının öğretimi oldukça önemlidir (Altun, 2016). Denklem kavramının anlaşılması ve denklem çözümlerinin bulunabilmesi ileri matematik konularının anlaşılmasına zemin hazırlamaktadır (Dede, 2004). Matematik öğretimi için oldukça önemli ve kritik olan denklem ve eşitsizlik kavramı sembolik ifadeler içerdiği için öğrenciler tarafından soyut olarak algılanabilmektedir. Dolayısıyla öğrenciler bu konuyu kavramsal olarak öğrenmede zorluk yaşamaktadır. Soyut kavramlar öğrencilere somutlaştırılarak veya somut araçlar kullanılarak öğretilirse bu zorluk giderilebilir veya azaltılabilir (Kalkan, 2014). Bu noktada öğretmenler öğrencilere anlamlı gelecek gerçek hayat durumları

içeren problemler ve öğrencileri farklı yollarla düşünmeye teşvik eden bir öğretim yöntemi seçerek öğrencileri düşünmeye teşvik edebilir.

2.5. Çoklu Temsil ve Cebir İle İlgili Araştırmalar

Matematiğin öğrenilmesinde ve öğretilmesinde çoklu temsillerin kullanımı üzerine birçok araştırma yayınlanmıştır (Piez ve Voxman, 1997; Porzio, 1997; Keller ve Hirsch, 1998; Owens ve Clements, 1998; Kendal ve Stacey, 2000; McGowen, States ve Tall, 2000; Aviles Garay, 2001; Kendal, 2001; Lesser, 2001; Mourad, 2005; Keller ve Hirsch, 1998; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Andrá, Lindström, Arzarello, Holmqvist, Robutti ve Sabena, 2015; De Bock, Van Dooren ve Verschaffel, 2015; Rau, 2017). Bu çalışmaların bazıları cebir ve çoklu temsil kullanımına odaklanırken (Kendal ve Stacey, 2000; Lesser, 2001; Andrá ve diğerleri, 2015) bazıları öğretimde çoklu temsil kullanımının öğrencilerin anlamaları üzerine etkilerine odaklanmıştır (Piez ve Voxman, 1997; Owens ve Clements, 1998; Aviles Garay, 2001; Kendal, 2001; Mourad, 2005; De Bock ve diğerleri, 2015; Rau, 2017). Başka çalışmalar öğrencilerin temsil tercihlerine odaklanmıştır (Porzio, 1997; Keller ve Hirsch, 1998; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006).

Piez ve Voxman (1997), çoklu temsiller içeren etkinliklerin öğrencilerde daha kapsamlı bir anlayışa yol açtığına inanmaktadır. Aynı fikri destekleyen Keller ve Hirsch (1998) çoklu temsil kullanımının bir kavramın birden fazla şekilde somutlaştırılmasını sağladığını ifade etmiştir. Ona göre çoklu temsil kullanımı karmaşık kavramların farklı yönlerini seçici bir şekilde vurgular ya da duruma göre önemsizleştirir. Ayrıca temsillerin bilişsel olarak ilişkilendirilmesini kolaylaştırır ve böylece parçalarının toplamından daha büyük bir bütün oluşturur.

Andrá ve diğerleri (2015) yaptıkları çalışmada özellikle matematiksel bir metni temsiller aracılığıyla anlama ve böylece anlamlara erişme bilişsel sürecinin bir parçası olarak öğrencilerin matematiksel metinleri nasıl okuduğunu araştırmıştır. Çalışmanın odak noktası matematikteki formül, grafik ve düz metinlerin okunmasıdır. Bu doğrultuda üç dönüşüm seçilmiştir: formülden düz metne, düz metinden formüle ve grafikten düz metne olmak üzere 43 adet uyaran tasarlanmıştır ve bu uyaranlar öğrencilere rastgele sunulmuştur. Bu uyaranlardan formül–metin (ft tipi, N=15) tipindekilerde girdi olarak formül verilip dört metin alternatifi sunulmuştur. Grafik–metin (gt tipi, N=12) tipindeki uyaranlarda girdi olarak grafik

verilip dört metin alternatifini sunulmuştur. Son olarak metin-formül (tf tipi, N=16) tipindeki uyarılarda girdi olarak metin verilip dört formül alternatifini sunulmuştur. Öğrencilerin görevi, dört seçenekten hangisinin girdinin doğru bir temsili olduğunu veya temsilin kuralına veya özelliğine göre girdiye karşılık geldiğini belirlemektir. Katılımcıların kâğıt kalem gibi araçlar kullanmasına izin verilmemiştir sadece göz hareketlerine odaklanılmıştır. Çalışma sonucunda doğru cevap yüzdesinin en yüksek olduğu grubun grafik-metin uyarıları grubu, ardından metin-formül uyarıları grubu, en düşük olduğu grubun formül-metin uyarıları grubu olduğu sonucuna ulaşmıştır. Yani girdi olarak bir grafik verildiğinde öğrencilerin metin temsili bulmalarının daha kolay olduğunu söylenebilir. Doğru cevap yüzdesi en düşük olduğu için formüllerin en zor uyarı türü olduğu ifade edilmiştir.

Fonksiyon kavramının farklı temsillerini ifade ederek doğrudan transfer görevlerini yapma ve problem çözmedeki başarı arasındaki ilişkiye odaklanan Gagatsis ve Shiakalli (2004) üniversite öğrencileriyle bir araştırma yapmıştır. Bu araştırmanın katılımcıları Kıbrıs Üniversitesi Eğitim Bölümünden 195 üniversite öğrencisinden oluşmaktadır. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin doğrudan transfer görevlerindeki başarı yüzdeleri incelendiğinde grafik temsili dahil edildiği görevlerde yüzdelerin daha düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca sözel temsilden grafik temsiline transfer görevlerini çözmedeki başarının, sözel temsilden cebirsel temsile transfer görevinin çözümündeki başarıyı sağladığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde, grafikten sözel temsile transfer görevlerindeki başarı, grafikten cebirsel temsile transfer görevinde de başarı getirmektedir. Bu durum yapılan çalışmaya özgü bir sonuçtur çünkü öğrenciler önce sözel temsilden cebirsel temsile daha sonra grafik temsiline geçiş yapmışlardır. Elde edilen bir diğer sonuca göre grafik temsilden sözel temsile transfer görevlerindeki yüzdelere, grafik temsilden cebirsel temsile yapılan transfer görevlerinden daha düşüktür. Benzer şekilde, sözel temsilden grafik temsiline transfer görevlerinin yüzdeleri sözel temsilden cebirsel temsile transfer görevinden daha düşüktür.

Ott, Brünken, Vogel ve Malone (2018) matematik eğitiminde önerme mantığı alanındaki farklı temsil kombinasyonlarının yararlarını incelemişlerdir. Bu çalışmanın temel amacı; çoklu temsillerin yararlarının iki sembolik gösterim (metin ile metin+formül; formül ile metin+formül) kombinasyonu için geçerli olup olmadığını ve efektin gücünün ortak multimedya efektinden (metin+formül ile

metin+grafik) farklı olup olmadığını incelemektir. Çalışmanın katılımcıları olan 146 üniversite öğrencisi ilk deney için altı gruba ayrılmıştır. Bu gruplar iki tek temsil grubu (metin veya formül), üç çift temsil grubu (tüm olası çiftler) ve bir üçlü temsil grubu olarak belirlenmiştir. Analizler sonucunda elde edilen bulgular, çoklu sembolik temsillerin (metin+formül) kombinasyonunun, analogve sembolik temsillerin (metin+grafik ve metin+formül+grafik) birleştirilmesi kadar faydalı olduğunu göstermektedir. Katılımcıların birden fazla temsil koordinasyonu ile tek temsil türünden daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşılmıştır. 19 öğrenciyle yapılan ikinci bir deneyde araştırmacılar çoklu sembolik gösterimlerle (metin + formül) veya kombine sembolik ve analog gösterimlerle (metin+grafik) çalışırken öğrencilerin davranışını karşılaştırmıştır. Sonuçlar öğrencilerin en çok katılım gösterdiği temsilin metin temsili olduğunu ve bu nedenle tüm yararlı kombinasyonlarda referans temsili olarak kabul edilebileceğini göstermektedir. Bu araştırma, matematik öğrenme ve değerlendirmedeki çeşitli çoklu temsil biçimlerinin önemini vurgulamaktadır.

Sert (2007) 705 sekizinci sınıf öğrencisiyle yaptığı çalışmada cebir kavramlarının çoklu temsil biçimleri (denklem, tablo, grafik, sözlü anlatım) arasında transfer yapma becerilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen “Cebirsel Kavramların Farklı Temsil Biçimleri Arasında Dönüşüm Yapma” testi kullanılmıştır. Testin sonuçları öğrencilerin temsiller arası transfer yapma becerilerinin düşük olduğunu göstermiştir. Öğrencilerin en çok zorlandığı transferlerin denklem, tablo ve grafikten sözlü anlatıma yapılan transferler olduğu, en kolay transferlerin ise denklem, grafik ve sözlü anlatımdan tabloya yapılan transferler olduğu tespit edilmiştir.

Özhan Turan (2011) yaptığı yüksek lisans tez çalışmasında 12. sınıf öğrencilerin doğru durumlarının temsil ediliş şekillerini ve temsiller arası transfer başarılarını düşünme yapıları bağlamında incelemiştir. Çalışmaya bir devlet lisesinden 80 öğrenci katılmıştır. Veri toplama aracı olarak öğrencilerin düşünce durumlarını belirlemek için Matematiksel Süreç Aracı, temsiller arası geçiş başarılarını belirlemek için Doğru Durumları Temsiller Arası Geçiş Testi ve analitik başarılarını belirlemek için Analitik Geometri Doğru Durumları Testi kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre üç düşünme yapısına (harmonik, geometrik, analitik) sahip öğrencilerin öncelikle soru hangi temsille verilmişle o temsille problemi çözmeye

çalıştıkları ve en kısa yolu tercih ettikleri gözlenmiştir. Öğrencilerin temsiller arası geçişte formül temsilinden şekil ve durum temsiline geçişte ve diğer temsillerden formül temsiline geçişte başarı düzeylerinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca analitik düşünme yapısına sahip olan öğrencilerin genelde formül temsilini tercih ettiği, geometrik düşünme yapısına sahip öğrencilerin genelde şekil temsilini tercih ettiği, harmonik düşünce yapısına sahip öğrencilerin bazen geometrik düşünme yapısındakiler gibi bazen de analitik düşünme yapısındakiler gibi davrandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Montenegro, Costa ve Lopes (2017) yaptıkları çalışmada bir sayının katları ve bölenleri ilgili kavramların öğretilmesinde ve öğrenilmesinde görsel temsillerin kullanımının sembolik ve sözlü temsillerle eşzamanlı olarak etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın katılımcıları 10-11 yaş grubundan 17 öğrenciden oluşmaktadır. Bu çalışmaya katılan öğrencilere, ilgili içerikleri öğretmek ve keşfettirmek için görsel temsillerin sıkça kullanıldığı bir öğretim müdahalesinden (36 ders) yararlanmıştır. Elde edilen bulgulara göre görsel temsillerin sembolik ve sözel temsiller gibi temsillerin dönüşümüne olanak sağladığı, görsel temsillerin tanıtılması ile problem çözmede çok çeşitli temsiller içeren bir öğrenme ortamı sağlandığı ve görsel temsillerin sık kullanımının, öğrencilerin temsil dönüşümündeki genel performansında katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bununla birlikte, en çok kullanılan temsilin sayısal temsil (sembolik dil) olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerini problem çözme başarıları yönüyle inceleyen Delice ve Sevimli (2010) bir devlet üniversitesinde matematik öğretmenliği programında eğitim göre 45 öğretmen adayıyla bir çalışma yapmıştır. Çalışmanın amacı öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsil türlerini belirlemek ve kullandıkları temsiller ile problem çözme başarıları arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemektir. Çalışmada veri toplama aracı olarak Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi (TTDT) kullanılmıştır ve bazı katılımcılara görüşme formu uygulanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının problem çözümünde en çok tercih ettiği temsilin cebir temsili (%46) olduğu, ikinci sırada en fazla tercih edilen temsil %17 ile grafik temsili olduğu ve en az tercih edilen temsilin ise nümerik temsil olduğu tespit edilmiştir. En çok kullanılan iki temsil (cebir ve grafik) arasındaki bu fark öğretmen adaylarının tek temsil baskınlığına işaret etmektedir. Diğer taraftan öğretmen adaylarının temsiller

arası dönüşümde doğru cevaplama oranı en yüksek olan problemin cebir olarak verilen bir problemin ve yine cebir temsili ile çözümünün sağlandığı problem olduğu, doğru cevaplama oranı en düşük olan problemin ise grafik olarak sunulan ve cebir temsili kullanılarak cevaplanabilen problem olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %22 sinin nümerik olarak verilen ve grafik temsilin kullanılmasıyla çözülebilecek olan temsiller arası dönüşüm sorusunu boş bıraktığı gözlenmiştir. Katılımcıların TTDT'ye verdikleri cevaplar incelendiğinde öğrencilerin performanslarının düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Son olarak çalışma sonucunda öğretmen adaylarının problem çözme başarısının en yüksek olan temsil türünün karma temsiller olduğu ifade edilmiştir. Karma temsillerin öğretmen adaylarının problem çözme başarılarını arttırdığı bulgusu çoklu temsil kullanımının önemine işaret etmektedir.

Thomas, Wilson, Corballis, Lim ve Yoon (2010) on üniversite öğrencisiyle yaptığı çalışmada, öğrenciler hem doğrusal hem de kuadratik matematiksel fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasında çeviri yaparken onların beyin aktivitesini gözlemlemek için fonksiyonel manyetik rezonans görüntüleme (fMRI) kullanmışlardır. Fonksiyonlar ya aynı formatta (grafikten grafiğe, cebirden cebire) ya da farklı formatlarda (grafikten cebire, cebirden grafiğe; çapraz format) öğrencilere sunulmuştur. Öğrencilerden art arda sunulan iki matematiksel fonksiyon formatını incelemeleri ve sonrasında aynı fonksiyonu gösterip göstermediklerini belirtmeleri istenmiştir. Katılımcıların strateji kullanımı ile ilgili deneysel anketlerden hem nicel hem de nitel veriler toplandıktan sonra veriler analiz edilmiştir. Analizler sonucunda öğrenciler için çapraz format koşullarının (grafikten cebire, cebirden grafiğe), aynı format koşullarından (grafikten grafiğe, cebirden cebire) doğruluk açısından önemli ölçüde daha zor olduğu tespit edilmiştir. Diğer taraftan farklı çeviri yönleri (cebirden grafiğe ve grafikten cebire) için beyin aktivitesinde veya davranış performansında çok az fark tespit edilmiştir. Ancak bulgulara göre grafikten cebirsel formata dönüşümün ters yöne olan çeviriden daha zor olduğu söylenebilir.

Aviles Garay (2001) tarafından üniversite cebir 2. sınıf öğrencileriyle yapılan çalışmada çoklu temsil yaklaşımının öğrencilerin doğrusal fonksiyonları anlamaları üzerindeki etkisine odaklanılmıştır. Deney (n=29) ve kontrol (n=23) grubu olmak üzere toplam 52 öğrenci bu çalışma için rastgele seçilmiştir. Kontrol grubunda öğrencilere geleneksel yöntemle eğitim verilirken deney grubu öğrencilerine

teknoloji destekli çoklu temsil yaklaşımıyla eğitim verilmiştir. Elde edilen bulgulara göre deney grubundaki öğrenciler, sembolik, tablo ve sözel temsiller yoluyla doğrusal fonksiyonlar elde etmek için daha yüksek performans göstermiştir. Grafiksel gösterimler açısından, her iki grup da testin uygulama sonrası başarısında önemli bir artış göstermiştir. Diğer taraftan öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları bakımından deney grubundaki öğrencilerin matematiğe karşı biraz daha olumlu tutum sergiledikleri gözlenmiştir. Matematikteki başarı ile ilgili olarak, araştırmacı, elektronik tabloların kullanımı ile desteklenen çoklu temsilleri vurgulayan matematik derslerinin doğrusal fonksiyonlar üzerinde başarıyı arttırmak için uygun bir öğretim yaklaşımı oluşturduğu sonucuna varmaktadır.

Çetin (2016), “Sorgulayıcı Öğrenme Yaklaşımıyla Çoklu Temsil Destekli Tam Sayı Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına Model Tercihlerine ve Temsiller Arası Geçiş Becerilerine Etkisi” adlı doktora çalışmasında dinamik modellemeye dayalı orijinal öğretim materyalleri kullanmıştır. Uygulama sonucunda, Tam sayılar konusunu sorgulayıcı öğrenme yaklaşımıyla, Dinamik Çoklu Modelleme (DÇM) ile öğrenen öğrencilerin, geleneksel yöntemle öğrenen öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Deney grubu öğrencilerinin model tercihlerinin kontrol grubu öğrencilerin model tercihlerine kıyasla daha çeşitli olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde kullandığı temsil türlerini ve bu temsillerle yaşadığı problemleri araştıran İpek ve Okumuş (2012) 48 öğretmen adayından çoklu temsilleri kullanma testi ve klinik mülakat ile topladığı verileri analiz etmiştir. Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde diğer temsil türlerine göre (grafik, sayısal, cebirsel) en yoğun kullandığı temsil türünün konuşma dili temsili olduğu gözlenmiştir. Ayrıca öğretmen adayları temsillerle ilgili probleme uygun temsil oluşturamama, kullanılan temsili problemle ilişkilendirememe ve temsiller arası geçiş yapamama gibi sorunlar yaşamaktadır. Temsil türüne göre adayların en çok sıkıntı yaşadığı temsillerin süreçte en çok kullanılan konuşma dili temsili ile grafik temsili olduğu görülmüştür.

Kurnaz, Ezberci Çevik ve Bayrı (2016) yaptıkları çalışmada 6, 7. ve 8. sınıf fen ve teknoloji ders kitaplarında kullanılan temsilleri ve temsiller arası ilişkileri ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Doküman incelemesi yöntemi kullanılan çalışmada Talim Terbiye Kurulu Başkanlığının kabul ettiği farklı yayın evlerine ait ikiye adet ders kitabı incelenmiştir. Elde edilen bulgulara göre ders kitaplarında en çok fotoğraf

ve resimlerden yararlanıldığı sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla temsiller arası ilişkilendirmelerde en çok metinden resme ve metinden fotoğrafa geçişlerin olduğu gözlenmiştir. Ayrıca ders kitaplarının farklı temsilleri kullandırma konusunda yeterli olmadığı gözlenmiştir. Diğer taraftan ders kitaplarında üst sınıflara doğru tablo temsili kullanımında bir artış olduğu tespit edilmiştir.

7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki çoklu temsil kullanma becerisini inceleyen Gök ve Cansız Aktaş (2019) farklı başarı seviyelerinden dört 7. sınıf ve dört 8. sınıf öğrencisiyle nitel bir çalışma yapmıştır. Çalışmada araştırmacılar öğrencilere iki farklı gerçek yaşam durumu verip öğrencilerden bunu tablo, sözel, cebirsel ve grafik olarak ifade etmelerini istemişlerdir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre her iki farklı öğrenim düzeylerindeki öğrencilerin çoklu temsil kullanım performansının beklenen düzeyde olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin kullanmakta en başarılı oldukları temsilin tablo temsil, en çok zorlandıkları temsilin ise grafik temsil olduğu tespit edilmiştir. Durumu sözel olarak ifade etmeleri istendiğinde öğrencilerin yazma becerilerinin eksikliğinden kaynaklanan zorluklar yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin cebirsel temsil kullanımında zorlandıkları sonucu dikkat çekidir.

Bir başka çalışmada Demir ve Cansız Aktaş (2019) 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal ilişki içeren sorularda temsiller arası geçiş performanslarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışmada veriler araştırmacılar tarafından geliştirilen “Doğrusal İlişkilerin Çoklu Temsilleri Arasında Dönüşüm Yapma Testi” ile toplanmıştır. Ayrıca öğrencilerin yaptıkları geçiş hatalarının belirlenebilmesi için gerekli durumlarda bireysel görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin temsiller arası geçiş performansının en yüksek olduğu durum diğer temsil biçimlerinden cebirsel temsile geçiş durumudur. Bunu sırasıyla diğer temsillerden tablo temsiline geçiş, diğer temsillerden sözel temsile geçiş ve son olarak diğer temsillerden grafik temsiline geçiş durumundaki öğrenci performansları takip etmektedir. Herhangi iki temsil arasındaki geçiş performansları incelendiğinde ilk sırada sözel temsilden grafik temsiline geçiş performansı, ikinci sırada grafik temsilden tablo temsiline geçiş performansı olduğu görülmüştür. Araştırmadan elde edilen diğer bir bulguya göre öğrencilerin artan ilişki olan problem durumlarında azalan ilişkiye göre daha iyi performans sergiledikleri tespit edilmiştir. Ayrıca

araştırmada her bir temsil için diğer temsillerden geçiş durumlarında öğrencilerin yaptıkları hata türleri de ifade edilmiştir.

De Bock ve diğerleri (2015) yaptıkları çalışmada öğrencilerin doğrusal ve “neredeyse doğrusal” fonksiyonlar hakkındaki kavramsal anlayışlarını ve bu anlayışa çeşitli dış temsillerin nasıl aracılık ettiğini araştırmıştır. Çalışmada 65 üniversite öğrencisine on iki maddeden oluşan yazılı çoktan seçmeli test uygulanmıştır. Öğrencilerin fonksiyonların çoklu temsillerini ilişkilendirmedeki akıcılığına odaklanıldı. Test dört çeşit fonksiyona ait grafikler, formüller ve tablolardan oluşuyordu. Elde edilen bulgulara göre öğrenciler genellikle lineer fonksiyonlar içeren maddeleri oldukça iyi çözmüşlerdir (ortalama 0.90 doğruluk), ancak yine de bir grafiği bir formüle bağlamak ve bunun tersini içeren durumların yaklaşık % 20'sinde hata yapmışlardır. Diğer taraftan öğrencilere doğrusal bir formül verildiğinde ve bir grafik seçmek zorunda kaldıklarında, bu grafiklerin de düz çizgiler olduğu düşüncesiyle yanlış oldukları için sıklıkla bir afin (pozitif veya negatif) grafik seçtikleri gözlenmiştir. Öğrencilerden belirli bir doğrusal grafik için bir formül seçmeleri istendiğinde, afin formüller öğrenciler tarafından neredeyse hiç seçilmemiştir. Ayrıca yanlış seçilen formüllerin neredeyse tamamı ters doğrusal formüllerden oluşmaktaydı. Bu araştırma belirli bir grafiği bir tabloya bağlamanın ve belirli bir tabloyu bir grafiğe bağlamanın öğrenciler tarafından en başarılı şekilde gerçekleştirildiğini göstermiştir. Belirli bir formülü doğru tabloya ve belirli bir tabloyu doğru formüle bağlamanın önemli ölçüde daha zor olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin temsiller arası bağlantı kurarken en çok hatayı bir grafiği bir formüle ve bir formülü bir grafiğe bağlarken yaptıkları gözlenmiştir.

Yapılan diğer bir araştırmada Ng ve Lee (2009) öğrencilerin cebirsel temsillerin çeşitli biçimlerini edinme ve kullanma sürecindeki engellere odaklanmıştır. Çalışmanın katılımcıları 4 okuldan 14 ilköğretmeni ve 151 ilköğrencisinden oluşmaktadır. Öğrencilerin problemi anladıktan sonra problemi çözme olasılıklarının daha fazla olduğu fikrini destekleyen araştırmacılar model yöntemini kullanmışlardır. Bu araştırma kapsamında kullanılan buluşsal yöntem olan model yöntemi, problemdeki anahtar bilgileri temsil etmek için bir diyagram çizmeyi içermektedir. Elde edilen bulgular ışığında araştırmacılar cebirsel kelime problemlerini temsil ederken ve çözerken diyagram çizmenin faydalarını bildirmişlerdir.

Bal (2015) üniversite üçüncü sınıfta okuyan 134 ilkokul öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada adayların temsiller arası transfer yeteneğini incelemiştir. Bu araştırmada, bir problem durumunun sözlü (konuşma dili), tablo, grafik ve cebirsel temsillere dönüştürülmesi tartışılmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen “Çoklu Temsil Dönüşüm Testi” kullanılmıştır. Dört bölümden oluşan testin ilk bölümü, tablo temsilinden grafik, cebirsel ve sözlü temsile geçiş gerektiren üç sorudan oluşmaktaydı. Öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar analiz edilmiştir. Verilerin analizinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının tablo temsilinde verilen soruları grafik ve cebirsel temsil biçimlerine dönüştürme başarısının sözlü temsillere dönüşümden daha yüksek olduğu söylenebilir. Sözlü temsil formu şeklinde verilen soruların en çok cebirsel temsillere ve en az grafiksel gösterimlere dönüştürülebildiği gözlenmiştir. Ayrıca, araştırmadan, öğretmen adaylarının, temsiller arasındaki diğer dönüşümlere kıyasla sözlü temsillerden cebirsel temsile dönüştürmede daha başarılı oldukları görülmektedir. Sonuç olarak, öğretmen adayları temsiller arasındaki dönüşümlerde genellikle başarılı oldukları; ancak, bu süreçte, özellikle sözlü temsilleri diğer temsillere dönüştürmede başarısız oldukları ifade edilmiştir.

Haciomeroglu (2007) üç matematik öğrencisinin (Amy, Bob ve Jack) grafiksel görevleri çözerken kullandığı temsiller, zihinsel imgeler ve yöntemleri araştırmıştır. Klinik görüşmeler sırasında, katılımcılara bir fonksiyonun türev grafiği sunulmuştur ve zihinsel süreçlerini ve temsillerini anlamaya çalışırken olası bir antiderivatif grafik çizimleri istenmiştir. Matematiksel işlem tercihlerinden dolayı katılımcıların türev grafiklerini yorumlarının ve temsil şemalarının farklı olduğu gözlenmiştir. Bob ve Jack, görsel işlem ve grafik temsillerini (veya zihinsel imgelere) kullanmayı tercih ederken Amy, analitik işlemi ve cebirsel temsilleri kullanmayı tercih etmiştir. Katılımcılar, genellikle temsiller arasında transfer yapmak yerine bir temsili kullanarak görevleri çözmeye çalışmışlardır. Çalışmada elde edilen bulgulara göre katılımcıların bilgisi bir matematiksel temsil ile güçlü bir şekilde ilişkili olduğundan ve diğer matematiksel gösterimlerle zayıf bir şekilde ilişkili olduğundan, tek taraflı gösterimleri veya bir gösterime aşırı güvenmeleri, türev grafikleri anlamalarını engellemiştir. Bulgular, farklılaşma ve entegrasyonun tam olarak anlaşılmasında matematiksel nesnelerin çoklu temsillerinin önemini göstermektedir.

Cunningham (2005) cebir öğretmenlerinin cebirsel, sayısal (tablo) ve grafik temsiller arasında transfer gerektiren problemleri kullanımını incelemiştir. Bu doğrultuda cebir öğretmenlerinin (N=28) fonksiyon konusunda temsiller arası transfer gerektiren problemlere ayırdıkları ders sürelerini ve bu problemlerin öğretmenler tarafından değerlendirme ölçütü olarak ne sıklıkta kullanıldığını araştırmıştır. Araştırma, öğrencilerin belirli transfer problemleri ile ilgili zorluklarını doğrulamıştır ve olası bir neden olarak öğretim faktörlerini öne sürmektedir. Öğretmenler en çok cebirsel temsilden grafik temsiline transfer gerektiren problemlere zaman harcadıkları ve değerlendirme de en çok bu tür problemleri kullandıkları gözlenmiştir. Öğretmenlerin grafik temsilinden sayısal (tablo) temsiline transfer gerektiren problemlere daha az ders zamanı ayırdıklarını ve değerlendirmede de aynı şekilde en az zamanı bu tür problemlere harcadıkları ifade edilmiştir. Bunlar tam olarak öğrenciler için en zor olan transfer problemi türleridir. Araştırma sonuçları öğrencilerin en fazla zorlandığı transfer problemini çözmek için öğretmenlerin en az fırsat sağladığını göstermektedir.

Eroğlu ve Tanışlı (2015) yaptığı çalışmada, farklı mesleki deneyime sahip olan öğretmenlerin temsil kullanımına ilişkin öğrenci bilgileri ve öğretim stratejilerinin nasıl olduğunu araştırmıştır. Çalışmanın katılımcıları mesleki deneyimi otuz yıl üzeri olan 2 ve mesleki deneyimi on yılın altında olan 3 ortaokul matematik öğretmeninden oluşmaktadır. Bu öğretmenlerle klinik görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğretmenlerin problem durumunu doğru biçimde ifade edecek temsili oluşturamadığı ve temsili hatalı şekilde kullandığı tespit edilmiştir. Öğretmenlerden mesleki deneyimi az olan öğretmenlerin çoklu temsil kullanımına vurgu yaptığı, ancak öğrenci hatalarını gidermek için bu temsillerin nasıl kullanılacağına ilişkin yeterli açıklamaları yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Mesleki deneyimi fazla olan öğretmenlerin ise cebirsel ifade kullanımına önem verdiği görülmüştür. Genel olarak deneyimli öğretmenlerden oluşan bazı öğretmenlerin, temsil kullanımını zaman kaybı olarak gördüğü ve öğrencilerini cebirsel çözüme yönlendirdiği bulgusuna ulaşılmıştır. Sonuç olarak matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına yönelik öğrenci bilgileri ve öğretim stratejisi bilgilerinin düşük düzeyde olduğu tespit edilmiştir.

178 ortaokul öğrencisinin fonksiyonların çözümünde kullandıkları temsilleri inceleyen Knuth (2000) öğrencilerin zorlanma nedenlerinin öğretim yaklaşımı

olduğunu ifade etmiştir. Çalışmada öğrencilere sunulan problemlerde her bir fonksiyonun cebirsel ve grafiksel temsili verilmiştir. Elde edilen bulgulara göre grafiksel yaklaşımın cebirsel yaklaşımdan daha kolay ve verimli olduğu durumlarda bile öğrencilerin dörtte üçünden fazlasının birincil çözüm yöntemi olarak bir cebirsel yaklaşım seçtiği gözlenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin üçte birinden daha azı, problemin birinci veya alternatif çözümlerinde grafik gösterimi kullanmıştır. Aslında, pek çok öğrenci ya grafiksel temsili gereksiz olarak algılamıştır ya da kendi içinde bir çözüm aracı olarak değil, cebirsel çözüm yöntemlerini desteklemek için bir araç olarak kullanmıştır. Bu nedenle, cebirsel çözüm yöntemleri grafiksel çözüm yönteminden hesaplama olarak daha az verimli olsa da, önceki müfredat ve öğretimsel vurgu (ve genellikle başarılı bir şekilde kullanılması) bunu öğrenciler için daha kolay erişilebilir hale getirmiştir ve sonuç olarak öğrenciler çözüm yöntemi olarak cebirsel yöntemi seçmişlerdir. Bulgular, alışılmış rutin problemler için birçok öğrencinin cebirsel ve grafiksel temsiller arasındaki bağlantılara hakim olduğunu göstermektedir; ancak, bu durum yüzeysel seviyededir.

Rahmawati, Purwanto, Subanji, Hidayanto ve Anwar (2017) yaptıkları çalışmada sözlü temsilden grafik temsiline transfer sürecini ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Araştırma kapsamında sözel olarak sunulan bir problem verilmiştir ve öğrencilerden grafik temsiline transfer yapmaları istenmiştir. Sözlü-grafik temsillerinin transfer süreci sembolik, şematik, denklemler, sayısal gibi birden fazla transfer süreci gerektirmekteydi. Elde edilen bulgular öğrencilerin transferin her aşamasında iyi bir şekilde grafik oluşturmak için sözlü temsilden transfer yapabildiklerini göstermiştir.

Dündar (2015) bir devlet üniversitesinde Matematik Eğitimi Bölümü'ne kayıtlı 51 öğretmen adayı üzerinde yaptığı çalışmada matematik öğretmeni adaylarının farklı formatlarda temsil edilen trigonometri problemleri üzerindeki performanslarını değerlendirmeyi ve test başarısızlıklarının nedenlerini incelemeyi amaçlamıştır. Veri toplama aracı olarak sembolik trigonometri testi, görsel trigonometri testi ve sözel trigonometri testi kullanılmıştır. Öğretmen adayları ile her temsilin avantaj ve dezavantajlarını ve trigonometri problemlerinin başarısızlık nedenlerini ortaya koymak için görüşmeler yapılmıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının en başarılı oldukları test sembolik test iken en az başarılı oldukları test sözel test olmuştur. Diğer taraftan öğretmen adaylarının farklı temsil

biçimlerini görmelerinin soruları daha iyi anlamalarına ve birden fazla çözüm üretmelerine yardımcı oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

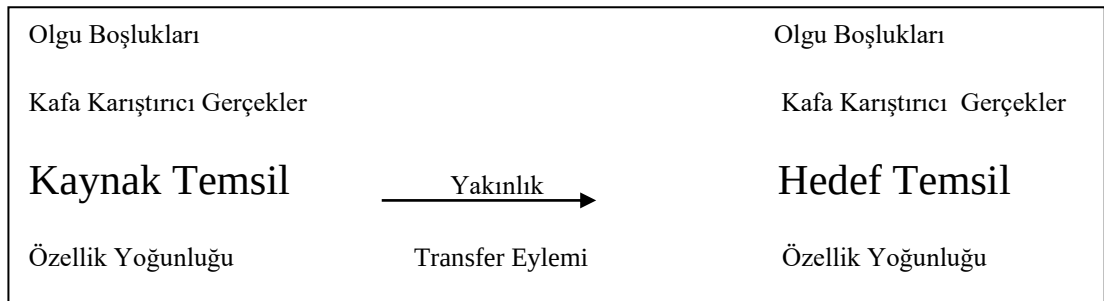
Çelik ve Sağlam Arslan (2012) sınıf öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının sözel ifadeden grafiğe, tablodan grafiğe ve şekilsel gösterimden grafiğe transfer yapabilme becerilerini tespit etmeyi amaçlamıştır. 76 öğretmen adayına uygulanan testin verileri betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Sözel ifadeden grafiğe geçişte öğretmen adaylarının bilimsel yolları kullanmadıkları genellikle açıklama olarak verilen ifadeleri tekrar ettikleri gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının şekilsel gösterimden grafiğe geçişte soruda verilen cismin şeklini çizme eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Tablodan grafiğe geçişte ise öğretmen adaylarının grafiği orijinden başlatma eğiliminde oldukları gözlenmiştir. Bu durum farklı sınıf seviyelerinde görülen bu hatanın öğretmen adaylarında da devam ettiğini göstermektedir. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının en başarılı oldukları transfer sözel ifadeden grafiğe geçişte, en az başarılı oldukları transfer şekilsel gösterimden grafiğe geçişte ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak matematikte ve diğer disiplinlerde oldukça önemli olan grafikleri oluşturma konusunda öğretmen adaylarının güçlük yaşadığı tespit edilmiştir.

Bossé ve diğerleri (2011a) yaptıkları çalışmada öğretmen inançlarını ve öğretim uygulamalarını tartışmış ve bazı transferlerin neden diğerlerinden daha zor görüldüğünü araştırmıştır. Ayrıca bu çalışma öğrencilere ve öğretmenlere matematiksel temsiller arası transfer konusunda yardımcı olacak öğretim önerileri sunmaktadır. Çalışmada, Kuzey Carolina'nın doğusunda bir okul bölgesinden lise Cebir II (N = 15) ve Matematik Öncesi (N = 15) derslerine giren öğretmenlerle görüşmüştür ve öğretmenlerin sınıf için uygulamalarını incelenmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğretmenler öğrencilerin en başarılı oldukları temsil transferinin sözel → tablo, sembolik → tablo, tablo → grafik, grafik → tablo transferleri olduğunu, daha az başarılı oldukları transferlerin tablo→sembolik, grafik→sembolik transferleri olduğunu düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin bazı transferleri gerçekleştirirken (sözel→ grafik, sembolik → grafik, sözel → sembolik) ara geçiş temsili kullandıkları ifade edilmiştir. Öğretmenler öğrencilerin geçiş temsili olarak genellikle tablo temsilini kullandıklarını ifade etmişlerdir. Çalışmanın bir diğer sonucuna göre öğretmenler öğrencilerin en zorlandığı temsil transferinin sözel temsil içeren transferler (grafik → sözel, tablo → sözel, sembolik →sözel) olduğuna

inanmaktadır. Ayrıca öğretmenlerin bazı transferleri öğretim uygulamalarında vurguladıkları sonucuna ulaşılmıştır (sembolik → grafik, sembolik → tablo, tablo → grafik ve grafik → tablo).

Araştırmacılar tarafından sözel-cebirselsel transfer yaparken öğrencilerin zorlandıkları bilinmesine rağmen öğrencilerin bu zorluklarının doğası tartışılmaktadır. Adu Gyamfi, Bossé ve Chandler (2015) sözel-cebirselsel transfer sürecinde öğrenci faaliyetlerini analiz etmek için hem bilişsel odaklı bir çerçevede hem de transfer sürecinin içinde yer alan bir model kullanarak yapılan hata türlerini tanımlamıştır ve bu hataların sıklığını raporlamıştır. Bu çalışmada, araştırmacılar sözel-cebirselsel transfer zorluklarını temsile dayalı bir perspektiften Çeviri-Doğrulama Modeli ile analiz etmişlerdir. Öğrencilerin sözel açıklamaları ve denklemleri, diyagramları ve başka sözcüklerle yazılmış cümleleri analiz edilmiş ve daha sonra modelin yapılarına göre kodlanmıştır. Hataların durum yapıları, hataların kaynağı ve sıklığı detaylandırılmıştır. Bu çalışmada tanınan sözel-cebirselsel transferlere ilişkin hatalardan, %66'sı öznitelik yapısında ve %23'ü uygulama yapısında yer almaktadır; %11'i modelin hiçbir yapısına yerleştirilememiştir. Tespit edilen 58 öznitelik yapısına bağlı hatadan %28'inin anlamsal yapının yanlış yorumlanmasından kaynaklandığı ve %35'inin verilen problem durumunun doğal matematiksel yapısının yanlış temsiline kaynaklandığı tespit edilmiştir.

Bossé, Adu Gyamfi ve Cheetham (2011) mevcut literatürün kapsamlı bir sentezini yapmak ve bunları matematiksel temsiller arasındaki her bir transferin zorluğu ile ilgili kavramları somutlaştırmak amacıyla bir model oluşturmak için yeni bulgularla bütünleştirmeyi amaçlamıştır.



Şekil 2.3: Matematiksel Transferler İçin Çok Boyutlu Kodlama (Bossé ve diğerleri, 2011).

Şekil 2.3' te sunulan modelde özellik yoğunluğuna bakılmaksızın hem daha az olgu boşluğuna hem de daha az kafa karıştırıcı gerçeklere (tablo $\rightarrow$ grafik, grafik $\rightarrow$ tablo, sembolik $\rightarrow$ tablo ve sözel $\rightarrow$ tablo) sahip kaynak temsili transferler diğerlerinden daha kolay olma eğilimindedir. Diğer taraftan daha fazla sayıda olgu boşluğu ve kafa karıştırıcı gerçek ve düşük özellik yoğunluklu (grafik $\rightarrow$ sözel, sembolik $\rightarrow$ sözel ve tablo $\rightarrow$ sözel) hedef gösterimleri olan transferler diğerlerinden çok daha zor olma eğilimindedir. Öğrencilerin bazı matematiksel transferlerin diğerlerinden daha zor olduğunu ortaya koymaktadır. Önceki araştırmalar sentezlenerek farklı transferler arasında beş zorluk seviyesi ifade edilebilir: kolay (tablo $\rightarrow$ grafik, grafik $\rightarrow$ tablo, sembolik $\rightarrow$ tablo ve sözel $\rightarrow$ tablo); kolay ve geçişli gösterimler (sembolik $\rightarrow$ grafik); daha zor (tablo $\rightarrow$ sembolik ve grafik $\rightarrow$ sembolik); daha zor ve geçiş gösterimlerini kullanma (sözel $\rightarrow$ grafik ve sözel $\rightarrow$ sembolik); ve en zor olanları (grafik $\rightarrow$ sözel, sembolik $\rightarrow$ sözel ve tablo $\rightarrow$ sözel).

Adu Gyamfi ve diğerleri (2012) yaptıkları çalışmada öğrencilerin lineer fonksiyonların grafik, tablo ve sembolik (denklem) temsilleri arasında transfer becerileri incelenmiştir. Bu araştırma kapsamında öğrencilerden tablodan grafiğe, grafikten tabloya, denklemden grafiğe, grafikten denkleme, tablodan denkleme ve denklemden tabloya transferler yapmaları istenmiştir. Sonuç olarak, sembolik temsilde öğrencilerin zorlandığı söylenebilir. Öğrencilerin temsiller arası geçişlerde yaptıkları hata türleri ve nedenleri çalışma kapsamında ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Mourad (2005) yüksek lisans tezinde 8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki doğrusal fonksiyonlar konusunda iki farklı öğretim yönteminin etkisini karşılaştırmıştır. Çalışma kapsamında deneysel yöntem, tümevarımsal muhakeme, çoklu temsiller ve rehberli keşif üzerine faaliyetlerin tasarlanmasını ve uygulanmasını içerirken kontrol yöntemi geleneksel öğretimi içermekteydi. Amaç, öğrencilerin doğrusal fonksiyonlardaki başarılarını artırmaktır. Buna ek olarak araştırmacı, doğrusal fonksiyonların anlaşılmasında özellikle önemli olan öğrencilerin herhangi bir temsilden grafiğe ve herhangi bir temsilden denkleme transfer becerilerini arttırmayı amaçlamıştır. Araştırmadan elde edilen bulgulara göre deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine kıyasla daha fazla matematiksel anlam oluşturmaya katıldığı ve daha fazla ilgi gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca deney ve kontrol grubu öğrencilerinin tamamının temsiller arası transferde herhangi bir temsilden denkleme transfer becerisiyle kıyaslandığında

herhangi bir temsil eden grafiğe transferde daha başarılı oldukları gözlenmiştir. Özellikle deney grubu öğrencilerinin grafik temsilindeki başarı yüzdesi %87 ile en yüksek değer olması dikkat çekmektedir. Tüm bu sonuçlara ek olarak öğrencilerin matematiksel kavramları anlamaları ve temsiller arası transfer yetenekleri arasında güçlü bir pozitif korelasyon olduğu (0.96) ifade edilmiştir.

Stacey ve MacGregor (2001), öğrencilerin kalıplardan ve tablolardan cebirsel kurallar oluştururken karşılaştıkları bazı zorluklar tespit etmiştir. Araştırmacılar, öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkileri doğru kullanabildikleri, ancak pek çoğunun bunları kelimeler veya sembollerle açıklayamadıkları sonucuna varmışlardır. Öğrencilerin sık sık sayılarla örüntüler gördükleri ancak bunları cebirsel olarak ifade edemedikleri gözlenmiştir.

Wang (2015) çalışmasında, öğrencilerin cebir öğrenmedeki güçlüklerini anlamak için öğrencilerin cebir öğrenmelerindeki zorluklardaki payı ile ilgili araştırma literatürünü gözden geçirmektedir. Başlangıçta, veri tabanından (ERIC) seçilen 29 makale, araştırma literatüründen elde edilen ve cebir içeriği, kavramsal eksiklik, öğretme sorunları, öğrenme konuları ve transfer bilgisi gibi beş kategoriden oluşan taksonomide kategorize edilmektedir. Araştırma sonucunda öğrencilerin genellikle bir sözel problemi için bir denklem veya denklem sistemi oluşturmada zorluk çektikleri ve öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte süreç analizi eksikliği olduğu sonuçlarına dikkat çekilmektedir. Bu literatür taramasında, cebir içeriği, kavramsal eksiklik, öğretim sorunları, öğrenme konuları ve transfer bilgisi perspektiflerinden öğrencilerin cebir öğrenmede karşılaşılabilecekleri zorluklara odaklanılmıştır.

Kendal (2001) tez çalışmasında, iki öğretmenin, CAS (Bilgisayar Cebir Sistemi) destekli bir müfredatta çoklu temsilleri kullanarak düzenlediği öğretimin 11. Sınıf öğrencileri üzerinde türev kavramını anlamadaki etkisini araştırmıştır. Bu çalışmada, türev kavramının çoklu temsilleri ile ilgili temel yeterlilikleri tanımlamak için geliştirilen ve bir dizi işlevselliğe sahip CAS destekli bir müfredatla mümkün kılınan Farklılık Yetkinlik Çerçevesi ve öğrencilerin türev kavramını anlamalarını desteklemek için pedagojik CAS faaliyetleri geliştirilmiştir. Bu tez genel olarak öğrencilere temel seviyede hesaplama yapabilmenin çoklu temsillerle öğretilmesinin türev kavramı hakkında bir anlama geliştirme fırsatı verdiğini ifade etmektedir. Araştırmacı literatürde iddia edildiği gibi çoklu temsillerin önemli olduğunu ancak tüm temsillerin öneminin eşit derecede olmadığını iddia etmiştir. Kendal'a (2001)

göre etkili bir öğretim için daha hızlı veya daha basit çalışma yöntemleri kullanmak gereklidir ve ona göre grafiksel ve sembolik temsiller, farklılaşmanın vurgulanması ve ilişkilendirilmesi için en faydalı ve önemli temsillerdir. Öğretim faaliyetleri sonucunda yapılan analizler, öğretmenlerin CAS'ı öğretim yaklaşımları ile tutarlı ve temsillerin istenen şekliyle uyumlu bir şekilde kullandıklarını ve bunun sonucunda öğrenci merkezli kavramsal bir öğretim yöntemi ile türev kavramının anlaşılmasının desteklendiğini göstermiştir.

Öğretmen adaylarının üssel ilişkileri içeren cebirsel problemleri çözmede kullandıkları temsilleri belirlemek ve karakterize etmek amacıyla nitel bir çalışma yapan Presmeg ve Nenduradu (2005) 15 öğretmen adayı arasından yapılan cebir sınavına göre seçtiği 5 katılımcıyla görüşmeler yapmıştır. Bu çalışmada 5 katılımcı arasından ortalama başarı düzeyine sahip Mike takma isimli öğrencinin her biri üstel ilişkiler üzerine iki açık görevi çözmesi istenmiş ve bu süreçte iki adet ses-kayıtlı görüşme üzerine odaklanılmıştır. Mike'ın verilerinin analizinden iki ana sonuç ortaya çıkmıştır. İlk olarak, Mike'ın verilen cebirsel görevlerin çözümünde temsilleri kullanmasında tablo / sayısal ve cebirsel temsillerin baskın olduğu ve verilen dört görevi çözerken sadece bir kere grafik temsili kullandığı gözlenmiştir. İkinci olarak görev 3'te (Tehlike Altındaki Türler), bir çözümü bulmak için tabloyu, grafiksel ve cebirsel gösterimleri kullanırken, görevi üstel bir durum yerine doğrusal bir durum olarak yorumladığı, tablodaki noktalar düz bir çizgi üzerinde durmadığı halde, grafiği düz bir çizgi olmaya zorladığı gözlenmiştir. Mike tablo temsilinden cebirsel temsile geçişte açık bir şekilde çok zorlanmıştır. Mike'ın verilen görevdeki ilgili kavramı yorumlaması ve eğim ve kesişim kavramlarının doğrusal denklemlerinden uygunsuz kullanımı, araçsal bir anlayışa sahip olduğunu göstermektedir. Bu durum Mike'ın temel kavramları anlama konusundaki anlayışının sınırlı olduğunu ortaya çıkarmaktadır. Bununla birlikte, kendi başına, temsiller arasındaki transferin, Mike'ın da gösterdiği gibi, bir öğretim amacı olarak yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

2.6.Çoklu Temsil ve Denklem- Eşitsizlik İle İlgili Araştırmalar

Öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri konusunda temsil dönüşüm başarılarını inceleyen Kardeş ve diğerleri (2012) grafik, cebir, somut, tablo ve matris gibi temsil türlerinin lineer denklem sistemleri soruları çözümünde kullanımını

araştırmıştır. Araştırma kapsamında veriler araştırmacı tarafından geliştirilen lineer denklem sistemleri temsil dönüşüm testi ve yarı yapılandırılmış görüşmeler ile 42 ilköğretim matematik öğretmen adayından toplanmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının en çok cebir, matris ve somut temsillerde başarılı olduğu, tablo ve grafik temsillerini kullanmada zorlandığı tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının lineer denklem sistemlerinde temsiller arası dönüşüm başarılarının orta düzeyde olduğu ve temsiller arası dönüşüm performansının temsil içi dönüşüm performansından düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Galbraith ve Haines (2000) öğrencilerin parametre kavramını nasıl anladıklarını ve cebirsel ve grafiksel temsillerin nasıl ilişkilendirdiklerini ortaya çıkarmak amacıyla 423 üniversiteye yeni başlayan matematik ve mühendislik öğrencisiyle bir çalışma yapmıştır. Çalışmadan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin cebirsel biçimde ve grafiklerde değişen parametrelerin etkisini analiz etmekte zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin transfer ve sınıflandırma içeren algoritmaların grafiksel uygulamalarını daha iyi yapabildikleri gözlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel cebirsel ve grafiksel özellikler arasındaki bağlantıları doğru bir biçimde yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Bir başka çalışmada Gürbüz ve Şahin (2015) öğrencilerinin çoklu temsiller (sözel, tablo, grafik ve denklem) arasındaki transfer becerilerini ortaya koymayı amaçlamıştır. İlköğretim 8. Sınıfta okuyan 4 öğrenci ile bir yapılan çalışmada nitel araştırma tekniklerinden örnek olay yöntemini kullanmıştır. Veri toplama aracı olarak çoklu temsil transfer testi ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda öğrencilerin en çok sözel, tablo ve denklem temsillerinden grafik temsiline transferde zorlandıkları tespit edilmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin denklem, sözel ve grafik temsilden tabloya transferde zorlanmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin özellikle grafik ve denklemden sözel temsile transferde problem yaşadıkları tablodan sözel temsile geçişte daha başarılı oldukları gözlenmiştir.

Özarslan (2010) yaptığı çalışmada, 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri çözerken, probleme uygun denklemi yazabilme becerilerini ve yazılan denklemi çözerek sonuca ulaşmalarındaki başarı düzeylerini, problemleri çözerken yapılan hataları tespit etmeyi amaçlamıştır. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin cebirsel sözel problemlere denklem kurarken oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. Ayrıca

öğrencilerin probleme uygun kurdukları denklemi çözme başarılarının da düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin hata türleri incelenmiştir. Sırasıyla en çok yapılan hatalar; bilinmeyen ile katsayı arasında ilişki kuramama, eşitlikte yer değiştirirken işaret değiştirmeme, işlemsel hatalar, bilinen terimle bilinmeyen terimi birlikte işleme alma, eşitliği kullanmama ya da yanlış yerde kullanma şeklindedir.

Huntley ve Davis (2008) çeşitli müfredat yaklaşımlarını kullanan lise öğrencilerinin cebir problemlerini nasıl düşündüklerini ve çözdüklerini anlamak için, çoğu başarılı olan 44 çift öğrenciyi içeren görev tabanlı bir klinik görüşme çalışması gerçekleştirmiştir. Yapılan çalışmada öğrencilere üç problem (doğrusal bir eşitlik, karekökleri içeren doğrusal bir denklem, karekökleri içeren doğrusal olmayan bir denklem) sunulmuştur. Öğrencilerden üç problemin çözümünde sembolik, grafiksel ve / veya tablo şeklinde sunumlar yapması istenmiştir. Tüm problemlerde öğrencilerin grafik hesap makinelerini kullanmasına izin verildi. Elde edilen bulgulara göre problemleri çözerken öğrenci çiftlerinin çoğunluğu sembol manipülasyonunu kullanmıştır. Diğer yandan araştırma birçok öğrencinin grafiksel ve tablo temsili yerine sembolik temsili tercih ettiğini göstermektedir. Öğrenci çiftlerinin birden fazla temsilden yararlanma ve problem çözme süreçleri boyunca birden fazla strateji kullanma durumlarının yaygın olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgulara ek olarak az sayıda öğrenci çiftinin hesap makinelerini araç olarak kullandıkları gözlenmiştir. Öğrencilerin çoklu temsiller kullanmalarının problemi elle çözmelerini kolaylaştırdığı sonucuna ulaşılmıştır.

Fonger, Davis ve Rohwer (2018) birleştirilmiş bilgisayar cebir sistemi (CAS) ve kâğıt kalem ile sınıf ortamında doğrusal denklemlerin çözümünde öğrencilerin temsili akıcılığının nasıl destekleyeceğini araştırmıştır. Bu doğrultuda ABD’de bir devlet lisesinin 9. sınıfında kayıtlı 31 öğrenciyle yapılan bir ön değerlendirme sonucunda farklı matematiksel yetenek düzeyinden üç öğrenci ile çalışılmıştır. Annie, Bryon ve Carlos’un (sırasıyla orta, yüksek ve düşük yetenek düzeyine sahip) her biri ile öğretim deneyinin başlangıcında ve sonunda 50 dakikalık yarı yapılandırılmış görev tabanlı bireysel görüşme yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmenin odak noktası, öğrencilerin denklemleri çözmedeki temsili akıcılığını ayırt etmektir. Öğrenciler temsilleri oluştururken, yorumlarken ve bağlantı kurarken “yüksek sesle düşünmeye” teşvik edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre hem Annie hem de Bryon, temsil biçimleri içinde ve arasında daha gelişmiş temsili akıcılık

düzeylerine ilerlerken, Carlos'un temsil akıcılığında değişiklik olmamıştır. Bazı öğrenciler için (a) denklemlerin çözülmesinde sembolik dönüşümlerden önce sembolik grafik ve / veya sayısal gösterim türlerine transfere öncelik verilmesi (b) CAS genelinde çözümlerin birleştirilmesi ve CAS'ın “doğru” geribildirimi dahil kâğıt ve kalem yazıları (c) eşittir işaretinin bazen, daima veya asla doğru olmayan ifadelerin karşılaştırılmasında ilişkisel bir sembol olarak ele alınması gibi eğitici desteklerin verimli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çiltaş (2011) 9. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklerin öğretiminde grafik kullanımının etkinliğini araştırmıştır. Yapılan deneysel çalışmada denklem ve eşitsizlik konusu dört saat boyunca deney grubundaki öğrencilere grafik yöntemi ile kontrol grubundaki öğrencilere ise düz anlatım yöntemiyle anlatılmıştır. Elde edilen bulgulara göre deney grubundaki öğrencilerin son testten elde ettikleri ortalama puanların kontrol grubundaki öğrencilere göre daha yüksek olduğu ve deney grubu lehine anlamlı bir fark olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Dolayısıyla mutlak değer içeren denklem ve eşitsizlik konularının öğretiminde geleneksel yöntemle kıyaslandığında grafiksel yöntemin daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

Sarihan Musan (2012) yüksek lisans tez çalışmasında denklem ve eşitsizliklerin öğretiminde Geogebra kullanımının öğrencilerin kavramsal anlama seviyelerine etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu doğrultuda 8. sınıfta öğrenim gören 18 öğrenci ile yapılan çalışmada denklem ve eşitsizlikler konusu 4 hafta boyunca toplam 24 ders saati dinamik matematik yazılımı GeoGebra desteği ile işlenmiştir. Tek grup ön test-son test kontrol grupsuz deneme modeli kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre son testte öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma ve cevaplarının sağlamasını farklı yoldan yaparak temsilleri birleştirme eğiliminde oldukları görülmüştür. Ayrıca ön testte sadece cebirsel temsil kullanarak problemi çözen öğrencilerin grafik temsili de kullanmaya başladıkları gözlenmiştir. Öğrenciler Geogebra ile problemleri farklı yollardan çözebildiklerini ve çözümlerini kontrol edebildiklerini ifade etmişlerdir. Bu durum bilgisayarların çoklu temsil kullanımına olanak veren bir araç olması sonucunda gerçekleşmiştir. Bulgular ışığında dinamik matematik yazılımı destekli matematik öğretiminin öğrencilerin kavramsal anlama seviyelerinde olumlu yönde fark meydana getirdiği ancak bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığı tespit edilmiştir.

Parrot ve Leong (2018) grafik hesap makinesinin öğrencilerin lineer denklemleri içeren problemleri çözmedeki başarısı ve matematikte problem çözmeye karşı tutumlarını araştırmıştır. Araştırmanın örneklemini Malezya'nın Sarawak şehrinde bir devlet orta öğretim okulunda iki farklı sınıfta öğrenim gören ve yaşları 15-16 arasında değişen 60 öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubundaki öğrencilere grafik hesap makinesi kullanarak problem çözme temelli öğretim verilirken, kontrol grubu öğrencilerine grafik teknolojisi olmadan geleneksel tebeşir ve konuşma yöntemi uygulanmıştır. Deney grubundaki öğrenciler grafik hesap makinesi ile bölünmüş ekran modunda doğrusal bir denklemin hesaplama, grafik ve tablo gibi çoklu temsil görüntüsüne erişebilmekte ve dinamik olarak değişiklikler yapabilmekteydi. Ön testin uygulanmasından yaklaşık dört hafta sonra ve ders içeriklerinin tamamlanmasından sonra, her iki gruptan katılımcılara son test uygulanmıştır. Çalışma bulgularına göre grafik hesap makinesi kullanan öğrencilerin, grafik hesap makinesi kullanmayan öğrencilere kıyasla problem çözme görevlerinde anlamlı olarak daha yüksek performans gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca grafik hesap makinesi kullanan öğrencilerin matematikte problem çözme konusunda daha iyi bir tutum sergilediklerini görülmüştür.

Deniz (2016) “Doğrusal Denklemlerin 7. Sınıflarda Öğretiminde Geometri Sketchpad Kullanımının Çoklu Temsil ve Enstrümantal Yaklaşım Boyutundan İncelenmesi” adlı tez çalışmasında 6 öğrenci ile nitel bir araştırma yapmıştır. Öğrencilere geometri sketchpad destekli etkinliklerle öğretim programındaki hedef davranışlar kazandırılmaya çalışılmış ve süreç kayıt altına alınmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin grafik temsili bir nesne olarak gördüğü ve tablo ile grafik temsili arasında ilişki kuramadığı tespit edilmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin cebirsel temsili çözümlemede zorlandıkları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin eksenler üzerinde verilen noktaların koordinatları arasındaki ortak özelliği fark edebildikleri fakat bu bilgiyi kullanarak denklem çözümü yapamadıkları gözlenmiştir.

3. MATERYAL ve METOT

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcıları, verilerin toplanması ve veri analizi ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada 9. Sınıf öğrencilerinin Denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transfer becerilerinin incelenmesi amaçlandığı için nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nicel araştırmalarda gerçeklik nesneldir ve araştırmacı olgu ve olayların dışında tarafsız bir biçimde genelleme, tahmin veya nedensellik ilişkisini açıklamayı amaçlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu tür araştırmalarda; (1) ölçüm ve sayısallaştırma esastır, (2) ölçümün geçerliği ve güvenilirliği önemlidir, (3) verilerin istatistiksel analizi beklenir, (4) daha önceden var olan kavram, fikir ve teorilerin test edildiği tümdengelim mantığıyla katılımcıların davranışına odaklanılır (Robson, 2017). Araştırmada model olarak, nicel araştırma yöntemi kapsamında yer alan tarama modeli kullanılmıştır. “Tarama, geçmişte ya da halen var olan bir durumu var olduğu şekliyle tespit etmeyi amaçlayan araştırma modelidir.” (Karasar, 2019, s. 109). Taramaların çoğu, betimleyici amaçlarla gerçekleştirilir ve herhangi bir durumun belirli bir zamandaki ‘resmini’ ifade etmeye çalışır (Robson, 2017). Bu tür araştırmalarda araştırmaya konu olan olay, birey, nesne değiştirilmeye ya da etkilenmeye çalışılmaz olduğu gibi gözlenir ve kaydedilir (Karasar, 2019). Bu çalışmada da olay, nesne ve bireyler değiştirilmeden, onlara deneysel bir müdahalede bulunmadan olduğu gibi 9. sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsiller arası transfer becerilerinin ne düzeyde olduğu ortaya konmuştur.

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Bu araştırmaya, 2018-2019 eğitim öğretim yılının ikinci yarısında öğrenim gören İç Anadolu Bölgesinden bir ilde bulunan liselerden amaçlı (olasılık dışı) örnekleme yöntemiyle seçilen 637 9. sınıf öğrencisi katılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi olgu ve olayların keşfedilmesine ve açıklanmasına olanak sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Amaçlı örnekleme yöntemi kendi içinde şu alt gruplara ayrılmaktadır: Tipik durum örnekleme, kritik durum örnekleme, aykırı durum örnekleme, kartopu

örnekleme, uygun durum örnekleme ve homojen örnekleme (Ekiz, 2017). Bu araştırmada tipik olarak 9. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsil transfer becerilerinin ne düzeyde olduğu incelendiği için katılımcılar tipik durum örnekleme ile seçilmiştir.

Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı Çizelge 3-1’de verilmiştir.

Çizelge 3-1: Araştırma örnekleminin cinsiyete göre dağılımı.

Cinsiyet	Frekans (f)	Yüzde (%)
Kız	332	52,1
Erkek	305	47,9
Toplam	637	100,0

Çizelge 3-1’e göre, araştırmaya 332 (%52,1) kız, 305 (%47,9) erkek öğrenci katılmıştır. Ayrıca araştırmaya katılan öğrencilerin okul dağılımı Çizelge 3-2’de verilmiştir.

Çizelge 3-2: Araştırmanın örnekleminin okullara göre dağılımı.

Okul	Frekans (f)	Yüzde (%)
Okul 1	84	13,2
Okul 2	110	17,2
Okul 3	55	8,6
Okul 4	92	14,5
Okul 5	42	6,6
Okul 6	98	15,4
Okul 7	76	12
Okul 8	41	6,4
Okul 9	39	6,1
Toplam	637	100

Çizelge 3-2’ye göre, araştırmaya birinci liseden 84 (%13,2), ikinci liseden 110 (%17,2), üçüncü liseden 55 (%8,6), dördüncü liseden 92 (%14,5), beşinci liseden 42 (%6,6), altıncı liseden 98 (%15,4), yedinci liseden 76 (%12) sekizinci liseden 41 (%6,4), dokuzuncu liseden 39 (%6,1) öğrenci katılmıştır. Araştırmanın alt problemleri göz önüne alındığında öğrencilerin bulundukları okul ayrımına gidilmemiştir.

3.3. Verilerin Toplanması

3.3.1. Veri Toplama Aracının Geliştirilmesi

Öncelikle literatür incelendiğinde ortaöğretim düzeyinde geçerli ve güvenilir çoklu temsil transfer ölçme aracının olup olmadığı araştırılmıştır. Literatürde 9. Sınıf düzeyinde böyle bir ölçme aracının olmaması nedeniyle araştırmacı tarafından

geliştirilmesine karar verilmiştir. Ölçme aracının geliştirilmesi 6 aşamadan oluşmaktadır. Birinci aşamada MEB ortaöğretim matematik programında sayılar ve cebir öğrenme alanında, “Denklemler ve eşitsizlikler” alt öğrenme alanında “Gerçek hayat durumlarını temsil eden sözel ifadelerdeki ilişkilerin cebirsel, grafiksel ve sayısal temsilleri ile ilgili uygulamalar yapılır.” (MEB, 2018b, s. 21) kazanımı ile ilişkili bir içerik oluşturulması konusunda araştırmacı ve alan uzmanı mutabakata varmıştır. Bu amaçla bir uzman grubu oluşturulmuştur. Grupta bir matematik alanında doktoralı öğretim üyesi, bir cebir alanında doktoralı öğretim üyesi, bir Türkçe dil uzmanı ve bir ortaöğretim matematik öğretmeni yer almaktadır. İkinci aşamada, belirlenen grup bir araya gelerek çoklu temsil transfer alanında gerekli çıktıları belirlemiştir. Bu tartışma sonrası grup 16 soru belirlemiştir. Üçüncü aşamada belirlenen sorular Türkçe dil uzmanı tarafından kontrol edilmiştir. İfadelerdeki gerekli düzenlemeler gerçekleştirilmiştir. Dördüncü aşamada sorular üç ilköğretim matematik öğretmen adayına sunulmuştur. Soruların açıklığı ve anlaşılabilirliği kontrol edilerek soruların yüz yüze geçerliği sağlanmıştır. Beşinci aşamada, öğretmen adaylarının ve Türkçe dil uzmanının görüşleri sonrasında araştırmacı ve danışmanı bir araya gelerek soruları tekrar gözden geçirmiştir. Yapılan değerlendirme sonrasında aynı boyutları ölçtüğü belirlenen 4 soru testten çıkarılmıştır. Altıncı aşamada, belirlenen 12 soruluk test, iki ortaöğretim matematik öğretmenine sunulmuştur. Öğretmenlerin görüşleri sonrasında 12 soruluk çoklu temsil transfer ölçme aracı elde edilmiştir. Oluşturulan taslak ölçme aracının istatistikî işlemleri sonrasında ölçeğe son halini verebilmek için pilot uygulama yapılmıştır. Ölçme aracı ilk olarak 97 lise öğrencisine uygulanmış ve cronbach alfa değeri .88 olarak bulunmuştur.

3.3.2. Veri Toplama Aracının Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Araştırma kapsamında geliştirilen “Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı” nda bulunan maddelerin madde güçlük ve güvenirlilik değerlerini, madde ayırt edicilik değerlerini, ölçme aracının geçerlik ve güvenirliliğini belirlemek için Winstep Software Version 3.72.4 ile Rasch analizi yapılmış olup aynı zamanda belirlenen faktörlerin ölçme aracında çalışıp çalışmadığını kontrol etmek için doğrulayıcı faktör analizi (DFA) Lisrel 8.80 programı ile yapılmıştır. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerilerinin ne düzeyde olduğunu belirlemek için geliştirilen ölçme aracının geçerlik ve güvenirlilik sağlama

çalışmaları için Rasch Ölçüm modeli kullanılmıştır (Rasch, 1980). Rasch modeli, herhangi bir soruyu cevaplarken sorunun zorluk derecesine ve cevaplayanın yeteneğine bağlı olarak herhangi bir kişinin cevap verme olasılığını hesaplamaktadır (Elhan ve Atakurt, 2005; Linacre, 2008). Geleneksel madde analiz modelleri, verilere dayalı olarak maddelerin uygunluğunu test etmektedir. Rasch modeli ise maddelerin modele uygunluğunu belirlemektedir (Linacre, 2008). Rasch modeli; a) Verilerin modele uygun olup olmadığını, b) maddelerin güçlük düzeyini ve c) madde güçlük ve maddeler arasındaki doğrusal ilişkiyi incelemektedir (Dervent, Devrilmez, İnce ve Ward, 2018). Rasch analizi bulguları Çizelge 3-3'te gösterilmiştir.

Çizelge 3-3: Soruların güçlük değerleri, uyum indeksleri ve puan-ölçüm korelasyonları.

Madde Numarası	Toplam Skor	Madde Güçlük	Std. Hata	İçsel Uyum		Dışsal Uyum		Puan-Ölçüm Korelas.
				MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD	
4	44	2.67	0.84	1.44	1.4	1.79	1.6	.23
6	51	2.34	0.34	1.36	1.9	1.42	1.8	.35
12	70	1.88	0.16	1.36	1.4	1.24	1.1	.42
11	56	1.06	0.18	1.03	.3	1.34	1.4	.38
10	74	1.61	0.16	1.15	1.1	1.33	1.4	.27
3	72	0.69	0.26	1.01	.1	.82	-.6	.50
5	51	0.75	0.16	1.01	.1	.94	-.2	.59
7	97	0.57	0.13	.97	-.1	.94	-.3	.59
2	66	-0.62	0.23	.95	-.3	.72	-1.1	.63
1	59	-0.64	0.19	.61	-2.0	.84	-.6	.51
8	65	-1.83	0.12	.78	-1.7	.70	-1.7	.61
9	63	-2.33	0.11	.69	-1.9	.63	-2.0	.65

Çizelgede yer alan terimlerin ne anlama geldiği aşağıda açıklanmıştır. İlk sütunda madde numarası yani giriş numaraları yer almaktadır. İkinci sütunda ise aynı satırda yer alan soruya doğru yanıtlanan toplam skorlar yer almaktadır. Üçüncü sütunda ise soruların derecesi gösterilmektedir. Dördüncü sütun soruların zorluğuna yönelik standart hatayı göstermektedir. Beşinci ve altıncı sütunlar içsel ve dışsal uyum indekslerini göstermektedir. İçsel uyum beklenen yanıtlara duyarlılık gösterirken dışsal uyumda beklenmeyen yanıtlara karşı duyarlıdır (Linacre, 2011). Uyum indeksleri bölümü sorular arasındaki uyumu göstererek ölçme aracının kapsam geçerliğini sağlamaktadır. Uyum indeksi çizelgesinde yukarıdan aşağıya sorular zordan kolaya doğru sıralanmıştır. Ortalama kare değerleri (MNSQ), elde edilen

yanıtların modelin uygunluğu açısından test maddelerinin nasıl bir örüntü oluşturduğunu gösterir. Ortalama kare değerinin 0.5 ile 1.5 aralığında olması beklenmektedir (Linacre, 2008). Standardize dağılım değerleri (ZSTD) test maddelerinin birbiri arasında anlamlı uyumluluk seviyelerini belirtir. Bond ve Fox' a (2015) göre bu değer +2 ile -2 arasında olması gerekmektedir. Son sütun ise puan-ölçüm korelasyon değerlerini vermektedir. Değerlerin pozitif olması korelasyonun beklendiği yönde olduğunu göstermektedir.

Çizelge 3-3'e göre 12 soruluk testin 11 maddesinin beklenen MNSQ ve ZSTD değerlerini sağladığı görülmektedir. Sadece 4 numaralı test maddesinin dışsal uyumunda MNSQ değeri, beklenen değer biraz üzerindedir. İçsel uyum, dışsal uyuma göre daha hassastır ve test maddelerinin geçerlik ve güvenilirliği için daha önemlidir (Bond ve Fox, 2015). Bu nedenle 4. test maddesinin testten çıkarılması gerekmediği görülmektedir. Ayrıca puan-ölçüm korelasyon değerlerinin tamamı pozitif yönlüdür.

Çizelge 3-4: Soruların güçlük ve güvenilirlik değerleri ve puan-ölçüm korelasyonları.

	Toplam Skor	Yanıtlayıcı Sayısı	Madde Güçlük	Standart Hata	İçsel Uyum		Dışsal Uyum	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
Ortalama	64.0	120.0	1.91	0.24	1.03	-0,13	1.06	0.04
Evren SS	13.89	.0	0.62	0.21	0.26	1.60	0.36	1.39
Örnekleme SS	13.30	.0	0.56	0.20	0.25	1.53	0.34	1.33
Maksimum	44.0	120.0	2.67	0.84	1.44	1.9	1.79	1.8
Minimum	97.0	120.0	-2.33	0.11	.61	-3.1	.63	-2.0
Gerçek RMSE		1.35	Doğru Ss	3.78	Ayırt edicilik	2.81	Madde Güvenirlik	.90
Model RMSE		1.25	Doğru Ss	3.81	Ayırt edicilik	3.04	Madde Güvenirlik	.91
Madde Ortalamasının Standart Hatası			1.21					

Çizelge 3-4'te soruların güçlük ve güvenilirlik değerleri ve puan-ölçüm korelasyonları gösterilmektedir. Boone, Staver ve Yale (2014) araştırmalarda gerçek RMSE

değerlerinin model RMSE değerlerinden daha tutarlı olduğunu ve kullanılmasını önermektedir.

Maddelerin temsil edilebilirliği madde ayırt edicilik değeri ile belirlenmektedir. Bu değerin 2.0 ve üzeri olması beklenmektedir (Baghei ve Amrahi, 2011). Çizelgeye göre madde ayırt edicilik değeri 2.81 olarak tespit edilmiştir. Bu değer, testteki maddelerin ayırt edicilik düzeyinin beklenen düzeyde olduğunu göstermektedir. Çizelge 3-4'te yer alan madde güvenilirlik değeri ise cronbach alfa değeri ile eş değer kabul edilmektedir. Maddelerin güvenilirliği .90 ile beklenen düzeydedir. Bu değer testin iç tutarlılık düzeyinin yüksek olduğunu göstermektedir.

Çizelge 3-5: Katılımcıların güçlük ve güvenilirlik değerleri ve puan-ölçüm korelasyonları.

	Topla m Skor	Madde Sayısı	Madde Güçlük	Standart Hata	İçsel Uyum		Dışsal Uyum	
					MNSQ	ZSTD	MNSQ	ZSTD
Ortalama	24.6	12.0	3.22	0.84	.99	.0	1.08	.1
Evren SS	6.8	.0	1.14	0.19	.42	1.1	0.80	1.1
Örneklem SS	6.8	.0	1.13	0.18	.42	1.1	0.81	1.1
Maksimum	35.0	12.0	4.41	1.15	2.05	2.0	5.96	3.5
Minimum	9.0	12.0	-.18	0.22	.28	-1.9	.26	-1.6
Gerçek RMSE		3.91	Doğru Ss	5.13	Ayırt edicilik	2.14	Katılımcı 1 Güvenirlik	.85
Model RMSE		3.64	Doğru Ss	5.32	Ayırt edicilik	2.16	Katılımcı 1 Güvenirlik	.86
Katılımcı Ortalamasının Standart Hatası			1.47					

Çizelge 3-5'te görüldüğü gibi katılımcıların ayırt edicilik değeri 2.14 ile kabul edilebilir düzeydedir. Ayrıca katılımcıların güvenilirliği .85 ile kabul edilebilir değerdedir.

Ölçüm	Kişi	–	Madde
+3	XXX		
+2	X		
	XXXX		
	XXXXXXXX		
+1	XXX		
	XXXXXX		
	XX		
	XXXXX	I0007	
	XXXX		
	XXX		
	XXX		
	XXXXXXXX	I0009	
0	X	I0008	
	XXXXX		
	XX	I0005 I0010 I0012	
	XXXXXXXXXX	I0001 I0011	
	X	I0002	
	XXX	I0003	
-1	XXX		
	X	I0006	
	X		
	X		
-2			
		I0004	
-3			

Şekil 3.1: Kişi-madde Haritası (Wright Map).

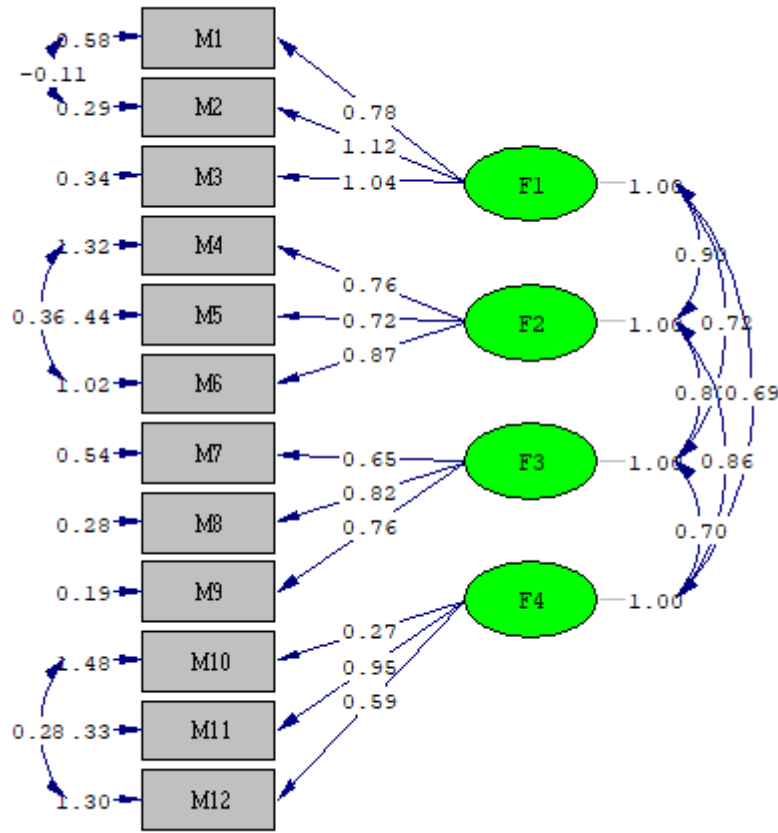
Şekil 3.1’de sunulan Kişi-madde haritası (Wright Map), aynı doğrultuda yer alan madde ve kişi ölçümlerini gösterir (Linacre, 2008). Harita, maddelerin zorluk derecesine göre dağılımları ve bu soruların kişilerle birbirlerine eşleşme düzeylerini göstermektedir. En son sütunda maddelerin güçlük düzeyleri arasındaki sıralama verilmektedir. Bu sütunda, aşağıdan yukarı doğru gidildikçe madde gücü artmaktadır. Buna göre, en zor sorunun yedi numaralı madde; en kolay sorunun dört numaralı madde olduğu söylenebilir.

İlk olarak 674 öğrenciden toplanan verilerin, çok değişkenli normallik analizi için üç aşamada uç değer temizliğine gidilmiştir:

Çok değişkenli normallik varsayımının yerine getirilip getirilmediğinin belirlenebilmesi için çok değişkenli analizlerde mahalonobis uzaklık değeri yapılması gereken bir analizdir (Seçer, 2017). Araştırmada dört değişken kullanıldığı için mahalonobis uzaklık değeri için kritik değer 18.47 olarak kabul edilmiştir (Seçer, 2017). Bu doğrultuda, mahalonobis değeri izlenerek 23 veri çıkartarak 651 veriye indirgenmiştir. Ayrıca cook’s değer temizliği yapılarak $12/651 = .018$ den büyük olan 14 veri daha çıkarıldıktan sonra 637 veri üzerinde en son Leverage değerlerine bakılmış $3p/n = 3*12/637 = .056$ den büyük olanlar incelenmiştir ancak hiç veri çıkarılmasına gerek görülmemiştir. Böylece normallik bulguları sağlanmış (Skewness, Kurtosisi uygun aralıkta olduğu gözlenmiştir) ve toplam 637 veri analiz edilmeye karar verilmiştir. KMO değeri .89, cronbach alfa değeri, .88 olarak bulunmuştur.

Çoklu temsil transfer ölçme aracında literatüre göre belirlenen faktörlerin testte çalışıp çalışmadığını kontrol etmek için doğrulayıcı faktör analizi Lisrel 8.80 programı ile yapılmıştır. Doğrulayıcı faktör analizi araştırmacının daha önce belirlenen faktör yapısıyla elindeki verilen tutarlı olup olmadığını test edebilmesini sağlar (Meydan ve Şeşen, 2016). Bu analiz kuramsal bir temele dayalı olarak birçok değişkenle oluşturulan faktörlerin gerçek verilerle ne oranda uyum gösterdiğinin değerlendirilmesine yönelik bir analizdir (Sümer, 2000). Geliştirilen çoklu temsil transfer aracı literatürde var olan grafik/ tablo/ sözel/ cebirsel çoklu temsil boyutları (Heinze ve ar., 2009; Bossé ve diğerleri, 2011a; Waisman ve diğerleri, 2014; Wilkie 2016) olmak üzere dört boyut üzerinden tanımlandığı için doğrulanması yoluna gidilmiştir. Bu yüzden doğrulayıcı faktör analizi yapılmıştır.

Doğrulayıcı Faktör analizi Şekil 3.2’deki gibidir:



Şekil 3.2: Doğrulayıcı Faktör Analizi.

Yukarıdaki modele göre F1; sözel temsilden diğer temsillere transfer becerisini, F2; grafik temsilden diğer temsillere transfer becerisini, F3; cebirsel temsilden diğer temsillere transfer becerisini; F4; tablo temsilinden diğer temsillere transfer becerisini açıklamaktadır.

DFA’ da incelenen modelin uygun olup olmadığını ortaya koymak için literatürde kullanılan bazı indeks çeşitleri vardır. Bunlar: (X^2)/sd, CFI, RMSEA, GFI, AGFI, NFI, NNFI, SRMR indeksleridir (Yılmaz ve Çelik, 2016). Literatürde karşımıza en çok çıkan uyum indeks değerleri (Marsh& Hocevar, 1988) Çizelge 3-6’da belirtildiği gibidir:

Çizelge 3-6: Doğrulamalı faktör analizi için uyum indeks değerleri.

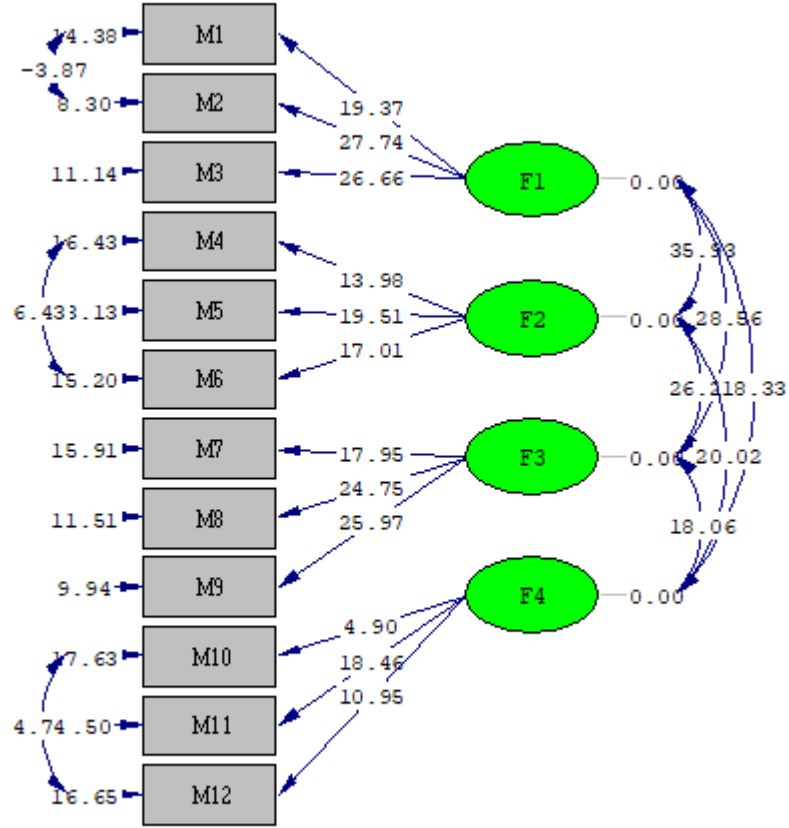
Uyum Ölçütleri	Mükemmel Uyum	Kabul Edilebilir Uyum
RMSEA	$0 < \text{RMSEA} < 0,05$	$0,05 < \text{RMSEA} < 0,10$
NFI	$0,95 \leq \text{NFI} \leq 1$	$0,90 \leq \text{NFI} \leq 0,95$
NNFI	$0,95 \leq \text{NNFI} \leq 1$	$0,90 \leq \text{NNFI} \leq 0,95$
CFI	$0,97 \leq \text{CFI} \leq 1$	$0,90 \leq \text{CFI} \leq 0,95$ veya $0,80 \leq \text{GFI} \leq 0,89$
SRMR	$0 \leq \text{SRMR} \leq 0,05$	$0,05 \leq \text{SRMR} \leq 0,10$
GFI	$0,95 \leq \text{GFI} \leq 1$	$0,90 \leq \text{GFI} \leq 0,95$ veya $0,85 \leq \text{GFI} \leq 0,90$
AGFI	$0,90 \leq \text{AGFI} \leq 1$	$0,85 \leq \text{AGFI} \leq 0,90$
Ki-kare (X^2)/sd	$(X^2)/\text{sd} < 3$	$(X^2)/\text{sd} < 5$

Modelin geçerli sayılabilmesi için mükemmel ve iyi uyum değerlerinin bulunması gereken aralıklar Çizelge 3-6’da gösterilmektedir. Çoklu temsil transfer ölçme aracına ilişkin elde edilen değerler Çizelge 3-7’de verilmiştir.

Çizelge 3-7: Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı’na ilişkin elde edilen değerler.

Uyum İndeksi	$\frac{X^2}{\text{sd}}$	CFI	RMSEA	GFI	AGFI	NFI	NNFI	SRMR
Model Değerleri	304,27/64	0,99	0,063	0,96	0,93	0,98	0,98	0,032
Mükemmel Uyum	$\frac{X^2}{\text{df}} < 3$	$0,97 \leq \text{CFI} \leq 1$	$0 < \text{RMSEA} < 0,05$	$0,95 \leq \text{GFI} \leq 1$	$0,90 \leq \text{AGFI} \leq 1$	$0,95 \leq \text{NFI} \leq 1$	$0,95 \leq \text{NNFI} \leq 1$	$0 \leq \text{SRMR} \leq 0,05$
Kabul edilebilir uyum	$\frac{X^2}{\text{df}} < 5$	$0,90 \leq \text{CFI} \leq 0,95$ veya $0,80 \leq \text{GFI} \leq 0,89$	$0,05 < \text{RMSEA} < 0,10$	$0,90 \leq \text{GFI} \leq 0,95$ veya $0,85 \leq \text{GFI} \leq 0,90$	$0,85 \leq \text{AGFI} \leq 0,90$	$0,90 \leq \text{NFI} \leq 0,95$	$0,90 \leq \text{NNFI} \leq 0,95$	$0,05 \leq \text{SRMR} \leq 0,10$

Çizelge 3-7'ye göre, ki kare /sd ve RMSEA uyum indekslerinin kabul edilebilir aralıkta olduğu, diğer CFI, GFI, AGFI, NFI, NNFI, SRMR uyum indekslerinin mükemmel bir uyum içinde olduğu görülmektedir.



Şekil 3.3: Elde edilen t değerleri

Şekil 3.3'te gözlenen t değerleri incelendiğinde ve faktör yük değerlerinde herhangi bir problem olmadığı anlaşılmıştır. Testten herhangi bir madde çıkarılması gerekmemiştir.

Rash analizi bulguları ve DFA' dan elde edilen bu değerler geliştirilen ÇTTÖA' nın geçerli ve güvenilir olduğunu ortaya koymaktadır.

3.3.3. Veri Toplama Süreci

Veri toplama işlemi öncesi İl Milli Eğitim Müdürlüğünden gerekli izinler alınmıştır (izin no: 99371540-44-E.9374907, bakınız EK-1). Verilerin toplanacağı okulları belirlemek amacıyla ilde bulunan liseler araştırmacı tarafından not edilmiştir.

Okulların yöneticileri ile görüşme gerçekleştirilmiş ve araştırmaya katılmayı gönüllü olarak kabul eden 9 liseden 674 öğrenciden veriler toplanmıştır.

Veri toplama işlemi matematik ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Testin cevaplanması için katılımcılara bir ders saati (45 dk.) süre verilmiştir. Toplanan veriler Microsoft Excel dosyasına kaydedilmiştir. Bu veriler daha sonra rasch analizi işlemi için Winstep Software Version 3.72.4 (Linacre, 2008) aktarılmıştır.

3.4. Veri Analizi

9. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsil transfer becerilerinin ne düzeyde olduğunu açıklamak için betimsel istatistiklerden (ortalama, standart sapma) yararlanılmıştır. Bu doğrultuda SPSS 21.00 programı kullanılmıştır. Diğer yandan 9. Sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında sözel/cebirsal/grafik/tablo temsil transfer becerileri arasında ilişki var mıdır? problem cümlesine yanıt aramak için korelasyon istatistikleri yapılmış olup veriler SPSS 21.0 ile analiz edilmiştir. Boyutlar arasındaki anlamlı farklılığı açıklayabilmek için tekrarlı ölçümler için Anova yapılmıştır.

Nicel veriler, Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı'ndaki 12 açık uçlu sorudan elde edilen cevaplardan oluşmaktadır. Ölçme aracı için hazırlanan analitik puanlama anahtarı Çizelge 3-8'de sunulmuştur:

Çizelge 3-8: Analitik puanlama anahtarı.

Puan	Açıklama
0 puan	Çözüm yolu yok veya yanlış Sonuç yok veya yanlış
1 puan	Çözüm yolu kısmen doğru, sonuç yanlış Modelleme ya da matematik cümle kısmen doğru, sonuç yanlış
2 puan	Çözüm yolu doğru, sonuç yanlış Modelleme ya da matematik cümle kurulmamış sonuç doğru
3 puan	Çözüm yolu doğru, sonuç doğru Modelleme ya da matematik cümle doğru kurulmuş, sonuç doğru

Ölçekten alınabilecek en yüksek puan 36, en düşük puan ise 0'dır. 674 öğrenciye ait Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı uygulaması ile elde edilen veriler SPSS 21.0 programında analiz edilmiştir. Analiz kapsamında verilerin betimleyici istatistiklerini elde etmek için ortalama, standart sapma, skewness (çarpıklık), kurtosis (basıklık) değerleri incelenmiştir.

Öğrencilerin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında grafik, tablo, sözel ve cebirsel temsile transfer becerileri arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak için korelasyonlara ayrı ayrı bakılmıştır. Öğrencilerin temsiller arası transfer edebilme becerileri arasındaki ilişki her bir test bölümünün kendi içinde yer alan sözel-cebirsel, sözel-tablo, sözel-grafik, cebirsel-tablo, cebirsel-grafik, tablo-grafik temsil biçimleri arasındaki ilişkiler üzerinden “Pearson Korelasyon” katsayılarının hesaplanmasıyla saptanmaya çalışılmıştır.





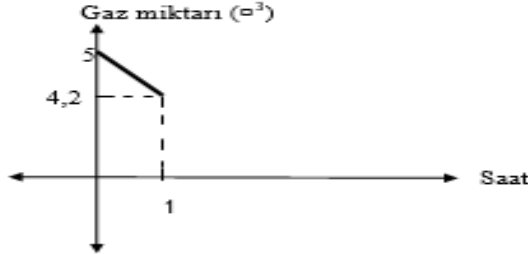
4. BULGULAR

Bu başlık araştırma problemlerine ilişkin bulguları içermektedir.

4.1. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerileri ne düzeydedir?

12 açık uçlu sorudan oluşan Çoklu Temsil Transfer ölçme aracı dört bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde öğrencilere bir sözel problem verilmiş ve öğrencilerden bu problemi cebirsel, tablo ve grafik şeklinde ifade etmeleri istenmiştir. İkinci bölümde öğrencilerden grafik şeklinde verilen bir problemi sözel, cebirsel ve tablo şeklinde ifade etmeleri istenmiştir. Üçüncü bölümde öğrencilerden cebirsel biçimde verilen problemi sözel, tablo ve grafik şeklinde ifade etmeleri ve son bölümde tablo temsili verilen problemi sözel, cebirsel ve grafik temsili ifade etmeleri istenmiştir. Örneğin ikinci bölümde grafik temsilden diğer temsillere transfer gerektiren problem Şekil 4-1’de verilmiştir.

Soru 2: Aşağıda bir oksijen kaynağı tüpündeki gazın zamana bağlı değişimi doğrusal grafik olarak verilmiştir.



1) Grafiği sözel olarak açıklayınız.

2) Oksijen kaynağı tüpündeki gaz miktarını (m^3) zamana (saat) bağlı gösteren bir denklem yazınız. Denklemde kullandığınız değişkenler neyi ifade ediyor? Açıklayınız.

3) Oksijen kaynağı tüpündeki gaz miktarını (m^3) zamana (saat) bağlı gösteren bir tablo çiziniz.

Şekil 4.1: Grafik Temsilden Diğer Temsillere Transfer İçeren Problem Örneği.

Yapılan betimsel analizler sonucunda faktörlere ait ortalama puan ve standart sapmalar aşağıdaki Çizelge 4-1’de sunulmuştur.

Çizelge 4-1: Faktörlere ait ortalama puan ve standart sapma.

Temsiller Arası Transfer	N	$\bar{X}$	s.s
Sözel Temsilden Diğer Temsillere Transfer	637	2,88	3,10
Grafik Temsilden Diğer Temsillere Transfer	637	3,15	2,99
Cebirsel Temsilden Diğer Temsillere Transfer	637	1,89	2,44
Tablo Temsilden Diğer Temsillere Transfer	637	3,31	2,63

(min=0, max=9)

Çizelge 4-1’e göre sözel temsilden diğer temsillere transfer değeri $\bar{X} = 2,88$ (s.s =3,10), grafik temsilden diğer temsillere transfer değeri $\bar{X} = 3,15$ (S.s =2,99), cebirsel temsilden diğer temsillere transfer değeri $\bar{X} = 1,89$ (S.s =2,44), tablo temsilden diğer temsillere transfer değeri $\bar{X} = 3,31$ (S.s =2,63) olarak belirlenmiştir.

Çizelge 4-1’de ifade edilen 9. sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsil transfer becerileri ne düzeyde olduğunu belirlemek için yapılan betimsel analiz bulgularına göre öğrencilerin tablo temsilden diğer temsiller transferde diğer temsil transferlerine göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Öğrencilerin genelde başarılı oldukları bir diğer transfer grafik temsilden diğer temsillere transfer iken öğrencilerin cebirsel temsilden diğer temsillere transferde zorlandıkları görülmektedir.

Boyutlardaki çoklu temsil transfer puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için tekrarlı ölçümler için ANOVA testi yapılmıştır. Bu testin varsayımlarından biri olan küresellik varsayımı sağlanmadığı için raporlamada Greenhouse and Geisser düzeltmesinden elde edilen F değeri kullanılmıştır. Boyutlar arasındaki puan farklılığının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için yapılan bu testin sonuçları Çizelge 4-2’de sunulmuştur.

Çizelge 4-2: ANOVA testi bulguları.

Değişkenler	Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p	η^2	Anlamlı Farklılık
Çoklu Temsiller Arası Transfer	Ölçüm	778.049	2.810	276.927	72.066	0.00	0.286	2>1, 1>3, 4>1, 2>3, 4>3
	Hata	6866.451	1786.895	3.843				

1: Sözel temsilden diğer temsillere transfer 2: Grafik temsilden diğer temsillere transfer 3: Cebirsel temsilden diğer temsillere transfer 4: Tablo temsilden diğer temsillere transfer

9. Sınıf öğrencilerinin Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı'nın alt boyutlarından aldıkları puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunmaktadır [$F(2.81; 1786.89) = 72.066$, $p < .01$, $\eta^2 = .286$]. Etki büyüklüğü değerinin yüksek olduğu görülmektedir (Cohen, 1988).

Daha sonra başarı farklılıklarını detaylı görebilmek için eşleştirilmiş t testi ile yapılan karşılaştırmalar sonucunda grafik temsilden diğer temsillere transfer becerileri ile tablo temsilden diğer temsillere transfer becerileri boyutu dışındaki bütün boyutlar arasında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. Öğrencilerin, cebirsel temsilden diğer temsillere transfer becerileri ile tablo temsilden diğer temsillere transfer becerileri arasındaki anlamlı farklılık (4>3) en büyük iken, sözel temsilden diğer temsillere transfer becerileri ile grafik temsilden diğer temsillere transfer becerileri arasındaki farklılık (2>1) en küçüktür.

Yapılan betimsel analizler sonucunda faktörlere ait her bir maddeye ilişkin ortalama puan ve standart sapmalar ise Çizelge 4-3'te sunulmuştur.

Çizelge 4-3: Her bir maddeye ilişkin ortalama puan ve standart sapmalar.

	Sözel Temsilden Transfer			Grafik Temsilden Transfer			Cebirsel Temsilden Transfer			Tablo Temsilden Transfer		
	Cebirsel (M1)	Tablo (M2)	Grafik (M3)	Sözel (M4)	Cebirsel (M5)	Tablo (M6)	Sözel (M7)	Tablo (M8)	Grafik (M9)	Sözel (M10)	Cebirsel (M11)	Grafik (M12)
$\bar{X}$	1.11	.82	.96	1.67	.42	1.06	.56	.75	.58	1.32	.74	1.25
s.s	1.08	1.23	1.19	1.37	.97	1.33	.98	.97	.87	1.24	1.11	1.28

(min=0, max=3), N=637

Çizelge 4-3'e göre sözel temsilden cebirsel temsile transfer değeri $\bar{X} = 1.11$ (s.s =1.08), tablo temsiline transfer değeri $\bar{X} = .82$ (s.s =1.23), grafik temsiline transfer değeri $\bar{X} = .96$ (s.s =1.19) olarak belirlenmiştir. Sözel temsilden transfer yaparken öğrencilerin en başarılı oldukları madde cebirsel temsile transfer gerektiren 1. madde iken en çok zorlandıkları madde grafik temsiline transfer gerektiren 3. maddedir.

Çizelge 4-3'e göre grafik temsilden sözel temsile transfer değeri $\bar{X} = 1.67$ (s.s =1.37), cebirsel temsile transfer değeri $\bar{X} = .42$ (s.s = .97), tablo temsile transfer değeri $\bar{X} = 1.06$ (s.s = 1.33) olarak belirlenmiştir. Grafik temsilden transfer yaparken öğrencilerin en başarılı oldukları madde sözel temsile transfer gerektiren 4. madde iken en çok zorlandıkları madde tablo temsiline transfer gerektiren 6. maddedir.

Çizelge 4-3'e göre cebirsel temsilden sözel temsile transfer değeri $\bar{X} = .56$ (s.s =.98), tablo temsiline transfer değeri $\bar{X} = .75$ (s.s =.97), grafik temsiline transfer değeri $\bar{X} = .58$ (s.s =.87) olarak belirlenmiştir. Cebirsel temsilden transfer yaparken öğrencilerin en başarılı oldukları madde tablo temsiline transfer gerektiren 7. madde iken en çok zorlandıkları madde sözel temsile transfer gerektiren 9. maddedir.

Çizelge 4-3'e göre tablo temsilinden sözel temsile transfer değeri $\bar{X} = 1.32$ (s.s =1.24), cebirsel temsile transfer değeri $\bar{X} = .74$ (s.s =1.11), grafik temsile transfer değeri $\bar{X} = 1.25$ (s.s =1.28) olarak belirlenmiştir. Tablo temsilden transfer yaparken öğrencilerin en başarılı oldukları madde sözel temsile transfer gerektiren 10. madde iken en çok zorlandıkları madde cebirsel temsile transfer gerektiren 11. maddedir.

Çizelge 4-3'e göre öğrencilerin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transfer yaparken en başarılı olduğu transfer biçiminin grafik temsilden sözel temsile transfer (M1) iken en başarısız olduğu transfer biçiminin cebirsel temsilden grafik temsiline transfer (M9) olduğu görülmektedir.

4.2. 9. sınıf öğrencilerinin Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında verilen bir temsilden sözel/ cebirsel/ grafik/ tablo temsiline transfer becerileri arasında ilişki var mıdır?

Öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki grafik, tablo, sözel ve cebirsel temsiline transfer becerileri arasındaki ilişkileri ortaya çıkarmak amacıyla her bir temsil biçimleri arasındaki ilişkiler üzerinden “Pearson Korelasyon” katsayıları hesaplanmıştır ve elde edilen bulgular Çizelge 4-4'te sunulmuştur.

Çizelge 4-4: Pearson korelasyon analizi bulguları.

	Sözel	Cebirsel	Tablo	Grafik
Sözel	1			
Cebirsel	,523**	1		
Tablo	,603**	,702**	1	
Grafik	,585**	,685**	,751**	1

** p< .01

Cohen (1988) korelasyon analizine elde edilen r değerinin .10 ile .29 arasında ise düşük düzeyde bir ilişkiye, .30 ile .49 arasında ise orta düzeyde bir ilişkiye ve .50 ile 1.0 arasında ise yüksek düzeyde bir ilişkiye işaret ettiğini belirtmektedir.

Pearson korelasyon analizi sonucunda 9. sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında cebirsel temsile transfer becerisi ile sözel temsile transfer becerisi arasında istatistiksel olarak yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir ($r=.52$, $p<.01$). Dolayısıyla öğrencilerin cebirsel temsile transfer becerileri arttıkça sözel temsile transfer becerilerinin artacağı söylenebilir.

Diğer yandan 9. sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında tablo temsiline transfer becerisi ile sözel temsile transfer becerisi ($r=.60$, $p<.01$) ve cebirsel temsile transfer becerisi ($r=.70$, $p<.01$) arasında istatistiksel olarak yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir. Buna göre öğrencilerin tablo temsile transfer becerilerinin artması durumunda sözel ve cebirsel temsillere transfer becerilerinin artacağı söylenebilir.

Ayrıca 9. sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında grafik temsiline transfer becerisi ile sözel temsile transfer becerisi ($r=.58$, $p<.01$) cebirsel temsile transfer becerisi ($r=.68$, $p<.01$) ve tablo temsiline transfer becerisi ($r=.75$, $p<.01$) arasında istatistiksel olarak yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir. Buna göre öğrencilerin grafik temsiline transfer becerilerinin artması durumunda sözel, cebirsel ve tablo temsillerine transfer becerilerinin artacağı söylenebilir.



5. TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgulara ilişkin tartışma, sonuç ve önerilere yer verilmiştir.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında çoklu temsiller arası transfer becerilerini araştırmak üzere araştırmacı tarafından geliştirilen “Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı” na öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde genel olarak öğrencilerin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transfer becerilerinin düşük seviyede olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu literatürde yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Mourad, 2005; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Sert, 2007; İpek ve Okumuş, 2012; Kardeş ve diğerleri, 2012; Gürbüz ve Şahin, 2015; Demir ve Cansız Aktaş, 2018). Örneğin Kardeş ve diğerleri (2012) matematik öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri temsil dönüşüm başarılarını incelemiştir ve öğretmen adaylarının temsiller arası dönüşüm başarısının temsil içi dönüşüm başarısından daha düşük olduğunu tespit etmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin temsiller arası transferde istenen düzeyde başarılı olamama nedenini Gürbüz ve Şahin (2015) merkezi sınavların çoktan seçmeli sorulardan oluşmasına ve eğitim öğretimin de bu sınav odaklı gerçekleştirilmesine bağlamaktadır. Öğretmenlerin öğrenci başarısı üzerindeki etkisi düşünüldüğünde Eroğlu ve Tanışlı'nın (2015) öğretmenlerin problem durumunu doğru biçimde ifade edecek temsili oluşturamadığı ve temsili hatalı şekilde kullandığı bulgusu ile İpek ve Okumuş'un (2012) öğretmen adaylarının probleme uygun temsil oluşturamadığı, kullanılan temsili problemle ilişkilendiremediği ve temsiller arası geçiş yapamadığı bulgusu araştırma bulgusu ile paraleldir.

9. sınıf öğrencilerine uygulanan Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı bulgularına göre öğrencilerin en başarılı oldukları temsil transferinin grafik temsilden sözel temsile transfer yapılması istenen 4. soru ($\bar{X} = 1,67$) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Andrá ve diğerleri'nin (2015) yaptığı çalışma bu bulguyu desteklemektedir. Çalışmada katılımcıların göz hareketlerine odaklanarak formül, grafik ve düz metinler arasında öğrencilerin transfer becerileri ölçülmüştür ve öğrencilerin en başarılı oldukları temsil eşleştirmelerinin grafik-metin grubu olduğu, en çok

zorlandığı temsil eşleştirmesinin de metin-formül grubu olduğu tespit edilmiştir. Yaptığımız araştırmada öğrencilerin en çok zorlandığı ikinci transferin cebirsel temsilden sözel temsile transfer olması yine bu araştırmayla paralellik göstermektedir. Diğer taraftan öğrenciler, grafik temsilden sözel temsile transferde oldukça başarılı olmalarına rağmen ters yönde o kadar başarılı olamamışlardır. Öğrencilerin bu davranışının Rahmawati ve diğerleri' nin (2017) de ifade ettiği gibi sözel temsilin grafik temsile transferinde sembolik, denklem, şematik ve sayısal gibi birden fazla temsil transferinin gerekli olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Çoklu Temsil Transfer ölçme aracı bulgularına göre öğrencilerin en çok zorlandığı temsil transferinin grafik temsilden cebirsel temsile transfer istenen 5. soru ($\bar{x} = ,42$) olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu literatürdeki pek çok çalışmayla paralellik göstermektedir (Galbraith ve Haines, 2000; Delice ve Sevimli, 2010; De Bock ve diğerleri, 2015). Galbraith and Haines (2000) yaptığı çalışmada üniversite öğrencilerinin cebirsel ve grafik temsilleri arasındaki bağlantıları doğru bir şekilde yapamadıklarını tespit etmiştir. Yine Delice ve Sevimli (2010) matematik öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada temsiller arası transferde öğretmen adaylarının en çok zorlandığı transferin grafik-cebirsel temsil transferi olduğunu ifade etmiştir. De Bock ve diğerleri (2015) üniversite öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki en çok hata yaptıkları temsil transferlerin grafik- formül ve formül-grafik transferleri olduğunu tespit etmiştir. Öğrencilerin grafik- cebirsel ve cebirsel-grafik temsil transferlerinde zorlanmalarının nedeninin değişen parametrelerin etkisini analiz etmekte zorlanmaları olduğu düşünülmektedir (De Bock ve diğerleri, 2015). Ayrıca tüm temsil transferleri düşünüldüğünde öğrencileri en çok cebirsel ve grafik temsillerini transfer etmekte zorlandıkları bulgusu Bossé ve diğerleri (2014) tarafından ifade edilen öğrencilerin benzer bir transfer yolundan geçerek grafiksel özellikleri cebirsel formüllere dönüştürdükleri bulgusuyla desteklenmektedir. Tüm bu çalışmalara ek olarak Kendal (2001) herhangi bir durumda farklılaşmasının vurgulanması ve ilişkilendirilmesi için grafik ve sembolik temsillerin en önemli ve en faydalı temsil olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerin en çok zorlandığı ikinci transfer cebirsel temsilden sözel temsile transferdir. Bu bulgu Wang'ın (2015) çalışması ile paralellik göstermektedir. Yine öğrencilerin en çok zorlandığı üçüncü temsil transferinin cebirsel-grafik temsilleri arasında olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu cebirsel-grafik ve grafik- cebirsel temsil

transferleri arasında beyin aktivitesinde veya davranış performansında çok az fark olduğu bulgusuyla desteklenmektedir (Thomas ve diğerleri, 2010). Yine aynı çalışmada ifade edilen grafik temsilden cebirsel temsile transferin cebirsel temsilden grafik temsile transferden daha zor olduğu bulgusu çalışmamızla paralellik göstermektedir. Diğer taraftan Gürbüz ve Şahin (2015) 8. Sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transferde grafik ve cebirsel temsilden sözel temsile transferde problem yaşadıkları bulgusu çalışmamızdaki cebirsel-sözel transfer performansı ile paralellik gösterirken grafik-sözel transfer performansı ile çelişmektedir. Bu durum her iki çalışmada hazırlanan temsiller arası transfer problemlerinin zorluk seviyesi farkı ile açıklanabilir.

Çalışmada öğrencilerin verilen herhangi bir temsilden diğer temsillere transfer becerileri incelenmiştir. Elde edilen bulgular göre sözel temsilden transferde öğrenciler en çok tablo temsiline transferde zorlanırken en başarılı transferi sözel temsilden cebirsel temsile yapmışlardır. Bu bulgu ilgili literatürde yer alan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Gagatsis ve Shiakalli 2004; Bal, 2015). Özellikle Bal'ın (2015) öğretmen adaylarının diğer temsillere kıyasla en başarılı temsil transferinin sözel temsilden cebirsel temsile transfer olduğu bulgusu bu çalışmanın bulgularıyla birlikte düşünüldüğünde Porzio (1997)'nin de ifade ettiği gibi öğrencilerin kendilerine öğretildiği gibi davrandığını destekler niteliktedir. Diğer taraftan çalışmamızla çelişen bir araştırmada Özarslan (2010) 7. sınıf öğrencilerin cebirsel sözel problemlere denklem kurmakta zorlandıklarını gözlemlemiştir. Bu durum öğrencilere sunulan problemlerin zorluk seviyesinin farklı olması ve öğrenciler arasındaki bireysel farklılıkla açıklanabilir. Nitekim Fonger ve diğerleri (2018) yaptığı çalışmada farklı yetenek düzeyindeki öğrencilerin temsil akıcılığının farklı olduğunu tespit etmiştir.

Öğrencilerin grafik temsilden transfer yaparken en çok zorlandıkları temsil cebirsel temsildir. Bu sonuç De Bock ve diğerleri' nin (2015) çalışması ile desteklenmektedir. Diğer taraftan öğrencilerin grafik temsilden transfer yaparken en başarılı oldukları temsil ise sözel temsildir. Bu sonuç ilgili literatürdeki çalışmalarla paralellik göstermektedir (Andrá ve diğerleri, 2015; İncikabı, 2016; Rahmawati ve diğerleri, 2017). İncikabı'nın (2016) ortaokul matematik ders kitaplarındaki sorularda kullanılan ve soruların çözümünde istenen temsil türlerini incelediği çalışmada, ifadelerinde grafik içeren soruların %68 inde çözüm olarak sözel temsil istendiği

tespit edilmiştir. Dolayısıyla ders kitaplarının öğrencilerin öğrenmeleri ve akademik başarıları üzerindeki etkisi göz önüne alındığında bu bulgu şaşırtıcı değildir.

Öğrencilerin cebirsel temsilden transferde en zorlandıkları temsilin sözel temsil olduğu bulgusu Andrá ve diğerleri'nin (2015) çalışmasıyla desteklenmektedir. Çünkü Mourad'ın (2005) da ifade ettiği gibi cebirsel temsil öğrenciler için zorluk ve karışıklığa neden olabilir. Cebirsel temsile hakim olmayan bir öğrenci temsil kullanımları arasında ayırım yapamaz ve bu durum karışıklığa ve kavramların yanlış anlaşılmasına neden olur. Diğer taraftan öğrencilerin cebirsel temsilden transferde en başarılı oldukları temsilin tablo temsili olduğu bulgusu Bossé ve diğerleri'nin (2011) çalışması ile desteklenmektedir.

Öğrencilerin tablo temsilinden transferde en çok zorlandıkları temsilin cebirsel temsil olduğu bulgusu ilgili literatür tarafından desteklenmektedir (Presmeg ve Nenduradu, 2005; Adu Gyamfi ve diğerleri, 2012).

Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin grafik, sözel ve cebirsel temsilden ziyade tablodan diğer temsillere transferde daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Öğrencilerin tablo temsilinden diğer temsillere transferde başarılı olduğu bulgusu literatürdeki çalışmalarla paralellik göstermektedir (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Bal, 2015). Örneğin Bal (2015), öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının tablo temsilinden grafik, cebirsel ve sözel temsile transferde oldukça başarılı olduklarını gözlemlemiştir. Öğrencilerin tablo temsilinden diğer temsillere transferde başarılı olma nedeni olarak pek çok derste tablo temsilinin etkili olarak kullanılması gösterilebilir. Nitekim bu durum Kurnaz ve diğerleri, (2016) tarafından yapılan çalışmanın 6. 7. ve 8. sınıf fen ve teknoloji ders kitaplarında üst sınıflara doğru tablo temsil türü kullanımında artış olduğu bulgusuyla paraleldir.

Öğrencilerin cebirsel temsilden diğer temsillere transfer yaparken zorlandığı tespit edilmiştir. İlgili literatürde yer alan pek çok çalışma bu bulguyu desteklemektedir (Özhan Turan 2011; Andrá ve diğerleri, 2015; Deniz, 2016). Örneğin 12. sınıf öğrencilerin doğru durumlarının temsil edilme ve temsiller arası transfer başarılarını düşünme yapıları bağlamında inceleyen Özhan Turan (2011) öğrencilerin formüllerden diğer temsillere transfer diğer temsillerden formüllere ve yapabilme başarılarının düşük olduğunu ifade etmektedir. Araştırma bulgusuyla paralel olarak Andrá ve diğerleri (2015) öğrencileri en çok zorlayan uyaran türünün formül

uyaranları olduğunu ifade etmektedir. Diğer taraftan İncikabı (2016) tarafından ifade edildiği gibi ortaokul matematik ders kitaplarında en çok cebirsel temsile yer verildiği halde cebirsel temsillerle ilişkili olan soruların gerek ifadesinde gerekse çözümünde tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerinin oldukça düşük oranlarda yer alması öğrencilerin en çok cebirsel temsilden diğer temsillere transferde zorlandıkları bulgusunu açıklamaktadır.

Pek çok çalışmada öğrencilerde tek temsil kullanımının baskın olduğu ifade edilmiştir (Hacıömeroğlu, 2007; Delice ve Sevimli, 2010; İpek ve Okumuş, 2012; Pehlivan, 2013; Montenegro ve diğerleri, 2017). Örneğin Delice ve Sevimli (2010) öğretmen adaylarının en çok tercih ettiği temsilin cebirsel temsili olduğunu, bir başka çalışmada İpek ve Okumuş (2012) öğretmen adaylarının en çok tercih ettiği temsilin sözel temsil olduğunu ifade etmiştir. Ortaokul ders kitaplarında en çok kullanılan iki temsilin cebirsel ve sözel temsil olması da bir başka araştırmanın bulgusudur (İncikabı, 2016). Bu bulgularla birlikte düşünüldüğünde yaptığımız çalışmada öğrencilerin diğer temsilden transferde en çok zorlandığı iki temsilin cebirsel ve sözel temsil olduğu bulgusu Bossé ve diğerleri (2011) tarafından ifade edildiği gibi temsiller arası transferi etkileyen özelliklerle açıklanabilir. Bossé ve diğerleri'nin (2011) ortaya koyduğu “Matematiksel Temsil İçin Çok Boyutlu Kodlama” modelinde araştırmacılar temsiller arası transferde zorluk seviyelerini öğrenci merkezli faktörler ve içerik merkezli faktörler olarak iki boyuta ayırmışlardır. Öğrencilerin ortaokul döneminde ders kitaplarında en çok cebirsel ve sözel temsille karşılaşmalarına rağmen 9. Sınıfta bu temsillerin transferinde başarılı olamama nedeninin öğrenci merkezli faktörler (kavramsal hatalar, yorum hataları, uygulama hataları) ve içerik merkezli faktörler (olgu boşlukları, kafa karıştırıcı gerçekler, özellik yoğunluğu) olduğu düşünülmektedir. Cebirsel ve sözel temsillerin yüksek olgu boşluğu ve yüksek kafa karıştırıcı gerçekler içerdiği için öğrenciler bu temsillere transfer yapmakta zorlanmışlardır. Öğrencilerin diğer temsillerden transferde zorlandıkları ikinci temsil türünün sözel temsil olması, literatürde sözel temsile transferin oldukça karmaşık bir süreç olduğu bulgusuyla paraleldir (Bal, 2015; Bosse ve diğerleri, 2011).

Korelasyon analizi bulgularında ifade edilen öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında grafik temsiline transfer becerisi ile sözel temsile transfer becerisi arasında tespit edilen anlamlı ilişki, Adıgüzel ve Akpınar (2004)

tarafından yapılan çalışmanın grafik temsilini bulma ve temsil etmedeki başarının cebir temsilindeki performansı arttırdığı bulgusuyla paraleldir.

Bu çalışma dokuzuncu sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında temsiller arası transfer becerisine odaklanmıştır. Araştırma sonuçları göstermiştir ki 9. sınıf öğrencilerinin denklemler ve eşitsizlikler alt öğrenme alanında transfer becerileri düşük düzeydedir. Dolayısıyla öğretmenleri öğrencileri temsil kullanmaya ve temsiller arası transfer yapmaya teşvik etmesi gerekmektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde genelde tablo ve grafik temsilleri arasında ayırım yapamadıkları gözlenmiştir. Bu bulgulara dayanarak matematik derslerinde temsil kullanılmasına daha fazla önem verilmesi gerektiği söylenebilir. Çoklu temsil kullanımının öğrencilerin problem çözmesini kolaylaştırdığı düşüncesi yapılan pek çok araştırma ile desteklenmektedir (Huntley ve Davis, 2008; Çiltaş, 2011; Sarıhan Musan, 2012; Deniz, 2016; Fonger ve diğerleri, 2018; Parrot ve Leong, 2018). Çalışmanın bir diğer sonucuna göre öğrencilerin grafik/ tablo / sözel/ cebirsel temsile transfer becerileri arasında anlamlı bir ilişki vardır. Dolayısıyla her bir temsilin birbiriyle ilişkili bir biçimde öğretilmesi sonucunda öğrencilerin akademik başarısının artacağı düşünülmektedir.

5.2. Öneriler

5.2.1. Matematik Eğitimi Araştırmacıları İçin Öneriler

- Matematik eğitiminde kavramsal ve bütüncül anlama için önemli görülen çoklu temsiller arası transfer becerilerinin iyileştirilmesi için farklı öğretim metotlarının etkileri incelenebilir.
- 9. Sınıf öğrencilerin çoklu temsil transfer becerilerinin neden düşük olduğu ve neden zorlandıkları ile ilgili nitel çalışma yapılarak derinlemesine araştırılabilir.
- Öğrencilerin çoklu temsil transferinin öğretmen davranışlarının bir sonucu olduğu düşünüldüğünde öğretmenler ve öğretmen adayları üzerinde de benzer çalışmalar yapılabilir ve bu duruma sebep olan değişkenler tespit edilebilir.
- Öğrencilerin temsiller arası transfer becerilerinde ders kitaplarının katkısı ya da etkisi ile ilgili araştırmalar yapılabilir.

- 9. Sınıf öğrencileri için bu çalışmada geliştirilen orijinal olarak geliştirilen Çoklu Temsil Transfer Ölçme Aracı kullanılarak farklı öğrenme alanı/farklı beceri/performans ile ilişkisi araştırılabilir.

5.2.2. Matematik Öğretmenleri İçin Öneriler

- Sınıf içi uygulamalarda matematik öğretiminde çoklu temsiller kullanılabilir.
- Temsiller arası transferin nasıl yapıldığı, öğrencilerin nasıl düşündüğü sınıf içi tartışmalar yoluyla teşvik edilebilir.
- Öğrencilerin grafik ve tabloları ayırt etmekte zorlandıkları gözlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmenler farklı öğretim tekniklerini uygulayabilirler: grafikler hakkında hikayeler oluşturabilirler, tabloları grafiklerle eşleştirebilirler; veya bir grafiğin çizimini temsil etmek için varsayımsal bir tablo oluşturabilir
- Cebir öğretiminde sadece soyut sembolik dil kullanmak yerine çoklu düşünmeyi sağlayan teknoloji destekli materyallerden yararlanılabilir.
- Öğretmenler, öğrenciler için hangi temsil transferlerinin diğerlerinden daha zor olduğunu anlamalıdır. Örneğin bu araştırmada 9. Sınıf öğrenciler için Denklemler ve Eşitsizlikler alt öğrenme alanında tablo temsili transferinin öğrenciler için kolay, cebirsel temsilden transferin öğrenciler için zor olduğu tespit edilmiştir
- Öğretmenler, öğrencilerin genellikle transfer edebilecekleri veya transfer edemeyecekleri temsiller konusunda kendi inançlarını anlamalı ve bu inançların öğretim planlarını ve karar verme süreçlerini etkileyebileceğinin farkında olmalıdır.
- Öğretmenler öğrencilere, öğretim yoluyla temsillerin (ve dolayısıyla temsil transferlerinin) sunulduğu sıraya dikkat etmeli ve tüm temsiller arası transferlerin öğrenciler tarafından deneyimlenmesini ve öğrenilmesini sağlamalıdır.
- Öğretmenler öğrencilere verilen değerlendirme türlerine dikkat etmelidir. Değerlendirmelerde öğrencileri temsiller arası transfer yapabilmeye zorlayan durumlara yer verilebilir.
- Öğretmenler, öğrencilerin ilgilerini çekerek temsilleri daha kolay transfer edebilmelerine ve transferlerin önemini anlamalarına yardımcı olmak amacıyla öğrencilere tanıdık gelen veya merak ettikleri gerçek dünya bağlamlarını kullanabilirler.



KAYNAKLAR

- Adıgüzel, T. ve Akpınar, Y. (2004). Improving School Children's Mathematical Word Problem Solving Skills through Computer-Based Multiple Representations. *Association for Educational Communications and Technology; 27th, Chicago, IL, October 19-23*.
- Adu Gyamfi, K., Bossé, M. J. ve Chandler, K. (2015). Situating Student Errors: Linguistic-to-Algebra Translation Errors. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*, 53(9), 1–29. doi:10.1017/CBO9781107415324.004
- Adu Gyamfi, K., Stiff, L. V. ve Bossé, M. J. (2012). Lost in Translation: Examining Translation Errors Associated With Mathematical Representations. *School Science and Mathematics*, 112(3), 159–170. doi:10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x
- Ainley, J., Barton, B., Jones, K., Pfannkuch, M. ve Thomas, M. (2002). Is what you see what you get? Representations, metaphors and tools in mathematics didactics. *European Research in Mathematics Education II*, (January), 128–138.
- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33(2–3), 131–152. doi:10.1016/s0360-1315(99)00029-9
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183–198. doi:10.1016/j.learninstruc.2006.03.001
- Akkuş, O. ve Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 13–24.
- Akkuş Çıkla, O. (2004). The Effects Of Multiple Representations-Based Instruction On Seventh Grade Students' Algebra Performance, Attitude Toward Mathematics, And Representation Preference. *Doctoral Thesis, Middle East Technical University, Ankara*.
- Altun, M. (2016). *Liselerde Matematik Öğretimi*. Alfa Aktüel Yayınları, 534, Bursa
- Andrá, C., Lindström, P., Arzarello, F., Holmqvist, K., Robutti, O., & Sabena, C. (2015). Reading mathematics representations: An eye-tracking study. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 237-259.
- Anwar, R. B. ve Rahmawati, D. (2017). Symbolic and Verbal Representation Process of Student in Solving Mathematics Problem Based Polya's Stages. *International Education Studies*, 10(10), 20. doi:10.5539/ies.v10n10p20
- Arcavi, A., Drijvers, P., & Stacey, K. (2016). *The learning and teaching of algebra: Ideas, insights and activities*. Routledge.
- Argün, Z. Arıkan, A. Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramların Künyesi*. Pegem Akademi, 604, Ankara.
- Aviles Garay, E. J. (2001). Using Multiple Coordinated Representations In A Technology? Intensive Setting To Teach Linear Functions At The College Level. *Doctoral Thesis, Urbana*.
- Baghaei, P. ve Amrahi, N. (2011). Validation of a multiple choice English vocabulary test with the rasch model. *Journal of Language Teaching & Research*, 2(5), 1052- 1060.

- Baki, A. (2018). *Matematiği Öğretme Bilgisi*. Pegem Akademi, 360, Ankara.
- Bal, A. P. (2015). Skills of Using and Transform Multiple Representations of the Prospective Teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 197(February), 582–588. doi:10.1016/j.sbspro.2015.07.197
- Ballard, J. W. (2000). Students' Use Of Multiple Representations İn Mathematical Problem Solving. Doctoral Dissertation, *College of Education, Health & Human Development*. Montana State University-Bozeman.
- Bayık, F. (2010). 11. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Problemlerle İlgili Oluşturdukları Dış Temsillerle İç Temsiller Arasındaki Etkileşimler. *Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Ankara.
- Bieda, K. N. ve Nathan, M. J. (2009). Representational Disfluency İn Algebra: Evidence From Student Gestures And Speech. *Zdm - International Journal On Mathematics Education*, 41(5), 637–650.
- Blomberg, G., Renkl, A., Gamoran Sherin, M., Borko, H., & Seidel, T. (2013). Five Research-Based Heuristics For Using Video İn Pre-Service Teacher Education. *Journal For Educational Research Online*, 5(1), 90-114.
- Bond, T. ve Fox, CM. (2015). *Applying the Rasch model: Fundamental Measurement in the Human Sciences*. London: Routledge.
- Boone, W. J., Staver, J. R. ve Yale, M. S. (2014). *Rasch Analysis in the Human Sciences*. Dordrecht: Springer.
- Bossé, M. J., Adu Gyamfi, K. ve Cheetham, M. (2011a). Transitions Among Mathematical Representations: Teachers Beliefs and Practices. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 15(6), 1–23.
- Bossé, M. J., Adu Gyamfi, K. ve Cheetham, M. R. (2011). Assessing the difficulty of mathematical translations: Synthesizing the literature and novel findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113–133.
- Bossé, M., Adu Gyamfi, K. ve Chandler, K. (2014). Students' Differentiated Translation Processes. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, (828).
- Çağlayan, G. (2014). Static Versus Dynamic Disposition: The Role of GeoGebra in Representing Polynomial-Rational Inequalities and Exponential-Logarithmic Functions. *Computers in the Schools*, 31(4), 339–370. doi:10.1080/07380569.2014.967632
- Cai, J. ve Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U.S. classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(3–4), 221–237. doi:10.1016/j.jmathb.2005.09.003
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Human, P., Murray, H. lie, ... Wearne, D. (1994). Teaching Mathematics for Learning with Understanding in the Primary Grades. *National Center for Research in Mathematical Sciences Education*, 1(4), 53.
- Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M. ve Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87–115.
- Chapman, O. (2010). Teachers' self-representations in teaching mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(4), 289–294. doi:10.1007/s10857-010-9153-9
- Cheng, P. C. H. (2000). Unlocking conceptual learning in mathematics and science with effective representational systems. *Computers and Education*, 33(2–3), 109–130. doi:10.1016/s0360-1315(99)00028-7

- Choike, J. (2000). Teaching Strategies for “Algebra for All”. *Mathematics Teacher*, 93(7), 556–60.
- Cohen, J. (1988). Statistical power analysis for the behavioral sciences, 2nd ed. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cunningham, R. F. (2005). Algebra Teachers’ Utilization of Problems Requiring Transfer Between Algebraic, Numeric, and Graphic Representations. *School Science and Mathematics*, 105(2), 73–81. doi:10.1111/j.1949-8594.2005.tb18039.x
- Çelik, D. ve Sağlam Arslan, A. (2012). Öğretmen Adaylarının Çoklu Gösterimleri Kullanma Becerilerinin Analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250.
- Çelik, H. E., ve Yılmaz, V. (2016). *LISREL 9.1 ile yapısal eşitlik modellemesi: Temel kavramlar-uygulamalar-programlama*. Anı Yayıncılık.
- Çetin, H. (2016). Sorgulayıcı Öğrenme Yaklaşımıyla Çoklu Temsil Destekli Tam Sayı Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına Model Tercihlerine Ve Temsiller Arası Geçiş Becerilerine Etkisi. *Doktora Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Konya.
- Çiltaş, A. (2011). Mutlak Değer İçeren Denklem ve Eşitsizliklerin Öğretiminde Grafik Kullanımının Etkinliği. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 39–53.
- De Bock, D., Van Dooren, W. ve Verschaffel, L. (2015). Students’ Understanding of Proportional, Inverse Proportional, and Affine Functions: Two Studies on the Role of External Representations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 47–69. doi:10.1007/s10763-013-9475-z
- Debreñti, E. (2015). Visual Representations In Mathematics Teaching: An Experiment With Students. *Acta Didactica Napocensia*, 8(1), 19–26.
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin Cebirsel Sözel Problemleri Denklem Olarak Yazarken Kullandıkları Çözüm Stratejilerinin Belirlenmesi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 3(6), 175–192.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180–185.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Educational Sciences: Teory & Practice*, 10(1), 111–149.
- Demir, Ö. ve Cansız Aktaş, M. (2019). 8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri: Doğrusal İlişki İçeren Durumlar Örneği. *4th International Symposium Of Turkish Computer And Mathematics Education*. İzmir.
- Deniz, S. (2016). *Doğrusal Denklemlerin 7. Sınıflarda Öğretiminde Geometri Sketchpad Kullanımının Çoklu Temsil Ve Enstrümantal Yaklaşım Boyutundan İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Eskişehir.
- Dervent, F., Devrilmez, E., İnce, M. L., ve Ward, P. (2018). Beden eğitimi öğretmenleri için futbol genel alan bilgisi bilgi testinin güvenirlik ve geçerliği. *Spor Bilimleri Dergisi*, 29(1), 39-52
- Dettori, G., Garuti, R. ve Lemut, E. (2006). From Arithmetic to Algebraic Thinking by Using a Spreadsheet. *Perspectives on School Algebra*, (May 2014). doi:10.1007/0-306-47223-6
- DiSessa, A. A. ve Sherin, B. L. (2000). Meta-representation : an introduction, 19, 385–398.
- Dreher, A. ve Kuntze, S. (2014). Teachers’ professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114. doi:10.1007/s10649-014-9577-8

- Dreher, A., Kuntze, S. ve Lerman, S. (2015). Why Use Multiple Representations in the Mathematics Classroom? Views of English and German Preservice Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14, 363–382. doi:10.1007/s10763-015-9633-6
- Drier, H. S. (2001). Teaching and Learning Mathematics With Interactive Spreadsheets. *School Science and Mathematics*, 101(4), 170–179. doi:10.1111/j.1949-8594.2001.tb18020.x
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. doi:10.1007/s10649-006-0400-z
- Dündar, S. (2015). Mathematics Teacher- Candidates' Performance in Solving Problems with Different Representation Styles: The Trigonometry Example. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1379–1397. doi:10.12973/eurasia.2015.1396a
- Edwards, L. D. (1998). Embodying mathematics and science: Microworlds as representations. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 53–78. doi:10.1016/s0732-3123(99)80061-3
- Egodawatte, G. (2011). Secondary School Students' Misconceptions In Algebra. *Doctoral Thesis*, Department of Curriculum, Teaching and Learning, University of Toronto.
- Ekiz, D. (2017). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Anı Yayıncılık, 226, Ankara.
- Elhan, A. H.ve Atakurt, Y. (2005). Ölçeklerin değerlendirilmesinde niçin Rasch analizi kullanılmalıdır?. *Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Mecmuası*, 58(01), 47-50.
- Ergene, B. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Türev Kavramına İlişkin Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Çoklu Temsiller Bileşeninde İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015). Elementary Mathematics Teachers ' Knowledge of Students and Teaching Strategies Regarding the Use of Representations, 9(1), 275–307.
- Erüs, E. E. (2007). Analitik geometri dersinde eleştirel düşünme becerilerine dayalı öğretimin öğrenci erişimi düzeyi ve kalıcılığa etkisi.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105–121. doi:10.1016/s0732-3123(99)80063-7
- Fennell, F. ve Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 7(5), 288–292.
- Foegen, A. (2008). Algebra progress monitoring and interventions for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 31(2), 65–78. doi:10.2307/20528818
- Fonger, N. L., Davis, J. D. ve Rohwer, M. Lou. (2018). Instructional Supports for Representational Fluency in Solving Linear Equations with Computer Algebra Systems and Paper-and-Pencil. *School Science and Mathematics*, 118(1–2), 30–42. doi:10.1111/ssm.12256
- Fuentes, P. (1998). Reading Comprehension in Mathematics. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, 72(2), 81–88. doi:10.1080/00098659809599602
- Gagatsis, A. ve Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 24(5), 645–657. doi:10.1080/0144341042000262953
- Galbraith, P. ve Haines, C. (2000). Conceptual mis(understandings) of beginning undergraduates. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(5), 651–678. doi:10.1080/002073900434350

- Glaserfeld, E. von. (1987). Preliminaries to any Theory of Representation. *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, 215–225.
- Goldin, G. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. *The National Council of Teachers of Mathematics*, (October).
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137–165. doi:10.1016/s0364-0213(99)80056-1
- Goldin, G. ve Kaput, J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of mathematical learning*, (September), 397–430.
- Goldin, G. ve Steingold, N. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. *The Roles of Representation in School Mathematics*, 1–23.
- Gök, M. ve Cansız Aktaş, M. (2019). 4th International Symposium of Turkish Computer and Mathematics Education. 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanında Çoklu Temsilleri Kullanma Becerilerinin İncelenmesi içinde (ss. 122–131).
- Greeno, J. G. ve Hall, R. P. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361–367.
- Gürbüz, R. ve Şahin, S. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4), 1869–1888.
- Hacıömeroğlu, E. S. (2007). Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus. *Doctoral dissertation, Department of Middle & Secondary Education*, Florida State University.
- Hähkiöniemi, M., 2004. Perceptual And Symbolic Representations As A Starting Point Of The Acquisition Of The Derivative. *Proceedings Of The 28th Conference Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*, Bergen/ Norway.
- Heinze, A., Star, J. R. ve Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 41(5), 535–540. doi:10.1007/s11858-009-0214-4
- Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 123–134. doi:10.1016/s0732-3123(99)80064-9
- Hitt, F. (2002). *Representation and Mathematics Visualization. Journal of Chemical Information and Modeling (C. 53)*. doi:10.1017/CBO9781107415324.004
- Huntley, M. A. ve Davis, J. D. (2008). High-School Students' Approaches to Solving Algebra Problems that are Posed Symbolically: Results from an Interview Study. *School Science and Mathematics*, 108(8), 380–388. doi:10.1111/j.1949-8594.2008.tb17852.x
- İncikabı, S. (2016). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarının Farklı Temsilleri Kullanım Biçimlerinin Araştırılması. *Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*. Kastamonu.
- İncikabı, S. ve Biber, A. Ç. (2018). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Verilen Temsiller Arası İlişkilendirmeler. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26(3), 729–740. doi:10.24106/kefdergi.415690
- İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Temsiller. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, 11(3), 681–700.
- İzgiol, D. (2014). Teknoloji Destekli Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Lineer Cebir Öğrenimine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi. *Yüksek Lisans Tezi, Dokuz*

- Janvier, C. (1987). Conceptions and representations: The circle as an example. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 147–158.
- Kalaivani, K. ve Tarmizi, R. A. (2014). Assessing Thinking Skills: A Case of Problem-based learning In Learning of Algebra Among Malaysian Form Four Students. *Journal of International Academic Research for Multidisciplinary*, 2(3), 166–173.
- Kalkan, B. N. (2014). *Cebir Öğrenme Alanında Çoklu Zekâ Kuramı Destekli Öğretimin Öğrencilerin Matematik Dersine Yönelik Tutumuna Etkisi*. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Adana.
- Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 265–281. doi:10.1016/s0364-0213(99)80062-7
- Karasar, N. (2019). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar İlkeler Teknikler*. Nobel Akademi Yayıncılık, 343, Ankara.
- Kardeş, D. (2010). Matematik Öğretmen Adaylarının Lineer Denklem Sistemleri Çözüm Süreçlerinin Öz-Yeterlik Algısı ve Çoklu Temsil Bağlamında İncelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Kardeş, D., Aydın, E. ve Delice, A. (2012). Öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri konusundaki temsil dönüşüm başarıları. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Niğde.
- Kaya, D. (2015). Çoklu Temsil Temeli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Muhakeme Becerilerine, Cebirsel Düşünme Düzeylerine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi Üzerine Bir İnceleme. *Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İzmir.
- Keller, B. A. ve Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 1–17. doi:10.1080/0020739980290101
- Kendal, M. (2001). Teaching And Learning Introductory Differential Calculus With A Computer Algebra System. *Doctoral Thesis, Department Of Science And Mathematics Education The University Of Melbourne*, Melbourne.
- Kendal, M. ve Stacey, K. (2000). Acquiring the concept of derivative: teaching and learning with multiple representations and CAS. *24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 24)*, 3(October), 127–134.
- KMK. (2003). Beschlüsse der Kultusministerkonferenz Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss.
- Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 500–508. doi:10.2307/749655
- Kuntze, S., Prinz, E., Friesen, M., Batzel-kremer, A., Bohl, T. ve Kleinknecht, M. (2018). Using Multiple Representations As Part of the Mathematical Language in Classrooms : Investigating Teachers ' Support in a Video Analysis.
- Kurnaz, M. A., Ezberci Çevik, E. ve Bayri, N. G. (2016). Fen ve Teknoloji Ders Kitaplarındaki Gösterim Türleri Arası Geçişlerin İncelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 5(3), 31–47.
- Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (1995). The Algebra Initiative Colloquium, Washington, DC: US Department of education. Retrived 5 December, 2013.

- Lee, C. Y., Lei, K. H., Chen, M. J., Tso, T. Y. ve Chen, I. P. (2018). Enhancing understanding through the use of structured representations. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(5), 1875–1886. doi:10.29333/ejmste/85424
- Lesh, R., Post, T., Ve Behr, M., 1987. Representations And Translations Among Representations In Mathematics Learning And Problem Solving. *Problems Of Representation In The Teaching And Learning Of Mathematics* (Ed: In C. Janvier), Hillsdale: NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesser, L. M. (2001). Representations of Reversal An Exploration of Simpson’s Paradox.
- Lew, H. (2004). Developing Algebraic Thinking in Early Grades: Case Study of Korean Elementary School Mathematics 1. *The Mathematics Educator*, 8(1), 88–106.
- Linacre, J. M. (2008). *A User’s Guide to Winsteps Rasch-Model Computer Program*. Version 3.65. Available at: www.winsteps.com (accessed 30 May 2017).
- Linacre, J. M. (2011). A user’s guide to Winsteps/ Ministep: Rasch-model computer programs. <http://www.winsteps.com>
- Maccini, P. ve Hughes, C. A. (2000). Effects of a Problem-Solving Strategy on the Introductory Algebra Performance of Secondary Students With Learning Disabilities. *Learning Disabilities Research and Practice*, 15(1), 10–21. doi:10.1207/sldrp1501_2
- Mallet, D. G. (2007). Multiple Representations For Systems Of Linear Equations Via The Computer Algebra System Maple. *International Electronic Journal Of Mathematics Education*, 2(1), 16-31.
- Marsh, H. W. ve Hocevar, D. (1988). A New, More Powerful Approach To Multitrait-Multimethod Analyses: Application Of Second-Order Confirmatory Factor Analysis. *Journal of Applied Psychology*, 73, 107-117.
- Matteson, S. M. (2006). Mathematical literacy and standardized mathematical assessments. *Reading Psychology*, 27(2–3), 205–233. doi:10.1080/02702710600642491
- Mcgowen, M., States, U. ve Tall, D. (2000). Using the function machine as a cognitive root for building a rich concept image of the function concept, (May 2014).
- McKendree, J., Small, C., Stenning, K. ve Conlon, T. (2002). The role of representation in teaching and learning critical thinking. *Educational Review*, 54(1), 57–67. doi:10.1080/00131910120110884
- MEB. (2018a). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). s. 80.
- MEB. (2018b). Ortaöğretim Matematik Dersi (9,10,11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı.
- Meydan, C. H. ve Şeşen, H. (2016). *Yapısal Eşitlik Modellemesi AMOS Uygulamaları*. Detay Yayıncılık, 138, Ankara.
- Montenegro, P., Costa, C. ve Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações*, 24(1), 55. doi:10.15600/2238-121x/comunicacoes.v24n1p55-68
- Mourad, N. M. (2005). Inductive Reasoning In The Algebra Classroom, *Master Thesis, The Faculty Of The Department Of Mathematics San Jose State University*. Doi: 10.1016/J.Jaci.2012.05.050.
- NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*, 1–6.
- Ng, S. F. ve Lee, K. (2009). The Model Method: Singapore Children’s Tool for Representing

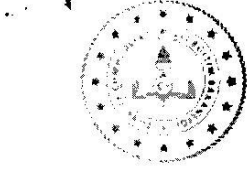
- and Solving Algebraic Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 282–313.
- Nistal, A. A., van Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J. ve Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: A critical review. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 41(5), 627–636. doi:10.1007/s11858-009-0189-1
- Ott, N., Brünken, R., Vogel, M. ve Malone, S. (2018). Multiple symbolic representations: The combination of formula and text supports problem solving in the mathematical field of propositional logic. *Learning and Instruction*, 58(April), 88–105. doi:10.1016/j.learninstruc.2018.04.010
- Owens, K. D. ve Clements, M. A. (1998). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197–218. doi:10.1016/s0364-0213(99)80059-7
- Özgün Koca, S. A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. *Poster Presentation at the Annual Meeting of North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Raleigh, North Carolina.
- Özarslan, P. (2010). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklem kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi. *Yüksek Lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana*.
- Özhan Turan, A. (2011). 12. Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometrideki Temsil Geçişlerinin Krutetskii Düşünme Yapıları Bağlamında İncelenmesi; Doğruların Birbirine Göre Durumları. *Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul*.
- Pape, S. J. ve Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation (s) in. *Theory Into Practice*, 40(2), 118–127. doi:10.1207/s15430421tip4002
- Parrot, M. A. S. ve Leong, K. E. (2018). Impact of Using Graphing Calculator in Problem Solving. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 139–148. doi:10.12973/iejme/2704
- Pehlivan, Z. (2013). Investigation Of Preservice Mathematics Teachers' Algebraic Thinking Through Translations Among Multiple Representations. *Yüksek Lisans Tezi, Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul*.
- Piez, C. M. ve Voxman, M. H. (1997). Multiple Representations: Using Different Perspectives To Form a Clearer Picture. *Mathematics Teacher*, 90(2), 164–166. doi:10.1037/034585
- Porzio, D. T. (1997). Examining Effects of Graphics Calculator Use on Students' Understanding of Numerical, Graphical and Symbolic Representations of Calculus Concepts.
- Presmeg, N. ve Nenduradu, R. (2005). An Investigation of a Preservice Teacher'S Use of Representations in Solving Algebraic Problems Involving Exponential Relationships. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 105–112.
- Pyke, C. L. (2003). The Use of Symbols, Words, and Diagrams as Indicators of Mathematical Cognition: A Causal Model. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), 406–432. doi:10.2307/30034794
- Rahmawati, D., Purwanto, P., Subanji, S., Hidayanto, E. ve Anwar, R. B. (2017). Process of mathematical representation translation from verbal into graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(4), 367–381.

- Rasch, G. (1980). *Probabilistic Models for some Intelligence and Attainment Tests*. Chicago: University of Chicago Press
- Rau, M. A. (2017). Conditions for the Effectiveness of Multiple Visual Representations in Enhancing STEM Learning. *Educational Psychology Review*, 29(4), 717–761. doi:10.1007/s10648-016-9365-3
- Rau, M. A., Aleven, V. ve Rummel, N. (2009). Intelligent tutoring systems with multiple representations and self-explanation prompts support learning of fractions. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 200(1), 441–448. doi:10.3233/978-1-60750-028-5-441
- Robson, C., 2017. Tarama ve Anketler. *Bilimsel Araştırma Yöntemleri- Gerçek Dünya Araştırması*, Editörler: Çinkır, Ş. ve Demirkasımoğlu, N. Anı Yayıncılık, Ankara, 270-321.
- Roth, W. ve Bowen, G. M. (2001). Professionals Read Graphs : A Semiotic Analysis Linked references are available on JSTOR for this article : Professionals Read Graphs : A Semiotic Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 159–194.
- Sarihan Musan, M. (2012). *Dinamik Matematik Yazilimi Destekli Ortamda 8. Sınıf Öğrencilerinin Denklem Eşitsizlikleri Anlama Seviyelerinin Solo Taksonomisine Göre İncelenmesi*. Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Sarpkaya Aktaş, G., 2019. Cebirin Tarihi. *Uygulama Örnekleriyle Cebirsel Düşünme ve Öğretimi*, Editör: Sarpkaya Aktaş, G. Pegem Akademi, Ankara. 1-22.
- Schultz, J. E. ve Waters, M. S. (2000). Why Representations? *Encyclopedia of Educational Reform and Dissent*, 93(6), 448–453. doi:10.4135/9781412957403.n297
- Seçer, İ., 2017. *SPSS ve LISREL ile Pratik Veri Analizi Analiz ve Raporlaştırma*. Anı Yayıncılık, 261, Ankara.
- Sert, Ö. (2007). Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts. *Yüksek Lisans Tezi, Middle East Technical University*, Ankara.
- Sevimli, E. (2009). Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi. *Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Sevimli, E. (2013). Bilgisayar cebiri sistemi destekli öğretimin farklı düşünme yapısındaki öğrencilerin integral konusundaki temsil dönüşüm süreçlerine etkisi. *Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149–167. doi:10.1016/s0732-3123(99)00026-7
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (2001). Curriculum Reform And Approaches To Algebra. *Perspectives On School Algebra*, 141-153
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. ve Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. doi:10.1080/10986060802229675
- Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(4), 325–343. doi:10.1007/s10857-010-9143-y
- Sümer, N. (2000). Yapısal eşitlik modelleri: Temel kavramlar ve örnek uygulamalar. *Türk Psikoloji Yazıları*, 3(6), 49-74.

- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argün, Z. (2007). 9. sınıf öğrencilerinin aritmetik işlemler, sıralama, denklem ve eşitsizlik çözümlerindeki hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(32), 274-281.
- Thomas, M. O. J., Wilson, A. J., Corballis, M. C., Lim, V. K. ve Yoon, C. (2010). Evidence from cognitive neuroscience for the role of graphical and algebraic representations in understanding function. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 42(6), 607–619. doi:10.1007/s11858-010-0272-7
- Türk Dil Kurumu (TDK), 2019. <https://sozluk.gov.tr/> (Erişim tarihi: 20 Eylül 2019)
- Ural, A. (2012). Fonksiyon Kavramı: Tanımsal Bilginin Kavramın Çoklu Temsillerine Transfer Edilebilmesi ve Bazı Kavram Yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 93-105.
- van Ameron, B. A. (2002). Reinvention Of Early Algebra. Developmental Research On The Transition From Arithmetic To Algebra. Thesis Utrecht University, Holland.
- Wagner, S. ve Parker, S. (1993). Advancing algebra. *Research idea for the classroom high school mathematics*, 119–139.
- Waisman, I., Leikin, M., Shaul, S. ve Leikin, R. (2014). Brain Activity Associated With Translation Between Graphical and Symbolic Representations of Functions in Generally Gifted and Excelling in Mathematics Adolescents. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(3), 669–696. doi:10.1007/s10763-014-9513-5
- Wang, X. (2015). The Literature Review of Algebra Learning: Focusing on the Contributions to Students' Difficulties. *Creative Education*, 06(02), 144–153. doi:10.4236/ce.2015.62013
- Wilkie, K. J. (2016). Students' use of variables and multiple representations in generalizing functional relationships prior to secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 333–361. doi:10.1007/s10649-016-9703-x
- Witzel, B. S., Mercer, C. D. ve Miller, M. D. (2003). Teaching Algebra to Students with Learning Difficulties: An Investigation of an Explicit Instruction Model. *Learning Disabilities Research and Practice*, 18(2), 121–131. doi:10.1111/1540-5826.00068
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık, 432, Ankara
- Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science*, 21(2), 179–217. doi:10.1207/s15516709cog2102_3

EKLER

EK-1



T.C.
KARAMAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 99371540-44-E.9374907
Konu : Araştırma İzni

13.05.2019

KARAMANOĞLU MEHMETBEY ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
(Personel Daire Başkanlığı)

İlgi : a) 02.05.2019 tarih ve 12395 sayılı yazınız.
b) Valilik Makamının 10.05.2019 tarih ve 9302401 sayılı yazısı.
c) 22.08.2017 tarih ve 2017/25 sayılı genelge.

İlgi (a) yazınızla; Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Ana Bilim Dalı 170831101 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi Sevcan MERCAN'ın Kamil ÖZDAĞ Fen Fakültesi Matematik Bölümü Öğretim Üyesi Doç. Dr. Kamil ARI danışmanlığında yürütecek olduğu "**9'uncu Sınıf Öğrencilerinin Cebir Alanında Çoklu Temsil Transfer Becerilerinin İncelenmesi**" konulu tez çalışması ile ilgili olarak Karaman İl merkezinde yer alan Müdürlüğümüze bağlı resmi lise 9.sınıf öğrencilerine yönelik çalışma yapma isteği belirtilmiştir.

Müdürlüğümüze bağlı ilgi (a) yazıda adı geçen Karaman İl merkezinde yer alan resmi lise 9.sınıf öğrencilerine yönelik çalışma yapma isteği Valilik Makamının ilgi (b) onayı ile uygun görülmüştür. Onayda belirtilen şartların uygulanması halinde çalışma yapılması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Abdurrahman KURT
İl Millî Eğitim Müdür V.

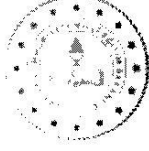
Ek:
Valilik Oluru (1 Sayfa)

ELEKTRONİK İMZALANMIŞ
ASLI İLE AYNIYDIR
13.05.2019

Adres : Hamidiye Mahallesi Fevzipaşa Caddesi No:18
46100 Karaman/Merkez
Elektronik Ağ : www.meb.gov.tr
e-posta : strateji70@meb.gov.tr

Ayrıntılı bilgi için : Strateji Birimi
Tel : (0 338) 280 70 73
Faks : (0 338) 280 70 99

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden f839-7b3b-34d0-9ff8-0e7b kodu ile teyit edilebilir.



T.C.
KARAMAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 99371540-44-E.9302401
Konu : Anket İzni

10/05/2019

VALİLİK MAKAMINA
KARAMAN

İlgi : a) Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesinin 02.05.2019 tarih ve 12395 sayılı yazısı.
b) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarih ve 2012/25 sayılı genelgeleri.

Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Ana Bilim Dalı 170831101 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi Sevcan MERCAN'ın Kamil ÖZDAĞ Fen Fakültesi Matematik Bölümü Öğretim Üyesi Doç. Dr. Kamil ARI danışmanlığında yürütecek olduğu **"9'uncu Sınıf Öğrencilerinin Cebir Alanında Çoklu Temsil Transfer Becerilerinin İncelenmesi"** konulu tez çalışması ile ilgili olarak Karaman İl merkezinde yer alan Müdürlüğümüze bağlı resmi lise 9.sınıf öğrencilerine yönelik çalışma yapma isteği belirtilmiştir.

Söz konusu tez çalışması komisyonumuzca incelenmiştir ve projenin Müdürlüğümüze bağlı Karaman İl merkezinde yer alan resmi lise 9.sınıf öğrencilerine yönelik çalışma yapılmasında herhangi bir sakınca görülmemiştir. Tez çalışması ile ilgili okul müdürlerinin gözetim ve denetiminde isteğe bağlı olarak yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Abdurrahman KURT
İl Millî Eğitim Müdür V.

Ek: İlgili yazı (1 Sayfa)

OLUR
10/05/2019

Mehmet GÖZE
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Hamidiye Mahallesi Fevzipaşa Caddesi No:18
76100 Karaman Merkez
Elektronik Ağ: www.meb.gov.tr
e-posta: strateji704@meb.gov.tr

Bilgi için: Strateji Birimi
Tel: 0 (338) 280 70 73
Faks: 0 (338) 280 70 99

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden b9cf-4c18-36c3-8da3-737c kodu ile teyit edilebilir.

ÇOKLU TEMSİL TRANSFER TESTİ

Okulu:

Sınıf:

Cinsiyet:

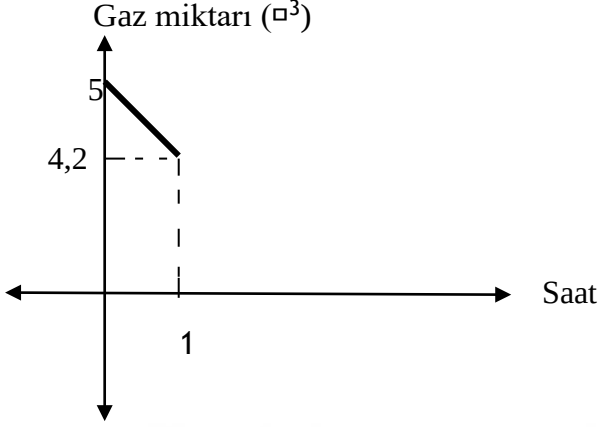
Bu ölçme aracı bilimsel bir çalışmada kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu sorular, sizi değerlendirmek amacıyla kullanılmayacaktır. Soruları dikkatlice okuyarak, cevaplarınızı boş bırakılan yerlere açıkça yazınız.

Sevcan MERCAN
Araştırma Görevlisi

Soru 1: Yürüyüş yapmayı seven Ahmet, hafta sonu evinin yakınlarındaki yürüyüş parkuruna gitmiştir. 3500 m uzunluğundaki yürüyüş parkurunun 200 m yazısının olduğu yerden parkura giriş yapmıştır. Ahmet'in yürüyüş hızı 80 m/dk olduğuna göre;

- 1) Ahmet'in yürüyüşe başladıktan 5 dakika sonra, parkurun başlangıç noktasına olan uzaklığını bir denklem kurarak hesaplayınız. Oluşturduğunuz denklemde değişkenlerin ne ifade ettiğini açıklayınız.
- 2) Ahmet'in parkurun başlangıç noktasına olan uzaklığının değişimini tablo ile gösteriniz. Açıklayınız.
- 3) Ahmet'in parkurun başlangıç noktasına olan uzaklığının (m) zamana (dk) bağlı grafiğini çiziniz.

Soru 2: Aşağıda bir oksijen kaynağı tüpündeki gazın zamana bağlı değişimi doğrusal grafik olarak verilmiştir.



1) Grafiği sözel olarak açıklayınız.

2) Oksijen kaynağı tüpündeki gaz miktarını (m^3) zamana (saat) bağlı gösteren bir denklem yazınız. Denklemdе kullandığınız değişkenler neyi ifade ediyor? Açıklayınız.

3) Oksijen kaynağı tüpündeki gaz miktarını (m^3) zamana (saat) bağlı gösteren bir tablo çiziniz.

Soru 3: Bir mandırada sütler 920 litre kapasiteli soğuk dolaplarda saklanmaktadır. Pazartesi günü dolapta 50 litre süt vardır. Süt miktarının günlere göre değişimi $y = 50 + 30x$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadede x inekten bir günde elde edilen süt miktarı, y değişkeni de buzdolabındaki süt miktarıdır.

1) Denklemi sözel olarak ifade ediniz.

2) Bir inek günde 6 litre süt verdiği göre her günün sonunda buzdolabındaki süt miktarını tablo ile gösteriniz.

3) Bir inekten günde 6 litre süt alınıyorsa buzdolabı tamamen dolana kadar süt miktarını zamana göre gösteren bir grafik çizin.

Soru 4: Aşağıdaki tabloda aynı üniversitede okuyan Aylin, Batuhan, Can ve Derya isimli öğrencilerin matematik dersinden ara sınav ve final sınavında aldıkları puanlar verilmiştir. Bir dersten geçebilmek için ara sınavın %40' ı ve finalin %60' ı toplandığında en az 50 puan alınması gerekmektedir.

	ARA SINAV	FİNAL
Aylin	65	55
Batuhan	90	80
Can	40	60
Derya	50	40

1) Yukarıdaki tabloyu sözel olarak ifade ediniz.

2) Her bir öğrencinin dersi geçebilmesi için gerekli olan puanı hesaplamak için genel bir denklem yazınız. Bu denklemde değişkenlerin neyi ifade ettiğini açıklayınız.

3) Aylin, Batuhan, Can ve Derya'nın matematik dersinden aldıkları puanı grafik ile gösteriniz.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Sevcan Mercan
Doğum Tarihi ve Yeri : 15.09.1993/Gazipaşa
E-posta : sevcanmercan@kmu.edu.tr

Öğrenim Durumu:

Lise :2011, Gazipaşa Anadolu Lisesi

Lisans:2017, Gazi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği (5 Yıllık)

Yabancı Dil ve Düzeyi: İngilizce / Orta

Mesleki Deneyim:

2018-2019 yıllarında Bitlis/Adilcevaz ilçesinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Şehit Kemal Dursun Anadolu İmam Hatip Lisesi'nde matematik öğretmeni olarak görev yaptı.