

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER
BİLİM DALI

Doktora Tezi

DOĞA'YA KARŞI OYNAYAN OYUNCULARIN
ORTAKLIKLARLA ÖDEMELERİNİ
ARTTIRMALARI VE PORTFÖY SEÇİMİ
PROBLEMİNE BİR UYGULAMA

Beyza ÖZKÖK

2502050240

Tez Danışmanı

Prof. Dr. Erhan ÖZDEMİR

İstanbul, 2009

ÖZ

Doğa’ya Karşı Oynayan Oyuncuların Ortaklıklarla Ödemelerini Arttırmaları ve Portföy Seçimi Problemine Bir Uygulama

Beyza ÖZKÖK

“Doğa’ya Karşı Oynayan Oyuncuların Ortaklıklarla Ödemelerini Arttırmaları ve Portföy Seçimi Problemine Bir Uygulama” isimli çalışmamızda Doğa’ya karşı sıfır toplamli oyun oynayan oyuncuların ortaklıklar (koalisyonlar) kurarak ortak kazançlarını ve dolayısıyla da bireysel kazançlarını arttırdıkları ispatlanmıştır. Burada oyuncuların stratejilerini birleştirerek tek bir oyuncu gibi Doğa’ya karşı oynadıkları sıfır toplamli oyunların optimal oyun değerleri ile v karakteristik fonksiyonlu bir ortaklı oyun kurgulanabileceği gösterilmiştir. Üstelik bu şekilde kurgulanan v karakteristik fonksiyonunun süpertoplabilirlik şartını sağladığı da ispatlanmıştır. Ayrıca, kurgulanan ortaklı oyundan elde edilen maksimum kazancın (oyun değerinin) oyuncular arasında adil paylaşımı, Shapley vektörü ile yapılmıştır. Literatürde çok önemli bir yer tutan portföy seçimi problemine günümüze kadar birçok yaklaşım üretilmiştir. Biz de bu çalışmamızda portföy seçimi problemine oyun teorisi yoluyla yatırım alternatiflerinin etkin bir şekilde değerlendirilmesi ve verimli yatırım kararlarının alınabilmesine olanak sağlayan *“Doğa’ya Karşı Sıfır Toplamli Oyun İle Elde Edilen Maksimum Faydanın Yatırımcının Alternatifleri Arasında Adil Paylaşımı”* isimli bir model önermekteyiz. Ayrıca modelimiz ile İMKB-30 da işlem gören hisse senetlerinden bir portföy oluşturulmuş ve hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıklarını hesaplanmıştır.

ABSTRACT

Increasing Players' Payoff in the Games Against Nature by Forming Coalitions and an Application to the Portfolio Selection Problem

Beyza ÖZKÖK

In this study entitled *“Increasing Players' Payoff in the Games Against Nature by Forming Coalitions and an Application to the Portfolio Selection Problem”*, we proved that players who are playing a zero-sum game against nature are able to increase their joint payoff, and hence their individual payoffs by cooperating. It is shown that, a cooperative game with the characteristic function v can be constructed via the optimal game values of the zero-sum games against nature at which players' combine their strategies and act like a single player. It is also proven that, the characteristic function v that is constructed in this way satisfies the superadditivity condition. The fair allocation of the maximum payoff (game value) of this cooperative game among players is done using the Shapley vector. There have been many approaches to the portfolio selection problem which is analyzed extensively in the literature. With this study, we are proposing a model for this problem called *“The Fair Allocation of the Maximum Utility Obtained Using the Zero-Sum Game Against Nature Among the Investor's Alternatives”* which enables the decision maker to efficiently evaluate the investment alternatives and make sound investment decisions using game theory. Lastly, we formed a portfolio using the stocks in the IMKB-30 index, and computed their portfolio weights.

ÖNSÖZ

Oyun Teorisi, matematiksel temelleri John von Neumann tarafından atılan çatışma ve işbirliği durumlarını ele almada kullanılan çok değerli bir araçtır. Biz bu çalışma kapsamında Doğa'ya karşı sıfır toplamlı oyunlar oynayan oyuncuların ortaklıklar kurarak ortak kazançlarını arttırabileceklerini gösterdik. Ayrıca Oyun Teorisi yolu ile hem uygulamacılar hem de akademisyenler tarafından yıllardır üzerinde düşünülen ve çözümü için çok çeşitli modeller üretilen **Portföy Seçimi Problemine** yeni bir çözüm modeli önerdik.

Çalışmamın temellerini Oyun Teorisi üzerine kurmam ve Portföy seçimi problemine uygulamam konusunda beni yönlendiren ve yüreklendiren, Sayın Hocam Prof. Dr. Erhan ÖZDEMİR'e en içten duyularıyla teşekkür ederim.

Doktora çalışmam boyunca Oyun Teorisi konusunda matematiksel birikiminden faydalandığım ve tezimin bilimsel etik kurallara uygunluğunu ve Türkçe akıcılığını sağlamam açısından benden desteklerini esirgemeyen değerli Hocam Prof. Dr. Fatma TİRYAKİ'ye teşekkürü bir borç bilirim.

Tezimin uygulama kısmında oyuncuların stratejilerini ve alternatiflerin Doğa'nın durumlarına göre performanslarını değerlendirmemde uzman görüşü ile yanımda olan Prof. Dr. Güler ARAS'a teşekkür ederim.

Tüm akademik hayatım boyunca gerek bilimsel ve gerekse akademisyenlik yönüyle kendisinden çok şey öğrendiğim ve desteğini benden esirgemeyen değerli Hocam ve sevgili babam Prof. Dr. Mehmet AHLATCIOĞLU'na teşekkür ederim.

Tüm hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini hep yanımda hissettiğim değerli aileme minnettarım.

Çalışmalarım boyunca tüm anlayışı ve desteği ile yanımda olan sevgili eşim Serkan ÖZKÖK'e en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Bu çalışmanın Oyun Teorisi ve Portföy seçimi problemi ile ilgilenen tüm araştırmacılara faydalı olmasını dilerim.

Beyza ÖZKÖK

İstanbul- 2009

İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	ii
ABSTRACT.....	iii
ÖNSÖZ	iv
TABLolar.....	ix
KISALTMALAR LİSTESİ	x
EKLER	xi
GİRİŞ.....	1

1.OYUN TEORİSİ	5
1.1. Temel Kavramlar	6
1.1.1. Oyuncular	6
1.1.2. Stratejiler.....	6
1.1.3. Ödeme Fonksiyonu	7
1.2. Ortaksız Oyunlar	7
1.2.1. Sabit Toplamlı Oyunlar	8
1.2.2. Stratejik Denk Oyunlar	8
1.2.3. Sıfır Toplamlı Oyunlar	9
1.2.3.1. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar.....	9
1.2.3.1.1. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunların Lineer Programlama ile Modellenmesi.....	12
1.2.4. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar.....	15
1.3. Ortaklı Oyunlar	15
1.3.1. Koalisyon.....	15
1.3.2. Karakteristik Fonksiyon.....	15
1.3.3. Süpertoplanabilirlik	16

1.3.4. İmpütasyon	16
1.3.5. Baskınlık Bağıntısı.....	17
1.3.6. Çekirdek.....	17
1.3.7. Shapley Vektörü	18
2.PORTFÖY YÖNETİMİ	20
2.1. Yatırım Kavramı	20
2.2. Portföy Kavramı	21
2.3. Geleneksel Portföy Yönetimi	22
2.4. Modern Portföy Yönetimi	22
2.4.1. Risk ve Getiri.....	22
2.4.1.1. Menkul Kıymetlerde Getiri	23
2.4.1.2. Menkul Kıymetlerde Risk	24
2.4.1.3. Menkul Kıymetler Arasında Çeşitlendirme	25
2.4.1.4. Portföyün Beklenen Getiri Oranı ve Riski	25
2.4.2. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli.....	27
3.DOĞA (BÜYÜK OYUNCU)’YA KARŞI OYNAYAN OYUNCULARIN ORTAKLIKLAR KURARAK ÖDEMELERİNİ ARTTIRMALARININ ANALİZİ	29
4.DOĞA’YA KARŞI SIFIR TOPLAMLI OYUN İLE ELDE EDİLEN MAKSİMUM FAYDANIN YATIRIMCININ ALTERNATİFLERİ ARASINDA ADİL PAYLAŞIMININ İNCELENMESİ.....	34
4.1. Açıklayıcı Örnek	38
5.DOĞA’YA KARŞI SIFIR TOPLAMLI OYUN İLE ELDE EDİLEN MAKSİMUM FAYDANIN YATIRIMCININ	

ALTERNATİFLERİ ARASINDA ADİL PAYLAŞIMI MODELİ İLE İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASI-İMKB 30'DA PORTFÖY OLUŞTURMAYA BİR UYGULAMA	45
SONUÇ	55
KAYNAKLAR	58
EKLER	66
ÖZGEÇMİŞ	69

TABLÖLAR

Tablo 1- Alternatiflerin portföydeki ağırlıkları.....	43
Tablo 2- 1-9 Performans Değerleme Ölçeği	47
Tablo 3- Yatırım Alternatiflerinin portföydeki ağırlıkları	53
Matris 1- A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi	38
Matris 2- B oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi	39
Matris 3- C oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi	39
Matris 4- A ve B oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi.....	39
Matris 5- A ve C oyuncularının	40
Matris 6- B ve C oyuncularının	40
Matris 7- A, B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurmaları halinde elde edilen oyun matrisi.....	41
Matris 8- Riskten kaçan A yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi..	48
Matris 9- Riske kayıtsız B yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi..	48
Matris 10- Risk alan C yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi.....	48
Matris 11- A ve B yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi.....	49
Matris 12- A ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi.....	49
Matris 13- B ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi.....	50
Matris 14- A, B ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurmaları halinde elde edilen oyun matrisi.....	50

KISALTMALAR LİSTESİ

İMKB: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası

LP: Lineer Programlama

CAPM : Finansal Varlıkları Fiyatlama Modeli.

ÇKKV: Çok Kriterli Karar Verme

EKLER

EK 1- 1. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ.....	66
EK 2- 2. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ.....	67
EK 3- 3. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ.....	68

GİRİŞ

1928 yılında John von Neumann'ın “*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*” (“*On the Theory of Parlor Games*”) (Osborne, 2004:2-4) çalışması ile temelleri atılan *Oyun Teorisi* bu tarihten itibaren hem akademisyenler hem de uygulamacılar arasında çatışma ve işbirliği durumlarını ele almada kullanılan çok değerli bir araç olmuştur. Müşteri için rekabet eden firmalar, amaçları için savaşan ülkeler, iş ve politika dünyasında karşılaşılan strateji savaşları ve bunun gibi birçok gerçek hayat problemi çözümü üzerine çalışan Oyun Teorisine gün geçtikçe ilgi daha da artmaktadır.

Birçok problem, birden çok oyuncu olması halinde bile iki kişili bir oyun olarak modellenenebilir. Örneğin, pazarda kazanmak amacıyla rekabet eden yatırımcının karşısında aynı pazarı paylaşan birçok rakip yatırımcı vardır. Bu rakip yatırımcıların kümesi tek bir yatırımcı (Doğa oyuncusu) olarak tanımlanabilir. Bu gibi durumlarda tam karşıt amaçları bulunan oyuncuların hangi stratejilerinin kesin olarak hangi olasılıklarla oynanması gerektiğinin belirlenebilmesi için iki kişili sıfır toplamı oyunların çözümünden yararlanılır.

Oyuncular bireysel kazançlarını arttırabilmek veya tek başlarına yapamayacakları işleri birlikte başarabilmek için güçlerini birleştirerek, aralarında ortaklıklar kurarlar. Bu ortaklığın nasıl yapılacağı ve elde edilen toplam kazancın oyuncular arasında nasıl dağıtılacağı konusu ortaklı oyun teorisi ile incelenir.

Çalışmamızda Doğa'ya karşı sıfır toplamı oyun oynayan oyuncuların ortaklıklar (koalisyonlar) kurarak ortak kazançlarını ve dolayısıyla da bireysel kazançlarını arttırdıkları ispatlanmıştır. Burada oyuncuların stratejilerini birleştirerek

tek bir oyuncu gibi Doğa'ya karşı oynadıkları sıfır toplamli oyunların optimal oyun değerleri ile v karakteristik fonksiyonlu bir ortaklı oyun kurgulanabileceği gösterilmiştir. Üstelik bu şekilde kurgulanan v karakteristik fonksiyonunun süpertoplanabilirlik şartını sağladığı da ispatlanmıştır. Ayrıca, kurgulanan ortaklı oyundan elde edilen maksimum kazancın (oyun değerinin) oyuncular arasında adil paylaşımı, 1953 yılında Lloyd Shapley tarafından ortaya atılan Shapley vektörü ile yapılmıştır.

Literatürde çok önemli bir yer tutan ve 1952 yılında Harry M. Markowitz'in *Journal of Finance* dergisinde yayımlanan "Portfolio Selection" (Markowitz, 1952: 77-91) makalesi ile araştırmacılar arasında popülerleşen portföy seçimi problemine birçok yaklaşım üretilmiştir. Biz de bu çalışmamızda portföy seçimi problemine Oyun Teorisi yoluyla yeni bir model önermekteyiz. Bilindiği gibi yatırımcılar, **riskten kaçan**, **riske kayıtsız** ve **risk alan** yatırımcılar olmak üzere üç grupta sınıflandırılabilir. Her bir gruptaki yatırımcının değerlendirme kriterleri ve seçenekleri birbirinden farklı olacaktır. Dolayısıyla Doğa'ya karşı oynadıkları oyundan beklenen kazanç değerleri de farklılaşacaktır. Bu üç farklı yatırımcı anlayışı aynı yatırımcının bünyesinde birleştirilerek, ortak getirinin maksimum yapılması amaçlanırken risk faktörlerinin de modele yansıtılması sağlanmıştır. Burada tanımladığımız yatırımcının (1. Oyuncu) karşısında pazarı kurgulayan, yönlendiren ve gerek gördüğünde değiştirme gücüne sahip tüm yatırımcılar (2. Oyuncu $\equiv$ Doğa) vardır. Doğa'ya karşı oynanan sıfır toplamli oyunda yatırımcı yani 1. oyuncu kazancını maksimize etmeye çalışırken Doğa oyuncusu kaybını minimize etmeye çalışmaktadır. Yatırımcının farklı gruptaki seçeneklerini birleştirerek oluşturduğu stratejilerle oynamasından elde edilen oyun değerleri süpertoplanabilir bir ortaklı oyunu karakterize etmektedir. Böylece maksimum getiri minimum risk hedeflerine göre oluşturulmuş bir portföyde hangi risk grubundan hangi yatırım aracının ne oranda bulunması gerektiği probleminin çözümüne ulaşılmıştır.

"Doğa'ya Karşı Oynayan Oyuncuların Ortaklıklarla Ödemelerini Arttırmaları ve Portföy Seçimi Problemine Bir Uygulama" isimli çalışmamız beş

ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde Oyun Teorisi ele alınmıştır. Bu bölümde temel kavramlar kısmında oyuncular, stratejiler ve ödeme fonksiyonu kavramları verilmiştir. Ortaksız oyunlar kısmında, belirli tanımlamalar verilmiş ve özellikle sıfır toplamlı oyunlar konusu üzerinde ayrıntılı bir şekilde durulmuştur. Son olarak ortaklı oyunlar kısmında ise koalisyon, karakteristik fonksiyon, süpertoplabilirlik, impütasyon, baskınlık bağıntısı ve çekirdek kavramlarının yanı sıra ortaklı oyundan kazanılan kazancın adil paylaşımını sağlayan shapley vektörü verilmiştir.

Portföy Yönetimi başlıklı ikinci bölümde portföy yönetiminin temel kavramları ele alınmıştır. Geleneksel ve Modern portföy yönetimi genel hatlarıyla literatürdeki tarihsel akışı içerisinde açıklanmıştır. Ayrıca modelimizde önemli bir yere sahip olan risk ve getiri kavramları verilmiştir. Portföy seçimi modelleri arasında çok önemli bir yere sahip olan Markowitz Ortalama-Varyans portföy seçimi modelinin matematiksel yapısı da bu bölümde açıklanmaktadır.

Tezimizin matematiksel orijinalliği üçüncü bölümde ortaya konulmuştur. Bu bölümde Doğa'ya karşı sıfır toplamlı oyunlar oynayan oyuncuların ortaklıklar kurarak ortak kazançlarını arttırabilecekleri ispatlanmıştır. Doğa'ya karşı oynayan koalisyonların optimal oyun değerleri bir ortaklı oyunun karakteristik fonksiyonunu oluşturmaktadır. Üstelik bu karakteristik fonksiyonun süpertoplabilir özellikte olduğu ispatlanarak, birliktelikten kuvvet doğacağı da gösterilmiştir.

Çalışmamızın dördüncü bölümünde, portföyden sağlanan maksimum faydanın risk gruplarına (Riskten Kaçan, Riske Kayıtsız, Risk Alan) ve risk gruplarındaki yatırım araçlarına, portföye sağladıkları katkı oranında, Shapley vektörü ile adil dağılımı yapılmıştır. Bölümün sonunda, metodolojinin işlerliğini göstermek amacıyla, sayısal bir örnek verilmiştir.

Çalışmamızın son bölümü olan beşinci bölümde ise üçüncü ve dördüncü bölümlerde ayrıntılarını verdiğimiz *“Doğa'ya Karşı Sıfır Toplamlı Oyun ile Elde*

Edilen Maksimum Faydanın Yatırımcının Alternatifleri Arasında Adil Paylaşımı”

Modeli ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsası-İMKB 30’da işlem gören hisse senetleri ile bir portföy oluşturulmuş ve hisse senetlerinin bu portföy içindeki yüzde payları belirlenmiştir.

1. OYUN TEORİSİ

Oyun Teorisi çatışma ve işbirliği durumlarının mantıksal analizidir (Straffin, 1993: 3). Bilindiği gibi Oyun Teorisi'nin temelleri 1928 yılında John von Neumann tarafından Almanca yayımlanan “*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*” makalesi ile atılmıştır. Ancak Oyun Teorisi literatürünün asıl başlangıcının 1944 yılında matematikçi John von Neumann ve ekonomist Oskar Morgenstern tarafından yayınlanan “*Theory of Games and Economic Behavior*” kitabı olduğu kabul edilmektedir.

Oyun Teorisi karar vericilerin etkileşim halinde olduğu durumları anlamamıza yardımcı olmayı amaçlar. 1950’lerde Oyun Teorisine dayanan modeller ekonomi teorisinde ve politik bilimlerde kullanılmaya başlanmıştır. Sonrasında bu modeller mikroekonomi teorisinde kullanılan modeller arasında baskın hale gelmiş ve ekonominin diğer birçok alanında da kullanılmaya başlanmıştır (Osborne, 2004). Oyun Teorisinin ekonomi teorisi üzerine uygulamaları çok değer görmüştür ki bunun en açık ispatı Nobel ekonomi ödülleri. 1968 yılından bu yana İsveç Kraliyet Bilimleri Akademisi tarafından her yıl düzenli olarak verilen Nobel Ekonomi Ödülü birçok bilim adamına Oyun Teorisi içerikli çalışmalarından dolayı verilmiştir. Bu ödüllerden bir kaç şöyle sıralanabilir: 1994 yılında Reinhard Selten, John F. Nash Jr., ve John C. Harsanyi ortaksız Oyun Teorisindeki denge konusunda öncü çalışmalarından, 2005 yılında Robert J. Aumann ve Thomas C. Schelling ekonomik işbirliği ve çatışma konularına Oyun Teorisi kapsamında getirdikleri açıklamadan ve son olarak 2007 yılında da Leonid Hurwicz, Eric Maskin ve Roger Myerson mekanizma tasarım teorisinin temellerini atmalarından dolayı Nobel Ekonomi Ödülüne layık görülmüşlerdir¹.

¹ http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/

Oyun Teorisi günlük hayatımızda aldığımız kararların çoğunda gizlidir. Stratejik düşünme sanatı olarak görülen Oyun Teorisinde rekabet halindeki oyuncular rakiplerinin stratejilerini de dikkate alarak kendi amaçları doğrultusunda optimal stratejilerini belirlemeye çalışırlar. Dolayısıyla ekonomi dünyasındaki rekabet ortamını modellemek için Oyun Teorisi çok iyi bir araçtır.

1.1. Temel Kavramlar

Bir oyun; oyuncular kümesi, stratejiler kümeleri ve ödeme fonksiyonları ile tanımlanır.

1.1.1. Oyuncular

Oyuna kazanmak amacıyla katılan birey ya da gruplardır. Bir oyunda en az iki oyuncu mevcuttur. Oyuncuların akıl, bilgi ve deneyim bakımından rakiplerine eşdeğer olduğu kabulü yapılmaktadır. Her oyuncu, oyunu mümkün olan en fazla kazanç (kar veya ödeme) ile tamamlamak ister. Bir oyuncu analitik olarak kendisi için en iyi kararı verebilecek kapasitededir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 1). Biz burada n – kişili bir oyunun oyuncular kümesini $N = \{1, 2, \dots, n\}$ ile göstereceğiz. Bizim ilgilendiğimiz oyunlarda oyuncular sonlu sayıda olduğu için N kümesi sonlu bir kümedir.

1.1.2. Stratejiler

Oyuncuların oyun esnasındaki seçenekleridir. Her oyuncunun bir takım stratejileri vardır. Stratejileri yapıları bakımından iki grupta inceleyebiliriz.

- i) ***Davranış Stratejileri:*** Oyuncuların oyun esnasındaki bilinçli olarak yaptıkları hareketler bu tip stratejiler grubuna girer.
- ii) ***Şans Stratejileri:*** Oyun esnasında şansa bağlı olarak ortaya çıkan hareketlerdir.

Ayrıca bazı oyunlar bu iki strateji tipinin karması ile oynanır (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 2).

Örneğin satranç oyununda şansa bağlı hareket yoktur (oyuna kimin başlayacağına karar vermek hariç). Rulet ise tamamen şansa bağlı oyunlara örnek olarak verilebilir. Briç gibi kağıt oyunlarında ise şansa bağlı olan ve olmayan hareketler mevcuttur (Owen, 1995: 1).

Bir i oyuncusunun stratejiler kümesini S_i ile göstereceğiz. S_i kümesi oyuna dahil olan tüm oyuncular tarafından bilinen bir kümedir ve sonlu olduğu kabulü yapılmıştır. Oyunun her aşamasında i oyuncusu kendi S_i stratejiler kümesinden bir $s_i \in S_i$ stratejisini oynar. Her oyuncu bir s_i , $i = 1, 2, \dots, n$ stratejisini oynadığında $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ gibi bir durum ortaya çıkar. Bu şekilde tanımlanmış tüm durumlar $\mathbf{S} = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n$ kümesinin elemanlarıdır. $\mathbf{S}$ kümesine ***durumlar uzayı*** denir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 1-2).

1.1.3. Ödeme Fonksiyonu

Her bir $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ durumunda i oyuncusunun kazançlarını belirleyen $\mathbf{S}$ durumlar uzayından $\mathbb{R}$ uzayına tanımlanmış reel değerli $H_i: \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna i oyuncusunun ***ödeme fonksiyonu*** denir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 1-2).

1.2. Ortaksız Oyunlar

Oyuncular kümesi N , $\forall i \in N$ için stratejiler kümesi S_i ve ödeme fonksiyonu H_i olmak üzere $\Gamma = \langle N, \{S_i\}_{i \in N}, \{H_i\}_{i \in N} \rangle$ sistemine bir ***ortaksız oyun*** denir.

Ortaksız oyunlar sabit toplamli oyunlar ve sabit toplamli olmayan oyunlar olmak üzere iki ana başlıkta incelenebilir. Tezimizin dayandığı temel konulardan biri iki kişili sıfır toplamli oyunlardır. Bu konu sabit toplamli oyunlar başlığı altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. Sabit toplamli olmayan oyunlar ise çalışma konumuzla bağlantılı olmadığından ayrıntılı verilmemiştir.

1.2.1. Sabit Toplamli Oyunlar

$\forall s \in S$ için $\sum_{i \in N} H_i(s) = c \in \mathbb{R}$ (sabit) eşitliğini sağlayan

$\Gamma = \langle N, \{S_i\}_{i \in N}, \{H_i\}_{i \in N} \rangle$ oyununa **sabit toplamli oyun** denir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 2).

1.2.2. Stratejik Denk Oyunlar

Aynı temel özelliklere sahip ortaksız oyunlar aynı denklik sınıfında incelenebilirler. Dolayısıyla denklik sınıfındaki en basit oyunun çözümü ile diğer oyunların çözümleri de elde edilebilir.

Tanım 1.2.2.1. Oyuncuları ve strateji kümeleri aynı iki oyun

$$\Gamma = \langle N, \{S_i\}_{i \in N}, \{H_i\}_{i \in N} \rangle$$

ve

$$\Gamma' = \langle N, \{S_i\}_{i \in N}, \{H'_i\}_{i \in N} \rangle$$

olsun. $\forall s \in S$ ve $\forall i \in N$ için $H'_i(s) = kH_i(s) + c_i$ eşitliğini sağlayan $k > 0$ ve $c_i \in \mathbb{R}$ varsa Γ ve Γ' oyunlarına **stratejik denk oyunlar** denir.

Teorem 1.2.2.1. Stratejik denk oyunlar aynı denge durumuna sahiptir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 11-12).

1.2.3. Sıfır Toplamlı Oyunlar

$\forall s \in S$ için $\sum_{i \in N} H_i(s) = 0$ eşitliğini sağlayan $\Gamma = \langle N, \{S_i\}_{i \in N}, \{H_i\}_{i \in N} \rangle$ oyununa

sıfır toplamlı oyun denir.

Teorem 1.2.3.1. Sabit toplamlı oyunlar sıfır toplamlı oyunlara stratejik denktir (Ahlatcıoğlu ve Tiryaki, 1998: 13).

1.2.3.1. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunlar

İki kişili sıfır toplamlı bir oyunda oyuncular Oyuncu 1 ve Oyuncu 2 ile gösterilsin. Oyuncu 1 ve Oyuncu 2'nin pür stratejileri kümesi $S_1 = \{s_1^1, s_2^1, \dots, s_m^1\}$ ve $S_2 = \{s_1^2, s_2^2, \dots, s_n^2\}$, ödeme fonksiyonları ise H_1 ve H_2 olsun. Oyuncu 1'in $s_i^1 \in S_1$, $i = 1, 2, \dots, m$ pür stratejisini ve Oyuncu 2'nin $s_j^2 \in S_2$, $j = 1, 2, \dots, n$ pür stratejisini oynaması halinde sırasıyla $H_1(s_i^1, s_j^2)$ ve $H_2(s_i^1, s_j^2)$ Oyuncu 1 ve Oyuncu 2'nin ödemeleri olsun. Oyun sıfır toplamlı olduğu için $H_1(s_i^1, s_j^2) + H_2(s_i^1, s_j^2) = 0$, $\forall s_i^1 \in S_1, s_j^2 \in S_2$ koşulu sağlanır.

Normal formlu sıfır toplamlı bir oyun matris yapısında;

$a_{ij} = H_1(s_i^1, s_j^2) = -H_2(s_i^1, s_j^2)$ olarak kabul edildiğinde $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$ şeklinde

gösterilen A matrisi oyunun ödeme matrisidir. Matris yapısında ifade edilmiş iki kişili sıfır toplamlı bir oyunda Oyuncu 1'in satır sayısı kadar, Oyuncu 2'nin sütun sayısı kadar stratejisi vardır (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 12-14).

Görüldüğü gibi Oyuncu 1'in stratejilerine karşılık matrisin satırları, Oyuncu 2'nin stratejilerine karşılık matrisin sütunları oluşturulmuştur. Satır ve sütunların kesim noktalarındaki matris elemanları da Oyuncu 1'in ödeme değerlerini

göstermektedir. Oyuncu 2'nin ödeme değerleri bunların ters işaretlisi olduğundan ayrıca alınmamıştır. Bu nedenle matrise Oyuncu 1'in faydalarına göre oluşturulmuş ödeme matrisi denilmektedir.

Tanım 1.2.3.1.1. Stratejilerin Baskınlığı

$\forall s_j^2 \in S_2$ için $H_1(s_i^1, s_j^2) = a_{ij} \geq H_1(s_k^1, s_j^2) = a_{kj}$ ise s_i^1 stratejisine **baskın strateji**, s_k^1 stratejisine **basılan(mahkum) strateji** denir. Oyuncu 1 her durumda daha fazla kazandıran s_i^1 stratejisi varken s_k^1 stratejisini oynamaz ve bu stratejiyi oyundan eler.

Benzer şekilde, $\forall s_i^1 \in S_1$ için $H_1(s_i^1, s_j^2) = a_{ij} \leq H_1(s_i^1, s_l^2) = a_{il}$ ise her durumda s_j^2 stratejisi Oyuncu 2'ye s_l^2 stratejisinden daha az kaybettirir. Dolayısıyla Oyuncu 2 s_j^2 stratejisinin olduğu yerde daha fazla kaybettiren s_l^2 'yi oynamaz. s_j^2 'ye **baskın strateji**, s_l^2 'ye **basılan (mahkum) strateji** denir.

Tanım 1.2.3.1.2. Karma Strateji

$\forall s_i^1 \in S_1$ stratejisinin oynama olasılığı x_i olsun. Böylece Oyuncu 1'in stratejisine karşılık $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ vektörü ortaya çıkar. $\mathbf{x}^T = (x_1, \dots, x_m)$ vektörü pür stratejiler kümesi S_1 üzerinde bir olasılık dağılımıdır. Burada $\mathbf{x}^T$, $\mathbf{x}$ vektörünün transpozesidir. Bu vektör, Oyuncu 1'in stratejilerinin karmasını gösterir.

Oyuncu 1'in karma stratejiler kümesi;

$$X = \left\{ \mathbf{x}^T = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m \mid \sum_{i=1}^m x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, m \right\}$$

dir. Burada $\mathbb{R}^m$, m boyutlu reel sayılar kümesidir.

Benzer şekilde, Oyuncu 2 için karma stratejiler kümesi;

$$Y = \left\{ \mathbf{y}^T = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{j=1}^n y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}$$

dir (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 13).

Tanım 1.2.3.1.3. Beklenen Ödeme

Oyuncu 1 $\mathbf{x} \in X$ karma stratejisini ve Oyuncu 2'de $\mathbf{y} \in Y$ karma stratejisini seçtiğinde Oyuncu 1'in beklenen ödeme değeri;

$$E(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i a_{ij} y_j = \mathbf{x}^T A \mathbf{y}$$

dir.

2-kişili sıfır toplamı A matrisli oyun için, Oyuncu 1'in $\mathbf{x} \in X$ karma stratejisini seçmesi halinde beklenen minimum ödemesi;

$$v(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{y} \in Y} \mathbf{x}^T A \mathbf{y}$$

dir.

O halde Oyuncu 1, $v(\mathbf{x})$ 'i maksimum yapacak $\mathbf{x} \in X$ karma stratejisini seçmelidir. Böylece Oyuncu 1'in elde ettiği ödeme

$$v_1 = \max_{\mathbf{x} \in X} \min_{\mathbf{y} \in Y} \mathbf{x}^T A \mathbf{y}$$

dir.

$v(\mathbf{x})$ 'i maksimum yapacak $\mathbf{x}$ stratejisine **Oyuncu 1'in maximin stratejisi** ve $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ikilisine de **oyunun maximin çözümü** denir. Ayrıca v_1 , A matrisli oyun için **Oyuncu 1'in oyun değeridir**.

Benzer şekilde, Oyuncu 2'nin $\mathbf{y}$ minimax stratejisi

$$v_2 = \min_{\mathbf{y} \in Y} \max_{\mathbf{x} \in X} \mathbf{x}^T A \mathbf{y}$$

koşulunu sağlar ve v_2 , A matrisli oyun için **Oyuncu 2'nin oyun değeridir**. Bu koşulu sağlayan $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ikilisi **oyunun minimax çözümüdür** (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 12-14).

$v_1 = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T A y$ değeri Oyuncu 1'in minimum kazancının maksimum olduğu değerdir. Dolayısıyla Oyuncu 1'in garantilediği kazançtır ve oyun değeri için alt sınır oluşturur.

Benzer şekilde $v_2 = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} x^T A y$ değeri Oyuncu 2'nin maksimum kaybının minimum olduğu değerdir. Oyuncu 2'nin kaybı Oyuncu 1'in kazancı olacağından v_2 de oyun değeri için bir üst sınır oluşturur.

Teorem 1.2.3.1.1. Minimax Teoremi

2-kişili sıfır toplamı A matrisli oyun için

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T A y = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} x^T A y = x^{*T} A y^*$$

koşulunu sağlayan (x^*, y^*) strateji çiftine *denge çözümü* denir (Owen, 1995: 16).

1.2.3.1.1. İki Kişili Sıfır Toplamlı Oyunların Lineer Programlama ile Modellenmesi

İki kişili sıfır toplamlı bir oyun lineer programlama (LP) ile çözülebilir. Oyun teorisi ile LP arasında çok kuvvetli bir ilişki vardır. G. Dantzig 1947 de simpleks yöntemi ilk ortaya attığında, oyun teorisinin babası J.von Neumann'ın bu ilişkiyi hemen fark ettiğini ve dualite kavramına dayanarak bunu vurguladığını belirtmektedir.

Oyuncu 1'in stratejilerine karşılık gelen $p_1, p_2, \dots, p_m$ optimal olasılıkları aşağıdaki maksimin problemi (Hamdy A. Taha, 2003: 539-540):

$$\max_{p_i} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} p_i, \sum_{i=1}^m a_{i2} p_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in} p_i \right) \right\}$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$$

$$p_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

çözülerek bulunur.

$$v = \min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} p_i, \sum_{i=1}^m a_{i2} p_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in} p_i \right)$$

olarak alınırsa

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq v, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

olduğu açıkça görülür. Buradan Oyuncu 1 için oluşturulan lineer programlama problemi,

$$\max z = v$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq v, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1 \tag{1}$$

$$p_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

olur.

Oyuncu 2'nin stratejilerine karşılık gelen $q_1, q_2, \dots, q_n$ optimal olasılıkları ise aşağıdaki minimaks problemi (Hamdy A. Taha, 2003: 539-540):

$$\min_{q_j} \left\{ \max \left(\sum_{j=1}^n a_{1j} q_j, \sum_{j=1}^n a_{2j} q_j, \dots, \sum_{j=1}^n a_{mj} q_j \right) \right\}$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1$$

$$q_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

çözülerek bulunur.

Oyuncu 1 için izlenen prosedüre benzer şekilde Oyuncu 2 için oluşturulan LP problemi,

$$\min z = v$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \leq v, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1 \tag{2}$$

$$q_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n$$

dir.

$$\forall i, j \ (i=1,2,\dots,m, \ j=1,2,\dots,n) \text{ için } a_{ij} \geq 0 \text{ kabulü altında } \frac{p_i}{v} = x_i \text{ ve}$$

$$\frac{q_j}{v} = y_j \text{ dönüşümleri ile (1) ve (2) problemleri sırasıyla}$$

$$\min \frac{1}{v} = x_1 + x_2 + \dots + x_m$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} x_i \geq 1, \quad j=1,2,\dots,n \quad (3)$$

$$x_i \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m$$

ve

$$\max \frac{1}{v} = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j \leq 1, \quad i=1,2,\dots,m \quad (4)$$

$$y_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n$$

yapısına dönüşür.

(3) ve (4)'deki LP problemleri birbirlerinin dualidir. Birinin optimal çözümü diğerinin optimal çözümü ile ilgili bilgiyi de taşır. Bunun için (3) veya (4) problemlerinden birisinin çözülmesi yeterlidir.

Eğer oyun matrisinin elemanlarında $\exists a_{ij} < 0 \ (i=1,2,\dots,m, \ j=1,2,\dots,n)$ ise, $\hat{a}_{ij} = a_{ij} - \min_{i,j} a_{ij}$ düzenlemesiyle öncekine stratejik denk olan yeni bir oyun matrisi kurulur. Stratejik denk oyunlar aynı optimal çözüme sahip olduklarından bunlardan birisinin çözümüyle diğeri de çözülmüş olur. $\forall i, j \ (i=1,2,\dots,m, \ j=1,2,\dots,n)$ için $\hat{a}_{ij} \geq 0$ olacağından bu problemlerin optimal çözümleri (3) ve (4) yapısındaki dual problemlerden elde edilir.

1.2.4. Sabit Toplamlı Olmayan Oyunlar

$s \in S$ 'e bağılı olarak $\sum_{i \in N} H_i(s)$ toplamı değışen ortaksız oyunlara **sabit toplamlı olmayan oyunlar** denir. Bu oyunlar çalışmamızın kapsamı dışındadır.

1.3. Ortaklı Oyunlar

Bazı durumlarda oyuncular ödemelerini arttırmak veya tek başlarına yapamayacakları işleri yapmak amacıyla çıkarları doğrultusunda işbirliğine giderek koalisyonlar kurarlar. Bu işbirliği kavramı bizi ortaklı oyunlara götürür.

Çalışmamızın bir diğer önemli başlığı olan ortaklı oyunlar hakkındaki temel kavramlar bu kısımda incelenmektedir.

1.3.1. Koalisyon

Tüm oyuncuların kümesi $N = \{1, \dots, n\}$ olsun. N 'in her S alt kümesi bir **koalisyon** olarak isimlendirilir.

1.3.2. Karakteristik Fonksiyon

Her $S \subseteq N$ koalisyonuna garantilenmiş $v(S)$ reel sayısını atayan reel değerli v fonksiyonuna oyunun karakteristik fonksiyonu denir. “ $\emptyset$ ” boş kümeyi göstermek üzere her zaman $v(\emptyset) = 0$ olarak tanımlanmıştır.

Ortaklık, v karakteristik fonksiyonu ile belirlenen demeler yoluyla tanımlanır. $v(S)$, S koalisyonunun değeri veya **koalisyon değeri** olarak isimlendirilir ve S koalisyonundaki oyuncuların S dışındaki hiçbir oyuncudan yardım almadan elde edebilecekleri ödemenin (transfer edilebilir fayda) maksimum miktarı olarak yorumlanır. Böylece ortaklı oyun (N, v) ifti ile tanımlanır (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 21).

1.3.3. Süpertoplanabilirlik

$S \cap T = \emptyset$ olacak şekilde her S ve T koalisyon çifti için

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$$

koşulu sağlanıyor ise (N, v) oyununa **süpertoplanabilir oyun** denir.

Bir süpertoplanabilir oyunda S ve T ayrık koalisyonlarının $(S \cap T = \emptyset)$ $v(S)$ ve $v(T)$ değerleri toplamı, $S \cup T$ birleşik koalisyonunun $v(S \cup T)$ değerinden küçük veya eşittir (Owen, 1995: 213).

1.3.4. İmpütasyon

(N, v) oyunu için $\forall i \in N$ oyuncusuna, oyun kurallarına uygun olacak şekilde, x_i faydasının atandığını varsayalım. Bütün oyunculara atanan ödemeler $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ şeklinde gösterilebilir. $\mathbf{x}$ vektörünün kabul edilebilir olması için

$$x_i \geq v(\{i\}) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N) \quad (2)$$

şartları aynı anda sağlanmalıdır. (1) ve (2) şartlarını sağlayan $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ ödeme vektörüne **impütasyon (kazançların paylaşım vektörü)** denir.

Burada (1) koşulu **bireysel rasyonalite** olarak isimlendirilir. Bunun anlamı bir oyuncunun koalisyondan elde edeceği fayda bireysel olarak elde edebileceği faydadan küçük olamaz. Aksi halde daha azını alıyor ise o koalisyona girmez. (2) koşuluna ise **grup rasyonalitesi** denir. Oyuncuların elde edeceği faydalar toplamı oyundan elde edilecek toplam faydaya eşittir. Bu hiçbir oyuncu diğer oyuncuların ödemelerini azaltmadan kendi ödemesini arttıramayacağı anlamına gelir. Bu nedenle (2) koşulunu sağlayan ödeme vektörleri pareto optimaldir (Owen, 1995:214), (Nishizaki ve Sakawa, 2001:22).

1.3.5. Baskınlık Bağıntısı

(N, v) oyunu için, $\mathbf{x}$ ve $\mathbf{y}$ iki impütasyon ve $S \subseteq N$ bir koalisyon olsun.

$$x_i > y_i, \quad \forall i \in S \quad (3)$$

$$\sum_{i \in S} x_i \leq v(S) \quad (4)$$

koşulları sağlanıyor ise $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ 'yi S **koalisyonu yoluyla basar** denir ve $\mathbf{x} \text{ dom}_S \mathbf{y}$ ile gösterilir. Burada (3) koşulu, S koalisyonuna ait olan tüm oyuncuların $\mathbf{x}$ 'i $\mathbf{y}$ 'ye tercih ettikleri, (4) koşulu ise $\mathbf{x}$ 'in S koalisyonu tarafından gerçekleştirildiği anlamına gelir. Tanımdan da anlaşılacağı üzere S koalisyonuna göre $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ 'yi basarken bir başka S' koalisyonuna göre $\mathbf{y}$ de, $\mathbf{x}$ i basabilir yani $\mathbf{x} \text{ dom}_S \mathbf{y}$ ve $\mathbf{y} \text{ dom}_{S'} \mathbf{x}$ durumları aynı oyun için geçerli olabilir (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 22).

1.3.6. Çekirdek

(N, v) oyunu için tüm basılamaz impütasyonların kümesine **çekirdek** denir ve $C(N, v)$ ile gösterilir (Nishizaki ve Sakawa, 2001: 22).

Teorem 1.3.6.1

$\mathbf{x}$ impütasyonun, oyunun çekirdeğine ait olması için gerek ve yeter şart $\forall S$ koalisyonu için $\sum_{i \in S} x_i \geq v(S)$ olmasıdır.

Teorem 1.3.6.1 den de anlaşılacağı gibi oyunun çekirdeği bir bölge veya bir nokta olabileceği gibi boş küme de olabilir.

1.3.7. Shapley Vektörü

Shapley vektörü 1953 yılında Lloyd Shapley tarafından tanıtılmıştır. Ödemelerin adil paylaşımı prensibine dayanır. Her bir oyuncu oyuna yaptıkları katkı oranında pay alır.

$i \in S$ olmak üzere S koalisyonunun elde edeceği maksimum ödeme $v(S)$, i 'nin dışındaki S koalisyonuna ait oyuncuların oluşturduğu koalisyonun ödemesi $v(S \setminus \{i\})$ olmak üzere i oyuncusunun S koalisyonuna yaptığı katkı

$$v(S) - v(S \setminus \{i\})$$

dir. S koalisyonunun (kümesinin) eleman sayısı $|S|$ ile gösterilecektir. $|N|$ elemanlı oyuncular kümesinden elde edilen içerisinde i oyuncusu bulunan $|S|$ elemanlı kümelerin toplam sayısı $\binom{n}{|S|} \cdot \binom{|S|}{1}$ dir. Bu kümelerden özel bir tanesi S 'dir. O halde S kümesinin olma olasılığı;

$$P(S) = \frac{1}{\binom{n}{|S|} \cdot \binom{|S|}{1}} = \frac{(n-|S|)! (|S|-1)!}{n!}$$

olmak üzere, i oyuncusunun S koalisyonundan beklediği fayda,

$$P(S) \cdot [v(S) - v(S \setminus \{i\})] = \frac{(n-|S|)! (|S|-1)!}{n!} \cdot [v(S) - v(S \setminus \{i\})]$$

olur.

i oyuncusunun fayda elde eden tüm koalisyonlardan beklenen ödemesi (faydası) ise,

$$\phi_i(v) = \sum_{i \in S} \frac{(n-|S|)! (|S|-1)!}{n!} [v(S) - v(S \setminus \{i\})]$$

dir.

$\forall i \in N$ için elde edilen $\phi_i(v)$ ödemelerinden oluşturulan $\phi(v) = (\phi_1(v), \phi_2(v), \dots, \phi_n(v))$ vektörüne, karakteristik fonksiyonu v olan oyunun **shapley vektörü** denir. O halde

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(v) = v(N)$$

olur. Yani, oyundan elde edilecek toplam fayda, oyuncular arasında yaptıkları katkı oranında adil bir şekilde paylaştırılmaktadır (Owen, 1995: 261-266).

2. PORTFÖY YÖNETİMİ

Yatırım alternatiflerinin etkin bir şekilde değerlendirilmesi ve verimli yatırım kararlarının alınabilmesi insanlık tarihinin en önemli karar problemlerden birini oluşturmuştur.

Portföy yönetimi ve seçimi uzun yıllardır hem bilim adamlarının hem de iş dünyasındaki uygulamacıların ilgisini çeken bir konu olmuştur. Uzun yıllar süren araştırmaların sonunda iki genel portföy yönetim teorisi ortaya atılmıştır. Bunlardan ilki portföye alınacak yatırım araçlarının çeşitlendirilmesine dayanan ***Geleneksel Portföy Yönetim Teorisi (Traditional Portfolio Management)*** iken, diğeri ise portföyde yapılacak çeşitlendirmenin yanı sıra yatırım alternatiflerinin arasındaki ilişkinin de dikkate alınması gerektiğini öne süren ***Modern Portföy Teorisi (Modern Portfolio Management)*** dir.

2.1. Yatırım Kavramı

Yatırım, gelecekte gelir elde etmek amacıyla eldeki paranın reel (ev, arsa vs.) veya finansal varlıklar (hisse senetleri, tahvil vs.) ile değerlendirilmesidir. Gelecekte kar elde etme amaçlı alınan her türlü varlık bir yatırım aracı olabilir. Yatırımcılar gelecekte elde etmeleri olası kazançları için bugünden fedakarlık edebilirler.

Yatırım araçlarının gelecekte sağlayacakları kazançlar “getiri” olarak isimlendirilmektedir. Bir yatırımcının en temel amacı yatırımlarından elde edeceği getiriye maksimize etmektir. Ancak bu her zaman gerçekleşmeyebilir. Gelecek belirsizlik taşır, dolayısıyla yatırımların beklenen getiriye sağlayıp sağlamayacağı kesin değildir. Yatırım araçlarının taşıdığı bu belirsizlik risk olarak nitelendirilmektedir. Yatırım araçlarının türlerine göre taşıdıkları risk boyutları çeşitlilik göstermektedir. Örneğin, hazine bonoları risksiz yatırım araçları, finansal

piyasalarda işlem gören hisse senetleri ise riskli yatırım araçları olarak değerlendirilebilir.

Açıkça görülebileceği gibi, yatırımcılar ellerindeki kaynakları değerlendirirken minimum riskle maksimum getiriye sağlayacağını umdukları alternatif yatırım araçlarına yönelirler. Ancak hangi yatırım araçlarını seçmeleri gerektiği ve seçtikleri yatırım araçlarından hangi oranda alacakları başlı başına bir problemidir.

2.2. Portföy Kavramı

Bir gerçek ya da tüzel kişinin sahibi bulunduğu hisse senedi, tahvil ve diğer değerli kağıtlar bir portföy oluşturur (Karşlı, 2004: 569). *Yatırımcıların hangi yatırım araçlarından ne oranda portföylerine almaları gerektiği* sorusu portföy seçimi problemini doğurmuştur. Literatürde bu problemi ele alan çalışmaların başında Harry M. Markowitz'in 1952 yılında *Journal of Finance* dergisinde yayımlanan ve Modern Portföy Teorisi'nin temellerini attığı "*Portfolio Selection*" (Markowitz, 1952: 77-91) makalesi gelmektedir. Markowitz 1990 yılında bu çalışmasıyla finansal ekonomi teorisinde yaptıkları öncü çalışmalarından dolayı Nobel ödülünü Merton H. Miller ve William F. Sharpe ile paylaşmıştır.

Tüm yatırım türlerinin getirileri gelecekteki olaylara bağlıdır, yani risk içermektedir. Bu durum borsa ortamında da geçerlidir. Yatırımcılar aldıkları hisse senetleriyle dönem sonunda elde edecekleri getiriye kesin olarak bilemezler, ancak hisse senetlerinin geçmiş dönem hareketlerini analiz ederek ileriye yönelik tahminlerde bulunabilirler. Markowitz tarafından önerilen Ortalama-Varyans modelinde hedeflenen beklenen getiriye karşılayacak minimum riskli portföy oluşturulmaya çalışılır. Diğer bir ifadeyle, oluşturulan portföyde maksimum getiriye minimum risk ile elde etmek hedeflenmektedir. Markowitz'in bu çalışmasını temel alan en önemli model olan Finansal Varlıkları Fiyatlandırma Modeli (CAPM), birbirlerinden bağımsız olarak William Sharpe, John Lintner ve Jan Mossin

tarafından ortaya atılmıştır (Elton, v.d., 2003: 293). Portföy seçimi problemi uzun yıllardan beri araştırmacıların üzerinde çalıştıkları konuların başında gelmekte ve çok çeşitli matematik modeller (Stokastik programlama, Hedef programlama, Analitik hiyerarşi prosesi, Bulanık (fuzzy) modeller vs.) ile ele alınmaktadır. Konu ile ilgili çok kapsamlı literatür bulunmaktadır.

2.3. Geleneksel Portföy Yönetimi

Geleneksel portföy yönetimi basit çeşitlendirmeye dayanmaktadır. Bu teoriye göre yatırımcılar portföylerine aldıkları yatırım araçlarının sayısını arttırdıkça karşı karşıya kaldıkları riskin boyutunu azaltmaktadırlar. Ancak açıktır ki bu çeşitlendirmenin de bir takım sakıncaları vardır. Bu sakıncaların başında yatırım alternatiflerinin çeşitliliğini artırırken aslında getirisi düşük olan alternatiflerin de portföye dahil edilmesi gelmektedir.

2.4. Modern Portföy Yönetimi

Modern Portföy Teorisi ilk olarak Harry M. Markowitz'in 1952 yılında *Journal of Finance* dergisinde yayımladığı "*Portfolio Selection*" (Markowitz, 1952: 77-91) makalesi ile ortaya atılmıştır. Bu teoriye göre riskin düşürülebilmesi için sadece portföye alınacak yatırım alternatiflerinin sayısının artırılmasının yeterli olmadığı, aynı zamanda bu yatırım alternatiflerinin kendi aralarındaki ilişkinin ve yönünün de etkin olduğu ortaya atılmıştır. Literatürde problemin adının portföy seçimi problemi olmasının sebebi, yatırımcının amacının tek tek kendilerine göre iyi olan yatırım alternatiflerinin seçimi değil, aynı zamanda bir araya geldiklerinde birlikte hareket edebilecek ve minimum riskle belli bir getiriyi veya belli bir risk ile maksimum getiriyi sağlayabilecek portföyün seçilmesidir.

2.4.1. Risk ve Getiri

Yatırım kararları verilirken yatırımcıların temel kriterlerinden ikisi *risk* ve *getiri*dir. Yatırım araçlarının gelecekte sağlayacakları kazançlar *getiri* olarak

isimlendirilirken, bu yatırımların beklenen getiriyi sağlayıp sağlamayacağı hakkında taşıdığı belirsizlik *risk* olarak nitelendirilmektedir.

2.4.1.1. Menkul Kıymetlerde Getiri

Bir hisse senedinin dönemlik getirisi, yani bir dönemde yatırımın ne kadar arttığı,

$R_{i,j}$: i . hisse senedinin j dönemindeki getiri oranı,

$C_{i,j}$: i . hisse senedinin j dönemindeki fiyatı,

$D_{i,t}$: i . hisse senedinin j döneminde ödediği temettü (kar payı) miktarı olmak üzere

$$R_{i,j} = \frac{(C_{i,j} - C_{i,j-1}) + D_{i,j}}{C_{i,j-1}}$$

ile hesaplanır (Karan: 2004, 135).

Bir hisse senedinin beklenen getirisi ise her dönemin gerçekleşme olasılığının aynı olması kabulü altında,

$\bar{R}_i$: i . hisse senedinin ortalama getiri oranı olmak üzere

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^M \frac{R_{i,j}}{M}$$

formülü ile elde edilir (Elton, v.d., 2003: 46).

Her dönemin gerçekleşme olasılığının farklı olması halinde ise bir hisse senedinin beklenen getirisi,

$E(R_i)$: i . hisse senedinin beklenen getiri oranı olmak üzere

$P_{i,j}$: i . hisse senedinin j dönemindeki getiri oranının olma olasılığı olmak üzere

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^M P_{i,j} R_{i,j}$$

formülü ile hesaplanabilir (Elton, v.d., 2003: 46).

2.4.1.2. Menkul Kıymetlerde Risk

Bir hisse senedinin getirisinin beklenen getirisinden sapmasının büyüklüğü menkul kıymetin standart sapması ile ölçülür.

Her j döneminin gerçekleşme olasılığının aynı olması kabulü altında, i . hisse senedinin varyansı (σ_i^2):

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \frac{(R_{i,j} - \bar{R}_i)^2}{M}$$

dir (Elton, v.d., 2003: 45-48).

Böylece i . hisse senedinin standart sapması

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M \frac{(R_{i,j} - \bar{R}_i)^2}{M}}$$

ile hesaplanmaktadır.

Her dönemin gerçekleşme olasılığının farklı olması halinde ise, bir hisse senedinin varyansı (σ_i^2):

σ_i^2 : i . hisse senedinin varyansı

$P_{i,j}$: i . hisse senedinin j dönemindeki getiri oranının olma olasılığı olmak üzere

$E(R_i)$: i . hisse senedinin beklenen getiri oranı olmak üzere

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \left[P_{i,j} (R_{i,j} - E(R_i))^2 \right]$$

dir. Buradan i . hisse senedinin standart sapması:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M \left[P_{i,j} (R_{i,j} - E(R_i))^2 \right]}$$

olarak bulunur (Elton, v.d., 2003: 45-48).

2.4.1.3. Menkul Kıymetler Arasında Çeşitlendirme

Portföy yönetim modellerinin de öngördüğü gibi bir yatırımcının menkul kıymet seçimi yaparken riski azaltmak için alternatifler arasında çeşitlendirme yapması akıllıca izlenebilecek bir strateji olarak görülmektedir. Ancak, oluşturulacak portföyde çeşitlendirmenin riski azaltmasının yanında çeşitlendirme fazlalığı portföye düşük getirili menkul kıymetlerin de katılmasına neden olabilir. Bu da elde edilebilecek mümkün getirinin azalmasına yol açar.

2.4.1.4. Portföyün Beklenen Getiri Oranı ve Riski

Portföyün Beklenen Getirisi:

Bir portföyün beklenen getirisi, portföye dahil olan hisse senetlerinin ağırlıkları ile getirilerinin çarpımları toplamına eşittir.

X_i : i . hisse senedinin portföydeki payı,

$E(R_i)$: i . hisse senedinin beklenen getiri oranı

olmak üzere, N adet hisse senedi içeren bir portföyün beklenen getirisi,

$$\mu = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i)$$

formülü ile hesaplanır (Elton, v.d., 2003: 53).

Portföyün Riski:

Kovaryans: Herhangi iki değişkenin zaman içinde hareketliliğinin aynı andaki uyumunun istatistiksel bir ölçüsüne **kovaryans** denir. (Karan: 2004, 143).

P_j : j olayının (döneminin) olma olasılığı,

$R_{k,j}$: k . hisse senedinin j dönemindeki getiri oranı,

$R_{s,j}$: s. hisse senedinin j dönemindeki getiri oranı,

$E(R_k)$: k. hisse senedinin beklenen getiri oranı,

$E(R_s)$: s. hisse senedinin beklenen getiri oranı,

olmak üzere bir portföyde k. ve s. hisse senetleri arasındaki kovaryans değeri:

$$\sigma_{k,s} = \sum_{j=1}^M P_j \left[(R_{k,j} - E(R_k))(R_{s,j} - E(R_s)) \right]$$

formülü ile hesaplanır.

Kovaryans değeri iki hisse senedi arasındaki ilişkinin pozitif veya negatif yönde olduğunun yorumlanmasına olanak sağlar, ancak elde edilen değer in büyüklüğünü yorumlamak güçtür. Bu nedenle açıklanması daha kolay olan korelasyon katsayısına geçiş yapılır. Bu katsayı -1 ile +1 arasında değerler alır. Korelasyon katsayısının -1 e yaklaşması iki değişken arasında kuvvetli zıt bir ilişkinin varlığına, +1 e yaklaşması aynı yönlü kuvvetli bir ilişkinin varlığına işaret ederken, 0 a yaklaşması ise ilişkinin olmadığı anlamına gelir.

Böylece k. ve s. hisse senetleri arasındaki korelasyon katsayısı:

$\sigma_{k,s}$: k. ve s. hisse senetleri arasındaki kovaryans değeri,

σ_k : k. hisse senedinin standart sapması,

σ_s : s. hisse senedinin standart sapması

olmak üzere,

$$\rho_{k,s} = \frac{\sigma_{k,s}}{\sigma_k \sigma_s}$$

formülü yardımıyla hesaplanabilir.

Tanıtılan bu temel kavramlardan sonra, N adet hisse senedi içeren bir portföyün varyansı:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

yani

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

formülü ile hesaplanabilir (Ulucan: 2004, 15), (Elton, v.d.: 2003, 58) . Buradan N adet varlık içeren bir portföyün riski belirlenmiş olur.

2.4.2. Markowitz Ortalama-Varyans Modeli

Portföy seçimi problemini ele alan modellerin öncüsü olan Markowitz'in ortalama-varyans modelinin matematiksel yapısını ele alalım. Bu model minimum riskle belli bir getiriyi veya belli bir risk ile maksimum getiriyi sağlayabilecek portföyün seçilmesini sağlar.

Modelde amaç fonksiyonu, minimize edilmeye çalışılan portföy varyansıdır. Yani (Markowitz: 2000, 3-4):

N : mevcut varlık sayısı,

σ_{ij} : i . ve j . varlıklar arasındaki kovaryans değeri,

X_i : Karar değişkenleri (i . varlığın portföydeki ağırlığı),

olmak üzere modelin amaç fonksiyonu:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

dir.

Model iki temel kısıt içermektedir. Bu kısıtlardan ilki:

μ_i : i . varlığın beklenen getirisi,

μ : beklenen portföy getirisi,

olmak üzere hedeflenen beklenen getiri düzeyinin gerçekleşmesini sağlayan kısıt:

$$\sum_{i=1}^N X_i \mu_i \geq \mu$$

şeklindedir.

Modeldeki ikinci temel kısıt ise, portföyde bulunan varlıkların ağırlıklarının toplamının 1 olmasını sağlayan

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1$$

ifadesidir.

Açıktır ki modelin karar değişkenleri olan X_i 'ler varlıkların portföydeki ağırlıklarını ifade ettiğinden dolayı negatif değerler alamazlar, dolayısıyla Markowitz ortalama-varyans portföy seçimi modeli:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^N X_i \mu_i \geq \mu$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N$$

şeklindedir.

3. DOĞA (BÜYÜK OYUNCU)'YA KARŞI OYNAYAN OYUNCULARIN ORTAKLIKLAR KURARAK ÖDEMELERİNİ ARTTIRMALARININ ANALİZİ

Çalışmamızın özgün kısımlarından birini oluşturan bu bölümde, Doğa'ya karşı iki kişili sıfır toplamli oyun oynayan oyuncuların ortaklıklar (koalisyonlar) kurarak ortak kazançlarını ve dolayısıyla da bireysel kazançlarını arttırdıkları gösterilmektedir. Ayrıca oyuncuların Doğa'ya karşı oynadıkları iki kişili sıfır toplamli oyunların optimal oyun değerleri ile elde edilen v karakteristik fonksiyonlu ortaklı oyunun süpertoplanabilir özellikte olduğunu bir teoremlle ifade etmekte ve ispatlamaktayız.

A oyuncusunun stratejileri: A_i , $(i = 1, \dots, m)$

B oyuncusunun stratejileri: B_j , $(j = 1, \dots, n)$

D (Doğa) oyuncusunun stratejileri: D_k , $(k = 1, \dots, l)$

olmak üzere, A ve B oyuncularının ödeme matrisleri sırasıyla,

$$H_A(A_i, D_k) = a_{ik}, \quad H_B(B_j, D_k) = b_{jk}, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \text{ ve } k = 1, \dots, l$$

olsun.

A 'nın A_i 'yi oynama olasılığı: x_i , $(i = 1, \dots, m)$

B 'nin B_j 'yi oynama olasılığı: y_j , $(j = 1, \dots, n)$

D 'nin D_k 'yi oynama olasılığı: z_k , $(k = 1, \dots, l)$

olmak üzere, A ve B oyuncularının ödeme fonksiyonları ise sırasıyla,

$$H_A(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \sum_i \sum_k x_i a_{ik} z_k \text{ ve } H_B(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \sum_j \sum_k y_j b_{jk} z_k$$

olsun.

Burada

$x_i, y_j, z_k \geq 0; \quad i=1, \dots, m; \quad j=1, \dots, n; \quad k=1, \dots, l$ ve $\sum_{i=1}^m x_i = 1; \quad \sum_{j=1}^n y_j = 1; \quad \sum_{k=1}^l z_k = 1$ dir. Ayrıca $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m), \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ve $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_l)$ vektörlerinin her biri birer olasılık dağılımı gösterir.

$$\max_{\mathbf{x}} \min_{\mathbf{z}} H_A(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = H_A(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^A) = v(\{A\})$$

ve

$$\max_{\mathbf{y}} \min_{\mathbf{z}} H_B(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = H_B(\mathbf{y}^0, \mathbf{z}^B) = v(\{B\})$$

olsun. Böylece $(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^A)$ ve $(\mathbf{y}^0, \mathbf{z}^B)$, sırasıyla A ve B oyuncularının Doğa'ya karşı oynadıkları oyunda **denge çözümleridir**. O halde,

$$H_A(\mathbf{x}^0, \mathbf{z}^A) \leq H_A(\mathbf{x}^0, \mathbf{z})$$

ve

$$H_B(\mathbf{y}^0, \mathbf{z}^B) \leq H_B(\mathbf{y}^0, \mathbf{z})$$

dir. Çünkü denge çözümünü değiştiren oyuncu kayba uğrar. Burada Doğa oyuncusu kendi stratejisini değiştirdiğinden dolayısıyla dengeyi değiştirdiğinden, rakiplerinin kazançları (Doğanın kaybı) artmıştır.

D oyuncusu (Doğa) D_k stratejisini uyguladığında A oyuncusu A_i ve B oyuncusu B_j stratejisini oynasın. Bu durumda $A \cup B$ koalisyonu $a_{ik} + b_{jk}$ değerini kazanır. A_i, B_j ve D_k stratejilerinin oynanma olasılıkları sırasıyla x_i, y_j ve z_k olmak üzere koalisyonun ödeme fonksiyonu

$$H_{A \cup B}(\mathbf{x} \odot \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \sum_i \sum_j \sum_k x_i y_j (a_{ik} + b_{jk}) z_k$$

dır. Burada $\mathbf{x} \odot \mathbf{y} = (x_1 y_1, \dots, x_i y_j, \dots, x_m y_n)$ vektörü olasılık dağılım vektörüdür.

Gerçekten

$$\forall i, j \text{ için } x_i \geq 0, y_j \geq 0 \Rightarrow x_i y_j \geq 0, \text{ ve } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i y_j = \sum_{i=1}^m x_i \underbrace{\sum_{j=1}^n y_j}_{=1} = \sum_{i=1}^m x_i = 1$$

dir. Böylece

$$\mathbf{x} \odot \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{m,n}$$

olduğu görülür.

A ve B oyuncularının birlikte Doğa'ya karşı elde edecekleri maksimum kazanç (oyun değeri)

$$\max_{\mathbf{x} \odot \mathbf{y}} \min_{\mathbf{z}} H_{A \cup B}(\mathbf{x} \odot \mathbf{y}, \mathbf{z}) = H_{A \cup B}(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}^*) = v(\{A\} \cup \{B\})$$

olsun. Burada $(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}^*)$ oyunun **denge durumu**dur. Denge durumu bozan oyuncu kayba uğrar.

Benzer şekilde, K koalisyonunun stratejilerinin karma vektörü $\mathbf{w}$ olmak üzere K koalisyonunun Doğa'ya karşı elde edecekleri maksimum kazanç (oyun değeri)

$$\max_{\mathbf{w}} \min_{\mathbf{z}} H_K(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = v(K)$$

ile gösterilmiştir.

Ortaklı oyunun karakteristik fonksiyonu:

Yukarıda ifade edildiği gibi A ve B oyuncularının Doğa'ya karşı elde edecekleri kazançlar (oyun değerleri) sırasıyla

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}} \min_{\mathbf{z}} H_A(\mathbf{x}, \mathbf{z}) &= v(\{A\}), \\ \max_{\mathbf{y}} \min_{\mathbf{z}} H_B(\mathbf{y}, \mathbf{z}) &= v(\{B\}) \end{aligned}$$

dir. A ve B oyuncularının birlikte elde edecekleri oyun değeri,

$\mathbf{x} \odot \mathbf{y} = (x_1 y_1, \dots, x_i y_j, \dots, x_m y_n)$ vektörü olasılık dağılım vektörü olmak üzere

$$\max_{\mathbf{x} \odot \mathbf{y}} \min_{\mathbf{z}} H_{A \cup B}(\mathbf{x} \odot \mathbf{y}, \mathbf{z}) = v(\{A\} \cup \{B\})$$

dir. Benzer şekilde $K \subset I$ koalisyonunun karma vektörü $\mathbf{w}$ olsun. Bu durumda $K \subset I$ koalisyonunun elde edeceği kazanç (oyun değeri)

$$\max_{\mathbf{w}} \min_{\mathbf{z}} H_K(\mathbf{w}, \mathbf{z}) = v(K)$$

dır.

Böylece elde edilen sıfır toplamli oyunların optimal oyun değerleri, ortaklı oyunun v **karakteristik fonksiyonunu** belirler.

Şimdi karakteristik fonksiyonu v olan bu ortaklı oyunun süpertoplanabilir bir oyun olduğunun ispatını yapalım

Teorem: v karakteristik fonksiyonlu ortaklı oyun bir süpertoplanabilir oyundur.

İspat: Oyunun denge çözümü $(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}^*)$ olduğundan koalisyon bu denge durumunu bozarsa kazancını azaltır. Eğer dengeyi Doğa bozarsa kaybını dolayısıyla koalisyonun kazancını arttırır.

$$\begin{aligned} H_{A \cup B}(\mathbf{x}^0 \odot \mathbf{y}^0, \mathbf{z}^*) &\leq H_{A \cup B}(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}^*) = v(\{A\} \cup \{B\}) \leq H_{A \cup B}(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}) \\ H_{A \cup B}(\mathbf{x}^* \odot \mathbf{y}^*, \mathbf{z}) &= \sum_i \sum_j \sum_k x_i^* y_j^* (a_{ik} + b_{jk}) z_k \geq \sum_i \sum_j \sum_k x_i^0 y_j^0 (a_{ik} + b_{jk}) z_k \\ &= \sum_k \left[\sum_i \sum_j x_i^0 y_j^0 a_{ik} + \sum_i \sum_j x_i^0 y_j^0 b_{jk} \right] z_k \\ &= \sum_k \left[\sum_i x_i^0 a_{ik} \left(\sum_j y_j^0 \right) + \sum_j y_j^0 b_{jk} \left(\sum_i x_i^0 \right) \right] z_k \\ &= \sum_k \left[\sum_i x_i^0 a_{ik} + \sum_j y_j^0 b_{jk} \right] z_k \\ &= \underbrace{\sum_k \sum_i x_i^0 a_{ik} z_k}_{H_A(\mathbf{z})} + \underbrace{\sum_k \sum_j y_j^0 b_{jk} z_k}_{H_B(\mathbf{z})} \end{aligned}$$

$$= H_A(\mathbf{z}) + H_B(\mathbf{z})$$

$$H_{A \cup B}(\mathbf{z}) \geq H_A(\mathbf{z}) + H_B(\mathbf{z})$$

olduğu görülür. Eşitsizliğin her iki tarafının $\mathbf{z}$ 'ye göre minimumu alınırsa eşitsizlik bozulmaz,

$$\underbrace{\min_{\mathbf{z}} H_{A \cup B}(\mathbf{z})}_{v(\{A\} \cup \{B\})} \geq \min_{\mathbf{z}} \{H_A(\mathbf{z}) + H_B(\mathbf{z})\} \geq \underbrace{\min_{\mathbf{z}} H_A(\mathbf{z})}_{v(\{A\})} + \underbrace{\min_{\mathbf{z}} H_B(\mathbf{z})}_{v(\{B\})}$$

ve

$$v(\{A \cup B\}) \geq v(\{A\}) + v(\{B\})$$

sonucu elde edilir. Dolayısıyla oyun süpertoplanabilir özelliktedir. Bu da koalisyon oluşturarak ortaklıktan ilave fayda doğduğunun ispatıdır.

Bu bölümde önerilen model, iki kişili sıfır toplamli oyunlardan ortaklı oyunlara bir geçiş sağlamaktadır. Doğaya karşı oynayan oyuncuların stratejilerini birleştirerek oynamaları sonunda elde ettikleri optimal oyun değerleri ile bir ortaklı oyun kurgulanmaktadır. Üstelik bu şekilde elde edilmiş olan karakteristik fonksiyonun süpertoplanabilir özellikte olduğunun ispatı da yapılmıştır.

4. DOĞA'YA KARŞI SIFIR TOPLAMLI OYUN İLE ELDE EDİLEN MAKSİMUM FAYDANIN YATIRIMCININ ALTERNATİFLERİ ARASINDA ADİL PAYLAŞIMININ İNCELENMESİ

Sengupta (1989), portföy karar problemini oyunculardan birinin Doğa olduğu iki kişili sıfır toplamli bir oyun olarak düşünölebileceğini öne sürmüştür. Karar verici (1. Oyuncu) doğanın (2. Oyuncunun) durumlarına (stratejilerine) karşı rastgele dağıtılan getirilere göre kendi yatırım kararlarını seçer. Karar verici kazancını maksimize etmeye çalışırken doğa kaybını minimize etmeye çalışmaktadır. Bu oyun teorik bakış açısı portföy karar problemini çözmede çeşitli faydalar sağlamaktadır. Örneğin, az sayıda gözlem nedeniyle getirilerin varyans-kovaryans matrisi tahmin edilemediğinde bile karma stratejiler ile eyer noktası çözümü belirlenebilir (Sengupta, 1989: 1323-1334).

Sengupta (1989)'un bu bakış açısını kullanarak Chen ve Larbani (2006), bulanık çok kriterli karar verme problemlerinin de iki kişili sıfır toplamli oyun problemi olarak formöle edilebileceğini göstermiştir. Yuh-Wen Chen (2007) portföy seçimi problemini iki kişili sıfır toplamli oyun olarak formöle etmiştir. Burada 1. oyuncunun stratejileri yatırım alternatifleri iken, 2. oyuncu olan Doğa'nın stratejileri ise karar vericinin portföy seçimi probleminde yatırım alternatiflerini değerlendirmek üzere kullandığı kriterleridir. Ayrıca bu çalışmada tek bir karar verici yerine çok sayıda karar verici (grup karar verme) söz konusudur.

Çalışmamızın bu bölümünde riskten kaçan, riske kayıtsız ve risk alan yatırımcıların kararlarını modele yansıtarak, bu oyuncuların stratejilerinin (seçeneklerinin) karması ile oynayan bir oyuncunun seçmesi gereken yatırım alternatiflerinin portföydeki ağırlıklarının nasıl belirleneceği gösterilmektedir. Dağılımın adil paylaşımı için Shapley vektöründen yararlanılmıştır.

Yatırımcıları üç ana sınıfta toplayabiliriz;

1) Riskten kaçan yatırımcılar: Yatırımlarını yaparken riske girmek istemezler. Seçimlerindeki öncelik riskin az olmasıdır. Bu nedenle gelirlerinden fedakarlık edebilirler. Riskten kaçan yatırımcıların tercih edecekleri alternatifler A_i ($i=1, \dots, m$) ile gösterilecektir.

2) Riske kayıtsız yatırımcılar: Riske ve gelire aynı önemi veren yatırımcılardır. Bu yatırımcıların tercih edecekleri alternatifler B_j ($j=1, \dots, n$) olsun.

3) Risk alan yatırımcılar: Yüksek gelir elde etmek için yüksek riske girmekten çekinmeyen yatırımcılardır. Böyle yatırımcıların seçebilecekleri alternatifler C_k ($k=1, \dots, l$) ile gösterilecektir.

Optimal faydayı sağlayacak portföyü oluşturmak amacıyla birçok yatırımcı (1), (2) ve (3) deki yatırımcı tiplerinde belirtilen alternatiflerin karması ile yatırımlarını yapmak isterler. Bu nedenle yukarıda belirtilen üç yatırımcı anlayışı aynı oyuncunun bünyesinde, koalisyon kurarak, vücut bulur. Yani alternatifler birlikte ele alınarak yeni alternatifler oluşturulur. Böylece portföyden elde edilebilecek toplam fayda maksimize edilmektedir. Bu oyuncu bizim sıfır toplamlı oyundaki 1. oyuncumuzdur. 2. oyuncu (Doğa); pazarı, piyasayı doğrudan etkileme ve yönlendirme gücüne sahip büyük oyuncu olarak alınmıştır. Elde edilen toplam faydanın alternatif yatırım araçlarına adil bir şekilde dağılımı ortaklı oyunlara ait temel yaklaşımlardan Shapley vektörü ile yapılmaktadır. Bu sayede her bir alternatifin portföy içindeki olması gereken payı kolayca belirlenebilmektedir.

Yatırımcı (1. Oyuncu)'nın stratejileri: Riskten kaçan yatırımcıların seçenekleri: A_i ($i=1, \dots, m$), Riske kayıtsız yatırımcıların seçenekleri: B_j ($j=1, \dots, n$), Risk alan yatırımcıların seçenekleri: C_k ($k=1, \dots, l$) ve bunların karmalarıdır.

Küçük oyuncuların (yatırımcıların) karşısındaki Doğa (Büyük Oyuncu) pazarı oluşturan, yönlendiren ve gerekli gördüğünde değişiklikler yapan oyuncudur. Büyük oyuncuyla aynı frekanslarda çalışan küçük oyuncular kazanır, aksi halde kaybeder. Büyük oyuncunun amacı da kazanmak, yani küçük oyuncuların elde edeceği faydaları minimize etmektir.

Doğa'nın kullanacağı alternatifler (stratejiler) D_r ($r = 1, \dots, s$) ile gösterilecektir.

Birinci oyuncunun bünyesinde birleştirdiğimiz riskten kaçan yatırımcılar A , riske kayıtsız yatırımcılar B ve risk alan yatırımcılar C olarak Doğa'ya karşı oynayan oyuncuyu $I = \{A, B, C\}$ kümesi ile ayırştıralım. Bu oyuncuların tek tek ya da birlikte elde edecekleri kazançları (ortaklı oyunun karakteristik fonksiyon değeri) $v(\emptyset) = 0$, $v(\{A\})$, $v(\{B\})$, $v(\{C\})$, $v(\{A, B\})$, $v(\{A, C\})$, $v(\{B, C\})$, $v(\{A, B, C\})$ dir.

Portföyden elde edilecek maksimum kazanç $v(\{A, B, C\})$ 'nin oyuncular arasında adil paylaşımı Shapley vektörü ile yapılacaktır.

$$\phi_i(v) = \sum_{i \in S} \frac{(n-|S|)!(|S|-1)!}{n!} [v(S) - v(S \setminus \{i\})] \text{ den}$$

A oyuncusunun payı, (Düşük riskli seçeneklerin portföydeki payı):

$$\phi_A(v) = \frac{1}{3} [v(\{A\}) - v(\emptyset)] + \frac{1}{6} [v(\{A, B\}) - v(\{B\})] + \frac{1}{6} [v(\{A, C\}) - v(\{C\})] + \frac{1}{3} [v(\{A, B, C\}) - v(\{B, C\})]$$

B oyuncusunun payı, (Riske kayıtsız seçeneklerin portföydeki payı):

$$\phi_B(v) = \frac{1}{3} [v(\{B\}) - v(\emptyset)] + \frac{1}{6} [v(\{A, B\}) - v(\{A\})] + \frac{1}{6} [v(\{B, C\}) - v(\{C\})] + \frac{1}{3} [v(\{A, B, C\}) - v(\{A, C\})]$$

C oyuncusunun payı, (Riskli seçeneklerin portföydeki payı):

$$\phi_C(v) = \frac{1}{3} [v(\{C\}) - v(\emptyset)] + \frac{1}{6} [v(\{A, C\}) - v(\{A\})] + \frac{1}{6} [v(\{B, C\}) - v(\{B\})] + \frac{1}{3} [v(\{A, B, C\}) - v(\{A, B\})]$$

olarak bulunur.

A, B ve C 'nin toplamdaki yüzde payları sırasıyla

$$P(A) = \frac{\phi_A(v)}{\phi_A(v) + \phi_B(v) + \phi_C(v)},$$

$$P(B) = \frac{\phi_B(v)}{\phi_A(v) + \phi_B(v) + \phi_C(v)}$$

ve

$$P(C) = \frac{\phi_C(v)}{\phi_A(v) + \phi_B(v) + \phi_C(v)}$$

dir.

$v(\{A, B, C\})$ optimal oyun değerini veren çözümde A, B ve C oyuncularının sırasıyla A_i , B_j ve C_k yatırım araçlarını birlikte seçtiren stratejinin olma olasılığı $x_i^* y_j^* z_k^*$ ($i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$; $k=1, \dots, l$) olsun.

A_i yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(A_i) = P(A) x_i^* \sum_{j,k} y_j^* z_k^* ; \quad i=1, \dots, m$$

B_j yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(B_j) = P(B) y_j^* \sum_{i,k} x_i^* z_k^* ; \quad j=1, \dots, n$$

C_k yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(C_k) = P(C) z_k^* \sum_{i,j} x_i^* y_j^* ; \quad k=1, \dots, l$$

ile belirlenir. Buradan

$$T(A_i) \geq 0, T(B_j) \geq 0, T(C_k) \geq 0 ; i=1,\dots,m; j=1,\dots,n; k=1,\dots,l$$

ve

$$\sum_{i=1}^m T(A_i) + \sum_{j=1}^n T(B_j) + \sum_{k=1}^l T(C_k) = 1$$

olur.

4.1. Açıklayıcı Örnek

Önerdiğimiz modelin nasıl uygulanacağı ve elde edilen çözümü göstermek amacıyla aşağıdaki örnek problemi üretelim. A , B ve C isimli yatırımcılarımıza ait oyun matrislerinin elemanlarının 1-9 arasındaki rastgele tamsayılarla oluşturulduğunu kabul edelim.

A oyuncusunun (yatırımcısının) alternatifleri (yatırım araçları) : A_1, A_2, A_3 ,

B oyuncusunun alternatifleri : B_1, B_2 ,

C oyuncusunun alternatifleri : C_1, C_2 ,

ve

Doğa (D) oyuncusunun stratejileri: D_1, D_2, D_3, D_4

olmak üzere Doğa'ya karşı oynayan A , B ve C oyuncularının ödeme matrisleri sırasıyla aşağıdaki gibi verilmiş olsun.

Matris 1- A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
A_1	6	7	3	9
A_2	9	9	7	7
A_3	2	6	7	7

Matris 2- B oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
B_1	7	8	8	4
B_2	6	8	6	3

Matris 3- C oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
C_1	2	8	4	1
C_2	3	1	9	5

A , B ve C oyuncularının Doğa'ya karşı bireysel oynamalarından elde edecekleri optimal oyun değerleri LP modeli yoluyla sırasıyla $v(\{A\})=7$, $v(\{B\})=4$ ve $v(\{C\})=2.75$ olarak bulunmuştur.

Matris 4- A ve B oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
$A_1 B_1$	13	15	11	13
$A_1 B_2$	12	15	9	12
$A_2 B_1$	16	17	15	11
$A_2 B_2$	15	17	13	10
$A_3 B_1$	9	14	15	11
$A_3 B_2$	8	14	13	10

A ve B oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi Matris 4 de verilmiştir. Bu matrisin çözümünden elde edilen oyun değeri $v(\{A, B\})=12.3333$ olarak bulunur.

Matris 5- A ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
$A_1 C_1$	8	15	7	10
$A_1 C_2$	9	8	12	14
$A_2 C_1$	11	17	11	8
$A_2 C_2$	12	10	16	12
$A_3 C_1$	4	14	11	8
$A_3 C_2$	5	7	16	12

Matris 6- B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
$B_1 C_1$	9	16	12	5
$B_1 C_2$	10	9	17	9
$B_2 C_1$	8	16	10	4
$B_2 C_2$	9	9	15	8

Matris 5 ve Matris 6 da sırasıyla A ve C , B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması hallerinde elde edilen oyun matrisleri verilmiştir. Bu matrislerin çözümlerinden elde edilen oyun değerleri de $v(\{A,C\})=11.34884$, $v(\{B,C\})=9$ dur.

Matris 7 A, B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halindeki oyun matrisidir. Bu matris için LP çözümünden oyun değeri $v(\{A,B,C\})=17.06977$ ve maksimum değeri veren bu ortaklığın stratejilerinin karma olasılıklar vektörü,

$$(x_1y_1z_1=0.04651, x_1y_1z_2=0.5814, x_1y_2z_1=0, x_1y_2z_2=0, x_2y_1z_1=0, x_2y_1z_2=0.37209, x_2y_2z_1=0, x_2y_2z_2=0, x_3y_1z_1=0, x_3y_1z_2=0, x_3y_2z_1=0, x_3y_2z_2=0)$$

olarak bulunur.

Matris 7- A , B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurmaları halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3	D_4
$A_1 B_1 C_1$	15	23	15	14
$A_1 B_2 C_1$	16	16	20	18
$A_1 B_1 C_2$	14	23	13	13
$A_1 B_2 C_2$	15	16	18	17
$A_2 B_1 C_1$	18	25	19	12
$A_2 B_2 C_1$	19	18	24	16
$A_2 B_1 C_2$	17	25	17	11
$A_2 B_2 C_2$	18	18	22	15
$A_3 B_1 C_1$	11	22	19	12
$A_3 B_2 C_1$	12	15	24	16
$A_3 B_1 C_2$	10	22	17	11
$A_3 B_2 C_2$	11	15	22	15

Böylece Doğa'ya karşı oynayan A , B ve C oyuncularının ortaklıkları ile kurgulanan ortaklı oyunun karakteristik fonksiyonu:

$$v(\emptyset) = 0, \quad v(\{A\}) = 7, \quad v(\{B\}) = 4, \quad v(\{C\}) = 2.75, \quad v(\{A, B\}) = 12.33333, \\ v(\{A, C\}) = 11.34884, \quad v(\{B, C\}) = 9, \quad v(\{A, B, C\}) = 17.06977$$

olarak elde edilmiştir.

Örnekten de dikkat edilebileceği gibi her bir oyuncu kurduğu ortaklıklardan ek fayda sağlamaktadır. Örneğin A , B ve C oyuncularının ayrı ayrı elde ettikleri oyun değerleri toplamı 13.75 olarak bulunurken bu oyuncuların Doğa'ya karşı

beraber oynamalarından elde ettikleri oyun değeri 17.06977 olmaktadır. Böylece ortaklıktan $17.06977 - 13.75 = 3.31977$ ek fayda elde edilmiştir.

Shapley vektörü yardımıyla elde edilen A , B ve C oyuncularının payları sırasıyla;

$$\phi_A(v) = 7.845284,$$

$$\phi_B(v) = 5.170866$$

ve

$$\phi_C(v) = 4.053618$$

dir.

Oysa A , B ve C oyuncularının tek başına oynamaları halinde elde edecekleri kazançlar sırasıyla $v(\{A\}) = 7$, $v(\{B\}) = 4$, $v(\{C\}) = 2.75$ olarak bulunmuştu. Buradan oyuncuların ortaklıktan elde edecekleri bireysel kazanç artırımları A için: $7.845284 - 7 = 0.845284$, B için: $5.170866 - 4 = 1.170866$ ve C için: $4.053618 - 2.75 = 1.303618$ olmuştur.

Oyuncuların shapley vektör değerlerinin normalizasyonu ile A , B ve C oyuncularının toplamdaki yüzde payları ise, sırasıyla,

$$P(A) = 0.459601,$$

$$P(B) = 0.302925$$

ve

$$P(C) = 0.237474$$

dir.

$v(\{A, B, C\})$ optimal oyun değerini veren çözümde A, B ve C oyuncularının sırasıyla A_i, B_j ve C_k yatırım araçlarını birlikte seçtiren stratejinin olma olasılığı $x_i^* y_j^* z_k^*$ ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2; k = 1, 2$) olmak üzere,

örneğin, A_1 yatırım aracının portföydeki ağırlığı,

$$T(A_i) = P(A) x_i^* \sum_{j,k} y_j^* z_k^* ; \quad i = 1, \dots, m$$

formülü yardımıyla

$$T(A_1) = P(A) \cdot (x_1 y_1 z_1 + x_1 y_1 z_2 + x_1 y_2 z_1 + x_1 y_2 z_2) = 0.459601(0.04651 + 0.5814 + 0 + 0) = 0.29$$

olarak bulunur.

Portföydeki diğer tüm yatırım araçlarının ağırlıkları da benzer şekilde hesaplanmış ve Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1- Alternatiflerin portföydeki ağırlıkları

Yatırım Aracı	Portföydeki Ağırlığı
A_1	0.29
A_2	0.17
A_3	0.00
B_1	0.30
B_2	0.00
C_1	0.01
C_2	0.23

Tablo 1’den görülebileceği gibi A oyuncusunun A_3 ve B oyuncusunun B_2 stratejilerini oynamamaları gerektiği önerilmektedir.

Bu analiz bize bir takım çarpıcı sonuçlar vermektedir. Oyuncuların bireysel ödeme matrislerinde veya ara koalisyonlar ile oluşturulan ödeme matrislerinde basılan stratejiler, bütün oyuncuların birlikte koalisyon kurmaları durumunda etkin hale gelebilir. Örneğin A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan Matris-1 incelendiğinde A_2 alternatifinin seçilmesi gerektiği görülmektedir. Oysa B ve C oyuncuları ile beraber Doğa'ya karşı koalisyon kurmaları halinde A oyuncusunun A_1 alternatifini seçmesinin daha da uygun olacağı sonucu elde edilmiştir. Tablo-1'den de görülebileceği gibi A_2 alternatifinin yanında 0.29 gibi yüksek bir olasılıkla A_1 alternatifini de oynaması gerektiği bulunmuştur. Dolayısıyla oyuncuların bireysel oynamaları durumunda basılan alternatifler bile kurulan koalisyonlar sonunda oynanması gereken alternatifler arasında yerlerini almaktadır.

5. DOĞA'YA KARŞI SIFIR TOPLAMLI OYUN İLE ELDE EDİLEN MAKSİMUM FAYDANIN YATIRIMCININ ALTERNATİFLERİ ARASINDA ADİL PAYLAŞIMI MODELİ İLE İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASI-İMKB 30'DA PORTFÖY OLUŞTURMAYA BİR UYGULAMA

Bu bölümde yukarıda detaylarını verdiğimiz modelimiz ile İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında, İMKB-30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinden bir portföy oluşturulacak ve hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıkları hesaplanacaktır.

Model uygulanmadan önce hisse senetlerinin risk getiri değerleri 999 günlük geçmiş kapanış verileri yardımıyla elde edilmiş² ve hisse senetleri risk sınıfına göre SPSS 13.0 paket programı yardımıyla kümeleme analizi kullanılarak 3 kümeye ayrılmıştır. Bu çalışmada 3 uzmanın görüşlerine başvurulmuş ve her bir risk sınıfından getiri performanslarına göre en iyi 3 hisse senedinin seçilmesi uygun görülmüştür.

Oyuncular Kümesi;

Doğa'ya karşı oynayan oyuncuların kümesi $I = \{A, B, C\}$ olmak üzere her bir oyuncu farklı yatırım anlayışlarına sahip yatırımcıları temsil etmektedir. Burada riskten kaçan yatırımcı A , riske kayıtsız yatırımcı B ve risk alan yatırımcı C olarak isimlendirilmiştir. Piyasayı yönlendiren, istediğinde değiştiren Doğa oyuncusu da D ile gösterilmiştir.

²<http://www.finnet.com.tr/finnet2000/risk/riskBetaTablosu.aspx?RTIP=0>

Oyucuların Stratejileri;

Riskten kaçan yatırımcıların stratejileri: Uzmanlar tarafından uygulamamızda riskten kaçan yatırımcının stratejileri olarak, İMKB-30 da işlem gören ve düşük risk sınıfımızda yer alan hisse senetleri

A_1 : Enka İnşaat (ENKAİ)

A_2 : Turkcell İletişim (TCELL)

A_3 : Türk Hava Yolları (THYAO)

seçilmiştir.

Riske kayıtsız yatırımcılar: Riske kayıtsız yatırımcının stratejileri olarak ise İMKB-30 da işlem gören ve orta risk grubumuzda yer alan

B_1 : Bim Mağazalar (BIMAS)

B_2 : Anadolu Efes (AEFES)

B_3 : Garanti Bankası (GARAN)

hisse senetleri seçilmiştir.

Risk alan yatırımcılar: Son olarak risk alan yatırımcının stratejileri olarak ise İMKB-30 da işlem gören ve yüksek risk grubumuzda yer alan

C_1 : Bağfaş (BAGFS)

C_2 : Aksigorta (AKGRT)

C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK)

hisse senetleri alınmıştır.

Doğa'nın (Büyük Oyuncunun) Stratejileri:

D_1 : Dengeli bir pazar oluşturma,

D_2 : Dengeli olmayan bir pazar oluşturma,

D_3 : Riskli bir pazar oluşturma

olarak belirlenmiştir.

Sıfır Toplamlı Oyunun Fayda Fonksiyonu (Ödeme Matrisleri)

$$H_A(A_i, D_r) = a_{ir}, \quad H_B(B_j, D_r) = b_{jr}, \quad H_C(C_k, D_r) = c_{kr}$$

$$i = 1, 2, 3 ; j = 1, 2, 3 ; k = 1, 2, 3 ; r = 1, 2, 3$$

dir.

Burada oyun matrisleri alanlarında uzman olan üç karar verici tarafından yapılan performans değerlendirmeleri ile oluşturulmuştur. Değerlendirmede Saaty'nin 1-9 ölçeği temel alınmıştır (Saaty:1998).

Örneğin a_{ir} ödeme matrisi elemanı riskten kaçan yatırımcı A_i stratejisini, Doğa'da D_r stratejisini oynadığında uzmandan alınan görüşü ya da uzman performans puanını ifade eder. b_{jr} ve c_{kr} performans puanları da benzer yöntemle elde edilmiştir. Kullandığımız performans puanları ve dilsel karşılıkları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2- 1-9 Performans Değerleme Ölçeği

Değer	Dilsel Karşılığı
1	Zayıf Performans
3	Orta Performans
5	İyi Performans
7	Çok İyi Performans
9	Mükemmel Performans
2,4,6,8	Ara değerler

Performans değerlendirmelerinin birden fazla uzmandan alınması ve sonuçların geometrik ortalama ile birleştirilmesi hata payını olabildiğince azaltacaktır. Bu nedenle Matris 8, Matris 9 ve Matris 10'da sunulan ödeme matrisleri

üç uzmanın görüşünü yansıtan ve EK-1, EK-2, EK-3’de verilen performans puanlarının geometrik ortalamaları alınarak oluşturulmuştur.

Matris 8- Riskten kaçan A yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
A_1	9.0000	5.1925	3.9149
A_2	9.0000	5.9439	3.9149
A_3	8.2768	5.0000	3.9149

Matris 9- Riske kayıtsız B yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
B_1	5.0000	3.9149	3.0000
B_2	5.1925	3.9149	3.0000
B_3	6.0000	5.1925	3.9149

Matris 10- Risk alan C yatırımcısının ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
C_1	2.7589	5.9439	6.8041
C_2	2.7589	5.9439	7.1138
C_3	3.0000	5.1925	7.9581

Matris 8, Matris 9 ve Matris 10 da verilen oyun matrislerinin LP modeli çözülmüşse, Riskten kaçan A , Riske kayıtsız B ve Risk alan C oyuncularının Doğa’ya karşı bireysel oynamalarından elde edecekleri optimal oyun değerleri sırasıyla $v(\{A\}) = 3.9149$, $v(\{B\}) = 3.9149$ ve $v(\{C\}) = 3$ dir.

Matris 11- A ve B yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
$A_1 B_1$	14.0000	9.1074	6.9149
$A_1 B_2$	14.1925	9.1074	6.9149
$A_1 B_3$	15.0000	10.3850	7.8297
$A_2 B_1$	14.0000	9.8588	6.9149
$A_2 B_2$	14.1925	9.8588	6.9149
$A_2 B_3$	15.0000	11.1364	7.8297
$A_3 B_1$	13.2768	8.9149	6.9149
$A_3 B_2$	13.4693	8.9149	6.9149
$A_3 B_3$	14.2768	10.1925	7.8297

Matris 11’de A ve B oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi verilmiştir. Bu oyun matrisinin çözümünden elde edilen optimal oyun değeri $v(\{A, B\}) = 7.8298$ dir.

Matris 12- A ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
$A_1 C_1$	11.7589	11.1364	10.7190
$A_1 C_2$	11.7589	11.1364	11.0287
$A_1 C_3$	12.0000	10.3850	11.8730
$A_2 C_1$	11.7589	11.8878	10.7190
$A_2 C_2$	11.7589	11.8878	11.0287
$A_2 C_3$	12.0000	11.1364	11.8730
$A_3 C_1$	11.0357	10.9439	10.7190
$A_3 C_2$	11.0357	10.9439	11.0287
$A_3 C_3$	11.2768	10.1925	11.8730

Matris 13- B ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
$B_1 C_1$	7.7589	9.8588	9.8041
$B_1 C_2$	7.7589	9.8588	10.1138
$B_1 C_3$	8.0000	9.1074	10.9581
$B_2 C_1$	7.9514	9.8588	9.8041
$B_2 C_2$	7.9514	9.8588	10.1138
$B_2 C_3$	8.1925	9.1074	10.9581
$B_3 C_1$	8.7589	11.1364	10.7190
$B_3 C_2$	8.7589	11.1364	11.0287
$B_3 C_3$	9.0000	10.3850	11.8730

A ve C , B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisleri Matris 12 ve Matris 13 de verilmiştir. Bu matrislere karşılık elde edilen oyun değerleri ise sırasıyla $v(\{A, C\}) = 11.48326$ ve $v(\{B, C\}) = 9$ dir.

Matris 14- A , B ve C yatırımcılarının ortaklık (koalisyon) kurmaları halinde elde edilen oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
$A_1 B_1 C_1$	16.7589	15.0513	13.7190
$A_1 B_2 C_1$	16.7589	15.0513	14.0287
$A_1 B_3 C_1$	17.0000	14.2999	14.8730
$A_1 B_1 C_2$	16.9514	15.0513	13.7190
$A_1 B_2 C_2$	16.9514	15.0513	14.0287
$A_1 B_3 C_2$	17.1925	14.2999	14.8730
$A_1 B_1 C_3$	17.7589	20.9439	21.8041

$A_1 B_2 C_3$	17.7589	20.9439	22.1138
$A_1 B_3 C_3$	18.0000	20.1925	22.9581
$A_2 B_1 C_1$	16.7589	15.8027	13.7190
$A_2 B_2 C_1$	16.7589	15.8027	14.0287
$A_2 B_3 C_1$	17.0000	15.0513	14.8730
$A_2 B_1 C_2$	16.9514	15.8027	13.7190
$A_2 B_2 C_2$	16.9514	15.8027	14.0287
$A_2 B_3 C_2$	17.1925	15.0513	14.8730
$A_2 B_1 C_3$	17.7589	20.9439	21.8041
$A_2 B_2 C_3$	17.7589	20.9439	22.1138
$A_2 B_3 C_3$	18.0000	20.1925	22.9581
$A_3 B_1 C_1$	16.0357	14.8588	13.7190
$A_3 B_2 C_1$	16.0357	14.8588	14.0287
$A_3 B_3 C_1$	16.2768	14.1074	14.8730
$A_3 B_1 C_2$	16.0357	19.2207	20.0809
$A_3 B_2 C_2$	16.0357	19.2207	20.3906
$A_3 B_3 C_2$	16.2768	18.4693	21.2349
$A_3 B_1 C_3$	16.2282	19.4132	20.2734
$A_3 B_2 C_3$	16.2282	19.4132	20.5831
$A_3 B_3 C_3$	16.4693	18.6618	21.4274

Matris 14 de A , B ve C oyuncularının ortaklık (koalisyon) kurması halinde elde edilen oyun matrisi verilmiştir. Bu matristen elde edilen oyun değeri $v(\{A, B, C\}) = 18$ dir. Maksimum değeri elde eden bu ortaklığın stratejilerinin karma olasılıklar vektörü, LP çözümünden,

$(x_1y_1z_1 = 0, x_1y_1z_2 = 0, x_1y_1z_3 = 0, x_1y_2z_1 = 0, x_1y_2z_2 = 0, x_1y_2z_3 = 0, x_1y_3z_1 = 0, x_1y_3z_2 = 0,$
 $x_1y_3z_3 = 1, x_2y_1z_1 = 0, x_2y_1z_2 = 0, x_2y_1z_3 = 0, x_2y_2z_1 = 0, x_2y_2z_2 = 0, x_2y_2z_3 = 0, x_2y_3z_1 = 0,$
 $x_2y_3z_2 = 0, x_2y_3z_3 = 0, x_3y_1z_1 = 0, x_3y_1z_2 = 0, x_3y_1z_3 = 0, x_3y_2z_1 = 0, x_3y_2z_2 = 0, x_3y_2z_3 = 0,$
 $x_3y_3z_1 = 0, x_3y_3z_2 = 0, x_3y_3z_3 = 0)$
 olarak bulunur.

Böylece Doğa'ya karşı oynayan A, B ve C oyuncularının ortaklıkları ile kurgulanan ortaklı oyunun karakteristik fonksiyonu:

$$\begin{aligned}
 v(\emptyset) &= 0, \quad v(\{A\}) = 3.9149, \quad v(\{B\}) = 3.9149, \quad v(\{C\}) = 3, \quad v(\{A, B\}) = 7.8298, \\
 v(\{A, C\}) &= 11.48326, \quad v(\{B, C\}) = 9, \quad v(\{A, B, C\}) = 18
 \end{aligned}$$

olarak belirlenmiştir.

Shapley vektörünün yardımıyla elde edilen Riskten kaçan A , Riske kayıtsız B ve Risk alan C oyuncularının payları sırasıyla;

$$\phi_A(v) = 6.3713,$$

$$\phi_B(v) = 5.1297$$

ve

$$\phi_C(v) = 6.4990$$

dir.

A, B ve C 'nin toplamdaki yüzde payları ise, sırasıyla,

$$P(A) = 0.3540$$

$$P(B) = 0.2850$$

ve

$$P(C) = 0.3610$$

olarak bulunur.

$v(\{A, B, C\})$ optimal oyun değerini veren çözümde A, B ve C oyuncularının sırasıyla A_i, B_j ve C_k yatırım araçlarını birlikte seçtiren stratejinin olma olasılığı $x_i^* y_j^* z_k^*$ ($i=1,2,3; j=1,2,3; k=1,2,3$) olmak üzere,

A_i yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(A_i) = P(A) x_i^* \sum_{j,k} y_j^* z_k^* ; \quad i=1,2,3$$

B_j yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(B_j) = P(B) y_j^* \sum_{i,k} x_i^* z_k^* ; \quad j=1,2,3$$

C_k yatırım aracının tüm portföydeki yüzde payı:

$$T(C_k) = P(C) z_k^* \sum_{i,j} x_i^* y_j^* ; \quad k=1,2,3$$

formülleri yardımıyla tüm yatırım araçlarının ağırlıkları hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3- Yatırım Alternatiflerinin portföydeki ağırlıkları

Yatırım Aracı	Portföydeki Ağırlığı
A_1 : Enka İnşaat (ENKAI)	0.3540
A_2 : Turkcell İletişim (TCELL)	0
A_3 : Türk Hava Yolları (THYAO)	0
B_1 : Bim Mağazalar (BIMAS)	0
B_2 : Anadolu Efes (AEFES)	0
B_3 : Garanti Bankası (GARAN)	0.2850
C_1 : Bağfaş (BAGFS)	0
C_2 : Aksigorta (AKGRT)	0
C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK)	0.3610

Görüldüğü gibi, portföyde riskten kaçan yatırımcının stratejileri arasında (düşük risk sınıfında) yer alan A_1 : Enka İnşaat (ENKAI) hisse senedinden %35.50 oranında; riske kayıtsız yatırımcının stratejileri arasında (orta risk sınıfında) yer alan B_3 : Garanti Bankası (GARAN) hisse senedinden % 28.50 oranında; risk alan yatırımcının stratejileri arasında (yüksek risk sınıfında) yer alan C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK) hisse senedinden % 36.10 oranında bulundurulması önerilmektedir.

SONUÇ

İnsanlığın varoluşundan bu yana bireyler çeşitli durumlar için karar verme problemi ile karşı karşıya kalmışlardır. Bu karar verme problemi kimi zaman gündelik karşılaşılabilecek bir durumu ele alırken kimi zamanda çok büyük sonuçlar doğurabilecek karmaşık bir durumu ele alır. Araştırmacılar yüzyıllardır karar verme problemleri için çok sayıda model geliştirmişlerdir. Bir modelin tutarlı sonuçlar verebilmesi için araştırmacının ele aldığı sistemi iyi analiz etmesi ve sistem girdilerini modele yansıtması gerekmektedir.

Oyun teorisi karar vericilerin etkileşim halinde olduğu durumları ele almada kullanışlı bir araçtır. Üzerine düşünülen problemde karar vericiler arasında çatışma veya işbirliği bulunabilir. Oyun teorisi araştırmacılar tarafından ekonomi, politika, biyoloji ve mühendislik gibi birçok bilim dalına uygulanmış ve halen uygulanmaya devam etmektedir.

Bu doktora tezi kapsamında:

- Doğa'ya karşı sıfır toplamli oyun oynayan oyuncuların ortaklıklar (koalisyonlar) kurarak ortak kazançlarını ve dolayısıyla da bireysel kazançlarını arttırdıkları ispatlanmıştır.
- Doğa'ya karşı oynayan koalisyonların optimal oyun değerleri bir ortaklı oyunun karakteristik fonksiyonunu oluşturmaktadır. Üstelik bu karakteristik fonksiyonun süpertoplanabilir özellikte olduğu ispatlanarak birliktelikten kuvvet doğacağı da gösterilmiştir.
- Önerilen model, iki kişili sıfır toplamli oyunlardan ortaklı oyunlara bir geçiş sağlamaktadır.

- Portföy seçimi problemine oyun teorisi yoluyla yatırım alternatiflerinin etkin bir şekilde değerlendirilmesi ve verimli yatırım kararlarının alınabilmesine olanak sağlayan **“Doğa’ya Karşı Sıfır Toplamlı Oyun ile Elde Edilen Maksimum Faydanın Yatırımcının Alternatifleri Arasında Adil Paylaşımı”** isimli yeni bir model önerilmiştir.
- **Riskten kaçan, riske kayıtsız ve risk alan** yatırımcı tipleri aynı yatırımcının bünyesinde birleştirilerek, ortak getirinin maksimum yapılması amaçlanırken risk faktörlerinin de modele yansıtılması sağlanmıştır.
- Model, ele alınan finansal varlıklardan oluşturulacak bir portföyde hangi risk grubundan hangi yatırım aracının ne oranda bulunması gerektiği probleminin çözümüne ulaşmayı sağlamaktadır.
- Uzman görüşlerinin modele yansıtılmasına olanak sağlar.
- Matematiksel işlem yükünün az olmasından dolayı etkin ve kullanımı kolaydır.
- Modelimiz çok kriterli karar verme (ÇKKV) çerçevesinde seçim problemlerine kolay adapte edilebilir özelliktedir.

Yukarıda özelliklerini kısaca özetlediğimiz modelimiz literatürdeki modellerden oldukça farklı özgün bir çalışmadır. Örneğin portföy seçimi probleminin temel modellerinden biri olan Markowitz ortalama-varyans portföy seçimi modeli ile karşılaştırıldığında;

- Markowitz ortalama-varyans portföy seçimi modelinde hisse senedi sayısının artması sonucu kullanılan kovaryans matrisinin hesaplanması hem zaman kaybına neden olmakta hem de hata birikimine yol açmaktadır. Oysa bizim çalışmamızda, kovaryans matrisi hesaplanmadığından daha kısa sürede sonuca ulaşılmaktadır.

- Ortalama-varyans portföy seçimi modeli kuadratik programlama yolu ile çözüm elde etmektedir. Portföye alınacak varlıkların sayısının artması problemin boyutunu arttıracığından çözümü elde etmek zorlaşmaktadır. Bizim önerdiğimiz model çözüm aşamalarında lineer programlama kullanmaktadır. Bu nedenle boyutun büyümesi kuadratik programlamaya göre daha az dezavantaj oluşturmaktadır.

KAYNAKLAR

- Ahlatcioğlu, Mehmet, Fatma Tiryaki: **Oyunlar Teorisi**, İstanbul, Ytü.Fe.Dk-98.0342./Fakülte Yayın No: Fe.Mat-98.004 Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi,1998.
- Ahmed, E., A.S.Hegazi: On different aspects of portfolio optimization, **Applied Mathematics and Computation**, Vol. 175, 2006, s. 590-596.
- Aliprantis, Charalambos D., Subir K. Chakrabarti: **Games and Decision Making**, New York, Oxford University Press, 2000.
- Amihud, Y., A. Barnea: Portfolio Selection for Managerial Control, **Omega, The Int. JI of Mgmt Sci.**, Vol.2, No.6, 1974, s.775-783.
- Bernstein, William: **Yatırımın Dört Temel Taşı Kazandıran Bir Portföy İçin Dersler: Tarih, Psikoloji, Teori ve Pratik**, Çev. Neşenur Domaniç, Nusret Avhan, İstanbul, Scala Yayıncılık, 2005.
- Bolak, Mehmet: **Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi**, 4.bs., İstanbul, Beta Basım Yayım Dağıtım A.ş., Yayın No:428, 2001.

- Chancellor, Edvard: **Şeytan Sofrası Finansal Spekülasyonlar Tarihi**, Çev. Neşenur Domaniç, İstanbul, Scala Yayıncılık, 2007.
- Chen, Yuh-Wen: A Group Game Of Multiple Attribute Decision Making, **Asia-Pacific Journal of Operational Research (APJOR)**, Vol. 14, No.5, 2007, s.631-645.
- Chen, Yuh-Wen, Maussa Larbani: Two-person zero-sum game approach for fuzzy multiple attribute decision making problems, **Fuzzy Sets and Systems**, Vol. 157, 2006, s.34-51.
- Deng, X.T., Z.F. Li, S.Y. Wang: A minimax portfolio selection strategy with equilibrium, **European Journal of Operational Research**, Vol.166, 2005, s.278-292.
- Dixit, Avinash K., Barry J.Nalebuff: **Thinking Strategically The Competitive Edge in Business, Politics, and Everyday Life**, New York, London, W.W.Norton & Company, 1991.
- Dresher, Melvin: **The Mathematics of Games of Strategy Theory and Applications**, New York, Dover Publications, Inc., 1981.

- Elton, Edwin J., Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, William N. Goetzmann: **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**, 6.bs., United States of America, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- Ferrer-Alos, Carlos, Ana B. Ania: The asset market game, **Journal of Mathematical Economics**, Vol. 41, 2005, s.67-90.
- Frank, Robert, Ben Bernanke: **Principles of Economics**, New York, McGraw-Hill Higher Education, 2001.
- Giresunlu, İ. Müfit., Erhan Özdemir: Using The Game Theory to Find Weights For Multiple Objective Linear Programming, **Azerbeycan Respublikası “Taahsil” Cemiyeti-Fizika Riyaziyyat Yer Elmleri**, Vol. 3, 2002, s. 43-49.
- Giresunlu, İ. Müfit, Erhan Özdemir: A proposal on Utilization of Game Theory to Find Weights for Multiple Objective Linear Programming Problems, **İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Dergisi**, Sayı:54, 1995, s.1-8.
- Karan, Mehmet Baha: **Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi**, Ankara, Gazi Kitabevi, 2004.
- Karslı, Muharrem: **Sermaye Piyasası Borsa Menkul Kıymetler**, 5.bs., İstanbul, Alfa Yayınları:1419, 2004.

- Kelly, Anthony.: **Decision Making using Game Theory An Introduction for Managers**, United Kingdom, Cambridge University Press, 2004.
- Krasker, William S.: Minimax behavior in Portfolio Selection, **The Journal of Finance**, Vol.37, No.2, 1982, s.609-614.
- L. Casti, John: **Beş Altın Kural, 20. Yüzyıl Matematiğinin Önemli Teorileri**, İstanbul, Sabancı Üniversitesi Yayınları, 2000.
- Lee, H.-S.: Optimal consensus of fuzzy opinions under group decision making environment, **Fuzzy Sets and Systems**. Vol.132, 2002, s.303-315.
- Luce, R. Duncan, Howard Raiffa: **Games and Decisions Introduction and Critical Survey**, New York, Dover Publications, Inc., 1989.
- Malkiel, Burton G.: **Başarılı Yatırımcılar İçin Denenmiş Stratejiler Borsada Rastgele Seyir**, Çev. Ali Perşembe, İstanbul, Scala Yayıncılık, 2007.
- Markowitz, Harry M.: Portfolio Selection, **The Journal of Finance** , 7 (1), 1952, s. 77–91.

- Markowitz, Harry M.: **Portfolio Selection**, 2.bs., United Kingdom, Blackwell Publishers, 1991.
- Markowitz, Harry M.: Foundations of Portfolio Theory, **The Journal of Finance**, Vol.46, 1991, s. 469-477.
- Markowitz, Harry M., G. Peter Todd: **Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets**, United States of America, Frank J. Fabozzi Associates, 2000.
- Montet, Christian, Daniel Serra: **Game Theory & Economics**, Great Britain, Antony Rowe Ltd, Chippenham and Eastbourne, 2003.
- Nash, John: Non-Cooperative Games, **The Annals of Mathematics**, 2nd Ser., Vol.54, No.2., 1951, s.286-295.
- Neumann, John Von, Oskar Morgenstern: **Theory of Games and Economic Behavior**, 3d ed., 6th paperback printing, Princeton, Princeton University Press, 1990.
- Newbold, Paul: **İşletme ve İktisat İçin İstatistik**, Çev. Ümit Şenesen, 5.bs., İstanbul, Literatür Yayınları:44, 2006.

- Nishizaki, Ichiro, Masatoshi Sakawa: **Fuzzy and Multiobjective Games for Conflict Resolution**, New York, Physica-Verlag A Springer-Verlag Company, 2001.
- Osborne, Martin J.: **An Introduction to Game Theory**, New York, Oxford University Press, 2004.
- Owen, Guillermo: **Game Theory**, 3.bs., Academic Press, USA, 1995.
- Özdemir, Erhan: **Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçimi Problemlerine Uygulanması**, İ.Ü. İşletme Fakültesi, Doktora Tezi, İstanbul
- Özdemir, Erhan, İsmail Müfit Giresunlu: **The Selection of Risky Stock Portfolios based on the risk Aversion Constant** Physics mathematics Earth Sciences, “TAHSIL” Society of the AZERBAIJAN REPUBLIC “BILGI” publiser, **2004, cilt 2, s. 61-66**
- Özdemir, Erhan, Gökhan Turan: **İki Amaçlı Portföy Seçimi Problemi**, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Hakemli Dergisi, **ÖNERİ**, 2004, s. 219-225.

- Rapoport, Amnon: Minimization of risk and maximization of expected utility in multistage betting games, **Acta Psychologica** 34 Subjective probability (G. de Zeeuw et. Al., eds.), 1970, s.375-386.
- Rapoport, Amnon: Effects of wealth on Portfolios under various investment conditions, **Acta Psychologica**, Vol.55, 1984, s. 31-51.
- Reilly, Frank K., Keith C. Brown: **Investment Analysis and Portfolio Management**, 8.bs., Canada, Thomson South-Western, 2006.
- Saaty L., Thomas: **The Analytic Hierarchy Process**, USA, McGraw-Hill International Book Company, 1980.
- Sengupta, Jati K.: Portfolio decisions as games, **Int.J. Systems Sci.**, Vol.20, 1989, s. 1323-1334.
- Seyidoğlu, Halil: **Uluslararası Finans**, Genişletilmiş 4.bs., İstanbul, Güzem Can Yayınları No: 19, 2003.
- Straffin, Philip D.: **Game Theory and Strategy**, Third Printing., Washington, DC, The Mathematical Association of America:36, 1993.

- Taha, Hamdy A.: **Operations Research An Introduction**, 7.bs., Pearson Education, Inc., 2003.
- Tevfik, Arman T.: **Hisse Senedi Değerlemesi**, İstanbul, Literatür Yayınları:458, 2005.
- Ulucan, Aydın: **Portföy Optimizasyonu Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme**, Ankara, Siyasal Kitabevi, 2004.
- Uzunoğlu, Sadi: **Para ve Döviz Piyasaları**, Genişletilmiş 2. Bs., İstanbul, Literatür Yayınları: 92, 2003.
- Vovk, Vladimir, Glenn Shafer: The game-theoretic capital asset pricing model, **International Journal of Approximate reasoning**, 2007.

İNTERNET KAYNAKLARI

http://www.bbc.co.uk/turkish/news/story/2007/10/071015_nobel_economics.shtml

Nobel Prize.org, All Laureates in Economics,
http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/

<http://www.finnet.com.tr/finnet2000/risk/riskBetaTablosu.aspx?RTIP=0>

EKLER

EK 1- 1. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ

Riskten kaçan A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
A_1 :Enka İnşaat (ENKAI)	9	7	5
A_2 :Turkcell İletişim (TCELL)	9	7	5
A_3 :Türk Hava Yolları (THYAO)	7	5	3

Riske kayıtsız B oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
B_1 : Bim Mağazalar (BIMAS)	5	3	1
B_2 : Anadolu Efes (AEFES)	7	5	3
B_3 : Garanti Bankası (GARAN)	9	7	5

Risk alan C oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
C_1 : Bağfaş (BAGFS)	7	7	5
C_2 : Aksigorta (AKGRT)	7	7	5
C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK)	9	5	7

Alternatiflerin beklenen performansları zayıftan mükemmele doğru 1 den 9'a kadar aşağıdaki tablo yardımıyla puanlanmalıdır.

TABLO 1. 1-9 Performans Değerleme Ölçeği

Değer	Dilsel Karşılığı
1	Zayıf Performans
3	Orta Performans
5	İyi Performans
7	Çok İyi Performans
9	Mükemmel Performans
2,4,6,8	Ara değerler

Doğa (Büyük Oyuncu)'nın Stratejileri:

D_1 : Dengeli bir pazar oluşturma,

D_2 : Dengeli olmayan bir pazar oluşturma,

D_3 : Riskli bir pazar oluşturma olarak belirlenmiştir.

EK 2- 2. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ

Riskten kaçan A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
A_1 :Enka İnşaat (ENKAI)	9	4	3
A_2 :Turkcell İletişim (TCELL)	9	5	3
A_3 :Türk Hava Yolları (THYAO)	9	5	5

Riske kayıtsız B oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
B_1 : Bim Mağazalar (BIMAS)	5	5	9
B_2 : Anadolu Efes (AEFES)	4	3	3
B_3 : Garanti Bankası (GARAN)	4	4	3

Risk alan C oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
C_1 : Bağfaş (BAGFS)	1	5	9
C_2 : Aksigorta (AKGRT)	1	5	9
C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK)	1	4	9

Alternatiflerin beklenen performansları zayıftan mükemmele doğru 1 den 9'a kadar aşağıdaki tablo yardımıyla puanlanmalıdır.

TABLO 1. 1-9 Performans Değerleme Ölçeği

Değer	Dilsel Karşılığı
1	Zayıf Performans
3	Orta Performans
5	İyi Performans
7	Çok İyi Performans
9	Mükemmel Performans
2,4,6,8	Ara değerler

Doğa (Büyük Oyuncu)'nın Stratejileri:

D_1 : Dengeli bir pazar oluşturma,

D_2 : Dengeli olmayan bir pazar oluşturma,

D_3 : Riskli bir pazar oluşturma olarak belirlenmiştir.

EK 3- 3. UZMAN DEĞERLENDİRME MATRİSLERİ

Riskten kaçan A oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
A_1 :Enka İnşaat (ENKAI)	9	5	4
A_2 :Turkcell İletişim (TCELL)	9	6	4
A_3 :Türk Hava Yolları (THYAO)	9	5	4

Riske kayıtsız B oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
B_1 : Bim Mağazalar (BIMAS)	5	4	3
B_2 : Anadolu Efes (AEFES)	5	4	3
B_3 : Garanti Bankası (GARAN)	6	5	4

Risk alan C oyuncusunun ödemelerine göre kurulan oyun matrisi

	D_1	D_2	D_3
C_1 : Bağfaş (BAGFS)	3	6	7
C_2 : Aksigorta (AKGRT)	3	6	8
C_3 : Türk Ekonomi Bankası (TEBNK)	3	7	8

Alternatiflerin beklenen performansları zayıftan mükemmele doğru 1 den 9'a kadar aşağıdaki tablo yardımıyla puanlanmalıdır.

TABLO 1. 1-9 Performans Değerleme Ölçeği

Değer	Dilsel Karşılığı
1	Zayıf Performans
3	Orta Performans
5	İyi Performans
7	Çok İyi Performans
9	Mükemmel Performans
2,4,6,8	Ara değerler

Doğa (Büyük Oyuncu)'nın Stratejileri:

D_1 : Dengeli bir pazar oluşturma,

D_2 : Dengeli olmayan bir pazar oluşturma,

D_3 : Riskli bir pazar oluşturma olarak belirlenmiştir.

ÖZGEÇMİŞ

1980 İstanbul doğumlu olan Beyza Özkök 1998 yılında Haydarpaşa Lisesi'ni, 2002 yılında İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü'nü bitirdi. 2005 yılında İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalı Sayısal Yöntemler Bilim Dalı Yüksek Lisans programından mezun olduktan sonra, 2005 yılında aynı bilim dalında Doktora eğitimine başladı. 2005 yılından bu yana Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü Uygulamalı Matematik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak görevine devam etmektedir.